


# El rol de los términos de fricción y cohesión en la modelización bidimensional de fluidos no Newtonianos: avalanchas de nieve densa

## *The role of friction y cohesion terms in two-dimensional modelling of non-Newtonian fluids: dense snow avalanches*

Marcos Sanz-Ramos <sup>a1\*</sup>, Ernest Bladé <sup>a2</sup> y Martí Sánchez-Juny <sup>a3</sup>

<sup>a</sup>Institut Flumen, Universitat Politècnica de Catalunya (UPC) – Centre Internacional de Mètodes Numèrics en Enginyeria (CIMNE), 08034 Barcelona, España.

E-mail: <sup>a1</sup>marcos.sanz-ramos@upc.edu; <sup>a2</sup>ernest.bladé@upc.edu; <sup>a3</sup>marti.sanchez@upc.edu

\*Autor para correspondencia

Recibido: 20/07/2023

Aceptado: 24/10/2023

Publicado: 31/10/2023

**Citar como:** Sanz-Ramos, M., Bladé, E. 2023. The role of friction y cohesion terms in two-dimensional modelling of non-Newtonian fluids: dense snow avalanches. *Ingeniería del agua*, 27(4), 295-310. <https://doi.org/10.4995/la.2023.20080>

## RESUMEN

La modelización numérica de fluidos no Newtonianos (relaves mineros, avalanchas de nieve, etc.) requiere la consideración de modelos reológicos específicos para calcular el esfuerzo cortante. El modelo de fricción de Voellmy es una de las teorías más populares, especialmente en el modelado de avalanchas de nieve. Recientemente, Bartelt propuso un modelo de cohesión para dar cuenta de esta propiedad física intrínseca de algunos fluidos. Sin embargo, la interpretación física del rango de valores del modelo de fricción-cohesión de Voellmy-Bartelt no ha sido suficientemente investigada, y este trabajo pretende llenar este vacío. Los resultados muestran que el modelo de Voellmy domina la dinámica de la avalancha y el modelo de cohesión permite la representación de colas largas, mientras que los parámetros de fricción y cohesión pueden variar dentro de un amplio rango. Adicionalmente, se propone la definición de un valor para el coeficiente de fricción turbulento basado en los mapas de usos del suelo del CORINE y el coeficiente de Manning para el mapeo de inundaciones.

**Palabras clave** | fluidos no Newtonianos, modelización numérica bidimensional, modelos reológicos, avalanchas de nieve.

## ABSTRACT

*The numerical modeling of non-Newtonian fluids (such as mining tailings, snow avalanches, etc.) requires the consideration of specific rheological models to calculate shear stress. The Voellmy friction model is one of the most popular theories, especially in snow avalanche modeling. Recently, Bartelt proposed a cohesion model to account for this intrinsic physical property in some fluids. However, the physical interpretation of the range of values for the Voellmy-Bartelt friction-cohesion model has not been sufficiently investigated, and this work aims to fill this gap. The results show that the Voellmy model dominates avalanche dynamics, and the cohesion model allows for the representation of long tails, while the friction and cohesion parameters can vary over a wide range. Additionally, a definition for the turbulent friction coefficient is proposed based on CORINE land use maps and the Manning coefficient for flood mapping.*

**Key words** | non-Newtonian fluids, two-dimensional numerical modelling, rheological models, snow avalanches.

## INTRODUCCIÓN

La evaluación de riesgos naturales ha propiciado el desarrollo de modelos numéricos para la simulación de fluidos ambientales y, en particular, para predecir el comportamiento de fluidos no Newtonianos como las avalanchas de nieve (Gruber y Bartelt, 2007; Jamieson *et al.*, 2008; Keylock y Barbolini, 2011; Maggioni *et al.*, 2019; Margreth y Funk, 1999). Según Gauer *et al.* (2008), desde el punto de vista de su dinámica, las avalanchas de nieve se han clasificado tradicionalmente en avalanchas de flujo denso y avalanchas de nieve en polvo. Sin embargo, las avalanchas de nieve seca, que son aquellas causadas por la acumulación de nieve nueva o nieve arrastrada por el viento (Bouchet *et al.*, 2003; Platzer *et al.*, 2007a; Schweizer, 1999), no son puramente ninguno de los dos tipos anteriores, ya que no solo consisten en una nube de polvo, sino también en un núcleo denso debajo (avalanchas de movimiento mixto). Hasta la fecha, la mayoría de las herramientas de simulación numérica disponibles para los profesionales brindan resultados de distancia recorrida, alturas de flujo, velocidades de flujo y presión de impacto para avalanchas de nieve de flujo denso, o para el núcleo denso de avalanchas mixtas (Christen *et al.*, 2001, 2010; Eglit *et al.*, 2020; Podolskiy *et al.*, 2013).

La simulación de avalanchas de nieve, así como otros fluidos no Newtonianos, se realiza comúnmente resolviendo las ecuaciones de conservación de masa y cantidad de movimiento en fluidos. Éstas se escriben de manera similar a las ecuaciones para flujos de agua en lámina libre, pero difieren en los términos que describen los esfuerzos cortantes (es decir, en el modelo reológico). En hidráulica, generalmente se usa la fórmula de Manning para representar los términos de fricción para los flujos de agua; sin embargo, para la nieve –y otros fluidos no Newtonianos– se deben aplicar modelos reológicos específicos (Bartelt *et al.*, 2012; CCA, 2016; McClung *et al.*, 2002; Platzer *et al.*, 2007a; Podolskiy *et al.*, 2013; Savage y Hutter, 1989).

El modelo de fricción de Voellmy (Voellmy, 1955) es un modelo comúnmente utilizado para definir los términos de fricción para flujos granulares, como sería el caso de avalanchas de nieve (Bartelt *et al.*, 1999; Christen *et al.*, 2010; Hussin *et al.*, 2012; Keylock y Barbolini, 2011; Oller *et al.*, 2010; Pirulli y Sorbino, 2008; Sanz-Ramos *et al.*, 2023; Schraml *et al.*, 2015). Este modelo de fricción integra la resistencia total al flujo como la suma de dos parámetros: la resistencia a la fricción turbulenta y la fase sólida. Estos parámetros están asociados a la velocidad del flujo y a la fricción seca de Coulomb, respectivamente. El rango de valores que pueden tomar estos parámetros ha sido objeto de muchos análisis y discusiones (Bartelt *et al.*, 1999; Fischer *et al.*, 2015; Gauer, 2014; Gruber y Bartelt, 2007; Hussin *et al.*, 2012; Hutter *et al.*, 1995; Keylock y Barbolini, 2011), algunos de los cuales se centran en lograr una buena representación del momento y la posición en la que la avalancha se detiene. Como resultado, se han publicado diferentes guías y manuales (Bartelt *et al.*, 2017; Brugnot, 2000; Christen *et al.*, 2001; Maggioni y Gruber, 2003; Salm *et al.*, 1990) que ayudan a los modeladores de avalanchas a seleccionar valores apropiados de estos parámetros.

Sin embargo, los efectos del modelo de fricción en los términos individuales de las ecuaciones de conservación de la masa y, especialmente, de la cantidad de movimiento no han sido objeto de estudio detallado. Por un lado, combinaciones de valores muy diferentes de los parámetros del modelo, sin base física, podrían lograr los mismos resultados en la simulación de una avalancha de nieve (Sanz-Ramos *et al.*, 2023). Por otro lado, el uso de valores de estos parámetros dentro de los rangos generalmente recomendados puede causar dificultades para representar la detención de la avalancha. Para tales casos, Bartelt *et al.* (2017) propusieron un criterio de parada basado en la cantidad de movimiento, es decir, la avalancha se detiene cuando su cantidad de movimiento es inferior a una fracción, definida por el usuario, de su valor máximo. Este criterio, sin embargo, no tiene una base física, ya que hace depender la detención de la avalancha de lo que ha ocurrido en un lugar y momento muy diferentes. Para solventar este problema, Bartelt *et al.* (2015) propusieron la inclusión de un término de fricción adicional relacionado con la cohesión de la nieve, una propiedad física real de la nieve, que tiene un efecto de retención y puede detener la avalancha independientemente del momento máximo alcanzado durante la propagación de la avalancha. Este nuevo término en el esfuerzo cortante está actualmente implementado en RAMMS (Bartelt *et al.*, 2017) y en una versión de desarrollo de Iber (Sanz-Ramos *et al.*, 2023).

Este documento pretende analizar los efectos de los modelos de fricción-cohesión (Voellmy-Bartelt) en las características de las avalanchas. Para ello se ha realizado un análisis teórico de cada uno de los términos para diferentes rangos de valores propuestos en la bibliografía existente, así como fuera de ella. Se ha evaluado la validez e interpretabilidad física y la contribución al esfuerzo cortante de cada uno de ellos, tanto de manera individual como conjunta. Asimismo, se discuten las implicaciones a nivel práctico, en especial para la modelización de fluidos no Newtonianos. Finalmente, se propone una metodología para obtener uno de los parámetros del modelo de Voellmy en base a mapas de uso del suelo, que son espacialmente distribuidos.

## MATERIAL Y MÉTODOS

### Modelización bidimensional de fluidos no-Newtonianos

La mayoría de los modelos existentes para la simulación bidimensional de fluidos no-Newtonianos se basan en la solución de las ecuaciones de conservación de la masa y de la cantidad de movimiento (Chevrel *et al.*, 2018; Christen *et al.*, 2010; Eglit *et al.*, 2020; Medina *et al.*, 2008; Pirulli y Sorbino, 2008; Sanz-Ramos *et al.*, 2023; Stefania *et al.*, 2020). Estas ecuaciones, cuando se aplican al agua, son conocidas como las ecuaciones de aguas poco profundas (SWE, en sus siglas en inglés). Se obtienen de las ecuaciones de Navier-Stokes mediante un promedio temporal, para filtrar las fluctuaciones turbulentas (*Reynolds Averaged Navier–Stokes*, o RANS), y un promedio en la profundidad, para convertir las ecuaciones tridimensionales en bidimensionales (Tan, 1992; Toro, 2009).

