

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA
CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN DIRECCIÓN DE PROYECTOS,
INNOVACIÓN Y SOSTENIBILIDAD

Programa de Doctorado en Diseño, Fabricación y Gestión de Proyectos Industriales



**UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA**

TESIS DOCTORAL

**ANÁLISIS DEL USO DE ESCALAS DE MEDIDA DE INFLUENCIA EN
EL PROCESO ANALÍTICO DE REDES (ANP) PARA LA TOMA DE
DECISIONES MULTICRITERIO**

Realizada por:

Erik Schulze González

Dirigida por:

Dr. Juan Pascual Pastor Ferrando

Dr. Pablo Aragonés Beltrán

Valencia, Junio 2023

Resumen

La toma de decisiones en situaciones complejas y dinámicas representa un gran desafío para los tomadores de decisiones, quienes deben considerar múltiples criterios interdependientes. En este contexto, los métodos de análisis multicriterio de decisión (MCDA) son ampliamente utilizados, pero la mayoría de ellos asumen que los criterios son independientes, lo cual no es aplicable en la mayoría de los problemas del mundo real.

El proceso analítico en red (ANP) es una técnica de MCDA que permite modelar las interacciones entre los criterios de decisión, lo que la hace más aplicable a problemas reales. ANP es una generalización del método de proceso jerárquico analítico (AHP), pero a diferencia de este último, reconoce las influencias recíprocas entre los elementos en un problema de toma de decisiones. ANP utiliza una red ponderada y dirigida para modelar estas interacciones, lo que permite una modelización más realista y precisa del problema.

Aunque ANP es el método preferido para modelar situaciones de interdependencia y retroalimentación, presenta desafíos en la práctica, particularmente debido al gran número de comparaciones por pares requeridas. Esta tesis aborda la complejidad de ANP y su principal desafío: las matrices de comparación por pares que miden la influencia de un elemento sobre otro en la red.

Se presenta un modelo híbrido de ANP simplificado con la técnica DEMATEL que reduce el número de comparaciones por pares necesarias mediante la utilización de escalas de influencia directa, lo que lo hace más factible de aplicar en la práctica. Además, se han recomendado escalas de medición de influencia directa para normalizar los valores numéricos obtenidos, dividiendo por la suma en lugar de una matriz de transición. La medida se vuelve más precisa con más divisiones de escala. En el estudio de caso presentado, se demostró que la propuesta de modelo combinado DEMATEL basado en ANP puede reducir en promedio el 42% del número de preguntas necesarias en comparación con el modelo ANP original, y aun así obtener resultados similares.

Resum

La presa de decisions en situacions complexes i dinàmiques representa un gran desafiament per als prescriptors, els quals han de considerar múltiples criteris interdependents. En aquest context, els mètodes d'anàlisi multicriteri de decisió (MCDA) són àmpliament utilitzats, però la majoria d'ells assumeixen que els criteris són independents, la qual cosa no és aplicable en la majoria dels problemes del món real.

El procés analític en xarxa (ANP) és una tècnica de MCDA que permet modelar les interaccions entre els criteris de decisió, la qual cosa la fa més aplicable a problemes reals. ANP és una generalització del mètode de procés jeràrquic analític (AHP), però a diferència d'aquest últim, reconeix les influències recíproques entre els elements en un problema de presa de decisions. ANP utilitza una xarxa ponderada i dirigida per modelar aquestes interaccions, la qual cosa permet una modelització més realista i precisa del problema.

Encara que ANP és el mètode preferit per modelar situacions d'interdependència i retroalimentació, presenta desafiaments en la pràctica, particularment a causa del gran nombre de comparacions per parells requerides. Aquesta tesi aborda la complexitat d'ANP i el seu principal desafiament: les matrius de comparació per parells que mesuren la influència d'un element sobre un altre en la xarxa.

Es presenta un model híbrid d'ANP simplificat amb la tècnica DEMATEL que redueix el nombre de comparacions per parells necessàries mitjançant l'utilització d'escala d'influència directa, la qual cosa el fa més factible d'aplicar en la pràctica. A més, s'han recomanat escales de mesura d'influència directa per normalitzar els valors numèrics obtinguts, dividint per la suma en lloc d'una matriu de transició. La mesura es torna més precisa amb més divisions d'escala. En l'estudi de cas presentat, es va demostrar que la proposta de model combinat DEMATEL basat en ANP pot reduir en promig el 42% del nombre de preguntes necessàries en comparació amb el model ANP original, i encara obtenir resultats similars.

Abstract

Decision-making in complex and dynamic situations poses a great challenge for decision-makers who must consider multiple interdependent criteria. In this context, multicriteria decision analysis (MCDA) methods are widely used, but most of them assume that criteria are independent, which is not applicable in most real-world problems.

Analytic network process (ANP) is an MCDA technique that allows modeling the interactions between decision criteria, making it more applicable to real-world problems. ANP is a generalization of the analytic hierarchy process (AHP), but unlike the latter, it recognizes reciprocal influences between elements in a decision-making problem. ANP uses a weighted and directed network to model these interactions, allowing for a more realistic and accurate modeling of the problem.

Although ANP is the preferred method for modeling interdependence and feedback situations, it presents challenges in practice, particularly due to the large number of pairwise comparisons required. This thesis addresses the complexity of ANP and its main challenge: the pairwise comparison matrices that measure the influence of one element on another in the network.

A simplified hybrid ANP model with the DEMATEL technique is presented, which reduces the number of pairwise comparisons required by using direct influence scales, making it more feasible to apply in practice. Additionally, recommended direct influence measurement scales have been suggested to normalize the numerical values obtained by dividing by the sum instead of a transition matrix. The measure becomes more precise with more scale divisions. In the case study presented, it was demonstrated that the proposed DEMATEL-ANP combined model can reduce on average 42% of the necessary questions compared to the original ANP model, and still obtain similar results.

Agradecimientos

Quisiera expresar mis más sinceros agradecimientos a todas aquellas personas que han sido fundamentales en el camino de mi proceso doctoral. Sin su apoyo incondicional y aliento constante, este logro no habría sido posible.

En primer lugar, quiero expresar mi profundo agradecimiento a mi amada esposa Cristina e hijas, Elisa y Josefina. Han sido mi mayor fuente de inspiración y motivación a lo largo de esta travesía de más de 10,000 km para realizar mi programa doctoral. Su amor incondicional, comprensión y apoyo han sido el pilar en el que me he apoyado durante cada paso de este camino.

En segunda instancia, deseo expresar mi gratitud a mis estimados profesores tutores, Juan Pastor Ferrando y Pablo Aragonés Beltrán. Su guía, sabiduría y apoyo desde el primer momento han sido invaluable. Han compartido generosamente sus conocimientos, han escuchado atentamente mis inquietudes y han comprendido mis desafíos. A través de su dedicación y compromiso, me han ayudado a crecer y mejorar día tras día.

También quiero reconocer a mis queridos padres, quienes siempre han creído en mí y me han alentado en cada paso de mi trayectoria académica.

A mis amigos, quiero agradecerles por su presencia constante y por estar ahí cuando más los necesitaba. Su apoyo emocional, palabras de aliento y compañía han sido muy importantes en los momentos de presión y estrés.

Por último, pero no menos importante, deseo expresar mi reconocimiento a la Escuela de Ingeniería Industrial de la Universidad de Valparaíso. Su apoyo constante a lo largo de estos cuatro años de perfeccionamiento ha sido invaluable, ya que sin él, hubiese sido imposible. También quiero agradecer a la Escuela de Doctorado de la Universidad Politécnica de Valencia, así como al Departamento de Proyecto de Ingeniería, por recibirme y acogerme como uno más durante mi estancia.

A todos y cada uno de ustedes, mi más sincero agradecimiento. Su contribución, ya sea grande o pequeña, ha dejado una huella imborrable en mi camino hacia este logro académico. Espero poder retribuir de alguna manera todo el apoyo recibido y seguir creciendo y contribuyendo al campo de la investigación.

Con gratitud,

Erik Schulze-González

Índice

Capítulo 1 Presentación y Objetivos.....	15
1.1. Antecedentes	15
1.2. Objetivos	17
1.3. Proceso de investigación	18
1.4. Estructura del documento de tesis.....	21
Capítulo 2 Antecedentes Teóricos.....	23
2.1. Analytic Network Process (ANP).....	24
2.2. Decision Making and Evaluation Laboratory (DEMATEL)	28
2.3. DEMATEL con ANP	32
2.3.1. DEMATEL – basado ANP	33
2.3.2. Análisis Bibliométrico DANP	35
2.3.2.1. Definición de las preguntas de investigación	35
2.3.2.1. Búsqueda de estudios primarios	36
2.3.2.1. Selección de estudios primarios y evaluación de calidad	37
2.3.2.2. Aplicación de una cadena de referencia para la identificación de estudios relevantes	38
2.3.2.3. Resultados Mapeo Sistemático.....	39
2.3.2.4. Respuestas a Preguntas de Investigación - Estudio Bibliométrico	44
2.4. Una nueva propuesta de DANP	45
2.5. Agrupación.....	47
Capítulo 3 Desarrollo de Investigación Aplicada.	49
3.1. FASE I.....	49
3.1.1. Búsqueda y selección de artículos ANP	50
3.1.2. Normalización de supermatrices ANP obtenidas mediante escalas.....	53
3.1.3. Cálculo de supermatriz ponderada ANP y supermatriz límite a partir de matriz de influencia X.....	53
3.1.3.1. Normalización por suma.....	54
3.1.3.2. Normalización por matriz de transición	54
3.1.4. Comparación de los resultados de las técnicas de normalización de la integración ANP – DEMATEL con respecto a ANP.....	59
3.1.5. Caso de estudio y aplicación	59

3.1.5.1.	Estandarización para la determinación de las influencias entre criterios.....	59
3.1.5.2.	Normalización por suma y obtención de supermatriz límite.....	64
3.1.5.3.	Normalización por matriz de transición y obtención de matriz límite	64
3.1.6.	Análisis de la aplicación y sus principales resultados.....	68
3.1.7.	Principales Conclusiones Fase I	72
3.2.	FASE II.....	73
3.2.1.	Medidas y escalas de ANP/DEMATEL	73
3.2.2.	Aplicación de métodos de normalización y construcción de escalas de medición	75
3.2.2.1.	Normalización de los valores de la escala	75
3.2.2.2.	Aplicar escala a una columna de una matriz ANP	76
3.2.2.3.	Ejemplos de definición de escalas con 4, 5 y 6 categorías, utilizando ratings.....	78
3.2.3.	Análisis de la aplicación y sus principales resultados.....	80
3.2.4.	Principales Conclusiones Fase II	82
3.3.	FASE III.....	83
3.3.1.	Búsqueda y selección de artículos ANP	84
3.3.2.	Calcular escala de cinco categorías para matrices ANP	85
3.3.3.	Limitaciones	89
3.3.4.	Normalización por la suma.....	90
3.3.5.	Calcular matriz ponderada del modelo de múltiples clústeres.....	90
3.3.6.	Calcular matrices límites y prioridades.	90
3.3.7.	Comparar resultados obtenidos con resultados originales ANP.....	90
3.3.8.	Caso de estudio y aplicación	91
3.3.8.1.	Modelos múltiple clústeres	92
3.3.8.2.	Modelos único clúster.....	95
3.3.8.3.	Comparar resultados con ANP.....	96
3.3.9.	Análisis de aplicación y sus principales resultados.....	101
3.3.10.	Principales Conclusiones Fase III	104
Capítulo 4	Resultados Generales	107
Capítulo 5	Conclusiones y Recomendaciones	111
5.1.	Conclusiones Fase I.....	111
5.2.	Conclusiones Fase II.....	112

5.3. Conclusiones Fase III.....	112
Capítulo 6 Anexos.....	115
6.1. Anexo I.....	115
6.2. Anexo II.....	115
Capítulo 7 Referencias Bibliográficas.....	117

Índice Tablas

Tabla 2.1 Escala fundamental de Saaty	26
Tabla 2.2 Número de estudios DANP por base de datos (may-23)	36
Tabla 2.3 Criterios de Inclusión/Exclusión	37
Tabla 2.4 Resultados por base de datos según criterios de inclusión/exclusión (may-23) ...	38
Tabla 2.5 Escala clásica de DEMATEL de 5 categorías	45
Tabla 2.6 Matriz de transición 1	46
Tabla 2.7 Matriz de transición 2	46
Tabla 3.1 Listado de artículos seleccionados - Fase I	51
Tabla 3.2 Escala de influencia equivalente DEMATEL	53
Tabla 3.3 Ejemplo de matriz de influencia X	54
Tabla 3.4 Supermatriz ponderada y prioridades del ejemplo de matriz de influencia X, según la variable i	54
Tabla 3.5 Matriz de comparación por pares para E1	55
Tabla 3.6 Matriz por comparación por pares del elemento E1, para el ejemplo de la matriz X, según procedimiento 1 variante a)	55
Tabla 3.7 Supermatriz ponderada y prioridades según el procedimiento 1 variante a)	56
Tabla 3.8 Matriz por comparación por pares del elemento E1, para el ejemplo de la matriz X, según procedimiento 1 variante b)	56
Tabla 3.9 Supermatriz ponderada y prioridades según el procedimiento 1 variante b)	56
Tabla 3.10 Matriz por comparación por pares del elemento E1, para el ejemplo de la matriz X, según procedimiento 1 variante c)	57
Tabla 3.11 Supermatriz ponderada y prioridades según el procedimiento 1 variante c)	57
Tabla 3.12 Matriz por comparación por pares del elemento E1, para el ejemplo de la matriz X, según procedimiento 2 variante a)	57
Tabla 3.13 Supermatriz ponderada y prioridades según el procedimiento 2 variante a)	58
Tabla 3.14 Matriz por comparación por pares del elemento E1, para el ejemplo de la matriz X, según procedimiento 2 variante b)	58
Tabla 3.15 Supermatriz ponderada y prioridades según el procedimiento 2 variante b)	58
Tabla 3.16 Matriz por comparación por pares del elemento E1, para el ejemplo de la matriz X, según procedimiento 2 variante c)	58
Tabla 3.17 Supermatriz ponderada y prioridades según el procedimiento 2 variante c)	59
Tabla 3.18 Caso 1. Supermatriz ponderada original.	60
Tabla 3.19 Caso 1. Supermatriz ponderada original dividida por el máximo de cada columna.	

.....	61
Tabla 3.20 Caso 1. Matriz de influencia X.	62
Tabla 3.21 Caso 1. Supermatriz ponderada normalizada por suma y prioridades.....	63
Tabla 3.22 Caso 1. Matriz de comparación por pares y vector propio para elemento E1, según procedimiento 1.	64
Tabla 3.23 Caso 1. Supermatriz ponderada y prioridades, según procedimiento 1.....	65
Tabla 3.24 Caso 1. Matriz de comparación por pares y vector propio para elemento E1, según procedimiento 2.	66
Tabla 3.25 Caso 1. Supermatriz ponderada y prioridades, según procedimiento 2.....	67
Tabla 3.26 Resultados hibridación ANP – DEMATEL para el Caso 1.....	68
Tabla 3.27 Coeficiente de correlación de Spearman y Error Cuadrático Medio (MSE) para 45 casos.....	69
Tabla 3.28 Número de preguntas usando ANP versus propuesta DANP modificado.....	70
Tabla 3.29 Valores relativos de influencia en una escala DEMATEL clásica de 5 categorías	76
Tabla 3.30 Ejemplo de una columna de afirmaciones de influencia.....	77
Tabla 3.31 Ejemplo de afirmaciones y valores de influencia normalizados con matriz de transición 2.....	77
Tabla 3.32 Ejemplo de afirmaciones y valores de influencia normalizados por la suma.....	78
Tabla 3.33 Escala de afirmaciones y valores de influencia de 4 niveles.....	79
Tabla 3.34 Escala de afirmaciones y valores de influencia de 5 niveles.....	79
Tabla 3.35 Variante, escala de afirmaciones y valores de influencia de 5 niveles.....	79
Tabla 3.36 Escala de afirmaciones y valores de influencia de 6 niveles.....	80
Tabla 3.37 Listado de artículos seleccionados – Fase III.....	85
Tabla 3.38 Valor equivalente de influencia en escala 0 – 4	87
Tabla 3.40 Numero de elementos, grupos y preguntas por modelo según caso	91
Tabla 3.41 Caso 1 Modelo múltiple clústeres – Máximo. Supermatriz no ponderada 0-4. ...	92
Tabla 3.42 Caso 1 Modelo múltiple clústeres – Mínimo. Supermatriz no ponderada 0-4.	93
Tabla 3.43 Caso 1. Modelo múltiple clústeres – Máximo. Matriz de clúster 0-4.....	93
Tabla 3.44 Caso 1 Modelo múltiple clústeres – Mínimo. Matriz de clúster 0-4.	94
Tabla 3.45 Caso 1 Modelo único clúster – Máximo. Matriz ponderada 0-4.....	95
Tabla 3.46 Caso 1 Modelo único clúster – Mínimo. Matriz ponderada 0-4.	96
Tabla 3.47 Índices de Compatibilidad de Saaty y Garuti.....	97

Tabla 3.48 Índice de Similitud del Coseno	98
Tabla 3.49 Correlación de Spearman.....	98
Tabla 3.50 Correlación de Kendall.....	99
Tabla 3.51 MSE.....	100
Tabla 3.52 Indicadores Estadísticos.....	100
Tabla 3.53 Único clúster vs Múltiple clústeres. N.º Casos.....	101
Tabla 3.54 Min vs Max - N.º Casos.	101
Tabla 3.55 Mejores y peores modelos. Casos.....	102
Tabla 3.56 Mejores y peores modelos. Indicadores estadísticos.	102
Tabla 3.57 Mejores – peores modelos. Resultados globales.	103
Tabla 3.58 Variación de la media de los indicadores.	103

Índice Figuras

Figura 1. 1 Esquema de tesis.	19
Figura 2. 1 Publicaciones anuales de hibridaciones DANP.	39
Figura 2. 2 Número de publicaciones por revistas científicas.	40
Figura 2. 3 Porcentaje de publicaciones por áreas de aplicación.	40
Figura 2. 4 Autores más influyentes según número de publicaciones DANP.	41
Figura 2. 5 Principales afiliaciones con respecto al número de publicaciones.	41
Figura 2. 6 País de origen de los autores de artículos DANP.	42
Figura 2. 7 Co-ocurrencia de palabras clave basado en los datos de WoS y Scopus utilizando un mapa de red en VOSviewer.	43
Figura 2. 8 Co-autoría basada en los datos WoS y Scopus utilizando un mapa de red en VOSviewer.	43
Figura 3. 1 Pasos metodológicos Fase I.	50
Figura 3.2 Valores relativos de influencia en una escala DEMATEL clásica de 5 categorías	76
Figura 3.3 Pasos metodológicos Fase III.	84

Capítulo 1

Presentación y Objetivos

1.1. Antecedentes

La literatura y experiencia confirma que una de las características más influyentes de las técnicas basadas en el Análisis Multicriterio de Decisiones (siglas en inglés de Multi Criteria Decision Analysis, MCDA), es la capacidad de modelizar las posibles interacciones entre los criterios de decisión (Baykasoğlu & Gölcük, 2015). A pesar de que los métodos MCDA son ampliamente utilizados, la mayoría de ellos suponen que los criterios son independientes, lo cual no es aplicable en la mayoría de los problemas reales, donde los criterios interactúan entre sí de diferentes maneras, según las necesidades específicas del problema en cuestión. (Baykasoğlu & Gölcük, 2015) indican que de todas las técnicas MCDA, solo existen dos métodos que permiten modelar las interacciones entre criterios: Analytic Network Process (ANP) y la integral de Choquet, siendo ANP la técnica de interés de este trabajo de tesis.

El Proceso Analítico en Red (ANP) es una generalización del método del Proceso Analítico Jerárquico (AHP), definida inicialmente por (Saaty, 1980), siendo referenciado posteriormente en otras publicaciones, como en (Saaty, 1994a, 2001). AHP se basa en la descomposición de un problema de decisión en una estructura jerárquica de criterios y alternativas, y utiliza una serie de comparaciones por pares para establecer las prioridades relativas de los diferentes elementos de la estructura (Schulze-González et al., 2021). Sin embargo, en muchos de los problemas que se plantean en el mundo real, existen interacciones complejas entre los elementos de un problema de decisión, en el que las influencias no fluyen desde las alternativas hasta la meta, como en el problema jerárquico que se aborda con AHP (Leung et al., 2003; Pastor-Ferrando et al., 2010; Saaty, 2004; Shee et al., 2003).

En cambio, ANP es un método de análisis de decisiones que permite evaluar la influencia mutua y las relaciones interdependientes entre los elementos de un problema. A diferencia del AHP, que asume que las interacciones son unidireccionales, el ANP reconoce que los elementos del problema pueden tener una influencia recíproca entre sí. Para modelar estas interacciones, el ANP utiliza una red o grafo ponderado y orientado, que representa las relaciones y dependencias entre los elementos. Esto permite modelar el problema de un modo más acorde con la realidad compleja y dinámica de muchos de los problemas de toma de decisiones.

Es sabido que ANP es el método MCDA preferido para modelar situaciones de dependencia y retroalimentación, lo que se observa con más de dos mil registros de artículos relacionados con ANP en la base de datos de *Web of Science* (WoS) desde el año 2007, aplicándose a una variedad de problemas en las áreas de Ingeniería, Ciencias de la Computación, Negocios, Investigación y Administración de Operaciones, Ciencias Medioambientales, entre otras. No obstante, a su preferencia dentro de los métodos MCDA, ANP presenta bastantes dificultades en la práctica, en particular por requerir demasiadas preguntas por pares y por la comprensión de estas (Yu & Tzeng, 2006).

Uno de los aspectos principales a considerar dentro de la complejidad del método ANP, son las matrices de comparación por pares, las cuales miden la influencia que tiene un elemento sobre otro elemento de la red. Si el número de alternativas y/o criterios está formado por n elementos, el número de comparaciones por pares o preguntas necesarias para cada matriz se calcula como $(n^2 - n)/2$, equivalente en la mayoría de los casos, a extensos cuestionarios.

Un ejemplo de la complejidad del modelo ANP, se puede observar en (Pastor-Ferrando et al., 2010), quien presenta un modelo válido para cualquier proceso de licitación de obras públicas aplicado a dos casos reales. En él, se puede observar un modelo originalmente con 74 elementos y 22 clústeres, siendo necesarias 1609 preguntas para la priorización de los elementos y 2063 preguntas para priorizar los clústeres. Debido al excesivo número de juicios necesarios, el autor debió simplificar el modelo original, reduciendo el número de juicios mediante el uso de matrices semicompletas con preguntas sobre las comparaciones de la primera fila y la línea diagonal, de este modo, para comparar n elementos, el número de comparaciones por pares necesarias se calcula como $2n - 3$; adicionalmente se recurre a las jerarquías para los clústeres como también al recorte del modelo en un nivel para hacerlo más asequible. El autor logra finalmente un modelo en red simplificado con 21 criterios y 8 clústeres, requiriendo 268 comparaciones para la priorización de las influencias entre clústeres, en la cual cada experto debió contestar un cuestionario de 850 páginas para priorizar el modelo ANP. Si bien (Pastor-Ferrando et al., 2010) logra de forma innovadora simplificar el modelo, el número de juicios mediante las matrices de comparación de éste y otros problemas de decisión ANP, es excesivo, requiriendo un gran esfuerzo cognitivo al experto/decisor para lograr el completo entendimiento de estas y el tiempo en su aplicación.

Se han desarrollado técnicas híbridas para resolver problemas específicos con mayor eficacia. Desde 2008, ha habido un creciente número de publicaciones sobre el modelado híbrido de las técnicas DEMATEL y ANP. Estos híbridos se clasifican en cuatro categorías, las que difieren en su uso de ANP o DEMATEL, ya sea para establecer la estructura de la red del

problema, gestionar las dependencias internas y externas mediante matrices pareadas, o establecer la supermatriz ponderada. DANP utiliza DEMATEL en todas las etapas (Gölcük & Baykasoğlu, 2016).

La técnica DEMATEL (Decision Making Trial and Evaluation Laboratory) es una herramienta de análisis que se utiliza para estudiar la interdependencia entre los factores que afectan a un problema en particular. Esta técnica utiliza una matriz de relación que permite analizar las relaciones causales entre diferentes factores. DANP, por su parte, es una técnica que combina las ventajas del método ANP y DEMATEL. Se utiliza para evaluar la interdependencia y la importancia relativa de los criterios en la toma de decisiones. DANP utiliza una matriz de relaciones totales para establecer la matriz de decisión. A partir de la Matriz de Relaciones en Red (Network Relationship Map – NRM) de ANP, se obtienen las relaciones influyentes. En el método tradicional ANP, se forma una supermatriz no ponderada según las comparaciones por pares. Luego, los pesos de los criterios, que corresponden a los valores propios, se colocan en las columnas apropiadas de la supermatriz. Para remediar las dificultades de las preguntas de comparación por pares y la carga cognitiva que soportan los decisores, el método DANP modifica las preguntas de comparación por pares. Sin embargo, el método DANP forma una supermatriz no ponderada completa mediante la construcción de una matriz de influencia directa, donde las comparaciones por pares no solo se realizan dentro de los clústeres, sino también para todo el sistema, de acuerdo con la estructura del problema (Si et al., 2018).

Se ha observado que la complejidad de ANP es relevante y hay estudios que tratan de reducir la complejidad del proceso de toma de decisiones, disminuyendo su duración y aumentando la comprensión del método por parte de los interesados. La presente tesis de investigación doctoral tiene como objetivo principal mejorar la aplicación del método ANP, manteniendo su efectividad en cuanto al modelamiento de situaciones de dependencias y retroalimentación, resolviendo la brecha de investigación existente en el contexto de la complejidad de este método, para identificar posibles mejoras y contribuir al desarrollo de una aplicación más eficiente y práctica.

1.2. Objetivos

Identificado el problema principal y la brecha de investigación existente, la pregunta elemental que se plantea en esta tesis es: **¿Se puede mejorar la aplicación mediante la modelización matemática del método ANP?**. Considerando esta pregunta y los antecedentes antes mencionados, se han planteado los siguientes objetivos y preguntas de investigación.

Objetivo General: Mejorar la aplicación del método ANP a los problemas complejos de toma de decisiones.

Los objetivos específicos se dividirán en dos ámbitos y comprenden todo el trabajo de tesis. El primero abarca aquellos relacionados con el marco teórico y el segundo, al desarrollo de la investigación aplicada como consecuencia del resultado del estudio teórico y de la siguiente hipótesis: **“Los avances de otros campos en la utilización de modelos de modelización matemática, pueden ser útiles en el mejoramiento y simplificación de la aplicación práctica del método ANP”**.

Los objetivos específicos en relación con el marco teórico son:

- a. Identificar otros modelos de toma de decisiones multicriterio y/o campos que utilicen modelos matemáticos similares a ANP en cuanto a la definición de prioridades.
- b. Identificar avances y/o aportaciones de esos otros modelos de toma de decisiones multicriterio y/o campos que puedan ser útiles en la definición de prioridades como ANP.
- c. Proponer nuevos pasos en ANP, usando los avances identificados, en su aplicación.

Como resultado de la investigación teórica, los objetivos específicos en cuanto al desarrollo de la investigación aplicada son:

- a. **Contrastar la nueva propuesta DANP modificado con respecto al ANP original.**
Preguntas de investigación asociadas: ¿Los resultados obtenidos con esta propuesta serían lo suficientemente parecidos a los obtenidos con matrices de comparación, a pesar de la reducción de información que incluye el modelo?
- b. **Contrastar la forma de normalización de Supermatriz no Ponderada y Matriz por Clústeres de nueva propuesta de DANP modificado con respecto al ANP original.**
Preguntas de investigación asociadas: ¿Cómo es la escala de medición de influencia? ¿Cómo debe construirse? ¿Cuántos niveles debe tener la escala? ¿Cómo obtener los valores numéricos asociados los niveles?
- c. **Contrastar clusterización y referencias de escala de nueva propuesta de DANP modificado con respecto al ANP original.**
Preguntas de investigación asociadas: Si no se utilizan matrices de comparación en ANP, ¿es indiferente, mejor o peor considerar todos los elementos en un único clúster? ¿por qué debería o no utilizarse uno o varios clústeres en ANP? ¿cuánto cambia el resultado al considerar múltiples clústeres frente a un único clúster? ¿compensa la variación de las preguntas la variación de los resultados? ¿Cómo debe enfocarse la evaluación de las influencias y el uso de la escala en función de si hay uno o varios clústeres?

1.3. Proceso de investigación

El proceso de investigación de la tesis doctoral se define en la figura 1.1.

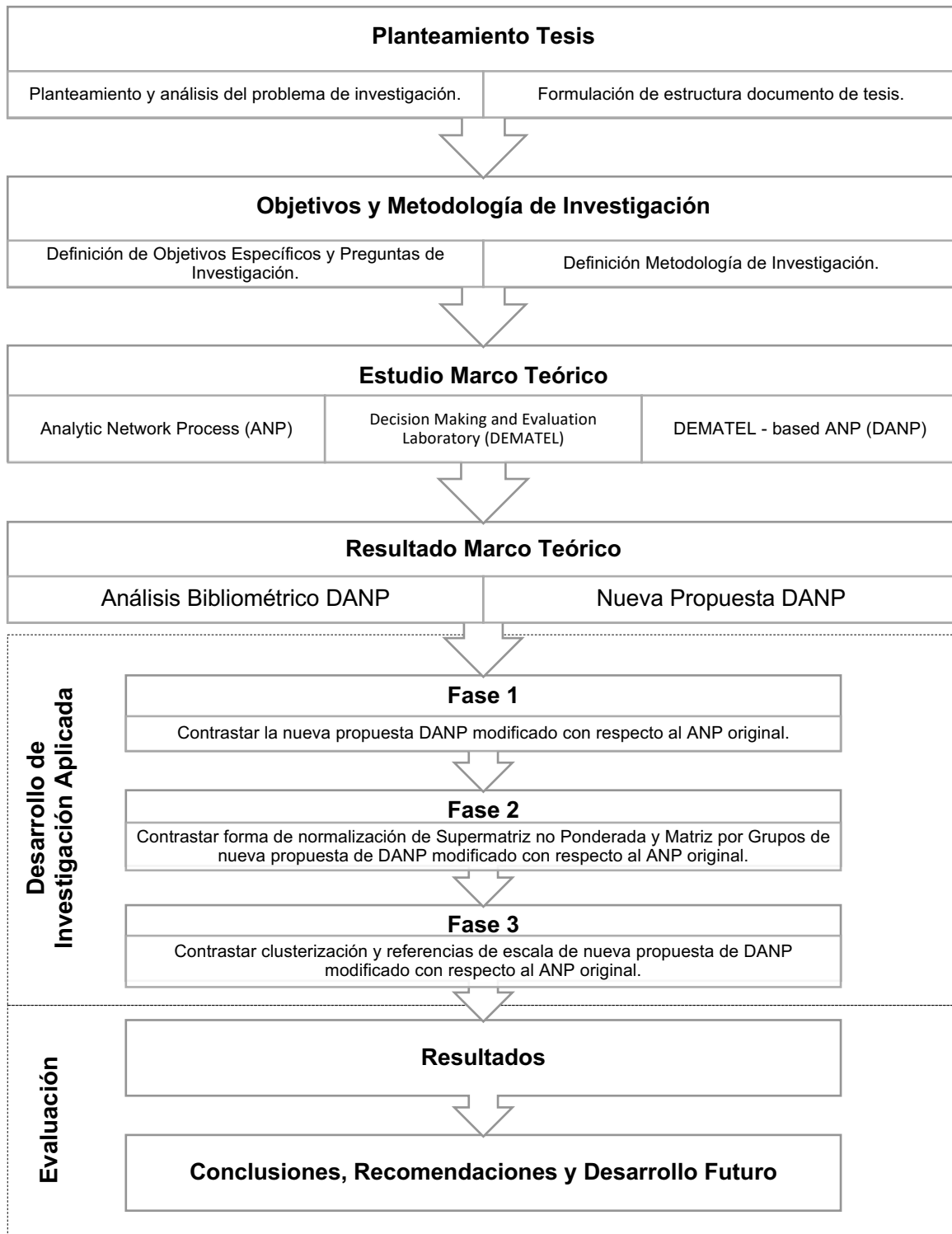


Figura 1.1 Esquema de tesis.

Planteamiento Tesis. El planteamiento y análisis del problema de investigación surge de la dificultad práctica del método ANP, donde los expertos y responsables de la toma de decisión deben invertir mucho tiempo dada la complejidad de los modelos, y por la extensión de sus cuestionarios para identificar y ponderar influencias entre elementos y clústeres. Aquí nace la

principal pregunta de investigación, dando origen al desarrollo y estructura documental de la tesis.

Objetivos y Metodología de Investigación. Para alcanzar el objetivo general de la tesis, es necesario diseñar una metodología rigurosa que permita abordar de manera sistemática y exhaustiva las preguntas de investigación planteadas y los objetivos específicos propuestos. Para ello, en la parte teórica, se lleva a cabo una revisión exhaustiva de la literatura científica relacionada con la metodología ANP y otros modelos de toma de decisiones multicriterio similares, con un enfoque cualitativo para su análisis y comparación. Además, identificar campos que empleen modelos matemáticos similares a ANP en cuanto a la definición de prioridades. Esta revisión permitirá identificar brechas de investigación existentes, avances y aportaciones útiles para la definición de prioridades en ANP, como también, identificar hibridaciones de modelos que permiten obtener resultados similares en cuanto a la definición de prioridades. Con los avances identificados en hibridaciones, específicamente entre DEMATEL y ANP, se utiliza un enfoque cuantitativo para contrastar y evaluar la eficacia de una nueva propuesta en casos reales y aplicados con respecto al ANP original. Además, se utilizan técnicas estadísticas para analizar los datos recopilados para evaluar la fiabilidad y validez de los resultados.

Con lo expuesto, se plantea una estrategia de investigación mixta que combina enfoques cualitativos y cuantitativos, basado en la investigación exploratoria, descriptiva y aplicada. Sus ventajas son: 1) permite la recopilación y análisis de datos cuantitativos y cualitativos, lo que aumenta la comprensión y profundidad de los resultados de la investigación, 2) ayuda a abordar preguntas de investigación complejas que no pueden ser respondidas a través de un solo enfoque, y 3) permite el uso de una variedad de técnicas de recopilación de datos y métodos de análisis, lo que puede aumentar la precisión y la profundidad de la interpretación de los resultados (Creswell, John W. & Plano Clark, 2017).

Estudio Marco Teórico. Proporciona el soporte teórico de los conceptos principales que se vinculan al problema de investigación. La primera etapa fue decidir las mejores fuentes de datos que se ajustarán a la cobertura científica del área de investigación de esta tesis, siendo *Web of Science* (WoS) y Scopus con *Science Citation Index Expanded* (SCI-E) y *Social Science Citation Index* (SSCI) para la identificación de artículos sobre aplicaciones de ANP y sus principales combinaciones. Se configura con las palabras claves definidas por los autores principales del método, siendo, “*Multi-criteria Decision Making, Analytic Network Process y ANP*”, sumado a ella título y resumen entre los años 2000 hasta 2022. Posteriormente el query se ajusta para el estudio teórico de las combinaciones de otras técnicas MCDM con ANP, manteniendo el período antes mencionado. Como resultado de lo anterior, se estudia en detalle los métodos “ANP, DEMATEL y DEMATEL – based ANP”.

Resultado Marco Teórico. Analizado el marco teórico, se detectan nuevas hibridaciones, siendo la combinación de ANP con DEMATEL (DANP) una opción real que permite dar solución al problema principal de esta tesis. Por lo anterior, se profundiza el estudio teórico, haciendo un análisis bibliométrico de la técnica híbrida DANP y las tendencias en diversos campos. Como resultado, se identifica una nueva propuesta de DANP modificado, que permitiría dar solución al problema de complejidad del método ANP; dando así, el inicio del

desarrollo de investigación aplicada.

Desarrollo de Investigación Aplicada. Esta etapa se divide en tres fases de profundización, utilizando como eje de investigación, la aplicación del DANP modificado. De forma previa a cada una de las fases, se realiza una búsqueda y selección de artículos de ANP aplicado que incluyan las principales matrices. Adicionalmente, cada una de las fases, posee un desarrollo metodológico aplicado de las técnicas con sus respectivos resultados estadísticos.

Resultados. Se proporcionan los principales resultados de cada una de las fases mencionadas previamente por caso analizado, con su respectivo análisis.

Conclusiones, Recomendaciones y Desarrollo Futuro. En éste apartado se discuten las principales conclusiones como también las dificultades del proceso de investigación que permitan mejorar la aplicación de la técnica ANP. Adicionalmente, se definen los lineamientos de desarrollo futuro en el campo de estudio.

1.4. Estructura del documento de tesis

El presente documento de tesis se ha organizado siguiendo la estructura documental observada en la Figura 1.1 del proceso metodológico, organizándose en los siguientes capítulos:

En el capítulo 2 se resumen los fundamentos teóricos de los dos principales métodos que considera la presente investigación: Analytic network Process (ANP) y Decision Making and Evaluation Laboratory (DEMATEL), así como la hibridación entre ambos, definida como DEMATEL – based ANP (DANP). De forma complementaria se ha incluido un estudio bibliométrico detallado de DANP como resultado de los fundamentos teóricos principales, identificando tendencias recientes en investigación científica en modelos híbridos de DANP y como contribuyen en diversos campos de investigación. Finalmente, se analiza una nueva propuesta de DANP modificado.

En el capítulo 3 se desarrolla la investigación aplicada, basada en la nueva propuesta de DANP modificado, la cual se divide en tres fases de profundización. La Fase 1 comprende el estudio de la aplicabilidad del DANP modificado, incorporándose a casos reales extraídos de las bases de datos de Scopus y *Web of Science* (WoS), con el fin de verificar su efectividad en la reducción de la complejidad del método ANP. Una Fase 2, que se concentra en cómo deben construirse escalas de medición para medir directamente la influencia y el método de normalización de supermatrices no ponderada y de clústeres de la nueva propuesta con respecto al ANP original. Finalmente, una Fase 3, que incorpora la clusterización al DANP modificado para contrastar con el ANP original, como las escalas según sea el caso de estudio.

El capítulo 4 comprende los principales resultados obtenidos en cada una de las fases y sus respectivos análisis.

Finalmente, en el capítulo 5 se presentan las conclusiones, recomendaciones de la presente tesis y del proceso de investigación, como también desarrollos futuros de la línea de investigación presentada.

Capítulo 2

Antecedentes Teóricos

Los modelos de toma de decisiones basados en análisis multicriterio (*Multi-criteria decision-analysis*, MCDA) comprenden un ámbito avanzado en investigación operativa que se enfoca en el desarrollo e implementación de herramientas y metodologías para abordar problemas complejos de toma de decisiones que involucran múltiples criterios y aspectos procedimentales y de apoyo relevantes (Kahraman et al., 2015). Dentro de este campo del conocimiento, según la clasificación propuesta por (Belton & Stewart, 2002; Figueira et al., 2005)), si la evaluación se basa en un conjunto finito de alternativas y varios criterios, se denomina MCDA discreto o también método de toma de decisión multi-atributo (MADM). Si la evaluación se basa en múltiples objetivos, se denomina MCDA continuo o también método de toma de decisión multi-objetivo (MODM) (Madrugá De Brito & Evers, 2016).

En el caso de los modelos de análisis multicriterio discreto de toma de decisiones, su finalidad, es la selección de una alternativa más adecuada entre un conjunto finito de alternativas, teniendo en cuenta diferentes criterios o puntos de vista que están en conflicto. (Gölcük I. & Baykasoğlu, 2016) define los métodos o técnicas en función de la dependencia o la interactividad de los elementos, donde la dependencia de los elementos se divide en tres subcategorías, que son la dependencia estructural (AHP, ANP, TOPSIS), la dependencia causal (Mapas Causales, DEMATEL, Dinámica de Sistemas, etc.) y la dependencia preferencial (MAUT/MAVT, CP-Nets/UCP-Nets/LCP-Nets). Sin embargo, también es importante mencionar, que tanto AHP como ANP pueden ser considerados como métodos basados en funciones de utilidad, ya que buscan maximizar una función objetivo en la que se ponderan los diferentes criterios y alternativas. Por otra parte, los criterios de interactividad difieren de los de dependencia en cuanto a los aspectos metodológicos y filosóficos.

