



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Escuela Politécnica Superior de Gandia

Vibración y radiación acústica de una guitarra con la tapa superior dividida en dos y acopladas a través de un alma.

Trabajo Fin de Máster

Máster Universitario en Ingeniería Acústica

AUTOR/A: Torres Emparan, Elena

Tutor/a: Picó Vila, Rubén

Cotutor/a externo: DEBUT, VINCENT

CURSO ACADÉMICO: 2023/2024

Resumen

La guitarra es un instrumento musical que produce su sonido a través de la vibración de sus cuerdas, que es radiada por la caja de resonancia. Parte de esta vibración se transmite a la tapa superior a través del puente. A pesar de que, a lo largo de los años, los luthiers han experimentado con diferentes diseños para mejorar sus cualidades sonoras, en comparación con otros instrumentos de la familia de los cordófonos se puede observar que la guitarra presenta un poder de radiación relativamente débil. A partir de un prototipo fabricado por el guitarrista y lutier Paulo Vaz Carvalho, se presenta una posible solución para el aumento de variedad tímbrica y para el aumento de la proyección sonora. Este diseño consiste en sustituir la tapa superior de la caja de resonancia por dos tapas de diferentes tamaños y respuestas vibratorias, situadas en planos diferentes, con un área de superposición en que se coloca un alma que posibilita la interacción vibratoria entre las dos tapas.

Durante el desarrollo de este proyecto, se propone un modelo físico que aproxima el problema desde un punto de vista unidimensional. Además, se han realizado medidas de vibración (en una estancia de un mes en la Universidad Nova de Lisboa) y medidas de radiación (en la cámara anecoica de la Universidad Politécnica de Valencia, en el Campus de Gandía) de este prototipo. Se han explorado varias configuraciones de la guitarra, tanto sin alma como con alma, y se compara con el comportamiento de otras guitarras clásicas de diseño habitual.

Palabras clave: guitarra, caja de resonancia dividida, alma, análisis modal, acústica musical.

Abstract

The guitar is a stringed instrument that radiates sound through the vibratory motions of its body and the air inside the cavity. Throughout the years, luthiers have explored different designs to enhance its sound characteristics, but musicians often express concerns about the instrument's relatively feeble sound projection. Inspired by the shared ideas of a luthier and a guitarist (PVC), a potential solution to this problem involves dividing the soundboard into two top plates of different sizes. These plates would dynamically interact through the implementation of a soundpost.

Within this project, a physical model is suggested to approach this idea from a one dimensional standpoint. Furthermore, vibration measurements were carried out over a month at Universidade Nova de Lisboa, and radiation measurements were conducted in the anechoic chamber of Polytechnic University of Valencia, on the Gandía Campus, for this prototype. Various guitar configurations, both with and without the soundpost, have been explored and compared with the behavior of other classically designed guitars.

Keywords: guitar, split-soundboard, soundpost, experimental modal analysis, music acoustic.

Índice

1. Introducción	3
2. Introducción a la dinámica estructural	5
2.1. Dinámica estructural de un sistema de un solo grado de libertad (SDOF)	5
2.1.1. Respuesta al Impulso	7
2.1.2. Respuesta en Frecuencia	7
2.1.3. Función de Transferencia	8
2.2. Dinámica estructural para un sistema de múltiples grados de libertad (MDOF)	8
3. Modelo Físico	9
3.1. Dinámica de las barras	9
3.2. Dinámica del alma.	11
3.3. Fuerzas de interacción	11
3.4. Proyecciones modales de las fuerzas de interacción.	11
3.4.1. Fuerza modal actuando sobre el alma	11
3.4.2. Fuerza modal actuando sobre las dos barras.	12
3.5. Sistema completamente acoplado	12
3.6. Resolución del sistema	13
4. Procedimiento experimental	14
4.1. Vibración: Medidas de Respuesta en Frecuencia	15
4.2. Radiación	17
5. Resultados y discusión	19
5.1. Resultados del modelo teórico	19
5.2. Resultados de los experimentos de vibración	22
5.2.1. Resultados de la identificación modal	22
5.2.2. Resultados de la influencia de la posición del alma	26
5.3. Resultados de radiación	27
6. Conclusiones	30
7. Bibliografía	31
8. Anexo	32

1. Introducción

La guitarra es un instrumento perteneciente a la familia de los cordófonos, es decir, toda la energía sonora que finalmente está presente en el aire proviene, originalmente, de la vibración de sus cuerdas, aunque éstas por sí solas no producen demasiado sonido ya que presentan muy poca superficie. Para una radiación eficiente, éstas están estructuralmente acopladas al cuerpo del instrumento a través del puente, que recibe la energía vibratoria de las cuerdas y, a su vez, excita la tapa armónica y otras partes del instrumento [1]. Si el cuerpo de la guitarra fuera "transparente" a las fuerzas dinámicas de las cuerdas, su sonido sería, sencillamente, una combinación de las frecuencias fundamentales de las cuerdas y sus armónicos y, en consecuencia, aquellas guitarras con el mismo tipo de cuerdas sonarían de forma prácticamente idéntica. Sin embargo, esto no es lo que sucede. La estructura de la guitarra modifica la vibración de las cuerdas y luego la irradia como sonido. Podría decirse entonces que la estructura del instrumento funciona de alguna manera como un filtro, ya que altera las características tonales y acústicas del sonido final producido por la guitarra. Una forma sencilla de ilustrar cómo la energía fluye a través del instrumento se muestra en la Figura 1. La transmisión de la energía correspondiente a las ondas de baja frecuencia y la correspondiente a las de alta frecuencia pueden tener lugar por medio de mecanismos diferentes, siendo la tapa superior y la caja de resonancia las fuentes de sonido más importantes, ya que los laterales y la tapa trasera de la guitarra no radian sonido de forma significativamente eficiente [2].

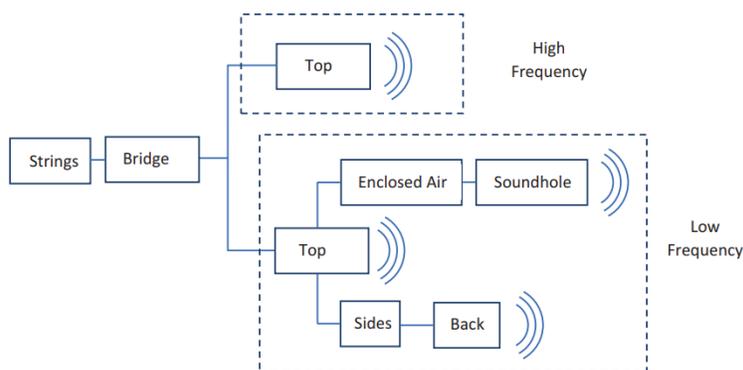


Figura 1: *Esquema del flujo de energía a través de la guitarra [1].*

Al comparar las propiedades acústicas de las guitarras con las de los instrumentos de la familia de cuerda frotada como el violín, resulta evidente que la guitarra no produce un alto nivel de radiación sonora. Esta falta de eficiencia es, mayoritariamente, el resultado de una combinación de factores físicos complejos. En particular, de las geometrías de las formas modales del cuerpo de la guitarra, así como su reducido número de modos en el rango de alta frecuencia [3]. Estos factores tienen lugar principalmente por el reforzamiento interno de la tapa superior, cuyo objetivo es aumentar su rigidez y evitar el abombamiento, o incluso rotura, que puede producir la tensión de las cuerdas. Se trata de un par de barras pegadas a la parte interna de la tapa superior que la

cruzan horizontalmente a la altura de la cintura, una por encima de la apertura y otra por debajo. El problema reside en que estas barras limitan en gran medida el movimiento del área superior de la tapa, lo que reduce drásticamente la superficie radiante de la tapa superior [4]. De hecho, esta zona se conoce como la "zona muerta" de la guitarra debido a su poca actividad vibratoria. Este acontecimiento puede observarse claramente en las Figuras 2a y 2b. En ellas se muestran una serie de hologramas promediados en el tiempo de Karl Stetson [5]. En cada imagen se muestra la forma modal correspondiente a su frecuencia de resonancia, indicada debajo de cada una de ellas. Las barras están colocadas de forma casi tangente a la apertura, una por la parte inferior y otra por la parte superior. Se observa cómo por encima de la apertura circular (en la imagen, la zona derecha de la apertura) apenas existe una vibración significativa, excepto para el cuarto modo.

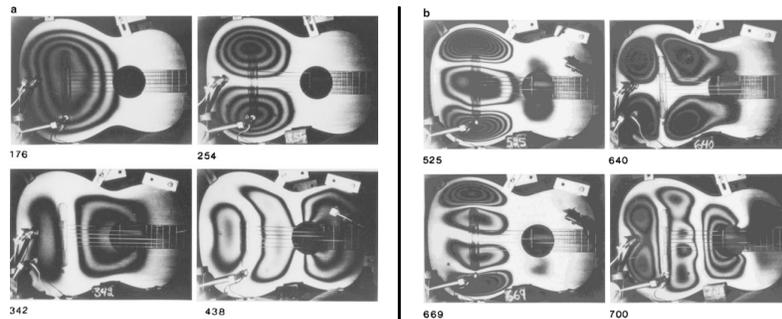


Figura 2: Primeros ocho modos de una guitarra clásica, imagen obtenida por Karl Stetson, <http://www.holofringe.com>)

Para abordar este problema, estudiamos en este trabajo el comportamiento vibratorio y de radiación de un nuevo diseño de tapa armónica propuesto por el luter y guitarrista Paulo Vaz Carvalho. Este diseño consiste en la división de la tapa armónica en dos tapas de diferentes tamaños, que interactúan dinámicamente entre sí a través de un alma, como en el caso de un violín. Éste alma se trata de un pequeño cilindro de madera, de aproximadamente 3 cm de longitud y 2 mm de radio, que puede ser encajado en el hueco que separa las dos tapas (en la Sección 4: Procedimiento Experimental, se muestran fotografías y esquemas de la guitarra). Esta configuración permitiría distribuir la energía de las cuerdas en dos tapas armónicas diferentes, con propiedades mecánicas y de radiación distintas. Otra motivación detrás de este innovador diseño es romper con las reglas tradicionales en la fabricación de instrumentos y ampliar las posibilidades acústicas de las guitarras clásicas. Además, ajustando la posición del alma, esta guitarra podría ofrecer una variedad de timbres diferentes, ya que el alma podría actuar como un parámetro de control, cambiando las frecuencias naturales, el amortiguamiento modal y las formas modales de la caja de la guitarra.

En investigaciones anteriores, se puede encontrar un gran número de trabajos que estudian la influencia del alma en el sonido de los violines [6–9]. Aunque en nuestro caso el alma no se inserta entre la tapa superior e inferior, como en el violín [10], merece la pena revisar los resultados de estos trabajos. Además del refuerzo estructural proporcionado por su inserción entre las placas superior e inferior, su propósito acústico esencial es introducir una distorsión geométrica en las

formas modales, transformando así modos inicialmente simétricos y no radiantes en radiadores de sonido eficientes [6]. Su papel en la definición del carácter sonoro general del instrumento es bien conocido por músicos y luthiers, quienes cuidan con detalle su ajuste, específicamente su posición, tensión y contacto con las tapas [9–13]. Una de las consecuencias de un buen ajuste es un aumento general en la radiación del sonido, principalmente en el rango de baja frecuencia, lo cual podría beneficiar a los problemas presentes en la guitarra, mencionados anteriormente.

El objetivo principal de este trabajo es explorar este nuevo diseño de guitarra y discutir sus características de vibración y radiación. Para ello, se ha realizado en primer lugar un modelo físico y se ha resuelto a través de simulaciones en Matlab. Por otro lado, se realiza un trabajo experimental que se divide en dos partes: el estudio de la vibración del instrumento (realizado en una estancia de un mes en el Laboratorio de Acústica Musical de la Universidad Nova de Lisboa, bajo las indicaciones de Vincent Debut) y el estudio de la radiación (realizado en la cámara anecoica de la UPV). En ambos casos se han abordado dos cuestiones fundamentales: (i) ¿en qué se diferencia la nueva guitarra de otras guitarras? y (ii) ¿cómo afecta el alma a la dinámica y acústica del instrumento? Para tal efecto, se estudian y comparan varias configuraciones, sin alma y con alma y, además, se comparan con la respuesta modal de la guitarra clásica de diseño habitual. También realizamos un estudio paramétrico variando la posición del alma para obtener una idea de su efecto en el comportamiento vibratorio del cuerpo del instrumento.

