



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

Evaluación de cargas masticatorias personalizadas a partir
de imágenes médicas mediante el Cartesian grid Finite
Element Method

Trabajo Fin de Grado

Grado en Ingeniería Mecánica

AUTOR/A: Morcillo Vizquete, Javier

Tutor/a: Nadal Soriano, Enrique

Cotutor/a: Gutiérrez Gil, Jorge

CURSO ACADÉMICO: 2021/2022

*Evaluación de Cargas
Masticatorias Personalizadas*



Resumen

La simulación preoperativa personalizada de implantes dentales permitiría determinar, a priori, el comportamiento del implante. Estas simulaciones ayudarían a seleccionar el implante más adecuado para el paciente o, incluso, a definir la geometría óptima de implante. El *Cartesian grid finite element method* (cgFEM), desarrollado en el Instituto de Ingeniería Mecánica y Biomecánica de la UPV, permite generar modelos de elementos finitos personalizados directamente a partir de imágenes médicas. Sin embargo, la simulación personalizada exige no solamente obtener un modelo geométrico personalizado, sino que también exige determinar cargas personalizadas. Sobre cgFEM se ha implementado un algoritmo de remodelación ósea. En este trabajo se plantea usar el algoritmo de remodelación ósea para determinar las cargas personalizadas, que corresponderán a aquellas que no producen variaciones sobre la distribución de hueso representada en la imagen médica.



Abstract

Personalized preoperative simulation of dental implants would make it possible to determine, a priori, the behavior of the implant. These simulations would help to select the most suitable implant for the patient, or even, to define the optimal implant geometry. The *cartesian grid Finite Element Method* (cgFEM), developed by the Institute of Mechanical Engineering and Biomechanics of the UPV, allows the generation of personalized finite element models directly from medical images. However, personalized simulation requires not only to obtain a personalized geometric model, but it also requires to determine personalized loads. A bone remodelling algorithm has been implemented on cgFEM. In this work it is proposed to use the bone remodelling algorithm to determine the personalized loads, which will correspond to those that do not produce variations on the bone distribution represented in the medical image.



Resum

La simulació preoperatòria personalitzada d'implants dentals permetria determinar, a priori, el comportament de l'implant. Aquestes simulacions ajudarien a seleccionar l'implant més adequat per al pacient o, fins i tot, a definir la geometria òptima d'implant. El *cartesian grid Finite Element Method* (cgFEM), desenvolupat a l'Institut d'Enginyeria Mecànica i Biomecànica de la UPV, permet generar models d'elements finits personalitzats directament a partir d'imatges mèdiques. No obstant això, la simulació personalitzada exigeix no solament obtenir un model geomètric personalitzat, sinó que també exigeix determinar càrregues personalitzades. Sobre cgFEM s'ha implementat un algoritme de remodelació òssia. En aquest treball es planteja utilitzar l'algoritme de remodelació òssia per a determinar les càrregues personalitzades, que correspondran a aquelles que no produeixin variacions sobre la distribució de l'os representat a la imatge mèdica.



Contenidos

Resumen	iii
Abstract	v
Resum	vii
I INTRODUCCIÓN	1
1 Contexto	3
1.1 Biomecánica Computacional	3
1.2 Objetivo	4
1.3 Estado Actual	4
2 Remodelación Ósea	5
2.1 Mecanismos Biológicos	5
2.2 Modelos Fenomenológicos	7
2.2.1 Modelo Isótropo de Stanford	7
3 Método de los Elementos Finitos con Mallado Cartesiano	10
3.1 Método de los Elementos Finitos en Elasticidad	10
3.2 Mallado Cartesiano	13
3.2.1 h-adaptatividad	14
4 Algoritmos de Optimización	15
4.1 Optimización Bayesiana	15
II EVALUACIÓN DE CARGAS MASTICATORIAS	17
5 Introducción	19
5.1 Metodología	19
5.2 Particularidades	20
6 Tratamiento de Imágen	21
6.1 Segmentación	22
6.1.1 Máscara de Segmentación	22
6.1.2 Región de Interés	23
6.2 Propiedades Elásticas	24
7 Modelo de Elementos Finitos	26
7.1 Discretización	26
7.2 Condiciones de Contorno	28
7.2.1 Condiciones de Neumann	28
7.2.2 Condiciones de Dirichlet	29

8 Modelo de Remodelación	30
8.1 Ley de Remodelación	31
8.2 Parámetros de Remodelación	31
9 Ajuste de Cargas	32
9.1 Procedimiento de Ajuste	33
9.2 Cargas de Compresión	33
9.2.1 Carga Regularizada	33
9.2.2 Análisis de Sensibilidad	35
9.2.3 Cargas Personalizadas	35
9.3 Cargas Laterales	36
10 Resultados	37
III CONCLUSIONES	38
11 Conclusión General	40
12 Pliego de Condiciones	41
12.1 Condiciones Generales	41
12.2 Disposiciones Facultativas	41
12.3 Condiciones Técnicas Particulares	42
12.3.1 Especificaciones de Materiales y Equipos	42
13 Presupuesto	43
13.1 Estudio de amortización	43
13.2 Presupuesto	44
Bibliografía	45

Parte I

INTRODUCCIÓN



Capítulo 1

Contexto

CONTENIDOS

1.1	Biomecánica Computacional	3
1.2	Objetivo	3
1.3	Estado Actual	4

Cada vez más se está introduciendo la ingeniería en el mundo médico con el fin de estudiar y modelar los sistemas biológicos mediante principios ingenieriles, con el propósito de encontrar aplicaciones clínicas viables. Concretamente la ingeniería mecánica se ha creado un espacio en la medicina con ramas como la ingeniería de materiales, la mecánica de fluidos o la mecánica de sólidos.

La mecánica de sólidos se encarga de estudiar el comportamiento de cuerpos sólidos ante efectos tales como cargas, aceleraciones o variaciones térmicas. Aplicando estos fundamentos al cuerpo humano, sería posible modelar a nivel estructural el sistema esquelético a una escala macroscópica.

1.1 Biomecánica Computacional

En este trabajo se aplicarán los principios de la mecánica y la elasticidad para obtener información de utilidad médica sobre los tejidos oséos. Se expondrá un proceso de simulación preoperativa *in vitro* previo a la colocación de implantes sobre los pacientes. Intentar modelar sistemas biológico de estas características con cierta precisión requiere adentrarse en problemas de gran complejidad. Es por ello, que se recurre a técnicas computacionales para poder resolverlos. En el campo que nos atañe, son necesarios métodos de resolución de ecuaciones diferenciales en problemas de condiciones de contorno, siendo uno de los más populares y asentados el Método de los Elementos Finitos. Pero no sólo es necesario resolver el problema elástico Capítulo 3, sino que también se requiere de un modelo biológico Capítulo 2 y de un algoritmo de optimización Capítulo 4 para llevar a cabo las simulaciones necesarias.

A lo largo de este trabajo se utilizará tanto el software de código abierto de tratamiento de imágenes médicas *3D Slicer*, como el software de análisis del *Método de Elementos Finitos con Mallado Cartesiano* (cgFEM) desarrollado por el Instituto Universitario de Ingeniería Mecánica y Biomecánica de la Universidad Politécnica de Valencia. Este último es de gran interés porque permite crear un modelo de *Elementos Finitos* (EF) directamente a partir de una imagen médica. El software cgFEM está desarrollado en *Matlab*, al igual que el algoritmo de optimización utilizado.

1.2 Objetivo

El objetivo de este proyecto es la obtención de las cargas masticatorias personalizadas de un paciente, con el fin último, de poder ofrecerle un implante dental que pueda adaptarse a su contexto y necesidades. Además, se busca avanzar en la consolidación de una metodología sencilla de simulaciones preoperatorias, que ofrezca información de interés médico a partir del estado actual del tejido óseo en una región de interés dada.

Esta metodología intenta evaluar unas cargas que sean representativas de la actividad diaria real del paciente, y con esta información, poder valorar cuál sería el tipo de implante idóneo, o incluso, poder optimizar la geometría del implante para cada paciente. La metodología se fundamenta en la relación que existe entre la tensión mecánica a la que se somete un tejido óseo vivo y su respuesta biológica en forma de remodelación. Sabiendo esto, se ha utilizado una propuesta con la que se obtendrán las cargas a través del estado actual del hueso en cuanto a densidad ósea se refiere. Este estado inicial se puede obtener del paciente con técnicas no intrusivas, cómo lo es una Tomografía Computarizada, técnica ampliamente utilizada en el ámbito médico actualmente.

1.3 Estado Actual

Las simulaciones médicas personalizadas están en auge como una herramienta que complementa a los tratamientos genéricos habitualmente utilizados. Su potencial para mejorar la calidad de vida de los pacientes es atractivo para los investigadores. Médicos y diseñadores de prótesis e implantes se benefician de esta mayor información personalizada del paciente. En las últimas décadas, se está avanzando en la investigación de estas estrategias, pero principalmente la literatura se centra en huesos largos como el fémur [15], debido a el interés en las prótesis de cadera. Las simulaciones personalizadas sobre mandíbulas también están despertando interés por su aplicabilidad a los implantes dentales [3]. El estudio de las cargas masticatorias suele abordarse a través de mediciones sobre pacientes [18], generalmente enfocadas en el estudio de la fuerza máxima. Pero en este trabajo se plantea la evaluación de cargas mediante simulaciones por ordenador con el objetivo de encontrar las cargas habituales del paciente [10] y no tanto las máximas. Esta información aportará un mayor valor tanto en cuanto el interés esté sobre la remodelación ósea futura del paciente tras cierta intervención clínica.

Capítulo 2

Remodelación Ósea

CONTENIDOS

2.1	Mecanismos Biológicos	5
2.2	Modelos Fenomenológicos	6
2.2.1	Modelo Isótropo de Stanford	7

El sistema esquelético está formado por huesos, cartilagos y ligamentos, siendo de gran importancia tanto biomecánicamente como metabólicamente. Entre sus funciones destacan:

1. Soporte de la estructura corporal y los tejidos blandos.
2. Protección de los organos internos.
3. Posibilitan el movimiento, sirviendo de anclaje para los músculos.
4. Metabolización de células sanguíneas y almacén de minerales.

Por su parte, los huesos son órganos rígidos formados por tejido vivo. Están compuestos por una matriz extracelular, constituida por componentes calcificados que aportan una gran dureza y resistencia; las propias células, vasos sanguíneos y nervios. Dentro de la estructura ósea se pueden distinguir dos tipos de tejidos diferenciados. El hueso cortical o tejido compacto, con una mayor rigidez y densidad, suele estar presente como recubrimiento exterior del hueso. El hueso esponjoso o tejido poroso, se encuentra en el interior del hueso alojando la médula ósea, por su porosidad y estructura intrincada de trabéculas¹ aporta una gran resistencia específica.

2.1 Mecanismos Biológicos

Los huesos se encuentran en constante proceso de remodelación. Esta remodelación se puede abordar desde distintas escalas Figura 2.1, a nivel orgánico, a nivel de malla trabecular, a nivel trabecular o a nivel celular, dependiendo de cuál sea el objetivo del estudio [13].

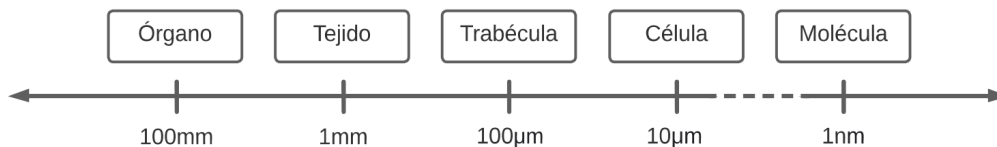


FIGURA 2.1

Escala de distintas estructuras óseas.

¹Trabécula: Estructura tisular microscópica alargada que proporciona soporte a los órganos.

La remodelación es el proceso por el cual el hueso es capaz de regenerarse. Al igual que otros tejidos del cuerpo humano, los huesos están en un equilibrio constante entre formación de nuevo tejido y reabsorción del existente. Gracias a este mecanismo es capaz de adaptarse a nuevos ambientes, incluyendo la capacidad de autoregenerarse en caso de fractura.

Para entender la remodelación ósea es necesario conocer el papel de las distintas células que entran en juego. Las células óseas más relevantes en este proceso son los osteoblastos, los osteoclastos y los osteocitos [2]. Los osteoblastos son células sintetizadoras capaces de formar nuevo tejido óseo mediante la expresión de las proteínas de la matriz orgánica del hueso. Los osteoclastos tienen la propiedad funcional de disolver y degradar mineral óseo mediante la emisión de las enzimas necesarias. Por último, los osteocitos son capaces de señalar la formación o reabsorción mediante factores de transcripción proteica que interactúa con los osteoblastos y osteoclastos.

Un factor de gran importancia en este proceso es el estímulo mecánico [19]. Se ha demostrado que la tensión mecánica a la que se somete un tejido óseo tiene una importante influencia en su respuesta en forma de remodelación. Esto es posible gracias a mecanismos de mecanotransducción que son capaces de producir una señal biológica a partir de un estímulo mecánico. En la actualidad, la explicación a este proceso de mecanotransducción es todavía un desafío. Se cree que las células son capaces de convertir la información mecánica del fluido intersticial en señales reguladoras de la síntesis proteica a través de la interacción con la membrana plasmática y otras estructuras celulares [13].

