

Notación

A	Constante
α	Coefficiente que afectará a la información dejada por las trazas
α_{inicial}	Solución inicial para el ángulo de inclinación de la FN
α_1	Coefficiente que representa el cociente entre los esfuerzos axiales producidos por las cargas de larga duración y los totales
$a(1,i)$	Dimensión transversal del soporte en la sección i
$a(1,\text{sup})$	Dimensión transversal del soporte en cabeza
$a(2,i)$	Dimensión longitudinal del soporte en la sección i
$a(2,\text{sup})$	Dimensión longitudinal del soporte en cabeza
A_c	Área de hormigón de la sección
A_{clz}	Armado caras laterales zapata
A_{cm}	Número de cercos de $\varnothing 16$ a disponer en la cabeza del soporte
A_{cp}	Armado cabeza soporte
A_{en}	Ambiente de exposición enterrado
A_{ex}	Ambiente de exposición externo
A_i	Ambiente de exposición interno
A_l	Dimensión longitudinal del apoyo en la cabeza del soporte
A_{smal}	Número de barras de $\varnothing 20$ a disponer bajo apoyos en dirección longitudinal
A_{smat}	Número de barras de $\varnothing 20$ a disponer bajo apoyos en dirección transversal + A_{smsu}
A_{sml_i}	Número de barras de $\varnothing 20$ a disponer en la parte inferior de la cabeza del soporte en dirección longitudinal
A_{smt_i}	Número de barras de $\varnothing 20$ a disponer en la parte inferior de la cabeza del soporte en dirección transversal
A_{smsu}	Número de barras de $\varnothing 20$ a disponer bajo apoyos en dirección transversal + A_{smat}
A_t	Dimensión transversal del apoyo en la cabeza del soporte
β	Coefficiente
β_1	Coefficiente que representa el cociente entre los esfuerzos flectores producidos por cargas de larga duración y los totales
B-500-S	Acero para armar con un límite elástico de proyecto de 500 Mpa
$b(1,i)$	Espesor dimensión longitudinal soporte en la sección i
$b(2,i)$	Espesor dimensión transversal soporte en la sección i
$b_{aes}(1,i)$	Número de barras exteriores del soporte en la dirección transversal sección i
$b_{aes}(2,i)$	Número de barras exteriores del soporte en la dirección longitudinal sección i
$b_{ais}(1,i)$	Número de barras interiores del soporte en la dirección transversal sección i
$b_{ais}(2,i)$	Número de barras interiores del soporte en la dirección longitudinal sección i
b_{zl}	Número de barras en la base zapata dirección longitudinal

b_{zt}	Número de barras en la base zapata dirección transversal
C	Curvatura
$C(k)$	Coste del individuo k
$C_e(k)$	Coste escalado para un individuo k
C_m	Menor coste entre todas soluciones encontradas hasta el momento en una ejecución
C_{me}	Menor coste de la etapa correspondiente
$C_p(k)$	Coste penalizado del individuo k
C_x	Curvatura de eje x
C_y	Curvatura de eje y
δ	Factor de elitismo
d	Distancia desde la cabeza del soporte a la sección i
d_1	Canto de la zapata sin considerar el plinto (en caso de que tenga)
d_2	Canto del plinto de la zapata
$d_{cl}(i)$	Diámetro cercos dirección longitudinal en la sección i del soporte
$d_{ct}(i)$	Diámetro cercos dirección transversal en la sección i del soporte
$d_{iaes}(1,i)$	Diámetro barras exteriores dirección transversal en la sección i del soporte
$d_{iaes}(2,i)$	Diámetro barras exteriores dirección longitudinal en la sección i del soporte
$d_{iais}(1,i)$	Diámetro barras interiores dirección transversal en la sección i del soporte
$d_{iais}(2,i)$	Diámetro barras interiores dirección longitudinal en la sección i del soporte
D_k	Espacio de posibles valores de x
d_{psl}	Diámetro barras superior plinto dirección longitudinal
d_{pst}	Diámetro barras superior plinto dirección transversal
D_1, D_2, \dots, D_n	Desplazamientos en los nodos $1, 2, \dots, n$.
D_t	Densidad de las tierras
d_x	Distancia en x entre los dos puntos más alejados de una sección en esta dirección
d_y	Distancia en y entre los dos puntos más alejados de una sección en esta dirección
d_{zbl}	Diámetro de las barras en la base de la zapata dirección longitudinal
d_{zbt}	Diámetro de las barras en la base de la zapata dirección transversal
d_{zsl}	Diámetro de las barras en la parte superior de la zapata dirección longitudinal
d_{zst}	Diámetro de las barras en la parte superior de la zapata dirección transversal
ϵ	Euros
ϵ	Deformación
ϵ_c	Deformación del hormigón
ϵ_{c1}	Deformación del hormigón para la tensión máxima
$\epsilon_{c,lim}$	Deformación máxima del hormigón
EA	Rigidez a axil de la sección
E_{cj}	Módulo instantáneo de deformación secante del hormigón a la edad de j días

E_{ci}	Módulo de deformación tangente del hormigón
e_{cx}	Excentricidad en cabeza del soporte en dirección longitudinal
EI	Rigidez a flexión
EI_x	Rigidez a flexión de eje x
EI_y	Rigidez a flexión de eje y
ε_m	Deformación a axil
evap	Coefficiente de evaporación
E_s	Módulo de deformación longitudinal del acero
f	Factor de penalización
φ	Coefficiente de fluencia
φ^*	Coefficiente de fluencia reducido
F_i	Fuerzas aplicadas en el nodo i
$f(\mathbf{x})$	Función objetivo
f_{cd}	Resistencia de cálculo del hormigón en compresión
f_{ck}	Resistencia a compresión simple de proyecto considerada para el hormigón
$f_{cks(i)}$	Tipo de hormigón en la sección i del soporte
f_{ckz}	Tipo de hormigón de la zapata
f_{cm}	Resistencia media del hormigón
$f_{cm,j}$	Resistencia media del hormigón a la edad de j días
f_i	Flecha en cabeza del soporte en la iteración i
f_{u1}	Fuerza perpendicular a la sección aplicada en el nodo dorsal
f_{u2}	Fuerza perpendicular a la sección aplicada en el nodo frontal
f_x	Flecha en cabeza del soporte en la dirección de avance de PKs
f_{x1}	Fuerza en la dirección x de la sección aplicada en el nodo dorsal
f_{x2}	Fuerza en la dirección x de la sección aplicada en el nodo frontal
f_y	Flecha en cabeza del soporte en la dirección perpendicular al avance de PKs
f_{y1}	Fuerza en la dirección y de la sección aplicada en el nodo dorsal
f_{y2}	Fuerza en la dirección y de la sección aplicada en el nodo frontal
f_{yd}	Resistencia de cálculo del acero
γ_1	Factor de escala
γ_2	Factor de escala
$\mathbf{g}(\mathbf{x})$	Vector de restricciones de inequación
$\mathbf{h}(\mathbf{x})$	Vector de restricciones de igualdad
h	Canto total de la sección
H	Número de hormigas
HA-25,	Hormigón con una resistencia de proyecto a compresión de 25 Mpa, 30 Mpa,...
HA-30,...	
H_m	Altura zona maciza soporte

H_s	Altura soporte
H_t	Altura trepa encofrado
h_z	Canto total de la zapata
I_x	Momento de inercia de la sección respecto a su eje x
I_y	Momento de inercia de la sección respecto a su eje y
ΔC	Variación de costes
$\Delta \sigma_s$	Variación de tensiones experimentada por el acero
K	Matriz de rigidez
K_1, K_2, \dots, K_n	Rigideces de los soportes más sus aparatos de apoyo en dirección longitudinal y transversal
$K_{11}^{n-j}, K_{12}^{n-j}$	Matrices de rigidez del elemento que irán del nodo n-j al n-j-1 en la matriz de rigidez total, siendo j menor que n.
$K_{21}^{n-j}, K_{22}^{n-j}$	
K_{apoyos}	Rigidez de los apoyos
K_{conj}	Rigidez del conjunto apoyos y tablero
K_G	Matriz de rigidez geométrica
K_L	Matriz de rigidez lineal
$K_{tableros}$	Rigidez del tablero
Kg	Kilogramos
KN	Kilonewton
L	Longitud del elemento de la matriz de rigidez
l_0	Longitud eficaz de la pieza aislada
L_p	Dimensión longitudinal del plinto
m	Metros
m_p	Media poblacional
M_d	Momento solicitante de cálculo
M_{LD}	Momentos flectores producidos por cargas de larga duración (permanentes)
M_T	Momentos flectores totales
M_x	Momento de eje x
M_{x1}	Momento de eje x de la sección aplicado en el nodo dorsal
M_{x2}	Momento de eje x de la sección aplicado en el nodo frontal
M_{xd}	Momentos de cálculo de eje x
M_y	Momentos de eje y
M_{y1}	Momento de eje y de la sección aplicado en el nodo dorsal
M_{y2}	Momento de eje y de la sección aplicado en el nodo frontal
M_{yd}	Momentos de cálculo de eje y
MPa	Mega Pascales
n	Número de secciones base del soporte

N	Normativa empleada
N_a	Número de apoyos del tablero en el soporte
N_{ct}	Número de capas de armadura en la base de la zapata en la dirección transversal
N_{cl}	Número de capas de armadura en la base de la zapata en la dirección longitudinal
N_d	Axil aplicado
N_{LD}	Axiles producidos por cargas de larga duración (permanentes)
N_T	Axiles totales
$\eta(t,k,i,j)$	Matriz de visibilidad para la etapa t, hormiga k, variable i, posición j
$\eta(t,i,j)$	Matriz de visibilidad para la etapa t, todas las hormigas, variable i, posición j
netapas	Número de etapas
$P(t,k,i,j)$	Probabilidad de que la hormiga k en la etapa t seleccione la posición j de la variable i
p_m	Probabilidad de mutación
θ_{x1}	Giro de eje x de la sección en el nodo dorsal
θ_{x2}	Giro de eje x de la sección en el nodo frontal
θ_{y1}	Giro de eje y de la sección en el nodo dorsal
θ_{y2}	Giro de eje y de la sección en el nodo frontal
$Pend_l$	Pendiente longitudinal del soporte
$Pend_t$	Pendiente transversal del soporte
PKs	Puntos kilométricos
PL	Apoyo POT que permite el movimiento en dirección longitudinal y en transversal
PU	Apoyo POT que permite el movimiento únicamente en dirección longitudinal
R	Valor aleatorio comprendido entre 0 y 1
r	Radio de curvatura
r_x	Radio de curvatura de eje x
r_y	Radio de curvatura de eje y
R_a	Resto de acciones sobre la pila
R_1	Reacciones apoyo 1
R_2	Reacciones apoyo 2
R_{viento}	Reacción del viento del tablero sobre la pila en KN
RLON90	Pila de 90 m con la pendiente de las caras orientadas en sentido perpendicular al avance de PKs variable
RLT90	Pila de 90 m con la pendiente de las caras variables en ambas direcciones
RTRA90	Pila de 90 m con la pendiente de las caras orientadas en sentido de avance de PKs variable
S	Desviación típica
S_a	Separación apoyos
σ	Tensión
σ_c	Tensión en el hormigón

$\sigma_{c,max}$	Máxima tensión de compresión en una fibra de la sección
$\sigma_{c,min}$	Mínima tensión de compresión en una fibra de la sección
$T(k,i,j)$	Matriz de trazas para la etapa t, hormiga k, variable i, posición j
$T(t,i,j)$	Matriz de trazas para la etapa t, todas las hormigas, variable i, posición j
$T_i(t,i,j)$	Valor total de la matriz de trazas en la etapa t, variable i y posición j
$T(t,i)$	Valor total de la matriz de trazas en la etapa t para la variable i
T_{adm}	Tensión admisible terreno
τ_{max}	Máxima tensión de cortante bajo la combinación frecuente
τ_{min}	Mínima tensión de cortante bajo la combinación frecuente
T_{max}	Máxima tensión en el terreno
T_{min}	Mínima tensión en el terreno
$t_{N-1}^{\alpha/2}$	Valor correspondiente de la t de Student
T_p	Dimensión transversal plinto
τ_{rd}	Tensión resistida a cortante por cálculo
T_z	Dimensión transversal zapata
S	Desviación típica
$s(k)$	Solución construida por la hormiga k
$s_{epc}(i)$	Separación de los cercos en la sección i del soporte
sg	Segundos
u_1	Desplazamiento en la dirección perpendicular a la sección en el nodo dorsal
u_2	Desplazamiento en la dirección perpendicular a la sección en el nodo frontal
W_1	Módulo resistente de la sección bruta relativo a la fibra más traccionada
w_{max}	Abertura de fisura máxima permitida en una sección
\mathbf{x}	Vector de variables con dimensión n
\bar{x}	Media muestral
x_1	Desplazamiento en la dirección del eje x en el nodo dorsal de la sección
x_2	Desplazamiento en la dirección del eje x en el nodo frontal de la sección
y_1	Desplazamiento en la dirección del eje y en el nodo dorsal de la sección
y_2	Desplazamiento en la dirección del eje y en el nodo frontal de la sección

Acrónimos

BS 8110	British Standard 8110
AC	Ant Colony
ACI	American Concrete Institute
ACO	Ant Colony Optimization
ACS	Ant Colony System
ADIF	Administrador de Infraestructuras Ferroviarias
AISC	American Institute of Steel Construction
AS	Ant System
ASO1	Ant System Optimization 1
ASO2	Ant System Optimization 2
CPU	Central Processing Unit
DLS	Descent Local Search
EA	Evolutionary Algorithm
ELS	Estado Límite de Servicio
ELU	Estado Límite Último
FB	Gradiente First Best
GA	Genetic Algorithm
GB	Gradiente Global Best
GDA	Great Deluge Algorithm
GEN1	Algoritmos genéticos con codificación binaria
GEN2	Algoritmos genéticos con codificación mediante representación natural
GPRC	Grupo de Procedimientos de Construcción, Optimización y Análisis de Estructuras
GRASP	Greedy Randomized Adaptative Search Procedure
IA	Immune Algorithm
ILS	Iterated Local Search
MA	Memetic Algorithm
OBA	Old Bachelor Acceptance
RAM	Random Access Memory
RNA	Red Neuronal Artificial
RW	Random Walk
SA	Simulated Annealing
SMOSA	Método de Suppapitnarm para la optimización multiobjetivo mediante la cristalización simulada
STSA	Structural Topology and Shape Annealing
TA	Threshold Accepting

TS Tabu Search
VNS Variable Neighborhood Search

PARTE I
INTRODUCCIÓN Y ESTADO DEL ARTE

Capítulo 1. INTRODUCCIÓN

El proyecto tradicional de estructuras es un proceso iterativo: se parte de una estructura inicial y realizando unos ajustes y correcciones se llega a la solución final. En este Capítulo se describe por un lado el método de diseño tradicional y por otro el diseño automatizado utilizando métodos heurísticos. Se hablará sobre la necesidad de la optimización estructural y se describirá la estructura a estudiar en este trabajo, que es la pila rectangular hueca de hormigón armado. Finalmente se comentarán los objetivos y la estructura del mismo.

1.1 Diseño de estructuras y necesidad de optimización

El proceso tradicional de diseño de estructuras se basa en reglas prácticas de predimensionamiento, generalmente aceptadas y sancionadas por la práctica, cuya aplicación permite al proyectista establecer unas geometrías y elegir unos materiales de manera previa al cálculo. Sobre el diseño inicial se van introduciendo ajustes y correcciones, hasta obtener al final la estructura proyectada, siendo el proyecto un proceso iterativo, tal como muestra la Figura 1.1. La normativa proporcionará al proyectista tanto las metodologías de análisis como los niveles de seguridad mínimos que la obra debe alcanzar.

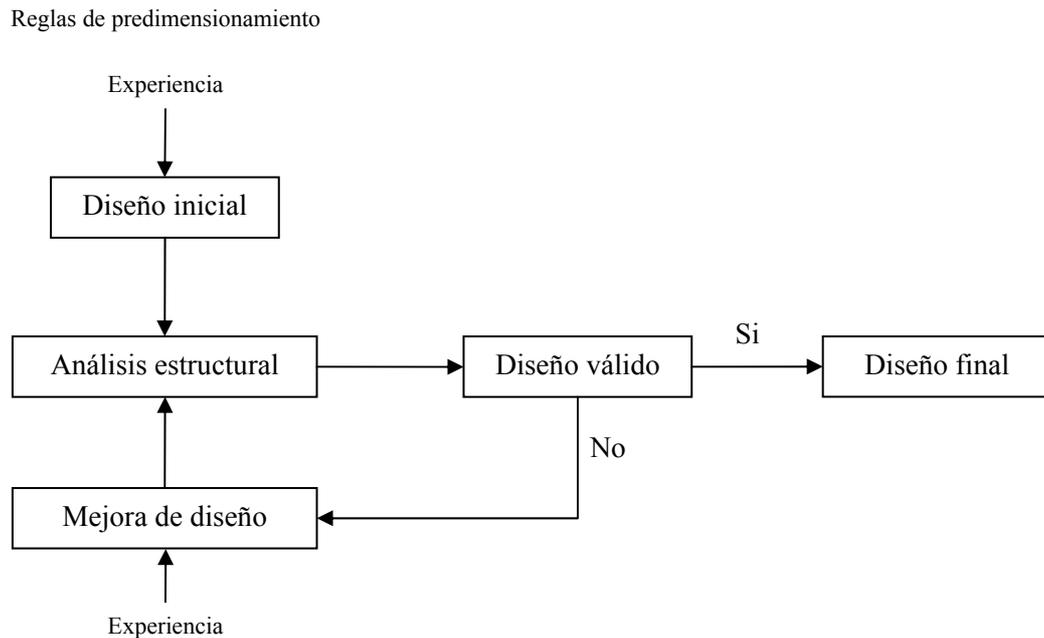


Figura 1.1: Método de diseño tradicional

Este proceso incluye etapas en las que un proyectista debe tomar decisiones de carácter subjetivo. Dos proyectistas pueden obtener soluciones estructurales diferentes a un problema concreto, aún cumpliendo estrictamente las normas aplicables, debido al gran número de variables y sus posibilidades para combinarlas. Siendo múltiples las soluciones técnicas posibles, la elección más adecuada deberá incluir criterios de optimización económica entre otros.

La utilización de ordenadores personales, en diferentes partes del proyecto, ha significado la realización de un diseño asistido. En la actualidad se dispone de un vasto número de herramientas de análisis y dimensionamiento automático, para casi todos los tipos estructurales, pero no es frecuente que incluyan módulos de optimización. La optimización de estructuras no se ha llevado a cabo de forma generalizada y sistemática para cada estructura proyectada, ello se debe a que añade una complejidad en el análisis que dificulta la tarea de proyecto más allá de lo que la práctica puede admitir. No hay que olvidar que cada estructura proyectada es única: se desarrolla en un sitio particular, con unas condiciones de contorno, unos precios de los materiales, mano de obra, etc, que dependen del sitio y del momento concreto.

A falta de técnicas de optimización cuya aplicación práctica sea sencilla las estructuras que se construyen resultan funcionales, eficaces, seguras y alcanzarán diseños óptimos gracias a la experiencia del proyectista. Para ello desarrollará criterios de predimensionamiento cada vez más

ajustados, y aún así, nunca llegará a saber lo próxima que está la obra proyectada de la solución de coste mínimo. La cuestión es si este proceso se puede realizar de manera automatizada con el propósito de diseñar y optimizar la estructura. En este trabajo se presenta un método de diseño automatizado, en el que fundamentalmente son dos las herramientas necesarias:

- Una capaz de evaluar los estados límite de manera automatizada, que compruebe la estructura según la normativa vigente. La optimización requerirá un gran número de veces en los que se comprueba la estructura.
- Otra para optimizar, capaz de realizar las siguientes dos tareas:
 - Variación iterativa del diseño actual.
 - Evaluación del coste de diseño modificado con el propósito de aceptarlo, rechazarlo o centrar la búsqueda en una determinada dirección, según el tipo de búsqueda empleado.

El proceso de diseño automatizado y optimizado quedará como se muestra en la figura siguiente:

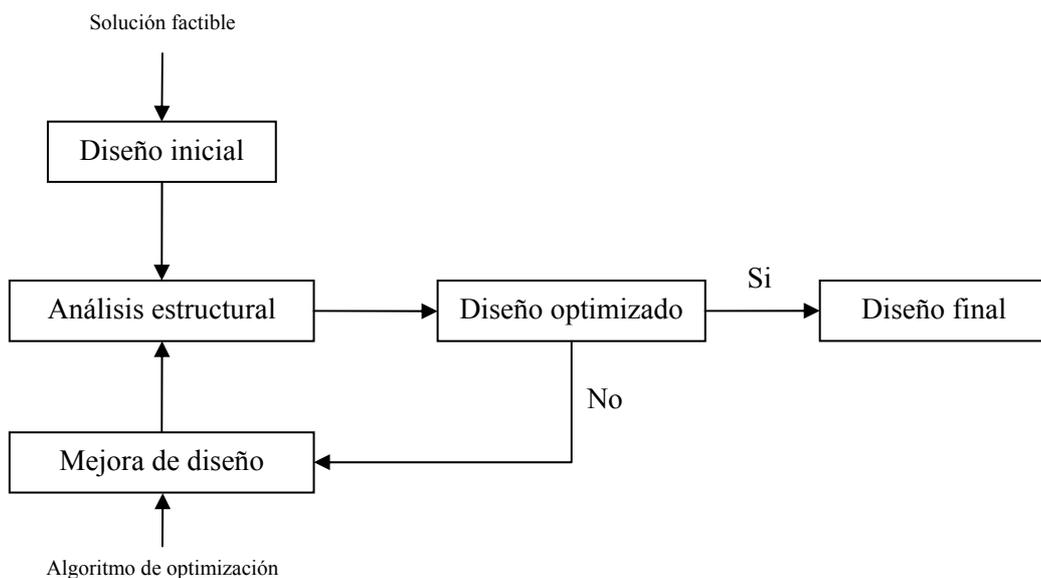


Figura 1.2: Método de diseño empleando métodos heurísticos

La herramienta de diseño presentada en este trabajo es capaz de diseñar y optimizar una estructura de manera automatizada. No son necesarias reglas de predimensionamiento, pues se parten de soluciones iniciales aleatorias, ni experiencia previa para obtener diseños económicos en un tiempo razonable. Los diseños finales consiguen ahorros importantes comparados con los de ingenieros experimentados.

El propósito será encontrar la estructura de menor coste posible, que cumpla normativa, sin partir de unos conocimientos o una experiencia previa. No hay que olvidar que estos métodos son una herramienta, que aportarán al ingeniero nuevas posibilidades en el diseño de una estructura, pero siempre deberá ser éste el que decida si la estructura resultante es válida y cuál es la mejor.

1.2 Las pilas rectangulares huecas de hormigón armado

Las pilas constituyen, junto con los estribos, el soporte del tablero en los puentes y viaductos. Su tipología es muy variada pues, en la mayoría de las ocasiones, las exigencias resistentes y funcionales no son tan estrictas como para que las determinen unívocamente. Solo en el caso de tableros muy altos, la forma de las pilas y sus dimensiones vienen bastante determinadas por los problemas de pandeo, por los esfuerzos producidos por el viento y el sismo, estos últimos, sólo si el puente se sitúa en zona sísmica. La pila en sí, junto con los apoyos y la cimentación, constituye además el vínculo del tablero con el terreno, en todo lo que se refiere a transmisión de cargas y movimientos relativos. La Figura 1.3 y la 1.4 muestran el alzado y la planta del viaducto que salva el barranco del Regajo.

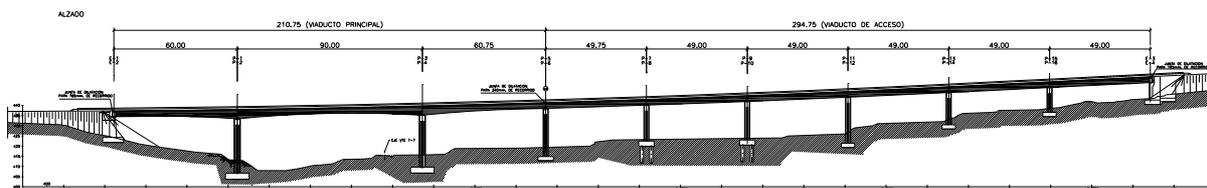


Figura 1.3: Alzado del viaducto del Regajo

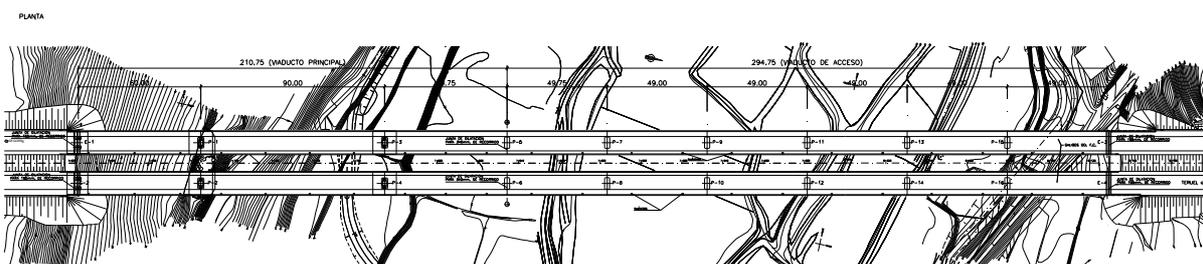


Figura 1.4: Planta del viaducto del Regajo

La pila objeto de estudio en el Capítulo 6 será la pila 1 del viaducto mostrado en las Figuras anteriores, dicho viaducto salva el barranco del Regajo en la Autovía A-23, Levante-Aragón-Somport, en su tramo: Río Palancia-Viver. Este viaducto consta de dos puentes de igual longitud, uno para la calzada derecha y otro para la izquierda y cada uno se divide en dos: el llamado de acceso y el principal. El

viaducto de acceso es de canto constante de 2.85 metros teniendo 6 vanos de 49 metros de luz cada uno. El principal consta de tres vano cuyas luces son 60-90-60 metros, el canto es de sección variable siendo en el estribo inicial y en la pila donde comienza el de acceso de 2.85 metros y en las dos pilas restantes de 4.50 metros. La sección transversal es en cajón con un ancho total de 11.80 metros. La pila 1 corresponde a la primera pila del viaducto principal en la calzada izquierda situándose entre el vano de 60 y el de 90 metros de luz. El apoyo del tablero sobre la pila se realizará sobre 2 apoyos de neopreno zunchados de dimensiones 1200x1200x148(113 neto). La Figura 1.5 muestra en un alzado y un perfil la geometría de la pila construida en el viaducto del Regajo.

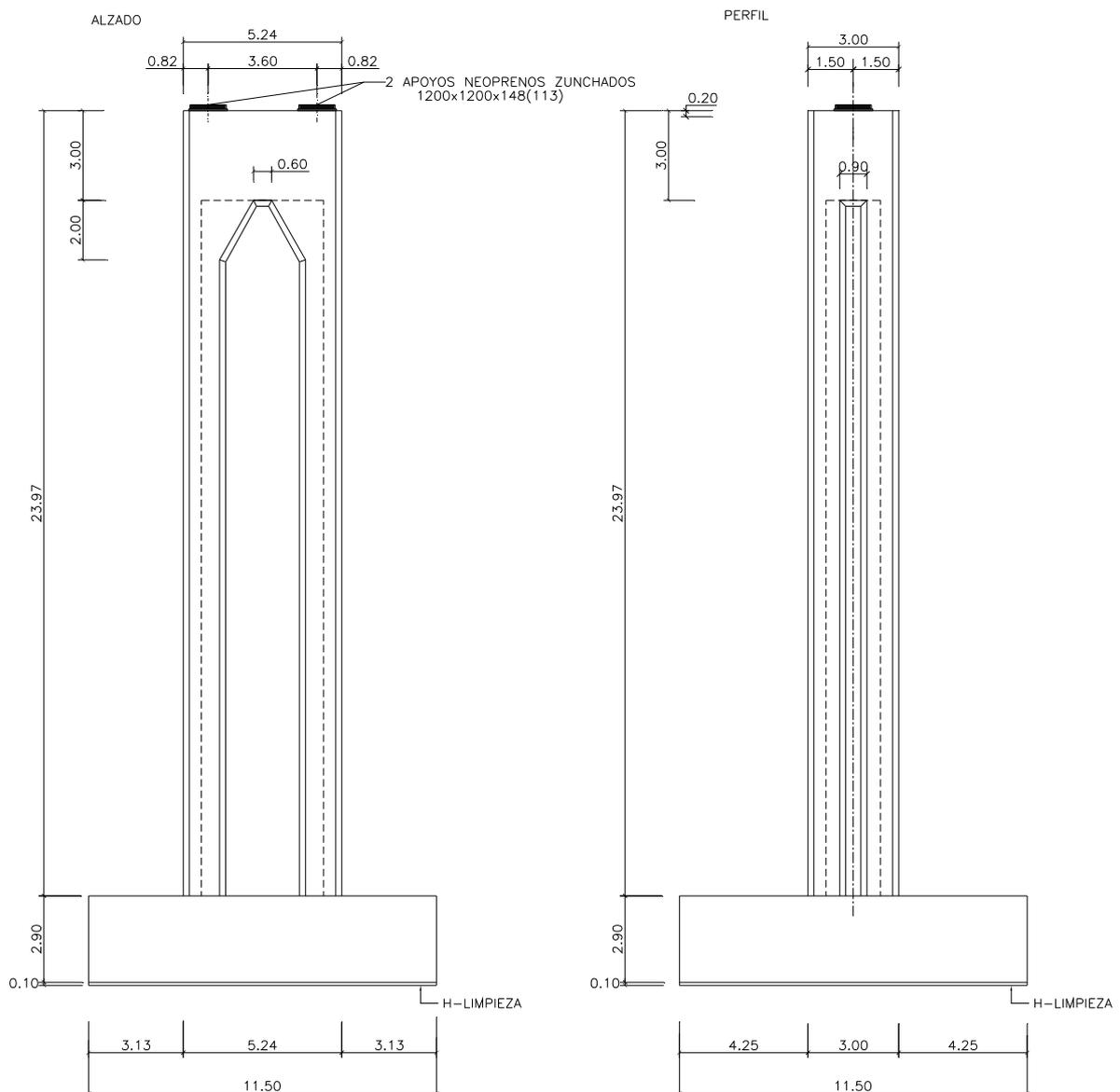


Figura 1.5: Pila 1 de la calzada izquierda del viaducto del Regajo

En los Capítulos 7, 8 y 9 se realizarán estudios paramétricos con diferentes alturas de soporte y diferentes luces de vano, tanto para viaductos de carretera como de ferrocarril. Las alturas de los soportes estudiados en los Capítulos 7 y 8 han sido de 20, 30, 40, 50 y 60 metros para vanos de luces de 40, 50 y 60 metros, siendo el Capítulo 7 dedicado a pilas situadas en viaductos de carretera y el 8 a pilas de viaductos de ferrocarril. En el Capítulo 9 se realizará un estudio paramétrico para pilas de 90 metros de altura, el viaducto que descansará sobre las pilas tendrá vanos de 60 metros de luz con uno central de 90 metros y será de carretera, las pilas a estudio se encontrarán entre el vano de 60 y el de 90 metros. Los apoyos en todos los soportes serán: uno unidireccional (guiado únicamente en sentido de avance de PKs) y otro multidireccional (guiado en avance de PKs y en la dirección perpendicular a dicho avance de PKs). La Figura 1.6 mostrará un detalle de los apoyos tipo POT con la cotas expresadas en milímetros.

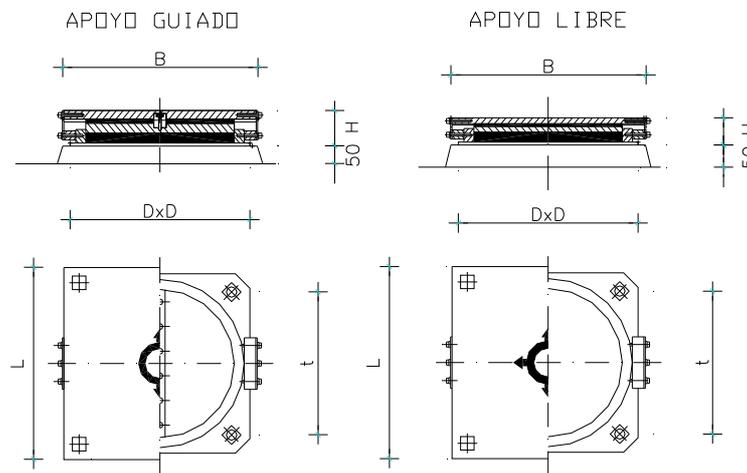


Figura 1.6: Detalle de apoyos tipo POT

La forma que van a adoptar las pilas en un puente va a depender fundamentalmente, además de la estética, del tipo y forma del tablero que soportan, de la altura de la misma, de dónde se encuentre situada (si se encuentra en un río deberá tener una forma lo más hidrodinámica posible). El tipo de cimentación a adoptar dependerá principalmente del tipo de terreno y de si es socavable o no por la presencia de un río.

La sección transversal ideal de una ménsula cargada, cuyo comportamiento se puede asimilar al del soporte, es la sección cajón. Debido a su gran radio de giro por área de sección, este tipo de sección es la que mejor resiste los esfuerzos de flexión proporcionados por la excentricidad de la sobrecarga, por las cargas horizontales aplicadas en cabeza de pila y a lo largo de su fuste. El comportamiento del soporte es una ménsula relativa y podrá ser diferente según consideremos el cálculo longitudinal y

transversal. En el caso del empuje transversal al eje del puente, que es lo más desfavorable dado que las cargas de viento son mayores en esa dirección por estar dirigidas en dirección del valle, las pilas y su respuesta se encuentran relacionadas entre sí a través del tablero. Este funciona como una viga elástica que reparte la carga entre las diversas pilas en función de la configuración general del puente y su reparto de inercias. Los apoyos colocados en pilas de gran altura suelen ser deslizantes en dirección longitudinal y estar coaccionados en transversal, al menos uno de los dos de la pila, por lo que el desplazamiento transversal entre la pila y el dintel son iguales. Esto hará que en tableros continuos las pilas más altas se apoyen en el dintel descargándose en las pilas más bajas y en los estribos. En la dirección longitudinal, paralela al eje del tablero, las solicitaciones horizontales importantes se deberán a los efectos ocasionados por las deformaciones impuestas por fluencia, retracción y diferencia de temperaturas. Para hacer frente a estas deformaciones es mejor contar con pilas poco rígidas pues sus efectos se minimizan mucho. Por lo dicho anteriormente el dimensionamiento lógico de una pila alta debe tener gran rigidez en sentido transversal al puente y pequeña en sentido longitudinal. Esta pequeña rigidez longitudinal deberá ser suficiente para evitar problemas de inestabilidad o de incremento importante de flexiones por no linealidad geométrica. La sección de la pila que cumple lo anterior es la rectangular, de sección hueca con paredes delgadas. Esta pila tiene gran rigidez a flexión y excelente radio de giro en las dos direcciones. Tiene además una gran rigidez a torsión.

En pilas altas es donde tiene sentido la optimización. Este trabajo se ha centrado en pilas rectangulares huecas de hormigón armado optimizando una pila concreta de un determinado puente o viaducto. Al pertenecer la pila a una estructura más amplia y haciendo el tablero como nexo de unión entre todos los alzados el proceso debería contemplar la optimización de todos los alzados simultáneamente y no el de cada elemento por separado. Dejando este caso para ser tratado en investigaciones futuras.

1.3 Objetivos del trabajo

Este trabajo tendrá dos objetivos principales: el primero consistirá en la búsqueda y comparación de diversos algoritmos de optimización que permitan obtener diseños automatizados de pilas rectangulares huecas de hormigón armado sin necesidad de un conocimiento previo de las mismas y el segundo objetivo es el de extraer conclusiones generales sobre las estructuras optimizadas, para lo cual se han parametrizado pilas de diferentes alturas con distintas luces de vanos tanto para tableros de viaductos de carretera como de ferrocarril. El diseño de las estructuras constará de dos partes: una de comprobación estructural, ya que se deberán cumplir todos los estados límite de la normativa vigente, y otra de optimización de manera que se llegue a la estructura de menor coste posible. Como métodos de optimización se estudiarán diferentes heurísticas y metaheurísticas. Se intentará buscar, dentro de

un conjunto de las mismas, la que mejor se adapte al problema planteado y de mejores resultados, tanto en la relación coste mínimo en función de los tiempos de ejecución, como en la dispersión que muestren los resultados. Con todo lo anterior, se pretende obtener un estudio paramétrico de pilas de diferentes alturas con vanos de diferentes luces para viaductos de carretera y ferrocarril. Aunque cada estructura proyectada es única, se pretende sacar unas relaciones de cuantías, m³ de hormigón, Kg de acero, etc., que nos permita conocer mejor la estructura a estudio. Otro de los objetivos del trabajo es mostrar a los proyectistas que la automatización en el cálculo de estructuras es una herramienta eficaz, teniendo en cuenta que las decisiones finales en la construcción de una estructura las deberá tomar siempre un ingeniero con experiencia y no una máquina. Además, se debe hacer hincapié en la necesidad de la optimización estructural, lo cual permitirá un ahorro de recursos.

1.4 Naturaleza del problema de optimización

El problema de optimización propuesto se ha resuelto mediante métodos aproximados (heurísticas y metaheurísticas), en el mismo se ha intentado minimizar los costes de la pila rectangular hueca de hormigón armado en diferentes casos. La función objetivo utilizada será mono-objetivo y valorará los costes totales de cada solución calculados mediante la multiplicación de las mediciones dispuestas de cada material por el coste unitario que supondría la colocación en obra de los mismos. Las restricciones que deberá verificar cualquier solución será el cumplimiento de los diferentes Estados Límite de servicio y últimos que marcará la normativa aplicada, además de ciertas normas de construcción como pueden ser, entre otras muchas, los espesores mínimos de las paredes del soporte. Por último señalar que lo que se pretende es que las soluciones sean construibles para lo que se utilizarán variables discretas en todos los casos.

1.5 Estructura del trabajo

El trabajo se dividirá en tres partes principales, que a su vez se subdividirán en diez Capítulos. En la primera parte se realizará la introducción al problema explicando, entre otras cosas, la necesidad del trabajo que nos ocupa y los objetivos que se pretenden alcanzar con el mismo. Además, se dará una visión actual del estado del arte mediante una revisión bibliográfica, contendrá los Capítulos 1 y 2.

La segunda parte tratará de los elementos básicos del método de optimización, en primer lugar se clasificarán y describirán diferentes tipos de métodos heurísticos y metaheurísticos, haciendo especial relevancia en los empleados en la resolución del problema. A continuación se planteará y definirá el problema a resolver, describiendo los parámetros y las variables del mismo, la función de coste que se

tratará de minimizar y las comprobaciones a realizar para la verificación de todos los estados límite, tanto últimos como de servicio, según la normativa, contendrá los Capítulos 3 y 4.

La tercera parte tratará sobre el desarrollo del modelo numérico. En primer lugar, en el Capítulo 5 se hará una descripción de cómo funciona el programa de ordenador realizado para el estudio, ordenador utilizado, etc. En segundo lugar, Capítulo 6, se aplicarán diferentes métodos heurísticos y metaheurísticos al problema de optimización, realizando la calibración de los mismos y comparando los resultados obtenidos siendo aplicados a una pila concreta. De la comparación de los métodos empleados en el Capítulo 6 se podrá deducir cual es la heurística que mejor ha funcionado, la cuál se utilizará para realizar el estudio paramétrico de los Capítulos 7, 8 y 9. Finalmente en el Capítulo 10 se realizarán las conclusiones del trabajo y se darán recomendaciones y posibles líneas de investigación para futuros trabajos.

Capítulo 2. ESTADO DEL ARTE

En este Capítulo se intenta dar una visión de la manera en que el proyecto de estructuras puede entenderse como un problema de optimización, aplicando diferentes métodos. Se muestra la evolución de la optimización en el cálculo de las estructuras y la aplicación de los diferentes métodos utilizados, identificando los vacíos existentes.

2.1 Sobre la optimización en las estructuras

El fin del proyecto de una estructura es la construcción de la misma. El proceso de construcción nunca ha sido un trabajo de precisión, siendo conscientes de este problema y de las condiciones en las que se trabaja en obra, las normativas han dejado siempre unas determinadas tolerancias de ejecución. Con el paso de los años se disponen de aparatos y maquinaria cada vez más modernos, los métodos de construcción han evolucionado pudiendo llegar a una precisión mayor, esto ha llevado a la disminución de las tolerancias necesarias. La optimización ha tenido mucha importancia en la industria, desde siempre, ya que los procesos de fabricación son repetitivos, teniendo que fabricar la misma pieza un determinado número de veces y empleando métodos de precisión en la fabricación de las mismas. En las obras siempre ha tenido más importancia en la reducción de costes la organización de equipos y el movimiento de tierras, no olvidemos que en una fábrica todo el trabajo está organizado y en las obras se cambian continuamente de trabajos y se realiza al exterior. Proyectar una estructura conlleva enfrentarse a un problema único, sólo se va a realizar una vez, en el que no se va a tener el beneficio de la repetición, es un problema complejo que tiene gran número de variables, restricciones no lineales y diferentes comportamientos de los materiales. Esta es la razón por la que sólo se han

aplicado métodos de optimización a estructuras simples hasta mediados del siglo XX. Actualmente, el ahorro de recursos, tanto económicos como medio ambientales es cada vez más importante, acompañado de la posibilidad de llegar en obra a construcciones más precisas y el desarrollo actual de los ordenadores personales, se han abierto las puertas a un diseño no sólo automatizado sino optimizado de estructuras.

La optimización, además de la disminución de recursos utilizados, nos deberá llevar a una mejor utilización de los mismos, es decir, emplearlos dónde y como sean necesarios. No hay que olvidar que cuando se optimiza una estructura se llega a los límites de la misma pudiendo ser necesario comprobar estados límite que no lo eran con el diseño tradicional, Perea^{1,2,3,4,5,6,7,8} encontró problemas en fatiga de los marcos que optimizó y Alcalá^{9,10,11,12} tuvo que limitar las deformaciones en cabeza de los muros en ménsula, Carrera^{13,14,15} también tuvo problemas con la fatiga al optimizar pórticos de carretera, estos son algunos de los ejemplos que se encuentran en la bibliografía, además se debe prever la aparición de patologías antes inexistentes y evitar la disminución de la vida útil, con el fin de disminuir los costes pero no la calidad.

Diversos autores han destacado la necesidad de trabajar en la optimización de estructuras reales, entre ellos están Hassanain y Loov¹⁶ (2003) que presentaron un estudio sobre publicaciones que tratan de la optimización de puentes de hormigón, intentando animar a los ingenieros a trabajar más sobre los métodos de optimización. Este estudio se debe a la necesidad de optimizar en la construcción de puentes, por el gran coste que significa el deterioro de los mismos en América del Norte (entre el 30% y 40% de los construidos). Se destaca la necesidad de trabajar en procedimientos que busquen óptimos de manera objetiva, de tal forma que los diseños no se deban exclusivamente a la experiencia e intuición del proyectista, y que en el coste de las estructuras se incluya el gasto necesario para el mantenimiento durante la vida útil.

Entre otros autores que han estudiado la optimización de estructuras realizada destacando la importancia de seguir trabajando en este tema se encuentran:

- Templemann¹⁷ (1983) que revisó la optimización estructural realizada desde el punto de vista de una oficina de proyectos. El coste y beneficio de la optimización son considerados como un requerimiento impuesto en el proceso de trabajo. Habla sobre la necesidad de utilizar métodos de optimización apropiados en el cálculo práctico.
- Hernández¹⁸ (1990) realizó un estudio sobre la evolución del diseño óptimo de estructuras haciendo hincapié en los métodos utilizados hasta el momento. Destaca la dificultad de resolución de este tipo de problemas debido a la no linealidad de los mismos y la difícil identificación del mínimo global.

- Cohn y Dinovitzer¹⁹ (1994) realizaron un catálogo sobre problemas de optimización resueltos hasta el momento dejando patente la falta de un mayor enfoque práctico de las estructuras estudiadas, de manera que las técnicas de optimización fueran una herramienta más accesible a los ingenieros, y que se resolvieran ejemplos con geometrías y cargas reales realizando las comprobaciones de los estados límite de las mismas. Destacan también la necesidad de resolver más estructuras de hormigón, ya que, el 92% de las resueltas eran metálicas y el mayor empleo de métodos heurísticos, pues la mayoría de los ejemplos se resolvían mediante métodos exactos.
- Sarma y Adeli^{20,21} (1998) y (2000) realizaron dos estudios, uno sobre la investigación de la optimización de estructuras de hormigón y otro en estructuras de acero volviendo a insistir en la necesidad de resolver estructuras reales teniendo en cuenta su coste total.
- Perea⁷ (2007) y Payá²² (2007) realizaron en sus tesis doctorales una revisión bibliográfica de artículos y estudios publicados hasta el momento en optimización estructural concluyendo sobre la falta de bibliografía que trate sobre estructuras de hormigón y tengan en cuenta la construcción de las soluciones.

2.2 Evolución de la optimización de estructuras

Según la bibliografía revisada, Galileo²³ en 1638 fue el primero en interesarse en el estudio de la optimización de estructuras tal y como reflejan sus trabajos sobre la deflexión de vigas. La siguiente referencia que se encuentra fue la de Maxwell²⁴ (1890), cuyos trabajos trataron fundamentalmente sobre estructuras de nudos articulados solicitados por un estado de cargas sujetas a condiciones de tipo tensional, y Michell²⁵ (1904) que abordó el tema de encontrar recintos continuos que soportaran cargas constantes con un volumen mínimo de material. Bernouilli, Lagrange y Navier, son sólo algunos de los tantos científicos que se interesaron también en encontrar la mejor forma geométrica que pudiera resistir ciertos esfuerzos. Con el paso de los años esta disciplina evolucionó en una rama de la ingeniería llamada optimización estructural, que se ocupa de encontrar las formas geométricas que resulten más económicas siendo capaces de resistir los esfuerzos requeridos.

2.2.1 Estructuras de hormigón

2.2.1.1 Métodos exactos

Entre los autores que han seguido esta línea de investigación destacar a los siguientes:

- Moragues²⁶ (1980) aplicó métodos exactos de optimización al diseño de estructuras aporticadas de hormigón armado. La función a minimizar era el coste de la estructura. Estudio la forma de optimizar secciones rectangulares de hormigón armado de vigas, pilares y su composición en pórticos dando criterios generales de predimensionamiento basados en los resultados obtenidos. La única restricción impuesta al problema sería la verificación del ELU de agotamiento por solicitaciones normales, despreciando la influencia del cortante en la búsqueda de óptimos, por lo que no consideraba ni el ELU de pandeo ni ningún ELS. Las estructuras estaban sometidas únicamente a fuerzas gravitatorias, despreciando las horizontales. El número máximo de variables consideradas fue de 7.
- Arenas y Villegas²⁷ (1989) presentan el proceso de análisis y dimensionamiento de las pilas del viaducto de Cruzul. Realizaron la optimización de las mismas mediante un proceso prueba-error. Los cálculos se realizan teniendo en cuenta la doble no linealidad, geométrica y mecánica. Se ilustra la distribución entre las diferentes pilas de las fuerzas transversales y las longitudinales.
- Gasch²⁸ (1991) optimizó la planta de un forjado reticular sometida exclusivamente a acciones verticales. La optimización era multinivel: en una primera fase optimizaba la topología (número de soportes) permaneciendo constantes las dimensiones de las secciones y en una segunda fase, fijada la topología, optimizaba la geometría (posición de los soportes) y las dimensiones de forjados y soportes. El número máximo de variables consideradas fue de 21.
- Moharrami y Grierson²⁹ (1993) estudiaron dos ejemplos: en el primero minimizaban el coste de un pórtico de hormigón armado de un vano y cinco plantas de altura, el número de variables consideradas era de 11 y en el segundo optimizaban una estructura “tipo tubo” de cinco plantas, siendo el número de variables empleadas de 30. Las variables utilizadas eran referentes a la geometría y al armado, sin considerar la calidad del hormigón y eran continuas, por lo que no proporcionaban planos constructivos de las estructuras ni se verificaban las restricciones relativas a algunos estados límite como la fisuración.
- Balling y Yao³⁰ (1997) abordaron la optimización de pórticos de edificación de hormigón armado mediante tres estrategias diferentes: la primera consistía en un método exacto basado en técnicas del gradiente, considerando como variables las dimensiones del pórtico y la cuantía de armadura de flexión de las secciones críticas. La segunda consistía en un método multinivel, en primer lugar se realizaba la optimización de las dimensiones del pórtico mediante un SA y en segundo lugar, una exploración exhaustiva del espacio de soluciones para la definición de las armaduras de flexión, que se representaban mediante esquemas de armado reales. La tercera era una versión de la primera, partía de suponer que las restricciones

relativas a las cuantías mínimas de armadura y al cumplimiento del ELU de agotamiento por solicitaciones normales rigen los diseños óptimos, eliminando así el armado como incógnita. Como conclusiones establecían que el tercer método es mucho más rápido que el multinivel (del orden de 280 veces) y que el método exacto (del orden de 2 veces) y que el método multicriterio proporcionaba las soluciones de menor coste, entorno a un 1.7% respecto a las mejores del primer y tercer método. El análisis realizado no incluiría la resistencia del hormigón como variable ni considera el cálculo de las armaduras de cortante, aunque sí realiza ciertas comprobaciones para asegurar que la sección de hormigón es suficiente para resistir este esfuerzo.

- Torrano³¹ (2003) optimizó secciones con forma arbitraria y cualquier distribución de armado y elementos estructurales de hormigón armado. Optimiza el coste mediante un método de optimización cuadrática sucesiva. El número total de variables es de 42 siendo todas continuas. No considera algunas disposiciones constructivas como la separación de la armadura de cortante ni verifica la fisuración. Las secciones y elementos estructurales que optimiza son: una sección cuadrada y otra en L sometidas a flexión compuesta esviada, una sección rectangular con un agujero centrado solicitada a flexión compuesta recta, una viga biapoyada de sección variable sometida a una carga vertical uniformemente repartida y una sección que representa un sistema de pantallas sometidas a flexión compuesta esviada. El método permite obtener diseños más económicos que por otros procedimientos de una manera sencilla.
- Rodrigues et al.³² (2005) estudiaron para un edificio de 16 alturas, sometido a acciones verticales y horizontales, la optimización de los pilares. En el estudio realizado se considero que los pilares tenían las mismas dimensiones en una misma altura produciéndose una, dos o tres reducciones de la sección con la altura. Emplean un método multinivel: en una primera fase obtienen las dimensiones de los pilares y en una segunda el armado. No consideran como variables ni la geometría de las vigas ni la calidad del hormigón. Como restricciones consideran el desplazamiento máximo horizontal y las derivas de cada uno de los pisos, el ELU de inestabilidad de los pilares y sus cuantías máximas. No se realiza la comprobación de ELU de agotamiento por esfuerzo cortante ni un diseño detallado del armado de los pilares. Como conclusión del trabajo decir que, disponiendo secciones de pilares diferentes en función de la planta se puede llegar a ahorros significativos en el coste de la estructura.

2.2.1.2 Métodos aproximados

En los métodos aproximados estudiados caben destacar los métodos de búsqueda local y los basados en poblaciones, para los basados en búsqueda local citar las siguientes publicaciones:

- Chakrabarty³³ (1992) ante la posibilidad de los diferentes valores para las variables en el diseño de estructuras de hormigón armado, presenta un modelo para optimizar el coste de una viga sometida a flexión.
- Ceranic et al.³⁴ (2001) aplicaron SA (Simulated Annealing) para la optimización económica de muros ménsula de hormigón armado proyectados para la retención de tierras en carreteras. Las variables consideradas son todas relativas a la geometría disponiendo para estas un armado. Considera, además, estados límite debidos a la geotecnia del terreno como tensiones admisibles, deslizamiento y vuelco. La función objetivo considera el coste del acero y del hormigón.
- Alcalá et al.^{10,11} (2005) optimizaron muros ménsula de hormigón armado mediante FB (Gradiente First Best) y SA. Como conclusiones del trabajo destacar que SA da buenas soluciones y que los muros resultantes son más esbeltos de lo que es la práctica habitual de estas estructuras, por lo que será necesaria la limitación de flechas en cabeza. Como continuación de este trabajo, Yepes et al.¹² (2007) presentaron un estudio paramétrico de muros ménsula dando tablas de predimensionamientos para muros con diferentes alturas de tierras y distintos terrenos. Destacar entre las conclusiones del trabajo la poca influencia del tipo del terreno en el coste final del muro.
- Carrera¹³ (2004) y Carrera et al.^{14,15} (2005) utilizaron FB, SA y TA (Threshold Accepting) para optimizar pórticos de hormigón armado de carretera. Los pórticos optimizados presentan cuantías de acero y esbelteces superiores a las habituales en este tipo de estructuras. Por lo que sería necesario realizar la comprobación a fatiga, deformaciones y vibraciones, lo que no es habitual en este tipo de estructuras. Obtienen los mejores resultados con el SA.
- Carbonell^{35,36} (2005) aplica máximo gradiente, SA y TA a la optimización de bóvedas de hormigón armado para pasos de carretera. Obtiene los mejores resultados con SA, mejorando en un 7.60% el coste de una bóveda proyectada por un Ingeniero experimentado.
- Perea^{1,6,7} (2004,2006 y 2007) y Perea et al.^{2,3,4,5,8} (2005, 2006 y 2007) emplearon FB, SA, TS (Tabu Search), TA, OBA (Old Bachelor Acceptance) y GA (Genetic Algorithm) a la optimización de marcos de hormigón armado. Los marcos optimizados tienden a altas esbelteces y armados, por lo que sería necesaria la comprobación de deformaciones, fatiga y vibraciones que no son habituales en el proyecto de esta estructura. Los mejores resultados se han conseguido con SA, TA y TS, siendo los obtenidos mediante GA de baja calidad. Aplicaron la metodología a un proyecto de marco realizado en Palma de Mallorca, llegando a ahorros significativos.

En los métodos basados en poblaciones, destacar:

- Coello et al.³⁷ (1997) utilizaron GA para la optimización de una viga biapoyada de hormigón armado sometida a momento flector. Las variables empleadas fueron continuas. Manejaron diferentes sistemas de codificación considerando como variables la geometría de la viga y su armadura inferior. Como conclusión, se llegó a que los GA podían ser una herramienta eficiente para problemas que requirieran una búsqueda en un espacio de soluciones y que un ajuste de los parámetros del algoritmo permitirían llegar de manera rápida a soluciones de baja calidad o de manera lenta a mejores soluciones.
- Rafiq y Southcombe³⁸ (1998) optimizaron mediante GA el armado de pilares sometidos a flexocompresión esviada. La geometría y el tipo de hormigón del pilar son considerados como parámetros y el armado como variable. Utilizan las especificaciones del British Standard (BS8110) satisfaciendo los requerimientos de ELU y la constructividad de las secciones. Aplicaron unos esfuerzos (axil y momentos en las dos direcciones) a cuatro secciones diferentes, para las que se realizará la optimización, comparando los resultados obtenidos utilizando como módulo de comprobación el método simplificado de la BS8110, para la resolución de flexocompresión esviada, y un programa de ordenador que la resuelve de manera exacta mediante equilibrio de tensiones y deformaciones de la sección. Como conclusiones señalan que el método simplificado debe ir acompañado de otro que compruebe las secciones, especialmente en columnas con grandes secciones transversales, el método desarrollado minimiza las barras de refuerzo optimizando las secciones para los esfuerzos que la solicitan.
- Rajeev y Krishnamoorthy³⁹ (1998) aplican GA en la optimización de dos pórticos planos de hormigón armado consistentes en tres vanos y cuatro plantas el primero de ellos y de dos vanos y seis plantas el segundo. Destacar el uso de variables discretas con el objeto de no requerir modificaciones de la estructura obtenida a la que se vaya a construir. Tienen en cuenta aspectos de construcción como la colocación de las armaduras en los pilares y vigas. Consideran un único caso de carga y no consideran variables la armadura de cortante ni la calidad del hormigón. Agrupa vigas iguales y pilares para reducir el número de variables. Llegan a la conclusión de que GA es una herramienta apropiada para la resolución de este tipo de problemas, haciendo especial énfasis en que la optimización debe llevar a estructuras construibles.
- Chau y Albermani⁴⁰ (2003) realizan un modelo híbrido, consistente en la utilización del Abaqus para el cálculo estructural y GA para realizar la optimización, en el estudio del diseño optimizado de depósitos rectangulares de hormigón armado. Se hace un análisis optimizado

del coste de la estructura considerando únicamente tres variables: canto de las losas de hormigón, diámetro de la armadura y separación entre las barras, adoptando los mismos valores para la losa de cimentación y el alzado de los depósitos. Como conclusión decir que, se muestra la idoneidad del método como herramienta a utilizar en el proyecto de estructuras.

- Leps y Sejnoha⁴¹ (2003) optimizaron una viga continua de dos vanos simétrica de hormigón armado, teniendo en cuenta el armado de flexión y el de cortante. El objetivo es encontrar la viga con el menor coste posible que resista los esfuerzos y cumpla las condiciones de servicio para el nivel de cargas aplicado. El algoritmo de optimización aplicado es el Augmented Simulated Annealing que combina el SA con el GA, utiliza el principio del SA pero trabajando con una población de soluciones (en vez de con una única solución) y las nuevas soluciones se obtienen a partir de las existentes mediante la aplicación de los operadores genéticos (y no mediante movimientos). La aplicación de este método la justifican ante la posibilidad de poder mejorar los resultados obtenidos utilizando únicamente GA. En el coste de la estructura no consideran el encofrado ni las cimbras, las comprobaciones se realizan para un único estado de carga y no consideran como variable el tipo de hormigón ni contemplan la posibilidad de que las armaduras longitudinales se adapten a los momentos flectores según las secciones, siendo este armado constante y simétrico.
- Lee y Ahn⁴² (2003) utilizaron GA, incluyendo una estrategia elitista, para el diseño optimizado de pórticos de hormigón armado. Los casos de carga utilizados son los de la normativa norteamericana (International Conference of Building Officials, 1997). El algoritmo sólo puede utilizar ciertas vigas y pilares dispuestos en una base de datos, lo que reduce el espacio de soluciones y la posibilidad de variación de la armadura en una viga o pilar a lo largo del mismo. Sólo se consideran los esfuerzos de flexión de ELU, sin considerar ni el cortante ni los ELS de deformación y fisuración.
- Camp et al.⁴³ (2003) optimizaron diversas estructuras planas de hormigón armado mediante GA. A diferencia de Lee y Ahn (2003) las flechas de las vigas se verificarán a través de la imposición de un canto mínimo y tampoco considerarán ni ELS de fisuración ni la posibilidad de disponer varios tipos de hormigón. Dispondrán los pilares de una misma alineación iguales para todas las plantas y mismo armado longitudinal para todas las vigas de una misma planta.
- Kong⁴⁴ (2004) utilizó GA para optimizar la estructura de un edificio de hormigón armado cuya única restricción sea el desplazamiento relativo entre dos plantas. La función objetivo a minimizar fue el peso del edificio. Considera como parámetros las dimensiones de las vigas y el ancho de los pilares, dejando como única variable el canto de los pilares. Sólo dimensiona la geometría de la estructura, sin tener en cuenta el armado.

- Sahab et al.⁴⁵ (2004) presentan un algoritmo híbrido, que constará de dos etapas, basado en GA para la optimización de estructuras de edificación con forjados tipo losa. En la primera etapa se obtendrá el número óptimo de pilares mediante una búsqueda exhaustiva llevada a cabo mediante GA modificado y en la segunda se buscarán las dimensiones óptimas mediante GA, discretizando las variables según el método de Hooke y Jeeves⁴⁶. Se ha realizado el cálculo teniendo en cuenta el British Code BS8110 of Practice. La función objetivo considerada incluye el coste del hormigón, la mano de obra, el acero y la excavación de las cimentaciones. Sin embargo, no consideran la acción de fuerzas horizontales en la estructura ni el tipo de hormigón como variable. Tampoco se da un armado para las losas.
- Miyamoto et al.⁴⁷ (2004) aplican algoritmos inmunes (IA) y GA en la optimización de losas de hormigón armado comparando los resultados obtenidos. Los IA nacen de la idea de que en GA la diversidad de la población desaparece rápidamente en el proceso de búsqueda e intentan mantenerla para evitar que la solución converja de manera prematura. Los resultados obtenidos mediante IA son satisfactorios.
- Sahab et al.⁴⁸ (2005) realizan la optimización de estructuras de edificación con forjados tipo losa, transformando la estructura de tres dimensiones en una plana, mediante el uso de GA. Se tratará de minimizar el coste del edificio, incluyendo los forjados, pilares y excavaciones necesarias. El proceso de optimización tendrá tres etapas: en la primera se obtendrá el número óptimo de pilares mediante una búsqueda exhaustiva, en la segunda, empleando un algoritmo híbrido, se realizará la optimización de las dimensiones de las columnas y espesores de las losas, en la tercera se buscará el armado óptimo para la estructura. Este método se aplicará a tres edificios diferentes, comparando los resultados obtenidos con los de un diseño convencional. La norma aplicada ha sido el British Code of Practice (BS8110). No se considerarán acciones horizontales aplicadas ni diferentes tipos de hormigón. Realizan un estudio comparativo entre los costes de pilares y forjados, dividiéndolos en hormigón, acero y mano de obra.
- Govindaraj y Ramasamy⁴⁹ (2005) optimizan vigas de hormigón armado mediante GA utilizando las especificaciones de la norma India (Indian Standard specifications). Se tienen en cuenta, en la realización del cálculo, las condiciones de rotura, servicio, ductilidad, durabilidad y la constructividad de las soluciones. Consideran como variable el canto de la viga, suponiendo el ancho igual para los distintos vanos. La armadura de la viga no se considera como variable, sino que dadas unas dimensiones se realiza el armado óptimo a flexión, mediante la búsqueda en un catálogo de armados, y posteriormente se arma a cortante. No consideran el hormigón como variable ni tienen en cuenta la relación entre la armadura de flexión y la de cortante. Aplican los cálculos a una viga de un vano y a otras dos continuas de

dos vanos, siendo los resultados obtenidos comparados con otros disponibles en la literatura. Concluyen que el método propuesto es adecuado para el diseño óptimo y económico de este tipo de estructuras en la práctica.

- Payá^{50,22} (2005 y 2007) y Payá et al.⁵¹ (2006) estudiaron la optimización de pórticos de edificación de hormigón armado mediante FB, SA, TA, GA y SMOSA (Método de Suppapitnarm para la Optimización Multiobjetivo mediante Cristalización Simulada). Los mejores resultados se obtienen mediante SA, heurística que utiliza para la realización de un estudio paramétrico de pórticos con diferente número de plantas y de vanos, dando las diversas características de los mismos. Destacar la realización de un estudio multiobjetivo mediante SMOSA en el que además de realizar la optimización desde el punto de vista de coste de la estructura, tienen en cuenta otros aspectos como la facilidad constructiva, la sostenibilidad ambiental y un índice de seguridad global de la estructura. Como conclusiones del trabajo llegan a que el empleo de vigas planas supondrán un aumento considerable en el coste de las estructuras y que en el entorno de la solución optimizada desde el punto de vista del coste económico son posibles estructuras más fáciles de construir, más sostenibles y más seguras con incrementos de coste aceptables en la práctica.
- Rafiq et al.⁵² (2006) desarrollan una aplicación informática interactiva para la optimización de pilares sometidos a una carga axil y momentos en las dos direcciones mediante GA. La aplicación realiza, en primer lugar, una optimización del armado de la sección para los esfuerzos solicitantes mediante GA y a continuación el ingeniero proyectista puede modificar iterativamente esta configuración definiendo la zona del espacio de soluciones donde se debe centrar la búsqueda. Concluyen que aplicaciones de este tipo pueden servir de ayuda a los proyectistas y ser útiles como herramientas para conocer mejor el funcionamiento de las estructuras.

2.2.2 Estructuras de acero

2.2.2.1 Métodos aproximados

Dentro de los métodos aproximados se distinguirá entre los métodos de búsqueda local y los basados en poblaciones, al igual que en estructuras de hormigón, para los basados en búsqueda local destacar:

- Balling⁵³ (1991) optimiza pórticos tridimensionales de acero con variable discreta mediante SA. Las barras son cargadas, como en casos reales, con cargas debidas a la gravedad y al sismo. Dispone de una base de datos de secciones que utiliza como variables en el cálculo.

Compara los resultados con los obtenidos mediante un método exacto, llegando a la conclusión de que las técnicas aproximadas pueden reducir el tiempo de computación con soluciones de calidad.

- Tzan y Pantelides⁵⁴ (1996) presentan un SA modificado aplicándolo a diversos ejemplos. Las modificaciones realizadas son dos: la primera consiste en que el algoritmo reducirá, de una manera automática, el espacio de soluciones y la segunda es la forma de asignación de las variables. Como conclusión decir que este método funciona bien para problemas con cargas dinámicas, pero para cargas estáticas no es tan efectivo como el tradicional SA.
- Manoharan y Shanmuganathan⁵⁵ (1999) aplican diferentes procedimientos metaheurísticos (TS, SA, GA) y un método exacto a la optimización de varias estructuras de barras. El objetivo es comparar los diferentes métodos de búsqueda de tal manera que se puedan establecer conclusiones sobre la aplicación de los mismos en casos prácticos. Las conclusiones obtenidas fueron las siguientes: los tres métodos metaheurísticos llegan a soluciones buenas con tiempos razonables, TS producirá soluciones de igual o mejor calidad que las otras dos metaheurísticas en tiempos menores y la aplicación del método exacto a estructuras con un gran número de barras es difícil y costosa.
- Hasancebi y Erbatur⁵⁶ (2002) optimizan, simultáneamente, la topología (definición de número de barras y de la posición de los nudos) y las secciones de la estructura. Utilizan SA y resuelven dos problemas tipo: una pirámide espacial y una estructura articulada plana. La función objetivo tratará de minimizar el peso de la estructura. El interés del artículo es la búsqueda de un método eficiente para mejorar en el diseño de estructuras.
- Schmidt y Thierauf⁵⁷ (2005) combinan el TA con un algoritmo evolutivo, definiendo un algoritmo evolutivo híbrido, y lo aplican a la resolución de dos problemas extraídos de la bibliografía: la optimización de un pilar de acero y la de una estructura articulada de 10 barras. El algoritmo será evolutivo, realizando una mejora local de las soluciones mediante TA en cada etapa. Los resultados obtenidos se comparan con los de otros autores para los mismos problemas, llegando a la conclusión de que el método muestra un comportamiento robusto con tiempos de ejecución bajos.
- Shea y Smith⁵⁸ (2006) emplean el método STSA (Structural Topology and Shape Annealing) a la optimización de torres eléctricas de alta tensión metálicas en Suiza. El algoritmo combinará la optimización de la topología de la estructura con la de las secciones realizada mediante SA. Las estructuras se proyectan conforme a normas vigentes en Suiza (L'Energie de l'Oest de Suisse, 1997).

- Degertekin et al.⁵⁹ (2007) aplican el TS y los GA a la optimización no lineal de estructuras de barras metálicas. La optimización consistirá en minimizar el peso de las barras utilizando secciones disponibles en una base de datos. La norma empleada para el cálculo ha sido la AISC (American Institute of Steel Construction) y se tendrán en cuenta además de las tensiones, los desplazamientos. Finalmente se comparan los resultados obtenidos con ambas heurísticas.

Entre los basados en poblaciones cabe destacar los siguientes estudios realizados:

- Goldberg y Samtani⁶⁰ (1986) a ellos se deben las primeras aplicaciones en EA (Evolutionary Algorithm). Abordaron la optimización de una celosía articulada de 10 barras mediante GA, siendo este problema uno de los más empleados para verificar la calidad de los algoritmos de búsqueda por diferentes autores.
- Goldberg⁶¹ (1989) muestra de una manera informal y tutorial las técnicas de computación, herramientas matemáticas y resultados necesarios para poder poner en práctica GA. Ilustrando los conceptos con ejemplos de algoritmos.
- Hajela⁶² (1990) Adapta los principios de los GA a la búsqueda mediante función de optimización. Este método está basado en la selección aleatoria de una parte limitada del espacio de soluciones que produce una mejora en la función objetivo. La falta de dependencia de funciones gradiente hacen al método menos proclive a caer en óptimos locales y tener convergencias prematuras. El inconveniente sería el aumento necesario de los parámetros utilizados para llegar a encontrar óptimos cuando el número de variables crezca. Las estrategias de búsqueda irán dirigidas a vencer esta limitación.
- Jenkins^{63, 64} (1991) aplica algoritmos genéticos para el diseño de diferentes estructuras metálicas de barras, considerando como función objetivo el peso de las estructuras. Compara los resultados obtenidos con otros extraídos de la bibliografía. Obtiene buenos resultados con pequeñas poblaciones y gran número de generaciones y defiende la nomenclatura binaria de los genéticos señalando que no le quita precisión al problema.
- Rajeev y Krishnamoorthy⁶⁵ (1992) Resuelven tres problemas mediante GA. El primero consiste en una estructura de tres barras, el segundo en una celosía articulada de 10 barras a la que se le aplican dos cargas puntuales y el tercero en una estructura de 25 barras. Plantean el problema utilizando como posibles valores de las variables las secciones disponibles. Muestran unas gráficas con diferente tamaño de población en las que el peso de las estructuras tanteadas disminuye a medida que avanza el proceso de optimización. Comparan los resultados obtenidos con otros métodos de cálculo, llegando a las conclusiones de que GA

trata eficientemente los problemas con variables discretas llegando a buenas soluciones y que es un método apropiado para problemas en los que la aplicación de un gradiente es complicada.

- Grierson y Pak⁶⁶ (1993) optimizaron tres ejemplos de pórticos de edificación operando simultáneamente con la topología y las secciones transversales de las vigas y pilares utilizando GA.
- Adeli y Cheng⁶⁷ (1993) aplicaron a la optimización de 4 estructuras de barras GA. La optimización consistirá en minimizar los pesos de las estructuras, siendo el número de barras de las mismas 10, 12, 25 y 72. Investigaron diferentes formas de realizar el operador genético cruzamiento. Las estructuras las dividen en grupos de barras de manera que el número de variables disminuya, siendo 16 el empleado para la estructura de 72 barras. Concluyen que GA son adecuados para afrontar la optimización de problemas con un gran número de barras y destacan tres características de los mismos: la función objetivo empieza con varias soluciones de partida y no sólo con una, el método sólo requiere una simple función de evaluación y la posibilidad de implementarlos en paralelo.
- Adeli y Cheng⁶⁸ (1994) presentaron un método híbrido para la optimización de estructuras. El algoritmo utilizado consiste en la integración del método Lagrangiano aumentado (Augmented Lagrangian Method) en GA. Este método lo aplican a la optimización de cuatro estructuras espaciales, una de 12 barras, otra de 25 barras, otra de 72 barras y otra espacial tipo lámina. Como conclusiones llegan a que la dificultad de ajuste de la función de penalización puede ser evitada, siendo innecesaria la búsqueda y ajuste arbitrario para cada problema y que el algoritmo presentado puede ser aplicado a diferentes problemas de optimización.
- Adeli y Cheng⁶⁹ (1994) amplían el método del artículo anterior aplicándolo a estructuras con un gran número de barras. Para disminuir el tiempo agrupan barras, disminuyendo el número de variables y utilizan supercomputadores que funcionan en paralelo. Limitan las tensiones en las barras, desplazamientos horizontales en los puntos altos de las torres y el vertical en el centro de la cúpula
- Coello⁷⁰ (1994) aplicó GA a la optimización de estructuras metálicas de barras, en concreto, a una estructura plana formada por 10 barras y a una tridimensional formada por 25 barras. La función objetivo será el peso de la estructura, que habrá que minimizar, y se dispondrá una base de datos de la que se obtendrán las posibles secciones a utilizar. Con el algoritmo utilizado se obtuvieron mejores resultados que otros autores resolviendo estos mismos problemas con otros métodos.

- Adeli y Kumar⁷¹ (1995) presentaron un GA para la búsqueda de estructuras óptimas con gran número de variables aprovechando la adaptabilidad de los mismos a una programación en paralelo. Se dan dos propuestas diferentes: una utilizando funciones de penalización y otra el método Lagrangiano. El método es aplicado a diferentes estructuras de barras llegando a la conclusión de la efectividad de utilizar estrategias de paralelización en GA.
- Rajeev y Krishnamoorthy⁷² (1997) aplicaron a la resolución de estructuras extraídas de la bibliografía y a una torre de comunicación GA. Además de las secciones optimizan la topología de la estructura, para ello emplean dos métodos. El primero de ellos está basado en dos fases, optimizando primero la topología y a continuación las secciones, los resultados son comparados con los de otros métodos llegando a la conclusión de que los obtenidos de esta manera son mejores. El segundo, está basado en la longitud variable de la cadena del GA (VGA), teniendo en cuenta diversas cuestiones prácticas para obtener la topología.
- Cai y Thierauf⁷³ (1998) utilizaron la programación en paralelo para resolver de manera optimizada diferentes estructuras de barras metálicas. El algoritmo empleado está basado en estrategias evolutivas, la ventaja es que con EA se puede utilizar programación en paralelo, ya que, se puede trabajar simultáneamente con una población y no con un único individuo como en los métodos convencionales. Aplican el método a dos estructuras, una de 10 barras y otra de 200.
- Sheresta y Gamboussi⁷⁴ (1998) aplicaron un método basado en GA a la optimización de dos celosías planas de un solo vano. Consideran como variable la topología del problema, además de las secciones. Utilizan variable discreta y señalan la importancia de este tipo de métodos frente a los tradicionales, especialmente cuando el número de barras de la estructura crece.
- Camp et al.⁷⁵ (1998) optimizaron estructuras reticulares planas de edificios mediante GA. Estudian diferentes maneras de escalar las soluciones (Fitness) y varias funciones de penalización. Para chequear la estructura se basan en la norma norteamericana de estructuras metálicas AISC-ASD (American Institute of Steel Construction Allowable Stress Design) comprobando los requerimientos, que marca la misma, en servicio y en rotura. Consideran como variables los perfiles de tablas comerciales. Comparan los resultados con los obtenidos mediante métodos exactos, comprobando que con GA se pueden diseñar estructuras que satisfagan AISC de manera satisfactoria.
- Krishnamoorthy et al.⁷⁶ (2002) desarrollaron una aplicación informática para estructuras planas y espaciales de acero, se realizará una optimización multiobjetivo, ya que, se optimiza número de tipo de barras utilizadas y peso de la estructura. El algoritmo puede utilizar

diferentes secciones dispuestas en una librería. Como conclusiones decir que, en problemas en los que el número de barras sea elevado es mejor agrupar barras del mismo tipo, se emplearán diversas estrategias para realizar esta agrupación durante el proceso de búsqueda y que los algoritmos genéticos son una buena herramienta para resolver este tipo de estructuras.

- Ali et al.⁷⁷ (2003) han desarrollado un programa para la optimización de estructuras metálicas articuladas planas y espaciales utilizando un programa comercial de cálculo de estructuras como módulo de comprobación. El programa constará de un módulo en el que se realizará la optimización mediante GA y otro en el que se comprobará la estructura mediante dicho programa comercial. Las soluciones obtenidas son buenas, pero los tiempos de ejecución resultan elevados debido a los tiempos empleados en la comprobación de la estructura y en el preproceso y prosproceso de datos.
- Camp y Bichon⁷⁸ (2004) utilizaron ACO (Ant Colony Optimization) para resolver problemas planos y espaciales de acero típicos de la bibliografía, se comparan los resultados con los obtenidos por otros autores que aplicaron para estos problemas GA y métodos exactos. Destacar de los resultados obtenidos: la alta robustez del método, proporcionando en todas las ejecuciones soluciones parecidas, y la calidad de los resultados comparándolos con GA y métodos exactos.
- Lagaros et al.⁷⁹ (2005) aplicaron estrategias evolutivas al diseño óptimo de una estructura tipo tubo de 36 plantas. Utilizan una base de datos para dar los valores a las diversas variables de modo que la estructura sea construible, la elección de esta base debe ser adecuada al problema de modo que las variables puedan acceder a los valores necesarios. Destacan la importancia de este tipo de métodos cuando el tamaño del programa crece.
- Serra y Venini⁸⁰ (2005) utilizaron colonia de hormigas, teniendo en cuenta el rastro de feromona dejado en las trazas, para optimizar varios ejemplos de estructuras metálicas de barras planas con cargas puntuales en los nodos obteniendo resultados satisfactorios.
- Gong et al.⁸¹ (2005) aplicaron colonia de hormigas para optimizar estructuras de barras planas con cargas en los nodos y la estructura de una antena. Se compararon los resultados con los obtenidos mediante GA y SA llegando a la conclusión que los de colonias de hormigas eran mejores.

2.2.3 Otras aportaciones.

Se han considerado otras aportaciones artículos publicados no encuadrados en los apartados anteriores porque optimizan secciones de acero y hormigón en el mismo artículo o porque el método utilizado

son redes neuronales, que no encuadra ni en métodos de búsqueda local ni en métodos basados en poblaciones. Entre estos artículos destacar:

- Leite y Topping⁸² (1998) estudiaron distintas variedades de los diferentes operadores de GA: cruzamiento partiendo las soluciones por un punto o por varios, función de mutación variable, diferentes funciones de penalización. Esto lo aplican a diferentes estructuras tanto metálicas como de hormigón pretensado. En estructuras metálicas diseñan barras soldadas en un extremo y libres en el otro, con una carga puntual en el extremo libre, diseñan también muelles helicoidales y una estructura plana de barras, en las que además de estudiar su topología, optimizan su sección transversal comparando los resultados con los obtenidos realizando la optimización con SA. En hormigón pretensado estudian vigas doble T con 3 secciones diferentes teniendo como función a minimizar la que considera el coste de los tres materiales que la componen: hormigón, acero pasivo y acero activo. Las vigas pretensadas se optimizan sólo a flexión, las variables son: factores geométricos de las vigas, el área de armadura pasiva, la excentricidad del cable de pretensado y la fuerza de pretensado, que se asumirá constante en toda su longitud. Las vigas deberán satisfacer ELS y ELU, además de condiciones de ductilidad y constructivas. Concluyen que los GA son una buena herramienta para la optimización de estructuras, el problema consiste en encontrar buenas funciones de penalización que muchas veces se obtienen mediante prueba-error.
- Ahmadkhanlou y Adeli⁸³ (2005) destacaron la importancia de la aplicación de algoritmos de optimización y de su aplicación a estructuras reales utilizando normas de diseño como la ACI. Aplican el algoritmo de optimización a 4 tableros de puentes para carretera con diferentes condiciones de vinculación. Las soluciones son obtenidas en dos etapas, en la primera es usado el modelo neuronal dinámico de Adeli y Park⁸⁴ (1995) para obtener la solución óptima suponiendo variable continua, a continuación la variable continua se pasará a discreta, de tal manera sean construibles. Las variables utilizadas son: el espesor de la losa, el diámetro de la armadura y la separación de la misma. El método da una alta robustez y convergencia de los resultados.

2.3 Conclusiones. Situación del trabajo en la investigación

Destacar las siguientes conclusiones al estudio realizado en los puntos anteriores:

- Los métodos aproximados tienen un enorme potencial y son capaces de abordar problemas llegando a buenas soluciones que con métodos exactos sería muy costoso e incluso imposible.

- La optimización estructural se ha buscado desde tiempos pasados, pero se ha tenido que esperar a la actualidad para poder desarrollar diferentes estrategias de manera que se lleguen a óptimos de manera objetiva. Esto se debe a la gran dependencia que tiene la optimización al desarrollo de los ordenadores personales.
- La mayor parte del trabajo de optimización con métodos aproximados se ha realizado para estructuras metálicas estudiando, además de las secciones, la topología de las mismas e incluso estructuras con un gran número de barras. Sin embargo, las soluciones a las que se ha llegado en la bibliografía revisada no son aptas para construir, pues en ningún caso se ha estudiado ni uniones, ni rigidizadores.
- En estructuras de hormigón la mayor parte de trabajos realizados utilizan secciones que según sus dimensiones transversales llevan asociados unos armados o definida una geometría. Dimensionan las armaduras longitudinales para ELU de flexión, obteniendo a continuación el armado de cortante y realizando el resto de comprobaciones. En general, no se tiene en cuenta la relación flexión-cortante, ni se consideran como variables las secciones transversales y el armado a la vez.
- Se han aplicado gran número de métodos heurísticos a los problemas, destacando GA y SA. ACO es un método basado en poblaciones que mantiene la información dejada por los miembros en las etapas anteriores y según diversos autores es un método a partir del cual se pueden obtener buenos resultados. Por lo que destaca su poca utilización en este campo hasta el momento.

En la mayor parte de la bibliografía revisada se trata de disminuir el número de variables: en estructuras de acero agrupando barras y en estructuras de hormigón definiendo la geometría de la sección o asociando a una geometría un armado o no teniendo en cuenta la interacción flexión-cortante, etc.. Esta forma de proceder reducirá el espacio de soluciones lo que supondrá una búsqueda más rápida pero obviará zonas donde posiblemente se encuentren mejores óptimos.

En pilas rectangulares huecas, y en pilas en general, de hormigón armado los artículos encontrados se deben más a la forma de realizar los cálculos que a su optimización, aunque cabe destacar el estudio realizado por Arenas y Villegas²⁷ (1989) en el viaducto de Cruzul. Los artículos revisados de optimización que resuelven columnas por métodos aproximados acaban reduciendo su estudio a resolver el armado longitudinal dada la geometría de la sección y los esfuerzos.

En la bibliografía revisada se echan en falta trabajos que den un mayor conocimiento de las estructuras, en los que se puedan obtener ciertas relaciones según las dimensiones del problema y que sirvan de base a un predimensionamiento optimizado. Sin embargo, se encuentran gran número de publicaciones

en las que se comparan diferentes heurísticas buscando cual llegará a mejores soluciones para un problema particular. También se echa en falta que los resultados finales sean construibles, intentando salvar esta carencia se encuentran los trabajos del GPRC incluido este.

PARTE II
ELEMENTOS BÁSICOS DEL MÉTODO DE OPTIMIZACIÓN

Capítulo 3. MÉTODOS HEURÍSTICOS DE OPTIMIZACIÓN

En este capítulo se tratará la aplicación de diversos métodos heurísticos a un problema de optimización condicionada. Se explicarán las diferencias entre métodos heurísticos y metaheurísticos y se procederá a una descripción y clasificación de los mismos. Entre los métodos descritos se encontrarán los empleados en este trabajo.

3.1 El problema de optimización condicionada

La formulación matemática básica para un problema de optimización condicionada con función multivariable, variables discretas y restricciones se mostrará en la Figura 3.1. Se relacionará esta formulación general con la de diseño de estructuras.

$$\begin{array}{l} \text{Mínimo}\{f(\mathbf{x})\} \\ \text{Sujeto a: } \begin{cases} \mathbf{g}(\mathbf{x}) < \mathbf{0} \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \\ \mathbf{x} \in D_k \end{cases} \\ \text{Donde:} \\ f(\mathbf{x}) \quad \text{Función objetivo} \\ \mathbf{x} \quad \text{Vector de variables con dimensión } n \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) \quad \text{Restricciones de inecuación} \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) \quad \text{Restricciones de igualdad} \\ D_k \quad \text{Espacio de posibles valores de } \mathbf{x} \end{array}$$

Figura 3.1: Formulación general de un problema de optimización condicionada

La relación entre un problema general de optimización con uno de diseño de estructuras de hormigón sería la siguiente:

- La función objetivo f corresponde, en este caso, al coste de la estructura el cual se intentará minimizar.
- El argumento de esta función es el vector \mathbf{x} . Este vector contiene todas las variables necesarias para definir de manera exacta una estructura y por lo tanto poder evaluarla. Cada componente del vector determina una característica de la estructura. Dado que las variables empleadas son discretas, cada componente del vector contendrá un valor seleccionado de un conjunto de posibles valores (por ejemplo: si x_7 define la resistencia del hormigón de la zapata, los valores posibles son: 25, 30, 35, 40, 45, 50 MPa).
- Es posible definir muchas estructuras diferentes, combinaciones de los posibles valores del vector \mathbf{x} . Todos los posibles valores del vector \mathbf{x} , para cada una de sus componentes, será el espacio de búsqueda D_k .

- No todas las combinaciones de posibles valores de x cumplirán las restricciones impuestas, que en este caso serán los diferentes Estados Límite de servicio y últimos. Esto dividirá al espacio de soluciones en dos regiones: factibles e infactibles.

Con todo esto quedará manifestada la relación entre un problema de optimización con restricciones y uno de optimización estructural pudiéndose utilizar el diseño automatizado para optimizar estructuras. Ha continuación se describirán diferentes estrategias de búsqueda de óptimos aproximados consistentes en métodos heurísticos y metaheurísticos.

3.2 Diferentes métodos heurísticos y metaheurísticos

La optimización con heurísticas nace de la posibilidad de desarrollar un tipo de técnicas de optimización, denominadas metaheurísticas, que no dependieran de las características de un problema concreto, dada su generalidad con ellas es posible abordar cualquier tipo de problema. Son procedimientos que buscan las soluciones óptimas, o suficientemente próximas al óptimo, mediante estrategias de búsqueda inspiradas en procesos naturales o en la inteligencia artificial. Otra ventaja es que los tiempos de cálculo de los algoritmos heurísticos se pueden variar por el usuario y, de esa manera, adaptarse a las circunstancias y calidad de solución requerida en las que se emplea el método. Aunque queda un largo camino por recorrer, se han aplicado diferentes métodos heurísticos en distintos campos, además de la optimización estructural, como la hidráulica (Clark et al.⁸⁵ (2006)), transporte, electricidad (De Leao⁸⁶ (1999)), etc.

3.2.1 Definición de heurística y metaheurística

A continuación se da una definición de heurística y de metaheurística:

Heurística: Una heurística es una técnica que busca soluciones buenas a un costo computacional razonable, aunque sin garantizar que sean factibles u óptimas. En algunos casos, ni siquiera puede determinar qué cerca del óptimo se encuentra una solución factible en particular.

Metaheurística: Es un método heurístico para resolver un tipo de problema computacional general, usando los parámetros dados por el usuario sobre unos procedimientos genéricos y abstractos de una manera que se espera eficiente. Normalmente, estos procedimientos son heurísticos. El nombre combina el prefijo griego "meta" ("más allá", aquí con el sentido de "nivel superior") y "heurístico" (de εὐρίσκειν, heuriskein, "encontrar").

3.2.2 Clasificación de metaheurísticas

En la bibliografía se encuentran diferentes clasificaciones de metaheurísticas. Una posible es la siguiente:

- Métodos de búsqueda local
- Métodos basados en poblaciones
- Redes neuronales

Una forma de estudiar el espacio de soluciones consiste en la exploración del entorno asociado a una solución de partida. Se trata de encontrar una solución que mejore a la inicial. Este proceso repetido varias veces puede llevar a encontrar soluciones de calidad para el problema. Esta forma de actuar es la que desarrollan los métodos de búsqueda local.

Los métodos basados en poblaciones son evolutivos, partiendo de una población inicial se trata de mejorar llegando a poblaciones mejores, en las que destaca algún miembro de la misma, el cual habrá conseguido encontrar el óptimo.

Las redes neuronales, cuya misión principal consiste en simular las propiedades observadas en los sistemas neuronales biológicos a través de modelos matemáticos recreados mediante mecanismos artificiales, no fueron desarrolladas inicialmente como técnicas de optimización sino para aplicaciones en las que no se dispone a priori de un modelo identificable pero sí de un conjunto de datos. Esto no ha impedido que puedan ser empleadas en la optimización de funciones.

3.3 Métodos de búsqueda local

A continuación se describen diferentes métodos de búsqueda local, los cuales exploran una sucesión de entornos asociados a una solución de partida. En cada uno de ellos se tendrá que definir la forma en que se realiza la búsqueda, que se compondrá de dos puntos principales: en primer lugar habrá que definir el procedimiento de selección de la nueva solución y en segundo el modo de aceptación y un adecuado criterio de parada.

3.3.1 Búsqueda local de máximo gradiente (Descent local search, DLS)

La búsqueda por gradiente consiste en encontrar una solución que mejore a la de partida. Este proceso repetido varias veces puede asimilarse a realizar un recorrido por el espacio de soluciones en trayectorias descendentes. La calidad de la solución dependerá, en gran medida, de la adecuada

elección de los movimientos. Se alcanzarán soluciones que constituyen óptimos en el entorno de soluciones asociados a ellos, siempre que la búsqueda dure el tiempo suficiente. Se corre el riesgo que estas soluciones sean óptimos de baja calidad debido a una convergencia prematura sin que la técnica del gradiente pueda escapar de ellos tal como se observa en la Figura 3.2.

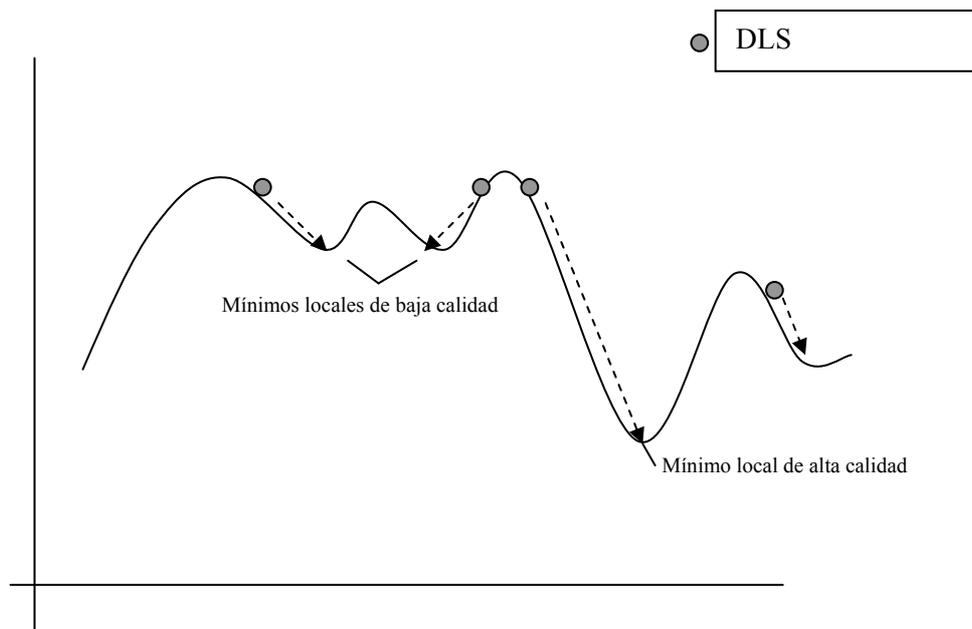


Figura 3.2: Problemática de óptimos locales de baja calidad

Hay dos métodos principales de búsqueda local de máximo gradiente:

- First Best (FB): Se elegirá la primera de las opciones que mejora la opción precedente. Sin analizar el resto del entorno.
- Global best (GB): Se selecciona la mejor de todas las soluciones del entorno.

3.3.2 Cristalización simulada (Simulated Annealing, SA)

Esta metaheurística fue propuesta inicialmente por Kirkpatrick, Gelatt y Vecchi⁸⁷ (1983), y simultáneamente por Cerny⁸⁸ (1985). “Annealing” es el proceso térmico de calentar y enfriar un material de manera controlada. Cuando dicho material se calienta por encima de su temperatura crítica sus propiedades cuando se enfríe dependerán, en gran medida, del proceso de enfriamiento. En la temperatura crítica una gran cantidad de energía está presente en el material las moléculas se podrán mover libremente, si se reduce la temperatura se reducirá la energía en el sistema y simultáneamente

los movimientos del material. Si el material se enfría lentamente se formarán grandes cristales que serán beneficiosos para la composición del sólido. Si se enfría de manera brusca las moléculas no pueden alcanzar configuraciones adecuadas.