2. Introducción a la dinámica estructural

Para poder comprender los análisis modales realizados sobre la dinámica estructural de la guitarra, es necesario introducir las relaciones básicas entre las funciones de respuesta en frecuencia y sus parámetros modales individuales [14].

En un sistema mecánico realista, por lo general, aparecen múltiples grados de libertad (MDOF) y contienen cierto grado de no linealidad. Sin embargo, habitualmente se puede realizar una descripción más sencilla a través una superposición de modelos lineales de un solo grado de libertad (SDOF). Por ello, en primer lugar se revisarán los conceptos básicos de un sistema dinámico lineal SDOF. En segundo lugar, se definen y examinan las propiedades de varias formas de la Función de Respuesta en Frecuencia (FRF) para comprender su utilidad en el proceso de medición. Finalmente, se extienden estos conceptos a los sistemas MDOF.

2.1. Dinámica estructural de un sistema de un solo grado de libertad (SDOF)

Las estructuras físicas, en su mayoría, se tratan de sistemas continuos. Sin embargo, generalmente su comportamiento puede ser descrito a través de un modelo de parámetros discretos. Un modelo sencillo de parámetros discretos localizados consta de tres elementos básicos: una masa, un muelle y un amortiguador. La energía cinética del sistema se almacena en la masa, mientras que su energía potencial se almacena en el muelle. El amortiguador representa las pérdidas de energía

del sistema, que ingresa en éste a través de una excitación.

Seguindo la segunda Ley de Newton, el sistema puede describirse a través de la siguiente ecuación de movimiento:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t) \quad (1)$$

donde m representa la masa, c el amortiguamiento y k la rigidez del muelle. A través de esta expresión se pueden obtener la frecuencia natural y el factor de amortiguamiento del sistema, fácilmente calculables gracias a las siguientes definiciones:

$$\omega_n^2 = k/n; \quad 2\zeta\omega_n = \frac{c}{m} \quad \text{ó} \quad \zeta = \frac{c}{\sqrt{2km}} \quad (2)$$

donde ω_n es la frecuencia natural de cada modo n y ζ el factor de amortiguamiento del sistema. Éste último se expresa, normalmente, en porcentaje respecto al amortiguamiento crítico, definido como el nivel de amortiguamiento en el que el sistema no experimenta oscilación.

Cuando la excitación es libre, es decir, en ausencia de una fuerza externa de excitación, la ecuación diferencial 1 puede escribirse como su ecuación característica de la siguiente forma:

$$ms^2 + cs + k = 0 \quad (3)$$

donde s es la variable compleja de frecuencia (Variable de Laplace). Esta ecuación presenta dos raíces, $\lambda_{1,2}$, cada una con dos partes: la parte real, que representa la tasa de decaimiento (el amortiguamiento en el sistema), σ , y la parte imaginaria, o tasa oscilatoria, que define la frecuencia natural amortiguada, ω_d .

$$\lambda_{1,2} = -\sigma_{1,2} + j\omega_{1,2} \quad (4)$$

De manera que la solución $x(t)$ de la ecuación 1 es:

$$x(t) = Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t} \quad (5)$$

donde A y B son constantes complejas determinadas por las condiciones iniciales impuestas sobre el sistema.

Siempre que en un sistema exista disipación de energía, existe amortiguamiento, aunque el amortiguamiento producido por procesos intrínsecos, en la mayoría de las estructuras mecánicas, es ligero (rara vez mayor al 10%). Es por ello que, para el estudio de la dinámica estructural de sistemas reales, el caso más relevante es el subamortiguado ($\zeta < 1$). Esto implica que, en este tipo de sistemas, las dos raíces λ_1 y λ_2 son siempre complejas conjugadas.

$$\lambda_1 = -\sigma_1 + j\omega_1 \quad \lambda_1^* = -\sigma_1 - j\omega_1 \quad (6)$$

Estas raíces pueden reescribirse como

$$\lambda_1 = -\zeta_1 \Omega_1 \pm j \Omega_1 \sqrt{1 - \zeta_1^2} \quad (7)$$

donde Ω_1 es la frecuencia natural del sistema en ausencia de amortiguamiento.

2.1.1. Respuesta al Impulso

La respuesta $x(t)$ del sistema, suponiendo que éste se encuentra inicialmente en reposo, a una excitación $f(t)$ en forma de impulso unitario se conoce como la Función de Respuesta Impulsiva del sistema, $h(t)$. Para un sistema con un único grado de libertad ésta es:

$$h(t) = Ae^{\lambda_1 t} + A^* e^{\lambda_1^* t} = e^{\sigma_1 t} [Ae^{j\omega_1 t} + A^* e^{-j\omega_1 t}] \quad (8)$$

De manera que el "residuo", A , controla la amplitud de la respuesta al impulso y, como se ha visto anteriormente, la parte imaginaria de la raíz es la frecuencia de oscilación mientras que la parte real es la tasa de decaimiento.

2.1.2. Respuesta en Frecuencia

Si se toma la Transformada de Fourier de la ecuación 1 se obtiene la ecuación de movimiento equivalente para el dominio de la frecuencia, pero con la ventaja de que ésta se trata de una ecuación algebraica.

$$[-m\omega^2 + jc\omega + k]X(\omega) = F(\omega) \quad (9)$$

Si definimos la función $H(\omega)$ como

$$H(\omega) = \frac{1}{-m\omega^2 + jc\omega + k} \quad (10)$$

podemos observar cómo la respuesta del sistema $X(\omega)$ está directamente relacionada con la fuerza aplicada sobre éste $F(\omega)$, es decir, $X(\omega) = H(\omega)F(\omega)$. Conociendo tanto la respuesta $X(\omega)$ como la fuerza $F(\omega)$, $H(\omega)$ puede ser calculada fácilmente como:

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} \quad (11)$$

La función $H(\omega)$ se conoce como la Respuesta en Frecuencia del sistema y relaciona la Transformada de Fourier de la excitación aplicada sobre el sistema con la Transformada de Fourier de la respuesta de éste. Como puede observarse, el denominador de esta función coincide con la ecuación 3, que es la ecuación característica del sistema. De manera que las raíces de esta ecuación son

a su vez los polos del sistema, o lo que se conoce como las frecuencias características o modales. Podemos reescribir $H(\omega)$ en función de estos polos como sigue,

$$H(\omega) = \frac{1}{m(j\omega - \lambda_1)(j\omega - \lambda_1^*)} \quad (12)$$

En magnitud, esta función puede describirse como:

$$|H(\omega)| = \frac{1}{m\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta_n\omega\omega_n)^2}} \quad (13)$$

2.1.3. Función de Transferencia

Al igual que en el caso anterior, se puede realizar el mismo desarrollo en el dominio de Laplace a través de la Transformada de Laplace. La diferencia que ha de tenerse en cuenta es que, la Transformada de Fourier está definida desde menos infinito a más infinito, mientras que la transformada de Laplace sólo está definida en el dominio positivo. De esta manera puede definirse la Función de Transferencia $H(s)$ como

$$H(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k} = \frac{1}{m(s - \lambda_1)(s - \lambda_1^*)} \quad (14)$$

Esta función puede reescribirse en forma de fracciones parciales

$$H(s) = \frac{A}{s - \lambda_1} + \frac{A^*}{s - \lambda_1^*} \quad (15)$$

2.2. Dinámica estructural para un sistema de múltiples grados de libertad (MDOF)

Una vez revisados los conceptos de los SDOF, resulta más sencillo la extensión de éstos para un sistema MDOF, con n grados de libertad. En este caso, el sistema físico se trata de varios SDOF ideales interconectados, que puede describirse a través de una ecuación matricial que recoja cada uno de éstos, a través de matrices de masa, amortiguamiento y rigidez:

$$[m]\ddot{\bar{x}} + [c]\dot{\bar{x}} + [k]\bar{x} = \bar{f}(t) \quad (16)$$

Igual que en el caso anterior, cuando no existe fuerza aplicada sobre el sistema, las raíces de la ecuación proporcionan los parámetros modales del éste. Sin embargo, cabe destacar que en los sistemas MDOF, para cada frecuencia y amortiguamiento propios existe un vector de desplazamiento correspondiente, conocido como la forma modal, $\bar{\phi}_r$. Al aplicar una fuerza, la ecuación proporciona de nuevo la respuesta en frecuencia del sistema. Esta respuesta puede ser descrita como una suma ponderada sobre los distintos SDOF que componen el sistema físico total. Esta ponderación depende, principalmente, de la forma modal en el punto de excitación (ϕ_i) y de la forma modal

en el punto de respuesta (ϕ_j), así como de la excitación (ω). La magnitud de esta función puede escribirse directamente como:

$$|H_{ij}(\omega)| = \sum_{r=1}^n \frac{\phi_i \phi_j}{m \sqrt{(\omega_r^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta_r \omega \omega_r)^2}} \quad (17)$$

La ponderación, también conocida como factor de participación, describe cuánto contribuye cada modo a la respuesta total en un punto específico del sistema. Observamos, también, que $H_{ij}(\omega)$ se trata de una función recíproca, es decir, su valor es el mismo independientemente de si la excitación se realiza en el punto i y su respuesta se recoge en el punto j o viceversa.

3. Modelo Físico

El problema de interés se muestra en la Figura 3. Consiste en un modelo unidimensional en el que el alma se encuentra posicionada entre dos barras. El alma vibra en la dirección axial y está conectada a las dos barras en las posiciones x_{c_1} y x_{c_2} a través de dos muelles de rigidez k_1 y k_2 , respectivamente. Las barras vibran en la dirección transversal y están fijas en ambos extremos. El desarrollo teórico consiste en un desarrollo modal de las tres barras acopladas, en la que las formas modales ϕ_n han sido normalizadas como $\max(|\phi_n(x)|) = 1$.

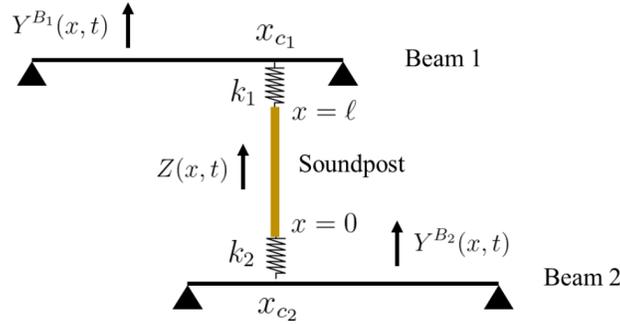


Figura 3: Modelo simplificado de un alma (soundpost) rígida insertada entre dos barras (beams).

3.1. Dinámica de las barras

En este análisis, consideramos dos barras ideales no restringidas en configuración fija-fija en los extremos. Sus frecuencias modales vienen dadas por $f_n = n^2 f_1$ y $\bar{f}_m = m^2 \bar{f}_1$, donde f_1 y \bar{f}_1 son las frecuencias fundamentales de cada una de las barras, respectivamente, ($n, m = 1, 2, \dots$ son los índices modales). Estas frecuencias modales vienen dadas por la siguiente expresión:

$$f_1 = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{EI}{ML^3}} \quad (18)$$

donde E es el módulo de Young de la barra, M su masa, L su longitud e I su momento de inercia en lo que respecta a la sección transversal rectangular de la barra, cuyo ancho es a y el grosor es b .

$$I = \frac{ab^3}{12} \quad (19)$$

Las formas modales correspondientes se expresan como $\phi_n^{B_i}(x) = \sin(n\pi x/L)$, donde B_i hace referencia a la barra i (siendo $i = 1$ ó 2). Podemos escribir el movimiento transversal de una de las barras $Y^{B_i}(x, t)$ como una superposición modal,

$$Y^{B_i}(x, t) = \sum_{m=1}^M q_m^{B_i}(t) \phi_m^{B_i}(x) \quad (20)$$

En este caso, M es el número total de modos presentes en la barra. Tal y como se ha introducido anteriormente, su dinámica puede describirse a través de la siguiente expresión:

$$m_m^{B_i} \ddot{q}_m^{B_i}(t) + c_m^{B_i} \dot{q}_m^{B_i}(t) + k_m^{B_i} q_m^{B_i}(t) = f_m^{B_i}(t) \quad (21)$$

donde $m_m^{B_i}$, $c_m^{B_i}$ y $k_m^{B_i}$ son los parámetros modales de la barra i (masa modal, amortiguamiento modal y rigidez modal, respectivamente) y $f_m^{B_i}$ son las fuerzas modales que actúan sobre la barra. Concretamente, para una barra, siempre y cuando se haya seguido la normalización $\max(|\phi_n(x)|) = 1$, la masa modal es la misma para todos los modos:

$$m_m^{B_i} = \frac{\rho_L^{B_i} L^{B_i}}{2} \quad (22)$$

donde $\rho_L^{B_i}$ es la densidad lineal de la barra. Una vez que se ha determinado la masa modal, es posible calcular el amortiguamiento modal c_m y la rigidez k_m utilizando las siguientes ecuaciones correspondientes a un sistema de un solo grado de libertad:

$$c_m^{B_i} = 2m_m^{B_i} \zeta_m^{B_i} \omega_m^{B_i} \quad (23)$$

$$k_m^{B_i} = m_m^{B_i} (\omega_m^{B_i})^2 \quad (24)$$

siendo $\omega_m^{B_i}$ la autofrecuencia de la barra i y $\zeta_m^{B_i}$ el factor de amortiguamiento modal.

