



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

Optimización del eje de salida de una caja de cambios para
PEUGEOT 206 1.6 XS

Trabajo Fin de Grado

Grado en Ingeniería Mecánica

AUTOR/A: Urbiola Salvador, Teo

Tutor/a: Ródenas García, Juan José

Cotutor/a: Navarro García, Héctor

CURSO ACADÉMICO: 2022/2023

Resumen

Este trabajo final de grado tiene como objeto obtener la geometría óptima desde un punto de vista económico para el eje de salida de una caja de cambios manual de dos ejes. Partiendo de un prediseño obtenido mediante los procedimientos de diseño de máquinas, se explorarán las mejoras que se pueden conseguir al introducir en el proceso de diseño herramientas comerciales de ingeniería asistida por ordenador (CAE).

El comportamiento mecánico del eje se simulará mediante el método de los elementos finitos (MEF). Se generará un conjunto de modelos parametrizados del eje en el que se buscará mantener un compromiso entre la flexibilidad de diseño, el coste computacional y la precisión. Un software para la optimización de diseños tomará los modelos paramétricos, y arrojará el conjunto de parámetros óptimo en base a una serie de criterios mecánicos y económicos. La evaluación de estos criterios se realizará con herramientas independientes que tomarán como entrada los resultados obtenidos en la simulación.

Palabras clave: Diseño de máquinas; Optimización; Método de elementos finitos; Eje de transmisión

Abstract

This final degree project aims to obtain the optimal geometry from an economic perspective for the output shaft of a two-axis manual gearbox. Starting from a preliminary design obtained through machine design procedures, the project explores the improvements that can be achieved by introducing computer-aided engineering (CAE) commercial tools into the design process.

The mechanical behaviour of the shaft will be simulated using the finite element method (FEM). A set of parameterized models of the shaft will be generated, aiming to maintain a balance between design flexibility, computational cost, and accuracy. A software for design optimization will take the parameterized models and provide the optimal parameter set based on a series of mechanical and economic criteria. The evaluation of these criteria will be carried out using independent tools that take the simulation results as input.

Keywords: Machine Design; Optimization; Finite Element Method; Transmission Shaft.

RESUM

Aquest treball final de grau té com a objectiu obtenir la geometria òptima des d'un punt de vista econòmic per a l'eix de sortida d'una caixa de canvis manual de dos eixos. Partint d'un predisseny obtingut mitjançant els procediments de disseny de màquines, s'exploraran les millores que es poden aconseguir al introduir en el procés de disseny eines comercials d'enginyeria assistida per ordinador (CAE).

El comportament mecànic de l'eix es simularà mitjançant el mètode dels elements finits (MEF). Es generaran un conjunt de models parametritzats de l'eix en els quals es buscarà mantenir un compromís entre la flexibilitat del disseny, el cost computacional i la precisió. Un software per a l'optimització de dissenys agafarà els models paramètrics i proporcionarà el conjunt de paràmetres òptim basant-se en una sèrie de criteris mecànics i econòmics. L'avaluació d'aquests criteris es realitzarà amb eines independents que prendran com a entrada els resultats obtinguts en la simulació.

Paraules Clau: Disseny de màquines; Optimització; Mètode dels elements finits; Eix de transmissió

ÍNDICE DE DOCUMENTOS

MEMORIA.....	1
PLANO	62
PLIEGO DE CONDICIONES.....	64
PRESUPUESTO	67
ANEXO I: DESARROLLO DE LAS SOLUCIONES ALTERNATIVAS.....	70
ANEXO II: ANTEPROYECTO, DISEÑO DE LA CAJA DE CAMBIOS DE UN PEUGEOT 206 1.6 XS	137
ANEXO III: RELACIÓN DEL TRABAJO CON LOS OBJETIVOS DE DESARROLLO SOSTENIBLE DE LA AGENDA 2030.....	195



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

Optimización del eje de salida de una caja de cambios para PEUGEOT 206 1.6 XS

MEMORIA

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Trabajo Final de Grado en Ingeniería Mecánica

Autor: Urbiola Salvador, Teo

Tutor: Ródenas García, Juan José

Cotutor: Navarro García, Héctor

Curso 2022-2023

ÍNDICE DE LA MEMORIA

1. INTRODUCCIÓN	2
1.1. Objeto	2
1.2. Antecedentes	2
1.3. Alcance.....	2
1.4. Justificación del proyecto	3
2. ESTUDIO DE NECESIDADES	3
3. PLANTEAMIENTO DE SOLUCIONES ALTERNATIVAS	7
3.1. Variabilidad de los datos de entrada	8
3.2. Modelo de elementos finitos	10
3.2.1. Modelo unidimensional	10
3.2.2. Modelo tridimensional	12
3.3. Criterios de fallo	16
3.3.1. Diseño a fatiga	17
3.3.1.1. Análisis dinámico simplificado	18
3.3.1.2. Análisis estático	19
3.3.2. Criterio de la rigidez lateral	21
3.3.3. Criterio de la rigidez torsional	21
3.4. Interpretación de los resultados del análisis de elementos finitos	22
3.4.1. Zonas con altos niveles de error en los modelos de elementos finitos	22
3.4.2. Procesamiento de los resultados	23
3.5. Objetivos para las variables de salida	24
3.6. Optimización de los modelos	25
4. DESCRIPCIÓN DE LA SOLUCIÓN ADOPTADA	23
4.1. Configuración del nodo de optimización ANSYS®	29
4.1.1. Declaración de las variables de entrada	30
4.1.2. Generación de la geometría	30
4.1.3. Mallado de la geometría	31
4.1.4. Condiciones de contorno.....	32
4.1.4.1. Aplicación de fuerzas	32
4.1.4.2. Apoyos, grados de libertad restringidos.....	33
4.1.5. Variables de salida de ANSYS®	34
4.2. Configuración del nodo de optimización MATLAB®	35
4.2.1. Lectura de los archivos de resultados generados en ANSYS®	36
4.2.2. Tratamiento de las tablas de resultados.....	36
4.2.3. Cálculo del coeficiente de seguridad.....	37
4.2.3.1. Diseño a fatiga	37
4.2.3.2. Criterio de la rigidez lateral.....	38

4.2.3.3. Criterio de la rigidez torsional.....	39
4.2.4. Objetivos y restricciones sobre las variables de salida	39
4.3. Procesos de optimización	40
4.3.1. Proceso independiente para cada marcha basado en el modelo tridimensional	40
4.3.2. Proceso independiente para cada marcha basado en el modelo tridimensional	42
4.3.3. Proceso global basado en el modelo tridimensional.....	43
5. RESULTADOS DE LA OPTIMIZACIÓN	44
5.1. Interpretación de las gráficas de resultados de las variables	45
5.2. Primera aproximación a la geometría óptima del eje	49
5.3. Determinación del rango de valores óptimo para cada variable.....	51
5.4. Obtención de la geometría definitiva del eje.....	54
6. CONCLUSIÓN.....	59
7. BIBLIOGRAFÍA	59

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Comparativa entre el eje real y el eje considerado en el problema	3
Figura 2. Identificación de secciones funcionales del eje	5
Figura 3. Definición geométrica del punto de contacto entre engranajes.	6
Figura 4. Diagrama de flujo del proceso de optimización planteado para obtener el diseño del eje.	7
Figura 5. Acotación de tres secciones cilíndricas contiguas mediante valores incrementales y absolutos.	9
Figura 6. Perfil del modelo del eje que se debe generar en el análisis de elementos finitos. Se ilustra el eje con un radio distinto en las secciones contiguas.....	10
Figura 7. Representación gráfica de las diferencias entre el elemento unidimensional lineal y el elemento unidimensional cuadrático que pueden ser utilizados para mallar el eje.	11
Figura 8. Línea representativa de la sección del eje acoplada a la marcha engranada con las fuerzas de transmisión aplicadas sobre el punto de contacto entre engranajes.	12
Figura 9. Ilustración de la diferencia entre el perfil de un cambio de sección en el eje real y en el modelo de elementos finitos.....	13
Figura 10. Comparativa entre el modelo tridimensional del eje obtenido por la revolución del perfil y el modelo generado mediante doce cilindros.	13
Figura 11. Elementos tridimensionales estructurales.....	14
Figura 12. Definición geométrica del punto de acoplamiento eje-engranaje.	16
Figura 13. Diagrama de fatiga en el que se comparan las rectas definidas por los criterios de falla por fatiga.	18
Figura 14. Evolución del campo de tensiones en la dirección YZ de una sección transversal del eje cuando las cargas se rotan en intervalos de 45°	19
Figura 15. Representación del campo de tensiones en la dirección YZ del modelo, de una sección transversal con puntos marcados para ilustrar el paralelismo entre el caso estático y el dinámico.	20
Figura 16. Diagrama de flujo del proceso de optimización para obtener la geometría óptima del eje sometido al estado de cargas que genera una marcha al engranarse.....	27
Figura 17. Diagrama de flujo de la metodología de optimización seguida para obtener la geometría definitiva del eje.	28
Figura 18. Diagrama de flujo de la simulación del eje mediante el método de elementos finitos.....	29
Figura 19: Definición geométrica de los puntos que delimitan el perfil a revolucionar del eje	31
Figura 20. Modelo de elementos finitos tridimensional generado por la revolución del perfil del eje.	31
Figura 21. Representación gráfica de las fuerzas de transmisión aplicada sobre el punto de contacto entre engranajes y las fuerzas transportadas al punto de acoplamiento eje-engranaje.....	32
Figura 22. Ilustración de la sección rígida sobre el eje mallado.....	33
Figura 23. Ilustración de las restricciones impuestas por el rodamiento de bolas sobre el eje mallado.....	34
Figura 24. Diagrama de flujo que muestra la secuencia necesaria para interpretar los resultados del modelo de elementos finitos determinando los valores del área del perfil, el error de discretización y los distintos factores de seguridad.	35

Figura 25. Modelo tridimensional del eje con sus zonas problemáticas sombreadas en rojo.	37
Figura 26. Caracterización de la búsqueda de elementos en secciones anulares.	38
Figura 27. Croquis del desplazamiento angular de un punto P	39
Figura 28. Restricciones impuestas sobre las variables de salida (factor de seguridad)	40
Figura 29. Flujo de trabajo del proceso de optimización basado en el modelo unidimensional de elementos finitos para una sola marcha.	41
Figura 30. Flujo de trabajo del proceso de optimización basado en el modelo tridimensional de elementos finitos para una sola marcha.	43
Figura 31. Flujo de trabajo del proceso de optimización global basado en el modelo tridimensional de elementos finitos, para la primera y la segunda marcha.	44
Figura 32. Resultados del análisis de la sección del eje correspondiente al engranaje de la primera marcha cuando la geometría óptima del eje se obtiene considerando el caso de cargas generado por la segunda marcha engranada	46
Figura 33. Gráficos de evolución de las variables de salida del proceso de optimización basado en el modelo unidimensional para la primera marcha.	47
Figura 34. Diagramas de dispersión que evalúan el área del perfil respecto al fator de seguridad a fatiga, por flecha y por torsión, en el proceso de optimización basado en el modelo unidimensional para la primera marcha.	48
Figura 35. Estimación del error de discretización del modelo de elementos finitos a lo largo del proceso de optimización basado en el modelo tridimensional para la primera marcha.	48
Figura 36. Diagramas de dispersión que evalúan el área del perfil respecto al fator de seguridad a fatiga, por flecha y por torsión, en el proceso de optimización basado en el modelo tridimensional global.....	55
Figura 37. Modelo de elementos finitos del eje secundario definitivo	58

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Fuerzas de transmisión aplicadas sobre el engranaje y par transmitido para cada marcha.....	6
Tabla 2. Número identificador de los keypoints que delimitan las secciones acopladas a los rodamientos y a los engranajes.....	36
Tabla 3. Rango de valores que pueden adoptar las variables de entrada en la primera aproximación a la solución.....	42
Tabla 4. Valores mínimos y máximos de la primera aproximación al rango óptimo de cada variable de entrada cuando se engrana cada una de las marchas del eje.....	49
Tabla 5. Rango de valores en el que se encuentra cada una de las variables de salida de en la primera aproximación a la geometría óptima realizada mediante el proceso basado en el modelo unidimensional para cada marcha.....	50
Tabla 6. Primera aproximación al rango de valores óptimo para cada variable de entrada.	51
Tabla 7. Valores mínimos y máximos del rango óptimo de cada variable cuando se engrana cada una de las marchas del eje.....	52
Tabla 8. Rango de valores óptimo en el que se encuentra cada una de las variables de salida de en la primera aproximación a la geometría óptima realizada mediante el modelo tridimensional.....	53
Tabla 9. Rango de valores óptimo para cada variable de entrada.....	54
Tabla 10. Rango de valores perteneciente al frente de Pareto contemplado para cada variable de entrada	55
Tabla 11. Rango de valores perteneciente al frente de Pareto contemplado para cada variable de salida.....	56
Tabla 12. Variables de entrada de los tres diseños pertenecientes al frente de Pareto escogidos	57
Tabla 13. Variables de salida de los tres diseños pertenecientes al frente de Pareto escogidos	57

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Objeto

El objetivo de este trabajo de fin de grado es optimizar el eje secundario de la caja de cambios para el PEUGEOT 206 1.6 XS utilizando diferentes herramientas de ingeniería asistida por ordenador (CAE). El eje ha sido previamente diseñado siguiendo los procedimientos estándar de diseño de máquinas (Besa González & Valero Chuliá, 2016a). El propósito es obtener un diseño más adecuado para el eje de salida de la caja de cambios, teniendo como objetivo la reducción del material en bruto necesario para la fabricación del eje. Se busca lograr un diseño del eje que reduzca esta cantidad de material sin comprometer el funcionamiento adecuado del vehículo. Se realizarán análisis comparativos y se evaluarán diferentes escenarios para demostrar la efectividad de la metodología propuesta.

1.2. Antecedentes

En la última década, el método de elementos finitos ha ganado popularidad como una herramienta efectiva para el diseño y análisis de componentes mecánicos. El método de elementos finitos permite modelar y simular el comportamiento de los componentes bajo diferentes condiciones de carga y optimizar su diseño para cumplir con los requisitos de rendimiento. La fiabilidad del método de elementos finitos para evaluar y optimizar componentes sometidos a cargas variables ha sido comprobada en múltiples estudios (Castorani et al., 2017; Ooi et al., 2012).

Algunos trabajos han abordado la optimización de ejes de transmisión utilizando el método de elementos finitos desde diferentes perspectivas.

En Ryan (2004) se optimiza un eje de sección transversal constante utilizando un algoritmo de optimización para determinar el diámetro mínimo que cumpla con las restricciones impuestas sobre el factor de seguridad de fatiga a vida infinita, la rigidez del eje y su velocidad máxima. Esta optimización se realiza mediante COSMOSworks de SolidWorks® modelando en elementos finitos el conjunto del árbol de transmisión (el eje unido al engranaje de entrada y de salida). Las restricciones impuestas por los rodamientos se aplican sobre las superficies en contacto con ellos, mientras que las cargas se aplican puntualmente sobre el diente pertinente del engranaje.

En Íñiguez-Macedo et al. (2017) se optimiza un eje escalonado que ha sufrido una falla por fatiga cambiando el valor de la longitud del chavetero para estimar la vida a fatiga del eje mediante el método de esfuerzo-vida y de deformación-vida. El modelo de elementos finitos se realiza en ANSYS Workbench® generando el eje junto al engranaje motor. Las restricciones impuestas por los rodamientos se aplican sobre la superficie en contacto con él, mientras que las cargas se aplican como presiones sobre los dientes del engranaje. Este estudio concluye proponiendo la implementación de un algoritmo de optimización en el proceso para obtener una mayor variedad de resultados.

1.3. Alcance

El proyecto se limita a la optimización geométrica del eje secundario tomando como punto de partida el prediseño obtenido de éste en el ANEXO II: ANTEPROYECTO, DISEÑO DE LA CAJA DE CAMBIOS DE UN PEUGEOT 206 1.6 XS

En este documento no se estudiarán las relaciones de velocidades, ni las fuerzas generadas al engranar las distintas marchas, ni el tipo de rodamiento sobre el que está

apoyado el eje. Estos estudios se abordaron en el anteproyecto y en este trabajo se consideran restricciones al diseño

Hay que tener en cuenta que el modelo geométrico del eje obtenido en el prediseño corresponde únicamente al fragmento del eje que se encuentra en el interior de la caja de cambios (Figura 1). Sin embargo, el eje se prolonga por el lado del rodamiento de bolas hasta un piñón de ataque al diferencial para transmitir el par a las ruedas.

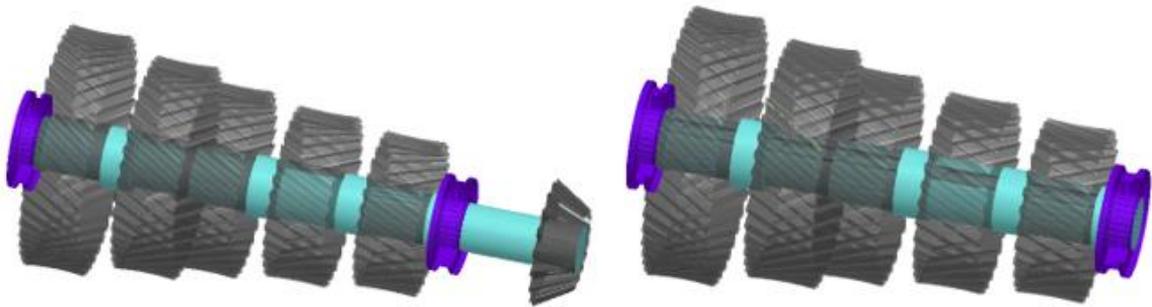


Figura 1. Comparativa entre el eje real (izquierda) y el eje considerado en el problema (derecha). Mientras que el modelo del eje real se prolonga hasta el piñón de ataque, el modelo de elementos finitos se limitará al fragmento del eje contenido en la caja de cambios. (Generada en Catia®)

En este proyecto, se abordará únicamente la optimización del eje de salida de la caja de cambios debido a que el eje primario soporta cargas de menor valor. Así pues, se considerará que la longitud total del eje secundario obtenido será válida para el eje primario. Si se plantease obtener el diseño más compacto posible para la caja de cambios, debería hacerse una optimización paralela en el eje primario adaptando su longitud a la que se obtiene en el proceso del eje secundario.

Durante el proceso de optimización, se asumirá que las variaciones geométricas del eje no afectan significativamente al estado tensional de los engranajes acoplados. Esto implica que la selección de los engranajes hecha en el anteproyecto se considera válida en todo momento, y la única modificación se dará en el ancho y el radio interior que se acopla con el eje.

En este trabajo no se tratará la fabricación del eje diseñado, no obstante, se señalarán las características mínimas que debe cumplir el eje fabricado en el pliego de condiciones del proyecto. Se considerará que los gastos asociados a la producción del eje no variarán notablemente con su geometría, considerando únicamente el coste del material en bruto para la fabricación.

1.4. Justificación del proyecto

La optimización atendiendo a criterios económicos de los componentes mecánicos es esencial en la industria automotriz para lograr un equilibrio entre el rendimiento técnico y los costos de producción. En el caso de las cajas de cambios manuales, el eje secundario desempeña un papel crucial en la transmisión de la potencia desde la unidad de potencia hasta las ruedas del vehículo. La optimización de este componente puede conducir a mejoras significativas en términos de eficiencia, rendimiento y costo.

En la industria del diseño de componentes, tal y como se ha visto en el apartado 1.2. Antecedentes, no es habitual la optimización de sistemas dinámicos mediante análisis de elementos finitos. Así pues, la implementación del proceso de optimización descrito en este

documento puede suponer una mejora en el procedimiento utilizado para el diseño de ejes sometidos a esfuerzos dinámicos. Se utilizará un modelo de coche antiguo, el Peugeot 206 1.6 XS, porque se dispone de una gran cantidad de información acerca de él. De este modo, será posible realizar una comparación entre los métodos tradicionalmente utilizados en la industria y los resultados obtenidos utilizando un proceso de optimización basado en el método de elementos finitos.

Se dispone de un prediseño de los ejes de la caja de cambios del Peugeot 206 1.6 XS obtenido mediante los procedimientos de diseño de máquinas. Estos ejes son ejes simplificados, de diámetros grandes, macizos y sin cambios de sección. Estas características implican el uso de una cantidad de material y, por lo tanto, de recursos económicos, mayor de lo necesario. Se buscará diseñar un proceso de optimización capaz de reducir el coste de producción del eje sin comprometer su capacidad para resistir las tensiones y fuerzas cíclicas a las que estarán sometidos.

2. ESTUDIO DE NECESIDADES

El diseño del eje de salida, objeto de este proyecto, parte del prediseño que se ha obtenido de este eje en el ANEXO III. El eje de salida que se ha prediseñado se trata de un eje macizo, con un radio constante de 40 mm y mecanizado utilizando el acero F-1155. Este eje secundario se apoya en sus extremos sobre rodamientos y el eje primario le transmite el par al eje secundario mediante engranajes helicoidales que, a su vez, se acoplan a éste mediante chavetas.

La discusión sobre cómo llevar a cabo el proceso de optimización, se hará teniendo en cuenta que las herramientas de ingeniería asistida por ordenador (CAE) escogidas para la optimización del eje son: ANSYS® Mechanical APDL® para llevar a cabo la simulación del eje en elementos finitos y el modeFRONTIER® como software de optimización multidisciplinario. Además, se dispone del software MATLAB®, para postprocesar los resultados del análisis de elementos finitos.

En primer lugar, la geometría del eje se diferenciará en secciones definidas por el componente al que se acoplan. Esta discretización se realiza asegurándose de que el diseño propuesto para el eje secundario sea compatible con el eje primario de la caja de cambios. Se supondrá que la longitud de cada una de estas secciones corresponde con el ancho del componente acoplado; este ancho será el mismo para el componente acoplado sobre el eje primario. Es decir, la longitud de cada una de las secciones del eje secundario será la misma longitud que tiene su sección correspondiente en el eje primario.

Para definir estas secciones, se definirá el orden que ocupa cada uno de los distintos componentes del árbol de transmisión sobre el eje secundario y para ello, se seguirá la misma disposición utilizada en el anteproyecto del diseño de la caja de cambios. Se establecerá la posición de los distintos componentes sobre el eje utilizando un sistema de referencia centrado sobre el extremo del eje a la izquierda de la imagen. Así pues, las secciones quedarán definidas por la función que cumplirá cada uno de los distintos tramos del eje (Figura 2).

Para garantizar que los engranajes acoplados al eje no sufren problemas superficiales ni fallas por flexión, se ha establecido en 40 mm el límite inferior de longitud en las secciones pertinentes; a partir de un proceso iterativo basado en los procedimientos estándar de diseño de máquinas (Besa González & Valero Chuliá, 2016c). En el caso de las secciones correspondientes a los sincronizadores del árbol primario, esta longitud mínima límite será

de 17,5 mm para asegurar la disponibilidad de sincronizadores adecuados en el mercado y evitar limitaciones prácticas en el diseño.

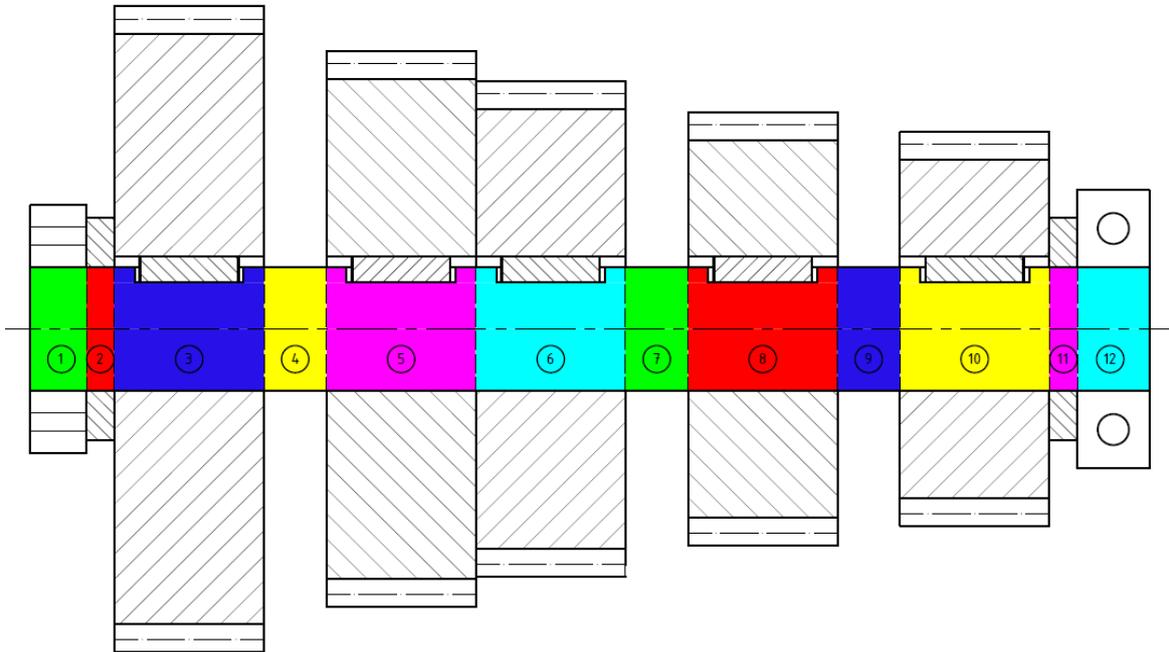


Figura 2. Identificación de secciones funcionales del eje. Sección nº1 (verde) Apoyo sobre el rodamiento de rodillos. Sección nº2 (roja) Seguridad/Arandela. Sección nº3 (azul) Acoplada al engranaje de primera marcha. Sección nº4 (amarilla) Correspondiente al sincronizador de primera-segunda en el árbol primario. Sección nº5 (magenta) Acoplada al engranaje de segunda marcha. Sección nº6 (cian) Acoplada al engranaje de tercera marcha. Sección nº7 (verde) Correspondiente al sincronizador de tercera-cuarta en el árbol primario. Sección nº8 (roja) Acoplada al engranaje de cuarta marcha, Sección nº9 (azul) Correspondiente al sincronizador de quinta en el árbol primario. Sección nº10 (amarilla) Acoplada al engranaje de quinta marcha. Sección nº11 (magenta) Seguridad/Arandela. Sección nº12 (cian) Apoyo sobre el rodamiento de bolas. (Generada en AutoCAD®)

El eje obtenido tras la optimización deberá cumplir con ciertas restricciones de diseño. Debido a la gran cantidad de ciclos de carga que debe soportar un eje, se tendrá que obtener el diseño mediante un dimensionado a vida infinita fijando un factor de seguridad a fatiga mínimo de 1,5. La flecha máxima debida a los esfuerzos de flexión será de 1mm/m de longitud del eje, mientras que la rotación máxima se impondrá en 1,5°/m de longitud del eje.

Es necesario conocer las condiciones de contorno que afectan al eje para diseñar un modelo de elementos finitos adecuado. Estas condiciones son: las fuerzas que ejercen sobre el eje cada una de las distintas marchas cuando están engranadas, los componentes acoplados en el árbol de transmisión y el tipo de rodamientos sobre los que se apoya el eje. El resto de los parámetros, como el material o el tamaño de las secciones del eje, pueden verse sujetos a cambios a lo largo del proceso en busca de la configuración que es el objetivo de esta optimización.

Se necesita especificar cuáles son las fuerzas de transmisión que se producen en cada uno de los engranajes cuando éstos transmiten el movimiento desde el eje primario al secundario. Todos los engranajes de la caja de cambios son engranajes helicoidales orientados de tal manera que la fuerza axial empuja el eje hacia el extremo que ocupa el rodamiento de bolas, evitando los esfuerzos axiales de tracción. Se considerará que las fuerzas de transmisión se generan en el punto de contacto entre engranajes. Este punto, representado en la Figura 3, se encuentra sobre la circunferencia primitiva de los engranajes y centrado respecto al propio ancho de éstos.

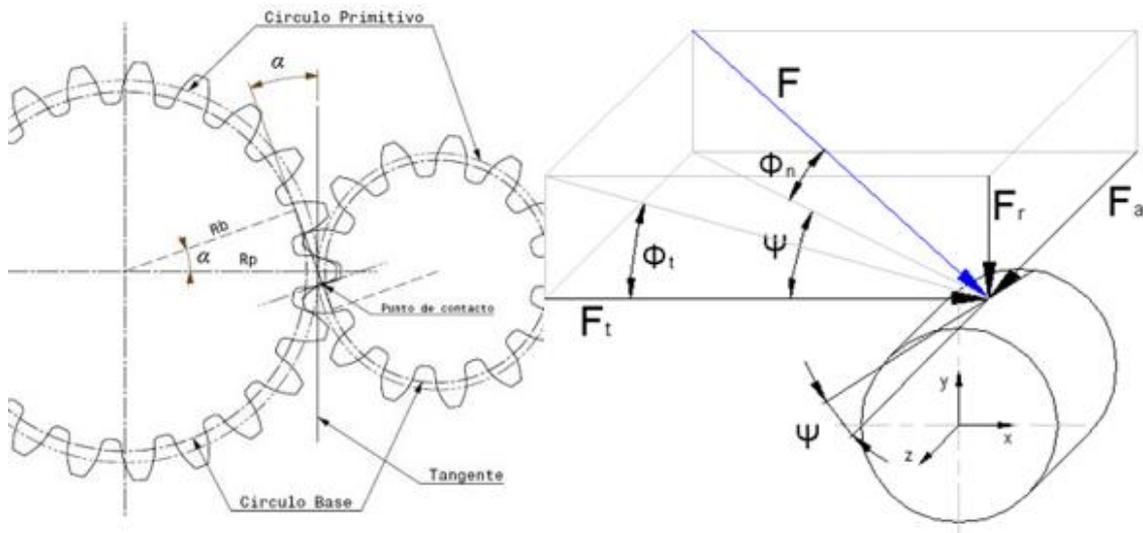


Figura 3. Definición geométrica del punto de contacto entre engranajes. A la izquierda, se presenta un plano en el que se define el punto en el que se producen las fuerzas de rozamiento entre dos engranajes. A la derecha, con el modelo tridimensional de uno de estos engranajes aislado, se evidencia que el punto está centrado respecto al ancho del propio engranaje. (Fuente: <https://ingemecanica.com>)

En la Tabla 1 pueden observarse las fuerzas de transmisión que se generan en la corona de un determinado engranaje cuando la marcha a la que corresponde está engranada. Las fuerzas se han calculado para sus condiciones de diseño, es decir, en el momento en que el eje primario de la caja de cambios recibe el par máximo del motor (147 N·m) y lo transmite al eje secundario según la relación de cambio de cada marcha. Considerar que las cargas transmitidas desde el árbol primario siempre son máximas supondrá el sobredimensionamiento del eje en cualquier alternativa de diseño que se plantee.

Tabla 1. Fuerzas de transmisión aplicadas sobre el engranaje y par transmitido para cada marcha.

Fuerzas de transmisión		1ª Marcha	2ª Marcha	3ª Marcha	4ª Marcha	5ª Marcha
Fuerza tangencial	Ft (N)	5222,50	3411,35	2835,98	2284,45	2076,77
Fuerza axial	Fa(N)	2165,99	1366,87	1155,92	885,33	804,84
Fuerza radial	Fr (N)	1900,83	1241,63	1032,21	831,47	755,88
Par	T (N·m)	497,54	286,65	208,25	151,90	124,73

Se considerará que en todo momento se está transmitiendo el par máximo del eje en régimen estacionario a las ruedas a través del diferencial. Para tener en cuenta la transmisión del par máximo en el modelo considerado, es necesario implementar una restricción de la rotación del eje sobre el extremo del eje contiguo al rodamiento de bolas.

Por último, se tratarán los tipos de rodamientos sobre los que están apoyados los extremos del eje. Como se puede observar en la Figura 2, el primer rodamiento respecto al sistema de referencia adoptado es un rodamiento de rodillos por lo que absorberá únicamente cargas radiales del eje, mientras que el segundo rodamiento es el de bolas que cuenta con la capacidad de absorber tanto cargas radiales como axiales.

3. PLANTEAMIENTO DE SOLUCIONES ALTERNATIVAS

Se plantea realizar una optimización del eje para obtener un diseño que cumpla los requisitos de funcionamiento de la caja de cambios utilizando una cantidad mínima de material.

Todos los procesos de optimización propuestos deberán compartir un flujo de trabajo en modeFRONTIER® (Figura 4). Cada iteración de cualquier proceso de optimización deberá:

- 1.- Asignar valores a las variables de entrada al modelo de elementos finitos (radio y longitud de cada sección del eje) dentro de un rango establecido. (3.1. Variabilidad de los datos de entrada)
- 2.- Ejecutar el nodo del proceso que contiene el modelo de elementos finitos en ANSYS® con la geometría especificada por las variables de entrada. (3.2. Modelo de elementos finitos)
- 3.- Interpretar los resultados obtenidos del análisis de elementos finitos para llevar a cabo el cálculo del coeficiente de seguridad del eje. (3.3. Criterios de fallo y 3.4. Interpretación de los resultados del análisis de elementos finitos)
- 4.- Asignar un objetivo de minimización sobre la cantidad de material necesaria para fabricar el eje y asegurar el funcionamiento del eje calculando el factor de seguridad (3.5. Objetivos para las variables de salida)

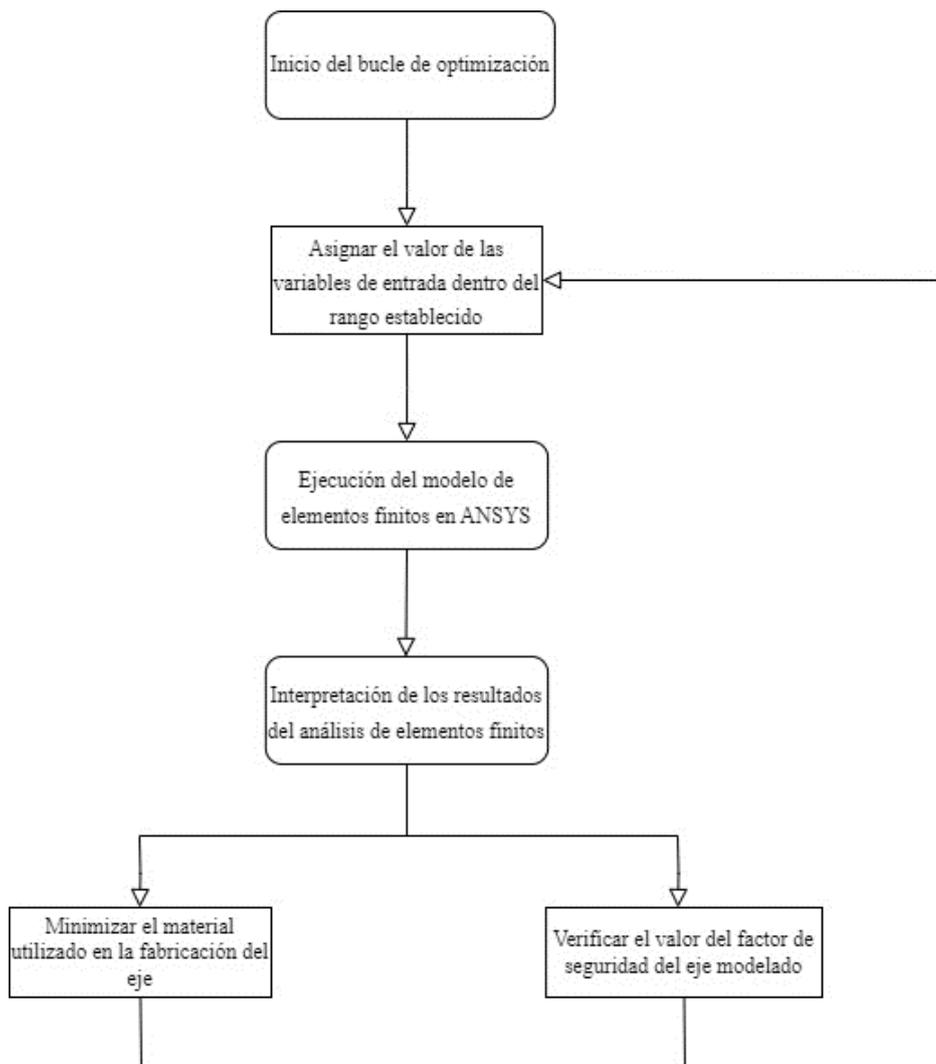


Figura 4. Diagrama de flujo del proceso de optimización planteado para obtener el diseño del eje. (Generada en draw.io)

Se propondrán distintos procesos de optimización basándose en las alternativas propuestas para modelar el eje, verificar su funcionamiento atendiendo a distintos criterios de fallo y determinar su configuración óptima (3.6. Optimización de los modelos).

3.1. Variabilidad de los datos de entrada

Se puede plantear un amplio abanico de materiales con los que producir el eje. Sin embargo, en este estudio se va a reducir los materiales que pueden utilizarse para producir el eje a los aceros finos de construcción general (Rodríguez Galbarro, s. f.; Schmid et al., 2014):

- Aceros al carbono de construcción (Grupo F-110): son aquellos en los que, a parte del carbono, el contenido de cualquier otro elemento aleante es inferior a la cantidad fijada por la norma UNE EN 10020:2001. Los aceros de este grupo que suelen ser utilizados para fabricar ejes son el acero F-114 y F-115.

- Aceros aleado de gran resistencia de construcción (Grupo F-120): son aquellos en los que, a parte del carbono, el contenido de al menos otro elemento aleante es superior a la cantidad fijada por la norma UNE EN 10020:2001. Los aceros de este grupo que suelen ser utilizados para fabricar ejes son el acero F-124 y F-125.

- Aceros de cementación (Grupo F-150): son aceros sometidos a un tratamiento termoquímico que le proporciona dureza a la pieza, pero aumenta su fragilidad. Los aceros de este grupo que suelen ser utilizados para fabricar ejes son el acero F-155 y F-156. El material utilizado en el prediseño pertenece a este grupo, específicamente el acero F-1555.

El cambio entre distintos tipos de acero no afectará al modelo de elementos finitos debido a que se considera que los aceros son materiales de comportamiento isótropo que conservan un módulo de Young y un coeficiente de Poisson constantes. Sin embargo, deberá tenerse en consideración el material si el eje se evalúa a fatiga, porque el uso de un acero distinto altera el límite a fatiga del material.

El eje que va a ser modelado en elementos finitos está definido por sus doce secciones funcionales, todas estas secciones son cilíndricas y se deberán modelar en elementos finitos a partir de las variables de entrada generadas en el software de optimización. Se plantean tres alternativas para declarar estas variables de entrada que parametrizarán el modelo:

- Valores incrementales: una sección se definirá mediante la diferencia de valores entre la sección anterior y ésta (cotas "R.Inc" y "L.Inc" en la Figura 5).

- Valores absolutos: una sección se definirá mediante la distancia que hay entre el origen de coordenadas y ésta (cotas "R.Abs" y "L.Abs" en la Figura 5).

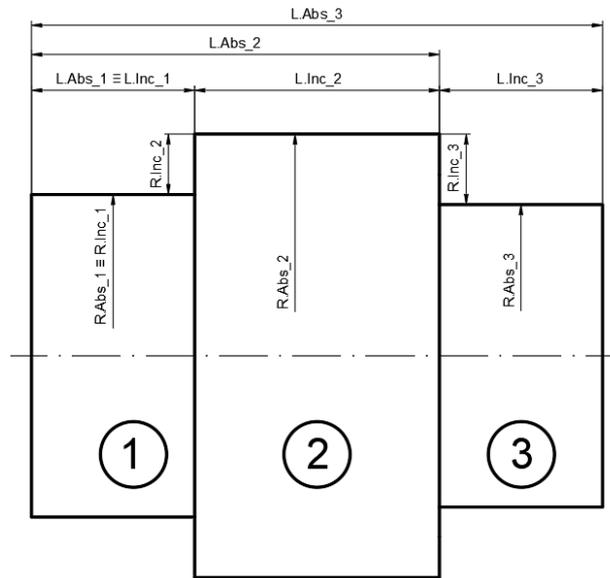


Figura 5. Acotación de tres secciones cilíndricas contiguas mediante valores incrementales y absolutos. Para cada sección "i" mostrada, la cota del radio definida mediante valores incrementales será "R.Inc_i" y mediante valores absolutos "R.Abs_i". Para definir su longitud se utilizarán las cotas "L.Inc_i" y "L.Abs_i", respectivamente.

En el caso de variar la longitud de las secciones mediante valores absolutos, habría que imponer restricciones sobre las variables para evitar que las secciones se solapen entre sí. Al variar la longitud mediante valores positivos incrementales siempre se generarán geometrías del eje válidas. En el caso de estar variando el radio de las secciones, la implementación de una alternativa u otra no afectará al modelo generado. Para considerar el mayor número de configuraciones óptimas del eje, no se puede restringir una sección para que siempre tenga un diámetro menor o mayor a sus secciones adyacentes; así pues, ambas alternativas podrán generar geometrías en las que dos secciones adyacentes tienen el mismo diámetro.

Para simplificar esta discusión se hará referencia al radio y a la longitud de cada sección del eje, pero se ha de tener en cuenta que las dimensiones de las secciones pueden ser modificadas tanto por valores absolutos como incrementales. De este modo, se cuenta con un total de 24 variables geométricas distintas, siendo estas variables el radio y la longitud de cada una de las 12 secciones del eje. Se plantean dos alternativas para asignar los valores a las variables de entrada de estas secciones variables:

- Asignar dos variables de entrada independientes para cada sección del eje: se declarará un dato de entrada por cada variable geométrica del modelo para variar de forma independiente el radio y la longitud de cada sección del eje.

- Asignar dos variables de entrada independientes para una agrupación de secciones: se generará una pareja de variables de entrada independientes (radio y longitud de la sección) para cada agrupación de secciones considerada. Se dividirán las secciones en cuatro agrupaciones distintas según la función que desempeña cada sección: las cinco secciones acopladas a los engranajes, las tres correspondientes a los sincronizadores, las dos secciones de seguridad con arandelas y las dos secciones que se apoyan sobre los rodamientos. En esta alternativa, las dimensiones de las secciones que pertenecen a una determinada agrupación serán las mismas.

La segunda alternativa reduce la flexibilidad de la optimización al agrupar las secciones del eje en función de su utilidad. En este caso, la geometría obtenida no aprovecharía la variabilidad de todas las secciones del eje utilizando una mayor cantidad de

material, pero se facilitará la convergencia del proceso de optimización al reducir la cantidad de variables de entrada.

Se van a plantear dos alternativas diferentes para el proceso de optimización en función de si las dimensiones de los rodamientos varían o no en busca de la configuración geométrica óptima del eje.

- Variar los rodamientos sobre los que se apoya el eje: se permitirá la variación de los valores que definen las secciones acopladas al eje optimizando con ello la geometría de los rodamientos sobre los que se apoya el eje. Los rodamientos son componentes normalizados con características dimensionales concretas que determinan su capacidad de carga, por lo que añadir la posibilidad de variar los rodamientos utilizados supondría la implementación de todas estas características en el cálculo. Deberá comprobarse que los rodamientos escogidos resisten las cargas cíclicas a las que son sometidos en cada iteración del proceso.

- No variar los rodamientos sobre los que se apoya el eje: si los rodamientos no varían a lo largo de la optimización se utilizarán los rodamientos del anteproyecto para el diseño final del eje. Se pueden mantener los rodamientos constantes durante el proceso de optimización porque se supone que, a pesar de la variación geométrica del eje, las reacciones que tendrán que soportar los rodamientos se mantendrán en el mismo rango de valores. Los rodamientos que se utilizarán se han escogido del catálogo SKF en el prediseño del eje y son: el rodamiento de rodillos NU 208 ECP con un radio que es 20 mm y una anchura de 18 mm y el rodamiento de bolas 6308 también con un radio interno de 20 mm y una anchura de 23 mm.

3.2. Modelo de elementos finitos

Para poder optimizar el eje se van a proponer dos maneras distintas de modelarlo en elementos finitos: un modelo unidimensional y un modelo tridimensional.

El modelo que debe programarse en elementos finitos generará el eje discretizándolo en sus doce secciones cilíndricas (Figura 2). Las doce secciones del eje deben ser definidas en el modelo mediante su radio y longitud (Figura 6).

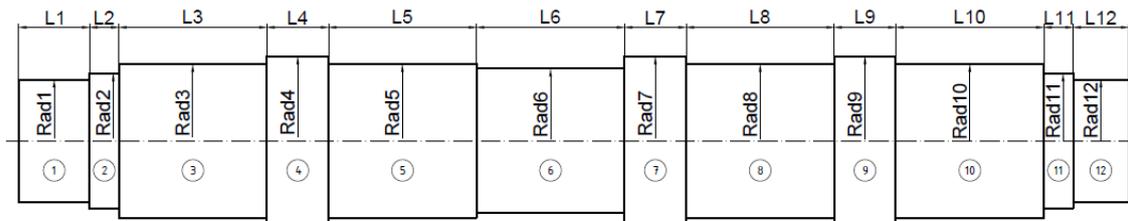


Figura 6. Perfil del modelo del eje que se debe generar en el análisis de elementos finitos. Se ilustra el eje con un radio distinto en las secciones contiguas. Cada sección "i" del eje estará definida por su radio "Rad i" y por su altura o longitud "L i". (Generada en AutoCAD®)

3.2.1. Modelo unidimensional

En el software de elementos finitos escogido ANSYS®, hay un solo tipo de elementos estructurales unidimensionales, los elementos tipo viga (BEAM). Los elementos tipo BEAM en ANSYS® son utilizados para analizar estructuras lineales unidimensionales, como vigas y columnas esbeltas. Estos elementos se caracterizan por ser elementos unidimensionales con secciones transversales asociadas que idealizan matemáticamente el comportamiento tridimensional de la estructura u objeto que representan, de una manera simplificada.

Los elementos tipo BEAM se basan en la teoría de vigas de Timoshenko (Timoshenko, 1921), que tiene en cuenta los efectos de deformación por corte. Estos elementos en ANSYS®

pueden ser lineales o cuadráticos, en función del número de nodos que contengan. Cada nodo tiene seis grados de libertad asociados a la translación y rotación del cuerpo en tres dimensiones. Al utilizar este tipo de elementos, el modelo resultante no tendrá en cuenta los concentradores de tensiones que se producen en los cambios de radio entre secciones.

La geometría unidimensional del eje se generará modelando una línea recta por cada sección del modelo. Estas rectas se generarán sobre el eje de simetría axial del componente. Para simular el comportamiento en las direcciones transversales del eje, se mallarán estas líneas con un elemento tipo BEAM diferente para cada sección. Cada uno de estos elementos tendrá una sección circular asociada centrada respecto al eje de simetría.

En ANSYS®, hay dos tipos diferentes de elementos unidimensionales de tipo viga con los que se puede mallar cualquier entidad geométrica unidimensional, los elementos lineales y cuadráticos (Figura 7):

- Elementos unidimensionales lineales (BEAM188): calculan los resultados mediante un nodo al inicio de cada elemento y otro nodo al final de este.

- Elementos unidimensionales cuadráticos (BEAM189): añaden un tercer nodo en el centro del elemento a los dos que se sitúan sobre los extremos, incrementando el grado de interpolación del cálculo

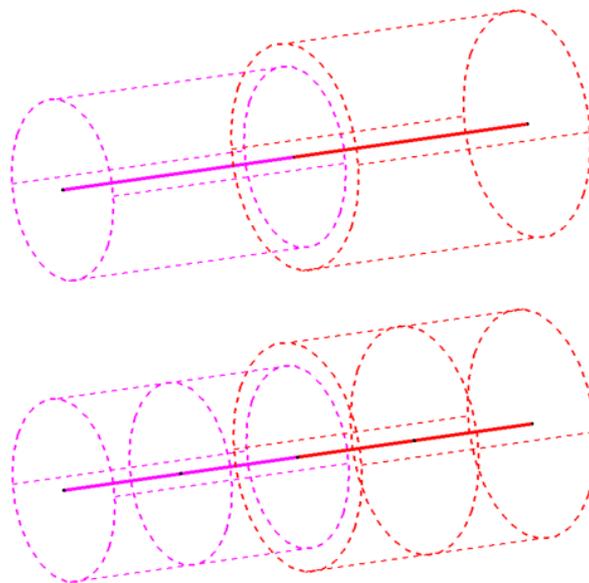


Figura 7. Representación gráfica de las diferencias entre el elemento unidimensional lineal (Arriba) y el elemento unidimensional cuadrático (Abajo) que pueden ser utilizados para mallar el eje. Se ilustran dos elementos en cada caso, uno de radio menor (magenta) y otro de radio mayor (rojo). Los nodos de cada elemento se representan mediante puntos negros sobre las líneas malladas y su secciones transversales asociadas mediante circunferencias discontinuas. (Generada en Catia®)

El término lineal o cuadrático se refiere al grado de interpolación con el que se aproxima una función polinómica a la función de desplazamientos del elemento. Por tanto, para el mismo número de grados de libertad (cantidad de nodos), el elemento cuadrático es capaz de suministrar resultados más fiables que el lineal.

Las fuerzas de transmisión generadas cuando cada marcha es engranada se transmiten al eje desde el engranaje correspondiente a través de la chaveta. Es necesario adaptar estas fuerzas para obtener un estado de cargas equivalente en el eje de simetría del modelo (única dimensión modelada). Se puede asegurar que el lugar geométrico sobre el que aplicar las fuerzas debe estar contenido en la línea que representa la sección del eje

correspondiente a la marcha engranada (Figura 8). Este tipo de líneas que representan una sección del eje se denominarán “línea representativa”.

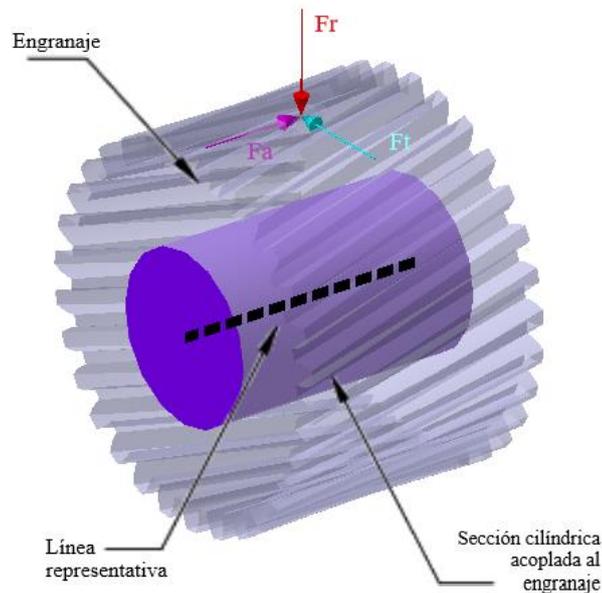


Figura 8. Línea representativa de la sección del eje acoplada a la marcha engranada con las fuerzas de transmisión aplicadas sobre el punto de contacto entre engranajes.

Se plantean dos alternativas para calcular las cargas que se deben aplicar para generar un estado equivalente sobre el eje:

- Cargas puntuales: aplicando fuerzas y momentos puntuales sobre el nodo que malla el punto central de la línea representativa del engranaje.
- Cargas distribuidas: aplicando cargas distribuidas sobre todos los nodos pertenecientes a la línea representativa del engranaje.

La segunda alternativa es más complicada de llevar a cabo que la primera porque al partir de unas fuerzas de transmisión aplicadas puntualmente, resulta más sencillo transportar estas fuerzas directamente al punto medio que distribuir las a lo largo de toda la línea representativa.

Para restringir el desplazamiento en la dirección radial del eje que generan ambos rodamientos, tendrá que restringirse el desplazamiento de los nodos pertenecientes a las líneas representativas de los rodamientos.

Tanto el desplazamiento en la dirección axial del eje, restringido por el rodamiento de bolas, como la rotación en torno a esta dirección axial, se restringirán en el punto extremo del modelo contiguo al rodamiento de bolas.

La mayor ventaja del modelo unidimensional es el bajo coste computacional que tiene; sin embargo, al tratarse de una geometría simplificada se están asumiendo muchas consideraciones que alejan el caso real de este modelo unidimensional, comprometiendo su fiabilidad. La flexibilidad no presenta problemas pudiendo modificar los parámetros que definen las secciones en cualquier rango sin generar errores.

3.2.2. Modelo tridimensional

Para simular el eje secundario de la caja de cambios modelando su geometría tal y como se muestra en la Figura 6 en un modelo tridimensional se plantean dos alternativas (Figura 9):

- Modelar los radios de acuerdo entre secciones: se generará la geometría exacta del eje modelando el radio de acuerdo indicado en cada cambio de sección del eje.
- No modelar los radios de acuerdo entre secciones: se simplificará la geometría real del eje para no generar los radios de acuerdo entre las secciones de distinto diámetro. El hecho de no modelar los radios de acuerdo internos entre secciones supondrá una sobrestimación de los concentradores de tensiones que surgen en los cambios de sección.

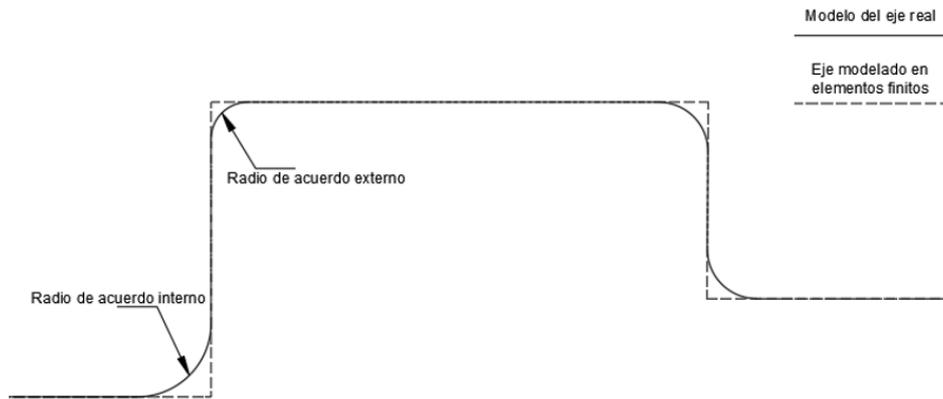


Figura 9. Ilustración de la diferencia entre el perfil de un cambio de sección en el eje real (línea continua) y en el modelo de elementos finitos (línea discontinua). Definición gráfica del radio de acuerdo interior y exterior. (Generada en AutoCAD®)

Se plantean dos metodologías distintas para generar la geometría tridimensional del eje (Figura 10):

- Revolucionando el perfil del eje: se definirán los puntos que delimitan el perfil del eje; a continuación, se unirán todos los puntos mediante líneas rectas; se delimitará un área contenida en estas rectas y, por último, esta área será revolucionada generando el volumen del eje. En este caso, es posible modelizar los radios de acuerdo en los cambios de sección.
- Generando un cilindro por cada sección del eje: se discretizará el conjunto del eje en sus doce secciones cilíndricas, de modo que el modelo creado conste de doce cilindros distintos yuxtapuestos unos a otros por sus caras planas. La modelización de los radios de acuerdo entre secciones de diámetro distinto es complicada mediante este método.

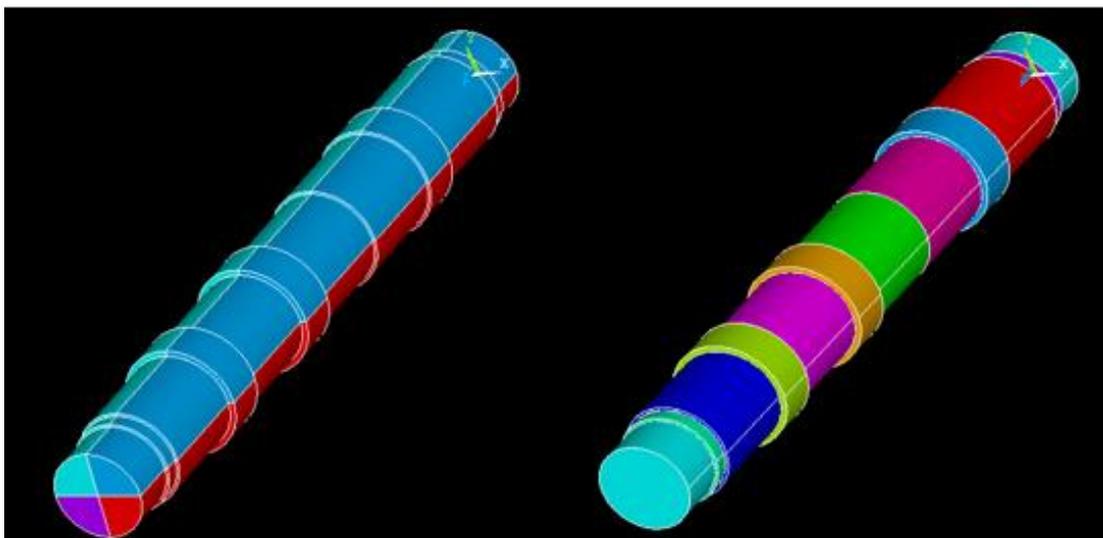


Figura 10. Comparativa entre el modelo tridimensional del eje obtenido por la revolución del perfil (Izquierda) y el modelo generado mediante doce cilindros (Derecha). (Generada en ANSYS®).

La mayor diferencia entre ambos modelos es que en la geometría obtenida mediante la revolución del perfil, ANSYS® interpreta los volúmenes generados como un solo cuerpo, mientras que, en el modelo generado mediante cilindros, cada uno de los volúmenes se interpreta como un cuerpo distinto. Por lo que, a pesar de que ambos modelos representan la misma geometría del eje, en el modelo generado mediante cilindros las cargas aplicadas no se distribuirán a lo largo del eje sin un tratamiento previo de la geometría.

Los elementos tridimensionales estructurales se muestran en la Figura 11 y son:

- **Elemento hexaédrico:** se caracteriza porque sus nodos describen una forma cúbica. Pueden ser elementos lineales de 8 nodos (SOLID185) o cuadráticos con 20 nodos (SOLID186).
- **Elemento tetraédrico:** se caracteriza porque sus nodos describen una estructura piramidal de base triangular. Hay dos variantes disponibles: elementos lineales de 4 nodos (SOLID187) o cuadráticos con 10 nodos (SOLID285).

La diferencia entre los elementos lineales y los elementos cuadráticos es la que se ha visto para los elementos tipo BEAM: mientras que un elemento lineal posee un nodo por cada extremo del elemento, un elemento cuadrático también añade un nodo en el centro de la arista que une ambos extremos. El hecho de añadir un nodo por cada arista también aumenta un grado de interpolación la aproximación a la función de desplazamientos del eje. Además, los elementos tridimensionales cuadráticos tienen la capacidad de adaptarse mejor a la geometría, proporcionando una aproximación más precisa que los elementos lineales.

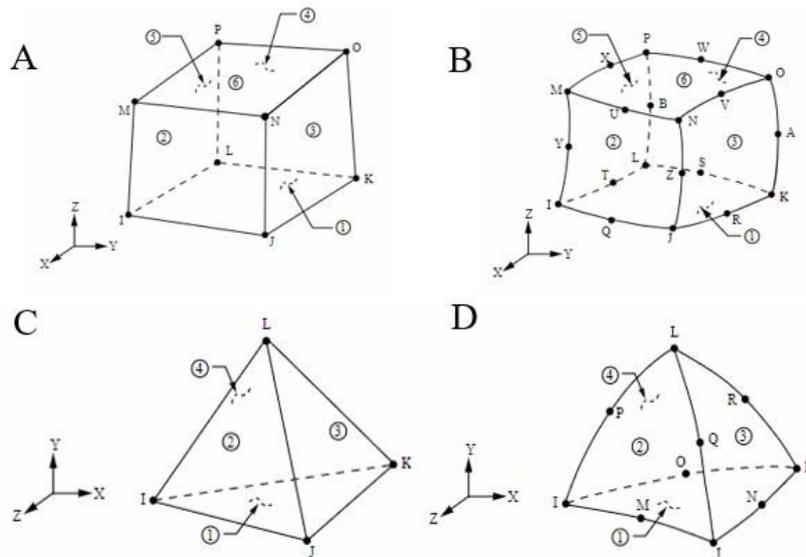


Figura 11. Elementos tridimensionales estructurales. A: Elemento hexaédrico lineal (SOLID185). B: Elemento hexaédrico cuadrático (SOLID186). C: Elemento tetraédrico lineal (SOLID187). D: Elemento tetraédrico cuadrático (SOLID285). En cada ilustración las letras (I,J,K,L,M,N,...) representan los nodos del elemento y los números (1,2,3,4,5,6) sus caras. (Fuente: ANSYS®)

Para mallar la geometría del eje mediante estos elementos tridimensionales se plantean dos alternativas, teniendo en cuenta que ambas pueden realizarse con elementos lineales o cuadráticos:

- **Mallado libre:** tipo de mallado adaptativo generado de manera automática por ANSYS®. El mallado libre permite generar mallas para geometrías complejas, pero se tiene un control reducido sobre la estructura de la malla. Únicamente se podrá controlar el tamaño de los elementos asociados a las entidades geométricas del modelo. El mallado libre solo se puede realizar mediante elementos tetraédricos. Si bien es cierto que es posible mallar una

superficie de revolución con un elemento hexaédrico, resulta complicado y el software a menudo recurre a la composición de un elemento hexaédrico a través de cuatro elementos tetraédricos.

- Mallado programado: tipo de mallado en el que se ha de especificar cómo se distribuye la malla sobre el cuerpo. Destaca el mallado por barrido que permite utilizar los elementos hexaédricos para mallar una figura de revolución (como la del eje) generando previamente una malla bidimensional de elementos cuadrados.

El modelo resultante de ambos mallados es distinto. En el mallado libre, se puede considerar que estableciendo un tamaño de elemento lo suficientemente pequeño, la malla se adecuará a la geometría de manera fidedigna. En el mallado por barrido con elementos hexaédricos, los elementos de la parte central del eje se generarán con un tamaño considerablemente mayor en su dirección radial que en la circunferencial; además, estos elementos centrales serán muy pequeños en comparación a los que mallan la periferia del eje.

La transmisión de cargas del engranaje al eje se produce mediante una chaveta por fuerzas de contacto que se generan entre ésta y ambos componentes. Además, surgirán fuerzas de fricción entre el cubo del engranaje y el eje porque deben ajustarse en apriete. En este estudio van a tratarse dos alternativas para modelar esta transmisión de cargas:

- Modelización del contacto: se modelizará el contacto real del eje que se produce entre éste y los componentes que le transmiten las cargas: el engranaje y la chaveta. Para ello, se modelará el chavetero en la sección cilíndrica correspondiente y se aplicarán cargas distribuidas sobre las distintas superficies de la sección. Modelar el problema de contacto sería la manera de obtener el resultado más cercano a la realidad; sin embargo, introducirlo supondría la no linealidad del modelo aumentando con ello la complejidad y el tiempo necesario para realizar los cálculos

- Cargas puntuales: se simplificará el lugar geométrico en el que están aplicadas las cargas a un solo punto del modelo, aplicando sobre éste fuerzas y momentos puntuales. A este punto se le denominará punto de acoplamiento eje-engranaje y se define como el punto geométrico situado sobre la periferia del eje, en contacto con el aro interior del engranaje y centrado respecto al ancho de éste (Figura 12). Para aproximarse al efecto que genera el contacto, se creará una sección rígida que englobe en ella todos los nodos pertenecientes a la superficie de interacción entre el eje y el engranaje para distribuir las cargas puntuales sobre esta superficie de contacto. Además, al generar una sección rígida se evitarán los errores por singularidad que surgen al aplicar una fuerza puntual directamente sobre un nodo de un elemento tridimensional.

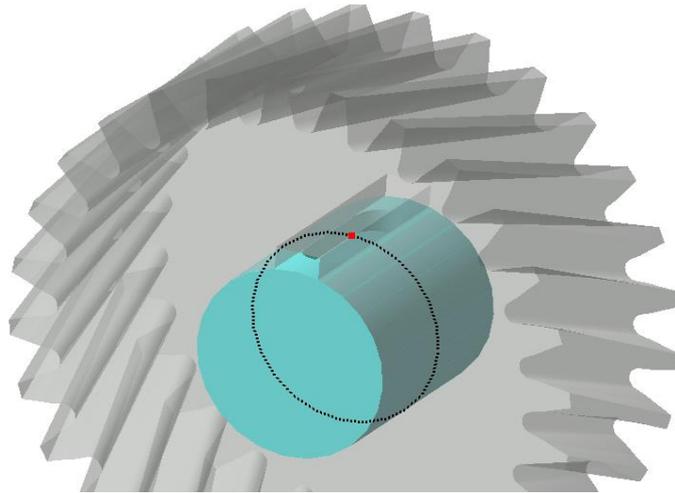


Figura 12. Definición geométrica del punto de acoplamiento eje-engranaje (punto rojo). Se representa un engranaje junto a su correspondiente sección del eje con el chavetero modelado, La línea discontinua negra evidencia que el punto se ubica en la mitad del ancho del engranaje sobre la periferia del eje. (Generada en Catia®)

El desplazamiento radial de los nodos se restringirá del mismo modo tanto para el rodamiento de rodillos como para el rodamiento de bolas. En este caso se restringirán los nodos pertenecientes a la superficie lateral del eje en contacto directo con el anillo interior de los rodamientos. Para restringir adecuadamente el desplazamiento radial, los nodos tendrán que rotarse a un sistema de coordenadas cilíndrico.

Tanto la restricción del desplazamiento en la dirección axial, asociada al rodamiento de bolas, como la restricción de la rotación en torno a esta dirección axial, debida a que se considera que el eje siempre transmite el par máximo en régimen estacionario, se aplicarán sobre el extremo del eje en la cara plana contigua al rodamiento de bolas. La restricción del desplazamiento axial también se podría aplicar sobre la superficie lateral en la que se ha aplicado la restricción radial, pero el coste computacional aumenta levemente y la solución obtenida es la misma. Será necesario rotar los nodos de la cara plana a un sistema de coordenadas cilíndrico para aplicar estas restricciones adecuadamente.

Al representar el conjunto del volumen del eje se dispone de una gran cantidad de nodos en los que calcular los resultados del modelo sin realizar suposiciones acerca del comportamiento de las secciones transversales del eje como ocurre en el caso unidimensional. El hecho de no realizar simplificaciones, además de que en el modelo tridimensional se pueden considerar los efectos de los concentradores de tensiones, supone obtener unos resultados más fiables que los del modelo unidimensional, pero lleva consigo un aumento del coste computacional. Surgirá un problema de flexibilidad en la definición de la geometría por la revolución del perfil cuando los radios de dos secciones contiguas sean exactamente iguales.

3.3. Criterios de fallo

En este apartado, se plantearán los criterios de fallo existentes para determinar si el eje generado en el modelo de elementos finitos es válido o no en cada iteración del proceso. Para determinar la validez del eje evaluado, se calculará el coeficiente de seguridad del eje. Van a tratarse tres maneras distintas de determinar este factor de seguridad: mediante un diseño a fatiga del eje, por el criterio de rigidez lateral y por el criterio de rigidez torsional.

3.3.1. Diseño a fatiga

El fallo más común en las máquinas que funcionan durante un alto número de ciclos ($N > 10^3$ ciclos) es la falla por fatiga. La falla por fatiga se define como la ruptura del elemento al someterse a una carga variable en el tiempo, siendo el valor de la tensión máxima inferior a la tensión admisible del material. En la actualidad, se utilizan tres métodos para estimar la falla por fatiga de un componente sometido a cargas fluctuantes durante un número de ciclos N :

- Método de esfuerzo-vida (S-N): se basa únicamente en los esfuerzos cíclicos a los que se somete cada punto del eje para estimar la resistencia a fatiga. Este planteamiento considerará la vida total del componente, incluyendo las fases de nucleación y propagación de la grieta de fatiga hasta el fallo final del componente. Para determinar la resistencia del material a fatiga se generan curvas de Wöhler (Wöhler, 1858; Wöhler, 1870) a partir de ensayos realizados sobre probetas del material. Es el método más utilizado tradicionalmente y cuenta con una gran cantidad de datos que avalan sus resultados para piezas sometidas a un alto ciclaje.

- Método de deformación-vida (ϵ -N): se enfoca en el análisis detallado de la deformación plástica en regiones localizadas para estimar la vida. Es apropiado para el análisis de piezas sometidas a un bajo número de ciclos ($1 < N < 10^3$ ciclos). La duración a fatiga de un componente se determina a partir de la deformación total mediante la relación de Coffin-Manson (Manson & Dolan, 1966; Tavernelli & Coffin, 1962)

- Método de la fractura lineal elástica (LEFM): se emplea para predecir el crecimiento de una grieta existente respecto a la intensidad del esfuerzo a la que está sometida la pieza. Para poder aplicar este método se ha de suponer una grieta inicial. La intensidad de esfuerzo que provoca la extensión de esta grieta puede cuantificarse mediante la tenacidad a la fractura (Perez, 2004). En materiales frágiles, se utiliza esta tenacidad a la fractura como criterio de diseño en la prevención de fracturas.

En el caso de estimar la falla por fatiga bajo el método de esfuerzo-vida, se puede calcular el factor de seguridad a fatiga bajo distintos criterios (Budynas & Nisbett, 2008b). Las funciones que describen estos criterios de fatiga se muestran en el diagrama de fatiga de la Figura 13, cuyo eje de abscisas se corresponde con la tensión media y el eje de ordenadas con la tensión alternante. Para cada criterio en esta gráfica si la combinación de la tensión media y alternante está sobre la línea o por encima de ésta indica que se producirá una falla por fatiga. Estos criterios son:

- Criterio de fluencia estática de Langer: determina si se produce una falla por fluencia en el primer ciclo de carga. Este criterio define una recta en el diagrama de fatiga cuya ordenada y abscisa en el origen es el límite de fluencia del material.

- Criterio de Goodman modificado: determina si se produce una falla por fatiga durante la vida útil de la pieza en función del límite de rotura a tracción del material. Este criterio define una recta en el diagrama de fatiga cuya ordenada en el origen es el límite de fatiga del material y la abscisa en el origen es el límite de rotura a tracción del material.

- Criterio de Soderberg (Soderberg, 1930): cuantifica la probabilidad de que aparezca un fallo por fatiga debido a la aparición de fluencia durante la vida útil de la pieza. Este criterio define una recta en el diagrama de fatiga cuya ordenada en el origen es el límite de fatiga del material y la abscisa en el origen es el límite de fluencia del material.

- Criterio de Gerber (Gerber, 1874): adaptación del criterio de Goodman que estima la probabilidad de que aparezca fallo por fatiga mediante una función parabólica en vez de lineal. Este criterio define una parábola en el diagrama de fatiga cuya ordenada en el origen

es el límite de fatiga del material y la abscisa en el origen es el límite de rotura a tracción del material.

- Criterio ASME-elíptica: adaptación del criterio de Soderberg que estima la probabilidad de que aparezca fallo por fatiga mediante una función elíptica en vez de lineal. Este criterio define una elipse en el diagrama de fatiga cuya ordenada en el origen es el límite de fatiga del material y la abscisa en el origen es el límite de fluencia del material.

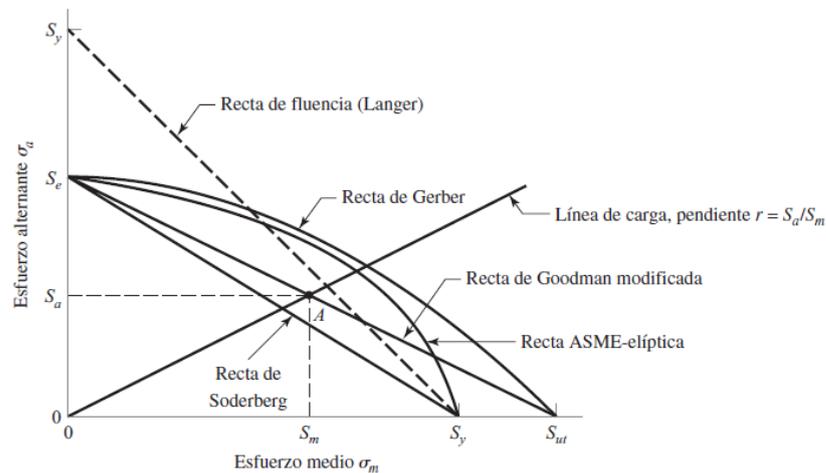


Figura 13. Diagrama de fatiga en el que se comparan las rectas definidas por los criterios de falla por fatiga. En este diagrama el eje de abscisas corresponde al esfuerzo alternante (σ_a) y el eje de ordenadas el esfuerzo medio (σ_m). (Fuente: (Budynas & Nisbett, 2008b))

Los campos de tensiones y deformaciones que ofrece ANSYS®, tanto en el modelo unidimensional como tridimensional, son para un caso de cargas estático. Sin embargo, todos los métodos expuestos para estimar la falla por fatiga del eje tienen en cuenta las cargas cíclicas a las que está sometido. Al considerar que el eje transmite el par máximo en régimen estacionario, la velocidad del eje es siempre la misma permitiendo simular el estado dinámico de cargas como un caso estático. Se plantean dos alternativas para determinar la vida a fatiga simulando el modelo estático en elementos finitos: realizar una secuencia de simulaciones en distintos instantes de la revolución del eje para apreciar la evolución en el estado de los elementos durante la revolución, o simular un solo modelo estático del eje estableciendo un paralelismo entre los resultados obtenidos para este caso estático y el caso dinámico de cargas.

3.3.1.1. Análisis dinámico simplificado

Debido al régimen estacionario en el que está funcionando el eje, las fuerzas inerciales no tienen efecto sobre el componente pudiendo realizar un conjunto de simulaciones estáticas en distintos ángulos de rotación del eje en vez de un análisis dinámico. Así pues, se realizará una secuencia de simulaciones estáticas en distintos instantes de la revolución del eje, y se recogerán todos los resultados obtenidos para un elemento particular del eje. Registrando estos valores, se podrá construir de manera directa la secuencia de solicitaciones a la que se ve expuesto este punto específico del eje durante la revolución. Esto supone que, evaluando una determinada magnitud en el centro de un elemento en las distintas simulaciones realizadas, se obtendría un muestreo de la evolución temporal de esta magnitud en el punto que representa el elemento.

Esta metodología solo es válida para el modelo tridimensional de elementos finitos porque, en el modelo unidimensional, cada elemento del modelo representa una sección

transversal del eje y se obtendrían los mismos resultados independientemente del instante de la revolución simulada.

Para estimar directamente el campo de solicitaciones de un elemento del modelo tridimensional se rotará el punto de aplicación y la dirección de las cargas respecto al eje de simetría axial de la pieza. Durante el proceso, tanto la magnitud de estas cargas como la ubicación de todos los elementos del modelo se mantendrán constantes. Es necesaria una gran cantidad de recursos computacionales debido a las múltiples simulaciones que deben llevarse a cabo.

Utilizando esta metodología, se puede obtener la estimación del fallo por fatiga mediante los tres métodos tratados anteriormente. Para el método de esfuerzo-vida y de deformación-vida, se podrá estimar la evolución de las tensiones y las deformaciones, respectivamente, de cada elemento presente en el modelo a partir de los datos obtenidos en las simulaciones estáticas. En el método de la fractura lineal elástica (LEFM) deberá modelarse una grieta inicial y obtener el campo de tensiones de los elementos colindantes a la fisura para determinar si crecerá.

