



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

MODELADO DEL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE  
BICICLETAS Y PATINETES PARA LA SIMULACION DE  
CONDUCCIÓN EN ENTORNOS VIRTUALES

Trabajo Fin de Grado

Grado en Ingeniería Mecánica

AUTOR/A: Santos Moscardó, Christian

Tutor/a: Dols Ruiz, Juan Francisco

Cotutor/a: Rovira Cardete, Andrés

CURSO ACADÉMICO: 2022/2023



# UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA

## Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

MODELADO DEL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE  
BICICLETAS Y PATINETES PARA LA SIMULACION DE  
CONDUCCIÓN EN ENTORNOS VIRTUALES

Trabajo Fin de Grado

Grado en Ingeniería Mecánica

AUTOR/A: Santos Moscardó, Christian

Tutor/a: Dols Ruiz, Juan Francisco

Cotutor/a: Rovira Cardete, Andrés

CURSO ACADÉMICO: 2022 - 2024



## ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN .....	1
1.1 OBJETIVOS DEL TFG .....	1
2. METODOLOGÍA .....	1
2.1 ANTECEDENTES .....	1
2.2 ESTADO DEL ARTE .....	2
2.3 MODELADO DE SISTEMAS DE DOS GRADOS DE LIBERTAD.....	3
2.3.1 MODELADO VERTICAL .....	3
2.3.2 METODO DE CÁLCULO MODELADO VERTICAL.....	6
2.3.3 MODELADO LATERAL.....	8
2.3.4 METODO DE CÁLCULO MODELADO LATERAL .....	10
2.3.5 MODELADO LONGITUDINAL .....	11
2.3.6 METODO DE CÁLCULO .....	13
2.4 HERRAMIENTA INFORMÁTICA UTILIZADA EN EL MODELADO .....	15
2.4.1 HISTORIA DE MATLAB.....	15
2.5 CARACTERÍSTICAS DE LOS SISTEMAS MECÁNICOS A MODELAR.....	15
2.5.1 BICICLETA .....	16
2.5.2 PATINETE.....	16
2.6 DESCRIPCIÓN DE LAS PRUEBAS DE VALIDACIÓN .....	17
2.6.1 PRUEBAS DE VALIDACIÓN (MODELADO VERTICAL) .....	17
2.6.2 PRUEBAS DE VALIDACIÓN (MODELADO LATERAL).....	19
2.6.3 PRUEBAS DE VALIDACIÓN (MODELADO LONGITUDINAL) .....	23
3. RESULTADOS, ANÁLISIS Y DISCUSIÓN .....	24
3.1 INTRODUCCIÓN A LOS RESULTADOS.....	24
3.2 GRÁFICAS TIPO ESCALÓN.....	24
3.3 CIRCUITO MODELADO LATERAL.....	27
4 CONCLUSIONES.....	31
5 PLIEGO DE CONDICIONES .....	32
5.1 INTRODUCCIÓN.....	32
5.2 PROCESO DE CERTIFICACIÓN .....	32
5.3 REGULACIÓN DE CIRCULACIÓN.....	33
5.4 ZONAS DE CIRCULACIÓN DE PATINETE QUE AFECTAN A NUESTRO EXPERIMENTO .....	34



6 PRESUPUESTO.....	36
6.1 DESGLOSE DE COSTES.....	36
6.2 DESGLOSE DE COSTES VALORADO .....	36
7. BIBLIOGRAFIA .....	37



## 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1 OBJETIVOS DEL TFG

El objetivo principal y último de este documento es la consolidación del grado de ingeniería mecánica para obtener el título académico.

En el presente trabajo de fin de grado se desarrollará el modelado matemático que permita reproducir fielmente el comportamiento dinámico de bicicletas y patinetes en diferentes situaciones de conducción en entornos de tráfico urbanos. El procedimiento se implementará mediante el desarrollo del código fuente necesario para reproducir el comportamiento dinámico de este tipo de vehículos empleando el programa de cálculo Matlab. En este sentido, el desarrollo del código fuente tiene por objeto su introducción posterior en entornos de realidad virtual. El código desarrollado será validado mediante el contraste de los resultados obtenidos en el modelado matemático con otros modelos similares, así como con la realización de pruebas prácticas en los simuladores de conducción de Vehículos de Movilidad Personal (VMP) desarrollados en el proyecto de investigación esMicromobility.

## 2. METODOLOGÍA

### 2.1 ANTECEDENTES

En este apartado nos dispondremos a analizar la procedencia del estudio realizado y expuesto en este documento.

El TFG se enmarca como una de las tareas a implementar en el proyecto de investigación esMicromobility, desarrollado conjuntamente por el Instituto de Transporte y Territorio (ITT) y el Instituto de Diseño y Fabricación (IDF), ambos de la Universidad Politécnica de Valencia, y en el que se van a analizar los comportamientos de este tipo de VMP, con objeto de que se pueda facilitar su integración en entornos urbanos en condiciones de seguridad vial aceptables para todos los usuarios y viandantes.

El proyecto consta de un banco de pruebas adaptado a nuestros vehículos de dos ruedas, cuya función será captar los datos necesarios mediante sensores instalados proporcionados por la reacción del usuario a estímulos visuales. Para ello, el usuario llevará instalado un dispositivo de realidad virtual en el que se reproduzcan entornos y situaciones comunes de tráfico urbano en Valencia. Dicho simulador dispondrá de una serie de sensores que detectarán la posición del manillar y la velocidad lineal del vehículo y las transformará en señales eléctricas que funcionarán como variables de entrada de nuestro estudio del modelado dinámico.

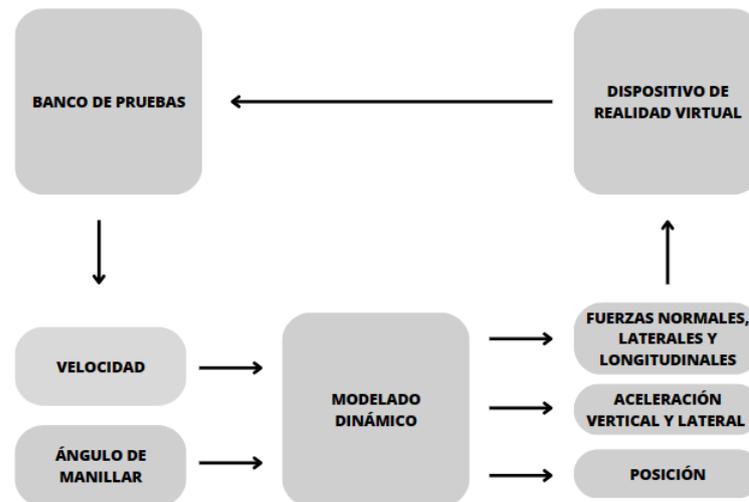


Figura 1: Flujo de datos de lazo cerrado del proyecto EsMicromobility. Fuente: Elaboración propia.

## 2.2 ESTADO DEL ARTE

Para efectuar este documento han sido necesarias diversas fuentes de información.

Nuestra investigación se ha basado en la búsqueda de proyectos de final de carrera, máster o doctorado cuyo contenido estuviera relacionado con la determinación de ecuaciones del movimiento, cálculo de modelados dinámicos, normativas de circulación. También, ha sido necesario la búsqueda de información sobre el programado en plataformas de cálculo computacional para traducir las ecuaciones numéricas en código legible por el programa de cálculo.

Para determinar la validez de los documentos ha sido necesario establecer unos requisitos de contenidos mínimos.

Los modelos estudiados debían ser de dos grados de libertad, determinados por el estudio de dos masas diferenciadas, las de la rueda delantera y las de la rueda trasera.

El tipo de modelado debía corresponder con el modelo simple de bicicleta en el cual se estudia el movimiento de dos ruedas sobre diferentes ejes.

En dichos documentos los vehículos a estudiar tenían que ser ciclos de dos ruedas o VMP (Vehículos de Movilidad Personal), los cuales son vehículos de una o más ruedas dotadas de una única plaza y autopropulsado con un motor que alcanzase una velocidad máxima comprendida entre 6 y 25 km/h.

[1]

El sistema simulará situaciones reales comunes que transcurren en un carril bici situado dentro de poblado, para ello una parte importante de nuestra investigación se basa en la búsqueda de perfiles que representen de manera fiable las irregularidades de la calzada. Por lo tanto, parte de la investigación se ha realizado en el buscador de normas UNE de la Universidad Politécnica de Valencia.

### 2.3 MODELADO DE SISTEMAS DE DOS GRADOS DE LIBERTAD

El modelado dinámico de un automóvil es el análisis matemático y computacional del comportamiento de un vehículo en movimiento. Se utiliza mucho en el sector automotriz para optimizar el diseño de componentes como la suspensión, estudiar las maniobras del vehículo en situaciones de límites o simular el comportamiento en condiciones rutinarias.

Con la finalidad de aportar información fiable al sistema estudiaremos el comportamiento del vehículo analizando las reacciones desde el punto de vista vertical, lateral y longitudinal. En este documento presentaremos estos tres tipos de modelados en distintos apartados, no obstante, mantienen una relación intrínseca entre ellos y deberán calcularse de manera simultánea.

A continuación, presentaremos los diferentes modelados, analizando las ecuaciones del movimiento aportando la teoría correspondiente.

#### 2.3.1 MODELADO VERTICAL

Para el estudio del modelado vertical será necesario determinar qué factores influyen en el movimiento vertical. La fuente de excitación vertical principal son las irregularidades de la calzada.

En ambos vehículos los neumáticos serán el componente más importante para determinar el comportamiento del conjunto frente las irregularidades de la carretera. El comportamiento de la rueda de un vehículo convencional funciona de manera similar a un muelle y un amortiguador.

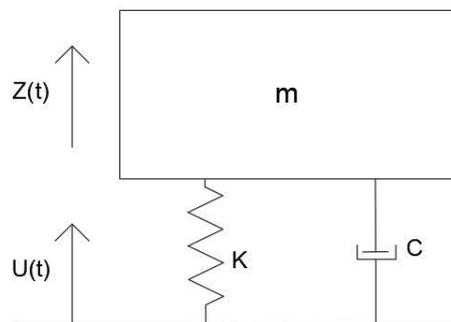


Figura 2: Descripción esquemática de los componentes dinámicos del neumático. Fuente: Elaboración propia.

Donde  $m$  es la masa que soporta el neumático,  $K$  hace referencia a un muelle y nos aportará el valor de la rigidez vertical y  $C$  a un amortiguador y nos aportará el coeficiente de amortiguamiento. Estos datos serán constantes y particulares para cada vehículo. Por otro lado,  $Z(t)$  y  $U(t)$  son variables en el tiempo y se identifican como el perfil de las irregularidades de la calzada y la reacción vertical del sistema respectivamente.

La rigidez del neumático determinará las fuerzas máximas que serán capaces de soportar, así como las deformaciones que generarán esas fuerzas actuando según la ecuación característica de un muelle.

$$F = k Z$$

Ecuación 1

Donde  $F$  es la fuerza que debe soportar por el neumático,  $Z$  es la deformación vertical del neumático y  $k$  es la rigidez de este.

El amortiguador es el elemento encargado de disipar la energía cinética de las oscilaciones del muelle  $Z$  transformándola en energía calorífica. La ecuación que estudia el comportamiento del amortiguador se denomina función de Rayleigh.

$$R = c * \frac{dz}{dt} \quad \text{Ecuación 2}$$

Donde  $c$  es el coeficiente de amortiguamiento y  $dz/dt$  es la velocidad lineal vertical del sistema.

Determinaremos la ecuación del movimiento por el método de Lagrange. [2]

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial R}{\partial \dot{x}} = 0 \quad \text{Ecuación 3}$$

Donde  $T$  es la energía cinética,  $V$  se corresponde con la energía potencial y  $R$  cuya denominación es disipación viscosa la cual se obtiene mediante el coeficiente de amortiguamiento.