Metrópolis et al.⁸⁹ presentaron un algoritmo para la modelización del proceso de recocido, mencionado anteriormente, simulando los cambios energéticos en un sistema de partículas conforme decrece la temperatura hasta que converge a un estado estable (congelado). El SA es similar a la búsqueda por gradiente, pero introduce la aceptación probabilística de soluciones de peor calidad durante el proceso. Para ello acepta soluciones peores con una probabilidad dada por la expresión de Boltzmann (expresión 3.1).

$$P(\Delta E) = e^{-(\Delta E/T)} \quad 3.1$$

ΔE es el incremento del coste de la solución, y T un parámetro denominado temperatura. En el algoritmo de Metrópolis se genera una perturbación aleatoria en el sistema y se calculan los cambios de energía resultantes: si hay una caída energética, el cambio se acepta automáticamente, por el contrario, si se produce un incremento energético, el cambio se acepta con una probabilidad dada por la ecuación anterior. El proceso se repite durante un número predefinido de iteraciones en series decrecientes de temperaturas, hasta que el sistema esté “frío”. Admitir soluciones peores evita la convergencia prematura a óptimos locales, lo cual da la posibilidad de optar a mejores soluciones.

Se puede demostrar matemáticamente que SA converge a la solución óptima si se cumplen ciertas condiciones (Aarts et al.⁹⁰ (1989)). Dado que una de las condiciones es un enfriamiento infinitamente lento y esto corresponde a tiempo infinito la demostración no tiene ninguna importancia práctica.

3.3.3 Aceptación por umbrales (Threshold Accepting, TA)

TA emplea un enfoque parecido a SA y ha sido propuesta por Dueck y Scheuer⁹¹ (1990) como versión parcialmente determinista de SA. La única diferencia es el criterio con el que se aceptan soluciones modificadas. TA aceptará las nuevas soluciones si mejoran en coste la anterior o si el empeoramiento es menor que un umbral prefijado, de lo contrario se mantiene la solución actual. De esta manera en cada iteración se aceptan movimientos que mejoran la solución actual con más probabilidad que los movimientos de empeoramiento. Un parámetro de control irá disminuyendo el umbral de aceptación conforme el proceso avanza.

Una característica interesante de SA y TA es que ambos son métodos de optimización respaldados con fundamentos teóricos. El uso de cadenas de Markov y aspectos básicos de estadísticas de Gibbs-Boltzmann hace que sea posible verificar que para tiempo infinito SA converge a un óptimo global (Aarts et al.⁹⁰ (1989)). En el caso del TA, Althofer y Koschnick⁹² demostraron que a tiempo infinito

converge al óptimo global. Las demostraciones de convergencia al óptimo global, desde el punto de vista práctico, no se han de sobrevalorar porque para ello se requeriría tiempo infinito.

3.3.4 Búsqueda Tabú (Tabú Search, TS)

Propuesta inicialmente por Glover^{93,94} en 1983. Es una estrategia basada en una memoria que guía la búsqueda hacia zonas del espacio de soluciones aún no exploradas. Introduce dos tipos de memoria: a corto y a largo plazo. A corto plazo guarda en una lista tabú las soluciones visitadas recientemente, así genera un entorno reducido que será el usual eliminando las soluciones tabú. A largo plazo, de manera que se identifiquen y mantengan aquellos atributos que inducen una cierta estructura beneficiosa para las soluciones. La memoria a largo plazo tiene dos estrategias asociadas: Intensificar, regresando a regiones ya exploradas para estudiarlas en profundidad y diversificar, visitando nuevas áreas no exploradas.

3.3.5 Algoritmo del diluvio universal (Great Deluge Algorithm, GDA)

Se aceptarán soluciones peores siempre que éstas no superen un valor máximo (o mínimo, si se maximiza) establecido de antemano y decreciente (creciente) durante el proceso. Lo que se limita no es la diferencia de coste entre dos soluciones consecutivas, sino el valor total de la que en ese momento se estudia (Dueck⁹⁵ (1993)).

Su analogía con un fenómeno natural es la siguiente: cuando un paisaje montañoso se va inundando, si la cota de agua asciende lo suficientemente lenta permitirá divisar y refugiarse en el punto más alto (óptimo global). Si la cota asciende muy rápida nos tendremos que refugiar en el punto más alto cercano (óptimo local) sin tener la posibilidad de bajar al valle para alcanzar un punto más alto que el de nuestro entorno. En ningún caso se podrá bajar por debajo de la cota ya alcanzada por el nivel de agua.

3.3.6 Aceptación por cercanía al líder.

Utiliza las ideas del TA y del GDA. A partir del coste de la mejor solución obtenida durante el proceso se aceptará cualquiera que su coste no difiera más de un determinado umbral. Conforme el proceso avanza el umbral disminuirá y la mejor solución mejorará.

3.3.7 Procedimientos de búsqueda voraz, aleatoria y adaptativa (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure, GRASP)

Fue inicialmente propuesto por Hart and Shogan⁹⁶ (1987) y combina ideas de búsqueda aleatoria y de búsqueda por gradiente. Se basa en la generación de soluciones mediante técnicas probabilísticas, a las que aplica después de algún algoritmo de mejora local. Se consigue una muestra de las mejores soluciones con una alta probabilidad de que alguna de ellas sea de gran calidad.

3.3.8 Búsqueda local iterada (Iterated Local Search, ILS)

Se basa en emplear como espacio de soluciones el de los óptimos locales. Para cada solución de partida se busca un óptimo local empleando cualquier técnica, por ejemplo el gradiente. Una vez alcanzado el óptimo local se le aplicará una perturbación que modifica la solución a otra diferente a la que le corresponde otro óptimo local próximo al anterior. Rastreando un número significativo de óptimos locales se elegirá el de mayor calidad.

3.3.9 Búsqueda en entornos variables (Variable Neighborhood Search, VNS)

Esta técnica fue propuesta, inicialmente, por Mladenovic y Hansen⁹⁷ (1997). La idea es la que se basa es que se puede salir de un óptimo local si se aplica otro operador diferente para explorar el entorno de una solución que aquel que permitió encontrarlo. Alternando dos o más operadores se consiguen alcanzar óptimos de calidad.

3.4 Métodos basados en poblaciones

Los métodos basados en poblaciones, al ser evolutivos, requerirán un ajuste en la forma de valorar las mejores soluciones de cada una de las poblaciones. Ya que, si se sobrevaloran las mejores soluciones se puede caer en una convergencia prematura a una determinada solución y si no se valoran lo suficiente puede llevar a una desorientación del algoritmo en la búsqueda.

3.4.1 Colonia de Hormigas (Ant Colony, AC)

Fue inicialmente propuesto por Dorigo et al.⁹⁸ (1996). Trata de simular el comportamiento de algunas colonias de insectos que optimizan el camino de búsqueda y transporte de la comida.

Las hormigas, en primer lugar, exploran el entorno de su hormiguero de forma aleatoria. Tan pronto como un individuo encuentra una fuente de comida, evalúa su cantidad y calidad y transporta un poco

al hormiguero. Durante el regreso la hormiga deja por el camino una traza depositando una sustancia denominada feromona. Después de un tiempo el camino hacia el alimento se indicará por una traza que crece con el número de hormigas que pase por él y que va desapareciendo en caso contrario. El resultado final es la consecución de rutas casi óptimas entre dos puntos. Las hormigas son cooperativas y trabajan hacia un objetivo común.

3.4.2 Algoritmos genéticos (Genetic Algorithms, GA)

Esta metaheurística fue propuesta por John Holland⁹⁹ (1975) inspirándose en el proceso observado en la evolución natural de los seres vivos. Los GA imitan el proceso de evolución natural de las especies. Cada individuo en una población se ve afectado por el resto (compitiendo por recursos, emparejándose para procrear, huyendo de los depredadores, etc.) y también por el entorno (disponibilidad de comida, clima, etc.). Los individuos mejor adaptados son los que tienen mayores posibilidades de vivir más tiempo y reproducirse, generando una progenie con su información genética.

Los GA se inician con una población inicial teniendo soluciones de diferentes calidades (fitness). De esta población se seleccionan parejas de soluciones en función de sus calidades. Una vez seleccionadas las parejas se combinan creando, de esta manera, nuevas soluciones. En algunos casos se aplica sobre la nueva solución un operador de mutación, que modifica ligeramente de manera aleatoria la nueva solución. De las soluciones de la población anterior y las soluciones creadas mediante combinación y mutación se seleccionan las que formarán parte de la siguiente población. En la mayoría de los casos la nueva población se selecciona de manera elitista, asegurando la supervivencia de las mejores soluciones de la población actual.

3.4.3 Algoritmos meméticos (Memetic algorithm, MA)

Dawkins¹⁰⁰ (1976) en su libro “El gen egoísta” inventó el término *meme* para describir una unidad de evolución cultural humana análoga a los genes, argumentando que la replicación también ocurre en la cultura, aunque en un sentido diferente. Moscato¹⁰¹ (1989) explica la estrategia evolutiva de los algoritmos meméticos con la metáfora de la evolución de las artes marciales. La evolución de los artes marciales ha tenido lugar en un tiempo diminuto comparado con la evolución biológica, su mejora no ha sido un proceso aleatorio sino guiado y sólo los grandes maestros han tenido suficiente conocimiento para mejorar un estilo existente.

En un algoritmo memético, en primer lugar se creará una población de manera aleatoria o siguiendo un procedimiento de inicialización. Cada uno de estos individuos es mejorado mediante un proceso de búsqueda secuencial por entornos para obtener un óptimo local o una solución de determinada calidad. En la siguiente fase los individuos de la población interaccionan. Esta interacción se puede desarrollar

de dos maneras distintas: una manera competitiva, en la que los individuos son eliminados de la población después de la competición con otro (para mantener el tamaño de la población el individuo perdedor se sustituye por un clon del individuo ganador), o de manera cooperativa, donde los componentes de diferentes individuos son intercambiados con la esperanza de que la combinación de dos componentes pueda evolucionar a soluciones mejores que las de los dos padres; en ese caso uno de los padres se reemplazaría por esta solución. El intercambio de componentes de diferentes individuos puede resultar en soluciones infactibles, con la necesidad de crear un procedimiento de reparación o una penalización respecto de los individuos factibles.

3.5 Redes neuronales

Las redes de neuronas artificiales (RNA) son un paradigma de aprendizaje y procesamiento automático inspirado en la forma en que funciona el sistema nervioso de los animales. Se trata de un sistema de interconexión de neuronas en una red que colabora para producir un estímulo de salida. En la Figura 3.3 se muestra el esquema de una red neuronal.

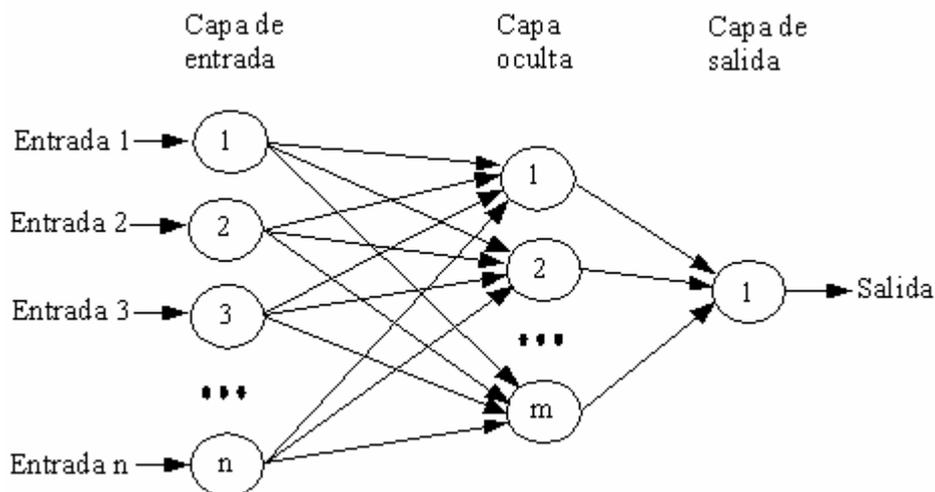


Figura 3.3: Red neuronal artificial con n neuronas de entrada, m en su capa oculta y una de salida.

Partiendo de un conjunto de datos de entrada significativo el objetivo será conseguir que la red aprenda mediante un entrenamiento las propiedades deseadas. Las características de las RNA las hacen apropiadas para aplicaciones en las que no se dispone, a priori, de un modelo identificable que pueda ser programado, pero se dispone de un conjunto de ejemplos de entrada. También han sido utilizadas en la aplicación a diversos problemas de optimización.

Desde el punto de vista de las aplicaciones prácticas, la ventaja de las RNA reside en el proceso paralelo, adaptable y no lineal de las mismas, siendo capaces de crear un modelo a partir de un número de datos suficiente, razón por la cual se han empleado con éxito en un gran número de campos.

Capítulo 4. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Este capítulo describe todas las variables y parámetros necesarios para definir el problema de optimización. Se expone cómo se consigue una modulación de las armaduras construible. Se detalla la obtención del coste de la estructura y se explica el módulo de comprobación realizado para los elementos de la pila soporte y zapata.

4.1 Definición de la pila de hormigón armado.

Para la optimización de la pila, que se compondrá de soporte más su correspondiente cimentación, será necesario definirla mediante una serie de variables. Adicionalmente, cada problema, depende de unos parámetros que tienen un valor concreto y son invariantes durante el proceso de optimización.

La definición de variable y parámetro es la siguiente:

Variable: Magnitud que puede tener un valor cualquiera de los comprendidos en un conjunto.

Parámetro: Parámetro es un dato que, en una familia de elementos, sirve para identificar cada uno de ellos mediante su correspondiente valor.

En el soporte el número de variables dependerá del número de tramos, que a su vez dependen de la altura del mismo. Para la zapata el número de variables será de 16. El número de parámetros totales para el problema será de 20: 9 geométricos, 5 de carga, 2 de armado, 1 relacionado con la normativa empleada y 3 relativos al ambiente de exposición.

4.1.1 Variables

Las variables son valores necesarios para definir la estructura y serán modificadas por el algoritmo de búsqueda durante el proceso de optimización. Se adoptarán discretas, ya que, lo que se pretende es que las pilas resultado del proceso sean construibles. Se pueden dividir, tanto para el soporte como para la zapata, en tres grandes grupos: geométricas, relacionadas con la calidad del hormigón y relacionadas con el armado. En la Tabla 4.1 se muestran las diferentes variables del soporte cuya representación para las variables de la sección hueca se hará en la Figura 4.1.

Variables del soporte	Notación
<u>Geométricas</u>	
Espesor dimensión longitudinal soporte	$b(1,i)$
Espesor dimensión transversal soporte	$b(2,i)$
Pendiente transversal del soporte	$Pend_t$
Pendiente longitudinal del soporte	$Pend_l$
Dimensión longitudinal superior soporte	$a(2,sup)$
<u>Relacionadas con la calidad del hormigón</u>	
Hormigón soporte	$fcks(i)$
<u>Relacionadas con el armado</u>	
Armado cabeza soporte	Acp
Barras exteriores dirección transversal	$b_{aes}(1,i)$
Barras interiores dirección transversal	$b_{ais}(1,i)$
Barras exteriores dirección longitudinal	$b_{aes}(2,i)$
Barras interiores dirección longitudinal	$b_{ais}(2,i)$
Diámetro barras exteriores dirección transversal	$d_{iaes}(1,i)$
Diámetro barras interiores dirección transversal	$d_{iais}(1,i)$
Diámetro barras exteriores dirección longitudinal	$d_{iaes}(2,i)$
Diámetro barras interiores dirección longitudinal	$d_{iais}(2,i)$
Diámetro cercos dirección transversal	$d_{ct}(i)$
Diámetro cercos dirección longitudinal	$d_{cl}(i)$
Separación cercos	$S_{epc}(i)$

Tabla 4.1: Variables del soporte

- Geométricas:

La sección del soporte podrá variar a lo largo del mismo dependiendo de las pendientes de sus caras, que serán constantes en todo el soporte, y de la dimensión longitudinal exterior de la cara superior del soporte. Caras paralelas tendrán la misma pendiente en sentido opuesto y las paredes interiores serán paralelas a las exteriores. Los valores de las pendientes, en las paredes del soporte, podrán ser cero (paredes verticales) o tener valores comprendidos entre 1/100 y 1/20 realizando variación de 1/2.5 en 1/2.5, lo que dará 34 posibilidades. La dimensión longitudinal del soporte en cabeza podrá variar de 1.00 a 5.00 metros con incrementos de 0.05 metros lo que dará un total de 81 posibilidades, esta dimensión deberá ser igual o superior a la de los apoyos en esta dirección más 0.20 metros. Para una determinada sección sus dimensiones exteriores vendrán dadas por las ecuaciones 4.1 y 4.2:

$$a(1,i) = a(1,\text{sup}) + d \times \text{Pend}_t \quad 4.1$$

$$a(2,i) = a(2,\text{sup}) + d \times \text{Pend}_l \quad 4.2$$

Siendo:

- $a(1,i), a(2,i)$: dimensión transversal y longitudinal del soporte en la sección i .
- $\text{Pend}_t, \text{Pend}_l$: Pendientes transversales y longitudinales de las caras del soporte
- $a(1,\text{sup}), a(2,\text{sup})$: dimensión transversal y longitudinal del soporte en cabeza
- d : distancia desde la cabeza del soporte a la sección i .

Los dos espesores interiores del soporte podrán cambiar, para cada una de las secciones huecas tomadas en el estudio de la misma, la restricción adoptada será la siguiente: el ancho de la sección superior deberá ser como máximo igual al de la inferior, pero nunca mayor. Los valores que pueden tomar estas variables van desde 0.25 metros a 0.75 metros variando de 0.025 metros en 0.025 metros, por lo que el número total de espesores posibles será de 21 en la sección 1 para cada dirección, en el resto de secciones los valores posibles serán menores y dependerán del adoptado en la sección inferior para esa dirección, tal como se ha comentado anteriormente.

El número total de variables geométricas será de 1 debida a la dimensión longitudinal exterior superior del soporte, más 2 que corresponderán a la pendiente longitudinal y a la transversal y más 2 veces el número de tramos huecos del soporte que corresponderán a los espesores.

- Relacionadas con la calidad del hormigón:

El hormigón podrá variar de resistencia en cada una de las puestas, siempre que se cumpla que el de la puesta superior será de igual o menor resistencia al de la inferior. El número de variables relacionadas

con la calidad del hormigón será igual al número de tramos. Se dispondrán como posibles 6 tipos de hormigón armado diferentes, según su resistencia a compresión simple a 28 días. Estas 6 posibilidades serán HA-25, HA-30, HA-35, HA-40, HA-45, HA-50.

- Relacionadas con el armado:

En la cabeza del soporte se dispondrá un armado que dependerá del hormigón dispuesto en dicho tramo, de las reacciones en los apoyos y de los anchos de las paredes del soporte en el tramo inferior al mismo.

Dispondremos de un determinado número de barras longitudinales a lo largo del soporte en el paramento exterior de la sección y otro en el interior, siendo las barras en caras paralelas iguales en número y diámetro en cada tramo. El número de barras longitudinales a disponer dependerá de las dimensiones del paramento que cubren y de la separación de las mismas, suponiendo conocidas las dimensiones de las caras las posibles separaciones de las barras en el primer tramo serán de 0.100 metros a 0.300 metros, tomando una variación de la misma de 0.002 metros, por lo que se tendrán 101 posibilidades en este tramo, el número de barras a disponer en los tramos superiores será el mismo que el del tramo inferior o la mitad (si el de la inferior es impar la mitad más una), limitando la separación máxima de las mismas a 0.300 metros. Los posibles diámetros de las mismas serán 12, 16, 20, 25 y 32 expresados en milímetros. El diámetro de las barras en el tramo superior será igual o menor al del tramo inferior para cada cara, por lo que en la sección 1 se tendrá la posibilidad de disponer 6 diámetros diferentes en cada una de las caras, teniendo en cuenta que caras paralelas exteriores tendrán el mismo diámetro y caras paralelas interiores también, y los de los tramos superiores dependerán de los inferiores. Las barras se dispondrán en ambos casos, tanto exteriores como interiores, paralelas a los paramentos.

Se podrán montar dos tipos de cercos, independientes unos de otros, en una determinada sección: los que van en dirección longitudinal y los que van en transversal. Estos cercos podrán ser de diferente diámetro en un mismo tramo, según la dirección de los mismos, siendo la separación entre ambos igual. Cuando se dispongan cercos en un tramo, los que van en la misma dirección en el superior tendrán que ser de igual o menor diámetro, y la separación de los mismos en el tramo superior tendrá que ser igual o mayor. Los posibles diámetros que se pueden disponer para armadura de cortante serán 12, 16 y 20 milímetros, además, existirá la posibilidad de no disponer armadura. Las posibles separaciones de cercos irán de 0.100 metros a 0.300 metros, variando de 0.025 metros en 0.025 metros.

El número total de variables de armado serán: 1 relativa al armado de la cabeza del soporte, más 8 veces el número de tramos para el armado de las barras dispuestas en la altura del soporte, más 3 veces el número de tramos huecos relativo a los cercos de cortante.

El número total de variables del soporte será de: 4 más 9 veces el número de tramos del soporte más 5 veces el número de tramos huecos. En Figura 4.1 se muestran las variables que definen una determinada sección hueca del soporte.

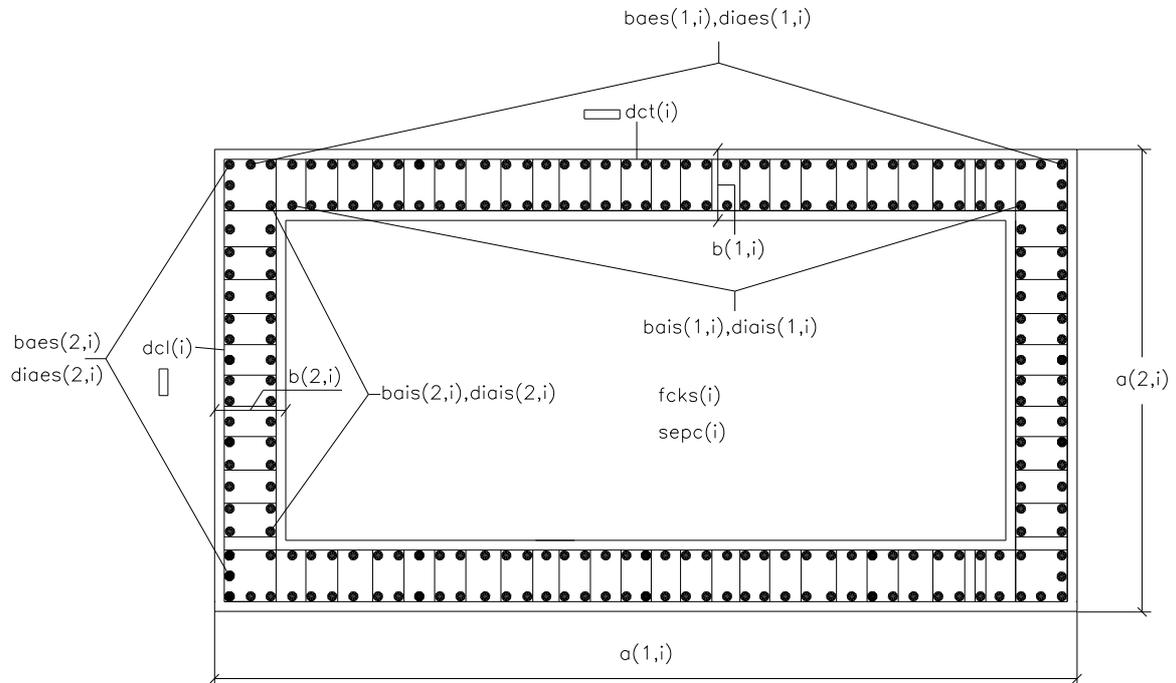


Figura 4.1: Variables sección hueca del soporte

La Tabla 4.2 mostrará las variables de la zapata, que constará de 5 geométricas, 1 relacionada con la calidad del hormigón y 10 relacionadas con el armado, siendo el total de 16 variables. Dichas variables se representarán en la Figura 4.2.

Variables de la zapata	Notación
<u>Geométricas (5)</u>	
Canto total de la zapata	h_z
Dimensión longitudinal zapata	L_z
Dimensión transversal zapata	T_z
Dimensión longitudinal plinto	L_p
Dimensión transversal plinto	T_p
<u>Relacionadas con la calidad del hormigón (1 variable)</u>	
Hormigón zapata	f_{ckz}
<u>Relacionadas con el armado (10 variables)</u>	
Barras base zapata dirección transversal	b_{zt}
Barras base zapata dirección longitudinal	b_{zl}
Capas barras base zapata dirección transversal	N_{ct}
Capas barras base zapata dirección longitudinal	N_{cl}
Diámetro barras base dirección transversal	d_{zbt}
Diámetro barras base dirección longitudinal	d_{zbl}
Diámetro barras superior zapata dirección transversal	d_{zst}
Diámetro barras superior zapata dirección longitudinal	d_{zsl}
Diámetro barras superior plinto dirección transversal	d_{pst}
Diámetro barras superior plinto dirección longitudinal	d_{psl}

Tabla 4.2: Variables de la zapata

- Geométricas (5 variables):

La cimentación, que constará de zapata inferior y plinto, podrá adoptar un canto total que irá desde 1.00 metros hasta 4.00 siendo la variación entre valores de 0.100 metros, por lo que habrá 31 posibles, el canto total se dividirá entre la zapata inferior y el plinto adoptando cada uno la mitad del mismo.

Las dimensiones de la zapata, para cada lado, será mayor al ancho del soporte en su sección de arranques más un canto útil por cada lado. Las dimensiones posibles irán desde 8.00 metros a 25.00, siendo la variación de 0.25 metros y el número de posibilidades de 69, en cada dirección.

Las dimensiones del plinto, que serán como mucho las de la zapata, deberán ser mayores al ancho del soporte en su sección de arranques más un canto útil por cada lado. Las dimensiones posibles irán de 4.00 a 25.00 metros, siendo la variación de 0.25 metros y el número de posibilidades de 85.

- Relacionadas con la calidad del hormigón (1 variable):

Los posibles tipos de hormigones a disponer serán los mismos que en el soporte, por lo que tendremos 6 posibles. El hormigón será el mismo para toda la zapata.

- Relacionadas con el armado (10 variables):

En la zapata se dispondrán un número determinado de barras en su parte inferior (posición 1), tanto en la dirección longitudinal como en la transversal, dicho número dependerá de las dimensiones que en este paso se supondrán conocidas y de la separación de las mismas que irá de 0.100 m a 0.300 m, variando de 0.025 m en 0.025 m, por lo que se tendrán 9 posibilidades, además, el número de capas posibles para cada una de las direcciones podrá tener uno de los siguientes valores: 1, 2, 3, ó 4.

El número de barras dispuesto en la parte superior de la zapata (posición 3) será el mismo que en su parte inferior en una capa, para cada dirección. Este número de barras será nulo si la zapata tiene las mismas dimensiones que el plinto, en cuyo caso tendremos una zapata sin plinto y la armadura superior del plinto pasará a ser la de la zapata.

Las barras dispuestas en la parte superior del plinto (posición 5) serán la parte proporcional de las de la zapata en su parte inferior en relación con la dimensión del mismo.

Los posibles diámetros de las barras serán los mismos que en la armadura longitudinal del soporte, es decir, 12, 16, 20, 25, 32, expresados en milímetros, pudiendo ser diferentes según la posición y dirección en que nos encontremos.

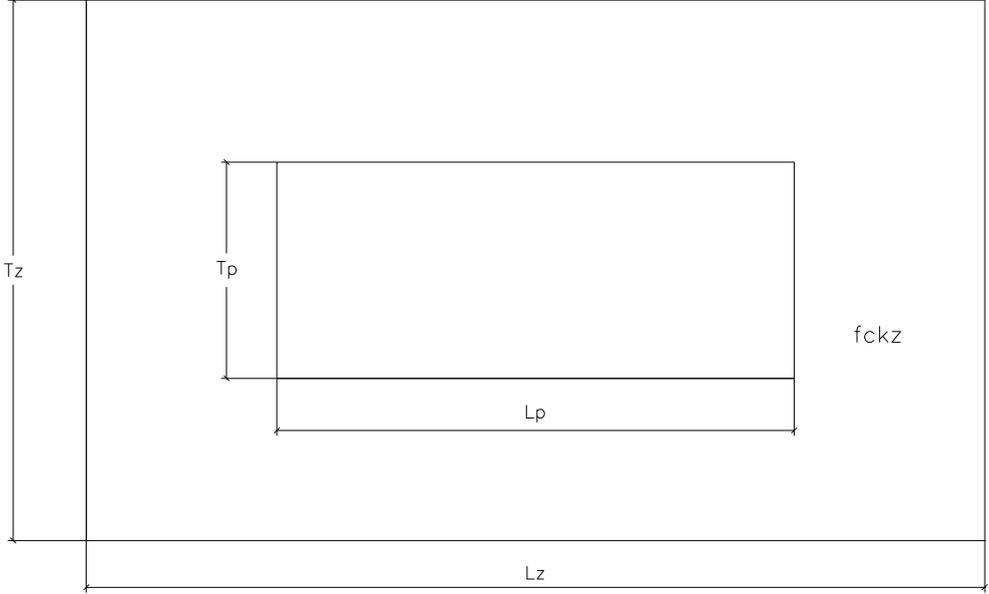
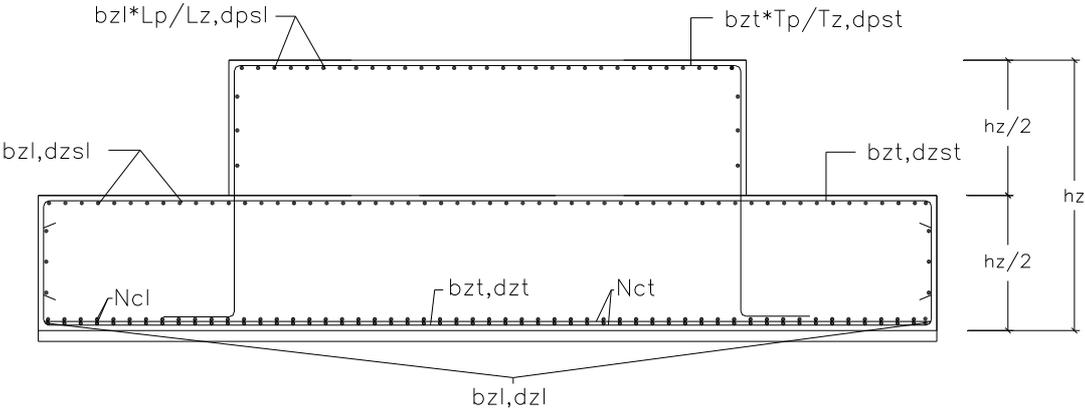


Figura 4.2: Variables de la zapata

4.1.2 Parámetros

Los parámetros son todos aquellos datos necesarios para definir un problema concreto siendo invariantes en el proceso de cálculo, en este caso optimización.

Mediante la fijación de los parámetros se define un problema determinado dentro del grupo de posibles problemas. La división en parámetros y variables no es estricta, algunos parámetros se podrían haber descrito como variables y algunas variables como parámetros, este es el caso de la pendientes de las caras de los soportes que en el Capítulo 6 se han supuesto nulas (paredes verticales) siendo la sección exterior constante a lo largo de toda la altura. En el Capítulo 9 podrán no ser nulas variando las secciones exteriores con una determinada pendiente, en cada dirección, que se mantendrá constante a lo largo de todo el soporte. Los 19 parámetros con los que se ha definido el problema se muestran en la Tabla 4.3.

Parámetros	Notación y valores
<u>Geométricos (8)</u>	
Dimensión transversal del soporte en cabeza	$a(1,\text{sup})$
Altura soporte	H_s
Altura zona maciza soporte	H_m
Altura trepa encofrado	H_t
Número de apoyos	$N_a = 2$
Separación apoyos	S_a
Dimensión transversal apoyo soporte	A_t
Dimensión longitudinal apoyo soporte	A_l
<u>De carga (5)</u>	
Densidad de las tierras	$D_t = 20.00 \text{ KN/m}^3$
Tensión admisible terreno	$T_{\text{adm}} = 500.00 \text{ KN/m}^2$
Reacciones apoyo 1	R_1
Reacciones apoyo 2	R_2
Resto de acciones sobre la pila	R_a
<u>De armado (2)</u>	
Tipo de acero (B-500-S)	$f_{yk} = 500 \text{ MPa}$
Armado caras laterales zapata	A_{clz}
<u>De Normativa (1)</u>	
Normativa empleada	N

Parámetros	Notación y valores
<u>De exposición (3)</u>	
Ambiente de exposición interno	A_i
Ambiente de exposición externo	A_{ex}
Ambiente de exposición enterrado	A_{en}

Tabla 4.3: Parámetros

Parámetros geométricos (8 parámetros)

Se fijará como parámetro la dimensión transversal del soporte en cota de apoyos que será igual a la del fondo del tablero, la altura del soporte, la dimensión de la parte maciza del soporte bajo apoyos, en la cual se realizará el armado de cabeza, la altura de trepa con la que se construirá y que permitirá definir diferentes tipos de secciones, el número de apoyos, separación y dimensión de los mismos.

Parámetros de carga (5 parámetros)

Entre ellos estarán la densidad de las tierras que se sitúan sobre la zapata, la tensión admisible del terreno a la cual podremos cimentar, las reacciones sobre los apoyos en los distintos casos de carga que servirán para obtener los esfuerzos en las diferentes hipótesis y el resto de acciones que actúan sobre la pila, como puede ser el viento.

Anteriormente, se han mostrado los valores de densidad de las tierras y de la tensión admisible del terreno. Las reacciones y acciones sobre la pila son parámetros que englobarán diferentes valores, según la hipótesis de carga, y que habrá que definir en cada caso.

Parámetros de armado (2 parámetros)

El armado de las caras laterales de la zapata (posición 2) y del plinto (posición 4) se considerarán como un parámetro, disponiéndose $\emptyset 12/20$. El acero utilizado será B-500-S en toda la pila con su valor de resistencia característico. En el punto 4.3.4.1 se encuentra el diagrama tensión-deformación del mismo.

Parámetros de normativa (1 parámetros)

Según la normativa empleada habrá que hacer unas comprobaciones u otras y éstas se realizarán de una manera determinada. En este caso la normativa empleada es la IAP-98¹⁰² “Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de carretera”, el “Borrador de Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes de ferrocarril (IAPF-2003)¹⁰³” de febrero del 2003, la

EHE¹⁰⁴ “Instrucción de Hormigón Estructural”, el Eurocódigo 2¹⁰⁵ “Proyecto de estructuras de hormigón” y la NCSE-02¹⁰⁶ “Norma de construcción sismorresistente: parte general y edificación”.

Parámetros de exposición (3 parámetros)

Contemplan los diferentes ambientes en los que se encuentra construida la estructura: interior, exterior y enterrado. El interior corresponderá a la parte hueca interior del soporte, el exterior al contorno exterior del soporte y el enterrado a la zapata.

El ambiente interior considerado ha sido tipo I por tratarse de un interior sin condensación. El exterior ha sido el IIb que representará un tipo de ambiente exterior sin cloruros y precipitación media anual menor de 600 milímetros. El ambiente enterrado considerado ha sido el IIa que corresponde a elementos enterrados o sumergidos. Tanto el tipo de ambiente exterior como el enterrado son los normalmente considerados en el cálculo de este tipo de estructuras, razón por la cual se han seleccionado.

El tipo de elemento supuesto ha sido el general y el control de ejecución intenso, por lo que tratándose de una construcción realizada “in situ”, el incremento de recubrimiento será de 5 milímetros. Sumando el incremento de recubrimiento al recubrimiento mínimo debido al tipo de ambiente tendremos unos recubrimientos nominales de 25, 35 y 30 milímetros para el ambiente interior, el exterior y el enterrado, respectivamente.

Los parámetros empleados para el soporte y la zapata se muestran en la Figura 4.3.

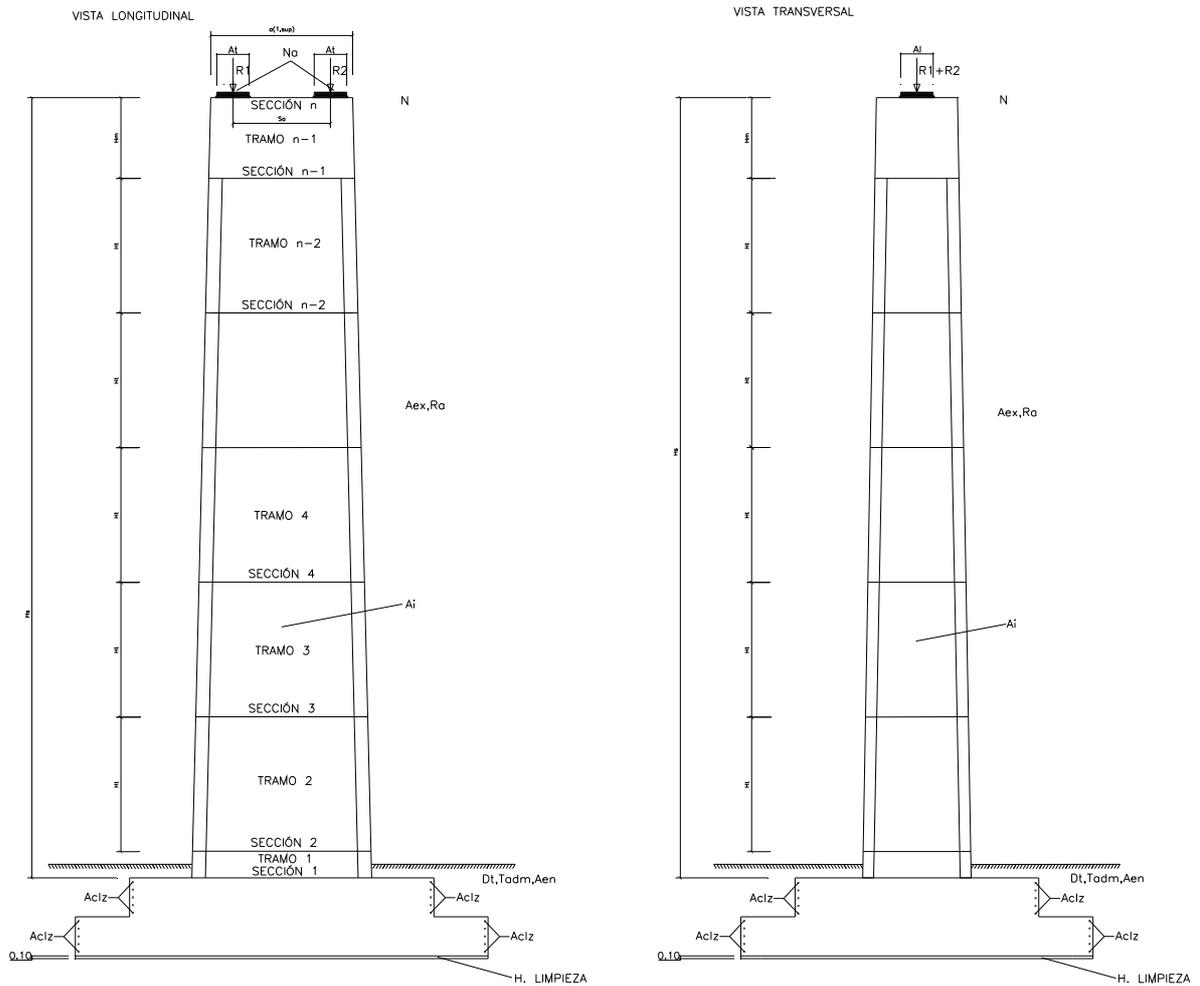


Figura 4.3: Parámetros pila hormigón armado

4.2 Definición de la función objetivo.

La definición de función objetivo es la siguiente:

Función objetivo: objetivo global de un problema de decisión expresado en una forma matemática en términos de parámetros y de las variables de decisión.

La función objetivo utilizada será económica y vendrá dada por los costes unitarios que llevan asociados cada uno de los materiales y trabajos realizados para la construcción de la pila. Estos costes unitarios se multiplicarán por su cantidad correspondiente dando un coste total que habrá que minimizar. Además la solución deberá ser factible, es decir, verificar las restricciones del problema, que en este caso serán los diferentes estados límite de servicio y últimos según la normativa aplicada.

4.2.1 Costes unitarios

Los costes unitarios considerados para la obtención del coste total de la estructura son los reales de mercado en la Comunidad Valenciana en el año 2007 y han sido proporcionados por diferentes empresas constructoras. Estos se muestran en la Tabla 4.4.

Unidad	Descripción	Coste unitario
Acero (B-500-S)	Material & Mano de obra	0.73[€/kg]
Encofrado	Encofrado zapata	18.00[€/m ²]
	Encofrado soporte zona exterior	48.19[€/m ²]
	Encofrado soporte zona interior (mínimo 2 caras verticales)	49.50[€/m ²]
	Encofrado soporte zona interior (4 caras no verticales)	65.00[€/m ²]
	Chapa hormigonar zona maciza	120.48[€/m ²]
	Hormigón	Mano obra hormigonado zapata
Mano obra hormigonado secciones huecas pila		6.50[€/m ³]
Mano obra hormigonado cabeza pila		6.50[€/m ³]
Bomba		6.01[€/m ³]
HA-25		45.24[€/m ³]
HA-30		49.38[€/m ³]
HA-35		53.90[€/m ³]
HA-40		59.00[€/m ³]
HA-45		63.80[€/m ³]
HA-50		68.61[€/m ³]
Movimiento de tierras		Excavación
	Relleno	4.81[€/m ³]

Tabla 4.4: Costes unitarios

El acero se dispondrá en barras corrugadas B-500-S y en el coste del mismo vendrá incluido el suministro, doblado, montaje, puesta en obra según EHE¹⁰⁴, incluso despuntes, atado y solapes. Este coste es constante para las diferentes armaduras de la pila y sólo dependerá de los kilos de armado que se dispongan.

El coste de encofrado se medirá en euros/m² y dependerá de la zona de la pila a encofrar. En la zapata se realizará un encofrado convencional. En la zona del soporte el encofrado será trepante diferenciando, para el interior, según la pendiente de las paredes del soporte: si son verticales las 4 caras o 2 paralelas el encofrado tendrá un precio y si las 4 caras no son verticales tendrá otro precio, esto es debido a que para montar el encofrado con 4 caras no verticales cada vez que se suba un tramo habrá que variarlo de dimensiones para lo que se tendrá que bajar a cota de terreno, para esta maniobra, que no habría que realizar en el otro caso, se necesitará una grúa y unos medios auxiliares que harán incrementar su coste. El encofrado exterior tendrá el mismo precio en todos los casos, se dispondrán 2L abrazadas variando sus dimensiones con la altura si fuera necesario. El encofrado sobre el que se hormigona la zona maciza podrá ser una chapa metálica o una prelosa de hormigón armado teniendo costes parecidos en ambos casos y se dejará perdido. En el encofrado se incluirá el suministro del mismo, la colocación con los medios necesarios, desencofrado y limpieza, incluso la parte proporcional de cuñas, apuntalamiento y desencofrante.

El coste del hormigonado variará, según el tipo de hormigón que se esté empleando y el elemento a hormigonar, disponiéndose de bomba para hormigonar tanto el soporte como la zapata. El coste unitario incluirá la fabricación, el transporte, puesta en obra, vibrado y curado del mismo.

La excavación del terreno incluirá el despeje, desbroce y excavación con medios mecánicos, incluso extracción, carga y transporte a vertedero o al lugar de empleo del mismo.

El relleno se realizará con material procedente de la excavación o de otra parte de la obra y se compactará en tongadas de espesor hasta 25 centímetros utilizando bandeja vibrante.

4.2.2 Evaluación del coste de la estructura.

En general, la pila se construirá en un número de fases determinado que dependerá de los tramos en que se realiza. El número de tramos será variable y dependerá de la altura de la misma. Se tomará 3.00 metros la altura de la zona maciza superior. Los tramos desde la parte maciza hasta la zapata serán en sección hueca y de 5.00 metros menos el de arranques que deberá completar la altura del soporte, por lo que normalmente será inferior a 5 metros. El cálculo del coste se ha realizado de acuerdo con la secuencia de construcción que se detalla a continuación:

Fase 1

1. Excavación hasta cota de cimentación, la dimensión de la excavación será la de la zapata más 1.00 metros por cada lado.
2. Vertido del hormigón de limpieza
3. Ferrallado de la zapata y de las esperas del primer tramo del soporte
4. Encofrado de la zapata
5. Hormigonado y curado de la zapata
6. Desencofrado de la zapata

Fase 2

7. Ferrallado de las barras longitudinales del primer tramo del soporte, si las barras de un tramo continúan en el superior y el espesor sigue siendo el mismo se dispondrán las barras que ocupen los dos tramos hasta una longitud máxima de 12 metros. Si se cambia de espesor habrá que colocar las barras de la puesta superior con la correspondiente longitud de anclaje.
8. Ferrallado de los cercos en el primer tramo, si se disponen los mismos.
9. Atado de las barras longitudinales mediante cercos de diámetro 8 milímetros, en caso de que no se dispongan cercos por cortante.
10. Encofrado del primer tramo del soporte.
11. Hormigonado y curado del primer tramo del soporte.

Fase 3

12. Ferrallado de las barras longitudinales del segundo tramo.
13. Ferrallado de los cercos del segundo tramo, si se disponen los mismos.
14. Atado de las barras longitudinales mediante cercos de diámetro 8 milímetros, en caso de que no se dispongan cercos por cortante.
15. Encofrado del segundo tramo del soporte, subiendo la trepa del tramo anterior.
16. Hormigonado y curado del segundo tramo del soporte.

Las fases 2 y 3 se repiten a lo largo del soporte, mientras la sección permanece hueca, en las fases 4, 5, ..., n-1, siendo n el número de fases totales.

Fase n

17. Ferrallado de las barras longitudinales de la zona maciza.
18. Disposición del encofrado que sustentará el hormigón de la zona maciza.
19. Ferrallado de las armaduras adicionales de la zona maciza.
20. Encofrado.
21. Hormigonado y curado de la zona maciza del soporte.
22. Desencofrado.
23. Relleno de tierras, cubriendo la cimentación hasta medio metro por encima de la parte superior de la misma.

Los materiales empleados se han dispuesto de la siguiente manera:

Hormigón

El volumen total de hormigón será la suma del dispuesto en la zapata, en las secciones huecas y en la zona maciza del soporte.

Encofrado

El encofrado de la zapata consistirá en cuatro tapes laterales, si se trata de zapata única, con altura el canto de la misma o en ocho tapes laterales con altura la mitad del canto total de la zapata, si se trata de zapata con plinto, más el encofrado de la parte que sobresale la zapata al plinto.

En cada una de las fases del soporte en su sección hueca se dividirá en dos, el de su parte exterior y el de la interior. En la zona maciza corresponderá a la sección exterior, más el encofrado perdido dispuesto en la base sobre la que se hormigonará ésta.

Armadura

En la zapata se dispondrán barras en sentido longitudinal y transversal. En cada sentido se dispondrán barras de Ø12 milímetros en las posiciones 2 y 4 cada 0.20 metros. En la base de la zapata (posición 1) se dispondrán un determinado número de barras que podrán ir colocadas en varias capas. En la parte superior de la zapata (posición 3) se dispondrán el mismo número de barras que en la posición 1 en una capa, si la zapata dispone de plinto, sino no se dispondrá armadura. En la posición 5, parte superior del plinto o de la zapata sino se dispusiera plinto, se colocarán el número de barras

proporcionales a las dispuestas en una capa en la posición 1 en relación con la dimensión ancho del plinto y del de la zapata. Todas estas barras serán de longitud el lado donde se colocan menos dos recubrimientos (uno por cada lado) y más 0.40 metros, suponiendo que se prolongan 0.20 metros en cada uno de los lados después de doblarlas. En las zapatas no se ha contemplado la posibilidad de disponer armadura de cortante, ya que no es una disposición habitual en la práctica, por aumentar considerablemente el coste de la misma y dificultar su construcción.

En la parte hueca del soporte se dispondrán barras en los distintos tramos, según las condiciones explicadas anteriormente, las barras tendrán una longitud máxima de 12 metros y se solaparán a las de la sección superior si continúan y han llegado a los 12 metros. Si a lo largo de estas barras la sección de hormigón disminuye se doblarán, siendo la longitud de doblado la mitad del ancho de la sección inferior y la del tramo superior se dispondrán embebidas la longitud de solape en el inferior. Si cambian de diámetro en el tramo superior se solaparán a las del tramo inferior. Si las barras no continúan en el tramo superior llegarán hasta el inicio del mismo más su longitud de anclaje. Como armadura transversal se dispondrán cercos, tanto en dirección transversal como en longitudinal que rodearán a todas las barras longitudinales. Aunque no se dispongan armadura por cortante se realizará un atado de las barras longitudinales mediante cercos de diámetro 8 milímetros, de tal manera que todas las barras permanezcan unidas mediante los mismos y estos sujeten a las comprimidas evitando el pandeo local de las mismas. En la Figura 4.4 se muestra el detalle de armado al cambiar el espesor de las paredes entre dos secciones consecutivas en la parte hueca del soporte.

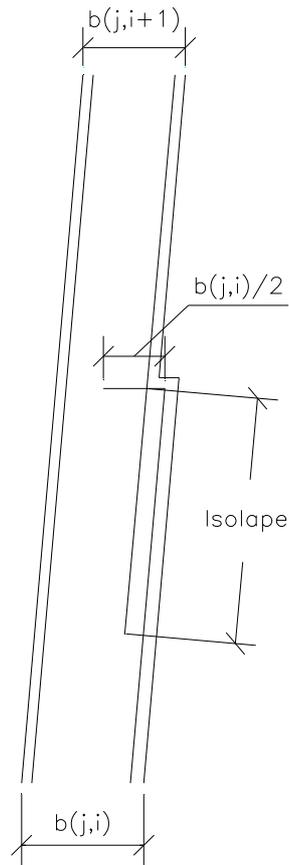


Figura 4.4: Detalle cambio de sección en dos tramos consecutivos

En la zona maciza del soporte, además de la armadura longitudinal dispuesta, se dispondrá armadura de refuerzo que consistirá en:

- Armadura dispuesta por refuerzo de apoyos en dirección longitudinal y transversal (Asmal, Asmat), serán barras de 20 milímetros. En longitudinal se dispondrán las barras Asmal bajo apoyos más barras dispuestas a 0.20 m por cada lado de los apoyos y entre los mismos.
- Armadura superior de flexión, dirección transversal (Asmsu), serán barras de 20 milímetros.
- Armadura inferior de flexión, dirección transversal y longitudinal (Asmti, Asmli), serán barras de 20 milímetros.
- Armadura de cortante (Acm), serán cercos de diámetro 16 milímetros dispuestos cada 0.20 metros.
- Armadura horizontal de piel que consistirá en $\text{Ø}12$ dispuestos cada 0.20 metros.

La Figura 4.5 muestra la disposición y forma de las diferentes armaduras utilizadas en el armado de la cabeza del soporte.

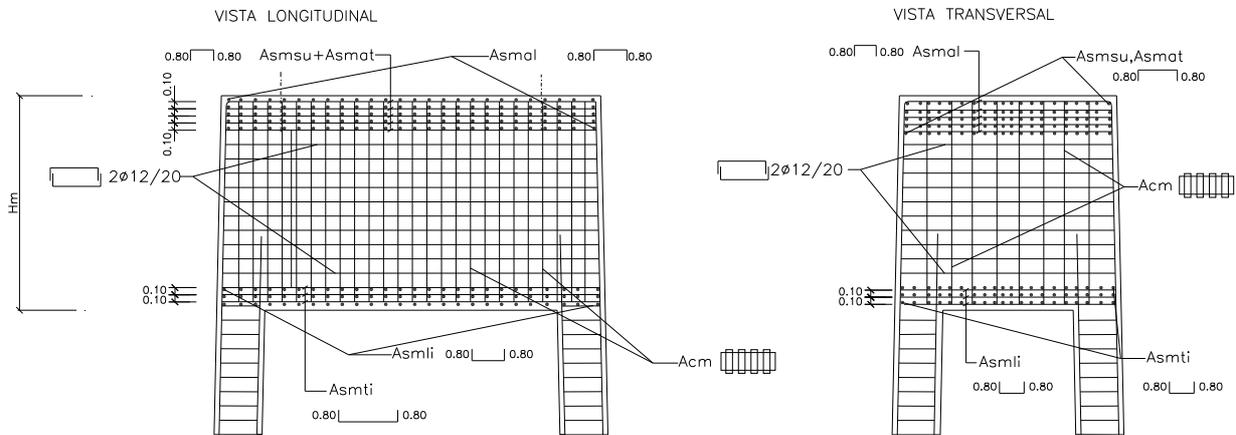


Figura 4.5: Armado cabeza del soporte

4.3 Comprobación estructural

A continuación se da una descripción de las diferentes acciones que actúan sobre la estructura, las características de los materiales empleados y sus diagramas tensión-deformación, el método de integración de secciones y la comprobación de los diferentes Estados Límite, de acuerdo con la normativa española EHE¹⁰⁴ y el Eurocódigo 2¹⁰⁵, del soporte y la cimentación.

4.3.1 Acciones y esfuerzos

Sobre la pila actuarán las acciones que provienen del tablero a través de los apoyos, el viento transversal que actuará directamente sobre el soporte y el peso propio del soporte y de las tierras sobre la zapata.

Las cargas a considerar con sus valores característicos, sus coeficientes de seguridad y combinación se detallan en la IAP-98¹⁰² y en el IAPF-2003¹⁰³, según el caso.

Las acciones que provienen del tablero, sobre los apoyos, serán las siguientes:

- Verticales:
 - Permanentes
 - Tren de cargas de la IAP-98¹⁰² o del IAPF-2003¹⁰³

- Descenso de apoyos
- Acciones térmicas
- Horizontales:
 - Deformación de neoprenos o rozamiento sobre apoyos
 - Frenado
 - Viento
 - Lazo (Sólo en el caso de pilas de ferrocarril)

La fuerza centrífuga será nula, ya que el puente considerado es recto en todos los casos.

No se considerará acción sísmica, por suponerse el puente ubicado en una zona con aceleración sísmica básica menor que 0.04 g, ya que según la NCSR-02¹⁰⁶ no será necesaria la consideración de acciones sísmicas.

Acciones sobre la propia pila:

- Verticales:
 - Peso propio
 - Peso de las tierras sobre la zapata
- Horizontales:
 - Viento transversal

La densidad del hormigón considerada ha sido de 25 KN/m³ y de 20 KN/m³ para las tierras.

En el cálculo del soporte habrá que tener en cuenta, además, la excentricidad debida al defecto de construcción, que según el Eurocódigo 2¹⁰⁵ vendrá definida por la ecuación 4.3:

$$e_{cx} = \frac{1}{100 * \sqrt{H_S}} * \frac{l_0}{2} \quad 4.3$$

Siendo:

- e_{cx} : Excentricidad en cabeza del soporte
- H_S : Altura de soporte.
- l_0 : Longitud eficaz de la pieza aislada.

Esta excentricidad se producirá en la cabeza del soporte en la dirección longitudinal (avance de PKs), lo que incrementará el momento en las diversas secciones en que se comprueba, ya que las cargas verticales se aplicarán desplazadas respecto a la directriz de la pieza. El defecto de construcción se ha supuesto en la dirección del “eje débil”, ya que al incrementar el momento flector en esta dirección será la más desfavorable y la deformada se parecerá lo más posible al modo de pandeo de la pieza. Dada la deformación en cabeza del soporte en el resto se ha supuesto deformada senoidal siendo nula en arranques.

En el cálculo se ha considerado la combinación de las acciones, según la normativa de acciones a aplicar, para los diferentes Estados Límite tanto de servicio como últimos. En la Figura 4.6 se muestran las acciones consideradas en el cálculo, que serán las siguientes: las acciones verticales y horizontales del tablero sobre los apoyos, el viento transversal que actúa sobre el soporte, el peso propio del soporte dividido en los tramos que lo forman, el peso propio de la zapata y de las tierras sobre la zapata, además del defecto de construcción en la dirección longitudinal.

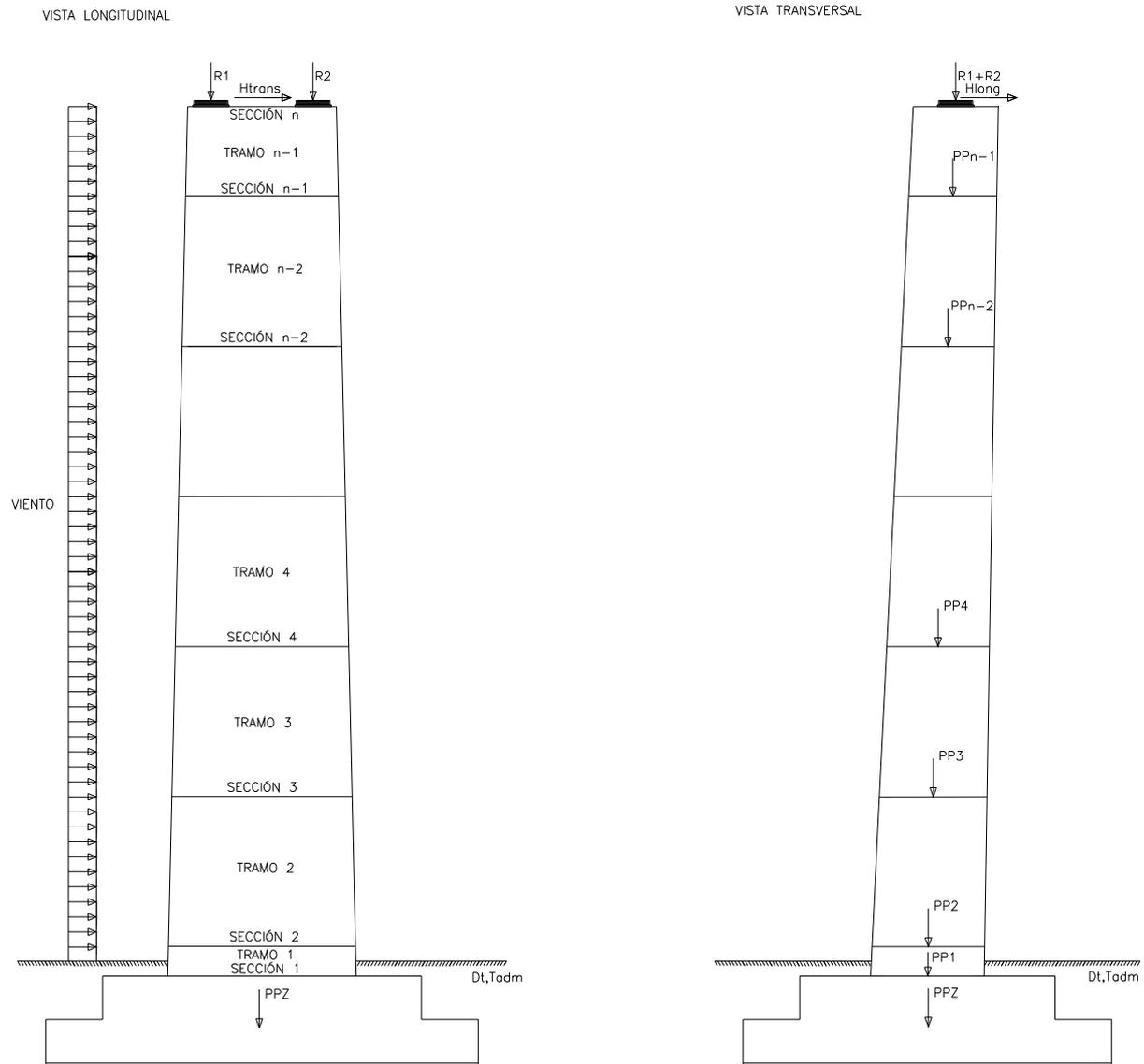


Figura 4.6: Cargas aplicadas. Excentricidad debida a defectos de construcción

4.3.2 Comprobación del soporte

4.3.2.1 Proceso general de comprobación

La modelización del soporte se ha realizado mediante “n” secciones base y determinados tramos (“n-1”) que tendrán las características de sus secciones base. Esta división se ha realizado teniendo en cuenta el proceso constructivo, pues los tramos coincidirán con las diferentes fases de ferrallado, encofrado y hormigonado. El soporte se ha considerado empotrado en la zapata siendo el desplazamiento y giro de la sección de arranques nulos. El terreno sobre el que se cimenta se supondrá

una roca de escasa deformabilidad, tomándose esta deformabilidad como nula en el modelo de cálculo. La comprobación del mismo incluirá, para cada una de las hipótesis de cálculo consideradas y en cada sección base (excepto la de inestabilidad que es global del soporte) la verificación de los siguientes Estados Límite Último:

- Agotamiento frente solicitaciones normales
- Agotamiento frente a cortante
- Inestabilidad
- Fatiga

Y del siguiente Estado Límite de Servicio:

- Fisuración

Las comprobaciones se ejecutan de manera que en cuanto no se cumple un Estado Límite el soporte se descarta, razón por la cual se realizarán primero las que supongan menor tiempo computacional intentando minimizar el mismo. La primera comprobación a realizar será que la armadura longitudinal dispuesta en el soporte es mayor, en cada tramo, a los mínimos geométricos según el Artículo 42.3.5 de la EHE¹⁰⁴ que serán del 4.00‰ referido a la sección total de hormigón y a los mínimos mecánicos que serán $0.25 \cdot f_{cd} \cdot \frac{W_1}{h \cdot f_{yd}}$, siendo W_1 el módulo resistente de la sección bruta relativo a la fibra más

traccionada y h el canto total de la sección. A continuación, se realizará la comprobación a cortante en las dos direcciones principales longitudinal y transversal. Se verificará el agotamiento frente solicitaciones normales para los momentos de primer orden, incluyendo el defecto de construcción. Se comprobará la fisuración y finalmente la fatiga, aunque según el Eurocódigo 2¹⁰⁵ la comprobación a fatiga no sería necesaria realizarla en pilas y soportes no conectados rígidamente a la superestructura, como ocurre en la pila estudiada. Las comprobaciones anteriormente descritas se realizarán en todas las secciones base del soporte siendo el soporte no apto en cuanto no se verifique una de ellas.

Además de las comprobaciones anteriores se realizará un estudio de inestabilidad para el soporte, ya que habrá acciones aplicadas fuera de la directriz de la pieza. Esta comprobación terminará cuando tras un proceso iterativo los desplazamientos en dos iteraciones consecutivas sean similares y no se haya producido la rotura en ninguna de las secciones por agotamiento frente solicitaciones normales. Las acciones se encontrarán aplicadas fuera de la directriz por diversas causas, en primer lugar por el defecto de construcción (el soporte no se construirá perfectamente vertical) y en segundo lugar porque el soporte va a estar sometido a un conjunto de cargas verticales y horizontales que lo deformarán. El

proceso de cálculo a realizar para la comprobación del Estado Límite de inestabilidad, que fue propuesto por Mari¹⁰⁷ (1981), será el siguiente:

- 1) En primer lugar, se comprobarán las secciones base del soporte a flexión compuesta esviada incluyendo la excentricidad de las cargas respecto de la directriz debida al defecto de construcción.
- 2) Se obtendrán las relaciones Axil-Momento-Curvatura para obtener, según el axil y momento que solicita la sección, la curvatura en cada sección base y la deformación axil de la pieza debida a la compresión.
- 3) Con las rigideces a deformación axil, las curvaturas, la longitud de cada tramo y el axil que actúa en dicho tramo se obtendrá la matriz de rigidez de cada elemento. El elemento situado en cabeza del soporte se supondrá unido al tablero mediante el aparato de apoyo lo cual se modelizará con dos muelles (uno en dirección transversal y otro en longitudinal) con la rigidez correspondiente al caso de estudio. Ensamblando las matrices de rigidez de los elementos se obtendrá la del soporte.
- 4) Se calcularán los desplazamientos y giros en las distintas secciones de la estructura a partir de la matriz de rigidez y el vector de fuerzas nodales aplicadas resolviendo el sistema.
- 5) Obtenidos los nuevos desplazamientos y giros se calculan los esfuerzos a los que se verán sometidas las secciones base.
- 6) Se repetirán los pasos 1 a 5 hasta obtener, o no, convergencia de flechas o alcanzar el agotamiento de una sección base.

El criterio de inestabilidad utilizado para cada dirección es el siguiente: se realizan tres iteraciones, y se compara si el incremento de flecha producido en la sección de cabeza en cada ciclo con el que se tuvo en el ciclo anterior es decreciente ($(\Delta f_i - \Delta f_{i-1}) < 0$, $\Delta f_i = f_i - f_{i-1}$), siendo f_i la flecha en el paso "i" y f_{i-1} la flecha en el paso "i-1", si no lo es el soporte sería inestable y se habrá terminado con el cálculo. Si es estable tras estos primeros pasos, se seguirá con el cálculo comprobando que cada incremento sucesivo de las flechas en cabeza es menor, el proceso terminará cuando el incremento de flecha entre dos pasos consecutivos es menor que una fracción de la flecha obtenida en el paso actual, es decir, $(f_i - f_{i-1}) < 5 * f_i / 100$. Se considerará que cuando se cumpla la citada condición la variación entre una flecha y otra será despreciable.

Para el cálculo de las flechas, se desprecian las deformaciones producidas por esfuerzo cortante y las debidas a los momentos torsores de segundo orden producidos por las cargas horizontales al actuar en

el soporte deformado. En la Figura 4.7 se muestra el esquema de comprobación seguido para un soporte.

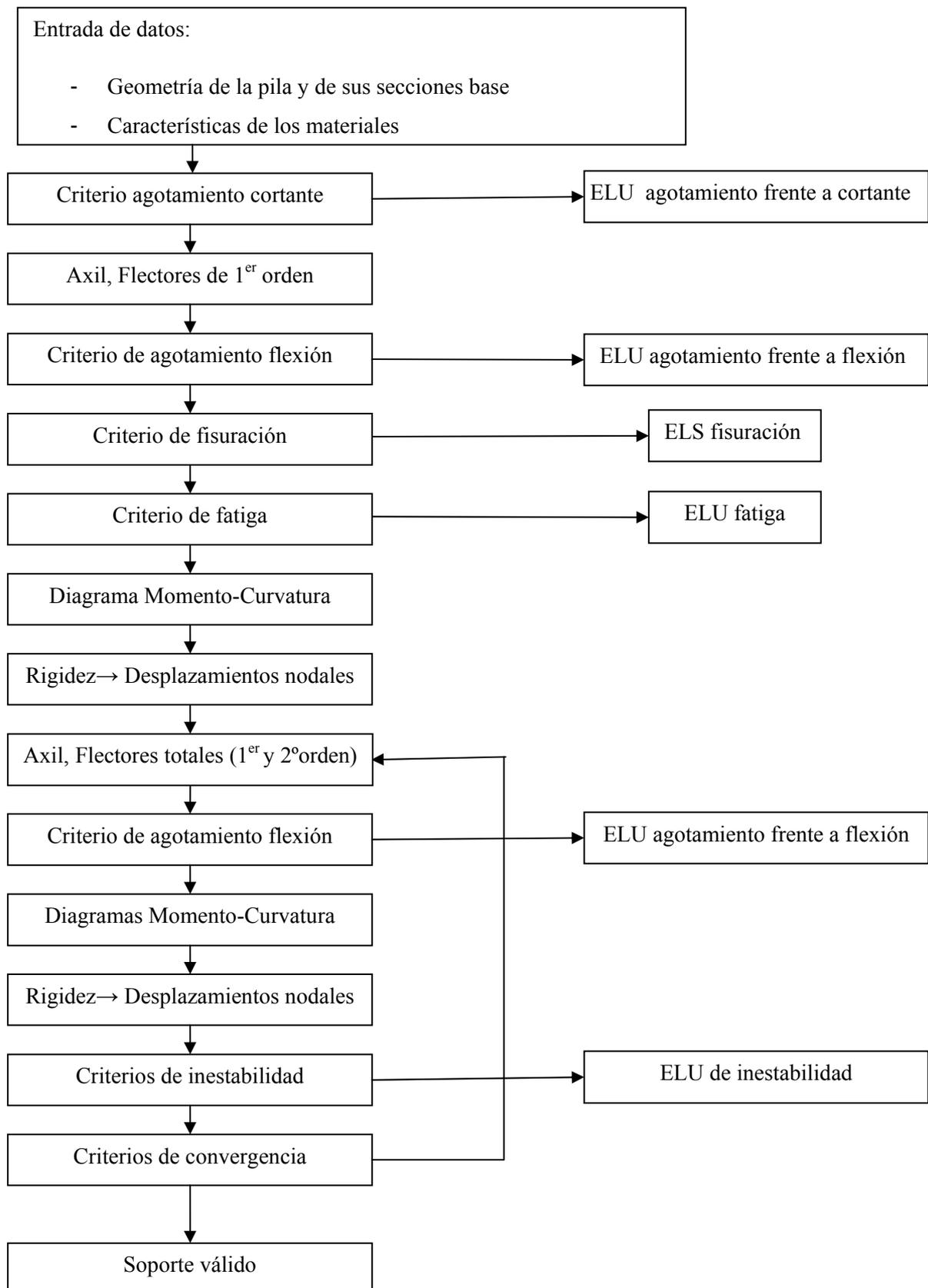


Figura 4.7: Esquema de comprobación de un soporte

4.3.2.2 Inestabilidad

Para el cumplimiento del Estado Límite Último de inestabilidad será necesario que las flechas del soporte converjan tras un proceso iterativo. Se calcularán por el método de rigidez comprobando que en ninguna iteración se llega a la rotura por agotamiento frente sollicitaciones normales de alguna sección.

- Fluencia

La fluencia, conjunto de deformaciones que sufre el hormigón a lo largo del tiempo mientras permanece constante la tensión producida por las cargas exteriores, es un factor de gran importancia en el comportamiento de piezas comprimidas esbeltas. El aumento de deformaciones (las normales más las debidas a la fluencia), incrementan la curvatura del soporte, aumentando las excentricidades de la carga axial aplicada.

Los métodos de cálculo se dividirán en dos grupos:

- Los que admiten una relación directamente proporcional entre tensiones medidas y deformaciones producidas, en este grupo se incluirían los que afectan a la excentricidad total a considerar.
- Los que no admiten que existe esta proporción lineal entre tensiones y deformaciones, aceptando un diagrama tensión-deformación del hormigón modificado.

En este trabajo se utilizará un método, perteneciente a los del segundo grupo, suponiendo que el diagrama tensión-deformación en cargas de corta duración es el parábola-rectángulo definido por la instrucción EHE¹⁰⁴ en su artículo 39.5 y el de larga duración el modificado por el coeficiente de fluencia reducido, tal como se muestra la Figura 4.20.

Sobre la pila actuarán cargas permanentes (o de larga duración) y cargas variables. Para evaluar el efecto de las deformaciones diferidas en el hormigón se admite la hipótesis del coeficiente de fluencia reducido, el cual consistente en afectar al coeficiente φ de fluencia por dos factores reductores α_1 y β_1 (ver ecuaciones 4.4 y 4.5), iguales respectivamente al cociente entre los esfuerzos axiales que provienen de cargas permanentes y los axiales totales (suma de los permanentes más los variables) y al cociente de los momentos flectores producidos por las cargas que actúan con carácter permanente y las totales.

$$\alpha_1 = N_{LD}/N_T \quad 4.4$$

$$\beta_1 = M_{LD}/M_T \quad 4.5$$

$$\varphi^* = \alpha_1 \cdot \beta_1 \cdot \varphi \quad 4.6$$

Se denomina a φ^* (ver ecuación 4.6), factor que amplificará las deformaciones ε del diagrama $(\sigma-\varepsilon)_c$ de corta duración, “coeficiente de fluencia reducido”. Se han considerado como cargas permanentes las debidas al peso propio y cargas muertas del tablero, las del peso propio de la pila, las producidas por el defecto de construcción del soporte y por la deformación de los neoprenos o por el rozamiento de los apoyos. El coeficiente de fluencia φ utilizado ha sido 2 en todos los casos.

Esta forma simplificada de considerar los fenómenos de fluencia está recogida en el apartado 14.4.2 del Código Modelo CEB-FIP¹⁰⁸ (1978). También aparece citada en el Boletín número 93¹⁰⁹ (1973) del CEB en su capítulo M-42-215 y en el Apéndice C1 del “Manuel de Calcul flambement-instabilité”¹¹⁰ del CEB (1974) siendo comparada en este último con dos métodos de cálculo más laboriosos y precisos (“rateo of creep method” y “strain hardening method”) con resultados satisfactorios.

A. Moriste¹¹¹ (1976) y B. Foure¹¹² (1978), son autores que han recogido este método del coeficiente de fluencia reducido en sus trabajos. En concreto, Foure¹¹², en su trabajo “Pandeo de soportes teniendo en cuenta la fluencia del hormigón”, hace una investigación exhaustiva de dicha hipótesis, confrontando 314 casos estudiados de acuerdo con la misma y con un “método de referencia” más potente y laborioso, que realiza el análisis del soporte en dos fases, de carga sostenida durante un cierto período de tiempo, seguido de una carga rápida que lleva la pieza a un estado límite último. Método que, a su vez, fue contrastado con 163 ensayos experimentales de larga duración con resultados aceptables. Los resultados estadísticos de esta confrontación para la relación entre cargas últimas que proporciona el método de referencia y el del coeficiente de fluencia reducido arrojaron un valor medio de 1.01 y un coeficiente de variación de 0.03, siendo 0.95 el mínimo resultado obtenido y 1.14 el máximo, llegándose por tanto a la conclusión de que en los casos normales ambos métodos dan resultados análogos.

La hipótesis del coeficiente de fluencia reducido puede aceptarse debido a los buenos resultados que proporciona, en comparación con los que dan los ensayos de inestabilidad de soportes solicitados por cargas de carácter permanente e incrementos de carga de corta duración de aplicación y con los de otros métodos de cálculo más laboriosos.

- Diagramas Axil-Momento-Curvaturas

El proyecto de pilas de hormigón armado plantea el problema de los esfuerzos de segundo orden debidos a la no linealidad geométrica y problemas relacionados con la no linealidad mecánica del material, que presenta el fenómeno de la fisuración y los diagramas $(\sigma-\varepsilon)$ no lineales. Además los

soportes altos suelen presentar geometría variable en el hormigón y cuantía de acero creciente hasta la base, lo que deja fuera de poder aplicar métodos sencillos. Para solucionarlo se utilizará un proceso iterativo hasta la convergencia en el que la deformada adquirida por la pieza en la iteración (i) sirve como base para determinar los esfuerzos totales de sus diversas secciones en la iteración (i+1).

En hormigón armado sólo tiene sentido hablar de módulo elástico E e inercia I en secciones sin fisurar. En secciones fisuradas y, sobre todo, con niveles elevados de carga las fibras más comprimidas del hormigón estarán fuera de la zona lineal del diagrama (σ - ϵ) y parte de las barras de acero estarán parcial o totalmente plastificadas. Hablar de módulo de elasticidad carecerá de sentido, ya que, tanto el módulo secante como el tangente correspondientes a diversas fibras de una sección flexocomprimida son variables a lo largo de su canto. También carecerá de sentido hablar de inercia, con este nivel de cargas, por ser una propiedad mecánica basada en la linealidad del diagrama (σ - ϵ) del material. Por lo que la única magnitud con sentido físico será la curvatura de la pieza $1/r$, ya que su valor caracteriza el ángulo girado “conjuntamente” por todas las fibras de la sección en la aplicación de un determinado momento, quedando para una determinada sección según lo expresado en la ecuación 4.7.

$$EI = \frac{M_d}{1/r} = \frac{M_d}{C} \quad 4.7$$

Siendo:

- EI: Rigidez a flexión
- M_d : Momento solicitante
- r: radio de curvatura
- $1/r$, C: Curvatura de la pieza

El diagrama (σ - ϵ) utilizado es el propuesto en el artículo 21.3.3 de la EHE¹⁰⁴ (ver Figura 4.21) desplazando las deformaciones con el coeficiente de fluencia reducido, este diagrama es más representativo que el parabólico para la deformación del hormigón y se recomienda su empleo a efectos del cálculo de deformaciones. El diagrama parábola-rectángulo es adecuado para representar la respuesta tensional del hormigón en el Estado Límite Último, pero no tanto para idealizar sus deformaciones en estados de equilibrio intermedios.

Habrá que tener en cuenta la influencia rigidizadora del hormigón traccionado entre fisuras adyacentes “tension-stiffening”. El hormigón existente en la zona de tracción entre dos fisuras consecutivas trabaja a tracción y disminuye la tensión de la armadura, con lo que la deformación media de ésta, resulta inferior a la que experimenta en la sección fisurada. La consecuencia es el aumento de rigidez de la pieza respecto a la que se deduce de un diagrama M-C calculado con sección fisurada. Contar

con la rigidización del hormigón colaborante entre fisuras significa menor curvatura para un momento determinado, lo que se traduce en menores desplazamientos en el soporte que llevarán a menores momentos de segundo orden y, por tanto, un diseño más económico.

Para definir el plano de deformaciones producido por los esfuerzos, que actúan sobre la sección, será necesario el ángulo de orientación, la curvatura y la deformada en la fibra más comprimida. El ángulo obtenido en el cálculo de flexión compresión esviada será el utilizado para la obtención de las curvaturas en el diagrama Axil-Momento-Curvatura. Esta simplificación se ha adoptado tras buscar el equilibrio con varios ángulos en casos diferentes y comprobando que el ángulo era el mismo o muy parecido al de flexión esviada, esto disminuirá considerablemente el tiempo de cálculo respecto a tener diferentes ángulos posibles, lo que haría realizar un cálculo iterativo que se realizaría en cada una de las secciones base para la comprobación del soporte. Los diagramas Axil-Momento-Curvatura-Orientación del plano se han calculado de la siguiente manera (ver Arenas y Villegas^{113,27} (1983 y 1989)):

- Se calcularán 5 puntos, de los cuales, uno será el de momento y curvatura nulos que es conocido, otro (5') será el de máxima curvatura que pueda soportar la sección calculada al comprobar la flexión esviada calculando el momento que produciría esta curvatura en la sección. El resto de curvaturas (2', 3', 4'), para las que se calcularán los momentos en las secciones, serán las que resultan de dividir el diagrama en 4 partes iguales, entre las dos anteriores.
- Los 5 puntos obtenidos se unirán mediante un polinomio de grado 4 que nos dará el diagrama Axil-Momento-Curvatura.

El diagrama obtenido de esta manera tendrá una forma similar al diagrama simplificado tipo, tal como se observa en la Figura 4.8.

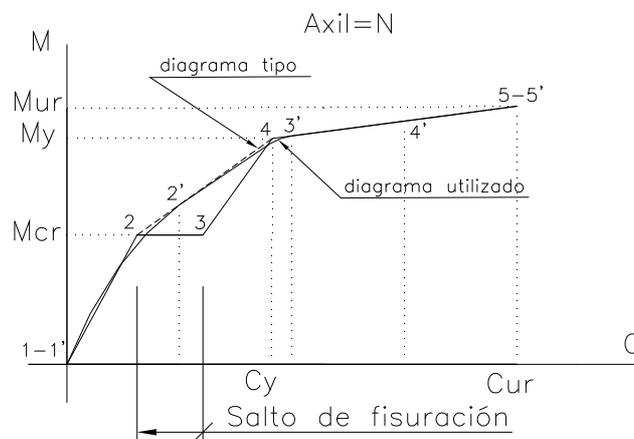


Figura 4.8: Diagrama A-M-C tipo simplificado y utilizado

Los puntos del diagrama tipo simplificado serán los siguientes:

- El punto 1 : Origen, curvatura y momento nulo
- El punto 2 : Momento de fisuración de la sección no fisurada
- El punto 3 : Momento de fisuración de la sección fisurada
- El punto 4 : Plastificación de la armadura más traccionada
- El punto 5 : Agotamiento de la sección

La tension-stiffening se tiene en cuenta, en el diagrama simplificado, sustituyendo la quebrada 2-3-4 por la recta 2-4. El polinomio de grado 4 que se utilizará se adaptará a la forma del diagrama Axil-Momento-Curvatura, tal como se observa en la figura, siendo los puntos para los que se calcula el momento dada la curvatura los 1', 2', 3', 4' y 5'.

Se obtendrán dos diagramas, uno M_x-C y otro M_y-C para la orientación del plano dada y axil que solicita la sección, de la manera anteriormente explicada. La curvatura obtenida tendrá que ser tal que que M_x e M_y sean lo más parecidos posible a M_{xd} y M_{yd} (valores que solicitan la sección). Una vez obtenida la curvatura la pasaremos a valores de C_x y C_y multiplicándola por el coseno y por el seno, respectivamente, del ángulo de orientación del plano. Las rigideces a flexión en los planos definidos por los ejes x e y vienen definidas por las ecuaciones 4.8 y 4.9, respectivamente.

$$EI_x = \frac{M_{xd}}{1/r_x} = \frac{M_{xd}}{C_x} \quad 4.8$$

$$EI_y = \frac{M_{yd}}{1/r_y} = \frac{M_{yd}}{C_y} \quad 4.9$$

Siendo:

- EI_x, EI_y : Rigidez a flexión en los planos definidos por los ejes x e y
- M_{xd}, M_{yd} : Momentos solicitantes en los ejes x e y
- r_x, r_y : radio de curvatura en los ejes x e y
- $1/r_x, C_x, 1/r_y, C_y$: Curvatura en x e y de la pieza

Además de las curvaturas se obtendrá la deformación axil de la sección debida a la compresión aplicada. Esta deformación será la que equilibre el axil aplicado en la sección a estudio y con ella se obtendrá la rigidez a axil según la ecuación 4.10.

$$EA = \frac{N_d}{\epsilon_m} \tag{4.10}$$

Siendo:

- EA: Rigidez a axil de la sección
- N_d : Axil aplicado
- ϵ_m : Deformación a axil

La obtención de las curvaturas y su deformación debida al axil se realizará para cada hipótesis de carga, en cada sección base y en cada una de las iteraciones en las que se calcula la estructura hasta que finaliza el proceso de convergencia.

- Obtención de los desplazamientos y giros

Una vez obtenidas las curvaturas en las secciones base y las deformaciones a axil se podrán obtener los desplazamientos y giros para las fuerzas aplicadas en las diferentes secciones mediante el método de rigidez. La matriz de rigidez (K) utilizada será la suma del cálculo lineal (K_L) más la geométrica (K_G) en la que se tendrá en cuenta la influencia de la deformación en la respuesta del soporte. El sistema a resolver, si constara de un único elemento, quedaría tal como se muestra en la Figura 4.9.

$$\begin{pmatrix} f_{u1} \\ f_{x1} \\ f_{y1} \\ M_{y1} \\ M_{x1} \\ f_{u2} \\ f_{x2} \\ f_{y2} \\ M_{y2} \\ M_{x2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12\frac{EI_x}{L^3} + 6\frac{N}{5L} & 0 & 0 & 6\frac{EI_x}{L^2} + \frac{N}{10} & 0 & -12\frac{EI_x}{L^3} - 6\frac{N}{5L} & 0 & 0 & 6\frac{EI_x}{L^2} + \frac{N}{10} \\ 0 & 0 & 12\frac{EI_y}{L^3} + 6\frac{N}{5L} & 6\frac{EI_y}{L^2} + \frac{N}{10} & 0 & 0 & 0 & -12\frac{EI_y}{L^3} - \frac{6N}{5L} & 6\frac{EI_y}{L^2} + \frac{N}{10} & 0 \\ 0 & 0 & 6\frac{EI_y}{L^2} + \frac{N}{10} & 4\frac{EI_y}{L^2} + \frac{2NL}{15} & 0 & 0 & 0 & -6\frac{EI_y}{L^2} - \frac{N}{10} & 2\frac{EI_y}{L} - \frac{NL}{30} & 0 \\ 0 & 6\frac{EI_x}{L^2} + \frac{N}{10} & 0 & 0 & 4\frac{EI_x}{L} + \frac{2NL}{15} & 0 & -6\frac{EI_x}{L^2} - \frac{N}{10} & 0 & 0 & 2\frac{EI_x}{L} - \frac{NL}{30} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -12\frac{EI_x}{L^3} - 6\frac{N}{5L} & 0 & 0 & -6\frac{EI_x}{L^2} - \frac{N}{10} & 0 & 12\frac{EI_x}{L^3} + 6\frac{N}{5L} & 0 & 0 & -6\frac{EI_x}{L^2} - \frac{N}{10} \\ 0 & 0 & -12\frac{EI_y}{L^3} - \frac{6N}{5L} & -6\frac{EI_y}{L^2} - \frac{N}{10} & 0 & 0 & 0 & 12\frac{EI_y}{L^3} + 6\frac{N}{5L} & -6\frac{EI_y}{L^2} - \frac{N}{10} & 0 \\ 0 & 0 & 6\frac{EI_y}{L^2} + \frac{N}{10} & 2\frac{EI_y}{L} - \frac{NL}{30} & 0 & 0 & 0 & -6\frac{EI_y}{L^2} - \frac{N}{10} & 4\frac{EI_y}{L} + \frac{2NL}{15} & 0 \\ 0 & 6\frac{EI_x}{L^2} + \frac{N}{10} & 0 & 0 & 2\frac{EI_x}{L} - \frac{NL}{30} & 0 & -6\frac{EI_x}{L^2} - \frac{N}{10} & 0 & 0 & 4\frac{EI_x}{L} + \frac{2NL}{15} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ x_1 \\ y_1 \\ \theta_{y1} \\ \theta_{x1} \\ u_2 \\ x_2 \\ y_2 \\ \theta_{y2} \\ \theta_{x2} \end{pmatrix}$$

Figura 4.9: Ecuación de rigidez para un elemento

Siendo:

- EI_x, EI_y : Curvaturas de ejes x e y respectivamente
- EA: Rigidez axil del elemento
- N: axil aplicado en la sección, negativo si es compresión
- L: Longitud del elemento.
- $f_{u1}, f_{x1}, f_{y1}, M_{x1}, M_{y1}$: fuerzas y momentos aplicados en el nodo dorsal
- $f_{u2}, f_{x2}, f_{y2}, M_{x2}, M_{y2}$: fuerzas y momentos aplicados en el nodo frontal
- $u_1, x_1, y_1, \theta_{x1}, \theta_{y1}$: desplazamientos y giros en el nodo dorsal
- $u_2, x_2, y_2, \theta_{x2}, \theta_{y2}$: desplazamientos y giros en el nodo frontal

Los términos correspondientes al axil, en la matriz de rigidez, serán los pertenecientes a la matriz geométrica y el resto a la lineal. Suponiendo que el sistema tiene “n” secciones base y “n-1” elementos, el modelo quedaría representado en la Figura 4.10.

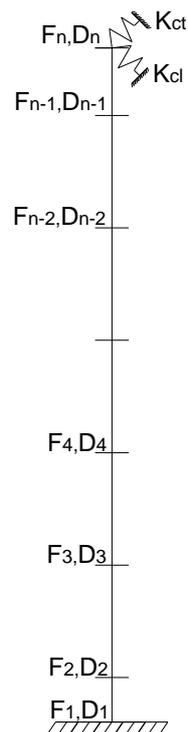


Figura 4.10: Modelo del soporte a resolver

Ensamblando la matriz de rigidez, el sistema de la estructura a resolver quedaría representado por la Figura 4.11.

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ \vdots \\ F_{n-3} \\ F_{n-2} \\ F_{n-1} \\ F_n \end{pmatrix} := \begin{bmatrix} (K_{11})^1 & (K_{12})^1 & \Omega & \Omega & \Omega & \Omega & \Omega & \Omega \\ (K_{21})^1 & (K_{22})^1 + (K_{11})^2 & (K_{12})^2 & \Omega & \Omega & \Omega & \Omega & \Omega \\ \Omega & (K_{21})^2 & (K_{22})^2 + (K_{11})^3 & (K_{12})^3 & \Omega & \Omega & \Omega & \Omega \\ \Omega & \Omega & (K_{21})^3 & (K_{22})^3 + (K_{11})^4 & \Omega & \Omega & \Omega & \Omega \\ \vdots & \vdots \\ \Omega & \Omega & \Omega & \Omega & (K_{21})^{n-3} & (K_{22})^{n-3} + (K_{11})^{n-2} & (K_{12})^{n-2} & \Omega \\ \Omega & \Omega & \Omega & \Omega & \Omega & (K_{21})^{n-2} & (K_{22})^{n-2} + (K_{11})^{n-1} & (K_{12})^{n-1} \\ \Omega & \Omega & \Omega & \Omega & \Omega & \Omega & (K_{21})^{n-1} & (K_{22})^{n-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ \vdots \\ D_{n-3} \\ D_{n-2} \\ D_{n-1} \\ D_n \end{pmatrix}$$

Figura 4.11: Ecuación de rigidez a resolver

Siendo:

- F_1, F_2, \dots, F_n : Fuerzas en los nodos 1, 2, ... y n, respectivamente
- $K_{11}^{n-j}, K_{12}^{n-j}, K_{21}^{n-j}, K_{22}^{n-j}$: Matrices de rigidez del elemento que irá del nodo n-j al n-j-1, siendo j menor que n.
- D_1, D_2, \dots, D_n : Desplazamientos en los nodos 1, 2, ... y n, respectivamente

Los desplazamientos en el nodo 1 serán nulos, al estar el soporte empotrado a la cimentación, por lo que el sistema se podrá resolver eliminando la primera fila y columna.

Considerando que la pila no es una estructura aislada, sino que forma parte de una estructura más amplia que es un puente o un viaducto se realizará un estudio de la estructura completa, para ello se han dispuesto unos muelles en cabeza del soporte. Estos muelles se opondrán al movimiento del soporte tanto en dirección longitudinal como transversal y representan la oposición del resto de alzados al movimiento cuando sobre el soporte de estudio actúe una fuerza. Para obtener dichas rigideces se ha realizado el modelo de la Figura 4.12 suponiendo un tablero de m-1 vanos y m alzados:

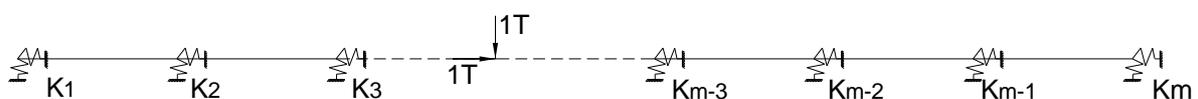


Figura 4.12: Modelo del tablero para obtener la rigidez en cabeza del soporte

Siendo:

- k_1, k_2, \dots, k_m : Rigideces de los soportes más sus aparatos de apoyo en dirección longitudinal y transversal

Para la obtención de las rigideces en cabeza de soporte aplicaremos una fuerza unidad, en cada dirección, en la sección del tablero correspondiente a la pila a estudio obteniendo un desplazamiento longitudinal y transversal. La rigidez que oponen el resto de alzados al movimiento a través del tablero será la fuerza aplicada, en la posición de la pila, dividida por el desplazamiento obtenido. La rigidez total, para cada dirección, será la suma de las rigideces de dos muelles actuando en serie: el del tablero y el de los apoyos (Ver ecuación 4.11):

$$k_{conj} = \frac{1}{\frac{1}{k_{tablero}} + \frac{1}{k_{apoyos}}} \quad 4.11$$

Estas rigideces del conjunto habrá que sumarlas en la matriz de rigidez al nodo n. Partiendo de las fuerzas nodales conocidas de la iteración anterior se podrá resolver el sistema de manera que se obtengan los desplazamientos y giros de los nodos en cada iteración hasta la convergencia del proceso.