Teniendo en cuenta la dinámica de ambas barras, se puede expresar la ecuación (21) de manera compacta en forma de $N + M$ ecuaciones, de la siguiente manera:

$$\mathbf{M}^B \ddot{\mathbf{q}}^B(t) + \mathbf{C}^B \dot{\mathbf{q}}^B(t) + \mathbf{K}^B \mathbf{q}^B(t) = \mathbf{f}^B(t) \quad (25)$$

donde \mathbf{M}^B , \mathbf{C}^B y \mathbf{K}^B son matrices diagonales de los parámetros modales de las barras, $\mathbf{q}^B = [\mathbf{q}^{B_1}; \mathbf{q}^{B_2}]$ es el vector de las amplitudes modales y $\mathbf{f}^B = [\mathbf{f}^{B_1}; \mathbf{f}^{B_2}]$ es el vector de fuerzas modales.

3.2. Dinámica del alma.

De manera análoga se realiza el estudio de la dinámica del alma. Su movimiento axial $Z(x, t)$ puede escribirse como:

$$Z(x, t) = \sum_{p=1}^P q_p^{SP}(t) \phi_p^{SP}(x) \quad (26)$$

donde P es el número total de modos presentes en el alma y $\phi_p^{SP}(x) = \cos(p\pi x/\ell)$ son las formas modales de ésta (no restringida, con condiciones de contorno libre-libre), con frecuencias modales dadas por $f_p = \frac{p c_L}{2\ell}$, donde $c_L = \sqrt{E/\rho}$ y E y ρ son el módulo de Young y la densidad del alma, respectivamente. La dinámica del alma se describe entonces mediante un conjunto de P ecuaciones:

$$m_p^{SP} \ddot{q}_p^{SP}(t) + c_p^{SP} \dot{q}_p^{SP}(t) + k_p^{SP} q_p^{SP}(t) = f_p^{SP}(t) \quad (27)$$

donde m_p^{SP} , c_p^{SP} y k_p^{SP} son los parámetros modales de las vibraciones axiales, los cuales se calculan de forma similar a los correspondientes a las barras, comentados anteriormente. De forma compacta, Eq.(27) puede expresarse como:

$$\mathbf{M}^{SP} \ddot{\mathbf{q}}^{SP}(t) + \mathbf{C}^{SP} \dot{\mathbf{q}}^{SP}(t) + \mathbf{K}^{SP} \mathbf{q}^{SP}(t) = \mathbf{f}_{SP}(t) \quad (28)$$

donde \mathbf{M}^{SP} , \mathbf{C}^{SP} y \mathbf{K}^{SP} son matrices diagonales que contienen los parámetros modales del alma.

3.3. Fuerzas de interacción

Las fuerzas que interactúan sobre ambos extremos del alma vienen dadas por la Ley de Hooke, que establece que el alargamiento (o compresión) de un muelle es directamente proporcional al módulo de la fuerza que se le aplique, siempre y cuando el muelle no experimente una deformación permanente. En este sistema, esta relación se puede expresar matemáticamente como:

$$f_{c_1}(t) = f(x_{c_1}, t) = k_1[Y_{c_1}^{B_1}(t) - Z(\ell, t)] \quad (x^{SP} = \ell) \quad (29)$$

$$f_{c_2}(t) = f(x_{c_2}, t) = -k_2[Z(0, t) - Y_{c_2}^{B_2}(t)] \quad (x^{SP} = 0) \quad (30)$$

con $Y_{c_1}^{B_1}(t) = Y^{B_1}(x_{c_1}, t)$ y $Y_{c_2}^{B_2}(t) = Y^{B_2}(x_{c_2}, t)$.

3.4. Proyecciones modales de las fuerzas de interacción.

3.4.1. Fuerza modal actuando sobre el alma

La proyección de la fuerza física $f(x, t)$ en el modo $\phi_\alpha^{SP}(x)$ se traduce como:

$$\int_0^\ell f(x, t) \phi_\alpha^{SP}(x) dx = f(x_{c_1}, t) \phi_\alpha^{SP}(\ell) + f(x_{c_2}, t) \phi_\alpha^{SP}(0) \quad (31)$$

Cabe recordar que el valor de los modos en estos puntos del alma, 0 y l , es $(-1)^\alpha$. Finalmente, esta ecuación resulta en:

$$f_{c_1}(t)\phi_\alpha^{SP}(\ell) + f_{c_2}(t)\phi_\alpha^{SP}(0) = k_1 \left[\sum_{m=1}^M q_m^{B_1}(t)\phi_m^{B_1}(x_{c_1}) - \sum_{p=1}^P q_p^{SP}(t)\phi_p^{SP}(\ell) \right] \phi_\alpha^{SP}(\ell) + \dots \\ - k_2 \left[\sum_{p=1}^P q_p^{SP}(t)\phi_p^{SP}(0) - \sum_{n=1}^N q_n^{B_2}(t)\phi_n^{B_2}(x_{c_2}) \right] \phi_\alpha^{SP}(0) \quad (32)$$

3.4.2. Fuerza modal actuando sobre las dos barras.

En la primera barra:

$$\int_0^{L_1} f(x, t)\phi_\alpha^{B_1}(x)dx = -f_{c_1}(t)\phi_\alpha^{B_1}(x_{c_1}) = -k_1 \left[Y_{c_1}^{B_1}(t) - Z(\ell, t) \right] \phi_\alpha^{B_1}(x_{c_1}) \quad (33)$$

En la segunda barra:

$$\int_0^{L_2} f(x, t)\phi_\alpha^{B_2}(x)dx = -f_{c_2}(t)\phi_\alpha^{B_2}(x_{c_2}) = k_2 \left[Z(0, t) - Y_{c_2}^{B_2}(t) \right] \phi_\alpha^{B_2}(x_{c_2}) \quad (34)$$

3.5. Sistema completamente acoplado

Agrupando las ecuaciones dinámicas (25), (28) con las fuerzas de acoplamiento dadas por (31) y (33-34), la dinámica del sistema acoplado se formula como un conjunto de $N + M + P$ ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden, que se pueden expresar como:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{M}^{B_1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}^{B_2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}^{SP} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{q}}^{B_1} \\ \ddot{\mathbf{q}}^{B_2} \\ \ddot{\mathbf{q}}^{SP} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{C}^{B_1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}^{B_2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}^{SP} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{q}}^{B_1} \\ \dot{\mathbf{q}}^{B_2} \\ \dot{\mathbf{q}}^{SP} \end{pmatrix} + \dots \\ \begin{pmatrix} \mathbf{K}^{B_1} + \mathbf{K}_c^{B_1} & \mathbf{0} & -\mathbf{K}_c^{B_1/SP} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}^{B_2} + \mathbf{K}_c^{B_2} & -\mathbf{K}_c^{B_2/SP} \\ -\mathbf{K}_c^{B_1/SP} & -\mathbf{K}_c^{B_2/SP} & \mathbf{K}^{SP} + \mathbf{K}_{c_1}^{SP} + \mathbf{K}_{c_2}^{SP} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{q}^{B_1} \\ \mathbf{q}^{B_2} \\ \mathbf{q}^{SP} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (35)$$

donde las matrices de acoplamiento $\mathbf{K}_c^{B_1}$ ($M \times M$), $\mathbf{K}_c^{B_2}$ ($N \times N$), $\mathbf{K}_{c_1}^{SP}$ ($P \times P$), $\mathbf{K}_{c_2}^{SP}$ ($P \times P$), $\mathbf{K}_c^{B_1/SP}$ ($M \times P$) y $\mathbf{K}_c^{B_2/SP}$ ($N \times P$) vienen dadas respectivamente por

$$\mathbf{K}_c^{B_1} = k_1 \begin{pmatrix} \phi_1^{B_1}(x_{c_1})\phi_1^{B_1}(x_{c_1}) & \phi_2^{B_1}(x_{c_1})\phi_1^{B_1}(x_{c_1}) & \dots & \phi_M^{B_1}(x_{c_1})\phi_1^{B_1}(x_{c_1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_1^{B_1}(x_{c_1})\phi_M^{B_1}(x_{c_1}) & \phi_2^{B_1}(x_{c_1})\phi_M^{B_1}(x_{c_1}) & \dots & \phi_M^{B_1}(x_{c_1})\phi_M^{B_1}(x_{c_1}) \end{pmatrix} = k_1 \left[\phi_{x_{c_1}}^{B_1} \right]^T \phi_{x_{c_1}}^{B_1} \quad (36)$$

$$\mathbf{K}_c^{B_2} = k_2 \begin{pmatrix} \phi_1^{B_2}(x_{c_2})\phi_1^{B_2}(x_{c_2}) & \phi_2^{B_2}(x_{c_2})\phi_1^{B_2}(x_{c_2}) & \dots & \phi_N^{B_2}(x_{c_2})\phi_1^{B_2}(x_{c_2}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_1^{B_2}(x_{c_2})\phi_N^{B_2}(x_{c_2}) & \phi_2^{B_2}(x_{c_2})\phi_N^{B_2}(x_{c_2}) & \dots & \phi_N^{B_2}(x_{c_2})\phi_N^{B_2}(x_{c_2}) \end{pmatrix} = k_2 \left[\phi_{x_{c_2}}^{B_2} \right]^T \phi_{x_{c_2}}^{B_2} \quad (37)$$

$$\mathbf{K}_{c_1}^{SP} = k_1 \begin{pmatrix} \phi_1^{SP}(\ell)\phi_1^{SP}(\ell) & \phi_2^{SP}(\ell)\phi_1^{SP}(\ell) & \dots & \phi_P^{SP}(\ell)\phi_1^{SP}(\ell) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_1^{SP}(\ell)\phi_P^{SP}(\ell) & \phi_2^{SP}(\ell)\phi_P^{SP}(\ell) & \dots & \phi_P^{SP}(\ell)\phi_P^{SP}(\ell) \end{pmatrix} = k_1 \left[\phi_\ell^{SP} \right]^T \phi_\ell^{SP} \quad (38)$$

$$\mathbf{K}_{c_2}^{SP} = k_2 \begin{pmatrix} \phi_1^{SP}(0)\phi_1^{SP}(0) & \phi_2^{SP}(0)\phi_1^{SP}(0) & \dots & \phi_P^{SP}(0)\phi_1^{SP}(0) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_1^{SP}(0)\phi_P^{SP}(0) & \phi_2^{SP}(0)\phi_P^{SP}(0) & \dots & \phi_P^{SP}(0)\phi_P^{SP}(0) \end{pmatrix} = k_2 \left[\phi_0^{SP} \right]^T \phi_0^{SP} \quad (39)$$

$$\mathbf{K}_c^{B_1/SP} = k_1 \begin{pmatrix} \phi_1^{B_1}(x_{c_1})\phi_1^{SP}(\ell) & \phi_2^{B_1}(x_{c_1})\phi_1^{SP}(\ell) & \dots & \phi_M^{B_1}(x_{c_1})\phi_1^{SP}(\ell) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_1^{B_1}(x_{c_1})\phi_P^{SP}(\ell) & \phi_2^{B_1}(x_{c_1})\phi_P^{SP}(\ell) & \dots & \phi_M^{B_1}(x_{c_1})\phi_P^{SP}(\ell) \end{pmatrix} = k_1 \left[\phi_{x_{c_1}}^{B_1} \right]^T \phi_\ell^{SP} \quad (40)$$

$$\mathbf{K}_c^{B_2/SP} = k_2 \begin{pmatrix} \phi_1^{B_2}(x_{c_2})\phi_1^{SP}(0) & \phi_2^{B_2}(x_{c_2})\phi_1^{SP}(0) & \dots & \phi_N^{B_2}(x_{c_2})\phi_1^{SP}(0) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_1^{B_2}(x_{c_2})\phi_P^{SP}(0) & \phi_2^{B_2}(x_{c_2})\phi_P^{SP}(0) & \dots & \phi_N^{B_2}(x_{c_2})\phi_P^{SP}(0) \end{pmatrix} = k_2 \left[\phi_{x_{c_2}}^{B_2} \right]^T \phi_0^{SP} \quad (41)$$

Las ecuaciones (36-41) muestran que todos los grados de libertad están acoplados por las fuerzas físicas en los puntos de contacto.