Las SWE, aplicadas en un dominio bidimensional (2D-SWE), son un sistema no lineal hiperbólico de tres ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, una correspondiente a la conservación de la masa y las otras dos a la conservación de la cantidad de movimiento en las direcciones  $x$  e  $y$  del espacio:

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial q_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{q_x^2}{h} + g \frac{h^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{q_x q_y}{h} \right) &= ghS_{0,x} - \frac{\tau_{rh,x}}{\rho} \\ \frac{\partial q_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{q_x q_y}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{q_y^2}{h} + g \frac{h^2}{2} \right) &= ghS_{0,y} - \frac{\tau_{rh,y}}{\rho} \end{aligned} \quad (1)$$

donde  $h$  es la profundidad del flujo,  $q_x$  y  $q_y$  son las dos componentes del caudal específico promediadas en la profundidad,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $S_{0,x}$  y  $S_{0,y}$  son las componentes de la pendiente de fondo, y  $\tau_{rh,x}$  y  $\tau_{rh,y}$  son las dos componentes del esfuerzo cortante asociadas al modelo reológico.

Una vez discretizadas en una malla de cálculo formada por elementos, la primera ecuación del sistema anterior muestra cómo la variación en el tiempo de la profundidad del flujo ( $\partial h/\partial t$ ) en un elemento se debe a las entradas y salidas de volumen ( $\partial q_x/\partial x$ ,  $\partial q_y/\partial y$ ) por sus contornos. La segunda y tercera ecuación corresponden a la variación de los caudales ( $\partial q_x/\partial t$ ,  $\partial q_y/\partial t$ ) en función de las fuerzas que actúan sobre el fluido, y se pueden distinguir 4 términos (solo se muestran para la componente  $x$ ): inercia ( $\partial(q_x^2/h)/\partial x$  y  $\partial(q_x q_y/h)/\partial y$ ), presión ( $\partial(gh^2/2)/\partial x$ ), gravedad a través de la pendiente de fondo ( $S_{0,x}$ ) y del esfuerzo cortante ( $\tau_{rh,x}$ ).

### Términos del esfuerzo cortante

Según Julien y León (2000), para fluido monofásico, el efecto de diferentes esfuerzos cortantes que deben considerarse en un modelo reológico se puede dividir en cinco componentes:

$$\tau = \tau_d + \tau_t + \tau_v + \tau_{mc} + \tau_c \quad (2)$$

donde  $\tau_d$  es la contribución dispersiva,  $\tau_t$  es la contribución turbulenta,  $\tau_v$  es la contribución viscosa,  $\tau_{mc}$  es la contribución de Mohr–Coulomb y  $\tau_c$  es la contribución cohesiva. De este modo, el modelo reológico apropiado para un fluido o un caso particular se puede obtener seleccionando una o varias componentes de la Ecuación (2).

El modelo de Voellmy (1955), que está ampliamente extendido tanto para flujos granulares (Faccanoni y Mangeney, 2013; Pirulli y Sorbino, 2008; Schraml *et al.*, 2015) como avalanchas de nieve (Fischer *et al.*, 2009; Heredia *et al.*, 2020; Issler *et al.*, 2018; Issler y Gauer, 2008; Kelfoun, 2011; Naaim *et al.*, 2013), se emplea para representar los términos de fricción turbulenta ( $\tau_t$ ) y de Mohr–Coulomb ( $\tau_{mc}$ ) como la suma de la resistencia turbulenta ( $\xi$ ) y la fase sólida ( $\mu$ ). También para la simulación de la dinámica

de avalanchas de nieve, Bartelt *et al.* (2015) propusieron un modelo de fricción para considerar los efectos de la cohesión ( $\tau_c$ ) como una resistencia adicional que depende de la cohesión ( $C$ ) y del tensión normal (dependiente de  $\mu$ ). Empleando estos modelos, y siguiendo la descripción de Julien y León (2000), los términos del esfuerzo cortante del modelo rehológico ( $\tau_{rh}$ ) pueden separarse en dos términos: uno para las fuerzas de resistencia al flujo (Ecuación (3)) y el otro para las fuerzas de cohesión (Ecuación (4)).

$$\tau_{rh} = \tau_t + \tau_{mc} + \tau_c = \tau_{t+mc} + \tau_c \rightarrow \begin{cases} \tau_{t+mc} = \rho g h \left( \mu + \frac{v^2}{\xi h} \right) & (3) \\ \tau_c = C(1 - \mu) \left( 1 - e^{-\frac{\rho g h}{C}} \right) & (4) \end{cases}$$

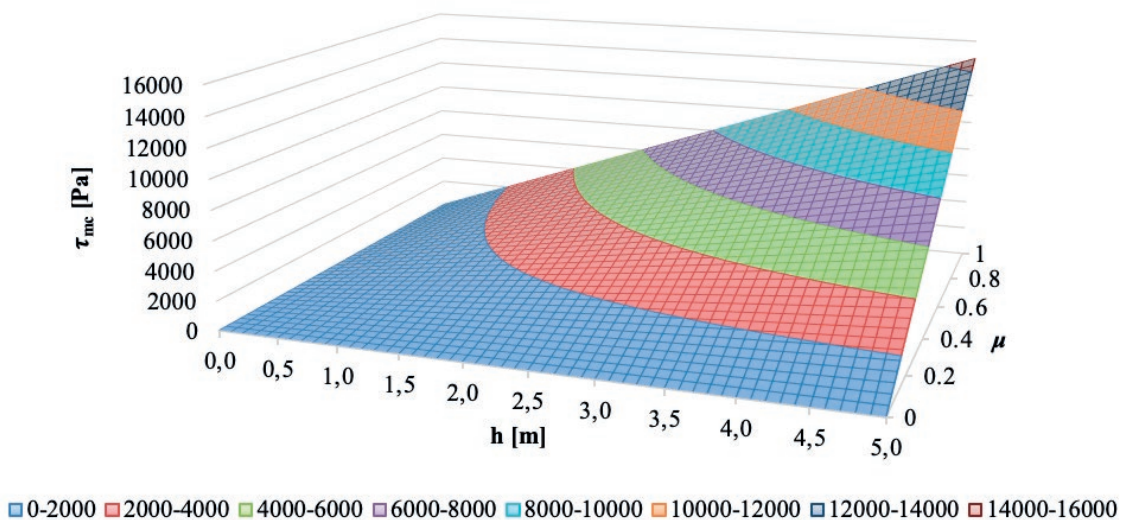
donde  $\rho$  es la densidad del flujo.

## RESULTADOS

El análisis de los parámetros del modelo de fricción-cohesión de Voellmy-Bartelt se centró en entender la respuesta tensional del fluido al cambiar sus características ( $\mu$ ,  $\xi$ ,  $C$ ,  $h$  y  $v$ ) dentro de los rangos comunes mencionados en la literatura. Para ello, se fijó un valor constante de densidad de  $300 \text{ kg/m}^3$ , que se puede asociar con nieve relativamente densa en estado natural (Bartelt *et al.*, 2017; Christen *et al.*, 2001). También se investigó cómo estas características contribuyen al esfuerzo cortante total ( $\tau = \tau_{mc} + \tau_t + \tau_c$ ), tanto en fase estática como dinámica. Se debatió la validez de los valores de cada característica y su significado físico, así como las implicaciones en la simulación de fluidos no Newtonianos en la modelización numérica. Aunque el análisis se centra en avalanchas de nieve, puede extrapolarse a cualquier fluido no Newtoniano que utilice las mismas ecuaciones (Ecuaciones (3) y (4)) para caracterizar su reología y, en particular, su esfuerzo cortante.

### Esfuerzo de fricción de Mohr-Coulomb ( $\tau_{mc}$ )

La tensión de fricción de Mohr-Coulomb ( $\tau_{mc} = f(\mu)$ ) depende linealmente de la profundidad del flujo ( $h$ ) y del coeficiente de fricción de Coulomb en seco ( $\mu$ ) (Ecuación (3)). Variando estos parámetros se puede representar esta dependencia a través de una superficie en forma de cono. La Figura 1 muestra dicha superficie coloreada con valores de  $\tau_{mc}$  en intervalos de  $2000 \text{ Pa}$  cuando  $h$  varía de  $0$  a  $5 \text{ m}$  y  $\mu$  de  $0$  a  $1$ . Para una densidad de  $300 \text{ kg/m}^3$  se obtienen valores de  $\tau_{mc}$  inferiores a  $15000 \text{ Pa}$ .

