Representación y caracterización de la respuesta temporal de los sistemas de segundo orden

Solanes Galbis, Juan Ernesto (juasogal@isa.upv.es)
Gracia Calandín, Luis Ignacio (luigraca@isa.upv.es)

Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática
Universitat Politècnica de València

1 Resumen de las ideas clave

En teoría de control de sistemas dinámicos, los reguladores son aquellos dispositivos que hacen que el sistema se comporte de una forma específica, tanto estática como dinámicamente. Esto significa controlar no solamente que la respuesta de un sistema alcance una referencia deseada, o con un cierto error permitido, sino controlar la forma en la que esta referencia se alcanza. Muchos sistemas reales, como por ejemplo, los motores de corriente continua, los amortiguadores mecánicos, mecanismos con resorte, etc., tienen una respuesta que puede aproximarse a la respuesta temporal de un sistema de segundo orden. Es por esta razón que muchos métodos de diseño de reguladores parten de especificaciones temporales características de los sistemas de segundo orden y, por consiguiente, esto hace que sea necesario que entendamos los parámetros característicos de los sistemas de segundo orden, así como la forma de obtenerlos y representarlos.

En este artículo vamos a aprender qué es un sistema de segundo orden, cómo obtener su representación temporal a partir de su representación en el plano complejo (Función de Transferencia), cuáles son los principales parámetros temporales que definen su comportamiento temporal y cómo obtener sus expresiones matemáticas.

2 Introducción

En teoría de control, básicamente se analiza el comportamiento de los sistemas dinámicos en dos dominios: en el temporal; ó en el de la frecuencia [3, 1].

Centrándonos en el análisis en el dominio temporal (objetivo de este objeto de aprendizaje), éste solamente puede realizarse cuando la naturaleza de la entrada y del modelo matemático son conocidos. En este caso, el modelo matemático se representa mediante ecuaciones diferenciales donde suelen estar presentes las variables de entrada, las variables de salida, las derivadas de las variables de entrada y/o las derivadas de las variables de salida.

Destacar que, a la hora de realizar un análisis del comportamiento de los sistemas dinámicos en el dominio temporal, las excitaciones deben ser tales que presente uno de los siguientes comportamientos: aceleración constante, velocidad constante o cambios repentinos. Es por esto que las excitaciones más utilizadas son: impulso o delta de Dirac, escalón, rampa o parabólica [2].

La respuesta temporal va a presentar dos partes diferenciadas: la primera parte de régimen transitorio y, asumiendo que el sistema es estable (es decir, sus polos tienen parte real negativa, ver Sec. 4), la segunda parte de régimen permanente. El comportamiento durante el régimen transitorio se debe principalmente a la influencia de las distintas derivadas de las variables de entrada y/o salida presentes en el modelo de ecuación diferencial del sistema. Por otra parte, el comportamiento en régimen permanente depende de la entrada y se obtiene con $t \to \infty$. Por ejemplo, si la entrada es constante, el régimen permanente alcanzado por un sistema estable es también un valor constante y por tanto las derivadas de la ecuación diferencial asociada al sistema se anulan en dicho régimen permanente.

El orden de un sistema se corresponde con el mayor grado de las derivadas presentes en su ecuación diferencial. Los sistemas de segundo orden son de interés en teoría de control porque son los sistemas con menor orden capaces de producir una respuesta con oscilaciones ante una entrada tipo escalón [3]. Esto permite modelar todo tipo de sistemas, como por ejemplo motores eléctricos o amortiguadores de coche. Además, la respuesta de sistemas más complejos puede modelarse con la combinación de varios sistemas de segundo orden. Por esta razón, en este objeto de aprendizaje vas a poder aprender a analizar y obtener las características que definen el comportamiento de la respuesta temporal de los sistemas de segundo orden.

3 Objetivos

Al finalizar este documento, el alumno deberá ser capaz de:

1. Definir los sistemas dinámicos de segundo orden en el dominio temporal (función de la variable real t) y en el dominio de Laplace (función de la variable compleja s).
2. Representar en el dominio temporal los sistemas dinámicos de segundo orden.
3. Nombrar y definir los parámetros básicos de los sistema dinámicos de segundo orden.
4. Obtener la expresión temporal ante entrada escalón unitario de un sistema de segundo orden a partir de su representación en Función de Transferencia.
5. Obtener las expresiones matemáticas de las principales características temporales de los sistemas de segundo orden.

