

# **TESIS DOCTORAL**

## **Optimización heurística económica aplicada a las redes de transporte del tipo VRPTW**

por

Víctor Yepes Piqueras

Dirigida por

Prof. Dr. Josep R. Medina Folgado

Valencia, 21 de mayo de 2002

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos  
Universidad Politécnica de Valencia

Víctor Yepes Piqueras

© Copyright 2002

por

Víctor Yepes Piqueras

Víctor Yepes Piqueras. Departamento de Ingeniería de la Construcción y Proyectos de Ingeniería Civil, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Valencia, Camino de Vera, s/n, 46022 Valencia, España. Correo electrónico: vyepesp@cst.upv.es

Optimización heurística económica aplicada a las redes de transporte del tipo VRPTW

Dedicado a Nieves, Lorena y Víctor José.  
A mis padres, a mi hermano, familia, amigos y compañeros.  
Sin ellos no hubiera sido posible este trabajo.

## **Prefacio**

La presente Tesis Doctoral, que tiene por título “Optimización heurística económica aplicada a las redes de transporte del tipo VRPTW”, ha sido elaborada por Víctor Yepes Piqueras formando parte de los requisitos para la obtención del título de Doctor Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos, una vez cubiertos los objetivos del Programa de Tercer Ciclo denominado “Optimización y Explotación de Sistemas de Transportes”.

Los trabajos han sido dirigidos por el Catedrático de Universidad Dr. Josep Ramon Medina Folgado, del Departamento de Ingeniería e Infraestructura de los Transportes, de la Universidad Politécnica de Valencia.

## **Agradecimientos**

Una tesis doctoral no es un trabajo que se pueda atribuir en exclusiva a una sólo persona, y en este caso, desearía agradecer a Josep R. Medina las numerosas horas de su tiempo que me ha dedicado, así como sus certeras críticas y sugerencias, que, sin duda, han redundado positivamente en los resultados obtenidos.

Asimismo, no desearía dejar de agradecer a mi familia y amigos su comprensión por ese tiempo que les he robado, y también por su continuo apoyo. Creo, sinceramente, que una parte importante de este trabajo tiene una deuda pendiente con ellos.

Valencia, 21 de mayo de 2002

Víctor Yepes Piqueras

## Resumen

YEPES, V. (2002). Optimización heurística económica aplicada a las redes de transporte del tipo VRPTW. Tesis Doctoral. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Valencia. 352 pp.

El propósito de la tesis consiste en la presentación de un modelo económico de distribución de mercancías que generalice los problemas de rutas sometidos a restricciones temporales de servicio “*vehicle routing problem with time windows*” (VRPTW) y de un conjunto de técnicas heurísticas y metaheurísticas capaces de resolverlo eficientemente. El trabajo sistematiza el conjunto de métodos de optimización heurística y establece el estado de la técnica en relación con los procedimientos empleados en la resolución del problema VRPTW y sus extensiones. Tras constatar ciertas discrepancias entre los modelos teóricos y los casos reales, la tesis define una función objetivo que mide la rentabilidad económica de las operaciones, y flexibiliza los horarios de entrega con penalizaciones que reflejen la insatisfacción de los clientes. Asimismo se contempla la posibilidad de contar con flotas heterogéneas de vehículos con costes fijos y variables diferenciados, así como capacidad de carga, velocidad y jornadas laborales distintas, y con la posibilidad del uso múltiple. Se incorpora la asimetría en la duración de los viajes, con tiempos de aproximación y de alejamiento que modulen el nivel de congestión por tráfico y otras dificultades de acceso. También es posible el ajuste de diferentes costes horarios en función de las horas extraordinarias y penalizaciones por ruptura en la llegada al depósito.

La tesis presenta una novedosa heurística de construcción secuencial de rutas basada en criterios económicos (HESECOR) capaz de resolver el modelo propuesto y que, en el caso del problema VRPTW básico, ha llegado en algunos casos a alcanzar la mejor solución publicada. También se han presentado un conjunto de metaheurísticas basadas en la búsqueda secuencial por entornos. Del análisis del comportamiento de dichas técnicas a los problemas básicos y generalizados presentados, se aportan conclusiones de interés práctico, tanto para la optimización heurística de los problemas combinatorios, como para la toma de decisiones en las empresas dedicadas al transporte.

## Palabras clave

Investigación operativa, logística, redes, transporte, distribución, optimización, heurísticas, metaheurísticas, sistemas inteligentes, ventanas temporales, VRPTW.

## Resum

YEPES, V. (2002). Optimització heurística econòmica aplicada a les xarxes de transport del tipus VRPTW. Tesis Doctoral. Escola Tècnica Superior d'Enginyers de Camins, Canals i Ports. Universitat Politècnica de València. 352 pp.

El propòsit de la tesi consisteix en la presentació d'un model econòmic de distribució de mercaderies que generalitze els problemes de rutes sotmesos a restriccions temporals de servei "*vehicle routing problem with time windows*" (VRPTW) i d'un conjunt de tècniques heurístiques i metaheurístiques capaces de resoldre'l eficientment. El treball sistematitza el conjunt de mètodes d'optimització heurística i estableix l'estat de la tècnica en relació amb els procediments utilitzats en la resolució del problema VRPTW i les seues extensions. Després d'haver constatat diverses discrepàncies entre els models teòrics i els casos reals, la tesi defineix una funció objectiu que mesura la rendibilitat econòmica de les operacions i flexibilitza els horaris d'entrega amb penalitzacions que reflectisquen la insatisfacció dels clients. Així mateix es contempla la possibilitat de comptar amb flotes heterogènies de vehicles amb costos fixos i variables diferenciats, així com capacitat de càrrega, velocitat i jornades laborals distintes i amb la possibilitat d'ús múltiple. S'incorpora l'asimetria en la duració dels viatges, amb temps d'aproximació i d'allunyament que modulen el nivell de congestió per trànsit i altres dificultats d'accés. També és possible l'ajust de diferents costos horaris en funció de les hores extraordinàries i penalitzacions per ruptura a l'arribada al depòsit.

La tesi presenta una novedosa heurística de construcció seqüencial de rutes basada en criteris econòmics (HESECOR) capaç de resoldre el model proposat i que, en el cas del problema VRPTW bàsic, ha arribat en alguns casos a assolir la millor solució publicada. També s'han presentat un conjunt de metaheurístiques basades en la recerca seqüencial per entorns. De l'anàlisi del comportament de les dites tècniques als problemes bàsics i generalitzats presentats, s'aporten conclusions d'interès pràctic, tant per a l'optimització heurística dels problemes combinatoris com per a la presa de decisions en les empreses dedicades al transport.

## Paraules clau

Investigació operativa, logística, xarxes, transport, distribució, optimització, heurístiques, metaheurístiques, sistemes intel·ligents, finestres temporals, VRPTW.

## Abstract

YEPES, V. (2002). Economic heuristic optimization applied to VRPTW type transportation networks. Doctoral Dissertation. Higher Technical School of Civil Engineering. Polytechnic University of Valencia. 352 pp.

The purpose of the thesis consists of the presentation of an economic model of goods distribution which generalizes the *vehicle routing problem with time windows* (VRPTW), along with a set of heuristic and metaheuristic techniques able to work it out efficiently. This work systematizes the set of methods of heuristic optimization and establishes the state of the technique regarding the used procedures in the solving of the VRPTW problem and its extents. After having verified certain discrepancies among the theoretical models and the real cases, the thesis defines an objective function which measures the economic profitability of the operations, and makes soft time windows using penalties which take into account customers dissatisfaction. In the same way the feasibility of using a heterogeneous fleet of vehicles with differentiated fixed and variable costs is considered, as well as the loading capacity, speed and different working hours, and, furthermore, the feasibility of multiple use. The asymmetry in the length of time of routes, with approximation and removal periods which regulated level of congestion due to traffic and other access problems, is included. It is also possible to adjust different costs derived from scheduling depending on extra-hours and penalties for breaking deadlines on the arrival to the depot.

The thesis presents a new heuristic frame of sequential route building based on economic approaches (HESECOR) able to solve the proposed model which, furthermore, and in the case of the VRPTW basic problem, has reached, in some cases, the best published solution. Also, a set of metaheuristics based on a sequential neighbourhood search is presented. Starting from the analysis of the behaviour of these techniques regarding the basic and general problems presented, conclusions of practical interest, for the heuristic optimization of combinatory problems as well as for the decision making by transportation companies, are given.

## Key words

Operations research, logistics, nets, transportation, distribution, optimization, heuristics, metaheuristics, intelligent systems, time windows, VRPTW.

## Notación

- $\Delta$  = diferencia entre el valor de la función objetivo del candidato y la de la solución actual.
- $a_j$  = duración de la aproximación al nodo  $j$ .
- $A$  = conjunto de los arcos de un grafo.
- $B$  = beneficio total asociado a un problema de transporte.
- $b_j$  = hora en la que empieza el servicio en el nodo  $j$ .
- $b_{jk}$  = hora en la que comienza el servicio en el nodo  $j$ , cuando llega el vehículo  $k$ .
- $C$  = coste total asociado a un problema de transporte.
- $\mathcal{C}$  = conjunto de clientes.
- $Cd$  = coste total por distancias recorridas.
- $Cf_k$  = coste de disposición de un vehículo  $k$ .
- $Ch$  = coste horario total.
- $Ch_k$  = coste horario del vehículo  $k$ .
- $Che_k$  = coste horario del vehículo  $k$  en jornada laboral extraordinaria.
- $Chl_k$  = coste horario del vehículo  $k$  en jornada laboral normal.
- $Chp_k$  = coste de penalización horario del vehículo  $k$  al superar la jornada extraordinaria.
- $c_{ij}$  = coste del viaje desde el nodo  $i$  al  $j$ .
- $c_j^e$  = penalización horaria espera ventana temporal nodo  $j$ .
- $c_j^u$  = penalización horaria ruptura ventana temporal nodo  $j$ .
- $C_o^u$  = penalización horaria ruptura ventana temporal en depósito.
- $C_{r,k}$  = tasa de inicio de la ruta  $r$ , asociada al vehículo  $k$ .
- $Ctw$  = coste total debido a todos los horarios de servicio.
- $Cv_{j,k}$  = coste que penaliza la repetición del servicio para un cliente  $j$ , en función del vehículo  $k$ .

- $d_{ij}$  = distancia desde el nodo  $i$  al  $j$ .
- $e_j$  = hora más temprana para empezar a servir al nodo  $j$ .
- $e_j^h$  = hora límite de inicio del servicio estricto en el nodo  $j$ .
- $e_j^s$  = hora límite de inicio del servicio flexible en el nodo  $j$ .
- $e_0$  = hora más temprana para salir del depósito.
- $e_0^h$  = hora más temprana para salir del depósito con ventana temporal estricta.
- $e_0^s$  = hora más temprana para salir del depósito con ventana temporal flexible.
- $F_j$  = tarifa fija que se aplica al cliente  $j$  por disposición del servicio.
- $G$  = grafo orientado
- $G$  = factor de forma en el criterio de ahorros.
- $He_k$  = jornada laboral extraordinaria del vehículo  $k$ .
- $HI_k$  = jornada laboral normal del vehículo  $k$ .
- $I$  = ingreso total asociado a un problema de transporte.
- $l_j$  = duración del alejamiento del nodo  $j$ .
- $k_j^e$  = coeficiente penalización apertura ventana temporal nodo  $j$ .
- $k_j^u$  = coeficiente penalización cierre ventana temporal nodo  $j$ .
- $k_0^u$  = coeficiente penalización cierre ventana temporal en depósito.
- $M$  = número total de vehículos.
- $M_s$  = número de vehículos del tipo  $s$ .
- $n$  = número de clientes.
- $N$  = conjunto de todos los vértices del grafo.
- $N_{ij}$  = atracción entre los puntos  $i$  y  $j$  en ACO.
- $p_j^e$  = cota penalización apertura ventana temporal nodo  $j$ .
- $p_j^u$  = cota penalización cierre ventana temporal nodo  $j$ .
- $p_0^u$  = cota penalización cierre ventana temporal en depósito.
- $Q$  = capacidad de carga de los vehículos.
- $Q_k$  = capacidad de carga del vehículo  $k$ .

- $q_j$  = unidades de demanda del cliente  $j$ .
- $Rd_j$  = tarifa por unidad de distancia aplicada al cliente  $j$ .
- $r_j^u$  = coste ruptura cierre ventana temporal nodo  $j$ .
- $R_k$  = ruta recorrida por el vehículo  $k$ .
- $r_0^u$  = coste ruptura cierre ventana temporal en depósito.
- $Rq_j$  = tarifa por unidad de mercancía aplicada al cliente  $j$ .
- $Rqd_j$  = tarifa por unidad de distancia y mercancía aplicada al cliente  $j$ .
- $s_i$  = duración del servicio al nodo  $i$ .
- $S_0$  = duración de la carga del vehículo en el depósito.
- $T$  = variable tiempo.
- $t_k$  = parámetro de temperatura en la cristalización simulada.
- $t_0$  = temperatura inicial en la cristalización simulada.
- $T_k$  = tiempo empleado por el vehículo  $k$  en un ciclo de transporte.
- $T_0$  = umbral inicial en la metaheurística de aceptación por umbrales.
- $t_{ij}$  = duración del viaje desde el nodo  $i$  al  $j$ .
- $T_{ij}$  = rastro de feromonas entre el nodo  $i$  y el  $j$ .
- $u_j$  = límite horario para empezar a servir al nodo  $j$ .
- $u_j^h$  = límite horario de servicio estricto en el nodo  $j$ .
- $u_j^s$  = límite horario de servicio flexible en el nodo  $j$ .
- $U_0$  = hora límite para llegar al depósito.
- $U_0^h$  = hora límite para llegar al depósito, con ventana temporal estricta.
- $U_0^s$  = hora límite para llegar al depósito, con ventana temporal flexible.
- $V$  = flota de vehículos.
- $V_j$  = número de clases de vehículos que visitan  $j$ .
- $v_{j,k}$  = número de veces que el cliente  $j$  es visitado por el vehículo  $k$ .
- $v_k$  = velocidad media del vehículo  $k$ .
- $w_{ij}$  = espera de un vehículo que desde el nodo  $i$  se dirige al  $j$ .
- $x_{ijk}$  = variable de decisión binaria, que vale la unidad si existe un viaje del nodo  $i$  al  $j$  en el vehículo  $k$ .

## Acrónimos

Concepto	Acrónimo	Aparece por primera vez en página
<i>Ant Colony Optimization</i>	ACO	44
Beneficio Total	BT	184
<i>Constraint Programming</i>	CP	43
<i>Chinese Postman Problem</i>	CPP	66
Coeficiente de Variación	C.V.	187
<i>Capacitated Vehicle Routing Problem</i>	CVRP	67
Descenso Aleatorio Adaptativo	DAA	254
Descenso Determinista con Múltiples Operadores	DDMO	35
Descenso Local Aleatorio	DLA	254
Descenso Probabilista con Múltiples Operadores	DPMO	35
Distancia Total	DT	122
<i>Evolution Strategies</i>	ES	51
<i>First Best</i>	FB	186
<i>Genetic Algorithms</i>	GA	52
<i>Global Best</i>	GB	185
<i>Great Deluge Algorithm</i>	GDA	39
<i>Guided Local Search</i>	GLS	48
<i>Greedy Randomized Adaptive Search Procedure</i>	GRASP	44
<i>Iterated Local Search</i>	ILS	49
Longitud de la cadena de Markov	LCM	230
<i>Large Neighborhood Search</i>	LNS	43
<i>Memetic Algorithms</i>	MA	56
<i>Multi-start Local Search</i>	MLS	118
<i>Multiple Traveling Salesmen Problem</i>	<i>m-TSP</i>	66

Continúa

<b>Significado</b>	<b>Acrónimo</b>	<b>Aparece por primera vez en página</b>
<i>Neural Networks</i>	NN	58
Número total de rutas	NTR	122
Número de vehículos	NV	335
<i>Path Relinking</i>	PR	55
<i>Periodic Vehicle Problem with Time Windows</i>	PVRPTW	141
<i>Randomized Local Search</i>	RLS	186
<i>Random Reactive Variable Neighborhood Search</i>	RRVNS	196
<i>Reactive Variable Neighborhood Search</i>	RVNS	116
<i>Simulated Annealing</i>	SA	37
<i>Scatter Search</i>	SS	54
<i>Threshold Accepting</i>	TA	39
Número máximo de cadenas de Markov	TCM	230
<i>Tabu Search</i>	TS	40
<i>Traveling Salesman Problem</i>	TSP	65
<i>Traveling Salesman Problem with Time Windows</i>	TSPTW	76
<i>Variable Neighborhood Search</i>	VNS	50
<i>Vehicle Routing Problem</i>	VRP	67
<i>Vehicle Routing Problem with Backhauls and Time Windows</i>	VRPBTW	142
<i>Vehicle Routing Problem with Soft Time Windows</i>	VRPSTW	69
<i>Vehicle Routing Problem with Time Deadlines</i>	VRPTD	69
<i>Vehicle Routing Problem with Time Windows</i>	VRPTW	11

# Contenido

Prefacio .....	iv
Resumen .....	v
Notación .....	viii
Acrónimos .....	xi
Contenido .....	xiii
1. INTRODUCCIÓN .....	1
1.1 Motivación .....	2
1.2 La toma de decisiones en las empresas .....	4
1.3 La logística y los problemas de distribución física.....	5
1.4 Objetivos, contribución y estructura de la tesis .....	10
2. LOS PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN COMBINATORIA .....	14
2.1 Introducción.....	14
2.2 La investigación operativa .....	15
2.3 La modelización de un problema .....	16
2.4 Algoritmia y complejidad computacional .....	17
2.5 Optimización y programación matemática .....	20
2.6 Técnicas de resolución de problemas de optimización combinatoria .....	22
2.6.1 Algoritmos de resolución exactos .....	23
2.6.2 Algoritmos de resolución aproximados.....	25
2.6.2.1 Técnicas heurísticas .....	28
2.6.2.1.1 Heurísticas de construcción de soluciones factibles .....	30
2.6.2.1.2 Heurísticas de descomposición .....	30
2.6.2.1.3 Heurísticas de reducción.....	30
2.6.2.1.4 Heurísticas de manipulación del modelo .....	31
2.6.2.1.5 Heurísticas de búsqueda local .....	31
2.6.2.2 Metaheurísticas .....	33
2.6.2.2.1 Búsqueda secuencial por entornos .....	35

2.6.2.2.1.1	Búsqueda secuencial sin reinicios.....	37
2.6.2.2.1.1.1	Cristalización simulada.....	37
2.6.2.2.1.1.2	Algoritmos basados en umbrales.....	38
2.6.2.2.1.1.2.1	Aceptación por umbrales.....	39
2.6.2.2.1.1.2.2	Algoritmo del “Diluvio Universal”.....	39
2.6.2.2.1.1.2.3	Aceptación por cercanía al líder.....	40
2.6.2.2.1.1.3	Búsqueda tabú.....	40
2.6.2.2.1.1.4	Algoritmos de destrucción y reconstrucción.....	42
2.6.2.2.1.2	Búsqueda secuencial con reinicios múltiples.....	44
2.6.2.2.1.2.1	Grasp.....	45
2.6.2.2.1.2.2	Sistema de colonia de hormigas.....	46
2.6.2.2.1.2.3	Búsqueda local guiada.....	48
2.6.2.2.1.2.4	Búsqueda local iterada.....	49
2.6.2.2.1.2.5	Búsqueda en entornos variables.....	50
2.6.2.2.2	Algoritmos evolutivos.....	51
2.6.2.2.2.1	Sin cruzamiento de información.....	51
2.6.2.2.2.1.1	Estrategias evolutivas.....	51
2.6.2.2.2.2	Con cruzamiento de información.....	52
2.6.2.2.2.2.1	Algoritmos genéticos.....	52
2.6.2.2.2.2.2	Búsqueda dispersa.....	54
2.6.2.2.2.2.3	Reencadenamiento de trayectorias.....	55
2.6.2.2.2.2.4	Algoritmos meméticos.....	56
2.6.2.2.3	Redes neuronales artificiales.....	58
2.7	Evaluación de las heurísticas y las metaheurísticas.....	61
3.	MODELOS DE DISTRIBUCIÓN FÍSICA Y TRANSPORTE.....	63
3.1	Características de los problemas de asignación y programación de rutas..	63
3.2	Problemas básicos de distribución.....	65
4.	EL PROBLEMA DE LAS RUTAS DE VEHÍCULOS CON RESTRICCIONES EN EL HORARIO DE SERVICIO: VRPTW.....	71
4.1	Introducción.....	71
4.2	Modelo matemático del problema VRPTW.....	73
4.3	Complejidad computacional del problema VRPTW.....	76
4.4	Algoritmos de resolución exactos.....	76
4.5	Algoritmos de aproximación y heurísticas.....	78
4.5.1	Heurísticas de construcción de rutas.....	78

4.5.1.1	Algoritmos secuenciales .....	79
4.5.1.2	Algoritmos paralelos .....	82
4.5.2	Heurísticas de mejora de rutas .....	83
4.5.2.1	Taxonomía de los operadores de cambio.....	84
4.5.2.1.1	Movimientos dentro de una ruta .....	84
4.5.2.1.1.1	Intercambios k-opt.....	84
4.5.2.1.1.2	Movimiento 1 -swap .....	85
4.5.2.1.1.3	Movimiento 1 -swap* .....	86
4.5.2.1.1.4	Movimiento 1 -relocate .....	86
4.5.2.1.1.5	Movimiento IOPT.....	87
4.5.2.1.2	Movimientos entre dos rutas .....	88
4.5.2.1.2.1	Movimiento $\lambda$ -exchange .....	88
4.5.2.1.2.2	Intercambios 2-opt* .....	88
4.5.2.1.2.3	Intercambios 2-opt** .....	89
4.5.2.1.2.4	Intercambios Or-opt .....	89
4.5.2.1.2.5	Intercambio CROSS .....	90
4.5.2.1.2.6	Movimiento ICROSS.....	91
4.5.2.1.2.7	Movimiento 2 -relocate .....	92
4.5.2.1.2.8	Movimiento 2 -swap .....	92
4.5.2.1.2.9	Movimiento GENIUS.....	93
4.5.2.1.3	Movimientos entre tres rutas .....	94
4.5.2.1.3.1	Movimiento 3 -swap .....	94
4.5.2.1.3.2	Movimiento 3 -relocate .....	94
4.5.2.1.3.3	Movimiento 3 -opt* .....	95
4.5.2.1.4	Otros movimientos .....	96
4.5.2.1.4.1	Transferencias cíclicas .....	96
4.5.2.1.4.2	Reconstrucción de soluciones .....	97
4.5.2.1.4.3	Salto secuencial .....	97
4.5.2.1.4.4	Reductor de rutas .....	98
4.5.2.1.4.5	Intercambio de vehículos .....	98
4.5.2.1.4.6	Sustitución de vehículos .....	98
4.5.2.2	Heurísticas de mejora local .....	99
4.5.3	Heurísticas mixtas .....	100
4.6	Metaheurísticas .....	104
4.6.1	Cristalización simulada .....	104
4.6.2	GRASP.....	106
4.6.3	Búsqueda tabú.....	106
4.6.4	Algoritmos genéticos .....	110
4.6.5	Estrategias evolutivas.....	113
4.6.6	Búsqueda dispersa .....	113
4.6.7	Sistemas de colonias de hormigas .....	114
4.6.8	Búsqueda en entornos amplios .....	115
4.6.9	Búsqueda en entornos variables .....	116

4.6.10	Búsqueda local guiada .....	117
4.6.11	Búsqueda local iterada .....	118
4.6.12	Algoritmos de destrucción y reconstrucción.....	118
4.6.13	Redes neuronales .....	119
4.6.14	Metaheurísticas híbridas .....	120
4.7	Comparación del comportamiento de las estrategias de optimización .....	121
4.7.1	Las heurísticas aplicadas al problema VRPTW .....	121
4.7.2	Las metaheurísticas aplicadas al VRPTW .....	123
4.8	Consideraciones al empleo de la optimización heurística en los problemas de rutas. ....	131
4.9	Variantes del problema VRPTW .....	135
4.9.1	Las ventanas temporales flexibles: EI VRPSTW .....	136
4.9.2	Los tiempos límite de servicio: EI VRPTD .....	137
4.9.3	Las ventanas temporales múltiples: EI VRPMTW .....	138
4.9.4	La flota heterogénea: EI VRPHETW .....	138
4.9.5	Los múltiples usos de vehículos: EI VRPMTW .....	140
4.9.6	Los depósitos múltiples: EI MDVRPTW .....	141
4.9.7	Los servicios periódicos: EI PVRPTW .....	141
4.9.8	El transporte de vuelta: EI VRPBTW .....	142
4.9.9	Otras variantes del problema VRPTW .....	143
5.	DEFINICIÓN DEL MODELO DE PROBLEMA DE RUTAS .....	144
5.1	Ámbito de los problemas de distribución y transporte del modelo .....	144
5.2	Las ventanas temporales .....	147
5.3	Determinación del inicio del servicio y de los márgenes de viaje.....	151
5.4	La función objetivo .....	156
5.4.1	Determinación de los ingresos .....	158
5.4.2	Determinación de los costes económicos .....	160
6.	PROPUESTAS DE ESTRATEGIAS DE BÚSQUEDA SECUENCIAL POR ENTORNOS PARA LA RESOLUCIÓN DEL MODELO VRPTW .....	165
6.1	Comportamiento de distintas estrategias en la resolución del VRPTW con objetivo económico.....	166
6.1.1	Heurísticas de resolución de rutas con ventanas temporales .....	166
6.1.1.1	Heurística de construcción económica y secuencial de rutas (HESECOR) .....	167
6.1.1.1.1	Criterios de inicio de una ruta .....	168

6.1.1.1.2	Métricas de evaluación para insertar clientes en rutas .....	171
6.1.1.1.3	Descripción de HESECOR: Heurística económica y secuencial de construcción de rutas.....	174
6.1.1.1.4	Aplicación de HESECOR a los problemas de Solomon (1987).177	
6.1.1.1.4.1	Influencia de los criterios de inicio e inserción .....	177
6.1.1.1.4.2	Aplicabilidad de la jerarquía tradicional de la calidad de las soluciones a problemas reales.....	181
6.1.1.2	Búsqueda local aleatoria.....	185
6.1.1.2.1	Criterios de elección de nuevas soluciones.....	186
6.1.1.2.2	Operadores de búsqueda local.....	189
6.1.1.2.3	Descenso aleatorio con múltiples operadores.....	191
6.1.1.2.4	Búsqueda aleatoria adaptativa con múltiples operadores.....	196
6.1.1.3	Heurística de reconstrucción de soluciones .....	199
6.1.1.3.1	La destrucción de una solución .....	200
6.1.1.3.2	Reconstrucción de soluciones .....	202
6.1.1.3.3	Análisis de problemas resueltos .....	203
6.1.1.3.3.1	Influencia del criterio de destrucción y su magnitud .....	203
6.1.1.3.3.2	Influencia de la magnitud de la destrucción y el tiempo de cálculo .....	205
6.1.1.3.3.3	Influencia de la calidad de la solución inicial .....	206
6.1.1.3.3.4	Influencia de la reconstrucción de soluciones con otros operadores .....	208
6.1.2	Metaheurísticas de resolución de rutas con ventanas temporales mediante la búsqueda secuencial por entornos.....	210
6.1.2.1	GRASP dirigido con búsqueda convergente .....	211
6.1.2.1.1	GRASP dirigido.....	211
6.1.2.1.2	Búsqueda convergente .....	213
6.1.2.1.3	Análisis de problemas resueltos .....	214
6.1.2.1.3.1	Influencia de la aleatoriedad de los criterios de inicio e inserción de HESECOR en la calidad de la mejor solución inicial.....	215
6.1.2.1.3.2	Influencia de la aleatoriedad y del número de soluciones generadas en la calidad de la mejor solución inicial .....	216
6.1.2.1.3.3	Influencia del tipo de función probabilista de elección en secuencias ordenadas.....	219
6.1.2.1.3.4	GRASP dirigido con heurística de reconstrucción .....	220
6.1.2.1.3.5	GRASP dirigido con búsqueda convergente y múltiples operadores .....	222
6.1.2.2	Cristalización simulada .....	224
6.1.2.2.1	Selección de la temperatura inicial.....	226
6.1.2.2.2	Velocidad de enfriamiento .....	226
6.1.2.2.3	Recalentamientos decrecientes .....	227
6.1.2.2.4	Análisis de resultados obtenidos .....	229
6.1.2.3	Aceptación por umbrales .....	231
6.1.2.3.1	Selección del umbral inicial .....	233

6.1.2.3.2	Criterios de minoración del umbral.....	233
6.1.2.3.3	Esquema no monótono de reducción de umbrales .....	234
6.1.2.3.4	Análisis de resultados obtenidos .....	235
6.1.2.3.4.1	Influencia de los reinicios en la calidad de las soluciones...236	
6.1.2.3.4.2	Influencia del umbral de aceptación inicial.....	237
6.1.2.3.4.3	Influencia del parámetro de vida media en la disminución exponencial del umbral.....	239
6.1.2.4	Búsqueda local iterada con perturbación en la velocidad .....	241
6.1.2.4.1	Perturbación en la velocidad .....	241
6.1.2.4.2	Análisis de resultados obtenidos .....	243
6.1.3	Metaheurísticas híbridas de resolución con ventanas temporales .....	245
6.1.3.1	Híbrido H1 .....	246
6.1.3.2	Híbrido H2 .....	247
6.1.3.3	Híbrido H3 .....	249
6.1.3.4	Híbrido H4 .....	251
6.1.4	Efectividad de las estrategias de resolución de rutas con ventanas temporales .....	252
6.1.5	Consecuencias adicionales extraídas del empleo de estrategias que resuelven el VRPTW .....	257
6.1.5.1	Comparación con las soluciones teóricas .....	257
6.1.5.2	Variabilidad de los resultados obtenidos para distintos casos de problemas .....	259
6.1.5.3	Influencia de la estructura de ingresos y costes en la solución obtenida .....	261
6.1.5.4	Influencia de la relajación de los horarios de servicio en el beneficio .....	262
6.2	Resolución de problemas de rutas VRPTW generalizados.....	263
6.2.1	Problemas de rutas con restricciones temporales blandas de servicio (VRPSTW) .....	264
6.2.1.1	Influencia del tipo de función probabilista de elección en secuencias ordenadas .....	264
6.2.1.2	Influencia de los parámetros de penalización del inicio y del cierre de las ventanas temporales .....	266
6.2.2	Problemas de rutas con flotas heterogéneas y restricciones temporales blandas de servicio (VRPHESTW) .....	269
6.2.2.1	Propuesta de metaheurísticas híbridas en dos y tres fases.....	269
6.2.2.2	Influencia de un incremento de coste unitario por distancia .....	273
6.2.2.3	Influencia de un incremento de las tarifas.....	275
6.2.3	Problemas de rutas con flotas heterogéneas y múltiples usos con restricciones temporales blandas de servicio (VRPHEMSTW) .....	277
6.2.3.1	GRASP orientado en una heurística secuencial de construcción de rutas .....	278

6.2.3.2	Metaheurística de múltiples operadores y aceptación por umbrales. .....	282
7.	RESUMEN Y CONCLUSIONES .....	285
	Glosario de términos.....	299
	Referencias .....	310
	Apéndice 1. Los problemas de Solomon (1987).....	331
	Apéndice 2. Descripción de problemas del tipo VRPTW generalizadas .....	337
	Apéndice 3. Descripción de algunas soluciones obtenidas .....	343
	Apéndice 4. Conjuntos de operadores y probabilidades de elección .....	346
	Apéndice 5. Funciones probabilísticas de elección en secuencias ordenadas..	348
	Índice analítico .....	352

# 1. Introducción

*“Sí, tú te encaras con el problema una y otra vez y sigues sin poder resolverlo, es probable que tenga una solución pero tú la ignoras”.*

*Camilo José Cela, Vísperas, festividad y octava de San Camilo del año 1936 en Madrid.*

La modelización de los problemas de distribución presenta una terminología derivada en gran parte de la teoría de grafos. Se asume que expresiones tales como vértice, nodo, arco, camino, etc., así como otras similares son conocidas por el lector. Además, en la tesis se utilizan de forma indistinta las palabras cliente, nodo, vértice o destino, así como base, almacén y depósito. Otros conceptos clave se describen brevemente en el glosario de términos.

A efectos de la tesis, la optimización heurística hace referencia a todas las técnicas heurísticas y metaheurísticas empleadas para resolver los problemas de optimización combinatoria.

## **1.1 Motivación**

Las organizaciones toman todos los días decisiones que afectan tanto a su quehacer cotidiano como a su futuro. Sin embargo, numerosos problemas de notable trascendencia son especialmente difíciles de resolver y, no por ello, las empresas deben dejarlos sin respuesta.

Todo ello se enmarca dentro de un escenario donde han crecido considerablemente las expectativas de los clientes al igual que la calidad de los productos que se encuentran en el mercado. Esto provoca que las empresas se enfrenten a retos dinámicos. Así, algunas de las organizaciones consideradas como líderes, aumentan la prestación de sus servicios, acuden a los mercados internacionales y aplican las nuevas tecnologías de la información, entre otras actuaciones destinadas a mejorar su posicionamiento.

El carácter cambiante del entorno empresarial provoca que las decisiones a tomar sean cada vez más complejas. La progresiva globalización de los mercados conlleva desarrollos progresivos en los intercambios comerciales. Muchas organizaciones se enfrentan en la actualidad con problemas relacionados con el movimiento de personas, mercancías o de información. El transporte pretende satisfacer los deseos de movilidad, constituyendo una función de creciente importancia estratégica para las industrias. Las redes y los flujos se deben diseñar, organizar y gestionar de modo que se alcancen objetivos tales como los deseados resultados económicos de las empresas distribuidoras, los requerimientos medioambientales y la demanda de servicio de los clientes. Los sistemas logísticos, a su vez, deben satisfacer las regulaciones legales en materia de tráfico, las leyes laborales y otras imposiciones de diversa índole. Tal crecimiento deberá contar con los problemas ambientales originados por las emisiones de gas, ruido y residuos. El diseño y la gestión de un sistema logístico

es complicada, tanto para las grandes corporaciones como para las pequeñas y medianas empresas.

La respuesta ágil y eficiente al mercado constituye una de las principales ventajas competitivas de las empresas. Una organización obtiene oportunidades si garantiza a sus clientes cualquier pedido en el menor tiempo posible y a un coste inferior al de su competencia. La calidad entre los productos se ha vuelto cada vez más homogénea, la tecnología y los materiales suelen estar disponibles en los mercados, exceptuando obviamente aquellos productos cuya superioridad se centra en la tecnología o en las patentes. Es entonces cuando el servicio marca la diferencia con la competencia. Tal y como indica el Libro Verde del Transporte en España (CTCICCP, 2001), el transporte sólo entiende de *eficiencia y eficacia*, de *funcionalidad y coordinación* y de *calidad*, y así lo consideran sus usuarios, elevados a la categoría de *clientes*.

La red de distribución constituye una de las circunstancias más relevantes para lograr estos elementos diferenciadores (Yepes, 2002). Es la forma de llevar los productos desde donde se ubica la capacidad de producción hasta el lugar donde se realiza la entrega a los clientes; pasando por uno o varios eslabones de la cadena de suministro, centros de distribución primarios y secundarios, y en algunos casos terciarios.

Pues bien, el diseño y gestión de la distribución física conlleva una multitud de decisiones que deben abordarse con métodos que permitan al gestor identificar sus oportunidades de mejora, reduciendo costes, disminuyendo el nivel de inversión necesario y mejorando el servicio hacia los clientes. En este contexto han aparecido en las últimas décadas intentos por ofrecer herramientas basadas fundamentalmente en la inteligencia artificial y en simulaciones de procesos que ocurren en la Naturaleza como son la evolución de las especies, el funcionamiento de las neuronas cerebrales, el templado de los metales, el comportamiento de los

insectos, etcétera; que han permitido afrontar de una forma robusta y eficiente los complejos problemas de decisión a los que se enfrentan las empresas. La tesis introduce la posibilidad de utilizar sistemas inteligentes como métodos apropiados para resolver problemas complejos de optimización de redes de transporte. Las nuevas tecnologías aportan, por tanto, ventajas competitivas a las empresas, ayudando en la correcta gestión de los recursos disponibles, en la toma de decisiones de control en tiempo real y en la optimización de reglas de buena práctica.

## ***1.2 La toma de decisiones en las empresas***

Los problemas aparejados con la toma de decisiones, que generalmente se presentan en las empresas, se plantean en un entorno donde los recursos son escasos (personal, presupuesto, tiempo), o donde deben cumplirse determinados requisitos mínimos (producción, horas de descanso), que condicionan la elección de la solución adecuada, ya sea en el ámbito estratégico, táctico e incluso operativo. El propósito al tomar la decisión consiste en llevar a cabo el plan propuesto de una manera óptima: costes mínimos, máximo beneficio, máxima satisfacción al cliente, etc. La resolución de estas cuestiones ha atraído la atención de numerosos investigadores, principalmente desde la Segunda Guerra Mundial.

La Investigación Operativa surge de los métodos que los científicos han aplicado para mejorar la eficacia, la efectividad y los resultados de las operaciones presentes en las complejas organizaciones industriales, administrativas, militares, sanitarias, económicas, etc. El propósito es construir modelos matemáticos que simulen aquellas situaciones reales en los que se está obligado a tomar una decisión. Una vez que se acepta una representación simplificada de una parte o del total de la realidad, los efectos de los cambios en las operaciones sometidas a

estudio pueden desarrollarse y predecirse de forma cuantitativa. Los aspectos más relevantes son la optimización y la incertidumbre. El primero de ellos se refiere a la determinación de una alternativa de decisión con la propiedad de ser mejor que cualquier otra en algún sentido (minimización de costes, maximización de beneficios, etc.). El segundo planteamiento busca predecir, con cierta probabilidad, cada disyuntiva.

Posteriormente, el esquema teórico debe validarse en función de la coherencia con los datos observados en el sistema real. Hay que asegurar que los valores tengan sentido y que las decisiones resultantes sean factibles. Por último se implementa el modelo en la práctica. Sin embargo, la decisión final debe ser moderada siempre por el criterio aportado por el equipo directivo, capaz de tomar en consideración ciertos elementos intangibles no contemplados.

### ***1.3 La logística y los problemas de distribución física***

El *National Council of Physical Distribution Management* definió, en 1979 (ver Ballou, 1991) la *gestión de la distribución física* como “*todas aquellas actividades encaminadas a la planificación, implementación y control de un flujo creciente de materias primas, recursos de producción y productos finales desde el punto de origen al de consumo*”. Entre estas tareas se encuentran el servicio al cliente, la previsión de la demanda, el control de inventarios, los servicios de reparación, el manejo de mercancías, el procesamiento de pedidos, la selección de la ubicación geográfica de las fábricas y los almacenes, las compras, el empaquetado de productos, el tratamiento de las mercancías devueltas, la recuperación y tratamiento de desperdicios, la distribución y el transporte, y el almacenamiento. Sin embargo, otros autores prefieren emplear el término de *logística empresarial*.

La importancia de la eficacia y la eficiencia de la gestión de la distribución adquiere su verdadera magnitud cuando se consideran los costes. Kotler (1991) indica que los principales elementos de los costes de la distribución física son el transporte (37%), el control de existencias (22%), el almacenamiento (21%) y otros como la recepción de órdenes, el servicio al cliente, la distribución y la administración (20%). El mismo autor cree, al igual que otros expertos, que pueden conseguirse ahorros sustanciales en el área de la distribución física, la cual ha sido descrita como *‘la última frontera para obtener economías en los costes’* y *“el continente oscuro de la economía”*. Drucker (1962) describió las actividades logísticas que se llevaban a cabo tras la fabricación como las *“áreas peor realizadas y a la vez más prometedoras dentro del mundo industrial”*.

Muchas empresas sostienen que el objetivo último de la distribución física es obtener las mercancías necesarias, llevarlas a los lugares oportunos a su debido tiempo y al coste más bajo posible. Sin embargo, y tal como afirma Kotler (1991), no existe ningún sistema de distribución que pueda, simultáneamente, maximizar el servicio al cliente y minimizar los costes de distribución, puesto que lo primero supone un elevado coste de existencias, un transporte rápido y múltiples almacenes, factores que incrementan los costes. Se trata de buscar un equilibrio que contemporee los intereses contrapuestos.

La gestión de la distribución física presenta una gran variedad de problemas de decisión que afectan a la planificación en el ámbito estratégico, táctico y operativo. La localización de plantas y almacenes, o la reconfiguración de la red de transporte son decisiones estratégicas, mientras que los problemas relacionados con la dimensión de la flota, o si ésta debe ser propia o alquilada pertenecen al ámbito de las decisiones tácticas. Los problemas habituales en las operaciones son: (a) el establecimiento de rutas para vehículos que, con cierta limitación de capacidad, deben distribuir o recoger mercancías a un grupo de

clientes; y (b) la programación de horarios o precedencias entre destinos para satisfacer estos recorridos.

Un estudio del *National Council of Physical Distribution* (ver Ballou, 1991) estima que el transporte sumó un 15% del Producto Interior Bruto de Estados Unidos en 1978, constituyendo más del 45% de todos los costes logísticos de las organizaciones. El sector de las empresas de servicios públicos y transportes estadounidenses movió en 1991 aproximadamente 506 millardos de dólares, según el Informe del Presidente de 1994 (ver Fisher, 1997). King y Mast (1997) señalan que la valoración anual que implican los excesos de coste en los viajes en Estados Unidos ascienden a 45 millardos de dólares. En Reino Unido, Francia y Dinamarca, por ejemplo, el transporte representa cerca del 15%, 9% y 15% del gasto nacional respectivamente (Crainic y Laporte, 1997; Larsen, 1999). En Japón, los costes logísticos suponen un 26,5% de las ventas, y los de transporte, un 13,5% (Kobayashi, 1973). Estas mismas cifras son del 14,1% y 2,5% en Australia (Stephenson, 1975), y del 16% y 5,5% en Reino Unido (Murphy, 1972). En España, según datos del Ministerio de Fomento (ver CTCICCP, 2001), la participación del sector transporte en el valor añadido bruto del año 1997 se situó en un 4,6%. En cuanto al empleo, 613.400 personas se encontraban ocupadas en el año 1999 en el sector del transporte público en nuestro país, lo cual supone el 3,69% de la población activa.

Existe una gran variación entre los costes logísticos de las distintas empresas. Ballou (1991) indica que estas cifras oscilan entre menos del 4% sobre las ventas en aquellas empresas que producen y distribuyen mercancías de alto valor, hasta más de un 32% en aquellas otras que lo hacen en las de bajo valor. El mismo autor apunta que los costes de transporte representan entre una tercera y dos terceras partes del total de costes logísticos. Se estima que los costes de distribución suponen casi la mitad del total de los costes logísticos en algunas industrias, y que en las de alimentación y bebidas pueden incrementar un 70% el

coste de las mercancías (De Backer *et al.*, 1997; Golden y Wasil, 1987). Además, la importancia de la programación de rutas se manifiesta claramente con el dato aportado por Halse (1992) informando que en 1989, el 76,5% de todo el transporte de mercancías se realizó con vehículos.

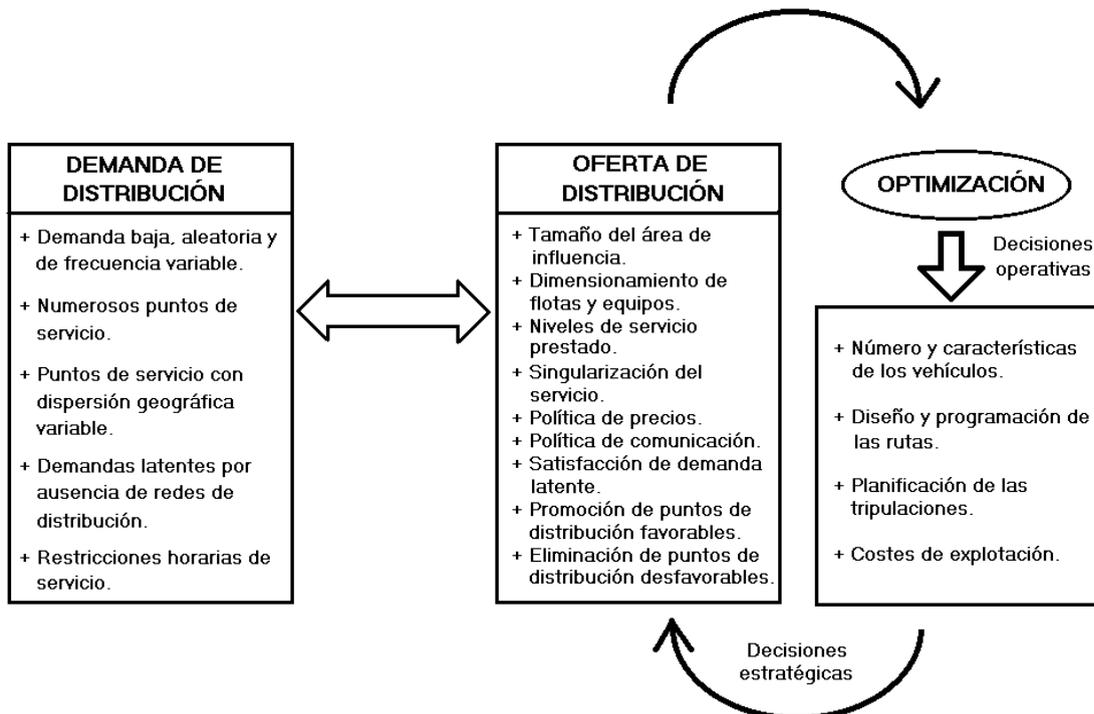
Así, las actividades que conforman la planificación operativa de la distribución física implican un gran número de pequeñas decisiones interrelacionadas entre sí. Además, la cifra de planes posibles crece exponencialmente con la dimensión del problema. Incluso para flotas pequeñas y con un número moderado de peticiones de transporte, la planificación es una tarea altamente compleja. Por tanto, no es de extrañar que los responsables de estos asuntos simplifiquen al máximo los problemas y utilicen procedimientos particulares para despachar sus vehículos basándose, en multitud de ocasiones en la experiencia de errores anteriores. Existe un amplio potencial de mejora claramente rentable para las unidades de negocio.

La planificación y la gestión de las redes de distribución exige la disposición de técnicas eficientes de optimización de rutas, puesto que no sólo afecta al desarrollo de las operaciones, sino que también incide en las decisiones tácticas y estratégicas (tamaño óptimo de flota, estimación de costes, políticas de publicidad y rotura de servicio, etc).

Medina y Yepes (2000) proporcionan un ejemplo práctico que muestra cómo la aplicación de técnicas de optimización condiciona críticamente el desarrollo de ciertas operaciones de distribución. Se trata de un negocio de venta de paquetes turísticos con transporte incluido; donde los precios se fijan mucho antes de que la demanda sea conocida, y donde son frecuentes las cancelaciones de última hora así como la llegada de nuevos clientes. Si el número de pasajeros es pequeño, en comparación con la máxima capacidad de carga del vehículo, los beneficios o las pérdidas generadas por el transporte dependen fuertemente de la

eficiencia del sistema de optimización de rutas. La Figura 1.1 describe la influencia de la optimización de operaciones en la planificación y gestión de redes de distribución de baja demanda.

En apretada síntesis, la planificación y la gestión de las redes de distribución genera una gran variedad de problemas de decisión, cuyo éxito depende críticamente de la optimización de las operaciones, donde el espectro de soluciones posibles es enorme y además creciente exponencialmente con el número de destinos y el tamaño de la flota. Esta explosión combinatoria de soluciones y la complejidad de las variables impiden que la optimización sea, en muchas situaciones reales, abordable con técnicas de resolución exactas. Afortunadamente, existen procedimientos alternativos que, si bien no garantizan la solución óptima, sí proporcionan soluciones de calidad a los problemas cotidianos.



**Figura 1.1.** Planificación y gestión de redes de distribución. Fuente: Medina y Yepes (2000).

De esta forma, la resolución de los problemas de distribución se convierte en una de las parcelas notables de la Investigación Operativa. Incluso el recorte de una pequeña fracción de los costes puede aflorar enormes ahorros económicos y una reducción de los impactos medioambientales ocasionados por la polución y el ruido, además de incrementar significativamente la satisfacción de los requerimientos de los clientes.

## ***1.4 Objetivos, contribución y estructura de la tesis***

La gran complejidad de los problemas de distribución lleva implícito que no existan hasta el momento técnicas que resuelvan óptimamente los casos reales en tiempos de cálculo razonables. Sin embargo, los operadores del transporte deben tomar decisiones continuamente, tanto en el día a día como a medio y largo plazo. La trascendencia económica de la movilidad de personas y mercancías provoca, por tanto, la necesidad de desarrollar técnicas y estrategias que resuelvan con una velocidad razonable los problemas y que proporcionen soluciones competitivas. El objetivo principal de esta tesis es el diseño de nuevos algoritmos que permitan resolver problemas de transporte y que sean robustos, flexibles y lo suficientemente rápidos como para abordar casos que, alejándose de los esquemas teóricos, se acerquen lo más posible a las situaciones reales.

Las contribuciones que se presentan en este trabajo son las siguientes:

1. Definición de un esquema teórico de red de distribución sometido a restricciones temporales basado en el concepto de beneficio económico.
2. Propuesta de un modelo de ventanas temporales con flexibilidad adaptable.

3. Incorporación al modelo de variables tales como la congestión, las asimetrías en los viajes y las jornadas laborables sujetas a costes horarios distintos y penalizaciones.
4. Presentación de una clasificación de las estrategias heurísticas y metaheurísticas empleadas en la resolución de los problemas combinatorios.
5. Descripción de una heurística de construcción de soluciones factibles basada en criterios económicos de carácter determinístico y también probabilístico, capaz de generar amplios conjuntos de opciones con características muy diversas.
6. Adopción de operadores específicos necesarios para la resolución del problema VRPTW, pero también de sus generalizaciones a flotas heterogéneas.
7. Definición de conceptos de márgenes de viaje, esperas ineludibles y ventanas temporales efectivas.
8. Aportación de metaheurísticas basadas en la perturbación de la velocidad de los vehículos, la reconstrucción de soluciones dentro de procesos de recalentamientos en la cristalización simulada, exploración convergente y búsqueda local adaptativa de múltiples operadores basada en la aceptación por umbrales.

Las estrategias propuestas se han ensayado con los problemas planteados por Solomon (1987), modificados y complementados en algunas ocasiones para adaptar los criterios económicos o las ampliaciones del VRPTW. Los algoritmos se han programado en Visual BASIC 5.1 para su uso en ordenadores personales. El

ordenador empleado ha sido un Compaq 127Mb Ram y procesador Pentium III de 933 Mhz.

El contenido de la tesis está organizado en la forma que se expone a continuación. El capítulo 2 introduce los conceptos básicos que atañen a los problemas de optimización combinatoria, su modelización y complejidad computacional. Asimismo se describen las técnicas exactas y aproximadas empleadas en su resolución, estableciéndose una clasificación original de las estrategias heurísticas y metaheurísticas. El capítulo 3 detalla y ordena aquellas características de los modelos de distribución física y transporte, así como un mapa sobre las distintas tipologías posibles en los problemas de asignación y programación de rutas. El capítulo 4 establece el estado del arte del problema de las rutas de vehículos con restricciones en el horario de servicio (VRPTW), discutiéndose los resultados obtenidos hasta el momento y aportando ciertas conclusiones derivadas de dicho análisis. Esta sección también propone una taxonomía de los operadores y movimientos de búsqueda local, con la inclusión de algunos diseñados específicamente para este trabajo. Además se repasan las variantes posibles al VRPTW. El capítulo 5 define el esquema teórico propuesto en la tesis para resolver el problema de la planificación de rutas, detallando el ámbito de los problemas resueltos y las definiciones y nuevas aportaciones en relación con las ventanas temporales, la determinación del inicio del servicio y de los márgenes de viaje y la función objetivo basada en conceptos económicos. En el capítulo 6 se describen y analizan las propuestas de heurísticas y metaheurísticas basadas en la búsqueda por entornos para la resolución del modelo básico y posteriormente se resuelven y analizan problemas más complejos y cercanos a la realidad que el VRPTW, con la inclusión de ventanas temporales blandas de servicio, flotas heterogéneas de vehículos con la posibilidad de múltiples usos e incorporación de jornadas laborables de coste variable y la cuestión de la congestión. Asimismo, en el mismo capítulo se examina el comportamiento de las diferentes estrategias en relación con la calidad de las

## Introducción

soluciones obtenidas y el tiempo empleado en su consecución. En el capítulo 7 se recogen las conclusiones de la tesis. Además de las referencias empleadas, se reúne un glosario de los términos empleados, unos apéndices donde se describen los problemas de Solomon (1987), se recogen los mejores resultados alcanzados hasta la fecha, se definen de los problemas ampliados resueltos en el capítulo 6 y las funciones de probabilidad empleadas en la selección de secuencias ordenadas. Por último se incluye un índice analítico para facilitar la consulta del trabajo.

## 2. Los problemas de optimización combinatoria

### 2.1 Introducción

La *optimización* significa hallar el valor máximo o mínimo de una cierta función, definida en un dominio. En los problemas de decisión que generalmente se presentan en la vida empresarial existen una serie de recursos escasos (personal, presupuesto, tiempo), o de requisitos mínimos a cumplir (producción, horas de descanso), que condicionan la elección de la solución adecuada, ya sea a nivel estratégico, táctico e incluso operativo. Por lo general, el propósito perseguido al tomar una decisión consiste en llevar a cabo el plan propuesto de una manera óptima: mínimos costos o máximo beneficio.

Desgraciadamente, la complejidad de las situaciones reales es de tal magnitud que en numerosas ocasiones son inviables los métodos de resolución exactos, de modo que los problemas de optimización planteados frecuentemente se resuelven con métodos aproximados que proporcionan soluciones factibles que sean satisfactorias.

Un tipo concreto de problemas de optimización son los denominados *problemas de optimización combinatoria*. En ellos, las variables de decisión son enteras y, por lo general, el espacio de soluciones está formado por ordenaciones o subconjuntos de números naturales. Su resolución será de gran trascendencia en la toma de decisiones inherentes a las redes de transporte.

## **2.2 La investigación operativa**

La Investigación Operativa surge de la aplicación de los métodos de los científicos para mejorar la eficacia, efectividad y resultados de las operaciones que se presentan en las complejas organizaciones industriales, administrativas, militares, sanitarias, económicas, etc. Se podrían buscar sus antecedentes en las postrimerías del siglo XIX con los trabajos sobre modelos lineales debidos a Jordan, Minkowski, Farkas y otros, y también en las aportaciones de Erlang sobre fenómenos de espera en la década de los veinte, e incluso en los primeros modelos de programación lineal matemática en economía debidos a Quesnay (siglo XVIII) y Walras (siglo XIX), que fueron perfeccionados por autores como Von Neumann, Kantorovich y Dantzig.

El término “Investigación Operativa” apareció durante la Segunda Guerra Mundial en los ejércitos Británico y Norteamericano en el contexto de la resolución de problemas tácticos y estratégicos. Al terminar la contienda bélica, las técnicas pasaron a la industria, la administración, las universidades, etc.

La Investigación Operativa se fundamenta en la construcción de modelos de los sistemas reales y su análisis posterior. Las abstracciones pueden imaginarse y ajustarse a datos experimentales, o bien son estos últimos los que, tras su estudio, permiten deducir el modelo. Una vez establecido, los efectos de los cambios en las operaciones pueden desarrollarse y predecirse de forma cuantitativa. Los aspectos más trascendentes son la optimización y la incertidumbre. El primero de ellos se refiere a la determinación de una alternativa de decisión con la propiedad de ser mejor que cualquier otra en algún sentido (minimización de costes, maximización de beneficios, etc.). Sin embargo para situaciones complejas bastaría con obtener soluciones prácticas que satisfagan de alguna forma el problema. El segundo planteamiento busca predecir, con cierta probabilidad, cada alternativa de decisión. La optimización comprende la

programación matemática lineal, entera, no lineal, dinámica y el análisis determinista de decisiones; y la teoría de la probabilidad abarcaría el examen estocástico de las mismas, la programación estocástica (lineal, entera, dinámica, no lineal), la teoría de inventarios, los fenómenos de espera y la simulación. Ahora bien, en la resolución de los modelos matemáticos se pueden utilizar métodos exactos que producen soluciones óptimas que cumplen con todas las restricciones, o bien, técnicas heurísticas que proporcionan opciones viables cuasi-óptimas, útiles cuando los problemas son extremadamente complejos en su resolución dentro de tiempos de cálculo razonables.

### ***2.3 La modelización de un problema***

La Investigación Operativa trata de resolver los problemas reales analizando la abstracción o representación simplificada de una parte o segmento de la misma, denominado *modelo*. Ello es posible en la medida en que gran parte de la complejidad de un sistema real es irrelevante en su resolución. No obstante, hay que encontrar el equilibrio entre la simplicidad extrema, que impida representar adecuadamente un problema, y la complejidad en tal grado que imposibilite destacar las relaciones básicas del sistema.

Una vez definido el problema, se debe formular un modelo cuantitativo empleando métodos matemáticos y estadísticos. Estos esquemas matemáticos presentan ciertas ventajas respecto a los modelos a escala o analógicos. Permite el análisis de un número considerable de opciones con menores costes, es posible simular en breve tiempo casos que pueden tardar años en ocurrir, los cambios en el esquema teórico son fáciles de introducir, etc.

Para formular el modelo matemático se comienza estableciendo las *variables de decisión* o *control*, cuyos valores finales solucionarán el problema. Se

determina una *función objetivo*, expresada en términos de los datos y de las variables de decisión. Deben fijarse los límites o *restricciones* de los valores de las variables debido a las condiciones externas del problema.

Un modelo matemático se clasifica como *determinista* cuando se conocen con certeza las variables incontroladas, con frecuencia denominadas *parámetros*, que relacionan las variables de decisión con las funciones objetivo y las restricciones. En contraste, un esquema teórico *probabilístico* contiene parámetros que posiblemente tomen un rango de valores con arreglo a una distribución de probabilidades. Una vez diseñado el modelo, se debe buscar mediante algoritmos la *solución*, que es el conjunto de valores específicos para las variables de decisión que permiten identificar la opción seleccionada.

Por último, el esquema teórico debe validarse en función de la concordancia de los datos observados en el sistema real y los generados artificialmente, modificándolo si es necesario. Debe asegurarse que los valores tengan sentido y que las decisiones resultantes sean factibles. Por último se implementa el modelo en la práctica, siendo el órgano responsable de tomar la decisión el que debe valorar aspectos externos que no han sido contemplados. En estas ocasiones, la presentación de diversas opciones mejora la calidad de la decisión última.

## **2.4 Algoritmia y complejidad computacional**

Un *algoritmo* es un conjunto prescrito de reglas o instrucciones bien definidas para la resolución de un problema. En general, se trata de encontrar el método más “eficiente”, no siendo baladí el modo de medir dicha eficiencia. Para resolver esta circunstancia, en la década de los 70 numerosos científicos se interesaron por la complejidad computacional de los problemas y los algoritmos. En muchos casos se asimila el *rendimiento algorítmico* a la medida del tiempo

medio de ejecución empleado por un procedimiento para completar su operación con un conjunto de datos. Además, es posible relacionar el esfuerzo de cálculo con la dimensión del problema a resolver.

Un algoritmo muestra una *complejidad polinómica* si necesita un tiempo  $O(n^k)$ , donde  $n$  muestra la dimensión de entrada y  $k$  es una constante independiente de  $n$ . Si la función que denota la complejidad no está acotada por un polinomio, el algoritmo presenta una *complejidad en tiempo exponencial*.

Un *problema de decisión* es aquel que puede ser contestado con una afirmación o una negación. Llamemos P a la clase de problemas de decisión que pueden ser resueltos en tiempo cálculo que crece de forma polinomial ante incrementos lineales del número de elementos que intervienen, y NP aquellos solubles en un tiempo polinomial indeterminado, es decir, que se puede resolver en tiempo polinomial con una máquina Turing no determinística (ordenador). Un ordenador no determinístico puede ser contemplado como un autómata capaz de ejecutar un número ilimitado (pero finito) de ejecuciones en paralelo. Sólo los problemas en P son resolubles eficientemente mediante algoritmos, no conociéndose un procedimiento polinomial de resolución para los NP, siendo obvio que  $P \subseteq NP$ . Si lo contrario también ocurriera,  $P \supseteq NP$ , querría decir que para la mayoría de los problemas de interés existen algoritmos eficientes que los resolvieran. Sin embargo, no se conoce la forma de demostrar que la igualdad  $P=NP$  sea cierta, ni tampoco que haya problemas en NP que no estén en P, es decir, la existencia de algún problema en NP que no se pueda resolver en tiempo polinómico (ver Díaz *et al.*, 1996).

Un problema  $X$  se dice que es NP-*completo* (NPC) si cualquier problema en NP se puede transformar en  $X$  en tiempo polinomial. En este sentido, los NPC son una clase de problemas en NP muy difíciles. Si un solo problema en NPC se

resolviera en tiempo polinomial, entonces todos los problemas NP también lo harían, lo cual no está demostrado a fecha de hoy.

Sin embargo, no es necesario demostrar que un problema pertenece a NP para ofrecer evidencias de que es imposible resolverlo eficientemente. Sea  $Y$  un problema de decisión que no se conoce si es NP. Si un problema en NP-completo puede transformarse en  $Y$ , entonces  $Y$  no puede resolverse en tiempo polinomial (salvo que se demuestre que  $P=NP$ ). Este problema  $Y$  sería como mínimo tan difícil como los NPC, llamándose NP-*hard* (NPH). Es decir, pueden existir problemas NPH que no sean NPC. A efectos prácticos únicamente nos interesa confirmar la NP-dificultad de un problema.

En la vida real existen numerosos problemas prácticos para los cuales se desconocen algoritmos eficientes, pero cuya dificultad intrínseca no ha conseguido demostrar nadie. Es posible que existan realmente algoritmos eficientes, aunque también puede ocurrir que estos problemas sean intrínsecamente difíciles; no obstante se carecen de las técnicas necesarias para demostrarlo. La importancia práctica de estos problemas ha asegurado que cada uno de ellos por separado haya sido objeto de esfuerzos sostenidos para hallar un método de solución eficiente. Por este motivo, se cree que no existen tales algoritmos. Como nadie, de momento, ha encontrado algoritmos eficientes para los problemas NP-completos, en cuanto se demuestra que un problema pertenece a esta clase, muchos investigadores tienden a pensar que no merece la pena buscar algoritmos eficientes para ellos (Lewis y Papadimitriou, 1978). Lamentablemente, muchos de los problemas importantes que aparecen en Investigación Operativa son NP-completos. En Garey y Johnson (1979) se encuentra una visión más completa de la complejidad computacional.

## 2.5 Optimización y programación matemática

*Optimizar* significa buscar la mejor manera de realizar una actividad, y en términos matemáticos, hallar el máximo o mínimo de una cierta función, definida en algún dominio. La optimización constituye un proceso para encontrar la mejor solución de un problema donde “lo mejor” se concilia con criterios establecidos previamente.

La *programación matemática* constituye un campo amplio de estudio que se ocupa de la teoría, aplicaciones y métodos computacionales para resolver los problemas de optimización condicionada. En estos modelos se busca el extremo de una función objetivo sometida a un conjunto de restricciones que deben cumplirse necesariamente. Las situaciones que pueden afrontarse con la programación matemática se suelen presentar en ingeniería, empresas comerciales y en ciencias sociales y físicas.

Con carácter general, un *programa matemático* (ver Minoux, 1986) consiste en un problema de optimización sujeto a restricciones en  $\mathfrak{R}^n$  de la forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{minimizar } f(x) \\ \text{sujeto a} \\ g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, m \\ x \in S \subset \mathfrak{R}^n. \end{array} \right.$$

El vector  $x \in \mathfrak{R}^n$  tiene como componentes  $x_1, \dots, x_n$ , que son desconocidas en el problema. La función  $f$  es la función objetivo y el conjunto de condiciones  $g_i(x) \leq 0$  ( $i = 1, \dots, m$ ), y  $x \in S$  son las restricciones. La función objetivo muestra la calidad de la solución para un problema específico: es una expresión que sirve para reducir cada opción a un valor o cifra de mérito en términos de beneficio,

coste o cualquier otro. Se ha considerado en la formulación la minimización, ya que en el caso de maximizar basta el cambio  $g = -f$ .

El modelo más antiguo y más ampliamente desarrollado en el campo de la programación matemática es el lineal. La *programación lineal* estudia la optimización de una función lineal que satisface un conjunto de restricciones lineales de igualdad o desigualdad. Fue George B. Dantzig quien en 1947 concibió el *método simplex* para resolver este problema cuando trabajaba como consejero de los controladores de la Fuerza Aérea de los Estados Unidos, si bien en 1939 el matemático y economista soviético L.V. Kantorovich plateó y solucionó un problema de estas características relacionado con la organización y la planificación, aunque su trabajo permaneció sin conocerse hasta 1959. En realidad el término *programación lineal* fue acuñado por el también economista y matemático T.C. Koopmans en el verano de 1948, mientras paseaba con Dantzig cerca de la playa de Santa Mónica en California (ver Bazaraa, Jarvis y Sherali, 1998). Los trabajos de Dantzig se recogieron en 1951 en el libro *Activity Analysis of Production and Allocation* editado por Koopmans.

La idea del método simplex se basa en recorrer el poliedro formado por las restricciones del programa lineal, vértice a vértice, a lo largo de las aristas, hasta alcanzar el vértice óptimo. Esta idea se remonta a Fourier (1826) (ver Schrijver, 1986), si bien la mecanización algebraica del algoritmo fue propuesta por Dantzig. Sin embargo, cuando las variables que intervienen en un modelo son muchas, el tiempo de respuesta de este algoritmo no es operativo para alcanzar la solución óptima. Se resuelven con la programación lineal problemas típicos de asignación de recursos, de planificación de mano de obra, la necesidad de equipos en ejecución de proyectos, etc.

La *programación entera* trata de optimizar aquellos problemas que en algunas o todas las variables de decisión se restringen a un conjunto de valores

discretos. Es a partir de la publicación del primer algoritmo de programación lineal entera de Gomory en 1958, cuando se sientan las bases para su desarrollo, aunque ya en la década de los cuarenta se resolvió el problema del transporte (Hitchcock, 1941). Algunas aplicaciones de la programación entera solventan problemas clásicos como el de la mochila, el del viajante, la programación proyectos, la localización de recursos, etc.

El requerimiento entero sobre las variables a menudo significa que aun cuando la función objetivo y las restricciones sean lineales, el problema no pueda ser resuelto por un algoritmo de programación lineal. La razón es que no existe garantía de que los valores de las variables en la solución más favorable sean enteros. Una forma de conseguir una solución entera óptima es redondear los valores de las variables de decisión obtenidas por la programación lineal. En algunos casos, este método brinda como resultado una solución entera óptima. Sin embargo, el redondeo puede ofrecer una opción viable con un valor de función objetivo significativamente peor que el óptimo. Peor aún, puede aparecer una solución infactible. Por ello, se han desarrollado algoritmos especializados que alcanzan resultados óptimos cuando algunas variables de decisión presentan valores enteros.

## ***2.6 Técnicas de resolución de problemas de optimización combinatoria***

Los problemas de optimización en los que las variables de decisión son enteras, es decir, donde el espacio de soluciones está formado por ordenaciones o subconjuntos de números naturales, reciben el nombre de *problemas de optimización combinatoria*. En este caso, se trata de hallar el mejor valor de entre un número finito o numerable de soluciones viables. Sin embargo la enumeración

de este conjunto resulta prácticamente imposible, aún para problemas de tamaño moderado.

Las raíces históricas de la optimización combinatoria subyacen en ciertos problemas económicos: la planificación y gestión de operaciones y el uso eficiente de los recursos. Pronto comenzaron a modelizarse de esta manera aplicaciones más técnicas, y hoy vemos problemas de optimización discreta en diversas áreas: informática, gestión logística (rutas, almacenaje), telecomunicaciones, ingeniería, etc., así como para tareas variadas como el diseño de campañas de marketing, la planificación de inversiones, la división de áreas en distritos políticos, la secuenciación de genes, la clasificación de plantas y animales, el diseño de nuevas moléculas, el trazado de redes de comunicaciones, el posicionamiento de satélites, la determinación del tamaño de vehículos y las rutas de medios de transporte, la asignación de trabajadores a tareas, la construcción de códigos seguros, el diseño de circuitos electrónicos, etc. La trascendencia de estos modelos, además del elevado número de aplicaciones, estriba en el hecho de que *“contiene los dos elementos que hacen atractivo un problema a los matemáticos: planteamiento sencillo y dificultad de resolución”* (Garfinkel, 1985). En Grötschel y Lobaas (1993) se enumeran otros campos en los cuales pueden utilizarse las técnicas de optimización combinatoria.

### **2.6.1 Algoritmos de resolución exactos**

Los algoritmos de resolución exactos tratan de asegurar la obtención de la solución óptima del problema, a riesgo de emplear un tiempo de computación excesivo, a veces no disponible. Entre ellos destacan los métodos de enumeración implícita, como los algoritmos de ramificación y acotación *“Branch & Bound”*, del plano de corte o las técnicas de programación dinámica (ver Papadimitriou y Steiglitz, 1982).

Siempre existe un procedimiento elemental para determinar la solución óptima en los problemas de tipo combinatorio, y no es otra que realizar un inventario exhaustivo del conjunto de soluciones, generando aquellas factibles, y eligiendo aquella que optimice la función objetivo. Sin embargo esta forma de operar es ineficiente, pues el número de opciones crece exponencialmente con la dimensión del problema.

La enumeración completa y sistemática de todas las posibles soluciones puede enfocarse usando una estructura de *árbol*, donde cada *nodo* muestra que algunas variables del problema se han fijado para especificar valores enteros, y cada *arco* conduce a un nuevo nodo para indicar que una nueva variable se está fijando en un valor entero específico. Siguiendo este proceso, se llegan a los *nodos terminales*, en cuyo caso se han fijado todas las variables.

Los métodos de búsqueda en árbol (o métodos de ramificación y acotación), son ampliamente utilizados, y han resuelto satisfactoriamente algunos problemas combinatorios tan difíciles como el problema del viajante (Held y Karp, 1971; Hansen y Krarup, 1974; Crowder y Padberg, 1980). La idea inicial de este procedimiento se debe a Land y Doig (1960).

Con el método de ramificación y acotación, en vez de buscar los nodos terminales directamente, se comienza en el nivel superior del árbol y se recorre nodo a nodo hacia la base del árbol y los nodos terminales. En cada nodo, se resuelve el programa lineal asociado. Sobre la base de esta solución, se toma una decisión respecto a qué nodos del árbol, si los hay, pueden eliminarse para otras consideraciones, lo que reduce el número de opciones que necesitan examinarse.

Como en cada nodo se han fijado ciertas variables en valores enteros específicos, al reemplazar todas esas variables en el modelo matemático con sus

valores asignados y eliminar temporalmente los requerimientos enteros sobre las variables restantes, puede asociarse un problema de programación lineal con cada nodo del árbol. Si no hay solución viable, se elimina ese nodo y todos los que están debajo de él, si hay solución factible, ésta será una cota inferior del problema, ya que no se cumplen todas las restricciones.

El método de ramificación y acotación termina en el momento que todos los nodos del árbol han sido examinados o eliminados. La solución óptima al problema de programación entera original es entonces la solución entera viable que produce la mayor cota inferior. En el caso de que no se encuentre ninguna solución entera factible, el problema original es infactible. La eficacia de este procedimiento depende críticamente de la calidad de los límites disponibles en cada nodo del árbol.

Una de las técnicas más potentes y sistemáticas para obtener buenas cotas inferiores consiste en resolver el problema dual obtenido por *relajación Lagrangeana* de algunas de las restricciones del problema original. Además, frecuentemente permite obtener, inicialmente, buenas soluciones aproximadas. Su empleo se inició con los trabajos de Chirstofides (1970) y Held y Karp (1971) para resolver el problema del viajante.

## **2.6.2 Algoritmos de resolución aproximados**

Desgraciadamente, las decisiones que deben afrontar las empresas son, en ocasiones, extremadamente difíciles de tomar. Muchas veces resulta imposible resolver los problemas de optimización debido a la gran cantidad de tiempo necesario para explorar todas las soluciones. El objetivo marcado en este apartado consiste en describir y clasificar las técnicas heurísticas y metaheurísticas que, de forma aproximada, aportan soluciones satisfactorias a los

problemas de combinación combinatoria dedicando un esfuerzo de cálculo razonable.

Por ejemplo, si se quisiera establecer la ruta más corta entre los 37 aeropuertos españoles, el número de soluciones posibles es de  $36!/2=1.86 \times 10^{41}$ . Es más difícil encontrar una mota de polvo en la atmósfera de la Tierra (100 km de espesor y 500 millones de  $\text{Km}^2$ ). Con un centenar de aeropuertos, existen más de  $4,66 \times 10^{155}$  posibilidades, lo cual significa la existencia de más soluciones posibles (ver Medina, 1998) que motas de polvo de una micra caben en el Universo (esfera de 15.000 millones de años luz de radio). Si un ordenador pudiese enumerar 20 billones de soluciones en un solo segundo, tardaría poco más de 50 minutos en enumerar un problema con 20 nodos y cerca de cinco siglos con otro de 25.

Sin embargo el problema no desaparece. Se tiene que aportar algún tipo de solución para las situaciones reales, independientemente de su grado de dificultad, en un tiempo razonable. Los procedimientos de resolución aproximados, frente a los métodos exactos, exploran sólo aquellas zonas del espacio de soluciones más prometedoras, reduciendo el tiempo necesario para obtener soluciones, que aunque sean óptimos relativos, son satisfactorias a efectos prácticos. Éstos son los dominios de las técnicas heurísticas y de las metaheurísticas.

En ocasiones (ver Telfar, 1994), bajo el nombre de heurísticas se contemplan todos los procedimientos de resolución aproximados. Otras veces, algunos autores (ver Díaz *et al.*, 1996) engloban todas las técnicas heurísticas y metaheurísticas bajo el concepto de *optimización heurística*, al igual que se ha hecho en el ámbito de la tesis. No obstante, existen matices que permiten diferenciar ambos conjuntos de métodos, si bien los límites entre unos y otros en ocasiones son difusos.

Las heurísticas constituyen métodos sencillos que proporcionan soluciones satisfactorias a un problema dado mediante algoritmos específicos con procedimientos tales como los métodos constructivos, de mejora local o combinación de ambos. Estas técnicas explotan las características propias de un problema para buscar soluciones satisfactorias. Algunos autores (ver Telfar, 1994) las denominan como algoritmos a medida “*tailored algorithms*”, no siendo aprovechables para un problema diferente al que fue diseñado.

En cambio, las metaheurísticas hacen referencia a métodos generales, aplicables a amplios conjuntos de problemas, que emulan estrategias eficientes empleadas por la Naturaleza o conceptos basados en la inteligencia artificial, (evolución biológica, funcionamiento del cerebro, comportamiento de los insectos, mecánica estadística, etc.), y que sirven para guiar el funcionamiento de las heurísticas u otros procedimientos específicos. Si bien en la optimización combinatoria, y especialmente en los problemas de transporte, se utiliza comúnmente el nombre de metaheurística, en otros campos como la explotación de datos, el descubrimiento de conocimiento, los sistemas de control, etc., se conocen a estos métodos como *sistemas inteligentes* (Goonatilake *et al.*, 1995).

La inteligencia, entendida en el sentido latino como algo privativo de los seres humanos y que comprende aspectos tales como razonar, descubrir significados, generalizar o aprender de experiencias pasadas; da paso a un sentido anglosajón, más mecanicista, cuando con dicho calificativo se designa la incorporación a un sistema o a un elemento de componentes informáticos, de equipos de control y de comunicaciones, que proporcionan un cierto nivel de conocimiento a objetos inanimados, a través de medios de captación, de transmisión y de procesamiento de datos que pueden conducir a sistemas expertos e inteligencia artificial (Sánchez, 2002). Los sistemas inteligentes constituyen procedimientos capaces de encontrar patrones y descubrir relaciones entre grandes conjuntos de datos. Las redes neuronales, la lógica borrosa, los

algoritmos evolutivos, la búsqueda tabú, la cristalización simulada son algunas técnicas que han probado ya su eficacia en la explotación de datos, en el descubrimiento de conocimiento (Fayyad *et al.*, 1996) y en la solución de problemas combinatorios difíciles en diferentes campos técnicos y científicos.

### **2.6.2.1      *Técnicas heurísticas***

Dada la dificultad práctica para resolver exactamente importantes problemas combinatorios, comenzaron a proliferar algoritmos que proporcionaban soluciones factibles que, aunque no optimizaban la función objetivo, se acercaban al valor óptimo en un tiempo de cálculo razonable, ofreciendo soluciones de gran interés práctico. Estos métodos, diseñados específicamente en cada caso, y que ofrecen opciones satisfactorias, resolviendo los problemas complejos con una rapidez adecuada, han abundado en la literatura científica en las últimas cuatro décadas.

Este tipo de algoritmos de aproximación se denominan **heurísticas**. Consisten en un conjunto bien definido de pasos que identifican con un esfuerzo de cálculo razonable una solución satisfactoria para un problema determinado. Zanakis y Evans (1981), los definen como *‘procedimientos simples, a menudo basados en el sentido común, que se supone ofrecerán una buena solución (aunque no necesariamente la óptima) a problemas difíciles, de un modo fácil y rápido’*.

Los factores que pueden hacer interesante la utilización de algoritmos heurísticos para la resolución de un problema responden a diversas circunstancias (Díaz *et al.*, 1996):

- Cuando no existe un método exacto de resolución. Ofrecer entonces una solución aceptablemente buena resulta de interés, frente a no presentar ninguna alternativa.
- En el momento que es innecesaria la solución más favorable. Existen casos en que no se justifica el costo en tiempo y dinero para hallar una solución óptima que, por otra parte, no representará un beneficio importante con respecto a otra que sea simplemente satisfactoria.
- Cuando los datos son poco fiables, o bien si el modelo ha simplificado fuertemente la realidad. En estas situaciones carece de interés la búsqueda de una solución exacta, dado que de por sí ésta no será más que una aproximación.
- Cuando limitaciones de tiempo, memoria, espacio para almacenamiento de datos, etc., obligan al empleo de procedimientos de respuesta rápida, aún a costa de la precisión.
- Como paso intermedio en la aplicación de otro método. A veces se usan soluciones heurísticas como punto de partida de algoritmos exactos.

Una ventaja importante que presentan las heurísticas, respecto a las técnicas que buscan soluciones exactas, es que, por lo general, brindan una mayor flexibilidad en el manejo de las características del problema. Además, pueden ofrecer más de una solución, lo cual amplía las posibilidades de elección, sobre todo cuando existen factores que no han sido incorporados al esquema teórico, pero que también deben considerarse.

Ho (1994) atribuye el éxito de las heurísticas a la aplicación de la regla 80/20 (el 80% de la riqueza la posee el 20% de la población, unos pocos proveedores son responsables de la mayoría de los problemas de la calidad y de los retrasos en las entregas, etc.). La distribución desigual ha sido propuesta como un Principio Universal: "*pocos vitales y muchos triviales*" (Juran, 1951). De este

modo, las heurísticas evalúan normalmente un número reducido de opciones que permiten la exploración de las soluciones más interesantes.

Las técnicas heurísticas se pueden agrupar de diversas formas (ver Díaz *et al.*, 1996): Métodos constructivos, de descomposición, de reducción, de manipulación del modelo y de búsqueda local.

#### **2.6.2.1.1 Heurísticas de construcción de soluciones factibles**

Los métodos constructivos se basan en añadir paulatinamente componentes individuales a la solución, hasta que se obtiene una opción viable. Uno de los más populares lo constituyen los algoritmos voraces *“greedy”*, que construyen paso a paso la solución buscando el máximo beneficio en cada etapa.

#### **2.6.2.1.2 Heurísticas de descomposición**

Basándose en el principio de “divide y vencerás”, fragmenta el problema en otros más pequeños de forma que al resolverlos todos se obtenga una solución para el problema global. En algunos casos los problemas se resuelven en cascada, es decir, el resultado de unos son datos de los siguientes, mientras que en otras situaciones los subproblemas se consideran independientes entre sí.

#### **2.6.2.1.3 Heurísticas de reducción**

Estos métodos simplifican el problema tratando distinguir alguna característica que presumiblemente deba poseer la solución óptima.

#### **2.6.2.1.4 Heurísticas de manipulación del modelo**

Se trata de simplificar el esquema teórico para encontrar los valores de las variables de decisión con mayor facilidad, deduciendo, a partir de ella, la solución del problema original. Como posibles estrategias se puede ampliar o reducir el espacio de las opciones.

#### **2.6.2.1.5 Heurísticas de búsqueda local**

Los métodos clásicos de mejora iterativa o de búsqueda local constituyen una clase de heurísticas que se basan en la exploración del entorno "*neighborhood*" de una solución. Este ámbito está formado por las opciones generadas por una alteración de la solución actual. Mediante estos movimientos se pasa iterativamente de una solución a otra mientras no se cumpla un determinado criterio de terminación. Un procedimiento de búsqueda local queda completamente determinado al especificar un movimiento y el criterio de selección de una solución dentro del entorno.

La definición del entorno-movimiento, depende en gran medida del problema así como de la función objetivo. También se pueden definir diferentes estrategias para seleccionar una nueva solución. Uno de los criterios más simples consiste en tomar el conjunto de valores de las variables de decisión que mejore la solución actual. Este criterio de aceptación voraz permite ir mejorando la última configuración mientras sea posible. El algoritmo se detiene cuando la solución no puede mejorarse, constituyendo un óptimo local del problema respecto al entorno definido. Sin embargo, es de esperar que la solución encontrada no sea el óptimo global dada la "miopía" del procedimiento. Otro de los grandes inconvenientes de este método es la dependencia de la solución inicial. Por todo ello se emplea con menor frecuencia la estrategia de aceptación de máximo gradiente de forma aislada, integrándose, cada vez más, dentro de otras técnicas.

El algoritmo puede describirse como sigue, donde el concepto clave consiste en averiguar cómo realizar el paso de una solución factible a otra:

1. Generar una solución viable inicial  $T$ .
2. Intentar hallar una solución factible mejorada  $T'$ , por alguna transformación de  $T$ .
3. Si se localiza una solución mejorada, reemplazar  $T$  por  $T'$  y repetir desde el paso 2.
4. Si no puede encontrarse una solución mejorada,  $T$  es una solución localmente óptima.

Son posibles dos formas de elegir vorazmente una solución mejor que la actual:

- El criterio denominado como “*descenso aleatorio*” selecciona al azar una solución que mejore a la actual. Aquí se puede elegir la primera mejora en la exploración del vecindario, llamándose como “*primer descenso*”, o bien la mejor de un conjunto.
- En otras ocasiones se busca exhaustivamente en todo el entorno de la solución y se elige sólo el mínimo relativo. A esta técnica se le denomina “*mayor descenso*”.

Algunas experiencias, como las desarrolladas por Laguna *et al.* (1994), indican que el criterio de *mayor descenso* no conduce necesariamente hacia las mejores soluciones finales, pues en numerosas ocasiones el proceso puede “encajonarse” prematuramente en mínimos locales cercanos a la propuesta inicial. La estrategia del *primer descenso*, ahorra tiempo de computación al no explorar exhaustivamente las inmediaciones, y puede dirigir el trayecto de búsqueda hacia las regiones donde se encuentran las mejores soluciones.

A pesar de la limitación de la búsqueda local, numerosas estrategias la utilizan para acercarse al óptimo global permitiendo la utilización de movimientos que empeoren los valores de la función objetivo. Sin embargo ello plantea dos problemas. El primero es que el algoritmo puede entrar en un ciclo, reincidiendo en soluciones ya visitadas. El segundo es que hay que establecer un criterio de parada, pues un proceso así podría iterar indefinidamente.

### **2.6.2.2 Metaheurísticas**

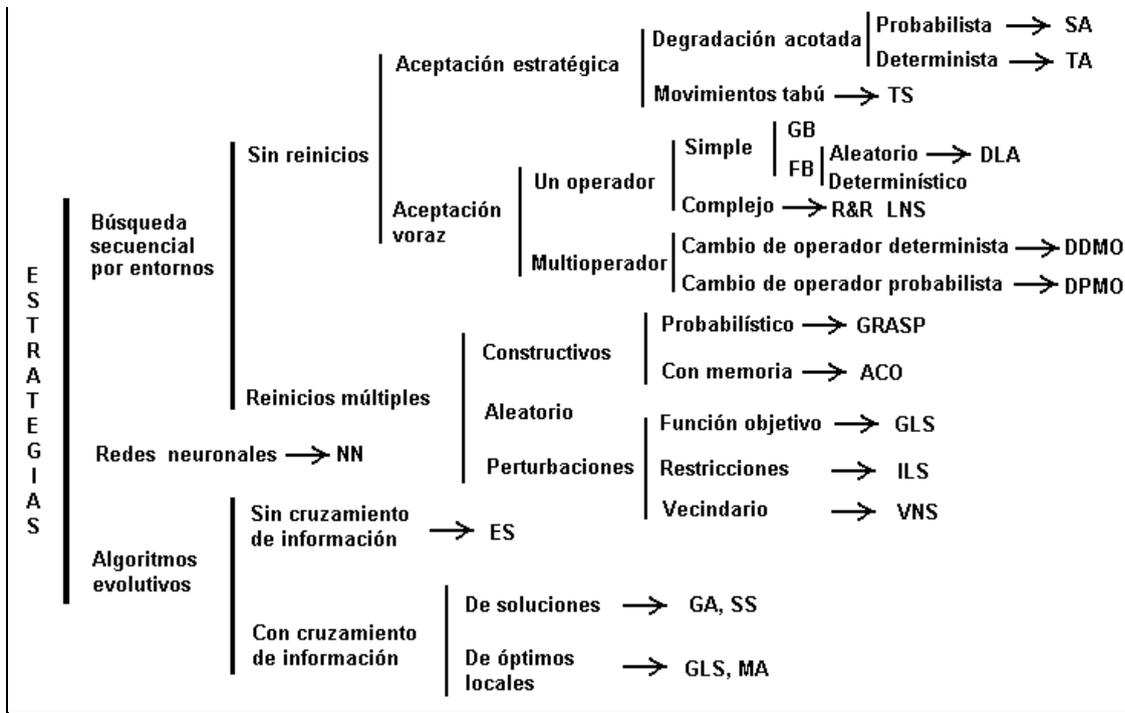
Desde los primeros años de la década de los 80, la investigación de los problemas de optimización combinatoria se centra en el diseño de estrategias generales que sirvan para guiar a las heurísticas. Se les ha llamado metaheurísticas. Se trata de combinar inteligentemente diversas técnicas para explorar el espacio de soluciones. Osman y Kelly (1996) nos aportan la siguiente definición: *“Los procedimientos metaheurísticos son una clase de métodos aproximados que están diseñados para resolver problemas difíciles de optimización combinatoria, en los que los heurísticos clásicos no son ni efectivos ni eficientes. Los metaheurísticos proporcionan un marco general para crear nuevos algoritmos híbridos combinando diferentes conceptos derivados de la inteligencia artificial, la evolución biológica y la mecánica estadística”*.