Resolviendo las ecuaciones de un modelo de bicicleta de dos grados de libertad obtenemos la siguiente expresión.

$$m \ddot{z} + c \dot{z} + k z = k u \quad \text{Ecuación 4}$$

Y despejando la componente de la aceleración vertical obtenemos la siguiente ecuación: [3]

$$\ddot{z} = \frac{k(u-z) - c \dot{z}}{m} \quad \text{Ecuación 5}$$

Esta ecuación será estudiada en ambas ruedas y en dos vehículos diferentes, por tanto, será conveniente particularizarla para las posibles situaciones. En las siguientes figuras se expondrá la nomenclatura usada para cada vehículo:

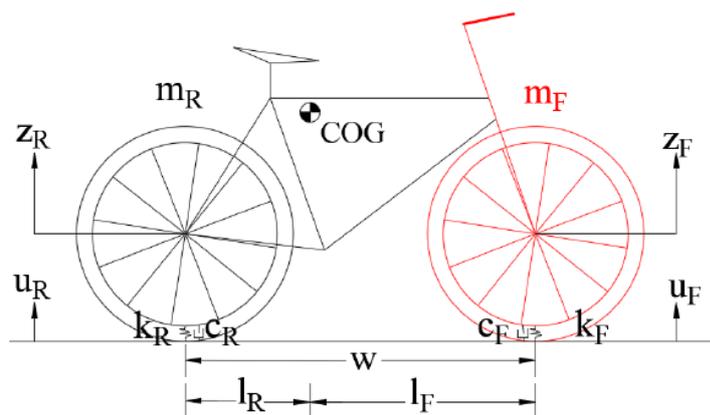


Figura 3: Nomenclatura utilizada en el modelado matemático de la bicicleta [3].

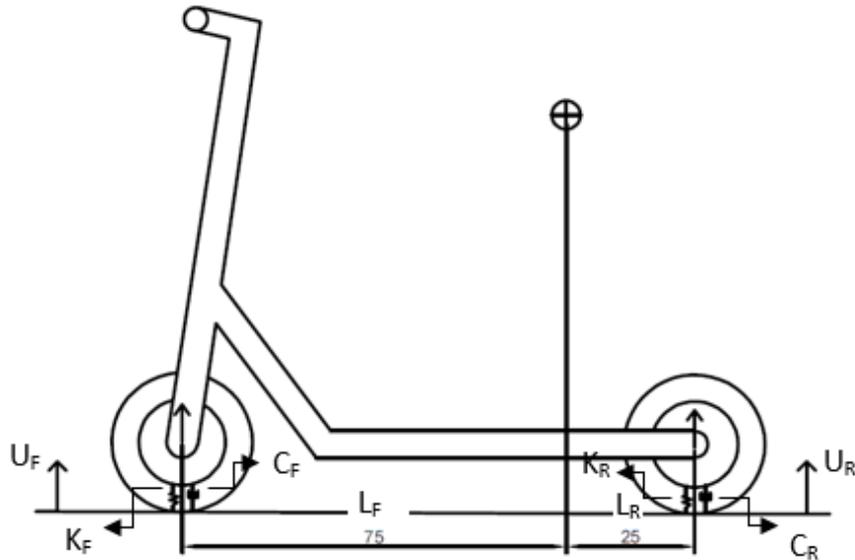


Figura 4: Nomenclatura utilizada en el modelado dinámico del patinete. Fuente: Elaboración propia.

Particularizando para las ruedas delantera y trasera, las ecuaciones que estudiaremos para obtener la aceleración vertical son:

$$\ddot{z}_F = \frac{k_F(u_F - z_F) - c_F \dot{z}_F}{m_F} \quad \text{Ecuación 6}$$

$$\ddot{z}_R = \frac{k_R(u_R - z_R) - c_R \dot{z}_R}{m_R} \quad \text{Ecuación 7}$$

Donde  $k_F$  y  $k_R$  son las rigideces verticales de las ruedas delantera y trasera respectivamente,  $c_F$  y  $c_R$  son los coeficientes de amortiguamiento de las ruedas delanteras y traseras,  $m_F$  y  $m_R$ ,  $z$  representa el desplazamiento vertical, sus derivadas con respecto al tiempo determinan la velocidad ( $\dot{z}$ ) y la aceleración ( $\ddot{z}$ ). Por último, la variable  $u_F$  y  $u_R$  representan las irregularidades verticales en el trazado.

Las fuerzas normales que actúan sobre las ruedas son calculadas mediante las siguientes ecuaciones:

$$F_{nF} = F_{cF} + k_F(u_F - z_F) + C_F \dot{z}_F \quad \text{Ecuación 8}$$

$$F_{nR} = F_{cR} + k_R(u_R - z_R) + C_R \dot{z}_R \quad \text{Ecuación 9}$$

Siendo  $F_n$  la fuerza normal en cada rueda,  $F_c$  la fuerza normal estática calculada como masa multiplicado por aceleración,  $k(u-z)$  se corresponde con la fuerza soportada por el muelle y  $C \dot{z}$  la relacionamos con la fuerza de disipación del amortiguador.

Las variables  $z$  y  $\dot{z}$  serán funciones variables con el tiempo obtenidas mediante las ecuaciones 6 y 7.

### 2.3.2 METODO DE CÁLCULO MODELADO VERTICAL

Para realizar el cálculo del modelado vertical nos apoyaremos en un sistema de cómputo numérico donde los parámetros de entrada serán los datos del reparto de masas en las ruedas delantera y trasera, y sus respectivas rigidezes y coeficientes de amortiguamiento.

Los datos serán representados por variables globales, es decir, funcionarán en todos los scripts donde programemos la función global y los datos necesarios. Un script denominado tipo\_veh nos ofrece la posibilidad de clasificar los datos haciendo distinción entre la rueda delantera y trasera de la bicicleta y del patinete, de esta forma podemos estudiar las partes por separado.

```
global tipo_veh
if tipo_veh == 1 %bicicleta rueda
delantera
globql k c m vel
k = 108e3;
c = 5548;
m = 22.32
s = 0.6
coef = 0.8
vel = 10
elseif tipo_veh == 2 %bicicleta rueda
trasera
globql k c m vel
k = 108e3;
c = 5548;
m = 62.38
s = 0.6
coef = 0.8
vel = 10
if tipo_veh == 3 %patinete rueda
delantera
globql k c m vel
k = 65e3;
c = 5230;
m = 17.5
s = 0.6
coef = 0.8
vel = 10
if tipo_veh == 1 %bicicleta rueda
delantera
globql k c m vel
k = 65e3;
c = 5230;
m = 52.5
s = 0.6
coef = 0.8
vel = 10
```

En esta parte del modelado, será necesario insertar una entrada  $u$ , la cual representa las irregularidades de la calzada. Para esta última variable se generará una función senoidal que variará con el tiempo considerando una amplitud de  $\pm 2$ cm o bien tendremos la opción de estudiar un escalón unitario.

```
function deltaw = accionamiento (t)
A = 2e-2; % amplitud [m]
Omega = 100; % frecuencia [rad/s]
Deltaw = A/2 * (1 - cos ( omega * t )); % funcion seno
Return
End
```

Desde el script principal “main” tendremos la opción de elegir que vehículo y que rueda estudiar, así como el tipo de irregularidad que queremos implementar en la programación.

```
global tipo_veh vel tipo_irr  
tipo_veh = (número del 1 al 4)  
tipo_irr = (Escalón, 1; Senoidal, 2)
```

Las ecuaciones 6 y 7 son ecuaciones diferenciales de segundo orden que serán resueltas mediante el sistema de cómputo numérico. El resultado se presentará mediante dos gráficas. La primera representará el desplazamiento vertical  $z$  con respecto al tiempo y la segunda la velocidad vertical  $\dot{z}$  con respecto al tiempo.

El comando encargado para realizar la integración será el ode 45. Este solver servirá para realizarla integración y se escribirá de la siguiente forma:

```
[t,y] = ode45(odefun,tspan,y0)
```

Donde  $y0$  serán las condiciones iniciales, en nuestro caso partiremos del reposo,  $tspan = [t0 tf]$  integra el sistema de ecuaciones diferenciales  $y' = f(t,y)$  de  $t0$  a  $tf$ . [4]

Las ecuaciones para integrar serán escritas en el script denominado *odefun*.

```
function dq = odefun(t,q)  
Global k c m vel  
x = vel * t;  
u = irregu(x);  
dq(1) = q(2);  
dq(2) = (k*(u-q(1))-c*q(2))/m;
```

La finalidad del modelado vertical es calcular las fuerzas normales que actúan sobre ambas ruedas, para ello las variables de salida de las ecuaciones 6 y 7 formarán parte de los parámetros de entrada de las ecuaciones 8 y 9.

```
function [fn,u] = calc_fn(t,q)                                for i=1:N  
Global k c m vel                                           x = vel * t(i);  
N = length(t)                                              u(i) = irregu(x);  
fn = zeros(N,1)                                           fn(i) = k*(u(i)-q(i,1));  
u = zeros(N,1)                                             end
```

El script main [anexo1] será el programa donde se ejecutarán los comandos principales y de donde extraeremos las gráficas que usaremos posteriormente.

### 2.3.3 MODELADO LATERAL

El análisis del modelado lateral es útil para estudiar el comportamiento en curva de nuestro vehículo, así como las condiciones límite de deslizamiento.

Uno de los factores más importantes para tener en cuenta es el ángulo de deriva ( $\alpha_F$  y  $\alpha_R$ ). Se define como el ángulo entre la dirección de la marcha determinada por el ángulo de giro del manillar en VMP y la dirección real de la rueda debido a que un cambio de dirección del vehículo provoca una velocidad de deslizamiento además de un giro. [5]

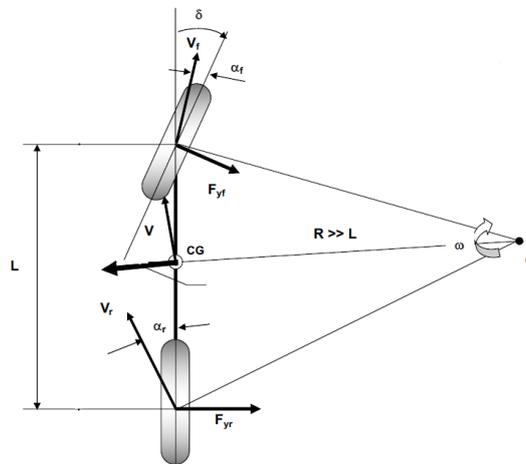


Figura 5: Representación visual de las fuerzas y magnitudes generadas en el giro de un modelo de bicicleta [5].

El ángulo de deriva de la rueda delantera y trasera se define según las ecuaciones 10 y 11. [6]

$$\alpha_F = -\dot{\beta} + \delta - \frac{L_F \dot{\psi}}{v_{COG}} \quad \text{Ecuación 10}$$

$$\alpha_R = -\dot{\beta} + \frac{L_R \dot{\psi}}{v_{COG}} \quad \text{Ecuación 11}$$

Donde  $\dot{\beta}$  la identificamos como velocidad de deslizamiento, en el centro de masas del vehículo,  $\delta$  será el ángulo de giro del manillar,  $L_F$  y  $L_R$  la distancia en horizontal del centro de masas al eje de las ruedas delantera y trasera,  $\dot{\psi}$  la velocidad de guiñada y  $v_{COG}$  la velocidad lineal del centro de masas.

Para medir la velocidad del centro de masas será necesaria la instalación de un sensor en el centro de gravedad; debido a que el experimento carece de ese tipo de sensor asumiremos que el centro de masas se mueve de manera completamente solidaria a la velocidad lineal.

Apoyándonos en la ecuación del ángulo de deriva, será necesario añadir al estudio del modelado lateral la **velocidad de guiñada**.

La guiñada es la capacidad del vehículo para rotar sobre su eje vertical, es decir, en cualquier cambio de dirección el vehículo tendrá una determinada velocidad de guiñada. Si para un radio determinado la guiñada es demasiado baja para la velocidad del vehículo, este tendrá subviraje y si es demasiado alta presentará sobreviraje. [7]

La velocidad de guiñada será definida por la siguiente expresión:

$$\dot{\psi} = \frac{V}{Rc} \quad \text{Ecuación 12}$$

Donde  $V$  será la velocidad lineal del vehículo y  $Rc$  el radio de curvatura.

El radio de curvatura corresponde al radio de la trayectoria del vehículo y se calculará empleando la ecuación 13.

$$Rc = \frac{l_f + l_r}{\sin \delta_w} \quad \text{Ecuación 13}$$

Donde  $L_F$  y  $L_R$  es la distancia en horizontal del CDM al eje de las ruedas delantera y trasera y  $\delta_w$  será el ángulo de giro del manillar.