4 Desarrollo

4.1 ¿Cómo se define un sistema dinámico de segundo orden?

La ecuación diferencial de un sistema de segundo orden sin ceros[1], cuya entrada es $u(t)$ y salida es $y(t)$, es la siguiente:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\xi\omega_n\frac{dy(t)}{dt} + \omega_n^2 = K\omega_n^2u(t), \tag{1}$$

donde ξ es el coeficiente de amortiguación, ω_n es la frecuencia natural no amortiguada, K es la ganancia estática del sistema y $t \in \mathbb{R}^+$ es la variable temporal.

La reprecentación en el dominio de Laplace, que es función de la variable compleja s, se obtiene aplicando la transformada de Laplace [4] a la Eq. 1, resultando:

$$s^2Y(s) + 2\xi\omega_n sY(s) + \omega_n^2 = K\omega_n^2U(s), \tag{2}$$

donde $s = \sigma \pm j\omega_d$, siendo $j = \sqrt{-1}$.

Recordar que la Función de Transferencia (FdT) es el coeficiente entre la salida del sistema y la entrada del sistema, $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$ [3], resultando la FdT del sistema Eq. 2:

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \tag{3}$$

La ecuación característica de la anterior FdT es $s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0$. Como sabes, las raíces de esta ecuación se denominan los polos del sistema [3], siendo en este caso (el valor de los polos según el parámetro ξ tal se estudiará en la Sec. 4.2):

$$s = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1} = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1 - \xi^2} \tag{4}$$

[1] Un sistema sin ceros es aquel en el que la entrada no aparece en forma derivada en la ecuación diferencial. Notar que, si un sistema tuviera ceros, se puede obtener primero la expresión temporal del sistema equivalente sin ceros y, después, generalizar dicha respuesta al caso de que tenga ceros. Detalles omitidos por brevedad.

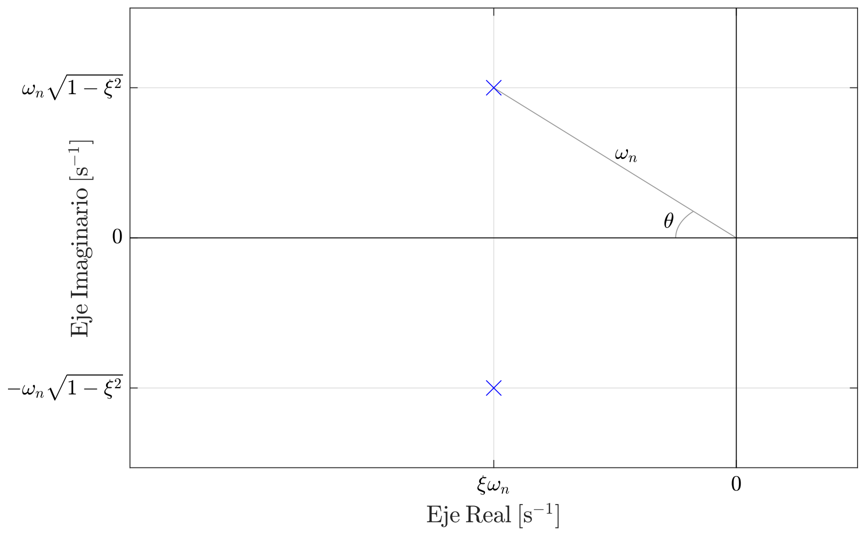


Figura 1: Representación en el plano complejo de los polos de un sistema dinámico de segundo orden.

Sabías que...

El orden del sistema viene determinado por el grado de la ecuación característica, que corresponde con el número de polos del sistema.

Los polos los podemos representar en el plano complejo tal y como muestra la Fig. 1. Aplicando las leyes de la trigonometría tenemos:

$$\theta = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi} \qquad \xi = cos(\theta) \tag{5}$$

4.2 ¿Cómo afectan los valores de cada uno de los parámetros de un sistema de segundo orden?