ANP es uno de los métodos MCDA preferidos, después de AHP (Wallenius et al., 2008), por su modelización de situaciones de dependencia y retroalimentación, sin embargo, posee varias dificultades prácticas. Es por ello, que existen hibridaciones de otras técnicas con ANP que mejoran las capacidades de la modelización original, optimizando así su funcionamiento.

En este capítulo se profundizará en los modelos ANP, DEMATEL y las principales combinaciones resultantes de su hibridación.

2.1. Analytic Network Process (ANP)

Según Thomas L. Saaty “Para simplificar y hacer frente a la complejidad, las personas que trabajan en la toma de decisiones utilizan, en su mayoría, estructuras jerárquicas muy sencillas que consisten en un objetivo, criterios y alternativas. Sin embargo, no sólo las decisiones obtenidas a partir de una jerarquía simple de tres niveles son diferentes de las obtenidas a partir de una jerarquía multinivel, sino que también las decisiones obtenidas a partir de una red pueden ser significativamente diferentes de las obtenidas a partir de una jerarquía multinivel” (Saaty, 2016a). Bajo esta premisa y considerando las limitaciones de interacciones y dependencia entre los elementos de la jerarquía, el matemático Thomas L. Saaty desarrolló el método *Analytic Network Process* o Proceso Analítico en Redes (ANP), generalización de *Analytic Hierarchy Process* (AHP) (Saaty, 1996).

(Saaty & Vargas, 2001) indican que ANP proporciona un marco general para tratar las decisiones sin hacer suposiciones sobre la independencia de los elementos del nivel superior con respecto a los de nivel inferior, ni sobre la independencia de los elementos dentro de un mismo nivel. (Saaty & Shih, 2009) destaca la importancia de establecer bien la red en los modelos de toma de decisión. Esta estructura puede influir significativamente en la evaluación y selección de alternativas, por lo que es fundamental tener una comprensión clara de la relación entre los elementos del problema de decisión y cómo se interconectan. Asimismo, una estructura mal definida puede llevar a una toma de decisiones ineficiente. Por lo tanto, es esencial establecer una red adecuada como primer paso en cualquier modelo de toma de decisiones multicriterio.

En consecuencia, ANP representa cualquier problema de toma de decisión como una red de criterios y alternativas, agrupados en grupos o clústeres, donde todos los elementos de la red pueden relacionarse de cualquier manera posible, pudiéndose incorporar retroalimentación y relaciones interdependientes dentro y entre clústeres, permitiendo una modelización más precisa en entornos complejos (García-Melón et al., 2008).

La influencia de los elementos en la red sobre otros elementos de esta, se representan en una supermatriz bidimensional, de elementos por elementos, que ajusta los pesos de importancia relativa en matrices de comparación pareadas individuales para formar una nueva supermatriz global con los vectores propios de los pesos de importancia relativa ajustados (García-Melón et al., 2008).

Aunque ANP es ampliamente utilizado, existen algunas dificultades prácticas que se deben tener en cuenta. En (Yu & Tzeng, 2006) se indican las principales:

- Los expertos y los responsables de la toma de decisiones tienen que invertir mucho tiempo dada la mayor complejidad de los modelos y del método ANP, en específico

por requerir demasiadas comparaciones por pares.

- Requiere la elaboración de extensos cuestionarios para identificar y ponderar las influencias entre elementos y clústeres.
- A menudo hay preguntas que son complejas de entender para los responsables de la toma de decisiones.

Thomas L. Saaty (Niemira & Saaty, 2004; Saaty, 1996, 1999, 2005a, 2008a, 2010) define el modelo de ANP en los siguientes pasos (Aragón-Beltrán et al., 2014):

1. Dado un problema de decisión con x_1, x_2, \dots, x_N elementos, el primer paso consiste en construir un modelo en red agrupando los elementos en c_1, c_2, \dots, c_G clústeres.
Sea x_i^c el elemento i del modelo, que pertenece al clúster c , con $i = 1, \dots, N$ y $c = 1, \dots, G$.
Sea x^{c_a} los elementos del clúster c_a , $\{x_i^c : c = c_a\}$. Donde n_{c_a} corresponde al número de elementos del clúster c_a . Cada clúster es un conjunto de elementos y cada elemento corresponde a un criterio de decisión. Durante este paso, el tomador de decisiones y el analista determinan los criterios, las alternativas (en ANP se tratan como criterios) y las interdependencias entre ellos.
2. Identificar las relaciones de los elementos del modelo, preguntando a los tomadores de decisiones mediante una serie de comparaciones por pares con respecto a un criterio de control y así obtener la matriz de relaciones (NxN), R .

$$R = [r_{i,j}] = [r_{i,j}^{c_a, c_b}] \quad \text{Ecuación 2.1}$$

$r_{i,j}^{c_a, c_b} \in \{0,1\}$ donde $c_a, c_b = 1 \dots G$ y $i, j = 1 \dots N$:

- $r_{i,j}^{c_a, c_b} = 0$, indica que el elemento $x_i^{c_a}$ no tiene influencia en el elemento $x_j^{c_b}$, donde, además, no existe un arco desde $x_i^{c_a}$ a $x_j^{c_b}$ en el modelo gráfico de la red.
- $r_{i,j}^{c_a, c_b} = 1$, indica que el elemento $x_i^{c_a}$ tiene alguna influencia sobre el elemento $x_j^{c_b}$, donde, además, existe un arco desde $x_i^{c_a}$ a $x_j^{c_b}$ en el modelo gráfico de la red.

3. Obtener la matriz de relaciones de los clústeres (GxG), \hat{R} .

$$\hat{R} = [\hat{r}_{c_a, c_b}] \cdot \hat{r}_{c_a, c_b} \quad \text{Ecuación 2.2}$$

$[\hat{r}_{c_a, c_b}] \cdot \hat{r}_{c_a, c_b} = \{0,1\}$ donde $c_a, c_b = 1 \dots G$.

- $\hat{r}_{c_a, c_b} = 0$ indica que cualquier elemento del clúster c_a tiene influencia sobre cualquier elemento del clúster c_b .

$$\hat{r}_{c_a, c_b} = 0 \rightarrow \forall i, j \text{ donde } i, j = 1, \dots, N: r_{i,j}^{c_a, c_b} = 0$$

- $\hat{r}_{c_a, c_b} = 1$ indica que algún elemento del clúster c_a tiene alguna influencia en los elementos (o al menos en uno) del clúster c_b .

$$\hat{r}_{c_a, c_b} = 1 \rightarrow \exists i, j \text{ donde } i, j = 1, \dots, N: r_{i, j}^{c_a, c_b} = 1$$

4. Comparar la influencia de un conjunto de elementos de un clúster sobre cualquier elemento del sistema representado por un vector de prioridades obtenido a partir de una matriz de comparación por pares, de forma similar al AHP. Estos vectores se agrupan y ordenan formando una matriz que representa el flujo de la influencia de los elementos sobre otros elementos de la red, denominada Supermatriz no Ponderada o Unweighted Supermatrix (NxN), U .

$$U = \left[u_{i, j}^{c_a, c_b} \right] \quad \text{Ecuación 2.3}$$

$u_{i, j}^{c_a, c_b} \in [0, 1]$, $c_a, c_b = 1 \dots G$ y $i, j = 1 \dots N$, donde $u_{i, j}^{c_a, c_b}$ es la influencia del elemento i , que pertenece al clúster c_a , con respecto al elemento j , que pertenece al clúster c_b . En las matrices por pares, al igual que en AHP, Saaty propone el uso de escalas de relación de 1 a 9 para calificar las preferencias del decisor, conocida como la escala fundamental de Saaty (Tabla 2.1).

Tabla 2.1 Escala fundamental de Saaty

Valor de Intensidad	Definición/Explicación	
1	Igual intensidad	Los dos elementos contribuyen igualmente al objetivo.
2	Débil	
3	Moderada intensidad	La experiencia y el raciocinio favorecen ligeramente más a un elemento que a otro.
4	Más que Moderada	
5	Fuerte intensidad	La experiencia y el raciocinio favorecen fuertemente más a un elemento que a otro.
6	Más que Fuerte	
7	Muy fuerte o evidente intensidad	Un elemento es favorecido muy fuertemente sobre otro.
8	Muy, muy fuerte	
9	Extrema importancia	La evidencia que favorece a un elemento por sobre otro es el orden de afirmación más alto posible.
1.1-1.9	Cuando se agrega un decimal muy cercano a 1 para mostrar su diferencia según corresponda.	
Recíprocos de las intensidades anteriores	Si el elemento i tiene asignado uno de los valores no nulos mencionados al ser comparado con la actividad j , entonces j tiene el valor recíproco al ser comparada con i .	
Medidas a partir de escalas de razón	Cuando se desee utilizar dichos números en aplicaciones físicas. Alternativamente, a menudo las proporciones de tales magnitudes se estiman usando juicios.	

A su vez, se utiliza un ratio de consistencia (CR) para comprobar las coherencias de juicio de las matrices por pares.

- $u_{i,j}^{c_a,c_b} = 0$ indica que el elemento i que pertenece al clúster c_a no tiene influencia sobre el elemento j que pertenece al clúster c_b .

$$u_{i,j}^{c_a,c_b} = 0 \leftrightarrow r_{i,j}^{c_a,c_b} = 0$$

- $u_{i,j}^{c_a,c_b} = 1$ indica que el elemento i que pertenece al clúster c_a es el único elemento del clúster c_a que tiene influencia sobre el elemento j que pertenece al clúster c_b .

$$u_{i,j}^{c_a,c_b} = 1 \Rightarrow \forall k \neq i, k = 1 \dots N: x_k \in x^{c_a} \rightarrow r_{k,j}^{c_a,c_b} = 0$$

- Dado un clúster, c_a , y un elemento j que pertenece al clúster c_b , $x_j^{c_b}$, la suma de los valores no ponderados de los elementos que pertenecen a c_a , que tienen influencia en x_j es 1. Si ningún elemento de c_a tiene influencia en x_j entonces la suma es 0.

Dado $c_a, x_j^{c_b}$

$$\sum_{\substack{k=1 \\ k: x_k \in x^{c_a}}}^N (u_{k,j}^{c_a,c_b}) \in \{0,1\}$$

Ecuación 2.4

La suma de las columnas, $\sum_{i=1}^N (u_{i,j})$, indica cuántos clústeres tienen influencia en el elemento columna.

Para preservar la cualidad de coherencia en los juicios, Saaty recomienda limitar el número máximo de elementos a 7 (Saaty, 2008b, 2016b). Esta limitación debe tenerse en cuenta al crear la estructura de red del cualquier problema de toma de decisiones.

5. Realizar comparaciones por pares en los clústeres, obteniendo \hat{U} , matriz de clúster o clúster (GxG).

$$\hat{U} = [\hat{u}_{c_a,c_b}]$$

Ecuación 2.5

$\hat{u}_{c_a,c_b} \in [0,1]$, $c_a, c_b = 1 \dots G$, donde $[\hat{u}_{c_a,c_b}]$ es la influencia del clúster c_a en el clúster c_b .

- $\hat{u}_{c_a,c_b} = 0$, muestra que cualquier elemento del clúster c_a tiene influencia sobre cualquier elemento del clúster c_b .
- $\sum_{c_a=1}^G (\hat{u}_{c_a,c_b}) = 1$

6. Calcular W , la Supermatriz Ponderada (NxN), con $c_a, c_b = 1 \dots G$, $c_a, c_b = 1$ e $i, j = 1, \dots, N$, donde $w_{i,j}^{c_a,c_b} = u_{i,j}^{c_a,c_b} \cdot \hat{u}_{c_a,c_b}$.

$$W = [w_{i,j}^{c_a,c_b}]$$

Ecuación 2.6

- $w_{i,j}^{c_a,c_b}$ es la influencia ponderada del elemento i , que pertenece al clúster c_a sobre el elemento j , que pertenece al clúster c_b .

$$\sum_{i=1}^N (w_{i,j}^{c_a,c_b}) \in]0,1] \quad \text{Ecuación 2.7}$$

7. Calcular Q , Supermatriz Ponderada y normalizada (NxN), con $q_{i,j}^{c_a,c_b} \in [0,1]$, $c_a, c_b = 1 \dots G$ e $i, j = 1, \dots, N$, donde $q_{i,j}^{c_a,c_b} = \frac{w_{i,j}^{c_a,c_b}}{\sum_i (w_{i,j}^{c_a,c_b})}$.

$$Q = [q_{i,j}^{c_a,c_b}] \quad \text{Ecuación 2.8}$$

- $q_{i,j}^{c_a,c_b}$ es la influencia ponderada normalizada del elemento i , que pertenece al clúster c_a , sobre el elemento j , que pertenece al clúster c_b .
 - $\sum_i (w_{i,j}^{c_a,c_b}) = 1$. Q es una matriz estocástica por columnas.
8. Elevar la Supermatriz Q a sucesivas potencias hasta que los pesos converjan y permanezcan estables, obteniendo la Supermatriz Límite, L . Donde l_i es la prioridad final del elemento x_i . Si x_i es una alternativa, l_i es la calificación de la alternativa. Si x_i es un criterio, l_i es el peso del criterio.

$$L = \lim_{k \rightarrow \infty} Q^k \quad \text{Ecuación 2.9}$$

2.2. Decision Making and Evaluation Laboratory (DEMATEL)

El Laboratorio de Evaluación y Toma de Decisiones (DEMATEL) es un método desarrollado en el Centro de Investigación del Instituto Memorial Batelle de Ginebra en el programa de Ciencia y Asuntos Humanos entre los años 1972 y 1976 por Fontela y Gabus (Fontela, 1974; Fontela & Gabus, 1976) para comprender y resolver problemas del mundo real, en relación a la población, el hambre, medioambiente y energía. Éste método se basa en la teoría de grafos para construir y analizar las relaciones causales de interdependencia e influencia entre elementos mediante un mapa de relaciones de influencias (NRM), la cual define las interacciones entre las dimensiones y los criterios, basándose en el juicio de expertos (S. H. Lin et al., 2020). También permite analizar las relaciones indirectas entre criterios. Sin embargo, no es un método MCDA porque su enfoque no se centra en la selección de una opción óptima entre varias alternativas y criterios, sino en la identificación de las relaciones causales entre las variable que componen un problema.

Los pasos para calcular el nivel de interdependencia de los elementos considerado en el método DEMATEL clásico según (V. Y. C. Chen et al., 2019; M. C. Zhang et al., 2021) es el siguiente:

1. Establecer una matriz de relaciones de influencia directa mediante cuestionarios de expertos E^1, E^2, \dots, E^H . Suponiendo que hay H expertos en los cuestionarios observados y n factores que se consideran; cada experto debe determinar el nivel de

influencia del factor i sobre j . El análisis comparativo de la pareja de factores i y j por el experto k se denota como e_{ij}^k , con $i, j = 1, \dots, N$ y $k = 1, \dots, H$. Al valor de influencia directa de cada e_{ij}^k , se le asigna un valor entero en una escala proporcional tal como sigue: 0 – no influencia; 1 – influencia baja; 2 – influencia media; 3 – influencia alta; y 4 – influencia muy alta.

La respuesta del experto k se representa mediante una matriz de rango $n \times n$, donde cada elemento de la matriz E^k , denota un número no negativo e_{ij}^k , donde $k = 1, \dots, H$.

$$E^k = [E_{ij}^k]_{n \times n} \quad \text{Ecuación 2.10}$$

Las matrices E^1, E^2, \dots, E^H representan las matrices de influencia directa de cada uno de los expertos. El valor de cada celda indica el nivel de relación del elemento de la fila con el elemento columna. Un elemento no puede influir directamente en sí mismo, por lo tanto, la diagonal de la matriz se representa con ceros.

2. Calcular matriz de percepción media. A partir de las matrices $E^k = [E_{ij}^k]_{n \times n}$ de todos los expertos H , se debe calcular la matriz media A , que representa el valor medio de las percepciones de todos los expertos encuestados H para cada elemento de la matriz A .

$$A = [a_{ij}]_{n \times n} \quad \text{Ecuación 2.11}$$

Donde:

$$a_{ij} = \frac{1}{H} \sum_{k=1}^H e_{ij}^k \quad \text{Ecuación 2.12}$$

La matriz A muestra los efectos iniciales causados por un determinado factor, pero también los efectos iniciales que recibe de otros factores.

3. Calcular la matriz de percepción media normalizada D . La matriz D se calcula a partir de la matriz A . Entonces:

$$D = A/s \quad \text{Ecuación 2.13}$$

Donde

$$s = \max \left(\max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n a_{ij}; \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{i=1}^n a_{ij} \right) \quad \text{Ecuación 2.14}$$

Como la suma de cada fila i de la matriz A representa los efectos directos totales que el elemento i dio a otros elementos, la expresión $\max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n a_{ij}$, representa los efectos directos totales más importantes del elemento especificado dados a otros elementos. Del mismo modo, como la suma de cada columna j de la matriz A

representa los efectos directos totales que el elemento j recibió de otros factores, la expresión $\max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n a_{ij}$, representa los efectos directos totales más importantes teniendo en cuenta el valor más alto de las dos expresiones antes mencionadas. La matriz D se obtiene cuando cada elemento a_{ij} de la matriz A se divide por las expresiones s . Cada elemento d_{ij} de la matriz D toma valores entre 0 y menos de 1: $0 < d_{ij} < 1$.

4. Calcular la matriz de influencia total T . La matriz T es una matriz $n \times n$ y se calcula de la siguiente forma:

$$T = D(I - D)^{-1} \quad \text{Ecuación 2.15}$$

Donde I es una matriz de identidad $n \times n$.

Sean las sumas de filas y columnas de la matriz T representadas por separado mediante los vectores F y C , respectivamente, donde:

$$F = [f_i]_{n \times 1} = \left[\sum_{j=1}^n t_{ij} \right]_{n \times 1} \quad \text{Ecuación 2.16}$$

$$C = [c_j]_{1 \times n} = \left[\sum_{i=1}^n t_{ij} \right]_{1 \times n} \quad \text{Ecuación 2.17}$$

Sea $[f_i]_{n \times 1}$ la suma de la i -ésima fila la matriz T . Entonces $[f_i]_{n \times 1}$ representa los efectos totales, tanto directos como indirectos, dados por el elemento i a los otros elementos $j = 1, 2, \dots, n$. Sea $[c_j]_{1 \times n}$ la suma de la j -ésima columna de la matriz T . Entonces $[c_j]_{1 \times n}$ representa los efectos totales, tanto directos como indirectos, recibidos por el elemento j de los otros elementos $i = 1, 2, \dots, n$.

En consecuencia, mientras $i = j$, el término $(f_i + c_i)$ que se denomina "Prominencia" representa el grado de importancia del elemento en el sistema. Asimismo, el término $(f_i - c_i)$ que se denomina "Relación", representa el efecto neto que el elemento aporta al sistema con respecto a otros elementos. Si el término $(f_i + c_i)$ es positivo, el elemento i es causante neto, y si la expresión anterior es negativa, el elemento i es un receptor neto.

5. Fijar un valor umbral p para obtener el Mapa de Relaciones en Red o *Network Relationship Map* (NRM). Sobre la base de opinión de los expertos, se determina el valor umbral p , que filtra los efectos insignificantes o pequeños directamente en la matriz T , obteniendo así un grafo de impacto (nodos y arcos que representan elementos del sistema e interrelaciones, respectivamente). El valor de los elementos de la matriz T , que son menores o iguales que el valor umbral p definido, se le asigna el valor 0, mientras que los otros elementos de la matriz T , que son mayores que el valor p adoptado, mantienen su valor actual. Si el valor adoptado p es demasiado bajo, la estructura del sistema seguirá siendo compleja y difícil de entender, mientras que, si el valor umbral p es demasiado alto, la estructura se simplificará en exceso y se

ignorarán las influencias importantes. Por lo tanto, basándose en el valor umbral p , se pueden filtrar los valores menores en la matriz T , en la cual se obtendrá el NRM, que facilitará la comprensión de las relaciones en el sistema considerado (G. H. Tzeng et al., 2007).

No obstante, muchos artículos que utilizan la técnica DEMATEL hacen uso de expresiones como "utilizando la escala" o "en la escala" e indican una escala específica, como la mencionada en el paso 1, y el lector puede concluir que sólo hay una escala, esto no es cierto. Existen otros tantos artículos científicos, que incluyen un primer paso adicional, donde se definen las relaciones y/o los grados/intensidad de influencia mediante una escala de N grados (Gölcük & Baykasoğlu, 2016; Gupta et al., 2019; Naseri-Rad et al., 2020; Tsai et al., 2021; C. H. Wu, 2021).

Para complementar la idea anterior, se presenta una explicación de lo que en la literatura se describe sobre la Matriz de Influencia Directa Inicial en cuanto a que se mide y con que escalas, según los artículos obtenidos en WoS, Scopus y Google Scholar.

El artículo disponible y más antiguo en el que se explica el método DEMATEL es (Sawaragi et al., 1977), donde se indica que los valores de la matriz de influencia directa del paso 1 representan el grado de contribución del elemento fila al elemento columna, y los valores adjetivo – numéricos son: "*major contribution (8), considerable contribution (4), some contribution (2), negligible contribution (0)*". Si los efectos son negativos, puede utilizarse la misma escala con signos negativos. En (Monma, 1992) la fuerza de influencia entre los elementos se mide utilizando la escala: fuerte (3), media (2), y débil (1). (Tamura et al., 2002) al definir la fuerza de influencia para todos los pares de elementos (i,j) , asocia la escala numérica a la siguiente pregunta, "¿cuánto ayudaría resolver el factor j resolviendo el factor i ?", respondiendo en base a estas tres opciones según corresponda: si resolver el factor i no ayuda a resolver el factor j en absoluto (0), si ayudaría un poco (1) y/o si ayudaría mucho (2). En (Zhou et al., 2018), se sugiere una escala con cuatro niveles: 0, 1, 2 y 3, que significan: "ningún impacto", "bajo impacto", "alto impacto" e "impacto extremadamente alto", respectivamente. (Koca et al., 2021) utiliza una escala de 4 categorías: ineficaz (0), impacto bajo (1), impacto moderado (2) e impacto alto (3). En (Fukushi & Narita, 2002; Kodama et al., 1998) la fuerza de influencia entre los elementos se mide con una escala numérica de cinco categorías (0 – 4), donde 0 significa irrelevante. En (Li et al., 2020; Meng et al., 2021), las relaciones entre los elementos se indican mediante una escala tipo Likert de 5 puntos: ninguna influencia (0), muy baja influencia (1), baja influencia (2), alta influencia (3) y, muy alta influencia (4). En (Chauhan et al., 2020), también se utiliza una escala de cinco puntos, pero con otros pares de categorías – valores: sin influencia (0), influencia baja (1), influencia media (2), influencia alta (3), e influencia muy alta (4). En (Goel et al., 2021), se utiliza una escala de 6 categorías, en la que 0 representa "ninguna influencia" y 5 "muy alta influencia", para representar la interrelación entre elementos. (Huang et al., 2007; G.H. Tzeng & Huang, 2012) diseñaron una escala de 11 categorías, donde las puntuaciones 0,1, 2, ..., 10 representan el rango de "ninguna influencia" a "muy alta influencia".

A su vez, es importante señalar, que es fácil encontrar artículos sobre DEMATEL que utilizan los términos "matriz de comparación" (Navarro et al., 2021), "comparación por pares"

(Ahmadimanesh et al., 2021; C.-Y. Huang et al., 2007; Narwane et al., 2021), “escala de comparación por pares” (G.H. Tzeng & Huang, 2012), “el método DEMATEL se basa en el principio de comparación por pares” (Chakraborty et al., 2021); cuando no hay comparaciones, sino que los expertos indican directamente el nivel de influencia. Incluso en (Parizi et al., 2021) se indica que “el cálculo de la matriz de influencia directa final utiliza comparaciones por pares”, pero se calcula un valor medio.

En resumen, el método DEMATEL responde a la pregunta “¿En qué medida influye un elemento en otro?”, cuya respuesta se contesta utilizando una escala Likert para indicar la intensidad de esa influencia. El número de categorías de la escala y sus valores asociados pueden variar de un problema a otro.

2.3. DEMATEL con ANP

Tal como se menciona al inicio de éste capítulo, se clasifican los métodos o técnicas en función de la dependencia o interactividad de los elementos, dividiéndola en tres subcategorías. Sin embargo, debido a la complejidad de los problemas de la vida real, se han presentado técnicas híbridas complejas para resolver problemas concretos con mayor frecuencia. Entre las técnicas híbridas, la hibridación de DEMATEL y ANP es de las más frecuentes (Si et al., 2018), ya que supera los obstáculos de la modelización de ANP, al requerir un gran número de preguntas, que se refleja en más tiempo de los decisores o expertos. Lo anterior, se debe en gran medida, a la utilización de las matrices por pares, que requiere un gran número de comparaciones o a la dificultad de entendimiento de las mismas, cuando existen dependencias internas en el clúster.

(Gölcük I. & Baykasoğlu, 2016) clasifica las hibridaciones entre DEMATEL y ANP en cuatro categorías: Mapa de Relaciones en Red o Network Relationship Map (NRM), Dependencia Interna en ANP o Inner Dependency in ANP, ANP Ponderado por Clústeres o Cluster-Weighted ANP y DEMATEL basado en ANP o DEMATEL-Based ANP (DANP). Las categorías difieren unas con respecto a otras, en cuanto si utilizan ANP o DEMATEL en cada una de las siguientes etapas: creación de la estructura de la red del problema, la gestión de las dependencias internas y externas a través de comparaciones por pares y el establecimiento de la supermatriz ponderada. En la primera categoría, se utiliza DEMATEL para la creación de la NRM del problema, mientras que las dependencias internas y externas se manejan a través del método ANP, y la supermatriz ponderada se calcula mediante enfoques de ponderación tradicionales de ANP. En la segunda categoría, se utilizan el método DEMATEL para manejar las dependencias internas, mientras que la estructuración de criterios se puede establecer en base a la opinión de expertos o al método DEMATEL. Las dependencias externas y la ponderación de los clústeres se manejan utilizando el método ANP. En la tercera categoría, se emplea el método DEMATEL para la ponderación de clústeres y el establecimiento de la NRM, con el objetivo de incorporar la influencia de pesos desiguales de clústeres en la formación de la supermatriz. Finalmente, la cuarta categoría adopta el método DEMATEL para estructurar criterios, manejar dependencias internas y externas, y para la ponderación de clústeres. Esta última técnica de hibridación se conoce como DANP, y es la técnica de interés en este trabajo de investigación doctoral.

2.3.1. DEMATEL – basado ANP

DANP utiliza la técnica DEMATEL para confirmar los diferentes grados de influencia entre los clústeres, aplicando la matriz de relación total directamente en la supermatriz de ANP para establecer el NRM del modelo de decisión.

Los pasos básicos según (Hsu et al., 2012; S. H. Lin et al., 2020; C. H. Wu & Tsai, 2018) son los siguientes:

1. Desarrollar una supermatriz no ponderada. La matriz de influencia total se obtendrá a partir de la NRM del ANP utilizando DEMATEL, para construir posteriormente una supermatriz no ponderada para todo el sistema. Cada columna se suma para la normalización. La matriz de influencia total $T_c = [t_{ij}]_{n \times n}$ se obtiene a partir de los criterios, y $T_D = [t_{ij}^D]_{m \times m}$ se obtiene a partir de las dimensiones (clústeres) de T_c . A continuación, la supermatriz T_c se normaliza por los pesos ANP de las dimensiones (clústeres) utilizando la matriz de influencia T_D . Tal como se indica en la ecuación 2.18.

$$T_c = \begin{matrix} & \begin{matrix} D_1 & & D_j & & D_n \\ c_{11} & \dots & c_{1m_1} & \dots & c_{j1} & \dots & c_{jm_j} & \dots & c_{n1} & \dots & c_{nm_n} \end{matrix} \\ \begin{matrix} D_1 \\ c_{11} \\ c_{12} \\ \vdots \\ c_{1m_1} \\ \vdots \\ D_i \\ c_{i1} \\ c_{i2} \\ \vdots \\ c_{im_i} \\ \vdots \\ D_n \\ c_{n1} \\ c_{n2} \\ \vdots \\ c_{nm_n} \end{matrix} & \begin{bmatrix} T_c^{11} & \dots & T_c^{1j} & \dots & T_c^{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ T_c^{i1} & \dots & T_c^{ij} & \dots & T_c^{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ T_c^{n1} & \dots & T_c^{nj} & \dots & T_c^{nn} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \text{Ecuación 2.18}$$

Tras normalizar la matriz de influencia total T_c a través de las dimensiones (clústeres), se obtiene una nueva matriz, que se denomina T_c^α (ecuación 2.19).

$$T_c^\alpha = \begin{matrix} & \begin{matrix} D_1 & & D_j & & D_n \\ c_{11} & \dots & c_{1m_1} & \dots & c_{j1} & \dots & c_{jm_j} & \dots & c_{n1} & \dots & c_{nm_n} \end{matrix} \\ \begin{matrix} D_1 \\ c_{11} \\ c_{12} \\ \vdots \\ c_{1m_1} \\ \vdots \\ D_i \\ c_{i1} \\ c_{i2} \\ \vdots \\ c_{im_i} \\ \vdots \\ D_n \\ c_{n1} \\ c_{n2} \\ \vdots \\ c_{nm_n} \end{matrix} & \begin{bmatrix} T_c^{\alpha 11} & \dots & T_c^{\alpha 1j} & \dots & T_c^{\alpha 1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ T_c^{\alpha i1} & \dots & T_c^{\alpha ij} & \dots & T_c^{\alpha in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ T_c^{\alpha n1} & \dots & T_c^{\alpha nj} & \dots & T_c^{\alpha nn} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \text{Ecuación 2.19}$$

La normalización de $T_c^{\alpha 11}$ se explica y la otra $T_c^{\alpha nn}$ es igual que la anterior.

Donde d_{ci}^{11} representa la suma de la columna de la matriz de relación total $T_c^{\alpha 11}$, y $d_i^{11} = \sum_{j=1}^{m_1} t_{ij}^{11}$, $i = 1, 2, \dots, m_1$.

A continuación, cada fila se divide por el valor de la suma de la columna correspondiente para su normalización. El procedimiento de $T_c^{\alpha 11}$ se muestra en la ecuación 2.20. Todos los demás siguen los mis cálculos de normalización.

$$T_c^{\alpha 11} = \begin{bmatrix} t_{11}^{11}/d_{c1}^{11} & \dots & t_{c1j}^{11}/d_{c1}^{11} & \dots & t_{c1m_1}^{11}/d_{c1}^{11} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ t_{c11}^{11}/d_{ci}^{11} & \dots & t_{c1j}^{11}/d_{ci}^{11} & \dots & t_{c1m_1}^{11}/d_{ci}^{11} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ t_{cm_11}^{11}/d_{cm_1}^{11} & \dots & t_{cm_1j}^{11}/d_{cm_1}^{11} & \dots & t_{cm_1m_1}^{11}/d_{cm_1}^{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{c11}^{\alpha 11} & \dots & T_{c1j}^{\alpha 11} & \dots & T_{c1m_1}^{\alpha 11} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ T_{ci1}^{\alpha 11} & \dots & T_{cij}^{\alpha 11} & \dots & T_{cim_1}^{\alpha 11} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ T_{cm_11}^{\alpha 11} & \dots & T_{cm_1j}^{\alpha 11} & \dots & T_{cm_1m_1}^{\alpha 11} \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 2.20}$$

Obtenida la matriz de influencia total normalizada según las relaciones de dependencias en el clúster, se debe formar la supermatriz no ponderada, la cual se forma en base a la transposición de cada bloque de la matriz de influencia total normalizada T_c^α por dimensiones (clústeres), es decir, $W = (T_c^\alpha)'$. Se calcula como se

indica en la ecuación 2.21.

$$w = (T_c^e)' = \begin{matrix} & & d_1 & & d_j & & d_n \\ & & c_{11} \dots c_{1m_1} & & c_{j1} \dots c_{jm_j} & \dots & c_{n1} \dots c_{nm_n} \\ \begin{matrix} d_1 \\ \vdots \\ d_i \\ \vdots \\ d_j \\ \vdots \\ d_n \end{matrix} & & \begin{bmatrix} W^{11} & \dots & W^{i1} & \dots & W^{n1} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ W^{1j} & \dots & W^{ij} & \dots & W^{nj} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ W^{1n} & \dots & W^{in} & \dots & W^{nn} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \text{Ecuación 2.21}$$

Donde $W_{ij} = (T_c^{\alpha ji})'$, $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n$.

Si la matriz W^{11} se muestra en blanco o es cero como se muestra en la ecuación 2.22, entonces la matriz entre los clústeres o los criterios es independiente. Los demás valores de W^{nn} son como los anteriores.

$$W^{11} = (T^{11})' = \begin{matrix} & & c_{11} & \dots & c_{1i} & \dots & c_{1m_1} \\ \begin{matrix} c_{11} \\ \vdots \\ c_{2j} \\ \vdots \\ c_{2m_2} \end{matrix} & & \begin{bmatrix} t_{c11}^{\alpha 11} & \dots & t_{ci1}^{\alpha 11} & \dots & t_{cm_1 1}^{\alpha 11} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ t_{c1j}^{\alpha 11} & \dots & t_{cij}^{\alpha 11} & \dots & t_{cm_1 j}^{\alpha 11} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ t_{c1m_1}^{\alpha 11} & \dots & t_{cim_1}^{\alpha 11} & \dots & t_{cm_1 m_1}^{\alpha 11} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \text{Ecuación 2.22}$$

2. Desarrollar una supermatriz ponderada. La matriz de influencia total, que se denota por T_D , se utiliza para ponderar la supermatriz no ponderada, la cual se calcula mediante la suma de las columnas. Por ejemplo, la suma de la i -ésima columna de la matriz de influencia total se denomina d_i , siendo su cálculo como se muestra en la ecuación 2.23.

$$T_D = \begin{bmatrix} t_D^{11} & \dots & t_D^{1j} & \dots & t_D^{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ t_D^{i1} & \dots & t_D^{ij} & \dots & t_D^{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ t_D^{n1} & \dots & t_D^{nj} & \dots & t_D^{nn} \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 2.23}$$

La suma de las columna se utilizan para calcular la matriz de influencia total normalizada por clústeres, la cual se representa como T_D^α . Donde cada elemento se divide por las respectivas sumas de columnas en el proceso de normalización, tal como se observan en la ecuación 2.24.

$$T_D^\alpha = \begin{bmatrix} t_D^{11}/d_1 & \dots & t_D^{1j}/d_1 & \dots & t_D^{1n}/d_1 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ t_D^{i1}/d_i & \dots & t_D^{ij}/d_i & \dots & t_D^{in}/d_i \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ t_D^{n1}/d_n & \dots & t_D^{nj}/d_n & \dots & t_D^{nn}/d_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_D^{\alpha 11} & \dots & T_D^{\alpha 1j} & \dots & T_D^{\alpha 1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ T_D^{\alpha i1} & \dots & T_D^{\alpha ij} & \dots & T_D^{\alpha in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ T_D^{\alpha n1} & \dots & T_D^{\alpha nj} & \dots & T_D^{\alpha nn} \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 2.24}$$

Siendo $t_D^{\alpha ij} = t_D^{ij}/d_i$. Finalmente, se multiplica la matriz de influencia total normalizada T_D^α con la supermatriz no ponderada para obtener la supermatriz ponderada W_W , la cual se calcula como se indica en la ecuación 2.25.

$$W^\alpha = T_D^\alpha W = \begin{bmatrix} t_D^{\alpha 11} \times W^{11} & t_D^{\alpha i1} \times W^{1j} & \dots & \dots & t_D^{\alpha n1} \times W^{1n} \\ t_D^{\alpha 1j} \times W^{i1} & t_D^{\alpha ij} \times W^{ij} & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \dots & t_D^{\alpha nj} \times W^{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ t_D^{\alpha 1n} \times W^{n1} & t_D^{\alpha in} \times W^{nj} & \dots & \dots & t_D^{\alpha nn} \times W^{nn} \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 2.25}$$

- Obtención de la supermatriz límite. Una vez obtenida la supermatriz pondera, se puede calcular la supermatriz límite, la cual se obtiene elevando a sucesivas potencias k , hasta que converja y se convierta en una supermatriz estable a largo plazo para obtener los pesos influyentes de prioridad global (denominados pesos DANP), tal como se indica a continuación:

$$\lim_{h \rightarrow \infty} (W^\alpha)^h \quad \text{Ecuación 2.26}$$

2.3.2. Análisis Bibliométrico DANP

La presente sección muestra un estudio bibliométrico detallado mediante la utilización de técnicas de análisis de referencias científicas para describir patrones en las publicaciones dentro de parámetros definidos. El objetivo del estudio es identificar las publicaciones y tendencias de los modelos híbridos DANP y como contribuyen en sus diferentes categorías como en otros campos de investigación.

La metodología empleada en este estudio bibliométrico implica la identificación de preguntas de investigación, la definición de una estrategia de búsqueda bibliográfica y la selección de las bases de datos pertinentes para llevar a cabo la investigación, mediante un estudio de mapeo sistemático. A partir de estos pasos, se aplicaron diversas técnicas de análisis y visualización de resultados, tales como mapas basados en matrices de co-ocurrencia con el uso de técnicas de escalamiento multidimensional, así como herramientas de análisis de Scopus y WoS para exponer los resultados en términos de áreas de investigación, autores, publicaciones por año, afiliación, país de origen, entre otros aspectos relevantes. Finalmente, se identificaron nuevos estudios relacionados con el tema de investigación específico mediante la técnica de *snowballing* o cadena de referencias, que no habían sido considerados en la búsqueda inicial. Esta técnica permite expandir el alcance de la investigación y garantizar la inclusión de información relevante y actualizada en la revisión bibliográfica.

Para diseñar el estudio de mapeo sistemático se utilizan las directrices de (Petersen et al., 2008; Silva et al., 2016). Para el caso de los mapas basados en matrices de co-ocurrencia, se ha seguido lo propuesto por (van Eck & Waltman, 2010), utilizando técnicas de escalamiento multidimensional.

2.3.2.1. Definición de las preguntas de investigación

Basándose en el objetivo del estudio bibliográfico, se elaboran las siguientes preguntas de investigación:

- ¿Cuáles son las tendencias recientes en la investigación sobre modelos híbridos de DANP?
- ¿En qué categorías y campos de investigación se aplican los modelos híbridos de

DANP y cuál es su contribución?

3. ¿Dónde y cuándo se publicaron los estudios de modelos híbridos de DANP?
4. ¿Qué métodos y técnicas se utilizan en la investigación sobre modelos híbridos de DANP?
5. ¿Cómo se comparan los modelos híbridos de DANP con otros métodos de toma de decisiones y análisis de prioridades?

La pregunta principal de investigación da origen a las cuatro preguntas secundarias.

2.3.2.1. Búsqueda de estudios primarios

En la búsqueda de estudios primarios, se utilizan cadenas de búsqueda en bases de datos científicas o publicaciones de revistas relevantes. Una manera de crear esta cadena de búsqueda es a través de la estructuración en términos de población, intervención, comparación, resultado y contexto (P.I.C.O.C), tal como ha sido sugerido por (Kitchenham & Charters, 2007). Sin embargo, en el caso de un estudio de mapeo sistemático, se sigue la reflexión de (Petersen et al., 2015) que indica que solo se deben considerar las dimensiones de Población (P) e Intervención (I) en la búsqueda, ya que las otras dimensiones (comparación, resultado y contexto) pueden limitar demasiado la búsqueda. La P e I y sus respectivas palabras claves son las siguientes:

- Población: Investigaciones relacionadas con modelos híbridos de DANP.
Palabras claves: *Dematel – based ANP, Hybrid decision-making models, DANP models, Hybrid DANP models in* [categoría o campo de interés], *Decision analysis models in* [categoría o campo de interés].
- Intervención: Investigaciones relacionadas con la aplicación y contribución de los modelos híbridos de DANP en diferentes categorías y campos de investigación.
Palabras claves: *Applications of DANP models, Contributions of DANP models, DANP models in* [categoría o campo de interés], *Hybrid DANP models in* [categoría o campo de interés].