Uno de los factores que determinan la influencia del ángulo de deriva en la trayectoria del vehículo es la **aceleración lateral ( $a_y$ )**. Mediante esta magnitud podemos clasificar los giros en: baja velocidad con  **$a_y$  entre 0 y 0.3g**, que pueden ser cambios de carril para adelantar a otros conductores; giros a alta velocidad con  **$a_y$  entre 0.3g y 0.5g**, sería el equivalente a sortear un obstáculo que has percibido a muy pocos metros de distancia. Y por último maniobras a velocidad límite con  **$a_y$  mayor de 0.5g** las cuales identificamos con maniobras que conllevan incluso pérdidas de tracción. [8]

La aceleración lateral se puede expresar con la siguiente ecuación.

$$a_y = \frac{F_{yR} + F_{yF}}{m} \quad \text{Ecuación 14}$$

Donde  $F_{yR}$  y  $F_{yF}$  son las fuerzas laterales que actúan sobre la rueda trasera y delantera respectivamente y  $m$  es la masa total del sistema.

Por lo tanto, será necesario calcular las fuerzas laterales usando las ecuaciones 15 y 16.

$$F_{yF} = \alpha_F K_{yF} + m_F g \sin \phi \quad \text{Ecuación 15}$$

$$F_{yR} = \alpha_R K_{yR} + m_R g \sin \phi \quad \text{Ecuación 16}$$

Donde  $\alpha_F$  y  $\alpha_R$  son los ángulos de deriva de las ruedas delantera y trasera,  $K_{yF}$  y  $K_{yR}$  son los coeficientes de rigidez lateral de las ruedas delantera y trasera,  $m_F$  y  $m_R$  es la masa sobre la rueda delantera y trasera,  $g$  es la aceleración gravitatoria y  $\phi$  es el ángulo de balanceo.

### 2.3.4 METODO DE CÁLCULO MODELADO LATERAL

Para realizar el cálculo del modelado lateral, haremos uso del mismo sistema de cómputo numérico. Los parámetros de entrada serán los aportados por los sensores, es decir, el ángulo del manillar  $\delta$  y la velocidad lineal de desplazamiento  $V$ . Además, se hará uso de la longitud en horizontal de los ejes de ambas ruedas al centro de masas,  $L_F$  y  $L_R$ ; del reparto de masas,  $m_F$  y  $m_R$  y de los coeficientes de rigidez lateral de los neumáticos,  $K_{yF}$  y  $K_{yR}$ .

Para resolver el análisis del modelado lateral debemos tener en cuenta que el problema consta de 6 ecuaciones que forma un sistema de ecuaciones lineales de 6 ecuaciones con 6 incógnitas.

El método de resolución constará de dos apartados diferenciados, el primero será el encargado de resolver las incógnitas del ángulo de deriva y la velocidad de guiñada en el centro de masas y el segundo apartado resolverá las fuerzas y aceleraciones.

A continuación, mostraremos el código utilizado para calcular las primeras magnitudes representando las ecuaciones 10, 11, 12 y 13.

```
npuntos = 100;
t1 = 0.0;
t2 = 2.0*3.14/1;

beta = 0.0;
tiempos = zeros(npuntos,1);
delta_w = zeros(npuntos,1);
dpsi = zeros(npuntos,1);
alphaF = zeros(npuntos,1);
alphaR = zeros(npuntos,1);

for i=1:npuntos
    tiempos(i) = t1 + (t2-t1)/(npuntos-1)*(i-1);
    delta_w(i) = accionamiento(tiempos(i));
    dpsi(i) = vCOG * sin(delta_w(i))/(lF+lR);
    alphaF(i) = delta_w(i) - lF*dpsi(i)/vCOG - beta;
    alphaR(i) = lR*dpsi(i)/vCOG - beta;
end
```

Una vez calculados los ángulos de deriva y la velocidad de guiñada serán representados en dos gráficas agrupando los ángulos en una gráfica y las velocidades en otra paralela.

El segundo paso será la resolución de las fuerzas y aceleraciones, se hará de la misma forma que el primer apartado, traduciendo las ecuaciones 14, 15 y 16 al código fuente de Matlab creando un sistema de ecuaciones que el programa sea capaz de resolverlo.

El código utilizado en la resolución de las ecuaciones 14, 15 y 16 es el siguiente:

$\phi = 0.0;$ % ángulo de balanceo $C_y = 360;$ % N/rad para patinete eléctrico $m_F = 22.62;$ % kg $m_R = 62.38;$ $g = 9.81;$	$F_{yF} = \alpha_F * C_y + m_F * g * \sin(\phi);$ $F_{yR} = \alpha_R * C_y + m_R * g * \sin(\phi);$ $a_y = (F_{yF} + F_{yR}) / (m_F + m_R);$
--	--

En esta parte se puede distinguir por un lado la inserción de los datos numéricos y por otro lado la escritura de las ecuaciones 14, 15 y 16 respectivamente.

Por último, representáramos los resultados en forma de dos gráficas diferenciadas, una con las fuerzas laterales y otra con la aceleración lateral debido a que tienen diferentes unidades y ordenes de magnitud por lo que no sería representativo juntar las variables en una misma gráfica.

El modelado lateral estudia el comportamiento del vehículo mientras la trayectoria de este es un giro. Este giro es realizado gracias al accionamiento del conductor sobre el manillar, de manera que el giro de la rueda delantera determinará el radio de curvatura que tomará el vehículo. Por tanto, para la realización del modelado será necesario incluir un accionamiento que explicaremos en el apartado 2.7 de este documento.

### 2.3.5 MODELADO LONGITUDINAL

El modelado longitudinal trata de predecir el comportamiento dinámico de un vehículo en el sentido del movimiento hacia delante a lo largo del tiempo. Se centra en el estudio del movimiento del vehículo a lo largo de su eje longitudinal. Se utiliza en el ámbito del diseño de los vehículos para describir parámetros como la aceleración, deceleración, velocidad constante y las variables límite como deceleraciones de emergencia.

La primera fuerza que tendremos que calcular será la inclinación de la calzada. El estudio de esta variable es importante debido a que afecta a factores indispensables como puede ser el consumo de batería en el caso del patinete, el agarre del neumático, el aquaplaning o el diseño de las suspensiones.

La fuerza ejercida por la inclinación de la calzada se calculará con la siguiente expresión:

$$F_{SF} = m_F g \sin \theta \quad \text{Ecuación 17}$$

$$F_{SR} = m_R g \sin \theta \quad \text{.....Ecuación 18}$$

Donde  $\theta$  representa la inclinación de la calzada en grados.

La siguiente fuerza necesaria para representar de manera fiable el modelado longitudinal será la fuerza de resistencia aerodinámica. La resistencia aerodinámica es causada por el flujo del aire

que envuelve al vehículo, es cierto que en un VMP es más determinante la complejidad del usuario, así como la postura, no obstante, una optimización del diseño ayudará al consumo de batería del patinete o de la bicicleta en el caso de que tenga un motor de ayuda al pedaleo.

Además del consumo, el diseño aerodinámico influirá de manera considerable en la estabilidad y el manejo del vehículo, así como ocasionar ruido y vibraciones que puedan derivar en fatiga muscular del usuario o incomodidad.

La expresión que nos permite analizar la fuerza ejercida sobre nuestro producto ocasionada por el aire es la siguiente:

$$F_{aero} = 0.5 C_{\alpha x} \rho S V^2 \quad \text{Ecuación 19}$$

Donde  $C_{\alpha x}$  es el coeficiente de resistencia aerodinámica,  $\rho$  es la densidad del aire y  $S$  es la superficie frontal del vehículo y conductor.

Por último, tendremos que considerar que la fuerza vertical ocasionada por la masa del conjunto afectará directamente en el comportamiento del vehículo. Esta fuerza estará regulada por la segunda ley de Newton.

$$F = m * a \quad \text{Ecuación 20}$$

Newton (1867) en su obra *Las Leyes de Newton afirma lo siguiente:*

*“La aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza que actúa sobre él e inversamente proporcional a la masa.” (Segunda ley de Newton) [16].*

Es decir, fuerza es igual a masa por aceleración. Por lo que particularizando para nuestro modelado del comportamiento dinámico obtenemos las siguientes expresiones:

$$F_{zF} = m_F * g \quad \text{Ecuación 21}$$

$$F_{zR} = m_R * g \quad \text{Ecuación 22}$$

Una vez representadas las fuerzas longitudinales que afectan a nuestro modelado, la manera de unificar todas ellas es haciendo un sumatorio de las mismas, obteniendo por tanto la siguiente expresión:

$$F_x = \mu F_z \cos \alpha + F_s + F_{aero} \quad \text{Ecuación 23}$$

Y particularizando para la parte delantera y trasera del conjunto VMP – Usuario:

$$F_{xF} = \mu F_{zF} \cos \alpha_F + F_{sF} + F_{aero} \quad \text{Ecuación 24}$$

$$F_{xR} = \mu F_{zR} \cos \alpha_R + F_{sR} + F_{aero} \quad \text{Ecuación 25}$$

Donde  $\mu$  es el coeficiente de rozamiento de la calzada con el neumático,  $F_{zF}$  y  $F_{zR}$  son las fuerzas verticales en las ruedas traseras y delanteras,  $\alpha_F$  y  $\alpha_R$  son los ángulos de deriva de las ruedas delantera y trasera,  $F_{sF}$  y  $F_{sR}$  son las fuerzas causadas por la inclinación de la calzada y  $F_{aero}$  la fuerza de resistencia aerodinámica.

### 2.3.6 METODO DE CÁLCULO

En esta parte del documento explicaremos el método de resolución en Matlab del modelado dinámico longitudinal. Para llevar a cabo los cálculos, analizaremos el conjunto de ecuaciones para comprobar que funciones de MatLab hemos de utilizar.

Llegamos a la conclusión de que es un sistema de ecuaciones lineales, el cual depende del ángulo de deriva por lo que es la única variable que deberemos de calcular previamente debido a que el resto de los elementos de la ecuación son datos conocidos.

La manera más adecuada y sencilla de proceder para calcular este tipo de sistema es despejar las ecuaciones hasta obtener una ecuación con una incógnita. La ecuación resultante es la siguiente:

$$F_x = \mu * m * g * \cos \alpha + m * g * \sin(\phi) + 0.5 C_{\alpha x} \rho S V^2 \quad \text{Ecuación 26}$$

Y particularizando para la parte delantera y trasera del conjunto VMP – Usuario:

$$F_{xF} = \mu * m_F * g * \cos \alpha_F + m_F * g * \sin(\phi) + 0.5 C_{\alpha x} \rho S V^2 \quad \text{.....Ecuación 27}$$

$$F_{xR} = \mu * m_R * g * \cos \alpha_R + m_R * g * \sin(\phi) + 0.5 C_{\alpha x} \rho S V^2 \quad \text{Ecuación 28}$$

Ahora bien, una vez definida la ecuación principal para realizar el cálculo, deberemos insertarla en MatLab a través del código fuente.

En el siguiente cuadro les mostraremos el código fuente utilizado.

```
mu = dato
tecta = dato;
cx = dato;
ro = dato;
s = dato;
mF = dato; % kg
mR = dato;

Fxf = mu * (mF * 9.81) * cos(alphaF) + mF * 9.81 * sin(tecta) + 0.5 * cx * ro * s * vel * vel;
Fxr = mu * (mR * 9.81) * cos(alphaR) + mR * 9.81 * sin(tecta) + 0.5 * cx * ro * s * vel * vel;
```



Una vez escritas las ecuaciones, el siguiente paso será representarlas gráficamente. Estos postprocesos secundarios los adjuntaremos en el anexo [1], en el cual insertaré los documentos de MatLab necesarios para llevar a cabo el modelado.

## 2.4 HERRAMIENTA INFORMÁTICA UTILIZADA EN EL MODELADO

Para resolver el modelado dinámico de los vehículos a estudiar es necesario emplear un sistema de cómputo numérico capaz de resolver integraciones, iteraciones, sistemas de ecuaciones no lineales y representar las soluciones a lo largo del tiempo de manera fiable y precisa.

El modelado informático es el apartado más importante de este Trabajo de Fin de Grado. Esto es debido a que dentro del proyecto experimental EsMicromobility, es el método de intercambio de información entre el banco de pruebas y el sistema de realidad virtual que portará el usuario.

