



UNIVERSIDAD  
POLITECNICA  
DE VALENCIA



**Máster Universitario**  
en Tecnologías, Sistemas y  
Redes de Comunicaciones

# Backscattering en microanillos de silicio

*Autor:* Guillem Ballesteros García

*Director 1:* Claudio Otón Nieto

*Director 2:* Javier Martí Sendra

*Fecha de comienzo:* 6/05/2012

*Lugar de trabajo:* Nanophotonics Technology Center

**Objetivos** – Desarrollar un nuevo método para caracterizar estructuras ópticas resonantes en las que los modos propagante y contrapropagante estén acoplados debido a la rugosidad de las paredes. También se buscarán criterios prácticos para determinar cuando hay que tener en cuenta el efecto anteriormente citado y se contrastará la nueva técnica con medidas experimentales.

**Metodología** – Para la realización de este trabajo, en primer lugar se presentará el principal dispositivo del cual nos vamos a ocupar: anillos resonantes. A continuación se verán los conceptos teóricos asociados con los mismos y uno de los factores limitantes más importantes para los sistemas pasivos: la rugosidad en las paredes. Tras esta breve introducción se introducen y estudian dos modelos teóricos con sus respectivas ventajas y desventajas para modelar los anillos de forma que se tenga en cuenta la rugosidad en las paredes; y finalmente se verán resultados experimentales que condensan todos los conceptos vistos antes.

**Desarrollos teóricos realizados**– Se encontraron expresiones analíticas para obtener todos los parámetros relevantes de un anillo resonante tipo add-drop (constantes de acoplamiento a las dos guías, pérdidas de propagación, intensidad del *backscattering*) a partir de una medida de caracterización lineal de todos sus puertos. A su vez, se analizó mediante simulaciones el fenómeno usando dos tipos de modelos, uno basado en matrices de scattering y el otro en un modelo de osciladores armónicos acoplados. Todo el software para realizar dichas simulaciones fue escrito en Python con el apoyo de las librerías para cálculo científico y numérico *Scipy* y *Numpy*.

**Desarrollo de prototipos y trabajos de laboratorio** – Se diseñaron (Claudio Otón) un conjunto de anillos resonantes con un elevado factor de calidad que permitían el acceso

al puerto *counter-drop*. Estos anillos fueron medidos con un setup estándar para caracterización lineal. Las estructuras estaban basadas en guías *buried* sobre la plataforma SOI y el acoplo a las mismas era de tipo vertical mediante el uso de gratings. Se contruyeron y midieron anillos con polarización transversal eléctrica y transversal magnética pero finalmente solo se han presentado los resultados de los primeros porque el efecto del *backscattering* es más evidente.

**Resultados** – Se hizo una caracterización lineal de los 4 puertos de una anillo resonante tipo add-drop. Estas medidas fueron ajustadas con las técnicas desarrolladas en la sección de teoría obteniéndose resultados muy satisfactorios. Gracias al modelo basado en matrices de transferencia se confirmó que es la naturaleza aleatoria del backscattering en las guías el que da lugar a los cambios abruptos en la función de transferencia.

**Lineas Futuras** – La correcta caracterización del *backscattering* es fundamental para diseñar correctamente circuitos que requieran de estructuras resonantes con elevados factores de calidad. Entre otras se podría citar el caso de los filtros ópticos o más recientemente el uso de anillos resonantes para construir giroscopios integrados basados en el efecto Sagnac. En estos el giro del sistema produce que a la salida del anillo los campos propagantes y contrapropagantes adquieran un fase distinta. En este caso es fundamental que los dos modos estén desacoplados para el correcto funcionamiento del sistema.

**Publicaciones** –

G. C. Ballesteros, J. Matres, J. Martí and C. J. Oton, “Characterizing and modeling backscattering in microring resonators,” *Opt. Express*, Vol. 19, no. 25, (2011).

G. C. Ballesteros, J. Matres, J. Martí and C. J. Oton, “Backscattering Effects In

Silicon Ring Resonators,” ECIO 2012

**Abstract** – We present an experimental technique to characterize backscattering in silicon microring resonators, together with a simple analytical model that reproduces the experimental results. The model can extract all the key parameters of an add-drop-type resonator, which are the loss, both coupling coefficients and backscattering. We show that the backscattering effect strongly affects the resonance shape, and that consecutive resonances of the same ring can have very different parameters.