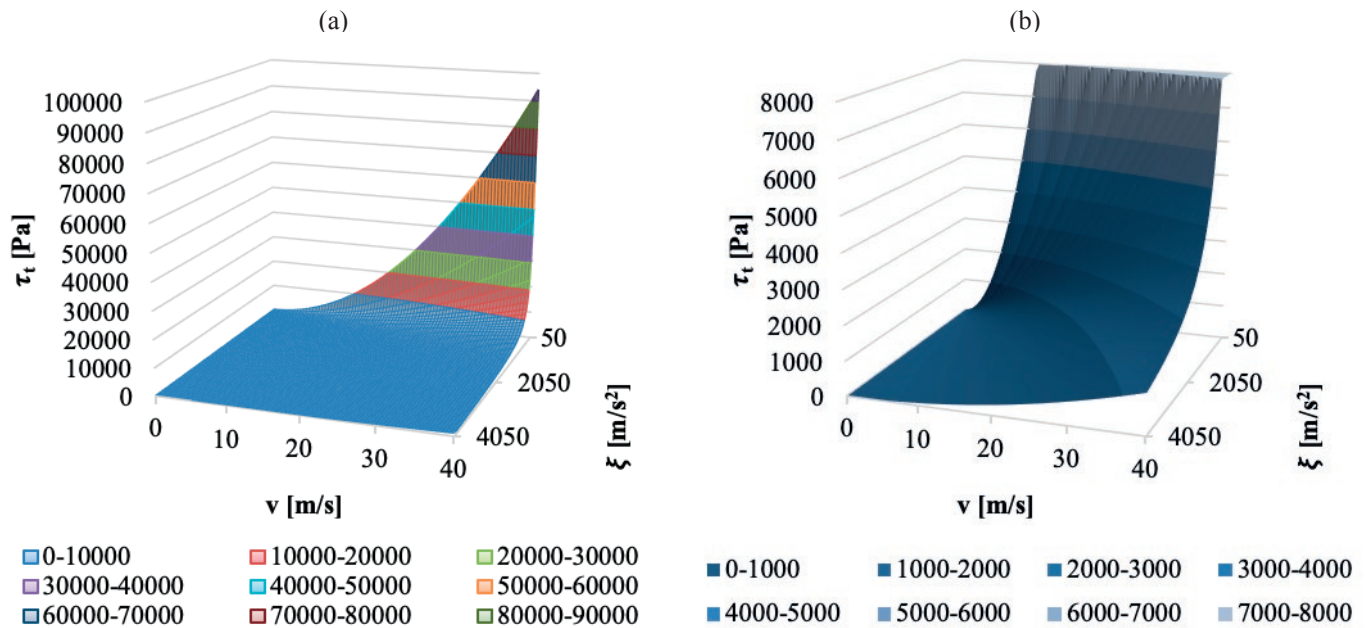


**Figura 1** | Contribución del esfuerzo cortante debido al término de fricción de Mohr-Coulomb ( $\tau_{mc}$ , en Pa) del modelo de Voellmy en función de la profundidad del flujo ( $h$ ) y el coeficiente de fricción de Coulomb ( $\mu$ ).

Cabe destacar que valores de  $\mu$  inferiores a 0.1 o superiores a 0.6 pueden no ser realistas para fluidos tipo nieve (Platzer *et al.*, 2007a, 2007b). Por lo tanto, el esfuerzo cortante debido a la fricción de Coulomb no debe exceder los 4500 Pa para nieve fresca, para la cual la densidad es cercana a los 300 kg/m<sup>3</sup>, y una profundidad de 2.5 m. Para otros valores de densidad, como sería el caso de nieve en fase de transición hacia la fusión (aguanieve) que puede alcanzar valores de hasta 750 kg/m<sup>3</sup> (Jaedicke *et al.*, 2008; Platzer *et al.*, 2007a), este límite puede aumentar hasta los 11 000 Pa en avalanchas de hasta 2.5 m de profundidad. El efecto de la densidad sobre  $\tau_{mc}$  se detalla en la Figura S1 del Material Suplementario.

### Esfuerzo de fricción turbulenta ( $\tau_t$ )

Como se ha mencionado anteriormente, la tensión de fricción turbulenta ( $\tau_t = f(\xi)$ ) depende del cuadrado de la velocidad ( $v$ ) y es inversamente proporcional al coeficiente de fricción turbulenta ( $\xi$ ) (Ecuación (3)). El análisis sobre esta tensión se ha realizado variando tanto  $\xi$  como  $v$ . La Figura 2a muestra el rango de valores de  $\tau_t$  cuando  $v$  varía entre 0 y 40 m/s y cuando  $\xi$  varía entre 50 y 4050 m/s<sup>2</sup>. La Figura 2b es una ampliación para valores de  $\tau_t$  inferiores a 8000 Pa.



**Figura 2** | (a) Contribución del esfuerzo cortante debido al término de fricción turbulenta ( $\tau_t$ , en Pa) del modelo de Voellmy en función de la velocidad del flujo ( $v$ ) y el coeficiente de fricción de turbulenta ( $\xi$ ). (b) Ampliación para valores de  $\tau_t < 8000$  Pa.

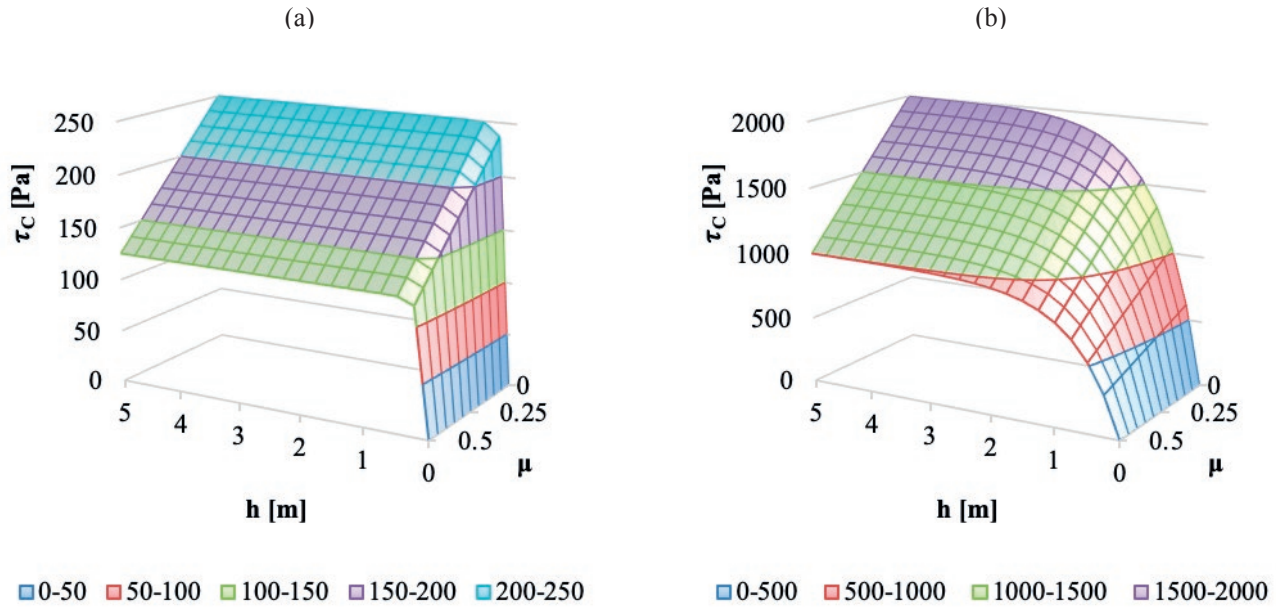
Para velocidades bajas ( $< 10$  m/s) y valores de  $\xi$  de moderados a altos ( $> 900$  m/s<sup>2</sup>) se observa una contribución limitada de los términos friccionales ( $< 350$  Pa). Para este rango de velocidades y valores bajos de  $\xi$  ( $< 450$  m/s<sup>2</sup>), la contribución al esfuerzo cortante de la fricción turbulenta toma un rango de valores más amplio hasta casi alcanzar los 5900 Pa. Valores de esfuerzo cortante superiores a 10 000 Pa requieren  $\xi < 450$  m/s<sup>2</sup> y velocidades superiores a 13 m/s.

El efecto de la densidad en  $\tau_t$  es similar al de  $\tau_{mc}$ . En consecuencia, diferentes valores de densidad de nieve conducirían a diferentes comportamientos de esfuerzo cortante. Por ejemplo, la nieve derretida daría como resultado valores de esfuerzo cortante del doble para los mismos valores de  $v$  y  $\xi$ . Este efecto se puede observar detalladamente en la Figura S2 del Material Suplementario.

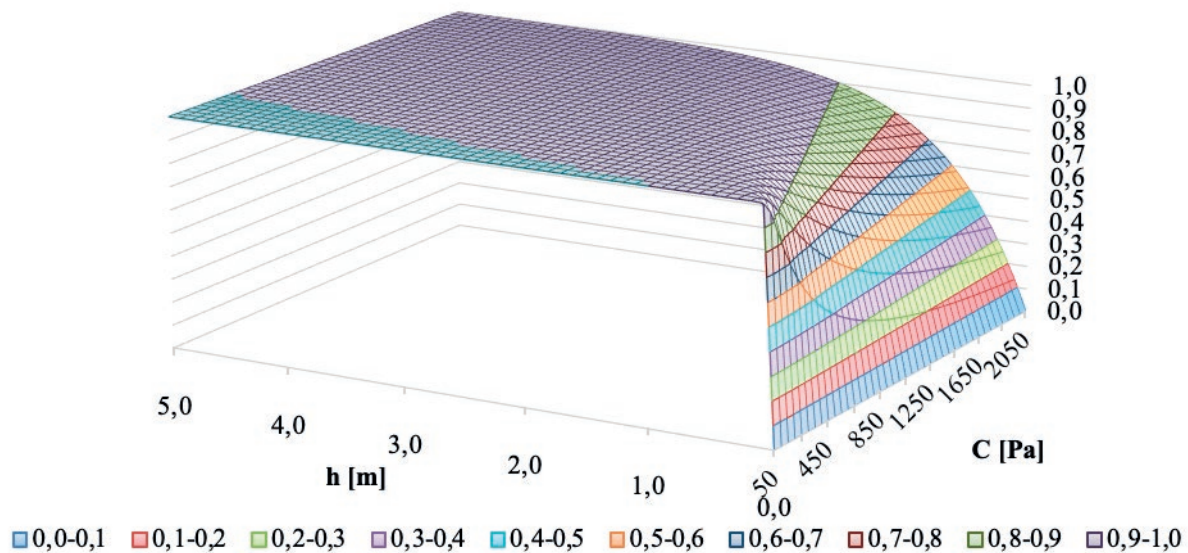
### Esfuerzo de fricción de cohesión ( $\tau_c$ )

La contribución de la cohesión al esfuerzo cortante ( $\tau_{mc} = f(C)$ ) depende de  $\mu$  y del parámetro de cohesión  $C$ . La Ecuación (4) se puede dividir en dos términos:  $C(1-\mu)$  y  $\left(1 - e^{-\frac{\rho gh}{C}}\right)$ . El primero depende linealmente de  $C$  y de  $\mu$  mediante el término  $(1-\mu)$ ,

que actúa como un factor reductor del valor total del esfuerzo de fricción de cohesión. Según Platzer *et al.* (2007a, 2007b), dado que  $\mu$  suele adquirir valores entre 0.1 y 0.6 para fluidos tipo nieve, el término de reducción  $(1-\mu)$  estaría entre 0.4 y 0.9. El segundo término depende de la profundidad ( $h$ ), la densidad ( $\rho$ ) y la cohesión ( $C$ ).