La herramienta matemática que hemos empleado es la plataforma informática MATLAB.

Es comúnmente usada por ingenieros y científicos de todo el mundo para programar y llevar a cabo el diseño de productos y sistemas presentes en múltiples campos pertenecientes a nuestra vida diaria como puede ser seguridad activa de automóviles, dispositivos de monitorización de la salud, o también a sistemas mucho más sofisticados como es el caso de naves interplanetaria y muchos otros campos.

El lenguaje de MATLAB está basado en matrices, de echo su nombre es el resultado de abreviar “MATrix LABoratory” o laboratorio de matrices en castellano.

### 2.4.1 HISTORIA DE MATLAB

MATLAB surgió con el propósito de encontrar una alternativa al programa de cómputo numérico Fortran. En 1984 los desarrolladores del programa, Cleve Moler, Steve Bangart y Jack Little junto con MathWorks lanzaron al mercado la primera versión oficial de MATLAB. [9]

El principal desarrollador de MATLAB, Cleve Moler (1939), tuvo como propósito que sus alumnos aprendieran un lenguaje de programación más accesible y sencillo a LINPACK y EISPACK sin escribir programas Fortran, para el cual era necesario el uso de la computadora central del campus de la Universidad de Nuevo México. Para ello estudió el libro *Algorithms + Data Structures = Programs* de Niklaus Wirth. Este libro recogía algunos de los temas fundamentales de la programación en computadora, sobre todo explicaba la intrínseca relación entre las bases de datos y los algoritmos y las formas de buscar las “*Data structures*” mediante algoritmos sencillos optimizando en gran medida la búsqueda. [10] y [11].

En 1983, Jack Little, el cual había adoptado la primera versión de MATLAB para su propio trabajo, sugirió la creación del producto comercial basado en MATLAB. Encaminó su vida junto a Cleve Moler, a la escritura y extensión de la primera versión, pero en lenguaje C. Steve Bangert, también trabajó en el proyecto en sus tiempos libres.

## 2.5 CARACTERÍSTICAS DE LOS SISTEMAS MECÁNICOS A MODELAR

Nuestro modelado tratará de representar fielmente el comportamiento dinámico de un vehículo en condiciones lo más próximas posibles a la realidad. El comportamiento de nuestros vehículos dependerá del diseño de estos y de las características mecánicas de sus componentes.

### 2.5.1 BICICLETA

Los datos que hemos usado para realizar el estudio de la bicicleta se muestran en la siguiente tabla.

$K_F$ (N/m)	108000
$K_R$ (N/m)	108000
$C_F$ (N s/m)	5548
$C_R$ (N s/m)	5548
$m$ (kg)	85
$m_F$ (kg)	22.62
$m_R$ (kg)	62.38
$F_{CF}$ (N)	221.68
$F_{CR}$ (N)	611.32
$v_{COG}$ (m/s)	Dato de entrada
$\delta$ (°)	Dato de entrada
$L_F$ (m)	0.808
$L_R$ (m)	0.293
$K_{yF}$ (N/m)	490
$K_{yR}$ (N/m)	490
$C_{\alpha\chi}$	0.824
$S$ (m <sup>2</sup> )	0.4

Tabla 1: Datos bicicleta usados en el modelado. Fuente: Elaboración propia.

### 2.5.2 PATINETE

Los datos que hemos usado para realizar el estudio del patinete se muestran en la siguiente tabla:

$K_F$ (N/m)	65000
$K_R$ (N/m)	65000
$C_F$ (N s/m)	5548
$C_R$ (N s/m)	5548
$m$ (kg)	70
$m_F$ (kg)	17.5
$m_R$ (kg)	52.5
$F_{CF}$ (N)	171.5
$F_{CR}$ (N)	514.5
$v_{COG}$ (m/s)	Dato de entrada
$\delta$ (°)	Dato de entrada
$L_F$ (m)	0.75
$L_R$ (m)	0.25
$K_{yF}$ (N/m)	360
$K_{yR}$ (N/m)	360
$C_{\alpha\chi}$	0.8

S (m <sup>2</sup> )	0.6
---------------------	-----

Tabla 2: Datos del patinete usados en el modelado. Fuente: Elaboración propia.

## 2.6 DESCRIPCIÓN DE LAS PRUEBAS DE VALIDACIÓN

Nuestro proyecto experimental transcurre en un ambiente cerrado dentro de un laboratorio. El vehículo permanece estático en un banco de pruebas donde la velocidad de las ruedas es captado por los sensores instalados en la palanca de freno. El banco de pruebas utilizado no es capaz de representar físicamente un medio realista por donde nuestro VMP pueda desplazarse.

Ahora bien, atendiendo a diferentes normativas, nuestro modelado informático será capaz de reproducir mediante señales previamente configuradas un entorno virtual que simule las características de un trazado real y cotidiano.

Para ello será necesario diferenciar los distintos tipos de excitación externa dependiendo del tipo de modelado que vayamos a estudiar.

### 2.6.1 PRUEBAS DE VALIDACIÓN (MODELADO VERTICAL)

El modelado dinámico vertical busca estudiar el comportamiento a lo largo del eje Y, siendo el eje paralelo al terreno y perpendicular al sentido del movimiento, como se muestra en la siguiente figura:

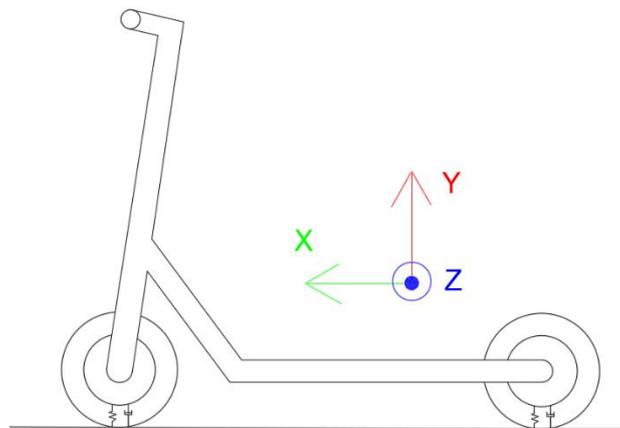


Figura 6: Eje de coordenadas en el modelado dinámico. Fuente: Elaboración propia.

Atendiendo al criterio citado anteriormente podemos llegar a la conclusión de que las fuentes de excitación en el modelado vertical se corresponden con las irregularidades de la calzada.

En este documento se recoge toda la información esencial para realizar un modelado dinámico calculado por ordenador. Esto comprende desde la determinación de las ecuaciones y cálculos numéricos necesarios hasta la implantación de estos en el programa de cómputo numérico.

Ahora bien, para verificar que el sistema se ajuste lo máximo posible a la realidad hemos de realizar una serie de comprobaciones y pruebas, para extraer los resultados de estas y realizar un estudio de los datos extraídos analizándolos desde el punto de vista lógico y matemático y compararlos con otros modelados fiables.

Por esa razón, hemos de separar las pruebas de validación en dos grupos diferenciados. El primero consistirá en simular un conjunto de pruebas elaboradas por fuentes externas para poder comparar los datos con otro modelado de características similares, de esa forma podemos podremos asegurar que nuestro programa sea útil y válido para realizar pruebas experimentales.

Las pruebas pertenecientes al segundo grupo estarán previamente definidas por el proyecto EsMicromobility, cuya misión es estudiar el comportamiento dinámico de los vehículos que queramos estudiar y simular las condiciones del entorno de un carril bici real.

Las pruebas que hacen referencia al modelado vertical se realizan insertando una función a la variable correspondiente al perfil de la calzada. Está función será de dos tipos, escalón y senoidal.

En nuestro proyecto es imprescindible simular ambientes realistas de la vida cotidiana, por tanto, para determinar el perfil de la carretera es necesario apoyarnos en las normativas vigentes que lo regulan.

Las irregularidades de la calzada pueden ser modeladas atendiendo a la norma ISO 8608 [12], la cual describe 8 tipos de perfiles apoyándose en la Densidad Espectral de Potencia (PSD). No obstante, esta normativa es usada más frecuentemente en automóviles.

Por tanto, para determinar qué tipo de perfil de carretera será usado en nuestro modelado dinámico, distinguiremos dos tipos de señales que dependerán de si el obstáculo es mayor (escalón) o menor (senoidal) que la huella de contacto del neumático.

En primer lugar, los obstáculos de escalón deberían ser filtrados geoméricamente mediante el modelo “*Elliptical tandem – cam*” [13]. La definición de este modelo permite determinar de manera fiable, un modelo que se asemeje a las situaciones realistas que nos podemos encontrar en ambientes urbanos. No obstante, requiere una extensa serie de experimentos cuasi estáticos y algunos procedimientos de optimización de forma. En este experimento, no se disponen de los medios necesarios para la realización de dichas pruebas, pero consideraremos una serie de obstáculos cortos extraídos de [14] que nos permitirán comparar y analizar posteriormente los resultados de nuestro modelado.

A continuación, se mostrará la tabla con los datos de los tres tipos de escalones que usaremos en nuestro modelado vertical:

Obstacle	A	B	C
$h_{step}$ [mm]	10	10	4
$l_{step}$ [mm]	80	20	40

Figura 7: Propiedades geométricas de los escalones [14].

Donde  $h_{step}$  se corresponde con la altura del escalón y  $l_{step}$  con la longitud en el sentido del movimiento del vehículo del escalón.

Por otro lado, el fabricante de VMPs puede solicitar la realización de un proceso de certificación. El proceso de certificación de VMP [15] permite que el fabricante o, en casos aislados, un

propietario individual, obtengan un número de certificación. Este número garantizará que el vehículo cumple con los requisitos necesarios para considerarse VMP.

Los ensayos necesarios se realizarán en laboratorios autorizados por la Subdirección General de Gestión de la Movilidad y Tecnología de la DGT.

Nuestro laboratorio constará de un banco de pruebas con sensores instalados que miden la velocidad de desplazamiento y el ángulo de giro del manillar. Este dispositivo no nos permite realizar pruebas de validación que permitan certificar el vehículo, no obstante, tomaremos las pruebas descritas en el BOE para estudiar el comportamiento del VMP.

Con el objetivo de asegurar la mayor rigurosidad posible, hemos adaptado el banco de pruebas para que cumpla las condiciones generales bajo las cuales hay que desarrollar los ensayos. Estos requisitos están recogidos en el BOE [16].

Por último, basándonos en [3], generaremos una función senoidal caracterizada con una amplitud de  $\pm 2$  cm y una frecuencia de un KHz. En la siguiente imagen les mostraremos un ejemplo de este tipo de funciones:

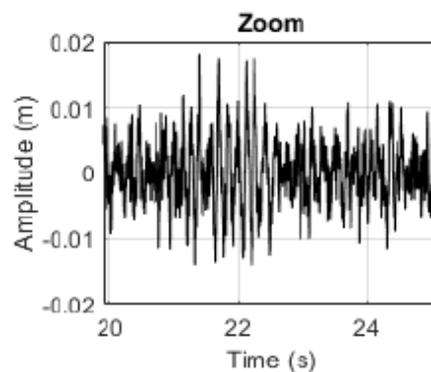


Figura 11: Función senoidal correspondiente al perfil de la carretera. Fuente: Referencia [3].

### 2.6.2 PRUEBAS DE VALIDACIÓN (MODELADO LATERAL)

El modelado dinámico lateral estudia las fuerzas generadas en el sistema cuando el vehículo y usuario recorren una curva. Un vehículo recorriendo una curva está sometido a diferentes fuerzas de excitación que aumentan de valor de manera directamente proporcional a la velocidad lineal.

Según Newton (1867) [18]: “Todo cuerpo preserva su estado de reposo o movimiento uniforme y rectilíneo a no ser que sea obligado a cambiar su estado de fuerzas impresas sobre él”

Particularizando esta teoría a nuestro experimento podemos concluir que cuando el vehículo realiza un movimiento rectilíneo no experimenta ninguna aceleración lateral, ahora bien, cuando el conductor imprime un ángulo de giro en el manillar, el vehículo experimenta la denominada fuerza centrípeta que impulsa el movimiento en dirección al centro de curva de la circunferencia imaginaria que se seguiría en una situación ideal y con un ángulo constante de giro.

