



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

Diseño preliminar de una órbita de transferencia al
asteroide 216-Kleopatra

Trabajo Fin de Máster

Máster Universitario en Ingeniería Aeronáutica

AUTOR/A: Vázquez Estrada, Borja

Tutor/a: Moraño Fernández, José Antonio

Cotutor/a: Herrero Debón, Alicia

Cotutor/a: Moll López, Santiago Emmanuel

Cotutor/a externo: VAZQUEZ ENRIQUEZ, DAVID

CURSO ACADÉMICO: 2021/2022



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



MÁSTER EN INGENIERÍA AERONÁUTICA

Curso académico 2021-2022

TRABAJO FIN DE MÁSTER

***Diseño preliminar de una órbita de
transferencia al asteroide 216-Kleopatra***

Autor:

BORJA VÁZQUEZ ESTRADA

Tutores:

JOSÉ ANTONIO MORAÑO FERNÁNDEZ

DAVID VÁZQUEZ ENRÍQUEZ

SANTIAGO EMMANUEL MOLL LÓPEZ

ALICIA HERRERO DEBÓN

Valencia, julio 2022

Página dejada intencionadamente en blanco

Resumen

Este trabajo presenta el diseño preliminar de una misión espacial al asteroide (216) Kleopatra para el horizonte temporal 2022-2026. Kleopatra es un asteroide situado en el cinturón principal y ha suscitado el interés de los científicos desde su descubrimiento. El motivo principal es su geometría bilobulada, la cual, a pesar de haber sido estimada mediante diversas técnicas de observación, no se ha conseguido determinar de manera exacta. Es por ello que se plantea una misión de estudio a este cuerpo celeste.

Para realizar la transferencia, con el objetivo de restringir el abanico de posibles soluciones, se impondrán como principales restricciones, el valor máximo admisible del Δv total de la misión y el tiempo de vuelo necesario para la transferencia. Las posibles transferencias se obtendrán mediante la resolución del problema de Lambert, siguiendo el método de Battin y se analizarán las posibles soluciones tanto gráficamente como numéricamente. Para mostrar las posibles fechas de lanzamiento que cumplen con las restricciones impuestas se hará uso de lo que se conoce como frente de Pareto.

Una vez resuelto el problema de Lambert y seleccionadas dos posibles fechas de salida y llegada del frente de Pareto, se incorporarán diferentes fuentes de perturbación como la SRP (Solar Radiation Pressure) o la presencia de otros cuerpos, representando de esta manera una trayectoria más parecida a la situación real. Debido a la presencia de dichas perturbaciones, será necesario desarrollar un método correctivo de la velocidad inicial de inyección para que el acercamiento al asteroide sea el adecuado, ya que la trayectoria obtenida mediante Lambert es alterada por las perturbaciones. Finalmente, para concluir el diseño preliminar, se calculará la órbita de parking necesaria para llevar a cabo la transferencia de la forma más eficiente.

Página dejada intencionadamente en blanco

Abstract

This paper shows the preliminary design of a space mission to asteroid 216- Kleopatra for a timespan from 2022 to 2026. Kleopatra is an asteroid placed in the main belt and has aroused the interest of the scientific community since it was discovered. The main reason of this fact is its bilobed shape whose geometry has not been precisely defined despite being estimated by different observation methods. This is why a space mission to this asteroid is proposed.

In order to minimize the wide range of possible results, a few restrictions have been set, such as the maximum acceptance value of Δv , as well as the TOF required to fulfil the transfer. All the transfer solutions obtained by solving Lambert's problem and applying Battin's method, will be analysed graphically and numerically. So as to calculate both the possible date of departure and arrival which accomplish the restrictions imposed, a Pareto front will be used.

Once the problem has been solved and a pair of departure/arrival dates selected from the Pareto front, different disturbance sources such as SRP (Solar Radiation Pressure) or the presence of multiple bodies will be included in order to represent a more realistic trajectory. Due to the inclusion of these perturbation sources, it will be necessary to develop an initial injection velocity corrective method to get a better approach to the asteroid, since Lambert's orbit is disturbed by these forces. Lastly, to conclude this preliminary design, a parking orbit will be defined to carry out the transfer in a more efficient way.

Página dejada intencionadamente en blanco

Resum

Aquest treball presenta el disseny preliminar d'una missió espacial a l'asteroide (216) Kleopatra per a l'horitzó temporal 2022-2026. Kleopatra és un asteroide situat al cinturó principal i ha suscitat l'interès dels científics des del seu descobriment. El motiu principal és la seua geometria bilobulada, la qual, tot i haver estat estimada mitjançant diverses tècniques d'observació, no s'ha aconseguit determinar de manera exacta. És per això que es planteja una missió d'estudi a aquest cos celeste.

Per a realitzar la transferència, amb l'objectiu de restringir el conjunt de possibles solucions, s'imposaran com a restriccions principals, el valor màxim admissible del Δv total de la missió i el temps de vol necessari per fer la transferència. Les possibles transferències s'obtidran mitjançant la resolució del problema de Lambert, seguint el mètode de Battin i s'analitzaran les possibles solucions tant gràficament com numèricament. Per mostrar les possibles dates de llançament que compleixen les restriccions imposades es farà ús del conegut com a front de Pareto.

Un vegada resolt el problema de Lambert i seleccionades dues possibles dates d'eixida i d'arribada amb el front de Pareto, s'hi incorporaran diferents fonts de pertorbació, com la Pressió de Radiació Solar (SRP) o la presència d'altres cossos. D'aquesta manera s'obté una trajectòria més semblant a la situació real. A causa de la presència de les pertorbacions esmentades, es desenvolupa un mètode correctiu de la velocitat inicial d'injecció perquè l'acostament a l'asteroide siga l'adequat, ja que la trajectòria obtinguda mitjançant Lambert és alterada per les pertorbacions.

Finalment, per concloure el disseny preliminar, es calcularà l'òrbita de pàrquing necessària per a dur a terme la transferència de la manera més eficiente.

Página dejada intencionadamente en blanco

Índice de contenidos

1.	Objetivos	21
2.	Exploración espacial a Kleopatra.....	23
2.1.	Interés en la investigación de Kleopatra	24
2.2.	Misiones espaciales al Cinturón de Asteroides.....	27
2.3.	Propulsión espacial	29
2.3.1.	Ariane 5	30
2.3.2.	Soyuz	31
2.3.3.	Atlas V	31
2.3.4.	Falcon 9	32
3.	Mecánica orbital: conceptos básicos	33
3.1.	El problema de los dos cuerpos	33
3.2.	Parámetros orbitales	35
3.3.	Período sinódico	37
3.4.	Esfera de influencia.....	38
3.5.	Método del ajuste de cónicas (patched conic approach method)	39
3.5.1.	Fases de una transferencia interplanetaria	40
3.5.1.1.	Salida desde la Tierra.....	41
3.5.1.2.	Llegada al cuerpo objetivo	46
3.5.1.3.	Fase heliocéntrica	47
3.6.	El problema de Lambert	48
3.7.	Perturbaciones	49
3.7.1.	Diferentes fuentes de perturbación.....	50
3.7.2.	Técnicas de perturbación especiales	51
4.	Metodología	52
4.1.	Definición de la misión.....	53

4.2.	Resolución del problema de Lambert	53
4.2.1.	Método de Battin	54
4.3.	Selección de las fechas de salida y de llegada	57
4.3.1.	<i>Porkchop plots</i>	57
4.3.2.	Frente de Pareto	63
4.4.	Propagación con perturbaciones	64
4.4.1.	Perturbación debida a un tercer cuerpo	64
4.4.2.	Perturbación por presión de radiación solar	66
4.4.2.1.	Cannonball Model	67
4.5.	Corrección iterativa del impulso inicial	69
5.	Algoritmo. Diseño y validación.	73
5.1.	Módulo 1: Software para la órbita de transferencia	74
5.1.1.	Calendario	75
5.1.2.	Órbita del planeta de salida	76
5.1.3.	Órbita del cuerpo de llegada	77
5.1.4.	Velocidades	78
5.1.5.	Lambert	78
5.2.	Módulo 2: Software del <i>porkchop plot</i>	80
5.3.	Otras funciones	83
5.4.	Validación de los resultados	87
5.4.1.	Validación del vector estado de los cuerpos de origen y destino	87
5.4.2.	Validación de la resolución del problema de Lambert, <i>porkchop plots</i> y optimización de fechas	90
5.4.2.1.	Recreación del modelo de Ishimatsu	91
6.	Caso de estudio: interceptación del asteroide (216) Kleopatra	94
6.1.	Análisis del horizonte 2022-2026	94
6.2.	Vector de estado de origen y destino. Resolución del problema de Lambert	97

6.3.	Propagación perturbada y corrección del impulso inicial.....	100
6.4.	Órbita de parking y lanzamiento	108
7.	Conclusiones y futuras líneas de investigación	112
7.1.	Conclusiones	112
7.2.	Futuras líneas de investigación	114
8.	Presupuesto y condiciones del proyecto	115
8.1.	Presupuesto	115
8.1.1.	Costes de recursos humanos	115
8.1.2.	Costes de equipo	116
8.1.2.1.	Costes asociados al hardware.....	116
8.1.2.2.	Costes asociados al software	117
8.1.3.	Presupuesto total	117
8.2.	Condiciones del proyecto	118
9.	Referencias	120
	ANEXOS.....	125

Índice de figuras

<i>Figura 3.1: Representación del movimiento relativo de dos cuerpos</i>	34
<i>Figura 3.2: Representación de los parámetros orbitales</i>	36
<i>Figura 3.3: Ajuste de cónicas para una transferencia de la Tierra a Venus</i>	40
<i>Figura 3.4: Representación del plano de salida [19]</i>	43
<i>Figura 3.5: Geometría esférica del problema</i>	44
<i>Figura 3.6: Representación del parámetro de impacto [16]</i>	47
<i>Figura 3.7: Representación gráfica del problema de Lambert</i>	48
<i>Figura 3.8: Variaciones seculares y periódicas de un elemento orbital [22].</i>	50
<i>Figura 4.1: Fases de desarrollo para determinar la trayectoria óptima de interceptación</i>	52
<i>Figura 4.2: Transformación geométrica de la elipse.</i>	55
<i>Figura 4.3: Porkchop plot para una misión interplanetaria a Venus en 2020</i>	58
<i>Figura 4.4: Trayectoria interplanetaria Tierra-Venus de tipo I. Los ejes representan las distancias en UA (unidades astronómicas)</i>	59
<i>Figura 4.5: Trayectoria interplanetaria Tierra-Venus de tipo II. Los ejes representan las distancias en UA (unidades astronómicas)</i>	59
<i>Figura 4.6: Porkchop plot Tierra-Venus 2002-2003. Caso en el que las órbitas son coplanares y circulares</i>	61
<i>Figura 4.7: Porkchop plot Tierra-Venus 2002-2003. Caso en el que las órbitas son coplanares, pero poseen excentricidad</i>	61
<i>Figura 4.8: Porkchop plot Tierra-Venus 2002-2003. Caso en el que las órbitas son circulares, pero no coplanares</i>	62
<i>Figura 4.9: Porkchop plot Tierra-Venus 2002-2003. Caso en el que no se adopta ninguna de las simplificaciones propuestas</i>	62
<i>Figura 4.10: Frente de Pareto para un análisis de Porkchop plot para el caso de la misión a Kleopatra. Representa el incremento de velocidad mínimo en función del TOF para un tipo de transferencia 1.</i>	63
<i>Figura 4.11: Representación del problema de los tres cuerpos. Fuente: [17]</i>	65
<i>Figura 4.12: Situación inicial tras resolver Lambert, considerando las perturbaciones que afectan a la órbita.</i>	70
<i>Figura 4.13: Situación final tras realizar una primera iteración.</i>	71
<i>Figura 4.14: Diagrama de flujo del método iterativo.</i>	72

<i>Figura 5.1: Secuencia lógica de resolución del problema donde se pueden apreciar las diferentes funciones realizadas.</i>	74
<i>Figura 5.2: Flujograma del módulo 1.</i>	75
<i>Figura 5.3: Pantalla emergente que se muestra al ejecutar el programa. Output de la función calendario</i>	76
<i>Figura 5.4: Cuadro de diálogo que permite seleccionar el tipo de transferencia que se desea realizar (tipo I o tipo II)</i>	76
<i>Figura 5.5: Tabla generada con la posición de la Tierra para el día 9 de noviembre de 2026.</i>	77
<i>Figura 5.6: Tabla generada con la posición de Kleopatra para el día 17 de marzo de 2027.</i>	77
<i>Figura 5.7: Órbitas de la Tierra (azul) y Kleopatra (verde) para las fechas de las figuras anteriores. Periodo representado para la Tierra: 1/01/2000-9/11/2026. Periodo representado para Kleopatra: 01/01/2023-17/03/2027.</i>	77
<i>Figura 5.8: Tabla generada por la función "velocidades" para las fechas seleccionadas</i>	78
<i>Figura 5.9: Output generado por la función "Lambert", donde se muestran los principales parámetros de la órbita interplanetaria. Resultados para una transferencia tipo I, con fechas de salida y de llegada 9/11/2026-17/03/2027.</i>	79
<i>Figura 5.10: Tabla generada por la función "Lambert", donde figuran los vectores de las velocidades inicial y final de la órbita de transferencia</i>	79
<i>Figura 5.11: Cuadro de diálogo que permite seleccionar la franja temporal del porkchop plot.</i> 80	
<i>Figura 5.12: Mensaje explicativo de como seleccionar los datos que se desean representar</i>	80
<i>Figura 5.13: Ventana emergente que permite seleccionar los datos a graficar. Nótese que pueden seleccionarse más de uno a la vez.</i>	81
<i>Figura 5.14: Mensaje que informa de la finalización del módulo. Aporta instrucciones de como visualizar el archivo con los resultados</i>	81
<i>Figura 5.15: Ventana emergente generada automáticamente que muestra el directorio de los archivos de resultados</i>	82
<i>Figura 5.16: Flujograma del módulo 2</i>	82
<i>Figura 5.17: Output generado por la función DeltaVminimo, formado por los frentes de Pareto para cada uno de los dos tipos de transferencia y las fechas de salida y de llegada solución.</i> .	84
<i>Figura 5.18: Resultados de la iteración que se muestran en la pantalla del usuario a medida que se ejecuta la función Corrección iterativa del impulso.</i>	84
<i>Figura 5.19: Interfaz de usuario de la función Lanzamiento. Se observan todas las posibles estaciones de lanzamiento posibles para analizar la viabilidad de lanzamiento.</i>	86
<i>Figura 5.20: Output de la función Lanzamiento.</i>	86

<i>Figura 5.21: Gráficos de tipo porkchop donde se representa el Δv de la misión. Modelo creado con la herramienta.</i>	<i>92</i>
<i>Figura 5.22: Porkchop plot obtenido por Ishimatsu [30], donde se representan las trayectorias directas y fly by para la misión Tierra-Marte con horizonte temporal de 2020 a 2024.</i>	<i>92</i>
<i>Figura 6.1: Porkchop plot generado para el análisis de una transferencia en el horizonte de estudio 2022-2026. TOF expresado en días.....</i>	<i>95</i>
<i>Figura 6.2: Frente de Pareto para los dos tipos de transferencia cuyo Δv es el menor para el horizonte temporal 2022-2026.....</i>	<i>96</i>
<i>Figura 6.3: Trayectorias de Kleopatra (rosa), el orbitador perturbado (azul) y el orbitador en órbita kepleriana (negro). Transferencia tipo I.....</i>	<i>102</i>
<i>Figura 6.4: Mínima distancia entre el orbitador y Kleopatra en función del número de iteraciones. Transferencia tipo I.</i>	<i>103</i>
<i>Figura 6.5: Corrección del Δv (vector y escalar) aplicado en cada iteración. Transferencia tipo I. Aunque el gráfico de la izquierda muestra 140 iteraciones, para alcanzar la distancia mínima de 20 km, hizo falta más de 400 iteraciones, tal y como muestra el gráfico de la derecha.</i>	<i>104</i>
<i>Figura 6.6: TOF y velocidad inicial en función de las iteraciones. Transferencia tipo I.</i>	<i>104</i>
<i>Figura 6.7: Trayectorias de Kleopatra (rosa), el orbitador perturbado (azul) y el orbitador tras realizar la corrección de la velocidad inicial (negro). Transferencia tipo I.</i>	<i>107</i>
<i>Figura 6.8: Representación de las tres órbitas completas. Órbita de la Tierra (azul), orbitador (negro) y órbita de Kleopatra (rosa). Transferencia tipo I.</i>	<i>108</i>

Índice de Ilustraciones

<i>Ilustración 2.1: Posición de Kleopatra en el Sistema Solar. Fuente: [2] Fecha de captura: 20/06/2022.</i>	23
<i>Ilustración 2.2: Representación tridimensional del asteroide (216) Kleopatra.</i>	24
<i>Ilustración 2.3: Diferentes geometrías de Kleopatra en función de la tecnología empleada [5].</i>	25
<i>Ilustración 2.4: Imagen del asteroide Ida tomada por Galileo (Fuente: [8]).</i>	27
<i>Ilustración 2.5: Recreación de la sonda de la misión Rosetta. (Fuente: [9]).</i>	28
<i>Ilustración 2.6: Imagen renderizada del planeta enano Ceres tomada por la misión Dawn. (Fuente: [8]).</i>	29
<i>Ilustración 2.7: Vehículo lanzador Ariane V [11]</i>	30
<i>Ilustración 2.8: Vehículo lanzador Soyuz [12]</i>	31
<i>Ilustración 2.9: Vehículo lanzador Atlas V [14]</i>	32
<i>Ilustración 2.10: Vehículo lanzador Falcon 9 [15].</i>	32

Índice de tablas

<i>Tabla 2.1: Datos físicos y orbitales de Kleopatra.</i>	26
<i>Tabla 2.2: Parámetros físicos de Kleopatra de acuerdo con cada investigador.</i>	26
<i>Tabla 2.3: Parámetros geométricos de los lóbulos de Kleopatra.</i>	26
<i>Tabla 3.1: Datos de latitud, longitud y rangos de azimut e inclinación permitidos para las principales estaciones espaciales del mundo, [21].</i>	45
<i>Tabla 5.1: Comparación entre los resultados de posición del propagador y los de la bibliografía para la Tierra.</i>	87
<i>Tabla 5.2: Error relativo entre los resultados de posición del propagador y la bibliografía para la Tierra.</i>	88
<i>Tabla 5.3: Comparación entre los resultados de posición del propagador y los de la bibliografía para Kleopatra.</i>	88
<i>Tabla 5.4: Error relativo entre los resultados de posición del propagador y la bibliografía para Kleopatra.</i>	88
<i>Tabla 5.5: Comparación entre los resultados de velocidad del propagador y los de la bibliografía para la Tierra [2].</i>	89
<i>Tabla 5.6: Error relativo entre los resultados de velocidad del propagador y la bibliografía para la Tierra.</i>	89
<i>Tabla 5.7: Comparación entre los resultados de velocidad del propagador y los de la bibliografía para la Tierra [2].</i>	89
<i>Tabla 5.8: Tabla 5.9: Error relativo entre los resultados de velocidad del propagador y la bibliografía para la Tierra.</i>	89
<i>Tabla 5.10: Comparación de los resultados obtenidos con el programa con aquellos resultados incluidos en la bibliografía</i>	90
<i>Tabla 5.11: Resultados obtenidos tras aplicar la función $\Delta v_{\text{mínimo}}$ en la que se emplea el frente de Pareto. Resultados comparados con los de la bibliografía.</i>	93
<i>Tabla 6.1: Fechas de salida y de llegada y Δv mínimo para el horizonte temporal de estudio.</i> .	96
<i>Tabla 6.2: Vector estado del cuerpo de origen para la solución con la transferencia de tipo I en la fecha de salida.</i>	97
<i>Tabla 6.3: Vector estado del cuerpo de destino para la solución con la transferencia de tipo I en la fecha de llegada.</i>	97

<i>Tabla 6.4: Velocidad inicial y final de la órbita de transferencia para la solución con la transferencia de tipo I.</i>	97
<i>Tabla 6.5: Parámetros y características de la órbita de transferencia para la solución con la transferencia de tipo I.</i>	98
<i>Tabla 6.6: Vector estado del cuerpo de origen para la solución con la transferencia de tipo II en la fecha de salida.</i>	98
<i>Tabla 6.7: Vector estado del cuerpo de destino para la solución con la transferencia de tipo II en la fecha de llegada.</i>	98
<i>Tabla 6.8: Velocidad inicial y final de la órbita de transferencia para la solución con la transferencia de tipo II.</i>	98
<i>Tabla 6.9: Parámetros y características de la órbita de transferencia para la solución con la transferencia de tipo II.</i>	99
<i>Tabla 6.10: Incremento de anomalía verdadera para los dos tipos de transferencia.</i>	100
<i>Tabla 6.11: Condiciones iniciales para el propagador. Transferencia tipo I.</i>	101
<i>Tabla 6.12: Condiciones iniciales para el propagador. Transferencia tipo II.</i>	101
<i>Tabla 6.13: Comparación de las velocidades obtenidas mediante la resolución del problema de Lambert y después de aplicar el algoritmo de corrección. Transferencia tipo I.</i>	105
<i>Tabla 6.14: Comparación de las velocidades obtenidas mediante la resolución del problema de Lambert y después de aplicar el algoritmo de corrección. Transferencia tipo II.</i>	105
<i>Tabla 6.15: Vector estado, parámetros orbitales y Δv necesario de la órbita de parking para la transferencia tipo I.</i>	109
<i>Tabla 6.16: Vector estado, parámetros orbitales y Δv necesario de la órbita de parking para la transferencia tipo II.</i>	110
<i>Tabla 6.17: Inclinación y DLA de las órbitas de parking para los dos tipos de transferencia.</i>	110
<i>Tabla 6.18: Lugares de lanzamiento disponible para cada tipo de transferencia.</i>	111
<i>Tabla 8.1: Costes de personal para la realización del proyecto.</i>	116
<i>Tabla 8.2: Coste de equipo hardware.</i>	117
<i>Tabla 8.3: Costes asociados al software.</i>	117
<i>Tabla 8.4: Costes totales del proyecto.</i>	117

Página dejada intencionadamente en blanco

Acrónimos

Δv	Incremento de velocidad	v_{∞}	Velocidad hiperbólica de exceso
C_3	Medida de la energía requerida por la misión.	v_p	Velocidad en el periastro de la hipérbola
G	Constante de gravitación universal	ξ	Energía de la hipérbola
μ	Parámetro gravitacional estándar	r_p	Radio de la órbita de parking
\vec{e}	Vector excentricidad	v_{parking}	Velocidad en la órbita de parking
\vec{v}	Vector de velocidad	DLA	Declinación de la asíntota de lanzamiento
\vec{h}	Vector momento angular	RLA	Ascensión recta de la asíntota de lanzamiento
\vec{K}	Vector unitario del eje de coordenadas Z	A_{zL}	Azimut de lanzamiento
\vec{i}	Vector unitario del eje de coordenadas X	$A_{z\infty}$	Azimut en la órbita
Ω	Ascensión recta del nodo ascendente	\vec{a}_p	Aceleración debida a las perturbaciones
a	Semieje mayor	$r_{b/s}$	Distancia cuerpo-planeta
v	Anomalía verdadera	p_{3B}	Aceleración de perturbación por tercer cuerpo
TOF	Time of Flight (Tiempo de vuelo)	ϕ	Flujo solar
Δv	Incremento de anomalía verdadera. Ángulo de transferencia.	P_v	Impulso de un fotón
E	Anomalía excéntrica	E_v	Energía de un fotón
SOI	Sphere of Influence (Esfera de influencia)	SRP	Solar Radiation Pressure

Página dejada intencionadamente en blanco

1. Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es determinar la trayectoria de interceptación del asteroide 216-Kleopatra con fines de investigación en el horizonte temporal comprendido entre 2022 y 2026. El problema estará sujeto a una serie de restricciones para delimitar el abanico de posibles soluciones que se pueden obtener. De esta manera, se impondrá como parámetro limitante el Δv , el cuál se intentará que sea el mínimo posible. Por otro lado, se analizarán dos tipos de transferencia posibles, y se considerará el uso de una órbita de parking en la salida de la misión. Para concluir, se seleccionarán los principales lugares de lanzamiento de todo el mundo y se analizará la viabilidad de realizar el lanzamiento desde esas estaciones espaciales.

Centrando el proceso en el diseño de la fase heliocéntrica, se resolverá el problema de Lambert y se seleccionarán aquellas fechas que satisfagan en mayor medida las restricciones impuestas. Asimismo, aunque en menor detalle, será necesario especificar algunos parámetros de las fases de salida como la órbita de parking que se va a emplear, la ventana de lanzamiento que por motivos de simplicidad se considerará puntual y el lugar de lanzamiento.

El trabajo se ha dividido en varios apartados con el objetivo de facilitar el seguimiento:

- Estudio de los conceptos previos de mecánica orbital necesarios para poder plantear, analizar y resolver el problema de manera coherente y razonada.
- Empleo de las efemérides planetarias de baja precisión con el objetivo de conocer la posición relativa de los cuerpos de salida y llegada que se están estudiando.
- Resolución el problema de Lambert.
- Generación de diagramas de tipo *porkchop*, y postprocesado de los datos para realizar un frente de Pareto que obtenga las mejores fechas de salida y de llegada.
- Propagación perturbada de la órbita de transferencia.
- Desarrollo de un algoritmo para la corrección de la velocidad inicial de transferencia aplicada.

- Finalmente, una vez obtenidos todos los resultados, se procederá a determinar la órbita de parking de salida y los principales parámetros de lanzamiento.

Por su parte, el trabajo se estructurará siguiendo los siguientes capítulos:

- Un primer capítulo nombrado “*Exploración espacial a Kleopatra*” en el que se expone el interés de la investigación de este cuerpo del cinturón principal. Asimismo, en este capítulo se analizan las principales misiones espaciales que se han realizado hasta el momento al cinturón de asteroides y se incluye una breve exposición de los diferentes lanzadores modernos existentes.
- El segundo capítulo recoge aquellos fundamentos de la mecánica orbital que son necesarios conocer para poder llevar a cabo este trabajo y comprender su desarrollo.
- Seguidamente, el capítulo titulado “*Metodología*”, presenta los métodos y razonamientos seguidos durante el proceso de desarrollo de la herramienta. Asimismo, se exponen las características y peculiaridades de la misión, el modelo de perturbación empleado y el método desarrollado para corregir la velocidad inicial que es necesario aplicar.
- Una vez expuesta la teoría necesaria para resolver el problema, en el siguiente capítulo, “*Algoritmo. Diseño y validación*” se realiza un análisis del programa desarrollado. Se explica cada una de las funciones creadas y se realiza un proceso de validación con el objetivo de determinar si el programa es apto o no para realizar el caso de estudio propuesto en el presente trabajo.
- Comprobada la viabilidad del programa, se realiza un caso de aplicación de este trabajo y exponiendo los resultados obtenidos.
- Por último, el trabajo se cierra con un capítulo de conclusiones y posibles futuras líneas de investigación posibles.

El trabajo se completa con seis anexos. El primero de ellos es un diagrama de Gantt en el que se recoge el tiempo que se ha dedicado a cada parte del trabajo. Los tres anexos siguientes presentan el método de las efemérides de baja precisión del JPL, el código realizado para el propagador orbital de dicho método y la resolución del problema de Lambert mediante el método de Battin. Finalmente, el quinto anexo refleja las gráficas solución de la transferencia de tipo II y el sexto y último anexo es el output generado por la función *Lanzamiento*, en el que se muestra en qué lugares y bajo qué condiciones se puede realizar el lanzamiento.

2. Exploración espacial a Kleopatra

“With its dog bone shape, Kleopatra is one of the most unusual asteroids we’ve ever seen in the Solar System” afirma el doctor Steven Ostro del Jet Propulsion Laboratory (JPL) [1] quien, junto con su equipo de astrónomos, consiguieron obtener un modelo tridimensional del asteroide. Descubierta en 1880, este cuerpo celeste con forma de “hueso de perro” se encuentra orbitando entre Júpiter y Marte en el cinturón de asteroides y ha sido objeto de interés por parte de la comunidad científica en las últimas décadas.

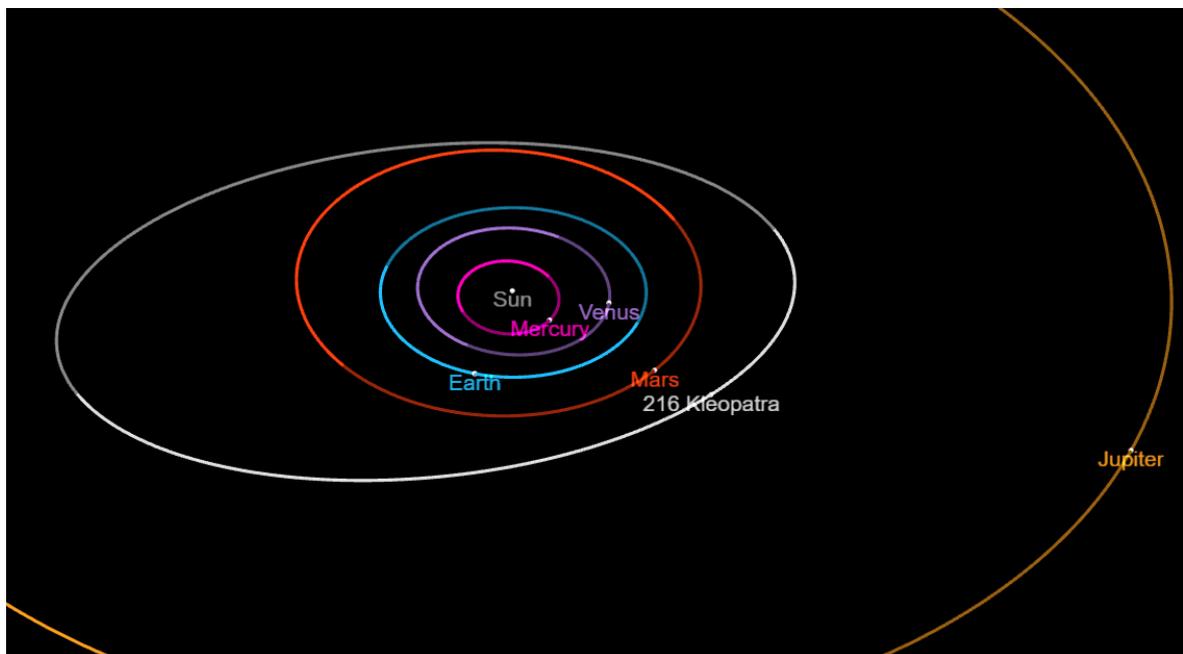


Ilustración 2.1: Posición de Kleopatra en el Sistema Solar. Fuente: [2] Fecha de captura: 20/06/2022.

Considerado como un asteroide de tipo M, sus dimensiones se estiman que son $217 \times 94 \times 81$ km y cuenta con un diámetro equivalente de 108.5 ± 15 km [3]. Las observaciones realizadas por radar sugieren que se trata de un cuerpo poroso y pobremente consolidado, similar a la superficie lunar, aunque de diferente composición [1]. La reflexión del radar, así como su color, indican que posiblemente está compuesto de una aleación de níquel-hierro (NiFe), lo que lo hace aún más interesante para la exploración.

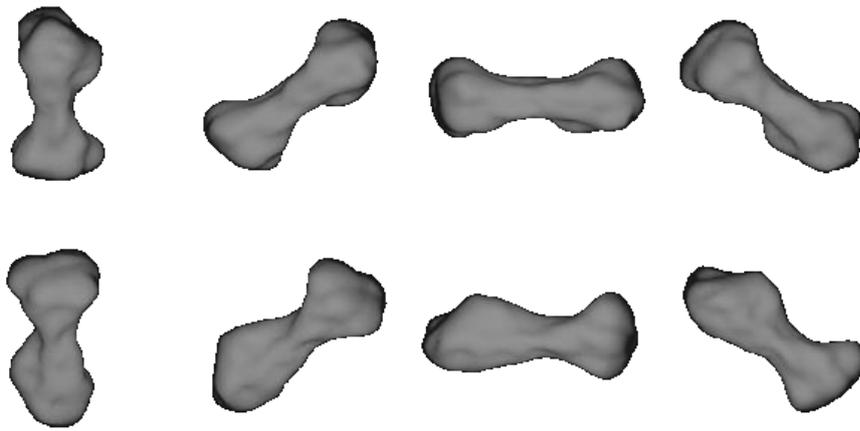


Ilustración 2.2: Representación tridimensional del asteroide (216) Kleopatra.

2.1. Interés en la investigación de Kleopatra

La variabilidad en el brillo de Kleopatra ha suscitado gran interés desde su descubrimiento y éste se ve enormemente agrandado cada vez que se observa el asteroide con una tecnología nueva [4]. Esto se debe principalmente a la gran discrepancia que existe en lo que a su geometría se refiere. Dependiendo del instrumento empleado para realizar la observación (y por tanto la tecnología usada), se han obtenido diferentes resultados, los cuales se muestran en la Ilustración 2.3.

A continuación, se expone un resumen de las investigaciones más significativas llevadas a cabo [4]:

- Descubierto en 1880 por Johann Palisa
- A finales de la década de 1970, estudios basados en la curvatura de la luz sugirieron que el asteroide podía tener dos lóbulos.
- A finales de la década de 1990, imágenes por radar y técnica de óptica adaptativa sugirieron una geometría de tipo “dog-bone” con unas dimensiones estimadas de 217 x 94 x 81 km.
- En 2008 la posición relativa entre Kleopatra y la Tierra era muy favorable, con una distancia entre ambos cuerpos de 1.23 AU. Se descubre la existencia de las dos lunas de Kleopatra y se consigue observar su movimiento usando el telescopio Keck II con tecnología de óptica adaptativa.

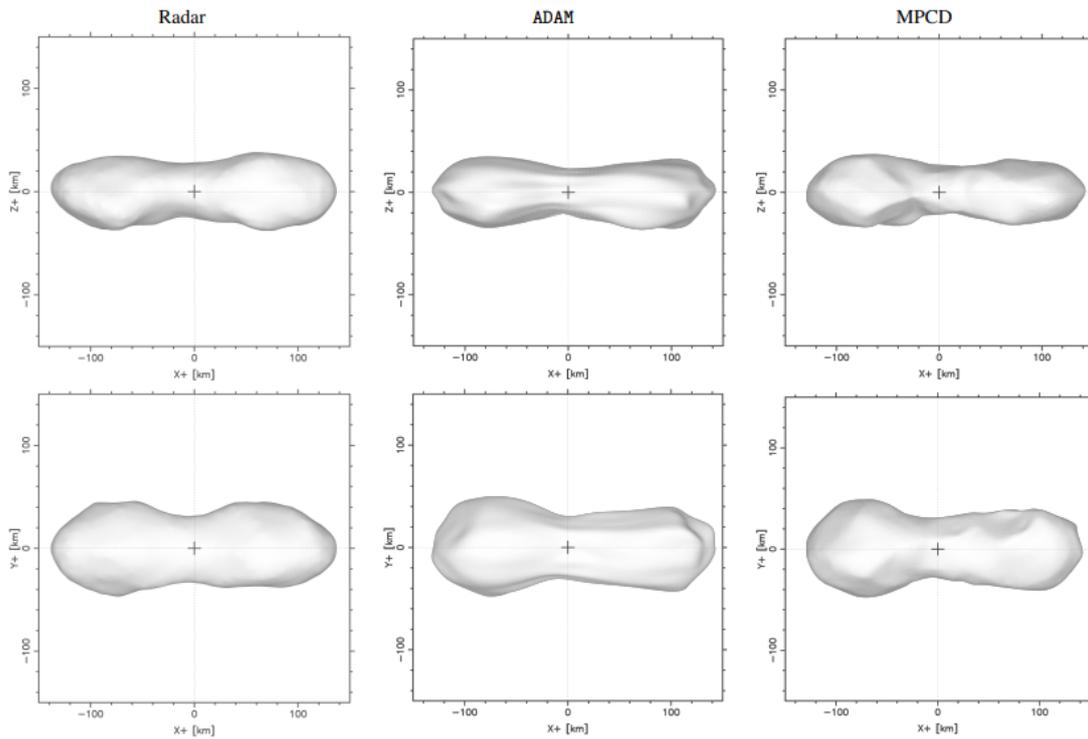


Ilustración 2.3: Diferentes geometrías de Kleopatra en función de la tecnología empleada [5].

Como se puede comprobar, las diferentes observaciones corroboran la interpretación de que Kleopatra está compuesto de dos lóbulos unidos por una sección más estrecha, tal y como afirmaba Ostro [1]. Sin embargo, otros autores indican que, aunque la afirmación de que Kleopatra se asemeja a un “dog-bone” es una buena primera aproximación, en realidad su geometría es más similar a una mancuerna o “dumbbell”, con dos lóbulos deformados e iguales conectados por un “puente” más delgado del inicialmente estimado por la observación radar de 90 km de longitud [4]. Es por estas discrepancias, que presumiblemente continuarán con la aparición de nuevas tecnologías, por lo que se plantea una misión espacial al asteroide, siendo éste, de momento, el método más efectivo para estudiar un cuerpo en el espacio.

En la siguiente *Tabla 2.1* se exponen los datos físicos y orbitales de Kleopatra más relevantes empleados por el JPL [2].

PARÁMETRO	VALOR
Datos geométricos	
Diámetro	122 km

Dimensiones	276 x 94 x 78 km
Datos orbitales	
Período de rotación	5.385 h
Período de la órbita	4.6678 años
Semieje mayor (a)	2.79298 AU
Excentricidad (e)	0.2513
Inclinación (i)	13.1156°

Tabla 2.1: Datos físicos y orbitales de Kleopatra.

Sin embargo, si acudimos a otros autores para obtener algunos parámetros físicos de Kleopatra, los resultados obtenidos son dispares, tal y como se observa en la siguiente Tabla 2.2 [6].

Investigadores	Dimensiones (km)	Diámetro equivalente (km)	Volumen (km ³)	Masa (kg)
Ostro, Campbell y Shapiro	217 x 94 x 81	108.5 ± 15	7.09 x 10 ⁵	-
Ryan & Woodward		119.55 ± 3.2		
Carry	-	-	1.087 x 10 ⁶	-
Descamps et al	-	-	-	4.64 x 10 ¹⁸
TGG Chanut et al	252 x 108 x 96	-	-	-

Tabla 2.2: Parámetros físicos de Kleopatra de acuerdo con cada investigador.

Analizando en mayor profundidad la geometría de cada uno de los lóbulos del asteroide, aplicando el modelo de obtención de geometría MPCD (*Multiresolution PhotoClinometry by Deformation*), obtenemos los resultados se muestran en la Tabla 2.3 [5].

PARÁMETRO	Lóbulo A	Lóbulo B
Diámetro a (km)	118	126
Diámetro b (km)	94	79
Diámetro c (km)	66	61
Volumen (10 ⁵ km ³)	4.1	3.5

Tabla 2.3: Parámetros geométricos de los lóbulos de Kleopatra.

2.2. Misiones espaciales al Cinturón de Asteroides

Desde finales de la década de 1980 y hasta la actualidad, han sido numerosas las misiones que han tenido como objetivo algún cuerpo del cinturón de asteroides. Ya sea como misión principal o como fly-by, la exploración de estos cuerpos ha permitido conocer sus dimensiones, composición y posible origen. En esta sección, se exponen las principales misiones llevadas a cabo al cinturón principal de asteroides [7].

- La primera misión en visitar un asteroide fue la realizada por la nave **Galileo**, que despegó en 1989. No obstante, no fue hasta 1991 que realizó un fly-by por el asteroide *Gaspra* (acercándose a 1604 km), obteniendo imágenes de su superficie plana. Más adelante, en 1993, Galileo sobrevoló el primer asteroide conocido con un satélite, el asteroide *Ida*.