3.6. Resolución del sistema

Para poder llevar a cabo la resolución del problema de autovalores del sistema, se reescribe la ecuación 35 de la siguiente manera:

$$\mathbb{M}\ddot{\bar{q}} + \mathbb{C}\dot{\bar{q}} + \mathbb{K}\bar{q} = 0 \quad (42)$$

siendo

$$\mathbb{Q} = [\dot{\bar{q}}; \ddot{\bar{q}}] \quad (43)$$

Ahora, resulta más sencillo definir una matriz mayor que contenga las matrices anteriores. Esto permitirá abordar de manera eficiente el problema de autovalores, que en este caso es un problema de segundo orden, y se puede resolver utilizando la función *eig* de MATLAB.

$$\dot{Q} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\bar{M}^{-1}\bar{K} & -\bar{M}^{-1}\bar{C} \end{pmatrix} Q \quad (44)$$

De esta función se extraen los vectores propios de amplitud ($q_m^{B_i}$ y q_p^{SP}), así como sus frecuencias modales correspondientes, a partir de los cuales se pueden construir las funciones de desplazamiento (20 y 26).

4. Procedimiento experimental

La guitarra a estudiar se trata de una guitarra utilizada en concierto, construida con los materiales y dimensiones típicas de la guitarra clásica, siendo la tapa armónica de madera de pino con el refuerzo interno tradicional. Lo que distingue a esta guitarra de una guitarra clásica usual es que la tapa superior de la caja de resonancia está dividida en dos tapas, separadas por una distancia vertical de aproximadamente 3 cm y que se superponen en una región donde se puede encajar el alma, como se puede ver en la Figura 4. Para distinguir las tapas hemos utilizado la nomenclatura T1 y T2 (puede verse un esquema transversal de la guitarra en la Fig. 5), siendo la primera la que está unida al puente y la que recibe la energía directa de las cuerdas, y la segunda la que queda entre T1 y la tapa trasera. La abertura resultante es de forma rectangular y presenta una superficie de unos $73,5 \text{ cm}^2$, más grande que las aberturas circulares tradicionales, que suelen ser de unos 50 cm^2 [15].



Figura 4: Vista superior de la guitarra en vertical: abertura rectangular y alma (SP) encajada entre las dos tapas superiores.

En esta sección vamos a revisar las diversas técnicas utilizadas a lo largo del proyecto para adquirir las medidas de respuesta en frecuencia, así como la instrumentación necesaria para su desarrollo.

4.1. Vibración: Medidas de Respuesta en Frecuencia

Para los experimentos de vibración, la guitarra fue suspendida libremente mediante dos bandas elásticas unidas desde el techo al clavijero, como se muestra en la Figura 5. Como es habitual al medir la admitancia de entrada de instrumentos de cuerda [16], con el objetivo de medir la dinámica del cuerpo bajo la tensión de las cuerdas, pero sin verse afectada por su vibración, se utilizaron varias cintas de algodón para atenuar las vibraciones de las cuerdas. Previamente, éstas son afinadas al tono estándar: E2, A2, D3, G3, B3, E4 (aproximadamente 82 Hz, 110 Hz, 147 Hz, 196 Hz, 247 Hz y 330 Hz, respectivamente). Estas cintas se colocaron entre la cejuela y el puente, con una adicional entre la cejuela y las primeras clavijas. Sin este amortiguamiento, los acelerómetros apenas medirían nada que no fuera la vibración de las cuerdas.

Para estudiar el comportamiento vibratorio del instrumento, se ha medido la admitancia del cuerpo, que es la respuesta vibratoria del cuerpo de la guitarra a un impulso de excitación, es decir, medimos la Función de Respuesta en Frecuencia (FRF), explicada en la Sección 2. Una medida tipo FRF expresa la dinámica del instrumento entre un punto de excitación y otro de respuesta. Si se cambia el punto en el que se golpea o el lugar donde se mide, se obtiene una FRF diferente. En este trabajo, la excitación del impulso se ha generado utilizando un martillo PCB 084A17. Además, se utilizaron dos acelerómetros B&K, tipo 4375, para capturar la respuesta vibratoria del cuerpo del instrumento: el primero se posicionó en la tapa primaria T1, en el lado izquierdo del puente (punto 44 de la Fig. 6) y el segundo en la tapa secundaria T2, en la zona superior derecha (punto 14 de la Fig. 6). Ambos sensores se fijaron con una fina capa de cera de abeja.

La Figura 5 derecha muestra un esquema del montaje experimental. La señal capturada por cada acelerómetro se amplifica utilizando un amplificador de carga B&K 2635, conectado después al analizador dinámico de señales BK Photon+. Además, el martillo genera una señal que contiene la información relativa a la fuerza aplicada durante el impacto. Éste está directamente conectando al analizador. Este analizador se trata de un dispositivo basado en las técnicas de la transformada de Fourier y proporciona las Funciones de Transferencia en cada uno de los acelerómetros.

Para la identificación modal, se utilizó el Algoritmo ERA (Eigensystem Realization Algorithm), alimentado por un conjunto de funciones de Respuesta al Impulso expresadas en términos de velocidad, calculadas después de la integración de las señales medidas por los acelerómetros [17]. El algoritmo se basa en una formulación en el espacio de estados de la dinámica del sistema e identifica un modelo matemático lineal que coincida con las respuestas impulsivas de la estructura. Combina el conjunto de respuestas para construir una matriz de Hankel generalizada y luego estima el orden del modelo mediante descomposición en valores singulares. El último paso del algoritmo consiste en calcular los valores propios del modelo con el orden mínimo elegido, del que se extraen los parámetros modales. Se ha reconocido que este algoritmo es muy eficaz para la identificación modal de sistemas complejos.

Se han realizado dos tipos de experimentos vibratorios. En el primero, se trata de extraer las formas modales de las tapas armónicas superiores. Para ello, la superficie de la parte accesible de las tapas se dividió en una malla de 69 puntos, como se muestra en la Figura 6. En cada uno de ellos se aplicó manualmente una excitación impulsiva utilizando el martillo, capturando así un total de 276

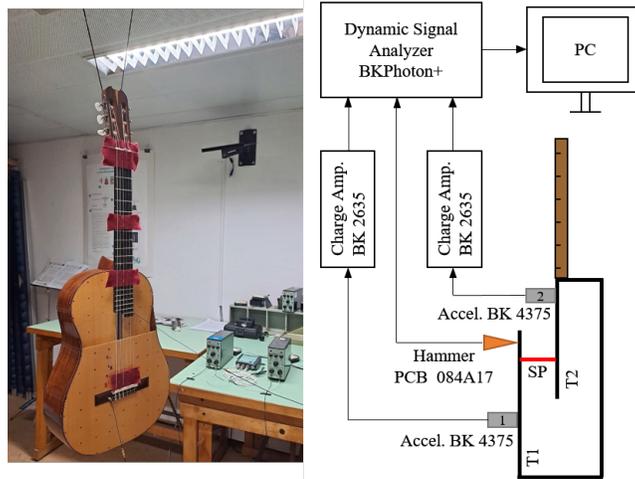


Figura 5: La imagen de la izquierda ilustra la configuración utilizada para suspender la guitarra y silenciar las cuerdas. El diagrama de la derecha muestra el montaje experimental utilizado para medir la respuesta vibratoria, con los números de componente del fabricante.

respuestas. Al interpolar los datos obtenidos sobre toda la malla, se obtiene una identificación completa de las formas modales, así como las frecuencias y factores de amortiguamiento, del sistema de las dos tapas. Este procedimiento se realizó primero con la guitarra sin alma y, posteriormente, con alma.

El segundo experimento consiste en un estudio paramétrico cuyo objetivo es analizar la influencia de la posición del alma en la vibración del sistema. Para ello, se exploraron siete ubicaciones arbitrarias para el alma, todas entre el puente y la abertura como se muestran en la Figura 6. Para cada una de estas configuraciones se han realizado dos medidas, una en cada acelerómetro, es decir, para cada posición se obtienen 4 FRFs. En contraste con el experimento anterior, en este caso no fue necesario realizar las 69 mediciones previamente mencionadas, ya que en éste no se pretende obtener las formas modales del sistema. En este caso sólo se obtienen las frecuencias y los factores de amortiguamiento de cada modo.

De forma ilustrativa, la Figura 7 presenta un ejemplo de una de las Respuesta al Impulso medidas y su correspondiente Función de Transferencia, junto con las señales reconstruidas a partir de los parámetros modales identificados a través del algoritmo ERA. Como se ve, el ajuste global realizado no es perfecto, ya que algunos modos no han podido ser identificados. Esto se debe a un conjunto de modos cuya respuesta es débil (modos con un nodo cerca del sensor y/o posiciones de excitación o modos de la placa posterior, por ejemplo) y a que el orden del algoritmo que se elige es bajo. Sin embargo, el ajuste parece suficientemente bueno para identificar los modos dominantes, ya que reproduce la dinámica principal observada en la respuesta al impulso en el dominio del tiempo.

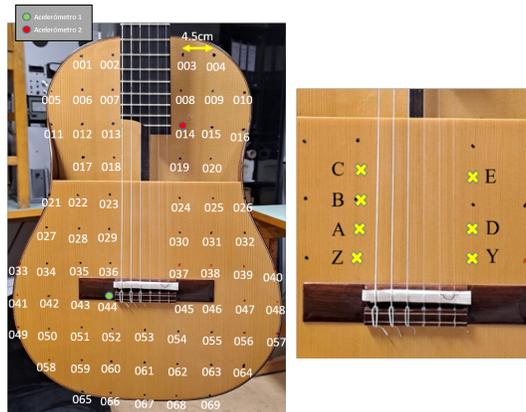


Figura 6: En el lado izquierdo se representan los 69 puntos de medición para la identificación completa de las formas modales. En el lado derecho se muestran las diferentes posiciones del alma para el estudio paramétrico.

4.2. Radiación

Por último, se han realizado una serie de medidas acústicas con el fin de probar cuáles de los modos encontrados durante los experimentos de vibración producen una radiación acústica realmente eficiente, y poder determinar así si existe un cambio objetivo en el timbre o potencia del instrumento. Estas medidas se han llevado a cabo en la cámara anecóica de la UPV, en el campus de Gandía.

Para poder comparar los experimentos de vibración y radiación, las condiciones de laboratorio en la que éstos se realizan deben ser lo más parecidas posibles. De nuevo, la guitarra fue sostenida libremente, pero en este caso se hizo mediante un sistema diferente, ya que la guitarra debía estar en horizontal. Para ello, se construyó una estructura de madera a la que se ataron dos bandas elásticas sobre las cuales se instaló la guitarra. De la misma manera que en los experimentos de vibración, se utilizaron cintas de algodón para silenciar las cuerdas tras haber sido afinadas a su tono estándar.