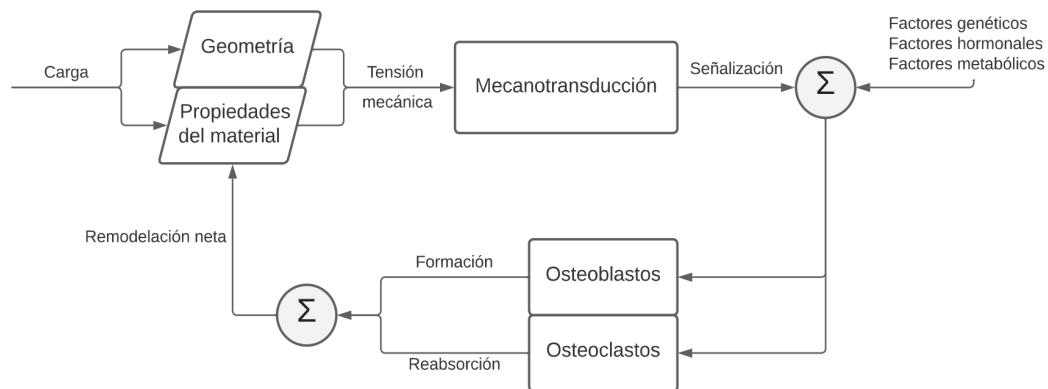


FIGURA 2.2

Diagrama de flujo del proceso de remodelación ósea.

En la Figura 2.1 se representa el papel de la carga sobre el proceso de remodelación [5]. La actividad de los osteoblastos y los osteoclastos se da de forma secuencial y coordinada, de forma que en un estado de homeostasis la remodelación neta sería nula. Sin embargo, cambios significativos respecto a la actividad normal del hueso, en cuanto a cargas se refiere, producirían un desequilibrio en la actividad celular que llevaría a la pérdida o ganancia de masa ósea.

Una mayor tensión mecánica sobre el tejido óseo desencadenará en un aumento de la actividad de los osteoblastos [7], promoviendo una remodelación neta positiva. Aunque este proceso tiene un límite metabólico, someter al hueso a mayores tensiones no siempre va a llevar a una mayor remodelación neta, este se encuentra ante limitantes tanto genéticos como hormonales. El hueso incluso podría verse sometido a unas tensiones tales, que no serían tolerables orgánicamente y llevarían a una pérdida de masa ósea, debido a que los osteoclastos reabsorberían el tejido dañado y los osteoblastos no tendrían la capacidad de reemplazarlo con nuevo tejido [1].

2.2 Modelos Fenomenológicos

Conocidos los mecanismo biológicos de remodelación surge la necesidad de poder modelar cuantitativamente la respuesta de la remodelación de un tejido óseo en función de la tensión mecánica a la que se somete. Con este objetivo, tras la publicación de *The Law of Bone Remodelling* por parte del cirujano alemán Julius Wolff se han propuesto diferentes modelos matemáticos fenomenológicos [4].

2.2.1 Modelo Isótropo de Stanford

El modelo de remodelación ósea interna isótropa de Stanford se basa en la idea de que la remodelación está gobernada por un parámetro llamado *Estímulo mecánico* (ψ). De forma que existe un valor homeostático de ψ , que llamaremos *Estímulo mecánico de referencia* (ψ^*) que no produciría remodelación ósea. En cambio, el tejido óseo tendrá la capacidad de variar su densidad ósea y, por ende, sus propiedades mecánicas, si ψ dista de ψ^* , con el fin de recuperar los valores homeostáticos de estímulo.

El **estímulo mecánico local** (ψ_t) está determinado por la actividad diaria habitual a la que se somete el tejido, que se emula mediante distintos casos de carga representativos de dicha actividad, Ecuación 2.1.

$$\psi_t = \left(\sum_{i=1}^N n_i \bar{\sigma}_{ti}^m \right)^{1/m} \quad (2.1)$$

Siendo, N el número de casos de carga, n el número de ciclos diarios, $\bar{\sigma}_t$ la tensión mecánica local, y m una constante experimental. Esta ecuación sólo es de aplicación a nivel local (escala trabecular), y además, es difícilmente implementable por su naturaleza. Para su utilización se van a asumir las siguientes hipótesis [12]:

- i. La matriz ósea está completamente mineralizada.
- ii. Las tensiones se asumen como cuasiestáticas.
- iii. Los casos de carga se aplican de forma secuencial.

Una matriz completamente mineralizada implica que las variaciones de densidad en el hueso no se derivan de diferentes grados de mineralización en la matriz ósea, sino que únicamente se explican por una variación en la masa ósea, Ecuación 2.2.

$$\rho = \frac{\mathbf{V}_{\text{mo}}}{\mathbf{V}_{\text{T}}} \hat{\rho} \quad (2.2)$$

Siendo ρ la densidad aparente, \mathbf{V}_{mo} el volumen de matriz ósea en una unidad de volumen de tejido, \mathbf{V}_{T} el volumen total de una unidad de volumen de tejido y $\hat{\rho}$ la densidad de la matriz ósea ($\hat{\rho} \simeq 2.1 \text{g/cm}^3$). A través de estas densidades se ha obtenido experimentalmente la relación entre la tensión mecánica local ($\bar{\sigma}_t$) y la tensión mecánica a nivel de tejido ($\bar{\sigma}$), y por consiguiente se deduce también la relación entre estímulo mecánico local (ψ_t) y estímulo mecánico a nivel de tejido (ψ) Ecuaciones 2.3.

$$\bar{\sigma}_t(\rho) = \left(\frac{\hat{\rho}}{\rho} \right)^2 \bar{\sigma} \quad (2.3a)$$

$$\psi_t = \left(\frac{\hat{\rho}}{\rho} \right)^2 \psi \quad (2.3b)$$

Asumir las tensiones como estáticas y los casos de carga secuenciales implica suponer que el modelo no se ve significativamente influenciado por la duración o simultaneidad de las cargas. Esto se explica porque el periodo de aplicación de las cargas y el periodo de remodelación ósea tienen órdenes de magnitud distintos. Aplicando estas hipótesis se logra redefinir el estímulo mecánico a nivel de tejido Ecuación 2.4, siendo también aplicable al estímulo mecánico local.

$$\psi = n^{1/m} \bar{\sigma} \quad \text{siendo} \quad n = \sum_{i=1}^N n_i \quad (2.4)$$

Una vez definido el estímulo mecánico del modelo, el siguiente paso para completar el modelo es saber cuánto se aleja cierto estímulo con respecto al estímulo de referencia. Esto se logra incorporando el *Ratio de remodelación* ($\dot{\mathbf{r}}$), se ha observado que existe una relación directa entre este parámetro y el estímulo mecánico (Figura 2.2.1). En la función $\dot{\mathbf{r}} - \psi_t$ el estímulo de referencia (ψ_t^*) se define como el valor de estímulo (ψ_t) que anula el ratio de remodelación.

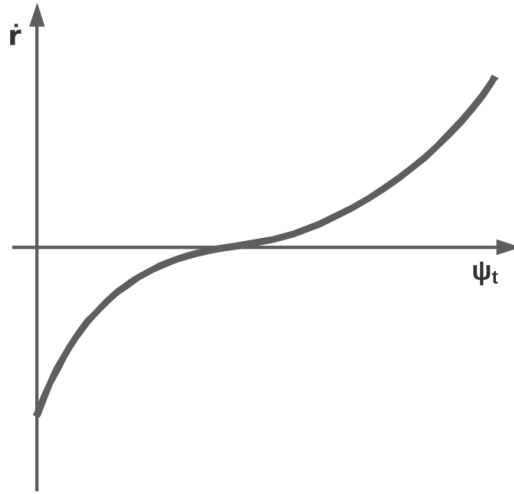


FIGURA 2.3

Relación entre el ratio de remodelación y el estímulo mecánico local [9].

Debido a la naturaleza de esta relación, sigue una función no lineal que no está claramente definida y varía en función del hueso en la que se estudie. Se han creado modelos simplificados que la aproximan llamados *Leyes de Remodelación*, Figura 2.2.1. Una ley de remodelación se define como una función lineal a trozos (Ecuación 2.5) que aproxima la relación teniendo en cuenta el contexto en el que va a ser utilizada. En las zonas cercanas al estímulo de referencia ocurre un fenómeno por el cual el ratio de remodelación es menos sensible a las variaciones de estímulo, Figura 2.2.1. Esta zona se denomina zona muerta o zona vaga. La ley de remodelación suele incorporar tramos con menos pendiente en esta zona definida por el semiancho de zona muerta (ω).

Existen diferentes leyes que toman diferentes hipótesis. Algunas tienen en cuenta que la remodelación tiene un límite e imponen máximos a la reabsorción y a la formación. Otras tratan la zona muerta (2ω) como una zona con remodelación nula, y otras no la toman en cuenta.

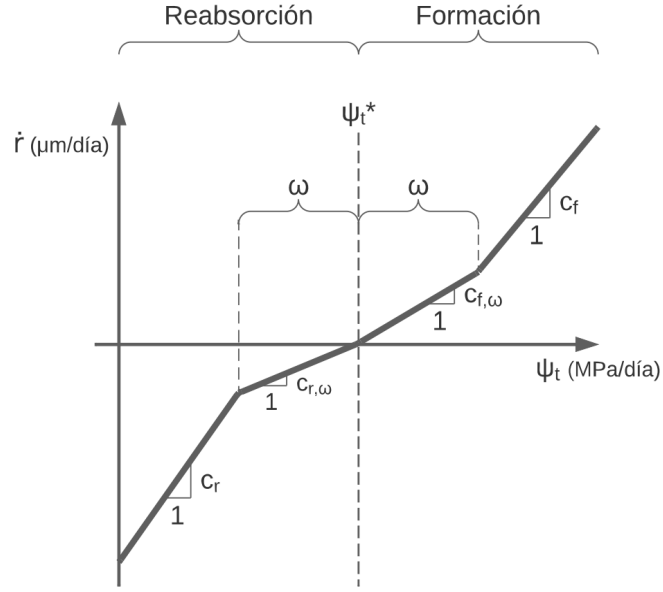


FIGURA 2.4
Ley de Remodelación.

$$\dot{\mathbf{r}} = \begin{cases} c_r(\psi_t - \psi_t^* + \omega) - c_{r,\omega}\omega & \text{si } \psi_t < \psi_t^* - \omega \\ c_{r,\omega}(\psi_t - \psi_t^*) & \text{si } \psi_t^* - \omega < \psi_t < \psi_t^* \\ c_{f,\omega}(\psi_t - \psi_t^*) & \text{si } \psi_t^* < \psi_t < \psi_t^* + \omega \\ c_f(\psi_t - \psi_t^* - \omega) + c_{f,\omega}\omega & \text{si } \psi_t > \psi_t^* + \omega \end{cases} \quad (2.5)$$

Siendo c_r el coeficiente de reabsorción, c_f el coeficiente de formación, $c_{r,\omega}$ el coeficiente de reabsorción en la zona muerta, $c_{a,\omega}$ el coeficiente de formación en la zona muerta y ω el semiancho de la zona muerta. Una vez definida la Ley de Remodelación ya es posible determinar la variación de densidad en una zona tisular específica tras aplicar sobre ella una tensión mecánica local efectiva, Ecuación 2.6.

$$\dot{\rho} = \dot{\mathbf{r}} \mathbf{S}_v \hat{\rho} \quad (2.6)$$

Siendo $\dot{\rho}$ el ratio de variación de densidad, $\dot{\mathbf{r}}(\bar{\sigma})$ el ratio de remodelación dependiente de la tensión mecánica, $\mathbf{S}_v(\rho)$ la superficie disponible específica dependiente de la densidad aparente y $\hat{\rho}$ la densidad de la matriz ósea.

Capítulo 3

Método de los Elementos Finitos con Mallado Cartesiano

CONTENIDOS

3.1	Método de los Elementos Finitos en Elasticidad	10
3.2	Mallado Cartesiano	12
3.2.1	h-adaptatividad	13

El *Método de los Elementos Finitos* (MEF) se basa en la idea de dividir un problema complejo en muchos problemas sencillos. De esta forma, ofrece una solución aproximada a problemas de contorno¹. Es un método ampliamente utilizado en la industria y la investigación, siendo de aplicación en muchos campos de la ingeniería. Concretamente, la ingeniería mecánica se aprovecha de este método para resolver diferentes tipos de problemas, entre ellos el problema elástico.

3.1 Método de los Elementos Finitos en Elasticidad

El procedimiento para la resolución de un problema de elementos finitos sigue siempre las mismas pautas. Aplicandolas a un problema elástico de 2D, queda definido a través de los siguientes pasos [17]:

1. **Idealización y discretización.** El primer paso es obtener un modelo geométrico apto y dividirlo en subdominios. Este proceso se denomina mallado, que suele realizarse a través de softwares de mallado automático. El mallado convencionalmente se hace basado en la geometría del modelo, Figura 1.
2. **Modelo de interpolación.** Una vez dividido el dominio en elementos, se define en cada uno de ellos el comportamiento de los desplazamientos con un modelo de interpolación que aproxima el campo de desplazamientos real. Esto suele hacerse mediante funciones polinómicas a partir de valores nodales, Ecuación 3.1.

$$\Phi(x, y) \approx \sum_{i=1}^{GI} \mathbf{N}_i(x, y) \Phi_i = \mathbf{N}(x, y) \Phi^e \quad (3.1)$$

Siendo Φ el campo de desplazamientos, GI el orden polinómico de interpolación, \mathbf{N} la matriz de funciones de forma y Φ^e el vector de valores del campo de desplazamientos en los nodos.

¹Problema de contorno: Problema gobernado por ecuaciones diferenciales y definido por condiciones de contorno sobre la frontera del dominio del problema en sus variables dependientes o sus derivadas.