En el trabajo realizado, se ha supuesto que las rigideces en cabeza del soporte se mantienen constantes a lo largo del proceso de optimización. Al optimizar los alzados de un viaducto, en general, sus rigideces disminuirán. Al disminuir las rigideces en cabeza de los soportes se estará del lado de la inseguridad, razón por la cual en los Capítulos 7, 8 y 9, en los que se realiza el estudio paramétrico, se ha supuesto una rigidez en cabeza del soporte nula. Esto nos dejaría del lado de la seguridad, siendo este fenómeno tratado en investigaciones futuras.

4.3.2.3 Agotamiento frente solicitudes normales

La comprobación de flexión compuesta esviada se realizará en cada sección base, para todas las hipótesis de carga, en cada una de las iteraciones por las que va pasando el soporte hasta que finalice el proceso de convergencia. Consistirá en ver si una determinada sección solicitada por un axil N_d , el momento producido por las fuerzas que actúan paralelas al avance de PKs (Momento longitudinal, M_{xd}) y un momento producido por las fuerzas perpendiculares a las anteriores (Momento transversal, M_{yd}), es capaz de resistirlo o no. Además se tendrán que verificar los mínimos geométricos y mecánicos en cada tramo.

El proceso seguido es el siguiente:

- Para unos determinados planos de deformación límite, tal y como se observa en la Figura 4.13, propuestos en el artículo 42.1.3. de la EHE¹⁰⁴, modificados por el coeficiente de fluencia reducido, se calculan los axiles que producirían en la sección. Se calcularán los axiles para una deformación uniforme de la sección de -0.01 axil último de tracción, deformación uniforme de $0.002(1+\varphi^*)$ axil último de compresión, axil cuando la profundidad de la fibra neutra es de $0.0035(1+\varphi^*)/(0.01+0.0035(1+\varphi^*))$ veces el canto útil equivalente a cuando la profundidad de la fibra neutra es de 0.259 veces el canto útil sin tener en cuenta el coeficiente de fluencia reducido y axil cuando la profundidad de la fibra neutra es el canto de la sección y su deformación a $3/7$ del canto total de la cabeza de compresión es de $0.002(1+\varphi^*)$. La deformación máxima de la sección será de $0.0035(1+\varphi^*)$. En función de los axiles anteriores y del que solicita la sección se estará en un dominio de deformaciones o en otro.

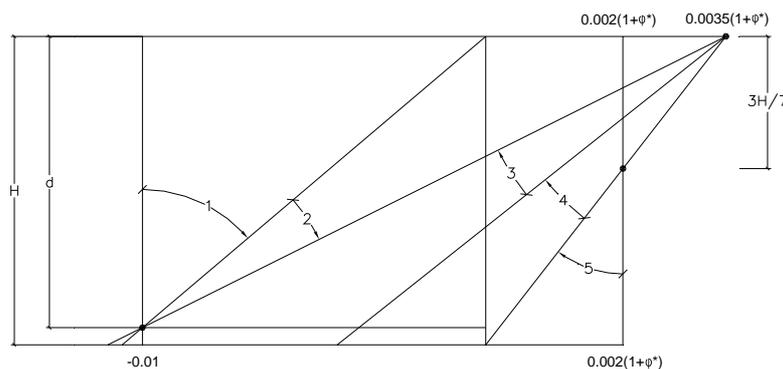


Figura 4.13: Dominios de deformación últimos teniendo en cuenta los efectos de fluencia

- Conocido el dominio de deformaciones, en que se encuentra el axil que solicita la sección, se tendrá la curvatura y la deformación en el centro de la sección del plano de deformaciones en función de la profundidad de la fibra neutra. La profundidad de fibra neutra será la del plano de deformaciones que iguale el axil que solicita la sección.
- Se calculará el momento último que produce el plano de deformaciones que equilibra axiles. La sección resistirá si el momento último es mayor que el que la solicita, para el axil correspondiente. Al ser flexocompresión esviada el momento último obtenido se podrá descomponer en dos momentos según los ejes principales de la sección, el par de momentos últimos formarán el ángulo más próximo a $\arctg(M_{yd}/M_{xd})$ de los tanteados.
- Además, se comprobará que el axil que solicita la sección es mayor que el mínimo y menor que el máximo que ésta es capaz de soportar.

El número de inclinaciones de la fibra neutra, en que se realiza el cálculo anterior, será muy importante en el desarrollo del trabajo. Cada inclinación lleva asociada varios cálculos iterativos y el cálculo de flexión compuesta esviada se realiza bastantes veces a lo largo de cada comprobación, por lo que repercutirá de forma considerable en el tiempo final empleado por el programa. H. Werner¹⁴ (1974) propone una solución inicial para el ángulo de inclinación de la fibra neutra según la ecuación 4.12.

$$\alpha_{inicial} = \arctg\left(\frac{Myd * Ix * dx}{Mxd * Iy * dy}\right) \quad 4.12$$

Siendo:

- M_{xd}, M_{yd} : Momentos solicitantes.
- d_x, d_y : Distancias en x e y entre los dos puntos más alejados de una sección.
- I_x, I_y : Momentos de inercia de la sección respecto a los ejes x e y de la sección que pasan por su centro.

El número de inclinaciones empleadas es 9, e irán desde $\alpha_{inicial} - 20^\circ$ hasta $\alpha_{inicial} + 20^\circ$, con variaciones de 5 grados en 5 grados. Se considera como suficientemente aproximado el error de 2,5 grados que podría producirse, como máximo, en el cálculo de la inclinación.

4.3.2.4 Agotamiento frente a cortante

Se verificarán las dos direcciones longitudinal y transversal, para cada una de las secciones base y cada hipótesis de carga. En primer lugar se comprobará la rotura por compresión de las bielas de hormigón, teniendo en cuenta la disminución de resistencia al aumentar la compresión en el hormigón. El ángulo de inclinación de las fisuras se tomará igual al de referencia, siempre que la cotangente del mismo esté comprendida entre 0.50 y 2. Si es menor que 0.50 o mayor de 2, su valor se tomará como 0.50 o 2 respectivamente.

En segundo lugar se comprobará la rotura por plastificación de la armadura de cortante, viendo si con la armadura a flexión en los dos “brazos” que van en cada dirección y el área de hormigón la sección resiste. Si no es así necesitará armadura que como poco deberá ser la mínima exigida para una sección con armadura de cortante, esta armadura se dispondrá en forma de cercos que rodearán las armaduras de flexión en cada “brazo”.

4.3.2.5 Fisuración

Se comprobará si la sección fisura, la sección fisurará si para la combinación cuasipermanente de acciones la tensión mínima es menor en cualquier punto a la tracción media soportada por el hormigón, además la tensión máxima de compresión para la combinación más desfavorable no debe superar $0.6 \cdot f_{ck}$ en cualquier punto de la sección. Si se cumple lo anterior la sección cumplirá fisuración.

Si la sección fisura se calculará la abertura de fisura, la cual deberá ser menor a la máxima que dice la instrucción (Tabla 4.5) en función del tipo de ambiente:

Ambiente de exposición	w_{max} [mm]
	Hormigón armado
I	0.4
IIa, IIb, H	0.3
IIIa, IIIb, IV, F	0.2
IIIc, Qa, Qb, Qc	0.1

Tabla 4.5: Abertura de fisura máxima según EHE¹⁰⁴

Para el cálculo de la abertura de fisura se seguiría el siguiente proceso:

- Se obtendrá el plano de deformaciones de la sección eficaz, para los esfuerzos que solicitan la sección en la combinación cuasipermanente.
- Cálculo del área de hormigón eficaz, donde las barras a tracción influyen en la abertura de fisura.
- Se comprueba si la máxima tensión de la sección es mayor que $0.6 \cdot f_{ck}$, si es así la sección no cumplirá este Estado Límite de Servicio y habremos terminado.
- Se obtiene el plano de deformaciones si el momento que se aplica sobre la sección es el que produciría la tensión de fisuración con el axil cuasipermanente.
- Tensión en la armadura pasiva más traccionada para la combinación cuasipermanente.
- Tensión en la armadura pasiva más traccionada para la combinación con el axil cuasipermanente y el momento que estaría aplicado en la sección cuando se produce la primera fisura.
- Alargamiento medio de las armaduras.
- Barra sometida a tracción con mayor diámetro.

- Cálculo de la constante que tiene en cuenta el modo en que trabaja la sección, según la deformación de su punto más traccionado y más comprimido.
- Cálculo del área de las armaduras situadas por debajo de la Fibra Neutra.
- Separación media entre fisuras.
- Abertura de fisura.

Si la abertura de fisura es menor que la exigida por la instrucción para el tipo de ambiente en que nos encontremos y el tramo a estudio tiene dispuesta armadura de cortante, se realizará la verificación de fisuración por esfuerzo cortante que marca la EHE¹⁰⁴, si no tiene armadura de cortante no será necesaria tal comprobación.

La fisuración por esfuerzo cortante, que no será necesario comprobarla si no se disponen cercos de cortante según la EHE¹⁰⁴, se controla cumpliendo las separaciones mostradas en la Tabla 4.6 entre los cercos:

$\frac{V_{rd} - 3V_{cu}}{A_{\alpha} d} \operatorname{sen} \alpha \left[\frac{N}{\text{mm}^2} \right] (*)$	Separación entre cercos (mm)
< 50	300
75	200
100	150
150	100
200	50

Tabla 4.6: Separación entre cercos de vigas para el control de la fisuración

Este cálculo se realizará en todas las secciones base para todas las hipótesis de carga.

4.3.2.6 Fatiga

La fatiga se comprobará siguiendo las indicaciones del Eurocódigo 2¹⁰⁵, aunque según el mismo no sea necesaria tal comprobación en estructuras tales como pilas y soportes no conectados rígidamente a la superestructura. En primer lugar se comprobará la fatiga por cortante, en las secciones que no se disponga armadura de cortante, debiendo verificar las siguientes condiciones:

$$\text{Para } \frac{\tau_{\min}}{\tau_{\max}} \geq 0 \quad \left| \frac{\tau_{\max}}{\tau_{Rd1}} \right| \leq 0.5 + 0.45 * \left| \frac{\tau_{\min}}{\tau_{Rd1}} \right| \leq 0.9$$

Para $\frac{\tau_{min}}{\tau_{max}} < 0$ $\left| \frac{\tau_{m\acute{a}x}}{\tau_{Rd1}} \right| \leq 0.5 - \left| \frac{\tau_{m\acute{i}n}}{\tau_{Rd1}} \right|$

Siendo:

- $\tau_{m\acute{a}x}$: Máxima tensi3n nominal de cortante bajo la combinaci3n frecuente
- $\tau_{m\acute{i}n}$: Mínima tensi3n nominal de cortante bajo la combinaci3n frecuente
- τ_{Rd1} : Tensi3n resistida a cortante por cálculo

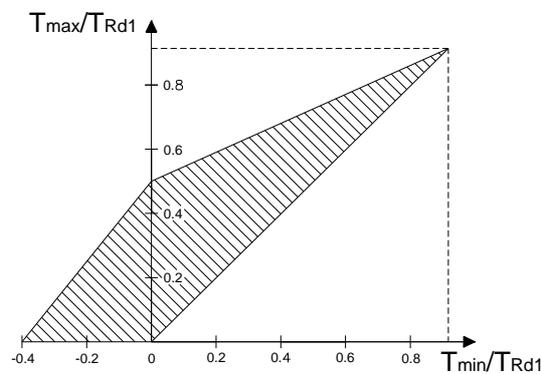


Figura 4.14: Variaci3n admisible tensiones de cortante

La zona rallada mostrará la variaci3n admisible de tensi3n tangencial en elementos sin armadura de cortante según las ecuaciones anteriores. A continuaci3n se comprobará la resistencia a fatiga del hormig3n sometido a compresi3n mediante la expresi3n 4.13:

$$\frac{\sigma_{c,m\acute{a}x}}{f_{cd}} \leq 0.5 + 0.45 * \frac{\sigma_{c,m\acute{i}n}}{f_{cd}} \leq 0.9 \tag{4.13}$$

Siendo:

- $\sigma_{c,m\acute{a}x}$: Máxima tensi3n de compresi3n en una fibra bajo combinaci3n frecuente
- $\sigma_{c,m\acute{i}n}$: Mínima tensi3n de compresi3n en la misma fibra en que se produce $\sigma_{c,m\acute{a}x}$.
- f_{cd} : Resistencia a compresi3n simple del hormig3n a los 28 días dividida por su coeficiente de seguridad.

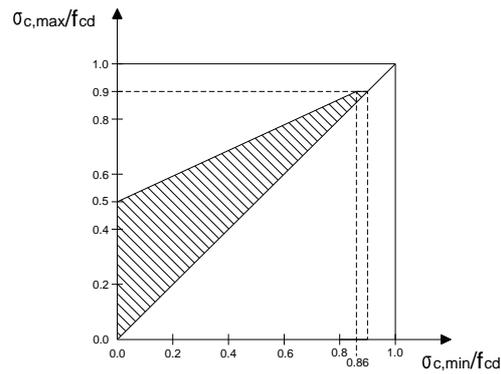


Figura 4.15: Variación admisible tensión hormigón

La zona rallada mostrará la variación admisible de tensión para el hormigón sometido a compresión.

A continuación se realizará la comprobación a fatiga del acero. Esta se verificará si para la combinación frecuente de acciones la variación de tensión que experimenta el acero, $\Delta\sigma_s$, no supera los 70 MPa.

La comprobación a fatiga por cortante se realizará en las dos direcciones en que se ha definido el cortante.

Para el cálculo a fatiga por compresión en el hormigón y por tracción en el acero se tendrá en cuenta si la sección fisura o no, si no fisura se obtendrán las tensiones con sección completa, si fisura con sección eficaz despreciando la resistencia del hormigón traccionado.

Este cálculo se realizará en todas las secciones base para todas las hipótesis de carga.

4.3.3 Comprobación de la cimentación

4.3.3.1 Proceso general de comprobación

El terreno sobre el que se cimenta se supondrá roca, por lo que la cimentación podrá ser superficial debido a la suficiente tensión admisible del mismo. La zapata se considerará enterrada en el terreno 0.50 metros en su parte superior, es decir, desde la sección de arranques del soporte habrá 0.50 metros de tierras. La zapata será rectangular, con la posibilidad de disponer plinto o no según el caso.

En el proceso de comprobación se verificarán todas las hipótesis de carga para las que se ha calculado el soporte. En primer lugar, se comprobarán las tensiones en el terreno, el siguiente paso será verificar que se ha dispuesto la armadura mínima geométrica y mecánica en las posiciones 1, 3 y 5, anteriormente definidas. A continuación se comprobará el cortante, la flexión, la fisuración y la fatiga,

se realizarán en las dos direcciones: longitudinal y transversal, en cada una de las secciones a estudio según las dimensiones del plinto. Si alguna de ellas no se cumple la zapata no será válida.

La distribución de tensiones en la base de la zapata se ha considerado trapezoidal. En la Figura 4.16 se muestra de manera esquemática el proceso realizado en la comprobación, en cada una de las direcciones, para la zapata:

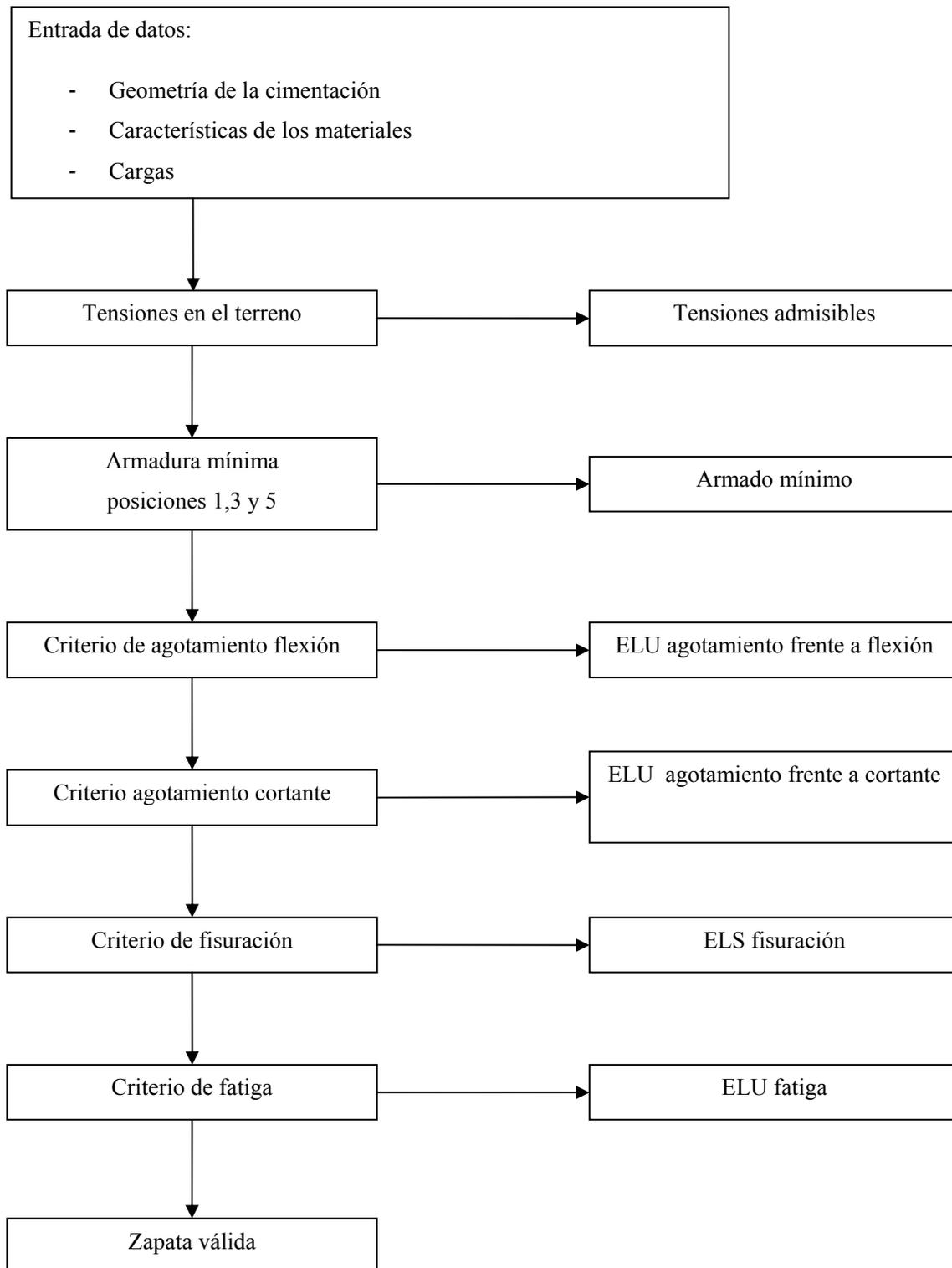


Figura 4.16: Esquema de comprobación de una zapata

4.3.3.2 Tensiones en el terreno

La distribución de tensiones en el terreno, que se realizará con tensiones en Estado Límite de Servicio, se considera trapezoidal y se comprobará para todas las hipótesis de carga consideradas. En primer lugar, se verificará que la tensión media no sea mayor que la admisible, a continuación se comprobará la tensión máxima en cada una de las dos direcciones, transversal y longitudinal, debiendo esta ser menor de 1.25 la tensión admisible. Además, la tensión mínima en cada una de las direcciones deberá ser mayor de cero, evitando el despegue de la zapata, esta última situación es difícil que se produzca en pilas bajas, ya que, las pilas son elementos en el que el eje es importante en relación con las fuerzas horizontales que las solicitan, sin embargo en pilas altas al aumentar el brazo de las fuerzas horizontales aumentarán los momentos que se producen en base de la zapata pudiéndose producir una situación de despegue.

4.3.3.3 Armadura mínima

La armadura dispuesta, tanto en la dirección longitudinal como en la transversal de la zapata, deberá de ser superior a unos mínimos. En la posición 1, la armadura dispuesta deberá ser mayor que los mínimos geométricos y mecánicos, considerando el canto de la zapata el total (zapata inferior más plinto).

En la posición 3, deberá ser superior a los mínimos geométricos, considerando el canto de la zapata sólo el de la parte inferior de la misma. Si la zapata no dispone de plinto o, lo que es lo mismo, las dimensiones del plinto son las mismas que las de la zapata inferior, esta armadura no se dispondrá.

La dispuesta en la posición 5, considerando el canto del plinto en el caso de disponer armadura en la posición 3 o el total de la zapata en caso de no disponer, deberá ser mayor a los mínimos geométricos.

Los mínimos geométricos a disponer serán de 1.8 ‰ referido a la sección total de hormigón según el artículo 42.3.5 de la EHE¹⁰⁴, esta armadura se dispondrá en la dirección longitudinal y transversal repartida en las dos caras del elemento. La armadura mínima mecánica será $0.25 \cdot f_{cd} \cdot \frac{W_1}{h \cdot f_{yd}}$, siendo

W_1 el módulo resistente de la sección bruta relativo a la fibra más traccionada y h el canto total de la sección. La armadura dispuesta en el resto de caras se considerará como una armadura de piel.

4.3.3.4 Agotamiento frente a solicitaciones normales

La flexión se resistirá con la armadura dispuesta en la posición 1, variando el canto si la comprobación se realiza dentro o fuera del plinto. Será una flexión simple con eje nulo, en la que se verificará que el flector que soporta a la sección es mayor que el que la solicita.

Se realizará para cada hipótesis de carga y en cada dirección. En cada dirección se realizará una o dos veces si la dimensión de la zapata sin plinto es mayor al canto útil de la misma, como en el caso del cortante.

La flexión simple de la parte de zapata sin plinto se comprobará a 0.15 veces la dimensión del plinto en esa dirección medida desde el borde del mismo, en dirección al centro de la zapata y el canto de la sección considerado será el de la zapata sin plinto. En la parte con plinto se comprobará a 0.15 la dimensión de la base del soporte, en esa dirección, medida desde el borde de la misma, en dirección al centro de la zapata y el canto de la sección considerado será el de la zapata con el plinto. En la Figura 4.17 se muestran las secciones de la zapata en las que se comprobará la flexión para cada dirección.

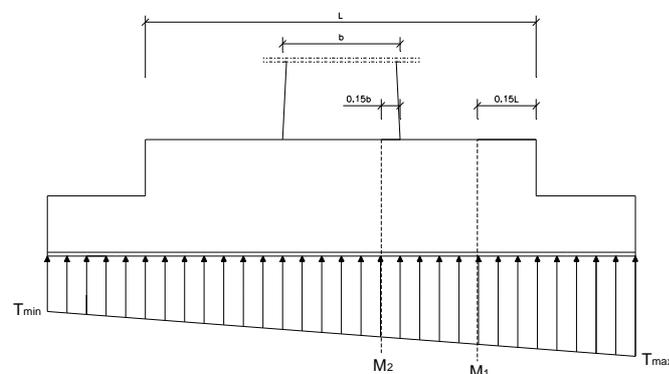


Figura 4.17: Secciones a comprobar la flexión en la zapata

4.3.3.5 Agotamiento frente a cortante

La zapata se construirá sin armadura de cortante, ya que es lo que habitualmente se suele hacer en la práctica. Esta armadura, si se dispusiera, tendría que ser superior a los mínimos dispuestos por la EHE¹⁰⁴, siendo éstos bastante elevados y repercutiendo considerablemente en el coste total de la misma. Por lo que, el cortante se resistirá con la sección de hormigón y la armadura longitudinal y transversal dispuesta.

Al igual que en el resto de comprobaciones se realizarán para cada hipótesis de carga y en cada dirección. En cada dirección, se realizará una o dos veces dependiendo de las dimensiones del plinto respecto a las de la zapata, si la distancia entre el borde del plinto y el de la zapata es mayor a un canto útil (considerando como canto el de la zapata) se realizará la comprobación a cortante en la parte de la zapata sin plinto, a un canto útil del borde del plinto, si esa distancia fuera menor que un canto útil no se realizará la comprobación a cortante en la zapata sin plinto. Además se comprobará el cortante en la zapata con plinto a un canto útil de la base del soporte, siendo el canto considerado el de la zapata más

el plinto. A continuación, en la Figura 4.18 se muestran las secciones donde se realizará la comprobación a cortante de la zapata. Decir que, las dimensiones del plinto serán iguales o mayores a las de la base del soporte más un canto útil en cada lado.

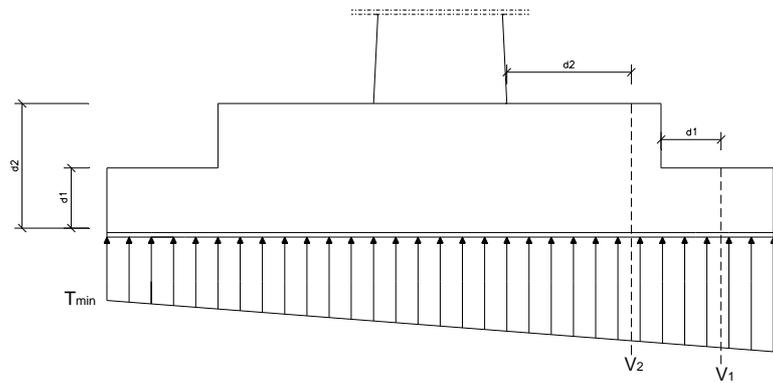


Figura 4.18: Secciones a comprobar el cortante en la zapata

4.3.3.6 Fisuración

Las comprobaciones a fisuración se realizarán en las mismas secciones que las de flexión. La forma de realizarla será, igual que en el soporte, siguiendo en cada sección a estudio los pasos allí descritos. Al no tener dispuesta armadura de cortante, no se verificará la fisuración por esfuerzo cortante.

4.3.3.7 Fatiga

La fatiga se comprobará siguiendo las indicaciones del Eurocódigo 2¹⁰⁵, al igual que en el soporte, aunque según el mismo no sea necesaria su comprobación en cimentaciones. En primer lugar se comprobará la fatiga por cortante, ya que la zapata no dispondrá de armadura de cortante, se deberá verificar:

$$\text{Para } \frac{\tau_{min}}{\tau_{max}} \geq 0 \qquad \left| \frac{\tau_{m\acute{a}x}}{\tau_{Rd1}} \right| \leq 0.5 + 0.45 * \left| \frac{\tau_{min}}{\tau_{Rd1}} \right| \leq 0.9$$

$$\text{Para } \frac{\tau_{min}}{\tau_{max}} < 0 \qquad \left| \frac{\tau_{m\acute{a}x}}{\tau_{Rd1}} \right| \leq 0.5 - \left| \frac{\tau_{min}}{\tau_{Rd1}} \right|$$

Siendo:

- $\tau_{m\acute{a}x}$: Máxima tensi3n nominal de cortante bajo la combinaci3n frecuente
- $\tau_{m\acute{i}n}$: Mínima tensi3n nominal de cortante bajo la combinaci3n frecuente
- τ_{Rd1} : Tensi3n resistida a cortante por cálculo

A continuaci3n se comprobará la resistencia a fatiga del hormig3n sometido a compresi3n mediante la expresi3n 4.14:

$$\frac{\sigma_{c,m\acute{a}x}}{f_{cd}} \leq 0.5 + 0.45 * \frac{\sigma_{c,m\acute{i}n}}{f_{cd}} \leq 0.9 \quad 4.14$$

Siendo:

- $\sigma_{c,m\acute{a}x}$: Máxima tensi3n de compresi3n en una fibra bajo combinaci3n frecuente
- $\sigma_{c,m\acute{i}n}$: Mínima tensi3n de compresi3n en la misma fibra en que se produce $\sigma_{c,m\acute{a}x}$
- f_{cd} : Resistencia a compresi3n simple del hormig3n a los 28 días dividida por su coeficiente de seguridad.

A continuaci3n se realizara la comprobaci3n a fatiga del acero. Esta se verificará si para la combinaci3n frecuente de acciones la variaci3n de tensi3n que experimenta el acero, $\Delta\sigma_s$, no supera los 70 MPa.

La comprobaci3n a fatiga se realizara, tanto en la direcci3n transversal como en la longitudinal, para todas las hip3tesis de carga en las mismas secciones en las que se ha realizado la comprobaci3n a flexi3n y fisuraci3n.

En el cálculo a fatiga, por compresi3n en el hormig3n y por tracci3n en el acero, se tendrá en cuenta si la secci3n fisura o no, si no fisura se obtendrán las tensiones en secci3n completa, si fisura en secci3n eficaz despreciando la resistencia del hormig3n traccionado.

4.3.4 Diagramas tensi3n-deformaci3n.

4.3.4.1 Acero.

El diagrama tensi3n-deformaci3n de cálculo del acero para armaduras pasivas (en tracci3n o en compresi3n) sera el dispuesto artículo 38.4 de la EHE¹⁰⁴ modificado en la compresi3n por el factor ϕ^* ,

tal como se muestra en la Figura 4.19. La deformación del acero en tracción se limita al 10 por 1000 y en compresión al $3.5 \cdot (1 + \phi^*)$ por 1000, ya que debido a la fluencia la deformación límite del hormigón a compresión será la anterior, y se ha supuesto que existe perfecta adherencia entre el acero y el hormigón. Es un diagrama bilineal con rama horizontal a partir del límite elástico, como módulo de deformación longitudinal del acero se tomará $E_s = 200000 \text{ N/mm}^2$. El coeficiente de seguridad del acero será de 1.15 para la situación persistente o transitoria y de 1.00 para situación accidental.

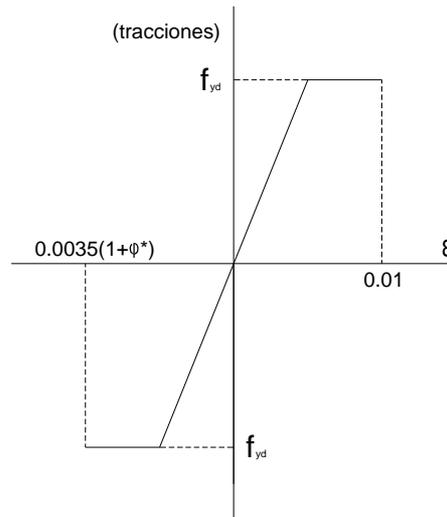


Figura 4.19: Diagrama tensión-deformación del acero

4.3.4.2 Hormigón.

- Estados Límite Último

El diagrama utilizado para el cálculo del agotamiento frente a solicitaciones normales será el parábola-rectángulo de la instrucción EHE¹⁰⁴ artículo 39.5 modificado por el factor ϕ^* que amplificará las deformaciones ϵ del diagrama $(\sigma-\epsilon)_c$ de corta duración, tal como se muestra en la Figura 4.20.

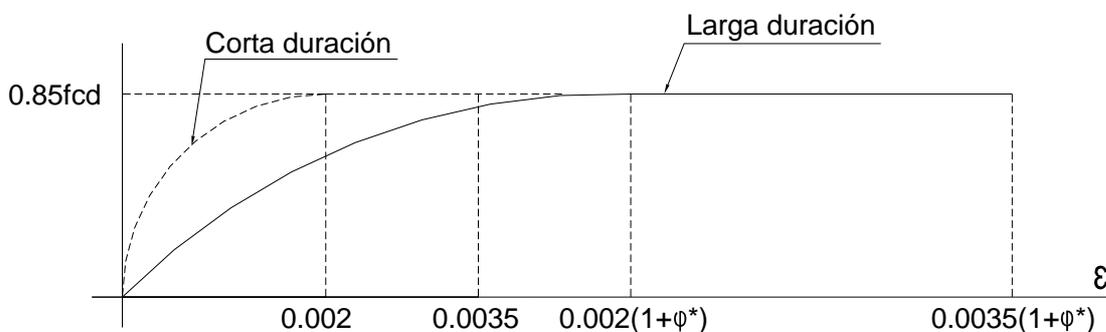


Figura 4.20: Diagrama tensión-deformación del hormigón en ELU

Las ecuaciones que rigen el diagrama anterior serán la 4.15 o la 4.16 según el tramo del diagrama en que nos encontremos:

$$\text{Si: } \varepsilon \leq 0.002 \cdot (1 + \varphi^*)$$

$$\sigma_c = 850 \cdot f_{cd} \cdot \varepsilon \cdot (1 - 250 \cdot \varepsilon) \quad 4.15$$

$$\text{Si: } 0.002 \cdot (1 + \varphi^*) \leq \varepsilon \leq 0.0035 \cdot (1 + \varphi^*)$$

$$\sigma_c = 0.85 \cdot f_{cd} \quad 4.16$$

Siendo f_{cd} el valor de la resistencia característica del hormigón dividida por su coeficiente de seguridad que será de 1.50 en situación persistente o transitoria y de 1.00 en situación accidental.

Para el cálculo del diagrama Axil-Momento-Curvatura se ha utilizado el modelo de comportamiento, para el hormigón, propuesto en el artículo 21.3.3 de la EHE¹⁰⁴ desplazando las deformaciones con el coeficiente de fluencia reducido, tal como se muestra en la Figura 4.21.

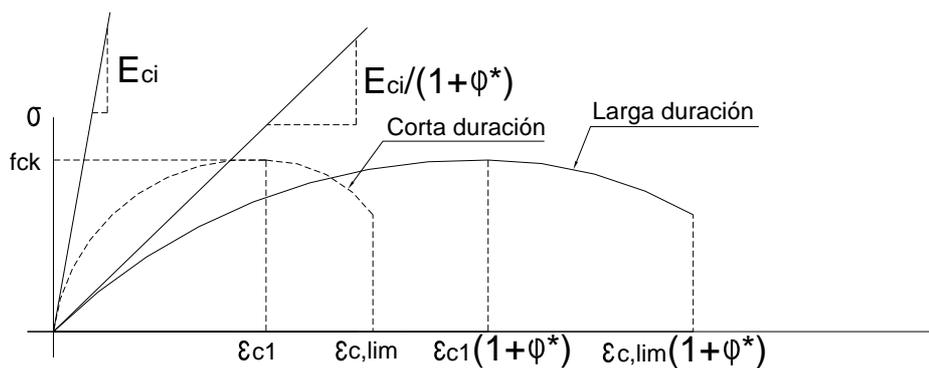


Figura 4.21: Diagrama tensión-deformación del hormigón en ELS

Las relaciones tensión-deformación vienen dadas por las ecuaciones 4.17, 4.18 y 4.19:

$$\sigma_c = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta} f_{cm} \quad \text{para} \quad \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c,lim} \quad 4.17$$

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad 4.18$$

$$k = \frac{E_{ci}}{f_{cm} \varepsilon_{c1}} \quad 4.19$$

donde:

- σ_c : Tensión del hormigón para un valor dado de ϵ_c
- ϵ_c : Deformación del hormigón.
- ϵ_{c1} : Deformación del hormigón para la tensión máxima. $\epsilon_{c1} = 0.0022 \cdot (1 + \varphi^*)$
- $\epsilon_{c,lim}$: Deformación máxima del hormigón.
- E_{ci} : Módulo de deformación longitudinal tangente del hormigón.
- f_{cm} : Resistencia media del hormigón.

Los valores que tomara el módulo de deformación longitudinal tangente del hormigón y la deformación máxima dependerán de la resistencia del hormigón, para este diagrama, tal como se observa en la Tabla 4.7.

f_{ck} (MPa)	25	30	35	40	45	50
E_{ci} (GPa)	$32/(1+\varphi^*)$	$33/(1+\varphi^*)$	$35/(1+\varphi^*)$	$36.5/(1+\varphi^*)$	$37.5/(1+\varphi^*)$	$38.5/(1+\varphi^*)$
$\epsilon_{c,lim}(10^{-3})$	$4 \times (1+\varphi^*)$	$3.7 \times (1+\varphi^*)$	$3.5 \times (1+\varphi^*)$	$3.3 \times (1+\varphi^*)$	$3.2 \times (1+\varphi^*)$	$3 \times (1+\varphi^*)$

Tabla 4.7: Tabla diagrama tensión-deformación para el cálculo del Momento-Curvatura

- Estados Límite de Servicio

En el cálculo del Estado Límite de Servicio de fisuración se ha supuesto que la respuesta del hormigón es lineal, es decir, tensión y deformación son proporcionales siendo la constante de proporcionalidad el módulo instantáneo de deformación longitudinal secante del hormigón a la edad de j días E_{cj} , que se tomará de la ecuación 4.20:

$$E_{cj} = 8500 * \sqrt[3]{f_{cm,j}} \tag{4.20}$$

Donde $f_{cm,j}$ será la resistencia media a la edad de j días del hormigón, en este caso j serán 28 días. Para fatiga se supondrá este mismo diagrama, aunque sea un Estado Límite Último. Las cargas con las que se solicita la sección estarán lejos de las de rotura y se supondrán variaciones de cargas instantáneas por lo que se podrá considerar el mismo diagrama lineal.

4.3.5 Integración de tensiones

Las fuerzas que solicitan una sección producirán en la misma un plano de deformaciones, este plano generará unas tensiones en el material que equilibrarán las fuerzas aplicadas sobre la misma, si estas son menores a las de rotura de la sección sino romperá.

Las tensiones, que este plano generará en los materiales, en un punto concreto dependerán de la deformación y de la relación tensión-deformación del material que vendrá dada por la ley de comportamiento del mismo.

Las armaduras se considerarán como puntos que tendrán una tensión determinada según la deformación de su centro. Multiplicando las tensiones de las mismas por sus respectivas áreas se obtendrá la fuerza a la que están solicitadas y sumando todas las fuerzas se obtendrá el axil del acero. Sumando el producto de las fuerzas por las distancias a los ejes de referencia se calcularán los momentos.

El hormigón no se podrá considerar como puntual, ya que es un continuo y se tendrá zonas con unas deformaciones y otras con diferentes, lo cual producirá distintas tensiones. Los axiles y momentos que se producirán en el hormigón se obtendrán mediante integración de la sección.

El método utilizado para la obtención de las tensiones en el hormigón es el propuesto por Bonet et al.¹¹⁵(2004) que integrará secciones poligonales. Constará de dos fases, en la primera se descompondrá la zona no fisurada en una serie de cuadriláteros o triángulos, en la segunda se realizará la integración de tensiones de cada uno de estos por el método de la cuadratura de Gauss-Legendre.

La subdivisión en cuadriláteros se realizará de la siguiente forma:

- Se buscarán los puntos de corte de la línea más traccionada del plano de deformaciones con la sección, que por la forma de los diagramas tensión-deformación empleados para el hormigón será la fibra neutra (Figura 4.22).

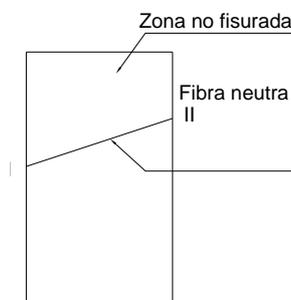


Figura 4.22: Intersección del plano de deformaciones con la sección

- Se identificarán los vértices del polígono que constituye el contorno de la zona no fisurada del hormigón (Figura 4.23).

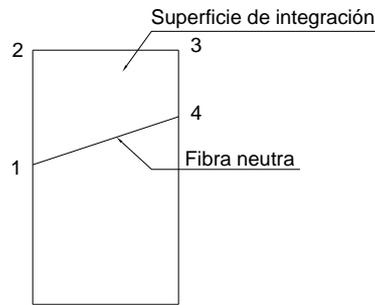


Figura 4.23: Identificación vértices del polígono

- Se determinan los puntos correspondientes a la proyección normal de cada uno de los vértices de la zona no fisurada sobre la línea de referencia (Figura 4.24).

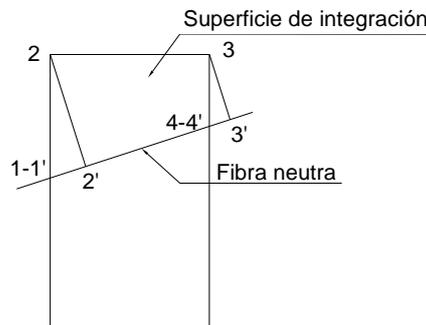


Figura 4.24: Proyecciones de los vértices sobre la fibra neutra

- Se descompone la zona no fisurada en los cuadriláteros o triángulos formados por cada dos vértices consecutivos y sus proyecciones (Figura 4.25):

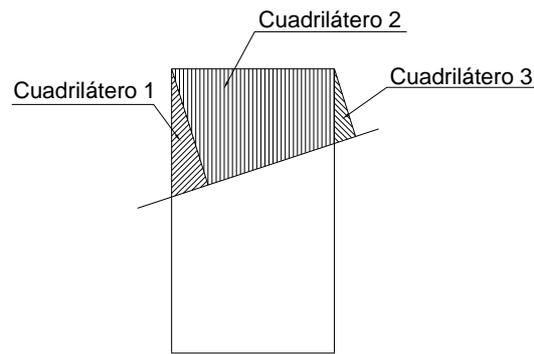


Figura 4.25: División en cuadriláteros

Para la integración de tensiones, en un cuadrilátero cualquiera, se utilizará el método de Gauss-Legendre, para ello cada uno de los cuadriláteros en que se descompone la zona no fisurada se transforma en un cuadrado de 2×2 unidades de lado mediante cambio de coordenadas.

La precisión, de las integrales llevadas a cabo en cada uno de los cuadriláteros, dependerá del número de puntos de Gauss empleados y de la forma de la función empleada para representar la relación tensión-deformación del hormigón. Se dividirá la zona a integrar en subzonas o “bandas anchas” paralelas a la línea de referencia (fibra neutra) y se aplicará el método a cada una de estas por separado. Con esta división se obtendrá una precisión elevada con un reducido número de puntos de Gauss teniendo en cuenta la forma de la función a integrar. El diagrama tensión-deformación del hormigón utilizado en el cálculo de tensiones en Estados Límite Últimos se podrá dividir en dos “bandas anchas”, tal como muestra la Figura 4.26.

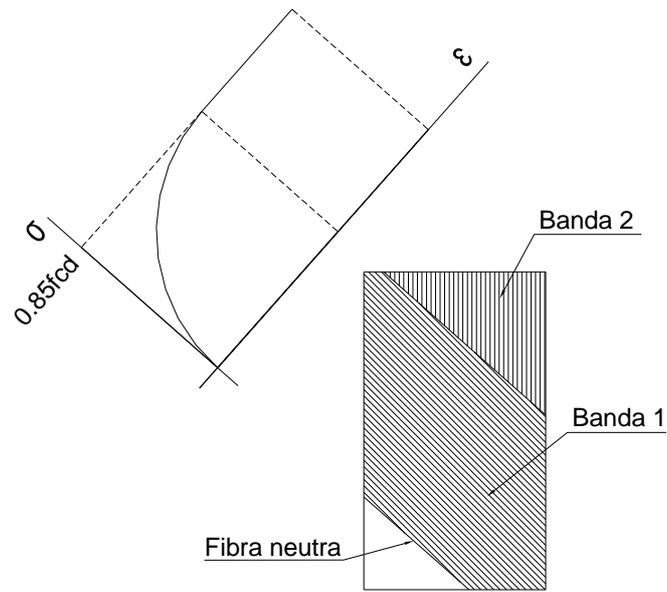


Figura 4.26: Intersección del plano de deformaciones con la sección

El número de puntos de Gauss empleado será de 3, con los que se integrará exacto hasta un polinomio de grado 5 que será de grado superior a los polinomios utilizados.

PARTE III
DESARROLLO DEL MODELO NUMÉRICO

Capítulo 5. DESCRIPCIÓN DE LOS MEDIOS UTILIZADOS

Este capítulo tiene como objeto la descripción de los medios utilizados para la realización del trabajo: programa, lenguaje de programación y características del ordenador. En primer lugar, se explicará el programa con el que se ha realizado el trabajo. Este programa se ha desarrollado con un determinado lenguaje de programación del cual se darán los motivos que han llevado a su utilización. La implementación del programa se ha realizado con un ordenador convencional del cual se mostrarán sus principales características.

5.1 Descripción del programa.

Tal como se comentó en el Capítulo 1 se pretende desarrollar un proceso de diseño automatizado y optimizado de la estructura a estudio, para ello se ha desarrollado de manera íntegra un programa de ordenador con el que se han obtenido los resultados mostrados en los Capítulos posteriores. Para inicializar el programa serán necesarios unos datos de entrada, que serán los parámetros del problema y que vienen definidos en las Tablas 6.1, 7.2, 7.3, 7.4, 7.5, 7.6, 8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5 y 9.2 según el caso, estos datos junto con las variables definirán la solución. Los valores de las variables se obtendrán según la heurística empleada, comenzando normalmente por una solución o población de soluciones factibles obtenidas de manera aleatoria y que servirán de solución inicial para arrancar el mecanismo de búsqueda, estas variables se irán modificando de manera que mientras avanza el proceso de búsqueda se vayan encontrando soluciones con menores costes, además las soluciones deberán verificar en todos los casos los Estados Límite marcados por la normativa. La Figura 5.1 muestra el funcionamiento general del programa.

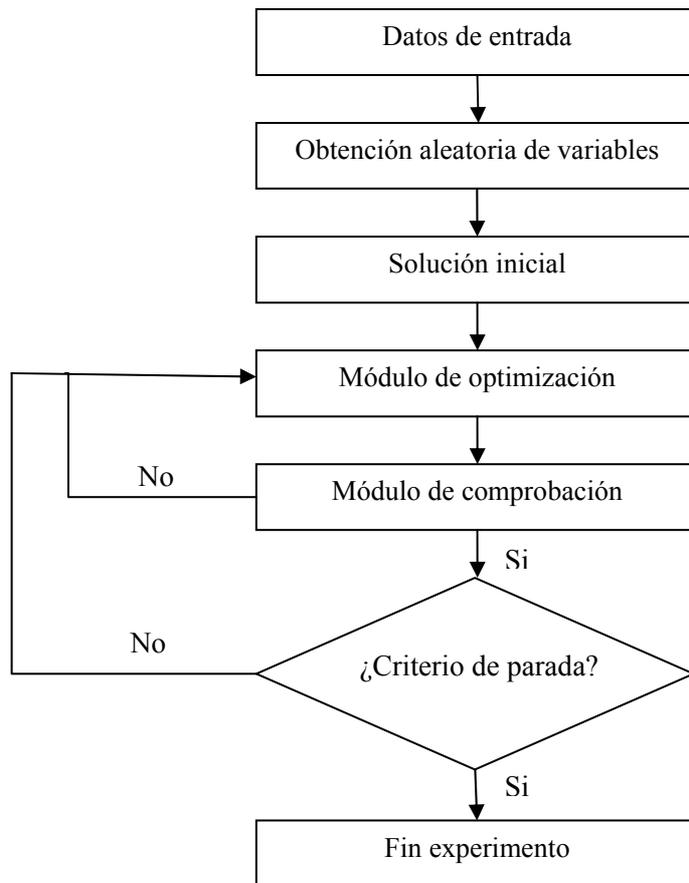


Figura 5.1: Esquema funcionamiento del programa

El programa se dividirá en dos partes principales: la primera será el módulo de optimización (heurística) empleado y la segunda el módulo de comprobación de la estructura. El módulo de optimización, tal como se muestra en el Capítulo 6, funcionará según el método heurístico utilizado que podrá ser de dos tipos: métodos basados en la búsqueda local o métodos poblacionales. El módulo de comprobación evaluará los diferentes Estados Límite de acuerdo con la normativa española aplicada EHE¹⁰⁴ y el Eurocódigo 2¹⁰⁵, tal como se ha descrito en el Capítulo 4, siendo la solución factible si se verifican los mismos.

5.1.1 Módulo de optimización

El módulo de optimización tendrá la función de definir las variables que junto con los parámetros formaran las diversas soluciones tanteadas a lo largo del proceso de búsqueda del algoritmo, terminando dicho proceso cuando se llegue al criterio de parada. La forma de trabajar de este módulo

variará en función del método heurístico utilizado que podrá ser de dos tipos: métodos basados en búsqueda local o métodos basados en poblaciones. La Figura 5.2 muestra la forma básica de funcionamiento de un método de búsqueda local.

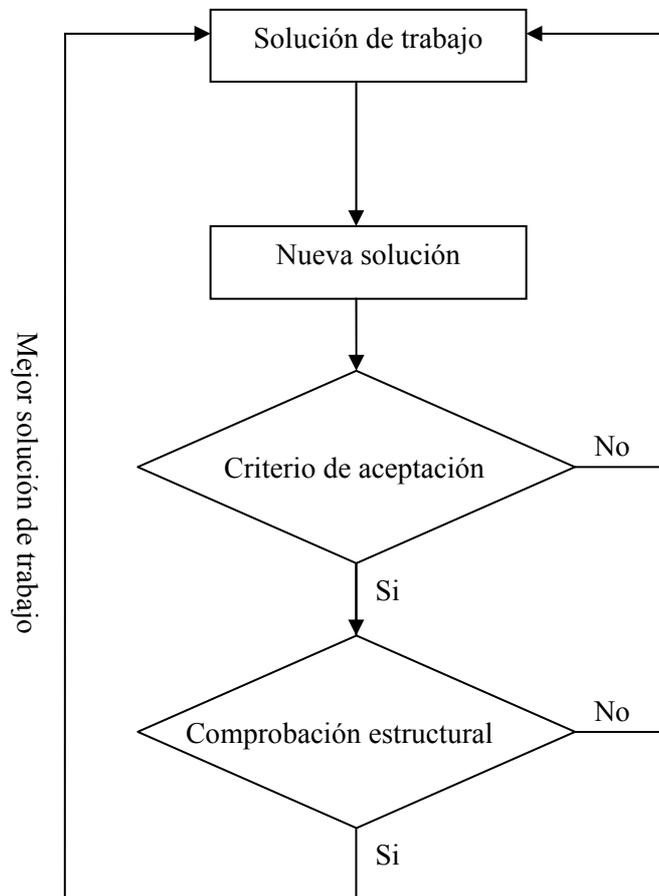


Figura 5.2: Diagrama de flujo método de búsqueda local

Los métodos basados en la búsqueda local realizarán una variación iterativa del diseño actual hasta llegar a una solución final, en cada uno de ellos se tendrán que definir los movimientos (modificaciones) que podrán realizar las variables para pasar de la solución de trabajo a la nueva. Estos movimientos serán, normalmente, de un porcentaje de las variables y consistirán en variaciones pequeñas de las mismas, de manera que no se produzca la desorientación del algoritmo. Una vez se tenga definida la nueva solución se aceptará o no en base al criterio de aceptación, si la solución es aceptada se comprobará y si verifica el módulo de comprobación pasará a ser la nueva solución de trabajo. Todo este proceso se repetirá hasta que se verifique el criterio de parada finalizando así la búsqueda, se tomará como solución la factible de menor coste encontrada en el proceso de búsqueda.

A continuación se mostrará la Figura 5.3, la cual describe la forma básica de un diagrama de flujo en métodos basados en poblaciones.

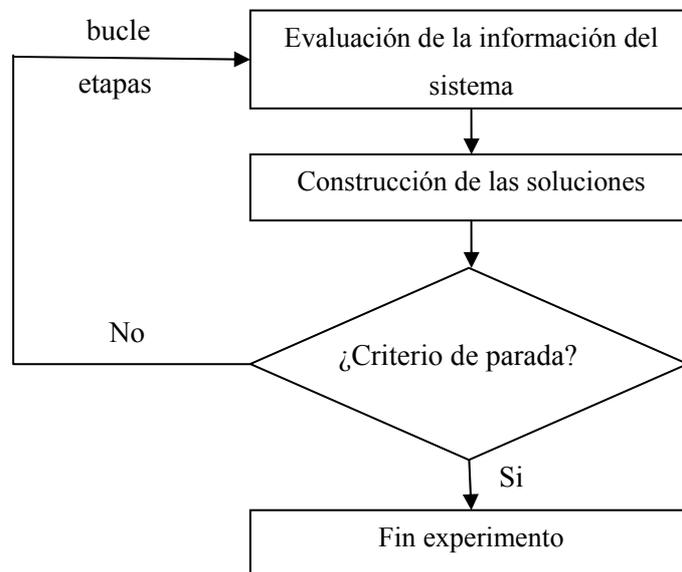


Figura 5.3: Diagrama de flujo método de búsqueda poblacional

Los métodos basados en poblaciones centrarán la búsqueda en una determinada dirección según las mejores soluciones obtenidas, para ello habrá que realizar de manera experimental una adecuada calibración de los mismos de manera que exploren la mayor parte del espacio de soluciones sin caer en la desorientación del algoritmo. Una vez obtenidas las soluciones de una etapa o generación se evaluarán dando al sistema la información necesaria para la construcción de las soluciones en la siguiente etapa. El algoritmo finalizará cuando se cumpla el criterio de parada elegido, que en este trabajo ha sido, en todos los casos, un determinado número de etapas o generaciones. Cada etapa tendrá una población de soluciones, siendo la solución del experimento la factible de menor coste encontrada durante el proceso de búsqueda.

Tal como se ha descrito, las subrutinas de búsqueda de soluciones necesitarán otras auxiliares que realicen la medición y valoración de las mismas. En los métodos de búsqueda local se necesitará, además, una subrutina que sea capaz de elegir las variables que se van a modificar y realizar este cambio llegando a la nueva solución. Por otro lado, en los métodos de búsqueda poblacional se necesitará una subrutina que construya las soluciones de una determinada etapa en función de la información dejada en el sistema por las etapas anteriores.

5.1.2 Módulo de comprobación

El módulo de comprobación evaluará los diferentes Estados Límite de acuerdo con la normativa española aplicada EHE¹⁰⁴ y el Eurocódigo 2¹⁰⁵, tal como se ha descrito en el Capítulo 4, se realizará por un lado la comprobación del soporte (ver Figura 4.7) y por otro la de la zapata (ver Figura 4.16). Este módulo llevará asociadas las subrutinas correspondientes a la comprobación de cada uno de los Estados Límite a evaluar, que serán en todos los casos seccionales excepto la de inestabilidad que es global del soporte, estas subrutinas serán las que comprueben los siguientes Estados Límite Últimos:

- Agotamiento frente solicitaciones normales.
- Agotamiento frente a cortante.
- Inestabilidad.
- Fatiga.

Y el siguiente Estado Límite de Servicio:

- Fisuración.

Además de todas estas comprobaciones se deberá verificar que los armados dispuestos son superiores a los mínimos mecánicos y geométricos requeridos por la EHE¹⁰⁴. El orden en que se realicen las comprobaciones no es importante desde el punto de vista estructural, pues para que una solución sea factible se deberán verificar todas, sin embargo conviene ordenarlas de manera que se realicen primero las que consumen menos tiempo computacional de manera que las soluciones no factibles se descarten lo antes posible.

5.1.2.1 Agotamiento frente solicitaciones normales

Esta subrutina comprobará la resistencia a flexión compuesta esviada en las secciones del soporte (ver punto 4.3.2.3) y a flexión simple en las de la zapata (ver punto 4.3.3.4). Para ello necesitará diversas subrutinas auxiliares:

- Una que calcule las coordenadas de las armaduras y de los vértices de la secciones según el ángulo de inclinación de la fibra neutra (caso de flexión compuesta esviada).
- Otra que a partir de los diagramas tensión deformación para el hormigón y el acero sea capaz de calcular las fuerzas y momentos en las secciones en función del plano de deformaciones.

5.1.2.2 Agotamiento frente a cortante

Esta subrutina realizará la comprobación a cortante en las secciones requeridas, ver punto 4.3.2.4 para la comprobación en las secciones del soporte y punto 4.3.3.5 para la comprobación en las secciones de la zapata. Se comprobará tanto la rotura por compresión de las bielas de hormigón como la rotura por plastificación de la armadura de cortante. Llevará asociada una subrutina capaz de obtener el área de la sección de hormigón.

5.1.2.3 Inestabilidad

La comprobación de inestabilidad (ver punto 4.3.2.2), que será exclusiva del soporte, llevará asociada la verificación del agotamiento frente a solicitaciones normales en cada una de las secciones base para todas las iteraciones en que se realiza el cálculo de deformaciones hasta la convergencia de las flechas en cabeza del soporte. También será necesaria una subrutina que calcule las curvaturas y deformaciones a axil en cada sección en función de los esfuerzos en las misma, para ello se necesitará otra auxiliar que obtenga las fuerzas y momentos para un determinado plano de deformaciones, realizando varias iteraciones se llegará al plano de deformaciones que causa en la sección los esfuerzos a los que esta sometida. Además, será necesaria una subrutina que calcule las nuevas deformaciones de la sección en función de las fuerzas exteriores aplicadas y de las rigideces de los elementos obtenidas en la iteración correspondiente resolviendo el sistema de ecuaciones. Finalmente con estas deformaciones se calcularán los nuevos esfuerzos en las secciones y se repetirá el proceso hasta que la solución converja, no converja o rompa alguna de las secciones base por agotamiento frente a solicitaciones normales.

5.1.2.4 Fatiga

Realizará la comprobación a fatiga en las secciones base tomadas en el soporte (ver punto 4.3.2.6) y en la zapata (ver punto 4.3.3.7) según el Eurocódigo 2¹⁰⁵. Se realizará la comprobación a fatiga por cortante en las secciones que no se disponga armadura de cortante, la resistencia a fatiga del hormigón sometido a compresión y la comprobación a fatiga del acero.

Se necesitarán varias subrutinas auxiliares, entre ellas una que calcule áreas e inercias para obtener las tensiones de la sección sometida a unos esfuerzos y otra para que en caso de que la sección fisure calcule el plano de deformaciones de la sección eficaz para así poder calcular tensiones.

5.1.2.5 Fisuración

Esta subrutina comprobará que la fisura que producen los esfuerzos que solicitan una determinada sección, en caso de que se produzca, es menor que la permitida por la norma EHE¹⁰⁴ para el tipo de ambiente correspondiente. La fisuración se comprobará en el soporte (ver punto 4.3.2.5) para todas las secciones base en que se ha dividido y en las correspondientes secciones de la zapata (ver punto 4.3.3.6).

Para realizar esta comprobación se necesitarán, al igual que para fatiga, una subrutina que calcule áreas e inercias en una sección para calcular las tensiones a las que se verá sometida la misma en sus diferentes puntos y ver si fisura o no, si la sección no fisura y la tensión máxima del hormigón es menor a $0.6 \cdot f_{ck}$ la comprobación habrá terminado. En caso de que la sección fisure se necesitará una subrutina que calcule el plano de deformaciones de la sección eficaz para poder calcular tensiones y así comprobar la abertura de fisura y las tensiones máximas en el hormigón.

5.2 Lenguaje de programación y ordenador utilizado.

El lenguaje de programación utilizado ha sido el Fortran empleando el programa Compaq Visual Fortran Professional Edition 6.6.0. Las principales razones por las que se ha utilizado este lenguaje han sido la importancia de los tiempos en la ejecución del programa, lo cual hacía necesario un lenguaje compilado, y la búsqueda dentro de los lenguajes compilados uno que no hiciera el trabajo de la programación excesivamente complicado.

El tiempo de ejecución de los programas va disminuyendo de manera acelerada conforme pasan los años debido a la mayor velocidad de proceso de los ordenadores personales, decir que realizándose pruebas con un ordenador típico del año 2004 con las características siguientes:

- Intel Pentium 4 con 2,80 GHz y 512 MB de RAM

Y con un ordenador típico del año 2007 con las características siguientes:

- Intel Core 2 CPU con 2,40 GHz y 1 GB de RAM

Los tiempos bajan en varios órdenes de magnitud con el ordenador del 2007, que ha sido el empleado para el trabajo. Este es uno de los motivos principales por el que este tipo de métodos de diseño automatizado no han tenido desarrollo hasta la actualidad, ya que, si con un ordenador del 2004 los tiempos aumentan en varios órdenes de magnitud con uno de los años 90 hubiera sido prácticamente imposible la realización del trabajo. Aunque los tiempos han disminuido con los ordenadores actuales, todavía continúan siendo una variable importante de ello la necesidad de utilizar un lenguaje

compilado. El lenguaje compilado se implementa mediante un compilador, esto implica que una vez escrito el programa, éste se traduce a partir de su código fuente por medio de un compilador en un archivo ejecutable para una determinada plataforma. Una de las características de estos lenguajes es que las instrucciones se traducen del lenguaje utilizado a código máquina para una ejecución rápida, por el contrario un lenguaje interpretado es aquel en el que las instrucciones se traducen o interpretan siendo normalmente unas 10 veces más lentos que los programas compilados.

El primer compilador Fortran (Formula Translation) nació alrededor de 1950 con el objetivo de traducir un lenguaje de fórmulas, al lenguaje ensamblador y por consiguiente al lenguaje máquina facilitando el trabajo de los programadores sin repercutir en el tiempo de ejecución. Fortran es un lenguaje adecuado para aplicaciones científicas y análisis numérico. Existen otros lenguajes compilados como C que en principio fue diseñado para hacer sistemas operativos mediante lenguajes de alto nivel con muy pocas instrucciones y sumamente sencillas, fáciles de traducir al lenguaje de la máquina; y que requiere de un entendimiento apropiado de cómo funciona la máquina, el uso de la memoria, etc. Con la elección del Fortran se unificaron los dos objetivos de búsqueda del lenguaje: al ser compilado es mucho más rápido en tiempo de ejecución que los interpretados y no tiene las dificultades de programación propias de otros programas como el C.

Capítulo 6. COMPARACIÓN Y CALIBRACIÓN DE HEURÍSTICAS

En este Capítulo se definirá una pila concreta que constituirá el problema de optimización. Se le aplicarán diferentes heurísticas y metaheurísticas, realizando la correspondiente calibración de las mismas y comparando los resultados y se buscará la heurística más adecuada para la realización del estudio paramétrico de los Capítulos 7, 8 y 9.

6.1 Pila a optimizar y estudio de resultados

6.1.1 Pila a optimizar

La pila objeto de estudio es la pila 1 del viaducto que salva el barranco del Regajo en la Autovía A-23, Levante-Aragón-Somport, en su tramo: Río Palencia-Viver (ver Figuras 1.3 y 1.4). Dicho viaducto consta de dos puentes de igual longitud, uno para la calzada derecha y otro para la izquierda y cada uno se divide en dos: el llamado de acceso y el principal. El viaducto de acceso es de canto constante de 2.85 metros teniendo 6 vanos de 49 metros de luz cada uno. El principal consta de tres vanos cuyas luces serán 60-90-60 metros, el canto es de sección variable siendo en el estribo inicial y en la pila donde comienza el de acceso de 2.85 metros y en las dos pilas restantes de 4.50 metros. La sección transversal es en cajón con un ancho total de 11.80 metros y ha sido también la utilizada para la pila del Capítulo 9 (ver Apéndice 1).

La pila 1 corresponde a la primera pila del viaducto principal en la calzada izquierda situándose entre el vano de 60 y el de 90 metros de luz. El apoyo del tablero sobre la pila se realizará sobre 2 apoyos de neopreno zunchado de dimensiones 1200x1200x148 (113 neto). El número total de posibles valores

que pueden tomar las variables del soporte será de 923 con un tamaño del espacio de soluciones de 5.78×10^{27} , el de la zapata será de 396 con un tamaño del espacio de soluciones de 5.76×10^{16} , por lo que el número total de posibles valores que pueden tomar las variables será de 1319 y el tamaño del espacio de soluciones de 3.33×10^{44} . Las reacciones utilizadas para el cálculo de la pila son las que proporciona el anejo de cálculo de la estructura. El soporte tendrá sección exterior constante en toda su altura siendo las dimensiones de dicha sección parámetros, por lo que las caras del soporte serán verticales. Los valores de los parámetros se reflejan en la Tabla 6.1.

Parámetros pila	Notación y valores
Dimensión transversal del soporte	$a(1,i) = 4.84$ m
Dimensión longitudinal del soporte	$a(2,i) = 2.60$ m
Altura soporte	$H_s = 23.97$ m
Altura zona maciza soporte	$H_m = 3.00$ m
Altura trepa encofrado	$H_t = 5.00$ m
Número de apoyos	$N_a = 2$
Separación apoyos	$S_a = 3.60$ m
Dimensión transversal apoyo soporte	$A_t = 1.20$ m
Dimensión longitudinal apoyo soporte	$A_l = 1.20$ m
Rigidez longitudinal muelle cabeza de soporte	7749 KN/m
Rigidez transversal muelle cabeza de soporte	14483 KN/m
Reacciones permanentes carga ELS	12240, 12230 KN
Reacciones máxima carga ELS	15445, 14241 KN
Reacciones máximo par ELS	15690, 11442 KN
Reacciones mínima carga ELS	11724, 11708 KN
Deformación neoprenos	725.25 KN
Frenado tablero	262.12 KN
Viento tablero	1503.77 KN

Tabla 6.1: Parámetros pila

6.1.2 Aspectos estadísticos del plan experimental

Los algoritmos de búsqueda se parametrizarán, obteniéndose diferentes resultados que se compararán entre sí en función de la calidad del óptimo encontrado, tiempo de optimización, robustez, dispersión de resultados, etc.

Para el estudio de la robustez se empleará la distribución t de Student (Ver Romero et al.¹¹⁶ (1993) y Pearson¹¹⁷ (1990)). Con esta distribución, que se utiliza para hacer inferencia respecto a las medias de poblaciones normales, se calculará el tamaño de muestra necesario de tal manera que esta sea representativa de la población, si aparecen valores diferentes a la media el tamaño de muestra aumentará al aumentar la dispersión de resultados, esto permitirá determinar el tamaño de las ejecuciones a la par del nivel de confianza de las soluciones obtenidas. Según el Teorema Central del Límite la media muestral, al ser el resultado de sumar una serie de variables independientes, tiende a distribuirse normalmente aunque la población de la que se haya extraído la muestra no siga una distribución normal. Los precios mínimos, a los que se llega en cada ejecución, se podrán considerar como variables independientes, ya que, cada proceso es independiente de los demás. La t de Student empleada da un intervalo de confianza del 95% respecto a la media. Es decir, los valores tendrán una probabilidad del 5% de ser superados en valor absoluto (2.5% de ser menores que el menor valor del intervalo y 2.5% de ser mayores del mayor valor del intervalo). Con las condiciones anteriores, la distribución t de Student tomará los valores mostrados en la Tabla 6.2 para $v = N-1$ grados de libertad, siendo N el tamaño de la muestra.

v	$t_{N-1}^{\alpha/2}$	v	$t_{N-1}^{\alpha/2}$
1	12.706	18	2.101
2	4.303	19	2.093
3	3.182	20	2.086
4	2.776	21	2.080
5	2.571	22	2.074
6	2.447	23	2.069
7	2.365	24	2.064
8	2.306	25	2.060
9	2.262	26	2.056
10	2.228	27	2.052
11	2.201	28	2.048
12	2.179	29	2.045
13	2.160	30	2.042
14	2.145	40	2.021
15	2.131	60	2.000
16	2.120	120	1.980
17	2.110	∞	1.960

Tabla 6.2: Valores de la t de Student con una probabilidad del 5% de ser superados

Las ecuaciones 6.1 y 6.2 definirán el intervalo de confianza en el que se encontrará la media poblacional con un 95% de probabilidad.

$$m_p \approx \bar{x} \pm t_{N-1}^{\alpha/2} * \frac{S}{\sqrt{N}} \quad 6.1$$

$$\left[\bar{x} - t_{N-1}^{\alpha/2} * \frac{S}{\sqrt{N}}, \bar{x} + t_{N-1}^{\alpha/2} * \frac{S}{\sqrt{N}} \right] \quad 6.2$$

Siendo:

- m_p : media poblacional (suponiendo población normal)
- \bar{x} : media muestral
- $t_{N-1}^{\alpha/2}$: Valor correspondiente de la t de Student
- S : desviación típica de la muestra
- N : tamaño de la muestra

Cuanto menor sea el intervalo más se parecerá la media muestral a la poblacional. Se deberá reducir el valor $t_{N-1}^{\alpha/2} * \frac{S}{\sqrt{N}}$, denominado error estimado.

En cada ejecución se realizará un número de experimentos tales que el error estimado sea menor del 0.5% del menor precio obtenido para el Random Walk, limitando el número máximo a 50.

6.2 Aplicación de los métodos heurísticos

Se aplicarán diferentes métodos heurísticos para la obtención de resultados cuya comparación y valoración llevará como fin la elección del más adecuado, el cual será utilizado en la realización del estudio paramétrico de los capítulos posteriores.

En primer lugar se realizará un Random Walk que, aunque no es una heurística propiamente dicha, aportará información sobre el espacio de soluciones. Se podrá evaluar el número de soluciones factibles en relación al de estudiadas, comprobando si el rango de las variables ha sido el adecuado.

A continuación se realizará el Descent Local Search de manera que se pueda evaluar cuáles serán los mejores movimientos para las variables, estos movimientos serán aplicados en los otros métodos de

búsqueda local implementados en esta tesis: el Threshold Accepting y el Simulated Annealing. Finalmente se estudiarán diferentes variantes de métodos poblacionales: Colonias de hormigas y Algoritmos genéticos.

6.2.1 Random Walk

Consiste en dar un valor aleatorio a todas las variables del soporte y si cumple comprobación a las de la zapata. Cuando se verifiquen todos los Estados Límite se ha obtenido una solución de manera aleatoria. Las únicas restricciones vendrán impuestas por los posibles valores que pueden tomar las variables, según la definición de las mismas. El experimento ha consistido en encontrar 25000 soluciones factibles, en la Figura 6.1. se muestran los costes de las mismas frente a los tiempos siendo el menor coste de 76536.00 €.

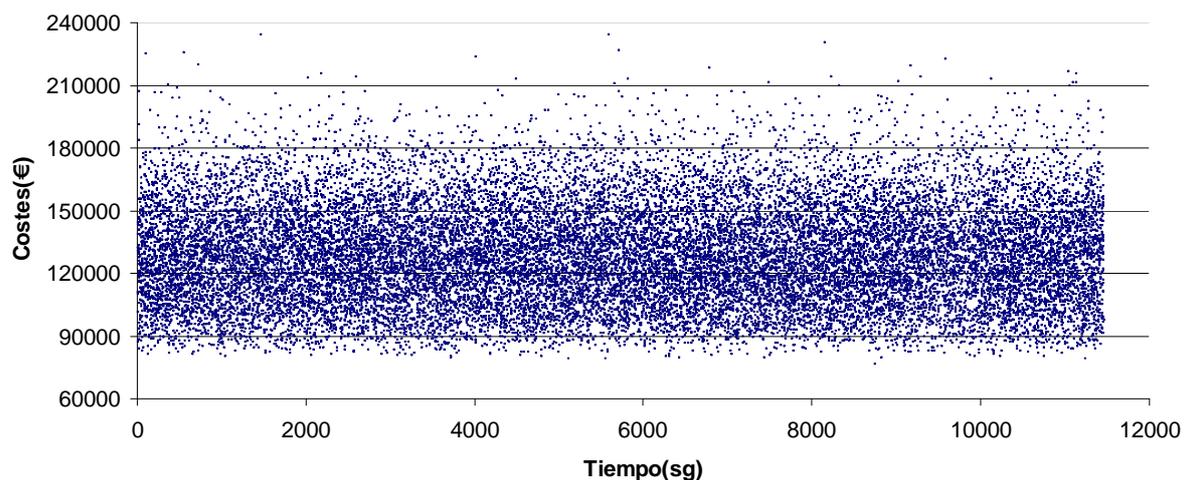


Figura 6.1: Coste de las soluciones factibles encontradas durante un RW

El tiempo medio para encontrar una solución factible ha sido de 0.46 sg, siendo el mínimo de 0.13 sg y el máximo de 2.38 sg. La relación soportes factibles frente a soportes tanteados es de 5.20% y la de zapatas factibles frente a zapatas tanteadas de 0.23%. Estos números muestran un bajo porcentaje de soluciones factibles frente a las tanteadas, lo cual es debido a la gran posibilidad de valores de las variables al pensarse estas para el problema de una pila cualquiera y no para un caso concreto.

El coste de la pila más barata ha sido de 76536.00 €, la más cara de 234190.58 €, siendo el coste medio de las pilas de 128293.95 €, la desviación de la media respecto a la mínima del 67.63 %, lo que indica una importante dispersión en los resultados obtenidos que puede ser debida al alto rango de las

variables. Existen varias formas de aumentar el porcentaje de soluciones factibles creadas de manera aleatoria sin modificar el rango de las variables. En trabajos anteriores (Ver Alcalá⁹ (2004) y Carrera¹³ (2004)) se han relacionado distintas variables, por ejemplo cuantías mínimas de armadura no se han comprobado sino impuesto. En este trabajo se comprueban las cuantías mínimas de acero directamente después de generar la solución aleatoria, de esta manera se consigue una rapidez similar dado que el esfuerzo computacional invertido en estructuras que no satisfacen los mínimos de armado es despreciable. La Figura 6.2 muestra, por un lado, el número de soluciones entre dos valores determinados y, por otro, el tanto por ciento acumulado de soluciones con un coste menor.

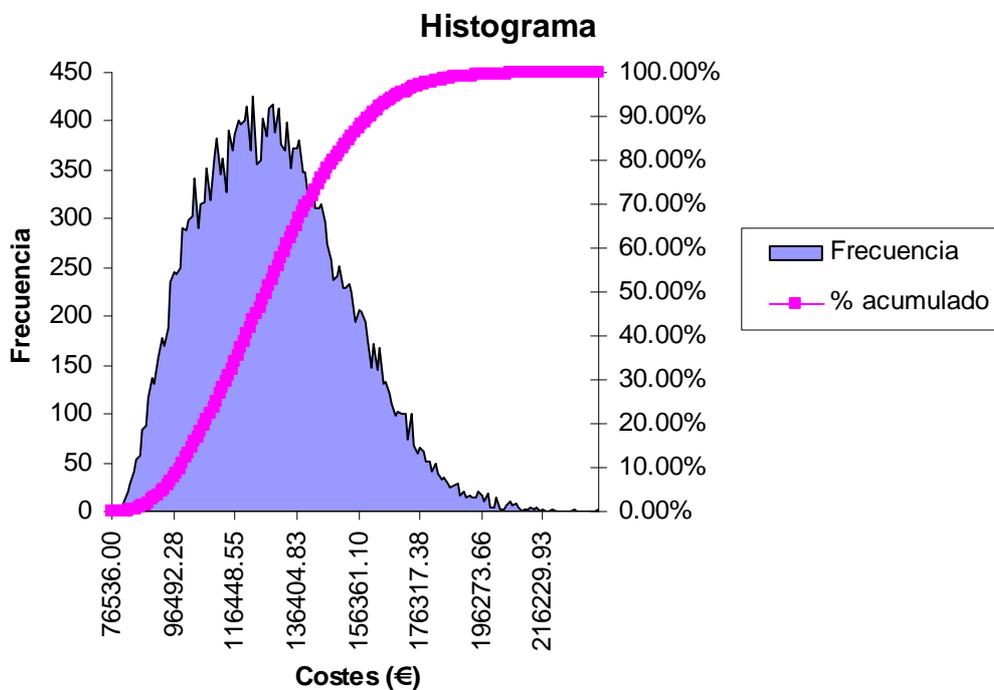


Figura 6.2: Histograma de frecuencias de las soluciones factibles encontradas

Los costes se han dividido desde la pila más barata a la más cara en intervalos de 997.81 €, siendo el intervalo de mayor frecuencia el comprendido entre 121437.62 € y 122435.43 € con 425 pilas. Se observa, además, que entre 95494.46 € y 158356.73 € se encuentran el 82.02 % de los costes de la pilas obtenidas. Analizando los costes de los soportes y las zapatas, por separado, tenemos que los precios mínimos de soporte y zapata fueron 46814.42 € y 27738.78 € y los máximos de 63262.41 € y de 185811.66 €, respectivamente. Los costes medios fueron de 50612.36 € en los soportes y de 77681.59 € en las zapatas, siendo la desviación de la media respecto a la mínima de 8.11% en los

soportes y del 180.05% en las zapatas. Estos costes se han realizado sin tener en cuenta que pertenezcan a la misma estructura o no. Se observa una mayor desviación en los costes de las zapatas que en los de los soportes, ya que, en los soportes la variación de cantidad de materiales es menor, tanto de hormigón como de acero y los m^2 de encofrado serán similares en todos los casos.

Como conclusión, decir que, el Random Walk no es un método para la búsqueda de soluciones simplemente genera soluciones aleatorias que podrán ser buenas o malas según el azar, aunque sí aporta cierta información sobre el espacio de soluciones, ya que, permite evaluar la eficacia del rango definido para las variables y obtener la distribución de la función de costes en el espacio de soluciones. Además, las soluciones aleatorias han sido utilizadas en los siguientes métodos como punto de partida para encontrar otras mejores.

6.2.2 Descent Local Search

Consiste en seleccionar una solución inicial aleatoria e ir modificándola iterativamente mediante un mecanismo apropiado. Si el coste de la nueva solución mejora al de la anterior entonces se comprueba, si verifica comprobación la nueva solución reemplaza a la anterior. Este proceso se realiza hasta que no se encuentre ninguna solución factible, con precio inferior a la de la anterior, después de un número determinado de intentos. Se realizaron ejecuciones variando diferente porcentaje de variables, llegándose a la conclusión de que lo más efectivo será la modificación del 25%. El menor coste obtenido ha sido de 69062.38 € y se consiguió modificando el 30% de las variables. La Figura 6.3 muestra el esquema seguido en un experimento del Descent Local Search (DLS):

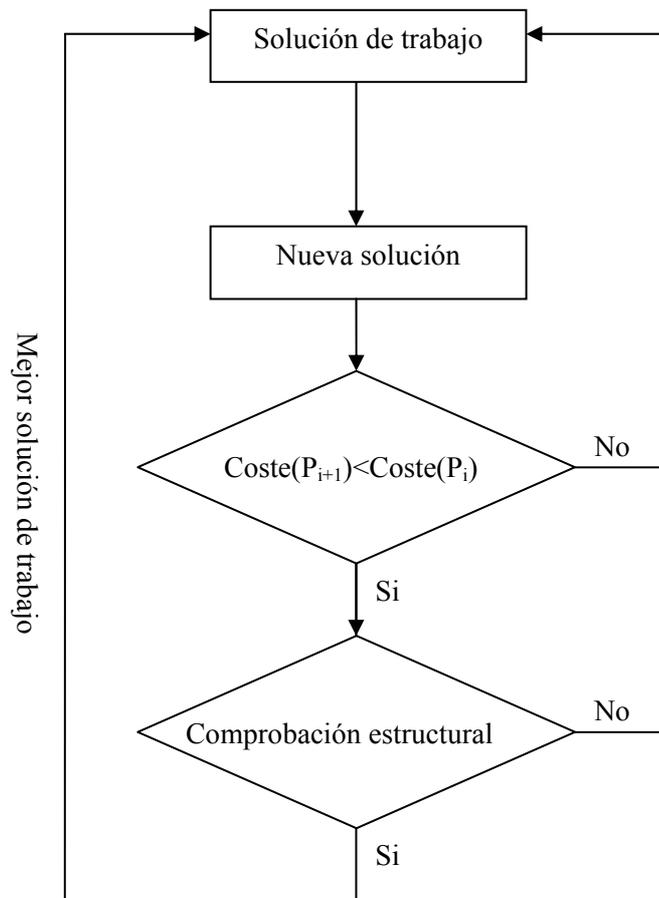


Figura 6.3: Diagrama de flujo de un DLS

En el DLS primero se mide el coste de la solución y luego se comprueba, en caso de que mejore el coste de la anterior. En el RW primero se generaba una solución factible y luego se evaluaba su coste. La inversión del proceso resulta importante en la mejora de los tiempos obtenida, ya que el proceso de comprobación de la estructura es mucho más costoso que el de valorarla.

En la búsqueda local será necesario seleccionar la variación (movimiento) que de la nueva solución de trabajo. Ese mecanismo, que nos definirá el entorno de la solución, puede ser la modificación de varias variables, combinación de variables, etc. Se entenderá como entorno de una solución: todas las posibles soluciones que son accesibles desde la anterior. Entornos muy amplios podrían dar soluciones no relacionadas con la anterior, por lo que se estaría perdiendo la información, dando protagonismo al azar. Entornos muy reducidos disminuirán la diversificación de la búsqueda local. La selección del mecanismo de modificación, que determina el entorno, es de gran importancia dado que influye en el equilibrio entre diversificación e intensificación de una búsqueda local. En trabajos anteriores (Ver Alcalá⁹ (2004) y Carrera¹³ (2004)) se ha investigado diferenciar las variables en variables de armado y

variables de geometría y hormigón y consecuentemente modificar las variables con distintas probabilidades. El resultado de esta investigación fue que los mejores resultados se consiguen variando aleatoriamente un número de variables en cada iteración. Se realizan varias ejecuciones para establecer el número óptimo de variables a modificar en cada iteración.

En los experimentos realizados se han considerado por separado las variables del soporte y las de la zapata. En la Figura 6.4 se muestran experimentos modificando el 5%, 15%, 25% y 45% de las variables. Lo que corresponde a 4, 12, 20 y 36 variables en el soporte y a 1, 2, 4 y 7 variables en la zapata. Los valores a los que pueden acceder las variables, en cada movimiento, son el inmediatamente superior o inferior al que tenían en la solución anterior. Si el valor fuera un extremo sólo podrá acceder al inmediatamente superior, si el extremo es inferior y al inmediatamente inferior, si el extremo es superior. Las variables a modificar se seleccionarán aleatoriamente. En la Figura 6.4 se muestra la evolución de la media de los costes mínimos y del tiempo para los movimientos de las variables considerados. Los puntos representan los costes obtenidos utilizando 50, 250, 500, 1000, 2000, 5000, 10000 y 20000 iteraciones sin mejora.

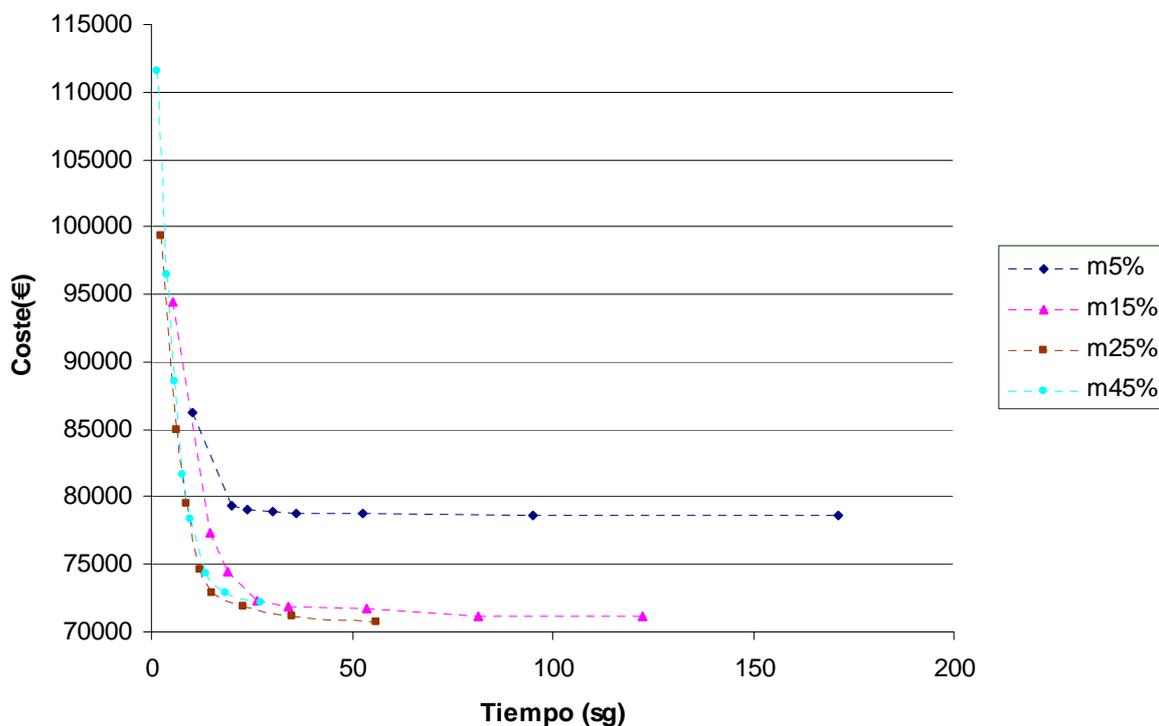


Figura 6.4: Evolución del coste para diferentes movimientos y criterios de parada

Las soluciones en las que se modifican más variables llegan con menores tiempos a un mismo número de iteraciones sin mejora. Llegados a un número de iteraciones sin mejoras, más iteraciones no mejorarán la solución, incrementando el tiempo de cálculo innecesariamente. La solución del 25% mejora a las demás tanto en costes como en tiempos por lo que será la mejor de las estudiadas, se repetirá el estudio modificando un número de variables en el entorno del 25% (20% y 30%) de manera que se encuentre el mejor porcentaje de variación. En la Figura 6.5 se muestran los resultados medios de los costes mínimos modificando el 20%, 25% y 30% de las variables.

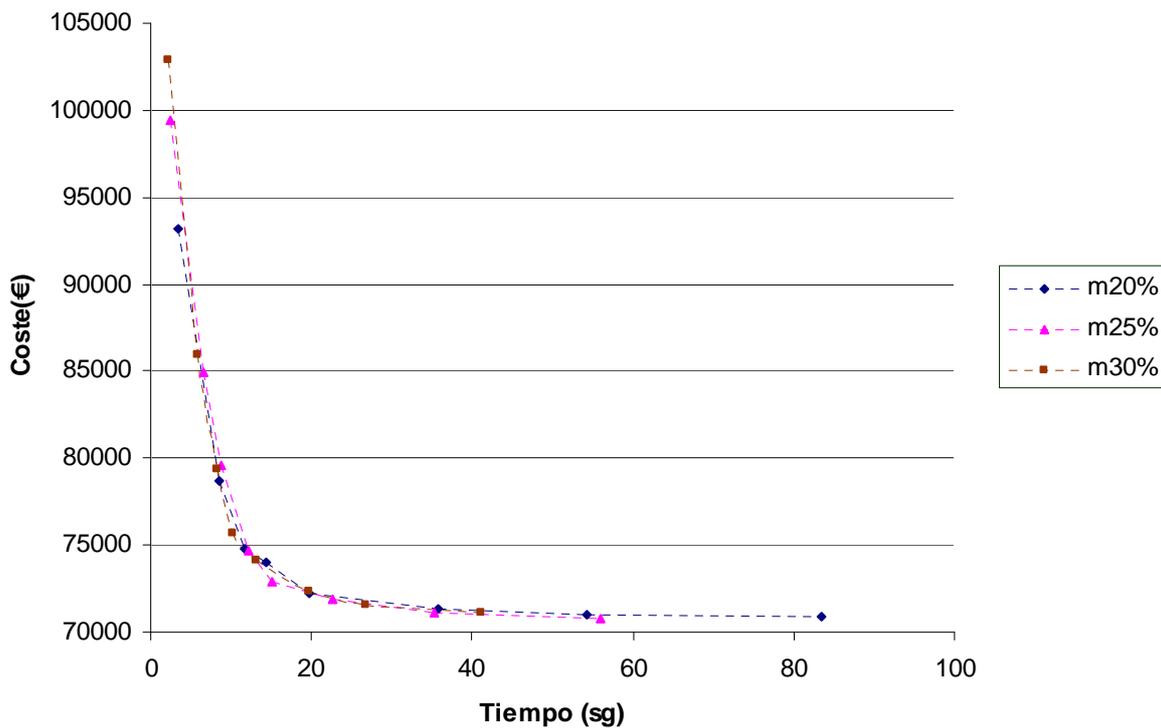


Figura 6.5: Evolución del coste para diferentes movimientos y criterios de parada

Las soluciones obtenidas serán muy parecidas, tal como se observa en la Figura anterior, siendo la solución modificando el 25% de las variables óptimo de las otras dos cuando se disminuyen los costes. En la Tabla 6.3 se muestra para los diferentes tantos por ciento de variables modificadas y 20000 iteraciones sin mejora: la desviación típica, el coste mínimo obtenido entre todos los experimentos realizados para una ejecución, el coste medio de los mínimos, el tiempo medio y el tamaño de muestra utilizado de manera que el error estimado sea menor del 0.5% del menor precio obtenido para el Random Walk, que será de 382.68 €, limitándolo dicho tamaño a 50 experimentos.

Variables modificadas	Tamaño muestra	Desviación Típica	Coste mínimo (€)	Coste medio (€)	Error estimado (€)	Tiempo medio (sg)
5%	50	13807.12	70411.55	78624.24	3905.24	171.09
15%	45	1276.54	69328.13	71142.29	380.59	122.39
20%	30	1016.85	69693.14	70862.73	379.66	83.48
25%	36	1105.93	69340.08	70784.91	372.51	55.90
30%	50	1494.13	69062.38	71097.91	422.60	41.14
45%	50	1812.20	69805.91	72148.13	512.57	27.08

Tabla 6.3: Desviaciones del coste medio respecto al mínimo

El mínimo tamaño de muestra necesario para que la media poblacional se encuentre en el intervalo del coste medio \pm el error estimado con un 95% de probabilidad será de 30 y corresponderá al 20% de las variables modificadas. Si el número de variables modificadas es menor del 15% o mayor del 30% el tamaño de la muestra necesaria aumentará, lo cual quiere decir que las soluciones obtenidas serán más dispersas. El porcentaje de variables modificadas que mejor resultados da es el 25%, ya que, aunque el tamaño de muestra necesario será algo mayor que para el 20% el coste medio del intervalo y los tiempos necesarios serán menores, razón por la cual será el número de variables modificadas elegido para la realización del Threshold Accepting y del Simulated Annealing.

Como conclusión, decir que, es un método que proporciona buenas soluciones con tamaños de muestra necesarios no elevados y tiempos de ejecución muy reducidos en comparación con las heurísticas descritas a continuación. Esto lo convierte en apropiado para el problema en que nos encontramos, debido a la forma del espacio de soluciones, en el que los óptimos locales son muy parecidos entre sí y se imagina que al óptimo global. Pasando así desapercibido uno de los principales problemas del DLS que es la incapacidad de escapar de óptimos locales, cayendo en convergencias prematuras.

6.2.3 Threshold Accepting

A diferencia del Descent Local Search, el Threshold Accepting (TA) aceptará soluciones con un coste mayor que la anterior, además de las de un coste inferior, siempre que la diferencia entre las mismas sea menor que un determinado umbral. El umbral se irá reduciendo conforme avanza la búsqueda. Se realizaron ejecuciones con diferente rango de aceptación para fijar el umbral inicial, distintas longitudes de cadena y diferentes coeficientes para modificar el umbral a lo largo del proceso. Con todo esto se llegó a que el mejor coste medio se ha obtenido para un rango de selección del 10%-30%, una longitud de cadena de 2000 iteraciones y un coeficiente de disminución del umbral de 0.95, siendo este de 69912.14 €. En la Figura 6.6 se muestra el diagrama de flujo del algoritmo del TA.

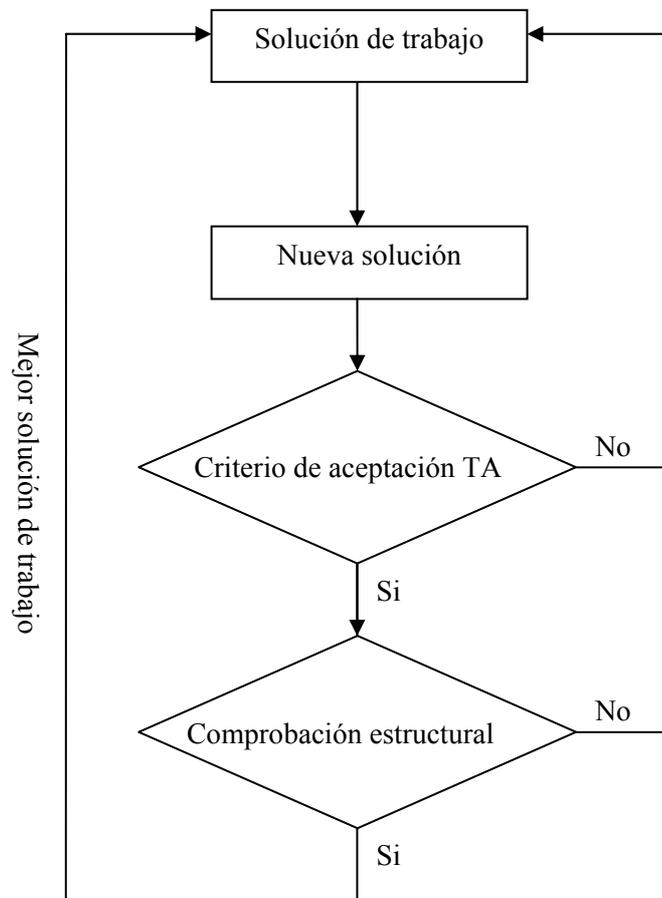


Figura 6.6: Diagrama de flujo de un Threshold Accepting

La definición del TA incluirá las siguientes características:

1. Definición del número de variables a modificar
2. Selección del umbral inicial
3. Proceso de disminución del umbral
4. Selección de un criterio de parada

Definición del número de variables a modificar

El TA se realizará modificando 20 variables del soporte y 4 de la zapata de manera aleatoria, esto supone un 25% del total. Este número de variables modificadas fue el que mejor resultó, para el problema descrito, en el estudio realizado para el DLS.