Ante esta situación, la inercia del sistema nos impulsará a seguir la trayectoria inicial del vehículo, es decir, si circulamos en línea recta y realizamos un giro, la reacción de cualquier masa tiende a



seguir la trayectoria rectilínea. Esta fuerza irreal que empuja al cuerpo en sentido contrario a la curva se denomina fuerza centrífuga y es la causante de la aceleración lateral.

Así mismo, esta fuerza ocasionada por la inercia de las masas en movimiento también influye en el neumático, el cual es un sistema viscoelástico capaz de deformarse. Esta deformación ha sido nombrada anteriormente en la correspondiente explicación del modelado dinámico lateral al introducir la magnitud del ángulo de deriva.

La inercia ocasionada en una curva es transmitida a las ruedas, provocando una deformación como reacción a las fuerzas experimentadas y apareciendo el concepto de deriva y velocidad de deslizamiento.

Cabe destacar que en nuestro sistema la velocidad medida es ficticia debido a que es transmitida a unos rodillos que no cambian de posición. El experimento es parcialmente estático, es decir, no genera fuerzas ni contempla las inercias, por lo que será necesario deducir diferentes valores de la velocidad de deslizamiento y estudiar los resultados comparándolos entre ellos.

Llegados a este punto, es necesario determinar la trayectoria que se representará el modelado y que determinará el accionamiento principal del modelado lateral del vehículo que es el ángulo de giro del manillar ( $\delta_w$ ).

En nuestro modelado, representaremos dos perfiles para cada vehículo. El primero, se realizará a modo de prueba de validación del código, en el cual representaremos un trazado usado en el modelado de otro experimento y compararemos ambos datos para determinar que nuestro programa informático se ajusta a la realidad.

El segundo recorrido, pertenece al trazado determinado por el proyecto EsMicromobility. Este, se encuentra en el Paseo de la Alameda de Valencia y transcurre por el carril bici.

El problema que se nos plantea a continuación es representar el trazado de manera numérica en MatLab. La manera de proceder será la siguiente:

Primero, debemos emplear la aplicación Wikiloc. Esta aplicación nos permite visualizar en 2D la zona de pruebas que usaremos. Una vez localizada la zona de pruebas crearemos el recorrido en la misma aplicación.

La siguiente imagen muestra el trazado del modelado perteneciente al experimento del artículo *"Bicycle Simulator Improvement and Validation"*.



Figura 12: Trazado realizado por el proyecto “*Bicycle Simulator Improvement and Validation*” [3].

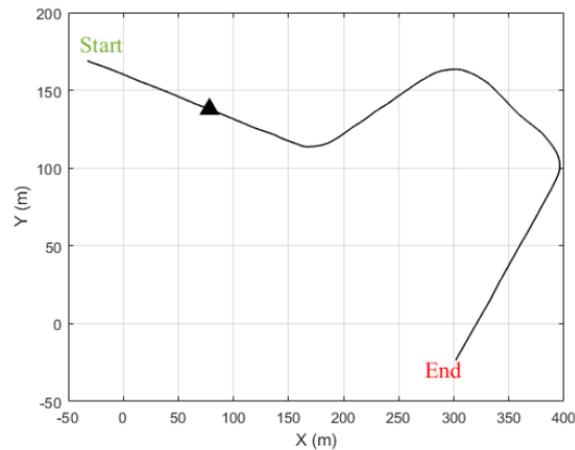


Figura 13: Trazado que simularemos situado en Vanves [3].

A continuación, exportaremos el trazado en formato GPX y procederemos a ejecutarlo en el programa de cómputo numérico. Para ello, haremos uso del comando *gpxread*, el cual es capaz de leer ficheros en formato GPX y devuelve las coordenadas en forma de vectores [18].

$$P = \text{gpxread}(\text{filename})$$

Donde  $P$ , es el conjunto de vectores que formarán una función que represente el trazado y *filename* es el nombre del archivo en formato GPX que queremos leer.

En el siguiente cuadro de texto mostraremos el código fuente que hemos escrito para representar el trazado en MatLab:

```
P = gpxread('Vanves');  
num = length(P);  
xx = zeros(num,1);  
yy = zeros(num,1);  
ss = zeros(num,1);  
  
for i=1:num  
    yy(i) = P(i).Latitude;  
    xx(i) = P(i).Longitude;  
  
end
```

Tras realizar esta función obtendremos el trazado del circuito en MatLab en coordenadas geométricas. Para comprobar que el circuito representa fielmente el trazado real procederemos a medir la longitud total del circuito. Para ello, mediremos la longitud en metros como diferencia de dos vectores debido a que el circuito es representado mediante vectores. A continuación, realizaremos una suma acumulativa de los vectores y hallaremos la longitud total.

En el siguiente cuadro de texto mostraremos el proceso descrito en el párrafo anterior.

```
e = wgs84Ellipsoid;  
lat = P.Latitude;  
lon = P.Longitude;  
d = distance(lat(1:end-1), lon(1:end-1), lat(2:end), lon(2:end), e);  
ltotal = sum(d);  
ss(2:end) = cumsum(d);
```

Una vez representada la trayectoria a seguir, observamos que la gráfica simula un trazado sin trayectorias curvas por lo que no representa la realidad. Como solución, debemos de ejecutar una función encargada de suavizar dicha gráfica. La función en cuestión se denomina “*cubicinterp*”, abreviatura de Interpolación Cúbica por tramos.

Una vez definido el trazado, debemos convertir las coordenadas geométricas en ángulo que debe presentar la rueda para realizar el trazado.

Para ello, hemos de sacar el ángulo que forman todos los vectores entre sí. De esta forma, extraemos el ángulo absoluto de todo el trazado. En el siguiente cuadro de texto mostramos la manera de calcularlo.

```
for i=1:num
    xxgen(i) = x1 + (xf-x1)/(num-1)*(i-1);
    yygen(i) = fitobject(xxgen(i));
    if i~=1
        psiabs(i) = atan((yygen(i)-yygen(i-1))/(xxgen(i)-xxgen(i-1)));
    end
end
```

No obstante, el ángulo absoluto no representa el ángulo de giro del manillar. Este ángulo está calculado desde un sistema de referencia global determinado por las coordenadas geométricas. Hemos de relativizar ese ángulo de manera que en cada vector de nuestro trazado cambie el sistema de referencia y por tanto ángulo no dependa de las coordenadas geométricas si no de la posición y recorrido del vehículo.

La manera de realizarlo se encuentra resumido en el siguiente cuadro de texto.

```
psirel = zeros(num,1);
psirel(1) = 0.0;
for i=2:num
    psirel(i) = psiabs(i)-psiabs(i-1);
end
```

### 2.6.3 PRUEBAS DE VALIDACIÓN (MODELADO LONGITUDINAL)

El modelado longitudinal estudia las fuerzas que se oponen al movimiento a lo largo del eje X del sistema de coordenadas expuesto en el apartado 2.6.1.

La fuente de excitación externa principal que se opone al movimiento en todas las situaciones posibles es el rozamiento  $\mu$  de los neumáticos con la calzada.

La mayoría de las superficies, aunque aparentemente sean lisas, son extremadamente rugosas a escala microscópica. Los picos más altos de esta rugosidad en ambos materiales determinan la superficie de contacto real. La fuerza de rozamiento es producida porque los materiales tienden a soldarse en frío debido a la fuerza de atracción que existe entre las moléculas de ambas superficies. Ahora bien, estas soldaduras tienen que romperse para que exista el rozamiento.

Para comprender mejor los resultados del modelado longitudinal deberemos tener en cuenta que la fuerza de rozamiento es directamente proporcional a la masa del sistema debido a que las uniones que se crean entre los dos materiales son más fuertes a medida que aumenta la presión que se ejerce entre ellas.

Otra fuente de excitación que debemos tener en cuenta es la fuerza aerodinámica, esta es producida por la resistencia que ocasiona el aire al vehículo. Todos los vehículos terrestres se encuentran en constante contacto con el aire, el cual es un fluido que alberga nuestro planeta y

nos permite respirar oxígeno para mantenernos con vida. No obstante, el aire tiene una densidad que por pequeña que sea ocasiona un impedimento a la hora de movernos a través de él. Es por eso por lo que la resistencia aerodinámica aumenta con la densidad.

La fuerza aerodinámica también aumenta con la velocidad de movimiento del vehículo. Aunque el aire se mantenga estático, la celeridad del vehículo creará una velocidad relativa causante de la resistencia aerodinámica. De la misma forma, si el aire se mueve en el mismo sentido que el vehículo y con mayor velocidad, la resistencia actuará a favor del movimiento.

### 3. RESULTADOS, ANÁLISIS Y DISCUSIÓN

#### 3.1 INTRODUCCIÓN A LOS RESULTADOS

En este apartado vamos a evaluar gráfica y numéricamente el modelado dinámico de movimiento hecho en el programa de cómputo numérico.

Para ello emplearemos los datos expuestos en el apartado de “Características de los sistemas dinámicos a modelar” en las diferentes pruebas de validación anteriormente explicadas.

Este apartado nos va a servir para determinar la veracidad del modelado y comprobar como de fiable resulta ser para insertarlo en el proyecto EsMicromobility y en cualquier aplicación en el campo del estudio de movimiento de bicicletas y de VMPs.

#### 3.2 GRÁFICAS TIPO ESCALÓN

Comenzaremos con la comparación de las gráficas tipo escalón. Estos valores serán extraídos de [14], en la cual, se estudia el modelado vertical completo mediante un sistema de sensores y múltiples repeticiones de experimentos que les permite trazar una gráfica estudiando la posición punto por punto a partir de los valores proporcionados por los numerosos experimentos.

La imagen se corresponde con el escalón A, cuyos datos se encuentran la figura 7 presente en el apartado 2.6.1.

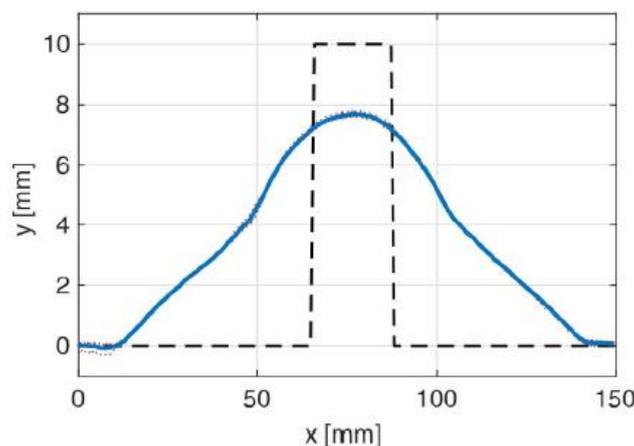


Figura 14: Posición Z de la rueda delantera del montaje propuesto en [14] cuando circula sobre el obstáculo A [14].

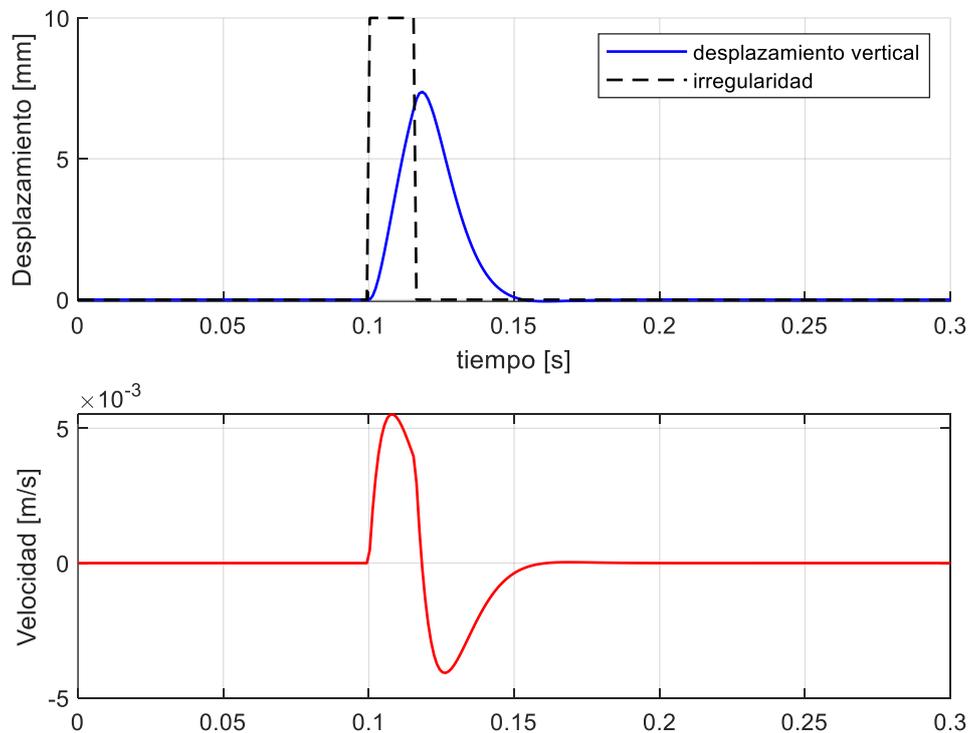


Figura 15: Desplazamiento y aceleración vertical con los datos correspondientes a la bicicleta.  
Fuente: Elaboración propia.