**Figura 3 |** Contribución del esfuerzo cortante debido a la cohesión ( $\tau_c$ , en Pa) en función de la profundidad del flujo ( $C$ ) y del coeficiente de fricción de Coulomb ( $\mu$ ): (a)  $C = 250$  Pa; (b)  $C = 2000$  Pa.



**Figura 4 |** Representación del término  $(1 - e^{-\frac{\rho gh}{C}})$  en función de la profundidad del flujo ( $h$ ) y la cohesión ( $C$ ).

Para la evaluación del valor del esfuerzo cortante se ha empleado un rango de  $C$  entre 50 y 2050 Pa, como sugieren Bartelt *et al.* (2015), mientras que para  $\mu$  se han usado valores entre 0 y 0.5 y para  $h$  entre 0 y 5 m. Las Figuras 3a y 3b muestran los resultados para un valor de  $C = 250$  Pa y  $C = 2000$  Pa, respectivamente. Se puede observar un incremento de  $\tau_c$  con  $h$ , más acentuado para valores reducidos de  $h$ ; así como una disminución lineal del esfuerzo cortante, independientemente de la profundidad del

flujo, a medida que  $\mu$  aumenta. El efecto de la densidad en la evolución de este término se muestra en la Figura S3 del Material Suplementario, siendo solo relevante para valores de  $h$  inferiores a 2.5 m.

La Figura 4 muestra el comportamiento del mencionado segundo término  $\left(1 - e^{-\frac{\rho gh}{c}}\right)$ . Éste es 0 cuando  $h$  tiende a 0 o  $C$  tiende a infinito (lo que no es físicamente posible), y es 1 para valores altos de  $h$  o cuando  $C$  tiende a 0. Es decir, el término varía entre 0 y 1. La contribución de este término es bastante limitada en el esfuerzo cortante ya que se obtienen valores inferiores a 0.5 para profundidades de flujo inferiores a 0.4 m, mientras que tan solo se alcanzan valores de 0.75 para profundidades de hasta 0.9 m (con una densidad de flujo de 300 kg/m<sup>3</sup>). Así,  $\tau_c$  es un parámetro importante solo para valores altos de  $C$  y bajos de  $h$ , como sería el caso de agregados de nieve formados durante la fase dinámica y en las áreas de dispersión (lateral y longitudinal) de la avalancha, respectivamente. Este efecto se puede observar detalladamente en la Figura S4 del Material Suplementario.

## DISCUSIÓN

### Interpretación de los términos de fricción-cohesión

Como se ha mostrado anteriormente, los valores  $\mu$ ,  $\xi$  y  $C$  pueden variar dentro de un rango relativamente amplio, por lo que su contribución en el esfuerzo cortante también lo hace significativamente. En la mayoría de los casos, estos parámetros se consideran constantes en el tiempo y, por lo general, también uniformes en el espacio. Sin embargo, Bartelt *et al.* (2015) sugirieron que  $\mu$  y  $\xi$  pueden variar dentro del volumen de la avalancha y también con el tiempo. Las variaciones de estos parámetros, especialmente de  $\xi$ , que puede oscilar en un rango de valores más amplio (Bartelt *et al.*, 2017; Fischer *et al.*, 2015; Gauer, 2014; Gubler, 1987; Ruiz-Villanueva *et al.*, 2019; Sanz-Ramos *et al.*, 2023), también podrían estar asociadas con las variaciones de las características de la nieve, como la densidad y la humedad interna, durante la fase dinámica de la avalancha. Sin embargo, no es fácil definir este vínculo entre las propiedades de la nieve y las tensiones de fricción turbulentas.

La tensión turbulenta del modelo de Voellmy ( $\tau_t(\xi)$ ) sigue una relación cuadrática con la velocidad ( $v$ ) y es inversamente proporcional al coeficiente de fricción turbulento ( $\xi$ ). Para el rango de aplicación sugerido por Bartelt *et al.* (2017), que se encuentra entre 400 y 2500 m/s<sup>2</sup>, generalmente se obtienen valores de  $\tau_t(\xi)$  no superiores a 3000 Pa (Bartelt *et al.*, 2015; Sanz-Ramos *et al.*, 2023). A pesar de ello, su contribución puede ser mayor que la de  $\tau_{mc}(\mu)$  durante la fase dinámica, donde se pueden alcanzar fácilmente velocidades superiores a 35 m/s. Asimismo, para valores de  $\mu < 0.2$ , la contribución turbulenta es de mayor relevancia que la de la fase sólida (Bartelt *et al.*, 2017). De hecho, para velocidades elevadas ( $> 10$  m/s),  $\xi$  tiene que ser elevada para conseguir valores de  $\tau_t(\xi)$  del mismo orden de magnitud que  $\tau_{mc}(\mu)$ . Sin embargo, Tiefenbacher y Kern (2004) sugieren que los valores recomendados para  $\xi$  (Bartelt *et al.*, 2017, 1999) son demasiado altos. En cualquier caso, al ser un parámetro no físico, y por tanto difícilmente evaluable durante el desarrollo de la avalancha, tan solo puede emplearse como un parámetro de calibración y ajuste para representar, con cierto grado de confianza, la dinámica de la avalancha. Este término solo tiene implicaciones prácticas durante la fase dinámica de la avalancha ( $v > 0$  m/s).

Por otro lado, la contribución de la fase sólida del modelo de Voellmy ( $\tau_{mc}(\mu)$ ) sigue una tendencia proporcional a la densidad ( $\rho$ ) y a la profundidad del fluido ( $h$ ). Teniendo en cuenta que las avalanchas de nieve suelen desarrollarse en laderas con pendientes de entre 0.15 y 0.4 m/m (Ruiz-Villanueva *et al.*, 2019), los valores de  $\tau_{mc}(\mu)$  no suelen ser superiores a 6000 Pa. Al ser  $\mu$  un parámetro físicamente medible, el valor de  $\tau_{mc}(\mu)$  puede obtenerse mediante observación con un elevado grado de confianza.

En cuanto al efecto de la cohesión ( $\tau_c(C)$ ), la formulación de cohesión propuesta por Bartelt *et al.* (2015) (Ecuación (4)) demostró ser adecuada para describir el efecto de esta propiedad física. Esta propiedad permite detener la avalancha al ejercer como un esfuerzo cortante adicional que actúa tanto en la fase estática como dinámica. Esto propicia la representación de pequeños depósitos de nieve compuestos por bolas o agregados que normalmente se detienen detrás del frente de la avalancha (colas) (Bartelt *et al.*, 2015; Sanz-Ramos *et al.*, 2023, 2021a). Sin embargo, usando esta formulación, la influencia del término de cohesión ( $\tau_c$ ) en los resultados de los modelos basados en 2D-SWE es limitada.  $\tau_c$  depende directamente de la cohesión ( $C$ ), mientras que el coeficiente de fricción de Coulomb ( $\mu$ ) actúa como parámetro reductor (a mayor  $\mu$ , menor  $\tau_c$ ); así como la densidad de la nieve ( $\rho$ ) y la profundidad del flujo ( $h$ ), que se encuentran también en un término también reductor. La cohesión,

un factor proporcional, adquiere valores de alrededor de 400 Pa hasta 2000 Pa (Bartelt *et al.*, 2015; Dreier *et al.*, 2014; Gaume *et al.*, 2018; Platzer *et al.*, 2007b), por lo que  $\tau_c$  siempre adquirirá valores sensiblemente inferiores teniendo en cuenta que está multiplicado por un doble factor reductor ( $(1-\mu)$  y  $(1 - e^{-\frac{\rho g h}{c}})$ ). Gaume *et al.* (2017) sugirieron una fórmula en la que la cohesión, siguiendo los criterios de estabilidad de Mohr-Coulomb, se puede derivar experimentalmente de la energía de fractura de una capa débil de una avalancha de placa observada. Además, la cohesión puede variar antes del desencadenamiento de la avalancha y después de que se detenga la avalancha (Bartelt *et al.*, 2015).

Cabe destacar que los esfuerzos cortantes  $\tau_{mc}(\mu)$  y  $\tau_c(C)$  están siempre actuando en las ecuaciones, es decir, que contribuyen a la resistencia al flujo tanto en la fase dinámica ( $v \neq 0$  m/s) como en la fase estática ( $v = 0$  m/s). Esto requiere de un tratamiento numérico específico basado en una discretización *upwind*, que permite contrarrestar las fuerzas de presión para un flujo en reposo (Sanz-Ramos *et al.*, 2023).

## Coeficiente de fricción turbulento ( $\xi$ ) basado en mapas de usos del suelo

Para el flujo de agua, las tensiones de fricción generalmente se calculan utilizando la fórmula de Manning y, por lo tanto, dependen directamente del valor del coeficiente de Manning ( $n$ ). La fórmula de Manning, que expresa la pendiente de fricción como  $n^2 v^2 / h^{4/3}$ , también se ha utilizado para la estimación de tensiones de fricción para flujos distintos al de agua (Hungry, 1995; Ruiz-Villanueva *et al.*, 2019). En hidráulica, el coeficiente de Manning es ampliamente utilizado para caracterizar las fuerzas que se oponen al movimiento del agua, y también sirve para controlar el comportamiento de la formación de avenidas en modelización hidrológica distribuida (Cea y Bladé, 2015; Sanz-Ramos *et al.*, 2021b).