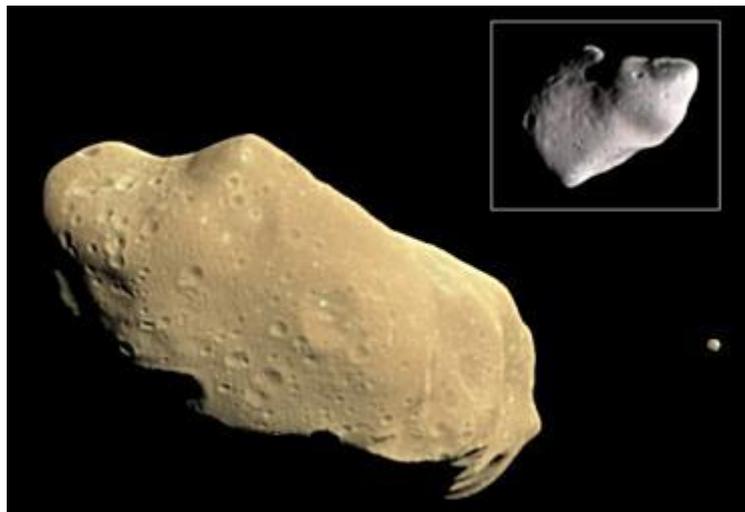


Ilustración 2.4: Imagen del asteroide Ida tomada por Galileo (Fuente: [8])

- En 1997, el vehículo **NEAR-SHOEMAKER**, realizó un fly-by por el asteroide *Mathilde* en su viaje hasta el asteroide *Eros* (un asteroide potencialmente peligroso y próximo a la Tierra).
- La misión **Cassini** despegó en 1997 con el objetivo de realizar un encuentro con Saturno. De camino a su objetivo final, en enero de 2000 realizó un vuelo sobre el asteroide *Masursky*, estudiando su composición y realizando una estimación de su diámetro.

- La misión **Stardust**, lanzada en 1999, es conocida por ser la primera en recoger muestras de un cometa (Wild 2) y regresar con ellas a la Tierra. No obstante, en su viaje al cometa de destino, realizó un fly-by sobre el asteroide *Annefrank*, durante el que fue capaz de tomar diversas imágenes.
- En 2004, la Agencia Espacial Europea (ESA) llevó a cabo el lanzamiento de la misión **Rosetta**, cuyo objetivo era aterrizar una sonda en el cometa 67P. Durante el transcurso de la misión, el vehículo realizó dos fly-by sobre los asteroides *Steins* y *Lutetia*. EL primero de ellos resultó ser un raro asteroide de tipo E (enstatita) y cuyo interior está formado por escombros de otros impactos. Respecto al segundo de los asteroides, los científicos consideran a *Lutetia* un superviviente primitivo de la formación del Sistema Solar.



Ilustración 2.5: Recreación de la sonda de la misión Rosetta. (Fuente: [9])

- La misión **Dawn** de la NASA es la primera de este listado cuyo objetivo principal era un cuerpo del cinturón de asteroides. Lanzada en 2007, tenía como objetivo investigar los dos cuerpos más grandes del cinturón de asteroides: El planeta enano *Ceres* y el asteroide *4 Vesta*. En primer lugar, se llevó a cabo la investigación de *4 Vesta* desde julio de 2011 hasta diciembre de 2012. Posteriormente, la misión se dirigió hasta su objetivo final *Ceres*, donde entró en órbita en marzo de 2015. Se estima que orbitará a *Ceres* durante 50 años, pero no puede comunicarse con la Tierra desde 2018.

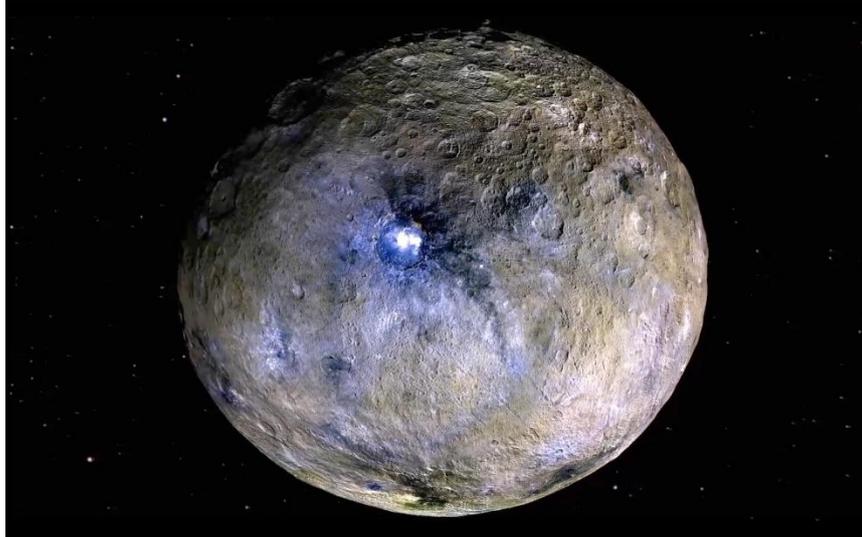


Ilustración 2.6: Imagen renderizada del planeta enano Ceres tomada por la misión Dawn. (Fuente: [8])

- En 2022 está planeado el lanzamiento de la misión **Psyche** de la NASA, cuyo objetivo es visitar el asteroide con el mismo nombre, tras realizar un sobrevuelo sobre Marte. Se trata de un cuerpo metálico, bastante extraño para tratarse de un asteroide. La explicación barajada por los científicos es que se trata del core principal de un antiguo planeta que perdió el manto rocoso. La misión llegará a su objetivo en 2026 y permanecerá orbitando el asteroide durante 21 meses.

2.3. Propulsión espacial

El propósito de la propulsión espacial puede ser de muy distinta índole. Se puede emplear para realizar desde una recirculación de órbita, hasta para disminuir la velocidad del vehículo, pasando por un cambio de órbita. Tradicionalmente, los sistemas propulsivos más empleados son aquellos relacionados con procesos termodinámicos (combustible sólido, líquido y mixto). No obstante, con la evolución de la tecnología, otros sistemas han ido imperando en los viajes espaciales, destacando los sistemas eléctricos, electromagnéticos y nucleares. A pesar de que estos últimos mecanismos de propulsión nos son capaces de generar grandes empujes, su relevancia radica en la posibilidad de mantener este empuje durante largos períodos de tiempo consiguiendo un aumento progresivo en la aceleración del vehículo y alcanzando así velocidades muy elevadas.

Una de las consideraciones más importantes a la hora de realizar el diseño de una misión interplanetaria es el concepto de C_3 . El C_3 es un parámetro que hace referencia a la energía necesaria para poner un vehículo que parte de la superficie de la Tierra en una transferencia heliocéntrica. Algunos lanzadores consiguen alcanzar esta energía en una sola etapa, mientras que otros, como el Soyuz o el Proton, necesitan al menos dos etapas: La primera de ellas para poner el vehículo en una órbita de parking y la segunda para inyectarlo a la trayectoria interplanetaria [10].

Durante el diseño de una misión, no se puede dar por válido cualquier valor de C_3 , sino que esta variable se ve limitada a los vehículos lanzadores disponibles en la actualidad. A continuación, se exponen las características de los principales lanzadores modernos.

2.3.1. Ariane 5

El Ariane 5 es la piedra angular para el acceso independiente de Europa al espacio [11]. Es la evolución natural de una familia de lanzadores de más de 30 años desde que el Ariane 1 apareció por primera vez. Este modelo es más potente y cuenta con mejor tecnología que sus predecesores. Su fiabilidad y asequible precio lo convierte en uno de los mejores lanzadores del momento. Tanto es así, que recientemente llevó a cabo su misión número cien.

A continuación, se expone un gráfico donde se recoge la masa que es capaz de transportar en función del C_3 .

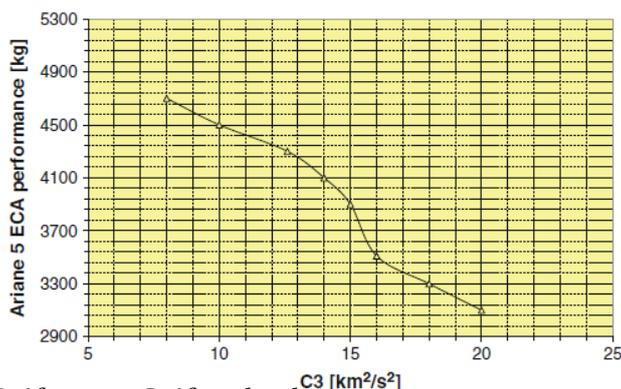


Gráfico 2.1: Gráfico donde se muestra la masa vs C_3 para el Ariane 5 [10]



Ilustración 2.7: Vehículo lanzador Ariane V [11]

2.3.2. Soyuz

El lanzador Soyuz es un cohete de origen ruso. Fue el encargado de mandar al espacio al primer ser humano, así como la sonda Sputnik. Todavía sigue en activo, junto con la nave del mismo nombre, para llevar a los astronautas a la Estación Espacial Internacional. No obstante, este cohete también se destina a poner en órbita satélites. El convenio con la ESA hizo que dispusiera de una base de lanzamiento en Kourou además de la propia en Baikonur, Kazajistán [12].

La Soyuz que se lanza desde Kourou es una versión mejorada de su hermana de Baikonur, llegando a poner en órbita geostacionaria masas de 3 toneladas, en lugar de las 1.7 toneladas que es capaz de transportar desde Baikonur.

A continuación, se muestra el gráfico donde se recoge la información relativa a la masa en función de la energía de la trayectoria que es preciso alcanzar.



Gráfico 2.2: Gráfico donde se muestra la masa vs C_3 para la Soyuz. [3]



Ilustración 2.8: Vehículo lanzador Soyuz [12]

2.3.3. Atlas V

El Atlas V es un lanzador desarrollado por ULA (*United Launch Alliance*) y que realizó su primer vuelo en 2002 [13]. Desde entonces ha llevado a cabo 74 misiones. Una de las más importantes tuvo lugar en 2018 con el lanzamiento de la sonda espacial Parker de la ESA, cuyo objetivo es estudiar el Sol. La curva que relaciona la masa que es capaz de transportar el Atlas V en función de la energía requerida por la misión se muestra en el gráfico 2.3

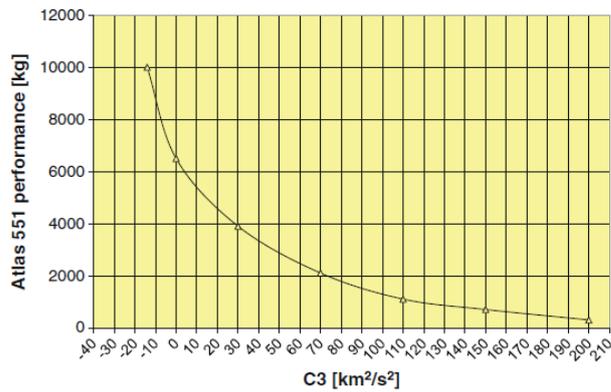


Gráfico 2.4: Gráfico donde se muestra la masa vs C_3 para el Atlas V. [3]



Ilustración 2.9: Vehículo lanzador Atlas V [14]

2.3.4. Falcon 9

Este lanzador, diseñado y fabricado íntegramente por la empresa estadounidense SpaceX tiene como objetivo la puesta en órbita de satélites y de la nave espacial Dragon. El Falcon 9 revolucionó el sector en 2012, convirtiéndose en el primer cohete reutilizable del mundo. Este hecho acarrea importantes ventajas como es el considerable abaratamiento del acceso al espacio. En el gráfico 2.4 se puede observar la correspondiente curva masa vs C_3 para este lanzador.

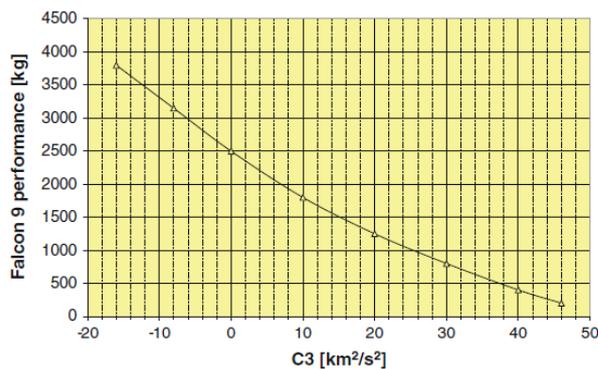


Gráfico 2.5: Gráfico donde se muestra la masa vs C_3 para el Falcon 9. [3]



Ilustración 2.10: Vehículo lanzador Falcon 9 [15]

3. Mecánica orbital: conceptos básicos

Con el objetivo de poder comprender los desarrollos que se van a realizar en las siguientes páginas, es necesario explicar algunos conceptos básicos relacionados con la mecánica orbital. Así pues, a continuación, siguiendo [16] y [17] se van a describir los diferentes parámetros orbitales y su función en la representación de las órbitas. Asimismo, se expondrán los principios en los que se sustenta el problema de los dos cuerpos [16] y qué consideraciones se tienen en cuenta. Por último, se enunciará y desarrollará brevemente la ecuación de Kepler [18], la cual será imprescindible para la determinación de la posición de los cuerpos en el espacio.

3.1. El problema de los dos cuerpos

El problema de los dos cuerpos consiste en el estudio del movimiento relativo de dos puntos materiales de masas M y m , bajo una atracción gravitatoria derivada de la segunda ley de Newton. Para poder modelizar este movimiento relativo, es necesario realizar una serie de simplificaciones que a continuación se exponen:

- Los cuerpos son tratados como esferas. Esta simplificación permite considerar que el centro de masas del cuerpo se encuentra en el mismo centro geométrico.
- No existen fuerzas internas o externas que actúen sobre el sistema, salvo aquellas debidas a las fuerzas gravitatorias.

Consideremos el sistema formado por dos cuerpos de masa M y m , donde el objeto de masa M es el más masivo. Para poder aplicar la ecuación deducida por Newton, debemos encontrarnos en un sistema de referencia inercial.

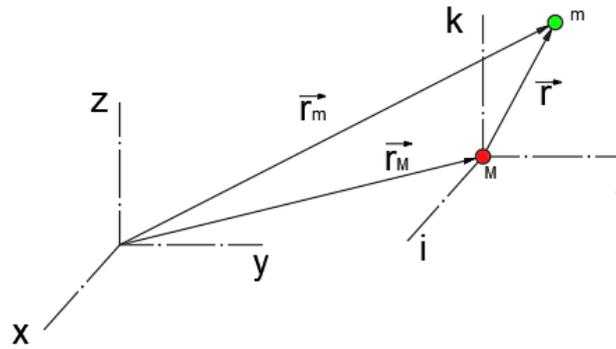


Figura 3.1: Representación del movimiento relativo de dos cuerpos

En la Figura 3.1 se representa el sistema inercial XYZ y el sistema IJK no rotatorio y paralelo al sistema anterior, en cuyo centro se encuentra el cuerpo de masa M . Los vectores de posición de los cuerpos M y m , respecto del sistema XYZ son \vec{r}_M y \vec{r}_m respectivamente. De esta manera se obtiene que el vector \vec{r} se puede definir como $\vec{r} = \vec{r}_m - \vec{r}_M$. Si a continuación aplicamos la ecuación derivada de la ley de la gravedad al sistema inercial, el resultado es el siguiente:

$$m \ddot{\vec{r}}_m = - \frac{GMm}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}, \quad M \ddot{\vec{r}}_M = \frac{GMm}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}. \quad (3.1)$$

Simplificando la ecuación (3.1) y operando, obtenemos la forma vectorial diferencial del movimiento relativo de dos cuerpos:

$$\ddot{\vec{r}} = - \frac{G(M + m)}{r^3} \vec{r}. \quad (3.2)$$

Puesto que la masa del satélite se puede considerar despreciable respecto al cuerpo en torno al cual orbite en cada momento (planeta de salida, Sol o planeta de llegada), se puede realizar la siguiente simplificación

$$G(M + m) \approx GM.$$

A continuación, se introduce el parámetro gravitacional estándar μ que se define de la siguiente manera

$$\mu \equiv GM. \quad (3.3)$$

Por último, introduciendo el parámetro μ en la ecuación (3.2), se llega a la expresión final, solución del problema de los dos cuerpos, que rige el movimiento relativo de éstos en un sistema de referencia inercial

$$\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r} = \vec{0}. \quad (3.4)$$

3.2. Parámetros orbitales

Los parámetros orbitales son una serie de variables empleadas para definir el tamaño, forma y orientación de una órbita ya sea en el plano o en el espacio. Para describir la posición exacta de un cuerpo que se encuentra situado en una órbita elíptica, es preciso definir seis parámetros. Conocidos como elementos orbitales clásicos o keplerianos, para su definición resulta útil el vector momento angular $\vec{h} = \vec{r} \times \vec{v}$.

- Semieje mayor, a , de la elipse que conforma la órbita. Define el tamaño de ésta

$$a = \frac{h^2/\mu}{1 - e^2}.$$

- Excentricidad, \vec{e} , de la órbita. Define la forma que va a adoptar la cónica y la dirección del periastro

$$\vec{e} = \frac{\vec{v} \times \vec{h}}{\mu} - \frac{\vec{r}}{r}. \quad (3.5)$$

- Inclinação, i . Es el ángulo formado entre el vector unitario \vec{K} y el vector momento angular \vec{h} , siendo $\vec{K} = [0,0,1]$

$$\cos i = \frac{\vec{K} \cdot \vec{h}}{|\vec{h}|}. \quad (3.6)$$

- Ascensión recta del nodo ascendente, Ω (RAAN). Ángulo formado entre la dirección de referencia (punto vernal, intersección del Ecuador con la Eclíptica) y el nodo ascendente. Se mide en sentido antihorario y es el punto donde confluyen la órbita y el plano de referencia

$$\cos(\Omega) = \frac{\vec{I} \cdot \vec{n}}{|\vec{n}|}, \quad (3.7)$$

donde $\vec{n} = \vec{K} \times \vec{h}$ es la dirección del nodo ascendente.

- Argumento del periastro, ω . Ángulo formado entre la dirección del nodo ascendente y la del periastro, siendo el periastro el punto donde la distancia entre el cuerpo central y el que orbita es mínima

$$\cos(\omega) = \frac{\vec{n} \cdot \vec{e}}{|\vec{n}||\vec{e}|}. \quad (3.8)$$

- Anomalía verdadera, v . Determina el ángulo de la posición del elemento que está orbitando respecto a la dirección del periastro.

La definición de estos seis elementos es igualmente válida en el caso de un satélite que orbita la Tierra como en el caso que nos atañe, el movimiento relativo de un cuerpo (planeta o sonda) respecto al Sol. Los parámetros descritos no son los únicos posibles para describir la posición de un cuerpo, sino que combinaciones de dos o más de ellos como puede ser el caso del *semi-latus rectum*, son perfectamente válidos.

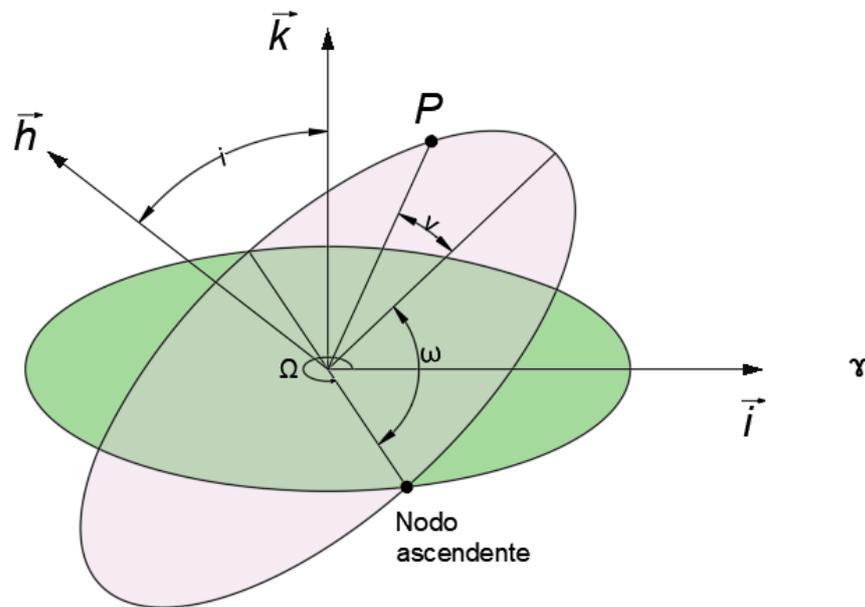


Figura 3.2: Representación de los parámetros orbitales

A pesar de no ser indispensable para la representación de la órbita, es necesario para desarrollos futuros incluir la denominada anomalía excéntrica E . Dicha anomalía, centrada en el centro de la elipse, representa el ángulo que forma un cuerpo con respecto al periastro, si éste se estuviera moviendo en una órbita completamente circular. Es posible establecer una relación entre ambas anomalías descritas (excéntrica y verdadera), que es la que se muestra a continuación

$$\tan \frac{1}{2} v = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{1}{2} E . \quad (3.9)$$

En el caso de una órbita hiperbólica, y teniendo en cuenta lo expuesto en el apartado 3.2.2, los parámetros necesarios para definir su geometría serán los siguientes.

- Radio del perigeo: Normalmente abreviado como r_p , es la distancia desde el centro de la Tierra hasta el periastró de la hipérbola.
- Excentricidad de la hipérbola e .
- Anomalía hiperbólica H .
- Energía de la hipérbola ξ : Este parámetro resulta fundamental a la hora de cuantificar el incremento de velocidad necesario que es preciso aportar al vehículo.

3.3. Período sinódico

Tal y como se ha comentado en la sección 2.3, todos los vehículos de lanzamiento se caracterizan por poder aportar una cantidad máxima de energía. A menudo, esta característica supone una restricción en el proceso de selección de las fechas de lanzamiento. Es por esto que, solamente aquellas oportunidades en las que la energía de salida sea cercana al mínimo suelen interesar [19].

No obstante, alrededor de la situación de mínima energía, ésta crece rápidamente y en gran medida. Es por esto por lo que se puede hablar de ventana de lanzamiento, entendido como los días o semanas en torno a la situación de mínima energía, en los que el C_3 necesario puede ser asumido por el lanzador.

Con el transcurso del tiempo, esta configuración relativa de los planetas se vuelve a repetir. Esto tiene lugar en lo que se conoce como intervalos de período sinódico. Para poder calcular este parámetro de interés es necesario conocer la velocidad angular de los dos planetas. Si denotamos por w_1 y w_2 a la velocidad angular del planeta interior y exterior respectivamente, se obtiene que la configuración de los planetas varía con un movimiento angular a

$$w_{12} = w_1 - w_2 . \quad (3.10)$$

Por lo tanto, considerando que el período se define como $P = 2\pi/w$, se obtiene que el período de repetición de una configuración planetaria (período sinódico) se puede obtener de acuerdo a la siguiente expresión

$$\frac{1}{P_s} = \frac{1}{P_1} - \frac{1}{P_2}, \quad (3.11)$$

donde P_s es el período sinódico y P_1 y P_2 los períodos del planeta interior y exterior respectivamente. De esta manera, para este caso concreto de estudio, conociendo que el período de la Tierra es de 365.25 días y el de Kleopatra es 1705.72 días, se obtiene que el período sinódico para una configuración planetaria entre la Tierra y Kleopatra es de 464.77 días o 1.27 años terrestres.

No obstante, el valor de la energía mínima necesaria no depende exclusivamente de la posición relativa de ambos cuerpos en el espacio, sino también de su velocidad. Es por esto por lo que resulta interesante introducir lo que se conoce como “período de características repetidas (P_R)”. Se trata de un término que representa cada cuánto tiempo se reproducen las mismas configuraciones de los astros. Para poder calcularlo es necesario aplicar la siguiente fórmula:

$$P_R = K \frac{P_1}{P_2}, \quad (3.12)$$

donde K es un factor entero. De esta manera, considerando como cuerpo interno y externo a la Tierra y Kleopatra respectivamente, para un valor de $K=3$ se obtiene un valor de $P_R = 14$. Esto quiere decir que por cada 3 revoluciones completas que realiza Kleopatra, la Tierra efectúa 14. O lo que es lo mismo, cada 14 revoluciones de la Tierra y 3 de Kleopatra, se vuelven a repetir las mismas configuraciones inerciales.

Desafortunadamente, debido a que las órbitas de los planetas no son exactamente circulares ni coplanares, los valores obtenidos tras un período sinódico no van a ser exactamente iguales a los del período anterior [19]. Es por esto que habrá unos años en los que las condiciones serán sensiblemente mejores o peores. Debido a este hecho, es necesario analizar los parámetros en cada uno de los años del horizonte de estudio, para así poder seleccionar la fecha en la que las condiciones sean óptimas.

3.4. Esfera de influencia

Se entiende por esfera de influencia de un cuerpo a aquella región del espacio donde la principal fuerza gravitatoria es la provocada por ese cuerpo [18]. De este modo, en nuestra transferencia interplanetaria, podemos considerar las esferas de influencia de la Tierra y Kleopatra. Para conocer el radio de esta esfera y así saber hasta dónde llega la influencia

gravitatoria de los planetas de origen y destino es necesario determinar primero cuál es la aceleración sufrida por un cuerpo en presencia de otros dos.

$$\ddot{\vec{r}}_{body} = -\frac{G(m_{body}M_1)}{r_{1,body}^3}\vec{r}_{1,body} + G M_2 \left(\frac{\vec{r}_{body,2}}{r_{body,2}^3} - \frac{\vec{r}_{1,2}}{r_{1,2}^3} \right), \quad (3.13)$$

donde $\ddot{\vec{r}}_{body}$ es la aceleración que experimenta el cuerpo de estudio, M_1 es la masa del cuerpo primario y M_2 la masa del cuerpo secundario. Después de tener en cuenta ciertas simplificaciones y asunciones, se llega a la formulación del radio de la esfera de influencia que, para el caso particular de la Tierra, sería de la siguiente manera.

$$r_{SOI} = a_t \left(\frac{M_{Tierra}}{M_{Sol}} \right)^{2/5}. \quad (3.14)$$

siendo a_t la distancia entre la Tierra y el Sol, típicamente considerada como 1 UA (unidad astronómica). De esta manera, el radio de la esfera de influencia de la Tierra es aproximadamente de 924500 km.

3.5. Método del ajuste de cónicas (patched conic approach method)

El método de ajuste de cónicas [18] es una manera rápida de estimar la trayectoria balística entre dos planetas. La Figura 3.3 muestra una representación del ajuste de cónicas necesario para realizar una transferencia interplanetaria a Venus. La transferencia está compuesta por tres fases principales. Es necesario tener en cuenta que en cada una ellas el cuerpo central en torno al cual se orbita es diferente.

- FASE 1: Salida desde el planeta de origen. Trayectoria hiperbólica cuyo cuerpo central es en nuestro caso la Tierra.
- FASE 2: Transferencia interplanetaria. Modelada como una elipse, el cuerpo central es el Sol. Será la fase principal en la que se centre este trabajo.
- FASE 3: Llegada al planeta de destino. Trayectoria hiperbólica en cuyo centro se encuentra el planeta de destino, en nuestro caso de estudio, Kleopatra.

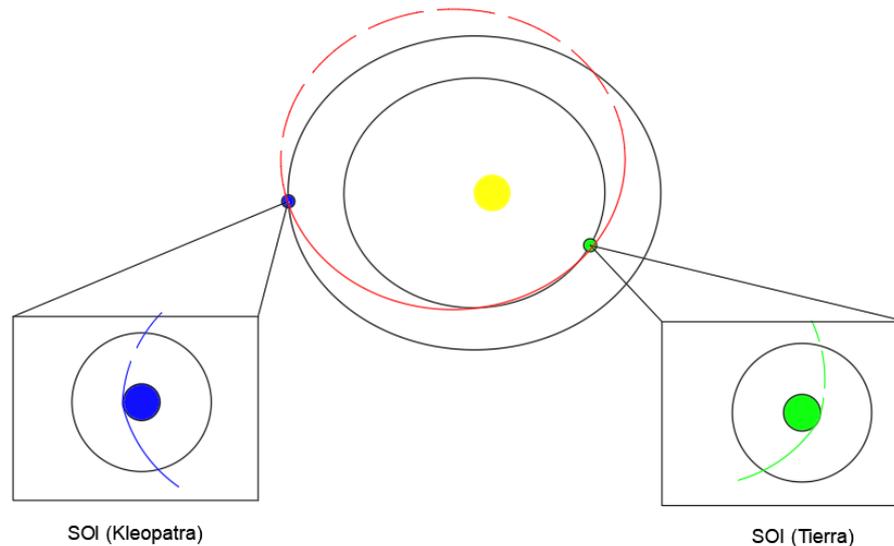


Figura 3.3: Ajuste de cónicas para una transferencia de la Tierra a Venus

Este método no es sino una aproximación pues en todo momento el vehículo espacial se ve sometido a las fuerzas gravitatorias del resto de cuerpos celestes. No obstante, debido a la magnitud de estas fuerzas, es posible discernir en cada caso un cuerpo central cuya fuerza gravitatoria es la predominante. De esta manera, en la primera fase de vuelo la fuerza gravitatoria de la Tierra es la predominante, pero disminuye a medida que la nave se acerca al límite de la esfera de influencia (SOI) del astro. Una vez ha salido, la mayor parte del vuelo se realiza en una órbita heliocéntrica hasta que el vehículo entra en la SOI del cuerpo de destino, donde el cuerpo central pasa a ser precisamente este planeta.

3.5.1. Fases de una transferencia interplanetaria

Para poder resolver la transferencia interplanetaria entre la Tierra y el cuerpo de destino aplicando el método de ajuste de cónicas, es necesario partir del cálculo de la elipse que une la Tierra (en el momento de salida) y el cuerpo de destino (en el momento de llegada) con el Sol como cuerpo central. Se trata de una primera aproximación puesto que se considera que la nave no se encuentra bajo la atracción gravitatoria de otro cuerpo (no hay esferas de influencia) [18].

A pesar de que esta órbita elíptica se podría calcular con una transferencia de Hohmann, las simplificaciones que habría que adoptar (órbitas de los planetas circulares y coplanares) no arrojarían un resultado fiel a la realidad. Es por esto, que se ha optado por

resolver el problema de Lambert, que será desarrollado en la sección 3.6, para obtener los parámetros de la órbita de transferencia.

En esta fase preliminar del desarrollo de la misión, se toma la consideración de que la posición de salida y de llegada es la del planeta de origen y destino respectivamente (no se tienen en cuenta posibles órbitas de parking). Se trata de una buena aproximación pues la distancia viajada durante la fase heliocéntrica es considerablemente mayor que el radio de las esferas de influencia de cada planeta. Mientras que el radio de la esfera de influencia de la Tierra es de apenas $9.25 \cdot 10^5$ km, una transferencia interplanetaria puede superar con creces los 10^8 km, en función del cuerpo al que se realice el viaje. No obstante, sí que será necesario tener en cuenta la órbita de parking para analizar las trayectorias hiperbólicas de salida y de llegada respectivamente, pero este estudio se hará posteriormente.

Una vez resuelto el problema de Lambert, $\vec{v}_{satélite}$ pasa a ser conocido y se hace necesario conocer la velocidad que ha de tener el vehículo espacial para poder efectuar la órbita. Dicha velocidad, relativa al planeta de origen o destino, se define como la sustracción de dos vectores

$$\vec{v}_{\infty Tierra} = \vec{v}_{satélite,1} - \vec{v}_{Tierra} , \quad (3.15)$$

donde $\vec{v}_{satélite,1}$ es la velocidad del satélite calculada con Lambert al inicio de la órbita de transferencia.

Este vector de velocidad, que se conoce como velocidad hiperbólica de exceso, es la velocidad relativa a la Tierra que tendría una nave espacial que se encontrara a una distancia infinita de ésta y que no estuviera sometida a ninguna fuerza gravitatoria.

El cálculo de la velocidad hiperbólica de exceso en el planeta de llegada es análogo al caso anterior, siendo

$$\vec{v}_{\infty destino} = \vec{v}_{cuerpo destino,2} - \vec{v}_{satélite} \quad (3.16)$$

siendo $\vec{v}_{cuerpo destino,2}$ la velocidad del satélite calculada con Lambert al final de la órbita de transferencia.

3.5.1.1. Salida desde la Tierra

Dentro de la esfera de influencia, la salida del vehículo espacial se modela como una hipérbola. Esta hipérbola es la encargada de que la nave consiga alcanzar la v_{∞} necesaria al final de la esfera de influencia de la Tierra.

El incremento de velocidad necesario para proyectar la nave en una transferencia interplanetaria es el resultado de restar la velocidad en el perigeo de la hipérbola a la velocidad que tiene el cuerpo en su órbita de parking (supuesta circular). La velocidad que tiene la nave en el perigeo de la hipérbola puede escribirse como

$$v_p = \sqrt{\frac{2\mu_T}{r_p} + 2\xi}, \quad (3.17)$$

siendo r_p el radio de la órbita de parking y ξ la energía mecánica específica de la hipérbola, que, al tratarse de la Tierra, se obtiene que

$$\xi = \frac{v_{\infty Tierra}^2}{2} = \frac{C_3}{2}. \quad (3.18)$$

De esta manera, sustituyendo en la ecuación (3.17), se obtiene que la velocidad de un cuerpo en el perigeo de la hipérbola se define de la siguiente manera

$$v_p = \sqrt{\frac{2\mu_T}{r_p} + v_{\infty Tierra}^2}. \quad (3.19)$$

Por otro lado, la velocidad que posee la nave en una órbita de parking circular será función exclusivamente del radio de la misma y del coeficiente gravitacional de la Tierra en este caso.

$$v_{parking} = \sqrt{\frac{\mu_T}{r_p}}. \quad (3.20)$$

El incremento de velocidad necesario se escribirá entonces como la diferencia de la ecuación (3.19) y la ecuación (3.20).

$$\Delta v = v_{hp} - v_{parking} = \sqrt{\frac{2\mu_T}{r_p} + v_{\infty Tierra}^2} - \sqrt{\frac{\mu_T}{r_p}}. \quad (3.21)$$

Es preciso destacar que es mejor usar una órbita de parking baja. Esto se debe a que, debido al efecto Oberth [20], el incremento de velocidad que es necesario aplicarle a un cuerpo para cambiar su órbita es menor cuanto mayor velocidad posee dicho cuerpo. Llevando esto a nuestro caso particular, cuanto menor sea el radio de nuestra órbita de parking, mayor será la energía cinética del vehículo, y por tanto menor el incremento de velocidades necesario.

Una vez cuantificada la energía que se precisa para realizar la transferencia interplanetaria, es necesario conocer la dirección que ha de seguir el vehículo para alcanzar

las siguientes relaciones trigonométricas que, aplicadas a la situación que nos atañe, quedan de la siguiente manera

$$\cos i = \cos \delta_l \sin A_{zl} = \cos \delta_\infty \sin A_{z\infty} \quad (3.24)$$

$$\cos(\alpha_l - \Omega) = \frac{\cos A_{zl}}{\sin i} \quad (3.25)$$

$$\cos(\alpha_\infty - \Omega) = \frac{\cos A_{z\infty}}{\sin i} \quad (3.26)$$

$$\cos(\omega + \theta) = \cos \delta_l \cos(\alpha_l - \Omega), \quad (3.27)$$

donde el subíndice l hace referencia a las condiciones en el lanzamiento y el subíndice ∞ a las condiciones en la órbita. Es posible expresar el azimut de lanzamiento conociendo solamente la latitud de la estación espacial (δ_l) y el DLA (δ_∞) de la misión, de acuerdo con la siguiente ecuación

$$|\sin(A_{zl})| \leq \frac{\cos(i)}{\cos(\delta_l)} \quad (3.28)$$

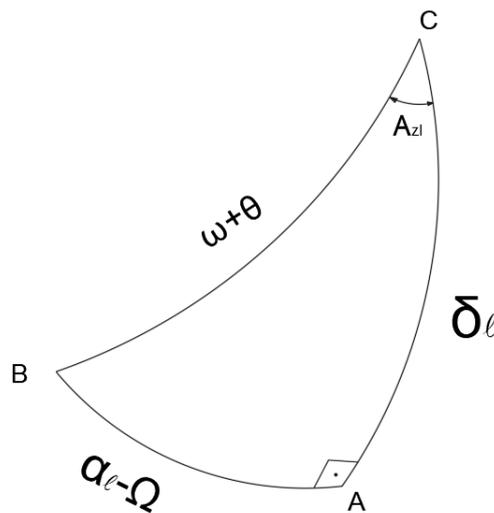


Figura 3.5: Geometría esférica del problema

Para que, con un tipo de trayectoria directa, se pueda llevar a cabo la inyección en órbita desde un lugar de lanzamiento determinado, se tienen que cumplir ciertas restricciones [21]:

- Si la inclinación requerida cumple que $0 < i < |\delta_\infty|$ ó $180 - |\delta_\infty| < i < 180$, entonces no se puede realizar la inyección de manera directa y habría que recurrir a la realización de una maniobra de tipo “dogleg”. Esto se debe a que el lugar de

lanzamiento nunca intersectará con el plano orbital y, por lo tanto, el plano de la trayectoria ascendente no coincidirá con el plano de la órbita.

- Para todos los lanzamientos, el azimut de lanzamiento se restringe por motivos de seguridad, por lo que tampoco se puede considerar cualquier valor para el mismo. Asimismo, debido a que siempre se cumple que $|\sin(A_{zI})| \leq 1$, la latitud de lanzamiento debe ser menor o igual que la inclinación de la órbita deseada.

A continuación, en la *Tabla 3.1*, se muestran los datos de latitud, longitud y rangos de azimut e inclinación permitidos para las principales estaciones espaciales del mundo.

Site	Location (°)	Azimuth (°)	Inclination (°)
Cape Canaveral (ETR)	28.5 N, 80.6 W	37 - 112	28 - 58
Vandenberg (WTR)	34.6 N, 120.6 W	147 - 201	63 - 107
Wallops Island	37.8 N, 75.5 W	30 - 125	38 - 67
San Marco Platform	2.9 S, 40.2 E	50 - 150	3 - 60
Kourou	5.2 N, 52.8 W	-20 - 100	5 - 110
Plesetsk	62.8 N, 40.6 E	-30 - 90	63 - 103
Kapustin Yar	48.4 N, 45.8 E	-10 - 90	48 - 97
Baikonur	45.6 N, 63.4 E	-20 - 90	46 - 104
Sriharikota	13.7 N, 80.2 E	100 - 290	17 - 166
Shuang	40.4 N, 99.8 E	-10 - 120	40 - 98
Xichang	28.2 N, 102.2 E	94 - 105	28 - 32
Kagoshima	31.2 N, 131.1 E	20 - 150	31 - 73

Tabla 3.1: Datos de latitud, longitud y rangos de azimut e inclinación permitidos para las principales estaciones espaciales del mundo, [21].

Teniendo en cuenta estas consideraciones es preciso añadir que, por motivos de simplicidad en el presente trabajo, ya que se focaliza en la fase heliocéntrica, se va a considerar la ventana de lanzamiento como puntual. Se entiende por ventana de lanzamiento al tiempo durante el cual se puede poner a un satélite en órbita y mantener los parámetros deseados de la misión [18]. Generalmente, esta ventana de lanzamiento es un intervalo temporal. No obstante, al aplicar la simplificación mencionada anteriormente, esta ventana se reduce a un instante de lanzamiento cuya expresión viene definida por

$$UT = \frac{\theta_{GMST} - \theta_{GMST0^h}}{\omega_{Tierra}} \quad (3.29)$$

donde θ_{GMST0^h} es el ángulo horario formado por el meridiano de Greenwich y la dirección del equinoccio de invierno, conocida como hora sidérea. Por su parte, θ_{GMST} se refiere al ángulo horario formado por el lugar de lanzamiento y el meridiano de Greenwich, definido como $\alpha_l - \lambda$ (siendo λ la longitud del lugar de lanzamiento). De esta manera se consigue obtener la hora de lanzamiento en el sistema UT (*Universal Time*). Las fórmulas de los parámetros necesarios para calcular la hora de lanzamiento se muestran a continuación [18]:

$$\begin{aligned}\theta_{GMST} &= \theta_{GMST0^h} + \omega_{Tierra} \Delta t \\ \theta_{GMST0^h} &= 100.4606184 + 36000.77005361 T + 0.00038793 T^2 - 2.6 \cdot 10^{-8} T^3 \\ \omega_{Tierra} &= \frac{1}{240} (1.002737909350795 + 5.9006 \cdot 10^{-11} T - 5.9 \cdot 10^{-15} T^2) \\ T &= (JD_0 - 2451545.0)/36525\end{aligned}\tag{3.30}$$

siendo JD_0 el día juliano a las 00:00 UTC.

3.5.1.2. Llegada al cuerpo objetivo

El proceso de llegada al cuerpo de destino es muy similar al que tiene lugar durante la salida. La velocidad de llegada se define al resolver el problema de Lambert. De esta manera, es posible determinar la velocidad relativa de la nave y el cuerpo de destino. Esto resulta interesante pues lo habitual es que, análogamente al proceso de salida, el satélite llegue a una órbita de parking.