En el caso de la vibración, se midió la admitancia del cuerpo, uno de los parámetros más utilizados en el análisis de instrumentos musicales. Sin embargo, no existe (o al menos nosotros no tenemos constancia de ello) un análogo acústico estandarizado para comparar ambos sucesos. En este trabajo, proponemos un método para abordar esta cuestión. De manera similar a los experimentos de vibración, se aplica una excitación impulsiva sobre el cuerpo de la guitarra, concretamente sobre el lado izquierdo del puente (lo que anteriormente era la posición del Acelerómetro 1). La excitación se realiza con el mismo martillo y se recoge la señal de fuerza aplicada a lo largo del tiempo. De forma simultánea, se mide la presión generada por la estructura a un metro de la fuente, justo sobre la abertura del instrumento. Con esta configuración, sería posible que el punto de medida elegido fuera un punto de presión mínima de radiación algún modo y que no estuviéramos recogiendo su respuesta. Para evitar este problema, colocamos otro micrófono a 35° sobre el plano

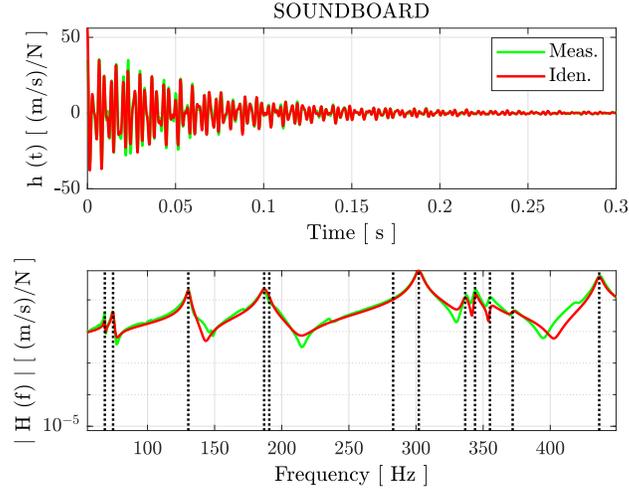


Figura 7: Respuesta al impulso (figura superior) y Funciones de Transferencia (figura inferior) obtenidas experimentalmente (verde) y a través del algoritmo ERA (rojo) de la guitarra con el alma en la posición A. El punto de excitación fue el punto 55 y el de respuesta el punto 14 (ver Figura 6). Las líneas verticales discontinuas indican las frecuencias modales identificadas.

longitudinal de la guitarra con el que registrar simultáneamente la presión sonora. Finalmente, con las respuestas obtenidas se calculan las Funciones de Transferencia, $H(f)$, definidas en este caso como la respuesta en frecuencia de la presión medida por el micrófono, dividida por la respuesta en frecuencia de fuerza ejercida por el martillo durante la excitación. Es decir, se trata de una Función de Transferencia vibroacústica cuyas unidades son [Pa/N].

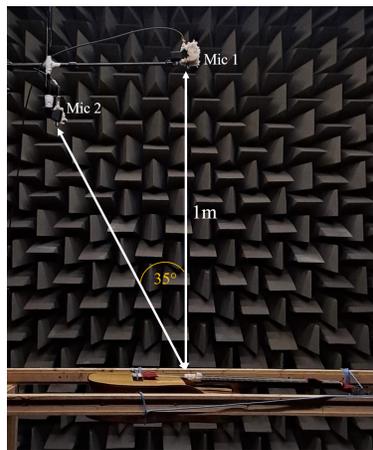


Figura 8: Montaje experimental medidas de radiación.

De manera ilustrativa, se representa en la Figura 9 un ejemplo de una medida de radiación. Se ha representado la potencia normalizada, es decir, la Función de Transferencia elevada al cuadrado. Podemos observar que las señales recogidas por ambos micrófonos son muy similares. Presentan picos en las mismas frecuencias, aunque varían sus amplitudes. Esto se debe al patrón de directividad de la guitarra. Para estudiar este aspecto en profundidad, sería necesario tomar un número suficiente de medidas alrededor de la guitarra y, sin duda, parece un aspecto muy interesante a estudiar en futuros proyectos. Dado que las curvas presentan información similar (tanto en este ejemplo como en el resto de medidas), decidimos que para el análisis de resultados merecía la pena utilizar tan sólo las medidas tomadas con el Micrófono 1.

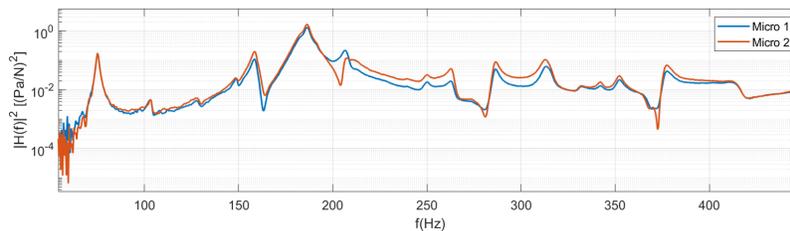


Figura 9: Ejemplo de medida de radiación. En este caso se trata de la guitarra con el alma en la posición A (ver Figura 6). Se representa en azul la información recogida por el Micrófono 1 y en rojo la recogida por el Micrófono 2.

Este experimento se ha realizado tanto para la guitarra con alma como sin alma. Además, se han considerado, de nuevo, las distintas posiciones de alma analizadas en el caso vibratorio y se ha realizado el mismo ensayo con una guitarra clásica típica.

5. Resultados y discusión

5.1. Resultados del modelo teórico

Como se ha explicado anteriormente, este modelo se trata de una representación de la guitarra con los elementos vibrantes más significativos, donde las tapas se representan como barras y el alma como una barra más pequeña unida verticalmente a las tapas por muelles. A continuación, se introducen los valores de los parámetros utilizados para la resolución y simulación de este modelo analítico. Para determinar las propiedades de las barras (densidad y constantes elásticas) se han seguido los valores típicos de la madera utilizada en la construcción de violines, madera de abeto [9]. Los valores utilizados para la densidad y módulo de Young del alma se han utilizado los valores encontrados experimentalmente en el capítulo 7 de la referencia [9]. En cuanto a las dimensiones, se han ajustado a las dimensiones reales de la guitarra. Se ha considerado que las barras son idénticas y que la región de solape es de 15cm, la mitad de la longitud de las barras. La disipación en el sistema se ha considerado pequeña, utilizando para ello coeficientes de disipación de 0,01. Para los muelles se ha elegido una constante elástica de $10^8 N/m$. Por último, se ha elegido el cálculo de 5

modos para cada elemento, es decir, $N = M = P = 5$. Esto se debe a que, como se comentará más adelante, el estudio se va a restringir a la región de baja frecuencia (hasta los 450 Hz en el sistema real), ya que es la región donde se han encontrado las diferencias más significativas. En el cuadro 1 se muestran los valores de los parámetros utilizados.

Barras	Alma
$\rho_B = 420kg/m^3$	$\rho_{SP} = 500kg/m^3$
$E_B = 15GPa$	$E_{SP} = 4GPa$
$a = 0,204m$	$r_{SP} = 2,75 \cdot 10^{-3}m$
$b = 2,9 \cdot 10^{-3}m$	
$L_B = 0,3m$	$l_{SP} = 0,03m$

Cuadro 1: Valores de los diferentes parámetros físicos utilizados en los cálculos del modelo analítico.

En primer lugar se ha simulado el comportamiento del sistema sin alma. Las barras están desacopladas o, lo que es lo mismo, k_1 y k_2 son nulos. Se representan los cuatro primeros modos de este sistema en la Figura 10. El primer modo no se ha representado ya que se trata del caso trivial en el que ninguna de las barras vibra, conocido como modo de cuerpo rígido, equivalente a una traslación del sistema y cuya frecuencia de resonancia es 0 Hz. Como podía esperarse, el segundo modo se trata del primer modo de vibración de la Barra 1, con un solo máximo y nodos en los extremos. El tercer modo es idéntico pero para la Barra 2. Los modos cuatro y cinco corresponden al segundo modo de resonancia de cada barra, con dos máximos y un nodo, aparte de los extremos. Con estos resultados comprobamos que la simulación muestra correctamente las formas modales del sistema y podemos pasar a introducir el alma.

Primero se ha colocando el alma en la mitad de la región de solape, aproximadamente; es decir $x_{c_1} \approx 0,75 \cdot L_{B1}$. Se ha evitado colocar en el alma en puntos geométricos exactos, como $\frac{3}{4}L_{B1}$, para no situar el alma en puntos nodales de los modos de las barras. En frecuencias bajas, el alma se comporta como un cuerpo rígido, es decir, todos sus puntos se desplazan a la vez arriba y abajo (o no se desplazan). Se muestran en la Figura 11 los primeros cuatro modos fundamentales. Se observa que el primer modo corresponde a la combinación en fase del primer modo de resonancia de las barras desacopladas. El segundo modo se trata de la combinación en contrafase, originando un punto nodal en los puntos de apoyo del alma en ambas barras (en este modo el alma no se desplaza). Se observa el mismo fenómeno en los modos tres y cuatro, siendo las combinaciones en fase y contrafase del segundo modo de resonancia de las barras desacopladas.

Se ha realizado este mismo cálculo para cuatro posiciones arbitrarias del alma y, para cada uno de los casos, con los parámetros modales obtenidos se ha calculado la Función de Transferencia correspondiente a través de la ecuación 17. Se comparan los resultados en la Figura 12. La frecuencia del primer modo, así como del tercero, se mantiene constante para todas las posiciones, ya que se trata de la combinación en fase de los modos de las barras desacopladas y ésta no depende de la posición del alma. Sin embargo, los modos pares experimentan un cambio en la frecuencia debido a

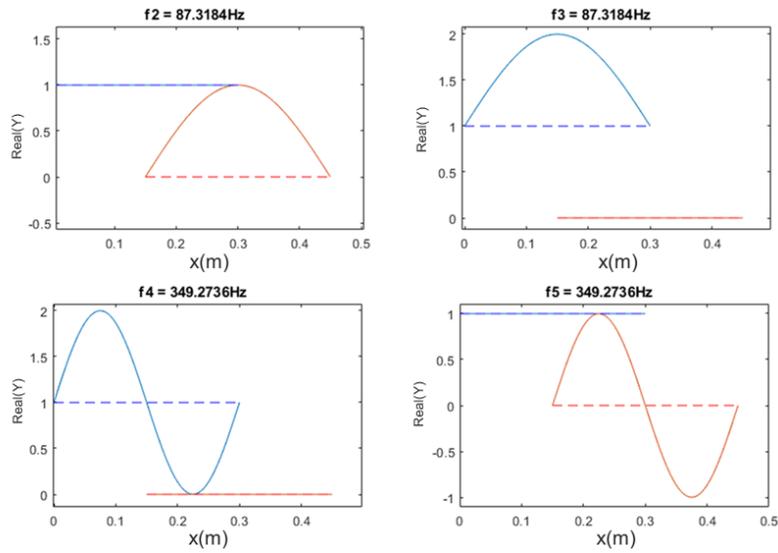


Figura 10: Primeros cuatro modos fundamentales del sistema barra-alma-barra sin alma. La curva azul (roja) representa el desplazamiento normalizado de la Barra 1 (Barra 2), mientras que la discontinua indica la posición de equilibrio correspondiente.

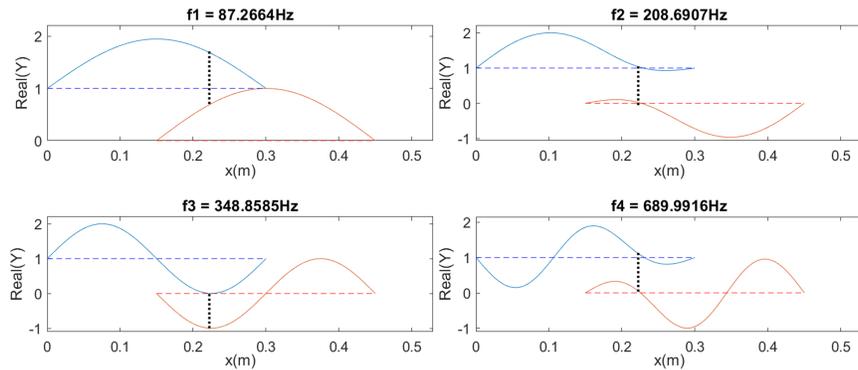


Figura 11: Primeros cuatro modos fundamentales del sistema barra-alma-barra con el alma en $x_{c_1} \approx 0,75 \cdot L_{B1}$. La curva azul (roja) representa el desplazamiento normalizado de la Barra 1 (Barra 2), mientras que la discontinua indica la posición de equilibrio correspondiente. La línea negra discontinua indica la posición del alma.

la creación del punto nodal en el punto de apoyo del alma con las barras. El cambio en la geometría de la vibración se traduce en el cambio de la frecuencia de resonancia de estos modos. Además, se observan cambios en la amplitud y amortiguamiento modales. Todo esto indica que, según donde se posicione el alma, el sistema presenta respuestas vibratorias distintas. Si esto se produce en el

modelo real, podría traducirse en una radiación cambiante con la posición del alma y, tal vez, en un cambio notable en el timbre del instrumento. Estudiamos este aspecto en las secciones posteriores.