En primer lugar, vamos a ver el efecto de la ganancia estática K realizando el siguiente ejercicio:

ACTIVIDAD 1

Obtén el valor final del sistema $G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$ cuando se le aplica como entrada un escalón unitario $U(s) = \frac{1}{s}$, siendo: 1) $K = 1$, 2) $K = 2$ y 3) $K = 4$.

La solución de la actividad anterior es que el sistema alcanzará el valor 1 cuando $K = 1$, 2 cuando $K = 2$ y 4 cuando $K = 4$. Es decir, como su propio nombre indica, la ganancia K actúa de forma proporcional a la entrada del sistema, infiriendo de forma directa en la respuesta estática temporal del sistema.

La frecuencia natural no amortiguada ω_n es la frecuencia de las oscilaciones de la respuesta del sistema en ausencia de amortiguación, es decir $\xi = 0$. La Fig. 2 muestra la respuesta del sistema ante distintas frecuencias naturales.

Por último, vamos a estudiar el comportamiento del sistema dependiendo del valor del coeficiente de amortiguación ξ. En la Ec. 4 obtuvimos las raíces de la ecuación característica donde podemos apreciar lo siguiente:

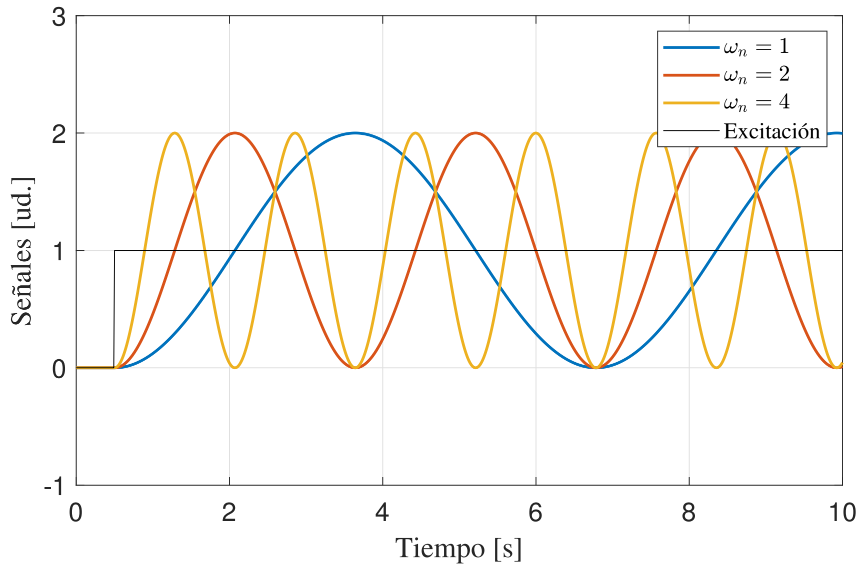


Figura 2: Estudio del efecto en la respuesta temporal del sistema de segundo orden del parámetro ω_n.

- $\xi \geq 1$: tendremos dos polos reales con parte real negativa, coincidiendo su valor si $\xi = 1$. En este caso el sistema es estable y su respuesta transitoria no presentará oscilaciones, lo que se denomina una respuesta sobreamortiguada o **sistema sobreamortiguado**.

- $0 < \xi < 1$: tendremos dos polos complejos conjugados con parte real negativa. En este caso el sistema es estable y su respuesta sí que presentará oscilaciones en el transitorio, lo que se conoce con respuesta subamortiguada o **sistema subamortiguado**.

- $\xi = 0$: tendremos un sistema con dos polos sobre el eje imaginario. En este caso el sistema es inestable y, más concretamente, se le denomina *marginalmente estable* porque su estabilidad depende de la entrada: si la entrada presenta una componente en frecuencia cuyo valor de pulsación ω coincide con el valor de los polos sobre el eje imaginario, el sistema no alcanzará el régimen permanente; y, en caso contrario, sí que alcanzar el régimen permanente.

- $0 > \xi > -1$: tendremos dos polos complejos conjugados con parte real positiva, siendo el sistema es *inestable oscilante*, es decir, sólo hay régimen transitorio con oscilaciones.

- $\xi \leq -1$: tendremos dos polos reales con parte real positiva, coincidiendo su valor si $\xi = -1$. En este caso el sistema es *inestable no oscilante*, es decir, sólo tendrá la parte del régimen transitorio sin oscilaciones.