En la Figura 14 se muestra, a modo ilustrativo, la evolución del campo de tensiones en la dirección YZ de una sección transversal del eje cuando las cargas se rotan en intervalos de 45°.

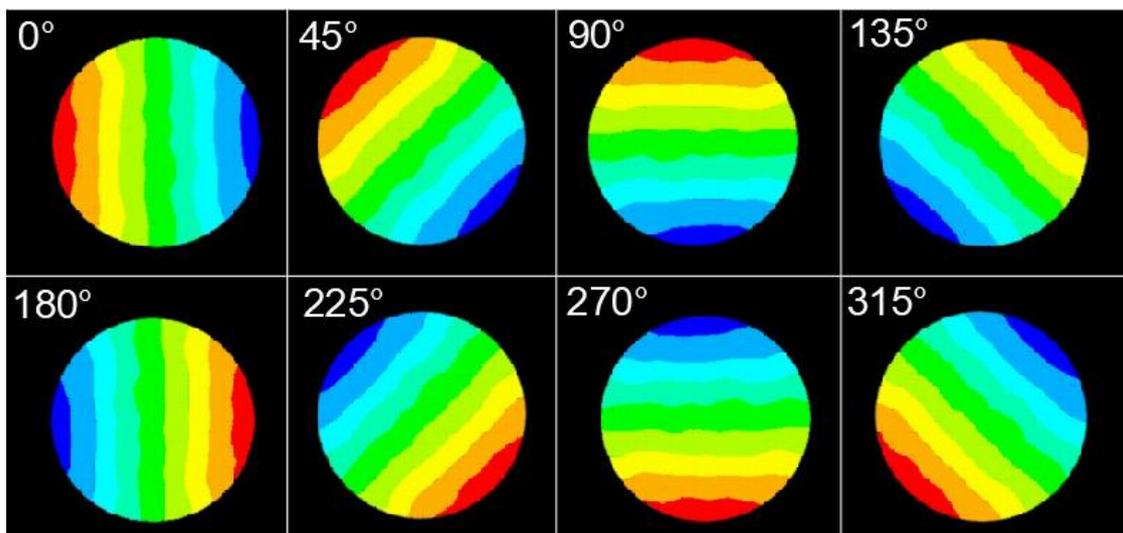


Figura 14. Evolución del campo de tensiones en la dirección YZ de una sección transversal del eje cuando las cargas se rotan en intervalos de 45°. Los valores de la tensión se representan mediante un gradiente de colores en el que el color azul corresponde a los valores más bajos y el color rojo a los más altos. (Generada en ANSYS®. Editada en AutoCAD®)

3.3.1.2. Análisis estático

Considerando que el eje es una figura de revolución con simetría axial en el que las cargas mantienen su punto de aplicación y que funciona en régimen estacionario, la distribución de tensiones y deformaciones en un sistema de referencia global será siempre la misma independientemente del desfase angular del eje con respecto a la posición inicial (Figura 14).

Para ilustrar esta explicación se utilizará el campo de tensiones en la dirección YZ de una sección transversal (Figura 15). Esta distribución de tensiones se ha obtenido mediante una simulación estática de elementos finitos. En el caso dinámico, la distribución de tensiones estáticas que hay sobre la circunferencia "C1" equivale al histórico de tensiones del punto "P1". Este punto "P1", en el caso dinámico, se desplaza sobre la circunferencia "C1" experimentando en cada instante de la revolución "ti" la tensión estática que se encuentra sobre el punto "P1.i". De este modo, podrá realizarse un paralelismo entre el

instante de la revolución “ti” del problema dinámico y la coordenada angular del elemento que se encuentra en el punto “P1.i” en la simulación estática.

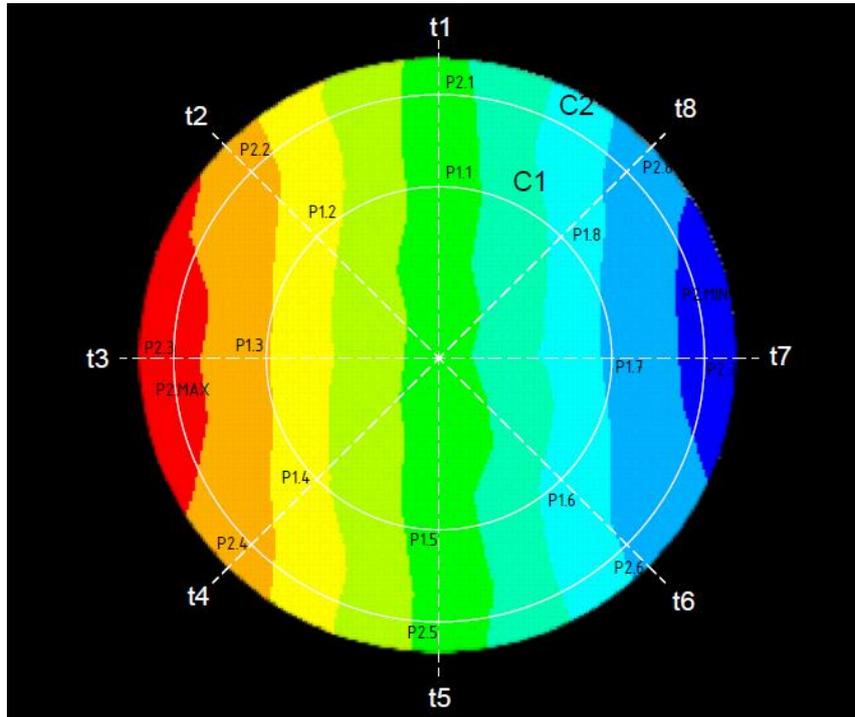


Figura 15. Representación del campo de tensiones en la dirección YZ del modelo, de una sección transversal con puntos marcados para ilustrar el paralelismo entre el caso estático y el dinámico. La evolución de las tensiones de un punto “P” viene definida por la distribución estática de tensiones de la circunferencia C que lo contiene. Los valores de la tensión se representan mediante un gradiente de colores en el que el color azul corresponde a los valores más bajos y el color rojo a los más altos. (Generada en ANSYS®, editada en AutoCAD®)

En el modelo unidimensional cada elemento simula una sección transversal del eje cuyo espesor es el tamaño del elemento, imponiendo un valor pequeño se podrá considerar que la distribución de tensiones sobre este elemento se encuentra en una cota axial constante. Para calcular el coeficiente de seguridad a fatiga se seleccionará el valor mínimo y máximo de tensión de cada nodo porque no se puede comprobar la coordenada radial en la que se dan las distintas tensiones dentro del nodo. Estimar el factor de seguridad a fatiga asumiendo que un solo punto va a soportar todas las tensiones máximas de la sección transversal en un instante de tiempo y todas las tensiones mínimas en otro instante supondrá un sobredimensionamiento del diseño resultante.

Para evaluar el histórico de tensiones que soporta un punto del modelo tridimensional se van a plantear dos alternativas:

- Evaluación por elementos: se verificará cada punto del modelo evaluando las tensiones asociadas a un elemento y las que están asociadas a su elemento diametralmente opuesto. Tomando el punto “P1.1” como referencia mientras se desplaza sobre “C1”, cuando el eje ha recorrido media revolución, se encontraría en el punto diametralmente opuesto “P1.5”. Seleccionando las tensiones estáticas que hay en estos dos instantes de la revolución opuestos, se podrá calcular la tensión media y alternante a la que se ve sometido el punto “P1”.

- Evaluación por secciones anulares: se muestrearán el campo de tensiones contenido en una sección anular para seleccionar las tensiones mínimas y máximas que se registran. Considerando el punto de máxima tensión en la circunferencia C2 (estimado en P2.MAX) y el

punto de mínima tensión (estimado en P2.MIN) puede calcularse la tensión media y alternante crítica del punto P2.

Ambas alternativas de evaluación obtienen los mismos resultados; sin embargo, analizar el eje definiendo secciones anulares requiere una menor cantidad de recursos computacionales que analizar uno a uno todos los elementos del modelo. Al realizar una sola simulación estática del eje, se requiere una cantidad de recursos computacionales mucho menor al caso en el que se realiza una secuencia de simulaciones en distintos instantes de la revolución. A pesar de las consideraciones realizadas en el paralelismo entre el caso estático y el dinámico, los resultados obtenidos mediante este método cuentan con una alta fiabilidad.

Al llevar a cabo esta metodología en la que se hace un paralelismo entre el caso estático y el dinámico, se puede determinar el fallo por fatiga mediante el método de esfuerzo-vida y de deformación-vida a partir de los campos de tensiones y de deformaciones de la simulación estática. Sin embargo, no será posible determinar la vida a fatiga mediante el método de la fractura lineal elástica (LEFM) porque la introducción de una grieta en el modelo eliminaría la simetría axial de la geometría.

3.3.2. Criterio de la rigidez lateral

El criterio de la rigidez lateral determina si las deformaciones laterales causadas por la flexión del eje en el caso de cargas estático son excesivas para garantizar un correcto funcionamiento de los componentes acoplados al eje. Una deformación lateral excesiva supondría un mayor juego entre los dientes de los engranajes aumentando las fuerzas de impacto y limitando la vida útil de los engranajes. No existe una normativa que establezca la deformación lateral máxima por flexión, pero como valor orientativo se puede considerar que en un árbol de transmisión la deformación lateral máxima es de 1 mm/m de longitud del eje (Besa González & Valero Chuliá, 2016b).

Para poder determinar si el eje es válido o no bajo el criterio de rigidez lateral, tendrá que calcularse la limitación de desplazamiento lateral para cada modelo específico del eje, dado que la longitud total del eje variará con cada iteración del proceso de optimización. Este desplazamiento lateral máximo tendrá que compararse con las deflexiones que sufre el eje para determinar el coeficiente de seguridad. La deflexión asociada a un elemento es la suma cuadrática de cada uno de sus desplazamientos en las dos direcciones transversales del eje.

El criterio de la rigidez lateral para determinar el coeficiente de seguridad por flecha del eje puede aplicarse tanto para el caso unidimensional como para el tridimensional utilizando esta metodología.

3.3.3. Criterio de la rigidez torsional

El criterio de la rigidez torsional estipula si el eje es capaz de transmitir la potencia de manera uniforme basándose en la deformación torsional estática que sufre el eje. Una rigidez torsional baja causa problemas de vibraciones torsionales que afecten al correcto funcionamiento de engranajes y cojinetes. Se estipulará que la deformación torsional máxima para un eje de transmisión sometido a torsión pura es 1,5 °/m de longitud del eje (Besa González & Valero Chuliá, 2016b).

Del mismo modo que para el caso de la rigidez lateral, tendrá que compararse el desplazamiento angular máximo específico de cada modelo (adaptado a la longitud total del eje) con los desplazamientos torsionales que sufre el eje, para poder calcular el coeficiente de seguridad bajo este criterio (Budynas & Nisbett, 2008a).

En el modelo unidimensional de elementos finitos, cada elemento representa una sección transversal cuyos nodos están centrados respecto al eje de simetría axial del modelo

geométrico del eje. Se cuantificará el desplazamiento angular debido a la torsión en cada una de estas secciones transversales, registrando el desplazamiento de cada elemento en el grado de libertad correspondiente a la rotación en torno a la dirección axial del modelo.

En el modelo tridimensional del eje, el desplazamiento torsional no puede ser extraído de manera directa como en el caso unidimensional. Para cada elemento en el modelo, se obtendrá el desplazamiento angular, en torno a la dirección axial del eje, a partir de la posición de este elemento antes y después de aplicar las cargas. Se plantea analizar el modelo bajo dos casos de carga distintos:

- Estado equivalente de cargas: se aplicará unas cargas sobre el eje que generen un estado equivalente al que provoca las fuerzas de transmisión aplicadas sobre el punto de contacto entre engranajes de la marcha correspondiente (Tabla 1). Al aplicar un equivalente a las fuerzas de transmisión sobre el eje, se estarán aplicando cargas que generan deformaciones en los planos de flexión del eje, así como en su dirección axial. Para determinar la rotación de cada sección transversal habrá que tomar un punto de referencia (punto central) y evaluar el valor medio del desplazamiento del resto de puntos de la sección en la dirección circunferencial.

- Torsión pura: se aplicará un momento torsor puro sobre el eje cuyo valor será el par máximo transmitido por el eje en cada marcha (Tabla 1). Al no introducir cargas radiales, tangenciales ni axiales que generen deformaciones en un plano distinto al de torsión, se podrá considerar que el eje de simetría axial del modelo no se desplaza. De este modo, determinando la posición inicial y final de cada elemento respecto a este eje de simetría axial, se podrá determinar el desplazamiento torsional del elemento.

A pesar de que la fiabilidad sea mayor al aplicar un estado equivalente de cargas sobre el eje, el coste computacional de la solución es menor si se aplica una torsión pura y no es necesario localizar un elemento como centro de rotación.

3.4. Interpretación de los resultados del análisis de elementos finitos

Para poder determinar el coeficiente de seguridad en cada iteración del proceso de optimización, según los criterios de fallo tratados en el apartado anterior, será necesario hacer un tratamiento de los resultados obtenidos en cada modelo de elementos finitos. En primer lugar, se estudiarán las distintas singularidades que pueden surgir en los modelos de elementos finitos y, a continuación, se plantearán las alternativas existentes para procesar los resultados obtenidos de ANSYS® determinando el factor de seguridad del eje.

3.4.1. Zonas con altos niveles de error en los modelos de elementos finitos

Se ha de tener en cuenta que hay determinadas regiones en el modelo de elementos finitos cuyos resultados carecen de la fiabilidad necesaria o no son significativos para la verificación del modelo. Se pueden identificar dos tipos de zonas de escasa fiabilidad: las singularidades geométricas y las simplificaciones realizadas para aplicar las condiciones de contorno. Además, puede cuantificarse el error de discretización asociado a cualquier elemento del modelo (Zienkiewicz & Zhu, 1987).

Las zonas del eje en las que es más probable que aparezcan las singularidades geométricas son los cambios de sección y los chaveteros, en donde es más habitual la aparición de grietas que provoquen el fallo por fatiga. De acuerdo con el modelo elástico lineal, las tensiones en la entalla deberían ser infinitas y el análisis de elementos finitos tiende a este comportamiento a medida que se refina la malla. Los valores elementales de tensión extremadamente altos en el entorno de la singularidad no reflejan el comportamiento real del componente y deberán ser eliminados antes de calcular el factor de seguridad del eje.

El lugar del eje en el que se aplican las cargas es la sección acoplada a la marcha, mientras que las restricciones de movimiento se aplican en las secciones acopladas a los

rodamientos. Los elementos que contengan los nodos restringidos y los elementos colindantes a éstos no estarán sometidos a su nivel de cargas real, pero a diferencia de las singularidades, su valor de tensión estará acotado. Si se desea ahorrar recursos computacionales a la hora de determinar el coeficiente de seguridad del eje, podrán eliminarse estos elementos para no analizarlos considerando que los resultados que proporcionan no son reales. No obstante, si estos elementos se tienen en cuenta no afectarán a la fiabilidad de resultado del coeficiente de seguridad.

En el modelo tridimensional pueden aparecer cuatro zonas con un alto nivel de error en función de las alternativas de diseño implementadas: los cambios de sección, la sección rígida o los chaveteros y las secciones acopladas a los rodamientos.

La singularidad de los cambios de sección no se deberá tener en cuenta si se modelan los radios de acuerdo entre secciones de distinto diámetro porque deja de haber un ángulo entrante. En caso de no hacerlo, los resultados de los elementos adyacentes a la arista del cambio de sección proporcionarán resultados considerando un factor de concentrador de tensiones mayor al existente, y por tanto deberán ser eliminados.

En caso de modelar el problema de contacto entre el engranaje que transmite las cargas y el eje, el software de elementos finitos realizará aproximaciones en el modelo tanto alrededor del chavetero como sobre toda la superficie lateral en contacto con el engranaje. Si las cargas que se aplican son puntuales, estas zonas de escasa fiabilidad se limitarán a la superficie lateral en contacto con el engranaje cuyos nodos está incluidos en una sección rígida.

Tanto si los rodamientos se varían como si no se hace, las simplificaciones realizadas sobre las restricciones de movimiento surgirán en las superficies laterales de los rodamientos y en la cara plana contigua al rodamiento de bolas.

Para el caso del modelo unidimensional, únicamente surgen las singularidades causadas por la aplicación de cargas y restricciones debido a que la geometría generada es una simplificación unidimensional. En esta simplificación, no surgen concentradores de tensiones en los cambios de sección del eje ni se modelan los chaveteros. Las zonas problemáticas se reducen a las líneas representativas de las secciones que acoplan con los rodamientos y a la línea representativa de la marcha engranada.

El error de discretización asociado a un elemento únicamente podrá estimarse en caso de realizar un modelo tridimensional mallado con elementos lineales, teniendo en cuenta las herramientas que proporciona ANSYS®. Esto se debe a que ANSYS® toma como campo de referencia para estimar el error calculado mediante el promediado directo en nodos. Este tipo de campo únicamente mejora los resultados cuando se ha realizado una discretización con elementos lineales.

3.4.2. Procesamiento de los resultados

Para poder aplicar los criterios de fallo tratados, es necesario extraer cierta información acerca de los resultados en ANSYS® y aplicarla al cálculo del factor de seguridad. Para diseñar el eje a fatiga, tanto en el método de esfuerzo-vida como en el método de la fractura estática lineal, será necesario conocer el estado tensional del eje; mientras que si el diseño a fatiga se hace mediante el método de deformación-vida deberá conocerse el estado de deformaciones. En caso de aplicar el método de la rigidez lateral o torsional, deberá extraerse el campo de desplazamientos del eje.

Se plantean dos alternativas para calcular el factor de seguridad limitante del eje:

- Factor de seguridad global: se evaluarán todos los elementos presentes en el modelo del eje calculando el coeficiente de seguridad para cada punto y registrando el valor más

restrictivo como el factor de seguridad del eje. Utilizando este método de evaluación, se podrá calcular el factor de seguridad del eje bajo cualquier criterio de fallo, sin considerar todos aquellos elementos que se encuentran en las zonas poco fiables del modelo.

- Factor de seguridad local: solo se seleccionarán aquellos elementos del eje en los que un valor de desplazamiento, deformación o tensión es extremo, suponiendo que el factor de seguridad más restrictivo se da en estos elementos. Para determinar el coeficiente de seguridad a fatiga, se toman los valores de tensión/deformación evaluados en puntos diametralmente opuestos, donde a un punto de cada pareja se la asocia la máxima o mínima tensión/deformación del modelo. Si se utiliza el criterio de la rigidez lateral o torsional podrá calcularse el coeficiente de seguridad más restrictivo del eje seleccionando el desplazamiento máximo tanto en sentido positivo como negativo. Sin embargo, no será posible determinar si este valor restrictivo se da en una zona poco fiable del eje.

Los resultados obtenidos mediante la evaluación del dominio completo del eje tienen una mayor fiabilidad que los que se obtienen centrándose únicamente en los elementos sometidos a estados extremos. El coste computacional derivado de comprobar todos los elementos fiables del eje también será considerablemente mayor.

Para procesar la gran cantidad de resultados que es capaz de suministrar ANSYS® acerca del análisis de elementos finitos se plantean tres alternativas:

- Postproceso en ANSYS®: se desarrollarán las órdenes necesarias en el nodo del modelo de elementos finitos para que extraiga de manera directa el coeficiente de seguridad del eje desde ANSYS®. Mediante este procesado de la información, se podría estimar el valor del factor de seguridad local, pero resultaría muy complejo hacer el tratamiento necesario para evaluar la totalidad del eje y obtener el factor de seguridad global.

- Extracción directa a modeFRONTIER®: se leerán los resultados extraídos de ANSYS® asignándoles variables de salida en modeFRONTIER®, para manipularlos en los nodos propios del software de optimización y determinar el coeficiente de seguridad del eje. Puede combinarse con el postproceso de los resultados en ANSYS® para disminuir la carga de trabajo del software de optimización. Del mismo modo que en el postprocesador de ANSYS®, la gran cantidad de datos que se requieren en la evaluación del dominio completo del eje, dificultan el tratamiento de la información bajo este método; sin embargo, es útil cuando únicamente se registran los valores extremos del eje.

- Implementación de MATLAB®: se añadirá un nuevo nodo que implemente un código desarrollado en MATLAB® encargado de leer la información extraída de ANSYS® e interpretarla para determinar el factor de seguridad del eje. Para interpretar los resultados del análisis de elementos finitos, se extraerán las tablas de elementos que contengan las magnitudes de interés y se leerán mediante MATLAB® para manipularlas determinando el factor de seguridad más restrictivo del eje.

La fiabilidad del procesamiento de datos en ANSYS® o en modeFRONTIER® viene dada por utilizar los valores extremos de solicitaciones en el eje, en lugar de calcular el factor de seguridad global del componente. Además, la implementación de MATLAB® en el procesamiento de los datos es la alternativa más flexible.

3.5. Objetivos para las variables de salida

El enfoque principal de la optimización es lograr una optimización costo-efectiva que priorice la rentabilidad de la producción del eje, al mismo tiempo que se asegure un adecuado funcionamiento de la caja de cambios.

Desde el punto de vista económico, la optimización se centrará en reducir la cantidad de material requerido para fabricar el eje, asumiendo que los costos de producción serán

similares a pesar de las variaciones geométricas. Podrá estimarse la cantidad de material utilizado a través de ANSYS® o a partir de los parámetros de entrada a la optimización. Estableciendo un objetivo de minimización sobre la magnitud que representa la cantidad de material, se estará reduciendo el coste de fabricación del eje.

Para verificar el funcionamiento del eje, se hará uso del coeficiente de seguridad calculado mediante cualquiera de los criterios de fallo vistos anteriormente, estos coeficientes de seguridad serán las variables de salida del proceso encargadas de garantizar el funcionamiento del eje. Se plantearán distintas alternativas para marcar los objetivos que deben cumplir estas variables de salida durante el proceso de optimización:

- Restringir el factor de seguridad: no se permitirá que el valor del coeficiente de seguridad sea menor a un determinado valor. Cuando todos los valores del coeficiente de seguridad sean mayores a la unidad, se garantizará el funcionamiento del eje.
- Maximizar el factor de seguridad: el coeficiente de seguridad mínimo se incluirá en la función objetivo de la optimización, buscando obtener el mayor valor posible. También sería posible incluir todos los coeficientes de seguridad ponderados en la función objetivo, pero sería una condición redundante. Si se plantea maximizar el factor de seguridad del eje al mismo tiempo que se minimiza la cantidad de material utilizado, será necesario contar con un algoritmo de optimización multiobjetivo que busque un equilibrio en el diseño para que el factor de seguridad sea máximo utilizando la menor cantidad de material posible.

3.6. Optimización de los modelos

De entre todos los algoritmos de optimización de los que dispone modeFRONTIER®(ESTECO, 2020), únicamente va a discutirse la aplicación de tres de los algoritmos multiobjetivo más utilizados, dos algoritmos evolutivos y uno heurístico:

- NSGA-II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II) (Wang et al., 2014): utiliza una estrategia elitista para seleccionar los mejores individuos tanto de la población de padres como de la población de descendientes. NSGA-II clasifica a los individuos en distintos niveles de no dominancia, lo que permite obtener una distribución uniforme de soluciones óptimas. Sin embargo, la combinación de las poblaciones de padres y descendientes y la clasificación no dominada hacen que NSGA-II requiera un gran esfuerzo computacional.
- MOGA-II (Multi-Objective Genetic Algorithm II) (Murata & Ishibuchi, 1995): es otro algoritmo evolutivo multiobjetivo que utiliza una estrategia elitista para seleccionar a los mejores individuos y formar una nueva población de padres. Esta estrategia garantiza la diversidad del conjunto de soluciones y supera las limitaciones de su versión anterior, NSGA-II. Al igual que el algoritmo NSGA-II, el MOGA-II requiere un esfuerzo computacional considerable debido a la combinación de la población de descendientes y padres y el uso de una clasificación no dominada.
- MOPSO (Multi-Objective Particle Swarm Optimization) (Wang et al., 2014): es un tipo de algoritmo de optimización de inteligencia de enjambre que comienza con un conjunto de soluciones iniciales aleatoria. MOPSO utiliza un archivo externo, donde se guardan soluciones no dominadas para mantener la diversidad del conjunto de soluciones mediante un algoritmo de grado de ocupación. Es la alternativa que menos recursos computacionales requiere.

Todos los algoritmos planteados pueden implementarse para optimizar un componente mecánico sin diferencias significativas en su rendimiento. Sin embargo, los algoritmos genéticos presentan resultados más robustos en el ámbito del problema de optimización multiobjetivo (MOOP).

Se debe desarrollar un flujo de trabajo en modeFRONTIER® que ejecute el modelo de elementos finitos y compruebe la validez del eje utilizando un conjunto de parámetros geométricos diferente en cada iteración. El objetivo de este flujo de trabajo será obtener un diseño del eje secundario capaz de aguantar las cargas cíclicas a las que está sometido utilizando la menor cantidad de material posible.

Considerando las distintas alternativas vistas para modelar el eje en elementos finitos y determinar su factor de seguridad, pueden confeccionarse distintos procesos de optimización. Se diferencian dos procesos de optimización principales definidos por el método de elementos finitos utilizado para simular el eje:

- Proceso basado en el modelo unidimensional: se realizará una simulación unidimensional del eje en elementos finitos y se verificará tanto la rigidez como la resistencia a fatiga. El resultado de la geometría óptima no tendrá una alta fiabilidad; sin embargo, este proceso destaca por la cantidad mínima de recursos computacionales que necesita.

- Proceso basado en el modelo tridimensional: se analizará el eje mediante el modelo tridimensional de elementos finitos y se verificará tanto la rigidez como la resistencia a fatiga del eje. El resultado de la geometría óptima obtenida mediante este proceso tendrá una alta fiabilidad, pero requerirá de una gran cantidad de recursos computacionales. Puede considerarse la opción de no evaluar el eje considerando todos los criterios de fallo para reducir el coste computacional a costa de perder fiabilidad en los resultados.

Además, cada uno de estos procesos basados en un modelo de elementos finitos distinto, podrá diferenciarse en función del número de marchas que se analizan:

- Procesamiento individual: se optimizará el eje utilizando un análisis de elementos finitos que simula el estado de cargas generado por una sola marcha del eje, determinando el factor de seguridad del eje cuando esta marcha está engranada. Al considerar una sola marcha en el modelo, el proceso podrá converger hacia la solución óptima con relativa facilidad. De este modo, este proceso podrá lanzarse considerando un rango amplio para cada variable de entrada y obtener una geometría óptima distinta para cada marcha del eje.

- Procesamiento global: se concatenarán distintos análisis de elementos finitos que analicen las marchas por separado y se considerará el coeficiente de seguridad obtenido para cada marcha. Debido a la cantidad de variables de salida que deberían considerarse, la capacidad del proceso para converger hacia una solución concreta será limitada; así pues, no se podrá plantear un rango de valores amplio para las variables de entrada. Este proceso conllevará un alto coste computacional debido a la ejecución de distintos análisis de elementos finitos en cada iteración, pero resultará en la geometría óptima del eje.

Todos los procesos tratados tendrán tantas variantes como alternativas se han visto durante los apartados anteriores.

4. DESCRIPCIÓN DE LA SOLUCIÓN ADOPTADA

Para obtener el diseño definitivo del eje se realizará una metodología de optimización concatenando los procesos de optimización vistos en el apartado anterior (3.6. Optimización de los modelos) de manera secuencial. El proceso que se describirá en este apartado analiza el eje mediante el modelo tridimensional de elementos finitos. No obstante, se puede consultar la explicación pormenorizada para confeccionar tanto este proceso como el que se basa en el modelo unidimensional de elementos finitos en el ANEXO I: DESARROLLO DE LAS SOLUCIONES ADOPTADAS

El algoritmo escogido para optimizar el eje será el MOGA-II (Multi-Objective Genetic Algorithm-II). Se escogen los algoritmos genéticos sobre el algoritmo heurístico propuesto por presentar una mayor robustez y el MOGA-II en concreto por mejorar la eficiencia computacional frente a su predecesor el NSGA-II.

Para ejecutar el proceso de optimización para una sola marcha basado en el modelo tridimensional de elementos finitos, es necesario implementar dos nodos en el flujo de optimización de modeFRONTIER®, uno para integrar la simulación de elementos finitos y el otro para interpretar los resultados obtenidos de esta simulación en MATLAB®. Cada iteración de este proceso deberá:

- 1.- Asignar valores a las variables de entrada al modelo de elementos finitos (radio y longitud de cada sección del eje) dentro de un rango preestablecido (Primera acción de modeFRONTIER® en la Figura 16).
- 2.- Ejecutar el modelo de elementos finitos tridimensional en ANSYS® con la geometría especificada por las variables de entrada (Procesos en ANSYS® en la Figura 16).
- 3.- Interpretar los resultados obtenidos del modelo de elementos finitos mediante MATLAB® para calcular el área del perfil del eje, el coeficiente de seguridad bajo los tres criterios considerados y el error de discretización del modelo (Procesos en MATLAB® en la Figura 16).
- 4.- Asignar un objetivo de minimización sobre el área del perfil del eje, verificar los tres valores del coeficiente de seguridad y maximizar el factor de seguridad a fatiga (Acciones finales de modeFRONTIER® en la Figura 16).

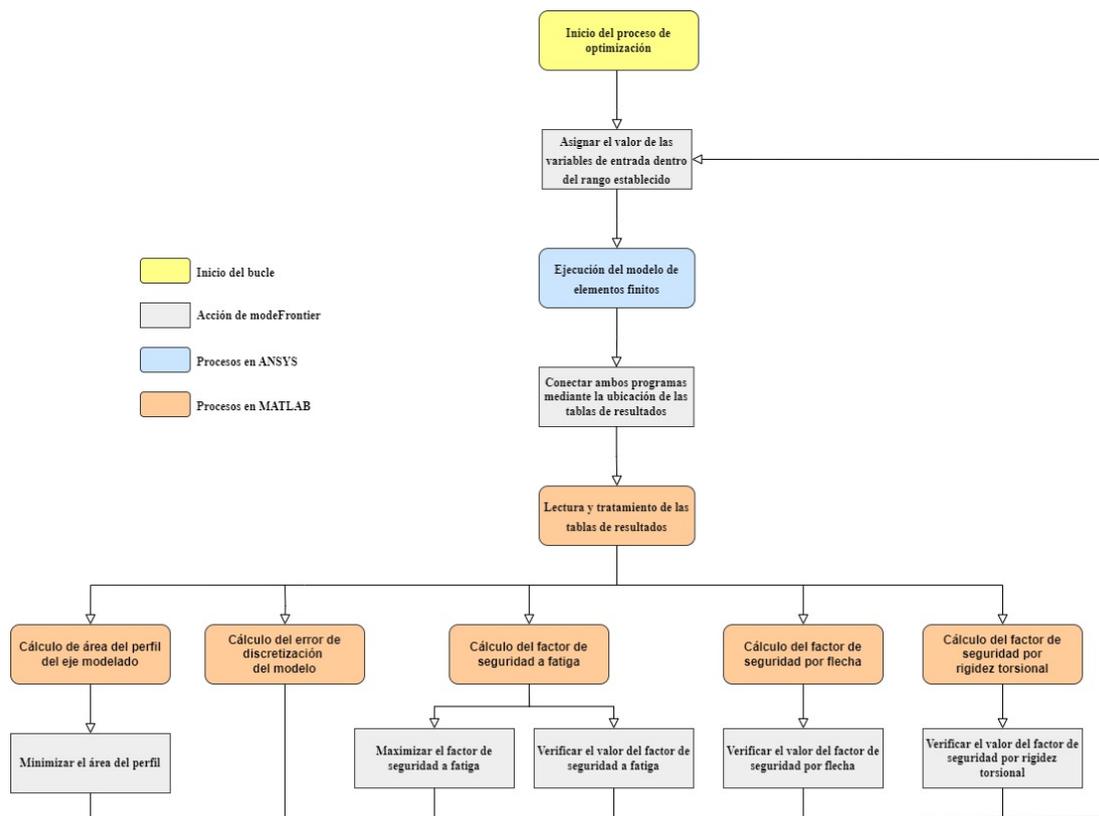


Figura 16. Diagrama de flujo del proceso de optimización para obtener la geometría óptima del eje sometido al estado de cargas que genera una marcha al engranarse. (Generada en draw.io)

La metodología de optimización seguida para obtener el diseño definitivo del eje concatenará distintos procesos de optimización con el fin de aumentar la convergencia en cada etapa de la secuencia. En la primera etapa de esta secuencia de procesos, se obtendrá

una primera aproximación a la geometría óptima del eje (primer “contenedor” en la Figura 17) utilizando el proceso basado en el modelo unidimensional para cada marcha (de menor coste computacional). La segunda etapa, ejecutará el proceso de optimización basado en el modelo tridimensional para cada marcha (Figura 16) utilizando los rangos para las variables de entrada obtenidas en la primera aproximación; en esta etapa se determinarán los rangos óptimos para cada variable (segundo “contenedor” en la Figura 17). La tercera y última etapa, ejecutará el proceso global basado en el modelo tridimensional para obtener la geometría óptima del eje (tercer “contenedor” en la Figura 17). De este modo, los radios y las longitudes variarán en un rango de valores que irá convergiendo hacia la configuración geométrica óptima del eje a en cada etapa de la secuencia de procesos de optimización. En el primer proceso, deberán imponerse rangos amplios para considerar la mayor cantidad de configuraciones óptimas posibles.

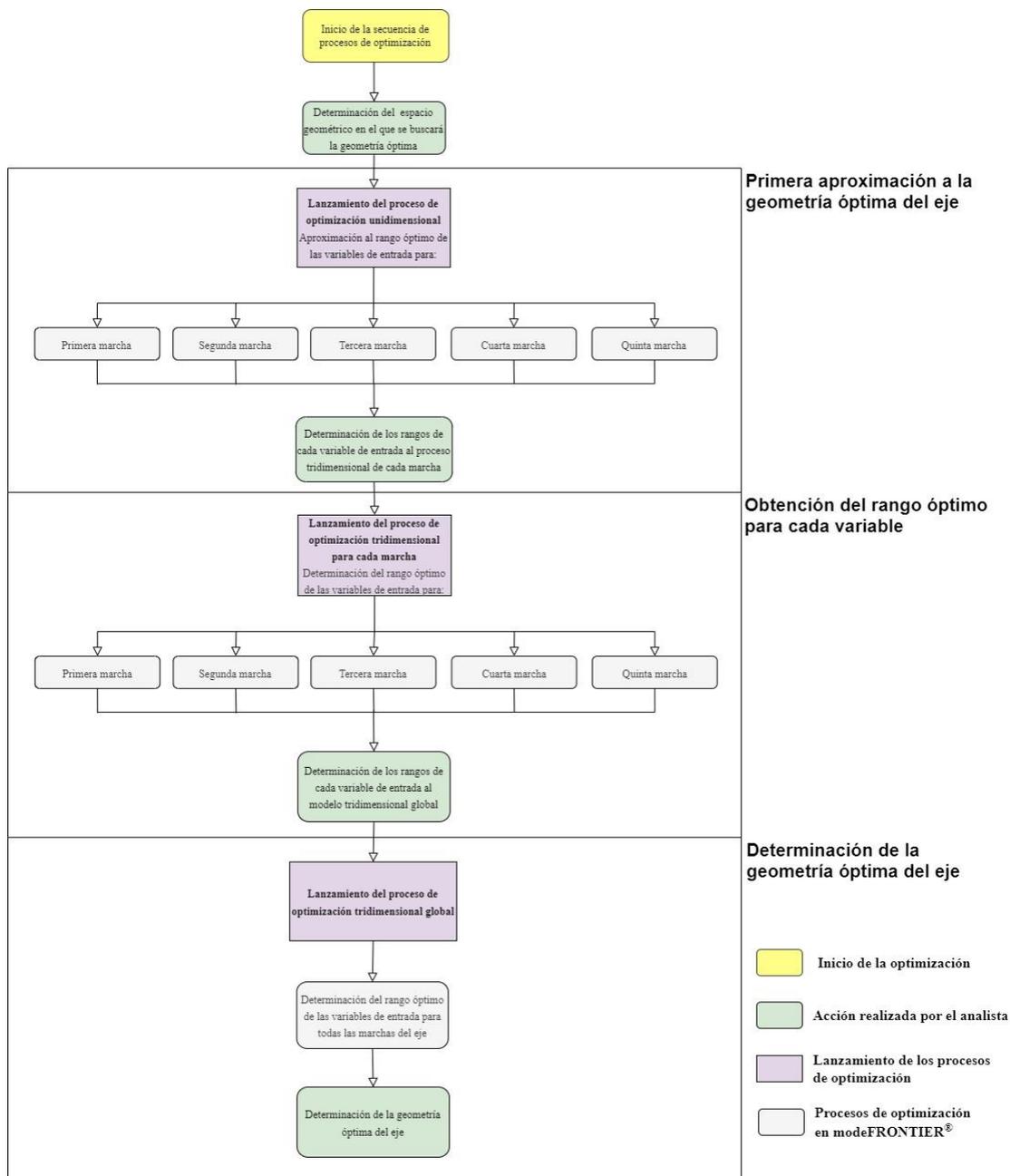


Figura 17. Diagrama de flujo de la metodología de optimización seguida para obtener la geometría definitiva del eje. (Generada en draw.io)

Para asegurar que los rangos de valores obtenidos en una etapa contienen la configuración óptima de la etapa siguiente, se deberán cumplir las siguientes condiciones: el rango de valores obtenido para el radio de cualquier sección en una etapa no deberá encontrarse en los límites del rango de las variables de entrada a esta etapa, y el rango de valores para la longitud de cada etapa podrá encontrarse en el límite inferior del rango que se le había impuesto, porque se espera obtener un eje de mayor radio y menor longitud.

4.1. Configuración del nodo de optimización ANSYS®

El eje secundario va a ser simulado mediante el modelo tridimensional de elementos finitos porque es el que ofrece una mayor fiabilidad. A pesar de que el modelo unidimensional del eje tiene una mayor eficiencia computacional, hace suposiciones sobre el comportamiento del eje en sus direcciones transversales que comprometen la fiabilidad de sus resultados. Además, en el modelo tridimensional se consideran los efectos de los concentradores de tensiones mientras que en el unidimensional no. El error que surge al implementar dos secciones contiguas con el mismo diámetro no se considera determinante.

Para integrar la simulación del eje en elementos finitos de ANSYS® en el proceso de optimización de modeFRONTIER®, se utilizará el nodo “Easy Driver” usado para integrar programas en el flujo de trabajo que no tengan un nodo específico, como es el caso del ANSYS mechanical APDL®. La Figura 18 muestra la secuencia que lleva a cabo este nodo para realizar el análisis estático de elementos finitos. Será necesario que el software de optimización varíe los parámetros geométricos que definen el modelo del eje y almacene en una variable de salida la ubicación de las tablas de resultados generadas para poder interpretar los resultados del análisis.

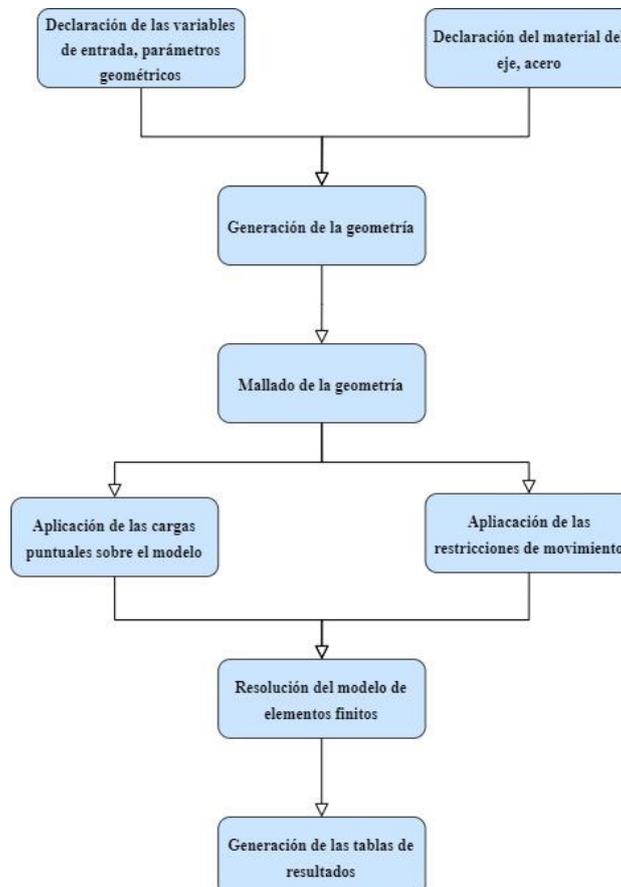


Figura 18. Diagrama de flujo de la simulación del eje mediante el método de elementos finitos. (Generada en draw.io)

4.1.1. Declaración de las variables de entrada

Es necesario especificar el material con el que se mallará la geometría del eje, ya que esto determinará las tensiones y deformaciones a las que estará sometido. Aunque se contempla la posibilidad de variar el material durante la optimización, se limitará a distintos tipos de acero. Cualquier tipo de acero se comporta como un material isótropo cuyo módulo de Young es 210.000 N/mm^2 y el coeficiente de Poisson es 0,3. Sí se deberá tener en cuenta el límite de rotura del material para calcular el factor de seguridad; se escogerá el acero F-1155 por ser el utilizado en el anteproyecto y porque es el que tiene un límite de rotura mayor.

Se definirá una variable de entrada para cada radio y longitud de las diferentes secciones cilíndricas del eje. Se descarta la opción de agrupar las secciones según su función, ya que los resultados obtenidos no aprovechan la variabilidad de cada sección del eje, lo que implicaría utilizar una mayor cantidad de material. Se utilizará el valor incremental para definir la coordenada axial del eje (longitud) y el valor absoluto para la coordenada radial (radio). De este modo, las variables de entrada introducidas en el proceso serán directamente el radio y la longitud de cada sección del eje.

Dado que cada sección tendrá distintas dimensiones, el modelo de elementos finitos en ANSYS®, deberá programarse de tal modo que dos secciones contiguas no tengan el mismo radio, asegurándose de generar todos los cambios de sección del eje.

Considerando tanto la variación relativamente pequeña de las reacciones, como el elevado coste computacional y la dificultad técnica de implementar la variación de los rodamientos a la optimización, se toma la decisión de mantener los rodamientos constantes durante el proceso de optimización. Los rodamientos que se utilizarán se han escogido del catálogo SKF en el prediseño del eje y son: el rodamiento de rodillos NU 208 ECP con un radio que es 20 mm y una anchura de 18 mm y el rodamiento de bolas 6308 también con un radio interno de 20 mm y una anchura de 23 mm.

Así pues, se dispondrá de veinte variables de entrada, cada una de ellas asociada al radio o la longitud de una sección diferente del eje

4.1.2. Generación de la geometría

La geometría del modelo de elementos finitos tridimensional utilizado en el proceso de optimización, se generará revolucionando el perfil del eje sin modelar los radios de acuerdo.

La variabilidad a la que se van a ver expuestas las secciones del eje durante el proceso de optimización dificultaría generar el radio de acuerdo entre secciones que se adapte a la geometría del modelo. La determinación de estos radios de acuerdo forma parte de la planificación de los procesos de fabricación, fuera del alcance de este proyecto. El hecho de no modelar los radios de acuerdo entre secciones supondrá una sobrestimación de los concentradores de tensiones que surgen en los cambios de sección.

La geometría se modelará mediante la revolución del perfil del eje, en lugar de generando un cilindro por cada sección, porque la geometría obtenida no requiere de un tratamiento posterior para ser considerada como un solo cuerpo.

La secuencia de trabajo necesaria para generar el eje mediante la revolución de su perfil es: en primer lugar, definir los puntos que delimitan el perfil del eje; seguidamente, unir los puntos creados mediante líneas rectas; a continuación, se genera un área delimitada por el perfil cerrado que describen las líneas y, por último, se le aplica una revolución a este área dando como resultado la geometría deseada.

Para modelar el perfil del eje es necesario ubicar todos los puntos extremos de cada sección (Figura 19).

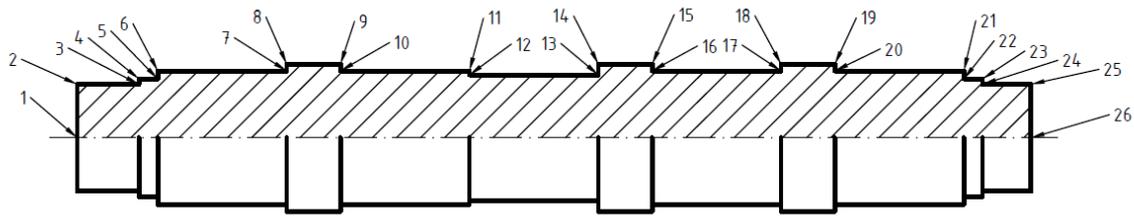


Figura 19: Definición geométrica de los puntos que delimitan el perfil a revolucionar del eje. Los puntos se numeran de izquierda a derecha desde el 1 hasta el 26. (Generada en AutoCAD®)

En el modelo geométrico del eje definido mediante esta secuencia de órdenes, la dirección axial del eje coincide con la componente direccional "Z", mientras que las coordenadas "X" e "Y" en el modelo se corresponderán con las direcciones transversales del eje (Figura 20).

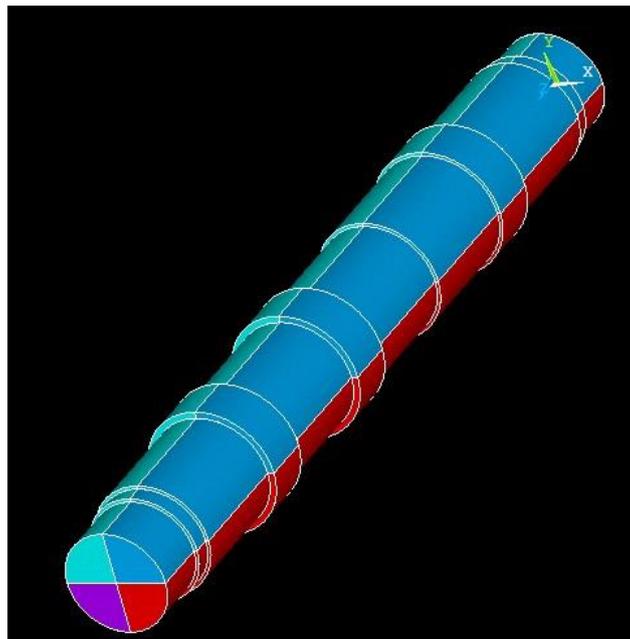


Figura 20. Modelo de elementos finitos tridimensional generado por la revolución del perfil del eje. En este caso, el eje está formado por cuatro volúmenes distribuidos sobre la revolución. (Generada en ANSYS®)

4.1.3. Mallado de la geometría

Se realizará un mallado libre de la geometría, porque la programación de un mallado capaz de adaptarse a las distintas configuraciones geométricas del eje durante el proceso de optimización excede las competencias de este trabajo fin de grado quedando pendiente para un trabajo futuro.

A pesar de que el elemento tetraédrico cuadrático es capaz de adaptarse mejor a la geometría que el elemento tetraédrico lineal para el mismo tamaño de elemento, no se puede obtener el error de discretización asociado a cada elemento cuadrático para conocer la fiabilidad del modelo generado. Además, se utilizará el elemento como unidad de evaluación (registrando sus valores de desplazamiento, deformación y tensión) para determinar el factor de seguridad del eje. Así pues, mallando la geometría del eje con

elementos lineales de un tamaño relativamente pequeño, se dispondrá de un mayor número de puntos de evaluación que si se malla con elementos cuadráticos.

El tamaño del elemento tetraédrico lineal escogido para mallar todos los modelos generados durante la optimización es de 4,5 mm. Se ha evaluado el error de discretización del modelo mallado con este tipo y tamaño del elemento utilizando una configuración geométrica concreta con las cargas que genera la primera marcha y se establece como valor aproximado del error entre un 5 y un 15%. Mallando las distintas geometrías del proceso con este tipo y tamaño de elemento deberán obtenerse en resultados con un error de discretización similar garantizando que no se supera el número de nodos máximos de la versión educacional de ANSYS®

4.1.4. Condiciones de contorno

4.1.4.1. Aplicación de fuerzas

Las cargas generadas por cada marcha al engranarse se implementarán en modelos de elementos finitos diferentes, aplicándolas sobre el punto de acoplamiento eje-engranaje.

Se ha decidido descartar la alternativa de modelizar el problema de contacto entre el engranaje y el eje porque implicaría la introducción de funciones no lineales en el modelo, lo que aumentaría significativamente la complejidad del análisis de elementos finitos. Además, la inclusión del problema de contacto supondría un coste computacional demasiado alto teniendo en cuenta el elevado número de simulaciones que tendrán que calcularse durante el proceso de optimización. Por lo tanto, con el objetivo de mantener un enfoque más eficiente y evitar la complejidad adicional, se opta por simplificar el proceso y utilizar cargas puntuales en el punto de acoplamiento eje-engranaje.

La secuencia que debe seguirse para aplicar las cargas puntuales en ANSYS® es: generar el punto de acoplamiento eje-engranaje mallándolo con un elemento puntual, configurar una sección rígida que distribuya las cargas puntuales sobre la superficie de contacto y aplicar las cargas sobre el punto generado.

Dado que las fuerzas de transmisión no están aplicadas directamente sobre el eje, deberán ser transportadas al punto de acoplamiento eje-engranaje (Figura 12), generando un estado de sollicitaciones equivalente sobre el eje (Figura 21).

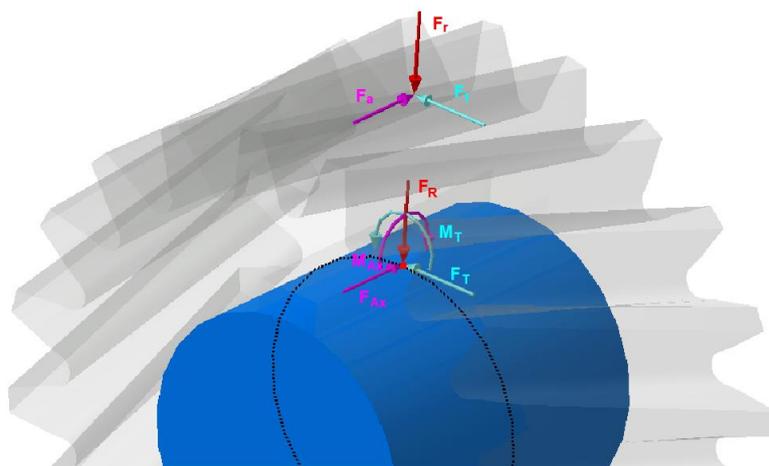


Figura 21. Representación gráfica de las fuerzas de transmisión aplicada sobre el punto de contacto entre engranajes (F_r , F_t y F_o) y las fuerzas transportadas al punto de acoplamiento eje-engranaje (F_r , M_t , F_{ax} y M_{ax}). (Generada en Catia®)

Para distribuir las cargas sobre la superficie de contacto entre el eje y el engranaje evitando las singularidades ocasionadas por aplicar una fuerza puntual sobre un solo nodo, será necesario declarar una sección rígida. Esta sección rígida englobará todos los nodos

pertencientes a las cuatro áreas que forman la superficie lateral de la sección acoplada a la marcha engranada.

Para distribuir las cargas sobre la sección rígida adecuadamente, las fuerzas deben aplicarse sobre un elemento puntual, o tipo masa, con sus seis grados de libertad sin restringir. Todos los demás nodos pertenecientes a la sección rígida se moverán de manera acorde a este elemento puntual.

Una vez generada la sección rígida se pueden aplicar las fuerzas puntuales de manera directa sobre el nodo puntual que malla el punto de acoplamiento eje-engranaje (Figura 22).

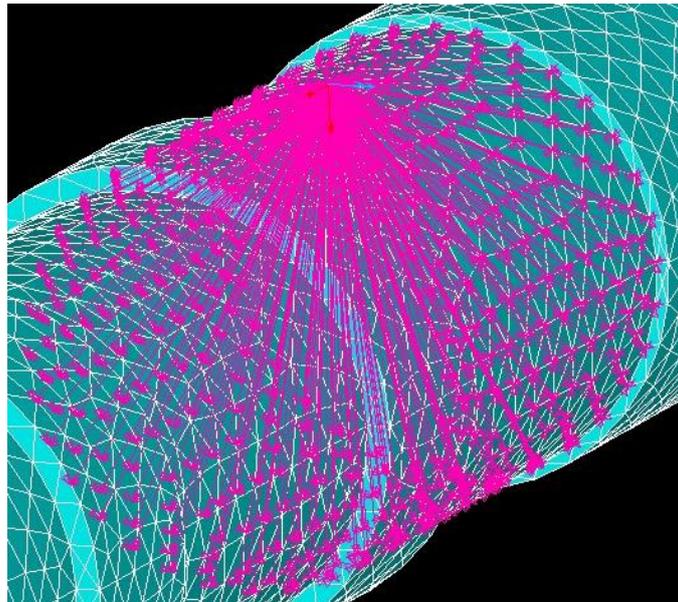


Figura 22. Ilustración de la sección rígida (flechas magenta) sobre el eje malla (figura azul con malla blanca). Se aprecia la aplicación de las fuerzas sobre el punto de acoplamiento eje-engranaje. (Generada en ANSYS®)

4.1.4.2. Apoyos, grados de libertad restringidos

Los apoyos sobre los que reposa el eje secundario de la caja de cambios son un rodamiento de rodillos y uno de bolas, por lo que los grados de libertad que deben ser restringidos son el desplazamiento radial de los nodos en ambos apoyos y el desplazamiento axial en el rodamiento de bolas. Además, se debe tener en cuenta la restricción que surge en la cara plana del eje contigua al rodamiento de bolas por no modelar el eje hasta el piñón de ataque al diferencial que transmite todo el par del eje a las ruedas.

Para poder impedir los desplazamientos en estas direcciones del eje será necesario rotar a un sistema de coordenadas cilíndrico todos los nodos pertenecientes a las superficies que deben ser restringidas. En el sistema de coordenadas cilíndricas preestablecido por ANSYS®, cada nodo se rotará haciendo que su primera componente direccional “X” corresponda con la coordenada radial, la segunda componente “Y” con la coordenada angular y la tercera “Z” con la coordenada axial.

La restricción del desplazamiento radial se aplicará sobre la superficie lateral de las secciones cilíndricas que apoyan sobre los rodamientos (Figura 23). Tanto la restricción del desplazamiento axial en el rodamiento de bolas como la restricción de la rotación en esta misma dirección serán aplicadas sobre la cara plana en el extremo del eje contiguo al rodamiento de bolas (Figura 23).

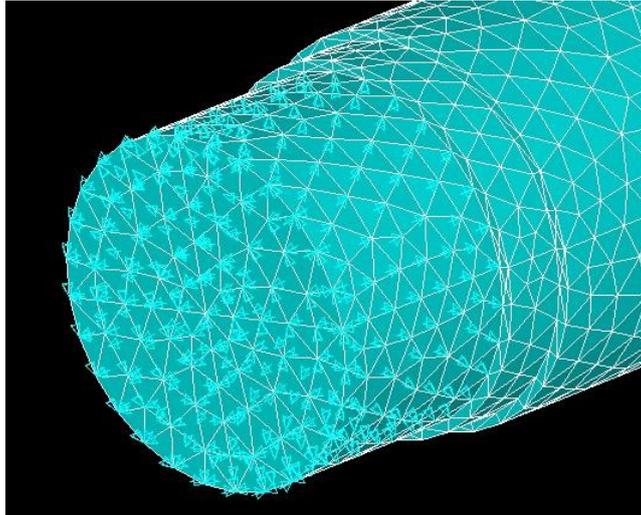


Figura 23. Ilustración de las restricciones (flechas azules) impuestas por el rodamiento de bolas sobre el eje mallado (figura azul con malla blanca). El desplazamiento radial se restringe sobre la superficie lateral del eje, mientras que el desplazamiento axial y la rotación en torno a esta dirección. (Generada en ANSYS®)

4.1.5. Variables de salida de ANSYS®

Para poder llevar a cabo la optimización del eje, verificando el eje bajo los tres criterios impuestos, es necesario extraer ciertos datos de la simulación de elementos finitos. A continuación, se detallan los datos necesarios:

- 1.- Ubicación en coordenadas cilíndricas de cada elemento del modelo y de los *keypoints* que definen el perfil del eje: se utilizan para filtrar aquellos elementos que se encuentran en las zonas menos fiables del modelo. (Etiquetas en ANSYS®: CENTX, CENTY y CENTZ en un sistema de coordenadas CSYS,11. Comando para listar puntos del modelo: "KLIST")
- 2.- Valores de tensión en las seis componentes direccionales de cada elemento: estos datos son fundamentales para determinar el coeficiente de seguridad a fatiga del eje. (Etiquetas en ANSYS®: SX, SY, SZ, SXY, SYZ y SXZ)
- 3.- Desplazamiento en las direcciones transversales del eje para cada elemento: se utiliza para calcular el coeficiente de seguridad según el criterio de la rigidez lateral. (Etiquetas en ANSYS®: UX, UY)
- 4.- Ubicación en coordenadas cartesianas de cada elemento y su desplazamiento tras aplicar un torsor puro: estos datos son fundamentales para evaluar la rigidez torsional del eje. (Etiquetas en ANSYS®: CENTX y CENTY en un sistema de coordenadas CSYS,0 y UX, UY)
- 5.- Error asociado a cada elemento: para determinar el error de discretización total del modelo. (Etiqueta en ANSYS®: SERR)

Para generar las tablas de elementos es necesario declarar las magnitudes que van a ser mostradas para cada elemento, mediante las etiquetas vistas anteriormente, y a continuación, generar archivos de texto que contengan las distintas tablas agrupando ciertas magnitudes.

La ubicación en la que se guardarán todos los archivos generados en el análisis de elementos finitos cambiará con cada iteración del proceso de optimización. Esta ubicación puede conocerse registrando el directorio de trabajo en el que está funcionando ANSYS®. La ubicación de los archivos que albergan las tablas de resultados será la única variable de salida del nodo encargado de analizar el modelo de elementos finitos en ANSYS® y la variable de entrada al nodo que interpretará estos resultados en MATLAB®.

4.2. Configuración del nodo de optimización MATLAB®

Se ha decidido implementar la interpretación de los resultados del análisis de elementos finitos mediante un nodo específico que ejecute un código desarrollado en MATLAB® para calcular los factores de seguridad del eje. Para poder realizar los cálculos correspondientes a cada modelo de elementos finitos generado, ANSYS® generará una serie de tablas de resultados que sea capaz de leer MATLAB®.

Utilizar MATLAB®, en lugar del postprocesador de ANSYS®, permite una mayor flexibilidad en el procesamiento de los datos obtenidos en el modelo de elementos finitos además de analizar el dominio completo del eje de manera más efectiva. A través de MATLAB®, se podrán manipular y analizar las magnitudes relevantes, como desplazamientos, deformaciones y tensiones, de manera más sencilla y eficiente. Además, la implementación en MATLAB® facilita la evaluación a fatiga del eje considerando distintos tipos de acero.

Para integrar la interpretación de los resultados del análisis de elementos finitos en MATLAB® en el proceso de optimización de modeFRONTIER®, se utilizará el nodo “MATLAB® “Node” diseñado específicamente para incluir *scripts* de MATLAB® en el flujo de trabajo. Este nodo será el encargado de calcular el factor de seguridad, el área del perfil del eje y el error de discretización del modelo, a partir de los resultados obtenidos en el análisis de elementos finitos. En la Figura 24 muestra la secuencia que lleva a cabo este nodo para analizar los resultados obtenidos del modelo de elementos finitos. Será necesario que el software de optimización especifique la ubicación de las tablas de resultados y almacene en cinco variables de salida distintas: el área del perfil del eje, el error de discretización del modelo el factor de seguridad a fatiga, por flecha y por torsión.

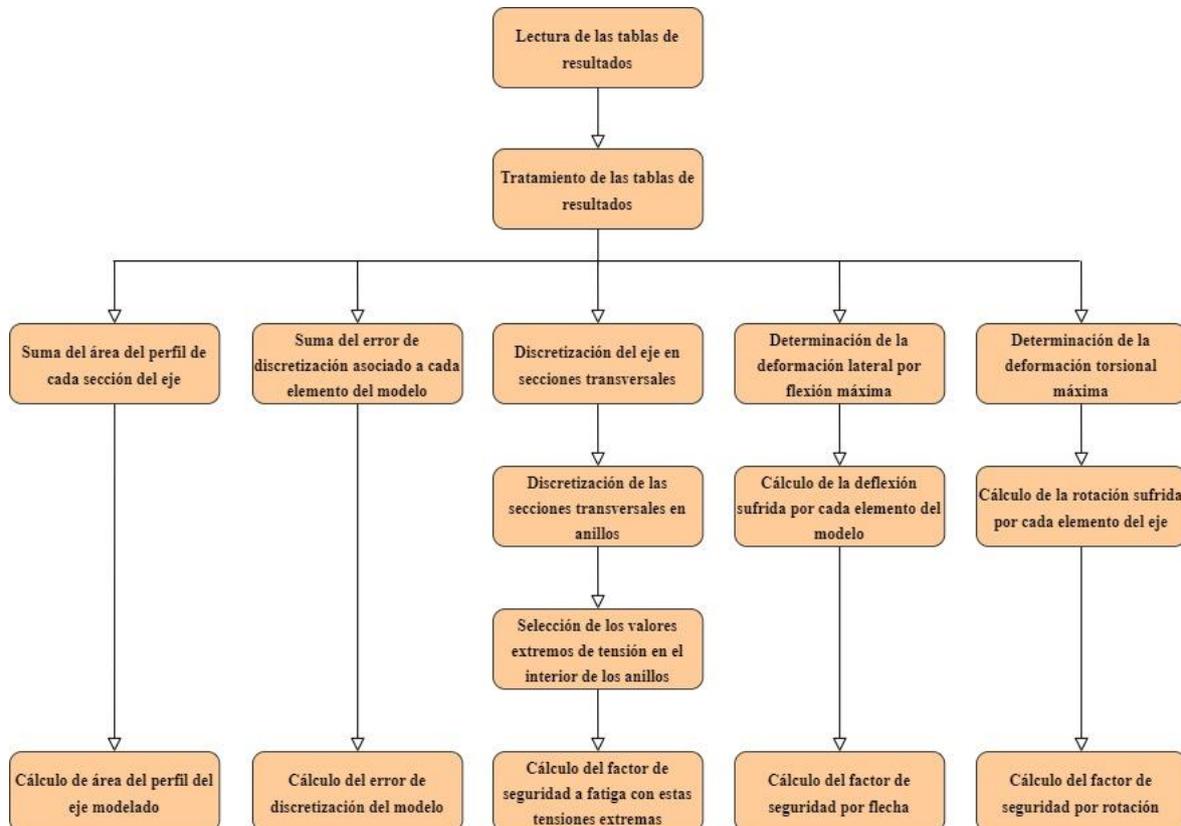


Figura 24. Diagrama de flujo que muestra la secuencia necesaria para interpretar los resultados del modelo de elementos finitos determinando los valores del área del perfil, el error de discretización y los distintos factores de seguridad. (Generada en draw.io)

4.2.1. Lectura de los archivos de resultados generados en ANSYS®

Para introducir adecuadamente la ubicación de los archivos generados durante el análisis de elementos finitos en MATLAB®, se desarrollará una cabecera con formato FMI en el *script* declarando el parámetro de entrada en MATLAB® “*working_directory*” para almacenar el directorio de trabajo de ANSYS® en el que se encuentran los archivos de resultados.

La carga de las tablas de resultados en MATLAB® se va a realizar mediante una función por cada tabla que debe ser cargada. Cada una de estas funciones, escaneará el archivo que contiene la tabla de elementos almacenando la información en una matriz fácilmente manejable.

4.2.2. Tratamiento de las tablas de resultados

La primera tabla que va a ser tratada es la tabla de *keypoints* que será posteriormente utilizada para determinar si un elemento del modelo se encuentra en una zona del eje con escasa fiabilidad.

Las zonas de escasa fiabilidad son tres: la sección rígida realizada para distribuir mejor las cargas que transmite el engranaje, las superficies en contacto con el anillo interior de los rodamientos y los cambios de sección. Para eliminar todos los elementos pertenecientes a estas zonas se hará uso de una variable binaria, programándola para que verifique la situación de cada elemento. Si el elemento se encuentra en una de estas zonas se eliminará de todas las tablas de elementos.

Tanto en el caso de los rodamientos como en el de la sección rígida, se van a eliminar todos aquellos elementos adyacentes a la superficie de contacto entre el eje y los componentes. Para ubicar aquellos elementos que pertenecen a estas zonas, se buscará que la coordenada axial de cada elemento se encuentre dentro de la sección correspondiente y que la coordenada radial se encuentre a menos de 5 mm de la periferia del eje. La Tabla 2 muestra los puntos de inicio y fin que delimitan cada sección en el perfil del eje.

Tabla 2. Número identificador de los *keypoints* que delimitan las secciones acopladas a los rodamientos y a los engranajes.

Puntos inicio y fin de cada sección	Rodamiento de Rodillos			Rodamiento de Bolas	
	3-4			25-26	
	1ª marcha	2ª marcha	3ª marcha	4ª marcha	5ª marcha
	7-8	11-12	13-14	17-18	21-22

La eliminación de los elementos colindantes a los cambios de sección también se va a realizar de una manera análoga a estos tratamientos. Se eliminarán todos los elementos que se encuentren a menos de 5 mm de la arista de cambio de sección. Por último, se eliminarán todos aquellos elementos cuyo valor del error de discretización sobrepase el 0,1%; este error se fija para que el error de discretización del modelo se mantenga en torno al 10% estimado para una configuración geométrica concreta.

Las zonas de escasa fiabilidad que no se deberán tener en cuenta en la interpretación de los resultados se muestran en la Figura 25.

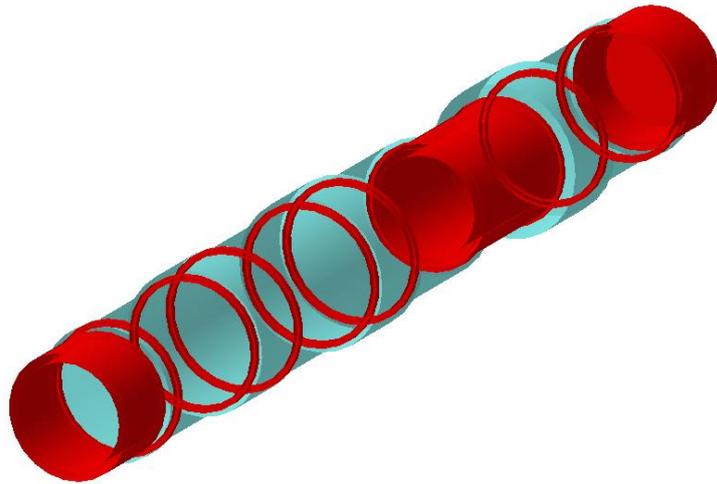


Figura 25. Modelo tridimensional del eje con sus zonas problemáticas sombreadas en rojo. (Generada en Catia®)

4.2.3. Cálculo del coeficiente de seguridad

4.2.3.1. Diseño a fatiga

Para dimensionar el eje a fatiga se realizará un análisis estático en el que se evalúe el eje por secciones anulares aplicando el método de esfuerzo-vida mediante el criterio de Soderberg.

Se ha optado por realizar una sola simulación estática para evaluar el eje debido a su eficiencia computacional en comparación con llevar a cabo una secuencia de simulaciones estáticas en distintos instantes de la revolución obteniendo resultados similares. La elección de evaluar el eje por secciones anulares, en lugar de hacerlo por elementos, se debe a que es la alternativa que conlleva un menor coste computacional.

Se escoge el método de esfuerzo-vida porque es el más indicado para un eje de transmisión sometido a cargas fluctuantes durante un alto número de ciclos. El método de deformación-vida está especialmente indicado para piezas sometidas a un número de ciclos bajo. Mientras que, el método de la fractura lineal elástica, a pesar de estar indicada para un eje de estas características requiere de un análisis dinámico simplificado para modelar una grieta y determinar su crecimiento.

De entre todos los criterios disponibles para aplicar el método de esfuerzo-vida (Figura 13) se escoge el criterio de Soderberg por ser el más restrictivo, proporcionando resultados más seguros en la estimación de la vida a fatiga del eje.

El procedimiento para el análisis consistirá en utilizar dos bucles "for" anidados para muestrear el campo de tensiones de las secciones anulares. En cada iteración del bucle principal:

- 1.- Se determinará una sección transversal del eje.
- 2.- Se determinará el diámetro de la sección transversal para calcular el límite de fatiga.
- 3.- Se realizará un bucle interno que discretice la sección transversal en secciones anulares, seleccionando únicamente los elementos que se encuentran en el interior de las secciones.
- 4.- Se calculará los valores más restrictivos de tensión media y alternante utilizando el valor mínimo y máximo de tensión registrado en los elementos de la sección anular.
- 5.- Se realizarán los cálculos necesarios para obtener el coeficiente de seguridad a fatiga.

El primer bucle "for" buscará los elementos contenidos en secciones transversales centradas en la coordenada axial "z", con una anchura de "2·dz". El primer paso en este bucle es calcular el límite de fatiga asociado a la sección transversal analizada. Deberá tenerse en

cuenta que el modelo tridimensional de elementos finitos ya considera el efecto del concentrador de tensiones.

Una vez se ha establecido el valor del límite de fatiga que afectará a toda la sección transversal, se inicia el bucle "for", encargado de dividir esta sección en distintos anillos centrados en la coordenada radial "r", con un espesor de " $2 \cdot dr$ ", para analizar el campo de tensiones en el interior de este anillo.

En la Figura 26 puede apreciarse la forma en la que se está discretizando el eje mediante estos dos bucles sucesivos.

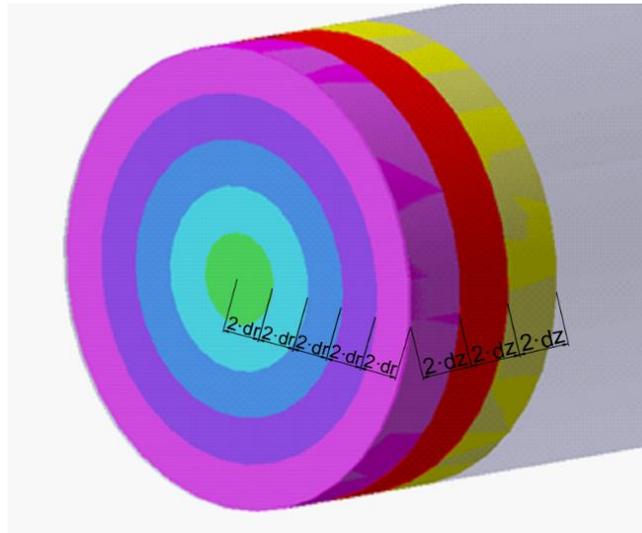


Figura 26. Caracterización de la búsqueda de elementos en secciones anulares. Cada una de las secciones anulares tiene un ancho de " $2 \cdot dz$ " y un espesor de aro de " $2 \cdot dr$ ". (Generada en Catia®)

Dado que se dispone de un campo de tensiones distinto para cada componente direccional del eje y que no se puede determinar qué dirección será la más crítica, se registrarán los valores mínimos y máximos de tensión en cada una de las seis componentes direccionales del modelo, para almacenar todos los valores de tensión de los elementos que presentan estos valores extremos.

Se comparará el elemento con el valor mínimo de tensión en una determinada dirección, con el elemento que presenta el valor máximo de tensión en esta misma dirección para obtener la tensión media y alternante en las seis direcciones del eje asociadas a estos dos elementos.

Para calcular el coeficiente de seguridad a fatiga, se utilizarán las tensiones estáticas equivalente (Avilés González, 2005), combinadas mediante la ecuación de von Mises, de modo que se obtenga la tensión estática equivalente de von Mises. El mayor valor calculado, considerando las seis direcciones de las tensiones en el modelo, se comparará con el límite de fluencia del material para determinar el factor a seguridad a fatiga del eje.

4.2.3.2. Criterio de la rigidez lateral

Para calcular el coeficiente de seguridad por el método de rigidez lateral es necesario comparar la deformación lateral máxima, adecuada a la longitud del modelo específico del eje, con las deflexiones que sufre cada elemento del eje. La deflexión o la flecha, asociada a un elemento es la suma cuadrática de sus desplazamientos en las dos direcciones transversales del eje.

4.2.3.3. Criterio de la rigidez torsional

El criterio de la rigidez torsional estipula la rotación máxima que puede sufrir el eje para un caso de cargas estático. Dado que el momento torsor aplicado sobre el eje es el único esfuerzo que causa la rotación del eje, se generará un análisis independiente al caso de las cargas equivalentes aplicando un torsor puro para evaluar el eje de acuerdo a este criterio. El momento que debe aplicarse es el par máximo transmitido por el eje en cada marcha (Tabla 1).

Para calcular el coeficiente de seguridad a torsión del eje se comparará el desplazamiento angular máximo que puede sufrir el eje con el desplazamiento angular debido a la torsión de cada elemento del eje.

El desplazamiento torsional máximo depende de la longitud del eje, que variará a lo largo del proceso de optimización. El desplazamiento angular de cada elemento no puede ser extraído directamente, por lo que se obtendrá calculando el ángulo de rotación entre la posición de los elementos antes y después de aplicar el momento torsor puro sobre el eje. El ángulo de rotación del elemento se calcula a partir del desplazamiento en las direcciones transversales teniendo en cuenta que el punto medio de la sección no se desplaza

En la Figura 27, para un punto P cuya posición inicial es P1 y su posición final es P2, calculando el ángulo descrito entre ambos puntos respecto al punto central O que se encuentra sobre el eje de simetría y por tanto no se desplaza en la simulación, se puede definir el desplazamiento angular del punto (θ).

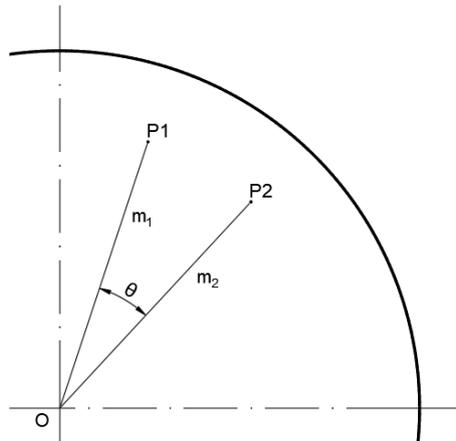


Figura 27. Croquis del desplazamiento angular de un punto P que inicialmente se encuentra en P1 y se desplaza hasta P2 describiendo un ángulo de torsión ϑ respecto al punto situado en el eje de simetría O. Las pendientes de las rectas que unen el punto P1 y P2 con el punto central de la sección son m_1 y m_2 . (Generada en AutoCAD®)

4.2.4. Objetivos y restricciones sobre las variables de salida

Las variables de salida en el nodo MATLAB® "Node" deben configurarse para leer los resultados obtenidos del coeficiente de seguridad con el que trabaja el eje. Para registrar estos datos, se deben declarar en la cabecera con formato FMI estipulando que son los *outputs* del programa. Se declarará una nueva variable de salida en modeFRONTIER® por cada factor de seguridad calculado. Además, se obtendrá el área del perfil y el error de discretización del modelo.