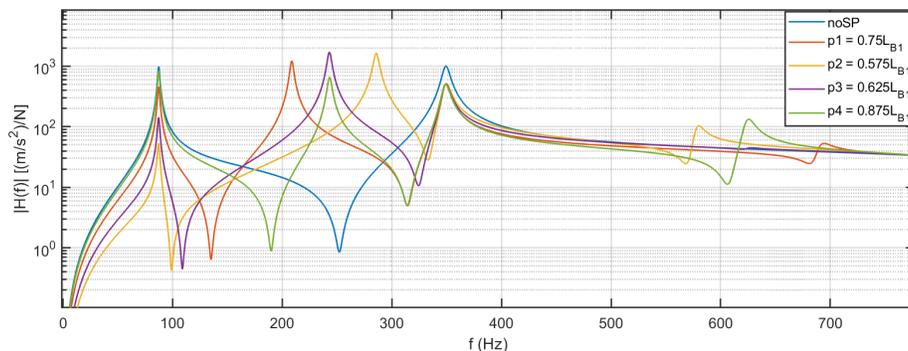


Figura 12: Funciones de Transferencia del sistema para cuatro posiciones distintas del alma.

5.2. Resultados de los experimentos de vibración

5.2.1. Resultados de la identificación modal

Antes de discutir los resultados de la identificación modal obtenida, se muestra en la Figura 13 una visión global de la influencia del alma en la distribución de la energía de vibración a lo largo del espectro. En ella se representa la potencia promedio definida como:

$$APS(f) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |H_n(f)|^2 \quad (45)$$

donde N es el número total de Funciones de Transferencia medidas. Este espectro de potencia promedio (APS) se trata de una cantidad simple que evidencia la fuerza relativa del modo y, en este caso, ofrece una visualización directa de la región de frecuencias donde el alma afecta mayoritariamente a la dinámica del cuerpo de la guitarra. El APS de la Figura 13 ha sido calculado a partir del conjunto completo de las 276 Funciones de Transferencia, para las dos configuraciones estudiadas: con alma y sin alma. Se observan grandes diferencias entre ellas hasta 450 Hz, tanto en términos de nivel de amplitud como en la localización de los picos; sin embargo, por encima de los 450 Hz, su comportamiento es muy parecido. En general, esto indica que el alma tiene poco efecto en las frecuencias altas y sugiere centrarse en el estudio de las bajas frecuencias, donde deberían producirse las diferencias significativamente importantes en el comportamiento final del instrumento.

Una vez determinado el dominio donde el alma produce un mayor impacto, se realiza un análisis más detallado de nuestros resultados en este rango de frecuencias ($< 450\text{Hz}$), comparando los parámetros modales identificados en las dos configuraciones, sin alma y con alma. La Figura 21 (situada en el Anexo debido a su tamaño) presenta las formas modales, junto con sus frecuencias

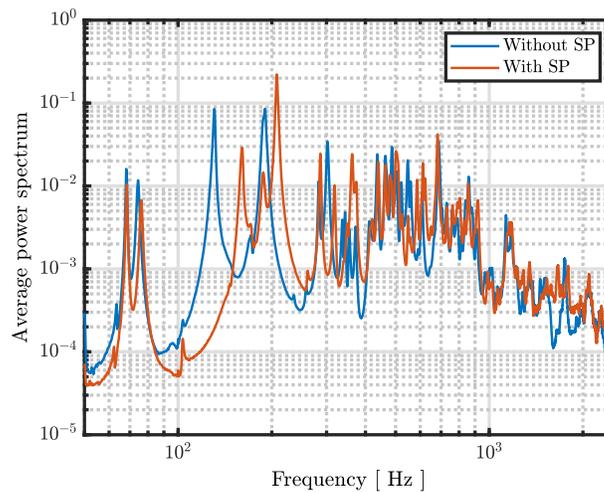


Figura 13: *Espectro de potencia promedio calculada para la configuración sin alma (línea azul) y con alma en la posición A (línea roja).*

modales y los factores de amortiguamiento modales correspondientes. Dado que las formas modales identificadas son principalmente reales, sólo se ha representado la parte real. De hecho, se espera que el amortiguamiento en el sistema sea pequeño, siendo mayor en los modos acoplados. La comparación de las amplitudes modales proporciona información sobre qué componente es responsable del movimiento global. Sin embargo, cabe destacar que, experimentalmente, no tenemos acceso a todos los puntos de la tapa secundaria (T2). Específicamente, no tenemos la información relevante al movimiento de la porción de T2 por debajo de T1. Las amplitudes modales identificadas son un subproducto del número de puntos medidos y la normalización utilizada, por lo tanto, la precisión de las formas modales identificadas en los casos en los que T2 es el componente principal es limitada, ya que solo se midieron unos pocos puntos en la tapa armónica secundaria.

La pregunta es, ¿qué sucede al insertar el alma? En general, éste no tiene un gran efecto en las formas modales, excepto en el tercer modo para el cual el alma parece introducir un nodo, creando una fuerte asimetría. Esto ocurre debido al movimiento relativo entre las tapas antes de insertar el alma. De hecho, teniendo en cuenta las dimensiones del alma (aproximadamente 2-3 cm de longitud), se puede suponer que por debajo de 600 Hz la dinámica de éste tiene un efecto insignificante, comportándose esencialmente como un cuerpo rígido [8]. Esto significa que su introducción debe influir mayoritariamente en los modos que implican movimientos desfasados de las dos tapas, por ejemplo el modo 3 de la guitarra sin alma, que parece combinarse en fase con el modo 4 al introducir el alma, resultando en el modo 3 (con alma).

Centrándonos en la configuración sin alma, se puede observar que, como cabría esperar, los modos inferiores ($n = 2, 3, 4$) implican movimientos de ambas tapas. Esto significa que, incluso sin alma, existe acoplamiento entre las tapas. Esto sólo puede ocurrir a través de componentes

estructurales, es decir, a través del aire contenido dentro del cuerpo y de los laterales que, además, conectan T1 y T2 con la tapa trasera del instrumento. Por el contrario, a frecuencias mayores ($> 190\text{Hz}$), la energía vibratoria se localiza mayoritariamente en una de las dos placas. Curiosamente, esto indica que la guitarra incluye dos componentes principales de radiación que podrían actuar en diferentes rangos de frecuencia, de manera similar a lo que se encuentra en un altavoz, donde se utilizan woofers y tweeters para reproducir diferentes frecuencias. Sin embargo, vale la pena señalar que en esta configuración, excitar T2 no se puede hacer de manera eficiente ya que la transferencia de energía desde el puente a T2 solo puede ocurrir a través del aire y los laterales del instrumento, lo que resulta ser un canal de transmisión vibratoria relativamente débil.

Si bien se ha señalado que las diferencias entre las dos configuraciones son pequeñas a nivel global, la inserción del alma introduce diferencias locales que podrían tener una gran influencia en el sonido radiado por el instrumento. Por ejemplo, el quinto modo, a 207 Hz , cambia su forma modal ligeramente al introducir el alma, que crea un nodo y provoca la rotura de la simetría, es decir, ya no se puede comparar con un patrón vibratorio de un dipolo perfecto. Además, el alma parece reforzar el acoplamiento ya existente en algunos modos (ver modos 4, 6 y 7) y aumenta ligeramente el área de vibración. Curiosamente, su introducción también parece provocar que la tapa secundaria reciba más energía de las cuerdas. Todos estos aspectos podrían cambiar y/o mejorar la radiación sonora general y el carácter del instrumento. Finalmente, encontramos que algunos modos apenas se ven afectados por el alma, lo que puede ocurrir si ésta se ubicada en un punto nodal del modo en cuestión.

Tal vez, el cambio más evidente al introducir el alma sea el aumento de la frecuencia de algunos de los modos de más baja frecuencia, un hecho que es consistente con los estudios realizados sobre el violín [7, 8]. Aunque también se han observado cambios en los valores de amortiguamiento, su comparación no es obvia y no parece haber una tendencia clara. Como ocurre en cualquier sistema de acoplamiento, su efecto depende de otros detalles, en particular de la forma en que se coloca y su interacción con las paredes de contacto.

Con la intención de obtener una visión más clara de las características únicas que este nuevo diseño puede ofrecer, comparamos nuestros resultados con los de una guitarra clásica. Las formas modales presentadas por Richardson en [18] (ver Figura 14), son prácticamente idénticas en baja frecuencia a las que se han presentado anteriormente en este trabajo (modos 2, 4 y 5). Gracias al nuevo grado de libertad introducido por el alma, no es sorprendente que aparezcan nuevos modos. En general, parece que los modos presentes en la guitarra clásica se mantienen en este nuevo prototipo, pero además surgen nuevos modos dominados por el movimiento individual de una de las dos tapas superiores, específicamente el 6 y el 7, como si estuvieran desacopladas. En particular, si la vibración de estos modos resultan en un radiación eficiente, podrían conducir a una mayor riqueza tímbrica del instrumento.

De forma similar, nuestros resultados se comparan en la Figura 15 con los datos de una guitarra clásica obtenidos en [19] con una configuración experimental similar. Además de la aparición de un nuevo modo alrededor de los 160 Hz , encontramos grandes diferencias en la región de baja frecuencia ($< 450\text{ Hz}$). Aunque por encima de esta región también se observan diferencias, principalmente motivadas por el aumento de modos debido al aumento de grados de libertad en el

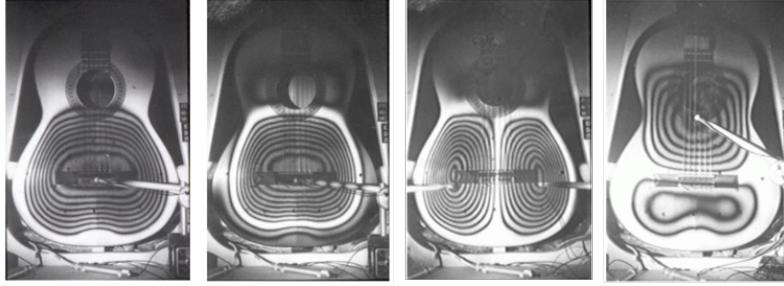


Figura 14: Formas modales de los cuatro primeros modos obtenidos por Richardson en [16].

sistema, consideramos que éstas son menos significativas y, sobretodo, que su interpretación es más complicada por la influencia de otros factores que escapan a este proyecto. Para ver cuánto se diferencian realmente los instrumentos en este rango de frecuencia, realizamos un promedio de las funciones de transferencia medidas. Este promedio se calcula utilizando un ancho de banda de 1000 Hz, y se representan en la Figura 15. Aunque los dos instrumentos muestran una respuesta de amplitud similar, la tendencia general obtenida al promediar difiere ligeramente. En particular, las magnitudes de nuestra guitarra permanecen por encima hasta aproximadamente los 1000 Hz y, después, disminuyen. Sin embargo, con esta información no se puede determinar si estas diferencias son significativas desde el punto de vista musical. Para ello, debe contrastarse con el estudio de las propiedades de radiación del instrumento.