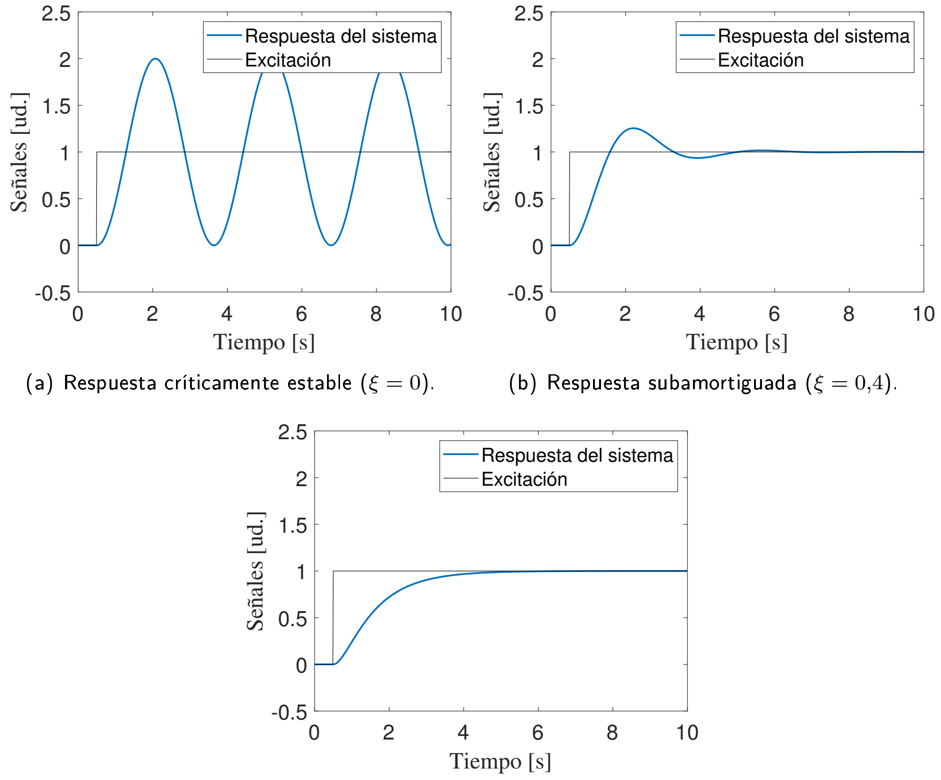
La Fig. 3 muestra la respuesta dinámica del sistema de segundo orden para cada uno de los casos citados anteriormente manteniendo constantes el resto de parámetros, K y ω_n.

4.3 ¿Cómo se caracteriza la respuesta temporal general de un sistema de segundo orden?

Como hemos visto en la sección anterior, la respuesta temporal general de un sistema de segundo orden será subamortiguada. En la Fig. 4 podemos observar las principales características que definen este tipo de respuestas:

- *Valor final* $y(t \to \infty)$: es el que alcanzará la respuesta del sistema en el permanente.

- *Valor inicial* $y(t = 0)$: es le valor del que parte la respuesta del sistema en el momento en que se produce el cambio de excitación.



(a) Respuesta críticamente estable ($\xi = 0$).

(b) Respuesta subamortiguada ($\xi = 0{,}4$).

(c) Respuesta sobreamortiguada ($\xi = 1{,}2$).

Figura 3: Estudio del efecto del parámetro ξ en el comportamiento transitorio de la respuesta del sistema de segundo orden con $K = 1$ y $\omega_n = 2$.

- *Tiempo de pico* T_p: instante en el que se produce el máximo valor de la respuesta.
- *Valor de pico* $y(T_p)$: es el máximo valor de la respuesta del sistema.
- *Tiempo de subida* T_r: instante en el que se alcanza por primera vez el valor final.
- *Valor de subida* $y(T_r)$: coincide con el valor final de la respuesta $y(T_r) = y(t \to \infty)$.
- *Tiempo de establecimiento* T_s: es el instante de tiempo en el cual se considera que la respuesta del sistema ha alcanzado el estado de régimen permanente.
- *Valor de establecimiento* $y(T_s)$: es el valor de la respuesta del sistema a partir del cual se considera que el sistema se encuentra en régimen permanente.