Podemos observar que la gráfica de desplazamiento extraída de nuestro modelado presenta similitudes respecto a la figura 14. Nuestra gráfica, muestra en el eje X el tiempo en segundos, a diferencia del ejemplo anterior que en el eje de las X muestra la distancia recorrida.

Observando el desplazamiento vertical de nuestro modelado podemos llegar a la conclusión mirando la gráfica de que esta atravesando un escalón. Podemos observar que la gráfica tiene un tramo ascendente en el punto 0.1, llega a su máximo en el final del escalón y comienza a descender hasta llegar a punto 0 mm de desplazamiento vertical. Se alcanza un máximo de 7.5 mm, pero no iguala al nivel del escalón, esto es debido a que la longitud del escalón es menor que la huella de contacto del neumático. El neumático se deforma y asciende 7.5 mm, pero no vuelve a su estado normal hasta que desciende del escalón.

Comparando los resultados de la figura 14 y 15 podemos extraer varias similitudes. La primera es que en ambas gráficas el pico se alcanza con un valor menor del escalón. En la gráfica de la figura 14 encontramos una distorsión de la realidad, la curva de ascenso y descenso son iguales de forma obteniendo la misma deformación en la subida del escalón con la bajada y debería obtener una deformación más vertical en el primer contacto con el escalón.

En cuanto a la velocidad de desplazamiento vertical podemos observar que antes de alcanzar el perfil que representa el escalón, su valor es constante y nulo. Esto es debido a que a pesar de que el sistema tenga una velocidad lineal de desplazamiento, se muestra en reposo a lo largo del

eje Z. Una vez alcanza la irregularidad, la velocidad asciende con una pendiente más pronunciada que la gráfica de desplazamiento vertical. Al alcanzar el punto más alto de la carretera, la velocidad resulta nula y seguidamente al descender obtiene valores negativos llegando a -0.5 m/s. Debido a que la rueda es un sistema viscoelástico y presenta una rigidez y un coeficiente de amortiguación, en el periodo de tiempo en el que la rueda se estabiliza podemos observar un perfil parabólico cuyo final es el punto de 0 m/s de velocidad vertical.

En la siguiente gráfica les mostraremos un ejemplo de la aceleración vertical extraída del artículo *“Modelling of the Vertical Dynamics of an Electric Kick Scooter”* [14]. El vehículo circula a través del escalón tipo A cuyas características aparecen en el apartado 2.6.1. figura 7 de nuestro paper.

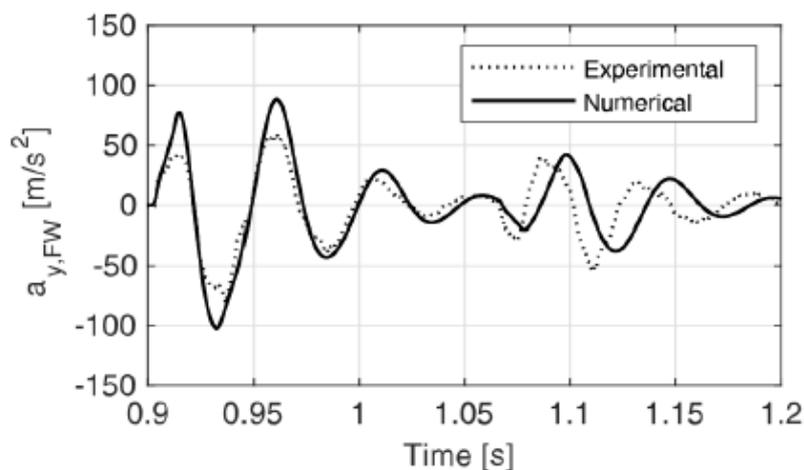


Figura 16: Valores de la aceleración vertical extraídos de artículo externo [14].

A continuación, les mostraremos una gráfica que representa en el eje Y la aceleración vertical y en el eje X el tiempo. Esta gráfica es extraída del modelado planteado y explicado en este trabajo.

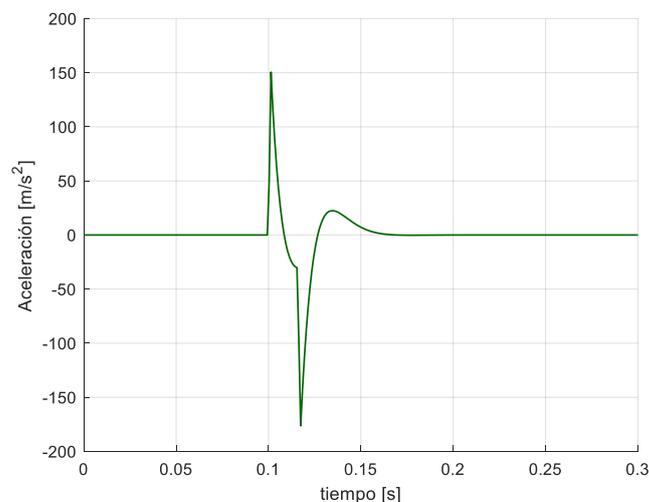


Figura 17: Valores de la aceleración vertical extraídos de nuestro experimento. Fuente: Elaboración propia.

Como podemos observar, el orden de magnitud es similar pero no es una conclusión firme para determinar la bondad del modelado. Ahora bien, el perfil de la figura 17 obedece a lo que debería representar la realidad. Primero, presenta un pico casi vertical que representa el primer contacto con el escalón. Segundo, el tramo de descenso en la gráfica se realiza en dos partes, la primera, representa la bajada del escalón hasta el punto de 0 mm de altura y la segunda parte representa el punto de contacto con el suelo y la correspondiente deformación del neumático.

La figura 16, presenta un perfil mucho más suavizado con un orden de magnitud menor. Analizando la gráfica llegamos a la conclusión de que en ella se representa la respuesta del paso de la rueda delantera [0.9 sec – 1 sec], pero también de la rueda trasera [1.1 sec – 1.2 sec]. La utilización de sensores permite controlar que respuesta ofrece el eje delantero al paso de la rueda trasera por la irregularidad.

En nuestro modelado eso no es posible debido a que hemos despreciado el cabeceo del vehículo.

Nuestro modelado representa un movimiento armónico simple como era de esperar al analizar las ecuaciones y los datos del modelado vertical por lo que la señal es correcta, no obstante, los perfiles de valores de la figura 16 y 17 difieren entre sí, debido a que en el experimento realizado y explicado en [14], se tienen en cuenta los valores de la rigidez de los brazos, del cuerpo, así como, los coeficientes de amortiguación de estos. Por lo que, podemos llegar a la conclusión que la reacción del cuerpo ante un estímulo externo neutraliza el movimiento armónico simple obteniendo unos valores únicos en cada experimento.

### 3.3 CIRCUITO MODELADO LATERAL

Después de realizar las comprobaciones pertinentes para determinar la veracidad del modelado vertical procederemos a representar la prueba de validación mencionada en el apartado 2.6.2. En esta prueba dibujaremos el mismo recorrido que se representa en el artículo *“Bicycle Simulator Improvement and Validation”* [3].

En las siguientes gráficas mostraremos de manera gráfica los tres pasos que han sido necesarios realizar para extraer el giro del manillar. Este proceso se encuentra explicado en el apartado 2.6.2.

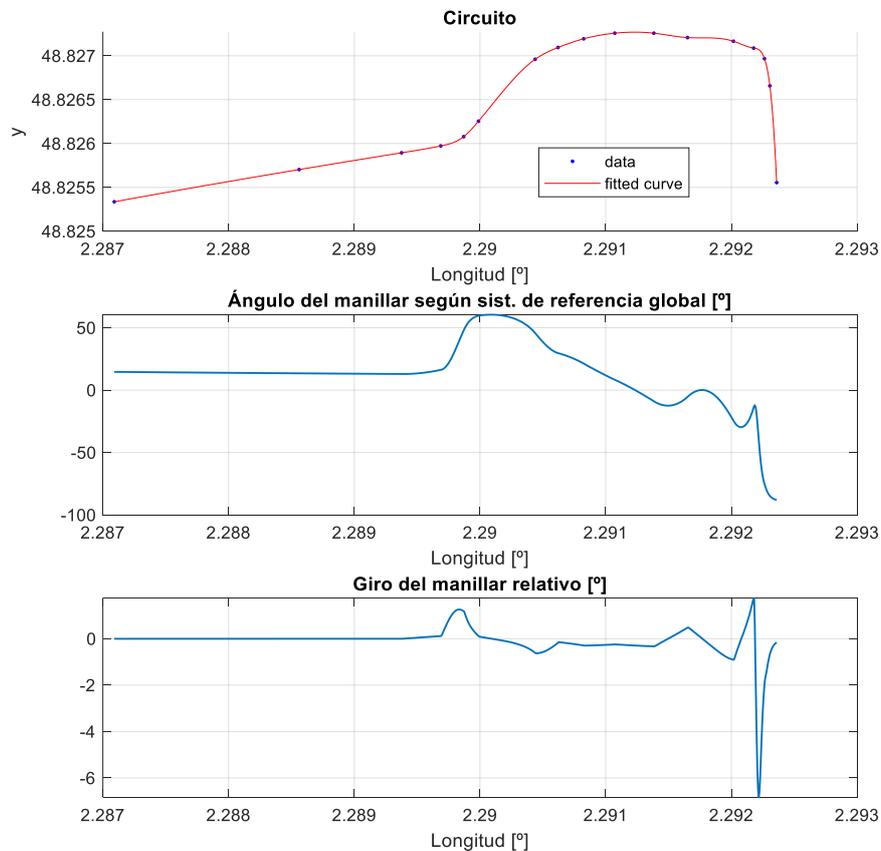


Figura 18: Proceso de transformación desde la representación del circuito en MatLab hasta la gráfica que representa el ángulo de giro del manillar. Fuente: Elaboración propia.

La figura 18 representa tres gráficas que simulan el proceso de cálculo de manera gráfica del ángulo del manillar a partir del trazado realizado en la aplicación Wikiloc. Este proceso ha sido explicado en el apartado 2.6.2.

La siguiente imagen muestra el ángulo de giro del manillar resultante del modelado del artículo perteneciente a [3].

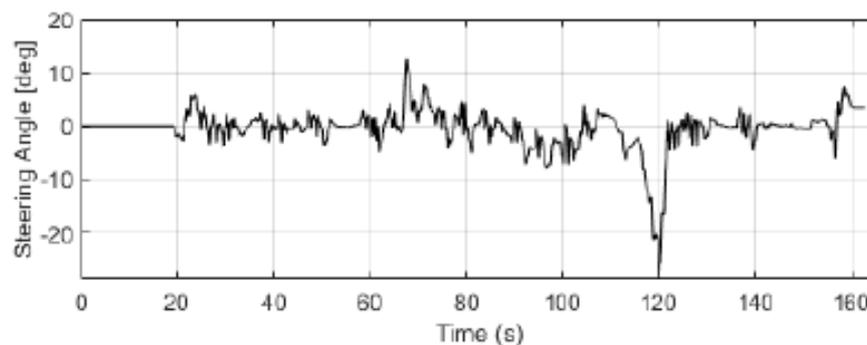


Figura 19: Gráfica de valores que representan el ángulo de giro del manillar del proyecto “Bicycle Simulator Improvement and Validation” [3].

La principal diferencia que podemos observar a simple vista es la comparación del perfil de ambas gráficas. Observamos que la figura 19 es un perfil con muchos picos e irregularidades, a diferencia de la figura 18 imagen 3 donde la gráfica es más suave. Esto es debido probablemente a la utilización de sensores en el caso del artículo francés, en ese caso, el sensor se encuentra constantemente enviando datos al programa informático por lo que permite un grado de precisión muy alto. En nuestra simulación esos valores son vectores que representan puntos trazados de manera manual y visual mediante un programa de poca precisión. El limitado número de puntos se traduce en una gráfica poco precisa y que no se ajusta a la realidad.