Cada una de las variables de salida que almacenan los coeficientes de seguridad atendiendo a los tres criterios impuestos, será restringida para mantener su valor por encima de 1,25; para garantizar la vida infinita del eje, se aumentará este valor 1,5 para el factor de seguridad a fatiga. Además, se podrá buscar la maximización de estos parámetros tal y como se muestra en la Figura 28.

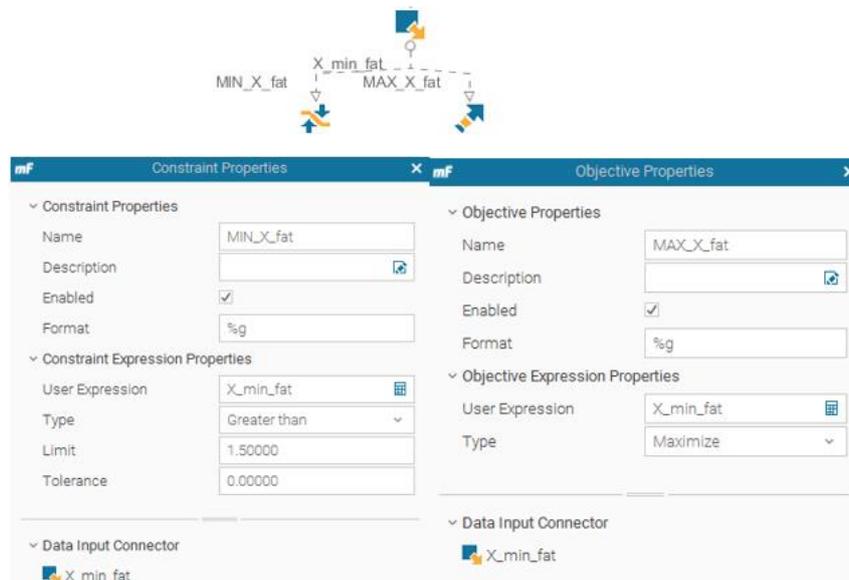


Figura 28. Restricciones impuestas sobre las variables de salida (factor de seguridad). A la izquierda se aprecia cómo se ha de configurar una restricción del valor inferior del coeficiente de seguridad y a la derecha cómo configurar su maximización. (Generada mediante modeFRONTIER®)

Se seleccionará el área del perfil del eje para caracterizar la cantidad de material utilizado en la producción del eje. El área del perfil del eje se puede calcular sumando la superficie que ocupa el perfil de cada sección del eje, estas secciones se definen a partir de la ubicación de los puntos que delimitan el perfil del eje. Para que el algoritmo de optimización MOGA-II busque la configuración geométrica del eje que necesita una menor cantidad de material, se impondrá un objetivo de minimización sobre la variable de salida asociada al área.

El error de discretización no estará restringido ni seguirá un objetivo a lo largo del proceso de optimización porque modeFRONTIER® no controla ninguno de los parámetros que determinan el mallado del eje. Es decir, ninguna de las variables de entrada que definen el modelo afecta al tamaño o grado de los elementos en la malla. De este modo, el error de discretización estimado será un indicador utilizado por el analista para evaluar la validez del modelo, comparándolo con el error del 5% al 15% obtenido en una simulación previa para una configuración geométrica concreta.

4.3. Procesos de optimización

Se van a presentar los tres procesos de optimización utilizados de manera secuencial para determinar la geometría óptima del eje bajo los criterios impuestos. Todos los procesos presentados utilizarán los dos nodos de optimización descritos en los apartados anteriores.

4.3.1. Proceso independiente para cada marcha basado en el modelo tridimensional

Se lanzará una primer proceso de optimización sobre la geometría del eje, basada en el modelo unidimensional de elementos finitos para obtener una primera aproximación a la geometría óptima del eje. Dada la subestimación del factor de seguridad a fatiga que conlleva el modelo unidimensional, el límite inferior de este valor se rebajará a 1,25 en este proceso.

Se generará un proceso por separado para cada marcha obteniendo una configuración óptima del eje distinta por cada proceso de optimización (Figura 29). El flujo de trabajo de este proceso de optimización deberá:

1. Asignar valores a las variables de entrada al modelo unidimensional de elementos finitos dentro de un rango amplio de valores.
2. Ejecutar el modelo unidimensional de elementos finitos en ANSYS® con la geometría especificada por las variables de entrada.
3. Interpretar los resultados obtenidos del modelo de elementos finitos mediante el *script* desarrollado en MATLAB® para verificar la validez del modelo unidimensional del eje calculando el factor de seguridad a fatiga, por flecha y bajo el criterio de rigidez torsional. Además, se calculará el área del perfil.
4. Comprobar las magnitudes que marcan los objetivos buscando la minimización del área del perfil y la maximización del coeficiente de seguridad a fatiga; además se impondrá una restricción sobre el valor mínimo de todos los factores de seguridad.

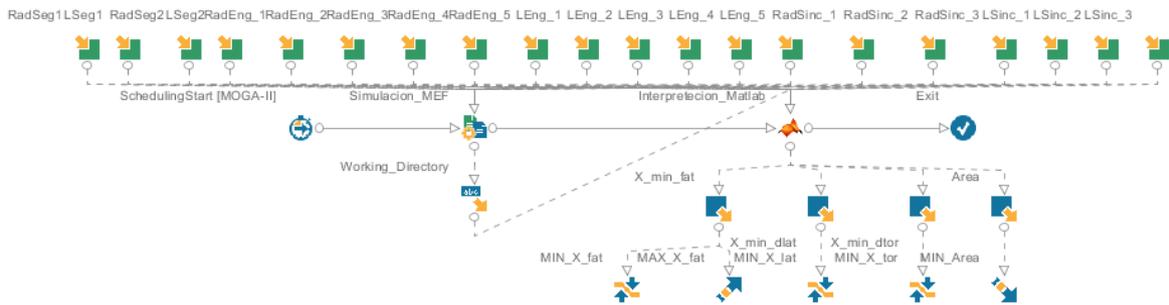


Figura 29. Flujo de trabajo del proceso de optimización basado en el modelo unidimensional de elementos finitos para una sola marcha. (Generada mediante modeFRONTIER®)

Las longitudes mínimas de las diferentes secciones se han descrito en el apartado En este proyecto, se abordará únicamente la optimización del eje de salida de la caja de cambios debido a que el eje primario soporta cargas de menor valor. Así pues, se considerará que la longitud total del eje secundario obtenido será válida para el eje primario. Si se plantease obtener el diseño más compacto posible para la caja de cambios, debería hacerse una optimización paralela en el eje primario adaptando su longitud a la que se obtiene en el proceso del eje secundario.

Durante el proceso de optimización, se asumirá que las variaciones geométricas del eje no afectan significativamente al estado tensional de los engranajes acoplados. Esto implica que la selección de los engranajes hecha en el anteproyecto se considera válida en todo momento, y la única modificación se dará en el ancho y el radio interior que se acopla con el eje.

En este trabajo no se tratará la fabricación del eje diseñado, no obstante, se señalarán las características mínimas que debe cumplir el eje fabricado en el pliego de condiciones del proyecto. Se considerará que los gastos asociados a la producción del eje no variarán notablemente con su geometría, considerando únicamente el coste del material en bruto para la fabricación.

1.4. Justificación del proyecto

La optimización atendiendo a criterios económicos de los componentes mecánicos es esencial en la industria automotriz para lograr un equilibrio entre el rendimiento técnico y los costos de producción. En el caso de las cajas de cambios manuales, el eje secundario desempeña un papel crucial en la transmisión de la potencia desde la unidad de potencia hasta las ruedas del vehículo. La optimización de este componente puede conducir a mejoras significativas en términos de eficiencia, rendimiento y costo.

En la industria del diseño de componentes, tal y como se ha visto en el apartado 1.2. Antecedentes, no es habitual la optimización de sistemas dinámicos mediante análisis de elementos finitos. Así pues, la implementación del proceso de optimización descrito en este documento puede suponer una mejora en el procedimiento utilizado para el diseño de ejes sometidos a esfuerzos dinámicos. Se utilizará un modelo de coche antiguo, el Peugeot 206 1.6 XS, porque se dispone de una gran cantidad de información acerca de él. De este modo, será posible realizar una comparación entre los métodos tradicionalmente utilizados en la industria y los resultados obtenidos utilizando un proceso de optimización basado en el método de elementos finitos.

Se dispone de un prediseño de los ejes de la caja de cambios del Peugeot 206 1.6 XS obtenido mediante los procedimientos de diseño de máquinas. Estos ejes son ejes simplificados, de diámetros grandes, macizos y sin cambios de sección. Estas características implican el uso de una cantidad de material y, por lo tanto, de recursos económicos, mayor de lo necesario. Se buscará diseñar un proceso de optimización capaz de reducir el coste de producción del eje sin comprometer su capacidad para resistir las tensiones y fuerzas cíclicas a las que estarán sometidos.

2. ESTUDIO DE NECESIDADES y son 40 mm para las secciones acopladas a los engranajes, 17,5 mm para las secciones correspondientes a los sincronizadores y 5 mm para las secciones de seguridad con arandelas. No hay restricciones para los valores máximos del rango de variación, pero se estipularán valores altos para considerar una mayor cantidad de configuraciones.

Se buscarán radios para las secciones en torno al radio constante obtenido del prediseño del eje (20 mm), se ofrecerán valores con una desviación menor a 5 mm respecto a este radio. En el caso de las secciones de seguridad, al ser contiguas a los rodamientos, el radio no podrá ser menor al de las secciones acopladas a estos rodamientos, estipulando el valor mínimo en 20,5 mm. Los rangos escogidos para variar los datos de entrada se muestran en la Tabla 3.

Los resultados obtenidos para cada marcha se interpretarán manualmente para definir los rangos en los que se deben variar los parámetros de entrada para el proceso basado en el modelo tridimensional, que definirá los rangos en los que se encuentra la configuración geométrica óptima del eje.

Tabla 3. Rango de valores que pueden adoptar las variables de entrada en la primera aproximación a la solución. Se fijan los mismos valores para todas las secciones que cumplen la misma función.

Secciones acopladas a engranajes		Secciones correspondientes a sincronizadores		Secciones de seguridad (con arandelas)	
RadEng_1, RadEng_2, RadEng_3, RadEng_4, RadEng_5	LEng_1, LEng_2, LEng_3, LEng_4, LEng_5	RadSinc_1, RadSinc_2, RadSinc_3	LSinc_1, LSinc_2, LSinc_3	RadSeg_1, RadSeg_2	Lseg_1, Lseg_2
[15;25]mm	[40;50]mm	[15;25]mm	[17,5;25]mm	[20,5;25]mm	[5;15]mm

4.3.2. Proceso independiente para cada marcha basado en el modelo tridimensional

Este proceso se basará en optimizar la geometría del eje bajo el estado de cargas que genera cada marcha al engranarse mediante el modelo tridimensional de elementos finitos para determinar el rango de valores óptimo para cada variable de entrada.

El flujo de trabajo para optimizar el modelo tridimensional del eje según la marcha engranada se muestra en la Figura 30, este flujo deberá:

- 1.- Asignar valores a las variables de entrada al modelo tridimensional de elementos finitos en el rango de valores obtenido de la primera aproximación.
- 2.- Ejecutar el modelo unidimensional de elementos finitos en ANSYS® con la geometría especificada por las variables de entrada.
- 3.- Interpretar los resultados obtenidos del modelo de elementos finitos mediante el *script* desarrollado en MATLAB® para verificar la validez del modelo tridimensional del eje calculando el factor de seguridad a fatiga, por flecha y bajo el criterio de rigidez torsional. Además, se calculará el área del perfil y el error de discretización del modelo.
- 4.- Comprobar las magnitudes que marcan los objetivos buscando la minimización del área del perfil y la maximización del coeficiente de seguridad a fatiga; además se restringirá el valor mínimo de los coeficientes de seguridad calculados atendiendo a los tres criterios.

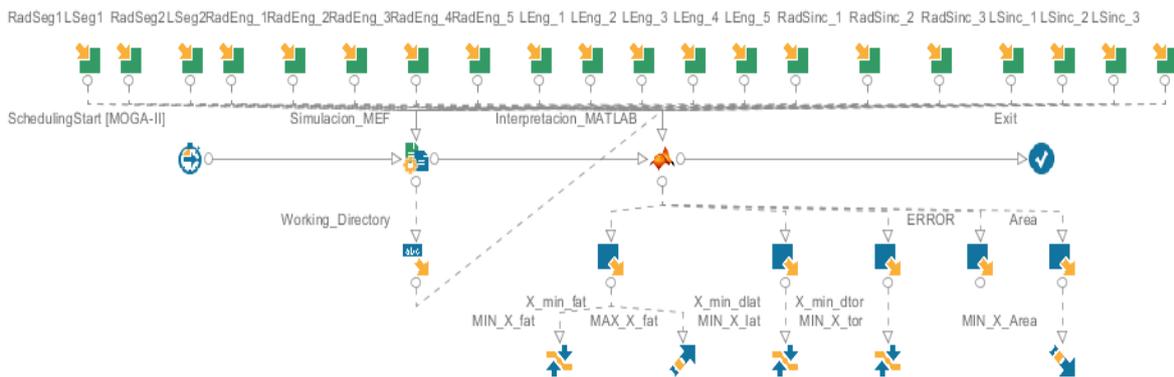


Figura 30. Flujo de trabajo del proceso de optimización basado en el modelo tridimensional de elementos finitos para una sola marcha. (Generada mediante modeFRONTIER®)

El rango de valores que podrá adoptar cada variable de entrada se definirá a partir del resultado de la etapa anterior en la que se ha simulado el modelo unidimensional de elementos finitos. Los resultados obtenidos para cada marcha se interpretarán manualmente para definir los rangos en los que se deben variar los parámetros de entrada para el proceso global.

4.3.3. Proceso global basado en el modelo tridimensional

Este proceso se basará en optimizar la geometría del eje bajo los estados de cargas que generan cada las dos primeras marchas al engranarse mediante el modelo tridimensional de elementos finitos. De este proceso se pretende obtener la configuración óptima definitiva para el eje, obteniendo rangos para las variables de entrada muy concretos que se aproximen lo máximo posible a esta configuración objetivo.

Al disponer de los datos generados por los dos procesos anteriores, se puede asegurar que las condiciones de cargas más restrictivas se dan cuando la primera o, en todo caso, la segunda marcha está engranada. Se podrá considerar que una configuración geométrica que sea válida para estas dos marchas, lo será para el resto. De este modo, el proceso global enfocado a considerar el eje bajo los estados de carga que generan las distintas marchas al engranarse se puede limitar a verificar el funcionamiento del eje para las dos primeras marchas ahorrando recursos computacionales.

Al considerar que los resultados de este proceso marcan la geometría definitiva del eje, la estimación de la cantidad de material utilizado se hará mediante el volumen del eje, en lugar de calcular el área de su perfil.

El flujo de trabajo para optimizar el modelo tridimensional del eje para las dos primeras marchas se muestra en la Figura 31, este flujo deberá:

1. Asignar valores a las variables de entrada al modelo tridimensional de elementos finitos (radio y longitud de cada sección del eje) dentro de un rango preestablecido.
2. Ejecutar el modelo tridimensional de elementos finitos en ANSYS® para la primera marcha con la geometría especificada por las variables de entrada.
3. Interpretar los resultados obtenidos en el análisis mediante el *script* correspondiente en MATLAB® para verificar la validez del modelo para la primera marcha.
4. Realizar el paso 2 y 3 para la segunda marcha del eje.
5. Comprobar las magnitudes que marcan los objetivos buscando la minimización del área del perfil y restringiendo el valor mínimo de los coeficientes de seguridad calculados atendiendo a los tres criterios.

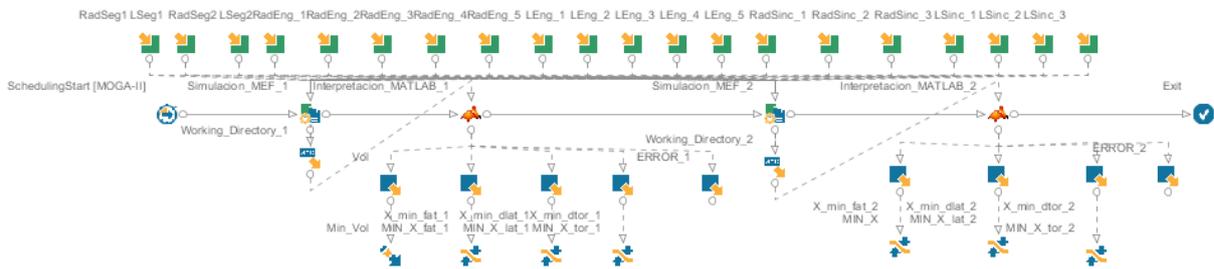


Figura 31. Flujo de trabajo del proceso de optimización global basado en el modelo tridimensional de elementos finitos, para la primera y la segunda marcha. (Generada mediante modeFRONTIER®)

El rango de valores en el que variar los parámetros de entrada que definen el modelo geométrico del eje, vendrá definido por los datos obtenidos del proceso tridimensional para cada marcha del eje. Los resultados obtenidos de este proceso serán interpretados por el analista para definir la geometría óptima del eje.

5. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DE LA OPTIMIZACIÓN

En este apartado, se analizarán los resultados obtenidos de la metodología de optimización secuencial propuesta: se obtendrá la primera aproximación a la geometría óptima mediante un proceso de optimización individual por cada marcha del eje, basado en el modelo unidimensional de elementos finitos; se utilizarán los rangos obtenidos en esta primera aproximación para determinar el rango óptimo de cada variable de entrada mediante un proceso de optimización individual por cada marcha del eje, basado en el modelo tridimensional y, por último, se utilizarán estos rangos óptimos para lanzar el proceso global, basado en el modelo tridimensional, que arrojará la geometría definitiva del eje. De manera previa al análisis de los resultados obtenidos en cada etapa de la secuencia, se describirá el modo en el que van a ser interpretadas las gráficas de resultados.

Los tiempos estimados para cada proceso de optimización se han realizado teniendo en cuenta el equipo utilizado, cuyas características son: procesador- Intel(R) Core(TM) i5-8250U CPU @ 1.60GHz, 1800 Mhz, memoria física (RAM)- 8,00GB, disco duro-SSD 1TB y tarjeta gráfica-AMD Radeon™ 530.

5.1. Interpretación de las gráficas de resultados

Con el fin de explicar cómo van a ser interpretadas todas las gráficas generadas para analizar los resultados del proceso de optimización, se van a utilizar los resultados obtenidos en el proceso de optimización para la primera marcha basado en el modelo unidimensional. Se mostrarán las gráficas de evolución e histogramas de las variables de entrada que definen la sección acoplada al engranaje de segunda marcha, los gráficos de evolución de las variables de salida y los gráficos de dispersión que evalúan el área del perfil respecto a los factores de seguridad considerados definiendo el frente de Pareto. Además, se analizará el gráfico de evolución y el histograma del error de discretización obtenido cuando se ejecuta el proceso basado en el modelo tridimensional para la primera marcha. En todas estas gráficas, se resaltarán las iteraciones que pertenecen al frente de Pareto.

En la Figura 32 se pueden apreciar los gráficos de evolución y los histogramas utilizados para describir el análisis de los valores obtenidos para las variables de entrada. Junto a los histogramas se muestran tablas con estadísticas que facilitarán al analista la determinación de los rangos.

El valor del radio de la sección (a la izquierda de la imagen) se centra en torno al valor de 23 mm, con una gran cantidad de valores entre 23 mm y 23,5 mm y menos valores entre 22,5 y 23 mm. Si se tratase de la obtención de la geometría óptima, se evaluarían únicamente los valores que pertenezcan a diseños incluidos en el frente de Pareto escogiendo aquellos valores que impliquen una menor cantidad de material. Dado que en este caso se trata de la primera aproximación, se estipulará que el rango de valores óptimo del radio de la quinta sección del eje va desde 22,5 mm hasta 23,5 mm.

En el histograma del valor de la longitud de la sección (abajo a la derecha de la figura) se evidencia que este valor se centra tanto sobre los 40 mm como en torno a los 41,5 mm; gracias al gráfico de evolución de esta misma variable (arriba a la derecha), se puede determinar que el valor en el que se centran las últimas iteraciones del proceso es 40 mm. En este caso, al ser una aproximación realizada por el modelo unidimensional, no se tendrá en cuenta y se marcará el máximo valor del rango en 42 mm, pero si se tratase del modelo tridimensional se limitaría este valor a 40,5 mm por ser más cercano a la tendencia mostrada por los individuos óptimos.

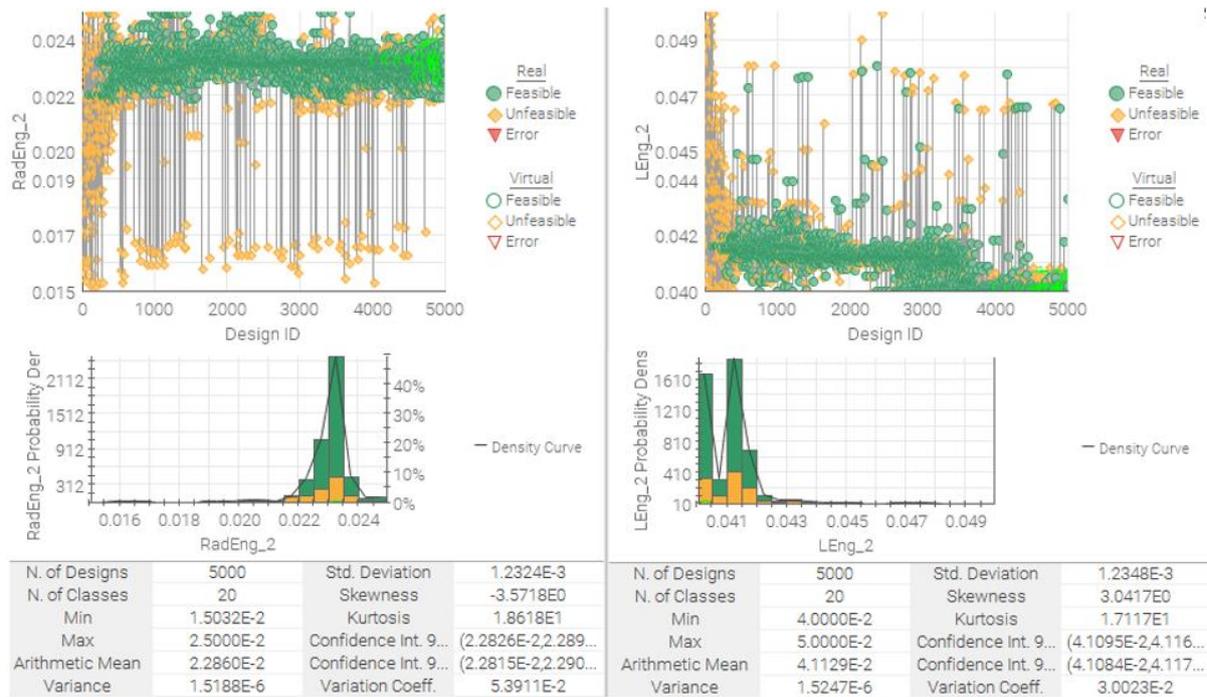


Figura 32. Resultados del análisis de la sección del eje correspondiente al engranaje de la segunda marcha cuando la geometría óptima del eje se obtiene considerando el caso de cargas generado por la primera marcha engranada. Arriba-Izquierda: Gráfico de evolución del radio de la sección. Arriba-Derecha: Gráfico de evolución de la longitud de la sección. Abajo-Izquierda: Histograma del radio de la sección. Abajo-Derecha: Histograma de la longitud de la sección. (Generada mediante modeFRONTIER®)

En la Figura 33 puede apreciarse los gráficos de evolución generados para las cuatro variables de salida del proceso de optimización, basado en el modelo unidimensional para la primera marcha.

Se puede apreciar como el área del perfil del eje disminuye con el número de iteraciones, siendo más acusado el descenso al inicio del proceso de optimización. Los últimos diseños presentan valores de área en un rango de 6.500 mm² hasta 6.800 mm². Los gráficos de evolución que representan los coeficientes de seguridad denotan que el factor de seguridad a fatiga es el más restrictivo, sus valores fiables oscilan entre 1,25 y 1,5; a continuación, el factor de seguridad según el criterio de rigidez torsional cuyos valores se centran en un rango entre 1,9 y 2,1 y, por último, el factor de seguridad por flecha es el que cuenta con unos valores más altos que varían entre 9 y 11.

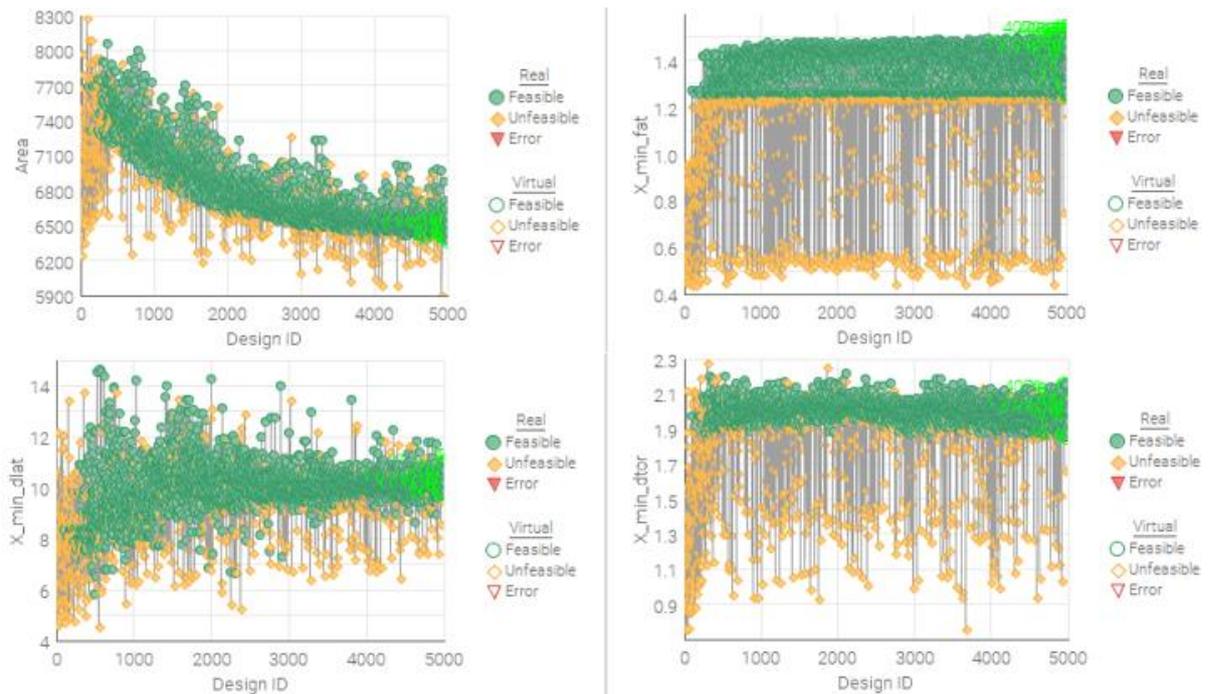


Figura 33. Gráficos de evolución de las variables de salida del proceso de optimización basado en el modelo unidimensional para la primera marcha. Arriba-Izquierda: evolución del área del perfil del eje. Arriba-Derecha: evolución del factor de seguridad a fatiga. Abajo-Izquierda: evolución del factor de seguridad por flecha. Abajo-Derecha: evolución del factor de seguridad calculado mediante el criterio de rigidez torsional. (Generada mediante modeFRONTIER®)

Se observará la tendencia en la evolución del área y, a continuación, se compararán los valores de los factores de seguridad para evaluar la variabilidad de cada uno y valorar cuál es el más restrictivo para cada configuración. Con este propósito, además de la evolución de cada variable de salida, se graficará la relación entre el área del perfil y los distintos factores de seguridad del eje mediante una gráfica de dispersión en la que se aprecie el frente de Pareto (Figura 34). Los resultados de las iteraciones que forman estos frentes de Pareto son los que definen la combinación óptima entre el área del perfil y el factor de seguridad más restrictivo. Tal y como se puede apreciar en las anteriores gráficas de evolución (Figura 33), estos valores se generan en las últimas iteraciones del proceso. Cuando se están realizando las aproximaciones a la geometría del eje se estipularán los rangos de la siguiente etapa seleccionando los valores en torno a los que se centra cada variable de entrada. Para determinar la geometría definitiva del eje se seleccionarán únicamente aquellos valores que forman parte del frente de Pareto.

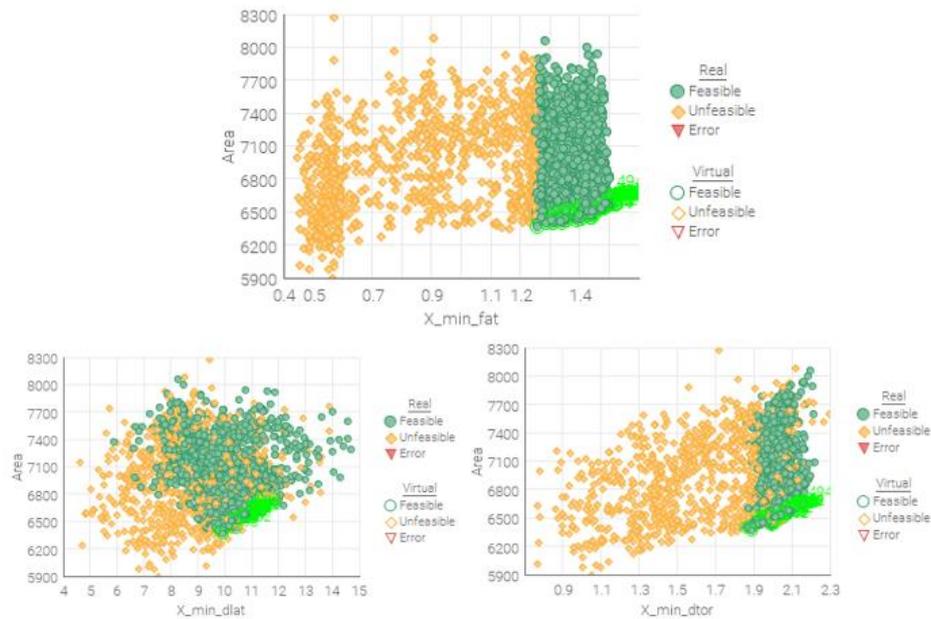


Figura 34. Diagramas de dispersión que evalúan el área del perfil respecto al factor de seguridad a fatiga, por flecha y por torsión, en el proceso de optimización basado en el modelo unidimensional para la primera marcha. Arriba: diagrama de dispersión área-factor de seguridad a fatiga, Abajo-Izquierda: diagrama de dispersión área-factor de seguridad por flecha. Abajo-Derecha: diagrama de dispersión área-factor de seguridad por torsión. (Generada mediante modeFRONTIER®)

En la Figura 35 puede apreciarse el gráfico de evolución y el histograma generados para estimar el error de discretización; esta magnitud es exclusiva de los procesos de optimización basados en el modelo tridimensional. Centrándose en los valores pertenecientes al frente de Pareto, se determina que el error de las soluciones consideradas se sitúa entre el 20% y el 25%. Teniendo en cuenta que el modelo simulado individualmente tenía un error de discretización del 15% para la primera marcha, se puede concluir que los valores obtenidos son válidos. En cualquier caso, se establecerá un margen suficiente en los coeficientes de seguridad de tal forma que se asegure el correcto funcionamiento del componente de acuerdo con los distintos criterios de fallo.

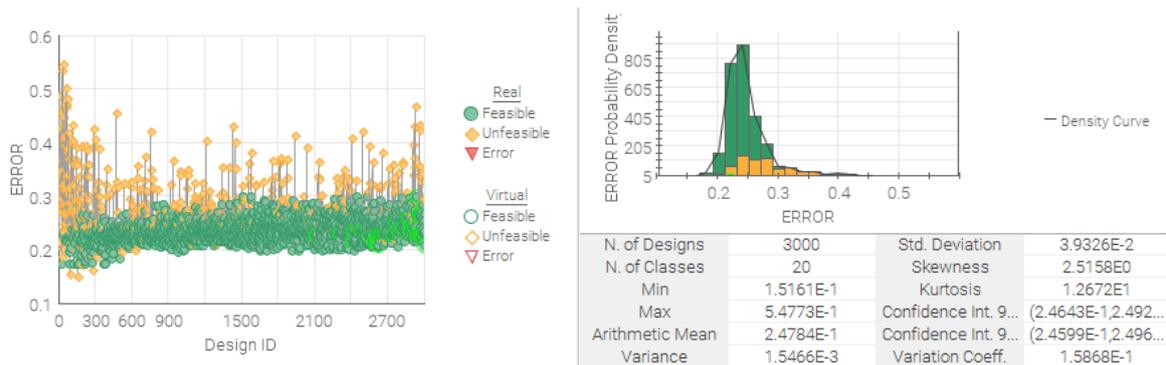


Figura 35. Estimación del error de discretización del modelo de elementos finitos a lo largo del proceso de optimización basado en el modelo tridimensional para la primera marcha. Izquierda: gráfico de la evolución del error estimado. Derecha: histograma del error estimado. (Generada mediante modeFRONTIER®)

Haciendo un análisis paralelo para el resto de las variables de entrada, puede estipularse el rango de valores que generan una configuración geométrica óptima para las secciones en cada etapa de la optimización. Este rango de valores se generará seleccionando los valores límite en torno a los que converge la solución. Se deberá tener en cuenta la información que proporcionan las variables de salida para ajustar el rango de valores óptimo apropiadamente.

5.2. Primera aproximación a la geometría óptima del eje

Para determinar la primera aproximación al rango de valores óptimo, que se introducirá en el proceso de optimización tridimensional, se ejecutará el proceso de optimización basado en el modelo unidimensional para cada marcha del eje. Para ejecutar este proceso de optimización unidimensional, debido al bajo coste computacional que conlleva, se llevarán a cabo 5.000 iteraciones en busca de la configuración óptima para el eje. Se estima que la duración aproximada de este proceso será de 5 h 30 min.

El rango en el que variará cada parámetro geométrico se ha definido en la Tabla 3, los rangos iniciales de variación para los radios de cada sección son de 10 mm (excepto las secciones de seguridad con 5 mm). El rango de valores en el que confluye cada variable de entrada al proceso de optimización se determina a partir de los gráficos de evolución e histogramas, tal y como se ha especificado en el apartado anterior, sin tener en cuenta los valores pertenecientes al frente de Pareto. De este modo, no se acotará en exceso los rangos estipulados por la primera aproximación a la geometría definitiva del eje (Tabla 4).

Tabla 4. Valores mínimos y máximos de la primera aproximación al rango óptimo de cada variable de entrada cuando se engrana cada una de las marchas del eje. Los números en rojo representan aquellos valores que no se han tenido en cuenta para determinar el rango de valores de la etapa siguiente.

Medidas en mm	1ª MARCHA		2ª MARCHA		3ª MARCHA		4ª MARCHA		5ª MARCHA	
	MIN	MAX								
LSeg_1	5,00	6,75	5,00	6,00	5,00	6,00	5,00	6,25	5,00	5,50
RadSeg_1	21,00	22,00	22,00	23,00	17,50	25,00	21,50	23,00	20,50	22,00
LEng_1	40,00	41,00	40,00	43,00	40,00	44,00	40,00	40,75	40,00	42,50
RadEng_1	15,00	15,50	15,00	17,50	15,00	17,50	15,00	16,00	15,00	16,00
LSinc_1	17,50	18,00	17,50	18,00	17,50	19,00	17,50	20,00	17,50	19,50
RadSinc_1	21,25	22,25	19,25	21,00	15,00	16,00	15,00	18,00	15,00	17,00
LEng_2	40,00	42,00	40,00	41,25	40,00	40,75	40,00	40,75	40,00	41,50
RadEng_2	22,50	23,50	15,00	25,00	19,00	20,50	15,00	16,75	15,00	15,50
LEng_3	40,00	40,50	40,00	42,00	40,00	40,50	40,00	44,25	40,00	41,50
RadEng_3	22,75	23,50	23,00	24,00	15,00	25,00	17,75	19,75	15,00	16,25
LSinc_2	20,50	21,50	18,50	19,75	17,50	18,00	17,50	18,00	17,50	18,25
RadSinc_2	20,75	21,50	20,25	21,75	21,00	22,50	18,00	20,50	15,00	18,75
LEng_4	40,00	40,75	40,00	42,50	40,00	40,50	40,00	40,50	40,00	41,50
RadEng_4	22,50	23,50	21,00	23,00	19,50	23,00	15,00	25,00	15,00	17,00
LSinc_3	17,50	18,50	17,50	18,25	17,50	19,00	19,25	20,75	17,50	18,00
RadSinc_3	21,00	22,00	19,50	24,50	17,50	22,00	18,50	23,50	15,00	20,50
LEng_5	40,00	40,50	40,00	41,00	40,00	41,00	40,00	40,50	40,00	42,00
RadEng_5	22,25	23,50	20,00	23,00	20,00	22,00	19,00	25,00	15,00	25,00
LSeg_2	5,00	6,25	5,00	6,50	5,00	7,00	5,00	8,50	5,00	5,50
RadSeg_2	21,75	22,50	20,50	25,00	17,50	23,50	17,50	24,50	25,00	26,00

A continuación, se determinará el rango de valores en el que se encuentra cada variable de salida del eje (Tabla 5), con la información que proporcionan los gráficos de evolución y los diagramas de dispersión presentados en el apartado anterior. A partir de los valores del factor de seguridad y el área del perfil, obtenidos al optimizar el eje considerando

cada una de las marchas por separado, se puede asegurar que la primera marcha es la más restrictiva y a medida que se sube de marcha bajan los requisitos mecánicos del eje.

Tabla 5. Rango de valores en el que se encuentra cada una de las variables de salida de en la primera aproximación a la geometría óptima realizada mediante el proceso basado en el modelo unidimensional para cada marcha.

	1ª MARCHA		2ª MARCHA		3ª MARCHA		4ª MARCHA		5ª MARCHA	
	MIN	MAX								
AREA (mm²)	6400	6800	6000	7000	5500	6900	5100	6500	4800	6000
X_min_fat	1,25	1,50	1,25	2,50	1,60	3,00	2,00	5,50	8,00	10,00
X_min_dlat	9,00	12,00	5,00	10,00	5,50	10,00	4,00	14,00	30,00	50,00
X_min_dtor	1,90	2,30	3,00	6,00	5,00	7,00	8,00	21,00	53,00	56,00

Analizando el rango de valores al que tiende cada variable de salida se puede llegar a ciertas conclusiones.

Se evidencia que el objetivo impuesto de disminuir la cantidad de material utilizado en la fabricación del eje se lleva a cabo para cada marcha obteniendo valores menores a medida que se aumenta de marcha. Considerando el prediseño del eje, con una longitud de 355 mm y una sección transversal constante de 20 mm de radio, se comprueba que incluso en la marcha más restrictiva (la primera) los valores ya son menores a los 7.100 mm² del perfil del prediseño del eje.

Se confirma que el factor de seguridad a fatiga (X_min_fat) está sobrestimado. Esta sobrestimación de las cargas de fatiga se debe a que en este análisis unidimensional se seleccionan las cargas mínimas y máximas para la sección transversal asociada a cada nodo, sin tener en cuenta la coordenada radial en la que se dan estos valores.

En el caso del factor de seguridad por flecha (X_min_dlat), se está subestimando la influencia de las deformaciones sobre la seguridad del eje. En el modelo unidimensional, únicamente se mallan líneas situadas sobre el eje de simetría axial del modelo simulando la sección transversal a través de los nodos de cada elemento, la deformación en estos planos trasversales será muy pequeña. Aplicando este criterio de fallo, se obtendrán modelos del eje con un comportamiento más rígido debido a las hipótesis realizadas en el modelo tridimensional respecto al comportamiento de las sección transversal del eje.

Puede asumirse que el factor de seguridad a torsión del eje (X_min_dtor) está bien estimado, a pesar de las aproximaciones del modelo, registrando los valores más críticos en las primeras marchas que corresponden a los valores más altos de par transmitido por el eje y aumentando su valor a medida que se sube de marcha debido a que el par transmitido por el eje es menor.

Para estipular el rango de valores que se le deberá asignar a cada una de las variables de entrada a la siguiente etapa de la optimización, deberán tenerse en cuenta las conclusiones a las que se ha llegado a partir de los resultados para las variables de salida, ponderando los rangos obtenidos para cada marcha con el fin de obtener un rango que englobe a todas las marchas. Se generarán estos nuevos rangos globales en lugar de aplicar de manera directa los rangos obtenidos para cada marcha en sus correspondientes simulaciones de la siguiente etapa. Si se llevase a cabo esta segunda alternativa en la siguiente etapa se concretarían los rangos óptimos para cada marcha, en lugar de considerar los valores obtenidos para todas las marchas en un solo diseño como ocurrirá considerando rangos que engloben a todas las marchas.

Si se ha obtenido el mínimo de un valor en las marchas más altas, se considerará mantener este valor como límite inferior del rango de valores a introducir en la siguiente etapa de la optimización. Sin embargo, si se obtiene el valor máximo en estas marchas altas no se estipulará como límite superior del rango de valores impuesto, suponiendo que los valores obtenidos en las marchas más bajas también serán válidos para las marchas altas.

Además, los únicos datos que se ignorarán para generar el rango de valores son los radios de las secciones acoplados a las marchas engranadas en cada proceso de optimización. Los elementos asociados a las secciones acopladas a las marchas se eliminan en la interpretación de los resultados por su escasa fiabilidad. Por esta razón, modeFRONTIER® no es capaz de identificar la influencia de este radio en el diseño del eje y los resultados no tienden a ningún valor concreto (en el caso de la primera marcha convergen, pero en torno al valor mínimo del rango establecido).

Basándose en la información provista por los gráficos de evolución y los histogramas en los que se marcan los valores pertenecientes al frente de Pareto (Tabla 4), se genera la Tabla 6 en la que se recoge la primera aproximación a los rangos óptimos de cada variable de entrada. Éste será el rango establecido para ejecutar la siguiente etapa de la optimización.

Tabla 6. Primera aproximación al rango de valores óptimo para cada variable de entrada.

RadEng_1		RadEng_2		RadEng_3		RadEng_4		RadEng_5	
MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX
15,00	17,50	15,50	23,00	15,50	24,00	18,50	23,00	17,50	24,00
LEng_1		LEng_2		LEng_3		LEng_4		LEng_5	
MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX
40,00	44,00	40,00	42,00	40,00	44,00	40,00	42,50	40,00	42,00
RadSeg_1		RadSeg_2		RadSinc_1		RadSinc_2		RadSinc_3	
MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX
20,50	23,00	20,00	25,00	15,00	22,00	17,50	22,50	17,50	24,00
LSeg1		LSeg2		Lsinc_1		Lsinc_2		Lsinc_3	
MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX
5,00	6,75	5,00	7,00	17,50	19,00	17,50	21,50	17,50	20,50

Puede apreciarse la reducción de estos resultados para cada parámetro geométrico en función del correspondiente rango establecidos de manera previa al proceso de optimización. Por ejemplo, en el caso de la sección acoplada al engranaje de cuarta marcha el rango de valores de su radio (RadEng_4) se ha reducido desde [15;25] mm hasta [18,5;23] mm, mientras que la longitud tiende a los mínimos expuestos disminuyendo el rango de valores que puede adoptar de [40;50] mm a [40;42,5] mm.

5.3. Obtención del rango de valores óptimo para cada variable de entrada

Para determinar el rango de valores en el que se encontrará el valor óptimo de cada parámetro geométrico, se ejecutará el proceso de optimización basado en el modelo tridimensional para cada marcha del eje. Para ejecutar este proceso de optimización tridimensional, debido a su coste computacional, se ejecutarán 3.000 iteraciones en busca de la configuración óptima para el eje (duración aproximada de 16 h). Dado que el proceso de optimización del modelo unidimensional ha evidenciado que las primeras marchas son más restrictivas que las últimas, se ahorrarán recursos computacionales realizando 2.500

iteraciones para la cuarta marcha (duración aproximada de 13 h) y 2.000 iteraciones para la quinta marcha (duración aproximada de 10 h).

El rango de valores en el que confluye cada variable de entrada al proceso de optimización se determina del mismo modo que en la primera aproximación, pero en este caso se considerarán los valores pertenecientes al frente de Pareto. Se acotará el rango de cada variable de entrada mediante el valor mínimo y máximo que se encuentra en el frente de Pareto (Tabla 7).

Tabla 7. Valores mínimos y máximos del rango óptimo de cada variable cuando se engrana cada una de las marchas del eje. Los números en rojo representan aquellos valores que no se han tenido en cuenta para determinar el rango de valores de la etapa siguiente.

	1ª MARCHA		2ª MARCHA		3ª MARCHA		4ª MARCHA		5ª MARCHA	
	MIN	MAX								
LSeg_1	5,50	5,75	5,50	6,25	5,50	6,50	5,00	6,25	5,00	6,10
RadSeg_1	21,00	21,50	21,00	21,75	22,00	23,00	21,50	22,50	21,50	22,00
LEng_1	40,00	41,50	40,00	41,25	40,00	41,25	40,00	41,50	40,00	40,75
RadEng_1	16,00	17,00	16,25	16,75	15,00	15,25	15,00	16,00	15,00	15,10
LSinc_1	17,50	18,00	17,50	18,00	17,50	19,00	17,50	18,00	17,50	19,00
RadSinc_1	20,25	21,50	17,00	20,50	15,00	16,50	15,00	16,00	15,00	17,50
LEng_2	40,00	40,10	40,00	40,20	40,00	40,10	40,00	41,25	40,00	42,00
RadEng_2	19,50	20,50	16,00	19,50	15,50	18,00	15,50	16,00	15,50	16,00
LEng_3	40,00	41,00	40,00	40,10	40,00	40,80	40,00	40,20	40,00	42,50
RadEng_3	19,50	20,50	19,75	20,50	19,00	21,00	15,50	18,00	15,50	16,00
LSinc_2	17,50	18,75	17,50	18,50	17,50	19,00	17,50	20,00	17,50	18,25
RadSinc_2	19,75	20,25	18,75	20,50	17,50	22,50	17,50	18,00	17,50	19,50
LEng_4	40,00	41,00	40,00	40,40	40,00	40,80	40,00	41,00	40,00	42,50
RadEng_4	19,00	20,50	19,00	20,75	18,50	21,00	18,50	20,00	18,50	19,00
LSinc_3	17,50	18,25	17,50	18,50	17,50	19,00	17,50	18,20	20,00	20,50
RadSinc_3	19,50	19,75	18,50	19,75	18,00	20,00	17,50	21,50	17,50	19,00
LEng_5	40,00	41,50	40,00	41,25	40,00	40,20	40,00	41,00	40,00	40,50
RadEng_5	19,75	20,50	19,25	21,00	17,50	21,00	19,50	22,00	17,50	20,75
LSeg_2	5,00	6,25	5,00	6,25	5,00	6,50	5,00	5,10	5,50	6,20
RadSeg_2	22,75	23,50	22,00	23,00	21,00	23,50	23,50	25,00	24,50	25,00

Analizando los valores del factor de seguridad y el área del perfil, obtenidos al optimizar el eje considerando cada una de las marchas por separado (Tabla 8), se puede apreciar que la primera marcha sigue siendo la más restrictiva, seguida por la segunda marcha que arroja resultados menos críticos para configuraciones del eje con menor cantidad de material utilizado. A partir de la tercera marcha, los valores del factor de seguridad obtenidos son más elevados respecto a los de la primera marcha; además, se obtienen para ejes de menor tamaño.

Tabla 8. Rango de valores óptimo en el que se encuentra cada una de las variables de salida de en la primera aproximación a la geometría óptima realizada mediante el modelo tridimensional.

	1ª MARCHA		2ª MARCHA		3ª MARCHA		4ª MARCHA		5ª MARCHA	
	MIN	MAX								
AREA (mm²)	5900	6100	5900	6200	5400	6200	5350	5700	5300	5900
X_min_fat	1,5	2	2,25	4	7	19	14	27	9	15
X_min_dlat	1,25	1,7	1,9	3	8	19	15	23	27	31
X_min_dtor	1,25	1,65	1,5	2,25	4	9	9	17	47	50
ERROR (%)	20	25	18	23	15	20	13	19	12	18

Se evidencia que la cantidad de material sigue disminuyendo respecto a la etapa de optimización anterior. El área del perfil que caracteriza esta cantidad de material disminuye a medida que se aumenta de marcha, tal y como ocurría en el proceso unidimensional; la primera marcha es, pues, la más restrictiva.

El factor de seguridad a fatiga (X_{min_fat}) podría estar subestimándose y deja de ser el factor más restrictivo en el proceso de optimización basado en el modelo tridimensional de elementos finitos. La subestimación de este factor de seguridad se puede deber a que el análisis de fatiga es local y es el más sensible al tratamiento que se hace de los resultados del análisis de elementos finitos. Para compensar la subestimación de este factor se ha implementado el objetivo de maximización sobre el factor de seguridad a fatiga en todas las etapas del proceso.

Se asume que tanto el factor de seguridad por flecha (X_{min_dlat}) como el factor de seguridad a torsión del eje (X_{min_dtor}) son estimados correctamente por la relación inversamente proporcional que hay entre el valor del factor de seguridad y las cargas generadas al engranar cada marcha. El par transmitido por el eje en las marchas más altas es considerablemente inferior que al que transmite la primera marcha. Debido a esto, mientras que en la primera marcha los valores de estos factores de seguridad son los más restrictivos, en la quinta marcha (único piñón del eje secundario) el factor de seguridad más restrictivo es el de fatiga.

En la Tabla 8 puede apreciarse cómo el error de discretización en el modelo disminuye con las cargas aplicadas sobre el eje, ofreciendo los valores de menor error de discretización cuando se engranan las marchas más altas. Independientemente de la marcha engranada, el error de discretización fluctúa alrededor del 20%, mientras que el modelo de referencia ofrecía valores de entre el 5% y el 15% dependiendo de la marcha engranada. Comparando ambos resultados, se puede concluir que los modelos generados siguen encontrándose en el rango de errores contemplado manteniendo el error del modelo por debajo de los márgenes establecidos para los factores de seguridad

Para estipular el rango de valores que se le deberá asignar a cada una de las variables de entrada a la siguiente etapa de la optimización, deberán tenerse en cuenta estas conclusiones acerca de los resultados para las variables de salida.

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos tanto en la primera aproximación, realizada mediante el modelo unidimensional, como los que se han obtenido en este proceso, se puede afirmar con total seguridad que la primera marcha es la más restrictiva para el diseño del eje. Para determinar los rangos óptimos de cada variable de entrada se considerarán principalmente los valores asociados a la optimización de las dos primeras marchas del eje.

No obstante, si los valores de esta variable para el resto de las marchas obtienen resultados menores se podrá considerar ampliar el rango para albergar estos valores mínimos. En caso de que los valores obtenidos para las marchas más altas sean ligeramente menores a los obtenidos en las primeras marchas (caso de “RadEng_1”), se disminuirá el valor mínimo del rango. Si los valores de las marchas altas son considerablemente menores a los de las bajas (caso de “RadEng_2”), se disminuirá ligeramente el rango que establecen las dos primeras marchas del eje, sin incluir los valores mínimos que se obtienen para las marchas altas. Además, se ignorarán aquellas variables que presentan valores pertenecientes al frente de Pareto en todo su rango de valores impuesto.

Basándose en la información provista por los gráficos de evolución y los histogramas, se genera la siguiente Tabla 9 en la que se recogen los rangos óptimos de cada variable de entrada y el rango establecido para ejecutar la siguiente etapa de la optimización.

Tabla 9. Rango de valores óptimo para cada variable de entrada.

RadEng_1		RadEng_2		RadEng_3		RadEng_4		RadEng_5	
MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX
15,00	16,75	18,50	20,50	19,00	20,50	19,00	21,00	19,50	21,00
LEng_1		LEng_2		LEng_3		LEng_4		LEng_5	
MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX
40,00	41,00	40,00	40,50	40,00	41,00	40,00	41,00	40,00	41,50
RadSeg_1		RadSeg_2		RadSinc_1		RadSinc_2		RadSinc_3	
MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX
21,00	22,50	21,50	23,50	20,00	21,50	19,50	20,50	19,50	21,00
LSeg1		LSeg2		Lsinc_1		Lsinc_2		Lsinc_3	
MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX
5,50	6,00	5,00	6,50	17,50	18,00	17,50	19,00	17,50	19,00

5.4. Determinación de la geometría óptima del eje

Para determinar el valor óptimo de cada parámetro geométrico que genere la geometría definitiva, se ejecutará el proceso global de optimización basado en el modelo tridimensional. A pesar de haber restringido este proceso global únicamente a las dos primeras marchas del eje, requiere una gran cantidad de recursos computacionales para ser ejecutado. Debido a ello, se realizarán 1500 iteraciones en busca de la configuración óptima para el eje (duración aproximada de 20 h).

Para obtener la geometría definitiva del eje, se seleccionará el rango en el que varían los valores que pertenecen a los diseños que generan el frente de Pareto, para cada variable de entrada. En la Figura 36 se muestran los diagramas de dispersión comparando el área del perfil con los distintos factores de seguridad; en estos diagramas se aprecia el frente de Pareto. Se seleccionarán únicamente aquellos diseños de dicho frente de Pareto que prioricen la reducción del material utilizado frente al factor de seguridad con el que opera el eje.

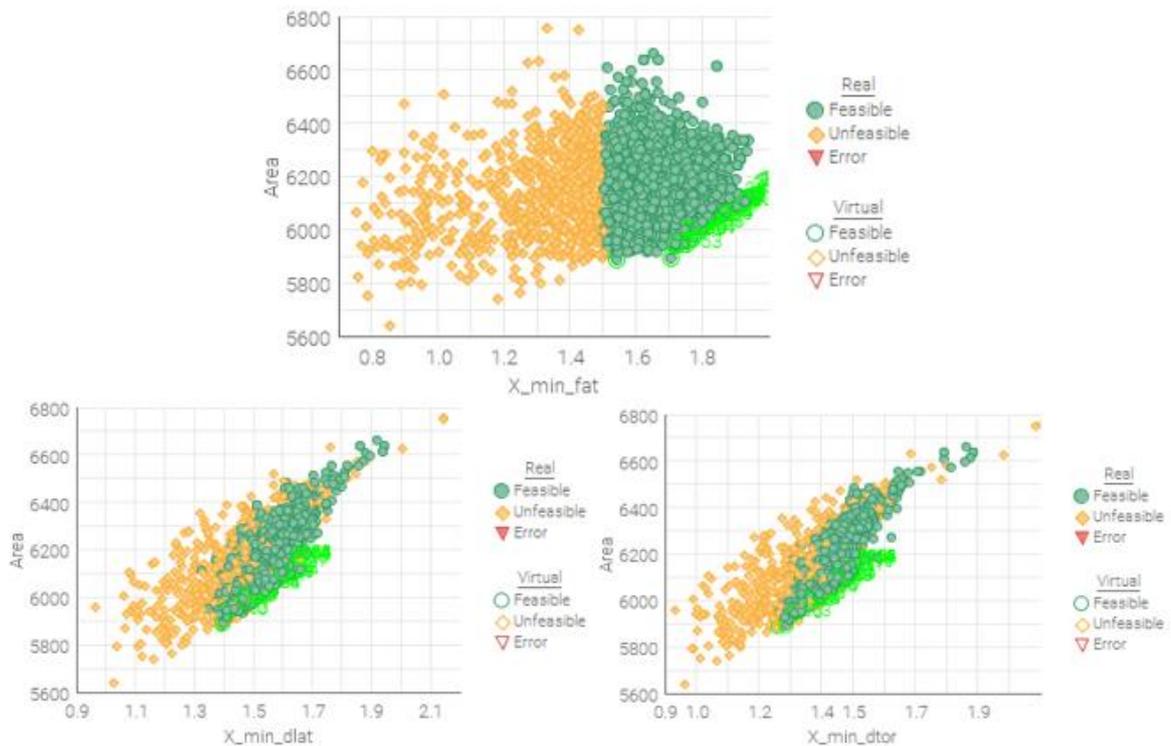


Figura 36. Diagramas de dispersión que evalúan el área del perfil respecto al factor de seguridad a fatiga, por flecha y por torsión, en el proceso de optimización basado en el modelo tridimensional global (gráficas realizadas para la primera marcha). Arriba: diagrama de dispersión área-factor de seguridad a fatiga, Abajo-Izquierda: diagrama de dispersión área-factor de seguridad por flecha. Abajo-Derecha: diagrama de dispersión área-factor de seguridad por torsión. (Generada mediante modeFRONTIER®)

El rango de valores para cada variable de entrada que define la zona del frente de Pareto en la que se va a centrar la elección del diseño se muestra en la Tabla 10. Se acotará el rango de cada variable de entrada mediante el valor mínimo y máximo que garantiza un uso mínimo de material en el eje, es decir todos aquellos diseños que tienen un área del perfil inferior a 6.000 mm² en la Figura 36.

Tabla 10. Rango de valores perteneciente al frente de Pareto contemplado para cada variable de entrada

RadEng_1		RadEng_2		RadEng_3		RadEng_4		RadEng_5	
MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX
15,00	16,75	18,50	20,50	19,00	20,50	19,00	21,00	19,50	21,00
LEng_1		LEng_2		LEng_3		LEng_4		LEng_5	
MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX
40,00	41,00	40,00	40,50	40,00	41,00	40,00	41,00	40,00	41,50
RadSeg_1		RadSeg_2		RadSinc_1		RadSinc_2		RadSinc_3	
MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX
21,00	22,50	21,50	23,50	19,30	20,75	19,50	20,50	19,50	21,00
LSeg1		LSeg2		Lsinc_1		Lsinc_2		Lsinc_3	
MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX	MIN	MAX
5,50	6,00	5,00	6,50	17,50	18,00	17,50	19,00	17,50	19,00

Se puede apreciar como todos los radios de las secciones, excepto la sección acoplada a la primera marcha y las secciones de seguridad, tienden a centrarse en torno a 20 mm haciendo que el escalonado propuesto sea prácticamente uniforme. Esta tendencia común en todas las secciones se debe a la dirección de propagación de las cargas, impuesta en el anteproyecto y utilizada como una limitación del diseño en este trabajo. Las cargas del eje se transmiten desde el engranaje de la marcha acoplada hasta el piñón de ataque al diferencial, que se encuentra en el extremo más cercano al rodamiento de bolas. Debido a esta dirección de propagación de las cargas, el tramo del eje desde el rodamiento de rodillos hasta la marcha engranada no sufrirá grandes niveles de carga.

De este modo, la sección acoplada a la primera marcha únicamente se verá afectada por las cargas cuando se engrane la propia primera marcha. Al generar una sección rígida para distribuir las cargas adecuadamente sobre el eje, las deformaciones son menores a las que se dan en el caso real permitiendo la minimización de este radio. Se estima que el resultado canónico con esta ordenación de marchas es un eje de sección constante. Se podría mejorar la configuración óptima para el eje si se invirtiese la posición de los engranajes sobre el eje de modo que el engranaje de la primera marcha fuera el más próximo al piñón de ataque al diferencial.

En la Tabla 11 se muestran los valores que adoptan las variables de salida cuando se seleccionan las zonas del frente de Pareto centradas sobre los valores mínimos de material.

Tabla 11. Rango de valores perteneciente al frente de Pareto contemplado para cada variable de salida

	1ª MARCHA		2ª MARCHA	
	MIN	MAX	MIN	MAX
Volumen (mm³)	110000	117000	110000	117000
AREA (mm²)	5800	6000	5800	6000
X_min_fat	1,6	1,8	6	9
X_min_dlat	1,35	1,6	5	7,5
X_min_dtor	1,25	1,5	2,25	3,75
ERROR (%)	25	30	15	23

La tendencia mostrada por todas las variables de salida es la misma que se ha analizado para la etapa anterior del proceso dado que se basa en el mismo modelo de elementos finitos tridimensional que esta etapa. Puede apreciarse cómo los valores del área del perfil estimada se estabilizan respecto a los obtenidos para la primera marcha en la etapa anterior de la optimización.

De entre todo el espectro de valores posibles para cada variable de entrada, van a adoptarse tres especímenes distintos incluidos en este rango para considerar el diseño que minimiza el material utilizado garantizando el correcto funcionamiento de la caja de cambios. Se escogerán tres especímenes distintos de la zona del frente de Pareto cuyos diseños requieren una cantidad mínima de material: dos con el factor de seguridad mínimo (menor cantidad de material) y un espécimen con un factor de seguridad mayor (mayor cantidad de material). Las variables de entrada a los diseños del eje pertenecientes al frente de Pareto que se han escogido se muestra en la Tabla 12., mientras que las variables de salida se presentan en la

Tabla 13.

Tabla 12. Variables de entrada de los tres diseños pertenecientes al frente de Pareto escogidos

Diseño nº1				
RadEng_1	RadEng_2	RadEng_3	RadEng_4	RadEng_5
15,00	19,10	19,00	19,58	19,60
LEng_1	LEng_2	LEng_3	LEng_4	LEng_5
40,45	40,16	40,00	40,02	40,00
RadSeg_1	RadSeg_2	RadSinc_1	RadSinc_2	RadSinc_3
21,37	21,77	20,29	19,90	19,63
LSeg1	LSeg2	Lsinc_1	Lsinc_2	Lsinc_3
5,85	5,00	17,50	17,56	17,56
Diseño nº2				
RadEng_1	RadEng_2	RadEng_3	RadEng_4	RadEng_5
15,13	18,90	19,01	19,48	19,79
LEng_1	LEng_2	LEng_3	LEng_4	LEng_5
40,25	40,16	40,02	40,48	40,11
RadSeg_1	RadSeg_2	RadSinc_1	RadSinc_2	RadSinc_3
21,09	22,54	19,41	19,49	19,99
LSeg1	LSeg2	Lsinc_1	Lsinc_2	Lsinc_3
6,00	5,02	17,60	17,80	17,50
Diseño nº3				
RadEng_1	RadEng_2	RadEng_3	RadEng_4	RadEng_5
15,03	19,74	19,49	19,50	19,58
LEng_1	LEng_2	LEng_3	LEng_4	LEng_5
40,00	40,17	40,00	40,09	40,03
RadSeg_1	RadSeg_2	RadSinc_1	RadSinc_2	RadSinc_3
21,21	22,04	20,71	19,83	20,05
LSeg1	LSeg2	Lsinc_1	Lsinc_2	Lsinc_3
5,80	5,00	17,67	17,59	17,53

Tabla 13. Variables de salida de los tres diseños pertenecientes al frente de Pareto escogidos

	Diseño nº1		Diseño nº2		Diseño nº3	
	1ª MARCHA	2ª MARCHA	1ª MARCHA	2ª MARCHA	1ª MARCHA	2ª MARCHA
Volumen (mm³)	111650	111650	111200	111200	114020	114020
AREA (mm²)	5823	5823	5810	5810	5890	5890
X_min_fat	1,60	10,00	1,70	7,42	1,90	8,20
X_min_dlat	1,35	6,50	1,36	6,85	1,45	7,10
X_min_dtor	1,25	2,70	1,25	2,90	1,40	2,95
ERROR (%)	35	15	25	15	25	15

A la hora de escoger entre los diseños propuestos se priorizará, ante todo, la obtención de un diseño compacto que requiera la menor cantidad de material posible; sin embargo, también se tendrán en consideración los valores del error y factor de seguridad de cada diseño para realizar la elección. De entre los tres diseños propuestos se escoge el segundo por ser el que ofrece unos valores de volumen (material) menores. El tercer diseño es el que requiere una mayor cantidad de material y queda directamente descartado, mientras que el primero utiliza un poco más de material y ofrece valores de coeficiente de seguridad muy próximos al segundo diseño escogido.

Se muestra el modelo en elementos finitos del eje definitivo obtenido tras la optimización realizada en la Figura 37.

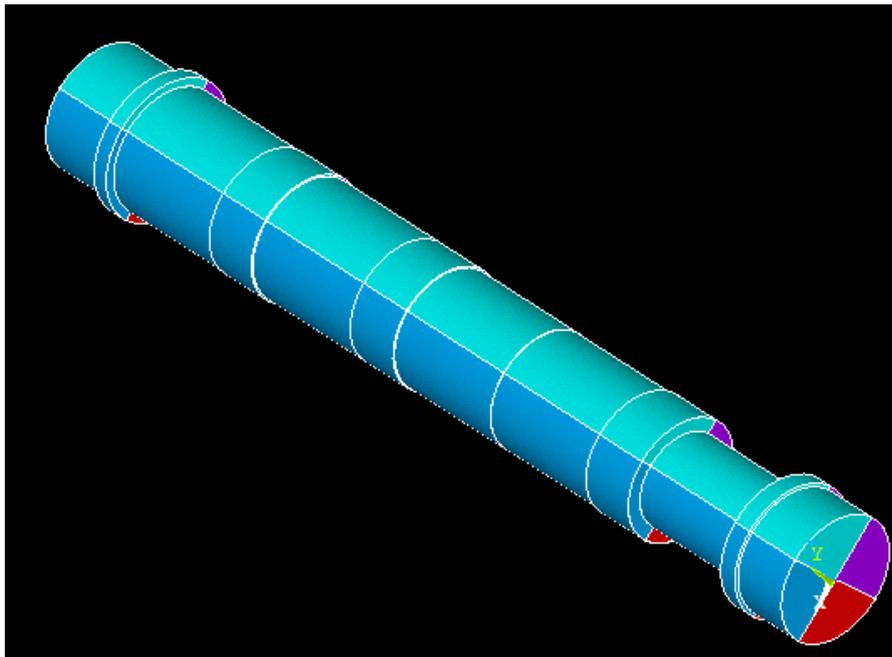


Figura 37. Modelo de elementos finitos del eje secundario definitivo. (Generada en ANSYS®)

Teniendo en cuenta el prediseño del eje, puede concluirse que no se ha llevado a cabo la reducción del material empleado en la fabricación del eje, como se había propuesto. Para determinar el material empleado se ha supuesto que ambos ejes partirán de un tocho cilíndrico que ha de tener 1 mm más de creces en la dirección radial y 35 mm en la dirección axial. De este modo, mientras que el prediseño del eje parte de un tocho cilíndrico de acero F-1155 con un diámetro de 42 mm y 390 mm de longitud con un peso asociado de 3,82 kg; el diseño definitivo obtenido tras la optimización partiría de un tocho cilíndrico de acero F-1155 con un diámetro de 44,5 mm y 340 mm de longitud, lo que supone un peso de 4,14 kg. Es decir, el peso del material en bruto ha aumentado en 0,32kg.

No obstante, el diseño definitivo del eje ha reducido el volumen del eje prediseñado. Se ha realizado un diseño más compacto para el eje disminuyendo su volumen desde 446.106 mm³ hasta 111.200 mm³, suponiendo la reducción de tres cuartas partes del volumen ocupado por el eje. Además, el coeficiente más restrictivo del eje diseñado es el factor de seguridad a torsión con un valor de 1,255, mínimamente por encima del límite marcado (1,5).

6. CONCLUSIÓN

En este trabajo fin de grado, se ha realizado la optimización geométrica del eje secundario de la caja de cambios del PEUGEOT 206 1.6 XS utilizando una metodología de optimización secuencial para aproximarse a la solución definitiva en cada etapa del proceso.

La metodología propuesta es eficiente computacionalmente debido al aumento progresivo de la complejidad de los procesos de optimización utilizados en cada etapa de la secuencia. Esta metodología de optimización es capaz de optimizar cualquier componente mecánico con simetría axial sometido a cargas variables. Además, se considera que ha sido correctamente diseñada porque todas las variables de entrada convergen hacia un valor concreto contenido en la primera aproximación a la geometría del eje. Esta metodología de optimización secuencial tiene potencial aplicación en la industria automotriz para mejorar la eficiencia y reducir los costos de producción

El objetivo del proyecto planteado no se ha cumplido debido a que el diseño definitivo del eje requiere 0,32 kg más de material que el prediseño del que partía el estudio. Se ha demostrado la eficacia del método de elementos finitos para realizar el análisis de un eje sometido a cargas variables haciendo un paralelismo con el análisis estático realizado generando un modelo unidimensional y otro tridimensional.

El resultado obtenido para la geometría del eje es la óptima para las limitaciones impuestas en el proyecto; sin embargo, la ordenación de las distintas marchas, realizada en el anteproyecto, no es la óptima. Esta es la razón por la cual el eje escalonado resultante de la optimización tiene una sección transversal prácticamente uniforme.

El diseño del eje definitivo obtenido tras la optimización disminuye su longitud total cambiando la distancia que hay entre los rodamientos sobre los que se apoya el eje. Así pues, deberá modificarse la carcasa de la caja de cambios del vehículo para poder montar el eje. La nueva carcasa de la caja de cambios será más compacta debido a la modificación de la longitud del eje. Para obtener el nuevo diseño de la caja de cambios, sería necesario realizar una optimización paralela sobre el eje primario de la caja restringiendo su longitud total a la que se ha obtenido para el eje secundario (305,94 mm).

Pueden proponerse tantos trabajos futuros como alternativas de diseño que han sido descartadas por su complejidad o coste computacional.

Respecto al modelo de elementos tridimensional pueden destacarse tres proyectos futuros. Pueden mejorarse los resultados obtenidos para la si se introducen parámetros que permitan el control del nivel de refinamiento del mallado en el proceso de optimización. También es posible aumentar la fiabilidad de los resultados obtenidos si se modeliza el problema de contacto entre el engranaje y el. Y, por último, podrían modelarse los radios de acuerdo entre secciones para generar de manera directa una geometría sin singularidades introducidas artificialmente.

Respecto al proceso de optimización realizado, debería ampliarse el abanico de materiales para considerar materiales con propiedades mecánicas más dispares obteniendo distintas geometrías óptimas. La elección del material utilizado en la fabricación será el que genere la geometría más adecuada a las características de la caja de cambios.

Por último, en la industria automovilística cada vez está más extendida la utilización de ejes de transmisión monolíticos. De este modo, podría considerarse la opción de modelar el eje en elementos finitos como un eje monolítico en el que se incluyan los distintos engranajes realizando la optimización de todo el conjunto.

7. BIBLIOGRAFÍA

- Avilés González, R. (2005). *Análisis de fatiga en máquinas*. Paraninfo.
- Besa González, A. J., & Valero Chuliá, A. J. (2016a). Diseño a fatiga. En *Diseño de máquinas* (pp. 53-111). Universitat Politècnica de València.
- Besa González, A. J., & Valero Chuliá, A. J. (2016b). Rodamientos. En *Diseño de máquinas* (pp. 123-129). Universidad Politécnica de Valencia.
- Besa González, A. J., & Valero Chuliá, A. J. (2016c). Transmisiones engranajes cilíndricos. En *Diseño de máquinas* (pp. 183-245). Universitat Politècnica de València.
- Budynas, R. G., & Nisbett, J. K. (2008a). Ejes, flechas y sus componentes. En *Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley* (9.ª ed., pp. 365-366). Mc Graw Hill.
- Budynas, R. G., & Nisbett, J. K. (2008b). Fallas por fatiga debidas a cargas variables. En *Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley* (9.ª ed., pp. 291-294). Mc Graw Hill.
- Castorani, V., Vita, A., Mandolini, M., & Germani, M. (2017). A CAD-based method for multi-objectives optimization of mechanical products. *CAD Solutions LLC*, 14(5), 563-571. <https://doi.org/10.1080/16864360.2016.1274528>
- ESTECO. (2020). *modeFRONTIER*® [Software] (version 2020R3). Recuperado en <https://engineering.esteco.com/modeFRONTIER/>.
- Gerber, H. (1874). *Bestimmung der zulässigen Spannungen in Eisen-Constructionen - H. Gerber - Google Libros*. Wolf.
- Íñiguez-Macedo, S., Eguia-Camero, I. J., Somovilla-Gómez, F., Lostado-Lorza, R., Corral-Bobadilla, M., & Martínez-Calvo, M. Á. (2017). Shaft fatigue optimization through finite element method and classic fatigue theories. A comparative between theoretical and computational methods. *Conference: The 5th Virtual Multidisciplinary Conference*, 151-156. <https://doi.org/10.18638/quaesti.2017.5.1.332>
- Manson, S. S., & Dolan, T. J. (1966). Thermal Stress and Low Cycle Fatigue. *Journal of Applied Mechanics*, 33(4), 957-957. <https://doi.org/10.1115/1.3625225>
- Murata, T., & Ishibuchi, H. (1995). MOGA: Multi-objective genetic algorithms. *Proceedings of the IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, 289-294.
- Ooi, J. B., Wang, X., Tan, C. S., Ho, J. H., & Lim, Y. P. (2012). Modal and stress analysis of gear train design in portal axle using finite element modeling and simulation. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 26(2), 575-589. <https://doi.org/10.1007/S12206-011-1040-5/METRICS>
- Perez, N. (2004). *Fracture Mechanics*. Springer New York. <https://doi.org/10.1007/B118073>
- Rodríguez Galbarro, H. (s. f.). *Estudio y Clasificación de los Aceros*. Recuperado 19 de mayo de 2023, de <https://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn101.html>

- Ryan, R. (2004). Use Of A Finite Element Stress Analysis Program To Enhance Learning In A Machine Design Course. *2004 Annual Conference*, 10.18260/1-2--13042.
- Schmid, S. R., Hamrock, B. J., & Jacobson, B. O. (2014). Introduction to Materials and Manufacturing. En *Fundamentals of Machine Elements* (Third (SI), pp. 54-83). CRC Press (Taylor & Francis Group).
- Soderberg, C. R. (1930). Factor of Safety and Working Stress. *Trans. ASME*, 52(2), 13-21. <https://doi.org/https://doi.org/10.1115/1.4057307>
- Tavernelli, J. F., & Coffin, L. F. (1962). Experimental support for generalized equation predicting low cycle fatigue. *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*, 84(4), 533-537. <https://doi.org/10.1115/1.3658701>
- Timoshenko, S. P. (1921). LXVI. On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bars. *Philos. Mag.*, 41(245), 744-746. <https://doi.org/https://doi.org/10.1080/14786442108636264>
- Wang, J., Shen, W., Wang, Z., Yao, M., & Zeng, X. (2014). Multi-objective optimization of drive gears for power split device using surrogate models. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 28(6), 2205-2214. <https://doi.org/10.1007/S12206-014-0509-4/METRICS>
- Wöhler, A. (1858). Bericht über die versuche, welche auf der Königl. Niederschlesisch-Märkischen eisenbahn mit apparaten zum messen der biegun und verdrehung von eisenbahnwägen-achsen während der fahrt, angestellt wurden. *Zeitschrift für Bauwesen*, 8, 641-652.
- Wöhler, A. (1870). Ueber die festigkeits-versuche mit eisen und stahl. *Zeitschrift für Bauwesen*, 20, 73-106.
- Zienkiewicz, O. C., & Zhu, J. Z. (1987). A simple error estimator and adaptive procedure for practical engineerng analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 24(2), 337-357. <https://doi.org/10.1002/NME.1620240206>



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

Optimización del eje de salida de una caja de cambios para PEUGEOT 206 1.6 XS

PLANO

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

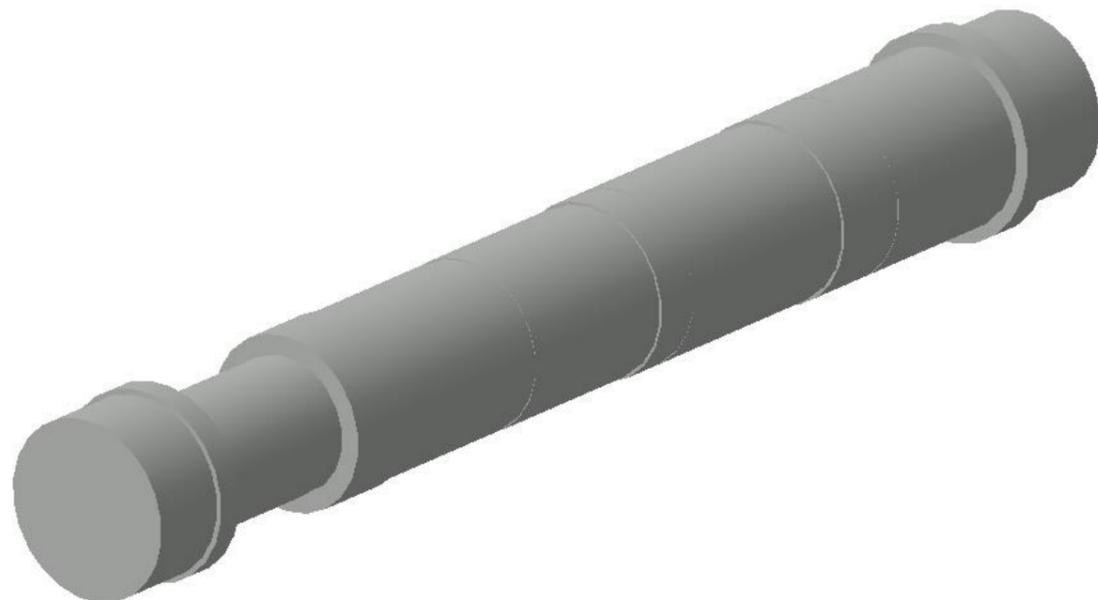
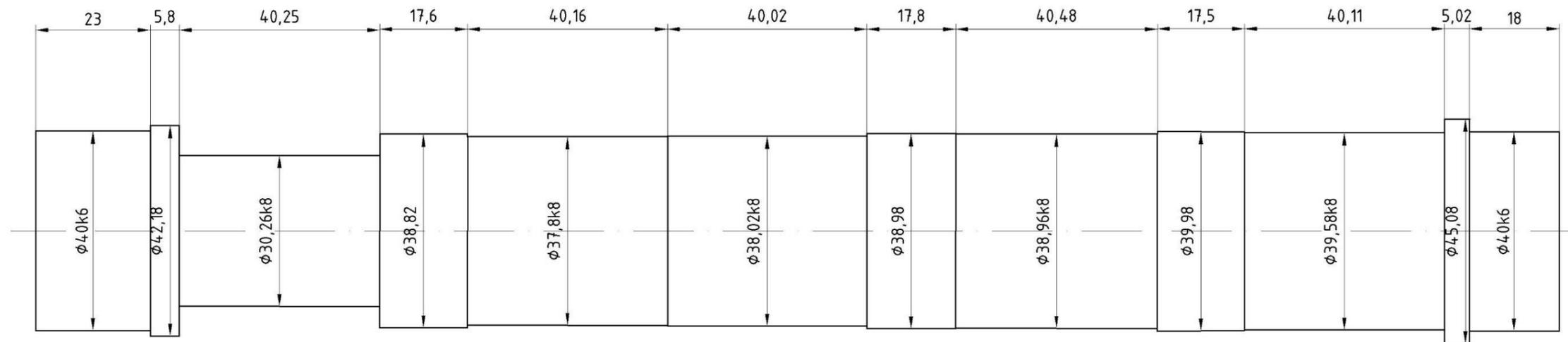
Trabajo Final de Grado en Ingeniería Mecánica

Autor: Urbiola Salvador, Teo

Tutor: Ródenas García, Juan José

Cotutor: Navarro García, Héctor

Curso 2022-2023



	Fecha	Nombre	Firmas	Optimización del eje de salida de una caja de cambios para PEUGEOT 206 1.6 XS
Dibujado	30/07/2023	Teo Urbiola		
Comprobado				
Escala	Eje de Salida			Número 1
1:1				Sustituye a
				Sustituido por



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

Optimización del eje de salida de una caja de cambios para PEUGEOT 206 1.6 XS

PLIEGO DE CONDICIONES

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Trabajo Final de Grado en Ingeniería Mecánica

Autor: Urbiola Salvador, Teo

Tutor: Ródenas García, Juan José

Cotutor: Navarro García, Héctor

Curso 2022-2023

ÍNDICE DEL PLIEGO DE CONDICIONES

1. PROCESO DE OPTIMIZACIÓN DEL EJE.....	65
1.1. Software.....	65
1.2. Hardware.....	65
2. FABRICACIÓN DEL EJE	65
2.1. Características.....	65
2.2. Proceso de fabricación.....	66

ÍNDICE DE TABLAS DEL PLIEGO DE CONDICIONES

Tabla 1. Parámetros geométricos de cada sección del eje optimizado	66
--	----

1. PROCESO DE OPTIMIZACIÓN DEL EJE

1.1. Software

Para analizar el eje mediante el método de elementos finitos ha sido necesario utilizar el programa ANSYS Mechanical APDL®.