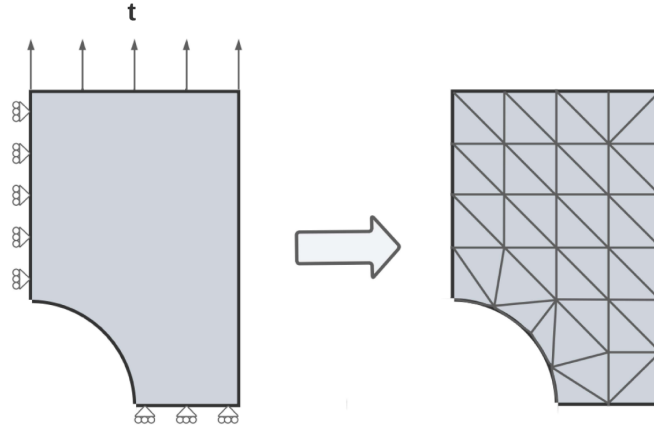


FIGURA 3.1
Discretización del dominio de un problema elástico en 2D.

3. **Ecuaciones de elemento.** En este punto, se incorporan al modelo discretizado las ecuaciones de elemento, que definen las propiedades elásticas y las condiciones de contorno de cada elemento. Las propiedades elásticas se introducen a través de la matriz de rigidez del elemento k^e (Ecuación 3.4). Por su parte, las condiciones de contorno lo hacen a través del vector de fuerzas f^e (Ecuación 3.5), y los desplazamientos impuestos \bar{u} (Ecuación 3.3). Todo ello se deduce a través de las ecuaciones de equilibrio estático Figura 3; la ecuación de equilibrio interno Ecuación 3.2(a) y la ecuación de equilibrio en el contorno 3.2(b).

$$L^T \sigma + b = 0 \quad \text{en} \quad \Omega^e \quad (3.2a)$$

$$G\sigma = t \quad \text{en} \quad \Gamma_N^e \quad (3.2b)$$

Siendo L el operador diferencial $L = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}^T$, G el operador de la ley de Cauchy, σ el tensor de Cauchy, b las cargas volumétricas impuestas sobre el dominio del elemento Ω^e y t las cargas impuestas sobre el contorno del elemento Γ_N^e (condiciones de contorno de Neumann).

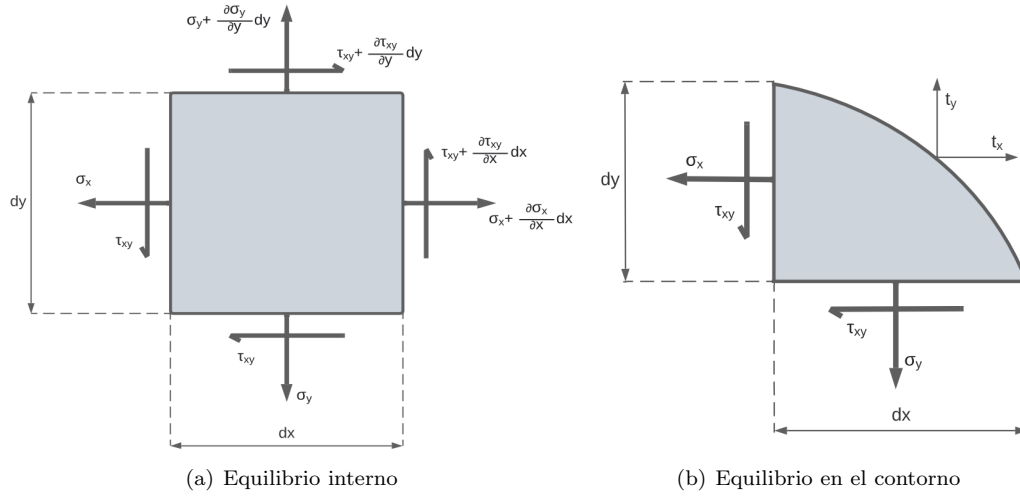
$$u = \bar{u}; \quad \text{en} \quad \Gamma_D^e \quad (3.3a)$$

Siendo u los desplazamientos y \bar{u} los desplazamientos impuestos sobre la parte complementaria del contorno Γ_D (condición de contorno de Dirichlet).

$$k^e = \int_{\Omega^e} B^T D(E, \nu) B \, d\Omega; \quad (3.4)$$

$$f^e = \int_{\Omega^e} N^T b \, d\Omega + \int_{\Gamma^e} N^T t \, d\Gamma + \int_{\Omega^e} B^T \sigma_0 \, d\Omega; + \int_{\Omega^e} B^T D \epsilon_0 \, d\Omega; \quad (3.5)$$

Siendo k^e la matriz de rigidez del elemento, B la derivada de las funciones de forma $B = LN$ y D la matriz de elasticidad dependiente del módulo de Young E y el módulo de Poisson ν .

**FIGURA 3.2**

Representación del equilibrio estático bidimensional.

4. **Ensamblado de elementos.** Tras aplicar estos conceptos a cada elemento, se ensambla matricialmente la información para obtener un modelo global del problema, formulando todas las ecuaciones en un formato matricial compatible. Esto es una de las ventajas del método de los elementos finitos, que permite optimizar el esfuerzo de computo realizando simultáneamente gran cantidad de operaciones.
5. **Resolución del problema.** Finalmente, planteado todo el modelo, es posible resolver el enunciado del problema Ecuación 5 atendiendo a las relaciones constitutivas entre desplazamientos, tensiones y deformaciones Ecuaciones 3.6.

$$\epsilon(u) = Lu \quad (3.6a)$$

$$\sigma = D(\epsilon - \epsilon_0) + \sigma_0 \quad (3.6b)$$

Siendo ϵ las deformaciones, ϵ_0 las deformaciones iniciales y σ_0 las tensiones iniciales.

$$\text{Hallar } u \in V : \forall v \in V \\ a(u, v) = c(v)$$

$$a(u, v) = \int_{\Omega} \epsilon(u)^T D \epsilon(v) d\Omega \quad (3.7)$$

$$c(v) = \int_{\Omega} b^T v d\Omega + \int_{\Gamma} t^T v d\Gamma + \int_{\Omega} \sigma_0^T \epsilon(v) d\Omega + \int_{\Omega} \epsilon_0^T D \epsilon(v) d\Omega$$

Siendo V el espacio de los trabajos virtuales, a el trabajo virtual de las fuerzas elásticas y c el trabajo virtual producido por las cargas externas.

3.2 Mallado Cartesiano

El mallado más habitual para la resolución de problemas del MEF es el mallado basado en geometría Figura 1, pero no es la única forma de discretizar un modelo. En ocasiones es más útil o eficiente utilizar mallados cartesianos. El mallado cartesiano se caracteriza por no ser dependiente de la geometría ni de los contornos del dominio del modelo. La estrategia de mallado consiste en una estructura de capas jerarquizadas de forma que cada capa divide los elementos de la capa anterior en partes iguales 3.2. Con este planteamiento se busca ganar velocidad de procesamiento.

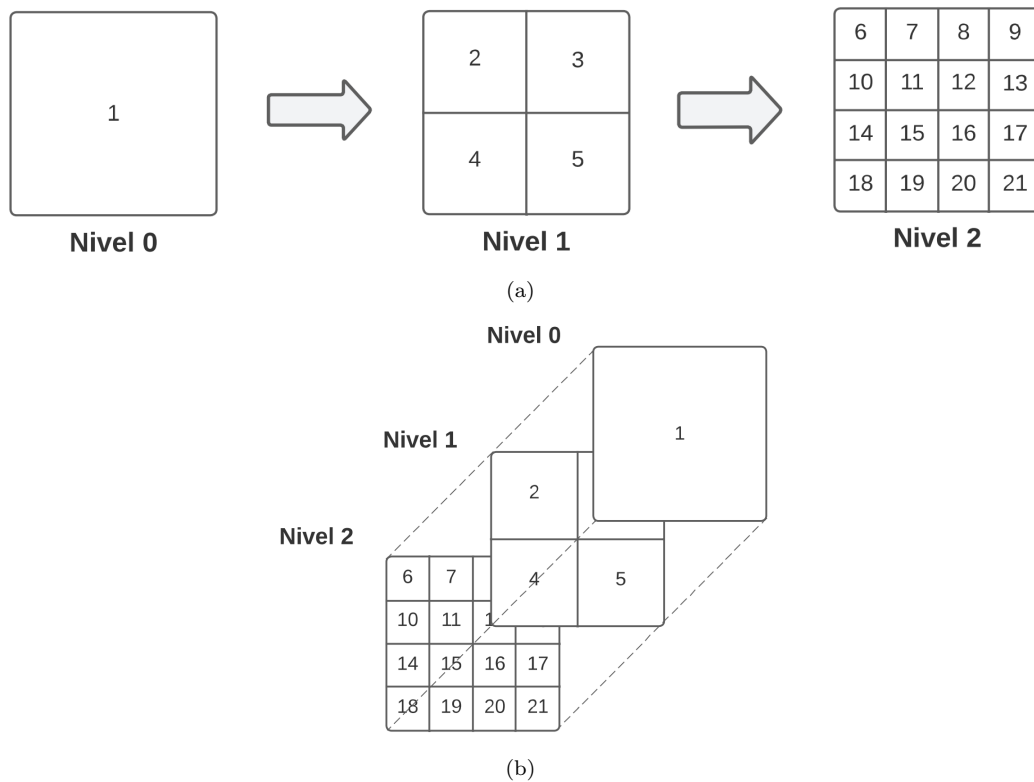


FIGURA 3.3

Capas jerárquicas del mallado cartesiano.

De esta forma, la capa de nivel 0 está formada por tan sólo un elemento, que coincide con el cuadro delimitador del modelo. Cuando el nivel de capa aumenta, también lo hace el número de elementos acorde a la Ecuación 3.8.

$$e = 2^{dn} \quad (3.8)$$

Siendo e el número de elementos, d las dimensiones espaciales del modelo y n el nivel de la capa. Se puede comparar el mallado convencional basado en geometría Figura 1 con el mallado cartesiano basado en imágenes Figura 3.2.1.

3.2.1 h-adaptatividad

El mallado cartesiano admite la adaptatividad del tamaño de elemento [16], de forma que se puede aumentar el nivel de mallado en las zonas de interés manteniendo elementos de niveles bajos en otras zonas. La h-adaptatividad es capaz de mejorar la precisión del modelo y reducir el coste computacional adecuando el tamaño de elemento a las características del problema. En la Figura 3.2.1 se puede observar como se aplica un refinamiento sobre la zona de concentración de tensiones alcanzando un nivel 4 de malla, mientras que en las zonas donde la geometría no está presente se mantiene un nivel 1 de malla.

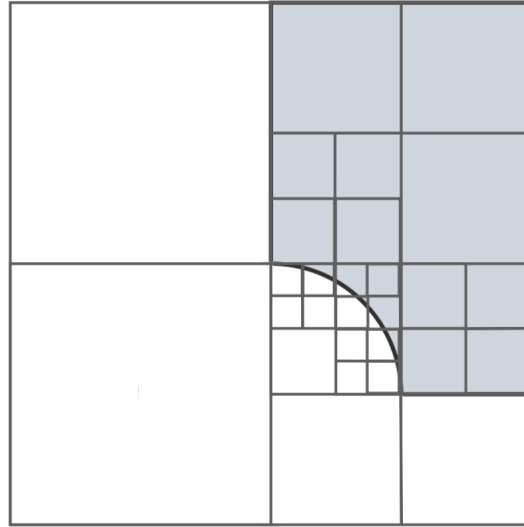


FIGURA 3.4
Discretización mediante mallado cartesiano.

Además, suele ser interesante aplicar un refinamiento sobre los contornos de la geometría para que se cumplan de mejor manera las condiciones de contorno. Esto puede llegar a producir que se defina de forma implícita la geometría del modelo a pesar de ser un mallado basado en imágenes.

Capítulo 4

Algoritmos de Optimización

CONTENIDOS

4.1 Optimización Bayesiana	15
----------------------------------	----

La optimización matemática consiste en la identificación del elemento que mejor cumple con una condición dada dentro de un conjunto de elementos disponibles. Con el fin de resolver este tipo de problemas, se han desarrollado algoritmos, algunos de ellos heurísticos, capaces de obtener los elementos óptimos o aproximaciones.

4.1 Optimización Bayesiana

La optimización bayesiana es una estrategia probabilística dentro de la optimización global fundamentada en la confianza estadística sobre la *Función Objetivo* (FO). Se suele utilizar en problemas del tipo Ecuación 4.1 cuando no es posible acceder a la información de las derivadas de la FO, siendo especialmente eficiente cuando las evaluaciones de la misma son costosas computacionalmente [11].

$$\min_{x \in \mathbf{R}^{n_x}} f(x) \tag{4.1}$$

Para entender el enfoque bayesiano de optimización es necesario conocer sus dos funciones fundamentales, la función sustituta y la función de pérdida. La función sustituta representa el modelo de optimización para la FO, construida a partir de las variables de diseño. Esta función es de naturaleza probabilística, como lo puede ser el *Proceso Gaussiano* (GP), y tiene el propósito de aproximarse a la FO de la mejor manera posible, siendo esta fácilmente optimizable [8]. La función de pérdida, en cambio, define el balance entre exploración¹ y explotación² en el proceso de selección de candidatos.

Conocido esto, la estrategia se basa en realizar sucesivas evaluaciones sobre la FO y utilizar esa información para recalcular la función sustituta, el valor obtenido en las evaluaciones se considera exacto. Una vez recalculada la función sustituta se optimiza esta función para seleccionar al siguiente candidato. De esta forma, a medida que se evalúan más candidatos, la función sustituta es más precisa y se cumple de mejor manera la Ecuación 4.2.

$$\min_{x \in \Omega} FO(x) \simeq \min_{x \in \Omega} \hat{FO}(x) \sim \mathbf{GP}(\mu_{\hat{FO}}(x), \sigma_{\hat{FO}}(x)) \tag{4.2}$$

Siendo Ω el conjunto de candidatos, \hat{FO} la función sustituta, $\mu_{\hat{FO}}$ la media de la función sustituta y $\sigma_{\hat{FO}}$ la incertidumbre de la función sustituta.