La cadena de búsqueda general se presenta a continuación:

"DANP models" OR "Decision analysis models" OR "DEMATEL – based Analytic Network Process" OR "Hybrid DANP models" OR "Hybrid decision-making models").

Cada conjunto de búsquedas se realizó en las bases de datos de Scopus y WoS con *Science Citation Index Expanded* (SCI-E) y *Social Science Citation Index* (SSCI) para la identificación de estudios sobre aplicaciones de combinaciones híbridas DANP. Sin embargo, después de varias pruebas de ejecución de la cadena de búsqueda, se observaron valores atípicos en los resultados, que sugirieron la inclusión de otros campos del conocimiento. Se identificaron 6915 estudios a mayo de 2023 (véase tabla 2.2).

Tabla 2.2 Número de estudios DANP por base de datos (may-23)

Base de Datos	Resultados
Scopus	5740
WoS	1175

Para evitar los resultados atípicos en la cadena de búsqueda que puedan dificultar los filtrados al aplicar criterios de inclusión y exclusión, no se utilizarán palabras en plural. En la población,

se utilizará el nombre completo del término de interés en lugar de su sigla, como en el caso de “*Analytic Network Process*” por ANP, para no ampliar la búsqueda a otras áreas de investigación. Además, se incluyen las categorías o campos de interés tanto en la población como en la intervención. Estas categorías pueden ser clasificadas según la base de datos utilizada, En este caso particular, se utilizarán las categorías definidas en Scopus y luego se ajustará la cadena de búsqueda con las equivalentes en la base de datos correspondiente.

La cadena de búsqueda general modificada es la siguiente:

("DANP model" OR "Decision analysis model" OR "DEMATEL – based Analytic Network Process" OR "Hybrid DANP model" OR "Hybrid decision-making model") AND ("Application of DANP model in [categoría o campo de interés]" OR "Contribution of DANP model in [categoría o campo de interés]" OR "DANP model in [categoría o campo de interés]" OR "Hybrid DANP model in [categoría o campo de interés]")

2.3.2.1. Selección de estudios primarios y evaluación de calidad

Primer filtro. Se identificaron 126 y 73 artículos en las bases de datos de Scopus y WoS, respectivamente, mediante la combinación de su resumen, título y palabras clave con la cadena de búsqueda modificada, la cual se creó con los términos identificados en la población e intervención.

Segundo filtro. Se definen criterios de inclusión y exclusión (tabla 2.3) para la selección de artículos, según resumen, título y palabras claves.

Tabla 2.3 Criterios de Inclusión/Exclusión

Criterios Inclusión	Criterios Exclusión
Estudios realizados entre [2008 a 2023[Publicados antes de 2008 (] - a 2008])
Estudios publicados en revistas científicas indexadas	Estudios que no estén publicadas en revistas científicas indexadas
Estudios publicados en inglés o español	Estudios publicados en idiomas distintos al inglés y español
Estudios de casos aplicados que aborden modelos híbridos de DANP, incluyendo investigaciones que comparen DANP con otros métodos de toma de decisiones.	Estudios que estén en actas de conferencias o capítulos de libros, como también tesis si es versión sin publicar, que estén relacionados con modelos híbridos de DANP
Estudios aplicables de DANP en las áreas: “ <i>Computer Science</i> ”, “ <i>Social Sciences</i> ”, “ <i>Business, Management and Accounting</i> ”, “ <i>Mathematics</i> ”, “ <i>Environmental Science</i> ”, “ <i>Engineering</i> ”, “ <i>Energy</i> ”, “ <i>Decision Sciences</i> ”, “ <i>Economics</i> , y “ <i>Econometrics</i> ”, y “ <i>Finance</i> ”	Estudios aplicables o experimentos del área de la salud que no tienen vínculo con DANP o técnicas multicriterio

Utilizando los criterios de inclusión/exclusión, según las bases de datos de Scopus y WoS, se filtraron 76 artículos (tabla 2.4), de los cuales 11 son duplicados y 6 fueron rechazados, obteniéndose un total de 59.

Tabla 2.4 Resultados por base de datos según criterios de inclusión/exclusión (may-23)

Base de Datos	Resultado	Cadena de Búsqueda
Scopus	12	TITLE-ABS-KEY (("DANP model" OR "Decision analysis model" OR "DEMATEL–based Analytic Network Process" OR "Hybrid DANP model" OR "Hybrid decision-making model") AND ("Application of DANP model" OR "Contribution of DANP model" OR "DANP model" OR "Hybrid DANP model")) AND (LIMIT-TO (DOCTYPE,"ar")) AND (LIMIT-TO (SUBJAREA,"COMP") OR LIMIT-TO (SUBJAREA,"SOCI") OR LIMIT-TO (SUBJAREA,"MATH") OR LIMIT-TO (SUBJAREA,"DECI") OR LIMIT-TO (SUBJAREA,"ENVI") OR LIMIT-TO (SUBJAREA,"ENGI") OR LIMIT-TO (SUBJAREA,"BUSI") OR LIMIT-TO (SUBJAREA,"ENER"))
WoS	64	TS=(DANP model OR Decision analysis model OR "DEMATEL – based Analytic Network Process" OR "Hybrid DANP model" OR "Hybrid decision-making model") AND TS=(Application of DANP model OR Contribution of DANP model OR "DANP model")) AND Article (Document Type) AND Engineering OR Computer Science OR Science Technology Other Topics OR Environmental Sciences Ecology OR Business Economics OR Operations Research Management Science OR Mathematics OR Energy Fuels (Research Areas)

Tercer filtro. Después de aplicar el segundo filtro, se procede a realizar una evaluación de calidad de los artículos en cuanto a su relevancia temática y rigor metodológico. Las respuestas posibles son "Sí", "No" y "No se especifica", y se les asigna una puntuación de 0, 0.5 o 1 punto, dependiendo de su grado de cumplimiento. La puntuación máxima que un artículo puede obtener es de 6 puntos. Los artículos que obtengan una puntuación igual o superior a 4.0 serán seleccionados para formar parte del estudio final del mapeo sistemático, ya que se busca incluir solo aquellos artículos que aborden claramente el uso de la técnica DANP para la toma de decisiones, que presenten problemas de decisión relevantes y significativos, que describan claramente el proceso de aplicación de la técnica, que utilicen datos apropiados y suficientes para el análisis, que proporcionen una justificación clara y adecuada para la selección de los criterios, subcriterios y alternativas, y que describan las suposiciones y limitaciones del análisis. Tras una lectura completa de alto nivel de los 59 artículos del segundo filtro, se obtuvieron finalmente 48 estudios.

2.3.2.2. Aplicación de una cadena de referencia para la identificación de estudios relevantes

Para complementar la identificación de estudios relevantes sobre el tema de interés y mitigar la posible falta de bibliografía causada por la exclusión de ciertas combinaciones de palabras clave en la cadena de búsqueda, se aplicó la técnica de *snowballing backward*. Esta técnica, también conocida como bola de nieve o cadena de referencias, permite identificar nuevos estudios relevantes examinando las listas de referencias de los estudios ya incluidos en la revisión. El diseño del estudio de bola de nieve o cadena de referencia sigue las directrices establecidas por (Wohlin, 2014).

Para ampliar la búsqueda bibliográfica tras el mapeo sistemático previo, se seleccionaron los 48 artículos relevantes y se utilizó la herramienta *Research Rabbit* para buscar información adicional. Se encontraron 1481 artículos, los cuales se filtraron en una primera instancia revisando títulos, resúmenes y palabras clave para descartar aquellos no relevantes. Con el

fin de evitar la exclusión de artículos relevantes, se incorporó la combinación de palabras clave "DEMATEL with ANP" y "based hybrid MCDM model" en el filtro de búsqueda. Luego de aplicar los criterios de inclusión/exclusión, se obtuvieron 60 artículos, de los cuales 44 cumplían con los criterios de calidad y se incluyeron en la lista final. Estos estudios se sumaron a los 48 obtenidos en el mapeo sistemático para su posterior análisis según las preguntas de investigación planteadas.

2.3.2.3. Resultados Mapeo Sistemático

A partir del análisis de los 92 artículos relevantes obtenidos mediante el mapeo sistemático, se procedió a realizar un análisis bibliométrico de la producción científica relacionada con el tema de interés. Para ello, se utilizaron las herramientas de análisis de Scopus y WoS, que permiten visualizar la productividad por autores, instituciones y países, así como el número de publicaciones anuales, por áreas de aplicación y por revistas científicas. Posteriormente, se empleó el software VOSviewer versión 1.6.18 para construir y visualizar mapas bibliométricos mediante una técnica de escalamiento multidimensional basada en la utilización de similitudes por distancia. Esta herramienta permitió determinar clústeres y tendencias de investigación en el campo de estudio, lo cual resultó de gran utilidad para comprender la evolución y el estado actual del conocimiento en el tema de interés.

El número de publicaciones de literatura científica anuales sobre el tema de estudio muestra una tendencia creciente, aumentando en promedio desde el año 2015 hasta el 2022 en un 300%. Con 19 publicaciones el año 2022, se observa en la figura 2.1 el pico más alto desde el primer artículo publicado el año 2008.

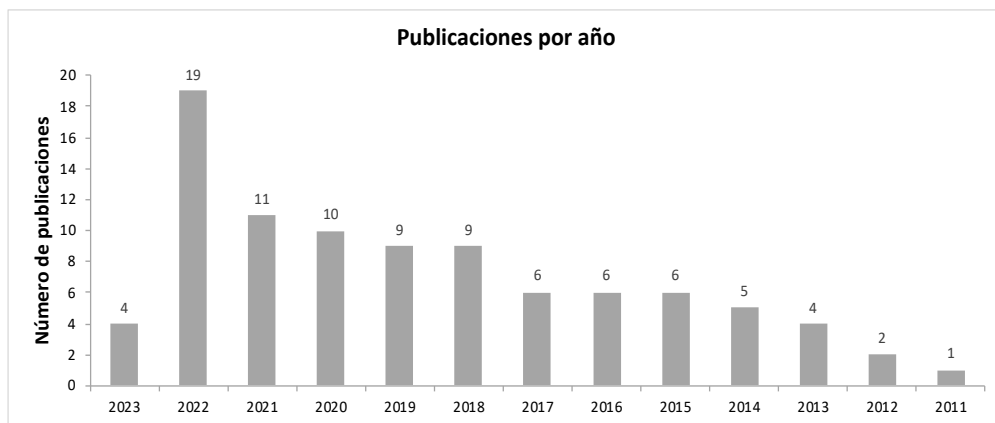


Figura 2. 1 Publicaciones anuales de hibridaciones DANP.

61 revistas científicas internacionales con indexación JCR han publicado el método híbrido DANP. Las revistas que poseen mayor productividad son *Sustainability* (20%), *Technological and Economic Development of Economy* (7%), *Expert System with Applications* (5%), *Journal of Cleaner Production* (4%), *Mathematics* (3%), *Journal of Cleaner Production* (5%), *Knowledge Based Systems* (5%) y *Mathematical Problems in Engineering* (5%). El resto de las revistas científicas según el número de artículos publicados se muestra en la figura 2.2. A su vez, la media del impacto de citación normalizado por categoría de los elementos citables publicados por las revistas (figura 2.2) según el indicador Journal Citation Indicator (JCI) es de 1.19, observándose un 19% más de impacto de citas que la media en sus respectivas

categorías, siendo en algunos casos por sobre el 100%.

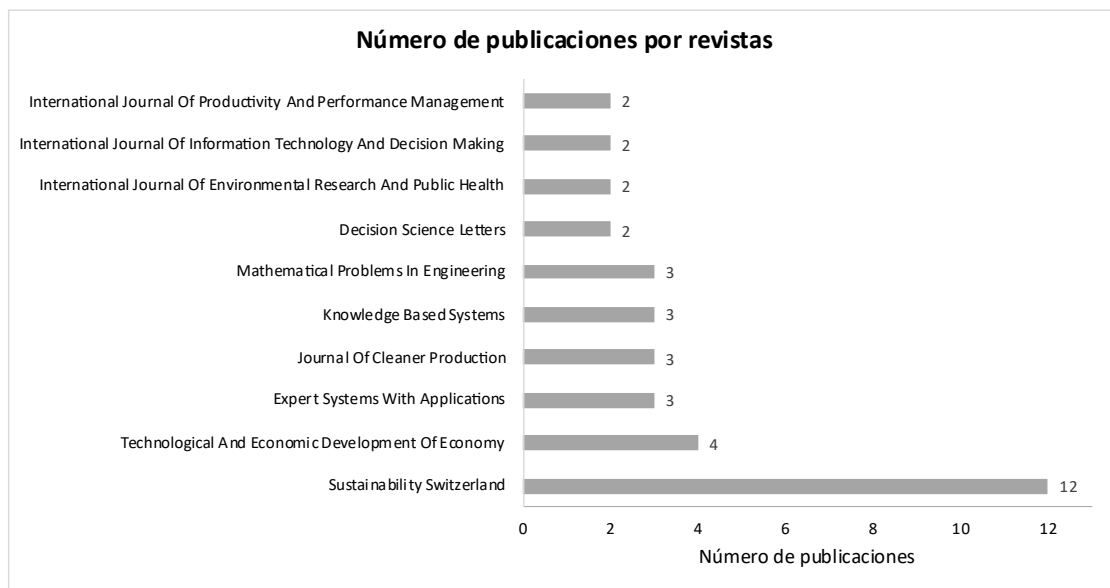


Figura 2. 2 Número de publicaciones por revistas científicas.

Al analizar los artículos publicados de la técnica híbrida DANP, se observa que cubren una gran variedad de áreas temáticas. *Computer Science y Engineering* (15.2%) son las áreas de aplicación con el mayor número de publicaciones. Le siguen *Social Science* (12.4%), *Environmental Science* (12%), *Business, Management and Accounting* (9.7%), *Energy* (8.8%), *Decision Sciences* (6%), entre otras (véase figura 2.3). A su vez, áreas temáticas vinculadas con el área de la salud tienen menor producción de artículos de modelos híbridos DANP.

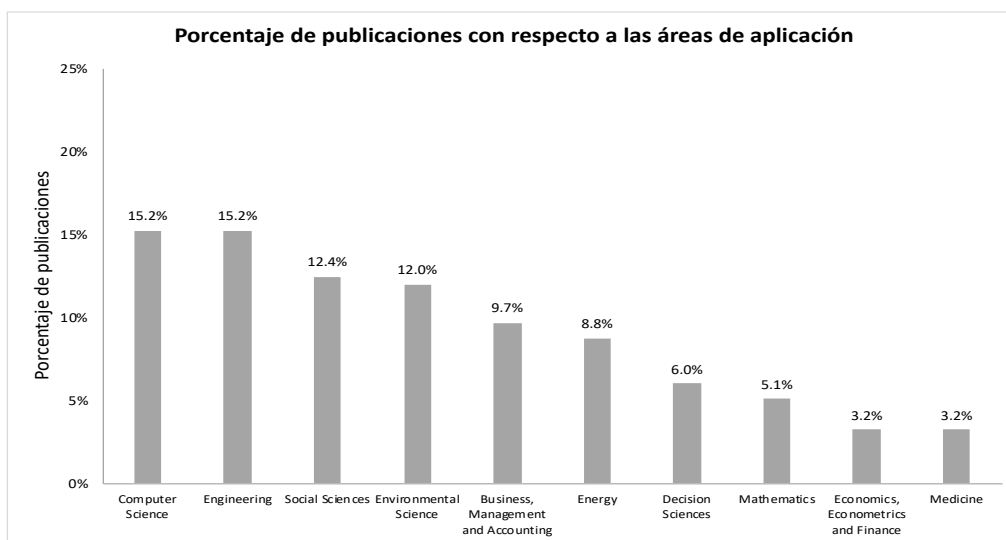


Figura 2. 3 Porcentaje de publicaciones por áreas de aplicación.

En la figura 2.4 se muestran los diez principales investigadores según el campo analizado. En total, hay 160 autores que han investigado y/o aplicado la técnica DANP. Tzeng, G. H., de la Universidad de Kainan, Taiwán, fue el investigador con mayor número de publicaciones (n = 29) con respecto al total de artículos indicado previamente, seguido por Liou (8%), Chuang Y. C. (6%), Chen Y. S. (3%) y Chuang (3%). También se ha observado, que los investigadores

más productivos en cuanto a la implementación de técnicas híbridas de DEMATEL con ANP provienen de Taiwán.

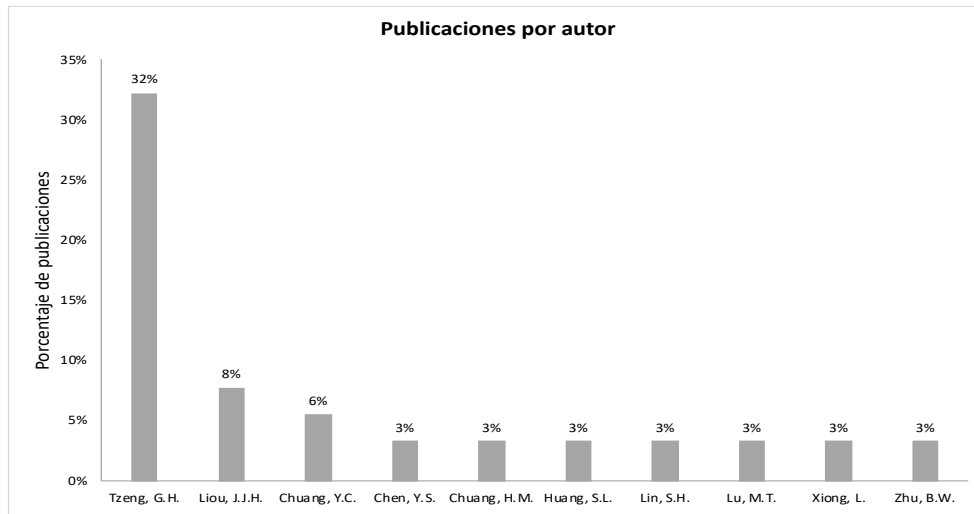


Figura 2. 4 Autores más influyentes según número de publicaciones DANP.

133 organizaciones afiliadas por autores han investigado sobre el tema de estudio, siendo las principales diez las que se observan en la figura 2.5. Las cinco principales afiliaciones son National Taipei University (12%), National Chiao Tung University (7%), Kainan University (4%), National Taipei University of Technology (4%) y National Taiwan University of Science and Technology (2%).



Figura 2. 5 Principales afiliaciones con respecto al número de publicaciones.

Se identificaron 24 países de origen de los autores que han investigado con respecto a DANP, observándose que el 42% corresponde a Taiwán, tal como se indicó previamente que las filiales organizacionales más productivas son taiwanesas a excepción de Islamic Azad University y University of Tehran que provienen de Irán. China, India e Irán son los países que le siguen en contribución científica a Taiwán con un 22%, 8% y 6%, respectivamente (figura 2.6).

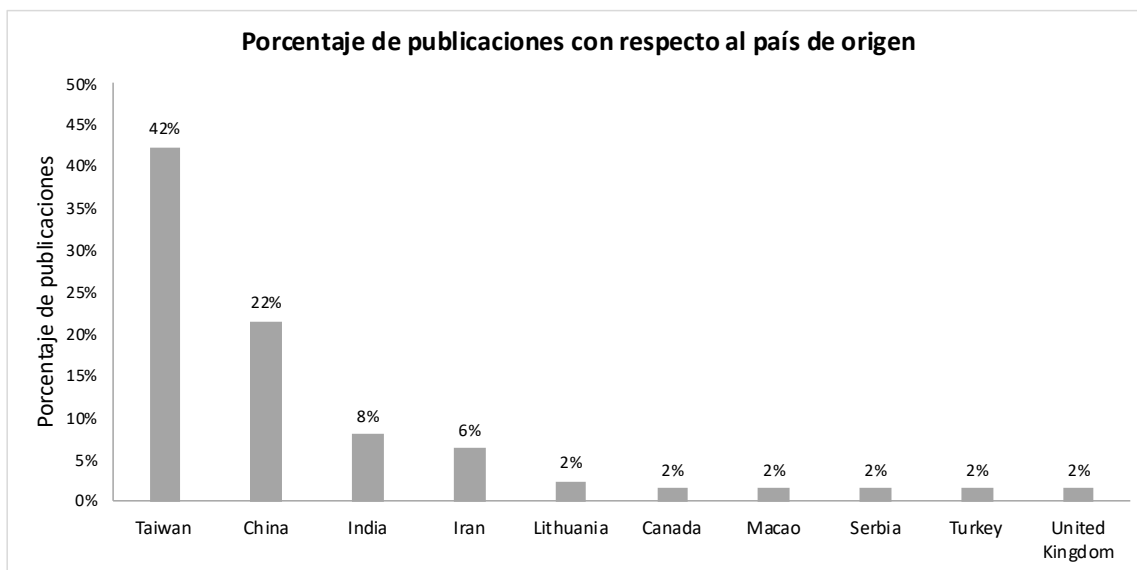


Figura 2. 6 País de origen de los autores de artículos DANP.

Así como se indicó al inicio de esta sección, la segunda parte del estudio bibliométrico comprende la construcción y visualización de mapas basados en matrices de co-ocurrencia mediante técnicas de escalamiento multidimensional. (Van Eck & Waltman, 2010) define tres pasos para la construcción de los mapas. El primero consiste en calcular una matriz de similitud basada en la matriz de co-ocurrencia. El segundo paso, en la construcción de un mapa aplicando la técnica de mapeo de visualización de similitudes. Y finalmente, en el tercer paso, el mapa se traduce, rota y refleja.

El primer mapeo de temas de investigación identifica todos los vínculos entre palabras claves asociados a la técnica híbrida DANP. Este mapa se construyó considerando la matriz de 92 artículos, con un número mínimo de cuatro ocurrencias o apariciones de una palabra clave. Como consecuencia, se identificaron 803 palabras claves, de las cuales 46 cumplieron los requisitos. Al resultado obtenido se calculó su fuerza total de los vínculos de co-ocurrencia con otras palabras claves, seleccionándose la con mayor fuerza de enlace total. Como se puede ver en la figura 2.7, el mapa tiene una estructura circular. Algunos sectores del mapa están relativamente vacíos, ya que los campos entre los que no existen fuertes relaciones están claramente separados entre sí.

En la figura 2.8 se puede observar el análisis de co-autoría basado en los datos de WoS y Scopus. Para su diseño, se requirió un mínimo de dos documentos por autor, cumpliendo los requisitos 29 autores de un total de 251. Para cada uno de los 29 autores, se calculó la fuerza total de los vínculos de coautorías con otros autores, seleccionándose los con mayor fuerza total, además de tener un conector con algún nodo. En consecuencia, el número de autores seleccionados se redujo a 20.

2.3.2.4. Respuestas a Preguntas de Investigación - Estudio Bibliométrico

Basado en las preguntas de investigación definidas al inicio del subcapítulo, el análisis y revisión bibliométrica detallada del método DANP en artículos de aplicación de la técnica, se concluye lo siguiente:

1. En las investigaciones recientes, se ha observado una creciente tendencia hacia la integración de enfoques multicriterio, como VIKOR (del serbio, ViseKriterijumska Optimizacija I Kompromisno Resenje), DEA (Análisis Envolvente de Datos), PROMETHEE, entre otros, para mejorar la calidad de las decisiones y resolver problemas complejos.
2. Los modelos híbridos de DANP se aplican en una amplia gama de categorías y campos de investigación, incluyendo la gestión empresarial, la ingeniería, la toma de decisiones medioambientales y desarrollo sustentable, la evaluación de proyectos, la gestión de la cadena de suministros, entre otros. Su principal contribución radica en la capacidad de manejar mejor la complejidad de los problemas de toma de decisiones al integrar múltiples criterios y factores.
3. Los estudios de modelos híbridos de DANP se han publicado en diversas revistas científicas internacionales especializadas en toma de decisiones, gestión, ingeniería, ciencias ambientales, entre otras. Algunas de las revistas más relevantes incluyen *Sustainability*, *Technological and Economic Development of Economy*, *Expert System with Applications*, *Journal of Cleaner Production*, entre otras. Asimismo, la mayoría de las afiliaciones que publican provienen de Taiwán, China e Irán, coincidiendo, además con las nacionalidades de los autores.
4. En la investigación sobre modelos híbridos de DANP se utilizan una variedad de métodos y técnicas, incluyendo técnicas de análisis de redes, análisis de sensibilidad, análisis de clusterización, algoritmos genéticos, entre otros. Estos métodos son utilizados para mejorar la precisión y eficiencia, así como para abordar problemas de gran escala y complejidad.
5. Una de las formas en las que se ha comparado los modelos híbridos de DANP con otros métodos de toma de decisiones y análisis de prioridades es mediante la simplificación de la técnica original de ANP para su aplicación en situaciones más simples y prácticas. Por ejemplo, algunos investigadores han propuesto la utilización de escalas directas en lugar de matrices de comparación pareadas para obtener las valoraciones de las relaciones entre elementos del modelo ANP. Esta modificación simplifica la tarea de los decisores y reduce la complejidad del modelo. Además, algunos estudios han desarrollado nuevas formulaciones matemáticas que permiten la aplicación de ANP con escalas directas. Esta innovación en la modelación matemática ha permitido la aplicación más fácil de la técnica ANP, lo que la hace más accesible y atractiva para los usuarios. Sin embargo, se requiere de más estudios que evalúen la validez y confiabilidad de esta simplificación y su capacidad para proporcionar resultados consistentes y precisos en diferentes contextos y problemas de toma de decisiones.

En conclusión, el estudio bibliométrico realizado ha permitido identificar una tendencia reciente en la investigación de modelos híbridos de DANP, así como las categorías y campos

en los que se aplican y su contribución en la toma de decisiones. Además, se ha identificado una nueva propuesta de DANP modificado que pretende reducir significativamente la complejidad del modelo original ANP, permitiendo una aplicación más sencilla del método. Este nuevo enfoque utiliza escalas directas en lugar de matrices de comparación pareadas, innovando en su modelación matemática. El artículo que presenta este enfoque proporciona una base para futuros estudios, sin embargo, hay que evaluar la validez y confiabilidad de esta simplificación, y su capacidad para proporcionar resultados precisos y consistentes.

En consecuencia, es importante destacar la relevancia de esta propuesta y la necesidad de continuar investigando para mejorar la eficacia y aplicabilidad de los modelos de decisión multicriterio, especialmente en aquellos que buscan simplificar y reducir la complejidad del modelo ANP. La presente tesis doctoral busca contribuir en esta línea de investigación, con el objetivo de evaluar la validez y confiabilidad de la propuesta de DANP modificado de (Kadoić et al., 2019) y, en última instancia, mejorar la toma de decisiones multicriterio en diversos ámbitos de aplicación.

2.4. Una nueva propuesta de DANP

(Kadoić et al., 2019) propone un nuevo enfoque en la hibridación de DEMATEL y ANP, con respecto al modelo clásico, mediante la utilización de dos técnicas de modelización basada en ideas preexistentes que reduce significativamente el número de preguntas y la complejidad de la aplicación práctica de ANP. Esta nueva propuesta consiste en obtener las matrices de influencia de DEMATEL y transformar dichos valores, para obtener la matriz ponderada de ANP.

Los pasos de la nueva propuesta DANP son los siguientes:

1. Crear una estructura en red del problema de decisión utilizando parte del algoritmo DEMATEL para establecer una matriz de influencia entre elementos denominada X , utilizando una escala de cinco grados (véase tabla 2.5).

La estructura de la red se representa mediante un grafo ponderado.

Tabla 2.5 Escala clásica de DEMATEL de 5 categorías

Categoría influencia	Valor influencia
Sin influencia (SI)	0
Baja influencia (BI)	1
Media influencia (MI)	2
Fuerte influencia (FI)	3
Muy fuerte influencia (MFI)	4

2. Calcular la supermatriz ponderada de ANP a partir de la matriz de influencia X definida en el paso 1. Es importante señalar que, aunque el método propuesto por (Kadoić et al., 2019) permite calcular la matriz no ponderada y la matriz de clústeres, recomiendan considerar todos los elementos como un único clúster, obteniendo así la supermatriz ponderada de ANP directamente. No obstante, si hay clústeres, se utiliza el mismo procedimiento con la matriz por clústeres.

Para calcular las influencias en cada elemento columna, se proponen dos formas:

- Aplicando la normalización por suma. Cada columna de la matriz X , se divide por la suma de los valores de la columna. Así se obtiene directamente una supermatriz ponderada estocástica por columna.
- Utilizando una matriz de transición. Para cada columna, se calcula una matriz de comparación por pares con los elementos de la fila que tienen influencia en cada columna, utilizando la escala 1-9 de Saaty. La diferencia entre los valores X de la intensidad de la influencia se transforma en una escala de juicio de Saaty utilizando una matriz de transición. La matriz de transición propuesta por (Kadoić et al., 2019) se muestra en la tabla 2.6.

Tabla 2.6 Matriz de transición 1

Diferencia en términos de intensidad de influencia	Juicios en la escala de Saaty
4 (4-0)	9
3 (3-0, 4-1)	7
2 (2-0, 3-1, 4-2)	5
1 (1-0, 2-1, 3-2, 4-3)	3
0 (0-0, 1-1, 2-2, 3-3, 4-4)	1
-1 (0-1, 1-2, 2-3, 3-4)	1/3
-2 (0-2, 1-3, 2-4)	1/5
-3 (0-3, 1-4)	1/7
-4 (0-4)	1/9

Sin embargo, es importante mencionar que en (Kadoić et al., 2017), utilizando la misma escala DEMATEL, propusieron otra matriz de transición (tabla 2.7).

Tabla 2.7 Matriz de transición 2

Diferencia en términos de intensidad de influencia	Juicios en la escala de Saaty
3 (4-1)	6
2 (3-1, 4-2)	4
1 (2-1, 3-2, 4-3)	2
0 (1-1, 2-2, 3-3, 4-4)	1
-1 (1-2, 2-3, 3-4)	1/2
-2 (1-3, 2-4)	1/4
-3 (1-4)	1/6

Por otra parte, tal como indican (Schulze-González et al., 2021), en caso de existir valores intermedios, se deben interpolar, tal como sucede, por ejemplo, al tener una matriz media X de varios expertos. La matriz ponderada se obtiene multiplicando las prioridades de influencia de los elementos con las influencias de los clústeres; normalizando cuando se requiera. En caso de tener un modelo sin alternativas, el uso de un único clúster generalmente garantizaría el uso de preguntas como por ejemplo al comparar con A, ¿Cuál es más importante/influyente, A o B?.

3. Calcular la matriz límite, como es habitual en ANP al considerar las influencias globales.

2.5. Agrupación

La mayoría de los métodos MCDM no incluyen explícitamente en la literatura el concepto de agrupación o *clustering* ni sugieren un algoritmo específico para agrupar los criterios. Por lo tanto, para comprender de manera precisa el concepto, es útil comenzar por comprender la idea de “minería de datos”. Según (Durand & Hattingh, 2020), la minería de datos es la aplicación de algoritmos y técnicas para transformar datos en información útil a través de la identificación de patrones y la extracción de conocimiento de grandes conjuntos de datos. En una primera clasificación, la minería de datos se divide en aprendizaje supervisado y no supervisado (Bunge & Judson, 2005). En el aprendizaje supervisado se usa una variable objetivo junto con un conjunto de datos de entrada (predictores e independientes) para caracterizar la salida en términos de los predictores. Esta técnica se puede dividir según la naturaleza de la variable objetivo, que puede ser binaria (dicotómica), categórica con varias categorías desordenadas (politómica o multinomial), ordenada o cuantitativa (discreta o continua). Por otro lado, el aprendizaje no supervisado no requiere información previa, ya sea un conjunto de datos sin respuesta o una variable objetivo específica conocida, para buscar clústeres, conexiones, tendencias o patrones. (Mahdiraji et al., 2019) identifica las principales técnicas de minería de datos como la asociación (reglas de asociación, patrones secuenciales y algoritmo a priori), la agrupación (métodos jerárquicos, métodos de red y métodos de segmentación), la clasificación (árboles de decisión, redes neuronales y conjuntos difusos) y la predicción (regresión).

La agrupación es una técnica multivariante no supervisada en la que un conjunto de datos se dividen en categorías o clústeres, según su homogeneidad (Gain & Dey, 2020; Mahdiraji et al., 2019; Wierzchoń & Kłopotek, 2018). Los algoritmos de agrupación basados en aprendizaje no supervisado no requieren conocimientos previos y tratan los datos de entrada como un conjunto de variables aleatorias (D. Huang et al., 2021). Estas técnicas se ha aplicado con éxito en la ingeniería de datos y el descubrimiento de conocimiento (Q. Zhang et al., 2022). Desde los primeros trabajos sobre *k-medias*, se han desarrollado diferentes algoritmos de agrupación, tales como kernel *k-means*, espectral, jerárquico, basado en probabilística, métrico, datos no numéricos, datos de alta dimensión, datos de grafos, entre otros (X. L. Zhang, 2015).

El agrupamiento en el espacio euclidiano de N dimensiones R^N es el proceso de dividir un conjunto dado de n puntos en un número, K , de grupos o clústeres, de tal manera que los patrones en el mismo clúster sean similares en algún sentido y los patrones en diferentes clústeres sean diferentes en el mismo sentido, como lo define (Wierzchoń & Kłopotek, 2018). Se define al conjunto de n puntos $\{X_1, X_2, X_3, \dots, X_n\}$ como S y a los K clústeres como C_1, C_2, \dots, C_K . Luego, se cumple que $C_i \neq \emptyset$ para $i = 1, 2, \dots, K$ y $C_i \cap C_j = \emptyset$ para $i \neq j$, donde $i, j = 1, 2, \dots, K$, y $\bigcup_{i=1}^K C_i = S$.

Tal como se mencionó al inicio del capítulo, los métodos MCDM pueden ser clasificados según su dependencia en estructural, causal y preferencial (Gölcük & Baykasoğlu, 2016). Por su parte, ANP es un método de tipo dependencia estructural. ANP emplea la descomposición (o agregación) de los elementos de un problema dentro de una estructura para desarrollar una escala de proporción relativa de prioridades entre dichos elementos. El instrumento de

medición propuesto por Saaty para ANP es la matriz de comparación por pares, en la cual Saaty sugiere dividir la escala de medición en nueve partes. Estos dos aspectos limitan, por un lado, el número de elementos a comparar y, por otro lado, la proporción de cosas a comparar. Por esta razón, uno de los principales axiomas definidos por Saaty requiere que solo se comparen elementos homogéneos (Saaty, 1999 1994a), como se establece en los fundamentos básicos del agrupamiento. En situaciones en las que la escala del 1 a 9 definida por Saaty resulta insuficiente para abarcar el espectro de comparaciones necesarias, es decir, cuando no existe homogeneidad, se emplea un proceso de agrupamiento que pivota desde un clúster a uno adyacente, estableciendo un orden de magnitud mayor o menor que el clúster dado, y continúa utilizando la escala del 1 al 9 dentro de cada clúster, extendiéndola según se requiera (Saaty, 2008b). Si no es posible comparar directamente todos los elementos, resulta conveniente agruparlos para evitar errores significativos de juicios en la evaluación.

El algoritmo de agrupamiento establecido por Saaty determina que los clústeres se conforman de acuerdo al tamaño relativo de las prioridades de los elementos en cada clúster, y si alguna prioridad difiere en un orden de magnitud o más, se traslada al clúster correspondiente para que la transición de un clúster a otro sea una operación bien planificada (Goyal & Gupta, 2014; Saaty, 2008b). En términos de dependencia causal, la principal distinción entre los métodos radica en las relaciones causa – efecto, siendo DEMATEL el más representativo. Sin embargo, no se han encontrado trabajos de investigación que utilicen esta técnica de agrupamiento u otra.

Capítulo 3

Desarrollo de Investigación Aplicada.

La propuesta híbrida de (Kadoić et al., 2019), en sus dos variantes para obtener la matriz DEMATEL inicial, permite reducir teóricamente el número de preguntas que deben responder los decisores o expertos. Ante esta nueva propuesta, nace el presente trabajo de tesis doctoral, dividido en tres fases de profundización, donde se estudian las implicancias y consecuencias de no usar matrices de comparación por pares, sino escalas de medida para evaluar influencias entre elementos en ANP.

3.1. FASE I

La primera fase del desarrollo de investigación aplicada comprende el contraste de la propuesta de DANP modificada (Kadoić et al., 2019), aplicándose a 45 casos de ANP publicados en la literatura. A su vez, en concordancia con los objetivos específicos mencionados en el capítulo 2 de esta tesis, se busca comprobar en cuánto afectan a los resultados la reducción de preguntas (información) que se incorporan al modelo, el cambio de escalas, como también, determinar cuál de las dos variantes propuestas tiene mejores resultados con respecto al método original de ANP. Esta corresponde al trabajo “*Testing a Recent DEMATEL – Based Proposal to Simplify the Use of ANP*” publicado en la revista *Mathematics* (Schulze-González et al., 2021).

Los pasos metodológicos de la Fase I, son los mostrados en la figura 3.1, los cuales se describen y aplican a continuación.

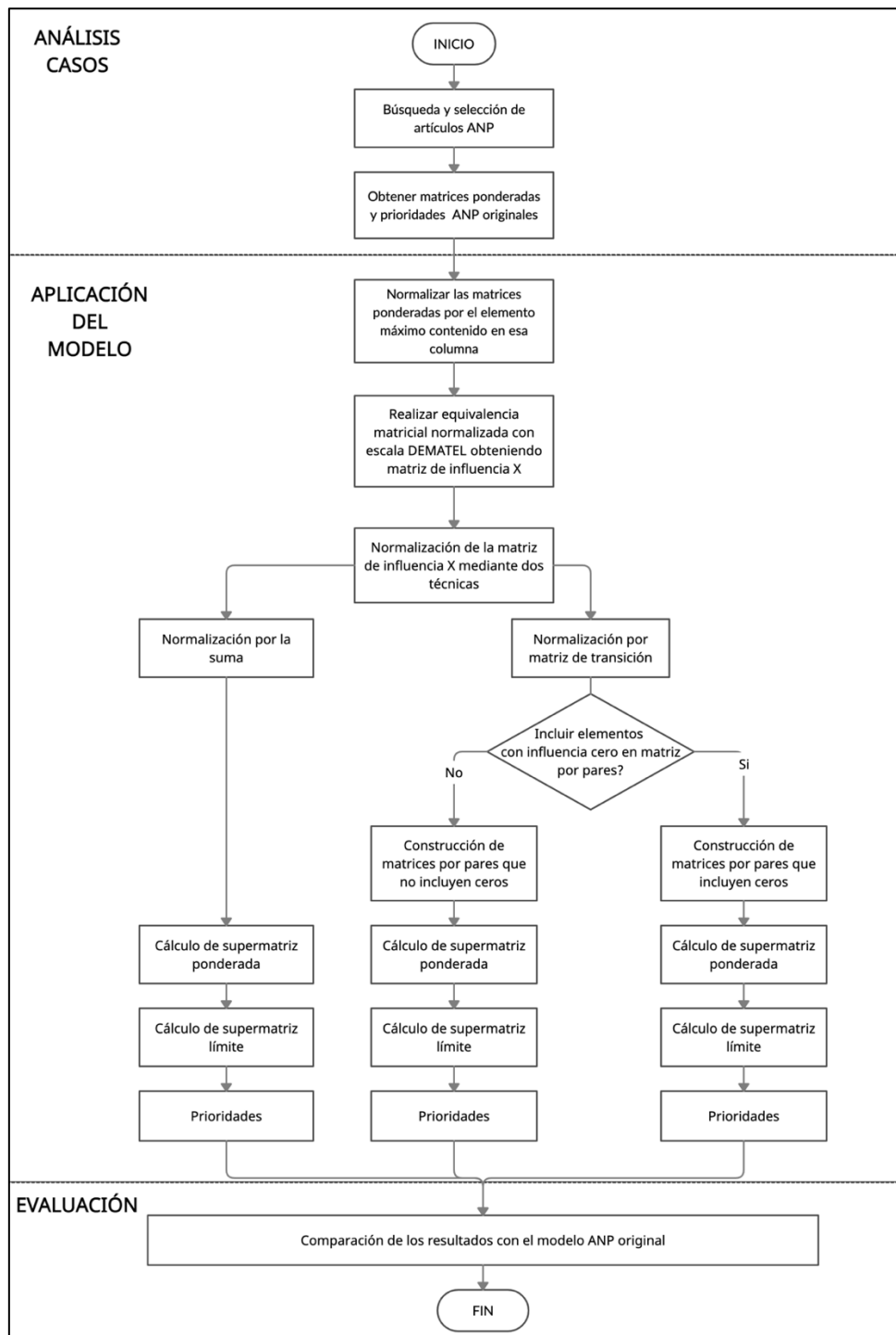


Figura 3.1 Pasos metodológicos Fase I.