Para la interpretación de los resultados obtenidos del modelo de elementos finitos se ha utilizado el MATLAB®.

El programa encargado de buscar el set de parámetros óptimo ha sido el programa de optimización multiobjetivo modeFRONTIER®.

1.2. Hardware

Para utilizar esta serie de programas se ha utilizado un ordenador con las siguientes características:

Procesador: Intel(R) Core(TM) i5-8250U CPU @ 1.60GHz, 1800 Mhz, 4 procesadores principales, 8 procesadores lógicos

Memoria física instalada (RAM) 8,00 GB

Disco Duro: tipo SSD, capacidad: 1TB

Tarjeta gráfica: AMD Radeon™ 530

2. FABRICACIÓN DEL EJE

El eje optimizado obtenido es una preforma del eje que finalmente se instalará en la caja de cambios, en este proyecto no se aborda la fabricación del eje. Sin embargo, se marcarán los requisitos mínimos que debe cumplir la fabricación del eje para que la pieza resultante pueda acoplarse debidamente en la caja de cambios.

2.1. Características

El eje secundario obtenido tras la optimización está fabricado en Acero F-1150, con acabado mecanizado a un 95% de fiabilidad. Las características de este acero son:

-Mecánicas:

-Módulo de Young (E):	210.000 MPa
-Coeficiente de Poisson (γ):	0,3
-Límite de rotura a tracción (Su):	850 MPa
-Límite de fluencia (Sy):	640 MPa
-Alargamiento:	13 %
-Densidad:	7800 kg/m ³

-Composición:

-C:	0,50-0,60 %
-Mn:	0,60-0,90 %
-Si:	0.15-0.40 %

Este eje secundario consta de doce secciones cilíndricas definidas por los radios y longitudes mostradas en la Tabla 14 La rugosidad mínima es común para todas las superficies a mecanizar y se ha estipulado en 1,6.

Para el mecanizado se debe tener en cuenta que en las superficies donde se acoplen los engranajes la tolerancia mínima será de k8 y para las superficies sobre las que se acoplarán los rodamientos una tolerancia k6.

Tabla 14. Parámetros geométricos de cada sección del eje optimizado

RadRod_1	RadEng_1	RadEng_2	RadEng_3	RadEng_4	RadEng_5
20	15,13	18,90	19,01	19,48	19,79
LRod_1	LEng_1	LEng_2	LEng_3	LEng_4	LEng_5
23	40,25	40,16	40,02	40,48	40,11
RadRod_2	RadSeg_1	RadSeg_2	RadSinc_1	RadSinc_2	RadSinc_3
20	21,09	22,54	19,41	19,49	19,99
LRod_2	LSeg1	LSeg2	Lsinc_1	Lsinc_2	Lsinc_3
18	6,00	5,02	17,60	17,80	17,50

2.2. Proceso de fabricación

Se partirá de un tocho cilíndrico de acero F-1155 con medidas mayores al eje, el radio del tocho será mayor a la sección con mayor radio del eje. El tocho de acero será de 45 mm de diámetro y 330 mm de longitud.

En un torno horizontal de control numérico se fija el tocho metálico en un plato de tres garras introduciéndolo 30 mm y se lleva a cabo un torneado-(cilindrado) en desbaste para aproximarse al diámetro de cada sección del eje dejando al menos 0,5 mm de creces. El avance de la operación se configurará para respetar el milímetro de creces también en las caras planas de los cambios de sección; además, el mecanizado comenzará y terminará a 3 mm de los extremos del eje. Tras esta operación se realiza el acabado de la superficie lateral del eje mediante un torneado-(cilindrado) para garantizar las medidas específicas de cada sección del eje con las tolerancias demandadas.

Una vez se ha cilindrado toda la superficie lateral del eje se procede al mecanizado de sus caras extremas. Se procede eliminando las creces de 0,5 mm en el extremo libre mediante un torneado-(refrentado) en acabado. A continuación, se separa la preforma del resto del tocho metálico mediante un torneado-(tronzado) que mecanice una superficie plana 2 mm de las garras del plato de sujeción. Por último, se mecanizará el extremo separado mediante el tronzado fijando el eje por el extremo opuesto y ejecutando un torneado-(refrentado) en acabado.

Por otro lado, deben mecanizarse los chaveteros del eje. El eje se sujetará con un plato de tres garras en una fresadora vertical y se llevará a cabo un fresado frontal-periférico-(general) primero en desbaste y después en acabado para tallar la forma de los cinco chaveteros.

Finalmente, se deberá efectuar un rectificado-(cilindro exterior) con una tolerancia de k6 en las superficies donde se acoplan los rodamientos.



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

Optimización del eje de salida de una caja de cambios para PEUGEOT 206 1.6 XS

PRESUPUESTO

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Trabajo Final de Grado en Ingeniería Mecánica

Autor: Urbiola Salvador, Teo

Tutor: Ródenas García, Juan José

Cotutor: Navarro García, Héctor

Curso 2022-2023

ÍNDICE DEL PRESUPUESTO

- 1. PRESEPUESO DEL PROYECTO DE OPTIMIZACIÓN 68
- 2. PRESUPUESTO DE CONTRATA 69

ÍNDICE DE TABLAS DEL PRESUPUESTO

Tabla 1. Tabla de amortización de los productos informáticos.	68
Tabla 2. Presupuesto de ejecución del proyecto de optimización.	69
Tabla 3. Presupuesto de contrata del proyecto de optimización.	69

1. PRESEPUUESTO DEL PROYECTO DE OPTIMIZACIÓN

En esta partida presupuestaria se reflejarán los gastos asociados al proceso de optimización del eje secundario definidos por el ordenador utilizado y las licencias de software requeridas. Estos gastos son:

-Coste de amortización del ordenador utilizado. Se trata de un ordenador personal cuyo coste supuso 900,00€. Se impondrá un periodo de amortización de cuatro años limitado al horario laboral, suponiendo 252 días laborables en un año y una jornada de 8 horas diaria.

-Coste de amortización licencia ANSYS®. La licencia anual del software de elementos finitos se puede estimar en 5000,00€. El periodo de amortización de esta licencia se considerará de un año, suponiendo que funciona 8 horas diarias independientemente de que sea laboral o festivo.

-Coste de amortización licencia MATLAB®. Se puede adquirir la versión Standard de MATLAB por 860,00€ anuales. Se considera que se utiliza el mismo número de horas que ANSYS, 8 diarias los 365 días del año.

-Coste de amortización licencia modeFRONTIER®. Se estima el valor de la licencia anual de modeFrontier en 2000,00€ anuales. Este software podrá ser utilizado en días festivos y durante el horario nocturno mientras está optimizando, por lo que su periodo de amortización se considerará de un año a 12 horas diarias.

-Coste de amortización licencia Windows 10. El sistema operativo de Windows posee una licencia para cada ordenador valorada en 130,00€. El periodo de amortización impuesto será el mismo que para el ordenador (cuatro años laborables).

-Coste de amortización Microsoft 365. Se escoge el plan más barato para una empresa impuesto en 7,50€ por mes y empleado. Su período de amortización se limitará a las horas laborables de un año.

Tabla 15. Tabla de amortización de los productos informáticos.

Ref.	Objeto	Coste	Amortización (años)	Horas útiles	Precio unitario (€/h)
	HARDWARE				
H1	Ordenador- Personal	900,00 €	4	8064	0,11 €
	SOFTWARE				
S1	ANSYS®	5.000,00 €	1	2920	1,71 €
S2	MATLAB®-Standard	860,00 €	1	2920	0,29 €
S3	modeFRONTIER®	2.000,00 €	1	4380	0,46 €
S4	Windows 10- Personal	130,00 €	4	8064	0,02 €
S5	Microsoft 365-Empresa	90,00 €	1	1612,8	0,06 €

Habiendo establecido el precio unitario asociado a cada producto utilizado en la optimización, se calculará la partida presupuestaria del proceso de optimización del eje secundario teniendo en cuenta: el tiempo que limita un TFG (300 horas); el tiempo de computación aproximado para realizar la optimización (150 horas); el tiempo que transcurre en cada nodo del proceso (80% en ANSYS y 20% en MATLAB) y el tiempo utilizado en la generación de los modelos (5 horas tanto para ANSYS como para MATLAB).

Tabla 16. Presupuesto de ejecución del proyecto de optimización.

Ref.	Descripción	Unidades	Cantidad	Precio Unitario (€/ud)	Precio Total (€)
P1	Proceso de optimización del eje secundario utilizando herramientas CAE	ud.	1,00	3.939,53 €	3.939,53 €
	HARDWARE				
H1	Ordenador	h	300,00	0,11 €	33,48 €
	SOFTWARE				
S1	ANSYS®	h	125,00	1,71 €	214,04 €
S2	MATLAB®	h	35,00	0,29 €	10,31 €
S3	modeFRONTIER®	h	150,00	0,46 €	68,49 €
S4	Windows 10	h	300,00	0,02 €	4,84 €
S5	Microsoft 365	h	150,00	0,06 €	8,37 €
	MANO DE OBRA				
MO1	Ingeniero técnico superior	h	300,00	12,00 €	3.600,00 €

El coste del proceso de optimización del eje secundario utilizando distintas herramientas CAE asciende a 3939,53 € (TRES MIL NUEVE CIENTOS TREINTA Y NUEVE CON CINCUENTA Y TRES EUROS).

2. PRESUPUESTO DE CONTRATA

Tabla 17. Presupuesto de contrata del proyecto de optimización.

Ref.	Descripción	Unidades	Cantidad	Precio Unitario (€/ud)	Precio Total (€)
P1	Proceso de optimización del eje secundario utilizando herramientas CAE	ud.	1	3.939,53 €	3.939,53 €
PP1	Presupuesto de ejecución del proyecto	ud.	1	3.939,53 €	3.939,53 €
CI	Costes Indirectos	%	2		78,79 €
IVA	Impuesto del valor añadido	%	21		827,30 €
COSTE TOTAL DEL PROYECTO					4.845,62 €

El coste total asociado a la contrata del proyecto es de 4845,62€ (CUATRO MIL OCHO CIENTOS CUARENTA Y CINCO CON SESENTA Y DOS EUROS)



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

Optimización del eje de salida de una caja de cambios para PEUGEOT 206 1.6 XS

ANEXO I: DESARROLLO DE LAS SOLUCIONES ADOPTADAS

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Trabajo Final de Grado en Ingeniería Mecánica

Autor: Urbiola Salvador, Teo

Tutor: Ródenas García, Juan José

Cotutor: Navarro García, Héctor

Curso 2022-2023

ÍNDICE DEL ANEXO I

1. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS.....	71
1.1. Geometría	71
1.1.1. Modelo unidimensional.....	72
1.1.2. Modelo tridimensional	74
1.2. Mallado.....	77
1.2.1. Modelo unidimensional.....	77
1.2.2. Modelo tridimensional	78
1.3. Condiciones de contorno.....	79
1.3.1. Modelo unidimensional.....	79
1.3.1.1. Aplicación de las fuerzas	80
1.3.1.2. Apoyos, grados de libertad restringidos	82
1.3.2. Modelo tridimensional	83
1.3.2.1. Aplicación de fuerzas	83
1.3.2.2. Apoyos, grados de libertad restringidos	87
2. INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS	90
2.1. Extracción y lectura de los resultados.....	90
2.1.1. Extracción de datos de ANSYS®	90
2.1.2. Carga de las tablas en MATLAB®	93
2.1.3. Tratamiento de las tablas en MATLAB®	97
2.2. Cálculo del coeficiente de seguridad	101
2.2.1. Diseño a fatiga	101
2.2.1.1. Caso unidimensional	105
2.2.1.2. Caso tridimensional.....	109
2.2.2. Método de la rigidez lateral	115
2.2.3. Método de la rigidez torsional	116
3. OPTIMIZACIÓN	119
3.1. Diseño del proceso de optimización	120
3.1.1. Configuración del nodo ANSYS®	120
3.1.1.1. Variables de entrada	121
3.1.1.2. Variables de salida	123
3.1.2. Configuración del nodo MATLAB®	126
3.1.2.1. Variables de entrada	127
3.1.2.2. Variables de salida	130
3.2. Procesos de optimización	132
3.2.1. Optimización unidimensional para cada marcha	133
3.2.2. Optimización tridimensional de cada marcha	134
3.2.3. Optimización tridimensional para todas las marchas	135

ÍNDICE DE FIGURAS DEL ANEXO I

Figura 1. Representación del eje con un radio distinto en sus doce secciones contiguas. ...	72
Figura 2. Modelo geométrico unidimensional mallado con elementos tipo BEAM.	74
Figura 3. Numeración de los puntos del perfil del eje que deben ser modelados en el entorno de ANSYS® ..	75
Figura 4. Área que describe el perfil modelado del eje con sus líneas numeradas.	76
Figura 5. Comparativa entre dos modelos del eje revolucionados en 4 y 7 volúmenes	77
Figura 6. Representación gráfica de las fuerzas de transmisión aplicada sobre el punto de contacto entre engranajes y fuerzas transportadas al punto medio de la línea representativa	81
Figura 7: Representación gráfica de las fuerzas de transmisión aplicada sobre el punto de contacto entre engranajes y las fuerzas transportadas al punto de acoplamiento eje-engranaje.....	84
Figura 8. Archivo “TT_1D.output” que alberga la tabla de tensiones unidimensional generada mediante el comando PRESOL.	96
Figura 9. Diagrama de fatiga en el que se comparan las rectas definidas por los criterios de falla por fatiga. En este diagrama el eje de abscisas corresponde al esfuerzo alternante y el eje de ordenadas el esfuerzo medio	102
Figura 10. Definición gráfica de la tensión estática equivalente a partir de los valores de tensión media y alternante	103
Figura 11. Representación del campo de tensiones en la dirección XY del modelo, de una sección transversal cualquiera con puntos marcados para ilustrar el paralelismo que se está haciendo entre el caso estático y el dinámico.	110
Figura 12: Caracterización de la búsqueda de elementos en secciones anulares. Cada una de las secciones anulares tiene un ancho de “2·dz” y un espesor de aro de “2·dr”.	112
Figura 13. Croquis del desplazamiento angular de un punto P que inicialmente se encuentra en P1 y se desplaza hasta P2 describiendo un ángulo de torsión θ . Las pendientes de las rectas que unen el punto P1 y P2 con el punto central de la sección son m_1 y m_2	119
Figura 14: Declaración de las variables de entrada al nodo “EasyDriver” de ANSYS® en el software de optimización modeFRONTIER®.	121
Figura 15. Selección de la posición de los valores de las variables internas del nodo “Easy Driver” de ANSYS® en la macro encargada de ejecutar el análisis de elementos finitos. ...	121
Figura 16. Relación entre las variables internas del nodo “Easy Driver” de ANSYS® con sus correspondientes variables de entrada en modeFRONTIER®	122
Figura 17. Declaración de las variables de entrada al nodo “EasyDriver” de ANSYS® en el software de optimización modeFRONTIER®.	122
Figura 18. Relación entre las variables internas del nodo “Easy Driver” de ANSYS® con sus correspondientes variables de entrada en modeFRONTIER®	123
Figura 19. Lectura de la variable interna del nodo “Easy Driver” de ANSYS®: “Current Working Directory” para almacenar el directorio de trabajo	124
Figura 20. Lectura de la variable de interna del nodo “Easy Driver” de ANSYS®: “AREA” para registrar el valor del área del perfil. Se aprecia el anclaje que indica la ubicación de este dato.....	125
Figura 21: Relación entre las variables internas del nodo “Easy Driver” de ANSYS® con sus correspondientes variables de salida en modeFRONTIER®.	125

Figura 22. Conectividad entre el nodo “Easy Driver” de ANSYS® y el nodo “MATLAB® Node” mediante la variable de salida del primer nodo “Working_Directory” que será el dato de entrada para el segundo	126
Figura 23. Objetivo de minimización impuesto sobre el área del perfil del eje y su configuración.....	126
Figura 24. Variables de salida declaradas en modeFRONTIER® para el caso tridimensional. De izquierda a derecha almacenan los valores del factor de seguridad (a fatiga, rigidez lateral y torsional) y el error de discretización.....	130
Figura 25. Restricciones impuestas sobre las variables de salida (factor de seguridad).. ...	132
Figura 26. Flujo de trabajo para el proceso de optimización basado en el modelo unidimensional de elementos finitos que calcula el área del modelo en un nodo independiente de MATLAB®.	133
Figura 27. Flujo de trabajo para el proceso de optimización basado en el modelo unidimensional de elementos finitos que calcula el área del modelo y verifica su resistencia en el mismo nodo de MATLAB®.	134
Figura 28. Flujo de trabajo para el proceso de optimización basado en el modelo tridimensional de elementos finitos que extrae el área del modelo desde el nodo “Easy Driver” de ANSYS®.....	135
Figura 29. Flujo de trabajo para el proceso de optimización basado en el modelo tridimensional de elementos finitos que calcula el área del modelo mediante un nodo independiente de MATLAB®.	135
Figura 30. Flujo de trabajo del proceso de optimización global basado en el modelo tridimensional de elementos finitos, para la primera y la segunda marcha.	136

ÍNDICE DE TABLAS DEL ANEXO I

Tabla 1. Número identificador de las áreas que forman las superficies laterales de las secciones acopladas a los engranajes en el modelo tridimensional del eje.....	86
Tabla 2: Número identificador de las áreas que forman la superficie lateral de los rodamientos en el modelo tridimensional del eje.	88
Tabla 3: Número identificador de las áreas que forman la cara plana contigua al rodamiento de bolas en el modelo tridimensional del eje.	89
Tabla 4. Número identificador de los keypoints que delimitan las secciones acopladas a los rodamientos para el caso unidimensional y tridimensional.	98
Tabla 5. Número identificador de los keypoints que delimitan las secciones acopladas a los engranajes para el caso unidimensional y tridimensional.	99

1. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

El software de elementos finitos ANSYS® está preparado para resolver distintos tipos de problemas como estructurales, térmicos, magnéticos, de fluidos, etc. No obstante, las únicas condiciones de contorno conocidas para el eje son las fuerzas ejercidas por los engranajes y las restricciones de movimiento que imponen los rodamientos, ambas de naturaleza estructural. Para este modelo del eje se necesita llevar a cabo un análisis estático que calcule las tensiones y deformaciones que sufre el eje sometido a estas condiciones. De este modo, el único módulo que debe ser habilitado en el análisis de elementos finitos que va a llevar a cabo ANSYS® es el que se encarga del análisis estructural de los elementos finitos; esto se hace mediante el comando “KEYW” tal y como se muestra a continuación:

```
KEYW, PR_SET, 1
KEYW, PR_STRUC, 1
KEYW, PR_THERM, 0
KEYW, PR_FLUID, 0
KEYW, PR_ELMAG, 0
KEYW, MAGNOD, 0
KEYW, MAGEDG, 0
KEYW, MAGHFE, 0
KEYW, MAGELC, 0
KEYW, PR_MULTI, 0
/GO
```

Por último, es necesario declarar el material con el que se va a mallar la geometría del eje para que se calculen las tensiones y deformaciones a las que se ve sometido al eje en consecuencia del material utilizado. A pesar de que se plantea la posibilidad de variar el material a lo largo del proceso de optimización, el abanico de materiales contemplado se limita a distintos tipos de acero. El acero es un material isótropo cuyo módulo de Young es 210.000 N/mm² y el coeficiente de Poisson se considera 0,3 para cualquier tipo de acero. El módulo de Young y el coeficiente de Poisson son las únicas dos características necesarias para declarar un material isótropo en ANSYS®. Se hace mediante los comandos “MPTEMP” declarando el material y “MPDATA” especificando las características de este material:

```
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP, 1, 0
MPDATA, EX, 1, , 2.1E+11
MPDATA, PRXY, 1, , 0.3
```

1.1. Geometría

La geometría que debe ser plasmada en el modelo de elementos finitos es la de un eje escalonado, con cada una de sus secciones cilíndricas definidas por su longitud “Li” y radio “Radi”. Teniendo en cuenta que la geometría definida tendrá que ser modificada mediante estos dos parámetros por el software de optimización, en este apartado se va a obviar el modelaje de los chaveteros en las secciones acopladas con los engranajes de las marchas,

simplificando la geometría para que todas las secciones del eje sean cilindros definidos por su altura y radio (Figura 38).

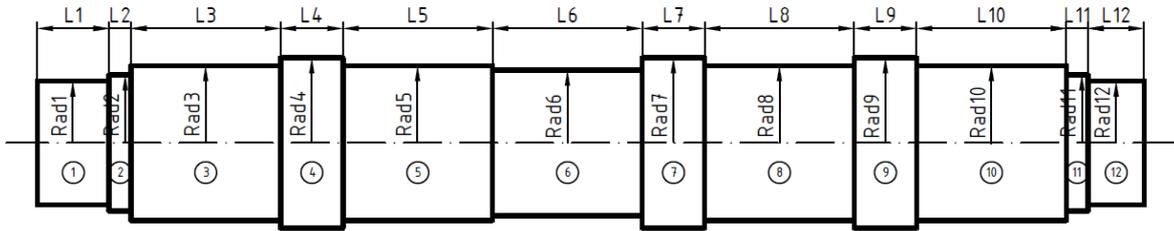


Figura 38. Representación del eje con un radio distinto en sus doce secciones contiguas. (Generada en AutoCAD®)

Las variables geométricas necesarias para generar el eje son tanto los radios como las longitudes de las doce secciones del eje. De entre estos radios y longitudes los únicos que se mantendrán estables durante la optimización son los correspondientes a los rodamientos cuyo radio debe ser de 20 mm y la longitud será $L_1=18\text{mm}$ para el rodamiento de rodillos y $L_2=23\text{mm}$ para el rodamiento de bolas. Para este modelo serán declaradas con magnitudes significativas que delimiten las doce secciones del eje con radios distintos entre las secciones adyacentes.

$Rad1=0.04/2$	$Rad7=0.05/2$
$L1=0.018$	$L7=0.02$
$Rad2=0.0425/2$	$Rad8=0.045/2$
$L2=0.007$	$L8=0.048$
$Rad3=0.045/2$	$Rad9=0.05/2$
$L3=0.048$	$L9=0.02$
$Rad4=0.05/2$	$Rad10=0.045/2$
$L4=0.02$	$L10=0.048$
$Rad5=0.0475/2$	$Rad11=0.0425/2$
$L5=0.048$	$L11=0.007$
$Rad6=0.045/2$	$Rad12=0.04/2$
$L6=0.048$	$L12=0.023$

1.1.1. Modelo unidimensional

Los elementos de tipo BEAM se caracterizan por tratarse de elementos unidimensionales que requieren de una sección transversal asociada, así como de una línea a modo de guía que se utiliza para propagar esta sección a lo largo de la única dimensión del modelo. Este es el método utilizado en elementos finitos para simplificar problemas tridimensionales básicos representándolos mediante una sola dimensión. A continuación, se procederá a describir cómo se han de implementar este tipo de elementos en el software para que el modelo geométrico resultante sea equivalente a la geometría del eje.

Para poder generar el eje con doce secciones de dimensiones cambiantes deberán generarse doce elementos tipo BEAM distintos, uno por cada sección del eje. La sección transversal de cada uno de estos elementos será de forma circular. El radio de esta sección transversal circular será igual al del cilindro de la sección a la que representa. Para generar el modelo completo del eje se deberá modelar una línea recta por cada sección. La longitud de esta recta debe coincidir con la altura de la sección cilíndrica correspondiente. Al mallar las

doce líneas generadas con sus correspondientes doce elementos se obtendrá el modelo unidimensional para representar el eje.

Los elementos tipo BEAM que deben generarse se definen por su sección transversal en forma circular, cuyo único parámetro definitorio es el radio de la sección a la que representa. Para generar un elemento tipo BEAM de estas características es necesaria la consecución de tres comandos: SECTYPE, para definir el tipo de sección transversal asociada que tendrá el elemento; SECOFFSET, utilizado para ubicar el punto de la sección transversal que a su vez se encuentra situado sobre la guía unidimensional del modelo y SECDATA, comando en el que se introducen los valores de los parámetros definitorios de la sección:

```

SECTYPE, 1, BEAM, CSOLID, , 0    SECTYPE, 7, BEAM, CSOLID, , 0
SECOFFSET, CENT                   SECOFFSET, CENT
SECDATA, Rad1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0    SECDATA, Rad7, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
SECTYPE, 2, BEAM, CSOLID, , 0    SECTYPE, 8, BEAM, CSOLID, , 0
SECOFFSET, CENT                   SECOFFSET, CENT
SECDATA, Rad2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0    SECDATA, Rad8, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
SECTYPE, 3, BEAM, CSOLID, , 0    SECTYPE, 9, BEAM, CSOLID, , 0
SECOFFSET, CENT                   SECOFFSET, CENT
SECDATA, Rad3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0    SECDATA, Rad9, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
SECTYPE, 4, BEAM, CSOLID, , 0    SECTYPE, 10, BEAM, CSOLID, , 0
SECOFFSET, CENT                   SECOFFSET, CENT
SECDATA, Rad4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0    SECDATA, Rad10, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
SECTYPE, 5, BEAM, CSOLID, , 0    SECTYPE, 11, BEAM, CSOLID, , 0
SECOFFSET, CENT                   SECOFFSET, CENT
SECDATA, Rad5, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0    SECDATA, Rad11, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
SECTYPE, 6, BEAM, CSOLID, , 0    SECTYPE, 12, BEAM, CSOLID, , 0
SECOFFSET, CENT                   SECOFFSET, CENT
SECDATA, Rad6, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0    SECDATA, Rad12, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0

```

Una vez definidas las secciones transversales asociadas a los elementos, se deben modelar las doce líneas rectas que representarán el eje de revolución de cada una de las doce secciones cilíndricas del eje secundario. El método seguido para generar estas líneas rectas será definir los puntos extremos de cada línea y acto seguido unirlos mediante una recta. La generación de los puntos se hará mediante sus coordenadas cartesianas, usando el comando K:

```

K, 1, , , ,
K, 2, , , , L1,
K, 3, , , , L1+L2,
K, 4, , , , L1+L2+L3,
K, 5, , , , L1+L2+L3+L4,
K, 6, , , , L1+L2+L3+L4+L5,
K, 7, , , , L1+L2+L3+L4+L5+L6,
K, 8, , , , L1+L2+L3+L4+L5+L6+L7,
K, 9, , , , L7t+L8,
K, 10, , , , L7t+L8+L9,
K, 11, , , , L7t+L8+L9+L10,
K, 12, , , , L7t+L8+L9+L10+L11,
K, 13, , , , L7t+L8+L9+L10+L11+L12,

```

En este caso, los puntos han sido ubicados a lo largo del eje Z del espacio de trabajo, no obstante, cualquier eje habría servido de la misma manera. Se ha añadido el parámetro

L7t que es igual a la suma de las longitudes desde 1 hasta 7, es decir: $L7t=L1+L2+L3+L4+L5+L6+L7$.

Una vez se dispone de los 13 puntos extremos que limitan las líneas que se desean conformar estas se crearán mediante el comando LSTR:

LSTR,	1,	2	LSTR,	7,	8
LSTR,	2,	3	LSTR,	8,	9
LSTR,	3,	4	LSTR,	9,	10
LSTR,	4,	5	LSTR,	10,	11
LSTR,	5,	6	LSTR,	11,	12
LSTR,	6,	7	LSTR,	12,	13

El modelo geométrico obtenido mediante este método será una geometría unidimensional simplificada en el que cada línea del modelo (de longitud “Li”), esté mallada con el elemento tipo BEAM correspondiente (con una sección circular asociada de radio “Radi”) para simular el comportamiento de cada sección “i” del eje. El parámetro “i” es cualquier valor entero entre 1 y 12 (ambos incluidos). La Figura 39 ilustra la geometría que resulta con 13 puntos y 12 líneas numeradas que están malladas por el elemento tipo BEAM correspondiente.

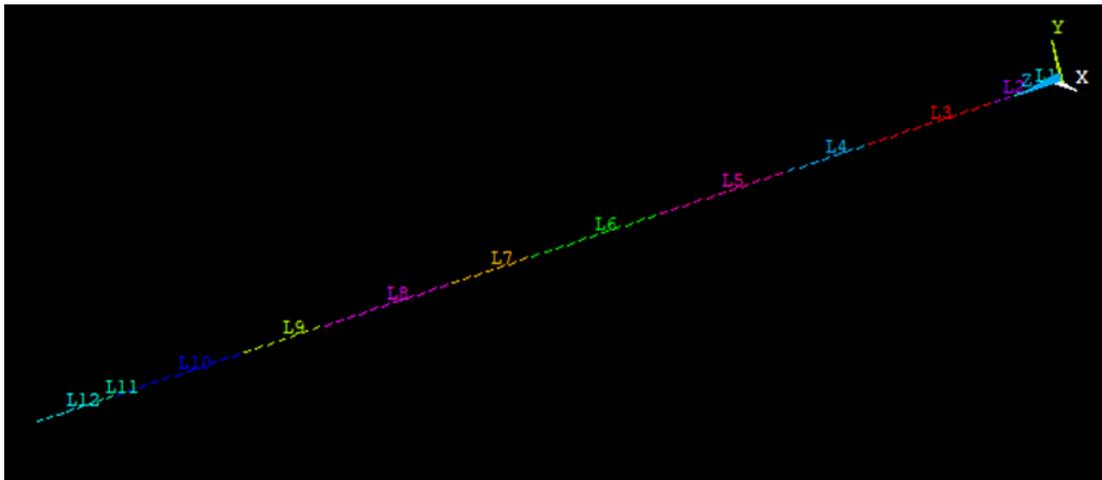


Figura 39. Modelo geométrico unidimensional mallado con elementos tipo BEAM. (Generada en ANSYS®)

1.1.2. Modelo tridimensional

Dado que la geometría tridimensional del eje secundario de la caja de velocidades se trata de una figura de revolución se puede modelar la geometría definiendo el perfil del eje para poder llevar a cabo una revolución de este perfil. La secuencia de trabajo necesaria para generar el perfil del eje y a continuación revolucionarlo en ANSYS® es: en primer lugar, definir los puntos que delimitan el perfil del eje; seguidamente, unir los puntos creados mediante líneas rectas; a continuación, se genera un área delimitada por el perfil cerrado que describen las líneas y, por último, se le aplica una revolución a esta área dando como resultado la geometría deseada.

Así pues, el primer paso será definir el perfil del eje, únicamente tendrá que modelarse la mitad inferior o superior del perfil para revolucionarla en torno al eje de simetría confeccionando el volumen. Para empezar con la generación del perfil del eje se ubicarán los puntos extremos de cada sección introduciendo directamente sus coordenadas

cartesianas. En la siguiente Figura 40 se resaltan todos los puntos que deben plasmarse en ANSYS® para generar el perfil del eje.

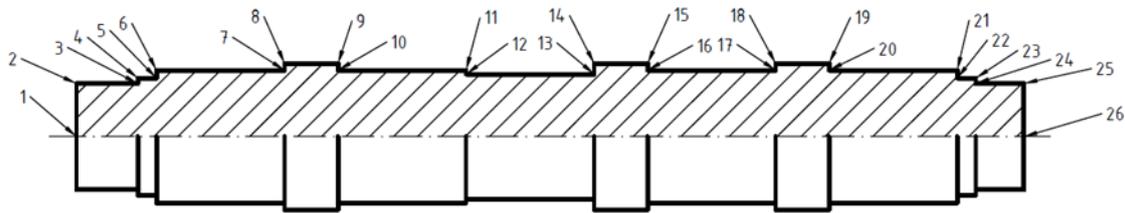


Figura 40. Numeración de los puntos del perfil del eje que deben ser modelados en el entorno de ANSYS®. (Generada en AutoCAD®).

Para declarar estos puntos en el entorno de ANSYS® se introducirán sus coordenadas cartesianas mediante el comando “K”, todos los puntos se ubicarán en el plano YZ para posteriormente realizar la revolución en torno al eje Z. Los puntos se ubican sobre este plano generando un eje cuya dirección axial coincide con el eje Z y las direcciones X e Y en el modelo se corresponderán con las direcciones transversales del eje.

El eje se ubica de esta forma en el modelo para poder realizar un cambio a las coordenadas cilíndricas configuradas por defecto en ANSYS® sin realizar ningún cambio sobre el modelo. En estas coordenadas cilíndricas se establece que la coordenada axial coincide con la dirección Z del modelo en coordenadas cartesianas. De este modo, es necesario declarar los puntos del perfil en el plano XZ o en el YZ; de modo que la dirección axial del eje siempre coincida con la dirección Z en coordenadas cartesianas:

K, 1, , , ,	K, 14, , Rad7, L1+L2+L3+L4+L5+L6,
K, 2, , Rad1, ,	K, 15, , Rad7, L7t,
K, 3, , Rad1, L1,	K, 16, , Rad8, L7t,
K, 4, , Rad2, L1,	K, 17, , Rad8, L7t+L8,
K, 5, , Rad2, L1+L2,	K, 18, , Rad9, L7t+L8,
K, 6, , Rad3, L1+L2,	K, 19, , Rad9, L7t+L8+L9,
K, 7, , Rad3, L1+L2+L3,	K, 20, , Rad10, L7t+L8+L9,
K, 8, , Rad4, L1+L2+L3,	K, 21, , Rad10, L7t+L8+L9+L10,
K, 9, , Rad4, L1+L2+L3+L4,	K, 22, , Rad11, L7t+L8+L9+L10,
K, 10, , Rad5, L1+L2+L3+L4,	K, 23, , Rad11, L7t+L8+L9+L10+L11,
K, 11, , Rad5, L1+L2+L3+L4+L5,	K, 24, , Rad12, L7t+L8+L9+L10+L11,
K, 12, , Rad6, L1+L2+L3+L4+L5,	K, 25, , Rad12, L7t+L8+L9+L10+L11+L12,
K, 13, , Rad6, L1+L2+L3+L4+L5+L6,	K, 26, , L7t+L8+L9+L10+L11+L12,

Tras crearse los 26 puntos visibles en la Figura 40 mediante el comando “K” deben ser unidos mediante líneas rectas. Así pues, se procederá uniendo todos los puntos sucesivamente mediante líneas rectas con el comando “LSTR”, al llegar al último punto, el nº26 en la Figura 40 deberá unirse con el punto nº1 para generar el perfil cerrado:

LSTR,	1,	2	LSTR,	14,	15
LSTR,	2,	3	LSTR,	15,	16

LSTR,	3,	4	LSTR,	16,	17
LSTR,	4,	5	LSTR,	17,	18
LSTR,	5,	6	LSTR,	18,	19
LSTR,	6,	7	LSTR,	19,	20
LSTR,	7,	8	LSTR,	20,	21
LSTR,	8,	9	LSTR,	21,	22
LSTR,	9,	10	LSTR,	22,	23
LSTR,	10,	11	LSTR,	23,	24
LSTR,	11,	12	LSTR,	24,	25
LSTR,	12,	13	LSTR,	25,	26
LSTR,	13,	14	LSTR,	26,	1

Todas las líneas creadas describen un perfil cerrado, pero para poder ser revolucionado por ANSYS® se requiere un área; debido a esto, se crea un área delimitada por todas las rectas generadas mediante el comando “AL”, utilizado para crear áreas delimitadas por líneas que describen un perfil cerrado.

Una vez se han seleccionado todas las líneas que forman el perfil cerrado que delimita el área a crear, el modo de introducir este conjunto de líneas en el comando “AL” es introduciendo la etiqueta P51X que contiene todas las líneas seleccionadas mediante el comando “FLST”:

```

FLST,2,26,4 FITEM,2,7 FITEM,2,14 FITEM,2,21
FITEM,2,1 FITEM,2,8 FITEM,2,15 FITEM,2,22
FITEM,2,2 FITEM,2,9 FITEM,2,16 FITEM,2,23
FITEM,2,3 FITEM,2,10 FITEM,2,17 FITEM,2,24
FITEM,2,4 FITEM,2,11 FITEM,2,18 FITEM,2,25
FITEM,2,5 FITEM,2,12 FITEM,2,19 FITEM,2,26
FITEM,2,6 FITEM,2,13 FITEM,2,20 AL,P51X

```

En la Figura 41 se representa el perfil a revolucionar fruto de seguir la secuencia de órdenes citadas en el programa.

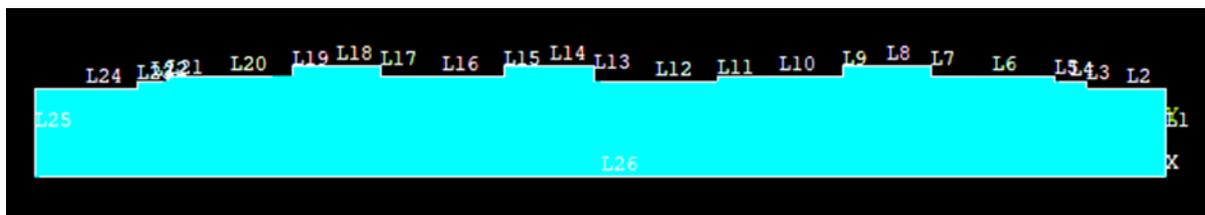


Figura 41. Área que describe el perfil modelado del eje con sus líneas numeradas. (Generada en ANSYS®)

Una vez se dispone del área, lo único que resta por hacer es revolucionarla respecto a su eje para obtener el volumen del eje secundario de la caja de cambios deseado. El comando necesario para este cometido es “VROTAT”, función que permite crear un máximo de 8 volúmenes distribuidos sobre el giro. Además, el valor máximo del ángulo que describen estos volúmenes es como máximo de 90°. Al tratarse el eje de un cuerpo de revolución sin discontinuidades, el giro necesario para modelarlo es completo:

```
VROTAT,1, , , , , ,1,26,360,4,
```

A continuación, se muestra una Figura 42 en la que puede apreciarse el eje una vez se ha revolucionado el perfil, de modo que toda la geometría queda representada, se ha realizado la revolución con un número distinto de volúmenes para apreciar esta característica de VROTAT.

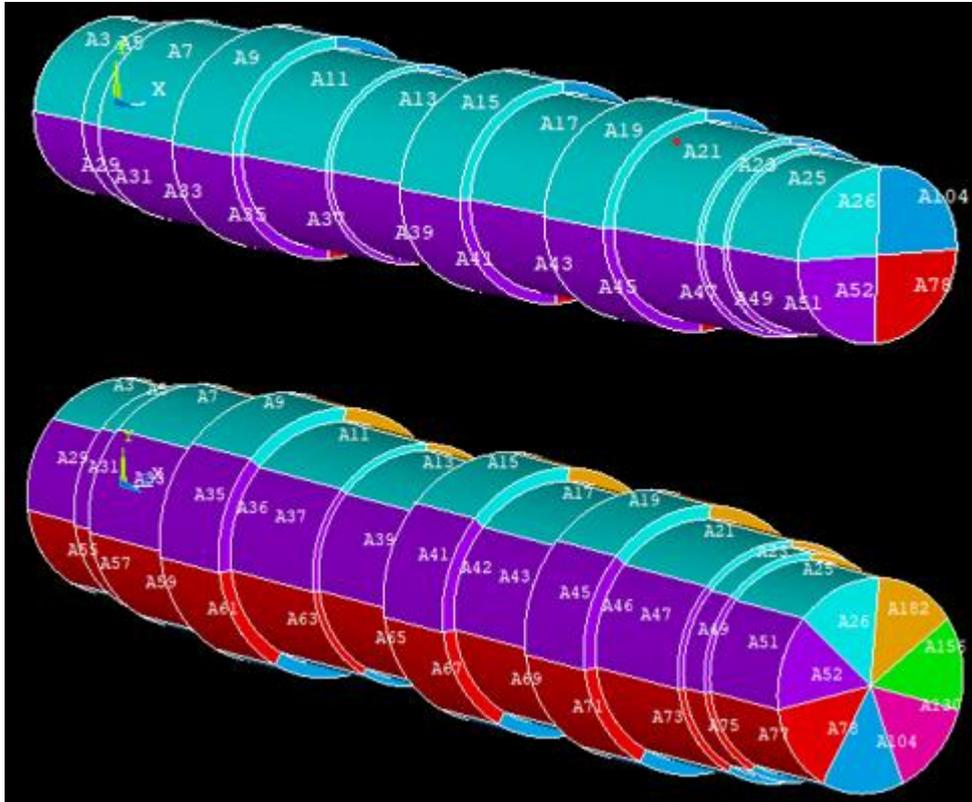


Figura 42. Comparativa entre dos modelos del eje revolucionados en 4 (Arriba) y 7 volúmenes (Abajo). (Generada en ANSYS®)

1.2. Mallado

1.2.1. Modelo unidimensional

El código para generar el mallado de las líneas es el creado por ANSYS® al utilizar la herramienta *MeshTool* mediante la interfaz gráfica del programa, posteriormente se ha abierto el SessionEditor para traspasar este código a la macro que se está creando para simular el comportamiento del eje mediante un modelo unidimensional. No obstante, va a comentarse, sin entrar en detalle, la función que lleva a cabo cada comando para mallar finalmente la línea.

Para llevar a cabo el mallado de una línea la secuencia de órdenes que han de ser programadas es la siguiente: seleccionar las entidades que se desea mallar, en este caso una línea (comando "LSEL"); agrupar estas entidades en un componente (comando "CM"); especificar las condiciones bajo las que se va a mallar la línea (comando "LATT"); mallar el componente seleccionado (comando "LMESH") y por último, eliminar los componentes creados en el proceso de mallado para no sobrecargar el modelo de variables innecesarias y poder reutilizar el nombre de los componentes en mallados posteriores (comando "CMDELE"). Además de manera previa al lanzamiento de estas órdenes es necesario establecer el tipo de elemento con el que van a ser malladas las líneas mediante el comando

“ET”. Además, tendrá que especificarse el tamaño que va a tener este elemento (comando “ESIZE”); este tamaño será el mismo para todas ellas, aunque también podría ser diferente para cada una de las líneas. Esta secuencia de órdenes para mallar el conjunto de secciones del eje se puede ver a continuación:

```

CM,_Y,LINE          CM,_Y,LINE          CM,_Y,LINE          CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,         1  LSEL, , , ,         4  LSEL, , , ,         7  LSEL, , , ,         10
CM,_Y1,LINE         CM,_Y1,LINE         CM,_Y1,LINE         CM,_Y1,LINE
CMSEL,S,_Y          CMSEL,S,_Y          CMSEL,S,_Y          CMSEL,S,_Y
CMSEL,S,_Y1         CMSEL,S,_Y1         CMSEL,S,_Y1         CMSEL,S,_Y1
LATT,1, ,1, , , ,1  LATT,1, ,1, , , ,4  LATT,1, ,1, , , ,7  LATT,1, ,1, , , ,10
CMSEL,S,_Y          CMSEL,S,_Y          CMSEL,S,_Y          CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y           CMDELE,_Y           CMDELE,_Y           CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1          CMDELE,_Y1          CMDELE,_Y1          CMDELE,_Y1
LMESH,              1  LMESH,              4  LMESH,              7  LMESH,              10
!*                  !*                  !*                  !*
CM,_Y,LINE          CM,_Y,LINE          CM,_Y,LINE          CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,         2  LSEL, , , ,         5  LSEL, , , ,         8  LSEL, , , ,         11
CM,_Y1,LINE         CM,_Y1,LINE         CM,_Y1,LINE         CM,_Y1,LINE
CMSEL,S,_Y          CMSEL,S,_Y          CMSEL,S,_Y          CMSEL,S,_Y
CMSEL,S,_Y1         CMSEL,S,_Y1         CMSEL,S,_Y1         CMSEL,S,_Y1
LATT,1, ,1, , , ,2  LATT,1, ,1, , , ,5  LATT,1, ,1, , , ,8  LATT,1, ,1, , , ,11
CMSEL,S,_Y          CMSEL,S,_Y          CMSEL,S,_Y          CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y           CMDELE,_Y           CMDELE,_Y           CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1          CMDELE,_Y1          CMDELE,_Y1          CMDELE,_Y1
LMESH,              2  LMESH,              5  LMESH,              8  LMESH,              11
!*                  !*                  !*                  !*
CM,_Y,LINE          CM,_Y,LINE          CM,_Y,LINE          CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,         3  LSEL, , , ,         6  LSEL, , , ,         9  LSEL, , , ,         12
CM,_Y1,LINE         CM,_Y1,LINE         CM,_Y1,LINE         CM,_Y1,LINE
CMSEL,S,_Y          CMSEL,S,_Y          CMSEL,S,_Y          CMSEL,S,_Y
CMSEL,S,_Y1         CMSEL,S,_Y1         CMSEL,S,_Y1         CMSEL,S,_Y1
LATT,1, ,1, , , ,3  LATT,1, ,1, , , ,6  LATT,1, ,1, , , ,9  LATT,1, ,1, , , ,12
CMSEL,S,_Y          CMSEL,S,_Y          CMSEL,S,_Y          CMSEL,S,_Y
CMDELE,_Y           CMDELE,_Y           CMDELE,_Y           CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1          CMDELE,_Y1          CMDELE,_Y1          CMDELE,_Y1
LMESH,              3  LMESH,              6  LMESH,              9  LMESH,              12

```

1.2.2. Modelo tridimensional

Anteriormente se ha desarrollado cómo generar la geometría del eje mediante dos modelos tridimensionales distintos, uno mediante la revolución del perfil del eje y otro generando un cilindro por cada sección del eje. No obstante, a partir de este apartado únicamente va a ser desarrollado el modelo geométrico generado mediante la revolución del perfil del eje.

El código utilizado para mallar la geometría se ha generado automáticamente por la herramienta *MeshTool* y extraído desde el *SessionEditor* de ANSYS®. Para llevar a cabo el

mallado tridimensional se hará uso del elemento tetraédrico lineal (SOLID285), a pesar de que el elemento tetraédrico cuadrático es capaz de obtener resultados con una mayor precisión que los lineales el número de nodos totales aumenta en tal grado que en muchos de los modelos que se generen a lo largo de la simulación el número máximo de nodos que pueden utilizarse en la versión educacional de ANSYS® sería superado. Para poder mallar un mayor número de modelos mediante el elemento tetraédrico cuadrático sería necesario aumentar en gran medida el tamaño del elemento comprometiendo la precisión ganada por la complejidad del elemento.

El tamaño del elemento tetraédrico lineal escogido que ofrece resultados sin un gran error de discretización pero que tampoco es lo suficientemente pequeño como para superar el número de nodos máximos de la versión educacional de ANSYS® es un tamaño de elemento de 4,5 mm.

Tal y como se ha realizado en el mallado del modelo unidimensional, el código utilizado para mallar la geometría se ha generado automáticamente por la herramienta *MeshTool* y extraído desde el *SessionEditor* del software. La programación que debe seguirse para llevar a cabo el mallado de un volumen es paralelo al que se ha visto anteriormente para mallar una línea: en primer lugar, debe especificarse el tipo y tamaño del elemento con el que se va a mallar la geometría (comando “ET” para el tipo de elemento y “ESIZE” para su tamaño); a continuación, se han de seleccionar las entidades que se desea mallar, en este caso, al ser un conjunto de volúmenes será necesario ayudarse de los comandos “FLST” y “FITEM” para seleccionarlos todos con el comando “VSEL”; agrupar estas entidades en un componente (comando “CM”); especificar las condiciones bajo las que se va a mallar el conjunto de volúmenes (comandos “TYPE”, “ESYS”, “MAT”, “REAL” y “SECNUM”); mallar el componente seleccionado (comando “VMESH”) y por último, eliminar los componentes creados en el proceso de mallado (comando “CMDELE”).

La secuencia de órdenes necesaria para mallar la geometría tridimensional compuesta por cuatro volúmenes distintos se muestra a continuación:

```

ET,1,SOLID285      FLST,5,4,6,ORDE,4  CM,_Y1,VOLU
ESIZE,0.0045,0,    FITEM,5,1          CHKMSH,'VOLU'
TYPE,1             FITEM,5,-2        CMSEL,S,_Y
MAT,1              FITEM,5,3          VCLEAR,_Y1
REAL,              FITEM,5,-4        VMESH,_Y1
ESYS,0             CM,_Y,VOLU        CMDELE,_Y
SECNUM,            VSEL,, , ,P51X    CMDELE,_Y1
                                           CMDELE,_Y2

```

1.3. Condiciones de contorno

1.3.1. Modelo unidimensional

Dado que el modelo generado mediante elementos tipo BEAM se realiza mediante una geometría unidimensional se deberán buscar unas condiciones de contorno equivalentes a las que restringen el modelo real del eje que está sometido a un estado tensional tridimensional. En este apartado se verá cómo podrían aplicarse tanto las fuerzas como las restricciones de movimiento en los apoyos en el software de elementos finitos para este modelo unidimensional del eje.

1.3.1.1. Aplicación de las fuerzas

El método que va a ser desarrollado para aplicar un estado tensional equivalente al que crean las fuerzas de transmisión aplicadas sobre el punto de contacto entre engranajes es transportar estas fuerzas a un punto perteneciente a la línea representativa de la marcha engranada. Se descarta la alternativa centrada en aplicar una fuerza distribuida sobre la línea representativa porque al partir de unas fuerzas de transmisión que se aplican puntualmente resulta más sencillo transportar estas fuerzas directamente al punto medio que distribuir las a lo largo de toda la línea representativa.

El punto de contacto entre engranajes en el que están aplicadas las fuerzas de transmisión se encuentra sobre la bisectriz de la línea representativa a una distancia igual al radio primitivo del engranaje. Las fuerzas deben transportarse desde este punto de contacto entre engranajes hasta la proyección de este sobre la línea representativa. Al estar el punto de contacto sobre la bisectriz de la línea representativa, la proyección de este punto de contacto entre engranajes será el punto medio de la línea representativa.

Para la primera marcha, que corresponde a la tercera sección del eje, el punto inicial de la línea representativa es el punto nº3 que se encuentra en $L1+L2$, mientras que el punto final es el nº 4 ubicado en $L1+L2+L3$, de este modo el punto medio se calcularía como $L_{pm}=(L1+L2+L1+L2+L3)/2$. Para el resto de las marchas, la ubicación de este punto medio se calculará de manera análoga a la primera marcha, pero con las coordenadas del punto inicial y final de la sección correspondiente. Dado que las operaciones para las últimas marchas tendrían un gran número de sumandos, se realiza una operación equivalente agrupando todas las longitudes sumadas hasta el punto final de la sección en una sola variable L_{it} (siendo i : 3, 5, 6, 8 o 10 para la 1ª, 2ª, 3ª, 4ª o 5ª marcha correspondientemente); esta operación para la segunda marcha (sección nº5) sería: $L_{pm}=(2*L5t-L5)/2$. El comando "K" se ha de configurar tal y como se muestra a continuación para crear el punto medio de las cinco marchas del eje:

Primera marcha (sección nº3)

$$K, 1, , , (2*L3t-L3) / 2$$

Segunda marcha (sección nº5)

$$K, 1, , , (2*L5t-L5) / 2$$

Tercera marcha (sección nº6)

$$K, 1, , , (2*L6t-L6) / 2$$

Cuarta marcha (sección nº8)

$$K, 1, , , (2*L8t-L8) / 2$$

Quinta marcha (sección nº10)

$$K, 1, , , (2*L10t-L10) / 2$$

Para realizar el cálculo de las fuerzas aplicadas sobre el punto medio de la línea representativa que generan un estado equivalente a las fuerzas de transmisión aplicada sobre el punto de acoplamiento eje-engranaje se tendrá en cuenta que:

La fuerza tangencial es la encargada directa de transmitir el par desde el eje primario al secundario y se transportará aplicando tanto la fuerza tangencial que se genera en el punto de contacto entre engranajes como el par que recibe el eje secundario sobre el punto medio de la línea representativa de la marcha engranada.

La fuerza radial puede ser transportada de manera directa hasta el punto medio de la línea representativa porque al ser una fuerza perpendicular a esta línea no crea un momento sobre ella.

La fuerza axial es una fuerza paralela a la línea representativa por lo que además de llevar la fuerza axial al punto medio, se le deberá añadir la contribución del momento que

genera por estar a una distancia (igual al radio primitivo) de la línea representativa de la marcha engranada.

En la Figura 43 se muestran las fuerzas equivalentes aplicadas sobre el punto medio del eje cuyo valor es calculado en las ecuaciones (1), (2), (3) y (4) a partir de las fuerzas de transmisión aplicadas sobre el punto de contacto entre engranajes.

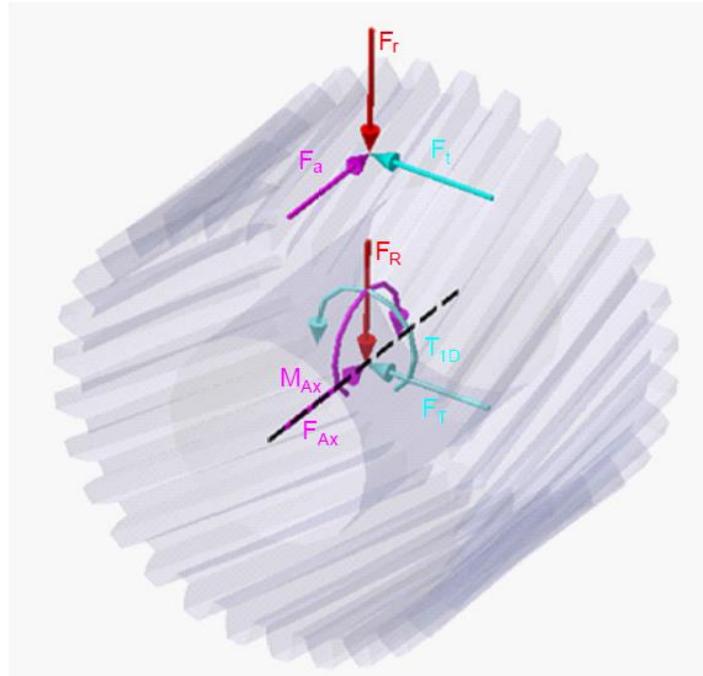


Figura 43. Representación gráfica de las fuerzas de transmisión aplicada sobre el punto de contacto entre engranajes (F_t , F_r y F_a) y fuerzas transportadas al punto medio de la línea representativa (F_T , T_{1D} , F_R , F_{Ax} y M_{Ax}). (Generada en Catia)

$$F_R = F_r \quad (1)$$

$$F_{Ax} = F_a \quad (2)$$

$$M_{Ax} = F_a \cdot (r_p - r) \quad (3)$$

$$T_{1d} = T \quad (4)$$

Siendo:

- F_R : Fuerza radial aplicada sobre el punto medio de la línea representativa.
- F_r : Fuerza radial de transmisión aplicada en el punto de contacto entre engranajes.
- F_{Ax} : Fuerza axial aplicada sobre el punto medio de la línea representativa.
- F_a : Fuerza axial de transmisión aplicada en el punto de contacto entre engranajes.
- M_{Ax} : Momento flector causado por la fuerza axial aplicado sobre el punto medio de la línea representativa.
- r_p : Radio de la circunferencia primitiva del engranaje.
- F_T : Fuerza tangencial aplicada sobre el punto medio de la línea representativa.
- F_t : Fuerza tangencial de transmisión aplicada en el punto de contacto entre engranajes.
- T_{1D} : Momento torsor aplicado sobre el punto medio de la línea representativa.
- T : Par transmitido por el eje secundario.

Para aplicar las fuerzas sobre el punto medio de la línea representativa se utilizará el comando "FK". La aplicación de estas fuerzas en el caso de la segunda marcha se muestra a

continuación. Para el resto de las marchas la aplicación se realiza del mismo modo, pero adecuando las magnitudes de las fuerzas con los valores correspondientes en las ecuaciones (1), (2), (3) y (4).

/GO	/GO
FK, 1, MZ, 147	FK, 1, FZ, 1366.869
/GO	/GO
FK, 1, FY, -1241.629	FK, 1, MX, 1366.869/0.168057

1.3.1.2. Apoyos, grados de libertad restringidos

En primer lugar, es necesario ubicar las secciones que corresponden con aquellas acopladas a los rodamientos en el modelo. Tal y como se ha visto en el apartado anterior, para aplicar las fuerzas cada sección del eje se corresponde con una línea representativa mallada por los elementos circulares. En este caso, las líneas representativas que se corresponden con las secciones de los rodamientos son la primera (para el rodamiento de rodillos) y la última (la número doce en el caso del rodamiento de bolas).

Para restringir el movimiento radial de estas secciones habrá que seleccionar las dos líneas indicadas y no permitir que los nodos se desplacen en la dirección radial del eje de transmisión. La mayor dificultad a la hora de restringir este movimiento radial en un modelo unidimensional surge por la imposibilidad de rotar los nodos cambiando su sistema de coordenadas a un sistema polar o cilíndrico, de modo que no se puede restringir directamente la variación de posición en la dirección radial. No obstante, al disponer nodos únicamente a lo largo del eje "Z" del modelo de elementos finitos, la restricción será equivalente si se impide que estos nodos se desplacen en el plano "XY". Para llevar esta tarea a cabo se ejecutará el comando "DL" evitando el desplazamiento de los nodos de las líneas representativas de los rodamientos tanto en la dirección "X" como "Y":

/GO	/GO
DL, 1, , UX,	DL, 12, , UX,
DL, 1, , UY,	DL, 12, , UY,

En cuanto a la restricción del movimiento axial en la sección que se corresponde con el rodamiento de bolas, puede aplicarse de manera directa sobre la totalidad de la línea representativa de esta sección restringiendo el movimiento en la dirección Z de sus nodos que coincide con la dirección axial del eje de transmisión o restringiendo únicamente el nodo situado en el extremo libre de la línea representativa para que no se pueda mover a lo largo del eje "Z" dado que el resultado es el mismo que restringiendo la totalidad de la línea. En este caso se aplicará la restricción de desplazamiento en la dirección Z sobre este punto final del modelo (*keypoint* nº14) mediante el comando "DK".

Además de la restricciones de movimiento generadas por los rodamientos también tendrá que añadirse una restricción porque el eje real se prolonga hasta un piñón de ataque al diferencial por el extremo del rodamiento de bolas. Sabiendo que el eje se prolonga en esta dirección y que finalmente toda el par que contiene es transmitido al diferencial, es necesario restringir el giro en torno a la dirección axial del eje en el punto final del modelo (*keypoint* nº14), que corresponde a la cara plana contigua al rodamiento de bolas:

/GO

1.3.2. Modelo tridimensional

1.3.2.1. Aplicación de fuerzas

Este apartado se subdividirá en dos partes: en la primera parte se detallará cómo deben aplicarse las fuerzas sobre el punto de acoplamiento eje-engranaje, para generar un estado equivalente a las fuerzas de transmisión aplicadas sobre el punto de contacto entre engranajes, cuando una marcha en concreto ha sido engranada. La segunda parte se dedicará a explicar los cambios que se han de realizar sobre el primer método para aplicar un torsor puro en vez de un estado equivalente (necesario para determinar la rigidez torsional del eje).

Como se ha mencionado previamente, se toman como condiciones de diseño la transmisión del par máximo, las fuerzas a las que se ve sometido el eje en estas condiciones son la fuerza tangencial, radial y axial vistas en las especificaciones técnicas; estas tres fuerzas se consideran aplicadas sobre el punto de contacto entre engranajes. Dado que estas fuerzas no están aplicadas directamente sobre el eje deberán ser transportadas al punto de acoplamiento eje-engranaje manteniendo un estado tensional equivalente.

La metodología seguida para aplicar las fuerzas generadas al engranar las distintas marchas de la caja de cambios es: en primer lugar, identificar y modelar el punto de acoplamiento eje-engranaje; a continuación, se creará una sección rígida para evitar el error por singularidad y finalmente, se aplicará el valor de las cargas sobre el punto generado.

Para definir el punto de acoplamiento eje-engranaje en el entorno de ANSYS® se hará mediante el comando "K". Dado que el croquis del perfil a revolucionar se ha desarrollado en el plano YZ este punto también será definido en este plano. Al tratarse de un punto situado sobre la periferia del eje su coordenada en la dirección Y será el radio de la sección correspondiente. La posición en Z se ha de encontrar en la mitad de la longitud de la sección cilíndrica en la que se encuentre el punto de acoplamiento. Esta posición es la misma que se ha visto en el caso unidimensional y se calcula del mismo modo:

Primera marcha (sección nº3)

$K, 1, , Rad3, (2*L3t-L3) / 2$

Segunda marcha (sección nº5)

$K, 1, , Rad5, (2*L5t-L5) / 2$

Tercera marcha (sección nº6)

$K, 1, , Rad6, (2*L6t-L6) / 2$

Cuarta marcha (sección nº8)

$K, 1, , Rad8, (2*L8t-L8) / 2$

Quinta marcha (sección nº10)

$K, 1, , Rad10, (2*L10t-L10) / 2$

La fuerza tangencial aplicada sobre el punto de acoplamiento eje-engranaje se calculará directamente dividiendo este par entre el radio del eje donde el engranaje este acoplado. La fuerza radial será exactamente igual a la aplicada sobre el engranaje, así como la fuerza axial que también será la misma. En el caso de esta fuerza axial, también se ha de considerar el momento que crea la fuerza axial sobre el punto de acoplamiento eje-engranaje, dado que está aplicada de manera paralela sobre la circunferencia primitiva del engranaje. En la Figura 44 se muestran las fuerzas de transmisión aplicadas sobre el punto de contacto entre engranajes junto a las fuerzas transportadas al punto de acoplamiento eje-engranaje. Las ecuaciones (5), (6), (7), (8) y (9) definen estas fuerzas transportadas.

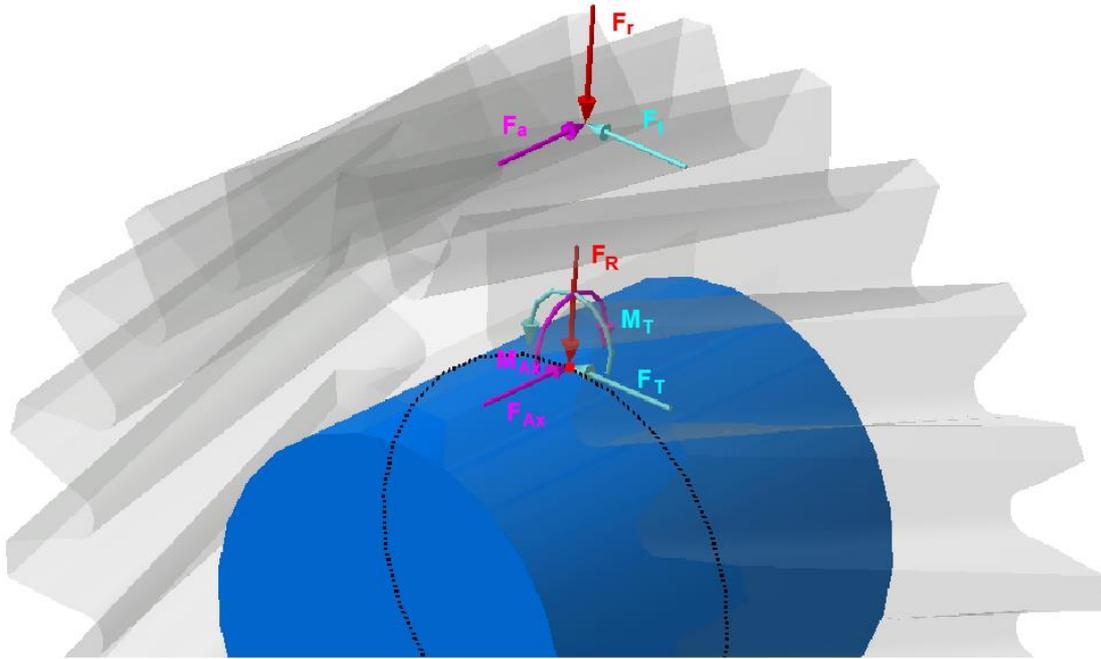


Figura 44: Representación gráfica de las fuerzas de transmisión aplicada sobre el punto de contacto entre engranajes (F_t , F_r y F_a) y las fuerzas transportadas al punto de acoplamiento eje-engranaje (F_T , M_T , F_R , F_{Ax} y M_{Ax}). (Generada en Catia)

$$F_R = F_r \quad (5)$$

$$F_{Ax} = F_a \quad (6)$$

$$M_{Ax} = F_a \cdot (r_p - r) \quad (7)$$

$$F_T = \frac{T}{r} \quad (8)$$

$$M_T = F_t \cdot (r_p - r) \quad (9)$$

Siendo:

- F_R : Fuerza radial aplicada sobre el punto de acoplamiento eje-engranaje.
- F_r : Fuerza radial de transmisión aplicada en el punto de contacto entre engranajes.
- F_{Ax} : Fuerza axial aplicada sobre el punto de acoplamiento eje-engranaje.
- F_a : Fuerza axial de transmisión aplicada en el punto de contacto entre engranajes.
- M_{Ax} : Momento flector causado por la fuerza axial aplicado sobre el punto de acoplamiento eje-engranaje.
- r_p : Radio de la circunferencia primitiva del engranaje.
- r : Radio de la sección del eje acoplada al engranaje.
- F_T : Fuerza tangencial aplicada sobre el punto de acoplamiento eje-engranaje.
- F_t : Fuerza tangencial de transmisión aplicada en el punto de contacto entre engranajes.
- T : Par transmitido por el eje secundario.

Con el fin de evitar los problemas surgidos de las singularidades ocasionadas por aplicar una fuerza puntual directamente sobre un nodo tridimensional será necesario declarar una sección rígida que englobe todos los nodos pertenecientes a la superficie lateral del eje en contacto con el engranaje de la marcha acoplada. Se utilizará el comando "CERIG"

para generar esta sección rígida. Se ha de saber que este comando genera una sección rígida seleccionando un conjunto de nodos que pertenecen a cierta entidad (las áreas que forman la superficie lateral de la sección correspondiente) y hace que todos ellos se muevan de manera uniforme con el punto en el que se aplican las fuerzas (punto de acoplamiento eje-engranaje).

Se debe declarar un elemento puntual para mallar el punto de aplicación de las fuerzas, este es el elemento "MASS21" declarado mediante el comando "ET". Además, será necesario el uso del comando "R" para especificar que los seis grados de libertad del elemento puntual son libres, permitiendo de este modo que las cargas aplicadas en el punto se distribuyan adecuadamente sobre la sección rígida.

La secuencia para mallar el punto con este elemento masa es: seleccionar el punto que se desea mallar (comando KSEL); introducir este punto en un componente (comando CM); especificar las condiciones bajo las que se va a mallar el punto (comando KATT); mallar el componente seleccionado (comando KMESH) y, por último, eliminar los componentes creados en el proceso de mallado (comando CMDELE):

```
ET, 2, MASS21          CMSEL, S, _Y1
R, 1, , , , , ,      KATT,      1,      1,      2,      0
CM, _Y, KP            CMSEL, S, _Y
KSEL, , , ,          CMDELE, _Y
1                    CMDELE, _Y1
CM, _Y1, KP          CMDELE, _Y1
CMSEL, S, _Y         KMESH,      1
```

Esta secuencia de comandos para realizar el mallado del punto masa de la sección rígida se realizará con anterioridad al mallado del resto de la geometría, de manera que el nodo masa para la sección rígida será siempre el primer nodo creado (nodo con identificador nº1).

La secuencia de órdenes que debe seguirse mediante los distintos comandos del software es: en primer lugar, seleccionar las entidades geométricas que forman la superficie lateral de la sección correspondiente (comando "ASEL"); a continuación, deberán seleccionarse los nodos que pertenecen a estas entidades (comando "NSLA") y se creará el componente SEC_FUERZA que englobará todos estos nodos (comando "CM"). En este punto, se inicia el código generado automáticamente por la herramienta *RigidRegion* y que consiste en: seleccionar el componente SEC_FUERZA (comando "CMSEL"); establecer el punto de acoplamiento eje-engranaje (*keypoint* nº1) como punto de referencia (comando "*SET"); se seleccionan todos los nodos implicados en la sección rígida (comando NSEL) para englobarlos en un nuevo componente denominado "CERGM" (comando "CM") y finalmente, se genera la sección rígida deseada mediante el comando "CERIG".

En este caso, las entidades geométricas que deben ser seleccionadas son las áreas que conforman la superficie lateral de la sección cilíndrica que está en contacto con el engranaje correspondiente en cada una de las cinco marchas. El número identificador de las áreas de estas superficies puede variar a lo largo del proceso de optimización, pero en caso de que cada una de las secciones cilíndricas tenga un radio distinto las áreas correspondientes para cada una de las marchas se presentan en la Tabla 18. El código necesario para generar la sección rígida en el caso de la segunda marcha se muestra tras la tabla.

Tabla 18. Número identificador de las áreas que forman las superficies laterales de las secciones acopladas a los engranajes en el modelo tridimensional del eje.

Marcha y sección correspondiente	Áreas de la superficie lateral
Primera marcha (sección nº3)	7,33,59,85
Segunda marcha (sección nº5)	11,37,63,89
Tercera marcha (sección nº6)	13,39,65,91
Cuarta marcha (sección nº8)	17,43,69,95
Quinta marcha (sección nº10)	21,47,73,99

```

FLST, 5, 4, 5, ORDE, 4      CMSEL, S, SEC_FUERZA
FITEM, 5, 11                !*
FITEM, 5, 36                *SET, _z1,          1
FITEM, 5, 61                NSEL, S, , , SEC_FUERZA
FITEM, 5, 86                NSEL, A, , , _Z1
ASEL, S, , , P51X           CM, _CERGCM, NODE
NSEL, ALL                    CMSEL, S, SEC_FUERZA
NSLA, S, 1                  !*
CM, SEC_FUERZA, NODE        CMSEL, S, _CERGCM
CSYS, 11,                   CERIG, 1, ALL, ALL, , , ,
NROTAT, SEC_FUERZA         CMSEL, S, SEC_FUERZA

```

Una vez se ha generado la sección rígida agrupando las áreas que conforman la superficie lateral en contacto con el engranaje de la marcha acoplada, únicamente queda aplicar las fuerzas puntuales vistas en las ecuaciones (5), (6), (7), (8) y (9) de manera directa sobre el *keypoint* nº1. Las órdenes para aplicar las distintas cargas mediante el comando "FK" en el caso de la segunda marcha:

```

/GO
FK, 1, FX, 3411.348          /GO
!*                            FK, 1, FY, -1241.629
/GO                            !*
FK, 1, MZ, 3411.348*(0.168057/2-Rad5) /GO
!*                            FK, 1, FZ, 1366.869
/GO
FK, 1, MX, 1366.869*(0.168057/2-Rad5)

```

Para determinar la rigidez torsional del eje es necesario plantear un modelo en el que únicamente se aplique el par con el que rota el eje, sin fuerzas que generen flexión sobre el eje; es decir, se ha de aplicar un momento torsor puro. Los supuestos asumidos en el criterio de la rigidez torsional se designaron para evaluar ejes en los que el momento torsor sea la fuerza más significativa haciendo despreciable el resto de las fuerzas. Además, en un modelo de elementos finitos en el que el resto de las fuerzas intervengan, el eje de simetría axial se desplazaría dificultando determinar el centro de rotación axial de los elementos analizados.

