

# Índice general

<b>Resumen</b>	<b>I</b>
<b>Abstract</b>	<b>III</b>
<b>Resum</b>	<b>V</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>IX</b>
<b>Nomenclatura</b>	<b>XI</b>
<b>Índice general</b>	<b>xv</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación y antecedentes . . . . .	3
1.2. Objetivos . . . . .	6
1.3. Organización de esta Tesis . . . . .	8
<b>2. Modelo analítico de una viga de Rayleigh rotatoria</b>	<b>11</b>
2.1. Introducción . . . . .	13
2.2. Modelos analíticos de vigas . . . . .	13
2.3. Ecuaciones generales del movimiento . . . . .	14
2.4. Ecuaciones del movimiento de flexión de una viga cilíndrica . . . . .	25
2.5. Particularización para una viga biarticulada . . . . .	28
2.6. Vibraciones libres . . . . .	33
2.6.1. Condiciones iniciales en coordenadas generalizadas . . . . .	37
2.6.2. Órbitas modales . . . . .	38

2.7. Vibraciones forzadas . . . . .	46
2.7.1. Inertancias modales . . . . .	47
2.8. Estabilidad del sistema . . . . .	49
2.9. Conclusiones . . . . .	52
<b>3. Método general para cuerpos elásticos en rotación</b>	<b>55</b>
3.1. Introducción . . . . .	57
3.2. Modelo cinemático . . . . .	58
3.3. Ecuación del movimiento . . . . .	60
3.4. Limitación del método . . . . .	63
3.5. Conclusiones . . . . .	63
<b>4. Cuerpos elásticos de revolución en rotación sobre su propio eje</b>	<b>65</b>
4.1. Introducción . . . . .	67
4.2. Cuerpos de revolución: la transformación modal . . . . .	70
4.3. Interpretación física de la transformación modal . . . . .	82
4.4. Síntesis modal mixta lagrangiana–euleriana . . . . .	85
4.5. Ecuación del movimiento en coordenadas modales mixtas . . . . .	87
4.6. Ecuación del movimiento en coordenadas modales lagrangianas . . . . .	89
4.7. Conclusiones . . . . .	90
<b>5. Modelos analíticos de un cilindro rotatorio</b>	<b>93</b>
5.1. Introducción . . . . .	95
5.2. Modelos tridimensionales lineales . . . . .	95
5.3. Funciones de forma tridimensionales . . . . .	99
5.4. Obtención analítica de los términos de las ecuaciones . . . . .	102
5.5. Ecuaciones del movimiento . . . . .	106
5.6. Equivalencia entre los modelos lagrangiano y mixto . . . . .	108
5.7. Limitación de los modelos lineales . . . . .	109
5.8. Conclusiones . . . . .	115
<b>6. Método computacional</b>	<b>117</b>
6.1. Introducción . . . . .	119

6.2. Interpolación en el MEF . . . . .	119
6.3. Formulación mediante el MEF . . . . .	120
6.4. Modelo de un cilindro biarticulado . . . . .	122
6.4.1. Modelado analítico . . . . .	123
6.4.2. Modelado mediante el MEF . . . . .	126
6.4.3. Comparación entre modelos . . . . .	128
6.5. Modelo de un cilindro libre . . . . .	134
6.6. Conclusiones . . . . .	141
<b>7. Respuesta dinámica de un cilindro rotatorio</b>	<b>143</b>
7.1. Introducción . . . . .	145
7.2. Formulación de las receptancias . . . . .	145
7.3. Cilindro biarticulado . . . . .	147
7.4. Cilindro libre . . . . .	152
7.5. Conclusiones . . . . .	157
<b>8. Aplicación a un eje de vehículo ferroviario</b>	<b>167</b>
8.1. Introducción . . . . .	169
8.2. Modelo numérico . . . . .	169
8.3. Respuesta a condiciones iniciales modales . . . . .	171
8.4. Receptancias . . . . .	175
8.5. Conclusiones . . . . .	176
<b>9. Aplicación a modelos de interacción vehículo ferroviario–vía</b>	<b>183</b>
9.1. Introducción . . . . .	185
9.2. Modelo de interacción de la UPV . . . . .	186
9.2.1. Modelado de la vía . . . . .	186
9.2.2. Obtención de las ecuaciones del movimiento de la vía . . . . .	188
9.2.3. Modelo del vehículo . . . . .	189
9.2.4. Fuerzas en el contacto rueda–carril . . . . .	190
9.2.5. Placas de asiento . . . . .	190
9.2.6. Solución del problema de interacción . . . . .	191

9.3. Implementación del eje flexible rotatorio . . . . .	191
9.4. Cálculos . . . . .	192
9.4.1. Plano de bloqueo . . . . .	192
9.4.2. Corrugación . . . . .	193
9.5. Conclusiones . . . . .	195
<b>10. Conclusiones y desarrollos futuros</b>	<b>199</b>
10.1. Conclusiones . . . . .	201
10.2. Desarrollos futuros . . . . .	203
<b>A. Fundamentos de cinemática espacial</b>	<b>205</b>
A.1. Introducción . . . . .	207
A.2. Matriz de transformación entre sistemas de referencia . . . . .	207
A.3. Ortonormalidad de la matriz de transformación . . . . .	209
A.4. Rotación de vectores . . . . .	210
A.5. Rotaciones simples . . . . .	210
A.6. Rotaciones sucesivas . . . . .	211
A.7. Velocidad angular y aceleración angular . . . . .	213
A.7.1. En ejes fijos . . . . .	213
A.7.2. En ejes móviles . . . . .	214
A.8. Derivación temporal de vectores . . . . .	215
A.9. Cinemática del sólido rígido . . . . .	216
A.9.1. Cinemática absoluta . . . . .	216
A.9.2. Cinemática relativa . . . . .	218
A.10. Conclusiones . . . . .	219