El incremento de velocidades necesario para poner el satélite en esta órbita de espera deseada se expresa acorde a la ecuación (3.21), que en este caso resulta de la siguiente manera

$$\Delta v = v_{hp} - v_{parking} = \sqrt{\frac{2\mu_{cuerpo\ llegada}}{r_p} + v_{\infty\ cuerpo\ llegada}^2} - \sqrt{\frac{\mu_{cuerpo\ llegada}}{r_p}}.\tag{3.31}$$

En la gran mayoría de las misiones interplanetarias que tienen lugar en la actualidad, este incremento de velocidad no se consigue por medios propulsivos, sino que se emplea lo que se conoce como *aerobraking*. Esta forma de frenado consiste en llevar al vehículo a altitudes en las que comienza a producirse fricción atmosférica, pero sin poner en peligro la integridad estructural de la nave. Esto se consigue con el denominado “parámetro de impacto”, b [16]. Cualquier trayectoria que caiga dentro del área transversal circular de radio b , colisionará con el planeta objetivo. En el caso de las maniobras de *aerobraking*, será necesario seleccionar un objetivo mucho más pequeño, haciendo que el corredor de entrada

mostrado en la Figura 3.6 sea extremadamente pequeño, de ahí la complejidad de esta maniobra.

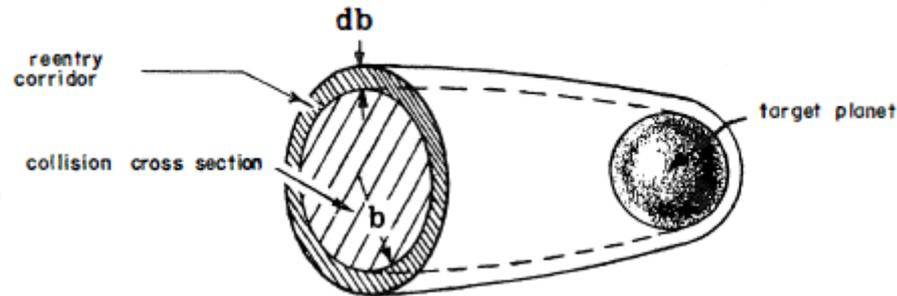


Figura 3.6: Representación del parámetro de impacto [16]

El parámetro de impacto se puede definir como

$$b = \frac{r_p}{v_\infty} \sqrt{v_\infty^2 + \frac{2\mu}{r_p}} \quad (3.32)$$

Aunque en el caso de aplicación del presenta trabajo, no se hará uso de este parámetro, debido a la ausencia de atmósfera en Kleopatra.

3.5.1.3. Fase heliocéntrica

Esta fase de la misión es la que ocupa la mayor parte del tiempo y a cuyo desarrollo se le ha otorgado un papel destacado en este trabajo.

Se trata de una trayectoria elíptica que parte desde el final de la SOI del cuerpo de salida y finaliza en el comienzo de la SOI del astro de llegada. Para describir esta trayectoria, será necesario aportar aquellos elementos orbitales descritos en la sección 3.2, que surgen de la resolución del problema de Lambert que se desarrollará más adelante.

Para poder resolver esta fase, va a ser necesario realizar una serie de pasos como son:

- Conocer la posición relativa de los cuerpos de salida y destino en un instante de tiempo.
- Resolver el problema de Lambert.
- Realizar la propagación de la órbita aplicando perturbaciones

- Corregir la velocidad inicial para que, con las perturbaciones aplicadas, llegue al destino propuesto.

3.6. El problema de Lambert

Con el objetivo de realizar una determinación inicial de la órbita de transferencia, es necesario resolver el conocido como problema de Lambert. Partiendo de los datos de las fechas de salida y de llegada propuestas, se consigue obtener el tiempo de vuelo de la misión y la posición de los planetas de origen y destino sin más que realizar una propagación de las efemérides planetarias. Teniendo en cuenta esto, el teorema de Lambert se puede enunciar de la siguiente manera:

“Dada una posición inicial y final junto a un tiempo de vuelo entre estas dos posiciones, se puede hallar la órbita que conecta a ambas”.

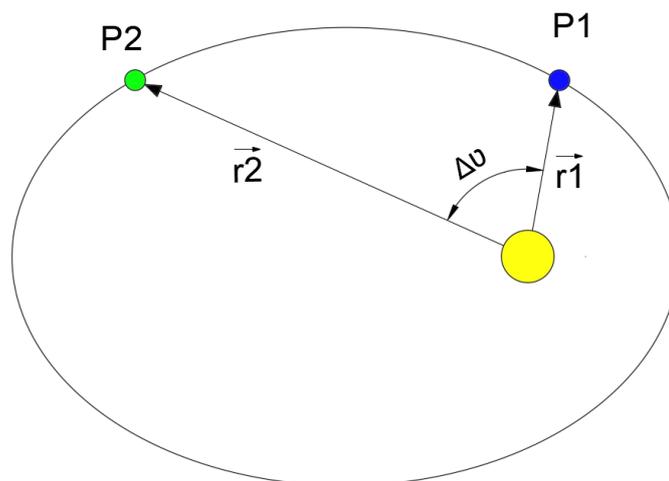


Figura 3.7: Representación gráfica del problema de Lambert

No obstante, la solución a este problema no es única, ya que es posible calcular infinidad de órbitas que conecten estos dos puntos. Asimismo, para una misma órbita, es posible tomar dos caminos diferentes. Así pues, si se toma el camino más corto (transferencia de tipo I), el incremento de la anomalía verdadera será menor de 180 grados. Por su parte, si se opta por realizar una transferencia de tipo II (el camino más largo), el incremento de anomalías verdaderas será en este caso mayor de 180 grados. Es importante destacar la singularidad que se produce cuando el ángulo formado por el incremento de anomalías verdaderas es exactamente de 180 grados. En este caso, el tipo de trayectoria óptima (teniendo

en cuenta ciertas restricciones como son la coplanaridad y excentricidad nula de las órbitas), sería una trayectoria de Hohmann.

3.7. Perturbaciones

La resolución del problema de los dos cuerpos, así como el problema de Lambert detallado anteriormente, constituyen un caso ideal en el que no se tiene en cuenta ningún efecto provocado por las diferentes fuentes de perturbación existentes.

Si retomamos la ecuación del movimiento relativo entre dos cuerpos (3.2), para tener en cuenta el efecto de las diversas perturbaciones, es preciso añadir un término \vec{a}_p o aceleración debida a la perturbación.

$$\vec{\ddot{r}} = -\frac{\mu}{r^3}\vec{r} + \vec{a}_p \quad (3.33)$$

Estas fuentes de perturbación producen una alteración en la órbita del satélite, la cual se puede traducir en una variación de los elementos orbitales de la misma [22]. Es posible clasificar los diferentes tipos de perturbaciones en función de cómo afectan a los principales elementos Keplerianos.

La siguiente *Figura 3.8* es un claro ejemplo de la variación de uno de los elementos orbitales debido a las fuerzas de perturbación. En ella es posible apreciar una primera clasificación de las perturbaciones en función de su período [22]:

- Variaciones seculares: Variaciones del elemento orbital, lineales con el tiempo y que pueden ser crecientes o decrecientes.
- Variaciones de corto periodo: Variaciones del elemento orbital con una periodicidad menor o igual al período orbital.
- Variaciones de largo período: Variaciones del elemento orbital con una periodicidad superior al período orbital.

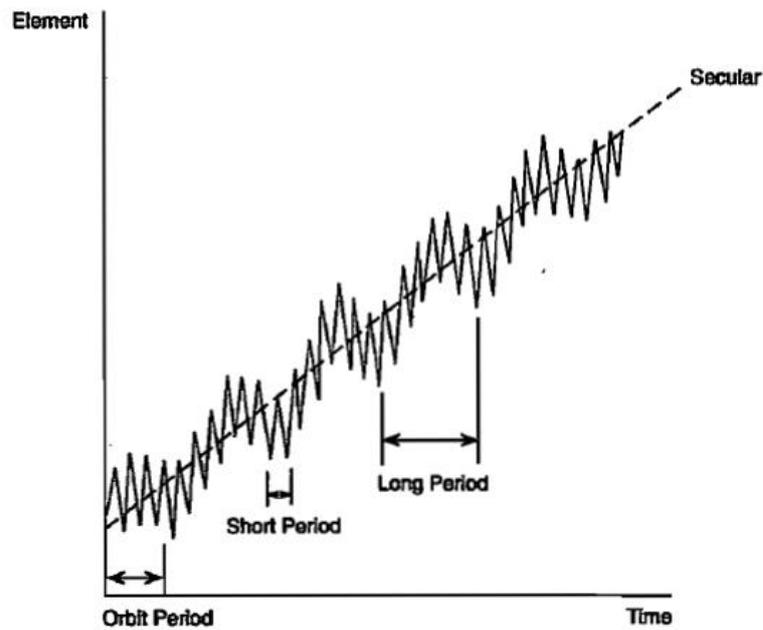


Figura 3.8: Variaciones seculares y periódicas de un elemento orbital [22].

3.7.1. Diferentes fuentes de perturbación

A continuación, a pesar de que es posible estudiar gran cantidad de fuentes de perturbación en este trabajo, solamente se presentan aquellas relevantes y empleadas durante el presente trabajo. De esta manera, aquellas perturbaciones debidas a la atmósfera terrestre o al achatamiento de la Tierra (entre otras) no se tendrán en cuenta. Esto se debe, principalmente, a que el grueso principal del trabajo se centra en la transferencia interplanetaria y la optimización de la misma sin la necesidad de realizar ningún fly-by. Asimismo, por simplicidad, a pesar de que la órbita de parking se encuentra relativamente próxima a la Tierra, se obvian los efectos de las perturbaciones.

Las perturbaciones que han sido objeto de estudio se detallan a continuación [18] [22]:

- ❖ **Perturbaciones debidas al tercer cuerpo:** Cuerpos como la Luna y algunos de los planetas del Sistema Solar pueden tener un gran efecto sobre los satélites y también el resto de cuerpos (como la nave). Se trata de una perturbación debida a la atracción gravitatoria, la cual provoca variaciones periódicas en todos los elementos orbitales. No obstante, exclusivamente la ascensión recta del nodo ascendente, el argumento del perigeo y la anomalía media experimentan variaciones seculares.

- ❖ **Perturbaciones debidas a la presión de radiación solar (SRP):** Este tipo de perturbación provoca variaciones periódicas en todos los elementos orbitales. Su efecto, al igual que en el caso de la resistencia atmosférica, es mayor para cuerpos con un coeficiente balístico bajo. La complejidad de esta perturbación radica en la predicción de los ciclos solares de mayor actividad, pues es en estos momentos cuando la SRP cobra importancia, siendo casi despreciable en las épocas de baja actividad solar.

3.7.2. Técnicas de perturbación especiales

Las técnicas de perturbación especiales se caracterizan por ser muy precisas a pesar de los posibles errores acumulativos presentes en cualquier método numérico. Sin embargo, se trata de técnicas que arrojan resultados muy específicos, los cuales sólo son válidos para las condiciones iniciales y modelos introducidos.

Entre las técnicas de perturbación especial más conocidas, se encuentra el método de Cowell [18], el cual se basa en la integración numérica de la ecuación (3.33), la cual recibe el nombre de “Formulación de Cowell”. Este método se caracteriza por poder tener en cuenta todos los efectos de perturbación que se consideren e introducirlos de manera lineal. La formulación de Cowell implica la definición y resolución de un sistema de seis ecuaciones diferenciales de primer orden, el cual se muestra a continuación.

$$\dot{\vec{X}} = \begin{bmatrix} \vec{v} \\ -\frac{\mu\vec{r}}{r^3} + \vec{a}_p \end{bmatrix}, \quad (3.34)$$

siendo $\vec{X} = \begin{bmatrix} \vec{r} \\ \vec{v} \end{bmatrix}$. Este sistema de primer orden se conoce como la variación de la formulación de Cowell.

4. Metodología

En este capítulo se presenta la metodología y el razonamiento seguido durante el proceso de desarrollo de la herramienta, cuyo objetivo es el de resolver el problema propuesto. Asimismo, se expondrán las características y peculiaridades de la misión y el modelo de perturbación empleado. En la siguiente *Figura 4.1* se muestra la secuencia lógica seguida para desarrollar el código y, por tanto, resolver el problema.

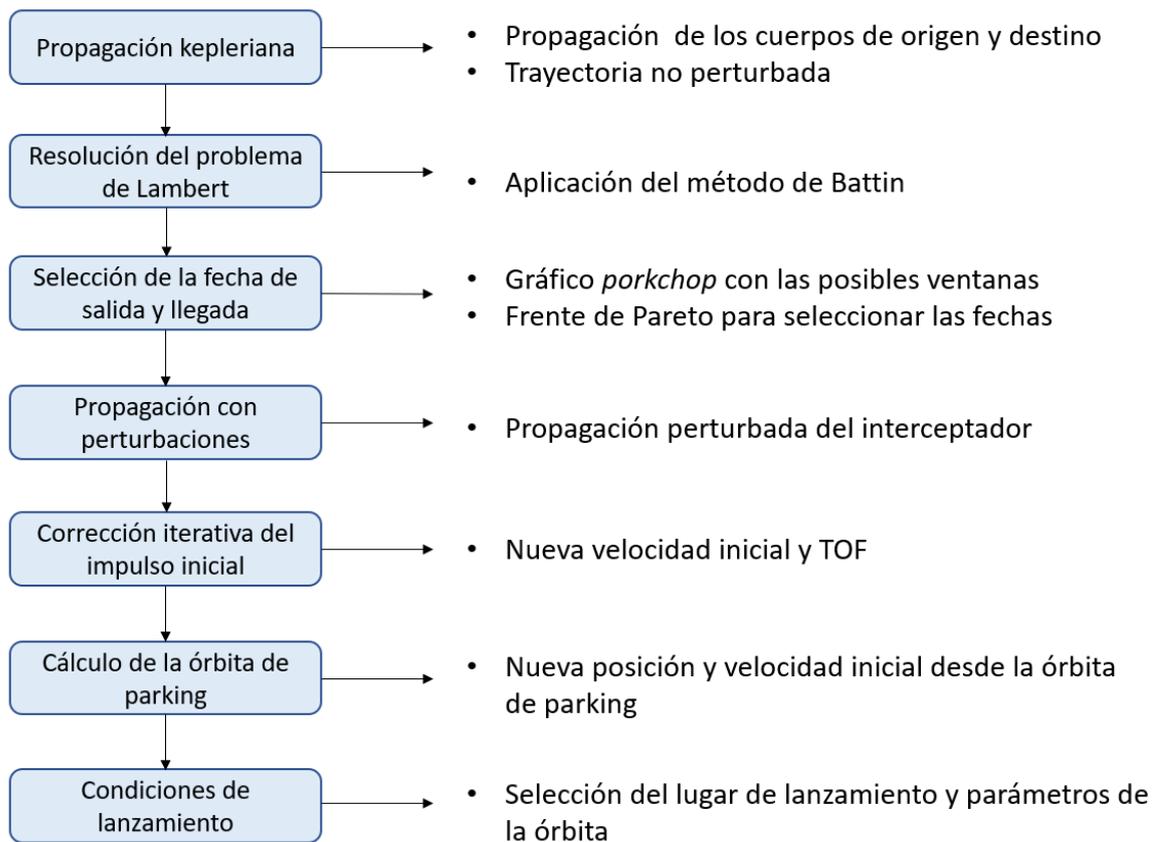


Figura 4.1: Fases de desarrollo para determinar la trayectoria óptima de interceptación

En primer lugar, se realiza la propagación kepleriana sin perturbaciones tanto del cuerpo de origen (Tierra) como de destino (Kleopatra). El método empleado es la propagación de elementos orbitales del cuerpo celeste (ver Anexo 2). Una vez obtenido el vector estado de ambos cuerpos (posición y velocidad) en todo el horizonte temporal de estudio, ya se puede comenzar a realizar el análisis de la misión y la viabilidad de la misma.

4.1. Definición de la misión

El objetivo del programa que se ha diseñado es determinar la trayectoria óptima para, en este caso, interceptar un cuerpo celeste situado en el cinturón de asteroides. El fin principal de esta misión es, tal y como ya se ha comentado, mejorar el conocimiento de la geometría y composición de Kleopatra. Es por ello que se trata de una misión científica y, al contrario que en otro tipo de misiones, la inmediatez de la llegada no será un requisito fundamental. Atendiendo a esto, el diseño de la misión consistirá en escoger aquellas fechas de lanzamiento y trayectorias que, suponiendo un menor consumo energético, cumplan los siguientes requisitos:

- Horizonte de lanzamiento: 2022-2026, dando prioridad a las fechas más próximas al momento en el que se realizó el estudio (año 2022).
- El Δv deberá ser el mínimo posible con el objetivo de ahorrar los mayores costes posibles. Esta limitación también se puede expresar con el parámetro energético C_3 , pues aporta una mejor idea de los rendimientos y de las capacidades de los vehículos lanzadores, tal y como se expuso en la sección 2.3.
- Se establecerá una órbita de parking de salida de 6600 km de radio (221 km de altura). La órbita de llegada se situará, para demostrar la eficacia del algoritmo desarrollado, a 20 km. No obstante, los estudios realizados hasta el momento argumentan que el radio de la órbita óptima que elimina el riesgo de colisión con Kleopatra es de 300 km [6].
- Tal y como se explicará posteriormente, se va a analizar dos posibles trayectorias (tipo I y tipo II), que surgen de generar el *porkchop plot*.

4.2. Resolución del problema de Lambert

La resolución del problema propuesto por Lambert es uno de los pilares fundamentales a la hora de diseñar una órbita de transferencia pues permite conocer tanto la energía necesaria, como los parámetros que definen la órbita heliocéntrica. Partiendo del enunciado del problema de Lambert, muchos han sido los autores que han intentado darle respuesta proponiendo diferentes métodos. A continuación, se expondrá el método de Richard H. Battin [23], cuya utilidad radica en la sencillez de su computación y consigue

solventar la singularidad que presenta el algoritmo de Lambert para Δv cuando este ángulo es exactamente 180° .

4.2.1. Método de Battin

El método desarrollado por Richard H. Battin [23] es considerado como uno de los métodos más robustos desarrollados para resolver el problema de Lambert. Se caracteriza por evitar la singularidad que se produce en los demás métodos cuando el ángulo de transferencia entre los dos cuerpos (Δv) es de 180° . Asimismo, la facilidad de convergencia del método lo convierte en una herramienta de gran utilidad a la hora de resolver el problema de Lambert.

Battin introduce el término r_{op} o distancia al punto medio de la parábola que surge del desarrollo realizado en la Figura 4.2 y que será el pilar clave de su método.

Partiendo del teorema de Lambert, se puede llegar a la conclusión de que manteniendo fijos los puntos P_1 y P_2 , es posible modificar la posición de los focos de la elipse. Esto es posible gracias a que en el proceso no se vería afectado el tiempo de vuelo porque el semieje mayor y $r_1 + r_2$ se mantienen inalterables. Esto se deduce de una propiedad de las elipses que establece que

$$\begin{aligned} 2a &= F_1P_1 + F_2P_1 = \text{constante} \\ 2a &= F_1P_2 + F_2P_2 = \text{constante} \end{aligned} \tag{4.1}$$

Teniendo en cuenta esto, para establecer la formulación del parámetro r_{op} , es posible realizar una transformación de la elipse de manera que el semieje mayor sea ahora perpendicular a la cuerda, c , que une los puntos P_1 y P_2 [24].

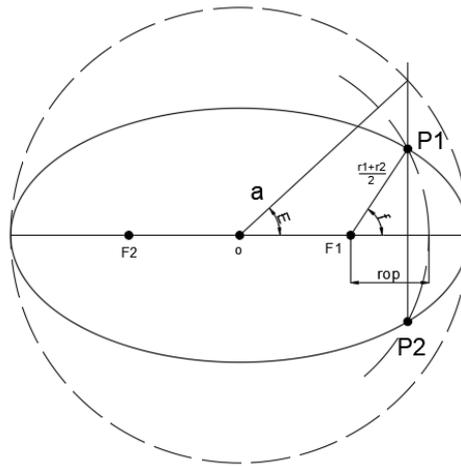


Figura 4.2: Transformación geométrica de la elipse.

De la Figura 4.2, se puede deducir que la excentricidad e_0 de la nueva elipse se puede definir como

$$e_0 = \frac{\frac{1}{2}(r_1 + r_2) - r_0}{r_0 - \sqrt{r_1 r_2} \cos \frac{v}{2}}, \quad (4.2)$$

donde r_0 es la distancia entre el foco y la intersección del segmento P_1P_2 con el semieje mayor. La expresión que relaciona estos dos parámetros es la que se muestra a continuación

$$r_0 = a(1 - e_0). \quad (4.3)$$

Asimismo, la anomalía verdadera f de la nueva elipse se define, en función de sus propiedades trigonométricas como

$$\sin f = \frac{\frac{1}{2}c}{\frac{1}{2}(r_1 + r_2)} \quad y \quad \cos f = \frac{\sqrt{r_1 r_2} \cos \frac{v}{2}}{\frac{1}{2}(r_1 + r_2)}. \quad (4.4)$$

Una vez determinada la nueva elipse transformada y definida gráficamente la distancia al punto medio de la parábola, los esfuerzos de Battin se centran en formular la ecuación de Kepler en función de este nuevo parámetro introducido. De esta manera, la ecuación de Kepler aplicada a la nueva elipse, se expresaría como

$$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \Delta t = E - \sin E + (1 - e_0) \sin E. \quad (4.5)$$

Si a continuación se sustituye $1 - e_0$ haciendo uso de la igualdad descrita en la ecuación (4.3) y se expresa en función de r_{op} y E , se obtiene que

$$1 - e_0 = \frac{r_0}{a} = \frac{r_{op}}{a} \sec^2\left(\frac{1}{2}E\right). \quad (4.6)$$

Para eliminar la dependencia de la ecuación de Kepler en el semieje mayor a , es posible emplear la ecuación que relaciona la anomalía excéntrica con la anomalía verdadera, ecuación (3.9). Sin más que despejar de esta expresión el término $1 - e_0$, se consigue llegar a la nueva ecuación de Kepler adaptada por Battin.

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{\mu}{8r_{op}^3}} \Delta t \frac{4 \tan^3\left(\frac{1}{2}E\right)}{\left[\left(\tan^2\left(\frac{1}{2}f\right) + \tan^2\left(\frac{1}{2}E\right)\right)\left(1 + \tan^2\left(\frac{1}{2}E\right)\right)\right]^{3/2}} \\ = E - \sin E + \frac{4 \tan^3\left(\frac{1}{2}E\right)}{\left(\tan^2\left(\frac{1}{2}f\right) + \tan^2\left(\frac{1}{2}E\right)\right)\left(1 + \tan^2\left(\frac{1}{2}E\right)\right)}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Una vez determinada la ecuación, lo que resta es resolverla. Para ello, se basó en el método propuesto por Gauss. No obstante, para solventar la singularidad del método de Gauss, Battin introduce una nueva manera de calcular el parámetro l . Así pues, realizando la siguiente distinción en función del tipo de transferencia que se desee realizar (mayor de 180° o menor), se considera el siguiente valor de l

$$l = \frac{\sin^2\left(\frac{\Delta v}{4}\right) + \tan^2(2w)}{\sin^2\left(\frac{\Delta v}{4}\right) + \tan^2(2w) + \cos\frac{\Delta v}{2}} \quad 0 < \Delta v < 180^\circ. \quad (4.8)$$

$$l = \frac{\cos^2\left(\frac{\Delta v}{4}\right) + \tan^2(2w) - \cos\frac{\Delta v}{2}}{\cos^2\left(\frac{\Delta v}{4}\right) + \tan^2(2w)} \quad 180^\circ < \Delta v < 360^\circ.$$

donde Battin define el parámetro $\tan^2(2w)$ como

$$\tan^2(2w) = \frac{\left(\frac{r_1 - r_2}{2r_1}\right)^2}{\sqrt{\frac{r_2}{r_1}} + \frac{r_2}{r_1} \left(2 + \sqrt{\frac{r_2}{r_1}}\right)}. \quad (4.9)$$

La complejidad de este algoritmo reside en la correcta resolución de ecuaciones cúbicas, las cuales debido a la época en la que el método fue descrito, sólo eran posibles de resolver mediante métodos iterativos. El modelo planteado por Battin consigue extraer la solución real de la ecuación cúbica sin necesidad de iterar durante el proceso.

4.3. Selección de las fechas de salida y de llegada

Una vez establecidas las posiciones relativas de los cuerpos de origen y destino para cada instante de tiempo, el siguiente paso es obtener las fechas de salida y de llegada óptimas en términos energéticos, de tiempo de vuelo o del parámetro que se desee optimizar. Para realizar esto, el primer paso es resolver el problema de Lambert (movimiento no perturbado) para todas y cada una de las posiciones relativas del horizonte temporal de estudio. La representación de esta gran cantidad de resultados se realiza mediante lo que se conoce como *Porkchop plots* y de los cuales se pueden extraer varias conclusiones de gran importancia. Finalmente, en función del parámetro que se desee optimizar, es necesario aplicar la técnica del frente de Pareto [25] para determinar el par de fechas de salida y de llegada que satisfagan las restricciones impuestas.

4.3.1. *Porkchop plots*

Los *porkchop plots* constituyen un método de representación que resulta de gran utilidad en los análisis preliminares de las misiones para, entre otras cosas, seleccionar la fecha de lanzamiento, Δv necesarios u optimizar la misión.

Cada una de las veces que se quiera analizar una misión espacial determinada, será necesario realizar este tipo de diagramas pues, aunque la mayoría comparten muchas similitudes, la localización de los mínimos (energía o velocidad), varía toda vez que se hacen variar las fechas de salida o de llegada de la misión.

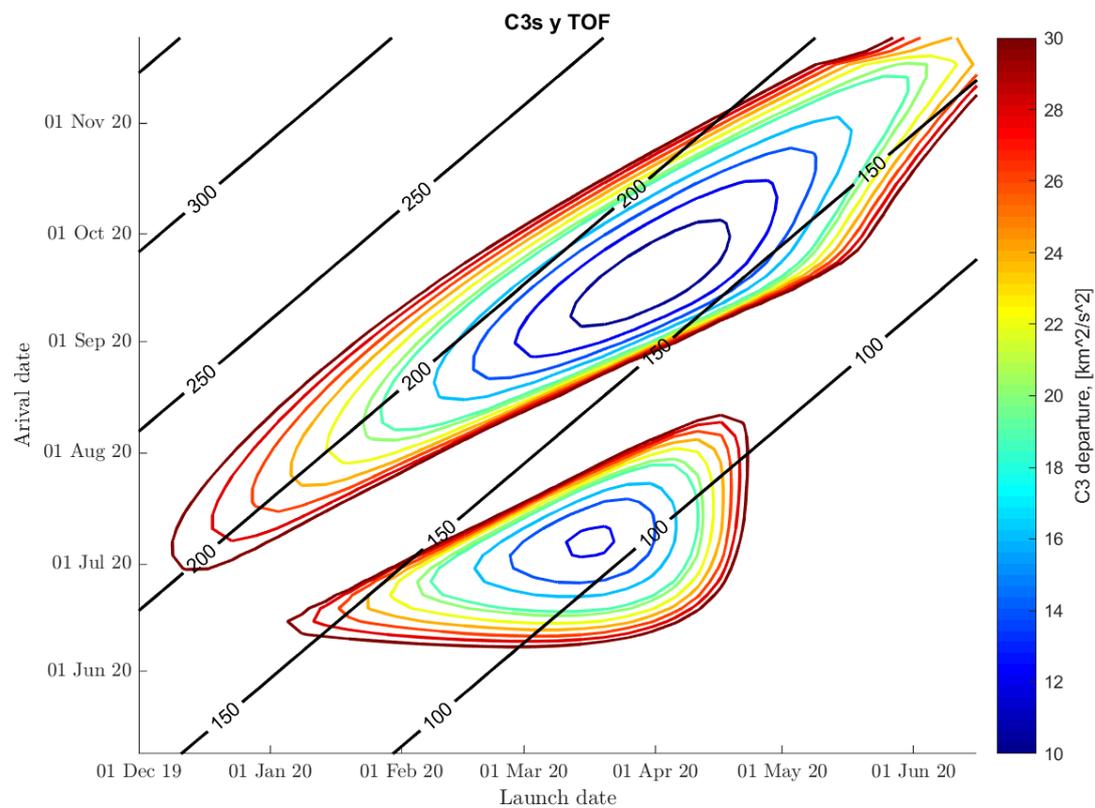


Figura 4.3: Porkchop plot para una misión interplanetaria a Venus en 2020

La resolución del problema de Lambert, permite conocer los parámetros orbitales de la trayectoria entre el planeta de salida y de llegada dado un tiempo de vuelo. Esto quiere decir que, dadas unas fechas de salida y de llegada, existe una trayectoria cónica que conecta ambos cuerpos. La representación de los parámetros más importantes asociadas a esta cónica, en función de las fechas de salida y de llegada es lo que genera los *porkchop plots*, como el de la Figura 4.3 realizado con MATLAB.

Es sencillo apreciar la existencia de dos lóbulos bien diferenciados. Las curvas que se encuentran por debajo del espaciado entre los dos lóbulos, representan aquellas trayectorias conocidas como tipo I, en las que el ángulo de transferencia (Δv) es menor de 180° . Sin embargo, aquellas curvas que se encuentran por encima de esta separación, hacen alusión a las trayectorias conocidas como tipo II en las que Δv es mayor de 180° .

Las transferencias de tipo I se caracterizan por ser las que precisan menor duración para llegar a su destino. Sin embargo, esto no significa que sea el tipo de transferencia más empleado u óptimo, pues esto depende de la misión que se pretenda llevar a cabo. Mientras que, para misiones tripuladas el tipo de transferencia elegido será la de tipo I (pues se intenta

que el viaje sea lo más rápido posible por seguridad de los pasajeros); en misiones como las que llevan a cabo los orbitadores, resulta de mayor interés realizar trayectorias de tipo II, pues la velocidad a la que llega el orbitador es menor. Al ser menor esta velocidad, se consigue reducir la cantidad de propulsante necesaria para desacelerar el vehículo y, por lo tanto, los gastos de la misión se ven reducidos [26]. Cuando los planetas se encuentran en una posición relativa óptima, se produce la unión de los dos lóbulos dando lugar a una región común a ambos donde la energía o velocidad es mínima. Cuando se dan estas condiciones, el ángulo formado por los dos planetas es exactamente de 180° , y, por lo tanto, el tipo de transferencia más eficiente que se puede realizar es una transferencia de Hohmann.

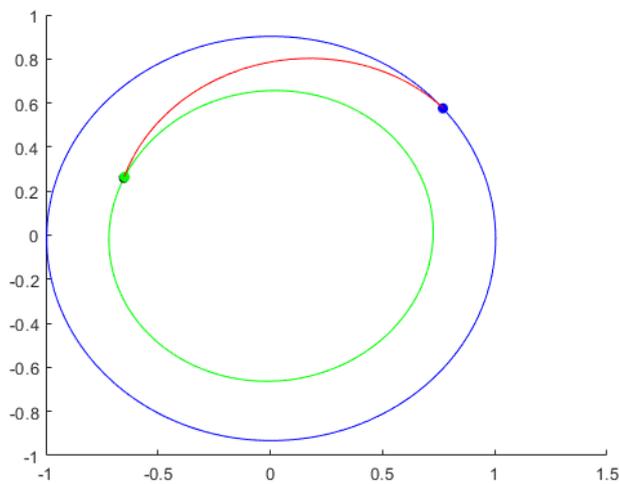


Figura 4.4: Trayectoria interplanetaria Tierra-Venus de tipo I. Los ejes representan las distancias en UA (unidades astronómicas)

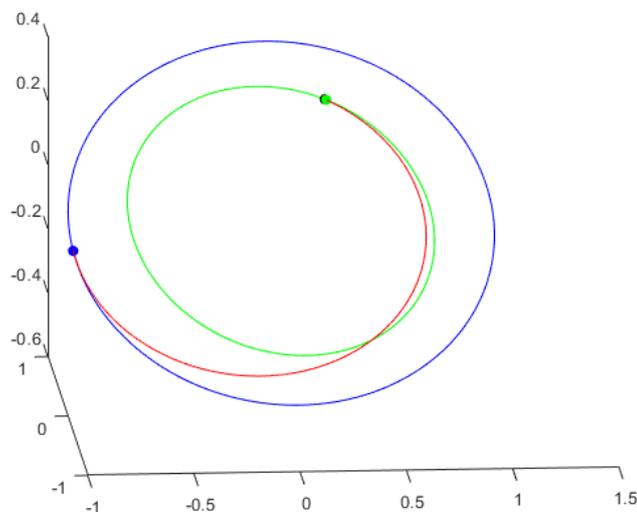


Figura 4.5: Trayectoria interplanetaria Tierra-Venus de tipo II. Los ejes representan las distancias en UA (unidades astronómicas)

Los factores que afectan principalmente a los *porkchop plot* están relacionados con la posición relativa de los planetas. Es por esto que se plantean cuatro posibles escenarios en función de las simplificaciones que se adopten [27].

- En primer lugar, se podría considerar que la Tierra y el planeta de destino describen órbitas circulares y coplanares. Este caso se corresponde con las hipótesis que se establece para realizar una transferencia de Hohmann. En este caso no es posible diferenciar claramente dos lóbulos, sino que el gráfico es continuo, tal y como ilustra la Figura 4.6.
- El siguiente caso, más complejo que el anterior, es considerar que las órbitas son coplanares, pero éstas en vez de ser consideradas circulares, son elípticas. La diferencia con el caso anterior es prácticamente inapreciable debido a que la contribución de la excentricidad es muy pequeña (0.0167 para la Tierra y 0.0068 en el caso de Venus). Este hecho se aprecia en la Figura 4.7.
- El tercer escenario que se plantea, es la introducción de la inclinación de las órbitas, aunque se mantiene la órbita circular. En este caso, sí que es posible apreciar cambios significativos, pues ya es posible distinguir dos lóbulos bien diferenciados. La conclusión que se extrae es que la inclinación es un parámetro mucho más determinante que la excentricidad a la hora de analizar este tipo de gráficos. Caso representado en la Figura 4.8.
- Por último, el caso más ampliamente utilizado por acercarse más a la realidad, es el representado en la Figura 4.9. Para la realización de este gráfico no se ha tomado ninguna de las simplificaciones mencionadas en los puntos anteriores. Las órbitas poseen inclinación y excentricidad.

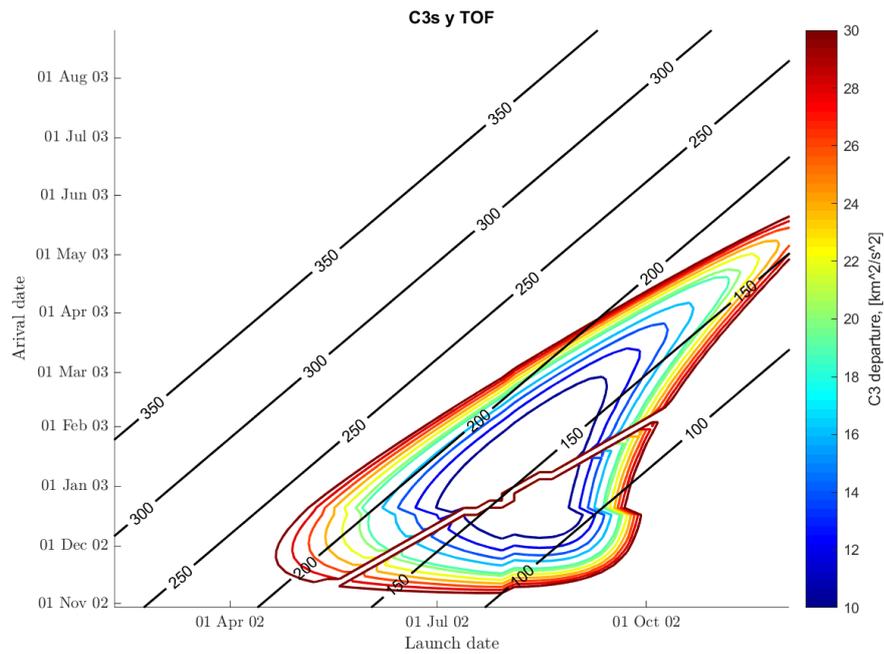


Figura 4.6: Porkchop plot Tierra-Venus 2002-2003. Caso en el que las órbitas son coplanares y circulares

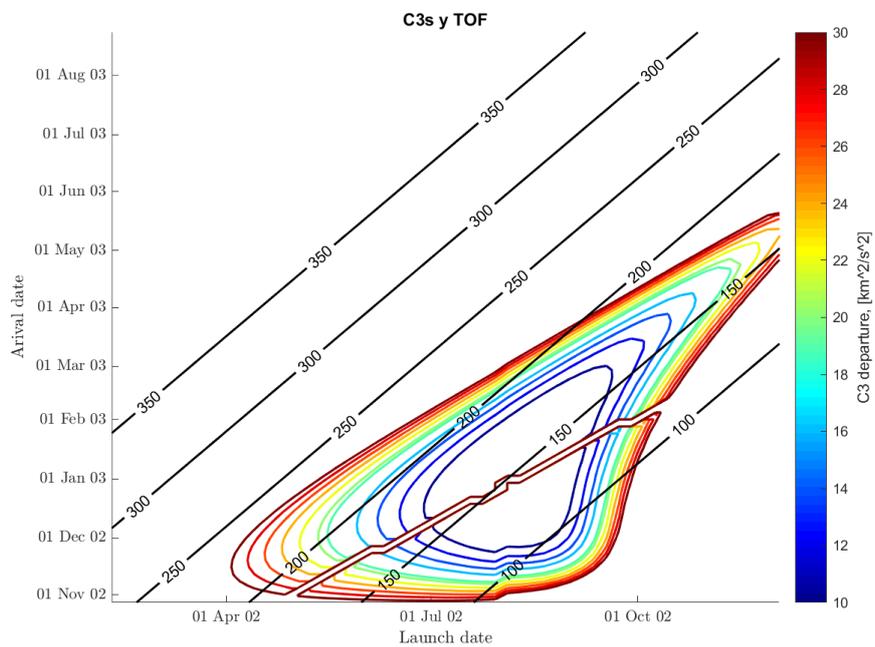


Figura 4.7: Porkchop plot Tierra-Venus 2002-2003. Caso en el que las órbitas son coplanares, pero poseen excentricidad

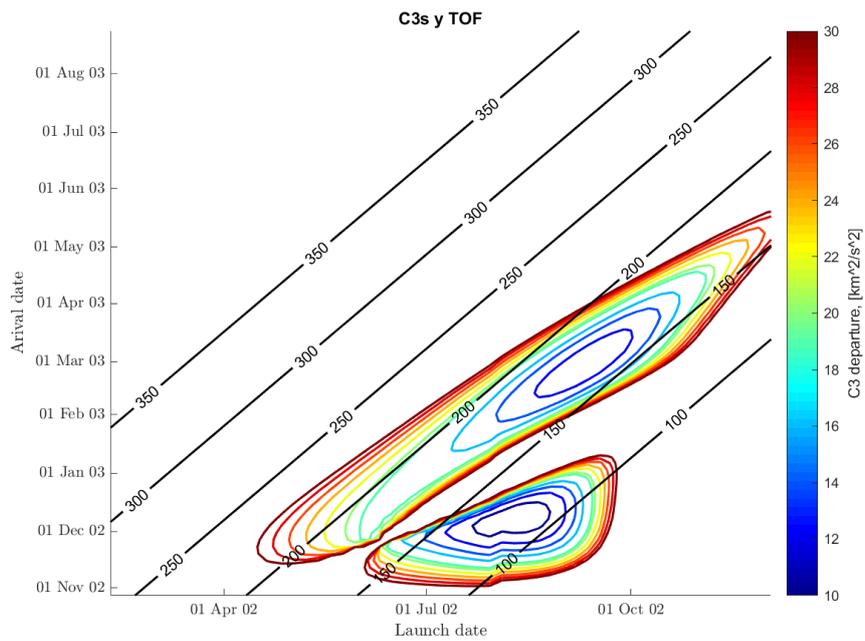


Figura 4.8: Porkchop plot Tierra-Venus 2002-2003. Caso en el que las órbitas son circulares, pero no coplanares

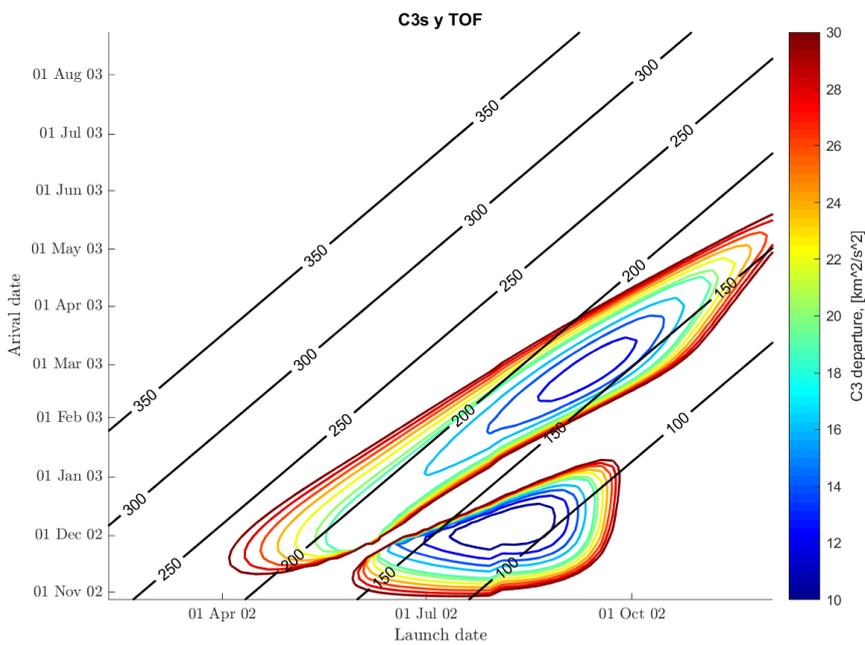


Figura 4.9: Porkchop plot Tierra-Venus 2002-2003. Caso en el que no se adopta ninguna de las simplificaciones propuestas

4.3.2.Frente de Pareto

Para realizar el análisis de los datos obtenidos mediante el *porkchop plot* y, a su vez, tener en cuenta las restricciones aplicadas, es necesario recurrir a una técnica de optimización de multi-objetivos [25]. El resultado de su aplicación es lo que se conoce como una aproximación de “frente de Pareto”, donde todas las soluciones son óptimas de Pareto. Esto quiere decir que no existe una solución “buena” u óptima para todos los objetivos, sino que cada una de ellas es óptima según se restrinja un grado de libertad u otro. Para ilustrarlo, a continuación, en la *Figura 4.10*, se muestra una solución de frente de Pareto obtenida de realizar el análisis de un *porkchop plot* generado durante el análisis de la misión.