Selección del umbral inicial

La selección del umbral inicial se ha realizado mediante el método propuesto por Medina¹¹⁸ (2001), el cual constará de los siguientes pasos:

1. Elección de un umbral de partida para la búsqueda del umbral inicial.
2. Fijar un rango de aceptación de soluciones que empeoren la solución de partida en un coste menor que el determinado umbral.
3. Para un número de pruebas determinado, denominado longitud de la cadena, se verá el número de soluciones aceptadas que empeorarían el coste de una inicial.
4. Si el número de soluciones de empeoramiento aceptadas está por debajo del rango inferior el nuevo umbral será el doble que el anterior. Si está por encima del rango superior lo reduciremos a la mitad.

La selección del umbral inicial es importante porque si es pequeño el algoritmo no será capaz de explorar el espacio de soluciones, o lo que es lo mismo, no será capaz de escapar de la región inicial dependiendo la solución final de la inicial. Se han realizado ejecuciones con diferentes rangos con el objetivo de estudiar la importancia del umbral inicial en la solución final. Los rangos empleados han sido 10%-30%, 30%-50%, 50%-70%.

Proceso de disminución del umbral

Para definir el proceso de disminución del umbral serán necesarios dos valores: la longitud de la cadena y el coeficiente de disminución del umbral. Se han empleado longitudes de cadena de 500, 1000 y 2000. La disminución del umbral aplicada es geométrica, siendo el siguiente umbral un coeficiente por el actual, los coeficientes utilizados han sido 0.85 o 0.95. En la Figura 6.7 se muestra un proceso típico de disminución del umbral en una determinada ejecución.

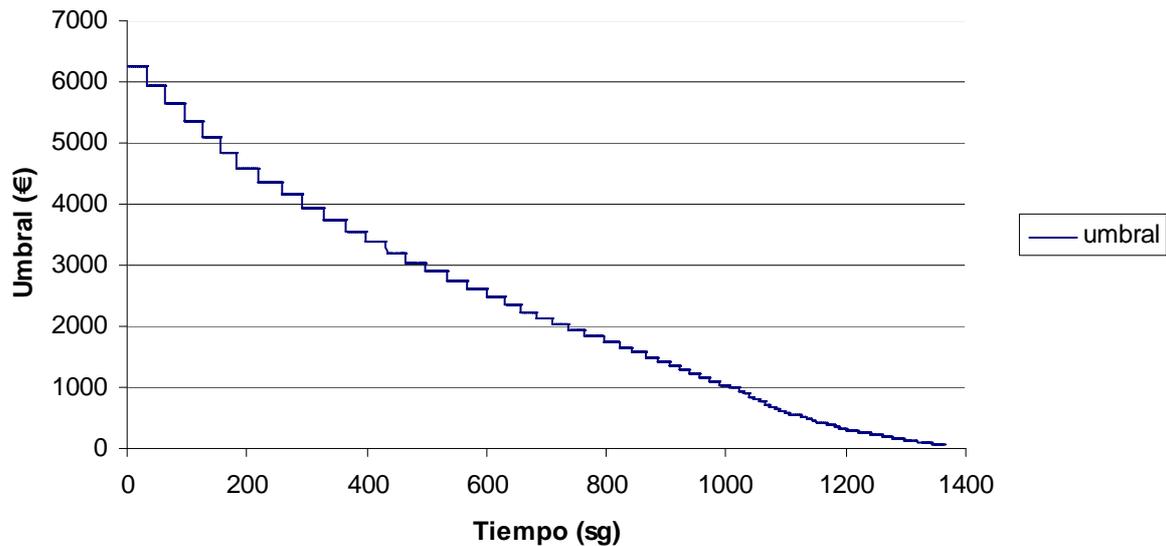


Figura 6.7: Proceso de disminución del umbral en una ejecución

Para no alargar la búsqueda innecesariamente se ha considerado que si las soluciones factibles que “mejoran” en un Threshold (umbral correspondiente en ese momento de la ejecución) la anterior para una cadena son mayores del 20% la longitud de la cadena, el umbral se considera “agotado” y pasaríamos al siguiente.

Selección del criterio de parada

Se producirá la parada del algoritmo cuando se cumplan, a la vez, las siguientes condiciones:

- El umbral actual sea menor que el 1% del valor del umbral inicial.
- Se haya agotado la cadena.
- En la cadena no se haya encontrado ninguna solución que “mejore” a la de partida más el umbral correspondiente.

En el Threshold, inicialmente se aceptarán empeoramientos (umbrales) altos, de manera que se explore la mayor parte del espacio de soluciones. Conforme avanza el proceso estos empeoramientos permitidos serán menores centrandó la búsqueda en soluciones con costes parecidos o menores, se cambiará la exploración por la explotación alrededor de una solución. La Figura 6.8 muestra un proceso tipo de evolución descrito.

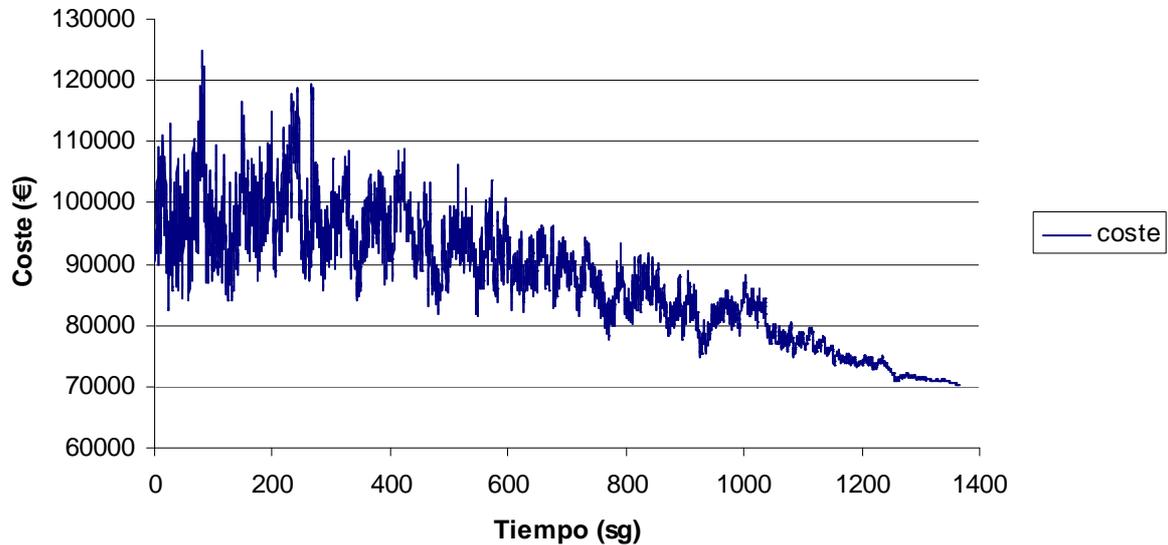


Figura 6.8: Proceso de evolución de un Threshold

Se realizaron 18 ejecuciones con rangos, para la selección del umbral inicial, comprendidos entre 10%-30%, 30%-50% y 50%-70%. La disminución del umbral es geométrica, con coeficientes 0.85 y 0.95 y longitudes de cadena de 500, 1000 y 2000. En la Tabla 6.4 se muestran los resultados obtenidos para cada una de las ejecuciones, entre estos resultados se encuentran el coste mínimo obtenido en una ejecución, el coste medio, el tiempo medio, la desviación típica de los costes de las soluciones obtenidas y el tamaño de muestra utilizado de manera que el error estimado sea menor del 0.5% del menor precio obtenido para el Random Walk, limitando dicho tamaño a 50 ejecuciones.

Ejecución	Rangos	Disminución umbral	Longitud cadena	Tamaño muestra	Desviación típica	Coste mínimo(€)	Coste medio(€)	Tiempo medio (sg)	Error estimado
1	10%-30%	0.85	500	50	2586.15	69939.58	72139.45	55.68	731.47
2	10%-30%	0.85	1000	45	1283.01	69218.42	71238.15	119.73	382.52
3	10%-30%	0.85	2000	45	1266.19	69266.58	70749.19	225.67	377.50
4	10%-30%	0.95	500	49	1315.34	69162.27	71144.79	151.12	375.81
5	10%-30%	0.95	1000	50	1547.34	69162.20	71047.17	319.58	437.65
6	10%-30%	0.95	2000	8	437.03	69372.52	69912.14	666.75	365.42
7	30%-50%	0.85	500	50	1676.92	69917.32	72280.34	110.54	474.30
8	30%-50%	0.85	1000	50	1384.57	69523.68	71823.46	210.72	391.62
9	30%-50%	0.85	2000	50	1520.72	69510.74	71340.56	438.30	430.12
10	30%-50%	0.95	500	42	1199.36	69202.23	71267.52	319.24	370.13
11	30%-50%	0.95	1000	40	1189.96	69395.66	70826.86	640.78	380.25
12	30%-50%	0.95	2000	5	254.57	69749.78	70022.77	1109.20	316.04
13	50%-70%	0.85	500	50	1906.41	70060.42	73500.99	153.30	539.21
14	50%-70%	0.85	1000	50	1646.09	69455.23	72280.82	335.70	465.59
15	50%-70%	0.85	2000	50	1395.05	69488.63	71213.34	625.20	394.58
16	50%-70%	0.95	500	50	1758.56	69476.01	72262.68	467.16	497.39
17	50%-70%	0.95	1000	48	1321.22	69690.55	71288.45	940.18	381.40
18	50%-70%	0.95	2000	6	333.41	69397.79	69993.02	1967.50	349.95

Tabla 6.4: Resultados de las 18 ejecuciones con los parámetros seleccionados

A la vista de los resultados obtenidos hay que destacar los siguientes puntos:

- Rangos altos en la selección del umbral inicial no significarán mejores soluciones, esto puede ser debido al criterio de parada que obliga a que el umbral inferior sea menor del 1% el inicial, a menor umbral inicial menor será el final y más se centrará la búsqueda en el óptimo local correspondiente. Los tiempos de cálculo para rangos altos serán mucho más elevados.
- Coeficientes de disminución del umbral más lentos aumentarán considerablemente el tiempo de cálculo mejorando levemente la solución por explorar más el entorno del óptimo local.
- Aumentar el tamaño de la cadena posibilitará mejorar las soluciones pero el tiempo de cálculo aumentará considerablemente.
- El método se hace más robusto, disminuyendo la desviación típica y el error estimado, para coeficientes de disminución del umbral más lentos y longitudes de cadena mayores. Lo cual es lógico, ya que, la explotación de una solución será mayor, razón por la cual se ampliará el tiempo de búsqueda.

La solución con mejor coste medio tendrá las siguientes características:

- Rango de selección: 10-30% aceptaciones de empeoramientos
- Longitud de cadena: 2000 iteraciones
- Coeficiente disminución del umbral: 0.95

Además, la desviación típica y el error estimado serán bajos siendo el número de ejecuciones necesarias muy pequeño para llegar a un error estimado menor de 382.68. Esto nos dará idea de lo robusto que resulta el algoritmo en esta solución debido a lo parecidos que son los resultados obtenidos en sus experimentos. Sin embargo, el tiempo medio de un experimento sería mayor que en el resto de ejecuciones realizadas para el rango de 10%-30%.

La solución de menor coste encontrada corresponde a un rango de selección del 10%-30%, con un coeficiente de disminución del umbral de 0.95 y una longitud de cadena de 1000. Su coste ha sido de 69120.20 €, que será del mismo orden que la mejor encontrada en el DLS. La robustez del TA será mayor que la del DLS llegando a menores errores estimados con tamaños de muestras más bajos. Los tiempos de ejecución serán mayores que en el DLS por explorar más parte del espacio de soluciones, siendo este tiempo proporcional a la parte de espacio explorada. Como conclusión, decir que, es un método que proporciona buenas soluciones con una robustez elevada y tiempos de ejecución razonables.

6.2.4 Simulated Annealing

Al igual que el TA, el Simulated Annealing (SA) será capaz de escapar de óptimos locales dado que se aceptarán movimientos de empeoramiento en el proceso de búsqueda, la diferencia recae en que en el TA se aceptaban si el empeoramiento no era superior a un determinado umbral y en el SA se aceptarán o no en función de una determinada probabilidad. La probabilidad de aceptación de una solución de coste superior a la inicial, pues las de inferior se aceptarán siempre, dependerá del valor del empeoramiento (ΔC) y de la temperatura actual (T) siendo definida por la siguiente función: $e^{-\Delta C/T}$. La solución será aceptada si la probabilidad de la función es mayor que un determinado número aleatorio comprendido entre 0 y 1. En los estados iniciales las soluciones peores serán aceptadas con una alta probabilidad (exploración del espacio de soluciones), conforme avanza el proceso de cálculo la temperatura disminuirá aceptando las soluciones que empeoren a la de partida con una menor probabilidad (intensificación de la búsqueda). Se realizaron ejecuciones con diferentes rangos de aceptación para fijar la temperatura inicial, diferentes longitudes de cadena y diferentes coeficientes para modificar el umbral a lo largo del proceso. Con todo esto se llegó a que los mejores resultados para el coste medio se obtuvieron para un rango de selección de temperatura inicial comprendido entre 50%-70%, una longitud de cadena de Markov de 2000 y un coeficiente de disminución del umbral de 0.95, siendo este coste medio de 69851.41 €. La Figura 6.9 muestra el esquema realizado en la ejecución del SA.

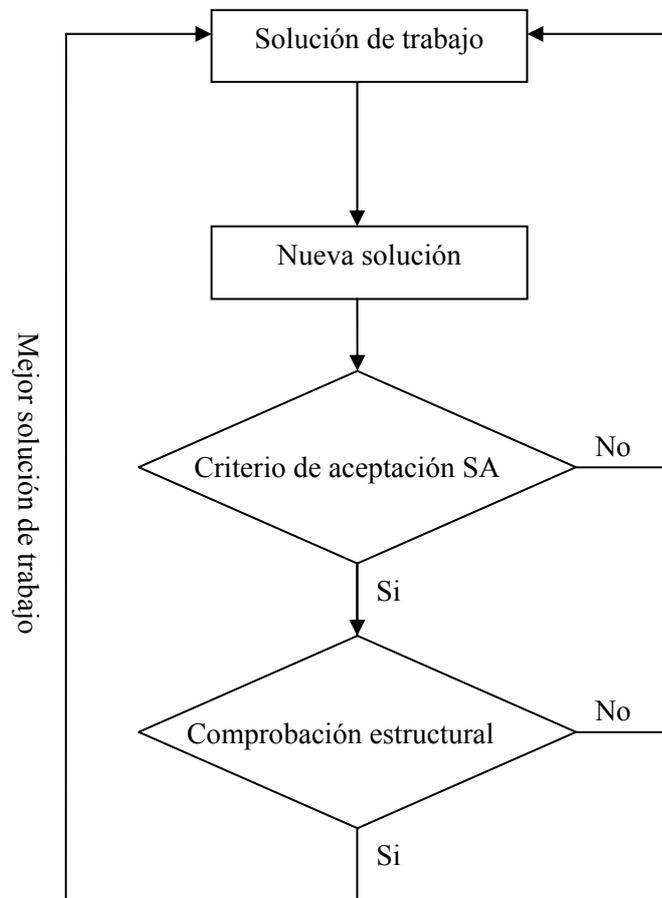


Figura 6.9: Diagrama de flujo del Simulated Annealing

Para ejecutar el algoritmo de búsqueda los parámetros del algoritmo deberán ser ajustados de una manera concreta. Esto incluye las siguientes definiciones:

1. Número de variables a modificar
2. Selección de la temperatura inicial
3. Proceso de disminución del umbral
4. Selección de un criterio de parada

Número de variables a modificar

El número de variables a modificar será de 20 para el soporte y 4 para la zapata de manera aleatoria, esto supone un 25% del total. Este número de variables modificadas fue el que mejor resultó, para el problema descrito, en el estudio realizado para el DLS.

Selección de la temperatura inicial

La selección de la temperatura inicial se ha realizado mediante el método propuesto por Medina¹¹⁸ (2001), el cual constará de los siguientes pasos:

1. Elección de una temperatura de partida para la búsqueda de la temperatura inicial.
2. Fijar un rango de aceptación
3. Para un número de pruebas determinado, denominado longitud de la cadena, se verá el número de soluciones aceptadas que empeorarían el coste de una inicial.
4. Si el número de soluciones de empeoramiento aceptadas está por debajo del rango inferior la nueva temperatura será el doble que la anterior. Si está por encima del rango superior lo reduciremos a la mitad.

La selección de la temperatura inicial es importante, ya que, si es pequeña el algoritmo no será capaz de explorar el espacio de soluciones, o lo que es lo mismo, no será capaz de escapar de la región inicial dependiendo la solución final de la inicial. Se han realizado ejecuciones con diferentes rangos con el objetivo de estudiar la importancia de la temperatura inicial en la solución final. Los rangos empleados han sido 10%-30%, 30%-50%, 50%-70%.

Proceso de disminución de la temperatura

Para definir el proceso de disminución de la temperatura serán necesarios dos valores: la longitud de la cadena y el coeficiente de disminución de la misma. Se han empleado longitudes de cadena de 500, 1000 y 2000. La disminución de la temperatura aplicada es geométrica, siendo la siguiente temperatura un coeficiente por el actual, los coeficientes utilizados han sido 0.85 o 0.95. En la Figura 6.10 se muestra un proceso típico de disminución de temperatura en una determinada ejecución.

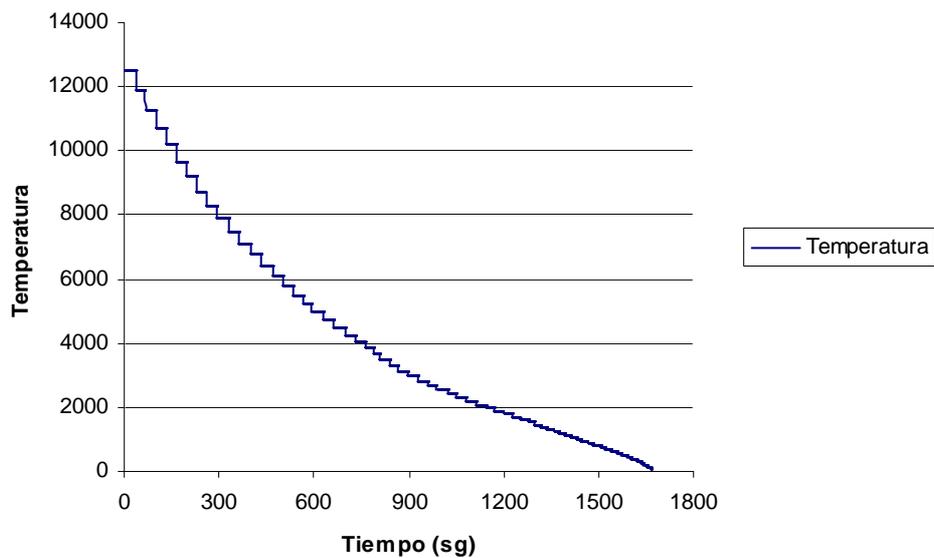


Figura 6.10: Proceso de disminución de la temperatura en una ejecución

Para no alargar la búsqueda innecesariamente, se ha considerado que si el número de soluciones factibles aceptadas para una temperatura dada es mayor del 20% la longitud de la cadena, la temperatura se considera “agotada” y se pasaría a la siguiente.

Selección del criterio de parada

Se producirá la parada del algoritmo cuando se cumplan, a la vez, las siguientes condiciones:

- La temperatura actual sea menor que el 1% del valor de la temperatura inicial
- Se haya agotado la cadena.
- En la cadena actual ninguna solución cumpla el criterio de aceptación

En el Simulated Annealing, inicialmente, se realizará una diversificación de la búsqueda sin controlar en exceso el coste de las soluciones aceptadas, ya que con temperaturas altas la probabilidad de aceptación aumentará. Conforme avanza el proceso la temperatura disminuirá, bajando la probabilidad de aceptación de soluciones que empeoren a la de partida, cambiándose la exploración por la explotación en torno a una solución. La Figura 6.11 muestra un proceso tipo de evolución descrito.

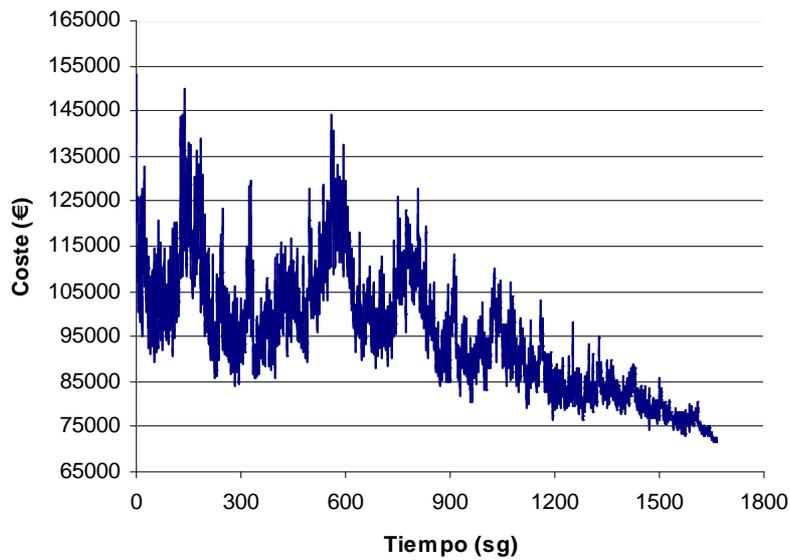


Figura 6.11: Proceso de evolución del SA

Se realizaron 18 ejecuciones con rangos, para la selección de la temperatura inicial, comprendidos entre 10%-30%, 30%-50% y 50%-70%. La velocidad de enfriamiento es geométrica, con coeficientes 0.85 y 0.95 y longitudes de cadena de 500, 1000 y 2000. En la Tabla 6.5 se muestran los resultados obtenidos para cada una de las ejecuciones, entre estos resultados se encuentran el coste mínimo obtenido en una ejecución, el coste medio, el tiempo medio, la desviación típica de los costes de las soluciones obtenidas y el tamaño de muestra utilizado de manera que el error estimado sea menor del 0.5% del menor precio obtenido para el Random Walk, limitando dicho tamaño a 50 ejecuciones.

Ejecución	Rangos	Coefficiente disminución temperatura	Longitud cadena	Tamaño muestra	Desviación típica	Coste mínimo(€)	Coste medio(€)	Tiempo medio (sg)	Error estimado
1	10%-30%	0.85	500	50	3119.88	69585.57	72730.61	68.74	882.43
2	10%-30%	0.85	1000	50	1470.88	69397.66	71669.77	127.04	416.03
3	10%-30%	0.85	2000	50	1353.66	69210.76	70890.08	300.62	382.87
4	10%-30%	0.95	500	42	1228.92	69396.60	70840.41	212.12	379.25
5	10%-30%	0.95	1000	36	1121.19	69096.69	70634.55	459.61	377.65
6	10%-30%	0.95	2000	6	352.95	69538.59	70001.38	900.67	370.46
7	30%-50%	0.85	500	50	2542.41	69560.36	73109.40	143.56	719.10
8	30%-50%	0.85	1000	50	1781.75	69385.66	71959.04	286.70	503.95
9	30%-50%	0.85	2000	43	1254.15	69558.31	71281.03	518.37	382.51
10	30%-50%	0.95	500	43	1237.51	69833.30	71484.48	419.77	377.44
11	30%-50%	0.95	1000	24	886.58	69322.66	70712.77	872.92	374.43
12	30%-50%	0.95	2000	31	1015.37	69183.53	70323.16	1698.58	372.39
13	50%-70%	0.85	500	50	2366.01	69636.21	73344.47	220.16	669.21
14	50%-70%	0.85	1000	50	2072.02	69602.98	72681.99	439.60	586.06
15	50%-70%	0.85	2000	34	1087.29	69250.93	70666.63	929.70	376.85
16	50%-70%	0.95	500	50	1563.10	70124.39	72358.59	673.56	442.11
17	50%-70%	0.95	1000	38	1139.85	69451.88	71265.62	1360.82	373.70
18	50%-70%	0.95	2000	7	399.71	69303.77	69851.41	2806.00	369.68

Tabla 6.5: Resultados de las 18 ejecuciones con los parámetros seleccionados

A la vista de los resultados obtenidos hay que destacar las siguientes conclusiones:

- Rangos altos en la selección de la temperatura inicial no significarán, en general, mejores soluciones. Esto puede ser debido al criterio de parada que obliga a que la temperatura inferior sea menor del 1% la inicial, a menor temperatura inicial menor será la final y más se centrará la búsqueda en el óptimo local correspondiente, otra de las posibles causas puede ser la buena calidad de los óptimos locales del problema. Los tiempos de cálculo para rangos altos serán mucho más elevados.
- Coeficientes de disminución de la temperatura más lentos aumentarán considerablemente el tiempo de cálculo mejorando levemente la solución por explorar más el entorno del óptimo local.
- Aumentar el tamaño de la cadena posibilitará mejorar la calidad y la dispersión de los costes pero el tiempo de cálculo aumentará considerablemente.
- El método se hace más robusto, disminuyendo la desviación típica y el error estimado para menores tamaños de muestras, para coeficientes de disminución de la temperatura más lentos y longitudes de cadena mayores. Lo cual es lógico, ya que, la explotación de una solución será mayor con más probabilidad de llegar al óptimo local, razón por la cual se ampliará el tiempo de búsqueda.

La solución con mejor coste medio tendrá las siguientes características:

- Rango de selección: 50-70% aceptaciones de empeoramientos
- Longitud de cadena: 2000 iteraciones
- Coeficiente disminución del umbral: 0.95

Además, la desviación típica y el error estimado serán bajos siendo el número de ejecuciones necesarias muy pequeño para llegar a un error estimado menor de 382.68. Esto dará idea de lo robusto que resulta el algoritmo en esta solución debido a lo parecidos que son los resultados obtenidos en sus experimentos. El tiempo empleado es superior que en el resto de ejecuciones realizadas con las mismas características y rangos de aceptación inferiores.

La solución de menor coste encontrada corresponde a un rango de aceptación del 10%-30%, con un coeficiente de disminución del umbral de 0.95 y una longitud de cadena de 1000. Su coste ha sido de 69096.69 €, el cual será del mismo orden que las mejores soluciones encontradas en el DLS y en el TA. La robustez del SA será mayor que la del DLS y similar a la del TA. Los tiempos de ejecución serán mayores que en el DLS y similares a los del TA. El SA es una heurística con unos resultados similares al TA, esto se debe a que la forma de funcionamiento de ambas es similar encontrándose la principal diferencia en el modo de aceptación de soluciones que empeoran a la de partida.

6.2.5 Ant Colony

Método propuesto inicialmente por Dorigo et al.⁹⁸ (1996). El algoritmo empleado se basa en el establecimiento de una analogía entre el procedimiento natural que utilizan las hormigas para encontrar y explotar una fuente de alimentos. Una hormiga por sí sola no es capaz de hacer nada, pero todas unidas funcionan como un sistema inteligente. Cuando un conjunto de “H” hormigas salen del hormiguero en busca de alimento la trayectoria seguida por cada una de ellas será, en principio, aleatoria. De las “H” hormigas habrá un número de ellas que se perderán sin encontrar o encontrando comida y no regresarán al hormiguero (soluciones no factibles). Las hormigas que encuentran comida y regresan al hormiguero (soluciones factibles) dejarán un rastro de feromona. Cuando un nuevo conjunto de “H” hormigas vuelve a salir del hormiguero la selección de la trayectoria dependerá de la intensidad de la traza dejada por las anteriores y de una componente aleatoria. Esta traza se reforzará en función del número de hormigas que pasen por él, por lo que si para alcanzar una fuente de comida hay varios caminos las hormigas que vayan por el más corto volverán antes por lo que pasarán más veces dejando mayor rastro. Este comportamiento es similar al que desarrollarían si en medio de una ruta se dispusiera un obstáculo, tal como se puede observar en la Figura 6.12.

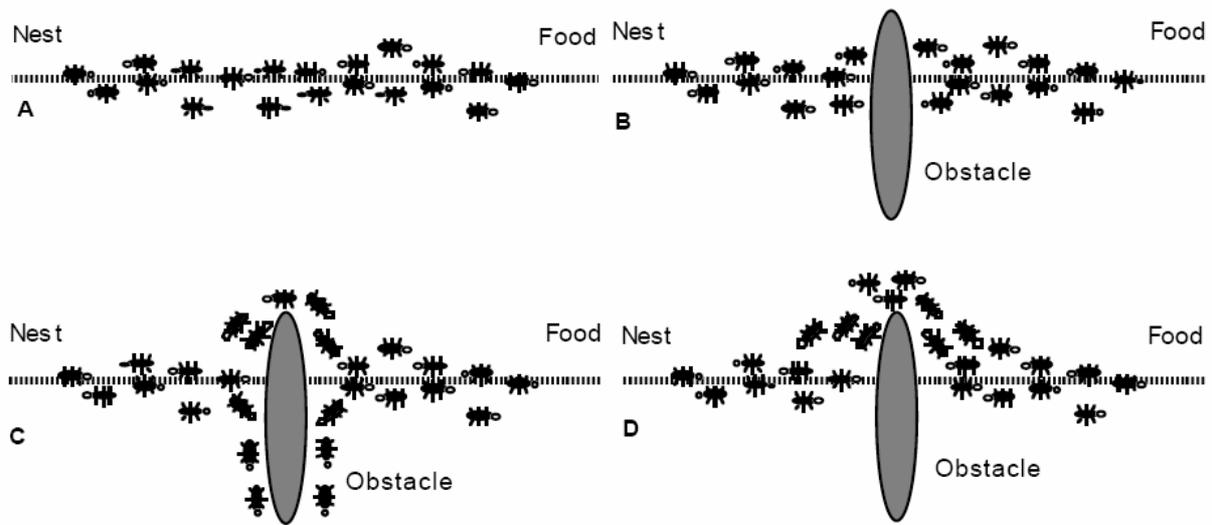


Figura 6.12: A) Hormigas siguiendo el camino entre el hormiguero y la comida. B) Aparece un obstáculo en el camino: las hormigas eligen bordearlo por la derecha o por la izquierda con igual probabilidad. C) La feromona es depositada más rápido en el camino más corto. D) Todas las hormigas han elegido el camino más corto

A diferencia de las anteriores heurísticas estudiadas la colonia de hormigas centra su búsqueda en la probabilidad de asignar un determinado valor a una variable, por ejemplo, el hormigón en la zapata podrá ser de 6 tipos diferentes, cada tipo tendrá asignada una posición que a su vez tendrá una probabilidad, así la solución que alcanzará una hormiga dependerá de las probabilidades de recaer en las distintas posiciones de cada variable. Al ser un método basado en poblaciones requerirá un ajuste de las diferentes variables que intervienen en el problema, este ajuste deberá cumplir que la explotación de fuentes de alimento no impida la exploración de otras nuevas, lo que llevaría a una convergencia prematura o a que el algoritmo no realice la adecuada explotación de una determinada solución de calidad al producirse la desorientación del mismo. El algoritmo deberá diversificar en sus fases iniciales intensificando en la búsqueda de soluciones de mayor calidad alrededor de las mejores encontradas.

La optimización mediante colonia de hormigas da una gran variedad de posibilidades. Se han realizado cuatro variantes, adaptando el método al problema propuesto, a las que se les ha denominado: Ant System (AS), Ant Colony System (ACS), Ant System Optimization 1 (ASO1) y Ant System Optimization 2 (ASO2). La principal diferencia entre las dos primeras variantes y las dos segundas es: que en las dos primeras se realizará una “siembra inicial” es decir, a todas las trazas se les dará un valor inicial que irá por un lado creciendo según la feromona dejada por las diferentes hormigas que pasen por ellas y por otro lado decreciendo en cada etapa según un determinado coeficiente de

evaporación. En las dos segundas, el valor inicial de las trazas es cero e irá creciendo en función de la feromona depositada por las hormigas que pasen por ellas, sin producirse evaporación. Con todo esto, se llegó a que el mejor coste medio encontrado para AS fue de 70676.57 €, para ACS fue de 71011.79€, para ASO1 fue de 70484.77 € y para ASO2 fue de 70582.47 €. La Figura 6.13 muestra el esquema realizado en la ejecución del Ant Colony.

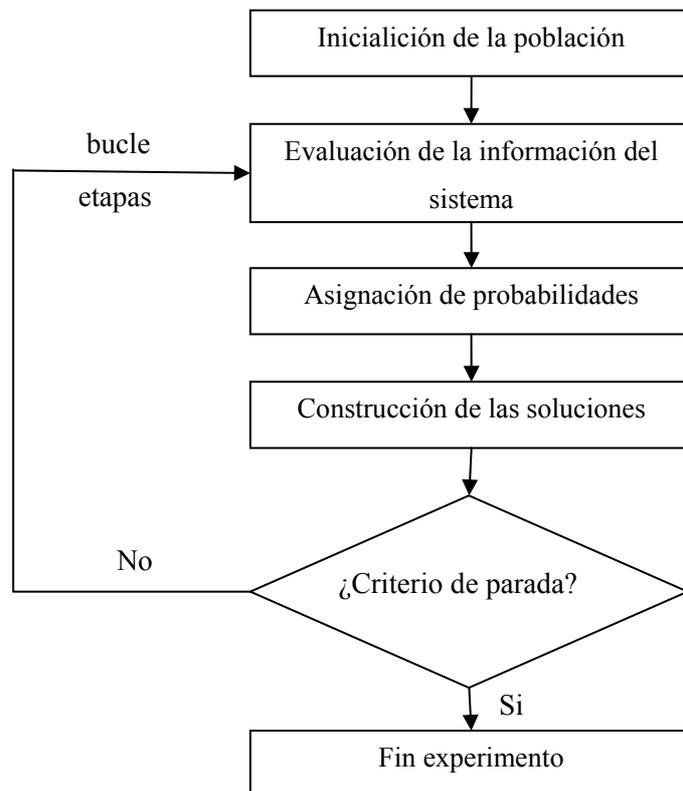


Figura 6.13: Diagrama de flujo de la Ant Colony

En todas las variantes estudiadas del Ant Colony se partirá de una población inicial de soluciones factibles obtenidas de manera aleatoria. Estas hormigas, según la calidad de la solución a la que llegaron, dejarán mayor o menor rastro de feromona, lo que constituirá la información del sistema que será utilizada por las hormigas en las etapas posteriores. En función de un factor aleatorio y del rastro dejado por las hormigas de las etapas anteriores se asignarán diversas probabilidades a las distintas posiciones de las variables. La construcción de soluciones se realizará mediante el “método de la ruleta” a partir de las probabilidades asignadas. Esto dará lugar a una nueva población de soluciones. El criterio de parada utilizado es el número de etapas, es decir, cuando se llegue a un número de etapas determinado finalizará el experimento. Se tomará como solución resultado del experimento a la mejor que se ha llegado en cualquier etapa coincidiendo esta etapa, normalmente, con las finales.

6.2.5.1 Ant System (AS)

El AS se configura a partir de un conjunto de “H” hormigas, siendo el número utilizado de las mismas de 50, 250 y 500. Una sucesión de “T” etapas o pasos: 20, 40, 60, 80 y 100. La probabilidad de elección entre una trayectoria u otra dependerá de las trazas y de un factor llamado de “visibilidad”, que tendrá en cuenta la mejor solución encontrada hasta el momento. Las trazas irán afectadas por un exponente α y el factor de visibilidad por un exponente β , de manera que según los valores de los mismos se dará más importancia a uno u otro. Según el valor de probabilidad de las posiciones de cada una de las variables, una determinada hormiga seleccionará el valor de una variable mediante el “método de la ruleta”. De este modo cada hormiga construirá una solución en cada etapa, que podrá ser factible o no. Otro aspecto a destacar es que se realiza una “siembra” inicial, es decir, que el valor de las trazas tendrá un valor inicial para todas las posiciones de las variables. Se aplicará un coeficiente de evaporación de tal manera que las trazas de las etapas anteriores se verán afectadas por este coeficiente. Los mejores resultados obtenidos, tanto en costes medios como en mínimos, se dieron para la ejecución con 500 hormigas, con coeficientes α y β igual a 0.50 y evaporación nula para la etapa 100, siendo el coste medio de 70676.57 € y el coste mínimo de 68819.41 €.

En la primera etapa las soluciones se buscan de manera aleatoria, a partir de la segunda dependerán de la información dejada en el sistema por las hormigas de las etapas anteriores y del valor inicial dado a las trazas, este valor inicial ha sido 1000 en todas las ejecuciones realizadas. Por ser AS un método poblacional requerirá del ajuste de numerosas variables empleadas en el proceso de búsqueda de soluciones, todas ellas se han obtenido tras tanteos con diferentes valores llegando a los más adecuados para este problema. Las hormigas constituirán la matriz de trazas $T(t,i,j)$ (ver ecuaciones 6.3 y 6.4) para una etapa “t”, una variable “i” y una determinada posición de la variable “j” dejarán un rastro, que será mayor o menor en función de la calidad de la solución encontrada por cada una de ellas, dejando rastro cero si no pasan por esa posición. El factor de “visibilidad” “ η ” (ver ecuaciones 6.5 y 6.6) tendrá en cuenta las mejores soluciones encontradas hasta el momento constituyéndose, al igual que la matriz de trazas, para una determinada posición “j” de una variable “i” en una etapa “t” para una hormiga “k”, “ δ ” será un factor de elitismo cuyo valor se ha tomado constante e igual a 100 y “ γ_1 ” un factor de escala que dependerá del rango de la función económica del problema y que se ha tomado igual a 50.

$$T(t,k,i,j) = \left(\frac{Cm}{C(k)} \right)^\delta * \gamma_1 \quad 6.3$$

$$T(t,i,j) = \sum_{k=1,H} T(t,k,i,j) \quad 6.4$$

$$\eta(t, k, i, j) = \left(\frac{C_m}{C(k)} \right)^\delta * \gamma_2 * t \quad 6.5$$

$$\eta(t, i, j) = \sum_{k=1, H} \eta(t, k, i, j) \quad 6.6$$

“ γ_2 ” es un factor de escala con valor constante de 25, “ C_m ” es el menor coste de las soluciones factibles encontradas hasta el momento, “ $C(k)$ ” el coste de la solución encontrado por la hormiga “ k ” en la etapa “ t ” y $T(t, k, i, j)$ y $\eta(t, k, i, j)$ la información dejada para la variable “ i ” en la posición “ j ” por la hormiga “ k ” en la etapa “ t ”. Sumando los valores de las matrices anteriores para todas las hormigas de la etapa se obtendrá la matriz de trazas $T(t, i, j)$ y la de visibilidad $\eta(t, i, j)$.

El valor de la visibilidad dependerá exclusivamente de la etapa en ejecución, empezando de cero al inicio de las mismas. Sin embargo, el valor total de la traza $T_i(t, i, j)$ (ver ecuación 6.7) para un determinado valor de la posición “ j ” de una variable “ i ” en una etapa “ t ” dependerá del alcanzado en etapas anteriores $T(t-1, i, j)$, por un coeficiente de evaporación de la misma “ $evap$ ” y del valor de la traza obtenido en la etapa actual $T(t, i, j)$.

$$T_i(t, i, j) = (1 - evap) \cdot T_i(t-1, i, j) + T(t, i, j) \quad 6.7$$

La construcción de la solución $s(k)$ se hace a partir de la probabilidad de que una hormiga “ k ” seleccione para una variable “ i ” la posición “ j ” en una etapa “ t ” (ver ecuación 6.8). La matriz de trazas $T_i(t, i, j)$ es la información histórica del proceso modificada por la evaporación y constituye la memoria colectiva del sistema indicando cual ha sido la mejor asignación en una determinada variable “ i ” hasta la etapa “ t ”. La matriz de visibilidad $\eta(t, i, j)$ refuerza la búsqueda dirigida hacia la mejor solución de la etapa en que se encuentra el algoritmo, ya que conforme avanza el número de etapas y el proceso de búsqueda las soluciones deben mejorar hasta su convergencia. La probabilidad tendrá como denominador la suma de los productos de los valores de las trazas por la visibilidad para todas las posibles posiciones “ l ” de cada variable “ i ”. Los coeficientes α y β son parámetros de control que medirán la intensidad, con valores de $\alpha=0$ se intensificará la búsqueda local sin tener en cuenta la información dejada en las trazas a lo largo del proceso, con valores de $\beta=0$ se tendrán en cuenta sólo el valor de las trazas en el cálculo de la probabilidad.

$$P(t, k, i, j) = \frac{T_i(t, i, j)^\alpha \cdot \eta(t, i, j)^\beta}{\sum_{j=1}^l \{T_i(t, i, j)^\alpha \cdot \eta(t, i, j)^\beta\}} \quad 6.8$$

La función para la obtención de las probabilidades se realizó de manera separada para el soporte y para la zapata, ya que de esta manera se conseguían mejores soportes y zapatas siendo el conjunto resultante mejor que considerando la misma función para los dos, dando una pila de mayor calidad que en el caso de considerar una única función de probabilidad. La hormiga “k” seleccionará la posición para una variable mediante el “método de la ruleta”. De este modo cada una de las “H” hormigas construye una solución en cada etapa “t”.

Se han realizado diferentes ejecuciones en las que se combinan distintos coeficientes de evaporación, número de hormigas y de etapas para valores, en primer lugar, de $\alpha=0$ y $\beta=1$, en segundo lugar se tomaron $\alpha=0.5$ y $\beta=0.5$ y en tercer lugar $\alpha=1$ y $\beta=0$. La parada del algoritmo se realizó tras un número determinado de etapas. En las Tablas 6.6, 6.7 y 6.8 se muestran los resultados obtenidos para cada una de las ejecuciones según los valores de α y β anteriores, en estas Tablas se muestran el coste mínimo, el coste medio, el tiempo medio, la desviación típica de los costes de las soluciones obtenidas y el tamaño de muestra necesario de manera que el error estimado sea menor del 0.5% del menor precio obtenido para el Random Walk en la etapa número 100, limitando dicho tamaño a 50 ejecuciones.

Resultados obtenidos para $\alpha=0$ y $\beta=1$

Hormigas	Etapas	Evaporación	Tamaño muestra	Desviación típica	Coste mínimo(€)	Coste medio(€)	Tiempo medio (sg)	Error estimado
50	20	0	50	3641.88	72041.18	77301.16	121.98	1030.08
50	40	0	50	3517.65	71986.11	76961.31	282.17	994.94
50	60	0	50	3513.61	71986.11	76866.05	475.67	993.80
50	80	0	50	3486.94	71986.11	76814.78	699.24	986.25
50	100	0	50	3509.37	71986.11	76789.01	937.98	992.60
250	20	0	50	1990.01	70235.73	73481.67	590.20	562.86
250	40	0	50	2002.84	70185.40	73360.60	1357.68	566.49
250	60	0	50	2004.83	70185.40	73357.01	2195.45	567.05
250	80	0	50	2009.37	70185.40	73347.30	3145.81	568.34
250	100	0	50	2000.95	70185.40	73283.80	4206.07	565.95
500	20	0	50	2135.36	69609.82	72887.80	1175.88	603.97
500	40	0	50	2151.48	69497.98	72819.26	2703.93	608.53
500	60	0	50	2147.61	69497.98	72784.49	4256.27	607.44
500	80	0	50	2147.22	69497.98	72782.98	5820.76	607.33
500	100	0	50	2147.22	69497.98	72782.98	7404.05	607.33
50	20	0.5	50	3377.78	72862.09	77251.42	122.73	955.38
50	40	0.5	50	3287.65	72795.93	77018.62	281.66	929.89
50	60	0.5	50	3105.58	72700.33	76785.42	475.87	878.39
50	80	0.5	50	3115.04	72700.33	76718.33	694.76	881.07
50	100	0.5	50	3072.59	72700.33	76668.30	937.47	869.06
250	20	0.5	50	2262.83	70386.22	73992.50	582.95	640.03
250	40	0.5	50	2235.80	70386.22	73916.54	1333.36	632.38
250	60	0.5	50	2254.42	70386.22	73885.80	2158.66	637.65
250	80	0.5	50	2236.08	70386.22	73849.88	3108.17	632.46
250	100	0.5	50	2236.19	70386.22	73848.76	4210.19	632.49
500	20	0.5	50	1861.08	70293.83	72723.35	1168.72	526.39
500	40	0.5	50	1862.75	70247.23	72660.48	2666.97	526.87
500	60	0.5	50	1862.29	70247.23	72656.16	4258.08	526.73
500	80	0.5	50	1862.35	70247.23	72655.93	5978.58	526.75
500	100	0.5	50	1863.65	70247.23	72654.45	7869.34	527.12
50	20	1	50	6396.88	72409.17	78660.90	120.95	1809.31
50	40	1	50	6326.79	72409.17	78484.59	282.15	1789.49
50	60	1	50	6182.06	72409.17	78192.98	482.45	1748.55
50	80	1	50	6113.87	72211.34	78069.63	710.31	1729.26
50	100	1	50	6153.96	72211.34	77974.30	945.58	1740.60
250	20	1	50	2880.16	69611.32	73878.15	594.57	814.63
250	40	1	50	2747.70	69589.05	73638.91	1365.99	777.17
250	60	1	50	2791.69	69589.05	73556.95	2220.32	789.61
250	80	1	50	2792.43	69572.88	73555.22	3169.39	789.82
250	100	1	50	2792.78	69572.88	73553.86	4225.73	789.92
500	20	1	50	2037.38	69791.30	72962.82	1189.39	576.26
500	40	1	50	2037.30	69741.88	72900.59	2655.77	576.24
500	60	1	50	2039.10	69690.39	72896.14	4134.97	576.74
500	80	1	50	2053.20	69690.39	72875.52	5670.06	580.73
500	100	1	50	2051.09	69690.39	72874.59	7311.57	580.13

Tabla 6.6: Resultados obtenidos para $\alpha=0$ y $\beta=1$

En la Tabla anterior se observa un alto valor del error estimado, lo que indica una gran dispersión de los resultados obtenidos. Además, los mejores resultados encontrados en la etapa 20 son similares a los de la etapa 100 lo que indica que el algoritmo es incapaz de explorar el espacio de soluciones y explotar una determinada solución, teniendo una convergencia prematura y siendo incapaz de escapar de ella, esto explicaría la dependencia de la solución final de la inicial y la gran dispersión de los resultados. Los tiempos de ejecución necesarios son elevados, especialmente los de las ejecuciones con 500 hormigas.

Resultados obtenidos para $\alpha=0.5$ y $\beta=0.5$

Hormigas	Etapas	Evaporación	Tamaño muestra	Desviación típica	Coste mínimo(€)	Coste medio(€)	Tiempo medio (sg)	Error estimado
50	20	0	50	4171.51	73894.76	81146.70	42.44	1179.88
50	40	0	50	3945.73	70514.77	76336.34	98.98	1116.02
50	60	0	50	3399.66	69788.84	74801.98	156.57	961.57
50	80	0	50	2800.23	69788.84	74141.73	222.03	792.02
50	100	0	50	2502.57	69770.20	73711.74	297.16	707.83
250	20	0	50	3235.02	70087.59	73967.63	207.71	915.00
250	40	0	50	1906.63	69698.53	72164.31	491.46	539.28
250	60	0	50	1705.07	69698.53	71694.63	828.29	482.27
250	80	0	50	1634.79	69613.89	71517.71	1227.36	462.39
250	100	0	50	1548.31	69337.55	71346.51	1680.20	437.93
500	20	0	38	1112.94	69941.02	71253.27	394.50	364.88
500	40	0	38	1146.14	69130.45	70866.18	992.99	375.76
500	60	0	38	1159.20	68930.12	70776.37	1803.24	380.04
500	80	0	38	1154.38	68819.41	70722.45	2737.40	378.46
500	100	0	38	1152.89	68819.41	70676.57	3757.47	377.97
50	20	0.5	50	2738.30	72052.02	76566.78	80.29	774.51
50	40	0.5	50	2635.66	71974.02	76181.98	229.19	745.48
50	60	0.5	50	2637.72	71974.02	76176.45	392.92	746.06
50	80	0.5	50	2637.82	71974.02	76175.18	576.85	746.09
50	100	0.5	50	2637.82	71974.02	76175.18	783.82	746.09
250	20	0.5	50	1953.30	69827.23	72198.12	433.24	552.48
250	40	0.5	50	1931.50	69742.24	71957.27	1191.57	546.31
250	60	0.5	50	1932.91	69742.24	71939.84	1963.88	546.71
250	80	0.5	50	1933.29	69742.24	71937.97	2752.90	546.82
250	100	0.5	50	1933.37	69742.24	71937.62	3576.19	546.84
500	20	0.5	41	1536.41	69086.84	71321.47	814.05	484.93
500	40	0.5	41	1188.02	68986.24	71010.29	2347.31	374.97
500	60	0.5	41	1186.71	68953.19	70992.14	3952.81	374.56
500	80	0.5	41	1187.63	68949.84	70987.55	5581.28	374.85
500	100	0.5	41	1187.83	68949.84	70986.77	7404.80	374.91
50	20	1	50	13919.68	80228.75	101992.45	126.00	3937.08
50	40	1	50	13920.69	80228.75	101990.97	326.06	3937.37
50	60	1	50	13920.69	80228.75	101990.97	608.59	3937.37
50	80	1	50	13920.69	80228.75	101990.97	891.55	3937.37
50	100	1	50	13920.69	80228.75	101990.97	1174.48	3937.37
250	20	1	50	4804.31	75409.72	85803.66	642.75	1358.86
250	40	1	50	4811.18	75306.59	85780.86	1536.41	1360.81
250	60	1	50	4813.42	75290.10	85779.54	2554.58	1361.44
250	80	1	50	4813.42	75290.10	85779.54	3633.02	1361.44
250	100	1	50	4813.42	75290.10	85779.54	4754.19	1361.44
500	20	1	50	3790.55	73351.66	80816.96	1160.97	1072.13
500	40	1	50	3794.76	73332.98	80784.81	2701.78	1073.32
500	60	1	50	3795.28	73321.31	80783.53	4513.08	1073.47
500	80	1	50	3795.28	73321.31	80783.53	6945.41	1073.47
500	100	1	50	3795.28	73321.31	80783.53	9618.38	1073.47

Tabla 6.7: Resultados obtenidos para $\alpha=0.5$ y $\beta=0.5$

Aunque los tiempos de ejecución continúan siendo extremadamente elevados hay ejecuciones en las que la dispersión de resultados será menor que en el caso anterior, llegando incluso a la obtención de los mejores costes medios para esta variedad de hormigas y al menor coste mínimo de entre todas las heurísticas estudiadas, estos resultados se produjeron con 500 hormigas, evaporación nula y 100 etapas, siendo el coste medio de 70676.57 € y el coste mínimo de 68819.41 €.

Resultados obtenidos para $\alpha=1$ y $\beta=0$

Hormigas	Etapas	Evaporación	Tamaño muestra	Desviación típica	Coste mínimo(€)	Coste medio(€)	Tiempo medio (sg)	Error estimado
50	20	0	50	3622.08	79436.57	86796.25	43.01	1024.48
50	40	0	50	2939.66	77596.12	84699.66	85.38	831.46
50	60	0	50	2910.88	77596.12	83807.72	127.25	823.32
50	80	0	50	2354.17	77596.12	82923.49	169.19	665.86
50	100	0	50	2211.04	77596.12	82533.14	211.54	625.38
250	20	0	50	2607.81	75763.38	81923.58	125.42	737.60
250	40	0	50	2332.83	75526.26	80567.95	251.62	659.82
250	60	0	50	1881.77	75526.26	79988.18	375.52	532.25
250	80	0	50	1849.40	75526.26	79702.07	496.93	523.09
250	100	0	50	1668.80	75526.26	79401.38	622.65	472.01
500	20	0	40	1676.24	75993.82	81370.73	247.22	535.64
500	40	0	40	1783.86	75383.30	79965.48	486.11	570.03
500	60	0	40	1580.02	75383.30	79343.17	712.69	504.89
500	80	0	40	1296.92	75383.30	78908.45	944.77	414.43
500	100	0	40	1192.61	75383.30	78718.15	1177.42	381.10
50	20	0.5	50	3266.58	74681.66	79691.84	52.28	923.93
50	40	0.5	50	3091.73	74294.73	78943.58	200.02	874.47
50	60	0.5	50	3084.72	74294.73	78908.28	358.38	872.49
50	80	0.5	50	3084.47	74294.73	78906.19	526.70	872.42
50	100	0.5	50	3084.34	74294.73	78904.59	728.52	872.38
250	20	0.5	50	2058.79	71306.74	73939.19	248.49	582.31
250	40	0.5	50	1624.91	70856.25	73351.41	960.47	459.59
250	60	0.5	50	1621.54	70783.65	73304.15	1723.43	458.64
250	80	0.5	50	1622.70	70771.74	73293.47	2498.76	458.97
250	100	0.5	50	1624.99	70771.74	73290.40	3286.92	459.62
500	20	0.5	50	1572.14	70092.68	72897.94	486.47	444.67
500	40	0.5	50	1584.36	69941.07	72597.27	1874.40	448.13
500	60	0.5	50	1586.49	69933.66	72557.19	3382.17	448.73
500	80	0.5	50	1586.23	69925.68	72549.26	4909.98	448.65
500	100	0.5	50	1586.54	69925.68	72545.29	6476.23	448.74
50	20	1	50	12943.66	81726.84	103669.74	182.40	3661.02
50	40	1	50	12944.60	81726.84	103668.81	420.75	3661.29
50	60	1	50	12944.60	81726.84	103668.81	687.60	3661.29
50	80	1	50	12944.60	81726.84	103668.81	969.49	3661.29
50	100	1	50	12944.60	81726.84	103668.81	1253.73	3661.29
250	20	1	50	4778.22	78423.88	87452.13	568.66	1351.48
250	40	1	50	4784.45	78423.88	87436.15	1455.27	1353.25
250	60	1	50	4784.45	78423.88	87436.15	2712.45	1353.25
250	80	1	50	4784.45	78423.88	87436.15	4013.45	1353.25
250	100	1	50	4784.45	78423.88	87436.15	5287.70	1353.25
500	20	1	50	3672.68	77260.96	84007.35	1150.47	1038.79
500	40	1	50	3676.46	77215.69	83986.63	2558.38	1039.86
500	60	1	50	3676.25	77215.69	83986.05	4049.97	1039.80
500	80	1	50	3676.38	77215.69	83985.80	5908.95	1039.84
500	100	1	50	3676.38	77215.69	83985.80	8252.36	1039.84

Tabla 6.8: Resultados obtenidos para $\alpha=1$ y $\beta=0$

La dispersión vuelve a ser elevada, igual que para $\alpha=0$ y $\beta=1$, aunque la ejecución de 500 hormigas, para 100 etapas y evaporación nula muestra una mejor dispersión. Los costes medios a los que se llega son elevados teniendo el algoritmo una convergencia prematura y dependiendo la solución final, en gran medida, de la inicial. Los tiempos de ejecución, salvos en las ejecuciones con evaporación nula, son elevados.

Esta variedad de hormigas muestra, en general, tiempos de ejecución elevados y alta dispersión de resultados debido a la dependencia de la solución final respecto a la inicial. Los costes medios a los que se llega son elevados pero, por otro lado, se obtuvo la solución de menor coste para el problema de entre todas las heurísticas estudiadas, lo que a la vista de los resultados no deja de ser cuestión de suerte. La solución de menor coste corresponde a la ejecución con coeficientes α y β igual a 0.50 y evaporación nula para la etapa 100, siendo el coste mínimo obtenido de 68819.41 €.

6.2.5.2 Ant Colony System (ACS)

Fue creado por Dorigo y Gambardella^{119,120} (1997) con la idea de mejorar el AS. El ACS, al igual que el AS, se configurará a partir de un conjunto de hormigas para un determinado número de etapas. Los números de hormigas empleados serán 50, 250 y 500 y los de etapas 20, 40, 60, 80 y 100, al igual que en el AS. También se dará un valor inicial a los valores de las trazas para las diferentes posiciones de las variables, igual que en el AS. Las trazas irán afectadas por un exponente α , que será igual a 1 en todos los casos, y el factor de visibilidad por un exponente β que tendrá valores de 0.5, 1.0 y 1.5. La diferencia entre el AS y el ACS recae en la diferente regla para actualizar el camino de las feromonas (trazas) y en la forma de elección de las nuevas soluciones, ya que, el ACS además de una matriz de probabilidades constará de un término compuesto por el máximo valor de la traza hasta el momento y de la matriz de visibilidad y en función de un valor aleatorio se realizará la construcción de soluciones de una manera u otra, favoreciendo en el caso de realizarla con la matriz de probabilidades la exploración y la intensificación en caso de realizarla de la segunda manera. Los mejores costes medios se han obtenido para $\beta=0.5$, evaporación nula, número de hormigas 500 y en la etapa 100, resultando ese coste medio de 71011.79 €.

Las soluciones de la primera etapa fueron obtenidas de manera aleatoria y el valor inicial dado a las trazas ha sido de 1000, al igual que en AS. La información obtenida en cada etapa “t” para la constitución de las trazas y de la matriz de visibilidad se realizará de la misma manera que en el AS (ver ecuaciones 6.3, 6.4, 6.5 y 6.6). A diferencia del AS la actualización de las trazas se obtendrá de la siguiente manera: En primer lugar, se les dará a las trazas un valor que dependerá de la evaporación y de una traza inicial que tomará de valor 10000, de esta manera la actualización del camino de las feromonas hace que disminuya el nivel de la misma cuando visite ese eje, haciendo menos atractivos cuanto más visitados sean, favoreciendo así la exploración y evitando una convergencia prematura (ver ecuación 6.9). En segundo lugar, se realiza la actualización de las trazas de la mejor hormiga de la etapa (ver ecuación 6.10), a diferencia del AS en el cual se actualizaban las trazas de todas las hormigas.

$$T_i(t-1, i, j) = (1 - \text{evap}) \cdot T_i(t-1, i, j) + \text{evap} \cdot 10000 \quad 6.9$$

$$T_i(t, i, j) = (1 - \text{evap}) \cdot T_i(t-1, i, j) + \text{evap} \cdot T(t, i, j) \quad 6.10$$

La construcción de las nuevas soluciones se hará según una matriz de probabilidades que dependerá de los valores de la matriz de trazas y de la de visibilidad (ver ecuación 6.11) o de los valores máximos encontrados para cada una de las posiciones “j” de las variables “i” del producto de las trazas por la matriz de visibilidad (ver ecuación 6.12). Se elegirá una forma de elección de las soluciones u otra en función de si un número aleatorio R, cuyos valores posibles estarán entre 0 y 1, es mayor o menor que uno fijado “q”.

- Si $R > q$:

$$P(t, k, i, j) = \frac{T_i(t, i, j)^\alpha \cdot \eta(t, i, j)^\beta}{\sum_{j=1}^l \{T_i(t, i, j)^\alpha \cdot \eta(t, i, j)^\beta\}} \quad 6.11$$

- Si $R \leq q$:

$$P(t, k, i, j) = \text{MAX}(T_i(t, i, j) \cdot \eta(t, i, j)^\beta) \quad 6.12$$

Si $R > q$ se obtendrán las soluciones con una regla similar a la del AS con la cual se explorará el espacio de soluciones. Si $R \leq q$ se explotará el conocimiento disponible sobre el sistema, siendo el método diferente al del AS. Si el valor de “q” es igual a 1 se favorecerá la explotación de las soluciones y si es 0 la exploración, por lo que, conviene que en las etapas iniciales el valor de “q” sea cercano a 0 y conforme el algoritmo avanza sus valores aumenten hasta 1.

$$q = \frac{t}{\text{netapas}} \quad 6.13$$

El valor tomado para “q” en el algoritmo realizado ha sido variable (ver ecuación 6.13), siendo t la etapa en la que nos encontramos y “netapas” el número total de etapas. Las hormigas construirán diferentes soluciones mediante el “método de la ruleta”. Se considerarán funciones de probabilidad separadas para soporte y zapata al igual que en el AS.

Se han realizado distintas ejecuciones en las que se combinan diferentes coeficientes de evaporación, número de hormigas y de etapas para valores de $\beta=0.5$, $\beta=1$ y de $\beta=1.5$. La parada del algoritmo se realizó tras un número determinado de etapas. En las Tablas 6.9, 6.10 y 6.11 se muestran los resultados obtenidos para cada una de las ejecuciones según los valores de β anteriores, en estas tablas se muestran el coste mínimo, el coste medio, el tiempo medio, la desviación típica de los costes de las

soluciones obtenidas y el tamaño de muestra necesario de manera que el error estimado sea menor del 0.5% del menor precio obtenido para el Random Walk en la etapa número 100, limitando dicho tamaño a 50 ejecuciones.

Resultados obtenidos para $\beta=0.5$

Hormigas	Etapas	Evaporación	Tamaño muestra	Desviación típica	Coste mínimo(€)	Coste medio(€)	Tiempo medio (sg)	Error estimado
50	20	0	50	4135.46	72801.90	80441.69	39.47	1169.68
50	40	0	50	3254.50	71260.51	77072.70	91.29	920.51
50	60	0	50	3048.35	70219.38	76054.56	147.80	862.20
50	80	0	50	3078.72	70219.38	75213.17	205.12	870.79
50	100	0	50	2578.56	70219.38	74314.40	275.36	729.33
250	20	0	50	3070.60	69813.40	73758.40	195.13	868.50
250	40	0	50	1881.22	69415.64	72059.30	444.36	532.09
250	60	0	50	1927.52	69415.64	71852.27	723.95	545.18
250	80	0	50	1451.55	69415.64	71478.99	1023.14	410.56
250	100	0	50	1358.91	69415.64	71294.84	1318.28	384.36
500	20	0	47	1831.78	70013.79	72011.21	394.97	534.38
500	40	0	47	1307.81	69646.43	71345.29	891.86	381.53
500	60	0	47	1349.62	69646.43	71243.32	1441.30	393.72
500	80	0	47	1257.90	69642.40	71068.48	2001.19	366.97
500	100	0	47	1288.14	69401.32	71011.79	2566.65	375.79
50	20	0.5	50	4644.84	74954.16	84130.98	32.47	1313.76
50	40	0.5	50	3123.59	74159.12	81190.48	68.70	883.48
50	60	0.5	50	2707.84	74159.12	79518.80	106.69	765.89
50	80	0.5	50	2390.93	74159.12	78755.88	147.51	676.26
50	100	0.5	50	2354.13	74159.12	78624.13	190.19	665.85
250	20	0.5	50	1879.10	74504.67	78327.88	168.45	531.49
250	40	0.5	50	1810.09	72538.83	77002.41	389.44	511.97
250	60	0.5	50	2090.14	71828.72	76071.80	646.77	591.18
250	80	0.5	50	2200.48	71419.16	75195.06	923.67	622.39
250	100	0.5	50	2086.71	70943.58	74499.60	1235.23	590.21
500	20	0.5	50	1809.01	73198.29	77308.44	365.71	511.66
500	40	0.5	50	2262.93	70959.91	75295.65	873.78	640.05
500	60	0.5	50	2068.63	70959.91	74111.15	1417.63	585.10
500	80	0.5	50	1828.98	70959.91	73606.10	2029.74	517.31
500	100	0.5	50	1697.97	70596.64	73233.47	2664.65	480.26
50	20	1	50	2945.81	77688.63	84017.62	47.58	833.20
50	40	1	50	2206.69	77688.63	82229.88	98.44	624.15
50	60	1	50	1969.11	77688.63	81565.72	153.55	556.95
50	80	1	50	1873.27	77688.63	80825.83	207.64	529.84
50	100	1	50	1715.37	77688.63	80550.11	261.10	485.18
250	20	1	28	1807.84	77112.53	80780.48	278.45	701.07
250	40	1	28	1589.08	76172.06	79384.73	606.26	616.23
250	60	1	28	1244.51	76014.80	78566.07	960.23	482.61
250	80	1	28	1091.75	76014.80	78328.41	1310.94	423.37
250	100	1	28	979.84	76014.80	78192.17	1665.78	379.97
500	20	1	33	1447.18	76351.69	78823.56	605.98	509.14
500	40	1	33	1296.13	74842.40	78221.90	1335.40	455.99
500	60	1	33	1165.44	74842.40	77890.07	2030.56	410.02
500	80	1	33	1160.23	74527.01	77368.12	2725.81	408.18
500	100	1	33	1066.46	74527.01	77198.10	3466.56	375.19

Tabla 6.9: Resultados obtenidos para $\beta=0.5$

Los resultados de los costes medios son aceptables, especialmente para las ejecuciones de 500 etapas. Los tiempos de ejecución no son muy elevados. Hay ejecuciones que muestran buena dispersión de

resultados como son las de evaporación igual a 1 y el número de hormigas utilizado de 250 y 500. Los mejores costes medios y mínimos se han obtenido para evaporación nula y número de hormigas 500.

Resultados obtenidos para $\beta=1$

Hormigas	Etapas	Evaporación	Tamaño muestra	Desviación típica	Coste mínimo(€)	Coste medio(€)	Tiempo medio (sg)	Error estimado
50	20	0	50	7937.21	72232.56	81014.60	120.39	2244.98
50	40	0	50	6109.11	71364.62	79778.96	278.90	1727.92
50	60	0	50	6013.74	71364.62	79454.51	469.03	1700.94
50	80	0	50	5795.10	71364.62	79323.82	711.19	1639.10
50	100	0	50	5586.80	71364.62	79099.08	960.35	1580.19
250	20	0	50	4738.65	70540.08	76071.17	593.44	1340.29
250	40	0	50	3939.87	70467.89	75482.70	1358.15	1114.36
250	60	0	50	3921.89	70467.89	75439.16	2205.63	1109.28
250	80	0	50	3922.13	70467.89	75438.67	3236.81	1109.35
250	100	0	50	3768.97	70467.89	75368.57	4361.16	1066.03
500	20	0	50	3372.24	69616.30	73717.80	1224.57	2244.98
500	40	0	50	2912.78	69555.25	73392.33	2789.44	1727.92
500	60	0	50	2914.36	69555.25	73387.00	4436.21	1700.94
500	80	0	50	2929.26	69555.25	73369.49	6318.63	1639.10
500	100	0	50	2548.57	69555.25	73222.61	8634.16	1580.19
50	20	0.5	50	1783.14	71092.65	74056.58	105.14	504.35
50	40	0.5	50	1691.52	70597.08	73458.87	250.33	478.43
50	60	0.5	50	1642.31	70556.83	73192.77	404.43	464.52
50	80	0.5	50	1631.01	70556.83	73032.80	563.04	461.32
50	100	0.5	50	1634.51	70556.83	72874.76	722.81	462.31
250	20	0.5	50	1780.11	70165.91	72817.50	504.86	503.49
250	40	0.5	50	1773.60	69828.42	72643.01	1085.44	501.65
250	60	0.5	50	1761.77	69828.42	72592.44	1677.91	498.31
250	80	0.5	50	1742.04	69642.91	72545.06	2312.84	492.72
250	100	0.5	50	1758.39	69642.91	72517.77	2972.11	497.35
500	20	0.5	50	2646.16	69776.87	72673.48	1064.27	748.45
500	40	0.5	50	2643.36	69776.87	72532.12	2559.18	747.66
500	60	0.5	50	2645.27	69776.87	72518.28	4065.03	748.19
500	80	0.5	50	2644.76	69776.87	72511.90	5609.69	748.05
500	100	0.5	50	2636.48	69776.87	72492.22	7180.04	745.71
50	20	1	50	2861.82	75945.91	83037.84	57.05	809.44
50	40	1	50	1988.12	75945.91	81296.43	122.11	562.33
50	60	1	50	1874.31	75945.91	80898.88	189.21	530.13
50	80	1	50	1745.41	75945.91	80394.58	258.22	493.68
50	100	1	50	2219.27	73457.24	79749.38	329.24	627.71
250	20	1	50	2107.88	75554.31	78870.55	265.16	596.20
250	40	1	50	1984.05	73001.88	77615.65	601.81	561.17
250	60	1	50	1862.98	72496.38	76592.87	1085.42	526.93
250	80	1	50	2062.95	71643.68	75684.18	1564.83	583.49
250	100	1	50	1970.00	71643.68	75349.26	1960.38	557.20
500	20	1	50	1592.29	72557.13	77031.31	912.68	450.37
500	40	1	50	1857.77	71427.18	75906.62	2172.27	525.46
500	60	1	50	1771.88	70663.21	75182.95	3712.93	501.16
500	80	1	50	1808.81	70663.21	74883.67	5368.96	511.61
500	100	1	50	1617.30	70663.21	74326.30	6965.52	457.44

Tabla 6.10: Resultados obtenidos para $\beta=1$

La Tabla anterior muestra tiempos de ejecución elevados. En los resultados se observan una gran dispersión debido a los altos valores del error estimado. Los resultados obtenidos hasta la etapa 20 son similares a los alcanzados hasta la etapa 100 lo que indica que el algoritmo no realiza una correcta exploración del espacio de soluciones teniendo una convergencia prematura y siendo incapaz de

escapar de ella. Esto explica la gran dispersión de resultados y la dependencia de la solución final de la inicial.

Resultados obtenidos para $\beta=1.5$

Hormigas	Etapas	Evaporación	Tamaño muestra	Desviación típica	Coste mínimo(€)	Coste medio(€)	Tiempo medio (sg)	Error estimado
50	20	0	50	21997.83	83040.23	114532.29	219.04	6221.92
50	40	0	50	21997.83	83040.23	114532.29	513.17	6221.92
50	60	0	50	21997.83	83040.23	114532.29	807.48	6221.92
50	80	0	50	21997.83	83040.23	114532.29	1101.31	6221.92
50	100	0	50	21997.83	83040.23	114532.29	1395.48	6221.92
250	20	0	50	7867.09	76094.00	89918.54	970.08	2225.15
250	40	0	50	7867.09	76094.00	89918.54	2425.67	2225.15
250	60	0	50	7867.09	76094.00	89918.54	3916.66	2225.15
250	80	0	50	7867.09	76094.00	89918.54	5407.61	2225.15
250	100	0	50	7867.09	76094.00	89918.54	6898.56	2225.15
500	20	0	50	5526.95	71866.17	82442.80	1977.10	1563.26
500	40	0	50	5526.95	71866.17	82442.80	4990.99	1563.26
500	60	0	50	5526.95	71866.17	82442.80	8005.00	1563.26
500	80	0	50	5526.95	71866.17	82442.80	11018.70	1563.26
500	100	0	50	5526.95	71866.17	82442.80	14032.52	1563.26
50	20	0.5	50	14673.42	80933.23	100018.17	170.59	4150.27
50	40	0.5	50	14606.74	79950.62	99586.60	414.39	4131.41
50	60	0.5	50	14359.67	79950.62	99318.73	655.51	4061.53
50	80	0.5	50	14357.97	79950.62	99314.39	893.28	4061.05
50	100	0.5	50	14366.19	79950.62	99307.21	1132.84	4063.37
250	20	0.5	50	8236.43	72864.85	85937.86	936.54	2329.61
250	40	0.5	50	8283.94	72864.85	85838.37	2419.63	2343.05
250	60	0.5	50	8286.20	72864.85	85826.81	3913.05	2343.69
250	80	0.5	50	8285.78	72864.85	85789.84	5434.93	2343.57
250	100	0.5	50	8285.78	72864.85	85789.84	6957.46	2343.57
500	20	0.5	50	5992.99	72952.90	80780.78	1997.23	1695.07
500	40	0.5	50	5992.99	72952.90	80780.78	5012.04	1695.07
500	60	0.5	50	5992.99	72952.90	80780.78	8026.87	1695.07
500	80	0.5	50	5992.99	72952.90	80780.78	11041.52	1695.07
500	100	0.5	50	5992.99	72952.90	80780.78	14056.44	1695.07
50	20	1	50	17329.43	72702.39	86946.32	110.41	4901.50
50	40	1	50	13626.94	72702.39	83633.24	244.69	3854.28
50	60	1	50	12554.49	72702.39	81718.10	387.61	3550.95
50	80	1	50	11987.75	72702.39	80650.44	545.42	3390.65
50	100	1	50	10159.70	72702.39	79287.91	730.20	2873.60
250	20	1	50	9446.46	72125.38	83840.02	721.43	2671.86
250	40	1	50	9545.15	72125.38	83733.39	1741.41	2699.78
250	60	1	50	9549.67	72125.38	83720.40	2806.13	2701.05
250	80	1	50	9348.82	72125.38	83411.52	3902.83	2644.25
250	100	1	50	9396.59	72125.38	83054.88	5012.17	2657.76
500	20	1	50	7718.28	71429.12	81189.70	1538.59	2183.06
500	40	1	50	7718.28	71429.12	81189.70	3898.80	2183.06
500	60	1	50	7720.28	71429.12	81187.27	6443.58	2183.62
500	80	1	50	7720.28	71429.12	81187.27	9089.79	2183.62
500	100	1	50	7720.28	71429.12	81187.27	11684.74	2183.62

Tabla 6.11: Resultados obtenidos para $\beta=1.5$

Los resultados muestran unos tiempos de ejecución extremadamente elevados. Los costes medios obtenidos son muy altos siendo los de la etapa 20 similares a los de la etapa 100, esto significa que el algoritmo cae en convergencias prematuras y que es incapaz de escapar de ellas. La dispersión de resultados es muy alta.

Al igual que en AS, ACS muestra, en general, tiempos de ejecución elevados y alta dispersión de resultados debido a la dependencia de la solución final respecto de la inicial. Los costes medios a los que se llega son elevados en muchos casos elevados. Los mejores costes medios y mínimos obtenidos son del orden de los valores del resto de heurísticas estudiadas y se consiguieron con $\beta=0.5$, coeficiente de evaporación nulo y 500 hormigas. Estos costes fueron 71011.79 € para el coste medio y 69401.32 € para el mínimo.

6.2.5.3 Ant System Optimization (ASO)

Se presenta este algoritmo desarrollado por Martínez¹²¹ (2006) y Martínez et al.^{122,123} (2006 y 2007) como una variedad del AS. Las principales diferencias con el AS es que la “siembra” inicial será nula, es decir, se partirá de un valor inicial nulo de las trazas de las variables y la función de probabilidad que determine la regla de transición entre una etapa y otra será diferente, ya que, constará de dos términos: el primero que dependerá de los valores de las trazas e irá multiplicado por un coeficiente α y el segundo de un valor aleatorio que irá multiplicado por el coeficiente β . Se darán unos valores iniciales de α y β , α aumentará y β disminuirá conforme avanza el proceso de cálculo. El aumento o disminución de α y β serán proporcionales a sus valores iniciales y a la etapa en que se encuentra el proceso de búsqueda en relación al número de etapas totales, en la etapa final el valor de α será igual a 1 y el de β igual a 0. Por lo que, a medida que el algoritmo avanza el coeficiente α aumentará, aumentando el peso de las trazas, y el coeficiente β disminuirá, disminuyendo la importancia de la parte aleatoria. De esta manera, la exploración de soluciones será mayor al inicio centrándose el algoritmo en una mayor explotación del conocimiento disponible cuando avanza el proceso. La evaporación considerada será nula en todos los casos.

Se realizaron dos variantes: en la primera, se lanzaron un determinado número de hormigas que han sido 50, 100, 250 y 500 sin “forzar” a que sean factibles (ASO1), los números de etapas fueron de 20, 40, 60, 80, 100. La solución con mejor coste medio obtenida ha sido para los valores iniciales de $\alpha=0.8$ y $\beta=0.2$, para la etapa número 100 y 250 hormigas siendo este coste de 70484.77 €. En la segunda variante se “forzará” a que todas las hormigas encuentren una solución factible siendo, por lo tanto, el número de hormigas igual al de soluciones factibles (ASO2), se busca un método que sirva independientemente del número de las soluciones factibles obtenidas en función de las tanteadas. En general, no se conocerá la factibilidad (número de soluciones factibles en relación a las tanteadas) de las soluciones de un problema determinado no pudiendo estimarse, a priori, el número de hormigas necesarias a emplear, esto podría producir etapas sin hormigas factibles que dieran errores en el algoritmo. Los números de hormigas utilizados han sido de 10, 25, 50 y 100 y el número de etapas varía en función del número de hormigas de manera que la multiplicación hormigas-etapas sea igual en

todos los casos. La solución con mejor coste medio obtenida ha sido para los valores iniciales de $\alpha=0.8$ y $\beta=0.2$, 50 hormigas y número total de etapas 100, siendo este coste de 70582.47 €.

Las soluciones de la primera etapa serán obtenidas de manera aleatoria, a partir de la segunda dependerá de la información dejada en el sistema por las hormigas de las etapas anteriores. Las trazas se compondrán para cada etapa “t” de la misma manera que en el AS (ver ecuaciones 6.3 y 6.4). A diferencia del AS la actualización de las trazas (ver ecuación 6.14) se tendrán en cuenta las siguientes variables: “evap”, que es un coeficiente de evaporación aunque en este caso se ha considerado igual a 1 (lo que hace la evaporación del sistema nula), “Cm” es el valor del coste de la mejor solución alcanzada hasta el momento, “Cme” es el menor coste encontrado para esa etapa “t” y $T(t-1,i,j)$ es el valor total de la traza en la ejecución anterior.

$$T_i(t,i,j) = \text{evap} \cdot T(t,i,j) \cdot \left(\frac{Cm}{Cme}\right)^\delta \cdot T_i(t-1,i,j) + \left(\frac{Cm}{Cme}\right) \cdot T(t,i,j) \quad 6.14$$

La construcción de las nuevas soluciones se hará según una matriz de probabilidades (ver ecuación 6.15) que dependerá de los valores de la matriz de trazas $T(t,i,j)$, de $T(t,i)$ que representará los valores de las sumas de las trazas para todas las posiciones de la variable “i” y de un factor aleatorio R, multiplicados ambos por sus coeficientes α y β , respectivamente. A α y β se les darán unos valores iniciales y conforme avanza el algoritmo α aumentará y β disminuirá proporcionalmente en función de la etapa en que se encuentre el experimento y del número total de etapas, de manera que en la etapa final $\alpha=1$ y $\beta=0$ y en todo el proceso $\alpha+\beta=1$.

$$P(t,k,i,j) = \alpha \cdot \frac{T(t,i,j)}{T(t,i)} + \beta \cdot R \quad 6.15$$

Definida la probabilidad de selección de cada una de las posiciones de las variables, la hormiga “k” seleccionará la posición para una variable mediante el “método de la ruleta”. De este modo cada una de las “H” hormigas construye una solución en cada etapa t.

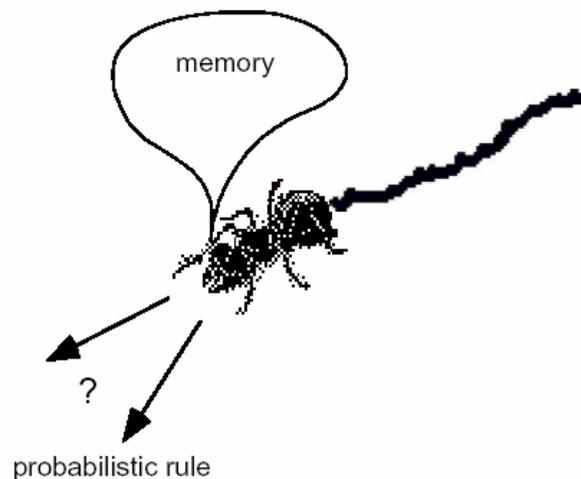


Figura 6.14: Simulación de una hormiga en busca de alimento

Se han realizado tres ejecuciones para ASO1 con los siguientes valores iniciales para α y β : en la primera $\alpha=0.2$ y $\beta=0.8$, en la segunda $\alpha=0.5$ y $\beta=0.5$ y en la tercera $\alpha=0.8$ y $\beta=0.2$. Se comprobó que el caso $\alpha=0.5$ y $\beta=0.5$ es una situación intermedia del primero y el tercero, por lo que para ASO2 sólo se realizaron las comprobaciones con los valores iniciales para α y β de $\alpha=0.2$ y $\beta=0.8$ y de $\alpha=0.8$ y $\beta=0.2$.

6.2.5.3.1 Ant System Optimization 1 (ASO1)

Se realizaron diferentes ejecuciones en función del número de hormigas utilizadas, número de etapas y valores iniciales de α y β . Cada ejecución se realizará el número de veces necesario de manera que el error estimado sea menor del 0.5% del menor precio obtenido para el Random Walk, el error estimado se tomará como el obtenido de los mejores precios a los que llegó el algoritmo hasta la etapa número 100 en los diferentes experimentos de una ejecución, limitando este número (tamaño de la muestra) a 50. Las Tablas 6.12, 6.13 y 6.14 contendrán el número de hormigas, etapas, tamaño de la muestra, desviación típica de las soluciones, costes mínimos y medios, tiempos medios y error estimado para los valores iniciales de $\alpha=0.2$ y $\beta=0.8$, $\alpha=0.5$ y $\beta=0.5$ y $\alpha=0.8$ y $\beta=0.2$, respectivamente.

Resultados obtenidos para $\alpha=0.2$ y $\beta=0.8$

Hormigas	Etapas	Tamaño muestra	Desviación típica	Coste mínimo(€)	Coste medio(€)	Tiempo medio (sg)	Error estimado
50	20	50	4606.57	79331.25	88273.61	25.73	1302.94
50	40	50	3722.51	79331.25	85872.08	51.98	1052.89
50	60	50	2732.42	79291.41	84161.80	78.64	772.85
50	80	50	2527.46	78798.98	83182.16	105.12	714.87
50	100	50	2102.09	78007.95	82332.70	133.86	594.56
100	20	50	3060.28	79291.51	84675.24	47.69	865.58
100	40	50	2582.00	77380.72	83037.11	94.89	730.30
100	60	50	2039.45	77380.72	82082.97	143.21	576.84
100	80	50	2106.66	76885.82	81067.67	191.48	595.85
100	100	50	2093.82	75530.44	80231.88	239.26	592.22
250	20	50	1883.20	78676.38	82274.17	108.57	555.32
250	40	50	1709.14	77246.29	80670.89	216.64	504.00
250	60	50	1495.00	76790.77	79978.53	325.90	440.85
250	80	50	1310.01	76594.36	79193.78	432.39	386.30
250	100	50	1293.67	75993.42	78723.50	540.93	381.48
500	20	39	2339.76	74223.87	80500.89	212.26	757.19
500	40	39	1974.59	74223.87	79182.98	416.64	639.01
500	60	39	1709.59	74223.87	78579.22	619.70	553.25
500	80	39	1332.39	74223.87	77815.48	821.32	431.19
500	100	39	1159.18	73997.35	77297.74	1031.18	375.13

Tabla 6.12: Resultados obtenidos para $\alpha=0.2$ y $\beta=0.8$

El tamaño de muestra en los resultados obtenidos para los valores iniciales de $\alpha=0.2$ y $\beta=0.8$ serán en todos los casos de 50, que es el máximo fijado, excepto para 500 hormigas, por lo que las soluciones obtenidas son dispersas. Los tiempos de ejecución son bajos pero los costes son elevados, por lo que el algoritmo para estos valores de los parámetros es deficiente.

Resultados obtenidos para $\alpha=0.5$ y $\beta=0.5$

Hormigas	Etapas	Tamaño muestra	Desviación típica	Coste mínimo(€)	Coste medio(€)	Tiempo medio (sg)	Error estimado
50	20	50	4236.48	79660.41	86596.23	27.24	1198.26
50	40	50	3705.57	78225.75	83631.54	55.58	1048.09
50	60	50	2506.77	76623.34	82370.66	83.41	709.02
50	80	50	2429.65	76623.34	81864.66	112.14	687.21
50	100	50	1862.39	76481.85	80990.55	142.16	526.76
100	20	50	3529.24	77837.34	84203.70	48.81	998.22
100	40	50	2583.51	75356.87	81730.68	97.84	730.73
100	60	50	2099.19	75356.87	80508.30	148.22	593.74
100	80	50	1736.09	75356.87	79708.30	199.55	491.04
100	100	50	1619.11	75356.87	79207.59	250.92	457.95
250	20	23	2824.66	76261.16	81032.72	111.43	1221.55
250	40	23	1928.89	76261.16	79371.99	221.45	834.17
250	60	23	1832.25	76148.25	78569.60	334.62	792.37
250	80	23	1314.57	75379.52	77789.37	450.69	568.50
250	100	23	856.74	75379.52	77180.94	567.30	370.51
500	20	34	1876.17	74521.00	78710.71	211.51	650.28
500	40	34	1509.94	74521.00	77511.10	422.67	523.34
500	60	34	1318.83	73100.70	76705.91	633.24	457.10
500	80	34	1059.83	73100.70	76417.04	846.80	367.34
500	100	34	1086.06	73100.70	75883.09	1064.53	376.43

Tabla 6.13: Resultados obtenidos para $\alpha=0.5$ y $\beta=0.5$

Para $\alpha=0.5$ y $\beta=0.5$ el error estimado es menor que para el caso anterior teniendo una menor dispersión de soluciones. Cabe destacar el menor tamaño de muestra necesario para 250 hormigas que para 500 para llegar a soluciones con la misma dispersión. Los costes obtenidos son algo mejores que para $\alpha=0.2$ y $\beta=0.8$ aunque siguen siendo malos. El tiempo de ejecución es levemente superior al caso anterior.

Resultados obtenidos para $\alpha=0.8$ y $\beta=0.2$

Hormigas	Etapas	Tamaño muestra	Desviación típica	Coste mínimo(€)	Coste medio(€)	Tiempo medio (sg)	Error estimado
50	20	50	4395.00	74741.91	81778.00	38.01	1243.09
50	40	50	2450.36	74741.91	79631.88	74.26	693.07
50	60	50	2023.05	74166.39	78267.75	110.82	572.21
50	80	50	2031.46	72709.63	77794.55	146.66	574.58
50	100	50	1943.79	71809.04	76695.13	183.45	549.79
100	20	37	2041.89	73106.54	76671.66	73.26	678.42
100	40	37	1608.10	72997.22	75503.25	144.16	534.29
100	60	37	1384.66	71441.13	74731.33	214.35	460.05
100	80	37	1094.78	71441.13	74214.90	287.51	363.74
100	100	37	1146.23	71406.67	73831.68	361.06	380.84
250	20	17	1521.28	70856.21	72976.27	213.38	782.21
250	40	17	957.70	69958.28	71569.62	494.45	492.42
250	60	17	913.83	69951.65	71218.49	779.87	469.87
250	80	17	640.35	69794.76	70766.00	1066.12	329.25
250	100	17	701.03	69467.42	70484.77	1372.04	360.45
500	20	16	1176.14	70309.11	72581.16	416.97	626.59
500	40	16	1288.96	70088.50	71412.19	980.10	686.69
500	60	16	875.53	70031.85	70871.19	1546.77	466.44
500	80	16	870.70	69807.73	70745.77	2134.39	463.87
500	100	16	707.98	69581.26	70609.27	2756.47	377.17

Tabla 6.14: Resultados obtenidos para $\alpha=0.8$ y $\beta=0.2$

Los resultados obtenidos para $\alpha=0.8$ y $\beta=0.2$, que aprovechan mejor la memoria del sistema con una mayor intensificación de la búsqueda y una menor exploración del espacio de soluciones son mejores que los logrados en las ejecuciones anteriores tanto en dispersión de resultados, como en costes, aunque los tiempos de ejecución de cada experimento son superiores. Los mayores tiempos de ejecución se pueden deber a la mayor explotación de las soluciones de calidad encontradas, ya que esto aumentará el número de soluciones factibles encontradas en el proceso de búsqueda aumentando el tiempo de comprobación en la computación con respecto a los casos anteriores. Los resultados en el caso $\alpha=0.5$ y $\beta=0.5$ son intermedios entre las otras dos variantes estudiadas, razón por la cual no se emplearán en ASO2.

6.2.5.3.2 Ant System Optimization 2 (ASO2)

Para esta variedad de algoritmos basados en colonias de hormigas en la que, como se explicó anteriormente, el número de hormigas coincide con el número de soluciones factibles encontradas para esa etapa se realizaron diferentes ejecuciones en función del número de hormigas utilizadas, número de etapas y valores iniciales de α y β . Cada ejecución se realizará el número de veces necesario de manera que el error estimado sea menor del 0.5% del menor precio obtenido para el Random Walk, este error se estimará para los menores precios conseguidos en cada experimento, el tamaño de

muestra se limitará a 50. Las Tablas 6.15 y 6.16 contendrán el número de hormigas, etapas, tamaño de muestra empleado, desviación típica de las soluciones, costes mínimos y medios, tiempos medios y error estimado para los valores iniciales de $\alpha=0.2$ y $\beta=0.8$ y para $\alpha=0.8$ y $\beta=0.2$. Se mantendrá constante la multiplicación hormigas-etapas de tal manera que para la etapa final sea igual a 5000 en todos los casos, esto se hace así debido a que el número de etapas y de hormigas están relacionados, ya que, menor número de hormigas necesitarán más etapas para tener la misma información de un espacio de soluciones que otro experimento con mayor número de etapas, esto lo confirma la similitud de los tiempos medios a que se ha llegado al final de las ejecuciones.

Resultados obtenidos para $\alpha=0.2$ y $\beta=0.8$

Hormigas	Etapas	Tamaño muestra	Desviación típica	Coste mínimo(€)	Coste medio(€)	Tiempo medio (sg)	Error estimado
10	2	33	5630.83	78894.34	90439.84	9.81	1980.99
10	125	33	1503.15	75835.85	79027.84	625.70	528.82
10	250	33	1401.86	75626.85	77931.67	1263.46	493.19
10	375	33	1233.92	75626.85	77306.62	1908.75	434.11
10	500	33	1077.92	73589.45	76681.52	2544.71	379.23
25	2	28	4730.15	79775.53	86595.30	23.70	1834.31
25	50	28	1808.05	76346.68	78639.13	640.10	701.15
25	100	28	1122.21	75855.40	77531.88	1293.03	435.18
25	150	28	1073.18	74497.10	76734.00	1969.00	416.17
25	200	28	971.72	74138.80	76374.59	2644.72	376.82
50	2	24	3561.86	77662.36	83202.07	48.32	1504.29
50	25	24	1637.74	74185.45	78124.73	646.14	691.67
50	50	24	1144.47	74185.45	77134.05	1308.72	483.35
50	75	24	1076.54	74185.45	76489.81	1990.22	454.66
50	100	24	899.59	73718.31	75706.13	2696.71	379.93
100	2	37	2745.52	76939.23	82536.39	95.01	912.20
100	12	37	1498.09	74242.23	78576.97	615.06	497.74
100	25	37	1362.17	74242.23	77186.67	1291.50	452.58
100	37	37	1090.34	73241.96	76057.57	1912.22	362.27
100	50	37	1130.80	72116.63	74967.94	2542.04	375.71

Tabla 6.15: Resultados obtenidos para $\alpha=0.2$ y $\beta=0.8$

Los tiempos medios empleados son similares en todas las ejecuciones y no son elevados. Destaca la escasa dispersión de resultados aún obteniendo costes medios elevados, lo cual implica normalmente una falta de explotación de las soluciones siendo complicado que estas tengan valores similares. El mejor coste medio se ha obtenido para 100 hormigas, aunque es bastante elevado. En la Figura 6.15 se muestran los costes medios para los diferentes números de etapas mostrados en la Tabla 6.16 en función del número de hormigas, se observa que la mejora de precios continuaría si se prolongara la gráfica, las soluciones se podrían seguir explotando.