3.1.1. Búsqueda y selección de artículos ANP

El primer paso de la Fase I fue la búsqueda y revisión de la literatura para identificar artículos con aplicaciones de ANP. Para ello, se utilizaron las palabras claves “ANP” o “*Analytic Network Process*”, realizando una búsqueda por “*Abstract, Title and Keywords*” de artículos de revistas

en las bases de datos de *Scopus* y *Web of Science (WoS)* con *Science Citation Index Expanded (SCI-E)* y *Social Science Citation Index (SSCI)*, publicados entre los años 2000 y 2020. Obtenido el primer resultado, se filtró y normalizo el *query*, con nuevos operadores y códigos de campo, tales como: “Ingeniería”, “Informática”, “Negocios, Gestión y Contabilidad”, “Matemáticas”, “Energía”, entre otras. Además, se descartaron del proceso de revisión las ponencias de congresos, tesis de máster, tesis doctorales, libros de texto y artículos no publicados. Como resultado, se identificaron 603 documentos, de los cuales se descartaron 237 por no utilizar la técnica ANP como un método aplicado. Los 366 artículos resultantes fueron revisados para identificar si incluían la supermatriz ponderada, quedando solo 87 artículos que la incluían. Estos 87 artículos fueron revisados en profundidad, descartándose aquellos modelos incompletos o con matrices con datos inconsistentes. Seleccionando finalmente 41 artículos (véase tabla 3.1), lo que equivale a 45 casos de aplicación; todos con supermatrices ponderadas y prioridades de ANP originales.

Tabla 3.1 Listado de artículos seleccionados - Fase I.

id	Autor(es)	Título
1	(Agarwal et al., 2006)	<i>Modeling the Metrics of Lean, Agile and Lean, Agile: An ANP-based approach.</i>
2	(Aktar Demirtas & Ustun, 2009)	<i>Analytic Network Process and Multi-Period Goal Programming Integration in Purchasing Decisions.</i>
3	(Akyildiz et al., 2015)	<i>A Decision Framework Proposal for Customer Order Prioritization: A Case Study for a Structural Steel Company.</i>
4	(Aragonés-Beltrán et al., 2008)	<i>Valuation of Urban Industrial Land: An Analytic Network Process Approach.</i>
5	(Aragonés-Beltrán, Chaparro-González, et al., 2010)	<i>An ANP-Based Approach for the Selection of Photovoltaic Solar Power Plant Investment Projects.</i>
6	(Aragonés-Beltrán et al., 2014)	<i>An AHP (Analytic Hierarchy Process)/ANP (Analytic Network Process)-Based Multi-Criteria Decision Approach for the Selection of Solar-Thermal Power Plant Investment Projects.</i>
7	(Aragonés-Beltrán, Pastor-Ferrando, et al., 2010)	<i>An Analytic Network Process Approach for Siting a Municipal Solid Waste Plant in the Metropolitan Area of Valencia (Spain).</i>
8	(Aragonés-Beltrán et al., 2017)	<i>An In-Depth Analysis of a TTO's Objectives Alignment within the University Strategy: An ANP-Based Approach.</i>
9	(Atmaca & Basar, 2012)	<i>Evaluation of Power Plants in Turkey Using Analytic Network Process (ANP).</i>
10	(Bayazit, 2006)	<i>Use of Analytic Network Process in Vendor Selection Decisions.</i>
11	(Caballero-Luque et al., 2010)	<i>Analysis of the Alignment of Company Goals to Web Content Using ANP.</i>
12	(Chang et al., 2015)	<i>Evaluation Framework for Alternative Fuel Vehicles: Sustainable Development Perspective.</i>

Tabla 3.1 Listado de artículos seleccionados - Fase I (continuación)

id	Autor(es)	Título
13	(J. K. Chen & Chen, 2015)	<i>The Assessment of Intellectual Capital for the Information and Communication Technology Industry in Taiwan Applying a Hybrid MCDM Model.</i>
14	(Chuang et al., 2015)	<i>Exploring the Triple Reciprocity Nature of Organizational Value Cocreation Behavior Using Multicriteria Decision Making Analysis.</i>
15	(Dangol et al., 2015)	<i>Timing Cooperative Relationships with Sequential Capability Development Process to Reduce Capability Development Trade-Offs.</i>
16	(Gencer & Gürpınar, 2007)	<i>Analytic Network Process in Supplier Selection: A Case Study in an Electronic Firm.</i>
17	(Guerrero-Baena et al., 2015)	<i>A Multicriteria Method for Environmental Management System Selection: An Intellectual Capital Approach.</i>
18	(Hashemi et al., 2015)	<i>An Integrated Green Supplier Selection Approach with Analytic Network Process and Improved Grey Relational Analysis.</i>
19	(Hsieh et al., 2008)	<i>A Service Quality Measurement Architecture for Hot Spring Hotels in Taiwan.</i>
20	(Hsueh & Lin, 2015)	<i>Constructing a Network Model to Rank the Optimal Strategy for Implementing the Sorting Process in Reverse Logistics: Case Study of Photovoltaic Industry.</i>
21	(Jaafari et al., 2015)	<i>Decision-Making for the Selection of a Best Wood Extraction Method: An Analytic Network Process Approach.</i>
22	(Jharkharia & Shankar, 2007)	<i>Selection of Logistics Service Provider: An Analytic Network Process (ANP) Approach.</i>
23	(Ju et al., 2015)	<i>Emergency Alternative Evaluation and Selection Based on ANP, DEMATEL, and TL-TOPSIS.</i>
24	(Kuo et al., 2015)	<i>Developing a Green Supplier Selection Model by Using the DANP with VIKOR.</i>
25	(Kwon et al., 2015)	<i>A Study on the Establishment of Policies for the Activation of a Big Data Industry and Prioritization of Policies: Lessons from Korea.</i>
26	(H.-F. Lin & Huang, 2015)	<i>Using Analytic Network Process to Measure the Determinants of Low-Cost Carriers Purchase Intentions: A Comparison of Potential and Current Customers.</i>
27	(Y.-H. H. Lin et al., 2009)	<i>Research on Using ANP to Establish a Performance Assessment Model for Business Intelligence Systems.</i>
28	(Lu et al., 2015)	<i>Evaluating the Implementation of Business-to-Business m-Commerce by SMEs Based on a New Hybrid MADM Model.</i>
29	(L. A. Meade & Presley, 2002)	<i>R&D Project Selection Using ANP...the Analytic Network Process</i>
30	(L. Meade & Sarkis, 1998)	<i>Strategic Analysis of Logistics and Supply Chain Management Systems Using the Analytical Network Process.</i>
31	(Milani et al., 2013)	<i>An Application of the Analytic Network Process in Multiple Criteria Material Selection.</i>

Tabla 3.1 Listado de artículos seleccionados - Fase I (continuación)

id	Autor(es)	Título
32	(Molinos-Senante et al., 2015)	<i>Assessment of Wastewater Treatment Alternatives for Small Communities: An Analytic Network Process Approach.</i>
33	(Montesinos-Valera et al., 2017)	<i>Selection of Maintenance, Renewal and Improvement Projects in Rail Lines Using the Analytic Network Process.</i>
34	(Neaupane & Piantanakulchai, 2006)	<i>Analytic Network Process Model for Landslide Hazard Zonation.</i>
35	(Niemira & Saaty, 2004)	<i>An Analytic Network Process Model for Financial-Crisis Forecasting.</i>
36	(Öztayi et al., 2011)	<i>Performance Comparison Based on Customer Relationship Management Using Analytic Network Process.</i>
37	(Pan & Nguyen, 2015)	<i>Achieving Customer Satisfaction through Product-Service Systems.</i>
38	(Pastor-Ferrando et al., 2010)	<i>An ANP- and AHP-Based Approach for 618 Weighting Criteria in Public Works Bidding.</i>
39	(Perçin, 2008)	<i>Using the ANP Approach in Selecting and Benchmarking ERP Systems.</i>
40	(Ravi et al., 2005)	<i>Analyzing Alternatives in Reverse Logistics for End-of-Life Computers: ANP and Balanced Scorecard Approach.</i>
41	(W. H. Wu et al., 2009)	<i>Determination of a Hospital Management Policy Using Conjoint Analysis in the Analytic Network Process.</i>

En Anexo I, se presentan las matrices ponderadas y prioridades originales de ANP, de todos los casos analizados en la Fase I.

3.1.2. Normalización de supermatrices ANP obtenidas mediante escalas

Obtenidas las supermatrices ponderadas de los casos aplicados de ANP, se convirtieron en supermatrices de influencias X aplicando el siguiente proceso:

- Cada columna de la supermatriz ponderada se divide por el valor máximo de la columna.
- Los valores resultantes se convierten a la escala DEMATEL según tabla 3.2.

Tabla 3.2 Escala de influencia equivalente DEMATEL

Rango Equivalente	Escala DEMATEL
[0,0.2)	0
[0.2,0.4)	1
[0.4,0.6)	2
[0.6,0.8)	3
[0.8,1]	4

3.1.3. Cálculo de supermatriz ponderada ANP y supermatriz límite a partir de matriz de influencia X.

Obtenida las supermatrices de influencia X, se calculan la supermatrices ponderadas según las técnicas propuestas por (Kadoić et al., 2019), las cuales fueron expuestas en la sección

2.4 y son explicadas a continuación mediante un ejemplo. No obstante, es importante mencionar que, con el fin de seguir las recomendaciones del método original, todos los casos analizados consideran que los elementos que componen cada modelo de ANP, forman un único clúster. A su vez, para cada supermatriz ponderada se ha calculado su correspondiente supermatriz límite con las influencias y/o prioridades de cada elemento del modelo.

3.1.3.1. Normalización por suma

Como se ha indicado anteriormente, cada columna de la supermatriz de influencia X, se divide por la suma de la columna, resultando una supermatriz ponderada estocástica. Por ejemplo, si se considera una matriz de influencia X como la mostrada en la tabla 3.3, al dividir cada valor por la suma de su columna, se obtiene una supermatriz ponderada como la que se observa en la tabla 3.4. Asimismo, si se calcula la supermatriz límite, se obtienen las prioridades mostradas en la misma tabla.

Tabla 3.3 Ejemplo de matriz de influencia X

	E1	E2	E3	E4	E5
E1	0	2	2	1.33333	2.33333
E2	3.33333	0	2.33333	2	4
E3	0	2.33333	0	3	1.33333
E4	3.33333	0	2.33333	0	1.66667
E5	3	3	1.66667	0	0
Total	9.66666	7.33333	8.33333	6.33333	9.33333

Tabla 3.4 Supermatriz ponderada y prioridades del ejemplo de matriz de influencia X, según la variable i

	E1	E2	E3	E4	E5	Prioridades
E1	0	0.27273	0.24	0.21053	0.25	0.19464
E2	0.34483	0	0.28	0.31579	0.42857	0.24319
E3	0	0.31818	0	0.47368	0.14286	0.20206
E4	0.34483	0	0.28	0	0.17857	0.14975
E5	0.31035	0.40909	0.2	0	0	0.21037

3.1.3.2. Normalización por matriz de transición

Para la normalización por matriz de transición, por cada columna de la matriz de influencia X, se debe construir una matriz por pares utilizando la matriz de transición. El vector de prioridad normalizado se ubica en la columna correspondiente de la supermatriz ponderada.

(Kadoić et al., 2019) indica dos procedimientos para construir la matriz de comparación por pares, los cuales son:

1. Excluir de la matriz de comparación, los elementos que no influyen en el elemento columna.

2. Incluir en la matriz de comparación los elementos que no influyen en el elemento columna. Éste procedimiento se deduce de la matriz de transición propuesta (tabla 2.6), ya que los valores se incluyen en la escala de Saaty para los pares de valor con 0. El actual procedimiento debería de utilizarse si se permitiera que los elementos se influyesen sobre sí mismos.

Utilizando la matriz de influencia X de la tabla 3.3 se detallan los cálculos del procedimiento 1 a continuación: los elementos E2, E4 y E5 influyen en el elemento columna E1, por lo tanto, se construye una matriz de comparación para estos tres elementos. Los elementos E2 y E4 influyen de igual forma sobre el elemento E1. Restando los valores X de E2 y E4 en la columna E1 de la tabla 3.3, el resultado es 0, y según la matriz de transición propuesta (tabla 2.6), le corresponde un 1 en sus celdas de la matriz de comparación (véase tabla 3.5).

Tabla 3.5 Matriz de comparación por pares para E1.

E1	E2	E4	E5
E2	1	1	
E4	1	1	
E5			1

Si se estudia otro par de elementos en su influencia sobre E1; E2 influye 0.34483 sobre E1, mientras que E5 influye 0.31035. La diferencia es 0.3333 si comparamos E2 versus E5, y 0.3333 si comparamos E5 con respecto a E2. Interpolando el valor 0.3333 según la matriz de transición (tabla 2.6) se obtiene el valor 1.6666 para la celda (E2, E5). Su valor recíproco para la celda (E5, E2) es 0.6. Sin embargo, obtenemos un resultado diferente si interpolamos el valor 0.3333 y luego calculamos su recíproco: 0.7778 para la celda (E5, E2) y su recíproco 1.2857 para la celda (E2, E5).

(Kadoić et al., 2019) no indica exactamente los cálculos a realizar para obtener las matrices de comparación por pares; es por ello que en éste trabajo de tesis, se aportan tres opciones de construcción de las matrices de comparación:

- 1) Obtener los juicios de las entradas por encima de la diagonal principal con la matriz de transición y rellenar la mitad inferior con su recíproco. De esta forma, la matriz de comparación por pares para el elemento E1 de la tabla 3.3 quedaría según se muestra en la tabla 3.6, dónde también se indican las influencias resultantes.

Tabla 3.6 Matriz por comparación por pares del elemento E1, para el ejemplo de la matriz X, según procedimiento 1 variante a)

E1	E2	E4	E5	Influencia
E2	1	1	1.6666	0.38462
E4	1	1	1.6666	0.38462
E5	0.60	0.60	1	0.23077

Estos valores de influencia se ubican en sus celdas correspondientes de la supermatriz ponderada. Repitiendo el proceso para el resto de las columnas de las supermatriz X, se obtiene la supermatriz ponderada de la tabla 3.7.

Tabla 3.7 Supermatriz ponderada y prioridades según el procedimiento 1 variante a)

	E1	E2	E3	E4	E5	Prioridades
E1	0	0.19405	0.23803	0.14028	0.20293	0.16455
E2	0.38462	0	0.31255	0.23019	0.61977	0.28918
E3	0	0.27204	0	0.62953	0.07935	0.18578
E4	0.38462	0	0.31255	0	0.09795	0.14269
E5	0.23077	0.53391	0.13687	0	0	0.2178

2) Obtener los juicios de las entradas por debajo de la diagonal principal con la matriz de transición y rellenar la mitad superior derecha con su recíproco. De esta forma, la matriz de comparación pareada para el elemento E1 de la tabla 3.3 quedaría según muestra la tabla 3.8, dónde también se indican las influencias resultantes. Repitiendo el proceso ya conocido, se obtiene la supermatriz ponderada (tabla 3.9).

Tabla 3.8 Matriz por comparación por pares del elemento E1, para el ejemplo de la matriz X, según procedimiento 1 variante b)

E1	E2	E4	E5	Influencia
E2	1	1	1.6666	0.36
E4	1	1	1.6666	0.36
E5	0.60	0.60	1	0.28

Tabla 3.9 Supermatriz ponderada y prioridades según el procedimiento 1 variante b)

	E1	E2	E3	E4	E5	Prioridades
E1	0	0.17243	0.19855	0.12387	0.18795	0.14856
E2	0.36	0	0.31649	0.24633	0.62379	0.29348
E3	0	0.26356	0	0.62981	0.07573	0.18222
E4	0.36	0	0.31649	0	0.11254	0.13792
E5	0.28	0.56401	0.16848	0	0	0.23782

3) Obtener las dos matrices anteriores y calcular la media geométrica de las mismas. Esto equivale a considerar cada matriz por pares como si fuera emitida por un decisor. De esta forma, la matriz de comparación por pares para el elemento E1 de la tabla 3.3 quedaría según se muestra en la tabla 3.10, dónde también se indican las influencias resultantes. Repitiendo el proceso ya conocido se obtiene la supermatriz ponderada (tabla 3.11).

Tabla 3.10 Matriz por comparación por pares del elemento E1, para el ejemplo de la matriz X, según procedimiento 1 variante c)

E1	E2	E4	E5	Influencia
E2	1	1	1.6666	0.3727
E4	1	1	1.6666	0.3727
E5	0.60	0.60	1	0.2546

Tabla 3.11 Supermatriz ponderada y prioridades según el procedimiento 1 variante c)

	E1	E2	E3	E4	E5	Prioridades
E1	0	0.18302	0.21769	0.131187	0.19544	0.15643
E2	0.3727	0	0.31512	0.23821	0.622	0.29142
E3	0	0.26791	0	0.62991	0.07755	0.18408
E4	0.3727	0	0.31512	0	0.10502	0.14023
E5	0.2546	0.54906	0.15207	0	0	0.22783

Estas tres formas de calcular las matrices de comparación pareadas dan resultados diferentes, y por lo tanto diferentes supermatrices ponderadas, cuando los valores en la supermatriz de influencia X no corresponden con un valor entero en la escala DEMATEL. Esta situación se da, por ejemplo, cuando la matriz X es la matriz A del método DEMATEL, obtenida como promedio de matrices X de varios expertos; o cuando un único experto use valores intermedios de la escala DEMATEL. En los casos en los que se ha aplicado la propuesta de (Kadoić et al., 2019) para calcular la matriz de influencia X expuesta en el punto 3.1.2, las cuatro formas de calcular las matrices de comparación pareadas dan el mismo resultado, puesto que sólo había una única matriz X y con valores enteros en la escala DEMATEL. No obstante, sí se quiere enfatizar que la variante c) parece más acorde con la filosofía que inspira Saaty en su propuesta de AHP/ANP.

Estas tres variantes, también están presentes al incluir los elementos que tienen influencia 0 en las matrices de comparación pareadas. Siguiendo con el ejemplo de la matriz de influencia X de la tabla 3.3, en las tablas 3.12 a 3.17 se muestran las matrices de comparación por pares para la columna E1, las supermatrices ponderadas y las prioridades, según las variantes a), b) y c).

Tabla 3.12 Matriz por comparación por pares del elemento E1, para el ejemplo de la matriz X, según procedimiento 2 variante a)

E1	E1	E2	E3	E4	E5	Influencia
E1	1	0.1322752	1	0.1322752	0.1428571	0.0409
E2	7.559994	1	7.66666	1	1.66666	0.33835
E3	1	0.1304349	1	0.1322752	0.1428571	0.04078
E4	7.559994	1	7.559994	1	1.66666	0.33748
E5	7	0.6000024	7	0.6000024	1	0.2425

Tabla 3.13 Supermatriz ponderada y prioridades según el procedimiento 2 variante a)

	E1	E2	E3	E4	E5	Prioridades
E1	0.0409	0.2061	0.22846	0.15509	0.20575	0.17352
E2	0.33835	0.04909	0.29218	0.23595	0.56078	0.27882
E3	0.04078	0.25982	0.04585	0.50481	0.08903	0.18542
E4	0.33748	0.04886	0.2909	0.05208	0.10899	0.15668
E5	0.2425	0.43613	0.1426	0.05208	0.03545	0.20557

Tabla 3.14 Matriz por comparación por pares del elemento E1, para el ejemplo de la matriz X, según procedimiento 2 variante b)

E1	E1	E2	E3	E4	E5	Influencia
E1	1	0.1304349	1	0.1304349	0.1428571	0.041
E2	7.66666	1	7.559994	1	1.2857106	0.32375
E3	1	0.1322752	1	0.1304349	0.1428571	0.04112
E4	7.66666	1	7.66666	1	1.2857106	0.32462
E5	7	0.77778	7	0.77778	1	0.2695

Tabla 3.15 Supermatriz ponderada y prioridades según el procedimiento 2 variante b)

	E1	E2	E3	E4	E5	Prioridades
E1	0.041	0.19257	0.19813	0.14169	0.19296	0.16136
E2	0.32375	0.04815	0.29323	0.24767	0.56536	0.28148
E3	0.04112	0.25779	0.04561	0.50634	0.08506	0.18444
E4	0.32462	0.04838	0.2945	0.05215	0.12018	0.15459
E5	0.2695	0.45311	0.16853	0.05215	0.03644	0.21812

Tabla 3.16 Matriz por comparación por pares del elemento E1, para el ejemplo de la matriz X, según procedimiento 2 variante c)

E1	E1	E2	E3	E4	E5	Influencia
E1	1	0.1313518	1	0.1313518	0.1428571	0.04098
E2	7.61314	1	7.61314	1	1.4638451	0.33119
E3	1	0.1313518	1	0.1313518	0.1428571	0.04098
E4	7.61314	1	7.61314	1	1.4638451	0.33119
E5	7	0.6831324	7	0.6821324	1	0.25566

Tabla 3.17 Supermatriz ponderada y prioridades según el procedimiento 2 variante c)

	E1	E2	E3	E4	E5	Prioridades
E1	0.04098	0.19936	0.21291	0.14826	0.19931	0.16739
E2	0.33119	0.0487	0.29307	0.24172	0.5633	0.28021
E3	0.04098	0.25875	0.04578	0.50575	0.08705	0.18498
E4	0.33119	0.0487	0.29307	0.05214	0.1144	0.15564
E5	0.25566	0.44449	0.15517	0.05214	0.03595	0.21178

3.1.4. Comparación de los resultados de las técnicas de normalización de la integración ANP – DEMATEL con respecto a ANP.

Finalmente, se deben comparar los dos resultados de prioridades obtenidas usando la combinación propuesta de ANP – DEMATEL (normalización por suma y matriz de transición), con las priorizaciones publicadas por cada caso de estudio según el método convencional de ANP. Para cada uno de los casos se calcula el coeficiente de correlación de Spearman y el error cuadrático medio (*Mean squared error* o MSE/SME).

También se debe calcular el número de preguntas a responder usando ANP original y el nuevo método propuesto en (Kadoić et al., 2019).

3.1.5. Caso de estudio y aplicación

Es esta sección se presenta el Caso 1 de los 45 casos de estudio a los que se ha aplicado la nueva propuesta de DANP modificado. Los restantes casos con sus respectivas tablas están incluidos en el Anexo I para su mayor comprensión. El caso 1 corresponde al artículo: “An ANP- and AHP-based approach for weighting criteria in public works bidding” de (Pastor-Ferrando et al., 2010).

3.1.5.1. Estandarización para la determinación de las influencias entre criterios

En la tabla 3.18 se muestra la supermatriz ponderada original del Caso 1, obtenida del proceso de revisión bibliográfico presentado en la sección 3.1.1. Este caso presenta un proceso de licitación de obras públicas con una estructura de red ANP con 21 elementos en 8 clústeres. Usando el método de ANP, este modelo necesita 441 preguntas para identificar las relaciones entre elementos, 268 preguntas para priorizar las relaciones entre nodos y obtener la supermatriz no ponderada, y 159 preguntas para obtener la matriz de clúster, para finalmente poder calcular la supermatriz ponderada. Usando la propuesta de DANP modificado con su respectiva recomendación de considerar todos los elementos en un único clúster, se necesitan 441 preguntas para identificar las relaciones y priorizar las influencias entre elementos y obtener la supermatriz ponderada. Si se quisiera considerar los 8 clústeres y obtener su matriz de clúster, con la propuesta de DANP modificado, se necesitarían únicamente 54 preguntas adicionales. Cada columna de la matriz ponderada es dividida por el máximo elemento contenido en esa misma columna (véase tabla 3.19) para posteriormente convertirla mediante la equivalencia de valores con la escala DEMATEL (0 – 4), resultando la matriz de influencia X para el Caso 1 (Tabla 3.20).

Tabla 3.18 Caso 1. Supermatriz ponderada original.

CL1	CL2					CL3					CL4					CL5					CL6					CL7		CL8
	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20	E21	E18	E19	E20	E21	E20	E21	
E1	0.00	0.00	0.11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.06	0.05	0.09	0.00	0.18	0.18	0.18	0.20	0.18	0.06	0.17	0.20	0.18	0.20	0.18	0.06	0.17	
E2	0.00	0.00	0.29	1.00	0.10	0.02	0.03	0.03	0.00	0.00	0.00	0.04	0.07	0.02	0.02	0.04	0.02	0.01	0.02	0.02	0.03	0.01	0.02	0.01	0.02	0.02	0.03	
E3	0.00	0.03	0.00	0.00	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.01	0.00	0.02	0.03	0.01	0.03	0.01	0.03	0.02	0.03	
E4	0.00	0.12	0.12	0.00	0.04	0.02	0.02	0.03	0.03	0.05	0.08	0.04	0.02	0.03	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.03	
E5	0.00	0.03	0.08	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.00	0.08	0.00	0.02	0.08	0.01	0.01	0.02	0.01	0.00	0.02	0.03	0.01	0.00	0.01	0.00	0.02	0.03	
E6	0.01	0.02	0.00	0.00	0.05	0.00	0.05	0.09	0.15	0.07	0.07	0.02	0.03	0.06	0.05	0.02	0.05	0.04	0.02	0.02	0.01	0.04	0.02	0.05	0.04	0.02	0.01	
E7	0.01	0.02	0.00	0.00	0.02	0.03	0.00	0.05	0.19	0.12	0.08	0.06	0.06	0.25	0.08	0.11	0.15	0.22	0.11	0.11	0.02	0.22	0.11	0.15	0.22	0.11	0.02	
E8	0.02	0.08	0.00	0.00	0.11	0.16	0.15	0.00	0.24	0.32	0.11	0.06	0.11	0.25	0.14	0.14	0.13	0.20	0.15	0.11	0.07	0.20	0.15	0.13	0.20	0.11	0.07	
E9	0.10	0.20	0.00	0.00	0.22	0.14	0.15	0.21	0.00	0.00	0.20	0.16	0.20	0.00	0.13	0.03	0.00	0.06	0.06	0.10	0.05	0.00	0.06	0.00	0.07	0.10	0.05	
E10	0.02	0.08	0.00	0.00	0.00	0.15	0.15	0.23	0.00	0.00	0.12	0.00	0.09	0.00	0.00	0.11	0.08	0.00	0.07	0.00	0.04	0.00	0.07	0.08	0.00	0.00	0.04	
E11	0.16	0.24	0.00	0.00	0.24	0.29	0.30	0.36	0.36	0.31	0.00	0.12	0.20	0.23	0.20	0.21	0.21	0.23	0.21	0.36	0.22	0.23	0.21	0.23	0.21	0.36	0.22	
E12	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.02	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.06	0.03	0.02	0.00	0.06	0.00	0.03	0.03	0.02	
E13	0.01	0.02	0.00	0.00	0.02	0.01	0.00	0.00	0.00	0.06	0.00	0.01	0.00	0.02	0.11	0.11	0.11	0.00	0.06	0.03	0.02	0.00	0.06	0.00	0.06	0.03	0.02	
E14	0.01	0.02	0.00	0.00	0.02	0.04	0.05	0.00	0.00	0.00	0.11	0.03	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.08	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.08	
E15	0.01	0.02	0.22	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.03	0.02	0.00	0.01	0.00	0.00	0.03	0.02	
E16	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00	0.03	0.05	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04	0.05	0.01	0.02	0.00	0.05	0.01	0.04	0.05	0.02	0.00	
E17	0.00	0.01	0.00	0.00	0.10	0.00	0.03	0.00	0.00	0.03	0.05	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.02	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.02	0.00	
E18	0.01	0.01	0.07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	
E19	0.04	0.07	0.00	0.00	0.00	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.05	0.00	0.00	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.08	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.08	
E20	0.04	0.04	0.11	0.00	0.04	0.03	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.05	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.10	
E21	0.54	0.00	0.00	0.00	0.00	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.24	0.00	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	

Tabla 3.21 Caso 1. Supermatriz ponderada normalizada por suma y prioridades.

CL1	CL2							CL3							CL4							CL5							CL6							CL7							CL8						
	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20	E21	Prioridades																											
E1	0.000	0.000	0.077	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.053	0.071	0.111	0.000	0.211	0.235	0.211	0.235	0.235	0.000	0.231	0.027																											
E2	0.000	0.000	0.308	1.000	0.143	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.056	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.037																											
E3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000																											
E4	0.000	0.154	0.154	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.105	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.033																											
E5	0.000	0.000	0.077	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.105	0.000	0.000	0.000	0.067	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.029																											
E6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.100	0.182	0.100	0.053	0.000	0.000	0.067	0.053	0.000	0.053	0.000	0.000	0.000	0.000	0.067																											
E7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.182	0.100	0.053	0.071	0.056	0.267	0.105	0.118	0.158	0.235	0.118	0.143	0.000	0.062																											
E8	0.000	0.077	0.000	0.000	0.143	0.200	0.200	0.000	0.273	0.400	0.105	0.071	0.111	0.267	0.158	0.176	0.158	0.235	0.176	0.143	0.077	0.155																											
E9	0.000	0.308	0.000	0.000	0.286	0.200	0.200	0.200	0.000	0.000	0.211	0.214	0.222	0.000	0.158	0.000	0.000	0.000	0.059	0.143	0.077	0.134																											
E10	0.000	0.077	0.000	0.000	0.000	0.200	0.200	0.300	0.000	0.000	0.105	0.000	0.111	0.000	0.000	0.118	0.053	0.000	0.059	0.000	0.000	0.105																											
E11	0.200	0.308	0.000	0.000	0.286	0.400	0.400	0.400	0.364	0.400	0.000	0.143	0.222	0.267	0.211	0.235	0.211	0.235	0.235	0.571	0.308	0.255																											
E12	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.067	0.000	0.000	0.000	0.000	0.059	0.000	0.000	0.002																											
E13	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.105	0.118	0.105	0.000	0.059	0.000	0.000	0.004																											
E14	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.105	0.000	0.000	0.056	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.077	0.029																											
E15	0.000	0.000	0.231	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.071	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000																											
E16	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.053	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.053	0.059	0.000	0.000	0.000	0.014																											
E17	0.000	0.000	0.000	0.000	0.143	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.053	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.018																											
E18	0.000	0.000	0.077	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000																											
E19	0.000	0.077	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.071	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.077	0.005																											
E20	0.000	0.000	0.077	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.056	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.154	0.004																											
E21	0.800	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.286	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.023																											

3.1.5.2. Normalización por suma y obtención de supermatriz límite

Obtenida la matriz de influencia X para el Caso 1, se normaliza cada elemento por la suma de su respectiva columna, obteniendo una supermatriz ponderada estocástica (tabla 3.21). Posteriormente se eleva a sucesivas potencias hasta que los valores converjan y permanezcan estables, obteniendo así, la supermatriz límite con sus respectivas priorizaciones (tabla 3.21).

3.1.5.3. Normalización por matriz de transición y obtención de matriz límite

Utilizando como base la matriz de influencia X obtenida en la sección 3.1.5.1 (tabla 3.20), se utiliza la matriz de transición (tabla 2.6) para obtener los valores de la supermatriz ponderada. Cada columna de supermatriz ponderada se calcula mediante una matriz por pares con los elementos de la fila que influyen en cada columna. Como se mostró anteriormente, se pueden usar dos procedimientos diferentes para construir la matriz de comparación, con 3 variantes en cada caso. Como ya se mencionó, en esta tesis, las tres variantes de construcción de las matrices de comparación por pares resultan ser la misma matriz de comparación porque las matrices X tienen valores enteros de la escala DEMATEL. Así pues, para cada uno de los 45 casos se han calculado dos supermatrices ponderadas, siguiendo el procedimiento 1 y 2.

A continuación, se muestra como ejemplo, el procedimiento para calcular la primera columna de la supermatriz ponderada del Caso 1 utilizando la matriz de transición para ambos procedimientos. En la tabla 3.22 se presenta la matriz de comparación por pares para la columna 1 correspondiente al elemento E1, siguiendo el procedimiento 1. Una vez, obtenida la matriz de comparación en función de la intensidad de sus influencias, se calcula el auto vector principal normalizado (tabla 3.22). Este vector propio corresponde a la primera columna de la supermatriz ponderada, tal como se puede observar en la tabla 3.23.

Tabla 3.22 Caso 1. Matriz de comparación por pares y vector propio para elemento E1, según procedimiento 1.

E1	E11	E21	Vector propio Normalizado
E11	1.000	0.143	0.125
E21	7.000	1.000	0.875

Se calcula la supermatriz límite de igual forma que con la normalización por la suma, obteniendo las prioridades de los elementos (véase tabla 3.23).

Siguiendo el procedimiento 2, se obtiene la matriz de comparaciones para el elemento E1 y prioridades (tabla 3.24), y la supermatriz ponderada y prioridades (tabla 3.25).

Tabla 3.23 Caso 1. Supermatriz ponderada y prioridades, según procedimiento 1.

	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20	E21	Prioridades	
E1	0.000	0.000	0.049	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.034	0.047	0.085	0.000	0.299	0.334	0.286	0.241	0.306	0.000	0.242	0.025	
E2	0.000	0.000	0.440	1.000	0.077	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.033	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.037
E3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
E4	0.000	0.112	0.123	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.095	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.034
E5	0.000	0.000	0.049	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.095	0.000	0.042	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.032
E6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.055	0.095	0.063	0.034	0.000	0.042	0.028	0.000	0.030	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.041
E7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.095	0.063	0.034	0.047	0.033	0.292	0.056	0.060	0.136	0.241	0.084	0.100	0.000	0.000	0.044
E8	0.000	0.047	0.000	0.000	0.077	0.125	0.125	0.125	0.249	0.438	0.095	0.047	0.085	0.292	0.131	0.151	0.136	0.241	0.162	0.100	0.049	0.000	0.136
E9	0.000	0.374	0.000	0.000	0.385	0.125	0.125	0.118	0.000	0.000	0.353	0.234	0.307	0.000	0.131	0.000	0.000	0.000	0.035	0.100	0.049	0.000	0.167
E10	0.000	0.047	0.000	0.000	0.000	0.125	0.125	0.262	0.000	0.000	0.095	0.000	0.085	0.000	0.000	0.060	0.030	0.000	0.035	0.000	0.000	0.000	0.080
E11	0.125	0.374	0.000	0.000	0.385	0.625	0.625	0.565	0.560	0.438	0.000	0.121	0.307	0.292	0.299	0.334	0.286	0.241	0.306	0.700	0.440	0.000	0.317
E12	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.042	0.000	0.000	0.000	0.000	0.035	0.000	0.000	0.000	0.001
E13	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.056	0.060	0.066	0.000	0.035	0.000	0.000	0.000	0.002
E14	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.095	0.000	0.033	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.049	0.000	0.031
E15	0.000	0.000	0.242	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.047	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
E16	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.034	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.030	0.034	0.000	0.000	0.000	0.000	0.011
E17	0.000	0.000	0.000	0.000	0.077	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.034	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.013
E18	0.000	0.000	0.049	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
E19	0.000	0.047	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.047	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.049	0.000	0.003
E20	0.000	0.000	0.049	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.033	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.123	0.000	0.003
E21	0.875	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.412	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.022

Tabla 3.24 Caso 1. Matriz de comparación por pares y vector propio para elemento E1, según procedimiento 2.

E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20	E21	Prioridades
E1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E2	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E3	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E4	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E5	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E11	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	1.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	0.143
E12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E20	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E21	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	7.000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	0.304

Tabla 3.25 Caso 1. Supermatriz ponderada y prioridades, según procedimiento 2.

E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20	E21	Prioridades
E1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E2	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E3	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E4	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E5	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E11	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	1.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	3.000	0.143
E12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E20	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.032
E21	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	7.000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	9.000	0.304

3.1.6. Análisis de la aplicación y sus principales resultados

En la tabla 3.26 se muestran los tres resultados del Caso 1, los cuales son: el resultado original con ANP, el resultado con normalización por la suma, y el resultado mediante una normalización por matriz de transición. En el Anexo I se recogen los restantes 44 resultados.

Tabla 3.26 Resultados hibridación ANP – DEMATEL para el Caso 1.

	ANP	NORMALIZACIÓN	NORMALIZACIÓN POR MATRIZ TRANSICIÓN	
		POR SUMA	PROCEDIMIENTO 1	PROCEDIMIENTO 2
E1	0.029636	0.027416539	0.055462291	0.024931389
E2	0.059046	0.036823654	0.039106379	0.036813478
E3	0.003778	0	0.020937172	0
E4	0.043493	0.032502951	0.037746989	0.034332543
E5	0.027002	0.028756836	0.034607043	0.031534529
E6	0.062858	0.066544246	0.042601399	0.041000456
E7	0.078349	0.061832204	0.055558665	0.044030997
E8	0.130784	0.154612649	0.099276473	0.136177738
E9	0.118436	0.133705506	0.105313812	0.167001788
E10	0.088397	0.105042251	0.0624356	0.079595083
E11	0.215004	0.254958907	0.172309798	0.317497829
E12	0.005706	0.002196998	0.022674418	0.001408524
E13	0.014672	0.003826627	0.026034916	0.001658814
E14	0.034238	0.028785837	0.034830844	0.031371199
E15	0.004086	0.000156929	0.024723666	6.57E-05
E16	0.01877	0.014341364	0.026199572	0.011245513
E17	0.020704	0.017527009	0.027332554	0.013269667
E18	0.001414	0	0.021643586	0
E19	0.010156	0.004724982	0.024375704	0.002867156
E20	0.011995	0.003683526	0.025742329	0.002801929
E21	0.021475	0.022560986	0.041086788	0.02239565

En la tabla 3.27 se muestran el coeficiente de correlación del ranking de Spearman y el error cuadrático medio (MSE) para los 45 casos.

En la tabla 3.28 se muestra el número de preguntas que se necesita para los 45 casos usando ANP y la propuesta de DANP modificado que se ha analizado en la presente tesis.

Análisis del Uso de Escalas de Medida de Influencia en el Proceso Analítico de Redes
(ANP) para la Toma de Decisiones Multicriterio

Tabla 3.27 Coeficiente de correlación de Spearman y Error Cuadrático Medio (MSE) para 45 casos.