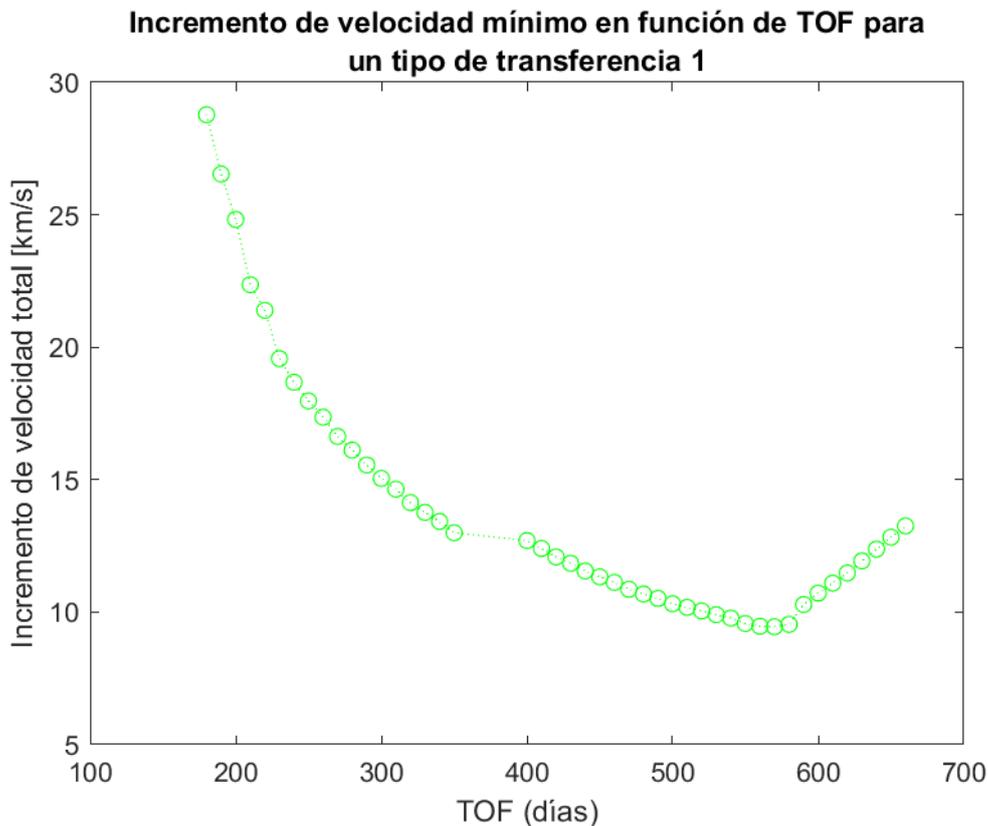


Figura 4.10: Frente de Pareto para un análisis de Porkchop plot para el caso de la misión a Kleopatra. Representa el incremento de velocidad mínimo en función del TOF para un tipo de transferencia 1.

Como se puede observar, se ha presentado el Δv total en función del *Time of Flight* o tiempo de vuelo. Ambos parámetros pueden considerarse restrictivos en el estudio de una misión espacial. No obstante, no existe un único valor óptimo, ya que si lo que prima es la

inmediatez de la misión, la solución óptima será una. Sin embargo, si se pone un mayor énfasis en el ahorro de costes, la solución óptima será otra diferente. La solución en este último caso es obvia y resulta ser el mínimo de la curva. Este será el caso de la misión de estudio. Por otro lado, si lo que se desea es la mayor inmediatez posible en la misión, sería necesario establecer un valor máximo de Δv que se esté dispuesto a asumir.

Teniendo presente los resultados aportados por el análisis mediante frente de Pareto y, a través de relaciones matriciales internas del programa, es posible conocer la fecha de salida y de llegada óptimas para nuestro caso de estudio en el que prevalece el ahorro de costes sobre la inmediatez.

4.4. Propagación con perturbaciones

Una vez establecidas las fechas óptimas para el caso de estudio, es preciso realizar la propagación del vehículo teniendo en cuenta las posibles perturbaciones a las que pudiera verse sometido, con el objetivo de determinar si se produce la interceptación o si, por el contrario, estas perturbaciones desvían el cuerpo.

Debido al caso de estudio planteado, en el que la fase principal de la misión es la transferencia heliocéntrica, las fuentes de perturbaciones que afectarán principalmente a la aeronave serán, tal y como ya se expuso anteriormente, la presión de la radiación solar y la influencia gravitatoria de un tercer cuerpo.

Recuperando la expresión (3.33), esta sección aborda la aportación de las dos fuentes de perturbación de estudio al vector de perturbación p . Una vez tenidos en cuenta estos efectos de perturbación, la expresión será integrada según el método de Cowell.

4.4.1. Perturbación debida a un tercer cuerpo

La primera de las perturbaciones a estudiar es la provocada por la presencia de un tercer cuerpo. A pesar de que, al resolver el problema de Lambert, las órbitas de los cuerpos de origen y destino son consideradas ideales, ambas órbitas se ven afectadas por la presencia de otros cuerpos, siendo mayor la influencia cuanto menor es la distancia entre ambos cuerpos y mayor es su masa.

A continuación, en la Figura 4.11, se puede apreciar una representación del problema de los tres cuerpos, donde las masas principales son m_1 y m_2 , que afectan a la órbita de masa m . Los tres cuerpos orbitan en torno a un mismo centro de gravedad, el cual en el caso del Sistema Solar es el *Solar System Baricenter* (SSB) en torno al cual todos los cuerpos, incluido el Sol, orbitan.

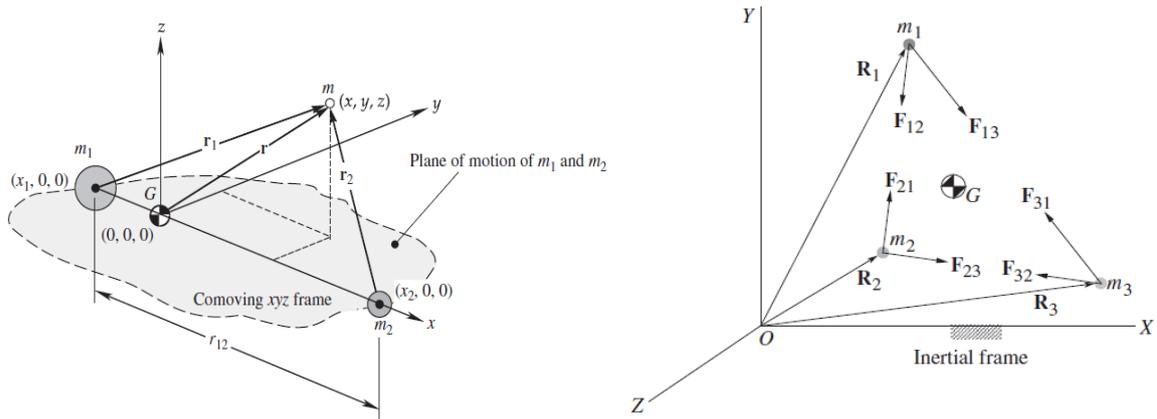


Figura 4.11: Representación del problema de los tres cuerpos. Fuente: [17]

A continuación, realizando la suposición de que el cuerpo 1 es el Sol, el cuerpo 2 es el cuerpo propagado y el cuerpo 3 es el cuerpo que ejerce la perturbación, se pueden definir las posiciones relativas con respecto a los otros cuerpos [17]. De esta manera se obtiene que

$$\begin{aligned} \vec{r} &= \vec{R}_2 - \vec{R}_1, \\ \vec{r}_b &= \vec{R}_3 - \vec{R}_1, \\ \vec{r}_{b/s} &= \vec{R}_3 - \vec{R}_2, \end{aligned} \quad (4.10)$$

siendo r la posición de la nave relativa al Sol, r_b la posición del cuerpo 3 relativa el Sol y $r_{b/s}$ la posición relativa del cuerpo 3 respecto a la nave.

Debido a la interacción gravitatoria entre los tres cuerpos, aparecen aceleraciones cuyas expresiones son las siguientes:

$$\begin{aligned} \vec{a}_1 &= \frac{G m_2 (\vec{R}_2 - \vec{R}_1)}{\|\vec{R}_2 - \vec{R}_1\|^3} + \frac{G m_3 (\vec{R}_3 - \vec{R}_1)}{\|\vec{R}_3 - \vec{R}_1\|^3} \\ \vec{a}_2 &= \frac{G m_1 (\vec{R}_1 - \vec{R}_2)}{\|\vec{R}_1 - \vec{R}_2\|^3} + \frac{G m_3 (\vec{R}_3 - \vec{R}_2)}{\|\vec{R}_3 - \vec{R}_2\|^3} \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\vec{a}_3 = \frac{G m_1 (\vec{R}_1 - \vec{R}_3)}{\|\vec{R}_1 - \vec{R}_3\|^3} + \frac{G m_2 (\vec{R}_2 - \vec{R}_3)}{\|\vec{R}_2 - \vec{R}_3\|^3}.$$

De esta manera, teniendo en cuenta las diferentes ecuaciones presentes en (4.11), es posible obtener la aceleración que experimenta el cuerpo 2 (nave) respecto al cuerpo 1 (Sol) sin más que realizar la diferencia $a_2 - a_1$. Reorganizando términos, lo que se obtiene es la siguiente expresión:

$$\ddot{\vec{r}} = \vec{a}_2 - \vec{a}_1 = -\mu \frac{\vec{r}}{r^3} + \mu_b \left(\frac{\vec{r}_{b/s}}{r_{b/s}^3} - \frac{\vec{r}_b}{r_b^3} \right), \quad (4.12)$$

donde el segundo sumando de esta ecuación (4.12) corresponde con el término p de la ecuación (3.33),

$$\vec{p}_{3B} = \mu_b \left(\frac{\vec{r}_{b/s}}{r_{b/s}^3} - \frac{\vec{r}_b}{r_b^3} \right). \quad (4.13)$$

4.4.2. Perturbación por presión de radiación solar

La segunda fuente de perturbación adoptada es la presión debida a la radiación solar o SRP (Presión de la Radiación Solar). La influencia de este efecto sobre un cuerpo celeste depende de diversos factores [28] como puede ser la distancia a la fuente emisora, principalmente el Sol, la geometría del cuerpo/vehículo, los materiales superficiales y la orientación de los mismos. Debido a este último hecho, la modelización de esta fuente de perturbación se convierte en un ejercicio bastante complejo debido a que es necesario tener en cuenta en cada instante no sólo la posición relativa entre la fuente emisora de radiación y el cuerpo afectado, sino también su orientación y actitud. Es por ello, que el modelo empleado, el conocido como *cannonball model*, supone una simplificación de este ejercicio que no penaliza en exceso los resultados obtenidos.

4.4.2.1. Cannonball Model

La principal consideración que adopta este modelo es que, en el caso del Sol, se trata de un cuerpo esférico de radio R [17].

Un cuerpo expuesto a la radiación procedente de cualquier fuente, experimenta una fuerza superficial de pequeñas dimensiones. Esta fuerza está originada tanto por la absorción como por la reflexión de los fotones que impactan contra la superficie del cuerpo. La radiación incidente viene determinada por el flujo solar φ , cuya expresión es

$$\varphi = \frac{\Delta E}{A\Delta t} \quad (4.14)$$

donde ΔE se corresponde con la energía que incide en un área A durante un periodo de tiempo Δt [28]. En el caso particular de aplicación del Sol, el pulso generado por un fotón proveniente del Sol se rige por la siguiente expresión:

$$p_v = \frac{E_v}{c} \quad (4.15)$$

siendo c la velocidad de la luz. De esta manera, la fuerza F_{SR} que experimenta el cuerpo debido a la radiación solar se puede expresar como

$$F_{SR} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\varphi}{c} A \quad (4.16)$$

y, por lo tanto, la presión de la radiación solar es

$$P_{SR} = \frac{F_{SR}}{A} = \frac{\varphi}{c} \quad (4.17)$$

Centrándonos en el valor del flujo solar, es bien conocido que, en las inmediaciones de la Tierra (1 UA), el flujo solar tiene un valor de $\varphi = 1367 \text{ W/m}^2$. No obstante, debido a la naturaleza de la misión que se está estudiando, no sería aceptable mantener este valor como constante, sino que dependerá de la distancia entre la nave y la fuente emisora, en este caso el Sol. De esta manera, el flujo solar varía siguiendo la relación

$$\varphi = \varphi_0 \left(\frac{R_0}{r} \right)^2. \quad (4.18)$$

En esta ecuación (4.18), φ_0 corresponde con el valor del flujo solar en la fotosfera del Sol ($\varphi_0 = 63.15 \cdot 10^6 \text{ W/m}^2$), R_0 es el radio hasta la fotosfera ($R_0 = 69600 \text{ km}$) y r es la distancia entre la nave y la fotosfera del Sol.

Finalmente, recuperando la ecuación (3.33), es necesario expresar la presión de la radiación solar en términos de aceleración para poder incorporarla en la formulación que se ha venido desarrollando:

$$\vec{p}_{SR} = -\nu P_{SR} C_R \frac{A}{m} \vec{u}. \quad (4.19)$$

A continuación, se detallan los diferentes términos que componen esta ecuación [28]:

- ν : Término correspondiente a la función eclipse. Toma valor 0 cuando la nave se encuentra en la sombra total de otro cuerpo celeste. Por otro lado, adopta valor 1 cuando el cuerpo está totalmente irradiado.
- P_{SR} : Presión de la radiación solar que ya se ha comentado anteriormente.
- C_R : Coeficiente de presión de radiación definido como $C_R = 1 + \varepsilon$, donde ε es la reflectividad del material. Si la reflectividad es nula, toda la radiación incidida en el cuerpo es absorbida, mientras que, si toma valor unidad, toda la radiación es reflejada. Los valores típicos para ε empleados en la industria espacial toman valores comprendidos entre 0.2-0.9 [29].
- $\frac{A}{m}$: Relación área-masa del cuerpo.
- \vec{u} : Vector unitario en la dirección que une el cuerpo con el Sol.

Tal y como se comentó anteriormente, es posible incorporar este modelo siempre y cuando se tengan en cuenta ciertas simplificaciones al problema. Algunas de ellas ya se han mencionado, pero se recogen a continuación:

- Se considera que la única fuente de radiación es el Sol, de manera que se desprecia aquella radiación emitida por cualquier otro cuerpo celeste, incluida la de la Tierra en las inmediaciones de la órbita de parking. Asimismo, no se consideran fenómenos ópticos complejos como puede ser la reflexión difusa.

- Por simplicidad, se asume que los cuerpos afectados son esféricos, lo que permite ignorar la actitud del cuerpo en cada momento, y la presión de la radiación es constante (ya que el área es constante).

4.5. Corrección iterativa del impulso inicial

La resolución del problema de Lambert arroja la velocidad inicial y final de la órbita de transferencia entre los cuerpos de origen y destino. No obstante, esta solución se realiza sin tener en cuenta las posibles perturbaciones provocadas por los diversos cuerpos estelares del Sistema Solar o de la presión de la radiación, tal y como se han detallado anteriormente. Debido a las perturbaciones, es altamente probable que la posición final del cuerpo diste bastante de la esperada inicialmente al aplicar Lambert.

Para solucionar esto, al considerar como punto fijo la posición inicial de la Tierra, el único parámetro que se puede modificar es la velocidad inicial aplicada. De este modo, corrigiendo este parámetro aplicando el algoritmo que se describe a continuación, se consigue obtener el módulo y la dirección de la velocidad inicial necesaria para que el orbitador alcance el objetivo.

- **Situación inicial:** En un primer instante, después de resolver el problema de Lambert, se obtiene una velocidad inicial de la órbita de transferencia en ausencia de perturbaciones. Al propagar dicha órbita en un entorno con perturbaciones, la distancia mínima entre orbitador y el cuerpo objetivo es bastante considerable.

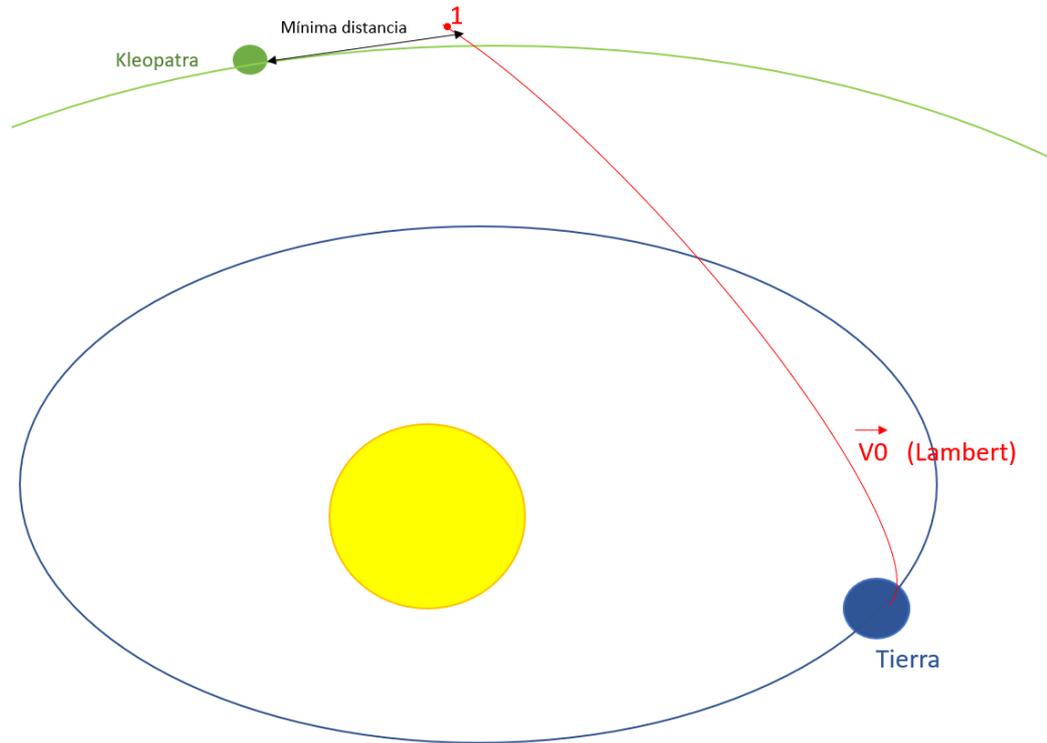


Figura 4.12: Situación inicial tras resolver Lambert, considerando las perturbaciones que afectan a la órbita.

- **Proceso iterativo:** Una vez calculada la distancia mínima resultado del primer lanzamiento, se procede a realizar una “linealización” del Δv necesario para alcanzar el objetivo. Dicha “linealización” sigue la expresión que se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} \Delta v_x &= Coef * \frac{(X_{cuerpo, min. dist.} - X_{orb, min. dist.})}{TOF_{min. dist.}}, \\ \Delta v_y &= Coef * \frac{(Y_{cuerpo, min. dist.} - Y_{orb, min. dist.})}{TOF_{min. dist.}}, \\ \Delta v_z &= Signo * Coef * \frac{(Z_{cuerpo, min. dist.} - Z_{orb, min. dist.})}{TOF_{min. dist.}}. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Donde los principales parámetros se definen de la siguiente manera:

- ❖ *Coef*: coeficiente de relajación del método que permite ajustar la velocidad del mismo y poder encontrar la convergencia.
- ❖ $X_{cuerpo, min. dist.}$, $Y_{cuerpo, min. dist.}$, $Z_{cuerpo, min. dist.}$: Coordenadas del cuerpo objetivo (en este caso Kleopatra) en el momento en el que se produce la mínima distancia entre cuerpo y orbitador.

- ❖ $X_{orb,min. dist.}, Y_{orb,min. dist.}, Z_{orb,min. dist.}$: Coordenadas del orbitador en el momento en el que se produce la mínima distancia entre el cuerpo objetivo y orbitador.
- ❖ $TOF_{min. dist.}$: Tiempo de vuelo entre el cuerpo de origen y de destino en el momento en el que se produce la mínima distancia.
- ❖ $Signo$: Signo (+/-), exclusivamente necesario para la componente Z y que depende del tipo de transferencia, siendo “+” para el Tipo I y “-“ para el Tipo II.

De esta manera, se consigue obtener una primera corrección del impulso inicial, de la forma $V_{01} = V_0 + \Delta V_1$, siendo ΔV_1 el vector formado por $\Delta V_x, \Delta V_y$ y ΔV_z .

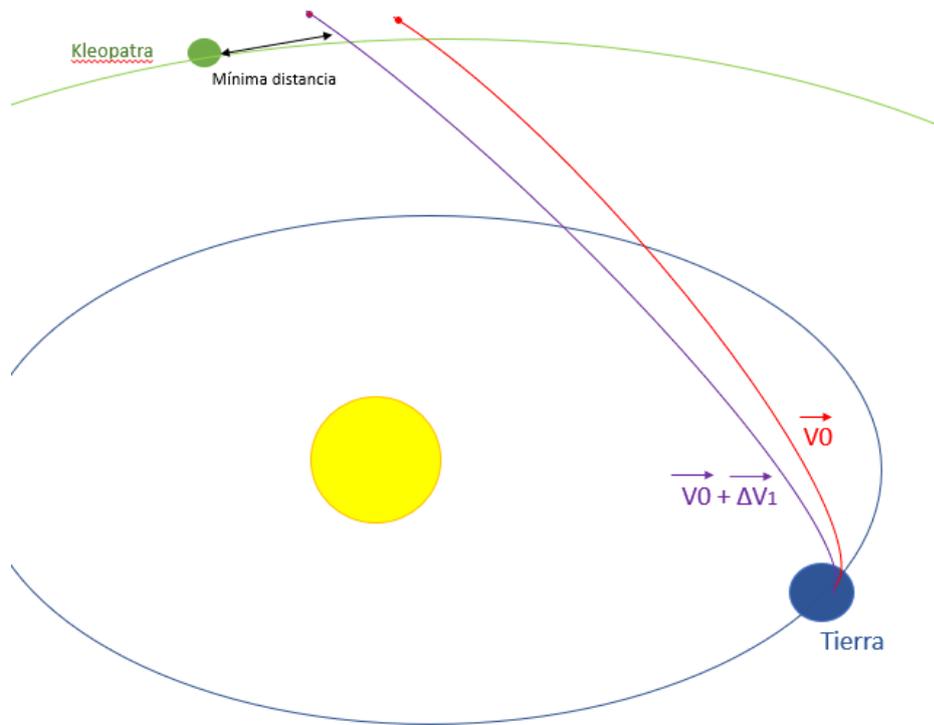


Figura 4.13: Situación final tras realizar una primera iteración.

Por lo tanto, la velocidad inicial necesaria para interceptar el cuerpo será la velocidad inicial calculada con Lambert más el sumatorio de los deltas de velocidad calculados con el algoritmo

$$\vec{V}_{0,final} = \vec{V}_0 + \sum_{n=1}^{distancia\ objetivo} \vec{\Delta V}_n \quad (4.21)$$

Finalmente, a modo de resumen, se presenta el diagrama de flujo del método expuesto, en el que se puede observar tanto los diferentes cálculos que se realizan, como la secuencia lógica del propio método.

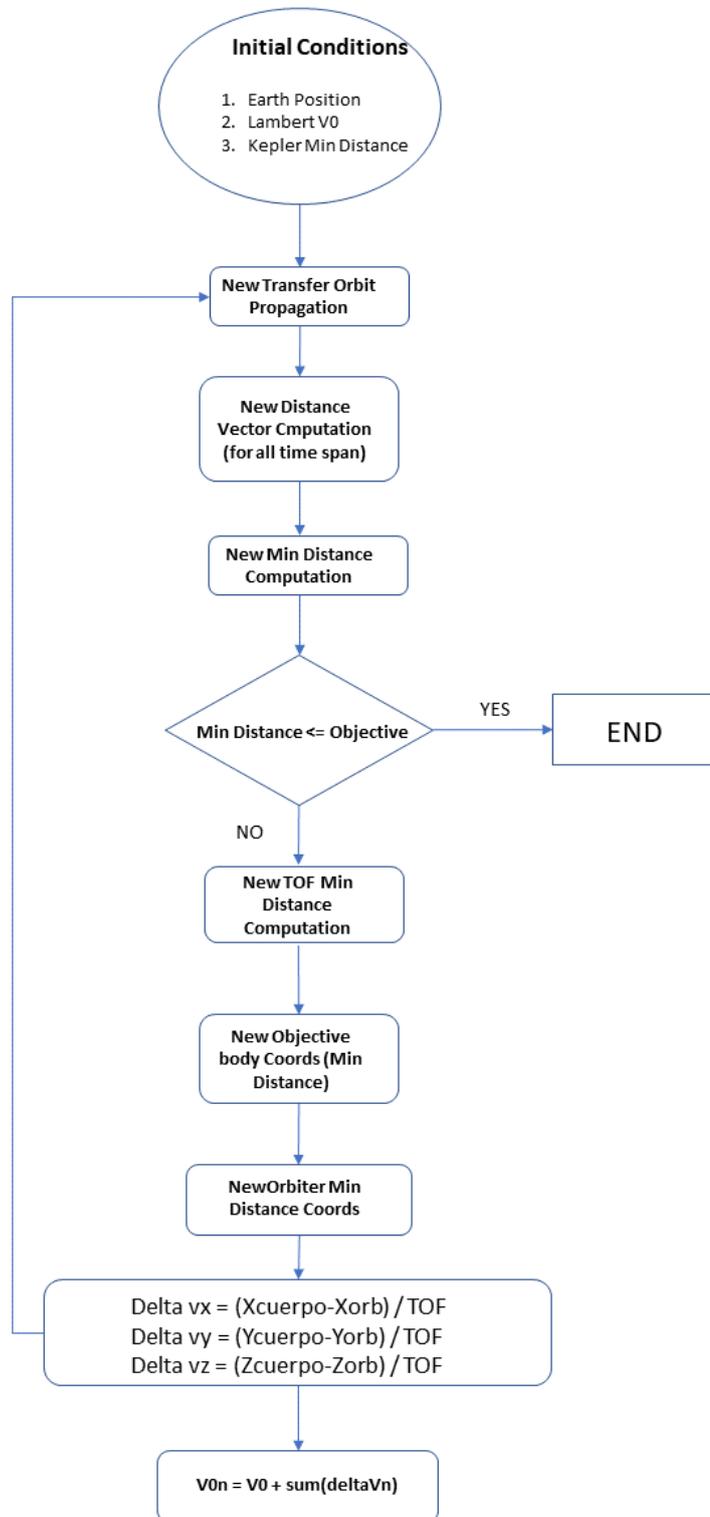


Figura 4.14: Diagrama de flujo del método iterativo.

5. Algoritmo. Diseño y validación.

Debido a la complejidad y extensión de los cálculos necesarios para la obtención de los parámetros de una órbita de transferencia interplanetaria, ha sido preciso diseñar y programar un algoritmo. Su código, expresado en lenguaje MATLAB, es el pilar fundamental de este trabajo pues recoge y combina todas las expresiones deducidas y expuestas hasta el momento.

De las numerosas herramientas informáticas disponibles para realizar cálculos, se ha optado por el uso de MATLAB, pues se trata de un software científico, cuyo lenguaje permite expresar los cálculos como operaciones de matrices o vectores y realizar gráficos con un gran volumen de datos, lo que lo convierte en una herramienta muy potente.

El código en su conjunto se ha dividido en dos módulos. Esta división se ha realizado en función de los parámetros que desee calcular el usuario. De este modo, si lo que se busca son datos concretos proporcionados por una fecha de salida y otra de llegada (posiciones relativas de los planetas, velocidades, C_3 ...), se accederá a un módulo del código. Si, por el contrario, lo que se desea conocer son datos más generalistas, como los que aportan los *porkchop plots*, se accederá al segundo módulo. El integrador con perturbaciones basado en el método de Cowell, fue desarrollado por David Vázquez (tutor de este trabajo) en su trabajo final de máster [28]. Sin embargo, con el objetivo de postprocesar los resultados obtenidos en los diferentes módulos, ha sido necesario definir nuevas funciones de gran importancia, que se detallarán más adelante.

Siguiendo el esquema (*Figura 4.1*) presentado en el capítulo anterior, la secuencia lógica empleada para resolver el problema planteado se presenta en la *Figura 5.1*.

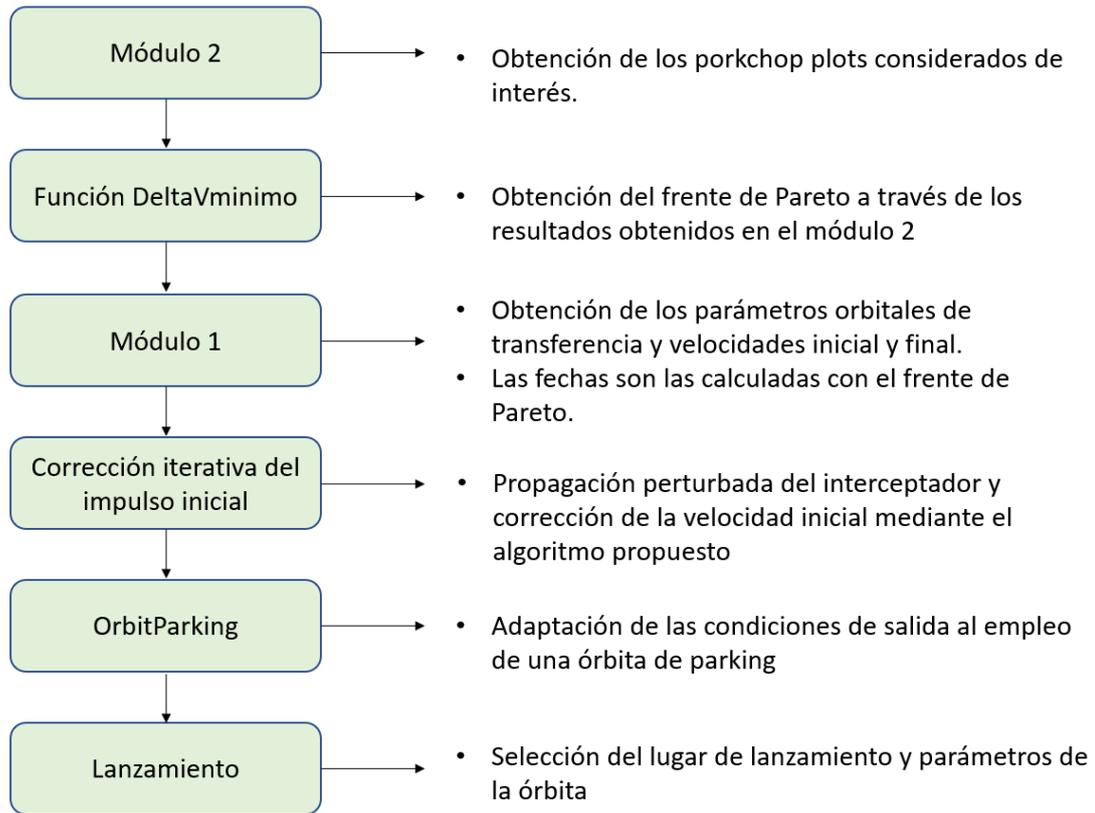


Figura 5.1: Secuencia lógica de resolución del problema donde se pueden apreciar las diferentes funciones realizadas.

5.1. Módulo 1: Software para la órbita de transferencia

Este primer módulo consta de cinco funciones diferenciadas, cada una de las cuales aporta información acerca de los parámetros de la transferencia. Para simplicidad del usuario, los resultados se exportan en formato *.pdf* (si se trata de una tabla) o en *.png* (si el resultado es una gráfica). A continuación, se procederá a explicar brevemente el funcionamiento individual de cada una de estas funciones, qué *inputs* precisan y cuáles son los *outputs* que proporcionan.

El diagrama de flujo de este módulo se muestra en la *Figura 5.2*, y consta de las funciones:

- Calendario.
- Órbita del cuerpo de salida.
- Órbita del cuerpo de llegada.
- Velocidades.

- Lambert.

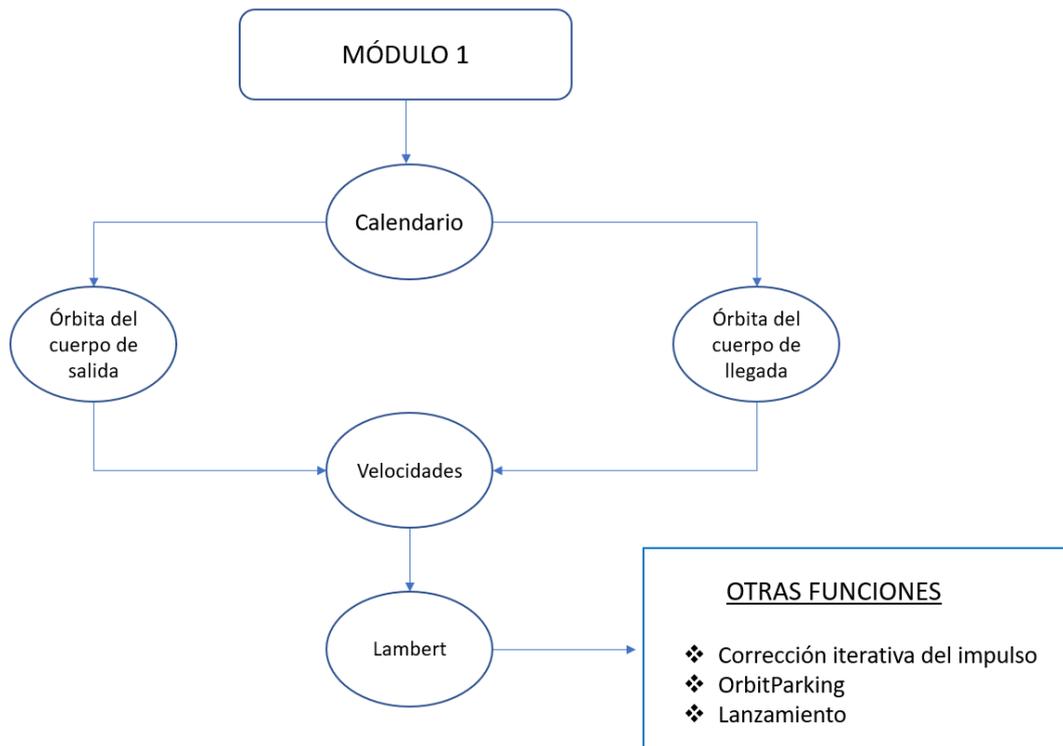


Figura 5.2: Flujograma del módulo 1

5.1.1. Calendario

Esta primera función muestra en pantalla un calendario interactivo donde el usuario ha de introducir las fechas de salida y de llegada de la misión (Figura 5.3). Tras seleccionar estas fechas, aparece un cuadro de diálogo que permite seleccionar el tipo de transferencia (Figura 5.4), según lo indicado en la sección 4.3.1.

Estos son los únicos *inputs* que precisa el programa para trabajar.

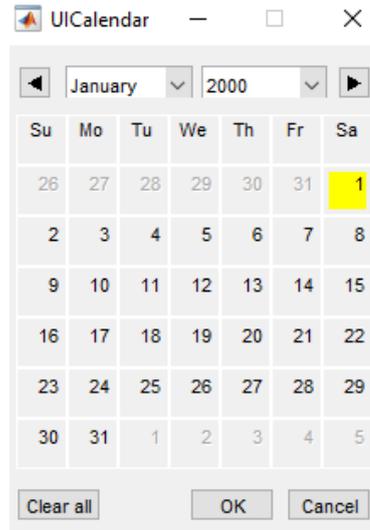


Figura 5.3: Pantalla emergente que se muestra al ejecutar el programa. Output de la función calendario

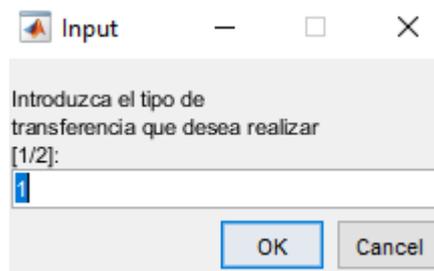


Figura 5.4: Cuadro de diálogo que permite seleccionar el tipo de transferencia que se desea realizar (tipo I o tipo II)

5.1.2. Órbita del planeta de salida

Una vez introducida la fecha de salida, esta función se encarga de calcular la posición que tendría el cuerpo de origen en ese día, tal y como muestra la *Figura 5.5*. Para ello, es necesario transformar la fecha a días julianos y resolver el problema de Kepler con las efemérides del planeta, teniendo en cuenta que el marco de referencia común, es el J2000. Es preciso tener en cuenta que el método empleado para la propagación de las efemérides, es el que se encuentra detallado en el Anexo 2, proveniente de las efemérides de baja precisión del JPL [2]. El output de esta función serán las coordenadas del planeta de salida en la fecha seleccionada.

	Planeta	Rx(AU)	Ry(AU)	Rz(AU)	Módulo(AU)
1	Tierra	0.6817	0.7187	-4.3803e-05	0.9906

Figura 5.5: Tabla generada con la posición de la Tierra para el día 9 de noviembre de 2026.

5.1.3. Órbita del cuerpo de llegada

Esta función, al igual que la anterior, tiene como objetivo calcular las coordenadas del cuerpo de destino en un instante de tiempo determinado. Partiendo del *input* de la fecha de llegada, se consigue resolver el problema de Kepler y se obtienen las coordenadas del cuerpo para la fecha deseada. Adicionalmente, la función “órbita del cuerpo de llegada” genera un gráfico 2D de las órbitas de los cuerpos de salida y de llegada con su posición concreta. No obstante, para poder apreciar la diferencia de inclinación entre las órbitas, al ejecutar el código, una ventana emergente muestra las órbitas en 3D (ver Figura 5.7)

	Planeta	Rx(AU)	Ry(AU)	Rz(AU)	Módulo(AU)
1	Kleopatra	2.0278	-1.1071	0.4838	2.3605

Figura 5.6: Tabla generada con la posición de Kleopatra para el día 17 de marzo de 2027.