Comparando ambas gráficas y fijándonos en los máximos y mínimos, podemos observar las siguientes similitudes:

- En la figura 19, tiempo 70 segundos aproximadamente presenta un máximo de valor  $12^\circ$ . En la figura 18, en el punto antes de llegar a longitud 2.29 encontramos un máximo de aproximadamente 2 grados.
- En la figura 19, tiempo 110 segundos aproximadamente encontramos un máximo de  $5^\circ$  aproximadamente, seguido de un mínimo de  $-5^\circ$ . En la figura 18, en el 2.2915 $^\circ$  tenemos un máximo de  $0.5^\circ$  y seguidamente se presenta un mínimo de  $-1^\circ$ .
- En la figura 18, encontramos un máximo que no aparece en la figura 19, esto es debido probablemente a una trazada diferente en ese punto el cual corresponde a una rotonda.
- En la figura 19 presenta un mínimo en el tiempo 120 segundos de valor  $-25^\circ$ . Este punto, lo encontramos en la figura 18 pasado el punto 2.292 donde el valor es aproximadamente  $-7^\circ$ .
- A lo largo de la gráfica, las zonas que representan líneas rectas del trazado se encuentran en ambas gráficas en valores muy cercanos a  $0^\circ$ .

En la siguiente comparación de resultados vamos a representar el ángulo de deriva delantero y trasero del modelado presente en [3] y del proyecto expuesto en este trabajo.

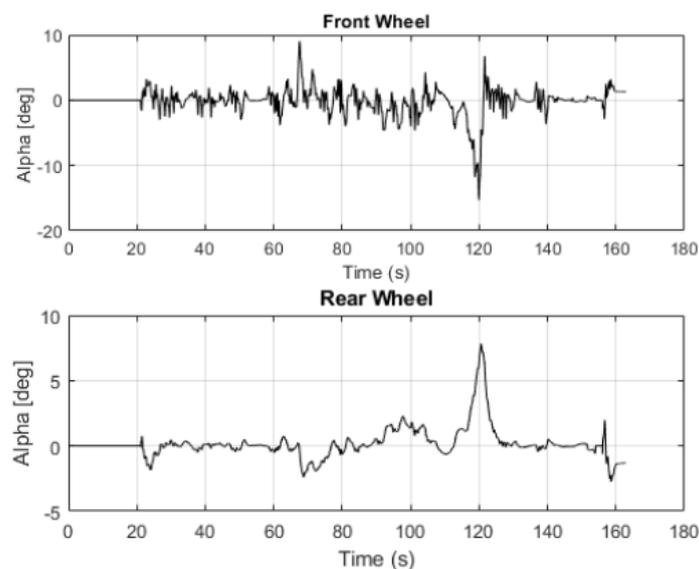


Figura 20: Representación gráfica del ángulo de deriva delantero y trasero del artículo [3].

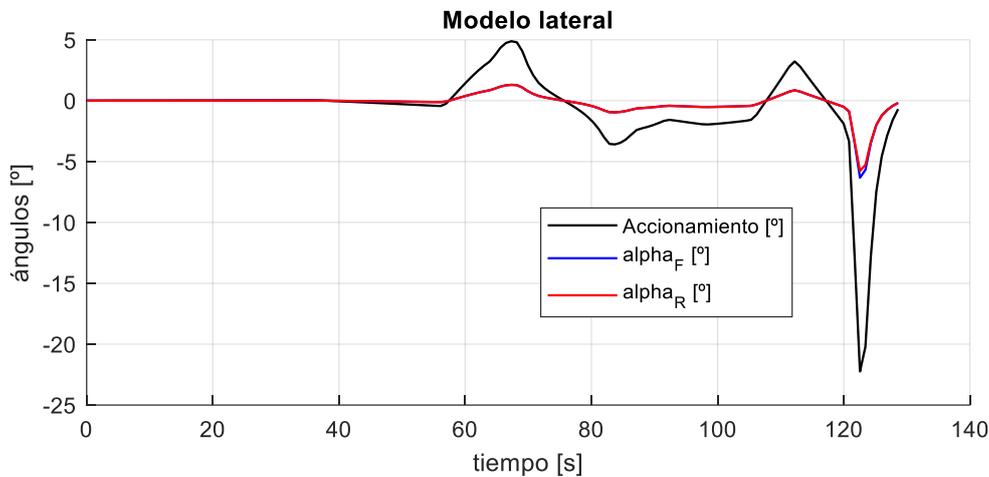


Figura 21: Representación gráfica de los ángulos de deriva delantero y trasero de nuestro proyecto. Fuente: Elaboración propia.

Comparando la figura 20 y 21 y centrándonos en el ángulo de deriva delantero podemos observar que la tendencia del perfil, los máximos y mínimos son variables de nuestro modelado que se ajustan a la figura 20.

En nuestro modelado, obtenemos un mínimo claro en 120 segundos y dos máximos no tan pronunciados en 70 y 110 segundos. Podemos observar que, en los mismos intervalos de tiempo, se presentan esos máximos y mínimos en la figura 20, en la gráfica del ángulo de deriva delantero.

Ahora bien, para demostrar la bondad de nuestro experimento tenemos que exponer y explicar las diferencias que pueden alejarnos de la realidad. La diferencia más notable es el orden de magnitud. Observamos que los valores de la figura 20 son mayores que la figura 21, la explicación que podemos dar a esta diferencia es la supresión de la velocidad de deslizamiento en nuestro modelado. Despreciando el deslizamiento, los valores del ángulo de deriva descienden. La velocidad de deslizamiento se tiene que calcular mediante sensores de posición en las ruedas estando en movimiento, no obstante, el banco de pruebas del proyecto EsMicromobility es estático en cuanto a posición y carece de la posibilidad de instalar un sensor que mida la velocidad de deslizamiento.

Todo esto ocasiona que la rueda trasera no represente fielmente los valores del ángulo de deriva que deberían aparecer en la realidad.



#### 4 CONCLUSIONES

Una vez analizados los resultados, procederemos a resumir y presentar conclusiones firmes que nos permitan determinar la bondad del modelado.

- La primera conclusión que podemos extraer referente a nuestro modelado es la posibilidad de explicar las gráficas representadas con lógica y determinar la coherencia de los valores. Todas las gráficas extraídas se les puede atribuir una explicación coherente basándonos en los conocimientos adquiridos. Se puede explicar que factores nos permiten determinar que el modelado es correcto, así como podemos determinar los puntos débiles y encontrar una explicación que nos permita encontrar una solución futura a estos.
- La segunda conclusión firme es la similitud con las gráficas extraídas de [3] y [14]. Los resultados mostrados son comparables con las gráficas anteriormente expuestas en las que se pueden resaltar puntos claves que están presentes en ambos perfiles de valores. Los artículos mencionados contienen el modelado dinámico de vehículos probados en bancos de prueba. Se asemejan al proyecto que estamos presentando, aunque con algunas diferencias, por lo que, ser capaces de comparar los resultados con cierto éxito es una firme conclusión sobre la bondad de nuestro modelado.
- La tercera y última conclusión es la posibilidad de comparar con éxito nuestro modelado con otros proyectos similares extraídos de fuentes de información completamente diferentes. Las ecuaciones son extraídas de [3] pero hemos podido comprobar la bondad de nuestro trabajo debido a que se ajusta también a los resultados expuestos en [14]. En ese artículo, muchos valores son determinados por sensores, esto les permite representar la realidad con cierta precisión y nos permite llegar a la conclusión de que nuestro modelado es válido para aplicarlo en más proyectos de este ámbito.

## 5 PLIEGO DE CONDICIONES

### 5.1 INTRODUCCIÓN

Como es sabido, tanto las bicicletas como los patinetes son usados para desplazar usuarios a todos los lugares que este desee. Para ello hay vías preparadas como son los carriles bici, pCero también pueden moverse por la calzada en ambientes públicos compartiendo situación con otros peatones y vehículos.

En nuestro proyecto se recrearán situaciones que requieren de unas normas y leyes que límite y regule la circulación por estas vías públicas con el propósito de convivir y adaptarse al ambiente en el que se desplazará.

El principal organismo que regula el uso de estos vehículos es la Jefatura Central de Tráfico o dirección general de tráfico (DGT). La definición según la página web oficial es la siguiente:

*“La Jefatura Central de Tráfico es un Organismo Autónomo, cuya finalidad es el desarrollo de acciones tendentes a la mejora del comportamiento y formación de los usuarios de las vías, y de la seguridad y fluidez de la circulación de vehículos y la prestación al ciudadano de todos los servicios administrativos relacionados con las mismas”.*

Para que un vehículo pueda ser considerado VMP y sea afectado por las normas y leyes que citaremos a continuación deberá tener las siguientes características:

	<b>VMP de transporte personal</b>	
Velocidad máxima	Entre 6 y 25 km/h	
Potencia nominal <sup>(3)</sup> por vehículo.	Vehículos sin auto-equilibrado: ≤ 1.000 W	Vehículos con auto-equilibrado <sup>(4)</sup> : ≤ 2.500 W
Masa en orden de marcha <sup>(5)</sup> .	< 50 kg	
Longitud máxima.	2.000 mm	

Tabla 1: Características de un vehículo de movilidad personal [1].

### 5.2 PROCESO DE CERTIFICACIÓN

El proceso de certificación de VMP [2] permite que el fabricante o, en casos aislados, un propietario individual, obtengan un número de certificación. Este número garantizará que el vehículo cumple con los requisitos necesarios para considerarse VMP.

Los ensayos necesarios se realizarán en laboratorios autorizados por la Subdirección General de Gestión de la Movilidad y Tecnología de la DGT.

Estos laboratorios deberán ser designados como Organismo Competente por la delegación mencionada anteriormente de la Dirección General de Tráfico. Para ello, los laboratorios deberán cumplir unos requisitos mínimos presentes en el BOE [3].

Las pruebas de validación se realizan para evaluar y verificar la seguridad, rendimiento y conformidad de los VMP con las normas y regulaciones establecidas por la DGT.

En la siguiente tabla mostraremos cuales son los tipos de ensayos que debe de realizar como mínimo el laboratorio encargado del proceso de certificación del vehículo.

TIPO DE ENSAYO	CARACTER
Ensayos de velocidad máxima	Obligatorio
Ensayos de frenado	Obligatorio
Ensayos de comportamiento dinámico*	Obligatorio
Ensayos sobre los requisitos eléctricos	Obligatorio
Ensayos de integridad estructural	Opcional
Ensayos de estabilidad de vuelco	Opcional
Ensayos de apagado eléctrico	Obligatorio
Ensayos de compatibilidad electromagnética	Opcional
Ensayos de cierre combinado	Obligatorio
Ensayos de superficie caliente	Opcional
Ensayos de marcaje	Opcional

\*Se llevará a cabo en nuestro proyecto.

Tabla 2: Tipos de ensayo e importancia para la certificación de VMP. Fuente: Elaboración propia.

### 5.3 REGULACIÓN DE CIRCULACIÓN

Como ya hemos comentado, la finalidad del proyecto EsMicromobility es realizar un simulador dinámico de la circulación de una bicicleta o un patinete eléctrico por un carril bici situado en Valencia, donde se circulará en convivencia con peatones y otros vehículos.

Al transitar por una vía pública perteneciente a un municipio, será de obligado cumplimiento cumplir la ordenanza de movilidad vigente en el territorio correspondiente, de manera que tenemos que cumplir la normativa que presentamos a continuación.

#### ZONAS DE CIRCULACIÓN DE BICICLETAS QUE AFECTAN A NUESTRO EXPERIMENTO

##### a) Circulación por carriles bici.

1. Las bicicletas circularán preferentemente por los carriles bici segregados de la calzada, en caso de estar disponibles, a una velocidad adecuada, sin superar los 20km/h, evitando en todo momento maniobras bruscas, y con precaución ante una posible invasión del carril bici por viandantes y, muy especialmente, de niños, personas mayores y personas con discapacidad visual o psíquica.
2. Deberán respetar la prioridad de las personas viandantes en los pasos peatonales señalizados con marcas viales tales como los itinerarios de acceso a las paradas del autobús o en los cruces de calzada.
3. Igualmente se podrá circular por los carriles bici marcados sobre las aceras (o aceras bici) todavía existentes, en las condiciones que se señalan en el apartado c del presente artículo.
4. Las personas en bicicleta tendrán prioridad sobre las personas viandantes cuando circulen por los carriles bici.