Aunque existen diferencias apreciables entre los distintos métodos desarrollados hasta el momento, todos ellos tratan de conjugar en mayor o menor medida la intensificación en la búsqueda –seleccionando movimientos que mejoren la valoración de la función objetivo-, y la diversificación –aceptando aquellas otras soluciones que, aun siendo peores, permiten la evasión de los óptimos locales-.

Las metaheurísticas son susceptibles de agruparse de varias formas. Algunas clasificaciones recurren a cambios sucesivos de una solución a otra en la búsqueda del óptimo, mientras otras se sirven de los movimientos aplicados a toda una población de soluciones. El empleo, en su caso, de memoria que guíe de la exploración del espacio de elecciones posibles permite otro tipo de agrupamiento. En otras circunstancias se emplean perturbaciones de las opciones, de la topología del espacio de soluciones, o de la función objetivo. En la Figura 2.1 se presenta una propuesta de clasificación de las heurísticas y metaheurísticas empleadas en la optimización combinatoria, teniendo en común todas ellas la necesidad de contar con soluciones iniciales que permitan cambios para alcanzar otras mejores.

La tesis agrupa las metaheurísticas empleadas en la optimización combinatoria en tres grandes conjuntos. Las primeras generalizan la búsqueda secuencial por entornos de modo que, una vez se ha emprendido el proceso, se recorre una trayectoria de una solución a otra vecina hasta que éste concluye. En el segundo grupo se incluyen los procedimientos que actúan sobre poblaciones de soluciones, evolucionando hacia generaciones de mayor calidad. El tercero lo constituyen las redes neuronales artificiales.

La división propuesta en la exposición describe los fundamentos básicos de cada técnica. Esta clasificación sería insuficiente para aquellas metaheurísticas híbridas que emplean, en mayor o menor medida, estrategias de unos grupos y otros. Esta eventualidad genera un enriquecimiento deseable de posibilidades adaptables, en su caso, a los diferentes problemas de optimización combinatoria.



**Figura 2.1.** Taxonomía de estrategias empleadas en la resolución aproximada de problemas de optimización combinatoria sobre la base de soluciones iniciales.

### 2.6.2.2.1 Búsqueda secuencial por entornos

El uso de operadores, que permiten el paso de una solución a otra de su entorno, mejora la función objetivo mientras no se alcance un óptimo local. La idea central de las metaheurísticas basadas en las búsquedas por entornos se fundamenta en la degradación estratégica de las opciones que mejoran las de su vecindario para alcanzar un nuevo óptimo relativo.

La generalización de las heurísticas de mejora permite la elección de una opción en el entorno de la actual, que en ocasiones puede ser peor, mientras no se satisfaga un criterio de parada determinado. La estrategia decide la posibilidad de que la nueva solución degrade a la anterior. Sin embargo, tal y como indican Rochat y Taillard (1995), estas técnicas presentan dos debilidades significativas

que han sido comprobadas durante el desarrollo de la tesis. En primer lugar, la mejora de un óptimo local se consigue tras un ajuste delicado de los parámetros de búsqueda. En segundo término, estos métodos precisan de un elevado esfuerzo computacional. Además, el empleo de algoritmos secuenciales – característicos de los métodos de búsqueda por entornos- no favorece el cálculo en paralelo con varios procesadores.

Un procedimiento de búsqueda por entornos puede formularse de la siguiente forma:

1. Elegir una solución inicial.
2. Mientras no exista un criterio de parada, repetir:
  - a. Elegir una solución del entorno de la solución actual.

El algoritmo permite, pese a su sencillez, la adopción de diversas metaheurísticas. Normalmente la solución inicial se construye siguiendo un método que sea fácil y rápido. Las estrategias se caracterizan por el principio elegido en la parada: por ejemplo, una heurística de descenso termina en el momento que no es posible la mejora; mientras que un determinado número de iteraciones marca el final de una búsqueda tabú.

Por tanto, las decisiones más comprometidas de las metaheurísticas de búsqueda por entornos la constituyen la definición de los movimientos y la estrategia de selección de la solución. A continuación se describen algunas de las más empleadas en la optimización combinatoria. No obstante, otras que son descritas posteriormente, basadas la evolución de poblaciones de soluciones o en inicios múltiples, aprovechan la búsqueda por entornos como parte de su estructura.

### **2.6.2.2.1.1 Búsqueda secuencial sin reinicios**

Dentro de este apartado se describen brevemente los métodos basados en la cristalización simulada, los algoritmos basados en la aceptación por umbrales, la búsqueda tabú y los algoritmos de destrucción y reconstrucción de soluciones.

#### **2.6.2.2.1.1.1 Cristalización simulada**

La cristalización simulada “*Simulated Annealing, SA*” constituye una de las estrategias a las que se recurre en la resolución de los problemas de optimización combinatoria. Kirkpatrick, Gelatt y Vecchi la propusieron por primera vez en 1983 y Cerny en 1985 de forma independiente. Estos autores se inspiraron en los trabajos sobre Mecánica Estadística de Metrópolis *et al.* (1953). La metaheurística despliega una estructura que se inserta cómodamente en la programación, mostrando además una considerable habilidad para escapar de los óptimos locales. Fue una técnica que experimentó un auge considerable en la década de los 80.

La energía de un sistema termodinámico se compara con la función de coste evaluada para una solución admisible de un problema de optimización combinatoria. En ambos casos se trata de evolucionar de un estado a otro de menor energía o coste. El acceso de un estado metaestable a otro se alcanza introduciendo “ruido” con un parámetro de control al que se denomina *temperatura*. Su reducción adecuada permite, con una elevada probabilidad, que un sistema termodinámico adquiera un mínimo global de energía.

Conceptualmente es un algoritmo de búsqueda por entornos, que selecciona candidatos de forma aleatoria. La alternativa se aprueba si perfecciona la solución actual ( $\Delta \leq 0$ ); en caso contrario, será aceptada con una probabilidad

( $e^{(-\Delta/T)}$  si  $\Delta > 0$ , donde  $T$  es el parámetro temperatura) decreciente con el aumento de la diferencia entre los costes de la solución candidata y la actual. El proceso se repite cuando la propuesta no es admitida. La selección aleatoria de soluciones degradadas permite eludir los mínimos locales.

La cristalización simulada se codifica fácilmente, incluso en problemas complejos y con funciones objetivo arbitrarias. Además, con independencia de la solución inicial, el algoritmo converge estadísticamente a la solución óptima (Lundy y Mees, 1986). En cualquier caso, SA proporciona generalmente soluciones valiosas, aunque no informa si ha llegado al óptimo absoluto.

Por contra, al ser un procedimiento general, en ocasiones no resulta competitivo, aunque sí comparable, ante otros específicos que aprovechan información adicional del problema. El algoritmo es lento, especialmente si la función objetivo es costosa en su tiempo de computación. Además, la cristalización simulada pierde terreno frente a otros métodos más simples y rápidos como el descenso local cuando el espacio de las soluciones es poco abrupto o escasean los mínimos locales.

#### **2.6.2.2.1.1.2 Algoritmos basados en umbrales**

Una estrategia empleada en el ámbito de la optimización heurística consiste en tolerar soluciones que degraden la función objetivo. Así, con la intención de escapar de los mínimos locales, la cristalización simulada admite, con cierta probabilidad, soluciones peores a las últimas evaluadas. La aceptación por umbrales emplea un enfoque parecido, pero donde la toma de decisiones es más sencilla. Se autoriza el menoscabo en la calidad de las soluciones siempre y cuando no se exceda en cierta magnitud la aptitud de la solución actual.

#### **2.6.2.2.1.1.2.1      *Aceptación por umbrales***

La aceptación de una solución que difiere de la actual en una cantidad inferior a un umbral predefinido "*Threshold Accepting (TA)*" es un algoritmo que, a diferencia del descenso de máximo gradiente, tolera opciones de peor calidad para eludir los óptimos locales (Dueck y Scheuer, 1990).

El procedimiento se puede describir de la forma siguiente:

1. Seleccionar una solución inicial.
2. Elegir un umbral inicial,  $T > 0$ .
3. Buscar una solución del entorno y evaluar  $\Delta E$  (incremento de la función objetivo). Si  $\Delta E > -T$ , aceptar el movimiento.
4. Después de no conseguir ninguna mejora durante un tiempo, o tras un número de iteraciones, reducir  $T$ .
5. Volver al paso 3 hasta encontrar un criterio de terminación.

#### **2.6.2.2.1.1.2.2      *Algoritmo del "Diluvio Universal"***

El algoritmo del "Diluvio Universal" "*Great Deluge Algorithm (GDA)*" (Dueck, 1993), rechaza una nueva solución que tenga una función de coste inferior a un nivel estipulado. Este principio se relaciona de alguna forma con el enfoque Darwiniano. En vez de sobrevivir los más fuertes, el GDA trabaja eliminando a los más débiles.

El procedimiento puede describirse así

1. Seleccionar una solución inicial.
2. Elegir el "ritmo de lluvia" (*rain speed*)  $UP > 0$ .

3. Elegir una “cota inicial del agua” (*water level*)  $WL > 0$ .
4. Generar una solución y obtener su evaluación  $E$ . Si  $E > WL$  entonces se acepta el movimiento.
5.  $WL = WL + UP$ .
6. Volver al paso 4 hasta encontrar un criterio de terminación.

### **2.6.2.2.1.1.2.3 Aceptación por cercanía al líder**

Este método “*record to record travel*” acepta una nueva solución si su calidad es superior a un determinado umbral definido en relación con la mejor opción encontrada durante la búsqueda.

El procedimiento puede describirse de la siguiente forma:

1. Seleccionar una solución inicial y evaluarla  $E = \text{Record}$ .
2. Elegir una desviación permitida,  $D > 0$ .
3. Generar una solución del entorno y obtener su evaluación  $E$ .
  - a. Si  $E > \text{Record} - D$ , aceptar el movimiento.
  - b. Si  $E > \text{Record}$ , entonces  $\text{Record} = E$  nuevo.
4. Volver al paso 3 hasta encontrar un criterio de terminación.

### **2.6.2.2.1.1.3 Búsqueda tabú**

La búsqueda tabú “*tabu search*, TS”, propuesta por Glover (1986), es una estrategia basada en una memoria que guía el sistema hacia zonas del espacio de soluciones que aún no han sido exploradas. Al igual que en el descenso de máximo gradiente, TS selecciona vorazmente el mejor de los movimientos en cada paso. Para evitar que el proceso vuelva a un óptimo local anterior, TS clasifica

como “tabú” un determinado número de los movimientos más recientes, los cuales no pueden repetirse durante un horizonte temporal estipulado.

El TS toma de los principios generales de la Inteligencia Artificial el concepto de memoria con el objetivo de dirigir la exploración atendiendo a las consecuencias de la historia más reciente. Es decir, el método trata de extraer información de lo sucedido y actuar en consecuencia. En este sentido puede apuntarse que hay un cierto aprendizaje y que la búsqueda es inteligente. De alguna forma el principio básico consiste en suponer que una mala elección basada en cierta estrategia es preferible a una buena solución fruto del azar, ya que ésta última no proporciona información para acciones posteriores.

El procedimiento sigue la estrategia de la búsqueda local, sin embargo el entorno de una solución disminuye al tomar en consideración la memoria de la exploración. La forma más sencilla de definir el entorno reducido es listar como tabú aquellas soluciones visitadas en un pasado cercano. Esta memoria a corto plazo evitará que la búsqueda se cicle. Una vez han transcurrido un número determinado de iteraciones, se supone que nos encontramos en otra zona del espacio, y por tanto se liberan las soluciones visitadas de su inclusión en la lista.

Asimismo es posible definir un *nivel de aspiración* como aquellas condiciones que, de satisfacerse, permitirían alcanzar una solución aunque esté incluida en la lista tabú. Por ejemplo se puede permitir alcanzar una solución que, aunque esté prohibida, sea preferible a la mejor almacenada.

Otras veces, en lugar de almacenar soluciones, se guardan ciertos atributos que identifican a un grupo de ellas. Así, una característica etiquetada como tabú por pertenecer a una solución visitada hace  $n$  iteraciones, puede impedir en la iteración actual, alcanzar una solución por contenerla, aunque ésta sea muy diferente a la que provocó el etiquetado del atributo. Esto provoca, a largo plazo, el

que se identifiquen y mantengan aquellas propiedades que inducen una cierta estructura beneficiosa en las opciones visitadas.

La memoria a corto plazo puede combinarse con la de largo plazo. Ésta última almacena las frecuencias de atributos en las soluciones visitadas tratando de identificar o diferenciar regiones. La memoria a largo plazo se asocia con dos estrategias: intensificar y diversificar la búsqueda.

En la literatura aparecen numerosas variantes, modificaciones y refinamientos de la versión básica de la búsqueda tabú. Compendios de esta técnica se encuentran en Glover y Laguna (1993, 1997) y Osman y Kelly (1996).

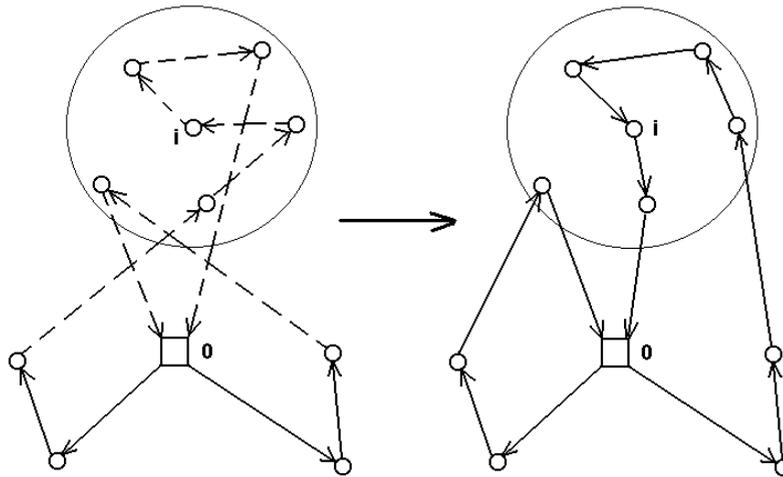
#### **2.6.2.2.1.1.4 Algoritmos de destrucción y reconstrucción**

El principio de destrucción y reconstrucción de soluciones es una estrategia que permite obtener opciones de mayor calidad en los problemas combinatorios. Se trata, en primer lugar, de romper una parte significativa de una propuesta inicial para después reconstruirla de modo que la alternativa tenga opciones de mejorar la función objetivo de la solución primitiva.

La reconstrucción de soluciones supone un operador o movimiento complejo que define un entorno de la solución inicial y un óptimo relativo. Son aplicables, por tanto, cualesquiera de las metaheurísticas diseñadas para eludir los mínimos locales y, a su vez, es combinable con otros movimientos más simples para ampliar el entorno y las posibilidades de encontrar mejores soluciones.

En la Figura 2.2 se observa un ejemplo del funcionamiento del principio para un problema de rutas. Si se escoge un cliente  $i$  y aquellos otros más

cercanos a él en un radio determinado, en una primera fase se rompen aquellos enlaces que conectan estos nodos. Posteriormente se reconstruye la solución de forma que ésta mejore, si es posible, a la primera.



**Figura 2.2.** Destrucción y reconstrucción de los enlaces de los clientes más próximos a  $i$ .

La fase de ruptura de una fracción de la solución es sencilla en comparación con la estrategia de reconstrucción. La calidad del método estriba en definir un procedimiento de reparación de la solución destruida que permita obtener, con una probabilidad razonable, una opción que mejore la función objetivo. Shaw (1997) propuso llamar a esta forma de proceder como la de búsqueda en entornos amplios *Large Neighborhood Search* (LNS) de modo que tras romper una parte de la solución, se recompone empleando técnicas de programación condicionada *Constraint Programming* (CP) para optimizar la reconstrucción. En otros casos (ver Schrimpf *et al.*, 2000) se opta por una reparación secuencial de máximo gradiente.

El algoritmo de reconstrucción permite amplios movimientos de la solución inicial y por ello presenta ciertas ventajas frente a otros operadores más sencillos en aquellos problemas combinatorios de cierta complejidad:

- Problemas con espacios de soluciones discontinuos, es decir, donde una pequeña alteración de la opción primitiva supone un gran cambio en el valor de la función objetivo.
- Escenarios sometidos a fuertes y numerosas restricciones, donde incluso es difícil encontrar soluciones factibles.
- Topologías del espacio de soluciones donde el paso de una opción factible a otra mediante un movimiento sea muy difícil o imposible.
- Problemas con múltiples funciones objetivo.

#### **2.6.2.2.1.2 Búsqueda secuencial con reinicios múltiples**

Este tipo de estrategias generan iterativamente soluciones que son, en mayor o menor medida, filtradas a través de algoritmos de búsqueda por entornos. Se pueden denominar, por tanto (Lourenço *et al.*, 1999) metaheurísticas de inicios múltiples “*multi-start based metaheuristics*”.

A su vez, se puede establecer una división entre procedimientos de tipo constructivo y aquellos otros basados en perturbaciones. GRASP y la optimización por sistemas de hormigas (ACO) pertenecen al primer grupo. La diferencia entre ambas es que GRASP emplea una fase de construcción probabilística, sin ningún tipo de memoria, mientras que ACO emplea una memoria indirecta en dicho proceso.

En cuanto a los procedimientos basados en perturbaciones, se distinguen, entre otros, los algoritmos genéticos, algoritmos meméticos, estrategias evolutivas, búsqueda dispersa, búsqueda en entornos variables y la búsqueda local iterada.

### 2.6.2.2.1.2.1 Grasp

GRASP (acrónimo de *greedy randomized adaptative search procedure*) constituye una técnica desarrollada por Feo y Resende (1989) para estudiar un problema de alta complejidad combinatoria, cuya traducción literal sería la de “procedimientos de búsqueda ávidos, aleatorizados y adaptativos”.

La metaheurística se caracteriza, a diferencia de otras que operan sobre soluciones obtenidas previamente, en dirigir la mayor parte de su esfuerzo a construir soluciones de alta calidad que son posteriormente procesadas para obtener otras mejores.

GRASP se desarrolla en dos fases. La primera incluye la construcción secuencial de soluciones viables. A cada iteración, todos los posibles movimientos se ordenan en consonancia con una función voraz y adaptativa, seleccionándose aleatoriamente uno de ellos correspondiente a la lista restrictiva de candidatos, lo cual supone un equilibrio entre la calidad y la variabilidad de las configuraciones obtenidas durante la construcción. La segunda fase trata de mejorar la solución mediante una búsqueda local. Además, a veces se prefiere la construcción de un conjunto de opciones factibles y luego se procede a una búsqueda sólo con las más prometedoras.

El procedimiento se puede describir como sigue:

1. Construir una solución inicial empleando una heurística voraz y aleatoria.
2. Aplicar la búsqueda local a esta solución hasta llegar a la mejor del entorno.
3. Almacenar esta solución y volver al paso 1 hasta que se encuentre un criterio de terminación.

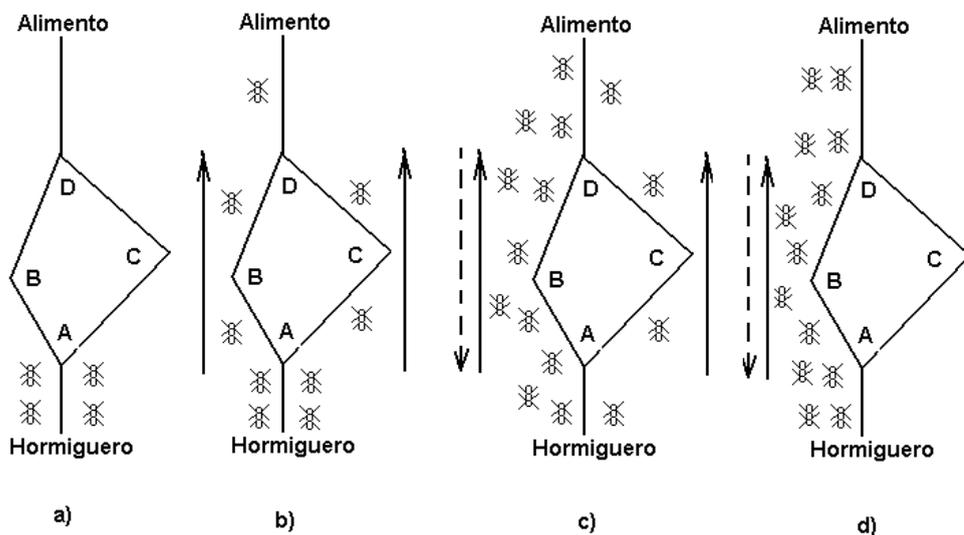
La iteración múltiple con GRASP es una forma de escoger muestras del espacio de soluciones. Numerosas observaciones empíricas, que también se han comprobado en la tesis, denotan que la distribución de la muestra obtenida por este método se caracteriza porque su promedio es inferior al obtenido por un procedimiento determinista; con todo, la mejor de las soluciones encontradas generalmente supera a la anterior con una alta probabilidad.

A diferencia de la cristalización simulada o la búsqueda tabú, el método precisa de la construcción de soluciones iniciales de gran calidad. Además, una de las principales ventajas de esta metaheurística sobre las anteriores es que genera un conjunto bueno de opciones.

#### **2.6.2.2.1.2 Sistema de colonia de hormigas**

Coloni, Dorigo y Maniezzo (1991) sugirieron la idea de imitar el comportamiento de los insectos para encontrar soluciones a los problemas de optimización combinatoria. El principio de la metaheurística denominada como “*Ant System Optimization, ACO*” se basa en el comportamiento colectivo de las hormigas en la búsqueda de alimentos para su subsistencia, que son capaces de encontrar el camino más corto entre una fuente de comida y su hormiguero. Primero las hormigas exploran el entorno de su hormiguero de forma aleatoria. Tan pronto como un individuo encuentra una fuente de comida, evalúa su cantidad y calidad y transporta un poco al hormiguero. Durante el regreso, la hormiga deja por el camino una señal odorífera, depositando una sustancia denominada feromona, para que las demás puedan seguirla. Después de un tiempo, el camino hacia el alimento se indicará por un rastro oloroso que crece con el número de hormigas que pasen por él, y que va desapareciendo en caso contrario. El resultado final es la optimización del trabajo de todo el hormiguero en su búsqueda de comida.

En la Figura 2.3 se muestra cómo las hormigas encuentran el camino más corto. En a) las hormigas deben decidir un camino; en b) se toma uno al azar; en c), dado que la velocidad de una hormiga se considera aproximadamente constante, las que llegan antes vuelven eligiendo el camino con más acumulación de feromona. En d), se circula por el camino más corto, desapareciendo por evaporación el rastro en el camino más largo.



**Figura 2.3.** Las hormigas y el camino más corto.

La analogía a una metaheurística de optimización puede establecerse de la siguiente forma:

- La búsqueda de alimento por las hormigas es equivalente a la exploración de soluciones factibles de un problema combinatorio.
- La cantidad de alimento hallada en un lugar es similar al valor de la función objetivo.
- El rastro de feromona es la memoria adaptativa del método.

Un esquema básico de la metaheurística sería el siguiente:

1. Iniciar un rastro de feromona .
2. Mientras no se encuentre un criterio de parada:
  - a. Para cada hormiga artificial, construir una nueva solución usando el rastro actual y evaluar la solución que está siendo construida.
  - b. Actualizar el rastro de feromona.

El componente más importante de un Sistema de Hormigas es la gestión de las huellas odoríferas. En su versión estándar, los rastros se usan en relación con la función objetivo para construir nuevas soluciones. Una vez se ha construido, éstos se actualizan de la siguiente forma: primero todos los rastros se debilitan para simular la evaporación del feronoma; después aquellos que corresponden a los elementos que se han empleado para la construcción, se refuerzan teniendo en cuenta la calidad de la solución.

#### **2.6.2.2.1.2.3 Búsqueda local guiada**

La búsqueda local guiada "*Guided Local Search, GLS*", es una metaheurística que gobierna la exploración del espacio de configuraciones aprovechando la información relacionada con la estructura del problema y con la historia de la investigación (ver Voudouris y Tsang, 1995). La estrategia radica en acrecentar la función de coste, incluyendo las penalizaciones adecuadas.

Así, tras alcanzar un mínimo relativo, se modifican los términos del coste y se aplica una nueva búsqueda que aminore el valor de la nueva función objetivo. Las penalizaciones reflejan la información previa o reunida durante la rastreo, traducándose en restricciones que definen mejor el problema, al enfocar la atención a aquellas regiones más prometedoras del espacio de búsqueda. En

particular, GLS sanciona alguna de las características propias del óptimo relativo para sortearlo.

Uno de los aspectos significativos de la GLS es guiar la búsqueda local apoyándose en la información no incorporada originariamente en la función objetivo, porque en ese momento era desconocida o de naturaleza incierta.

#### **2.6.2.2.1.2.4 Búsqueda local iterada**

La idea fundamental de esta metaheurística "*Iterated Local Search, ILS*" consiste en rastrear la solución de un problema combinatorio no entre todo el espacio de soluciones, sino entre el subespacio definido por los mínimos locales (Lourenço, Martín y Stützle, 2001).

El procedimiento considera que dado un algoritmo de búsqueda, que puede ser desde un simple descenso local u otra táctica cualquiera más sofisticada (cristalización simulada, búsqueda tabú, u otras metaheurísticas), éste es capaz de transformar una solución factible cualquiera  $s$  en otra  $s^*$  que es un óptimo relativo. Para poder pasar de un mínimo a otro que sea cercano –pues de lo contrario estaríamos frente a un método de comienzos múltiples aleatorios-, se provoca una pequeña perturbación, lo suficientemente intensa para eludir el óptimo local, pero no tan alta como para aleatorizar el sondeo. Con ello se pasa a otra solución  $s'$ . Aplicando el algoritmo de búsqueda a  $s'$  se encuentra otra solución  $s^{**}$ . La metaheurística acepta el paso de  $s^*$  a  $s^{**}$  mediante algún criterio como el de máximo gradiente (si  $s^{**}$  es mejor que  $s^*$ , se acepta) o no (se puede pensar en un mecanismo aceptación por umbrales o de cristalización simulada para evitar estancamientos dentro del subespacio de los óptimos locales  $s^*$ ).

El procedimiento se puede describir como sigue a continuación:

1. Construir una solución inicial al problema combinatorio  $s_0$ .
2. Aplicar un algoritmo de búsqueda que proporcione un mínimo local  $s^*$ .
3. Mientras no se encuentre un criterio de parada:
  - a. Aplicar una perturbación a la solución  $s^*$  para transformarla en  $s'$ .
  - b. Emplear el algoritmo de búsqueda para obtener  $s^{**}$ .
  - c. Si  $s^{**}$  supera un criterio de aceptación, considerar a  $s^{**}$  como el siguiente  $s^*$ .

#### 2.6.2.2.1.2.5 Búsqueda en entornos variables

La búsqueda en vecindarios variables “*Variable Neighborhood Search*, VNS” fue presentada por Mladenovic y Hansen (1997). La estrategia consiste en usar un operador de búsqueda local hasta tener la suficiente seguridad de quedar atrapado en un óptimo relativo, entonces se empieza a aplicar un segundo operador hasta no conseguir mejoras. De este modo, VNS oscilará entre dos o más operadores con la esperanza que los cambios en la estructura del entorno permitirá escapar de muchos mínimos locales. Para que este principio trabaje bien, los operadores empleados deberán ser lo suficientemente distintos en relación con la estructura del vecindario que generan.

Un algoritmo que describa una búsqueda voraz con entornos variables puede ser el siguiente:

1. Seleccionar un conjunto de operadores de búsqueda local  $N'_k, k=1, \dots, k'_{\max}$  y construir una solución inicial  $x$ .
2. Repetir los pasos 3 y 4 hasta que no se obtengan mejoras.
3. Empezar con  $k \leftarrow 1$ .
4. Repetir los pasos 5 y 6 hasta que  $k = k'_{\max}$ .

5. Encontrar al mejor  $x'$  del entorno de  $x$  ( $x' \in N'_k(x)$ ).
6. Si la solución encontrada  $x'$  es mejor que la actual  $x$ , entonces  $x \leftarrow x'$ , en caso contrario,  $k \leftarrow k+1$ .

#### **2.6.2.2.2 Algoritmos evolutivos**

Una población de soluciones puede evolucionar hacia individuos de mayor aptitud si existen mecanismos de reproducción, bien cruzando información si existen varias soluciones que originan nuevas, o simplemente de reproducción, cuando el conjunto se somete a criterios de supervivencia por selección.

##### **2.6.2.2.2.1 Sin cruzamiento de información**

###### **2.6.2.2.2.1.1 Estrategias evolutivas**

Las estrategias evolutivas “*evolution strategies*, ES”, fueron desarrolladas en los años 70 por Rechenberg (1973) y Schewefel (1977) para resolver problemas de optimización con variables reales. Al igual que los algoritmos genéticos y otros que se describen posteriormente, las estrategias evolutivas pertenecen al grupo de los algoritmos evolutivos, ya que ambos procedimientos manipulan poblaciones de individuos que representan soluciones en un problema combinatorio. Sin embargo, las estrategias evolutivas no codifican a los individuos. En vez de eso, los operadores manipulan las soluciones directamente. La diferencia con los algoritmos genéticos estriba en el mayor protagonismo de los operadores de mutación frente a los de cruzamiento.

La estrategia evolutiva  $(\mu, \lambda)$  parte de una población  $P(t)$  con  $\mu$  individuos. Se eligen subconjuntos y se recombinan para llegar a un total de  $\lambda > \mu$ .

descendientes. Cada hijo se somete entonces a una mutación y los  $\mu$  más aptos son elegidos finalmente para formar la nueva población  $P(t+1)$ . La aptitud de cada solución es normalmente proporcional al valor de la función objetivo. Como los padres no se consideran en la selección, puede ocurrir un deterioro durante la evolución, siendo este mecanismo interesante para escapar de los óptimos locales.

Variando la relación  $\mu/\lambda$  se pueden modificar las estrategias de exploración o intensificación del espacio de soluciones. Un valor alto de este coeficiente conduce a una presión selectiva baja. De este modo, los individuos de las poblaciones que se generan presentan una variedad mayor y el carácter de la búsqueda tiende a ser más diverso (ver Hoffmeister y Bäck, 1992).

#### **2.6.2.2.2 Con cruzamiento de información**

##### **2.6.2.2.2.1 Algoritmos genéticos**

Básicamente, los algoritmos genéticos “*Genetic Algorithms, GA*”, simulan el proceso de evolución de las especies que se reproducen sexualmente. De manera muy general, se puede decir que en la evolución de los seres vivos, el problema al que cada individuo se enfrenta diariamente es el de la supervivencia. Para ello cuenta, entre otras, con las habilidades innatas provistas en su material genético. A nivel de los genes, el problema consiste en la búsqueda de aquellas adaptaciones beneficiosas en un medio hostil y cambiante. Debido en parte a la selección natural, cada especie gana cierta “información” que es incorporada a sus cromosomas.

Durante la reproducción sexual, un nuevo individuo, diferente de sus padres, se genera a través de la acción de dos mecanismos fundamentales: El

primero es el *cruzamiento*, que combina parte del patrimonio genético de cada progenitor para elaborar el del nuevo individuo; el segundo es la *mutación*, que supone una modificación espontánea de esta información genética. La descendencia será diferente de los progenitores, pero mantendrá parte de sus características. Si los hijos heredan buenos atributos de sus padres, su probabilidad de supervivencia será mayor que aquellos otros que no las tengan. De este modo, los mejores tendrán altas probabilidades de reproducirse y diseminar su información genética a sus descendientes.

Holland (1975) estableció por primera vez una metaheurística basada en la analogía genética. Un individuo se puede asociar a una solución factible del problema, de modo que se pueda codificar en forma de un vector binario "*string*". Entonces un operador de cruzamiento intercambia cadenas de los padres para producir un hijo. La mutación se configura como un operador secundario que cambia, con una probabilidad pequeña, algunos elementos del vector hijo. La aptitud del nuevo vector creado se evalúa de acuerdo con una función objetivo.

Los pasos a seguir con esta metaheurística serían los siguientes:

1. Generar una población de vectores (individuos).
2. Mientras no se encuentre un criterio de parada:
  - a. Seleccionar un conjunto de vectores padre, que serán reemplazados de la población.
  - b. Emparejar aleatoriamente a los progenitores y cruzarlos para obtener unos vectores hijo.
  - c. Aplicar una mutación a cada descendiente.
  - d. Evaluar a los hijos.
  - e. Introducir a los hijos en la población.
  - f. Eliminar a aquellos individuos menos eficaces.

Normalmente este proceso finaliza después de un número determinado de generaciones o cuando la población ya no puede mejorar. La selección de los padres se elige probabilísticamente hacia los individuos más aptos. Al igual que ocurre con en la Naturaleza, los sujetos con mayor aptitud diseminan sus características en toda la población.

Esta descripción de los GA se adapta a cada situación concreta, siendo habitual la codificación de números enteros en vez de binarios. Del mismo modo se han sofisticado los distintos operadores de cruzamiento y mutación.

#### **2.6.2.2.2.2 Búsqueda dispersa**

La búsqueda dispersa "*Scatter Search, SS*" fue propuesta por Glover (1977) para resolver problemas de programación entera. El método guarda bastantes similitudes con los algoritmos genéticos. Una heurística genera una población de soluciones (vectores de números enteros), que evoluciona mediante la selección, la combinación lineal y la transformación de vectores. A diferencia de los algoritmos genéticos, la búsqueda dispersa presenta las siguientes características:

- Los vectores binarios se sustituyen por otros enteros.
- Un nuevo vector puede generarse a partir de más de dos padres.
- El cruzamiento se reemplaza por una combinación lineal de dos o más vectores. En los algoritmos genéticos, el operador de cruzamiento puede ser no lineal.
- La mutación se reemplaza por un procedimiento que repara los nuevos vectores generados en el espacio de configuraciones factibles.

Estas características suponen una generalización de los algoritmos genéticos. En efecto, algunos autores como Potvin y Bengio (1996) resuelven el

VRPTW mediante la búsqueda dispersa, aunque denominen a su algoritmo como genético. Podemos citar:

- Se abandona el uso de los vectores binarios.
- Se usan varios padres para producir nuevas soluciones.
- Se desarrollan operadores de cruzamiento especializados.
- Se emplea la búsqueda local para mejorar las soluciones obtenidas por cruzamiento.
- Se destinan operadores para reparar soluciones.
- Las soluciones que se mantienen en la población de una iteración a otra se eligen con la ayuda de sofisticados métodos de agrupamiento en vez de simples operadores de selección.

El procedimiento se puede describir de la siguiente forma:

1. Generar un conjunto de  $N$  soluciones factibles.
2. Evaluar las soluciones y designar como  $E$  a aquellas mejores  $E < N$ .
3. Elegir aleatoriamente  $R$  soluciones (dos o más), donde  $R \ll E$ .
4. Combinar las soluciones para crear otra nueva y repararla si fuera necesario para hacerla viable.
5. Realizar una búsqueda local para mejorar la nueva solución factible.
6. Añadir la nueva solución si es mejor que la peor del conjunto.
7. Volver al paso 3 y continuar hasta encontrar un criterio de terminación.

#### **2.6.2.2.2.3 Reencadenamiento de trayectorias**

El reencadenamiento de trayectorias '*Path Relinking, PR*' (Glover, 1989; Glover y Laguna, 1993) es un procedimiento evolutivo que generaliza la búsqueda dispersa. Este enfoque se apoya en la exploración de trayectorias que "conectan"

buenas soluciones para generar otras nuevas. De esta forma, si en el proceso de búsqueda se han encontrado dos configuraciones  $x$  e  $y$  de calidad elevada, se considera  $x$  como solución inicial e  $y$  como solución final y se emprende un nuevo camino desde  $x$  hasta  $y$ . Para seleccionar los movimientos se van incorporando a  $x$  los atributos de  $y$  hasta llegar a ésta. Por eso se espera que alguna de las soluciones intermedias que se visitan en este proceso de entorno constructivo sea muy buena. En algunas implementaciones se considera explorar el contexto de las soluciones intermedias para dar una mayor posibilidad al descubrimiento de nuevas opciones. Una buena aproximación tanto al PR como a SS puede verse en Glover (1999).

#### **2.6.2.2.2.4 Algoritmos meméticos**

Se trata de procedimientos derivados de los algoritmos genéticos, donde el empleo de una población de soluciones se compagina con heurísticas de búsqueda local (aunque también es posible su combinación con algoritmos constructivos o métodos de resolución exactos). Los algoritmos meméticos "*Memetic Algorithms, MA*" (Moscató, 1989) parten de la evidencia computacional consistente con la hipótesis de que un grupo de procesos individuales en competencia y cooperación, que pasan por períodos de optimización individual, pueden superar la brecha que va desde la optimización local a la global. La idea básica consiste en recombinar la información de las soluciones provenientes del espacio de mínimos locales, en lugar del universo de todas las configuraciones posibles.

En cierto sentido, los MA se interpretan como métodos sofisticados de comienzos múltiples "*multistart*". El proceso de re-inicialización se gobierna por reglas genéticas, y la fase de descenso se verifica como de costumbre. El éxito de

estos métodos puede ser atribuido a su balance entre la búsqueda rápida, y el mantenimiento de la diversidad para evitar la convergencia prematura.

Los MA comparten con los GA las siguientes características:

- Hacen uso de una población de soluciones.
- Mejoran la población iterativamente.
- En cada iteración seleccionan las mejores soluciones, para generar otras configuraciones.
- La recombinación crea nuevas opciones.

Sin embargo los MA presentan características propias y diferentes de los GA:

- Cada solución, antes de ser evaluada, se mejora utilizando alguna heurística apropiada al problema. Por tanto, las evaluaciones se realizan sobre mínimos locales.
- La población se divide eventualmente en regiones, donde la evaluación, selección y recombinación son aplicadas en ellas. En una segunda fase podría realizarse entre individuos de distintas subpoblaciones.

El procedimiento seguido por los algoritmos meméticos se puede sintetizar como sigue:

1. Se construye una población S de soluciones iniciales.
2. Se optimizan cada una de las soluciones de S.
3. Se evalúan todas las soluciones de S.
4. Mientras no se encuentre un criterio de parada:
  - a. Seleccionar como progenitores un conjunto de soluciones de la población.

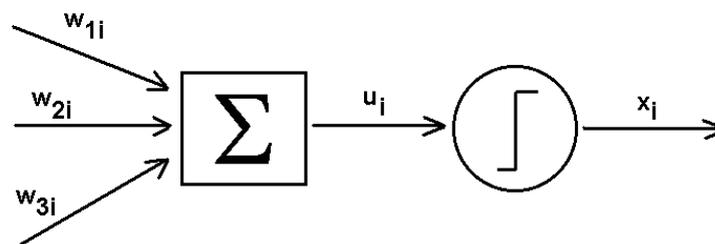
- b. Emparejar aleatoriamente a los padres y cruzarlos para obtener nuevas soluciones.
  - c. Optimizar todos los nuevos individuos.
  - d. Evaluar todas las soluciones.
5. Escoger la mejor opción de la población.

Tanto la búsqueda dispersa como los algoritmos meméticos se pueden considerar variantes de los algoritmos genéticos. Algunos investigadores han llamado a esta técnica híbrida como Búsqueda Local Genética '*Genetic Local Search*, GLS". En este caso, además, los operadores de mutación tratan de elegir aleatoriamente regiones del espacio de soluciones a las cuales difícilmente podrían llegar los métodos de cruzamiento.

#### **2.6.2.2.3 Redes neuronales artificiales**

Las redes neuronales artificiales aparecieron al tratar de comprender el cerebro humano, contemplándolo como un sistema de procesamiento de la información de tipo altamente complejo, no lineal y en paralelo. Aleksander y Morton (1990) definen una red neuronal como *"...un procesador distribuido paralelo que posee una propensión natural para el almacenamiento de conocimiento experimental haciéndolo disponible para su uso. Recuerda al cerebro humano en dos aspectos: el conocimiento se adquiere mediante un proceso de aprendizaje, y la conexión interneuronal (pesos sinápticos) se utiliza para el almacenamiento del conocimiento..."*. Las redes neuronales *Neural Networks* (NN) están adaptándose para su uso en una variedad de aplicaciones comerciales, militares y tecnológicas, que van desde el reconocimiento de patrones hasta la optimización y la planificación. En particular, las NN se pueden utilizar para manejar tipos complejos de problemas combinatorios.

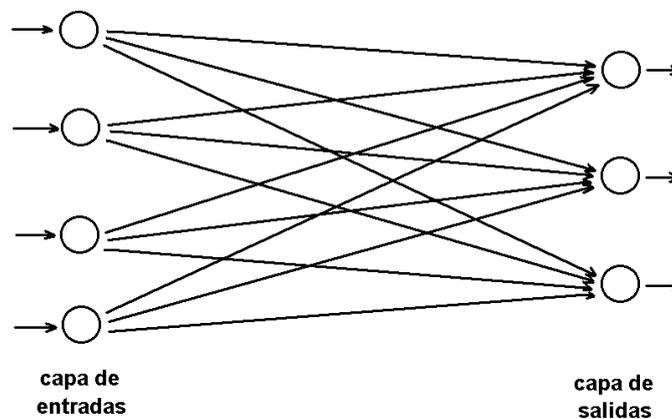
McCulloch y Pitts (1943) presentaron el primer modelo artificial de neurona, consistiendo en un dispositivo no lineal multientrada con interconexiones “con peso”. En un grafo orientado ponderado, todos sus vértices conectados envían un impulso a lo largo de sus arcos de salida hacia sus vecinos. La neurona suma las entradas ya ponderadas, les aplica una función no lineal y transmite una salida. Todos los nodos en los que esta suma excede de un umbral se conectan en el instante siguiente; los otros se desconectan. El cálculo procede posicionando algunos nodos de entrada, esperando que la red alcance un estado estable y leyendo, después, algunos nodos de salida. La red puede ser preparada, utilizando ejemplos, para reconocer ciertas estructuras, como puede ser la clasificación de objetos por sus características.



**Figura 2.4.** Esquema de la neurona de McCulloch-Pitts (1943).

Las redes neuronales gozan de una gran capacidad de cálculo por presentar una estructura distribuida y paralela de procesamiento masivo y por su habilidad en aprender. También son robustas en el sentido que son tolerantes a fallos, pues aunque algunos enlaces se dañen, no degradan significativamente la calidad del sistema.

El modo en que las neuronas se interconectan entre sí conforman la arquitectura de la red. Las más comunes son las de capas, las recurrentes y las de conexión lateral, que están muy ligadas a las reglas de aprendizaje para entrenar la red. La Figura 2.5 ilustraría la arquitectura de capas presentada por Rosenblatt (1957) denominadas redes *feed-forward* o *perceptrón*, con una sola capa, ya que en la de entrada no se realiza ningún tipo de cálculo. Éstas constan de capas de nodos que reciben señales sólo de las previas.



**Figura 2.5.** Arquitectura del perceptrón, con una sólo capa.

La propiedad más interesante de las redes neuronales es su capacidad de aprendizaje, que puede ser supervisado o no. Se trata de ir calculando los pesos de las conexiones en función de la información que le proporciona el entorno. Si la instrucción es supervisada, se debe conocer la salida en función de la entrada, de modo que los pesos se adaptarán para que sean mínimos los errores entre la salida real y la deseada. Este método es el empleado por las redes por capas. Cuando el aprendizaje es no supervisado, no hay entrenamiento, y por tanto no se conocen las salidas deseadas. En este caso la red clasifica los vectores de entrenamiento en clases y grupos, aplicándose el concepto de similitud para el aprendizaje (ver Adenso *et al.*, 1996).

Hopfield y Tank (1985) fueron pioneros en aplicar las NN en la optimización de problemas combinatorios. Básicamente se pueden clasificar las técnicas NN para la optimización combinatoria en las aproximaciones basadas en la física estadística y en las redes competitivas.

## **2.7 Evaluación de las heurísticas y las metaheurísticas**

La comparación entre diversas estrategias para decidir cual es la mejor está sujeta a múltiples criterios que definirán determinados aspectos de su comportamiento. Así, el tiempo empleado en el cálculo, la calidad de la solución obtenida, la facilidad en la codificación, la flexibilidad y la robustez son ejemplos claros de las razones esgrimidas en la valoración de un algoritmo (Barr *et al.*, 1995). La flexibilidad es un principio de gran trascendencia si lo que se quiere es resolver los problemas reales y no sólo algunos modelos teóricos. Los algoritmos deben programarse fácilmente y adaptarse al esquema teórico, las restricciones y la función objetivo. La robustez garantiza que el procedimiento produce buenos resultados incluso ante la presencia de cambios substanciales en el problema. Además, a efectos prácticos, sólo las estrategias que resuelvan los problemas en tiempos razonables son adecuadas para su aplicación en la práctica real del transporte.

Cuando se comparan varios aspectos de un conjunto de métodos, se deben ponderar las razones que distinguen la calidad entre ellos. En el caso de dos criterios, por ejemplo la velocidad de proceso y la calidad de la solución, una estrategia es superior a otra, si en ambos casos es mejor. Así, dado un espacio de múltiples dimensiones, donde cada una de ellas corresponde a la valoración de un criterio, se denomina *óptimo de Pareto* de un conjunto de puntos, a aquel que es

mejor que los otros en cualesquiera de las dimensiones. Fuera de estos casos, es el decisor quien debe valorar la opción elegida. En la Figura 2.6 se observa cómo, frente a los criterios  $\Phi$  y  $\Gamma$ , los puntos  $\{a,b,d,i\}$  forman los óptimos de Pareto del conjunto de opciones representadas

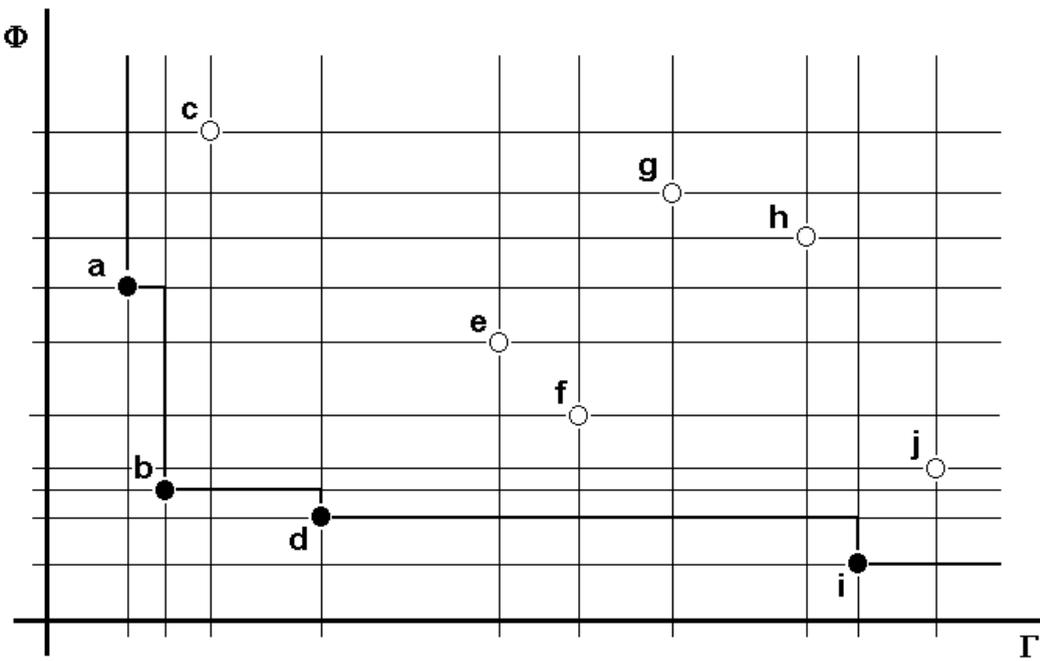


Figura 2.6. Determinación de los óptimos de Pareto.

## **3. MODELOS DE DISTRIBUCIÓN FÍSICA Y TRANSPORTE.**

### ***3.1 Características de los problemas de asignación y programación de rutas***

Los problemas en la distribución física de mercancías constituyen un conjunto variado y complejo de casos que algunos autores han intentado agrupar atendiendo a sus características más relevantes. Esta simplificación de la realidad permite la adopción de modelos matemáticos que facilitan los procesos de decisión que atañen a las empresas de transporte.

Los problemas de distribución consisten básicamente en asignar una ruta a cada vehículo de una flota para repartir o recoger mercancías. Los clientes se localizan en determinados puntos o arcos y a su vez pueden tener horarios de servicio determinados. Se trata, por tanto, en los casos más generales, de problemas de secuenciación y programación de los horarios de las unidades de transporte. En la Tabla 3.1 se resume una clasificación simplificada de los problemas de rutas que emplea algunos criterios de Bodin y Golden (1981) y Desrochers, Lenstra y Savelsbergh (1990) e introduce otros propios que se consideran de interés.

Esta clasificación indica la existencia de, como mínimo,  $3 \times 4 \times 5 \times \dots \times 9 = 8,8 \cdot 10^9$  tipos diferentes de problemas de distribución. Si alguien fuese capaz de describir en un segundo cada uno de los casos posibles, tardaría cerca de 280 años en enunciarlos todos.

**Tabla 3.1.** Características de los problemas de secuenciación y programación de rutas.

<b>Características</b>	<b>Opciones posibles</b>
1. Tamaño de la flota.	Un solo vehículo. Número de vehículos limitado. Número de vehículos ilimitado.
2. Tipo de flota.	Homogénea (un solo tipo de vehículo). Heterogénea (múltiples tipos de vehículos). Compartimentado el vehículo por mercancías. Sin compartimentar.
3. Almacén.	Depósito único. Múltiples depósitos. Depósitos de reaprovisionamiento intermedios. Localización de la oferta determinada a priori. Localización de la oferta indeterminada a priori.
4. Naturaleza de la demanda.	Demanda determinada. Demanda estocástica. Demanda dinámica (dependiente de la variable tiempo). Demanda satisfecha parcialmente. Demanda fija para todos los clientes. Demanda variable en función del cliente.
5. Localización de la demanda.	En nodos. En arcos. Mixto.
6. Restricciones horarias de servicio.	Sin restricciones. Restricción en el inicio o en el final. Restricción en inicio y final. Restricciones estrictas. Restricciones flexibles bajo penalización. Ventana temporal única. Múltiples ventanas temporales.
7. Ciclos de servicio.	Servicio realizado una sólo vez en un ciclo. Servicio realizado múltiples veces en un ciclo.
8. Grafo.	Orientado. No orientado. Mixto. Euclídeo.
9. Restricciones en la capacidad de los vehículos.	Capacidad limitada y única para todos. Capacidad limitada y diferente. Capacidad ilimitada.
10. Velocidad media de los vehículos.	Constante. Dependiente del horario. Dependiente del trayecto. Dependiente del horario y trayecto.
11. Duración máxima de una ruta.	Duración limitada e igual para todas. Duración limitada y distinta. Duración ilimitada. Duración estricta. Duración flexible bajo penalización.

<b>Características</b>	<b>Opciones posibles</b>
12. Número de rutas por vehículo.	Una ruta por vehículo. Múltiples rutas por vehículo, sin limitación. Múltiples rutas por vehículo, con limitación.
13. Operaciones.	Reparto de mercancías. Recogida de mercancías. Reparto y recogida simultáneos. Primero reparto y luego recogida o viceversa. Fraccionamiento del servicio.
14. Relaciones de precedencia.	No existen precedencias. Precedencias en la visita de clientes. Precedencias en el uso de vehículos.
15. Mercancías.	Productos iguales. Productos distintos.
16. Costes.	Variables únicamente. Variables y fijos. Con penalizaciones por demanda insatisfecha.
17. Función objetivo.	Minimizar costes fijos. Minimizar costes fijos y variables. Minimizar el número de vehículos. Minimizar distancia recorrida. Minimizar tiempo empleado. Minimizar esperas. Maximizar beneficio. Maximizar función de utilidad del cliente. Maximizar beneficio y satisfacción del cliente.

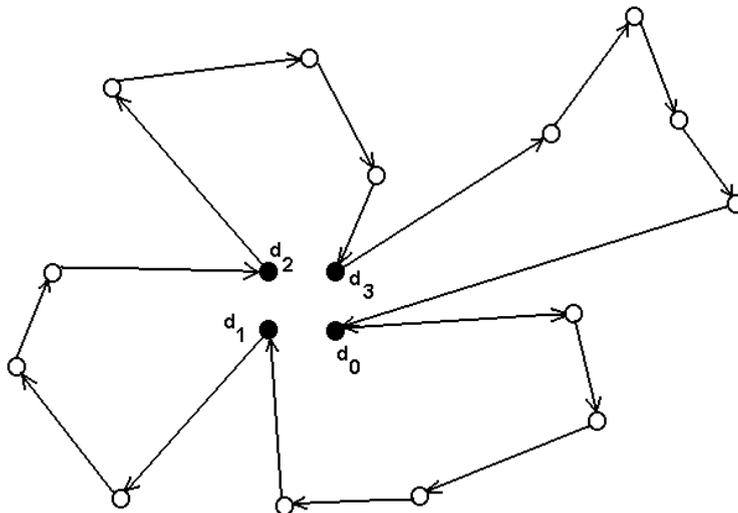
## **3.2 Problemas básicos de distribución**

Las situaciones reales se escapan a una clasificación tan simple como la propuesta en la Tabla 3.1. La legislación sectorial, las condiciones atmosféricas, los sindicatos, etcétera, suman restricciones que alejan los esquemas teóricos estudiados por los investigadores de la realidad cotidiana. Así y todo, los modelos básicos han permitido el desarrollo de técnicas aplicables al estudio de casos cada vez más complejos. Por su simplicidad e importancia histórica, reseñan a continuación alguno de los problemas de distribución más importantes.

El problema del viajante de comercio “*Traveling Salesman Problem, TSP*” es el más famoso y sencillo de plantear. Un vendedor debe visitar una sola vez un número determinado de ciudades y ha de volver a la ciudad donde comenzó su

viaje. La ruta debe ser tal que minimice la distancia recorrida. El TSP es intensivo en términos de cálculo. Para  $n$  ciudades, hay que considerar  $n!/2n$  recorridos distintos. El problema pertenece al tipo de problemas NP-completo (Karp, 1972), lo cual denota que no se conoce un algoritmo polinomial que resuelva exactamente el problema. Lawler *et al.* (1985) proporcionan un excelente resumen del TSP.

En el  $m$ -TSP "*Multiple Traveling Salesmen Problem*",  $m$  vendedores deben cubrir un número determinado de ciudades, de forma que cada destino sólo se visita por uno de ellos. Cada viaje empieza en una ciudad base que es también el final del recorrido. En este caso, se desea minorar la suma de las distancias recorridas a lo largo de todas las rutas. El número de vendedores puede ser fijo o una variable de decisión. El problema se puede transformar fácilmente en un TSP añadiendo  $m$  copias del almacén y haciendo que los costes de desplazamiento entre estos puntos virtuales sean infinitos (ver Figura 3.1).



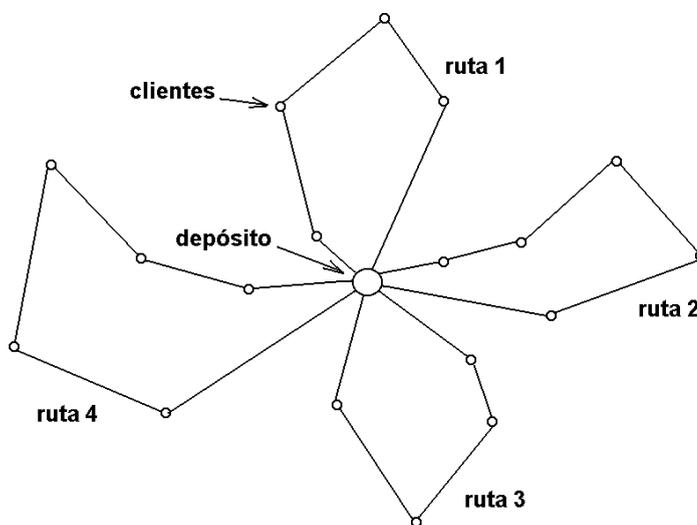
**Figura 3.1.** Transformación del problema  $m$ -TSP en el clásico TSP.

El problema del cartero chino "*Chinese Postman Problem*" (CPP), formulado por Euler en el siglo XVIII, constituye uno de los ejemplos donde la demanda está

repartida a lo largo de un arco. En efecto, dado un grafo conexo, se trata de cubrir todas las aristas minimizando la distancia recorrida (permitiéndose recorrer los arcos varias veces). El problema clásico donde los arcos no están orientados, puede resolverse mediante algoritmos polinomiales.

El problema de las rutas “*Vehicle Routing Problem*, VRP” es una generalización del  $m$ -TSP, donde existe una demanda asociada a cada ciudad y una capacidad determinada de transporte para cada uno de los vehículos. Algunos autores le han llamado CVRP “*Capacitated Vehicle Routing Problem*”, debido a que el total de la demanda de las ciudades visitadas en una ruta no debe superar la capacidad del vehículo. Aquí, el objetivo puede ser reducir al mínimo posible la suma de la distancia recorrida por todas las rutas, el número de vehículos, o una combinación de ambos criterios. En algunos casos se imponen ciertas restricciones como el número de vehículos disponibles o el total de clientes visitables en cada ruta. Es importante destacar el hecho de que tanto para los problemas TSP como para los VRP, la dirección en la cual se desarrolla la ruta carece de importancia, cosa que no ocurre con el VRPTW “*Vehicle Routing Problem with Time Windows*”, donde cada cliente restringe la satisfacción de su demanda a un horario de reparto o recogida determinado.

Aunque ha sido mucho el esfuerzo que se ha dedicado al VRP, los problemas reales se alejan rápidamente de los modelos sencillos que se han presentado. En la Tabla 3.2 se recogen algunas variantes del problema de la asignación y programación de rutas. Los casos reales suelen combinar y complicar aún más los modelos recogidos, sin embargo, éstos han permitido el estudio de procedimientos que luego pueden aplicarse a casuísticas más complejas.



**Figura 3.2.** Aspecto de una solución al problema de rutas VRP.

**Tabla 3.2.** Algunos problemas derivados del VRP, con sus características diferenciales, abreviatura derivada de su denominación en inglés.

<b>Abreviatura</b>	<b>Denominación</b>	<b>Característica definitoria</b>
AVRP	<i>Asymmetric Vehicle Routing Problem</i>	La duración del viaje o la distancia recorrida entre dos puntos depende del sentido del trayecto.
CVRP	<i>Capacitated Vehicle Routing Problem</i>	El vehículo tiene una capacidad de transporte que no debe ser superada.
VRPLC	<i>Vehicle Routing Problem with Length Constraint</i>	La longitud de cada ruta no debe superar una magnitud determinada. Alternativamente se puede limitar el tiempo.
PVRP	<i>Period Vehicle Routing Problem</i>	Cada cliente requiere un número determinado de servicios en un periodo de tiempo.
FRP	<i>Fixed Routes Problem</i>	Una vez fijadas las rutas, éstas no varían durante un periodo de tiempo, aunque cambie la demanda.
FSMVRP	<i>Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem</i>	Costes fijos dependientes del tipo de vehículo. Costes variables homogéneos. Sin limitación en el número de vehículos.
VMVRC	<i>Vehicle Fleet Mix with Variable Unit Running Costs</i>	Costes fijos y variables dependientes del tipo de vehículo. Sin limitación en el número de vehículos.
VRPHE	<i>Vehicle Routing Problem with Heterogeneous Fleet</i>	Costes fijos y variables dependientes del tipo de vehículo. Número de vehículos de cada tipo limitado.
VRPB	<i>Vehicle Routing Problem with Backhauls</i>	Existen puntos de entrega desde el almacén y otros de recogida hacia el almacén. No se recoge hasta que no finalicen las entregas.
VRPDB	<i>Vehicle Routing Problem with Deliveries and Backhauls</i>	Existen puntos de entrega y otros de recogida hacia el almacén, pudiendo coincidir en ambos. Se permite la entrega y recogida mientras no se viole la capacidad del vehículo.

Modelos de distribución física y transporte

<b>Abreviatura</b>	<b>Denominación</b>	<b>Característica definitoria</b>
PDP	<i>Pickup and Delivery Problem</i>	Un mismo vehículo debe llevar la mercancía de un sitio a otro de la red.
MCVRP	<i>Multi Compartment Vehicle Routing Problem</i>	Los vehículos deben transportar varias mercancías que deben estar separadas durante el viaje.
min-max VRP	<i>Min-max Vehicle Routing Problem</i>	Se trata de minimizar la longitud del trayecto más largo.
VRPPC	<i>Vehicle Routing Problem with Precedence Constraints</i>	Antes de visitar a un cliente, el vehículo debe visitar a un conjunto previo de ellos.
MDVRP	<i>Multiple Depot Vehicle Routing Problem</i>	Existen varios depósitos, de donde parten y vuelven vehículos asignados a ellos.
VRPSF	<i>Vehicle Routing Problem with Satellite Facilities</i>	Existen depósitos intermedios donde pueden reabastecerse los vehículos.
OVRP	<i>Open Vehicle Routing Problem</i>	Cuando se subcontrata el transporte, determinados vehículos no tienen porqué volver al depósito.
LVR	<i>Location Routing Problem</i>	La localización del depósito no es conocida a priori.
DVRP	<i>Dynamic Vehicle Routing Problem</i>	Conjunto de problemas donde algunos parámetros dependen de la variable tiempo.
VRPVRT	<i>Vehicle Routing Problem with Variable Travel Times</i>	La duración de los viajes depende del horario en el que se realicen.
VRPVADT	<i>Vehicle Routing Problem with Variable Access Time</i>	La duración del acceso al cliente y la salida dependen del cliente.
SVRP	<i>Stochastic Vehicle Routing Problem</i>	Conjunto de problemas donde algunos parámetros tienen cierto grado de incertidumbre.
VRPST	<i>Vehicle Routing Problem with Stochastic Travel Times</i>	Los viajes tienen una duración aleatoria.
VRPSD	<i>Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands</i>	Los clientes presentan demandas aleatorias.
VRPSDC	<i>Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands and Customers</i>	Tanto la presencia de clientes como su demanda es aleatoria.
VRPM	<i>Vehicle Routing Problem with Multiple Use of Vehicles</i>	Cada vehículo puede emprender más de una ruta en un periodo de tiempo.
VRPSDV	<i>Vehicle Routing Problem with Split Delivery</i>	La demanda de un cliente puede ser cubierta por varios vehículos.
VRPTW	<i>Vehicle Routing Problem with Time Windows</i>	Cada cliente presenta un horario de reparto o entrega. También el depósito tiene un horario en el que permanece abierto.
VRPSTW	<i>Vehicle Routing Problem with Soft Time Windows</i>	Se permite cierta trasgresión del horario de entrega de cada cliente e incluso del depósito mediante penalizaciones.
VRPTD	<i>Vehicle Routing Problem with Time Deadlines</i>	El horario de entrega sólo tiene como limitación su final.

Todos estos problemas son difíciles de resolver debido a la explosión exponencial de soluciones en relación con el número de clientes. De hecho, sólo algunos problemas VRPTW de hasta 100 nodos han podido calcularse mediante

métodos exactos. En estas circunstancias sólo es posible aplicar algoritmos de aproximación que proporcionen soluciones viables que sean razonables.

Los vehículos a los que nos referimos en los problemas de rutas permiten una interpretación amplia. Así, muchos problemas de planificación de tareas se relacionan con el VRPTW. Un ejemplo puede ser el de una máquina que debe realizar una serie de trabajos, conociéndose el tiempo empleado en cada uno de ellos y lo que se tarda en dejar cada uno de ellos y empezar otro. Este problema de planificación se asimila a uno de rutas, donde cada tarea está representada por un cliente. El coste de cambiar de una actividad a otra equivale a la distancia entre dos clientes. El tiempo necesario para realizar cada trabajo es el tiempo de servicio al cliente. Una visión más profunda de esta analogía se recoge en Crainic y Laporte (1998).

## **4. El problema de las rutas de vehículos con restricciones en el horario de servicio: VRPTW**

### ***4.1 Introducción***

El problema VRPTW constituye una modelización útil de muchas situaciones reales. La Tabla 4.1 recoge algunos ejemplos de aplicación. En estos casos, las ventanas temporales se asocian al intervalo posible de servicio de entrega o recogida de mercancías para cada cliente. El problema clásico se puede plantear del siguiente modo: dada una flota de vehículos del mismo tipo localizada en un depósito central y un conjunto de clientes con una demanda conocida, se debe diseñar un conjunto de posibles rutas que empiecen y terminen en el almacén de modo que se visiten todos los clientes una sola vez al mínimo coste. Además, cada ruta debe satisfacer las restricciones de capacidad de los vehículos y de las ventanas temporales.

La literatura más temprana que se ocupa del problema VRPTW trata el estudio de casos particulares. Pullen y Webb (1967) describen un sistema basado en la simulación y desarrollado para planificar los costes aplicables a los conductores de furgones en entornos fuertemente restringidos por los horarios. El asunto consistía en identificar cuando y dónde ocurrían los tiempos muertos. Knight y Hofer (1968) presentaron el estudio de un caso de una compañía de transportes, donde emplearon una heurística manual para aumentar la utilización de los vehículos. En el problema predominaban las ventanas temporales que variaban desde los 15 minutos al día entero, con medias entre una y dos horas. Madsen (1976) desarrolló un algoritmo basado en la simulación Monte Carlo para

resolver un problema para una gran compañía de distribución de periódicos y revistas.

**Tabla 4.1.** Ejemplos de aplicaciones reales del problema VRPTW

Area económica	Aplicación
Industria del automóvil	Distribución de piezas de repuesto
Transporte de materias primas	Combustible, gas natural, hormigón
Transporte de alimentos	Grandes superficies y pequeños comercios
Salud	Reparto de medicamentos a farmacias
Prensa	Distribución de periódicos y revistas
Banca	Reparto y recogida de dinero en efectivo
Sector público	Recogida de basuras, limpieza de calles, reparto de correo
Agricultura	Recogida de ganado, leche, cereales, etc.
Industria	Suministro de piezas o mercancías entre almacenes
Servicios	Reparación de electrodomésticos a domicilio.
Educación	Rutas de autobuses escolares
Planificación	Programación de actividades
Defensa	Rutas de aviones espías, logística militar
Transporte	Planificación de flotas de aviones, camiones, trenes, etc.

En la actualidad, el VRPTW se ha convertido en un problema clásico que ha sido fuertemente atacado por un elevado contingente de investigadores, sobre todo en los últimos 15 años. Desde que Solomon (1987) planteó 56 problemas, gran parte de los trabajos han consistido en evaluar el comportamiento de las estrategias propuestas sobre este conjunto de casos. A modo de ejemplo, un proyecto denominado *GreenTrip* y financiado por grandes compañías como Pirelli (Italia), ILOG (Francia), SINTEF (Noruega) y Tollpost-Globe (Holanda) y la Universidad de Strathclyde (Reino Unido) han dedicado más de 40 años/investigador desde 1996 hasta 1998 utilizando las más avanzadas tecnologías para resolver estos problemas (ver Concialini y Hasle, 1997).

## 4.2 Modelo matemático del problema VRPTW

El problema VRPTW clásico se define para una flota homogénea de vehículos  $V$ , un conjunto de clientes  $C$  y un grafo orientado  $G$ . El grafo contiene  $|C|+2$  vértices, de los cuales los clientes corresponden a  $1, 2, \dots, n$  y el almacén se representa con el nodo  $0$  y  $n+1$ . Al conjunto de todos los nodos se le denomina  $N$ . El conjunto de los arcos  $A$ , representa las posibles conexiones entre los nodos. Los arcos no pueden terminar en el nodo  $0$  ni tampoco comenzar en el  $n+1$ . Todas las rutas empiezan en  $0$  y terminan en  $n+1$ . Cada arco  $(i, j) \in A, i \neq j$ , de la red tiene asociado un coste  $c_{ij}$  y una duración del viaje  $t_{ij}$ . El tiempo  $t_{ij}$  incluye una duración del servicio  $s_i$  al cliente  $i$ . Cada vehículo se caracteriza por una capacidad de carga  $q$ . Cada cliente presenta una demanda  $q_i, i \in C$ . Para cada uno de los clientes, el inicio del servicio debe realizarse en un intervalo de tiempo, denominado ventana temporal  $[e_i, u_i], i \in C$ . El depósito también tiene una ventana temporal  $[e_0, u_0]$  que marca los límites en la salida y vuelta de los vehículos. Se conviene que si un vehículo llega demasiado pronto a la cita con el cliente, deberá esperar hasta que la ventana temporal se abra, pero nunca se iniciará el servicio si no se llega a tiempo. Se puede admitir, sin perder generalidad en el problema, que  $e_0=0$ ; es decir, que las rutas comienzan a la hora  $0$ . También se asumirá que todos los datos (por ejemplo  $Q, q_i, c_{ij}, t_{ij}, e_i$  y  $u_i$ ) son números enteros conocidos y no negativos. De este modo, el modelo es determinístico. Todos los tiempos  $t_{ij}$  serán estrictamente positivos. También se acepta que los costes y los tiempos satisfacen las inecuaciones triangulares.

Se debe asignar a cada cliente un vehículo y una secuencia de clientes para cada vehículo de modo que sea mínimo el coste, todo ello sujeto a las restricciones definidas anteriormente.

El modelo matemático (ver Larsen, 1999) contiene dos conjuntos de variables de decisión:  $x$  y  $b$ . Para cada arco  $(i, j)$ , donde  $i \neq j$ ,  $i \neq n+1$ ,  $j \neq 0$ , y para cada vehículo  $k$ , se define  $x_{ijk}$  como:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{si el vehículo } k \text{ viaja directamente desde el cliente } i \text{ al } j, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

La variable de decisión  $b_{ik}$  se define para cada nodo  $i$  y para cada vehículo  $k$ , e indica el momento en que empieza el servicio. En el caso de que no exista el servicio, la variable no tiene significado. Se asume que  $b_{0k}=0$ ,  $\forall k$ , y que  $b_{n+1,k}$  denota la llegada del vehículo  $k$  a la base.

El objetivo consiste en diseñar un conjunto de rutas de coste mínimo, una para cada vehículo, de forma que:

- Se sirva exactamente una sólo vez a cada cliente.
- Cada ruta empiece y termine en el depósito.
- Se respeten las restricciones de capacidad de los vehículos y los horarios de de entrega.

El modelo puede formularse matemáticamente como sigue:

Minimizar

$$(3.1) \quad \sum_{k \in V} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{ij} x_{ijk}$$

Sujeto a

$$(3.2) \quad \sum_{k \in V} \sum_{j \in N} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in C$$

$$(3.3) \quad \sum_{i \in C} q_i \sum_{j \in N} x_{ijk} \leq Q \quad \forall k \in V$$

El problema de las rutas de vehículos con restricciones de horario en el servicio: VRPTW

$$(3.4) \quad \sum_{j \in N} x_{0jk} = 1 \quad \forall k \in V$$

$$(3.5) \quad \sum_{i \in N} x_{ihk} - \sum_{j \in N} x_{hjk} = 0 \quad \forall h \in C, \forall k \in V$$

$$(3.6) \quad \sum_{i \in N} x_{i,n+1,k} = 1 \quad \forall k \in V$$

$$(3.7) \quad x_{ijk} (b_{ik} + t_{ij} - b_{jk}) \leq 0 \quad \forall i, j \in N, \forall k \in V$$

$$(3.8) \quad e_i \leq b_{ik} \leq u_i \quad \forall i \in N, \forall k \in V$$

$$(3.9) \quad x_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N, \forall k \in V$$

La función objetivo (3.1) pone de relieve que el coste total del recorrido debe ser mínimo. La condición (3.2) asegura que cada cliente es visitado una sola vez por un vehículo, y la (3.3) que cualquier vehículo se carga, como mucho, a su capacidad. El conjunto de restricciones (3.4), (3.5) y (3.6) son ecuaciones de flujo que garantizan que el vehículo sale del nodo 0 una sólo vez, abandona cualquier nodo  $i$ ,  $i \in C$  si y sólo si ha entrado antes en él, y al final vuelve al nodo  $n+1$ . Las inecuaciones (3.7) establecen que el vehículo  $k$  no pueda llegar a  $j$  antes de  $b_{ik} + t_{ij}$ , cuando se viaja de  $i$  a  $j$ . El conjunto de restricciones (3.8) aseguran que se respetan todas las ventanas temporales y las condiciones (3.9) garantizan que las variables  $x_{ijk}$  sean enteras. Por último, cuando en algún caso la demanda particular de un cliente supere la capacidad del vehículo, el esquema teórico mantiene su validez simplemente creando nuevos clientes ficticios con la misma localización y horarios de servicio, pero con su demanda dividida.

Fisher (1997) clasifica los métodos que resuelven los problemas de las rutas en tres generaciones. La primera está constituida por heurísticas simples desarrolladas en los años 60 y 70 basadas en búsquedas locales. La segunda se basó en heurísticas aplicadas a la programación matemática para encontrar métodos casi exactos de resolución. La última, en la cual estamos inmersos, se

basa en algoritmos exactos de optimización y en métodos basados en la inteligencia artificial.

### **4.3 Complejidad computacional del problema VRPTW**

Los problemas con restricciones en el horario de servicio son bastante complejos desde el punto de vista computacional. Debido a que el VRP es un problema NP-*hard* (ver Lenstra y Rinnooy Kan, 1981), el VRPTW también lo es. Savelsberg (1985) ha demostrado que incluso buscar una solución viable al problema del viajante de comercio con ventanas temporales TSPTW es un problema NP-completo, por lo que encontrarlo para el VRPTW también lo es al ser más complejo. Como consecuencia de la dificultad intrínseca de esta clase de problemas, es poco probable llegar a una solución óptima en tiempo polinomial. Por tanto, procedimientos que sean capaces de encontrar soluciones próximas a la óptima en tiempo polinomial con el número de clientes  $n$ , ofrecen opciones atractivas.

### **4.4 Algoritmos de resolución exactos**

Los trabajos más tempranos publicados para resolver exactamente el VRPTW se deben a Golden y Assad (1986). De acuerdo con la bibliografía, estos métodos se dividen en cuatro tipos: la programación dinámica, el método de Dantzig-Wolfe (1960), la descomposición lagrangiana y la resolución directa clásica del modelo matemático. Otra posibilidad es el empleo de heurísticas basadas en los métodos de optimización exactos. Por ejemplo Koskosidis, Powell y Solomon (1992) desarrollaron un procedimiento donde el problema original se descompuso mediante heurísticas y luego se resolvieron los otros más pequeños.

Hasta la fecha, los algoritmos exactos que emplean la descomposición de Dantzig-Wolfe (DW) ofrecen los mejores resultados, aunque Kontoravdis (1997) muestra que la formulación directa puede ser prometedora. El método de DW se basa en la resolución paso a paso de cierto número de subproblemas lineales (camino de longitud mínima con restricciones temporales y de capacidad), que suponen una relajación del problema, y por tanto una acotación superior generalizada. El procedimiento emplea la técnica de ‘*column generation*’ para relajar las condiciones. Procedimientos eficaces basados en este método pueden verse en Desrochers, Desrosiers y Solomon (1992), Kohl (1995), Kohl *et al.* (1999), Larsen (1999) o Rich (1999).

El primer y único algoritmo empleado para el VRPTW basado en la programación dinámica lo presentaron Kolen, Rinnooy Kan y Trienekens (1987) y se basa en el método de ramificación y acotación. De esta forma sólo se han conseguido resolver problemas de hasta 15 clientes.

Los métodos basados en la relajación lagrangiana pueden encontrarse en Jörnsten, Madsen y Sorensen (1986), Madsen (1988), Halse (1992), Fisher, Jörnsten y Madsen (1997).

Fisher *et al.* (1997) han empleado el método ‘*K-tree*’ seguido de una relajación lagrangeana. Kohl y Madsen (1997) utilizan el camino de longitud mínima con restricciones, combinado también con la relajación lagrangeana.

La descripción más detallada de estos métodos exactos escapa a los objetivos de esta tesis, sin embargo una buena recopilación de los mismos puede encontrarse en Desrosiers *et al.* (1995), Larsen (1999) y Cook y Rich (1999). De momento, los algoritmos de Kohl *et al.* (1999) y Rich (1999) que emplean la

ramificación y el acotamiento de soluciones obtenidas a través de la descomposición DW han obtenido los mejores resultados.

## **4.5 Algoritmos de aproximación y heurísticas**

La dificultad intrínseca del problema VRPTW ha propiciado la aparición de una gran variedad de heurísticas que se han ocupado fundamentalmente del caso de las ventanas temporales estrictas. De hecho, el campo de los algoritmos que resuelven de forma aproximada el VRPTW ha recibido más atención en los últimos años que los métodos de resolución exactos.

Este apartado tiene como objeto ofrecer un repaso de las heurísticas más significativas que se han elaborado para resolver el problema VRPTW. Se describirán aquellos aspectos que presenten un mayor interés, abordándose en el epígrafe 4.7.1 la comparación del comportamiento, tanto en la calidad de las soluciones obtenidas como en los tiempos de cálculo.

### **4.5.1 Heurísticas de construcción de rutas**

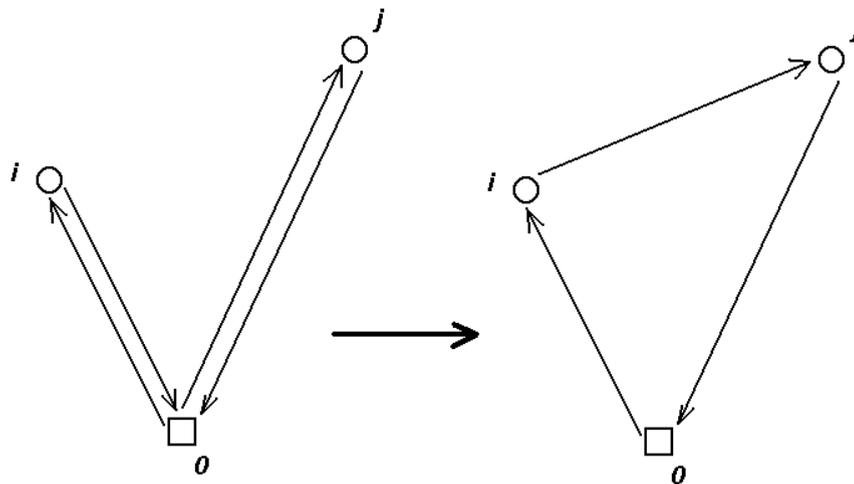
Son procedimientos iterativos que fabrican una solución viable intercalando nodos en rutas ya iniciadas. Los algoritmos secuenciales componen una ruta cada vez, mientras los paralelos construyen varios itinerarios de forma simultánea. En ambos casos las cuestiones clave son averiguar qué cliente será el próximo a insertar y dónde.

### 4.5.1.1 Algoritmos secuenciales

Baker y Schaffer (1986) establecieron uno de los primeros métodos de construcción de rutas para el VRPTW al proponer una variante a la heurística clásica de Clarke y Wright (1964) para el VRP. El algoritmo comienza con una ruta para cada uno de los clientes. En cada iteración se calcula qué par de itinerarios pueden agruparse de modo que la economía conseguida sea máxima, según se observa en la Figura 4.1. Así, si  $i$  es el último nodo de una ruta que termina en el depósito, y  $j$  el primero de otra, cuando desde  $i$  el vehículo se dirige a  $j$ , el ahorro alcanzado al unir las dos rutas se calcula como:

$$(4.1) \quad sav_{ij} = d_{i0} + d_{0j} - Gd_{ij}$$

donde,  $G$  se considera como un *factor de forma* de la ruta.



**Figura 4.1.** Heurística basada en los ahorros. Dos rutas se sustituyen por una sola de menor coste.

Solomon (1987) diseñó un conjunto de heurísticas de construcción de rutas para el problema VRPTW basadas en ahorros similares al anteriormente expuesto. Su método comienza con un trayecto que desde el almacén se dirige a un nodo seleccionado previamente luego regresa a su origen. Se elige al cliente más alejado de la base o bien a aquel otro cuyo límite horario de inicio del servicio sea más temprano. Posteriormente se evalúan todas las inserciones posibles de los nodos que aún no han sido visitados. Se opta por aquella que minore una suma ponderada de la distancia y el tiempo requerido. Por último, se selecciona al cliente utilizando una generalización de la expresión del máximo ahorro de Clarke y Wright (1964). Una nueva ruta comienza cuando es imposible intercalar más nodos. De las heurísticas propuestas, la denominada por el autor como I1, es una generalización de la aproximación de Mole y Jameson (1976) para el VRP, y es la que proporciona mejores resultados.

El método emplea dos criterios, el  $c_1(i, u, j)$  y el  $c_2(i, u, j)$  para seleccionar la mejor inserción de un cliente  $u$  en una ruta, entre dos nodos consecutivos,  $i$  y  $j$ . Si  $(i_0, i_1, i_2, \dots, i_m)$  simboliza un itinerario, donde  $i_0$  e  $i_m$  representa a la base, para cada cliente  $u$  que se quiera incluir, se evalúa la función  $c_1$ , que informa de la posición óptima de inserción para cada cliente. Posteriormente con  $c_2$  se elige el mejor de los nodos, que ocupará la posición calculada con  $c_1$ . Las expresiones son las siguientes:

$$(4.2) \quad c_1[i(u), u, j(u)] = \min_{p=1, \dots, m} c_1(i_{p-1}, u, i_p)$$

donde

$$(4.3) \quad c_1(i, u, j) = a_1 c_{11}(i, u, j) + a_2 c_{12}(i, u, j) \\ a_1 + a_2 = 1, \quad a_1 \geq 0, \quad a_2 \geq 0$$

$$(4.4) \quad c_{11}(i, u, j) = d_{iu} + d_{uj} - G d_{ij} \\ G \geq 0$$

$$(4.5) \quad c_{12}(b_{ju} - b_j)$$

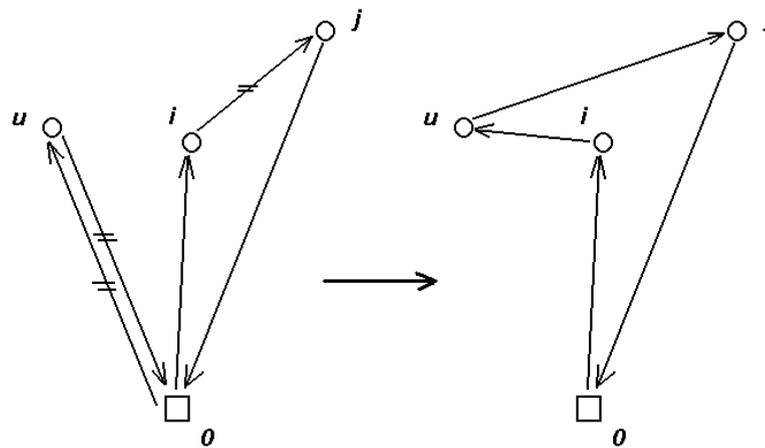
Para incluir el mejor cliente  $u^*$  en la ruta, se debe evaluar la expresión (4.6):

$$(4.6) \quad c_2 [i(u^*), u^*, j(u^*)] = \max_u c_2 [i(u), u, j(u)]$$

donde  $u$  representa a un cliente sin ruta y con posibilidad de incluirse en ella sin romper las restricciones. Además,

$$(4.7) \quad c_2(i, j, u) = I \cdot d_{0u} - c_1(i, j, u) \quad I \geq 0$$

El parámetro  $I$  denota la dependencia de la mejor inserción respecto su distancia al depósito y además de la distancia extra que sería necesaria si se cubriese al cliente con la ruta actual. En la Figura 4.2 se interpreta la función  $c_2$  cuando se cumple la simetría euclídea y los parámetros valen  $I=2$ ,  $G=1$ ,  $a_1=1$  y  $a_2=0$ .



**Figura 4.2.** Interpretación de la evaluación  $c_2$  de Solomon (1987).

Sin embargo, y pese a ser el algoritmo de Solomon (1987) rápido y aportar buenas soluciones en numerosas ocasiones, hoy no es competitivo frente a otros

procedimientos metaheurísticos posteriores. Es un método, que en su versión original o con ligeras modificaciones, es muy utilizado por otras técnicas para aportar soluciones iniciales al problema. El rendimiento algorítmico de esta heurística es de  $O(n^2 \log n^2)$ .

También van Ladeghem (1988) presentó un método basado en los ahorros. Su heurística bi-criterio emplea las ventanas temporales para obtener una medida de la calidad de un enlace entre clientes en términos de tiempo. Tanto esta heurística como la de Solomon (1987) ofrecen soluciones que suelen estar un 10% por encima del óptimo.

Recientemente, Ioannou, Kritikos y Prastacos (2001) han propuesto un esquema similar al de Solomon (1987), con cambios en los criterios de inicio e inserción. La idea básica consiste en minimizar el impacto sobre los clientes que ya forman una ruta cuando queremos insertar uno nuevo. Se obtienen mejores resultados que en Solomon (1987), pero a un mayor coste de computación, como puede comprobarse en la Figura 4.14 del apartado 4.7.1.