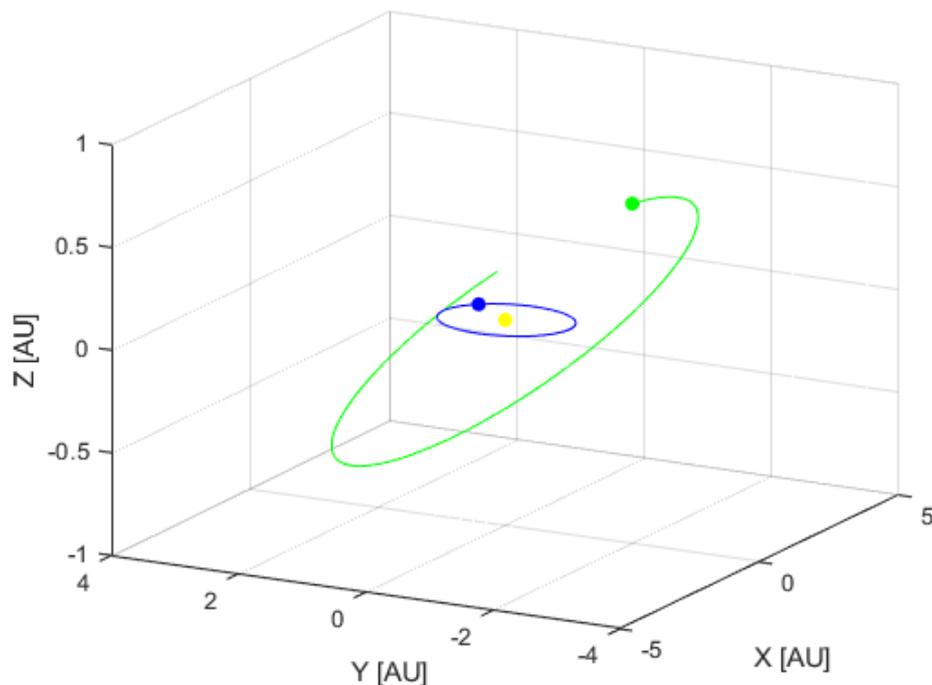


Figura 5.7: Órbitas de la Tierra (azul) y Kleopatra (verde) para las fechas de las figuras anteriores. Periodo representado para la Tierra: 1/01/2000-9/11/2026. Periodo representado para Kleopatra: 01/01/2023-17/03/2027.

5.1.4.Velocidades

Esta cuarta función tiene como valores de entrada los vectores de posición del planeta de origen y cuerpo de destino. Con estos datos, a través de las fórmulas que a continuación se presentan [18], se consigue obtener la velocidad de cada uno de los cuerpos en el instante de tiempo seleccionado.

$$v_x = -\sqrt{\frac{\mu}{a}} \frac{\sin E}{1 - e \cos E} \quad , \quad v_y = \sqrt{\frac{\mu(1 - e^2)}{a}} \frac{\cos E}{1 - e \cos E} \quad , \quad v_z = 0 \quad . \quad (5.1)$$

No obstante, al igual que sucedió en el caso de los vectores de posición, es necesario realizar la transformación geométrica correspondiente, que transforme estas coordenadas perifocales a heliocéntricas. Estas últimas son las que muestra como output esta función (ver Figura 5.8).

	Planeta	Vx(km/s)	Vy(km/s)	Vz(km/s)	Módulo
1	Tierra	-22.0966	20.3890	-0.0012	30.0661
2	Kleopatra	6.5193	19.5861	-2.8467	20.8380

Figura 5.8: Tabla generada por la función "velocidades" para las fechas seleccionadas

5.1.5.Lambert

Esta última función del "módulo 1", se encarga de resolver el problema de Lambert mediante la aplicación directa del método de Battin [23]. Debido a la gran cantidad de algoritmos existentes para la resolución de este método, se ha optado por adaptar el algoritmo realizado por David A. Vallado y recogido en [18]. Este método destaca por su sencillez, claridad y rapidez de ejecución.

Los *inputs* necesarios para esta función son los vectores de posición de cada uno de los cuerpos de origen y destino y el tiempo requerido para pasar de una posición a otra mediante una órbita kepleriana. De la resolución directa del problema de Lambert, se obtienen las velocidades de salida y llegada para realizar dicha transferencia. La resolución de Lambert junto con el vector estado de los cuerpos de salida y de llegada, es posible calcular los parámetros que determinan la órbita de transferencia. Estos parámetros son los siguientes: semieje mayor de la órbita (*a*), semiparámetro (*p*), excentricidad (*e*), inclinación

(i), RAAN (Ω), argumento del perigeo (ω), velocidad inicial de la órbita heliocéntrica (\vec{v}_0) y velocidad final de la órbita heliocéntrica \vec{v}_1).

No obstante, esta función tiene otros *outputs* no menos importantes para la misión. Teniendo en cuenta la ecuación (3.15) y ecuación (3.16), la combinación de la velocidad del planeta de origen y cuerpo de destino, junto con la velocidad inicial y final de la órbita heliocéntrica, da como resultado la conocida como v_∞ , de la cual se desprende el valor del C_3 . Asimismo, se aporta información acerca de la declinación de la asíntota de la hipérbola (DLA), la ascensión recta (RLA) y los Δv de la misión (ver *Figura 5.9* y *Figura 5.10*).

	Parámetro orbital	Valor
1	Semieje mayor (UA)	8.2710
2	Excentricidad	0.8887
3	Semiparámetro(UA)	1.7390
4	Inclinación (deg)	167.7765
5	RAAN (deg)	46.4994
6	Argumento del perigeo (deg)	-25.4944
7	Incremento de anomalía verdadera (deg)	75.4664
8	C_3s (km ² /s ²)	4.9266e+03
9	C_3 de llegada (km ² /s ²)	1.9172e+03
10	V_{inf} (km/s)	70.1898
11	Incremento de velocidad de salida	63.2737
12	Incremento de velocidad de llegada	43.6620
13	Incremento de velocidad total	106.9357
14	DLA (deg)	6.8700
15	RLA (deg)	-34.4219

Figura 5.9: Output generado por la función "Lambert", donde se muestran los principales parámetros de la órbita interplanetaria. Resultados para una transferencia tipo I, con fechas de salida y de llegada 9/11/2026-17/03/2027.

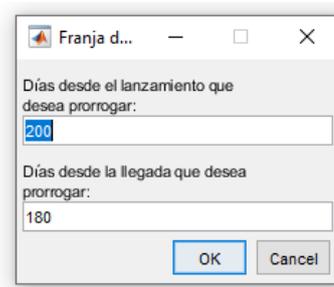
		Vx(km/s)	Vy(km/s)	Vz(km/s)
1	Velocidad orbital inicial	35.3871	-19.0032	8.3946
2	Velocidad orbital final	8.3446	-23.4860	4.8136

Figura 5.10: Tabla generada por la función "Lambert", donde figuran los vectores de las velocidades inicial y final de la órbita de transferencia

5.2. Módulo 2: Software del *porkchop plot*

Este segundo módulo está orientado a la obtención de diferentes *porkchop plots*, en función de los parámetros que desee visualizar el usuario.

Partiendo de una fecha de salida y otra de llegada, el código consiste en un bucle que recorre todas las funciones del módulo 1, tantas veces como días se quiera prorrogar tanto la salida como la llegada (ver *Figura 5.11*). De esta manera, los cálculos en vez de aportar un único valor, arrojan una matriz de valores, que es la que se dibuja obteniendo como resultando el *porkchop plot*.



*Figura 5.11: Cuadro de diálogo que permite seleccionar la franja temporal del *porkchop plot**

Debido a la gran combinación de datos que se pueden mostrar en el gráfico, se le da la opción al usuario de elegir que parámetro o parámetros se desea representar, teniendo como base la representación del C_3 de salida o llegada (ver *Figura 5.12* y *Figura 5.13*).

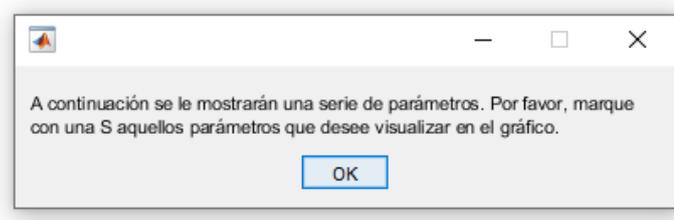


Figura 5.12: Mensaje explicativo de como seleccionar los datos que se desean representar

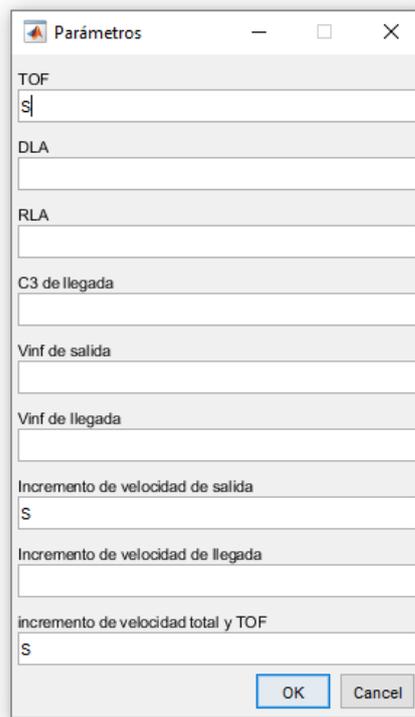


Figura 5.13: Ventana emergente que permite seleccionar los datos a graficar. Nótese que pueden seleccionarse más de uno a la vez.

Puesto que el usuario no es conocedor de los procesos internos que está realizando el programa, al final de cada módulo, se lanza una ventana emergente informando sobre la finalización de los cálculos. Además, automáticamente se abre la carpeta donde se almacenan los resultados para mayor comodidad del usuario. Esta característica es común tanto al “Módulo 2” como al “Módulo 1” comentado anteriormente (ver *Figura 5.14* y *Figura 5.15*).

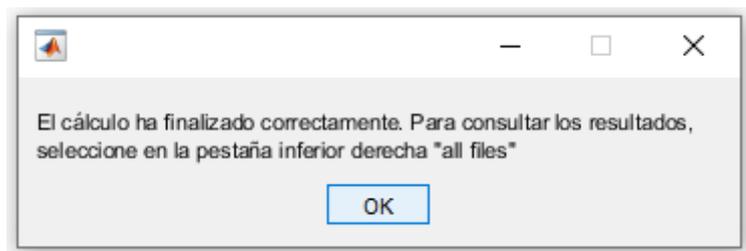


Figura 5.14: Mensaje que informa de la finalización del módulo. Aporta instrucciones de como visualizar el archivo con los resultados

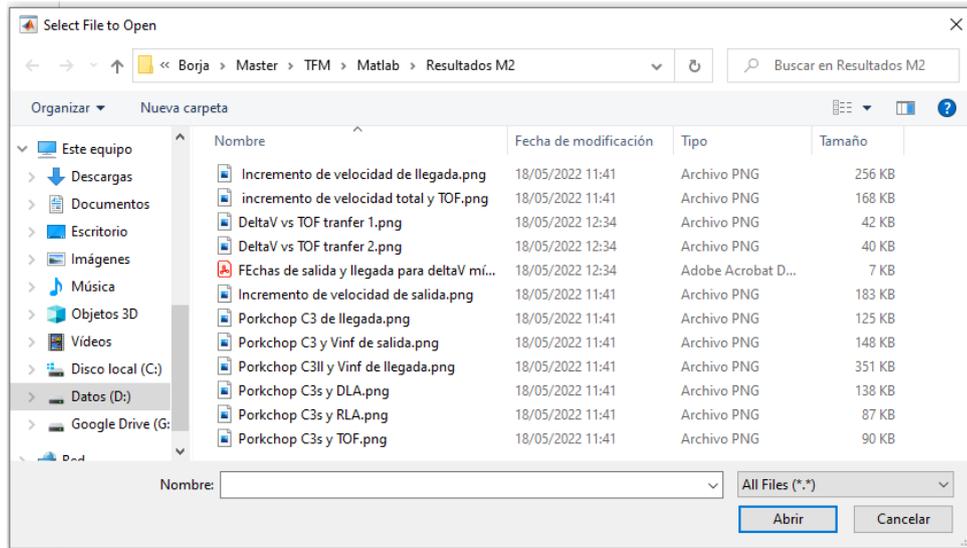


Figura 5.15: Ventana emergente generada automáticamente que muestra el directorio de los archivos de resultados

En la Figura 5.16 se resume el funcionamiento del módulo 2 descrito.

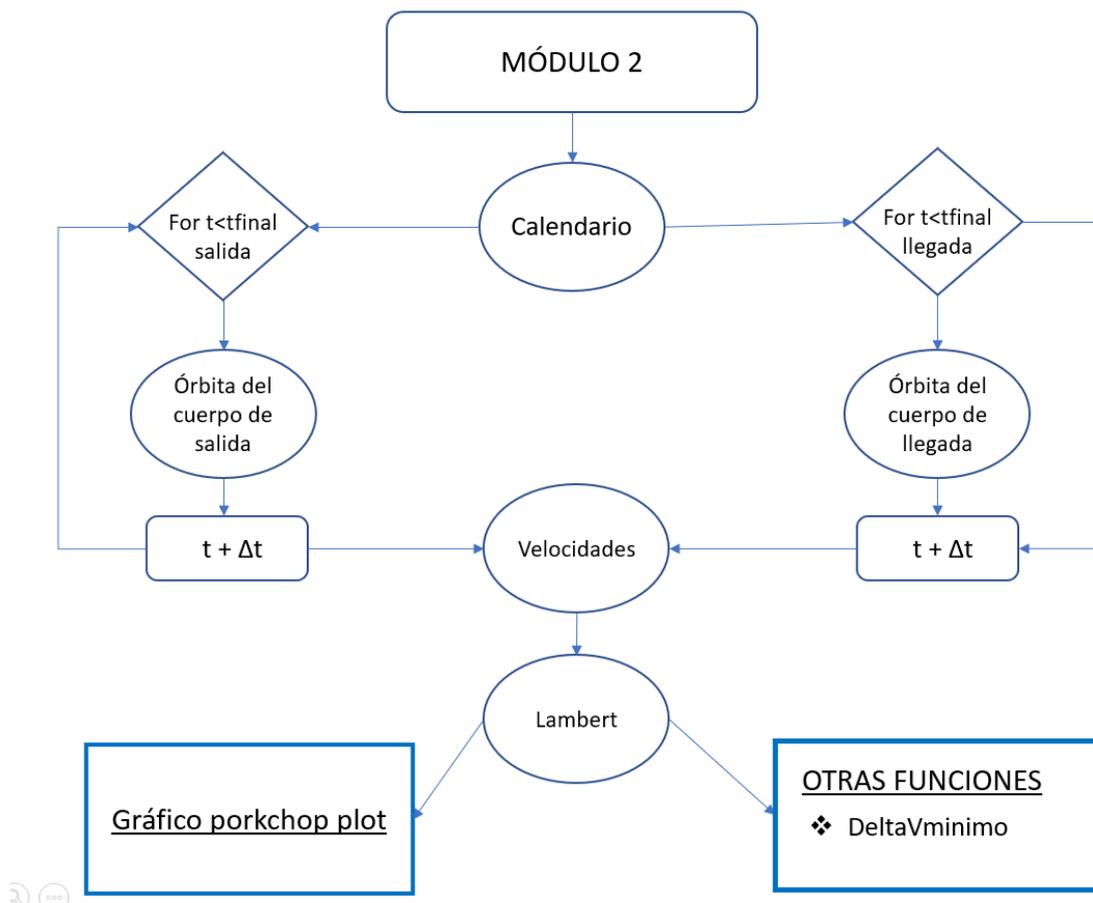
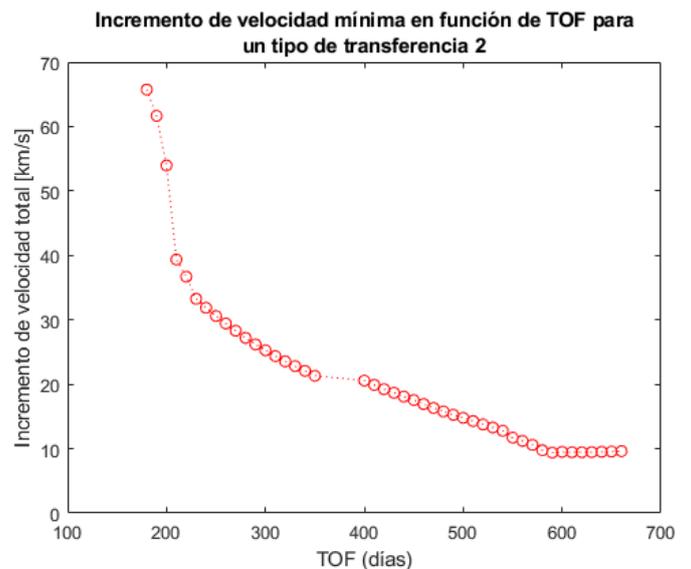
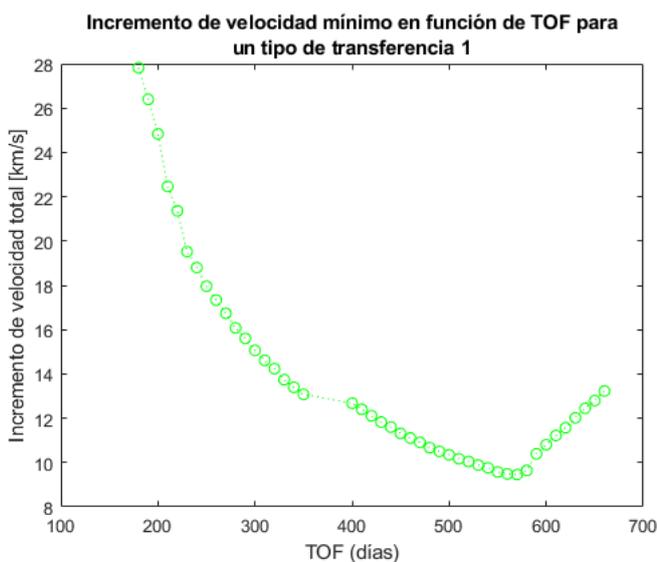


Figura 5.16: Flujograma del módulo 2

5.3. Otras funciones

En esta sección se va a proceder a la explicación del resto de funciones que ha sido necesario implementar y que se encuentran fuera de los módulos comentados. Algunas de estas funciones auxiliares, pueden considerarse como un postproceso de los resultados obtenidos por los módulos 1 y 2 (como es el caso de la función *DeltaVminimo*) o bien, como funciones necesarias para la resolución del problema (*Corrección Iterativa del Impulso* y *OrbitParking*). A continuación, se va a detallar el funcionamiento, inputs y outputs de estas funciones.

- *DeltaVminimo*: Esta función se encarga de analizar los resultados obtenidos tras la realización del *porkchop plot*. En concreto, debido a que se trata de uno de los parámetros limitantes de la misión, se encarga de analizar el Δv a través de la realización de un frente de Pareto, según los valores del tiempo de vuelo (TOF). Asimismo, funciona de enlace fundamental entre los módulos 1 y 2 ya comentados. Esto se debe a que, el input principal del módulo 1 son las fechas de salida y de llegada y son estos datos, precisamente, el output de la función *DeltaVminimo*. Como en el caso de los módulos anteriores, los resultados obtenidos se almacenan automáticamente en la carpeta del programa. A continuación, se muestran los outputs de esta función en la *Figura 5.17*.



		Transferencia tipo I	Transferencia tipo II
1	Delta V total [km/s]	9.4580	9.3886
2	Fecha de salida	2-Nov-2023	28-Oct-2023
3	Fecha de llegada	18-May-2025	2-Jun-2025
4	TOF	563	583

Figura 5.17: Output generado por la función *DeltaVminimo*, formado por los frentes de Pareto para cada uno de los dos tipos de transferencia y las fechas de salida y de llegada solución.

- *Corrección iterativa del impulso*: Esta función tiene como inputs los resultados obtenidos del módulo 1. La secuencia lógica que sigue, se puede apreciar en la *Figura 4.14*. Al contrario que en las otras funciones, en este caso no se representa un resultado final, sino que con cada iteración que se realiza, se muestra una actualización de los resultados que se van obteniendo. El resultado final de esta función es la velocidad inicial que es necesario aplicar al orbitador para que, teniendo en cuenta las fuentes de perturbación descritas en este trabajo, intercepte el cuerpo objetivo a una distancia determinada.

```

Iteración 212
Distancia entre cuerpo e interceptador de 362.667km.
Variación en delta v necesaria: (-1.6582e-07,2.0475e-07,4.464e-06) km/s.
V inicial: (-23.6907,28.8958,-2.1418) km/s
-----
Iteración 213
Distancia entre cuerpo e interceptador de 357.103km.
Variación en delta v necesaria: (-1.6419e-07,2.0152e-07,4.3955e-06) km/s.
V inicial: (-23.6907,28.8958,-2.1418) km/s
-----
Iteración 214
Distancia entre cuerpo e interceptador de 351.6233km.
Variación en delta v necesaria: (-1.6472e-07,1.9875e-07,4.3279e-06) km/s.
V inicial: (-23.6907,28.8958,-2.1418) km/s

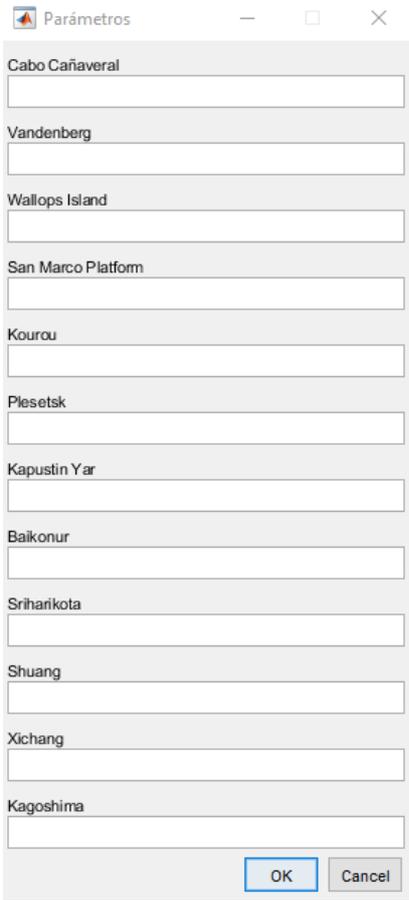
```

Figura 5.18: Resultados de la iteración que se muestran en la pantalla del usuario a medida que se ejecuta la función *Corrección iterativa del impulso*.

- *OrbitParking*: Esta función se implementó con el objetivo de representar con mayor fidelidad las fases que sigue una misión interplanetaria. El objetivo de esta función es obtener el punto exacto de inyección en la órbita de parking establecida. Los inputs que precisa para obtener el resultado proceden de diversas funciones. Para obtener la posición y velocidad de la Tierra, es necesario recurrir al módulo 1. Por otro lado, para

obtener la velocidad inicial del orbitador, es preciso acudir a la función *Corrección iterativa del impulso*. El output que se obtiene son las coordenadas exactas en la órbita de parking en las que es preciso aplicar el Δv en coordenadas geocéntrico ecuatoriales. Esta función se puede considerar como un añadido al módulo 1.

Lanzamiento: Finalmente, la última función desarrollada está destinada a calcular los parámetros de lanzamiento necesarios. De esta manera, se introduce una gran cantidad de lugares de lanzamiento situados a lo largo de todo el planeta, con el objetivo de determinar en cuáles de esas estaciones sería posible realizar la trayectoria de lanzamiento. Los inputs que precisa esta función es la inclinación de la órbita de parking, obtenida de la función OrbitParking y el DLA, el cual proviene de Lambert. Asimismo, se le da la posibilidad al usuario del programa de seleccionar desde qué estaciones desea analizar la viabilidad del lanzamiento. La GUI (Graphic User Interface) es la que se muestra en la



The image shows a graphical user interface window titled "Parámetros". The window contains a list of launch sites, each with a corresponding input field. The sites listed are: Cabo Cañaveral, Vandenberg, Wallops Island, San Marco Platform, Kourou, Plesetsk, Kapustin Yar, Baikonur, Sriharikota, Shuang, Xichang, and Kagoshima. At the bottom of the window, there are two buttons: "OK" and "Cancel".

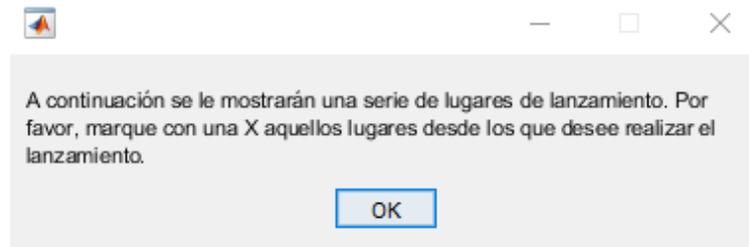


Figura 5.19: Interfaz de usuario de la función *Lanzamiento*. Se observan todas las posibles estaciones de lanzamiento posibles para analizar la viabilidad de lanzamiento.

Por su parte, el output que ofrece esta función dependerá de si es viable o no realizar la trayectoria. En el caso de que sí se pudiera realizar, se muestran los resultados de la inclinación y azimut de lanzamiento y la hora local en la que se debe realizar el lanzamiento. En caso de que el lanzamiento no fuera posible, se indica cuál de las dos variables (inclinación y azimut) está fuera de los límites. Esta función se integra, también, dentro del módulo 1. A continuación, se muestra un ejemplo del output generado.

```
-----
Está realizando el lanzamiento desde Cabo Cañaveral (USA).
Inclinación de lanzamiento. (i=44.737°)
Azimut de lanzamiento. (Az=53.9299°)
La hora local a la que se debe realizar el lanzamiento es las:8h
-----

Está realizando el lanzamiento desde Vandenberg (USA).
No es posible realizar el lanzamiento. Azimut fuera de los límites. (Az=59.6522°)
-----

Está realizando el lanzamiento desde Wallops Island (USA).
Inclinación de lanzamiento. (i=44.737°)
Azimut de lanzamiento. (Az=64.0263°)
La hora local a la que se debe realizar el lanzamiento es las:8h
-----

Está realizando el lanzamiento desde San Marco Platform (Kenia).
No es posible realizar el lanzamiento. Azimut fuera de los límites. (Az=45.3372°)
-----

Está realizando el lanzamiento desde Kourou (Guayana Francesa).
Inclinación de lanzamiento. (i=44.737°)
Azimut de lanzamiento. (Az=45.5025°)
La hora local a la que se debe realizar el lanzamiento es las:9h
-----
```

Figura 5.20: Output de la función *Lanzamiento*.

5.4. Validación de los resultados

Una de las tareas fundamentales a tener en cuenta después de realizar cualquier algoritmo, es validar los resultados con diversas fuentes de confianza. Esta validación, aporta rigor al trabajo realizado y lo convierte en apto para ser empleado para estudiar nuevos casos.

Dado el carácter modular del código realizado, la validación se puede realizar de manera secuencial comprobando cada función de manera independiente. De esta manera, en este apartado se exponen los resultados de la validación de las funciones descritas anteriormente.

Los resultados obtenidos han sido validados y comprobados con diferentes fuentes bibliográficas [2] [18] [30]. En el caso de querer conocer el proceso de validación de las perturbaciones, es necesario acudir, de nuevo, al trabajo de David Vázquez [28].

5.4.1. Validación del vector estado de los cuerpos de origen y destino

En primer lugar, se va a proceder a comprobar el correcto funcionamiento del propagador realizado. Dicho propagador, cuya secuencia lógica de operación se puede apreciar en el Anexo 2, está basado en las efemérides de baja precisión del JPL [31]. Es fundamental realizar esta primera propagación de una manera más o menos fiable pues es la posición relativa entre los cuerpos de salida y de llegada la que determina la transferencia interplanetaria. A continuación, se muestran algunos de los resultados obtenidos más relevantes.

Fecha	Programa			Bibliografía [2]		
	X [km]	Y [km]	Z [km]	X [km]	Y [km]	Z [km]
19/05/2022	-7.98005378E+07	-1.28602141E+08	6.53757E+03	-7.975531560E+07	-1.28625211E+08	6.8742E+03
29/08/2024	1.38316853E+08	-6.07386779E+07	3.4007E+03	1.383245375E+08	-6.07219583E+07	2.6344E+03
02/11/2023	1.14610379E+08	9.43536077E+07	-5.1071E+03	1.14593187E+08	9.43744791E+07	-5.9751E+03
12/12/2024	2.40641414E+07	1.453038479E+08	-8.2298E+03	2.402354074E+07	1.453098213E+08	-8.334E+03

Tabla 5.1: Comparación entre los resultados de posición del propagador y los de la bibliografía para la Tierra.

Fecha	Error X [%]	Error Y [%]	Error Z [%]
19/05/2022	-0.057	0.018	4.897
29/08/2024	0.006	-0.028	-29.089
02/11/2023	-0.015	0.022	14.527
12/12/2024	-0.169	0.004	1.251

Tabla 5.2: Error relativo entre los resultados de posición del propagador y la bibliografía para la Tierra.

Fecha	Programa			Bibliografía [2]		
	X [km]	Y [km]	Z [km]	X [km]	Y [km]	Z [km]
02/01/2023	2.78559605E+08	1.43653925E+08	1.0208E+07	2.78560476E+08	1.436523235E+08	1.0208E+07
22/05/2023	7.95745869E+07	3.16073228E+08	-4.93919E+07	7.982998436E+07	3.15979830E+08	-4.9344E+07
04/06/2023	5.65999280E+07	3.23941722E+08	-5.3984E+07	5.688390866E+07	3.23855605E+08	-5.3934E+07
09/03/2024	-3.72155809E+08	2.118692892E+08	-9.0433E+07	-3.716191347E+08	2.121868503E+08	-9.043E+07

Tabla 5.3: Comparación entre los resultados de posición del propagador y los de la bibliografía para Kleopatra.

FECHA	Error X [%]	Error Y [%]	Error Z [%]
02/01/2023	0.000	-0.001	0.004
22/05/2023	0.32	-0.03	-0.097
04/06/2023	0.499	-0.027	-0.092
09/03/2024	-0.144	0.15	-0.001

Tabla 5.4: Error relativo entre los resultados de posición del propagador y la bibliografía para Kleopatra.

Como se puede apreciar en las tablas anteriores, existe cierta discrepancia, aunque en términos porcentuales es casi despreciable. Esto se debe a que, en lugar de obtener las coordenadas de una base de datos como puede ser el *Horizons System* del JPL [2], se optó por crear el propagador. Dicho propagador, de acuerdo a lo expuesto anteriormente, se fundamenta en las efemérides de baja precisión del JPL, las cuales no contemplan (o, al menos, no profusamente) las perturbaciones que afectan a los cuerpos involucrados.

Siguiendo el desarrollo del módulo 1 (5.1), y, para obtener el vector de estado de los cuerpos, a continuación, se realizará la verificación de las velocidades orbitales para las fechas de los casos anteriores.

Fecha	Programa			Bibliografía		
	Vx [km/s]	Vy [km/s]	Vz [km/s]	Vx [km/s]	Vy [km/s]	Vz [km/s]
19/05/2022	24.8269	-15.8185	8.04E-04	24.8323	-15.81133	6.61E-04
02/11/2023	-19.4179	22.8859	-0.00120	-19.4225	22.8825	-0.00114
29/08/2024	11.4924	27.1628	-0.0015	11.4891	27.1639	-0.0016
12/12/2024	-29.8732	4.755	-2.69E-04	-29.8749	4.7473	-1.01E-04

Tabla 5.5: Comparación entre los resultados de velocidad del propagador y los de la bibliografía para la Tierra [2].

Fecha	Error Vx [%]	Error Vy [%]	Error Vz [%]
19/05/2022	0.022	-0.045	-21.681
02/11/2023	0.024	-0.015	-5.334
29/08/2024	-0.028	0.004	5.798
12/12/2024	0.006	-0.162	-166.663

Tabla 5.6: Error relativo entre los resultados de velocidad del propagador y la bibliografía para la Tierra.

Fecha	Programa			Bibliografía		
	Vx [km/s]	Vy [km/s]	Vz [km/s]	Vx [km/s]	Vy [km/s]	Vz [km/s]
02/01/2023	-10.6892	19.6937	-5.1855	-10.6891	19.6937	-5.1855
22/05/2023	-20.2781	7.6557	-4.1892	-20.2805	7.6682	-4.1912
04/06/2023	-20.5665	6.3437	-3.9973	-20.5607	6.3573	-3.9796
09/03/2024	-11.9702	-12.0522	0.6795	-11.9847	-12.0488	0.6769

Tabla 5.7: Comparación entre los resultados de velocidad del propagador y los de la bibliografía para la Tierra [2].

Fecha	Error Vx [%]	Error Vy [%]	Error Vz [%]
02/01/2023	-0.001	0.000	0.001
22/05/2023	0.012	0.163	0.048
04/06/2023	-0.028	0.214	-0.444
09/03/2024	0.121	-0.028	-0.388

Tabla 5.8: Tabla 5.9: Error relativo entre los resultados de velocidad del propagador y la bibliografía para la Tierra.

Como se puede apreciar, al igual que en el caso anterior, existe cierto margen de error entre los valores obtenidos mediante la propagación y los de la biografía. Esto se debe a que, para el cómputo del valor de la velocidad, se parte de los valores obtenidos de las efemérides de la posición. Por ello, al existir dependencia, si se obtiene un error en la obtención de los valores de posición, dicho error se propagará a las velocidades. No obstante, dicho error es muy inferior al 1% en casi todos los casos, ya que únicamente es superior en algunas

componentes Z de la velocidad de la Tierra, a pesar de que la precisión obtenida es del orden de 10^{-2} . Por otro lado, los valores de V_z son tan pequeños que un % alto no indica

5.4.2. Validación de la resolución del problema de Lambert, *porkchop plots* y optimización de fechas

La resolución del problema de Lambert constituye el núcleo central de este trabajo, por lo que la correcta resolución de este conocido problema de la mecánica orbital resulta fundamental. En este caso, se ha fijado el planeta de salida (la Tierra), pero se ha optado por modificar el cuerpo de llegada, con el objetivo de probar un mayor abanico de casos posibles. Los resultados de la bibliografía se han obtenido de [10] y su comparación se muestra, a continuación, en la *Tabla 5.10*.

Planeta de llegada	Fecha de salida	Fecha de llegada	Tipo de transferencia	Resultado del programa	Resultado de la bibliografía	Error relativo (%)
Mercurio	27-sep-23	21-ene-24	2	48.8	48.6	-0.41%
Mercurio	08-sep-24	03-ene-25	2	55.8	55.8	0.00%
Mercurio	21-ago-25	17-dic-25	2	65.4	65.5	0.15%
Mercurio	09-nov-26	17-mar-27	2	54	54.1	0.18%
Venus	02-nov-21	19-feb-22	1	14.89	14.9	0.07%
Venus	01-abr-20	21-sep-20	2	9.2	9.2	0.00%
Marte	04-sep-22	27-ago-23	2	14.3	14.4	0.69%
Marte	23-nov-28	21-sep-29	2	9.1	9.1	0.00%

Tabla 5.10: Comparación de los resultados obtenidos con el programa con aquellos resultados incluidos en la bibliografía

Como se puede apreciar, los resultados arrojados por el programa difieren, en el peor de los casos en dos decimales con respecto a los de la bibliografía, siendo mayoritariamente la diferencia del orden de las centésimas. No obstante, analizar exclusivamente los resultados obtenidos para dos fechas establecidas no sirve para validar todo el proceso. Es por ello que se hace necesario comprobar la correcta realización de los *porkchop plots* y de la obtención de las fechas que suponen un menor Δv .

5.4.2.1. Recreación del modelo de Ishimatsu

Se ha decidido recrear un modelo realizado por Takuto Ishimatsu et al [30], con el objetivo de comprobar, tanto la generación del porkchop como el modelo de frente de Pareto diseñado para obtener las fechas que requieren un menor Δv .

Aunque este estudio contempla la posibilidad de realizar diversos fly by con el objetivo de conseguir una trayectoria más eficiente en términos propulsivos, en el caso de aplicación que se presenta se obviarán estas misiones con terceros cuerpos.

Las condiciones de la misión simulada se muestran a continuación:

- Misión interplanetaria a Marte con fecha de lanzamiento más temprana el 1 de enero de 2020.
- C_{3d} máximo de $30 \text{ km}^2/\text{s}^2$.
- C_{3a} máximo de $40 \text{ km}^2/\text{s}^2$.
- $r_{po,d}$ (radio de la órbita de parking de salida): 6678 km

De acuerdo con la bibliografía [30], el parámetro representado en el *porkchop plot* es el Δv necesario de salida. En la *Figura 5.21*, se muestra el resultado obtenido mediante el *Módulo 2* de la herramienta desarrollada, mientras que la *Figura 5.22* representa el *porkchop plot* obtenido en [30].

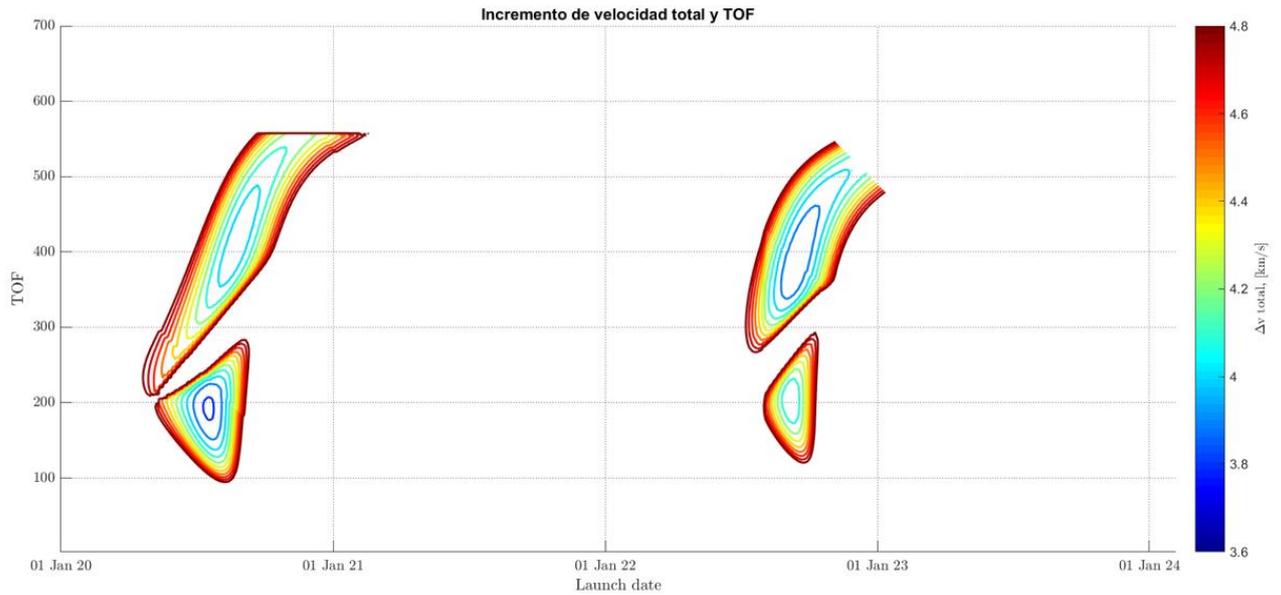


Figura 5.21: Gráficos de tipo porkchop donde se representa el Δv de la misión. Modelo creado con la herramienta.