Autor: Guillem Ballesteros García, [email: guibalga@ntc.upv.es](mailto:guibalga@ntc.upv.es)

Director 1: C. J. Otón, [email: coton@ntc.upv.es](mailto:coton@ntc.upv.es)

Director 2: Javier Martí Sendra, [email: jmarti@ntc.upv.es](mailto:jmarti@ntc.upv.es)

Fecha de entrega: 12-07-12

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>5</b>
1.1. Anillos Resonantes . . . . .	6
1.1.1. Análisis teórico basado en interferencia de campos . . . . .	7
1.1.2. Sub, Sobre o Críticamente Acoplado . . . . .	9
1.1.3. Factores de Calidad del Anillo . . . . .	10
1.2. Rugosidad de las paredes . . . . .	10
<b>2. Teoría</b>	<b>14</b>
2.1. Transfer Matrix Formalism . . . . .	15
2.2. Coupled Harmonic Oscillator Theory . . . . .	17
2.2.1. Ajuste experimental al modelo . . . . .	19
2.2.2. Modelo sin <i>backscattering</i> ( $Q_r \gg Q$ ) . . . . .	22
<b>3. Experimento</b>	<b>22</b>
3.1. Muestras . . . . .	22
3.2. Montaje de caracterización lineal . . . . .	23
3.3. Resultados Experimentales . . . . .	24
3.3.1. Espectros de los anillos . . . . .	25
3.3.2. Ajustes . . . . .	26
<b>4. Conclusiones</b>	<b>28</b>
<b>5. Agradecimientos</b>	<b>28</b>
<b>A. Artículos y Publicaciones</b>	<b>31</b>
<b>B. Técnica de fabricación</b>	<b>32</b>
B.1. Fotolitografía . . . . .	32
B.2. Plasma Enhanced Chemical Vapor Deposition (PECVD) . . . . .	33
<b>C. Artículos</b>	<b>34</b>

## 1. Introducción

La fotónica sobre silicio está emergiendo como una tecnología viable para el desarrollo de dispositivos ópticos integrados. Acopladores [1], moduladores [2], AWG [3], resonadores [4], uniones en Y o cristales fotónicos [5], son solo algunos ejemplos de los dispositivos que ya han sido demostrados experimentalmente. Actualmente hay muchos grupos compitiendo por ser los primeros en encontrar una tecnología práctica y eficaz para conseguir amplificación en silicio [6, 7, 8].

Uno de los elementos clave en muchos circuitos ópticos son los anillos resonantes. Como su propio nombre indica se trata de una estructura resonante que se realimenta a sí misma, dando lugar a un fenómeno resonante por el cual algunas frecuencias son filtradas mientras que otras no. En su implementación más sencilla tienen una respuesta análoga a la de una cavidad Fabry-Perot [9]. Son elementos fáciles de fabricar y que muestran una gran flexibilidad a la hora de ser utilizados en distintas aplicaciones. Es por ello que se han usado en infinidad de ocasiones para construir elementos tales como: filtros ópticos [10], sensores [11], moduladores [4], peines ópticos [12] y elementos biestables [13]. Es importante señalar que muchas de las anteriores aplicaciones son posibles gracias, no solo a la naturaleza resonante de la estructura, sino también al propio silicio cristalino con el que están construidas, que destaca por el elevado coeficiente no lineal de tercer orden que posee; más de 10 veces superior al del óxido de silicio con el que se hacen las *standard single mode fibers* (SSMF). El factor de calidad suele ser el parámetro que determina

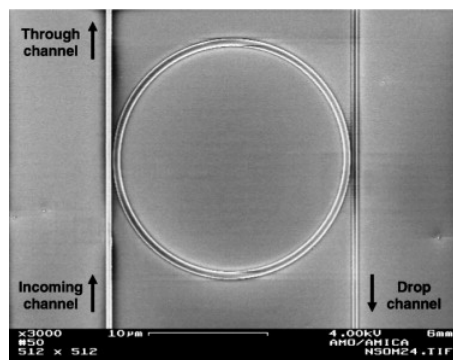
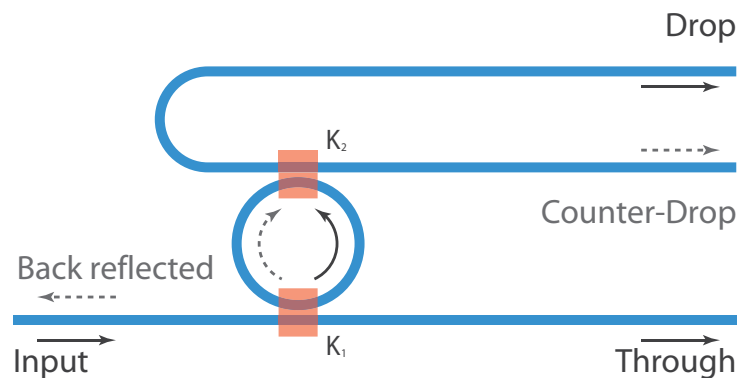


Figura 1: Imagen SEM de un anillo resonante.