4.4 ¿Cómo puedo obtener la respuesta temporal del sistema de segundo orden ante una entrada definida a partir del modelo FdT?

Sin pérdida de generalidad y para simplificar los cálculos, vamos a suponer que $K = 1$. Recuerda que la FdT de un escalón unitario es $U(s) = \frac{1}{s}$. Por lo tanto, utilizando la FdT de un sistema de segundo orden dada por la Ec. 3 tenemos que la respuesta del sistema es:

$$Y(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}\frac{1}{s} \tag{6}$$

Para obtener la respuesta temporal asociada a la anterior expresión, dada en el dominio de Laplace, tenemos que aplicar la antitransformada de Laplace, esto es: $\mathcal{L}^{-1}\left[Y(s)\right] \rightarrow y(t)$. La

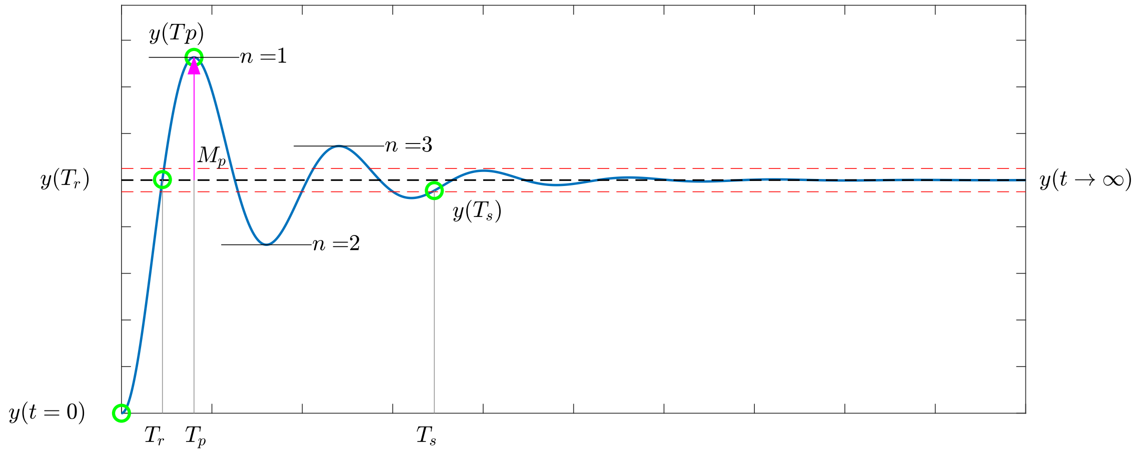


Figura 4: Principales características de la respuesta temporal general de un sistema de segundo orden.

Ec. 7 también puede expresarse de la siguiente forma:

$$Y(s) = \frac{1}{\omega_n} \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\xi\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1} \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)} \tag{7}$$

Como puedes ver, la anterior expresión tiene el aspecto $\frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$, con $a = \omega_n$ y $F\left(\frac{s}{a}\right) = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2+2\xi\left(\frac{s}{\omega_n}\right)+1}\frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)}$, siendo su antitransformada de laplace: $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)\right] \to f(at)$.

Para mayor legibilidad, vamos a realizar el siguiente cambio de variable: $k = \frac{s}{\omega_n}$. Por lo tanto tenemos:

$$F(k) = \frac{1}{k^2 + 2\xi k + 1}\frac{1}{k} \tag{8}$$

Para obtener la antitransformada de Laplace de $F(k)$ expresamos la Ec. 8 en factores simples, esto es:

$$F(k) = \frac{1}{k} + \frac{-\xi - j\sqrt{1-\xi^2}}{2j\sqrt{1-\xi^2}} \frac{1}{k - \left(-\xi + j\sqrt{1-\xi^2}\right)} - \frac{-\xi + j\sqrt{1-\xi^2}}{2j\sqrt{1-\xi^2}} \frac{1}{k - \left(-\xi - j\sqrt{1-\xi^2}\right)} \tag{9}$$

Tenemos que recordar que:

$$\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s-\alpha}\right] = e^{\alpha t} \qquad\qquad \mathcal{L}^{-1}\left[\frac{1}{s}\right] = 1 \tag{10}$$