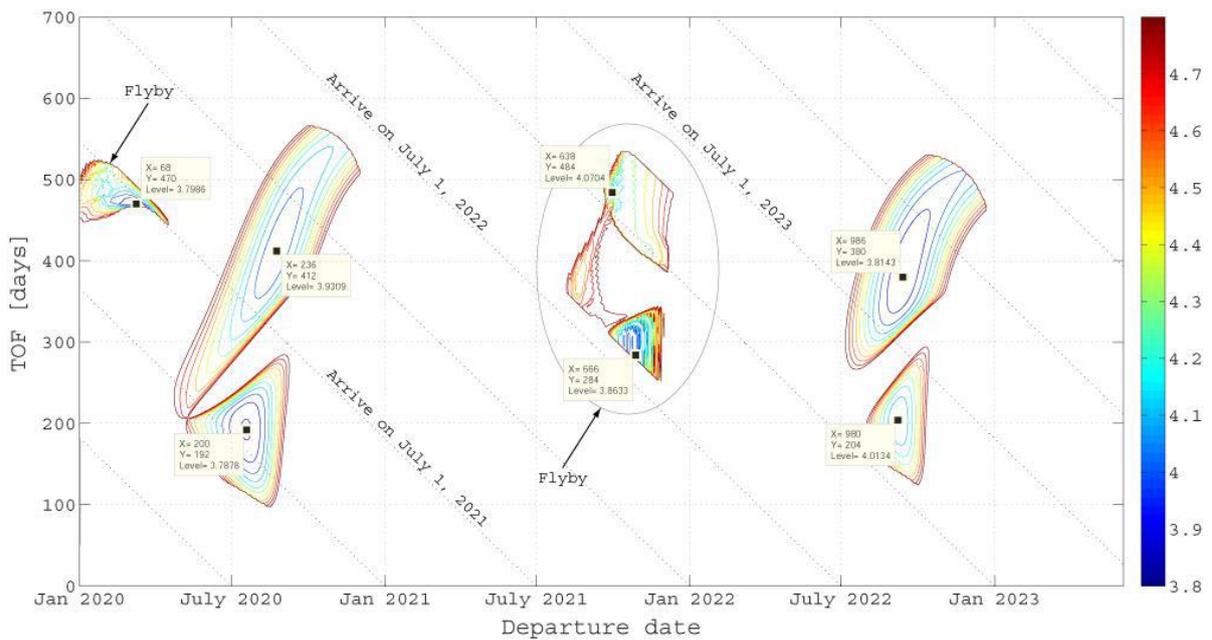


Figura 5.22: Porkchop plot obtenido por Ishimatsu [30], donde se representan las trayectorias directas y fly by para la misión Tierra-Marte con horizonte temporal de 2020 a 2024.

Como se puede observar, los resultados obtenidos son prácticamente idénticos (si no tenemos en cuenta los fly-by). Las sutiles diferencias que se pueden apreciar se deben a los diferentes parámetros empleados durante la programación de la herramienta, ya que se

desconocen los empleados por el autor. Estos parámetros pueden ser, entre otras, la conversión de UA a km, los parámetros gravitacionales estándar del Sol y de los planetas involucrados, posibles rotaciones y cambios de referencia de coordenadas...

Por otro lado, en esta última *Figura 5.22* se pueden apreciar cuatro puntos característicos que se encuentran marcados. Dichos puntos constituyen el conjunto de fechas que aportan un Δv más pequeño. Estos datos van a servir para validar la función *DeltaVminimo* creada para obtener las fechas de salida y de llegada en función del frente de Pareto. Dichos resultados, así como la comparación con los datos de la bibliografía [30], se pueden observar en la siguiente *Tabla 5.11*.

	Fecha de salida	Fecha de llegada	TOF	Δv salida [km/s]
Programa desarrollado	17-jul-20	27-ene-21	194	3.781
Bibliografía	17-jul-20	27-ene-21	194	3.788
Programa desarrollado	24-ago-20	7-oct-21	409	3.931
Bibliografía	24-ago-20	10-oct-21	412	3.931
Programa desarrollado	06-sep-22	29-mar-23	204	4.010
Bibliografía	07-sep-22	30-mar-23	204	4.013
Programa desarrollado	15-sep-22	02-oct-23	382	3.811
Bibliografía	15-sep-22	04-oct-23	384	3.814

Tabla 5.11: Resultados obtenidos tras aplicar la función DeltaVminimo en la que se emplea el frente de Pareto. Resultados comparados con los de la bibliografía.

Como se puede apreciar, el resultado obtenido tras la ejecución del ejemplo práctico de Ishimatsu es muy fiel a los resultados obtenidos por este. En el caso del Δv , la precisión alcanza el orden de las milésimas y, en el caso de las fechas de salida y de llegada, en muchos casos coinciden y, por lo tanto, el tiempo de vuelo también.

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en lo que se considera la parte más “sensible” o trascendental del código, pues es donde reside su mayor complejidad, se puede concluir que el algoritmo es apto para tratar el caso de estudio que atañe al presente trabajo.

6. Caso de estudio: interceptación del asteroide (216) Kleopatra

Una vez comprobada la validez del código desarrollado, es el momento de analizar el caso de aplicación que atañe a este trabajo, el cual consiste en el análisis de una trayectoria de interceptación del asteroide (216) Kleopatra con fines científicos.

Aunque el enfoque tradicional consiste en realizar el análisis preliminar de la misión resolviendo el problema de Lambert exclusivamente, el presente trabajo hace un estudio más realista al incorporar diversas fuentes de perturbación y un método iterativo de corrección de la velocidad inicial para mantener el acercamiento tras incorporar las perturbaciones.

Para realizar el estudio de la interceptación, se va a seguir la secuencia lógica expuesta en la *Figura 5.1*. De esta manera, inicialmente se analizarán las posibilidades de realizar la transferencia en el horizonte temporal 2022-2026, seleccionando las fechas óptimas mediante el frente de Pareto. Una vez establecidas estas fechas, se calcularán los vectores de estado tanto del cuerpo de salida (la Tierra) como del de llegada (Kleopatra). A continuación, se resolverá el problema de Lambert donde se obtendrá una velocidad inicial y final de la órbita de interceptación. Seguidamente, se realizará la propagación perturbada de la órbita de transferencia y se obtendrá una nueva velocidad inicial gracias al método de convergencia desarrollado. Finalmente, se calculará una órbita de parking adecuada y se obtendrán todas las estaciones espaciales que, cumpliendo con las restricciones propias de esta fase, puedan albergar el lanzamiento.

6.1. Análisis del horizonte 2022-2026

Uno de los pasos fundamentales y, generalmente, el primero en cualquier análisis de una misión interplanetaria es establecer qué par de fechas son susceptibles de ser óptimas para realizar la transferencia. Debido a que este estudio puede ser infinito debido a la repetición de características entre ambos cuerpos, se ha acotado el horizonte temporal a los años 2022, 2023, 2024, 2025 y 2026, siendo este el periodo en el que se podrá realizar el lanzamiento.

Además del horizonte temporal, es necesario establecer otros criterios que limiten el abanico de soluciones. De esta manera y, tal y como se ha expuesto en capítulos anteriores, la restricción más importante recaerá en el Δv total de la misión, el cual deberá ser el más pequeño posible.

Para realizar este primer análisis, no se han tenido en cuenta ningún tipo de órbita de parking ni en la salida ni en la llegada, sino que la trayectoria de transferencia es de punto a punto (Tierra-Kleopatra). La consideración de la órbita de parking se tendrá en cuenta más adelante.

Tradicionalmente, la manera de representar estos resultados es mediante un *porkchop plot*, el cual puede representar diversos parámetros, siendo el habitual el Δv y el TOF. El paso temporal empleado para obtener este gráfico es de 5 días.

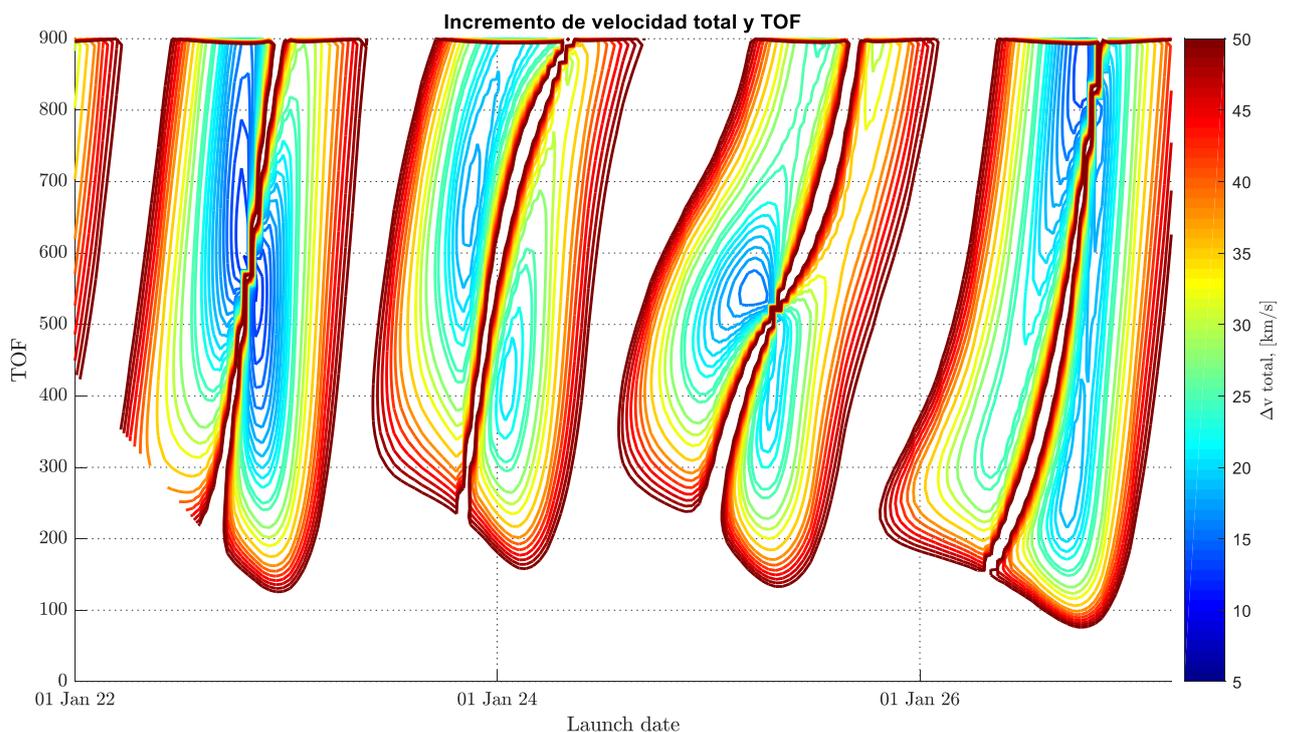


Figura 6.1: Porkchop plot generado para el análisis de una transferencia en el horizonte de estudio 2022-2026. TOF expresado en días.

Como se ha comentado en otras ocasiones, el par de fechas que minimizan el Δv para cada uno de los dos tipos de transferencia posibles (tipo I y tipo II), se obtienen tras pasar los resultados obtenidos en la Figura 6.1 por un frente de Pareto. En este caso, para obtener el

resultado más fiable posible, el paso temporal empleado es de 1 día. Las curvas, resultado de emplear este método, se muestran a continuación.

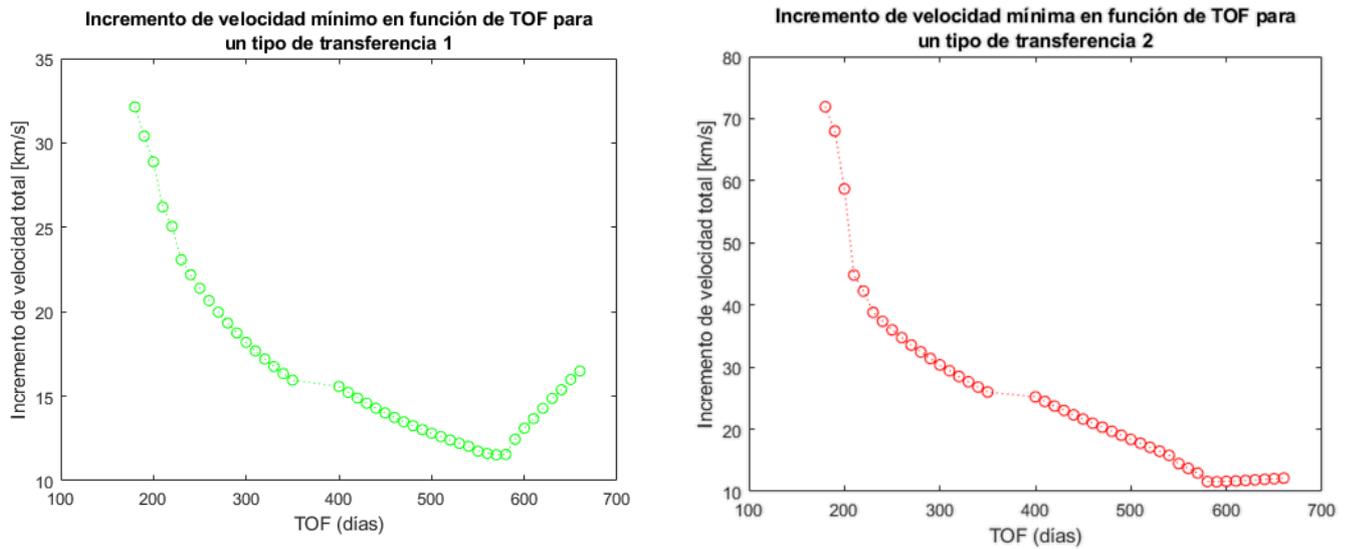


Figura 6.2: Frente de Pareto para los dos tipos de transferencia cuyo Δv es el menor para el horizonte temporal 2022-2026.

Los resultados numéricos, tanto de los Δv como de las fechas de salida y de llegada con las que se obtienen estos resultados, se muestran en la *Tabla 6.1*

	Transferencia tipo I	Transferencia tipo II
Δv total [km/s]	11.5305	11.5321
Fecha de salida	1-Nov-2023	28-Oct-2023
Fecha de llegada	23-May-2025	31-May-2025
TOF [días]	569	581

Tabla 6.1: Fechas de salida y de llegada y Δv mínimo para el horizonte temporal de estudio.

Al analizar los resultados obtenidos, resulta interesante observar como las fechas seleccionadas y los Δv resultantes son muy similares para los dos tipos de transferencia. Esto sugiere que la posición relativa entre los cuerpos de salida y de llegada se aproxima al caso ideal de la transferencia de Hohmann donde el incremento de anomalía verdadera es de 180° .

6.2. Vector de estado de origen y destino. Resolución del problema de Lambert

Una vez establecidas las fechas con las que se obtiene el Δv mínimo para todo el horizonte de estudio, el siguiente paso es resolver el problema de Lambert para estas fechas en particular. Para ello, se hace uso del Módulo 1 descrito en el apartado 5.1 que, siguiendo el orden expuesto en ese apartado, los resultados obtenidos para la transferencia de tipo I se muestran en la *Tabla 6.2*, *Tabla 6.3*, *Tabla 6.4* y *Tabla 6.5*.

➤ Transferencia tipo I

Vector estado del cuerpo de origen (Tierra)			
r_x [km]	$1.1684580149 \cdot 10^8$	v_x [km/s]	-18.870
r_y [km]	$0.9165552126 \cdot 10^8$	v_y [km/s]	23.326
r_z [km]	$-0.0000496026 \cdot 10^8$	v_z [km/s]	-0.001

Tabla 6.2: Vector estado del cuerpo de origen para la solución con la transferencia de tipo I en la fecha de salida.

Vector estado del cuerpo de destino (Kleopatra)			
r_x [km]	$-4.2985837545 \cdot 10^8$	v_x [km/s]	7.624
r_y [km]	$-2.9824775766 \cdot 10^8$	v_y [km/s]	-11.0444
r_z [km]	$-0.0118976158 \cdot 10^8$	v_z [km/s]	3.128

Tabla 6.3: Vector estado del cuerpo de destino para la solución con la transferencia de tipo I en la fecha de llegada.

	v_x [km/s]	v_x [km/s]	v_x [km/s]
Velocidad orbital inicial	-23.320	29.113	-1.470
Velocidad orbital final	5.078	-9.362	0.414

Tabla 6.4: Velocidad inicial y final de la órbita de transferencia para la solución con la transferencia de tipo I.

Parámetros de la órbita de transferencia			
Semieje mayor [AU]	2.2533	C_3 de salida [km^2/s^2]	55.4596
Excentricidad	0.5595	V_∞ [km/s]	7.4471
Semiparámetro [AU]	1.5479	Δv de salida [km/s]	7.4471
Inclinación [deg]	2.2564	Δv de llegada [km/s]	4.0834
RAAN [deg]	218.0626	Δv total [km/s]	11.5305
Argumento del perigeo [deg]	-172.0419		

Tabla 6.5: Parámetros y características de la órbita de transferencia para la solución con la transferencia de tipo I.

➤ **Transferencia tipo II**

Considerando la transferencia de tipo II, los resultados se muestran en las *Tabla 6.6*, *Tabla 6.7*, *Tabla 6.8* y *Tabla 6.9*.

Vector estado del cuerpo de origen (Tierra)			
r_x [km]	$1.2364590735 \cdot 10^8$	v_x [km/s]	-17.027
r_y [km]	$0.8256467779 \cdot 10^8$	v_y [km/s]	24.661
r_z [km]	$-0.0000446603 \cdot 10^8$	v_z [km/s]	-0.001

Tabla 6.6: Vector estado del cuerpo de origen para la solución con la transferencia de tipo II en la fecha de salida.

Vector estado del cuerpo de destino (Kleopatra)			
r_x [km]	$-4.2448874529 \cdot 10^8$	v_x [km/s]	7.898
r_y [km]	$-3.0582217204 \cdot 10^8$	v_y [km/s]	-10.851
r_z [km]	$0.0097419777 \cdot 10^8$	v_z [km/s]	3.128

Tabla 6.7: Vector estado del cuerpo de destino para la solución con la transferencia de tipo II en la fecha de llegada.

	v_x [km/s]	v_x [km/s]	v_x [km/s]
Velocidad orbital inicial	-21.844	30.168	-1.918
Velocidad orbital final	5.423	-9.129	0.546

Tabla 6.8: Velocidad inicial y final de la órbita de transferencia para la solución con la transferencia de tipo II.

Parámetros de la órbita de transferencia			
Semieje mayor [AU]	2.2500	C_3 de salida [km^2/s^2]	57.1985
Excentricidad	0.5592	V_∞ [km/s]	7.5630
Semiparámetro [AU]	1.5465	Δv de salida [km/s]	7.5630
Inclinación [deg]	2.9495	Δv de llegada [km/s]	3.9630
RAAN [deg]	213.6997	Δv total [km/s]	11.5321
Argumento del perigeo [deg]	-167.6270		

Tabla 6.9: Parámetros y características de la órbita de transferencia para la solución con la transferencia de tipo II.

Comparando los resultados obtenidos para los tipos de transferencia I y II, es posible apreciar que, tal y como se mencionó en el apartado 4.3.1, para la transferencia de tipo II se tiene un TOF superior, pero el Δv de llegada es menor, consiguiendo así que el orbitador precise acarrear consigo de una menor carga de combustible. Si bien es cierto, para el caso de la transferencia I el Δv total es ligeramente inferior (0.01387%) y requiere a su vez de un TOF menor (12 días menos). Cabe mencionar que, para los dos casos, los valores de C_3 obtenidos se encuentran dentro del rango de posibilidades de alguno de los lanzadores modernos. En concreto, el lanzador Atlas V sería capaz de poner en órbita de transferencia una carga de pago superior a los 2000 kg, por tanto, siendo una solución válida para los dos casos.

La similitud en los resultados, tal y como se ha comentado anteriormente, responde a la posición relativa entre los cuerpos de origen y destino para los dos tipos de transferencia, la cual se encuentra próxima a los 180° , tal y como se puede apreciar en las figuras de la Tabla 6.10.

Transferencia tipo I	Transferencia tipo II
Incremento de anomalía verdadera: 176.64°	Incremento de anomalía verdadera: 182.04°

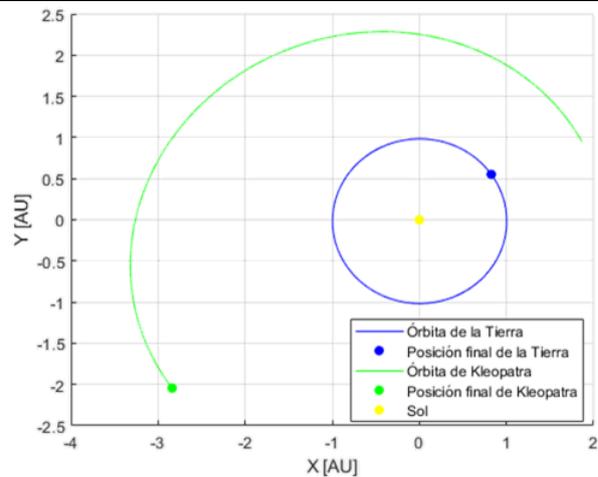
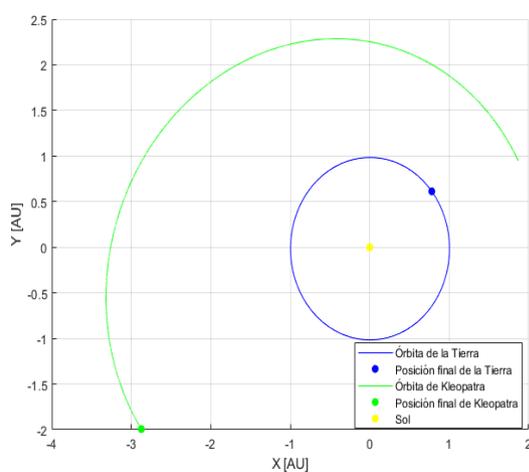


Tabla 6.10: Incremento de anomalía verdadera para los dos tipos de transferencia.

6.3. Propagación perturbada y corrección del impulso inicial

Una vez establecida la transferencia en un entorno ideal, el siguiente paso consiste en recrear la órbita en presencia de perturbaciones. De este modo, tal y como se ha comentado anteriormente, se somete al orbitador a la presión de la radiación solar y a la presencia de todos los cuerpos mayores del Sistema Solar.

En la incorporación de estas perturbaciones se han hecho algunas simplificaciones. La primera de ellas ha sido considerar el modelo de *cannonball*, en el que el orbitador se considera esférico y compuesto por un único material. Además, se ha tomado una relación área-masa de $2 \text{ m}^2/\text{kg}$ y un C_R de 1.7, que se encuentra dentro del rango de los materiales empleados en este sector [29].

Por otro lado, en lo que a la perturbación por tercer cuerpo se refiere, exclusivamente se ha implementado la debida a los planetas del Sistema Solar, aunque como Kleopatra es un asteroide situado en el cinturón de asteroides, resultaría interesante, como futura línea de investigación, comprobar cómo la perturbación de otros asteroides de grandes dimensiones afectaría a la transferencia.

Para realizar la propagación perturbada, se ha tomado como condición inicial la posición del punto de origen y la velocidad inicial solución del problema de Lambert, haciendo esto para cada tipo de transferencia (ver *Tabla 6.11* y *Tabla 6.12*).

r_x [km]	$1.1684580149 \cdot 10^8$	v_x [km/s]	-23.321
r_y [km]	$0.9165552126 \cdot 10^8$	v_y [km/s]	29.114
r_z [km]	$-0.0000496026 \cdot 10^8$	v_z [km/s]	-1.470

Tabla 6.11: Condiciones iniciales para el propagador. Transferencia tipo I.

r_x [km]	$1.2364590735 \cdot 10^8$	v_x [km/s]	-21.844
r_y [km]	$0.8256467779 \cdot 10^8$	v_y [km/s]	30.168
r_z [km]	$-0.0000446603 \cdot 10^8$	v_z [km/s]	-1.918

Tabla 6.12: Condiciones iniciales para el propagador. Transferencia tipo II.

Llegado este punto, se incorpora al problema la situación realista de partir desde una órbita de parking de 6600 km de radio. Debido a que el punto de partida inicial es el centro de la Tierra, para conseguir este efecto, se desacopla la influencia de la perturbación de la Tierra hasta que el orbitador alcanza una distancia igual al radio de la órbita de parking. De esta manera, se consigue que la órbita de transferencia tenga una perturbación igual que si el orbitador partiera desde la órbita de parking establecida.

Debido a la semejanza entre las soluciones de los dos tipos de transferencias, a partir de este momento, en el presente apartado se presentan únicamente los gráficos correspondientes a la transferencia de tipo I. En el Anexo 5 se muestran los gráficos de la solución para el caso de la transferencia de tipo II.

En este conjunto de gráficos mostrados en la *Figura 6.3*, es posible apreciar cómo los cálculos realizados para resolver el problema de Lambert son correctos, ya que la distancia entre el orbitador y Kleopatra es de 0.40023 km. Asimismo, se impuso que el tiempo de vuelo debía de ser de 569 días y el obtenido tras la propagación es exactamente, tal y como cabría de esperar de 569.00 días por lo que el orbitador, en órbita kepleriana, interceptaría al asteroide 216 Kleopatra el día 23 de mayo de 2025 a las 12:00 UTC.

Por otro lado, también es posible observar la razón de incorporar un algoritmo de convergencia para la velocidad inicial de la órbita y es que, la distancia mínima entre Kleopatra y el orbitador perturbado es de 23 922 397 km, una distancia más que

considerable, por lo que se puede afirmar que esta órbita de transferencia es muy sensible a las perturbaciones.

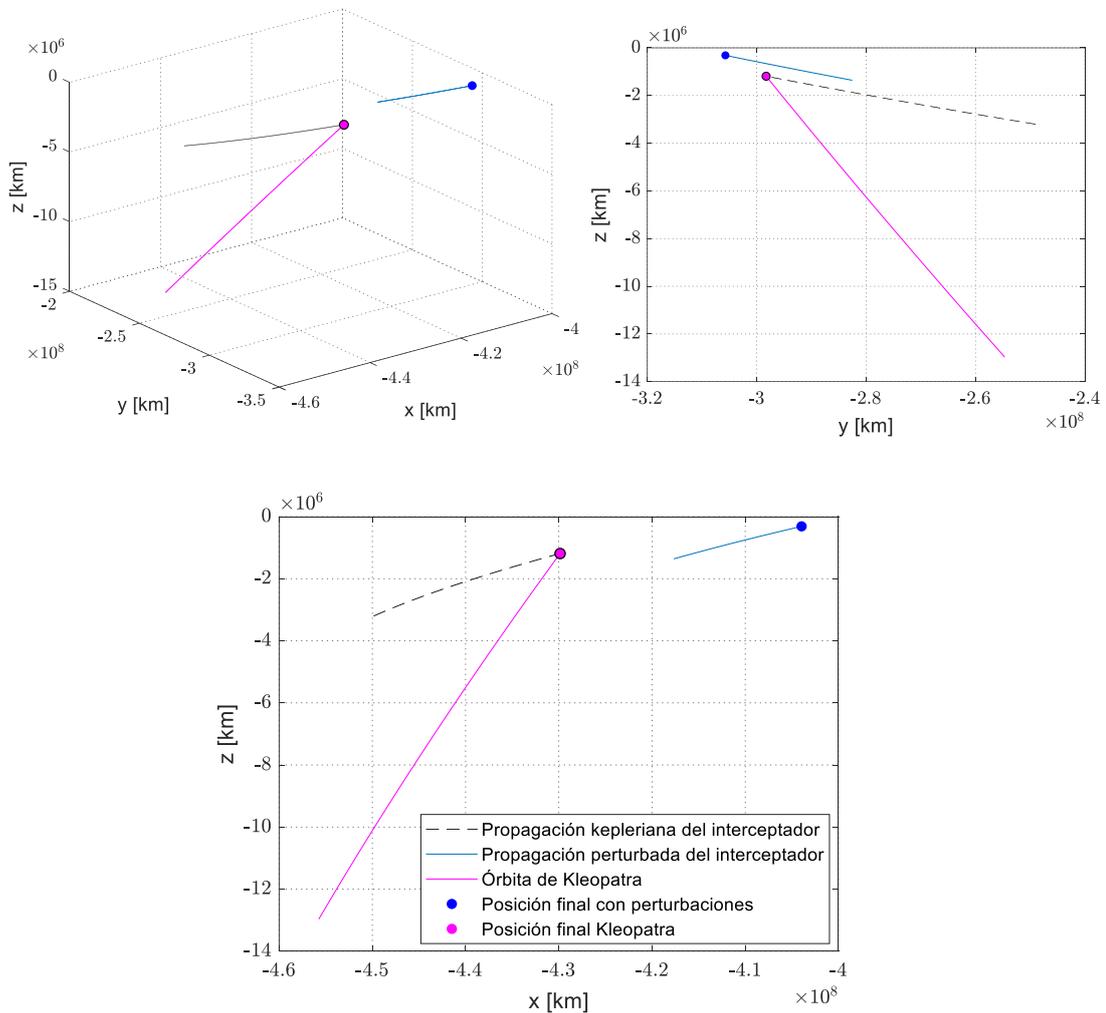


Figura 6.3: Trayectorias de Kleopatra (rosa), el orbitador perturbado (azul) y el orbitador en órbita kepleriana (negro). Transferencia tipo I.

Dicho algoritmo, cuyo esquema lógico se puede observar en la Figura 4.14, permite calcular la V_0 necesaria para interceptar el asteroide. En este caso de aplicación, se ha iterado hasta que la distancia mínima entre orbitador y asteroide tras la integración perturbada sea de 20 km. Esta distancia es más que suficiente para poder analizar y fotografiar tanto la superficie como la composición del cuerpo de estudio. De acuerdo con [3], si se quiere orbitar en torno a este asteroide, el orbitador se encontraría en situación estable y fuera de peligro de colisión a 300 km de la superficie de Kleopatra.

En la Figura 6.4, correspondiente al método de convergencia, se puede observar cómo, después de unas pocas iteraciones iniciales donde el método oscila, la distancia entre el orbitador y Kleopatra va disminuyendo de manera prácticamente lineal hasta alcanzar el límite de la convergencia situado en los 20 km.

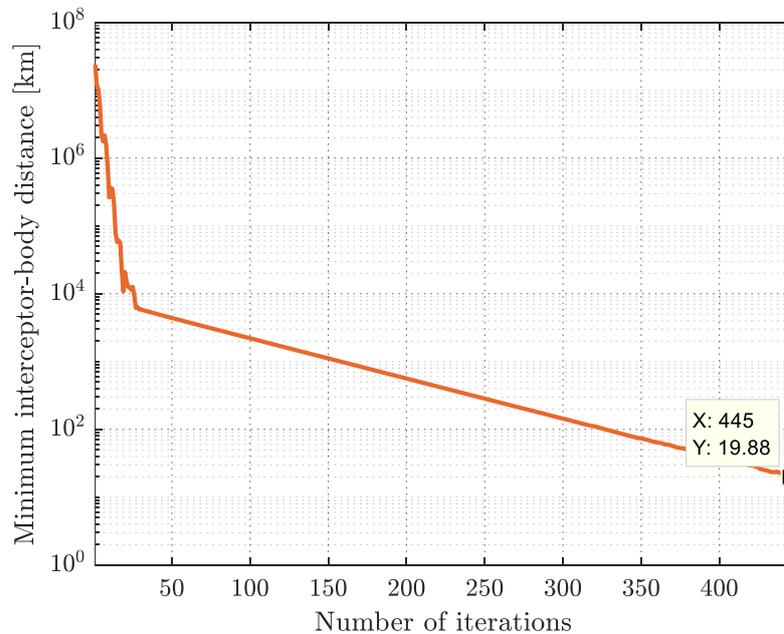


Figura 6.4: *Mínima distancia entre el orbitador y Kleopatra en función del número de iteraciones. Transferencia tipo I.*

Asimismo, debido a la formulación del método, dependiente de la distancia entre los dos cuerpos, se puede observar como la distancia se reduce considerablemente en las primeras iteraciones, mientras que cuanto menor es la distancia entre ambos cuerpos, menor es la velocidad de convergencia.

En la Figura 6.5, se muestra la variación en el Δv que es necesario aplicar en cada iteración.

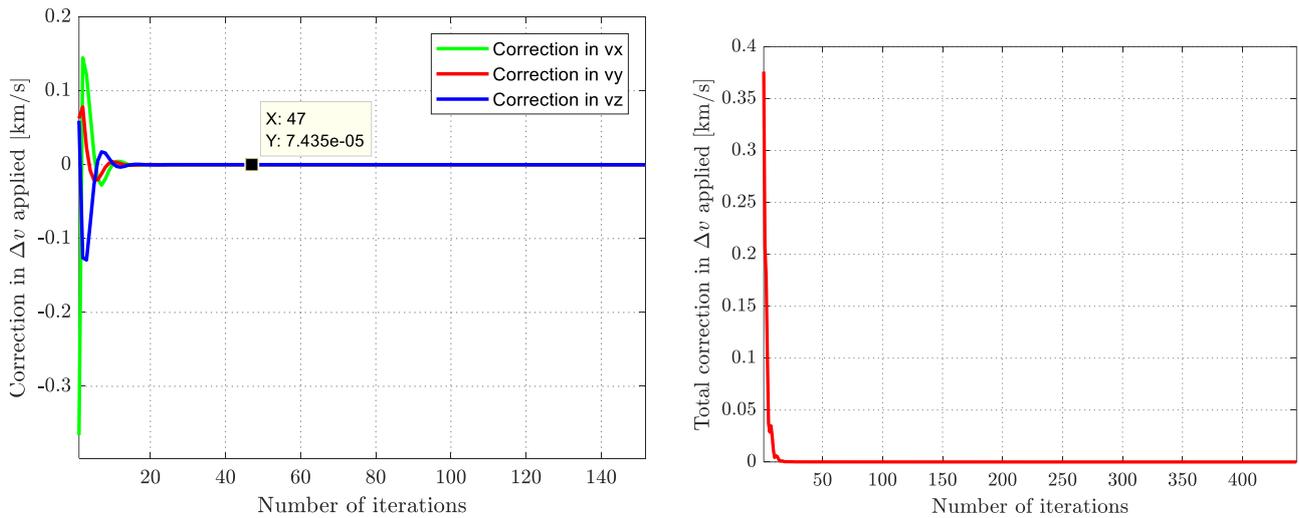


Figura 6.5: Corrección del Δv (vector y escalar) aplicado en cada iteración. Transferencia tipo I. Aunque el gráfico de la izquierda muestra 140 iteraciones, para alcanzar la distancia mínima de 20 km, hizo falta más de 400 iteraciones, tal y como muestra el gráfico de la derecha.

Como se puede observar, a partir de la iteración número 20 aproximadamente, el valor de Δv que se aplica es considerablemente pequeño. No obstante, estas pequeñas variaciones de Δv suponen, en algunos casos, variaciones de hasta cientos de kilómetros de distancia entre el orbitador y Kleopatra. Esto demuestra la extrema sensibilidad de la órbita de transferencia a las variaciones de Δv .

Finalmente, se estudia también el comportamiento de otras variables de interés como pueden ser el TOF y el valor de la velocidad inicial que se aplica en cada momento. Este estudio da como resultado las gráficas de la Figura 6.6.

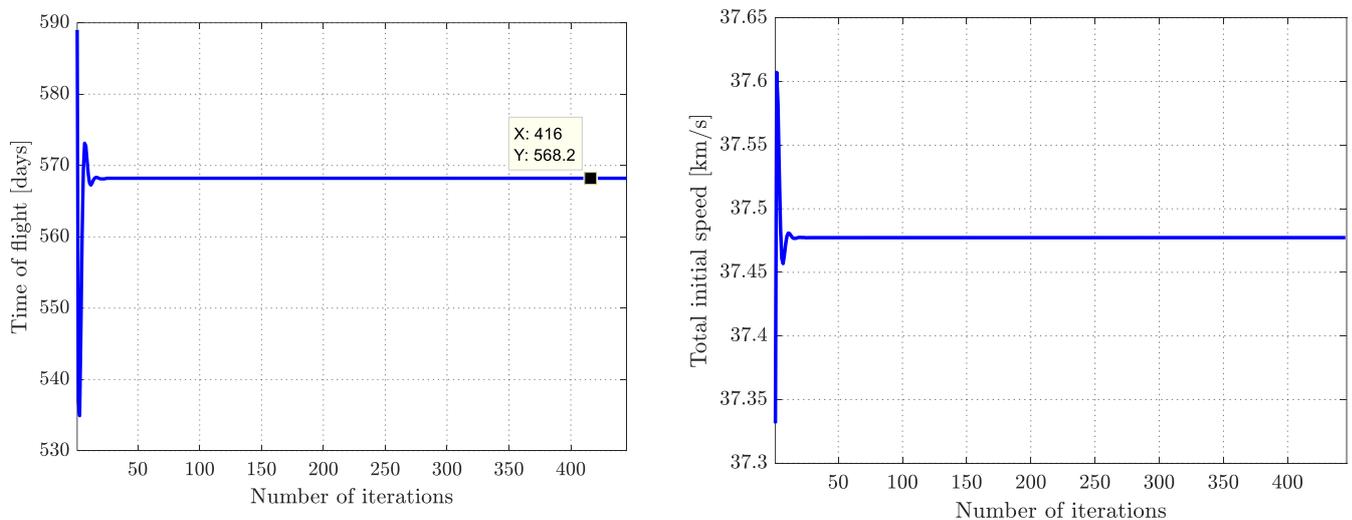


Figura 6.6: TOF y velocidad inicial en función de las iteraciones. Transferencia tipo I.

Se puede observar como la estimación realizada con Lambert es bastante precisa pues en este caso el TOF, tras la corrección, es de 568.20833 días frente a los 569.00 que salían de realizar la propagación kepleriana. De esta manera, el orbitador interceptará Kleopatra el día 22 de mayo de 2025 a las 17:00 UTC.

Después del análisis gráfico de los resultados, se muestran los valores numéricos obtenidos. En este caso se presentan tanto para la transferencia tipo I (Tabla 6.13), cuyos gráficos se han mostrado, como los obtenidos para la de tipo II (Tabla 6.14).

	Lambert	Corregido
$v_{0,x}$ [km/s]	-23.321	-23.402
$v_{0,y}$ [km/s]	29.114	29.222
$v_{0,z}$ [km/s]	-1.470	-1.724
V_0 [km/s]	37.331	37.477
Δv_x [km/s]	-4.450	-4.532
Δv_y [km/s]	5.788	5.896
Δv_z [km/s]	-1.467	-1.723
Δv salida [km/s]	7.447	7.633
TOF [días] y fecha de llegada	569	568.20833 (22/05/2025 17:00 UTC)

Tabla 6.13: Comparación de las velocidades obtenidas mediante la resolución del problema de Lambert y después de aplicar el algoritmo de corrección. Transferencia tipo I.

	Lambert	Corregido
$v_{0,x}$ [km/s]	-21.844	-22.021
$v_{0,y}$ [km/s]	30.168	29.999
$v_{0,z}$ [km/s]	-1.918	-1.950
V_0 [km/s]	37.295	37.264
Δv_x [km/s]	-2.974	-3.151
Δv_y [km/s]	6.842	6.672
Δv_z [km/s]	-1.916	-1.948
Δv salida [km/s]	7.702	7.632
TOF [días] y fecha de llegada	581	580.75 (30/05/2025 06:00 UTC)

Tabla 6.14: Comparación de las velocidades obtenidas mediante la resolución del problema de Lambert y después de aplicar el algoritmo de corrección. Transferencia tipo II.

En ambos casos, se muestra la comparación entre la solución del problema de Lambert y la obtenida después de aplicar el método de corrección de la velocidad inicial. Como se puede observar, las diferencias son del orden de las décimas o incluso de las centésimas en algún caso, siendo la diferencia entre los módulos de la velocidad inicial de apenas de 0.146 km/s para el caso de la transferencia I y de 0.031 km/s para el tipo II. No obstante, como ya se ilustró anteriormente, esta diferencia de velocidad es suficiente para que, después de aproximadamente 569 días de transferencia interplanetaria, la diferencia entre el orbitador y Kleopatra sea de más de 27 millones de kilómetros en el caso de la transferencia de tipo I.

Al igual que se hizo con la órbita kepleriana, en la

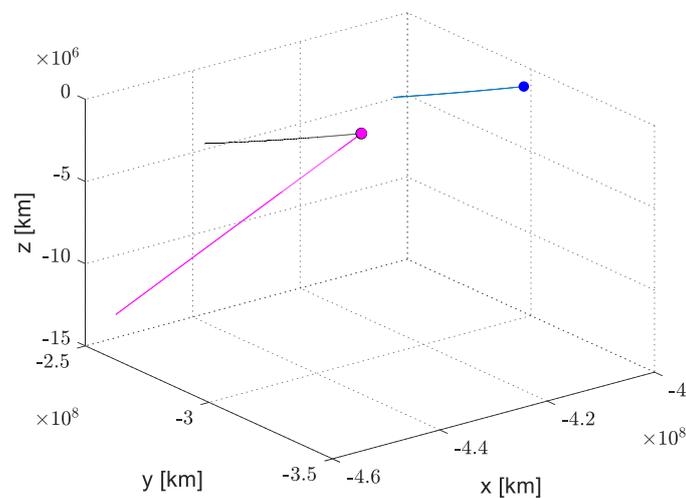


Figura 6.7 se representan las trayectorias de Kleopatra, del orbitador tras aplicar la corrección de la velocidad inicial y del orbitador sin dicha corrección. Como se puede apreciar, ahora la trayectoria que sigue el interceptor después de corregir su velocidad es muy similar a la que llevaba en el caso de la propagación kepleriana.