¹Exploración: Proceso de evaluar zonas con una alta incertidumbre.

²Explotación: Proceso de evaluar zonas críticas con una alta probabilidad de mejora.

A través de la Figura 4.1 se observa el proceso de optimización, se ve representada por un lado la función objetivo, y por otro, la función sustituta a través de su media y de los límites de su intervalo de confianza, que representan la incertidumbre en cada punto. Se muestra cómo se recalcula la función sustituta a medida que se evalúan candidatos, aproximándose cada vez más a la FO. En la Figura 4.1 (c) se ha definido una zona de exploración de forma que sólo se evalúan los candidatos sobre una región de interés.

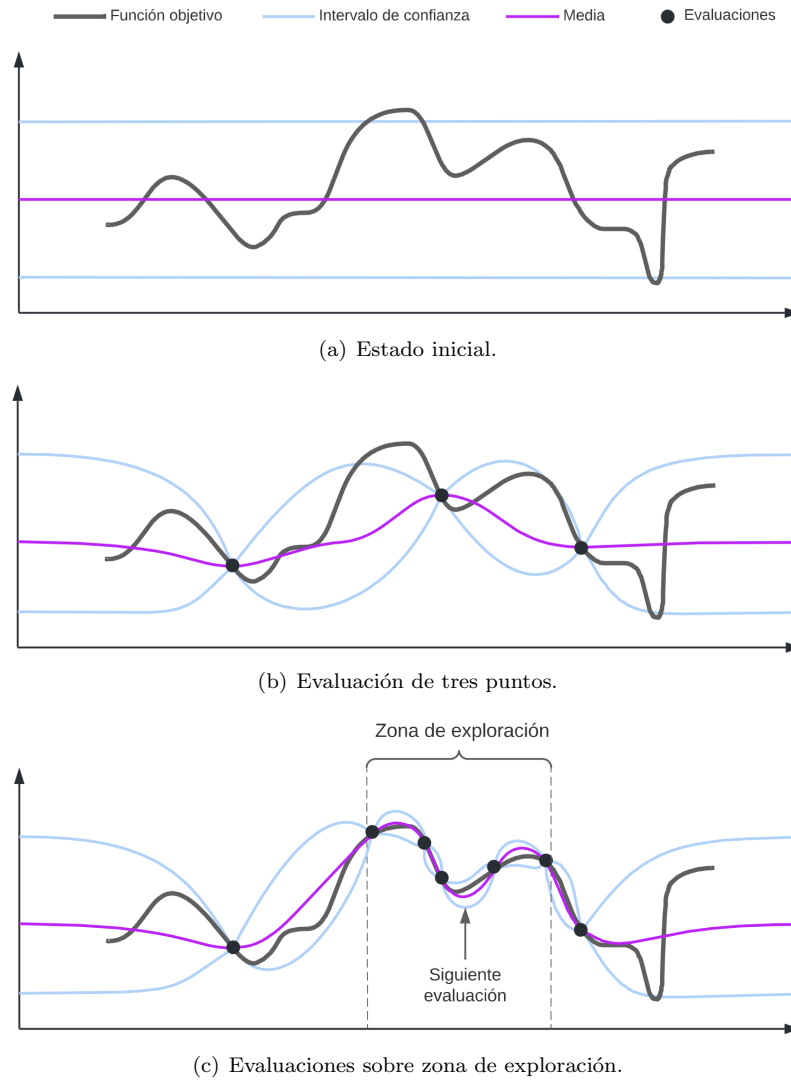


FIGURA 4.1
Representación del proceso de optimización bayesiana.

Parte II

**EVALUACIÓN DE CARGAS
MASTICATORIAS**



Capítulo 5

Introducción

CONTENIDOS

5.1	Metodología	19
5.2	Particularidades	19

La evaluación de cargas masticatorias personalizadas a través de imágenes médicas sigue un proceso secuencial definido por una metodología. Esta metodología a pesar de no ser especialmente rápida de aplicar debido al tiempo que ocupan las simulaciones necesarias, puede llegar a ser simple de utilizar a un nivel de usuario, de forma que se facilita su posible implementación generalizada en el ámbito clínico.

5.1 Metodología

A partir de las cargas que actúan sobre un tejido óseo, se puede predecir su respuesta en forma de remodelación Capítulo 2. La metodología propuesta Figura 5.1 se fundamenta en invertir el orden de este procedimiento, de forma que considerando que un tejido óseo está en estado homeostático, se puede predecir también qué cargas han llevado al tejido a ese estado en el que se encuentra.

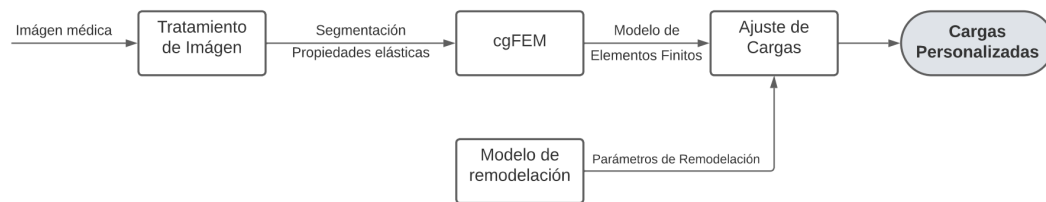


FIGURA 5.1

Diagrama de flujo de la metodología empleada.

Se pueden distinguir dos etapas diferenciada en el proceso. En primer lugar, se procesa la imagen médica extraída del paciente, con el objetivo de obtener la información necesaria del estado actual del tejido óseo. Esto requiere de softwares de segmentación como lo es *3D Slicer*. En segundo lugar, se ajustarán las cargas personalizadas a partir de la información previamente obtenida, siendo necesario también definir correctamente un modelo de EF y un modelo de remodelación ósea. Estos dos modelos se integran en un algoritmo de optimización que evalúa una función objetivo tal que minimiza cuando las cargas aplicadas sobre la mandíbula no provocan remodelación, es decir, producen sobre el tejido un estímulo homeostático. Todo este desarrollo se implementa en el software de cálculo numérico *Matlab*.

5.2 Particularidades

La región de interés del paciente en cuestión se encuentra en el hueso maxilar inferior (mandíbula) Figura 5.2, esto tiene una serie de implicaciones en la resolución del problema. El hueso maxilar inferior o mandíbula es un hueso plano situado en la cara que se une al hueso temporal a través de la articulación temporomandibular en la apófisi condilar. Esta articulación es dominada principalmente por el músculo masetero, con la función principal de llevar a cabo la masticación. Las cargas habituales más representativas sobre la mandíbula son debidas a esta misma masticación. Las cargas se aplican sobre la superficie coronal de los distintos dientes.

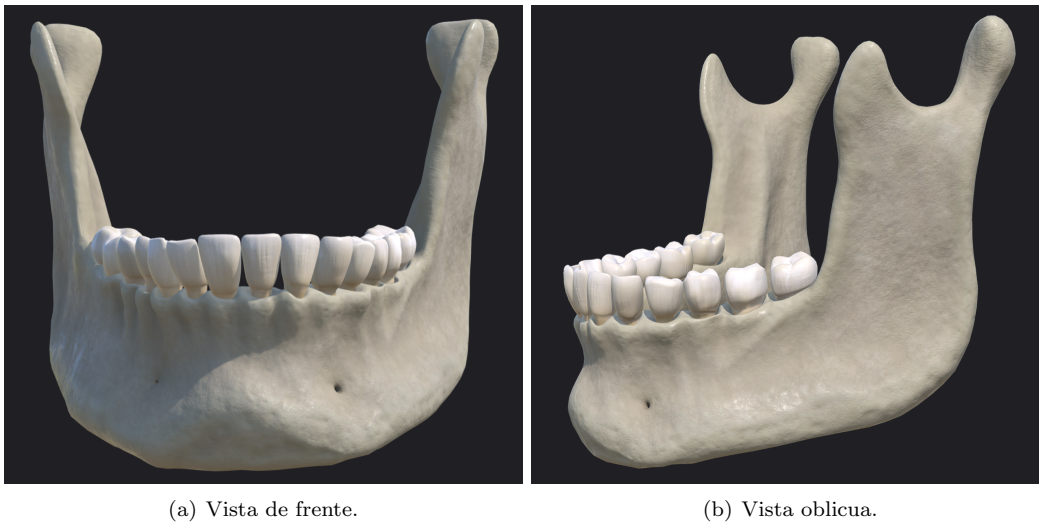


FIGURA 5.2

Modelo de mandíbula humana.

Esta información es necesaria para poder elaborar los modelos y aplicar los parámetros de simulación adecuados. La información acerca de la articulación y las inserciones del hueso determina qué condiciones de contorno de Dirichlet pueden aplicarse. La información sobre las regiones sobre las que se aplican las cargas y los patrones funcionales de estas determinan las condiciones de contorno de Neumann y los casos de carga aplicables. También la información sobre la naturaleza del hueso tiene influencia en la determinación de los parámetros de remodelación.

Capítulo 6

Tratamiento de Imágen

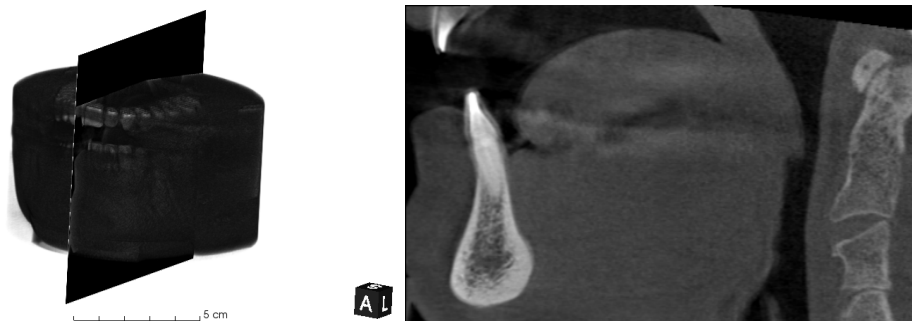
CONTENIDOS

6.1	Segmentación	22
6.1.1	Máscara de Segmentación	22
6.1.2	Región de Interés	23
6.2	Propiedades Elásticas	24

La imagen médica es la principal entrada de información que necesita esta metodología. Una *Tomografía Computarizada* (TAC) es capaz de mostrar la geometría ósea a través de imágenes con rayos X. Pero no sólo eso, también ofrece información sobre la densidad de los tejidos mediante coeficientes de atenuación de la radiación, Figura 6. Esta información de radiodensidad se expresa en la *Escala Hounsfield (HU)*, siendo una medida relativa a partir de la transformación lineal de la entre las radiodensidades del agua y del aire Ecuación 6.1.

$$\mathbf{HU} = \frac{\mu_t - \mu_w}{\mu_w - \mu_a} 1000 \quad (6.1)$$

Siendo μ_t la radiodensidad del tejido, μ_w la radiodensidad del agua y μ_a la radiodensidad del aire. Por lo que cada unidad **HU** representa un 0.1% de la atenuación del agua respecto al aire.



(a) Imágen tridimensional con plano sagital representado.

(b) Imágen del plano sagital.

FIGURA 6.1

Tomografía Computarizada del paciente.

El hueso trabecular tiene una radiodensidad en torno a **700HU** y el cortical en torno a **1000HU** alcanzando máximos de hasta **3000HU**. Esta radiodensidad se suele representar en las imágenes médicas mediante una escala de grises, siendo los tonos más claros indicadores de tejidos más densos y los más oscuros indicadores de tejidos menos densos.

6.1 Segmentación

El modelo de elementos finitos se generará a partir de la imagen médica del paciente Figura 6.1, de tamaño 501^3 vóxels¹. Es interesante que esta imagen sea lo más reducida posible para así reducir el coste computacional. Por ello, se segmentará el dominio de interés teniendo en cuenta que se puedan aplicar unas condiciones de contorno adecuadas sobre este.

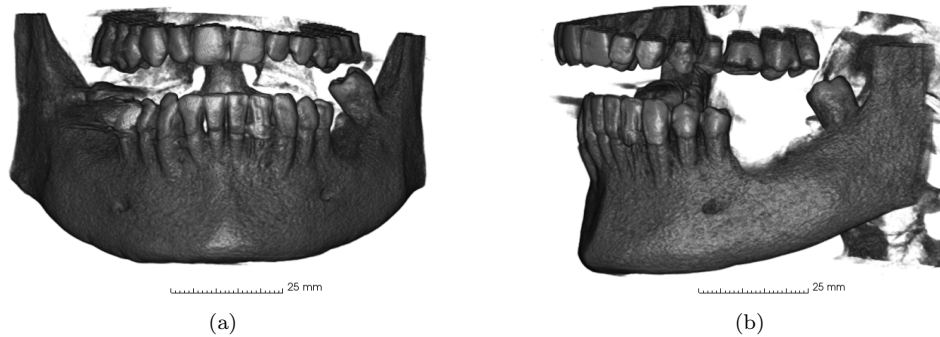


FIGURA 6.2

Tomografía computarizada con filtrado sobre el tejido blando.

6.1.1 Máscara de Segmentación

En este caso la zona de interés está en torno a los dientes faltantes del paciente (primer y segundo molar). Teniendo en cuenta que al software cgFEM utilizado sólo se le pueden introducir imágenes cúbicas seleccionaremos un cubo que contenga la mitad del maxilar inferior Figura 6.1.1, de forma que se puedan aplicar condiciones de simetría y un empotramiento cercano a la articulación temporomandibular.