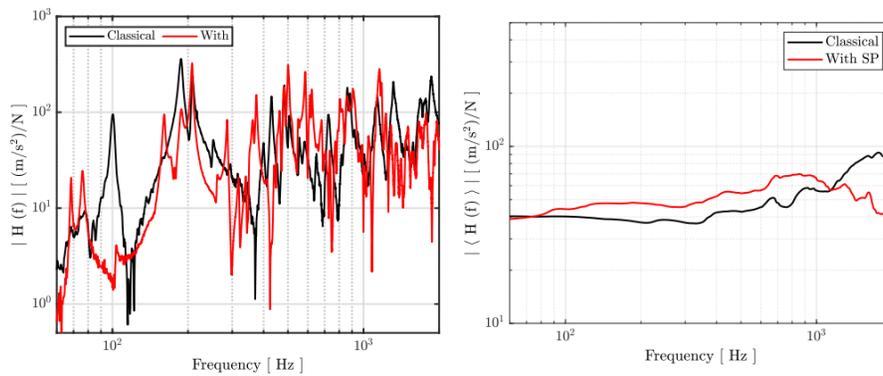


Figura 15: Izquierda: magnitud de las funciones de transferencia medidas. Derecha: funciones de transferencia promediadas utilizando un ancho de banda de 1000Hz. Curva negra: guitarra clásica; curva roja: guitarra estudiada con alma.

5.2.2. Resultados de la influencia de la posición del alma

El segundo aspecto que se ha estudiado respecto a la vibración del instrumento es la influencia de la posición del alma en la dinámica vibratoria de la guitarra. La Figura 8 muestra el conjunto de funciones de transferencia medidas en las distintas posiciones arbitrarias que se muestran en la Fig. 16. Como se ha comentado anteriormente, el alma parecía tener poca influencia en la región de alta frecuencia. En este caso comprobamos que la posición de ésta tampoco produce variaciones significativas en este rango. Mientras tanto, se observa una gran influencia en los modos de más baja frecuencia. Observando las funciones de transferencia encontramos que el movimiento del alma va acompañado de cambios tanto en las frecuencias como en las respuestas de amplitud de los primeros modos. Por ejemplo, la respuesta de amplitud del tercer modo (alrededor de 160 Hz) disminuye aproximadamente 20 dB cuando el alma se mueve de la posición Y a la Z.

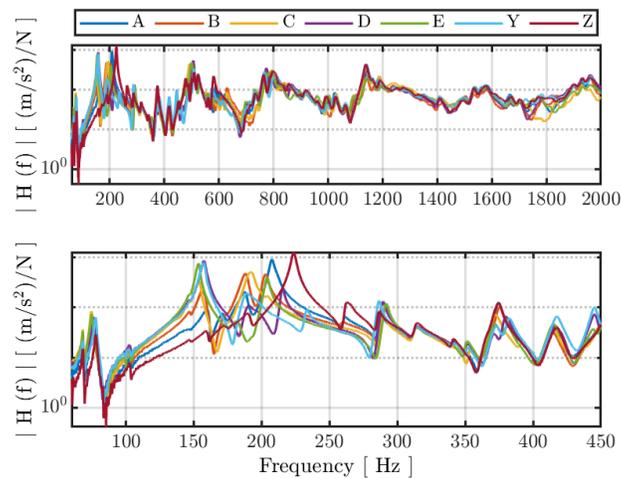


Figura 16: Magnitud de las funciones de transferencia medidas. Influencia de la posición del alma.

Respecto a estos resultados, hemos realizado un estudio estadístico de las variaciones en frecuencias y factores de amortiguamiento, como se ilustra en la Figura 17. Se han observado cambios significativos en la amortiguación modal, particularmente para el modo 4 a 190 Hz, que presenta una forma monopolo. Su desviación es aproximadamente un tercio del valor medio. En cuanto a las frecuencias, por ejemplo, hay variaciones de aproximadamente 10 Hz (5%) para el modo 5 a 205 Hz, que presenta principalmente una forma dipolar. Si estos modos desempeñan un papel importante en el sonido radiado, es probable que las alteraciones en su frecuencia y valores de amortiguación tengan consecuencias audibles.

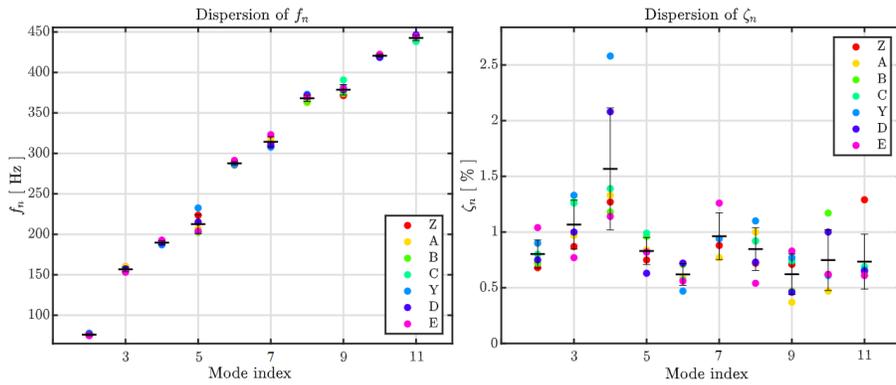


Figura 17: Influencia de la posición del alma: frecuencias modales identificadas (izquierda) y amortiguación modal (derecha). Cada modo está asociado con el valor de frecuencia media y la desviación estándar correspondientes. Cada color representa una posición del alma.

5.3. Resultados de radiación

De forma similar a lo observado en la vibración, se comprobó que los cambios más significativos en el espectro de radiación de la guitarra con alma y sin alma se encontraban en la región de baja frecuencia, de manera que, de nuevo, el análisis se realiza en este rango de frecuencias.

En primer lugar, en la Figura 18 se comparan los espectros de radiación a 1 metro de la distancia de la fuente con el espectro de vibración presentado anteriormente, para ambas configuraciones: sin alma y con el alma en la posición A. Podemos observar cómo, sobre todo en la configuración con alma, encontramos los mismos picos de amplitud en las frecuencias de resonancias encontradas durante los experimentos de vibración, de manera que podemos extrapolar los resultados comentados en el apartado anterior para estos resultados de radiación, siendo su consecuencia directa la potencia y timbre del instrumento. Esto es un acontecimiento importante ya que las medidas fueron realizadas en laboratorios diferentes, en épocas distintas del año. Las desviaciones que se presentan pueden estar debidas principalmente a ligeros cambios en la afinación del instrumento, así como en la diferencia de temperatura y humedad del ambiente.

En la configuración con alma, observamos en la Fig. 19 un pico de radiación en el modo a 187 Hz. Observando las formas modales de la Figura 21, podemos deducir que se trata de una forma modal existente, no sólo en la guitarra con alma, sino también, en la guitarra sin alma, en el que la tapa primaria (T1) y secundaria (T2) se mueven en fase, acopladas por elementos estructurales (aire y bordes del instrumento). Al insertar el alma, su acoplamiento se vería reforzado, aumentando la superficie vibrante de T1 y resultando así en una radiación más eficiente (aumento del 156 %). De forma contraria, el modo a 159 Hz disminuye su potencia de radiación al insertar el alma un 34 %, como puede observarse en la Figura 19 (sin alma encontramos este modo a 130 Hz). La introducción del alma en este caso, como se ha comentado anteriormente, genera un nodo que disminuye la superficie de vibración en T1, resultando en una radiación menos eficiente. Esto

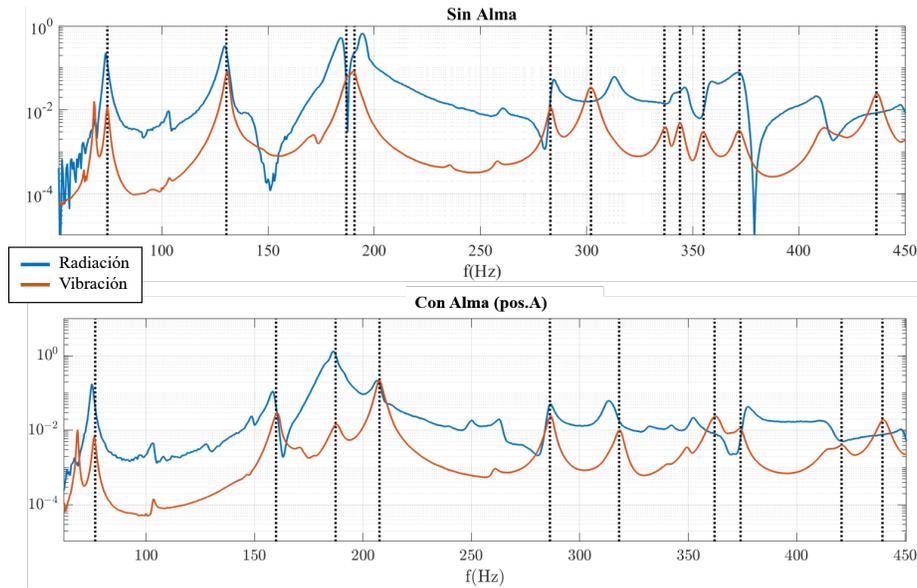


Figura 18: Representación del espectro de potencia de radiación $[(Pa/N)^2]$ en azul y del espectro promedio de potencia de vibración $[(m/s^2)/N]^2$ en rojo, tanto para la configuración con alma como sin alma. Las líneas verticales discontinuas indican las frecuencias modales identificadas anteriormente en los experimentos de radiación.

sucede de forma similar, aunque en menor medida, en el modo a 207 Hz.

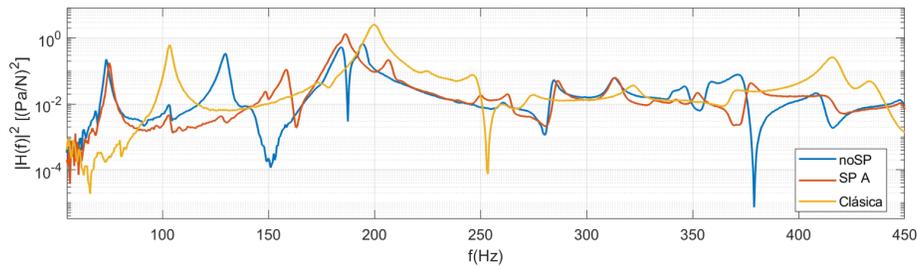


Figura 19: Representación del espectro de potencia de radiación de la guitarra sin alma en azul, con alma en la posición A en rojo y de la guitarra clásica de diseño habitual en amarillo.

En esta Figura 19 se comparan también los resultados de la guitarra estudiada con los de una guitarra clásica, siguiendo el mismo procedimiento experimental. Igual que en el caso vibratorio, encontramos en nuestra guitarra un número mayor de modos que en la guitarra clásica, lo que se traduce en una riqueza tímbrica mayor. Además, destaca el hecho de que la primera frecuencia de resonancia (resonancia de Helmholtz), tanto en el caso con alma como sin alma, es aproximadamente 50 Hz menor que en la guitarra clásica, lo que concuerda con las observaciones repetidas

de los instrumentistas, que aseguran que se trata de una guitarra "con muchos graves". Dado que las dimensiones de la caja de resonancia se construyeron siguiendo el patrón de la guitarra clásica usual, este corrimiento hacia frecuencias más graves debe estar provocado principalmente por el tamaño de la superficie de la abertura, que es considerablemente mayor a la de las aberturas circulares típicas.

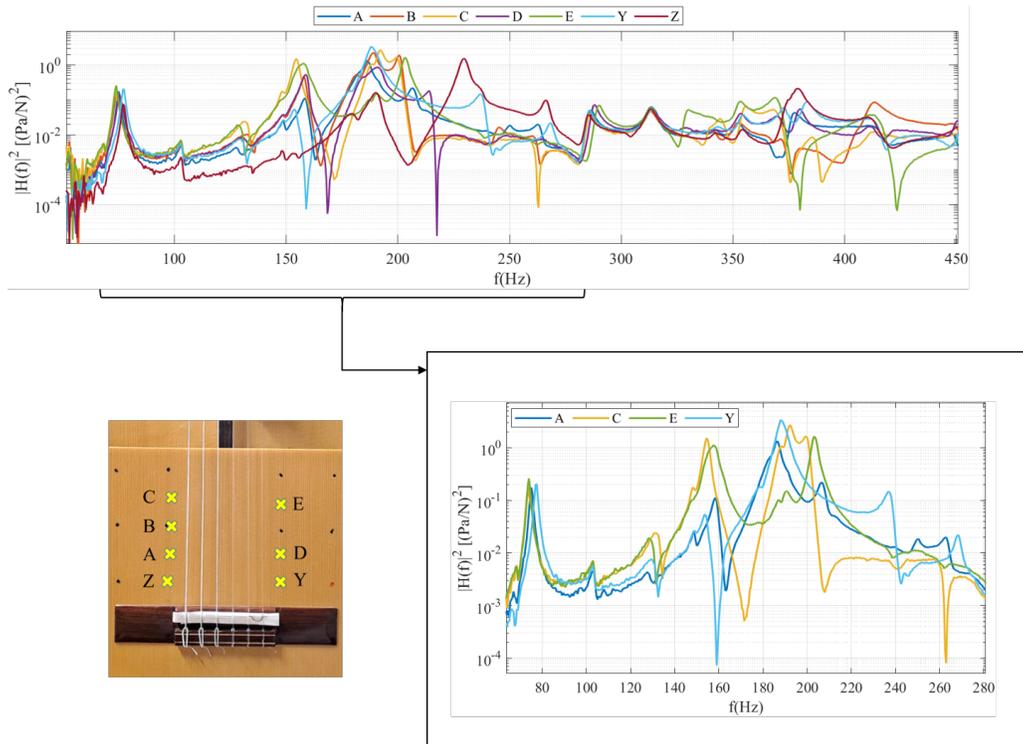


Figura 20: Representación del espectro de potencia de radiación de la guitarra para distintas posiciones de alma.