La asociación de un coeficiente de rugosidad con el uso del suelo o la cobertura del suelo es una práctica habitual en la simulación de inundaciones. Por lo tanto, evaluar el coeficiente de fricción turbulento ( $\xi$ ) a partir del coeficiente de Manning ( $n$ ), o el coeficiente de Chézy ( $C_h$ ), también podría ser interesante, porque  $\xi$  podría definirse en primera aproximación a partir de datos terrestres o de teledetección de los usos del suelo. Debido a la similitud entre la formulación de Manning y la del término turbulento del modelo de fricción de Voellmy (Ecuación (3)), se puede obtener una relación entre  $\xi$  y  $n$  tal que:

$$\xi = \frac{h^{1/3}}{n^2} = C_h^2 \quad (5)$$

Por ejemplo, según Bartelt *et al.* (2017), para una pequeña avalancha con una profundidad de flujo ( $h$ ) de 1 m y un período de retorno de 30 años,  $\xi$  sería de 1750 m/s<sup>2</sup>, lo que equivaldría a un coeficiente de Manning de 0.024 s/m<sup>1/3</sup>. Según Barnes (1969) este valor correspondería a una superficie de fondo formada por cantos rodados y grava. De la misma forma, según Arcement y Schneider (1989), un valor de  $n$  de 0.1 s/m<sup>1/3</sup> asociado al de una zona boscosa, correspondería a un rozamiento turbulento de 100 m/s<sup>2</sup>, también para profundidad de 1 m. Sin embargo, este último valor se encontraría fuera del rango de valores propuesto por Bartelt *et al.* (2017), y también fuera del rango comúnmente empleado para avalanchas de nieve (Ruiz-Villanueva *et al.*, 2019).

A partir de esta analogía con el coeficiente de Manning, es posible relacionar el coeficiente de fricción turbulento ( $\xi$ ) con una cobertura de uso del suelo, como comúnmente se hace en modelización hidráulica e hidrológica. Por ejemplo, cuando  $\xi < 400$  m/s<sup>2</sup>, que corresponde a “área boscosa” según Bartelt *et al.* (2017),  $n$  alcanzaría hasta 0.05 s/m<sup>1/3</sup> para una profundidad de 3 m, pero valores menores de  $h$  reducirían  $n$ . En cambio, si  $\xi$  está entre 400 y 100 m/s<sup>2</sup>, como lo sugieren Rudolf-miklau *et al.* (2015),  $n$  oscilaría entre 0.02 y 0.06 s/m<sup>1/3</sup>. Además, un valor de  $\xi$  superior a 1000 m/s<sup>2</sup>, que es ampliamente utilizado para modelar avalanchas de nieve (Christen *et al.*, 2010; Dreier *et al.*, 2014; Fischer *et al.*, 2009; Gruber y Bartelt, 2007; Sanz-Ramos *et al.*, 2021a; Schaub *et al.*, 2016), correspondería a valores de  $n$  inferiores a 0.04 s/m<sup>1/3</sup>. Un valor que disminuiría asintóticamente hasta 0.02 s/m<sup>1/3</sup>.

Diversos autores han definido valores para  $n$  según las características del terreno y del caudal (Bladé *et al.*, 2019; Cea y Bladé, 2015; Ruiz-Villanueva *et al.*, 2019; Sanz-Ramos *et al.*, 2021b, 2018a, 2018b), especialmente para áreas con vegetación (Ebrahimi *et al.*, 2008; Green, 2005; O’Hare *et al.*, 2010). Teniendo en cuenta este amplio conocimiento sobre el coeficiente de Manning, la relación entre  $n$  y  $\xi$  propuesta en la Ecuación (5) puede ser interesante para la estimación de este último parámetro en el caso de avalanchas de profundidad total, donde el flujo interactúa directamente con la superficie del terreno. Para avalanchas



que discurren sobre una capa de nieve, existe un gran número de experimentos en canales con rugosidad artificial del fondo, tanto teóricos (Bouchet *et al.*, 2003, 2004; Dent y Lang, 1982; Hutter *et al.*, 1995; Lang y Dent, 1980) como con nieve real (Bartelt *et al.*, 2015; Jaedicke *et al.*, 2008; Lang y Dent, 1983; Platzer *et al.*, 2007a; Rastello y Bouchet, 2007; Rognon *et al.*, 2008), con el objetivo de analizar el contacto nieve-nieve. Este contacto puede variar durante el experimento debido a una reestructuración del fondo, donde las partículas de nieve se aplanan y provocan la regularización del fondo. Se requiere, por tanto, más investigación sobre la superficie de fricción de contacto nieve-nieve para poder proponer valores de  $\xi$  para este tipo de uso del suelo.

En España, el desarrollo y despliegue del sistema nacional de cartografía de zonas inundables (SNCZI) ha permitido homogeneizar los criterios para definir el coeficiente de Manning según el uso del suelo. Una descripción detallada puede encontrarse en la ‘Guía metodológica para el desarrollo del sistema nacional de cartografía de zonas inundables’ (MAGRAMA, 2011). Para la definición de los usos del suelo en zonas inundables se emplearon los resultados del proyecto europeo CORINE Land Cover en su versión 2000 (EEA, 2000).

Partiendo de esta base, se propone la utilización del mismo sistema de usos del suelo basado en el CORINE para estimar el valor del coeficiente de fricción turbulento ( $\xi$ ) a partir de su relación con el coeficiente de Manning ( $n$ ) y la profundidad del flujo ( $h$ ). Para ello, aunque la Ecuación (5) es de aplicación directa y proporciona valores unívocos, se sugiere emplear rangos de valores para la profundidad del flujo cada 0.25 m por simplicidad y homogeneidad. Tomando como valor mínimo y máximo de 0.25 y 5 m respectivamente, el valor de  $\xi$  puede variar entre 63 y 2736 m/s<sup>2</sup>. Estos valores se encontrarían dentro del rango de aplicación para diferentes tipos de fluidos no Newtonianos, como los flujos de derrubios (*debris flow*), avalanchas de nieve y flujos cargados de madera en los ríos (Ruiz-Villanueva *et al.*, 2019), siendo este valor mínimo del mismo orden de magnitud que el empleado para flujos piroclásticos densos (Kelfoun, 2011).

La relación propuesta, que puede encontrarse en el Material Suplementario, requiere de validación experimental y debe concretarse para los usos del suelo habituales en zonas de alta montaña (p.ej. zona boscosa, suelo desnudo, etc.). Ésta sería aplicable a cualquier fluido no Newtoniano caracterizado por esfuerzos de fricción turbulentos según el modelo de fricción de Voellmy.

## Simulación bidimensional de la dinámica de fluidos no Newtonianos

En general, en la modelización numérica de fluidos no Newtonianos con modelos basados en las 2D-SWE, el flujo se simula como un continuo. Con este tipo de modelos, el movimiento individual de partículas que podría ocurrir en la naturaleza (Figura 5a) no se puede simular. Sin embargo, como muestra por ejemplo la Figura 5b (enlace a vídeo), la mayoría de las avalanchas de nieve densa se comportan como un continuo y las herramientas de simulación basadas en las 2D-SWE se pueden usar aquí para describir su dinámica siempre y cuando los diferentes términos de la Ecuación (1) estén bien balanceados (Bladé *et al.*, 2012, 2008; Sanz-Ramos *et al.*, 2023). A pesar de ello, las hipótesis intrínsecas para la obtención del sistema de ecuaciones 2D-SWE (Ecuación (1)) puede conducir a incertidumbres en la extensión de la avalancha y en los movimientos internos de las partículas, pero esto ocurre para todos los modelos numéricos ya que son una simplificación de la realidad.



**Figura 5** | Diferentes tipos de avalanchas que se desagregan en partículas: (a) avalancha de deslizamiento húmedo (fuente: powder.com); (b) Video (escanear QR) de una avalancha de barranco registrada entre Zermatt y Täsch (fuente: geopraevent.ch).

En el modelado numérico de flujos es necesario establecer, para una correcta caracterización de los frentes de onda preservando la masa, una profundidad límite mojado-secado, que es un umbral para considerar si hay flujo en un elemento de malla o no. Este es un parámetro relevante para el flujo de agua, especialmente para inundaciones en áreas planas (Cea *et al.*, 2007; Ramos-Fuertes *et al.*, 2013; Sanz-Ramos *et al.*, 2019) y para la modelización de procesos hidrológicos (Cea y Bladé, 2015; Sanz-Ramos *et al.*, 2020, 2022), pero que también aplica a fluidos no Newtonianos como las avalanchas de nieve. Límites mojado-secado muy grandes, superiores a unos pocos centímetros, pueden alterar significativamente la propagación del flujo, especialmente del frente de flujo (Bladé *et al.*, 2014; Cea y Bladé, 2015). El límite mojado-secado debe definirse adecuadamente considerando, en general, la dimensión geométrica del problema, el tamaño de la malla, la profundidad de flujo esperada y, en particular, las propiedades del fluido. Además, la selección del esquema numérico apropiado para tratar frentes húmedo-seco, especialmente el método de secado, es fundamental para preservar la conservación de la masa (Bermúdez *et al.*, 1998; LeVeque, 2002; Roe, 1986; Vázquez-Cendón, 1999).