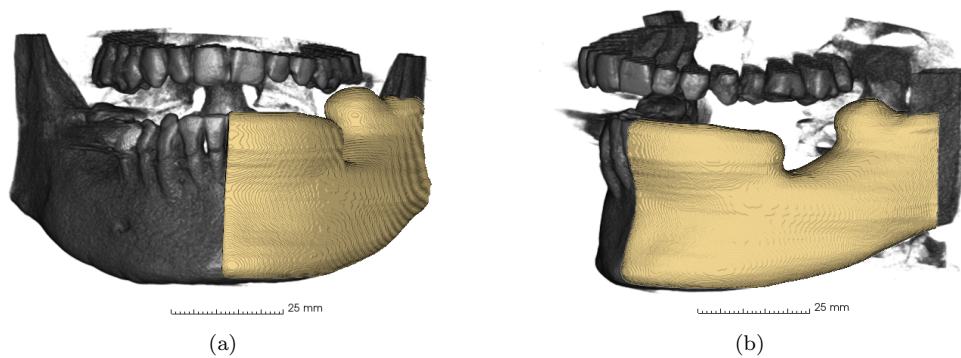


FIGURA 6.3

Máscara de segmentación sobre la tomografía computarizada.

¹Vóxel: Mínima unidad procesable que compone un objeto tridimensional (píxel volumétrico).

La máscara de segmentación se realiza omitiendo la mayor parte de tejido no óseo posible. Pero tampoco es necesario realizar un ajuste excesivo, que implicaría un trabajo laborioso y tardado. Debido a que se va a utilizar un mallado cartesiano que no depende de la geometría es posible dejar un margen respecto al hueso Figura 6.1.1. Tratando siempre que los contornos sean lo más suaves y redondeados posible para evitar comportamientos no deseados sobre vértices y aristas pronunciadas.

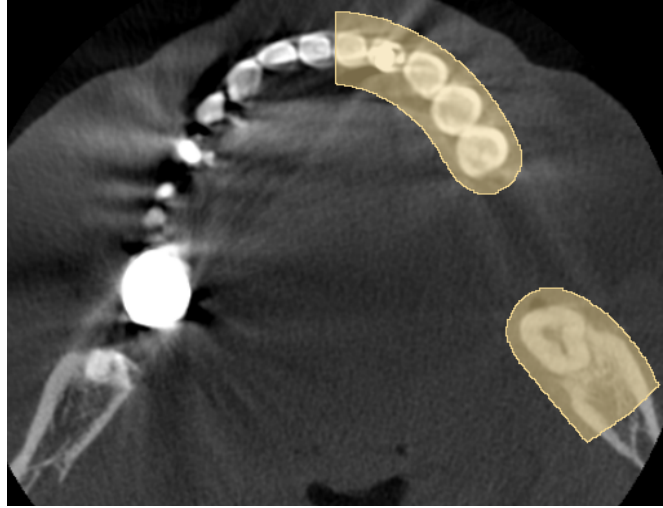
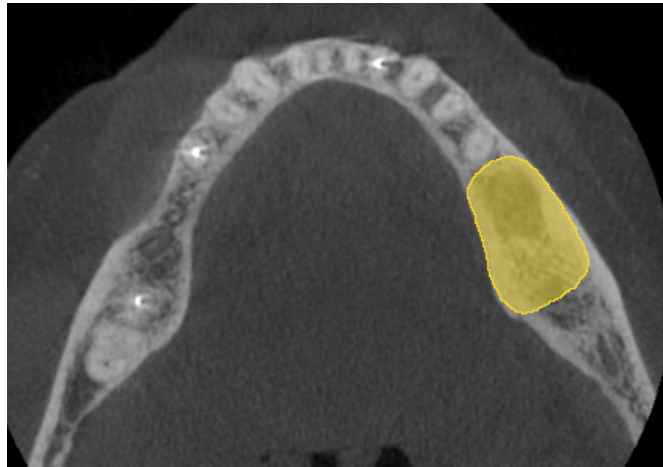


FIGURA 6.4
Sección transversal de la máscara de segmentación.

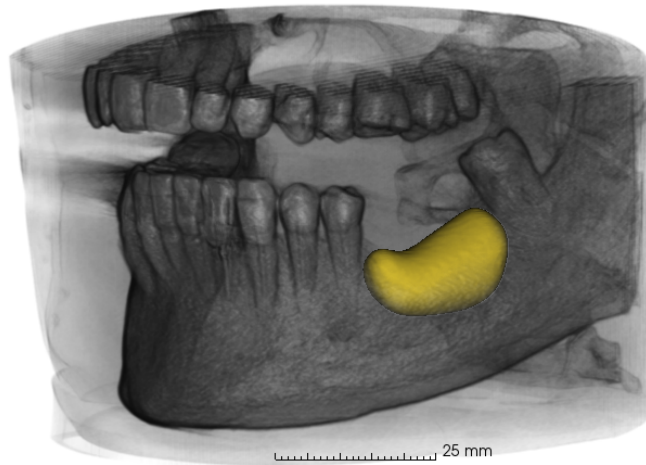
La imagen resultante de $\text{Imágen} \cap \text{Máscara}$ se inscribe en un cubo con un tamaño de 2^8 vóxels en cada dirección que equivale a un tamaño de 51mm dado que en este caso $1\text{vóxel} = 0.2\text{mm}$.

6.1.2 Región de Interés

La región de interés es la zona dentro del dominio del problema en el que se va a llevar a cabo el proceso de remodelación ósea. Esta zona se definirá entorno al tejido óseo que rodea las raíces del primer y segundo molar. En este caso el ajuste al hueso sí que es relevante. Esta región no puede contener tejidos no óseos o que no remodelen ya que se falsearían los resultados. En la segmentación se debe evitar tanto salirse del contorno de hueso cortical como introducir raíces de los dientes colindantes, Figura 6.5(a). También es necesario considerar que la geometría sea lo más suave y redondeada posible, Figura 6.5(b).



(a) Sección transversal.



(b) Imagen tridimensional.

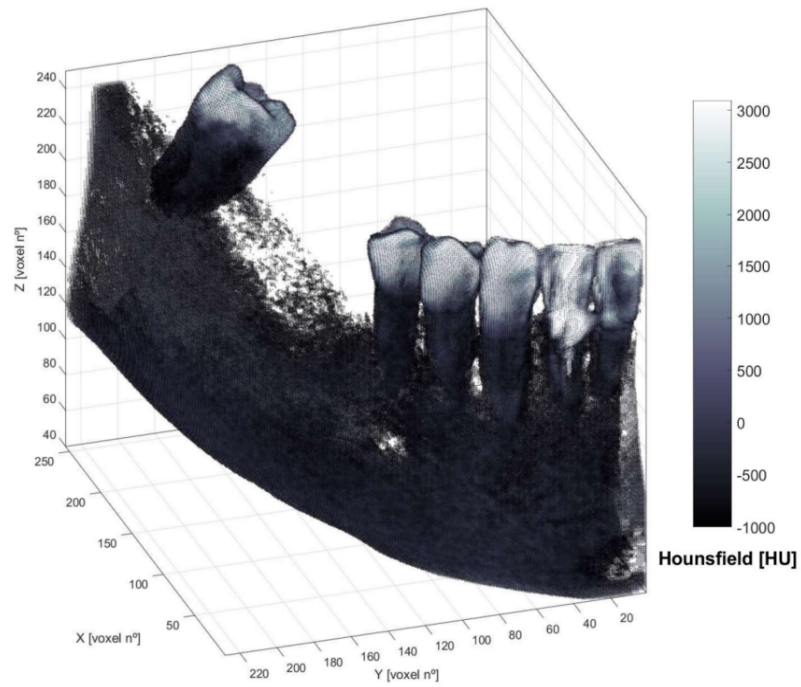
FIGURA 6.5

Región de interés sobre la tomografía computarizada.

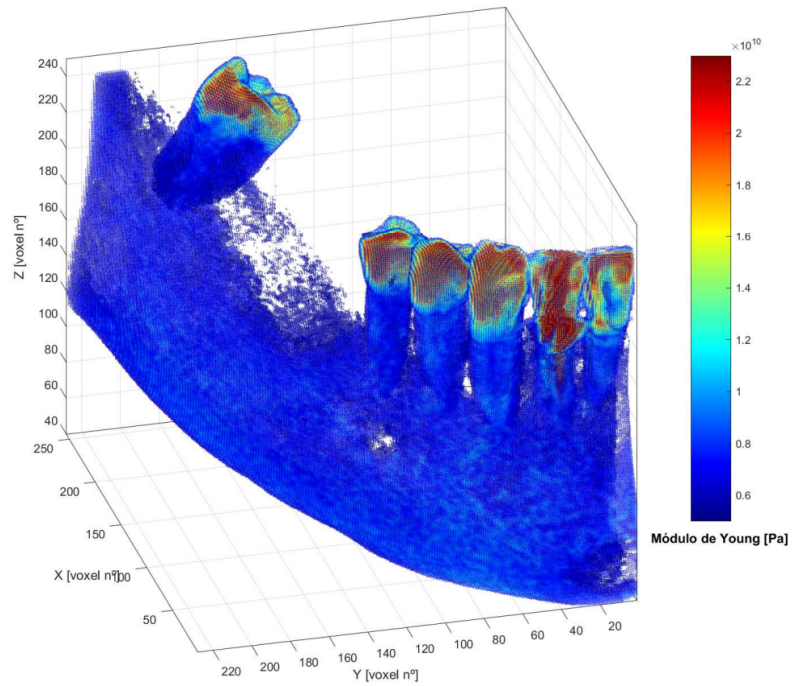
6.2 Propiedades Elásticas

Existe relación entre la radiodensidad en unidades Hounsfield **HU** y la densidad de un tejido (ρ) en g/cm^3 [14]. Los modelos utilizados necesitan la información en densidad, por lo que se transformará la información de la imagen de **HU** a ρ . Hecho esto se convierte la densidad ρ a módulo de Young E siguiendo la expresión, Ecuación 6.2.

$$E = 3388\rho^{2.58} \quad (6.2)$$



(a) En escala Hounsfield (HU).



(b) En Módulo de Young (E).

FIGURA 6.6
Imágen segmentada.

Capítulo 7

Modelo de Elementos Finitos

CONTENIDOS

7.1	Discretización	26
7.2	Condiciones de Contorno	28
7.2.1	Condiciones de Neumann	28
7.2.2	Condiciones de Dirichlet	28

Para crear el modelo de elementos finitos no sólo es necesaria la imagen médica tratada junto con sus propiedades elásticas de material. También es necesario establecer correctamente las condiciones de contorno del problema.

7.1 Discretización

La discretización del modelo se realiza acorde a las limitaciones en cuanto a capacidad de computo. En este caso, se realizará un mallado sin adaptatividad con un tamaño de elemento razonable. Los niveles de malla utilizados serán de 5 y 6 Figuras 7.1(a) y 7.1(b) respectivamente.

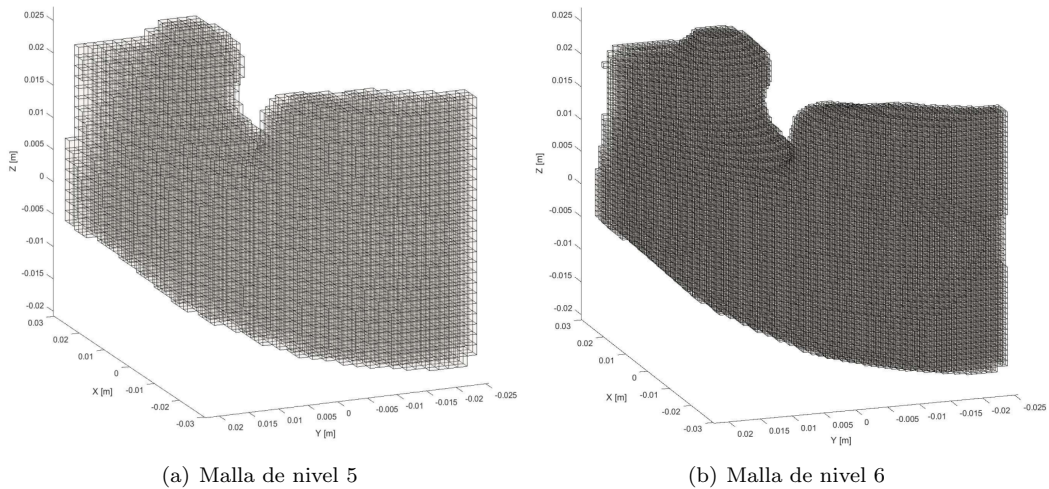


FIGURA 7.1
Discretización de la imagen médica.