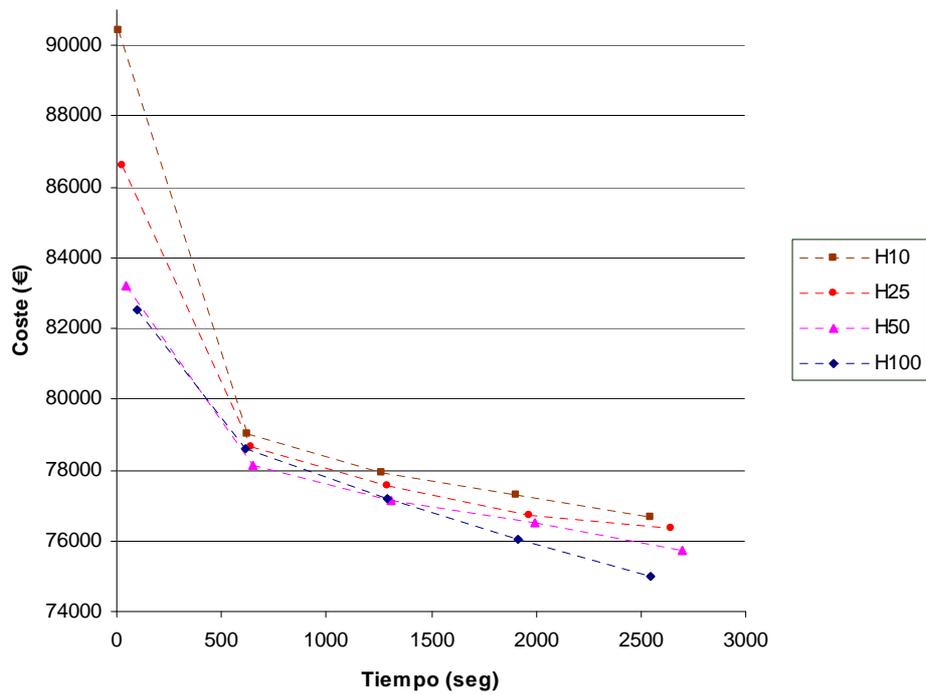


Figura 6.15: Evolución del coste para diferente número de hormigas y etapas

Resultados obtenidos para $\alpha=0.8$ y $\beta=0.2$

Hormigas	Etapas	Tamaño muestra	Desviación típica	Coste mínimo(€)	Coste medio(€)	Tiempo medio (sg)	Error estimado
10	2	12	7135.86	80065.45	90629.15	10.02	4533.94
10	125	12	759.75	72365.76	73664.03	579.68	482.73
10	250	12	613.58	71948.44	73118.29	1170.86	389.86
10	375	12	795.44	70715.02	72257.33	1756.79	505.40
10	500	12	590.29	70715.02	72057.46	2330.62	375.06
25	2	13	6722.92	80593.53	86622.66	23.43	4062.97
25	50	13	882.65	71970.75	72757.45	526.99	533.42
25	100	13	787.71	70520.48	71400.42	1066.55	476.05
25	150	13	547.27	69575.27	70916.94	1589.51	330.74
25	200	13	580.78	69575.27	70669.87	2113.29	350.99
50	2	13	3141.53	77565.20	80848.34	44.94	1898.57
50	25	13	698.00	70399.36	71795.84	507.17	421.83
50	50	13	710.11	69894.32	71110.95	1032.55	429.15
50	75	13	592.77	69894.32	70728.49	1567.15	358.24
50	100	13	590.72	69750.73	70582.47	2083.33	357.00
100	2	12	2141.96	74784.70	78603.83	97.86	1360.95
100	12	12	789.83	70372.24	71728.02	510.44	501.84
100	25	12	512.06	70372.24	71069.65	1026.39	325.35
100	37	12	543.56	69955.05	70833.15	1498.70	345.36
100	50	12	583.56	69823.82	70711.49	1986.83	370.78

Tabla 6.16: Resultados obtenidos para $\alpha=0.8$ y $\beta=0.2$

Para mejorar la explotación de las ejecuciones anteriores se ejecutó el algoritmo con $\alpha=0.8$ y $\beta=0.2$. Los resultados obtenidos fueron mejores, tanto en tiempos, como en costes, como en dispersión de resultados. La Figura 6.16 muestra los costes medios obtenidos en función de los tiempos para las diferentes etapas y distinto número de hormigas empleado, se observa una estabilización de costes con el número final de etapas, esto se debe a que la solución esta suficientemente explotada y es difícil conseguir alguna mejora. La peor ejecución, en relación a los costes obtenidos, ha sido la de 10 hormigas, las otras tres obtienen resultados similares. La de 50 hormigas fue la que obtuvo mejor coste medio con 70582.47 €.

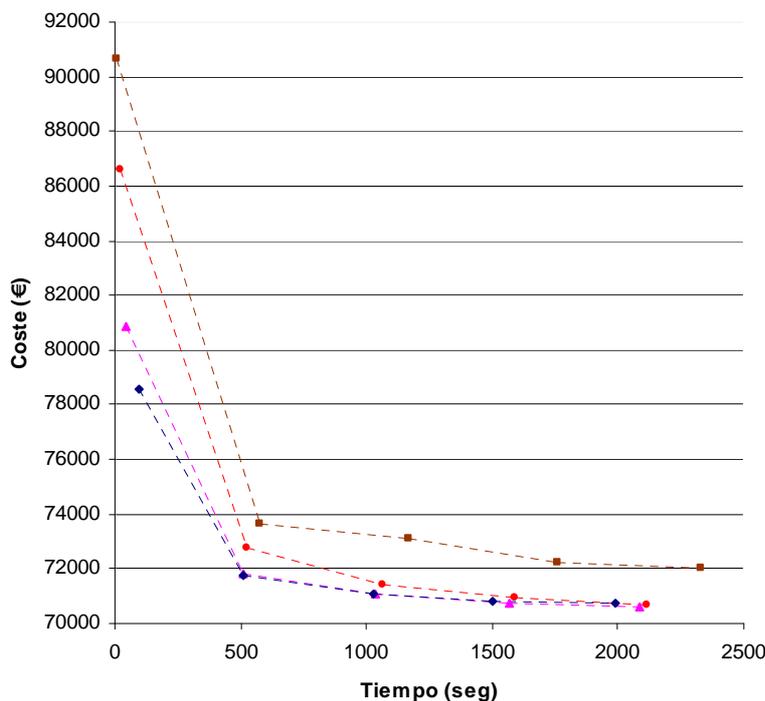


Figura 6.16: Evolución del coste para diferente número de hormigas y etapas

Los resultados encontrados para las mejores ejecuciones del ASO1 y del ASO2, es decir, con valores iniciales de $\alpha=0.8$ y $\beta=0.2$ son similares en cuanto a los costes medios y mínimos obtenidos, siendo además del orden de los alcanzados para las mejores ejecuciones del DLS, TA, SA, AS, y ACS. Sin embargo, el ASO2 mejora tanto en dispersión de resultados, ya que los tamaños de muestra necesarios fueron menores, como en tiempos de ejecución al ASO1, pero su gran ventaja es poderlo aplicar a problemas con diferentes número de variables y distinto espacio de soluciones sin ser necesario un estudio previo de factibilidad de las soluciones. Por todo esto, ASO2 con 50 hormigas ha sido el algoritmo seleccionado para realizar el estudio paramétrico.

6.2.6 Genetic Algorithms (GA)

Al igual que los métodos basados en la colonia de hormigas, los algoritmos genéticos (GA) son poblacionales y están inspirados en la selección natural basada en la evolución de las especies. A diferencia de la colonia de hormigas la evolución biológica no tiene memoria, para formar cromosomas sólo se considera la información del periodo anterior. Se han realizado dos versiones del método. Estas versiones han sido la tradicional, con codificación binaria, en la que se relaciona la cadena binaria con la solución del problema siendo partes de esta cadena (sub-string) la información de cada una de las variables, la segunda codificación será la representación natural en la que cada variable es representada por un número, así, por ejemplo la variable hormigón posición 3 será el HA-35, ya que, los valores del vector de hormigón serán el HA-25, HA-30, HA-35, HA-40, HA-45, HA-50. Esta última codificación permitirá que no se pierda información en el problema, ya que todas las posiciones de las variables tienen definido un valor, mientras que la codificación binaria, en ciertas ocasiones, no se adaptará al número de posibles valores de una variable dando al sistema más información de la necesaria. El cruzamiento se realizará partiendo la cadena de genes por un único punto, utilizando diferentes probabilidades para que se realicen los cruzamientos o no. La mutación se efectuará empezando con probabilidades mayores al inicio del algoritmo de manera que se explore el espacio de soluciones y menores conforme el proceso de cálculo avanza intensificando la búsqueda entorno a las mejores soluciones. Se realizaron ejecuciones sin y con elitismo, de manera que una copia del mejor individuo de una generación se encuentre en la posterior. En todos casos se escalan las soluciones (fitness scaling) evitando que el algoritmo converja de manera prematura o que no haga distinción entre soluciones buenas y muy buenas al final del proceso. En GA, a diferencia del resto de heurísticas empleadas, se ha trabajado con soluciones factibles y no factibles empleando una función de penalización para las no factibles. Los menores costes medios obtenidos fueron, en ambos casos, para la probabilidad de cruzamiento de 0.25, tamaño de población 500 y elitismo, siendo para el caso de la codificación binaria de 71309.74 € y de 70129.04 € para la codificación en forma de número de variables y posibles posiciones. La Figura 6.17 muestra el diagrama de flujo básico de una ejecución del GA.

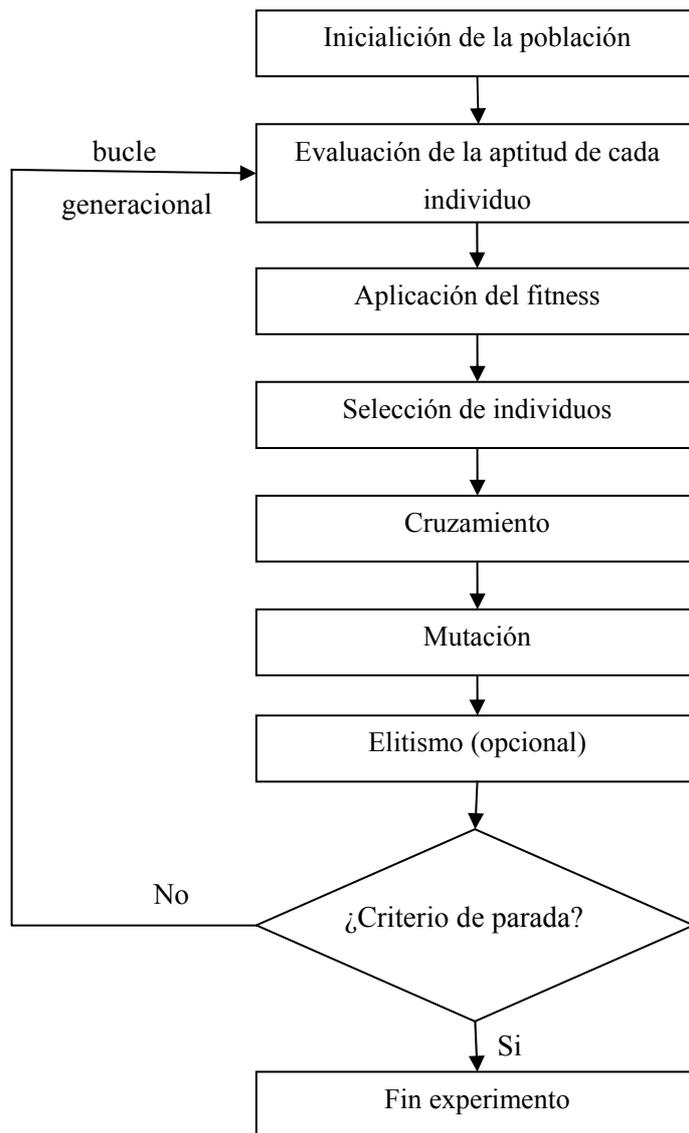


Figura 6.17: Diagrama de flujo de un GA

En la primera etapa, se buscarán un número de soluciones factibles de manera aleatoria igual al tamaño de la población. A partir de la segunda generación las soluciones se forman mediante cruzamientos y mutaciones de la población, previa selección de éstos mediante una determinada regla. Por lo que para ejecutar el algoritmo se deberán definir y ajustar los diferentes parámetros del mismo:

1. Terminología genética
2. Función de penalización y aptitud de un individuo
3. Evaluación de la aptitud (fitness) de un individuo

4. Operador “Selección”
5. Operador “Cruzamiento” (Crossover)
6. Operador “Mutación”
7. Operador “Elitismo”

Terminología genética

El modo tradicional de codificar una solución es el sistema binario según el cual el cromosoma, que es la cadena de datos que contiene la información de una de las variables que definen una solución del problema, tendría la forma (a_1, \dots, a_m) donde cada “ a_i ” adopta un valor de “0” ó “1”, cada posición de la cadena se le llama gen y, a su vez, un alelo es el valor particular que adopta un gen. El empleo de esta codificación fue justificada teóricamente por Holland⁹⁹ (1975) y Golberg⁶¹ (1989). Otras formas de codificación son los códigos de Gray, la representación de punto flotante (en la que cada alelo puede tomar un valor entre 0 y 9) o la representación natural (en la que cada gen tiene un único alelo que es un número natural). En la Figura 6.18 se puede ver de manera esquemática lo explicado anteriormente.

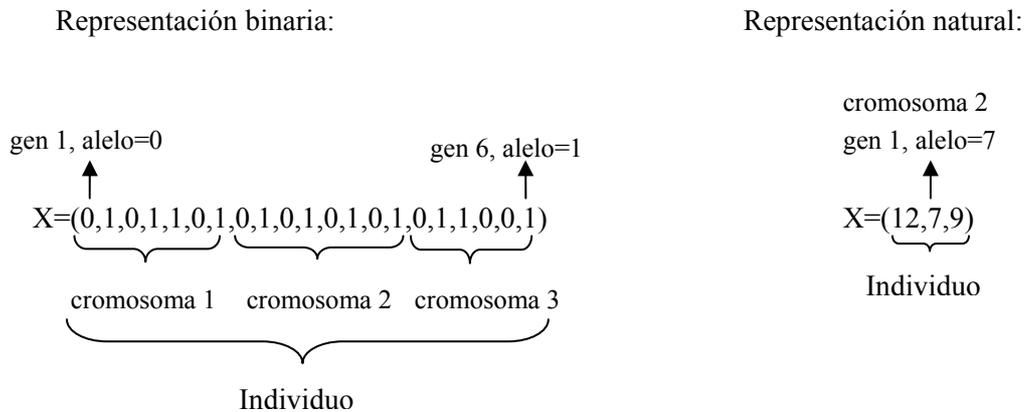


Figura 6.18: Terminología y ejemplo de representación de soluciones en GA

Para establecer el código binario son necesarios tres pasos: establecer el orden en el que estarán representadas las variables en la cadena agrupando las variables relacionadas entre ellas y que representan conjuntamente una característica de la solución, el segundo paso será definir el número de bits (número de valores necesarios para definir el cromosoma), con una cadena de “n” bits se podrán representar 2^n valores de una variable y el tercer paso consistirá en asignar a este vector binario los valores de cada una de las variables.

En la representación natural cada variable, cromosoma, se le asignarán diferentes posiciones, cada una de las cuales significará un valor determinado.

Funciones de penalización y aptitud de un individuo

Una vez obtenida una generación de individuos se deberá evaluar su aptitud. Para ello habrá que diferenciar entre los que cumplan todos los ELS y ELU y los que no satisfagan estas restricciones del problema, a los cuales habrá que aplicar una función de penalización teniendo así un coste penalizado según la ecuación 6.16.

$$Cp(k) = C(k) + \frac{1}{f} \cdot A \quad 6.16$$

$Cp(k)$ será el coste penalizado que se le asignará al individuo “k” que no satisface todas las restricciones del problema, $C(k)$ será el coste de dicho individuo sin penalizar, “f” es un factor que depende de la factibilidad de la solución, es decir, será el menor coeficiente de seguridad de los Estados Límite que no se verifiquen, entendiendo que se cumplirían si el coeficiente fuera mayor o igual que 1, A es un coeficiente tomado como 20000. A las soluciones factibles no se les penalizará el coste.

Evaluación de la aptitud (fitness) de un individuo

Una vez evaluado el coste de cada individuo se escalará (fitness) para evitar que el algoritmo converja de manera prematura o que no se haga distinción entre soluciones buenas y muy buenas al final del proceso. El nuevo coste escalado dado a cada una de las soluciones vendrá dado por la ecuación 6.17.

$$Ce(k) = \frac{Cm}{C(k)} \quad 6.17$$

$Ce(k)$ será el coste escalado para cada individuo de la población, Cm el menor coste de la población en la generación correspondiente y $C(k)$ el coste penalizado o sin penalizar que tenía la solución antes de escalarlo.

Operador “Selección”

El mecanismo de selección permitirá dirigir la búsqueda dentro del espacio de soluciones. La selección genera, a partir de una población de partida, otra intermedia reproduciendo con un mayor número de copias a los individuos más aptos y eliminando o asignando un menor número de copias a los menos aptos. Este operador no produce soluciones nuevas, sino que determina cuáles son los individuos para el cruzamiento y en definitiva los que sus cualidades van a permanecer en la generación futura.

De los diferentes métodos de selección existentes se ha utilizado el “método de la ruleta” mostrado en la Figura 6.19 (Coello⁷⁰ (1994)). La probabilidad de selección de un individuo será proporcional a su aptitud.

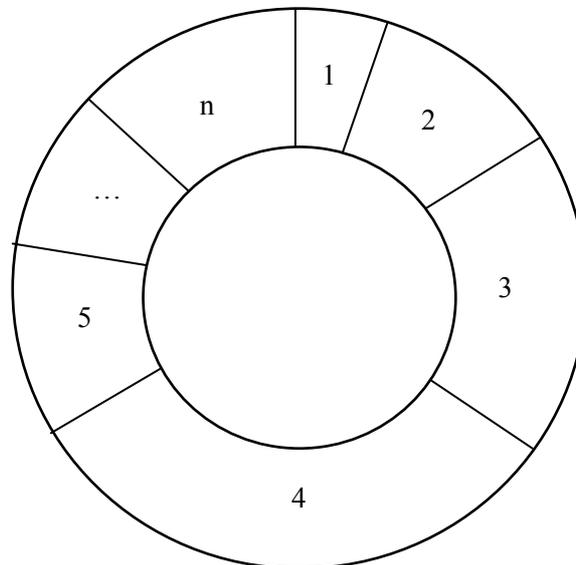


Figura 6.19: Ruleta empleada en la selección de individuos

La circunferencia completa será la suma de los costes escalados de los “n” individuos de una generación. La probabilidad de ser elegidos cada uno de los individuos dependerá de su coste escalado en relación al de los demás individuos.

Operador “Cruzamiento”(Crossover)

Este operador permite el intercambio de información entre dos padres produciendo descendientes (hijos) que tendrán las cualidades de sus antecesores. La idea es que, intercambiando información de dos individuos muy aptos de la población el resultante sea otro individuo de igual calidad o mejor. En el algoritmo se ha utilizado el cruzamiento de un punto, seleccionándose el punto para que se realice el cruzamiento al azar. La Figura 6.20 mostrará el esquema de la forma de realizar el cruzamiento.

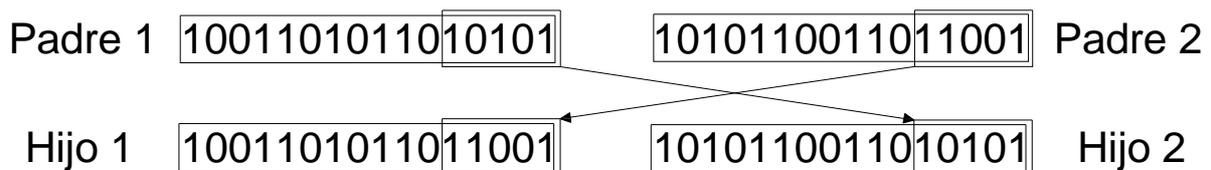


Figura 6.20: Cruzamiento por un punto

Este operador funcionará con una determinada probabilidad p_c la cual se ha tomado 0.25 ,0.50 y 0.75 de tal manera que si un número aleatorio R (cuyos valores posibles van de 0 a 1) es menor o igual que la probabilidad de cruzamiento este se realizará, en caso contrario los hijos serán iguales a los padres.

Operador “Mutación”

La mutación es la modificación espontánea de la información genética que puede ser debida por diversas causas como evolución de las especies, interacción con el medio ambiente, etc. En el código binario, la mutación modificará eventualmente el valor de un bit, transformando un valor de “0” a “1” o a la inversa. La probabilidad de que se produzca mutación irá cambiando a lo largo del proceso, siendo alta al inicio ($p_m=0.1$ en la generación 1) de manera que se produzca una exploración del espacio de soluciones y baja al final del proceso ($p_m=0.001$ para el soporte y 0.01 para la zapata en la última generación) de manera que se intensifique la búsqueda, en las generaciones intermedias será proporcional a estas probabilidades en función de la generación en que se encuentre el algoritmo. Si el número aleatorio R (cuyos valores posibles van de 0 a 1) es menor o igual que la probabilidad de mutación esta se producirá.

En el caso de la representación natural si se produce mutación se modificará el valor de la posición de la variable considerada, aumentando o disminuyendo ésta posición en un valor según el valor R sea mayor o menor o igual que 0.5.

Operador “Elitismo”

La ruleta no garantizará la selección de un individuo en particular, incluido el mejor. El operador elitismo asegurará que el mejor individuo de la población en una generación se encuentre en la siguiente. Sin embargo, esto no mejorará la posibilidad de localizar el óptimo global de una función, aunque su uso se ha revelado necesario para demostrar la convergencia de un GA (Rudolph¹²⁴ (1994)).

6.2.6.1 Codificación binaria

Se han realizado ejecuciones con los valores de cruzamiento y mutación descritos en el punto 6.2.6 para tamaños de población de 50, 250 y 500 individuos y 100 generaciones, mostrando los resultados obtenidos para 20, 40, 60, 80 y 100 generaciones sin incluir elitismo (ver Tabla 6.17) e incluyendo elitismo (ver Tabla 6.18).

Resultados obtenidos sin aplicar elitismo

Tamaño población	Generaciones	Cruzamiento	Tamaño muestra	Desviación típica	Coste mínimo(€)	Coste medio(€)	Tiempo medio (sg)	Error estimado
50	20	0.25	50	5027.68	72622.33	82021.59	65.61	1422.04
50	40	0.25	50	3803.12	72622.33	80241.44	128.88	1075.68
50	60	0.25	50	2613.48	72622.33	77740.35	202.40	739.20
50	80	0.25	50	2523.48	72622.33	76570.70	286.19	713.75
50	100	0.25	50	2611.07	71890.48	76086.30	406.85	738.52
250	20	0.25	50	3542.44	71329.30	77433.26	312.01	1001.95
250	40	0.25	50	2513.43	71329.30	76215.41	576.27	710.91
250	60	0.25	50	1695.84	71329.30	74671.28	854.50	479.66
250	80	0.25	50	1722.53	71240.72	73763.32	1186.35	487.21
250	100	0.25	50	1852.37	71033.59	73420.53	1708.54	523.93
500	20	0.25	50	3022.73	72392.76	76706.05	642.35	854.96
500	40	0.25	50	2263.49	72392.76	75800.23	1173.31	640.21
500	60	0.25	50	1336.19	71386.47	74237.05	1707.09	377.93
500	80	0.25	50	1392.35	70764.78	73344.55	2342.19	393.82
500	100	0.25	50	1467.93	70084.48	73043.40	3309.08	415.19
50	20	0.50	50	5190.04	75340.53	82160.48	64.59	1467.96
50	40	0.50	50	3843.40	75340.53	80221.42	129.13	1087.08
50	60	0.50	50	3046.88	74647.11	78130.28	199.09	861.79
50	80	0.50	50	3008.77	73720.73	76790.34	282.31	851.01
50	100	0.50	50	3151.37	72536.91	76189.64	403.19	891.34
250	20	0.50	50	3883.44	72876.37	78412.73	311.36	1098.40
250	40	0.50	50	2620.84	72876.37	76935.52	581.78	741.29
250	60	0.50	50	1997.00	72471.72	75088.98	933.22	564.84
250	80	0.50	50	2184.40	70632.12	74136.40	1263.18	617.84
250	100	0.50	50	2084.36	70632.12	73696.42	1783.69	589.55
500	20	0.50	44	3238.08	72463.05	76435.97	634.16	976.32
500	40	0.50	44	1816.28	72463.05	75582.17	1116.99	547.63
500	60	0.50	44	1228.24	72463.05	74434.60	1723.34	370.33
500	80	0.50	44	1183.71	71897.94	73767.98	2383.03	356.90
500	100	0.50	44	1253.07	71113.62	73460.80	3381.42	377.81
50	20	0.75	50	4852.96	74477.02	81878.02	66.12	1372.63
50	40	0.75	50	2613.21	74168.52	79183.09	128.85	739.13
50	60	0.75	50	1819.81	74168.52	77270.84	198.66	514.72
50	80	0.75	50	1884.33	73701.86	76140.27	279.80	532.97
50	100	0.75	50	1850.79	72628.01	75541.39	399.33	523.48
250	20	0.75	21	3113.45	73578.78	77214.18	320.93	1417.25
250	40	0.75	21	1437.81	73578.78	76093.36	574.16	654.50
250	60	0.75	21	890.80	73449.50	74898.73	863.18	405.49
250	80	0.75	21	812.50	72432.50	74236.10	1177.05	369.85
250	100	0.75	21	839.67	71546.44	73830.43	1716.90	382.22
500	20	0.75	35	2268.70	72506.63	76373.92	659.04	775.02
500	40	0.75	35	1783.09	72506.63	75708.28	1205.66	609.12
500	60	0.75	35	977.48	71847.62	74454.62	1742.59	333.92
500	80	0.75	35	1129.24	71042.83	73692.24	2376.15	385.76
500	100	0.75	35	1088.37	71042.83	73418.62	3341.39	371.80

Tabla 6.17: Resultados obtenidos sin elitismo

Para las ejecuciones sin elitismo de la Tabla 6.17 se observa que el coste medio mejorará conforme se aumente el tamaño de la población, siendo esta mejora significativa al pasar de tamaño 50 a 250 pero no tanto de 250 a 500. El tiempo crecerá considerablemente con el tamaño de la población, siendo casi proporcional al mismo. Los resultados muestran, en general, un alto valor del error estimado, lo que indica gran dispersión de los mismos, salvo para tamaños de población de 250 y 500, 100 generaciones y cruzamiento 0.75, lo cual es destacable debido a que el precio obtenido está lejos de

los mínimos logrados en otros algoritmos y no va ligado a una convergencia del algoritmo en una solución de calidad. El mejor coste medio y mínimo se produjeron con tamaño de la población 500, 100 generaciones y valor para el cruzamiento de 0.25, siendo el coste medio de 73043.40 € y el mínimo de 70084.48 €.

Resultados obtenidos aplicando elitismo

Tamaño población	Generaciones	Cruzamiento	Tamaño muestra	Desviación típica	Coste mínimo(€)	Coste medio(€)	Tiempo medio (sg)	Error estimado
50	20	0.25	20	2531.83	72893.04	75761.88	66.34	1184.92
50	40	0.25	20	894.17	72771.38	74041.11	131.25	418.48
50	60	0.25	20	625.84	72487.43	73389.29	205.96	292.90
50	80	0.25	20	771.93	71997.83	73117.64	315.87	361.27
50	100	0.25	20	811.53	71994.52	72916.16	520.29	379.80
250	20	0.25	21	1937.45	72143.48	74091.32	292.43	881.93
250	40	0.25	21	624.84	71998.69	72998.73	563.45	284.43
250	60	0.25	21	638.00	71197.95	72692.80	836.28	290.42
250	80	0.25	21	832.26	70639.50	72568.28	1253.79	378.85
250	100	0.25	21	834.32	70639.50	72554.43	2016.51	379.78
500	20	0.25	24	2284.68	70977.17	73108.02	591.29	964.89
500	40	0.25	24	776.74	70977.17	72301.14	1122.98	328.04
500	60	0.25	24	780.33	70179.95	71811.80	1814.35	329.56
500	80	0.25	24	797.56	69642.24	71529.41	2668.87	336.84
500	100	0.25	24	898.39	69642.24	71309.74	4070.57	379.42
50	20	0.50	28	2307.74	72515.80	75104.07	67.45	894.92
50	40	0.50	28	1157.62	71637.91	73975.31	130.76	448.92
50	60	0.50	28	847.19	71538.67	73084.10	205.56	328.53
50	80	0.50	28	952.61	70983.05	72776.14	315.16	369.41
50	100	0.50	28	984.65	70948.47	72716.20	515.50	381.84
250	20	0.50	24	2105.30	72532.64	74596.51	318.31	889.14
250	40	0.50	24	1477.76	72401.60	73494.51	567.62	624.11
250	60	0.50	24	827.53	71632.71	72897.72	894.14	349.49
250	80	0.50	24	873.88	70901.98	72710.44	1307.73	369.07
250	100	0.50	24	894.52	70901.98	72667.53	2113.64	377.79
500	20	0.50	28	1566.89	72433.72	74264.48	596.07	607.63
500	40	0.50	28	812.67	71851.06	73397.45	1111.79	315.15
500	60	0.50	28	837.11	71002.72	73061.29	1648.69	324.62
500	80	0.50	28	845.25	70747.47	72913.19	2344.28	327.78
500	100	0.50	28	963.13	69692.45	72840.46	3630.26	373.49
50	20	0.75	26	3092.86	72544.52	76474.73	66.08	1249.51
50	40	0.75	26	1395.18	72265.91	74721.84	128.76	563.65
50	60	0.75	26	1054.51	72230.00	73967.91	200.07	426.02
50	80	0.75	26	936.47	72122.34	73589.55	290.59	378.33
50	100	0.75	26	933.30	71946.87	73459.50	461.86	377.05
250	20	0.75	50	2373.44	71641.42	74981.01	292.79	671.31
250	40	0.75	50	1188.64	71641.42	73726.67	525.58	336.20
250	60	0.75	50	1249.30	71024.15	72990.22	841.05	353.35
250	80	0.75	50	1278.83	70677.99	72735.53	1315.92	361.71
250	100	0.75	50	1352.37	70262.69	72605.84	2329.96	382.51
500	20	0.75	50	2240.87	69608.88	73917.24	553.07	633.81
500	40	0.75	50	1541.96	69428.80	72891.40	1069.20	436.13
500	60	0.75	50	1601.96	69418.05	72428.40	1662.34	453.10
500	80	0.75	50	1607.41	69418.05	72132.20	2378.95	454.65
500	100	0.75	50	1535.83	69342.92	71982.30	3923.16	434.40

Tabla 6.18: Resultados obtenidos con elitismo

Para las ejecuciones con elitismo de la Tabla 6.18 se observa que el coste medio mejorará conforme se aumente el tamaño de la población. El tiempo crecerá considerablemente con el tamaño de la población, siendo casi proporcional al mismo. Los resultados muestran una mejora en la calidad de los mismos y en su dispersión con respecto a las ejecuciones sin elitismo, siendo las ejecuciones con valor límite de cruzamiento de 0.25 las que menores dispersiones muestran. El mejor coste medio se obtiene para la ejecución con tamaño de población 500 y valor de cruzamiento 0.25, siendo el coste de

71309.74 € y el menor coste mínimo para tamaño de población 500 y valor de cruzamiento de 0.75, con un coste de 69342.92 €.

6.2.6.2 Codificación mediante representación natural

Se han realizado ejecuciones, al igual que para la codificación binaria, con los valores de cruzamiento y mutación descritos en el punto 6.2.6 para tamaños de población de 50, 250 y 500 individuos y 100 generaciones, mostrando los resultados obtenidos para 20, 40, 60, 80 y 100 generaciones sin incluir elitismo en la Tabla 6.19 e incluyendo elitismo en la Tabla 6.20.

Resultados obtenidos sin aplicar elitismo

Tamaño población	Generaciones	Cruzamiento	Tamaño muestra	Desviación típica	Coste mínimo(€)	Coste medio(€)	Tiempo medio (sg)	Error estimado
50	20	0.25	50	4425.02	76418.61	84897.61	99.66	1251.58
50	40	0.25	50	5146.49	72528.37	84337.60	161.40	1455.65
50	60	0.25	50	5521.89	71256.66	83749.42	233.30	1561.83
50	80	0.25	50	5833.23	70738.95	83342.91	307.89	1649.89
50	100	0.25	50	5956.76	70652.69	82923.88	393.53	1684.83
250	20	0.25	50	3314.01	73431.08	81099.77	464.28	937.34
250	40	0.25	50	4437.39	70692.58	79797.80	707.18	1255.08
250	60	0.25	50	4742.36	69856.16	78926.84	992.49	1341.34
250	80	0.25	50	4879.38	69856.16	78075.84	1381.62	1380.10
250	100	0.25	50	4928.58	69856.16	77446.67	1932.87	1394.01
500	20	0.25	50	2935.62	72500.73	79660.63	934.78	830.32
500	40	0.25	50	4338.27	70198.88	77739.48	1456.52	1227.05
500	60	0.25	50	4714.07	69682.87	76912.12	2094.51	1333.34
500	80	0.25	50	4546.93	69421.72	76401.84	2949.38	1286.06
500	100	0.25	50	4374.38	69402.44	75666.02	4141.94	1237.26
50	20	0.50	50	3751.08	78952.38	86665.24	95.55	1060.96
50	40	0.50	50	5283.53	73330.49	84968.63	163.39	1494.41
50	60	0.50	50	6326.55	72046.27	83952.97	240.06	1789.42
50	80	0.50	50	6730.50	71212.41	83499.88	330.43	1903.67
50	100	0.50	50	6915.39	70870.22	83217.99	434.84	1955.97
250	20	0.50	50	2710.35	75508.95	81693.18	494.92	766.60
250	40	0.50	50	4141.38	70613.04	79745.80	791.00	1171.36
250	60	0.50	50	4879.18	69688.53	78313.91	1122.06	1380.04
250	80	0.50	50	4954.37	69688.53	77666.94	1560.53	1401.31
250	100	0.50	50	4990.23	69688.53	77405.97	2149.75	1411.45
500	20	0.50	50	2365.61	73407.78	79978.09	939.52	669.10
500	40	0.50	50	3082.98	71541.15	79008.08	1517.96	872.00
500	60	0.50	50	3983.87	70624.66	77796.65	2195.41	1126.81
500	80	0.50	50	4154.91	69916.80	76560.63	3027.40	1175.19
500	100	0.50	50	4292.37	69862.06	75915.21	4294.46	1214.07
50	20	0.75	50	3792.54	75458.58	85972.53	100.91	1072.69
50	40	0.75	50	4265.75	75458.58	85482.52	166.86	1206.54
50	60	0.75	50	4637.44	74277.35	85017.47	235.32	1311.67
50	80	0.75	50	5113.14	71415.02	84708.68	313.09	1446.22
50	100	0.75	50	5166.20	71343.54	84422.92	397.65	1461.22
250	20	0.75	50	2900.41	75568.33	82032.01	472.70	820.36
250	40	0.75	50	4506.46	70402.86	80286.70	753.00	1274.62
250	60	0.75	50	5448.15	69826.98	78928.23	1061.59	1540.97
250	80	0.75	50	5698.62	69798.65	78648.94	1445.63	1611.81
250	100	0.75	50	5743.62	69798.65	78597.87	1956.81	1624.54
500	20	0.75	50	2654.34	73114.82	80105.01	867.25	750.76
500	40	0.75	50	3478.99	70437.45	79446.91	1342.93	984.01
500	60	0.75	50	4210.38	69312.67	78527.02	1866.59	1190.87
500	80	0.75	50	4442.89	69164.70	77874.42	2570.69	1256.64
500	100	0.75	50	4524.36	69156.02	77274.76	3455.72	1279.68

Tabla 6.19: Resultados obtenidos sin elitismo

Para las ejecuciones sin elitismo de la Tabla 6.19 la tendencia es la misma que la observada en las ejecuciones con codificación binaria mejorando el coste medio y aumentando el tiempo de ejecución conforme se aumenta el tamaño de la población. Los resultados muestran un alto valor del error estimado, lo que indica gran dispersión de los mismos. El mejor coste medio se obtuvo con tamaño de población 500 y valor de cruzamiento de 0.25, siendo de 75666.02 € y el mejor coste mínimo con tamaño de población 500 y valor de cruzamiento de 0.75, siendo de 69156.02 €.

Resultados obtenidos aplicando elitismo

Tamaño población	Generaciones	Cruzamiento	Tamaño muestra	Desviación típica	Coste mínimo(€)	Coste medio(€)	Tiempo medio (sg)	Error estimado
50	20	0.25	50	4229.19	71039.16	77692.00	102.79	1196.20
50	40	0.25	50	3810.18	69684.43	73788.30	188.81	1077.68
50	60	0.25	50	3637.33	69258.89	72876.74	321.68	1028.79
50	80	0.25	50	3225.49	69247.49	72476.26	513.54	912.31
50	100	0.25	50	3043.51	69247.49	72301.17	797.64	860.83
250	20	0.25	50	2617.03	69723.17	74834.07	476.68	740.21
250	40	0.25	50	2291.18	69266.61	72298.01	770.11	648.04
250	60	0.25	50	2133.07	69192.21	71948.16	1241.20	603.32
250	80	0.25	50	2007.36	69189.07	71768.71	1928.63	567.77
250	100	0.25	50	1811.29	69189.07	71681.06	3082.31	512.31
500	20	0.25	20	2230.31	70264.64	74259.08	848.33	1043.81
500	40	0.25	20	2435.17	69070.20	71458.01	1441.28	1139.68
500	60	0.25	20	2251.68	68969.34	70870.74	2319.88	1053.81
500	80	0.25	20	1095.65	68969.34	70305.45	3728.59	512.77
500	100	0.25	20	799.20	68969.34	70129.04	5979.29	374.03
50	20	0.50	50	3960.77	73178.56	78716.22	101.98	1120.27
50	40	0.50	50	3524.37	70437.40	74543.31	184.23	996.84
50	60	0.50	50	2938.31	69523.89	73030.50	299.69	831.08
50	80	0.50	50	2316.53	69479.77	72484.16	480.07	655.21
50	100	0.50	50	2289.98	69479.77	72404.37	748.38	647.70
250	20	0.50	44	2718.74	71361.57	75241.24	422.61	819.73
250	40	0.50	44	1797.98	69649.18	72207.16	696.33	542.11
250	60	0.50	44	1427.88	69307.40	71491.25	1168.26	430.52
250	80	0.50	44	1254.07	69297.12	71334.19	1863.51	378.12
250	100	0.50	44	1252.82	69297.12	71259.04	2975.34	377.74
500	20	0.50	50	2467.55	70224.05	74963.44	868.29	697.93
500	40	0.50	50	2473.07	69187.49	72006.37	1404.14	699.49
500	60	0.50	50	2508.87	69172.51	71625.56	2226.06	709.62
500	80	0.50	50	2140.34	69172.51	71423.35	3523.18	605.38
500	100	0.50	50	1347.31	69172.51	71168.02	5796.63	381.08
50	20	0.75	50	3227.44	72684.28	77404.63	104.25	912.86
50	40	0.75	50	2158.10	69884.75	73562.39	186.58	610.40
50	60	0.75	50	1730.48	69391.68	72496.18	305.48	489.46
50	80	0.75	50	1696.06	69305.07	72197.48	482.10	479.72
50	100	0.75	50	1715.82	69305.07	72129.80	751.41	485.31
250	20	0.75	50	2778.18	71119.10	75598.99	483.86	785.79
250	40	0.75	50	1591.67	69928.20	72355.10	782.96	450.19
250	60	0.75	50	1407.37	69337.48	71633.17	1239.07	398.06
250	80	0.75	50	1372.67	69232.20	71429.57	1975.82	388.25
250	100	0.75	50	1378.87	69232.20	71383.31	3123.94	390.00
500	20	0.75	50	2891.22	71413.82	75529.96	910.00	817.76
500	40	0.75	50	1750.91	69438.21	72121.07	1359.66	495.23
500	60	0.75	50	1396.05	69109.97	71463.28	2121.17	394.86
500	80	0.75	50	1391.46	68996.87	71318.18	3440.81	393.56
500	100	0.75	50	1417.08	68996.87	71277.55	5583.01	400.81

Tabla 6.20: Resultados obtenidos con elitismo

Las ejecuciones con elitismo de la Tabla 6.20 muestran costes medios menores que los obtenidos con las otras ejecuciones de GA, aunque los tiempos de ejecución son más elevados. La dispersión de los resultados es elevada. El menor coste medio y mínimo se obtendrá para la ejecución con tamaño de población 500 y valor de cruzamiento de 0.25, siendo el valor para el menor coste medio de 70129.04€ y de 68969.34 € para el menor coste mínimo.

Las soluciones de menor coste se han obtenido, en todos los casos, para un tamaño de población de 500 y un valor menor de 0.25 para la probabilidad de cruzamiento. Por lo que se puede concluir que las mejores soluciones se obtendrán con los mayores tamaños de población y con las menores probabilidades de cruzamiento, además, estas soluciones mejoran considerablemente si se incluye el elitismo. Por otro lado, los resultados obtenidos con la codificación natural serán mejores que los de la codificación binaria.

6.3 Comparación de soluciones

En este apartado se muestran y comparan la pila construida y las de los menores costes obtenidos para cada una de las heurísticas y sus variantes estudiadas. Se compararán las distintas variables obtenidas, tanto para el soporte como para la zapata, que junto con los parámetros definirán la pila. Además, se mostrarán las diferentes mediciones, cuantías y costes para las diferentes soluciones.

6.3.1 Dimensiones, hormigones y armados

La Tabla 6.1 muestra los valores de los diferentes parámetros, datos del problema, para las distintas heurísticas aplicadas en este Capítulo. A continuación se muestran las diferentes características y valores de las dimensiones y armados para todas las variables definidas y que darán, junto con los parámetros, la definición completa de la pila.

6.3.1.1 Soporte

En la Tabla 6.21 se muestran los diferentes espesores de las paredes del soporte en metros y los distintos tipos de hormigones obtenidos en las soluciones de menores costes de las diferentes heurísticas y de la pila construida, para los 6 tramos en los que se han definido. La Tabla 6.22 mostrará el número de barras a disponer en cada lado para cada tramo y la Tabla 6.23 los diámetros de dicha armadura. El croquis con las variables de la sección hueca del soporte se muestra en la Figura 4.1.

	Construida	RW	DLS	TA	SA	AS	ACS	ASO1	ASO2	GEN1	GEN2
b(1,1)	0.400	0.550	0.250	0.350	0.400	0.250	0.300	0.375	0.250	0.250	0.250
b(1,2)	0.400	0.450	0.250	0.350	0.275	0.250	0.300	0.375	0.250	0.250	0.250
b(1,3)	0.400	0.450	0.250	0.275	0.275	0.250	0.275	0.250	0.250	0.250	0.250
b(1,4)	0.400	0.450	0.250	0.275	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250
b(1,5)	0.400	0.275	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250
b(1,6)	0.400	0.275	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250
b(2,1)	0.400	0.350	0.350	0.425	0.325	0.275	0.425	0.250	0.300	0.250	0.400
b(2,2)	0.400	0.350	0.300	0.425	0.325	0.275	0.325	0.250	0.300	0.250	0.400
b(2,3)	0.400	0.275	0.250	0.300	0.300	0.250	0.250	0.250	0.300	0.250	0.250
b(2,4)	0.400	0.275	0.250	0.300	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250
b(2,5)	0.400	0.275	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250
b(2,6)	0.400	0.275	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250	0.250
fcks(1)	25	35	45	45	50	50	45	45	50	40	40
fcks(2)	25	30	40	35	45	40	45	45	40	40	40
fcks(3)	25	30	35	30	30	35	35	35	40	35	35
fcks(4)	25	30	30	25	30	30	30	30	30	30	30
fcks(5)	25	30	25	25	25	25	25	25	30	25	25
fcks(6)	25	30	25	25	25	25	25	25	25	25	25

Tabla 6.21: Espesores de las caras y hormigones de los soportes

A la vista de los resultados de la Tabla 6.21 cabe comentar que los valores de los espesores de las paredes del soporte, expresados en metros, son constantes en la pila construida y en la solución de menor coste obtenida para GA con codificación binaria (GEN1), el resto de soluciones tomarán espesores variables, cercanos a los mínimos, llegando en todos los casos a los mínimos en los tramos superiores. No se encuentra gran diferencia entre los espesores dispuestos en dirección longitudinal ($b(1,i)$) y en transversal ($b(2,i)$), aunque estos últimos son algo menores.

Los hormigones, expresados con su resistencia a compresión simple característica a 28 días en MPa, irán descendiendo en resistencia conforme el tramo va ascendiendo llegando en secciones altas con los hormigones de menor resistencia posible, HA-25, que son los más baratos. La necesidad de hormigones de mayor resistencia en las secciones inferiores del soporte es debida a que dichas secciones deben soportar tensiones máximas de compresión mayores, por un lado el ELS de fisuración limita la tensión máxima de compresión para la combinación más desfavorable a $0.6 \cdot f_{ck}$ y por otro lado para que se verifique el ELU de fatiga del hormigón se deberá verificar la expresión 4.13, en la que la tensión máxima de una sección en una fibra bajo la combinación frecuente dividida por la resistencia a compresión del hormigón estará limitada.

En la Tabla 6.22, que se muestra a continuación, se puede observar el número de barras a disponer en cada lado para cada tramo del soporte en la pila construida y en las de costes mínimos obtenidas.

	Construida	RW	DLS	TA	SA	AS	ACS	ASO1	ASO2	GEN1	GEN2
baes(1,1)	42	20	16	16	22	25	28	19	45	39	29
baes(1,2)	42	20	16	16	22	25	28	19	45	20	15
baes(1,3)	42	20	16	16	22	25	28	19	23	20	15
baes(1,4)	42	20	16	16	22	25	28	19	23	20	15
baes(1,5)	42	20	16	16	22	25	28	19	23	20	15
baes(1,6)	42	20	16	16	22	25	28	19	23	20	15
bais(1,1)	30	18	13	13	15	19	19	15	33	14	14
bais(1,2)	30	18	13	13	15	19	19	15	33	14	14
bais(1,3)	30	18	13	13	15	19	19	15	17	14	14
bais(1,4)	30	18	13	13	15	19	19	15	17	14	14
bais(1,5)	30	18	13	13	15	19	19	15	17	14	14
bais(1,6)	30	18	13	13	15	19	19	15	17	14	14
baes(2,1)	22	10	11	8	8	22	12	21	12	8	23
baes(2,2)	22	10	11	8	8	22	12	21	12	8	23
baes(2,3)	22	10	11	8	8	11	12	21	12	8	12
baes(2,4)	22	10	11	8	8	11	12	21	12	8	12
baes(2,5)	22	10	11	8	8	11	12	21	12	8	12
baes(2,6)	22	10	11	8	8	11	12	21	12	8	12
bais(2,1)	14	5	9	6	6	8	8	7	10	7	12
bais(2,2)	14	5	9	6	6	8	8	7	10	7	12
bais(2,3)	14	5	9	6	6	8	8	7	10	7	12
bais(2,4)	14	5	9	6	6	8	8	7	10	7	12
bais(2,5)	14	5	9	6	6	8	8	7	10	7	12
bais(2,6)	14	5	9	6	6	8	8	7	10	7	12

Tabla 6.22: Número de barras en las caras del soporte

El número de barras en las caras del soporte vendrá asociado a la magnitud de la cara que cubren y a la separación de las mismas, tal como se explicó en el punto 4.1.1, por lo que, en general, será mayor cuanto mayor sea la cara que cubren, aunque este estrechamente relacionado con el diámetro de dichas barras. Tanto el número como el diámetro de las barras disminuirán, en general, con la altura del soporte, ya que, los esfuerzos a resistir serán menores.

La Tabla 6.23 muestra los diámetros de las barras en las distintas caras del soporte.

	Construida	RW	DLS	TA	SA	AS	ACS	ASO1	ASO2	GEN1	GEN2
diaes(1,1)	25	20	25	20	16	12	16	12	12	12	16
diaes(1,2)	25	20	25	20	16	12	12	12	12	12	16
diaes(1,3)	25	20	12	16	16	12	12	12	12	12	12
diaes(1,4)	16	16	12	16	12	12	12	12	12	12	12
diaes(1,5)	16	16	12	16	12	12	12	12	12	12	12
diaes(1,6)	16	16	12	16	12	12	12	12	12	12	12
diais(1,1)	25	20	12	16	12	12	16	12	12	12	20
diais(1,2)	25	20	12	16	12	12	16	12	12	12	20
diais(1,3)	25	20	12	16	12	12	12	12	12	12	16
diais(1,4)	16	20	12	16	12	12	12	12	12	12	16
diais(1,5)	16	20	12	16	12	12	12	12	12	12	16
diais(1,6)	16	12	12	16	12	12	12	12	12	12	16
diaes(2,1)	25	20	20	25	25	20	20	20	20	32	12
diaes(2,2)	25	20	20	25	25	20	20	20	20	32	12
diaes(2,3)	25	20	20	16	16	16	12	16	20	12	12
diaes(2,4)	16	12	20	16	16	12	12	12	12	12	12
diaes(2,5)	16	12	20	12	16	12	12	12	12	12	12
diaes(2,6)	16	12	20	12	16	12	12	12	12	12	12
diais(2,1)	25	20	12	12	20	12	12	20	20	20	12
diais(2,2)	25	20	12	12	16	12	12	12	20	20	12
diais(2,3)	25	12	12	12	16	12	12	12	12	20	12
diais(2,4)	16	12	12	12	16	12	12	12	12	20	12
diais(2,5)	16	12	12	12	16	12	12	12	12	20	12
diais(2,6)	16	12	12	12	16	12	12	12	12	20	12

Tabla 6.23: Diámetro de las barras del soporte

El diámetro de las barras irá ligado, tal como se ha comentado anteriormente, al número de las mismas, así la solución del TA será la que menor número de barras disponga y en contrapartida la de mayores diámetros. En general, las mejores soluciones obtenidas con métodos poblacionales mostrarán un mayor número de barras y menores diámetros que las alcanzadas con métodos de búsqueda local. Por otro lado, el número de barras en las caras exteriores será igual o mayor que en las interiores por ser de mayor longitud y brazo mecánico.

Se comprueba que en las mejores soluciones encontradas el armado vertical del soporte en las secciones irá condicionado por la flexocompresión en rotura y el cortante transversal, sin fisurar en ningún caso. Destacar, además, que ninguna de las soluciones del soporte dispondrá cercos de cortante, ya que esto supondría un aumento del coste no justificado por tener este tipo de secciones una elevada resistencia a cortante.

La cabeza del soporte se ha calculado con dimensiones fijas, que serán las de la sección exterior en planta y 3.00 metros de altura. El tipo de hormigón obtenido será HA-25, en todos los casos, excepto para la mejor solución del Random Walk que será HA-30. La armadura dispuesta es la explicada en el apartado 4.2.2 y está detallada en la Figura 4.5, será igual en todos los casos por disponerse directamente la que se obtiene de los cálculos. El número de barras resultantes para cada heurística se muestran en la Tabla 6.24.

	Construida	RW	DLS	TA	SA	AS	ACS	ASO1	ASO2	GEN1	GEN2
Asmal	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Asmat	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Asmsu	61	61	61	61	61	61	61	61	61	61	61
Asmti	37	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35
Asmli	68	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65
Acm	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

Tabla 6.24: Variables armado cabeza del soporte

6.3.1.2 Zapata

Los armados y dimensiones de las zapatas, que corresponden a los soportes mostrados en el apartado anterior para la pila construida y las de menores costes obtenidos son los expuestos en la Tabla 6.25. Las variables que en dicha Tabla se muestran son las expuestas en el apartado 4.1.1 y en la Figura 4.2.

	Construida	RW	DLS	TA	SA	AS	ACS	ASO1	ASO2	GEN1	GEN2
hz	2.90	2.40	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30	2.30
Lz	11.50	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50	8.50
Tz	11.50	11.00	10.75	10.75	10.75	10.75	10.75	10.75	10.75	10.75	10.75
Areazap	132.25	93.50	91.38	91.38	91.38	91.38	91.38	91.38	91.38	91.38	91.38
Lp	11.50	7.20	7.00	7.00	7.00	7.00	7.00	7.00	7.00	7.00	7.00
Tp	11.50	9.44	9.25	9.24	9.24	9.24	9.24	9.24	9.24	9.24	9.24
fckz	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
bzt	77	82	55	82	82	55	55	82	33	55	55
bzl	69	86	105	105	105	105	105	105	105	70	105
Nct	2	3	1	3	3	1	4	3	3	1	4
Ncl	3	1	4	4	4	4	1	1	4	1	4
dzbt	25	16	32	16	16	32	16	16	25	32	16
dzbl	25	32	12	12	12	12	25	25	12	32	12
dzst	0	16	16	12	12	16	16	12	20	16	16
dzsl	0	16	12	12	12	12	12	12	12	16	12
dpst	16	20	16	12	12	16	16	12	20	16	16
dpsl	16	20	12	12	12	12	12	12	12	16	12

Tabla 6.25: Resultados zapatas

Respecto a la geometría de las zapatas cabe comentar que excepto la de la pila construida, la obtenida mediante RW y DLS todas las zapatas tendrán las mismas dimensiones, las cuales ajustarán la tensión admisible permitida a la tensión máxima de pico obtenida tanto en dirección longitudinal como en transversal. La convergencia de todas las heurísticas a la misma geometría de zapata es un signo del buen funcionamiento de las mismas, ya que todas llegan a la que se supone mejor forma. Dicha zapata será rectangular con dimensiones mayores en dirección transversal, que es la de mayores cargas, siendo el área de la base de 91.38 m² y su canto de 2.30 metros.

El hormigón obtenido ha sido, en todos los casos, HA-25 por ser el más económico y no tener que resistir las secciones de la zapata compresiones importantes que dieran lugar a tensiones máximas elevadas.

El armado de la base de la zapata dependerá del número de barras dispuestas en cada una de las dos direcciones (longitudinal y transversal), del número de capas y del diámetro de las mismas. La menor área de armado en dirección longitudinal la tendrán el DLS, TA, SA, AS y ASO2 siendo de 474.77 cm², la máxima área de las heurísticas estudiadas la tendrá GEN1 con 562.69 cm², aunque será mayor el área dispuesta por el RW (691.30 cm²) y la de la pila construida (1015.59 cm²). En sentido transversal, el menor área de armadura lo dispondrán DLS, AS, ACS, GEN 1 y GEN 2 con 442.11 cm², disponiendo el máximo de las heurísticas el TA, SA, ASO1 y RW con 494.36 cm², el armado del ASO2 será intermedio entre los dos anteriores (485.72 cm²) y el mayor de todos los armados será el de la pila construida con 755.56 cm².

6.3.2 Mediciones, costes y tiempos

Con los parámetros definidos en la Tabla 6.1 y los valores de las variables dadas en los apartados anteriores las mediciones y cuantías de las pilas serán las reflejadas en la Tabla 6.26. Aplicando los costes unitarios a las mediciones se obtendrán los costes de la Tabla 6.27. La Tabla 6.28 mostrará los costes y tiempos necesarios de la heurística para realizar el experimento con menor coste.

		Construida	RW	DLS	TA	SA	AS	ACS	ASO1	ASO2	GEN1	GEN2
Zapata	Excavación(m3)	619.65	395.85	374.85	374.85	374.85	374.85	374.85	374.85	374.85	374.85	374.85
	Relleno(m3)	236.12	202.09	195.31	195.39	195.39	195.39	195.39	195.39	195.39	195.39	195.39
	Armadura(kg)	26463.32	16375.68	10857.77	11020.99	11020.99	10856.97	11137.38	11301.41	11124.41	11760.86	10856.97
	Encofrado(m2)	133.40	112.27	108.28	108.32	108.32	108.32	108.32	108.32	108.32	108.32	108.32
	Hormigón(m3)	396.75	203.11	188.68	188.60	188.60	188.60	188.60	188.60	188.60	188.60	188.60
	kg arm./m3 horm.	66.70	80.62	57.55	58.44	58.44	57.57	59.05	59.92	58.98	62.36	57.57
Zona maciza soporte	Armadura(kg)	4208.92	3927.62	3927.62	3927.62	3927.62	3927.62	3927.62	3927.62	3927.62	3927.62	3927.62
	Encofrado(m2)	57.22	57.22	57.22	57.22	57.22	57.22	57.22	57.22	57.22	57.22	57.22
	Hormigón(m3)	37.75	37.75	37.75	37.75	37.75	37.75	37.75	37.75	37.75	37.75	37.75
	kg arm./m.l.soporte	175.59	163.86									
	kg arm./m3 horm.	111.49	104.04									
Zona hueca soporte	Armadura(kg)	18855.15	7875.73	6025.86	5832.70	5611.07	5705.38	5817.82	5604.41	6196.45	5585.11	5851.73
	Encofrado(m2)	556.91	564.52	580.68	572.51	577.70	581.47	578.20	579.09	579.88	582.07	578.49
	Hormigón(m3)	111.38	105.76	74.22	86.13	79.01	73.39	78.61	79.23	75.06	72.76	76.52
	kg arm./m.l.soporte	786.61	328.57	251.39	243.33	234.09	238.02	242.71	233.81	258.51	233.00	244.13
	kg arm./m3 horm.	169.29	74.47	81.19	67.72	71.01	77.74	74.01	70.73	82.55	76.76	76.47

Tabla 6.26: Mediciones y cuantías

Las heurísticas cuya geometría de zapatas es igual dispondrán, por lo tanto, las mismas mediciones de excavación, relleno, encofrado y volumen de hormigón, siendo estas mayores conforme mayor sea la zapata. Los Kg de armadura obtenidos son similares para todas las heurísticas, aunque los menores son los del AS y del GEN2. La cuantía de armadura en las zapatas obtenidas estará entorno a 60 Kg por m³ de hormigón.

La zona maciza del soporte será prácticamente igual en todos los casos por ser de dimensiones iguales, mismo hormigón y armados similares. Las cuantías estarán entorno a 100 kilos por metro cúbico de hormigón.

En la zona hueca del soporte destacar que la solución con menos kilos de armadura obtenida es la de GEN1 con 5585.11 Kg, la solución de las heurísticas con más kilos será la de ASO2 con 6196.45, aunque la solución del RW con 7875.73 Kg y la construida con 18855.15 Kg son superiores. Los metros cuadrados de encofrado serán similares, en todas las soluciones, por ser la cara exterior igual para todas las soluciones y la interior tener pequeñas variaciones. El volumen de hormigón mínimo será para GEN1 con 72.76 m³ y el máximo para TA con 86.13 m³, siendo superior el del RW con 105.76 m³ y el de la construida con 111.38 m³. La cuantía mayor de las heurísticas será la de ASO2 con 82.55 kilos por metro cúbico de hormigón y la menor la del TA con 67.72. Estas cuantías serán inferiores a las de la zona maciza del soporte, por ser esta una zona de cargas concentradas donde el armado necesario es superior.

Aplicando los costes unitarios de la Tabla 4.4 a las mediciones anteriores se obtendrán los costes de cada una de ellas y sumando estos los totales:

		Construida	RW	DLS	TA	SA	AS	ACS	ASO1	ASO2	GEN1	GEN2
Zapata	Excavación	1865.15	1191.51	1128.30	1128.30	1128.30	1128.30	1128.30	1128.30	1128.30	1128.30	1128.30
	Relleno	1135.76	972.05	939.42	939.81	939.81	939.81	939.81	939.81	939.81	939.81	939.81
	Armadura	19318.22	11954.25	7926.17	8045.32	8045.32	7925.59	8130.29	8250.03	8120.82	8585.43	7925.59
	Encofrado	2401.20	2020.82	1948.95	1949.80	1949.80	1949.80	1949.80	1949.80	1949.80	1949.80	1949.80
	Hormigón	22793.29	11668.76	10839.74	10835.11	10835.11	10835.11	10835.11	10835.11	10835.11	10835.11	10835.11
	TOTAL	47513.62	27807.39	22782.58	22898.34	22898.34	22778.61	22983.31	23103.05	22973.84	23438.45	22778.61
Zona maciza soporte	Armadura	3072.51	2867.16	2867.16	2867.16	2867.16	2867.16	2867.16	2867.16	2867.16	2867.16	2867.16
	Encofrado	3667.32	3667.32	3667.32	3667.32	3667.32	3667.32	3667.32	3667.32	3667.32	3667.32	3667.32
	Hormigón	2180.18	2336.47	2180.18	2180.18	2180.18	2180.18	2180.18	2180.18	2180.18	2180.18	2180.18
	TOTAL	8920.01	8870.95	8714.66								
Zona hueca soporte	Armadura	13764.26	5749.29	4398.89	4257.87	4096.10	4164.93	4247.01	4091.20	4523.42	4077.12	4271.77
	Encofrado	27158.32	27535.15	28335.15	27930.36	28187.44	28374.28	28212.19	28256.11	28295.23	28403.82	28226.57
	Hormigón	6432.31	6573.22	4831.10	5360.97	5200.15	4786.93	5244.15	5302.40	5068.12	4708.87	4977.73
	TOTAL	47354.89	39857.66	37565.14	37549.20	37483.69	37326.14	37703.35	37649.71	37886.77	37189.81	37476.07
Pila	TOTAL	103788.52	76536.00	69062.38	69162.20	69096.69	68819.41	69401.32	69467.42	69575.27	69342.92	68969.34

Tabla 6.27: Costes

Las soluciones de las mejores zapatas obtenidas mediante heurísticas tendrán los mismos costes en excavación, relleno, armado, encofrado y hormigón, por se la geometría de todas igual. La única diferencia en el coste de las mismas será, por lo tanto, en el armado siendo el menor el encontrado con la solución del AS y con la de GEN2.

La zona maciza del soporte tendrá, por ser iguales, los mismos costes para todas las heurísticas. Para la zona hueca del soporte el menor coste total será el de GEN1 al tener el mínimo coste de hormigón y de armadura. El precio de encofrados será similar en todos los casos.

La pila de menor coste total obtenida para las heurísticas será la del AS con 68819.41 € y la de mayor la del ASO2 con 69575.27 €, siendo la diferencia entre ellas del orden del 1% el coste de la menor, por lo que se puede decir que todas las heurísticas llegan a soluciones de menores costes similares.

La Tabla 6.28 mostrará los costes mínimos obtenidos por las diferentes heurísticas en euros y los tiempos empleados por las mismas para realizar el experimento con menor coste en sg.

	DLS	TA	SA	AS	ACS	ASO1	ASO2	GEN1	GEN2
Costes (€)	69062.38	69162.20	69096.69	68819.41	69401.32	69467.42	69575.27	69342.92	68969.34
Tiempos (sg)	71.41	416.45	415.31	3762.50	2966.86	2063.11	2085.24	3973.58	6349.70

Tabla 6.28: Costes mínimos y tiempos de ejecución

Los métodos poblacionales utilizan tiempos de ejecución muy superiores a los de búsqueda local, lo cual se puede deber a que el número de soluciones que manejan durante el proceso de cálculo es mucho más elevado. Dentro de los métodos poblacionales el ASO1 y el ASO2 son los que necesitan menores tiempos para completar la ejecución.

6.3.3 Conclusiones

Respecto a los algoritmos de optimización decir que:

- Se ha demostrado que se pueden emplear métodos heurísticos para el diseño automatizado y optimizado de pilas rectangulares huecas de hormigón armado. Los tiempos computacionales son aceptables para la realización de aplicaciones prácticas.
- La pila construida tendrá un coste mucho mayor que las mejores encontradas por los diferentes métodos heurísticos estando la principal diferencia en el coste de la zapata. La zona hueca del soporte también supondrá un ahorro respecto a las encontradas por las heurísticas, aunque menor que el de la zapata. El coste total de la pila construida será de 103788.52 €.
- Los tiempos empleados por los métodos poblacionales serán, en general, mayores a los utilizados por los métodos de búsqueda local. Esto se puede deber a que el número de soluciones que manejan es más elevado por operar con poblaciones y no con una única solución.
- El Random Walk (RW) no es una estrategia de optimización aunque mejorará los precios de la construida. La mejor pila tendrá un coste de 76536.00 €.
- El método del gradiente se puede emplear para determinar un movimiento adecuado que se aplique en el SA y en el TA, esto dará información sobre el espacio de soluciones. La mejor solución encontrada por este método tiene un coste de 69062.38 € mejorando en un 9.76% la encontrada con el RW.
- Las soluciones de menor coste a las que se ha llegado con el TA y con el SA se obtuvieron, en ambos casos, para un rango de selección del 10%-30%, una longitud de cadena de 1000 iteraciones y un coeficiente de disminución del umbral de 0.95. Dichas soluciones son

similares en valor a la del DLS sin embargo, aunque el tiempo de computación es más elevado, hay ejecuciones de estas heurísticas en las que la dispersión de resultados es mucho menor que en las del DLS.

- Las mejores soluciones obtenidas por los métodos poblacionales son de coste similar a las de los métodos de búsqueda local. Tienen, al igual que los métodos de búsqueda local, ejecuciones con dispersión de resultados muy bajas. El AS y el ACS tienen ejecuciones con tiempos muy elevados, sin que esto garantice soluciones de costes reducidos. El AS dará la solución de menor coste encontrada por todas las heurísticas siendo este de 68819.41 €, aunque por los resultados obtenidos con esta heurística en las que en muchas ejecuciones se muestra una alta dependencia de la solución final de la inicial siendo los costes medios elevados y la dispersión de resultados alta, no parece si no que sea fruto de la casualidad.
- En GA se obtuvieron mejores soluciones, en todos los casos, para tamaños de población elevado (500) y un valor de probabilidad que posibilite el cruzamiento pequeño (0.25). Además, estas soluciones se mejorarán considerablemente si se incluye el elitismo y se utiliza la codificación mediante representación natural.
- Los costes obtenidos para las soluciones del ASO1 y ASO2 serán bajos con dispersiones de resultados pequeñas y tiempos de ejecución aceptables, especialmente para las ejecuciones con valores iniciales de $\alpha=0.8$ y $\beta=0.2$, donde α será el coeficiente que multiplique a las trazas (información del sistema) y β representa el peso aplicado para la aleatoriedad en la elección de soluciones, dando importancia a la exploración del espacio de soluciones. Por todo lo anterior, además de por la ventaja que representa ASO2 al poderlo aplicar a problemas con diferentes número de variables y distinto espacio de soluciones sin ser necesario un estudio previo de la factibilidad de las soluciones será la heurística elegida para realizar el estudio paramétrico de los Capítulos 7, 8 y 9.

Respecto al cálculo de estructuras, decir que:

- En estructuras óptimas es habitual que los espesores de las paredes del soporte, armado y tipo de hormigón decrezca en altura, ya que conforme las secciones se alejan de los apoyos los esfuerzos van siendo mayores.
- En las paredes del soporte, de las mejores soluciones obtenidas, no se encuentra gran diferencia entre los espesores dispuestos en longitudinal (avance de PKs) y en transversal (perpendicular al avance de PKs), aunque estos últimos son algo mayores.
- Se comprueba que en las mejores soluciones encontradas el armado vertical del soporte en las secciones irá condicionado por la flexocompresión en rotura y el cortante transversal, sin fisurar en ningún caso. También se verificará correctamente la comprobación de fatiga. Aunque se ajusten los coeficientes de seguridad de cortante transversal se buscará que el

soporte verifique esta comprobación sin armadura de cortante, ya que esto supondría colocar mínimos de armadura de cortante en un tramo lo cual aumentaría los costes considerablemente.

- Se muestra la necesidad de hormigones de mayor resistencia en las secciones cercana a la base del soporte por tener mayores tensiones máximas de compresión. Se deberá verificar el ELS de fisuración que limita la tensión máxima de compresión en la combinación más desfavorable a $0,6 \cdot f_{ck}$ y por otro lado el ELU de fatiga del hormigón que deberá cumplir la expresión 4.13, en la que la tensión máxima de una sección en una fibra bajo la combinación frecuente dividida por la resistencia a compresión del hormigón estará limitada.
- El armado en cabeza del soporte será igual en todos los casos por disponerse directamente el que se obtiene de los cálculos y por ser las dimensiones de dicha cabeza iguales.
- Respecto a la zapata decir que: todas las heurísticas llegarán a la misma geometría de zapata en su solución de menor coste encontrada. Dicha geometría ajustará la tensión admisible permitida a la tensión máxima de pico obtenida tanto en dirección longitudinal como en transversal. El hormigón dispuesto será HA-25 por ser el más económico y no tener que resistir compresiones importantes que dieran lugar a tensiones máximas elevadas. El armado dispuesto será el necesario para soportar los esfuerzos en la misma y se ajustará a la flexión y cortante. En las zapatas, a diferencia que en los soportes, se producirá fisuración, siendo la abertura de fisura menor que la máxima permitida para las mejores soluciones mostradas en el apartado anterior.

Capítulo 7. ESTUDIO PARAMÉTRICO DE PILAS: VIADUCTOS DE CARRETERA

En este Capítulo se realizará un estudio paramétrico de pilas para viaductos de carretera. Se han empleado distintas luces de vano (40, 50 y 60 metros), para cada una de las cuales se estudiaron soportes de 20, 30, 40, 50 y 60 metros de altura, siendo el número de secciones base consideradas de 6, 8, 10, 12 y 14, respectivamente, al ser la altura de trepa del encofrado de 5.00 metros y espesor de la zona maciza del soporte de 3.00 metros. Con todo esto se realizará el correspondiente estudio comparativo de los resultados obtenidos para las diversas pilas.

7.1 Pilas a optimizar

Las pilas parametrizadas pertenecerán a viaductos de carretera rectos en los cuales se ha supuesto un ancho total de los tableros (ver Apéndice 1) de 11.80 m, dejando los 7.00 m centrales de la sección para dos carriles de 3.50 m cada uno y 2.40 m a cada lado para los arcenes y disposición de la barrera de protección. Al tener los viaductos diferentes luces variará, en la sección transversal de los mismos, el canto manteniendo relaciones canto/luz similares y el ancho de las almas por tener que disponer de un mayor pretensado. Como los vanos son de luz elevada y las pilas son altas se ha supuesto que los viaductos serían de gran longitud disponiéndose en cada pila apoyos dobles tipo POT guiados en sentido longitudinal (avance de PKs) y sólo uno guiado en sentido transversal para permitir la libre dilatación del tablero en esta dirección mientras que el fijo transmitirá las reacciones horizontales transversales del tablero a la pila.

La dimensión transversal exterior de los soporte será constante en toda su altura e igual a los fondos de los tableros (5.50 m), la dimensión longitudinal también será constante en toda su altura pero al contrario que en el Capítulo 6, que su valor era un parámetro del problema, en este Capítulo y en el 8 será una variable cuyos valores posibles irán de 1.00 a 5.00 m, variando de 0.05 m en 0.05 m, por lo que se tendrán 81 valores posibles. Esta dimensión longitudinal deberá ser mayor a la del apoyo más 0.20 m, para que al menos hayan 0.10 m del final del mismo al borde del soporte. La Tabla 7.1 muestra, para el soporte, la zapata y la pila completa, el número de valores posibles que pueden tomar las variables y el tamaño del espacio de soluciones para las diferentes alturas del soporte.

Altura soporte(m)	Número de variables			Tamaño del espacio de soluciones		
	Soporte	Zapata	Total	Soporte	Zapata	Total
20	914	396	1310	2.74E+28	5.76E+16	1.58E+45
30	1094	396	1490	4.94E+30	5.76E+16	2.84E+47
40	1274	396	1670	2.15E+32	5.76E+16	1.24E+49
50	1454	396	1850	4.17E+33	5.76E+16	2.40E+50
60	1634	396	2030	4.81E+34	5.76E+16	2.77E+51

Tabla 7.1: Número de variables y tamaño del espacio de soluciones

En la Tabla 7.2 se mostrarán diferentes parámetros de las pilas que serán iguales para todas ellas independientemente de las luces de los vanos y de su altura. Las rigideces en cabeza del soporte se han tomado nulas en los Capítulos de estudios paramétricos (7, 8 y 9), lo que está del lado de la seguridad, ya que sería mayor que cero en todos los casos, esta rigidez iría cambiando para todas las pilas del viaducto durante el proceso de optimización de las mismas lo cual está fuera de los objetivos de este trabajo al depender no sólo de la pila a estudio quedando pendiente para otros trabajos futuros. El resto de parámetros de carga, armado, normativa y tipo de exposición serán los descritos en el Capítulo 4.

Parámetros pilas	Notación y valores
Dimensión transversal del soporte	$a(1,i) = 5.50$ m
Altura zona maciza soporte	$H_m = 3.00$ m
Altura trepa encofrado	$H_t = 5.00$ m
Número de apoyos	$N_a = 2$
Separación apoyos	$S_a = 3.80$ m
Rigidez longitudinal muelle cabeza de soporte	0.00 KN/m
Rigidez transversal muelle cabeza de soporte	0.00 KN/m

Tabla 7.2: Parámetros pilas viaductos carretera

De las luces de los vanos dependerán las secciones transversales de los tableros y diferentes parámetros empleados en el cálculo de las pilas (ver Tablas 7.3, 7.4 y 7.5), estos son: las reacciones verticales sobre los soportes, los aparatos de apoyo a disponer y la acción horizontal longitudinal (avance PKs) del tablero sobre el soporte. Los aparatos de apoyo vendrán definidos en función de los movimientos que permiten, de la carga vertical que soportan y de las dimensiones de la placa que descansa sobre el soporte, la primera dimensión dispuesta será la transversal y la segunda la longitudinal, siendo esta última limitante para la dimensión del soporte en este sentido. La acción horizontal longitudinal (avance PKs) se considerará como una acción permanente de valor un 5% el de las acciones permanentes verticales del tablero y vendrá a representar la fuerza de rozamiento que realizaría el tablero al desplazarse sobre los apoyos. El resto de acciones horizontales longitudinales sobre el soporte, como el frenado, serán nulas por considerarse los dos apoyos libres en esta dirección teniendo que disponer para soportar estos esfuerzos algún estribo del viaducto fijo o utilizar un determinado grupo de pilas donde este movimiento longitudinal no esté permitido.

Parámetros pilas. Vano 40 m de luz	Notación y valores
Reacciones permanentes carga ELS	4400, 4400 KN
Reacciones máxima carga ELS	6260, 5028 KN
Reacciones máximo par ELS	6521, 3823 KN
Reacciones mínima carga ELS	4400, 4400 KN
Apoyo POT Unidireccional	PU-700 (0.668x0.770) m
Apoyo POT Libre	PL-700 (0.668x0.731) m
Rozamiento apoyos	440 KN

Tabla 7.3: Parámetros pilas viaductos carretera. Vano 40 m de luz

Parámetros pilas. Vano 50 m de luz	Notación y valores
Reacciones permanentes carga ELS	6020, 6020 KN
Reacciones máxima carga ELS	8116, 6884 KN
Reacciones máximo par ELS	8442, 5378 KN
Reacciones mínima carga ELS	6020, 6020 KN
Apoyo POT Unidireccional	PU-900 (0.757x0.862) m
Apoyo POT Libre	PL-900 (0.757x0.816) m
Rozamiento apoyos	602 KN

Tabla 7.4: Parámetros pilas viaductos carretera. Vano 50 m de luz

Parámetros pilas. Vano 60 m de luz	Notación y valores
Reacciones permanentes carga ELS	7969, 7969 KN
Reacciones máxima carga ELS	10301, 9069 KN
Reacciones máximo par ELS	10692, 7262 KN
Reacciones mínima carga ELS	7969, 7969 KN
Apoyo POT Unidireccional	PU-1200 (0.874x0.980) m
Apoyo POT Libre	PL-1200 (0.874x0.923) m
Rozamiento apoyos	797 KN

Tabla 7.5: Parámetros pilas viaductos carretera. Vano 60 m de luz

Por considerarse el viaducto recto y en una zona en la que la aceleración sísmica básica sería menor que la que marca la instrucción NCSE-02¹⁰⁶ para tenerse en cuenta la misma, la única reacción horizontal transversal sobre las pilas que provenga del tablero será el viento en el mismo. Además del viento sobre el tablero se consideró el aplicado sobre el soporte, igual que en el Capítulo 6. La Tabla 7.6 mostrará la acción del viento del tablero sobre la pila, la cual dependerá de la longitud de vano y de la altura de las mismas.

Acción viento del tablero		Notación y valores
<u>Vano 40 m de luz</u>		
Altura pila 20 m		$R_{\text{viento}} = 442 \text{ KN}$
Altura pila 30 m		$R_{\text{viento}} = 479 \text{ KN}$
Altura pila 40 m		$R_{\text{viento}} = 507 \text{ KN}$
Altura pila 50 m		$R_{\text{viento}} = 530 \text{ KN}$
Altura pila 60 m		$R_{\text{viento}} = 550 \text{ KN}$
<u>Vano 50 m de luz</u>		
Altura pila 20 m		$R_{\text{viento}} = 674 \text{ KN}$
Altura pila 30 m		$R_{\text{viento}} = 728 \text{ KN}$
Altura pila 40 m		$R_{\text{viento}} = 771 \text{ KN}$
Altura pila 50 m		$R_{\text{viento}} = 805 \text{ KN}$
Altura pila 60 m		$R_{\text{viento}} = 834 \text{ KN}$
<u>Vano 60 m de luz</u>		
Altura pila 20 m		$R_{\text{viento}} = 943 \text{ KN}$
Altura pila 30 m		$R_{\text{viento}} = 1018 \text{ KN}$
Altura pila 40 m		$R_{\text{viento}} = 1076 \text{ KN}$
Altura pila 50 m		$R_{\text{viento}} = 1123 \text{ KN}$
Altura pila 60 m		$R_{\text{viento}} = 1163 \text{ KN}$

Tabla 7.6: Acción transversal del viento del tablero sobre las pilas

Con las acciones descritas anteriormente se realizaron todas las combinaciones necesarias (ver Apéndice 2) según la IAP-98¹⁰² para el estudio de los diferentes Estados Límite.

7.2 Análisis de los resultados

Para la obtención de las pilas óptimas descritas en el punto 7.1 se utilizó la heurística ASO2, en la que el número de hormigas coincide con el número de soluciones factibles encontradas para esa etapa, se realizaron ejecuciones con 100 etapas y 50 hormigas. Los valores iniciales de α y β han sido para la zapata $\alpha=0.8$ y $\beta=0.2$ y para el soporte $\alpha=0.9$ y $\beta=0.1$, dando más peso a la información dejada por el sistema que a la parte aleatoria, por ser la forma en la que se obtuvieron las mejores soluciones en el Capítulo 6. Cada ejecución se realizó un número de experimentos tales que el error estimado mediante la t de Student descrita en el apartado 6.1.2 sea menor del 0.5% el menor coste obtenido de la población de soluciones de la etapa 1, que será aleatoria, limitando el número máximo de las mismas a 20. A continuación se realizará un análisis de los resultados obtenidos para las pilas de menores costes en cada una de las ejecuciones realizadas, los valores de las variables de las mismas y de las distintas mediciones, cuantías y costes se muestran en el Apéndice 3.

7.2.1 Geométricos

En los Capítulos 7, 8 y 9 la dimensión longitudinal exterior del soporte será una variable cuyos valores posibles están comprendidos entre 1.00 y 5.00 metros, la Figura 7.1 muestra como varía esta dimensión en función de la altura de soporte y luz libre de vano. La Figura 7.2 mostrará la variación del área de la planta de la base de la zapata.

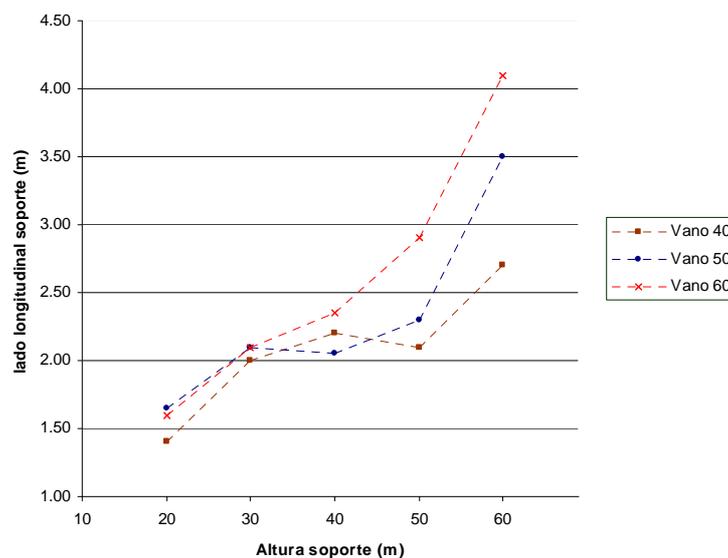


Figura 7.1: Lado longitudinal del soporte en función del vano y de la altura del soporte

En la Figura anterior se observa la necesidad de una mayor dimensión longitudinal del soporte en cuanto se aumentan las luces de los vanos o la altura del mismo. Esto se debe a que las fuerzas y momentos aplicados en la base serán mayores por lo que se necesitará mayor sección para resistirlos de la manera más eficiente posible. La tendencia más clara se observa para el viaducto con vanos de 60 metros de luz donde las fuerzas horizontales aplicadas serán mayores, por otro lado las longitudes menores necesarias han sido las del vano de 40 metros de luz. La Figura 7.2 muestra el área de la planta de la base de la zapata en m^2 en función de la altura del soporte y de las luces de vano del viaducto correspondiente.

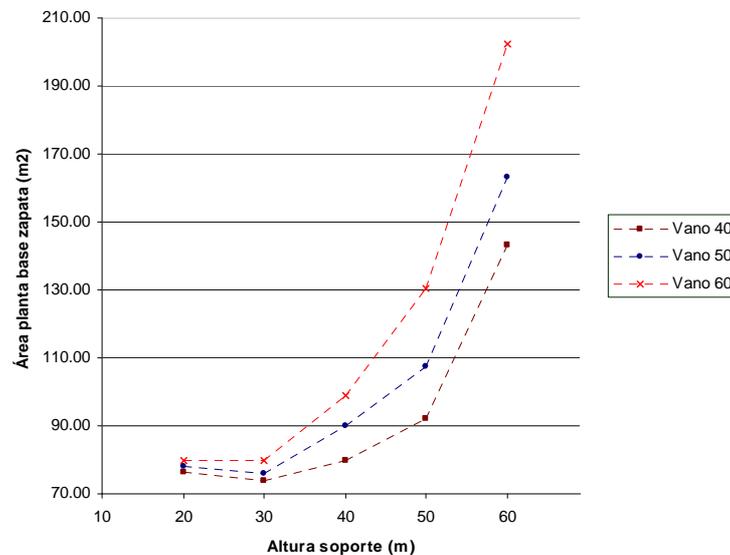


Figura 7.2: Área planta de la base de la zapata en función del vano y de la altura del soporte

En la Figura anterior se observa que el área de la planta de la base de las zapatas para alturas de soporte de 20 y 30 metros serán similares, esto es debido a que con alturas bajas los esfuerzos que se producen en la base de la zapata son pequeños y producirán tensiones pequeñas que se podrán resistir con las dimensiones mínimas de zapata propuestas, conforme aumenta la altura de los soportes los esfuerzos en la base de la zapata serán mayores, por lo que la forma de las zapatas se tendrá que ir adaptando de manera que se ajusten a la tensión máxima admisible que permite el terreno. En las pilas más altas además de la tensión máxima la zapata tendrá que ajustar la mínima, ya que no se permitirá el despegue, siendo necesaria una mayor base de zapata. Todo lo anterior se verá incrementado al aumentar la luz de los vanos, ya que las fuerzas horizontales serán superiores. Por otro lado, las zapatas tendrán la dimensión transversal (perpendicular a avances de PKs) mayor a la longitudinal (avance de PKs), por ser las acciones horizontales en esa dirección mayores.

7.2.2 Armadura

En este apartado se estudiará la variación de los Kg de armadura en las diferentes partes del soporte, en la zapata y la armadura total en función de la altura de soporte y longitud de los vanos del viaducto. En la Figura 7.3 y 7.4 se mostrarán los Kg de armadura vertical (longitudinal) dispuesta en el soporte en sección de arranques y a lo largo de todo el soporte dividida por los metros en los que se ha dispuesto. La Figura 7.5 expondrá los Kg de armadura dispuesta en las diferentes zapatas y finalmente la Figura 7.6 mostrará los Kg de armadura total dispuesta en una pila en relación con los metros de altura del soporte en la misma.

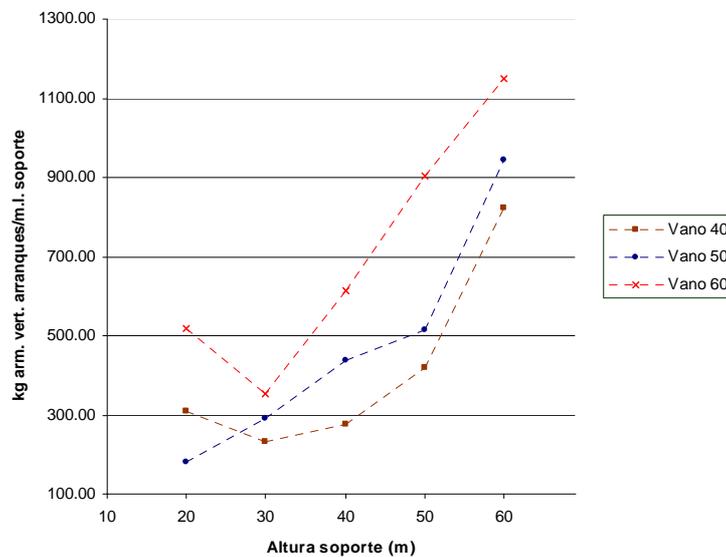


Figura 7.3: Kg de armadura vertical en arranques por m. l. en función del vano y de la altura del soporte

Según se manifiesta en la Figura 7.3 el armado vertical en arranques por metro lineal del mismo en función de la luz de vano del viaducto correspondiente y de la altura del soporte aumentará con la altura y la luz de vano, aunque para algunas curvas se observa que en soportes de 20 a 30 metros baja para a continuación crecer en los de mayor altura. Esto se produce porque la sección del soporte en dirección transversal es constante en todos los casos y aunque en longitudinal varía no deja de ser una sección transversal con dimensiones demasiado grandes para las menores alturas de soporte, lo que produce que el armado longitudinal dispuesto sea por mínimos y no por necesidad para el cumplimiento de otros Estados Límite como la flexo-compresión, el cortante o la fisuración. Conforme se aumenta la altura del soporte las secciones en la base de los mismos vendrán dimensionadas por los Estados Límite, lo cual llevará a mostrar una tendencia creciente de armado por metro lineal cuando se aumenta esta altura. La Figura 7.4, que mostrará los Kg de armadura vertical

por metro lineal de armado a lo largo de todo el soporte tendrá la misma tendencia que la Figura 7.3, aunque con cuantías claramente inferiores.

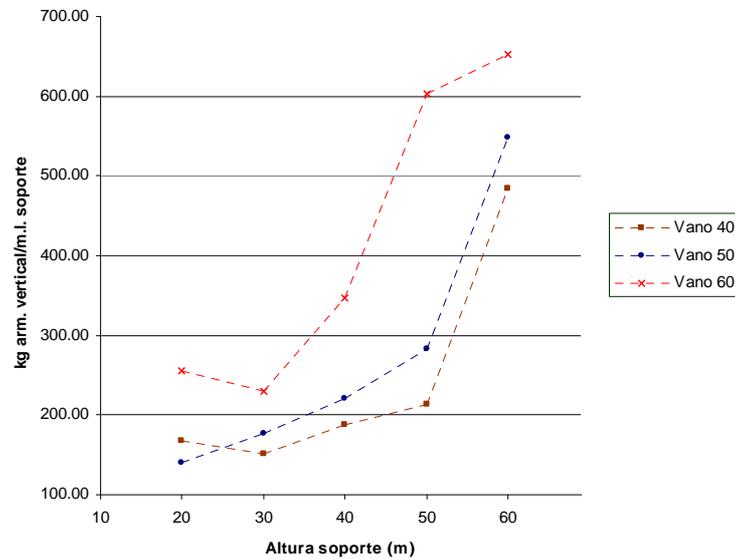


Figura 7.4: Kg de armadura vertical en el soporte por m.l. en función del vano y de la altura del soporte

La Figura 7.5 expondrá los Kg de armadura dispuestos en las diferentes zapatas en función de las alturas de los soportes y de las luces de los vanos de los viaductos.

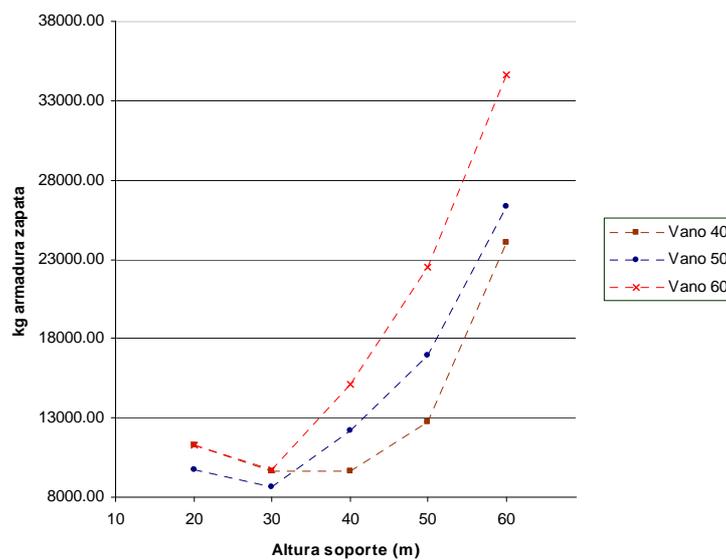


Figura 7.5: Kg de armadura en las zapatas en función del vano y de la altura del soporte

La tendencia de la Figura 7.5 es similar a la observada en las Figuras 7.3 y 7.4 disminuyendo los Kg de armadura hasta una cierta altura de soporte para a continuación aumentar, ya que hasta una cierta altura no serán necesarias zapatas con áreas en sus plantas superiores a las mínimas dispuestas y las tensiones en el terreno serán similares, no produciendo en la zapata esfuerzos que requieran armados mayores a los mínimos. La relación Kg de armadura total de la pila por metro lineal de soporte (Figura 7.6) volverá a manifestar todo lo expresado anteriormente en las Figuras 7.3, 7.4 y 7.5.

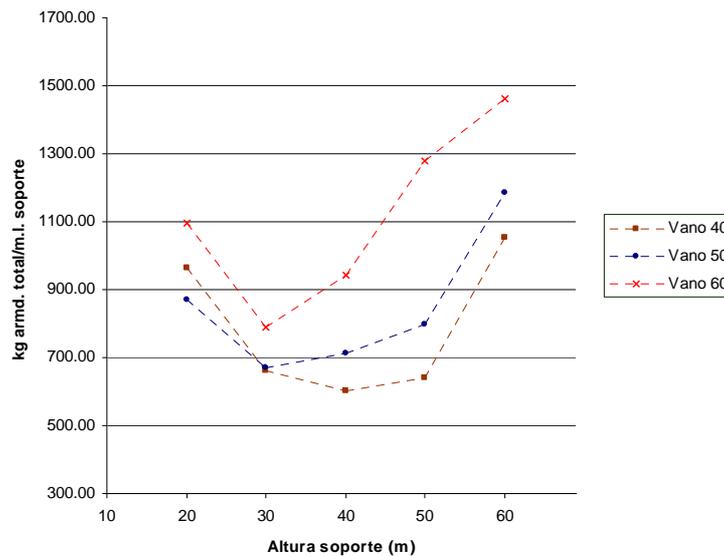


Figura 7.6: Kg de armadura total por m.l. de soporte en función del vano y de la altura del soporte

7.2.3 Hormigón

En este apartado se mostrarán las diferentes relaciones de los m³ de hormigón dispuestos en las distintas pilas de menor coste obtenidas para cada una de las ejecuciones. La Figura 7.7 mostrará los m³ de hormigón en el soporte en función de la altura de los mismos, la Figura 7.8 los m³ dispuestos en las diferentes zapatas y la Figura 7.9 los m³ de hormigón totales de las pilas en función de la altura de los soportes.