Podría generarse un nuevo modelo para comprobar la rigidez torsional del eje exactamente igual al de las fuerzas equivalentes pero que aplicase un torsor puro en vez de

estas fuerzas. No obstante, se va a utilizar el mismo modelo, pero asignando dos casos de carga; el primer caso de carga será el que se genera un estado equivalente a las fuerzas de transmisión, mientras que el segundo caso será la aplicación de un momento torsor puro sobre el eje.

La única variación entre esta aplicación de un momento torsor puro con la aplicación de las fuerzas equivalentes es la magnitud y dirección de las fuerzas, pero el resto de las condiciones para aplicar la fuerza se siguen cumpliendo. Es decir, el torsor se aplicará sobre el punto de acoplamiento eje-engranaje (tal y como se ha descrito en el apartado anterior) que estará integrado en una sección rígida que engloba todos los nodos de la superficie lateral de la sección correspondiente. Si se desea evaluar la rigidez torsional del eje también en el modelo unidimensional, el método aquí desarrollado se podría aplicar del mismo modo, pero en este caso el torsor puro se aplicaría sobre el punto medio de la línea representativa.

Para aplicar ambos casos de carga se hará uso del comando "LSWRITE" tras la aplicación de las cargas equivalentes indicando que esta aplicación de las fuerzas es el primer caso de carga. A continuación, se eliminarán todas las fuerzas puntuales del modelo (comando "FKDELE"); el torsor puro que debe aplicarse tendrá el valor del par máximo (comando "FK") y se finalizará indicando que este es el segundo caso de cargas (comando "LSWRITE"). La secuencia de comandos necesaria para generar un modelo con dos casos de carga distintos es la siguiente:

```
LSWRITE, 1,  
!*  
FKDELE, ALL, ALL  
/GO  
FK, 1, MZ, 147*1.95  
LSWRITE, 2,
```

1.3.2.2. Apoyos, grados de libertad restringidos

Los apoyos sobre los que reposa el eje secundario de la caja de cambios son un rodamiento de rodillos y uno de bolas, por lo que como en el modelo unidimensional, los grados de libertad que deben ser restringidos son: el desplazamiento radial de los nodos en ambos apoyos y el desplazamiento axial en el rodamiento de bolas. Además, se debe introducir una restricción en la cara plana del eje, por el lado del rodamiento de bolas, que impida la rotación en la dirección axial del eje porque el eje real se propaga en esta dirección hasta un piñón de ataque que transmite el par al diferencial.

El desplazamiento radial de los nodos se restringirá del mismo modo tanto para el rodamiento de rodillos como para el rodamiento de bolas. Para poder aplicar estas restricciones, han de ser determinadas las entidades geométricas cuyos nodos van a ser restringidos, en este caso se dispone de la geometría tridimensional del eje por lo que es posible seleccionar únicamente la superficie lateral del eje que entra en contacto directo con la camisa interior de los rodamientos. En la geometría generada para el modelo de elementos finitos de ANSYS®, cada una de estas superficies laterales está formada por cuatro áreas malladas con elementos tridimensionales en un sistema de coordenadas cartesianas. Por lo que, para poder aplicar la restricción de desplazamiento en la dirección radial del eje, los nodos que conforman estas áreas deben rotarse a un sistema de coordenadas cilíndrico.

El sistema de coordenadas cilíndrico implementado por defecto en ANSYS® la primera componente del sistema (etiqueta "X") se corresponde con la dirección radial del eje, la

segunda componente (etiqueta “Y”) es la coordenada angular y la tercera componente (etiqueta “Z”) corresponde con la dirección axial del eje. Cabe recordar que para llevar a cabo el cambio del sistema de coordenadas es necesario haber modelado el eje haciendo coincidir la dirección axial con la coordenada Z en coordenadas cartesianas. Este nuevo sistema de coordenadas será declarado en el modelo mediante el comando “CSWPLA”.

Para llevar a cabo la restricción del desplazamiento radial de los nodos en contacto con los rodamientos, deberán ser seleccionadas las áreas correspondientes y restringir el desplazamiento de sus nodos a lo largo de la coordenada X en el nuevo sistema de coordenadas. Las áreas que deben ser seleccionadas para un modelo del eje con doce secciones de dimensiones distintas se muestran en la Tabla 19.

Tabla 19: Número identificador de las áreas que forman la superficie lateral de los rodamientos en el modelo tridimensional del eje.

	Rodamiento de Rodillos	Rodamiento de Bolas
nº Área	3,29,55,81	25,51,77,103

El procedimiento que debe seguirse para aplicar la restricción del desplazamiento radial es: en primer lugar, seleccionar las áreas que conforman la superficie lateral de la sección cilíndrica correspondiente (comando “ASEL”, con selección asistida por “FLST” y “FITEM”); a continuación, se seleccionan los nodos que forman parte de estas áreas (comando “NSEL” y “NSLA”); se crea un nuevo componente con estos nodos llamado “ROD_RODILLO” o “ROD_BOLAS” según el rodamiento que está siendo restringido (comando “CM”); seguidamente se rotan todos los nodos a un sistema de coordenadas cilíndrico de modo que la componente X del nuevo sistema de coordenadas coincida con la coordenada radial (comando “CSYS” y “NROTAT”) y por último, se aplica la restricción del desplazamiento radial (en X) en todos los nodos que forman el componente creado anteriormente (comando “D”):

```

FLST, 5, 4, 5, ORDE, 4
FITEM, 5, 3
FITEM, 5, 29
FITEM, 5, 55
FITEM, 5, 81
ASEL, S, , , P51X
NSLA, S, 1
CM, ROD_RODILLO, NODE
CSYS, 11,
NROTAT, ROD_RODILLO
CMSEL, S, ROD_RODILLO
!*
/GO
D, ROD_RODILLO, , 0, , , , UX, , , ,

FLST, 5, 4, 5, ORDE, 4
FITEM, 5, 25
FITEM, 5, 51
FITEM, 5, 77
FITEM, 5, 103
ASEL, S, , , P51X
NSLA, S, , 1,
CM, ROD_BOLAS, NODE
CSYS, 11,
NROTAT, ROD_BOLAS
CMSEL, S, ROD_BOLAS
!*
/GO
D, ROD_BOLAS, , 0, , , , UX, , , ,

```

La restricción del desplazamiento axial que impone el rodamiento de bolas puede ser aplicada sobre la superficie lateral de la sección cilíndrica en contacto con el rodamiento de bolas. No obstante, dado que esta sección cilíndrica se encuentra en el extremo del modelo del eje también es posible aplicar esta restricción sobre la cara plana contigua al rodamiento

de bolas. Como se ha comentado en las estudio de necesidades, esta cara plana contigua al rodamiento de bolas es propia del modelo geométrico representado, pero el eje real se prolonga en esta dirección hasta el piñón de ataque al diferencial. Al aplicar la restricción de desplazamiento en la dirección axial en esta cara plana el modelo se asemeja más a la realidad que aplicándolo sobre las superficies laterales. Para establecer esta restricción ya sea en el sistema de coordenadas cartesiano o cilíndrico la dirección axial siempre coincidirá con la coordenada Z del modelo.

La restricción de la rotación en torno a la dirección axial que surge de limitar el modelo del eje al tramo contenido en la caja de velocidades también ha de ser aplicada sobre la cara plana contigua al rodamiento. En el sistema de coordenadas cilíndrico la rotación en torno a la dirección axial se corresponde con la coordenada angular de este sistema, o lo que es lo mismo la dirección Y en el sistema de coordenadas cilíndrico del modelo.

Tanto el desplazamiento como la rotación en la dirección axial del eje será restringida en la cara plana contigua al rodamiento de bolas. El procedimiento seguido para llevar a cabo esta restricción es el mismo que el que se ha seguido para restringir el desplazamiento radial en los rodamientos. Las diferencias que deben introducirse en el código son: la selección de las áreas que deben ser restringidas (Tabla 20); el nombre del componente creado (nombrado SEC_PLANA) y las etiquetas de los desplazamientos que restringirá el comando D (etiquetas UY y UZ). De este modo, el código necesario para restringir tanto el desplazamiento como la rotación en la dirección axial del eje puede consultarse a continuación:

Tabla 20: Número identificador de las áreas que forman la cara plana contigua al rodamiento de bolas en el modelo tridimensional del eje.

Cara plana contigua al Rodamiento de Bolas	
nº Área	
	26,52,78,104

```

FLST,5,4,5,ORDE,4
FITEM,5,26
FITEM,5,52
FITEM,5,78
FITEM,5,104
ASEL,S,, ,P51X
NSEL,ALL
NSLA,S,1
/REPLO
CM,SEC_PLANA,NODE
CSYS,11,
NROTAT,SEC_PLANA
CMSEL,S,SEC_PLANA
!*
/GO
D,SEC_PLANA, , , , ,UY,UZ, , , ,

```

2. INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS

2.1. Extracción y lectura de los resultados

Los resultados del modelo de elementos finitos que deben ser interpretados para poder minimizar la cantidad de material del modelo asegurando la validez del eje son:

- 1.- Indicador de la cantidad de material utilizado. Para poder minimizar esta magnitud a lo largo de la optimización.
- 2.- Valores de tensión en las seis componentes direccionales para determinar el coeficiente de seguridad a fatiga del eje
- 3.- Desplazamiento en las direcciones transversales para calcular el coeficiente de seguridad según el criterio de la rigidez lateral.
- 4.- Desplazamiento angular para evaluar la rigidez torsional del eje.
- 5.- Indicador del error de discretización cometido.
- 6.- Elementos pertenecientes a las zonas poco fiables del modelo para no tenerlos en cuenta.

2.1.1. Extracción de datos de ANSYS®

Para extraer información acerca de una determinada entidad del modelo se puede utilizar un vector de información (array). Mediante un vector de información se pueden extraer datos del modelo de elementos finitos como las características geométricas de una determinada entidad o los valores mínimos y máximos de una cierta magnitud que se dan sobre esta entidad.

No pueden extraerse valores máximos y mínimos de desplazamiento o de tensiones mediante este método porque no sería posible determinar si se encuentra en una zona poco fiable del modelo. Una manera de hacerlo sería trazando una línea imaginaria sobre el modelo (*path*) para leer los valores mínimos y máximos que se registran sobre esta línea; el problema de este método es que únicamente se podría comprobar la validez de los elementos que atraviesan la línea.

La única manera de extraer los resultados necesarios para evaluar la validez del eje es generando tablas de elementos en el que se muestren las magnitudes deseadas para cada uno de los elementos del modelo. Las tablas que deben generarse para poder calcular el coeficiente de seguridad del eje son:

- 1.- Tabla de localización de elementos:

Esta tabla es fundamental para realizar el análisis de los resultados porque albergará la ubicación de cada elemento del modelo. Esta ubicación se utilizará para determinar los elementos que se encuentran en una zona poco fiable del modelo; además, será necesario conocer la localización de cada elemento para adecuar los cálculos del factor de seguridad a fatiga.

En el modelo tridimensional, esta tabla deberá mostrar la ubicación de los elementos en coordenadas cilíndricas para determinar los elementos poco fiables de manera más efectiva. Además, en esta tabla se recogerá el error asociado a cada elemento del modelo para no tener en cuenta aquellos elementos con un error demasiado alto. La tabla de localización de elementos en coordenadas cilíndricas del modelo tridimensional "TLoc" albergará las magnitudes: CENTX, CENTY, CENTZ y SERR (siendo CSYS, 11).

En el modelo unidimensional, la ubicación de cada elemento únicamente está descrita por su coordenada axial; además, en este modelo no es posible obtener el error de discretización asociado a cada elemento. La tabla de localización de elementos en el modelo unidimensional "TLoc_1D" únicamente mostrará la magnitud CENTZ.

2.- Tabla de tensiones:

En esta tabla se recogerán los valores de la tensión para cada elemento en todas sus componentes direccionales. Estos valores serán necesarios para determinar el coeficiente de seguridad a fatiga del eje.

En el modelo tridimensional, al haber utilizado elementos lineales, la tensión cuenta con seis componentes direccionales. Se generarán dos tablas distintas para evitar problemas en la lectura: la tabla de tensiones normales "TTN", que albergará las magnitudes SX, SY y SZ, y la tabla de tensiones tangenciales "TTT", que recogerá las tensiones SXY, SYZ y SXZ.

En el modelo unidimensional, dado que cada elemento del modelo representa una sección transversal del eje de 1 mm de ancho, hay un campo de tensiones sobre el propio elemento. Para determinar el coeficiente de seguridad de cada sección transversal del eje (cada elemento) se necesitará estimar la tensión mínima y máxima que sufre cada elemento. Para conocer las tensiones mínimas y máximas de cada elemento en las tres direcciones del modelo (SXX, SXY y SXZ) se creará la tabla de tensiones unidimensional mediante "TT_1D" el comando "PRESOL".

3.- Tabla de deformaciones laterales:

Esta tabla albergará el desplazamiento de cada elemento en las direcciones transversales del eje. Es necesario conocer la deflexión de cada elemento en sus dos direcciones transversales para poder evaluar el funcionamiento del eje según el criterio de la rigidez lateral.

En el modelo tridimensional esta tabla almacenará el desplazamiento en las direcciones transversales de cada elemento para el caso de carga en el que se aplican las fuerzas equivalentes. La tabla de desplazamientos laterales en el modelo tridimensional "TLAT" albergará las magnitudes UX y UY para el primer caso de carga.

En el modelo unidimensional las magnitudes que muestra la tabla de deformaciones laterales "TLAT_1D" también son UX y UY para el primer caso de carga.

4.- Tabla de deformaciones torsionales:

Esta tabla deberá recoger el desplazamiento torsional que sufre cada elemento del eje para poder determinar el coeficiente de seguridad según el criterio de rigidez torsional.

En el caso tridimensional, no es posible extraer el desplazamiento angular de los nodos en el plano XY de manera directa. Por ello, este desplazamiento se tendrá que calcular a partir de la posición de cada elemento antes y después de someter el eje a un torsor puro (segundo caso de cargas). Se generarán dos tablas: una tabla de localización de los elementos en coordenadas cartesianas "TLoc_cart" (almacenará CENTX y CENTY para un CSYS,0) y una tabla con los desplazamientos de cada nodo en las direcciones transversales del eje "TTOR" (albergará las magnitudes UX y UY para el segundo caso de cargas).

En el caso unidimensional, dado que cada elemento representa una sección transversal del cuyo centro se encuentra sobre el eje Z del modelo, se puede extraer la deformación torsional de cada elemento del eje de manera directa. La tabla de deformaciones torsionales en el modelo unidimensional "TTOR_1D" albergará la magnitud "ROTZ" para el segundo caso de cargas.

5.- Tabla de localización de puntos "TKPoints":

Será necesario conocer la ubicación de los puntos que generan la geometría del eje para delimitar las distintas secciones y poder saber en qué sección se encuentra cada elemento para filtrarse en consecuencia.

En el modelo unidimensional del eje, los puntos del modelo se deberán listar tras generar el perfil del eje, de manera previa a su revolución para no recoger puntos innecesarios.

En el modelo unidimensional del eje pueden listarse los puntos en cualquier momento del código porque únicamente se generan los trece puntos que delimitan cada sección del eje y el punto de aplicación de las fuerzas.

El comando utilizado para listar los puntos es “KLIST” y para generar un archivo de texto que contenga la tabla creada deberá utilizarse el comando “/OUTPUT” especificando el nombre del archivo:

```

/OUTPUT,'TKPoints','output',,
klist,all
/OUTPUT

```

Todas las tablas de elementos, excepto la tabla de tensiones unidimensional “TT_1D” (generada mediante el comando “PRESOL”), pueden generarse declarando las variables (comando “ETABLE”) y agrupándolas según las tablas recientemente descritas (comando “PRETAB”). A continuación, se muestra la secuencia de códigos necesaria para generar las tablas del modelo tridimensional y seguidamente el código necesario para el caso unidimensional. La línea de programación /HEADER,OFF,OFF,OFF,OFF,OFF,OFF se utiliza para no mostrar cabeceras en la tabla que dificultarían su interpretación.

```

SET,,, , , , , 1
CSYS,11
AVPRIN,0, ,
ETABLE, ,CENT,X
!*
AVPRIN,0, ,
ETABLE, ,CENT,Y
!*
AVPRIN,0, ,
ETABLE, ,CENT,Z
!*
AVPRIN,0, ,
ETABLE, ,SERR,
/HEADER,OFF,OFF,OFF,OFF,OFF,OFF
/OUTPUT,'TLoc','output',,
PRETAB,CENTX,CENTY,CENTZ,SERR
/OUTPUT
!*
CSYS,0
AVPRIN,0, ,
ETABLE, ,CENT,X
!*
AVPRIN,0, ,
ETABLE, ,CENT,Y
/OUTPUT,'TLoc_cart','output',,
PRETAB,CENTX,CENTY,
/OUTPUT
AVPRIN,0, ,
ETABLE, ,S,X
!*
AVPRIN,0, ,
ETABLE, ,S,Y
!*
AVPRIN,0, ,
ETABLE, ,S,Z
!*
/OUTPUT,'TTN','output',,
PRETAB,SX,SY,SZ,
/OUTPUT
AVPRIN,0, ,
ETABLE, ,S,XY
!*
AVPRIN,0, ,
ETABLE, ,S,YZ
!*
AVPRIN,0, ,
ETABLE, ,S,XZ
!*
/OUTPUT,'TTT','output',,
PRETAB,SXY,SYZ,SXZ,
/OUTPUT
AVPRIN,0, ,
ETABLE, ,U,X
!*
AVPRIN,0, ,
ETABLE, ,U,Y
!*
/OUTPUT,'TLAT','output',,
PRETAB,UX,UY,
/OUTPUT
SET,,, , , , , 2
/EFACET,1
AVPRIN,0, ,
ETABLE, ,U,X
!*
AVPRIN,0, ,
ETABLE, ,U,Y
!*
/OUTPUT,'TTOR','output',,
PRETAB,UX,UY,
/OUTPUT

```

```

SET,,,,, ,1
AVPRIN,0, ,
ETABLE, ,CENT,Z
/HEADER,OFF,OFF,OFF,OFF,OFF,OFF AVPRIN,0, ,
/OUTPUT,'TLoc_1D','output',, ETABLE, ,U,Y
PRETAB,CENTZ, /OUTPUT,'TLAT_1D','output',, ETABLE, ,ROT,Z
/OUTPUT PRETAB,UX,UY, /OUTPUT,'TTOR_1D','output',,
/OUTPUT PRETAB,ROTZ,
/OUTPUT

```

2.1.2. Carga de las tablas en MATLAB®

Para poder manipular los datos ofrecidos por las tablas de elementos es necesario usar el software de computación numérica MATLAB® y hacer que este programa lea los distintos archivos creados por ANSYS® para albergar las tablas de elementos. Los archivos que almacenan las diferentes tablas de elementos y que debe leer MATLAB®, para el caso tridimensional, son: “TLoc.output”, “TLoc_cart.output”, “TTN.output”, “TTT.output”, “TLAT.output” y “TTOR.output”. La ruta de almacenamiento de estas tablas variará con cada simulación del proceso de optimización; en esta explicación se asumirá que se introduce la dirección de la carpeta del archivo mediante la cadena de caracteres “ruta”.

La carga de las tablas de elementos en MATLAB® se va a realizar mediante una función por cada tabla que debe ser cargada.

Lo primero que ha de hacer la función es estipular el nombre completo del archivo a partir del dato de entrada a la función, el parámetro “ruta”; esta dirección del archivo se guardará en la variable “filename”. A continuación, se establecerá el formato de la tabla indicando en qué fila se ha de comenzar a leer “startRow” y el formato de los datos en todas las filas del archivo “formatSpec”. En este punto, se debe abrir el archivo especificado desde MATLAB® con el comando “fopen” y delimitar el texto que se va a leer mediante el comando “textscan”. Por último, se lee el archivo de texto, teniendo en cuenta el formato especificado con el comando “fscanf” y se cierra el archivo leído “fclose”. Todos los datos leídos por la función “fscanf” se almacenan en una matriz; esta matriz es la variable que devolverá la función.

A continuación, se muestran algunas de las funciones desarrolladas para leer las tablas “TLoc”, “TLAT”, “TLoc_1D” y “TDEF_1D”. El resto de tablas se leerán generando funciones análogas a estas.

```

function [TLoc] = Carga_TLoc(ruta)
filename=strcat(ruta,"TLoc.output");
startRow = 3;
formatSpec='%f %f %f %f %f\n';
fileID=fopen(filename,'r');
textscan(fileID,'%s',startRow-1,'Delimiter','\n');
TLoc = fscanf(fileID, formatSpec, [5 inf]);
fclose(fileID);
end

```

```

function [TLAT] = Carga_TLAT(ruta)

```

```

function [TLoc] = Carga_TLoc1D(ruta)
filename=strcat(ruta,"TLoc_1D.output");
startRow = 3;
formatSpec='%f %f\n';
fileID=fopen(filename,'r');
textscan(fileID,'%s',startRow-1,'Delimiter','\n');
TLoc = fscanf(fileID, formatSpec, [2 inf]);
fclose(fileID);
end

```

```

function [TDEF] = Carga_TDEF1D(ruta)

```

```

filename=strcat(ruta, "\TLAT.output");
startRow = 3;
formatSpec='%f %f %f\n';
fileID=fopen(filename, 'r');
textscan(fileID, '%s', startRow-1, 'Delimiter', '\n');
TLAT = fscanf(fileID, formatSpec, [3 inf]);
fclose(fileID);
end

filename=strcat(ruta, "\TDEF_1D.output");
startRow = 3;
formatSpec='%f %f %f %f\n';
fileID=fopen(filename, 'r');
textscan(fileID, '%s', startRow-1, 'Delimiter', '\n');
TDEF = fscanf(fileID, formatSpec, [4 inf]);
fclose(fileID);
end

```

Tras declarar las distintas funciones en MATLAB® para cargar las tablas de elementos, lo único que habrá que programar en el *script* encargado de calcular el coeficiente de seguridad es la llamada a la función. Se ejecutarán todas las funciones creadas para cargar las tablas especificando la ubicación en la que están guardados los archivos mediante la variable “ruta” de la siguiente manera:

```

% Carga Tabla Localización polar de los elementos

TLoc=Carga_TLoc(ruta);
% Carga Tabla Localización cartesiana de los elementos

TLoc_cart=Carga_TLoc_cart(ruta);
% Carga Tabla de Tensiones Normales en elementos

TTN=Carga_TTN(ruta);
% Carga Tabla de Tensiones Tangenciales en elementos

TTT=Carga_TTT(ruta);
% Carga Tabla de deformaciones laterales en elementos

TLAT=Carga_TLAT(ruta);
% Carga Tabla de deformaciones torsionales en elementos

TTOR=Carga_TTOR(ruta);

```

Para poder cargar la tabla de *keypoints* en MATLAB® no se puede utilizar la misma estructura que en las funciones de las tablas de elementos porque, en este caso, no se pueden eliminar las cabeceras de las tablas siendo necesario implementar un código que interprete el archivo como cadenas de caracteres y posteriormente se quede únicamente con aquellas cadenas que representen los valores de interés para la optimización. Las tablas de puntos que genera el modelo unidimensional y tridimensional tienen las mismas características, por lo que se leerán mediante el mismo código:

```

%% Setup the Import Options and import the data
opts = delimitedTextImportOptions("NumVariables", 11);

% Specify range and delimiter

```

```

opts.DataLines = [5, Inf];
opts.Delimiter = " ";

% Specify column names and types
opts.VariableNames = ["VarName1", "VarName2", "VarName3", "VarName4", "Var5", "Var6",
"Var7", "Var8", "Var9", "Var10", "Var11"];
opts.SelectedVariableNames = ["VarName1", "VarName2", "VarName3", "VarName4"];
opts.VariableTypes = ["double", "double", "double", "double", "string", "string", "string",
"string", "string", "string", "string"];

% Specify file level properties
opts.ExtraColumnsRule = "ignore";
opts.EmptyLineRule = "read";
opts.ConsecutiveDelimitersRule = "join";
opts.LeadingDelimitersRule = "ignore";

% Specify variable properties
opts = setvaropts(opts, ["Var5", "Var6", "Var7", "Var8", "Var9", "Var10", "Var11"],
"WhitespaceRule", "preserve");
opts = setvaropts(opts, ["Var5", "Var6", "Var7", "Var8", "Var9", "Var10", "Var11"],
"EmptyFieldRule", "auto");
opts = setvaropts(opts, ["VarName1", "VarName2", "VarName3", "VarName4"], "FillValue",
1234.56789);

% Import the data

ruta_TKPoints=strcat(ruta,"\\TKPoints.output");
TKPoints = readtable(ruta_TKPoints, opts);

%% Convert to output type
TKPoints = table2array(TKPoints);

%% Clear temporary variables
clear opts

```

La carga de la tabla de tensiones unidimensional “TT_1D” generada por la función “PRESOL” será el mismo que para la tabla de puntos, pero en este caso los únicos datos leídos son los valores mínimos y máximos registrados en cada nodo.

En la Figura 45 se muestra el aspecto de la tabla generada mediante el comando “PRESOL” para un elemento concreto, todos los elementos del modelo se listan en orden siguiendo esta estructura. En esta tabla se recogen valores del rango de tensiones registrado por el nodo inicial y final de cada elemento del eje; tras este listado se muestra los valores mínimos y máximos del rango de tensiones.

```

TT_1D.output
Archivo  Editar  Ver
STRESSES AT BEAM SECTION NODAL POINTS
ELEMENT =      258 SECTION ID =      8
ELEMENT NODE = 515
SEC NODE      SXX      SXZ      SXY
1      -0.86010E+006  0.45995E-009  -0.10337E-008
3      -0.20856E+007  -0.11352E+008  0.30664E-009
9      -0.17267E+007  -0.80270E+007  0.80270E+007
11     -0.17267E+007  -0.80270E+007  -0.80270E+007
17     -0.86010E+006  0.22141E-009  0.11352E+008
19     -0.86010E+006  0.91991E-009  -0.11352E+008
25     6485.2      0.80270E+007  0.80270E+007
27     6485.2      0.80270E+007  -0.80270E+007
33     0.36544E+006  0.11352E+008  0.16054E+008
35     -0.25933E+007  -0.16054E+008  -0.23740E-008
41     -0.20856E+007  -0.11352E+008  0.11352E+008
43     -0.20856E+007  -0.11352E+008  -0.11352E+008
49     -0.86010E+006  -0.76088E-009  0.16054E+008
51     -0.86010E+006  0.27940E-008  -0.16054E+008
57     0.36544E+006  0.11352E+008  0.11352E+008
59     0.36544E+006  0.11352E+008  -0.11352E+008
65     0.87307E+006  0.16054E+008  0.26235E-008

Max=      0.87307E+006  0.16054E+008  0.16054E+008
Min=     -0.25933E+007  -0.16054E+008  -0.16054E+008

ELEMENT NODE = 421
SEC NODE      SXX      SXZ      SXY
1      -0.86010E+006  0.76241E-009  0.27697E-009
3      -0.19890E+007  -0.11352E+008  0.50827E-009
9      -0.16584E+007  -0.80270E+007  0.80270E+007
11     -0.16584E+007  -0.80270E+007  -0.80270E+007
17     -0.86010E+006  0.82632E-009  0.11352E+008
19     -0.86010E+006  0.15248E-008  -0.11352E+008
25     -61846.     0.80270E+007  0.80270E+007
27     -61846.     0.80270E+007  -0.80270E+007
33     0.26880E+006  0.11352E+008  0.20757E-008
35     -0.24568E+007  -0.16054E+008  0.45678E-010
41     -0.19890E+007  -0.11352E+008  0.11352E+008
43     -0.19890E+007  -0.11352E+008  -0.11352E+008
49     -0.86010E+006  -0.15674E-008  0.16054E+008
51     -0.86010E+006  0.27940E-008  -0.16054E+008
57     0.26880E+006  0.11352E+008  0.11352E+008
59     0.26880E+006  0.11352E+008  -0.11352E+008
65     0.73641E+006  0.16054E+008  0.34301E-008

Max=      0.73641E+006  0.16054E+008  0.16054E+008
Min=     -0.24568E+007  -0.16054E+008  -0.16054E+008

STRESSES AT BEAM SECTION NODAL POINTS
ELEMENT =      259 SECTION ID =      9
ELEMENT NODE = 421
Ln 13826, Col 58  80%  Windows (CRLF)  UTF-8

```

Figura 45. Archivo "TT_1D.output" que alberga la tabla de tensiones unidimensional generada mediante el comando PRESOL. (Generada mediante ANSYS®)

El código generado por MATLAB® se muestra a continuación y, como puede apreciarse, se ha implementado una variable llamada "DataLines" que indica las líneas donde se encontrarán los valores mínimos y máximos que han de ser leídos. La generación de esta variable "DataLines" viene definida por el número de elementos del modelo, que se puede extraer de la tabla de localizaciones "TLoc" localizando la última fila de esta tabla:

```

[~,NElem]=max(TLoc(:,1));
opts = delimitedTextImportOptions("NumVariables", 8);

% Specify range and delimiter
DataLines=[29,31];
for i=2:1:(N_Elem*2-1)
    if rem(i,2)==0
        Nfila= DataLines(i-1,:)+25;
    else
        Nfila= DataLines(i-1,:)+29;
    end
    DataLines=[DataLines;Nfila];

```

```

end

opts.DataLines=DataLines;
opts.Delimiter = " ";

% Specify column names and types
opts.VariableNames = ["Var1", "VarName2", "VarName3", "VarName4", "Var5", "Var6", "Var7", "Var8"];
opts.SelectedVariableNames = ["VarName2", "VarName3", "VarName4"];
opts.VariableTypes = ["string", "double", "double", "double", "string", "string", "string", "string"];

% Specify file level properties
opts.ImportErrorRule = "omitrow";

opts.ExtraColumnsRule = "ignore";

opts.EmptyLineRule = "read";
opts.ConsecutiveDelimitersRule = "join";
opts.LeadingDelimitersRule = "ignore";

% Specify variable properties
opts = setvaropts(opts, ["Var1", "Var5", "Var6", "Var7", "Var8"], "WhitespaceRule", "preserve");
opts = setvaropts(opts, ["Var1", "Var5", "Var6", "Var7", "Var8"], "EmptyFieldRule", "auto");

% Import the data
ruta_TT1D=strcat(ruta, "\TT_1d.output");
TT1D = readtable(ruta_TT1D, opts);
TT = table2array(TT1D);

```

2.1.3. Tratamiento de las tablas en MATLAB®

La primera tabla que va a ser tratada es la tabla de keypoints “TKPoints” que será posteriormente utilizada para tratar las tablas de elementos. Para eliminar determinadas casillas de una matriz en MATLAB®, se ha de igualar la casilla de la matriz que desea eliminarse al término “[]”.

En el caso unidimensional, las únicas columnas que deben mantenerse son la primera, que identifica cada “keypoint” por su número, y la cuarta que señala la posición en “Z” de cada punto, es decir, la coordenada axial que localiza cada punto en este modelo. En la tabla de puntos del modelo tridimensional, se debe eliminar la segunda columna; esta columna corresponde con la coordenada “X” de los puntos del perfil del eje, todos estos puntos se encuentran en el plano YZ, por lo que se trata de una columna de ceros. Además, se tendrá que eliminar todas aquellas filas en las que había cadenas de caracteres para ambos casos.

Las columnas de las tablas pueden eliminarse directamente igualando todas las casillas contenidas en una columna a el término “[]”. Para eliminar las casillas que contenían cadenas de caracteres se va a crear una nueva variable binaria “toDelete” que identificará si alguna casilla es igual a 1234,56789 (el número utilizado para sustituir las cadenas de caracteres). La variable binaria “toDelete” es un vector columna con tantos componentes como filas tenga la tabla tratada; en caso de detectar que los valores numéricos coinciden se

estipula como “true” o “1” esa posición del vector mientras que si no se cumple la igualdad el valor de esa posición será “false” o “0”.

A continuación, se muestra el código necesario para llevar a cabo el tratamiento de la tabla de keypoints “TKPoints” en el caso tridimensional; en el caso del modelo unidimensional, eliminaría la tercera columna también:

```

%% Tratamiento tabla KeyPoints
toDelete = TKPoints(:,1) == 1234.56789;
TKPoints(toDelete,:) = [];

TKPoints(:,2)=[];

[~,NKPoint]=max(TKPoints(:,1));

```

Las zonas con poca fiabilidad para el caso tridimensional son tres: la sección rígida realizada para distribuir mejor las cargas que transmite el engranaje, las secciones pertenecientes a los rodamientos cuya movilidad está restringida a cero y los cambios de radio entre secciones que forman aristas interiores rectas formando un concentrador de tensiones mayor al existente. Para eliminar todos los elementos pertenecientes a estas zonas se hará uso de variable binaria “toDelete” programando esta variable para que verifique la situación de cada elemento y si se encuentra en las zonas objetivo se elimine ese elemento de todas las tablas de elementos.

En primer lugar, se va a describir cómo realizar el tratamiento de todas aquellas tablas de elementos generadas mediante los comandos “ETABLE” y “PRETAB” que comparten la estructura y se pueden tratar de manera simultánea. Por último, se mostrará el código necesario para tratar la tabla de tensiones unidimensional “TT_1D”, tabla generada con el comando “PRESOL” que cuenta con cuatro valores distintos de tensión por cada elemento y dirección, donde el resto de las tablas únicamente lee un valor.

Para ubicar aquellos elementos restringidos por los rodamientos, han de delimitarse las secciones del eje apoyadas sobre estos rodamientos a partir del punto de inicio y final de cada sección; en la Tabla 21 se muestran los identificadores de estos puntos tanto para el caso unidimensional como tridimensional.

Tabla 21. Número identificador de los keypoints que delimitan las secciones acopladas a los rodamientos para el caso unidimensional y tridimensional.

Keypoint nº	Rodamiento de Rodillos	Rodamiento de Bolas
Caso 1D	2-3	13-14
Caso 3D	3-4	25-26

En el caso unidimensional, se eliminarán todos aquellos elementos cuya coordenada axial se encuentre entre los dos puntos especificados. Mientras que, en el modelo tridimensional el rango de valores en el que se debe comprobar si se encuentra el elemento para eliminarlo es: una coordenada axial que se encuentre entre ambos puntos y una coordenada radial que se encuentre a 5 mm o menos de la superficie lateral.

Para verificar si cada elemento se encuentra en el rango de valores estipulado se utilizará la tabla de localización de los elementos “TLoc” y se comparará con la ubicación de

los puntos de interés, almacenada en la tabla de puntos “TKPoints”. Los elementos que cumplan las condiciones establecidas se eliminarán de todas las tablas de elementos extraídas desde ANSYS®.

El código necesario para no tener en cuenta todos aquellos elementos adyacentes a la superficie en contacto con los rodamientos para el caso tridimensional se muestra a continuación. En caso de hacer este tratamiento sobre el modelo unidimensional deberán eliminarse las condiciones referidas a la coordenada radial de los elementos adecuando las expresiones a los puntos mostrados en la Tabla 21.

```
%Eliminación de elementos del rodamiento de rodillos
toDelete = TLoc(:,4)>TKPoints(3,3)-0.0001 & TLoc(:,4)< TKPoints(4,3)+0.0001 &
TLoc(:,2)>TKPoints(3,2)-0.005 & TLoc(:,2)< TKPoints(3,2)+0.005;
TLoc(toDelete,:) = [];
TLoc_cart(toDelete,:) = [];
TTN(toDelete,:) = [];
TTT(toDelete,:) = [];
TLAT(toDelete,:) = [];
TTOR(toDelete,:) = [];
%Eliminación de elementos del rodamiento de bolas
toDelete =TLoc(:,4)>TKPoints(NKPoint-2,3)-0.0001 & TLoc(:,4)< TKPoints(NKPoint-
1,3)+0.0001 & TLoc(:,2)>TKPoints(NKPoint-1,2)-0.005 & TLoc(:,2)<
TKPoints(NKPoint-1,2)+0.005;
TLoc(toDelete,:) = [];
TLoc_cart(toDelete,:) = [];
TTN(toDelete,:) = [];
TTT(toDelete,:) = [];
TLAT(toDelete,:) = [];
TTOR(toDelete,:) = [];
```

El caso de la sección rígida se resuelve de manera paralela al de los rodamientos. En este caso, también es la superficie lateral de la sección cilíndrica la que está siendo sometida a unas restricciones que comprometen su fiabilidad. Del mismo modo, se podrá eliminar únicamente aquellos elementos adyacentes a la superficie lateral en el modelo tridimensional, pero será necesario eliminar todos los elementos contenidos entre el punto inicial y final de la sección en el caso unidimensional.

Los puntos que delimitan el inicio y el final de la sección cilíndrica varían en función de la marcha que este siendo optimizada en cada caso; la Tabla 22 muestra los puntos de inicio y fin de cada marcha para los dos modelos desarrollados. Seguidamente a esta tabla se ilustra cómo se llevaría a cabo la eliminación de los elementos adyacentes a la sección rígida de la quinta marcha en el modelo tridimensional.

Tabla 22. Número identificador de los keypoints que delimitan las secciones acopladas a los engranajes para el caso unidimensional y tridimensional.

Keypoint nº	1ª marcha	2ª marcha	3ª marcha	4ª marcha	5ª marcha
Caso 1D	4-5	6-7	7-8	9-10	11-12
Caso 3D	7-8	11-12	13-14	17-18	21-22

```

%Eliminación de elementos de la sección rígida
toDelete = TLoc(:,4)>TKPoints(21,3)-0.001 & TLoc(:,4)< TKPoints(22,3)+0.001 &
TLoc(:,2)>TKPoints(21,2)-0.005 & TLoc(:,2)< TKPoints(21,2)+0.0005;
TLoc(toDelete,:) = [];
TLoc_cart(toDelete,:) = [];
TTN(toDelete,:) = [];
TTT(toDelete,:) = [];
TLAT(toDelete,:) = [];
TTOR(toDelete,:) = [];

```

La eliminación de los elementos colindantes a los cambios de sección que forman ángulos internos también se va a realizar de una manera análoga a los dos tratamientos anteriores, pero en este caso, hay que estipular si el cambio de secciones implica un ángulo interno o externo para decidir si se eliminan los elementos colindantes o no. Se puede determinar que un ángulo es interno cuando cualquiera de los radios de los puntos contiguos es mayor que el del punto tratado. Este tratamiento únicamente se puede llevar a cabo en el modelo tridimensional del eje.

Se eliminarán todos los elementos que se encuentren a menos de 5 mm de la arista de cambio de sección. En el siguiente extracto del código desarrollado se muestra la secuencia de órdenes necesaria para eliminar todos los elementos colindantes a los cambios de sección que forman un ángulo interno en el eje.

```

%Eliminación de elementos en los cambios de sección
for i=4:1:NKPoint-2

    if TKPoints(i+1,2)>TKPoints(i,2) || TKPoints(i-1,2)>TKPoints(i,2)
        toDelete = TLoc(:,4)>TKPoints(i,3)-0.005 & TLoc(:,4)< TKPoints(i,3)+0.005 &
TLoc(:,2)>TKPoints(i,2)-0.005 & TLoc(:,2)< TKPoints(i,2)+0.0005;
        TLoc(toDelete,:) = [];
        TLoc_cart(toDelete,:) = [];
        TTN(toDelete,:) = [];
        TTT(toDelete,:) = [];
        TLAT(toDelete,:) = [];
        TTOR(toDelete,:) = [];
    end
end

```

Por último, se eliminarán todos aquellos elementos que independientemente de su ubicación se considere que el error asociado es excesivamente alto. El error de cada elemento se encuentra en la quinta columna de la tabla de elementos tridimensional "TLoc", en el caso unidimensional no es posible extraer el dato de error asociado a cada elemento. Se considerará que el error es demasiado alto cuando sobrepase el valor de 0,1%. Todos los elementos que cumplan esta circunstancia se eliminarán mediante el código siguiente:

```

toDelete = TLoc(:,5) > 0.0001;
TLoc(toDelete,:) = [];
TTN(toDelete,:) = [];
TTT(toDelete,:) = [];

```

```
TDEF(toDelete,:) = [];
```

El tratamiento de la tabla de tensiones unidimensional “TT_1D” es especial por la estructura de esta tabla que alberga cuatro datos por elemento donde en el resto de las tablas únicamente se recoge un dato. Esta tabla unidimensional, tal y como se ha ido comentando para el resto de las tablas unidimensionales, únicamente va a ser tratada en sus secciones correspondientes a los rodamientos (tratamiento 1 y 2) y en la sección acoplada al engranaje en la que se aplican las fuerzas (tratamiento 3).

Debe generarse una nueva variable binaria “toDelete_TTx” por cada tratamiento “x” que se le aplique a la tabla de tensiones unidimensional; el valor de “x” puede ser 1, 2 o 3 en función del número de tratamiento que se le está ejerciendo a la tabla. Esta nueva variable binaria “toDelete_TTx” se forma cuádruplicando la variable “toDelete”, de este modo si en la posición “n” de la variable “toDelete” hay un 1 se designarán como “true” las posiciones “n*4”, “n*4-1”, “n*4-2” y “n*4-3” de la nueva variable “toDelete_TTx”; del mismo modo estas mismas posiciones se identificarán como “false” si en la posición “n” de la variable “toDelete” hay un 0.

Para llevar a cabo el tratamiento de la tabla de tensiones unidimensional “TT_1D” se han de eliminar los cuatro valores de tensión asociados a cada elemento que se encuentra en una zona poco fiable del modelo. Para ello, se añadirá el siguiente código después de cada tratamiento realizado sobre la tabla de localización de elementos “TLoc_1D” y las tablas de deformaciones “TDEF_1D” (en caso de haber cargado esta tabla):

```
if toDelete(n,1)==1
    toDelete_TTx(n*4,1)=true;
    toDelete_TTx(n*4-1,1)=true;
    toDelete_TTx(n*4-2,1)=true;
    toDelete_TTx(n*4-3,1)=true;
else
    toDelete_TTx(n*4,1)=false;
    toDelete_TTx(n*4-1,1)=false;
    toDelete_TTx(n*4-2,1)=false;
    toDelete_TTx(n*4-3,1)=false;
end
end
TT(toDelete_TTx,:) = [];

[~,NElem]=max(TLoc(:,1));
```

2.2. Cálculo del coeficiente de seguridad

2.2.1. Diseño a fatiga

El diseño a fatiga cuenta con diversos criterios para determinar el coeficiente de seguridad. En la Figura 46 se muestra una comparativa entre los distintos criterios de falla por fatiga en una gráfica (diagrama de fatiga), cuyo eje de abscisas se corresponde con la tensión media y el eje de ordenadas con la tensión alternante. Para cada criterio en esta gráfica, si la combinación de la tensión media y alternante está sobre la línea o por encima de esta indica que se producirá una falla por fatiga, mientras que si este punto se encuentra

por debajo de la línea se puede considerar que el eje funcionará correctamente. Así pues, se puede apreciar que de entre todos los criterios el más conservador es el criterio de Soderberg caracterizado por una recta cuya ordenada en el origen (tensión alternante máxima) es el límite de fatiga (S_e), mientras que la abscisa en el origen (tensión media máxima) es el límite de fluencia (S_y), este será el criterio escogido para dimensionar el eje a fatiga. La expresión que define la recta de Soderberg se muestra en la ecuación (10).

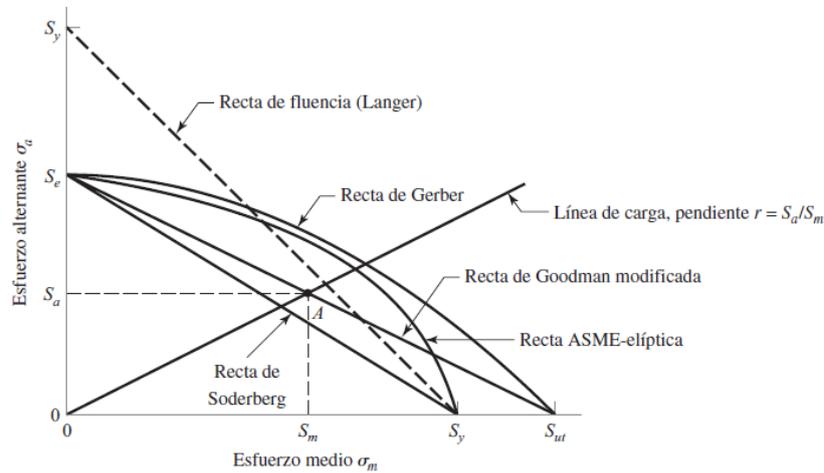


Figura 46. Diagrama de fatiga en el que se comparan las rectas definidas por los criterios de falla por fatiga. En este diagrama el eje de abscisas corresponde al esfuerzo alternante (σ_a) y el eje de ordenadas el esfuerzo medio (σ_m). (Fuente: (Budynas & Nisbett, 2008b))

$$\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_y} = 1 \quad (10)$$

Dónde:

S_a : Tensión alternante (σ_a).

S_e : Límite de fatiga.

S_m : Tensión media (σ_m).

S_y : Límite de fluencia.

El procedimiento para calcular el coeficiente de seguridad a fatiga se basa en la utilización del criterio de tensiones estáticas equivalentes (Avilés González, 2005); además, la influencia de la tensión media estará definida por el criterio de Soderberg. Bajo estos criterios, la tensión estática equivalente (σ_{eq}) que presenta el mismo coeficiente de seguridad a fatiga que la combinación de una tensión media (σ_m) con una tensión alternante (σ_a) está definida en la ecuación (11).

$$\sigma_{eq} = \sigma_m + \frac{S_y}{S_N} \sigma_a \quad (11)$$

Dónde:

σ_{eq} : Tensión estática equivalente.

σ_m : Tensión media.

σ_a : Tensión alternante.

S_y : Límite de fluencia.

S_N : Límite a fatiga en un número de ciclos N.

Como puede verse en la Figura 47, la tensión estática equivalente está definida respecto al límite a fatiga en un número de ciclos N (S_N); el dimensionamiento de un eje de transmisión de estas características ha de realizarse en base al límite de fatiga a vida infinita (S_e), de este modo ($S_N=S_e$). Para calcular el coeficiente de seguridad a fatiga en vida infinita bajo el criterio de Soderberg, se ha de comparar la tensión estática equivalente (σ_{eq}) con el límite de fluencia del material (S_y). En la ecuación (12) se muestra la expresión para calcular el coeficiente de seguridad a fatiga bajo el criterio de Soderberg se puede calcular esta expresión a partir de las ecuaciones (10) y (11).

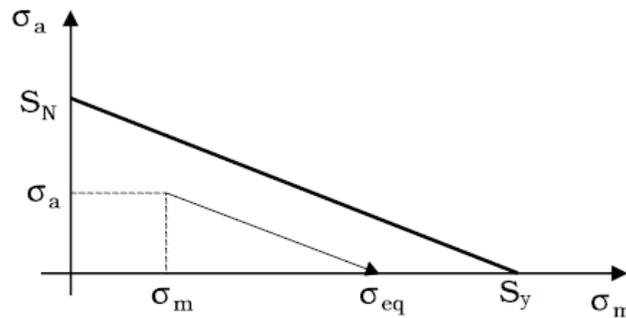


Figura 47. Definición gráfica de la tensión estática equivalente (σ_{eq}) a partir de los valores de tensión media (σ_m) y alternante (σ_a). (Fuente: (Budynas & Nisbett, 2008b))

$$X_f = \frac{S_y}{\sigma_{eq}} \quad (12)$$

Dónde:

X_f : factor de seguridad a fatiga

σ_{eq} : tensión estática equivalente (uniaxial).

S_y : Límite de fluencia del material.

En un estado de tensiones multiaxial, como es el caso del eje analizado, deben calcularse las tensiones estáticas equivalentes en todas las direcciones del modelo para combinarlas mediante la expresión de Von Mises y obtener la tensión estática equivalente de Von Mises (σ_{eqvm}); esta es una tensión estática equivalente uniaxial que puede utilizarse directamente en la ecuación (12) para calcular el coeficiente de seguridad.

Disponiendo del límite a fluencia del material (S_y), queda calcular la tensión estática equivalente de Von Mises (σ_{eqvm}) para determinar el coeficiente de seguridad a fatiga. Para ello, primero deben calcularse las tensiones estáticas equivalentes en todas las componentes direccionales del modelo a partir de las tensiones medias y alternantes en cada una de estas direcciones. La determinación de estas tensiones medias y alternantes dependerá del modelo de elementos finitos que se esté utilizando, pero para un punto sometido a dos tensiones distintas a lo largo del tiempo (σ_1 y σ_2) la tensión media (σ_m) y la tensión alternante (σ_a) se calcularán según las siguientes ecuaciones (13) y (14).

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \quad (13)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (14)$$

Dónde:

σ_m : Tensión media.

σ_a : Tensión alternante.

σ_1 : Tensión de un punto P en el instante 1.

σ_2 : Tensión de un punto P en el instante 2.

Al disponer de las tensiones medias y alternantes correspondientes a un determinado punto del eje, se pueden determinar las consecuentes tensiones estáticas equivalentes mediante la ecuación (11); sustituyendo el límite de fatiga para una vida determinada (S_N) por el límite de fatiga a vida infinita (S_e). Una vez obtenidas las distintas tensiones estáticas equivalentes puede obtenerse la tensión estática equivalente de Von Mises mediante la ecuación (15).

$$\sigma_{eqvm} = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2) + 3 \cdot (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)} \quad (15)$$

Dónde:

σ_{eqvm} : Tensión equivalente de Von Mises.

σ_x : Tensión normal en la componente direccional X.

σ_y : Tensión normal en la componente direccional Y.

σ_z : Tensión normal en la componente direccional Z.

τ_{xy} : Tensión tangencial en la componente direccional XY.

τ_{yz} : Tensión tangencial en la componente direccional YZ.

τ_{xz} : Tensión tangencial en la componente direccional XZ.

El límite de fatiga a vida infinita (S_e) en cada punto del eje puede verse modificado por multitud de factores, los más importante se cuantifican mediante factores de corrección. En la ecuación (16) se muestra la expresión para estimar el límite de fatiga de un punto concreto del eje.

$$S_e = k_a \cdot k_b \cdot k_c \cdot k_d \cdot k_e \cdot \frac{1}{k_f} \cdot S'_e \quad (16)$$

Dónde:

S_e = Límite de fatiga del punto del componente

S'_e = Límite de fatiga de la probeta

k_a = Factor de superficie

k_b = Factor de tamaño

k_c = Factor de tipo de carga (axial, flector, torsor, cortante,...)

k_d = Factor de temperatura

k_e = Factor de confiabilidad

k_f = Factor de concentrador de tensiones.

El límite de fatiga de la probeta (S'_e) se obtiene de ensayos esfuerzo-vida y se puede estimar según el límite de rotura a tracción del material utilizado (S_u). Para una probeta de acero se estima el límite de fatiga (a 10^6 ciclos) mediante la ecuación definida por tramos (17):

$$\begin{aligned} S'_e &= 0,5 \cdot S_u & (S_u \leq 1400MPa) \\ S'_e &= 700 & (S_u > 1400MPa) \end{aligned} \quad (17)$$

Dónde:

S'_e = Límite de fatiga de la probeta

S_u = Límite de rotura a tracción

De todos los factores de corrección que afectan al límite de fatiga del eje hay algunos que no se tendrán en cuenta; tanto el factor de tipo de carga (k_c) como el factor de temperatura (k_d) se consideran unitarios y no influirán en el cálculo. Por otro lado, el factor de superficie (k_a) y el factor de confiabilidad (k_e) se mantienen iguales para cualquier punto del eje y ya se calcularon en el anteproyecto. La confiabilidad se impondrá en el 95% como se hizo en el anteproyecto, de este modo el factor de corrección de confiabilidad será $k_e=0.868$. El factor de superficie (k_a) depende del material y el acabado superficial de este según la expresión mostrada en la ecuación (18); se deberá tener en cuenta si se cambia el material utilizado en la fabricación del eje.

$$k_a = a \cdot S_u^b \quad (18)$$

Dónde:

k_a : Factor de superficie.

S_u : Límite de rotura tracción del material.

a y b: Coeficientes dependientes del acabado superficial. $a=4.51$ y $b=-0.265$ para un acabado mecanizado.

Por último, tanto el factor de tamaño (k_b) como el factor de concentrador de tensiones (k_f) variarán en función de la posición del elemento que está siendo analizado. El factor de tamaño (k_b) se calcula a partir de la expresión mostrada en la ecuación 19 para ejes con un diámetro menor a 50 mm; este factor dependerá únicamente del diámetro de la sección en la que se encuentra el elemento analizado. Para la dirección axial del eje no hay efecto de tamaño, por lo que $k_{bAx}=1$.

$$k_b = \left(\frac{d}{7.62} \right)^{-0.1133} \quad (19)$$

Dónde:

k_b : Factor de tamaño.

d: Diámetro de la sección del eje en la que se encuentra el elemento analizado (debe expresarse en mm).

No es necesario determinar el factor de corrección por concentrador de tensiones (k_f) en el modelo tridimensional del eje porque se representa la geometría del eje con fidelidad de modo que la influencia de los concentradores de tensiones ya se tiene en cuenta. Podría introducirse el factor de concentrador de tensiones para los chaveteros que no han sido modelados; sin embargo, los elementos en la posición del chavetero que transmite las fuerzas se han eliminado por su escasa fiabilidad y el resto de los chaveteros no influirán en el resultado cuando no se transmiten las fuerzas a través suyo. En el caso unidimensional, este factor de concentrador de tensiones sí que se añadirá por no estar representando el eje de manera exacta; se tendrá en cuenta los concentradores en el chavetero ($k_f=1.25$) pero no los concentradores de los cambios de sección por la complejidad de su obtención.

2.2.1.1. Caso unidimensional

En el caso unidimensional, para llevar a cabo el cálculo del coeficiente de seguridad a fatiga se van a calcular las tensiones medias y alterantes, para cada elemento del modelo, utilizando los valores de tensión mínimos y máximos registrados en el nodo inicial y final de cada elemento.

Para calcular el coeficiente de seguridad a fatiga del eje se realizará un bucle “for” que calcule este factor de seguridad para cada uno de los elementos fiables del modelo y almacene el valor más crítico. En cada iteración de este bucle: se comenzará determinando el límite de fatiga a vida infinita (S_e) del elemento analizado; a continuación, se calcularán los valores de tensión media (σ_m) y alternante (σ_a) a partir de los valores mínimos y máximos registrados en la tabla “TT_1D”; se obtendrá la tensión estática equivalente (σ_{eq}) en las tres direcciones del modelo unidimensional mediante la ecuación (11); con estas tensiones se podrá calcular la tensión estática equivalente de Von Mises (σ_{eqvm}) utilizada para determinar el coeficiente de seguridad a fatiga (X_f).

Dado que los valores mínimos y máximos registrados en la tabla “TT_1D” no tienen por qué pertenecer al mismo punto del nodo, se obtendrán resultados más restrictivos a los reales. De este modo, se puede asegurar que los resultados del modelo unidimensional serán significativos para el modelaje del eje, pero no exactos.

De manera previa al bucle, pueden declararse aquellas magnitudes que no variarán en función de la posición que ocupe el elemento analizado. Estas magnitudes son: el límite de rotura a tracción (S_u), el límite a flexión (S_y), el límite a fatiga de la probeta (S'_e) y los factores de corrección de superficie (k_a) y de confiabilidad (k_e). Si se utiliza el mismo material que se usó en el ANTEPROYECTO, el acero mecanizado F-1115 los valores de estas magnitudes serán: $S_u=850\text{MPa}$ y $S_y=640\text{MPa}$.

```
%% Límites del material y
factores de corrección
Su=850*10^6;
Sy=640*10^6;
See=Su/2;
Ka=4.51*(Su/10^6)^(-0.265);
Ke=0.867;
```

Cabe remarcar que antes del bucle tiene que declararse la variable que almacenará el mínimo coeficiente de seguridad a fatiga de todos los elementos analizados. Esta variable se declarará con un valor considerablemente alto, para que al analizar un elemento cuyo coeficiente de seguridad sea menor se sobrescriba almacenando siempre el coeficiente más desfavorable. Además, se ha de determinar el número de elementos “NElem” que hay en la tabla de localización de elementos “TLoc” tras los tratamientos realizados para marcar el límite de iteración al bucle:

```
%% Cálculo de factor de seguridad X

[~,NElem]=max(TLoc(:,1));
X_min_fat=100;
```

El bucle se realizará de modo que en cada iteración se compruebe un elemento distinto del eje, teniendo en cuenta que la tabla “TT_1D” tiene cuatro valores de tensión (dos mínimos y dos máximos) para cada dirección de cada elemento. El bucle se programará en base a una variable “j” con un valor inicial de 4 y que en intervalos de 4 unidades recorra

toda la tabla de tensiones “TT_1D”, que terminará en el valor “NElem*4”. Al configurarla de este modo, para relacionar el número de la variable “j” con el correspondiente elemento en la tabla “TLoc”, bastará con centrarse en la fila “j/4” de esta tabla.

La primera tarea que se llevará a cabo en el interior del bucle será determinar el límite a fatiga para vida infinita (S_e). Tal y como se ha visto anteriormente, este límite de fatiga está condicionado por dos factores de corrección que varían en función de la localización del elemento: el factor de forma (k_b) y el factor de concentrador de tensiones (k_f).

Para determinar el factor de forma (k_b) es necesario conocer el diámetro (d) de las diferentes secciones del eje. Esta información es difícil de extraer del modelo unidimensional de elementos finitos porque la única dimensión modelada en este modelo es la axial. Se introducirán directamente los valores de radio generados por las variables de entrada en modeFRONTIER® encargadas de variar la geometría del modelo (el método detallado se encuentra en el apartado 3.1.2.1. Variables de entrada

Las únicas dos secciones que no varían a lo largo del proceso, y que por tanto no tienen sus correspondientes variables de entrada en modeFRONTIER®, son las secciones correspondientes a los rodamientos. Los elementos pertenecientes a estas secciones han sido eliminados en el tratamiento de las tablas por su escasa fiabilidad por lo que no son necesarios en el cálculo. Todos estos radios de las secciones del eje se agrupan en una variable vectorizada llamada “Rad” para facilitar su manipulación de manera previa al lanzamiento del bucle.

Para designar el valor del factor de concentrador de tensiones (k_f) se ha de estipular cómo se definen estos valores en función de la localización del elemento analizado. Si el elemento pertenece a una de las secciones en las que se acoplan las marchas se le asignará el valor “ $k_f=1.25$ ”, en cualquier otro caso el valor del factor de corrección no se tendrá en cuenta dándole un valor unitario ($k_f=1.00$).

Para calcular estos dos coeficientes de corrección, se almacenará la posición del elemento analizado en la variable “E_z” y se desarrollará un nuevo bucle “for” encargado de recorrer la tabla “TKPoints” en busca de la sección en la que se encuentra el eje. Si el valor de la coordenada axial del elemento analizado “E_z” se encuentra en el intervalo de valores que identifican el inicio y final de una sección, se generará una nueva variable “d” que almacene el diámetro esta sección para calcular el factor de forma (k_b); si esta sección a la que pertenece el rodamiento está acoplada a un engranaje se tendrá en cuenta el factor de concentrador de tensiones “ k_f ”.

Dado que el factor de forma (k_b) no afecta en el caso de que la tensión sea axial, deberán calcularse dos valores distintos para el límite de fatiga: un valor para el caso de la tensión axial “SeAx” y otro para el resto de las direcciones “Se”. El límite de fatiga “ S_e ” únicamente va a ser utilizado para determinar la tensión estática equivalente (σ_{eq}) en cada dirección del modelo según la ecuación (11); por esta razón, se creará una nueva variable “Fact” que almacene el valor del cociente S_y/S_e con el que se pre-multiplica la tensión alternante. El código necesario para calcular el valor del límite de fatiga a vida infinita de cada elemento es el siguiente:

```
Rad=[RadSeg1,RadEng_1,RadSinc_1,RadEng_2,RadEng_3,RadSinc_2,RadEng_4,RadSinc_3,RadEng_5,RadSeg2];
```

```
for j = 4:4:(NElem*4)
```

```
    E_z=TLoc(j/4,2);
```

```

for k=3:1:(max_NKPoint-2)
    if E_z>TKPoints(k,2) && E_z<TKPoints(k+1,2)
        d=Rad(1,k-2)*2;
        if k==4 || k==6 || k==7 || k==9 || k==10
            Kf=1.25;
        else
            Kf=1;
        end
    end
end

Kb=(d/0.00762)^(-0.1133);
SeAx=Ka*Ke*(1/Kf)*See;
Se=Ka*Kb*Ke*(1/Kf)*See;

FactAx=Sy/SeAx;
Fact=Sy/Se;

```

Una vez determinado el límite de fatiga (S_e) del elemento analizado en cada iteración, se realiza el cálculo de la tensión equivalente de Von Mises (σ_{eqvm}) en el mismo bucle "for" iniciado anteriormente. Para ello, se registran los dos valores máximos de tensión de cada elemento (uno por nodo) en la dirección axial del eje en la variable "TMAX_X", donde "X" representa la dirección de la tensión y se reemplaza por "XY" y "XZ" para el resto de las direcciones. De manera análoga, se generan las variables "TMIN_X", "TMIN_XY" y "TMIN_XZ" para los valores mínimos.

Los valores mínimos están en las filas pares de la tabla "TT_1D", mientras que los valores máximos se encuentran en las filas impares de esta misma tabla. El bucle recorre un elemento en cada iteración, incrementando la variable "j" desde 4 en intervalos de 4. De esta manera, se puede asegurar que los valores máximos del elemento se encuentren en las filas "j-3" y "j-1", mientras que los valores mínimos de tensión estén en las filas "j-2" y "j" de la tabla "TT_1D".

Cada variable nueva "TMAX" o "TMIN" contiene dos valores de tensión, uno para cada nodo del elemento. Para calcular la tensión media y la tensión alternante en las tres direcciones del modelo, se utilizan dos valores del mismo nodo. Los valores del nodo inicial del elemento se registran en la primera columna y los valores del nodo final en la segunda columna de la variable correspondiente. Se obtienen dos valores de tensión media (σ_m) y dos de tensión alternante (σ_a) en cada dirección, albergados en una única variable "t_med_X" para la tensión media y "t_alt_X" para la tensión alternante, reemplazando "X" por "XY" o "XZ" según corresponda.

Para calcular la tensión estática equivalente (σ_{eq}) en cada dirección del modelo, se aplica directamente la ecuación (11) que utiliza el cociente S_y/S_e correspondiente ("FactAx" para la tensión axial, en la dirección X). Los valores obtenidos se almacenan en variables nuevas "t_eq_X", una por cada dirección, reemplazando X por XY o XZ según corresponda. Una vez calculadas las tensiones estáticas equivalentes (σ_{eq}) en cada dirección, se combinan utilizando la ecuación (15) para obtener la tensión estática equivalente de Von Mises (σ_{eqvm}) en la variable "t_eqvm", que determina el coeficiente de seguridad a fatiga. En estas variables se almacenan dos valores, al igual que en el resto de las variables de tensión, donde el primer valor corresponde al nodo inicial y el segundo al nodo final del elemento analizado.

Para obtener el coeficiente de seguridad a fatiga (X_f), se comparan los valores calculados de la tensión estática de Von Mises (σ_{eqvm}) con el límite de fluencia del material (S_y) utilizando la ecuación (12). Dado que la variable "t_eqvm" almacena dos valores distintos, se obtiene el coeficiente de seguridad para el valor más alto de los dos, el resultado se guardará en la variable "X_fat_Elem". Si el nuevo valor es menor se sobrescribirá la variable "X_min_fat".

```

TMAX_X=[TT(j-3,1),TT(j-1,1)];
TMIN_X=[TT(j-2,1),TT(j,1)];

TMAX_XY=[TT(j-3,3),TT(j-1,3)];
TMIN_XY=[TT(j-2,3),TT(j,3)];

TMAX_XZ=[TT(j-3,2),TT(j-3,2)];
TMIN_XZ=[TT(j-2,2),TT(j,2)];

t_med_X=TMAX_X+TMIN_X;
t_alt_X=TMAX_X-TMIN_X;

t_med_XY=TMAX_XY+TMIN_XY;
t_alt_XY=TMAX_XY-TMIN_XY;

t_med_XZ=TMAX_XZ+TMIN_XZ;
t_alt_XZ=TMAX_XZ-TMIN_XZ;
t_eq_X=t_med_X+FactAx*t_alt_X;
t_eq_XY=t_med_XY+Fact*t_alt_XY;
t_eq_XZ=t_med_XZ+Fact*t_alt_XZ;

t_eqvm= sqrt((1/2)*((-t_eq_X).^2+(t_eq_X).^2)+3*(t_eq_XY.^2+t_eq_XZ.^2));

X_fat=Sy/max(t_eqvm);
X_fat_Elem=X_fat;

if X_fat_Elem<X_min_fat
    X_min_fat=X_fat_Elem;
end

end

```

2.2.1.2. Caso tridimensional

Los datos de las tensiones que ofrece ANSYS® en el modelo tridimensional son para un caso de cargas estático en el que el estado tensional no fluctúa. No obstante, al tratarse el eje secundario de una figura de revolución con simetría axial, si se muestrea la distribución de tensiones a lo largo de una circunferencia cuyo eje de rotación es el eje de simetría axial del modelo se estará evaluando el histórico de tensiones de un punto. Al extraer la tensión

mínima (σ_1) y la tensión máxima (σ_2) de este campo de tensiones podrá calcularse la tensión media (σ_m) y la tensión alternante (σ_a) a las que está sometido el punto.

Dado que el eje es una figura de revolución con simetría axial y que las fuerzas mantienen su punto de aplicación, la distribución de tensiones considerando un sistema de referencia global será siempre la misma. A medida que el eje rota en un modelo dinámico, un punto específico de este experimentará variaciones en su estado de tensiones siguiendo la distribución de tensiones, en una simulación estática, que se encuentra en la misma cota axial que el punto, a una distancia constante desde el centro de la sección transversal (circunferencias C en la Figura 48).

Se vuelve a utilizar la Figura 48 para ilustrar el campo de tensiones en la XY del modelo de una sección con el fin de hacer un nuevo paralelismo entre el caso estático y el dinámico.

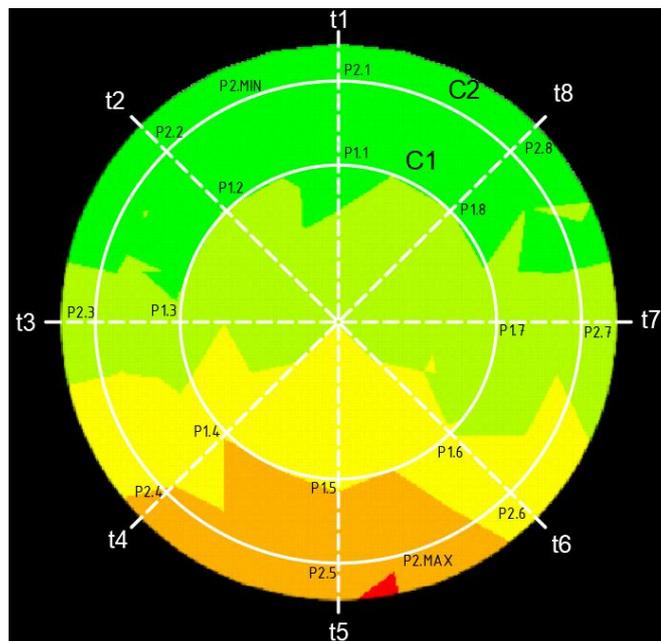


Figura 48. Representación del campo de tensiones en la dirección XY del modelo, de una sección transversal cualquiera con puntos marcados para ilustrar el paralelismo que se está haciendo entre el caso estático y el dinámico. (Generada en ANSYS®, editada en AutoCAD®)

En el caso dinámico, la distribución de tensiones estáticas que hay sobre la circunferencia C1 equivale al histórico de tensiones del punto P1. Este punto P1 en el caso dinámico, se desplaza sobre la circunferencia C1 experimentando en cada instante de tiempo “ti” la tensión estática que se encuentra sobre el punto P1.i, estableciendo así un paralelismo entre el tiempo transcurrido y el desplazamiento angular del punto.

Considerando el punto de máxima tensión en la circunferencia C1 (σ_{MAX}) (estimado en P2.MAX) y el punto de mínima tensión (σ_{MIN}) (estimado en P2.MIN) puede estimarse la tensión media (σ_m) y alternante (σ_m) del punto P1 utilizando estos valores de tensión en las ecuaciones (13) y (14). No es posible realizar un análisis infinitesimal que evalúe cada circunferencia que tiene como eje de rotación el eje de simetría axial del modelo. Se evaluará el eje discretizándolo en secciones anulares para analizar los elementos pertenecientes a esta sección, con los datos de estos elementos se generará el histórico de tensiones de un punto del eje.

Para determinar el coeficiente de seguridad a fatiga, se puede utilizar un bucle "for" que analice cada sección transversal del eje por secciones anulares para registrar la tensión mínima y máxima que se da en estas. En este bucle cada iteración:

- 1.- Se centrará en una sección transversal del eje.
- 2.- Se determinará el diámetro de la sección transversal para calcular el límite de fatiga.
- 3.- Se realizará un bucle interno que evalúe la sección transversal en secciones anulares,
- 4.- Se calculará la tensión media y alternante utilizando el valor mínimo y máximo de tensión registrado en la sección anular.
- 5.- Se realizarán los cálculos necesarios para obtener el coeficiente de seguridad a fatiga.

Durante este bucle, las magnitudes que no cambiarán son las mismas que en el análisis por elementos: límite de rotura a tracción (S_u), límite a flexión (S_y), límite a fatiga de la probeta (S_{ee}), factores de corrección de superficie (k_a) y de confiabilidad (k_e), límite a fatiga axial (S_{eAx}), factor S_y/S_{eAx} (factAx), número de elementos analizados (NElem) y la variable que almacena el coeficiente de seguridad a fatiga más desfavorable (X_{min_fat}):

```

%% Límites del material y factores de corrección
Su=850*10^6;
Sy=640*10^6;
See=Su/2;

Ka=4.51*(Su/10^6)^(-0.265);
Ke=0.867;
SeAx=Ka*Ke*See;

FactAx=Sy/SeAx;
%% Cálculo de los factor de seguridad Xfat, Xdlat y Xdtor

%Declaración variables factor de seguridad
[~,NElem]=max(TLoc(:,1));
X_min_fat=100;

```

Una vez declaradas estas magnitudes, se ejecutará el bucle "for" que analizará las tablas de tensiones "TTN" y "TTT" buscando los elementos contenidos en secciones transversales ubicadas centradas en la coordenada axial "z", con una anchura de "2·dz" mediante la tabla de localización de elementos "TLoc". El límite del bucle se determina con la longitud total del eje, almacenada en el último punto de la tabla "TKPoints"

El primer paso en este bucle es calcular el límite de fatiga (S_e) asociado a la sección transversal analizada. Esto requiere conocer el factor de corrección de forma (k_b), que dependerá de la ubicación de esta sección y se determinará mediante un nuevo bucle "for". Este bucle recorrerá la tabla de puntos "TKPoints" para encontrar la sección del eje a la que pertenece la sección transversal y asignar su diámetro a la variable "d".

Una vez se ha establecido el valor del límite de fatiga (S_e) que afectará a toda la sección transversal se inicia el bucle "for" encargado de dividir esta sección en distintos anillos ubicados en "r", con un ancho de "2·dr", para analizar su campo de tensiones. Estas secciones anulares se realizan para aproximarse a las circunferencias ubicadas en la coordenada axial "z" y la coordenada radial "r". Tal y como se ha visto en la Figura 48, la

distribución de tensiones en estas circunferencias (C) equivale al histórico de tensiones de un punto (P).

En la Figura 49 puede apreciarse la forma en la que se está discretizando el eje mediante estos dos bucles sucesivos. El primer bucle "for" se centra en los elementos perteneciente a las secciones transversales de ancho " $2 \cdot dz$ " distribuidas a lo largo de la dirección axial del eje; estas secciones transversales se caracterizan mediante las franjas amarilla, roja y morada. El segundo bucle "for" discretiza cada una de estas secciones transversales en distintas secciones anulares con un espesor de " $2 \cdot dr$ "; para ilustrar esta función en la Figura 49 se ha dividido la sección transversal caracterizada por la franja morada en distintas secciones anulares (caracterizadas por el color morado, azul y verde).

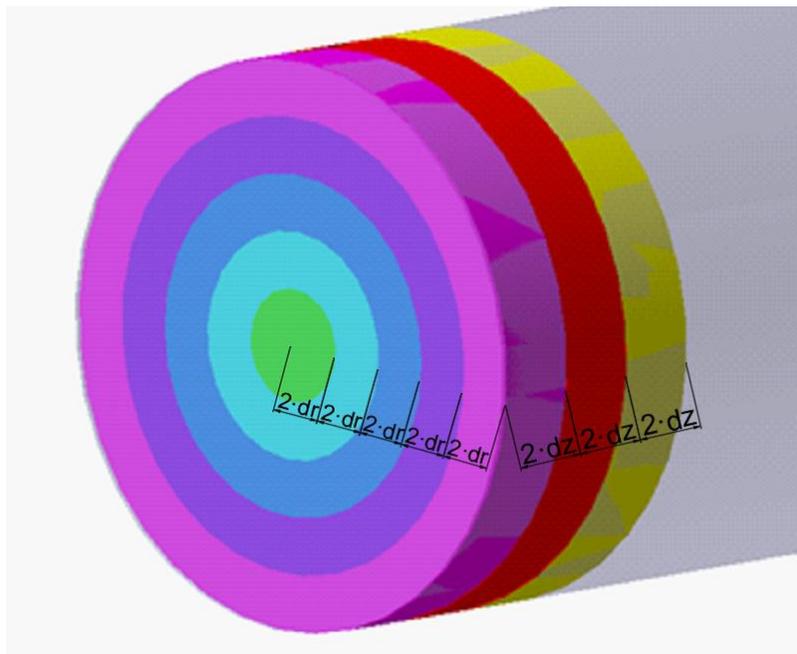


Figura 49: Caracterización de la búsqueda de elementos en secciones anulares. Cada una de las secciones anulares tiene un ancho de " $2 \cdot dz$ " y un espesor de aro de " $2 \cdot dr$ ". (Generada en Catia)

La selección de los elementos contenidos en estas secciones anulares se realiza mediante la variable binaria "opMask". Al inicio del segundo bucle "for", que configura la sección anular, todas las casillas de "opMask" se establecen en "true". Luego, se aplican filtros a esta variable para mantener como "true" únicamente las posiciones cuyos elementos se encuentren en la sección anular analizada. Después de aplicar los filtros a la variable "opMask", se identifican todos los elementos dentro de la zona de búsqueda almacenando su posición dentro de las tablas de elementos en la variable "E_Loc".