#### **4.5.1.2 Algoritmos paralelos**

Los algoritmos paralelos arrancan simultáneamente con  $n_r$  rutas. Los clientes se van asignando a alguno de estos recorridos. Es necesario que el número de rutas sea una variable de decisión, puesto Savelsbergh (1984) ya demostró que si este número es una constante, el problema es NP-completo.

Potvin y Rousseau (1993) adoptan un procedimiento de construcción de rutas en paralelo que mejora el algoritmo de Solomon (1987) cuando los clientes se distribuyen de forma aleatoria por el espacio. Ello se explica por la miopía de los enfoques secuenciales. En algunos casos, los últimos clientes no asignados

quedan diseminados, de modo que las últimas rutas son frecuentemente de peor calidad. Sin embargo, el algoritmo de Solomon (1987) funciona mejor que el propuesto cuando los clientes se encuentran agrupados por zonas.

Antes y Derigs (1995) también se aproximan al problema mediante la idea, ya clásica, de la inserción. Cada cliente no asignado solicita y recibe de cada ruta un precio para incorporarse (que es infinito si la inclusión es imposible), definida de forma similar a la métrica de Solomon (1987). Los resultados son parejos a los obtenidos por Potvin y Rousseau (1993).

Posteriormente, Russell (1995) y Kontoravdis y Bard (1995) emplearon métodos paralelos de construcción de rutas inmersos en procesos de mejora, como se tendrá ocasión de comprobar en el siguiente apartado.

## **4.5.2 Heurísticas de mejora de rutas**

Las heurísticas de mejora buscan el paso de una solución viable a otra que le aventaje en la valoración de su función objetivo. El procedimiento se repite hasta que no sea posible la mejora, por lo que la solución final siempre será un óptimo local, que depende de la propuesta inicial de partida y de los movimientos utilizados. También se llaman heurísticas de búsqueda local voraz o de descenso de máximo gradiente.

En primer lugar, se analizan los movimientos empleados tanto en las heurísticas de búsqueda local como en otras metaheurísticas. Posteriormente, se repararán algunos trabajos que han empleado los métodos de mejora local para resolver el problema VRPTW.

### **4.5.2.1 Taxonomía de los operadores de cambio**

Los operadores de mejora local aplicables al VRPTW generan un entorno asociado a cada solución de partida, dentro del cual se encuentra un mínimo relativo. Estos mecanismos de cambio pueden dividirse en dos grandes grupos: el primero de ellos se caracteriza porque dichas variaciones son pequeñas, simples y rápidas de computar. En el segundo se encuentran otros más elaborados, que precisan de mayor esfuerzo de cálculo.

Los movimientos que suponen cambios simples se basan normalmente en intercambios de arcos de la solución actual. Estas permutas pueden ocurrir dentro de una ruta o entre varias de ellas. El operador más genérico de cambio entre dos itinerarios es el que intercambia  $\lambda$  arcos " *$\lambda$ -exchange*", sin embargo, este mecanismo es también aplicable a una misma ruta o a un conjunto de ellas.

Se han clasificado los movimientos atendiendo al número de rutas que se ven implicadas. Se ha introducido, asimismo, una nomenclatura que aporte cierto orden y transparencia a los posibles movimientos.

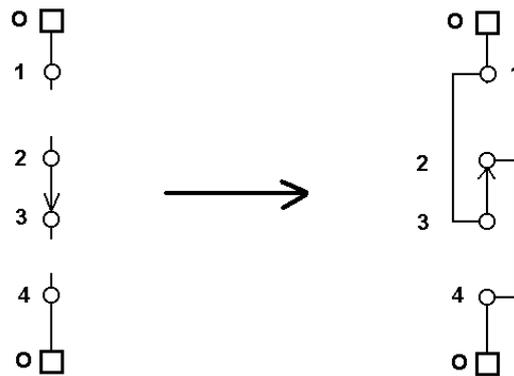
#### **4.5.2.1.1 Movimientos dentro de una ruta**

Se describen en este apartado movimientos posibles en el seno de una ruta, sin interferencia de nodos procedentes de otras.

##### **4.5.2.1.1.1 Intercambios *k-opt***

Una de las técnicas más conocidas de mejora de rutas se basa en los intercambios *k-opt* de Lin (1965). Consiste en eliminar  $k$  enlaces del itinerario actual y reemplazarlos para crear una nueva ruta. La solución obtenida en el

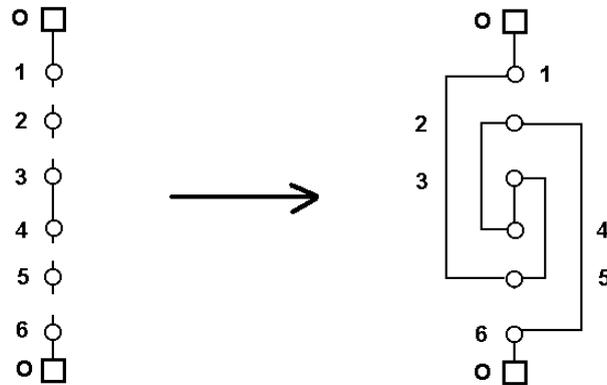
entorno de una solución inicial con este método se denomina *k-óptima*. Normalmente la dimensión del entorno de un movimiento *k-opt* es  $O(n^k)$ . En especial, los cambios *2-opt* han sido utilizados frecuentemente para encontrar mejores rutas. Desgraciadamente, este tipo de movimientos no funcionan demasiado bien con las ventanas temporales, pues no se conserva la orientación de las rutas. La figura 4.3 ilustra un cambio *2-opt*. En este ejemplo, los enlaces (1,2) y (3,4) se reemplazan por los (1,3) y (2,4). Como los clientes se ordenan en función de sus ventanas temporales, de modo que se atienden en primer lugar los clientes que presentan horarios de servicio tempranos, un cambio en la secuencia normalmente provoca soluciones no factibles.



**Figura 4.3.** Movimiento *2-opt*: cambio de los enlaces (1,2) y (3,4) por (1,3) y (2,4).

#### 4.5.2.1.1.2 *Movimiento 1-swap*

Se trata de intercambiar dos nodos de la misma ruta. A diferencia del *2-opt*, se conserva la orientación de los segmentos que no se han visto alterados, lo cual favorece la resolución de problemas con ventanas temporales, como se ha explicado anteriormente.



**Figura 4.4.** Movimiento 1-*swap*: intercambio en la secuencia de los nodos 2 y 5.

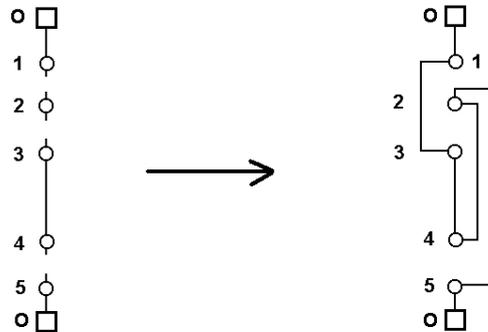
#### 4.5.2.1.1.3 *Movimiento 1-swap\**

Es un movimiento empleado en la tesis, que es un caso particular del 1-*swap*, en el cual el intercambio en la posición de dos nodos sólo ocurre si éstos son contiguos en la ruta. En la Figura 4.4 los nodos 3 y 4 coinciden. Esta simplificación reduce las posibilidades en la diversificación de la búsqueda, sin embargo, aumentan las probabilidades de éxito ya que tienden a alterar en menor medida las restricciones de las ventanas temporales.

#### 4.5.2.1.1.4 *Movimiento 1-relocate*

El movimiento 1-*relocate* implica el salto de un nodo a otra posición dentro de su misma ruta.

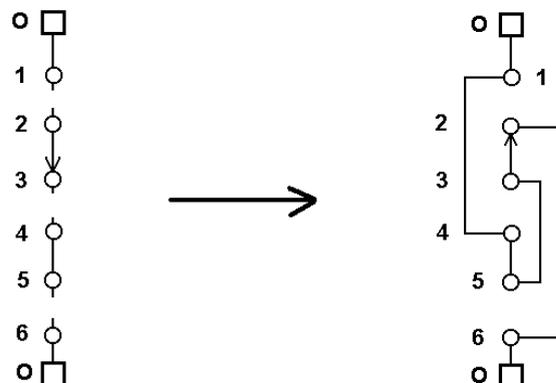
El problema de las rutas de vehículos con restricciones de horario en el servicio: VRPTW



**Figura 4.5.** Movimiento 1-*relocate*: salto del nodo 2 e inclusión entre el 4 y 5.

#### 4.5.2.1.1.5 *Movimiento IOPT*

Este operador fue propuesto por Bräysy (2001) generalizando el movimiento Or-opt para el caso de una sólo ruta. Se trata de cambiar un tramo dentro de una ruta, aunque en este caso, con un cambio en el sentido de avance. Este operador tiene éxito cuando los dos nodos se encuentran próximos y las ventanas temporales son suficientemente holgadas como para no provocar una ruptura.



**Figura 4.6.** Movimiento IOPT: Cambio en la dirección del nodo 2 al 3.

#### **4.5.2.1.2 Movimientos entre dos rutas**

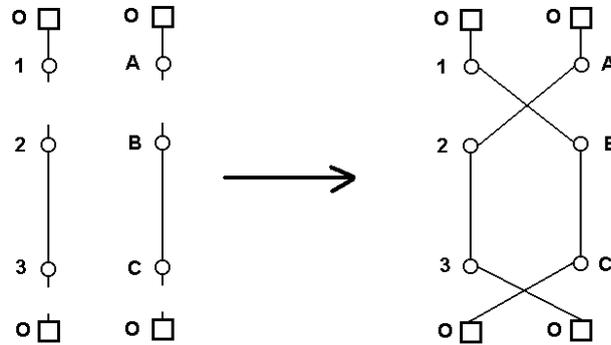
Este tipo de movimientos tiene lugar entre los nodos de dos rutas distintas.

##### **4.5.2.1.2.1 Movimiento $l$ -exchange**

Los cambios  $\lambda$ -exchange se emplearon por Osman y Christofides (1989). Un segmento que contiene un número menor o igual a  $\lambda$  clientes de una ruta se intercambia por otro análogo de otra. Así, el 2-exchange evalúa los siguientes movimientos: (1,0), (0,1), (1,1), (0,2), (2,0), (2,1), (1,2) y (2,2). Los operadores que se describen a continuación serían casos particulares de éste.

##### **4.5.2.1.2.2 Intercambios 2-opt\***

Cuando existen varias rutas, es posible intercambiar los enlaces de forma que éstos pertenezcan a dos itinerarios distintos. En este caso los primeros clientes de la primera ruta se unen a los últimos clientes de la segunda y viceversa. Estos intercambios se llaman 2-opt\* (Potvin y Rousseau, 1995). De esta forma se conserva la orientación en las trayectorias, pues la introducción de clientes con ventanas temporales tardías de una ruta se enlazan con aquellos de la otra que las tienen más tempranas. Ello favorece que las soluciones resultantes sean factibles. La dimensión del entorno es  $O(n^2)$ .



**Figura 4.7.** Movimiento 2-opt\*: cambio de los enlaces (1,2) y (3,4) por los (1,4) y (3,2).

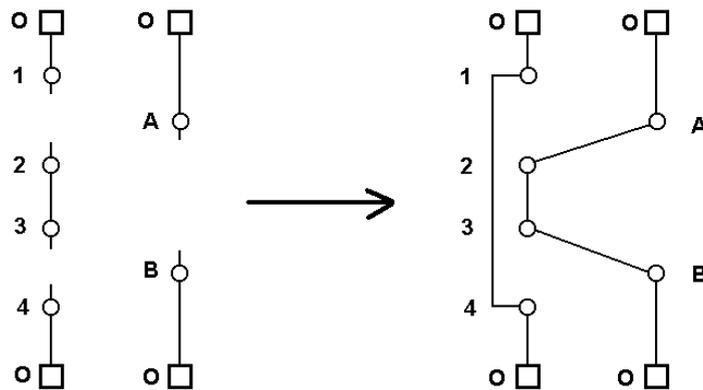
#### 4.5.2.1.2.3 Intercambios 2-opt\*\*

Es un caso particular del 2-opt\*, empleado por Yepes y Medina (2002a, 2002b), en el que el enlace que se intercambia en ambas rutas tiene el mismo número de orden. En este caso, las dos rutas mantienen los enlaces originales, hasta el nodo  $i$ , y a partir de allí, el vehículo que realizaba la primera ruta pasa a la segunda, y viceversa. Al ser un caso restringido del 2-opt\* presenta el inconveniente de restringir el tamaño del entorno, sin embargo, se evitan los casos poco probables, en el sentido que una ruta que rompa su enlace tras recorrer gran parte de sus nodos, no es presumible que pueda enlazar de forma factible con los primeros clientes de otro itinerario.

#### 4.5.2.1.2.4 Intercambios Or-opt

Or (1976) propuso un tipo de intercambio que considera la cadena de uno, dos o tres clientes consecutivos de una solución y la mueve a otro lugar dentro de la misma ruta o incluso de otra. Los cambios *Or-opt* son un subconjunto de los 3-

*opt*, y constituyen una herramienta muy eficaz para los problemas con ventanas temporales. La dimensión del entorno baja de  $O(n^3)$  a  $O(n^2)$ . En la Figura 4.8 se puede observar cómo no se cambia el sentido de los diferentes tramos con estos movimientos.

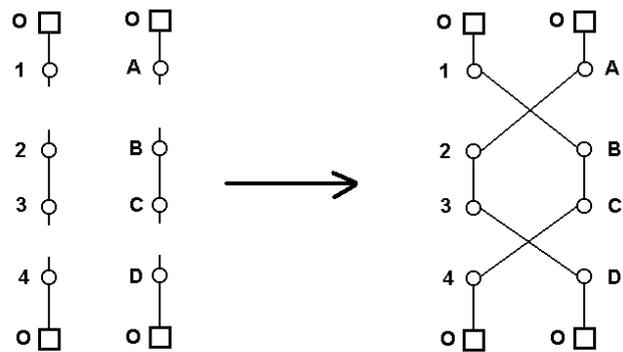


**Figura 4.8.** Movimiento *Or-opt*. Extracción del tramo (2,3) de la primera ruta e inclusión entre A y B de la segunda.

#### 4.5.2.1.2.5 Intercambio CROSS

El método de intercambio denominado como *cross* se introdujo en Taillard *et al.* (1995) y supone una generalización de los métodos *2-opt\** y *Or-opt* que, además, mantiene la orientación de las rutas, lo cual favorece la solución de problemas con ventanas temporales. Uno de los inconvenientes de este movimiento es su complejidad. Suponiendo que  $n$  clientes están distribuidos en  $m$  rutas, la complejidad es  $O(n^4/m^2)$  (Taillard *et al.*, 1997). Como el entorno es muy amplio, Taillard *et al.* (1995) propusieron, para reducir su dimensión y aumentar la velocidad en la evaluación, limitar las permutas a segmentos de ruta que no sean superior a  $L$  (usando  $L=7$  como limitación estándar).

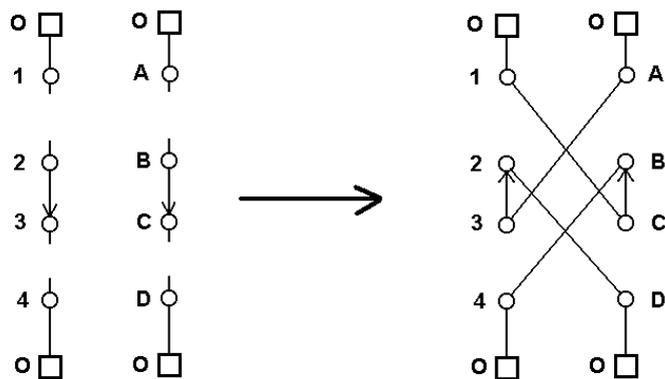
También es posible realizar los intercambios con dentro de una sola ruta, lo cual significa una generalización del operador 1-*relocate*.



**Figura 4.9.** Movimiento CROSS.

#### 4.5.2.1.2.6 **Movimiento ICROSS**

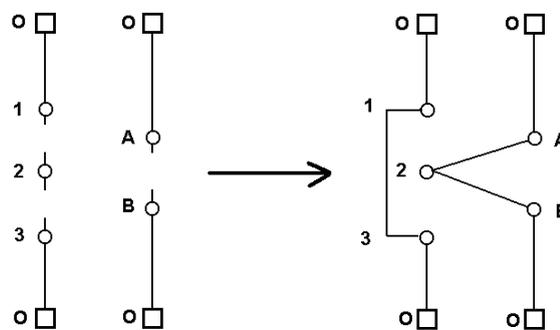
Es una generalización del operador CROSS empleada por Bräysy (2001). En este caso, existe un cambio en la orientación de ambos segmentos intercambiados. El movimiento tiene éxito cuando las ventanas temporales son lo suficientemente amplias y los nodos están tan próximos que permiten el cambio sin provocar rupturas.



**Figura 4.10.** Movimiento ICROSS.

#### 4.5.2.1.2.7 Movimiento 2-relocate

El operador *2-relocate* (Gendreau, Herz y Laporte, 1991) hace saltar al cliente de una ruta a otra. Potvin y Bengio (1996) denominaron a este movimiento 1M (*One-Level Exchange*).

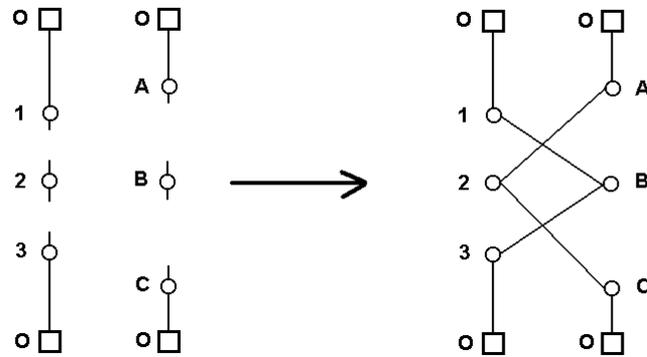


**Figura 4.11.** Movimiento *2-relocate*: salto del nodo 2 de una ruta a otra.

#### 4.5.2.1.2.8 Movimiento 2-swap

El movimiento *2-swap* (Gendreau, Herz y Laporte, 1991) intercambia dos clientes entre dos rutas, es por tanto una generalización del *1-swap* para dos rutas. Es un caso particular del movimiento *cross* cuando los segmentos que se intercambian se reducen a la unidad. También puede considerarse dos movimientos *relocate* seguidos entre dos rutas.

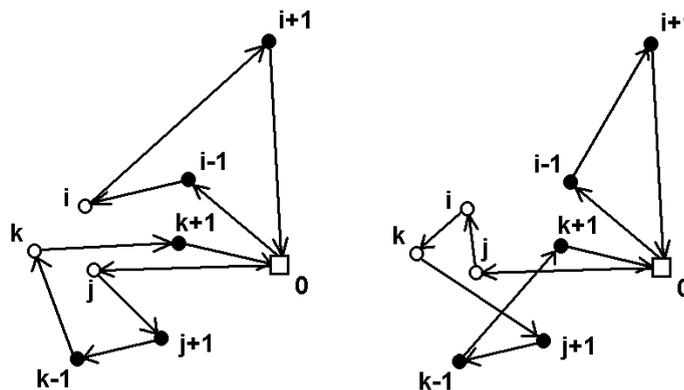
El problema de las rutas de vehículos con restricciones de horario en el servicio: VRPTW



**Figura 4.12.** Movimiento 2-*swap*: intercambio de los nodos 2 y B.

#### 4.5.2.1.2.9 Movimiento GENIUS

El operador GENIUS (Gendreau, Hertz y Laporte, 1992) constituye una modificación del *2-relocate*, en el cual el cliente que salta a otra ruta, se inserta entre los dos nodos que están más cercanos a él, incluso si éstos no son consecutivos.



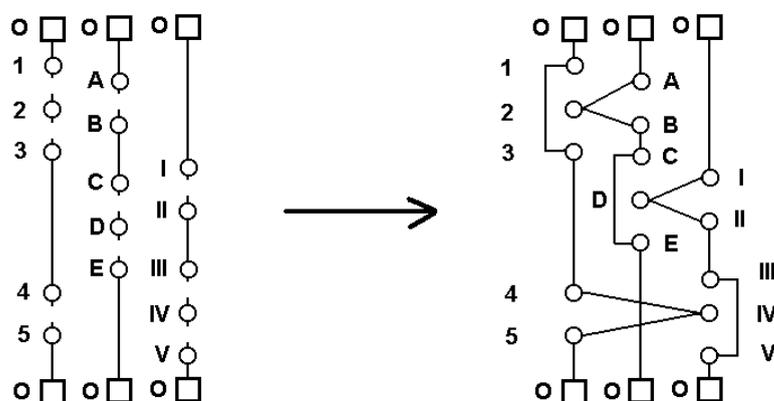
**Figura 4.13.** Movimiento GENIUS: el nodo  $i$  se introduce entre el  $j$  y  $k$ , que son los más próximos de la otra ruta.

### 4.5.2.1.3 Movimientos entre tres rutas

Se describen a continuación los movimientos establecidos entre tres rutas distintas.

#### 4.5.2.1.3.1 Movimiento 3-swap

El movimiento hace saltar un nodo a una segunda ruta, de la cual salta otro para incorporarse a una tercera. La tercera cede un nodo a la primera. Se mantienen el número de nodos en todas las rutas, así como las orientaciones de los segmentos no alterados.



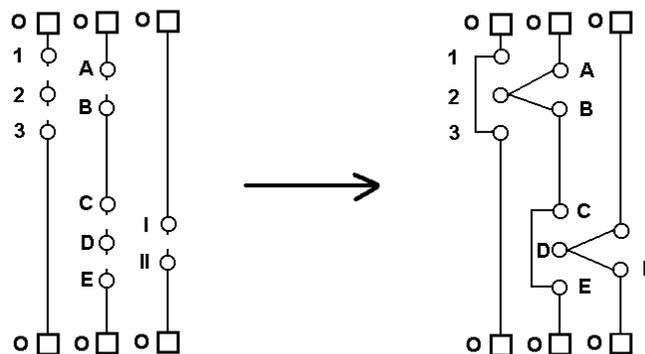
**Figura 4.14.** Movimiento 3-swap: salto de los nodos 2, D y IV.

#### 4.5.2.1.3.2 Movimiento 3-relocate

Con el movimiento 2-relocate el cliente se mueve de una ruta a otra, sin embargo puede ser difícil añadir este cliente en la nueva ruta debido a las restricciones de capacidad y de ventanas temporales. El operador 3-relocate hace

saltar un cliente de la ruta que va a recibir a primero. Este movimiento se utilizó en Potvin y Bengio (1996) como mutador en su algoritmo genético para resolver el problema VRPTW. Allí fue denominado como 2M “*Two-Level Exchange*”.

Bräysy (2001) ha empleado una variante de este operador, en el cual el nodo que salta de una ruta queda incomunicado hasta que se intenta colocar algún otro en la ruta de la cual ha salido. Posteriormente se coloca el primero en algún otro itinerario. Esta estrategia le ha servido para reducir el número de rutas eficazmente.

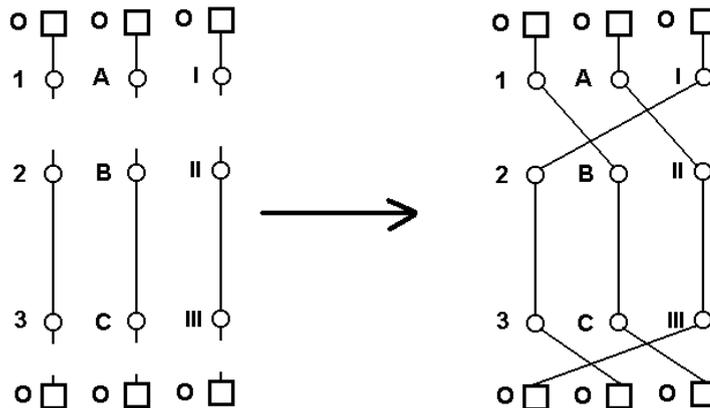


**Figura 4.15.** Movimiento *3-relocate*: Salto del nodo 2 de la primera a la segunda ruta, y del D de la segunda a la tercera.

#### 4.5.2.1.3.3 *Movimiento 3-opt\**

Es un movimiento empleado en la tesis, que es una generalización del *2-opt\**. En este caso los primeros clientes de la primera ruta se unen a los últimos nodos de la segunda, los primeros de la segunda a los últimos de la tercera y los primeros de la tercera a los últimos de la primera. Así se conserva la orientación en las trayectorias, pues la introducción de clientes con ventanas temporales

tardías de una ruta se enlazan con aquellos de la otra ruta que las tienen más tempranas. Ello favorece que las soluciones resultantes sean factibles.



**Figura 4.16.** Movimiento 3-*opt*\*.

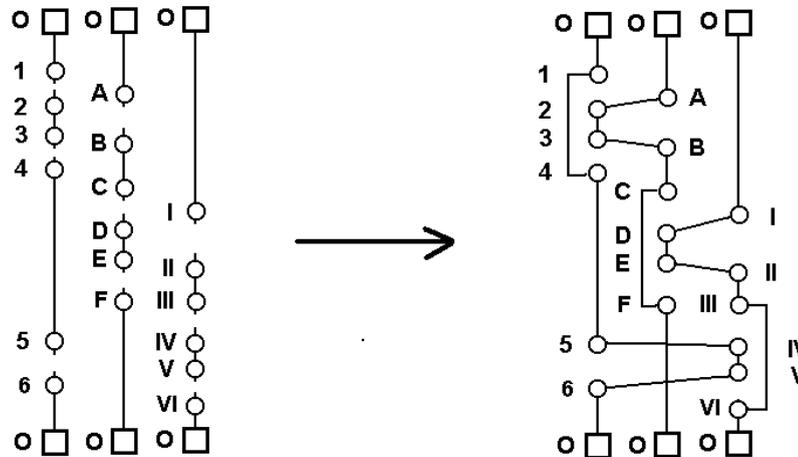
#### 4.5.2.1.4 Otros movimientos

En ocasiones el entorno definido por un cliente junto con el operador requiere de movimientos algo más complejos, o bien distintos a los intercambios de nodos o enlaces dentro de una, dos o más rutas. Se describen algunos de estos movimientos a continuación.

##### 4.5.2.1.4.1 Transferencias cíclicas

El procedimiento de las transferencias cíclicas (Thompson y Psaraftis, 1993), consiste en trasladar simultáneamente  $k$  nodos entre un conjunto  $r$  de rutas. Es un caso que generaliza al 3-swap.

El problema de las rutas de vehículos con restricciones de horario en el servicio: VRPTW



**Figura 4.17.** Transferencias cíclicas: se mueven 2 nodos entre 3 rutas.

#### **4.5.2.1.4.2 Reconstrucción de soluciones**

En la Figura 2.2 puede observarse el mecanismo de reconstrucción de soluciones. Se puede considerar como un operador complejo, donde una vez se ha desconectado un número de nodos de la solución actual, se vuelven a enlazar en aquellas posiciones que resulten más ventajosas, siguiendo un procedimiento voraz.

#### **4.5.2.1.4.3 Salto secuencial**

El salto secuencial “*shift-sequence*” (Schulze y Fahle, 1999) trata de eliminar un nodo de una ruta e incorporarlo a una nueva posición de cualquier otra ruta, ensayando todas las opciones. Si alguna de ellas es factible, se permite el movimiento y se continúa hasta que sea posible.

Una versión del salto secuencial es el algoritmo de reconstrucción de rutas, enumerado a continuación, en el caso de que la destrucción de la solución sea la desconexión de un solo nodo y su incorporación a cualquier otro lugar.

#### **4.5.2.1.4.4 Reductor de rutas**

Es un operador (RedR) que se ha introducido en la tesis cuyo objetivo principal es la reducción, en la medida de lo posible, del número de rutas. Para ello, se selecciona aquel itinerario con un mejor número de nodos. Seguidamente, se desconectan estos nodos y se asignan, uno a uno, a aquellas rutas y lugares que maximizan la función objetivo, incluyéndose el caso del inicio de un nuevo recorrido.

#### **4.5.2.1.4.5 Intercambio de vehículos**

Este operador (CVR) se ha empleado en la tesis para los problemas de flotas heterogéneas. Se trata de intercambiar los vehículos que realizan dos rutas distintas.

#### **4.5.2.1.4.6 Sustitución de vehículos**

También se ha utilizado en la tesis para abordar los problemas con flotas heterogéneas. En este caso (CV), se sustituye el vehículo que realiza una ruta por otro que no está, en ese momento, empleándose en ninguna de ellas.

#### **4.5.2.2 Heurísticas de mejora local**

Russell (1977) presenta uno de los trabajos más tempranos para el VRPTW con una heurística de mejora  $k$ -óptima. El procedimiento llamado  $M$ -Tour es efectivo cuando existen pocos clientes con restricciones temporales. Se encontró una solución para un problema de 163 clientes, de los cuales el 15% tenía limitaciones en los horarios de servicio.

Savelsbergh (1986, 1990, 1992) y Solomon, Baker y Schaffer (1988) han propuesto algoritmos eficientes para acelerar la investigación con soluciones no viables y la evaluación de la función objetivo.

Baker y Schaffer (1986) realizaron un estudio sobre los procedimientos de mejoras de rutas. En la fase de construcción de soluciones se utilizaron algoritmos tales como la de la inserción del vecino más cercano en el tiempo y otros tres basados en la inclusión más económica con diferentes funciones de coste. Los costes incluían componentes tales como la distancia y el incremento en los tiempos de llegada o de espera. Los movimientos que consideraron son generalizaciones para el problema VRPTW del 2-opt y 3-opt, tanto para intercambios dentro o fuera de cada ruta. Los autores concluyen que las mejores soluciones encontradas son aquellas que partieron de una buena propuesta inicial. También observaron que las inserciones más económicas suelen mejorar los criterios de inclusión del vecino más cercano. Otra observación fue la de que menos del 10% de las mejoras eran compatibles con un cambio en la orientación de una secuencia de dos o más clientes.

Van Landeghem (1988) propone una heurística basada en el algoritmo de ahorros de Clarke y Wright (1964), que introduce el intervalo de servicio en la función de coste que evalúa la bondad de un enlace entre dos clientes. Se

considera tanto la posición relativa como la anchura de la ventana temporal. Al final, los resultados se mejoran reinsertando los clientes.

Thompson y Psaraftis (1993) proponen un método basado en el concepto de  $k$ -transferencias cíclicas. Dado un número entero fijo  $k$ , se trata de trasladar simultáneamente  $k$  clientes de una ruta  $i$  a otra  $i^{(j)}$  para cada  $j$ . El conjunto de rutas  $\{r\}$ ,  $r=1, \dots, m$  constituye una solución factible y  $\delta$  una permutación cíclica de un subconjunto  $\{1, \dots, m\}$ . Otra posibilidad considera diferentes valores de  $k$  para cada ruta.

Potvin y Rousseau (1995) comparan diferentes movimientos para el VRPTW (2-opt, 3-opt y Or-opt) e introducen uno nuevo, el 2-opt\*. Los autores muestran cómo esta combinación entre los operadores Or-opt y 2-opt\* son especialmente potentes. Empezando con la solución inicial obtenida con el procedimiento de Solomon (1987), se trata de alternar los dos movimientos de forma que cuando con uno de ellos se ha llegado a un óptimo local, se cambia al otro.

#### 4.5.3 Heurísticas mixtas

Las heurísticas mixtas incorporan algoritmos de mejora en la construcción de soluciones.

Kontoravdis y Bard (1995) idearon una heurística GRASP (procedimiento ávido de búsqueda adaptativa aleatoria) que promueve rutas iniciales en paralelo que se mejoran con procedimientos de búsqueda local.

Antes y Derigs (1995) propusieron un procedimiento de construcción en paralelo que mejora simultáneamente la solución. Aplican un concepto de

“negociación” entre rutas y nodos. Primero cada cliente no insertado envía una propuesta a la ruta que requiere un precio (coste) más bajo. Después, cada ruta elige la opción más interesante. Una vez se ha construido una solución viable, se elimina uno de sus recorridos y se aplica la transacción descrita. Los autores, proponen, a su vez, un proceso de optimización posterior, donde los clientes menos eficientes son los primeros en saltar de las rutas, incorporándose en otras siguiendo el procedimiento ya mencionado. Cuando es imposible asignar un cliente a una ruta, entonces el algoritmo crea una nueva específica para él.

Russell (1995) desarrolló un procedimiento similar al de Potvin *et al.* (1993) que mejora las rutas durante su construcción en paralelo. La diferencia estriba en el criterio de selección de los clientes que originan los itinerarios y el orden de inserción posterior. En este caso, se proponen  $N$  nodos ficticios aprovechando el procedimiento de Fisher y Jaikumar (1981). Se recurre a tres reglas para seleccionar el cliente que debe ser insertado a continuación: el cierre de la ventana temporal más temprano, la distancia más alejada del depósito y el ancho del horario de inicio del servicio aumentado por su distancia a la base. A continuación se aplica el algoritmo de mejora de Christofides y Beasley (1984). Así se superan algunas dificultades con las que la búsqueda local tropieza tras construirse las rutas. Durante la construcción se proponen intercambios de nodos entre distintos itinerarios y la eliminación de rutas. Russell concluye que el entorno obtenido por en el movimiento propuesto por Christofides y Beasley (1984) proporciona mejores soluciones que los  $k$ -opt.

Prosser y Shaw (1996) comparan diferentes combinaciones de cuatro heurísticas de mejora dentro de una estrategia de aceptación del mejor del entorno. Los operadores empleados son 2-opt para movimientos dentro de una ruta, y los *relocate*, *swap* y *cross* para movimientos entre rutas. Aquí no se construye una solución que posteriormente se perfecciona. Se emplea un vehículo virtual, capaz de visitar a todos los clientes, pero con un coste superior al de los

vehículos reales. Se parte de una ruta con dicho vehículo y luego se van incluyendo los reales hasta que desaparece el primero. La función de coste es la distancia total recorrida. El coste de la visita realizada por el vehículo supuesto es  $\alpha_1(d_{0i}+d_{i0})+\alpha_2$  donde  $d_{ij}$  es la distancia entre clientes y 0 es el depósito. Los resultados obtenidos son sorprendentemente buenos, indicando que una mezcla de movimientos, incluso dentro de un esquema de búsqueda de máximo gradiente favorece la excelencia de los resultados. Sin embargo, se detecta una elevada sensibilidad de la calidad de las soluciones con los parámetros de coste. El movimiento que proporciona mejores resultados es el *relocate*. De Backer, Furnon, Prosser, Kilby y Shaw (2000) presentan un trabajo similar en el contexto de la programación condicionada (CP).

Cordone y Wolfler-Calvo (1997) usan ideas similares en el diseño de una heurística mixta, donde la búsqueda local es mejorada jerárquicamente. Primero, con una estructura clásica de cambio 2- y 3-opt se intenta disminuir el número de vehículos pasando todos los clientes de una ruta a otras, de uno en uno. Después se emplea otra heurística para escapar de los óptimos locales, resolviendo el problema con una función objetivo parcialmente modificada. Ésta es justamente la característica más relevante del algoritmo, en el cual se alterna la minimización de la distancia total y la duración total de la ruta cuando se alcanzan los óptimos locales. El método construye un conjunto de soluciones iniciales con el algoritmo de Solomon (1987). Posteriormente se aplica descenso de máximo gradiente con intercambios de 2 y 3 arcos y se elige la mejor solución. El procedimiento de reducción de rutas trata de incluir cada vez un nodo en otro itinerario. Si ello no es posible, se acude al movimiento 3-*relocate*. Para reducir el esfuerzo de cálculo, se utiliza el concepto de “macronudo” con la idea de aglutinar la secuencia de varios nudos como si fuera uno sólo.

Shaw (1997, 1998) emplea el concepto de búsqueda en entornos amplios (LNS), donde, después de la destrucción parcial de la solución actual en aquellos

puntos relacionados de alguna forma (cercanía, pertenencia a la misma ruta, tengan igual demanda o idéntico inicio de su ventana temporal), se reconstruye la solución empleando la programación condicionada (CP) para reinsertarlos óptimamente al mínimo coste.

Caseau y Laburthe (1999) describen un procedimiento que también incluye la reconstrucción con un optimizador local (CP). En este caso, sólo se examina la optimización con un número limitado de movimientos tendentes a reinsertar los nodos desacoplados. Si esta opción es inviable, se acude a un algoritmo exacto empleado para el TSPTW para generar una nueva ruta.

Bräysy (2001) propone una heurística mixta de construcción secuencial de itinerarios inspirada en Solomon (1987) y Russell (1995), pero con criterios distintos en cuanto a la forma de iniciar los recorridos y las mejoras. En este caso, se forman las rutas una tras otra, pero cuando existen  $k$  nodos, el itinerario se reordena con el operador Or-opt. En cuanto a los clientes que inician la ruta, el autor argumenta la sensibilidad en el orden de su elección. Para ello selecciona tres subconjuntos de clientes. El primero está constituido por cuatro nodos: el más alejado del depósito, y los otros tres constituidos por los más distantes a la base y el último seleccionado. En el segundo grupo se incluyen aquellos cuatro clientes más próximos al punto medio del segmento constituido por el polígono dibujado por los vértices del primer grupo. El último de los subconjuntos lo integran los clientes más retirados del almacén, según un criterio adoptado de antemano. Se trata de elegir siempre como cliente que inicia una trayectoria algún punto que pertenezca a cualquiera de los subconjuntos anteriores. Una vez se escoge el destino que da origen a un recorrido, el siguiente se va eligiendo con arreglo a alguna de las siguientes pautas: barrido de acuerdo con un sentido horario o bien el más cercano al último. Por último, se van insertando clientes a las rutas, pero sólo se consideran aquellos nodos más cercanos al último incluido. Asimismo, y como quiera que los nodos más apartados son difíciles de incluir, se les prima con

un parámetro reductor de su distancia, con lo cual se acrecientan las posibilidades de inserción.

## **4.6 Metaheurísticas**

Las metaheurísticas son el corazón del trabajo de investigación más reciente entorno al problema VRPTW. A diferencia de las heurísticas de búsqueda local, que finalizan una vez se ha alcanzado un óptimo relativo, estos métodos tratan de explorar una parcela mayor del espacio de soluciones con el ánimo de acercarse más a la opción óptima del problema.

A continuación se revisan las aportaciones más significativas realizadas con procedimientos metaheurísticos. En un apartado posterior, el 4.7.2, se realiza una comparación de la calidad de los resultados obtenidos y de los tiempos de cálculo que han sido necesarios.

### **4.6.1 Cristalización simulada**

Thangiah *et al.* (1994) proponen una combinación de algoritmos genéticos, cristalización simulada y búsqueda tabú para solucionar el problema VRPTW. Emplean una función de probabilidad no monótona con un operador 2-*interchange*. La temperatura desciende con cada iteración. En el caso de que se haya explorado todo el entorno sin mejoras, se incrementa la temperatura “*reset*” al máximo de la temperatura a la que se encontró la mejor solución, o bien la mitad que se empleó en el último *reset*. Después de R *resets* sin mejora, el algoritmo termina.

Chiang y Russell (1996) describieron tres métodos diferentes de cristalización simulada combinada con la construcción en paralelo de Russell (1995) y empleando un proceso de enfriamiento monótono donde la temperatura de la siguiente iteración es una fracción de la anterior. La primera empleando una versión modificada del mecanismo de intercambio de  $k$  nodos. La segunda utiliza el  $\lambda$ -intercambio propuesto por Osman, con  $\lambda=1$ . La tercera emplea la cristalización simulada con el mecanismo  $\lambda$ -*interchange* que opera dentro de una lista tabú. La calidad de las soluciones obtenidas por los métodos anteriores son similares.

Tan, Lee y Zhu (2000) desarrollaron un procedimiento de cristalización simulada rápido basado en movimientos *2-interchange* con la estrategia de elegir al mejor del entorno y un esquema de enfriamiento monótono. Después de alcanzarse la temperatura final, se provocan recalentamientos y se reinicia el proceso. La propuesta inicial se consigue con una variante del criterio de inserción propuesto por Thangiah *et al.* (1994).

Li, Lim y Huang (2001) emplean una metaheurística híbrida basada en la cristalización simulada y en la búsqueda tabú. En primer lugar crean una propuesta inicial con el mejor de los criterios de inserción o de barrido de Solomon (1987) para luego guiar la búsqueda local con una cristalización simulada que, a diferencia de los algoritmos tradicionales, fuerza recomienzos desde la solución actual cuando diversas iteraciones con SA han sido infructuosas. Además, para evitar ciclos, las soluciones ya exploradas se almacenan en una lista tabú.

Bent y Van Hentenryck (2001), conscientes que la disminución del número de vehículos no es posible realizarla minimizando la función de coste directamente, plantean una metaheurística híbrida en dos fases, una basada en la cristalización y simulada y otra en la búsqueda en entornos ampliados LNS. Así, como la reducción progresiva del coste no elimina eficazmente el número de rutas,

idearon un SA previo, para reducir las. En este caso, emplearon una función objetivo alternativa, de tipo jerárquico, donde en primer lugar, el coste más contundente es el relativo al número de rutas; en segundo lugar, a un operador que es la suma de los cuadrados del número de nodos de cada itinerario, y un tercero basado en la tardanza mínima. En la segunda fase se minimiza la distancia total recorrida.

#### **4.6.2 GRASP**

Kontoravdis y Bard (1995) emplean un proceso de búsqueda aleatorio y adaptativo en dos fases (GRASP) para resolver el problema VRPTW. El proceso de construcción comienza con un número inicial  $r$  de itinerarios, añadiendo en cada paso un cliente a alguna de las rutas de acuerdo con un conjunto de reglas adaptativas. La función empleada se basa en la métrica de Solomon (1987) para evaluar el costo de insertar un nodo no asignado a rutas parcialmente construidas, pero modificándola para incluir primero a los clientes con una demanda mayor. Si en algún paso se encuentra un cliente con demanda insatisfecha que no puede insertarse, se crea una nueva ruta. Este método construye soluciones viables a través de una versión aleatorizada del algoritmo de inserción empleado por Potvin y Rousseau (1993). Para aplicar la segunda fase de la heurística, por cada cinco iteraciones de la primera se selecciona la mejor opción construida. La búsqueda local trata de reducir el número de rutas, analizando la posibilidad de que los clientes asignados a ellas sean insertados en otros recorridos.

#### **4.6.3 Búsqueda tabú**

García, Potvin y Rousseau (1994) describen una búsqueda tabú basada en los movimientos 2-opt\* y Or-opt restringiéndolos a los cambios de arcos que están

más cercanos. Se inicia la solución con la heurística de inserción de Solomon (1987). El algoritmo propuesto cambia los movimientos, de forma que si después de utilizar uno no existen mejoras, se cambia al otro y viceversa. Para reducir el número de rutas, el procedimiento trata de eliminar las que presentan menos clientes usando para ello el operador Or-opt. El algoritmo se desarrolla con procesadores en paralelo, dividiéndose el entorno entre ellos. El ordenador principal se encarga de guiar la búsqueda tabú. Después de la exploración, los mejores movimientos de cada procesador se envían al principal.

Thangiah, Osman y Sun (1994) describen una búsqueda tabú empleando los  $\lambda$ -intercambios. Además combinan esta técnica con la cristalización simulada, usando los parámetros del SA para aceptar o rechazar soluciones peores que la actual.

Carlton (1995) formula una búsqueda tabú reactiva que ajusta dinámicamente el valor de sus parámetros según el estado de la búsqueda actual. Este enfoque se ha aplicado a varios tipos de problemas con ventanas temporales. El movimiento empleado es a la vez simple y robusto, consistiendo en que cada cliente salta de su posición actual y se reinserta en otro lugar de la solución. También se empleó la búsqueda tabú reactiva en Barnes y Carlton (1995).

De Backer y Furnon (1997) construyen una propuesta inicial sirviéndose de la heurística de ahorros de Clarke y Wright (1964) y luego una búsqueda tabú junto con técnicas de programación condicionada CP. Su función objetivo ha sido reducir la distancia total recorrida y no el número de rutas.

Badeau, Gendreau, Guertin, Potvin y Taillard (1997) generan, en primer lugar, un conjunto de soluciones iniciales. Posteriormente se crean otras nuevas seleccionando aleatoriamente las mejores rutas. Cuando se elige un itinerario, se

excluyen aquellos otros que ya contienen destinos que han sido visitados. El proceso continúa hasta que quede algún cliente libre, añadiéndolo a la solución con la heurística de inserción de Solomon (1987). La solución se descompone después en grupos de rutas (formados según el ángulo polar y el centro de gravedad). Para cada grupo, se desarrolla una búsqueda tabú empleando un operador de intercambio de segmentos entre rutas. Para forzar al algoritmo a explorar nuevas regiones, se penalizan los cruzamientos ya realizados.

Potvin, Kervahut, Garcia y Rousseau (1996) plantean un algoritmo similar al anterior pero basándose en los movimientos 2-opt\* y Or-opt y la estrategia consistente en aceptar la mejor solución de un entorno. Con la heurística de Solomon (1987) generan la configuración inicial y para ahorrar tiempo de cálculo, sólo se consideran los cambios que enlazan nodos próximos.

Chiang y Russell (1997) desarrollaron una búsqueda tabú reactiva que modifica dinámicamente la lista de los movimientos prohibidos que evitan ciclos. Para ello utilizan el  $\lambda$ -intercambio de Osman (1993), con  $\lambda=1$ . TS se aplica al procedimiento de construcción en paralelo de Russell (1995), que incorpora mejoras durante la generación de varias rutas simultáneamente. Cada vez que se ha incorporado a la solución un 10% de los clientes, se recurre al TS. Para favorecer la diversificación, se penaliza a aquellos nodos que cambian con demasiada frecuencia. La intensificación se basa en la reducción del tiempo de espera de cada cliente, impidiendo incluso el movimiento de aquellos bien colocados. La lista tabú de movimientos no permitidos aumenta si aparecen demasiadas soluciones iguales, y decrece si no se encuentran opciones factibles.

Schulze y Fahle (1999) proponen un TS que emplea cambios sencillos entre clientes y que permite configuraciones intermedias no factibles. Inician su procedimiento con una solución creada con la heurística de inserción de Solomon (1987). El entorno queda definido por el operador de cambio de secuencias de

clientes. Además se emplea un operador que elimina aquellos recorridos con menos clientes tratando de llevarlos a otros itinerarios y también el movimiento Or-opt en cada una de las rutas modificadas.

Taillard *et al.* (1997) emplean una búsqueda tabú para resolver el problema VRPSTW. Las ventanas temporales blandas permiten llegar más tarde de lo permitido y realizar el servicio siempre que exista una penalización por ello. El mismo procedimiento sería válido para el VRPTW cuando el coste adicional al traspasar la hora límite de llegada fuese muy elevado. Los autores proponen el operador *cross*. Las ideas esenciales del método son el empleo de la memoria adaptativa y la descomposición de la solución en subconjuntos disjuntos de rutas - utilizando la coordenada del centro de gravedad de cada ruta -, resolviendo cada uno de ellos independientemente con una búsqueda tabú y construyendo la solución completa juntando las nuevas rutas formadas. La memoria adaptativa está formada por un conjunto de recorridos escogidos de entre las mejores soluciones encontradas hasta el momento. Para iniciar esta memoria, se emplea el algoritmo de Solomon (1987) eligiendo sus parámetros de forma aleatoria. Cada cierto número de iteraciones, se repiten los procesos de descomposición, búsqueda tabú y reconstrucción.

Brandão (1999) describe una búsqueda tabú en dos fases que permite el paso por soluciones no factibles durante la exploración. La propuesta inicial se construye secuencialmente con el algoritmo de inserción del más barato. Posteriormente se perfecciona la propuesta moviendo aleatoriamente clientes a otros lugares de la misma o distinta ruta, o bien intercambiando nodos entre dos itinerarios. Cada vez que se ha mejorado la solución mediante saltos o permutas, las rutas con nuevos clientes se reordenan con una versión del algoritmo GENIUS de Gendreau, Hertz y Laporte (1992). Durante la primera fase se forma una tabla de frecuencias del número de veces que un nodo ha sido movido, y se calcula la

frecuencia media. En la segunda fase, sólo se consideran aquellos clientes cuya frecuencia está por debajo del promedio.

Cordeau, Laporte y Mercier (2000) aplicaron un TS sencillo a los problemas con ventanas temporales. Como característica significativa se encuentra la posibilidad de explorar soluciones no factibles durante la búsqueda. Así, las rupturas se contabilizan en la función de coste, y los parámetros que las definen, se ajustan dinámicamente durante el proceso. Se emplea como operador un simple salto del nodo a otro lugar. Para diversificar la búsqueda, se penalizan aquellas combinaciones entre rutas y clientes que aparecen frecuentemente. Para construir la propuesta inicial, se forma una lista de todos los nodos ordenados según el ángulo formado con el depósito desde un radio arbitrario. Con este orden, se van insertando de forma que se minimice la distancia total recorrida. La mejor solución encontrada después de  $n$  iteraciones se perfecciona aplicando a cada ruta una heurística especializada para el TSPTW de Gendreau, Hertz, Laporte y Stan (1998).

#### **4.6.4 Algoritmos genéticos**

El algoritmo propuesto por Blanton y Wainwright (1993) codifica cada solución como una secuencia de clientes. El procedimiento propuesto es un híbrido entre un GA y una heurística de inserción voraz. Ésta última incorpora los nodos, uno por uno, en las rutas empleando una ordenación *a priori* de los mismos. Bajo este esquema, el GA explora las mejores secuencias de clientes mientras la construcción de la solución factible se va realizando por el algoritmo voraz. Los autores definen operadores genéticos especializados que usan relaciones de precedencias entre los clientes. Por ejemplo se considera que un cliente  $i$  estará delante de otro  $j$  durante la fase de inserción si la ventana temporal de  $i$  acaba antes que la de  $j$ . De este modo, las relaciones se usan por los

operadores para empujar a los clientes con ventanas temporales tempranas hacia los lugares iniciales de los recorridos.

Thangiah (1995) describe un método llamado GIDEON que primero agrupa a los clientes en sectores empleando GA y posteriormente crea una ruta en cada sector usando el algoritmo de inserción de Golden y Stewart (1985). En un paso posterior, las rutas se mejoran usando  $\lambda$ -intercambios. Estos dos procesos se ejecutan un número finito de veces para mejorar la solución. La exploración comienza agrupando a los clientes de acuerdo con sus coordenadas polares, o bien de forma aleatoria. Las trayectorias de búsqueda propuestas aceptan el paso por soluciones inviables penalizándolas. En el método GIDEON cada cromosoma representa un conjunto de posibles esquemas de agrupamiento y la aptitud se basa en los correspondientes costes. Es el único autor que utiliza cromosomas codificados en código binario, y por tanto sería desde un punto de vista conceptual un GA puro.

Potvin y Bengio (1996) proponen un GA denominado GENEROUS que directamente aplica los operadores genéticos a las soluciones. El método empleado se catalogaría como una búsqueda dispersa "*scatter search*" más que como un GA. La propuesta inicial se construye mediante la heurística de inserción de Solomon (1987) y la aptitud es función del número de vehículos y la duración de todas las rutas. La selección es estocástica, con mayor probabilidad hacia las mejores propuestas, para lo cual se emplea una función de tipo lineal (ver la expresión (A.1) del Apéndice 5). Durante la recombinación, dos progenitores se cruzan para generar una nueva solución, que debe ser factible. Se emplean dos operadores de cruzamiento que intentan introducir una ruta de una solución en la del otro progenitor. Un operador específico repara entonces la solución generada para que continúe siendo factible. Las mutaciones tratan de reducir el número de recorridos. Por último, y con el fin de mejorar la solución, se utiliza un mutador basado en el movimiento Or-opt.

Berger, Salois y Begin (1998) definen un GA que trabaja conjuntamente con una heurística de construcción de rutas. La población inicial se crea siguiendo el criterio del nodo más cercano (Solomon, 1987). La calidad de las soluciones pasa por minimizar el número de rutas y la distancia total recorrida. En la selección se escogen las soluciones con una probabilidad que es proporcional a su calidad. El operador de cruzamiento combina iterativamente varias rutas  $r_1$  de la solución padre  $P_1$  con un conjunto de clientes que pertenecen a las  $r_2$  rutas de  $P_2$  más cercanas a las  $r_1$  rutas de  $P_1$ . Un procedimiento específico elimina unos cuantos nodos de  $r_1$ , empleando después la heurística de inserción de Solomon (1987) para incorporar a los nuevos clientes. Los operadores de mutación se orientan a la reducción del número de recorridos de la solución en aquellas donde existan pocos nodos.

Bräysy (1999) amplía el trabajo de Berger *et al.* (1998) proponiendo cinco operadores de cruzamiento y cuatro de mutación. El autor concluye que la mejor estrategia consiste en crear una población inicial lo más diversa posible que contenga algunos individuos con aptitudes muy altas.

Berger, Barkaoui y Bräysy (2001) han propuesto recientemente la resolución del problema VRPTW con dos poblaciones que trabajan en paralelo. La primera trata de reducir al máximo la distancia total recorrida, y la segunda trata de minimizar las restricciones temporales en el caso de ruptura. Se introducen operadores genéticos novedosos que incorporan técnicas de búsquedas en entornos amplios y sistemas de hormigas.

### 4.6.5 Estrategias evolutivas

Homberger y Gehring (1999) han propuesto dos estrategias evolutivas para el problema VRPTW. Ambas se basan en la estrategia  $(\mu, \lambda)$ . En el primer método ES1, los nuevos individuos se generan directamente mediante mutaciones y no a través de cruzamiento. Estas mutaciones se generan con uno o varios movimientos Or-opt, 2-opt\* y  $\lambda$ -intercambios. En el segundo método, ES2, los descendientes aparecen mediante un procedimiento de recombinación de tres individuos en dos etapas. La población se genera estocásticamente usando el algoritmo de ahorros de Clarke y Wright (1964). A lo largo de la evolución, la aptitud primero favorece a las soluciones que utilizan menos vehículos, y después a aquellas con menor distancia total recorrida. La solución que finalmente se elige es la mejor de ambas estrategias.

Bräysy, Berger y Barkaoui (2000) describen un método evolutivo híbrido en dos fases basado en un algoritmo genético que emplea diversos procedimientos de búsqueda local y heurísticas de construcción inspiradas en Solomon (1987) y Taillard *et al.* (1997). En la primera fase se basan en Berger *et al.* (1998) para crear una solución viable. El algoritmo evolutivo se emplea en la segunda fase eligiendo aleatoriamente un par de rutas y aplicando, también de forma aleatoria, un operador de mejora local o de construcción de rutas. Finalmente, la descendencia sufre una mutación. Para escapar de mínimos locales, los arcos más largos que la media se penalizan si su aparición es frecuente durante la búsqueda.

### 4.6.6 Búsqueda dispersa

La búsqueda dispersa constituye una generalización de los algoritmos genéticos, como ya se indicó en el capítulo 4. De este modo, varios de los trabajos

referenciados como GA, pertenecerían a este grupo de metaheurísticas, aunque sus autores no los cataloguen bajo esta denominación.

Rochat y Taillard (1995) emplean la memoria adaptativa como un elemento clave de la búsqueda dispersa. Para ello, en primer lugar generan un conjunto de soluciones iniciales con procedimientos basados en la búsqueda tabú. Luego se ordenan todas y cada una de las rutas generadas por el conjunto de las soluciones en función del mérito de la función objetivo. Posteriormente se elige, con una probabilidad creciente con el valor de la función objetivo, una ruta de la memoria. Se descartan aquellos itinerarios con nodos presentes en la primera ruta y se continúan incorporando otras hasta que no es posible incluir trayectos con más de un cliente. Los nodos inconexos se insertan en los caminos anteriores. Posteriormente se post-optimiza la solución construida, y una vez se alcanza el óptimo relativo, se incorporan los nuevos recorridos a la memoria adaptativa. Este proceso se repite un número de veces elegido de antemano.

#### **4.6.7 Sistemas de colonias de hormigas**

Los antecedentes de los sistemas de colonias de hormigas en la resolución de problemas de distribución hay que buscarlos en Corloni *et al.* (1991) y Dorigo *et al.* (1996) aplicados al TSP. El problema VRPTW ha sido resuelto por Gambardella, Taillard y Agazzi (1999) empleando la semejanza del comportamiento de estos insectos (ACO). Introdujeron la cooperación de diferentes colonias que buscan independientemente maximizar su función objetivo para solucionar los problemas de optimización con múltiples objetivos. En este caso, se valieron de dos hormigueros artificiales que colaboraban jerárquicamente mediante el intercambio de información en la actualización de las feromonas. El primero intenta reducir el número de vehículos, mientras que el segundo lo hace con la distancia total recorrida. Se adoptan dos métricas asociadas a cada arco, la

atracción  $N_{ij}$  y el rastro de feromonas  $T_{ij}$ . Las rutas se construyen probabilísticamente con el criterio del vecino más cercano, es decir, el cliente a insertar no siempre es el mejor de acuerdo con  $N_{ij}$  y  $T_{ij}$ . Los rastros se restablecen tanto localmente como de forma global. El efecto de la actualización local es el cambio dinámico de la atracción de los arcos: cada vez que una hormiga utiliza un trayecto, la cantidad de feromona asociada decrece y se vuelve menos atractivo. Por otra parte, la reinicialización global intensifica la búsqueda en las inmediaciones de la mejor solución encontrada. Cada hormiga artificial construye una solución factible distinta y la atracción  $N_{ij}$  se evalúa considerando la distancia entre los nodos, la ventana temporal del nodo y las veces que dicho cliente no ha estado incluido en la solución. Además, para mejorar la calidad de las soluciones se utilizan los intercambios CROSS de Taillard *et al.* (1997).

#### **4.6.8 Búsqueda en entornos amplios**

Shaw (1997, 1998) aplicó la búsqueda en entornos amplios “*Large Neighborhood Search, LNS*” en la resolución del problema VRPTW. Este procedimiento es un algoritmo voraz que no intenta escapar del óptimo local, sino que construye un entorno mucho más grande que contenga soluciones de mayor calidad. La propuesta inicial está formada por tantas rutas como clientes. En el método presentado, una parte de una solución se extrae y se reinserta dentro de otra solución parcial empleando un procedimiento de búsqueda casi completo, basado en la Programación Restringida (CP). Si la re inserción genera una solución mejor, entonces ésta se conserva. El proceso se repite hasta que se cumple un cierto criterio de parada.

Recientemente, Bent y Van Hentenryck (2001) también han recurrido a la idea del LNS de Shaw (1998) en la segunda fase de su metaheurística, donde la

previa fue reducir el número de rutas con SA y una función objetivo jerarquizada, tal y como se ha descrito en un punto anterior.

La búsqueda en entornos amplios puede considerarse como una reconstrucción de soluciones, donde la inserción de los nodos desconectados se realiza con algoritmos exactos.

#### **4.6.9 Búsqueda en entornos variables**

Rousseau, Gendreau y Pesant (2000) proponen un procedimiento de descenso con entornos variables al estilo del formulado por Mladenovic y Hansen (1997), dentro de una metaheurística basada en la programación condicionada (CP). El primer operador se basa en el presentado por Shaw (1998). En primer lugar se desconectan aleatoriamente un subconjunto de nodos con cierta predisposición hacia aquellos que generan las rutas más largas. Posteriormente aquellos clientes con horarios de servicio más estrechos se insertan usando el esquema CP con varios operadores: una versión del algoritmo GENIUS de Gendreau *et al.* (1992), un reductor de rutas de saltos consecutivos, y un tercer operador SMART que remueve clientes basándose en pivotes, de una forma similar a la reconstrucción de soluciones con destrucción radial.

Bräysy (2001a, 2001b) emplea cuatro operadores dentro de un esquema de búsqueda con entornos variables. Como variante al método general, se admite el cambio en cuanto se tropieza con una solución mejor a la anterior, frente a la exploración exhaustiva de las inmediaciones. También se introduce una variante adaptativa al VNS que el autor denomina como *Reactive Variable Neighborhood Search* (RVNS), en la cual, cuando no se alcanzan soluciones mejores, se modifican los parámetros que determinan el coste. La estrategia trata de encontrar óptimos locales para cada función objetivo, quedándose con aquella que

realmente le interesa a efectos de reducir el número de rutas y las distancias totales.

#### **4.6.10 Búsqueda local guiada**

La búsqueda local guiada propuesta por Kilby, Prosser y Shaw (1999) para solventar el problema VRPTW se apoya en la memoria de lo sucedido durante el trayecto de exploración, lo cual constituye un enfoque compartido con la búsqueda tabú. El procedimiento trabaja modificando la función objetivo con una penalización basada en la proximidad del movimiento al óptimo local, para favorecer así la diversificación. El método se sirve de cuatro movimientos: 2-opt dentro de un itinerario, permuta de un nodo de una ruta a otra, intercambio de clientes de dos recorridos e intercambio en los finales de dos rutas (2-opt\*). Al principio todos los clientes se asignan provisionalmente a un vehículo virtual. Debido a que una penalización se asocia a las visitas que no se han consumado, la solución factible se construye minimizando los costes. El algoritmo de búsqueda guiada empieza con esta solución y desarrolla una serie de movimientos hasta que se alcanza un mínimo local. La función objetivo se modifica entonces añadiendo un término que penaliza la presencia de los arcos empleados en la solución. La búsqueda simplemente se itera hasta encontrar un nuevo mínimo relativo con un criterio de parada.

De Backer, Furnon, Killby, Prosser y Shaw (2000) presentan técnicas de mejoras iterativas dentro de un esquema de programación condicionada (CP). Para evitar los óptimos relativos emplean la búsqueda tabú y la búsqueda local guiada. CP sólo se utiliza, en este caso, para validar la factibilidad de las soluciones encontradas. La búsqueda GLS es similar a la planteada por Kilby *et al.* (1999).

#### **4.6.11 Búsqueda local iterada**

Ibaraki, Kubo, Masuda, Uno y Yagiura (2001) han propuesto recientemente tres métodos para resolver el problema VRPTW. El primero consiste en una búsqueda local con comienzos múltiples *multi-start local search* (MLS), donde se crean aleatoriamente soluciones iniciales y se mejoran, eligiéndose la mejor. El siguiente se fundamenta en una búsqueda local iterada ILS, donde se generan soluciones iniciales a partir de otras que fueron óptimos relativos, con una perturbación aleatoria del operador *cross*. Por último, el tercer método consiste en una búsqueda local adaptativa, donde se construyen nuevas soluciones con fracciones de otras de calidad almacenadas anteriormente.

#### **4.6.12 Algoritmos de destrucción y reconstrucción**

Schrimpf *et al.* (2000) propusieron el empleo de la heurística de reconstrucción de soluciones para el problema VRPTW. El principio de construcción y reconstrucción permite un movimiento y un entorno amplio adecuado a aquellos problemas combinatorios complejos, sometidos a fuertes restricciones, donde es difícil generar opciones viables y donde, asimismo, la topología del espacio de soluciones es discontinua. Los autores eligieron este problema por cumplir estas características y porque, además existe una larga experimentación con un banco de ensayos como el diseñado por Solomon (1987).

Seleccionaron dos estrategias de destrucción. La radial supone la eliminación de aquellos nodos más cercanos a uno elegido de forma aleatoria. La ruina aleatoria supone la elección de un número determinado de puntos al azar. Los clientes escogidos se desconectan de los itinerarios a los que estaban

asignados. La reconstrucción propuesta insertaba cada nodo en el mejor lugar posible siempre que se cumpliesen todas las restricciones.

Los movimientos se guiaron bajo un criterio de aceptación por umbrales, empleando un esquema de enfriamiento exponencial. Con 40.000 iteraciones, desconectando radial o aleatoriamente con igual probabilidad, consiguieron mejorar o igualar 36 casos de Solomon (1987). Para ello, primero penalizaron el uso de vehículos y luego, aunque no se indica en sus referencias, se optó por el mejor de 50 intentos, según muestran en una de las tablas que aportan.

#### **4.6.13 Redes neuronales**

Los trabajos de Potvin y Robillard (1999) y de Potvin, Dubé y Robillard (1996) han generalizado las heurísticas de inserción de Potvin y Rousseau (1995). La novedad estriba en que en vez de seleccionar a los clientes más lejanos como iniciadores de las rutas, éstos se escogen con una red neuronal competitiva y con un algoritmo genético.

Potvin y Robillard (1999) emplean un tipo especial de red neuronal que normalmente se utiliza para clasificar o agrupar datos. A cada vehículo se le asigna un vector de ponderación. Este algoritmo es un 25% más lento que el algoritmo de Potvin y Rousseau (1995), pero sus soluciones se mejoran entre un 10% y un 25%.

Además del procedimiento anterior, que elige los clientes que inician las rutas, Potvin, Dubé y Robillard (1996) aprovechan un algoritmo genético para calcular qué parámetros son los más adecuados para desarrollar la heurística de inserción de Solomon (1987). Curiosamente, tanto en uno como en otro trabajo, en estas evaluaciones no se contemplan las ventanas temporales.

#### 4.6.14 Metaheurísticas híbridas

Es cada día más frecuente encontrar metaheurísticas híbridas que combinan características de otras ya conocidas. Algunos de los trabajos referenciados y clasificados dentro de una tipología determinada, constituyen, en realidad, un conjunto de varias técnicas combinadas entre sí (Schrimpf *et al.* 2000; Bent *et al.*, 2001; Li *et al.*, 2001; etc).

Sin embargo, en ocasiones se define una metaheurística como el mejor resultado obtenido al aplicar de forma independiente varias estrategias totalmente distintas. Es el caso de Thangiah, Osman y Sun (1994) que emplean los algoritmos genéticos, la cristalización simulada y la búsqueda tabú. En este caso las soluciones iniciales se obtienen a partir del procedimiento de inserción de Solomon (1987) mediante la sectorización basada en GA. Primero se agrupan los clientes usando GA y posteriormente se crean las rutas por un procedimiento de inserción de menor coste. En cada iteración, el operador de cruzamiento cambia aleatoriamente una parte de los sectores de las soluciones y produce la nueva generación. La cristalización simulada comienza con una solución generada por cualquiera de estos procedimientos y trata de mejorarla con  $\lambda$ -intercambios. Para diversificar la exploración y evitar ciclos, el SA se combina con una búsqueda tabú. El procedimiento permite soluciones no viables que son penalizadas al violar las restricciones.

Por ello, este tipo de procedimientos deberían de tratarse aisladamente, puesto que es difícil evaluarlos en conjunto.

## **4.7 Comparación del comportamiento de las estrategias de optimización**

En los apartados siguientes se recogen aquellos resultados que distintos autores han publicado para resolver los 56 problemas planteados por Solomon (1987), y cuya descripción se recoge en el Apéndice 1. Se destaca que no ha sido posible recoger todos los métodos a los que se ha tenido acceso porque en algunas ocasiones escasea la información completa o bien porque no se han empleado los problemas de Solomon (1987). En la mayoría de los casos se ha manejado como primer criterio la reducción del número de rutas. Como segunda opción existen propuestas que intentan rebajar al máximo la distancia total recorrida y otros donde lo que se pretende es minimizar el tiempo total consumido. De este modo, el número total de rutas para los 56 problemas es un buen indicador de la calidad de la estrategia ensayada si se atiende y acepta este criterio. Asimismo, las cifras significativas en los resultados y en los cálculos intermedios son variables según la publicación consultada. Es importante advertir que, si bien en algunos casos se ha documentado el equipo y código informático utilizado y el tiempo de cálculo, en otros no, lo cual dificulta enormemente las comparaciones en eficiencia.

### **4.7.1 Las heurísticas aplicadas al problema VRPTW**

El propósito que guía este apartado consiste en recoger los resultados obtenidos por distintas heurísticas que han abordado los problemas de Solomon (1987) para comprobar la calidad de las soluciones y el rendimiento algorítmico de cada caso.

En la Tabla 4.2 se han reunido algunos de los resultados obtenidos para los problemas de Solomon (1987) con heurísticas de construcción, mejora y mixtas. Todos los algoritmos son determinísticos salvo el propuesto por Russell (1995). Excepto Prosser *et al.* (1996), el resto han considerado que la reducción en el número de rutas era el objetivo prioritario. Sólo Antes *et al.* (1995), Shaw (1997, 1998), Cordone *et al.* (1998) y Casseau *et al.* (1999) han empleado como segundo criterio la reducción de la distancia total.

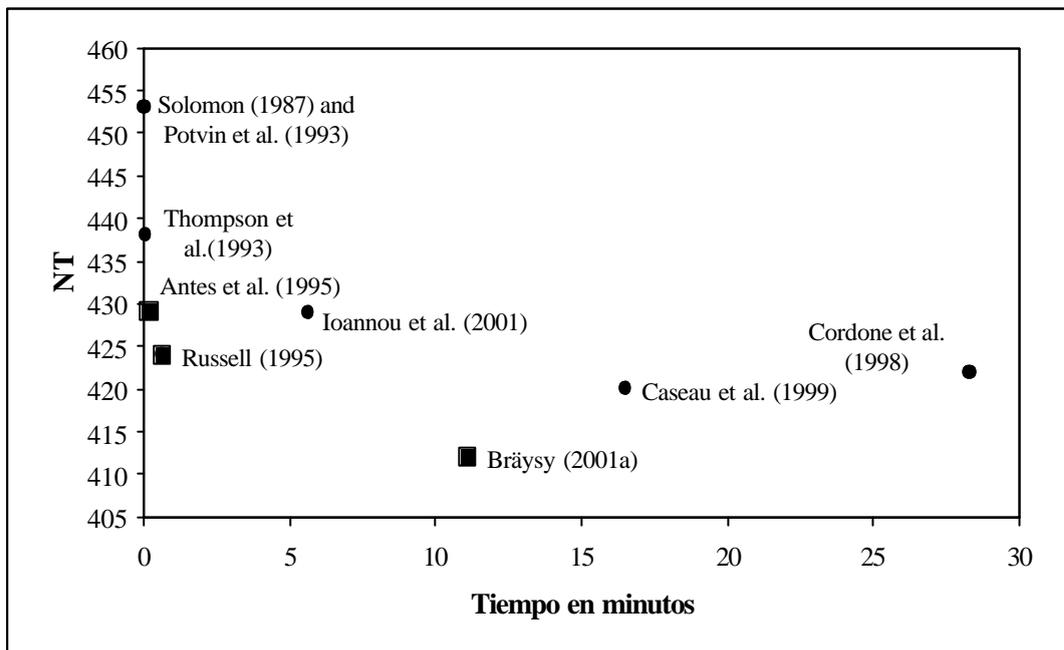
**Tabla 4.2.** Comparación entre distintas heurísticas de construcción y mejora. Se representan los valores medios de las rutas (negrita) y distancia total recorrida para los seis grupos de problemas de Solomon (1987), así como el número de rutas necesarias para los 56 casos.

PR	S-87	PR-93	TP-93	PR-95	R-95	AD-95	PS-96	CW-98	CLS-99	IKP-01	B-01
R1	<b>13,58</b>	<b>13,33</b>	<b>13,00</b>	<b>13,33</b>	<b>12,66</b>	<b>12,83</b>	<b>13,50</b>	<b>12,50</b>	<b>12,42</b>	<b>12,67</b>	<b>12,17</b>
	1436,67	1509,04	1356,92	1381,9	1317	1386,46	1242,40	1241,89	1233,34	1370	1253,24
R2	<b>3,27</b>	<b>3,09</b>	<b>3,18</b>	<b>3,27</b>	<b>2,91</b>	<b>3,09</b>	<b>4,09</b>	<b>2,91</b>	<b>3,09</b>	<b>3,09</b>	<b>2,82</b>
	1402,45	1386,67	1276,00	1293,4	1167	1366,48	977,12	995,39	990,99	1310	1039,56
C1	<b>10,00</b>	<b>10,67</b>	<b>10,00</b>								
	951,89	1343,69	916,67	902,9	930	955,39	843,84	834,05	828,38	865	832,88
C2	<b>3,13</b>	<b>3,38</b>	<b>3,00</b>	<b>3,13</b>	<b>3,00</b>	<b>3,00</b>	<b>3,13</b>	<b>3,00</b>	<b>3,00</b>	<b>3,13</b>	<b>3,00</b>
	692,75	797,59	644,63	653,2	681	717,31	607,58	591,78	596,63	662	593,49
RC1	<b>13,50</b>	<b>13,38</b>	<b>13,00</b>	<b>13,25</b>	<b>12,38</b>	<b>12,50</b>	<b>13,50</b>	<b>12,38</b>	<b>12,00</b>	<b>12,50</b>	<b>11,88</b>
	1596,50	1723,72	1514,29	1545,3	1523	1545,92	1408,76	1408,87	1403,74	1512	1408,44
RC2	<b>3,88</b>	<b>3,63</b>	<b>3,71</b>	<b>3,88</b>	<b>3,38</b>	<b>3,38</b>	<b>5,13</b>	<b>3,38</b>	<b>3,38</b>	<b>3,50</b>	<b>3,25</b>
	1682,13	1651,05	1634,43	1595,1	1398	1598,06	1111,37	1139,70	1220,99	1483	1244,96
NTR	<b>453</b>	<b>453</b>	<b>438</b>	<b>448</b>	<b>424</b>	<b>429</b>	<b>471</b>	<b>422</b>	<b>420</b>	<b>429</b>	<b>412</b>
DT	73004	78834	68916	69285	65827	71158	58273	58481	58927	67891	59945

Se observa claramente en la Tabla 4.2 que el peor resultado en relación con el número total de rutas (NTR) es el proporcionado por Prosser *et al.* (1996), lo cual confirma el hecho que la función objetivo es crítica en el resultado final obtenido, puesto que en este caso se ha tratado de reducir al máximo la distancia total recorrida. La mejor opción bajo este criterio la constituye la estrategia de Bräysy (2001a).

En la Figura 4.14 se recogen aquellas heurísticas de las cuales existen datos suficientes para evaluar su efectividad. Los tiempos de cálculo se han

homogeneizado por Bräysy y Gendreau (2001) para un ordenador Sun Sparc 10 con los factores de corrección de Dongarra (1998). Los procedimientos de Antes y Derings (1995) y de Russell (1995) son más rápidos que el de Bräysy (2001a), pero alcanzan peores resultados. Estos tres procedimientos constituyen los óptimos de Pareto de los demás.



**Figura 4.14.** Efectividad de distintos procedimientos heurísticos. Fuente: Bräysy y Gendreau (2001). En cuadrado se representan los óptimos de Pareto.

## 4.7.2 Las metaheurísticas aplicadas al VRPTW

El objetivo perseguido en este apartado consiste en cotejar la calidad de los resultados obtenidos por aquellas metaheurísticas que han afrontado los problemas propuestos por Solomon (1987) y el esfuerzo de cálculo necesario. Se han agrupado en varias tablas los datos correspondientes a distintos métodos basados en la búsqueda tabú, en los algoritmos genéticos y evolutivos y en otros procedimientos de diversa índole.

En la Tabla 4.3 se detallan los resultados obtenidos por distintas metaheurísticas que han sido aplicadas al problema VRPTW basándose en la búsqueda tabú Cordeau *et al.* (2000) han conseguido los mejores resultados, siempre que el objetivo sea disminuir el número total de las rutas necesarias. Asimismo, Backer y Furnon (1997) proporcionan el peor saldo en el número de vehículos y ello se debe a que su objetivo era disminuir la distancia total y no la suma de rutas. Sin embargo, sus resultados en relación con las distancias recorridas son de calidad, especialmente en los grupos R2 y RC2.

**Tabla 4.3.** Comparación entre distintos algoritmos de búsqueda tabú. Se representan los valores medios de las rutas (negrita) y distancia total recorrida para los seis grupos de problemas de Solomon (1987), así como el número de rutas necesarias para los 56 casos.

PRO.	GPR-94	RT-95	PKGR-96	BF-97	TBGGP-97	CR 2-97	BR-99	SF-99	CLM-00
R1	<b>12,92</b> 1317,7	<b>12,25</b> 1208,50	<b>12,50</b> 1294,5	<b>14,17</b> 1214,86	<b>12,17</b> 1209,35	<b>12,17</b> 1204,19	<b>12,58</b> 1205	<b>12,25</b> 1239,15	<b>12,08</b> 1210,14
R2	<b>3,09</b> 1222,6	<b>2,91</b> 961,72	<b>3,09</b> 1154,4	<b>5,27</b> 930,18	<b>2,82</b> 980,27	<b>2,73</b> 986,32	<b>3,18</b> 995	<b>2,82</b> 1066,68	<b>2,73</b> 969,57
C1	<b>10,00</b> 877,1	<b>10,00</b> 828,38	<b>10,00</b> 850,2	<b>10,00</b> 829,77	<b>10,00</b> 828,38	<b>10,00</b> 828,38	<b>10,00</b> 829	<b>10,00</b> 828,94	<b>10,00</b> 828,38
C2	<b>3,00</b> 602,3	<b>3,00</b> 589,86	<b>3,00</b> 594,6	<b>3,25</b> 604,84	<b>3,00</b> 589,86	<b>3,00</b> 591,42	<b>3,00</b> 591	<b>3,00</b> 589,93	<b>3,00</b> 589,86
RC1	<b>12,88</b> 1473,5	<b>11,88</b> 1377,39	<b>12,63</b> 1456,3	<b>14,25</b> 1385,12	<b>11,50</b> 1389,22	<b>11,88</b> 1397,44	<b>12,13</b> 1371	<b>11,75</b> 1409,26	<b>11,50</b> 1389,78
RC2	<b>3,75</b> 1527,0	<b>3,38</b> 1119,59	<b>3,38</b> 1404,8	<b>6,25</b> 1099,96	<b>3,38</b> 1117,44	<b>3,25</b> 1229,54	<b>3,50</b> 1250	<b>3,38</b> 1286,05	<b>3,25</b> 1134,52
NTR	<b>436</b>	<b>415</b>	<b>426</b>	<b>508</b>	<b>410</b>	<b>411</b>	<b>425</b>	<b>414</b>	<b>407</b>
DT	65977	57231	63530	56998	57523	58502	58562	60346	57556

De todos los autores que se han recogido en la Tabla 4.3, sólo Backer y Furnon (1997) y Brandão (1999) han documentado el tiempo consumido por sus algoritmos. Parece que el procedimiento de Backer y Furnon (1997) es más rápido que el de Brandão (1999), pero el resultado de éste último ofrece mayor calidad.

También se observa cómo es variable la precisión de los resultados (distintos decimales), e incluso en algunos casos como el de Brandão (1999), incluye soluciones no factibles. Sólo Backer y Furnon (1997) han empleado un procedimiento determinístico, siendo su objetivo disminuir el total de las distancias. Los demás han pretendido reducir el número de vehículos y luego la distancia total, salvo Garcia *et al.* (1994) y Potvin *et al.* (1996) que han tomado como segundo criterio el tiempo total empleado.

En la Tabla 4.4 se han recogido metaheurísticas basadas en algoritmos genéticos y evolutivos. Todos los métodos son probabilísticos y la función objetivo es jerárquica, primando la reducción del número de rutas y luego la distancia, excepto en Potvin y Bengio (1996) donde el segundo objetivo consiste en minimizar la duración total de los viajes.

**Tabla 4.4.** Comparación entre distintos algoritmos genéticos y evolutivos. Se representan los valores medios de las rutas (negrita) y distancia total recorrida para los seis grupos de problemas de Solomon (1987), así como el número de rutas necesarios para los 56 casos.

PROB.	TOS-94	T-95	PB-96	BSB-98	B-99	HG-99(1)	HG-99(2)	GH-01	BBB-01
R1	<b>12,33</b> 1227,42	<b>12,75</b> 1300,25	<b>12,58</b> 1296,83	<b>12,58</b> 1261,58	<b>12,58</b> 1272,34	<b>11,92</b> 1228,06	<b>12,00</b> 1226,38	<b>12,00</b> 1217,57	<b>11,92</b> 1221,10
R2	<b>3,00</b> 1005,00	<b>3,18</b> 1124,28	<b>3,00</b> 1117,64	<b>3,09</b> 1030,01	<b>3,09</b> 1053,65	<b>2,73</b> 969,95	<b>2,73</b> 1033,58	<b>2,73</b> 961,29	<b>2,73</b> 975,43
C1	<b>10,00</b> 830,89	<b>10,00</b> 892,11	<b>10,00</b> 838,11	<b>10,00</b> 834,61	<b>10,00</b> 857,64	<b>10,00</b> 828,38	<b>10,00</b> 828,38	<b>10,00</b> 828,63	<b>10,00</b> 828,48
C2	<b>3,00</b> 640,86	<b>3,00</b> 749,13	<b>3,00</b> 590,00	<b>3,00</b> 594,25	<b>3,00</b> 624,31	<b>3,00</b> 589,86	<b>3,00</b> 589,86	<b>3,00</b> 590,33	<b>3,00</b> 589,93
RC1	<b>12,00</b> 1391,13	<b>12,50</b> 1474,13	<b>12,13</b> 1446,25	<b>12,13</b> 1441,35	<b>12,13</b> 1417,05	<b>11,63</b> 1392,57	<b>11,50</b> 1406,58	<b>11,50</b> 1395,13	<b>11,50</b> 1389,89
RC2	<b>3,38</b> 1173,38	<b>3,38</b> 1411,13	<b>3,38</b> 1368,13	<b>3,50</b> 1284,25	<b>3,38</b> 1256,80	<b>3,25</b> 1144,43	<b>3,25</b> 1175,98	<b>3,25</b> 1139,37	<b>3,25</b> 1159,37
NTR	<b>418</b>	<b>429</b>	<b>422</b>	<b>424</b>	<b>423</b>	<b>406</b>	<b>406</b>	<b>406</b>	<b>405</b>
DT	58905	65074	62634	60539	60962	57876	58921	57952	57962

El menor número de rutas se alcanza con la estrategia de Berger *et al.* (2001). Otras como las de Homberger y Gehring (1999), eligiendo el mejor

resultado para cada problema después de 10 ensayos, y la de Berger *et al.* (2001), también proporcionan un resultado excelente. En el resto de estrategias, o bien el número de pruebas realizadas ha sido sensiblemente menor {5 tanto en Bräysy (1999) como en Bräysy *et al.* (2000)}, o bien no se ha documentado este hecho tan importante para un algoritmo probabilístico. Es, por tanto, aventurado afirmar con rotundidad que unas metaheurísticas son claramente mejores que las otras.

Además, sólo los procedimientos de Thangiah (1995), Potvin y Bengio (1996), Berger *et al.* (1998) y Bräysy (1999) son algoritmos genéticos en puridad de criterio, siendo sus resultados menos competitivos respecto a sus compañeros evolutivos y a otros enfoques como la búsqueda tabú.

Las Tablas 4.5 y 4.6 recogen los resultados obtenidos por diversas metaheurísticas no catalogables como búsqueda tabú o estrategias evolutivas.

**Tabla 4.5.** Comparación entre distintos algoritmos. Se representan los valores medios de las rutas (negrita) y distancia total recorrida para los seis grupos de problemas de Solomon (1987), así como el número total de rutas necesarios para los 56 casos.

PROB.	KB-95	PRD-95	CR 1-96	LS-99	KPS-99	GTA-99	RGP-00
R1	<b>12,58</b>	<b>13,58</b>	<b>12,50</b>	<b>12,17</b>	<b>12,67</b>	<b>12,00</b>	<b>12,08</b>
	1325,44	1539,4	1308,82	1249,57	1200,33	1217,73	1210,21
R2	<b>3,09</b>	<b>3,09</b>	<b>2,91</b>	<b>2,82</b>	<b>3,00</b>	<b>2,73</b>	<b>3,00</b>
	1164,27	1325,1	1166,42	1016,58	966,56	967,75	941,08
C1	<b>10,00</b>	<b>10,56</b>	<b>10,00</b>	<b>10,00</b>	<b>10,00</b>	<b>10,00</b>	<b>10,00</b>
	827,3	1237,2	909,80	830,06	830,75	828,38	828,38
C2	<b>3,00</b>	<b>3,38</b>	<b>3,00</b>	<b>3,00</b>	<b>3,00</b>	<b>3,00</b>	<b>3,00</b>
	589,65	875,6	666,30	591,03	592,24	589,86	589,86
RC1	<b>12,63</b>	<b>13,63</b>	<b>12,38</b>	<b>11,88</b>	<b>12,13</b>	<b>11,63</b>	<b>11,63</b>
	1500,94	1828,9	1473,90	1412,87	1388,15	1382,42	1382,78
RC2	<b>3,50</b>	<b>3,63</b>	<b>3,38</b>	<b>3,25</b>	<b>3,38</b>	<b>3,25</b>	<b>3,38</b>
	1414,21	1578,9	1393,70	1204,87	1133,42	1129,19	1105,22
NTR	<b>427</b>	<b>457</b>	<b>422</b>	<b>412</b>	<b>423</b>	<b>407</b>	<b>412</b>
DT	64196	78451	64996	59318	57423	57525	56953

Las metaheurísticas de Liu *et al.* (1999) y Kilby *et al.* (1999) son deterministas, presentando éste último como función objetivo la suma total de

distancias. El resto plantean como primera meta la reducción del número de rutas y como segunda la reducción de la distancia total, excepto para Potvin *et al.* (1995) y Chiang *et al.* (1996), donde tratan de reducir la duración total.

Potvin *et al.* (1995), Chiang *et al.* (1996) y Gambardella *et al.* (1999) no aportan datos sobre el número de ensayos que han realizado o el tiempo de cálculo que han consumido.

En la Tabla 4.6 se indican los resultados de las metaheurísticas más recientes. Las de Bräysy (2001a, 2001c) son las que presentan una mayor reducción en el número de rutas necesarias.

**Tabla 4.6.** Comparación entre distintos algoritmos. Se representan los valores medios de las rutas (negrita) y distancia total recorrida para los seis grupos de problemas de Solomon (1987), así como el número de rutas necesarios para los 56 casos. La columna denominada RECORD la forma el conjunto de los mejores resultados publicados por cualquier autor.