Dado que el tamaño de la imagen es de 2^8 vóxeles y la malla tiene un tamaño de 2^5 ó 2^6 elementos, se estaría perdiendo información de la imagen médica en el proceso de discretización Figura 7.1. Para evitar esto, se introduce en la matriz de rigidez del elemento una matriz de elasticidad espacialmente dependiente de la información de cada vóxel $D(\gamma(x, y, z))$. Esto se consigue considerando puntos de integración en cada uno de los vóxeles de cada elemento Ecuación 7.1.

$$k^e = \sum_{i=1}^{IP} B^T D(\gamma(x, y, z)) B |J| w_i; \quad (7.1)$$

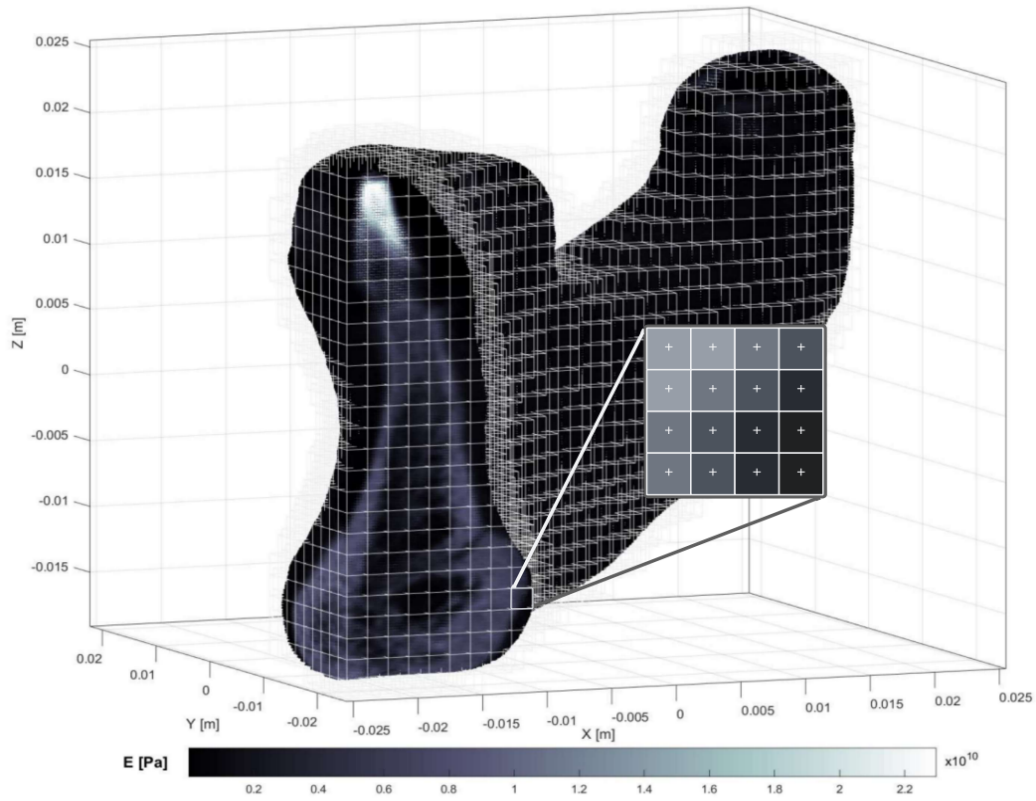


FIGURA 7.2
Matriz de elasticidad dependiente del nivel de gris de la imagen.

7.2 Condiciones de Contorno

En este punto ya es posible aplicar las condiciones de contorno sobre el modelo, estas condiciones tratan de ser lo más cercanas a la realidad posible, aunque se asumen ciertas hipótesis aproximadas que simplifican el modelo.

7.2.1 Condiciones de Neumann

Para aplicar las condiciones de contorno de Neumann tan sólo es necesario ubicar la corona de los dientes para aplicar puntualmente las cargas, Figura 7.2.1. A pesar de que en la realidad ésta carga se distribuye en la superficie del diente, la singularidad que se produce con la carga puntual no es relevante dado que la zona dónde nos interesa conocer tensiones y deformaciones se encuentra suficientemente lejana a la zona dónde ocurrirá en concentrador de tensiones.

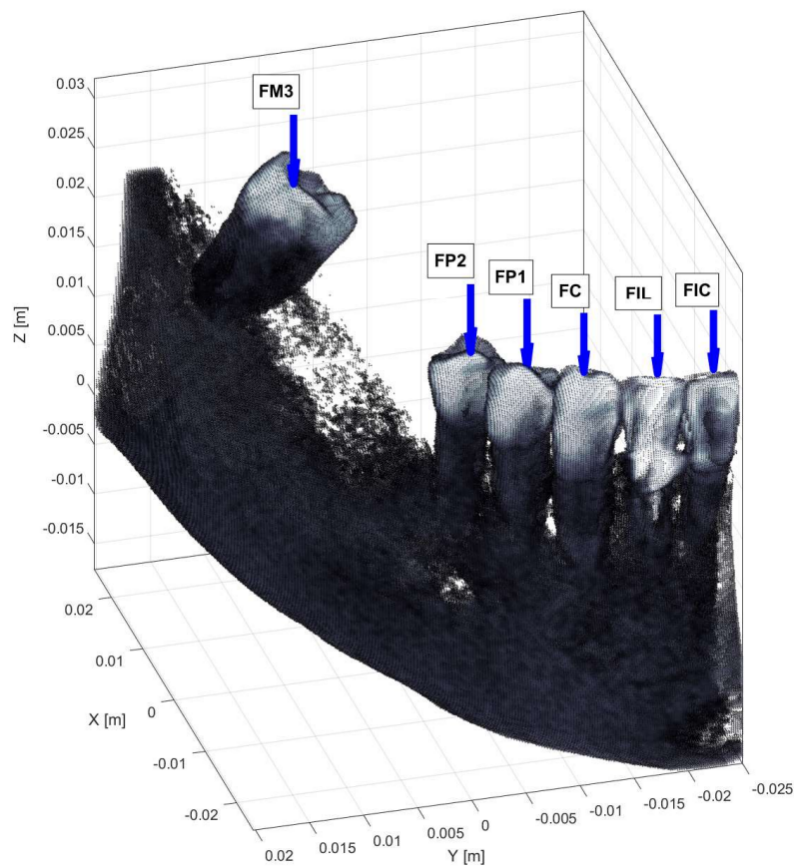


FIGURA 7.3
Condiciones de contorno de Neumann.

7.2.2 Condiciones de Dirichlet

En la aplicación de las condiciones de contorno de Dirichlet se asumen ciertas consideraciones. La primera que la unión articular de la mandíbula es rígida, y la segunda, que el comportamiento sobre la mandíbula es simétrico, Figura 7.2.2.

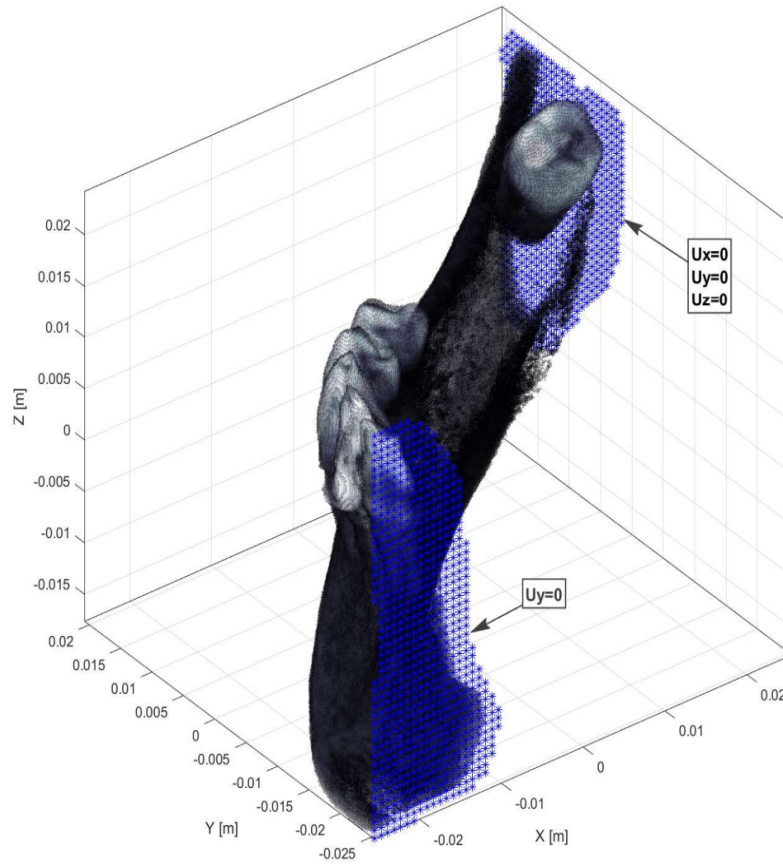


FIGURA 7.4
Condiciones de contorno de Dirichlet.

Capítulo 8

Modelo de Remodelación

CONTENIDOS

8.1	Ley de Remodelación	30
8.2	Parámetros de Remodelación	31

El modelo isótropo de remodelación ósea utilizado [9] estará completo tras definir la ley de remodelación y los parámetros de diseño adecuados. Con esta información se completan los parámetros de simulación y ya se podrá definir el procedimiento de ajuste de cargas.

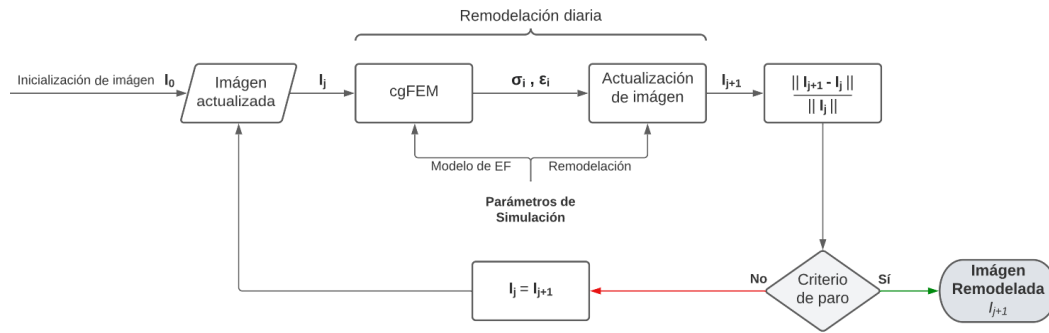


FIGURA 8.1
Proceso de remodelación.

El proceso de remodelación Figura 8 se lleva a cabo aplicando 6 casos de carga, distribuidos en una secuencia de 12 días Tabla 8. Esta secuencia se ha adoptado para recrear una situación de masticación real, dotando de un mayor protagonismo a las cargas sobre los molares y los premolares, y no tanto a las cargas sobre los incisivos y el canino.

TABLA 8.1
Secuencia de masticación

F_{IC}	F_{IL}	F_C	F_{P1}	F_{P2}	F_{M3}	F_{P1}	F_{P2}	F_{M3}	F_{P1}	F_{P2}	F_{M3}
----------	----------	-------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

Recuperando la expresión del estímulo mecánico $\psi = n^{1/m} \bar{\sigma}$, tras definir los parámetros de diseño sólo queda por definir la tensión local $\bar{\sigma}$. Esta se obtiene a través del análisis de elementos finitos siguiendo la expresión Ecuación 8.1.

$$\hat{\sigma} = \sqrt{2EU} \tag{8.1}$$

Siendo E el módulo de Young dependiente de la densidad y U la energía de deformación dependiente de las tensiones y deformaciones [$\hat{\sigma} = f(E(\rho), U(\sigma_{EF}, \epsilon_{EF}))$].

8.1 Ley de Remodelación

La ley de remodelación utilizada (Figura 8.1) por sencillez asume que no existe una zona muerta o zona vaga y que los coeficientes de remodelación y absorción son idénticos $c = c_r = c_a$. Se define por tanto el ratio de remodelación ósea cómo Ecuación 8.2.

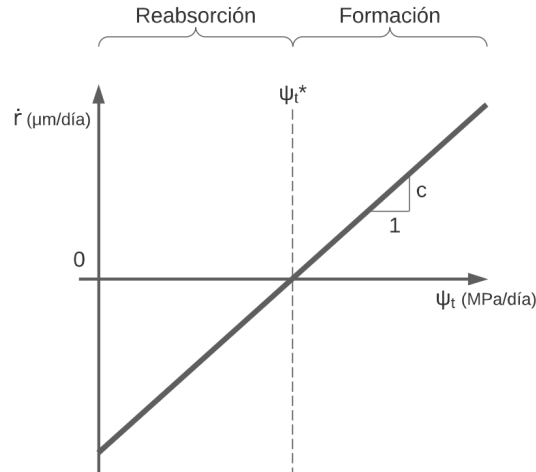


FIGURA 8.2
Ley de remodelación utilizada.

$$\dot{r} = c(\psi_t - \psi_t^*) \tag{8.2}$$

8.2 Parámetros de Remodelación

Los parámetros de diseño adoptados a lo largo de todo el trabajo se exponen en la Tabla 8.2.

TABLA 8.2
Parámetros de diseño

Ciclos de remodelación (j)	1
Casos de carga (N)	12
Ciclos diarios (n)	400
Estímulo de referencia local (ψ_t^*)	10 MPa/día
Pendiente ratio de remodelación/estímulo (c)	0.02 $\mu\text{m}/\text{día}$
Semiancho zona muerta (ω)	≈ 0 MPa/día
Densidad mínima del tejido (ρ_{min})	0.1 g/cm^3
Densidad máxima del tejido (ρ_{max})	2.1 g/cm^3

Capítulo 9

Ajuste de Cargas

CONTENIDOS

9.1	Procedimiento de Ajuste	32
9.2	Cargas de Compresión	33
9.2.1	Carga Regularizada	33
9.2.2	Análisis de Sensibilidad	33
9.2.3	Cargas Personalizadas	35
9.3	Cargas Laterales	35

El ajuste de las cargas masticatorias se realiza a través de un algoritmo de optimización que busca las cargas homeostáticas, es decir, que no producen remodelación sobre la región de interés. Esto se consigue definiendo un modelo de cálculo estructural y un modelo de remodelación ósea que determine la relación entre las cargas y el ratio de remodelación. De esta forma comparando la imagen inicial con la imagen remodelada tras un ciclo de remodelación Ecuación 9.1 se obtiene una función objetivo que minimiza cuando el estímulo mecánico coincide con el estímulo de referencia, es decir, la imagen remodelada coincide con la imagen médica inicial.

$$FO = \frac{\|I_1 - I_0\|}{\|I_0\|} \quad (9.1)$$

Siendo FO la función objetivo, I_1 la imagen tras un ciclo de remodelación y I_0 la imagen médica inicial.