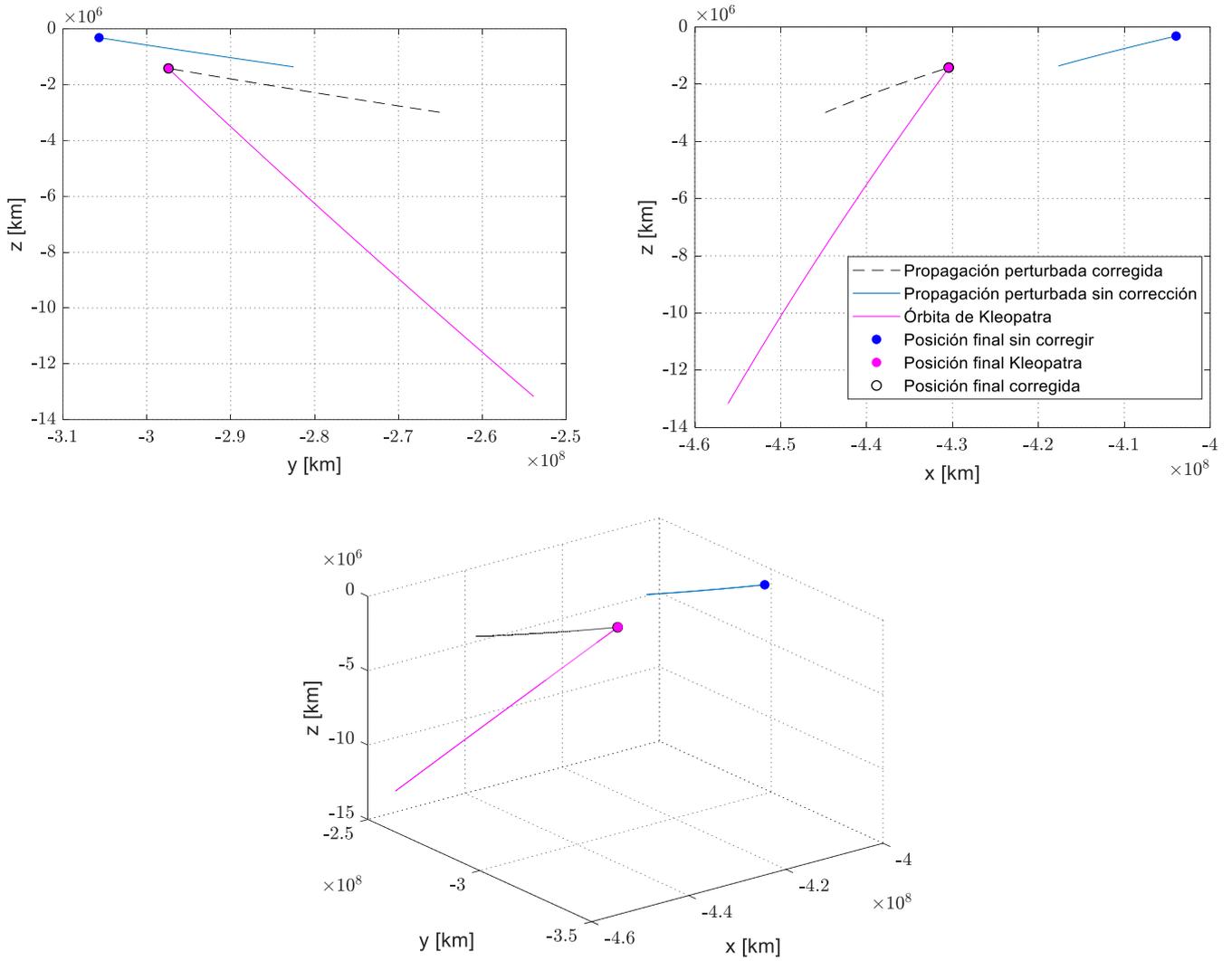


Figura 6.7: Trayectorias de Kleopatra (rosa), el orbitador perturbado (azul) y el orbitador tras realizar la corrección de la velocidad inicial (negro). Transferencia tipo I.

Finalmente, en la Figura 6.8 se representan las proyecciones y la visión tridimensional de las órbitas de la Tierra, Kleopatra y el orbitador completas.

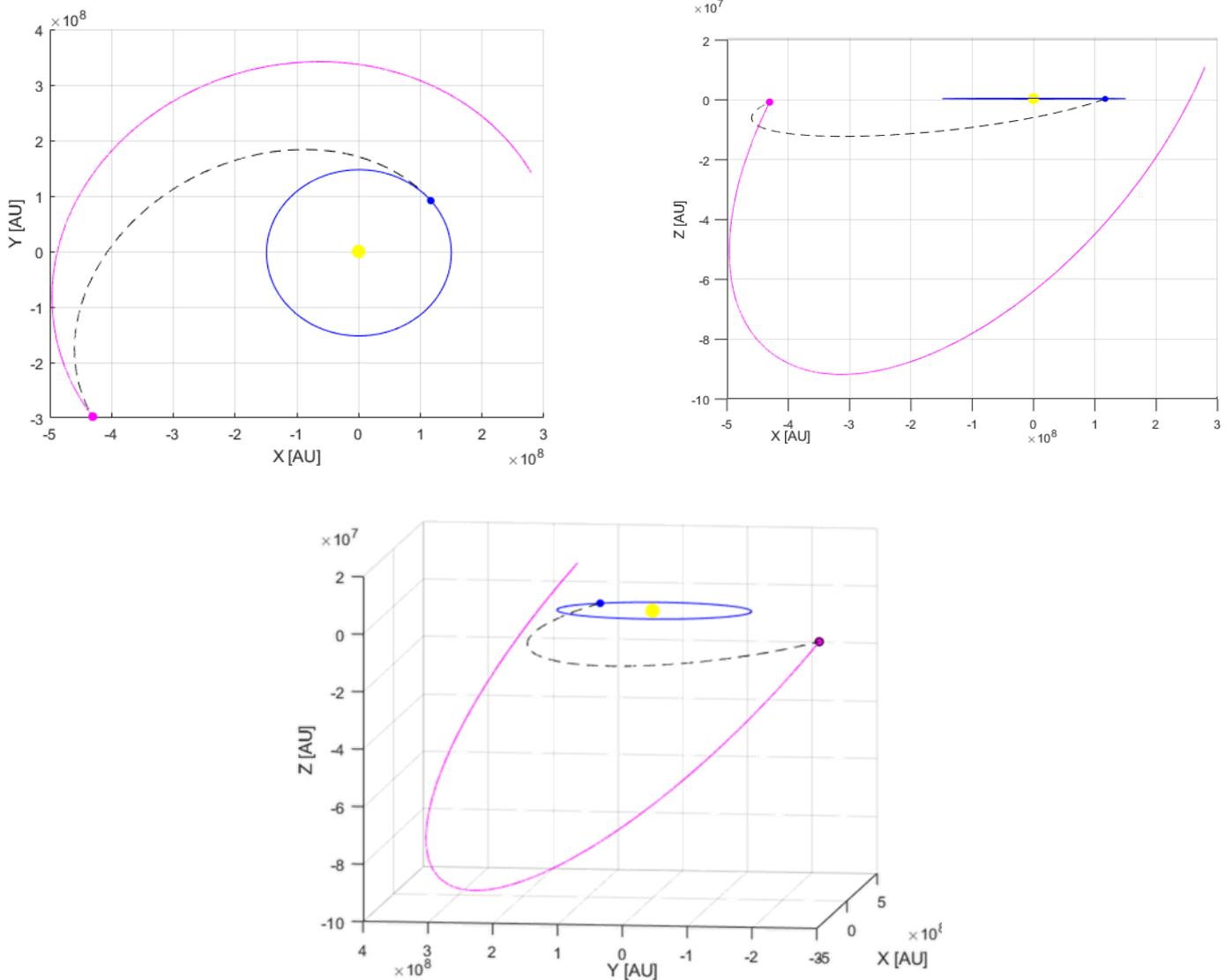


Figura 6.8: Representación de las tres órbitas completas. Órbita de la Tierra (azul), orbitador (negro) y órbita de Kleopatra (rosa). Transferencia tipo I.

6.4. Órbita de parking y lanzamiento

Una vez determinada la velocidad inicial que es necesario aportar al vehículo para en su transferencia interplanetaria intercepte a Kleopatra, se ha optado por realizar un diseño preliminar de una órbita de parking.

La suposición de la que parte Lambert es la del cálculo de una órbita de transferencia desde un punto hasta otro, en este caso desde el centro de la Tierra hasta el centro de Kleopatra. Puesto que, en la práctica, resulta imposible y carece de sentido realizar un

lanzamiento desde el centro de la Tierra, lo que se propone es realizar el impulso desde una órbita circular de 6600 km de altura. De esta manera, obtenida la trayectoria de interceptación del orbitador, es sencillo obtener el instante en el que la Tierra y el orbitador se encuentran a una distancia igual al radio de la órbita de parking. Una vez obtenidas las coordenadas del punto donde se realizará el impulso, el resto de parámetros orbitales se obtienen a través de las fórmulas de los elementos de una órbita circular [18]. Así, los resultados que definen la órbita de parking para cada una de las transferencias, se muestran a continuación en las *Tabla 6.15* y *Tabla 6.16*.

Vector estado en la órbita de parking			
r_x [km]	$1.168263697409198 \cdot 10^8$	v_x [km/s]	-22.474882271352907
r_y [km]	$0.916812291027963 \cdot 10^8$	v_y [km/s]	29.729549882277521
r_z [km]	$-0.000064530761730 \cdot 10^8$	v_z [km/s]	-1.726503166635386
Δv necesario para la transferencia			
Δv_x [km/s]	-3.602404429217412		
Δv_y [km/s]	6.566038814398779		
Δv_z [km/s]	0.96632628776529		
Δv [km/s]	7.551421712383888		
Parámetros orbitales de la órbita de parking			
i	44.73697°	RAAN	111.26888°
u	10.47499°		

Tabla 6.15: Vector estado, parámetros orbitales y Δv necesario de la órbita de parking para la transferencia tipo I.

Cómo se puede observar, el Δv que es necesario aplicar en el caso en el que se contempla la órbita de parking es ligeramente mayor (0.1043 km/s) que en el caso en el que se realiza el lanzamiento desde el centro de la Tierra.

Vector estado en la órbita de parking			
r_x [km]	$1.2362629886 \cdot 10^8$	v_x [km/s]	-22.477
r_y [km]	$0.8259061941 \cdot 10^8$	v_y [km/s]	29.733
r_z [km]	$-0.0000597235 \cdot 10^8$	v_z [km/s]	-1.723
Δv necesario para la transferencia			
Δv_x [km/s]	-5.445		

Δv_y [km/s]	5.341		
Δv_z [km/s]	0.435		
Δv [km/s]	7.639		
Parámetros orbitales de la órbita de parking			
<i>i</i>	115.42712°	RAAN	137.108203°
<i>u</i>	3.61715°		

Tabla 6.16: Vector estado, parámetros orbitales y Δv necesario de la órbita de parking para la transferencia tipo II.

En este caso, comparando estos resultados de Δv con aquellos presentados en la Tabla 6.14, se observa que, al emplear una transferencia de tipo II, el Δv que es preciso aplicar es casi idéntico que en el caso de no contemplar el uso de la órbita de parking.

Una vez establecida la órbita de parking que se va a emplear, lo único que resta por analizar es cómo, cuándo y desde dónde se va a realizar el lanzamiento. En el programa desarrollado se da la posibilidad de seleccionar algunos de los principales lugares de lanzamiento de todo el mundo. Los parámetros de entrada que precisa el código para funcionar, además de las coordenadas y restricciones de cada estación espacial, son la inclinación de la órbita y la declinación o DLA de la misma (ver Tabla 6.17).

Datos de la órbita de parking para transferencia tipo I			
Inclinación	44.73697°	Declinación	-13.20668°
Datos de la órbita de parking para transferencia tipo II			
Inclinación	115.42712°	Declinación	-13.05061°

Tabla 6.17: Inclinación y DLA de las órbitas de parking para los dos tipos de transferencia.

A modo de resumen se presenta la Tabla 6.18 indicando los lugares de lanzamiento disponibles para cada tipo de transferencia. Si se quiere consultar el extracto realizado por el programa, donde aparece la inclinación, azimut y hora de lanzamiento local, puede consultar el Anexo 6.

Lugar de lanzamiento	Transferencia tipo I	Transferencia tipo II
Cabo Cañaveral (USA)	Sí	No (Azimut fuera de límites)
Vandenberg (USA)	No (Azimut fuera de límites)	No (Azimut fuera de límites)
Wallops Island (USA)	Sí	Sí
San Marco Platform (Kenia)	No (Azimut fuera de límites)	No (Azimut fuera de límites)

Kourou (Guayana francesa)	Sí	Sí
Plesetsk (Rusia)	No (Azimut fuera de límites)	Sí
Kapustin Yar (Rusia)	No (Azimut fuera de límites)	Sí
Baikonur (Kazajistán)	No (Azimut fuera de límites)	Sí
Sriharikota (India)	No (Azimut fuera de límites)	No (Azimut fuera de límites)
Shuang (China)	Sí	Sí
Xixhang (China)	No (Azimut fuera de límites)	No (Azimut fuera de límites)
Kagoshima (Japón)	Sí	Sí

Tabla 6.18: Lugares de lanzamiento disponible para cada tipo de transferencia.

Se puede observar que de los 12 lugares de lanzamiento que se contemplan, entre los dos tipos de transferencia, se podría realizar el lanzamiento desde 8 de ellos. Por otro lado, hay 3 lugares desde los que se permite lanzar en las dos ocasiones por lo que, si hubiera una demora en la misión, no sería necesario buscar otro lugar de lanzamiento, o seleccionar otra fecha con el consiguiente gasto energético (pues las opciones contempladas son aquellas que suponen un Δv más pequeño).

7. Conclusiones y futuras líneas de investigación

7.1. Conclusiones

A continuación, se recogen las conclusiones extraídas del desarrollo del trabajo, así como de la implementación, validación y análisis del programa desarrollado.

El presente trabajo constituye el diseño preliminar de una transferencia al asteroide 216 Kleopatra. Después de estudiar la teoría básica de la mecánica orbital, así como algunos problemas y teoremas fundamentales de este campo, se ha realizado un programa que calcula los parámetros principales de la órbita de transferencia, además de reproducir algunos gráficos destacados de la misma.

El código del programa, el cual ha sido implementado en Matlab, se ha validado función a función con la bibliografía, confirmando así que tanto los resultados obtenidos para la propagación de los cuerpos de origen y destino, como los de la resolución del problema de Lambert, son fiables. El carácter modular del código desarrollado, permite la rápida adaptación para cualquier caso de estudio. Tanto es así que, a lo largo del trabajo, ha sido posible representar gráficos y datos de otros cuerpos estelares diferentes a los que este trabajo pretendía estudiar.

El caso de aplicación del código desarrollado ha sido la interceptación del asteroide 216 Kleopatra para el horizonte temporal comprendido entre 2022 y 2026 (siendo el 31/12/2026 la fecha límite de salida). En primer lugar, se ha analizado el *porkchop plot* generado para todo el horizonte temporal de estudio y, mediante un frente de Pareto, se han obtenido las fechas de salida y de llegada con un menor Δv total. De esta manera, para una transferencia de tipo I, el lanzamiento se realizaría el día 1 de noviembre de 2023 con un C_3 de salida de $55.46 \text{ km}^2/\text{s}^2$ (Δv de salida de 7.447 km/s), un Δv total de 11.5305 km/s y un TOF de 569 días. Por su parte, para la transferencia de tipo II, la salida estaría prevista para el día 28 de octubre de 2023 con un C_3 de salida de $57.19 \text{ km}^2/\text{s}^2$ (7.56 km/s), Δv total de 11.5321 km/s y un TOF de 581 días. Debido a que el incremento de anomalía verdadera para ambos casos es próximo a 180° , el Δv de ambos tipos de transferencia es similar. Se puede concluir que es posible alcanzar Kleopatra en menos de 600 días haciendo uso de los dos

tipos de transferencia y con unos requerimientos energéticos asumibles por los lanzadores modernos.

La solución de Lambert no es del todo realista al no incorporar ninguna fuente de perturbación, por lo que, para completar el trabajo, se ha realizado la propagación del orbitador en presencia de diversas fuentes de perturbación como la radiación solar y la presencia de otros cuerpos. La introducción de estas perturbaciones hizo que el orbitador distara de su objetivo más de 27 millones de kilómetros para la transferencia de tipo I y 7.5 millones de kilómetros para la transferencia de tipo II. Para corregir este efecto de las perturbaciones, se ha diseñado un algoritmo que corrige el impulso inicial, consiguiendo en todos los casos a los que fue sometido, la interceptación entre el orbitador y Kleopatra. Tras aplicar el algoritmo diseñado, se obtuvieron los resultados de Δv y TOF de la misión. Para la transferencia de tipo I, el Δv a la salida pasa de 7.447 km/s a 7.633 km/s con un TOF de 568.20833 días, con lo que la sonda interceptaría Kleopatra el día 22 de mayo de 2025 a las 17:00 UTC. Por su parte, para la transferencia de tipo II, el Δv a la salida pasa de 7.7025 km/s a 7.6321, con un TOF de 580.75 días, haciendo que la interceptación se produzca el día 30 de mayo de 2025 a las 06:00 UTC. Se concluye que, con ligeras modificaciones en el vector de la velocidad inicial con respecto al valor obtenido con Lambert, se consigue la interceptación de los cuerpos con una trayectoria más realista.

Para finalizar, considerando que era poco realista la situación de realizar el lanzamiento desde el centro de la Tierra, se ha considerado que éste se realiza desde una órbita de parking de radio 6600 km. De nuevo, el valor de Δv de salida se ve alterado, siendo los siguientes los valores finales: 7.55 km/s para la transferencia de tipo I y 7.639 km/s para la transferencia de tipo II. Es posible afirmar que, para que el lanzamiento sea realista (realizándolo desde una órbita parking y no desde el centro de la Tierra), es necesario aplicar pequeñas variaciones en el Δv de salida.

Una vez determinadas las características de la órbita de parking, se propuso un listado de lugares de lanzamiento de todo el mundo desde los que se ha analizado la viabilidad de la misión para cada tipo de transferencia, viendo que no todos los lugares son susceptibles de ser empleados para realizar el lanzamiento. Por otro lado, ciertos emplazamientos pueden tener más de una oportunidad de lanzamiento, siendo posible llevar a cabo la transferencia de tipo I como la de tipo II.

7.2. Futuras líneas de investigación

A pesar de que se considera que los objetivos del trabajo se han cumplido con éxito, conviene plantear la posibilidad de incorporar nuevas líneas de investigación que permitan perfeccionar el código desarrollado y completar el análisis de la misión.

En primer lugar, una posible línea de investigación, que sería al menos tan extensa como el propio trabajo, sería realizar un análisis más exhaustivo y detallado de las condiciones de llegada, así como los requisitos de la misión una vez alcanzado el objetivo. Se trataría de, supuesto el uso de una órbita de parking en el cuerpo de llegada, establecer cuál sería la más indicada para los fines de la misión, establecer, a través de la composición y geometría del asteroide, la situación de equilibrio para esa órbita y qué correcciones habría que realizar y en qué momentos.

Por otro lado, una posible mejora, aunque ya se ha comentado anteriormente, es la incorporación de perturbaciones provocadas por asteroides de gran tamaño que se encuentren en el cinturón próximos a Kleopatra y ver si su presencia afectaría o no a la trayectoria del orbitador.

En cuanto a la optimización de la trayectoria, resulta lógico introducir en un futuro la posibilidad de realizar flyby con otros planetas o cuerpos del Sistema Solar. A pesar de que esta incorporación supondría un más que notorio coste computacional, las ventajas que en términos de eficiencia energética acarrearía, haría que mereciera la pena, tal y como sucede en la realidad.

Finalmente, el algoritmo desarrollado para modificar la velocidad inicial y conseguir la interceptación podría mejorarse o sustituirse por un método que aplicara pequeños impulsos en momentos clave de la transferencia para que así, el orbitador alcance su objetivo.

8. Presupuesto y condiciones del proyecto

8.1. Presupuesto

En este apartado se pretende estimar los costes que ha implicado la realización del presente proyecto. El presupuesto puede desglosarse en las dos siguientes clasificaciones:

- Costes referidos a recursos humanos. Se ha de tener en cuenta la participación de un ingeniero aeroespacial y un ingeniero doctorados con labor de supervisión.
- Costes referidos a equipos. En esta partida, se tienen en cuenta tanto los costes derivados de los equipos físicos empleados, como del software utilizado durante la realización del proyecto.

8.1.1. Costes de recursos humanos

El coste de personal hace referencia al trabajo realizado por las dos personas involucradas, teniendo en cuenta su tarifa horaria, la cual no es la misma en todos los casos. Las personas involucradas en el proyecto son:

- Graduado en ingeniería aeroespacial: El cometido de este agente es la búsqueda de documentación, diseño y programación de la herramienta empleada, la validación de las distintas rutinas que conforman la herramienta, análisis de los resultados obtenidos en el caso de estudio y redacción de la memoria técnica.
- Doctor ingeniero Aeronáutico: El cometido de esta persona es establecer las líneas iniciales y objetivos del proyecto, ayuda en la resolución de dudas o problemas que hayan surgido a lo largo del desarrollo del proyecto y revisión de los resultados finales y de la memoria técnica.

Categoría	Dedicación [h]	Tarifa horaria [€/h]	Coste [€]
Graduado en Ing. aeroespacial	338	10	3380
Doctores Ing. Aeronáuticos	60	20	1200
TOTAL			4580

Tabla 8.1: Costes de personal para la realización del proyecto.

8.1.2. Costes de equipo

En lo referente a los costes de equipo, es necesario distinguir entre los costes asociados al hardware y los costes asociados al software.

8.1.2.1. Costes asociados al hardware

Se incluyen en esta categoría los equipos físicos empleados durante la realización del trabajo. Es necesario tener en cuenta el coste de amortización del producto, ya que su uso se limita a un cierto periodo en el tiempo. El valor de este coste para un equipo informático puede calcularse de la siguiente manera

$$a = \frac{V_C - V_R}{n}, \quad (8.1)$$

donde

- V_C es el valor de compra del equipo. En este caso particular, se trata de un ordenador portátil ASUS X555LJ de 2016 con 8 GB de RAM y un procesador Intel i7, cuyo precio de compra fue de 650€.
- V_R es el valor residual del equipo. Para este caso concreto, puede estimarse en el 20% del valor de compra.
- n es el periodo de amortización. Para el caso de este portátil se estima en 3 años.

Con estos datos y, haciendo uso de la ecuación (8.1), el coste total del equipo hardware se muestra en la

Categoría	Amort. Anual [€/año]	Tiempo de uso (meses)	Coste [€]
Portátil ASUS	173.33	6	86.67

Tabla 8.2: Coste de equipo hardware.

8.1.2.2. Costes asociados al software

Se incluyen en este apartado, todos los programas empleados durante la realización del proyecto. En este caso, el desarrollo de la herramienta fue íntegramente realizado en MATLAB. Asimismo, se ha hecho uso del paquete de Microsoft Office tanto para la redacción de la documentación como para la realización de ciertos gráficos o tablas.

Categoría	Coste Anual [€/año]	Tiempo de uso (meses)	Coste [€]
Licencia MATLAB	800	6	400
Licencia Office	69	6	34.5
TOTAL			434.5

Tabla 8.3: Costes asociados al software.

8.1.3. Presupuesto total

Finalmente, se presenta el desglose total del coste estimado del proyecto. Además, es necesario añadir los costes asociados a imprevistos y medios auxiliares tales como limpieza y recursos energéticos, estimados en un 7%. Por último, se añaden los impuestos pertinentes a los costes totales del proyecto.

Concepto	Importe [€]
Coste de personal	4580
Coste de equipos	521.17
Costes generales (7%)	357.1
Total ejecución	5458.27
IVA (21%)	1146.24
TOTAL	6604.51

Tabla 8.4: Costes totales del proyecto.

Por lo tanto, el presupuesto total del proyecto asciende a la cantidad de SEIS MIL SEISCIENTOS CUATRO EUROS Y CINCUENTA Y UN CÉNTIMOS.

8.2. Condiciones del proyecto

Las condiciones en las que se debe realizar el proyecto son de vital importancia si lo que se busca es obtener el máximo rendimiento posible y evitar posibles lesiones o riesgos para la salud.

Debido a la naturaleza del proyecto, la totalidad del trabajo se ha llevado a cabo con la ayuda de un ordenador, por lo que las siguientes consideraciones se han de tener en cuenta.

- Con el objetivo de prevenir lesiones musculares, se ha de mantener una postura corporal adecuada en una silla ergonómica y homologada para realizar labores de oficina.
- Se ha de ajustar la iluminación de la sala en la que se está trabajando de manera que no se produzcan brillos y se evite la fatiga debido al uso de las pantallas.
- Se procurará el uso de softwares homologados que atenúen la luz azul de las pantallas, consiguiendo así evitar una sobreexposición que pueda dañar la vista del usuario,
- El trabajo se deberá realizar en una estancia bien ventilada e insonorizada.
- Las conexiones eléctricas deben de realizarse de manera segura con el objetivo de evitar accidentes que puedan dañar tanto los equipos como al propio trabajador.
- Se deberá realizar un control de la carga de trabajo, regulando las horas máximas de trabajo al día y controlando las pausas que se deben hacer con el fin de maximizar la eficiencia, sin descuidar la salud del trabajador.

En lo que se refiere a los aspectos técnicos del proyecto, a continuación, se exponen tanto el hardware como el software empleado para la realización del proyecto.

- ❖ **Hardware:** El ordenador que se ha empleado es un portátil marca ASUS y modelo X555LJ.600. Cuenta con un procesador Intel® Core™ i7-5500U CPU @

2.40 GHz (4 CPUs), con una RAM instalada de 8 GB, una tarjeta gráfica NVIDIA GEFORCE 920M y un sistema operativo Windows de 64-bits.

- ❖ **Software:** Se ha empleado el software **MATLAB** versión R2017b de 64 bits para desarrollar el código. Por su parte, para la redacción de la memoria, realización de diagramas y tratamiento de algunos datos, se ha empleado el paquete de **Microsoft Office** versión 2019.

9. Referencias

- [1] NASA, «An Asteroid for the Dogs,» 28 Agosto 2000. [En línea]. Available: <https://web.archive.org/web/20040228032254/http://liftoff.msfc.nasa.gov/News/2000/News-Kleopatra.asp>. [Último acceso: 1 Abril 2022].
- [2] JPL, «Horizons System,» [En línea]. Available: https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/app.html#/. [Último acceso: 1 Abril 2022].
- [3] O. C. W. A. A. a. N. C. S. A. T. G. G. Chanut, «3D plausible orbital stability close to asteroid (216) Kleopatra,» Royal Astronomical Society, 2015.
- [4] E. Lakdawalla, «A dog-bone-shaped asteroid's two moons: Kleopatra, Cleoselene, and Alexhelios,» The Planetary Society, 23 Febrero 2011. [En línea]. Available: <https://www.planetary.org/articles/2926>. [Último acceso: 1 Abril 2022].
- [5] L. J. V. B. J. H. M. F. F. V. N. R. M. M. M. V. E. J. S. B. E. P.-G. B. C. A. D. S. F. e. a. F. Marchis, «(216) Kleopatra, a low density critically rotating M-type asteroid,» Astronomy & Astrophysics manuscript no. 40874corr, 2021.
- [6] O. C. W. A. A. a. N. C. S. A. T. G. G. Chanut, «3D plausible orbital stability close to asteroid (216) Kleopatra,» Univ. Estadual Paulista, 2015.
- [7] M. B. Elisabeth Howell, «The greatest asteroid missions of all time!», 18 November 2021. [En línea]. Available: <https://www.space.com/41052-best-asteroid-encounters-ever.html>.
- [8] J. P. Laboratory, «Photojournal,» NASA, [En línea]. Available: <https://photojournal.jpl.nasa.gov/>. [Último acceso: 20 mayo 2022].
- [9] The European Space Agency, 21 noviembre 2014. [En línea]. Available: https://www.esa.int/Space_in_Member_States/Spain/Rosetta_empieza_su_mision_puramente_cientifica. [Último acceso: 2022 mayo 21].
- [10] R. Biesbroek, Lunar and Interplanetary Trajectories, Chichester, UK: Springer Praxis, 2016.

- [11] ESA, «Ariane 5,» [En línea]. Available: http://www.esa.int/Enabling_Support/Space_Transportation/Launch_vehicles/Ariane_5. [Último acceso: 7 mayo 2020].
- [12] ESA, «Soyuz,» [En línea]. Available: [t/Enabling_Support/Space_Transportation/Launch_vehicles/Soyuz](http://www.esa.int/Enabling_Support/Space_Transportation/Launch_vehicles/Soyuz). [Último acceso: 7 mayo 2020].
- [13] ulalaunch, «Atlas V,» [En línea]. Available: <https://www.ulalaunch.com/rockets/atlas-v>. [Último acceso: 7 mayo 2020].
- [14] Rocket Rundown, «Atlas V,» [En línea]. Available: <https://rocketrundown.com/home/rocket-index/united-launch-alliance/atlas-v-ula/>. [Último acceso: 3 julio 2020].
- [15] Spaceflight now, 13 mayo 2019. [En línea]. Available: <https://spaceflightnow.com/2019/05/13/falcon-9-rocket-rolled-out-for-first-dedicated-starlink-launch/>. [Último acceso: 3 julio 2020].
- [16] D. D. M. J. E. W. Roger R. Bate, *Fundamentals Of Astrodynamics*, New York: Dover, 1971.
- [17] H. D. Curtis, *Orbital Mechanics for Engineering Students*, Elsevier, 2014.
- [18] D. A. Vallado, *Fundamentals of Astrodynamics and Applications*, McGraw-Hill, 1997.
- [19] N. H. Y. Andrey B. Sergeyevesky, «*Interplanetary Mission Design Handbook, Volume I, Part 1: Earth to Venus Ballistic Mission Oportunities, 1991-2005,*» NASA, Pasadena, California, 1983.
- [20] A. A. d. Fuerteventura, «El efecto Oberth,» [En línea]. Available: <https://www.astronomiafuerteventura.com/el-efecto-oberth/>. [Último acceso: 10 Marzo 2020].
- [21] K. F. Wakker, *Fundamentals Of Astrodynamics*, Delft: Delft University of Technology, 2015.

- [22] W. J. L. & J. R. Wertz, *Space Mission Analysis and Design*, Space Technology Library, 1999.
- [23] R. H. Battin, *An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics*, Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1999.
- [24] H. S. a. P. Tsiotras†, «Using Battin 's Method to Obtain Multiple-Revolution Lambert 's Solutions,» 2003.
- [25] I. S. e. al, «Pareto Optimality,» de *Control and Decision Strategies in Wastewater Treatment Plants for Operation Improvement, Intelligent Systems, Control and Automation*., Springer International Publishing Switzerland , 2017, pp. 115-119.
- [26] NASA, «Porkchop is the First Menu Item on a Trip to Mars,» [En línea]. Available: <https://mars.nasa.gov/spotlight/porkchopAll.html>. [Último acceso: 16 marzo 2020].
- [27] R. C. W. a. C. W. Whetsel†, «On The Nature Of Earth-Mars Porkchop Plots».
- [28] D. V. ENRIQUEZ, «Desarrollo de una herramienta para el estudio de la viabilidad de maniobras de intercepción de cuerpos extrasolares,» Valencia, 2021.
- [29] O. M. & E. Gill, *Satellite Orbits Models, Methods, Applications*, Springer, 2000.
- [30] T. J. H. a. O. d. W. Ishimatsu, «"Method for Rapid Interplanetary Trajectory Analysis using ΔV Maps with Flyby Options." ,» British Interplanetary Society, 2011.
- [31] S. S. D. G. J. E M Standish, «Keplerian Elements for Approximate Positions of the Major Planets,» [En línea]. Available: https://ssd.jpl.nasa.gov/txt/aprx_pos_planets.pdf. [Último acceso: 15 noviembre 2019].
- [32] S. Kemble, *Interplanetary Mission Analysis and Design*, Springer-Praxis, 2006.
- [33] H. Rodríguez, «National Geographic España,» 26 junio 2019. [En línea]. Available: https://www.nationalgeographic.com.es/llegada-del-hombre-a-la-luna/carrera-espacial-paso-a-paso_14369. [Último acceso: 17 febrero 2020].
- [34] N. Science, «Solar System Exploration,» 26 junio 2019. [En línea]. Available: https://solarsystem.nasa.gov/planets/venus/exploration/?page=0&per_page=10&orde

r=launch_date+desc%2Ctitle+asc&search=&tags=Venus&category=33#ancient-observers. [Último acceso: 17 febrero 2020].

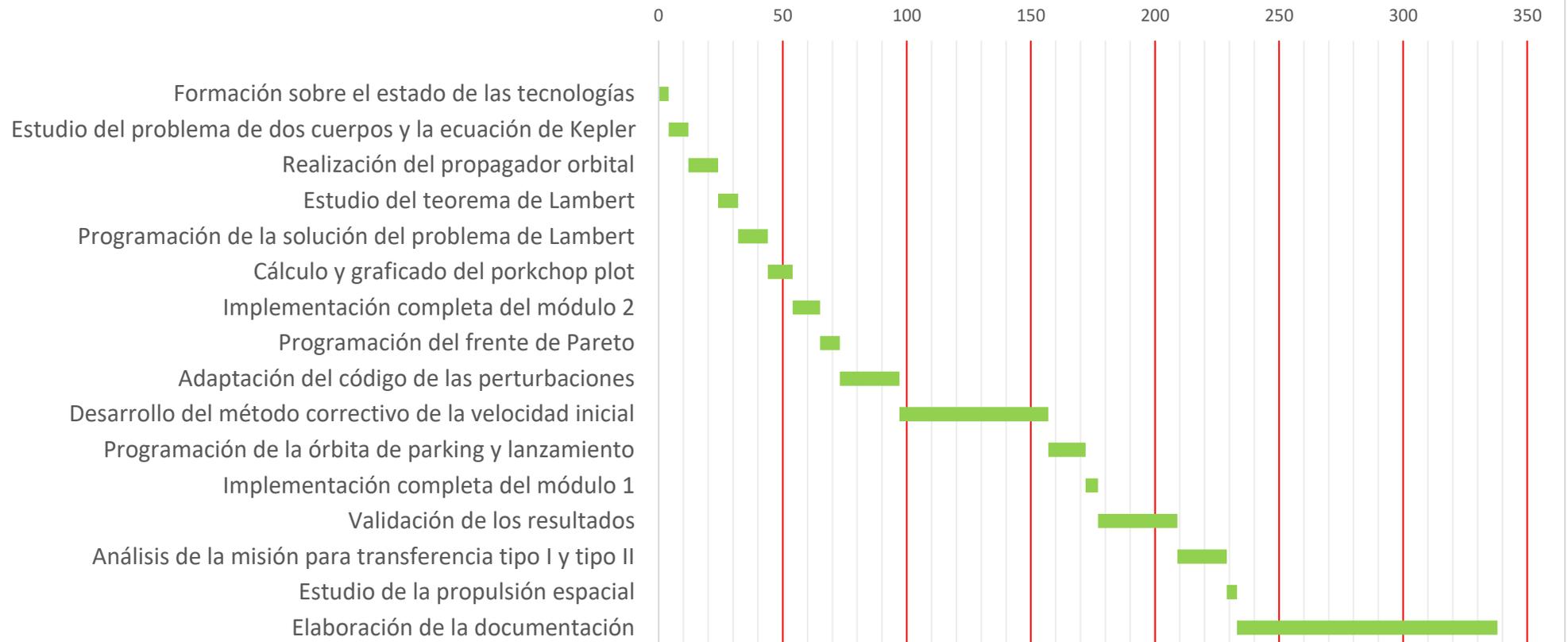
- [35] R. B. I. f. S. Aeronomy, «Missions to Venus,» 20 Abril 2018. [En línea]. Available: <http://venus.aeronomie.be/en/venus/missions.htm>. [Último acceso: 1 Abril 2020].
- [36] D. D. R. Williams, «Chronology of Venus Exploration,» 24 Febrero 2020. [En línea]. Available: https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/chronology_venus.html. [Último acceso: 1 Abril 2020].
- [37] esa, «Past missions to Venus,» [En línea]. Available: http://www.esa.int/Science_Exploration/Space_Science/Venus_Express/Past_missions_to_Venus. [Último acceso: 1 Abril 2020].
- [38] Navigation and Ancillary Information Facility, «An Overview of Reference Frames and Coordinate Systems in the SPICE Context,» Enero 2020. [En línea]. Available: https://naif.jpl.nasa.gov/pub/naif/self_training/individual_docs/16_frames_and_coordinate_systems.pdf. [Último acceso: 16 Abril 2020].
- [39] D. Izzo, «Revisiting Lambert's Problem,» Springer Science+Business Medi, Dordrecht, 2014.
- [40] European SPace Agency, «Europe's Spaceport,» ESA, [En línea]. Available: https://www.esa.int/Enabling_Support/Space_Transportation/Europe_s_Spaceport/Europe_s_Spaceport2. [Último acceso: 3 mayo 2020].
- [41] ESA, «Venus Express,» [En línea]. Available: https://www.esa.int/Enabling_Support/Operations/Venus_Express. [Último acceso: 7 mayo 2020].
- [42] O. B. GEORGE P. SUTTON, Rocket Propulsion Elements, JOHN WILEY & SONS, INC., 2001.
- [43] S. MCV, B. MCN y D. TC, «Space Propulsion: A Survey Study About Current and Future Technologies,» J Aerosp Tecnol Manag, São Jose dos Campos, 2018.
- [44] JAXA, «About Venus Climate Orbiter "AKATSUKI" (PLANET-C),» JAXA, [En línea]. Available: https://global.jaxa.jp/projects/sas/planet_c/. [Último acceso: 21 junio 2020].

- [45] JAXA, «About H-IIA Launch Vehicle,» JAXA, [En línea]. Available: <https://global.jaxa.jp/projects/rockets/h2a/index.html>. [Último acceso: 21 junio 2020].
- [46] JAXA, «Venus Climate Orbiter “AKATSUKI” Inserted Into Venus' Orbit,» 9 diciembre 2015. [En línea]. Available: https://global.jaxa.jp/press/2015/12/20151209_akatsuki.html. [Último acceso: 21 junio 2020].
- [47] A. d. I. Veris, Practical Astrodynamics, Springer, 2018.
- [48] Mitsubishi Heavy Industries, «H-II A User's manual,» 2015.
- [49] JPL, «Inner Solar System Orbit Diagrams,» NASA, [En línea]. Available: https://ssd.jpl.nasa.gov/?ss_inner. [Último acceso: 3 julio 2020].
- [50] JAXA, «The World's First Meteorological Satellite: Exploring the mystery of the Wind on Venus.,» JAXA, [En línea]. Available: https://global.jaxa.jp/article/special/explore/imamurao1_e.html. [Último acceso: 3 julio 2020].

Anexo 1. Diagrama de Gantt

Este primer anexo tiene como objetivo ilustrar las horas que se han dedicado a cada sección del proyecto hasta completar un total de 337.5 horas. No obstante, a esta cifra es necesaria añadirle otras 20 horas dedicadas a temas organizativos y de supervisión con el tutor José Antonio Moraño y David Vázquez haciendo que el total acumulado de horas dedicadas a realizar el trabajo de fin de máster (TFM) asciende a 358 horas.

DIAGRAMA DE GANTT DEL PROYECTO (HORAS)



Anexo 2 Efemérides planetarias de baja precisión del JPL

Esta sección tiene como objetivo informar sobre el método seguido para realizar el propagador orbital. Se trata de un paso fundamental en la determinación de la órbita de transferencia pues cualquier error de cálculo, por mínimo que sea, hace que los resultados no se asemejen en nada a la realidad.

El método que se ha seleccionado para calcular la órbita de los planetas en cualquier instante de tiempo es el recogido en [31]. Como punto de partida toma las efemérides planetarias y sus derivadas temporales.

$$(a, e, I, L, \bar{w}, \Omega) = (a_0, e_0, I_0, L_0, \bar{w}_0, \Omega_0) + \frac{d}{dt}(a, e, I, L, \bar{w}, \Omega)T \quad (10.1)$$

donde T es el número de siglos que han pasado desde el J2000 $T = (T_{eph} - 2451545)/36525$. Partiendo de estos datos, los pasos necesarios a seguir son los siguientes:

1. Calcular el valor de cada uno de los seis elementos planetarios en el tiempo en el que se desee conocer su posición. Por ejemplo: $a = a_0 + \frac{d}{dt}aT$.