PROB.	BFSKP-00	SSSD-00	LLL-00	LLH-01	B-01b	B-01c	RECORD
R1	<b>12,41</b>	<b>12,08</b>	<b>14,00</b>	<b>12,08</b>	<b>12,00</b>	<b>11,92</b>	<b>11,83</b>
	1200,54	1211,53	1211,54	1215,14	1229,48	1222,12	1192,78
R2	<b>3,00</b>	<b>2,82</b>	<b>3,55</b>	<b>2,91</b>	<b>2,73</b>	<b>2,73</b>	<b>2,64</b>
	936,51	958,05	960,43	953,43	989,62	975,12	943,90
C1	<b>10,00</b>						
	828,38	828,38	832,13	828,38	828,38	828,38	827,47
C2	<b>3,00</b>						
	589,86	589,86	612,25	589,86	590,29	589,86	589,86
RC1	<b>12,00</b>	<b>11,88</b>	<b>13,63</b>	<b>11,75</b>	<b>11,50</b>	<b>11,50</b>	<b>11,50</b>
	1383,21	1361,76	1385,05	1385,47	1394,26	1389,58	1384,53
RC2	<b>3,38</b>	<b>3,38</b>	<b>4,25</b>	<b>3,25</b>	<b>3,25</b>	<b>3,25</b>	<b>3,25</b>
	1116,51	1097,63	1232,65	1142,48	1141,07	1128,38	1102,00
NTR	<b>419</b>	<b>412</b>	<b>462</b>	<b>411</b>	<b>406</b>	<b>405</b>	<b>403</b>
DT	56880	56926	58432	57467	58100	57710	56755

Si se acuerda que el número total de rutas es el indicador que marca la calidad de la estrategia empleada, se comprueba en la Tabla 4.7 que los procedimientos que proporcionan mejores resultados no pertenecen a un mismo grupo. Por tanto, es difícil aventurar cual es el mejor conjunto de técnicas.

**Conclusión 1:** *No es posible afirmar categóricamente que una familia de metaheurísticas resuelve mejor que otra un problema de transporte del tipo VRPTW<sup>1</sup>.*

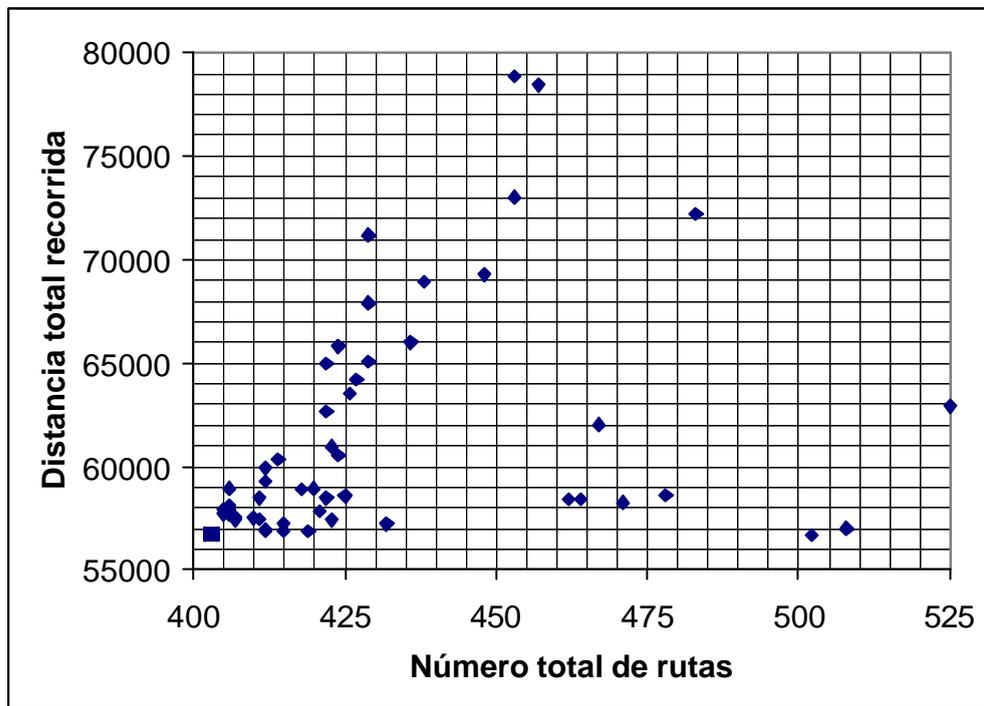
**Tabla 4.7.** Resultados de mayor calidad para los problemas de Solomon (1987) y su estrategia.

Número total de rutas	Distancia total	Referencia	Estrategia
405	57710	Bräysy (2001c)	Búsqueda en entornos ampliados
405	57952	Berger <i>et al.</i> (2001)	Algoritmos genéticos
406	57876	Homberger <i>et al.</i> (1999)	Algoritmos evolutivos
406	57641	Gehring <i>et al.</i> (2001)	Algoritmos genéticos
407	57525	Gambardella <i>et al.</i> (1999)	Sistema de colonias de hormigas
407	57556	Cordeau <i>et al.</i> (2000)	Búsqueda tabú

En la Figura 4.15 se han representado 54 resultados de otras tantas estrategias para comprobar la relación entre el número total de rutas y la distancia total recorrida. La gráfica conforma dos ramas que convergen en el cuadrado que representa los resultados que se obtendrían combinando conjuntamente los resultados record. Ello se debe a que determinados procedimientos buscan minimizar en primer lugar el número total de rutas, y en otros, la distancia total recorrida.

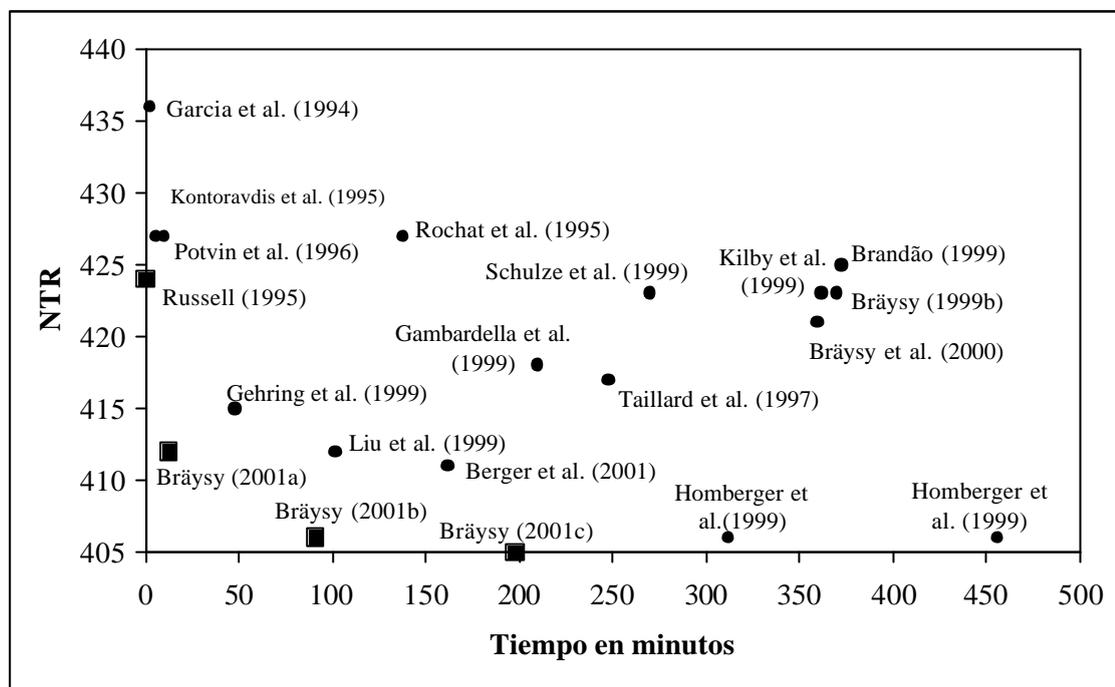
---

<sup>1</sup> Algunos autores no lo han visto así, a pesar de que con datos empíricos, es muy aventurado establecer conclusiones definitivas sobre la bondad o no de ciertas familias de estrategias sobre otras. Por ejemplo, Kontoravdis *et al.* (1995) afirmaban en relación con el empleo del GRASP en el problema VRPTW que “*los resultados demostraban mejoras contrastadas respecto a otras técnicas existentes*” y también que “*a la vista de los resultados, los métodos de construcción paralelos son superiores a los secuenciales*”. Otros ejemplo lo proporciona De Backer *et al.* (2000), cuando concluyen en su trabajo que “*la búsqueda local guiada es superior a la búsqueda tabú*”. Incluso recientemente, Bräysy *et al.* (2001) afirmaban, a la vista de los resultados aportados por la literatura científica, que “*los algoritmos evolutivos superaban claramente a los genéticos*”, siendo estos últimos “*poco competitivos para resolver el VRPTW*”. En la Tabla 4.7 se comprueba cómo los resultados de Berger *et al.* (2001) y los de Gehring *et al.* (2001), con algoritmos genéticos, son competitivos con el resto de familias para resolver el problema VRPTW.



**Figura 4.15.** Relación entre el número total de rutas y la distancia total recorrida para 54 estrategias. El cuadrado indica el conjunto de los resultados record.

La Figura 4.16 denota la efectividad de aquellas metaheurísticas que disponen de datos de tiempo de cálculo. Bräysy y Gendreau (2001b) han homogeneizado las velocidades de proceso considerando que si para obtener uno de ellos se han necesitado  $n$  ensayos, deben contabilizarse todos ellos. El tiempo consumido por cada método está normalizado para un ordenador Sun Sparc 10 con los factores de corrección de Dongarra (1998). El objetivo sería la consecución del menor número de rutas posibles con el mínimo tiempo, es decir, aquellas metaheurísticas situadas en la esquina inferior izquierda de la gráfica. Los métodos de Rousseau *et al.* (2000) y de Gehring y Homberger (2001) no figuran debido a la gran cantidad de tiempo de CPU necesario.



**Figura 4.16.** Efectividad de distintos procedimientos metaheurísticos. Fuente: Bräysy y Gendreau (2001b). En cuadrado se marcan los óptimos de Pareto.

Hasta el año 1995, la mejor aproximación fue la de Russell (1995). Hoy en día, junto con el citado autor, Bräysy (2001a, 2001b, 2001c) proporcionan los óptimos de Pareto. Sin embargo, en estos últimos casos, hay que considerar que las estrategias propuestas por el autor no continúan la búsqueda cuando el número de rutas es igual al mejor documentado en la bibliografía. Esta circunstancia es engañosa, pues no es un dato que se debiera conocer a priori, y por tanto pone en entredicho la bondad del tiempo de cálculo necesario.

También sería interesante comprobar cómo algunas metaheurísticas han obtenido resultados excelentes para un problema determinado y, en conjunto, la estrategia es mediocre. En efecto, en la Tabla 4.8 se han referenciado ejemplos de resultados que son los mejores hasta el momento, pero que no son fruto de estrategias robustas frente al resto de problemas. La calidad global, en este caso,

se determina por el número total de rutas (NTR) necesario para resolver los 56 problemas de Solomon (1987). Casos como el de Shaw (1997, 1998) e Ibaraki *et al.* (2001) no han querido documentar algunos resultados por haber sido muy poco competitivos.

**Conclusión 2:** *La obtención de un resultado excelente en la optimización de un problema de transporte del tipo VRPTW no implica que la estrategia empleada sea adecuada para resolver casos semejantes.*

**Tabla 4.8.** Ejemplos de soluciones récord con estrategias que no son robustas con el resto de problemas.

Referencia	Problema récord	Número de rutas	Distancia	NTR
Lau <i>et al.</i> (2001)	R103	13	1175,67	462
Taillard <i>et al.</i> (1997)	RC108	10	1139,82	417
Rochat <i>et al.</i> (1995)	R105	14	1377,11	427
Rochat <i>et al.</i> (1995)	R106	12	1252,03	427
Rousseau <i>et al.</i> (2000)	R202	3	1191,70	412
Shaw (1997)	R104	9	1007,31	-
Shaw (1997)	R107	10	1104,66	-
Shaw (1997)	RC107	11	1230,48	-
Shaw (1998)	RC103	11	1261,67	-
Ibaraki <i>et al.</i> (2001)	RC208	3	828,14	-

## ***4.8 Consideraciones al empleo de la optimización heurística en los problemas de rutas.***

Como consecuencia del análisis del estado del arte en relación con las estrategias de optimización del problema VRPTW que se han empleado intensamente en los últimos 15 años, se pueden entresacar algunos hechos como los siguientes:

1. No se establece de forma clara la primacía de ninguna estrategia con respecto a las demás. Se han obtenido algunos resultados considerados

como buenos con técnicas diversas para una misma batería de problemas. Además, es difícil establecer comparaciones en igualdad de condiciones.

2. Ha sido una práctica común en la investigación tomar como referencia el conjunto de los 56 problemas propuestos por Solomon (1987) y la jerarquía en las soluciones de mínimas rutas y, en caso de duda, mínima distancia total recorrida. En otras ocasiones las funciones objetivo no han sido homogéneas, primándose objetivos alternativos y estableciendo penalizaciones no homogéneas entre los métodos.
3. Se ha concluido en muchas ocasiones, de forma errónea, que una estrategia es aceptable o superior a otras en función de la consecución de resultados mejores a los de la competencia, sobre todo si son de mayor calidad a los publicados hasta el momento. Incluso se dan casos de resultados que han sido récords absolutos y que se comportan pésimamente con otros problemas.
4. Se ha aceptado como bueno el hecho de romper la marca vigente en alguno de los problemas de Solomon (1987). Cuando esto no ha sido posible, se ha perseguido que el número de rutas necesarias en cada uno de los seis grupos de problemas aventaje al resultado publicado. Si esta circunstancia tampoco ha permitido la comparación, entonces se coteja que el total de vehículos empleados sea menor. En caso contrario, que la distancia en cada caso sea inferior, aunque se empleen más unidades de transporte. Y en el momento que esto no ha sido posible, entonces ya no se confronta con los líderes, sino que se elige una metaheurística que se considere buena y se contrasta la calidad de los resultados globales, con la convicción de que en algunos se obtienen opciones excelentes, pero en otros no. Como última esperanza, se compara la estrategia con otras que sean de su misma naturaleza. Y cuando parece que ya no es posible la

mejora de los problemas de Solomon (1987) en alguno de los sentidos apuntados, entonces se acude a problemas basados en los anteriores pero ampliados en el número de nodos, donde la experiencia previa no es tan intensa y se buscan nuevas marcas para validar el método propuesto. Demasiadas justificaciones para acreditar la eficacia de un procedimiento.

5. Se constata la publicación de metaheurísticas asociadas a determinados parámetros y técnicas que han llevado a la obtención de buenas soluciones. Sin embargo no se documentan los fracasos ni el número de veces que se han tenido que afinar dichos magnitudes para llegar a las opciones excelentes.
6. En otras situaciones, especialmente cuando se emplean estrategias de carácter aleatorio, no se ha documentado el número de ensayos realizados para obtener el mejor conjunto de valores para las variables de decisión, ni tampoco otros estadísticos necesarios como la dispersión y el valor medio.
7. No ha sido posible una comparación totalmente transparente en relación con los tiempos de cálculo empleados. A veces este dato simplemente no figura, y en otras coyunturas, las circunstancias necesarias para realizar verificaciones consistentes son incompletas (no se describe el equipo informático, el código utilizado con su versión, los compiladores empleados, el grado de optimización en sus rutinas, etc.).
8. En ocasiones se han definido metaheurísticas que simplemente han extraído el mejor resultado de distintos procedimientos ensayados. Ello no permite un estudio de la efectividad ni la robustez de los algoritmos.
9. Determinados autores, conscientes de la debilidad de la optimización directa de la función objetivo, han optado por cambiarla en distintas fases

del proceso para, con configuraciones distintas del espacio de soluciones, llegar a opciones de calidad. En estas situaciones, la adaptación del método al caso particular de un problema es muy evidente.

Los hechos anteriores permiten formular algunas conclusiones y ciertas recomendaciones de interés práctico cuando se considera el empleo de técnicas heurísticas o metaheurísticas en la optimización combinatoria:

- a) Para un problema concreto, no es posible afirmar categóricamente que una familia de metaheurísticas sea mejor que otra. Determinados autores especializados en el uso de un tipo de estrategia pueden conseguir mejores soluciones, y no por ello ser dicha técnica superior a otras existentes. No es difícil encontrar contraejemplos, puesto que la calidad del resultado obtenido depende de la combinación adecuada de parámetros y la maña seguida para cada caso concreto.
- b) Los resultados obtenidos para un problema son mejorables ajustando los parámetros necesarios para la definición de un método concreto. Esta circunstancia es engañosa, puesto que, al igual que un polinomio se acopla a una nube de puntos, un cambio nos lleva a otro arreglo distinto. Una estrategia excelente para los 56 problemas de Solomon (1987) no garantiza el éxito en otros casos diferentes. Los buenos algoritmos deberían ser robustos, es decir, insensibles a los cambios en las características de los problemas.
- c) Una buena solución ha de ser fiable, es decir, no ser fruto de la casualidad. Ello implica que si los resultados presentan varianzas importantes, se debe aumentar el número de ensayos para garantizar un elevado nivel de confianza.

- d) Un procedimiento supera a otro cuando obtiene siempre mejores resultados con un menor tiempo de cálculo. Sin embargo, en el momento que uno de ellos es más rápido pero no consigue las soluciones de mayor calidad, se deben definir criterios ponderados para elegir el método más adecuado en cada caso.
- e) No se debe concluir que una metaheurística es buena por el hecho de proporcionar excelentes resultados para ciertos problemas cuando para el resto es mediocre o incluso mala. Se deben buscar algoritmos robustos.
- f) El número de soluciones factibles a un problema combinatorio crece explosivamente con su dimensión, al igual que las opciones posibles para una metaheurística que lo resuelva. Ello significa que, dada una estrategia de búsqueda definida por el conjunto de sus parámetros, se define un subconjunto de soluciones que son sus óptimos relativos, y donde la mejor opción no tiene porqué coincidir con el óptimo absoluto del problema, ni con aquellos otros alcanzados con cualquiera de los múltiples procedimientos viables. La elección de la mejor estrategia y sus parámetros para resolver un problema concreto puede ser una decisión de un nivel de complejidad elevado, dado el elevadísimo número de métodos y variantes disponibles.

## ***4.9 Variantes del problema VRPTW***

El propósito del presente apartado consiste en repasar algunos métodos publicados que resuelven algunas generalizaciones del problema VRPTW básico.

### 4.9.1 Las ventanas temporales flexibles: El VRPSTW

Pocos han sido los trabajos que han tratado el problema de las rutas flexibilizando el inicio del servicio a los clientes “*Vehicle Routing Problem with Soft Time Windows*” en comparación con el VRPTW (Koskosidis, Powell y Solomon, 1992; Balakrishnan, 1993; Taillard *et al.*, 1997; Yepes y Medina, 2002a, 2002b). Sin embargo, existen buenos argumentos para resolver el VRPSTW:

- Es un problema más genérico que el VRPTW. Así, con una penalización fuerte en la trasgresión de las ventanas temporales, resulta sencillo rigidizar los horarios de servicio.
- Se acerca más a las situaciones reales, donde se busca un compromiso entre el tamaño de las flotas y la calidad del servicio. Es posible valorar como penalización la insatisfacción del cliente cuando el reparto de mercancías comienza fuera del horario previsto.
- Se amplía el campo de las soluciones factibles, pues en ocasiones pequeñas violaciones de las restricciones permiten buenas soluciones en la práctica.
- Cuando la función objetivo tiene un verdadero sentido económico, las penalizaciones se integran sin problemas en las métricas que valoran la calidad alcanzada por las soluciones.

Koskosidis, Powell y Solomon (1992) resuelven el problema VRPSTW mediante una heurística basada en un método de optimización exacto. Se trata de descomponer el problema original en subproblemas y resolverlos con la programación entera mixta. Aplican algoritmos de agrupamiento de nodos en una primera fase, y de creación de rutas en una segunda. Balakrishnan (1993) describe tres heurísticas basadas en las reglas de inserción del más cercano y en las de Clark y Wright (1964). Taillard *et al.* (1997) se basan en una búsqueda tabú que explota la memoria adaptativa de las mejores soluciones encontradas. Yepes

El problema de las rutas de vehículos con restricciones de horario en el servicio: VRPTW

y Medina (2002a, 2002b) emplean metaheurísticas híbridas basadas en GRASP, búsqueda local aleatoria con múltiples operadores, aceptación por umbrales y reconstrucción de soluciones.

#### **4.9.2 Los tiempos límite de servicio: El VRPTD**

El problema de las rutas con tiempos límite de servicio "*Vehicle Routing Problem with Time Deadlines*" (VRPTD), puede considerarse una variante del VRPTW en la cual se permite el inicio del servicio de forma inmediata a la llegada del vehículo, siempre que no se llegue con posterioridad a cierta hora límite fijada por el cliente.

Trabajos como los de Bolkan (1986), Swenson (1986) y Nygard *et al.* (1988) muestran cómo resolver el problema VRPTD basándose en heurísticas de descomposición del problema y la aplicación de técnicas de optimización que dejan de ser prácticas a partir de los 25 clientes.

Thangiah *et al.* (1995) emplean heurísticas de construcción de soluciones que luego se mejoran mediante cambios de clientes entre rutas o en la misma ruta. Resuelven el problema aplicando el método GIDEON (Thangiah, 1995) que emplea los algoritmos genéticos para agrupar a los clientes por rutas y mejora éstas mediante operadores  $\lambda$ -exchange. Los autores concluyen que los procedimientos basados en los algoritmos genéticos funcionan bien en problemas donde los nodos se encuentran distribuidos uniformemente en el espacio.

### **4.9.3 Las ventanas temporales múltiples: El VRPMTW**

El problema de las rutas con ventanas temporales múltiples “*Vehicle Routing Problem with Multiple Time Windows*” (VRPMTW) aparece en la vida real en el momento que existen clientes que, por ejemplo, no desean que el servicio se realice en horarios de comida, al principio o final de la jornada laboral, o cuando la congestión del tráfico dificulta el reparto o recogida de mercancías a determinadas horas.

Existen muy pocas referencias en la literatura en relación con este problema. De Jong, Kant y van Vliet (1996) emplean el método de inserción y ahorros, tratando de minimizar la duración de las rutas, para resolver el problema VRPMTW. La clave se encuentra en la elección, para cada cliente, de la ventana temporal adecuada para realizar el servicio.

### **4.9.4 La flota heterogénea: El VRPHETW**

La flota de vehículos de una empresa de transporte no suele ser homogénea. Los vehículos difieren en equipamiento, en capacidad, antigüedad y estructura de costes. La necesidad de estar presente en los diversos segmentos de mercado, obliga a muchos operadores a disponer vehículos que se adapten a diversas tipologías como el transporte de graneles, contenedores, etc. Asimismo, la disposición de unidades con diferentes capacidades de carga permite una mejor adaptación a la demanda; de este modo, pequeñas unidades pueden abastecer áreas con bajas concentraciones de clientes. En otros casos (Rochat y Semet, 1994), restricciones en la accesibilidad obligan al empleo de vehículos pequeños. El problema de las rutas con una flota heterogénea con un número finito de unidades de cada tipo y donde los costes de operación y los fijos dependen del tipo de vehículo “*Vehicle Routing Problem with a Heterogeneous Fleet of Vehicles*”

El problema de las rutas de vehículos con restricciones de horario en el servicio: VRPTW

(VRPHE) fue tratado por Taillard (1999). Este problema generaliza otros casos estudiados anteriormente:

- Cuando los costes fijos dependen del tipo de vehículo y las variables son homogéneas; y además, no hay limitación en el número de vehículos de cada tipo, el problema se denomina '*Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem*' (FSMVRP, Golden *et al.*, 1984) y otros lo llaman "*Vehicle Fleet Mix*" (VFM, Salhi *et al.*, 1992), e incluso "*Vehicle Routing Problem with Multiple Vehicle Types*" (VRPMVT, Liu y Shen, 1999).
- En el momento que no hay limitación en el número de vehículos y son variables los costes fijos y los de operación, estamos frente al "*Vehicle Fleet Mix with Variable Unit Running Costs*" (VFMVRC, Salhi *et al.*, 1992).

Se observa cierta disparidad en la adopción de un vocabulario común para definir el problema de la flota heterogénea. En relación con los trabajos más recientes que han abordado, además, las ventanas temporales, se sigue con el desacuerdo en las definiciones. Así, Liu y Shen (1999) describen un método de construcción en paralelo de soluciones para el "*Vehicle Routing Problem with Multiple Vehicle Types and Time Windows*" (VRPMVTTW), donde el número de vehículos de cada tipo es ilimitado. Asimismo, Dullaert *et al.* (2001) han desarrollado recientemente heurísticas de construcción secuenciales para el mismo problema denominándolo "*Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows*" (FSMVRPTW).

Para guardar cierta coherencia con la nomenclatura, denominaremos como VRPHETW al problema de rutas con flota heterogénea y ventanas temporales "*Vehicle Routing Problem with a Heterogeneous Fleet of Vehicles and Time Windows*". En este caso, se presentan características diversas para cada tipología de vehículo (capacidad, velocidad, costes fijos, costes de operación, etcétera), el

número de ellos es finito, y además, cada cliente presenta un horario de inicio del servicio. Yepes y Medina (2002a, 2002b) abordan el problema con ventanas temporales flexibles, jornada laboral de costes variables y congestión, con una función objetivo basada en la rentabilidad económica.

#### **4.9.5 Los múltiples usos de vehículos: El VRPMTW**

En ocasiones es posible el empleo de un mismo vehículo para recorrer varias rutas durante la jornada de trabajo o el periodo de tiempo considerado. En efecto, si la capacidad de transporte es reducida respecto a la demanda, los clientes se encuentran cerca del depósito, o bien la jornada laboral es lo suficientemente larga constituyen circunstancias que aconsejan reducir el número de vehículos empleados al permitir que alguno de ellos reemprenda nuevas rutas. A este problema "*Vehicle Routing Problem with Multiple Uses of Vehicles*" (VRPM) se le ha prestado poca atención en la literatura de la Investigación Operativa, a pesar de su importancia. Fleischmann (1990) propuso una heurística basada en los ahorros para el problema VRPM con ejemplos de 68 a 361 clientes. La búsqueda tabú también ha sido empleada en estas circunstancias (Taillard, Laporte y Gendreau, 1996).

Brandão y Mercer (1997) aplicaron la búsqueda tabú al VRPM introduciendo nuevas restricciones como el peso y el volumen en la capacidad de los vehículos, el acceso restringido a determinados clientes por algunos vehículos, horarios para los conductores y ventanas temporales. Yepes y Medina (2002b) han resuelto este problema para flotas heterogéneas, jornadas laborables de coste variable e introducción de la congestión por tráfico con criterios de rentabilidad económica, empleando para ello una heurística de construcción secuencial de rutas, y una metaheurística basada en la búsqueda aleatoria con múltiples operadores, la aceptación por umbrales y la reconstrucción de soluciones.

El problema de las rutas de vehículos con restricciones de horario en el servicio: VRPTW

Para ser coherente con la nomenclatura empleada habitualmente, denominaremos como VRPMTW al problema de las rutas con múltiples usos de vehículos y ventanas temporales "*Vehicle Routing Problem with Multiple Uses of Vehicles and Time Windows*".

#### **4.9.6 Los depósitos múltiples: El MDVRPTW**

Si bien Chao, Golden y Wasil (1993), Renaud, Boctor y Laporte (1996) y Cordeau, Gendreau y Laporte (1997) han estudiado el problema de las rutas con múltiples depósitos MDVRP, la primera referencia a la resolución de este problema con ventanas temporales "*Multiple Depot Vehicle Routing Problem with Time Windows*", se encuentra en Cordeau, Laporte y Mercier (2000), que aplicaron la búsqueda tabú para su resolución.

#### **4.9.7 Los servicios periódicos: El PVRPTW**

En la distribución de mercancías suele ser habitual que, durante un periodo de tiempo determinado, al cliente se le deba visitar con cierta frecuencia y dentro de unos días previstos. Este problema "*Periodic Vehicle Problem with Time Windows*" considera un horizonte planificado de  $t$  días y cada cliente  $i$  especifica una frecuencia de servicio  $f_i$ , así como un conjunto  $R_i$  de posibles combinaciones de días de visita. Por ejemplo, si  $t=5$ ,  $f_i=2$  y  $R_i=\{(1,3), (2,4), (3,5)\}$ , entonces el cliente  $i$  debe ser visitado dos veces y esas visitas deberían ocurrir o bien los días 1 y 3, o los 2 y 4 o en los 3 y 5.

Si bien el problema PVRP ha sido estudiado por Russell y Gribbin (1991), Gaudioso y Paletta (1992), Chao *et al.* (1995) y Cordeau *et al.* (1997), la versión con ventanas temporales PVRPTW ha recibido menos atención. Cordeau, Laporte y Mercier (2000) han empleado la búsqueda tabú para obtener buenas soluciones al problema.

#### **4.9.8 El transporte de vuelta: El VRPBTW**

El problema de las rutas con transporte de vuelta "*Vehicle Routing Problem with Backhauls and Time Windows*" constituye una variante del problema VRPTW en la que, en primer lugar, el vehículo debe repartir las mercancías que ha cargado en el almacén para, posteriormente, recoger otras y llevarlas a la base. Por tanto, existen dos grupos de clientes: los que reciben mercancías y a los que se las recogen. Las compañías de transporte suelen realizar la vuelta con carga para reducir en la medida de lo posible los viajes vacíos, teniendo preferencia siempre los viajes de ida frente a los de vuelta.

A diferencia con el VRPTW, no existe demasiada investigación acerca del VRPBTW. Potvin, Duhamel y Guertin (1994) combinan un algoritmo genético en el marco de una heurística voraz de construcción donde los clientes se insertan según un orden establecido por el GA. Gélinas *et al.* (1995) propusieron un algoritmo de resolución exacto con el que se han encontrado soluciones para algunos problemas de 100 nodos. Thangiah, Potvin y Sun (1996) emplean una heurística de construcción de rutas y varias de mejora aplicando los operadores  $\lambda$ -*exchange* y 2-opt\*. Duhamel, Potvin y Rousseau (1997) emplean la búsqueda tabú para resolver el problema, utilizando los operadores 2-opt\*, Or-opt y *swap*.

#### **4.9.9 Otras variantes del problema VRPTW**

No todos los problemas derivados del VRP han sido tratados en la literatura científica en su extensión a las ventanas temporales. Así, en la Tabla 3.2 se reunieron multitud de variantes que, ni mucho menos, han sido abordadas en su generalización a las restricciones horarias de servicio. En estos casos, tampoco existen problemas tipo que hallan sido propuestos y atacados con un mínimo de profundidad para establecer comparaciones.

## 5. DEFINICIÓN DEL MODELO DE PROBLEMA DE RUTAS

¿Es posible definir un modelo de transporte que sea lo suficientemente general como para resolver un conjunto amplio de problemas que se acerquen lo más posible a las situaciones reales? En este capítulo se aborda el ámbito de los problemas que se desean resolver en la tesis, la generalización de las ventanas temporales, diversos conceptos necesarios para determinar el inicio del servicio y la definición de una función económica capaz de evaluar los ingresos y los costes de las operaciones de distribución de mercancías.

### ***5.1 Ámbito de los problemas de distribución y transporte del modelo***

El esquema teórico presentado en la tesis aborda los problemas de distribución considerando una serie de características que hacen posible su empleo en la resolución de una parte significativa de los problemas reales. Es la flexibilidad, por tanto, uno de los atributos característicos del modelo. Así, el ámbito abarcado es el siguiente:

- Función objetivo basada en la rentabilidad económica de las operaciones, con la consideración de los costes fijos y variables, los ingresos tras aplicar una política de precios determinada, así como la adopción de términos de penalización económica por rupturas de las condiciones del problema o por insatisfacción de los clientes.

#### Definición del modelo de problema de rutas

- Adopción de horarios flexibles de servicio a los clientes, con la incorporación de penalizaciones económicas progresivas en caso de rupturas.
- Consideración de flotas heterogéneas de vehículos, con un número fijo de unidades de cada tipo, con costes fijos y variables distintos, con velocidad y capacidad individualizada para cada uno de ellos.
- Asimetría en la duración de los viajes, con incorporación de tiempos de aproximación y de alejamiento a cada nodo relacionados con su nivel de congestión por tráfico u otras dificultades de acceso.
- Adopción de jornadas laborales distintas para cada uno de los vehículos, con la diferenciación en coste del horario normal respecto a las horas extraordinarias, e incluso la inclusión de rupturas de jornada con penalizaciones adicionales.
- Limitación en el horizonte de apertura del depósito, asimilable a una ventana temporal en el cierre, con sus penalizaciones.
- Posibilidad del múltiple uso de los vehículos. Se permite que un vehículo, dentro de su jornada laboral, pueda emprender una nueva ruta.

En la Tabla 5.1 se recogen algunas de las variantes del VRP que, de forma individual, o en diversas combinaciones, son abordables con el esquema teórico presentado en el presente trabajo.

**Tabla 5.1.** Problemas básicos del VRP, susceptibles de ser resueltos con el modelo propuesto en la tesis.

<b>Abreviatura</b>	<b>Denominación</b>	<b>Característica definitoria</b>
AVRP	<i>Asymmetric Vehicle Routing Problem</i>	La duración del viaje o la distancia recorrida entre dos puntos depende del sentido del trayecto.
CVRP	<i>Capacitated Vehicle Routing Problem</i>	El vehículo tiene una capacidad de transporte que no debe ser superada.
VRPLC	<i>Vehicle Routing Problem with Length Constraint</i>	La longitud de cada ruta no debe superar una magnitud determinada. Alternativamente se puede limitar el tiempo.
FSMVRP	<i>Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem</i>	Costes fijos dependientes del tipo de vehículo. Costes variables homogéneos. Sin limitación en el número de vehículos.
VFMVRC	<i>Vehicle Fleet Mix with Variable Unit Running Costs</i>	Costes fijos y variables dependientes del tipo de vehículo. Sin limitación en el número de vehículos.
VRPHE	<i>Vehicle Routing Problem with Heterogeneous Fleet</i>	Costes fijos y variables dependientes del tipo de vehículo. Número de vehículos de cada tipo limitado.
VRPVADT	<i>Vehicle Routing Problem with Variable Access Time</i>	La duración del acceso al cliente y la salida dependen del cliente.
VRPM	<i>Vehicle Routing Problem with Multiple Use of Vehicles</i>	Cada vehículo puede emprender más de una ruta en un periodo de tiempo.
VRPSDV	<i>Vehicle Routing Problem with Split Delivery</i>	La demanda de un cliente puede ser cubierta por varios vehículos.
VRPTW	<i>Vehicle Routing Problem with Time Windows</i>	Cada cliente presenta un horario de reparto o entrega. También el depósito tiene un horario en el que permanece abierto.
VRPSTW	<i>Vehicle Routing Problem with Soft Time Windows</i>	Se permite cierta trasgresión del horario de entrega de cada cliente e incluso del depósito mediante penalizaciones.
VRPTD	<i>Vehicle Routing Problem with Time Deadlines</i>	El horario de entrega sólo tiene como limitación su final.

## 5.2 Las ventanas temporales

Suele ser habitual en los problemas de distribución que el servicio prestado a un cliente esté sujeto a ciertas restricciones. Cada cliente tiene preferencias o limitaciones que obligan a que el servicio ocurra a unas horas determinadas. Se denomina *ventana temporal* de un cliente al intervalo de tiempo dentro del cual es posible iniciar el servicio de carga o descarga de las mercancías transportadas por un vehículo. El almacén también presenta un horario de apertura “*scheduling horizon*” (Potvin y Rousseau, 1993), de modo que todos los vehículos deberán partir del depósito y llegar a él dentro de este intervalo. Las ventanas temporales pueden ser únicas o múltiples para el periodo de tiempo considerado. La tesis se centrará en las ventanas temporales únicas para el almacén y cada uno de los clientes.

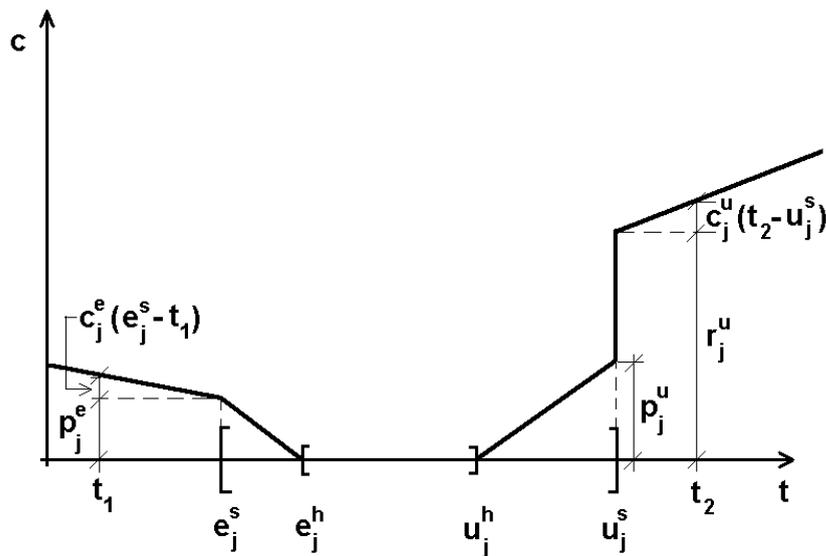
Así, una ventana temporal queda definida, para cada nodo  $j$ , por el instante más temprano que permite el inicio del servicio  $e_j$ , y la hora límite  $u_j$ . Si un vehículo llega antes del límite inferior del intervalo, deberá esperar a que ésta última se abra. Sin embargo, el cliente no aceptará la carga o descarga del medio de transporte si se presenta después de la hora marcada por el extremo superior. Esta interpretación drástica de las ventanas temporales las clasifica como estrictas (“*hard*” en inglés).

En otras ocasiones, el cliente puede admitir cierta trasgresión en el cumplimiento de los horarios. Se define el problema de las ventanas temporales flexibles (“*soft*” en inglés) cuando se está dispuesto, dentro de ciertos límites, a aceptar el inicio del servicio fuera del horario estricto siempre que se apliquen penalizaciones económicas.

De este modo, la ventana temporal flexible de un cliente  $j$  queda definida por cuatro instantes. Un vehículo que desde el nodo  $i$  se dirija al  $j$  debe realizar

una espera  $w_{ij}$  si se presenta en el nodo  $j$  con anterioridad al límite inferior aceptable  $e_j^s$ . Si la hora de llegada ocurre dentro del horario de descarga estricto, definido por sus límites  $e_j^h$  y  $u_j^h$ , entonces se acepta el servicio sin penalizaciones. La llegada posterior a la hora límite aceptable  $u_j^s$  impide la realización del servicio.

En la Figura 5.1 se representan las diversas penalizaciones económicas que se han aplicado en el esquema teórico desarrollado por la tesis y basado en Yepes y Medina (2002b), en función del instante de llegada del vehículo al nodo  $j$ . En ordenadas se representa la variable de costes y en abscisas el tiempo.



**Figura 5.1.** Modelo de penalización económica para un cliente  $j$  con ventana temporal flexible en la aceptación del servicio. Yepes y Medina (2002b).

Los casos que se pueden presentar son los siguientes:

1. Si la llegada ocurre antes de  $e_j^s$ , el inicio del servicio  $t_j$  se retrasa al instante  $e_j^s$ . En este caso, la sanción es proporcional a la espera, con un coeficiente de penalización horaria  $c_j^e$ , al que se suma una constante  $p_j^e$ . Este

#### Definición del modelo de problema de rutas

sobrecoste colabora en la reducción de las esperas dentro del proceso de optimización.

2. El servicio se realiza de forma inmediata cuando la llegada ocurre antes del comienzo estricto  $e_j^h$ , pero dentro de la flexibilidad permitida al ser posterior a  $e_j^s$ . La penalización se modela con una función exponencial dependiente del parámetro  $k_j^e$ . Ello permite ajustes variables de las sanciones, e incluso la rigidización completa del intervalo, como se verá a posteriormente.
3. La llegada dentro del intervalo estricto comprendido entre  $e_j^h$  y  $u_j^h$ , no presenta coste adicional alguno, comenzando el servicio al cliente en ese mismo instante.
4. El servicio se puede realizar cuando la llegada ocurre entre  $u_j^h$  y  $u_j^s$ , admitiendo una penalización análoga a la descrita para el caso del inicio flexible, con un parámetro regulador  $k_j^u$ .
5. El vehículo no puede descargar su mercancía una vez superado el límite máximo admisible en el comienzo del servicio  $u_j^s$ . Para que el proceso de optimización evite esta circunstancia, se penaliza con una constante de ruptura del servicio  $r_j^u$  a la cual se le añade un término proporcional a la demora producida respecto al límite superior  $u_j^s$ . La pendiente lineal adoptada,  $c_j^u$  es el coste horario de ruptura al no llegar a tiempo.

Las funciones empleadas para el cálculo de los costes cuando son aplicables las penalizaciones en las ventanas temporales flexibles son las siguientes:

$$(5.1) \quad C_{1,j}^{TW}(t) = p_j^e + c_j^e \cdot (e_j^s - t) \quad t < e_j^s$$

$$(5.2) \quad C_{2,j}^{TW}(t) = p_j^e \cdot \left( \frac{e_j^h - t}{e_j^h - e_j^s} \right)^{k_j^e} \quad e_j^s \leq t < e_j^h$$

$$(5.3) \quad C_{3,j}^{TW}(t) = 0 \quad e_j^s \leq t \leq u_j^s$$

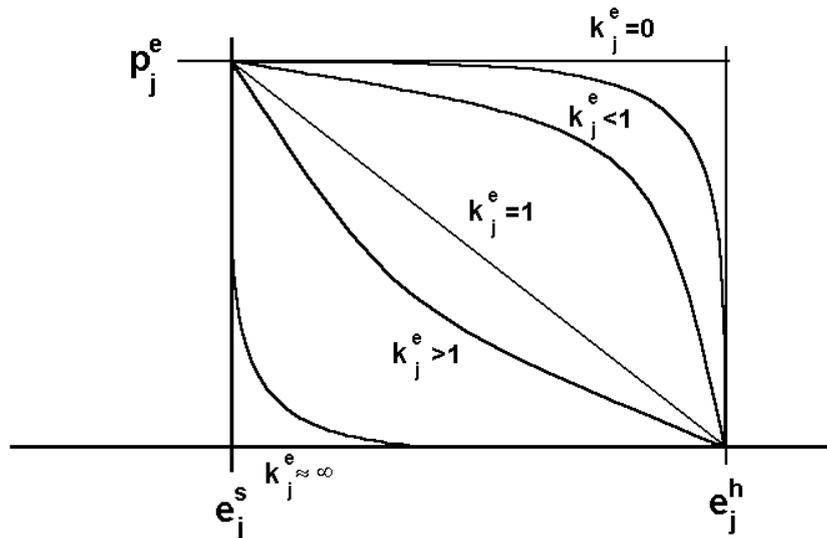
$$(5.4) \quad C_{4,j}^{TW}(t) = p_j^u \cdot \left( \frac{t - u_j^h}{u_j^s - u_j^h} \right)^{k_j^u} \quad u_j^h < t \leq u_j^s$$

$$(5.5) \quad C_{5,j}^{TW}(t) = r_j^u + c_j^u \cdot (t - u_j^s) \quad t > u_j^s$$

De este modo, las penalizaciones debidas a la llegada de un vehículo al nodo  $j$  se expresan como:

$$(5.6) \quad C_j^{TW}(t) = \sum_{l=1}^5 C_{l,j}^{TW}(t)$$

Se observa en la Figura 5.2 cómo los parámetros  $k_j^s$  y  $k_j^u$  modelan la dureza de las ventanas temporales. La función es lineal cuando valen la unidad. La función es cóncava o convexa en el momento que los parámetros son, respectivamente, superiores o inferiores a uno. El horario de servicio es rígido si  $k_j^s$  y  $k_j^u$  se anulan, constituyendo los límites del intervalo los extremos severos. Por otro lado, la ventana temporal también es estricta cuando los parámetros tienden a infinito. En este caso, los bordes exteriores constituyen los límites exteriores del intervalo flexible.



**Figura 5.2.** Variación de la flexibilidad en el inicio de la ventana temporal del cliente  $j$  en función del parámetro  $k_j^e$ .

### ***5.3 Determinación del inicio del servicio y de los márgenes de viaje***

La satisfacción de la demanda de un cliente  $j$  es uno de los objetivos básicos que deben alcanzarse mediante la óptima asignación de los vehículos a la secuencia de clientes correspondiente. Se entenderá que el servicio del vehículo consiste en la descarga de mercancías en el caso de reparto, o bien la carga en el caso de su recogida. El problema tratado en la tesis abarca cualquiera de ambas situaciones para todos los clientes, pero no una combinación de ellas.

Una de las variables de decisión del problema VRPTW es determinar la hora en la que empieza el servicio  $b_j$  para cada uno de los clientes  $j$ , cuando el vehículo  $k$  ha visitado previamente el nodo  $i$  (incluido en propio depósito si  $i=0$ ). Para calcular  $b_j$  se precisa el conocimiento de algunas otras variables.

La duración del viaje  $t_{ij}$  de un punto  $i$  a otro  $j$  es una variable dependiente de múltiples factores. Entre ellos destaca la distancia  $d_{ij}$  entre ambos nodos, la velocidad media del vehículo  $v_k$ , el tiempo  $l_i$  de alejamiento del nodo  $i$  y el de aproximación  $a_j$  al nodo  $j$ . Tanto  $l_i$  como  $a_j$  modelan los problemas de acceso y de salida en las ciudades o lugares donde se sitúan los clientes (se incluyen aquí las demoras derivadas de su localización, del aparcamiento del vehículo, etc). Son por tanto, variables que dependen fuertemente de la hora de entrada o salida a estos centros. Así pues,

$$(5.7) \quad t_{ij}^k(t) = l_i(t) + \frac{d_{ij}}{v_k} + a_j(t)$$

Sea  $s_i$  la duración del servicio al cliente  $i$ , y  $s_0$  la duración de la carga del vehículo en el depósito. El inicio del servicio  $b_j$  en el nodo  $j$ , en el momento que un vehículo  $k$  proviene del nodo  $i$  se concreta siguiendo las restricciones de las ventanas temporales flexibles según (5.8)

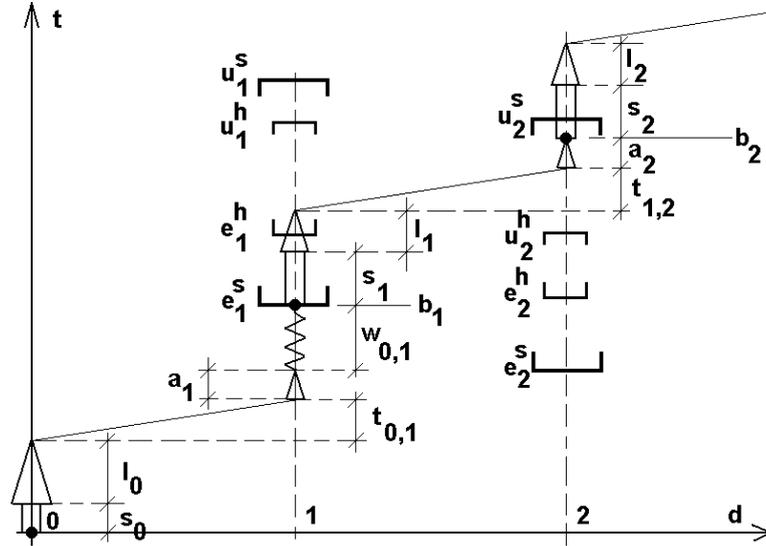
$$(5.8) \quad b_j^k(t) = \max[e_j^s, b_i^k(t) + s_i + t_{ij}^k(t)] \leq u_j^s$$

Y la posible espera  $w_{ij}$  se puede determinar según (5.9)

$$(5.9) \quad w_{ij}^k(t) = \begin{cases} e_j^s - b_j^k(t) & e_j^s > b_j^k(t) \\ 0 & e_j^s \leq b_j^k(t) \end{cases}$$

En la Figura 5.3 se muestra la inserción sucesiva de clientes con ventanas temporales flexibles y tiempos de aproximación.

Definición del modelo de problema de rutas



**Figura 5.3.** Inserción sucesiva de clientes considerando ventanas temporales flexibles y tiempos de aproximación. Yepes y Medina (2000).

Los extremos de las ventanas temporales flexibles no indican, por sí solos, el intervalo de posible inicio del servicio en un nodo determinado. En efecto, dado un vehículo  $k$  que se dirige del nodo  $i$  al  $j$ , se puede calcular el tiempo de inicio del servicio más temprano posible como:

$$(5.10) \quad b_{j,early(i)}^k(t) = \max[e_j^s, e_i^s + s_i + t_{ij}^k(t)] \leq u_j^s$$

Del mismo modo, el inicio del servicio más tardío posible se determina como:

$$(5.11) \quad b_{j,last(i)}^k(t) = \min[u_j^s, u_i^s + s_i + t_{ij}^k(t)] \geq e_j^s$$

De esta forma, se puede definir como *margen total del viaje* de  $i$  a  $j$  con el vehículo  $k$  como la diferencia entre ambas situaciones optimista y pesimista, siendo éste margen la *ventana temporal efectiva* del cliente:

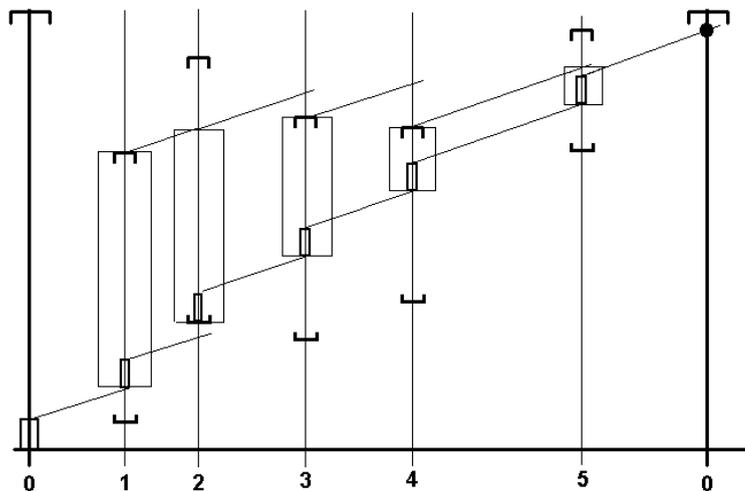
$$(5.12) \quad H_{i,j\max}^k(t) = b_{j,\text{last}(i)}^k(t) - b_{j,\text{early}(i)}^k(t)$$

Si no existe margen total en un viaje, desde el nodo  $i$  no es posible llegar a tiempo al  $j$  con el vehículo  $k$ .

Llamamos *margen del viaje* de  $i$  a  $j$  con un vehículo  $k$  a la diferencia entre el inicio del servicio más tardío posible y el inicio del servicio actual.

$$(5.13) \quad H_{i,j}^k(t) = b_{j,\text{last}(i)}^k(t) - b_j^k(t)$$

En la Figura 5.4 se comprueba cómo la ventana temporal efectiva de cada uno de los clientes que forman una ruta depende de los viajes que le preceden. De este modo, el margen de la ruta no aumenta, a todo caso se agota según transcurre el viaje entre los nodos sucesivos. De este modo, el *margen efectivo del viaje* de  $i$  a  $j$  con un vehículo  $k$ , depende de los márgenes de viaje precedentes.



**Figura 5.4.** Reducción del margen efectivo de los viajes que componen una ruta.

#### Definición del modelo de problema de rutas

Se define como *margen de una ruta* para un vehículo  $k$  como el menor de los márgenes efectivos de los viajes que conectan cada uno de sus nodos. Éste coincidirá con el margen efectivo en el depósito una vez llegue el vehículo. Toda la ruta podría moverse en el tiempo hacia delante una magnitud como máximo de su margen. De Jong *et al.* (1997) definen un concepto parecido al que llaman “*push forward*”, tanto para el viaje del nodo  $i$  al  $j$  como para la ruta. La diferencia es que estos autores consideran que el inicio de servicio más tardío coincide con el límite superior de la ventana temporal, lo cual no siempre ocurre.

Del mismo modo se puede definir como *margen de una secuencia* de nodos al menor de los márgenes efectivos de los viajes que conectan los nodos la conforman. Esta magnitud coincide con el margen efectivo del último nodo cuando el viaje se supone iniciado en el primer nodo de la secuencia.

Si un nuevo cliente  $i^*$  quiere insertarse entre los nodos  $i$  y  $j$ , sólo será posible si la diferencia del nuevo inicio del servicio en  $j$  respecto al anterior es inferior al margen efectivo de la secuencia de nodos que desde  $j$  termina en el depósito, siempre que el nuevo inicio se encuentre dentro de la ventana temporal flexible de  $j$ .

Se define como *espera ineludible* de un vehículo  $k$  que desde  $i$  se dirige a  $j$  a la diferencia entre la apertura más temprana de la ventana temporal de  $j$  y el inicio del servicio más tardío posible, siempre que este valor no sea negativo:

$$(5.14) \quad w_{ij,\min}^k(t) = \max[0, e_j^s - b_{j,\text{last}(i)}^k(t)]$$

La espera ineludible define una *distancia ficticia* adicional que es equivalente al tiempo que tardaría en recorrerla el vehículo con su velocidad media. Por tanto, la cercanía geográfica entre los nodos se ve incrementada,

como mínimo, con esta distancia ficticia, que depende además del vehículo, del instante de entrada y salida a las ciudades cuando éstos valores sean variables con el tiempo.

$$(5.15) \quad d_{ij,\min}^k(t) = w_{ij,\min}^k(t) \cdot v_k$$

## **5.4 La función objetivo**

Los problemas de optimización tratan de averiguar los valores que toman las variables de decisión para minimizar (o en su caso maximizar) una función objetivo, estando las variables sujetas a un determinado número de restricciones.

La resolución de las redes de distribución suponen problemas de optimización combinatoria que han empleado numerosas métricas como función objetivo. Los problemas clásicos basados en variables geográficas como el TSP, se resuelven minimizando la distancia total recorrida por el vehículo. Sin embargo, la adopción de modelos que se acercan a las situaciones reales provocan ciertas variaciones en las métricas empleadas. Así, un problema con varios vehículos de capacidad limitada, el VRP, proporciona soluciones factibles que se evalúan habitualmente según una estructura jerárquica de criterios. Se prefieren menos vehículos en primer lugar, y en caso de igualdad, aquel resultado cuya suma de distancias recorridas sea mínima. Otra opción igualmente válida para el VRP, sería tomar como función objetivo únicamente la suma total de las distancias recorridas.

Las métricas posibles aumentan cuando además de las variables espaciales interviene el factor tiempo, tal y como ocurre con el VRPTW. Tradicionalmente se ha considerado que las soluciones con un menor número de rutas son preferibles en primer lugar por cuanto los costes fijos asociados a un

nuevo vehículo se suponen suficientemente elevados. Como segunda opción el discriminante empleado ha sido la distancia total recorrida siempre que dos resultados presenten igualdad en el número de rutas. Ya no es necesario acudir a otros criterios tales como el tiempo total empleado por los vehículos o la espera total, pues los dos primeros se muestran como suficientes.

Asimismo las opciones empleadas cuando se trataba de minimizar un criterio han sido muy variadas. Frente a un movimiento de la solución actual, o en el caso de la inserción de un nuevo cliente a una ruta, a veces se persigue la reducción de las distancias recorridas, y en otros casos, los tiempos empleados. No faltaban las ponderaciones paramétricas de las opciones anteriores. Los resultados obtenidos dependen críticamente de la elección adoptada.

Los problemas reales precisan criterios que sean traducibles a algún tipo de lenguaje común en las empresas. Este idioma es el económico. Una ponderación adecuada es aquella que transforma en términos monetarios las métricas empleadas en la resolución de las redes de distribución. De este modo, una primera aproximación es aquella que resuelve los problemas del transporte en términos de un menor coste para el operador. En esta función de coste se debería evaluar cualquier ruptura en las restricciones del modelo, incluso las insatisfacciones de los clientes. Así, cualquier situación es posible siempre que suponga un coste evaluable.

Una coyuntura que impidiese satisfacer la demanda de un destino podría suponer un coste de oportunidad para la empresa en el caso de perderlo. Si la cuantía es elevada, el proceso de optimización tenderá a evitar fuertemente estas tesituras. Por el contrario, en ocasiones el cliente aceptaría incluso un servicio deficiente si se le compensase de alguna forma por ello. La modulación económica permite ambas circunstancias.

Sin embargo, los operadores no fundamentan sus estrategias únicamente en la reducción de los costes. Es habitual identificar la función objetivo de un problema de optimización sólo en los costes, pasándose por alto que la misión de la es la eficiencia económica a largo plazo. Así pues, es ineludible considerar tanto los ingresos como los gastos en la función objetivo de un problema de optimización de redes de transporte. Se tratará, por tanto, de maximizar el beneficio obtenido por el conjunto de las operaciones. Una primera aproximación a la resolución de los problemas de distribución con funciones objetivo basadas en el beneficio fueron propuestas por Yepes y Medina (2000).

Si bien en el desarrollo de la tesis la función objetivo se basa en el beneficio, constituyendo una información imprescindible para la toma de decisiones estratégicas de los transportistas, también es cierto que la satisfacción y fidelización de los clientes, la motivación de los empleados, el impacto en la sociedad y otros resultados empresariales no estrictamente financieros (Membrado, 1999) constituyen los objetivos globales que guían a los operadores de distribución en el medio y largo plazo.

#### **5.4.1 Determinación de los ingresos**

La garantía del equilibrio entre los ingresos derivados de la prestación del servicio de transporte y los costes en los que se han incurrido ha de garantizar, una vez deducidos los beneficios, la pervivencia de la empresa. Para que ello sea posible es indispensable que los precios sean competitivos y que los clientes puedan ver satisfechas sus exigencias. Las tarifas de transporte son los precios que cobran las compañías transportistas por sus servicios. Éstas deberían ser proporcionales a los costes de producción, dentro de una filosofía de racionalidad económica y de transparencia hacia los clientes. Además de los costes, la

optimización de la red de distribución debe considerar la política de precios y de aceptación de clientes que le sea más ventajosa.

Los ingresos contemplados en el esquema teórico desarrollado en la tesis dividen las tarifas aplicadas en dos grupos. Por un lado a cada cliente  $j$  se le aplica una tarifa fija por disposición del servicio  $F_j$  cuando éste se cumple según las exigencias previstas. Por otro, al cliente se le cobra en función de la cantidad de mercancías  $q_j$  que le han sido servidas y de su alejamiento respecto al depósito. Si llamamos  $Rqd_j$  a la tarifa por unidad de distancia y mercancía,  $Rq_j$  a la tarifa por unidad de mercancía y  $Rd_j$  a la tarifa por unidad de distancia, el máximo nivel de ingresos  $I$  que se obtiene de la operación, en el momento que se han satisfecho todas las restricciones es:

$$(5.16) \quad I = \sum_{j=1}^N (F_j + q_j Rq_j + d_{0j} Rd_j + q_j d_{0j} Rqd_j)$$

La expresión (5.16) es lo suficientemente general como para abarcar diferentes posibilidades, desde la aplicación de *tarifas planas* cuando  $R_j=0$ , al abono en función exclusiva de la cantidad de mercancía o de la lejanía al depósito. Asimismo, cuando  $Rd_j=0$ , surgen las *tarifas uniformes*, independientes de la distancia.

Se hace notar que el modelo no pierde generalidad si, para cada cliente, se hace depender los coeficientes que marcan las tarifas de variables tales como el volumen de ventas, promociones especiales, etcétera.

## 5.4.2 Determinación de los costes económicos

La flota de vehículos susceptible de ser empleada en un problema de distribución tiene asociada un conjunto de costes dependientes de múltiples factores. El caso más general consiste en suponer que cada medio de transporte disponible presenta unas características propias que pueden o no coincidir con las del resto.

La utilización de un vehículo  $k$  de una flota de  $M$  unidades, supone para la empresa de distribución unos costes fijos y otros variables. Esta división es arbitraria puesto que, obviamente, cualquier coste es variable si se considera un período de tiempo, o bien un volumen de transporte, lo suficientemente grande. No obstante, es útil considerar costes constantes para períodos y magnitudes de transporte “normales” (ver Ballou, 1991).

El coste de disposición de una unidad  $k$  es una magnitud constante  $Cf_k$  que representa incluye aspectos no dependientes de la explotación directa del transporte y que supone una tasa fija para la empresa, independientemente de su nivel de actividad (por ejemplo el uso de terminales, el equipo de transporte, la administración de la empresa, entre otros). Los costes variables o de operación van a depender de la distancia recorrida y del tiempo empleado por cada vehículo, así como otros sobrecostes en los que se incurre como consecuencia de la trasgresión de algunas condiciones del problema. Como variables se pueden mencionar, sin ser exhaustivos, los costes asociados con el transporte en sí, combustible y mano de obra, el mantenimiento del equipo, el manejo de la mercancía, la recogida y la entrega. Además, el modelo desarrollado contempla dos situaciones habituales en los casos reales de distribución física de mercancías y que es el reinicio de rutas por parte de un mismo vehículo y la posibilidad de satisfacer la demanda de un cliente en varias visitas.

Definición del modelo de problema de rutas

La legislación de cada país, el número de conductores presentes en un vehículo y otras causas diversas determinan para cada vehículo  $k$  una jornada laboral normal  $Hl_k$ . En ocasiones es posible alargar la jornada de forma excepcional, siendo  $He_k$  el periodo laboral extraordinario. La suma de las jornadas normal y extraordinaria supone el límite superior que puede emplear un vehículo dentro del ciclo considerado. Sea  $Chl_k$  el coste horario de la jornada normal y  $Che_k$  el coste horario de la jornada extraordinaria. El esquema teórico además considera un coste horario  $Chp_k$  que se aplica al caso del exceso horario que supere incluso la jornada de trabajo extraordinaria. Aquí se incluirían las posibles multas por incumplimientos legales, posibles riesgos de seguridad, etc. De este modo el coste horario  $Ch_k$  para un vehículo  $k$  es:

$$(5.17) \quad Ch_k(t) = \begin{cases} Chl_k \cdot t & 0 \leq t \leq Hl_k \\ Chl_k \cdot Hl_k + Che_k \cdot t & Hl_k < t \leq He_k \\ Chl_k \cdot Hl_k + Che_k \cdot He_k + Chp_k \cdot t & t > He_k \end{cases}$$

Si  $T_k$  es el tiempo empleado por el vehículo  $k$  en un ciclo de transporte, el coste horario total  $Ch$  es:

$$(5.18) \quad Ch = \sum_{k=1}^M Ch_k(T_k)$$

Los costes  $Cd_k$  dependientes del trayecto recorrido por el vehículo  $k$ , se evalúan conociendo la distancia  $d_{r,k}$  de cada una de las rutas  $R_k$  que realiza la unidad de transporte  $k$  en el ciclo considerado. A este coste el modelo añade un término constante por inicio de ruta para cada vehículo. En efecto, si una unidad de transporte ha terminado trayecto y debe volver al almacén por no disponer de más carga, es posible que su jornada de trabajo aún no halla concluido. Esta situación suele ser habitual cuando las demandas de cada cliente son importantes respecto a la capacidad de transporte del vehículo, o bien en el momento que se

emplea poco tiempo en recorrer las distancias hacia los diversos nodos. En estas circunstancias, el vehículo puede comenzar un nuevo recorrido después de haber cargado en el depósito. Se considera una tasa  $C_{r,k}$  por comienzo de cada una de las rutas asociada a cada tipología de medio de transporte  $k$ . Con todo ello, el coste referido al trayecto realizado y a las rutas iniciadas se calcula según (5.19), siendo  $Cdu_k$  el coste unitario por distancia recorrida:

$$(5.19) \quad Cd_k = \sum_{r=1}^{R_k} C_{r,k} + Cdu_k \cdot d_{r,k}$$

Nótese cómo en el momento que  $C_{r,k}$  adquiere un valor muy alto se tiende a un solo uso del vehículo. Cuando su magnitud es reducida, el modelo representa el caso del VRPM, con múltiples inicios de ruta por cada unidad de transporte.

El coste total  $Cd$  por distancias recorridas y rutas iniciadas es:

$$(5.20) \quad Cd = \sum_{j=1}^M Cd_k$$

Las valoraciones económicas que implican la insatisfacción, en mayor o menor grado, de las condiciones exigidas, constituyen otro grupo de costes asociados al problema de distribución. Así, las ventanas temporales flexibles tenían asociadas para cada cliente  $j$ , un coste  $C_j^{TW}$  por penalizaciones que se evaluaron según (5.6). Dentro de estos sobrecostes, se añaden también los referidos a cliente 0, es decir, al depósito, pues éste también presenta su propia ventana temporal. Si  $t_j$  es la hora de llegada de un vehículo al cliente  $k$ ,  $k=0,1,\dots,N$ ; el coste total  $Ctw$  debido a todos los horarios de servicio es:

$$(5.21) \quad Ctw = \sum_{j=0}^N \sum_{l=1}^5 C_{l,j}^{TW}(t_j)$$

### Definición del modelo de problema de rutas

Otra eventualidad ocurre cuando la unidad de transporte presenta un resto de carga y se le presenta la oportunidad de satisfacer parcialmente la demanda de un cliente. Al vehículo le interesa descargar si el nodo está lo suficientemente cerca o le es favorable. Sin embargo, el cliente suele preferir una descarga frente a varias, por las molestias que ello ocasiona. Sólo cierta ventaja económica cara al cliente puede auspiciar el fraccionamiento del servicio. Se emplea un parámetro  $Cv_{j,k}$  que penaliza la repetición en el servicio para un cliente  $j$  en función del vehículo  $k$ , lo cual supone un desembolso añadido para la empresa de distribución. Es un término constante que equivale a una “*tasa por aduana*” o “*impuesto de paso*” cada vez que el vehículo llega a un cliente. Si cada nodo  $j$  es visitado  $v_{j,k}$  veces por el vehículo  $k$ , y son  $V_j$  el número de clases de vehículos  $k$  que visitan  $j$ , entonces el coste total  $Cv$  debido a las visitas a los clientes es:

$$(5.22) \quad Cv = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^{V_j} v_{j,k} \cdot Cv_{j,k}$$

Así pues, el coste total asociado a un problema de transporte se calcula como:

$$(5.23) \quad C = Ch + Cd + Ctw + Cv$$

Y la función objetivo  $B$  buscada, que es el beneficio obtenido por la empresa de distribución:

$$(5.24) \quad B = I - C$$

O lo que es lo mismo,

$$(5.25) \quad B = \sum_{j=1}^N \left[ F_j + q_j R q_j + d_{0j} R d_j + q_j d_{0j} R q d_j - \sum_{k=1}^{V_s} V_{j,k} C v_{j,k} \right] - \sum_{j=0}^N \sum_{l=1}^5 C_{l,j}^{TW}(t_j) -$$

$$- \sum_{k=1}^M \left[ Ch_k(T_k) + \sum_{r=1}^{R_k} (C_{r,k} + C d u_k \cdot d_{r,k}) \right] - \sum_{j=0}^N \sum_{l=1}^5 C_{l,j}^{TW}(t_j)$$

## **6. Propuestas de estrategias de búsqueda secuencial por entornos para la resolución del modelo VRPTW**

El objetivo marcado en este capítulo consiste en comprobar la existencia de técnicas razonables de resolución del modelo económico de distribución definido anteriormente y en el estudio de la incidencia de las variaciones de los ingresos o de los costes en el beneficio aportado por la solución finalmente seleccionada. El análisis se centrará en aquellas estrategias basadas en la búsqueda secuencial por entornos que no requieran del empleo de memoria adaptativa, como es el caso de los sistemas de hormigas, la búsqueda local guiada o la búsqueda tabú, según la clasificación propuesta en la Figura 2.1. Para ello se desarrollan dos apartados, cuyos propósitos son los siguientes:

- El subcapítulo 6.1 contrasta el comportamiento de distintas familias de heurísticas y metaheurísticas en la calidad de los resultados obtenidos y en el tiempo de cálculo. Para ello se analiza un conjunto variado de técnicas de resolución basadas en la búsqueda secuencial por entornos que se aplicarán al problema VRPTW básico. Asimismo se ensayan distintas variantes que surgen al modificar los parámetros que definen cada una de las estrategias. La interpretación de los resultados aporta conclusiones de interés práctico en la selección de la técnica adecuada.
- En el subcapítulo 6.2 se muestra la flexibilidad del modelo al resolver problemas que generalizan progresivamente el VRPTW básico acercándolo a los casos de distribución reales. Se comprueba el comportamiento de los resultados a las nuevas restricciones y a la complejidad progresiva. Se incide en este apartado en la influencia de la función objetivo sobre el

resultado final, más que en la selección de las estrategias adecuadas. El interés práctico se traduce en la sensibilidad de las tarifas o los costes en el beneficio final tras la optimización.

## ***6.1 Comportamiento de distintas estrategias en la resolución del VRPTW con objetivo económico***

El propósito de este apartado consiste en averiguar el comportamiento de diversas heurísticas y metaheurísticas, basadas en la búsqueda secuencial por entornos, en relación con la calidad de la solución final obtenida y su tiempo de cálculo. Para ello se han ensayado diversas técnicas sobre un problema básico VRPTW de rutas, con flota homogénea, con ventanas temporales estrictas y con distintas opciones en las tarifas y costes que guían el beneficio de la operación. Se han agrupado las estrategias en dos bloques. En el primero de ellos se analizan las heurísticas de construcción y de mejora, mientras que en el segundo las metaheurísticas de búsqueda por entornos.

### **6.1.1 Heurísticas de resolución de rutas con ventanas temporales**

En esta parte se investiga el comportamiento de las heurísticas que resuelven el problema de las rutas con ventanas temporales estrictas. Se propone, como piedra angular que inicia cualquier otro procedimiento empleado en la tesis, una heurística nueva de construcción secuencial de rutas que denominaremos HESECOR. Posteriormente se analizan diversas técnicas que mejoran la opción inicial. Se aportan las razones que aconsejan el empleo de la búsqueda local aleatoria con múltiples operadores y las ventajas de la adaptación de las probabilidades en la elección de estos movimientos según los últimos éxitos

obtenidos. Asimismo, se propone un operador complejo de reconstrucción de soluciones que amplía favorablemente el entorno de búsqueda de las configuraciones actuales.

#### **6.1.1.1 Heurística de construcción económica y secuencial de rutas (HESECOR)**

La optimización heurística de un problema combinatorio comienza con una solución, o un conjunto de ellas que, mediante cambios guiados estratégicamente, llevan a un resultado satisfactorio, aunque no necesariamente el óptimo. Por tanto, es necesario establecer un procedimiento que construya opciones factibles, y que, además, se adapte a una función objetivo basada en criterios de rentabilidad en las operaciones. La heurística de construcción económica y secuencial de rutas propuesta en la tesis se denomina HESECOR. El objetivo marcado en el presente epígrafe consiste en describir este procedimiento de construcción de soluciones factibles al problema de las rutas con ventanas temporales que, además, sea capaz de resolver casos más generales y próximos a la realidad.

Solomon (1987) desarrolló una heurística de construcción secuencial de rutas para el problema VRPTW que ha sido empleada en numerosas metaheurísticas (ver Potvin *et al.*, 1996; Potvin y Bengio, 1996; Taillard *et al.*, 1997; Badeau *et al.*, 1997). Básicamente, estos algoritmos eligen un criterio para comenzar un itinerario y a continuación unas reglas de inserción de clientes. En el momento que no es posible intercalar más nodos, se empieza una nueva ruta y se repite el procedimiento hasta agotar el número de clientes. La tesis aporta una heurística que mejora los criterios empleados por Solomon (1987) y los generaliza para problemas más complejos de distribución con ventanas temporales. En efecto, se comprueba cómo la adopción de variables espacio-temporales para definir la cercanía entre los nodos y la inclusión de criterios de rentabilidad

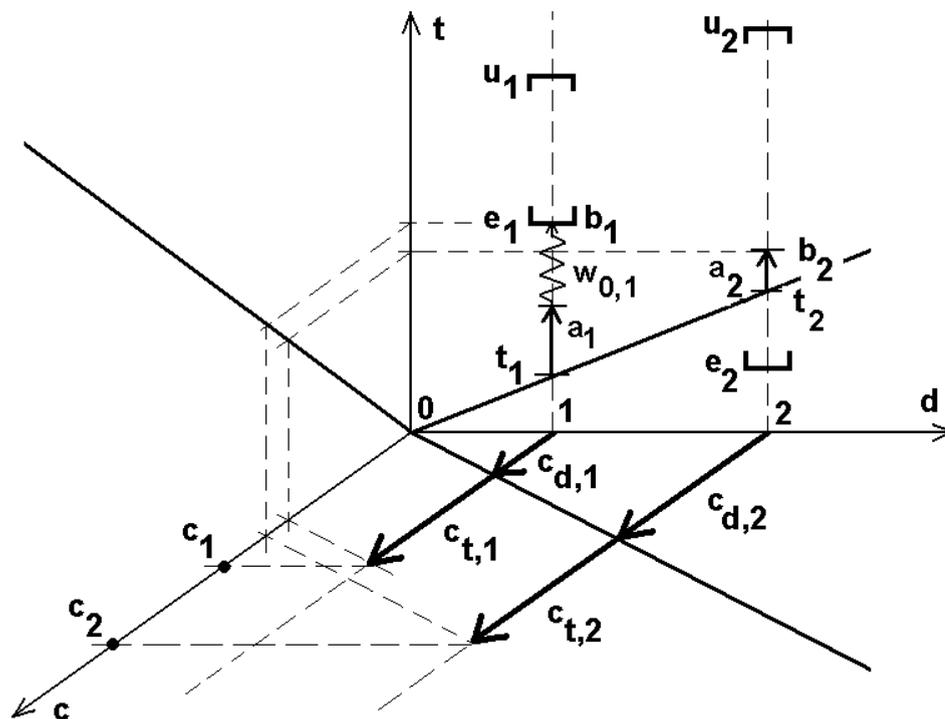
económica constituyen nuevas pautas para construir soluciones. Además, el algoritmo permite la parametrización en sus criterios, lo cual facilitará la generación de conjuntos de soluciones factibles.

#### **6.1.1.1.1 Criterios de inicio de una ruta**

El algoritmo de Solomon (1987) determina como pauta de elección del primer cliente de una ruta aquel que se encuentre más alejado del origen o bien el que presente un límite horario de aceptación del servicio  $u_i$  más temprano. Se trata de escoger en primer lugar aquellos nodos con dificultades para asegurar su inclusión temprana en una ruta.

Con todo, las reglas propuestas por Solomon (1987) para el arranque de itinerarios a veces resultan contradictorias o incompletas. No contemplan criterios económicos de rentabilidad o de beneficio empresarial (Yepes y Medina, 2000). En efecto, la Figura 6.1 muestra cómo el cliente 1 es el más próximo al depósito; sin embargo, la cercanía espacio-temporal corresponde al 2, puesto que no se ha considerado la espera ficticia correspondiente a la espera ineludible. Así y todo, la vecindad económica recae sobre el primero si se contempla como variable el coste de la operación. Con las pautas de Solomon (1987), el nodo 1 sería el primero en seleccionarse por presentar un cierre de ventana temporal más temprano; o bien se preferiría al 2 por encontrarse más alejado del origen. No es correcta la elección del 2 puesto que su distancia efectiva es menor que la del primer nodo. En cualquier caso es el cliente 1 el que presenta mayores dificultades para su inclusión, debiendo ser éste el primero en elegirse, cuando además, es el que le representa un menor coste para la empresa.

**Conclusión 3:** La variable espacio-temporal, que incluye las esperas motivadas por las ventanas temporales, la velocidad de los vehículos y las dificultades en la aproximación y alejamiento entre los nodos, representa un criterio de cercanía entre ellos mejor que su separación física<sup>2</sup>.



**Figura 6.1.** Proximidad económica de dos nodos al depósito como criterio de inicio de ruta. Fuente: Yepes y Medina (2000).

Una vez seleccionado el vehículo que empieza un recorrido, el algoritmo propuesto en esta tesis incluye criterios de inicio que generalizan y mejoran los de Solomon (1987):

- **Criterio 1:** Hora más tardía de llegada del vehículo al depósito. Esta pauta no sólo incluye la lejanía del nodo a la base, sino que en ella intervienen las

<sup>2</sup> Sin embargo, la conclusión anterior no es considerada por autores como Potvin *et al.* (1996), Kilby *et al.* (1997) e incluso recientemente Lau *et al.* (2001) que continúan despreciando la variable temporal al utilizar sólo la distancia física entre los distintos nodos como argumento en la construcción de soluciones iniciales.

ventanas temporales del cliente –que pueden incluir esperas y retrasos adicionales– así como la velocidad del vehículo y los periodos de tiempo de alejamiento del origen y aproximación al cliente, y viceversa. Para cada cliente  $j$ , es el menor margen de la ruta  $0-j-0$ .

- **Criterio 2:** Cierre más temprano del horario de inicio de servicio a un cliente. Esta pauta coincide con la propuesta por Solomon (1987). Se conserva como un criterio más para favorecer la variedad en las soluciones iniciales generadas. El criterio 4 contempla más factores que el 2.
- **Criterio 3:** Cliente más rentable. Se determina para cada nodo la relación entre la diferencia entre los ingresos y costes totales respecto a éstos últimos cuando el vehículo satisface la demanda y vuelve al depósito. Esta condición contempla multitud de factores tanto del vehículo como del cliente, con sus restricciones y las condiciones de costes e ingresos.
- **Criterio 4:** Menor lapso de tiempo entre el inicio del servicio  $b_j$  y el cierre de la ventana temporal  $u_j$  del cliente  $j$ . Esta condición es más restrictiva que la que considera el  $u_j$  más temprano. Incluye la velocidad del vehículo, los posibles retrasos motivados por la ventana temporal y los periodos de alejamiento y aproximación. Para cada cliente  $j$ , es el menor margen del viaje  $0-j$ .
- **Criterio 5:** Lejanía efectiva del cliente al depósito. Esta pauta constituye una mejora respecto a la propuesta por Solomon (1987). En ella se incluye la distancia ficticia adicional que corresponde con la espera ineludible que existe en el momento que el vehículo se desplaza desde el almacén hacia el cliente.

- **Criterio 6:** Cliente que proporciona mayor beneficio inicial. Es un criterio similar al anterior pero que considera únicamente la diferencia entre los ingresos y los costes de la ruta que desde el depósito se dirige a un cliente y vuelve a su origen.
- **Criterio 7:** Se trata de reflejar el cliente que, sin estar situado en la primera posición de los criterios anteriores, está bien posicionado en promedio. Para ello, cada cliente ocupa un lugar en la lista correspondiente a cada criterio. Se elige aquel cuya suma de números de orden sea menor.

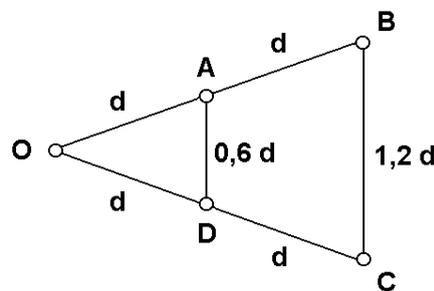
Cada regla establece una lista ordenada de clientes susceptibles de ser elegidos en primer lugar, dependiendo en cada caso del vehículo seleccionado. El algoritmo de construcción propuesto, selecciona aleatoriamente al cliente en función su colocación en la lista, con una función de probabilidad que es mayor cuanto más cerca se esté de los primeros lugares.

#### **6.1.1.1.2 Métricas de evaluación para insertar clientes en rutas**

Dado un conjunto de destinos que aún no han satisfecho su demanda y una ruta iniciada, ha de establecerse algún criterio que permita intercalar al mejor nodo en el lugar más adecuado del recorrido. Se trata de comprobar, en primera instancia, entre qué nodos de una ruta en formación debe insertarse uno nuevo; y después, qué nodo es el mejor. En ambos casos deben facilitarse los criterios para la elección correspondiente. La inclusión de un nuevo destino en una ruta modifica los tiempos de llegada y de inicio del servicio de los clientes que se ven precedidos por el insertado recientemente.

Solomon (1987) propone, para seleccionar la mejor inserción de un cliente en una ruta, un criterio que minimiza de forma ponderada el incremento de

distancia y tiempo correspondientes, según la Ecuación (4.2). Esta métrica está relacionada con los costes en los que se incurre al introducir un nuevo nodo, sin embargo a veces su empleo no es razonable en los problemas reales (Yepes y Medina, 2000). En efecto, como muestra la Figura 6.2, comenzada una ruta OBO, la inserción con mayor ahorro en distancia es el cliente A (que incluso está más cerca que C). Sin embargo es fácil deducir la conveniencia económica de dos rutas OBCO y OADO frente a las OABO y ODCO ( $7.8d$  frente a  $8d$ ).



**Figura 6.2.** Ejemplo de rutas alternativas empleando diferentes métricas de inserción. Fuente: Yepes y Medina (2000).

**Conclusión 4:** *En las heurísticas de construcción de rutas para el problema VRPTW, la inserción de un cliente en una ruta con el criterio de disminuir en lo posible un incremento ponderado de distancia y tiempo a veces no es razonable frente a otro que rebaje el coste total de la solución resultante.*

Una vez se conoce el lugar idóneo para insertar a un candidato, la heurística de Solomon (1987) elige aquél según una función dependiente de cuatro parámetros que maximiza el ahorro ponderado conseguido al incluir al cliente en la ruta respecto a la opción de iniciar un trayecto que desde el almacén se dirija únicamente al cliente y vuelva. El algoritmo emplea combinaciones de estos parámetros, con los dos criterios de inicio de rutas, lo que supone la

construcción de ocho soluciones distintas, de las cuales se elige la mejor según el criterio jerárquico habitual de mínimo número de rutas y distancia recorrida.

Se proponen aquí cinco criterios alternativos de inclusión que, por un lado facilita la diversidad en los resultados, y por otro, incorpora novedades respecto al procedimiento de Solomon (1987), basándose algunos de ellos en planteamientos de tipo económico. Cada regla determinará una lista ordenada de los nodos susceptibles de ser encajados en la ruta.

- **Criterio 1:** Máximo beneficio. Evalúa para cada candidato a ser incluido en un itinerario, el lugar donde produce un mayor valor de la función objetivo, es decir, diferencia entre los ingresos y los costes.
- **Criterio 2:** Máxima rentabilidad. Se calcula la posición que provoca una relación mayor entre el beneficio y el coste necesario para obtenerlo.
- **Criterio 3:** Máxima rentabilidad marginal. Una vez calculados los incrementos de ingresos y costes antes y después de la inserción, se elige aquella posición que maximiza el cociente entre el beneficio marginal y el diferencial de coste necesario.
- **Criterio 4:** Máxima diferencia del beneficio conseguido al incluir un nodo en una ruta respecto al caso de asignar un itinerario exclusivo para el cliente desde el depósito. Es una pauta que generaliza desde la vertiente económica uno de los criterios de inserción de Solomon (1987).
- **Criterio 5:** Mayor margen de la ruta. El encaje de un nodo en el lugar que permite conservar un margen de la ruta holgado, facilita la inclusión de más clientes en dicho itinerario.

### **6.1.1.1.3 Descripción de HESECOR: Heurística económica y secuencial de construcción de rutas**

En este trabajo se propone una heurística que denominaremos HESECOR (heurística económica y secuencial de construcción de rutas) que permitirá la generación de soluciones tanto para el VRPTW como para las generalizaciones contempladas en el modelo propuesto. Este algoritmo constituye la base del desarrollo de las metaheurísticas empleadas posteriormente en la tesis.

HESECOR genera una ruta a partir de un nodo que optimice un criterio de inicio. Para reducir el tiempo de cálculo, se toman como candidatos a ser encajados en la ruta los nodos no asignados más próximos al inicial, desde el punto de vista del espacio-tiempo. Se evalúan para los elegidos el mejor lugar donde incluirse en el itinerario en curso, siempre que se cumplan las restricciones del problema. Se ordenan en una lista y se inserta aquel destino elegido atendiendo a una función de probabilidad prevista de antemano. Se continúa hasta que sea imposible incluir más clientes en la ruta. Se comienza, si es posible, un nuevo itinerario y se procede de forma iterativa. Por último, se eliminan los recorridos con menos nodos y se intenta recolocarlos en el resto, en la posición que maximice la función objetivo.

Como consecuencia de lo expuesto anteriormente, se definen dos métodos distintos en la construcción secuencial de rutas:

- Un HESECOR determinístico, en el cual una vez fijados los criterios de inicio de ruta y de inserción, siempre se elige la mejor opción de las posibles.
- Un HESECOR probabilístico, donde la selección del cliente inicial o la inserción correspondiente es función de una variable aleatoria que prima aquellas opciones situadas en los primeros lugares de una lista ordenada (ver Apéndice 5).