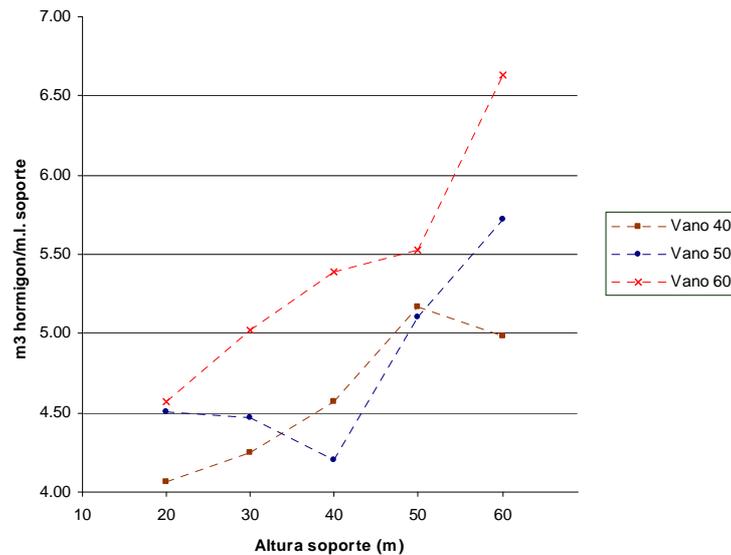


Figura 7.7: m³ hormigón soporte por m.l. de soporte en función del vano y de la altura del soporte

La Figura 7.7 muestra los m³ de hormigón dispuestos en los soportes de las pilas de menores costes encontradas para las diferentes luces de vano y distintas alturas de soporte estudiadas. El volumen de hormigón en los soportes será creciente conforme aumenta la altura del mismo, esta misma tendencia se mantendrá en caso de que el volumen total se divida por la altura del mismo poniendo de manifiesto la necesidad de secciones mayores conforme la altura del mismo aumenta. Destaca el caso del soporte de la pila de 60 metros para el vano de 40 metros de luz, que no mantiene la tendencia creciente, esto es porque aunque la dimensión longitudinal exterior del soporte es mayor las secciones de hormigón a las que se ha llegado son mínimas y sus armados muy superiores que en el resto de los casos (ver Apéndice 3).

La Figura 7.8 mostrará los m³ de hormigón totales dispuestos para las distintas zapatas de las pilas de menores costes encontradas.

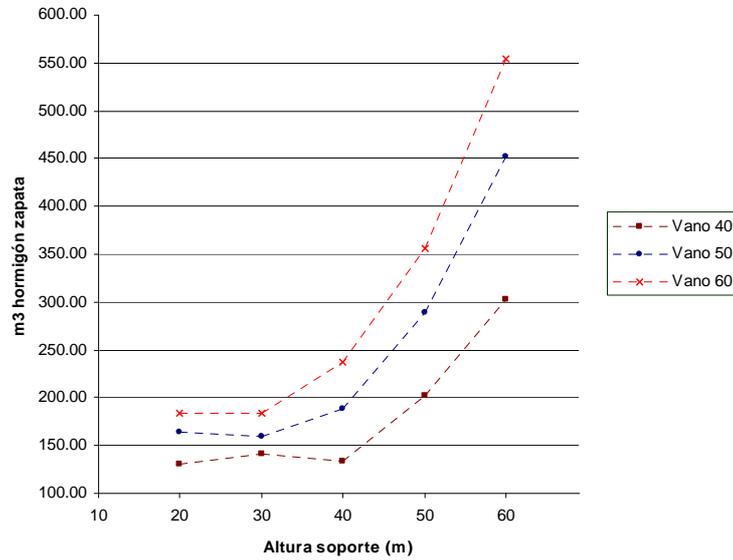


Figura 7.8: m³ hormigón zapata en función del vano y de la altura del soporte

El volumen de hormigón dispuesto en las zapatas será similar en las de menores alturas de pilas estudiadas aumentando, de la misma manera que el área en la planta de las mismas, conforme aumenta la altura de soporte.

La Figura 7.9 mostrará el volumen total de hormigón dispuesto en las pilas obtenidas dividido por la altura de las mismas. Se observa que, aunque el volumen total de hormigón aumente conforme la altura de soporte es mayor, la relación del volumen de hormigón de las pilas con su altura disminuirá hasta un mínimo para a continuación volver a tendencia creciente en los soportes de mayor altura. Lo anterior vuelve a confirmar la disposición de secciones, para las pilas de menores alturas, por mínimos y no por resistencia.

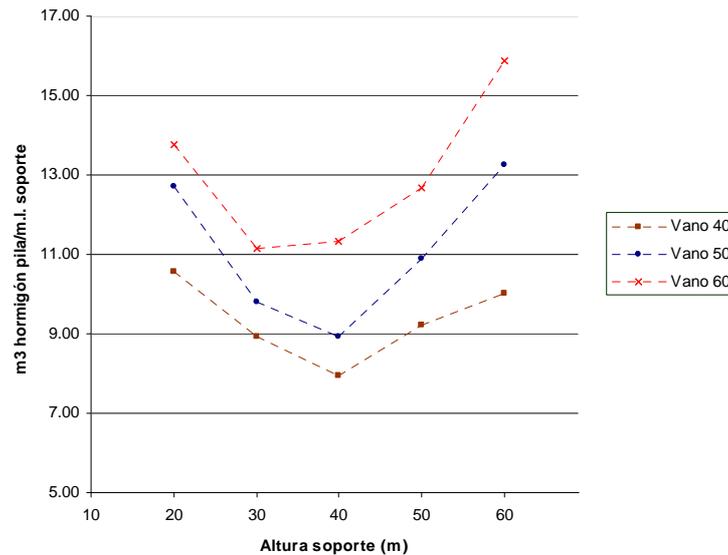


Figura 7.9: m³ hormigón pila por m.l. soporte en función del vano y de la altura del soporte

7.2.4 Costes

En este apartado se muestra las diferentes relaciones entre los costes de los soportes, las zapatas y el total para las distintas luces de vanos estudiadas (Figuras 7.10, 7.11, 7.12). En la Figura 7.13 se podrán observar los distintos costes totales en función de la altura de las pilas.

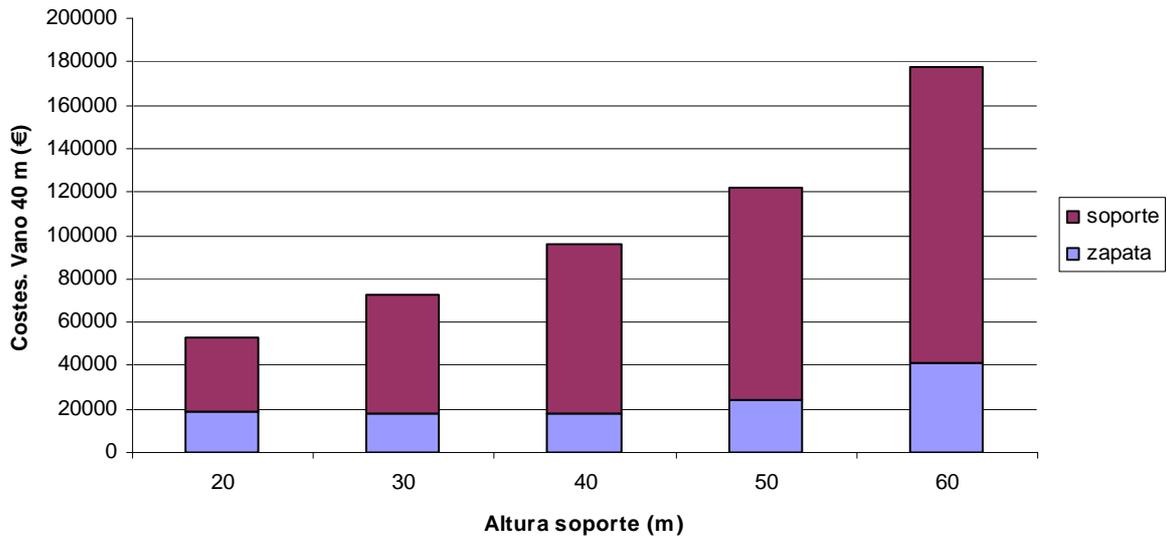


Figura 7.10: Coste de las distintas pilas para vanos de 40 m de luz

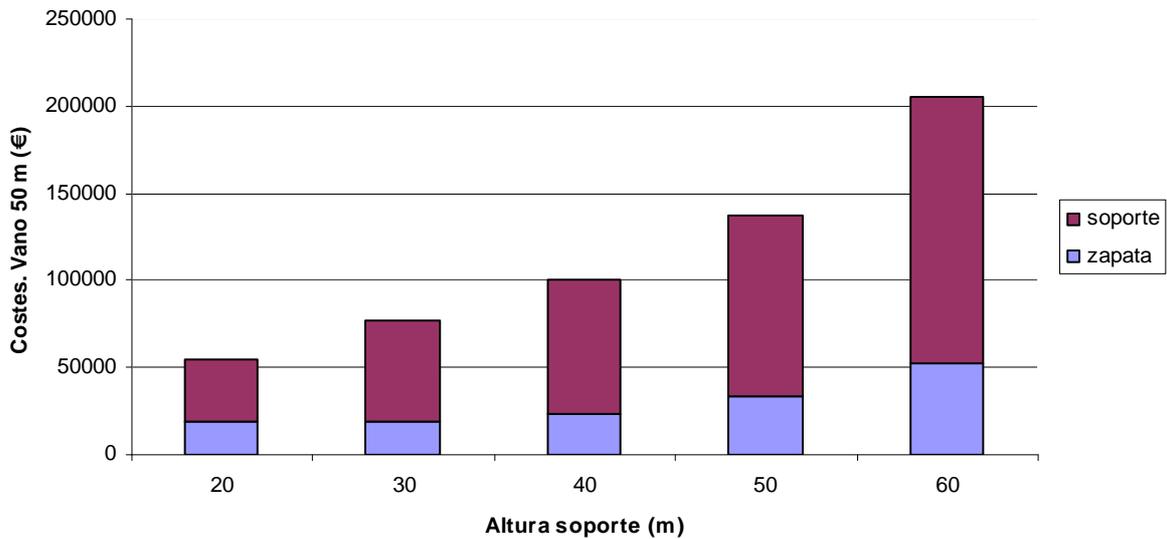


Figura 7.11: Coste de las distintas pilas para vanos de 50 m de luz

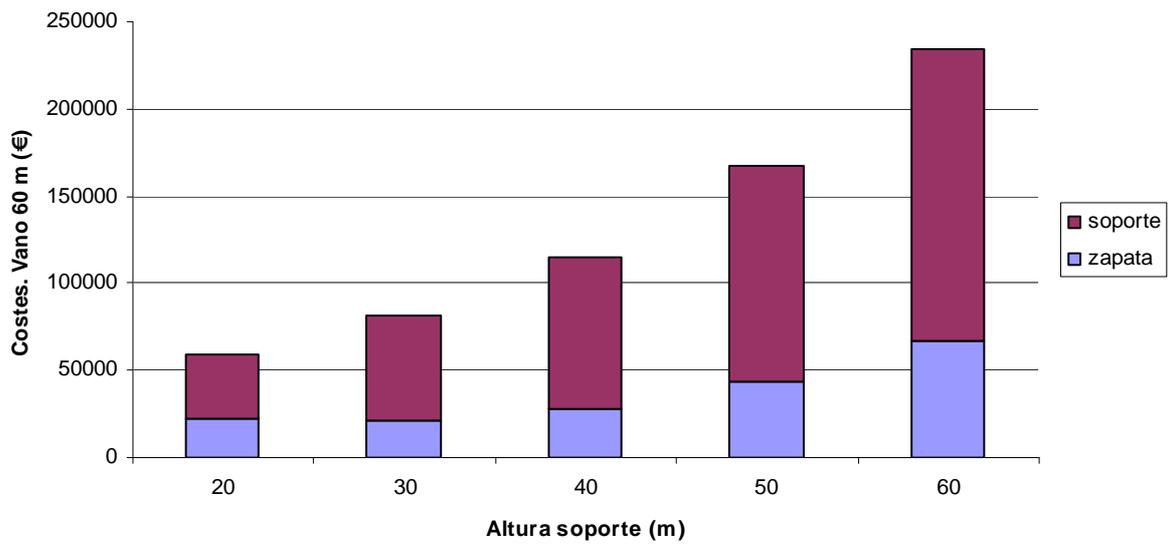


Figura 7.12: Coste de las distintas pilas para vanos de 60 m de luz

En las Figuras 7.10, 7.11 y 7.12 se observan costes similares para las zapatas de alturas de soporte de 20 y 30 metros, el coste del resto de zapatas aumentará con la altura del mismo. También se aprecia una tendencia creciente, tanto del precio del soporte como de la relación precio soporte en proporción al de la zapata, al aumentar la altura del soporte. Los costes, tanto de zapatas como de soportes, también serán superiores conforme se aumente la luz de vano al ser mayores los esfuerzos que deberán resistir los mismos.

La Figura 7.13, que muestra la relación del coste total de la pila en función de la altura del soporte, manifiesta la tendencia de las curvas decrecientes hasta cierta altura de soporte aumentando las mismas a partir de esta altura. Esto mismo, que sucedía con las curvas referentes a los Kg totales de armadura y al volumen total de hormigón respecto a la altura de soporte, sucede con las de costes totales por estar directamente relacionada la cantidad de material dispuesto con el coste. También se puede observar el mayor coste conforme la luz de vano aumenta, al igual que pasaba con la cantidad de hormigón y de acero.

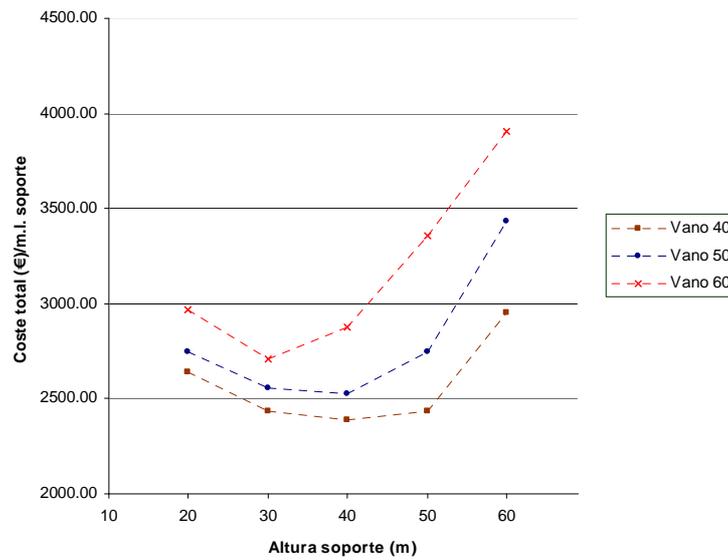


Figura 7.13: Coste total de las pilas por altura de las mismas

Capítulo 8. ESTUDIO PARAMÉTRICO DE PILAS: VIADUCTOS DE FERROCARRIL

En este Capítulo se realizará un estudio paramétrico de pilas para viaductos de ferrocarril. Se han empleado las mismas luces de vano (40, 50 y 60 metros) y mismas alturas de soporte (20, 30, 40, 50 y 60 metros) que en el Capítulo 7. También será igual la altura de trepa considerada para el encofrado (5.00 metros) y el espesor de la zona maciza de los soportes (3.00 metros), por lo que se mantendrán el mismo número de secciones base para las diferentes alturas de pila (6, 8, 10, 12 y 14). Con los resultados obtenidos se ha realizado un estudio comparativo de las diferentes pilas.

8.1 Pilas a optimizar

Las pilas parametrizadas pertenecerán a viaductos de ferrocarril de vía doble rectos en los cuales se ha supuesto un ancho total de los tableros (ver Apéndice 1) de 14.00 m acorde con las recomendaciones actuales de la ADIF para viaductos de vía doble. Los eje de las vías, que serán de ancho internacional, estarán situados de manera simétrica respecto al centro de la sección siendo la distancia entre ambos de 4.70 m. Las vías estarán formadas por sus correspondientes carriles que descansarán sobre las traviesas y a la vez estas sobre una capa de balasto de 0.50 m de espesor que se dispondrá hasta los muretes guardabalasto, además se colocarán simétricos respecto al centro de la sección los postes para disponer la catenaria, impostas y las correspondientes barandillas de protección. Igual que en las secciones transversales de los viaductos utilizadas para el Capítulo 7, por tener diferentes luces de vanos variará el canto manteniendo relaciones canto/luz similares y variará el ancho de las almas al tener que disponer de un mayor pretensado. Como los vanos son de luz elevada y están pensados para

el estudio de pilas altas se ha supuesto que los viaductos serían de gran longitud disponiéndose en cada pila apoyos dobles tipo POT guiados en sentido longitudinal (avance de PKs) y sólo uno guiado en sentido transversal para permitir la libre dilatación del tablero en esta dirección mientras que el fijo transmitirá las reacciones horizontales transversales del tablero a la pila.

La dimensión transversal exterior de los soporte será constante en toda su altura e igual a los fondos de los tableros (6.80 m). La dimensión longitudinal también será constante en toda su altura pero, al igual que en el Capítulo 7, podrá tomar distintos valores que estarán comprendidos entre 1.00 y 5.00 m, variando de 0.05 m en 0.05 m. Esta dimensión longitudinal deberá ser mayor a la del apoyo más 0.20 m, al igual que en el Capítulo 7, para que al menos hayan 0.10 m del final del apoyo al borde del soporte. El número de valores posibles que pueden tomar las variables y el tamaño del espacio de soluciones para las diferentes alturas de soportes serán las definidas en la Tabla 7.1.

En la Tabla 8.1 se mostrarán diferentes parámetros de las pilas que serán iguales para todas ellas independientemente de las luces de los vanos y de su altura. Las rigideces en cabeza del soporte se han tomado nulas, al igual que en los Capítulos 7 y 9, lo que está del lado de la seguridad tal como se explicó en el Capítulo 7 y quedará pendiente para trabajos futuros. El resto de parámetros de carga, armado, normativa referente a los materiales y tipo de exposición serán los descritos en el Capítulo 4.

Parámetros pilas	Notación y valores
Dimensión transversal del soporte	$a(1,i) = 6.80 \text{ m}$
Altura zona maciza soporte	$H_m = 3.00 \text{ m}$
Altura trepa encofrado	$H_t = 5.00 \text{ m}$
Número de apoyos	$N_a = 2$
Separación apoyos	$S_a = 5.00 \text{ m}$
Rigidez longitudinal muelle cabeza de soporte	0.00 KN/m
Rigidez transversal muelle cabeza de soporte	0.00 KN/m

Tabla 8.1: Parámetros pilas viaductos ferrocarril

Al igual que para las pilas de carretera, algunos de los parámetros empleados en el cálculo dependerán de las luces de los vanos y por lo tanto de las secciones transversales de los tableros (ver Tablas 8.2, 8.3 y 8.4), estos son: las reacciones verticales sobre los soportes, los aparatos de apoyo a disponer y la acción horizontal longitudinal (avance PKs) del tablero sobre el soporte. Los aparatos de apoyo vendrán definidos, tal como en el Capítulo anterior, en función de los movimientos que permiten, de la carga vertical que soportan y de las dimensiones de la placa que descansa sobre el soporte, la primera

dimensión dispuesta será la transversal y la segunda la longitudinal, siendo esta última limitante para la dimensión del soporte en este sentido. La acción horizontal longitudinal (avance PKs) se considerará como una acción permanente de valor un 5% el de las acciones permanentes verticales del tablero y vendrá a representar la fuerza de rozamiento que realizaría el tablero al desplazarse sobre los apoyos. El resto de acciones horizontales longitudinales sobre el soporte, como el frenado, serán nulas por considerarse los dos apoyos libres en esta dirección teniendo que disponer para soportar estos esfuerzos algún estribo del viaducto fijo o utilizar un determinado grupo de pilas donde este movimiento longitudinal no esté permitido.

Parámetros pilas. Vano 40 m de luz	Notación y valores
Reacciones permanentes carga ELS	7742, 7742 KN
Reacciones máxima carga ELS	14890, 14890 KN
Reacciones máximo par ELS	15106, 8211 KN
Reacciones mínima carga ELS	7059, 7058 KN
Apoyo POT Unidireccional	PU-1600 (1.009x1.116) m
Apoyo POT Libre	PL-1600 (1.009x1.050) m
Rozamiento apoyos	774 KN

Tabla 8.2: Parámetros pilas viaductos ferrocarril. Vano 40 m de luz

Parámetros pilas. Vano 50 m de luz	Notación y valores
Reacciones permanentes carga ELS	10246, 10246 KN
Reacciones máxima carga ELS	19027, 19027 KN
Reacciones máximo par ELS	19300, 10828 KN
Reacciones mínima carga ELS	9391, 9391 KN
Apoyo POT Unidireccional	PU-2000 (1.128x1.234) m
Apoyo POT Libre	PL-2000 (1.128x1.159) m
Rozamiento apoyos	1025 KN

Tabla 8.3: Parámetros pilas viaductos ferrocarril. Vano 50 m de luz

Parámetros pilas. Vano 60 m de luz	Notación y valores
Reacciones permanentes carga ELS	13038, 13038 KN
Reacciones máxima carga ELS	23451, 23451 KN
Reacciones máximo par ELS	23783, 13732 KN
Reacciones mínima carga ELS	12012, 12012 KN
Apoyo POT Unidireccional	PU-2600 (1.287x1.391) m
Apoyo POT Libre	PL-2600 (1.287x1.305) m
Rozamiento apoyos	1304 KN

Tabla 8.4: Parámetros pilas viaductos ferrocarril. Vano 60 m de luz

Por considerarse el viaducto recto y en una zona en la que la aceleración sísmica básica sería menor que la que marca la instrucción NCSE-02¹⁰⁶ para tenerse en cuenta la misma, la única reacción horizontal transversal que variará según el tipo de pila y que provenga del tablero será el viento en el mismo. Además del viento sobre el tablero se consideró el aplicado sobre el soporte, igual que en el Capítulo 6 y 7. La Tabla 8.5 mostrará la acción del viento del tablero sobre la pila, la cual dependerá de la longitud de vano y de las alturas de las mismas.

Acción viento del tablero	Notación y valores
<u>Vano 40 m de luz</u>	
Altura pila 20 m	$R_{\text{viento}} = 735 \text{ KN}$
Altura pila 30 m	$R_{\text{viento}} = 791 \text{ KN}$
Altura pila 40 m	$R_{\text{viento}} = 835 \text{ KN}$
Altura pila 50 m	$R_{\text{viento}} = 871 \text{ KN}$
Altura pila 60 m	$R_{\text{viento}} = 902 \text{ KN}$
<u>Vano 50 m de luz</u>	
Altura pila 20 m	$R_{\text{viento}} = 1043 \text{ KN}$
Altura pila 30 m	$R_{\text{viento}} = 1122 \text{ KN}$
Altura pila 40 m	$R_{\text{viento}} = 1183 \text{ KN}$
Altura pila 50 m	$R_{\text{viento}} = 1233 \text{ KN}$
Altura pila 60 m	$R_{\text{viento}} = 1276 \text{ KN}$

Acción viento del tablero	Notación y valores
<u>Vano 60 m de luz</u>	
Altura pila 20 m	$R_{\text{viento}} = 1390 \text{ KN}$
Altura pila 30 m	$R_{\text{viento}} = 1493 \text{ KN}$
Altura pila 40 m	$R_{\text{viento}} = 1573 \text{ KN}$
Altura pila 50 m	$R_{\text{viento}} = 1639 \text{ KN}$
Altura pila 60 m	$R_{\text{viento}} = 1696 \text{ KN}$

Tabla 8.5: Acción transversal del viento del tablero sobre las pilas

Además de las acciones descritas anteriormente se considerará el efecto de lazo que se tendrá en cuenta como una fuerza única de valor característico 100 KN, actuando horizontalmente en la dirección transversal al eje de la vía, con sentido hacia el exterior de la misma, a la altura superior del carril en la posición que resulte más desfavorable para la pila. Con dichas acciones se realizaron las combinaciones necesarias (ver Apéndice 2) según la IAPF-2003¹⁰³ para el estudio de los diferentes Estados Límite.

8.2 Análisis de los resultados

Al igual que en el Capítulo 7 y en el 9 se ha utilizado la heurística ASO2 para la obtención de las pilas óptimas descritas en el punto 8.1. Se realizaron ejecuciones con 100 etapas y 50 hormigas para encontrar las soluciones de menores costes. Los valores iniciales de α y β han sido para la zapata $\alpha=0.8$ y $\beta=0.2$ y para el soporte $\alpha=0.9$ y $\beta=0.1$, dando más peso a la información dejada por el sistema que a la parte aleatoria, por ser la forma en la que se obtuvieron las mejores soluciones en el Capítulo 6. Cada ejecución se realizó un número de experimentos tales que el error estimado mediante la t de Student descrita en el apartado 6.1.2 sea menor del 0.5% el menor coste obtenido de la población de soluciones de la etapa 1, que será aleatoria, limitando el número máximo de las mismas a 20. A continuación se realizará un análisis de los resultados obtenidos para las pilas de menores costes en cada una de las ejecuciones realizadas, los valores de las variables de las mismas y de las distintas mediciones, cuantías y costes se muestran en el Apéndice 3.

8.2.1 Geométricos

En este Capítulo se ha tomado, tal como se expresó anteriormente, la dimensión longitudinal exterior del soporte variable, los posibles valores de la misma estarán comprendidos entre 1.00 y 5.00 metros y será constante a lo largo de toda la altura. la Figura 8.1 muestra como varía esta dimensión en función de la altura de soporte y luz libre de vano. La Figura 8.2 mostrará la variación del área de la planta de la base de la zapata.

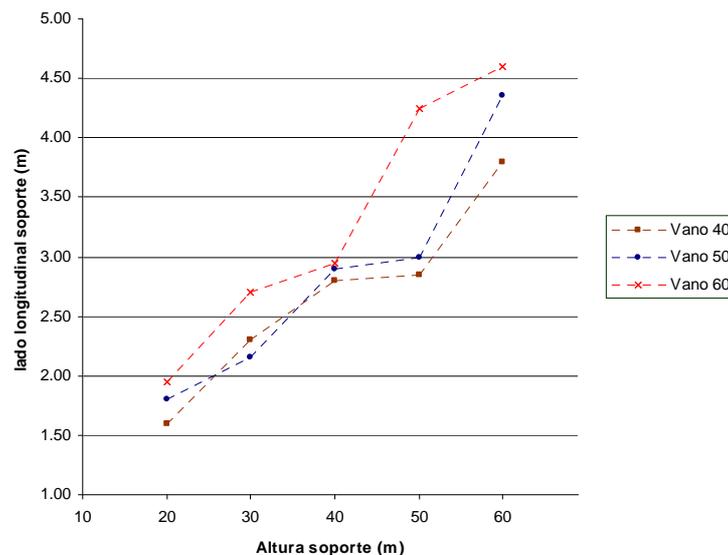


Figura 8.1: Lado longitudinal del soporte en función del vano y de la altura del soporte

Igual que en el estudio paramétrico realizado para pilas de carretera sigue estando de manifiesto la necesidad de una mayor dimensión longitudinal del soporte en cuanto se aumentan las luces de los vanos o la altura de los mismos. Pese a tener las curvas la misma tendencia que en el paramétrico de carretera las dimensiones a las que se ha llegado para pilas de ferrocarril son superiores en todos los casos, lo cual puede ser debido por la necesidad de resistir mayores esfuerzos que en el caso anterior. La Figura 8.2 muestra el área de la planta de la base de la zapata en m^2 en función de la altura del soporte y de las luces de vano del viaducto correspondiente.

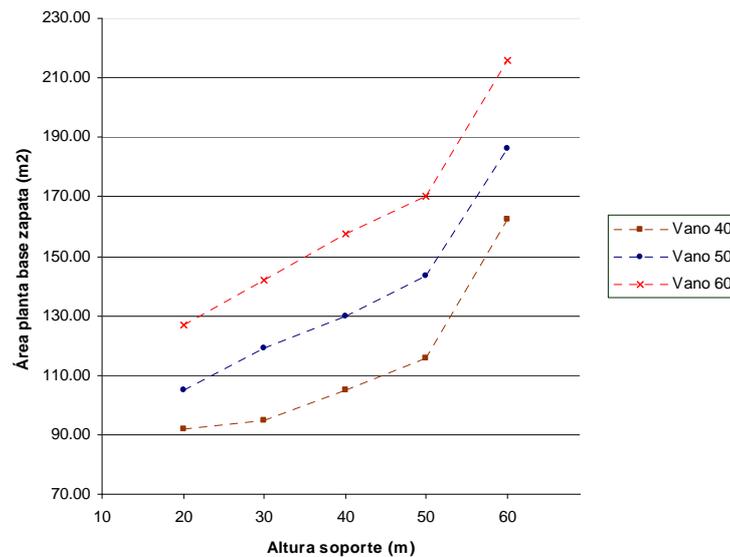


Figura 8.2: Área planta de la base de la zapata en función del vano y de la altura del soporte

En la Figura 8.2 se observa una tendencia creciente del área de la planta de la base de las zapatas conforme aumenta la altura del soporte y la luz de vano. Al contrario que pasaba para pilas de carretera, en las que las de 20 y 30 metros de altura tenían áreas de base similares, en este caso se muestra una tendencia creciente en todas las zapatas para cualquier altura de soporte. Sin embargo, igual que en las pilas de carretera, el viaducto con vanos de 60 metros de luz necesitará mayores plantas de zapata que el resto de viaductos y será superior la dimensión transversal de las zapatas que la longitudinal (Avance de PKs) al ser las fuerzas horizontales mayores en esta dirección. Los resultados obtenidos para pilas de ferrocarril serán también superiores en todos los casos a los de pilas de carretera, ya que, para pilas de menores alturas la dimensión mínima de la planta deberá ser mayor por las mayores dimensiones de los soportes y en las pilas de mayor altura por ser superiores los esfuerzos a resistir.

8.2.2 Armadura

En este apartado se estudiará la variación de las cuantías de armadura en función de las distintas alturas de pilas y luces de los vanos del viaducto en las diferentes partes del soporte, en la zapata y la armadura total de la pila. En la Figura 8.3 y 8.4 se mostrarán los Kg de armadura vertical (longitudinal) dispuesta en el soporte en sección de arranques y a lo largo de todo el soporte dividida por los metros en los que se ha dispuesto. La Figura 8.5 expondrá los Kg de armadura dispuesta en las diferentes zapatas y finalmente la Figura 8.6 mostrará los Kg de armadura total dispuesta en una pila en relación con los metros de altura del soporte en la misma.

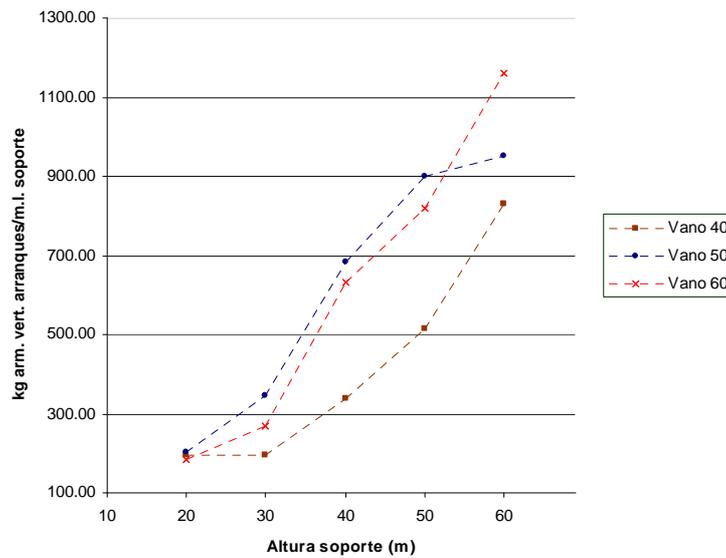


Figura 8.3: Kg de armadura vertical en arranques por m. l. en función del vano y de la altura del soporte

La Figura 8.3 muestra la tendencia creciente, por ser mayores los esfuerzos que tienen que resistir las secciones, del armado vertical en arranques por metro lineal del mismo en función de la altura del soporte y de la luz del vano. A diferencia del Capítulo 7 las curvas son crecientes en toda su longitud, sin mostrar un decrecimiento entre las pilas de 20 y 30 metros de altura para posteriormente cambiar a una tendencia creciente, lo cual puede ser debido al mayor nivel de esfuerzo de las secciones causado por las acciones en comparación con las consideradas para pilas de viaductos de carretera. En la Figura 8.4 se puede observar los Kg de armadura vertical por metro lineal de armado a lo largo de todo el soporte siendo la tendencia de la misma similar, igual que pasaba para viaductos de carretera, a la de la Figura 8.3 pero con cuantías inferiores. Finalmente, comentar que las cuantías obtenidas para pilas de viaductos de ferrocarril en su armado longitudinal serán de valores similares a las llegadas en pilas de viaductos de carretera, ya que aunque los esfuerzos resistidos por las secciones serán superiores también lo será el tamaño de las mismas.

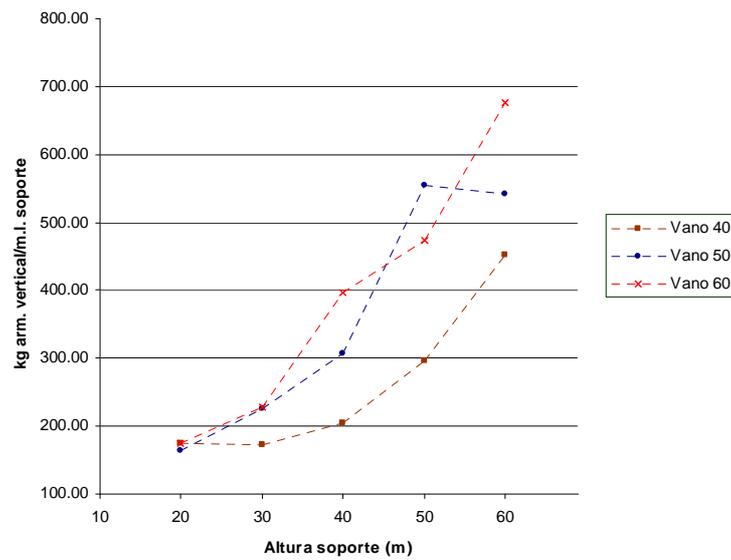


Figura 8.4: Kg de armadura vertical en el soporte por m.l. en función del vano y de la altura del soporte

La Figura 8.5 expondrá los Kg de armadura dispuestos en las diferentes zapatas en función de las alturas de los soportes y de las luces de vano de los viaductos.

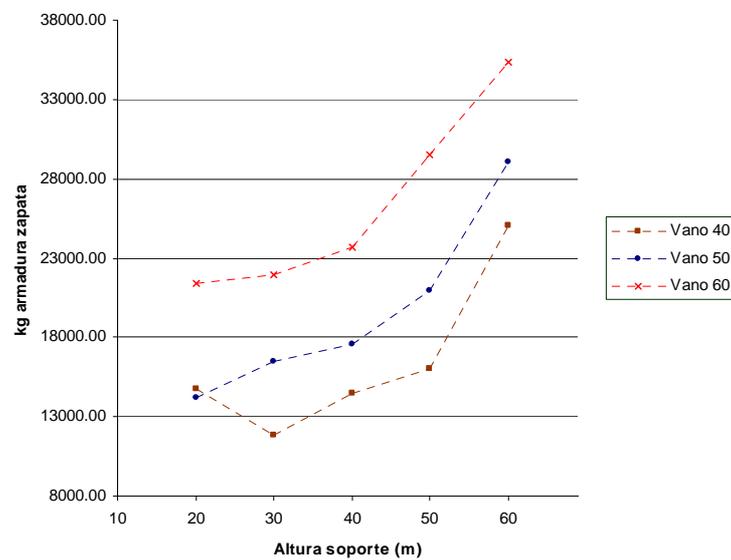


Figura 8.5: Kg de armadura en las zapatas en función del vano y de la altura del soporte

La tendencia de la Figura 8.5 para los viaductos de vanos de 50 y 60 metros de luz es similar a la observada en las Figuras 8.3 y 8.4 aumentando los Kg de armadura conforme aumentan las alturas de pilas. Para el viaducto con vanos de 40 metros de luz, cuyas pilas reciben menores acciones, la

tendencia de la armadura será similar a la observada en la Figura 7.5 para pilas de carretera disminuyendo hasta una cierta altura de soporte para a continuación aumentar. Los Kg de armadura dispuestos en las zapatas serán mayores en pilas de ferrocarril que en las de carretera para las pilas de menores alturas y serán similares para las de mayores alturas, esto irá relacionado con el área de la planta de la base de la zapata cuya diferencia, entre pilas de ferrocarril y de carretera, será mayor para pilas de menores alturas disminuyendo dicha diferencia conforme las pilas aumentan en altura.

Los Kg de armadura del soporte con respecto a la altura de pila será creciente en todos los casos para pilas de viaductos de ferrocarril (ver Figuras 8.3 y 8.4), sin embargo al no haber grandes diferencias en los Kg de armadura dispuestos en las zapatas hará que la cuantía de armadura total por metro lineal de soporte sea decreciente para las pilas entre 20 y 30 metros de altura volviendo a ser creciente para mayores alturas (ver Figura 8.6). Esta tendencia es similar a la obtenida para pilas de carretera, aunque para las de ferrocarril el tramo de la curva creciente es menor.

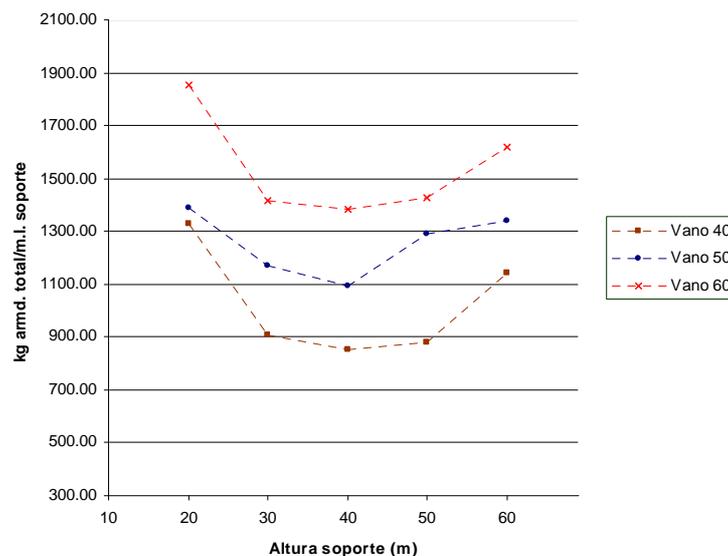


Figura 8.6: Kg de armadura total por m.l. de soporte en función del vano y de la altura del soporte

8.2.3 Hormigón

En este apartado se recogen las diferentes relaciones de los m^3 de hormigón dispuestos en las distintas pilas de menor coste obtenidas para cada una de las ejecuciones. En la Figura 8.7 se puede observar los m^3 de hormigón en el soporte en función de la altura de los mismos, la Figura 8.8 mostrará el volumen de hormigón dispuesto en las diferentes zapatas y la Figura 8.9 los m^3 de hormigón totales de las pilas en función de su altura.

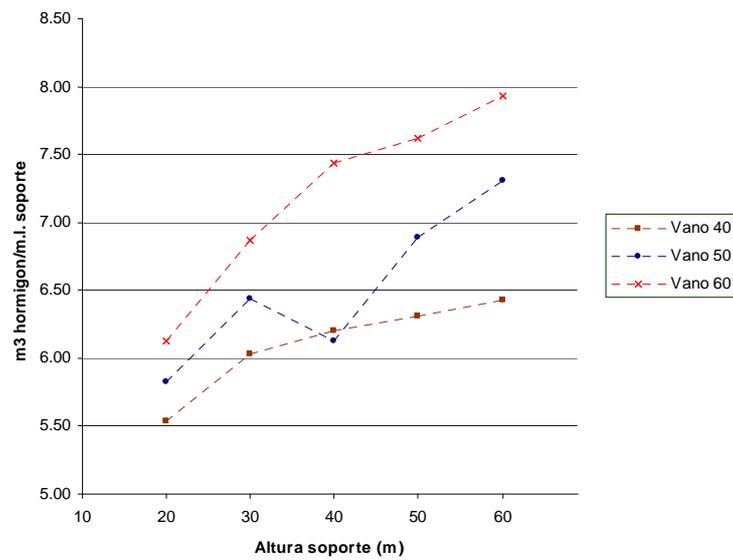


Figura 8.7: m³ hormigón soporte por m.l. de soporte en función del vano y de la altura del soporte

La Figura 8.7 muestra la proporción creciente del volumen de hormigón en relación a la altura conforme aumenta la altura de soporte y la luz de vano del viaducto a estudio, igual que pasaba en el Capítulo 7 para pilas de carretera, esto pone de manifiesto la necesidad de mayores secciones conforme aumentan dicha altura y luz de vano por ser los esfuerzos que deberá resistir la estructura superiores. Aunque la tendencia es la misma que en el estudio realizado para pilas de carretera, para este caso la relación de volumen de hormigón será mayor al ser mayores las secciones empleadas por los soportes.

La Figura 8.8 mostrará los m^3 de hormigón totales dispuestos para las diferentes zapatas de las pilas de menores costes encontradas.

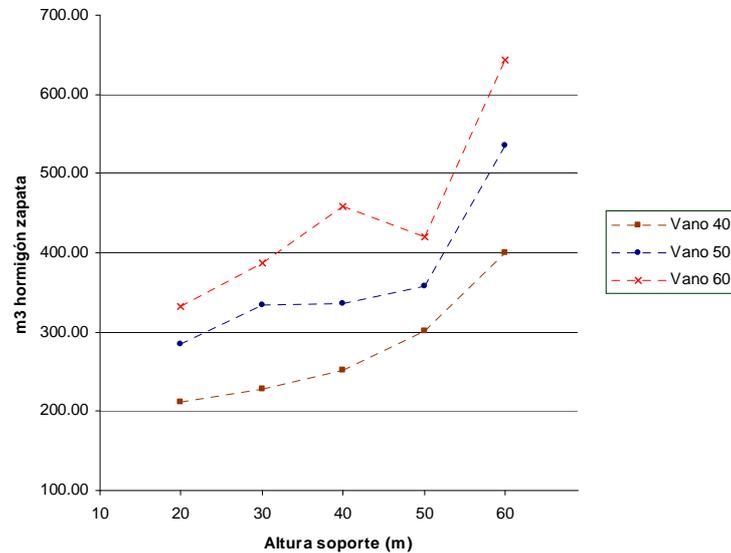


Figura 8.8: m^3 hormigón zapata en función del vano y de la altura del soporte

El volumen de hormigón dispuesto en las zapatas aumentará, al igual que sucedía con el área de la planta de la zapata, conforme aumenta la altura de pila y la luz de vano. La tendencia de estas curvas, que son siempre crecientes, es diferente a las obtenidas para pilas de viaductos de carretera, las cuales tenían valores similares para las menores alturas de pilas pasando a ser crecientes cuando dicha altura aumentaba. Sin embargo, aunque los volúmenes de hormigón en alturas menores son mayores para las pilas de ferrocarril que para las de carretera, la variación del mismo en las zapatas cuando aumentan las alturas de pilas es menor en pilas de ferrocarril que en las de carretera llegando a tener valores parecidos para las pilas de mayores alturas. Cabe comentar el caso de la pila de 50 metros de altura para el vano de 60 metros de luz en la que la tendencia cambia de creciente a decreciente, esto se debe a que aunque la planta de la base de la zapata para la pila de menor precio encontrada será mayor el canto será menor, lo cual ha llevado al algoritmo a disponer hormigón HA-35 cuando lo habitual en el resto de zapatas es HA-25 (ver Apéndice 3) y mayor cantidad de armado para darle a las secciones de la zapata la resistencia suficiente para soportar los esfuerzos.

La Figura 8.9 mostrará el volumen total de hormigón dispuesto en las pilas obtenidas dividido por la altura de las mismas. Al igual que en el Capítulo 7 para pilas de carretera, se observará que aunque el volumen de hormigón total aumente conforme se aumenta la altura del soporte la relación del volumen de hormigón de las pilas respecto a su altura disminuirá hasta un mínimo para a continuación volver a crecer para los soportes de mayor altura, sin embargo la variación de esta tendencia se produce después que para pilas de carretera lo cual se debe al más similar volumen de hormigón dispuesto en las zapatas de ferrocarril. Finalmente, destacar las mayores cuantías de hormigón a las que se ha llegado para las pilas de viaductos de ferrocarril que para los de carretera.

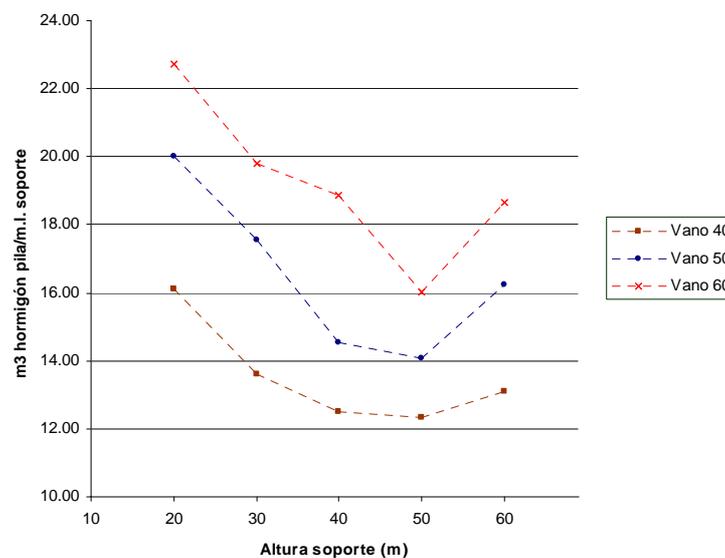


Figura 8.9: m³ hormigón pila por m.l. soporte en función del vano y de la altura del soporte

8.2.4 Costes

A continuación se muestran las diferentes relaciones entre los costes de los soportes, las zapatas y el total para las distintas luces de vanos estudiadas (Figuras 8.10, 8.11, 8.12). En la Figura 8.13 se podrán observar los distintos costes totales en función de la altura de las pilas.

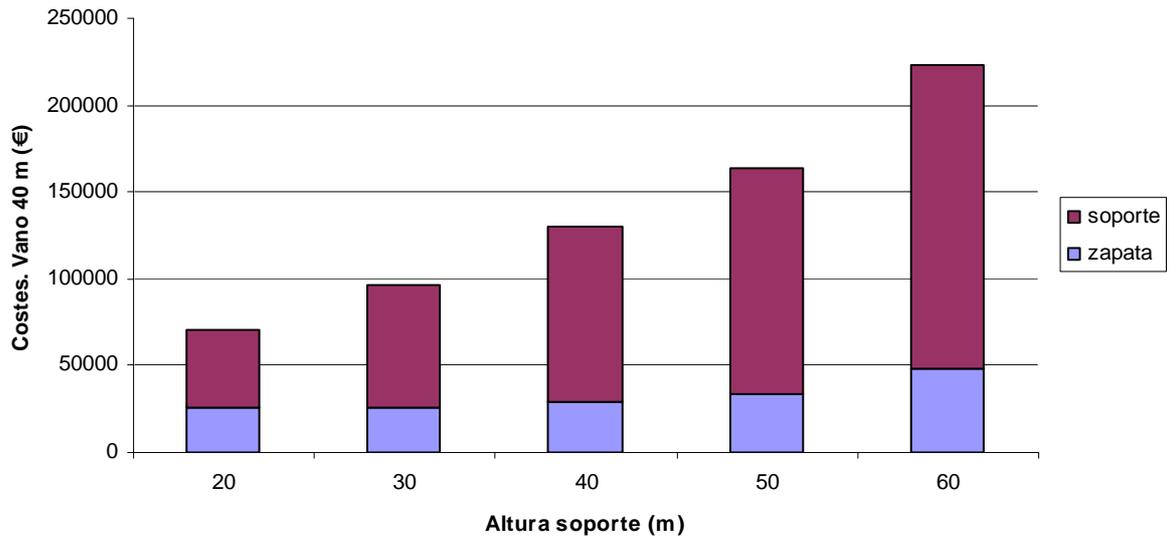


Figura 8.10: Coste de las distintas pilas para vanos de 40 m de luz

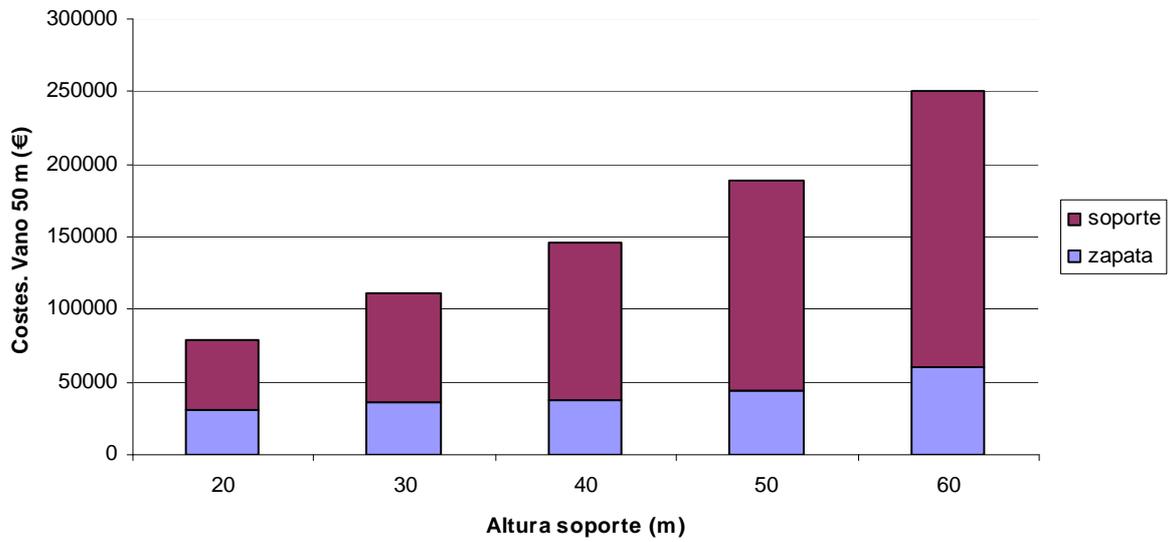


Figura 8.11: Coste de las distintas pilas para vanos de 50 m de luz

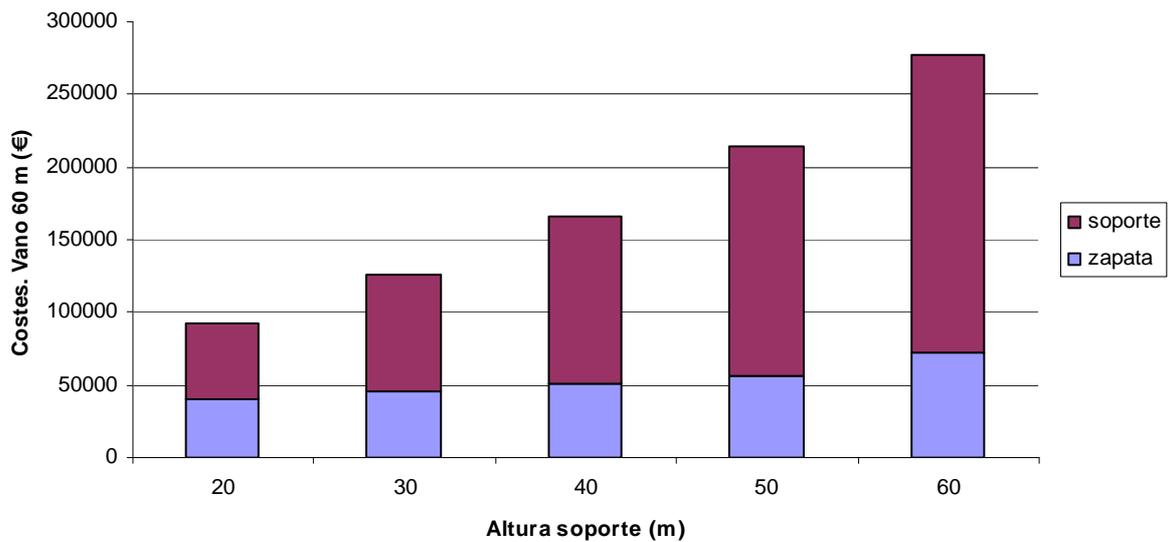


Figura 8.12: Coste de las distintas pilas para vanos de 60 m de luz

En las Figuras 8.10, 8.11 y 8.12 se puede observar un coste de las zapatas creciente conforme se aumenta la altura de los soportes, este incremento de coste será superior para las pilas de mayores alturas tal como sucedía en las curvas de Kg de armadura y volumen de hormigón mostradas anteriormente. También se aprecia una tendencia creciente, al igual que sucedía para pilas de carretera, tanto del coste del soporte como de la relación coste del soporte en proporción al de la zapata, al aumentar la altura del soporte. Los costes, tanto de zapatas como de soportes, también serán superiores conforme se aumente la luz de vano al ser mayores los esfuerzos que deberán resistir los mismos. Además los costes, igual que ocurre con las mediciones de materiales dispuestos (ver Apéndice 3), tanto de las zapatas como de los soportes como de la pila completa, serán superiores para las pilas de ferrocarril que para las de carretera.

Los valores a los que se ha llegado en la relación del coste total de la pila en función de la altura de la misma quedan reflejadas en la Figura 8.13 en la que se manifiesta una tendencia de las curvas decreciente hasta cierta altura de soporte aumentando la misma a partir de dicha altura. Esto mismo, que sucedía con las curvas referentes a los Kg totales de armadura y al volumen total de hormigón respecto a la altura de soporte, sucede con las de costes totales por estar directamente relacionada la cantidad de material dispuesto con el coste. Destacar que aunque la tendencia de las curvas sea creciente para las pilas de mayor altura estas tendrán costes por metro de altura del soporte similares a las de menor altura estudiadas en contraposición con lo que sucedía para pilas de carretera en las que para las pilas de 60 metros de altura los costes por metro lineal eran significativamente más altos que para el resto de pilas, lo cual puede ser debido a la menor variación en los costes de las zapatas que se produce para pilas de ferrocarril que para las de carretera. Finalmente resaltar que, al igual que sucedía para pilas de carretera, el coste por metro lineal de soporte aumentará con la luz de vano del viaducto y que los costes por metro lineal serán superiores para las pilas de ferrocarril que para las de carretera siendo mayor esta diferencia en las pilas de menores alturas.

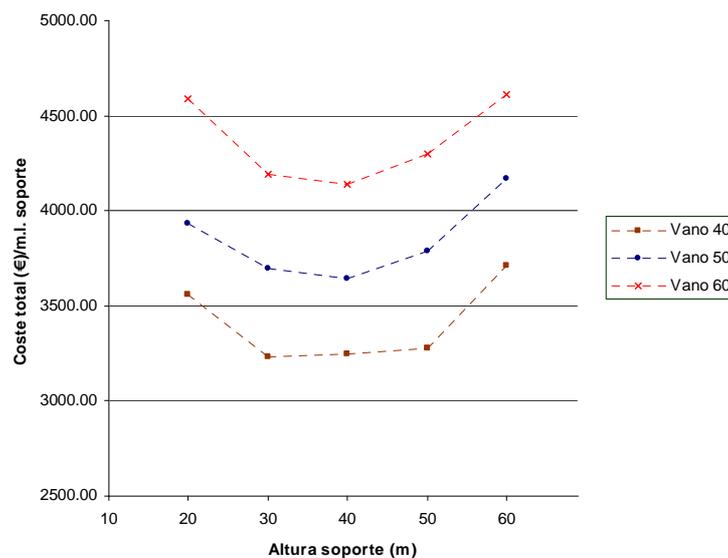


Figura 8.13: Coste total de las pilas por altura de las mismas

Capítulo 9. ESTUDIO DE PILAS ALTAS

En este Capítulo se ha realizado el estudio de una pila de 90 metros de altura para un viaducto de carretera cuya sección transversal del tablero será la misma que la utilizada para la pila del Capítulo 6, por considerarse la pila situada también entre un vano de 60 metros de luz y otro de 90, dicha sección será variable y se mostrará en el Apéndice 1. Se empleará el algoritmo ASO2 para llegar a las pilas de menor coste dejando como variable, además de la dimensión longitudinal de la sección exterior en cabeza del soporte, la pendiente de las paredes del mismo, se han realizado tres variantes: en la primera se dará la pendiente como una variable únicamente en las paredes orientadas en sentido de avance de PKs siendo las otras dos caras verticales, en la segunda la pendiente será una variable para las paredes orientadas en sentido perpendicular al avance de PKs siendo las otras dos verticales y la tercera en la que se tomaran como variables las pendientes de las caras del soporte orientadas en sentido de avance de PKs y las perpendiculares. Finalmente se mostrará y compararán las pilas resultado de menores costes para las tres variantes estudiadas.

9.1 Pilas a optimizar

La pila estudiada pertenecerá a un viaducto de carretera recto con un ancho total de tablero de 11.80 m (ver Apéndice 1), dejando los 7.00 m centrales de la sección para dos carriles de 3.50 m cada uno y 2.40 m a cada lado para los arcones y disposición de la barrera de protección. Las luces de los vanos que llegan a la pila serán, igual que en el Capítulo 6, 60 metros de luz por un lado y 90 metros por el otro, siendo la sección transversal del mismo variable. Al igual que en los Capítulos 7 y 8 se ha supuesto que el viaducto es de gran longitud disponiendo para la pila apoyos dobles tipo POT guiados

en sentido longitudinal (avance de PKs) y sólo uno guiado en sentido transversal para permitir la libre dilatación del tablero en esta dirección mientras que el fijo transmitirá las reacciones horizontales transversales del tablero a la pila.

Igual que en los Capítulos 7 y 8, la dimensión transversal exterior en cabeza del soporte se ha considerado igual al fondo del tablero (5.24 m) en todos los casos. La medida longitudinal exterior del soporte en cabeza del mismo será una variable cuyos valores posibles estarán comprendidos entre 1.00 m y 5.00 m, con posibles valores comprendidos cada 0.05 m, además, esta dimensión deberá ser superior a la del apoyo en esta dirección más 0.20 m. A diferencia de los Capítulos 7 y 8, se ha considerado la posibilidad de que las paredes de los soportes no sean verticales, aunque su pendiente si que se mantenga constante a lo largo de toda la altura, se han considerado tres casos: el primero (RTRA90) en que será variable las pendientes de las paredes orientadas en sentido de avance de PKs siendo las otras dos caras verticales, el segundo (RLON90) en que la pendiente será una variable para las paredes orientadas en sentido perpendicular al avance de PKs siendo las otras dos verticales y la tercera (RLT90) en la que se han tomado como variable la pendiente de las cuatro caras del soporte. Decir además que: las caras interiores tendrán la misma pendiente que la correspondiente exterior, las caras opuestas tendrán la misma pendiente pero en sentido opuesto y la pendiente de las caras se mantendrá constante a lo largo de toda la altura del soporte. Los posibles valores de las pendientes podrán ser nulos, lo que supondrá una pared vertical, o tener valores comprendidos entre 1/100 y 1/20 con variación de 1/2.5 en 1/2.5, esto dará 34 posibles valores. Al ser la altura de trepa empleada de 5.00 m y el espesor de la zona maciza del soporte de 3.00 m, el número de secciones base resultantes para el soporte será de 20, lo que estará directamente ligado con el número de posibles valores de las variables y tamaño del espacio de soluciones del soporte, la Tabla 9.1 mostrará estos valores para el soporte, la zapata y la pila completa para cada una de las variantes estudiadas en la pila de 90 m de altura.

Tipo pila	Número de variables			Tamaño del espacio de soluciones		
	Soporte	Zapata	Total	Soporte	Zapata	Total
RTRA90	2208	396	2604	3.98E+38	5.76E+16	2.29E+55
RLON90	2208	396	2604	3.98E+38	5.76E+16	2.29E+55
RLT90	2242	396	2638	1.35E+40	5.76E+16	7.80E+56

Tabla 9.1: Número de variables y tamaño del espacio de soluciones

Para el caso RTRA90 y RLON90 el número de variables posibles y de dimensión del espacio de soluciones será el mismo, ya que la única diferencia es en qué par de caras opuestas su pendiente es una variable, sin embargo estos números serán mayores para el soporte en el caso RLT90 al ser una variable las pendientes de las caras en ambas direcciones.

En la Tabla 9.2 se mostrarán los distintos parámetros de las pilas que serán iguales para todas ellas independientemente de la caras que puedan ser de pendiente no vertical, entre ellos se encuentran diversas dimensiones como la transversal del soporte en cabeza, la altura de trepa y de la zona maciza, el número y separación de apoyos, las diversas cargas verticales y horizontales provenientes del tablero que llegarán a la pila a través de los apoyos y las dimensiones y tipo de los mismos. Las rigideces en cabeza de los soportes se han tomado nulas, al igual que en los Capítulos 7 y 8, lo que estará del lado de la seguridad y quedará pendiente para trabajos futuros. El resto de parámetros de carga, armado, normativa y tipo de exposición serán los descritos en el Capítulo 4.

Parámetros pilas	Notación y valores
Dimensión transversal del soporte en cabeza	$a(1,\text{sup}) = 5.24 \text{ m}$
Altura zona maciza soporte	$H_m = 3.00 \text{ m}$
Altura trepa encofrado	$H_t = 5.00 \text{ m}$
Número de apoyos	$N_a = 2$
Separación apoyos	$S_a = 3.60 \text{ m}$
Rigidez longitudinal muelle cabeza de soporte	0.00 KN/m
Rigidez transversal muelle cabeza de soporte	0.00 KN/m
Reacciones permanentes carga ELS	12240, 12240 KN
Reacciones máxima carga ELS	15445, 14241 KN
Reacciones máximo par ELS	15690, 11442 KN
Reacciones mínima carga ELS	11724, 11708 KN
Apoyo POT Unidireccional	PU-1700 (1.040x1.145) m
Apoyo POT Libre	PL-1700 (1.040x1.077) m
Rozamiento apoyos	1224 KN
Reacción viento tablero	$R_{\text{viento}} = 1627 \text{ KN}$

Tabla 9.2: Parámetros pilas viaducto pilas altas

Al igual que en los Capítulos 7 y 8 en los que se han dispuesto apoyos tipo POT, la acción horizontal longitudinal (avance PKs) se considerará como una acción permanente de valor un 5% el de las acciones permanentes verticales del tablero y vendrá a representar la fuerza de rozamiento que

realizaría el tablero al desplazarse sobre los apoyos. El resto de acciones horizontales longitudinales sobre el soporte, como el frenado, serán nulas por considerarse los dos apoyos libres en esta dirección teniendo que disponer para soportar estos esfuerzos algún estribo del viaducto fijo o utilizar un determinado grupo de pilas donde este movimiento longitudinal no esté permitido.

La única reacción horizontal transversal sobre las pilas que provenga del tablero será el viento en el mismo, ya que, la fuerza centrífuga será nula por ser el viaducto recto y la sísmica también se considerará nula al estar el viaducto ubicado en una zona en la que la aceleración sísmica básica sería menor que la que marca la instrucción NCSE-02¹⁰⁶ para tenerse en cuenta. Además del viento sobre el tablero se consideró el aplicado sobre el soporte, igual que en los Capítulos 6, 7 y 8. Con las acciones verticales y horizontales mostradas en la Tabla 9.2 se realizaron todas las combinaciones necesarias (ver Apéndice 2) según la IAP-98¹⁰² para el estudio de los diferentes Estados Límite en los distintos tipos de pilas a estudiar.

9.2 Análisis de los resultados

En este Capítulo, al igual que en el 7 y en el 8, se ha utilizado la heurística ASO2 para la obtención de las pilas óptimas descritas en el punto 9.1. Se han realizado ejecuciones con 100 etapas y 50 hormigas para encontrar las soluciones de menores costes empleando como valores iniciales de α y β : $\alpha=0.8$ y $\beta=0.2$ para la zapata y $\alpha=0.9$ y $\beta=0.1$ para el soporte. Cada ejecución se realizó un número de experimentos tales que el error estimado mediante la *t* de Student descrita en el apartado 6.1.2 sea menor del 0.5% el menor coste obtenido de la población de soluciones de la etapa 1, que será aleatoria, limitando el número máximo de las mismas a 20. A continuación se muestran y comparan los resultados obtenidos para las pilas de menores costes de cada una de las variantes estudiadas, comparando las distintas variables obtenidas del soporte y de la zapata y se mostrarán las diferentes mediciones, cuantías y precios de las distintas soluciones.

9.2.1 Dimensiones, hormigones y armados

A continuación se muestran las diferentes características y valores de las dimensiones y armados para todas las variables definidas para el soporte y la zapata y que darán, junto con los parámetros, la definición completa de la pila.

9.2.1.1 Soportes

Se exponen para los distintos soportes los valores de las variables geométricas, de armado y tipo de hormigón dispuesto.

- Geometría y tipos de hormigón

La Tabla 9.3 mostrará las dimensiones exteriores de la sección en dirección perpendicular al avance de PKs ($a(1,i)$) y la pendiente de dicha cara, esta dimensión será igual en toda la altura cuando la pendiente sea nula. La Tabla 9.4 muestra los valores de las dimensiones exteriores de la sección en la dirección paralela al avance de PKs ($a(2,i)$) y su pendiente. En la Tabla 9.5 se presentan los distintos valores de los espesores de las caras del soporte y en la Tabla 9.6 los tipos de hormigón obtenidos en cada uno de los tramos.

	RTRA90	RLON90	RLT90
Pend_t	1/20.00	0.000	1/22.50
a(1,1)	9.740	5.240	9.240
a(1,2)	9.640	5.240	9.151
a(1,3)	9.390	5.240	8.929
a(1,4)	9.140	5.240	8.707
a(1,5)	8.890	5.240	8.484
a(1,6)	8.640	5.240	8.262
a(1,7)	8.390	5.240	8.040
a(1,8)	8.140	5.240	7.818
a(1,9)	7.890	5.240	7.596
a(1,10)	7.640	5.240	7.373
a(1,11)	7.390	5.240	7.151
a(1,12)	7.140	5.240	6.929
a(1,13)	6.890	5.240	6.707
a(1,14)	6.640	5.240	6.484
a(1,15)	6.390	5.240	6.262
a(1,16)	6.140	5.240	6.040
a(1,17)	5.890	5.240	5.818
a(1,18)	5.640	5.240	5.596
a(1,19)	5.390	5.240	5.373
a(1,20)	5.240	5.240	5.240

Tabla 9.3: Pendiente transversal y dimensiones transversales exteriores del soporte

La dimensión de la sección superior exterior transversal del soporte será la misma e igual al fondo del tablero en todos los casos, según se observa en la Tabla anterior. Las pendientes a las que se ha llegado en RTRA90 y RLT90 son similares, siendo también parecida la dimensión de las caras del soporte a lo largo de la altura. RLON90 mantendrá la dimensión constante en toda su altura siendo, para este caso, de pendiente distinta de cero únicamente las caras en la dirección perpendicular. La

Tabla 9.4 mostrará la pendiente longitudinal de las caras del soporte y las dimensiones longitudinales (paralelas al avance de PKs) exteriores del soporte.

	RTRA90	RLON90	RLT90
Pend_i	0.000	1/20.00	1/37.50
a(2,1)	5.000	8.250	5.900
a(2,2)	5.000	8.150	5.847
a(2,3)	5.000	7.900	5.713
a(2,4)	5.000	7.650	5.580
a(2,5)	5.000	7.400	5.447
a(2,6)	5.000	7.150	5.313
a(2,7)	5.000	6.900	5.180
a(2,8)	5.000	6.650	5.047
a(2,9)	5.000	6.400	4.913
a(2,10)	5.000	6.150	4.780
a(2,11)	5.000	5.900	4.647
a(2,12)	5.000	5.650	4.513
a(2,13)	5.000	5.400	4.380
a(2,14)	5.000	5.150	4.247
a(2,15)	5.000	4.900	4.113
a(2,16)	5.000	4.650	3.980
a(2,17)	5.000	4.400	3.847
a(2,18)	5.000	4.150	3.713
a(2,19)	5.000	3.900	3.580
a(2,20)	5.000	3.750	3.500

Tabla 9.4: Pendiente longitudinal y dimensiones longitudinales exteriores del soporte

En este caso la dimensión longitudinal en la sección de cabeza del soporte será variable y de posibles valores comprendidos entre 1.00 m y 5.00 m, el valor al que se ha llegado para el caso RTRA90, en el cual esta dimensión será constante a lo largo de toda su altura, ha sido la máxima posible (5.00 m). En los casos RLON90 y RLT90, en los que las pendientes de las caras no serán nulas, se han obtenido dimensiones menores para la sección superior, 3.750 m y 3.500 m respectivamente. La pendiente a la que se ha llegado para RLT90 es menor que en la dirección contraria lo que puede ser debido a que las fuerzas horizontales en esta dirección serán menores. Finalmente, comentar que la pendiente de RLON90 será similar a la transversal obtenida para RTRA90 y RLT90. La Tabla 9.5 mostrará los distintos valores de los espesores de las caras del soporte.

	RTRA90	RLON90	RLT90
b(1,1)	0.575	0.750	0.425
b(1,2)	0.500	0.525	0.375
b(1,3)	0.500	0.525	0.375
b(1,4)	0.500	0.425	0.325
b(1,5)	0.500	0.375	0.325
b(1,6)	0.475	0.375	0.325
b(1,7)	0.475	0.375	0.275
b(1,8)	0.475	0.375	0.275
b(1,9)	0.475	0.375	0.275
b(1,10)	0.450	0.350	0.275
b(1,11)	0.350	0.350	0.275
b(1,12)	0.350	0.350	0.275
b(1,13)	0.350	0.275	0.250
b(1,14)	0.350	0.275	0.250
b(1,15)	0.350	0.275	0.250
b(1,16)	0.350	0.275	0.250
b(1,17)	0.250	0.275	0.250
b(1,18)	0.250	0.250	0.250
b(1,19)	0.250	0.250	0.250
b(2,1)	0.350	0.275	0.650
b(2,2)	0.325	0.275	0.350
b(2,3)	0.250	0.275	0.250
b(2,4)	0.250	0.250	0.250
b(2,5)	0.250	0.250	0.250
b(2,6)	0.250	0.250	0.250
b(2,7)	0.250	0.250	0.250
b(2,8)	0.250	0.250	0.250
b(2,9)	0.250	0.250	0.250
b(2,10)	0.250	0.250	0.250
b(2,11)	0.250	0.250	0.250
b(2,12)	0.250	0.250	0.250
b(2,13)	0.250	0.250	0.250
b(2,14)	0.250	0.250	0.250
b(2,15)	0.250	0.250	0.250
b(2,16)	0.250	0.250	0.250
b(2,17)	0.250	0.250	0.250
b(2,18)	0.250	0.250	0.250
b(2,19)	0.250	0.250	0.250

Tabla 9.5: Espesores de las caras del soporte

Los espesores dispuestos en la dirección transversal ($b(2,i)$) serán los mínimos posibles para todos los casos en todas las secciones salvo en los tramos cercanos a arranques. Por otro lado, los espesores obtenidos para la dirección longitudinal ($b(1,i)$) serán mayores, aunque también se obtuvieron valores mínimos para los tramos superiores. La Tabla 9.6 muestra los tipos de hormigón dispuestos en cada uno de los tramos.

	RTRA90	RLON90	RLT90
fcks(1)	35	50	50
fcks(2)	35	50	50
fcks(3)	35	40	45
fcks(4)	35	40	45
fcks(5)	35	40	45
fcks(6)	35	35	45
fcks(7)	35	30	40
fcks(8)	35	30	40
fcks(9)	35	30	40
fcks(10)	35	30	40
fcks(11)	35	30	40
fcks(12)	35	30	40
fcks(13)	35	30	35
fcks(14)	35	30	35
fcks(15)	35	30	30
fcks(16)	25	25	25
fcks(17)	25	25	25
fcks(18)	25	25	25
fcks(19)	25	25	25

Tabla 9.6: Tipos de hormigón

En la Tabla anterior se muestran los hormigones expresados con su resistencia a compresión simple característica a 28 días en MPa, dicha resistencia irá disminuyendo conforme el tramo se aleja de la sección de arranques alcanzando resistencia mínima en la parte superior de los soportes. La necesidad de mayores resistencias en secciones inferiores del soporte será debida a que estas secciones tendrán que soportar tensiones máximas de compresión mayores, por un lado el ELS de fisuración limita la tensión máxima de compresión para el hormigón a $0,6 \cdot f_{ck}$ y por otro lado se deberá verificar el ELU de fatiga del hormigón (ver expresión 4.13).

- Armadura

Se muestran a continuación el número de barras de armado longitudinal dispuesto en cada una de las caras del soporte (Tabla 9.7 y Tabla 9.8) con sus respectivos diámetros (Tabla 9.9 y Tabla 9.10), los cercos de cortante (Tabla 9.11) y el armado en cabeza (Tabla 9.12) para las diferentes pilas estudiadas.

	RTRA90	RLON90	RLT90
baes(1,1)	77	49	86
baes(1,2)	77	49	86
baes(1,3)	75	49	84
baes(1,4)	73	49	81
baes(1,5)	71	49	79
baes(1,6)	69	49	77
baes(1,7)	67	49	75
baes(1,8)	65	49	73
baes(1,9)	31	49	71
baes(1,10)	31	49	69
baes(1,11)	31	49	67
baes(1,12)	31	49	65
baes(1,13)	31	49	63
baes(1,14)	31	49	61
baes(1,15)	31	49	58
baes(1,16)	31	49	56
baes(1,17)	31	49	54
baes(1,18)	31	49	52
baes(1,19)	31	49	50
bais(1,1)	38	18	53
bais(1,2)	38	18	28
bais(1,3)	38	18	28
bais(1,4)	37	18	28
bais(1,5)	35	18	28
bais(1,6)	34	18	28
bais(1,7)	33	18	28
bais(1,8)	32	18	28
bais(1,9)	31	18	24
bais(1,10)	30	18	24
bais(1,11)	29	18	24
bais(1,12)	28	18	24
bais(1,13)	27	18	21
bais(1,14)	26	18	21
bais(1,15)	25	18	21
bais(1,16)	24	18	21
bais(1,17)	23	18	18
bais(1,18)	22	18	18
bais(1,19)	21	18	18

Tabla 9.7: Número de barras en dirección transversal

La Tabla anterior enseña el número de barras dispuestas en las caras exteriores e interiores del soporte en dirección transversal (perpendicular al avance de PKs), dicho número va ligado a la separación de las barras, por lo que será distinto en función de la magnitud de la cara que cubren disminuyendo con ella en altura si esta es variable. Además, tal como se explicó en el punto 4.1.1, la separación de las barras de un soporte podrá ser igual o el doble en el tramo superior siempre que la misma no sea mayor a 0.30 m. La Tabla 9.8 presenta el número de barras dispuestas en las caras del soporte en dirección longitudinal (Avance de PKs).

	RTRA90	RLON90	RLT90
baes(2,1)	49	81	50
baes(2,2)	49	81	50
baes(2,3)	49	78	49
baes(2,4)	49	76	47
baes(2,5)	49	73	46
baes(2,6)	49	71	45
baes(2,7)	49	68	44
baes(2,8)	49	66	43
baes(2,9)	49	63	42
baes(2,10)	49	61	41
baes(2,11)	49	58	19
baes(2,12)	49	56	19
baes(2,13)	49	53	19
baes(2,14)	49	51	19
baes(2,15)	49	48	19
baes(2,16)	49	46	19
baes(2,17)	49	43	19
baes(2,18)	49	41	15
baes(2,19)	49	38	15
bais(2,1)	18	65	36
bais(2,2)	18	65	36
bais(2,3)	18	65	36
bais(2,4)	18	65	36
bais(2,5)	18	64	35
bais(2,6)	18	62	17
bais(2,7)	18	60	17
bais(2,8)	18	57	17
bais(2,9)	18	55	17
bais(2,10)	18	53	17
bais(2,11)	18	50	17
bais(2,12)	18	48	17
bais(2,13)	18	47	17
bais(2,14)	18	45	17
bais(2,15)	18	42	17
bais(2,16)	18	40	17
bais(2,17)	18	38	17
bais(2,18)	18	36	17
bais(2,19)	18	33	17

Tabla 9.8: Número de barras en dirección longitudinal

La Tabla 9.9 muestra los diámetros de las barras dispuestas en dirección transversal.

	RTRA90	RLON90	RLT90
diaes(1,1)	32	32	32
diaes(1,2)	32	32	32
diaes(1,3)	32	25	32
diaes(1,4)	16	25	32
diaes(1,5)	16	20	32
diaes(1,6)	16	16	32
diaes(1,7)	16	16	32
diaes(1,8)	16	12	32
diaes(1,9)	16	12	32
diaes(1,10)	16	12	32
diaes(1,11)	16	12	32
diaes(1,12)	16	12	32
diaes(1,13)	16	12	32
diaes(1,14)	16	12	25
diaes(1,15)	16	12	25
diaes(1,16)	16	12	25
diaes(1,17)	12	12	12
diaes(1,18)	12	12	12
diaes(1,19)	12	12	12
diais(1,1)	32	32	25
diais(1,2)	25	32	25
diais(1,3)	16	16	12
diais(1,4)	12	16	12
diais(1,5)	12	12	12
diais(1,6)	12	12	12
diais(1,7)	12	12	12
diais(1,8)	12	12	12
diais(1,9)	12	12	12
diais(1,10)	12	12	12
diais(1,11)	12	12	12
diais(1,12)	12	12	12
diais(1,13)	12	12	12
diais(1,14)	12	12	12
diais(1,15)	12	12	12
diais(1,16)	12	12	12
diais(1,17)	12	12	12
diais(1,18)	12	12	12
diais(1,19)	12	12	12

Tabla 9.9: Diámetro de las barras en dirección transversal

La Tabla 9.10 presenta los diámetros de las barras dispuestas en dirección longitudinal.

	RTRA90	RLON90	RLT90
diaes(2,1)	32	32	32
diaes(2,2)	32	32	25
diaes(2,3)	32	32	25
diaes(2,4)	32	32	20
diaes(2,5)	32	32	20
diaes(2,6)	32	32	20
diaes(2,7)	32	32	20
diaes(2,8)	32	32	16
diaes(2,9)	32	32	12
diaes(2,10)	32	32	12
diaes(2,11)	32	20	12
diaes(2,12)	32	20	12
diaes(2,13)	20	12	12
diaes(2,14)	20	12	12
diaes(2,15)	20	12	12
diaes(2,16)	12	12	12
diaes(2,17)	12	12	12
diaes(2,18)	12	12	12
diaes(2,19)	12	12	12
diais(2,1)	32	32	20
diais(2,2)	32	32	20
diais(2,3)	32	32	12
diais(2,4)	16	32	12
diais(2,5)	16	32	12
diais(2,6)	12	32	12
diais(2,7)	12	32	12
diais(2,8)	12	32	12
diais(2,9)	12	32	12
diais(2,10)	12	32	12
diais(2,11)	12	32	12
diais(2,12)	12	32	12
diais(2,13)	12	32	12
diais(2,14)	12	32	12
diais(2,15)	12	25	12
diais(2,16)	12	16	12
diais(2,17)	12	12	12
diais(2,18)	12	12	12
diais(2,19)	12	12	12

Tabla 9.10: Diámetro de las barras en dirección longitudinal

El diámetro de las barras está directamente relacionado con el número de las mismas, disminuyendo, en general, con la altura de los soportes, ya que los esfuerzos a resistir serán menores. Cabe destacar los mayores diámetros empleados en los soportes de RTRA90 y RLON90 en la dirección longitudinal frente a los empleados por RLT90 y al revés, los mayores diámetros empleados por RLT90 en dirección transversal.

Únicamente ha sido necesaria armadura horizontal en el tramo de arranques del soporte RLT90 en dirección transversal, esto lo recoge la Tabla 9.11.

	RTRA90	RLON90	RLT90
dcorls(1)	-	-	-
dcorts(1)	-	-	12
sepcs(1)	-	-	0.200
dcorls(2)	-	-	-
dcorts(2)	-	-	-
sepcs(2)	-	-	-
dcorls(3)	-	-	-
dcorts(3)	-	-	-
sepcs(3)	-	-	-

Tabla 9.11: Cercos soportes

La cabeza del soporte será maciza y tendrá dos dimensiones fijas: su espesor que será de 3.00 m y la dimensión transversal superior que será igual al fondo del tablero, el tipo de hormigón que se ha obtenido en todos casos para ella ha sido HA-25 y la armadura dispuesta (ver Tabla 9.12) ha sido explicada en el punto 4.2.2 y detallada en la Figura 4.5.

	RTRA90	RLON90	RLT90
Asmal	16	16	16
Asmat	16	16	16
Asmsu	62	62	62
Asmti	48	43	40
Asmli	52	57	60
Acm	6	5	5

Tabla 9.12: Variables armado cabeza del soporte

9.2.1.2 Zapatas

Los armados y dimensiones de las zapatas, que corresponden a los soportes mostrados en el apartado anterior, para los diferentes tipos de pilas estudiados son los mostrados en la Tabla 9.13. Las variables que en dicha Tabla se muestran son las expuestas en el apartado 4.1.1 y en la Figura 4.2.

	RTRA90	RLON90	RLT90
hz	3.90	4.00	3.70
Lz	15.00	23.50	16.00
Tz	20.25	19.00	20.25
Areazap	303.75	446.50	324.00
Lp	12.60	21.25	13.10
Tp	17.34	13.04	16.75
fckz	25	30	25
bzt	73	232	63
bzl	133	187	160
Nct	3	2	4
Ncl	2	3	1
dzbt	25	25	25
dzbl	25	20	32
dzst	25	16	25
dzsl	20	16	25
dpst	32	16	32
dpsl	20	16	25

Tabla 9.13: Resultados zapatas

Respecto a la geometría de las zapatas cabe destacar que en todas ellas se obtienen cantos parecidos estando estos entorno a los 4.00 metros. Las dimensiones en planta serán muy similares en los casos RTRA90 y RLT90 dando áreas parecidas, sin embargo, las de RLON90 serán superiores siendo mayor su dimensión en la dirección longitudinal que en la transversal. Finalmente destacar que, en todos los casos, ha sido más restrictiva para las dimensiones de la zapata la condición de que no se produzca el despegue de la misma que la de tensiones máximas en el terreno, esto se producirá porque los momentos en la zapata serán elevados en relación a la carga vertical debido a la gran excentricidad que la altura proporciona a las acciones horizontales.

El hormigón obtenido ha sido, en todos los casos, HA-25 excepto para la pila RLON90 que al ser de mayor tamaño necesitará un hormigón que le de más resistencia.

El armado de la base de la zapata dependerá del número de barras dispuestas en cada una de las dos direcciones (longitudinal y transversal), del número de capas y del diámetro de las mismas. La zapata con mayor número de barras dispuestas en su base ha sido RLON90, aunque también ha sido RLON90 la que dispone menor diámetro para las barras en sentido longitudinal.

9.2.2 Mediciones, costes y cuantías

Las pilas anteriormente definidas tendrán las mediciones y cuantías mostradas en la Tabla 9.14, multiplicando estas mediciones por los costes unitarios empleados (ver Tabla 4.4) se obtendrán los totales de la Tabla 9.15.

		RTRA90	RLON90	RLT90
Zapata	Excavación(m3)	1664.30	2409.75	1682.10
	Relleno(m3)	645.94	962.55	676.76
	Armadura(kg)	66268.25	101138.16	79870.32
	Encofrado(m2)	339.51	476.56	349.15
	Hormigón(m3)	1048.73	1491.85	1037.74
	kg arm./m3 horm.	63.19	67.79	76.97
Zona maciza soporte	Armadura(kg)	6268.66	5533.37	5419.19
	Encofrado(m2)	88.88	74.87	72.35
	Hormigón(m3)	79.72	60.13	56.36
	kg arm./m.l.soporte	69.65	61.48	60.21
	kg arm./m3 horm.	78.63	92.02	96.15
Zona hueca soporte	Armadura(kg)	108942.62	160205.15	122626.70
	Encofrado(m2)	4141.71	3725.09	4001.54
	Hormigón(m3)	747.34	568.16	570.53
	kg arm./m.l.soporte	1210.47	1780.06	1362.52
	kg arm./m3 horm.	145.77	281.97	214.93

Tabla 9.14: Mediciones y cuantías

Las zapatas de RTRA90 y RLT90 tendrán mediciones similares en lo que se refiere a medidas que dependen de sus dimensiones (excavación, relleno, encofrado y hormigón), sin embargo la de RLT90 dispondrá de un mayor número de Kg de armado. La zapata RLON90 tendrá mediciones superiores a las otras dos al ser sus dimensiones mayores. Finalmente, destacar que la cuantía de Kg de armadura en relación a los m³ de hormigón será similar para RTRA90 y RLON90 estando en torno a 65 Kg/m³, mientras que la de RLT90 es bastante más elevada.

Las mediciones y cuantías de la zona maciza serán similares para RLON90 y RLT90 siendo un poco superiores en el caso de RTRA90, ya que, las secciones de cabeza del soporte son de dimensiones mayores.

Respecto a la zona hueca del soporte decir que será superior el armado dispuesto para el caso RLON90, aunque por otro lado dispondrán de los menores m² de encofrado y volumen de hormigón. La pila RTRA90 dispondrá de menor armadura que las otras dos pero de mayor m² de encofrado y volumen de hormigón. Todo esto dará unas cuantías superiores tanto en Kg de armadura por metro lineal de soporte como en Kg de armadura por m³ de hormigón para la pila RLON90. Además, decir que, las cuantías de acero obtenidas para la pila de 90 metros de altura serán muy superiores a las de las pilas de los Capítulos anteriores con alturas menores y situadas entre vanos de menor luz. Estas mediciones por sus correspondientes costes unitarios darán lugar a los costes totales expresados en la Tabla 9.15.

		RTRA90	RLON90	RLT90
Zapata	Excavación	5009.54	7253.35	5063.12
	Relleno	3106.99	4629.87	3255.23
	Armadura	48375.82	73830.86	58305.33
	Encofrado	6111.13	8578.08	6284.61
	Hormigón	60249.62	91883.04	59617.95
	TOTAL	122853.10	186175.20	132526.24
Zona maciza soporte	Armadura	4576.12	4039.36	3956.01
	Encofrado	6231.22	5085.08	4877.10
	Hormigón	4604.12	3472.45	3254.60
	TOTAL	15411.46	12596.89	12087.71
Zona hueca soporte	Armadura	79528.11	116949.76	89517.49
	Encofrado	202149.35	181811.22	224843.04
	Hormigón	48916.67	37538.75	40927.49
	TOTAL	330594.13	336299.73	355288.02
Pila	TOTAL	468858.69	535071.82	499901.97
	coste/m.l.soporte	5209.54	5945.24	5554.47

Tabla 9.15: Costes

Para las mediciones anteriores el soporte de menor coste encontrado ha sido el de RTRA90. La principal diferencia con el de RLT90, que ha sido el segundo, se encuentra en el coste del encofrado. Aunque las mediciones en el mismo han sido similares el coste por unidad de encofrado interior de RLT90 será superior al de RLON90 y RTRA90, ya que, al no ser las 4 caras del soporte verticales habrá que variarlo de dimensiones para lo que se tendrá que bajar al terreno, esta maniobra que no habrá que realizar en el caso de que dos cara opuestas sean verticales, necesitará una grúa y unos medios auxiliares que incrementarán el coste de dicho encofrado tal como se explico en el punto 4.2.1. Los costes del soporte obtenido para RLON90, pese a tener mayor cantidad de armado, será similar al de RTRA90. Por lo que se puede concluir que para los soportes la principal diferencia entre los costes se ha producido por la forma en la que se tiene que realizar el encofrado de las caras interiores, según tengan dos caras no verticales o las cuatro, y que dicha diferencia de coste justificará realizar los soportes únicamente con dos caras paralelas no verticales siendo la discrepancia entre dejar dos caras verticales o las dos opuestas no significativa.

El menor coste de la zapata se obtuvo también para RTRA90 y será similar al de RLT90 siendo su única diferencia significativa en el coste de la armadura, la zapata de RLON90 tendrá un coste muy superior al de las otras dos por tener mayores mediciones. Finalmente, comentar que los costes por unidad de longitud a los que se ha llegado serán muy superiores a los obtenidos en los Capítulos anteriores al tener que resistir las secciones esfuerzos mucho más elevados.

Capítulo 10. CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

En este Capítulo se proporcionan las conclusiones del trabajo realizado desde el punto de vista del estado del arte, de las heurísticas, de la estructura estudiada y del estudio paramétrico realizado y se presentan las posibles futuras líneas de investigación.

10.1 Conclusiones

El objetivo de este trabajo ha sido la aplicación del diseño automatizado al cálculo de pilas rectangulares huecas de hormigón armado de viaductos de carretera y ferrocarril. Dicho diseño constará de dos partes fundamentales: la comprobación estructural y el procedimiento de optimización utilizado, además, será necesaria la ubicación de este trabajo en la bibliografía realizada hasta el momento (estado del arte) y con los resultados obtenidos de las diferentes aplicaciones se realizará el estudio paramétrico. A continuación se citan las principales conclusiones a las que se ha llegado a lo largo de los nueve Capítulos anteriores desde los puntos de vista descritos: estado del arte, medios de optimización empleados, estructura objeto del estudio y estudio paramétrico realizado.

10.1.1 Referentes al estado del arte

Del estado del arte realizado se puede concluir que:

- La mayor parte de los trabajos de optimización realizados con métodos aproximados han sido de estructuras metálicas dedicándose para las de hormigón una pequeña parte de los mismos.

Además, poco se dice en la bibliografía sobre la optimización de pilas, los artículos estudiados mostrarán más la forma de realizar su cálculo que su optimización. Por otra parte, cuando se realiza la optimización de columnas se acaba reduciendo el problema a encontrar por métodos aproximados el armado de una sección dados los esfuerzos y la geometría de la misma. Por lo que desde el punto de vista de la investigación es necesaria la aplicación a estructuras reales, tanto de hormigón como de acero, de métodos de optimización que proporcionen un mayor conocimiento sobre las mismas.

- Desde el punto de vista de las heurísticas destacar la escasa utilización hasta el momento del algoritmo de la colonia de hormigas debido a que es relativamente “nuevo”, pues fue propuesto por Dorigo et al.⁹⁸ en 1996. Según diversos autores, se espera que el ACO de buenos resultados, ya que, a diferencia de los algoritmos genéticos aprovecha la información dejada por las poblaciones anteriores. En contrapartida, se destaca la gran aplicación realizada de los algoritmos genéticos (GA) y de la cristalización simulada (SA).