	NORMALIZACIÓN		NORM. POR MATRIZ TRANS.		NORM.		NORM. POR MATRIZ TRANS.		
	SUMA		PRO. 1		PRO. 2		SUM		
	Spearman		Spearman		Spearman		Error Cuadrático Medio (SMED)		
	rho	p-value	rho	p-value	rho	p-value			
CASO 1	0.99318	3.36.E-19	0.98928	2.42.E-17	0.96364	2.41.E-12	0.00019	0.00075	0.00039
CASO 2	0.95965	8.50.E-11	0.86667	1.59.E-06	0.84211	6.13.E-06	0.00006	0.00041	0.00043
CASO 3	0.87410	2.12.E-06	0.70898	9.87.E-04	0.80599	5.38.E-05	0.00206	0.00316	0.00144
CASO 4	0.87482	3.06.E-12	0.86838	6.82.E-12	0.93254	1.32.E-16	0.00157	0.00240	0.00012
CASO 5	0.95752	7.61.E-19	0.91658	2.77.E-14	0.93002	1.84.E-15	0.00004	0.00012	0.00006
CASO 6	0.92242	7.96.E-12	0.85125	1.83.E-08	0.95449	1.21.E-14	0.00013	0.00025	0.00025
CASO 7	0.90598	4.68.E-21	0.89953	2.42.E-20	0.92969	3.29.E-24	0.00072	0.00119	0.00093
CASO 8	0.91969	3.25.E-06	0.87129	4.95.E-05	0.85934	8.20.E-05	0.00118	0.00504	0.00150
CASO 9	0.95582	7.84.E-09	0.95287	1.22.E-08	0.93893	7.23.E-08	0.00014	0.00033	0.00010
CASO 10	0.94286	4.80.E-03	0.82857	4.16.E-02	0.82857	4.16.E-02	0.00180	0.00356	0.00429
CASO 11	0.86106	2.21.E-06	0.84866	4.38.E-06	0.81906	1.80.E-05	0.00105	0.00281	0.00052
CASO 12	0.98561	3.09.E-04	1.00000	1.85.E-32	0.98561	3.09.E-04	0.00008	0.00084	0.00133
CASO 13	0.99310	1.53.E-12	0.88412	2.71.E-05	0.88412	2.71.E-05	0.00001	0.00002	0.00008
CASO 14	0.96364	7.32.E-06	0.95152	2.28.E-05	0.91515	2.04.E-04	0.00005	0.00216	0.00023
CASO 15	0.97909	4.27.E-06	0.90000	9.43.E-04	0.96667	2.16.E-05	0.00008	0.00131	0.00019
CASO 16	0.98182	8.40.E-08	0.99091	3.76.E-09	0.99091	3.76.E-09	0.00031	0.00117	0.00004
CASO 17	0.95357	3.79.E-08	0.92857	5.87.E-07	0.95357	3.79.E-08	0.00029	0.00079	0.00042
CASO 18	0.92019	5.19.E-10	0.76699	1.96.E-05	0.95676	9.80.E-13	0.00005	0.00045	0.00002
CASO 19	0.95105	2.04.E-06	0.88112	1.53.E-04	0.97203	1.29.E-07	0.00011	0.00057	0.00008
CASO 20	0.82333	3.95.E-10	0.82052	5.08.E-10	0.83066	2.00.E-10	0.00038	0.00059	0.00058
CASO 21	0.94505	1.12.E-06	0.90659	1.93.E-05	0.93956	1.88.E-06	0.00023	0.00077	0.00046
CASO 22	0.91700	1.51.E-06	0.91700	1.51.E-06	0.91700	1.51.E-06	0.00052	0.00192	0.00006
CASO 23	0.96991	1.85.E-07	0.96991	1.85.E-07	0.95256	1.75.E-06	0.00004	0.00018	0.00014
CASO 24	0.98571	1.93.E-11	0.95000	6.09.E-08	0.91071	2.40.E-06	0.00008	0.00030	0.00019
CASO 25	0.96477	1.07.E-10	0.95026	1.61.E-09	0.97362	1.09.E-11	0.00041	0.00168	0.00013
CASO 26	0.96667	2.16.E-05	0.96667	2.16.E-05	0.98333	1.94.E-06	0.00026	0.00120	0.00006
CASO 27	0.87413	2.01.E-04	0.83916	6.43.E-04	0.88811	1.14.E-04	0.00022	0.00266	0.00006
CASO 28	0.98481	2.29.E-07	0.96049	1.02.E-05	0.94833	2.93.E-05	0.00030	0.00301	0.00080
CASO 29	0.97253	2.62.E-08	0.86264	1.47.E-04	0.92308	6.85.E-06	0.00002	0.00061	0.00014
CASO 30	0.95971	3.08.E-10	0.96078	2.49.E-10	0.96078	2.49.E-10	0.00004	0.00064	0.00022
CASO 31	0.97013	3.81.E-13	0.94675	8.44.E-11	0.87792	1.70.E-07	0.00029	0.00071	0.00056
CASO 32	0.97542	6.09.E-16	0.91407	4.35.E-10	0.93278	3.19.E-11	0.00004	0.00043	0.00008
CASO 33	0.88095	3.85.E-03	0.80952	1.49.E-02	0.92857	8.63.E-04	0.00172	0.00411	0.00038
CASO 34	0.87957	3.28.E-06	0.84547	1.92.E-05	0.84547	1.92.E-05	0.00001	0.00001	0.00001
CASO 35	0.96703	7.06.E-08	0.91209	1.40.E-05	0.95055	6.36.E-07	0.00009	0.00061	0.00038
CASO 36	0.92888	2.95.E-04	0.91667	5.07.E-04	0.91667	5.07.E-04	0.00003	0.00051	0.00051
CASO 37	0.99122	1.72.E-15	0.99432	5.34.E-17	0.99432	5.34.E-17	0.00001	0.00031	0.00031
CASO 38	0.98788	9.31.E-08	0.98788	9.31.E-08	0.98788	9.31.E-08	0.00006	0.00102	0.00081
CASO 39	0.84961	8.12.E-06	0.64289	4.00.E-03	0.81137	4.38.E-05	0.00015	0.00042	0.00017
CASO 40	0.98712	2.35.E-13	0.96260	6.52.E-10	0.97549	2.84.E-11	0.00010	0.00079	0.00004
CASO 41	0.99103	1.46.E-05	0.99103	1.46.E-05	1.00000	1.41.E-39	0.00042	0.00246	0.00100
CASO 42	0.87647	8.44.E-06	0.85294	2.68.E-05	0.89118	3.62.E-06	0.00026	0.00035	0.00038
CASO 43	0.87413	2.01.E-04	0.85315	4.18.E-04	0.88112	1.53.E-04	0.03561	0.03584	0.00139
CASO 44	0.63066	1.29.E-01	0.64286	1.19.E-01	0.92857	2.52.E-03	0.00680	0.00767	0.00300
CASO 45	0.96429	4.54.E-04	0.96429	4.54.E-04	0.96429	4.54.E-04	0.00147	0.00477	0.00250

Tabla 3.28 Número de preguntas usando ANP versus propuesta DANP modificado.

	ANP	PROPUESTA DANP	% VAR
CASO 1	868	441	49%
CASO 2	700	361	48%
CASO 3	505	324	36%
CASO 4	2519	1296	49%
CASO 5	1856	1156	38%
CASO 6	1406	729	48%
CASO 7	4115	2916	29%
CASO 8	309	196	37%
CASO 9	322	256	20%
CASO 10	54	36	33%
CASO 11	672	361	46%
CASO 12	101	81	20%
CASO 13	292	196	33%
CASO 14	200	100	50%
CASO 15	315	196	38%
CASO 16	230	121	47%
CASO 17	416	225	46%
CASO 18	874	529	39%
CASO 19	304	144	53%
CASO 20	1753	1369	22%
CASO 21	285	169	41%
CASO 22	440	225	49%
CASO 23	156	144	8%
CASO 24	264	225	15%
CASO 25	1084	324	70%
CASO 26	158	81	49%
CASO 27	319	144	55%
CASO 28	158	100	37%
CASO 29	232	169	27%
CASO 30	982	324	67%
CASO 31	996	441	56%
CASO 32	1194	576	52%
CASO 33	112	64	43%
CASO 34	1481	289	80%
CASO 35	342	169	51%
CASO 36	171	81	53%
CASO 37	1161	324	72%
CASO 38	229	100	56%
CASO 39	493	324	34%
CASO 40	645	289	55%
CASO 41	64	49	23%
CASO 42	370	256	31%
CASO 43	221	144	35%
CASO 44	77	49	36%
CASO 45	77	49	36%

Los resultados obtenidos mediante el método propuesto basado en el modelo de ANP – DEMATEL modificado presentado por (Kadoić et al., 2019) son los siguientes:

1. En cuanto al MSE, sus valores promedio son $1.32E-03$, $2.24E-02$ y $5.96E-04$ para las técnicas de normalización por suma y por matriz de transición, según procedimiento 1 y 2, respectivamente, respecto a los valores originales obtenidos con ANP. Este resultado nos indica que los valores de las prioridades son muy similares a los originales, siendo el mejor resultado usando una matriz de transición según el procedimiento 2.
2. El promedio del coeficiente de correlación de Spearman, para los 45 casos analizados, es de 0.9336, 0.8944 y 0.9232 para la normalización por suma y procedimiento 1 y 2 con matriz de transición respectivamente. Su valor es mayor o igual a 0.9 en 34, 25 y 32 casos según tipo de normalización. Por lo tanto, se puede concluir que las ordenaciones de la propuesta estudiada son similares a la original con ANP. Puesto que los valores de MSE son muy pequeños, se han revisado con detalle los resultados de los 43 casos, observando que los cambios de orden se producen en elementos con valores de prioridad muy similares. También influye en estos pequeños cambios el número de decimales usados en los datos publicados.
3. Comparado los resultados entre las normalizaciones por suma y matriz de transición, se observa que ambos métodos se muestran válidos en general. Basándose en el coeficiente de correlación de Spearman, en 27 casos es mejor el resultado normalizado mediante la suma, en 8 usar matriz de transición según el procedimiento 1, y en 21 casos según el procedimiento 2 (hay algunas similitudes). En base al MSE, es mejor normalizar por la suma con 29 casos, con respecto a la utilización de una matriz de transición con los procedimientos 1 y 2, con 1 y 21 casos respectivamente. Teniendo en cuenta la simplicidad de la normalización por la suma, cabría esperar resultados menos correlacionados o precisos con respecto a los de modelo ANP original. Asimismo, la variante de normalización mediante una matriz de transición parece más acorde a la filosofía de la propuesta original de Saaty para las técnicas de AHP y ANP. Sin embargo, debido a la complejidad tecnológica que, implicada la utilización de la matriz de transición, parece necesario estudiar con mayor detalle las variaciones del método de normalización para que los resultados sean más ventajosos con respecto al otro método de normalización analizado.
4. Comparado los resultados entre procedimiento 1 y 2 de la normalización por matriz de transición, mediante el procedimiento 2 se obtienen mejores resultados. Esto seguramente es debido, a que la matriz de transición propuesta no permite aprovechar todo el rango de la escala de Saaty al seguir el procedimiento 1, puesto que no se pueden dar los casos con valor 0 en la matriz X. Con el procedimiento 1, debería usarse claramente otra matriz de transición para calcular los valores de las matrices de comparación por pares.
5. Con respecto al número de preguntas del modelo original ANP, se logra reducir con el procedimiento combinado DEMATEL – ANP, en promedio, un 42% el número de preguntas con la nueva propuesta, para los casos analizados. En los casos con un número de preguntas original superior a ochocientas, la disminución del número de preguntas es del 52%.

6. Otro comentario importante de mencionar, que no tiene relación directa con los resultados de las técnicas, pero sí con la revisión de la literatura, es sobre el contenido de los artículos. Mucho de los artículos no contenían la información suficiente para poder replicar los modelos de multicriterio y los resultados de ANP. Esto impide que otros investigadores puedan utilizar los datos para otras investigaciones o puedan comprobar los resultados publicados.

3.1.7. Principales Conclusiones Fase I

Los problemas de toma de decisiones en situaciones reales necesitan técnicas más sofisticadas que permitan modelar de manera más precisa el problema, al tener en cuenta las influencias entre elementos que no se incluyen en los modelos AHP. ANP puede ofrecer mejores resultados, pero a cambio de requerir una mayor cantidad de preguntas y, por lo tanto, más tiempo por parte de los decisores o expertos. Esto se debe principalmente al uso de matrices de comparación por pares, que requieren de una gran cantidad de comparaciones.

La propuesta híbrida que combina los métodos ANP y DEMATEL, basada en un DANP modificado por (Kadoić et al., 2019), permite reducir la cantidad de preguntas que deben responder los decisores o expertos que participan en el proceso de toma de decisiones. Esta propuesta cuenta con dos variantes para obtener la matriz DEMATEL inicial: normalizar por la suma o normalizar mediante una matriz de transición.

En la Fase I del estudio, se aplicó la nueva propuesta del DANP modificado a 43 casos resueltos con ANP, los cuales fueron recopilados de las principales bases de datos como WoS y Scopus. Además, se propusieron cuatro formas distintas de calcular las matrices de comparación pareada mediante una matriz de transición. Los resultados obtenidos muestran que los valores de prioridad obtenidos con las dos variantes de (Kadoić et al., 2019) son lo suficientemente similares a los resultados obtenidos con ANP, basándonos en los valores del error cuadrático medio (MSE). También se concluye que las ordenaciones obtenidas son muy similares, basándonos en los valores del coeficiente de correlación de Spearman.

Es interesante destacar que, gracias al modelo de DANP modificado, se pueden evitar preguntas de difícil interpretación para los expertos y decisores, como por ejemplo "¿qué es más influyente sobre A, A o B?", lo cual reduce significativamente la cantidad de información y preguntas necesarias en el proceso de toma de decisiones.

Además, otra ventaja del modelo propuesto es que evita la limitación del tamaño de las matrices de comparación pareadas, ya que considera que todos los elementos del modelo forman parte de un único clúster.

La mejora práctica de la aplicación de ANP a los problemas de toma de decisiones desde la perspectiva de los decisores y expertos es evidente a partir de lo anteriormente expuesto. No obstante, hay consideraciones importantes a tener en cuenta. Por ejemplo, se debe evaluar si los resultados varían cuando se respeta la estructura original de los clústeres, en lugar de considerar todos los elementos en un único clúster. Además, se debe determinar si el uso de otras matrices de transición puede mejorar la efectividad del método en comparación con su normalización por suma. Estas cuestiones se abordarán en las fases II y III de la tesis.

3.2. FASE II

En la primera fase se logra observar una reducción significativa en el número de preguntas en los 45 casos publicados, siendo los resultados obtenidos con las dos transformaciones propuestas (normalización por suma y matriz de transición) muy similares en cuanto a priorización con respecto al método original de ANP. En consecuencia a la Fase I, el objetivo principal de la Fase II es responder la siguiente pregunta: al utilizar una escala de medida, como hace DEMATEL, para medir directamente la influencia en ANP, ¿qué método es mejor para normalizar los valores: por suma o por matrices de transición?

Para cumplir con el objetivo anterior, se debe estudiar el sistema de medición utilizado por cada método y como construir la escala para medir directamente la influencia, como también el número recomendado de ítems y su respectivo valor numérico. Posteriormente, aplicar y comparar los métodos propuesto de normalización y la construcción de varias escalas de medición ANP, a modo de ejemplo. Para finalmente, presentar los principales resultados, con énfasis en la normalización de los valores de la escala a utilizar.

La Fase II corresponde al trabajo "*Assessing influences with measurement scales and normalization of values in the Analytical Networking Process*", el cual ha sido presentado a la revista "Annals of Operations Research" y se encuentra actualmente en proceso de revisión desde el 23 de marzo de 2022.

3.2.1. Medidas y escalas de ANP/DEMATEL

Saaty, en sus artículos y libros utiliza habitualmente la clasificación de escalas propuesta por (Stevens, 1946): escalas nominales, escalas ordinales, escalas de intervalo y escalas de razón (Saaty, 1994a, 2005). Las escalas de Stevens se han debatido y se han sugerido otras categorías de escalas adicionales (Chrisman, 1998; Velleman & Wilkinson, 1993); es por ello la importancia de identificar a que tipo de escala pertenecen los números para hacer las operaciones que se puedan realizar con ellos y no hacer operaciones incorrectas.

Los valores de la escala fundamental de Saaty corresponde a números absolutos (Saaty, 2008b). ANP requiere el uso de números que se puedan sumar y multiplicar, por lo tanto, solo pueden pertenecer a una escala absoluta o a la misma escala de razón. Los valores de una escala objetiva, como los derivados de un dispositivo de medición, se pueden convertir en una escala de razón de dos maneras (C. Garuti, 2017): 1) normalizando al dividir cada uno por su suma y 2) por comparaciones pareadas, asumiendo que el más pequeño, es el valor unitario de la propiedad. Esta segunda forma de proceder es la recomendada por Saaty, tanto para aspectos tangibles como intangibles, siendo la única factible para variables intangibles como las preferencias o la influencia. A tener en cuenta, que cuando se dividen dos valores de una escala de razón, se obtiene un número absoluto y, en consecuencia, la normalización transforma una escala de razón a una escala absoluta. Otro análisis interesante de escalas de razón se puede encontrar en (Wedley & Choo, 2011).

Los números de las supermatrices ponderadas, no ponderada y de clústeres, representan la razón de influencia en el elemento columna de los elementos fila que influyen en él. Según (Saaty, 2008b) estos números pertenecen a una escala absoluta, es decir, no poseen unidad de medida, con un cero absoluto, y que sólo pueden progresar en una dirección. Utilizando

matrices por pares y la escala de Saaty se obtienen directamente números absolutos.

Al no usar matrices de comparaciones para evaluar la influencia sino una escala de medida directa, tal y como propone DEMATEL y siendo la influencia una variable intangible, por lo que no hay una unidad de medida definida, el experto/decisor realiza la función de instrumento de medida, expresando la medición de la influencia de un elemento sobre otro según los escalones disponibles de la escala de medición, en base a su percepción, experiencia y conocimiento. DEMATEL no tiene una escala de medida predefinida, por lo que en cada caso concreto deberá definirse la escala a utilizar en ANP conjuntamente entre facilitador y decisor.

Se recomiendan los siguientes pasos para definir una escala de medición directa que se utilizará en ANP:

1. Definir el número de categorías de la escala. Dado que no hay límite para el valor de influencia que un elemento puede ejercer sobre otro, se podría desear un número infinito de categorías, pero como la asignación de categorías la realizan seres humanos, los factores psicológicos influyen en el proceso de medición. Estudios sobre la influencia del número de categorías, si es par o impar, el uso e interpretación de los puntos medios, y otros aspectos de la escala se pueden encontrar en (C. Garuti, 2017; Lee & Paek, 2014; Lozano et al., 2008; Nadler et al., 2015; Simms et al., 2019; Wedley & Choo, 2011). Siguiendo estos trabajos y el estudio de Saaty sobre la inconsistencia (Saaty, 2008b), se recomienda una escala con 5 a 8 categorías, incluyendo la categoría de "no influencia".
2. Definir las categorías de la escala. No se trata de los valores numéricos asociados a cada división de la escala, sino de las afirmaciones (categorías) asociadas a cada división. La opción "no influencia" debe incluirse siempre.
3. Asignar los valores numéricos de intensidad de influencia a cada categoría de la escala. Para ello, se recomienda la primera de las dos opciones que se explican a continuación y, obviamente, la afirmación "sin influencia" corresponde al valor 0:
 - a. Utilizar *Ratings*: Saaty recomienda utilizar *ratings*, puntuación o medida absoluta, para evaluar las alternativas para los criterios cuando el número de alternativas impide utilizar matrices por pares (Saaty, 1994a, 2005). En la presente fase, se utilizará para definir los valores numéricos de las categorías de la escala de medición de la influencia (Saaty & Sagir, 2009). Para ello, se construye una matriz por pares con las categorías para puntuar su intensidad de influencia. El experto o el decisor, según sea el caso, debe comparar las categorías, respondiendo a la pregunta ¿Cuántas veces más influyente es la categoría *i* frente a la categoría *j*? con la escala de Saaty (tabla 2.1). Las prioridades obtenidas de la matriz son las intensidades de influencia relativas asociadas a cada categoría de la escala. Dado que las respuestas de la escala de Saaty son proporciones entre intensidades de influencia, la categoría "no influye", no debe incluirse en la matriz de comparación por pares porque el ratio de las demás categorías sobre "no influye" es infinito. Por lo tanto, con la recomendación antes mencionada de no superar los siete elementos en una matriz de comparación por pares para no perjudicar la consistencia, el número máximo de categorías de la escala debe ser 8. Las puntuaciones así obtenidas de las categorías pueden finalmente normalizarse

dividiéndolas por su suma (Saaty, 1994a). Utilizando matrices de comparación por pares, los valores de la escala de medición son números que pueden sumarse y multiplicarse, tal como se necesita en ANP.

- b. Asignar directamente valores de intensidad de influencia a las categorías. Si hay una categoría con valor de influencia 1, los mismos valores numéricos de la escala están indicando la influencia relativa entre las categorías de esa escala. La categoría con valor 1, o la que tenga el valor más bajo distinto de cero, debe ser tenido en cuenta como referencia al evaluar las influencias entre los elementos del modelo. De este modo, al existir una proporcionalidad entre los valores, se construirá una escala de relación.

Es importante señalar que, en un mismo caso de aplicación, ambos métodos de asignación de valores numéricos deberían dar como resultado los mismos valores relativos de influencia entre las categorías de la escala. En el nuevo enfoque de DANP analizado (Kadoić et al., 2019), se realiza una asignación directa de valores a las categorías de la escala de medición: sin influencia – SI (0); baja influencia – BI (1); media influencia – MI (2); fuerte influencia – FI (3) y muy fuerte influencia – MFI (4).

Una vez definida la escala de medida de la influencia, las categorías de la escala de influencia pueden asignarse a las celdas de las supermatrices no ponderadas y de clústeres del método ANP. Posteriormente, las categorías se sustituyen por sus valores de intensidad de influencia de la escala. Con la construcción indicada de la escala de medición, estos valores (absolutos o de relación) pueden operarse en las matrices ANP como se indica en el método. Incluso sin considerarlos como valores absolutos o de escala de relación, sino como valores objetivos medidos con un instrumento de medición, para transformar estos valores en valores relativos por columnas como necesita en ANP, bastaría con dividir cada valor por la suma de sus columnas (C. Garuti, 2017).

De la revisión bibliográfica de esta sección se concluye que normalizar por la suma es una forma correcta de transformar los valores de una escala de medida directa para su uso en ANP.

3.2.2. Aplicación de métodos de normalización y construcción de escalas de medición

A continuación, se presentan diferentes cálculos y resultados. El objetivo principal es obtener resultados que permitan responder justificadamente a la pregunta: ¿Qué método debe utilizarse para normalizar los valores de la escala de medición?. En primer lugar, se muestran las distintas formas de normalizar los valores de la escala. Posteriormente, se aplica la normalización a una columna de una matriz ANP, para finalmente, presentar varios ejemplos de definiciones de escala con distinto número de categorías.

3.2.2.1. Normalización de los valores de la escala

Considerando la clásica escala DEMATEL de 5 categorías que (Kadoić et al., 2019) propone utilizar, se normalizará aplicando los tres métodos indicados: mediante el uso de las dos matrices de transición y por suma.

Aplicando la matriz de transición 1 (tabla 2.6) a la escala, se obtiene la matriz por pares

(ecuación 3.1) y en el caso de aplicar la matriz de transición 2 (tabal 2.7), se obtiene la matriz por pares (ecuación 3.2). Las prioridades resultantes de cada valor de la escala, mediante ambas matrices de transición y normalizando por la suma, se muestran en la tabla 3.29 y en la figura 3.2.

$$\begin{matrix} & \text{MFI} & \text{FI} & \text{MI} & \text{BI} & \text{SI} \\ \text{MFI} & \left[\begin{matrix} 1 & 3 & 5 & 7 & 9 \\ 1/3 & 1 & 3 & 5 & 7 \\ 1/5 & 1/3 & 1 & 3 & 5 \\ 1/7 & 1/5 & 1/3 & 1 & 3 \\ 1/9 & 1/7 & 1/5 & 1/3 & 1 \end{matrix} \right] & & & & \\ \text{FI} & & & & & & \\ \text{MI} & & & & & & \\ \text{BI} & & & & & & \\ \text{SI} & & & & & & \end{matrix} \quad \text{Ecuación 3.1}$$

$$\begin{matrix} & \text{MFI} & \text{FI} & \text{MI} & \text{BI} \\ \text{MFI} & \left[\begin{matrix} 1 & 2 & 4 & 6 \\ 1/2 & 1 & 2 & 4 \\ 1/4 & 1/2 & 1 & 2 \\ 1/6 & 1/4 & 1/2 & 1 \end{matrix} \right] & & & \\ \text{FI} & & & & & \\ \text{MI} & & & & & \\ \text{BI} & & & & & \end{matrix} \quad \text{Ecuación 3.2}$$

Tabla 3.29 Valores relativos de influencia en una escala DEMATEL clásica de 5 categorías

Categoría	Valor	Valores Relativos normalización suma	Valores Relativos Matriz de transición 1	Valores Relativos Matriz de transición 2
Sin influencia	0	0	0.0333	0
Baja influencia	1	0.1	0.0634	0.0741
Media influencia	2	0.2	0.1290	0.1376
Fuerte influencia	3	0.3	0.2615	0.2751
Muy fuerte influencia	4	0.4	0.5127	0.5132

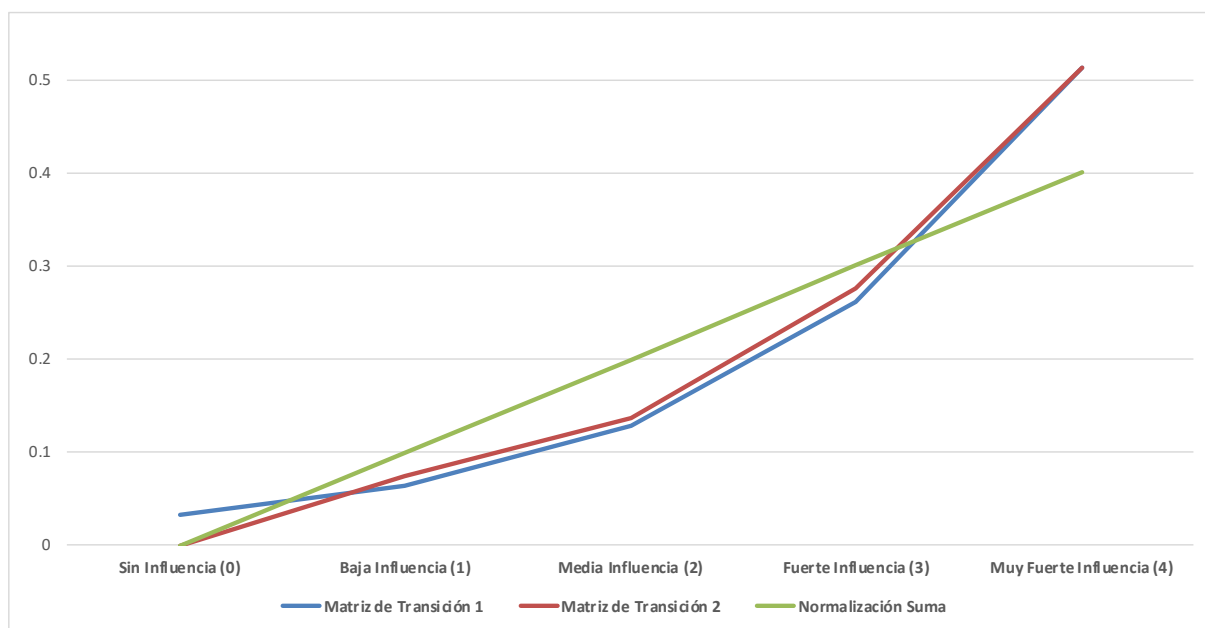


Figura 3.2 Valores relativos de influencia en una escala DEMATEL clásica de 5 categorías

3.2.2.2. Aplicar escala a una columna de una matriz ANP

La aplicación de la escala DEMATEL clásica de 5 categorías a una matriz ANP se muestra a continuación con un ejemplo. Considérese un modelo en red con 9 elementos y que las respuestas del experto al evaluar las influencias sobre un elemento del modelo, es decir, una columna de la supermatriz no ponderada, son las que se muestran en la columna a)

“afirmaciones” de la tabla 3.30. Utilizando la matriz de transición 2, se obtiene la matriz por pares de las columnas y el vector de influencia (ecuación 3.3).

Tabla 3.30 Ejemplo de una columna de afirmaciones de influencia

Elementos	Afirmaciones	Valores de influencia no normalizados (a)
e1	Sin influencia	0
e2	Baja influencia	1
e3	Sin influencia	0
e4	Baja influencia	1
e5	Muy fuerte influencia	4
e6	Sin influencia	0
e7	Muy fuerte influencia	4
e8	Sin influencia	0
e9	Baja influencia	1

$$\begin{matrix} & e2 & e4 & e5 & e7 & e9 \\ e2 & 1 & 1 & 1/6 & 1/6 & 1 \\ e4 & 1 & 1 & 1/6 & 1/6 & 1 \\ e5 & 6 & 6 & 1 & 1 & 6 \\ e7 & 6 & 6 & 1 & 1 & 6 \\ e9 & 1 & 1 & 1/6 & 1/6 & 1 \end{matrix} \begin{bmatrix} 0.06667 \\ 0.06667 \\ 0.4 \\ 0.4 \\ 0.06667 \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.3

Ubicando estas influencias en la columna de la supermatriz, se obtiene la columna b) de la tabla 3.31. Si se sustituyen los enunciados por sus valores de influencia relativa de la tabla 3.29 obtenidos con la matriz de transición 2, se obtiene la columna c), y normalizando los valores de esta columna c) por la suma, se obtiene la columna d), cuyos valores no coinciden con los de la columna b). Esto significa que no se obtendrá la misma matriz ANP al aplicar la matriz de transición a toda la escala y sustituir los juicios por los valores normalizados, que sí la matriz de transición se aplica a los juicios realizados. No ocurre lo mismo cuando se normaliza por la suma, tal como se indica a continuación.

Tabla 3.31 Ejemplo de afirmaciones y valores de influencia normalizados con matriz de transición 2

Elementos	Afirmaciones	Valores de influencia no normalizados a)	Valores de influencia normalizados por columna con matriz de transición 2 b)	Valores de la escala normalizados con matriz de transición 2 c)	Valores columna c) normalizados por la suma d)
e1	Sin influencia	0	0	0	0
e2	Baja influencia	1	0.06667	0.07411	0.05934
e3	Sin influencia	0	0	0	0
e4	Baja influencia	1	0.06667	0.07411	0.05934
e5	Muy fuerte influencia	4	0.4	0.51324	0.41099
e6	Sin influencia	0	0	0	0
e7	Muy fuerte influencia	4	0.4	0.51324	0.41099
e8	Sin influencia	0	0	0	0
e9	Baja influencia	1	0.06667	0.07411	0.05934

Con la misma columna de la supermatriz no ponderada de la tabla 3.30, normalizando los valores numéricos de la columna por su suma, se obtiene la tabla 3.32, columna b). A su vez, sustituyendo los enunciados por sus valores de escala normalizados por la suma (tabla 3.29), se obtiene la columna c). Normalizando por la suma de los valores de la columna c), se obtiene la columna d), que sí coincide con la columna b).

Tabla 3.32 Ejemplo de afirmaciones y valores de influencia normalizados por la suma

Elementos	Afirmaciones	Valores de influencia no normalizados a)	Valores de influencia normalizados por la suma de la columna b)	Valores de la escala normalizados por la suma c)	Valores columna c) normalizados por la suma d)
e1	Sin influencia	0	0	0	0
e2	Baja influencia	1	0.09091	0.1	0.09091
e3	Sin influencia	0	0	0	0
e4	Baja influencia	1	0.09091	0.1	0.09091
e5	Muy fuerte influencia	4	0.36364	0.4	0.36364
e6	Sin influencia	0	0	0	0
e7	Muy fuerte influencia	4	0.36364	0.4	0.36364
e8	Sin influencia	0	0	0	0
e9	Baja influencia	1	0.09091	0.1	0.09091

3.2.2.3. Ejemplos de definición de escalas con 4, 5 y 6 categorías, utilizando ratings

A continuación, se presentan varios ejemplos de definición de escalas de medición de influencia con cuatro categorías o niveles (sin influencia, baja influencia, media influencia y alta influencia), cuyos valores se obtienen mediante matrices de comparación por pares.

Para definir los valores de influencia de cada categoría de la escala mediante una matriz de comparación por pares y usando la escala de Saaty (tabla 2.1), se debe plantear un cuestionario con las siguientes preguntas a responder:

- ¿Cuánto más influyente es “media influencia” que “baja influencia”?
- ¿Cuánto más influyente es “alta influencia” que “baja influencia”?
- ¿Cuánto más influyente es “alta influencia” que “media influencia”?

Con las respuestas “moderadamente más”, “mucho más” e “igual o moderadamente más”, se obtiene la matriz por pares (ecuación 3.4) y los valores de influencia que se muestran en la tabla 3.33.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/3 & 1/5 \\ 3 & 1 & 1/2 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.4

Tabla 3.33 Escala de afirmaciones y valores de influencia de 4 niveles

Afirmaciones	Valores de Influencia
Sin influencia	0
Baja influencia	0.1095
Media influencia	0.3090
Alta influencia	0.5816

En el caso de que otro experto, o en otro caso, considere más adecuada una escala con los siguientes 5 niveles: sin influencia, muy baja influencia, baja influencia, alta influencia y muy alta influencia; son necesarias las siguientes preguntas para cuantificar los valores:

- ¿Cuánto más influyente es “baja influencia” que “muy baja influencia”?
- ¿Cuánto más influyente es “alta influencia” que “muy baja influencia”?
- ¿Cuánto más influyente es “muy alta influencia” que “muy baja influencia”?
- ¿Cuánto más influyente es “alta influencia” que “baja influencia”?
- ¿Cuánto más influyente es “muy alta influencia” que “baja influencia”?
- ¿Cuánto más influyente es “muy alta influencia” que “alta influencia”?

Suponiendo las respuestas asociadas a la matriz (ecuación 3.5), se obtendrían los valores de influencia que aparecen en la tabla 3.34.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/2 & 1/3 \\ 2 & 1 & 1/2 & 1/2 \\ 2 & 2 & 1 & 1/2 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 3.5}$$

Tabla 3.34 Escala de afirmaciones y valores de influencia de 5 niveles

Afirmaciones	Valores de Influencia
Sin influencia	0
Muy baja influencia	0.1205
Baja influencia	0.1906
Alta influencia	0.2707
Muy alta influencia	0.4182

Con respuestas diferentes para la misma escala de 5 niveles, la matriz por pares podría ser como la que se muestra en la ecuación 3.6 y se obtendrían los valores de influencia que figura en la tabla 3.35.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 & 1/5 \\ 2 & 1 & 1/2 & 1/3 \\ 3 & 2 & 1 & 1/2 \\ 5 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 3.6}$$

Tabla 3.35 Variante, escala de afirmaciones y valores de influencia de 5 niveles

Afirmaciones	Valores de Influencia
Sin influencia	0
Muy baja influencia	0.0882
Baja influencia	0.1570
Alta influencia	0.2720
Muy alta influencia	0.4829

Finalmente, para una escala con 6 niveles: sin influencia, muy baja influencia, baja influencia, media influencia, alta influencia y muy alta influencia; son necesarias las diez preguntas siguientes para cuantificar los valores:

- ¿Cuánto más influyente es “baja influencia” que “muy baja influencia”?
- ¿Cuánto más influyente es “media influencia” que “muy baja influencia”?
- ¿Cuánto más influyente es “alta influencia” que “muy baja influencia”?
- ¿Cuánto más influyente es “muy alta influencia” que “muy baja influencia”?
- ¿Cuánto más influyente es “media influencia” que “baja influencia”?
- ¿Cuánto más influyente es “alta influencia” que “baja influencia”?
- ¿Cuánto más influyente es “muy alta influencia” que “baja influencia”?
- ¿Cuánto más influyente es “alta influencia” que “media influencia”?
- ¿Cuánto más influyente es “muy alta influencia” que “media influencia”?
- ¿Cuánto más influyente es “muy alta influencia” que “alta influencia”?

Con las respuestas asociadas a la matriz de pares (ecuación 3.7), se obtendrían los valores de influencia que se muestran en la tabla 3.36.

Las diferentes escalas definidas en éste apartado, son las que se utilizarán en la sección a continuación.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 & 1/4 & 1/5 \\ 2 & 1 & 1/2 & 1/3 & 1/4 \\ 3 & 2 & 1 & 1/2 & 1/3 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 1/2 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 3.7}$$

Tabla 3.36 Escala de afirmaciones y valores de influencia de 6 niveles

Afirmaciones	Valores de Influencia
Sin influencia	0
Muy baja influencia	0.0618
Baja influencia	0.0973
Media influencia	0.1599
Alta influencia	0.2625
Muy alta influencia	0.4185

3.2.3. Análisis de la aplicación y sus principales resultados

Partiendo de la premisa de que hay un cero absoluto en la escala de influencia, ya que un elemento puede no influir en otro. No obstante, si no es el criterio de influencia (cualitativo) el utilizado sino que uno cuantitativo para evaluar las alternativas, y las preferencias son directamente proporcionales al valor cuantitativo del criterio (por ejemplo, los metros cuadrados de una casa), la normalización a utilizar será dividir por la suma.

Dado los diferentes resultados obtenidos en la tabla 3.29 surge la pregunta: ¿Qué método se debe utilizar para normalizar los valores de la escala?. Numéricamente, los tres resultados son muy similares, en particular los obtenidos con las matrices de transición, por lo que la comparación entre métodos se centrará en las diferencias conceptuales.

En función de las diferentes interpretaciones del tipo de escala de medición, se puede utilizar uno u otro método. Dividir por la suma implica considerar que se trata de una escala de razón. Utilizar matrices de transición como las propuestas, implica proceder como si fueran valores de una escala de intervalo. Si los valores numéricos asignados a cada categoría de la escala de medida proceden únicamente de la asignación de valores a una escala de Likert, se podría argumentar que pertenecen a una escala de intervalos (Sangthong, 2020), por lo que no se pueden multiplicar/dividir, sólo sumar/restar, ya que pertenecen a la misma escala de intervalo; pero la razón de las diferencias es válida. Esas matrices de transición restan los valores y asignan coeficientes de influencia a las diferencias en la escala de Saaty. Si se acepta la suposición de que se trata de valores de una escala de intervalos, ¿cuál de las dos matrices de transición es más adecuada?; podría decirse que la matriz de transición 2 es más adecuada porque el elemento "sin influencia" tiene una influencia cero, como es de esperar para los elementos que no influyen. Utilizar matrices de transición como la 1, hace que todos los grafos o modelos obtenidos sean grafos fuertemente conectados. Porque incluso si el experto dice que no hay influencia (SI) entre dos elementos, al sustituir "sin influencia" por su valor en la escala, no será 0. Por lo tanto, se sugiere descartar el uso de la matriz de transición 1.

Si los valores numéricos asociados a cada categoría de la escala se han definido considerando una categoría como la "unidad de influencia" y el resto proporcionales a ella, pueden tratarse como pertenecientes a una escala de razón. Los valores de una misma escala de proporciones pueden sumarse y multiplicarse entre sí. De este modo, su nivel relativo de influencia se obtendrá dividiendo por la suma.

Por otra parte, aplicar la matriz de transición a la escala puede producir un resultado diferente que aplicarla a los valores de las matrices ANP, como se muestra en las tablas 3.31 y 3.32. Las matrices de transición, al estar basadas en diferencias, producen una escala de medición que depende del conjunto de diferencias entre todos los elementos que se normalizan, generando una escala de medición ad hoc para cada conjunto de valores (para cada columna diferente). En este caso con ANP, utilizando las matrices de transición propuestas, no se asocia ningún valor numérico único de influencia a cada categoría de la escala. Cuando se aplica a las matrices ANP, cada columna se medirá con una escala diferente. Por lo tanto, la afirmación de que los valores de la tabla 3.29 obtenidos por las matrices de transición son los correspondientes a cada categoría de la escala no es correcta. En resumen, dada una matriz de influencia DEMATEL, los valores de las matrices ANP no son los mismos si se aplica la matriz de transición 2 a las categorías de la escala que si se aplica directamente a la matriz DEMATEL.

Dada una escala DEMATEL, si se utiliza una matriz de transición, en (Schulze-González et al., 2021) se demuestra que no se puede construir una única matriz de comparación cuando se utilizan valores numéricos intermedios a los de la escala, por ejemplo, cuando se agregan las respuestas de varios expertos. Desde el punto de vista del procedimiento de recogida de evaluaciones de influencia, el decisor o los expertos deben conocer los valores de influencia asociados a cada categoría de la escala antes de realizar sus "mediciones" de influencia, para poder calificar correctamente sus opiniones. Por ejemplo, con la matriz de transición 2, la diferencia entre Baja influencia y Alta influencia es mayor que la diferencia entre Sin influencia

y Muy baja influencia, o la diferencia entre Alta influencia y Muy alta influencia es mayor que la diferencia entre Baja influencia y Alta influencia. Parece importante que el experto lo sepa antes de evaluar las influencias. Además, en los artículos originales en los que se proponen las matrices de transición, no se justifica su construcción, definición o uso. Así, si se utiliza una escala distinta a la DEMATEL de 5 categorías, surge la pregunta de ¿qué matriz de transición se debe utilizar para cada posible escala de N categorías? Por ello, se considera que el procedimiento más adecuado para normalizar es dividir por la suma. Este procedimiento es compatible tanto si los valores de influencia se asignan directamente a las categorías de la escala de medición temática como si se utilizan matrices de comparación por pares.