2. Calcular el argumento del perihelio W y la anomalía media M :

$$W = \bar{w} - \Omega; \quad M = L - \bar{w}. \quad (10.2)$$

3. Limitar el rango de valores de M de manera que esté comprendido entre $-180^\circ \leq M \leq 180^\circ$. Resolver el problema de Kepler

$$M = E - e^* \sin E \quad (10.3)$$

donde e^* es $\frac{180}{\pi e}$.

4. Calcular las coordenadas heliocéntricas del planeta en el plano orbital con el eje X apuntando al perihelio.

$$x' = a(\cos E - e); \quad y' = a\sqrt{1 - e^2} \sin E; \quad z' = 0. \quad (10.4)$$

5. Calcular las coordenadas en el plano de la eclíptica a través de la siguiente matriz de transformación

$$x_{ecl} = (\cos W \cos \Omega - \sin W \sin \Omega \cos I)x' + (-\sin W \cos \Omega - \cos W \sin \Omega \cos I)y' \quad (10.5)$$

$$\begin{aligned}
 y_{ecl} &= (\cos W \sin \Omega + \sin W \cos \Omega \cos I)x' + (-\sin W \sin \Omega \\
 &\quad + \cos W \cos \Omega \cos I)y' \\
 z_{ecl} &= (\sin W \sin I)x' \\
 &\quad + (\cos W \sin I)y'
 \end{aligned}$$

6. Si se desea, se pueden expresar estas coordenadas en coordenadas ecuatoriales referidas al sistema de referencia ICRF. Estas coordenadas son las que han sido empleadas en el trabajo.

$$\begin{aligned}
 x_{eq} &= x_{ecl} \\
 y_{eq} &= \quad + \cos \varepsilon y_{ecl} - \sin \varepsilon z_{ecl} \\
 z_{eq} &= \quad + \sin \varepsilon y_{ecl} + \cos \varepsilon z_{ecl}
 \end{aligned} \tag{10.6}$$

donde ε es la oblicuidad en el J2000, $\varepsilon=23.43928^\circ$.

La forma de resolver el problema de Kepler, también recogido en este documento [31], es un método iterativo que comienza con la ecuación (10.3) y que consiste en realizar las siguientes tres ecuaciones con $n=0,1,2,3\dots$ con el criterio de convergencia $|\Delta E| \leq tol$, considerando un error aceptable de 10^{-6} en la convergencia.

$$\Delta M = M - (E_n - e^* \sin E_n); \quad \Delta E = \frac{\Delta M}{(1 - e^* \cos E_n)}; \quad E_{n+1} = E_n + \Delta E. \tag{10.7}$$

Anexo 3. Código I

En este primer anexo dedicado al código desarrollado, se exponen las líneas necesarias para realizar el propagador orbital (en este caso de Venus), haciendo uso de las efemérides de baja precisión del JPL.

```
function
[xvenus, yvenus, zvenus, finalv, av, ev, Ev, q, z, p]=orbitavenus(arrdate)
%KEPLERIAN ELEMENTS PARA 1800AD-2050 AD VENUS%
clear all;
load('efemerides_tierra')
load('TOF');
hold off
obl=23.43928;
fact=pi/180;
conv=180/pi;
%se introducen las efemérides planetarias de Venus en este caso
a0v=0.38709927; da0v=0.00000037; %semieje mayor%
e0v=0.20563593; de0v=0.00001906; %excentricidad%
i0v=7.004979022*fact; di0v=-0.00594749*fact; %inclinación%
L0v=252.25032350*fact; dL0v=149472.67411175*fact; %longitud media%
w_0v=77.45779628*fact; dw_0v=0.16047689*fact; %longitud del perihelio%
ascn0v=48.33076593*fact; dascn0v=-0.12534081*fact; %longitud del nodo
ascendente
n=5*10e-6; %valor del paso que queremos%
inicio=00;
finalv=arrdate*0.0100/365.25;
for T=inicio:n:finalv %T es el número de siglos pasado el J2000 (1 de
enero 2000).Los datos los queremos para 2021.
clear w
%Calculamos los parámetros orbitales en cada instante de tiempo
av=a0v+da0v*T;
ev=e0v+de0v*T;
iv=i0v+di0v*T;
Lv=L0v+dL0v*T;
w_v=w_0v+dw_0v*T;
ascnv=ascn0v+dascn0v*T;

w=w_v-ascnv; %en radianes, ojo%
M=(Lv-w_v)-floor((Lv-w_v)/(2*pi))*2*pi; %Tenemos que hacer que -pi<= M
<=pi %

%Calculamos E a partir de las siguiente ecuaciones e iteramos%
%hasta que el incremento de E sea despreciable%
E0=M*(conv)+ev*(conv)*sin(M);
incE0=0.1;

while abs(incE0)>10^-9
incM0=(M*conv)-(E0-ev*(conv)*sin(E0*fact));
incE0=incM0/(1-ev*cos(E0*fact));
E=E0+incE0;
E0=E;
end
```

```

Ev=E0;
x=av*(cos(Ev*fact)-ev);
y=av*sqrt(1-ev^2)*sin(Ev*fact);
z=0;
a=[x;y;z];
%matriz de transformación al plano de la eclíptica
rv=[cos(w)*cos(ascnv)-sin(w)*sin(ascnv)*cos(iv),-sin(w)*cos(ascnv)-
cos(w)*sin(ascnv)*cos(iv),0;
cos(w)*sin(ascnv)+sin(w)*cos(ascnv)*cos(iv),-
sin(w)*sin(ascnv)+cos(w)*cos(ascnv)*cos(iv),0;sin(w)*sin(iv),cos(w)*sin(i
v),0];
pos=rv*a;
k=floor((T-inicio+n+0.0000001)/n);
%Calculamos las coordenadas ecuatoriales referidas al ICRF
xvenus(1,k)=pos(1,1);
yvenus(1,k)=pos(2,1)*cosd(obl)-pos(3,1)*sind(obl);
zvenus(1,k)=pos(2,1)*sind(obl)+pos(3,1)*cosd(obl);
end

figure
hold on
%ploteamos la órbita de la Tierra calculada previamente de la misma
%manera
plot3(xtierra,ytierra,ztierra,'b')
hold on
%Ploteamos la posición de la Tierra en la fecha de estudio
scatter3(xt,yt,zt,'b','filled');
%Ploteamos la órbita de Venus
q=plot3(xvenus,yvenus,zvenus,'g');
%Calculamos las coordenadas x,y,z de Venus para la fecha de estudio
xv=xvenus(1,length(xvenus));
yv=yvenus(1,length(yvenus));
zv=zvenus(1,length(zvenus));
Rv=sqrt(xv^2+yv^2+zv^2);
%Ploteamos la posición de Venus en la fecha de estudio
z=scatter3(xv,yv,zv,'g','filled');
xlabel('AU');
ylabel('AU');

```

Anexo 4. Código II

Este segundo anexo dedicado al código realizado incluye el método de resolución del problema de Lambert según Battin. El algoritmo empleado es el que se encuentra en [18] propuesto por Vallado, aunque se introduce la corrección que ha sido necesaria realizar para el correcto cálculo de la transferencia.

```
function [a2, amin, v0, v1]=metodobattin(xt, yt, zt, xv, yv, zv, arrdate, depdate)

load('efemerides_venus', 'xvenus', 'yvenus', 'zvenus', 'arrdate', 'av', 'ev', 'E
v', 'finalv', 'iv', 'xv', 'yv', 'zv');
load('efemerides_tierra', 'Et', 'xtierra', 'ytierra', 'ztierra', 'depdate', 'fi
nalt', 'at', 'et', 'xt', 'yt', 'zt');

load('velocidades', 'xvelt', 'yvelt', 'zvelt', 'xvelv', 'yvelv', 'zvelv', 'Vt', '
Vv')
load('TOF', 'depdate', 'arrdate', 'dep', 'arr', 'entrada')
%Método de Battin%
mus=394630;
factorconv=1.496e+8/(100*365.25*24*3600);
rt=[xt, yt, zt];
rv=[xv, yv, zv];
Rt=norm(rt);
Rv=norm(rv);
Rv=norm(rv);
Cos_tanom=(dot(rt, rv))/(Rt*Rv); %incremento de anomalías verdaderas
if entrada{1}=='1' %la entrada '1' se usa para transferencia de tipo 1
    Sin_tanom=sqrt(1-Cos_tanom^2);
else
    Sin_tanom=-sqrt(1-Cos_tanom^2);
end
%Calculamos la anomalía verdadera
Tanom=atan2(Sin_tanom, Cos_tanom);

if Tanom<0
    Tanom=2*pi+Tanom;
end

ch=sqrt(Rt^2+Rv^2-2*Rt*Rv*cos(Tanom));
s=(Rt+Rv+ch)/2;
e=(Rv-Rt)/Rt;
Tan2_2w=(e^2/4)/((sqrt(Rv/Rt)+(Rv/Rt)*(2+sqrt(Rv/Rt))));
rop = sqrt(Rt*Rv)*(cos(Tanom*0.25))^2+Tan2_2w);

if (0<Tanom && Tanom<pi)
    l=(sin(Tanom/4)^2+Tan2_2w)/(sin(Tanom/4)^2+Tan2_2w+cos(Tanom/2));
else
```

```

l=(cos(Tanom/4)^2+Tan2_2w-cos(Tanom/2))/(cos(Tanom/4)^2+Tan2_2w);

end

m=mus*((arrdate-depdate)/36525)^2/(8*rop^3);

x=1;
inc=1;

while abs(inc)>10E-6 %bucle para calcular las variables 'x' e 'y' del
método de Battin
n=x/((sqrt(1+x)+1)^2);
epsilon=(8*(sqrt(1+x)+1))/(3+(1/(5+n+(9*n/7)/(1+16*n/63)/(1+25*n/99)/(1+3
6*n/143)/(1+49*n/195))));
h1=((1+x)^2*(1+epsilon+3*x))/((1+2*x+1)*(4*x+epsilon*(3+x)));
h2=(m*(x-1+epsilon))/((1+2*x+1)*(4*x+epsilon*(3+x)));
%para sacar las raices de la ecuacion...
pol=[1 (-1-h1) 0 -h2];
y=roots(pol);

x2=sqrt(((1-1)/2)^2+m/(y(1)^2)-(1+1)/2);
inc=(x2-x);
x=x2;
end

a2=mus*((arrdate-depdate)/36525)^2/(16*rop^2*x*y(1)^2);

if a2>0
    alphamin=pi;
    betamin=2*asin(sqrt((s-ch)/s));
    if Tanom>pi
        betamin=-betamin;
    end
    amin=s/2;
    tmin=sqrt(amin^3/mus)*(alphamin-betamin+sin(betamin));
    alphae=2*asin(sqrt(s/(2*a2)));
    if entrada{1}=='1' %En este condicionante se encuentra la corrección
realizada a Vallado
        betae=2*asin(sqrt((s-ch)/(2*a2)))
    else
        betae=-2*asin(sqrt((s-ch)/(2*a2)));
    end
    if (arrdate-depdate)/36525>tmin
        alphae=2*pi-alphae;
    end
    AE=alphae-betae;

    f=1-(a2/Rt)*(1-cos(AE));
    g=((arrdate-depdate)/36525)-sqrt(a2^3/mus)*(AE-sin(AE));
    g_=1-(a2/Rv)*(1-cos(AE));
end
%Cálculo de las velocidades inicia y final de la órbita heliocéntrica
V0=(rv-f*rt)/g;
V1=(g_*rv-rt)/g;
v0=V0*factorconv;

```

```

v1=V1*factorconv;
I_=[1 0 0];
J_=[0 1 0];
K_=[0 0 1];
h=cross(rt*1.496E+8,v0);

inc=acosd(dot(K_,h)/norm(h)); %Cálculo de la inclinación de la órbita
A_=(cross(v0,h)/1.3271244E+11);
B_=rt*1.496E+8/norm(rt*1.496E+8);
e_ =A_-B_; %Cálculo de la excentricidad de la órbita
exc=norm(e_);
p=a2*(1-exc^2); %Cálculo del semiparámetro de la órbita
n_=cross(K_,h);
RAAN=acosd(dot(I_,n_)/norm(n_));%Cálculo del RAAN de la órbita
if n_(2)<0
    RAAN=2*pi-RAAN;
end
warg=acosd(dot(n_,e_)/(norm(n_)*norm(e_))); %Cálculo del argumento del
perigeo de la órbita
if e_(3)<0
    warg=2*pi-warg;
end

C3=(norm(v0-Vt)^2); %Cálculo del C3 de salida
C3ll=norm(v1-Vv)^2; %Cálculo del C3 de llegada
vinf=v0-Vt;
DLA=asind(vinf(3)/norm(vinf));
RLA=atand(vinf(2)/vinf(1));
Vinf=sqrt(C3);
Tanom=Tanom*180/pi;

%Código para representar las tablas y guardarlas como .pdf
f=figure;
t2=uitable(f,'BackgroundColor',[1 1 1],'ColumnWidth',{200,'auto'});
t2.ColumnName={'Parámetro orbital','Valor'};
t2.Data={'Semieje mayor
(UA)',a2;'Excentricidad',exc;'Semiparámetro(UA)',p;'Inclinación
(deg)',inc;'RAAN (deg)',RAAN;'Argumento del perigeo
(deg)',warg;'Incremento de anomalía verdadera (deg)',Tanom;'C3s
(km^2/s^2)',C3;'C3 de llegada (km^2/s^2)',C3ll;'Vinf (km/s)',Vinf;'DLA
(deg)',DLA;'RLA (deg)',RLA};
t2.Position=[75 100 450 300];
print('D:\Borja\Aeroespacial\4°\TFG\Matlab\Resultados M1\Parámetros
órbita transferencia','-dpdf','-fillpage')

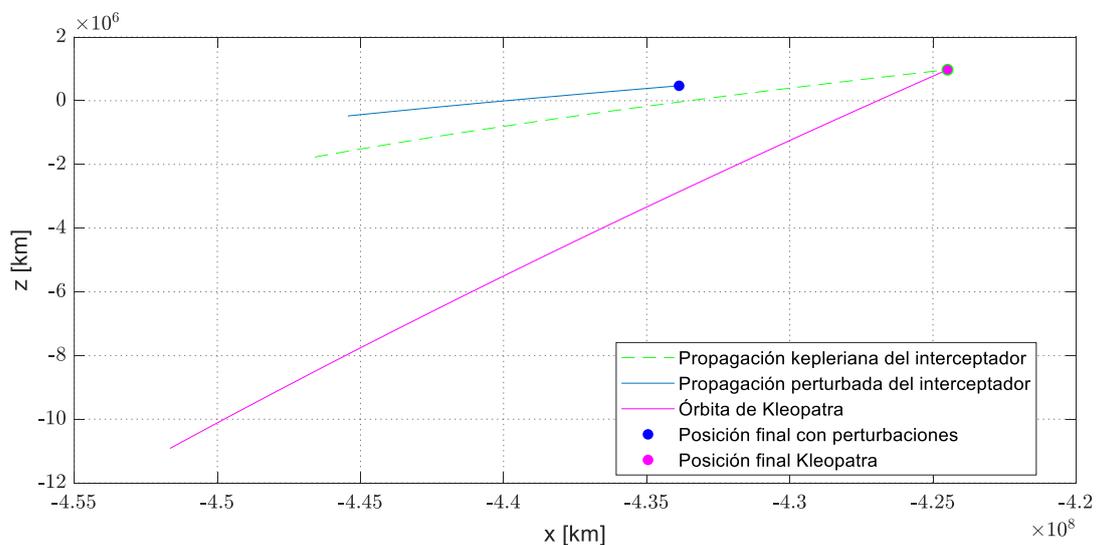
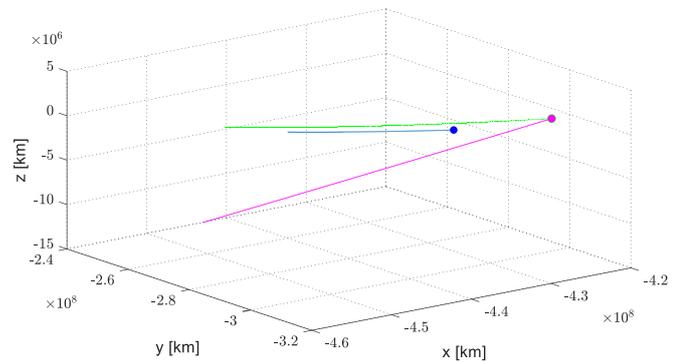
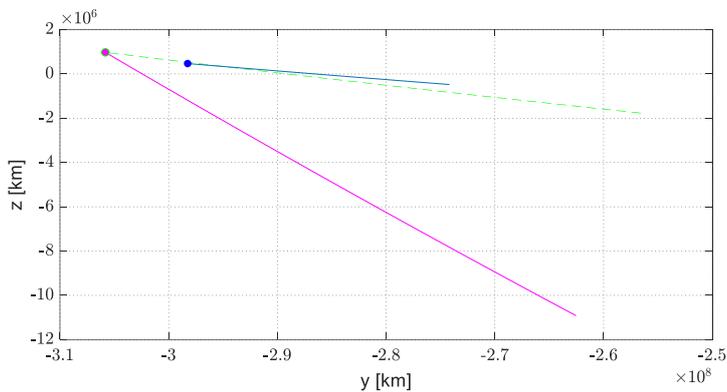
f=figure;
t2=uitable(f,'BackgroundColor',[1 1 1],'ColumnWidth',{200,'auto'});
t2.ColumnName={' ','Vx(km/s)', 'Vy(km/s)', 'Vz(km/s)'};
t2.Data={'Velocidad orbital inicial',v0(1),v0(2),v0(3);'Velocidad orbital
final',v1(1),v1(2),v1(3)};
t2.Position=[50 100 500 300];
print('D:\Borja\Aeroespacial\4°\TFG\Matlab\Resultados M1\Velocidades
órbita transferencia','-dpdf','-fillpage')
end

```

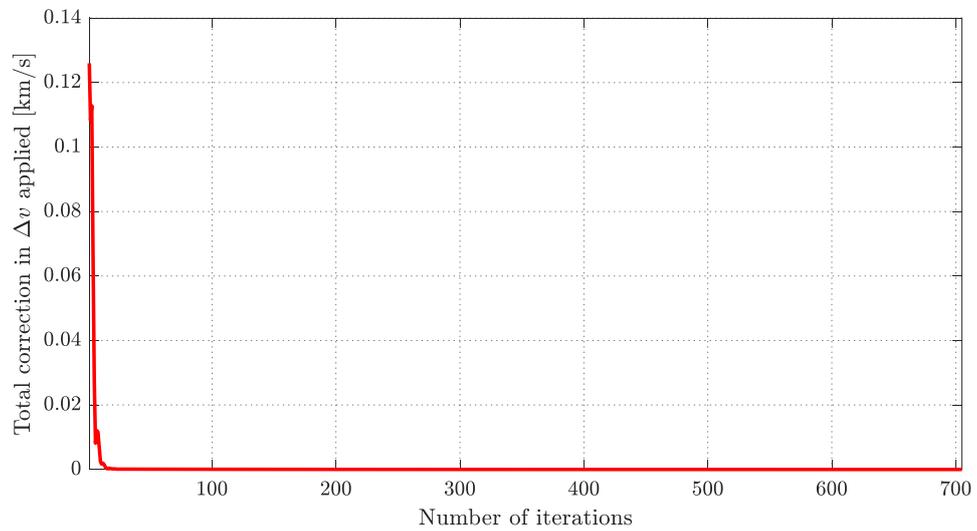
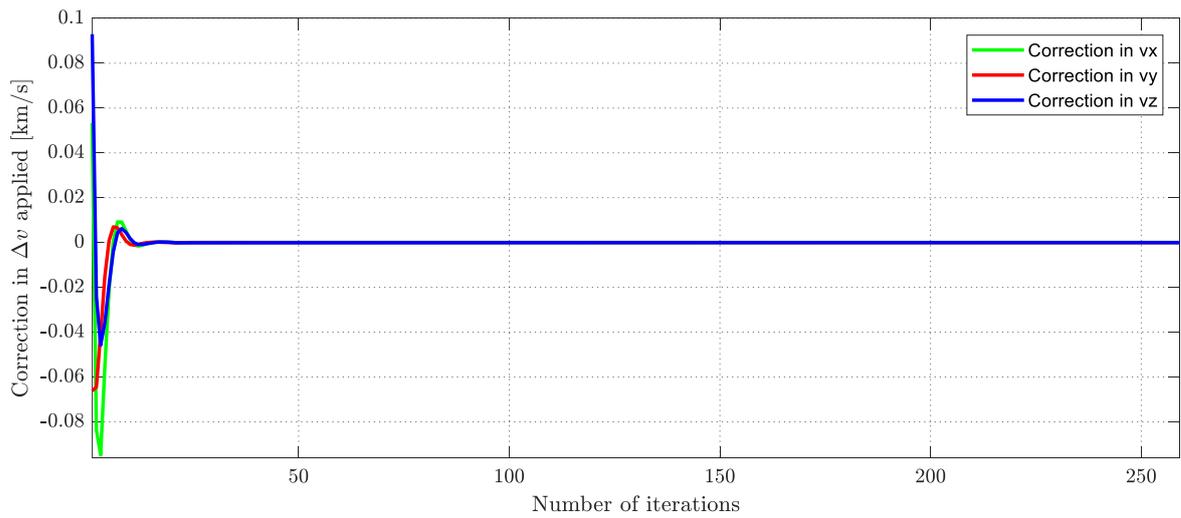
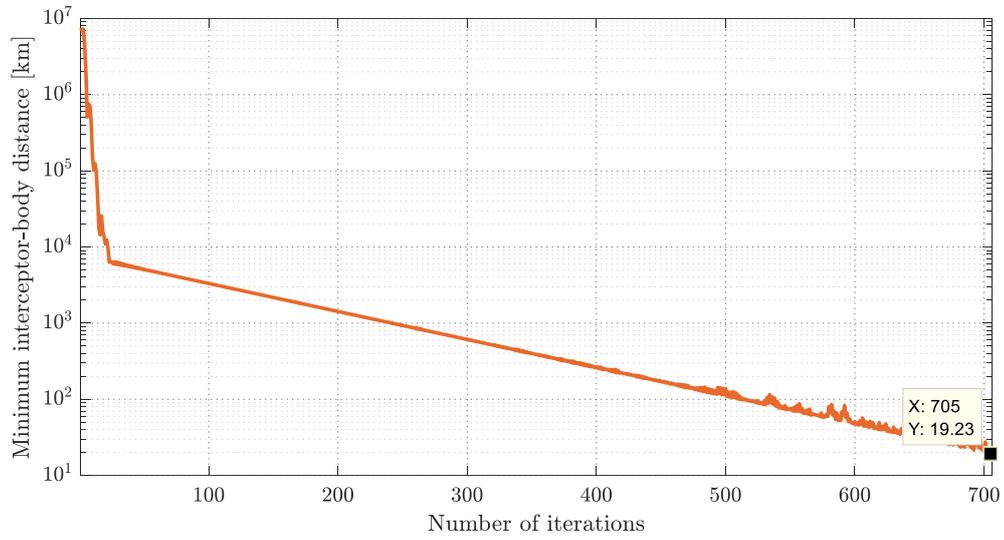
Anexo 5. Gráficas transferencia tipo II

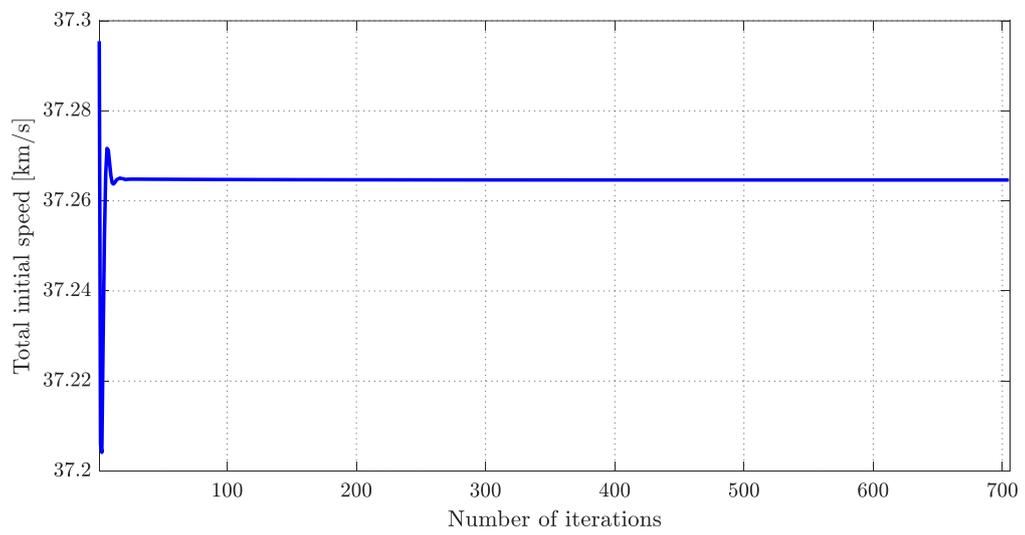
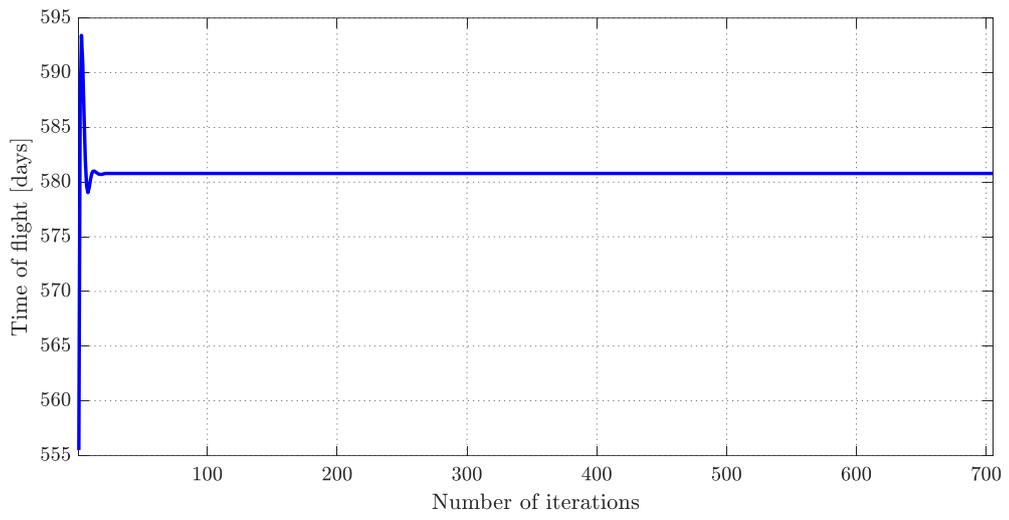
En este anexo se presentan las gráficas correspondientes al estudio de la transferencia de tipo II. En primer lugar, tal y como se realizó con la transferencia tipo I, se van a presentar los resultados obtenidos con Lambert para una órbita kepleriana y con perturbaciones. Posteriormente, se mostrarán los principales parámetros que marcan la convergencia del método empleado para calcular el impulso inicial. Finalmente, se muestran los resultados oficiales obtenidos después de aplicar el método correctivo.

➤ Situación inicial (Lambert)

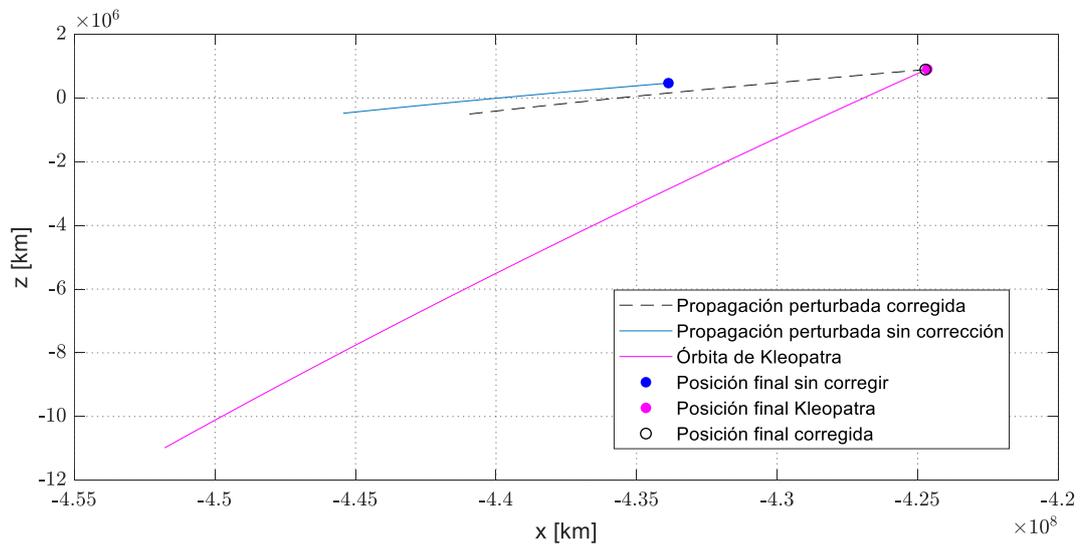
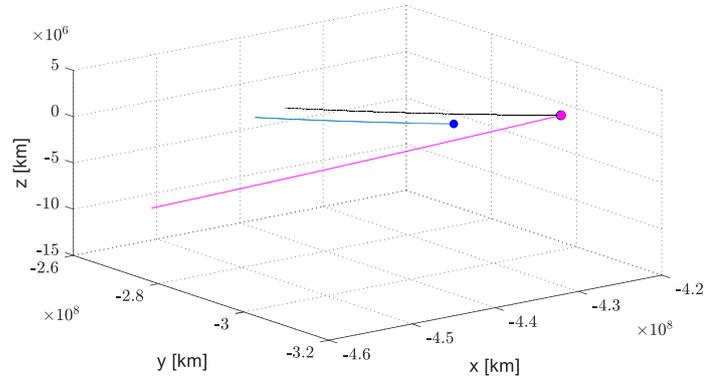
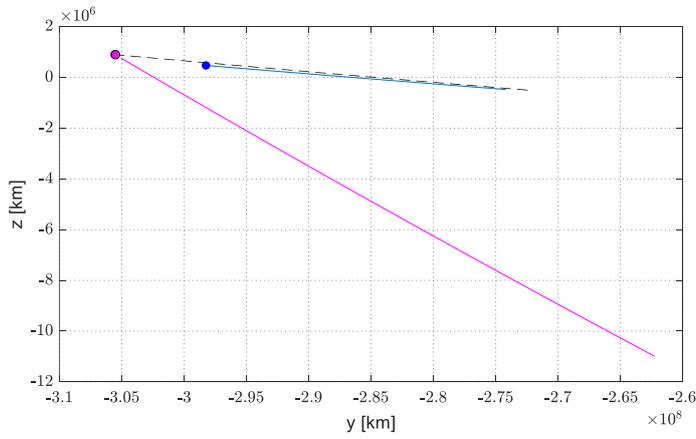


➤ **Parámetros del algoritmo de corrección**

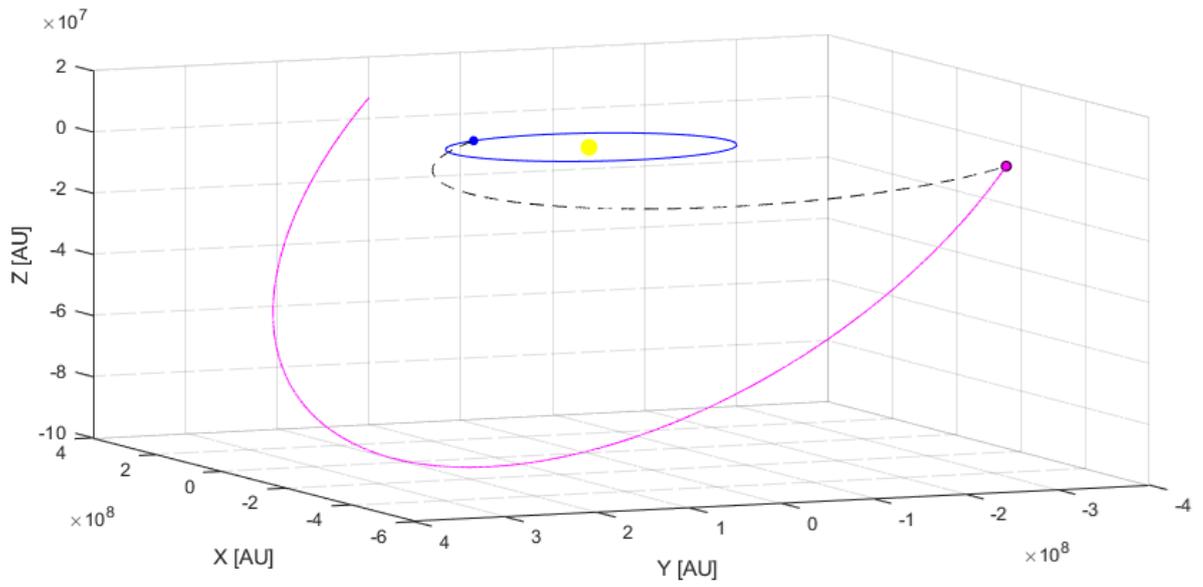
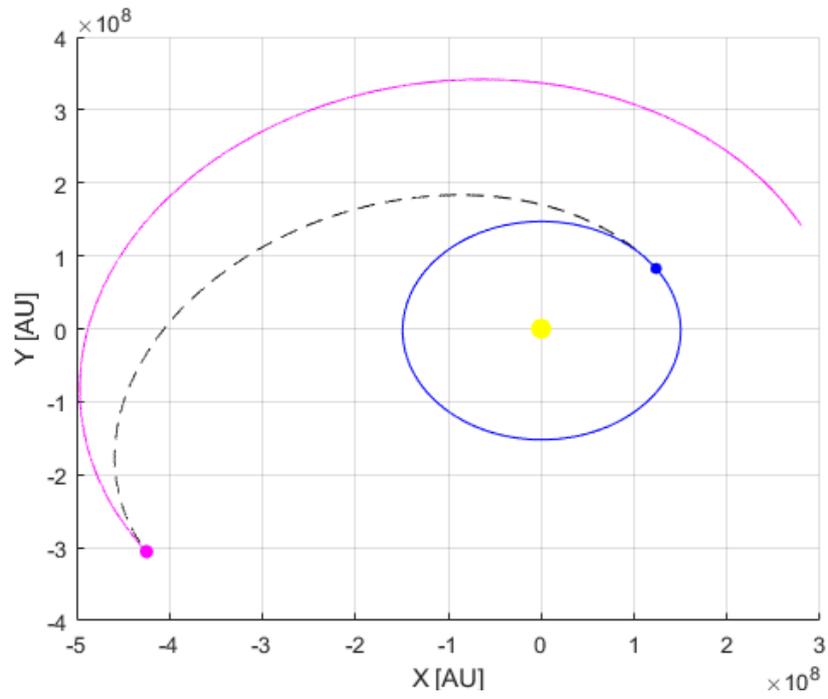




➤ Órbita de transferencia con impulso inicial corregido



➤ Representación de la transferencia



Anexo 6. Lugares de lanzamiento disponibles

A continuación, se muestra el extracto obtenido por el programa realizado donde se indica la posibilidad o no, de realizar el lanzamiento desde los lugares del catálogo.

➤ Resultados de lugares de lanzamiento para transferencia tipo I.

```

-----
Está realizando el lanzamiento desde Cabo Cañaveral (USA).
Inclinación de lanzamiento. (i=44.737°)
Azimut de lanzamiento. (Az=53.9299°)
La hora local a la que se debe realizar el lanzamiento es las:8h
-----
Está realizando el lanzamiento desde Vandenberg (USA).
No es posible realizar el lanzamiento. Azimut fuera de los límites. (Az=59.6522°)
-----
Está realizando el lanzamiento desde Wallops Island (USA).
Inclinación de lanzamiento. (i=44.737°)
Azimut de lanzamiento. (Az=64.0263°)
La hora local a la que se debe realizar el lanzamiento es las:8h
-----
Está realizando el lanzamiento desde San Marco Platform (Kenia).
No es posible realizar el lanzamiento. Azimut fuera de los límites. (Az=45.3372°)
-----
Está realizando el lanzamiento desde Kourou (Guayana Francesa).
Inclinación de lanzamiento. (i=44.737°)
Azimut de lanzamiento. (Az=45.5025°)
La hora local a la que se debe realizar el lanzamiento es las:9h
-----
Está realizando el lanzamiento desde Plesetsk (Rusia).
No es posible realizar el lanzamiento. Azimut fuera de los límites. (Az=90-57.8265i°)
-----
Está realizando el lanzamiento desde Kapustin Yar (Rusia).
No es posible realizar el lanzamiento. Azimut fuera de los límites. (Az=90-21.3024i°)
-----
Está realizando el lanzamiento desde Baikonur (Kazajistán).
No es posible realizar el lanzamiento. Azimut fuera de los límites. (Az=90-9.99931i°)
-----
Está realizando el lanzamiento desde Sriharikota (India).
No es posible realizar el lanzamiento. Azimut fuera de los límites. (Az=46.9827°)
-----

```

Está realizando el lanzamiento desde Shuang (China).
 Inclinación de lanzamiento. ($i=44.737^\circ$)
 Azimut de lanzamiento. ($Az=68.8719^\circ$)
 La hora local a la que se debe realizar el lanzamiento es las:20h

Está realizando el lanzamiento desde Xichang (China).
 No es posible realizar el lanzamiento. Azimut fuera de los límites. ($Az=53.7086^\circ$)

Está realizando el lanzamiento desde Kagoshima (Japón).
 Inclinación de lanzamiento. ($i=44.737^\circ$)
 Azimut de lanzamiento. ($Az=56.146^\circ$)
 La hora local a la que se debe realizar el lanzamiento es las:21h

➤ **Resultados de lugares de lanzamiento para transferencia tipo II.**

 Está realizando el lanzamiento desde Cabo Cañaveral (USA).
 No es posible realizar el lanzamiento. Azimut fuera de los límites. ($Az=29.2466^\circ$)

Está realizando el lanzamiento desde Vandenberg (USA).
 No es posible realizar el lanzamiento. Azimut fuera de los límites. ($Az=31.4408^\circ$)

Está realizando el lanzamiento desde Wallops Island (USA).
 Inclinación de lanzamiento. ($i=115.4271^\circ$)
 Azimut de lanzamiento. ($Az=32.9147^\circ$)
 La hora local a la que se debe realizar el lanzamiento es las:8h

Está realizando el lanzamiento desde San Marco Platform (Kenia).
 No es posible realizar el lanzamiento. Azimut fuera de los límites. ($Az=25.4621^\circ$)

Está realizando el lanzamiento desde Kourou (Guayana Francesa).
 Inclinación de lanzamiento. ($i=115.4271^\circ$)
 Azimut de lanzamiento. ($Az=25.5397^\circ$)
 La hora local a la que se debe realizar el lanzamiento es las:9h

Está realizando el lanzamiento desde Plesetsk (Rusia).
 Inclinación de lanzamiento. ($i=115.4271^\circ$)
 Azimut de lanzamiento. ($Az=69.9382^\circ$)
 La hora local a la que se debe realizar el lanzamiento es las:15h

Está realizando el lanzamiento desde Kapustin Yar (Rusia).
 Inclinación de lanzamiento. ($i=115.4271^\circ$)
 Azimut de lanzamiento. ($Az=40.2934^\circ$)
 La hora local a la que se debe realizar el lanzamiento es las:16h

Está realizando el lanzamiento desde Baikonur (Kazajistán).
Inclinación de lanzamiento. (i=115.4271°)
Azimut de lanzamiento. (Az=37.8554°)
La hora local a la que se debe realizar el lanzamiento es las:16h

Está realizando el lanzamiento desde Sriharikota (India).
No es posible realizar el lanzamiento. Azimut fuera de los límites. (Az=26.2275°)

Está realizando el lanzamiento desde Shuang (China).
Inclinación de lanzamiento. (i=115.4271°)
Azimut de lanzamiento. (Az=34.3197°)
La hora local a la que se debe realizar el lanzamiento es las:20h

Está realizando el lanzamiento desde Xichang (China).

No es posible realizar el lanzamiento. Azimut fuera de los límites. (Az=29.1561°)

Está realizando el lanzamiento desde Kagoshima (Japón).
Inclinación de lanzamiento. (i=115.4271°)
Azimut de lanzamiento. (Az=30.1301°)
La hora local a la que se debe realizar el lanzamiento es las:21h