En caso de no encontrar elementos que cumplan con las condiciones, se muestra un mensaje por pantalla y se pasa a analizar el siguiente elemento. Si se encuentran elementos dentro de la zona de búsqueda, se crean tres nuevas variables para almacenar la información referente a estos elementos: "E_Sec_Loc" que registra las coordenadas, "E_Sec_TN" que almacena las tensiones normales y "E_Sec_TT" para leer las tensiones tangenciales.

A continuación, se muestra el código que se ha de implementar en MATLAB® para analizar el dominio completo del eje discretizándolo en secciones anulares y almacenar los elementos que las componen.

```

dz=0.001;
dr=0.002;
%Bucle de comprobación de las secciones del eje (fatiga)
for z=dz:2*dz:TKPoints(NKPoint,3)

    %Determinación del diametro de la sección
    for k=2:1:(NKPoint-2)
        if z>TKPoints(k,3) && z<TKPoints(k+2,3)
            d=TKPoints(k+1,2)*2;
        end
    end
    %Cálculo límite de fatiga de la sección
    Kb=(d/0.00762)^(-0.1133);
    Se=Ka*Kb*Ke*See;
    Fact=Sy/Se;
    %Comprobación por anillos de la sección
    for r=dr:dr*2:d/2

        %Localización de los elementos pertenecientes al anillo
        opMask = true(1,NElem);
        opMask(opMask) = TLoc(opMask,4)>z-dz & TLoc(opMask,4)<z+dz;
        opMask(opMask) = TLoc(opMask,2)>r-dr & TLoc(opMask,2)<r+dr;

        E_loc=find(opMask);
        %Mostrar por pantalla si no se encuentran elementos en el anillo
        if isempty(E_loc)
            fprintf("No se han encontrado elementos en la sección anular
                ubicada en CotaZ=%.3f y CotaR= %.3f\n",z,r);
            continue
        end

        %Calcular coeficiente de seguridad cuando haya elementos
        else
            %Recoger valores de los elementos seleccionados
            E_sec_loc=TLoc(E_loc,:);
            E_sec_TN=TTN(E_loc,:);
            E_sec_TT=TTT(E_loc,:);
        end
    end
end

```

Dado que se dispone de un campo de tensiones distinto para cada componente direccional del eje y que no se puede determinar qué dirección será la más crítica se registrarán los valores mínimos y máximos de tensión en cada una de las seis direcciones del modelo. Sin embargo, no se seleccionarán directamente estos valores de tensión para no sobredimensionar el modelo considerando que un mismo punto va a estar sometido a todas las tensiones máximas en un mismo instante de tiempo y a todas las tensiones mínimas en otro instante distinto. Para dimensionar adecuadamente el eje a fatiga, se registrarán todos los valores de tensión en los elementos que presentan una tensión mínima o máxima en cualquier dirección del eje; estos valores se almacenarán en las variables "TMAX" y "TMIN".

Una vez se hayan registrado estos valores de tensiones se puede calcular tanto la tensión media (σ_m) como la tensión alternante (σ_a) para cada instante en el que estas tensiones son más desfavorables en una componente direccional del modelo. Los valores se obtienen mediante las ecuaciones (13) y (14) almacenando los resultados en las variables “t_med” y “t_alt”.

El procedimiento para obtener el coeficiente de seguridad a fatiga (X_f) una vez que se disponen de los valores de tensión media y alternante es similar al cálculo por elementos, pero teniendo en cuenta que las variables “TMAX” y “TMIN”, de las que parte el cálculo son matrices de 6x6.

En primer lugar, se calcula la tensión estática equivalente (σ_{eq}) en cada dirección del modelo utilizando las tensiones medias “t_med” y alternantes “t_alt” mediante la ecuación (11). A continuación, se almacenan los resultados en variables llamadas “t_eq_X”, una por cada dirección del modelo, donde X representa la dirección específica de la tensión. Estas tensiones estáticas equivalentes se combinan utilizando la ecuación de Von Mises (15) para obtener la tensión estática equivalente de Von Mises (σ_{eqvm}); el resultado se almacena en la variable “t_eqvm”. Para determinar el coeficiente de seguridad a fatiga (X_f) mediante la ecuación (12) se utilizará el valor máximo registrado en la variable “t_eqvm”, asegurándose de seleccionar siempre la dirección en la que la variabilidad de las cargas afecta de manera más grave.

A continuación, se presenta cómo calcular el coeficiente de seguridad a fatiga asociado a cada sección anular analizad almacenando el valor más restrictivo en la variable “X_min_fat”.

```

%Identificar posiciones de los valores mínimos y máximos de tensión
[~,pos_max(1,1)]=max(E_sec_TTN(:,2));
[~,pos_max(1,2)]=max(E_sec_TTN(:,3));
[~,pos_max(1,3)]=max(E_sec_TTN(:,4));
[~,pos_max(1,4)]=max(E_sec_TTT(:,2));
[~,pos_max(1,5)]=max(E_sec_TTT(:,3));
[~,pos_max(1,6)]=max(E_sec_TTT(:,4));
[~,pos_min(1,1)]=min(E_sec_TTN(:,2));
[~,pos_min(1,2)]=min(E_sec_TTN(:,3));
[~,pos_min(1,3)]=min(E_sec_TTN(:,4));
[~,pos_min(1,4)]=min(E_sec_TTT(:,2));
[~,pos_min(1,5)]=min(E_sec_TTT(:,3));
[~,pos_min(1,6)]=min(E_sec_TTT(:,4));
%Recoger los valores de las tensiones mínimas y máximas
for n=1:1:6
    TMAX(n,[1,2,3])=E_sec_TTN(pos_max(1,n),[2,3,4]);
    TMIN(n,[1,2,3])=E_sec_TTN(pos_min(1,n),[2,3,4]);
    TMAX(n,[4,5,6])=E_sec_TTT(pos_max(1,n),[2,3,4]);
    TMIN(n,[4,5,6])=E_sec_TTT(pos_min(1,n),[2,3,4]);
end

%Cálculo de tensiones medias y alternantes
t_med=(TMAX+TMIN)/2;
t_alt=(TMAX-TMIN)/2;

```

```

%Obtención de tensiones estáticas equivalentes
t_eq_X=t_med(:,1)+Fact*t_alt(:,1);
t_eq_Y=t_med(:,2)+Fact*t_alt(:,2);
t_eq_Z=t_med(:,3)+FactAx*t_alt(:,3);
t_eq_XY=t_med(:,4)+Fact*t_alt(:,4);
t_eq_YZ=t_med(:,5)+Fact*t_alt(:,5);
t_eq_XZ=t_med(:,6)+Fact*t_alt(:,6);

%Cálculo del factor de seguridad a fatiga
t_eqvm= sqrt((1/2)*((t_eq_Y-t_eq_Z).^2+(t_eq_Z-t_eq_X).^2+(t_eq_X-
t_eq_Y).^2)+3*(t_eq_YZ.^2+t_eq_XY.^2+t_eq_XZ.^2));
X_fat=Sy/max(t_eqvm);
%Almacenar el valor mínimo del factor de seguridad a fatiga
if X_fat<X_min_fat
    X_min_fat=X_fat;
end
end
end
end
end

```

2.2.2. Método de la rigidez lateral

El criterio de la rigidez lateral determina si las deformaciones laterales causadas por la flexión del eje son excesivas para garantizar un correcto funcionamiento de los componentes acoplados al eje. Una deformación lateral excesiva supondría un mayor juego entre los dientes de los engranajes aumentando las fuerzas de impacto y limitando la vida útil de los engranajes. No existe una normativa que establezca la deformación lateral máxima por flexión, pero como valor orientativo se puede considerar que en un árbol de transmisión la deformación máxima (δ_{MAX}) es de 1 mm/m de longitud del eje.

Tanto en el modelo unidimensional como en el tridimensional se han extraído las mismas magnitudes para estimar la rigidez lateral, los desplazamientos en las direcciones transversales de cada eje "UX" y "UY". El tratamiento de estos datos para obtener el coeficiente de seguridad según el criterio de rigidez lateral (X_{Dlat}) es exactamente el mismo independientemente del modelo utilizado.

Para calcular el coeficiente de seguridad por el método de rigidez lateral (X_{Dlat}) es necesario comparar la deflexión sufrida por cada uno de los elementos del eje (δ) con la deformación máxima fijada (δ_{MAX}), tal y como muestra la ecuación (20).

$$X_{\delta} = \frac{\delta_{MAX}}{\delta} \quad (20)$$

Dónde:

X_{δ} : Factor de seguridad bajo el criterio de rigidez lateral.

δ_{MAX} : Deformación lateral máxima.

δ : Deformación por flexión.

La deformación máxima (δ_{MAX}) depende de la longitud del eje, que variará a lo largo del proceso de optimización, por lo que es necesario definir una nueva variable "dlat_max" que calcule el valor de deformación máxima correspondiente a la longitud del eje de

transmisión simulado. La longitud total del eje puede extraerse a partir de la tabla “TKPoints” dado que corresponderá con la coordenada axial del último punto de esta tabla.

La deformación por flexión (δ) de cada elemento se produce en los planos de flexión del eje “XZ” e “YZ”, siempre y cuando la dirección axial del eje coincida con la coordenada “Z”. El desplazamiento en estos planos se ha medido mediante las magnitudes “UX” y “UY” almacenadas en la tabla “TLAT”. Para calcular el valor absoluto de la deformación por flexión (δ) se realizará la suma cuadrática de las deflexiones en los planos “XZ” (δ_{XY}) e “YZ” (δ_{YZ}), tal y como se muestra en la ecuación (21).

$$\delta = \sqrt{\delta_{XY}^2 + \delta_{YZ}^2} \quad (21)$$

Dónde:

δ : Deformación por flexión.

δ_{XZ} : Deformación por flexión en el plano “XZ”.

δ_{YZ} : Deformación por flexión en el plano “YZ”.

Con el fin de comprobar cada uno de los elementos del eje se genera un bucle “for” que recorre uno por uno todos los elementos en las tablas “TLoc” y “TLAT”. La función de este bucle será calcular el coeficiente de seguridad para cada elemento del modelo a partir de sus desplazamientos transversales. Se generará una variable “X_min_dlat” que almacene el coeficiente de seguridad más restrictivo. El código necesario para generar el bucle que compruebe la rigidez lateral de cada elemento del eje es:

```

%% Deformación lateral máxima

dlat_max=0.001*TKPoints(NKPoint,3);
%% Cálculo de factor de seguridad Xdlat

[~,NElem]=max(TLoc(:,1));
X_min_dlat=100;
%Comprobación de cada elemento del modelo (deformación lateral)
for n = 1:NElem
    %Cálculo del factor de seguridad por rigidez lateral
    X_dlat=dlat_max/sqrt(TLAT(n,2)^2+TLAT(n,3)^2);

    %Almacenar el valor mínimo del factor de seguridad
    if X_dlat<X_min_dlat
        X_min_dlat=X_dlat;
    end
end

```

2.2.3. Método de la rigidez torsional

El criterio de la rigidez torsional estipula si el eje es capaz de transmitir la potencia de manera uniforme. Una rigidez torsional baja causa problemas de vibraciones torsionales que afecten al correcto funcionamiento de engranajes y cojinetes. Para asegurarse de que no surjan vibraciones que comprometan el funcionamiento del eje se puede tomar como orden de magnitud para la deformación torsional máxima (θ_{MAX}) 1,5º/m de longitud del eje.

En el modelo unidimensional podrá estimarse el coeficiente de seguridad según el criterio de rigidez torsional (X_{Dtor}) directamente porque se puede extraer el desplazamiento

torsional asociado a cada elemento del eje. Sin embargo, en el modelo tridimensional será necesario recurrir a un método indirecto para calcular este desplazamiento torsional a partir de la posición de cada elemento antes y después de aplicar un torsor puro sobre el eje.

Para calcular el coeficiente de seguridad bajo el criterio de rigidez torsional (X_{Dtor}) se comparará el desplazamiento torsional máximo (θ_{MAX}) que puede sufrir el eje con el desplazamiento torsional (θ) de cada elemento del eje según la ecuación (22)

$$X_{\theta} = \frac{\theta_{MAX}}{\theta} \quad (22)$$

Dónde:

X_{θ} : Factor de seguridad bajo el criterio de rigidez torsional.

θ_{MAX} : Deformación torsional máxima.

θ : Desplazamiento torsional.

El desplazamiento torsional máximo (θ_{MAX}) depende de la longitud del eje, que variará a lo largo del proceso de optimización, por lo que es necesario definir una nueva variable "dtor_max" que calcule el valor de deformación máxima correspondiente a la longitud del eje de transmisión simulado. La longitud total del eje puede extraerse a partir de la tabla "TKPoints" dado que corresponderá con la coordenada axial del último punto de esta tabla.

En el caso unidimensional se pueden extraer directamente los datos sobre el desplazamiento torsional (θ) para cada elemento del modelo porque estos representan una sección transversal de 1 mm de ancho cuyo centro se encuentra alineado con la dirección axial del eje. De este modo, la tercera componente de cada elemento (Z) coincide con la dirección axial del eje. Extrayendo el valor del desplazamiento torsional (θ) de cada elemento mediante la etiqueta "ROTZ" en la tabla de deformaciones torsionales "TTOR", se puede calcular el coeficiente de seguridad comparándolo con el valor de la deformación torsional máxima (θ_{MAX}), almacenado en la variable "dtor_max", según la ecuación (22) El bucle necesario para calcular el coeficiente de seguridad bajo el criterio de la rigidez torsional almacenando el resultado más desfavorable en la variable "X_min_dtor" es el siguiente:

```

% Deformación torsional máxima

dtor_max=(1.5*TKPoints(NKPoint,2))*pi/180;
% Cálculo de factor de seguridad Xdtor

%Declaración variables factor de seguridad
[~,NElem]=max(TLoc(:,1));
X_min_dtor=100;
%Comprobación de cada elemento del modelo (deformación lateral)
for n=1:NElem
    %Cálculo del factor de seguridad por rigidez torsional
    X_dtor=abs(dtor_max/TDEF(n,4));

    %Almacenar el valor mínimo del factor de seguridad
    if X_dtor<X_min_dtor
        X_min_dtor=X_dtor;
    end
end

```

end
end

En el modelo tridimensional de elementos finitos no es posible extraer de manera directa el desplazamiento torsional sobre los elementos por lo que se han generado dos tablas: una tabla "TLoc_cart" que recoge la ubicación de cada elemento (únicamente las coordenadas en "X" e "Y", en coordenadas cartesianas) antes de aplicar el torsor puro y otra tabla "TTOR" que almacena el desplazamiento de cada elemento en las mismas direcciones ("UX" y "UY") tras aplicar este momento torsor. No es necesario extraer la coordenada axial (coordenada en Z) de cada elemento porque al ser la fuerza aplicada un torsor puro los elementos no sufrirán deformaciones en esta dirección. Considerando que no se generan desplazamientos en la dirección axial del eje se podrá asegurarse que los elementos se desplazarán siempre sobre la misma sección transversal del eje en la que se encuentran. Así pues, se podrá calcular el desplazamiento debido al esfuerzo torsional (θ) del elemento como el desplazamiento angular de un elemento tomando como centro de rotación el centro de la sección transversal.

Para determinar el desplazamiento angular (θ) de cada elemento con el que comprobar la rigidez torsional del eje, se generará un bucle "for" encargado de recorrer todos los elementos presentes en las tablas "TLoc_cart" y "TTOR". Para cada elemento en el bucle se calculará su posición final sumando el desplazamiento en las direcciones transversales del eje ("UX" y "UY") a la posición inicial del elemento en estas mismas direcciones ("X" e "Y"). Una vez determinados el punto inicial (P1) y final (P2) se calculará la pendiente de las rectas que unen estos dos puntos con el punto central de la sección transversal en la que se encuentran. Para conocer el ángulo que se genera entre el punto inicial y el final se aplicará la ecuación (23) que obtiene el ángulo descrito entre dos rectas que se cruzan en un punto con pendientes distintas (m_1 y m_2).

$$\tan \theta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 \cdot m_2} \quad (23)$$

Dónde:

θ : Desplazamiento torsional.

m_1 : Pendiente de la recta que une el punto inicial con el centro de rotación.

m_2 : Pendiente de la recta que une el punto final con el centro de rotación.

La Figura 50 ayuda a ilustrar este proceso de cálculo para determinar el desplazamiento torsional de cada elemento. Después de la figura, se muestra el código desarrollado para calcular el coeficiente de seguridad bajo el criterio de la rigidez torsional almacenando el resultado más desfavorable en la variable "X_min_dtor".

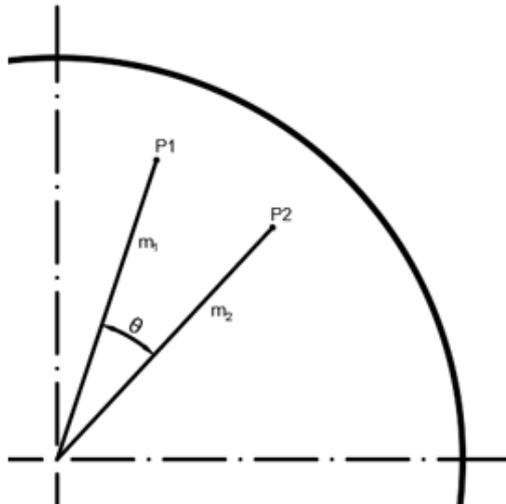


Figura 50. Croquis del desplazamiento angular de un punto P que inicialmente se encuentra en P1 y se desplaza hasta P2 describiendo un ángulo de torsión ϑ . Las pendientes de las rectas que unen el punto P1 y P2 con el punto central de la sección son m_1 y m_2 . (Generada en AutoCAD®)

```

%% Deformaciones lateral y torsional máximas

dtor_max=(1.5*TKPoints(NKPoint,3))*pi/180;
%% Cálculo de factor de seguridad X

%Declaración variables factor de seguridad
[~,NElem]=max(TLoc(:,1));
X_min_dtor=100;
%Comprobación de cada elemento del modelo (deformación torsional)
for l = 1:NElem
    %Cálculo del factor de seguridad por rigidez torsional
    m_Eini=TLoc_cart(l,3)/TLoc_cart(l,2);
    m_Efin=(TLoc_cart(l,3)+TTOR(l,3))/(TLoc_cart(l,2)+TTOR(l,2));

    dtor=atan(tan((m_Eini-m_Efin)/(1+m_Eini*m_Efin)));
    X_dtor=abs(dtor_max/dtor);

    %Almacenar el valor mínimo del factor de seguridad
    if X_dtor<X_min_dtor
        X_min_dtor=X_dtor;
    end
end
end

```

3. OPTIMIZACIÓN

Se debe desarrollar un flujo de trabajo en modeFRONTIER® que ejecute el modelo de elementos finitos y compruebe la validez del eje utilizando un set de parámetros geométricos diferente en cada iteración. El objetivo de este flujo de trabajo será obtener un diseño del

eje secundario utilizando la menor cantidad de material posible, sin comprometer su fiabilidad.

En primer lugar, se tratará el modo en el que han de configurarse los distintos nodos del flujo de trabajo en modeFRONTIER® con el fin de verificar la validez del eje para cada set de parámetros arrojado. Una vez explicado cómo programar el proceso de optimización, se desarrollarán distintos flujos de trabajo combinando las diferentes alternativas para simular y validar el eje generadas en los apartados anteriores.

3.1. Diseño del proceso de optimización

El algoritmo escogido para optimizar el eje será el MOGA-II (Multi-Objective Genetic Algorithm-II). Se trata de un algoritmo de optimización frecuentemente usado en problemas de optimización multiobjetivo (MOOP) porque utiliza la técnica de clasificación no dominada permitiendo encontrar un equilibrio óptimo entre los distintos objetivos del problema, además de ser reconocido por su eficiencia computacional frente a otros algoritmos que utilizan esta misma técnica.

El único parámetro que se ha de programar de manera directa para ejecutar este algoritmo es el número de iteraciones que debe realizar en busca del set de parámetros óptimo. Además, en el flujo de trabajo se tendrá que especificar la variabilidad de las características geométricas que definen al eje (radio y longitud de cada sección) y los objetivos que deben establecerse para minimizar el material utilizado asegurando la capacidad del eje para resistir las cargas cíclicas a las que está expuesto.

Será necesario implementar dos nodos diferentes en el flujo de optimización de modeFRONTIER®, uno para integrar la simulación de elementos finitos en ANSYS® y el otro para interpretar los resultados obtenidos de la simulación en MATLAB®. Se estudiará cómo deben ser configurados estos nodos para que la geometría del modelo de elementos finitos varíe de manera acorde al set de parámetros impuesto por modeFRONTIER® y para interpretar los resultados obtenidos en MATLAB® obteniendo el coeficiente de seguridad del eje en cada simulación. Además, se determinará cómo declarar las variables de entrada y cómo pueden imponerse los objetivos sobre las variables de salida.

El flujo de trabajo que debe seguir el software de optimización, modeFRONTIER®, en cada iteración del proceso es:

- 1.- Asignar valores a las variables de entrada al modelo de elementos finitos (radio y longitud de cada sección del eje) dentro de un rango preestablecido.
- 2.- Ejecutar el modelo de elementos finitos en ANSYS® con la geometría especificada por las variables de entrada.
- 3.- Interpretar los resultados obtenidos del modelo de elementos finitos para llevar a cabo el cálculo del coeficiente de seguridad.
- 4.- Comprobar las magnitudes que marcan los objetivos de la optimización.

3.1.1. Configuración del nodo ANSYS®

Para integrar la simulación del eje en elementos finitos de ANSYS® en el proceso de optimización de modeFRONTIER®, se utilizará el nodo "Easy Driver" usado para integrar programas en el flujo de trabajo que no tengan un nodo específico, como es el caso del ANSYS®. Este nodo será el encargado de simular el modelo de elementos finitos, definiendo las dimensiones de las secciones mediante el valor de las variables de entrada y asignando una variable de salida al directorio de trabajo para poder leer los archivos generados

mediante MATLAB®. Además, en el caso del modelo tridimensional, se generará otra variable de salida para leer el área del perfil del eje.

3.1.1.1. Variables de entrada

Se declararán veinte variables de entrada, una por cada radio y longitud de las secciones cilíndricas del eje. Los datos de entrada a ANSYS® que definirán las secciones son variables numéricas continuas programadas para adoptar valores en un rango determinado. Este rango será distinto para cada variable en cada proceso de optimización reduciéndose a medida que el set de parámetros impuesto se aproxime a la configuración óptima del eje. El nombre de cada una de estas variables definirá la sección a la que representa, tal y como se ve en la Figura 51.



Figura 51: Declaración de las variables de entrada al nodo "EasyDriver" de ANSYS® en el software de optimización modeFRONTIER®. Se genera una variable de entrada por cada variable geométrica del eje. (Generada mediante modeFRONTIER®)

Antes de poder relacionar estas variables de entrada con sus correspondientes variables utilizadas para generar la geometría del modelo en ANSYS®, se ha de definir la posición que ocupan los valores numéricos de estas variables en la macro que ejecuta el modelo. Esta tarea se realiza en la pestaña "Input template" del nodo "Easy Driver", declarando una variable interna del nodo por cada valor numérico establecido tal y como se aprecia en la Figura 52.

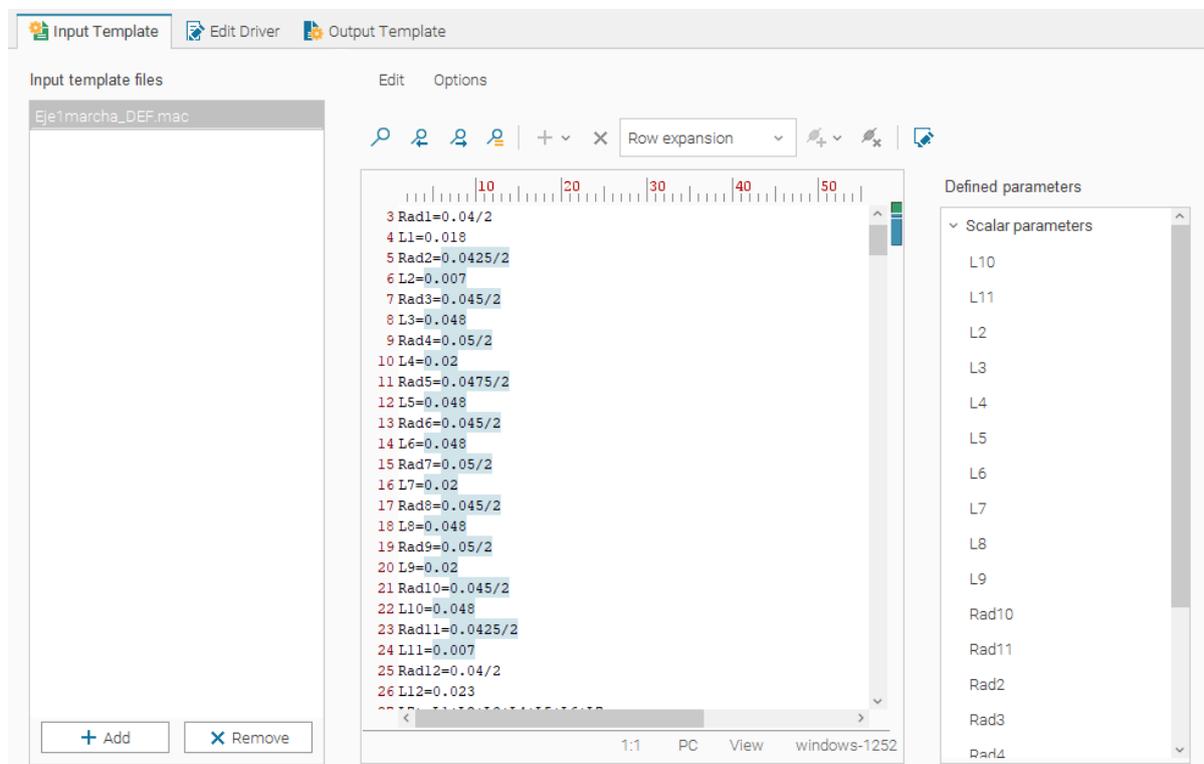


Figura 52. Selección de la posición de los valores de las variables internas del nodo "Easy Driver" de ANSYS® en la macro encargada de ejecutar el análisis de elementos finitos. (Generada mediante modeFRONTIER®)

Se relacionará cada una de estas variables del modelo de elementos finitos con las variables de entrada declaradas en modeFRONTIER® mediante la ventana “Parameter Chooser” del nodo “Easy Driver”. En la Figura 53 se muestra cómo relacionar todas estas variables, partiendo de la definición de las secciones realizada en la Figura 38.

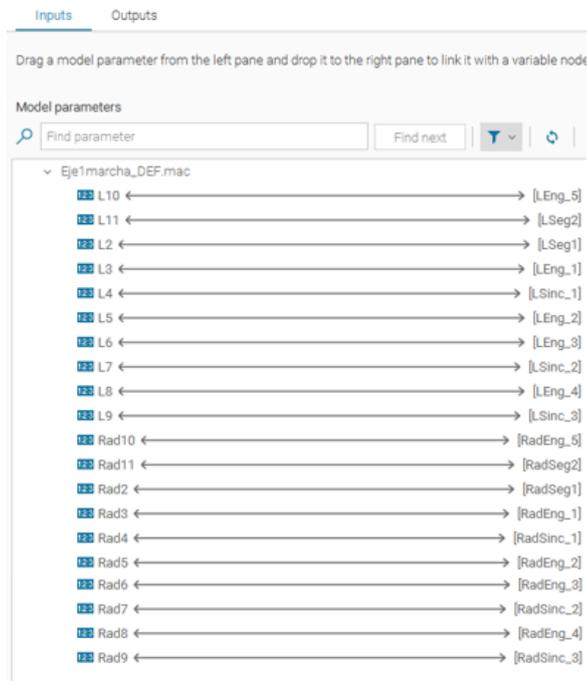


Figura 53. Relación entre las variables internas del nodo “Easy Driver” de ANSYS® con sus correspondientes variables de entrada en modeFRONTIER®. Una variable de entrada por cada variable geométrica del eje. (Generada mediante modeFRONTIER®)

Si se desea realizar un proceso de optimización en modeFRONTIER® en el que las dimensiones de las secciones se vean alteradas según su funcionalidad, se agruparán las cinco secciones acopladas a los engranajes, las tres que corresponden con los sincronizadores y las dos secciones de seguridad con arandelas acopladas. Se declararán dos variables por cada agrupación de secciones, una que controle el tamaño del radio y la otra la longitud, tal y como se ve en la Figura 54.



Figura 54. Declaración de las variables de entrada al nodo “EasyDriver” de ANSYS® en el software de optimización modeFRONTIER®. Se genera una variable de entrada por cada tipo de componente acoplado al eje (engranajes, sincronizadores y Aarandelas de seguridad). (Generada mediante modeFRONTIER®)

Para relacionar cada una de estas variables de entrada con sus correspondientes parámetros en la macro de ANSYS® se volverá a utilizar la ventana “Parameter chooser” del nodo “Easy Driver”. El modo de relacionarlas se ve en la Figura 55; se hace del mismo modo que para la versión con veinte variables de entrada, pero sin la necesidad de especificar el número de la sección.

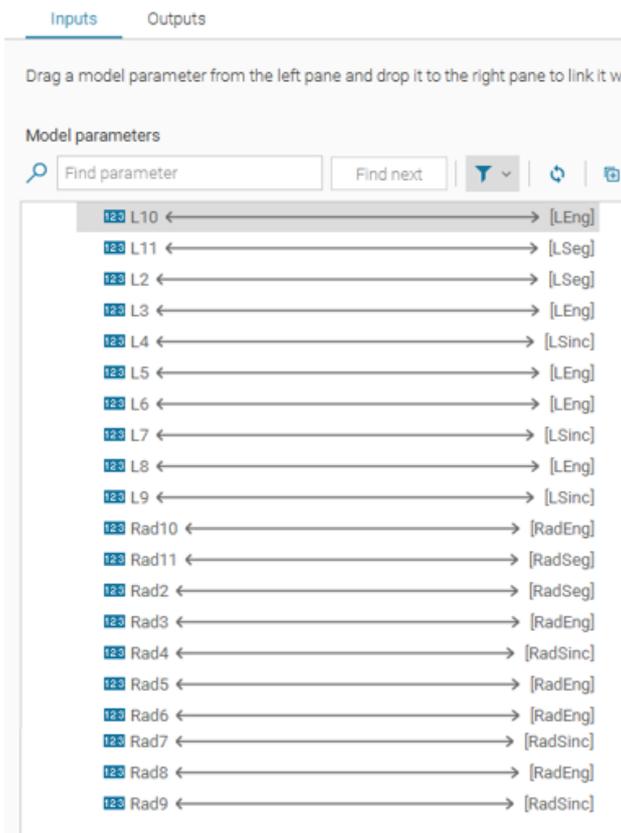


Figura 55. Relación entre las variables internas del nodo “Easy Driver” de ANSYS® con sus correspondientes variables de entrada en modeFRONTIER®. Una variable de entrada por cada tipo de componente acoplado al eje (engranajes, sincronizadores y arandelas de seguridad). (Generada mediante modeFRONTIER®)

3.1.1.2. Variables de salida

En la pestaña “Edit Driver” del nodo “Easy Driver” se debe ejecutar ANSYS®, especificando mediante el parámetro “ruta” la ubicación del directorio en el que se ha instalado ANSYS® y marcando cuál es el archivo de entrada (macro “ejeYmarcha.mac”) y el de salida del programa (archivo “Output_Ymarcha.dat”); siendo “Y” el número de la marcha para la que se está optimizando el eje. Para ejecutar el programa se debe escribir, en esta pestaña, la siguiente línea en la que el término “XXX” corresponde a la versión instalada del programa:

```
"ruta\ANSYS® Inc\ANSYS® Student\vXXX\ANSYS®\bin\winx64
\ANSYS®XXX.exe" -b -i "ejeYmarcha.mac" -o "Output_Ymarcha.dat"
echo finish
```

Para poder leer todos los archivos generados durante el análisis de elementos finitos (incluido el archivo “Output_Ymarcha.dat”), es necesario ejecutar esta línea de manera independiente mediante el “Run command” de Windows. Al ejecutar el programa de manera independiente se crearán todos los archivos que deben interpretarse en el directorio de instalación de ANSYS®.

No obstante, durante el proceso de optimización, la ubicación en la que se guardarán todos los archivos generados en el análisis de elementos finitos cambiará con cada iteración. La ubicación de la carpeta en la que se guardan estos archivos puede conocerse registrando el directorio de trabajo en el que está funcionando ANSYS®. Para registrar este directorio de trabajo en cada iteración del proceso, se programarán las líneas mostradas a continuación, en la macro encargada de generar el modelo.

```

/OUTPUT, 'WorkDir', 'output', ,
/STATUS, TITLE
/OUTPUT

```

Este archivo tendrá que añadirse como archivo de salida en la pestaña “Output Template” para guardar en una variable de caracteres de modeFRONTIER® el directorio de trabajo en el que se está simulando el eje. En la siguiente Figura 56 se puede apreciar cómo en el archivo generado “WorkDir.output” se estipula la línea 11 del archivo, en la que se encuentra el directorio de trabajo, como una variable interna de caracteres llamada “Current Working Directory”.

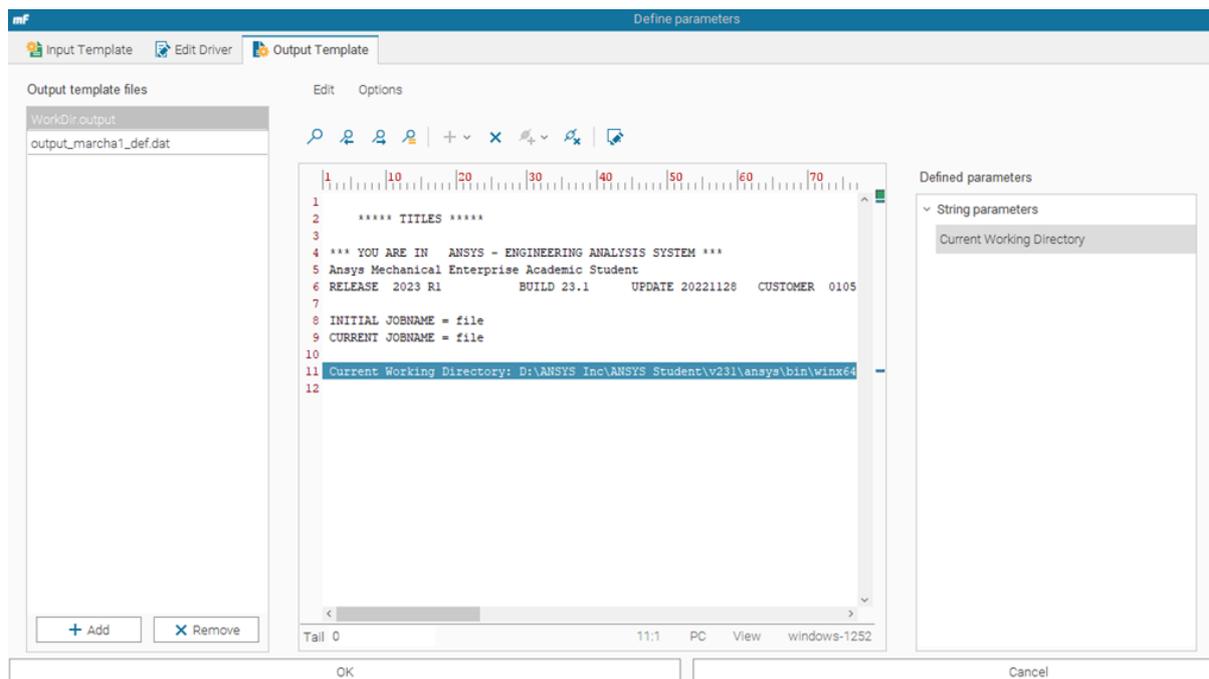


Figura 56. Lectura de la variable interna del nodo “Easy Driver” de ANSYS®: “Current Working Directory” para almacenar el directorio de trabajo. (Generada mediante modeFRONTIER®)

Además, el área del perfil del eje, que caracteriza la cantidad de material utilizado, puede extraerse a través del archivo de salida (output) que genera ANSYS® al ejecutarse. La ubicación de este parámetro en el archivo variará con cada iteración porque en este archivo se muestra todo el proceso realizado por ANSYS® incluyendo el desarrollo de la malla generada que variará con cada geometría del modelo. En la Figura 57 se ilustra cómo se ha de declarar la variable interna “AREA” del nodo “Easy Driver” estipulando un anclaje definido por la cadena de caracteres previa al valor que se desea leer.

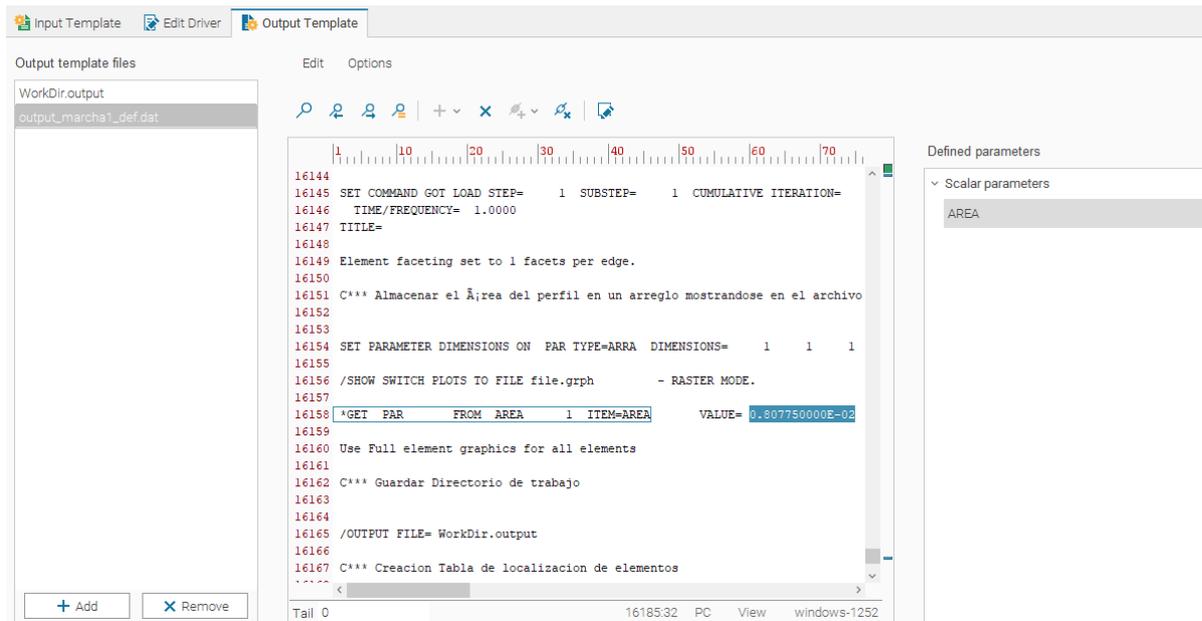


Figura 57. Lectura de la variable de interna del nodo “Easy Driver” de ANSYS®: “AREA” para registrar el valor del área del perfil. Se aprecia el anclaje que indica la ubicación de este dato. (Generada mediante modeFRONTIER®)

Para poder manipular las magnitudes recientemente obtenidas se deben declarar nuevas variables de salida en el flujo de trabajo de modeFRONTIER® que se correspondan con los parámetros que se acaban de generar mediante la ventana “Parameter chooser” del nodo “Easy Driver”. En laFigura 58 se relacionan los parámetros extraídos del documento “AREA” y “Current Working Directory” con sus correspondientes variables de salida utilizada en el proceso de optimización “Area” y “Working_Directory”.

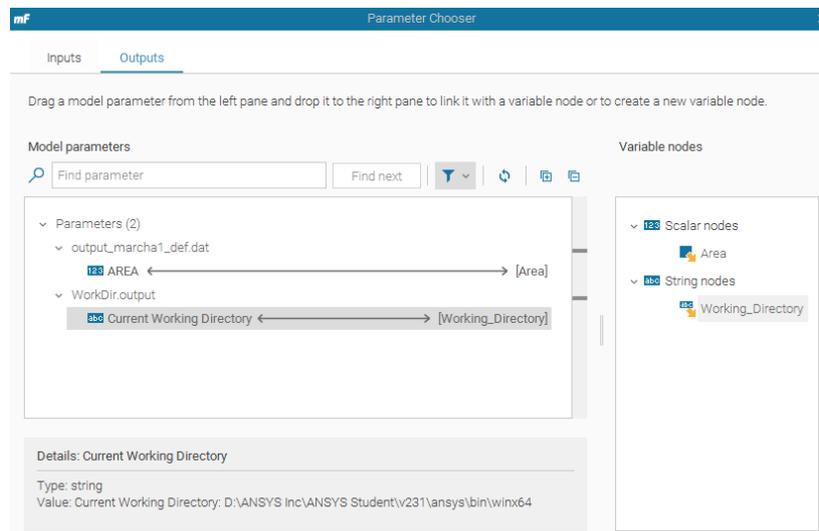


Figura 58: Relación entre las variables internas del nodo “Easy Driver” de ANSYS® con sus correspondientes variables de salida en modeFRONTIER®. (Generada mediante modeFRONTIER®)

La variable de salida “Working_Directory” se utilizará para abrir los archivos generados durante la simulación de elementos finitos en la interpretación de los resultados

realizada en MATLAB®, es decir, será la variable de entrada necesaria en el nodo “MATLAB® Node” (Figura 59).

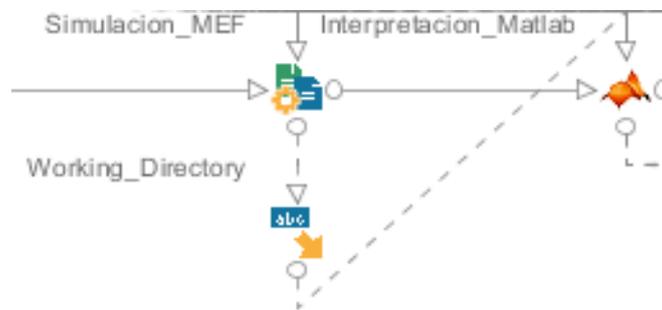


Figura 59. Conectividad entre el nodo “Easy Driver” de ANSYS® y el nodo “MATLAB® Node” mediante la variable de salida del primer nodo “Working_Directory” que será el dato de entrada para el segundo. (Generada mediante modeFRONTIER®)

La variable de salida “Area” caracteriza la cantidad de material utilizado en la producción del eje. Para que el algoritmo de optimización MOGA-II busque la configuración geométrica del eje que necesita una menor cantidad de material para ser fabricado se impondrá un objetivo de minimización sobre la variable de salida “Area” (Figura 60).

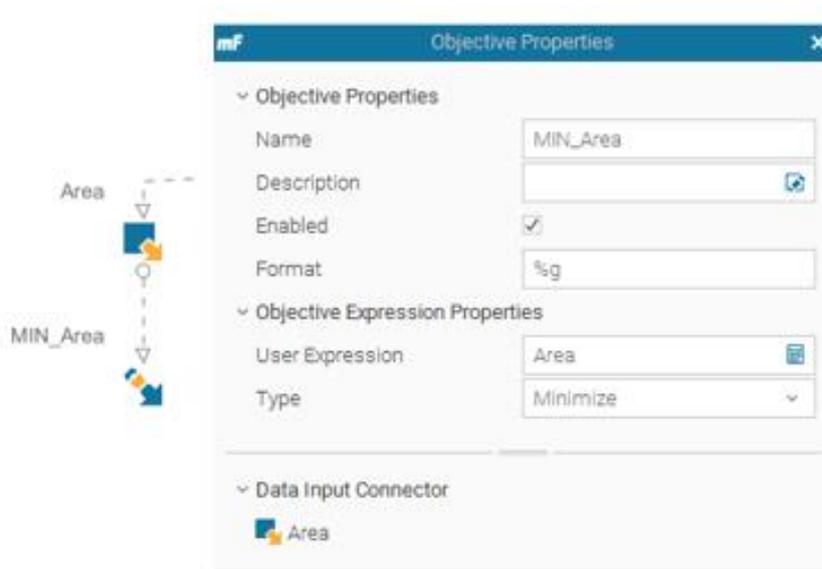


Figura 60. Objetivo de minimización impuesto sobre el área del perfil del eje (Izquierda) y su configuración (Derecha). (Generada mediante modeFRONTIER®)

3.1.2. Configuración del nodo MATLAB®

Para integrar la interpretación de los resultados del análisis en MATLAB® en el proceso de optimización de modeFRONTIER®, se utilizará el nodo “MATLAB® Node” diseñado específicamente para incluir scripts de MATLAB® en el flujo de trabajo. Este nodo será el encargado de interpretar los resultados obtenidos en la simulación del modelo de elementos finitos, leyendo los archivos generados en el directorio de trabajo de ANSYS®; esta ubicación de los archivos será la única variable de entrada al nodo. Para que modeFRONTIER® sea capaz de verificar la validez del eje, se asignará una variable de salida

al factor de seguridad obtenido mediante los métodos desarrollados en 2.2. Cálculo del coeficiente de seguridad

Además, en el caso del modelo unidimensional, también deberá introducirse el valor de las variables de entrada al nodo “*Easy Driver*” de ANSYS® para definir la cantidad de material utilizado.

3.1.2.1. Variables de entrada

Tanto en el modelo unidimensional como en el tridimensional será necesario leer las tablas de elementos generadas en el análisis de elementos finitos. Estas tablas se albergan en archivos que cambian de directorio de trabajo con cada iteración; este directorio se almacena en la variable de modeFRONTIER® “*Working_Directory*”. Para introducir adecuadamente este dato en MATLAB®, se desarrollará una cabecera con formato FMI en el script en la que se declarará el parámetro interno de MATLAB® “*working_directory*” para conocer el directorio de trabajo en el que se encuentran las tablas.

```
% <fmiModelDescription fmiVersion="2.1" modelName="Model" guid="signature">
% <ModelVariables>
% <Variable name="working_directory" valueReference="0" causality="parameter">
% <String/>
% </Variable>
```

Dado que la variable “*Working_Directory*” contiene toda la línea del archivo en la que se encuentra el directorio de trabajo, este directorio viene antecedido por la secuencia de caracteres “*Current Working Directory :*” que deberá ser eliminada para disponer de la ruta principal en la que se encuentran los archivos de las tablas de elementos. La eliminación de esta cadena de caracteres declarando una nueva variable “*ruta*” que indica el directorio de trabajo de ANSYS® se muestra en a continuación. Esta variable “*ruta*” será la que se introduzca como argumento en las funciones encargadas de leer las tablas (2.1.3. Tratamiento de las tablas en MATLAB®)

```
%% Tratamiento cadena de caracteres Working_Directory
ruta=erase(working_directory, " Current Working Directory: ");
```

En el modelo unidimensional, para conocer el diámetro de la sección en la que se encuentra cada elemento y determinar su límite a fatiga también se tendrán que añadir las variables de entrada que imponen los radios del modelo de elementos finitos en la cabecera en formato FMI. Para declarar cada uno de estos radios en MATLAB® se continuará la cabecera mostrada anteriormente declarando los parámetros tal y como se verá a continuación. En caso de que no se desee calcular el área del perfil, pero se dividirán los números identificadores a la mitad, puesto que no sería necesario introducir las longitudes de cada sección.

Para calcular la cantidad de material utilizado en el caso unidimensional podría calcularse el volumen o el propio peso del material utilizado, pero se calculará el área del perfil del eje para compararla con la obtenida en el caso tridimensional. Para realizar este cálculo también tendrán que añadirse las magnitudes de las variables de entrada que controlan la dimensión de cada longitud del eje en la cabecera del *script*.

Se mostrará un *script* por separado para realizar el cálculo del área del perfil, pero podría integrarse este cálculo en el *script* que se encarga de verificar la validez del eje. Para

obtener la misma magnitud que en el caso tridimensional, el cálculo se realizará aplicando los parámetros incluidos en la cabecera y las dimensiones fijas de los rodamientos a la ecuación 24; además, como se aprecia en la ecuación se calcula el área de una sola mitad del perfil. El código necesario para calcular el área del perfil del eje se muestra tras la ecuación (24).

$$A = \frac{\sum_{i=1}^2 RadSeg_i \cdot LSeg_i + \sum_{j=1}^5 RadEng_j \cdot LEng_j + \sum_{k=1}^3 RadSinc_k \cdot RadSinc_k}{2} \quad (24)$$

Dónde:

- A: Área del perfil del eje calculada.
- RadSeg_i: radio de cada una de las dos secciones de seguridad (acopladas a las arandelas).
- LSeg_i: longitud de cada una de las dos secciones de seguridad (acopladas a las arandelas).
- RadEng_j: radio de cada una de las cinco secciones acopladas a los engranajes.
- LEng_j: longitud de cada una de las cinco secciones acopladas a los engranajes
- RadSinc_k: radio de cada una de las tres secciones correspondientes a los sincronizadores.
- LSeg_k: longitud de cada una de las tres secciones correspondientes a los sincronizadores.

```
% <fmiModelDescription fmiVersion="2.1" modelName="Model" guid="signature">
% <ModelVariables>
% <Variable name="RadSeg1" valueReference="0" causality="parameter">
% <Real/>
% </Variable>
% <Variable name="LSeg1" valueReference="1" causality="parameter">
% <Real/>
% </Variable>
% <Variable name="RadEng_1" valueReference="2" causality="parameter">
% <Real/>
% </Variable>
% <Variable name="LEng_1" valueReference="3" causality="parameter">
% <Real/>
% </Variable>
% <Variable name="RadSinc_1" valueReference="4" causality="parameter">
% <Real/>
% </Variable>
% <Variable name="LSinc_1" valueReference="5" causality="parameter">
% <Real/>
% </Variable>
% <Variable name="RadEng_2" valueReference="6" causality="parameter">
% <Real/>
% </Variable>
% <Variable name="LEng_2" valueReference="7" causality="parameter">
% <Real/>
% </Variable>
% <Variable name="RadEng_3" valueReference="8" causality="parameter">
% <Real/>
% </Variable>
```

```

% <Variable name="LEng_3" valueReference="9" causality="parameter">
% <Real/>
% </Variable>
% <Variable name="RadSinc_2" valueReference="10" causality="parameter">
% <Real/>
% </Variable>
% <Variable name="LSinc_2" valueReference="11" causality="parameter">
% <Real/>
% </Variable>
% <Variable name="RadEng_4" valueReference="12" causality="parameter">
% <Real/>
% </Variable>
% <Variable name="LEng_4" valueReference="13" causality="parameter">
% <Real/>
% </Variable>
% <Variable name="RadSinc_3" valueReference="14" causality="parameter">
% <Real/>
% </Variable>
% <Variable name="LSinc_3" valueReference="15" causality="parameter">
% <Real/>
% </Variable>
% <Variable name="RadEng_5" valueReference="16" causality="parameter">
% <Real/>
% </Variable>
% <Variable name="LEng_5" valueReference="17" causality="parameter">
% <Real/>
% </Variable>
% <Variable name="RadSeg2" valueReference="18" causality="parameter">
% <Real/>
% </Variable>
% <Variable name="LSeg2" valueReference="19" causality="parameter">
% <Real/>
% </Variable>
%% Calculo del área del perfil del eje

```

```

Area=(LSeg1*RadSeg1+LEng_1*RadEng_1+LSinc_1*RadSinc_1+LEng_2*RadEng_2+LEng_3*
RadEng_3+LSinc_2*RadSinc_2+LEng_4*RadEng_4+LSinc_3*RadSinc_3+LEng_5*RadEng_5+
LSeg2*RadSeg2+0.02*0.023+0.02*0.018)/2;

```

En el caso tridimensional, también será posible calcular el área del perfil del eje en MATLAB® a partir de la tabla "TKPoints" que contiene la ubicación de todos los puntos que definen el perfil del eje. Para calcular el área se generará un bucle "for" que recorra esta tabla desde el cuarto punto (nº3 en la Figura 40) hasta el penúltimo (nº25 en la Figura 40) de dos puntos en dos puntos. Este bucle calculará la longitud de cada sección del eje mediante la diferencia entre la coordenada axial del punto en el que se encuentra el bucle y el punto anterior en la tabla "TKPoints" para determinar el área del perfil de cada sección. El área total se almacenará en la variable "Area" sumando las superficies del perfil de cada sección tal y

como se hace en la ecuación (24). El siguiente código muestra el desarrollo de este bucle para calcular el área mediante MATLAB® en el caso tridimensional.

```

%Cálculo del área del perfil del eje
Area=0;
for i=4:2:NKPoint-1
    L=TKPoints(i,3)-TKPoints(i-1,3);
    Area=Area+(L*TKPoints(i,2))*10^6;
end

```

Al haber nombrado de la misma manera a las variables de entrada al nodo “MATLAB® Node” y a las variables internas de MATLAB® la relación entre las variables que se correspondan se realizará de manera automática en la ventana “Parameter Chooser” de este nodo.

3.1.2.2. Variables de salida

Las variables de salida en el nodo “MATLAB® Node” deben configurarse para leer los resultados obtenidos del coeficiente de seguridad con el que trabaja el eje. Para registrar estos datos se deben declarar en la cabecera con formato FMI estipulando que son los outputs del programa. Las variables de salida en modeFRONTIER® se nombrarán del mismo modo que se han nombrado los distintos parámetros que desean extraerse de MATLAB® asegurándose de que ambas variables se correspondan.

En la Figura 61 se muestran las cuatro variables de salida en modeFRONTIER® para el caso tridimensional; tres para leer los coeficientes de seguridad calculados (a fatiga y por rigidez lateral y torsional) y uno para leer el error de discretización asociado al modelo, este dato no es posible obtenerlo en el modelo unidimensional. El modo de declarar estas variables en la cabecera con formato FMI se muestra tras la figuraFigura 61; además, en este código se puede apreciar cómo se calcula el error de discretización del modelo sumando cada uno de los errores asociados a los elementos. Si este cálculo se realiza de manera previa al tratamiento de las tablas se obtendrá el error de discretización del modelo completo del eje mientras que si se realiza después del tratamiento no se considerarán las zonas menos fiables del eje.

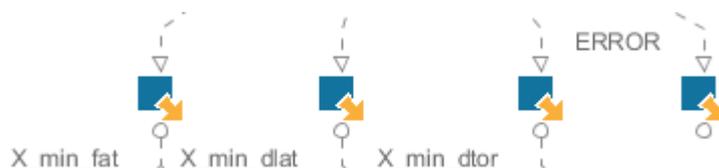


Figura 61. Variables de salida declaradas en modeFRONTIER® para el caso tridimensional. De izquierda a derecha almacenan los valores del factor de seguridad (a fatiga, rigidez lateral y torsional) y el error de discretización. (Generada mediante modeFRONTIER®)

```

% <Variable name="ERROR" valueReference="1" causality="output">
% <Real/>
% </Variable>
% <Variable name="X_min_fat" valueReference="2" causality="output">
% <Real/>
% </Variable>

```

```

% <Variable name="X_min_dlat" valueReference="3" causality="output">
% <Real/>
% </Variable>
% <Variable name="X_min_dtor" valueReference="4" causality="output">
% <Real/>
% </Variable>
% </ModelVariables>
% <ModelStructure>
% <Outputs>
% <Unknown index="1"/>
% <Unknown index="2"/>
% <Unknown index="3"/>
% <Unknown index="4"/>
% </Outputs>
% </ModelStructure>
% </fmiModelDescription>
%% Error de discretización asociado al modelo
ERROR=sum(TLoc(:,5));

```

Será necesario declarar una variable de salida para recoger el área del perfil del eje calculada mediante MATLAB®. Las líneas de programación mostradas a continuación se deben añadir a la cabecera en formato FMI mostrada anteriormente para declarar las variables de entrada del caso unidimensional, para que modeFRONTIER® lea el área calculada en el caso unidimensional. En el caso tridimensional, deberán añadirse estas mismas líneas de programación a su correspondiente cabecera, pero adecuando el valor de referencia a 5. Este valor del área será exactamente el mismo que el que se ha extraído de ANSYS® con la ventaja de que puede expresarse con facilidad en las unidades que más convengan. Podrá ser minimizado tal y como se ve en la Figura 60.

```

% <Variable name="Area" valueReference="20" causality="output">
% <Real/>
% </Variable>
% </ModelVariables>
% <ModelStructure>
% <Outputs>
% <Unknown index="20"/>
% </Outputs>
% </ModelStructure>
% </fmiModelDescription>

```

A cada una de las variables de salida que almacenan los coeficientes de seguridad atendiendo a tres criterios diferentes ("*X_min_fat*", "*X_min_dlat*" y "*X_min_dtor*"), se le impondrá la restricción de mantenerse por encima de un valor, además de poder buscar la maximización del parámetro tal y como se muestra en la Figura 62. Los objetivos o restricciones para cada variable de salida pueden variar en cada proceso de optimización, pero, en cualquier caso, los coeficientes de seguridad deberán ser mayores a la unidad bajo cualquier criterio.

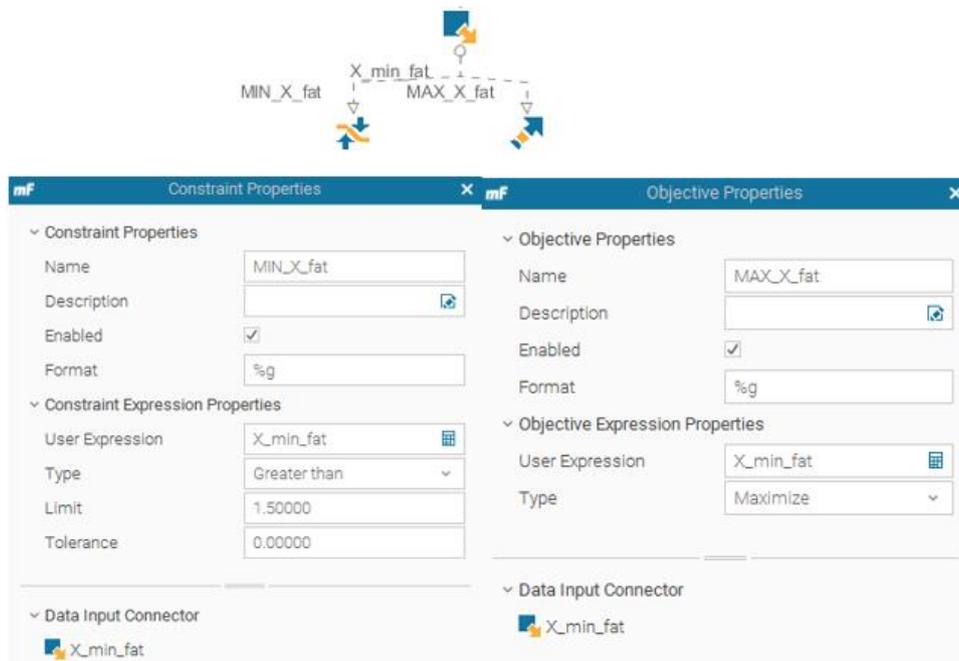


Figura 62. Restricciones impuestas sobre las variables de salida (factor de seguridad). A la izquierda se aprecia cómo se ha de configurar una restricción del valor inferior del coeficiente de seguridad y a la derecha cómo configurar su maximización. (Generada mediante modeFRONTIER®)

3.2. Procesos de optimización

Combinando los dos modelos de elementos finitos (unidimensional y tridimensional) con los tres criterios utilizados para calcular el factor de seguridad con el que trabaja El eje (criterio a fatiga, de rigidez lateral y de rigidez torsional) pueden elaborarse distintos procesos de optimización. Algunos ejemplos de estos procesos de optimización serían:

- Un proceso por cada marcha utilizando el modelo de elementos finitos unidimensional que verifique tanto la rigidez como la resistencia a fatiga del eje.
- Un proceso por cada marcha basado en el modelo de elementos finitos tridimensional que verifique tanto la rigidez como la resistencia a fatiga del eje.
- Un proceso por cada marcha utilizando el modelo de elementos finitos tridimensional para verificar únicamente la rigidez del eje.
- Un proceso global basado en el modelo de elementos finitos tridimensional que verifique tanto la rigidez como la resistencia a fatiga para todas las marchas del eje.

Estos procesos se utilizarán en función de las necesidades de la optimización que se esté ejecutando. En un primer momento, se utilizarán aquellos procesos con un menor coste computacional (basados en el modelo unidimensional) y a medida que el set de parámetros arrojado se aproxime a la solución óptima se irán utilizando procesos más fiables, pero con mayor coste computacional (basados en el modelo tridimensional). El proceso global que tiene en cuenta todas las marchas del eje está pensado para obtener el diseño definitivo de este eje verificando al mismo tiempo que funciona en todas las marchas.

Cualquiera de estos procesos puede desarrollarse para variar sus diez secciones de manera independiente o agrupándolas por su funcionalidad. Sin embargo, esta segunda alternativa no se utilizará porque el ahorro de coste computacional es mínimo y la solución obtenida no tiene en cuenta la variabilidad de las secciones. Los resultados obtenidos podrían utilizarse para marcar los rangos en los que variar los parámetros de entrada en

siguientes procesos, pero se deshecha esta opción porque los valores se obtienen para unas características del eje que no se desean en el diseño final.

El proceso de optimización que no calcula el coeficiente de seguridad a fatiga no se va a explicar junto a los demás porque se programaría del mismo modo que el proceso que calcula este factor de seguridad, pero eliminando los cálculos a fatiga realizados en el script de MATLAB® además de la extracción de las tablas de tensiones de ANSYS®.

3.2.1. Optimización unidimensional para cada marcha

Este proceso se basará en optimizar la geometría del eje bajo el estado de cargas que genera cada marcha al engranarse mediante el modelo unidimensional de elementos finitos. Los resultados obtenidos para cada marcha se interpretarán manualmente para definir los rangos en los que se deben variar los parámetros de entrada de procesos con mayor exactitud, pero también mayor coste computacional.

Para este proceso unidimensional tendrá que implantarse un rango de valores sin tener datos previos; se definirá un rango amplio para comprobar la mayor variedad de configuraciones. Para obtener un rango de valores enfocado a un diseño con altas propiedades mecánicas utilizando la menor cantidad de material posible, se impondrá un objetivo de minimización al área del perfil y se restringirán los coeficientes de seguridad calculados para ser mayores que 1,5. Además para aproximarse a un diseño del eje que minimice el material, pero aumente su resistencia, se impondrá un objetivo para maximizar el coeficiente de seguridad a fatiga, que es el que ofrece una mayor fiabilidad.

Se plantean dos flujos de trabajo dependiendo de si el cálculo del área se integra junto al resto de cálculos o no. El flujo de trabajo de la optimización que calcula el área del perfil del eje de manera independiente es:

- 1.- Asignar valores a las variables de entrada al modelo unidimensional de elementos finitos (radio y longitud de cada sección del eje) dentro de un rango preestablecido.
- 2.- Calcular el área del perfil del eje generado mediante un nodo específico de MATLAB®.
- 3.- Ejecutar el modelo unidimensional de elementos finitos en ANSYS® con la geometría especificada por las variables de entrada.
- 4.- Interpretar los resultados obtenidos del modelo de elementos finitos mediante el *script* desarrollado en MATLAB® para verificar la validez del modelo unidimensional del eje.
- 5.- Comprobar las magnitudes que marcan los objetivos buscando la minimización del área del perfil y la maximización del coeficiente de seguridad.

El flujo de trabajo desarrollado en modeFRONTIER® para optimizar el modelo unidimensional del eje calculando el área de manera independiente (Figura 63). Para ejecutar la optimización, cada uno de los nodos se ha configurado tal y como se ha visto en el apartado anterior.

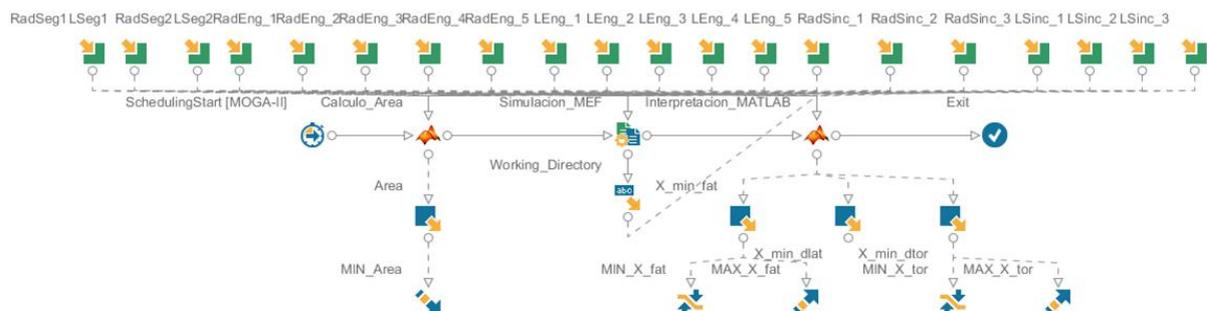


Figura 63. Flujo de trabajo para el proceso de optimización basado en el modelo unidimensional de elementos finitos que calcula el área del modelo en un nodo independiente de MATLAB®. (Generada mediante modeFRONTIER®)

El flujo de trabajo de la optimización que calcula el área del perfil del eje de manera independiente es:

- 1.- Asignar valores a las variables de entrada al modelo unidimensional de elementos finitos (radio y longitud de cada sección del eje) dentro de un rango preestablecido.
- 2.- Ejecutar el modelo unidimensional de elementos finitos en ANSYS® con la geometría especificada por las variables de entrada.
- 3.- Interpretar los resultados obtenidos del modelo de elementos finitos para verificar la validez del modelo unidimensional del eje y calcular el área del perfil.
- 4.- Comprobar las magnitudes que marcan los objetivos buscando la minimización del área del perfil y la maximización del coeficiente de seguridad.

Este segundo flujo de trabajo que integra el cálculo del área del perfil junto a la interpretación de los resultados de elementos finitos se muestra en la Figura 64.

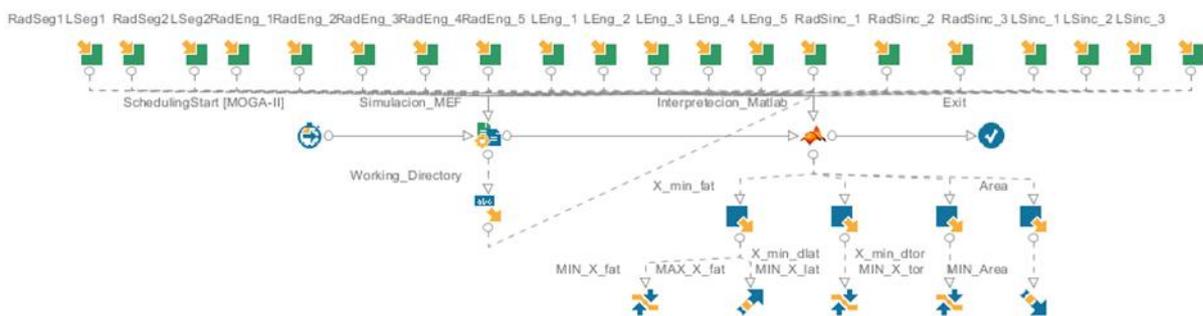


Figura 64. Flujo de trabajo para el proceso de optimización basado en el modelo unidimensional de elementos finitos que calcula el área del modelo y verifica su resistencia en el mismo nodo de MATLAB®. (Generada mediante modeFRONTIER®)

3.2.2. Optimización tridimensional de cada marcha

Este proceso se basará en optimizar la geometría del eje bajo el estado de cargas que genera cada marcha al engranarse mediante el modelo tridimensional de elementos finitos. Los resultados obtenidos para cada marcha se interpretarán manualmente para definir los rangos en los que se deben variar los parámetros de entrada para el proceso global o para este mismo proceso al acercarse a la solución óptima.

El rango de valores en el que variar los parámetros de entrada que definen el modelo geométrico del eje, vendrá definido por los datos obtenidos del proceso unidimensional; en caso de no haber ejecutado este proceso se utilizará un rango amplio de valores. Para buscar la configuración óptima del eje, se impondrá un objetivo de minimización al área del perfil del eje además de restringir los coeficientes de seguridad para que sean mayores a 1,25 si evalúan la rigidez del eje y a 1,5 si se trata del factor de seguridad a fatiga. También se puede imponer un objetivo para maximizar el coeficiente de seguridad a fatiga del eje; este objetivo puede ser útil en los primeros procesos de optimización, pero a medida que se aproxime la solución definitiva se eliminará esta condición para centrarse en encontrar el diseño con un menor coste de producción.

El flujo de trabajo para optimizar el modelo tridimensional del según la marcha engranada deberá:

- 1.- Asignar valores a las variables de entrada al modelo tridimensional de elementos finitos (radio y longitud de cada sección del eje) dentro de un rango preestablecido.

- 2.- Ejecutar el modelo tridimensional de elementos finitos en ANSYS® con la geometría especificada por las variables de entrada.
- 3.- Interpretar los resultados obtenidos del modelo de elementos finitos mediante el *script* desarrollado en MATLAB® para verificar la validez del modelo tridimensional del eje.
- 4.- Comprobar las magnitudes que marcan los objetivos buscando la minimización del área del perfil y restringiendo el coeficiente de seguridad con un valor mínimo.

Se plantearán dos flujos de trabajo alternativo dependiendo del modo utilizado para extraer el área del perfil del eje; pudiéndose extraer mediante el nodo “Easy Driver” de ANSYS® (Figura 65), pero también desde la interpretación de resultados en el “MATLAB® Node” (Figura 66). Los objetivos impuestos sobre el valor del área extraído se mantendrán iguales.

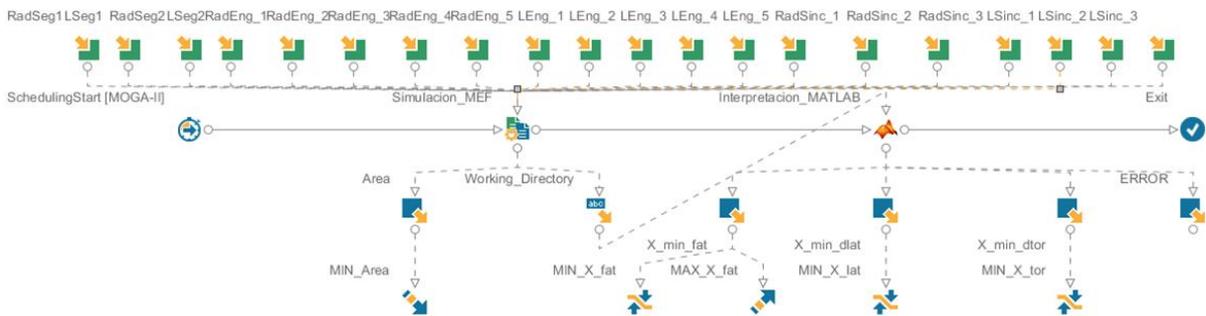


Figura 65. Flujo de trabajo para el proceso de optimización basado en el modelo tridimensional de elementos finitos que extrae el área del modelo desde el nodo “Easy Driver” de ANSYS®. (Generada mediante modeFRONTIER®)

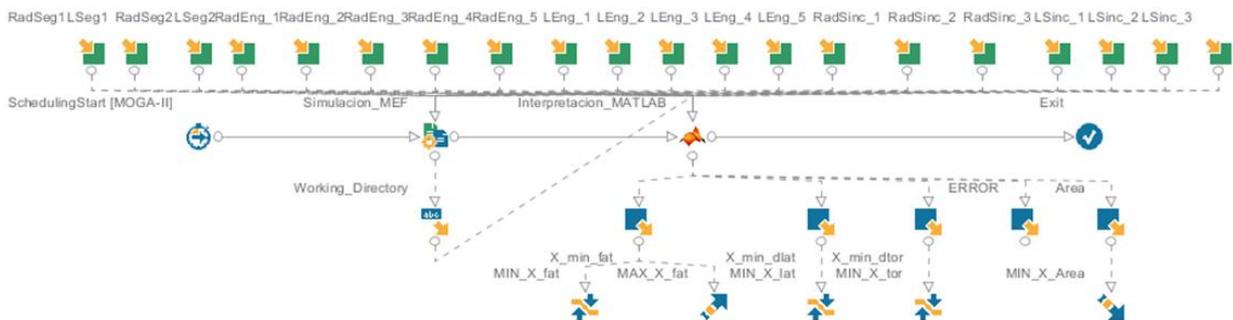


Figura 66. Flujo de trabajo para el proceso de optimización basado en el modelo tridimensional de elementos finitos que calcula el área del modelo mediante un nodo independiente de MATLAB®. (Generada mediante modeFRONTIER®)

3.2.3. Optimización tridimensional para todas las marchas

Este proceso se basará en optimizar la geometría del eje bajo los estados de cargas que generan cada una de las marchas al engranarse mediante el modelo tridimensional de elementos finitos. De este proceso se pretende obtener la configuración óptima definitiva para el eje, obteniendo rangos para las variables de entrada muy concretos que se aproximen lo máximo posible a esta configuración objetivo.

El rango de valores en el que variar los parámetros de entrada que definen el modelo geométrico del eje, vendrá definido por los datos obtenidos del proceso tridimensional para cada marcha del eje. Para buscar la configuración óptima del eje, se impondrá un objetivo de minimización al área del perfil del eje además de restringir los coeficientes de seguridad para que sean mayores a 1,25 si evalúan la rigidez del eje y a 1,5 si se trata del factor de seguridad a fatiga. No se maximizará el factor de seguridad del eje centrandose este último proceso en minimizar la cantidad de material utilizado.

El flujo de trabajo para optimizar el modelo tridimensional del para todas las marchas engranables, deberá:

- 1.- Asignar valores a las variables de entrada al modelo tridimensional de elementos finitos (radio y longitud de cada sección del eje) dentro de un rango preestablecido.
- 2.- Ejecutar el modelo tridimensional de elementos finitos en ANSYS® para la primera marcha con la geometría especificada por las variables de entrada.
- 3.- Interpretar los resultados obtenidos en el análisis mediante el *script* correspondiente en MATLAB® para verificar la validez del modelo para la primera marcha.
- 4.- Realizar el paso 2 y 3 para las cinco marchas del eje.
- 5.- Comprobar las magnitudes que marcan los objetivos buscando la minimización del área del perfil y restringiendo los coeficientes de seguridad con un valor mínimo.