3.2.4. Principales Conclusiones Fase II

Inicialmente, DEMATEL tenía como objetivo medir la correlación entre problemas, en lugar de la influencia entre elementos. Sin embargo, la información obtenida en la actualidad con ANP y DEMATEL indica que ambos métodos buscan medir lo mismo: el nivel de influencia de un elemento sobre otro. Dado que la influencia es una variable intangible, no existen instrumentos de medición objetivos disponibles. El método propuesto por Saaty en ANP, que utiliza matrices de comparación por pares, requiere un gran número de preguntas y un tiempo considerable de los expertos involucrados en el proceso de toma de decisiones, lo que hace que un modelo grande sea inasequible. Por el contrario, el uso de escalas de medición para evaluar influencias reduce significativamente tanto el número de preguntas como el tiempo requerido, en comparación con el ANP original que utiliza matrices de comparación de influencias múltiples.

En relación con el proceso de asignación de valores numéricos a categorías de escala, el método de asignación directa, comúnmente utilizado en DEMATEL, produce una escala lineal, pero sin justificación clara. Por el contrario, la comparación de las influencias de las diferentes categorías de escala mediante matrices de comparación y la posterior obtención de los valores numéricos asociados a cada categoría de la escala mediante el método de medición directa, descrito anteriormente, resulta en valores numéricos absolutos y con significado.

Para lograr una medida más precisa, se recomienda utilizar una mayor cantidad de divisiones en la escala. Sin embargo, al utilizar una matriz por pares, se sugiere que se utilicen entre 5 y 8 categorías, incluyendo una categoría para la ausencia de influencia. Para normalizar los valores numéricos obtenidos, se prefiere dividirlos por la suma total en lugar de utilizar una matriz de transición.

3.3. FASE III

Después de haber verificado en las fases I y II que se obtienen resultados similares a los originales con ANP al utilizar escalas de influencia en lugar de matrices de comparación por pares y un único clúster, con una reducción significativa en el número de preguntas, y haber determinado que el procedimiento más adecuado de normalización es dividir por la suma, tanto si se asignan valores de influencia directamente a las categorías de escala de medición temática como si se utilizan matrices de comparación por pares; se plantea la cuestión de si es necesario o no, desde una perspectiva numérica, utilizar clústeres en el contexto del DANP modificado analizado en este trabajo de tesis. Cabe destacar que, tras una revisión exhaustiva de la literatura, no se ha encontrado ningún trabajo que proponga no utilizar clústeres con ANP o DANP, ni que estudie cuándo se deben o no utilizar.

El propósito de esta fase es abordar las siguientes preguntas investigación: Al aplicar una escala de medición para medir la influencia directamente en ANP, 1) ¿Existe una diferencia significativa entre agrupar todos los elementos en un único clúster o en múltiples clústeres?; 2) ¿En qué medida varían los resultados al considerar múltiples clústeres en comparación con un único clúster?; y 3) ¿La variación en el número de preguntas compensa la variación en los resultados?. Respecto a la primera pregunta de investigación, se considera que un modelo es mejor cuando presenta una mayor correlación/compatibilidad o menor error en comparación con el resultado obtenido con ANP. Por otro lado, se considera que ambos modelos son indiferentes cuando los coeficientes de correlación/compatibilidad o error son similares entre ellos.

Para responder a estas preguntas, se ha identificado casos publicados que incluyen las matrices ANP para realizar los cálculos de dos maneras: la primera considera todos los clústeres de cada modelo, mientras que la segunda agrupa todos los elementos en un solo clúster. En ambos casos, los resultados han sido comparados con los resultados originales obtenidos mediante el uso de ANP. Se han realizado tres comparaciones entre los modelos: 1) el orden de los elementos; 2) los valores de las prioridades de cada elemento; y 3) el vector de prioridad en su conjunto. Para ello, se han calculado los siguientes indicadores: coeficientes de correlación de rango de Spearman y Kendall, error cuadrático medio e índices de compatibilidad de Saaty y Garuti.

Adicionalmente, surgen las siguientes interrogantes adicionales: En el caso de solicitar a los decisores que evalúen la influencia utilizando una escala de medición, ¿deberían considerar como valor de referencia el elemento más o menos influyente?. Además, ¿la agrupación de los elementos en uno o varios clústeres afecta el resultado de esta evaluación?.

Para abordar las preguntas planteadas sobre si los resultados obtenidos al considerar un solo clúster con la nueva propuesta están más cercanos o alejados de los obtenidos al considerar múltiples clústeres según el ANP original, se han seguido los pasos metodológicos que se detallan en la figura 3.3, los cuales se describen y aplican a continuación.

La Fase III corresponde al trabajo "*Clustering and reference value for assessing influence in analytic network process without pairwise comparison matrices: Study of 17 real cases*" publicado en la revista *Operations Research Perspectives* (Schulze-González et al., 2023).

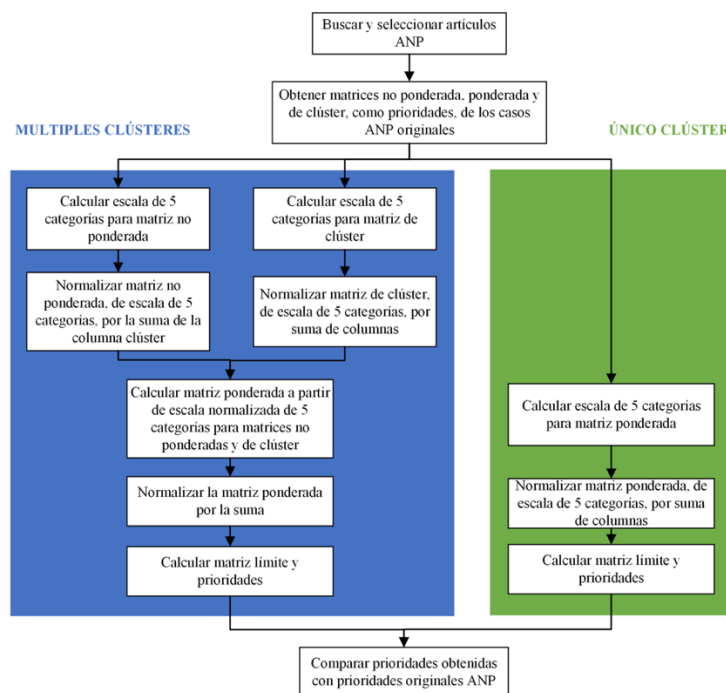


Figura 3.3 Pasos metodológicos Fase III

3.3.1. Búsqueda y selección de artículos ANP

Para llevar a cabo la fase III de la tesis es necesario contar con casos de la literatura que utilicen ANP, y que incluyan la matriz no ponderada, la matriz de clústeres, la matriz ponderada y/o las prioridades globales. Como primer paso, se llevó a cabo una revisión bibliográfica utilizando la palabra clave “ANP” o “Analytic Network Process” en la búsqueda de artículos publicados en revistas científicas en las bases de datos de *Scopus* y *WoS* con *Science Citation Index Expanded* (SCI-E) y *Social Science Citation Index* (SSCI), durante el periodo 2000-2022. La búsqueda se limitó a las áreas temáticas de “Ingeniería”, “Informática”, “Negocios, Gestión y Contabilidad”, “Matemáticas”, “Energía”, entre otras. Se excluyeron las ponencias en congresos, tesis de máster, tesis doctorales, libros de texto y artículos no publicados. En total, se identificaron 880 documentos.

El siguiente paso consistió en la revisión exhaustiva de los artículos identificados, con el objetivo de descartar aquellos que no incluyeran las matrices y resultados requeridos previamente. De los 880 artículos inicialmente obtenidos, se identificaron aquellos que aplicaron el método ANP y que incluyeron las matrices no ponderadas, de clústeres y ponderadas. Se descartaron los modelos incompletos que no incluían estas matrices o que presentaban datos inconsistentes. Como resultado, se seleccionaron un total de 16 artículos (tabla 3.37), que representan 17 casos de aplicación. Sin embargo, cabe señalar que se ha experimentado el problema de la falta de información en algunos de los artículos publicados por investigadores que utilizan el método ANP, tal como ha sido señalado en (Mu et al., 2020). Esta práctica poco rigurosa limita la validación y uso numérico de estos modelos por parte de otros investigadores.

Tabla 3.37 Listado de artículos seleccionados – Fase III

id	Autor(es)	Título
1	(Pastor-Ferrando et al., 2010)	An ANP- and AHP-based approach for weighting criteria in public works bidding
2	(Aragonés-Beltrán et al., 2017)	An in-depth analysis of a TTO's objectives alignment within the university strategy: An ANP-based approach
3	(Perçin, 2008)	<i>Using the ANP approach in selecting and benchmarking ERP systems</i>
4	(Niemira & Saaty, 2004)	An Analytic Network Process model for financial-crisis forecasting
5	(Kwon et al., 2015)	A study on the establishment of policies for the activation of a big data industry and prioritization of policies: Lessons from Korea
6	(Molinos-Senante et al., 2015)	Assessment of wastewater treatment alternatives for small communities: An analytic network process approach
7	(Ju et al., 2015)	Emergency alternative evaluation and selection based on ANP, DEMATEL, and TL-TOPSIS
8	(Öztayi et al., 2011)	Performance comparison based on customer relationship management using analytic network process
9	(Aragonés-Beltrán et al., 2014)	An AHP (Analytic Hierarchy Process)/ANP (Analytic Network Process)-based multi-criteria decision approach for the selection of solar-thermal power plant investment projects
10	(Grimaldi et al., 2017)	Urban plan and water infrastructures planning: A methodology based on spatial ANP
11	(Wudhikarn, 2018)	Improving the intellectual capital management approach using the hybrid decision method
12	(Tripathi et al., 2017)	Integration of analytic network process with service measurement index framework for cloud service provider selection
13	(Akaa et al., 2017)	Group-analytic network process for balancing stakeholder views on fire protection of steel-framed buildings
14	(Mostafa, 2015)	Decision support model using ANP to align league strategies to off-site manufacturing in Australia
15	(Abastante et al., 2012)	Using the ANP for Ranking the Critical Issues of a Transport Decision Problem
16	(Bijan et al., 2014)	Comparison of User Satisfaction of E-Commerce Websites By the Analytic Network Process

En Anexo II, se presentan las matrices ponderadas y prioridades originales de ANP, de todos los casos analizados en la Fase III.

3.3.2. Calcular escala de cinco categorías para matrices ANP

Antes de describir el proceso de transformación de las matrices de ANP a la escala correspondiente, es importante destacar que la elección de una escala de medición para evaluar influencias en lugar de utilizar las matrices de comparación por pares y la escala de Saaty, implica que los valores numéricos asociados a los niveles o categorías de la escala están indicando la relación de influencia entre ellos, no solo su orden de influencia.

Si se contará con la participación de los tomadores de decisiones para cada uno de los casos

encontrados en la literatura (tabla 3.37), después de construir los tres modelos (ANP clásico con varios clústeres y matrices de comparación por pares; modelo ANP con múltiples clústeres y escala de medición; y modelo ANP con un solo clúster y escala de medición), se administrarían tres cuestionarios a los tomadores de decisiones para obtener las respuestas de cada modelo y así poder calcular las tres matrices ponderadas diferentes con sus respectivas prioridades y compararlas. Las preguntas para cada modelo serían similares a las siguientes:

- Modelo ANP original.
 - Pregunta 1. Identificación de relaciones. ¿Existe alguna relación de influencia entre un elemento fila dado y un elemento columna del modelo ANP?
 - Pregunta 2. Evaluación de las influencias de los elementos. Dado un elemento columna y un par de elementos fila que pertenecen al mismo clúster, ¿en qué medida influye un miembro de par en el elemento columna en comparación con el otro miembro?
 - Pregunta 3. Evaluación de las influencias de los clústeres. Dado un clúster de columnas y un par de clústeres fila, ¿cuál es la magnitud de la influencia de un miembro específico del par en el clúster columna en comparación con el otro miembro?
- Modelo ANP con múltiples clústeres y escala de medición
 - Pregunta 4. Identificación de las relaciones y evaluación de la influencia de los elementos. Dado los elementos de un clúster fila, ¿cuál es el nivel de influencia de cada elemento en un elemento columna específico?
 - Pregunta 5. Evaluación de la influencia de los clústeres. Dado un clúster de columnas, ¿cuál es el grado de influencia ejercido por cada uno de los clústeres filas?
- Modelo ANP con un solo clúster y escala de medición
 - Pregunta 6. Identificación de relaciones y evaluación de la influencia de los elementos. ¿Cuál es el nivel de influencia que tienen los elementos fila sobre un elemento columna dado?

Las preguntas 2 y 3 requieren la utilización de la escala fundamental de Saaty (Saaty, 2008b), mientras que para responder las preguntas 4, 5 y 6 se necesita la escala de la Tabla 2.5. Sin embargo, dado que los tomadores de decisiones no están disponibles, se propone una solución alternativa: se estiman las respuestas de los expertos en caso de haber sido preguntados sobre la influencia de un elemento o clúster en otro, utilizando la escala de la Tabla 2.5.

Para proponer una respuesta del decisor, se deben considerar dos aspectos importantes: 1) el valor de influencia asignado a cada celda en las matrices ANP originales publicadas previamente; 2) el hecho de que éste valor represente la proporción de influencia entre un conjunto de elementos. En la matriz no ponderada, las influencias de cada elemento columna, se normalizan para cada clúster, mientras que, en las matrices ponderadas y matrices de clústeres” la normalización se extiende a toda la columna. Para responder a las preguntas, se emplearán los valores numéricos de influencia correspondientes a cada categoría de la escala. Es crucial tener en cuenta que estos valores numéricos también reflejen su proporción

relativa; por ejemplo FI (3) es tres veces más influyente que BI (1). Por lo tanto, la cuestión que se plantea es: ¿cómo se pueden convertir los valores de influencia de las matrices en cada bloque de normalización a valores de influencia entre 0 y 4?

La transformación descrita puede formalizarse como sigue: dado un vector de influencia $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_n)$, donde $w_i \in [0, \dots, 1]$ y $\sum w_i \in \{0,1\}$, se obtiene el vector $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$, donde $v_i \in \{0,1,2,3,4\}$. Esta transformación debe ser una transformación monótona positiva y si $w_i = 0$, entonces $v_i = 0$. Idealmente, se mantiene la proporción entre los elementos ($v_i/v_j \cong w_i/w_j, \forall i, j = 1, \dots, n$) y/o en conjunto ($v_i/\sum_j v_j \cong w_i, \forall i, j = 1, \dots, n$). En los puntos siguientes se utilizará el vector \mathbf{w} (ecuación 3.8) como ejemplo para ilustrar los cálculos.

$$\mathbf{w} = (0,0.015,0.186,0.05,0.093,0.038,0.105,0.134,0.38) \quad \text{Ecuación 3.8}$$

Algunas opciones posibles para realizar esta transformación son:

- 1) En relación al valor máximo, se realiza el cálculo de los ratios $u_i = w_i/w_{max}$, tomando como referencia el valor más alto a transformar, w_{max} . Es importante destacar que los valores de u_i se encuentran en el intervalo $[0,1]$. Para establecer los valores v_i correspondientes, considerando que la escala de medida cuenta con 5 categorías, se divide el intervalo $[0,1]$ en cinco partes iguales, obteniendo los valores buscados a partir de la tabla 3.38. De esta manera, utilizando el vector \mathbf{w} (ecuación 3.8), se obtiene el vector $\mathbf{v}_1 = (0,0,2,0,1,0,1,1,4)$.

Tabla 3.38 Valor equivalente de influencia en escala 0 – 4

Rango Valores	Influencia
[0, 0.2)	SI – 0
[0.2, 0.4)	BI – 1
[0.4, 0.6)	MI – 2
[0.6, 0.8)	FI – 3
[0.8, 1]	MFI – 4

- 2) En relación al valor máximo, es importante tener en cuenta que w_{max} , que representa el valor más alto de cada bloque a transformar, corresponde al valor de influencia máximo 4. Para obtener el valor buscado, v_i , es necesario convertir $u_i = 4 \times (w_i/w_{min})$ en un número entero. Esta conversión se puede realizar utilizando cualquiera de los tres métodos posibles:
 - a. floor(u) o $\lfloor u \rfloor$, que denota el entero más grande, menor o igual que u ;
 - b. ceil(u) o $\lceil u \rceil$, que denota el entero más pequeño, mayor o igual que u ;
 - c. $rpi(u) = \lfloor u + 1/2 \rfloor$, que denota el entero más cercano con desempate hacia infinito positivo, redondeando u .

Aplicando cada uno de los tres métodos con el vector $\mathbf{w}(1)$, los vectores resultantes serían $\mathbf{v}_2 = (0,0,1,0,0,0,1,1,4)$, $\mathbf{v}_3 = (0,1,2,1,1,1,2,2,4)$ y $\mathbf{v}_4 = (0,0,2,1,1,0,1,1,4)$, respectivamente.

- 3) En relación al valor mínimo, se considera que el valor mínimo no nulo de cada bloque a transformar, w_{min} , representa el primer paso de valor no nulo en la escala de medición. En este caso, con la escala de 0-4, corresponde al valor de influencia 1. Si

w_{min} es el valor unitario, la relación w_i/w_{min} convertida a entero es el valor v_i buscado, con la restricción de que $w_i/w_{min} > v_i = 4$. Esta conversión se puede realizar con los tres procedimientos indicados anteriormente (floor, ceil y round). Con el vector $w(1)$, se obtienen los vectores $v_5 = (0,1,4,3,4,2,4,4,4)$, $v_6 = (0,1,4,4,4,3,4,4,4)$ y $v_7 = (0,1,4,3,4,3,4,4,4)$, respectivamente.

- 4) En relación a la distribución de valores en su conjunto. Por ejemplo, se puede plantear una asignación de categorías en base a los cuartiles de los valores.

En la presente fase se consideró la posibilidad de utilizar los valores de influencia resultantes del ANP para emitir juicios sobre las categorías en cuestión. Sin embargo, resulta poco probable que los expertos consideren el conjunto completo de valores de influencia y su distribución para emitir su valoración. En su lugar, es más plausible que los expertos tomen como referencia aquellos elementos que más o menos influyen y emitan juicios proporcionales respecto a dicha referencia. Por lo tanto, se descartó la opción 4. Por otra parte, al asignar el valor 1 al elemento que menos influye (BI), se pierde proporcionalidad debido a que los ratios mayores de 4 se asignan a 4 (MFI). A pesar de esta falta de proporcionalidad, se utiliza el valor mínimo como valor de referencia para obtener los vectores v buscados por las siguientes razones: 1) garantiza que todos los elementos que influyen en los vectores w siguen influyendo en los vectores v ; 2) encaja con la forma en que muchos expertos emiten sus juicios; y 3) sigue la recomendación de Saaty de buscar el elemento unitario más pequeño y usarlo como patrón para comparar el resto con él. En el caso de utilizar el valor mínimo, al emplear la función ceil(), se perdería aún más la proporcionalidad en su conjunto. Por otro lado, al utilizar floor(), el valor obtenido sería "al menos x veces" mayor que la unidad del valor mínimo considerado. Para esta tesis en particular, se ha optado por la función round(), ya que este método parece ser el más neutral y equilibrado de los tres.

En cuanto a considerar el elemento más influyente como referencia, al examinar las tres opciones en el punto 2), la conversión con floor() se considera demasiado baja, ya que se están comparando las influencias con respecto al elemento más influyente. Con esto, solo quedan por considerar las transformaciones hacia arriba, ceil() y round(). Ambas opciones parecen razonables. La transformación hacia arriba es aceptable precisamente porque la comparación se realiza con respecto a la influencia más alta, y permite que los valores de influencia relativamente bajos alcancen aún la categoría BI con un valor de 1. Sin embargo, la conversión mediante round() es más equilibrada y, más neutral. Así, quedan tres opciones sobre la mesa al considerar el máximo: 1), 2b) y 2c). De estas tres opciones, se considera que la primera es la mejor, no tanto por razones numéricas, sino conceptuales. Esto se explica mejor con un ejemplo: al tomar el cuarto componente del vector $w(1)$, el método 1) da como resultado $0.05/0.38 = 0.1316$, es decir, que al ser el 13,16% del elemento más influyente, tiene el valor 0 (SI). Con los métodos 2b) y 2c), se obtiene $4 \times (0.05/0.38) = 0.5263$, y ambos métodos asignan el valor 1 (LI). La diferencia fundamental es que el método 1) da la proporción real de las influencias entre w_4 y w_{max} , mientras que los métodos 2b) y 2c) amplifican esta influencia en la parte inferior de la escala de medición, lo que implica asignar la categoría tomando una parte del valor (e información) que no solo es la proporción de sus influencias. En otras palabras, 1) asigna el valor de escala en proporción a 1, mientras que 2b) y 2c) lo asignan en proporción a 4.

A partir de todo lo anterior, se han obtenido cuatro matrices con valores de influencia en la escala de 0 a 4, equivalentes a las matrices originales del ANP. Cada una de ellas se ha obtenido con un método diferente, que de ahora en adelante se utilizará para nombrar los cuatro modelos: Max Único clúster, Max Múltiple clústeres, Min Único clúster y Min Múltiple clústeres. Cada uno de estos modelos representa una aproximación diferente a la matriz que los tomadores de decisiones habrían respondido si hubieran seguido cada una de las estrategias explicadas para emitir sus evaluaciones utilizando la escala de la Tabla 2.5.

Para fines prácticos, el uso del elemento más influyente o del menos influyente modifica el procedimiento utilizado por los tomadores de decisiones para responder a las preguntas mencionadas anteriormente. En los modelos Max, los tomadores de decisiones deben identificar primero el ítem (elemento/clúster) más influyente de los que tienen que evaluar, y asignarle el nivel más alto de la escala; los demás elementos se les asignará su nivel de influencia proporcionalmente a este más influyente. En los modelos Min, los tomadores de decisiones deben identificar primero los elementos no influyentes, luego identificar el menos influyente de los elementos influyentes, y finalmente asignar su nivel de influencia a los elementos restantes en proporción al menos influyente.

3.3.3. Limitaciones

En este trabajo, es importante mencionar las siguientes limitaciones:

- No se cuenta con un tomador de decisiones o experto que pueda emitir juicios para los tres cuestionarios, lo que impide comparar los resultados obtenidos a partir de ellos. Por esta razón, se utiliza un procedimiento sistemático para calcular el nivel de intensidad de influencia adecuado para los valores de influencia de las matrices ANP. Sin embargo, es importante tener en cuenta que se asume que las respuestas de los decisores serían iguales a estos niveles calculados. Esto puede no ser del todo exacto, ya que los expertos no siempre son coherentes, proporcionales o transitivos en sus respuestas.
- Es importante destacar el número de categorías que se utilizan en la escala. En la propuesta bajo estudio (Kadoić et al., 2019), se utiliza una escala de 5 puntos, presentada en la Tabla 2.5, que incluye las categorías de “sin influencia”, “baja influencia”, “media influencia”, “fuerte influencia” y “muy fuerte influencia”. A pesar de esto, es importante tener en cuenta que existen otras escalas con diferentes número de categorías que también podrían ser utilizadas, como ya se ha mencionado anteriormente.
- Es importante destacar que los valores numéricos asociados a las categorías de la escala no son necesariamente los únicos posibles. La propuesta en estudio utiliza los valores (0,1, 2, 3, 4), pero también se pueden asignar otros números reales alternativos. Además, es importante mencionar que la escala no tiene por qué ser necesariamente lineal. La experiencia en valoraciones en escenarios de toma de decisiones ha demostrado que las escalas lineales son bastante comunes. A pesar de esto, se continua con la propuesta específica hecha por los autores del estudio, aunque existe la posibilidad de utilizar valores numéricos alternativos o escalas no lineales.
- Es relevante señalar que el número de casos estudiados es limitado, con un total de

17 casos. Por lo tanto, es evidente que las respuestas a las preguntas de investigación no pueden ser generalizadas al universo de todos los posibles modelos ANP.

3.3.4. Normalización por la suma

Las matrices con influencias en una escala de 5 categorías deben normalizarse para que sumen 1 en sus agrupaciones de influencia, para ello:

- 1) Matriz no ponderada de 5 categorías: Cada valor de la columna se divide por la suma de valores de la columna clúster.
- 2) Matriz ponderada y Matriz de clúster de 5 categorías: Cada columna se divide por la suma de la columna completa.

Una vez que se han normalizado las matrices ponderadas de un solo clúster, se pueden calcular las prioridades límites. El siguiente paso es calcular las matrices ponderadas considerando múltiples clústeres.

3.3.5. Calcular matriz ponderada del modelo de múltiples clústeres.

La matriz del modelo de múltiples clústeres se obtiene al multiplicar cada valor de la matriz no ponderada de 5 categorías normalizada por el valor de influencia del clúster de la matriz de clústeres de 5 categorías normalizada. Finalmente, esta matriz debe normalizarse por la suma de sus columnas, para asegurar su estocasticidad.

3.3.6. Calcular matrices límites y prioridades.

Todas las prioridades para los modelos de un único o múltiple clúster, mínimo y máximo, se calculan a partir de cada matriz ponderada.

3.3.7. Comparar resultados obtenidos con resultados originales ANP.

Comparar las priorizaciones de los cuatro resultados obtenidos con los resultados originales publicados obtenidos por el método ANP. Se han propuesto diferentes indicadores para medir cuán similares son dos vectores, algunos basados en el rango y otros en los valores. El coeficiente de correlación de Spearman y el error cuadrático medio (MSE) son los indicadores que (Kadoić et al., 2019) utilizan en la propuesta original de DANP modificado para comparar sus resultados con ANP. En esta fase, se han calculado adicionalmente los siguiente indicadores: Índice de compatibilidad de Saaty basado en el producto Hadamard (Saaty, 2008b) y el índice de compatibilidad de Garuti (C. E. Garuti, 2016, 2020), ambos propuestos en el contexto de AHP/ANP; Similitud Coseno como medida adicional de similitud entre dos vectores distintos de cero; y el coeficiente de correlación Kendall Tau-b. Con estos indicadores, se pretende medir hasta qué punto los vectores prioritarios de los cuatro modelos (Min y Max Único Clúster y Min y Max Múltiple Clústeres) son similares al vector prioritario obtenido con ANP. Con los indicadores Saaty, Garuti y Coseno, se comparan los vectores prioritarios en su totalidad; con los indicadores Spearman y Kendall, se verifica hasta qué punto los elementos de cada vector están en el mismo orden de prioridad y por lo tanto están en el mismo ranking. Finalmente, se utiliza MSE para evaluar las diferencias en los valores de las prioridades obtenidas.

3.3.8. Caso de estudio y aplicación

Tabla 3.39 Numero de elementos, grupos y preguntas por modelo según caso

Caso	N° Preguntas										
	Elementos	Clústeres	Modelo ANP			Modelo único clúster		Modelo múltiple clústeres			Total
			Relaciones entre elementos	Influencia entre elementos	Influencia entre clústeres	Total	Entre elementos	Entre clústeres	Entre elementos	Entre clústeres	
1	22	8	484	268	159	911	484	484	484	54	538
2	19	8	361	181	148	690	361	361	361	52	413
3	36	6	1296	483	154	1933	1296	1296	1296	46	1342
4	15	3	225	182	9	416	225	225	225	9	234
5	18	5	324	603	24	951	324	324	324	18	342
6	13	4	169	39	24	232	169	169	169	16	185
7	21	4	441	542	13	996	441	441	441	12	453
8	13	4	169	158	15	342	169	169	169	13	182
9	18	5	324	147	22	493	324	324	324	17	341
10	18	6	324	159	42	525	324	324	324	25	349
11	13	5	169	123	21	313	169	169	169	17	186
12	18	4	324	109	14	447	324	324	324	12	336
13	19	4	361	218	11	590	361	361	361	11	372
14	21	4	441	453	16	910	441	441	441	13	454
15	13	5	169	60	6	235	169	169	169	4	173
16	13	4	169	27	6	202	169	169	169	8	177
17	20	10	400	80	59	539	400	400	400	26	426

En la Tabla 3.39 se muestra el número de casos, incluyendo el número de elementos y clústeres, así como el número de preguntas que deben ser respondidas utilizando tanto el ANP original como el nuevo método propuesto, que utiliza uno o varios clústeres. Esta sección presenta el Caso 1 (Pastor-Ferrando et al., 2010) de los 17 casos a los que se han aplicado las propuesta evaluadas. Se muestran únicamente las matrices resultantes en una escala de 0-4. Todos los casos con sus correspondientes matrices están incluidos en el Anexo II.

3.3.8.1. Modelos múltiple clústeres

1) Transformar matriz no ponderada original en un escala de valores de 5 categorías. A partir de la matriz ANP original no ponderada, se obtuvieron dos matrices no ponderadas adicionales de escala 0-4 mediante los procedimientos previamente explicados:

a) Utilizando el valor máximo como referencia. Cada valor se dividió por el máximo valor de la columna clúster correspondiente. Por ejemplo, CL3 en las filas (E6 a E10) de la columna E1, los valores de influencia son: 0.0678, 0.0502, 0.1443, 0.6199, 0.1178. Al dividir cada valor por el valor máximo (0.6199), se obtuvieron los siguientes valores: 0.1094, 0.0809, 0.2328, 1, 0.19. Estos valores se convirtieron en valores de influencia en una escala de 0 a 4 mediante la Tabla 3.38, resultando en valores de influencia de 0, 0, 1, 4 y 0. La matriz no ponderada en una escala de 0 a 4 resultante, utilizando el valor máximo como referencia, se muestra en la tabla 3.40.

Tabla 3.40 Caso 1 Modelo múltiple clústeres – Máximo. Supermatriz no ponderada 0-4.

	CL1	CL2				CL3					CL4	CL5				CL6				CL7	CL8	
	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20	E21	
CL1	E1	0	0	4	0	0	0	0	0	0	4	4	4	0	4	4	4	4	4	4	4	
CL2	E2	0	0	4	4	4	4	4	0	0	0	4	4	1	4	4	4	4	3	4	4	
	E3	0	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	4	4	4	4	
	E4	0	4	2	0	1	4	3	4	4	4	4	1	1	2	1	1	4	1	4	4	
	E5	0	1	1	0	0	4	0	0	4	0	4	0	1	4	2	1	4	4	0	4	
CL3	E6	0	0	0	0	1	0	1	2	3	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	
	E7	0	0	0	0	0	0	0	1	3	1	1	1	1	4	3	4	4	3	4	1	
	E8	1	1	0	0	2	4	4	0	4	4	2	1	2	4	4	4	4	4	4	4	
	E9	4	4	0	0	4	4	4	4	0	0	4	4	4	0	4	0	0	0	1	4	3
	E10	0	2	0	0	0	4	4	4	0	0	2	0	2	0	0	4	2	0	2	0	2
CL4	E11	4	4	0	0	4	4	4	4	4	0	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	
CL5	E12	1	1	0	0	0	2	1	0	0	0	0	1	4	0	0	0	0	4	4	1	
	E13	4	4	0	0	4	0	0	0	4	0	1	0	1	4	4	4	0	4	4	0	
	E14	4	4	0	0	4	4	4	0	0	4	4	4	0	0	0	0	0	0	4	4	
CL6	E15	1	1	4	0	0	1	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	4	4	0	
	E16	0	0	0	0	0	0	4	0	0	4	4	0	0	0	0	4	4	4	3	0	
	E17	0	0	0	0	4	0	4	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	4	3	0	
	E18	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	4	1	0	
	E19	4	4	0	0	0	4	0	0	0	0	3	0	0	4	0	0	0	0	0	4	
CL7	E20	4	4	4	0	4	4	4	0	0	0	4	4	0	4	0	0	0	0	0	4	
CL8	E21	4	0	0	0	0	4	0	0	0	0	4	0	0	0	4	0	0	0	0	0	

b) Utilizando el valor mínimo como referencia. Primero se divide cada valor por el mínimo de la columna clúster que no sea igual a cero. Por ejemplo, en CL3 en las filas (E6 a E10) de la columna E5, los valores de influencia son 0.11343, 0.05239, 0.28393, 0.55025, 0. El valor mínimo que no es cero es 0.05239. Dividiendo por este valor de referencia, se obtienen los siguientes valores: 2.165, 1, 5.42, 10.503, y 0. En segundo lugar, para obtener los valores en la escala de 0-4, se convierten

de la siguiente manera: los valores mayores que 4 se reemplazan por 4, los valores 0 se mantienen como 0, y el resto se redondea a números enteros. En el ejemplo, los valores resultantes son: 2, 1, 4, 4, 0. La matriz no ponderada de escala 0-4 resultante utilizando el valor mínimo como referencia se muestra en la tabla 3.41.

Tabla 3.41 Caso 1 Modelo múltiple clústeres – Mínimo. Supermatriz no ponderada 0-4.

		CL1	CL2					CL3					CL4	CL5				CL6					CL7	CL8
		E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20	E21		
CL1	E1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1		
CL2	E2	0	0	4	1	3	1	1	1	0	0	0	1	3	1	2	4	3	1	3	1	1		
	E3	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	1	3	1	1		
	E4	0	4	2	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
CL3	E5	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	3	1	1	2	1	0	1	1		
	E6	1	1	0	0	2	0	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
	E7	1	1	0	0	1	1	0	1	1	2	1	3	2	4	2	4	3	4	4	4	3		
	E8	3	4	0	0	4	4	3	0	2	4	2	3	3	4	3	4	3	4	4	4	4		
	E9	4	4	0	0	4	4	3	4	0	0	3	4	4	0	3	1	0	0	4	4	4		
CL4	E10	2	4	0	0	0	4	3	4	0	0	2	0	3	0	0	4	2	0	4	0	4		
	E11	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		
	E12	1	1	0	0	0	2	1	0	0	0	0	0	1	3	0	0	0	0	1	1	1		
	E13	2	4	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1		
CL5	E14	3	3	0	0	1	4	4	0	0	0	1	3	4	0	0	0	0	0	0	1	4		
	E15	4	3	3	0	0	4	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	1	4	4			
	E16	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	3	1		
	E17	2	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	3	1		
	E18	4	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	2		
CL6	E19	4	4	0	0	0	4	0	0	0	0	4	0	0	4	0	0	0	0	0	0	4		
	E20	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1		
CL7	E21	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0		
CL8	E21	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0		

- 2) Transformar la matriz de clúster original en valores de escala de 0-4. Al aplicar los dos procedimientos del punto anterior, en este caso, por columnas de la matriz clúster, se obtienen las matrices clúster en escala de 0-4. Las matrices clúster resultantes en escala de 0-4 se muestran en las tablas 3.42 y 3.43. Por ejemplo, los valores de la primera columna CL1 (0, 0, 0.15762, 0.1603, 0.02636, 0.06955, 0.04297, 0.5432) se dividen entre 0.5432 o 0.02636 dependiendo del caso, dando como resultado (0, 0, 0.2902, 0.2951, 0.0485, 0.128, 0.0791, 1) y (0, 0, 5.980, 6.081, 1, 2.638, 1.630, 20.607) y, finalmente, (0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 4) y (0, 0, 4, 4, 1, 3, 2, 4).

Tabla 3.42 Caso 1. Modelo múltiple clústeres – Máximo. Matriz de clúster 0-4.

	CL1	CL2	CL3	CL4	CL5	CL6	CL7	CL8
CL1	0	0	0	0	0	2	0	3
CL2	0	2	0	1	1	0	0	2
CL3	1	4	4	4	4	4	4	4
CL4	1	2	3	0	2	2	4	4
CL5	0	0	0	0	0	1	1	2
CL6	0	1	0	0	2	0	1	2
CL7	0	0	0	0	0	0	0	2
CL8	4	0	0	0	3	0	0	0

Tabla 3.43 Caso 1 Modelo múltiple clústeres – Mínimo. Matriz de clúster 0-4.

	CL1	CL2	CL3	CL4	CL5	CL6	CL7	CL8
CL1	0	1	0	1	2	4	1	2
CL2	0	4	2	3	2	4	1	1
CL3	4	4	4	4	4	4	4	2
CL4	4	4	4	0	4	4	4	2
CL5	1	1	2	2	1	4	1	1
CL6	3	3	2	2	4	3	1	1
CL7	2	1	1	0	1	1	0	1
CL8	4	0	2	0	4	3	0	0

- 3) Normalizar matriz no ponderada de escala 0-4. Por ejemplo, en la matriz no ponderada de escala 0-4 del modelo máximo, el clúster CL5 filas (E12 a E14) en la columna E1, tienen valores de influencia de 1, 4, 4. Al dividir por su suma, 9, se obtienen los valores de influencia proporcional de los elementos de CL5 en E1: 0.1111, 0.4444 y, 0.4444. En el modelo mínimo, los valores de estas posiciones son: 1, 2, 3. Al dividir por 6, se obtienen los valores de influencia proporcional: 0.1667, 0.3333 y, 0,5.
- 4) Normalizar matriz de clúster de escala 0-4. Por ejemplo, en la matriz de clúster de escala 0-4 del modelo máximo, en la columna CL7, los valores de influencia son 0, 0, 4, 4, 1, 1, 0, 0. Al dividir por su suma, 10, se obtienen los valores de influencia proporcional de los elementos en CL7: 0, 0, 0.4, 0.4, 0.1, 0.1, 0, 0. En el modelo mínimo de la columna CL7, los valores de influencia son: 1, 1, 4, 4, 1, 1, 0, 0. Al dividir por su suma, que es 12, se obtienen los valores de influencia proporcional: 0.0833, 0.0833, 0.333, 0.333, 0,0833, 0,0833.
- 5) Calcular matriz ponderada a partir de escala normalizada 0-4 para matrices no ponderadas y de clúster. Esta matriz se calcula siguiendo los siguientes pasos:
 - a) Multiplicar matrices normalizadas no ponderada y de clúster. Cada valor de la matriz no ponderada normalizada del paso 3 se multiplica por el valor de influencia entre los clústeres de la matriz clúster normalizada del paso 4. Por ejemplo, en el modelo máximo, en los valores no nulos de la columna del elemento E3 del clúster CL2: 1, del elemento E1 se multiplica por 0 (CL1, CL2); (0.5714, 0.2857, 0.1429) de los elementos E2, E4 y E5, se multiplica por 0.2222 (CL2,CL2); (0.8, 0.2) de E15 y E18, se multiplican por 0.1111 (CL6,CL2); 1 del elemento E18 se multiplica por 0 (CL7,CL2). De esta forma el vector de la columna E3 obtenido es (0, 0.127, 0, 0.0635, 0.0317, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0.0889, 0, 0, 0.0222, 0, 0, 0).
 - b) Normalizar por la suma de la columna. Los valores de la matriz obtenida en el punto anterior se dividen por la suma de su columna. De esta forma se asegura la estocasticidad de la matriz ponderada. Por ejemplo, en el modelo máximo, los valores de la columna E3 se dividen por 0.3333, resultando (0, 0.381, 0, 0.1905, 0.0952, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0.2667, 0, 0, 0.0667, 0, 0, 0).
- 6) Calcular matriz límite y prioridades. Se calcula la matriz límite y las prioridades de los elementos a partir de la matriz ponderada. Estas son las prioridades considerando

varios clústeres y utilizando escala de medida de influencia en lugar de matrices de comparaciones por pares.

3.3.8.2. Modelos único clúster

- 1) Transformar matriz ponderada original en una escala de valores de 0-4. Siguiendo los procedimientos mencionados, dado que todos los elementos son considerados en un único clúster, estos son divididos por el máximo o mínimo de su columna. Por ejemplo, en el modelo máximo de la columna CL1, esos valores son divididos por 0.543, resultando en (0, 0, 0, 0, 0, 0.0197, 0.0146, 0.0419, 0.1799, 0.0342, 0.2951, 0.0082, 0.0188, 0.0215, 0.0244, 0.0037, 0.0062, 0.0138, 0.08, 0.0791, 1). La matriz resultante del modelo de clúster único ponderado en escala de 0 a 4 se muestra en la tabla 3.44. En el modelo mínimo, los valores de la columna CL1 son divididos por 0.002, resultando en (0, 0, 0, 0, 0, 5.5, 4, 11.5, 49, 9.5, 80, 2, 5, 6, 6.5, 1, 1.5, 3.5, 21.5, 21.5, 271.5). La matriz resultante del modelo de clúster único ponderado en escala de 0 a 4 se muestra en la tabla 3.45.
- 2) Calcular matriz ponderada normalizada en escala de 0-4. Normalizando por la suma de columnas, se obtienen las matrices ponderadas.
- 3) Calcular matriz límite y prioridades. Las matrices límite y las prioridades de los elementos se calculan a partir de las matrices ponderadas. Estas son las prioridades considerando un modelo de clúster único y utilizando medidas de escala de influencia en lugar de matrices de comparación por pares.