Existen escasas referencias sobre el tratamiento límite mojado-secado para modelos de avalancha de nieve densa basados en las 2D-SWE. Para este tipo de flujo, el tamaño de las partículas de los agregados de nieve es generalmente mayor que unos pocos centímetros; por lo tanto, los valores límite mojado-secado de 0.01 a 0.05 m son suficientes para definir adecuadamente la dinámica y la extensión de la avalancha. Sin embargo, no debe descartarse el uso de límites mojado-secado más bajos (Sanz-Ramos *et al.*, 2023).

## Implicaciones en la evaluación de la peligrosidad

La necesidad de evaluar los peligros naturales, como las avalanchas de nieve, y de definir estrategias para minimizar los riesgos asociados ha llevado al desarrollo de varias guías y documentos técnicos sobre la evaluación del impacto y los riesgos asociados a los aludes de nieve (CCA, 2016; Margreth, 2016; Rudolf-Miklau *et al.*, 2014). En ellos, la evaluación de la peligrosidad se realiza, principalmente, mediante la profundidad y la velocidad del flujo que resultan de la aplicación de herramientas de modelización numérica, y que a su vez lo hacen del modelo reológico aplicado. Por lo tanto, mejorar las técnicas aplicadas para la modelización numérica de avalanchas, en especial el tratamiento numérico (Sanz-Ramos *et al.*, 2023; Zugliani y Rosatti, 2021), así como los valores de los parámetros de los términos de fricción-cohesión, dará como resultado evaluaciones de la peligrosidad del flujo más precisas.

Además, para representar adecuadamente la dinámica de las avalanchas de nieve, es obligatorio un modelo digital del terreno (MDT) de buena calidad y alta resolución. A pesar de ello, la discretización del dominio de cálculo (que puede ser con elementos de mayor tamaño al del paso de celda del MDT) y la actualización de la elevación de la malla de cálculo (mediante el MDT) puede generar cierto suavizado numérico a la hora de representar tanto el terreno como la capa por donde se desarrolla la avalancha. En este sentido, Maggioni *et al.* (2013) demostraron el efecto del MDT en los resultados, especialmente cuando la simulación se realiza con la denominada “topografía de verano” en lugar de “topografía de invierno”. De hecho, la topografía de verano, a pesar de ser ampliamente utilizada porque habitualmente es la única disponible, se debería aplicar solo a avalanchas de profundidad total. Además, los métodos y esquemas numéricos también son importantes para lograr buenos resultados (Sanz-Ramos *et al.*, 2023), y por tanto la obtención de resultados fidedignos.

Incluso con tales mejoras, aún se necesitan más análisis experimentales centrados en determinar las características de la nieve durante las fases completas de la avalancha (fase dinámica). También debe incluirse el proceso de arrastre (que también modifica tanto el flujo de la avalancha como la superficie de la pendiente), para proporcionar descriptores físicos de la dinámica de la nieve e información útil para calibrar y alimentar adecuadamente los modelos numéricos.

---

## CONCLUSIONES

Actualmente, una técnica común para simular la dinámica de fluidos no Newtonianos, como las avalanchas de nieve, es resolver las ecuaciones de conservación de la masa y la cantidad de movimiento bidimensionales junto con un modelo reológico para adaptar los términos de fricción a las características del fluido. El modelo de Voellmy, que integra los términos de fricción de

Coulomb y de tipo turbulento, se usa ampliamente para este propósito. Más recientemente, se han desarrollado modelos de cohesión adicionales para representar el efecto de la cohesión durante los pasos de activación, liberación, propagación y deposición de las avalanchas de nieve.

El análisis de los modelos de fricción-cohesión ha relevado que el modelo de Voellmy domina la dinámica de la avalancha, mientras que el modelo de cohesión juega un papel relevante en la definición de la cola de la avalancha. De acuerdo con otros autores, se ha encontrado que el rango de valores posibles para los parámetros de gobierno ( $\mu$ ,  $\xi$  y  $C$ ) es muy amplio. Como estos parámetros pueden interpretarse como variables de calibración, es posible lograr buenos resultados para representar la dinámica de avalanchas con valores muy alejados de los sugeridos en las guías ya existentes. Para limitar su variabilidad, y atendiendo a la similitud con el coeficiente de Manning, se propone una relación entre el coeficiente de fricción turbulenta ( $\xi$ ) del modelo de fricción de Voellmy y los usos del suelo del CORINE Land Cover, que tiene cobertura a nivel europeo.

El análisis ahonda en el papel de los diferentes parámetros y términos de las ecuaciones empleadas para determinar la dinámica de fluidos no Newtonianos, concretamente de las avalanchas de nieve densa. Ello puede favorecer una mejor calibración de modelos numéricos y puede contribuir a tomar decisiones razonables cuando éstos se utilizan para la simulación de escenarios de pronóstico sin datos de campo.

---

## MATERIAL SUPLEMENTARIO

El material suplementario está disponible en (<https://polipapers.upv.es/index.php/IA/libraryFiles/downloadPublic/236>).

---

## REFERENCIAS

- Arcement, G.J., Schneider, V.R. 1989. *Guide for selecting Manning's roughness coefficients for natural channels and flood plains*, Paper 2339. ed, USGS Water-Supply. 19. Books and Open-File Reports Section, U.S. Geological Survey, Federal Center, Box, 25425, Denver, CO 80225. <https://doi.org/10.3133/wsp2339>
- Barnes, H.H. 1969. Roughness characteristics of natural channels. *J. Hydrol.*, 7, 354. [https://doi.org/10.1016/0022-1694\(69\)90113-9](https://doi.org/10.1016/0022-1694(69)90113-9)
- Bartelt, P., Bühler, Y., Christen, M., Deubelbeiss, Y., Salz, M., Schneider, M., Schumacher, L. 2017. *RAMMS: Avalanche User Manual*. WSL Institute for Snow and Avalanche Research SLF, Davos, Swiss.
- Bartelt, P., Feistl, T., Bühler, Y., Buser, O. 2012. Overcoming the stauchwall: Viscoelastic stress redistribution and the start of full-depth gliding snow avalanches. *Geophys. Res. Lett.*, 39, 1–6. <https://doi.org/10.1029/2012GL052479>
- Bartelt, P., Salm, B., Gruber, U. 1999. Calculating dense-snow avalanche runout using a Voellmy-fluid model with active/passive longitudinal straining. *J. Glaciol.*, 45, 242–254. <https://doi.org/10.3189/s002214300000174x>
- Bartelt, P., Valero, C.V., Feistl, T., Christen, M., Bühler, Y., Buser, O. 2015. Modelling cohesion in snow avalanche flow. *J. Glaciol.*, 61, 837–850. <https://doi.org/10.3189/2015JoG14J126>
- Bermúdez, A., Dervieux, A., Desideri, J.-A., Vázquez, M.E. 1998. Upwind schemes for the two-dimensional shallow water equations with variable depth using unstructured meshes. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 155, 49–72. [https://doi.org/10.1016/S0045-7825\(97\)85625-3](https://doi.org/10.1016/S0045-7825(97)85625-3)
- Bladé, E., Cea, L., Corestein, G., Escolano, E., Puertas, J., Vázquez-Cendón, E., Dolz, J., Coll, A. 2014. Iber: herramienta de simulación numérica del flujo en ríos. *Rev. Int. Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ing.* 30, 1–10. <https://doi.org/10.1016/j.rimni.2012.07.004>
- Bladé, E., Gómez-Valentín, M., Sánchez-Juny, M., Dolz, J. 2008. Preserving steady-state in one-dimensional finite-volume computations of river flow. *J. Hydraul. Eng.*, 134, 1343–1347. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2008\)134:9\(1343\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2008)134:9(1343))