El algoritmo probabilístico (el determinístico sería un caso particular) empleado se describe a continuación:

<i>Paso 1:</i>	<i>Elegir un criterio de inicio de rutas y un criterio de inserción de clientes.</i>
<i>Paso 2:</i>	<i>Seleccionar un criterio de elección probabilista y un número máximo de candidatos <math>c</math>.</i>
<i>Paso 3:</i>	<i>Eliminar los clientes para los que no sea posible una ruta en exclusiva desde el depósito.</i>
<i>Paso 4:</i>	<i>Si {todos los clientes ya tienen ruta} entonces ir al paso 9. Para todos los clientes <math>j</math> sin ruta: Evaluarlos y ordenarlos según el criterio de inicio.</i>
<i>Paso 5:</i>	<i>Seleccionar probabilísticamente al cliente <math>j^*</math> de los clientes sin ruta ya ordenados. Iniciar una ruta que desde el depósito llegue a <math>j^*</math> y vuelva a su origen. Restar la demanda de <math>j^*</math> de la capacidad del vehículo.</i>
<i>Paso 6:</i>	<i>Si {todos los clientes ya tienen ruta} entonces ir al paso 9. Para todos los clientes <math>j</math> sin ruta: Elegir el subconjunto <math>C(j^*)</math> de los <math>c</math> nodos más próximos a <math>j^*</math>.</i>
<i>Paso 7:</i>	<i>Evaluar para cada nodo <math>C(j^*)</math> el lugar que optimiza el criterio de inserción y que cumpla todas las restricciones. Si existen candidatos entonces ordenar los clientes <math>C(j^*)</math> según su óptimo para el criterio de inserción en caso contrario ir al paso 4. Posible inicio de nueva ruta.</i>
<i>Paso 8:</i>	<i>Seleccionar probabilísticamente al cliente <math>j^{**}</math> de entre los candidatos. Insertar en el lugar óptimo a <math>j^{**}</math>. Restar la demanda de <math>j^{**}</math> de la capacidad del vehículo. Ir al paso 6. Se intentan nuevas inserciones.</i>
<i>Paso 9:</i>	<i>Todos los clientes están insertados. Se obtiene una solución factible.</i>
<i>Paso 10:</i>	<i>Se ordenan las rutas obtenidas y se elige la que contiene menor</i>

	<i>número de nodos. Se destruye esta ruta. Sean <math>R</math> el número de rutas restantes.</i>
<i>Paso 11:</i>	<i>Si {todos los clientes ya tienen ruta} entonces ir al paso 9. Se evalúa, mediante la función objetivo, la inclusión de todos los nodos libres en todas las posibles posiciones del resto de rutas, incluido el caso del inicio de una nueva ruta.</i>
<i>Paso 12:</i>	<i>Se inserta el cliente cuya inclusión maximice la función objetivo, en la ruta y posición correspondiente. Ir al paso 11.</i>
<i>Paso 13:</i>	<i>Si el número de rutas obtenidas es igual o menor a <math>R</math> entonces ir al paso 10 en caso contrario ir al paso 14</i>
<i>Paso 14:</i>	<i>Todos los clientes están insertados. Se obtiene una solución con menor o igual número de rutas a 9.</i>

Las características que cumple el procedimiento son, por tanto, las siguientes:

- Consideración de las variables económicas como guía en la decisión de cuáles son las mejores soluciones.
- Facilidad en la generación de un número elevado de soluciones.
- Incorporación de criterios probabilísticos en las selecciones para incrementar la diversificación en la exploración.
- Capacidad de reducir el tiempo de computación al considerar subconjuntos de clientes próximos en el espacio-tiempo.
- Aptitud inmediata de transformación en una heurística de construcción en paralelo.
- Aplicabilidad a distintos tipos de problemas: TSP, VRP, VRPTW y otros que generalicen a aquellos, como el empleo de flotas heterogéneas, posibilidad de varias rutas por vehículo, repetición en la visita de clientes, etc.

#### **6.1.1.1.4 Aplicación de HESECOR a los problemas de Solomon (1987).**

A continuación se emplea la versión determinista de HESECOR en la resolución de los 56 problemas de Solomon (1987) (ver Apéndice 1). El objetivo que se pretende cubrir es determinar la influencia de los criterios de inicio e inserción propuestos en la calidad final de las soluciones obtenidas. En segundo lugar, se corrobora cómo la regla jerárquica que prefiere las soluciones con un menor número de rutas no proporciona resultados comparables con otros criterios basados en una función objetivo basada en el beneficio económico. Por último, se constata la diferencia en las soluciones conseguidas en relación con cambios en los ingresos o en los costes.

El modelo de distribución desarrollado en la tesis requiere definir un conjunto de parámetros que determinen una función objetivo basada en los ingresos y costes. En la Tabla A.4 del Apéndice 2 se han propuesto cinco supuestos definidos con las letras A, B, C, D y E. En este caso, los parámetros definen problemas VRPTW con ventanas temporales estrictas. Las horas de jornada laboral para cada vehículo coincide con el cierre del depósito en cada caso, con lo que no se permite el rebase del horario normal de trabajo.

##### **6.1.1.1.4.1 *Influencia de los criterios de inicio e inserción***

Se analiza a continuación la influencia de los criterios de inicio de rutas y de inserción de nodos libres en los resultados obtenidos para los 56 problemas de Solomon (1987). Dado que se han definido siete formas de comienzo en los itinerarios y cinco para insertar los dientes, son posibles 35 soluciones distintas para cada problema. Para un análisis completo se deben resolver, por tanto, 1960 escenarios.

Se ha elegido la función objetivo tipo A (ver Tabla A.4 del Apéndice 2) de tarifas y costes. Asimismo, sólo se contemplan como candidatos a ser insertados la tercera parte de los clientes libres (siempre que exista un mínimo de 25) con el fin de ahorrar tiempo de cálculo. En la Tabla 6.1 de indican los resultados obtenidos, figurando en negrita el número total de rutas y debajo la distancia total recorrida. El tiempo medio empleado en resolver cada uno de los problemas ha sido de 4 segundos de CPU.

La regla de inicio de rutas que proporciona un menor número de vehículos es la 7, y la que hace recorrer menor distancia la 5. El primero corresponde a una media ponderada por la posición de los criterios de inicio, mientras que el segundo denota la mayor lejanía efectiva del cliente a la base.

**Tabla 6.1.** Resultados obtenidos por HESECOR para la combinación de criterios de inicio de rutas (en columnas), y de inserción de clientes (en filas) para los problemas de Solomon (1987) con la función objetivo tipo A. Se representa la distancia total y el número de rutas (en negrita). Se restringen los candidatos a ser insertados.

	1	2	3	4	5	6	7	Media
1	<b>515</b> 84260,70	<b>506</b> 87155,97	<b>520</b> 89677,57	<b>505</b> 86661,61	<b>511</b> 83854,62	<b>502</b> 89909,32	<b>502</b> 86198,65	<b>508,71</b> 86816,92
2	<b>528</b> 89317,61	<b>534</b> 93835,09	<b>505</b> 86353,36	<b>522</b> 90485,97	<b>513</b> 85158,31	<b>545</b> 101474,91	<b>506</b> 85613,54	<b>521,86</b> 90319,83
3	<b>556</b> 110515,20	<b>529</b> 96330,33	<b>527</b> 93423,36	<b>534</b> 100596,33	<b>531</b> 98387,18	<b>535</b> 101693,85	<b>527</b> 93488,24	<b>534,14</b> 99204,93
4	<b>505</b> 84547,88	<b>511</b> 91021,37	<b>497</b> 83283,93	<b>504</b> 86764,58	<b>496</b> 77687,27	<b>549</b> 101560,81	<b>492</b> 81878,69	<b>507,71</b> 86677,79
5	<b>549</b> 110380,43	<b>553</b> 114470,81	<b>524</b> 104341,92	<b>543</b> 110038,58	<b>513</b> 95542,43	<b>558</b> 120144,07	<b>526</b> 101288,01	<b>538,00</b> 108029,46
Media	<b>530,60</b> 95804,36	<b>526,60</b> 96562,71	<b>514,60</b> 91416,03	<b>521,60</b> 94909,41	<b>512,80</b> 88125,96	<b>537,80</b> 102956,59	<b>510,60</b> 89693,43	<b>522,09</b> 94209,79

En cuanto a la inserción, el criterio que proporciona menor número de rutas y distancia recorrida es el 4, y seguido muy de cerca del 2. Corresponden al caso

de insertar con la máxima diferencia del beneficio conseguido al incluir un nodo en una ruta respecto al caso de asignar un itinerario en exclusiva para el cliente desde el depósito, y a la máxima rentabilidad.

En relación con el total de rutas necesarias, la mejor combinación encontrada es la (7,4), coincidente con los mejores criterios de inicio e inserción. El peor par es (6,5). No es recomendable en este caso, por tanto, empezar una ruta con aquel cliente que proporciona un beneficio mayor y luego insertar nodos que conserven un margen de ruta holgado.

En la Tabla 6.2 se comprueba que, de todas las combinaciones posibles, el criterio de inicio 5 y el de inserción 4 proporcionan los mejores resultados en 18 de los 56 problemas de Solomon (1987) resueltos con HESECOR según la función objetivo tipo A y con restricción de candidatos en la inserción.

**Tabla 6.2.** Número de mejores resultados, según los criterios de inicio –columnas- y los de inserción –filas- para los problemas de Solomon (1987) según la función objetivo tipo A y con restricción de candidatos en la inserción.

	1	2	3	4	5	6	7	Suma
1	5	2	0	1	0	1	4	13
2	0	1	0	0	2	0	0	3
3	1	0	2	0	0	0	1	4
4	5	0	5	3	15	0	7	35
5	0	0	0	0	1	0	0	1
Suma	11	3	7	4	18	1	12	56

Por tanto, considerando los análisis de los resultados conjuntos de mayor calidad y el número de casos que aportan mejores soluciones individuales, los mejores criterios de inicio corresponden al 5 y al 7, y el de inserción al 4. Es decir, para iniciar una ruta es preferible mejorar el criterio de Solomon (1987) de lejanía al depósito añadiendo las esperas ineludibles, y para insertar un nodo libre, es mejor calcular la máxima diferencia en beneficio respecto al caso de asignar una

ruta exclusiva para dicho cliente desde el depósito, lo cual también generaliza otro de los criterios de Solomon (1987).

En caso de elección, los criterios de inicio más favorables serían el 1, 5 y 7. Las inserciones deberían guiarse por los criterios 1 y 4. Sin embargo, se perdería la información de 20 mejores resultados de 56.

Por último, y para constatar la calidad de la heurística de construcción propuesta, se comprueba cómo se ha llegado a resolver hasta la solución récord obtenida por cualquier metaheurística tres de los problemas resueltos por Solomon (1987). En efecto, la Tabla 6.3 muestra cómo si se eligen como clientes de inicio de ruta aquellos con la hora más tardía de llegada al depósito y como criterio de inserción el beneficio económico, HESECOR resuelve los problemas C101, C105 y C107 de forma que se iguala lo obtenido por la mejor metaheurística (Rochat y Taillard, 1995). Esta clase de problemas representa nodos agrupados en el espacio con ventanas temporales estrechas. HESECOR completo hace referencia a las 35 combinaciones posibles de inicio e inserción.

**Tabla 6.3.** Comparación para los problemas C1 de Solomon (1987) del mejor resultado obtenido por una metaheurística (Rochat y Taillard, 1995) respecto a la heurística de Solomon (1987) y HESECOR con todas sus posibles combinaciones de inicio e inserción, o sólo el caso (1-1).

	Rochat y Taillard (1995)		Solomon (1987)		HESECOR COMPLETO		HESECOR (1-1)	
C101	10	828,94	10	853	<b>10</b>	<b>828,94</b>	<b>10</b>	<b>828,94</b>
C102	10	828,94	10	968	11	1081,49	11	1300,18
C103	10	828,06	10	1059	10	1153,29	11	1341,58
C104	10	824,78	10	1282	10	1270,73	11	1195,49
C105	10	828,94	10	861	<b>10</b>	<b>828,94</b>	<b>10</b>	<b>828,94</b>
C106	10	828,94	10	897	10	905,89	11	1018,75
C107	10	828,94	10	904	<b>10</b>	<b>828,94</b>	<b>10</b>	<b>828,94</b>
C108	10	828,94	10	855	10	982,64	11	977,29
C109	10	828,94	10	888	10	1043,58	10	1043,58
Medias	10,00	828,38	10,00	951,89	10,11	991,60	10,56	1040,41
Sumas	90	7455,42	90	8567,00	91	8924,44	95	9363,69

#### **6.1.1.1.4.2 Aplicabilidad de la jerarquía tradicional de la calidad de las soluciones a problemas reales**

En la revisión bibliográfica efectuada en el capítulo 4 se comprueba cómo la inmensa mayoría de los autores que estudian el VRPTW consideran un criterio que acepta como mejor aquella solución que precisa de un menor número de rutas, y en caso de duda, que recorra una distancia más corta. Sin embargo, ¿qué ocurre cuando existe un cambio en las tarifas, en los costes fijos o en los variables? A continuación se aplica la heurística HESECOR en su versión determinista para comprobar que no son comparables los criterios jerárquicos convencionales respecto a aquellos otros basados el de beneficio en las operaciones, lo cual justifica el modelo económico propuesto en la tesis.

Se han resuelto dos casos con la heurística HESECOR calculando las 35 combinaciones posibles en los criterios de inicio e inserción al conjunto de problemas de Solomon (1987) con una función objetivo tipo A (ver Tabla A.4 del Apéndice 2). En el primero de ellos A-1 sólo se intentan insertar en una ruta la tercera parte de los nodos libres más cercanos al que origina el itinerario, siempre que queden al menos 25 clientes no insertados. En el segundo caso A-2 se exploran todas las posibilidades. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 6.4. En negrita se detallan los valores medios de los vehículos necesarios en cada grupo de problemas. Debajo figura el promedio de la distancia total recorrida. También se indica el número total de rutas (NTR) y la distancia total (DT) recorrida para los 56 problemas planteados. El tiempo medio empleado para resolver un problema A-1 ha sido de 4 segundos de CPU. En cambio, cuando se analizaban todas las posibilidades A-2 el tiempo medio fue de 10 segundos.

En la Tabla 6.4 se observa cómo una misma resolución del caso A-1 conduce a resultados finales distintos. Efectivamente, de las 35 soluciones

diferentes a cada uno de los 56 problemas de Solomon (1987), si se elige la mejor de ellas atendiendo al criterio tradicional, se obtiene un total de 451 rutas, mientras que si se selecciona aquella opción que optimiza la función objetivo, resultan 459. Por tanto, no siempre lo mejor es reducir a toda costa el número de recorridos.

**Tabla 6.4.** Resultados obtenidos con HESECOR para los problemas de Solomon (1987) con parámetros económicos tipo A. Número medio de rutas (en negrita) y distancia media recorrida.

	Evaluación tradicional (mejor menos rutas)		Función objetivo económico	
	SOLOMON	A-1	A-1	A-2
R1	<b>13,58</b>	<b>13,33</b>	<b>13,33</b>	<b>13,25</b>
	1436,67	1401,27	1401,27	1415,81
R2	<b>3,27</b>	<b>3,18</b>	<b>3,27</b>	<b>3,18</b>
	1402,45	1300,08	1287,06	1307,49
C1	<b>10,00</b>	<b>10,11</b>	<b>10,22</b>	<b>10,22</b>
	951,89	991,60	988,51	986,68
C2	<b>3,13</b>	<b>3,38</b>	<b>3,88</b>	<b>3,50</b>
	692,75	921,51	926,38	745,35
RC1	<b>13,50</b>	<b>13,38</b>	<b>13,63</b>	<b>13,75</b>
	1596,50	1623,68	1583,73	1593,98
RC2	<b>3,88</b>	<b>3,88</b>	<b>3,88</b>	<b>3,88</b>
	1682,13	1575,07	1577,25	1569,27
NTR	<b>453</b>	<b>451</b>	<b>459</b>	<b>455</b>
DT	73005,00	73003,07	72567,31	71521,06

Si atendemos al criterio tradicional que considera que una solución es mejor que otra si tiene menos rutas, entonces HESECOR proporciona un mejor resultado que la heurística de Solomon (1987), puesto que resuelve los problemas planteados por el autor con dos rutas menos. Sin embargo, los resultados no pueden compararse si se considera el beneficio económico como función objetivo. En efecto, con HESECOR se generan 35 soluciones distintas: si se eligen las mejores con el criterio tradicional, el número de rutas totales es de 452, pero si se contempla el máximo beneficio, esta cifra aumenta a 459.

Además, si se confrontan las dos últimas columnas, es decir, la posibilidad de alargar el tiempo de cálculo y obtener mejores soluciones si se contemplan todos los clientes candidatos a ser incluidos en una ruta, se comprueba una reducción tanto en el número de rutas como en la distancia total recorrida.

**Conclusión 5:** *No son comparables entre sí los métodos que resuelven un problema del tipo VRPTW cuando se emplean distintas funciones objetivo. La calidad de una opción depende de la función objetivo<sup>3</sup>.*

Por último, queda por confirmar la dependencia de la calidad de las soluciones obtenidas frente a distintos casos planteados respecto a la función objetivo. Veamos la influencia de estos cambios en relación con los resultados que obtiene la heurística HESECOR. Para ello, se han elegido al azar un representante de cada uno de los seis tipos de problemas de Solomon (1987): R103, R201, C104, C206, RC107 y RC208. En la Tabla A.4 del Apéndice 2 se han definido los problemas A, B, C, D y E que suponen distintos escenarios de ingresos y costes.

En la Tabla 6.5 se detallan los resultados obtenidos para estos problemas bajo la estrategia de 35 combinaciones y elección de los resultados que mayoran la función objetivo. En la tercera línea, bajo la distancia media recorrida, se detalla el beneficio medio alcanzado. La comparación con la heurística de Solomon (1987) no es posible, aunque se ha incluido en la tabla, puesto que los criterios de valoración son diferentes, como ya se ha comprobado anteriormente.

---

<sup>3</sup> Algunos autores, sin embargo, emplean funciones objetivo en sus procedimientos para resolver el problema VRPTW que no se corresponden con lo que realmente pretenden. Así, a modo de ejemplo, tanto Solomon (1987) como Thangiah *et al.* (1994) utilizan una función objetivo que pondera las distancias y los tiempos y que no contempla la reducción del número de rutas, que es el propósito básico de los problemas VRPTW teóricos. Otros autores como Cordone *et al.* (1997) o Gambardella *et al.* (1999) se sirven de dos funciones objetivo, una que disminuye el número de vehículos y otra que reduce el coste.

Lo primero que se confirma es la incidencia que tiene la función objetivo en los resultados obtenidos. Los costes y tarifas aplicados influyen claramente en las soluciones. Los resultados se acercan a la jerarquía de Solomon (1987) si los ingresos son bajos. También se corrobora la disminución del recorrido cuando es preponderante el coste unitario por distancia. Sin embargo, en los problemas de transporte reales, los costes horarios y de otro tipo presentan pesos nada despreciables. Otra consecuencia extraíble es que, para una política de tarifas y unos costes determinados, el transporte es rentable en función de la distribución física de los clientes y de sus ventanas temporales.

**Tabla 6.5.** Resultados obtenidos por HESECOR para distintos valores en los parámetros de costes y ingresos. Número de rutas en negrita.

	SOLOMON	A35	B35	C35	D35	E35
R103	<b>14</b> 1484	<b>14</b> 1519,48	<b>15</b> 1492,98	<b>15</b> 1512,58	<b>14</b> 1651,65	<b>14</b> 1865,08
		-154992,67	-62791,94	269748,25	-1225,84	137399,13
R201	<b>4</b> 1741	<b>4</b> 1722,73	<b>4</b> 1604,13	<b>4</b> 1715,99	<b>4</b> 1791,16	<b>4</b> 1915,77
		-168755,95	-80876,56	258273,39	-24954,56	115616,59
C104	<b>10</b> 1282	<b>11</b> 1195,49	<b>10</b> 1041,04	<b>10</b> 1301,82	<b>10</b> 1521,17	<b>10</b> 1767,55
		-179231,47	53177,72	401313,44	-598459,88	-464850,69
C206	<b>3</b> 730	<b>3</b> 735,17	<b>4</b> 721,90	<b>4</b> 733,49	<b>5</b> 1150,25	<b>4</b> 1690,01
		-113679,53	130271,11	477138,06	-490744,38	-495899,13
RC107	<b>13</b> 1385	<b>13</b> 1465,70	<b>12</b> 1477,87	<b>13</b> 1465,70	<b>13</b> 1645,59	<b>14</b> 1867,83
		-122453,35	62375,81	505354,50	245897,75	367676,56
RC208	<b>3</b> 1373	<b>3</b> 1176,35	<b>3</b> 1109,28	<b>3</b> 1176,35	<b>3</b> 1258,67	<b>3</b> 1327,70
		-79318,47	145734,36	548489,50	328118,44	441326,59
NTR	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>49</b>	<b>49</b>
DT	7995	7814,92	7447,20	7905,93	9018,49	10433,94
BT		-818431,44	247890,50	2460317,14	-541368,47	101269,05

**Conclusión 6:** *Fijadas unas tarifas y unos costes determinados, la rentabilidad de una operación de distribución del tipo VRPTW es función de la distribución física y los horarios de servicio de los clientes. Es decir, si se pretende asegurar un nivel mínimo de rentabilidad y los costes son fijos, cada grupo de clientes puede requerir una política de precios diferente.*

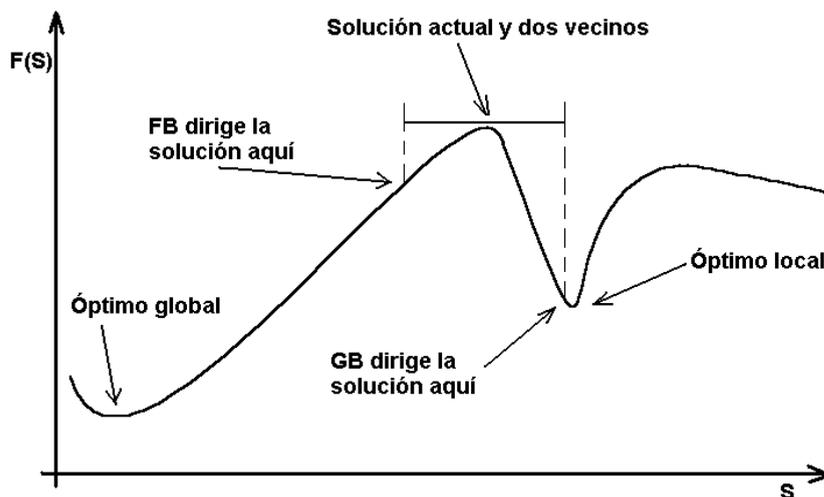
### **6.1.1.2 Búsqueda local aleatoria**

La transformación de una solución en otra mediante movimientos determinados facilita, en ocasiones, la mejora del valor de la función objetivo de un problema combinatorio. Desgraciadamente, el proceso se detiene cuando se alcanza un óptimo local. El objetivo de este apartado consiste en determinar aquellos aspectos básicos de interés en la búsqueda local. Se comprueba que la exploración aleatoria del entorno de una solución y la aceptación del primer candidato que mejore al actual es una estrategia razonable de búsqueda. Asimismo se manifiesta la conveniencia en el uso de múltiples operadores para ampliar las posibilidades de encontrar mejores soluciones. Por último, se introduce una estrategia adaptativa donde las probabilidades en la elección de los distintos movimientos depende de los éxitos recientes. Estas conclusiones son de gran interés, puesto que se pueden implementar como parte de las estrategias de búsqueda guiada por metaheurísticas.

El orden en la aplicación de movimientos a una solución y el criterio de aceptación inmediata o no de un resultado que mejore al precedente conducen a distintos óptimos locales. La exploración sistemática del entorno de una solución y la consiguiente elección del mejor resultado no siempre constituye la estrategia idónea. En efecto, en la Figura 6.3 se observa un ejemplo en el que la elección del mejor del entorno “*global best*” (GB) no conviene frente a la alternativa de

seleccionar el primer resultado que supere al precedente “*first best*” (FB). Algunas experiencias (Laguna *et al.*, 1994) indican que el criterio de mayor descenso (GB) no lleva necesariamente a las mejores soluciones finales, siendo necesario un mayor esfuerzo de cálculo.

En lo sucesivo, la estrategia seguida en la búsqueda es la elección de un movimiento aleatorio “*Randomized Local Search*, RLS”, frente a la opción de realizar búsquedas exhaustivas y sistemáticas de todo el entorno de una solución.



**Figura 6.3.** Ejemplo donde el criterio de aceptar el primer descenso (FB) es mejor que el de mayor descenso (GB). En abcisas se representan las soluciones y en ordenadas su función objetivo.

#### 6.1.1.2.1 Criterios de elección de nuevas soluciones

Para potenciar la eficiencia de los cálculos necesarios en la búsqueda de mejores resultados en el entorno de la opción vigente, es de interés conocer si es conveniente aceptar la primera solución que supere a la precedente, o bien elegir el mejor de un conjunto de candidatos próximos a la solución actual.

La aceptación voraz del primer candidato que mejore el valor de la función objetivo sigue un esquema FB que se transforma paulatinamente en otro de mayor descenso GB si ampliamos el número de candidatos formados a partir de la solución de partida. Sin embargo, en éste último caso, no es aconsejable la aplicación de una búsqueda local aleatoria puesto que una exploración ordenada impide el retorno a configuraciones ya visitadas.

Para comprobar la incidencia del número de candidatos seleccionados que optan a sustituir a la solución vigente, se ha diseñado una estrategia de búsqueda local aleatoria basada en un solo operador, según la Tabla 6.6. Los resultados extremos, promedios y porcentajes de coeficientes de variación consecuencia de la aplicación de nueve ensayos se reflejan en la Tabla 6.7, destacando el hecho que han sido 14 las rutas necesarias en todos los casos.

**Tabla 6.6.** Definición de estrategia para búsqueda local aleatoria.

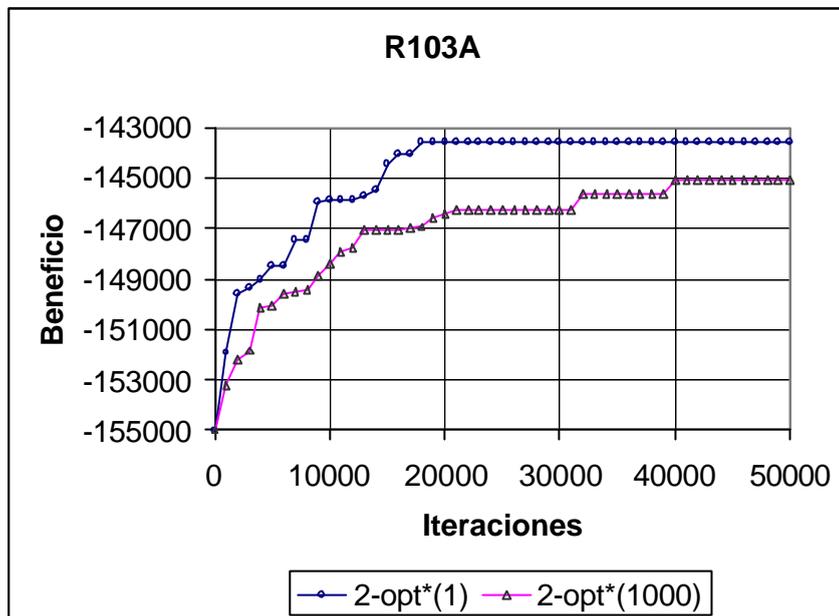
Estrategia:	<i>Búsqueda local aleatoria</i>
Problema:	<i>R103 Solomon (1987)</i>
Función objetivo:	<i>Tipo A (ver Tabla A.4)</i>
Solución inicial:	<i>HESECOR determinista</i>
Operador:	<i>2-opt*</i>
Criterio de parada:	<i>5000 iteraciones sin mejora</i>
Número de ensayos:	<i>9</i>

**Tabla 6.7.** Distancia total (DT) y beneficio (B) obtenidos mediante una búsqueda local aleatoria, variando la elección del mejor por número de iteraciones. Estrategia según Tabla 6.6.

R103A 2-opt*	MÍNIMO		MEDIA		MÁXIMO		C.V.%	
	Distancia	Beneficio	Distancia	Beneficio	Distancia	Beneficio	Distancia	Beneficio
1	1418,54	-145610,81	1399,83	-143560,99	1390,47	-141882,14	0,704	-0,770
20	1436,35	-147758,19	1410,34	-144589,65	1390,50	-142534,05	1,387	-1,312
100	1448,32	-147253,38	1415,74	-144589,65	1403,36	-143467,00	0,958	-0,765
500	1443,50	-148811,56	1431,84	-146694,25	1408,36	-144416,28	1,036	-1,010
1000	1455,59	-149230,31	1428,11	-146180,61	1396,55	-144103,93	-1,304	-1,133

Los resultados muestran una relación inversa del beneficio en relación con el número de candidatos seleccionados para la comparación, tanto en los valores extremos como los promedios. La dispersión no sigue ninguna tendencia significativa, según se indica en la última columna con el coeficiente de dispersión. Se detecta una mejora del 1,57% de incremento del máximo beneficio comparando los mejores resultados cuando se emplea la táctica de elegir al primer candidato que mejore al precedente respecto a la evaluación de mil de ellos y selección del mejor. La cifra es del 1,79% si comparamos las medias. La ventaja detectada no es contundente. De hecho en el caso de elegir el mejor de 500 se obtienen peores resultados que si lo es para 1000, tanto para los valores mínimos como para los promedio, aunque no para los máximos. El tiempo medio de cálculo ha sido de 82 segundos de CPU en cada ensayo.

En la Figura 6.4 se comparan las mejoras de beneficio obtenidas en función del número de iteraciones necesarias para el problema R103, según la estrategia de la Tabla 6.6, para los casos de elegir el primero que sea mejor (1) o bien el mejor de entre mil (1000). Se observa cómo para dos búsquedas locales aleatorias concretas, el óptimo alcanzado sigue la tendencia obtenida en la Tabla 6.7, es decir, es preferible la estrategia FB. Además, se corrobora en este ensayo que el óptimo con FB se alcanza antes (52 segundos de cálculo de CPU frente a 108). El empleo de una estrategia FB es, por tanto, una forma razonable de búsqueda aleatoria.



**Figura 6.4** Beneficio en relación con el número de iteraciones para una solución inicial obtenida por HESECOR del problema R103A de Solomon (1987).

**Conclusión 7:** *En la mejora de soluciones al problema VRPTW, el empleo de estrategias de elección aleatoria de movimientos y la selección del primero que mejore la opción precedente constituye una técnica razonable frente a las búsquedas exhaustivas de todo el entorno de la solución<sup>4</sup>.*

#### 6.1.1.2.2 Operadores de búsqueda local

Cada operador delimita un entorno diferente para cada solución, obteniendo la búsqueda local aleatoria mejores resultados para unos movimientos que para otros. En este apartado se comprueba cómo cada tipo de movimiento alcanza distintos óptimos locales. Para ello es necesario definir un criterio que indique la

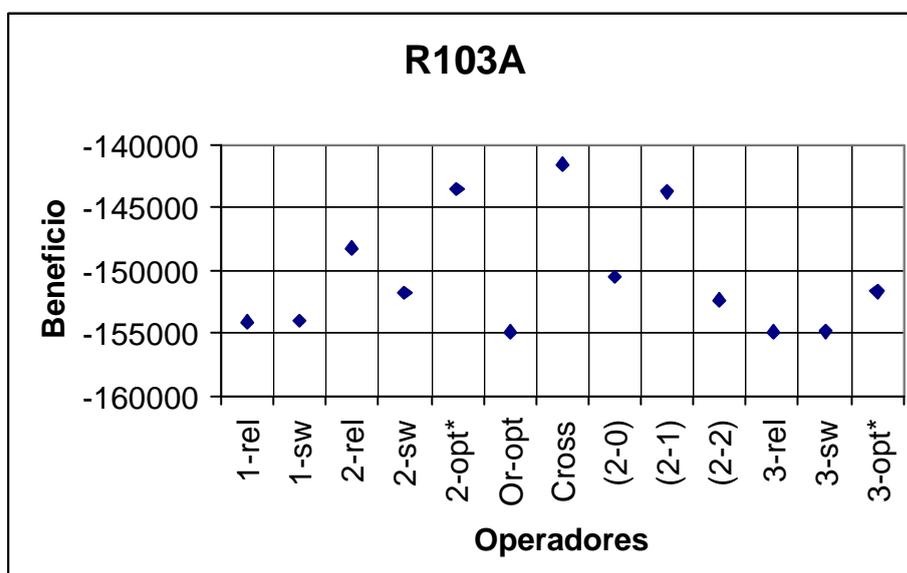
<sup>4</sup> Aunque las técnicas probabilistas, tales como la cristalización simulada o los algoritmos genéticos, han obtenidos notables éxitos en la resolución del problema VRPTW, siguen existiendo autores (Cordone *et al.*, 1997; Chiang *et al.*, 1997; De Backer *et al.*, 2000; Bräysy, 2001c) que prefieren búsquedas exhaustivas de todo el entorno de una solución, aunque ello les suponga un mayor esfuerzo de cálculo.

llegada a un mínimo relativo, de otro modo, el número de iteraciones crecería sin ofrecer la certeza de que el siguiente intento es mejor que el precedente.

En la Figura 6.5 se ha representado el máximo beneficio alcanzado por diferentes movimientos, según la estrategia definida en la Tabla 6.8. Se acuerda en este caso como óptimo local aquella solución que no mejora tras 5000 iteraciones aleatorias. La descripción de las abreviaturas de los movimientos se encuentra en la Tabla A.22 del Apéndice 4.

**Tabla 6.8.** Definición de estrategia para búsqueda local aleatoria.

Estrategia:	<i>Búsqueda local aleatoria</i>
Problema:	<i>R103 Solomon (1987)</i>
Función objetivo:	<i>Tipo A (ver Tabla A.4)</i>
Solución inicial:	<i>HESECOR determinista</i>
Operador:	<i>Diferente en cada caso</i>
Selección de mejora:	<i>Primer descenso (FB)</i>
Criterio de parada:	<i>5000 iteraciones sin mejora</i>
Número de ensayos:	<i>1</i>



**Figura 6.5** Beneficio obtenido para el problema R103A de Solomon (1987) según diversos movimientos hasta alcanzar un óptimo relativo partiendo de la misma solución inicial. Estrategia según Tabla 6.8.

Se comprueba que los movimientos aplicados ofrecen máximos locales diferentes. El ensayo incluye tres operadores (Or-opt, 3-relocate y 3-swap) que, en este caso, no mejoran la propuesta inicial. Los resultados de mayor calidad se obtienen, en este ensayo, para movimientos entre dos rutas (Cross, 2-opt\* y 2-1). El tiempo medio de cálculo ha sido de 84 segundos de CPU.

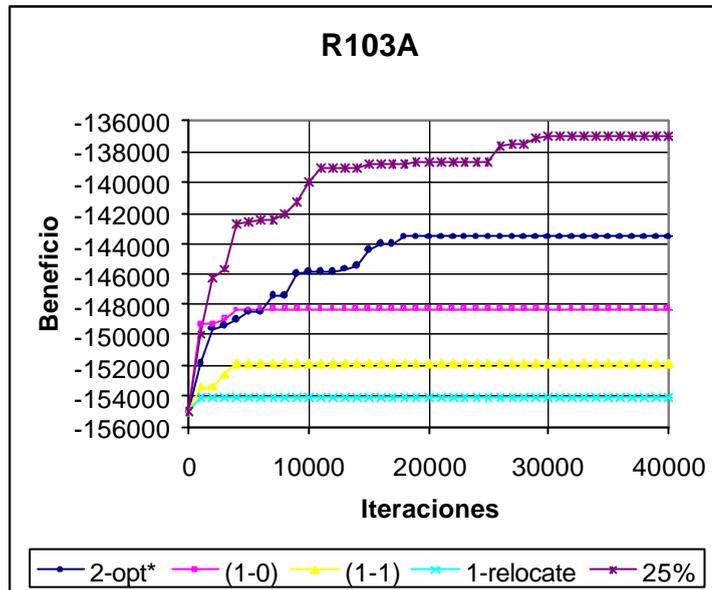
### 6.1.1.2.3 Descenso aleatorio con múltiples operadores

El siguiente objetivo es comprobar qué ocurre cuando se aplican de forma conjunta diversos operadores. Es razonable pensar que si una mejora no es posible con un movimiento, lo sea para otro, según el criterio de búsqueda en entornos variables (VLS). Asimismo, en este apartado se pretende analizar la influencia de la calidad de la solución inicial en el resultado del óptimo relativo alcanzado aplicando un descenso aleatorio con múltiples operadores.

En la Figura 6.6 se representan los resultados obtenidos para descensos aleatorios de cuatro operadores distintos, actuando de forma independiente, hasta llegar al óptimo relativo; y la combinación equiprobable de ellos, según la estrategia definida en la Tabla 6.9.

**Tabla 6.9.** Definición de estrategia para búsqueda local aleatoria.

Estrategia:	<i>Búsqueda local aleatoria</i>
Problema:	<i>R103 Solomon (1987)</i>
Función objetivo:	<i>Tipo A (ver Tabla A.4)</i>
Solución inicial:	<i>HESECOR determinista</i>
Operadores:	<i>2-opt*, 1-rel, (1,0), (1,1)</i>
Selección operador:	<i>Equiprobable</i>
Selección de mejora:	<i>Primer descenso (FB)</i>
Criterio de parada:	<i>5000 iteraciones sin mejora</i>
Número de ensayos:	<i>5</i>



**Figura 6.6** Evolución del beneficio en relación con las iteraciones realizadas en un descenso aleatorio para cuatro operadores y una combinación equiprobable de ellos. Estrategia según Tabla 6.9.

Se corrobora que, para el ensayo realizado, una elección equiprobable del operador mejora el resultado obtenido respecto a la aplicación de cada uno de ellos de forma individual. La ventaja de esta combinación ha resultado clara casi desde el principio, aunque se ha necesitado un mayor número de iteraciones para alcanzar el óptimo local. Se ha precisado una media de 32 segundos de CPU por cada 10000 iteraciones.

La combinación de movimientos configura uno de mayor nivel que, a su vez, presenta su propio entorno y óptimo local. Esta amplificación del espacio de soluciones requiere, por lo general, un mayor esfuerzo computacional. Sin embargo, para un mismo número de iteraciones, la solución alcanzada proporciona, al menos en las pruebas realizadas, resultados de mayor calidad.

**Conclusión 8:** *El empleo de múltiples operadores de búsqueda local amplía el entorno de una solución y las posibilidades de encontrar opciones de mayor calidad, aunque se requiera un mayor esfuerzo de cálculo.*

A continuación se quiere averiguar si influye la calidad de la solución inicial en el resultado del óptimo relativo alcanzado aplicando un descenso aleatorio con múltiples operadores. Para ello se generarán dos grupos de soluciones de partida, uno de ellos donde los beneficios obtenidos sean muy inferiores al conseguido por los otros. Se pretende averiguar, en este caso, hasta qué punto es necesario construir buenas soluciones de partida.

Se pueden construir malas soluciones iniciales con un procedimiento de construcción secuencial si no existen criterios de comienzo de ruta y de inserción de clientes. La heurística HESECOR probabilista definida anteriormente elige el nodo inicial o bien el cliente que debe insertarse en una ruta de acuerdo con ciertas pautas que ordenan a los candidatos según una lista. En el Apéndice 5 se recogen funciones que asignan probabilidades a los elementos ordenados de una lista, proponiéndose la expresión (A.4) como lo suficientemente flexible como para adaptarse a situaciones totalmente deterministas o aleatorias, en función de un parámetro  $k$ .

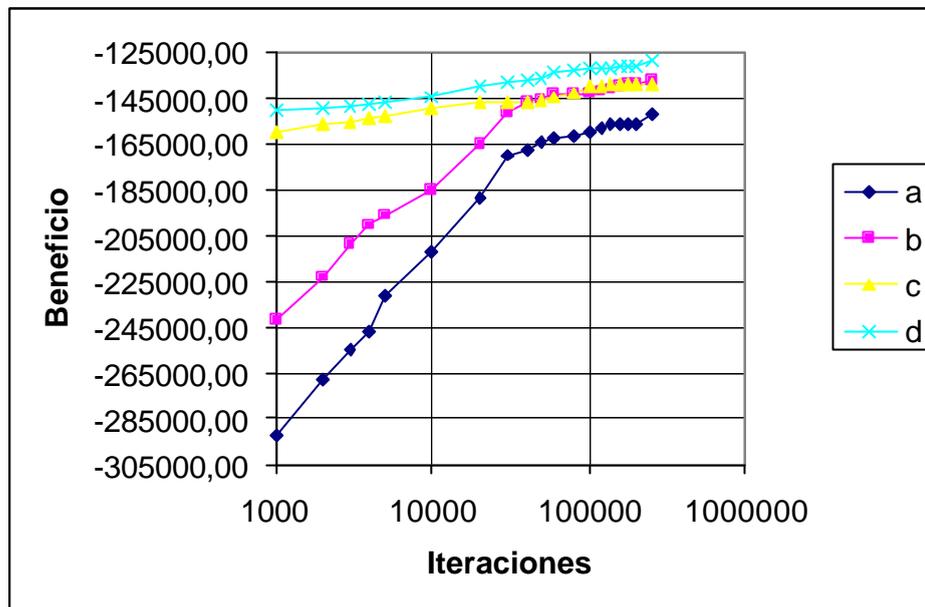
Cuando se construye con la heurística HESECOR probabilista una solución con criterios de inicio e inserción definidos por  $k=1$ , según la Ecuación (A.4), se puede elegir con la misma probabilidad cualquier elemento de la lista. Ello significa que no existen criterios y, por tanto, la calidad de los resultados tiende a ser mala. Sin embargo, con un criterio de inicio que seleccione con mayor probabilidad los primeros de la lista (por ejemplo  $k=0,25$ ) y con una inserción determinista ( $k=0$ ), se generan soluciones que tienden a ser de mayor calidad que en el caso anterior.

Para averiguar la influencia de las soluciones iniciales, se define una estrategia de búsqueda local aleatoria con diez operadores según la estrategia definida en la Tabla 6.10. Los resultados extremos de nueve ensayos se han representado en la Figura 6.7, de forma que las curvas a y b representan la evolución de las ganancias cuando se parte de soluciones de baja calidad. Análogamente, las c y d simbolizan las de mayor beneficio inicial, con soluciones iniciales generadas por la heurística HESECOR con el criterio 7 de inicio probabilista con  $k=0,25$  y criterio 4 de inserción determinista.

**Tabla 6.10.** Definición de estrategia para búsqueda local aleatoria.

Estrategia:	<i>Búsqueda local aleatoria</i>
Problema:	<i>R103 Solomon (1987)</i>
Función objetivo:	<i>Tipo A (ver Tabla A.4)</i>
Solución inicial:	<i>HESECOR totalmente aleatorio en curvas a y b. HESECOR probabilista en el criterio 7 de inicio de ruta y determinista en criterio 4 de inserción en curvas c y d.</i>
Operadores:	<i>10 operadores (ver Tabla A.23)</i>
Selección operador:	<i>Probabilidades según Tabla A.23</i>
Selección de mejora:	<i>Primer descenso (FB)</i>
Criterio de parada:	<i>250000 iteraciones</i>
Número de ensayos:	<i>9</i>

Se comprueba que las soluciones iniciales de cierta calidad proporcionan resultados que son mejores en relación al tiempo de cálculo. Sin embargo, a largo plazo, esta ventaja tiende a desaparecer. La mejor opción alcanzada tras 250.000 iteraciones y nueve ensayos, con soluciones iniciales de calidad ha sido la siguiente: 14 rutas, 1265,45 unidades de distancia recorrida y  $-128768,47$  unidades de beneficio. El tiempo medio de cálculo ha sido de 1725 segundos de CPU.



**Figura 6.7.** Evolución de los extremos del beneficio obtenido en relación con las iteraciones realizadas en un descenso aleatorio para el problema R103A para 10 operadores y nueve ensayos. Estrategia según Tabla 6.10.

Por tanto, la calidad de las soluciones iniciales suele afectar, con algunas metaheurísticas, a la de los resultados finales. Esta afirmación es coherente con las conclusiones obtenidas por Garcia *et al.* (1994), Thompson y Psaraftis (1993) y Potvin y Rousseau (1995), que muestran que los algoritmos que se concentran en mejorar soluciones iniciales malas no alcanzan, para un tiempo de cálculo determinado, buenas soluciones. También Louis *et al.* (1999) ponen de relieve una relación entre la calidad de las configuraciones iniciales y la velocidad de los algoritmos genéticos. Otros autores como Van Breedam (2001) indican esta dependencia en la búsqueda tabú con heurísticas de descenso. Algunos como Bräysy (2001a) y Bent *et al.* (2001) han tenido que desarrollar estrategias específicas para reducir el número de rutas en una primera fase, puesto que luego es difícil hacerlo alencajonarse las soluciones.

**Conclusión 9:** *La calidad de la solución final a un problema VRPTW obtenida tras aplicar determinadas estrategias de búsqueda local, depende de la estructura y calidad de las configuraciones iniciales. Así, para un tiempo de cálculo prefijado, parece que los algoritmos de mejora proporcionan mejores resultados si parten de buenas soluciones.*

#### **6.1.1.2.4 Búsqueda aleatoria adaptativa con múltiples operadores**

Se introduce en la tesis una estrategia que denominaremos de búsqueda aleatoria adaptativa con múltiples operadores “*Random Reactive Variable Neighborhood Search*” (RRVNS), caracterizada por ajustar la probabilidad en el uso de un operador en función de los éxitos recientes. Es, por tanto, un procedimiento basado en cierta memoria que sirve para explorar aquellas opciones más prometedoras, y que se va adaptando según se avanza en la búsqueda.

Esta técnica, junto con otras que se describirán posteriormente, proporcionará soluciones que serán mejores o peores en función de la elección de las opciones que la definen. La necesidad de un ajuste fino de los parámetros para muchas estrategias ya fue una debilidad detectada por Rochat y Taillard (1995). Se comprueba en éste apartado que, a veces una variante en un procedimiento mejora los resultados obtenidos a costa un mayor tiempo de cálculo. Sólo en algunas ocasiones se pueden descartar opciones que no mejoran la solución y, además, suponen un mayor esfuerzo computacional.

En efecto, en la Tabla 6.11 se definen las opciones de una búsqueda local aleatoria adaptativa con 15 operadores que presenta un criterio de parada fijado de antemano en 10000 iteraciones en un caso y 20000 en otro. En la Tabla 6.12 se recogen los valores representativos del número de rutas, distancia recorrida y

beneficio (negrita) para un total de nueve ensayos. El tiempo medio de CPU ha sido de 102 y 200 segundos, respectivamente. Se corrobora una ligera mejoría en los resultados obtenidos con más iteraciones, pero con un incremento muy sensible del tiempo de cálculo.

**Tabla 6.11.** Definición de estrategia para búsqueda local aleatoria adaptativa.

Estrategia:	<i>Búsqueda local aleatoria adaptativa</i>
Problema:	<i>R103 Solomon (1987)</i>
Función objetivo:	<i>Tipo A (ver Tabla A.4)</i>
Solución inicial:	<i>HESECOR determinista. Criterio 7 de inicio y 4 de inserción</i>
Operadores:	<i>{1-rel, 1-sw, 1-sw*, 2-rel, 2-sw, 2-opt*, 2-opt**, Or-opt, Cross, (2,0), (2-1), (2-2), 3-rel, 3-sw, 3-opt*}.</i>
Selección operador:	<i>Probabilidades según éxitos obtenidos en 1000 iteraciones de cada operador.</i>
Selección de mejora:	<i>Primer descenso (FB)</i>
Criterio de parada:	<i>Número fijo de iteraciones (10000 ó 20000)</i>
Número de ensayos:	<i>9</i>

**Tabla 6.12.** Resultados de la estrategia de búsqueda local adaptativa con múltiples operadores según la estrategia definida en la Tabla 6.11. Criterio de parada en 10000 y 20.000 iteraciones.

<i>N</i>		<b>MÍNIMO</b>	<b>MEDIA</b>	<b>MÁXIMO</b>	<b>C.V.%</b>
10000	Nº rutas	14	14,00	14	0,000
	Distancia	1411,42	1372,74	1357,29	1,002
	<b>Beneficio</b>	<b>-143425,22</b>	<b>-139272,62</b>	<b>-136883,92</b>	<b>-1,209</b>
20000	Nº rutas	14	14,00	14	0,000
	Distancia	1386,69	1361,99	1342,07	1,229
	<b>Beneficio</b>	<b>-140834,11</b>	<b>-138505,67</b>	<b>-136285,22</b>	<b>-1,208</b>

Por otra parte, se podría modificar el procedimiento y definir ciclos de un número determinado de iteraciones de forma que, si existe alguna mejora, se permita el reinicio de uno nuevo. La Tabla 6.13 define esta variante, de forma que se puede analizar la incidencia en el número de reinicios permitidos. En la Tabla 6.14 se recogen dos casos, con máximos de 10 y 25 reinicios. El tiempo medio empleado ha sido de 1788 y 2256 segundos de CPU, respectivamente.

La interpretación de los resultados obtenidos en esta prueba pone de manifiesto que es mejor permitir un máximo de 10 reinicios, puesto que no se justifica un mayor esfuerzo de cálculo cuando no se han obtenido diferencias significativas en los resultados, tanto medios como extremos.

**Tabla 6.13.** Definición de estrategia para búsqueda local aleatoria adaptativa.

Estrategia:	<i>Búsqueda local aleatoria adaptativa</i>
Problema:	<i>R103 Solomon (1987)</i>
Función objetivo:	<i>Tipo A (ver Tabla A.4)</i>
Solución inicial:	<i>HESECOR determinista (7-4). Criterio 7 de inicio y 4 de inserción</i>
Operadores:	<i>{1-rel, 1-sw, 1-sw*, 2-rel, 2-sw, 2-opt*, 2-opt**, Or-opt, Cross, (2,0), (2-1), (2-2), 3-rel, 3-sw, 3-opt*}</i> .
Selección operador:	<i>Probabilidades según éxitos obtenidos en 1000 iteraciones de cada operador.</i>
Selección de mejora:	<i>Primer descenso (FB)</i>
Criterio de parada:	<i>Ciclo de 10000 iteraciones sin mejora</i>
Máximo número de ciclos:	<i>R variable (10, 25)</i>
Número de ensayos:	<i>9</i>

**Tabla 6.14.** Resultados de la estrategia de búsqueda local adaptativa con para 15 operadores según la estrategia definida en la Tabla 6.13. Se permite un máximo de 10 y 25 reinicios.

R		MÍNIMO	MEDIA	MÁXIMO	C.V.%
10	Nº rutas	14	14,00	14	0,000
	Distancia	1328,52	1296,85	1268,64	0,906
	<b>Beneficio</b>	<b>-134487,94</b>	<b>-131768,93</b>	<b>-128502,50</b>	<b>-0,757</b>
25	Nº rutas	14	14,00	14	0,000
	Distancia	1326,20	1301,12	1271,75	1,473
	<b>Beneficio</b>	<b>-134926,44</b>	<b>-131980,10</b>	<b>-128890,98</b>	<b>-1,526</b>

Por último, si se comparan los valores obtenidos en las Tablas 6.12 y 6.14, se observa una mejora de calidad en el resultado cuando se permiten los reinicios, pero a costa de un incremento significativo del tiempo de cálculo.

**Conclusión 10:** *El ajuste de los parámetros de una estrategia de búsqueda mejora los resultados obtenidos para un problema VRPTW determinado, sin que ello signifique que sea mejor para otros escenarios<sup>5</sup>.*

### **6.1.1.3 Heurística de reconstrucción de soluciones**

Se pretende definir en este apartado un movimiento complejo, basado en el principio de destrucción y reconstrucción de soluciones con el objetivo de averiguar su comportamiento para emplearlo, posteriormente, en el ámbito de las metaheurísticas que se describirán más adelante.

La reconstrucción de soluciones fundamenta una heurística de búsqueda por entornos aplicable a la optimización combinatoria, especialmente indicada (ver Schrimpf *et al.*, 2000) en aquellos problemas con espacios de soluciones discontinuos, sometidos a fuertes restricciones, con múltiples objetivos o donde la generación de una opción factible sea complicada. Se trata de romper una parte de la solución y recomponerla siguiendo criterios que permitan la obtención de configuraciones de mayor calidad. Constituye un operador que, a diferencia de los habituales, resulta algo más complejo en su definición. Dicho movimiento también definirá un entorno, con óptimos locales susceptibles de mejora con metaheurísticas.

La reconstrucción de soluciones, en la versión que se presenta, es una estrategia de búsqueda por entornos aleatoria, puesto que, aunque los mecanismos de restauración son deterministas, los de destrucción no lo son. Ello

---

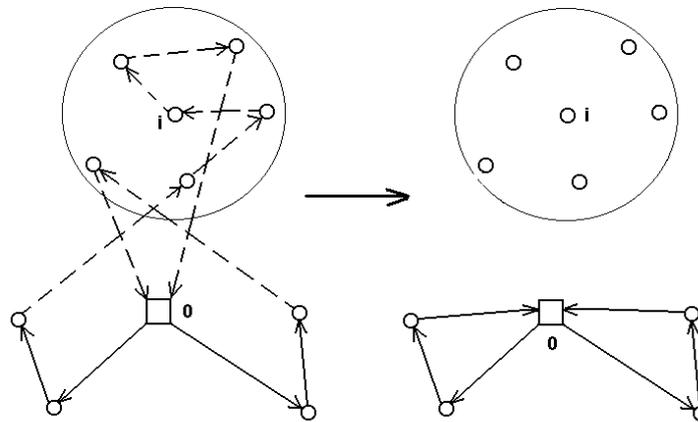
<sup>5</sup> Algunos autores emplean estrategias específicas para ajustar los mejores parámetros para un problema determinado, renunciando directamente al criterio de robustez ante casos distintos. Así, Potvin y Dubé (1994) se sirven de los algoritmos genéticos para obtener los mejores parámetros capaces de generar soluciones iniciales. Recientemente, Bräysy (2001c) determina un método “determinístico” para resolver el problema VRPTW, eso sí, tras proponer unos parámetros de forma “intuitiva” y posteriormente ajustarlos al caso particular.

significa que uno de los parámetros que define arbitrariamente el óptimo relativo será el número de iteraciones. Ésta magnitud debe ser lo suficientemente elevada para que la probabilidad de encontrar una mejora a la solución actual sea muy pequeña.

En primer lugar, se definen varias posibilidades en la destrucción de una solución para, posteriormente, establecer un algoritmo de reconstrucción sistemática. En el último punto se analiza el comportamiento de la heurística y la combinación del operador con otros más simples dentro de un esquema de descenso aleatorio con múltiples operadores. La conclusión obtenida es que el movimiento complejo de reconstrucción es efectivo sin que sea necesario una destrucción masiva de la solución. Asimismo, se complementa con éxito con otros operadores de naturaleza distinta y que permiten ampliar el vecindario de búsqueda de una solución.

#### **6.1.1.3.1 La destrucción de una solución**

La ruina parcial de una solución queda definida por la liberación de un conjunto de nodos de sus enlaces. Los clientes seleccionados se separan de sus rutas, quedando una solución degenerada que, según se observa en la Figura 6.8, sustituyen las conexiones de entrada y salida al nodo desconectado por otros que conectan al cliente anterior y posterior en su ruta. En el caso de ser un cliente con un itinerario de ida y vuelta al depósito, ésta desaparece.



**Figura 6.8.** Destrucción de una solución de los nodos más cercanos al  $i$  y formación de una solución degenerada.

Se definen dos estrategias de ruina de una solución:

- **Destrucción radial:** Dado un nodo elegido al azar y un parámetro  $r$ , quedan desconectados el cliente seleccionado y aquellos otros más cercanos a él. Se elige probabilísticamente un número de nodos liberados entre 0 y  $r$ . La cercanía queda determinada por la suma de la distancia física más la separación ficticia correspondiente a la espera mínima calculada para el vehículo más rápido de la flota. Se separan  $r+1$  clientes como mucho, y siempre al menos uno, que es el pivote.
- **Destrucción aleatoria:** En el mismo caso anterior, los  $r$  clientes se eligen al azar, desconectándose un número de ellos que oscila desde 0 hasta  $r$ . Quedan cortados  $r+1$  nodos como máximo.

La terna  $(r, L, m)$  define la estrategia empleada. El parámetro  $r$  denota el número máximo de clientes a desconectar, además del elegido en primer lugar como pivote. En el algoritmo que se presenta, el número de clientes que se aíslan se elige de forma equiprobable.  $L$  toma el valor 1 cuando la destrucción es radial, 2 si es aleatoria, y 3 cuando se selecciona el criterio de ruina con una probabilidad

del 50% entre los anteriores. Por último  $m$  es el número de iteraciones. Se ha limitado el número de posibilidades a las expuestas, aunque se evidencian métodos análogos al explicado cambiando o incluyendo nuevas funciones de probabilidad en las elecciones.

### 6.1.1.3.2 Reconstrucción de soluciones

Los nodos deben asignarse de nuevo a alguna ruta y así construir una solución al problema planteado. Se sigue un algoritmo determinístico y voraz. En primer lugar se inserta el nodo entre todos los posibles lugares de la solución degenerada, incluyendo el caso del inicio de una nueva ruta. Se pone de relieve seguidamente qué situación mayor la función objetivo. Este cálculo se continúa para todos los clientes sin ruta y al final se inserta aquel nodo y aquella posición que proporciona una ganancia superior. Con ello se obtiene otra solución degenerada y se procede de igual forma hasta que se incluyan todos los nodos.

El algoritmo completo de un proceso de búsqueda por entornos basado en la reconstrucción de soluciones se puede expresar como sigue:

<i>Paso 1:</i>	<i>Construcción de una solución inicial al problema de distribución.</i>
<i>Paso 2:</i>	<i>Elección de una estrategia de destrucción <math>(r, L, m)</math>.</i>
<i>Paso 3:</i>	<i>Si el número de iteraciones es menor o igual a <math>m</math> entonces: ir al Paso 4. en caso contrario ir al Paso 8.</i>
<i>Paso 4:</i>	<i>Selección de un número aleatorio <math>A</math> entre 0 y <math>r</math>.</i>
<i>Paso 5:</i>	<i>Destrucción de la solución por desconexión de <math>A+1</math> nodos.</i>
<i>Paso 6:</i>	<i>Hasta que no queden nodos libres: Evaluación de la función objetivo para cada nodo y en todas las posiciones posibles, incluido el caso de una nueva ruta.</i>

*Inserción del mejor nodo libre en la mejor posición.*

*Paso 7: Decisión si se acepta la nueva solución (por cristalización simulada, aceptación por umbrales, aceptación voraz, etc.). Si se acepta, se cambia por la actual. Ir al Paso 3.*

*Paso 8: Elegir como mejor solución la última. Terminar.*

### **6.1.1.3.3 Análisis de problemas resueltos**

El propósito de los ensayos que se presentan a continuación es, por una parte, evidenciar la eficacia del criterio de ruina equiprobable entre la destrucción radial y aleatoria de una solución; por otra, comprobar el comportamiento de la heurística frente al número de iteraciones y de clientes desconectados, verificándose que no resulta necesario un número elevado de rupturas entre nodos para conseguir la eficacia del algoritmo. Por último se confirma cierta dependencia entre la calidad de la solución de partida y el óptimo relativo conseguido.

#### **6.1.1.3.3.1 Influencia del criterio de destrucción y su magnitud**

Para examinar la influencia del criterio de destrucción y del número de clientes que se liberan en el resultado proporcionado por la heurística, se diseña la estrategia recogida en la Tabla 6.15. En las filas de la Tabla 6.16 se indica la distancia total recorrida y el beneficio para cada criterio (negrita). En todos los casos el número de rutas no ha bajado de 14.

Se observa en la última columna de la Tabla 6.16 que el beneficio medio de la opción de destrucción mixta es ligeramente superior a los otros dos. Asimismo se aprecia una leve mejora de la función objetivo al crecer  $r$ . De hecho, la mejor

solución se ha logrado con  $r=15$  y con el criterio de rotura mixto. La opción de menor calidad apareció con  $r=0$ . Parece razonable, por tanto, el empleo equiprobable de los criterios de destrozo radial y aleatorio. El número de clientes desconectados favorece la aparición de mejores soluciones, aunque también acrecienta el número de cálculos necesarios. Seguidamente se analiza el tiempo de cálculo necesario centrándose en la destrucción mixta.

**Tabla 6.15.** Definición de estrategia de reconstrucción de soluciones.

Estrategia:	<i>Reconstrucción de soluciones</i>
Problema:	<i>R103 Solomon (1987)</i>
Función objetivo:	<i>Tipo A (ver Tabla A.4)</i>
Solución inicial:	<i>HESECOR (7-4) determinista. Criterio 7 de inicio y 4 de inserción</i>
Operadores:	<i>Reconstrucción con <math>r</math> variable.</i>
Criterio de destrucción:	<i>Radial, aleatorio y mixto.</i>
Selección de mejora:	<i>Primer descenso (FB)</i>
Criterio de parada:	<i>1000 iteraciones</i>
Número de ensayos:	<i>1</i>

**Tabla 6.16.** Resultados de ensayos de la heurística de reconstrucción según la estrategia de la Tabla 6.15. En columnas se indican valores de  $r$  y en filas los criterios de destrucción. Se representa la distancia y el beneficio (en negrita).

	0	1	3	7	11	15	Medias
Radial	1360,57	1328,85	1324,45	1296,04	1300,17	1313,53	1320,60
	<b>-136891,98</b>	<b>-133287,14</b>	<b>-134436,73</b>	<b>-130938,61</b>	<b>-130703,70</b>	<b>-131730,41</b>	<b>-132998,10</b>
Aleatoria	1304,93	1322,90	1341,76	1277,80	1277,26	1274,53	1299,86
	<b>-132477,50</b>	<b>-133049,00</b>	<b>-136256,34</b>	<b>-130747,13</b>	<b>-131335,81</b>	<b>-130794,58</b>	<b>-132443,39</b>
Mixta	1310,62	1310,55	1302,70	1298,50	1260,27	1249,89	1288,76
	<b>-132345,50</b>	<b>-133396,63</b>	<b>-132254,25</b>	<b>-131143,59</b>	<b>-129121,83</b>	<b>-128934,91</b>	<b>-131199,45</b>
Medias	1325,37	1320,77	1322,97	1290,78	1279,23	1279,32	1303,07
	<b>-133904,99</b>	<b>-133244,26</b>	<b>-134315,77</b>	<b>-130943,11</b>	<b>-130387,11</b>	<b>-130486,63</b>	<b>-132213,65</b>

### 6.1.1.3.3.2 *Influencia de la magnitud de la destrucción y el tiempo de cálculo*

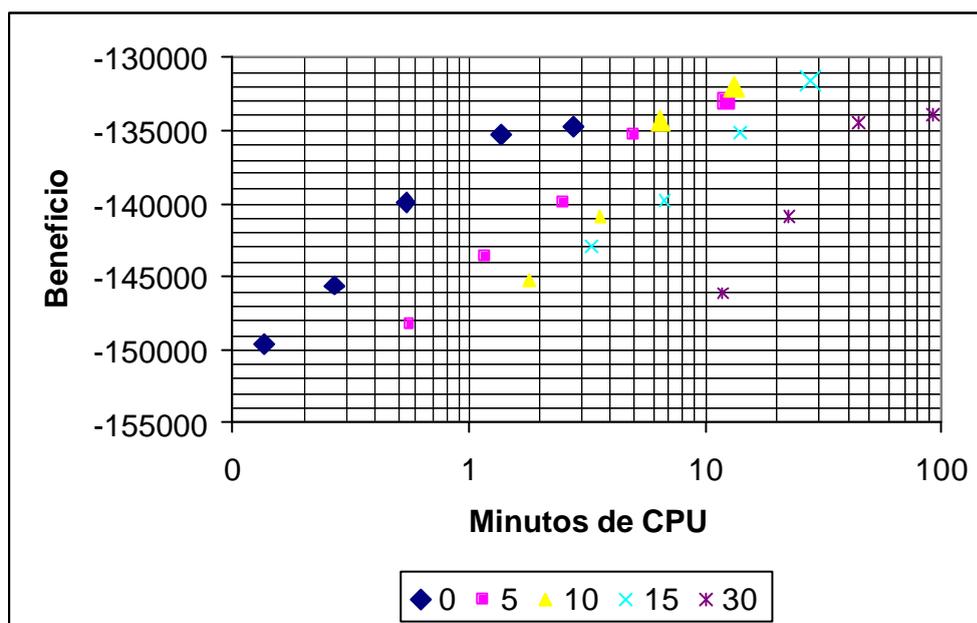
En la Tabla 6.17 se ha diseñado una estrategia para la heurística de reconstrucción de soluciones para determinar la influencia de la magnitud de la destrucción (parámetro  $r$ ), y del tiempo de cálculo en la calidad de la solución final conseguida. Se han representado en la Figura 6.9 los resultados medios de dos ensayos. Cada serie indica el parámetro  $r$  utilizado, que ha variado de 0 a 30, y el número de iteraciones, que lo ha hecho entre 25 y 500.

**Tabla 6.17.** Definición de estrategia de reconstrucción de soluciones.

Estrategia:	<i>Reconstrucción de soluciones</i>
Problema:	<i>R103 Solomon (1987)</i>
Función objetivo:	<i>Tipo A (ver Tabla A.4)</i>
Solución inicial:	<i>HESECOR determinista (7-4). Criterio 7 de inicio y 4 de inserción</i>
Operadores:	<i>Reconstrucción con <math>r</math> variable en cada caso.</i>
Criterio de destrucción:	<i>Mixto: equiprobable entre radial y aleatorio.</i>
Selección de mejora:	<i>Primer descenso (FB)</i>
Criterio de parada:	<i>Iteraciones fijas para cada caso.</i>
Número de ensayos:	<i>2</i>

La nube de puntos de la Figura 6.9 permite determinar los óptimos de Pareto. Así, hasta 3 minutos de CPU, los resultados más competitivos para menos de 1000 iteraciones provienen de  $r=0$ . Sin embargo, la solución con este movimiento alcanza rápidamente un óptimo local. Con destrucciones más amplias, se incrementa considerablemente el entorno de búsqueda, a costa de aumentar fuertemente el tiempo de cálculo. Si se representan los óptimos de Pareto con una terna que indica, el primer componente los minutos de CPU, el segundo el criterio  $r$  de destrucción radial y el último las iteraciones, entonces los correspondientes a la Figura 6.9, para un tiempo de cálculo superior a un minuto, son los siguientes: (1,0,500); (3,0,1000); (7,10,100); (12,5,500); (13,10,500) y (28,15,200). Valores de  $r$  superiores a 15 no tienen efectividad, salvo que se incremente mucho el tiempo de cálculo. Si lo que se pretende son movimientos rápidos y efectivos, se recurrirá

a una destrucción de  $r$  entre 0 y 10. Un ajuste adecuado de los parámetros de la heurística hace que ésta sea mejor para un problema determinado, lo cual es una debilidad que ya ha sido detectada anteriormente con la búsqueda local aleatoria.



**Figura 6.9.** Comportamiento del algoritmo de reconstrucción según la estrategia de la Tabla 6.17. Las series indican el parámetro  $r$ . Los puntos de mayor tamaño denotan los óptimos de Pareto.

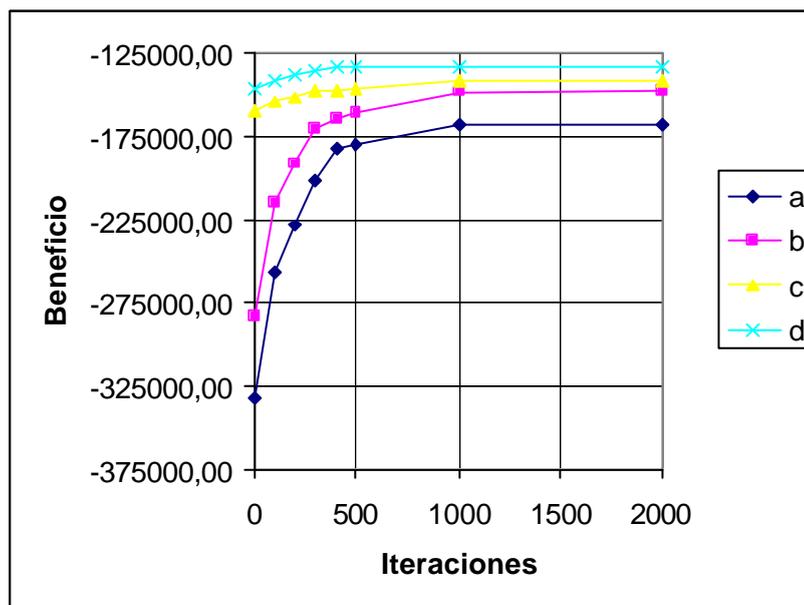
### 6.1.1.3.3 Influencia de la calidad de la solución inicial

A continuación comprueba la evolución del valor de la función objetivo de las soluciones en relación al número de iteraciones y a la calidad de la solución inicial. En la Tabla 6.18 se ha diseñado una estrategia para el caso  $r=0$ . En la Figura 6.10 se han representado las curvas de los valores extremos de nueve realizaciones, donde se detalla la evolución entre el beneficio y las iteraciones cuando se parten de soluciones de baja calidad (curvas  $a$  y  $b$ ) o de mejor calidad (curvas  $c$  y  $d$ ). Se observa la conveniencia de buenas soluciones iniciales, pues no

sólo conducen a mejores óptimos locales, sino que también lo hacen de forma más rápida.

**Tabla 6.18.** Definición de estrategia de reconstrucción de soluciones.

Estrategia:	<i>Reconstrucción de soluciones</i>
Problema:	<i>R103 Solomon (1987)</i>
Función objetivo:	<i>Tipo A (ver Tabla A.4)</i>
Solución inicial:	<i>HESECOR totalmente aleatorio en curvas a y b. HESECOR probabilista en el criterio 7 de inicio de ruta y determinista en criterio 4 de inserción en curvas c y d.</i>
Operadores:	<i>Reconstrucción con <math>r = 0</math>.</i>
Criterio de destrucción:	<i>Mixto: equiprobable entre radial y aleatorio.</i>
Selección de mejora:	<i>Primer descenso (FB)</i>
Criterio de parada:	<i>2000 iteraciones.</i>
Número de ensayos:	<i>9</i>



**Figura 6.10.** Representación casos extremos de nueve iteraciones con soluciones iniciales de mejor (líneas c y d) y de peor calidad (líneas a y b), según estrategia de la Tabla 6.18. Tiempo de cálculo: 165 segundos de CPU cada 1000 iteraciones.

Cuando la heurística HESECOR ha aleatorizado completamente los criterios de inicio e inserción, las soluciones iniciales son de baja calidad. En este caso el beneficio medio ha sido de  $-308.553,46$  y el porcentaje del coeficiente de

variación del 5,297%. Una vez aplicada la estrategia de reconstrucción según la Tabla 6.18, los óptimos locales han presentado una media en ganancias de -161.383,61 y un porcentaje del coeficiente de variación del 3,842%.

Por otro lado, si se elige un conjunto también aleatorio de soluciones iniciales, pero de buena calidad (en este caso con la heurística HESECOR, con criterio de inicio 7, y  $k=0,25$  según la Ecuación (A.4) del Apéndice 5, y criterio 4 de inserción determinista), la media de los resultados iniciales ha sido de -155.808,39 y el porcentaje del coeficiente de variación del 2,948%. Tras llegar a los óptimos locales se alcanza un beneficio medio de -135.993,65 y un porcentaje del coeficiente de variación de 2,108%. El mejor resultado, representado por la curva  $d$ , ha sido de -133351,97, tardando 330 segundos de CPU.

Por tanto, se comprueba que este procedimiento de búsqueda local es sensible a la calidad de los resultados iniciales, siendo recomendable dedicar cierto esfuerzo a conseguir buenas soluciones en su comienzo, conclusión que también se alcanzó en el caso del descenso aleatorio con múltiples operadores. El beneficio logrado es doble: se llega antes a un óptimo local que es mejor.

#### **6.1.1.3.3.4 Influencia de la reconstrucción de soluciones con otros operadores**

En este apartado se comprueba que la estrategia de combinar múltiples operadores con la reconstrucción constituye una decisión. Para ello se diseña en la Tabla 6.19 una estrategia de búsqueda local aleatoria con elección equiprobable con 10 operadores, uno de los cuales es el de reconstrucción con  $r=15$  y criterio mixto de destrucción. En la Tabla 6.20 se cifran los resultados representativos obtenidos para nueve ensayos en dichas condiciones. El tiempo medio de cálculo ha sido de 2840 segundos de CPU. El mayor esfuerzo computacional requerido

respecto a las estrategias ensayadas anteriormente proporcionan un óptimo relativo de mayor calidad.

**Tabla 6.19.** Definición de estrategia de búsqueda local aleatoria con múltiples operadores de los cuales uno es la reconstrucción de soluciones.

Estrategia:	<i>Búsqueda local aleatoria con múltiples operadores</i>
Problema:	<i>R103 Solomon (1987)</i>
Función objetivo:	<i>Tipo A (ver Tabla A.4)</i>
Solución inicial:	<i>HESECOR determinista (7-4). Criterio 7 de inicio y 4 de inserción</i>
Operadores:	<i>Reconstrucción con <math>r=15</math> y además {1-rel, 1-swap, 2-opt*, 2-rel, 2-swap, Cross, Or-opt, (2,1), (2,2)}</i>
Selección operador:	<i>Equiprobabilidad para todos los operadores.</i>
Criterio de destrucción:	<i>Mixto: equiprobable entre radial y aleatorio.</i>
Selección de mejora:	<i>Primer descenso (FB)</i>
Criterio de parada:	<i>30000 iteraciones.</i>
Número de ensayos:	<i>9</i>

**Tabla 6.20.** Resultados de búsqueda aleatoria equiprobable con 10 operadores, uno de los cuales es el de reconstrucción con  $r=15$  y criterio mixto de destrucción, según estrategia de la Tabla 6.19.

	MÍNIMO	MEDIA	MÁXIMO	C.V.%
Número de rutas	14,00	14,00	14,00	0,000
Distancia total recorrida	1275,241	1268,58	1239,08	1,059
<b>Beneficio</b>	<b>-131317,89</b>	<b>-129275,78</b>	<b>-127504,64</b>	<b>-0,966</b>

De todos los ensayos que se han realizado, se puede extraer como consecuencia que el operador de reconstrucción es adecuado para problemas con espacios de soluciones abruptos y complejos, sometidos a múltiples restricciones como el VRPTW. Además, es conveniente un criterio que combine la destrucción radial y la aleatoria, siempre que el número de nodos desconectados sea moderado. También resulta provechoso dedicar cierto esfuerzo en la generación de buenas soluciones iniciales, pues éstas influyen en el resultado final y en el esfuerzo de cálculo. Por último, es conveniente combinar este movimiento con otros dentro de un esquema de búsqueda local aleatoria.

### **6.1.2 Metaheurísticas de resolución de rutas con ventanas temporales mediante la búsqueda secuencial por entornos**

Tanto la construcción de soluciones con la heurística HESECOR como las heurísticas de búsqueda local basadas en múltiples operadores y en la reconstrucción de soluciones, constituyen buenas herramientas para su empleo dentro de metaheurísticas que permitan, por un lado, diversificar la búsqueda por el espacio de soluciones, y por otra intensificar la exploración en aquellas zonas más prometedoras. Eso sí, con sistemas inteligentes que permitan superar los óptimos locales para intentar llegar a soluciones que presenten valoraciones de su función objetivo lo más cercanas al óptimo absoluto. Las metaheurísticas que se analizan en la tesis pertenecen a la familia de estrategias de búsqueda secuencial por entornos, según la clasificación propuesta en la Figura 2.1.

En los apartados que siguen se persigue, por una parte definir estrategias de búsqueda basadas en familias de metaheurísticas de búsqueda secuencial y por otra, ensayar la influencia de los parámetros que determinan cada método en relación con la calidad de la solución encontrada y con su tiempo de cálculo.

Todas las técnicas que se presentan parten de soluciones iniciales generadas con la heurística HESECOR. Se han propuesto diez estrategias de búsqueda basada distintas familias de metaheurísticas, y otras cuatro híbridas de las anteriores. Considerando que cada una de ellas contiene un número nada despreciable de opciones y parámetros que pueden tomar valores distintos, el conjunto de estrategias posibles para resolver un caso adquiere tales dimensiones, que encontrar la mejor de ellas, con la combinación adecuada de parámetros, es un problema de decisión complejo.

Con las limitaciones expuestas anteriormente, el fin perseguido va a ser definir un conjunto de estrategias y comprobar, para un problema dado (se ha elegido el R103 de Solomon (1987), y la función de tarifas y costes del tipo A, según la Tabla A.4 del Apéndice 2) cómo influyen sus parámetros en el resultado final y el tiempo de cálculo. Al final se establecerá un balance entre el esfuerzo computacional y la calidad de la solución obtenida para determinar las estrategias que dan lugar a los óptimos de Pareto para este problema.

### **6.1.2.1 GRASP dirigido con búsqueda convergente**

Se presenta una metaheurística basada en el algoritmo económico y secuencial de construcción de rutas HESECOR. En una primera fase se genera una población inicial de opciones al problema de la distribución siguiendo un esquema GRASP con el objeto de favorecer la diversificación en la exploración del espacio de soluciones. Posteriormente se intensifica el esfuerzo de búsqueda aplicando por etapas algoritmos a cada una de las soluciones, descartando en cada una de ellas las que proporcionan valores más bajos de la función objetivo. La operación de búsqueda permite el empleo de heurísticas de descenso sencillo o bien la aplicación de metaheurísticas más sofisticadas.

La fase de construcción basada en la heurística HESECOR, favorece la generación de una población inicial susceptible de evolucionar posteriormente con metaheurísticas tales como los algoritmos genéticos, la búsqueda dispersa o las estrategias evolutivas, entre otros.

#### **6.1.2.1.1 GRASP dirigido**

En este apartado se describe una metaheurística perteneciente a la familia GRASP, que se orienta con eficiencia hacia las regiones del espacio de soluciones

más prometedoras, y que emplea para ello algunas de las características de la heurística HESECOR. Este algoritmo de construcción económica y secuencial de rutas, descrito en el apartado 6.1.1.1.3 de la tesis, se basa en la elección de un nodo que comienza una ruta, según una pauta de inicio, y la inclusión sucesiva de nodos, según una regla de inserción. Cuando se selecciona siempre el primero de una lista de candidatos, ordenada según el criterio correspondiente, HESECOR es determinístico, y lleva siempre a la misma solución inicial. Sin embargo, se puede elegir un candidato dentro de la secuencia correspondiente atendiendo a una función de probabilidad que normalmente prima a los primeros de la serie. En éste último caso, se dice que HESECOR es probabilístico, aunque uno de sus criterios, el de inicio o el de inserción pueda ser determinado. De hecho, el algoritmo determinístico se considera un caso particular en el que toda la probabilidad de ser seleccionado se la lleva el primero de la lista.

En el Apéndice 5 se recogen algunas funciones probabilísticas de elección de secuencias ordenadas, y se propone una función, la representada por la Ecuación (A.4) que, en función de un parámetro  $k$ , contempla la selección equiprobable si  $k=1$ , o bien la elección determinística del primero de la lista si  $k=0$ .

Cuando se emplea una heurística HESECOR probabilista, se genera un conjunto de soluciones factibles que, posteriormente pueden ser mejoradas mediante procedimientos de búsqueda local, lo cual define una metaheurística del tipo GRASP. De esta forma se generan soluciones que, si bien en valores medios pueden ser dar peores resultados que si se actuase de forma determinista, proporciona soluciones extremas que mejoran normalmente la función objetivo, como se tendrá ocasión de comprobar con el análisis de casos resueltos.

Se denominará GRASP dirigido por la heurística HESECOR a una metaheurística que rastreará, en primer lugar, todas las posibles combinaciones de reglas de inicio e inserción proporcionadas por la versión determinista de

HESECOR, y posteriormente centrará la génesis de soluciones factibles en aquella combinación de criterios que ha mayorado la función objetivo, permitiendo, mediante una función de probabilidad que prima a los primeros de la lista, la elección de candidatos distintos al mejor. A continuación se aplica una búsqueda local a cada una de las opciones y se selecciona la de mayor calidad. El algoritmo queda descrito de la siguiente forma:

<i>Paso 1:</i>	<i>Construcción con la heurística HESECOR determinista todas las soluciones correspondientes a las posibles combinaciones entre los criterios de inicio y de inserción.</i>
<i>Paso 2:</i>	<i>Ordenar las soluciones y elegir aquella que mayor el beneficio. Almacenar esta solución y determinar los criterios de inicio y de inserción que la ha originado.</i>
<i>Paso 3:</i>	<i>Determinar una función de probabilidad para elegir clientes según los criterios de inicio e inserción.</i>
<i>Paso 4:</i>	<i>Generar una población de soluciones con la heurística HESECOR probabilista según los criterios las funciones de probabilidad definidas.</i>
<i>Paso 5:</i>	<i>Aplicación de un procedimiento de mejora a cada una de las soluciones.</i>
<i>Paso 6:</i>	<i>Ordenar las soluciones obtenidas de las mejoras. Seleccionar aquella que maximiza la función objetivo.</i>

#### **6.1.2.1.2 Búsqueda convergente**

Una vez se ha generado una población de soluciones con la heurística HESECOR probabilística, la aplicación de un algoritmo de mejora a todas ellas, define una metaheurística GRASP convencional. Se propone una variante que permita concentrar la exploración de aquellas regiones del espacio de soluciones más prometedoras dentro de un esquema competitivo. La búsqueda convergente permite seleccionar una opción al problema combinatorio partiendo de un conjunto

sobre el que se aplica iterativamente procedimientos de búsqueda por entornos que, paulatinamente, va descartando las opciones de menor calidad.

Sea  $P$  el número de soluciones generadas en un primer momento. Llamemos  $F$  al número de fases de búsqueda. Se determina  $p(i)$  como el número de soluciones sometidas a un proceso de mejora en la etapa  $i$ :

$$(6.1) \quad p(i) = P^{1-\frac{i}{F}}$$

La fase  $i=0$  indica que se someten todas las soluciones iniciales al proceso de mejora. Por otro lado, cuando  $i=F$ , sólo queda por mejorar un individuo. En la búsqueda convergente, se elige el índice  $i_0$  de inicio y se indagan las  $p(i)$  opciones de mayor calidad, reduciéndose la nueva población a dicha cifra una vez ha mejorado. El proceso termina con una solución que resulta vencedora en la competición planteada. La terna  $(P, F, i_0)$  define la estrategia empleada.

#### 6.1.2.1.3 Análisis de problemas resueltos

En los apartados que siguen se diseñan variantes de la familia GRASP basándose en la heurística HESECOR en su versión probabilista. Se comprueba, entre otras cosas que, una moderada variación de los criterios de inicio e inserción elegidos como mejores de la heurística de construcción secuencial de soluciones proporciona un conjunto de individuos que, a pesar de ser en media, peores que la solución determinista, genera opciones con valores extremos que la mejoran. Se propone en la tesis una función probabilista de elección de elementos ordenados de una lista que es capaz de adaptar el grado de variabilidad que se quiere proporcionar al algoritmo de construcción (expresión (A.4) del Apéndice 5). Además se estudia la incidencia del número de soluciones generadas en la calidad de la solución elegida como mejor, confirmándose el hecho de que un

aumento de los individuos favorece el encuentro de soluciones extremas, sobre todo si existe una variabilidad suficiente en su creación.

Por último, se constata claramente la sintonía entre las versiones determinista y probabilista de HESECOR. La primera aporta la mejor combinación de criterios de inicio e inserción para un problema dado, y la segunda favorece la creación de configuraciones en el entorno de la opción determinista, lo cual lleva a encontrar, generalmente, soluciones de mejor calidad.

#### ***6.1.2.1.3.1 Influencia de la aleatoriedad de los criterios de inicio e inserción de HESECOR en la calidad de la mejor solución inicial***

Se desea comprobar que es posible mejorar la eficacia de la heurística HESECOR determinista si se establece una versión probabilista de selección aleatoria dirigida hacia la combinación del criterio de inicio y de inserción más eficiente. Esta circunstancia denota la conveniencia de elegir la mejor de las soluciones generadas con una heurística HESECOR que construye distintas opciones con ligeras variaciones en la selección de los nodos correspondientes, según el algoritmo que se ha descrito anteriormente con el nombre de GRASP dirigido.

En la Tabla 6.21 se ha diseñado una estrategia basada en un GRASP dirigido. La columna I representa el mejor resultado de las 35 combinaciones posibles de HESECOR determinista. El resto de columnas recogen las mejores soluciones de una población de 250 individuos. Para generar 250 soluciones se ha empleado una media de 865 segundos de CPU, tardando cada individuo una media de 3,5 segundos.

**Tabla 6.21.** Definición de estrategia GRASP dirigido con HESECOR.

Estrategia:	<i>GRASP dirigido con HESECOR</i>
Problema:	<i>R103 Solomon (1987)</i>
Función objetivo:	<i>Tipo A (ver Tabla A.4)</i>
Función probabilística:	<i>Expresión (A.4) del Apéndice 5.</i>
Generación de soluciones:	<i>Columna I: Criterio inicio 7; k=0. Criterio inserción 4; k=0 Columna II: Criterio inicio 7; k=0,2. Criterio inserción 4; k=0 Columna III: Criterio inicio 7; k=0. Criterio inserción 4; k=0,2 Columna IV: Criterio inicio 7; k=0,2. Criterio inserción 4; k=0,2 Columna V: Criterio inicio equiprobable; k=0,2. Criterio inserción equiprobable; k=0,2. Los criterios son cualesquiera de HESECOR.</i>
Número de soluciones:	<i>250, salvo columna I que es solución única y determinada.</i>

**Tabla 6.22.** Resultados de la mejor solución de 250 generadas con la aplicación de GRASP dirigido, según la estrategia de la Tabla 6.21.

	I	II	III	IV	V
Nº de rutas	14	14	14	14	16
Distancia	1519,48	1436,83	1427,91	1423,77	1689,40
<b>Beneficio</b>	<b>-154992,67</b>	<b>-146750,81</b>	<b>-145244,94</b>	<b>-145349,23</b>	<b>-178160,16</b>

Se observa que pequeñas alteraciones en torno a la combinación que mayor las ganancias para este problema, (columnas II, III y IV,) permite la obtención soluciones que mejoran la propuesta determinista. Sin embargo, si se aplica la función probabilística a cualesquiera de los 35 criterios de la heurística HESECOR elegido de forma equiprobable, para un mismo número de soluciones generadas, se constata en el este caso una merma en la calidad del resultado final.

#### **6.1.2.1.3.2 Influencia de la aleatoriedad y del número de soluciones generadas en la calidad de la mejor solución inicial**

Otro aspecto que se quiere analizar es la influencia del número de soluciones generadas y la aleatoriedad en los criterios de selección de los nodos. Se constata que cierta alteración en el orden de la elección de los clientes, puede, con un número bajo de soluciones generadas, llevar a resultados de baja calidad.