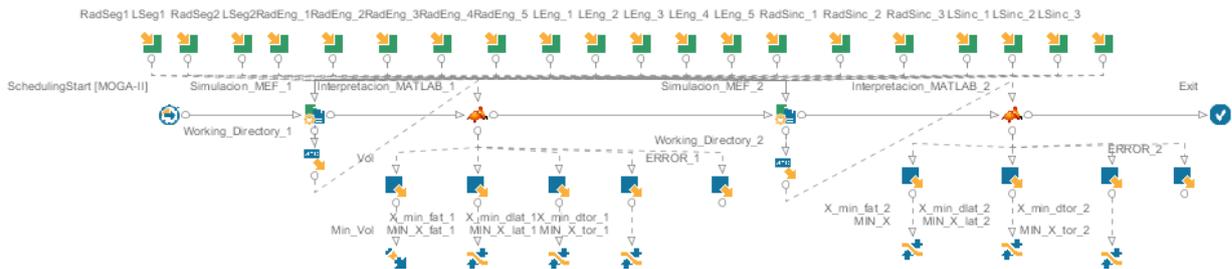


Figura 67. Flujo de trabajo del proceso de optimización global basado en el modelo tridimensional de elementos finitos, para la primera y la segunda marcha. (Generada mediante modeFRON)



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

Optimización del eje de salida de una caja de cambios para PEUGEOT 206 1.6 XS

ANEXO II: ANTEPROYECTO, DISEÑO DE LA CAJA DE CAMBIOS DE UN PEUGEOT 206 1.6 XS

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Trabajo Final de Grado en Ingeniería Mecánica

Autor: Urbiola Salvador, Teo

Tutor: Ródenas García, Juan José

Cotutor: Navarro García, Héctor

Curso 2022-2023

ÍNDICE DEL ANEXO II

1.- INTRODUCCIÓN.....	138
1.1. OBJETO.....	138
1.2. ALCANCE	138
2.- ANTECEDENTES	139
2.1. JUSTIFICACIÓN DEL PROCESO.....	139
2.2. ESTUDIO DE MERCADO	140
2.3. PROTOTIPOS	140
3.- ESTUDIO NECESIDADES	141
3.1. ESPECIFICACIONES TÉCNICAS	141
3.2. NORMATIVA.....	143
4.- ESTUDIO DE ALTERNATIVAS	144
4.1. DISCUSIÓN TIPO CAJA DE CAMBIOS	144
4.2. DISCUSIÓN CAJA DE CAMBIOS DE DOS O TRES EJES	145
4.3. DISCUSIÓN DE DIENTES RECTOS O HELICOIDALES	147
5.- DESCRIPCIÓN DE LA SOLUCIÓN ADOPTADA	148
6.- DETERMINACIÓN DE LAS RELACIONES DE CAMBIO	150
7.- DISEÑO DE LOS ENGRANAJES	153
7.1. DISEÑO DE LA GEOMETRÍA DE LOS ENGRANAJES	155
7.2. CARGAS EN LOS ENGRANAJES	158
7.3. DETERMINACIÓN DE LAS TENSIONES MÁXIMAS ADMISIBLES DEL MATERIAL	159
7.3.1. CÁLCULO DE LA TENSIÓN DE CONTACTO MÁXIMA ADMISIBLE	159
7.3.2. CÁLCULO DE LA TENSIÓN NORMAL MÁXIMA ADMISIBLE.....	165
7.4. DETERMINACIÓN DE LAS TENSIONES MÁXIMAS DE CÁLCULO DEL ENGRANAJE	168
7.4.1. DETERMINACIÓN DE LA TENSIÓN SUPERFICIAL DE CÁLCULO	168
7.4.2. DETERMINACIÓN DE LA TENSIÓN DE FLEXIÓN DE CÁLCULO	173
8.- SINCRONIZADORES	176

9.- DISEÑO DE LOS EJES	178
9.1. EJE PRIMARIO.....	180
9.2. EJE SECUNDARIO	183
10.- RODAMIENTOS	185

1.- INTRODUCCIÓN

1.1. OBJETO

El objeto del presente documento consiste en analizar y diseñar una nueva caja de cambios manual para un Peugeot 206 1.6 XS, cuya caja original ha sufrido daños y necesita ser cambiada por una nueva que mantendrá las prestaciones del vehículo intactas. La caja de cambios en cuestión tendrá cinco marchas y una marcha atrás. Para que las características del vehículo se mantengan íntegras después de instalar la nueva caja de cambios se necesitarán conocer las prestaciones concretas del vehículo, en este caso, como ya se ha dicho se tratará del Peugeot 206 1.6 XS.

En este estudio, se engloba el análisis y el diseño de los componentes principales de una caja de cambios como son los engranajes, árboles de transmisión y ejes, así como el estudio de los componentes secundarios como los rodamientos. Posteriormente, en los planos del proyecto se verán representados todos los componentes.

En primer lugar, se deberá tener en cuenta las características del funcionamiento, así como las condiciones de contorno de la caja de cambios que va a diseñarse. Con ello se pretende conocer la mecánica y los límites físicos que se tendrán a la hora de realizar el diseño de la caja de velocidades. Por tanto, se tomarán parámetros definitorios del vehículo como son la potencia máxima y su correspondiente régimen de giro o el par máximo, por ejemplo; así como parámetros dimensionales del vehículo que permitirán diseñar adecuadamente la caja de cambios para su posterior ensamblaje en el conjunto del coche. Al fin y al cabo, se trata de recoger todas las especificaciones técnicas que permitirán diseñar una caja de cambios para el Peugeot 206 1.6 XS diferente a la original pero que mantenga las prestaciones del vehículo.

Una vez dispuestos todos los datos necesarios para llevar a cabo el diseño de la caja de cambios deseada, se procederá a realizar el cálculo de las relaciones de transmisión de cada una de las marchas que unido a las consideraciones geométricas pertinentes tendrá como resultado el diseño de la caja de velocidades. En el momento en que se haya definido la geometría de los engranajes, se podrá proceder al análisis dinámico de los componentes para asegurarse de que incluso en la situación más adversa, todos los componentes sean capaces de resistir a las fuerzas que aparezcan.

En el instante en que se haya terminado la secuencia anterior, se dará por finalizado el diseño de la caja de velocidades y se procederá a la selección de los elementos normalizados necesarios para el correcto funcionamiento de la caja de cambios.

1.2. ALCANCE

El diseño que aborda el presente proyecto se centrará en el análisis y desarrollo de una caja de cambios manual de cinco marchas y marcha atrás. Este diseño se basará en su máximo esfuerzo (donde el par del motor es máximo), ya que es su punto más desfavorable. Esto garantizará la seguridad tanto de los componentes como del propio conductor.

Así pues, el alcance del proyecto está limitado por las características del vehículo a restaurar, la caja de cambios de dicho vehículo ha quedado inservible; no obstante, el conjunto del diferencial, así como el embrague no han sido dañados por tanto el proyecto se adecuará a ambos elementos del vehículo restaurado. Únicamente tratará la secuencia necesaria para el diseño de una caja de cambios que sustituya la anterior sin alterar el funcionamiento del coche y garantizando la seguridad de los usuarios.

Por tanto, el conjunto de este proyecto abarca todos los cálculos y secuencia de procedimientos necesarios para obtener una caja de velocidades cuyo funcionamiento sea el esperado para este vehículo. Se dimensionarán los componentes principales de la caja de cambios, como los engranajes o los ejes, comprobando que ninguno de ellos fallará. Para el resto de los elementos de la caja de cambios, como los rodamientos o los sincronizadores, se calcularán las condiciones que deben cumplir para poder determinar qué componentes exactos serán comprados e instalados en la caja de cambios garantizando su correcto funcionamiento.

2.- ANTECEDENTES

2.1. JUSTIFICACIÓN DEL PROCESO

La situación inicial que se plantea es la restauración de un automóvil del segmento B, más concretamente un Peugeot 206 1.6 XS. En este proceso de restauración, se van a restituir distintas partes del vehículo; entre ellas la que es objeto de este proyecto, la caja de cambios. Por tanto, al equipo redactor de este proyecto le corresponde diseñar una caja de velocidades para un Peugeot 206 1.6 XS que cumpla con todas las condiciones de diseño, y sea lo más competitiva posible con respecto otros equipos que la puedan diseñar.

La caja de cambios original del vehículo objeto de la restauración ha sido completamente destruida, siendo inservible cualquiera de los componentes internos de esta caja. Por tanto, no hay reparación posible y es necesario obtener una nueva caja para intercambiarla por la antigua.

Este automóvil, el Peugeot 206 1.6 XS, lleva sin ser producido desde el año 2012, por lo que es imposible encontrar una caja de velocidades nueva para cambiarla por la original del vehículo que ha quedado completamente inutilizable y, a pesar de buscar en múltiples desguaces no se ha encontrado ninguna en las buenas condiciones que requiere la restauración del vehículo.

Teniendo en cuenta todo lo expuesto anteriormente, se ha decidido diseñar una nueva caja de cambios que cumpla con las especificaciones del contratante, manteniendo las características y prestaciones del coche y garantizando la seguridad del conductor.

2.2. ESTUDIO DE MERCADO

El estudio de mercado en este caso en concreto es un tanto atípico. El periodo de producción y venta por parte del fabricante de este vehículo (Peugeot), ya se ha cerrado. Se está diseñando una caja de cambios para un modelo que se comenzó a fabricar hace más de veinte años, y no para un coche que vaya a salir en un tiempo al mercado. Por lo tanto, a nivel de estudio de mercado, el objetivo es fijarse en modelos de cajas de cambios dentro de los distintos submodelos del Peugeot 206 1.6 XS, de manera que acople a la perfección. Y con esta premisa, que la caja sea lo más apropiada posible. No se prestará tanta atención a cajas de cambios de modelos similares de otras marcas, porque podría ser más perjudicial que beneficioso. Se podría caer en el error de diseñar una caja de cambios que no acoplase correctamente o no funcionase como es debido.

El estudio de mercado que si podrá llevarse a cabo es el enfocado a la selección de los componentes adecuados teniendo en cuenta las mejoras o cambios de normativa que hayan aparecido en las cajas de cambios durante todos estos años (desde que se dejó de fabricar el Peugeot 206 1.6 XS) para así, poder fabricar una caja de cambios acorde a las normativas y estándares actuales.

2.3. PROTOTIPOS

Como bien se ha comentado, se va a diseñar una caja de cambios para un modelo de coche existente, pero que ya no se produce. Esta circunstancia, da una gran ventaja cuando se hace referencia a prototipos, puesto que no es necesario crear nuevos prototipos para estudiar su comportamiento en el funcionamiento del coche, sino que ya existe la caja de cambios del modelo original, de la cual se puede extraer información, como la tipología que deberá tener la nueva caja de cambios o el espacio máximo que puede ocupar el conjunto de la nueva caja, así como referencias dimensionales útiles a la hora de saber dónde se ha de fijar la caja. Además, cualquier cambio respecto a la caja original se originará a partir de mejoras que hayan ocurrido en cajas de cambios ya existentes, por lo que se podrá utilizar las otras cajas de cambios para obtener información sobre estas variaciones.

3.- ESTUDIO NECESIDADES

3.1. ESPECIFICACIONES TÉCNICAS

Como se ha comentado en apartados anteriores, el proyecto consiste en diseñar una caja de cambios para un Peugeot 206 1.6 XS con total seguridad. Para ello, lo primero que se necesita son las características del vehículo. A continuación, se presenta una tabla extraída de la ficha técnica del vehículo donde se almacenan las especificaciones del coche que se necesitan para el diseño de la caja de cambios:

Marca	Peugeot
Modelo	206 1.6 XS 5P
Tipo de combustible	Gasolina
Cilindrada/Nº cilindros	1587 cc / 4 cilindros en línea
Situación del motor	Delantero transversal
Potencia máxima	110 CV - 80 KW
Régimen de potencia máxima	5750 rpm
Par máximo	147 N·m
Régimen de par máximo	4000 rpm
Velocidad máxima	196 Km/h
Aceleración de 0-100Km/h	9,7 s
Tracción	Delantera
Peso/Carga admisible	1088 kg / 1450 kg
Dimensiones (Longitud, Anchura, Altura)	3822 mm, 1673 mm, 1435 mm
Neumáticos	195/55 R15

Tabla 3.1: Especificaciones técnicas Peugeot 206 1.6 XS 1.6 XS 5P

De los datos mostrados en la tabla, los más importantes serán tomados en cuenta para el diseño de la caja de velocidades y son: el tipo de tracción del vehículo junto a la posición del motor, la potencia y el par máximo, así como el régimen de giro y la velocidad máxima que puede alcanzar y, los neumáticos que pueda usar dicho automóvil.

En este proyecto no se tratará el diseño completo del sistema de transmisión de un vehículo, sino que estará adecuado y limitado por las dimensiones del coche objeto de la restauración.

El tipo de tracción del vehículo junto a la posición del motor son necesarios para el diseño puesto que determinarán el lugar exacto en que deberá estar posicionada la caja. La dimensión principal que se tendrá en cuenta para el diseño de la caja es la distancia entre el eje de entrada a la caja, procedente del motor, y el eje de salida cuya posición es determinada por el punto en que el piñón de ataque debe engranar con el diferencial. Esta distancia viene indicada por la caja de cambios anterior del vehículo (de dos ejes) y, es precisamente la distancia entre los ejes primario y secundario, D_e .

$$D_e = 130 \text{ mm}$$

Para poder diseñar una caja de cambios adecuada para el vehículo objeto del contrato se necesitan los datos expuestos anteriormente, además de los desarrollos esperados de cada una de las marchas que permitirán deducir las relaciones de transmisión para cada velocidad. En la siguiente tabla, se muestran las velocidades a las que debe desplazarse el vehículo en cada velocidad cuando el motor esté girando a 1000 rpm.

	Velocidad (km/h a 1000 rpm motor)
1ª Velocidad	8,5
2ª Velocidad	14,8
3ª Velocidad	21,3
4ª velocidad	27,6
5ª velocidad	34,0
Marcha atrás	8,7

Tabla 3.2: Desarrollo de cada marcha funcionando el motor a 1000rpm.

Estos desarrollos son las especificaciones técnicas necesarias para poder determinar las relaciones de velocidad adecuadas para cada una de las marchas y, a partir de éstas se diseñará el conjunto de la caja de cambios.

También será necesario conocer exactamente, el radio de giro de las ruedas que viene determinado por los neumáticos que utilizan. Los neumáticos que utiliza el Peugeot 206 1.6 XS, al cual se le va a diseñar la caja de cambios, son unos neumáticos 195/55 R15 cuyo radio de giro va a ser calculado a continuación.

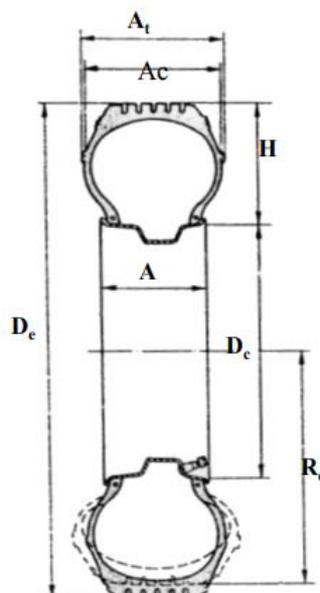


Imagen 3.1: Esquema del perfil de la rueda del vehículo.

Para el cálculo del radio de giro, lo primero que se debe hacer es cambiar las unidades del diámetro de la llanta; de pulgadas (como es proporcionado en la definición del vehículo) a milímetros. Y así, ya se puede obtener la altura del neumático a partir de la siguiente fórmula:

$$H = s \cdot A_t \quad (3.1)$$

Donde:

H: Altura del neumático

s: Relación de aspecto entre el ancho y la altura del neumático

A_t: Ancho del neumático

Posteriormente, se hallará el diámetro de giro y a partir de este, el radio de giro, mediante las siguientes fórmulas:

$$D_{ext} = D_c + 2 \cdot H \quad (3.2) \quad R_e = \frac{D_e}{2} \quad (3.3)$$

Donde:

D_{ext} (mm): Diámetro exterior de la rueda o diámetro de giro.

R_e (mm): Radio exterior de la rueda o radio de giro.

A continuación, se presenta una tabla con todas las características dimensionales del neumático, tanto las que se obtienen de su nomenclatura como las que se han calculado mediante las fórmulas vistas.

Neumáticos 195/55 R15	
Diámetro de la llanta: D_c (mm)	381
Ancho de la rueda: A_t(mm)	195
Relación de aspecto: s (%)	55
Altura del neumático: H (mm)	107,25
Diámetro de giro: D_{ext} (mm)	595,5
Radio de giro: R_e (mm)	297,75

Tabla 3.3: Dimensiones de las ruedas del vehículo.

Así pues, con todos los datos proporcionados puede procederse al diseño de la caja de velocidades.

3.2. NORMATIVA

En este apartado, se presenta un listado de la normativa que afectará a este proyecto con una breve explicación sobre el contenido de estas normas.

Memoria:

UNE 157001:2014 - Criterios generales para la elaboración formal de documentos que constituyen un proyecto técnico.

Tolerancias dimensionales:

UNE-EN ISO 2203:1998 - Dibujos técnicos. Signos convencionales para engranajes.

ISO 2768-1:1989 - Tolerancias generales. Tolerancias para dimensiones lineales y angulares sin indicaciones de tolerancia individuales.

UNE-EN ISO 286:2011 - Especificación geométrica de productos (GPS). Sistema de codificación ISO para las tolerancias en dimensiones lineales.

Materiales:

UNE-EN 10020:2001 - Definición y clasificación de los tipos de aceros.

ANSI/AGMA - Determinación de las características del material en un engranaje.

Engranajes:

ANSI/AGMA - Dimensionado de los engranajes.

UNE 18004:1993 - Vocabularios y definiciones geométricas.

UNE 18066:1961 - Rectos y helicoidales.

UNE 18068:1978 - Cilíndricos. Datos que deben figurar en los planos.

UNE-EN ISO 2203:1998 - Dibujos técnicos. Signos convencionales.

ISO 6336- Cálculo de la capacidad de carga de los engranajes.

API/GL-4 - Lubricación para engranajes

Rodamientos:

UNE-EN ISO 8826:1998 - Dibujos técnicos.

UNE-EN ISO 2909:2002 – Metodología de cálculo para obtener el índice de viscosidad.

UNE 18113:1983 - Capacidad de carga dinámica y vida útil. Métodos de cálculo.

UNE 18097:1991 - Capacidad de carga estática.

ISO R773:2491 - Tipos de rodamientos.

Ejes:

Código ASME - Código de diseño, construcción, inspección y pruebas para equipos sujetos a presión.

4.- ESTUDIO DE ALTERNATIVAS

4.1. DISCUSIÓN TIPO CAJA DE CAMBIOS

En este apartado, se va a analizar que son las cajas de cambios manuales y las automáticas, es decir, una clasificación en función de su accionamiento.

Para comenzar, el sistema de transmisión es el mecanismo que hace llegar el giro del motor a las ruedas del coche. Se encarga de variar la velocidad de las ruedas para asegurar la eficiencia del sistema cuando el motor mantiene unas revoluciones más o menos constantes. La caja de cambios, que es el objeto de este proyecto, es el elemento más importante de esta transmisión puesto que es el encargado de dicha velocidad.

Por un lado, la caja de cambios manual o mecánica no puede alterar por sí sola la relación de transmisión y, en este caso, es el conductor quien debe realizar dicha variación de velocidad con la palanca de cambios. Es un mecanismo más simple que una caja automática además de, duradera, barata y sencilla de reparar. Se trata de una serie de engranajes o piñones girando a distinta velocidad sobre ejes (mínimo 2: entrada y salida). Sus inconvenientes son más subjetivos, un ejemplo claro: la coordinación de un conductor al tener que sincronizar el embrague con la palanca de cambios.

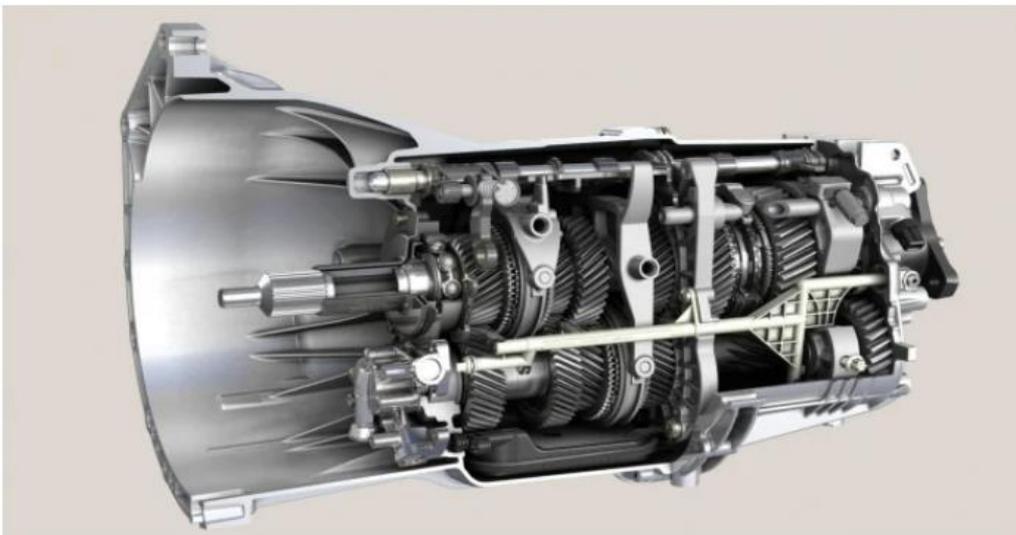


Imagen 4.1: caja de cambios manual

Por otro lado, las cajas de cambio automáticas o hidromáticas, son aquellas que utilizan un conjunto de engranajes planetarios en lugar de piñones. Estos engranajes permiten variar la relación de transmisión sin tener que engranar piñones diferentes porque

ya están todos engranados. Una serie de frenos y embragues (que se mueven por un convertidor de par) deciden qué componentes giran y cuáles permanecen fijos para modificar la entrada y la salida del sistema. Este accionamiento proporciona una conducción más suave, rápida y precisa que la de una caja manual. Uno de sus pocos inconvenientes es su coste elevado y mantenimiento.

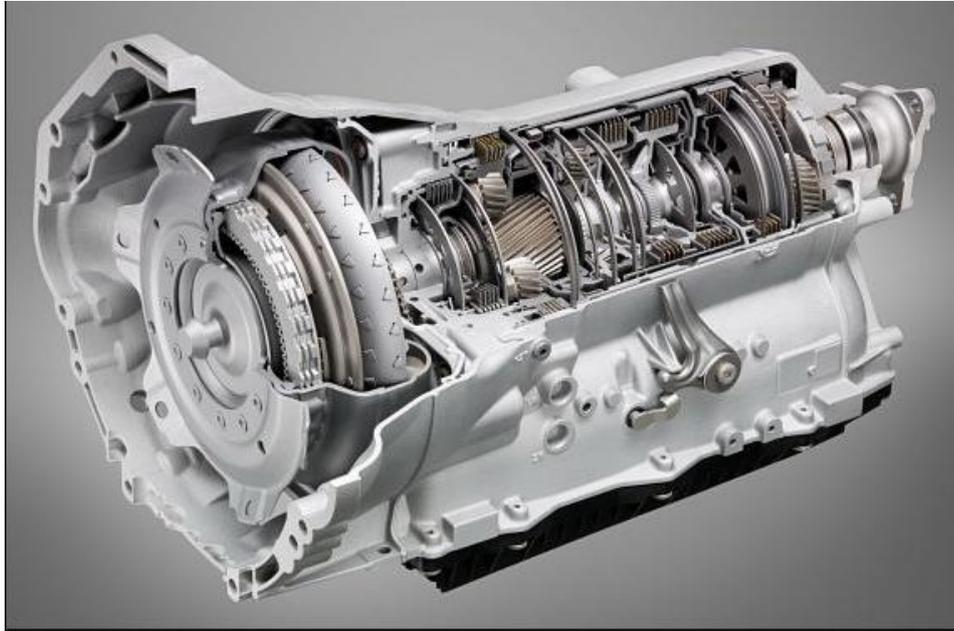


Imagen 4.2: Caja de cambios automática

Como puede apreciarse en las imágenes, una de las principales diferencias estructurales entre las cajas de cambio manuales y las automáticas es en los ejes de entrada y salida. En una caja de cambios automática son coaxiales, mientras que en las manuales es fácil distinguir los ejes separados (mínimo 2).

4.2. DISCUSIÓN CAJA DE CAMBIOS DE DOS O TRES EJES

En este apartado, se va a analizar que son las cajas de cambios de dos ejes y las de tres ejes, es decir, una clasificación en función de sus ejes.

En primer lugar, la caja de cambios de dos ejes se encuentra en cuatro y cinco velocidades. Estas cajas se utilizan por su diseño compacto, liviano, duradero y confiable. Se llama así porque usa un eje de entrada y otro de salida. El proceso es el siguiente: entra la potencia del motor por el eje de entrada (a través del disco de embrague), la traslada al engranaje que corresponda con la velocidad seleccionada y éste, conduce o dirige al eje secundario donde la fuerza pasa al diferencial. El diferencial se encarga de repartirla entre las ruedas por medio de flechas. Este tipo de cajas tienen mucho más espacio en el tren motriz del vehículo y son más eficientes. Las grandes desventajas que presentan es la falta de manejo de alto par (produce un par steering, es decir, que en aceleración fuerte la desigualdad de la longitud de las flechas va a producir un giro por par hacia el lado con la flecha más corta) y, que al ser de dos ejes el par se reparte entre ellos, lo que implica que sus esfuerzos sean mucho más grandes que en un cambio de tres ejes. Al presentar este tipo de diseño, tan compacto y confiable, obliga a los fabricantes a utilizar materiales y procesos de alta calidad (lo que ayuda mucho más en su confiabilidad y durabilidad).

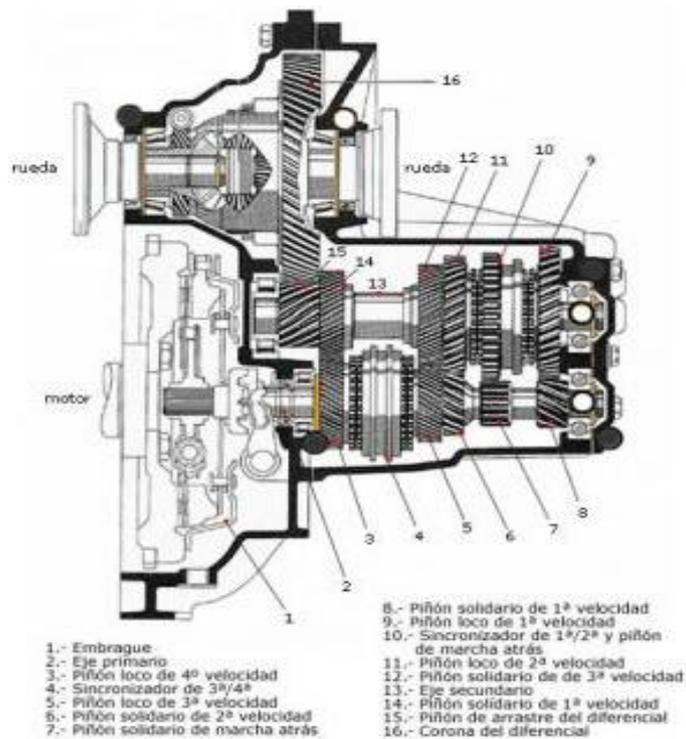


Imagen 4.3: Esquema caja de cambios de dos ejes.

En segundo lugar, la caja de cambios de tres ejes está compuesta por tres ejes. Se llama así porque, usa un eje primario el cual toma la fuerza del disco del embrague, la traslada al eje intermedio y, éste le pasa la fuerza al eje secundario que es el que transmite la acción al diferencial. Este diseño tiene varias ventajas: manejo de par (puede operar en altos pares y caballajes), es decir, tiende a disminuir las vueltas del motor a rotaciones más bajas para el mejorar el aprovechamiento del par y caballaje; confiable y duradera. También, se pueden operar hasta seis velocidades. Su principal inconveniente es que son bastante más grandes que la caja de cambios de dos ejes.

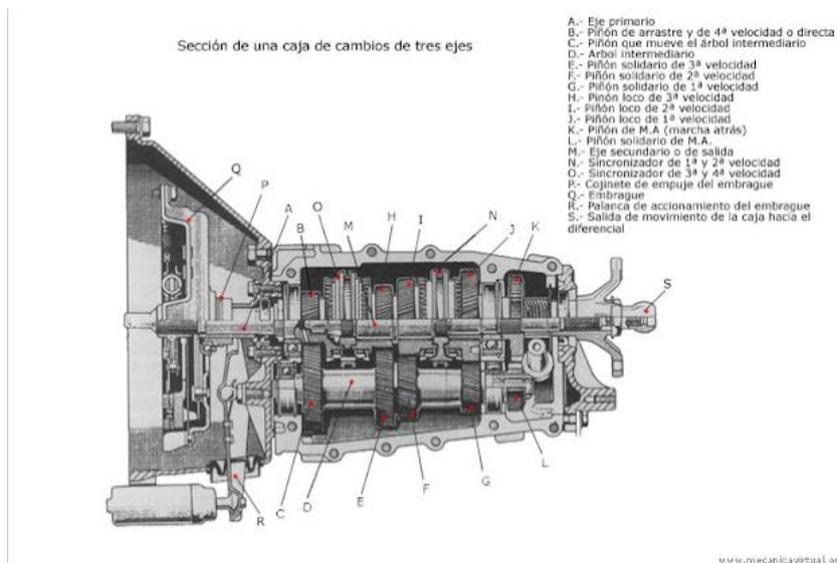


Imagen 4.4: Esquema caja de cambios de tres ejes.

4.3. DISCUSIÓN DE DIENTES RECTOS O HELICOIDALES

En este apartado, se va a analizar que son los dientes helicoidales, que son los dientes rectos y los trenes epicicloidales, es decir, una clasificación en función de los tipos de engranajes.

En primer lugar, los dientes helicoidales son engranajes que tienen el dentado inclinado (siguiendo una curva helicoidal). Sus ventajas es que no son ruidosos, transmiten bajas vibraciones y realizan una transmisión estable y precisa. Además, son más fáciles de accionar que los rectos ya que se utilizan unos discos intermedios llamados sincros. Las cajas que utilizan estos dientes se llaman cajas de cambio sincronizadas donde estos discos evitan que, al cambiar de marcha coincidan dos dientes enfrentados. También, igualan las velocidades de giro para hacer más fácil su accionamiento y que las marchas no “rasquen”. Sus desventajas es que son caros, si están en espiga tienen un alto contenido técnico, lo cual es muy problemático al fabricar y que se produce empuje axial. Aunque, gracias a este último efecto, el choque entre sus dientes es mucho más suave que con cualquier otro tipo de engranajes.



Imagen 4.5: Ejemplo de dientes helicoidales.

En segundo lugar, los dientes rectos son engranajes que tienen el dentado a 90° grados y tiende a ser más eficiente si se compara con un helicoidal del mismo tamaño. Sus características principales es que son muy robustos y no se produce empuje axial al tener los dientes paralelos a su eje. Este tipo de dientes se suele utilizar en competición. Uno de sus inconvenientes es que son muy ruidosos y de accionamiento tosco, ya que carecen de los mecanismos de sincronizado además de que la propia forma del diente hace que el choque sea más intenso que en el caso de los helicoidales que acoplan poco a poco.



Imagen 4.6: Ejemplo de dientes rectos.

En tercer lugar, los trenes epicicloidales donde las distintas relaciones de cambio se obtienen variando las velocidades de rotación relativas en un juego de piñones epicicloidales. Este tipo de engranajes son los más empleados en los cambios automáticos tradicionales con convertidor de par. La explicación no se detalla más ya que se ha comentado en el apartado 4.1 y no va a ser el tipo de transmisión que se escoja en este proyecto.



Imagen 4.7: Ejemplo de tren epicicloidal.

5.- DESCRIPCIÓN DE LA SOLUCIÓN ADOPTADA

Una vez expuestas todas las alternativas constructivas para la caja de cambios, se procede a escoger las más adecuadas para el proyecto que está llevándose a cabo.

De la primera discusión entre las cajas automáticas y manuales, se caja de cambios manual ya que el coche está diseñado pensando en una caja de cambios de dos ejes, en la que el eje de salida de la caja de cambios no es coaxial con el de entrada y, la complejidad técnica que supondría la instalación de una caja de cambios automática sería demasiada para un vehículo de estas características.

De la segunda discusión entre las cajas de cambios de 2 y 3 ejes, se escoge la caja de cambios de dos ejes porque el vehículo del cliente (Peugeot 206 1.6 XS) es pequeño, se dispone de un espacio reducido y tampoco tiene una potencia elevada por lo que no requiere un tercer eje para disminuir sus esfuerzos. Además, como también se ha comentado en la discusión entre caja de cambios automática y en las especificaciones del contrato; el vehículo objeto de la restauración disponía de una caja de cambios de dos ejes y está diseñado para este tipo de caja en la que el movimiento entra por un eje y se dirige al otro; no consta de un eje intermedio que redirija el movimiento al eje secundario que es coaxial con el primario. Por tanto, al igual que en la anterior discusión, la dificultad técnica que supondría la instalación de una caja de cambios de tres ejes hace que sea mucho más adecuado escoger una caja de cambios de dos ejes.

De la última discusión entre dientes helicoidales y rectos, se seleccionan los dientes helicoidales en todas las marchas hacia delante, ya que éstos entran a la zona de acoplamiento (de hélice) de forma progresiva y, por lo tanto, tienen una acción mucho más suave que los dientes de engranajes rectos. Dicha acción es lo que se busca para el vehículo del cliente (Peugeot 206 1.6 XS) ya que proporcionará confortabilidad y suavidad. En cambio, para la marcha atrás se utilizarán los engranajes de dientes rectos porque su diseño es más sencillo y no es tan necesaria la confortabilidad o suavidad al no tener que desplazarse a grandes velocidades ni distancias.

Por lo tanto, para poder finalizar dicha solución, la caja de cambios para dicho proyecto de reparación es: una caja de cambios manual de dos ejes con dientes helicoidales. Los dos ejes principales de la caja estarán mecanizados en acero F-1115, tal y como se especifica en los planos. Estos ejes estarán instalados en la carcasa de la caja de cambios del coche en los respectivos orificios mediante los rodamientos necesarios y donde estarán acoplados todos los engranajes helicoidales mecanizados en un acero aleado forjado, templado y revenido (20MnCr5, HV-317) mediante una serie de chavetas. En el siguiente croquis se ve la disposición de la caja de cambios con todos sus componentes, de tal modo que el eje primario es el superior y las marchas van ordenadas de izquierda a derecha desde primera hasta la quinta marcha. La orientación de los dientes de los engranajes será inversa a los del otro eje para garantizar el acoplamiento entre el piñón y la rueda que conforman una marcha.

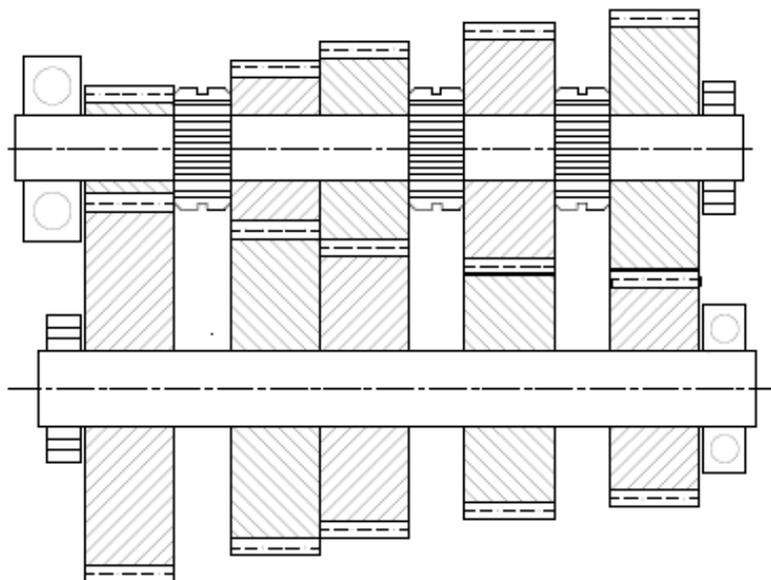


Figura 5.1: Disposición caja de cambios con todos sus componentes.

6.- DETERMINACIÓN DE LAS RELACIONES DE CAMBIO

En este punto se determinará el cálculo de la configuración mecánica que deberá tener la caja de cambios, incluyendo la geometría de los engranajes, los ejes, los rodamientos, etc. Se debe empezar por la ficha técnica del vehículo (Peugeot 206 1.6 XS) cuya caja de cambios va a ser diseñada. De entre todas las especificaciones y datos proporcionados por dicha ficha, los más relevantes en un primer plano son los que hacen referencia al desarrollo de cada una de las marchas; así pues, se partirá de este dato, la velocidad que ha de poder alcanzar el coche rodando en línea recta cuando el motor esté girando a unas revoluciones determinadas (normalmente 1000 rpm). De esta velocidad lineal en función de las revoluciones del motor, se podrá determinar la relación de velocidades que ejercerán cada una de las marchas para obtener estos desarrollos solicitados.

Así pues, el punto de partida para al diseño es la siguiente tabla ampliada (de la tabla 2) en la que se llevará a cabo una transformación desde la velocidad lineal del coche [km/h] (misma velocidad que tiene cada una de sus ruedas en el punto de contacto con el suelo) al régimen de giro con el que gira el eje motriz del vehículo. Mediante transformaciones de unidades básicas y, la siguiente ecuación que relaciona la velocidad lineal de un objeto con su velocidad angular, se obtiene rápidamente la velocidad con la que gira el eje motriz.

$$v \left(\frac{m}{s} \right) = \omega \cdot R_e \quad (6.1)$$

Donde:

$v \left(\frac{m}{s} \right)$: Velocidad lineal en el extremo de la rueda, así como en el vehículo.

$\omega \left(\frac{rad}{s} \right)$: Velocidad angular del eje de la rueda o eje motriz.

R_e (mm): Radio de la rueda obtenido a partir del neumático que lleva el coche que está siendo restaurado. Según los cálculos realizados a partir de la descripción del neumático (vistos en el apartado (3.1)) resulta que el radio de giro para las ruedas del coche objeto de la restauración es: $r=297.75$ mm.

	Velocidad (km/h a 1000 rpm motor)	W (rpm)
1ª Velocidad	8,5000	75,724
2ª Velocidad	14,8000	131,849
3ª Velocidad	21,3000	189,757
4ª Velocidad	27,6000	245,882
5ª Velocidad	34,0000	302,898
Marcha atrás	8,7000	77,506

Tabla 6.1. Régimen de giro del eje trasero a partir de los desarrollos de cada marcha.

Una vez obtenido el régimen de giro con el que debe moverse el eje motriz del coche en cada una de las marchas, se obtiene directamente la relación de transmisión total. Esta relación de transmisión total se define como: la relación entre la velocidad de giro del motor y la del eje motriz de las ruedas. Hay que tener en cuenta que esta relación, se refiere al conjunto, englobando tanto las relaciones entre marchas que se van a determinar a continuación, como el conjunto diferencial del coche que no necesita ser restaurado y, por tanto, se utilizará como constante en los cálculos. El grupo diferencial del vehículo en

cuestión tiene una corona de 70 dientes y un piñón de ataque con 18 dientes que deberá acoplarse en el extremo del eje secundario diseñado. Por tanto, la constante de la relación de transmisión debida al diferencial del vehículo será $R_{Dif} = 0.2577$.

A continuación, se muestran las fórmulas que han de realizarse para el cálculo de la relación de transmisión de cada marcha, así como la tabla con todos los resultados que se han ido obteniendo y, que permitirán determinar el número de dientes que deberá tener cada uno de los engranajes de las distintas marchas.

$$R_t = \frac{\omega}{1000} \quad (6.2) \qquad R'_c = \frac{R_t}{R_d} \quad (6.3) \qquad R_d = \frac{18}{70} \quad (6.4)$$

$$\omega = \frac{\left(\frac{V}{\frac{R_e}{1000}}\right) \cdot 60}{2 \cdot \pi} \quad (6.5) \qquad R_c = \frac{Z_2}{Z_1} \quad (6.6)$$

Donde:

R'_c : Relación de cambios teórica.

R_t : Relación de cambios total vehículo, teniendo en cuenta el diferencial.

R_c : Relación entre los engranajes del eje primario y secundario en cada una de las correspondientes marchas.

	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
ω (rpm)	75,724	131,85	189,76	245,88	302,90
1/ R_t	0,076	0,132	0,190	0,246	0,303
1/ R'_c	0,294	0,513	0,738	0,956	1,178
R'_c	3,396	1,950	1,355	1,046	0,849

Tabla 6.2. Relaciones de cambio tota a partir de velocidad de giro del eje palier.

Esta relación de cambios (R_c) es la relación que debe haber entre los engranajes del eje primario y secundario en cada una de las correspondientes marchas; el engranaje del eje secundario para la primera marcha deberá ser 3,396 veces más grande que su respectivo engranaje del eje principal y así, sucesivamente para cada una de las marchas. Esta relación de tamaños se hace con los diámetros primitivos de los engranajes, dicho diámetro primitivo se define como:

$$d_p(mm) = m \cdot Z \quad (6.7)$$

Donde:

d_p : Diámetro primitivo.

m : Módulo normal del engranaje.

Z : Número de dientes del engranaje.

La relación de cambios que es la relación entre los diámetros primitivos de los engranajes puede expresarse como: la relación entre el número de dientes de estos engranajes. Para que el engrane se lleve a cabo con éxito, el módulo de dicha pareja de engranajes que están en contacto debe ser el mismo. El siguiente paso en la secuencia del diseño es determinar las relaciones de números enteros que se adecúen lo máximo posible a las relaciones que han de cumplirse. Mediante iteraciones se comprueba si los números de dientes escogidos son los adecuados. Con las fórmulas que se verán en el siguiente apartado, se han obtenido los siguientes números de dientes para los distintos engranajes que constituyen la caja de cambios:

	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
Rc'	3,396	1,950	1,355	1,046	0,849
Z1	13	20	24	30	33
Z2	44	39	34	31	28
Rc	3,385	1,950	1,417	1,033	0,848

Tabla 6.3 Relaciones de cambio por dientes comparadas a relaciones de cambio teóricas.

Una vez determinados los dientes que han de tener cada uno de los engranajes implicados en cada una de las distintas marchas, se han obtenido las relaciones de velocidad que tendrá finalmente cada marcha. Para garantizar que el proceso seguido ha sido el correcto, se va a realizar un contraste entre el desarrollo de las marchas, girando el motor a distintas velocidades, que se obtendría para el caso teórico y para la configuración creada finalmente. Para realizar las siguientes tablas, se ha realizado el proceso seguido anteriormente en el sentido contrario, partiendo de las revoluciones a las que gira el motor y aplicando las diferentes relaciones que implementa la transmisión del motor, para saber la velocidad de giro del eje de las ruedas y con ello, la velocidad a la que se desplaza el vehículo. A continuación, se muestran dos gráficas que reflejan los resultados obtenidos.



Figura 6.1: Desarrollo de velocidades con relaciones de cambio teóricas.

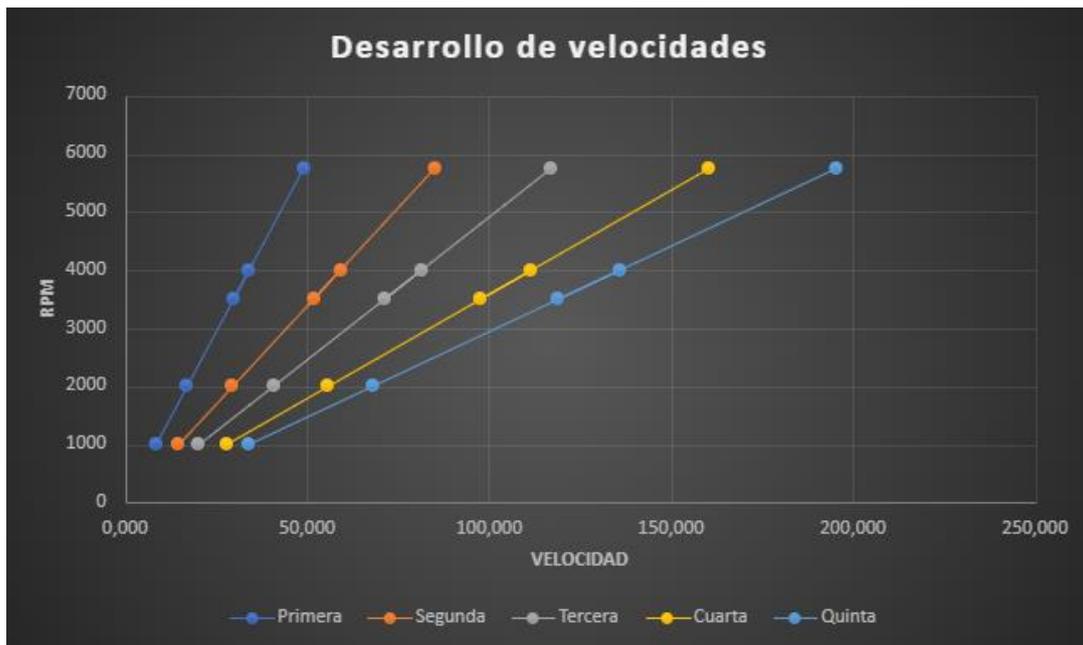


Figura 6.2: Desarrollo de velocidades con relaciones de cambio calculadas.

Puede observarse a simple vista que ambas gráficas son prácticamente iguales y sus valores numéricos difieren muy poco de una situación a la otra, por tanto, puede asegurarse que las relaciones de transmisión generada mediante los engranajes cuyos dientes han sido escogidos son correctas para acercarse al diseño especificado y que se ha nombrado como teórico por no haber sido calculado de manera directa para la caja de cambios diseñada. Además, la velocidad máxima alcanzada para el vehículo es de 195,5 km/h con el motor girando a 5750 rpm muy cerca de los 196 km/h mostrados en las especificaciones del contrato, por todo ello los dientes escogidos son los adecuados para transmitir el movimiento deseado en cada marcha.

7.- DISEÑO DE LOS ENGRANAJES

En este apartado, va a mostrarse la secuencia de cálculos seguida para diseñar el conjunto de los engranajes.

El primer paso para el dimensionado será determinar la geometría de los engranajes a partir del número de dientes que se han establecido anteriormente, según la normativa UNE 18004:1993. Una vez definida la geometría de los engranajes, se comprobará la resistencia de éstos (definidos anteriormente) sometidos al par máximo que puede suministrar el motor, será como la situación más desfavorable que puedan tener. Esta comprobación se realizará consultando la normativa ANSI/AGMA.

El segundo paso consiste en calcular las fuerzas que se producen en cada uno de los engranajes. Estas fuerzas, se calcularán para el caso más desfavorable posible, es decir, cuando el motor está suministrando su máximo par. A continuación, se definirá un material cuyas propiedades son conocidas y, se determinará la tensión máxima admisible de este material bajo las dos hipótesis que contempla la normativa: el fallo a flexión y el fallo superficial de los dientes de los engranajes.

Posteriormente, se procederá a calcular las tensiones a las que se encuentran sometidos los engranajes teniendo en cuenta las propiedades del material escogido. Las

tensiones que se calcularán son, de nuevo, la tensión superficial de cálculo y la tensión de cálculo a flexión que sufren los dientes de cada engranaje. Al obtener dichas tensiones podrán ser comparadas con las respectivas tensiones límite del material y garantizar que los engranajes diseñados son capaces de soportar las cargas a las que se verán sometidos con un determinado coeficiente de seguridad.

Por una parte, la hipótesis de fallo superficial considera las características superficiales de los dientes que van a transmitir la fuerza de un engranaje a otro, para determinar si se producirá algún picado, desgaste, gripado o desconchado en el diente. Todas las consideraciones necesarias están recogidas en la norma ANSI/AGMA, donde así, se podrá definir los coeficientes adecuados para el cálculo de la tensión máxima de contacto del material. La tensión de cálculo a presión superficial se calculará mediante el modelo de Hertz adecuado a los engranajes. Este tipo de fallo, al ser superficial no es catastrófico para el engranaje, puesto que es progresivo. El engranaje podría seguir funcionando hasta que se detectase y así, poder reemplazarlo antes de que la caja de cambios quedase dañada o inutilizable.

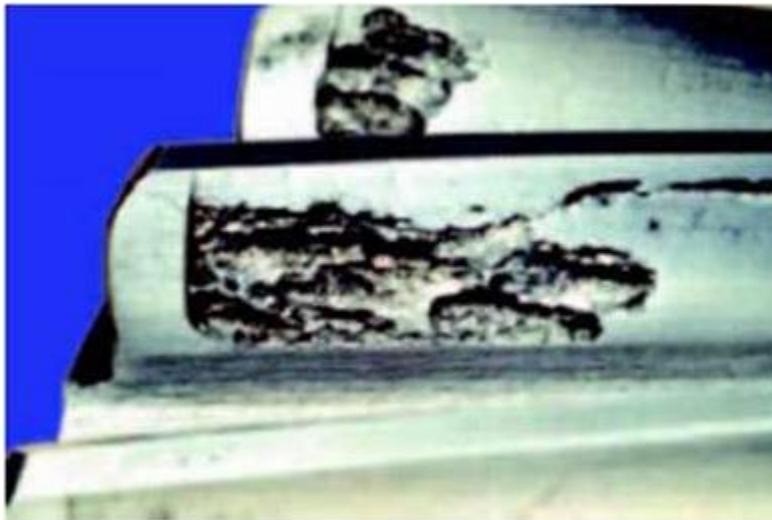


Imagen 7.1: Ejemplo de fallo superficial de un diente.

Por otra parte, la hipótesis de fallo a flexión considera las fuerzas que se transmiten entre los engranajes, para así determinar si el diente aguantará o se romperá por su base. Estas fuerzas son principalmente tensiones normales provocadas por la flexión del diente. El cálculo de las tensiones se realizará, al igual que en el caso del fallo superficial, mediante coeficientes que permitirán obtener la tensión normal máxima admisible del material. La tensión de cálculo a flexión del diente se obtendrá mediante el método modificado de Lewis. Este fallo, al contrario que el superficial, sí es un fallo catastrófico, ya que desde el momento en el que aparece las condiciones de funcionamiento empeoran drásticamente sin poder garantizar el correcto funcionamiento de la caja de cambios y provocando una avería con un riesgo potencial para el cliente.



Imagen 7.2: Ejemplo de fallo por flexión de un diente.

Por todo lo visto anteriormente, se podrá asegurar que el diseño de una caja de cambios es válido cuando todos los engranajes cumplan ambas hipótesis. También se ha podido deducir que, para que la caja de cambios sea competente tomará como criterio de diseño que el coeficiente de seguridad para el fallo a flexión sea mayor que el coeficiente para el fallo superficial. Si se cumple este criterio, los fallos superficiales se darán antes que el fallo a flexión de manera que podrá detectarse en una revisión para evitar un fallo catastrófico.

$$X_H < X_F \quad (7.0)$$

7.1. DISEÑO DE LA GEOMETRÍA DE LOS ENGRANAJES

Una vez determinados los dientes que han de tener cada uno de los engranajes, el siguiente paso lógico en la secuencia de diseño, es configurar la geometría de cada uno de estos engranajes. El primer parámetro que se debe hallar para poder determinar cada una de las características geométricas de los engranajes, es el que los define, el módulo. Para ello, se deberá conocer la distancia entre el eje primario y secundario que tiene la caja de cambios objeto del proyecto, en función de la configuración geométrica que tiene el embrague y el diferencial del coche al cual va a ir acoplada la caja. Por las condiciones geométricas especificadas en el apartado 3.1, se define esta distancia entre ejes como $D_e=130\text{mm}$.

Una vez se conoce esta distancia, hay que proceder al cálculo del módulo. Se sabe que la distancia entre ejes debe ser la suma de los radios primitivos y que, el diámetro primitivo se define (visto anteriormente) como el producto entre el módulo y el número de dientes de un engranaje. Por tanto, se puede observar en las fórmulas insertadas más abajo, a partir de la cual, se calculará el módulo de los engranajes para la primera marcha, teniendo en cuenta el ángulo de la hélice de los engranajes que intervienen. Este ángulo, será impuesto en un valor normal y a continuación, se podrán obtener todos los demás ángulos en el resto de las marchas utilizando el mismo módulo que ha sido obtenido para la primera velocidad.

$$D_e = \frac{m \cdot (z_1 + z_2)}{\cos \beta \cdot 2} \quad (7.1)$$

Donde:

β : ángulo de la hélice
 m: módulo
 D_e: distancia entre ejes

Utilizando esta fórmula se obtienen los datos siguientes, que corresponden al módulo de cada marcha (para todos el mismo) y el ángulo de la hélice de los engranajes en cada marcha, para que la distancia entre ejes de la caja de cambios no se vea alterada y sea constante a lo largo de todo el eje.

	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
m	4	4	4	4	4
β(°)	28,647	24,718	26,750	20,087	20,087

Tabla 7.1: Módulo y ángulo de hélice para cada una de las marchas.

Una vez obtenidos estos dos datos y teniendo en cuenta otros dos que se verán a continuación, pueden obtenerse todo el conjunto de datos geométricos que definirán los engranajes utilizados en la caja de cambios diseñado. Estos parámetros que deben definirse antes del proceso son: el ángulo de presión que está normalizado (igual a 20°) y que se trata de dientes normales excepto para el caso de la marcha atrás que funcionará con dientes cortos por razones geométricas. Todo este conjunto de parámetros constructivos va a ser expuesto en las tablas siguientes, junto a sus correspondientes fórmulas para obtener cada una de las definiciones geométricas de los engranajes diseñados.

		Fórmulas
Paso diente (7.3)	P (mm)	$P = \pi \cdot m$
Modulo circular o aparente (7.4)	m_c (mm)	$m_c = \frac{m}{\cos \beta}$
Paso circular o aparente (7.5)	P_c (mm)	$P_c = m_c \cdot \pi$
Paso hélice (7.6)	P_h(mm)	$P_h = \pi \cdot d_p \cdot \frac{1}{\tan \beta}$
Diámetro primitivo (7.7)	d_p (mm)	$d_p = Z \cdot m_c$
Diámetro exterior (7.8)	d_e(mm)	$d_e = d_p + 2 \cdot h_k$
Diámetro interior (7.9)	d_i(mm)	$d_i = d_p - h_z$
Adendo del diente (7.10)	h_k (mm)	$h_k = y_1 \cdot m$
Dedendo del diente (7.11)	h_f (mm)	$h_f = y'_1 \cdot m$
Altura del diente (7.12)	h_t(mm)	$h_t = h_k + h_f$
Espesor (7.13)	e (mm)	$e = \frac{19}{40} \cdot P$
Hueco de dientes (7.14)	e_h(mm)	$e_h = 21 \cdot \frac{P}{40}$
Ancho engranajes (7.15)	B (mm)	$B = m \cdot \psi$
Número de dientes virtuales (7.16)	Z_v	$Z_v = \frac{Z}{\cos \beta}$

Tabla 7.2: Enumeración de las fórmulas necesarias para obtener las definiciones geométricas de los engranajes.

Donde:

y_1 : Factor geométrico para el cálculo del adendo; 1 para dientes normales y 0,75 para dientes cortos.

y_1' : Factor geométrico para el cálculo del dedendo; 1,25 para dientes normales y 1 para dientes cortos.

α : Ángulo de presión à $\alpha=20^\circ$

β : Ángulo de la hélice.

Ψ : Factor de guiado para la obtención del ancho de los engranajes según la siguiente tabla. Se obtiene un valor de 12 por la buena calidad que tienen los engranajes.

FACTOR DE GUIADO Ψ	
Flancos en bruto, poca velocidad y montaje deficiente	5
Calidad y condiciones normales	10
Tallado muy exacto, montaje muy preciso y buen asiento de cojinetes y apoyo rígido de estos	15-20 (casos excepcionales hasta 30)

Figura 7.1: Factor de guiado.

Resolviendo el conjunto de fórmulas que acaban de mostrarse para cada una de las marchas y teniendo en consideración los datos obtenidos anteriormente, se obtiene la descripción geométrica de los engranajes que van a ser utilizados para la caja de cambios objeto del diseño. Los datos obtenidos para cada uno de los parámetros geométricos son los que se muestran a continuación:

	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
m(mm)	4,000	4,000	4,000	4,000	4,000
P(mm)	12,566	12,566	12,566	12,566	12,566
m_c(mm)	4,558	4,403	4,479	4,259	4,259
P_c(mm)	14,319	13,834	14,072	13,380	13,380
P_{h1}(mm)	340,747	601,037	670,059	1097,627	1207,390
P_{h2}(mm)	1153,298	1172,021	949,251	1134,215	1024,452
d_{p1}(mm)	59,254	88,069	107,505	127,773	140,550
d_{p2}(mm)	200,551	171,735	152,299	132,032	119,255
d_{e1}(mm)	67,254	96,069	115,505	135,773	148,550
d_{e2}(mm)	208,551	179,735	160,299	140,032	127,255
d_{i1}(mm)	50,254	79,069	98,505	118,773	131,550
d_{i2}(mm)	190,551	161,735	142,299	122,032	109,255
h_k(mm)	4,000	4,000	4,000	4,000	4,000
h_f(mm)	5,000	5,000	5,000	5,000	5,000
h_t(mm)	9,000	9,000	9,000	9,000	9,000
e(mm)	5,969	5,969	5,969	5,969	5,969
e_h(mm)	6,597	6,597	6,597	6,597	6,597
α(°)	20,000	20,000	20,000	20,000	20,000
α(rad)	0,349	0,349	0,349	0,349	0,349
β(rad)	0,500	0,431	0,467	0,351	0,351
β(°)	28,648	24,718	26,750	20,088	20,088

B (mm)	48,000	48,000	48,000	48,000	48,000
Z_{v1}	14,813	22,017	26,876	31,943	35,138
Z_{v2}	50,138	42,934	38,075	33,008	29,814

Tabla 7.3: Parámetros geométricos que definen cada engranaje.

Los subíndices 1 y 2 corresponden respectivamente con el eje primario, secundario e intermedio de la marcha atrás. Una vez obtenidos todos los parámetros geométricos que definen a los engranajes que se van a utilizar para hacer la caja de cambios, según la norma UNE-18066.

El siguiente paso que procede es el cálculo de resistencia de los engranajes determinando el material del que deben estar hechos para soportar las cargas a las que serán sometidos.

7.2. CARGAS EN LOS ENGRANAJES

Las fuerzas que van a producirse en los engranajes son producto del contacto entre los dientes implicados en el engranaje. Estas fuerzas aparecen aplicadas sobre la superficie de los dientes de cada engranaje. Al tratarse de dientes helicoidales aparecerán en todas las marchas, tres fuerzas derivadas del contacto: la fuerza tangencial, la fuerza radial y la fuerza axial. Estas tres fuerzas, se calcularán para el estado más desfavorable posible, es decir, cuando el par que suministra el motor es máximo. Puede verse la dirección de las distintas fuerzas en un engranaje helicoidal en la siguiente imagen:

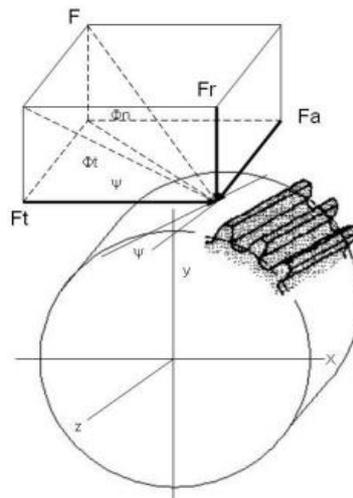


Figura 7.2: Fuerzas en engranajes helicoidales

En cuanto a los ángulos, en la figura están nombrados de manera distinta a la que se ha utilizado durante el proyecto, pero son ángulos ya vistos en el apartado dedicado a definir la geometría de los engranajes. Φ es el ya conocido ángulo de presión α y ψ es el ángulo de la hélice nombrado como β anteriormente. Así pues, se calcularán las tres fuerzas que surgirán para cada engranaje. Se calcularán a partir de los datos correspondientes al eje principal de la caja de cambios, pero los valores serán los mismos que para el eje secundario (principio de acción-reacción). Las fórmulas necesarias para el cálculo son las siguientes:

$$F_t = \frac{T \cdot 2 \cdot 1000}{d_p} \quad (7.17)$$

$$F_a = F_t \cdot \tan \beta \quad (7.18)$$

$$F_r = F_t \cdot \tan \alpha \quad (7.19)$$

$$F_n = \frac{F_t}{\cos \beta} \quad (7.20)$$

Donde:

F: Fuerza actuante total. No se utilizará para el diseño de los engranajes, pero es la suma vectorial de las otras tres fuerzas.

F_t: Fuerza tangencial.

F_r: Fuerza radial.

F_a: Fuerza axial.

Una vez aplicadas las fórmulas mostradas anteriormente se obtienen los siguientes resultados para las cinco marchas del vehículo.

	1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a
F_t (N)	4961,717	3338,278	2734,747	2300,960	2091,782
F_a (N)	2710,598	1536,726	1378,428	841,477	764,979
F_r (N)	1805,917	1215,034	995,367	837,481	761,346
F_n (N)	5653,846	3675,000	3062,500	2450,000	2227,273

Tabla 7.4: Valores de las fuerzas en los engranajes.

Cuando ya han sido obtenidos los valores de estas fuerzas, se dispone de la base de cálculo necesaria para poder obtener la resistencia tanto de los engranajes, como la de los ejes primario y secundario. También serán utilizadas para determinar los rodamientos adecuados de la caja.

7.3. DETERMINACIÓN DE LAS TENSIONES MÁXIMAS ADMISIBLES DEL MATERIAL

Antes de comprobar si el componente aguanta o no, bajo las hipótesis planteadas se ha de determinar lo que el material de ese componente es capaz de soportar, es decir, ese estado máximo de tensiones que es capaz de aguantar un material sin llegar al fallo. Esto se calculará siguiendo el proceso especificado por la normativa ANSI/AGMA.

Para poder comenzar el cálculo se debe escoger un material. Para este caso, se escoge un material con buenas características mecánicas habitual en la construcción de engranajes para cajas de cambio, el Acero aleado forjado, templado y revenido (20MnCr5, HV-317). Tomando como punto de partida sus características propias se determinarán los valores límite, a partir de funciones, obtenidas en ensayos de engranajes de referencia, a las cuales se les aplicarán coeficientes adaptados a las condiciones concretas de funcionamiento de cada engranaje para obtener el valor final de las tensiones máximas admisibles del material.

7.3.1. CÁLCULO DE LA TENSION DE CONTACTO MÁXIMA ADMISIBLE

En primer lugar, ha de determinarse la tensión de contacto límite del material que se obtendrá mediante ensayos de engranajes de referencia. Se puede observar en la siguiente fórmula:

$$S_{HL} = A \cdot x + B \quad (7.21)$$

Donde:

S_{HL}: (MPa) es la tensión de contacto límite del material.

A y B son coeficientes que se obtienen a partir de la tabla extraída de los ensayos según el tipo de material que se utilice.

X: es la dureza superficial del material (HV-317 en este caso).

La tabla de la que se extraen los valores de A y B es la siguiente:

Material	Calidad	A	B	Dureza min	Dureza max
Aceros al carbono forjados no aleados (normalizados)	ML/MQ	1,000	190	HB 110	HB210
	ME	1,520	250	HB 110	HB210
Acero al carbono moldeado no aleado (fundido)	ML/MQ	0,986	131	HB 140	HB210
	ME	1,143	237	HB 140	HB210
Fundición maleable de corazón negro	ML/MQ	1,371	143	HB 135	HB250
	ME	1,333	267	HB 175	HB250
Fundición con grafito esferoidal	ML/MQ	1,434	211	HB 175	HB300
	ME	1,500	250	HB 200	HB300
Fundición gris	ML/MQ	1,033	132	HB 150	HB240
	ME	1,465	122	HB 175	HB275
Acero al carbono (no aleado) forjado, templado y revenido	ML	0,963	283	HV 135	HV210
	MQ	0,925	360	HV 135	HV210
	ME	0,838	432	HV 135	HV210
Aceros aleados forjado, templado y revenido	ML	1,313	188	HV 200	HV360
	MQ	1,313	373	HV 200	HV360
	ME	2,213	260	HV 200	HV390
Acero al carbono moldeado, templado.	ML/MQ	0,831	300	HB 130	HB215
	ME	0,951	345	HB 130	HB215
Acero aleado moldeado templado	ML/MQ	1,276	298	HB 200	HB360
	ME	1,350	356	HB 200	HB360
Acero forjado de cementación	ML	0	1300	HV 600	HV800
	MQ	0	1500	HV 660	HV800
	ME	0	1650	HV 660	HV800
Acero forjado o moldeado, endurecido superficialmente a la llama o por inducción	ML	0,740	602	HV 485	HV615
	MQ	0,541	882	HV 500	HV615
	ME	0,505	1013	HV 500	HV615
Aceros de nitruración forjados	ML	0	1125	HV 650	HV900
	MQ	0	1250	HV 650	HV900
	ME	0	1450	HV 650	HV900
Aceros de nitruración templados	ML	0	788	HV 450	HV 650
	MQ	0	998	HV 450	HV 650
	ME	0	1217	HV 450	HV 650
Aceros forjado de nitrocarburización	ML	0	650	HV 300	HV 650
	MQ	1,167	425	HV 300	HV 450
	ME	0	950	HV 450	HV 650

Figura 7.3: Coeficientes para el cálculo de la tensión límite a fallo superficial S_{HL} .

La calidad de los materiales viene determinada por el proceso de fabricación del material. Dicha calidad tiene tres subgrupos: ML, poco exigente; MQ, satisfactorio y ME, nivel máximo alcanzable. En el caso de este proyecto, el material para todos los engranajes va a ser un acero aleado forjado, templado y revenido y, el acabado de todas las marchas va a ser de una calidad media (MQ), excepto la primera marcha que debido a las altas cargas que puede llegar a soportar deberá tener una calidad superior (ME); tal y como viene indicado en la tabla el color azul sería para la primera marcha, mientras que el rojo representaría al resto de ellas. Los valores utilizados y el valor obtenido para la tensión de contacto límite del material, se recogen en la siguiente tabla:

	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
A	2,213	1,313	1,313	1,313	1,313
B	260	373	373	373	373
S_{HL}(MPa)	961,521	789,221	789,221	789,221	789,221

Tabla 7.5: Valores de los coeficientes A y B y la tensión de contacto límite del material.

Una vez obtenido el valor de la tensión límite a fallo superficial, el cálculo para adecuar este valor al caso concreto de trabajo de cada uno de los engranes, se hace mediante coeficientes tal y como se indica en la siguiente fórmula:

$$S_{HP}(MPa) = S_{HL} \cdot Z_N \cdot Z_L \cdot Z_R \cdot Z_V \cdot Z_W \cdot Z_X \quad (7.22)$$

Donde:

S_{HP} : (MPa) Tensión de contacto máxima admisible.

Z_N : Coeficiente de duración

Z_L : Coeficiente de viscosidad del lubricante

Z_R : Coeficiente de rugosidad

Z_V : Coeficiente de velocidad

Z_W : Coeficiente de dureza

Z_X : Coeficiente de tamaño

Así pues, para poder determinar el valor de la tensión de contacto máxima admisible, se deberá calcular cada uno de los coeficientes.

El primer coeficiente es el de duración, Z_N , que tiene en cuenta el número de ciclos de carga y el tipo de material que se utiliza, los valores para estos distintos materiales están recogidos en la norma ISO 6336-2. Para el material que va a ser utilizado y teniendo en cuenta que, no se tolerará la aparición del pitting (picado) para garantizar la máxima seguridad posible; el apartado que recoge los valores de Z_N que se precisan es el siguiente:

2) **Aceros con temple total, fundición de grafito esferoidal, fundición maleable, aceros endurecidos superficialmente, cuando no se tolera la aparición de pitting:**

$N_L \leq 10^5$	\Rightarrow	$Z_N = 1.6$
$10^5 < N_L \leq 5 \cdot 10^7$	\Rightarrow	$Z_N = \left(\frac{5 \cdot 10^7}{N_L} \right)^{0.0756}$
$N_L \geq 5 \cdot 10^7$	\Rightarrow	de 1 a 0,85

Figura 7.6: Preceptos para el cálculo del coeficiente de duración.

Donde N_L es el número de ciclos.

Dado que el diseño va a realizarse a vida infinita, el coeficiente puede ser igual o ligeramente menor a la unidad; del rango propuesto en la normativa se escoge un $Z_N=0,95$ manteniéndose siempre del lado de la seguridad para estimar un valor bajo de la tensión de contacto máxima admisible.

El segundo coeficiente es el coeficiente de viscosidad del lubricante, Z_L . Para poder determinar este coeficiente, antes debe fijarse un lubricante tipo para la caja de cambios. En este caso, será un lubricante 75W-90 dentro de la normativa API GL-4, un lubricante típico en cajas de cambio, concretamente se ha utilizado el aceite MOTUL GEAR 300 75W-90 para obtener valores de referencia que puedan utilizarse en el cálculo del coeficiente. El criterio de selección de los parámetros y las fórmulas que se han de utilizar son las siguientes:

Considera la influencia de la viscosidad en el comportamiento de la película de aceite de lubricante, para distintos valores de S_{HL} se tiene:

1) Si $850 < S_{HL} < 1200$ (N/mm²) se pueden utilizar dos expresiones:

$$Z_L = C_{ZL} + \frac{4 \cdot (1 - C_{ZL})}{\left(12 + \frac{80}{v_{50}}\right)^2} \quad \text{ó} \quad Z_L = C_{ZL} + \frac{4 \cdot (1 - C_{ZL})}{\left(12 + \frac{134}{v_{40}}\right)^2}$$

donde v_{40} y v_{50} son la viscosidad cinemática del lubricante a 40 °C y a 50 °C respectivamente en cSt (1cSt = 1 mm²/s). Siendo:

$$C_{ZL} = \frac{(S_{HL})}{4375} + 0.6357$$

2) Si $S_{HL} \leq 850$ (N/mm²) se toma $C_{ZL} = 0,83$

3) Si $S_{HL} \geq 1200$ (N/mm²) se toma $C_{ZL} = 0,91$

Figura 7.4: Preceptos para calcular el coeficiente de viscosidad.

Donde:

C_{ZL} : Coeficiente de cálculo para Z_L

v_T : Viscosidad del lubricante a una determinada temperatura T.

El coeficiente de viscosidad puede calcularse con cualquiera de las dos fórmulas expuestas y ambas, dan un resultado prácticamente idéntico. Para este proyecto se ha utilizado el coeficiente menor para cada una de las marchas a fin de aumentar la seguridad del diseño. Cabe destacar que para la primera marcha el valor de C_{ZL} debe calcularse tal y como se ha mostrado en la fórmula, dado que el valor de S_{HL} está comprendido entre 850 y 1200 MPa, mientras que el resto de las marchas tendrán un coeficiente $C_{ZL}=0,83$. La viscosidad del lubricante a 40°C es suministrada por el fabricante del lubricante escogido mientras que la viscosidad a 50°C puede determinarse mediante un conjunto de fórmulas que se tratarán en el apartado dedicado a los rodamientos de este proyecto. Aplicando las fórmulas se obtendrán el valor del coeficiente de viscosidad del lubricante Z_L para cada una de las marchas del vehículo. Los resultados para este coeficiente, así como para su coeficiente intermedio son los que se muestran en la siguiente tabla:

	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
C_{ZL}	0,8555	0,83	0,83	0,83	0,83
Z_{L1}	0,9329	0,9211	0,9211	0,9211	0,9211
Z_{L2}	0,9178	0,9033	0,9033	0,9033	0,9033

Tabla 7.6: Coeficiente de viscosidad del lubricante.

Z_{L1} corresponde con el valor del coeficiente obtenido mediante la fórmula que lo calcula con la viscosidad a 40°C, mientras que Z_{L2} se calcula mediante la fórmula que se usa con la viscosidad a 50°C. Como se ha mencionado se coge el valor menor de entre los dos para mantenerse siempre del lado de la seguridad, así pues, se utilizarán los valores obtenidos mediante la segunda fórmula para el cálculo final de la tensión de contacto máxima admisible.

A continuación, se calculará el siguiente coeficiente: el de rugosidad, Z_R . Este coeficiente tiene en cuenta los valores de rugosidad superficial de cada uno de los

engranajes. Estas rugosidades pueden extraerse de una tabla que determina la rugosidad media del engranaje en función de la calidad Q_{ISO} que este tenga. Para simplificar cálculos, se considerará que todas las parejas de piñones y ruedas de la caja de cambios estén fabricadas con el mismo grado de calidad. Así pues, de acuerdo con lo comentado a la hora de determinar la tensión de contacto límite, la calidad de los engranajes de la primera marcha es mejor que la del resto de marchas. Los valores Q_{ISO} de los engranajes es ISO-5 para la primera marcha e ISO-6 para el resto. Una vez se han especificado las calidades que tendrán los distintos engranajes, ya se puede determinar la rugosidad media que tendrán según la siguiente tabla:

Q_{ISO}	10	9	8	7	6	5	4	3
R_{fm}	20	11	6.5	4	2.4	1.4	0.8	0.5

Figura 7.5: Rugosidad media a partir de la calidad ISO de los engranajes.

Una vez se dispone de la rugosidad media de los engranajes ya puede realizarse el cálculo del coeficiente de rugosidad según los preceptos siguientes:

- 1) Si $850 < S_{HL} < 1200$ (N/mm^2) se pueden utilizar dos expresiones:

$$Z_R = \left(\frac{3}{Rz_{10}} \right)^{C_{ZR}}$$

Siendo;

$$Rz_{10} = Rz \cdot \sqrt{\frac{10}{\rho_r}} \quad \text{con} \quad \rho_r = \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = \frac{r_1 \cdot r_2 \cdot \text{sen} \alpha_1}{r_1 + r_2}$$

$$C_{ZR} = 0,32 - 0,0002 \cdot S_{HL}$$

- 2) Si $S_{HL} \leq 850$ (N/mm^2) se toma $C_{ZR} = 0,15$
 3) Si $S_{HL} \geq 1200$ (N/mm^2) se toma $C_{ZR} = 0,08$

Figura 7.6: Preceptos para el cálculo del coeficiente de rugosidad.

Vuelve a suceder, como en el caso de Z_L , que el valor del coeficiente que se utiliza en el cálculo del coeficiente de interés varía con respecto al valor de la tensión de contacto máxima. De esta manera, para la primera marcha habrá que calcular C_{ZR} , según la fórmula mostrada anteriormente y, el resto de las marchas tendrán un valor constante de $C_{ZR}=0,25$. Así pues se calcularán el resto de los parámetros intermedios tal y como está reflejado en las fórmulas para obtener el valor del coeficiente de rugosidad, Z_R . Los valores del coeficiente de rugosidad, así como el de todos los parámetros intermedios que han de calcularse para llegar al resultado, se muestran en la siguiente tabla:

	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
R_Z	1,400	2,400	2,400	2,400	2,400
ρ	7,822	9,955	10,777	11,104	11,033
R_{Z10}	1,519	2,404	2,341	2,318	2,323
C_{ZR}	0,128	0,150	0,150	0,150	0,150
Z_R	1,091	1,034	1,038	1,039	1,039

Tabla 7.7: Coeficiente de rugosidad y sus parámetros de cálculo

El siguiente coeficiente que debe ser calculado para obtener la tensión de contacto máxima admisible es el coeficiente de velocidad, Z_V . Este coeficiente considera el efecto que tiene la velocidad tangencial con la que se mueven los dientes en la formación de la película de lubricante, ya que a medida que la velocidad aumenta, la película se adhiere con mayor facilidad a la superficie de los dientes. Para calcular este coeficiente se seguirán las ecuaciones siguientes:

$$Z_V = C_{ZV} + \frac{2*(1-C_{ZV})}{\sqrt{0.8 + \frac{32}{V}}} \quad (7.23)$$

Donde V es la velocidad tangencial en m/s. siendo:

$$C_{ZV} = C_{ZL} + 0.02 \quad (7.24)$$

La velocidad tangencial puede resolverse con la fórmula (6.1) considerando la velocidad de rotación que tiene el eje principal en el caso más desfavorable para los dientes, es decir, cuando el par es máximo y la distancia r como el radio primitivo de cada uno de los engranajes. Con estas consideraciones se calcula el valor de Z_V tal y como se especifica en la fórmula y se obtienen los valores recogidos en la siguiente tabla:

	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
Z_V	1,0110	1,0384	1,0513	1,0624	1,0684

Tabla 7.8: Valores del coeficiente de velocidad, Z_V .