- Bladé, E., Sanz-Ramos, M., Dolz, J., Expósito-Pérez, J., Sánchez-Juny, M. 2019. Modelling flood propagation in the service galleries of a nuclear power plant. *Nucl. Eng. Des.*, 352, 110180. <https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2019.110180>
- Bladé, E., Valentín, M.G., Sánchez-Juny, M., Dolz, J. 2012. Source term treatment of SWEs using the surface gradient upwind method. *J. Hydraul. Res.*, 50, 447–448. <https://doi.org/10.1080/00221686.2012.707887>
- Bouchet, A., Naaim, M., Bellot, H., Ousset, F. 2004. Experimental study of dense snow avalanches: Velocity profiles in steady and fully developed flows. *Ann. Glaciol.*, 38, 30–35. <https://doi.org/10.3189/172756404781815130>
- Bouchet, A., Naaim, M., Ousset, F., Bellot, H., Cauvard, D. 2003. Experimental determination of constitutive equations for dense and dry avalanches: Presentation of the set-up and first results. *Surv. Geophys.*, 24, 525–541. <https://doi.org/10.1023/B:GEOP.0000006080.91951.cd>
- Brugnot, G. 2000. *SAME Avalanche mapping, model validation and warning systems*. Office for European Commission. Official Publications of the European Communities, Luxemburg.
- CCA, 2016. *Technical Aspects of Snow Avalanche Risk Management—Resources and Guidelines for Avalanche Practitioners in Canada*. Revelstoke, BC, Canada: Canadian Avalanche Association.
- Cea, L., Bladé, E. 2015. A simple and efficient unstructured finite volume scheme for solving the shallow water equations in overland flow applications. *Water Resour. Res.*, 51, 5464–5486. <https://doi.org/10.1002/2014WR016547>
- Cea, L., Puertas, J., Vázquez-Cendón, M.-E. 2007. Depth averaged modelling of turbulent shallow water flow with wet-dry fronts. *Arch. Comput. Methods Eng.*, 14, 303–341. <https://doi.org/10.1007/s11831-007-9009-3>
- Chevrel, M.O., Labroquère, J., Harris, A.J.L., Rowland, S.K. 2018. PyFLOWGO: An open-source platform for simulation of channelized lava thermo-rheological properties. *Comput. Geosci.*, 111, 167–180. <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2017.11.009>
- Christen, M., Bartelt, P., Gruber, U., Issler, D. 2001. *AVAL-1D—numerical calculations of dense flow and powder snow avalanches*. Swiss Federal Institute for Snow and Avalanche Research, Davos, Switzerland. Technical report.
- Christen, M., Kowalski, J., Bartelt, P. 2010. RAMMS: Numerical simulation of dense snow avalanches in three-dimensional terrain. *Cold Reg. Sci. Technol.*, 63, 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.coldregions.2010.04.005>
- Dent, J.D., Lang, T.E. 1982. Experiments on mechanics of flowing snow. *Cold Reg. Sci. Technol.*, 5, 253–258. [https://doi.org/10.1016/0165-232X\(82\)90018-0](https://doi.org/10.1016/0165-232X(82)90018-0)
- Dreier, L., Bühler, Y., Steinkogler, W., Feistl, T., Christen, M., Bartelt, P. 2014. Modelling Small and Frequent Avalanches, in: *International Snow Science Workshop 2014 Proceedings*. 29 Sep - 3 Oct, Banff, Canada, p. 8.
- Ebrahmimi, N.G., Fathi-Moghadam, M., Kashefipour, S.M., Saneie, M., Ebrahimi, K. 2008. Effects of flow and vegetation states on river roughness coefficients. *J. Appl. Sci.*, 8, 2118–2123. <https://doi.org/10.3923/jas.2008.2118.2123>
- EEA, 2000. *CORINE Land Cover technical guide - Addendum 2000*. European Environmental Agency Technical report No 40. Copenhagen, Denmark.
- Eglit, M., Yakubenko, A., Zayko, J. 2020. A Review of Russian Snow Avalanche Models—From Analytical Solutions to Novel 3D Models. *Geosciences*, 10, 77. <https://doi.org/10.3390/geosciences10020077>
- Faccanoni, G., Mangeney, A. 2013. Exact solution for granular flows. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 37, 1408–1433. <https://doi.org/10.1002/nag.2124>
- Fischer, J.T., Kofler, A., Fellin, W., Granig, M., Kleemayr, K. 2015. Multivariate parameter optimization for computational snow avalanche simulation. *J. Glaciol.*, 61, 875–888. <https://doi.org/10.3189/2015JoG14J168>
- Fischer, J.T., Kowalski, J., Pudasaini, S.P., Miller, S.A. 2009. Dynamic avalanche modeling in natural terrain. *ISSW 09 - Int. Snow Sci. Work. Proc.* 448–453.

- Gauer, P. 2014. Comparison of avalanche front velocity measurements and implications for avalanche models. *Cold Reg. Sci. Technol.*, 97, 132–150. <https://doi.org/10.1016/j.coldregions.2013.09.010>
- Gauer, P., Issler, D., Lied, K., Kristensen, K., Sandersen, F. 2008. On snow avalanche flow regimes: Inferences from observations and measurements, in: *ISSW - International Snow Science Workshop 2008 Proceedings*, Whistler, Canada, 21–27 September, pp. 717–723.
- Gaume, J., Van Herwijnen, A., Chambon, G., Wever, N., Schweizer, J. 2017. Snow fracture in relation to slab avalanche release: Critical state for the onset of crack propagation. *Cryosphere*, 11, 217–228. <https://doi.org/10.5194/tc-11-217-2017>
- Gaume, J., Van Herwijnen, A., Chambon, G., Wever, N., Schweizer, J., Gast, T.F., Angeles, L., Herwijnen, A. Van, Jiang, C. 2018. Unified modeling of the release and flow of snow avalanches using the Material Point Method, in: *ISSW - International Snow Science Workshop Proceedings 2018*. Innsbruck, Austria.
- Gaume, J., van Herwijnen, A., Gast, T., Teran, J., Jiang, C. 2019. Investigating the release and flow of snow avalanches at the slope-scale using a unified model based on the material point method. *Cold Reg. Sci. Technol.*, 168, 102847. <https://doi.org/10.1016/j.coldregions.2019.102847>
- Green, J.C. 2005. Modelling flow resistance in vegetated streams: Review and development of new theory. *Hydrol. Process.*, 19, 1245–1259. <https://doi.org/10.1002/hyp.5564>
- Gruber, U., Bartelt, P. 2007. Snow avalanche hazard modelling of large areas using shallow water numerical methods and GIS. *Environ. Model. Softw.*, 22, 1472–1481. <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2007.01.001>
- Gubler, H. 1987. Measurements and modelling of snow avalanche speeds. Avalanche formation, movement and effects, in: *Proceedings of the Davos Symposium*. September 1986, vol. 162. IAHS Publ., pp. 405–420.
- Heredia, M.B., Eckert, N., Prieur, C., Thibert, E. 2020. Bayesian calibration of an avalanche model from autocorrelated measurements along the flow: Application to velocities extracted from photogrammetric images. *J. Glaciol.*, 66(257), 373–385. <https://doi.org/10.1017/jog.2020.11>
- Hung, O. 1995. A model for the runout analysis of rapid flow slides, debris flows, and avalanches. *Can. Geotech. J.*, 32, 610–623. <https://doi.org/10.1139/t95-063>
- Hussin, H.Y., Quan-Luna, B., Van Westen, C.J., Christen, M., Malet, J.P., Van Asch, T.W.J. 2012. Parameterization of a numerical 2-D debris flow model with entrainment: A case study of the Faucon catchment, Southern French Alps. *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, 12, 3075–3090. <https://doi.org/10.5194/nhess-12-3075-2012>
- Hutter, K., Koch, T., Plüess, C., Savage, S.B. 1995. The dynamics of avalanches of granular materials from initiation to runout. Part II. Experiments. *Acta Mech.*, 109, 127–165. <https://doi.org/10.1007/BF01176820>
- Issler, D., Gauer, P. 2008. Exploring the significance of the fluidized flow regime for avalanche hazard mapping. *Ann. Glaciol.*, 49, 193–198. <https://doi.org/10.3189/172756408787814997>
- Issler, D., Jenkins, J.T., McElwaine, J.N. 2018. Comments on avalanche flow models based on the concept of random kinetic energy. *J. Glaciol.*, 64, 148–164. <https://doi.org/10.1017/jog.2017.62>
- Jaedicke, C., Kern, M.A., Gauer, P., Baillifard, M.A., Platzer, K. 2008. Chute experiments on slushflow dynamics. *Cold Reg. Sci. Technol.*, 51, 156–167. <https://doi.org/10.1016/j.coldregions.2007.03.011>
- Jamieson, B., Margreth, S., Jones, A. 2008. Application and Limitations of Dynamic Models for Snow Avalanche Hazard Mapping, in: *Proceedings of the International Snow Science Workshop*, Whistler, BC. pp. 730–739.
- Julien, P.Y., León, C.A. 2000. Mudfloods, mudflows and debrisflows, classification in rheology and structural design, in: *Int. Workshop on the Debris Flow Disaster 27 November–1 December 1999*. pp. 1–15.
- Kelfoun, K. 2011. Suitability of simple rheological laws for the numerical simulation of dense pyroclastic flows and long-runout volcanic avalanches. *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 116, 1–14. <https://doi.org/10.1029/2010JB007622>

- Keylock, C.J., Barbolini, M. 2011. Snow avalanche impact pressure - vulnerability relations for use in risk assessment. *Can. Geotech. J.*, 38, 227–238. <https://doi.org/10.1139/t00-100>
- Lang, T.E., Dent, J.D. 1983. Basal surface-layer properties in flowing snow. *Ann. Glaciol.*, 4, 158–162. <https://doi.org/10.3189/S0260305500005401>
- Lang, T.E., Dent, J.D. 1980. Scale modeling of snow-avalanche impact on structures. *J. Glaciol.*, 26, 189–196. <https://doi.org/10.1017/S0022143000010728>
- LeVeque, R.L. 2002. Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems. *Cambridge Texts Appl. Math.* 31. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511791253>
- Maggioni, M., Barbero, M., Barpi, F., Borri-Brunetto, M., De Biagi, V., Freppaz, M., Frigo, B., Pallara, O., Chiaia, B. 2019. Snow Avalanche Impact Measurements at the Seehore Test Site in Aosta Valley (NW Italian Alps). *Geosciences*, 9, 471. <https://doi.org/10.3390/geosciences9110471>
- Maggioni, M., Bovet, E., Dreier, L., Buehler, Y., Godone, D., Bartelt, P., Freppaz, M., Chiaia, B., Segor, V. 2013. Influence of summer and winter surface topography on numerical avalanche simulations, in: *ISSW - International Snow Science Workshop 2013*, Grenoble Chamonix-Mont-Blanc, France, pp. 591–598.
- Maggioni, M., Gruber, U. 2003. The influence of topographic parameters on avalanche release dimension and frequency. *Cold Reg. Sci. Technol.*, 37, 407–419. [https://doi.org/10.1016/S0165-232X\(03\)00080-6](https://doi.org/10.1016/S0165-232X(03)00080-6)
- MAGRAMA, 2011. *Methodological Guide for the Development of the National Flood Zone Mapping System* [in Spanish]. Ministerio de Medio Ambiente y Medio Rural y Marino. Gobierno de España: Madrid, España.
- Margreth, S. 2016. Ausscheiden von Schneegleiten und Schneedruck in Gefahrenkarten. *WSL Berichte*, 47. Birmensdorf, Eidg. Forschungsanstalt für Wald, Schnee und Landschaft WSL.
- Margreth, S., Funk, M. 1999. Hazard mapping for ice and combined snow/ice avalanches — two case studies from the Swiss and Italian Alps. *Cold Reg. Sci. Technol.*, 30, 159–173. [https://doi.org/10.1016/S0165-232X\(99\)00027-0](https://doi.org/10.1016/S0165-232X(99)00027-0)
- McClung, D.M., Stethem, C.J., Schaerer, P.A., Jamieson, J.B. 2002. *Guidelines for Snow Avalanche Risk Determination and Mapping in Canada*. Canadian Avalanche Association, Revelstoke, BC.
- Medina, V., Hürlimann, M., Bateman, A. 2008. Application of FLATModel, a 2D finite volume code, to debris flows in the northeastern part of the Iberian Peninsula. *Landslides*, 5, 127–142. <https://doi.org/10.1007/s10346-007-0102-3>
- Naaïm, M., Durand, Y., Eckert, N., Chambon, G. 2013. Dense avalanche friction coefficients: influence of physical properties of snow. *J. Glaciol.*, 59, 771–782. <https://doi.org/10.3189/2013JogG12J205>
- O’Hare, M.T., McGahey, C., Bissett, N., Cailes, C., Henville, P., Scarlett, P. 2010. Variability in roughness measurements for vegetated rivers near base flow, in England and Scotland. *J. Hydrol.*, 385, 361–370. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2010.02.036>
- Oller, P., Janeras, M., de Buen, H., Arnó, G., Christen, M., García, C., Martínez, P. 2010. Using AVAL-1D to simulate avalanches in the eastern Pyrenees. *Cold Reg. Sci. Technol.*, 64, 190–198. <https://doi.org/10.1016/j.coldregions.2010.08.011>
- Pirulli, M., Sorbino, G. 2008. Assessing potential debris flow runout: A comparison of two simulation models. *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, 8, 961–971. <https://doi.org/10.5194/nhess-8-961-2008>
- Platzer, K., Bartelt, P., Jaedicke, C. 2007a. Basal shear and normal stresses of dry and wet snow avalanches after a slope deviation. *Cold Reg. Sci. Technol.*, 49, 11–25. <https://doi.org/10.1016/j.coldregions.2007.04.003>
- Platzer, K., Bartelt, P., Kern, M. 2007b. Measurements of dense snow avalanche basal shear to normal stress ratios (S/N). *Geophys. Res. Lett.*, 34, 1–5. <https://doi.org/10.1029/2006GL028670>
- Podolskiy, E.A., Chambon, G., Naaïm, M., Gaume, J. 2013. A review of finite-element modelling in snow mechanics. *J. Glaciol.*, 59, 1189–1201. <https://doi.org/10.3189/2013jog13j121>