##### b) Circulación por calzadas. (No procede)

##### c) Circulación por aceras

1. Se prohíbe la circulación de bicicletas por las aceras, excepto a los/las menores de 8 años a quienes acompañe una persona adulta a pie, a velocidad similar a la de las personas viandantes y respetando en todo momento la prioridad de estas.
2. En el caso de circular por carriles bici marcados sobre las aceras (o aceras bici) se deberá hacer a velocidad moderada, no superior a 15 km/h, y no se podrá utilizar el resto de la acera.
3. Se deberá respetar la prioridad de las personas a pie en los pasos peatonales señalizados que crucen estos carriles bici. (Ayuntamiento de Valencia, 2022, pp 29 – 30) [6].

En la siguiente figura se mostrará el límite máximo de velocidad de una bicicleta por las diferentes vías de circulación.

Velocidad máxima	Calle a							
	Calle uso general	30 km/h Ciclocalle	Calles residenciales	Carril bici calzada	Carril bici acera	Senda ciclable (Parques)	Calle peatonal	Acera
Bici*	45	30	20	20	15	10	10	X

\*La velocidad máxima en calles compartidas o zonas de coexistencia será la indicada en la señal

Imagen 4: Límites máximos de velocidad para bicicletas en función de la tipología de vía [6].

#### 5.4 ZONAS DE CIRCULACIÓN DE PATINETE QUE AFECTAN A NUESTRO EXPERIMENTO

Para comenzar debemos tener en cuenta que hay dos tipos de VMP clasificados según sus características siendo los VMP de tipo A los vehículos con menores prestaciones y dimensiones que los VMP de tipo B.

En la siguiente ilustración mostraremos cuales son los requisitos mecánicos y estructurales que determinan la tipología de un Vehículo de Movilidad Personal:

Características	Ciclos de más de dos ruedas				
	A	B	C0	C1	C2
Velocidad máx.	20 km/h	30 km/h	45 km/h	45 km/h	
Masa	≤ 25 kg	≤ 50 kg	≤ 300 kg	≤ 300 kg	
Capacidad máx. (pers.)	1	1	1	3	
Ancho máx.	0,6 m	0,8 m	1,5 m	1,5 m	
Radio giro máx.	1 m	2 m	2 m	2 m	
Peligrosidad superficie frontal	1	3	3	3	
Altura máx.	2,1 m	2,1 m	2,1 m	2,1 m	
Longitud máx.	1 m	1,9 m	3,1 m	3,1 m	
Timbre	Recomendable	SI	SI	SI	
Frenada	SI	SI	SI	SI	
DUM (distribución urbana mercancías)	NO	NO	NO	NO	SÍ
Transporte de personas viajeras mediante pago de un precio	NO	NO	NO	SÍ	NO

Imagen 5: Características importantes en la determinación de la tipología de los VMP [7].

Nuestro experimento transcurre por la misma zona de circulación en ambos vehículos, por tanto, se aplicarán las normas de circulación de las mismas vías de transporte.

Cabe destacar que los aspectos a los que no se hacen alusión en este apartado se aplicará lo mencionado en el apartado “ZONAS DE CIRCULACIÓN DE BICICLETAS QUE AFECTAN A NUESTRO EXPERIMENTO”.

En la siguiente enumeración mostraremos las diferencias generales de un VMP respecto a las bicicletas:

1. Será obligatorio disponer de timbre, freno, luces (delante y detrás) y catadióptricos funcionales.
2. La edad mínima permitida para la circulación por vías públicas es de 16 años.
3. Los VMP de tipo B no podrán circular por calles peatonales.

En la siguiente tabla expondremos las velocidades máximas según la tipología de vía para ambos tipos de VMP:

Velocidad máxima	Calle uso general	Calle a						
		30 km/h Ciclocalle Zona 30	Calles residenciales	Carril bici calzada	Carril bici acera	Senda ciclable (Parques)	Calle peatonal	Acera
VMP Tipo A*	X (sólo permitido por carriles señalizados a 30 Km/h)	30	20	20	15	10	10	X
VMP Tipo B*	X (sólo permitido por carriles señalizados a 30 Km/h)	30	20	20	15	10	X	X

\*La velocidad máxima en calles compartidas o zonas de coexistencia será la indicada en la señal

Imagen [6]: Límites máximos de velocidad para bicicletas en función de la tipología de vía [8].

## 6 PRESUPUESTO

### 6.1 DESGLOSE DE COSTES

Para confeccionar el presupuesto de nuestro trabajo hemos tenido que considerar dos tipos de costes.

Por una parte, tenemos que valorar el coste del personal necesario para realizar el trabajo. Para hacer este trabajo ha sido necesario el empleo de 300 horas de un ingeniero, en esas horas, se incluye la búsqueda de información y recogida de datos, el confeccionado del programa informático y la redacción del proyecto.

Una vez explicado el coste del personal, procedemos a recopilar el coste del material externo que ha sido necesario para llevar a cabo con éxito el proyecto.

El material físico más importante y el único utilizado es el ordenador portátil Asus VivoBook Pro. Incorpora instalado un procesador intelcore i7 de 8th generación y una tarjeta gráfica Nvidia Geforce GTX.

Ha sido necesario el uso de tres plataformas de software informático para el desarrollo del proyecto. El más importante y el imprescindible para desarrollar los cálculos y resultados es el Matlab Academic Anual 2022. Menos importante pero necesario para estudiar el modelado lateral de nuestros vehículos es la aplicación Wikiloc, una aplicación de búsqueda de rutas y editado de las mismas. Por último, el Office 365, empleado en la redacción del trabajo y la correspondiente presentación.

### 6.2 DESGLOSE DE COSTES VALORADO

		Tiempo (h)	Precio/h (€/h)	Total (€)
<b>COSTE DE PERSONAL</b>				
1-	Ingeniero a cargo del proyecto	300	20	6.000,00 €
2-				
3-				
<b>SUBTOTAL COSTE DE PERSONAL</b>				<b>6.000,00 €</b>
		Cantidad	Precio (€)	Total (€)
<b>COSTE DE MATERIAL EXTERNO</b>				
1-	Ordenador ASUS VivoBook Pro	1	900,00 €	900,00 €
2-	Office 365 Personal anual	1	69,00 €	69,00 €
3-	MatLab Academic Annual 2022	1	262,00 €	262,00 €
4-	Suscripción Anual Wikiloc 2023	1	9,99 €	9,99 €
<b>SUBTOTAL COSTE MATERIAL EXTERNO</b>				<b>1.240,99 €</b>
<b>TOTAL PRESUPUESTO PARCIAL</b>				<b>7.240,99 €</b>
% BENEFICIO INDUSTRIAL				20%
%IVA				21%
<b>TOTAL COSTE DEL PROYECTO</b>				<b>10.209,80 €</b>

## 7. BIBLIOGRAFIA

- [1] España, Boletín Oficial del Estado, resolución de 12 de enero de 2022, de la Dirección General de Tráfico, Manual de características de los vehículos de movilidad Personal, Sección 1.
- [2] Rovira Cardete, Andrés. (2016). "Modelado de sistemas en vibraciones". Recuperado de [https://poliformat.upv.es/access/content/group/GRA\\_12577\\_2022/Transparencias%20de%20teor%C3%ADa/23\\_Modelado\\_Ec\\_movimiento.pdf](https://poliformat.upv.es/access/content/group/GRA_12577_2022/Transparencias%20de%20teor%C3%ADa/23_Modelado_Ec_movimiento.pdf)
- [3] M. M. Shoman and H. Imine. (2021) "Bicycle Simulator Improvement and Validation," Recuperado de <https://ieeexplore.ieee.org/document/9395447>
- [4] MathWorks (2018), Centro de ayuda MATLAB "help ode45". Recuperado de <https://es.mathworks.com/help/matlab/ref/ode45.html>
- [5] Dols Ruiz, Juan Francisco. (2021). "UD5 T5 Dinámica lateral I, pag 25" Recuperado de Departamento de Ingeniería Mecánica y de Materiales. Área de Ingeniería Mecánica <http://www.upv.es/ingmec>
- [6] M. M. Shoman and H. Imine. (2020). "Modelling and Simulation of Bicycle Dynamics" Recuperado de [https://www.researchgate.net/publication/339875438\\_Modelling\\_and\\_Simulation\\_of\\_Bicycle\\_Dynamics](https://www.researchgate.net/publication/339875438_Modelling_and_Simulation_of_Bicycle_Dynamics)
- [7] Ingeniería Mecánica y Automotriz. (2021) "¿Qué es el sensor de Velocidad Rotacional/Yaw Rate y cómo funciona?" Recuperado de <https://www.ingenieriaymecanicaautomotriz.com/que-es-el-sensor-de-velocidad-rotacional-yaw-rate-y-como-funciona/>
- [8] Dols Ruiz, Juan Francisco. (2021). "UD5 T5 Dinámica lateral I, pag 9" Recuperado de Departamento de Ingeniería Mecánica y de Materiales. Área de Ingeniería Mecánica <http://www.upv.es/ingmec>
- [9] Velazquez, Mariana. (2020). ¿Qué es Matlab? Por Reclu IT. Recuperado de <https://recluit.com/que-es-matlab/>
- [10] Wirth, Niklaus. (1976). Algorithms + Data Structures = Programs. Recuperado de <https://www.cl72.org/110dataAlgo/Algorithms%20%20Data%20Structures%20=%20Programs%20%5BWirth%201976-02%5D.pdf>
- [11] Wikipedia, Biografía de Cleve Moler, 2020 (última edición). Recuperado de [https://es.wikipedia.org/wiki/Cleve\\_Moler](https://es.wikipedia.org/wiki/Cleve_Moler)
- [12] Múčka Peter, 2018. Simulated Road Profiles According to ISO 8608 in Vibration Analysis. Recuperado de <https://www.researchgate.net/search.Search.html?query=iso+8608&type=publication>
- [13] A.J.C.Schmeitz; I.J.M.Besselink; S.T.H.Jansen. (2008). Vehicle System Dynamics Recuperado de <https://doi.org/10.1080/00423110701725208>



- [14] Asperti, Michele; Vignati, Michele and Braghin, Francesco. (2022). Modelling of the Vertical Dynamics of an Electric Kick Scooter. Recuperado de <https://www.researchgate.net/search.Search.html?query=Modelling+of+the+Vertical+Dynamics+of+an+Electric+Kick+Scooter&type=publication>
- [15] BOE (Boletín Oficial del Estado), 21/01/2022, Núm 18, Sección III, Pág 6892 – 6895. Recuperado de <https://www.boe.es/boe/dias/2022/01/21/pdfs/BOE-A-2022-987.pdf>
- [16] BOE (Boletín Oficial del Estado), 21/01/2022, Núm 18, Sección III, Pág 6897, Apéndice 1. Recuperado de <https://www.boe.es/boe/dias/2022/01/21/pdfs/BOE-A-2022-987.pdf>
- [17] BOE (Boletín Oficial del Estado), 21/01/2022, Núm 18, Sección III, Pág 6899 – 6901. Recuperado de <https://www.boe.es/boe/dias/2022/01/21/pdfs/BOE-A-2022-987.pdf>
- [15] García, Oloya (2016). Las leyes de Newton y su aplicación en salud pública. Recuperado de: [http://www.scielo.org.pe/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1025-55832016000400020](http://www.scielo.org.pe/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1025-55832016000400020)
- [16] GFC Global. (2022). Segunda ley de Newton o ley fundamental de la dinámica. Recuperado de <https://edu.gcfglobal.org/es/fisica/segunda-ley-de-newton-la-dinamica/1/>
- [17] Google Earth Pro. Recuperado de <https://www.google.com/intl/es/earth/>
- [18] MathWorks (2018), Centro de ayuda MATLAB “help ReadGPX”. Recuperado de <https://es.mathworks.com/help/map/ref/gpxread.html>



## 8. ANEXOS

[1] Archivo MatLab correspondiente al modelado



main\_julio.m