Los dos últimos coeficientes que han de obtenerse son el coeficiente de dureza, Z_W , y el coeficiente de tamaño, Z_X . El coeficiente de dureza tiene en cuenta el deterioro que puede provocar sobre la rueda el hecho de que el piñón sea más duro, pero como se ha comentado en el apartado de la rugosidad, las parejas de ruedas y piñones van a ser consideradas del mismo material a efectos de cálculo para simplificarlo. Por tanto, el valor del coeficiente de dureza no afectará a la tensión de contacto máxima admisible, o lo que es lo mismo $Z_W=1$. En cuanto al coeficiente de tamaño, considera la influencia del tamaño del diente bajo la hipótesis de fallo a fatiga y será tomado también como $Z_X=1$.

Por último, se presenta una tabla con el valor de la tensión límite de contacto, todos los coeficientes que se necesitan para el cálculo de la tensión de contacto máximo admisible, así como el valor final de esta tensión obtenida con la fórmula (7.22).

	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
S_{HL} (MPa)	961,521	789,221	789,221	789,221	789,221
Z_N	0,950	0,921	0,921	0,921	0,921
Z_L	0,918	0,903	0,903	0,903	0,903
Z_R	1,091	1,034	1,038	1,039	1,039
Z_V	1,011	1,038	1,051	1,062	1,068
Z_W	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
Z_X	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
S_{HP} (MPa)	924,467	727,062	738,994	747,889	751,891

Tabla 7.9: Coeficientes y valor de tensión de contacto máxima admisible.

Estas serían las tensiones de contacto máximas admisibles para el Acero aleado forjado, templado y revenido (20MnCr5, HV-317) del cual van a estar hechos los engranajes y teniendo en cuenta la aplicación concreta en la que van a funcionar los engranajes de cada una de las marchas.

7.3.2. CÁLCULO DE LA TENSION NORMAL MÁXIMA ADMISIBLE

A continuación, se procede a calcular la tensión normal máxima admisible por el material (S_{FP}). Este proceso de cálculo se desarrolla de manera análoga al caso de la tensión de contacto máxima admisible, se expresa en la siguiente fórmula:

$$S_{FP} (MPa) = S_{FL} \cdot Y_{ST} \cdot Y_{NT} \cdot Y_{\delta rT} \cdot Y_{RrT} \cdot Y_X \quad (7.25)$$

Donde:

S_{FP} : Tensión normal máxima admisible por el material.

S_{FL} : Tensión a flexión límite del engranaje de referencia.

Y_{ST} : Coeficiente de concentración de tensiones. $Y_{ST}=2.1$

Y_{NT} : Coeficiente de duración.

$Y_{\delta rT}$: Coeficiente de sensibilidad a la entalla relativo.

Y_{RrT} : Coeficiente de rugosidad relativa.

Y_X : Coeficiente de tamaño. Cuando $3 \leq m \leq 5$, como es el caso, se considera $Y_X=1$

Primeramente, se obtiene S_{FL} según la siguiente formula:

$$S_{FL} (MPa) = A \cdot x + B \quad (7.26)$$

Donde:

A y B: coeficientes que se obtienen a partir de la tabla (figura 7.7) extraída de los ensayos según el tipo de material que se utilice.

X: dureza superficial del material (HV-317 en este caso).

Fallo a flexión S_{FL} :

Material	Calidad	A	B	Dureza min	Dureza max
Aceros al carbono forjados no aleados (normalizados)	ML/MQ	0,455	69	HB 110	HB210
	ME	0,386	147	HB 110	HB210
Acero al carbono moldeado no aleado (fundido)	ML/MQ	0,313	62	HB 140	HB210
	ME	0,254	137	HB 140	HB210
Fundición maleable de corazón negro	ML/MQ	0,345	77	HB 135	HB250
	ME	0,403	128	HB 175	HB250
Fundición con grafito esferoidal	ML/MQ	0,350	119	HB 175	HB300
	ME	0,380	134	HB 200	HB300
Fundición gris	ML/MQ	0,256	8	HB 150	HB240
	ME	0,200	53	HB 175	HB275
Acero al carbono (no aleado) forjado, templado y revenido	ML	0,250	108	HV 115	HV215
	MQ	0,240	163	HV 115	HV215
	ME	0,283	202	HV 115	HV215
Aceros aleados forjado, templado y revenido	ML	0,423	104	HV 200	HV360
	MQ	0,425	187	HV 200	HV360
	ME	0,358	231	HV 200	HV390
Acero al carbono moldeado, templado.	ML/MQ	0,224	117	HB 130	HB215
	ME	0,286	167	HB 130	HB215
Acero aleado moldeado templado	ML/MQ	0,364	161	HB 200	HB360
	ME	0,356	186	HB 200	HB360
Acero forjado de cementación	ML	0	312	HV 600	HV800
	MQ	0	461	HV 660	HV800
	ME	0	525	HV 660	HV800
Acero forjado o moldeado, endurecido superficialmente a la llama o por inducción	ML	0,305	76	HV 485	HV615
	MQ	0,138	290	HV 500	HV570
		0	369	HV 570	HV615
	ME	0,271	237	HV 500	HV615
Aceros de nitruración forjados	ML	0	270	HV 650	HV900
	MQ	0	420	HV 650	HV900
	ME	0	468	HV 650	HV900
Aceros de nitruración templados	ML	0	258	HV 450	HV 650
	MQ	0	363	HV 450	HV 650
	ME	0	432	HV 450	HV 650
Aceros forjado de nitrocarburoización	ML	0	224	HV 300	HV 650
	MQ	0,653	94	HV 300	HV 450
	ME	0	388	HV 450	HV 650

Figura 7.7: Coeficientes para el cálculo de la tensión límite a fallo por flexión S_{FL}

Se procede del mismo modo que para la tensión de contacto escogiendo los coeficientes pertinentes para el material del cual van a estar hechos los engranajes, los resultados obtenidos son los siguientes:

	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
A	0.358	0.425	0.425	0.425	0.425
B	231	187	187	187	187
S_{FL}	344.486	321.725	321.725	321.725	321.725

Tabla 7.10: Valores de los coeficientes A y B y la tensión de flexión límite del material

El coeficiente de duración para flexión, Y_{NT} , es análogo al coeficiente de duración para la tensión superficial que ha sido calculado en el anterior apartado. Ambos coeficientes

consideran como modifican el tipo de material y la duración del componente a su tensión máxima admisible correspondiente. Este coeficiente se extrae de la siguiente manera:

- 1) Aceros normalizados, Aceros con temple total, fundición de grafito esferoidal (perlita), fundición maleable:
- $$N_L \leq 10^4 \quad \Rightarrow \quad Y_{NT} = 2.5$$
- $$10^4 < N_L \leq 3 \cdot 10^6 \quad \Rightarrow \quad Y_{NT} = \left(\frac{3 \cdot 10^6}{N_L} \right)^{\frac{1}{5}}$$
- $$N_L = 3 \cdot 10^6 \quad \Rightarrow \quad 1$$
- $$N_L = 10^{10} \quad \Rightarrow \quad \text{de 1 a 0,85 (para aplicaciones críticas)}$$

Figura 7.8: Consideraciones para el cálculo de Y_{NT} .

Debido a que el dimensionado se está realizando para vida infinita se escogerá el mayor número de ciclos posible de entre los mostrados. Dado que el fallo a flexión es catastrófico se escogerá un coeficiente menor que para el coeficiente análogo en el caso de la tensión de contacto máxima admisible. En este caso: $Y_{NT}=0.85$.

El coeficiente de sensibilidad a la entalla relativo $Y_{\delta rT}$, considera las diferencias que puede haber entre los concentradores de tensiones del engranaje de referencia respecto al caso que está tratándose; aceros normalizados ($S_u < 800$ MPa), aceros templados ($S_u > 800$ MPa) y fundición de grafito esferoidal (perlita). Mediante la siguiente fórmula:

$$Y_{\delta rT} = \frac{1 + 0.82 \cdot (Y_{sa} - 1) \cdot \sqrt[4]{\frac{300}{S_y}}}{1 + 0.82 \cdot \sqrt[4]{\frac{300}{S_y}}} \quad (7.27)$$

Los resultados obtenidos para el material escogido utilizando los valores de Y_{sa} obtenidos en el apartado (7.4.2) son recogidos en la siguiente tabla:

	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
$Y_{\delta rT}$	0.818	0.859	0.880	0.898	0.908

Tabla 7.11: Valores obtenidos del coeficiente de sensibilidad en cada una de las marchas.

El coeficiente de rugosidad relativa, Y_{RrT} , considera el efecto que tiene sobre la tensión de flexión la diferencia de rugosidad entre el engranaje de ensayo el que está siendo calculado. Las condiciones bajo las que se hará el cálculo de Y_{RrT} para el material escogido son las siguientes:

Aceros de temple total, fundición esferoidal (perlita) y acero forjado endurecido a la llama o por inducción:

$$R_z < 1 \mu\text{m} \quad \Rightarrow \quad Y_{RrT} = 1.12$$

$$1 \mu\text{m} \leq R_z \leq 40 \mu\text{m} \quad \Rightarrow \quad Y_{RrT} = 1.674 - 0.529 \cdot (R_z + 1)^{0.1}$$

Figura 7.9: Preceptos para el cálculo del coeficiente de rugosidad relativa

Dado que la rugosidad para todos los engranajes está comprendida entre 10 y 40 μm , el coeficiente de rugosidad relativa se calculará mediante la segunda expresión obteniendo los resultados mostrados en la tabla siguiente:

	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
Y_{RrT}	1.097	1.076	1.076	1.076	1.076

Tabla 7.12: Valores obtenidos del coeficiente de rugosidad en cada una de las marchas.

Por último, se presenta una tabla con la tensión a flexión límite del engranaje de referencia, todos los coeficientes que se necesitan para el cálculo de la tensión normal máxima admisible por el material, así como el valor final de esta tensión obtenida mediante la fórmula (7.25).

	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
S_{FL} (MPa)	344.486	321.725	321.725	321.725	321.725
Y_{st}	2.1	2.1	2.1	2.1	2.1
Y_{NT}	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85
Y_{δrT}	1,091	1,034	1,038	1,039	1,039
Y_{RrT}	1.097	1.076	1.076	1.076	1.076
Y_X	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
S_{FP} (MPa)	551,33	530,98	543,90	555,09	561,27

Tabla 7.13: Valores obtenidos de las tensiones a flexión y los coeficientes en cada una de las marchas.

Estas serían las tensiones de normales máximas admisibles para el Acero aleado forjado, templado y revenido (20MnCr5, HV-317) del cual van a estar hechos los engranajes y teniendo en cuenta la aplicación concreta en la que van a funcionar los engranajes de cada una de las marchas.

7.4. DETERMINACIÓN DE LAS TENSIONES MÁXIMAS DE CÁLCULO DEL ENGRANAJE

Una vez se ha determinado el material del que van a estar hechos los engranajes y se han calculado las tensiones máximas admisibles para las dos hipótesis planteadas, se procede a obtener las tensiones de cálculo para estas dos hipótesis determinando si los engranajes llegan al fallo o, el material resiste las tensiones provocadas en el estado de cargas más desfavorable. En este apartado se tratará el cálculo de la tensión de cálculo bajo la hipótesis de fallo superficial y la de fallo por flexión.

7.4.1. DETERMINACIÓN DE LA TENSIÓN SUPERFICIAL DE CÁLCULO

Para el cálculo de la tensión superficial se utiliza la expresión de Hertz aplicada para engranajes cilíndricos helicoidales. Esta expresión, una vez añadidos todos los coeficientes que se le han de aplicar, es la siguiente:

$$\sigma_{HP}(MPa) = Z_H \cdot Z_E \cdot Z_e \cdot Z_b \cdot \sqrt{\left(\frac{F_t}{B \cdot d_p}\right) \cdot \left(\frac{1+R_c}{R_c}\right)} \cdot \sqrt{K_a \cdot K_v \cdot K_{hb} \cdot K_{ha}} \quad (7.28)$$

El primer corrector que se ha de tener en cuenta es el coeficiente geométrico Z_H , que parametriza la influencia de los dientes mediante la siguiente fórmula:

$$Z_H = \sqrt{\frac{2 \cdot \cos \beta}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}} \quad (7.29)$$

El coeficiente elástico Z_E , incluye la influencia del material del cual están fabricados los engranajes mediante la siguiente expresión:

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot \left(\left(\frac{1-\nu^2}{E} \right) + \left(\frac{1-\nu^2}{E} \right) \right)}} \quad (7.30)$$

Todos los engranajes de la caja de cambios van a estar hechos del acero especificado anteriormente, por tanto, los dos valores del coeficiente de Poisson y del módulo de Young que corresponden al piñón (1) y a la rueda (2), en este caso son iguales y con valor $E=206000\text{MPa}$ y $\nu=0,26$ que corresponden al acero.

El coeficiente de conducción, Z_ε , considera el efecto que produce el reparto de carga entre distintos dientes del engranaje, va a ser calculado para dientes helicoidales según las fórmulas siguientes:

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4-\varepsilon_\alpha}{3} \cdot (1-\varepsilon_\beta) + \frac{\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\alpha}} \quad \text{para } \varepsilon_\beta < 1 \quad (7.31)$$

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}} \quad \text{para } \varepsilon_\beta \geq 1 \quad (7.32)$$

Donde:

ε_α : relación de conducción del engranaje calculada mediante la siguiente expresión

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{\pi \cos(\alpha)} \left[\sqrt{\frac{z_1^2}{4} \sin^2(\alpha) + y_1^2} + z_1 y_1 + \sqrt{\frac{z_2^2}{4} \sin^2(\alpha) + y_2^2} + z_2 y_2 - \frac{z_1+z_2}{2} \sin(\alpha) \right] \quad (7.33)$$

Donde:

El subíndice 1 pertenece al piñón mientras que el subíndice 2 se refiere a la rueda.

y : factor utilizado para obtener el adendo del diente en la fórmula (7.10)

ε_β : es el índice de recubrimiento calculado con la fórmula siguiente:

$$\varepsilon_\beta = \frac{b \cdot \sin(\beta)}{\pi \cdot m} \quad (7.34)$$

El factor de ángulo, Z_β de la hélice, considera el efecto generado por la inclinación del diente sobre la tensión superficial de cálculo. La fórmula necesaria para el cálculo de este coeficiente es:

$$Z_\beta = \frac{1}{\cos \beta^2} \quad (7.35)$$

El coeficiente de aplicación, K_A , pondera las sobrecargas dinámicas que son debidas a los factores externos del engrane, es decir, la máquina que acciona el engranaje del eje de entrada y a la que arrastra el engranaje del eje de salida. Las tablas que se presentan a continuación parametrizan los valores de K_A a partir de la clasificación de los choques que provocan las máquinas, son valores que únicamente son válidos si se opera lejos de la

frecuencia de resonancia, el caso tratado cumple esta condición y por tanto los datos se toman a partir de la siguiente tabla:

Características de la máquina motriz	Características de la máquina arrastrada			
	Uniforme	Choques ligeros	Choques moderados	Choques fuertes
Uniforme	1,00	1,25	1,50	1,75
Choques ligeros	1,10	1,35	1,60	1,85
Choques moderados	1,25	1,50	1,75	2,00
Choques fuertes	1,50	1,75	2,00	2,25 o mayor

Figura 7.10: Coeficiente K_A según tipos de choque de la máquina motriz y arrastrada.

En el caso que está siendo tratado, la máquina motriz es un motor de combustión interna alternativo que genera unos choques moderados, mientras que la máquina arrastrada es el eje motriz del vehículo cuyos choques van a ser considerados ligeros. Así pues, $K_A=1,50$.

El coeficiente dinámico, K_V , considera las cargas dinámicas que resultan de la vibración del engranaje respecto del eje. Muchos factores influyen en este coeficiente, la fórmula obtenida a partir de la norma ISO 6336 es la siguiente:

$$K_V = 1 + \left(\frac{K_1}{K_A \frac{F_t}{b}} + K_2 \right) \frac{V \cdot z_1}{100} K_3 \sqrt{\frac{i^2}{1+i^2}}$$

donde

- V velocidad tangencial en m/s
- Si $K_A \cdot F_t / b < 100$ N/mm se introduce 100
- z_1 número de dientes del piñón
- i relación de velocidades (z_2/z_1)
- K_1 coeficiente función de la calidad del tallado (Q_{ISO})
- K_2 dientes rectos = 0,0193 – dentado helicoidal = 0,0087

$$\text{Si } \frac{V \cdot z_1}{100} \sqrt{\frac{i^2}{1+i^2}} \leq 0,2 \text{ m/s} \quad K_3 = 2,0$$

$$\text{Si } \frac{V \cdot z_1}{100} \sqrt{\frac{i^2}{1+i^2}} > 0,2 \text{ m/s} \quad K_3 = -0,357 \cdot \frac{V \cdot z_1}{100} \sqrt{\frac{i^2}{1+i^2}} + 2,071 \quad (K_{3 \text{ min}} = 1)$$

Figura 7.11: Preceptos para el cálculo de coeficiente dinámico.

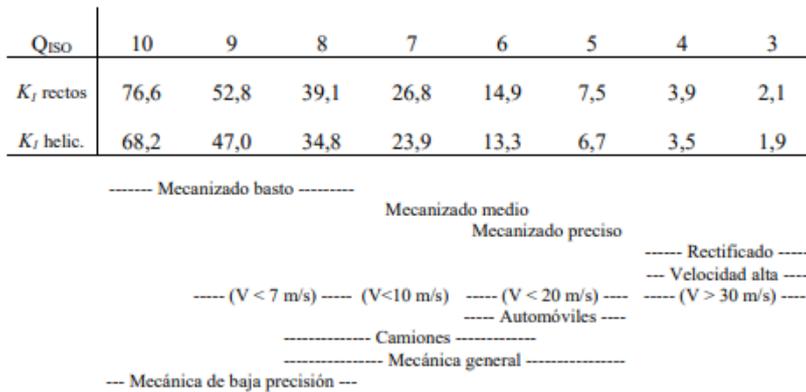


Figura 7.12: Rugosidad a partir de la calidad del material

Como se ha comentado en el apartado 7.3.1 las calidades van a ser ISO 5 para los engranajes de la primera marcha e ISO 6 para el resto de las marchas del vehículo. Por tanto, se escogerán los valores de K₁ consecuentes de la figura 7.14 para cada marcha. Dado que los dientes son helicoidales para todas las marchas, se cumplirá que en todas ellas K₂=0,0087.

Para poder determinar el valor de K₃: primero, ha de comprobarse el valor de $\frac{v \cdot z_1}{100} \cdot \sqrt{\frac{i^2}{1+i^2}}$. En este caso de la caja de cambios diseñada, el valor de este parámetro supera los 0.2m/s para las cinco marchas del vehículo, por lo que el coeficiente K₃ se obtendrá mediante la fórmula mostrada anteriormente. Una vez obtenidos los valores de estas tres constantes para cada engranaje ya puede calcularse el valor del coeficiente dinámico, K_v, según la fórmula mostrada en la figura (7.11). Los valores de K₃ y K_v obtenidos para cada marcha se muestran en la tabla siguiente:

	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
K₃	1,519	1,000	1,000	1,000	1,000
K_v	1,122	1,447	1,725	2,117	2,333

Tabla 7.13: Valores de los coeficientes K₃ y K_v.

El coeficiente de distribución de carga longitudinal a presión superficial, K_{Hβ}, tiene en cuenta los problemas derivados de que la distribución de cargas sobre los dientes sea distinta a la que se ha supuesto en el cálculo de la tensión. El valor de K_{Hβ}, se determina mediante la siguiente expresión basada en el método simplificado de Henriot:

$$K_{H\beta} = H_1 + H_2 \cdot b + H_3 \cdot \left(\frac{b}{d_1}\right)^2 \quad (7.36)$$

Los valores para los coeficientes H se pueden extraer de la siguiente tabla teniendo en cuenta la calidad Q_{ISO} del material, el tipo de ajuste en el proceso de fabricación y la presencia o no de endurecimiento superficial en los engranajes.

Q _{ISO}	Ajuste	Dentados no endurecidos superficialmente			Aceros endurecidos superficialmente / dentados cementados rectificadas		
		H ₁	H ₂	H ₃	H ₁	H ₂	H ₃
5	a	1.135	2.3·10 ⁻⁴	0.18	1.09	1.99·10 ⁻⁴	0.26
5	b, c	1.10	1.15·10 ⁻⁴	0.18	1.05	1.0·10 ⁻⁴	0.26
6	a	1.15	3.0·10 ⁻⁴	0.18	1.09	3.3·10 ⁻⁴	0.26
6	b, c	1.11	1.5·10 ⁻⁴	0.18	1.05	1.6·10 ⁻⁴	0.26
7	a	1.17	4.7·10 ⁻⁴	0.18	-	-	-
7	b, c	1.12	2.3·10 ⁻⁴	0.18	-	-	-
8	a	1.23	6.1·10 ⁻⁴	0.18	-	-	-
8	b, c	1.15	3.1·10 ⁻⁴	0.18	-	-	-

Figura 7.13: Coeficientes H para el cálculo de K_{Hβ}.

Donde:

Las letras a, b y c de la tabla se corresponden con los siguientes tipos de ajuste:

- Se montan los engranajes sin ajustes ni rodaje posterior.
- Los engranajes se ajustan durante el montaje, por ejemplo, con árboles regulables.
- Los engranajes tienen previsto un rodaje en el proceso de fabricación.

El material que va a utilizarse es un Acero aleado forjado, templado y revenido (20MnCr5, HV-317) con endurecimiento superficial y rodaje posterior con una calidad ISO 6 para todos los engranajes, excepto la primera marcha que se trata de una calidad ISO 5.

Los tres coeficientes H, así como el coeficiente de carga longitudinal, K_{Hβ}, que se ha obtenido, se muestran en la siguiente tabla:

	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
H1	1,05000	1,05000	1,05000	1,05000	1,05000
H2	0,00010	0,00016	0,00016	0,00016	0,00016
H3	0,26000	0,26000	0,26000	0,26000	0,26000
K_{Hβ}	1,22542	1,13491	1,10951	1,09437	1,08800

Tabla 7.14: Valores de los coeficientes H y el coeficiente K_{Hβ}.

El coeficiente de carga transversal, K_{Hα}, viene determinado principalmente por el material, tamaño, precisión y carga en los engranajes. No obstante, si la calidad del engranaje tiene una ISO 6 o de un grado menor (mejor calidad) puede estimarse que el coeficiente de carga transversal no afectará a la tensión superficial de cálculo. Es decir, K_{Hα}=1.

Recogiendo todos los coeficientes y obteniendo la tensión superficial de cálculo se obtiene la siguiente tabla para las cinco marchas de la caja de cambios. El coeficiente de seguridad a fallo superficial se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$X_H = \frac{S_{HP}^2}{\sigma_{HP}}$$

	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
Z_H	2,337	2,378	2,357	2,418	2,418
Z_E	189,812	189,812	189,812	189,812	189,812
Z_ε	0,794	0,783	0,781	0,777	0,777
Z_β	1,067	1,049	1,058	1,032	1,032
K_A	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500
K_V	1,122	1,447	1,725	2,117	2,333
K_{Hβ}	1,225	1,135	1,110	1,094	1,088
K_{Hα}	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
σ_{HP}(MPa)	811,426	635,708	595,518	589,193	590,115
X_H	1,298	1,308	1,540	1,611	1,623

Tabla 7.15: Coeficientes para el cálculo y valor de la tensión superficial de cálculo y su coeficiente de seguridad.

Así puede concluirse el dimensionado de los engranajes bajo la hipótesis de fallo superficial. Puede asegurarse que ninguno de los engranajes de las cinco marchas del vehículo va a sufrir fallos superficiales en sus dientes.

7.4.2. DETERMINACIÓN DE LA TENSIÓN DE FLEXIÓN DE CÁLCULO

El cálculo de la tensión de flexión de cálculo se realiza mediante el método de Lewis modificado con los correspondientes coeficientes correctores que adecúan la expresión para la transmisión por engranajes. Esta expresión es la siguiente:

$$\sigma_F = \frac{F_t}{b \cdot m_c} * Y_{Fa} * Y_{\epsilon} * Y_{sa} * Y_{\beta} * Y_B * K_A * K_V * K_{F\beta} * K_{F\alpha} \quad (7.37)$$

Donde:

σ_F: Tensión de flexión de cálculo

Y_{Fa}: Coeficiente de forma

Y_ε: Coeficiente de conducción

Y_{sa}: Coeficiente de concentrador de tensiones

Y_β: Factor de inclinación

Y_B: Factor del espesor del aro

K_A: El coeficiente de aplicación ya ha sido determinado y corresponde a K_A=1,50

K_V: El coeficiente dinámico para cada marcha está recogido en la tabla 7.4.1.2

K_{Fβ}: Coeficiente de la carga longitudinal

K_{Fα}: Coeficiente de la carga transversal

El coeficiente de forma para la carga aplicada en el extremo, Y_{Fa}, tiene en cuenta la geometría del diente y se calcula a partir del número de dientes virtual de cada engranaje a partir de los siguientes preceptos:

$$\text{para } Z_v \leq 400 \quad Y_{sa} = 38.18 \cdot Z_v^{-1.29} + 2.11 \quad (7.38)$$

$$\text{para } Z_v > 400 \quad Y_{sa} = 2.07 \quad (7.39)$$

Dado que ninguno de los piñones de las cinco marchas tiene un número virtual de dientes mayor de 400 se escoge para todos los engranajes según la primera fórmula para obtener Y_{Fa} en cada marcha.

El coeficiente de conducción, Y_{ϵ} , considera la influencia que tiene la relación de contacto en el trabajo a flexión del diente. La fórmula por la cual se calcula este coeficiente es:

$$Y_{\epsilon} = 0.25 + \left(\frac{0.75}{\epsilon_{\alpha}} \right) \quad (7.40)$$

El coeficiente de concentración de tensiones, Y_{sa} , depende de la geometría del diente y considera el concentrador de tensiones que hay en la base del diente. Su cálculo se realiza teniendo en cuenta el número de dientes virtual de cada engranaje tal y como se especifica a continuación:

$$\text{para } Z_v \leq 200 \quad Y_{sa} = 0.96 + 0.54 * \log(Z_v) \quad (7.41)$$

$$\text{para } Z_v > 200 \quad Y_{sa} = 2.2383 \quad (7.42)$$

Dado que el número de dientes virtual no es superior a 430 en ninguno de los engranajes, el coeficiente de concentración de tensiones se calcula mediante la primera expresión para todas las marchas de la caja de cambios.

El factor de inclinación, Y_{β} , considera la tensión que se genera en la base de un engranaje helicoidal a causa de la flexión generada por el contacto oblicuo. Es función del índice de recubrimiento, ϵ_{β} , según las siguientes condiciones:

$$Y_{\beta min} = 1 - 0.25 * \epsilon_{\beta} \quad (\beta > 30^{\circ}) \quad (7.43)$$

$$Y_{\beta} = 1 - \epsilon_{\beta} * \left(\frac{\beta}{120^{\circ}} \right) \quad (\beta > 30^{\circ}) \quad (7.44)$$

Todos los engranajes de la caja de cambios tienen un ángulo de la hélice, β , menor de 30° . Por tanto, para todos los engranajes se utilizará la segunda expresión obteniendo el valor de Y_{β} .

El factor de espesor de aro, Y_B , considera la rotura provocada por la excesiva proximidad entre el diámetro de fondo del engranaje y el diámetro del eje que le atraviesa tal y como se muestra en la siguiente figura:

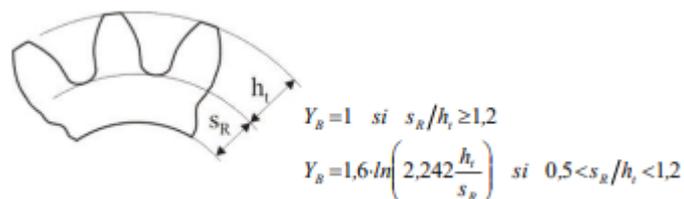


Figura 7.16: Consideraciones y fórmulas para el cálculo se Y_B .

Dado que la relación entre el espesor del aro y la altura de los dientes en todos los engranajes de la caja de cambios es mayor de 1,2 se considerará $Y_B=1$ para todas las marchas.

El coeficiente de distribución longitudinal para flexión $K_{F\beta}$ se obtiene a partir de su análogo a presión superficial, $K_{H\beta}$, según la siguiente expresión:

$$K_{F\beta} = (K_{H\beta})^{N_F} \quad \text{con } N_F = \frac{1}{1 + \frac{h}{b} + \left(\frac{h}{b}\right)^2} \quad (7.45)$$

El coeficiente de distribución de carga transversal a flexión, $K_{F\alpha}$, se obtiene al igual que su análogo a presión superficial, según la calidad del material de los engranajes y al igual que en el anterior caso, el hecho de que la calidad de todos los engranajes sea ISO 6 o mejor, supone que este coeficiente puede tomarse como la unidad para todos los engranajes.

Recogiendo todos los resultados de los coeficientes que se han obtenido mediante las fórmulas que se han ido exponiendo y aplicando la definición de la tensión de flexión de cálculo vista en la fórmula (7.38) se obtiene la tabla siguiente. Esta tabla también contiene el coeficiente de seguridad a flexión calculado mediante la siguiente fórmula:

$$X_F = \frac{S_{FP}}{\sigma_{FP}}$$

	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
Y_{Fa}	3,289	2,817	2,657	2,548	2,497
Y_{ϵ}	0,723	0,709	0,707	0,703	0,703
Y_{sa}	1,592	1,685	1,732	1,772	1,795
Y_{β}	0,563	0,671	0,617	0,780	0,780
Y_B	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
K_A	1,500	1,500	1,500	1,500	1,500
K_V	1,122	1,447	1,725	2,117	2,333
$K_{F\beta}$	1,181	1,109	1,089	1,077	1,071
$K_{F\alpha}$	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
σ_{FP}	109,388	94,582	80,525	101,444	100,430
X_F	5,040	5,614	6,754	5,472	5,589

Tabla 7.16: Coeficientes para el cálculo y valor de la tensión de flexión de cálculo y su coeficiente de seguridad.

Una vez obtenido este coeficiente puede confirmarse que el diseño de los engranajes con el material escogido es correcto puesto que para todos los engranajes se cumple el criterio de diseño establecido (7.0).

8.- SINCRONIZADORES

Los sincronizadores son el elemento constructivo encargado de realizar el cambio entre las diferentes marchas. En el caso de una caja de cambios de cinco marchas, que es el caso que está siendo diseñado, se necesitan tres sincronizadores distintos: uno ubicado entre la primera y la segunda marcha, otro entre la tercera y la cuarta y un último sincronizador para la quinta marcha. En este proyecto no va a tratarse el diseño de ninguno de los componentes internos del sincronizador puesto que va a adquirirse de un proveedor; lo que sí que se va a comprobar es la longitud mínima del estriado en el eje, así como el par que es capaz de transmitir el embrague del sincronizador. Los sincronizadores que van a ser adquiridos son del mismo modelo y necesitan una longitud de amarre al eje de 20 mm, es decir, que la longitud mínima del estriado en el eje tiene que ser menor a estos 20 mm. Esta longitud mínima del estriado puede calcularse a partir de la normativa DIN 5480, según la siguiente fórmula:

$$L_{ESTRIADO} = \frac{F_T}{h \cdot P \cdot Z} \cdot K \quad (8.1)$$

Donde:

$L_{ESTRIADO}$: Longitud mínima del estriado sobre el cual se coloca la estructura del sincronizador.

F_T : Fuerza tangencial que aparece en el borde del eje.

h : Altura de los dientes del estriado.

P : presión en los flancos de los dientes. Para estriados normales; $P=85$ MPa.

Z : Numero de dientes del estriado.

K : Factor de soporte. Para estriados normales de montaje preciso $K=1.3$

Los sincronizadores van a estar colocados en el eje principal de la caja de cambios; por tanto, se utilizará el diámetro de este eje para calcular la fuerza tangencial, según la fórmula (7.17), el par que se utiliza para el cálculo de la fuerza tangencial en el extremo del eje es el par máximo que puede suministrar el motor. El número de dientes que va a tener el estriado sobre el eje va a establecerse según la siguiente tabla, estableciendo como módulo para este estriado $m=1,75$.

d_s mm	Number of teeth z for module m													
	0,5	0,6	0,75	0,8	1	1,25	1,5	1,75	2	2,5	3	4	5	6
6	10	8	6	6										
7	12	10	8	7										
8	14	12	9	8	6									
9	16	13	10	10	7									
10	18	15	12	11	8	6								
11	20	17	13	12	9	7								
12	22	18	14	13	10	8	6							
13	24	20	16	15	11	9	7	6						
14	26	22	17	16	12	10	8	6						
15	28	23	18	17	13	10	8	7	6					
16	30	25	20	18	14	11	9	8	6					
17	32	27	21	20	15	12	10	8	7					
18	34	28	22	21	16	13	10	9	7					
19	36	30	24	22	17	14	11	9						
20	38	32	25	23,24	18	14	12	10	8	6				
21	40	34	26	25	19	15	12	10						
22	42	35	28	26	20	16	13	11	9	7	6			
23	44	37	29	27	22	17	14	12						
24	46	38	30	28	22	18	14	12						
25	48	40	32	30	24	18	15	13	11	8	7			
26	50	42	33	31	24	19	16	13						
27	52	44	34	32	26	20	16	14						
28	54	45	36	34	26	21	17	14	12	10	8			
29	56	47	37	35	28	22	18	15						
30	58	48	38	36	28	22	18	16	13,14	10	8			
31	60	50	40	37	30	23	19	16						
32	62	52	41	38	30	24	20	17	14	11	9	6		
33	64	54	42	40	32	25	20	17						
34	66	55	44	41	32	26	21	18						
35	68	57	45	42	34	26	22	18	16	12	10	7		
36	70	58	46	44	34	27	22	19						
37	72	60	48	45	36	28	23	20	17	13	11	8		
38	74	62	49	46	36	29	24	20	18	14	11	8		
39	76	64	50	47	38	30	24	21						

Figura

8.1: Número de dientes del estriado según el módulo.

El diámetro del eje principal de la caja de cambios mide 35 mm, por tanto, se necesitarán 18 dientes tallados sobre el eje principal para poder acoplar cada uno de los sincronizadores. Los datos sobre el sincronizador acoplado al eje, así como las fórmulas para adquirirlos, serían los siguientes:

D. eje prim.	D_1	Dato	35
Mod. estriado	m	Dato establecido	1,75
D. in	D_i	$D_i = D_1 - 2 \cdot m$ (8.2)	31,5
Pres. flancos diente	P(MPa)	Dato	85
Alt. diente estriado	h(mm)	$h = 0.5 \cdot (D_1 - D_i)$ (8.3)	1,75
N. dientes estr	Z	Extraído de la figura 8.1	18
	R_{int}	$R_{int} = \frac{D_1}{1.2}$ (8.4)	29,167
Angulo alfa	α(rad)	$\alpha(rad) = 45 \cdot \frac{\pi}{180}$ (8.5)	0,785

Tabla 8.1: Características amarre sincronizador.

Una vez determinados los parámetros que describen el estriado que debe tener el eje puede calcularse según la fórmula (8.1) la longitud de estriado mínima que debe tener el eje

para poder acoplarse un sincronizador. La tabla siguiente recoge el par, la fuerza tangencial y la longitud mínima de estriado para cada uno de los sincronizadores.

	Formulas	Sincronizador 1ª-2ª	Sincronizador 3ª-4ª	Sincronizador 5ª
T	Dato	147	147	147
F_t	$F_t = T \cdot \frac{1000}{\frac{D_1}{2}}$ (8.6)	7350	7350	7350
L_{est} (mm)	$L_{est} = \frac{F_t \cdot 1.3}{P \cdot h \cdot Z}$ (8.1)	3,568	3,568	3,568

Tabla 8.2: Longitud de estriado mínimo para cada sincronizador.

Como puede comprobarse mediante esta tabla, el sincronizador escogido que requiere un estriado de 20 mm es suficiente para soportar las cargas a las que va a ser sometido.

A continuación, se calcula la fuerza axial necesaria para accionar el embrague del interior del sincronizador, así como el par que este embrague es capaz de transmitir. El par transmitido por el embrague del sincronizador debe ser mayor que el par que tiene el eje principal de la caja de cambios para producir el cambio. Estos dos parámetros se calculan mediante las siguientes fórmulas:

$$F_{axial} = P_{max} \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_{int} \cdot (R_{ext} - R_{int}) \quad (8.7)$$

$$M_{EMBRAGUE} = \frac{P_{max} \cdot \mu \cdot \pi \cdot R_{int} \cdot (R_{ext}^2 - R_{int}^2)}{\sin \alpha} \quad (8.8)$$

Cap. rozamiento	Sincronizador
F. axial	90866,20418
M embrague	1649,137468

Tabla 8.3: Capacidad de rozamiento.

El par de embrague del sincronizador es considerablemente mayor que el par que hay en el eje primario, por tanto, podrá realizarse el cambio entre las distintas marchas sin dificultad. El sincronizador es adecuado.

9.- DISEÑO DE LOS EJES

Una vez obtenidas las fuerzas que sufren los engranajes (fuerza tangencial, axial y radial) y dimensionar los mismos, se procede a determinar el material y el diámetro que se necesitarán en cada uno de los ejes de la caja de cambios para que puedan soportar dichos esfuerzos. Para esto, primero se debe conocer las reacciones en los apoyos con el fin de conocer las sollicitaciones en toda la barra y en consecuencia las secciones más críticas en caso de una posible rotura, en las que haremos el estudio de dimensionado ya que son los puntos más restrictivos de la barra.

Cuando ya se conocen todas las reacciones lo primero es determinar un material a utilizar que en este caso será el Acero F-1115 con acabado mecanizado, fiabilidad del 95% y cuyo límite de rotura a tracción (S_u) es igual a 850 MPa y el límite de fluencia (S_y) es igual a 640 MPa. Una vez se conoce el material se realiza un estudio a fatiga con el fin de obtener el diámetro mínimo necesario para que el eje resista, así como el coeficiente de seguridad que tendrá cada eje para vida infinita.

Para realizar el cálculo de las reacciones se tendrá en cuenta la dirección de la fuerza axial que atraviese cada eje. Con el fin de evitar los esfuerzos a tracción, que son desfavorables para cualquier eje trabajando a fatiga, se colocarán los rodamientos dispuestos de tal manera que la reacción provocada junto a la fuerza axial aplicada en el engranaje someta el eje a un esfuerzo de compresión. Así pues, un apoyo actuará como fijo (A) con reacciones en el eje X, Y y Z y, el otro actuará como un apoyo móvil (B) con reacciones únicamente en el eje Y y Z.

La longitud total del eje se obtiene sumando la anchura de cada uno de los componentes que van en dicho eje. Hay que tener en cuenta que los sincronizadores tan solo estarán colocados en el eje primario, pero dado que los engranajes deben estar alineados se considerarán las mismas distancias en el eje secundario. Así pues, se procede a mostrar la posición del centro de cada uno de los engranajes a lo largo del eje. Estas posiciones han sido obtenidas teniendo en cuenta entre que marchas se ubica cada sincronizador y tomando la mitad del ancho de cada engranaje para localizar su centro. La longitud total de los ejes es $L=300$ mm.

Distancia engranajes		1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
Eje primario. apoyo A	La1 (mm)	24	92	140	208	276
Eje primario. apoyo B	Lb1 (mm)	276	208	140	92	24
Eje secundario apoyo A	La2 (mm)	276	208	140	92	24
Eje secundario apoyo B	Lb2 (mm)	24	92	140	208	276

Tabla 9.1: Distancia Engranaje – Apoyo.

Una vez determinadas las posiciones de los engranajes a lo largo del eje pueden calcularse las reacciones que deberá haber sobre los apoyos del eje en cada una de las marchas. Estas reacciones se obtienen mediante equilibrio de fuerzas y momentos en el eje y los resultados obtenidos están expuestos en la siguiente tabla:

Reacciones apoyos eje X						
		1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
Eje primario, apoyo A	Rax1 (N)	2710,598	1536,726	1378,428	841,477	764,979
Eje primario, apoyo B	Rbx1 (N)	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Eje secundario, apoyo A	Rax2 (N)	-	-1536,726	1378,428	-841,477	-764,979

Eje secundario, apoyo B	Rbx2 (N)	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Reacciones apoyos eje Y						
Eje primario, apoyo A	Ray1 (N)	1929,132	-1067,988	-777,843	-436,024	-240,104
Eje primario, apoyo B	Rby1 (N)	123,215	-147,046	-217,524	-401,457	-521,242
Eje secundario, apoyo A	Ray2 (N)	412,162	598,174	777,843	759,850	879,635
Eje secundario, apoyo B	Rby2 (N)	1393,756	616,859	217,524	77,631	-118,289
Reacciones apoyos eje Z						
Eje primario, apoyo A	Raz1 (N)	4564,779	-2314,539	1276,215	-705,628	-167,343
Eje primario, apoyo B	Rbz1 (N)	-396,937	-1023,739	1458,532	1595,332	1924,439
Eje secundario, apoyo A	Raz2 (N)	396,937	1023,739	1458,532	1595,332	1924,439
Eje secundario, apoyo B	Rbz2 (N)	4564,779	2314,539	1276,215	705,628	167,343

Tabla 9.2: Reacciones.

9.1. EJE PRIMARIO

Como ya se ha mencionado el material utilizado es el Acero F-1115. Para el dimensionado del eje se debe conocer cuál es la sección crítica del eje que, en este caso, es en el centro de cada engranaje accionado, ya que en este punto se dará el momento máximo. Sabiendo que la sección más crítica es el centro de cada engranaje, se calculan los momentos que aparecerán en este punto.

Secciones críticas		1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
Momento sección centro engranaje eje y	Mdy (Nm)	-268,338	-284,216	-256,585	-180,080	-86,467
Momento sección centro engranaje eje z	Mdz (Nm)	-169,076	-183,499	-182,767	-161,227	-137,856
Momento total sección centro engranaje	Md (Nm)	317,163	338,305	315,023	241,708	162,729

Tabla 9.3: Momentos en secciones críticas.

$$M_{dy}(Nm) = \frac{-R_{az} \cdot L_a}{1000} \quad (9.1)$$

$$M_{dz}(Nm) = \frac{-R_{ay} \cdot L_a - F_r \cdot \frac{d_p}{2}}{1000} \quad (9.2)$$

$$M_d(Nm) = \sqrt{M_{dy}^2 + M_{dz}^2} \quad (9.3)$$

Donde:

R_{az} : Reacción en el apoyo A en el eje Z de coordenadas.

L_a : Distancia de los engranajes en el apoyo A.

R_{ay} : Reacción en el apoyo A en el eje Y de coordenadas.

F_r : Fuerza radial.

d_p : diámetro primitivo

Una vez obtenidos los momentos se realiza el estudio a fatiga donde lo más necesario es hacer una estimación del límite de fatiga, según el límite de rotura a tracción del material utilizado.

Para una probeta de acero se estima el **límite de fatiga** (10^6 ciclos) como:

$$S'_e = 0.5 S_u \quad (S_u \leq 1400 \text{ MPa})$$

$$S'_e = 700 \text{ MPa} \quad (S_u > 1400 \text{ MPa})$$

Para una probeta de acero, en 10^3 ciclos se estima la **resistencia a fatiga** como $0.9 S_u$.

Figura 9.1: Preceptos para estimar el límite de fatiga S'_e

Con esta estimación y aplicándole unos coeficientes correctores se obtiene el límite de fatiga necesario para la comprobación del material. Este límite de fatiga se calcula con la siguiente expresión:

$$S_e = S'_e \cdot K_a \cdot K_b \cdot K_e \quad (9.4)$$

Donde:

K_a : factor de superficie.

K_b : factor de tamaño

K_e : factor de la confiabilidad.

El factor de superficie (K_a) tiene en cuenta que el acabado superficial de la probeta utilizada en los ensayos para hacer las estimaciones y el acabado del componente utilizado en la práctica seguramente no sean el mismo lo cual cambia los efectos superficiales que la pieza sufre. El cálculo de este factor se obtiene con una expresión que tiene en cuenta las incógnitas a y b que dependen del acabado de la pieza a utilizar. En este caso se tiene un acabado mecanizado.

$$K_a = a \cdot S_u^b \quad (9.5)$$

Donde:

S_u : Límite de rotura a tracción.

a y b: Coeficientes dependientes del acabado.

Factor de superficie: para aceros y vida infinita: $k_a = a S_u^b$

ACABADO SUPERFICIAL	Factor a (MPa)	Exponente b
Rectificado	1.58	-0.085
Mecanizado o laminado en frío	4.51	-0.265
Laminado en caliente	57.7	-0.718
Forjado	272.0	-0.995

Figura 9.2: Factores a y b

El factor de tamaño (K_b) magnifica la influencia del diámetro del eje sobre el límite de fatiga. Para diámetros menores a 50 mm se calcula mediante la ecuación (9.6).

$$k_b = \left(\frac{d}{7.62}\right)^{-0.1133} \quad (18)$$

Donde:

d : Diámetro del eje (debe expresarse en mm).

El factor de confiabilidad (K_e) es necesario ya que las tensiones aplicadas en los ensayos sobre una probeta de dicho material y las tensiones reales a las que estará sometida la pieza a utilizar de dicho material no son las mismas. Para obtener su valor primero hay que determinar una confiabilidad, en este caso la confiabilidad es del 95%.

Confiabilidad k_e					
Confiabilidad	0.5	0.9	0.95	0.99	0.999
Factor de corrección	1.0	0.897	0.868	0.814	0.753

Figura 9.3: Valor de K_e según la confiabilidad

Límite de fatiga		1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
Límite a fatiga de la probeta	S_e' (Mpa)	425	425	425	425	425
a		4,51	4,51	4,51	4,51	4,51
b		-0,265	-0,265	-0,265	-0,265	-0,265
Factor de superficie	K_a	0,755	0,755	0,755	0,755	0,755
Factor tamaño	K_b	0,841	0,841	0,841	0,841	0,841
Factor de confiabilidad	K_e	0,867	0,867	0,867	0,867	0,867
Límite de fatiga	S_e (Mpa)	234,030	234,030	234,030	234,030	234,030

Tabla 9.4: Límite de fatiga

Con esto ya se puede proceder al cálculo del diámetro mínimo para que el eje soporte los esfuerzos según el criterio de rigidez torsional.

$$d_{min} = \left(\left(\frac{32 \cdot T}{\pi \cdot 1 \cdot \left(\frac{\pi}{180}\right) \cdot G \cdot 10^9} \right)^{\frac{1}{3}} \right) \cdot 1000 \quad (9.7)$$

Donde:

T: Par máximo en el eje (147N·m).

G: Módulo de rigidez del acero (81GPa)

		1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
Par	T (Nm)	147	147	147	147	147
G	(GPa)	81	81	81	81	81
Diámetro mínimo	dm (mm)	10,193	10,193	10,193	10,193	10,193

Tabla 9.5: Diámetro mínimo eje

El diámetro mínimo necesario es de 10 mm y el que se va a utilizar es de 35 mm por lo que no debe de haber problemas de fatiga con este eje. Para asegurarse de esto, se calcula el coeficiente de seguridad de la siguiente manera:

$$X_c = \frac{\pi \cdot D_1^3 \cdot S_e}{32 \cdot K_f \cdot M_d \cdot 1000} \quad (9.8)$$

Donde:

D₁: Diámetro del eje primario.

S_e: Limite de fatiga.

K_f: Factor de concentrador de tensiones en la chaveta.

M_d: Momento total en la sección central del engranaje.

El factor de concentrador de tensiones, como bien dice su nombre, tiene en cuenta huecos o cambios de secciones los cuales son concentradores de tensiones. En este caso se tiene concentrador de tensiones debido a la chaveta, donde el valor del coeficiente es 1,25.

Coeficiente de seguridad vida infinita		1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
Factor de concentrador de tensiones chaveta	Kf	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25
Coeficiente de seguridad	Xc	2,485	2,329	2,502	3,260	4,843

Tabla 9.6: Coeficiente de seguridad.

Con esto ya se puede decir con seguridad que un eje de Acero-F1115 con longitud de 300 mm y diámetro de 35 mm podrá soportar los esfuerzos de la caja de cambios sin que se produzca roturas debido a la fatiga.

9.2. EJE SECUNDARIO

Para el eje secundario se procede de manera análoga a la que se ha visto para el eje primario teniendo en cuenta que los sentidos de las fuerzas en los engranajes cambian y que el par que soporta este eje será mayor en todas las marchas excepto en la quinta. También se elige el material el Acero F-1115 con acabado mecanizado y fiabilidad del 95%. La tabla

obtenida mediante este método que recoge los resultados para el eje secundario es la siguiente:

Secciones críticas						
		1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
Momento sección centro engranaje eje y	Mdy (Nm)	220,581	267,584	250,445	182,923	95,087
Momento sección centro engranaje eje z	Mdz (Nm)	132,837	136,881	123,222	86,157	43,275
Momento total sección centro engranaje	Md (Nm)	257,491	300,562	279,117	202,197	104,471
Límite de fatiga						
Límite de fatiga de la probeta	Se' (Mpa)	425	425	425	425	425
a		4,51	4,51	4,51	4,51	4,51
b		-0,265	-0,265	-0,265	-0,265	-0,265
Factor de superficie	Ka	0,755	0,755	0,755	0,755	0,755
Factor tamaño	Kb	0,829	0,829	0,829	0,829	0,829
Confiabilidad	Ke	0,867	0,867	0,867	0,867	0,867
Límite de fatiga	Se (Mpa)	230,515	230,515	230,515	230,515	230,515
Diámetro mínimo						
Par	T (Nm)	497,538	286,650	208,250	151,900	124,727
G	(Gpa)	81	81	81	81	81
Diámetro mínimo	dm (mm)	15,305	12,735	11,448	10,305	9,650
Coefficiente de seguridad vida infinita						
Factor de concentrador de tensiones chaveta	Kf	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25
Coefficiente de seguridad	Xc	4,500	3,855	4,151	5,731	11,091

Tabla 9.7: Dimensionado eje secundario.

10.- RODAMIENTOS

Para colocar los ejes sobre la carcasa de la caja de cambios y permitir que estos giren se requiere la colocación de cojinetes para fijar los ejes en su correspondiente posición permitiendo el giro de todos los ejes que desempeñarán la transmisión de movimiento mediante engranajes. En el diseño de esta caja de cambios se va a hacer uso de los cojinetes de rodadura o lo que es lo mismo, se van a utilizar rodamientos para apoyar los ejes sobre la carcasa de la caja de cambios. Serán necesarios dos tipos distintos de rodamientos para cada eje; se necesitará un rodamiento de bolas y otro de rodillos para apoyar cada uno de los ejes puesto que los rodamientos de rodillos tienen una capacidad mayor para soportar las cargas radiales mientras que los rodamientos de bolas también son capaces de absorber cargas axiales. Así pues, se dispondrá de un rodamiento de bolas colocado de tal modo que el eje esté sometido a compresión por las fuerzas que actúan sobre él y el rodamiento de rodillos se colocará en la parte opuesta del eje para garantizar el correcto funcionamiento de la caja de cambios transmitiendo los esfuerzos a la carcasa tal y como debe hacerse.

La selección de los modelos específicos que se necesitarán para asegurar el eje se hará a partir del catálogo de rodamientos proporcionado por SKF; el proceso que avala a estos rodamientos para soportar el estado de fuerzas al que se le va a someter cuando la caja de cambios esté en funcionamiento es el que se verá a continuación.

El comportamiento de la caja de cambios es completamente variable dado que cada una de las marchas somete a los apoyos a unas sollicitaciones distintas y además el régimen de giro de cada eje en una determinada marcha variará desde que se engrana esta marcha a baja velocidad hasta que se desengrana para cambiar a la siguiente a una velocidad mayor. Por tanto, los cálculos se realizarán asumiendo distintas hipótesis para simplificar el problema. La primera hipótesis es que el motor proporcionará un par constante para todas las marchas sin considerar las variaciones de funcionamiento que realmente se llevarán a cabo en cada velocidad, se considerará este par constante $T=90\text{N}\cdot\text{m}$ para un régimen $n=1750$ rpm. La segunda de las hipótesis es que la caja de cambios funcionará en cada una de las marchas un determinado porcentaje de tiempo, estos porcentajes serán; 4% en primera, 15% en segunda, 22% en tercera, 25% en cuarta y 34% en quinta.

A partir de las ecuaciones de la estática (equilibrio de fuerzas y momentos) se pueden calcular las reacciones que deberán ser capaces de soportar los distintos rodamientos que se requieren en la caja de cambios para cuando está engranada cada una de las distintas marchas. Tras operar se obtienen los valores recogidos en la tabla siguiente, cabe destacar que la nomenclatura de apoyos A y B siguen respetando los criterios impuestos en el apartado anterior.

Reacciones						
Reacciones apoyos eje X		1ª	2ª	3ª	4ª	5ª

Eje primario, apoyo A	Rax1 (N)	1326,115	836,858	707,705	542,037	492,761
Eje primario, apoyo B	Rbx1 (N)	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Eje secundario, apoyo A	Rax2 (N)	-	-836,858	707,705	542,037	-492,761
Eje secundario, apoyo B	Rbx2 (N)	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Reacciones apoyos eje Y						
Eje primario, apoyo A	Ray1 (N)	-	-647,264	459,326	272,377	-184,139
Eje primario, apoyo B	Rby1 (N)	31,321	-112,917	172,640	236,687	-278,646
Eje secundario, apoyo A	Ray2 (N)	295,110	353,327	459,326	469,214	542,026
Eje secundario, apoyo B	Rby2 (N)	868,666	406,854	172,640	39,849	-79,241
Reacciones apoyos eje Z						
Eje primario, apoyo A	Raz1 (N)	-	-	-	-	-101,719
Eje primario, apoyo B	Rbz1 (N)	-468,959	-640,498	926,033	969,724	1169,772
Eje secundario, apoyo A	Raz2 (N)	468,959	640,498	926,033	969,724	1169,772
Eje secundario, apoyo B	Rbz2 (N)	2728,488	1448,082	810,279	428,916	101,719

Tabla 10.1: Reacciones que deben soportar los rodamientos.

Una vez se dispone de las reacciones que van a surgir en cada uno de los apoyos de los ejes sobre la carcasa de la caja de cambios ha de hacerse el proceso de cálculo consecuente para asegurar el correcto funcionamiento de los rodamientos con cierta seguridad para que sean capaces de estar funcionando durante un determinado periodo de tiempo. Para ello como a continuación se ve son necesarios los parámetros geométricos que definen el rodamiento, así como la capacidad de carga bajo ciertas hipótesis normalizadas. Por tanto, para llegar hasta la solución óptima se ha ido iterando, probando con rodamientos de distintas características hasta obtener los que son capaces de soportar el funcionamiento de la caja de cambios durante el tiempo deseado teniendo las menores dimensiones posibles, de este modo, el rodamiento será lo más barato que puede ser para cumplir las condiciones de funcionamiento.

Por tanto, los datos de los que se parte para comprobar que un rodamiento es apto son los que se presentan en la siguiente tabla que ha sido generada para las cinco marchas de la caja para apreciar como las reacciones varían para cada una de las velocidades. El resto de los datos son iguales dado que se trata de las características del rodamiento que obviamente serán las mismas para cualquier marcha que esté engranada en ese instante.

Eje primario Apoyo A		1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
Rodamiento		6407	6407	6407	6407	6407
Fiabilidad	a ₁ (98%)	0,37	0,37	0,37	0,37	0,37
Reacción axial	R _a (kN)	1,326	0,837	0,708	0,542	0,493
Reacción radial	R _r (kN)	2,9787	1,5862	0,9314	0,5081	0,2104
Diámetro interior	d(mm)	35	35	35	35	35
Diámetro exterior	D(mm)	100	100	100	100	100
Capacidad carga estática	C ₀ (kN)	31	31	31	31	31
Capacidad carga dinámica	C (kN)	55,3	55,3	55,3	55,3	55,3
Factor f ₀	f ₀	12	12	12	12	12
Ancho engranaje	B (mm)	31	31	31	31	31
Carga límite fatiga	P _u (kN)	1,29	1,29	1,29	1,29	1,29

Tabla 10.2: Parámetros para comprobar que el rodamiento resiste.

Donde:

a₁: de fiabilidad está impuesto por el diseñador dependiendo de cuán fiable quiere que sea el diseño,

R_r: del apoyo se obtiene haciendo la suma cuadrática de las dos componentes radiales Y y Z que se han visto en la tabla 10.1.

Uno de los factores más importantes a la hora de dimensionar adecuadamente un determinado rodamiento es el de la viscosidad cinemática del lubricante. El lubricante utilizado debe garantizar que los rozamientos producidos en el interior del cojinete de rodadura no afecten al correcto funcionamiento de este rodamiento, por tanto, es un componente muy influyente en la elección de los rodamientos. Se ha escogido un aceite de lubricación para sistemas mecánicos e industriales ISO VG 46 cuya viscosidad a 40°C es 47 mm²/s y a 100°C es 8.5 mm²/s. Por tanto, estimando que la temperatura de trabajo para los rodamientos de la caja será 45°C superior a la temperatura ambiente y mediante las siguientes fórmulas puede determinarse la viscosidad cinemática que tendrá el lubricante en su temperatura de trabajo (65°C).

$$\log(\log(v+0,7)) = A - B \cdot \log(T)$$

Ec. 1

Ecuación en la que la viscosidad cinemática v se introduce en mm^2/s , la temperatura T en Kelvin y A y B son constantes a determinar para cada lubricante a partir de los datos de viscosidad (v_a y v_b) medidos a dos temperaturas distintas (T_a y T_b), quedando:

$$B = \frac{\log(\log(v_b+0,7)) - \log(\log(v_a+0,7))}{\log(T_a) - \log(T_b)}$$

Ec. 2

$$A = \log(\log(v_b+0,7)) + B \cdot \log(T_b)$$

Ec. 3

Obteniéndose pues la viscosidad cinemática a cualquier temperatura como

$$v = 10^{10^{(A - B \log(T))}} - 0,7$$

Ec. 4

Figura 10.1: Ecuaciones para la obtención de la viscosidad cinemática.

El otro término de la viscosidad importante para la selección de rodamientos es la viscosidad relativa que se calcula mediante la siguiente expresión:

$$v_1 = \frac{45000}{\sqrt{d_m \cdot n^{1,667}}} \text{ para } n < 1000 \text{ rpm}$$

$$v_1 = \frac{4500}{\sqrt{d_m \cdot n}} \text{ para } n \geq 1000 \text{ rpm}$$

Figura 10.2: Ecuaciones para el cálculo de la viscosidad relativa.

El cociente entre estas dos magnitudes que acaban de calcularse se identifica mediante la letra griega kappa ($\kappa = v/v_1$) y sirve para determinar el factor de las condiciones de trabajo a_{ISO} tal y como se verá a continuación. La tabla resumen de los valores obtenidos para el rodamiento que está siendo tratado para las distintas velocidades se muestra a continuación. Para este caso dado que todas las variables de las que depende son constantes los valores obtenidos son iguales para las cinco marchas de la caja, por tanto, los valores siguientes son iguales para el resto de las marchas.

v1	8,660254038
v0	20,01550174
k	2,311191063

Tabla 10.3: índice de lubricación k.

A parte del factor kappa, para determinar el factor a_{ISO} también es necesario calcular el valor numérico del factor que corresponde con la operación $\frac{\eta_c \cdot P_u}{F_{eq}}$ por lo que es necesario determinar el valor de la fuerza equivalente F_{eq} ya que la carga límite de fatiga P_u es propia del rodamiento que está poniéndose a prueba y el factor η_c es el nivel de contaminación del lubricante que varía desde 0 (contaminación muy alta) hasta 1 (limpieza extrema). El valor de este factor de contaminación ha sido estimado como 0.3 para los rodamientos de bolas y

como 0.2 para los rodamientos de rodillos. Para determinar la fuerza equivalente se hace uso de las ecuaciones que se muestran a continuación, obviamente para los rodamientos de rodillos no hay fuerza axial por lo que la fuerza equivalente es igual a la fuerza radial.

Fuerza equivalente:
rígidos de bolas: $F_{eq} = x \cdot F_r + y \cdot F_a$

$f_0 \cdot F_a / C_0$	e	$F_a / F_r > e$	
		x	y
0.3	0.22	0.56	2.00
0.5	0.24	0.56	1.80
0.9	0.28	0.56	1.58
1.6	0.32	0.56	1.40
3.0	0.36	0.56	1.20
6.0	0.43	0.56	1.00

Tabla 1.- Factores de carga radial equivalente para rodamientos rígidos de bolas

Figura 10.3: Cálculo de la fuerza equivalente en un rodamiento rígido de bolas.

Una vez se obtiene la fuerza equivalente mediante este método puede calcularse el factor $\frac{\eta_c \cdot P_u}{F_{eq}}$ que permitirá determinar el factor de las condiciones de trabajo a_{ISO} . De este modo a continuación, se presenta una tabla con la consecuente estimación de F_{eq} así como todos los parámetros necesarios para el cálculo de esta fuerza y el cálculo del factor $\frac{\eta_c \cdot P_u}{F_{eq}}$ que interesa para la determinación de a_{ISO} .

Factor contaminación	nc	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
Factor carga radial	f0Fa/C0	0,5133	0,3239	0,2740	0,2098	0,1907
Factor axial/radial	Fa/Fr	0,4452	0,5276	0,7598	1,0668	2,3424
	e	0,2890	0,2835	0,2821	0,2803	0,2797
	x	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56
	y	1,5552	1,7281	1,7410	1,6694	1,6608
Fuerza equivalente dinámica	Feq (kN)	3,7305	2,3344	1,7537	1,1894	0,9362
Coeficiente aiso	ncPu/Feq	0,1037	0,1658	0,2207	0,3254	0,4134

Tabla 10.4: Parámetros necesarios para obtener a_{ISO} .

Así pues, se acude a la siguiente gráfica con los factores κ y $\frac{\eta_c \cdot P_u}{F_{eq}}$ que han sido obtenidos anteriormente con tal de determinar el factor de condiciones de trabajo a_{ISO} para cada una de las posibles marchas que engranará la caja de cambios. Estos valores de a_{ISO} se

presentarán en la figura 10.4, donde se procederá al cálculo final del coeficiente de seguridad X del rodamiento.

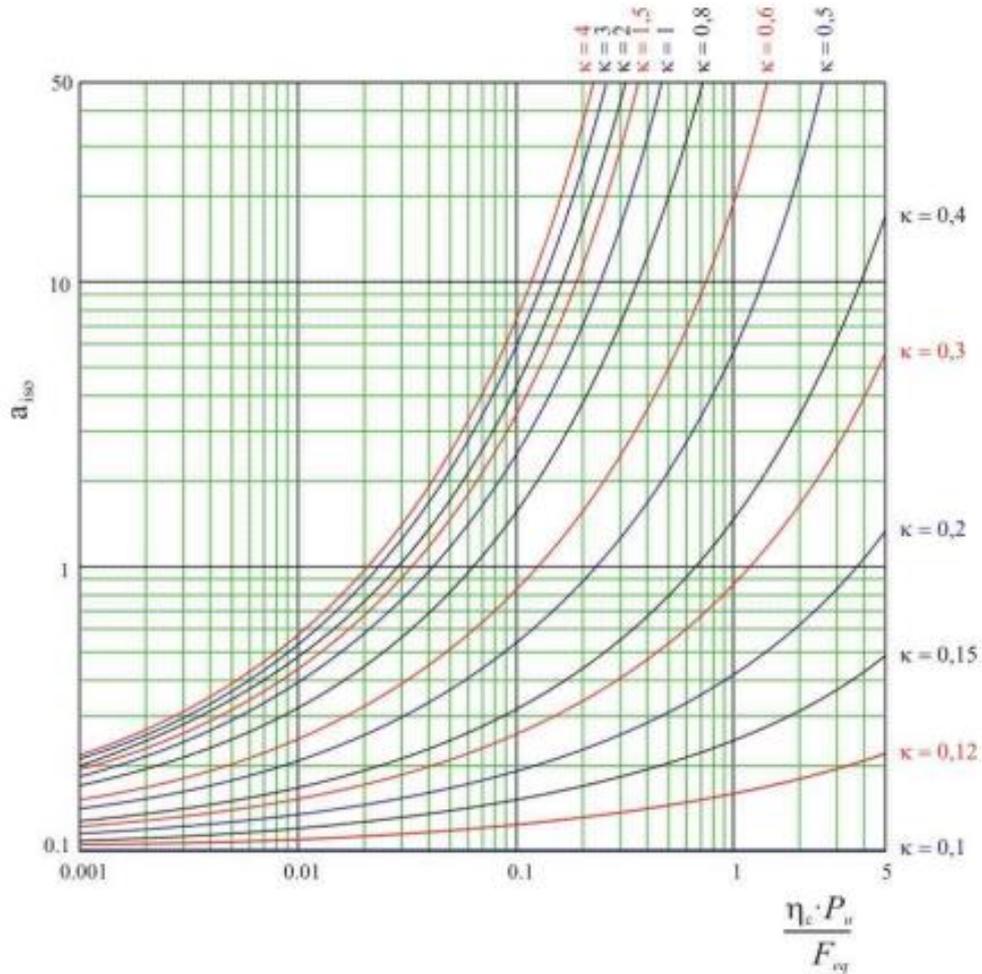


Figura 10.4: Gráfico para la obtención de a_{150} en un rodamiento rígido de bolas.

Para el cálculo del coeficiente de seguridad del rodamiento es necesario calcular previamente la capacidad de carga dinámica que tendrá este rodamiento sometido a las condiciones específicas a las que lo somete la caja de cambios, se procederá a calcular esta magnitud mediante la ecuación de la figura 10.5, una vez obtenida la capacidad de carga dinámica C puede calcularse el coeficiente de seguridad del rodamiento dividiendo la capacidad de carga dinámica del rodamiento con la que se ha calculado, la cual corresponde a la que el rodamiento experimentará. En la tabla 10.5 se muestran los parámetros necesarios para el cálculo de C que no habían sido mostrados todavía y son necesarios para este cálculo.

$$C^q = \frac{60 \cdot L}{10^6 \cdot a_1} \sum_{m=1}^i t_m \frac{n_m}{a_{isom}} F_m^q$$

Figura 10.5: Carga dinámica para rodamientos sometidos a cargas variables.

Coefficiente corrector	aiso	2,1	7	17	40	52
Fracción de vida	tm (%)	0,04	0,15	0,22	0,25	0,34
	nm (rpm)	1750	1750	1750	1750	1750
Vida	L(h)	200000	200000	200000	200000	200000
Coefficiente q	q	3	3	3	3	3
Factor sumatorio		1730,5605	477,0709	122,1446	18,4045	9,3890
Suma		2357,5696				
Carga sometida a rodamiento	C (kN)	42,4438				
Coef. Seguridad	X	1,3029				

Tabla 10.5: Obtención del coeficiente de seguridad X.

Así puede concluirse que el rodamiento rígido de bolas 6407 es apto para el correcto funcionamiento de la caja de cambios.

Para asegurar que los rodamientos empleados soportan las cargas se repite el proceso para los distintos apoyos.

A2		1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
Rodamiento		6308	6308	6308	6308	6308
Fiabilidad	a1 (99%)	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
Reacción axial	Ra (kN)	1,3261	0,8369	0,7077	0,5420	0,4928
Reacción radial	Rr (kN)	0,5541	0,7315	1,0337	1,0773	1,2892
Diámetro interior	d(mm)	40	40	40	40	40
Diámetro exterior	D(mm)	90	90	90	90	90
Capacidad carga estática	C0 (kN)	24	24	24	24	24
Capacidad carga dinámica	C (kN)	42,3	42,3	42,3	42,3	42,3
Factor f0	f0	14	14	14	14	14
Ancho engranaje	B (mm)	23	23	23	23	23
Carga límite fatiga	Pu (kN)	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02
Régimen giro eje secundario	n2(rpm)	517,0455	897,4359	1235,2941	1693,5484	2062,5000
Viscosidad 1	v1	24,5466	18,6318	15,8807	13,5630	12,2902
Viscosidad 0	v0	20,0155	20,0155	20,0155	20,0155	20,0155
Kappa	k	0,8154	1,0743	1,2604	1,4757	1,6286

Factor contaminación	nc	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
Factor carga radial	f0Fa/CO	0,7736	0,4882	0,4128	0,3162	0,2874
Factor axial/radial	Fa/Fr	2,3933	1,1440	0,6846	0,5032	0,3822
	e	0,2964	0,2882	0,2861	0,2833	0,2825
	x	0,56	0,56	0,56	0,56	0,56
	y	1,5181	1,5588	1,5696	1,5834	1,5875
Fuerza equivalente dinámica	Feq (kN)	2,3234	1,7142	1,6897	1,4615	1,5042
Coeficiente aiso	ncPu/Feq	0,1317	0,1785	0,1811	0,2094	0,2034
Coeficiente corrector	aiso	1,6	4,4	6	11	13
Fracción de vida	tm (%)	0,04	0,15	0,22	0,25	0,34
	nm (rpm)	517,0455	897,4359	1235,2941	1693,5484	2062,5000
Vida	L(h)	200000	200000	200000	200000	200000
Coeficiente q	q	3	3	3	3	3
Factor sumatorio		162,1243	154,0969	218,5012	120,1643	183,6037
Suma		838,4904				
Carga sometida a rodamiento	C (kN)	34,2699				
Coef. Seguridad	X	1,2343				

Tabla 10.6: Coeficiente de seguridad X rodamiento 6308 eje secundario.

B1		1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
Rodamiento		NU 207 ECP				
Fiabilidad	a1 (99%)	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
Reacción axial	Ra (kN)	0	0	0	0	0
Reacción radial	Rr (kN)	0,4700	0,6504	0,9420	0,9982	1,2025
Diámetro interior	d(mm)	35	35	35	35	35
Diámetro exterior	D(mm)	72	72	72	72	72
Capacidad carga estática	C0 (kN)	48	48	48	48	48
Capacidad carga dinámica	C (kN)	56	56	56	56	56
Factor f0	f0					
Ancho engranaje	B (mm)	17	17	17	17	17
Carga límite fatiga	Pu (kN)	6,1	6,1	6,1	6,1	6,1
Viscosidad 1	v1	14,7067	14,7067	14,7067	14,7067	14,7067
Viscosidad 0	v0	20,0155	20,0155	20,0155	20,0155	20,0155

Kappa	k	1,3610	1,3610	1,3610	1,3610	1,3610
Factor contaminación	nc	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
Fuerza equivalente dinámica	Feq (kN)	0,4700	0,6504	0,9420	0,9982	1,2025
Coeficiente aiso	ncPu/Feq	2,5957	1,8758	1,2951	1,2222	1,0146
Coeficiente corrector	aiso	50	32	14	10	6,5
Fracción de vida	tm (%)	0,04	0,15	0,22	0,25	0,34
	nm (rpm)	1750	1750	1750	1750	1750
Vida	L(h)	200000	200000	200000	200000	200000
Coeficiente q	q	3,3333	3,3333	3,3333	3,3333	3,3333
Factor sumatorio		0,1130	1,9552	22,5329	43,4868	169,2607
Suma		237,3486				
Carga sometida a rodamiento	C (kN)	1,1612				
Coef. Seguridad	X	48,2252				

Tabla 10.7: Coeficiente de seguridad X rodamiento UN 207 ECP eje primario.

B2		1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
Rodamiento		NU 208 ECP				
Fiabilidad	a1 (99%)	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
Reacción axial	Ra (kN)	0	0	0	0	0
Reacción radial	Rr (kN)	2,8634	1,5042	0,8285	0,4308	0,1289
Diámetro interior	d(mm)	40	40	40	40	40
Diámetro exterior	D(mm)	80	80	80	80	80
Capacidad carga estática	C0 (kN)	53	53	53	53	53
Capacidad carga dinámica	C (kN)	62	62	62	62	62
Factor f0	f0					
Ancho engranaje	B (mm)	18	18	18	18	18
Carga límite fatiga	Pu (kN)	6,7	6,7	6,7	6,7	6,7
Viscosidad 1	v1	25,5489	19,3926	16,5292	14,1169	12,7920
Viscosidad 0	v0	20,0155	20,0155	20,0155	20,0155	20,0155
Kappa	k	0,7834	1,0321	1,2109	1,4178	1,5647
Factor contaminación	nc	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
Fuerza equivalente dinámica	Feq (kN)	2,8634	1,5042	0,8285	0,4308	0,1289

Coeficiente aiso	ncPu/Feq	0,4680	0,8909	1,6174	3,1108	10,3923
Coeficiente corrector	aiso	1	4,3	18	70	150
Fracción de vida	tm (%)	0,04	0,15	0,22	0,25	0,34
	nm (rpm)	517,0455	897,4359	1235,2941	1693,5484	2062,5000
Vida	L(h)	200000	200000	200000	200000	200000
Coeficiente q	q	3,3333	3,3333	3,3333	3,3333	3,3333
Factor sumatorio		689,5148	122,0671	8,0631	0,3651	0,0051
Suma		820,0152				
Carga sometida a rodamiento	C (kN)	3,4273				
Coef. Seguridad	X	18,0903				

Tabla 10.8: Coeficiente de seguridad X rodamiento NU208 ECP eje secundario.



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

Optimización del eje de salida de una caja de cambios para PEUGEOT 206 1.6 XS

ANEXO III: RELACIÓN DEL TRABAJO CON LOS OBJETIVOS DE DESARROLLO SOSTENIBLE DE LA AGENDA 2030

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Trabajo Final de Grado en Ingeniería Mecánica

Autor: Urbiola Salvador, Teo

Tutor: Ródenas García, Juan José

Cotutor: Navarro García, Héctor

Curso 2022-2023

Grado de relación del trabajo con los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS).

Objetivos de Desarrollo Sostenibles **Alto** **Medio** **Bajo** **No Procede**

ODS 1. Fin de la pobreza.				X
ODS 2. Hambre cero.				X
ODS 3. Salud y bienestar.				X
ODS 4. Educación de calidad.				X
ODS 5. Igualdad de género.				X
ODS 6. Agua limpia y saneamiento.				X
ODS 7. Energía asequible y no contaminante.				X
ODS 8. Trabajo decente y crecimiento económico.			X	
ODS 9. Industria, innovación e infraestructuras.		X		
ODS 10. Reducción de las desigualdades.				X
ODS 11. Ciudades y comunidades sostenibles.			X	
ODS 12. Producción y consumo responsables.	X			
ODS 13. Acción por el clima.				X
ODS 14. Vida submarina.				X
ODS 15. Vida de ecosistemas terrestres.				X
ODS 16. Paz, justicia e instituciones sólidas.				X
ODS 17. Alianzas para lograr objetivos.				X

Descripción de la alineación del TFG/TFM con los ODS con un grado de relación más alto.

La optimización de este eje de salida de una caja de cambios puede conducir a mejoras significativas en términos de eficiencia, rendimiento y costo. Este proceso de optimización tiene potencial aplicación en la industria con reducciones en la producción que cumplan con una producción responsable.