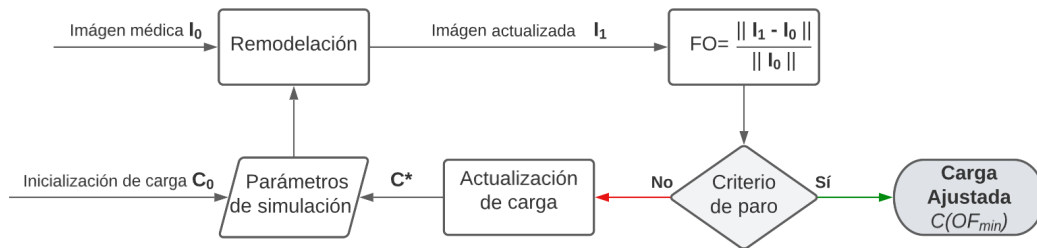


FIGURA 9.1
Proceso de ajuste de cargas.

Una vez es posible ajustar una carga siguiendo el proceso de remodelación Figura 9, se adopta un procedimiento secuencial que resulte en un ajuste efectivo de las cargas masticatorias del paciente. Este procedimiento varía en función de las particularidades del problema.

9.1 Procedimiento de Ajuste

El proceso de ajuste Figura 9.1 se va a realizar siguiendo un procedimiento por etapas. Primero se realizará un ajuste de la carga regularizada de compresión. Después se realizará el ajuste de las cargas de compresión diente a diente, para ya obtener las cargas de compresión personalizadas. El algoritmo bayesiano utilizado permite ajustar varias variables al mismo tiempo, pero si se intentan ajustar las cargas de esta forma se produce un fenómeno indeseado. Debido a que el esfuerzo mayoritario que producen las cargas sobre la mandíbula es un momento flector, si buscamos ajustar varios dientes a la vez, sólo uno de ellos absorberá una carga que suponga un momento flector equivalente al producido por todos ellos. Por lo que no se obtendrían resultados concluyentes.

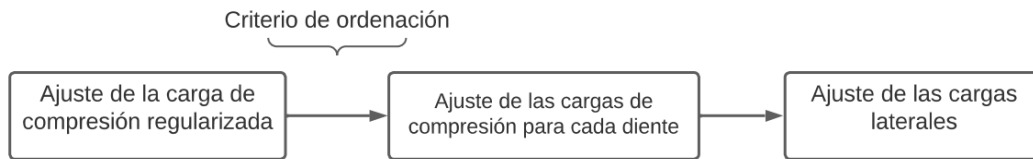


FIGURA 9.2

Procedimiento de ajuste de cargas.

Por este motivo, se requiere de un criterio de ordenación para el ajuste secuencial de cada diente por separado. Este criterio se lleva a cabo realizando un estudio de sensibilidad previo. Por último, una vez definido este criterio se ajustan las cargas de compresión y ya es posible empezar a evaluar las cargas laterales sobre los dientes.

9.2 Cargas de Compresión

Las cargas de compresión F_Z sobre la mandíbula son las más relevantes en la masticación y por ello serán las primeras en ser ajustadas. Para la evaluación de estas cargas se utilizan las condiciones de contorno presentadas en el Capítulo 7 junto con el modelo de remodelación presentado en el Capítulo 8.

9.2.1 Carga Regularizada

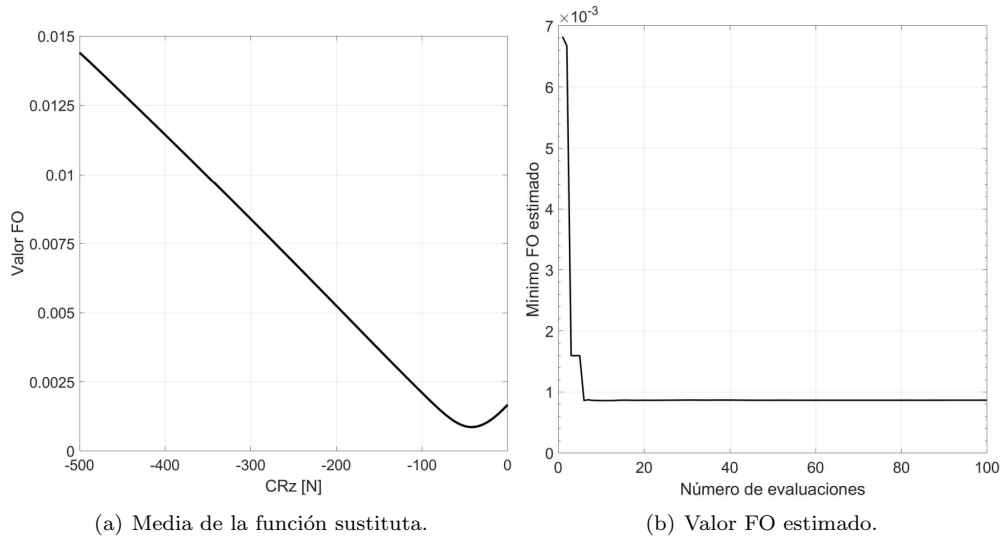
La *Carga regularizada de compresión* (C_{RZ}) es una carga genérica que aplicada a todos los dientes produce una menor remodelación sobre la región de interés. Esta carga no se aplica con la misma intensidad sobre todos los dientes. Los incisivos y el canino tienen cargas significativamente inferiores que los molares y los premolares [6], por ello la carga regularizada va a ser minorada con un coeficiente de 0,48 acorde a la Tabla 9.2.1. Esta carga se evalúa 100 veces con un nivel de malla 5. El resultado del ajuste se completa satisfactoriamente (Figura 9.2.1) con un resultado de Ecuación 9.2.

$$C_{RZ} = -42N \quad (9.2)$$

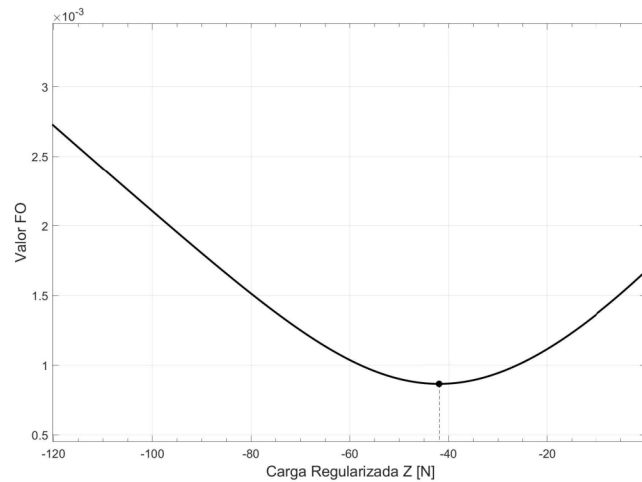
TABLA 9.1

Aplicación de la carga regularizada

Carga	F_X [N]	F_Y [N]	F_Z [N]
F_{IC}	0	0	$0,48 C_{RZ}$
F_{IL}	0	0	$0,48 C_{RZ}$
F_C	0	0	$0,48 C_{RZ}$
F_{P1}	0	0	C_{RZ}
F_{P2}	0	0	C_{RZ}
F_{M3}	0	0	C_{RZ}

**FIGURA 9.3**

Resultados del ajuste de la carga de compresión regularizada.

**FIGURA 9.4**

Detalle del resultado de la carga regularizada

9.2.2 Análisis de Sensibilidad

En este punto se ajustan las cargas de compresión personalizadas definitivas diente a diente. El análisis de sensibilidad es un procedimiento simple por el cuál se determina en qué orden se deben ajustar estas cargas. Se evalúa la influencia que tiene cada diente sobre el estímulo producido en la región de interés, y se aplica un criterio de ordenación.

El análisis de sensibilidad consiste en evaluar cuál es la variación del valor de la función objetivo mayorando la carga cada vez de un diente distinto.

TABLA 9.2
Resultados del estudio de sensibilidad.

Carga Mayorada $F_Z = 1.1 C_{RZ}$	Valor FO	Variación [%]
	8,5629e-04	Referencia
Incisivo central	8,5618e-04	0,0128
Incisivo lateral	8,5618e-04	0,0128
Canino	8,5625e-04	0,0047
Primer Premolar	8,5795e-04	0,1935
Segundo Premolar	8,5725e-04	0,1120
Tercer Molar	8,5635e-04	0,0070

Conocida esta información se ajustan primero los dientes asociados a una menor sensibilidad, y que por tanto tienen un menor papel de el ratio de remodelación calculado. Dejando para el final los dientes asociados a una mayor sensibilidad, que interesa que estén mejor ajustados y es así debido al previo ajuste de los menos sensibles.

TABLA 9.3
Orden de ajuste.

F_C	F_{M3}	F_{IL}	F_{IC}	F_{P2}	F_{P1}
-------	----------	----------	----------	----------	----------

9.2.3 Cargas Personalizadas

Las cargas de compresión ajustadas se obtienen siguiendo el orden planteado, para este proceso se reduce el nivel de malla a 4 y los ciclos de evaluación a 50. Obteniendo los siguientes resultados, Tabla 9.2.3.

TABLA 9.4
Cargas de compresión ajustadas.

Carga	F_X [N]	F_Y [N]	F_Z [N]
F_{IC}	0	0	20,9
F_{IL}	0	0	22,1
F_C	0	0	22,6
F_{P1}	0	0	41,8
F_{P2}	0	0	40,9
F_{M3}	0	0	33

9.3 Cargas Laterales

El modelo actual asume que la masticación es simétrica, para la obtención de las cargas de compresión la hipótesis es buena, pero para ajustar las cargas laterales no es útil. Por ello, se omite la condición de contorno de simetría sobre el plano X-Z. Si no se hace esto, el modelo sería insensible a las cargas en dirección Y dado que la restricción de simetría las absorbería. Es cierto que existen otras formas de evitar este problema, como segmentar la mandíbula completa, pero se adopta la solución más rápida.

Las cargas laterales (C_{RX} y C_{RY}) se ajustan siguiendo el mismo procedimiento que se ha seguido en el ajuste de la carga regularizada de compresión. Se definen las cargas laterales (Tabla 9.3), y se evalúan ambas variables simultáneamente 200 veces, con un mallado de nivel 5.

TABLA 9.5

Aplicación de las cargas laterales.

Carga	F_X [N]	F_Y [N]	F_Z [N]
F_{IC}	$0,48C_{RX}$	$0,48C_{RY}$	20,9
F_{IL}	$0,48C_{RX}$	$0,48C_{RY}$	22,1
F_C	$0,48C_{RX}$	$0,48C_{RY}$	22,6
F_{P1}	C_{RX}	C_{RY}	41,8
F_{P2}	C_{RX}	C_{RY}	40,9
F_{M3}	C_{RX}	C_{RY}	33

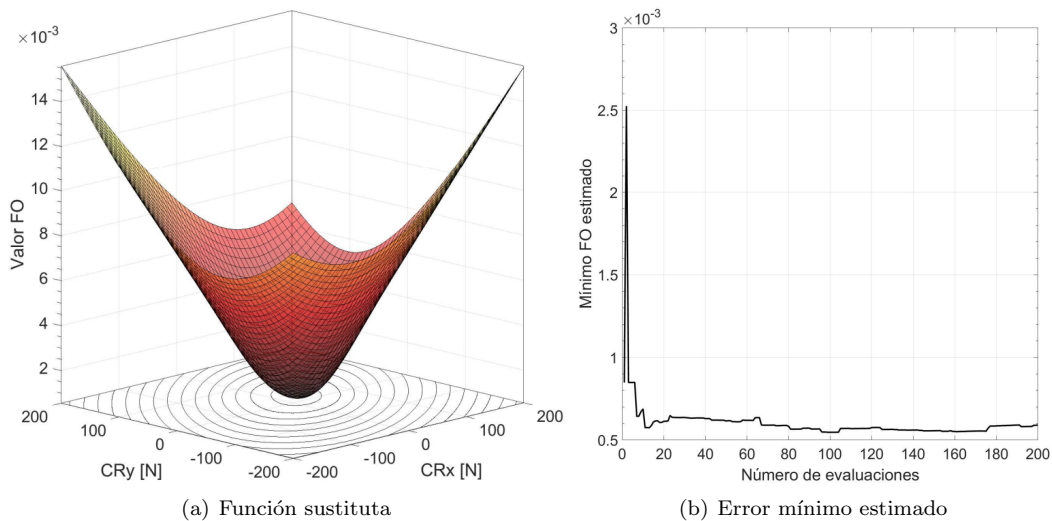


FIGURA 9.5

Resultados del ajuste de las cargas laterales.