10.1.2 Referentes a los medios de optimización utilizados

En el Capítulo 6 se realizó la aplicación y comparación de diversos métodos aproximados consistentes en diferentes heurísticas y metaheurísticas a una pila en concreto, del estudio realizado destacar las siguientes conclusiones:

- Los métodos heurísticos se pueden emplear en el diseño automatizado de estructuras dando tiempos computacionales, con ordenadores personales actuales, aceptables para la realización de aplicaciones prácticas. Destacar, por otro lado, la posibilidad de aplicación que tienen estos métodos a problemas cuya resolución por métodos exactos sería prácticamente imposible y la capacidad de ajustar la calidad de la solución obtenida al tiempo de ejecución empleado.
- De todas las heurísticas estudiadas (DLS, TA, SA, AS, ACS, ASO1, ASO2, GEN1 y GEN2) se llegó a costes similares para el mejor experimento de todas ellas, lo que indica que con el ajuste adecuado y el tiempo de ejecución suficiente todas pueden dar una solución de calidad. El menor coste fue obtenido por AS con un valor de 68819.41 € siendo la diferencia con los menores costes del resto de heurísticas inferior al 1%, el coste de la pila construida es de 103788.52 € lo cual resulta muy superior a los dados por las heurísticas. Respecto a los tiempos de ejecución decir que los de los métodos poblacionales serán, en general, superiores a los utilizados por los métodos de búsqueda local, lo cual puede deberse a que el número de soluciones que manejan es más elevado al operar con poblaciones de soluciones.

- La heurística elegida para la realización del estudio paramétrico de los Capítulos 7, 8 y 9 ha sido el ASO2 por poderla aplicar a problemas con diferentes número de variables y distinto espacio de soluciones sin ser necesario un estudio previo de la factibilidad de dichas soluciones, además de los buenos resultados obtenidos por el mismo tanto en dispersión de resultados, como en la calidad de las mismas, como en tiempo de ejecución.
- Se ha realizado un control estadístico de las soluciones obtenidas en las diferentes ejecuciones realizadas para las distintas heurísticas y para cada una de los tipos de pilas estudiadas mediante la distribución t de Student. Esto permite dar un nivel de confianza de las soluciones obtenidas.

10.1.3 Referentes a la estructura estudiada

Como conclusiones obtenidas referentes a la pila rectangular hueca de hormigón armado para viaductos de carretera y ferrocarril cabe destacar las siguientes:

- Las estructuras óptimas irán disminuyendo en armado, espesores de las paredes, resistencia del tipo de hormigón conforme las secciones se acerquen a la cabeza del soporte, ya que, las fuerzas horizontales provenientes del tablero tendrán menores brazos lo que dará lugar a esfuerzos más pequeños.
- El armado vertical en los soportes irá condicionado por el pandeo y la flexo-compresión en rotura y el cortante transversal sin fisurar las secciones en ningún caso. Las secciones tendrán, en general, resistencia suficiente para soportar el cortante sin que sea necesaria la disposición de este tipo de armaduras.
- Las mayores tensiones de compresión en las secciones del soporte cercanas a la base del mismo obligarán a disponer hormigones de mayores resistencias en las mismas, de tal forma que se verifique la compresión máxima para el ELS de fisuración y el ELU de fatiga del hormigón.
- Respecto a las zapatas decir que: las de las pilas de menores alturas ajustarán sus tamaños de manera que la tensión máxima aplicada al terreno sea menor que la admisible por el mismo, sin embargo en la de mayores alturas será más restrictiva la condición de no despegue de la misma que la de tensiones en el terreno, en ambos casos es habitual que las zapatas sean rectangulares siendo su mayor dimensión la transversal (perpendicular al avance de PKs) por ser la de mayores fuerzas horizontales. El hormigón dispuesto, en general, será HA-25 al ser el más económico y de resistencia suficiente para soportar las tensiones a las que se verá sometida. El armado será el necesario para resistir los esfuerzos a los que se verá sometida y

se ajustará a la flexión y al cortante. Finalmente, destacar que se han producido fisuraciones menores de las permitidas por la EHE¹⁰⁴ en algunas zapatas, siendo estas zapatas las de cantos más pequeños.

10.1.4 Referentes al estudio paramétrico

Se realizó un estudio comparativo de pilas con distintas alturas de las mismas y diferentes luces de vanos para viaductos de carretera y ferrocarril del cual se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Conforme se aumenta la altura de las pilas y las luces de vano de los viaductos los esfuerzos a los que se verán sometidas las diferentes secciones serán mayores por lo que se necesitarán para resistirlos geometrías y armados mayores, tanto en la zapata como en el soporte, lo que dará un aumento de los costes en dichas estructuras. En los Capítulos 7 y 8 se dan Figuras para estimar las características de las pilas óptimas, de las cuales cabe destacar:
 - Los Kg de armadura vertical en arranques de soporte por metro lineal del mismo estarán comprendidos entre 180 y 1100 y los Kg de armadura vertical en todo el soporte por metro lineal del mismo entre 140 y 650, tanto para pilas de carretera como de ferrocarril. Por lo que el armado dispuesto en arranques de barras longitudinales será superior al del resto del soporte.
 - Los Kg totales de armadura para la pila por metro lineal de la misma se encontrarán entre 600 y 1500 para pilas de carretera y entre 850 y 1850 para pilas de ferrocarril. En este caso será superior para pilas de ferrocarril que para las de carretera al tener en cuenta el resto de armado del soporte, como son las barras horizontales y el de cabeza, y el de las zapatas.
 - Para la relación m^3 de hormigón del soporte por metro lineal del mismo se obtendrán valores comprendidos entre 4.00 y 6.60 para pilas de carretera y entre 5.50 y 8.00 para pilas de ferrocarril, siendo mayor la cuantía de hormigón dispuesto en los soportes de las pilas de ferrocarril por tener secciones con mayor área.
 - Para los m^3 de hormigón totales dispuestos en la pila en relación a la altura del soporte se tendrán valores comprendidos entre 7.90 y 16.00 para las pilas de carretera y entre 12.50 y 23.00 para las de ferrocarril. Lo que comparándolo con los valores obtenidos para las cuantías de hormigón de los soportes deja de manifiesto el mayor tamaño de las zapatas para pilas de ferrocarril.

- El coste total en euros por metro lineal de altura de las pilas de ferrocarril será superior a las de carretera al ser superiores las cuantías dispuestas tanto de hormigón como de acero. Estos valores se encontrarán entre 2400 y 3900 para pilas de carretera y entre 3200 y 4600 para las de ferrocarril.
 - Los costes de las zapatas serán similares en las pilas de menores alturas aumentando, a continuación, conforme aumenta la altura del soporte. Aumentarán, también, el coste del soporte y la relación coste del soporte en función del de la zapata al aumentar la altura del mismo. El coste de los soportes será entre 1.71 y 4.32 veces más el de la zapata para pilas de carretera y entre 1.26 y 3.92 veces más en pilas de ferrocarril.
 - Destacar, además, la tendencia decreciente para las curvas de cuantías hasta una cierta altura de pila para a continuación cambiarla a creciente. Esto es debido a que en las pilas de menores alturas muchas geometrías y armados se han dispuesto por mínimos por lo que no aumentarán al ser mayor la altura de pila llevando a relaciones menores. Esta misma tendencia se observará en las curvas de costes.
- Para pilas de gran altura, en las que se considera la posibilidad de que las caras del soporte no sean verticales, la diferencia de los costes a los que se llegó en los soportes siendo no verticales las dos caras paralelas al avance de PKs o las perpendiculares no son significativos. Además decir que, disponer las cuatro caras del soporte no verticales supondrá un incremento de coste en el encofrado interior, lo que hará que dicho soporte sea de mayor coste respecto a los de suponer únicamente dos caras no verticales. Las cuantías a las que se llegó para estas pilas, que serán superiores a las de los estudios paramétricos realizados en los Capítulos 6 y 7 al ser las pilas de los mismos de menores alturas y menores luces de vanos, son las siguientes:
- Los Kg de armadura vertical en arranques por metro lineal de los mismos estarán entorno a 2500 Kg y los Kg de armadura vertical de todo el soporte por metro lineal del mismo serán de 1011 Kg para RTRA90, 1561 para RLON90 y 1168 para RLT90.
 - Los Kg de armadura total dispuesta en los soportes en relación a la altura de pila será de 1280 para RTRA90, 1841 para RLON90 y 1422 para RLT90. Si se considera también el armado de la zapata las cuantías de armadura total de la pila respecto a la altura de pila aumentarán a: 2016 para RTRA90, 2965 para RLON90 y 2310 para RLT90.
 - La relación m^3 de hormigón en el soporte por metro lineal de soporte estará entorno a 9.00 para RTRA90 y entorno a 7.00 para RLON90 y RLT90. La relación m^3 de

hormigón total de la pila por metro lineal de soporte estará entorno a 20.00 en todos los casos.

- Los costes para el soporte de 90 metros de altura en relación a su altura estará entorno a 4000 € en los tres casos estudiados. Si se incluyen los costes de las zapatas la relación subiría a 5209 € por metro lineal de soporte para la pila RTRA90, 5554 € para la de RLT90 y 5945 € para la de RLON90.

10.2 Futuras líneas de investigación

Respecto a futuras líneas de investigación para seguir avanzando citar las siguientes:

- Integrar el módulo de optimización de la pila aislada en otros que permitan la optimización completa del viaducto y que integre, además de la optimización conjunta de todas las pilas, la del tablero y de los estribos del mismo, pudiendo llegar a estudiar distintas tipologías de puentes o viaductos con sus correspondientes subestructuras.
- Realizar estudios multiobjetivo que tengan en cuenta además del coste de los materiales y del proceso constructivo otros aspectos como el medioambiental, la facilidad constructiva, etc.
- Incluir en los cálculos acciones sísmicas estudiando cómo actúan estas acciones dinámicas en la estructura y a partir de qué aceleraciones y características del problema son las condicionantes para la pila.
- Estudios de optimización que contemplen otras tipologías de pilas con secciones diferentes, otros materiales, etc., a los tratados en este trabajo y terrenos en los que haya que realizar una cimentación profunda mediante pilotes.
- Aplicación y desarrollo de otras heurísticas no empleadas en el trabajo como algoritmos meméticos, taboo search, etc.

Referencias

- ¹ Cristian Perea de Dios (2004), “Heuristic optimization of reinforced concrete road box frames”, Informe interno CST/GPRC-03, Universidad Politécnica de Valencia, Dep. Ingeniería de la Construcción, 308 pp., julio 2004. Premio tesina fin de carrera Fundación Friedrich-Wilhelm, Universidad RWTH Aachen (Alemania).
- ² Perea, Alcalá, Yepes y González Vidosa, “Optimización por cristalización simulada de marcos de carretera de hormigón armado”, Actas III Congreso de ACHE de Puentes y Estructuras, Zaragoza, noviembre 2005, pp. 719-728.
- ³ Perea, Payá, Yepes y Glez.Vidosa, “Heuristic optimization of reinforced concrete road bridges and frames”, Proceedings Segundo Congreso FIB, Nápoles, 5-8 junio 2006, 9 pp.
- ⁴ Perea, Yepes, Alcalá, Hospitaler y González-Vidosa, “Heuristic optimization of reinforced concrete road bridge frames”, Proceedings Eighth International Conference on Computational Structures Technology, Las Palmas, 12-15 septiembre 2006.
- ⁵ Perea, Alcalá, Martínez, Yepes y González-Vidosa (2006), “Optimum design of the box frame tunnel of the Underground Line Palma - UIB”, Proceedings X International Conference on Project Engineering, Valencia, 12-15 septiembre 2006.
- ⁶ Cristian Perea de Dios (2006), “Optimización heurística de marcos de carretera de hormigón armado”, Informe interno CST/GPRC-07, Universidad Politécnica de Valencia, Dep. Ingeniería de la Construcción, 107 pp., mayo 2006.
- ⁷ Cristian Perea de Dios (2007), “Heuristic optimization of reinforced concrete frame bridges”, tesis doctoral mención europea, publicación CST/GPRC-15, Universidad Politécnica de Valencia, Dep. Ingeniería de la Construcción, 202 pp. (lectura 11 junio 2007).
- ⁸ Perea, Alcalá, Yepes, González-Vidosa y Hospitaler, “Design of reinforced concrete bridge frames by heuristic optimization”, aceptado Advances in Engineering Software 6 julio 2007, doi:10.1016/j.advengsoft.2007.07.007.
- ⁹ Julián Alcalá González (2004), “Optimización heurística de muros de hormigón armado”, Informe interno CST/GPRC-01, Universidad Politécnica de Valencia, Dep. Ingeniería de la Construcción., 189 pp., abril 2004.

-
- ¹⁰ Alcalá, Carrera, Glez. Vidosa y Yepes (2005), “Cristalización simulada aplicada a la optimización económica de muros ménsula de contención de hormigón armado”, *Hormigón y Acero*, No. 236, pp 97-108, abril-junio 2005.
- ¹¹ Alcalá, Carrera, Perea, Yepes y González Vidosa, “Cristalización simulada aplicada a la optimización económica de muros de contención”, *Actas III Congreso de ACHE de Puentes y Estructuras*, Zaragoza, noviembre 2005, pp. 693-705.
- ¹² Yepes, Alcalá, Perea y Glez. Vidosa, “A parametric study of optimum earth retaining walls by simulated annealing”, *accepted Engineering Structures* mayo 2007.
- ¹³ Miguel Carrera Hueso (2004), “Optimización heurística de pórticos de paso de carretera”, Informe interno CST/GPRC-02, Universidad Politécnica de Valencia, Dep. Ingeniería de la Construcción, 205 pp., abril 2004.
- ¹⁴ Carrera, Alcalá, Yepes y Glez. Vidosa (2005), “Optimización heurística de pórticos de paso de carretera de hormigón armado”, *Hormigón y Acero*, No. 236, pp 85-95, abril-junio 2005.
- ¹⁵ Carrera, Alcalá, Yepes y González Vidosa, “Optimización por cristalización simulada de pórticos de paso de carretera de hormigón armado”, *Actas III Congreso de ACHE de Puentes y Estructuras*, Zaragoza, noviembre 2005, pp. 707-717.
- ¹⁶ Mostaza A. Hassanain; Robert E. Loov “Cost optimization of concrete bridge infrastructure” *Canadian Journal of Civil Engineering* 30(5): 841-849. 2003.
- ¹⁷ Templemann, A.B. (1983) “Optimization methods in structural design practice” *J. Struct. Engrg.*, ASCE, 109(10), 2420-2433.
- ¹⁸ Hernández, S. “Métodos de diseño óptimo de estructuras”. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Demarcación de Aragón. 402 pp. 1990.
- ¹⁹ Cohn, M.Z., Dinovitzer, A.S. (1994). “Application of structural optimization” *Struct. Engrg. J.*, ASCE, 120(2), 617-650.
- ²⁰ Sarma K.; Adeli, H. “Cost optimization of concrete structures”. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 124(5): 570-578. 1998.
- ²¹ Sarma K.; Adeli, H. “Cost optimization of steel structures”. *Engineering Optimization*, 32(6): 777-802. 2000.

-
- ²² Ignacio Payá Zaforteza (2007), “Optimización heurística de pórticos de edificación de hormigón armado”, tesis doctoral mención europea, publicación CST/GPRC-16, Universidad Politécnica de Valencia, Dep. Ingeniería de la Construcción, 265 pp. (lectura 24 septiembre 2007).
- ²³ Galilei Linceo, Galileo. “Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno à due nuove scienze attenenti alla meccanica i movimenti locali” Leida. 1638.
- ²⁴ Maxwell, C. : Scientific Papers II p. 175, Cambridge University Press, 1890) (Michell, A.G.M. : The Limit of Economy of Material in Frame Structures, Phil. Mag. 8, 1904.
- ²⁵ Michell, A.G.M. : The Limit of Economy of Material in Frame Structures, Phil. Mag. 8, 1904.
- ²⁶ Moragues, J. “Diseño óptimo de estructuras aporricadas de hormigón armado”. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Valencia. 1980.
- ²⁷ Arenas, Juan J.; Villegas, Luis “Análisis en teoría de segundo orden de las pilas del viaducto de Cruzul” Hormigón y Acero 171: 35-55 (1989).
- ²⁸ Gasch, M.S. “Optimización de estructuras de forjados reticulares”. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Valencia. 1991.
- ²⁹ Moharrami, H.; Grierson D.E. “Reinforced concrete framework design optimization”. Transactions on the Built Environment 2: 287-307. 1993.
- ³⁰ Balling, R.; Yao, X. “Optimization of reinforced concrete frames”. ASCE Journal of Structural Engineering 123 (2): 193-202. 1997.
- ³¹ Torrano, M. “Diseño óptimo de secciones y elementos estructurales de hormigón armado”. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Cartagena. 2003.
- ³² Rodrigues Junior, S.; Eloy Vaz, L.; Barbosa Guimaraes, G. “Optimum design of tall buildings in reinforced concrete subjected to wind forces”. Proc. of the 6th Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization. Rio de Janeiro. 2005.
- ³³ Chakrabarty, B.K. “A model for optimal design of reinforced concrete beam”, Struct. Engrg. J., ASCE, 118(1), 3238-3242. 1992.
- ³⁴ Ceranic, B.; Fryer, C. and Bines, R. W. “An application of simulated annealing to the optimum design of reinforced concrete retaining structures”. Computers and Structures, 79:1569-1581. 2001.

-
- ³⁵ Alfonso Carbonell Lombardero (2005), “Optimización heurística de bóvedas de paso de carretera”, Informe interno CST/GPRC-05, Universidad Politécnica de Valencia, Dep. Ingeniería de la Construcción, Diciembre 2005, 306 pp.
- ³⁶ Carbonell, Alcalá, González-Vidosa y Yepes, “Optimización heurística de bóvedas de hormigón armado para pasos de carretera”, revista Ingeniería Civil, No. 145, pp. 79-88, 2007.
- ³⁷ Coello, C.A.; Christiansen, A. D.; Hernández, F.S. “A simple Genetic Algorithm for the Design of Reinforced Concrete Beams”, Engineering with Computers, Vol. 13, 185-196. 1997.
- ³⁸ Rafiq, M.Y.; Sothcombe, C. “Genetic algorithms in optimal design and detailing of reinforced concrete columns supported by a declarative approach for capacity checking”. Computers and Structures 69: 443-457. 1998.
- ³⁹ Rajeev, S. ; Krishnamoorthy, C.S. “Genetic Algorithm-Based Methodology for Design Optimization of Reinforced Concrete Frames”. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, Vol. 13, 63-74. 1998.
- ⁴⁰ Chau, K. W.; Albermani, F.; “Knowledge-based system on optimum design of liquid retaining structures with Genetic Algorithms”. ASCE Journal of Structural Engineering 129 (10): 1312-1321. 2003.
- ⁴¹ Leps, M.; Sejnoha, M. “New approach to optimization of reinforced concrete beams”. Computers and Structures, Volume 81, Number 18: 1957-1966. 2003.
- ⁴² Lee, C. ; Ahn, J. “Flexural design of reinforced concrete frames by Genetic Algorithm”. ASCE Journal of Structural Engineering 129 (6): 762-773. 2003.
- ⁴³ Camp, C.; Pezeshk, S.; Hansson, H. “Flexural design of reinforced concrete frames using a genetic algorithm”. ASCE Journal of Structural Engineering 130 (5): 741-751. 2003.
- ⁴⁴ Kong, J. “Optimal drift design of tall reinforced concrete buildings using genetic algorithms”. Proc. Computational Mechanics. WCCM VI in conjunction with APCOM'04. Beijing, China. 2004.
- ⁴⁵ Sahab M.G.; Ashour A.F.; Toropov, V.V. “A hybrid genetic algorithm for reinforced concrete flat buildings”. Computers and Structures, 83(8): 551-559. 2004.
- ⁴⁶ Hooke R.; Jeeves TA. Direct search solution of numerical and statistical problems. J Assoc Comput. March 1961; 8:212-29.

-
- ⁴⁷ Miyamoto, A.; Nakamura, H.; Kruszka, L. "Application of the Improved Immune Algorithm to Structural Design Support System" ASCE. Journal of Structural Engineering. 130 (1): 108-119. (2004).
- ⁴⁸ Sahab M.G.; Ashour A.F.; Toropov, V.V. "Cost optimization of reinforced concrete flat buildings". Engineering Structures, 27(3) :313-322. 2005.
- ⁴⁹ Govindaraj, V.; Ramasamy, J.V. "Optimum detailed design of reinforced concrete continuous beams using Genetic Algorithms", Computers and Structures, Vol. 84, 34-48. 2005.
- ⁵⁰ Ignacio Payá Zaforteza (2005), "Optimización heurística de pórticos de edificación de hormigón armado", Informe interno CST/GPRC-04, Universidad Politécnica de Valencia, Dep. Ingeniería de la Construcción, 290 pp., abril 2005.
- ⁵¹ Payá, Yepes, Clemente y Glez.Vidoso, "Optimización heurística de pórticos de edificación de hormigón armado", aceptado Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, Vol. 22, No. 3, pp. 241-259, Septiembre 2006.
- ⁵² Rafiq, M.Y.; Packham, I.S.J.; Easterbrook, D.J.; Denham, S.L. "Visualizing Search and Solution Spaces in the Optimum Design of Biaxial Columns" ASCE. Journal of computing in civil engineering 88-98 (2006).
- ⁵³ Balling, R.; "Optimal Steel frame design by Simulated Annealing". ASCE Journal of Structural Engineering 117(6): 1780-1795.1991.
- ⁵⁴ Tzan, S.R.; Pantelides, C. "Annealing Strategy for optimal structural design". ASCE Journal of Structural Engineering, 122(7): 815-827. 1996.
- ⁵⁵ Manoharan, S.; Shanmuganathan S. "A comparison of search mechanisms for structural optimization". Computers and Structures, Volume 73: 363-372. 2003.
- ⁵⁶ Hasancebi, O.; Erbatur, F. "Layout optimization of trusses using Simulated Annealing". Advances in Engineering Software, 33: 681-696.2002.
- ⁵⁷ Schmidt, H.; Thierauf, G. "A combined optimization technique". Advances in Engineering Software, 36: 11-19. 2005.
- ⁵⁸ Shea, K.; Smith, F.C. "Improving full-scale transmission tower design through topology and shape optimization". ASCE Journal of Structural Engineering 132(5): 781-790.2006.

-
- ⁵⁹ Degertekin, S.O.; Saka, M.P.; Hayalioglu, M.S. “Optimal load and resistance factor design of geometrically nonlinear stell space frames via tabu search and genetic algorithm”. Article in press. Accepted In Engineering Structures 22 March 2007.
- ⁶⁰ Goldberg, D.E. ; Samtani, M.P. “Engineering optimization via genetic algorithms”. In: ASCE Proceedings of the Ninth Conference on Electronic Computation: 471-482. New York. 1986.
- ⁶¹ Goldberg, D.E. “Genetic Algorithms in search, optimization and machine learning”. Addison-Wesley. Boston. 1989.
- ⁶² Hajela, P. “Genetic Search – An Approach to the Nonconvex Optimization Problem”. AIAA Journal, 26(7):1205-1210. 1990.
- ⁶³ Jenkins W. M. “Towards structural optimization via the genetic algorithm” Computers and Structures, 40(5): 1321-1327. 1991.
- ⁶⁴ Jenkins W. M. “Structural optimization with the genetic algorithm” The Structural Engineer, 69(24): 418-422. 1991.
- ⁶⁵ Rajeev S. y Krishnamoorthy C.S. “Discrete optimization of structures using genetic algorithms”. ASCE Journal of Structural Engineering, 118 (5):1233-1250. 1992.
- ⁶⁶ Grierson D.E.; Pak, W.H. “Optimal sizing, geometrical and topological design using a genetic algorithm”. Structural Optimization 6:151-159. 1993.
- ⁶⁷ Adeli, H.; Cheng, N. “Integrated Genetic Algorithm for Optimization of Space Structures” Journal of Aerospace Engineering. ASCE. 6(4): 315-328 (1993).
- ⁶⁸ Adeli, H.; Cheng, N.T. “Augmented Lagrangian Genetic Algorithm for structural optimization”. ASCE Journal of Aerospace Engineering 7(1): 104-118. 1994.
- ⁶⁹ Adeli, H.; Cheng, N.T. “Concurrent Genetic Algorithms for the optimization of large structures”. ASCE Journal of Aerospace Engineering 7(3): 276-296. 1994.
- ⁷⁰ Coello Coello, Carlos A. “Uso de Algoritmos Genéticos para el Diseño Optimo de Armaduras” Congreso Nacional de Informática “Herramientas Estratégicas para los Mercados Globales”, pp. 290-305, Fundación Arturo Rosenblueth, México, D.F., 14 al 17 de junio de 1994.
- ⁷¹ Adeli, H.; Kumar, S. “Distributed Genetic Algorithm for structural optimization”. ASCE Journal of Aerospace Engineering 8(3): 156-163. 1995.

-
- ⁷² Rajeev, S.; Krishnamoorthy, C.S. “Genetic algorithms based methodologies for design optimization of trusses”. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 123 (3):350-358. 1997.
- ⁷³ Cai, J.; Thierauf, G.; “Parallelization of the Evolution Strategy for Discrete Structural Optimization Problem”. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Volume 13, Number 1, January 1998, pp. 23-30(8).
- ⁷⁴ Sherestha, S.; Ghaboussi, J. “Evolution of optimum shapes using Genetic Algorithm”. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 124(11): 1331-1338. 1998.
- ⁷⁵ Camp, C.; Pezeshk, S.; Cao, G. “Optimized design of two dimensional structures using a genetic algorithm”. *ASCE Journal of Structural Engineering* 124(5): 551-559. 1998.
- ⁷⁶ Krishnamoorthy, C.S.; Prasanna Venkatsh, P.; Sudarshan, R. “Object-oriented Framework for Genetic Algorithms with Application to Space Truss Optimization”, *Journal of Computing in Civil Engineering*, 16(1), 66-75. 2002.
- ⁷⁷ Ali, N.; Behdinan K.; Fawaz, Z. “Applicability and viability of a GA based finite element análisis architecture for estructural design optimization”. *Computer and Structures*, 81: 2251-2271. 2003.
- ⁷⁸ Camp, C.; Bichon, B. “Design of space trusses using Ant Colony optimization” *ASCE Journal of Structural Engineering* 131(3): 369-379. 2004.
- ⁷⁹ Lagaros, N.; Charmpis, D.; Tsompanakis, Y.; Papadrakakis M. “Structural design in the framework of casacade evolutionary optimization”. *Proc. 6th Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization*. Rio de Janeiro. 2005.
- ⁸⁰ Serra, M.; Venini, P. “On some applications of Ant Colony Optimization metaheuristic to structural optimization problems” *6th World Congresses of Structural and Multidisciplinary Optimization*” Rio de Janeiro, Brazil. 2005.
- ⁸¹ Gong, Y.; Li, Q.; Xiao, Z. “The Application of Ant Algorithm in Structural Optimization” *6th World Congresses of Structural and Multidisciplinary Optimization*” Rio de Janeiro, Brazil. 2005.
- ⁸² Leite, J.P.B.; Topping, B.H.V. “Improved genetic operators for structural engineering optimization” *Advances in Engineering Software* 29(7-9): 529-562. (1998).
- ⁸³ Ahmadkhanlou F.; Adeli, H. “Optimum cost design of reinforced concrete slabs using neural dynamics model” *Engineerong Applications of Artificial Intelligence* 18: 65-72 (2005).

-
- ⁸⁴ Adeli, H.; Park, H.S. "Optimization of space structures by neuronal dynamics" *Neural Networks* 8(5): 769-781 (1995).
- ⁸⁵ Clark, C.; Yi Wu, Z. "Integrated hydraulic model and genetic algorithm optimization for informed análisis of a real water system". ASCE 8th Annual Internacional Symposium on Water Distribution System Análisis, Cincinnati, Ohio, August 27-30. 2006.
- ⁸⁶ De Leao, M.T.P. "Marginal cost computation using simulated annealing" *Electric Power Engineering*, 1999. PowerTech Budapest 99. International Conference.
- ⁸⁷ Kirkpatrick, S.; Gelatt, C.D.; Vecchi, M.P. "Optimization by Simulated Annealing", *Science* 220, No. 4598, pp. 671-680. 1983.
- ⁸⁸ Cerny, V. "Thermodynamical Approach to the Travelling Salesman Problem: An Efficient Simulation Algorithm" *Journal Optimization Theory Appl.*, 45, 1, 41-45. 1985.
- ⁸⁹ Metropolis, N.; Rosenbluth, A.; Rosenbluth, M.; Teller, A.; Teller, E. "Equation of State Calculations by Fast Computing Machines" *J. Chem. Phys.*, 21, 6, 1087-1092, 1953.
- ⁹⁰ Aarts, E.H.L.; Korst, J. "Simulated Annealing and Boltzmann Machines: A Stochastic Approach to Combinatorial Optimization and Neural Computing", Wiley, New York, 1989.
- ⁹¹ Dueck, G.; Scheuer, T. "Threshold Accepting: A general Purpose Optimization Algorithm appearing Superior to Simulated Annealing", *Journal of Computation Physics*. Volume 90: 161-175 (1990).
- ⁹² Althofer, I.; Koschnick, K.U. "On the Convergence of Threshold Accepting", *Applied Mathematics and Optimization* 24, 183-195, 1991.
- ⁹³ Glover, F. "Tabu Search, Part I", *ORSA Journal on Computin*, 1, pp. 190-206. 1983.
- ⁹⁴ Glover, F. "Future Paths for Integer Programming and Links to Artificial Intelligence", *Computers and Operations Research* 13:5, 533-549, 1986.
- ⁹⁵ Dueck, G. "The great deluge algorithm and the record to record travel", *Journal of Computation Physics*, No 104, pp. 86, 1993.
- ⁹⁶ J.P. Hart and A.W. Shogan (1987) Semi-greedy heuristics: An empirical study. *Operations Research Letters*, 6:107-114, 1987.
- ⁹⁷ Mladenovich, N.; Hansen, P., "Variable Neighborhood Search", *Journal of Computation Physics*, No 24, pp. 1097-1100, 1997.

-
- ⁹⁸ Dorigo, M.; Maniezzo, V.; Colomi, A. “The ant system: optimization by a colony of cooperating agents”, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B, vol. 26, no. 1, pp. 29-41, 1996.
- ⁹⁹ Holland, J. “Adaptation In Natural and Artificial Systems.”, The University of Michigan Press, Ann Arbour, 1975.
- ¹⁰⁰ Dawkins, R. “El gen egoísta”. Salvat Editores SA. 408 pp. 1976.
- ¹⁰¹ Moscato, P. “On evolution, search, optimization, genetic algorithms and Martial Arts: Towards Memetic Algorithms“, Caltech Concurrent Computation Program, C3P Report 826, 1989.
- ¹⁰² “Instrucción de Acciones en Puentes de Carretera (IAP)”. Ministerio de Fomento. Madrid. 1999.
- ¹⁰³ “Instrucción de Acciones en Puentes de Ferrocarril (IAPF)”. Borrador. Ministerio de Fomento. Madrid. 2003.
- ¹⁰⁴ “Instrucción de Hormigón Estructural (EHE).“ Ministerio de Fomento. Madrid. 1999.
- ¹⁰⁵ Eurocódigo 2. “Proyecto de estructuras de hormigón” UNE-ENV 1992-1-1.
- ¹⁰⁶ “Norma de Construcción Sismorresistente: Parte general y edificación. Ministerio de Fomento. Centro de Publicaciones. 2003.
- ¹⁰⁷ Mari Bernat, A.R. “Análisis de estructuras de hormigón armado y pretensado en teoría de segundo orden. Barcelona: 1981, Tesis doctoral.
- ¹⁰⁸ C.E.B. – F.I.P. Código modelo C.E.B. – F.I.P. para las estructuras de hormigón. Comité Euro-International du Béton. Paris, 1978.
- ¹⁰⁹ Boletín número 93 (1973) del CEB. Capítulo M-42-215.
- ¹¹⁰ Apéndice C1 “Manuel de Calcul flambement-instabilité” del CEB (1974).
- ¹¹¹ Morisset A. “Stabilité des piles et des pylones”. Annales de l’ ITBTP. Enero 1976.
- ¹¹² Foure B. “Le flambement des poteaux compte tenu du fluage du béton”. Annales de l’ ITBTP. Marzo 1978.
- ¹¹³ Villegas, Luis; Arenas, Juan J. “Diagramas axil-momento-curvaturas ($N-M_x-M_y-C_x-C_y$) de una sección de hormigón armado solicitada por una flexo-compresión plana o biaxial” Hormigón y acero 148: 61-86 (1983).

-
- ¹¹⁴ Werner, H. “Schiefe Biegung polygonal umrandeter Stahlbeton – Querschnitt”. Beton-und Stahlbetonbau. Helft 4, 1974.
- ¹¹⁵ Bonet, J.L.; Romero, M.L.; Miguel, P.F.; Fernández, M. A. “A fast stress integration algorithm for reinforced concrete sections with axial loads and biaxial bending”. Computer & Structures 82 (2004) 213-225.
- ¹¹⁶ Romero, R.; Zúñiga, L.R. “Estadística” UPV. Servicio de publicaciones. SPUPV-94637). 1993.
- ¹¹⁷ Pearson, E.S.; “Student: A Statistical Biography of William Sealy Gosset” Oxford University Press, USA (August 16, 1990).
- ¹¹⁸ Medina, J.R., “Estimation of incident and reflected waves using simulated annealing”, Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE, No.127, Vol. 4, pp. 213-221, 2001.
- ¹¹⁹ Dorigo, M., and L. M. Gambardella. “Ant Colony System : A Cooperative Learning Approach to the Travelling Salesman Problem” IEEE Trans. Evol. Comp. 1 (1997): 53-66.
- ¹²⁰ Dorigo, M., and L. M. Gambardella. “Ant Colonies for the Travelling Salesman Problem” BioSystems 43 (1997): 73-81.
- ¹²¹ Francisco J. Martínez Martín (2006), “Optimización heurística de pilas rectangulares huecas de hormigón armado”, Informe interno CST/GPRC-08, Universidad Politécnica de Valencia, Dep. Ingeniería de la Construcción, julio 2006, 120 pp.
- ¹²² Martínez, Perea, Yepes, Hospitaler y Glez. Vidosa, “Optimización heurística de pilas rectangulares huecas de hormigón armado”, Hormigón y Acero, No. 244, pp 67-80, Junio 2007.
- ¹²³ Martínez, Yepes, Hospitaler and Glez. Vidosa, “Ant colony optimization of reinforced concrete bridge piers of rectangular hollow section”, Proceedings of the Ninth International Conference on the Application of Artificial Intelligence to Civil, Structural and Environmental Engineering (AICC-2007), St. Julians, Malta, 18-21 September 2007.
- ¹²⁴ Rudolph G. “Convergence analysis of canonical genetic algorithms”. IEEE Transactions on Neuronal Networks, 5: 96-101. 1994.

APÉNDICES

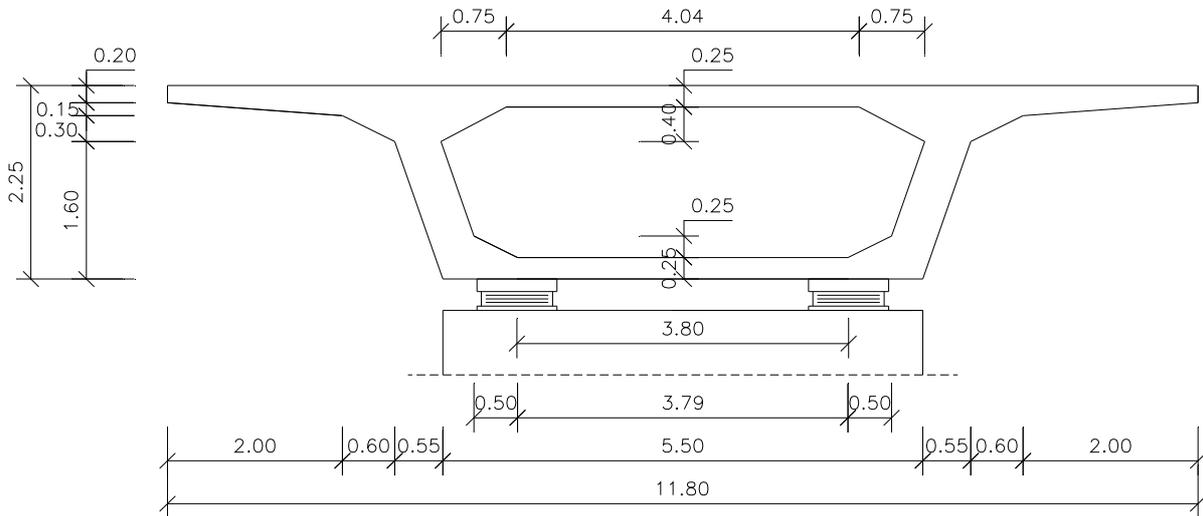
Apéndice 1. SECCIONES DE LOS TABLEROS

En este Apéndice se mostrarán las diferentes secciones transversales de los tableros cuyas pilas han sido objeto de estudio en este trabajo. En primer lugar, se enseñan las secciones de los viaductos utilizados para el estudio paramétrico de viaductos de carretera (Capítulo 7), en segundo lugar las secciones de los viaductos empleados para el paramétrico de pilas de ferrocarril (Capítulo 8) y en último lugar las secciones del viaducto utilizado para el estudio de las pilas del Capítulo 6 y de las de gran altura (Capítulo 9), a las cuales les llegará un vano de 60 metros de luz por un lado y de 90 por el otro.

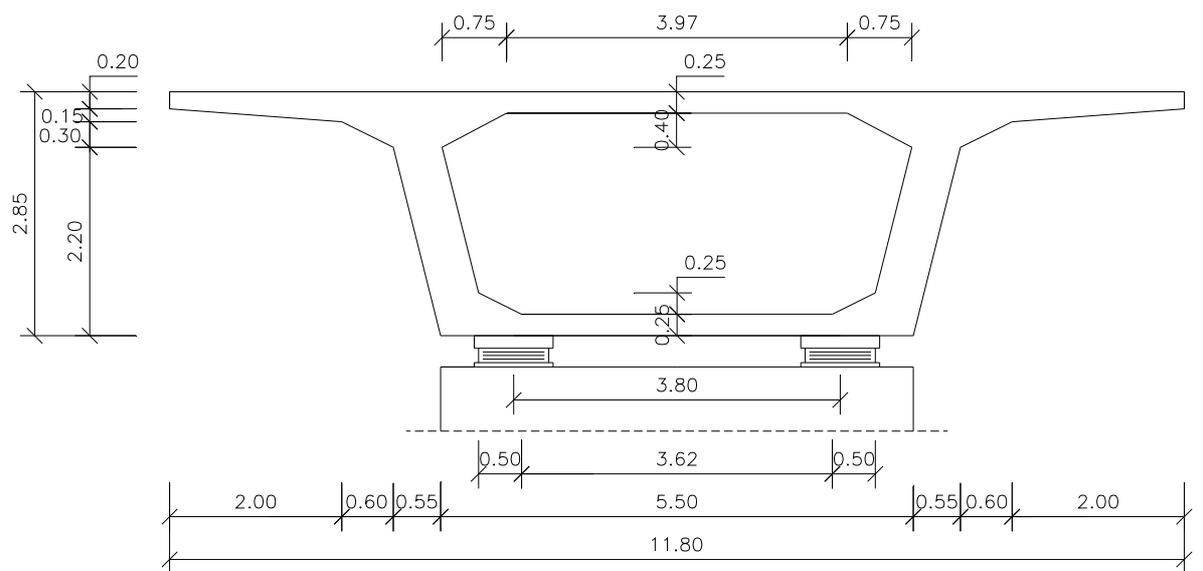
A1.1 Paramétrico viaductos de carretera (Capítulo 7)

A continuación se pueden observar las diferentes secciones transversales de los viaductos utilizados para las pilas en el estudio paramétrico de pilas de carretera, las cotas están en metros.

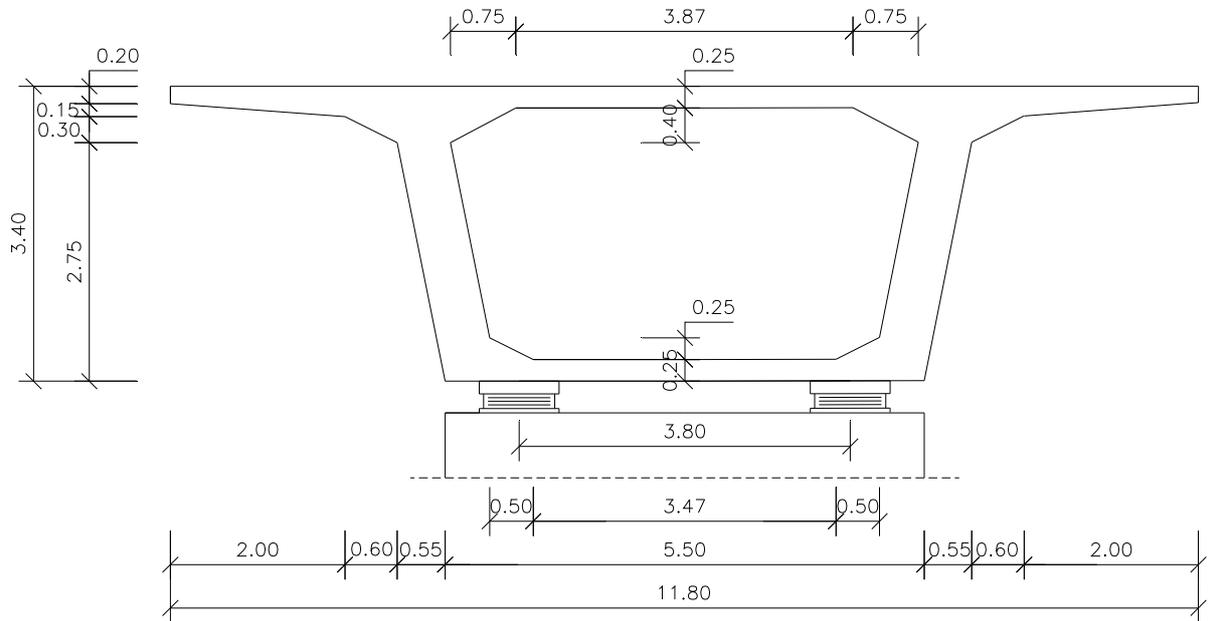
Sección viaducto de 40 metros de luz



Sección viaducto de 50 metros de luz



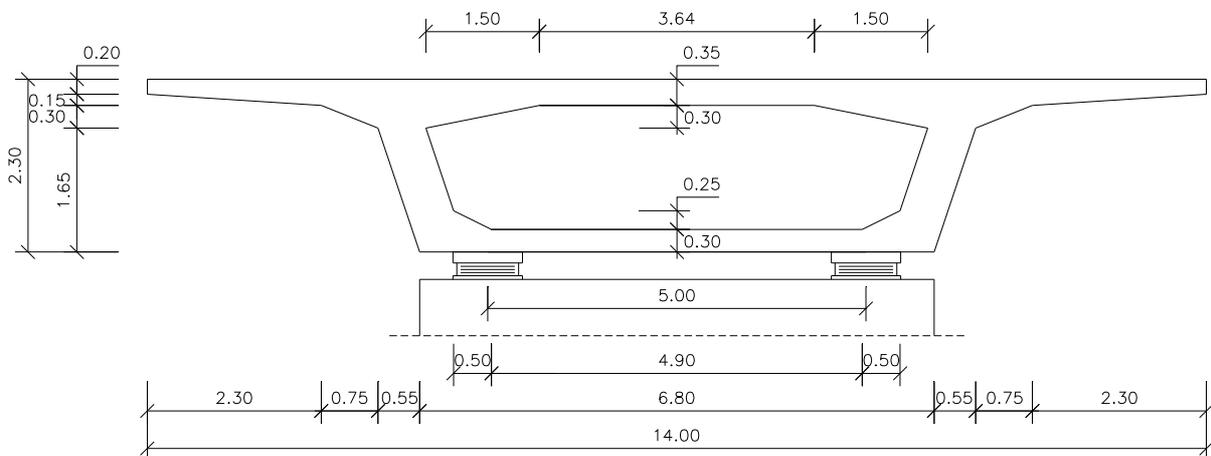
Sección viaducto de 60 metros de luz



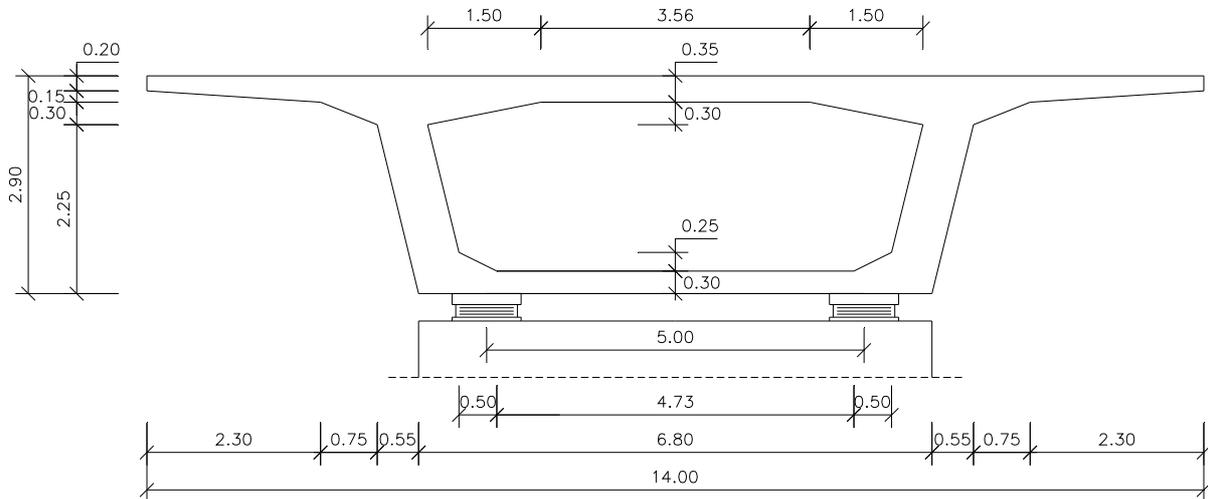
A1.2 Paramétrico viaductos de ferrocarril (Capítulo 8)

A continuación se muestran las diferentes secciones transversales de los viaductos utilizados para las pilas en el estudio paramétrico de pilas de ferrocarril, las cotas están en metros.

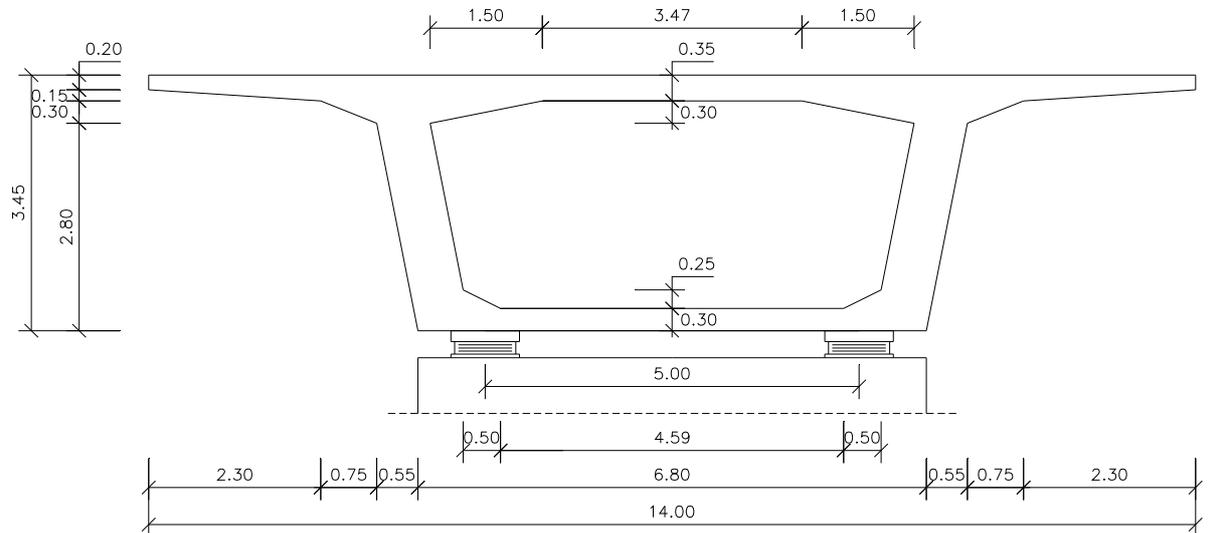
Sección viaducto de 40 metros de luz



Sección viaducto de 50 metros de luz



Sección viaducto de 60 metros de luz

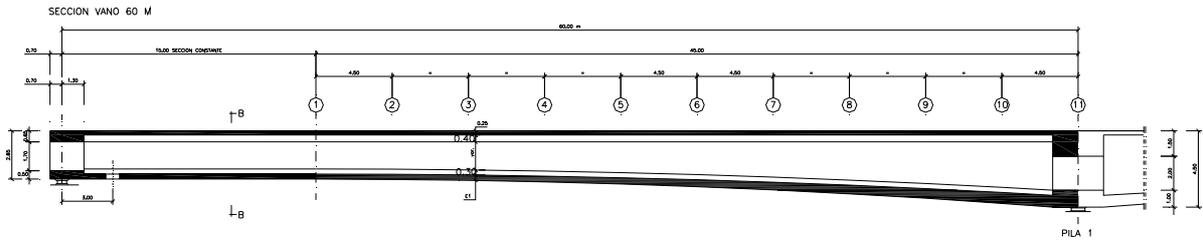


A1.3 Pilas entre vano de 60 y 90 metros de luz (Capítulo 6 y 9)

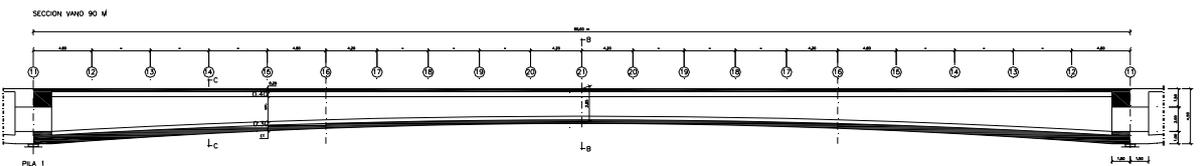
La pila estudiada en los Capítulos 6 y 9 tendrá un vano de 60 m de luz en un lado y de 90 m en el otro. La sección transversal será variable siendo de canto mínimo al inicio del vano de 60 m y en el centro del vano de 90 m y canto máximo en los apoyos del vano de 90 m. A continuación se muestran los

alzados de dichos vanos y cómo va variando la sección transversal en los mismos, las cotas están en metros.

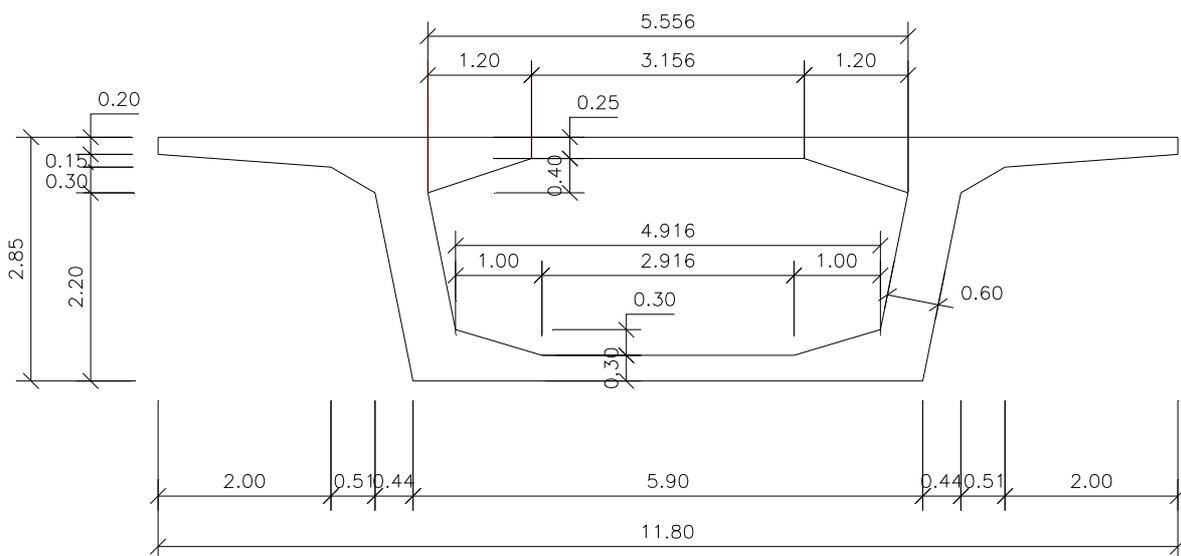
Alzado secciones vano 60 m de luz



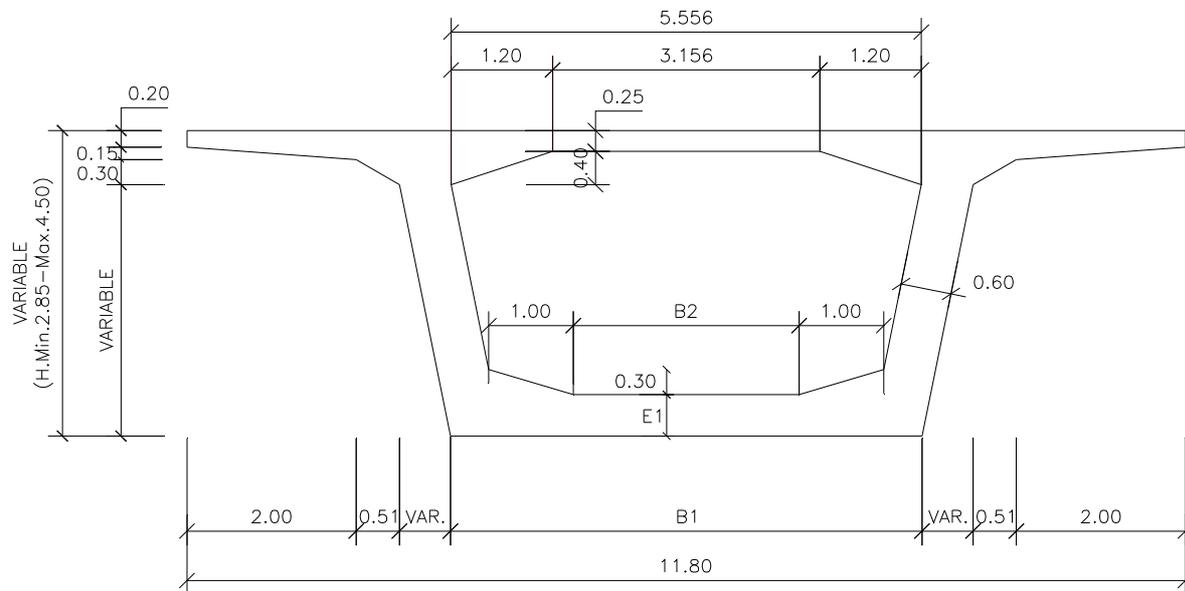
Alzado secciones vano 90 m de luz



Sección transversal tipo B-B



Sección transversal tipo C-C



A continuación se exponen las tablas con los valores de las dimensiones variables en las diferentes secciones (cotas en metros).

Valores de las variables para el vano de 60 m

GEOMETRIA VANO 60 M				
SECCION	H	B1	E1	B2
①	2.85	5.960	0.300	2.916
②	2.868	5.893	0.304	2.910
③	2.921	5.872	0.317	2.894
④	3.009	5.836	0.339	2.868
⑤	3.133	5.787	0.368	2.830
⑥	3.291	5.724	0.407	2.782
⑦	3.486	5.646	0.454	2.723
⑧	3.715	5.554	0.510	2.654
⑨	3.980	5.448	0.574	2.574
⑩	4.280	5.328	0.647	2.483
⑪	4.500	5.240	0.700	2.416

Valores de las variables para el vano de 90 m

GEOMETRIA VANO 90 M				
SECCION	H	B1	E1	B2
⑪	4.500	5.240	0.700	2.416
⑫	4.259	5.336	0.642	2.484
⑬	3.943	5.463	0.565	2.585
⑭	3.666	5.574	0.498	2.669
⑮	3.430	5.668	0.441	2.740
⑯	3.235	5.746	0.393	2.799
⑰	3.096	5.802	0.360	2.842
⑱	2.988	5.845	0.334	2.874
⑲	2.912	5.875	0.315	2.897
⑳	2.865	5.894	0.304	2.912
㉑	2.850	5.900	0.300	2.916

Apéndice 2. COMBINACIÓN DE ACCIONES

En este Apéndice se describen las distintas combinaciones para las acciones verticales y horizontales que el tablero transmite a las pilas a través de los apoyos y que han sido utilizadas para la comprobación de los diferentes Estados Límite. Dichas acciones vienen reflejadas en la Tabla 6.1 para la pila estudiada en el Capítulo 6, en las Tablas 7.3, 7.4, 7.5 y 7.6 para las pilas del Capítulo 7, en las Tablas 8.2, 8.3, 8.4 y 8.5 para las pilas del Capítulo 8 y en la Tabla 9.2 para las pilas del Capítulo 9. Se distinguirá entre dos grupos diferentes de combinaciones, el utilizado para pilas de viaductos de carretera que se realizará según la IAP-98 y el de pilas de viaductos de ferrocarril que se realizará según la IAPF-2003. Para ello se ha seguido la siguiente notación:

- R_{v1} : Reacción vertical total apoyo 1
- R_{v2} : Reacción vertical total apoyo 2
- R_{p1} : Reacción vertical permanente apoyo 1
- R_{p2} : Reacción vertical permanente apoyo 2
- R_{mac1} : Reacción vertical máxima carga apoyo 1
- R_{mac2} : Reacción vertical máxima carga apoyo 2
- R_{map1} : Reacción vertical máximo par apoyo 1
- R_{map2} : Reacción vertical máximo par apoyo 2
- R_{min1} : Reacción vertical mínima carga apoyo 1

- R_{min_2} : Reacción vertical mínima carga apoyo 2
- V_{h_1} : Reacción horizontal longitudinal total
- V_{h_t} : Reacción horizontal transversal total
- V_{p_1} : Reacción horizontal longitudinal permanente
- V_{p_t} : Reacción horizontal transversal permanente
- V_{fren_1} : Reacción horizontal longitudinal de frenado (carretera) o frenado y arranque (ferrocarril)
- V_{fren_t} : Reacción horizontal transversal de frenado (carretera) o frenado y arranque (ferrocarril)
- V_{vien_1} : Reacción horizontal longitudinal de viento
- V_{vien_t} : Reacción horizontal transversal de viento
- V_{cent_1} : Reacción de la fuerza centrífuga horizontal longitudinal
- V_{cent_t} : Reacción de la fuerza centrífuga horizontal transversal
- V_{lazo_1} : Reacción de la fuerza horizontal longitudinal de lazo
- V_{lazo_t} : Reacción de la fuerza horizontal transversal de lazo
- V_{slon_1} : Reacción longitudinal del sismo longitudinal
- V_{slon_t} : Reacción transversal del sismo longitudinal
- V_{stra_1} : Reacción longitudinal del sismo transversal
- V_{stra_t} : Reacción transversal del sismo transversal

A2.1 Combinaciones pilas de viaductos de carretera

1. Estados Límite Últimos

1.1. Situaciones persistentes o transitorias

1.1.1. Permanentes

$$R_{v_1} = 1.35 * R_{p_1}$$

$$R_{v_2} = 1.35 * R_{p_2}$$

$$V_{h_1} = 1.35 * V_{p_1}$$

$$V_{h_t} = 1.35 * V_{p_t}$$

1.1.2. Vertical máxima carga dominante

$$Rv_1 = 1.35*Rp_1 + 1.50*(Rmac_1-Rp_1)$$

$$Rv_2 = 1.35*Rp_2 + 1.50*(Rmac_2-Rp_2)$$

$$Vh_1 = 1.35*Vp_1 + 0.6*1.50*(Vfren_1+Vcent_1)+0.3*1.50* Vvien_1$$

$$Vh_t = 1.35*Vp_t + 0.6*1.50*(Vfren_t+Vcent_t)+0.3*1.50* Vvien_t$$

1.1.3. Vertical máximo par dominante

$$Rv_1 = 1.35*Rp_1 + 1.50*(Rmap_1-Rp_1)$$

$$Rv_2 = 1.35*Rp_2 + 1.50*(Rmap_2-Rp_2)$$

$$Vh_1 = 1.35*Vp_1 + 0.6*1.50*(Vfren_1+Vcent_1)+0.3*1.50* Vvien_1$$

$$Vh_t = 1.35*Vp_t + 0.6*1.50*(Vfren_t+Vcent_t)+0.3*1.50* Vvien_t$$

1.1.4. Vertical mínima carga dominante

$$Rv_1 = Rmin_1$$

$$Rv_2 = Rmin_2$$

$$Vh_1 = 1.35*Vp_1 + 0.6*1.50*Vvien_1$$

$$Vh_t = 1.35*Vp_t + 0.6*1.50*Vvien_t$$

1.1.5. Frenado dominante concomitante con máxima carga de reacciones verticales

$$Rv_1 = 1.35*Rp_1 + 0.6*1.50*(Rmac_1-Rp_1)$$

$$Rv_2 = 1.35*Rp_2 + 0.6*1.50*(Rmac_2-Rp_2)$$

$$Vh_1 = 1.35*Vp_1 + 1.50*Vfren_1+0.6*1.50*Vcent_1+0.3*1.50* Vvien_1$$

$$Vh_t = 1.35*Vp_t + 1.50*Vfren_t+0.6*1.50*Vcent_t+0.3*1.50* Vvien_t$$

1.1.6. Frenado dominante concomitante con máximo par de reacciones verticales

$$Rv_1 = 1.35*Rp_1 + 0.6*1.50*(Rmap_1-Rp_1)$$

$$Rv_2 = 1.35*Rp_2 + 0.6*1.50*(Rmap_2-Rp_2)$$

$$Vh_1 = 1.35*Vp_1 + 1.50*Vfren_1+0.6*1.50*Vcent_1+0.3*1.50* Vvien_1$$

$$Vh_t = 1.35*Vp_t + 1.50*Vfren_t+0.6*1.50*Vcent_t+0.3*1.50* Vvien_t$$

1.1.7. Centrífuga dominante concomitante con máxima carga de reacciones verticales

$$Rv_1 = 1.35*Rp_1 + 0.6*1.50*(Rmac_1-Rp_1)$$

$$Rv_2 = 1.35*Rp_2 + 0.6*1.50*(Rmac_2-Rp_2)$$

$$Vh_1 = 1.35*Vp_1 + 1.50* Vcent_1 +0.6*1.50*Vfren_1+0.3*1.50* Vvien_1$$

$$Vh_t = 1.35*Vp_t + 1.50* Vcent_t +0.6*1.50*Vfren_t+0.3*1.50* Vvien_t$$

1.1.8. Centrífuga dominante concomitante con máximo par de reacciones verticales

$$Rv_1 = 1.35*Rp_1 + 0.6*1.50*(Rmap_1-Rp_1)$$

$$Rv_2 = 1.35*Rp_2 + 0.6*1.50*(Rmap_2-Rp_2)$$

$$Vh_1 = 1.35*Vp_1 + 1.50* Vcent_1 +0.6*1.50*Vfren_1+0.3*1.50* Vvien_1$$

$$Vh_t = 1.35*Vp_t + 1.50* Vcent_t +0.6*1.50*Vfren_t+0.3*1.50* Vvien_t$$

1.1.9. Viento dominante

$$Rv_1 = Rmin_1$$

$$Rv_2 = Rmin_2$$

$$Vh_1 = 1.35*Vp_1 + 1.50*Vvien_1$$

$$Vh_t = 1.35*Vp_t + 1.50*Vvien_t$$

1.2. Accidentales de sismo

1.2.1. Sismo longitudinal concomitante con máxima carga de reacciones verticales

$$Rv_1 = 1.00*Rp_1 + 0.2*1.00*(Rmac_1-Rp_1)$$

$$Rv_2 = 1.00*Rp_2 + 0.2*1.00*(Rmac_2-Rp_2)$$

$$Vh_1 = 1.00*Vp_1 + Vslon_1 + 0.2*1.00*(Vfren_1+Vcent_1)$$

$$Vh_t = 1.00*Vp_t + Vslon_t + 0.2*1.00*(Vfren_t+Vcent_t)$$

- 1.2.2. Sismo longitudinal concomitante con máximo par de reacciones verticales
 $Rv_1 = 1.00 \cdot Rp_1 + 0.2 \cdot 1.00 \cdot (Rmap_1 - Rp_1)$
 $Rv_2 = 1.00 \cdot Rp_2 + 0.2 \cdot 1.00 \cdot (Rmap_2 - Rp_2)$
 $Vh_1 = 1.00 \cdot Vp_1 + Vslon_1 + 0.2 \cdot 1.00 \cdot (Vfren_1 + Vcent_1)$
 $Vh_t = 1.00 \cdot Vp_t + Vslon_t + 0.2 \cdot 1.00 \cdot (Vfren_t + Vcent_t)$
- 1.2.3. Sismo longitudinal concomitante con mínima carga de reacciones verticales
 $Rv_1 = Rmin_1$
 $Rv_2 = Rmin_2$
 $Vh_1 = 1.00 \cdot Vp_1 + Vslon_1$
 $Vh_t = 1.00 \cdot Vp_t + Vslon_t$
- 1.2.4. Sismo transversal concomitante con máxima carga de reacciones verticales
 $Rv_1 = 1.00 \cdot Rp_1 + 0.2 \cdot 1.00 \cdot (Rmac_1 - Rp_1)$
 $Rv_2 = 1.00 \cdot Rp_2 + 0.2 \cdot 1.00 \cdot (Rmac_2 - Rp_2)$
 $Vh_1 = 1.00 \cdot Vp_1 + Vstra_1 + 0.2 \cdot 1.00 \cdot (Vfren_1 + Vcent_1)$
 $Vh_t = 1.00 \cdot Vp_t + Vstra_t + 0.2 \cdot 1.00 \cdot (Vfren_t + Vcent_t)$
- 1.2.5. Sismo transversal concomitante con máximo par de reacciones verticales
 $Rv_1 = 1.00 \cdot Rp_1 + 0.2 \cdot 1.00 \cdot (Rmap_1 - Rp_1)$
 $Rv_2 = 1.00 \cdot Rp_2 + 0.2 \cdot 1.00 \cdot (Rmap_2 - Rp_2)$
 $Vh_1 = 1.00 \cdot Vp_1 + Vstra_1 + 0.2 \cdot 1.00 \cdot (Vfren_1 + Vcent_1)$
 $Vh_t = 1.00 \cdot Vp_t + Vstra_t + 0.2 \cdot 1.00 \cdot (Vfren_t + Vcent_t)$
- 1.2.6. Sismo transversal concomitante con mínima carga de reacciones verticales
 $Rv_1 = Rmin_1$
 $Rv_2 = Rmin_2$
 $Vh_1 = 1.00 \cdot Vp_1 + Vstra_1$
 $Vh_t = 1.00 \cdot Vp_t + Vstra_t$

2. Estados Límite Servicio

2.1. Combinación característica (poco probable o rara)

- 2.1.1. Vertical máxima carga dominante
 $Rv_1 = Rp_1 + (Rmac_1 - Rp_1)$
 $Rv_2 = Rp_2 + (Rmac_2 - Rp_2)$
 $Vh_1 = Vp_1 + 0.6 \cdot (Vfren_1 + Vcent_1) + 0.3 \cdot Vvien_1$
 $Vh_t = Vp_t + 0.6 \cdot (Vfren_t + Vcent_t) + 0.3 \cdot Vvien_t$
- 2.1.2. Vertical máximo par dominante
 $Rv_1 = Rp_1 + (Rmap_1 - Rp_1)$
 $Rv_2 = Rp_2 + (Rmap_2 - Rp_2)$
 $Vh_1 = Vp_1 + 0.6 \cdot (Vfren_1 + Vcent_1) + 0.3 \cdot Vvien_1$
 $Vh_t = Vp_t + 0.6 \cdot (Vfren_t + Vcent_t) + 0.3 \cdot Vvien_t$
- 2.1.3. Frenado dominante concomitante con máxima carga de reacciones verticales
 $Rv_1 = Rp_1 + 0.6 \cdot (Rmac_1 - Rp_1)$
 $Rv_2 = Rp_2 + 0.6 \cdot (Rmac_2 - Rp_2)$
 $Vh_1 = Vp_1 + Vfren_1 + 0.6 \cdot Vcent_1 + 0.3 \cdot Vvien_1$
 $Vh_t = Vp_t + Vfren_t + 0.6 \cdot Vcent_t + 0.3 \cdot Vvien_t$
- 2.1.4. Frenado dominante concomitante con máximo par de reacciones verticales
 $Rv_1 = Rp_1 + 0.6 \cdot (Rmap_1 - Rp_1)$
 $Rv_2 = Rp_2 + 0.6 \cdot (Rmap_2 - Rp_2)$
 $Vh_1 = Vp_1 + Vfren_1 + 0.6 \cdot Vcent_1 + 0.3 \cdot Vvien_1$

$$V_{h_t} = V_{p_t} + V_{fren_t} + 0.6 * V_{cent_t} + 0.3 * V_{vien_t}$$

2.1.5. Centrífuga dominante concomitante con máxima carga de reacciones verticales

$$R_{v_1} = R_{p_1} + 0.6 * (R_{mac_1} - R_{p_1})$$

$$R_{v_2} = R_{p_2} + 0.6 * (R_{mac_2} - R_{p_2})$$

$$V_{h_1} = V_{p_1} + V_{cent_1} + 0.6 * V_{fren_1} + 0.3 * V_{vien_1}$$

$$V_{h_t} = V_{p_t} + V_{cent_t} + 0.6 * V_{fren_t} + 0.3 * V_{vien_t}$$

2.1.6. Centrífuga dominante concomitante con máximo par de reacciones verticales

$$R_{v_1} = R_{p_1} + 0.6 * (R_{map_1} - R_{p_1})$$

$$R_{v_2} = R_{p_2} + 0.6 * (R_{map_2} - R_{p_2})$$

$$V_{h_1} = V_{p_1} + V_{cent_1} + 0.6 * V_{fren_1} + 0.3 * V_{vien_1}$$

$$V_{h_t} = V_{p_t} + V_{cent_t} + 0.6 * V_{fren_t} + 0.3 * V_{vien_t}$$

2.1.7. Viento dominante

$$R_{v_1} = R_{min_1}$$

$$R_{v_2} = R_{min_2}$$

$$V_{h_1} = V_{p_1} + V_{vien_1}$$

$$V_{h_t} = V_{p_t} + V_{vien_t}$$

2.2. Combinación cuasi-permanente

2.2.1. Vertical máxima carga dominante

$$R_{v_1} = R_{p_1} + 0.2 * (R_{mac_1} - R_{p_1})$$

$$R_{v_2} = R_{p_2} + 0.2 * (R_{mac_2} - R_{p_2})$$

$$V_{h_1} = V_{p_1} + 0.2 * (V_{fren_1} + V_{cent_1}) + 0.1 * V_{vien_1}$$

$$V_{h_t} = V_{p_t} + 0.2 * (V_{fren_t} + V_{cent_t}) + 0.1 * V_{vien_t}$$

2.2.2. Vertical máximo par dominante

$$R_{v_1} = R_{p_1} + 0.2 * (R_{map_1} - R_{p_1})$$

$$R_{v_2} = R_{p_2} + 0.2 * (R_{map_2} - R_{p_2})$$

$$V_{h_1} = V_{p_1} + 0.2 * (V_{fren_1} + V_{cent_1}) + 0.1 * V_{vien_1}$$

$$V_{h_t} = V_{p_t} + 0.2 * (V_{fren_t} + V_{cent_t}) + 0.1 * V_{vien_t}$$

2.2.3. Frenado dominante concomitante con máxima carga de reacciones verticales

$$R_{v_1} = R_{p_1} + 0.2 * (R_{mac_1} - R_{p_1})$$

$$R_{v_2} = R_{p_2} + 0.2 * (R_{mac_2} - R_{p_2})$$

$$V_{h_1} = V_{p_1} + 0.2 * V_{fren_1} + 0.2 * V_{cent_1} + 0.1 * V_{vien_1}$$

$$V_{h_t} = V_{p_t} + 0.2 * V_{fren_t} + 0.2 * V_{cent_t} + 0.1 * V_{vien_t}$$

2.2.4. Frenado dominante concomitante con máximo par de reacciones verticales

$$R_{v_1} = R_{p_1} + 0.2 * (R_{map_1} - R_{p_1})$$

$$R_{v_2} = R_{p_2} + 0.2 * (R_{map_2} - R_{p_2})$$

$$V_{h_1} = V_{p_1} + 0.2 * V_{fren_1} + 0.2 * V_{cent_1} + 0.1 * V_{vien_1}$$

$$V_{h_t} = V_{p_t} + 0.2 * V_{fren_t} + 0.2 * V_{cent_t} + 0.1 * V_{vien_t}$$

2.2.5. Centrífuga dominante concomitante con máxima carga de reacciones verticales

$$R_{v_1} = R_{p_1} + 0.2 * (R_{mac_1} - R_{p_1})$$

$$R_{v_2} = R_{p_2} + 0.2 * (R_{mac_2} - R_{p_2})$$

$$V_{h_1} = V_{p_1} + 0.2 * V_{cent_1} + 0.2 * V_{fren_1} + 0.1 * V_{vien_1}$$

$$V_{h_t} = V_{p_t} + 0.2 * V_{cent_t} + 0.2 * V_{fren_t} + 0.1 * V_{vien_t}$$

2.2.6. Centrífuga dominante concomitante con máximo par de reacciones verticales

$$R_{v_1} = R_{p_1} + 0.2 * (R_{map_1} - R_{p_1})$$

$$R_{v_2} = R_{p_2} + 0.2 * (R_{map_2} - R_{p_2})$$

$$V_{h_1} = V_{p_1} + 0.2 * V_{cent_1} + 0.2 * V_{fren_1} + 0.1 * V_{vien_1}$$

$$V_{h_t} = V_{p_t} + 0.2 * V_{cent_t} + 0.2 * V_{fren_t} + 0.1 * V_{vien_t}$$

2.2.7. Viento dominante

$$R_{v1} = R_{min1}$$

$$R_{v2} = R_{min2}$$

$$V_{h1} = V_{p1} + 0.2 * V_{vien1}$$

$$V_{ht} = V_{pt} + 0.2 * V_{vien_t}$$

2.3. Combinación frecuente máxima

2.3.1. Vertical máxima carga dominante

$$R_{v1} = R_{p1} + 0.5 * (R_{mac1} - R_{p1})$$

$$R_{v2} = R_{p2} + 0.5 * (R_{mac2} - R_{p2})$$

$$V_{h1} = V_{p1} + 0.2 * (V_{fren1} + V_{cent1}) + 0.1 * V_{vien1}$$

$$V_{ht} = V_{pt} + 0.2 * (V_{fren_t} + V_{cent_t}) + 0.1 * V_{vien_t}$$

2.3.2. Vertical máximo par dominante

$$R_{v1} = R_{p1} + 0.5 * (R_{map1} - R_{p1})$$

$$R_{v2} = R_{p2} + 0.5 * (R_{map2} - R_{p2})$$

$$V_{h1} = V_{p1} + 0.2 * (V_{fren1} + V_{cent1}) + 0.1 * V_{vien1}$$

$$V_{ht} = V_{pt} + 0.2 * (V_{fren_t} + V_{cent_t}) + 0.1 * V_{vien_t}$$

2.3.3. Frenado dominante concomitante con máxima carga de reacciones verticales

$$R_{v1} = R_{p1} + 0.2 * (R_{mac1} - R_{p1})$$

$$R_{v2} = R_{p2} + 0.2 * (R_{mac2} - R_{p2})$$

$$V_{h1} = V_{p1} + 0.5 * V_{fren1} + 0.2 * V_{cent1} + 0.1 * V_{vien1}$$

$$V_{ht} = V_{pt} + 0.5 * V_{fren_t} + 0.2 * V_{cent_t} + 0.1 * V_{vien_t}$$

2.3.4. Frenado dominante concomitante con máximo par de reacciones verticales

$$R_{v1} = R_{p1} + 0.2 * (R_{map1} - R_{p1})$$

$$R_{v2} = R_{p2} + 0.2 * (R_{map2} - R_{p2})$$

$$V_{h1} = V_{p1} + 0.5 * V_{fren1} + 0.2 * V_{cent1} + 0.1 * V_{vien1}$$

$$V_{ht} = V_{pt} + 0.5 * V_{fren_t} + 0.2 * V_{cent_t} + 0.1 * V_{vien_t}$$

2.3.5. Centrífuga dominante concomitante con máxima carga de reacciones verticales

$$R_{v1} = R_{p1} + 0.2 * (R_{mac1} - R_{p1})$$

$$R_{v2} = R_{p2} + 0.2 * (R_{mac2} - R_{p2})$$

$$V_{h1} = V_{p1} + 0.5 * V_{cent1} + 0.2 * V_{fren1} + 0.1 * V_{vien1}$$

$$V_{ht} = V_{pt} + 0.5 * V_{cent_t} + 0.2 * V_{fren_t} + 0.1 * V_{vien_t}$$

2.3.6. Centrífuga dominante concomitante con máximo par de reacciones verticales

$$R_{v1} = R_{p1} + 0.2 * (R_{map1} - R_{p1})$$

$$R_{v2} = R_{p2} + 0.2 * (R_{map2} - R_{p2})$$

$$V_{h1} = V_{p1} + 0.5 * V_{cent1} + 0.2 * V_{fren1} + 0.1 * V_{vien1}$$

$$V_{ht} = V_{pt} + 0.5 * V_{cent_t} + 0.2 * V_{fren_t} + 0.1 * V_{vien_t}$$

2.3.7. Viento dominante

$$R_{v1} = R_{min1}$$

$$R_{v2} = R_{min2}$$

$$V_{h1} = V_{p1} + 0.5 * V_{vien1}$$

$$V_{ht} = V_{pt} + 0.5 * V_{vien_t}$$

2.4. Combinación frecuente mínima

2.4.1. Vertical máxima carga dominante

$$R_{v1} = R_{p1}$$

$$R_{v2} = R_{p2}$$

$$V_{h1} = V_{p1}$$

$$V_{ht} = V_{pt}$$

2.4.2. Vertical máximo par dominante

$$R_{v1} = R_{p1}$$

$$R_{v2} = R_{p2}$$

$$V_{h1} = V_{p1}$$

$$V_{ht} = V_{pt}$$

2.4.3. Frenado dominante concomitante con máxima carga de reacciones verticales

$$R_{v1} = R_{p1}$$

$$R_{v2} = R_{p2}$$

$$V_{h1} = V_{p1}$$

$$V_{ht} = V_{pt}$$

2.4.4. Frenado dominante concomitante con máximo par de reacciones verticales

$$R_{v1} = R_{p1}$$

$$R_{v2} = R_{p2}$$

$$V_{h1} = V_{p1}$$

$$V_{ht} = V_{pt}$$

2.4.5. Centrífuga dominante concomitante con máxima carga de reacciones verticales

$$R_{v1} = R_{p1}$$

$$R_{v2} = R_{p2}$$

$$V_{h1} = V_{p1}$$

$$V_{ht} = V_{pt}$$

2.4.6. Centrífuga dominante concomitante con máximo par de reacciones verticales

$$R_{v1} = R_{p1}$$

$$R_{v2} = R_{p2}$$

$$V_{h1} = V_{p1}$$

$$V_{ht} = V_{pt}$$

2.4.7. Viento dominante

$$R_{v1} = R_{p1}$$

$$R_{v2} = R_{p2}$$

$$V_{h1} = V_{p1}$$

$$V_{ht} = V_{pt}$$

A2.2 Combinaciones pilas de viaductos de ferrocarril

1. Estados Límite Últimos

1.1. Situaciones persistentes o transitorias

1.1.1. Permanentes

$$R_{v1} = 1.35 \cdot R_{p1}$$

$$R_{v2} = 1.35 \cdot R_{p2}$$

$$V_{h1} = 1.35 \cdot V_{p1}$$

$$V_{ht} = 1.35 \cdot V_{pt}$$

1.1.2. Vertical máxima carga dominante. Frenado y arranque + lazo

$$R_{v1} = 1.35 \cdot R_{p1} + 1.50 \cdot (R_{mac1} - R_{p1})$$

$$R_{v2} = 1.35 \cdot R_{p2} + 1.50 \cdot (R_{mac2} - R_{p2})$$

$$V_{h1} = 1.35 \cdot V_{p1} + 0.6 \cdot 1.50 \cdot (V_{fren1} + V_{lazo1}) + 0.3 \cdot 1.50 \cdot V_{vien1}$$

$$V_{ht} = 1.35 \cdot V_{pt} + 0.6 \cdot 1.50 \cdot (V_{fren_t} + V_{lazo_t}) + 0.3 \cdot 1.50 \cdot V_{vien_t}$$

1.1.3. Vertical máximo par dominante. Frenado y arranque + lazo

$$R_{v1} = 1.35 \cdot R_{p1} + 1.50 \cdot (R_{map1} - R_{p1})$$

$$R_{v2} = 1.35 \cdot R_{p2} + 1.50 \cdot (R_{map2} - R_{p2})$$

$$V_{h1} = 1.35 \cdot V_{p1} + 0.6 \cdot 1.50 \cdot (V_{fren1} + V_{lazo1}) + 0.3 \cdot 1.50 \cdot V_{vien1}$$

$$V_{ht} = 1.35 \cdot V_{pt} + 0.6 \cdot 1.50 \cdot (V_{fren_t} + V_{lazo_t}) + 0.3 \cdot 1.50 \cdot V_{vien_t}$$

1.1.4. Vertical máxima carga dominante. Centrífuga + lazo

$$R_{v1} = 1.35 \cdot R_{p1} + 1.50 \cdot (R_{mac1} - R_{p1})$$

$$R_{v2} = 1.35 \cdot R_{p2} + 1.50 \cdot (R_{mac2} - R_{p2})$$

$$V_{h1} = 1.35 \cdot V_{p1} + 0.6 \cdot 1.50 \cdot (V_{cent1} + V_{lazo1}) + 0.3 \cdot 1.50 \cdot V_{vien1}$$

$$V_{ht} = 1.35 \cdot V_{pt} + 0.6 \cdot 1.50 \cdot (V_{cent_t} + V_{lazo_t}) + 0.3 \cdot 1.50 \cdot V_{vien_t}$$

1.1.5. Vertical máximo par dominante. Centrífuga + lazo

$$R_{v1} = 1.35 \cdot R_{p1} + 1.50 \cdot (R_{map1} - R_{p1})$$

$$R_{v2} = 1.35 \cdot R_{p2} + 1.50 \cdot (R_{map2} - R_{p2})$$

$$V_{h1} = 1.35 \cdot V_{p1} + 0.6 \cdot 1.50 \cdot (V_{cent1} + V_{lazo1}) + 0.3 \cdot 1.50 \cdot V_{vien1}$$

$$V_{ht} = 1.35 \cdot V_{pt} + 0.6 \cdot 1.50 \cdot (V_{cent_t} + V_{lazo_t}) + 0.3 \cdot 1.50 \cdot V_{vien_t}$$

1.1.6. Vertical máxima carga dominante. Frenado y arranque + 0.5*centrífuga + lazo

$$R_{v1} = 1.35 \cdot R_{p1} + 1.50 \cdot (R_{mac1} - R_{p1})$$

$$R_{v2} = 1.35 \cdot R_{p2} + 1.50 \cdot (R_{mac2} - R_{p2})$$

$$V_{h1} = 1.35 \cdot V_{p1} + 0.8 \cdot 1.50 \cdot (V_{fren1} + 0.5 \cdot V_{cent1} + V_{lazo1}) + 0.3 \cdot 1.50 \cdot V_{vien1}$$

$$V_{ht} = 1.35 \cdot V_{pt} + 0.8 \cdot 1.50 \cdot (V_{fren_t} + 0.5 \cdot V_{cent_t} + V_{lazo_t}) + 0.3 \cdot 1.50 \cdot V_{vien_t}$$

1.1.7. Vertical máximo par dominante. Frenado y arranque + 0.5*centrífuga + lazo

$$R_{v1} = 1.35 \cdot R_{p1} + 1.50 \cdot (R_{map1} - R_{p1})$$

$$R_{v2} = 1.35 \cdot R_{p2} + 1.50 \cdot (R_{map2} - R_{p2})$$

$$V_{h1} = 1.35 \cdot V_{p1} + 0.8 \cdot 1.50 \cdot (V_{fren1} + 0.5 \cdot V_{cent1} + V_{lazo1}) + 0.3 \cdot 1.50 \cdot V_{vien1}$$

$$V_{ht} = 1.35 \cdot V_{pt} + 0.8 \cdot 1.50 \cdot (V_{fren_t} + 0.5 \cdot V_{cent_t} + V_{lazo_t}) + 0.3 \cdot 1.50 \cdot V_{vien_t}$$

1.1.8. Vertical máxima carga dominante. Centrífuga + 0.5*Frenado y arranque + lazo

$$R_{v1} = 1.35 \cdot R_{p1} + 1.50 \cdot (R_{mac1} - R_{p1})$$

$$R_{v2} = 1.35 \cdot R_{p2} + 1.50 \cdot (R_{mac2} - R_{p2})$$

$$V_{h1} = 1.35 \cdot V_{p1} + 0.8 \cdot 1.50 \cdot (0.5 \cdot V_{fren1} + V_{cent1} + V_{lazo1}) + 0.3 \cdot 1.50 \cdot V_{vien1}$$

$$V_{ht} = 1.35 \cdot V_{pt} + 0.8 \cdot 1.50 \cdot (0.5 \cdot V_{fren_t} + V_{cent_t} + V_{lazo_t}) + 0.3 \cdot 1.50 \cdot V_{vien_t}$$

1.1.9. Vertical máximo par dominante. Centrífuga + 0.5*Frenado y arranque + lazo

$$R_{v1} = 1.35 \cdot R_{p1} + 1.50 \cdot (R_{map1} - R_{p1})$$

$$R_{v2} = 1.35 \cdot R_{p2} + 1.50 \cdot (R_{map2} - R_{p2})$$

$$V_{h1} = 1.35 \cdot V_{p1} + 0.8 \cdot 1.50 \cdot (0.5 \cdot V_{fren1} + V_{cent1} + V_{lazo1}) + 0.3 \cdot 1.50 \cdot V_{vien1}$$

$$V_{ht} = 1.35 \cdot V_{pt} + 0.8 \cdot 1.50 \cdot (0.5 \cdot V_{fren_t} + V_{cent_t} + V_{lazo_t}) + 0.3 \cdot 1.50 \cdot V_{vien_t}$$

1.1.10. Frenado y arranque dominante concomitante con máxima carga de reacciones verticales + 0.5*centrífuga + lazo

$$R_{v1} = 1.35 \cdot R_{p1} + 0.8 \cdot 1.50 \cdot (R_{mac1} - R_{p1})$$

$$R_{v2} = 1.35 \cdot R_{p2} + 0.8 \cdot 1.50 \cdot (R_{mac2} - R_{p2})$$

$$V_{h1} = 1.35 \cdot V_{p1} + 1.50 \cdot (V_{fren1} + V_{lazo1}) + 0.8 \cdot 0.5 \cdot 1.50 \cdot V_{cent1} + 0.3 \cdot 1.50 \cdot V_{vien1}$$

$$V_{ht} = 1.35 \cdot V_{pt} + 1.50 \cdot (V_{fren_t} + V_{lazo_t}) + 0.8 \cdot 0.5 \cdot 1.50 \cdot V_{cent_t} + 0.3 \cdot 1.50 \cdot V_{vien_t}$$

1.1.11. Frenado y arranque dominante concomitante con máximo par de reacciones verticales + 0.5*centrífuga + lazo

$$R_{v1} = 1.35 \cdot R_{p1} + 0.8 \cdot 1.50 \cdot (R_{map1} - R_{p1})$$

$$R_{v2} = 1.35 \cdot R_{p2} + 0.8 \cdot 1.50 \cdot (R_{map2} - R_{p2})$$

$$V_{h1} = 1.35 \cdot V_{p1} + 1.50 \cdot (V_{fren1} + V_{lazo1}) + 0.8 \cdot 0.5 \cdot 1.50 \cdot V_{cent1} + 0.3 \cdot 1.50 \cdot V_{vien1}$$

$$V_{ht} = 1.35 \cdot V_{pt} + 1.50 \cdot (V_{fren_t} + V_{lazo_t}) + 0.8 \cdot 0.5 \cdot 1.50 \cdot V_{cent_t} + 0.3 \cdot 1.50 \cdot V_{vien_t}$$

1.1.12. Centrífuga dominante concomitante con máxima carga de reacciones verticales + 0.5*frenado y arranque + lazo

$$Rv_1 = 1.35*Rp_1 + 0.8*1.50*(Rmac_1-Rp_1)$$

$$Rv_2 = 1.35*Rp_2 + 0.8*1.50*(Rmac_2-Rp_2)$$

$$Vh_1 = 1.35*Vp_1 + 1.50*(Vcent_1+Vlazo_1)+0.8*0.5*1.50*Vfren_1+0.3*1.50*Vvien_1$$

$$Vh_t = 1.35*Vp_t + 1.50*(Vcent_t+Vlazo_t)+0.8*0.5*1.50*Vfren_t+0.3*1.50*Vvien_t$$

1.1.13. Centrífuga dominante concomitante con máximo par de reacciones verticales + 0.5*frenado y arranque + lazo

$$Rv_1 = 1.35*Rp_1 + 0.8*1.50*(Rmap_1-Rp_1)$$

$$Rv_2 = 1.35*Rp_2 + 0.8*1.50*(Rmap_2-Rp_2)$$

$$Vh_1 = 1.35*Vp_1 + 1.50*(Vcent_1+Vlazo_1)+0.8*0.5*1.50*Vfren_1+0.3*1.50*Vvien_1$$

$$Vh_t = 1.35*Vp_t + 1.50*(Vcent_t+Vlazo_t)+0.8*0.5*1.50*Vfren_t+0.3*1.50*Vvien_t$$