Por lo tanto, tenemos que la antitransformada de Laplace de $F(k)$ es:

$$f(t) = 1 + \frac{-\xi - j\sqrt{1-\xi^2}}{2j\sqrt{1-\xi^2}} e^{\left(-\xi + j\sqrt{1-\xi^2}\right)t} - \frac{-\xi + j\sqrt{1-\xi^2}}{2j\sqrt{1-\xi^2}} e^{\left(-\xi - j\sqrt{1-\xi^2}\right)t} \tag{11}$$

Sabemos que $e^{x+y} = e^x e^y$ y, haciendo memoria sobre trigonometría compleja, tenemos las siguientes equivalencias:

$$\frac{e^{jxt} - e^{-jxt}}{2j} = sin(xt) \qquad\qquad \frac{e^{jxt} + e^{-jxt}}{2j} = cos(xt) \tag{12}$$

Teniendo en cuenta las anteriores equivalencias, podemos "arreglar" la Ec. 11 para que tome la siguiente forma:

$$f(t) = 1 - \frac{e^{-\xi t}}{\sqrt{1-\xi^2}}\left[\xi\frac{e^{j\sqrt{1-\xi^2}t} - e^{-j\sqrt{1-\xi^2}t}}{2j} + j\sqrt{1-\xi^2}\frac{e^{j\sqrt{1-\xi^2}t} + e^{-j\sqrt{1-\xi^2}t}}{2j}\right] \tag{13}$$

Como vimos en la Ec. 5 y en la Fig. 1, tenemos que $\xi = cos(\theta)$ y, por lo tanto, la anterior expresión puede verse como:

$$f(t) = 1 - \frac{e^{-\xi t}}{\sqrt{1-\xi^2}}\left[cos(\theta)sin\left(\sqrt{1-\xi^2}t\right) + sin(\theta)cos\left(\sqrt{1-\xi^2}t\right)\right] \tag{14}$$

Además, sabemos que la relación trigonométrica $cos(x)sin(y) + sin(x)cos(y) = sin(x+y)$, por lo que la anterior ecuación podemos expresarla de la siguiente forma:

$$f(t) = 1 - \frac{e^{-\xi t}}{\sqrt{1-\xi^2}}sin\left(\sqrt{1-\xi^2}t + \theta\right) \qquad \text{siendo } \theta = acos(\xi) \tag{15}$$

Recuerda que en realidad habíamos hecho el cambio de variable $k = \frac{s}{\omega_n}$, por lo que finalmente tenemos que la respuesta temporal de un sistema de segundo orden ante entrada escalón unitario tiene la forma:

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}}sin\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}t + \theta\right) \qquad \text{siendo } \theta = acos(\xi) \tag{16}$$

Puedes ver el siguiemte `video` [5] donde se explican todos los pasos y detalles del procedimiento seguido.

ACTIVIDAD 2

Tenemos el siguiente modelo de segundo orden $G(s) = \frac{100}{s^2+4s+100}$. ¿Cuál será la expresión de la respuesta temporal de este sistema cuando se le aplica una excitación escalón unitario?

4.5 ¿Cómo puedo obtener la expresión del tiempo de subida T_r?

Como hemos visto en la Sec. 4.3, llamamos tiempo de subida T_r al primer instante de tiempo en el que la respuesta temporal alcanza el valor final. Para obtener su expresión y sin pérdida de generalidad vamos a partir de la Ec. 16 que recordamos era la respuesta temporal de un sistema de segundo orden con ganancia estática $K = 1$ y excitación escalón unitario.

En este caso, el valor final de $y(t \to \infty) = 1$ por lo que tenemos:

$$1 = 1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}}sin\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}t + \theta\right) \to \qquad sin\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}t + \theta\right) = 0 \tag{17}$$

Pr lo tanto, tenemos que $\omega_n\sqrt{1-\xi^2}t + \theta = n\pi$, siendo $n = 1, 2, 3, ...$ el número de máximos y mínimos de las oscilaciones presentes en la respuesta temporal del sistema. Por lo tanto, en este caso $n = 1$ y el tiempo de subida toma la siguiente expresión:

$$T_r = \frac{\pi - \theta}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} \tag{18}$$

Puedes ver el siguiemte video [8] donde se explican todos los pasos y detalles del procedimiento seguido.