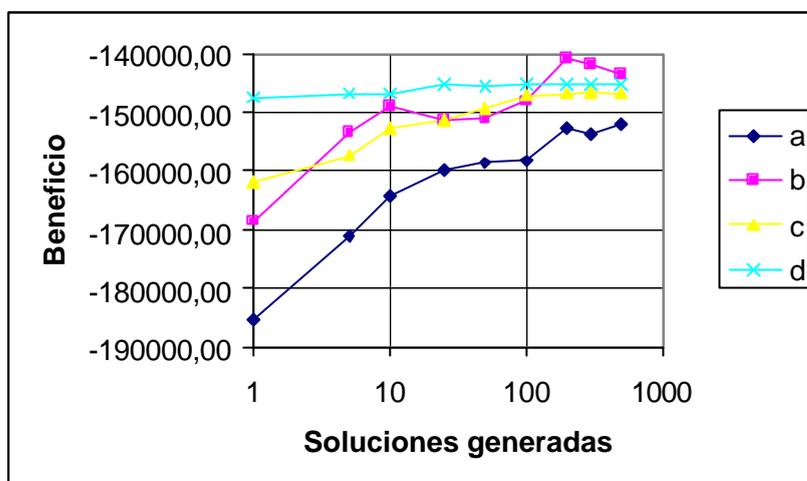
Sin embargo, si aumenta la población, se incrementan las posibilidades de encontrar configuraciones satisfactorias.

En la Tabla 6.23 se ha recogido el diseño de un GRASP dirigido para analizar dos supuestos distintos, donde el criterio de inserción de clientes es determinista en cualquier caso. El primero de ellos construye soluciones partiendo de clientes que inician una ruta elegidos al azar. En el segundo caso los nodos que comienzan un itinerario se eligen probabilísticamente en el entorno del criterio de inicio 7 de HESECOR. Se pretende con ello generar dos conjuntos de soluciones, donde la primera presenta valores medios mejores que la segunda.

En la Figura 6.11 se han dibujado las líneas que marcan los valores extremos de nueve realizaciones para los escenarios planteados, representándose la evolución del beneficio en función del número de soluciones generadas. La generación de cada individuo consume 3,5 segundos de CPU de media.

**Tabla 6.23.** Definición de estrategia GRASP dirigido con HESECOR.

Estrategia:	<i>GRASP dirigido con HESECOR</i>
Problema:	<i>R103 Solomon (1987)</i>
Función objetivo:	<i>Tipo A (ver Tabla A.4)</i>
Función probabilística:	<i>Expresión (A.4) del Apéndice 5.</i>
Generación de soluciones:	<i>Criterio de inserción 4 determinista (<math>k=0</math>) HESECOR totalmente aleatorio en el criterio de inicio (<math>k=1</math>) en curvas a y b. HESECOR probabilista en el criterio 7 de inicio (<math>k=0,25</math>) en curvas c y d.</i>
Número de soluciones:	<i>Variable, de 1 a 500.</i>
Número de ensayos:	<i>9</i>



**Figura 6.11.** Soluciones generadas frente a beneficio, según la estrategia diseñada en la Tabla 6.23.

Del análisis de los resultados representados en la Figura 6.11 se comprueba que, si bien parece razonable la elección de la mejor solución construida de un conjunto con altas probabilidades de ser de alta calidad, la restricción de las posibilidades llevan, a largo plazo, a una merma en la diversidad. Así, las líneas *b* y *d* se cruzan en un valor próximo a 140. Esto significa que si se pretende generar un conjunto de hasta un centenar de soluciones, resulta conveniente dirigir la construcción de soluciones con cierta variación en los criterios de inicio e inserción. Sin embargo, se encontrarán mejores soluciones con poblaciones mayores y más diversas, incluso cuando éstas son de calidad moderada.

**Conclusión 11:** *Cierta aleatoriedad en los criterios que generan soluciones de un problema VRPTW permite, frente a la construcción determinista, generar una población cuyo valor medio puede no ser competitivo, pero que si el número de individuos es lo suficientemente grande, favorece el encuentro de soluciones de mayor calidad.*

### 6.1.2.1.3.3 *Influencia del tipo de función probabilista de elección en secuencias ordenadas*

A continuación se analizan diversas funciones probabilistas usadas por diversos autores, y que vienen recogidas en el Apéndice 5, frente a la expresión (A.4) introducida en la tesis. Se comprueba que con la función propuesta, con unos parámetros que permiten una aleatorización moderada en la elección de la lista, proporciona soluciones competitivas.

En la Tabla 6.24 se diseña una estrategia GRASP de búsqueda dirigida con distintas funciones probabilistas de elección en secuencias ordenadas. En la Tabla 6.25 se recogen los resultados representativos. Excepto para la columna I, donde se recoge la heurística HESECOR determinista, y por tanto una población de 35 soluciones, en el resto de columnas se han generado poblaciones de 100 individuos. El tiempo medio consumido en la creación de cada solución ha sido de 3,5 segundos.

**Tabla 6.24.** Definición de estrategia GRASP dirigido con HESECOR.

Estrategia:	<i>GRASP dirigido con HESECOR</i>
Problema:	<i>R103 Solomon (1987)</i>
Función objetivo:	<i>Tipo A (ver Tabla A.4)</i>
Función probabilística:	<i>Expresiones del Apéndice 5.</i>
Generación de soluciones:	<i>Criterio de inserción 4 determinista (k=0)</i> <i>Criterio de inicio 7:</i> <i>Columna I: determinista</i> <i>Columna II: Expresión A.4 con k=0,25</i> <i>Columna III: Expresión A.4 con k=0,50</i> <i>Columna IV: Expresión A.4 con k=0,75</i> <i>Columna V: Expresión A.1 (E1)</i> <i>Columna VI: Expresión A.2 (E2)</i> <i>Columna VII: Expresión A.3 (E3)</i>
Número de soluciones:	<i>100, excepto columna I que son 35 de HESECOR determinista</i>

**Tabla 6.25.** Aplicación de una metaheurística GRASP según estrategia diseñada en la Tabla 6.24. En negrita el beneficio máximo.

	I $k=0$	II $k=0,25$	III $k=0,50$	IV $k=0,75$	V E1	VI E2	VII E3
Nº rutas	14	14	14	14	15	14	14
Distancia	1519,48	1486,51	1426,70	1455,43	1490,50	1489,40	1434,98
<b>Máximo</b>	<b>-154992,67</b>	<b>-151244,34</b>	<b>-145563,09</b>	<b>-149102,22</b>	<b>-155075,45</b>	<b>-151871,55</b>	<b>-145788,27</b>
Medio	-209921,70	-156905,02	-159227,92	-163168,64	-171819,36	-169582,00	-164483,61
Mínimo	-295710,41	-172766,40	-175456,41	-180681,53	-204285,37	-192530,82	-192087,73
Rango	140717,74	21522,06	29893,32	31579,31	49209,92	40659,27	46299,46

Las funciones E1 y E2 no resultan competitivas, pues introducen demasiada variación al criterio de inicio de rutas. La estrategia E3 puede proporcionar buenos resultados aunque con amplios rangos. Es preferible la función probabilista (A.4) propuesta en la tesis, donde se aprecia que un aumento del parámetro  $k$ , empeora la mejor solución e incrementa el rango de los resultados. El mejor beneficio medio se alcanza con  $k=0,25$ . Por tanto, es razonable, dado un número determinado de soluciones generadas, introducir una función de probabilidad que introduzca de forma moderada alguna variación en el criterio de elección de los nodos.

También se comprueba, excepto en el caso de generado por E1, donde la variación introducida es demasiado fuerte, la coherencia de la conclusión 11, donde la introducción de una probabilidad moderada en la selección de los nodos permite superar el resultado determinista.

#### **6.1.2.1.3.4 GRASP dirigido con heurística de reconstrucción**

A continuación se propone un esquema GRASP completo, donde cada una de las soluciones generadas se somete a un proceso de búsqueda local. En este caso se ha diseñado una estrategia en tres fases que se recoge en la Tabla 6.26. En primer lugar, en la fase 1, es necesario elegir los criterios de inicio y de

inserción que aportan un mejor resultado en la heurística HESECOR determinista. Con estos datos, se aplica cierta aleatoriedad en el criterio de inicio de rutas,  $k=0,25$  con la expresión (A.4), manteniendo fijo el de inserción, y se generan 100 soluciones en la fase 2. Por último, en la última etapa, se aplican 100 iteraciones del movimiento de reconstrucción con  $r = 0$ , eligiéndose la mejor de las opciones.

La estrategia GRASP con el operador de mejora por reconstrucción, se ha aplicado a los 56 problemas de Solomon (1987) y los resultados se recogen en la Tabla 6.27. El tiempo medio de cálculo para cada problema ha sido de 6,3 minutos de CPU.

**Tabla 6.26.** Definición de estrategia GRASP dirigido con HESECOR.

Estrategia:	<i>GRASP dirigido con HESECOR</i>
Problemas:	<i>Los 56 de Solomon (1987)</i>
Función objetivo:	<i>Tipo A (ver Tabla A.4)</i>
Fase 1:	<i>HESECOR determinístico (35 soluciones)</i>
Fase 2:	<i>Generación de 100 soluciones con los mejores criterios de Fase 1. Criterio de inserción determinista y de inicio probabilista con <math>k=0,25</math> de la expresión (A.4) del Apéndice 5.</i>
Fase 3:	<i>Mejora local de 100 iteraciones del movimiento de reconstrucción con <math>r = 0</math>.</i>

Se manifiesta, esta vez para un conjunto más variado de problemas, que una pequeña alteración en el orden de inicio de las rutas perfecciona, en todos los casos, los resultados, en concordancia con la conclusión 11 establecida anteriormente.

**Tabla 6.27.** Resultados obtenidos para los 56 problemas de Solomon (1987) según la estrategia definida en la Tabla 6.26. Se detalla, para cada grupo, los datos medios de número de rutas, distancia y beneficio (en negrita). También se indica la suma total en cada fase.

	Fase 1	Fase 2	Fase 3
R1	13,33	13,08	13,08
	1401,27	1368,31	1337,02
	<b>-140285,80</b>	<b>-136218,09</b>	<b>-132814,26</b>
R2	3,27	3,27	3,27
	1287,06	1280,78	1167,91
	<b>-119214,46</b>	<b>-118805,71</b>	<b>-107308,74</b>
C1	10,22	10,11	10,11
	988,51	954,72	926,67
	<b>-151010,40</b>	<b>-146813,84</b>	<b>-142821,69</b>
C2	3,88	3,75	3,63
	926,38	870,96	840,50
	<b>-136647,78</b>	<b>-130639,43</b>	<b>-126636,82</b>
RC1	13,63	13,75	13,75
	1583,73	1593,98	1593,98
	<b>-137484,09</b>	<b>-135032,75</b>	<b>-130821,14</b>
RC2	3,88	3,88	4,00
	1577,25	1569,27	1573,76
	<b>-131311,17</b>	<b>-125653,08</b>	<b>-116260,45</b>
NTR	459	451	450
DT	72567,31	70833,65	67605,54
<b>BT</b>	<b>-7597426,60</b>	<b>-7393406,49</b>	<b>-7049309,78</b>

#### **6.1.2.1.3.5 GRASP dirigido con búsqueda convergente y múltiples operadores**

Se trata de averiguar en este apartado la influencia de la probabilidad creciente en un procedimiento completo donde al GRASP dirigido se le aplica una búsqueda convergente basada en un descenso local equiprobable con múltiples operadores. Se vuelve a comprobar, en sintonía con lo expresado en la conclusión 11, que una variación moderada en los criterios de construcción de soluciones generan poblaciones con individuos que presentan mejoras en la valoración de la función objetivo.

En la Tabla 6.28 se describe la estrategia de una metaheurística GRASP dirigido con búsqueda convergente con con 10 operadores de elección equiprobable {1-rel, 1-sw, 2-rel, 2-sw, 2-opt\*, 2-opt\*\*, Or-opt, Cross, 2-1 y 2-2}.

Se recogen en la Tabla 6.29 los resultados representativos obtenidos para un total de cinco ensayos en cada caso. La variación del parámetro  $k$  hace referencia a la expresión (A.4) del Apéndice 5. El tiempo medio de cálculo ha sido de 327 segundos de CPU.

**Tabla 6.28.** Definición de estrategia para GRASP dirigido con búsqueda convergente de múltiples operadores.

Estrategia:	<i>GRASP dirigido con búsqueda convergente de múltiples operadores</i>
Problema:	<i>R103 Solomon (1987)</i>
Función objetivo:	<i>Tipo A (ver Tabla A.4)</i>
Función probabilística:	<i>Expresión (A.4) del Apéndice 5.</i>
Solución inicial:	<i>HESECOR probabilista. Criterio 7 de inicio con <math>k</math> variable y criterio de inserción 4 fijo (<math>k=0</math>)</i>
Fase 1:	<i>GRASP dirigido con HESECOR para población de 50 individuos</i>
Fase 2:	<i>Búsqueda convergente con múltiples operadores equiprobables</i>
Estrategia de convergencia:	<i>(50, 3, 1). Es decir, de las 50 soluciones iniciales se mejoran las 13 mejores en una primera fase, quedando 3 en una segunda y el dominante en la tercera, según Ecuación (6.1).</i>
Operadores:	<i>{1-rel, 1-sw, 2-rel, 2-sw, 2-opt*, 2-opt**, Or-opt, Cross, (2-1) y (2-2)}</i>
Selección operador:	<i>Con igual probabilidad.</i>
Selección de mejora:	<i>Primer descenso (FB)</i>
Criterio de parada:	<i>1000 iteraciones en cada etapa de la convergencia</i>
Número de ensayos:	<i>5</i>

La fase de creación probabilista de soluciones indica cómo para los valores medios, es conveniente cierta alteración en el orden de inicio para llegar a los mejores resultados. Con parámetros  $k$  muy bajos, se tiende al resultado determinista que se ve mejorado según se incrementa ligeramente. Sin embargo, si se desvirtúa en exceso el criterio de inicio ( $k$  con valores crecientes, acercándose a 1), la función objetivo empeora. Tras la búsqueda convergente, se observa también como valores intermedios de  $k$  han originado las mejores opciones ( $k=0,4$  para la media y  $k=0,2$  para el valor óptimo). Se aprecia un

moderado aumento del beneficio puesto que sólo ha recibido 3000 movimientos la solución elegida como mejor.

**Tabla 6.29.** Aplicación de una metaheurística GRASP con búsqueda convergente con múltiples operadores, según la estrategia de la Tabla 6.28.

K	Fase 1				Fase 2			
	MINIMO	MEDIA	MAXIMO	C.V.%	MINIMO	MEDIA	MAXIMO	C.V.%
0,1	14	14,00	14	0,000	14	14,00	14	0,000
	1485,01	1463,34	1423,36	2,100	1436,12	1421,58	1407,63	1,235
	<b>-151245,88</b>	<b>-149100,64</b>	<b>-145016,27</b>	<b>-2,012</b>	<b>-146647,59</b>	<b>-145248,96</b>	<b>-143388,88</b>	<b>-0,873</b>
0,2	14	14,00	14	0,000	14	14,00	14	0,000
	1485,01	1456,10	1436,83	1,812	1446,34	1420,56	1396,97	1,305
	<b>-151245,88</b>	<b>-148548,84</b>	<b>-146750,81</b>	<b>-1,657</b>	<b>-146651,63</b>	<b>-144301,94</b>	<b>-141416,41</b>	<b>-1,344</b>
0,4	14	14,00	14	0,000	14	14,00	14	0,000
	1445,73	1437,24	1436,4	0,451	1433,54	1419,29	1401,38	0,883
	<b>-147088,16</b>	<b>-146634,23</b>	<b>-146405,13</b>	<b>-0,184</b>	<b>-145567,2</b>	<b>-144238,46</b>	<b>-142424,55</b>	<b>-0,808</b>
0,8	14	14,00	14	0,000	15	14,20	14	3,149
	1475,14	1452,53	1432,05	1,110	1414,19	1423,68	1412,75	0,743
	<b>-151173,25</b>	<b>-148221,38</b>	<b>-146173,06</b>	<b>-1,273</b>	<b>-146680,5</b>	<b>-145379,21</b>	<b>-143648,16</b>	<b>-0,822</b>
1,0	14	14,60	15	3,752	14	14,40	14	3,804
	1532,01	1490,45	1452,58	2,178	1430,67	1458,18	1492,67	1,631
	<b>-155348,77</b>	<b>-153306,52</b>	<b>-151582,19</b>	<b>-0,875</b>	<b>-146126,66</b>	<b>-148925,69</b>	<b>-151015,02</b>	<b>-1,217</b>

### 6.1.2.2 *Cristalización simulada*

Se presenta un método basado en la cristalización simulada donde se recogen criterios en la selección de la temperatura inicial, en la velocidad de enfriamiento y en la posibilidad de recalentamientos decrecientes que permiten resolver el modelo de rutas planteado en la tesis. Se analiza la influencia de algunos de los parámetros como la longitud de la cadena de Markov o el número de recalentamientos permitidos con la calidad final y el tiempo de cálculo

empleado. Se plantearán las comparaciones con otras metaheurísticas en el apartado que analiza el comportamiento y la efectividad de todas ellas.

Una forma de evitar los óptimos locales de un problema combinatorio consiste en aceptar, con una probabilidad que decrezca con la cercanía a la solución óptima, opciones de peor calidad a las actuales. Esta metaheurística, tal y como se ha descrito en capítulos anteriores, utiliza conceptos originalmente empleados en la mecánica estadística. Se trata de una búsqueda por entornos donde se seleccionan aleatoriamente a los candidatos que se aceptan como solución actual si mejoran a la precedente o bien se aceptan soluciones peores con una probabilidad que decrece según aumenta la diferencia entre las funciones objetivo de la alternativa candidata y la actual. Si llamamos  $\Delta$  a la diferencia entre el valor de la función objetivo del candidato y la de la solución actual, la probabilidad  $P$  de aceptar el movimiento dada una temperatura  $t_k$  se calcula como:

$$(6.2) \quad P = \exp\left(-\frac{\Delta}{t_k}\right)$$

El parámetro de control, la temperatura  $t_k$ , se mantiene para un número definido de movimientos denominado como *cadena de Markov*. Tras este grupo de operaciones, se produce un enfriamiento, continuando la búsqueda con una nueva cadena. El proceso termina cuando transcurren  $C$  cadenas o bien no aparecen mejoras en un número consecutivo de ellas. En la estrategia propuesta se admiten recalentamientos para mejorar la exploración.

La metaheurística es capaz de encontrar asintóticamente la solución óptima, aunque sea tras un número infinito de pasos. Sin embargo, la obtención de buenos resultados en tiempo polinomial es posible si se encuentra un

combinación acertada de parámetros y operadores para el problema que se pretende resolver.

#### **6.1.2.2.1 Selección de la temperatura inicial**

Una buena heurística de búsqueda no debería depender de la solución de partida. En la cristalización simulada ello es posible si la temperatura inicial es elevada, es decir, si la probabilidad en la elección de soluciones peores es significativa. En el momento que este parámetro es demasiado pequeño, la región de búsqueda también lo es, y por tanto se debería adoptar una temperatura inicial adecuada a cada problema.

La metaheurística utilizada desarrolla el método de Medina (2001) y parte de una temperatura arbitraria  $t_0$ . Tras aplicar un movimiento o conjunto de ellos un número de veces igual a una cadena de Markov, se obtiene un porcentaje de aceptaciones que, si se encuentra entre el 20 y el 40%, sirve para validar la temperatura inicial con el valor  $t_0$ . Si el número de cambios permitidos es inferior al previsto, el parámetro se duplica y se repite el proceso. Análogamente, si la tolerancia es excesiva, se divide la temperatura a su mitad y se procede de igual modo. Así,  $t_0$  se adapta a la estructura del problema.

#### **6.1.2.2.2 Velocidad de enfriamiento**

El parámetro definido como temperatura desciende paulatinamente para disminuir progresivamente la probabilidad en la elección de peores soluciones. Para cada temperatura, se ensayan un número de movimientos que es igual a la cadena de Markov elegida. Si la cadena es larga y el enfriamiento lento, la obtención de una solución satisfactoria es más probable, pero el tiempo de cálculo se alarga rápidamente. Por tanto, una elección conveniente en la longitud de la

cadena y del programa de enfriamiento es crucial en la obtención de una buena solución en tiempo razonable.

El esquema seguido ha considerado una velocidad de decrecimiento geométrica. Si llamamos  $r$  al parámetro correspondiente, entonces:

$$(6.3) \quad t_{i+1} = r \cdot t_i \quad i = 0, 1, \dots, n$$

### 6.1.2.2.3 Recalentamientos decrecientes

Si después de un número determinado de cadenas de no existe ninguna mejora de la solución actual, la metaheurística considera que ha llegado a un óptimo relativo, puesto que la temperatura es tan baja que la probabilidad de salvarlo es muy reducida. Es entonces cuando algunos autores (Dowsland, 1993; Thangiah *et al.*, 1994; Medina y Yepes, 2002) sugieren un recalentamiento para diversificar la búsqueda. Para ello se define una “temperatura *reset*”  $t_r$ , que es igual a  $t_0$  cuando se inicia el procedimiento. Así, en el momento que se ha alcanzado un óptimo local, el sistema se vuelve a calentar a una temperatura  $t_r$ , que se calcula como:

$$(6.4) \quad t_r = \max(t_r/2, t_b)$$

donde  $t_b$ , es la temperatura a la cual se ha encontrado la solución actual.

Esta búsqueda se repite  $R$  de veces, constituyendo este valor un número predeterminado como parámetro de la metaheurística.

A su vez, la cristalización simulada propuesta presenta la posibilidad del empleo del descenso aleatorio adaptativo de múltiples operadores, es decir, las

probabilidades asignadas a cada movimiento dependen de los éxitos obtenidos. El algoritmo empleado queda definido como sigue:

<i>Paso 1:</i>	<i>Construcción con HESECOR de una solución inicial.</i>
<i>Paso 2:</i>	<i>Determinar el conjunto de operadores aplicables, así como las probabilidades asignadas tras ejecutar E ensayos de cada movimiento.</i>
<i>Paso 3:</i>	<i>Determinar como parámetros iniciales <math>t_0</math>, el número máximo de resets <math>R_T</math>, el coeficiente de enfriamiento <math>r</math>, la longitud de la cadena de Markov y el total de cadenas <math>C</math>. Hacer número de resets <math>R=0</math>.</i>
<i>Paso 4:</i>	<i>Repetir durante un número igual a la cadena de Markov: Calcular la función objetivo para la solución actual <math>F(S)</math> y para una nueva solución obtenida tras un movimiento seleccionado probabilísticamente de los posibles <math>F(S')</math>. Evaluar <math>D=F(S')-F(S)</math>. Aceptar <math>S=S'</math> si <math>\{D \leq 0\}</math> o <math>\{D &gt; 0 \text{ y } \exp(-D/t_k)^3 q\}</math>, donde <math>q</math> es un número aleatorio entre <math>[0, 1]</math>. Si <math>D \leq 0</math> entonces <math>S_b=S</math>.</i>
<i>Paso 5:</i>	<i>Calcular el porcentaje de aceptaciones respecto al total de movimientos. Si es superior a 0,2 e inferior a 0,4 entonces: Tomar como temperatura inicial <math>t_0</math>. Determinar <math>t_0=t_b=t_k=t_r</math>. Ir al Paso 6. En caso contrario Duplicar <math>t_b</math> si el porcentaje es inferior a 0,2 o dividir por la mitad si es superior a 0,4. Ir al Paso 4.</i>
<i>Paso 6:</i>	<i>Repetir durante un número de veces igual a la cadena de Markov: Calcular la función objetivo para la solución actual <math>F(S)</math> y para una nueva solución obtenida tras un movimiento seleccionado probabilísticamente de los posibles <math>F(S')</math>. Evaluar <math>D=F(S')-F(S)</math>. Aceptar <math>S=S'</math> si <math>\{D \leq 0\}</math> o <math>\{D &gt; 0 \text{ y } \exp(-D/t_k)^3 q\}</math>, donde <math>q</math> es un número aleatorio entre <math>[0, 1]</math>. Si <math>D \leq 0</math> entonces <math>S_b=S</math> y <math>t_b=t_k</math>.</i>
<i>Paso 7:</i>	<i>Si el número de cadenas de Markov es inferior a <math>C</math>, entonces</i>

	<p><i>Hacer <math>k=k+1</math>. Modificar la temperatura usando la Ec. (6.3). Ir al Paso 8. En caso contrario Ir al Paso 9.</i></p>
<i>Paso 8:</i>	<p><i>Si se alcanzan 10 cadenas consecutivas de Markov sin mejoras y <math>R \neq R_T</math> entonces: Recalentar con <math>t_r = \max(t_r/2, t_b)</math>. Hacer <math>t_k = t_r</math>. Ir al Paso 6. En caso contrario Ir al Paso 9.</i></p>
<i>Paso 9:</i>	<p><i>Tomar como mejor solución <math>S_b</math> y terminar.</i></p>

#### 6.1.2.2.4 Análisis de resultados obtenidos

En los ensayos que siguen se ha planteado investigar el comportamiento de algunos de los parámetros que guían la cristalización simulada. Se comprueba que resulta favorable tanto el recalentamiento del sistema como un alargamiento en la longitud de las cadenas de Markov. Sin embargo ambas estrategias aumentan el esfuerzo de computación. Se deja la comparación de ésta y otras metaheurísticas para un apartado posterior, una vez se ensayen todas ellas.

En la Tabla 6.30 se ha definido una estrategia basada en la cristalización simulada descrita anteriormente. Se emplean con igual probabilidad 10 movimientos {1-rel, 1-sw, 2-rel, 2-sw, 2-opt\*, Or-opt, Cross, (2,0), (2-1), (2-2)}, y además el operador más simple de reconstrucción de soluciones con  $r=0$ . A éste último operador se le asignó una probabilidad del 1%.

Los valores representativos de nueve ensayos, con la estrategia diseñada en la Tabla 6.30, se han recogido en la Tabla 6.31. Cuando no se han permitido recalentamientos ( $R=0$ ), los tiempos medios de cálculo han sido 168 y 494

segundos de CPU para longitudes de cadenas de Markov (LCM) de 100 y 250, respectivamente. Para  $R=10$  y  $LCM=100$ , se empleó una media de 705 segundos. Por último, cuando  $R=25$  y  $LCM=250$ , el esfuerzo computacional medio fue de 2682 segundos de CPU.

**Tabla 6.30.** Definición de estrategia basada en la cristalización simulada.

Estrategia:	<i>Cristalización simulada</i>
Problema:	<i>R103 Solomon (1987)</i>
Función objetivo:	<i>Tipo A (ver Tabla A.4)</i>
Solución inicial:	<i>HESECOR determinista (7-4). Criterio 7 de inicio y 4 de inserción</i>
Operadores:	<i>{1-rel, 1-sw, 2-rel, 2-sw, 2-opt*, Or-opt, Cross, (2-0), (2-1) y (2-2)} con igual probabilidad. Operador de reconstrucción con <math>r=0</math> con probabilidad del 1%</i>
Selección de mejora:	<i>Primer descenso (FB)</i>
Temperatura inicial:	<i><math>t_0=10000</math></i>
Longitud de la cadena de Markov:	<i>LCM variable (100 ó 250, según el caso)</i>
Nº máximo cadenas de Markov:	<i>TCM=2000</i>
Enfriamiento geométrico:	<i><math>r=0,95</math></i>
Cadenas en blanco permitidas:	<i>10</i>
Recalentamientos máximos:	<i>R (variable)</i>
Número de ensayos:	<i>9</i>

Los resultados muestran cómo los valores medios y los extremos son favorables en los escenarios donde se permite una longitud mayor de la cadena de Markov y más recalentamientos. En todo caso, parece conveniente alargar la longitud de la cadena para conseguir resultados de calidad en tiempos razonables. Se comprueba cómo el ajuste de los parámetros de la metaheurística a un problema concreto favorece el encuentro con mejores soluciones.

**Tabla 6.31.** Resultados de la estrategia de cristalización simulada basada en una búsqueda aleatoria con múltiples operadores según la Tabla 6.30. Número de rutas, distancia y beneficio (en negrita).

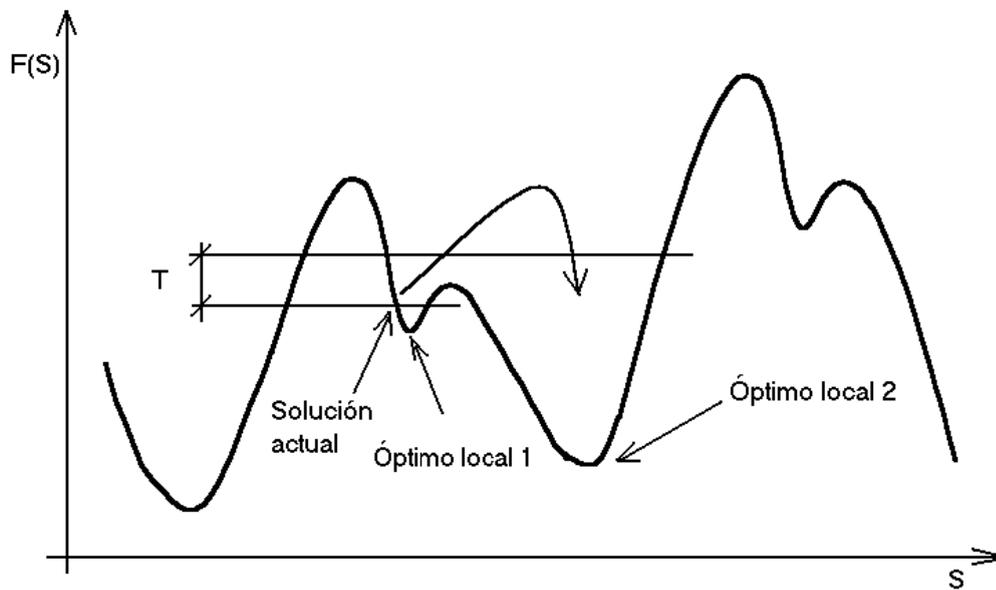
	MINIMO	MEDIA	MAXIMO	C.V.%
CM=100	14	14,56	15	3,621
R=0	1509,45	1427,76	1345,46	3,670
	<b>-154348,73</b>	<b>-148109,96</b>	<b>-142132,34</b>	<b>-2,954</b>
CM=250	14	14,44	14	3,649
R=0	1398,05	1331,37	1273,72	2,723
	<b>-142696,94</b>	<b>-138169,28</b>	<b>-131521,69</b>	<b>-2,729</b>
CM=100	15	14,56	14	4,991
R=10	1358,25	1318,96	1286,97	2,077
	<b>-144412,47</b>	<b>-137409,45</b>	<b>-131692,78</b>	<b>-3,121</b>
CM=250	15	14,44	14	3,649
R=25	1304,97	1271,12	1244,42	1,837
	<b>-136717,66</b>	<b>-132099,74</b>	<b>-128672,70</b>	<b>-2,057</b>

**Conclusión 12:** *El empleo de recalentamientos con temperaturas iniciales decrecientes junto con un alargamiento de la cadena de Markov, dentro de una metaheurística de cristalización simulada, aumenta las posibilidades de encontrar soluciones de mayor calidad para los problemas VRPTW estudiados, si bien a cambio de un incremento del esfuerzo de cálculo correspondiente.*

### 6.1.2.3 Aceptación por umbrales

Una estrategia que facilita eludir óptimos relativos en una búsqueda local consiste en la aceptación una solución de peor calidad respecto a otra que ha sido modificada, siempre que la diferencia entre la valoración de sus funciones objetivo no supere determinado límite  $T$ . En la Figura 6.8 se observa cómo es posible

ampliar el horizonte de búsqueda y alcanzar un óptimo local 2 mejor que el denominado como 1. Esta metaheurística, propuesta por Dueck y Scheuer (1990) facilita una decisión determinista frente a la probabilista de la cristalización simulada.



**Figura 6.8.** Búsqueda local mejorada por el criterio de aceptación por umbrales.

Se propone un método basado en la estrategia de aceptación por umbrales que, en primer lugar y partiendo de un límite de tolerancia determinado, éste se modifique de forma que exista un cierto porcentaje de soluciones degradadas para un número de iteraciones prefijado. Seguidamente se elige un criterio de minoración del umbral para un ciclo determinado de movimientos. Una vez llegado a un óptimo local, se repite la operación, pero ahora con un umbral menor al anterior. Se insiste en el proceso hasta llegar a un óptimo local que es el mejor de todos los obtenidos en cada uno de los ciclos planteados.

#### **6.1.2.3.1 Selección del umbral inicial**

La elección de un límite de aceptación fijado de antemano  $T_0$  supone una decisión que:

- Si presenta un valor muy elevado supone la admisión casi segura de la nueva propuesta frente a la anterior siendo fácil el alejamiento sucesivo de la alternativa original.
- Si es muy pequeño apenas es posible eludir al óptimo local.

Por tanto, se plantea un pequeño algoritmo, análogo al desarrollado en la cristalización simulada y basado en el método de Medina (2001), que duplica la magnitud  $T_0$  si en un número determinado de operaciones sobre una propuesta inicial, el porcentaje de aceptaciones no supera determinada cifra. Análogamente, si las conformidades se sitúan por encima de lo previsto, se reduce  $T_0$  a su mitad. Se acepta una solución cuando la diferencia de su función objetivo respecto a la previa no traspasa el umbral establecido.

En el caso que nos ocupa, en el momento que el porcentaje de soluciones aceptadas se sitúan entre un el 10 y el 30%, se mantiene el umbral inicial  $T_0$ , si es inferior al 10%, se duplica y si supera al 30%, se divide por dos, repitiéndose el proceso.

#### **6.1.2.3.2 Criterios de minoración del umbral**

Una vez se dispone de un límite de aceptación inicial  $T_0$ , se aplica una minoración que, al igual que con la cristalización simulada, permita el enfriamiento progresivo de la variable hasta llegar a su anulación. Así, durante un número determinado de iteraciones, se utilizará un umbral que se reduce progresivamente hasta su anulación. En la metaheurística desarrollada, la disminución se produce

en el transcurso de una fracción de las iteraciones, reservando el resto para una búsqueda de máximo gradiente.

Se plantean dos esquemas de enfriamiento: el lineal y el exponencial. El primero de ellos admite una reducción del límite de aceptación proporcional al número de iteraciones transcurridas. Se puede formular de la siguiente forma:

$$(6.5) \quad T = T_0 \cdot (1 - x)$$

El modelo exponencial presenta la siguiente expresión:

$$(6.6) \quad T = T_0 \cdot \exp(-\ln 2 \cdot x/a)$$

donde  $a$  es un parámetro que define la forma del enfriamiento de  $T$ . En ambas expresiones  $x$  varía de 0 a 1.

### 6.1.2.3.3 Esquema no monótono de reducción de umbrales

Cuando el límite de aceptación  $T$  acaba por anularse, la búsqueda sigue un criterio de máximo gradiente hasta localizar el óptimo local. Se propone un procedimiento que permite reemprender la exploración de nuevas opciones con un nuevo umbral  $T_0' = T_0 \cdot k$ , planteamiento análogo al propuesto para la cristalización simulada con los recalentamientos. Finaliza la metaheurística cuando ha transcurrido un número determinado de ciclos de inicio o bien cuando durante uno de ellos no se ha conseguido ninguna mejora.

El procedimiento se puede describir de la siguiente forma:

<i>Paso 1:</i>	<i>Construcción de una solución inicial.</i>
<i>Paso 2:</i>	<i>Selección de un umbral inicial <math>T &gt; 0</math>, una función decreciente para el límite de aceptación, un número de reinicios <math>R</math>, una constante de reducción <math>k</math> del umbral inicial, un número de movimientos <math>M</math> para cada nuevo comienzo.</i>
<i>Paso 3:</i>	<i>Determinar el umbral de inicio ensayando <math>N</math> movimientos. Si el porcentaje de aceptación es menor a uno prefijado, duplicar el umbral y ensayar con <math>N</math> nuevos movimientos. Si el porcentaje es mayor a uno prefijado, dividir por la mitad el umbral y ensayar con <math>N</math> movimientos.</i>
<i>Paso 4:</i>	<i>Durante un ciclo de <math>M</math> movimientos: Aplicar un movimiento a la solución actual. Evaluar el incremento de la función objetivo <math>DE</math>. Si <math>DE &gt; -T</math>, aceptar el movimiento.</i>
<i>Paso 5:</i>	<i>Si no ha mejorado la solución inicial con el Paso 3, entonces Ir al Paso 6. En caso contrario: Si no se ha superado el número de reinicios <math>R</math>, entonces Determinar un nuevo umbral <math>T_0' = T_0 * k</math> Ir al Paso 4. En caso contrario: Ir al Paso 6.</i>
<i>Paso 6:</i>	<i>Terminar con la mejor solución alcanzada.</i>

#### **6.1.2.3.4 Análisis de resultados obtenidos**

En los apartados que siguen se comprueba el comportamiento de diversos parámetros de la metaheurística basada en la aceptación por umbrales. Si el número de iteraciones es suficiente, se comprueba, en los casos ensayados, que existe un umbral inicial no nulo lo suficientemente moderado tal que permite encontrar soluciones de una calidad superior al caso de la aceptación voraz. También se verifica una influencia favorable en el aumento de las ganancias si se facilitan reinicios con umbrales iniciales que disminuyen progresivamente, pero con un aumento del tiempo de cálculo.

#### 6.1.2.3.4.1 *Influencia de los reinicios en la calidad de las soluciones*

En este apartado se comprueba que la incidencia de un esquema de con reinicios, reduciendo progresivamente los umbrales iniciales, favorece la mejora de la calidad en la solución, a costa de un mayor tiempo de cálculo.

Para ello, en la Tabla 6.32 se ha diseñado una estrategia basada en la aceptación por umbrales y un solo movimiento de mejora, el 2-opt\*. En la Tabla 6.33 se recogen los valores representativos de nueve ensayos realizados para cada uno de dos problemas planteados, el primero donde no se aceptan reinicios, y el segundo donde es posible admitir hasta 25 nuevos comienzos, siempre que en cualquiera de ellos exista al menos una mejora de la solución en curso. Este número es lo suficientemente alto como para no llegar a él habitualmente. El tiempo medio de cálculo cuando no se permiten reinicios ( $R=1$ ) ha sido de 96 segundos de CPU. Si se facilitan nuevos comienzos ( $R=25$ ), la media del esfuerzo computacional es de 1152 segundos. Se comprueba en este ensayo que la calidad de la solución final puede conseguirse con un mayor tiempo de cálculo.

**Tabla 6.32.** Definición de estrategia basada en la aceptación por umbrales.

Estrategia:	<i>Aceptación por umbrales</i>
Problema:	<i>R103 Solomon (1987)</i>
Función objetivo:	<i>Tipo A (ver Tabla A.4)</i>
Solución inicial:	<i>HESECOR determinista (7-4). Criterio 7 de inicio y 4 de inserción</i>
Operador:	<i>2-opt*</i>
Selección de mejora:	<i>Primer descenso (FB)</i>
Umbral inicial:	<i><math>T_0=500</math></i>
Tipo enfriamiento umbral:	<i>Lineal, al 90% de las iteraciones</i>
Reducción umbral en cada reinicio:	<i>Lineal, <math>k=0,80</math></i>
Inicios máximos:	<i><math>R</math> (variable: 1 y 25).</i>
Número iteraciones para cada inicio:	<i>30000</i>
Número de ensayos:	<i>9</i>

**Tabla 6.33.** Valores representativos de los resultados de la estrategia de aceptación por umbrales de la Tabla 6.32.

		MÍNIMO	MEDIA	MÁXIMO	C.V.%
$R=1$	Nº rutas	14	14,00	14	0,000
	Distancia	1395,64	1370,25	1363,71	0,887
	<b>Beneficio</b>	<b>-143356,64</b>	<b>-140749,23</b>	<b>-139148,75</b>	<b>-0,944</b>
$R=25$	Nº rutas	14	14,00	14	0,000
	Distancia	1352,11	1346,15	1338,89	0,541
	<b>Beneficio</b>	<b>-139772,19</b>	<b>-138428,47</b>	<b>-136883,72</b>	<b>-0,651</b>

#### 6.1.2.3.4.2 *Influencia del umbral de aceptación inicial*

El objetivo del ensayo siguiente consiste en observar la influencia en el umbral de aceptación inicial  $T_0$ . Se comprueba que, cierta magnitud en dicho parámetro resulta de interés a la hora de encontrar mejores soluciones respecto al criterio de aceptación voraz ( $T_0=0$ ). Sin embargo, un umbral inicial demasiado alto degrada fuertemente las soluciones, y se requeriría un número muy elevado de iteraciones para que su valor fuese disminuyendo y, a partir de ese momento empezara a converger la solución.

En la Tabla 6.35 se han recogido los resultados representativos de la estrategia definida en la Tabla 6.34, que es similar a la Tabla 6.32 excepto que el umbral inicial varía. Cuando  $T_0=0$  no existe umbral, y por tanto la búsqueda se realiza con un criterio de aceptación voraz que termina en un mínimo local cuando tras 30.000 movimientos no se ha alcanzado mejora alguna. Los tiempos medios de cálculo para cada ensayo han sido, para el caso  $T_0=0$  de 284 segundos; para  $T_0=500$ , de 1152 segundos; para  $T_0=1000$ , de 1462 segundos y para  $T_0=2000$ , de 2116 segundos de CPU.

**Tabla 6.34.** Definición de estrategia basada en la aceptación por umbrales.

Estrategia:	<i>Aceptación por umbrales</i>
Problema:	<i>R103 Solomon (1987)</i>
Función objetivo:	<i>Tipo A (ver Tabla A.4)</i>
Solución inicial:	<i>HESECOR determinista (7-4). Criterio 7 de inicio y 4 de inserción</i>
Operador:	<i>2-opt*</i>
Selección de mejora:	<i>Primer descenso (FB)</i>
Umbral inicial:	<i><math>T_0</math> (variable: 0, 500, 1000 y 2000)</i>
Tipo enfriamiento umbral:	<i>Lineal, al 90% de las iteraciones</i>
Reducción umbral en cada reinicio:	<i>Lineal, <math>k=0,80</math></i>
Inicios máximos:	<i><math>R=25</math></i>
Número iteraciones para cada inicio:	<i>30000</i>
Número de ensayos:	<i>9</i>

**Tabla 6.35.** Resultados de metaheurística de aceptación por umbrales, según estrategia definida en Tabla 6.34. Número de rutas, distancia y beneficio (en negrita).

$T_0$	MÍNIMO	MEDIA	MÁXIMO	C.V.%
0	14	14,00	14	0,000
	1405,64	1404,20	1382,68	0,662
	<b>-145425,53</b>	<b>-144051,00</b>	<b>-141625,77</b>	<b>-0,762</b>
500	14	14,00	14	0,000
	1352,11	1346,15	1338,89	0,541
	<b>-139772,19</b>	<b>-138428,47</b>	<b>-136883,72</b>	<b>-0,651</b>
1000	14	14,00	14	0,000
	1361,46	1352,41	1340,76	0,895
	<b>-140950,34</b>	<b>-139239,28</b>	<b>-137580,56</b>	<b>-0,919</b>
2000	14	14,00	14	0,000
	1446,01	1401,53	1351,86	1,826
	<b>-149652,78</b>	<b>-144628,83</b>	<b>-140109,5</b>	<b>-1,831</b>

Las cifras muestran cómo con  $T_0 > 0$  los máximos beneficios superan el caso  $T_0 = 0$  del criterio de aceptación voraz. Se comprueba cómo con  $T_0 = 500$  todos los resultados representativos son mejores que con umbrales iniciales de 1000 ó 2000. Se han ensayado con umbrales  $T_0 = 4000$ , pero en estos casos, la aceptación es tan alta que rápidamente las soluciones se degradan y no se logran mejoras con ciclos de 30.000 iteraciones, hecho que ha motivado su exclusión de la Tabla 6.35.

Se puede, por tanto concluir que la aceptación por umbrales con inicios múltiples es una estrategia que mejora claramente la búsqueda con criterios de aceptación voraces. El límite de aceptación inicial debe adaptarse a cada tipo de problema. Si el número de iteraciones es suficientemente alto, una heurística de aceptación por umbrales alcanza óptimos locales de mayor calidad que si la búsqueda es con un criterio de aceptación voraz. Sin embargo, si el umbral inicial es demasiado alto, las soluciones se degradan fuertemente. En los escenarios analizados para el problema R103A un  $T_0=500$  ha dado los mejores resultados.

**Conclusión 13:** *Al aplicar una metaheurística de aceptación por umbrales a los problemas VRPTW estudiados, y dado un número determinado de iteraciones, existe un umbral inicial no nulo lo suficientemente moderado tal que permite encontrar soluciones de una calidad superior al caso de la aceptación voraz.*

#### **6.1.2.3.4.3 Influencia del parámetro de vida media en la disminución exponencial del umbral**

Seguidamente se analiza la influencia de un esquema exponencial de disminución con parámetro de los umbrales, estudiando la influencia del parámetro de vida media  $\alpha$ , según la expresión (6.6). Para ello se define la estrategia de la Tabla 6.36. Los resultados obtenidos para un total de cinco ensayos se recogen en la Tabla 6.37. El tiempo medio de cálculo empleado cuando  $T_0=500$  ha sido de 1234 segundos de CPU, y para  $T_0=1000$ , de 1486 segundos.

Los resultados no son concluyentes en el sentido de que no se observa una tendencia de la calidad de los resultados de las soluciones medias o extremas, ni en sus coeficientes de variación, que sean función de la vida media  $\alpha$ . Tampoco

se aprecian diferencias significativas en relación con la elección de un umbral inicial  $T_0$  que sea de 500 ó de 1000. A todo caso, el mejor valor extremo ha tenido lugar cuando  $T_0=500$  y  $\alpha=0,2$ . Tampoco es apreciable, en este caso, la diferencia entre la elección de un esquema de reducción de umbrales exponencial y otro lineal, según se comprueba en la Tabla 6.36.

**Tabla 6.36.** Definición de estrategia basada en la aceptación por umbrales.

Estrategia:	<i>Aceptación por umbrales</i>
Problema:	<i>R103 Solomon (1987)</i>
Función objetivo:	<i>Tipo A (ver Tabla A.4)</i>
Solución inicial:	<i>HESECOR determinista (7-4). Criterio 7 de inicio y 4 de inserción</i>
Operador:	<i>2-opt*</i>
Selección de mejora:	<i>Primer descenso (FB)</i>
Umbral inicial:	<i><math>T_0</math> (variable: 500 y 1000)</i>
Tipo enfriamiento umbral:	<i>Lineal, al 90% de las iteraciones</i>
Reducción umbral en cada reinicio:	<i>Exponencial, con <math>a</math> variable (0,1;0,2;0,4 y 0,6)</i>
Inicios máximos:	<i><math>R=25</math></i>
Número iteraciones para cada inicio:	<i>30000</i>
Número de ensayos:	<i>5</i>

**Tabla 6.37.** Resultados de metaheurística de aceptación por umbrales, según estrategia definida en Tabla 6.36. Número de rutas, distancia y beneficio (en negrita).

$\alpha$	$T_0=500$				$T_0=1000$			
	MÍNIMO	MEDIA	MÁXIMO	C.V.%	MÍNIMO	MEDIA	MÁXIMO	C.V.%
0,1	14	14,00	14	0,000	14	14,00	14	0,000
	1368,57	1356,35	1357,30	0,669	1365,32	1352,20	1346,22	0,556
	<b>-140559,92</b>	<b>-139365,03</b>	<b>-138553,11</b>	<b>-0,533</b>	<b>-139468,20</b>	<b>-138586,53</b>	<b>-137902,05</b>	<b>-0,463</b>
0,2	14	14,00	14	0,000	14	14,00	14	0,000
	1391,25	1370,10	1338,77	1,522	1399,49	1361,78	1347,28	1,683
	<b>-143568,44</b>	<b>-140412,36</b>	<b>-136873,31</b>	<b>-1,857</b>	<b>-143615,55</b>	<b>-139616,08</b>	<b>-137694,72</b>	<b>-1,685</b>
0,4	14	14,00	14	0,000	14	14,00	14	0,000
	1382,61	1360,27	1349,31	0,961	1357,03	1355,55	1352,21	0,226
	<b>-142013,45</b>	<b>-139452,97</b>	<b>-138120,08</b>	<b>-1,120</b>	<b>-141128,63</b>	<b>-139902,59</b>	<b>-138817,53</b>	<b>-0,611</b>
0,6	14	14,00	14	0,000	14	14,00	14	0,000
	1372,6	1356,95	1343,93	0,853	1378,54	1363,22	1337,17	1,461
	<b>-140805,66</b>	<b>-139355,58</b>	<b>-137973,88</b>	<b>-0,947</b>	<b>-142517,59</b>	<b>-140542,19</b>	<b>-138004,14</b>	<b>-1,512</b>

#### **6.1.2.4 *Búsqueda local iterada con perturbación en la velocidad***

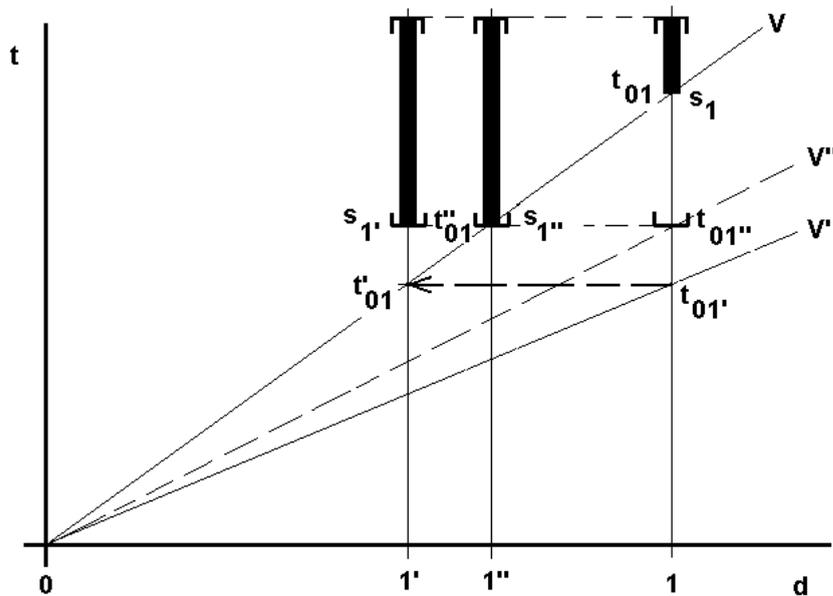
La búsqueda local iterada constituye una metaheurística que trata de encontrar para un problema combinatorio el mejor resultado posible explorando dentro del subespacio de soluciones constituido por los óptimos relativos hallados con un proceso determinado de búsqueda local. Una vez alcanzado un óptimo relativo, se provoca una perturbación significativa que impida volver al mismo lugar, pero no tan grande que implique la desconexión total con la información proporcionada por ese óptimo relativo. Se trata de explorar mediante esta operación el paso de una solución subóptima a otra. Posteriormente se decide si se pasa al siguiente óptimo local mediante algún tipo de criterio similar al tomado cuando se establece una búsqueda entre soluciones de un entorno. La búsqueda local y la perturbación se transforma en un movimiento complejo que define el entorno de un óptimo relativo dentro del subespacio de sus homólogos.

En el apartado que sigue se propone una novedosa forma de provocar una perturbación en los problemas de rutas del tipo VRPTW. Se trata de modificar la velocidad de los vehículos e implantar un conjunto de iteraciones que mejore la solución con este nuevo escenario antes de restablecer las condiciones iniciales. Se comprueba que este procedimiento es adecuado para alcanzar soluciones satisfactorias, pudiendo estar inmerso dentro de otros esquemas de búsqueda heurística o metaheurística.

##### **6.1.2.4.1 *Perturbación en la velocidad***

En la tesis se introduce una forma de perturbar una solución y convertirla en otra que sea distinta pero que guarde cierta información respecto a la anterior.

Consiste en variar la velocidad de los vehículos con un factor  $f_v$  que amplifique o reduzca en la misma proporción todas ellas. Si  $f_v$  es muy próximo a la unidad, la variación apenas tendrá incidencia en el problema. Cuando el valor tiende a ser muy grande, la velocidad tiende a infinito, lo cual implicaría que, una vez finaliza el servicio en un nodo, instantáneamente el vehículo se presenta en el siguiente. Análogamente, una reducción de la velocidad muy fuerte provoca la imposibilidad de llegar a tiempo de atender a los clientes. En la Figura 6.9 se puede apreciar qué ocurre cuando se ve afectada la velocidad de un vehículo.



**Figura 6.9** Incidencia en la variación de la velocidad de un vehículo en el inicio del servicio.

Un vehículo con una velocidad  $v$  llega de 0 a 1 en el instante  $t_{01}$ . Se supone, sin perder generalidad, que el tiempo de servicio es nulo. Si la velocidad se incrementase a  $v'$ , entonces la llegada ocurre en  $t'_{01}$ . Esta situación es equivalente a suponer que el nodo, en vez de estar en 1 está más cerca de 0, es decir, en  $1'$  y la velocidad se mantiene en  $v$ . Así, la llegada ocurre en el instante  $t'_{01}$ , que es igual al  $t_{01}$ . Por tanto, un aumento en la rapidez de los vehículos es equivalente a un

acortamiento físico de las distancias. Análogamente, una disminución en la celeridad se corresponde con un alargamiento en la dimensión espacial.

Sin embargo, las ventanas temporales interfieren en el razonamiento anterior. En efecto, la existencia de esperas provoca que, aunque la velocidad  $v'$  ha favorecido el acortamiento a la distancia  $1'$ , no es posible iniciar el servicio puesto que lo impide la ventana temporal. La situación equivalente es la dibujada en la Figura 6.9 cuando el vehículo circula a una velocidad  $v''$ . En este caso, el acortamiento de distancias a  $1'$  se ve interrumpido por la limitación en el inicio del servicio a la situación  $1''$ , donde el inicio del servicio  $s_{1'}$  es coincidente con el  $s_{1''}$ .

La conclusión es que el aumento de la rapidez de los vehículos permite relajar las restricciones en la distancias, acortando éstas mientras las limitaciones en el inicio del servicio no lo impidan. Por el contrario, un aminoramiento en la velocidad dificulta la solución del problema, llegando éste a no ser factible si no se llega a tiempo en alguna de las ventanas temporales.

De este modo, la perturbación buscada en búsqueda local iterada será la modificación aleatoria de la velocidad de todos los vehículos en un factor que oscilará aleatoriamente en torno a la unidad en una amplitud que se define como un parámetro de la metaheurística. La solución actual se somete a un proceso de búsqueda local durante un número de movimientos determinado con las nuevas velocidades. La solución alcanzada de esta forma servirá como inicio de una nueva búsqueda local, restableciendo las velocidades a sus valores originales.

#### **6.1.2.4.2 Análisis de resultados obtenidos**

Los ensayos que se desarrollan a continuación tienen como objetivo la aplicación de la metaheurística de búsqueda local iterada basada perturbaciones

que modifican la velocidad de los vehículos. Se ha desarrollado la búsqueda local de óptimos relativos mediante un esquema de búsqueda aleatoria adaptativa de múltiples operadores. El conjunto de la estrategia se define en la Tabla 6.38. La metaheurística favorece la obtención de soluciones satisfactorias, si bien con tiempos de cálculo elevados. Posteriormente se analiza el comportamiento de todas las técnicas que se han empleado en la resolución del problema, para determinar sus óptimos de Pareto. En el caso que nos ocupa, se comprobará que la estrategia, tal y como se ha definido en la Tabla 6.38, no es competitiva en relación con el tiempo de cálculo frente a otras ensayadas con anterioridad.

En la Tabla 6.39 se recogen los valores representativos de los resultados obtenidos para un total de nueve ensayos. El tiempo empleado ha sido de 3180 segundos de CPU.

**Tabla 6.38.** Definición de estrategia basada en la aceptación por umbrales.

Estrategia:	<i>Búsqueda local iterada con perturbación en la velocidad de los vehículos</i>
Problema:	<i>R103 Solomon (1987)</i>
Función objetivo:	<i>Tipo A (ver Tabla A.4)</i>
Solución inicial:	<i>HESECOR determinista (7-4). Criterio 7 de inicio y 4 de inserción</i>
Búsqueda local:	<i>Búsqueda local adaptativa con múltiples operadores</i>
Operadores:	<i>{1-rel, 1-sw, 1-sw*, 2-rel, 2-sw, 2-opt*, 2-opt**, Or-opt, Cross, (2,0), (2-1), (2-2), 3-rel, 3-sw, 3-opt*}</i>
Selección operador:	<i>Probabilidades según éxitos obtenidos en 1000 iteraciones de cada operador.</i>
Selección de mejora:	<i>Primer descenso (FB)</i>
Criterio de parada:	<i>Ciclo de 10000 iteraciones sin mejora</i>
Máximo número de ciclos:	<i>Variable</i>
Perturbación:	<i>Modificación aleatoria en <math>\pm 50\%</math> de la velocidad de los vehículos. Búsqueda local en 10000 iteraciones. Restablecimiento velocidad.</i>
Máximo nº perturbaciones:	<i>50</i>
Máximo nº perturbaciones sin mejora:	<i>10</i>
Número de ensayos:	<i>9</i>

**Tabla 6.39.** Resultados representativos de nueve ensayos en la aplicación de la búsqueda local iterada basada en perturbaciones aleatorias de la velocidad de los vehículos, según la estrategia de la Tabla 6.38.

	MÍNIMO	MEDIA	MÁXIMO	C.V.%
Nº rutas	14	14,00	14	0,000
Distancia	1329,07	1293,52	1268,03	0,898
<b>Beneficio</b>	<b>-135133,38</b>	<b>-131639,35</b>	<b>-128792,73</b>	<b>-1,072</b>

### 6.1.3 Metaheurísticas híbridas de resolución con ventanas temporales

¿Es posible el diseño de nuevas metaheurísticas que surgan de estrategias anteriores y mejoren la calidad de las soluciones obtenidas con un esfuerzo de cálculo razonable? En efecto. Como se tendrá ocasión de comprobar, la mezcla e hibridación de técnicas, atendiendo a la combinación de parámetros adecuada, proporciona en ocasiones guías adecuadas en la aplicación de heurísticas. En los apartados que siguen se han descrito cuatro metaheurísticas híbridas, combinación de estrategias estudiadas anteriormente. Se ensayan algunos escenarios, de la multitud posible, para en un apartado posterior, comparar el conjunto de técnicas heurísticas, metaheurísticas e híbridas y establecer conclusiones de interés práctico. En la Tabla 6.40 se han recogido las combinaciones elegidas para cuatro posibles metaheurísticas híbridas.

**Tabla 6.40.** Combinación de estrategias para el diseño de cuatro metaheurísticas híbridas.

	Aceptación por umbrales	Cristalización simulada	Reconstrucción de soluciones	Búsqueda aleatoria adaptativa
H1	v			v
H2		v	v	
H3		v		v
H4	v		v	

### 6.1.3.1 Híbrido H1

Se examina la influencia de la búsqueda adaptativa dentro de un esquema de aceptación por umbrales. Se comprueba la ventaja del empleo de múltiples operadores. En la Tabla 6.41 se ha definido la estrategia empleada, que resulta paralela a la que en su momento se diseñó en la Tabla 6.34, donde sólo se utilizaba el operador 2-opt\*.

El procedimiento consiste en la elección probabilística de un operador, de entre un conjunto de ellos, en función del éxito conseguido recientemente. Pues bien, se acepta la nueva solución si su diferencia con la anterior no supera determinado umbral. Se admiten reinicios en la estrategia con umbrales iniciales decrecientes. Se ha repetido el ensayo en nueve ocasiones y los valores representativos de los resultados se han reflejado en la Tabla 6.42. El tiempo medio de cálculo ha sido de 1816 segundos de CPU.

**Tabla 6.41.** Definición de estrategia para metaheurística híbrida H1.

Estrategia:	<i>Búsqueda aleatoria adaptativa dentro de un esquema de aceptación por umbrales</i>
Problema:	<i>R103 Solomon (1987)</i>
Función objetivo:	<i>Tipo A (ver Tabla A.4)</i>
Solución inicial:	<i>HESECOR determinista (7-4). Criterio 7 de inicio y 4 de inserción</i>
Búsqueda local:	<i>Búsqueda local adaptativa con múltiples operadores</i>
Operadores:	<i>{1-rel, 1-sw, 1-sw*, 2-rel, 2-sw, 2-opt*, 2-opt**, Or-opt, Cross, (2,0), (2-1), (2-2), 3-rel, 3-sw, 3-opt*}</i>
Selección operador:	<i>Probabilidades según éxitos obtenidos en 1000 iteraciones de cada operador.</i>
Selección de mejora:	<i>Primer descenso (FB)</i>
Criterio de parada:	<i>Ciclo completo de iteraciones sin mejora</i>
Criterio de aceptación:	<i>Por umbrales.</i>
Umbral inicial:	<i><math>T_0=500</math></i>
Tipo enfriamiento umbral:	<i>Lineal, al 50% de las iteraciones</i>
Reducción umbral en cada reinicio:	<i>Lineal, <math>k=0,80</math></i>
Inicios máximos:	<i><math>R=25</math></i>
Número iteraciones para cada inicio:	<i>30000</i>
Número de ensayos:	<i>9</i>

**Tabla 6.42.** Resultados representativos de nueve ensayos en la aplicación de la metaheurística H1 según la estrategia de la Tabla 6.41.

	MÍNIMO	MEDIA	MÁXIMO	C.V.%
Nº rutas	14	14,00	14	0,000
Distancia	1332,99	1280,06	1260,33	2,662
<b>Beneficio</b>	<b>-135015,39</b>	<b>-130238,20</b>	<b>-127424,45</b>	<b>-2,221</b>

Resulta de interés mencionar que uno de los nueve ensayos ha proporcionado un beneficio de  $-127685,52$  y una distancia total de  $1240,08$ . Es decir, una ganancia inferior a la máxima representada en la Tabla 6.42 con un trayecto total recorrido mayor. Ello denota, según se ha comprobado con anterioridad en relación con la conclusión 5, lo inadecuado que es el criterio de intentar disminuir distancias cuando la función objetivo es el beneficio. No son comparables entre sí las soluciones a un problema de optimización combinatoria obtenidas con distintas funciones objetivo.

Es posible también comprobar la ventaja que supone el empleo de múltiples operadores. En efecto, en la Tabla 6.34 se tuvo la ocasión de comprobar una estrategia paralela a la estrategia empleada en la metaheurística H1, pero donde sólo se ha utilizado el operador 2-opt\*. Allí el mejor resultado fue de peor calidad: un beneficio de  $-136883,72$ ; frente a los  $-127424,45$  de ahora. Sin embargo el tiempo de cálculo empleado entonces fue sensiblemente menor: 1152 segundos de CPU.

### 6.1.3.2 *Híbrido H2*

La metaheurística híbrida H2 se basa en la cristalización simulada con reinicios sucesivos a temperaturas iniciales decrecientes aplicando la exploración aleatoria con múltiples operadores y criterios de reconstrucción de soluciones. En la Tabla 6.43 se ha recogido el diseño de la estrategia empleada. Se han empleado como movimientos: {1-rel, 1-sw, 2-rel, 2-sw, 2-opt\*, Cross, (2-1)}; y

además el operador de reconstrucción (RR $r$ ), el de  $r=0$  (RR0) y el reductor de rutas. Los 7 primeros son movimientos simples y los 3 últimos complejos. Las probabilidades elegidas figuran en la Tabla A.23 del Apéndice 4.

Se han realizado nueve ensayos para distintos operadores de reconstrucción de soluciones. Los resultados se recogen en la Tabla 6.44, donde se indican el número de rutas, la distancia recorrida y el beneficio obtenido.

**Tabla 6.43.** Definición de estrategia para metaheurística híbrida H2.

Estrategia:	<i>Cristalización simulada con reinicios con búsqueda local de múltiples operadores y reconstrucción de soluciones</i>
Problema:	<i>R103 Solomon (1987)</i>
Función objetivo:	<i>Tipo A (ver Tabla A.4)</i>
Solución inicial:	<i>HESECOR determinista (7-4). Criterio 7 de inicio y 4 de inserción</i>
Búsqueda local:	<i>Búsqueda local con múltiples operadores</i>
Operadores:	<i>10 operadores (ver Tabla A.23). De ellos RR<math>r</math>, con <math>r</math> variable (5, 10, 15).</i>
Selección operador:	<i>Probabilidades según Tabla A.23</i>
Selección de mejora:	<i>Primer descenso (FB)</i>
Temperatura inicial:	<i>1000</i>
Longitud de la cadena de Markov:	<i>LCM=100</i>
Nº máximo cadenas de Markov:	<i>TCM=2000</i>
Enfriamiento geométrico:	<i><math>r=0,95</math></i>
Cadenas en blanco permitidas:	<i>10</i>
Recalentamientos máximos:	<i>25</i>
Número de ensayos:	<i>9</i>

**Tabla 6.44.** Resultados representativos de nueve ensayos en la aplicación de la metaheurística H2 según la estrategia de la Tabla 6.43.

		MÍNIMO	MEDIA	MÁXIMO	C.V.%
$\rho=5$	Nº rutas	14	14,00	14	0,000
	Distancia	1308,5	1266,10	1243,65	1,629
	<b>Beneficio</b>	<b>-131464,03</b>	<b>-129311,67</b>	<b>-126916,70</b>	<b>-1,151</b>
$\rho=10$	Nº rutas	14	14,00	14	0,000
	Distancia	1299,15	1267,35	1253,94	1,353
	<b>Beneficio</b>	<b>-130810,88</b>	<b>-129326,89</b>	<b>-127686,00</b>	<b>-0,714</b>
$\rho=15$	Nº rutas	14	14,00	14	0,000
	Distancia	1285,94	1258,02	1241,16	1,434
	<b>Beneficio</b>	<b>-130548,56</b>	<b>-128451,18</b>	<b>-127611,08</b>	<b>-0,788</b>

Se aprecia cómo tanto los resultados medios como los mejores no ofrecen diferencias significativas, por lo que un criterio de reconstrucción simple con  $r=5$  es preferible a otros más complejos, puesto que los tiempos de cálculo aumentan fuertemente con  $r$ : 1600, 3048 y 6388 segundos para  $r=5, 10$  y  $15$ . También se destaca el hecho que la metaheurística no ha reducido, en este caso, el número de vehículos necesarios. Asimismo se comprueba que el criterio económico de máximo beneficio no concuerda con el de mínima distancia. En un apartado posterior se compara la metaheurística H2 con el resto de estrategias.

### **6.1.3.3 Híbrido H3**

La metaheurística híbrida H3 consiste en una cristalización simulada con reinicios sucesivos a temperaturas iniciales decrecientes con múltiples operadores de búsqueda local con probabilidad de selección adaptativa. En la Tabla 6.45 se describe la estrategia diseñada para este caso. De las variantes posibles, en función de la combinación de parámetros, se han ensayado en nueve ocasiones dos situaciones que se recogen en la Tabla 6.46:

- Caso A: Temperatura inicial  $T_0=1000$ , longitud de la cadena de Markov  $LCM=250$ , número máximo de cadenas de Markov  $TCM=5000$ , máximo número de recalentamientos  $R=50$ .
- Caso B: Temperatura inicial  $T_0=5000$ , longitud de la cadena de Markov  $LCM=500$ , número máximo de cadenas de Markov  $TCM=2500$ , máximo número de recalentamientos  $R=25$ .

Se ha tratado de compensar un mayor número de cadenas de Markov y de recalentamientos por una menor longitud de éstas y una temperatura inicial más baja. Puede comprobarse que sólo con las posibilidades apuntadas serían ocho

las combinaciones posibles, incrementándose éste número rápidamente si se amplían las opciones.

**Tabla 6.45.** Definición de estrategia para metaheurística híbrida H3.

Estrategia:	<i>Cristalización simulada con reinicios con búsqueda local adaptativa</i>
Problema:	<i>R103 Solomon (1987)</i>
Función objetivo:	<i>Tipo A (ver Tabla A.4)</i>
Solución inicial:	<i>HESECOR determinista (7-4). Criterio 7 de inicio y 4 de inserción</i>
Búsqueda local:	<i>Búsqueda local adaptativa con múltiples operadores</i>
Operadores:	<i>{1-rel, 1-sw, 1-sw*, 2-rel, 2-sw, 2-opt*, 2-opt**, Or-opt, Cross, (2,0), (2-1), (2-2), 3-rel, 3-sw, 3-opt*}</i>
Selección operador:	<i>Probabilidades según éxitos obtenidos en 1000 iteraciones de cada operador.</i>
Selección de mejora:	<i>Primer descenso (FB)</i>
Temperatura inicial:	<i>T<sub>0</sub> variable (1000 y 5000)</i>
Longitud de la cadena de Markov:	<i>LCM variable (250 y 500)</i>
Nº máximo cadenas de Markov:	<i>TCM variable (5000 y 2500)</i>
Enfriamiento geométrico:	<i>r=0,95</i>
Cadenas en blanco permitidas:	<i>20</i>
Recalentamientos máximos:	<i>R variable (25 y 50)</i>
Número de ensayos:	<i>9</i>

**Tabla 6.46.** Resultados representativos de nueve ensayos en la aplicación de la metaheurística H3 según la estrategia de la Tabla 6.45.

		MÍNIMO	MEDIA	MÁXIMO	C.V.%
Caso A	Nº rutas	14	14,00	14	0,000
	Distancia	1282,78	1262,93	1258,01	0,843
	<b>Beneficio</b>	<b>-130786,09</b>	<b>-129188,08</b>	<b>-128353,13</b>	<b>-0,698</b>
Caso B	Nº rutas	14	14,00	14	0,000
	Distancia	1251,43	1243,23	1239,54	0,674
	<b>Beneficio</b>	<b>-129998,09</b>	<b>-128232,65</b>	<b>-126749,52</b>	<b>-0,875</b>

Para el caso A, el tiempo medio de cálculo ha sido de 6900 segundos de CPU, mientras que para el B lo fue de 9825. Se comprueba que un incremento en la calidad de los resultados supone un aumento del esfuerzo de cálculo. Posteriormente se analizará el comportamiento de estas estrategias en comparación con otras, para determinar los óptimos de Pareto.

### 6.1.3.4 Híbrido H4

La metaheurística híbrida H4 consiste en una búsqueda de aceptación por umbrales, con sucesivos reinicios, aplicando la exploración aleatoria con múltiples operadores y criterios de reconstrucción de soluciones. En la Tabla 6.47 se describe la estrategia diseñada para este caso. Los resultados representativos de nueve ensayos se han recogido en la Tabla 6.48.

**Tabla 6.47.** Definición de estrategia para metaheurística híbrida H4.

Estrategia:	<i>Aceptación por umbrales con sucesivos reinicios dentro de un esquema de búsqueda local de múltiples operadores y reconstrucción de soluciones</i>
Problema:	<i>R103 Solomon (1987)</i>
Función objetivo:	<i>Tipo A (ver Tabla A.4)</i>
Solución inicial:	<i>HESECOR determinista (7-4). Criterio 7 de inicio y 4 de inserción</i>
Búsqueda local:	<i>Búsqueda local con múltiples operadores</i>
Operadores:	<i>10 operadores (ver Tabla A.23). De ellos RRr, con r =10.</i>
Selección operador:	<i>Probabilidades según Tabla A.23</i>
Selección de mejora:	<i>Primer descenso (FB)</i>
Criterio de parada:	<i>Ciclo completo de iteraciones sin mejora</i>
Criterio de aceptación:	<i>Por umbrales.</i>
Umbral inicial:	<i>T<sub>0</sub>=500</i>
Tipo enfriamiento umbral:	<i>Lineal, al 50% de las iteraciones</i>
Reducción umbral en cada reinicio:	<i>Lineal, k=0,80</i>
Inicios máximos:	<i>R=50</i>
Número iteraciones para cada inicio:	<i>Variable (2500 y 30000)</i>
Número de ensayos:	<i>9</i>

**Tabla 6.48.** Resultados representativos de nueve ensayos en la aplicación de la metaheurística H4 según la estrategia de la Tabla 6.47.

		MÍNIMO	MEDIA	MÁXIMO	C.V.%
N=2500	Nº rutas	14	14,00	14	0,000
	Distancia	1309,62	1281,14	1262,16	1,150
	<b>Beneficio</b>	<b>-132816,09</b>	<b>-130303,20</b>	<b>-128355,14</b>	<b>-1,115</b>
N=30000	Nº rutas	14	14,00	14	0,000
	Distancia	1267,78	1247,34	1234,11	1,282
	<b>Beneficio</b>	<b>-130267,08</b>	<b>-127361,85</b>	<b>-126348,38</b>	<b>-1,046</b>

Los resultados indican claramente que un aumento en el número de iteraciones realizadas por ciclo mejora la calidad de las soluciones, eso sí, con un mayor esfuerzo de cálculo. Se empleó un tiempo medio de 1363 y 9142 segundos de CPU, para las 2500 y las 30000 iteraciones, respectivamente. Cabe destacar, como simple curiosidad, para  $N=30000$ , un resultado individual con baja distancia recorrida: 14 vehículos, 1221,79 unidades de longitud y  $-126641,13$  de beneficio. En el apartado siguiente se compara el buen comportamiento de esta metaheurística frente al resto en los ensayos correspondientes.

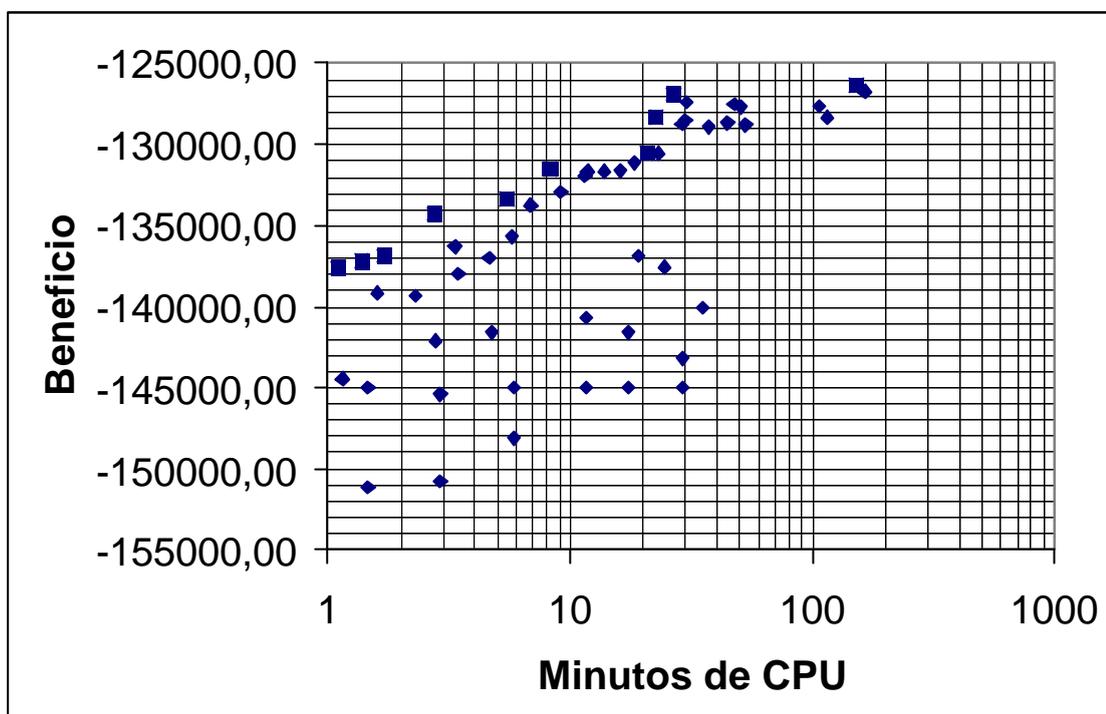
#### **6.1.4 Efectividad de las estrategias de resolución de rutas con ventanas temporales**

A continuación se analiza el comportamiento de algunas de las estrategias que han sido propuestas en los apartados anteriores y que han servido para resolver el problema R103 de Solomon (1987) para el caso de unos ingresos y costes del tipo A, según la Tabla A.4 del Apéndice 2. El objetivo consiste en la determinación de los óptimos de Pareto en relación con el tiempo de cálculo y la calidad de las soluciones alcanzadas. Para ello se han contabilizado un total de 53 casos que corresponden a distintas familias de heurísticas y metaheurísticas, con distintas combinaciones de parámetros. Todas las estrategias se han evaluado en nueve ocasiones, procediéndose a la medida del tiempo medio de cálculo de CPU necesario y anotándose los resultados medios y extremos de las ganancias alcanzadas. Posteriormente se analizarán algunos otros problemas con alguna de los métodos más prometedores.

A este respecto, conviene señalar el número inabordable de posibilidades de estrategias que surgen en función de la familia de heurística o metaheurística de la que procede, su posible hibridación y la combinación concreta de parámetros seleccionada. Ello significa que, si bien es posible el descarte de alguna de las

opciones por no constituir un óptimo de Pareto, ello no garantiza que, para un tiempo de cálculo determinado, exista una técnica que supere a las ensayadas. Por otro lado, y aún habiendo encontrado el método que es óptimo de Pareto para un esfuerzo computacional prefijado, ello no significa que frente a otro problema distinto también lo sea.

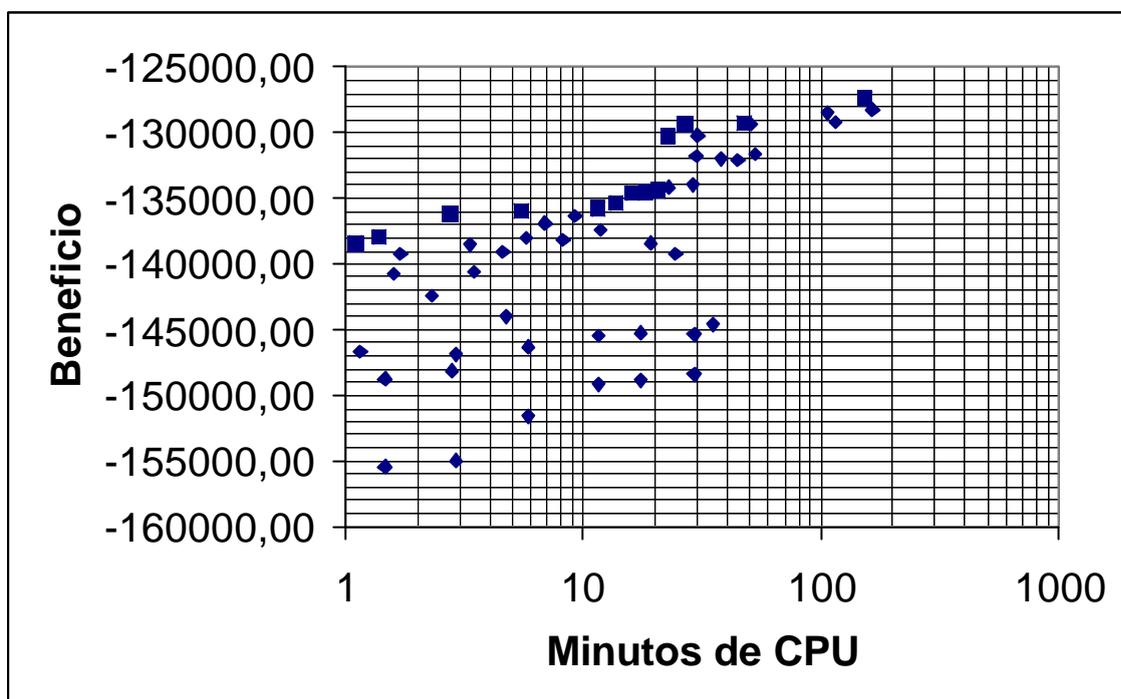
En la Figura 6.10 se ha representado la relación entre el máximo beneficio de nueve ensayos de una estrategia determinada y el tiempo medio de cálculo necesario. Los óptimos de Pareto, reflejados en dicha figura como cuadrados, se han recogido en la Tabla 6.49. Análogamente, en la Figura 6.11 y en la Tabla 6.50 se han representado los valores medios del beneficio en relación con el esfuerzo computacional. En la Tabla 6.51 se recogen aquellas estrategias que son óptimos de Pareto simultáneamente con los valores extremos y los medios. En todos los casos sólo se han considerado, para asegurarse cierta calidad mínima en las soluciones, aquellos métodos que han resuelto el problema con tiempos medios de cálculo superior al minuto de CPU.



**Figura 6.10.** Relación entre el beneficio económico y los minutos de CPU necesarios para la obtención de los mejores resultados de nueve ensayos efectuados por diversas estrategias. Los óptimos de Pareto se representan con un cuadrado.

**Tabla 6.49.** Óptimos de Pareto para los valores máximos del beneficio obtenido con diversas estrategias para un total de nueve ensayos, según la Figura 6.10.

Minutos CPU	Beneficio máximo	Tipo de estrategia
1,1	-137618,30	RR0
1,4	-137230,11	RR0
1,7	-136883,92	DAA
2,8	-134317,39	RR0
5,5	-133351,97	RR0
8,2	-131521,69	SA
20,7	-130533,58	DLA
22,7	-128355,14	H4
26,7	-126916,70	H2
152,4	-126348,38	H4



**Figura 6.11.** Relación entre el beneficio económico y los minutos de CPU necesarios para la obtención de los valores medios de nueve ensayos efectuados por diversas estrategias. Los óptimos de Pareto se representan con un cuadrado.

**Tabla 6.50.** Óptimos de Pareto para los valores medios del beneficio obtenido con diversas estrategias para un total de nueve ensayos, según la Figura 6.11. Los óptimos de Pareto se representan con un cuadrado.

Minutos CPU	Beneficio medio	Tipo de estrategia
1,1	-138454,68	RR0
1,4	-137957,97	RR0
2,8	-136177,88	RR0
5,5	-135993,65	RR0
11,5	-135755,31	DLA
13,8	-135307,18	DLA
16,1	-134653,90	DLA
18,4	-134517,45	DLA
20,7	-134419,93	DLA
22,7	-130303,20	H4
26,7	-129311,67	H2
47,3	-129275,78	RR15
106,5	-128451,18	H2
152,4	-127361,85	H4

Se debe hacer notar que se han utilizado en cada caso tiempos medios para resolver cada uno de las pruebas. Ello significa que el esfuerzo real de cálculo para obtener el mejor de los resultados debería multiplicarse por nueve, ya que esos han sido los ensayos que han sido necesarios para conseguirlos.

**Tabla 6.51.** Óptimos de Pareto simultáneos para los valores medios y máximos del beneficio obtenido con diversas estrategias para un total de nueve ensayos, según las Figuras 6.10 y 6.11.

Minutos CPU	Beneficio máximo	Beneficio medio	Tipo de estrategia
1,1	-137618,30	-138454,68	RR0
1,4	-137230,11	-137957,97	RR0
2,8	-134317,39	-136177,88	RR0
5,5	-133351,97	-135993,65	RR0
20,7	-130533,58	-134419,93	BLA
22,7	-128355,14	-130303,20	H4
26,7	-126916,70	-129311,67	H2
152,4	-126348,38	-127361,85	H4

Se aprecia cómo han sido diez los métodos que han resultado óptimos de Pareto en relación con los mejores resultados. Han sido catorce cuando se han analizado los valores medios. Por último, sólo en ocho estrategias se han mostrado como competitivas, tanto en valores extremos como medios, de forma simultánea.

Para tiempos de cálculo moderadamente bajos (hasta unos 6 minutos), es recomendable, en este caso, el uso de métodos de reconstrucción de soluciones, con desconexiones de un número pequeño de nodos, y su reinserción mediante un estudio sistemático en su recolocación que mejore el beneficio. Ello corrobora el empleo de movimientos de reconstrucción dentro de esquemas más complejos de búsqueda, debido a su eficacia en calidad y tiempo.

Cuando se permite un tiempo de cálculo más holgado, son indicados procedimientos híbridos basados, bien en la cristalización simulada o en la

aceptación por umbrales, pero siguiendo un esquema de búsqueda basada en la exploración aleatoria con múltiples operadores y criterios de reconstrucción de soluciones, con un máximo de desconexiones en el entorno de diez a quince nodos.

Así y todo, es necesario insistir en el hecho que una metaheurística puede resultar ineficaz si no se adoptan, tras varios tanteos, aquellos parámetros idóneos capaces de guiar eficientemente la búsqueda. En ocasiones, encontrar el mejor método para resolver un problema concreto con un límite de tiempo determinado, es un problema que puede ser tan complejo como encontrar una solución que sea satisfactoria.

### **6.1.5 Consecuencias adicionales extraídas del empleo de estrategias que resuelven el VRPTW**

Este apartado analiza si la métrica tradicional de evaluar soluciones en función del menor número de rutas y distancia recorrida es coherente con las situaciones reales de distribución. Se quiere examinar el comportamiento de la metaheurística que ha conseguido el mejor resultado para el problema R103A frente a otras soluciones teóricas. También se desea comprobar si la estructura de la solución cambia en función de los ingresos y los costes y, por último, si es rentable cierta negociación con el cliente para flexibilizar el horario de servicio aún a costa de ciertas penalizaciones económicas que le compensen.

#### **6.1.5.1 Comparación con las soluciones teóricas**

¿Es aconsejable emplear en los casos reales el criterio habitual seguido por una gran parte de los investigadores de intentar reducir el número de rutas y luego la distancia total recorrida? En el punto 6.1.1.1.4.2 se evaluó este tema y se

concluyó que no son comparables entre sí las soluciones a un problema de VRPTW obtenidas con distintas funciones objetivo.

En la práctica, las soluciones teóricas no sirven. La comparación del comportamiento de los distintos métodos desarrollados en la tesis, y que se resumen en las Figuras 6.10 y 6.11, se ha basado en el problema R103 de Solomon (1987), con los criterios económicos del tipo A, según la Tabla A.4. La mejor solución al problema parece que ha sido alcanzada por Lau *et al.* (2000), con 13 rutas y 1175,67 unidades de recorrido total. Sin embargo, no ha sido posible contrastar la validez del resultado, puesto que no se ha publicado la secuencia correspondiente. Además, tal y como se ha constatado en la Tabla 4.8, el número total de rutas del método de estos autores ha sido de 462, muy alejado de los 405 de Bräysy (2001c) o de Berger *et al.* (2001), por ejemplo. Ello indica que el procedimiento propuesto por Lau *et al.* (2000) no es robusto.