- Ramos-Fuertes, A., Marti-Cardona, B., Bladé, E., Dolz, J. 2013. Envisat/ASAR Images for the Calibration of Wind Drag Action in the Doñana Wetlands 2D Hydrodynamic Model. *Remote Sens.*, 6, 379–406. <https://doi.org/10.3390/rs6010379>
- Rastello, M., Bouchet, A. 2007. Surface oscillations in channeled snow flows. *Cold Reg. Sci. Technol.*, 49, 134–144. <https://doi.org/10.1016/j.coldregions.2007.03.003>
- Roe, P.L. 1986. A basis for the upwind differencing of the two-dimensional unsteady Euler equations. *Numer. Methods Fluid Dyn.*, 2, 55–80.
- Rognon, P.G., Chevoir, F., Bellot, H., Ousset, F., Naaïm, M., Coussot, P. 2008. Rheology of dense snow flows: Inferences from steady state chute-flow experiments. *J. Rheol.*, 52, 729–748. <https://doi.org/10.1122/1.2897609>
- Rudolf-miklau, F., Sauer Moser, S., Mears, A.I. 2015. *The Technical Avalanche Protection Handbook*. Wilhelm Ernst & Sohn, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG, Berlin, Germany. <https://doi.org/10.1002/9783433603840>
- Rudolf-Miklau, F., Sauer Moser, S., Mears, A.I. 2014. *The Technical Avalanche Protection Handbook*. Wilhelm Ernst & Sohn, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH & Co. KG, Berlin, Germany. <https://doi.org/10.1002/9783433603840>
- Ruiz-Villanueva, V., Mazzorana, B., Bladé, E., Bürkli, L., Iribarren-Anacona, P., Mao, L., Nakamura, F., Ravazzolo, D., Rickenmann, D., Sanz-Ramos, M., Stoffel, M., Wohl, E. 2019. Characterization of wood-laden flows in rivers. *Earth Surf. Process. Landforms*, 44, 1694–1709. <https://doi.org/10.1002/esp.4603>
- Salm, B., Burkard, A., Guhler, H. 1990. *Berechnung von Fliesslawinen: eine Anleitung für Praktiker mit Beispielen*. Eidgenössische Institut für Schnee- und Lawinenforschung.
- Sanz-Ramos, M., Amengual, A., Bladé, E., Romero, R., Roux, H. 2018a. Flood forecasting using a coupled hydrological and hydraulic model (based on FVM) and highresolution meteorological model. *E3S Web Conf.* 40, 8. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/20184006028>
- Sanz-Ramos, M., Bladé, E., Niñerola, D., Palau-Ibars, A. 2018b. Evaluación numérico-experimental del comportamiento histórico del coeficiente de rugosidad de los macrófitos. *Ing. del Agua*, 22, 109–124. <https://doi.org/10.4995/ia.2018.8880>
- Sanz-Ramos, M., Téllez-Álvarez, J., Bladé, E., Gómez-Valentín, M. 2019. Simulating the hydrodynamics of sewer-grates using a 2D-hydraulic model, in: *5th International Conference SimHydro*, 20-22 November, Nice (France), p. 8. [https://doi.org/10.1007/978-981-15-5436-0\\_64](https://doi.org/10.1007/978-981-15-5436-0_64)
- Sanz-Ramos, M., Martí-Cardona, B., Bladé, E., Seco, I., Amengual, A., Roux, H., Romero, R. 2020. NRCS-CN Estimation from Onsite and Remote Sensing Data for Management of a Reservoir in the Eastern Pyrenees. *J. Hydrol. Eng.*, 25, 05020022. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HE.1943-5584.0001979](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0001979)
- Sanz-Ramos, M., Andrade, C.A., Oller, P., Furdada, G., Bladé, E., Martínez-Gomariz, E. 2021a. Reconstructing the Snow Avalanche of Coll de Pal 2018 (SE Pyrenees). *GeoHazards*, 2, 196–211. <https://doi.org/10.3390/geohazards2030011>
- Sanz-Ramos, M., Bladé, E., González-Escalona, F., Olivares, G., Aragón-Hernández, J.L. 2021b. Interpreting the Manning Roughness Coefficient in Overland Flow Simulations with Coupled Hydrological-Hydraulic Distributed Models. *Water*, 13, 3433. <https://doi.org/10.3390/w13233433>
- Sanz-Ramos, M., Olivares, G., Bladé, E. 2022. Experimental characterization and two-dimensional hydraulic-hydrologic modelling of the infiltration process through permeable pavements. *Rev. Int. Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ing.*, 38. <https://doi.org/10.23967/j.rimni.2022.03.012>
- Sanz-Ramos, M., Bladé, E., Oller, P., Furdada, G. 2023. Numerical modelling of dense snow avalanches with a well-balanced scheme based on the 2D shallow water equations. *J. Glaciol.*, 1–17. <https://doi.org/10.1017/jog.2023.48>
- Savage, S.B., Hutter, K. 1989. The motion of a finite mass of granular material down a rough incline. *J. Fluid Mech.*, 199, 177–215. <https://doi.org/10.1017/S0022112089000340>

- Schaub, Y., Huggel, C., Cochachin, A. 2016. Ice-avalanche scenario elaboration and uncertainty propagation in numerical simulation of rock-/ice-avalanche-induced impact waves at Mount Hualcán and Lake 513, Peru. *Landslides*, 13, 1445–1459. <https://doi.org/10.1007/s10346-015-0658-2>
- Schraml, K., Thomschitz, B., McArdell, B.W., Graf, C., Kaitna, R. 2015. Modeling debris-flow runout patterns on two alpine fans with different dynamic simulation models. *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, 15, 1483–1492. <https://doi.org/10.5194/nhess-15-1483-2015>
- Schweizer, J. 1999. Review of dry snow slab avalanche release. *Cold Reg. Sci. Technol.*, 30, 43–57. [https://doi.org/10.1016/S0165-232X\(99\)00025-7](https://doi.org/10.1016/S0165-232X(99)00025-7)
- Stefania, S., Zugliani, D., Rosatti, G. 2020. Dense snow avalanche modelling with Voellmy rheology: TRENT2D vs RAMMS2D, in: *Vistual Snow Science Workshop - VSSW 2020*. 4 - 6 Oct. Fernie, Canada.
- Tan, W.Y. 1992. *Shallow Water Hydrodynamics*, first Edit. ed. Elsevier Science.
- Tiefenbacher, F., Kern, M.A. 2004. Experimental devices to determine snow avalanche basal friction and velocity profiles. *Cold Reg. Sci. Technol.*, 38, 17–30. [https://doi.org/10.1016/S0165-232X\(03\)00060-0](https://doi.org/10.1016/S0165-232X(03)00060-0)
- Toro, E.F. 2009. *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*. Springer: Berlin/Heidelberg, Germany. <https://doi.org/10.1007/b79761>
- Vázquez-Cendón, M.E. 1999. Improved treatment of source terms in upwind schemes for the shallow water equations in channels with irregular geometry. *J. Comput. Phys.*, 148, 497–526. <https://doi.org/10.1006/jcph.1998.6127>
- Voellmy, A. 1955. Über die Zerstörungskraft von Lawinen. *Schweizerische Bauzeitung*, 73, 15. <https://doi.org/10.5169/seals-61891>
- Zugliani, D., Rosatti, G. 2021. TRENT2D\*: An accurate numerical approach to the simulation of two-dimensional dense snow avalanches in global coordinate systems. *Cold Reg. Sci. Technol.* 190, 103343. <https://doi.org/10.1016/j.coldregions.2021.103343>