Tabla 3.44 Caso 1 Modelo único clúster – Máximo. Matriz ponderada 0-4.

		CL1		CL2					CL3					CL4		CL5				CL6					CL7	CL8
		E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20	E21				
CL1	E1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2	0	4	4	4	4	4	0	3				
CL2	E2	0	0	4	4	2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
	E3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
	E4	0	2	2	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
	E5	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0				
CL3	E6	0	0	0	0	0	0	0	1	2	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0				
	E7	0	0	0	0	0	0	0	0	2	1	1	1	1	4	2	2	3	4	2	1	0				
	E8	0	1	0	0	2	2	2	0	3	4	2	1	2	4	3	3	3	4	3	1	1				
	E9	0	4	0	0	4	2	2	2	0	0	4	3	4	0	3	0	0	0	1	1	1				
CL4	E10	0	1	0	0	0	2	2	3	0	0	2	0	2	0	0	2	1	0	1	0	0				
	E11	1	4	0	0	4	4	4	4	4	4	0	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4				
CL5	E12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0				
	E13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	0	1	0	0	0				
	E14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1				
	E15	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
CL6	E16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0				
	E17	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
	E18	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
	E19	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1				
CL7	E20	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2				
CL8	E21	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				

Tabla 3.45 Caso 1 Modelo único clúster – Mínimo. Matriz ponderada 0-4.

CL1		CL2				CL3					CL4	CL5			CL6				CL7	CL8		
E1		E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20	E21	
CL1	E1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	4	4	0	4	4	4	4	4	4	4	
CL2	E2	0	0	4	1	4	4	2	1	0	0	4	4	1	3	4	3	1	3	2	4	
	E3	0	4	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	1	3	2	4	
	E4	0	4	2	0	2	4	2	1	1	2	1	4	2	2	2	1	1	1	1	2	4
	E5	0	4	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	2	4	1	1	2	1	0	2	4
CL3	E6	4	4	0	0	2	0	4	3	4	2	1	2	3	3	4	3	4	2	2	3	3
	E7	4	4	0	0	1	4	0	2	4	4	1	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
	E8	4	4	0	0	4	4	4	0	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
	E9	4	4	0	0	4	4	4	4	0	0	4	4	4	0	4	3	0	0	4	4	4
	E10	4	4	0	0	0	4	4	4	0	0	2	0	4	0	0	4	4	0	4	0	4
CL4	E11	4	4	0	0	4	4	4	4	4	0	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
CL5	E12	2	1	0	0	0	4	1	0	0	0	0	1	3	0	0	0	0	4	4	4	
	E13	4	4	0	0	1	4	0	0	0	2	0	1	0	1	4	4	4	0	4	4	4
	E14	4	3	0	0	1	4	4	0	0	0	2	3	4	0	0	0	0	0	4	4	
CL6	E15	4	3	3	0	0	4	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	1	4	4	
	E16	1	1	0	0	0	1	3	0	0	1	1	1	0	0	0	4	3	1	3	1	
	E17	2	1	0	0	4	1	3	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	3	2	
	E18	4	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	2	
	E19	4	4	0	0	0	4	0	0	0	0	0	4	0	0	4	0	0	0	0	0	4
CL7	E20	4	4	1	0	2	4	2	0	0	0	3	4	0	2	0	0	0	0	0	4	
CL8	E21	4	0	0	0	0	4	0	0	0	0	4	0	0	0	4	0	0	0	0	0	

3.3.8.3. Comparar resultados con ANP

Los resultados para cada caso se compararon con los resultados originales de ANP. Como se mencionó anteriormente, se calcularon indicadores de compatibilidad/similitud, indicadores de correlación e indicadores de error: el índice de Saaty, el índice de Garuti, la similitud del coseno, ρ de Spearman, τ de Kendall y SME (véase las tablas 3.46 a 3.50). El cálculo de los índices de Saaty y Garuti presenta problemas con valores nulos en los componentes de los vectores. Para abordar este problema, los valores nulos fueron reemplazados por 0.000001 para el cálculo de ambos índices. Los indicadores de similitud y correlación con valores mayores o iguales a 0.9 están resaltados en verde. En el caso del índice de Garuti, su autor indica que los valores dentro del rango de 85-89,9% indica "alta compatibilidad (vectores casi compatibles)" (C. E. Garuti, 2020), por lo que también se han destacado estos valores, pero en amarillo. Los resultados de cada indicador se discuten a continuación:

- 1) Índice de compatibilidad de Saaty (tabla 3.46). Según el índice de compatibilidad de Saaty, de los 17 casos estudiados, únicamente de 3 a 9 casos son compatibles con los resultados ANP según el modelo. Si se utiliza el elemento más influyente como referencia, no es evidente cuál enfoque es el mejor, si utilizar clústeres únicos o múltiples. Por otro lado, si se emplea el elemento de influencia mínima, se obtiene un mayor número de resultados similares a los ANP originales con el modelo de múltiples clústeres. Al considerar un modelo de un único clúster, los resultados del índice de Saaty son mucho más cercanos a la unidad si se utiliza el elemento de influencia mínima como referencia, aunque el número de resultados compatibles es similar. Con múltiples clústeres, también se obtienen muchos más resultados similares a los ANP originales al utilizar el elemento de influencia mínima como referencia. Estos resultados indican que la insistencia de Saaty en utilizar el elemento más pequeño para hacer comparaciones y juicios está respaldada por su indicador.

Tabla 3.46 Índices de Compatibilidad de Saaty y Garuti

Caso	Índice Saaty				Índice Garuti			
	Max Único clúster	Max Múltiples clústeres	Min Único clúster	Min Múltiples clústeres	Max Único clúster	Max Múltiples clústeres	Min Único clúster	Min Múltiples clústeres
01	176.663	117.083	1.57	1.48	0.825	0.716	0.674	0.634
02	1.187	1.925	1.236	1.102	0.897	0.735	0.799	0.749
03	1051.398	535.219	1.422	1.339	0.431	0.723	0.688	0.7
04	1602.995	5767.463	1.547	1.076	0.852	0.831	0.586	0.829
05	1.208	1.011	1.064	1.006	0.775	0.923	0.836	0.927
06	1.007	1.003	1.004	1.004	0.954	0.959	0.943	0.953
07	1.132	9917.256	1.176	1.181	0.804	0.465	0.715	0.699
08	1.039	1.012	1.032	1.126	0.919	0.935	0.866	0.8
09	524.676	1.041	1.302	1.069	0.844	0.901	0.699	0.826
10	595.997	700.766	1.425	1.142	0.745	0.88	0.642	0.74
11	5268.329	1.699	1.305	1.032	0.645	0.768	0.581	0.841
12	5987.334	5987.334	1.4	1.038	0.51	0.51	0.879	0.882
13	2521.683	2319.058	1.354	1.115	0.8	0.751	0.713	0.83
14	12245.533	1.013	1.02	1.004	0.327	0.899	0.883	0.95
15	1.028	1.122	1.008	1.035	0.897	0.811	0.947	0.859
16	1904.932	375.414	1.647	1.134	0.408	0.867	0.608	0.778
17	2931.579	1663.669	1.158	1.092	0.775	0.868	0.803	0.836

- 2) Índice de compatibilidad de Garuti (tabla 3.46). Según el indicador, se encontraron de 2 a 4 casos con resultados compatibles con los obtenidos mediante ANP. Si se incluyen valores “casi compatibles”, el recuento aumenta entre 5 y 8 casos. Sin embargo, con este indicador, no es claro cuál estrategia es preferible. Al utilizar el modelo con múltiples clústeres, se observó un ligero aumento en el número de casos con resultados más similares a los de ANP, pero al examinar los casos individualmente, en algunos casos, la similitud empeoró.

- 3) Índice de similitud del Coseno (tabla 3.47). De acuerdo con este indicador, prácticamente todos los modelos y casos son similares a los resultados obtenidos con ANP (de 12 a 17 casos). Si se considera el número de casos con un resultado mayor a 0.9, ya sea utilizando el valor más influyente o el menos influyente, el número de resultados similares a los originales con ANP utilizando múltiples clústeres es mayor. Si se elige el modelo de un solo clúster, el número de resultados similares a los originales con ANP utilizando el elemento más influyente como referencia es ligeramente mayor. Si se utiliza el modelo con múltiples clústeres, la diferencia es mínima, ligeramente a favor de utilizar el elemento menos influyente o el de mayor tamaño como referencia. El hecho de que se obtengan resultados tan abrumadores en cuanto a la similitud entre los resultados, cuando otros indicadores de compatibilidad o correlación no son tan claros, podría indicar que el índice de similitud del coseno no es el indicador más útil para discriminar resultados.

Tabla 3.47 Índice de Similitud del Coseno

Caso	Max	Max	Min	Min
	Único clúster	Múltiples clústeres	Único clúster	Múltiples clústeres
01	0.9899	0.975	0.9151	0.917
02	0.9925	0.9513	0.9674	0.9453
03	0.6955	0.9502	0.9053	0.9231
04	0.9864	0.9812	0.8473	0.9794
05	0.9669	0.9968	0.9646	0.9967
06	0.999	0.9989	0.9974	0.9979
07	0.9862	0.8966	0.8828	0.9635
08	0.9942	0.9972	0.9889	0.962
09	0.9806	0.9922	0.9002	0.97
10	0.9658	0.9926	0.8335	0.9375
11	0.9599	0.9813	0.8738	0.9858
12	0.9349	0.9349	0.9953	0.9953
13	0.9791	0.9554	0.8822	0.9798
14	0.7871	0.9898	0.9839	0.9983
15	0.992	0.9615	0.9978	0.9862
16	0.5521	0.9956	0.9332	0.9874
17	0.9802	0.9942	0.9683	0.9878

4) Rho Spearman (tabla 3.48). Según la correlación de Spearman, entre 7 y 12 casos tienen una alta correlación con los resultados del ANP. Es importante destacar que con el modelo Min Único Clúster, los resultados del caso 4 no deben considerarse diferentes al azar, ya que su valor de rho es de 0.23. Si se toma el valor de mayor influencia como referencia, parece apropiado utilizar el modelo de un solo clúster, no tanto por el número de casos con una correlación muy alta (12 vs 11) sino porque los valores de rho son mayores en general. Por otro lado, si se toma el valor menos influyente de cada bloque como referencia, se obtienen valores de correlación más altos al utilizar el modelo con múltiples clústeres. Con un solo clúster, se obtienen valores de correlación más altos al usar el elementos más influyente como referencia, mientras que con múltiples clústeres, los resultados son muy similares al usar el elemento más influyente o el menos influyente como referencia.

Tabla 3.48 Correlación de Spearman.

Caso	Max Único clúster		Max Múltiples clústeres		Min Único clúster		Min Múltiples clústeres	
	rho	p-value	rho	p-value	rho	p-value	rho	p-value
	01	0.9932	3.360E-19	0.7584	6.763E-05	0.8896	6.850E-08	0.874
02	0.9596	8.502E-11	0.9193	2.679E-08	0.8596	2.397E-06	0.8579	2.648E-06
03	0.8679	7.271E-12	0.9189	2.727E-15	0.6723	7.091E-06	0.7786	2.251E-08
04	0.9536	3.792E-08	0.9262	7.236E-07	0.3286	2.318E-01	0.9464	9.448E-08
05	0.9648	1.069E-10	0.9896	6.473E-15	0.8984	4.119E-07	0.9855	9.429E-14
06	0.9725	2.619E-08	0.9835	1.611E-09	0.989	1.751E-10	0.9835	1.611E-09
07	0.9701	3.812E-13	0.7334	1.551E-04	0.8688	3.241E-07	0.9662	1.203E-12
08	0.967	7.064E-08	0.989	1.751E-10	0.9176	9.906E-06	0.78	1.660E-03
09	0.848	8.798E-06	0.8579	5.305E-06	0.5993	8.580E-03	0.8848	1.083E-06
10	0.9525	1.117E-09	0.9814	6.726E-13	0.5232	2.587E-02	0.8576	5.389E-06
11	0.9269	5.206E-06	0.9505	6.364E-07	0.967	7.064E-08	0.989	1.751E-10
12	0.5455	1.922E-02	0.5455	1.922E-02	0.9897	6.315E-15	0.9917	1.066E-15
13	0.9341	5.049E-09	0.8423	6.068E-06	0.8298	1.108E-05	0.9421	1.722E-09
14	0.6978	4.371E-04	0.9634	2.547E-12	0.9851	5.613E-16	0.9817	3.756E-15
15	0.9491	7.433E-07	0.685	9.777E-03	0.9298	4.182E-06	0.9298	4.182E-06
16	0.8884	4.955E-05	0.9461	1.015E-06	0.8143	7.017E-04	0.989	1.751E-10
17	0.9639	8.742E-12	0.9754	2.848E-13	0.963	1.074E-11	0.945	3.597E-10

- 5) Tau-b Kendall (tabla 3.49). Al analizar los resultados de correlación de Kendall, lo primero que destaca es la gran diferencia en las correlaciones con Spearman. Con los modelos Max Único Clúster, solo hay entre 1 y 6 casos con una alta correlación con los resultados ANP. Esto coincide en descartar los resultados obtenidos con el modelo Min Único Clúster en el Caso 4. Según el tau-b de Kendall, tanto si se usa el valor máximo como mínimo como referencia, los modelos con múltiples clústeres han obtenido prioridades más correlacionadas con el ANP original. Del mismo modo, se obtienen resultados más correlacionados utilizando el valor mínimo como referencia, tanto en modelos de clúster único como múltiple.

Tabla 3.49 Correlación de Kendall.

Caso	Max Único clúster		Max Múltiples clústeres		Min Único clúster		Min Múltiples clústeres	
	tau-b	p-value	tau-b	p-value	tau-b	p-value	tau-b	p-value
01	0.9594	1.261E-09	0.6095	1.110E-04	0.7429	2.468E-06	0.7524	1.832E-06
02	0.848	3.918E-07	0.8012	1.643E-06	0.6842	4.253E-05	0.6491	1.030E-04
03	0.6828	6.469E-09	0.7815	2.396E-11	0.5079	1.308E-05	0.5873	4.662E-07
04	0.8857	4.178E-06	0.7945	5.085E-05	0.219	2.550E-01	0.8476	1.061E-05
05	0.88	5.004E-07	0.9467	6.412E-08	0.8133	3.394E-06	0.9333	9.780E-08
06	0.8974	1.949E-05	0.9231	1.120E-05	0.9487	6.342E-06	0.9231	1.120E-05
07	0.8762	2.757E-08	0.6136	4.454E-04	0.7333	3.314E-06	0.8762	2.757E-08
08	0.8718	3.345E-05	0.9487	6.342E-06	0.7949	1.552E-04	0.6672	1.930E-03
09	0.6954	6.647E-05	0.7261	2.973E-05	0.4835	5.554E-03	0.7657	1.066E-05
10	0.8431	1.028E-06	0.9085	1.402E-07	0.3464	4.469E-02	0.6993	5.058E-05
11	0.8239	1.571E-04	0.8718	3.345E-05	0.9231	1.120E-05	0.9487	6.342E-06
12	0.4588	2.451E-02	0.4588	2.451E-02	0.9474	4.703E-08	0.9605	3.058E-08
13	0.8343	1.055E-06	0.6727	7.053E-05	0.6842	4.253E-05	0.8129	1.156E-06
14	0.611	6.267E-04	0.8686	6.082E-08	0.9187	6.510E-09	0.9076	1.515E-08
15	0.8645	4.218E-05	0.529	1.221E-02	0.8129	1.178E-04	0.8387	7.098E-05
16	0.7849	3.051E-04	0.8687	4.865E-05	0.7097	7.745E-04	0.9487	6.342E-06
17	0.8953	1.735E-07	0.9214	2.742E-08	0.871	1.279E-07	0.8236	5.332E-07

- 6) MSE (tabla 3.50). En relación al MSE, el mayor error se produce en el modelo Max Único clúster en el caso 16, con un valor de 2.059E-2, el cual resulta excesivo. Los valores del MSE restantes, en general, tienen exponente -4, algunos con E-3 y E-5.

En la Tabla 3.51 se muestran los indicadores estadísticos calculados para cada uno de los cuatro modelos. Estos indicadores incluyen el indicador de compatibilidad/similitud, los indicadores de correlación y los indicadores de error, detallados previamente.

Tabla 3.50 MSE.

Caso	Max Único clúster	Max Múltiples clústeres	Min Único clúster	Min Múltiples clústeres
01	1.859E-04	5.836E-04	8.655E-04	7.980E-04
02	6.057E-05	5.203E-04	2.581E-04	4.184E-04
03	1.567E-03	1.739E-04	2.090E-04	1.715E-04
04	2.851E-04	4.010E-04	2.102E-03	3.144E-04
05	4.107E-04	2.915E-05	3.071E-04	3.007E-05
06	1.572E-05	1.717E-05	4.303E-05	3.192E-05
07	2.938E-04	3.080E-03	1.050E-03	6.380E-04
08	8.661E-05	4.388E-05	1.672E-04	5.481E-04
09	1.542E-04	5.950E-05	7.686E-04	2.255E-04
10	5.575E-04	9.992E-05	1.450E-03	5.831E-04
11	2.061E-03	8.813E-04	2.697E-03	3.799E-04
12	5.435E-03	5.435E-03	1.590E-04	1.562E-04
13	3.344E-04	5.906E-04	1.149E-03	2.299E-04
14	7.176E-03	7.144E-05	1.242E-04	1.400E-05
15	1.298E-04	5.532E-04	3.129E-05	1.975E-04
16	2.059E-02	2.843E-04	3.420E-03	8.320E-04
17	4.490E-04	1.302E-04	4.494E-04	1.737E-04

Tabla 3.51 Indicadores Estadísticos.

	Max Único clúster	Max Múltiples clústeres	Min Único clúster	Min Múltiples clústeres
Índice Saaty				
<i>Media</i>	2048.1012	1611.3581	1.2747	1.1162
<i>Min</i>	1.007	1.003	1.004	1.004
<i>Max</i>	12245.533	9917.256	1.647	1.48
Índice Garuti				
<i>Media</i>	0.7299	0.7966	0.7566	0.8137
<i>Min</i>	0.327	0.465	0.581	0.634
<i>Max</i>	0.954	0.959	0.947	0.953
Coseno				
<i>Media</i>	0.926	0.9732	0.9316	0.9714
<i>Min</i>	0.5521	0.8966	0.8335	0.917
<i>Max</i>	0.999	0.9989	0.9978	0.9983
Rho Spearman				
<i>Media</i>	0.9032	0.8803	0.825	0.9225
<i>Min</i>	0.5455	0.5455	0.3286	0.7786
<i>Max</i>	0.9932	0.9896	0.9897	0.9917
Tau-b Kendall				
<i>Media</i>	0.8066	0.7791	0.7142	0.8201
<i>Min</i>	0.4588	0.4588	0.219	0.5873
<i>Max</i>	0.9594	0.9487	0.9487	0.9605
SME				
<i>Media</i>	2.34E-03	7.62E-04	8.97E-04	3.38E-04
<i>Min</i>	1.60E-05	1.70E-05	3.10E-05	1.40E-05
<i>Max</i>	2.06E-02	5.44E-03	3.42E-03	8.32E-04

3.3.9. Análisis de aplicación y sus principales resultados

En la presente fase, se ha llevado a cabo una comparación de estrategias para cada caso y cada indicador. Por ejemplo, en el caso 1, se ha evaluado según el índice de Saaty qué modelo, de un solo clúster o de múltiples clústeres, genera resultados más similares a ANP. Además, se ha analizado si al utilizar el valor mínimo de influencia como referencia se obtienen resultados más cercanos a ANP. En el caso 1, se ha concluido que ambas respuestas apuntan hacia el modelo de múltiples clústeres, ya que el índice de Saaty se acerca más a 1. Asimismo, se ha evaluado si el uso del modelo de un solo clúster o de múltiples clústeres y de los valores de referencia máximo o mínimo generan resultados más similares a ANP según el índice de Saaty. Se ha determinado que el uso del valor mínimo como referencia genera resultados más similares a los obtenidos con ANP en el caso 1 para ambos modelos. En general, según el índice de Saaty, en los modelos máximos, ANP con múltiples clústeres produce resultados más similares en 11 casos y con un solo clúster en 5 casos. En los modelos mínimos, ANP con múltiples clústeres produce resultados más similares en 13 casos y con un solo clúster en 3 casos. Los recuentos de casos para todos los indicadores y combinaciones de modelos se encuentran en las tablas 3.52 y 3.53.

Tabla 3.52 Único clúster vs Múltiple clústeres. N.º Casos.

	Max						Min					
	Saaty	Garuti	Spearman	Kendall	Cosine	SME	Saaty	Garuti	Spearman	Kendall	Cosine	SME
Único clúster	5	10	6	6	7	7	3	12	6	5	3	3
Múltiples clústeres	11	6	10	10	9	9	13	5	10	12	14	14
Empate	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0

Tabla 3.53 Min vs Max - N.º Casos.

	Único clúster						Múltiples clústeres					
	Saaty	Garuti	Spearman	Kendall	Coseno	SME	Saaty	Garuti	Spearman	Kendall	Coseno	SME
Min	15	10	4	4	5	15	14	9	10	10	6	9
Max	2	7	13	13	12	2	3	8	6	6	11	8
Empate	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0

En cuanto a la comparación entre un único clúster y múltiples clústeres, se observa que todos los indicadores, excepto el índice de Garuti, muestran una mayor similitud con ANP al utilizar múltiples clústeres. En la comparación entre el valor mínimo y máximo, se destacan las discrepancias entre los indicadores y los modelos. Al utilizar un solo clúster, los índices de Saaty, Garuti y MSE arrojan resultados más cercanos a ANP al utilizar el valor mínimo como referencia. Sin embargo, sucede lo contrario con los coeficientes de Spearman, Kendall y Coseno. Al utilizar múltiples clústeres, solo el indicador de Coseno favorece el uso del valor máximo como referencia en las comparaciones, mientras que Garuti y MSE muestran una distribución equitativa (9-8).

Asimismo, se analizaron cuáles de los cuatro modelos obtuvieron los mejores y peores resultados para cada uno de los 17 casos y por indicadores estadísticos presentados en la Tabla 3.51, tal como se observa a continuación:

- 1) Casos. Por ejemplo, en el Caso 1, ¿cuál modelo obtuvo el mejor índice de Saaty? El modelo Mínimo de múltiples clústeres, lo que lo convierte en el modelo preferido debido a que ofrece el mejor resultado según este indicador. Por otro lado, ¿cuál modelo obtuvo el peor índice de Saaty en el mismo caso? El modelo Máximo de un único clúster es el peor y no se recomienda su uso, ya que obtuvo el peor índice de Saaty. Al repetir este procedimiento para todos los casos e indicadores, se obtienen los resultados que se muestran en la Tabla 3.54.

- 2) Estadísticas del indicador. Se sigue un procedimiento similar al de los casos, pero se aplican las tres estadísticas. Según el índice de Saaty, ¿cuál modelo tiene el valor promedio más alto y más bajo? El modelo Mínimo de múltiples clústeres y el modelo Máximo de un único clúster, respectivamente. Al repetir el procedimiento para las tres estadísticas y todos los indicadores, se obtienen los resultados que se presentan en la tabla 3.55.

Finalmente, se restaron los valores obtenidos para el mejor y peor modelo, obteniendo así los resultados globales (véase tabla 3.56).

Tabla 3.54 Mejores y peores modelos. Casos.

Mejor	Total	Saaty	Garuti	Spearman	Kendall	Cosine	SME
Max Único clúster	26	1	4	5	6	5	5
Max Múltiple clústeres	33	3	7	5	5	7	6
Min Único clúster	8	1	1	2	2	1	1
Min Múltiple clústeres	36	12	5	5	5	4	5
Peor	Total	Saaty	Garuti	Spearman	Kendall	Cosine	SME
Max Único clúster	34	11	6	4	4	4	5
Max Múltiple clústeres	27	6	6	4	5	2	4
Min Único clúster	37	0	6	7	6	10	8
Min Múltiple clústeres	12	1	2	3	3	2	1

Tabla 3.55 Mejores y peores modelos. Indicadores estadísticos.

Mejor	Total	Saaty	Garuti	Spearman	Kendall	Cosine	SME
Max Único clúster	2	0	0	1	0	1	0
Max Múltiple clústeres	3	1	1	0	0	1	0
Min Único clúster	0	0	0	0	0	0	0
Min Múltiple clústeres	13	2	2	2	3	1	3
Peor	Total	Saaty	Garuti	Spearman	Kendall	Cosine	SME
Max Único clúster	9	3	2	0	0	2	2
Max Múltiple clústeres	2	0	0	1	1	0	0
Min Único clúster	8	0	1	2	3	1	1
Min Múltiple clústeres	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 3.56 Mejores – peores modelos. Resultados globales.

	Casos	Estadísticas	Total
Max Único clúster	-8	-7	-15
Max Múltiple clústeres	6	1	7
Min Único clúster	-29	-8	-37
Min Múltiple clústeres	24	13	37

En relación a la pregunta de investigación principal y los resultados obtenidos, se puede afirmar que no es indiferente si se utilizan o no clústeres, ya que los resultados entre los modelos con clústeres y sin ellos son muy diferentes. Sin embargo, no se puede afirmar que un modelo sea siempre más adecuado, porque hay casos en los que el modelo de un solo clúster ofrece un resultado más similar al resultado ANP y en otros casos el resultado del modelo con múltiples clústeres es más similar. Además, estos casos cambian según el indicador de similitud considerado.

Con respecto a la pregunta ¿Cuánto cambia el resultado al considerar múltiples clústeres versus un solo clúster?, aunque existen resultados contradictorios entre los indicadores y los casos, con base en la tabla 3.55 se ha elaborado la tabla 3.57, que muestra cuánto mejoran (sombreados en verde) o empeoran (sombreados en rojo) los valores medios de los indicadores. Por ejemplo, el valor medio del índice de Saaty pasa de 2048,1012 con los modelos de un único clúster máximo a 1611,3581 con los modelos de múltiples clústeres máximos, mejorando en un 21,32%. Los modelos de múltiples clústeres mínimos mejoran el valor promedio en un 12,43%, de 1,2747 a 1,1162. También se muestra en la misma tabla la variación de los valores medios al usar el valor mínimo como referencia. Por ejemplo, al usar el valor mínimo como referencia, el valor medio del Tau-b de Kendall ha empeorado en un 11,46% en los modelos individuales, pero ha mejorado en un 5,26% en los modelos múltiples. En relación a la misma pregunta anterior, según los resultados en la tabla 3.57, se observa una mejora ligeramente superior al 60% en el MSE medio al utilizar los modelos múltiple clústeres. Esta mejora es del 55% o del 61% al usar el valor mínimo como referencia para evaluar las influencias.

Tabla 3.57 Variación de la media de los indicadores.

	Con múltiples clústeres		Min como referencia	
	Max modelos	Min modelos	Único clúster modelos	Múltiples clústeres modelos
ΔMedia Índice Saaty	21.32%	12.43%	99.94%	99.93%
ΔMedia Índice Garuti	9.14%	7.55%	3.66%	2.15%
ΔMedia Coseno	5.10%	4.27%	0.60%	0.18%
ΔMedia rho Spearman	2.54%	11.82%	8.66%	4.79%
ΔMedia Tau-b Kendall	3.41%	14.83%	11.46%	5.26%
ΔMedia MSE	67.45%	62.32%	61.68%	55.64%

En relación a la pregunta: ¿Compensa la variación de preguntas la variación de los resultados?, al revisar el número de preguntas en cada modelo presentado en la Tabla 3.39, se considera que la reducción del número de preguntas no es el factor decisivo al elegir entre un modelo de un solo clúster o uno de múltiples clústeres. Esto se debe a que la diferencia en el número de preguntas entre un modelo con múltiples clústeres y uno de un solo clúster o sin

clústeres es mínima, con una pregunta adicional por cada clúster de elementos que se influyen mutuamente. Después de reducir el número de preguntas al no utilizar matrices de comparación, el número de clústeres no contribuye significativamente a la cantidad total de preguntas. Además, los resultados presentados en las tablas 3.45, 3.46 y 3.57 sugieren que, en general, la elección de modelar como un solo clúster no parece ser la mejor opción, aunque existen casos en los que esta opción presenta mejores indicadores.

En relación a las preguntas secundarias: ¿Cuál debe ser el punto de referencia para los tomadores de decisiones al evaluar la influencia utilizando una escala de medición, el elemento más o menos influyente? y ¿Cómo afecta esto al resultado en función de cómo se agrupan los elementos en uno o varios clústeres?. Los resultados también indican que existen diferencias entre los dos enfoques de modelado, pero se deben considerar las diferencias conceptuales. En particular, los tomadores de decisiones encuentran más sencillo responder utilizando un elemento como punto de referencia mental de la influencia, en lugar de considerar un rango y tener que ajustar proporcionalmente el resto de las calificaciones. Sin embargo, la experiencia con modelos de red, nos indica que es fundamental incorporar todas las relaciones en el modelo, ya que incluso una pequeña relación entre dos elementos permite la formación de caminos de influencia entre otros elementos que de lo contrario permanecerían aislados. Si se consideran todos los elementos en el mismo clúster, utilizar el valor mínimo de influencia como punto de referencia para la escala de medición puede acortar el rango de influencia, y podría ser más apropiado distribuir los elementos proporcionalmente en función del valor más influyente.

3.3.10. Principales Conclusiones Fase III

En primer lugar, se esperaba que los resultados fueran claramente favorables al uso de múltiples clústeres, ya que se asumía que la proporcionalidad se mantendría más al tener dos valores de influencia combinados en lugar de solo uno. Sin embargo, esto no siempre ha sido el caso y, en algunas circunstancias, los resultados incluso empeoraron. Además, es importante destacar que los indicadores no han arrojado resultados uniformes, lo que significa que, al examinar sus valores, se podría justificar cualquier conclusión al mantener los indicadores que favorecían las afirmaciones realizadas. Por esta razón, se han incluido todos los indicadores calculados, para hacer un análisis crítico de ellos.

Tras analizar los resultados obtenidos en el estudio, se puede concluir que, a pesar de la existencia de diversos indicadores, los modelos de múltiples clústeres producen resultados más similares a los obtenidos mediante ANP si se utiliza el elemento menos influyente como punto de referencia. Por lo tanto, se sugiere construir modelos de múltiples clústeres bajo estas circunstancias. Por otro lado, al modelar con un solo clúster, los resultados son más similares si se utiliza el elemento más influyente o el menos influyente como referencia.

Es importante señalar que en la presente fase se mantuvo la proporcionalidad de las influencias al operar con los valores de las matrices ANP, aunque en realidad dichos valores son desconocidos. De ahí surge la pregunta de si sería más proporcional asignar la máxima influencia al elemento más influyente y distribuir el resto de los elementos en el rango de influencia o asignar 1 al elemento menos influyente y evaluar la proporción del resto de los elementos con base en ello.

Además de los resultados obtenidos, es relevante considerar el uso de clústeres desde un punto de vista teórico o conceptual. La propuesta de Saaty de agrupar elementos del modelo resulta prácticamente obligatoria al utilizar matrices de comparación y la escala Saaty para medir las influencias, debido a la limitación de comparar únicamente entre 7 a 9 elementos para mantener la consistencia de los juicios en las matrices de comparación por pares. Dichas matrices también obligan a agrupar elementos comparables, lo que a su vez exige comparar clústeres o niveles de agrupamiento para obtener la priorización de la influencia de los elementos entre sí.

En la elaboración del modelo e identificación de criterios, el concepto de clústeres o niveles jerárquicos también resulta útil en ANP y AHP. Por ejemplo, agrupar criterios por costo, a corto plazo, a largo plazo, etc., ayuda al tomador de decisiones a considerar otros criterios o elementos, organizar mentalmente la información y establecer prioridades. Saaty siempre ha propuesto dos estrategias básicas de modelización: *top-down* (de arriba hacia abajo) y *down-top* (de abajo hacia arriba). Estos conjuntos de criterios no tienen que ser los definitivos para ser incorporados al problema de decisión, pero son muy útiles en el proceso de conocer y aprender sobre el problema en particular.

En conclusión, pensar en clústeres o niveles jerárquicos ayuda a abordar un problema complejo analizándolo en partes, pero su uso en la evaluación de influencias o prioridades de los elementos del modelo dependerá de la naturaleza del problema objeto de estudio. En un modelo de priorización de criterios sin alternativas, agrupar todos los criterios en un solo clúster puede ser adecuado y los tomadores de decisiones podrán evaluar las influencias directamente. Por otro lado, en modelos donde los elementos son personas, resulta relevante incorporar la influencia de los grupos a los que pertenecen dichas personas. En general, para que las evaluaciones de influencia de los tomadores de decisiones sean más precisas y los resultados sean más similares a la realidad, es necesario que las relaciones a evaluar sean lo más similares posible a la realidad.

Capítulo 4

Resultados Generales

Este capítulo presenta los resultados generales del estudio realizado en la presente tesis, que analiza nuevas hibridaciones en los métodos de decisión multicriterio, en particular, la técnica DEMATEL en conjunto con ANP (DANP), que actualmente es la más utilizada. Aunque ANP puede proporcionar mejores resultados, su uso implica un mayor número de preguntas y, por lo tanto, mucho más tiempo por parte de los responsables de la toma de decisiones o de los expertos en cuestión, debido al uso de matrices de comparación por pares. En este contexto, la propuesta híbrida de DANP modificado (Kadoić et al., 2019), en sus dos variantes para obtener la matriz DEMATEL inicial, permite reducir teóricamente el número de preguntas que deben responder los decisores o expertos. Este trabajo de tesis se divide en tres fases de profundización, donde se estudian las implicancias y consecuencias de no usar matrices de comparación por pares, sino escalas de medida para evaluar influencias entre elementos en ANP. Este capítulo discute los resultados generales de este estudio.

Para el caso de la primera fase, los principales resultados son:

1. Los coeficientes de correlación de rango de Spearman y el Error Cuadrático Medio (MSE) indicando que los valores de prioridad obtenidos son muy similares a los obtenidos con ANP.
2. La normalización por suma y matriz de transición son métodos válidos, pero la normalización por matriz de transición parece más adecuada.

3. El procedimiento 2 de la normalización por matriz de transición obtiene mejores resultados que el procedimiento 1, al incluir en la matriz de comparación, los elementos que no influyen en el elemento columna.
4. El método propuesto de DANP modificado, redujo el número de preguntas necesarias en un promedio del 42%, y hasta el 52% en casos con más de ochocientas preguntas.

En la fase dos, continuando con resultados de la fase 1, se evaluó qué método es más adecuado para normalizar los valores de la escala en la matriz DEMATEL, en función de las diferentes interpretaciones del tipo de escala de medición. Se compararon tres métodos: la división por la suma, y dos matrices de transición propuestas. Los principales resultados son los siguientes:

1. Existe un valor absoluto de cero en la escala de influencia.
2. La normalización a utilizar cuando se evalúan alternativas basadas en criterios cuantitativos es dividir por la suma.
3. Si los valores numéricos asignados a cada categoría de la escala de medición provienen solo de la asignación de valores a una escala Likert, se puede argumentar que pertenecen a una escala de intervalo, por lo que no se pueden multiplicar/dividir, solo sumar/restar, pero el cociente de las diferencias es válido.
4. La matriz de transición 2 es más adecuada para normalizar que la matriz de transición 1, porque el elemento “sin influencia” tiene influencia cero, como es de esperar.
5. La aplicación de la matriz de transición a la escala puede producir un resultado diferente que aplicarla a las matrices ANP.
6. Dividir por la suma es el procedimiento más apropiado para normalizar, ya que es compatible tanto con valores de influencia asignados directamente como con matrices de comparación por pares.
7. Es importante que los expertos conozcan los valores de influencia asociados con cada categoría de la escala antes de realizar sus mediciones de influencia.

En la fase tres se cuestiona la necesidad de utilizar clústeres en el contexto del DANP modificado, después de comprobar en la fase anteriores, que se obtienen resultados similares al utilizar escalas de influencia en lugar de matrices de comparación por pares con una reducción significativa en el número de preguntas. Además, se determinó que el procedimiento más adecuado de normalización es dividir por la suma. Los principales resultado de la fase tres son:

1. Se compararon estrategias para cada caso e indicador, evaluando si un modelo de un solo clúster o de múltiples clústeres y el valor mínimo o máximo de referencia generan resultados más similares a ANP según el índice de Saaty. El modelo de múltiples clústeres fue preferido en la mayoría de los casos según el índice de Saaty, tanto para los modelos máximos como para los mínimos, excepto en 5 casos para los modelos máximos y 3 casos para los modelos mínimos.
2. Con un modelo de múltiples clústeres, se obtienen resultados más similares a ANP al utilizar el elemento menos influyente como referencia.
3. Si se modela con un solo clúster, los resultados son más similares si se utiliza el elemento más influyente o el menos influyente.
4. La comparación entre un único clúster y múltiples clústeres mostró que todos los

indicadores, excepto el índice de Garuti, muestran una mayor similitud con ANP al utilizar múltiples clústeres.

5. Los valores obtenidos para el mejor y peor modelo en cada caso e indicadores estadísticos permitieron obtener los resultados globales, mostrando que los resultados entre los modelos con clústeres y sin ellos son muy diferentes y que un modelo no es siempre más adecuado.
6. Los casos en los que el modelo de un solo clúster ofrece un resultado más similar al resultado ANP y los casos en los que el resultado del modelo con múltiples clústeres es más similar, cambian según el indicador de similitud considerado.
7. En general, los valores medios mejoran al considerar múltiples clústeres en comparación con un solo clúster, aunque existen resultados contradictorios entre los indicadores y los casos.

Capítulo 5

Conclusiones y Recomendaciones

En este capítulo, se presentan las conclusiones de la investigación realizada en esta tesis doctoral. Se han agrupado las conclusiones según las fases previas del estudio para facilitar la comprensión y se han considerado las preguntas de investigación y objetivos específicos relacionados con el desarrollo de la investigación aplicada.

5.1. Conclusiones Fase I

En relación con el primer objetivo y su correspondiente pregunta de investigación: **"Contrastar la nueva propuesta DANP modificada con respecto al ANP original" y "¿Los resultados obtenidos con esta propuesta serían lo suficientemente parecidos a los obtenidos con matrices de comparación, a pesar de la reducción de información que incluye el modelo?"**, se puede llegar a la siguiente conclusión:

1. El procedimiento combinado DEMATEL – ANP reduce en promedio el 42% el número de preguntas necesarias con la propuesta estudiada, en comparación con el modelo ANP original. En casos con un número original de preguntas superior a ochocientos, la reducción es del 52%. No obstante, a la reducción de información en el número de preguntas necesarias para el modelo ANP, los resultados obtenidos por el método propuesto basado en el modelo ANP – DEMATEL muestran una similitud muy alta con los resultados originales. La media del coeficiente de correlación de Spearman para los 45 casos analizados es mayor o igual a 0.9 en al menos un 55% de los casos, indicando que las prioridades de la propuesta estudiada son muy similares a las originales con ANP. Además, el valor promedio de error cuadrático medio (MSE) es de

0.0081, lo que indica que las prioridades son muy similares a las originales, siendo mejor cuando se utiliza la normalización por matriz de transición.

2. Con respecto a la validez de los métodos de normalización utilizados en la propuesta estudiada, ambos métodos de normalización (por suma y por matriz de transición) son generalmente válidos debido a los resultados antes mencionados, pero la normalización por matriz de transición parece estar más en línea con la filosofía de la propuesta original de Saaty de AHP y ANP, al utilizar matrices de comparación. Los resultados indican que el método de normalización por matriz de transición posee mayores ventajas en términos de similitud con los resultados originales de ANP, aunque es más complejo en su programación.