Sin embargo, tanto Shaw (1998) como Li *et al.* (2001) han llegado, con distintos métodos, a la misma secuencia, que es la reflejada en la Tabla A.16, y que es la mejor solución publicada a la cual se ha tenido acceso (13 rutas y 1292,68 unidades de distancia). En la Tablas A.17 se han detallado los resultados de ingresos, costes, beneficios, distancia total recorrida, hora de llegada, espera total, horas empleadas y penalizaciones de la solución de Shaw (1998) cuando se utiliza la función objetivo del tipo A. En la Tabla A.18 se han señalado los horarios de inicio del servicio correspondientes.

La mejor de las soluciones obtenidas en la tesis para el problema R103A ha sido con la metaheurística híbrida H4, según se comprueba en la Tabla 6.48, y cuya secuencia se aporta en la Tabla A.13. De forma análoga al caso anterior, en las Tablas A.14 y A.15 se detallan los resultados correspondientes.

La solución de Shaw (1998) al problema R103, atendiendo al criterio de disminuir al máximo el número de rutas y luego la distancia ha dado como resultado un beneficio de -132013,33. Esta cifra ha sido superada por la mejor que hemos obtenido en la tesis (-126348,38), así como por otros resultados conseguidos con otras estrategias. Eso sí, se han empleado 14 rutas y se ha recorrido una distancia de 1234,11 unidades.

**Conclusión 14:** *Los problemas reales de programación de rutas de transporte del tipo VRPTW no se modelan bien con funciones objetivo que intentan disminuir al máximo el número de rutas y posteriormente la distancia total recorrida. Funciones económicas reales, basadas en los costes y los ingresos, simulan mejor los objetivos de las operaciones de distribución<sup>6</sup>.*

#### **6.1.5.2 Variabilidad de los resultados obtenidos para distintos casos de problemas**

Hasta ahora se han comparado las estrategias sólo frente a un problema concreto. ¿Qué ocurrirá si aplicamos la metaheurística H4, que ha sido la que a aportado el mejor resultado, a otro tipo de situaciones? Se constatan mejoras sustanciales en el beneficio frente a resultados obtenidos por heurísticas de construcción.

Se analiza el comportamiento de esta metaheurística, en el caso de 6 problemas representativos de Solomon (1987), (elegidos al azar cuando se comprobó HESECOR en la Tabla 6.5), considerando la función objetivo de costes e ingresos tipo A, según la Tabla A.4. Se emplea la metaheurística H4 atendiendo

---

<sup>6</sup> Kohl *et al.* (1997) ya indicaban que dos objetivos tales como la reducción del número de rutas o la distancia recorrida, pueden ser contradictorios. Dullaert (2000) trató de adaptarse a los casos reales ajustando con criterios económicos los parámetros que servían a Solomon (1987) para generar rutas, sin embargo, seguía resolviendo el problema teórico. Recientemente Bent *et al.* (2001) han reconocido que si lo que se quiere es reducir el número de rutas, las funciones objetivo basadas en el coste no son eficientes.

a la estrategia definida en la Tabla 6.47, con ciclos de 30000 iteraciones, sobre un total de cinco ensayos.

En la Tabla 6.52 se reflejan los resultados obtenidos para cada uno de los problemas con sus valores extremos, media y porcentaje del coeficiente de variación para cinco ensayos. Se observa cómo los problemas tipo C, donde los clientes se encuentran agrupados, son los que proporcionan una menor variabilidad en los resultados, que incluso es nula en el caso C206A, donde las ventanas temporales son anchas y los vehículos presentan una gran capacidad de carga. Sin embargo, para los escenarios donde se mezclan clientes agrupados y otros espaciados aleatoriamente –tipos RC–, los coeficientes de variación son mucho mayores.

**Tabla 6.52.** Resultados obtenidos para seis problemas de Solomon (1987) con función económica tipo A, después de cinco ensayos en cada caso, con la metaheurística H4 y estrategia definida en la Tabla 6.47, con ciclos de 30000 iteraciones. Número de rutas, distancia y beneficio (negrita).

	MÍNIMO	MEDIA	MÁXIMO	C.V.%
R103A	14	14,00	14	0,000
	1267,78	1245,22	1244,76	1,315
	<b>-130267,08</b>	<b>-127410,61</b>	<b>-126621,98</b>	<b>-1,268</b>
R201A	4	4,00	4	0,000
	1392,08	1367,11	1348,26	1,189
	<b>-139670,84</b>	<b>-137395,29</b>	<b>-136028,25</b>	<b>-0,996</b>
C104A	10	10,00	10	0,000
	833,26	830,49	828,2	0,400
	<b>-132359,33</b>	<b>-132028,69</b>	<b>-131652,61</b>	<b>-0,228</b>
C206A	3	3,00	3	0,000
	611,13	611,13	611,13	0,000
	<b>-100034,8</b>	<b>-100034,80</b>	<b>-100034,8</b>	<b>0,000</b>
RC107A	12	12,00	12	0,000
	1319,6	1292,16	1275,78	1,275
	<b>-104207,66</b>	<b>-101854,09</b>	<b>-100251,88</b>	<b>-1,507</b>
RC208A	3	3,00	3	0,000
	1020,87	964,31	899,47	4,944
	<b>-62705,7</b>	<b>-59829,19</b>	<b>-54671,58</b>	<b>-5,764</b>

Si sumamos los totales para los valores extremos obtenidos con H4, el número total de rutas necesario ha sido de 46, se han recorrido 6207,60 unidades de longitud y el beneficio obtenido es de -649261,10. Estas cifras superan ampliamente las obtenidas por la heurística HESECOR en la Tabla 6.5, con 48 rutas, 7814,92 unidades de distancia y un beneficio de -818431,44.

### **6.1.5.3 Influencia de la estructura de ingresos y costes en la solución obtenida**

¿Qué ocurre cuando cambian los ingresos y los costes? El óptimo relativo en este caso tendrá una estructura guiada por la función objetivo.

En este caso, se analiza el problema R103 con función objetivo tipo D, según los coeficientes descritos en la Tabla A.4 del Apéndice 2. En ella se observa un incremento muy considerable de los ingresos, tanto de las tarifas planas como los derivados de la distancia respecto al depósito y del número de unidades transportadas. Asimismo, el coste horario, que era muy inferior al de la distancia recorrida, se equipara a ella en este problema. Se emplea la metaheurística H4 atendiendo a la estrategia definida en la Tabla 6.47, con ciclos de 30000 iteraciones, sobre un total de cinco ensayos. En la Tabla 6.53 se recogen los resultados representativos.

**Tabla 6.53.** Resultados de cinco ensayos para el problema R103D con la metaheurística H4 y estrategia definida en la Tabla 6.47, con ciclos de 30000 iteraciones.

	MÍNIMO	MEDIA	MÁXIMO	C.V.%
Nº rutas	14	14,00	14	0,000
Distancia	1466,85	1477,60	1442,85	1,723
<b>Beneficio</b>	<b>184853,25</b>	<b>186179,32</b>	<b>187031,94</b>	<b>0,475</b>

De los resultados llama la atención el beneficio positivo, consecuencia inmediata del aumento de las tarifas. También se observa el incremento de la distancia total recorrida frente a los casos que se han venido estudiando con la función objetivo del tipo A. En esta ocasión, el coste horario tiene el mismo peso que el coste por distancia, con lo cual se ha buscado bajar tanto las distancias como las esperas, dentro de un compromiso que no prima la reducción del recorrido a toda costa.

#### **6.1.5.4 *Influencia de la relajación de los horarios de servicio en el beneficio***

¿Es rentable el incumplimiento moderado en los horarios de servicio, aún cuando existan contraprestaciones económicas al cliente? Se constata la conveniencia de cierta negociación, puesto que los beneficios pueden crecer, a pesar del aumento de los costes por penalizaciones. Con un simple ensayo aplicado al problema R103A, pero con ventanas temporales flexibles, ya se adelanta ésta conclusión que se reafirmará cuando en un apartado posterior se analice el problema VRPSTW.

En efecto, en la Tabla A.5 del Apéndice 2 se define el problema con un permiso de inicio del servicio un 10% antes del horario de apertura y un 5% en el de cierre, ambos con penalizaciones. Aplicando la metaheurística H2, con la estrategia definida en la Tabla 6.43, con  $r=5$ , y un solo ensayo, se consigue un beneficio de  $-115523,80$ , 12 rutas y una distancia de 1196,00. Estos resultados son mucho mejores que cualesquiera otros encontrados para el mismo problema con ventanas temporales estrictas. Esta circunstancia apunta al hecho de que los horarios flexibles pueden proporcionar una mejor calidad a la solución, permitiendo evaluar mediante penalizaciones la insatisfacción del cliente.

Una posible interpretación a este hecho es que resulta muy conveniente la ampliación, aunque sea ligera y presente penalizaciones, del horario de servicio, puesto que entonces es posible la entrega de las mercancías, así como el ingreso correspondiente a las tarifas.

**Conclusión 15:** *Una ligera flexibilización en los horarios de servicio permite, aún cuando exista cierta penalización económica en la trasgresión de las ventanas temporales, una mejora en la calidad de las soluciones obtenidas. Por tanto, en un problema VRPTW resulta conveniente, dentro de límites razonables, cierta negociación en el cumplimiento de los horarios de entrega, siempre que se compense adecuadamente al cliente estas molestias.*

## **6.2 Resolución de problemas de rutas VRPTW generalizados**

En el presente capítulo se aplican algunas heurísticas y metaheurísticas a escenarios crecientes en complejidad que son generalizaciones de los estudiados hasta el momento. Se incorpora la flexibilidad en los horarios de servicio a los clientes, la presencia de flotas heterogéneas y la posibilidad de múltiples usos de los vehículos. Se analiza cómo pueden afectar cambios en los costes o en las tarifas en el resultado final obtenido. Se trata, por tanto de evidenciar, la adecuación creciente del modelo propuesto en la tesis a los casos reales de los problemas de distribución de mercancías.

## **6.2.1 Problemas de rutas con restricciones temporales blandas de servicio (VRPSTW)**

En la conclusión número 17 se ha abierto la posibilidad de mejorar el beneficio de las operaciones flexibilizando los horarios de servicio, incluso admitiendo cierta penalización económica. En este apartado se vuelve a comprobar esta circunstancia. Para ello se define una metaheurística híbrida en dos fases: la primera correspondiente a un GRASP dirigido, capaz de elegir la mejor opción inicial de entre una población de soluciones, y la segunda en una búsqueda local de múltiples operadores y reconstrucción de soluciones guiada por una aceptación por umbrales, según la estrategia H2 que dio tan buen resultado en el caso de las ventanas temporales estrictas.

En los ensayos que se describen a continuación, se analiza en primer lugar la influencia de las funciones de probabilidad para elegir la mejor dentro de un esquema GRASP. Posteriormente se comprueba la inexistencia de una relación clara entre los parámetros que modelan la transición entre las ventanas rígidas y flexibles y la calidad de las mejores soluciones obtenidas con el método híbrido definido.

### **6.2.1.1 *Influencia del tipo de función probabilista de elección en secuencias ordenadas***

En el apartado 6.1.2.1.3.3 ya se comprobó que una ligera variación en la elección del nodo que arranca una ruta favorecía la diversidad de soluciones iniciales para el problema VRPTW con ventanas temporales estrictas. Se trata ahora de constatar el mismo hecho para cuando se admite cierta flexibilidad en los horarios de servicio.

En la Tabla 6.54 se diseña una estrategia GRASP con distintas funciones probabilistas de elección en secuencias ordenadas, recogidas todas ellas en el Apéndice 5. Este método es paralelo al diseñado en la Tabla 6.24, salvo que las ventanas temporales admiten cierta flexibilización. Excepto para la columna I, donde se recoge la heurística HESECOR determinista, y por tanto una población de 35 soluciones, en el resto de columnas se han generado poblaciones de 100 individuos. El tiempo medio consumido en la creación de cada solución ha sido de 3,5 segundos.

**Tabla 6.54.** Definición de estrategia GRASP dirigido con HESECOR.

Estrategia:	<i>GRASP dirigido con HESECOR</i>
Problema:	<i>R103A-S (ver Tablas A.5, A.6 y A.7 del Apéndice 2)</i>
Función probabilística:	<i>Expresiones del Apéndice 5.</i>
Generación de soluciones:	<i>Criterio de inserción 4 determinista (k=0)</i> <i>Criterio de inicio 7:</i> <i>Columna I: determinista</i> <i>Columna II: Expresión A.4 con k=0,25</i> <i>Columna III: Expresión A.4 con k=0,50</i> <i>Columna IV: Expresión A.4 con k=0,75</i> <i>Columna V: Expresión A.1 (E1)</i> <i>Columna VI: Expresión A.2 (E2)</i> <i>Columna VII: Expresión A.3 (E3)</i>
Número de soluciones:	<i>100, excepto columna I que son 35 de HESECOR determinista</i>

**Tabla 6.55.** Aplicación de una metaheurística GRASP según estrategia diseñada en la Tabla 6.54. En negrita el beneficio máximo.

	I k=0,00	II k=0,25	III k=0,50	IV k=0,75	V E1	VI E2	VII E3
Nº rutas	13	12	12	12	13	13	13
Distancia	1381,52	1372,61	1372,61	1359,46	1417,68	1373,37	1349,02
<b>Máximo</b>	<b>-137827,75</b>	<b>-134635,69</b>	<b>-134635,69</b>	<b>-132788,77</b>	<b>-141050,91</b>	<b>-137096,91</b>	<b>-134716,45</b>
Medio	-202298,00	-142981,00	-145681,62	-150308,20	-157758,84	-156569,28	-153561,24
Mínimo	-345157,37	-157607,01	-166126,34	-172174,52	-186514,39	-177538,60	-177529,32
Rango	207329,62	22971,32	31490,65	39385,75	45463,48	40441,69	42812,87

Se comprueba que una ligera variación en los criterios de inicio, y para un número determinado de soluciones ensayadas, favorece el encuentro de buenas

soluciones. Al igual que ocurrió en los casos resueltos para el problema VRPTW, la función probabilista (A.4) propuesta en la tesis proporciona soluciones de mayor calidad que las otras recogidas en el Apéndice 2.

Se constata, además, que una variación en la elección del nodo que inicia una ruta, favorece la diversidad. Ello permite que la mejor solución de la población generada sea de mayor calidad, pese a que los valores medios se degraden. Esta circunstancia ya se puso en relieve cuando se estudiaron los casos con ventanas temporales estrictas, formando parte de la conclusión número 11.

Si se comparan los resultados obtenidos por este método para los escenarios recogidos en las Tablas 6.24 (ventanas estrictas) y 6.54 (ventanas flexibles), se constata la mejora sustancial del beneficio que ha supuesto la flexibilidad en los horarios de servicio con penalización económica. El incremento ha sido del 10,94% respecto al caso de las ventanas duras.

### **6.2.1.2 *Influencia de los parámetros de penalización del inicio y del cierre de las ventanas temporales***

¿Hasta qué punto influye la transición de una ventana temporal rígida a otra flexible en el beneficio económico? En el caso que se ensaya, no existe una relación clara, y por tanto no es decisivo negociar con el cliente unas bonificaciones que crezcan rápidamente hasta alcanzar la penalización de ruptura.

En efecto, en el modelo de ventana temporal empleado en la tesis y descrito en el epígrafe 5.2, las ventanas temporales pasan de ser estrictas a blandas mediante una transición que se ha definido en las ecuaciones (5.2) y (5.4). La modelación se puede guiar mediante un parámetro  $k_j$  de penalización del inicio y del cierre de las ventanas temporales. Si dicho valor tiende a cero, el

intervalo suave tiende a alcanzar la penalización rápidamente. Por el contrario, con  $k_j$  muy grandes, el horario de servicio trata de ocupar toda la ventana temporal posible, apareciendo bruscamente la penalización.

En la Tabla 6.56 se ha diseñado una estrategia para una metaheurística híbrida en dos fases. La primera construye un conjunto de 250 soluciones mediante un procedimiento GRASP. Con la mejor solución se aplica una segunda etapa basada en un descenso aleatorio con múltiples operadores con criterio de aceptación por umbrales. En la Tabla 6.57 se recogen los resultados representativos de cinco ensayos realizados sobre cinco casos. En cada situación se indica el  $k_j$  correspondiente, que son comunes a todas las ventanas temporales de todos los clientes y del depósito.

**Tabla 6.56.** Definición de estrategia para meta heurística híbrida bifase.

Estrategia:	<i>Metaheurística híbrida bifase</i>
Problema:	<i>R103A-S (ver Tablas A.5, A.6 y A.7 del Apéndice 2)</i>
FASE 1	<i>GRASP dirigido con HESECOR</i>
Función probabilística:	<i>Expresión (A.4) del Apéndice 5.</i>
Generación de soluciones:	<i>Criterio inicio 7; <math>k=0</math>. Determinista. Criterio inserción 4; <math>k=0,25</math>. Probabilista.</i>
Número de soluciones:	<i>250</i>
FASE 2	<i>Descenso local con múltiples operadores</i>
Solución inicial:	<i>Mejor de fase 1.</i>
Operadores:	<i>10 operadores (ver Tabla A.23). De ellos <math>RRr</math>, con <math>r=15</math>.</i>
Selección operador:	<i>Probabilidades según Tabla A.23</i>
Selección de mejora:	<i>Primer descenso (FB)</i>
Criterio de parada:	<i>Ciclo completo de iteraciones sin mejora</i>
Criterio de aceptación:	<i>Por umbrales</i>
Umbral inicial:	<i><math>T_0=500</math></i>
Tipo enfriamiento umbral:	<i>Exponencial, con vida media <math>a=0,20</math></i>
Reducción umbral en cada reinicio:	<i>Lineal, <math>k=0,80</math></i>
Inicios máximos:	<i><math>R=50</math></i>
Número de iteraciones para cada inicio:	<i>30000</i>
Número de ensayos:	<i>5</i>

De los resultados no se desprende una relación clara entre el máximo beneficio de la mejor solución y el coeficiente de penalización de las ventanas

temporales. Si bien es cierto que el máximo beneficio ocurre con  $k_j = 10$  tanto para los valores medios como para los mejores, ello puede deberse a que las penalizaciones son menores. Si sólo se contempla la fase 1, existe una mejora en el beneficio con la disminución del coeficiente de penalización, pero luego la fase 2 equilibra los resultados.

**Tabla 6.57.** Aplicación de una metaheurística híbrida bifase según estrategia diseñada en la Tabla 6.56. Cada caso corresponde a un coeficiente de penalización  $k_j$  distinto de las ventanas temporales. Número de rutas, distancia y beneficio (negrita).

	MÍNIMO	MEDIA	MÁXIMO	C.V. %
$k_j = 10$	12	12,00	12	0,000
	1332,9	1324,84	1319,13	0,470
Fase 1	-129593,97	-128663,21	-128405,84	-0,405
	12	12,00	12	0,000
Fase 2	1190,96	1161,68	1143,71	1,803
	<b>-115122,24</b>	<b>-111869,72</b>	<b>-110156,00</b>	<b>-1,901</b>
$k_j = 1$	12	12,20	12	3,666
	1372,61	1361,62	1345,81	1,106
Fase 1	-134635,69	-133994,69	-131870,44	-0,898
	13	12,20	12	3,666
Fase 2	1203,69	1187,43	1165,63	1,157
	<b>-119974,09</b>	<b>-115682,12</b>	<b>-112564,56</b>	<b>-2,330</b>
$k_j = 0.5$	12	12,00	12	0,000
	1372,61	1370,27	1360,90	0,382
Fase 1	-134762,66	-134386,47	-132881,70	-0,626
	12	12,00	12	0,000
Fase 2	1200,70	1164,47	1151,78	1,755
	<b>-116128,52</b>	<b>-112780,78</b>	<b>-111844,59</b>	<b>-1,664</b>
$k_j = 0.1$	12	12,00	12	0,000
	1372,61	1372,95	1373,47	0,034
Fase 1	-134961,06	-134772,76	-134490,31	-0,191
	12	12,00	12	0,000
Fase 2	1182,16	1162,30	1150,68	1,043
	<b>-115242,50</b>	<b>-113278,73</b>	<b>-112206,70</b>	<b>-1,046</b>
$k_j = 0.01$	12	12,00	12	0,000
	1383,27	1374,91	1373,47	0,341
Fase 1	-135735,17	-135076,43	-134560,66	-0,311
	12	12,00	12	0,000
Fase 2	1190,98	1172,66	1150,07	1,646
	<b>-115945,30</b>	<b>-114396,64</b>	<b>-112346,00</b>	<b>-1,318</b>

Además, cabe interpretar la mejora sustancial de beneficio respecto a los problemas donde las ventanas temporales son estrictas, al hecho de que se ha ampliado ligeramente la posibilidad de realizar el servicio, aún con penalizaciones, lo cual implica el ingreso correspondiente, tal y como se ha apuntado en la conclusión número 17.

**Conclusión 16:** *Si se negocia una bonificación con el cliente por incumplimiento en el horario de entrega de una mercancía, al operador del transporte le interesa admitir una penalización que crezca rápidamente hasta el límite fijado por ruptura de servicio a cambio de ampliar en lo posible el intervalo de aceptación del servicio.*

## **6.2.2 Problemas de rutas con flotas heterogéneas y restricciones temporales blandas de servicio (VRPHESTW)**

En este apartado se comprueba la flexibilidad del modelo propuesto, capaz de resolver los problemas de rutas con flotas heterogéneas y con ventanas temporales flexibles. En primer lugar se proponen un par de metaheurísticas híbridas para, posteriormente, con la mejor de ellas comprobar cómo influye un cambio en las tarifas o en el coste de las operaciones.

### **6.2.2.1 Propuesta de metaheurísticas híbridas en dos y tres fases**

El propósito de este apartado consiste en definir dos metaheurísticas híbridas en varias fases para comprobar cuál de ellas ofrece una mejor solución. Posteriormente se elegirá esta estrategia para analizar cómo influyen algunos cambios en las tarifas o en los costes.

El primer método, descrito en la Tabla 6.58, consiste en la concatenación de dos fases consecutivas:

- La primera de ellas define una búsqueda adaptativa dentro de un esquema de aceptación por umbrales. Es una estrategia paralela a la descrita para la metaheurística híbrida H1. En este caso, se introducen dos nuevos operadores específicamente diseñados para el empleo de flotas heterogéneas: el intercambio de vehículos (CVR) y la sustitución de vehículos (CV), ya definidos en los apartados 4.5.2.1.4.5 y 4.5.2.1.4.6, respectivamente.
- La segunda fase consiste en una post-optimización de la solución mediante una heurística de reconstrucción de soluciones, con  $r=15$  y 1000 iteraciones.

**Tabla 6.58.** Definición de estrategia para metaheurística híbrida bifase.

Estrategia:	<i>Metaheurística híbrida bifase</i>
Problema:	<i>R103-HES-A (ver Tablas A.8, A.9 y A.10 del Apéndice 2)</i>
Solución inicial:	<i>HESECOR determinista (7-4). Criterio 7 de inicio y 4 de inserción</i>
<b>FASE 1</b>	<i>Búsqueda aleatoria adaptativa dentro de un esquema de aceptación por umbrales</i>
Búsqueda local:	<i>Búsqueda local adaptativa con múltiples operadores</i>
Operadores:	<i>{1-rel, 1-sw, 1-sw*, 2-rel, 2-sw, 2-opt*, 2-opt**, Or-opt, Cross, (2,0), (2-1), (2-2), 3-rel, 3-sw, 3-opt*, CV, CRV}</i>
Selección operador:	<i>Probabilidades según éxitos obtenidos en 1000 iteraciones de cada operador.</i>
Selección de mejora:	<i>Primer descenso (FB)</i>
Criterio de parada:	<i>Ciclo completo de iteraciones sin mejora</i>
Criterio de aceptación:	<i>Por umbrales</i>
Umbral inicial:	<i><math>T_0=500</math></i>
Tipo enfriamiento umbral:	<i>Lineal, al 50% de las iteraciones</i>
Reducción umbral en cada reinicio:	<i>Lineal, <math>k=0,80</math></i>
Inicios máximos:	<i><math>R=25</math></i>
Número de iteraciones para cada inicio:	<i>30000</i>
<b>FASE 2</b>	<i>Reconstrucción de soluciones.</i>
Operadores:	<i>Reconstrucción con <math>r=15</math>.</i>
Criterio de destrucción:	<i>Mixto: equiprobable entre radial y aleatorio.</i>
Selección de mejora:	<i>Primer descenso (FB)</i>
Criterio de parada:	<i>1000 iteraciones.</i>
Número de ensayos:	<i>5</i>

En la Tabla 6.59 se han recogido los resultados representativos de cinco ensayos para ambas fases. El tiempo medio de cálculo ha sido de 32 minutos de CPU para la primera fase y de 136 para la segunda, por tanto un total de 168 minutos.

**Tabla 6.59.** Aplicación de una metaheurística híbrida bifase según estrategia diseñada en la Tabla 6.58.

		MÍNIMO	MEDIA	MÁXIMO	C.V.%
Fase 1	Nº rutas	14	14,00	14	0,000
	Distancia	1485,48	1400,86	1354,90	3,628
	<b>Beneficio</b>	<b>93242,94</b>	<b>114503,76</b>	<b>125073,25</b>	<b>10,960</b>
Fase 2	Nº rutas	14	13,80	13	3,241
	Distancia	1353,02	1330,19	1312,5	1,184
	<b>Beneficio</b>	<b>124925,56</b>	<b>134031,84</b>	<b>151164,69</b>	<b>7,652</b>

La segunda de las metaheurísticas consta de tres fases sucesivas, diseñadas según la estrategia recogida en la Tabla 6.60. La primera construye una propuesta inicial obtenida con un GRASP dirigido. Posteriormente se aplica una búsqueda convergente, y se termina con un descenso local aleatorio con múltiples operadores dentro de un esquema de aceptación por umbrales con operadores de reconstrucción de soluciones.

En la Tabla 6.61 se recogen los resultados de cinco ensayos de la primera fase GRASP sobre una población de 100 soluciones. En la última columna se señalan los resultados obtenidos si se hubiera considerado el equivalente a un solo ensayo con una población de 500 individuos. Se comprueba un aumento del 74,34% del beneficio obtenido respecto a la solución alcanzada por la heurística HESECOR con criterios de inicio e inserción deterministas. El tiempo medio de cálculo de cada solución ha sido de 3,5 segundos de CPU.

La segunda fase consiste en una búsqueda convergente sobre las mejores soluciones de la población generada anteriormente. En la Tabla 6.62 se recogen los resultados de esta fase para 5 ensayos. Se mejora el beneficio en un 13,33% respecto a la etapa anterior.

**Tabla 6.60.** Definición de estrategia para metaheurística híbrida trifase.

Estrategia:	<i>Metaheurística híbrida trifase</i>
Problema:	<i>R103-HES-A (ver Tablas A.8, A.9 y A.10 del Apéndice 2)</i>
FASE 1	<i>GRASP dirigido con HESECOR</i>
Función probabilística:	<i>Expresión A.4 del Apéndice 5.</i>
Generación de soluciones:	<i>Criterio de inserción 4 determinista (<math>k=0</math>) Criterio de inicio 7 probabilista (<math>k=0,25</math>)</i>
Número de soluciones:	<i>100</i>
FASE 2	<i>Búsqueda convergente con múltiples operadores</i>
Estrategia de convergencia:	<i>(100, 5, 2). Es decir, de las 100 soluciones iniciales se mejoran las 15 mejores en una primera fase, quedando 6 en una segunda y 2 en la tercera, según Ecuación (6.1). 12 operadores (ver Tabla A.24).</i>
Operadores:	<i>Probabilidades según Tabla A.24.</i>
Selección operador:	<i>Primer descenso (FB)</i>
Selección de mejora:	<i>1000 iteraciones en cada etapa de la convergencia</i>
Criterio de parada:	<i>1000 iteraciones en cada etapa de la convergencia</i>
FASE 3	<i>Búsqueda local aleatoria con múltiples operadores basada en la aceptación por umbrales.</i>
Solución inicial:	<i>La mejor de fase 2.</i>
Operadores:	<i>15 operadores (ver Tabla A.25). De ellos <math>RRr</math>, con <math>r=15</math>.</i>
Selección operador:	<i>Probabilidades según Tabla A.25</i>
Selección de mejora:	<i>Primer descenso (FB)</i>
Criterio de parada:	<i>Ciclo completo de iteraciones sin mejora</i>
Criterio de aceptación:	<i>Por umbrales</i>
Umbral inicial:	<i><math>T_0=500</math></i>
Tipo enfriamiento umbral:	<i>Exponencial, con vida media <math>a=0,20</math></i>
Reducción umbral en cada reinicio:	<i>Lineal, <math>k=0,80</math></i>
Inicios máximos:	<i><math>R=50</math></i>
Número de iteraciones para cada inicio:	<i>30000</i>
Número de ensayos:	<i>5</i>

La tercera fase consiste en una búsqueda local aleatoria basada en 15 operadores y en la aceptación por umbrales. Los resultados obtenidos para cinco ensayos se encuentran en la Tabla 6.62. La mejora en el beneficio es del 46,99% respecto a la fase anterior. En las Tablas A.20 y A.21 del Apéndice 3 se detallan la descripción y características de la mejor solución encontrada.

**Tabla 6.61.** Resultados representativos al aplicar la fase 1, según Tabla 6.60 al problema R103-HES-A. Número de rutas y distancia concomitantes con el máximo beneficio (en negrita).

	100					500
	13	14	14	13	13	13
Nº rutas	13	14	14	13	13	13
Distancia	1502,15	1493,69	1476,89	1520,80	1504,17	1502,15
<b>Máximo</b>	<b>93619,56</b>	<b>74862,19</b>	<b>79779,31</b>	<b>93381,13</b>	<b>86622,69</b>	<b>93619,56</b>
Medio	36628,27	37624,99	41058,05	33835,32	38403,51	37510,03
Mínimo	-46119,38	-29732,69	-47525,56	-52618,06	-41684,13	-52618,06
Rango	139738,94	104594,88	127304,87	145999,19	128306,82	146237,62

**Tabla 6.62.** Resultados al problema R103-HES-A tras aplicar una metaheurística trifase en cinco ensayos, según estrategia diseñada en Tabla 6.60.

		MÍNIMO	MEDIA	MÁXIMO	C.V.%
Fase 1	Nº rutas	14	13,40	13	4,087
	Distancia	1493,69	1499,54	1502,15	1,069
	<b>Beneficio</b>	<b>74862,19</b>	<b>85652,98</b>	<b>93619,56</b>	<b>9,682</b>
Fase 2	Nº rutas	14	13,40	13	4,087
	Distancia	1439,16	1462,97	1477,48	2,535
	<b>Beneficio</b>	<b>97356,63</b>	<b>103367,13</b>	<b>106097,19</b>	<b>3,488</b>
Fase 3	Nº rutas	14	13,40	13	4,087
	Distancia	1297,79	1309,22	1280,43	1,576
	<b>Beneficio</b>	<b>133709,56</b>	<b>143170,13</b>	<b>155954,50</b>	<b>6,159</b>

### 6.2.2.2 *Influencia de un incremento de coste unitario por distancia*

Seguidamente se analiza la incidencia de un incremento del coste por unidad de distancia del 10%. Se constata que una mayor penalización en un factor determinado como la distancia, hace que la exploración se centre en soluciones que reduzcan sensiblemente el recorrido total. También se comprueba una sensible disminución de las ganancias.

Así, queda definido el problema R103-HES-B con los mismos datos que el R103-HES-A (definido en las Tablas A.8, A.9 y A.10 del Apéndice 2), pero siendo los costes por unidad de distancia recorrida para los vehículos tipo  $\alpha$  y  $\beta$  de 110, mientras que para el  $\gamma$  queda fijado en 121. Las tarifas, y por tanto los ingresos, siguen siendo iguales en ambos casos. Para ello se aplica la metaheurística híbrida en tres fases descrita anteriormente en la Tabla 6.60.

Para seleccionar los criterios de inicio e inserción, necesarios para la primera de las fases, se aplica la versión de la heurística HESECOR determinista. Se comprueba que la mejor combinación para el problema R103-HES-B es el criterio 7 de inicio y el 4 de inserción, igual que ocurrió para el escenario HES-A. El resultado inicial es de 14 vehículos, con 1.534,10 unidades de longitud recorridas y un beneficio de 35.799,94. La merma de beneficio respecto a R103-HES-A, para la mejor solución aportada por HESECOR determinista es del 33,33%. Esta situación se aleja de la que proporciona el método de búsqueda híbrido trifase.

En la Tabla 6.63 se recogen los resultados representativos de cinco ensayos con la estrategia diseñada en la Tabla 6.60.

**Tabla 6.63.** Resultados al problema R103-HES-B tras aplicar una metaheurística trifase en cinco ensayos, según estrategia diseñada en Tabla 6.60.

		MÍNIMO	MEDIA	MÁXIMO	C.V.%
Fase 1	Nº rutas	14	13,40	14	4,087
	Distancia	1482,17	1513,69	1483,57	2,222
	<b>Beneficio</b>	<b>57598,56</b>	<b>66388,69</b>	<b>77233,75</b>	<b>11,775</b>
Fase 2	Nº rutas	14	13,60	14	4,027
	Distancia	1452,27	1471,87	1442,59	2,312
	<b>Beneficio</b>	<b>82363,69</b>	<b>86423,88</b>	<b>90159,00</b>	<b>3,330</b>
Fase 3	Nº rutas	14	13,40	13	4,087
	Distancia	1310,6	1299,15	1247,84	3,021
	<b>Beneficio</b>	<b>121742,56</b>	<b>132070,13</b>	<b>148542,02</b>	<b>8,947</b>

La pérdida de ganancias ha sido del 4,75% en relación con los mejores resultados, siendo del 7,75% si se comparan los beneficios medios. En cuanto a los costes, los incrementos han sido del 1,35% y del 1,98%, respectivamente. En este caso, el mayor coeficiente de variación de los resultados obtenidos para el R103-HES-B ha dado como resultado un máximo que disminuye las pérdidas respecto a los valores promedio. También se comprueba cómo una penalización de los costes por distancia provoca que éstas se reduzcan sensiblemente: 2,55% y 0,77% en las soluciones de beneficio máximo y medio.

### **6.2.2.3 *Influencia de un incremento de las tarifas***

¿Cómo cambiará la estructura de la solución de un problema de rutas cuando se decide una subida en las tarifas aplicadas al transporte? Se constata un aumento del beneficio, sin embargo, aparece un resultado algo sorprendente: Las soluciones que aportan mayores ganancias no se encuentran con la función objetivo real, sino con otra similar a ella.

A continuación se analiza la influencia en los beneficios si se incrementa en un 10% la tarifa aplicada tanto a las mercancías por unidad y distancia hasta el depósito, como en la tarifa fija establecida por servicio al cliente. Así, el problema R103-HES-C presenta los mismos datos de entrada que el R103-HES-A (definido en las Tablas A.8, A.9 y A.10 del Apéndice 2), excepto en las tarifas que pasan a ser de 1650 por disposición del servicio y de 16,50 por unidad y distancia del cliente al depósito. Los ingresos se incrementan la décima parte respecto al caso HES-A.

En la Tabla 6.64 se recogen los resultados representativos de cinco ensayos con la estrategia trifase diseñada en la Tabla 6.60.

**Tabla 6.64.** Resultados al problema R103-HES-C tras aplicar una metaheurística trifase en cinco ensayos, según estrategia diseñada en Tabla 6.60.

		MÍNIMO	MEDIA	MÁXIMO	C.V.%
Fase 1	Nº rutas	14	14,00	14	0,000
	Distancia	1580,34	1597,39	1550,70	1,965
	<b>Beneficio</b>	<b>122195,44</b>	<b>129511,90</b>	<b>135557,13</b>	<b>4,034</b>
Fase 2	Nº rutas	14	14,00	14	0,000
	Distancia	1552,5	1533,11	1536,68	1,014
	<b>Beneficio</b>	<b>148362,06</b>	<b>152531,85</b>	<b>154465,13</b>	<b>2,130</b>
Fase 3	Nº rutas	14	14,00	14	0,000
	Distancia	1319,5	1301,52	1249,26	2,843
	<b>Beneficio</b>	<b>196411,81</b>	<b>204983,70</b>	<b>219131,56</b>	<b>4,804</b>

Las cifras obtenidas muestran que, respecto al problema R103-HES-A, el número de vehículos necesarios se ha incrementado ligeramente: en el mejor resultado se pasa de 13 a 14. El beneficio ha aumentado en un 40,51% y un 43,17% en los casos mejores y medios. Sin embargo las cifras deberían ser del 49,63% y del 54,06%, respectivamente si, una vez resuelto el problema HES-A, se aplica el incremento de las tarifas. En relación con las distancias recorridas, tanto en los resultados mejores como en los medios, éstas son menores en el problema C que en el A. Las reducciones han sido, respectivamente, del 2,43% y del 0,59%. Sólo se resalta la merma en la variación de los datos del problema C.

Se puede interpretar este tipo de resultados, en principio paradójicos, en el sentido que la construcción de buenas soluciones iniciales influye, como ya se ha comprobado anteriormente, en la calidad posterior de los resultados obtenidos al aplicar una metaheurística determinada. El incremento de tarifas ha mermado la influencia del coste de la incorporación de un nuevo vehículo, y la construcción de la solución inicial ha infravalorado este hecho.

Por tanto, se puede afirmar que la exploración del espacio de soluciones definido por un problema VRPTW con una función objetivo concreta proporciona en ocasiones, para una estrategia de búsqueda establecida, soluciones de peor

Propuestas de estrategias de búsqueda secuencial por entornos para la resolución del modelo

calidad que si se realizase la búsqueda en un espacio paralelo correspondiente a otra función objetivo.

**Conclusión 17:** *Una modificación transitoria en la función objetivo de un problema VRPTW modifica la topología del espacio de configuraciones, favoreciendo en ocasiones el encuentro de soluciones de alta calidad en relación con la función objetivo original.*

### **6.2.3 Problemas de rutas con flotas heterogéneas y múltiples usos con restricciones temporales blandas de servicio (VRPHEMSTW)**

¿Por qué no permitir que los vehículos que terminen una ruta puedan iniciar otra, si es que no han agotado su jornada laboral? Este acercamiento a la realidad posibilita, en algunas ocasiones, incrementos en las ganancias originadas por una operación de distribución.

Se analiza un problema ampliado del R103 de Solomon (1987) con coeficientes que definen la función objetivo y las características de la flota, de clientes y depósito reflejados en las Tablas A.11, A.12 y A.13 del Apéndice 2, denominado como R103-HEMS-A. No existen ejemplos en la literatura para resolver el VRPHEMSTW con criterios basados en el beneficio, con distintas jornadas laborales y variables de congestión (duración de la aproximación y alejamiento a cada nodo).

### 6.2.3.1 GRASP orientado en una heurística secuencial de construcción de rutas

¿Es rentable el uso múltiple de vehículos? ¿Cómo influye el coste fijo de disposición de las unidades de transporte? Se comprueba que ambas preguntas guardan relación, puesto que si los costes fijos son elevados, la solución tiende a favorecer el comienzo múltiple de rutas, siempre que lo permita la jornada laboral. Para ello se emplea tanto la heurística de construcción de rutas HESECOR como una generalización del tipo GRASP.

En primer lugar, se ha ensayado la heurística de construcción secuencial de rutas HESECOR, en su versión determinista, es decir, eligiendo siempre la mejor opción dentro de sus criterios de inicio e inserción (ver apartado 6.1.1.1). En la Tabla 6.65 se indican los beneficios extremos y medios al permitir el uso múltiple o no, así como el número de vehículos, rutas, distancia total recorrida y los criterios de inicio e inserción correspondientes a la ganancia más elevada. Se comprueba cómo aquí, son las pautas económicas y los usos múltiples los que han prevalecido.

**Tabla 6.65.** Resultados de aplicar la heurística de construcción HESECOR, en su versión determinista, al problema R103-HEMS-A.

	Cada vehículo una ruta	Con múltiples usos del vehículo
Beneficio mínimo	-439499,51	551033,33
Beneficio medio	481393,32	445955,02
<b>Beneficio máximo</b>	<b>816148,13</b>	<b>911018,50</b>
Nº vehículos	19	16
Nº rutas	19	22
Distancia	2027,79	1884,00
Criterio inicio	3 (cliente más rentable)	3 (cliente más rentable)
Criterio inserción	1 (máximo beneficio)	2 (máxima rentabilidad)

A continuación se examina el GRASP dirigido definido en la Tabla 6.66. En las Tablas 6.67 y 6.68 se han analizado la mejor combinación de criterio, tanto

Propuestas de estrategias de búsqueda secuencial por entornos para la resolución del modelo

para los usos simples o múltiples. Se observa una mejora de la función objetivo con el número de soluciones construidas y para los usos múltiples. Además, para ambos escenarios, las reglas de inicio e inserción basadas en la rentabilidad han proporcionado los mejores resultados.

**Tabla 6.66.** Definición de estrategia GRASP dirigido con HESECOR.

Estrategia:	<i>GRASP dirigido con HESECOR</i>
Problema:	<i>R103-HEMS-A (ver Tablas A.11, A.12 y A.13 del Apéndice 2)</i>
Función probabilística:	<i>Expresión (A.4) del Apéndice 5.</i>
Generación de soluciones:	<i>Criterio inicio 3 (cliente más rentable); k=0. Criterio inserción variable (1: máximo beneficio; 2:máxima rentabilidad), k=0,25</i>
Número de soluciones:	<i>Variable (1, 10 ó 100)</i>

**Tabla 6.67.** Resultados del GRASP según estrategia de Tabla 6.66, con criterios de inicio basados en la rentabilidad y de inserción en el beneficio, para el problema R103-HEMS-A.

<b>Criterio (3-1)</b>	<b>Cada vehículo una ruta</b>			<b>Con múltiples usos del vehículo</b>		
Nº soluciones iniciales	1	10	100	1	10	100
Nº vehículos	18	18	18	17	17	16
Nº rutas	18	18	18	25	24	24
Distancia	1998,53	2018,87	1930,89	2135,35	2117,79	2012,66
<b>Beneficio</b>	<b>949695,75</b>	<b>949403,50</b>	<b>958748,25</b>	<b>913416,75</b>	<b>982772,50</b>	<b>1014227,75</b>

**Tabla 6.68.** Resultados del GRASP según estrategia de Tabla 6.66, con criterios de inicio e inserción basados en la rentabilidad, para el problema R103-HEMS-A.

<b>Criterio (3-2)</b>	<b>Cada vehículo una ruta</b>			<b>Con múltiples usos del vehículo</b>		
Nº soluciones iniciales	1	10	100	1	10	100
Nº vehículos	17	16	16	16	15	15
Nº rutas	17	16	16	23	20	21
Distancia	1765,13	1686,69	1646,01	1891,88	1722,65	1773,52
<b>Beneficio</b>	<b>923269,38</b>	<b>1009792,50</b>	<b>1015772,88</b>	<b>943234,75</b>	<b>1018419,38</b>	<b>1045132,75</b>

A continuación se comprueba la incidencia del coste fijo de disposición de los vehículos. Para ello se define un problema R103-HEMS-B que es idéntico al definido anteriormente en las Tablas A.11, A.12 y A.13 del Apéndice 2, excepto

que el coste de disposición se reduce, en todos los casos, en un 10%. En la Tabla 6.69 se recogen los resultados de HESECOR en su versión determinista, para averiguar los mejores criterios de inicio e inserción. En este caso se observa cómo un mayor peso en el coste de disposición conduce hacia soluciones donde la mejor opción es que no se permita el múltiple uso de los vehículos.

**Tabla 6.69.** Resultados de la aplicación de la heurística de construcción, para el problema R103-HEMS-B.

	<b>Cada vehículo una ruta</b>	<b>Con múltiples usos del vehículo</b>
Beneficio mínimo	1424835,12	1489816,23
Beneficio medio	1858368,34	1671281,86
<b>Beneficio máximo</b>	<b>2043210,50</b>	<b>1956185,00</b>
Nº Vehículos	18	18
Nº Rutas	18	22
Distancia	1852,11	2166,20
Criterio inicio	6 (cliente más beneficioso)	3 (cliente más rentable)
Criterio inserción	2 (máxima rentabilidad)	2 (máxima rentabilidad)

Procediendo de forma análoga según la estrategia diseñada en la Tabla 6.66, se recogen los resultados para el escenario HEMS-B en las Tablas 6.70 y 6.71. En este caso, cuando el peso del coste de disposición del vehículo es sensiblemente menor, la solución que aporta mayor beneficio es la que asigna a cada vehículo una ruta, a pesar de ser necesario un vehículo más que en el caso de múltiples usos. También es posible comprobar que un cambio en la función objetivo nos lleva a estructuras de solución bien distintas. En efecto, ciñéndose al caso de un solo uso, el cambio en el coste de disposición ha hecho que se empleen 16 vehículos y se recorran 1646,01 unidades de longitud en el caso del R103-HEMS-A frente a 18 y 1741,33 en el caso del R103-HEMS-B. Parece claro que un mayor peso del coste fijo de los vehículos incide en que una buena solución intente minimizarlos. Se evidencian las limitaciones de las métricas clásicas que intentan siempre disminuir el número de rutas y luego la distancia total recorrida.

**Tabla 6.70.** Resultados de la aplicación de la heurística de construcción secuencial probabilística, para el problema R103-HEMS-B, con criterios de inicio y de inserción basados en la rentabilidad.

<b>Criterio (3-2)</b>	<b>Cada vehículo una ruta</b>			<b>Con múltiples usos del vehículo</b>		
Nº soluciones iniciales	1	10	100	1	10	100
Nº vehículos	18	18	17	18	17	17
Nº rutas	18	18	17	22	21	20
Distancia	1813,66	1815,62	1859,79	2137,14	1978,91	1937,53
<b>Beneficio</b>	<b>2026968,63</b>	<b>2032251,00</b>	<b>2031874,38</b>	<b>1961944,88</b>	<b>1985870,13</b>	<b>2020961,38</b>

**Tabla 6.71.** Resultados de la aplicación de la heurística de construcción secuencial probabilística, para el problema R103-HEMS-B, con criterios de inicio basados en el beneficio y de inserción en la rentabilidad.

<b>Criterio (6-2)</b>	<b>Cada vehículo una ruta</b>			<b>Con múltiples usos del vehículo</b>		
Nº soluciones iniciales	1	10	100	1	10	100
Nº vehículos	18	18	18	18	18	17
Nº rutas	18	18	18	23	21	21
Distancia	1885,07	1849,21	1741,33	2172,24	1990,51	2013,35
<b>Beneficio</b>	<b>2034268,50</b>	<b>2043728,38</b>	<b>2047117,38</b>	<b>1963724,63</b>	<b>2001658,88</b>	<b>2006550,13</b>

**Conclusión 18:** *Un elevado coste fijo por disposición de los vehículos conlleva que la solución de mayor beneficio a un problema VRPTW sea aquella que permita el comienzo de nuevas rutas por parte de un mismo vehículo, siempre que lo permita su jornada laboral.*

**Conclusión 19:** *En un problema de distribución de mercancías del tipo VRPTW, el uso múltiple o sencillo de los vehículos, dentro de su jornada laboral, es una decisión que depende de la estructura de costes de cada problema concreto.*

### **6.2.3.2 *Metaheurística de múltiples operadores y aceptación por umbrales***

En el presente apartado se quiere averiguar si es significativo el empleo de distintas soluciones iniciales en el caso de una búsqueda aleatoria con múltiples operadores y aceptación por umbrales, en el caso de múltiples usos de vehículos y flota heterogénea. Se comprueba que no importa demasiado, y además, se vuelve a constatar el hecho de que valores mayores en los costes fijos de los vehículos favorece los múltiples inicios de rutas, siempre que el vehículo no traspase su jornada laboral.

En la Tabla 6.72 se ha diseñado una estrategia de búsqueda aleatoria con múltiples operadores y aceptación por umbrales. Se han empleado como movimientos específicos para el VRPHEMSTW el cambio de vehículos entre rutas (CVR) y con otros de la flota no utilizados (CV). Se definen dos casos, para comprobar la incidencia de la solución inicial.

En las Tablas 6.73 y 6.74 se comparan los resultados obtenidos para los problemas R103-HEMS A y B anteriormente definidos, según la estrategia recogida en la Tabla 6.72. En ambos casos se observa una mejora poco significativa tanto en los valores medios como extremos en el caso de emplear la heurística probabilística y elegir como solución inicial la mejor de una población de 100 individuos. También se vuelve a comprobar cómo los costes fijos influyen en el número de vehículos de la solución final, en consonancia con la conclusión número 18 antes citada.

**Tabla 6.72.** Definición de estrategia para metaheurística híbrida.

Estrategia:	<i>Aceptación por umbrales con sucesivos reinicios dentro de un esquema de búsqueda local de múltiples operadores y reconstrucción de soluciones</i>
Problema:	<i>R103-HEMS-A (ver Tablas A.11, A.12 y A.13 del Apéndice 2</i>
Solución inicial:	<i>Caso I: HESECOR determinista. Criterio 3 de inicio y 3 de inserción (máxima rentabilidad) Caso II: GRASP dirigido con HESECOR probabilista. Criterio 3 de inicio con <math>k=0,25</math>. Criterio 3 de inserción con <math>k=0</math>. Función probabilística: (A.4) del Apéndice 5.</i>
Búsqueda local:	<i>Búsqueda local con múltiples operadores</i>
Operadores:	<i>15 operadores (ver Tabla A.26). De ellos RRr, con <math>r = 5</math>.</i>
Selección operador:	<i>Probabilidades según Tabla A.26</i>
Selección de mejora:	<i>Primer descenso (FB)</i>
Criterio de parada:	<i>Ciclo completo de iteraciones sin mejora</i>
Criterio de aceptación:	<i>Por umbrales.</i>
Umbral inicial:	<i><math>T_0=1000</math></i>
Tipo enfriamiento umbral:	<i>Exponencial, con vida media <math>a=0,20</math></i>
Reducción umbral en cada reinicio:	<i>Lineal, <math>k=0,80</math></i>
Inicios máximos:	<i><math>R=50</math></i>
Número iteraciones para cada inicio:	<i>30000</i>
Número de ensayos:	<i>9</i>

**Tabla 6.73.** Caracterización de la flota, de los clientes y del depósito, para el problema R103-HEMS-A, permitiendo múltiples usos de los vehículos, según estrategia de la Tabla 6.72.

		Mínimo	Media	Máximo	C.V. %
Caso I	Nº vehículos	16	15,78	15	2,795
	Nº rutas	19	18,89	18	3,181
	Distancia	1762,70	1663,75	1612,38	2,929
	<b>Beneficio</b>	<b>1149322,88</b>	<b>1196242,14</b>	<b>1256213,88</b>	<b>2,574</b>
Caso II	Nº vehículos	16	15,67	15	3,191
	Nº rutas	19	18,22	18	3,659
	Distancia	1658,37	1609,59	1592,24	2,860
	<b>Beneficio</b>	<b>1187738,88</b>	<b>1213541,21</b>	<b>1259402,50</b>	<b>2,574</b>

**Tabla 6.74.** Caracterización de la flota, de los clientes y del depósito, para el problema R103-HEMS-B, permitiendo múltiples usos de los vehículos, según estrategia de la Tabla 6.72.

		<b>Mínimo</b>	<b>Media</b>	<b>Máximo</b>	<b>C.V. %</b>
Caso I	Nº vehículos	18	17,89	18	1,863
	Nº rutas	19	18,78	19	2,348
	Distancia	1784,15	1724,68	1640,82	2,510
	<b>Beneficio</b>	<b>2057164,25</b>	<b>2075359,63</b>	<b>2094013,25</b>	<b>0,520</b>
Caso II	Nº vehículos	17	17,22	17	3,871
	Nº rutas	19	18,44	18	2,857
	Distancia	1752,36	1708,20	1602,70	3,133
	<b>Beneficio</b>	<b>2066157,63</b>	<b>2083203,54</b>	<b>2104927,00</b>	<b>0,641</b>

## 7. RESUMEN Y CONCLUSIONES

El propósito de la tesis consiste en la presentación de un modelo económico de distribución de mercancías que generalice los problemas de rutas sometidos a restricciones temporales de servicio “*vehicle routing problem with time windows*” (VRPTW) y de un conjunto de técnicas heurísticas y metaheurísticas capaces de resolverlo eficientemente. El trabajo sistematiza el conjunto de métodos de optimización heurística y establece el estado de la técnica en relación con los procedimientos empleados en la resolución del problema VRPTW y sus extensiones. Tras constatar ciertas discrepancias entre los modelos teóricos y los casos reales, la tesis define una función objetivo que mide la rentabilidad económica de las operaciones, y flexibiliza los horarios de entrega con penalizaciones que reflejen la insatisfacción de los clientes. Asimismo se contempla la posibilidad de contar con flotas heterogéneas de vehículos con costes fijos y variables diferenciados, así como capacidad de carga, velocidad y jornadas laborales distintas, y con la posibilidad del uso múltiple. Se incorpora la asimetría en la duración de los viajes, con tiempos de aproximación y de alejamiento que modulen el nivel de congestión por tráfico y otras dificultades de acceso. También es posible el ajuste de diferentes costes horarios en función de las horas extraordinarias y penalizaciones por ruptura en la llegada al depósito.

La tesis presenta una novedosa heurística de construcción secuencial de rutas basada en criterios económicos (HESECOR) capaz de resolver el modelo propuesto y que, en el caso del problema VRPTW básico, ha llegado en algunos casos a alcanzar mejor solución publicada. También se han presentado un conjunto de metaheurísticas basadas en la búsqueda secuencial por entornos. Del análisis del comportamiento de dichas técnicas a los problemas estudiados, se

aportan conclusiones de interés práctico para la optimización heurística de los problemas de distribución del tipo VRPTW.

El capítulo 1 establece los argumentos que motivan la tesis basándose en la importancia de la toma de decisiones en las empresas y, en particular, en las actividades relacionadas con gestión de la distribución física. La trascendencia económica de la movilidad de personas y mercancías provoca el necesario desarrollo de técnicas que resuelvan razonablemente este tipo de problemas. El propósito consiste en el diseño de nuevos algoritmos que permitan resolver problemas del tipo VRPTW que sean robustos, flexibles y lo suficientemente rápidos como para abordar casos que se acerquen razonablemente a las situaciones reales, y que, además, pudieran ser contrastados con métodos y problemas teóricos publicados.

Los problemas de optimización combinatoria, tales como el VRPTW, y las técnicas disponibles para resolverlos constituyen el objeto del capítulo 2. Los problemas de distribución habituales presentan una elevada complejidad que han permitido el florecimiento de métodos aproximados de resolución, especialmente en aquellas situaciones en las cuales los algoritmos exactos no disponen del tiempo de cálculo necesario. La tesis introduce una taxonomía en dichas técnicas aproximadas, describiendo a grandes trazos los procedimientos basados en la búsqueda secuencial por entornos, los algoritmos evolutivos y las redes neuronales.

En el capítulo 3 se caracterizan los problemas de distribución y transporte, constatándose la abundante diversidad de los casos reales. Asimismo, se describen brevemente los modelos teóricos básicos empleados en la literatura científica y las múltiples variantes del problema de las rutas “*vehicle routing problem*” VRP. El objetivo ha consistido en enmarcar el modelo teórico (VRPTW)

que generalizará el problema de las rutas a las restricciones temporales a otros casos más próximos a la realidad.

La descripción del estado de la técnica en la resolución del problema VRPTW clásico y sus variantes constituye el objeto del capítulo 4. Se destaca el gran esfuerzo realizado por la comunidad científica para resolver este problema, especialmente desde que en 1987 Solomon propuso una heurística de construcción y un conjunto de casos que ha servido como banco de pruebas comúnmente aceptado. Desde entonces, se han publicado incesantemente nuevas soluciones que superan a la mejor descubierta hasta el momento, en una especie de carrera para justificar una técnica determinada. Sin embargo no ha sido extraño encontrar en algunos casos deficiencias metodológicas como las de no documentar el número de ensayos cuando las estrategias son aleatorias, no detallar el esfuerzo de cálculo, etc. Del análisis del comportamiento de los métodos estudiados, se han aportado algunas conclusiones que, en ocasiones, algunos autores no han tomado en consideración en sus trabajos.

**Conclusión 1:** *No es posible afirmar categóricamente que una familia de metaheurísticas resuelve mejor que otra un problema de transporte del tipo VRPTW. (Epígrafe 4.7.2).*

**Conclusión 2:** *La obtención de un resultado excelente en la optimización de un problema de transporte del tipo VRPTW no implica que la estrategia empleada sea adecuada para resolver casos semejantes. (Epígrafe 4.7.2).*

El capítulo 5 define un modelo económico de transporte que permita solucionar, no sólo el problema VRPTW básico, sino también algunas de sus posibles generalizaciones. Se delimita el ámbito de aplicación, se aporta un esquema de ventana temporal capaz de ajustar su flexibilidad a las circunstancias

del problema, se determina el inicio del servicio y los márgenes de viaje y, por último, se detalla la función objetivo basada en criterios económicos de ingresos y costes.

En el capítulo 6 se analizan estrategias de búsqueda secuencial por entornos para resolver el modelo generalizado del VRPTW que se ha propuesto en la tesis. El denominador común de los métodos estudiados lo constituye el hecho de no ser necesaria ningún tipo de memoria adaptativa que guíe la búsqueda de soluciones. En primer lugar se ha comparado el comportamiento de las técnicas examinadas frente a un mismo problema, en particular el R103 de Solomon (1987), con una función económica de ingresos y costes del tipo A (definida en la Tabla A.4 del Apéndice 2). Tras examinar la efectividad de las mismas considerando el beneficio obtenido y el tiempo de cálculo empleado, se analiza la robustez de estos métodos frente a otros problemas distintos así como la influencia de la estructura de costes e ingresos y la relajación en los horarios de servicio en el beneficio obtenido. Posteriormente se comprueba la flexibilidad de modelo y los métodos propuestos al resolver problemas que generalizan al VRPTW con la adopción de ventanas temporales flexibles, con rutas heterogéneas y múltiples usos de vehículos.

Una de las aportaciones de la tesis constituye la definición de una heurística de construcción económica y secuencial de rutas, que se ha denominado HESECOR, que genera soluciones factibles tanto para el problema VRPTW básico como para las generalizaciones contempladas en el trabajo. La aportación se centra en el empleo de criterios económicos de inicio de rutas e inserción de clientes que, además, ha igualado la solución obtenida por las mejores metaheurísticas para algunos problemas de Solomon (1987), de una forma determinista y rápida (en apenas unos segundos de CPU). Además, HESECOR mejora los resultados obtenidos en relación con la heurística que Solomon (1987) propuso para sus problemas.

Los criterios empleados por la heurística HESECOR vislumbran la verdadera dimensión espacio-temporal del problema VRPTW, donde la cercanía entre los nodos, lejos de ser exclusivamente física, debe contemplar aspectos tales como las esperas a la apertura de los horarios de servicio, la velocidad de los vehículos, la congestión por tráfico, etc. A pesar de ello, se ha comprobado en la literatura científica que algunos autores no consideran la variable temporal en la construcción de soluciones iniciales para el VRPTW.

**Conclusión 3:** *La variable espacio-temporal, que incluye las esperas motivadas por las ventanas temporales, la velocidad de los vehículos y las dificultades en la aproximación y alejamiento entre los nodos, representa un criterio de cercanía entre ellos mejor que su separación física. (Epígrafe 6.1.1.1.1).*

Asimismo los criterios de inserción de la heurística HESECOR indican que la simple disminución de la distancia o del tiempo al insertar un cliente en una ruta en un problema VRPTW, a veces no es compatible con la merma del coste total resultante.

**Conclusión 4:** *En las heurísticas de construcción de rutas para el problema VRPTW, la inserción de un cliente en una ruta con el criterio de disminuir en lo posible un incremento ponderado de distancia y tiempo a veces no es razonable frente a otro que rebaje el coste total de la solución resultante. (Epígrafe 6.1.1.1.2).*

Sin embargo, pronto se llega a una de las conclusiones esenciales en la tesis, y es que no es razonable la comparación de las soluciones obtenidas para problemas con funciones objetivo distintas. Se comprueba que la métrica empleada profusamente en la literatura y que trata de disminuir en lo posible el

número de rutas y luego la distancia total recorrida, no guarda un paralelismo con los casos reales. Por tanto, para una función objetivo económica real, no es razonable intentar competir en la búsqueda de mejores soluciones atendiendo a los criterios de calidad teóricos tradicionales. Sin embargo, se ha comprobado en la literatura científica cómo algunos autores buscan buenas soluciones para una función objetivo, y a pesar de ello, emplean otra distinta.

**Conclusión 5:** *No son comparables entre sí los métodos que resuelven un problema del tipo VRPTW cuando se emplean distintas funciones objetivo. La calidad de una opción depende de la función objetivo. (Epígrafe 6.1.1.1.4.2).*

Además, se ha constatado que con distintas tarifas y costes, la rentabilidad de la operación conduce a soluciones diferentes. Incluso, frente a cambios en la distribución geográfica de los clientes o a sus horarios de servicios, una política homogénea en los precios puede conducir a escenarios económicos preocupantes. No es, por tanto, adecuado resolver problemas teóricos de transporte del tipo VRPTW para aplicarlos directamente a casos reales.

**Conclusión 6:** *Fijadas unas tarifas y unos costes determinados, la rentabilidad de una operación de distribución del tipo VRPTW es función de la distribución física y los horarios de servicio de los clientes. Es decir, si se pretende asegurar un nivel mínimo de rentabilidad y los costes son fijos, cada grupo de clientes puede requerir una política de precios diferente. (Epígrafe 6.1.1.1.4.2).*

Definida una solución inicial al problema VRPTW, la tesis aborda un estudio centrado en las estrategias de búsqueda por entornos que no precisen de memoria adaptativa. En estas circunstancias, se justifica el abandono de las

exploraciones sistemáticas y completas del entorno de una solución frente a elecciones aleatorias de soluciones vecinas que las superan. Sin embargo, existen autores que siguen prefiriendo las búsquedas exhaustivas del entorno de una solución.

**Conclusión 7:** *En la mejora de soluciones al problema VRPTW, el empleo de estrategias de elección aleatoria de movimientos y la selección del primero que mejore la opción precedente constituye una técnica razonable frente a las búsquedas exhaustivas de todo el entorno de la solución. (Epígrafe 6.1.1.2.1).*

Asimismo, se comprueba cómo el empleo de múltiples operadores amplía el entorno de búsqueda y, aunque sea necesario en ocasiones un mayor esfuerzo de cálculo, es muy posible mejorar la calidad de la solución encontrada.

**Conclusión 8:** *El empleo de múltiples operadores de búsqueda local amplía el entorno de una solución y las posibilidades de encontrar opciones de mayor calidad, aunque se requiera un mayor esfuerzo de cálculo. (Epígrafe 6.1.1.2.3).*

Uno de los principales problemas que se detectan cuando se aplican determinados procedimientos de búsqueda por entornos consiste en la dependencia de la estructura y calidad de las soluciones iniciales. Los algoritmos guían la exploración estableciendo trayectorias que no son capaces de abandonar ciertas regiones del espacio de búsqueda. En otras, el propio método no puede superar algunas barreras que encierran soluciones de gran calidad. Además, si se limita el tiempo de cálculo, ciertos algoritmos llegarán a soluciones de calidad sólo si las soluciones de partida lo permiten.

**Conclusión 9:** *La calidad de la solución final a un problema VRPTW obtenida tras aplicar determinadas estrategias de búsqueda local, depende de la estructura y calidad de las configuraciones iniciales. Así, para un tiempo de cálculo prefijado, parece que los algoritmos de mejora proporcionan mejores resultados si parten de buenas soluciones. (Epígrafe 6.1.1.2.4).*

También se ha verificado en los problemas ensayados que una estrategia es capaz de encontrar soluciones de calidad en función de los parámetros y opciones seleccionadas en su diseño. Esta circunstancia merece cierta reflexión, puesto que, para un problema determinado, se podría ajustar por tanteo la mejor combinación de parámetros para llegar a un resultado satisfactorio. ¿Hasta qué punto una estrategia resuelve satisfactoriamente los problemas VRPTW? ¿No estaremos ajustando parámetros para un problema o conjunto de problemas concreto? ¿Servirá esta combinación para escenarios distintos? En buena lógica un método se debe diseñar e incluso ajustar para un caso determinado y luego, siendo honestos, aceptar dicha combinación y aplicarla a conjuntos de problemas distintos. Este argumento se encuentra en sintonía con la conclusión número 1, en el sentido que una excelente selección de parámetros puede hacer pensar que una familia de metaheurísticas sea mejor que otra. La metodología empleada en la tesis ha considerado esta circunstancia. En primer lugar se han comprobado conjuntos de heurísticas, metaheurísticas e híbridos con diversas estrategias sobre un solo problema, analizando su rendimiento en calidad y esfuerzo de cálculo, para después aplicarlos a nuevos escenarios y a las generalizaciones del problema VRPTW. Se ha comprobado en la literatura científica que algunos autores proponen estrategias para ajustar los parámetros de búsqueda de un método que sirve para resolver un problema concreto.

**Conclusión 10:** *El ajuste de los parámetros de una estrategia de búsqueda mejora los resultados obtenidos para un problema VRPTW determinado, sin que ello signifique que sea mejor para otros escenarios. (Epígrafe 6.1.1.2.4).*

Del análisis de las distintas familias de estrategias de búsqueda local por entornos, se han extraído algunas consecuencias de interés práctico. Así, la construcción de conjuntos de soluciones aplicando cierta aleatoriedad a los criterios que las generan (metaheurística tipo GRASP), permite la diversificación de la exploración, puesto que cada individuo da origen a una trayectoria de búsqueda desde distintas regiones del espacio de soluciones. Además, la distribución de la población de opciones posibles presenta extremos de calidad mayor a la creación determinista de una solución, a pesar de que sus valores medios sean peores.

**Conclusión 11:** *Cierta aleatoriedad en los criterios que generan soluciones de un problema VRPTW permite, frente a la construcción determinista, generar una población cuyo valor medio puede no ser competitivo, pero que si el número de individuos es lo suficientemente grande, favorece el encuentro de soluciones de mayor calidad. (Epígrafe 6.1.2.1.3.2).*

Se comprueba para los casos estudiados con la cristalización simulada y la aceptación por umbrales que el recalentamiento decreciente de las temperaturas o de los umbrales iniciales, una vez se alcanza un óptimo relativo, permite mejoras en la calidad de las soluciones con incrementos de tiempo de cálculo. Además, para evitar la dependencia de las soluciones de partida, la cristalización simulada debe comenzar con una temperatura suficientemente alta. Sin embargo, con umbrales iniciales demasiado altos, la solución se degrada si no se permite un número suficiente de iteraciones para lograr la convergencia. Estos problemas se

han resuelto con temperaturas o umbrales iniciales provisionales, que aumentan o disminuyen en función del porcentaje de éxitos alcanzados.

**Conclusión 12:** *El empleo de recalentamientos con temperaturas iniciales decrecientes junto con un alargamiento de la cadena de Markov, dentro de una metaheurística de cristalización simulada, aumenta las posibilidades de encontrar soluciones de mayor calidad para los problemas VRPTW estudiados, si bien a cambio de un incremento del esfuerzo de cálculo correspondiente. (Epígrafe 6.1.2.2.4).*

**Conclusión 13:** *Al aplicar una metaheurística de aceptación por umbrales a los problemas VRPTW estudiados, y dado un número determinado de iteraciones, existe un umbral inicial no nulo lo suficientemente moderado tal que permite encontrar soluciones de una calidad superior al caso de la aceptación voraz. (Epígrafe 6.1.2.3.4.2).*

Para un problema VRPTW determinado, la búsqueda de la familia de estrategias, junto con la combinación de parámetros y selección de opciones más adecuada, constituye a su vez un problema complejo. Si además el tiempo de cálculo se encuentra limitado, no sirve cualquier estrategia para alcanzar soluciones de cierta calidad. Por tanto, la exploración de métodos para resolver un problema VRPTW supone el tanteo y el ajuste de casos concretos, estudiados de uno en uno. De hecho, toda la investigación realizada en los últimos 15 años sobre los problemas planteados por Solomon (1987) ofrece continuamente nuevas soluciones que superan a las mejores publicadas con métodos que, en ocasiones, son radicalmente distintos unos de otros.

Se comprueba con facilidad que alguna de las mejores soluciones publicadas para los problemas de Solomon (1987) sólo proporcionan resultados

mediocres en el caso de una operación real de distribución. En la literatura científica se reconoce incluso que, si lo que se quiere es reducir el número de rutas, las funciones objetivo basadas en el coste no son eficientes. Las funciones objetivo basadas en criterios económicos son aplicables a casos reales, las teóricas, no.

**Conclusión 14:** *Los problemas reales de programación de rutas de transporte del tipo VRPTW no se modelan bien con funciones objetivo que intentan disminuir al máximo el número de rutas y posteriormente la distancia total recorrida. Funciones económicas reales, basadas en los costes y los ingresos, simulan mejor los objetivos de las operaciones de distribución. (Epígrafe 6.1.5.1).*

Una vez realizado el análisis de distintas estrategias sobre un problema de rutas básico, la tesis abunda en el acercamiento del modelo a situaciones reales para obtener ciertas conclusiones de carácter práctico. Quizá una de las más interesantes para la empresa lo constituye el consejo de realizar una negociación previa con los clientes en relación con los horarios de servicio. Es conveniente pactar unas bonificaciones económicas por el incumplimiento moderado en los horarios, siempre que se permita una ampliación en el intervalo de entrega. Además, este procedimiento constituye un buen ejercicio de valoración de la insatisfacción de cliente.

**Conclusión 15:** *Una ligera flexibilización en los horarios de servicio permite, aún cuando exista cierta penalización económica en la trasgresión de las ventanas temporales, una mejora en la calidad de las soluciones obtenidas. Por tanto, en un problema VRPTW resulta conveniente, dentro de límites razonables, cierta negociación en el cumplimiento de los horarios de entrega, siempre que se compense adecuadamente al cliente estas molestias. (Epígrafe 6.1.5.4).*

**Conclusión 16:** *Si se negocia una bonificación con el cliente por incumplimiento en el horario de entrega de una mercancía, al operador del transporte le interesa admitir una penalización que crezca rápidamente hasta el límite fijado por ruptura de servicio a cambio de ampliar en lo posible el intervalo de aceptación del servicio. (Epígrafe 6.2.1.2).*

Siguiendo la línea de la investigación sobre la generalización de los problemas de rutas, aparece un resultado sorprendente que, por una parte nos hace reflexionar sobre algunas limitaciones de los métodos de optimización aproximada, pero que, por otra, aporta nuevas posibilidades de afrontar la búsqueda de soluciones de calidad al problema VRPTW. Se trata del hecho que, en ocasiones, la exploración con una función objetivo distinta a la real, es capaz de acceder a determinadas regiones donde se encuentran soluciones que, una vez evaluadas con la función objetivo real, son de mayor calidad que las obtenidas por el mismo procedimiento de búsqueda guiado por la función original. Es decir, es posible acceder a soluciones de mayor calidad mediante el cambio de los parámetros que determinan la función objetivo y las características del problema y sus restricciones. Este hecho transforma la topología del espacio de las soluciones, lo cual puede ayudar a escapar de determinados óptimos locales.

**Conclusión 17:** *Una modificación transitoria en la función objetivo de un problema VRPTW modifica la topología del espacio de configuraciones, favoreciendo en ocasiones el encuentro de soluciones de alta calidad en relación con la función objetivo original. (Epígrafe 6.2.2.3).*

Además, la generalización del problema VRPTW, aconseja el estudio de la posibilidad del uso múltiple de los vehículos. Es decir, se trata de aprobar el reinicio de rutas siempre que la jornada laboral de un vehículo lo permita. Existen casos, sobre todo cuando los costes de disposición de los vehículos son elevados, en los cuales la mejor opción la constituye el uso múltiple.

**Conclusión 18:** *Un elevado coste fijo por disposición de los vehículos conlleva que la solución de mayor beneficio a un problema VRPTW sea aquella que permita el comienzo de nuevas rutas por parte de un mismo vehículo, siempre que lo permita su jornada laboral. (Epígrafe 6.2.3.1).*

**Conclusión 19:** *En un problema de distribución de mercancías del tipo VRPTW, el uso múltiple o sencillo de los vehículos, dentro de su jornada laboral, es una decisión que depende de la estructura de costes de cada problema concreto. (Epígrafe 6.2.3.1).*

La tesis, como se ha podido comprobar, ha tratado de establecer cierto orden en la proliferación de técnicas de resolución aproximada de problemas del tipo VRPTW. Se ha definido un modelo de distribución que generaliza al problema VRPTW básico al admitir la flexibilidad en las ventanas temporales, el empleo de

una función objetivo basada en la rentabilidad de las operaciones, la utilización de flotas heterogéneas, el uso múltiple de los vehículos y la admisión de asimetrías derivadas de la congestión por tráfico y dificultades de acceso a los clientes. Además, se aportan conclusiones prácticas que permiten entender mejor el funcionamiento de las técnicas de aproximación y se sugieren estrategias de negociación con los clientes para evaluar los costes de las insatisfacciones en las entregas.

## Glosario de términos

Las expresiones definidas en el presente glosario lo son en el ámbito de la tesis doctoral. Se aportan los términos en inglés cuando los conceptos hacen referencia a aspectos recogidos en la literatura científica. La ausencia del equivalente en inglés indica una definición establecida a efectos de la exposición.

**Aceptación por cercanía al líder** *Record to Record Travel*. Metaheurística de aceptación por umbrales que tolera una nueva solución si su calidad no es inferior a un determinado límite definido en relación con el mejor resultado encontrado durante la búsqueda.

**Aceptación por umbrales** *Threshold Accepting*. Metaheurística de búsqueda por entornos que acepta una solución de peor calidad a la actual si la diferencia de sus funciones objetivo no difiere en una magnitud superior a un umbral predefinido, lo cual permite eludir los mínimos locales de una búsqueda en descenso.

**Algoritmo** *Algorithm*. Es un conjunto prescrito de reglas o instrucciones bien definidas para la resolución de un problema específico en un número finito de pasos.

**Algoritmos de destrucción y reconstrucción** *Ruin and Recreate Algorithms*. Son heurísticas que, tras romper una parte significativa de una solución de un problema combinatorio, se reconstruye de forma que la nueva opción pueda mejorar la solución primitiva. Es un procedimiento adecuado a problemas complejos con espacio de soluciones discontinuo, de fuertes restricciones o de múltiples objetivos.

**Algoritmo del Diluvio Universal** *Great Deluge Algorithm*. Metaheurística de aceptación por umbrales que rechaza una nueva solución obtenida tras un movimiento cuya función de coste no supere un nivel determinado.

**Algoritmos evolutivos** *Evolution Algorithms*. Son metaheurísticas que manipulan poblaciones de individuos que representan soluciones en un problema combinatorio. A este grupo pertenecen, entre otros, los algoritmos genéticos, los algoritmos meméticos, la búsqueda local genética, las estrategias evolutivas y la búsqueda dispersa.

**Algoritmos genéticos** *Genetic Algorithms*. Metaheurística basada en la analogía genética. La solución a un problema combinatorio es un individuo de una población que se codifica en un vector binario. Con una probabilidad creciente con el valor de la función objetivo asociada, se seleccionan los padres que intercambiarán sus cadenas genéticas para producir un nuevo individuo. Circunstancialmente, aparece una mutación que supone una modificación espontánea de esta información. Si la descendencia hereda buenas características de sus padres, su aptitud para sobrevivir será elevada. De este modo, los mejores tendrán altas perspectivas de reproducirse y diseminar sus genes por la población.

**Algoritmos meméticos** *Memetic Algorithms*. Se trata de procedimientos derivados de los algoritmos genéticos, donde el empleo de una población de soluciones se combina con heurísticas de búsqueda local (aunque también es posible su combinación con algoritmos constructivos o métodos de resolución exactos). La idea básica consiste en recombinar la información de las soluciones provenientes del espacio de mínimos locales, en lugar del espacio de todas las soluciones.

**Algoritmo robusto** *Robust Algorithm*. Es aquel capaz de obtener resultados de calidad independientemente de las características particulares del tipo de problema.

**Aptitud** *Fitness*. En el contexto de los algoritmos genéticos, constituye la idoneidad de una solución. Está relacionada con el valor de la función objetivo a optimizar. En biología, es la habilidad de un organismo para sobrevivir en su medio ambiente, en relación con otras criaturas que allí se encuentran.

**Asignación de rutas** *Routing*. Establecimiento de la secuencia de clientes que debe visitar un vehículo en un problema de distribución.

**Búsqueda convergente**. Aplicación de un procedimiento de búsqueda por entornos a cada una de las soluciones de una población inicial y la eliminación de aquellas de peor calidad de forma iterativa hasta que, en la última etapa queda la de mayor calidad.

**Búsqueda dispersa** *Scatter Search*. Metaheurística similar a los algoritmos genéticos. Se genera una población de soluciones que evoluciona mediante la selección, la combinación lineal y la transformación de vectores. A diferencia de los algoritmos genéticos, los vectores binarios se sustituyen por otros enteros, el cruzamiento se reemplaza por una combinación lineal de dos o más progenitores y la mutación queda sustituida por un procedimiento que repara los nuevos vectores generados.

**Búsqueda en descenso**. Procedimiento de búsqueda local donde sólo se admite un movimiento a otra solución si mejora la precedente.

**Búsqueda en entornos extensos** *Large Neighborhood Search*. Este procedimiento es un algoritmo de búsqueda local que no trata de escapar de un óptimo relativo a un operador, sino que se construye un entorno mucho más grande para alcanzar soluciones de mayor calidad.

**Búsqueda en entornos variables** *Variable Neighborhood Search*. Estrategia que consiste en usar un operador de búsqueda local hasta quedar atrapado en un mínimo relativo, para aplicar posteriormente un segundo operador. Así, la metaheurística oscilará entre dos o más operadores lo suficientemente distintos como para alterar la estructura del entorno que generan.

**Búsqueda local** *Local Search*. Procedimiento de búsqueda de soluciones del entorno de la actual empleando un operador o movimiento. Admite diversos criterios de aceptación de las soluciones del entorno. Sinónimo a la búsqueda por entornos.

**Búsqueda local aleatoria** *Randomized Local Search*. Es un procedimiento de búsqueda local donde los movimientos aplicados a una solución se eligen al azar.

**Búsqueda local de múltiples inicios** *Multi-start Local Search*. Es un procedimiento donde se generan y mejoran numerosas soluciones independientes, eligiéndose aquella que finalmente es la de mayor calidad.

**Búsqueda local genética** *Genetic Local Search*. Metaheurística donde se aplica la combinación genética al subespacio de los óptimos locales derivados de una búsqueda local. Es similar a los algoritmos meméticos, aunque en este caso, los operadores de mutación eligen al azar regiones del espacio de soluciones a las cuales difícilmente podrían llegar los métodos de cruzamiento.

**Búsqueda local guiada** *Guided Local Search*. Es una metaheurística que, para superar el mínimo relativo alcanzado por una búsqueda local, modifica los términos del coste y la reinicia para aminorar el valor de la nueva función objetivo. Las penalizaciones reflejan la información previa o reunida durante el rastreo, traduciéndose en restricciones que definen mejor el problema, al enfocar la atención a aquellas regiones más prometedoras del espacio de búsqueda. En particular, el procedimiento sanciona alguna de las características propias del óptimo local para sortearlo.

**Búsqueda local iterada** *Iterated Local Search*. La metaheurística establece una pequeña perturbación, lo suficientemente intensa para escapar del óptimo local, pero no tan alta como para aleatorizar la búsqueda, que modifica el mínimo alcanzado por un procedimiento de búsqueda. La nueva solución se acepta mediante algún criterio que puede ser voraz o basarse en un mecanismo aceptación por umbrales o de cristalización simulada para evitar caer en mínimos relativos dentro del subespacio de los óptimos locales.

**Búsqueda por entornos** *Neighborhood Search*. Véase Búsqueda local.

**Búsqueda tabú** *Tabu Search*. Es una metaheurística de búsqueda por entornos basada en una memoria que guía el sistema hacia zonas del espacio de

soluciones sin explorar. Para evitar que el proceso vuelva a un óptimo local ya visitado, esta estrategia clasifica determinado número de los más recientes movimientos como tabú, los cuales no es posible repetir durante cierto horizonte temporal.

**Cadena de Markov** *Markov Chain*. Es un proceso estocástico, discreto en el tiempo y de estados finitos, que está gobernado por ciertas probabilidades de transición de un estado a otro y que presentan la propiedad de Markov – cualquier estado futuro del proceso depende solamente del estado actual y es independiente de la historia del proceso-. Aparece el concepto en la cristalización simulada y constituye los cambios que se establecen en una solución que se aceptan con una probabilidad que depende del parámetro de temperatura. Dada la naturaleza del tipo de búsqueda que se realiza, el cual carece de memoria, se puede describir la cristalización simulada como un proceso Markoviano.

**Cliente** *Customer*. En una red de distribución se refiere al lugar al que se debe dirigir un vehículo para recoger o descargar mercancías. Se caracteriza por su posición geográfica, su demanda y la posibilidad de una ventana temporal que limite el inicio del servicio. A veces se le denomina destino, nodo o vértice.

**Cristalización simulada** *Simulated Annealing*. Metaheurística de búsqueda por entornos que selecciona al azar movimientos de la solución en curso y que acepta su degradación con una probabilidad decreciente con el aumento de la diferencia entre el valor de la función objetivo de la solución candidata y la actual, lo cual permite eludir los mínimos locales.

**Cromosoma** *String*. En el ámbito de los algoritmos genéticos constituye la codificación de una solución que, al igual que en los seres vivos, contiene la información del individuo, y que varía de unas generaciones a otras.

**Depósito** *Depot*. En un problema de distribución, constituye el almacén de donde parten los vehículos para realizar un servicio de carga o descarga de

mercancías a un conjunto de clientes y a donde regresan al terminar la ruta. Pueden existir varios depósitos.

**Descenso aleatorio.** Ver búsqueda local aleatoria.

**Descenso aleatorio adaptativo.** Es un procedimiento de descenso aleatorio con múltiples operadores que ve incrementada la probabilidad de elección de cada uno de ellos en función de las mejoras conseguidas en las últimas iteraciones.

**Descenso aleatorio con múltiples operadores.** Procedimiento de búsqueda local que amplía el entorno de la solución en curso al utilizar un operador complejo consistente en el empleo aleatorio de un conjunto de movimientos diferentes.

**Descenso local.** Ver búsqueda en descenso.

**Distancia ficticia adicional.** Es la distancia que recorrería a su velocidad media un vehículo que se dirige de un nodo a otro durante la espera ineludible.

**Duración del servicio** *Service time*. Tiempo empleado en la descarga de mercancías en el caso de reparto, o bien la carga en el caso de su recogida.

**Entorno** *Neighborhood*. Conjunto de soluciones generadas por un operador que modifica una solución de partida.

**Espera ineludible.** Se define para un vehículo que desde un nodo  $i$  se dirige a otro  $j$ . Es la diferencia entre la apertura más temprana de la ventana temporal de  $j$  y el inicio del servicio más tardío posible, siempre que este valor sea positivo.

**Estrategias evolutivas** *Evolution Strategies*. La estrategia evolutiva parte de una población de la cual se eligen subconjuntos para recombinarlos y generar descendientes. Cada hijo entonces se somete a una mutación y los más aptos son finalmente elegidos para formar la nueva población. La aptitud de cada solución es normalmente proporcional al valor de la función objetivo. Como los padres no se consideran en la selección, puede ocurrir un deterioro durante la evolución, siendo éste mecanismo interesante para

escapar de los óptimos locales. La diferencia con los algoritmos genéticos se fundamenta en el mayor protagonismo de los operadores de mutación frente a los de cruzamiento, no codificándose los individuos pues los operadores manipulan las soluciones directamente.

**Feromona** *Pheromone*. Cualquier sustancia segregada por un animal que influye en el comportamiento de otros individuos de la misma especie. Las hormigas acostumbran emplear una feromona para indicar el rastro que lleva hasta la comida, otra para provocar ataques contra los enemigos que ha descubierto, y una tercera que señala la necesidad de huir.

**Función de enfriamiento** *Cooling Schedule*. Constituye la forma en la que la variable temperatura desciende dentro de un proceso de cristalización simulada.

**GRASP** *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*. Metaheurística que, en primer lugar, construye secuencialmente una solución viable. A cada iteración, todos los posibles movimientos se ordenan en consonancia con una función voraz y adaptativa, seleccionándose aleatoriamente uno de ellos correspondiente a la lista restrictiva de candidatos. Posteriormente se mejoran las soluciones mediante una búsqueda local, eligiéndose la mejor opción.

**Heurística** *Heuristic*. Procedimiento simple, a menudo basado en el sentido común, que ofrece una solución satisfactoria (aunque no necesariamente la óptima) a problemas difíciles, de un modo fácil y con un esfuerzo de cálculo razonable.

**Horario de apertura del almacén** *Scheduling horizon*. Es el intervalo de tiempo en el cual se permite la partida y la llegada de vehículos al depósito.

**Inteligencia artificial** *Artificial Intelligence*. La capacidad de un ordenador para realizar tareas habitualmente asociadas con procesos intelectuales elevados característicos de los seres humanos, como razonar, descubrir significados, generalizar o aprender a partir de experiencias pasadas.

**Investigación operativa** *Operations Research*. Estudio de una operación, u operaciones utilizando medios cuantitativos. Generalmente, se lleva a cabo con la ayuda de la modelación informática; los modelos pueden imaginarse y ajustarse a datos experimentales, o estos últimos pueden analizarse para deducir un esquema teórico. Una vez se consiga éste, los efectos de los cambios en las operaciones sometidas a estudio pueden desarrollarse y predecirse de forma cuantitativa.