4.6 ¿Cómo puedo obtener la expresión del tiempo de establecimiento T_s?

Para obtener la expresión del tiempo de establecimiento de un sistema de segundo orden vamos a ver primero cuál sería el tiempo de establecimiento de un sistema de primer orden. Recuerda que la respuesta temporal de un sistema de primer orden viene dada por[2]:

$$y_{SPO}(t) = 1 - e^{-\frac{1}{\tau}t}, \tag{19}$$

donde τ es la constante de tiempo y el polo del sistema es $s = -\frac{1}{\tau} = -\sigma$, siendo σ el valor absoluto de la parte real del polo del sistema.

Podemos establecer varios tiempos de establecimiento dependiendo de la exigencia que queramos imponer. Por ejemplo, si queremos establecer el tiempo en el que la respuesta alcanza el 95 % de su valor final, lo denominaremos tiempo de establecimiento al 95 % ($T_{s,95\,\%}$). Si por el contrario queremos que medir cuando la respuesta del sistema alcanza el 98 % de su valor final, lo denominaremos tiempo de establecimiento al 98 % ($T_{s,98\,\%}$). Dependiendo de esta imposición, la expresión del tiempo de establecimiento será diferente. Vamos a ver cómo se obtiene el $T_{s,98\,\%}$.

$$y_{SPO}(t) = 0{,}98 = 1 - e^{-\frac{1}{\tau}t} \rightarrow T_{s,98\,\%} = 4\tau = \frac{4}{\sigma} \tag{20}$$

Análogamente, si nos fijamos en la expresión de la respuesta temporal del sistema dada por la Ec. 16 tenemos que el valor absoluto de la parte real de los polos es $\sigma = \xi\omega_n$, por lo que en un sistema de segundo orden la constante de tiempo es $\tau = \frac{1}{\xi\omega_n}$ y el tiempo de establecimiento al 98 % toma la expresión:

$$T_{s,98\,\%} = 4\tau = \frac{4}{\xi\omega_n} = \frac{4}{\sigma} \tag{21}$$

Puedes ver el siguiemte video [6] donde se explican todos los pasos y detalles del procedimiento seguido.

4.7 ¿Cómo puedo obtener la expresión del tiempo de pico T_p?

Como has visto en la Sec. 4.3 el tiempo de pico es el tiempo donde se produce el valor máximo de la primera oscilación de la respuesta temporal del sistema de segundo orden.

Es por ello que, en primer lugar, obtenemos la derivada de la respuesta temporal del sistema de segundo orden dada por la Ec. 16, siendo:

$$\frac{dy(t)}{dt} = \xi\omega_n \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} sin\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}t + \theta\right) - \frac{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} cos\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}t + \theta\right) \tag{22}$$

Para obtener el máximo igualamos la anterior expresión a 0, obteniendo:

[2]Si no lo recuerdas, te aconsejo ver el siguiente video [6] dónde se explica con detalle su obtención.

$$\frac{sin\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}t+\theta\right)}{cos\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}t+\theta\right)}=\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\rightarrow tan\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}t+\theta\right)=tan(\theta) \tag{23}$$

Para que la anterior igualdad se cumpla, $\omega_n\sqrt{1-\xi^2}t=n\pi$. Además, ten presente que estamos evaluando el primer máximo, por lo que $n=1$, siendo la expresión del tiempo de pico T_p dada por:

$$t=\frac{n\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}\xrightarrow{n=1}T_p=\frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} \tag{24}$$

Puedes ver el siguiemte video [7] donde se explican con detalle todos los pasos del procedimiento seguido.

4.8 ¿Cómo puedo obtener la expresión del valor de sobrepasamiento M_p?

El valor de sobrepasamiento se define como:

$$\%M_p=\frac{y(T_p)-y(t\rightarrow\infty)}{y(t\rightarrow\infty)-y(t=0)}100 \tag{25}$$

Sin pérdida de generalidad, vamos a suponer que el valor inicial de la respuesta del sistema es cero, esto es $y(t=0)=0$.

Fijándonos en la Ec. 16 tenemos que el valor final de la respuesta del sistema, esto es $y(t\rightarrow\infty)=1$.