5.2. Conclusiones Fase II

Para abordar el segundo objetivo y sus preguntas de investigación correspondientes: **"Contrastar la forma de normalización de la Supermatriz no ponderada y la matriz por clústeres de la nueva propuesta del DANP modificado con respecto al ANP original"** y **"¿Cómo se mide la influencia? ¿Cómo debe construirse la escala de medición? ¿Cuántos niveles debe tener la escala? ¿Cómo se obtienen los valores numéricos asociados a los niveles?"**, se puede concluir lo siguiente:

1. La escala de medición de influencia se utiliza para evaluar la influencia de un elemento en otro. La construcción de la escala de medición de influencia puede realizarse utilizando matrices de comparación por pares o escalas directas. Las matrices de comparación por pares pueden requerir muchas preguntas y mucho tiempo para los expertos involucrados, por lo que se recomienda el uso de escalas de medición para evaluar la influencia. Para normalizar los valores numéricos obtenidos, es preferible dividir por la suma y se debe usar en lugar de la matriz de transición.
2. El número de niveles que debe tener la escala de medición de influencia puede variar, pero se recomienda usar entre 5 y 8 categorías, incluyendo la categoría de no influencia. Cuanto más divisiones de escala, más precisa es la medida.
3. Para obtener los valores numéricos asociados a las categorías de la escala de medición directa, se pueden comparar las influencias de las categorías de escala con matrices de comparación y obtener los valores numéricos asociados a las categorías de la escala de medición directa. Es importante tener en cuenta que el uso de asignación directa, como se usa a menudo en DEMATEL, genera generalmente una escala lineal, pero carece de justificación.

5.3. Conclusiones Fase III

Para abordar el tercer objetivo de investigación, que es **"Contrastar clusterización y referencias de escala de nueva propuesta de DANP modificado con respecto al ANP original"**, y responder las preguntas de investigación, que incluyen **"¿Es indiferente, mejor o peor considerar todos los elementos en un único clúster si no se utilizan matrices de comparación en ANP? ¿Por qué debería o no utilizarse uno o varios clústeres en ANP? ¿Cuánto cambia el resultado al considerar múltiples clústeres frente a un único clúster? ¿Compensa la variación de las preguntas la variación de los resultados? ¿Cómo debe**

enfocarse la evaluación de las influencias y el uso de la escala en función de si hay uno o varios clústeres?", se ha llegado a las siguientes conclusiones:

1. No es indiferente si se utilizan o no clústeres, y los resultados entre los modelos con agrupación y sin ella son muy diferentes entre sí.
2. Los resultados muestran que no siempre es más adecuado utilizar un modelo sobre otro, ya que hay casos en los que el modelo de un solo clúster ofrece un resultado más similar al resultado de ANP, y en otros casos, el resultado del modelo con múltiples clústeres es más similar. Según lo observado en la aplicación de la Fase III, hay una mejora ligeramente superior al 60% en la media del SME al utilizar modelos con múltiples clústeres.
3. Querer reducir el número de preguntas no es el factor determinante en la elección de un modelo de un solo clúster versus un modelo de múltiples clústeres. El texto recomienda incorporar todas las relaciones en el modelo, ya que incluso una pequeña relación entre dos elementos permite que se formen rutas de influencia entre otros elementos que de lo contrario permanecerían aislados. El uso del valor mínimo de influencia como referencia para la escala de medición puede acortar el rango de influencia, y puede ser más apropiado colocar los elementos distribuidos proporcionalmente con respecto al valor más influyente.

En general, se puede concluir que el modelo DANP modificado ofrece una solución eficaz para reducir la complejidad en el modelamiento y el número de preguntas necesarias, manteniendo la precisión del ANP original. El procedimiento de medición propuesto por Saaty en ANP, aunque efectivo, requiere una gran cantidad de preguntas y tiempo por parte de los expertos, lo que puede hacer que los modelos grandes sean inasequibles. En este sentido, el uso de escalas de medición para evaluar las influencias resulta una alternativa más ágil, reduciendo significativamente el número de preguntas y el tiempo requerido en comparación con el ANP original con múltiples matrices de comparación de influencia.

Es importante destacar que el uso de entre 5 y 8 categorías de escala, incluyendo la categoría de no influencia, y la normalización de los valores numéricos obtenidos mediante la división por la suma, resultan claves para obtener resultados precisos y confiables. Además, los resultados sugieren que un modelo con múltiples clústeres produce resultados más similares a ANP cuando se utiliza el elemento menos influyente como referencia para la escala de medición. Por el contrario, un modelo de un solo clúster produce resultados más similares a ANP cuando se utiliza el elemento más o menos influyente.

A pesar de ello, se identifican cuestiones pendientes de análisis en estudios futuros, tales como el uso de escalas de medición en el caso de contar con varios expertos. Como también, ampliar el número de casos en el estudio mediante la realización de simulaciones con diferentes escalas y evaluaciones de tomadores de decisiones con diferentes tendencias. Por otra parte, es importante mencionar, que muchos artículos carecen de información suficiente para replicar los modelos y resultados de ANP, lo que impide a otros investigadores utilizar los datos en futuras investigaciones o verificar los resultados publicados. Por tanto, es necesario que los autores que publiquen estudios de casos con ANP incluyan todas las matrices de ANP en sus artículos, tanto para permitir la reproducción de los resultados como para facilitar la utilización de su trabajo en otros estudios.

En resumen, esta tesis doctoral representa una contribución al campo de la toma de decisiones multicriterio, al demostrar cómo el modelo DANP modificado y el uso de escalas de medición pueden reducir la complejidad y el tiempo requerido para la toma de decisiones sin comprometer la precisión. Los hallazgos de esta investigación ofrecen una nueva perspectiva en la resolución de problemas complejos de toma de decisiones, y proporcionan una guía útil para futuros estudios en este campo de investigación. En definitiva, esta tesis es una contribución al avance del conocimiento y a la mejora de la práctica de la toma de decisiones multicriterio.

Capítulo 6

Anexos

6.1. Anexo I

El material suplementario correspondiente a la Fase I está disponible en línea en <https://www.mdpi.com/article/10.3390/math9141605/s1>. Las tablas y los resultados de los casos restantes al presentado se pueden encontrar en las tablas desde la S1–S177.

6.2. Anexo II

El material suplementario correspondiente a la Fase III está disponible en línea en <https://doi.org/10.1016/j.orp.2023.100275>. Las tablas y los resultados de los casos restantes al presentado se pueden encontrar en el archivo adjunto.

Capítulo 7

Referencias Bibliográficas

- Abastante, F., Bottero, M., & Lami, I. M. (2012). Using the ANP for Ranking the Critical Issues of a Transport Decision Problem. *International Journal of the Analytic Hierarchy Process*, 4(1). <https://doi.org/10.13033/ijahp.v4i1.119>
- Agarwal, A., Shankar, R., & Tiwari, M. K. (2006). Modeling the metrics of lean, agile and leagile supply chain: An ANP-based approach. *European Journal of Operational Research*, 173(1), 211–225. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2004.12.005>
- Ahmadimanesh, F., Pourmehdi, M., & Paydar, M. M. (2021). Evaluation and prioritisation of potential locations for investment in dental tourism. *Soft Computing*, 25(24), 15313–15333. <https://doi.org/10.1007/s00500-021-06124-2>
- Akaa, O. U., Abu, A., Spearpoint, M., & Giovinazzi, S. (2017). Group-analytic network process for balancing stakeholder views on fire protection of steel-framed buildings. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 24(3–4), 162–176. <https://doi.org/10.1002/mcda.1607>
- Aktar Demirtas, E., & Ustun, O. (2009). Analytic network process and multi-period goal programming integration in purchasing decisions. *Computers & Industrial Engineering*, 56(2), 677–690. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2006.12.006>
- Akyildiz, B., Kadaifci, C., & Topcu, I. (2015). A decision framework proposal for customer order prioritization: A case study for a structural steel company. *International Journal of Production Economics*, 169, 21–30. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2015.07.004>
- Aragonés-Beltrán, P., Aznar, J., Ferrís-Oñate, J., & García-Melón, M. (2008). Valuation of urban industrial land: An analytic network process approach. *European Journal of*

- Operational Research*, 185(1), 322–339. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.09.076>
- Aragonés-Beltrán, P., Chaparro-González, F., Pastor-Ferrando, J. P., & Pla-Rubio, A. (2014). An AHP (Analytic Hierarchy Process)/ANP (Analytic Network Process)-based multi-criteria decision approach for the selection of solar-thermal power plant investment projects. *Energy*, 66, 222–238. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2013.12.016>
- Aragonés-Beltrán, P., Chaparro-González, F., Pastor-Ferrando, J. P., & Rodríguez-Pozo, F. (2010). An ANP-based approach for the selection of photovoltaic solar power plant investment projects. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 14(1), 249–264. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2009.07.012>
- Aragonés-Beltrán, P., Pastor-Ferrando, J. P., García-García, F., & Pascual-Agulló, A. (2010). An Analytic Network Process approach for siting a municipal solid waste plant in the Metropolitan Area of Valencia (Spain). *Journal of Environmental Management*, 91(5), 1071–1086. <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2009.12.007>
- Aragonés-Beltrán, P., Poveda-Bautista, R., & Jiménez-Sáez, F. (2017). An in-depth analysis of a TTO's objectives alignment within the university strategy: An ANP-based approach. *Journal of Engineering and Technology Management - JET-M*, 44, 19–43. <https://doi.org/10.1016/j.jengtecman.2017.03.002>
- Atmaca, E., & Basar, H. B. (2012). Evaluation of power plants in Turkey using Analytic Network Process (ANP). *Energy*, 44(1), 555–563. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2012.05.046>
- Bayazit, O. (2006). Use of analytic network process in vendor selection decisions. *Benchmarking: An International Journal*, 13(5), 566–579. <https://doi.org/10.1108/14635770610690410>
- Baykasoğlu, A., & Gölcük, I. (2015). Development of a novel multiple-attribute decision making model via fuzzy cognitive maps and hierarchical fuzzy TOPSIS. *Information Sciences*, 301, 75–98. <https://doi.org/10.1016/J.INS.2014.12.048>
- Belton, V., & Stewart, T. J. (2002). Multiple Criteria Decision Analysis. An integrated approach. In *Multiple Criteria Decision Analysis*. Springer US. <https://doi.org/10.1007/978-1-4615-1495-4>
- Bijan, Y., Keramati, A., & Salehi, M. (2014). Comparison of User Satisfaction of E-Commerce Websites By the Analytic Network Process. *International Journal of the Analytic Hierarchy Process*, 5(2), 223–251. <https://doi.org/10.13033/ijahp.v5i2.180>
- Bunge, J. A., & Judson, D. H. (2005). Data Mining. In *Encyclopedia of Social Measurement* (pp. 617–624). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B0-12-369398-5/00159-6>
- Caballero-Luque, A., Aragonés-Beltrán, P., García-Melón, M., & Dema-Pérez, C. (2010). Analysis of the alignment of company goals to web content using ANP. *International Journal of Information Technology and Decision Making*, 9(3), 419–436. <https://doi.org/10.1142/S0219622010003889>
- Chakraborty, S., Ghosh, S., Agarwal, S., & Chakraborty, S. (2021). An integrated performance evaluation approach for the Indian smart cities. *OPSEARCH*, 58(4), 906–941.

<https://doi.org/10.1007/s12597-021-00527-3>

- Chang, D.-S., Chen, S.-H., Hsu, C.-W., Hu, A., & Tzeng, G.-H. (2015). Evaluation Framework for Alternative Fuel Vehicles: Sustainable Development Perspective. *Sustainability*, 7(9), 11570–11594. <https://doi.org/10.3390/su70911570>
- Chauhan, A., Kaur, H., Yadav, S., & Jakhar, S. K. (2020). A hybrid model for investigating and selecting a sustainable supply chain for agri-produce in India. *Annals of Operations Research*, 290(1–2), 621–642. <https://doi.org/10.1007/s10479-019-03190-6>
- Chen, J. K., & Chen, I. S. (2015). The assessment of intellectual capital for the information and communication technology industry in Taiwan applying a hybrid MCDM model. *European Journal of International Management*, 9(1), 88–107. <https://doi.org/10.1504/EJIM.2015.066673>
- Chen, V. Y., Lin, J. C., & Tzeng, G.H. (2019). Assessment and improvement of wetlands environmental protection plans for achieving sustainable development. *Environmental Research*, 169, 280–296. <https://doi.org/10.1016/j.envres.2018.10.015>
- Chrisman, N. R. (1998). Rethinking Levels of Measurement for Cartography. *Cartography and Geographic Information Science*, 25(4), 231–242. <https://doi.org/10.1559/152304098782383043>
- Chuang, H.M., Lin, C.Y., & Chen, Y.S. (2015). Exploring the Triple Reciprocity Nature of Organizational Value Cocreation Behavior Using Multicriteria Decision Making Analysis. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, 1–15. <https://doi.org/10.1155/2015/206312>
- Creswell, John W.; Plano Clark, V. L. (2017). *Designing and Conducting Mixed Methods Research* (THIRD EDIT). SAGE Publications Inc. <https://doi.org/10.1111/j.1753-6405.2007.00096.x>
- Dangol, R., Bahl, M., & Karpak, B. (2015). Timing cooperative relationships with sequential capability development process to reduce capability development trade-offs. *International Journal of Production Economics*, 169, 179–189. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2015.07.014>
- Durand, T., & Hattingh, M. (2020). Data Mining and Artificial Intelligence Techniques Used to Extract Big Data Patterns. *2020 2nd International Multidisciplinary Information Technology and Engineering Conference (IMITEC)*, 1–8. <https://doi.org/10.1109/IMITEC50163.2020.9334069>
- Figueira, J., Greco, S., & Ehrogott, M. (2005). *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys* (Vol. 78). Springer New York. <https://doi.org/10.1007/b100605>
- Fontela, E. (1974). *Structural Analysis of the World Problematique:(Methods)*. Battelle Geneva Research Centre.
- Fontela, E., & Gabus, A. (1976). The dematel observer, battelle geneva research center, geneva, switzerland. *DOI*, 10, 16–3287.
- Fukushi, K., & Narita, Y. (2002). Study on function and failure analysis of snow melting machines. *Nippon Kikai Gakkai Ronbunshu, C Hen/Transactions of the Japan Society of*

- Mechanical Engineers, Part C*, 68(11), 3447–3455. <https://doi.org/10.1299/kikaic.68.3447>
- Gain, A., & Dey, P. (2020). Adaptive Position–Based Crossover in the Genetic Algorithm for Data Clustering. In *Recent Advances in Hybrid Metaheuristics for Data Clustering* (pp. 39–59). John Wiley & Sons Ltd. <https://doi.org/10.1002/9781119551621.ch3>
- García-Melón, M., Ferrís-Oñate, J., Aznar-Bellver, J., Aragonés-Beltrán, P., & Poveda-Bautista, R. (2008). Farmland appraisal based on the analytic network process. *Journal of Global Optimization*, 42(2), 143–155. <https://doi.org/10.1007/s10898-007-9235-0>
- Garuti, C. (2017). Reflections on Scales From Measurements, Not Measurements From Scales. *International Journal of the Analytic Hierarchy Process*, 9(3), 349–361. <https://doi.org/10.13033/ijahp.v9i3.522>
- Garuti, C. E. (2016). New Advances of the Compatibility Index “G” in Weighted Environments. *International Journal of the Analytic Hierarchy Process*, 8(3), 514–537. <https://doi.org/10.13033/ijahp.v8i3.438>
- Garuti, C. E. (2020). A set theory justification of Garuti’s compatibility index. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 27(1–2), 50–60. <https://doi.org/10.1002/mcda.1667>
- Gencer, C., & Gürpınar, D. (2007). Analytic network process in supplier selection: A case study in an electronic firm. *Applied Mathematical Modelling*, 31(11), 2475–2486. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2006.10.002>
- Goel, P., Sharma, N., Mathiyazhagan, K., & Vimal, K. E. K. (2021). Government is trying but consumers are not buying: A barrier analysis for electric vehicle sales in India. *Sustainable Production and Consumption*, 28, 71–90. <https://doi.org/10.1016/j.spc.2021.03.029>
- Gölcük, İ., & Baykasoğlu, A. (2016). An analysis of DEMATEL approaches for criteria interaction handling within ANP. *Expert Systems with Applications*, 46, 346–366. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2015.10.041>
- Goyal, M. K., & Gupta, V. (2014). Identification of Homogeneous Rainfall Regimes in Northeast Region of India using Fuzzy Cluster Analysis. *Water Resources Management*, 28(13), 4491–4511. <https://doi.org/10.1007/s11269-014-0699-7>
- Grimaldi, M., Pellicchia, V., & Fasolino, I. (2017). Urban plan and water infrastructures planning: A methodology based on spatial ANP. *Sustainability (Switzerland)*, 9(5), 1–24. <https://doi.org/10.3390/su9050771>
- Guerrero-Baena, M. D., Gómez-Limón, J. A., & Fruet, J. V. (2015). A multicriteria method for environmental management system selection: an intellectual capital approach. *Journal of Cleaner Production*, 105, 428–437. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2014.07.079>
- Gupta, A., Sharma, P., Jain, A., Xue, H., Malik, S. C., & Jha, P. C. (2019). An integrated DEMATEL Six Sigma hybrid framework for manufacturing process improvement. *Annals of Operations Research*, 1–41. <https://doi.org/10.1007/s10479-019-03341-9>
- Hashemi, S. H., Karimi, A., & Tavana, M. (2015). An integrated green supplier selection approach with analytic network process and improved Grey relational analysis.

- International Journal of Production Economics*, 159, 178–191.
<https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2014.09.027>
- Hsieh, L. F., Lin, L. H., & Lin, Y. Y. (2008). A service quality measurement architecture for hot spring hotels in Taiwan. *Tourism Management*, 29(3), 429–438.
<https://doi.org/10.1016/j.tourman.2007.05.009>
- Hsu, C. H., Wang, F. K., & Tzeng, G. H. (2012). The best vendor selection for conducting the recycled material based on a hybrid MCDM model combining DANP with VIKOR. *Resources, Conservation and Recycling*, 66, 95–111.
<https://doi.org/10.1016/J.RESCONREC.2012.02.009>
- Hsueh, J.T., & Lin, C.Y. (2015). Constructing a network model to rank the optimal strategy for implementing the sorting process in reverse logistics: case study of photovoltaic industry. *Clean Technologies and Environmental Policy*, 17(1), 155–174.
<https://doi.org/10.1007/s10098-014-0770-3>
- Huang, C.Y., Shyu, J. Z., & Tzeng, G.H. (2007). Reconfiguring the innovation policy portfolios for Taiwan's SIP Mall industry. *Technovation*, 27(12), 744–765.
<https://doi.org/10.1016/j.technovation.2007.04.002>
- Huang, D., Wang, C.-D., Peng, H., Lai, J., & Kwoh, C.-K. (2021). Enhanced Ensemble Clustering via Fast Propagation of Cluster-Wise Similarities. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 51(1), 508–520.
<https://doi.org/10.1109/TSMC.2018.2876202>
- Jaafari, A., Najafi, A., & Melón, M. G. (2015). Decision-making for the selection of a best wood extraction method: An analytic network process approach. *Forest Policy and Economics*, 50, 200–209. <https://doi.org/10.1016/j.forpol.2014.09.010>
- Jharkharia, S., & Shankar, R. (2007). Selection of logistics service provider: An analytic network process (ANP) approach. *Omega*, 35(3), 274–289.
<https://doi.org/10.1016/j.omega.2005.06.005>
- Ju, Y., Wang, A., & You, T. (2015). Emergency alternative evaluation and selection based on ANP, DEMATEL, and TL-TOPSIS. *Natural Hazards*, 75(S2), 347–379.
<https://doi.org/10.1007/s11069-014-1077-8>
- Kadoić, N., Divjak, B., & Begičević Ređep, N. (2019). Integrating the DEMATEL with the analytic network process for effective decision-making. *Central European Journal of Operations Research*, 27(3), 653–678. <https://doi.org/10.1007/S10100-018-0601-4/TABLES/16>
- Kadoić, N., Ređep, N. B., & Divjak, B. (2017). Decision Making with the Analytic Network Process. *Proceedings of the 14th International Symposium on Operational Research, SOR 2017*, 95(Section 2), 180–186. <http://fgg-web.fgg.uni-lj.si/~sdrobne/sor/SOR'17 - Proceedings.pdf>
- Kahraman, C., Onar, S. C., & Oztaysi, B. (2015). Fuzzy Multicriteria Decision-Making: A Literature Review *. In *International Journal of Computational Intelligence Systems* (Vol. 8, Issue 4).

- Kitchenham, B., & Charters, S. (2007). *Guidelines for performing Systematic Literature Reviews in Software Engineering* (Vol. 2).
- Koca, G., Egilmez, O., & Akcakaya, O. (2021). Evaluation of the smart city: Applying the dematel technique. *Telematics and Informatics*, 62, 101625. <https://doi.org/10.1016/j.tele.2021.101625>
- Kodama, I., Murakami, T., Matsumoto, T., Sugawara, K., Sugawara, S., & Nagano, A. (1998). Structural analysis of the socio-environmental system of fishery villages by the DEMATEL method. *PROCEEDINGS OF CIVIL ENGINEERING IN THE OCEAN*, 14, 483–488. <https://doi.org/10.2208/prooe.14.483>
- Kuo, T. C., Hsu, C. W., & Li, J. Y. (2015). Developing a Green Supplier Selection Model by Using the DANP with VIKOR. *Sustainability 2015, Vol. 7, Pages 1661-1689*, 7(2), 1661–1689. <https://doi.org/10.3390/SU7021661>
- Kwon, T. H., Kwak, J. H., & Kim, K. (2015). A study on the establishment of policies for the activation of a big data industry and prioritization of policies: Lessons from Korea. *Technological Forecasting and Social Change*, 96, 144–152. <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2015.03.017>
- Lee, J., & Paek, I. (2014). In Search of the Optimal Number of Response Categories in a Rating Scale. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 32(7), 663–673. <https://doi.org/10.1177/0734282914522200>
- Leung, L. C., Hui, Y. v., & Zheng, M. (2003). Analysis of compatibility between interdependent matrices in ANP. *Journal of the Operational Research Society*, 54(7), 758–768. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601569>
- Li, Y., Diabat, A., & Lu, C.C. (2020). Leagile supplier selection in Chinese textile industries: a DEMATEL approach. *Annals of Operations Research*, 287(1), 303–322. <https://doi.org/10.1007/s10479-019-03453-2>
- Lin, H.F., & Huang, Y.W. (2015). Using analytic network process to measure the determinants of low cost carriers purchase intentions: A comparison of potential and current customers. *Journal of Air Transport Management*, 49, 9–16. <https://doi.org/10.1016/j.jairtraman.2015.07.004>
- Lin, S. H., Liu, K. M., Hsieh, J. C., Hu, C. L., Huang, X., & Tzeng, G. H. (2020). A new hybrid modified MADM model for the potential evaluation of a comprehensive land consolidation project (LCP) toward achieving sustainable development. *Journal of Environmental Planning and Management*, 63(9), 1585–1615. <https://doi.org/10.1080/09640568.2019.1673152>
- Lin, Y.H., Tsai, K.M., Shiang, W.J., Kuo, T.C., & Tsai, C.H. (2009). Research on using ANP to establish a performance assessment model for business intelligence systems. *Expert Systems with Applications*, 36(2), 4135–4146. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2008.03.004>
- Lozano, L. M., García-Cueto, E., & Muñiz, J. (2008). Effect of the Number of Response Categories on the Reliability and Validity of Rating Scales. *Methodology*, 4(2), 73–79.

<https://doi.org/10.1027/1614-2241.4.2.73>

- Lu, M. T., Hu, S. K., Huang, L. H., & Tzeng, G. H. (2015). Evaluating the implementation of business-to-business m-commerce by SMEs based on a new hybrid MADM model. *Management Decision*, 53(2), 290–317. <https://doi.org/10.1108/MD-01-2014-0012>
- Madruga De Brito, M., & Evers, M. (2016). Multi-criteria decision-making for flood risk management: a survey of the current state of the art. *Hazards Earth Syst. Sci*, 16, 1019–1033. <https://doi.org/10.5194/nhess-16-1019-2016>
- Mahdiraji, H. A., Kazimieras Zavadskas, E., Kazeminia, A., & Abbasi Kamardi, A. (2019). Marketing strategies evaluation based on big data analysis: a CLUSTERING-MCDM approach. *Economic Research-Ekonomska Istraživanja*, 32(1), 2882–2898. <https://doi.org/10.1080/1331677X.2019.1658534>
- Meade, L. A., & Presley, A. (2002). R&D project selection using ANP...the analytic network process. *IEEE Potentials*, 21(2 SUPPL.), 22–28. <https://doi.org/10.1109/45.998087>
- Meade, L., & Sarkis, J. (1998). Strategic analysis of logistics and supply chain management systems using the analytical network process. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 34(3), 201–215. [https://doi.org/10.1016/S1366-5545\(98\)00012-X](https://doi.org/10.1016/S1366-5545(98)00012-X)
- Meng, B., Lu, N., Lin, C., Zhang, Y., Si, Q., & Zhang, J. (2021). Study on the influencing factors of the flight crew's TSA based on DEMATEL–ISM method. *Cognition, Technology & Work*, 1, 1–15. <https://doi.org/10.1007/s10111-021-00688-7>
- Milani, A. S., Shanian, A., Lynam, C., & Scarinci, T. (2013). An application of the analytic network process in multiple criteria material selection. *Materials & Design*, 44, 622–632. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2012.07.057>
- Molinos-Senante, M., Gómez, T., Caballero, R., Hernández-Sancho, F., & Sala-Garrido, R. (2015). Assessment of wastewater treatment alternatives for small communities: An analytic network process approach. *Science of The Total Environment*, 532, 676–687. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2015.06.059>
- Monma, T. (1992). The Evaluation of Farm Road Development by the Application of DEMATEL Method. *Journal of Rural Planning Association*, 11(3), 7–20. https://doi.org/10.2750/arp.11.3_7
- Montesinos-Valera, J., Aragonés-Beltrán, P., & Pastor-Ferrando, J. P. (2017). Selection of maintenance, renewal and improvement projects in rail lines using the analytic network process. *Structure and Infrastructure Engineering*, 13(11), 1476–1496. <https://doi.org/10.1080/15732479.2017.1294189>
- Mostafa, S. (2015). Decision support model using ANP to align leagile strategies to off-site manufacturing in Australia. *International Journal of the Analytic Hierarchy Process*, 7(3). <https://doi.org/10.13033/ijahp.v7i3.340>
- Mu, E., Cooper, O., & Peasley, M. (2020). Best practices in Analytic Network Process studies. *Expert Systems with Applications*, 159, 113536.

- <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2020.113536>
- Nadler, J. T., Weston, R., & Voyles, E. C. (2015). Stuck in the Middle: The Use and Interpretation of Mid-Points in Items on Questionnaires. *The Journal of General Psychology*, 142(2), 71–89. <https://doi.org/10.1080/00221309.2014.994590>
- Narwane, V. S., Raut, R. D., Mangla, S. K., Dora, M., & Narkhede, B. E. (2021). Risks to Big Data Analytics and Blockchain Technology Adoption in Supply Chains. *Annals of Operations Research*. <https://doi.org/10.1007/s10479-021-04396-3>
- Naseri-Rad, M., Berndtsson, R., Persson, K. M., & Nakagawa, K. (2020). INSIDE: An efficient guide for sustainable remediation practice in addressing contaminated soil and groundwater. *Science of The Total Environment*, 740, 139879. <https://doi.org/10.1016/J.SCITOTENV.2020.139879>
- Navarro, I. J., Martí, J. V., & Yepes, V. (2021). Neutrosophic completion technique for incomplete higher-order ahp comparison matrices. *Mathematics*, 9(5), 1–19. <https://doi.org/10.3390/math9050496>
- Neaupane, K. M., & Piantanakulchai, M. (2006). Analytic network process model for landslide hazard zonation. *Engineering Geology*, 85(3–4), 281–294. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2006.02.003>
- Niemira, M. P., & Saaty, T. L. (2004). An Analytic Network Process model for financial-crisis forecasting. *International Journal of Forecasting*, 20(4), 573–587. <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2003.09.013>
- Öztayi, B., Kaya, T., & Kahraman, C. (2011). Performance comparison based on customer relationship management using analytic network process. *Expert Systems with Applications*, 38(8), 9788–9798. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2011.01.170>
- Pan, J. N., & Nguyen, H. T. N. (2015). Achieving customer satisfaction through product-service systems. *European Journal of Operational Research*, 247(1), 179–190. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.05.018>
- Parizi, S. M., Taleai, M., & Sharifi, A. (2021). Integrated methods to determine urban physical resilience characteristics and their interactions. *Natural Hazards*, 109(1), 725–754. <https://doi.org/10.1007/s11069-021-04855-x>
- Pastor-Ferrando, J. P., Aragonés-Beltrán, P., Hospitaler-Pérez, A., & García-Melón, M. (2010). An ANP- and AHP-based approach for weighting criteria in public works bidding. *Journal of the Operational Research Society*, 61(6), 905–916. <https://doi.org/10.1057/jors.2010.13>
- Perçin, S. (2008). Using the ANP approach in selecting and benchmarking ERP systems. *Benchmarking: An International Journal*, 15(5), 630–649. <https://doi.org/10.1108/14635770810903196>
- Petersen, K., Feldt, R., Mujtaba, S., & Mattsson, M. (2008). Systematic Mapping Studies in Software Engineering. *12th International Conference on Evaluation and Assessment in Software Engineering, EASE 2008*. <https://doi.org/10.14236/EWIC/EASE2008.8>

- Petersen, K., Vakkalanka, S., & Kuzniarz, L. (2015). Guidelines for conducting systematic mapping studies in software engineering: An update. *Information and Software Technology*, 64, 1–18. <https://doi.org/10.1016/J.INFSOF.2015.03.007>
- Ravi, V., Shankar, R., & Tiwari, M. K. (2005). Analyzing alternatives in reverse logistics for end-of-life computers: ANP and balanced scorecard approach. *Computers & Industrial Engineering*, 48(2), 327–356. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2005.01.017>
- Saaty, T. L. (1980). *The Analytic Hierarchy Process*. McGraw Hill.
- Saaty, T. L. (1994a). *Fundamentals of decision making and priority theory with the Analytic Hierarchy Process* (First Edit). RWS Publications.
- Saaty, T. L. (1994b). Homogeneity and clustering in AHP ensures the validity of the scale. *European Journal of Operational Research*, 72(3), 598–601. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(94\)90426-X](https://doi.org/10.1016/0377-2217(94)90426-X)
- Saaty, T. L. (1996). The analytic network process: Decision making with dependence and feedback. *RWS Publications*.
- Saaty, T. L. (1999). Fundamentals of the analytic network process. *Proceedings of the ISAHP 1999*, 1–14. <https://doi.org/10.1007/s11518-006-0158-y>
- Saaty, T. L. (2001). *The Analytic Network Process. Decision Making with Interdependence and Feedback*. (Second Edi). RWS Publications.
- Saaty, T. L. (2004). Fundamentals of the analytic network process — Dependence and feedback in decision-making with a single network. *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, 13(2), 129–157. <https://doi.org/10.1007/s11518-006-0158-y>
- Saaty, T. L. (2005). *Theory and Applications of the Analytic Network Process: Decision Making with Benefits, Opportunities, Costs, and Risks* (RWS Publications, Ed.; 3rd ed.).
- Saaty, T. L. (2008a). Decision making with the analytic hierarchy process. *International Journal of Services Sciences (IJSSCI)*, 1(1), 83–98.
- Saaty, T. L. (2008b). Relative measurement and its generalization in decision making why pairwise comparisons are central in mathematics for the measurement of intangible factors the analytic hierarchy/network process. *Revista de La Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales - Serie A: Matemáticas*, 102(2), 251–318. <https://doi.org/10.1007/BF03191825>
- Saaty, T. L. (2010). Principia mathematica decernendi: mathematical principles of decision making: generalization of the analytic network process to neural firing and synthesis. *RWS Publications*.
- Saaty, T. L. (2016a). The Analytic Hierarchy and Analytic Network Processes for the Measurement of Intangible Criteria and for Decision-Making. In *International Series in Operations Research and Management Science* (Vol. 78, pp. 363–419). Springer New York LLC. https://doi.org/10.1007/978-1-4939-3094-4_10
- Saaty, T. L. (2016b). Seven is the magic number in nature. *Proceedings of the American*

- Philosophical Society*, 160(4), 335–360. <https://www.proquest.com/scholarly-journals/seven-is-magic-number-nature/docview/1869331645/se-2?accountid=28445>
- Saaty, T. L., & Sagir, M. (2009). Extending the measurement of tangibles to intangibles. *International Journal of Information Technology and Decision Making*, 8(1), 7–27. <https://doi.org/10.1142/S0219622009003247>
- Saaty, T. L., & Shih, H. S. (2009). Structures in decision making: On the subjective geometry of hierarchies and networks. *European Journal of Operational Research*, 199(3), 867–872. <https://doi.org/10.1016/J.EJOR.2009.01.064>
- Saaty, T. L., & Vargas, L. G. (2001). *The Seven Pillars of the Analytic Hierarchy Process* (pp. 27–46). https://doi.org/10.1007/978-1-4615-1665-1_2
- Sangthong, M. (2020). The effect of the likert point scale and sample size on the efficiency of parametric and nonparametric tests. *Thailand Statistician*, 18(1), 55–64. <https://www.webofscience.com/wos/woscc/full-record/WOS:000502586900005>
- Sawaragi, Y., Inoue, K., Nakayama, H., Tanino, T., & Matsumoto, K. (1977). Graph-Matrix Method in Environmental Assessment. *IFAC Proceedings Volumes*, 10(7), 757–764. [https://doi.org/10.1016/s1474-6670\(17\)66908-8](https://doi.org/10.1016/s1474-6670(17)66908-8)
- Schulze-González, E., Pastor-Ferrando, J. P., & Aragonés-Beltrán, P. (2021). Testing a recent dematel-based proposal to simplify the use of anp. *Mathematics*, 9(14), 1–23. <https://doi.org/10.3390/math9141605>
- Schulze-González, E., Pastor-Ferrando, J.-P., & Aragonés-Beltrán, P. (2023). Clustering and reference value for assessing influence in analytic network process without pairwise comparison matrices: Study of 17 real cases. *Operations Research Perspectives*, 10, 100275. <https://doi.org/10.1016/j.orp.2023.100275>
- Shee, D. Y., Tzeng, G. H., & Tang, T. I. (2003). AHP, fuzzy measure and fuzzy integral approaches for the appraisal of information service providers in taiwan. *Journal of Global Information Technology Management*, 6(1), 8–30. <https://doi.org/10.1080/1097198X.2003.10856341>
- Si, S.L., You, X.Y., Liu, H.C., & Zhang, P. (2018). DEMATEL Technique: A Systematic Review of the State-of-the-Art Literature on Methodologies and Applications. *Mathematical Problems in Engineering*, 2018, 1–33. <https://doi.org/10.1155/2018/3696457>
- Silva, P., Noël, R., Matalonga, S., Astudillo, H., Gatica, D., & Marquez, G. (2016). Software Development Initiatives to Identify and Mitigate Security Threats - Two Systematic Mapping Studies. *CLEI Electronic Journal*. <https://doi.org/10.19153/CLEIEJ.19.3.5>
- Simms, L. J., Zelazny, K., Williams, T. F., & Bernstein, L. (2019). Does the Number of Response Options Matter? Psychometric Perspectives Using Personality Questionnaire Data. *Psychological Assessment*, 31(4), 557–566. <https://doi.org/10.1037/pas0000648>
- Stevens, S. S. (1946). On the Theory of Scales of Measurement. *Science*, 103(2684), 677–680. <https://doi.org/10.1126/science.103.2684.677>
- Tamura, M., Nagata, H., & Akazawa, K. (2002). Extraction and systems analysis of factors that

- prevent safety and security by structural models. *Proceedings of the 41st SICE Annual Conference. SICE 2002.*, 3, 1752–1759. <https://doi.org/10.1109/SICE.2002.1196584>
- Tripathi, A., Pathak, I., & Vidyarthi, D. P. (2017). Integration of analytic network process with service measurement index framework for cloud service provider selection. *Concurrency and Computation: Practice and Experience*, 29(12), e4144. <https://doi.org/10.1002/cpe.4144>
- Tsai, J. F., Wang, C. P., Lin, M. H., & Huang, S. W. (2021). Analysis of key factors for supplier selection in taiwan's thin-film transistor liquid-crystal displays industry. *Mathematics*, 9(4), 1–19. <https://doi.org/10.3390/math9040396>
- Tzeng, G. H., Chiang, C. H., & Li, C. W. (2007). Evaluating intertwined effects in e-learning programs: A novel hybrid MCDM model based on factor analysis and DEMATEL. *Expert Systems with Applications*, 32(4), 1028–1044. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2006.02.004>
- Tzeng, G.H., & Huang, C.Y. (2012). Combined DEMATEL technique with hybrid MCDM methods for creating the aspired intelligent global manufacturing & logistics systems. *Annals of Operations Research*, 197(1), 159–190. <https://doi.org/10.1007/s10479-010-0829-4>
- van Eck, N. J., & Waltman, L. (2010). Software survey: VOSviewer, a computer program for bibliometric mapping. *Scientometrics*, 84(2), 523–538. <https://doi.org/10.1007/s11192-009-0146-3>
- Velleman, P. F., & Wilkinson, L. (1993). Nominal, ordinal, interval, and ratio typologies are misleading. *The American Statistician*, 47(1), 65–72. <https://doi.org/10.1080/00031305.1993.10475938>
- Wallenius, J., Dyer, J. S., Fishburn, P. C., Steuer, R. E., Zionts, S., & Deb, K. (2008). Multiple criteria decision making, multiattribute utility theory: Recent accomplishments and what lies ahead. *Management Science*, 54(7), 1336–1349. <https://doi.org/10.1287/mnsc.1070.0838>
- Wedley, W. C., & Choo, E. U. (2011). Multi-Criteria Ratios: What is the Unit? *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 18(3–4), 161–171. <https://doi.org/10.1002/mcda.463>
- Wierchoń, S., & Kłopotek, M. (2018). *Modern Algorithms of Cluster Analysis* (Vol. 34). Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-69308-8>
- Wohlin, C. (2014). Guidelines for snowballing in systematic literature studies and a replication in software engineering. *ACM International Conference Proceeding Series*. <https://doi.org/10.1145/2601248.2601268>
- Wu, C. H. (2021). Exploring Green Hotel Competitive Strategies by Using the Hybrid Method for Complex Data Analysis. *Mathematical Problems in Engineering*, 2021. <https://doi.org/10.1155/2021/9982387>
- Wu, C. H., & Tsai, S. B. (2018). Using DEMATEL-Based ANP model to measure the successful factors of E-Commerce. *Intelligent Systems: Concepts, Methodologies, Tools, and*

- Applications*, 1122–1138. <https://doi.org/10.4018/978-1-5225-5643-5.ch047>
- Wu, W. H., Lin, C. T., & Peng, K. H. (2009). Determination of a hospital management policy using conjoint analysis in the analytic network process. *Quality & Quantity*, 43(1), 145–154. <https://doi.org/10.1007/s11135-007-9158-3>
- Wudhikarn, R. (2018). Improving the intellectual capital management approach using the hybrid decision method. *Journal of Intellectual Capital*, 19(4), 670–691. <https://doi.org/10.1108/JIC-07-2017-0088>
- Yu, R., & Tzeng, G. H. (2006). A soft computing method for multi-criteria decision making with dependence and feedback. *Applied Mathematics and Computation*, 180(1), 63–75. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2005.11.163>
- Zhang, M. C., Zhu, B. W., Huang, C. M., & Tzeng, G. H. (2021). Systematic evaluation model for developing sustainable world-class universities: An east asian perspective. *Mathematics*, 9(8), 837. <https://doi.org/10.3390/math9080837>
- Zhang, Q., Yang, L. T., Chen, Z., & Li, P. (2022). PPHOPCM: Privacy-Preserving High-Order Possibilistic c-Means Algorithm for Big Data Clustering with Cloud Computing. *IEEE Transactions on Big Data*, 8(1), 25–34. <https://doi.org/10.1109/TBDDATA.2017.2701816>
- Zhang, X. L. (2015). Convex discriminative multitask clustering. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 37(1), 28–40. <https://doi.org/10.1109/TPAMI.2014.2343221>
- Zhou, X., Hu, Y., Deng, Y., Chan, F. T. S., & Ishizaka, A. (2018). A DEMATEL-based completion method for incomplete pairwise comparison matrix in AHP. *Annals of Operations Research*, 271(2), 1045–1066. <https://doi.org/10.1007/s10479-018-2769-3>