Por último, se estudió la influencia de la posición del alma en la radiación del instrumento, colocando el alma en las mismas posiciones que en el estudio de vibración. Estos resultados se muestran en la Figura 20. Podemos observar como la frecuencia de la primera resonancia permanece prácticamente inalterada, lo que nos indica que se trata efectivamente de una resonancia tipo Helmholtz y que no depende de la presencia del alma. Además, observamos en la región entre los 270 Hz y 330Hz, aproximadamente, un par de resonancias que tampoco se ven alteradas por la presencia del alma. Sin embargo, existe una zona, entre los 100 y 250 Hz, en la que los cambios son extremadamente significativos. Por ejemplo, podemos observar un comportamiento completamente diferente en la configuración Z, en la que se pierde por completo el pico a 160 Hz, presente en el resto de configuraciones en mayor o menor medida, así como la aparición de un modo, con una gran amplitud de radiación, en los 225 Hz. Esto nos indica que en esta configuración, el timbre

del instrumento es completamente diferente al resto de configuraciones.

Además, en esta misma figura, se han resaltado cuatro de estas configuraciones, en las que, comparando sus espectros de potencia, podemos observar cambios significativos en las amplitudes y frecuencias de sus resonancias, así como en la distribución general de la potencia. Podemos observar cómo las posiciones C y E presentan mayor distribución de energía en las frecuencias más bajas, mientras que en la posición Y o A, la energía parece distribuirse en mayor medida en frecuencias más altas, dentro de este rango de baja frecuencia. Esto concuerda con las observaciones de los instrumentistas que, en general, colocaban el alma en posiciones cercanas al punto E, buscando un sonido más grave y "redondo" del instrumento, y lo que nos indica que los cambios de timbre del instrumento al variar la posición del alma son perceptibles, al menos para el guitarrista.

6. Conclusiones

Basándonos en el análisis modal, este trabajo ha explorado las características de un nuevo diseño de guitarra, en el cual la tapa armónica consta de dos placas separadas y acopladas mediante un alma. Se han abordado dos preguntas esenciales: (i) ¿en qué se diferencia la nueva guitarra de otras guitarras? y (ii) ¿cómo afecta el alma a la dinámica y acústica del instrumento? A partir de nuestro análisis, encontramos que la guitarra probada comparte características modales con una guitarra clásica convencional. Así, los modos principales de órdenes inferiores se distribuyen en el mismo rango de frecuencias, siguen el mismo orden y presentan formas modales similares. Sin embargo, el alma introduce nuevos modos que involucran movimientos controlados principalmente por una de las tapas armónicas, como si estuvieran aislados. En cuanto a la influencia del alma, las diferencias más notables se observan en el rango de frecuencias bajas, por debajo de los 450 Hz. Se evidencian claramente cambios en las frecuencias modales, las formas modales y las respuestas de amplitud modal. Estos cambios se han observado tanto en el carácter vibratorio como en la radiación del instrumento, de manera que se ha comprobado que se trata de una guitarra cuyo sonido es muy diferente al de una guitarra clásica de diseño habitual, así como también se ha comprobado que distintas posiciones de alma conducen a timbres diferentes del instrumentos, lo que podría proporcionar una variedad de cualidades y posibilidades musicales completamente innovadoras al instrumento.

Además, durante este proyecto se han desarrollado técnicas innovadoras para el análisis vibroacústico de instrumentos musicales. Hemos podido comprobar que este tipo de análisis conjunto del comportamiento vibratorio de las superficies del instrumento junto con su espectro de radiación proporciona una amplia información sobre las características acústicas del instrumento y cómo abordar con exactitud distintas configuraciones. Los resultados de este estudio se presentaron en una comunicación [20] para el 54º congreso español de acústica, Tecniacústica 2023, celebrado en Cuenca en octubre de este mismo año, en el que además se realizó una presentación oral con los resultados de radiación más significativos.

Por otro lado, se ha desarrollado un marco teórico, basado en una primera aproximación del sistema a un modelo físico unidimensional. Se trata de un modelo limitado: el problema real tri-

dimensional consta de un número considerablemente mayor de grados de libertad, así como más canales de acoplamiento entre las tapas a parte del alma (aire, bordes del instrumento), y el acoplamiento adicional con la tapa trasera de la guitarra. Para una simulación más precisa, debería recurrirse a métodos numéricos que permitan la resolución de sistemas más complejos, como el Método de Elementos Finitos. Sin embargo, en nuestra simulación hemos encontrado comportamientos similares a los observados experimentalmente que han permitido entender en una primera aproximación el comportamiento del sistema, como la aparición de más modos que en una guitarra convencional debido a la presencia de la segunda tapa y el alma; combinaciones en fase y contra-fase de los modos de las tapas, así como la creación de nodos en la posición de contacto del alma con las placas y el comportamiento en baja frecuencia del alma como cuerpo rígido.

Más allá de este estudio, centrado en interpretar el carácter vibro-acústico del instrumento, queda mucho trabajo por hacer para comprender realmente la gama completa de efectos musicales que puede proporcionar este nuevo prototipo. Finalmente, es genuinamente importante destacar que esta nueva guitarra abre una nueva frontera en el diseño de guitarras acústicas, arraigado a la tradición durante siglos. Este trabajo ofrece un amplio recorrido para explorar nuevas dinámicas y nuevas formas de instrumentos con, tal vez, nuevas posibilidades musicales.

7. Bibliografía

- [1] Rossing, T.D, *The sciences of string instruments*, Springer, New York, 2010
- [2] R. M. French, *Acoustic Guitar Design*. Springer, 2004. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-89381-1>.
- [3] I. Perry. *Sound radiation measurements on guitars and other stringed musical instruments*, Phd thesis, Cardiff University, 2014.
- [4] R.M. French, *Engineering the Guitar: Theory and Practice*, Springer, New-York, 2009.
- [5] Stetson KA. (1981). *On Modal Coupling in String Instrument Bodies*. *Journal of Guitar Acoustics*, 3: 23–31.
- [6] J.C. Schelleng, “The action of the soundpost,” *Catgut Acoust. Soc. Newsl.*, vol. 16, 1971.
- [7] G. Bissinger, “Some mechanical and acoustical consequences of the violin soundpost,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 97, pp. 3154–3164, 1995.
- [8] H.O. Saldner, N.E. Molin, and E.S. Jansson, “Vibration modes of the violin forced via the bridge and action of the soundpost,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 100, pp. 1168–1177, 1996.
- [9] M.C. Nadarajah, *The mechanics of the soundpost in the violin*, Phd thesis, Cambridge University, 2018
- [10] T.J.W. Hill, B.E. Richardson, and S.J. Richardson, “Analysis of guitar tones for various structural configurations of the instrument,” *Acustica-Acta acustica*, vol. 82, pp. 793–796, 1996.
- [11] N. E Molin, A. O. Wahlin, and E. V. Jansson, “Transient wave response of the violin body,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 88, pp. 2479–2481, 1990.
- [12] C. Gough, “Violin plate modes,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 137, pp. 139–153, 2015.
- [13] J. E. McLennan, *The soundpost in the violin*, Balbo Press, 2020.

- [14] R.J. Allemang and D.L. Brown, *Experimental Modal Analysis.*, Chapter 21, 2001.
- [15] G. Cuzzucoli and M. Garrone, *Classical guitar design*, Springer, Switzerland, 2020.
- [16] J. Woodhouse and R.S. Langley, “Interpretating the input admittance of violins and guitar,” *Acustica-Acta acustica*, vol. 98, pp. 611–628, 2012.
- [17] Juang, J., *Applied System Identification*, PTR Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1994.
- [18] B.E. Richardson, “The acoustical development of the guitar,” *Catgut Acoust. Soc. J.*, vol. 2, 1994.
- [19] J. Antunes and V. Debut, “Dynamical computation of constrained flexible systems using a modal Udwadia-Kalaba formulation: Application to musical instruments,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 141, pp. 764–778, 2017
- [20] E. Torres, P.V. Carvalho, R. Picó and V. Debut, ”Vibration And Acoustic Radiation Of A Guitar With Coupled Front And Back By A Soundpost”, *Tecniacústica*, 2023. https://documentacion.sea-acustica.es/publicaciones/Cuenca23/Abs_158.pdf

8. Anexo

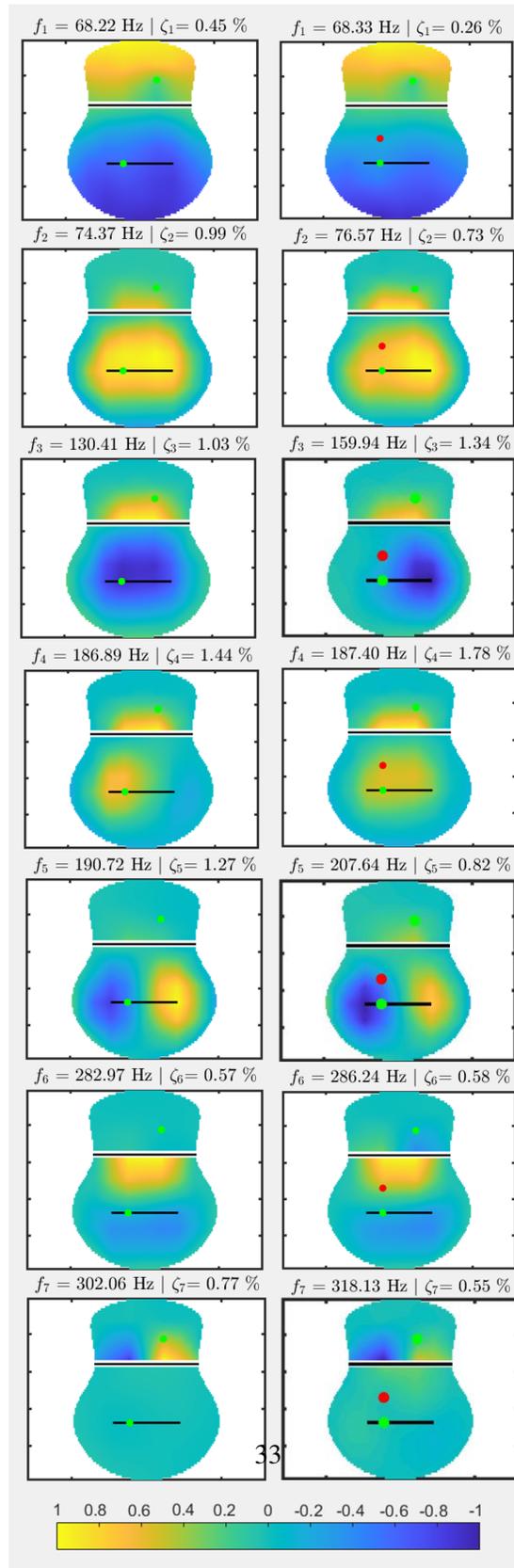


Figura 21: Primeras siete formas modales de la guitarra identificadas experimentalmente sin (izquierda) y con alma (derecha). Sólo se representa la parte real. También se muestran las frecuencias y factores de amortiguación correspondientes. Los puntos verdes indican las posiciones de los acelerómetros, mientras que el punto rojo representa la posición del alma.