Por otra parte, sabemos que el valor máximo del primer pico de la respuesta del sistema se produce en el instante T_p. Por lo tanto, tenemos:

$$\begin{aligned} y(T_p)&=1-\frac{e^{-\xi\omega_n\frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}}}{\sqrt{1-\xi^2}}sin\left(\omega_n\sqrt{1-\xi^2}\frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}+\theta\right)\\ y(T_p)&=1-\frac{e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}}{\sqrt{1-\xi^2}}sin\left(\pi+\theta\right)=1+e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}=1+e^{-\frac{\pi}{tan(\theta)}} \end{aligned} \tag{26}$$

Sustituyendo cada uno de los anteriornes resultados en la Ec. 25 y simplificando se obtiene la siguiente expresión del valor de sobrepasamiento:

$$\%M_p=e^{-\frac{\pi}{tan(\theta)}}100 \tag{27}$$

Puedes ver el siguiemte video [9] donde se explican con detalle todos los pasos del procedimiento seguido.

ACTIVIDAD 3

Dado el siguiente modelo de segundo orden $G(s)=\frac{100}{s^2+4s+100}$ al cual se le ha aplicado una exitación escalón unitario, obtén el tiempo de establecimiento al 98 % $T_{s,98\,\%}$, el tiempo de subida T_r, el tiempo de pico T_p y el valor de sobrepasamiento $\%M_p$ de la respuesta del sistema.

5 Cierre

A lo largo de este objeto de aprendizaje hemos aprendido las diferentes representaciones de los sistemas dinámicos de segundo orden. Concretamente, hemos visto la representación en ecuaciones diferenciales, la representación en Función de Transferencia (FdT) y la representación temporal obtenida a partir de la FdT.

Hemos estudiado el efecto que tiene sobre el comportamiento dinámico del sistema cada uno de los parámetros que lo componene K, ξ y ω_n. Además, hemos aprendido a obtener matemáticamente la representación temporal de un sistema de segundo orden ante entrada escalón unitario. Utilizando esta representación, hemos aprendido a definir y obtener las expresiones matemáticas de las principales características que definen el comportamiento de la respuesta temporal de los sistemas de segundo orden.

Bibliografía

[1] R.C. Dorf y R.H. Bishop. *Modern Control Systems*. Pearson, 2017. ISBN: 9781292152974 (vid. pág. 1).

[2] P.H. Lewis y C. Yang. *Basic Control Systems Engineering*. Prentice Hall, 1997. ISBN: 9780135974360 (vid. pág. 1).

[3] K. Ogata. *Modern Control Engineering*. Pearson Education, 2011. ISBN: 9780133002256 (vid. págs. 1, 2).

[4] J.L. Schiff. *The Laplace Transform: Theory and Applications*. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer New York, 2013. ISBN: 9780387227573 (vid. pág. 2).

[5] Solanes, J. Ernesto. *Función de Transferencia y respuesta temporal de SSO*. https://media.upv.es/player/?id=d586b260-94c7-11ec-b0bd-1f0070171f60. [Online; accessed 09-April-2022]. 2022 (vid. pág. 7).

[6] Solanes, J. Ernesto. *Parámetros característicos de los SSO: tiempo de establecimiento*. https://media.upv.es/player/?id=b5662140-9559-11ec-8ea7-c5b09d67c299. [Online; accessed 09-April-2022]. 2022 (vid. pág. 8).

[7] Solanes, J. Ernesto. *Parámetros característicos de los SSO: tiempo de pico*. https://media.upv.es/player/?id=3ceb33a0-9567-11ec-9250-095ce568984a. [Online; accessed 09-April-2022]. 2022 (vid. pág. 9).

[8] Solanes, J. Ernesto. *Parámetros característicos de los SSO: tiempo de subida*. https://media.upv.es/player/?id=3991a200-955f-11ec-96e6-e59affb10627. [Online; accessed 09-April-2022]. 2022 (vid. pág. 8).

[9] Solanes, J. Ernesto. *Parámetros característicos de los SSO: valor de sobrepasamiento*. https://media.upv.es/player/?id=2413a190-9563-11ec-afd6-b91c5bb3906f. [Online; accessed 09-April-2022]. 2022 (vid. pág. 9).