Finalmente las cargas laterales ajustadas tienen el valor de Ecuación 9.3.

$$C_{RX} = 20,3N \quad , \quad C_{RY} = 23,5N \quad (9.3a)$$

Capítulo 10

Resultados

CONTENIDOS

Carga	F_X [N]	F_Y [N]	F_Z [N]
F_{IC}	9,7	11,3	20,9
F_{IL}	9,7	11,3	22,1
F_C	9,7	11,3	22,6
F_{P1}	20,3	23,5	41,8
F_{P2}	20,3	23,5	40,9
F_{M3}	20,3	23,5	33

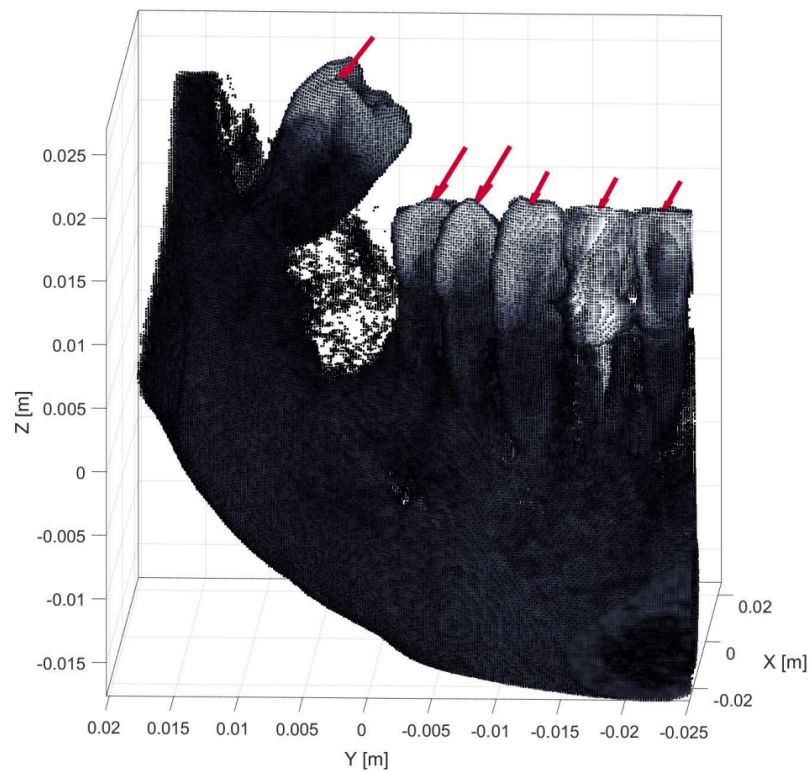


FIGURA 10.1
Cargas masticatorias personalizadas a partir de imágenes médicas mediante el cgFEM.

Parte III

CONCLUSIONES



Capítulo 11

Conclusión General

CONTENIDOS

En el proyecto se ha expuesto el marco teórico necesario para comprender las simulaciones preoperativas personalizadas de remodelación ósea. Se ha expuesto un modelo fenomenológico de remodelación junto al fundamento biológico que lo respalda. También se da a conocer el papel del mallado cartesiano en la aplicación del método de elementos finitos para el modelado de imágenes médicas. Se ha propuesto una metodología completa de ajuste de cargas con su fundamento en los algoritmos de optimización. Con todo esto, se ha alcanzado el objetivo principal de evaluar cargas masticatorias personalizadas a partir tan sólo de una imagen médica obtenida del paciente.

A pesar de las incertidumbres que rodean a los procesos biomecánicos de remodelación, se ha conseguido implementar la metodología de una forma relativamente sencilla. Las cargas obtenidas son coherentes con el contexto del paciente, a pesar de que la literatura pudiera apuntar a cargas superiores por su enfoque en las cargas máxima. Este proyecto puede servir de referencia para futuros trabajos en cuanto a los valores de cargas masticatorias habituales se refiere.

A lo largo del desarrollo del proyecto han aparecido diferentes problemáticas que también nos pueden indicar que los resultado que se han estado obteniendo son lógicos. El primero de ellos se ha explicado en la memoria, al tratar de ajustar las distintas cargas de los dientes simultáneamente los resultado no han sido coherentes. La carga sobre todos los dientes menos uno tendía a 0, ajustandose este con una carga elevada. Pero al realizar distintas simulaciones el diente que acumulaba la carga era distinto. Esto se explica porque el estímulo sobre la región de interés viene dado por esfuerzos de flexión, la mandíbula articulada con el hueso temporal está actuando cómo una viga en voladizo. De esta forma este esfuerzo flector sobre la región de interés puede obtenerse con equivalencias sobre cualquiera de los brazos de momento.

El segundo problema ha ocurrido al evaluar las cargas laterales perperndiculares al plano de simetría. Los resultado indicaban que el modelo de remodelación no era sensible a esta carga. Es algo trivial teniendo en cuenta que el proceso de masticación no es simétrico, y por tanto, al dar la restricción de simetría se anula el estímulo referente a la carga normal al plano de simetrña. Las cargas laterales obtenidas son ciertamente altas respecto a las cargas de compresión, esto puede explicarse teniendo en cuenta la orientación del tercer molar. Este diente tiene un papel importante en la masticación y justo se encuentra alineado con las cargas. Como las cargas laterales son cargas regularizadas pueden haberse visto muy influenciadas por una alta carga lateral de este tercer molar.

Capítulo 12

Pliego de Condiciones

CONTENIDOS

12.1	Condiciones Generales	41
12.2	Disposiciones Facultativas	41
12.3	Condiciones Técnicas Particulares	42
12.3.1	Especificaciones de Materiales y Equipos	42

El objeto de este Pliego es fijar las condiciones técnicas, legales o facultativas que se deben seguir en la elaboración del presente proyecto. Estableciendo las relaciones de los agentes que intervienen en su realización.

12.1 Condiciones Generales

El proyecto que se ejecuta se corresponde con lo especificado en el resumen con previo acuerdo de todos los agentes involucrados.

En toda la ejecución del proyecto deberán tenerse en cuenta las normativas, reglamentos y especificaciones vigentes. Incluyendo aquellas especificadas en las condiciones técnicas particulares del proyecto.

12.2 Disposiciones Facultativas

Definiciones y funciones de los agentes que intervienen.

El projectista (Javier Morcillo Vizquete), es el agente encargado de desarrollar y redactar el proyecto bajo la supervisión del promotor dentro del marco normativo del propietario.

Obligaciones del agente:

1. Cumplir con los requisitos definidos por el propietario para la elaboración del proyecto.
2. Respetar los contenidos mínimos estipulados por el propietario.
3. Seguir las directrices del promotor.
4. Cumplir en tiempo y forma con la entrega del proyecto.
5. Informar de avances o modificaciones al promotor.

El promotor (Enrique Nadal Soriano, Jorge Gutiérrez Gil y Juan José Rodenas García), es el agente que impulsa la elaboración del proyecto haciendo de intermediario entre proyectista y propietario.

Obligaciones del agente:

1. Informar de la normativa aplicable al proyectista.
2. Ofrecer los materiales imprescindibles para la elaboración del proyecto.
3. Dar soporte al proyectista en decisiones críticas.
4. Gestionar con el propietario los trámites necesarios.

El propietario (Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño de la Universidad Politécnica de Valencia), es el agente que posibilita la gestión y desarrollo del proyecto.

Obligaciones del agente:

1. Disponer de la normativa aplicable al promotor y al proyectista.
2. Garantizar la calidad final mediante la evaluación del proyecto.

12.3 Condiciones Técnicas Particulares

Para cumplir con las garantías de ejecución del proyecto se establecen las condiciones técnicas de los productos equipos y sistemas utilizados.

12.3.1 Especificaciones de Materiales y Equipos

Especificaciones técnicas del equipo informático y licencias para la realización del proyecto.

TABLA 12.1

Especificaciones técnicas del equipo de computo.

Sistema Operativo	Windows 10 Home 64 bits
Placa Base	MSI MAG B550 TORPEDO
Procesador	AMD Ryzen 7 5800X 4.7Ghz
GPU	MSI GeForce RTX 2060 VENTUS GP 6GB GDDR6
Memoria RAM	Crucial Ballistix White 32GB 3200 MHz DDR4
Almacenamiento	Samsung 970 Evo Plus 1TB

TABLA 12.2

Versiones del software.

Software	Versión	Descripción de su función
Matlab	R2021b	Desarrollo y cómputo de las simulaciones.
3D Slicer	4.11.20210226	Segmentación de las imágenes médicas.
Lucidchart	2022	Creación y edición de las figuras.
Overleaf	2022	Procesado del texto.

Capítulo 13

Presupuesto

CONTENIDOS

13.1	Estudio de amortización	43
13.2	Presupuesto	44

Este presupuesto ofrece una estimación de los costes asociados a la ejecución del proyecto.

13.1 Estudio de amortización

Se amortizan los equipos informáticos y licencias para obtener los costes unitarios. A razón de 5 años para equipos electrónicos y 3 años para licencias.

TABLA 13.1

Tabla de amortización.

Concepto	Coste	Plazo de amortización	Uso anual	Amortización
Computadora Personal	1200€	5 años	1000h	0,24€/h
Licencia Matlab anual	250€	1 años	500h	0,5€/h

13.2 Presupuesto

TABLA 13.2

Presupuesto

Gasto en Personal				
Concepto	Precio [€]	Cantidad	Ud	Total [€]
Ingeniero Técnico	15	300	h	4500
·Investigación		75		
·Preparación de modelos		75		
·Simulación y posprocesado		50		
·Redacción		100		
Ingeniero Investigador	30	30	h	900
Gasto en Equipo Informático				
Concepto	Precio [€]	Cantidad	Ud	Total [€]
Computadora personal	0,24	250	h	60
Gasto en Licencias				
Concepto	Precio [€]	Cantidad	Ud	Total [€]
Matlab Licencia Educativa Anual	0,5	150	h	75
Presupuesto Total				5467

Asciende el presupuesto del proyecto a la expresada cantidad de CINCO MIL CUATRO CIENTOS SESENTA Y SIETE EUROS.

Bibliografía

- [1] Robling AG and Turner CH. Mechanical signaling for bone modeling and remodeling. *Ann Biomed Eng.* DOI: 10.1615/critreveukargeneexpr.v19.i4.50. PMID: 19817708, 19(4):319–338, 2009.
- [2] Jorge Belinha, Maria-Cristina Manzanares-Céspedes, and António M.G. Completo. *The Computational Mechanics of Bone Tissue*. Springer, 2020.
- [3] Rungsiyakull C, Li Q, Sun G, Li W, and Swain MV. Surface morphology optimization for osseointegration of coated implants. *Biomaterials*. DOI: 10.1016/j.biomaterials.2010.05.077. PMID: 20573394, 31(27):7196–7204, Sep 2010.
- [4] S.C. Cowin and D.H Hegedus. Bone remodeling I: theory of adaptive elasticity. *J Elasticity*. DOI: 10.1007/BF00041724, 6:313–326, 1976.
- [5] Stephen C. Cowin. *Bone Mechanics HANDBOOK*. CRC Press, 2001.
- [6] Aldo Curiqueo, Carlos Salamanca, Eduardo Borie, Pablo Navarro, and Ramón Fuentes. Evaluación de la Fuerza Masticatoria Máxima Funcional en Adultos Jóvenes Chilenos. *International journal of odontostomatology*. DOI: 10.4067/S0718-381X2015000300014, 9:443–447, 12 2015.
- [7] Isabel Fernández-Tresguerres Hernández-Gil, Miguel Angel Alobera Gracia, Mariano del Canto Pingarrón, and Luis Blanco Jerez. Bases fisiológicas de la regeneración ósea II: El proceso de remodelado. *Medicina Oral, Patología Oral y Cirugía Bucal (Internet)*, 11:151–157, 04 2006.
- [8] Roman Garnet. *Bayesian Optimization*. Cambridge University Press, 2022.
- [9] Beaupré GS, Orr TE, and Carter DR. An approach for time-dependent bone modeling and remodeling-application: a preliminary remodeling simulation. *J Orthop Res*. DOI: 10.1002/jor.1100080507. PMID: 2388106, 8(5):662–670, Sep 1990.
- [10] J. Gutiérrez-Gil, E. Nadal, K. Bouza, M. Tur, C.M. Atienza, O. Allix, and J.J.Ródenas. *Bone remodelling-based numerical evaluation of personalized masticatory forces from CT-scans*. Elsevier, 2022. "Aceptado, pendiente de publicación".
- [11] Philipp Hennig, Michael A. Osborne, and Hans P. Kersting. *Probabilistic Numerics*. Cambridge University Press, 2022.
- [12] Christopher Rae Jacobs. *Numerical Simulation of Bone Adaptation to Mechanical Loading [PhD thesis]*. Stanford University, 1994.
- [13] Yoshitaka Kameo, Ken ichi Tsubota, and Taiji Adachi. *Bone Adaptation. In Silico Approach*. Springer, 2018.

- [14] Lagravère MO, Fang Y, Carey J, Toogood RW, Packota GV, and Major PWs. Density conversion factor determined using a cone-beam computed tomography unit New-Tom QR-DVT 9000. *Dentomaxillofac Radiol.* DOI: 10.1259/dmfr/55276404. PMID: 17082330, 35(6):407–409, Nov 2006.
- [15] Trabelsi N and Yosibash Z. Patient-specific finite-element analyses of the proximal femur with orthotropic material properties validated by experiments. *J Biomech Eng.* DOI: 10.1115/1.4004180. PMID: 21744921, 133(6):061001, Jun 2011.
- [16] E. Nadal, J. J. Ródenas, J. Albelda, M. Tur, J. E. Tarancón, and F. J. Fuenmayor. Efficient Finite Element Methodology Based on Cartesian Grids: Application to Structural Shape Optimization. *Abstract and Applied Analysis.* DOI: 10.1155/2013/953786. ID: 953786, vol. 2013:19 pages, 2013.
- [17] Singiresu S. Rao. *The Finite Element Method in Engineering.* Elsevier, 2005.
- [18] Woodford SC, Robinson DL, Edelmann C, Mehl A, Röhrle O, Vee Sin Lee P, and Ackland DC. Low-Profile Electromagnetic Field Sensors in the Measurement and Modelling of Three-Dimensional Jaw Kinematics and Occlusal Loading. *Ann Biomed Eng.* DOI: 10.1007/s10439-020-02688-6. PMID: 33409850, 49(6):1561–1571, Jun 2021.
- [19] J. Wolff. *The Law of Bone Remodelling.* Springer, 1986.