1.1.14. Viento dominante

$$Rv_1 = Rmin_1$$

$$Rv_2 = Rmin_2$$

$$Vh_1 = 1.35*Vp_1 + 1.50*Vvien_1$$

$$Vh_t = 1.35*Vp_t + 1.50*Vvien_t$$

1.1.15. Viento dominante + tren sin carga + 0.5*lazo + centrífuga

$$Rv_1 = Rp_1 + 0.8*((Rmac_1-Rp_1)-250*4)*12.50/80$$

$$Rv_2 = Rp_2 + 0.8*((Rmac_2-Rp_2)-250*4)*12.50/80$$

$$Vh_1 = 1.35*Vp_1 + 1.50*Vvien_1 + 1.50*0.8*(0.5*Vlazo_1+Vcent_1)$$

$$Vh_t = 1.35*Vp_t + 1.50*Vvien_t + 1.50*0.8*(0.5*Vlazo_t+Vcent_t)$$

1.2. Accidentales de sismo

1.2.1. Sismo longitudinal concomitante con máxima carga de reacciones verticales

$$Rv_1 = 1.00*Rp_1$$

$$Rv_2 = 1.00*Rp_2$$

$$Vh_1 = 1.00*Vp_1 + Vslon_1$$

$$Vh_t = 1.00*Vp_t + Vslon_t$$

1.2.2. Sismo longitudinal concomitante con mínima carga de reacciones verticales

$$Rv_1 = Rmin_1$$

$$Rv_2 = Rmin_2$$

$$Vh_1 = 1.00*Vp_1 + Vslon_1$$

$$Vh_t = 1.00*Vp_t + Vslon_t$$

1.2.3. Sismo transversal concomitante con máxima carga de reacciones verticales

$$Rv_1 = 1.00*Rp_1$$

$$Rv_2 = 1.00*Rp_2$$

$$Vh_1 = 1.00*Vp_1 + Vstra_1$$

$$Vh_t = 1.00*Vp_t + Vstra_t$$

1.2.4. Sismo transversal concomitante con mínima carga de reacciones verticales

$$Rv_1 = Rmin_1$$

$$Rv_2 = Rmin_2$$

$$Vh_1 = 1.00*Vp_1 + Vstra_1$$

$$Vh_t = 1.00*Vp_t + Vstra_t$$

2. Estados Límite Servicio

2.1. Combinación característica (poco probable o rara)

- 2.1.1. Vertical máxima carga dominante. Frenado y arranque + 0.5*centrífuga + lazo

$$Rv_1 = Rp_1 + (Rmac_1 - Rp_1)$$

$$Rv_2 = Rp_2 + (Rmac_2 - Rp_2)$$

$$Vh_1 = Vp_1 + 0.8*(Vfren_1 + 0.5*Vcent_1 + Vlazo_1) + 0.3*Vvien_1$$

$$Vh_t = Vp_t + 0.8*(Vfren_t + 0.5*Vcent_t + Vlazo_t) + 0.3*Vvien_t$$
- 2.1.2. Vertical máximo par dominante. Frenado y arranque + 0.5*centrífuga + lazo

$$Rv_1 = Rp_1 + (Rmap_1 - Rp_1)$$

$$Rv_2 = Rp_2 + (Rmap_2 - Rp_2)$$

$$Vh_1 = Vp_1 + 0.8*(Vfren_1 + 0.5*Vcent_1 + Vlazo_1) + 0.3*Vvien_1$$

$$Vh_t = Vp_t + 0.8*(Vfren_t + 0.5*Vcent_t + Vlazo_t) + 0.3*Vvien_t$$
- 2.1.3. Vertical máxima carga dominante. Centrífuga + 0.5*Frenado y arranque + lazo

$$Rv_1 = Rp_1 + (Rmac_1 - Rp_1)$$

$$Rv_2 = Rp_2 + (Rmac_2 - Rp_2)$$

$$Vh_1 = Vp_1 + 0.8*(0.5*Vfren_1 + Vcent_1 + Vlazo_1) + 0.3*Vvien_1$$

$$Vh_t = Vp_t + 0.8*(0.5*Vfren_t + Vcent_t + Vlazo_t) + 0.3*Vvien_t$$
- 2.1.4. Vertical máximo par dominante. Centrífuga + 0.5*Frenado y arranque + lazo

$$Rv_1 = Rp_1 + (Rmap_1 - Rp_1)$$

$$Rv_2 = Rp_2 + (Rmap_2 - Rp_2)$$

$$Vh_1 = Vp_1 + 0.8*(0.5*Vfren_1 + Vcent_1 + Vlazo_1) + 0.3*Vvien_1$$

$$Vh_t = Vp_t + 0.8*(0.5*Vfren_t + Vcent_t + Vlazo_t) + 0.3*Vvien_t$$
- 2.1.5. Frenado y arranque dominante concomitante con máxima carga de reacciones verticales + 0.5*centrífuga + lazo

$$Rv_1 = Rp_1 + 0.8*(Rmac_1 - Rp_1)$$

$$Rv_2 = Rp_2 + 0.8*(Rmac_2 - Rp_2)$$

$$Vh_1 = Vp_1 + (Vfren_1 + Vlazo_1) + 0.8*0.5*Vcent_1 + 0.3*Vvien_1$$

$$Vh_t = Vp_t + (Vfren_t + Vlazo_t) + 0.8*0.5*Vcent_t + 0.3*Vvien_t$$
- 2.1.6. Frenado y arranque dominante concomitante con máximo par de reacciones verticales + 0.5*centrífuga + lazo

$$Rv_1 = Rp_1 + 0.8*(Rmap_1 - Rp_1)$$

$$Rv_2 = Rp_2 + 0.8*(Rmap_2 - Rp_2)$$

$$Vh_1 = Vp_1 + (Vfren_1 + Vlazo_1) + 0.8*0.5*Vcent_1 + 0.3*Vvien_1$$

$$Vh_t = Vp_t + (Vfren_t + Vlazo_t) + 0.8*0.5*Vcent_t + 0.3*Vvien_t$$
- 2.1.7. Centrífuga dominante concomitante con máxima carga de reacciones verticales + 0.5*frenado y arranque + lazo

$$Rv_1 = Rp_1 + 0.8*(Rmac_1 - Rp_1)$$

$$Rv_2 = Rp_2 + 0.8*(Rmac_2 - Rp_2)$$

$$Vh_1 = Vp_1 + (Vcent_1 + Vlazo_1) + 0.8*0.5*Vfren_1 + 0.3*Vvien_1$$

$$Vh_t = Vp_t + (Vcent_t + Vlazo_t) + 0.8*0.5*Vfren_t + 0.3*Vvien_t$$
- 2.1.8. Centrífuga dominante concomitante con máximo par de reacciones verticales + 0.5*frenado y arranque + lazo

$$Rv_1 = Rp_1 + 0.8*(Rmap_1 - Rp_1)$$

$$Rv_2 = Rp_2 + 0.8*(Rmap_2 - Rp_2)$$

$$Vh_1 = Vp_1 + (Vcent_1 + Vlazo_1) + 0.8*0.5*Vfren_1 + 0.3*Vvien_1$$

$$Vh_t = Vp_t + (Vcent_t + Vlazo_t) + 0.8*0.5*Vfren_t + 0.3*Vvien_t$$
- 2.1.9. Viento dominante

$$Rv_1 = Rmin_1$$

$$Rv_2 = Rmin_2$$

$$Vh_1 = Vp_1 + Vvien_1$$

$$Vh_t = Vp_t + Vvien_t$$

2.1.10. Viento dominante + tren sin carga + 0.5*lazo + centrífuga

$$Rv_1 = Rp_1 + 0.8*((Rmac_1 - Rp_1) - 250 * 4) * 12.50 / 80$$

$$Rv_2 = Rp_2 + 0.8*((Rmac_2 - Rp_2) - 250 * 4) * 12.50 / 80$$

$$Vh_l = Vp_l + Vv_{ien_l} + 0.8*(0.5*Vlazo_l + Vcent_l)$$

$$Vh_t = Vp_t + Vv_{ien_t} + 0.8*(0.5*Vlazo_t + Vcent_t)$$

2.2. Combinación cuasi-permanente

2.2.1. Vertical máxima carga dominante. Frenado y arranque + 0.5*centrífuga + lazo

$$Rv_1 = Rp_1 + 0.0*(Rmac_1 - Rp_1)$$

$$Rv_2 = Rp_2 + 0.0*(Rmac_2 - Rp_2)$$

$$Vh_l = Vp_l + 0.0*(Vfren_l + 0.5*Vcent_l + Vlazo_l) + 0.1*Vv_{ien_l}$$

$$Vh_t = Vp_t + 0.0*(Vfren_t + 0.5*Vcent_t + Vlazo_t) + 0.1*Vv_{ien_t}$$

2.2.2. Vertical máximo par dominante. Frenado y arranque + 0.5*centrífuga + lazo

$$Rv_1 = Rp_1 + 0.0*(Rmap_1 - Rp_1)$$

$$Rv_2 = Rp_2 + 0.0*(Rmap_2 - Rp_2)$$

$$Vh_l = Vp_l + 0.0*(Vfren_l + 0.5*Vcent_l + Vlazo_l) + 0.1*Vv_{ien_l}$$

$$Vh_t = Vp_t + 0.0*(Vfren_t + 0.5*Vcent_t + Vlazo_t) + 0.1*Vv_{ien_t}$$

2.2.3. Vertical máxima carga dominante. Centrífuga + 0.5*Frenado y arranque + lazo

$$Rv_1 = Rp_1 + 0.0*(Rmac_1 - Rp_1)$$

$$Rv_2 = Rp_2 + 0.0*(Rmac_2 - Rp_2)$$

$$Vh_l = Vp_l + 0.0*(0.5*Vfren_l + Vcent_l + Vlazo_l) + 0.1*Vv_{ien_l}$$

$$Vh_t = Vp_t + 0.0*(0.5*Vfren_t + Vcent_t + Vlazo_t) + 0.1*Vv_{ien_t}$$

2.2.4. Vertical máximo par dominante. Centrífuga + 0.5*Frenado y arranque + lazo

$$Rv_1 = Rp_1 + 0.0*(Rmap_1 - Rp_1)$$

$$Rv_2 = Rp_2 + 0.0*(Rmap_2 - Rp_2)$$

$$Vh_l = Vp_l + 0.0*(0.5*Vfren_l + Vcent_l + Vlazo_l) + 0.1*Vv_{ien_l}$$

$$Vh_t = Vp_t + 0.0*(0.5*Vfren_t + Vcent_t + Vlazo_t) + 0.1*Vv_{ien_t}$$

2.2.5. Frenado y arranque dominante concomitante con máxima carga de reacciones verticales + 0.5*centrífuga + lazo

$$Rv_1 = Rp_1 + 0.0*(Rmac_1 - Rp_1)$$

$$Rv_2 = Rp_2 + 0.0*(Rmac_2 - Rp_2)$$

$$Vh_l = Vp_l + 0.0*(Vfren_l + Vlazo_l) + 0.0*0.5*Vcent_l + 0.1*Vv_{ien_l}$$

$$Vh_t = Vp_t + 0.0*(Vfren_t + Vlazo_t) + 0.0*0.5*Vcent_t + 0.1*Vv_{ien_t}$$

2.2.6. Frenado y arranque dominante concomitante con máximo par de reacciones verticales + 0.5*centrífuga + lazo

$$Rv_1 = Rp_1 + 0.0*(Rmap_1 - Rp_1)$$

$$Rv_2 = Rp_2 + 0.0*(Rmap_2 - Rp_2)$$

$$Vh_l = Vp_l + 0.0*(Vfren_l + Vlazo_l) + 0.0*0.5*Vcent_l + 0.1*Vv_{ien_l}$$

$$Vh_t = Vp_t + 0.0*(Vfren_t + Vlazo_t) + 0.0*0.5*Vcent_t + 0.1*Vv_{ien_t}$$

2.2.7. Centrífuga dominante concomitante con máxima carga de reacciones verticales + 0.5*frenado y arranque + lazo

$$Rv_1 = Rp_1 + 0.0*(Rmac_1 - Rp_1)$$

$$Rv_2 = Rp_2 + 0.0*(Rmac_2 - Rp_2)$$

$$Vh_l = Vp_l + 0.0*(Vcent_l + Vlazo_l) + 0.0*0.5*Vfren_l + 0.1*Vv_{ien_l}$$

$$Vh_t = Vp_t + 0.0*(Vcent_t + Vlazo_t) + 0.0*0.5*Vfren_t + 0.1*Vv_{ien_t}$$

2.2.8. Centrífuga dominante concomitante con máximo par de reacciones verticales + 0.5*frenado y arranque + lazo

$$Rv_1 = Rp_1 + 0.0*(Rmap_1 - Rp_1)$$

$$Rv_2 = Rp_2 + 0.0*(Rmap_2 - Rp_2)$$

$$Vh_1 = Vp_1 + 0.0*(Vcent_t + Vlazo_t) + 0.0*0.5*Vfren_t + 0.1*Vvien_t$$

$$Vh_t = Vp_t + 0.0*(Vcent_t + Vlazo_t) + 0.0*0.5*Vfren_t + 0.1*Vvien_t$$

2.2.9. Viento dominante

$$Rv_1 = Rmin_1$$

$$Rv_2 = Rmin_2$$

$$Vh_1 = Vp_1 + 0.2*Vvien_t$$

$$Vh_t = Vp_t + 0.2*Vvien_t$$

2.2.10. Viento dominante + tren sin carga + 0.5*lazo + centrífuga

$$Rv_1 = Rp_1 + 0.0*((Rmac_1 - Rp_1) - 250*4)*12.50/80$$

$$Rv_2 = Rp_2 + 0.0*((Rmac_2 - Rp_2) - 250*4)*12.50/80$$

$$Vh_1 = Vp_1 + 0.2*Vvien_t + 0.0*(0.5*Vlazo_t + Vcent_t)$$

$$Vh_t = Vp_t + 0.2*Vvien_t + 0.0*(0.5*Vlazo_t + Vcent_t)$$

2.3. Combinación frecuente máxima

2.3.1. Vertical máxima carga dominante. Frenado y arranque + 0.5*centrífuga + lazo

$$Rv_1 = Rp_1 + 0.8*(Rmac_1 - Rp_1)$$

$$Rv_2 = Rp_2 + 0.8*(Rmac_2 - Rp_2)$$

$$Vh_1 = Vp_1 + 0.8*(Vfren_t + 0.5*Vcent_t + Vlazo_t) + 0.1*Vvien_t$$

$$Vh_t = Vp_t + 0.8*(Vfren_t + 0.5*Vcent_t + Vlazo_t) + 0.1*Vvien_t$$

2.3.2. Vertical máximo par dominante. Frenado y arranque + 0.5*centrífuga + lazo

$$Rv_1 = Rp_1 + 0.8*(Rmap_1 - Rp_1)$$

$$Rv_2 = Rp_2 + 0.8*(Rmap_2 - Rp_2)$$

$$Vh_1 = Vp_1 + 0.8*(Vfren_t + 0.5*Vcent_t + Vlazo_t) + 0.1*Vvien_t$$

$$Vh_t = Vp_t + 0.8*(Vfren_t + 0.5*Vcent_t + Vlazo_t) + 0.1*Vvien_t$$

2.3.3. Vertical máxima carga dominante. Centrífuga + 0.5*Frenado y arranque + lazo

$$Rv_1 = Rp_1 + 0.8*(Rmac_1 - Rp_1)$$

$$Rv_2 = Rp_2 + 0.8*(Rmac_2 - Rp_2)$$

$$Vh_1 = Vp_1 + 0.8*(0.5*Vfren_t + Vcent_t + Vlazo_t) + 0.1*Vvien_t$$

$$Vh_t = Vp_t + 0.8*(0.5*Vfren_t + Vcent_t + Vlazo_t) + 0.1*Vvien_t$$

2.3.4. Vertical máximo par dominante. Centrífuga + 0.5*Frenado y arranque + lazo

$$Rv_1 = Rp_1 + 0.8*(Rmap_1 - Rp_1)$$

$$Rv_2 = Rp_2 + 0.8*(Rmap_2 - Rp_2)$$

$$Vh_1 = Vp_1 + 0.8*(0.5*Vfren_t + Vcent_t + Vlazo_t) + 0.1*Vvien_t$$

$$Vh_t = Vp_t + 0.8*(0.5*Vfren_t + Vcent_t + Vlazo_t) + 0.1*Vvien_t$$

2.3.5. Frenado y arranque dominante concomitante con máxima carga de reacciones verticales + 0.5*centrífuga + lazo

$$Rv_1 = Rp_1 + 0.8*(Rmac_1 - Rp_1)$$

$$Rv_2 = Rp_2 + 0.8*(Rmac_2 - Rp_2)$$

$$Vh_1 = Vp_1 + 0.8*(Vfren_t + Vlazo_t) + 0.8*0.5*Vcent_t + 0.1*Vvien_t$$

$$Vh_t = Vp_t + 0.8*(Vfren_t + Vlazo_t) + 0.8*0.5*Vcent_t + 0.1*Vvien_t$$

2.3.6. Frenado y arranque dominante concomitante con máximo par de reacciones verticales + 0.5*centrífuga + lazo

$$Rv_1 = Rp_1 + 0.8*(Rmap_1 - Rp_1)$$

$$Rv_2 = Rp_2 + 0.8*(Rmap_2 - Rp_2)$$

$$Vh_1 = Vp_1 + 0.8*(Vfren_t + Vlazo_t) + 0.8*0.5*Vcent_t + 0.1*Vvien_t$$

$$Vh_t = Vp_t + 0.8*(Vfren_t + Vlazo_t) + 0.8*0.5*Vcent_t + 0.1*Vvien_t$$

- 2.3.7. Centrífuga dominante concomitante con máxima carga de reacciones verticales + 0.5*frenado y arranque + lazo

$$Rv_1 = Rp_1 + 0.8*(Rmac_1 - Rp_1)$$

$$Rv_2 = Rp_2 + 0.8*(Rmac_2 - Rp_2)$$

$$Vh_1 = Vp_1 + 0.8*(Vcent_1 + Vlazo_1) + 0.8*0.5*Vfren_1 + 0.1*Vvien_1$$

$$Vh_t = Vp_t + 0.8*(Vcent_t + Vlazo_t) + 0.8*0.5*Vfren_t + 0.1*Vvien_t$$

- 2.3.8. Centrífuga dominante concomitante con máximo par de reacciones verticales + 0.5*frenado y arranque + lazo

$$Rv_1 = Rp_1 + 0.8*(Rmap_1 - Rp_1)$$

$$Rv_2 = Rp_2 + 0.8*(Rmap_2 - Rp_2)$$

$$Vh_1 = Vp_1 + 0.8*(Vcent_1 + Vlazo_1) + 0.8*0.5*Vfren_1 + 0.1*Vvien_1$$

$$Vh_t = Vp_t + 0.8*(Vcent_t + Vlazo_t) + 0.8*0.5*Vfren_t + 0.1*Vvien_t$$

- 2.3.9. Viento dominante

$$Rv_1 = Rmin_1$$

$$Rv_2 = Rmin_2$$

$$Vh_1 = Vp_1 + 0.5*Vvien_1$$

$$Vh_t = Vp_t + 0.5*Vvien_t$$

- 2.3.10. Viento dominante + tren sin carga + 0.5*lazo + centrífuga

$$Rv_1 = Rp_1 + 0.0*((Rmac_1 - Rp_1) - 250*4)*12.50/80$$

$$Rv_2 = Rp_2 + 0.0*((Rmac_2 - Rp_2) - 250*4)*12.50/80$$

$$Vh_1 = Vp_1 + 0.5*Vvien_1 + 0.0*(0.5*Vlazo_1 + Vcent_1)$$

$$Vh_t = Vp_t + 0.5*Vvien_t + 0.0*(0.5*Vlazo_t + Vcent_t)$$

2.4. Combinación frecuente mínima

- 2.4.1. Vertical máxima carga dominante. Frenado y arranque + 0.5*centrífuga + lazo

$$Rv_1 = Rp_1$$

$$Rv_2 = Rp_2$$

$$Vh_1 = Vp_1$$

$$Vh_t = Vp_t$$

- 2.4.2. Vertical máximo par dominante. Frenado y arranque + 0.5*centrífuga + lazo

$$Rv_1 = Rp_1$$

$$Rv_2 = Rp_2$$

$$Vh_1 = Vp_1$$

$$Vh_t = Vp_t$$

- 2.4.3. Vertical máxima carga dominante. Centrífuga + 0.5*Frenado y arranque + lazo

$$Rv_1 = Rp_1$$

$$Rv_2 = Rp_2$$

$$Vh_1 = Vp_1$$

$$Vh_t = Vp_t$$

- 2.4.4. Vertical máximo par dominante. Centrífuga + 0.5*Frenado y arranque + lazo

$$Rv_1 = Rp_1$$

$$Rv_2 = Rp_2$$

$$Vh_1 = Vp_1$$

$$Vh_t = Vp_t$$

- 2.4.5. Frenado y arranque dominante concomitante con máxima carga de reacciones verticales + 0.5*centrífuga + lazo

$$Rv_1 = Rp_1$$

$$Rv_2 = Rp_2$$

$$V_{h1} = V_{p1}$$

$$V_{ht} = V_{pt}$$

- 2.4.6. Frenado y arranque dominante concomitante con máximo par de reacciones verticales + 0.5*centrífuga + lazo

$$R_{v1} = R_{p1}$$

$$R_{v2} = R_{p2}$$

$$V_{h1} = V_{p1}$$

$$V_{ht} = V_{pt}$$

- 2.4.7. Centrífuga dominante concomitante con máxima carga de reacciones verticales + 0.5*frenado y arranque + lazo

$$R_{v1} = R_{p1}$$

$$R_{v2} = R_{p2}$$

$$V_{h1} = V_{p1}$$

$$V_{ht} = V_{pt}$$

- 2.4.8. Centrífuga dominante concomitante con máximo par de reacciones verticales + 0.5*frenado y arranque + lazo

$$R_{v1} = R_{p1}$$

$$R_{v2} = R_{p2}$$

$$V_{h1} = V_{p1}$$

$$V_{ht} = V_{pt}$$

- 2.4.9. Viento dominante

$$R_{v1} = R_{p1}$$

$$R_{v2} = R_{p2}$$

$$V_{h1} = V_{p1}$$

$$V_{ht} = V_{pt}$$

- 2.4.10. Viento dominante + tren sin carga + 0.5*lazo + centrífuga

$$R_{v1} = R_{p1}$$

$$R_{v2} = R_{p2}$$

$$V_{h1} = V_{p1}$$

$$V_{ht} = V_{pt}$$

Apéndice 3. VALORES DE LAS VARIABLES, MEDICIONES, COSTES Y CUANTÍAS

En este Apéndice se presentan los valores de las variables, mediciones, costes y cuantías para las pilas de menores costes a las que se ha llegado en el estudio paramétrico realizado para pilas de carretera (Capítulo 7) y de ferrocarril (Capítulo 8).

A3.1 Resultados variables pilas de viaductos de carretera (Capítulo 7)

A continuación se muestran los valores de las variables a las que se ha llegado para las pilas de menores costes en el estudio paramétrico realizado en pilas de viaductos de carretera (Capítulo 7), estas variables han sido representadas en la Figura 4.1 para el soporte y en la Figura 4.2 para la zapata. La notación utilizada para el tipo de pila será: CV seguida de la luz de vano del viaducto y H seguida de la altura del soporte, así CV50H40 será la pila de 40 metros de altura en un viaducto con vanos de 50 metros de luz.

A3.1.1 Variables de los soportes

A3.1.1.1 Dimensión longitudinal exterior, espesores de las caras y hormigones

La dimensión longitudinal exterior del soporte y los espesores de las caras vendrán dados en metros y el tipo de hormigón según su resistencia a compresión simple a los 28 días en MPa.

- Pilas de 20 metros de altura

	CV40H20	CV50H20	CV60H20
a(2,i)	1.400	1.650	1.600
b(1,1)	0.275	0.275	0.250
b(1,2)	0.250	0.275	0.250
b(1,3)	0.250	0.275	0.250
b(1,4)	0.250	0.250	0.250
b(1,5)	0.250	0.250	0.250
b(2,1)	0.475	0.400	0.600
b(2,2)	0.425	0.400	0.575
b(2,3)	0.300	0.300	0.425
b(2,4)	0.300	0.300	0.425
b(2,5)	0.300	0.300	0.425
fcks(1)	25	25	30
fcks(2)	25	25	30
fcks(3)	25	25	30
fcks(4)	25	25	25
fcks(5)	25	25	25

- Pilas de 30 metros de altura

	CV40H30	CV50H30	CV60H30
a(2,i)	2.000	2.100	2.100
b(1,1)	0.250	0.250	0.325
b(1,2)	0.250	0.250	0.325
b(1,3)	0.250	0.250	0.325
b(1,4)	0.250	0.250	0.325
b(1,5)	0.250	0.250	0.325
b(1,6)	0.250	0.250	0.250
b(1,7)	0.250	0.250	0.250
b(2,1)	0.250	0.300	0.300
b(2,2)	0.250	0.300	0.300
b(2,3)	0.250	0.300	0.300
b(2,4)	0.250	0.300	0.300
b(2,5)	0.250	0.300	0.300
b(2,6)	0.250	0.250	0.275
b(2,7)	0.250	0.250	0.275
fcks(1)	30	40	45
fcks(2)	30	40	40
fcks(3)	25	35	40
fcks(4)	25	30	35
fcks(5)	25	30	35
fcks(6)	25	30	25
fcks(7)	25	25	25

- Pilas de 40 metros de altura

	CV40H40	CV50H40	CV60H40
a(2,i)	2.200	2.050	2.350
b(1,1)	0.350	0.250	0.450
b(1,2)	0.350	0.250	0.325
b(1,3)	0.350	0.250	0.325
b(1,4)	0.300	0.250	0.325
b(1,5)	0.250	0.250	0.325
b(1,6)	0.250	0.250	0.325
b(1,7)	0.250	0.250	0.250
b(1,8)	0.250	0.250	0.250
b(1,9)	0.250	0.250	0.250
b(2,1)	0.250	0.325	0.475
b(2,2)	0.250	0.325	0.425
b(2,3)	0.250	0.300	0.425
b(2,4)	0.250	0.300	0.425
b(2,5)	0.250	0.300	0.425
b(2,6)	0.250	0.250	0.425
b(2,7)	0.250	0.250	0.425
b(2,8)	0.250	0.250	0.300
b(2,9)	0.250	0.250	0.300
fcks(1)	45	45	50
fcks(2)	40	45	50
fcks(3)	35	40	50
fcks(4)	35	40	40
fcks(5)	35	40	35
fcks(6)	30	35	35
fcks(7)	25	30	25
fcks(8)	25	25	25
fcks(9)	25	25	25

- Pilas de 50 metros de altura

	CV40H50	CV50H50	CV60H50
a(2,i)	2.100	2.300	2.900
b(1,1)	0.450	0.500	0.425
b(1,2)	0.450	0.500	0.425
b(1,3)	0.450	0.400	0.425
b(1,4)	0.450	0.350	0.375
b(1,5)	0.375	0.350	0.275
b(1,6)	0.375	0.350	0.275
b(1,7)	0.375	0.350	0.250
b(1,8)	0.250	0.250	0.250
b(1,9)	0.250	0.250	0.250
b(1,10)	0.250	0.250	0.250
b(1,11)	0.250	0.250	0.250
b(2,1)	0.350	0.275	0.700
b(2,2)	0.350	0.275	0.400
b(2,3)	0.350	0.275	0.400
b(2,4)	0.350	0.250	0.350
b(2,5)	0.250	0.250	0.300
b(2,6)	0.250	0.250	0.250
b(2,7)	0.250	0.250	0.250
b(2,8)	0.250	0.250	0.250
b(2,9)	0.250	0.250	0.250
b(2,10)	0.250	0.250	0.250
b(2,11)	0.250	0.250	0.250
fcks(1)	40	50	50
fcks(2)	35	45	45
fcks(3)	35	40	45
fcks(4)	35	40	45
fcks(5)	35	40	40
fcks(6)	25	40	40
fcks(7)	25	40	30
fcks(8)	25	30	30
fcks(9)	25	30	30
fcks(10)	25	30	25
fcks(11)	25	25	25

- Pilas de 60 metros de altura

	CV40H60	CV50H60	CV60H60
a(2,i)	2.700	3.500	4.100
b(1,1)	0.275	0.750	0.475
b(1,2)	0.275	0.375	0.400
b(1,3)	0.275	0.375	0.400
b(1,4)	0.275	0.375	0.400
b(1,5)	0.275	0.375	0.350
b(1,6)	0.275	0.250	0.350
b(1,7)	0.275	0.250	0.350
b(1,8)	0.275	0.250	0.350
b(1,9)	0.275	0.250	0.275
b(1,10)	0.275	0.250	0.250
b(1,11)	0.250	0.250	0.250
b(1,12)	0.250	0.250	0.250
b(1,13)	0.250	0.250	0.250
b(2,1)	0.750	0.475	0.475
b(2,2)	0.425	0.400	0.375
b(2,3)	0.425	0.275	0.375
b(2,4)	0.425	0.275	0.375
b(2,5)	0.425	0.275	0.375
b(2,6)	0.425	0.250	0.350
b(2,7)	0.250	0.250	0.250
b(2,8)	0.250	0.250	0.250
b(2,9)	0.250	0.250	0.250
b(2,10)	0.250	0.250	0.250
b(2,11)	0.250	0.250	0.250
b(2,12)	0.250	0.250	0.250
b(2,13)	0.250	0.250	0.250
fcks(1)	35	45	35
fcks(2)	35	45	30
fcks(3)	35	35	30
fcks(4)	35	35	30
fcks(5)	35	30	30
fcks(6)	35	30	30
fcks(7)	35	30	30
fcks(8)	35	30	30
fcks(9)	35	30	30
fcks(10)	30	30	30
fcks(11)	25	25	25
fcks(12)	25	25	25
fcks(13)	25	25	25

A3.1.1.2 Número de barras longitudinales de armado en las caras del soporte**- Pilas de 20 metros de altura**

	CV40H20	CV50H20	CV60H20
baes(1,1)	34	20	25
baes(1,2)	34	20	25
baes(1,3)	34	20	25
baes(1,4)	34	20	25
baes(1,5)	34	20	25
bais(1,1)	16	18	20
bais(1,2)	16	18	20
bais(1,3)	16	18	20
bais(1,4)	16	18	20
bais(1,5)	16	18	20
baes(2,1)	5	8	5
baes(2,2)	5	8	5
baes(2,3)	5	8	5
baes(2,4)	5	8	5
baes(2,5)	5	8	5
bais(2,1)	4	4	3
bais(2,2)	4	4	3
bais(2,3)	4	4	3
bais(2,4)	4	4	3
bais(2,5)	4	4	3

- Pilas de 30 metros de altura

	CV40H30	CV50H30	CV60H30
baes(1,1)	28	29	26
baes(1,2)	28	29	26
baes(1,3)	28	29	26
baes(1,4)	28	29	26
baes(1,5)	28	29	26
baes(1,6)	28	29	26
baes(1,7)	28	29	26
bais(1,1)	26	18	20
bais(1,2)	26	18	20
bais(1,3)	26	18	20
bais(1,4)	26	18	20
bais(1,5)	26	18	20
bais(1,6)	26	18	20
bais(1,7)	26	18	20
baes(2,1)	15	15	11
baes(2,2)	8	15	6
baes(2,3)	8	15	6
baes(2,4)	8	15	6
baes(2,5)	8	15	6
baes(2,6)	8	15	6
baes(2,7)	8	15	6
bais(2,1)	5	7	7
bais(2,2)	5	7	7
bais(2,3)	5	7	4
bais(2,4)	5	7	4
bais(2,5)	5	7	4
bais(2,6)	5	7	4
bais(2,7)	5	7	4

- Pilas de 40 metros de altura

	CV40H40	CV50H40	CV60H40
baes(1,1)	31	31	44
baes(1,2)	31	31	44
baes(1,3)	31	31	44
baes(1,4)	31	31	44
baes(1,5)	31	31	44
baes(1,6)	31	31	44
baes(1,7)	31	31	44
baes(1,8)	31	31	22
baes(1,9)	31	31	22
bais(1,1)	29	22	16
bais(1,2)	29	22	16
bais(1,3)	29	22	16
bais(1,4)	29	22	16
bais(1,5)	29	22	16
bais(1,6)	29	22	16
bais(1,7)	29	22	16
bais(1,8)	29	22	16
bais(1,9)	29	22	16
baes(2,1)	11	15	9
baes(2,2)	11	15	9
baes(2,3)	11	15	9
baes(2,4)	11	15	9
baes(2,5)	11	8	9
baes(2,6)	11	8	9
baes(2,7)	11	8	9
baes(2,8)	11	8	9
baes(2,9)	11	8	9
bais(2,1)	6	5	6
bais(2,2)	6	5	6
bais(2,3)	6	5	6
bais(2,4)	6	5	6
bais(2,5)	6	5	6
bais(2,6)	6	5	6
bais(2,7)	6	5	6
bais(2,8)	6	5	6
bais(2,9)	6	5	6

- Pilas de 50 metros de altura

	CV40H50	CV50H50	CV60H50
baes(1,1)	28	25	53
baes(1,2)	28	25	53
baes(1,3)	28	25	53
baes(1,4)	28	25	53
baes(1,5)	28	25	53
baes(1,6)	28	25	53
baes(1,7)	28	25	53
baes(1,8)	28	25	27
baes(1,9)	28	25	27
baes(1,10)	28	25	27
baes(1,11)	28	25	27
bais(1,1)	25	21	22
bais(1,2)	25	21	22
bais(1,3)	25	21	22
bais(1,4)	25	21	22
bais(1,5)	25	21	22
bais(1,6)	25	21	22
bais(1,7)	25	21	22
bais(1,8)	25	21	22
bais(1,9)	25	21	22
bais(1,10)	25	21	22
bais(1,11)	25	21	22
baes(2,1)	18	22	11
baes(2,2)	18	22	11
baes(2,3)	18	22	11
baes(2,4)	18	22	11
baes(2,5)	18	22	11
baes(2,6)	9	22	11
baes(2,7)	9	22	11
baes(2,8)	9	11	11
baes(2,9)	9	11	11
baes(2,10)	9	11	11
baes(2,11)	9	11	11
bais(2,1)	4	6	8
bais(2,2)	4	6	8
bais(2,3)	4	6	8
bais(2,4)	4	6	8
bais(2,5)	4	6	8
bais(2,6)	4	6	8
bais(2,7)	4	6	8
bais(2,8)	4	6	8
bais(2,9)	4	6	8
bais(2,10)	4	6	8
bais(2,11)	4	6	8

- Pilas de 60 metros de altura

	CV40H60	CV50H60	CV60H60
baes(1,1)	53	31	32
baes(1,2)	53	31	32
baes(1,3)	53	31	32
baes(1,4)	53	31	32
baes(1,5)	53	31	32
baes(1,6)	53	31	32
baes(1,7)	53	31	32
baes(1,8)	53	31	32
baes(1,9)	53	31	32
baes(1,10)	53	31	32
baes(1,11)	53	31	32
baes(1,12)	53	31	32
baes(1,13)	53	31	32
bais(1,1)	14	23	22
bais(1,2)	14	23	22
bais(1,3)	14	23	22
bais(1,4)	14	23	22
bais(1,5)	14	23	22
bais(1,6)	14	23	22
bais(1,7)	14	23	22
bais(1,8)	14	23	22
bais(1,9)	14	23	22
bais(1,10)	14	23	22
bais(1,11)	14	23	22
bais(1,12)	14	23	22
bais(1,13)	14	23	22
baes(2,1)	21	18	24
baes(2,2)	11	18	24
baes(2,3)	11	18	24
baes(2,4)	11	18	24
baes(2,5)	11	18	24
baes(2,6)	11	18	24
baes(2,7)	11	18	24
baes(2,8)	11	18	24
baes(2,9)	11	18	24
baes(2,10)	11	18	24
baes(2,11)	11	18	24
baes(2,12)	11	18	24
baes(2,13)	11	18	24
bais(2,1)	7	8	19
bais(2,2)	7	8	19
bais(2,3)	7	8	19
bais(2,4)	7	8	19
bais(2,5)	7	8	19
bais(2,6)	7	8	19
bais(2,7)	7	8	19
bais(2,8)	7	8	19
bais(2,9)	7	8	19
bais(2,10)	7	8	19
bais(2,11)	7	8	19
bais(2,12)	7	8	19
bais(2,13)	7	8	19

A3.1.1.3 Diámetros de las barras longitudinales de las caras del soporte

Los diámetros de las barras vendrán dados en milímetros.

- **Pilas de 20 metros de altura**

	CV40H20	CV50H20	CV60H20
diaes(1,1)	25	16	32
diaes(1,2)	16	16	25
diaes(1,3)	16	16	16
diaes(1,4)	12	16	16
diaes(1,5)	12	16	16
diais(1,1)	12	16	25
diais(1,2)	12	16	12
diais(1,3)	12	12	12
diais(1,4)	12	12	12
diais(1,5)	12	12	12
diaes(2,1)	12	20	25
diaes(2,2)	12	12	16
diaes(2,3)	12	12	16
diaes(2,4)	12	12	16
diaes(2,5)	12	12	12
diais(2,1)	12	20	16
diais(2,2)	12	12	12
diais(2,3)	12	12	12
diais(2,4)	12	12	12
diais(2,5)	12	12	12

- Pilas de 30 metros de altura

	CV40H30	CV50H30	CV60H30
diaes(1,1)	16	20	25
diaes(1,2)	16	20	25
diaes(1,3)	16	20	20
diaes(1,4)	12	12	20
diaes(1,5)	12	12	20
diaes(1,6)	12	12	16
diaes(1,7)	12	12	16
diais(1,1)	16	20	16
diais(1,2)	12	12	16
diais(1,3)	12	12	16
diais(1,4)	12	12	12
diais(1,5)	12	12	12
diais(1,6)	12	12	12
diais(1,7)	12	12	12
diaes(2,1)	16	16	20
diaes(2,2)	16	12	20
diaes(2,3)	12	12	16
diaes(2,4)	12	12	12
diaes(2,5)	12	12	12
diaes(2,6)	12	12	12
diaes(2,7)	12	12	12
diais(2,1)	16	12	20
diais(2,2)	12	12	20
diais(2,3)	12	12	16
diais(2,4)	12	12	16
diais(2,5)	12	12	12
diais(2,6)	12	12	12
diais(2,7)	12	12	12

- Pilas de 40 metros de altura

	CV40H40	CV50H40	CV60H40
diaes(1,1)	20	20	25
diaes(1,2)	20	20	25
diaes(1,3)	16	16	20
diaes(1,4)	16	16	20
diaes(1,5)	16	12	20
diaes(1,6)	12	12	16
diaes(1,7)	12	12	16
diaes(1,8)	12	12	16
diaes(1,9)	12	12	16
diais(1,1)	16	16	25
diais(1,2)	16	16	25
diais(1,3)	12	12	20
diais(1,4)	12	12	12
diais(1,5)	12	12	12
diais(1,6)	12	12	12
diais(1,7)	12	12	12
diais(1,8)	12	12	12
diais(1,9)	12	12	12
diaes(2,1)	12	32	32
diaes(2,2)	12	32	32
diaes(2,3)	12	25	32
diaes(2,4)	12	16	32
diaes(2,5)	12	16	20
diaes(2,6)	12	12	12
diaes(2,7)	12	12	12
diaes(2,8)	12	12	12
diaes(2,9)	12	12	12
diais(2,1)	12	20	20
diais(2,2)	12	12	12
diais(2,3)	12	12	12
diais(2,4)	12	12	12
diais(2,5)	12	12	12
diais(2,6)	12	12	12
diais(2,7)	12	12	12
diais(2,8)	12	12	12
diais(2,9)	12	12	12

- Pilas de 50 metros de altura

	CV40H50	CV50H50	CV60H50
diaes(1,1)	20	20	32
diaes(1,2)	20	20	32
diaes(1,3)	20	12	32
diaes(1,4)	20	12	32
diaes(1,5)	16	12	32
diaes(1,6)	16	12	25
diaes(1,7)	16	12	25
diaes(1,8)	12	12	25
diaes(1,9)	12	12	16
diaes(1,10)	12	12	16
diaes(1,11)	12	12	16
diais(1,1)	20	12	16
diais(1,2)	12	12	16
diais(1,3)	12	12	16
diais(1,4)	12	12	16
diais(1,5)	12	12	16
diais(1,6)	12	12	16
diais(1,7)	12	12	12
diais(1,8)	12	12	12
diais(1,9)	12	12	12
diais(1,10)	12	12	12
diais(1,11)	12	12	12
diaes(2,1)	25	32	32
diaes(2,2)	25	32	32
diaes(2,3)	25	32	32
diaes(2,4)	16	32	16
diaes(2,5)	12	25	12
diaes(2,6)	12	20	12
diaes(2,7)	12	20	12
diaes(2,8)	12	16	12
diaes(2,9)	12	16	12
diaes(2,10)	12	16	12
diaes(2,11)	12	16	12
diais(2,1)	20	32	16
diais(2,2)	20	25	16
diais(2,3)	12	25	12
diais(2,4)	12	12	12
diais(2,5)	12	12	12
diais(2,6)	12	12	12
diais(2,7)	12	12	12
diais(2,8)	12	12	12
diais(2,9)	12	12	12
diais(2,10)	12	12	12
diais(2,11)	12	12	12

- Pilas de 60 metros de altura

	CV40H60	CV50H60	CV60H60
diaes(1,1)	32	32	32
diaes(1,2)	32	32	32
diaes(1,3)	32	32	25
diaes(1,4)	32	32	25
diaes(1,5)	25	32	25
diaes(1,6)	25	32	25
diaes(1,7)	25	32	20
diaes(1,8)	25	20	16
diaes(1,9)	16	20	16
diaes(1,10)	16	12	16
diaes(1,11)	16	12	16
diaes(1,12)	12	12	12
diaes(1,13)	12	12	12
diais(1,1)	12	32	32
diais(1,2)	12	32	32
diais(1,3)	12	20	32
diais(1,4)	12	20	20
diais(1,5)	12	16	20
diais(1,6)	12	16	12
diais(1,7)	12	12	12
diais(1,8)	12	12	12
diais(1,9)	12	12	12
diais(1,10)	12	12	12
diais(1,11)	12	12	12
diais(1,12)	12	12	12
diais(1,13)	12	12	12
diaes(2,1)	20	32	32
diaes(2,2)	16	32	32
diaes(2,3)	16	32	32
diaes(2,4)	12	32	32
diaes(2,5)	12	25	32
diaes(2,6)	12	16	32
diaes(2,7)	12	16	25
diaes(2,8)	12	12	25
diaes(2,9)	12	12	16
diaes(2,10)	12	12	16
diaes(2,11)	12	12	12
diaes(2,12)	12	12	12
diaes(2,13)	12	12	12
diais(2,1)	16	12	25
diais(2,2)	16	12	25
diais(2,3)	16	12	25
diais(2,4)	16	12	25
diais(2,5)	12	12	25
diais(2,6)	12	12	12
diais(2,7)	12	12	12
diais(2,8)	12	12	12
diais(2,9)	12	12	12
diais(2,10)	12	12	12
diais(2,11)	12	12	12
diais(2,12)	12	12	12
diais(2,13)	12	12	12

A3.1.1.4 Cercos en el soporte

Algunos soportes dispondrán armadura horizontal que se dispondrá en forma de cercos. Esto sólo sucederá hasta el tramo tercero, considerando el de arranques el primero. El diámetro de los cercos vendrá dado en milímetros y la separación en metros.

- Cercos de las pilas del viaducto de vanos de 40 metros de luz

	CV40H20	CV40H30	CV40H40	CV40H50	CV40H60
dcorls(1)	-	-	-	16	-
dcorts(1)	16	-	-	20	12
sepcs(1)	0.125	-	-	0.250	0.250
dcorls(2)	-	-	-	-	-
dcorts(2)	-	-	-	12	12
sepcs(2)	-	-	-	0.250	0.250
dcorls(3)	-	-	-	-	-
dcorts(3)	-	-	-	-	12
sepcs(3)	-	-	-	-	0.250

- Cercos de las pilas del viaducto de vanos de 50 metros de luz

	CV50H20	CV50H30	CV50H40	CV50H50	CV50H60
dcorls(1)	16	-	16	16	16
dcorts(1)	-	12	-	-	-
sepcs(1)	0.250	0.300	0.200	0.250	0.300
dcorls(2)	12	-	16	-	-
dcorts(2)	-	-	-	-	-
sepcs(2)	0.250	-	0.250	-	-
dcorls(3)	-	-	-	-	-
dcorts(3)	-	-	-	-	-
sepcs(3)	-	-	-	-	-

- Cercos de las pilas del viaducto de vanos de 60 metros de luz

	CV60H20	CV60H30	CV60H40	CV60H50	CV60H60
dcorls(1)	-	20	-	-	12
dcorts(1)	-	12	12	12	-
sepcs(1)	-	0.250	0.250	0.300	0.100
dcorls(2)	-	-	-	-	-
dcorts(2)	-	-	-	12	-
sepcs(2)	-	-	-	0.300	-
dcorls(3)	-	-	-	-	-
dcorts(3)	-	-	-	-	-
sepcs(3)	-	-	-	-	-

A3.1.1.5 Armado en cabeza

Se muestran el número de barras de 20 milímetros de diámetro a disponer en cada posición, excepto en Acm que serán el número de cercos de diámetro 16 milímetros separados 20 centímetros entre sí.

- pilas del viaducto de vanos de 40 metros de luz

	CV40H20	CV40H30	CV40H40	CV40H50	CV40H60
Asmal	9	12	12	12	12
Asmat	9	12	12	12	12
Asmsu	26	26	26	26	26
Asmti	10	11	11	11	13
Asmli	30	29	28	28	26
Acm	3	3	3	3	3

- pilas del viaducto de vanos de 50 metros de luz

	CV50H20	CV50H30	CV50H40	CV50H50	CV50H60
Asmal	12	13	13	13	13
Asmat	12	13	13	13	13
Asmsu	34	34	34	34	34
Asmti	14	15	14	15	20
Asmli	39	37	38	36	31
Acm	3	3	3	3	3

- pilas del viaducto de vanos de 60 metros de luz

	CV60H20	CV60H30	CV60H40	CV60H50	CV60H60
Asmal	12	15	15	15	15
Asmat	12	15	15	15	15
Asmsu	43	43	43	43	43
Asmti	23	20	23	23	28
Asmli	46	47	44	43	38
Acm	4	4	4	4	3

A3.1.2 Variables de las zapatas

Los valores de las variables de las zapatas corresponderán a los soportes mostrados anteriormente. Las dimensiones vendrán dadas en metros, las áreas en m², el tipo de hormigón por su resistencia a compresión simple a 28 días en MPa y el diámetro de las barras en milímetros.

- Pilas del viaducto de vanos de 40 metros de luz

	CV40H20	CV40H30	CV40H40	CV40H50	CV40H60
hz	1.60	1.80	1.90	2.10	2.50
Lz	8.25	8.00	8.00	8.00	11.00
Tz	9.25	9.25	10.00	11.50	13.00
Areazap	76.31	74.00	80.00	92.00	143.00
Lp	8.25	8.00	5.80	8.00	7.50
Tp	9.25	9.25	9.10	11.50	11.75
fckz	30	25	25	25	25
bzt	40	77	25	25	35
bzl	60	72	78	56	127
Nct	2	1	2	2	3
Ncl	2	3	3	2	2
dzbt	20	20	25	32	25
dzbl	32	20	20	25	20
dzst	0	0	25	0	25
dzsl	0	0	12	0	16
dpst	20	16	20	32	23
dpsl	20	20	12	25	114

- Pilas del viaducto de vanos de 50 metros de luz

	CV50H20	CV50H30	CV50H40	CV50H50	CV50H60
hz	2.00	2.00	2.00	2.60	3.10
Lz	8.00	8.00	8.00	8.25	11.25
Tz	9.75	9.50	11.25	13.00	14.50
Areazap	78.00	76.00	90.00	107.25	163.13
Lp	8.00	8.00	8.00	8.25	10.25
Tp	9.75	9.50	11.25	13.00	11.50
fckz	25	30	30	25	25
bzt	62	77	31	40	55
bzl	63	37	44	127	114
Nct	2	2	4	4	4
Ncl	2	4	4	1	1
dzbt	16	16	20	20	20
dzbl	25	20	20	25	32
dzst	0	0	0	0	20
dzsl	0	0	0	0	16
dpst	20	16	25	25	20
dpsl	20	25	32	20	16

- Pilas del viaducto de vanos de 60 metros de luz

	CV60H20	CV60H30	CV60H40	CV60H50	CV60H60
hz	2.20	2.20	2.30	3.00	3.20
Lz	8.00	8.00	8.25	9.50	13.50
Tz	10.00	10.00	12.00	13.75	15.00
Areazap	80.00	80.00	99.00	130.63	202.50
Lp	8.00	8.00	8.25	8.70	11.25
Tp	10.00	10.00	12.00	11.30	11.70
fckz	25	25	25	25	25
bzt	51	51	64	74	88
bzl	65	65	58	135	98
Nct	4	3	3	4	3
Ncl	2	1	4	1	4
dzbt	16	16	20	16	20
dzbl	25	32	16	25	16
dzst	0	0	0	16	20
dzsl	0	0	0	16	20
dpst	20	20	20	20	20
dpsl	20	20	25	20	20

A3.1.3 Mediciones

Las mediciones de las pilas anteriores serán las siguientes:

- Pilas del viaducto de vanos de 40 metros de luz

		CV40H20	CV40H30	CV40H40	CV40H50	CV40H60
Zapata	Excavación(m3)	242.16	258.75	288.00	351.00	585.00
	Relleno(m3)	120.06	125.55	161.86	157.80	296.09
	Armadura(kg)	11240.14	9667.25	9612.26	12782.18	24076.19
	Encofrado(m2)	56.00	62.10	89.73	81.90	163.00
	Hormigón(m3)	129.73	140.60	134.14	202.40	303.21
	kg arm./m3 horm.	86.64	68.76	71.66	63.15	79.40
Zona maciza soporte	Armadura(kg)	2465.52	2812.30	2868.96	2836.32	2798.81
	Encofrado(m2)	49.10	56.00	58.30	57.15	64.05
	Hormigón(m3)	23.10	33.00	36.30	34.65	44.55
	kg arm./m.l.soporte	123.28	93.74	71.72	56.73	46.65
	kg arm./m3 horm.	106.73	85.22	79.03	81.86	62.82
Zona hueca soporte	Armadura(kg)	5542.23	7412.90	11639.19	16327.90	36427.95
	Encofrado(m2)	427.70	756.00	1059.80	1306.90	1729.40
	Hormigón(m3)	58.14	94.50	146.70	223.68	254.31
	kg arm./m.l.soporte	277.11	247.10	290.98	326.56	607.13
	kg arm./m3 horm.	95.33	78.44	79.34	73.00	143.24

- Pilas del viaducto de vanos de 50 metros de luz

		CV50H20	CV50H30	CV50H40	CV50H50	CV50H60
Zapata	Excavación(m3)	293.75	287.50	331.25	476.62	787.05
	Relleno(m3)	137.75	135.50	151.25	197.78	351.50
	Armadura(kg)	9769.34	8640.04	12237.84	16920.70	26360.42
	Encofrado(m2)	71.00	70.00	77.00	110.50	192.50
	Hormigón(m3)	163.80	159.60	189.00	289.57	451.86
	kg arm./m3 horm.	59.64	54.14	64.75	58.43	58.34
Zona maciza soporte	Armadura(kg)	2965.44	3219.05	3192.75	3280.89	3729.81
	Encofrado(m2)	51.98	57.15	56.57	59.45	73.25
	Hormigón(m3)	27.23	34.65	33.83	37.95	57.75
	kg arm./m.l.soporte	148.27	107.30	79.82	65.62	62.16
	kg arm./m3 horm.	108.90	92.90	94.38	86.45	64.59
Zona hueca soporte	Armadura(kg)	4676.33	8291.60	13107.85	19705.56	41074.95
	Encofrado(m2)	444.80	762.40	1038.30	1353.20	1917.70
	Hormigón(m3)	62.96	99.37	134.38	217.38	285.24
	kg arm./m.l.soporte	233.82	276.39	327.70	394.11	684.58
	kg arm./m3 horm.	74.27	83.44	97.54	90.65	144.00

- Pilas del viaducto de vanos de 60 metros de luz

		CV60H20	CV60H30	CV60H40	CV60H50	CV60H60
Zapata	Excavación(m3)	324.00	324.00	401.80	633.94	974.95
	Relleno(m3)	148.00	148.00	174.10	290.53	440.35
	Armadura(kg)	11282.51	9694.85	15130.23	22544.07	34618.74
	Encofrado(m2)	79.20	79.20	93.15	162.07	235.52
	Hormigón(m3)	184.00	184.00	237.60	356.46	554.85
	kg arm./m3 horm.	61.32	52.69	63.68	63.24	62.39
Zona maciza soporte	Armadura(kg)	3568.12	3866.23	3985.95	4183.11	4404.08
	Encofrado(m2)	51.40	57.15	60.02	66.35	80.15
	Hormigón(m3)	26.40	34.65	38.77	47.85	67.65
	kg arm./m.l.soporte	178.41	128.87	99.65	83.66	73.40
	kg arm./m3 horm.	135.16	111.58	102.81	87.42	65.10
Zona hueca soporte	Armadura(kg)	7083.08	10117.45	18503.07	37192.62	48583.51
	Encofrado(m2)	432.50	755.30	1057.40	1460.70	2041.70
	Hormigón(m3)	65.07	115.94	176.76	228.67	330.46
	kg arm./m.l.soporte	354.15	337.25	462.58	743.85	809.73
	kg arm./m3 horm.	108.86	87.26	104.68	162.65	147.02

A3.1.4 Costes

Los costes de cada una de las mediciones de las pilas y los totales en euros serán los siguientes:

- Pilas del viaducto de vanos de 40 metros de luz

		CV40H20	CV40H30	CV40H40	CV40H50	CV40H60
Zapata	Excavación	728.89	778.84	866.88	1056.51	1760.85
	Relleno	577.47	603.90	778.54	759.02	1424.21
	Armadura	8205.30	7057.09	7016.95	9330.99	17575.62
	Encofrado	1008.00	1117.80	1615.14	1474.20	2934.00
	Hormigón	7990.15	8077.47	7706.40	11627.88	17419.20
	TOTAL	18509.81	17635.10	17983.91	24248.60	41113.88
Zona maciza soporte	Armadura	1799.83	2052.98	2094.34	2070.51	2043.13
	Encofrado	2922.76	3493.83	3684.19	3589.01	4160.08
	Hormigón	1334.03	1905.75	2096.32	2001.04	2572.76
	TOTAL	6056.62	7452.56	7874.85	7660.56	8775.97
Zona hueca soporte	Armadura	4045.83	5411.42	8496.61	11919.37	26592.40
	Encofrado	20863.82	36891.45	51713.66	63755.68	84380.70
	Hormigón	3357.58	5558.81	9624.02	14036.82	16462.82
	TOTAL	28267.23	47861.68	69834.29	89711.87	127435.92
Pila	TOTAL	52833.66	72949.34	95693.05	121621.03	177325.77
	coste/m.l.soporte	2641.68	2431.64	2392.33	2432.42	2955.43

- Pilas del viaducto de vanos de 50 metros de luz

		CV50H20	CV50H30	CV50H40	CV50H50	CV50H60
Zapata	Excavación	884.19	865.38	997.06	1434.64	2369.02
	Relleno	662.58	651.76	727.51	951.30	1690.71
	Armadura	7131.62	6307.23	8933.62	12352.11	19243.11
	Encofrado	1278.00	1260.00	1386.00	1989.00	3465.00
	Hormigón	9410.31	9829.76	11640.51	16636.08	25959.50
	TOTAL	19366.70	18914.13	23684.70	33363.13	52727.34
Zona maciza soporte	Armadura	2164.77	2349.91	2330.71	2395.05	2722.76
	Encofrado	3160.71	3589.01	3541.42	3779.36	4921.50
	Hormigón	1572.24	2001.04	1953.39	2191.61	3335.06
	TOTAL	6897.72	7939.96	7825.52	8366.02	10979.32
Zona hueca soporte	Armadura	3413.72	6052.87	9568.73	14385.06	29984.71
	Encofrado	21699.14	37201.17	50663.95	66022.91	93582.10
	Hormigón	3635.94	6483.69	9233.63	15286.76	18480.97
	TOTAL	28748.80	49737.73	69466.31	95694.73	142047.78
Pila	TOTAL	55013.22	76591.82	100976.53	137423.88	205754.44
	coste/m.l.soporte	2750.66	2553.06	2524.41	2748.48	3429.24

- Pilas del viaducto de vanos de 60 metros de luz

		CV60H20	CV60H30	CV60H40	CV60H50	CV60H60
Zapata	Excavación	975.24	975.24	1209.42	1908.15	2934.60
	Relleno	711.88	711.88	837.42	1397.47	2118.08
	Armadura	8236.23	7077.24	11045.07	16457.17	25271.68
	Encofrado	1425.60	1425.60	1676.70	2917.17	4239.27
	Hormigón	10570.80	10570.80	13650.12	20478.91	31876.13
	TOTAL	21919.75	20760.76	28418.73	43158.87	66439.76
Zona maciza soporte	Armadura	2604.73	2822.35	2909.74	3053.67	3214.98
	Encofrado	3113.12	3589.01	3826.95	4350.43	5492.57
	Hormigón	1524.60	2001.04	2239.26	2763.34	3906.79
	TOTAL	7242.45	8412.40	8975.95	10167.44	12614.34
Zona hueca soporte	Armadura	5170.65	7385.74	13507.24	27150.61	35465.96
	Encofrado	21092.52	36849.72	51580.32	71270.27	99630.48
	Hormigón	3950.59	7857.10	12456.63	16086.19	20338.09
	TOTAL	30213.76	52092.56	77544.19	114507.07	155434.53
Pila						
	TOTAL	59375.96	81265.72	114938.87	167833.38	234488.63
	coste/m.l.soporte	2968.80	2708.86	2873.47	3356.67	3908.14

A3.2 Resultados variables pilas de viaductos de ferrocarril (Capítulo 8)

A continuación se muestran los valores de las variables a las que se ha llegado para las pilas de menores costes en el estudio paramétrico realizado en pilas de viaductos de ferrocarril (Capítulo 8), estas variables han sido representadas en la Figura 4.1 para el soporte y en la Figura 4.2 para la zapata. La notación utilizada para el tipo de pila será: FV seguida de la luz de vano del viaducto y H seguida de la altura del soporte, así FV50H40 será la pila de 40 metros de altura en un viaducto con vanos de 50 metros de luz.

A3.2.1 Variables de los soportes

A3.2.1.1 Dimensión longitudinal exterior, espesores de las caras y hormigones

La dimensión longitudinal exterior del soporte y los espesores de las caras vendrán dados en metros y el tipo de hormigón según su resistencia a compresión simple a los 28 días en MPa.

- Pilas de 20 metros de altura

	FV40H20	FV50H20	FV60H20
a(2,i)	1.600	1.800	1.950
b(1,1)	0.250	0.250	0.275
b(1,2)	0.250	0.250	0.275
b(1,3)	0.250	0.250	0.250
b(1,4)	0.250	0.250	0.250
b(1,5)	0.250	0.250	0.250
b(2,1)	0.725	0.500	0.575
b(2,2)	0.725	0.500	0.450
b(2,3)	0.425	0.500	0.450
b(2,4)	0.400	0.500	0.450
b(2,5)	0.400	0.500	0.450
fcks(1)	40	45	50
fcks(2)	35	40	50
fcks(3)	35	35	40
fcks(4)	30	35	40
fcks(5)	30	30	35

- Pilas de 30 metros de altura

	FV40H30	FV50H30	FV60H30
a(2,i)	2.300	2.150	2.700
b(1,1)	0.300	0.375	0.350
b(1,2)	0.300	0.375	0.350
b(1,3)	0.250	0.375	0.350
b(1,4)	0.250	0.250	0.275
b(1,5)	0.250	0.250	0.275
b(1,6)	0.250	0.250	0.250
b(1,7)	0.250	0.250	0.250
b(2,1)	0.500	0.500	0.400
b(2,2)	0.475	0.500	0.375
b(2,3)	0.425	0.500	0.375
b(2,4)	0.425	0.475	0.325
b(2,5)	0.300	0.375	0.325
b(2,6)	0.300	0.375	0.325
b(2,7)	0.300	0.375	0.325
fcks(1)	40	45	45
fcks(2)	35	45	45
fcks(3)	35	45	40
fcks(4)	35	45	40
fcks(5)	30	35	40
fcks(6)	25	35	40
fcks(7)	25	30	30

- Pilas de 40 metros de altura

	FV40H40	FV50H40	FV60H40
a(2,i)	2.800	2.900	2.950
b(1,1)	0.450	0.325	0.400
b(1,2)	0.350	0.275	0.400
b(1,3)	0.325	0.275	0.400
b(1,4)	0.300	0.275	0.400
b(1,5)	0.300	0.275	0.400
b(1,6)	0.250	0.275	0.325
b(1,7)	0.250	0.275	0.275
b(1,8)	0.250	0.250	0.275
b(1,9)	0.250	0.250	0.275
b(2,1)	0.300	0.300	0.500
b(2,2)	0.250	0.275	0.450
b(2,3)	0.250	0.275	0.325
b(2,4)	0.250	0.275	0.325
b(2,5)	0.250	0.275	0.325
b(2,6)	0.250	0.275	0.325
b(2,7)	0.250	0.275	0.325
b(2,8)	0.250	0.275	0.325
b(2,9)	0.250	0.275	0.325
fcks(1)	40	50	50
fcks(2)	40	50	50
fcks(3)	35	50	50
fcks(4)	35	50	40
fcks(5)	35	40	35
fcks(6)	35	40	35
fcks(7)	35	30	35
fcks(8)	25	30	30
fcks(9)	25	30	30

- Pilas de 50 metros de altura

	FV40H50	FV50H50	FV60H50
a(2,i)	2.850	3.000	4.250
b(1,1)	0.375	0.375	0.350
b(1,2)	0.375	0.350	0.350
b(1,3)	0.375	0.350	0.325
b(1,4)	0.375	0.350	0.325
b(1,5)	0.375	0.350	0.300
b(1,6)	0.375	0.350	0.300
b(1,7)	0.250	0.300	0.300
b(1,8)	0.250	0.300	0.275
b(1,9)	0.250	0.300	0.275
b(1,10)	0.250	0.300	0.275
b(1,11)	0.250	0.300	0.275
b(2,1)	0.250	0.700	0.650
b(2,2)	0.250	0.400	0.300
b(2,3)	0.250	0.375	0.300
b(2,4)	0.250	0.375	0.300
b(2,5)	0.250	0.300	0.275
b(2,6)	0.250	0.275	0.275
b(2,7)	0.250	0.275	0.275
b(2,8)	0.250	0.275	0.250
b(2,9)	0.250	0.275	0.250
b(2,10)	0.250	0.275	0.250
b(2,11)	0.250	0.275	0.250
fcks(1)	45	50	40
fcks(2)	45	45	40
fcks(3)	45	45	40
fcks(4)	45	45	35
fcks(5)	45	45	35
fcks(6)	40	45	35
fcks(7)	35	45	35
fcks(8)	35	40	35
fcks(9)	35	30	30
fcks(10)	25	30	30
fcks(11)	25	30	30

- Pilas de 60 metros de altura

	FV40H60	FV50H60	FV60H60
a(2,i)	3.800	4.350	4.600
b(1,1)	0.425	0.350	0.425
b(1,2)	0.350	0.350	0.425
b(1,3)	0.250	0.350	0.425
b(1,4)	0.250	0.325	0.350
b(1,5)	0.250	0.325	0.350
b(1,6)	0.250	0.325	0.300
b(1,7)	0.250	0.275	0.300
b(1,8)	0.250	0.275	0.300
b(1,9)	0.250	0.275	0.300
b(1,10)	0.250	0.250	0.250
b(1,11)	0.250	0.250	0.250
b(1,12)	0.250	0.250	0.250
b(1,13)	0.250	0.250	0.250
b(2,1)	0.500	0.500	0.625
b(2,2)	0.300	0.325	0.375
b(2,3)	0.300	0.325	0.375
b(2,4)	0.300	0.275	0.375
b(2,5)	0.300	0.275	0.250
b(2,6)	0.250	0.275	0.250
b(2,7)	0.250	0.250	0.250
b(2,8)	0.250	0.250	0.250
b(2,9)	0.250	0.250	0.250
b(2,10)	0.250	0.250	0.250
b(2,11)	0.250	0.250	0.250
b(2,12)	0.250	0.250	0.250
b(2,13)	0.250	0.250	0.250
fcks(1)	45	35	45
fcks(2)	40	35	45
fcks(3)	40	35	45
fcks(4)	35	35	40
fcks(5)	35	35	35
fcks(6)	35	35	35
fcks(7)	35	35	35
fcks(8)	35	30	35
fcks(9)	30	30	35
fcks(10)	25	30	35
fcks(11)	25	30	30
fcks(12)	25	30	30
fcks(13)	25	30	25

A3.2.1.2 Número de barras longitudinales de armado en las caras del soporte**- Pilas de 20 metros de altura**

	FV40H20	FV50H20	FV60H20
baes(1,1)	30	28	28
baes(1,2)	30	28	28
baes(1,3)	30	28	28
baes(1,4)	30	28	28
baes(1,5)	30	28	28
bais(1,1)	24	24	22
bais(1,2)	24	24	22
bais(1,3)	24	24	22
bais(1,4)	24	24	22
bais(1,5)	24	24	22
baes(2,1)	6	16	10
baes(2,2)	6	8	10
baes(2,3)	6	8	10
baes(2,4)	6	8	10
baes(2,5)	6	8	10
bais(2,1)	4	5	5
bais(2,2)	4	5	5
bais(2,3)	4	5	5
bais(2,4)	4	5	5
bais(2,5)	4	5	5

- Pilas de 30 metros de altura

	FV40H30	FV50H30	FV60H30
baes(1,1)	27	36	24
baes(1,2)	27	36	24
baes(1,3)	27	36	24
baes(1,4)	27	36	24
baes(1,5)	27	36	24
baes(1,6)	27	36	24
baes(1,7)	27	36	24
bais(1,1)	21	19	22
bais(1,2)	21	19	22
bais(1,3)	21	19	22
bais(1,4)	21	19	22
bais(1,5)	21	19	22
bais(1,6)	21	19	22
bais(1,7)	21	19	22
baes(2,1)	8	10	16
baes(2,2)	8	10	8
baes(2,3)	8	10	8
baes(2,4)	8	10	8
baes(2,5)	8	10	8
baes(2,6)	8	10	8
baes(2,7)	8	10	8
bais(2,1)	6	4	7
bais(2,2)	6	4	7
bais(2,3)	6	4	7
bais(2,4)	6	4	7
bais(2,5)	6	4	7
bais(2,6)	6	4	7
bais(2,7)	6	4	7

- Pilas de 40 metros de altura

	FV40H40	FV50H40	FV60H40
baes(1,1)	26	23	29
baes(1,2)	26	23	29
baes(1,3)	26	23	29
baes(1,4)	26	23	29
baes(1,5)	26	23	29
baes(1,6)	26	23	29
baes(1,7)	26	23	29
baes(1,8)	26	23	29
baes(1,9)	26	23	29
bais(1,1)	24	21	25
bais(1,2)	24	21	25
bais(1,3)	24	21	25
bais(1,4)	24	21	25
bais(1,5)	24	21	25
bais(1,6)	24	21	25
bais(1,7)	24	21	25
bais(1,8)	24	21	25
bais(1,9)	24	21	25
baes(2,1)	15	15	16
baes(2,2)	15	15	16
baes(2,3)	15	15	16
baes(2,4)	15	15	16
baes(2,5)	15	15	16
baes(2,6)	15	15	16
baes(2,7)	15	15	16
baes(2,8)	15	15	16
baes(2,9)	15	15	16
bais(2,1)	10	9	10
bais(2,2)	10	9	10
bais(2,3)	10	9	10
bais(2,4)	10	9	10
bais(2,5)	10	9	10
bais(2,6)	10	9	10
bais(2,7)	10	9	10
bais(2,8)	10	9	10
bais(2,9)	10	9	10

- Pilas de 50 metros de altura

	FV40H50	FV50H50	FV60H50
baes(1,1)	34	64	34
baes(1,2)	34	64	34
baes(1,3)	34	64	34
baes(1,4)	34	64	34
baes(1,5)	34	64	34
baes(1,6)	34	64	34
baes(1,7)	34	64	34
baes(1,8)	34	64	34
baes(1,9)	34	64	34
baes(1,10)	34	64	34
baes(1,11)	34	64	34
bais(1,1)	32	25	28
bais(1,2)	32	25	28
bais(1,3)	32	25	28
bais(1,4)	32	25	28
bais(1,5)	32	25	28
bais(1,6)	32	25	28
bais(1,7)	32	25	28
bais(1,8)	32	25	28
bais(1,9)	32	25	28
bais(1,10)	32	25	28
bais(1,11)	32	25	28
baes(2,1)	11	17	22
baes(2,2)	11	17	22
baes(2,3)	11	17	22
baes(2,4)	11	17	22
baes(2,5)	11	17	22
baes(2,6)	11	17	22
baes(2,7)	11	17	22
baes(2,8)	11	17	22
baes(2,9)	11	17	22
baes(2,10)	11	17	22
baes(2,11)	11	17	22
bais(2,1)	8	9	12
bais(2,2)	8	9	12
bais(2,3)	8	9	12
bais(2,4)	8	9	12
bais(2,5)	8	9	12
bais(2,6)	8	9	12
bais(2,7)	8	9	12
bais(2,8)	8	9	12
bais(2,9)	8	9	12
bais(2,10)	8	9	12
bais(2,11)	8	9	12

- Pilas de 60 metros de altura

	FV40H60	FV50H60	FV60H60
baes(1,1)	38	42	40
baes(1,2)	38	42	40
baes(1,3)	38	42	40
baes(1,4)	38	42	40
baes(1,5)	38	42	40
baes(1,6)	38	42	40
baes(1,7)	38	42	40
baes(1,8)	38	42	40
baes(1,9)	38	42	40
baes(1,10)	38	42	40
baes(1,11)	38	42	40
baes(1,12)	38	42	40
baes(1,13)	38	42	40
bais(1,1)	33	31	33
bais(1,2)	33	31	33
bais(1,3)	33	31	33
bais(1,4)	33	31	33
bais(1,5)	33	31	33
bais(1,6)	33	31	33
bais(1,7)	33	31	33
bais(1,8)	33	31	33
bais(1,9)	33	31	33
bais(1,10)	33	31	33
bais(1,11)	33	31	33
bais(1,12)	33	31	33
bais(1,13)	33	31	33
baes(2,1)	15	21	22
baes(2,2)	15	21	22
baes(2,3)	15	21	22
baes(2,4)	15	21	22
baes(2,5)	15	21	22
baes(2,6)	15	21	22
baes(2,7)	15	21	22
baes(2,8)	15	21	22
baes(2,9)	15	21	22
baes(2,10)	15	21	22
baes(2,11)	15	21	22
baes(2,12)	15	21	22
baes(2,13)	15	21	22
bais(2,1)	10	18	16
bais(2,2)	10	18	16
bais(2,3)	10	18	16
bais(2,4)	10	18	16
bais(2,5)	10	18	16
bais(2,6)	10	18	16
bais(2,7)	10	18	16
bais(2,8)	10	18	16
bais(2,9)	10	18	16
bais(2,10)	10	18	16
bais(2,11)	10	18	16
bais(2,12)	10	18	16
bais(2,13)	10	18	16

A3.2.1.3 Diámetros de las barras longitudinales de las caras del soporte

Los diámetros de las barras vendrán dados en milímetros.

- **Pilas de 20 metros de altura**

	FV40H20	FV50H20	FV60H20
diaes(1,1)	16	16	16
diaes(1,2)	16	12	16
diaes(1,3)	12	12	16
diaes(1,4)	12	12	16
diaes(1,5)	12	12	16
diais(1,1)	16	16	16
diais(1,2)	16	16	16
diais(1,3)	16	16	12
diais(1,4)	16	16	12
diais(1,5)	16	16	12
diaes(2,1)	16	12	12
diaes(2,2)	16	12	12
diaes(2,3)	16	12	12
diaes(2,4)	12	12	12
diaes(2,5)	12	12	12
diais(2,1)	12	12	12
diais(2,2)	12	12	12
diais(2,3)	12	12	12
diais(2,4)	12	12	12
diais(2,5)	12	12	12

- Pilas de 30 metros de altura

	FV40H30	FV50H30	FV60H30
diaes(1,1)	16	20	20
diaes(1,2)	16	20	20
diaes(1,3)	16	20	20
diaes(1,4)	16	16	16
diaes(1,5)	16	16	16
diaes(1,6)	16	16	16
diaes(1,7)	16	16	16
diais(1,1)	16	12	20
diais(1,2)	16	12	20
diais(1,3)	12	12	20
diais(1,4)	12	12	20
diais(1,5)	12	12	16
diais(1,6)	12	12	16
diais(1,7)	12	12	16
diaes(2,1)	16	32	12
diaes(2,2)	16	12	12
diaes(2,3)	16	12	12
diaes(2,4)	16	12	12
diaes(2,5)	12	12	12
diaes(2,6)	12	12	12
diaes(2,7)	12	12	12
diais(2,1)	16	12	12
diais(2,2)	12	12	12
diais(2,3)	12	12	12
diais(2,4)	12	12	12
diais(2,5)	12	12	12
diais(2,6)	12	12	12
diais(2,7)	12	12	12

- Pilas de 40 metros de altura

	FV40H40	FV50H40	FV60H40
diaes(1,1)	25	32	32
diaes(1,2)	16	32	32
diaes(1,3)	16	16	32
diaes(1,4)	16	16	32
diaes(1,5)	16	16	25
diaes(1,6)	16	12	16
diaes(1,7)	16	12	16
diaes(1,8)	16	12	16
diaes(1,9)	16	12	16
diais(1,1)	12	32	20
diais(1,2)	12	20	20
diais(1,3)	12	20	16
diais(1,4)	12	20	12
diais(1,5)	12	20	12
diais(1,6)	12	20	12
diais(1,7)	12	20	12
diais(1,8)	12	20	12
diais(1,9)	12	20	12
diaes(2,1)	20	20	25
diaes(2,2)	20	20	25
diaes(2,3)	16	20	16
diaes(2,4)	12	16	16
diaes(2,5)	12	12	16
diaes(2,6)	12	12	16
diaes(2,7)	12	12	12
diaes(2,8)	12	12	12
diaes(2,9)	12	12	12
diais(2,1)	12	20	12
diais(2,2)	12	12	12
diais(2,3)	12	12	12
diais(2,4)	12	12	12
diais(2,5)	12	12	12
diais(2,6)	12	12	12
diais(2,7)	12	12	12
diais(2,8)	12	12	12
diais(2,9)	12	12	12

- Pilas de 50 metros de altura

	FV40H50	FV50H50	FV60H50
diaes(1,1)	25	32	32
diaes(1,2)	25	32	32
diaes(1,3)	20	32	32
diaes(1,4)	20	32	25
diaes(1,5)	20	25	20
diaes(1,6)	20	25	20
diaes(1,7)	20	12	20
diaes(1,8)	16	12	16
diaes(1,9)	16	12	16
diaes(1,10)	12	12	16
diaes(1,11)	12	12	16
diais(1,1)	20	12	12
diais(1,2)	16	12	12
diais(1,3)	16	12	12
diais(1,4)	12	12	12
diais(1,5)	12	12	12
diais(1,6)	12	12	12
diais(1,7)	12	12	12
diais(1,8)	12	12	12
diais(1,9)	12	12	12
diais(1,10)	12	12	12
diais(1,11)	12	12	12
diaes(2,1)	20	12	32
diaes(2,2)	20	12	32
diaes(2,3)	20	12	32
diaes(2,4)	16	12	25
diaes(2,5)	16	12	25
diaes(2,6)	16	12	16
diaes(2,7)	12	12	12
diaes(2,8)	12	12	12
diaes(2,9)	12	12	12
diaes(2,10)	12	12	12
diaes(2,11)	12	12	12
diais(2,1)	20	12	20
diais(2,2)	16	12	20
diais(2,3)	12	12	20
diais(2,4)	12	12	20
diais(2,5)	12	12	12
diais(2,6)	12	12	12
diais(2,7)	12	12	12
diais(2,8)	12	12	12
diais(2,9)	12	12	12
diais(2,10)	12	12	12
diais(2,11)	12	12	12

- Pilas de 60 metros de altura

	FV40H60	FV50H60	FV60H60
diaes(1,1)	32	32	32
diaes(1,2)	32	32	32
diaes(1,3)	32	32	32
diaes(1,4)	32	32	32
diaes(1,5)	32	32	32
diaes(1,6)	25	25	32
diaes(1,7)	16	25	25
diaes(1,8)	12	12	20
diaes(1,9)	12	12	20
diaes(1,10)	12	12	16
diaes(1,11)	12	12	12
diaes(1,12)	12	12	12
diaes(1,13)	12	12	12
diais(1,1)	16	16	20
diais(1,2)	16	16	16
diais(1,3)	16	12	16
diais(1,4)	16	12	12
diais(1,5)	12	12	12
diais(1,6)	12	12	12
diais(1,7)	12	12	12
diais(1,8)	12	12	12
diais(1,9)	12	12	12
diais(1,10)	12	12	12
diais(1,11)	12	12	12
diais(1,12)	12	12	12
diais(1,13)	12	12	12
diaes(2,1)	32	32	32
diaes(2,2)	32	32	32
diaes(2,3)	32	32	32
diaes(2,4)	16	25	32
diaes(2,5)	16	16	32
diaes(2,6)	12	16	16
diaes(2,7)	12	16	16
diaes(2,8)	12	16	16
diaes(2,9)	12	12	16
diaes(2,10)	12	12	16
diaes(2,11)	12	12	12
diaes(2,12)	12	12	12
diaes(2,13)	12	12	12
diais(2,1)	20	16	32
diais(2,2)	20	12	32
diais(2,3)	12	12	20
diais(2,4)	12	12	12
diais(2,5)	12	12	12
diais(2,6)	12	12	12
diais(2,7)	12	12	12
diais(2,8)	12	12	12
diais(2,9)	12	12	12
diais(2,10)	12	12	12
diais(2,11)	12	12	12
diais(2,12)	12	12	12
diais(2,13)	12	12	12

A3.2.1.4 Cercos en el soporte

Algunos soportes dispondrán armadura transversal de armado que se dispondrá en forma de cercos. Esto sólo sucederá hasta el cuarto tramo, considerando el de arranques el primero. El diámetro de los cercos vendrá dado en milímetros y la separación en metros.

- **Cercos de las pilas del viaducto de vanos de 40 metros de luz**

	FV40H20	FV40H30	FV40H40	FV40H50	FV40H60
dcorls(1)	-	-	-	-	12
dcorts(1)	-	-	12	12	12
sepcs(1)	-	-	0.300	0.300	0.250
dcorls(2)	-	-	-	-	12
dcorts(2)	-	-	-	-	12
sepcs(2)	-	-	-	-	0.300
dcorls(3)	-	-	-	-	12
dcorts(3)	-	-	-	-	12
sepcs(3)	-	-	-	-	0.300
dcorls(4)	-	-	-	-	-
dcorts(4)	-	-	-	-	12
sepcs(4)	-	-	-	-	0.300

- **Cercos de las pilas del viaducto de vanos de 50 metros de luz**

	FV50H20	FV50H30	FV50H40	FV50H50	FV50H60
dcorls(1)	16	-	-	-	-
dcorts(1)	12	12	-	-	-
sepcs(1)	0.300	0.250	-	-	-
dcorls(2)	-	-	-	-	-
dcorts(2)	12	-	-	-	-
sepcs(2)	0.300	-	-	-	-
dcorls(3)	-	-	-	-	-
dcorts(3)	-	-	-	-	-
sepcs(3)	-	-	-	-	-
dcorls(4)	-	-	-	-	-
dcorts(4)	-	-	-	-	-
sepcs(4)	-	-	-	-	-

- Cercos de las pilas del viaducto de vanos de 60 metros de luz

	FV60H20	FV60H30	FV60H40	FV60H50	FV60H60
dcorls(1)	12	-	-	-	-
dcorts(1)	12	-	-	-	-
sepcs(1)	0.150	-	-	-	-
dcorls(2)	-	-	-	-	-
dcorts(2)	-	-	-	-	-
sepcs(2)	-	-	-	-	-
dcorls(3)	-	-	-	-	-
dcorts(3)	-	-	-	-	-
sepcs(3)	-	-	-	-	-
dcorls(4)	-	-	-	-	-
dcorts(4)	-	-	-	-	-
sepcs(4)	-	-	-	-	-

A3.2.1.5 Armado en cabeza

Se muestran el número de barras de 20 milímetros de diámetro a disponer en cada posición, excepto en Acm que serán el número de cercos de diámetro 16 milímetros separados 20 centímetros entre sí.

- pilas del viaducto de vanos de 40 metros de luz

	FV40H20	FV40H30	FV40H40	FV40H50	FV40H60
Asmal	13	16	16	16	19
Asmat	13	16	16	16	19
Asmsu	92	92	92	92	92
Asmti	30	30	30	31	37
Asmli	78	74	73	73	66
Acm	6	6	6	6	5

- pilas del viaducto de vanos de 50 metros de luz

	FV50H20	FV50H30	FV50H40	FV50H50	FV50H60
Asmal	18	21	21	21	21
Asmat	18	21	21	21	21
Asmsu	118	118	118	118	118
Asmti	48	44	42	38	51
Asmli	90	91	90	94	80
Acm	7	7	7	7	6

- pilas del viaducto de vanos de 60 metros de luz

	FV60H20	FV60H30	FV60H40	FV60H50	FV60H60
Asmal	20	20	20	20	20
Asmat	20	20	20	20	20
Asmsu	145	145	145	145	145
Asmti	57	56	56	59	65
Asmli	111	108	108	103	96
Acm	9	8	8	8	8

A3.2.2 Variables de las zapatas

Los valores de las variables de las zapatas corresponderán a los soportes mostrados anteriormente. Las dimensiones vendrán dadas en metros, las áreas en m², el tipo de hormigón por su resistencia a compresión simple a 28 días en MPa y el diámetro de las barras en milímetros.

- Pilas del viaducto de vanos de 40 metros de luz

	FV40H20	FV40H30	FV40H40	FV40H50	FV40H60
hz	2.20	2.30	2.30	2.50	2.80
Lz	8.00	8.25	8.75	9.25	11.00
Tz	11.50	11.50	12.00	12.50	14.75
Areazap	92.00	94.88	105.00	115.63	162.25
Lp	8.00	8.25	8.75	9.25	9.20
Tp	11.50	11.50	12.00	12.50	12.20
fckz	25	25	25	25	25
bzt	51	40	42	72	71
bzl	56	56	58	98	96
Nct	2	1	2	2	3
Ncl	4	3	3	3	4
dzbt	20	32	25	20	20
dzbl	25	20	20	16	16
dzst	0	0	0	0	20
dzsl	0	0	0	0	20
dpst	20	25	25	20	16
dpsl	25	25	25	20	16

- Pilas del viaducto de vanos de 50 metros de luz

	FV50H20	FV50H30	FV50H40	FV50H50	FV50H60
hz	2.60	2.70	2.80	2.80	3.20
Lz	8.25	9.00	10.00	10.25	12.00
Tz	12.75	13.25	13.00	14.00	15.50
Areazap	105.19	119.25	130.00	143.50	186.00
Lp	8.25	9.00	8.30	8.40	10.55
Tp	12.75	13.25	12.20	12.20	13.00
fckz	25	25	25	30	25
bzt	64	70	65	50	94
bzl	62	104	85	91	122
Nct	3	2	4	4	4
Ncl	2	3	1	1	2
dzbt	16	20	16	20	16
dzbl	25	16	32	32	20
dzst	0	0	16	20	16
dzsl	0	0	16	16	16
dpst	20	20	16	20	16
dpsl	25	20	16	16	16

- Pilas del viaducto de vanos de 60 metros de luz

	FV60H20	FV60H30	FV60H40	FV60H50	FV60H60
hz	2.90	3.00	3.20	2.80	3.40
Lz	9.75	10.50	11.25	11.75	13.50
Tz	13.00	13.50	14.00	14.50	16.00
Areazap	126.75	141.75	157.50	170.38	216.00
Lp	7.55	8.50	9.15	9.65	11.20
Tp	12.40	12.60	13.00	12.20	13.40
fckz	25	25	25	35	25
bzt	76	82	88	57	106
bzl	81	106	68	114	126
Nct	2	3	2	3	4
Ncl	4	1	4	4	4
dzbt	20	16	20	25	16
dzbl	20	32	20	16	16
dzst	16	16	16	20	16
dzsl	20	20	20	16	16
dpst	16	16	16	20	16
dpsl	16	16	20	16	16

A3.2.3 Mediciones

Las mediciones de las pilas anteriores serán las siguientes:

- Pilas del viaducto de vanos de 40 metros de luz

		FV40H20	FV40H30	FV40H40	FV40H50	FV40H60
Zapata	Excavación(m3)	364.50	387.45	421.40	489.38	718.57
	Relleno(m3)	162.10	169.24	179.90	200.31	334.29
	Armadura(kg)	14745.92	11801.32	14429.33	15991.05	25008.10
	Encofrado(m2)	85.80	90.85	95.45	108.75	182.03
	Hormigón(m3)	211.60	227.70	252.00	300.62	400.51
	kg arm./m3 horm.	69.69	51.83	57.26	53.19	62.44
Zona maciza soporte	Armadura(kg)	6314.60	6795.99	6724.79	6770.21	7489.74
	Encofrado(m2)	61.28	70.24	76.64	77.28	89.44
	Hormigón(m3)	32.64	46.72	57.12	58.14	77.52
	kg arm./m.l.soporte	315.73	226.53	168.12	135.40	124.83
	kg arm./m3 horm.	193.46	145.46	117.73	116.45	96.62
Zona hueca soporte	Armadura(kg)	5561.58	8601.55	13045.10	21300.63	36113.84
	Encofrado(m2)	517.40	911.90	1339.30	1706.70	2293.40
	Hormigón(m3)	78.04	134.14	191.10	257.55	308.01
	kg arm./m.l.soporte	278.08	286.72	326.13	426.01	601.90
	kg arm./m3 horm.	71.27	64.12	68.26	82.70	117.25

- Pilas del viaducto de vanos de 50 metros de luz

		FV50H20	FV50H30	FV50H40	FV50H50	FV50H60
Zapata	Excavación(m3)	468.68	536.80	594.00	646.80	906.50
	Relleno(m3)	195.19	214.83	270.24	302.43	389.46
	Armadura(kg)	14239.26	16511.70	17595.82	20916.41	29024.27
	Encofrado(m2)	109.20	120.15	150.54	166.60	212.21
	Hormigón(m3)	284.01	333.90	336.76	358.72	535.64
	kg arm./m3 horm.	50.14	49.45	52.25	58.31	54.19
Zona maciza soporte	Armadura(kg)	7952.78	8248.59	8620.88	8639.70	9165.89
	Encofrado(m2)	63.84	68.32	77.92	79.20	96.48
	Hormigón(m3)	36.72	43.86	59.16	61.20	88.74
	kg arm./m.l.soporte	397.64	274.95	215.52	172.79	152.76
	kg arm./m3 horm.	216.58	188.07	145.72	141.17	103.29
Zona hueca soporte	Armadura(kg)	5621.89	10345.21	17438.42	35037.30	42033.05
	Encofrado(m2)	533.80	885.10	1354.10	1718.30	2410.90
	Hormigón(m3)	79.90	149.21	186.12	283.18	349.45
	kg arm./m.l.soporte	281.09	344.84	435.96	700.75	700.55
	kg arm./m3 horm.	70.36	69.33	93.69	123.73	120.28

- Pilas del viaducto de vanos de 60 metros de luz

		FV60H20	FV60H30	FV60H40	FV60H50	FV60H60
Zapata	Excavación(m3)	599.25	678.13	784.40	748.69	1088.10
	Relleno(m3)	279.71	304.85	342.08	345.34	465.76
	Armadura(kg)	21380.90	21974.79	23696.89	29538.01	35331.66
	Encofrado(m2)	156.96	169.95	190.23	187.33	249.86
	Hormigón(m3)	332.21	387.45	458.07	420.38	643.94
	kg arm./m3 horm.	64.36	56.72	51.73	70.27	54.87
Zona maciza soporte	Armadura(kg)	9671.96	9762.84	9912.21	10679.47	10901.78
	Encofrado(m2)	65.76	75.36	78.56	95.20	99.68
	Hormigón(m3)	39.78	55.08	60.18	86.70	93.84
	kg arm./m.l.soporte	483.60	325.43	247.81	213.59	181.70
	kg arm./m3 horm.	243.14	177.25	164.71	123.18	116.17
Zona hueca soporte	Armadura(kg)	6031.25	10691.56	21808.86	31243.26	51017.55
	Encofrado(m2)	545.70	955.50	1338.30	1965.40	2458.30
	Hormigón(m3)	82.75	150.85	237.19	294.16	382.19
	kg arm./m.l.soporte	301.56	356.39	545.22	624.87	850.29
	kg arm./m3 horm.	72.89	70.88	91.95	106.21	133.49

A3.2.4 Costes

Los costes de cada una de las mediciones de las pilas y los totales en euros serán los siguientes:

- Pilas del viaducto de vanos de 40 metros de luz

		FV40H20	FV40H30	FV40H40	FV40H50	FV40H60
Zapata	Excavación	1097.15	1166.22	1268.41	1473.02	2162.91
	Relleno	779.70	814.03	865.32	963.50	1607.93
	Armadura	10764.52	8614.96	10533.41	11673.47	18255.91
	Encofrado	1544.40	1635.30	1718.10	1957.50	3276.54
	Hormigón	12156.42	13081.37	14477.40	17270.91	23009.36
	TOTAL	26342.19	25311.88	28862.64	33338.40	48312.65
Zona maciza soporte	Armadura	4609.66	4961.07	4909.10	4942.25	5467.51
	Encofrado	3739.60	4515.48	5069.68	5125.10	6178.09
	Hormigón	2020.09	2709.63	3298.68	3357.58	4476.78
	TOTAL	10369.35	12186.18	13277.46	13424.93	16122.38
Zona hueca soporte	Armadura	4059.95	6279.13	9522.92	15549.46	26363.10
	Encofrado	25237.16	44495.32	65364.73	83293.35	111940.30
	Hormigón	5136.86	8671.63	12715.81	18402.09	20163.67
	TOTAL	34433.97	59446.08	87603.46	117244.90	158467.07
Pila	TOTAL	71145.51	96944.14	129743.56	164008.23	222902.10
	coste/m.l.soporte	3557.28	3231.47	3243.59	3280.16	3715.04

- Pilas del viaducto de vanos de 50 metros de luz

		FV50H20	FV50H30	FV50H40	FV50H50	FV50H60
Zapata	Excavación	1410.73	1615.77	1787.94	1946.87	2728.56
	Relleno	938.88	1033.31	1299.84	1454.68	1873.30
	Armadura	10394.66	12053.54	12844.95	15268.98	21187.72
	Encofrado	1965.60	2162.70	2709.72	2998.80	3819.78
	Hormigón	16316.16	19182.55	19347.09	22093.69	30772.52
	TOTAL	31026.03	36047.87	37989.54	43763.02	60381.88
Zona maciza soporte	Armadura	5805.53	6021.47	6293.24	6306.98	6691.10
	Encofrado	3961.28	4349.22	5180.52	5291.36	6787.71
	Hormigón	2272.60	2714.50	3661.41	3787.67	5492.12
	TOTAL	12039.41	13085.19	15135.17	15386.01	18970.93
Zona hueca soporte	Armadura	4103.98	7552.00	12730.05	25577.23	30684.13
	Encofrado	26040.06	43179.33	66087.64	83849.08	117674.41
	Hormigón	5519.07	10927.29	13676.33	20780.17	22590.68
	TOTAL	35663.11	61658.62	92494.02	130206.48	170949.22
Pila	TOTAL	78728.55	110791.68	145618.73	189355.51	250302.03
	coste/m.l.soporte	3936.43	3693.06	3640.47	3787.11	4171.70

- Pilas del viaducto de vanos de 60 metros de luz

		FV60H20	FV60H30	FV60H40	FV60H50	FV60H60
Zapata	Excavación	1803.74	2041.16	2361.04	2253.55	3275.18
	Relleno	1345.42	1466.33	1645.40	1661.09	2240.32
	Armadura	15608.06	16041.60	17298.73	21562.75	25792.11
	Encofrado	2825.28	3059.10	3424.14	3371.85	4497.48
	Hormigón	19085.55	22259.00	26316.12	27791.62	36994.12
	TOTAL	40668.05	44867.19	51045.43	56640.86	72799.21
Zona maciza soporte	Armadura	7060.53	7126.87	7235.91	7796.01	7958.30
	Encofrado	4127.54	4958.84	5235.94	6676.87	7064.81
	Hormigón	2641.79	3408.90	3724.54	5365.86	5419.26
	TOTAL	13829.86	15494.61	16196.39	19838.74	20442.37
Zona hueca soporte	Armadura	4402.81	7804.84	15920.47	22807.58	37242.81
	Encofrado	26622.42	46625.22	65300.68	95926.60	119983.38
	Hormigón	6260.53	10998.22	17075.16	19721.77	26388.45
	TOTAL	37285.76	65428.28	98296.31	138455.95	183614.64
Pila	TOTAL	91783.67	125790.08	165538.13	214935.55	276856.22
	coste/m.l.soporte	4589.18	4193.00	4138.45	4298.71	4614.27