**Logística** *Logistics*. Es el conjunto de actividades que permiten el flujo físico de la mercancía en las distintas etapas de un canal de distribución. También se denomina distribución física, e incluye actividades relativas a los almacenes (dónde localizarlos, cuántos y de qué tamaño), el control de inventarios, el procesamiento de pedidos y el manejo de materiales.

**Máquina de Turing** *Turing machine*. Autómata ideal que es capaz de realizar cualquier operación matemática, por complicada que sea, siempre que sea posible traducirla en un programa o lista de instrucciones, por muy larga que esta fuera.

**Margen de una ruta**. Es el menor de los márgenes de los viajes que conectan cada uno de los nodos de una. Se define para un vehículo determinado.

**Margen de una secuencia**. Es el menor de los márgenes de los viajes que conectan cada uno de los nodos de la secuencia. Se define para un vehículo determinado.

**Margen del viaje**. Es la diferencia entre el inicio del servicio más tardío posible y el inicio del servicio cuando un vehículo se dirige de un cliente a otro.

**Margen total del viaje**. Es la diferencia entre el inicio del servicio más tardío y más temprano posibles cuando un vehículo se dirige de un cliente a otro.

**Metaheurísticas** *Metaheuristics*. Métodos aproximados que conforman métodos generales, aplicables a amplios conjuntos de problemas, que emulan estrategias eficientes empleadas por la Naturaleza (evolución biológica, funcionamiento del cerebro, comportamiento de los insectos, mecánica estadística, etc.). Constituyen sistemas inteligentes que resuelven los

problemas de optimización combinatoria mediante estrategias de diversificación e intensificación en la exploración del espacio de soluciones, guiando otros procedimientos específicos.

**Metaheurística de búsqueda por entornos** *Neighborhood based metaheuristic.*

Método aproximado que resuelve problemas de optimización combinatoria y que partiendo de una solución inicial permite la degradación estratégica de las opciones que mejoran las de su entorno para alcanzar un nuevos óptimos locales.

**Metaheurística de inicios múltiples** *Multi-start based metaheuristic.*

Método aproximado que resuelve problemas de optimización combinatoria al elegir el mejor resultado obtenido en la aplicación reiterada de un procedimiento de búsqueda desde diferentes soluciones iniciales.

**Modelo** *Model.* Esquema teórico, generalmente en forma matemática, de un sistema o de una realidad compleja que se elabora para facilitar su comprensión y el estudio de su comportamiento.

**Óptimo de Pareto** *Pareto optimal.* En un espacio de múltiples dimensiones, un punto se dice que es óptimo de Pareto de un conjunto si los supera en valor para todas y cada una de sus dimensiones.

**Optimización** *Optimization.* Consiste en hallar el valor máximo o mínimo de una cierta función, definida en un dominio.

**Optimización combinatoria** *Combinatorial Optimization.* Problemas de optimización en los que las variables de decisión son enteras, y donde el espacio de soluciones está formado por ordenaciones o subconjuntos de números naturales.

**Optimización heurística** *Heuristic Optimization.* Aquellos procedimientos simples, a menudo basados en el sentido común y otras en la inteligencia artificial, la mecánica estadística, el comportamiento animal o la evolución de las especies, que se supone ofrecerán una solución satisfactoria (aunque no necesariamente la óptima) a problemas difíciles, de un modo fácil y rápido. A efectos de la tesis, este término comprende todas las técnicas heurísticas

y metaheurísticas empleadas para resolver los problemas de optimización combinatoria.

**Optimización por el sistema de hormigas** *Ant System Optimization*. Colorni, Metaheurística de optimización combinatoria basada en el comportamiento colectivo de las hormigas en la búsqueda de alimentos para su subsistencia, que son capaces de encontrar el camino más corto entre una fuente de comida y su hormiguero. La búsqueda de alimento es equivalente a la exploración de soluciones factibles de un problema combinatorio. La cantidad de alimento hallada en un lugar es similar al valor de la función objetivo. El rastro de feromona que dejan las hormigas por donde pasan es la memoria adaptativa del método.

**Problema de la asignación de rutas** *Vehicle Routing Problem* Consiste en encontrar un conjunto de rutas que comiencen y terminen en un almacén para una flota homogénea e inagotable de vehículos de capacidad limitada, que visiten una sola vez un conjunto de clientes dispersos y con demanda conocida. La finalidad consiste en disminuir el número de vehículos, la distancia recorrida, una combinación de ambas o una función objetivo determinada.

**Problema del viajante de comercio** *Traveling Salesman Problem*. Es el problema de un viajante que desea hacer una ruta circular a ciertas ciudades, efectuando una sola visita a cada una de ellas y recorriendo la menor distancia posible. Consiste en hallar un ciclo hamiltoniano de peso mínimo en un grafo ponderado.

**Problema determinístico** *Deterministic Problem*. Un problema en el que toda la información necesaria para obtener una solución se conoce con certeza.

**Problema estocástico** *Stochastic Problem*. Un problema en el que parte de la información no se conoce con certeza.

**Programación de horarios** *Scheduling*. Establecimiento para cada cliente que visita un vehículo en una ruta, de los instantes de la llegada, de la posible espera, de los inicios del servicio y de la salidas.

**Redes neuronales** *Neural Networks*. Simulación simplificada de las conexiones del cerebro humano, empleadas para la investigación del aprendizaje y la auto-organización dentro de un ambiente artificial.

**Reencadenamiento de trayectorias** *Path Relinking*. Es una metaheurística evolutiva que generaliza la búsqueda dispersa y basado en la exploración de las trayectorias que conectan buenas soluciones para generar otras. Se incorporan los atributos de ambos individuos para explorar el entorno de las soluciones intermedias donde existe una mayor posibilidad de descubrir nuevas soluciones de elevada calidad.

**Reparto fraccionado** *Split delivery*. Característica de un problema de distribución donde la demanda de un cliente puede ser cubierta por varios vehículos.

**Secuenciación** *Routing*. Véase Asignación de rutas.

**Servicio logístico al cliente** *Customer Logistics Service*. Conjunto de actividades interrelacionadas que ofrece un suministrador con el fin de que el cliente obtenga el producto en el momento y lugar adecuados y se asegure un uso correcto del mismo. También incluiría el caso de recogida de los productos, en su caso.

**Ventana temporal** *Time window*. Es el intervalo de tiempo dentro del cual es posible iniciar el servicio de carga o descarga de las mercancías transportadas por un vehículo.

**Ventana temporal efectiva**. Es la fracción de la ventana temporal de un cliente donde es posible el inicio del servicio de un vehículo.

**Ventana temporal flexible** *Soft time window*. Horario en el que es posible aceptar el inicio del servicio a un cliente siempre que se apliquen penalizaciones económicas.

## Referencias

- ALEKSANDER, I.; MORTON, H. (1990). An Introduction to Neural Computing. Chapman & Hall. Londres.
- ANTES, J.; DERIGS, U. (1995). A new parallel tour construction algorithm for the vehicle routing problem with time windows. Technical report, Lehrstuhl für Wirtschaftsinformatik und Operations Research, Universität zu Köln, March.
- BACKER DE, B.; FURNON, V. (1997). Meta-heuristics in Constraint Programming Experiments with Tabu Search on the Vehicle Routing Problem. *Second International Conference on Metaheuristics (MIC'97)*, July, Sophia Antipolis, France.
- BACKER DE, B.; FURNON, V.; PROSSER, P.; KILBY, P.; SHAW, P.(1997). Local Search in Constraint Programming: Application to the Vehicle Routing Problem. Presented at the CP-97 Workshop on Industrial Constraint-based Scheduling, Schloss Hagenberg, Austria.
- BACKER DE, B.; FURNON, V.; SHAW, P.; KILBY, P.; PROSSER, P. (2000). Solving Vehicle Routing Problem Using Constraint Programming and Metaheuristics. *Journal of Heuristics*, 6: 501-523.
- BADEAU, P.; GUERTIN, F.; GENDREAU, M.; POTVIN, J.Y. (1997). A Parallel Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Transportation Research-C*, 5 (2): 109-122.
- BAKER, E.K.; SCHAFFER, J.R. (1986). Solution improvement heuristics for the vehicle routing and scheduling problem with time window constraints. *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, 6: 261-300.
- BALAKRISHNAN, N. (1993). Simple heuristics for the vehicle routing problem with soft time windows. *Journal of the Operational Research Society*, 44(3): 279-287.

## Referencias

- BALLOU, R.H. (1991). Logística empresarial. Control y planificación. Ed. Díaz de Santos, Madrid. 655 pp.
- BARNES, J. W.; CARLTON, W.B. (1995). *A Tabu Search Approach to the Vehicle Routing Problem with Time Windows*. Presented at the Fall 1995 INFORMS Conference, New Orleans, U.S.A.
- BARR, R.S.; GOLDEN, B.L.; KELLY, J.P.; RESENDE, M.G.C.; STEWART, W.R. (1995). Designing and Reporting on Computational Experiments with Heuristics Methods. *Journal of Heuristics*, 1: 9-32.
- BAZARAA, M.S.; JARVIS, J.J.; SHERALI, H.D. (1998). *Programación lineal y flujo en redes*. Ed. Limusa. 2ª edición. México. 781 pp.
- BENT, R.; VAN HENTENRYCK, P. (2001). A Two-Stage Hybrid Local Search for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. Technical Report CS-01-06, Department of Computer Science, Brown University.
- BERGUER, J.; SALOIS, M.; BEGIN, R. (1998). A hybrid genetic algorithm for the vehicle routing problem with time windows. In *Proceedings of the 12<sup>th</sup> Biennial Conference of the Canadian Society for Computational Studies of Intelligence*, Springer-Verlag, Berlin, pp. 114-127.
- BERGUER, J.; BARKAOUI, M.; BRÄYSY, O. (2001). A Parallel Hybrid Genetic Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. Working paper, Defense Research Establishment Valcartier, Canada.
- BLANTON, J.L.; WAINWRIGHT, R.L. (1993). Multiple Vehicle Routing Problem with Time and Capacity Constraints using Genetic Algorithms. In *Proceedings of the 5<sup>th</sup> International Conference on Genetic Algorithms*, Champaign, IL, pp. 452-459.
- BODIN, L.; GOLDEN, B. (1981). Classification in Vehicle Routing and Scheduling. *Networks*, 11: 97-108.
- BODIN, L.D.; GOLDEN, B.L.; ASSAD, A.; BALL, M. (1983). Routing and scheduling of vehicles and crews: The state of the art. *Computers and Operations Research*, 10: 67-211.

- BOLKAN, W.E. (1986). *Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Deadlines*. Master Thesis, Department of Computer Science and Operations Research, North Dakota State University, Fargo, North Dakota.
- BRANDÃO, J. (1999). Metaheuristic for the vehicle routing problem with time windows, in VOSS, S. *et al.* (eds.) *Meta-heuristics Advances and Trends in Local Search Paradigms for Optimization*. Kluwer Academic Publishers, Boston, 19-36.
- BRANDÃO, J.; MERCER, A. (1997). A tabu search algorithm for the multi-trip vehicle routing and scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 100:180-191.
- BRASSARD, G.; BRATLEY, P. (1997). *Fundamentos de Algoritmia*. Prentice Hall, Madrid. 608 pp.
- BRÄYSY, O. (1999). A new algorithm for the vehicle routing problem with time windows based on the hybridisation of a genetic algorithm and route construction heuristics. *Proceedings of the University of Vaasa, Research papers 227*, Vaasa, Finland.
- BRÄYSY, O. (2001a). Five Local Search Algorithms for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. Working Paper, University of Vaasa, Finland.
- BRÄYSY, O. (2001b). Local Search and Variable Neighborhood Search Algorithms for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. Doctoral Dissertation, Department of Mathematics and Statistics, University of Vaasa, Finland.
- BRÄYSY, O. (2001c). A Reactive Variable Neighborhood Search Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. Working Paper, University of Vaasa, Finland.
- BRÄYSY, O. (2001d). Genetic Algorithms for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Apakannus 1/2001*, special issue on Bioinformatics and Genetic Algorithms.
- BRÄYSY, O.; BERGER, J.; BARKAOUI, M. (2000). A new hybrid evolutionary algorithm for the vehicle routing problem with time windows. In *Proceedings of the Route 2000-Workshop*, Skodsborg, Denmark, August.

## Referencias

- BRÄYSY, O.; GENDREAU, M. (2001a). Route Construction and Local Search Algorithms for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. Internal Report STF42 A011024 SINTEF Applied Mathematics, Department of Optimisation, Oslo, Norway.
- BRÄYSY, O.; GENDREAU, M. (2001b). Metaheuristics for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. Internal Report STF42 A011025 SINTEF Applied Mathematics, Department of Optimisation, Oslo, Norway.
- CARLTON, W. B. (1995). *A Tabu Search Approach to the General Vehicle Routing Problem*. Ph.D. Dissertation, University of Texas, Austin, U.S.A.
- CASEAU, Y.; LABURTHE, F. (1999). Heuristics for large constrained vehicle routing problems. *Journal of Heuristics*, 5(3): 281-303.
- CERNY, V. (1985). Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: an efficient simulated algorithm. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 45: 41-15.
- CHAO, I.M.; GOLDEN, B.L.; WASIL, E.A. (1993). A new heuristic for the multi-depot vehicle routing problem that improves upon best-known solutions. *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, 13: 371-406.
- CHAO, I.M.; GOLDEN, B.L.; WASIL, E.A. (1995). A new heuristic for the period traveling salesman problem. *Computers & Operations Research*, 22: 553-565.
- CHIANG, W.-C.; RUSSELL, R.A. (1996). Simulated annealing metaheuristics for the vehicle routing problem with time windows. *Annals of Operations Research*, 63: 3-27.
- CHIANG, W.-C.; RUSSELL, R.A. (1997). A reactive tabu search metaheuristic for the vehicle routing problem with time windows. *INFORMS Journal on Computing*, 9: 417-430.
- CHRISTOFIDES, N.; BEASLEY, J. (1984). The period routing problem. *Networks* 14:2, 237–246.
- CLARKE, G.; WRIGHT, W. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research*, 12: 568-581.

- COLORNI, A.; DORIGO, M.; MANIEZZO, V. (1991). Distributed optimization by ant colonies, in VARELA, F.J.; BOURGINE, P. (eds.) *Proceedings of the First European Conference on Artificial Life (ECAL-91)*. The MIT Press: Cambridge, MA, 134-142.
- COMISIÓN DE TRANSPORTES DEL COLEGIO DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS (2001). *Libro Verde del Transporte en España*. Disponible en internet. 111 pp.
- CONCIALINI, A.; HASLE, G. (1997). The GreenTrip tollkit-sustainable transportation via intelligent routing systems. Presented at the 30<sup>th</sup> ISATA: *Conference on ATT/ITS Advances for Enhancing Passenger, Freight, and Intermodal Transportation Systems*, Florence, Italy, June 24-26.
- CORDEAU, J.F.; GENDREAU, M.; LAPORTE, G. (1997). A tabu search heuristic for periodic and multi-depot vehicle routing problems. *Networks*, 30: 105-119.
- CORDEAU, J.F.; LAPORTE, G.; MERCIER, A. (2000). A Unified Tabu Search Heuristic for Vehicle Routing Problems with Time Windows. Technical Report CRT-00-03. Centre for Research on Transportation, Montréal, Canada.
- CORDONE, R.; WOLFER-CALVO, R. (1997). A heuristic for vehicle routing problems. Internal Report 97.012, Politecnico di Milano, Dipartimento di Elettronica e Informazione, Milan, Italy.
- CRAINIC, T.G.; LAPORTE, G. (1997). Planning Models for Freight Transportation. *European Journal of Operational Research*, 97: 409-438.
- CRAINIC, T.G.; LAPORTE, G. (1998). *Fleet Management and Logistics*. Kluwer.
- CROWDER, H.; PADBERG, M.W. (1980). Solving large-scale symmetric travelling salesman problems to optimality. *Management Science*, 26: 495-509.
- CZECH, Z.J.; CZARNAS, P. (2002). A Parallel Simulated Annealing for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. Proc. 10<sup>th</sup> Euromicro Workshop on Parallel, Distributed and Network-based Processing, Canary Islands, Spain. January, 9-11, 376-383.

## Referencias

- DANTZIG, G.B. (1951). Maximization of a linear function of variables subject to linear inequalities, in: KOOPMANS, T.C. (ed.) *Activity Analysis of Production and Allocation*, Wiley, New York.
- DANTZIG, G.B.; WOLFE, P. (1960). The decomposition algorithm for linear programming. *Operations Research*, 8:101-111.
- DERIGS, U.; GRABENBAUER, G. (1993). INTIME-A new heuristic approach to the vehicle routing problem with time windows, with a bakery fleet case. *American Journal of Mathematical and Management Science*, 13: 249-266.
- DESROCHERS, M.; VERHOOG, T.W. (1989). *A matching based savings algorithm for the vehicle routing problem*. Cahier du GERAD G-89-04. École des Hautes Études Commerciales de Montréal.
- DESROCHERS, M.; LENSTRA, J.K.; SAVELSBERGH, M.W.P. (1990). A classification scheme for vehicle routing and scheduling problems. *European Journal of Operational Research*, 46: 322-332.
- DESROCHERS, M.; DESROSIERS, J.; SOLOMON, M. (1992). A new optimization algorithm for the vehicle routing problem with time windows. *Operations Research*, 40 (2): 342-354.
- DESROSIERS, J.; DUMAS, Y.; SOLOMON, M.M.; SOUMIS, F. (1995). Time constrained routing and scheduling. In: *Handbooks in Operations Research and Management Science 8: Network Routing*, 35-139. Ed. Michael Ball. Amsterdam: Elsevier Science Publishers.
- DÍAZ, A.; GLOVER, F.; GHAZIRI, H.M.; GONZÁLEZ, J.L.; LAGUNA, M.; MOSCATO, P.; TSENG, F.T. (1996). *Optimización Heurística y Redes Neuronales en Dirección de Operaciones e Ingeniería*. Paraninfo, Madrid. 235 pp.
- DONGARRA, J. (1998). Performance of Various Computers Using Standard Linear Equations Software. Report CS-89-85, Department of Computer Science, University of Tennessee, U.S.A.

- DORIGO, M.; MANIEZZO, V.; COLORNI, A. (1996). Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics –Part B* 26(1):29-41.
- DOWSTAND, K.A. (1993). Some Experiments with Simulated Annealing Techniques for Packing Problems. *European Journal of Operational Research*, 68(3): 389-399.
- DUECK, G. (1993). The great deluge algorithm and the record-to-record travel. *Journal of Computation Physics*, 104:86.
- DUECK, G.; SCHEUER, T. (1990) Threshold accepting: A general purpose optimization algorithm appearing superior to simulated annealing. *Journal of Computation Physics*, 90:161-175.
- DUHAMEL, C.; POTVIN, J.Y.; ROUSSEAU, J.M. (1997). A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Backhauls and Time Windows. *Transportation Science*, 31(1): 49-59.
- DULLAERT, W.; JANSSENS, G.K.; SÖRENSEN, K.; VERNIMMEN, B. (2001). New heuristics for the Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows. 9th World Conference on Transport Research, July 22-27, Seoul, 13 pp.
- DRUCKER, P. (1962). The Economy's Dark Continent. *Fortune*, april: 265-270.
- FAYYARD, U.M.; PIATETSKI-SHAPIRO, G.; SMYTH, P.; UTHURUSAMI, R. (1996). *Advances in Knowledge Discovery and Data Mining*. MIT Press.
- FEO, T.A.; RESENDE, M.G.C. (1989). A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem. *Operations Research Letters*, 8:67-71.
- FISHER, M.L. (1994). Optimal solution of vehicle routing problems using minimum K-trees. *Operations Research*, 42 (4): 626-642.
- FISHER, M.L. (1997). Vehicle routing. In BALL, M.O.; MAGNANTI, T.L.; MONMA, C.L.; NEMHAUSER, G.L. (Eds.), *Network Routing*, volume 8 of *Handbooks in Operations Research and Management Science*, chapter 1, 1-79. North-Holland.

## Referencias

- FISHER, M.L.; JAIKUMAR, R. (1981). A generalized assignment heuristic for vehicle routing. *Networks*, 11: 109-124.
- FISHER, M.L.; JÖRNSTEN, K.O.; MADSEN, O.B.G. (1997). Vehicle routing with time windows: two optimization algorithms. *Operations Research*, 45(3): 488-492.
- FLEISCHMANN, B. (1990). The vehicle routing problem with multiple use of vehicles. Working paper, Fachbereich Wirtschaftswissenschaften, Universität Hamburg.
- GAMBARDELLA, L.M.; TAILLARD, É.; AGAZZI, G. (1999). MACS-VRPTW: A Multiple Ant Colony System for Vehicle Routing Problems with Time Windows. In: Corne, D. *et al.* *New Ideas in Optimization*, 63-76. McGraw-Hill. London.
- GARCIA, B.L.; POTVIN, J.Y.; ROUSSEAU, J.M. (1994). A parallel implementation of the tabu search heuristic for vehicle routing problems with time window constraints. *Computers & Operations Research*, 21(9):1025-1033.
- GAREY, M.R.; JOHNSON, D.S. (1979). *Computers and Intractability – A Guide to the Theory of NP-Completeness*. W. H. Freeman and Company.
- GARFINKEL, R.S. (1985). Motivation and Modeling, in LAWLER, E.L.; LENSTRA, J.K.; RINNOOY KAN, A.H.G.; SHMOYS, D.B. (eds.) *The Traveling Salesman Problem: A Guide Tour of Combinatorial Optimization*. Wiley. Chichester.
- GAUDIOSO, M.; PALETTA, G. (1992). A heuristic for the periodic vehicle routing problem. *Transportation Science*, 26: 86-92.
- GÉLINAS, S.; DESROCHERS, M.; DESROSIERS, J.; SOLOMON, M.M. (1995). A New Branching Strategy for Time Constrained Routing Problems with Application to Back-hauling. *Annals of Operations Research*, 61: 91-110.
- GENDREAU, M.; HERTZ, A.; LAPORTE, G. (1991). A tabu search heuristic for the vehicle routing problem. Technical Report CRT-777. Centre de Recherche sur les Transports. Univ. Montréal.

- GENDREAU, M.; HERTZ, A.; LAPORTE, G. (1992). A new insertion and postoptimization procedures for the traveling salesman problem. *Operations Research*, 40(6): 1086–1093.
- GENDREAU, M.; HERTZ, A.; LAPORTE, G. (1994). A tabu search heuristic for the vehicle routing problem. *Management Science*, 40: 1276-1290.
- GENDREAU, M.; HERTZ, A.; LAPORTE, G.; STAN, M. (1998). A generalized insertion heuristic for the traveling salesman problem with time windows. *Operations Research*, 43(3): 330-335.
- GLOVER, F. (1977). Heuristic for integer programming using surrogate constraints. *Decision Sciences*, 8: 156-166.
- GLOVER, F. (1986). Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers & Operations Research*, 5: 533-549.
- GLOVER, F. (1989). Tabu Search, Part I. *ORSA Journal on Computing*, 1: 190-206.
- GLOVER, F. (1999). Scatter Search and Path Relinking. In CORNE, D.; DORIGO, M.; GLOVER, F. (Eds.) *New Methods in Optimization*. McGraw Hill.
- GLOVER, F.; LAGUNA, M. (1993). Tabu Search. In REEVES, C. (Ed.) *Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems*. Blackwell Scientific Publishing, Oxford, pp. 70-141.
- GLOVER, F.; LAGUNA, M. (1997). *Tabu Search*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- GOMORY, R.E. (1958). Outline of an algorithm for integer solutions to linear programs. *Bull. Am. Math. Soc.* 64: 275-278.
- GOLDBERG, D.E. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Massachusetts. 412 pp.
- GOLDEN, B.L.; WASIL, E.A. (1987). Computerized Vehicle Routing in the Soft Drink Industry. *Operations Research*, 35: 6-17.
- GOLDEN, B.L.; ASSAD, A.A. (eds.) (1988). *Vehicle Routing: Methods and Studies*. North-Holland, Amsterdam.

## Referencias

- GOLDEN, B.L.; ASSAD, A.A.; LEVY, L.; GHEYSENS, F.G. (1984). The fleet size and mix vehicle routing problem. *Computers and Operations Research*, 11: 49-66.
- GOLDEN, B.L.; STEWART, W.R. (1985). Empirical analysis of heuristics. In *The Traveling Salesman Problem*, pages 207-249, John Wiley & Sons, Chichester. England.
- GOONATILAKE, S.; TRELEAVEN, P. (Eds.) (1995). *Intelligent Systems for Finance an Business*. John Wiley & Sons. Chichester. England. 335 pp.
- GRÖTSCHEL, M.; LÓVASZ, L. (1993). Combinatorial Optimization: A Survey. Technical Report 93-29. DIMACS, May.
- HALSE, K. (1992). *Modeling and Solving complex Vehicle Routing Problems*. Ph.D. thesis, Department for Mathematical Modelling, Technical University of Denmark, Lyngby, Denmark.
- HANSEN, K.H.; KRARUP, J. (1974). Improvements of the Held-Karp Algorithm for the Symmetric Travelling Salesman Problem. *Mathematical Programming*, 7: 87-96.
- HELD, M.; KARP, R.M. (1971). The travelling salesman problem and minimum spanning trees: part II. *Mathematical Programming*, 1: 6.25.
- HITCHCOCK, F.L. (1941). The distribution of a product from several sources to numerous localities. *Journal of Mathematics and Physics*, 20: 224-230.
- HO, Y.CH. (1994). Heuristics, Rules of Thumb, and the 80/20 Proposition. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39 (5).
- HOFFMEISTER, F.; BÄCK, T. (1992). Genetic algorithms and evolution strategies: similarities and differences. Technical Report SYS-1/92, Fachbereich Informatik, Universität Dortmund, Dortmund.
- HOPFIELD, J.J.; TANK, D. (1985). Neural computation of decisions in optimization problems. *Biological Cybernetics*, 52: 141-152.
- HOLLAND, J.H. (1975). *Adaptation in natural and artificial systems*. University of Michigan Press, Ann Arbor.

- HOMBERGER, J. (2000). Verteilt-parallele Metaheuristiken zur Tourenplanung. Gaber, Wiesbaden.
- HOMBERGER, J.; GEHRING, H. (1999). Two Evolutionary Metaheuristics for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. *INFORM*, 37:297-318.
- IBARAKI, T.; KUBO, M.; MASUDA, T.; UNO, T.; YAGIURA, M. (2001). Effective Local Search Algorithms for the Vehicle Routing Problem with General Time Windows. Working Paper, Department of Applied Mathematics and Physics, Kyoto University, Japan.
- IOANNOU, G.; KRITIKOS, M.; PRASTACOS, G. (2001). A Greedy Look-Ahead Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Journal of the Operational Research Society*, 52: 523-537.
- JONG DE, C.; KANT, G.; VAN VLIET, A. (1996). On Finding Minimal Route Duration in the Vehicle Routing Problem with Multiple Time Windows. Internet.
- JÖRNSTEN, K.O.; MADSEN, O.B.G.; SORENSEN, B. (1986). *Exact solution of the vehicle routing and scheduling problem with time windows by variable splitting*. Technical report 5, Department of Mathematical Modelling, Technical University of Denmark, Denmark.
- JURAN, J.M. (Ed.) (1951). *Quality Control Handbook*. 1<sup>st</sup> Ed. Mc-Graw Hill Book Company. New York.
- KARP, R. (1972). Reducibility among combinatorial problems, in *Complexity of Computer Computations*, MILLER, R.; THATCHER, J. (eds.), pp-85-104. Plenum Press, New York.
- KILLBY, P.; PROSSER, P.; SHAW, P. (1999). Guided Local Search for the Vehicle Routing Problem With Time Windows, in VOSS, S. *et al.* (eds.) *Metaheuristics: Advances and Trends in Local Search for Optimization*. Kluwer Academic Publishers, Boston. 473-486.
- KING, G.F.; MAST, C.F. (1997). Excess Travel: Causes, Extent and Consequences. *Transportation Research Record*, 1111: 126-134.

## Referencias

- KIRKPATRICK, S.; GELATT, C.D.; VECCHI, M.P. (1983). Optimization by simulated annealing. *Science*, 220(4598): 671-680.
- KNIGHT, K.; HOFER, J. (1968). Vehicle Scheduling with Timed and Connected Calls: A Case Study. *Operations Research Quarterly*, 19:299-310.
- KOBAYASHI, I. (1973). Management of Physical Distribution Cost. *Proceedings of International Distribution Conference*, Tokyo.
- KOHL, N. (1995). *Exact Methods for Time Constrained Routing and Related Scheduling Problems*. Ph.D. thesis. Institute of Mathematical Modelling, Technical University of Denmark, Lyngby, Denmark.
- KOHL, N.; MADSEN, O.B.G. (1997). An optimization algorithm for the vehicle routing problem with time windows based on lagrangian relaxation. *Operations Research*, 45 (3): 395-406.
- KOHL, N.; DESROSIERS, J.; MADSEN, O.B.G.; SOLOMON, M.M.; SOUMIS, F. (1999). 2-path cuts for the vehicle routing problem with time windows. *Transportation Science*, 33(1):101-116.
- KOLEN, A.W.J.; RINNOOY KAN, A.H.G.; TRIENEKENS, H.W.J.M. (1987). Vehicle Routing with Time Windows. *Operations Research*, 35 (2): 266-273.
- KONTORAVDIS, G.A. (1997). *The Vehicle Routing Problem with Time Windows*. Ph.D. thesis. University of Texas, Austin, U.S.A.
- KONTORAVDIS, G.A.; BARD, J.F. (1995). A GRASP for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. *ORSA Journal on Computing*, 7 (1): 10-23.
- KOSKOSIDIS, Y.A.; POWELL, W.B.; SOLOMON, M.M. (1992). An Optimization-Based Heuristic for Vehicle Routing and Scheduling with Soft Time Window Constraints. *Transportation Science*, 26(2):69-85.
- KOTLER, P. (1991). *Marketing Management. Analysis, Planning, Implementation, and Control*. Prentice Hall International. United Kingdom.
- LAGUNA, M.; FEO, T.; ELROD, H. (1994). A Greedy Randomized Adaptive Search Procedures for the 2-Partition Problem. *Operations Research*, 42(4):677-687.

- LAND, A.H.; DOIG, A.G. (1960). An automatic method for solving discrete programming problems. *Econometrica*, 28: 497-520.
- LAPORTE, G. (1992). The Traveling Salesman Problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European Journal of Operational Research*, 59: 231-247.
- LAPORTE, G. (1992). The Vehicle Routing Problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European Journal of Operational Research*, 59: 345-358.
- LARSEN, J. (1999). Parallelization of the Vehicle Routing Problem with Time Windows. PhD thesis. Department of Mathematical Modelling. Technical University of Denmark.
- LAU, H.C.; LIM, Y.F.; LIU, Q. (2000). Diversification of Neighborhood via Constraint-based Local Search and Its Application to VRPTW. Working Paper, School of Computing, National University of Singapore.
- LAWLER, E.L.; LENSTRA, J.K.; RINNOOY KAN, A.H.G.; SHMOYS, D.B. (1985). *The Traveling Salesman Problem. A Guided Tour of Combinatorial Optimization*. John Wiley & Sons Ltd.
- LENSTRA, J.; RINNOOY KAN, A. (1981). Complexity of vehicle routing and scheduling problems. *Networks*, 11: 221-228.
- LI, H.; LIM, A.; HUANG, J. (2001). Local Search with Annealing-like Restarts to Solve the VRPTW. Working Paper, Department of Computer Science, National University of Singapore.
- LIN, S. (1965). Computer Solutions of the Traveling Salesman Problem. *Bell System Technical Journal*, 44: 2245-2269.
- LIN, S.; KERNIGHAM, B.W. (1973). An effective heuristic algorithm for the traveling salesman problem. *Operations Research*, 21: 498-516.
- LIU, F.H.; SHEN, S.Y. (1999a). A Method for Vehicle Routing Problem with Multiple Vehicle Types and Time Windows. *Proc. Natl. Counc. ROC (A)*, 23(4):526-536.

## Referencias

- LIU, F.H.; SHEN, S.Y. (1999b). A route-neighborhood-based metaheuristic for vehicle routing problem with time windows. *European Journal of Operations Research*, 118: 485-504.
- LOUIS, S.J.; YIN, X.; YUAN, Z.Y. (1999). Multiple vehicle routing with time windows using genetic algorithms. *Technical Report*, 171. Department of Computer Science, University of Nevada.
- LOURENÇO, H.R.; MARTIN, O.C.; STÜZLE, T. (2001). Iterated Local Search. In GLOVER, F.; KOCHENBERGER, G. (Eds.) *Handbook of Metaheuristics*. Kluwer Academic Publishers.
- LUNDY, M.; MEES, A. (1986). Convergence of an Annealing Algorithm. *Mathematical programming*, 34:111-124.
- MADSEN, O.B.G. (1988). *Variable Splitting and Vehicle Routing Problems with Time Windows*. Technical report 1A/1988, Department of Mathematical Modelling, Technical University of Denmark, Denmark.
- McCULLOCH, W.; PITTS, W. (1943). A Logical Calculus of the Ideas Immanent in Nervous System. *Bulletin of Mathematical Biophysics*, 5: 115-133.
- MEDINA, J.R. (1998). Algoritmos genéticos para la optimización de redes de distribución. *Actas del X Congreso Panamericano de Ingeniería de Tráfico y Transporte*. Santander. 339-347.
- MEDINA, J.R. (2001). Estimation of Incident and Reflected Waves Using Simulated Annealing. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, ASCE, 127(4): 213-221.
- MEDINA, J.R.; YEPES, V. (2000). Optimización de redes de distribución con algoritmos genéticos, en Colomer, J.V. y García, A. (Eds.): *Calidad e innovación en los transportes*. *Actas del IV Congreso de Ingeniería del Transporte*. Vol. 1, pp. 205-213. Valencia.
- MEDINA, J.R.; YEPES, V. (2002). Optimización de rutas con algoritmos de reconstrucción y cristalización simulada oscilatoria, en Ibeas, A. y Díaz, J.M. (Eds.): *Ingeniería de los transportes o la vocación de un desafío*

- permanente: el futuro sostenible. Actas del V Congreso de Ingeniería del Transporte*. Vol. 2, pp. 685-692. Santander.
- METROPOLIS, N.; ROSENBLUTH, A.W.; ROSENBLUTH, M.N.; TELLER, A.H.; TELER, E. (1953). Equation of State Calculation by Fast Computing Machines. *Journal of Chemical Physics*, 21:1087-1092.
- MINOUX, M. (1986). *Mathematical Programming. Theory and Algorithms*. John Wiley and Sons. 489 pp.
- MLADENOVIC, N.; HANSEN, P. (1997). Variable Neighbourhood Search. *Computer and Operations Research*, 24: 1097-1100.
- MOLE, R.H.; JAMESON, S.R. (1976). A sequential route-building algorithm employing a generalised savings criterion. *Operations Research Quarterly*, 27: 503-511.
- MOSCATÓ, P. (1989). On Evolution, Search, Optimization, Genetic Algorithms and Martial Arts: Towards Memetic Algorithms. Caltech Concurrent Computation Program, C3P Report 826.
- MURPHY, G.J. (1972). *Transport and Distribution*. Business Books. London.
- OR, I. (1976). *Traveling Salesman-Type Combinatorial Problems and their relation to the Logistics of Blood Banking*, Ph.D. Thesis, Department of Industrial Engineering and Management Science, Northwestern University, Evanston, IL.
- OSMAN, I.H. (1991). Metastrategy simulated annealing and tabu search algorithms for combinatorial optimization problems. Ph.D. Dissertation, The Management School, Imperial College, London.
- OSMAN, I.H. (1993). Metastrategy simulated annealing and tabu search algorithms for the vehicle routing problem. *Annals of Operations Research*, 41: 421-451.
- OSMAN, I.H.; KELLY, J.P. (Eds.) (1996). *Meta-Heuristics: Theory & Applications*. Kluwer Academic Publishers.

## Referencias

- POTVIN, J.Y.; ROUSSEAU, J.M. (1993). A parallel route building algorithm for the vehicle routing and scheduling problem with time windows. *European Journal of Operational Research*, 66: 331-340.
- POTVIN, J.Y.; BENGIO, S. (1994). A Genetic Approach to the Vehicle Routing Problem with Time Windows. Publication CRT-953, Centre de recherche sur les transports, University of Montreal.
- POTVIN; J.Y.; DUBÉ, D. (1994). Improving a Vehicle Routing Heuristic through Genetic Search. In *Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation*, Orlando, FL, pp. 194-199.
- POTVIN, J.Y.; DUHAMEL, C.; GUERTIN, F. (1994). A Genetic Algorithm for Vehicle Routing with Backhauling. Technical Report CRT-998. Centre de recherche sur les transports, Université de Montreal, Canada.
- POTVIN, J.Y.; ROUSSEAU, J.M. (1995). An Exchange Heuristic for Routing Problems with Time Windows. *Journal of the Operational Research Society*, 46(12): 1433-1446.
- POTVIN, J.Y.; BENGIO, S. (1996). The Vehicle Routing Problem with Time Windows-Part II: Genetic Search. *INFORMS Journal on Computing*, 8 (2): 165-172.
- POTVIN, J.Y.; DUBÉ, D.; ROBILLARD, C. (1996). A hybrid approach to vehicle routing using neural networks and genetic algorithms. *Applied Intelligence*, 6:241-252.
- POTVIN, J.Y.; KERVAHUT, T.; GARCIA, B.L.; ROUSSEAU, J.M. (1996). The Vehicle Routing Problem with Time Windows- Part I: Tabu Search. *INFORMS Journal on Computing*, 8 (2): 158-164.
- POTVIN, J.Y.; ROBILLARD, C. (1999). Clustering for vehicle routing with a competitive neural network. *Neurocomputing*, 8:125-139.
- PULLEN, H.; WEBB, M. (1967). A Computer Application to a Transport Scheduling Problem. *Comput. J.* 10:10-13.
- PROSSER, P.; SHAW, P. (1996). *Study of Greedy Search with Multiple Improvement Heuristics for Vehicle Routing Problems*. Department of

- Computer Science Research Report 96/201. Glasgow: University of Strathclyde. Available <http://www.apes.cs.strath.ac.uk/1996.html>.
- RECHENBERG, I. (1973). *Evolutionsstrategie*. Forman-Holzboog, Stuttgart.
- RENAUD, J.; BOCTOR, F.F. (2000). A Sep Based Algorithm for the Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem. Document de Travail 2000-015. Centre de recherche sur les technologies de l'organisation réseau (CENTOR).
- RENAUD, J.; BOCTOR, F.F.; LAPORTE, G. (1996). An improved petal heuristic for the vehicle routing problem. *Journal of the Operational Research Society*, 47: 329-336.
- RICH, J.L. (1999). *A Computational Study of Vehicle Routing Applications*. Ph.D. thesis. Rice University, Houston, Texas, U.S.A.
- RIOS, S. (1993). *Investigación operativa. Optimización*. Editorial Centro de Estudios Ramón Areces, S.A. 2ª edición. Madrid. 522 pp.
- RIOS, S.; RIOS-INSUA, M.J.; RIOS-INSUA, S. (1989). *Procesos de Decisión Multicriterio*. EUEDEMA, Madrid.
- ROBUSTÉ, F.; DAGANZO, C.F.; SOULEYRETTE, R.R. (1990). Implementing vehicle routing models. *Transportation Research B* 24: 263-286.
- ROCHAT, Y.; SEMET, F. (1994). A tabu search approach for delivering pet food and flour in Switzerland. *Journal of the Operational Research Society*, 45: 1233-1246.
- ROCHAT, Y.; TAILLARD, E. (1995). Probabilistic diversification and intensification in local search for vehicle routing. *Journal of Heuristics*, 1: 147-167.
- ROSENBLATT, F. (1957). Principles of neurodynamics: Perceptrons and the theory of mechanisms. *Neural Computation*, 2: 25-34.
- ROUSSEAU, L.M.; GENDREAU, M.; PESANT, G. (2000). Using Constraint-Based Operators to Solve the Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Journal of Heuristics*, forthcoming.
- RUSSELL, R.A. (1977). An effective heuristic for the *M*-tour traveling salesman problem with some side conditions. *Operational Research*, 15: 84-88.

## Referencias

- RUSSELL, R.A. (1995). Hybrid heuristics for the vehicle routing problem with time windows. *Transportation Science*, 29 (2): 156-166.
- RUSSELL, R.A.; GRIBBIN, D. (1991). A multiphase approach to the period routing problem. *Networks*, 21: 747-765.
- SALHI, S.; SARI, M.; TOUATI, N. (1992). Adaptation of some vehicle fleet mix heuristics. *Omega*, 20: 653-660.
- SÁNCHEZ, A. (2002). Los sistemas inteligentes de transporte. Un nuevo escenario de la explotación de carreteras. *Revista de Obras Públicas*, 3418: 69-78.
- SAVELSBERGH, M.W.P. (1985). Local search for routings problems with time windows. *Annals of Operations Research*, 4: 285-305.
- SAVELSBERGH, M.W.P. (1986). Local search in routing problems with time windows. *Annals of Operations Research* 4, 75–85.
- SAVELSBERGH, M.W.P. (1990). An efficient implementation of local search algorithms for constrained routing problems. *European Journal of Operational Research* 47:1, 75–85.
- SAVELSBERGH, M.W.P. (1992). The vehicle routing problem with time windows: minimizing route duration. *Journal on Computing* 4:2, 146–154.
- SCHRIJVER, A. (1986). *Theory of linear and integer programming*. John Wiley & Sons. 471 pp.
- SCHRIMPF, G.; SCHNEIDER, J.; STAMM-WILBRANDT, H.; DUECK, G. (2000). Record Breaking Optimization Results Using the Ruin and Recreate Principle. *Journal of Computational Physics*, 159: 139-171.
- SCHULZE, J.; FAHLE, T. (1999). A parallel algorithm for the vehicle routing problem with time window constraints. *Annals of Operations Research*, 86: 585-607.
- SWENSON, E.J. (1986). *The Vehicle Routing Problem with Time Constraints*. Master Thesis, Department of Computer Science and Operations Research, North Dakota State University, Fargo, North Dakota.

- SHAW, P. (1997). A New Local Search Algorithm Providing High Quality Solutions to Vehicle Routing Problems. Working Paper, University of Strathclyde, Glasgow, Scotland.
- SHAW, P. (1998). Using Constraint Programming and Local Search Methods to Solve Vehicle Routing Problems. *Proceedings of the Fourth International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming CP98*. Pisa, Italy. 417-431.
- SOLOMON, M.M. (1986). On the worst-case performance of some heuristics for the vehicle routing and scheduling problem with time windows constraints. *Networks*, 16: 161-174.
- SOLOMON, M.M. (1987). Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations Research*, 35 (2): 254-265.
- SOLOMON, M.M.; DESROSIERS, J. (1988). Time Window Constrained Routing and Scheduling Problems. *Transportation Science*, 22 (1): 1-13.
- SOLOMON, M.M.; BAKER, E.K.; SCHAFFER, J.R. (1988). Vehicle routing and scheduling problems with time window constraints: efficient implementations of solution improvement procedures. In: *Vehicle Routing: Methods and Studies*, 85–106. Ed. Bruce Golden & Arjang Assad. Amsterdam: Elsevier Science Publishers.
- STEPHENSON, A.R. (1975).. Productivity Promotion Council of Australia: 7-10.
- TAILLARD, É.D. (1999). A heuristic column generation method for the heterogeneous fleet VRP. *RAIRO Rech. Opér.*, 33(1):1-14.
- TAILLARD, É.D.; BADEAU, P.; GENDREAU, M.; GUERTIN, F.; POTVIN, J.Y. (1995). *A new neighborhood structure for the vehicle routing problem with time windows*. Technical report CRT-95-66. Centre de recherche sur les transports, Université de Montréal, Canada.
- TAILLARD, É.D.; BADEAU, P.; GENDREAU, M.; GUERTIN, F.; POTVIN, J.Y. (1997). A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Soft Time Windows. *Transportation Science*, 31 (2): 170-186.

## Referencias

- TAILLARD, É.D.; LAPORTE, G.; GENDREAU, M. (1996). Vehicle routing problem with multiple use of vehicles. *Journal of the Operational Research Society*, 47:1065-1070.
- TAN, K.C.; LEE, L.H.; ZHU, K.Q. (2000). Heuristic Methods for Vehicle Routing Problem with Time Windows, in *Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Symposium on Artificial Intelligence & Mathematics*, Ft. Lauderdale, Florida.
- TELFAR, G. (1994). Generally Applicable Heuristics for Global Optimisation: An Investigation of Algorithm Performance for the Euclidean Traveling Salesman Problem. Institute of Statistics and Operations Research. Victoria University of Wellington. 150 pp.
- THANGIAH, S. (1995). Vehicle routing with time windows using genetic algorithms. In *Application Handbook of Genetic Algorithms: New Frontiers, Volume II*: 253-277. CRC Press, Boca Raton.
- THANGIAH, S.R.; OSMAN, I.H.; SUN, T. (1994). Hybrid genetic algorithm, simulated annealing and tabu search methods for vehicle routing problems with time windows. Technical Report SRU-CpSc-TR-94-27, Computer Science Department, Slippery Rock University.
- THANGIAH, S.R.; OSMAN, I.H.; VINAYAGAMOORTHY, R.; SUN, T. (1995). Algorithms for the vehicle routing problems with time deadlines. *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, 13(3&4):323-355.
- THANGIAH, S.R.; POTVIN, J.Y.; SUN, T. (1996). Heuristic approaches to vehicle routing with backhauls and time windows. *Computers Operations Research*, 23(11): 1043-1057.
- THOMPSON, P.M.; PSARAFTIS, H.N. (1993). Cyclic transfer algorithms for multivehicle routing and scheduling problems. *Operations Research*, 41 (5): 935-946.
- VAN BREEDAM, A. (1995). Improvement heuristics for the vehicle routing problem based on simulated annealing. *European Journal of Operational Research*, 86: 480-490.

- VAN LANDEGHEM, H.R.G. (1988). A bi-criteria heuristic for the vehicle routing problem with time windows. *European Journal of Operational Research*, 36:217-226.
- VOUDOURIS, C.; TSANG, E. (1995). Guided Local Search. Technical Report CSM-247. Department of Computer Science, University of Essex.
- YEPES, V. (2002). Las redes de distribución como elementos de ventaja competitiva. *Qualitas Hodie*, 76: 30-33.
- YEPES, V.; MEDINA, J.R. (2000). Optimización del problema generalizado de las rutas con restricciones temporales y de capacidad (CVRPSTW), en Colomer, J.V. y García, A. (Eds.): *Calidad e innovación en los transportes. Actas del IV Congreso de Ingeniería del Transporte*. Vol. 2, pp. 705-710. Valencia.
- YEPES, V.; MEDINA, J.R. (2002a). Criterio económico para la optimización de rutas con flotas heterogéneas, en Ibeas, A. y Díaz, J.M. (Eds.): *Ingeniería de los transportes o la vocación de un desafío permanente: el futuro sostenible. Actas del V Congreso de Ingeniería del Transporte*. Vol. 2, pp. 693-700. Santander.
- YEPES, V.; MEDINA, J.R. (2002b). Optimización de rutas con flotas heterogéneas y múltiples usos de vehículos VRPHEMSTW, en Goicolea, J.M. *et al.* (Eds.). *Actas del V Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería*. 20 pp. Madrid.
- ZANAKIS, S.H.; EVANS, J.R. (1981). Heuristic "optimization": why, when, and how to use it. *Interfaces*, 11(5): 83-89.

## Apéndice 1

### Los problemas de Solomon (1987)

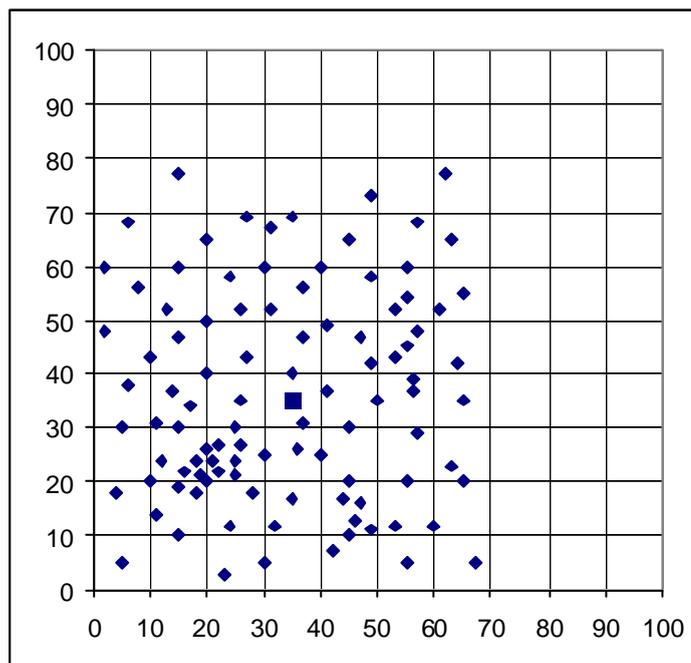
Solomon (1987) planteó un conjunto de 56 problemas que han sido utilizados en la literatura científica por muchos autores para comparar el comportamiento de las heurísticas y metaheurísticas desarrolladas para optimizar el problema VRPTW. Parte del éxito de este conjunto de problemas es que incorporan características de la capacidad de los vehículos, duración máxima de los viajes, distribución espacial de los clientes, densidad y tamaño de las ventanas temporales y porcentajes de clientes con restricciones en el inicio del servicio que se combinan de forma que permite un análisis bastante completo de la estrategia empleada.

Los problemas de Solomon (1987) constan de 100 clientes, un almacén, las restricciones de capacidad para los vehículos, el principio y el final de las ventanas temporales y el tiempo máximo permitido a una ruta. En el conjunto de problemas C1 y C2, los clientes se encuentran agrupados geográficamente. En los R1 y R2, los nodos se encuentran distribuidos de forma aleatoria y en RC1 y RC2, se mezclan los clientes agrupados y los que se encuentran dispersos al azar. Cada conjunto presenta entre 8 y 12 problemas distintos, numerados con un apéndice de dos dígitos (por ejemplo R103, RC205, C107, etc.). En cada grupo, la distribución geográfica de los nodos y las capacidades de los vehículos son iguales, cambiando únicamente las ventanas temporales. Los clientes que presentan horarios de servicio son del 25%, 50%, 75% y 100%. Los problemas C1, R1 y RC1 presentan ventanas temporales pequeñas y reducidas capacidades de carga en sus vehículos, requiriendo de 9 a 19 vehículos. En cambio, C2, R2 y RC2 se resuelven con 2, 3 ó 4 rutas, ya que los horarios de servicio son dilatados

y las capacidades mayores. Los nodos se distribuyen en un cuadrado de 100x100 unidades y las distancias entre los puntos son euclídeas.

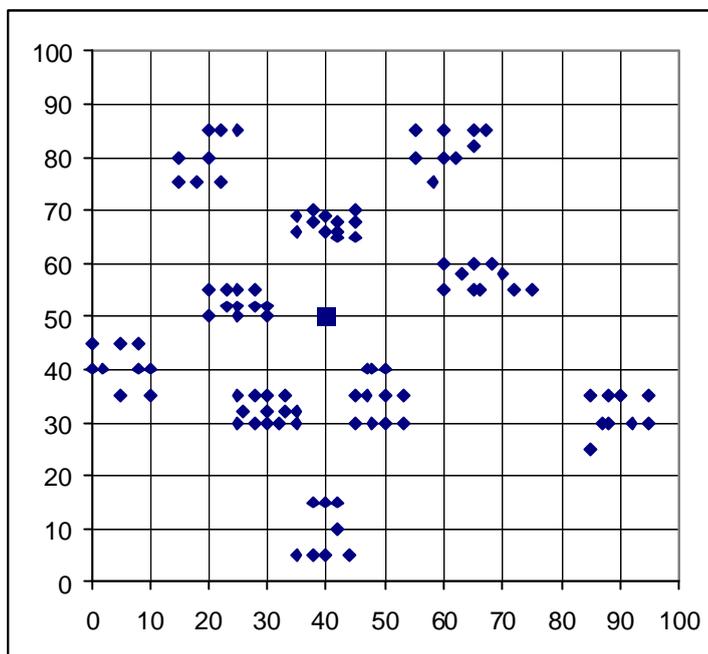
Los datos completos de los problemas de Solomon (1987) pueden conseguirse por internet en algunas de sus páginas. Un ejemplo de ellas es <http://web.cba.neu.edu/~msolomon/problems.html>.

A continuación se incorpora la distribución geográfica de los grupos de problemas de Solomon (1987). Se representa el depósito con un cuadrado, y cada cliente con un rombo.

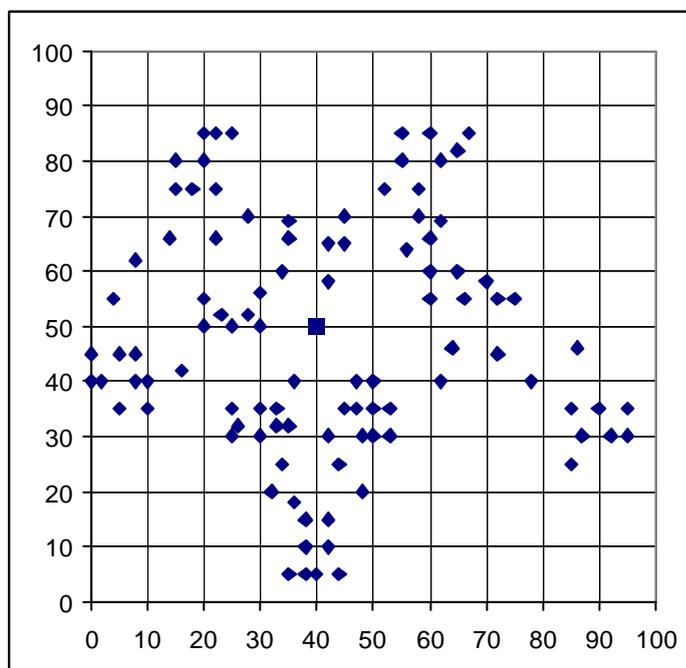


**Gráfica A.1.** Distribución geográfica de los problemas R1 y R2 de Solomon (1987). Los clientes están distribuidos aleatoriamente en el plano.

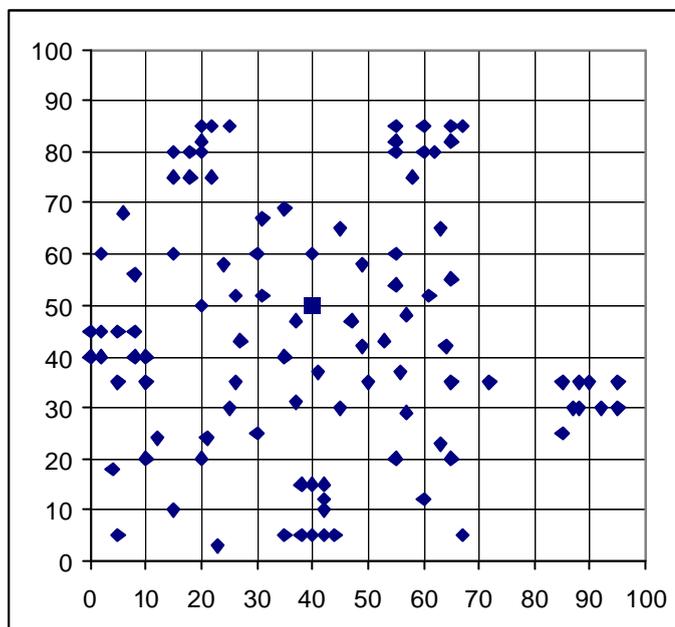
Apéndices



**Gráfica A.2.** Distribución geográfica de los problemas C1 de Solomon (1987). Los clientes se encuentran agrupados.



**Gráfica A.3.** Distribución geográfica de los problemas C2 de Solomon (1987). Clientes agrupados, pero de forma menos nítida.



**Gráfica A.4.** Distribución geográfica de los problemas RC1 y RC2 de Solomon (1987). Ciertos clientes agrupados y otros distribuidos aleatoriamente.

En las tablas que siguen se han anotado los mejores resultados obtenidos hasta el momento para cada uno de los problemas. Los siete resultados señalados con asterisco han sido resueltos con algoritmos exactos, el resto con metaheurísticas. Sin embargo es necesario advertir algunas circunstancias: en algunas ocasiones se han publicado resultados excelentes que posteriormente algunos autores no han reconocido como buenos (por ejemplo, los de Thangiah *et al.* (1994)). En otros casos se dan como mejores resultados a algunos autores que han hecho público sus resultados con fechas posteriores a otros cuando la solución obtenida es la misma (por ejemplo, algunos dan a Rochat *et al.* (1995) algunas soluciones excelentes cuando Potvin *et al.* (1994) ya las habían alcanzado anteriormente. Otras veces se documentan las mejores soluciones con un método determinado que es poco robusto frente al resto de problemas (por ejemplo Lau *et al.*, 2001).

Apéndices

**Tabla A.1.** Mejores resultados publicados para los problemas tipo R de Solomon (1987) obtenidos con métodos exactos (marcados con asterisco) y con metaheurísticas.

Prob	NV	Distancia	Autores	Problema	NV	Distancia	Autores
R101*	18	1607,7	Desrochers <i>et al.</i> (1992)	R201	4	1252,37	Homberger <i>et al.</i> (1999)
R102*	17	1434,0	Desrochers <i>et al.</i> (1992)	R202	3	1191,70	Rousseau <i>et al.</i> (2000)
R103	13	1175,67	Lau <i>et al.</i> (2000)	R203	3	941,41	Bent <i>et al.</i> (2001)
R104	9	1007,31	Shaw (1997)	R204	2	825,52	Bent <i>et al.</i> (2001)
R105	14	1377,11	Rochat <i>et al.</i> (1995)	R205	3	994,42	Rousseau <i>et al.</i> (2000)
R106	12	1252,03	Rochat <i>et al.</i> (1995)	R206	3	833	Thangiah <i>et al.</i> (1994)
R107	10	1104,66	Shaw (1997)	R207	2	893,33	Bent <i>et al.</i> (2001)
R108	9	960,88	Berger <i>et al.</i> (2001)	R208	2	726,82	Schrimpf <i>et al.</i> (2000)
R109	11	1194,73	Homberger <i>et al.</i> (1999)	R209	2	855	Thangiah <i>et al.</i> (1994)
R110	10	1118,84	Homberger (2000)	R210	3	939,37	Backer <i>et al.</i> (2000)
R111	10	1096,72	Rousseau <i>et al.</i> (2000)	R211	2	892,71	Bent <i>et al.</i> (2001)
R112	9	982,14	Gambardella <i>et al.</i> (1999)				
<b>Totales</b>	<b>142</b>	<b>14311,79</b>		<b>Totales</b>	<b>29</b>	<b>10345,65</b>	
<b>Medias</b>	<b>11,83</b>	<b>1192,65</b>		<b>Medias</b>	<b>2,64</b>	<b>940,51</b>	

**Tabla A.2.** Mejores resultados publicados para los problemas tipo C de Solomon (1987) obtenidos con métodos exactos (marcados con asterisco) y con metaheurísticas.

Problema	NV	Distancia	Autores	Problema	NV	Distancia	Autores
C101*	10	827,3	Desrochers <i>et al.</i> (1992)	C201	3	591,56	Potvin <i>et al.</i> (1994)
C102*	10	827,3	Desrochers <i>et al.</i> (1992)	C202	3	591,56	Potvin <i>et al.</i> (1994)
C103	10	828,06	Rochat <i>et al.</i> (1995)	C203	3	591,17	Rochat <i>et al.</i> (1995)
C104	10	824,78	Rochat <i>et al.</i> (1995)	C204	3	590,60	Potvin <i>et al.</i> (1994)
C105	10	828,94	Potvin <i>et al.</i> (1994)	C205	3	588,88	Potvin <i>et al.</i> (1994)
C106*	10	827,3	Desrochers <i>et al.</i> (1992)	C206	3	588,49	Potvin <i>et al.</i> (1994)
C107*	10	827,3	Desrochers <i>et al.</i> (1992)	C207	3	588,29	Rochat <i>et al.</i> (1995)
C108*	10	827,3	Desrochers <i>et al.</i> (1992)	C208	3	588,32	Rochat <i>et al.</i> (1995)
C109	10	828,94	Potvin <i>et al.</i> (1994)				
<b>Totales</b>	<b>90</b>	<b>7447,22</b>		<b>Totales</b>	<b>24</b>	<b>4718,87</b>	
<b>Medias</b>	<b>10,00</b>	<b>827,47</b>		<b>Medias</b>	<b>3,00</b>	<b>589,86</b>	

**Tabla A.3.** Mejores resultados publicados para los problemas tipo RC de Solomon (1987) con metaheurísticas.

Problema NV				Problema NV			
Distancia		Autores		Distancia		Autores	
RC101	14	1696,94	Taillard <i>et al.</i> (1997)	RC201	4	1249	Thangiah <i>et al.</i> (1994)
RC102	12	1554,75	Taillard <i>et al.</i> (1997)	RC202	3	1367,09	Czech <i>et al.</i> (2002)
RC103	11	1261,67	Shaw (1998)	RC203	3	1049,62	Czech <i>et al.</i> (2002)
RC104	10	1135,48	Cordeau <i>et al.</i> (2000)	RC204	3	798,46	Gambardella <i>et al.</i> (1999)
RC105	13	1629,44	Berger <i>et al.</i> (2001)	RC205	4	1297,65	Bent <i>et al.</i> (2001)
RC106	11	1424,73	Li <i>et al.</i> (2001)	RC206	3	1146,32	Homberger (2000)
RC107	11	1230,48	Shaw (1997)	RC207	3	1061,14	Bent <i>et al.</i> (2001)
RC108	10	1139,82	Taillard <i>et al.</i> (1997)	RC208	3	828,14	Ibaraki <i>et al.</i> (2001)
<b>Totales</b>	<b>92</b>	<b>11073,31</b>		<b>Totales</b>	<b>26</b>	<b>8797,42</b>	
<b>Medias</b>	<b>11,50</b>	<b>1384,16</b>		<b>Medias</b>	<b>3,25</b>	<b>1099,68</b>	

## Apéndice 2

### Descripción de problemas del tipo VRPTW generalizados.

Los problemas de Solomon (1987), en su versión original, no contemplan variables económicas que son necesarias cuando se abordan modelos que pretenden aproximarse lo más posible a los problemas reales. En este Apéndice se describen las generalizaciones empleadas. En primer lugar se recogen cinco funciones objetivo con distintos parámetros para los ingresos y los costes. Posteriormente se definen tres conjuntos de problemas basados en la distribución geográfica de clientes del problema R103 de Solomon (1987) y en sus ventanas temporales. El primero de los problemas, el R103A-S introduce las características de la flota, de los clientes y del depósito admitiendo ventanas temporales flexibles. En el R103A-HES se amplía con el empleo de una flota con tres tipos distintos de vehículos, cada uno con sus características específicas. Por último, el problema R103A-HEMS considera, además, la posibilidad de un empleo múltiple de los vehículos.

### Tipos de función objetivo empleados según tarifas y costes

**Tabla A.4** Definición de parámetros para la función objetivo aplicables a los problemas de Solomon (1987).

	A	B	C	D	E
Tarifa fija por disposición del servicio $F_j$	50	1000	1000	1000	1000
Coste unitario distancia $Cd_{k}$	100	200	100	100	10
Coste fijo por inicio de ruta $C_{r,k}$	1000	1000	1000	1000	1000
Penalización ruptura ventana temporal $r_j^u$	10000	10000	10000	10000	10000
Tarifa por unidad transportada y distancia $Rqd_j$	1	5	10	10	10
Coste horario $Ch_k$	10	10	10	100	100
Penalización horaria por espera $C_j^e$	10	10	10	10	10
Penalización horaria tras ruptura ventana temporal $C_j^u$	1000	1000	1000	1000	1000

**Problema R103A-S**

**Tabla A.5.** Características de la flota para el problema tipo VRPSTW basado en la distribución geográfica y ventanas temporales del R103A de Solomon (1987): (R103A-S).

<b>Características flota</b>	
Número	Sin restricciones
Capacidad	200
Velocidad	1,00
Jornada normal	230
Jornada extraordinaria	100
Duración carga	0
Coste disposición	0
Coste unitario distancia	100
Coste horario normal	10
Coste horario extra	12
Coste horario plus	15
Tasa visita cliente	0
Tasa inicio ruta	1000

**Tabla A.6.** Características de los clientes para el problema tipo VRPSTW basado en la distribución geográfica y ventanas temporales del R103 de Solomon (1987): (R103A-S).

<b>Características</b>	<b>Clientes</b>
Tarifa disposición servicio	50
Tarifa por unidad y distancia	1
Duración aproximación	0
Duración servicio	10
Duración alejamiento	0
Inicio suave TW $e_j^s$	$0,90 e_j^h$
Final suave TW $u_j^s$	$1,05 u_j^h$
Cota penalización apertura $p_j^e$	50
Coefficiente penalización apertura $k_j^e$	1
Penalización horaria espera $c_j^e$	10
Cota penalización cierre $p_j^u$	50000
Coefficiente penalización cierre $k_j^u$	1
Coste ruptura cierre $r_j^u$	$10^7$
Penalización horaria ruptura $c_j^u$	1000

**Tabla A.7.** Características del depósito para el problema tipo VRPSTW basado en la distribución geográfica y ventanas temporales estrictas del R103A de Solomon (1987): (R103A-S).

Características	Depósito
Duración aproximación	0
Duración alejamiento	0
Inicio suave TW $e_0^s$	0
Inicio estricto TW $e_0^h$	0
Final estricto TW $u_0^h$	230
Final suave TW $u_0^s$	250
Cota penalización cierre $p_0^u$	1000
Coefficiente penalización cierre $k_0^u$	1
Coste ruptura cierre $r_0^u$	$10^8$
Penalización horaria ruptura $c_0^u$	10000

### Problema R103-HES-A

**Tabla A.8.** Características de la flota para el problema tipo VRPHESTW basado en la distribución geográfica y ventanas temporales estrictas del R103 de Solomon (1987): (R103-HES-A).

Características flota	TIPO I	TIPO II	TIPO III
Número	2	8	Sin restricción
Capacidad	100	200	500
Velocidad	1,10	1,00	0,90
Jornada normal	200	200	200
Jornada extraordinaria	50	50	50
Duración carga	3	5	8
Coste disposición	10000	10000	12000
Coste unitario distancia	100	100	110
Coste horario normal	100	100	110
Coste horario extra	120	120	130
Coste horario plus	150	150	160
Tasa visita cliente	0	0	0
Tasa inicio ruta	1000	1000	1500

**Tabla A.9.** Características de los clientes para el problema tipo VRPHESTW basado en la distribución geográfica y ventanas temporales estrictas del R103 de Solomon (1987): (R103-HES-A).

Características	Clientes
Tarifa disposición servicio	1500
Tarifa por unidad y distancia	15
Duración aproximación	1
Duración servicio	10
Duración alejamiento	1
Inicio suave TW $e_j^s$	$0,90 e_j^h$
Final suave TW $u_j^s$	$1,05 u_j^h$
Cota penalización apertura $p_j^e$	50
Coeficiente penalización apertura $k_j^e$	1
Penalización horaria espera $c_j^e$	10
Cota penalización cierre $p_j^u$	50000
Coeficiente penalización cierre $k_j^u$	1
Coste ruptura cierre $r_j^u$	$10^7$
Penalización horaria ruptura $c_j^u$	1000

**Tabla A.10.** Características del depósito para el problema tipo VRPHESTW basado en la distribución geográfica y ventanas temporales estrictas del R103 de Solomon (1987): (R103-HES-A).

Características	Depósito
Duración aproximación	2
Duración alejamiento	2
Inicio suave TW $e_j^s$	0
Inicio estricto TW $e_j^h$	0
Final estricto TW $u_j^h$	230
Final suave TW $u_j^s$	250
Cota penalización cierre $p_j^u$	1000
Coeficiente penalización cierre $k_j^u$	1
Coste ruptura cierre $r_j^u$	$10^8$
Penalización horaria ruptura $c_j^u$	10000

**Problema R103A-HEMS**

**Tabla A.11.** Características de la flota para el problema tipo VRPHEMSTW basado en la distribución geográfica y ventanas temporales estrictas del R103 de Solomon (1987): (R103A-HEMS).

<b>Características flota</b>	<b>TIPO I</b>	<b>TIPO II</b>	<b>TIPO III</b>
Número	2	3	Sin restricción
Capacidad	500	200	50
Velocidad	0,90	1,00	1,10
Jornada normal	200	200	200
Jornada extraordinaria	50	50	50
Duración carga	8	5	3
Coste disposición	75000	70000	60000
Coste unitario distancia	150	140	130
Coste horario normal	110	100	100
Coste horario extra	130	120	120
Coste horario plus	160	150	150
Tasa visita cliente	0	0	0
Tasa inicio ruta	150	100	100
Rutas por vehículo	Sin restricción	Sin restricción	Sin restricción

**Tabla A.12.** Características de los clientes para el problema tipo VRPHEMSTW basado en la distribución geográfica y ventanas temporales estrictas del R103 de Solomon (1987): (R103A-HEMS).

<b>Características</b>	<b>Clientes</b>
Tarifa disposición servicio	20000
Tarifa por unidad y distancia	20
Duración aproximación	1
Duración servicio	10
Duración alejamiento	1
Inicio suave TW $e_j^s$	$0,90 e_j^h$
Final suave TW $u_j^s$	$1,05 u_j^h$
Cota penalización apertura $p_j^e$	50
Coeficiente penalización apertura $k_j^e$	1
Penalización horaria espera $c_j^e$	10
Cota penalización cierre $p_j^u$	50000
Coeficiente penalización cierre $k_j^u$	1
Coste ruptura cierre $r_j^u$	$10^7$
Penalización horaria ruptura $c_j^u$	1000

**Tabla A.13.** Características del depósito para el problema tipo VRPHEMSTW basado en la distribución geográfica y ventanas temporales estrictas del R103 de Solomon (1987): (R103A-HEMS).

<b>Características</b>	<b>Depósito</b>
Duración aproximación	2
Duración alejamiento	2
Inicio suave TW $e_j^s$	0
Inicio estricto TW $e_j^h$	0
Final estricto TW $u_j^h$	230
Final suave TW $u_j^s$	250
Cota penalización cierre $p_j^u$	1000
Coeficiente penalización cierre $k_j^u$	1
Coste ruptura cierre $r_j^u$	$10^8$
Penalización horaria ruptura $c_j^u$	10000

## Apéndice 3

### Descripción de algunas soluciones obtenidas

En este Apéndice se detallan las secuencias de algunas soluciones obtenidas a lo largo de la tesis y algunos de sus resultados representativos, con el objeto de servir de referencia y comprobación.

**Tabla A.14.** Secuencia de clientes y vehículos según el mejor obtenido para el problema R103A.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	42	27	40	21	50	94	51	92	96	26	60	52	36
30	43	69	53	72	33	95	65	37	59	39	45	7	64
78	15	88	0	22	3	97	71	14	98	23	46	62	49
34	41	6		75	76	87	9	44	99	67	8	11	19
35	57	0		56	79	0	66	38	84	55	83	63	47
81	2			74	29		20	86	17	4	89	90	48
77	13			73	24		32	16	5	25	0	10	82
28	0			58	68		70	61	93	54		31	18
0				0	80		0	85	0	0		0	0
					12			91					
					0			100					
								0					

**Tabla A.15.** Resultado obtenido para el problema R103A.

Ingreso	Coste	Beneficio	Distancia	Hora llegada	Espera total	Horas ordinarias	Penalizaciones
41910,48	168258,86	-126348,38	1234,11	229,39	425,33	2659,44	4253,29

**Tabla A.16.** Horarios de inicio del servicio según el mejor obtenido para el problema R103A.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	31	37	85	18	17	12	27	18	15	11	18	11	41
71	50	54	102	32	37	25	60	31	28	45	40	31	73
103	67	76	116	97	54	38	80	52	42	68	61	58	108
118	97	108		111	73	93	98	69	83	90	95	76	130
143	118	130		130	93	121	127	90	103	136	112	94	148
167	134			149	112		146	113	157	155	134	109	165
188	159			163	129		167	129	177	175	153	126	180
211	180			200	149		190	144	194	197		144	198
228				219	182		221	158	224	229		171	224
					198			171					
					223			185					
								219					

**Tabla A.17.** Secuencia de clientes y vehículos según el mejor obtenido para el problema R103A.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	40	71	36	52	94	2	7	50	42	92	60	27
39	53	65	64	62	96	22	19	33	43	98	45	69
23	12	78	49	88	95	75	11	76	15	14	83	30
67	68	34	63	84	97	56	8	79	57	44	5	9
55	80	35	90	17	87	4	46	10	41	38	99	66
24	0	81	32	93	13	25	47	31	74	86	6	20
29		77	70	59	0	54	48	0	72	16	0	51
3		28	0	0		0	82		73	61		1
0		0					18		21	85		0
							89		58	91		
							0		0	100		
										37		
										0		

**Tabla A.18.** Resultado obtenido para el problema R103A.

Ingreso	Coste	Beneficio	Distancia	Hora llegada	Espera total	Horas ordinarias	Penalizaciones
41910,48	173923,81	-132013,33	1292,68	229,04	436,48	2729,15	4364,79

Apéndices

**Tabla A.19.** Horarios de inicio del servicio según el mejor obtenido para el problema R103A.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	85	40	41	11	12	18	21	17	31	18	18	37
45	102	60	73	58	26	97	42	37	50	32	40	54
68	125	96	108	74	40	111	67	73	67	53	58	78
90	143	111	139	110	53	130	101	93	85	69	75	103
136	182	143	153	157	93	149	121	133	106	90	91	127
158	213	167	168	188	159	172	141	151	149	113	108	146
175		188	191	201	180	194	157	178	162	129	129	164
195		211	222	229		227	172		175	144		186
227		228					191		188	158		211
							209		209	171		
							228		228	185		
										198		
										229		

**Tabla A.20.** Secuencia de clientes y vehículos según el mejor obtenido para el problema R103-HES-A.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
36	51	1	39	32	45	28	42	21	43	52	89	92
64	65	33	23	30	46	27	14	73	15	62	5	97
49	71	76	67	9	8	69	44	72	57	11	59	2
47	20	79	56	81	84	88	38	75	87	19	99	40
82	66	78	55	3	83	31	86	41	37	48	96	53
18	35	34	25	68	60	10	16	22	98	7	6	0
0	50	29	54	77	0	63	17	74	85	0	94	
	0	24	12	0		90	61	4	91		95	
		80	0			70	93	26	100		13	
		0				0	0	0	58		0	
									0			

**Tabla A.21.** Resultado obtenido para el problema R103-HES-A.

Ingreso	Coste	Beneficio	Distancia	Hora llegada	Espera total	Horas ordinarias	Horas extra	Penalizaciones
703657,31	547702,81	155954,50	1280,43	232,73	50,54	2436,68	143,82	1573,64

## Apéndice 4

### Conjuntos de operadores y probabilidades de elección

En este Apéndice se detallan los operadores empleados en la tesis, con sus abreviaturas y referencias para su explicación. También figuran cuadros de conjuntos de operadores y sus probabilidades de elección, que han sido utilizados en algunas estrategias empleadas en el trabajo.

**Tabla A.22.** Abreviaturas empleadas para los operadores

Movimiento	Abreviatura	Epígrafe donde aparece
1-swap	1-sw	4.5.2.1.1.2
1-swap*	1-sw*	4.5.2.1.1.3
1-relocate	1-rel	4.5.2.1.1.4
Intercambio de $\gamma$ nodos consecutivos de una ruta por $\eta$ de otra.	$(\gamma, \eta)$	4.5.2.1.2.1
2-opt*	2-opt*	4.5.2.1.2.2
2-opt**	2-opt**	4.5.2.1.2.3
Or-opt	Or-opt	4.5.2.1.2.4
Cross	Cross	4.5.2.1.2.5
2-relocate	2-rel	4.5.2.1.2.7
2-swap	2-sw	4.5.2.1.2.8
3-swap	3-sw	4.5.2.1.3.1
3-relocate	3-rel	4.5.2.1.3.2
3-opt*	3-opt*	4.5.2.1.3.3
Reconstrucción tras desconectar $p+1$ nodos	RR $p$	4.5.2.1.4.2
Reductor de rutas	RedRut	4.5.2.1.4.4
Intercambio de vehículos	CVR	4.5.2.1.4.5
Sustitución de vehículos	CV	4.5.2.1.4.6

**Tabla A.23.** Probabilidades elegidas, en porcentajes, para 10 operadores.

Operador	Prob								
1-rel	10	1-sw	10	2-rel	7	2-sw	10	RR $p$	1
2-opt*	30	Cross	20	(2-1)	10	RR0	1	RedRut	1

Apéndices

**Tabla A.24.** Probabilidades elegidas, en porcentajes, para 12 operadores.

Operador	Prob	Operador	Prob	Operador	Prob
1-rel	20	2-sw	20	2-rel	20
2-opt*	20	2-opt**	1	(2-1)	5
(2-0)	1	(2-2)	1	CV	5
CVR	5	RR0	1	RedR	1

**Tabla A.25.** Probabilidades elegidas, en porcentajes, para 15 operadores.

Operador	Prob.%								
1-rel	10	1-sw	10	2-rel	5	2-sw	10	Cross	10
2-opt*	25	(2-0)	1	(2-1)	10	(2-2)	1	RR0	1
2-opt**	5	CV	5	CVR	5	RedR	1	RR15	1

**Tabla A.26.** Probabilidades elegidas, en porcentajes, para 15 operadores.

Operador	Prob.%								
1-rel	10	1-sw	10	2-rel	5	2-sw	10	Cross	10
2-opt*	25	(2-0)	1	(2-1)	10	(2-2)	1	RR0	1
2-opt**	5	CV	5	CVR	5	RedR	1	RR5	1

## Apéndice 5

### **Funciones probabilísticas de elección en secuencias ordenadas**

Ciertas heurísticas basan su estrategia de diversificación de búsqueda de soluciones en la elección probabilística de algunas de sus características. Así, en los algoritmos genéticos, los resultados de mayor calidad ven potenciadas sus posibilidades de cruzamiento. Otros procedimientos como el GRASP emplea, en la construcción de soluciones viables, la búsqueda aleatoria que selecciona elementos de listas ordenadas.

La selección de un componente de una lista ordenada puede realizarse de diversas formas. Si cada uno de los integrantes tiene asignado un valor según el cual se encuentran en orden, la probabilidad de ser elegido puede ser proporcional a dicha aptitud (ver Goldberg, 1989). Otro criterio consiste en aumentar las posibilidades en la selección de aquellos individuos situados en mejores posiciones, atendiendo exclusivamente a su número de orden. Sea  $p(i,n)$  la probabilidad de elegir al elemento situado en la posición  $i$  de una lista ordenada de  $n$  términos. Se analizan a continuación algunas de las opciones posibles, con sus ventajas e inconvenientes.

Sea una serie aritmética de  $n$  términos que comience con  $M/n$  y termine con  $m/n$ . Si su suma  $(M+n)/2$  vale la unidad, queda fijada una distribución lineal de la probabilidad asignada a cada posición, según la expresión (A.1). Aquí, el primer elemento de la lista presenta una probabilidad  $M$  veces superior a la media de ser elegido. A dicha estrategia la denominaremos como E1. Potvin y Bengio (1996) emplean este criterio con  $M=1,6$  y  $n=0,4$  en la selección de los padres de un algoritmo genético aplicado al VRPTW. La posibilidad de fijar de antemano el valor

para el primer elemento es una ventaja relativa, puesto que  $M$  necesariamente debe oscilar entre 1 y 2.

$$(A.1) \quad p(i, n) = \frac{1}{n} \left[ M - \frac{(M - m) \cdot (i - 1)}{n - 1} \right]$$

Otra serie aritmética de  $n$  términos que sume la unidad es aquella que incluye como primer elemento a  $2/(n+1)$  y como último a  $2/[n(n+1)]$ . La expresión (A.2) calcula la probabilidad según este criterio, que denominamos E2. Rochat y Taillard (1995) emplean esta regla para en la elección probabilística de las mejores rutas para construir nuevas soluciones. El inconveniente es la inexistencia de grados de libertad en la elección de la probabilidad para el primer componente de la lista.

$$(A.2) \quad p(i, n) = \frac{2 \cdot (n + 1 - i)}{n \cdot (n + 1)}$$

La estrategia E3 considera una probabilidad de ser elegido inversamente proporcional al número de orden del individuo, según la expresión (A.3). Medina (1998) emplea este criterio para seleccionar los padres en un algoritmo genético desarrollado para la optimización de redes de distribución sin restricciones temporales. Aquí tampoco es posible modular la probabilidad para el primero de los componentes.

$$(A.3) \quad p(i, n) = \frac{1/i}{\sum_{j=1}^n 1/j}$$

En la Tabla A.27 se representan los valores de las expresiones anteriores para una lista de 10 elementos.

**Tabla A.27.** Probabilidad de elegir al elemento situado en la posición  $i$  de una lista ordenada de 10 elementos según las estrategias E1, E2 y E3.

Número de orden	E1	E2	E3
1	0,160000	0,181818	0,341417
2	0,146667	0,163636	0,170709
3	0,133333	0,145455	0,113806
4	0,120000	0,127273	0,085354
5	0,106667	0,109091	0,068283
6	0,093333	0,090909	0,056903
7	0,080000	0,072727	0,048774
8	0,066667	0,054545	0,042677
9	0,053333	0,036364	0,037935
10	0,040000	0,018182	0,034142

Se propone una función que generalice a las anteriores y que sea capaz de aportar una ventaja adicional consistente en la elección del valor de la probabilidad estipulada para el primer integrante de una lista ordenada. Así, partiendo de una progresión geométrica de razón  $k$ , cuya suma de sus  $n$  primeros elementos sea la unidad, el término  $i$ -ésimo proporciona una esperanza de ser designado dependiente de  $k$  y que favorece a los sujetos que ocupan las posiciones iniciales. Quedan previstos los casos extremos comprendidos entre la elección determinista del primer situado cuando  $k=0$ , hasta la selección equiprobable de todos los integrantes de la lista si  $k=1$ . Se podría elegir  $k=0,89$  y obtener  $p(1,10)=0,1598$  y  $p(10,10)=0,0560$ , que emularía a lo expresado en la Tabla A.27 para E1. En lo sucesivo, identificaremos esta función como  $E_k$ .

$$(A.4) \quad p(i, n) = k^{i-1} \frac{1-k}{1-k^n}$$

Apéndices

En la Tabla A.28 figuran las probabilidades obtenidas para los integrantes de una lista de 10 elementos según distintos valores del parámetro  $k$ .

**Tabla A.28.** Probabilidad de elegir al elemento situado en la posición  $i$  de una lista ordenada de 10 elementos según la función paramétrica  $E_k$  propuesta.

Número de orden	$K \rightarrow 0,00$	$K=0,10$	$K=0,25$	$K=0,50$	$0,75$	$K \rightarrow 1,00$
1	1,000000	0,900000	0,750001	0,500489	0,264918	0,100000
2	0,000000	0,090000	0,187500	0,250244	0,198689	0,100000
3	0,000000	0,009000	0,046875	0,125122	0,149017	0,100000
4	0,000000	0,000900	0,011719	0,062561	0,111762	0,100000
5	0,000000	0,000090	0,002930	0,031281	0,083822	0,100000
6	0,000000	0,000009	0,000732	0,015640	0,062866	0,100000
7	0,000000	0,000001	0,000183	0,007820	0,047150	0,100000
8	0,000000	0,000000	0,000046	0,003910	0,035362	0,100000
9	0,000000	0,000000	0,000011	0,001955	0,026522	0,100000
10	0,000000	0,000000	0,000003	0,000978	0,019891	0,100000

## Índice analítico

- aceptación por cercanía al líder, 40, 299
- aceptación por umbrales, 39, 231, 245, 299
- algoritmo de reconstrucción, 43, 98, 206
- algoritmo del "Diluvio Universal, 39
- algoritmos genéticos, 44, 51, 52, 54, 56, 58, 104, 120, 125, 126, 137, 211, 300, 301, 303, 305, 323, 348
- algoritmos meméticos, 44, 56, 57, 58, 300, 302
- búsqueda convergente, 211, 213, 214, 223, 224, 272
- búsqueda dispersa, 44, 54, 55, 58, 111, 211, 300, 309
- búsqueda en entornos ampliados, 105
- búsqueda en entornos amplios, 43, 102, 115
- búsqueda en entornos variables, 44
- búsqueda local aleatoria, 137, 187, 272, 304
- búsqueda local guiada, 48, 117
- búsqueda local iterada, 44, 241, 243
- búsqueda tabú, 36, 40, 42, 46, 49, 104, 106, 107, 108, 109, 114, 117, 120, 124, 126, 137, 140, 141, 142
- cadena de Markov, 225, 226, 228, 230
- complejidad computacional, 17, 19
- cristalización simulada, viii, 37, 38, 46, 49, 104, 105, 107, 120, 203, 226, 227, 229, 232, 233, 247, 302, 303, 305, 324
- cromosoma, 303
- descenso aleatorio con múltiples operadores, 304
- distribución física, 3, 5, 6, 8, 12, 63, 160, 184
- efectividad, 4, 15, 122, 129, 133, 205
- enumeración completa, 24
- estrategias evolutivas, 44, 51, 113, 126, 211, 300
- feromona, 46, 47, 48, 115, 305, 308
- GRASP, ix, 44, 45, 46, 100, 106, 137, 211, 213, 220, 223, 224, 265, 305, 321, 348
- Investigación Operativa, 4, 10, 15, 16, 19, 140
- método simplex, 21
- modelo matemático, 16, 17, 24, 74, 76
- óptimo de Pareto, 61, 307
- problema de decisión, 18, 19
- problema del viajante de comercio, 65, 76
- programación entera, 21, 25, 54, 136
- programación lineal, 15, 21, 22, 25
- programación matemática, 16, 20, 21, 75
- ramificación y acotación, 23, 24, 25, 77
- reconstrucción de soluciones, 42, 97, 116, 118, 137, 140, 199, 202, 229, 247, 251
- regla 80/20, 29
- rendimiento algorítmico, 17