finalmente el rendimiento de este tipo de dispositivos; sin embargo, en esta tecnología el factor limitante no suelen ser las pérdidas de propagación, que pueden llegar a estar por debajo de 2.4 dB/cm [14], sino las reflexiones que se producen hacia atrás (*backscattering*) debido a la rugosidad de las paredes [15]. En estructuras no resonantes éstas suelen ser tenidas en cuenta simplemente como un factor más de pérdidas, sin embargo, cuando se introducen en una estructura con realimentación sus efectos pueden llegar a resultar mucho más dramáticos. A ciertas longitudes de onda, la luz reflejada puede llegar a crecer de forma coherente dando lugar al fenómeno conocido como *resonance splitting* [16] que consiste en que las resonancias de la función de transferencia empiezan a dividirse en 2 picos que se separan más cuanto más severo es el *backscattering*. Éste es solo el síntoma

más evidente de que se está produciendo el fenómeno, pero hay niveles de reflexión para los cuales las resonancias no se dividen; si no lo tenemos en cuenta podemos llegar a deducir valores experimentales de las pérdidas y las constante de acoplamiento del anillo muy alejados de la realidad sin que nunca lleguemos a darnos cuenta. De todas formas, el *backscattering* no siempre es nocivo, de hecho, si fuésemos capaces de manipularlo, por ejemplo, introduciendo un grating [17], podríamos conseguir una gran variedad de funciones de transferencia [18].

## 1.1. Anillos Resonantes



**Figura 2:** Vista esquemática del layout del anillo add-drop con puertos *drop* (D), *counter-drop* (C) y *through*. El puerto *back reflected* representa a la señal que habiéndose reflejado en algún punto sale por el puerto de entrada.[19]

Como se ha explicado anteriormente, los anillos resonantes son un componente importante en muchos circuitos nanofotónicos. Como su nombre indica se trata de estructuras resonantes; más concretamente, consisten en una guía de ondas cerrada sobre sí misma y acoplada a una guía adyacente mediante el campo evanescente de la luz que viaja por la misma. De forma análoga a lo que ocurre en otros resonadores cuando la longitud del resonador es igual a un número entero de longitudes de ondas (Ec. 1), la estructura resuena.

$$\lambda_{\text{RES}} = \frac{n_{\text{eff}}L}{m} \quad (1)$$

Bajo esta condición el campo circulando a través de él es máximo y se puede observar la típica respuesta resonante en el espectro. A continuación vamos a deducir las expresiones para los campos medidos en los puertos *Through* (T) y *Drop* (D) a partir de consideraciones basadas en la interferencia de los campos. Más adelante en la sección de Teoría se introducirán otras dos formas de calcular la respuesta del anillo que aportan una nueva perspectiva física al problema y en cierto sentidos son más flexibles y manejables. La primera se basará en un formalismo basado en matrices de transferencia que nos permitirá introducir los efectos de la reflexión de una forma natural y realista, mientras que la

segunda modelará el sistema del anillo como si fuese un oscilador armónico, lo cual nos permite entender el problema de otra forma y es más agradecido desde un punto de vista algebraico.

### 1.1.1. Análisis teórico basado en interferencia de campos

Si consideramos el sistema de la Fig. 2 observamos que una fracción  $k_1 = \sqrt{K_1}$  del campo viajando por la guía de entrada se acopla al anillo. Por otro lado, cuando la luz da la vuelta alrededor del anillo, una fracción  $k_2 = \sqrt{K_2}$  se escapa por la guía del puerto D y una fracción  $k_1$  por la guía que sigue hasta el puerto T; eso sin tener en cuenta las pérdidas de propagación de la guía. Además los acopladores actúan como si fuesen híbridos de  $90^\circ$  lo que significa que tras entrar y salir del anillo la luz sufrirá un cambio de fase de  $180^\circ$  adicional. Entonces, el campo observado en el puerto T es el resultado de sumar los campos que van recirculando por el anillo y se desacoplan con el campo que ha sido transmitido originalmente. Por tanto:

$$\begin{aligned}
 \frac{E_{out,T}}{E_{in}} &= t_1 - k_1^2(\Gamma_{\circlearrowleft} t_2 + \Gamma_{\circlearrowleft}^2 t_2^2 t_1 + \Gamma_{\circlearrowleft}^3 t_2^3 t_1^2 + \dots) \\
 &= t_1 - k_1^2 t_2 \Gamma_{\circlearrowleft} (1 + \Gamma_{\circlearrowleft} t_1 t_2 + \Gamma_{\circlearrowleft}^2 t_1^2 t_2^2 + \dots) \\
 &= t_1 - k_1^2 t_2 \Gamma_{\circlearrowleft} \sum_{n=0}^{\infty} (\Gamma_{\circlearrowleft} t_1 t_2)^n \\
 &= t_1 - \frac{k_1^2 t_2}{1 - \Gamma_{\circlearrowleft} t_1 t_2} \tag{2}
 \end{aligned}$$

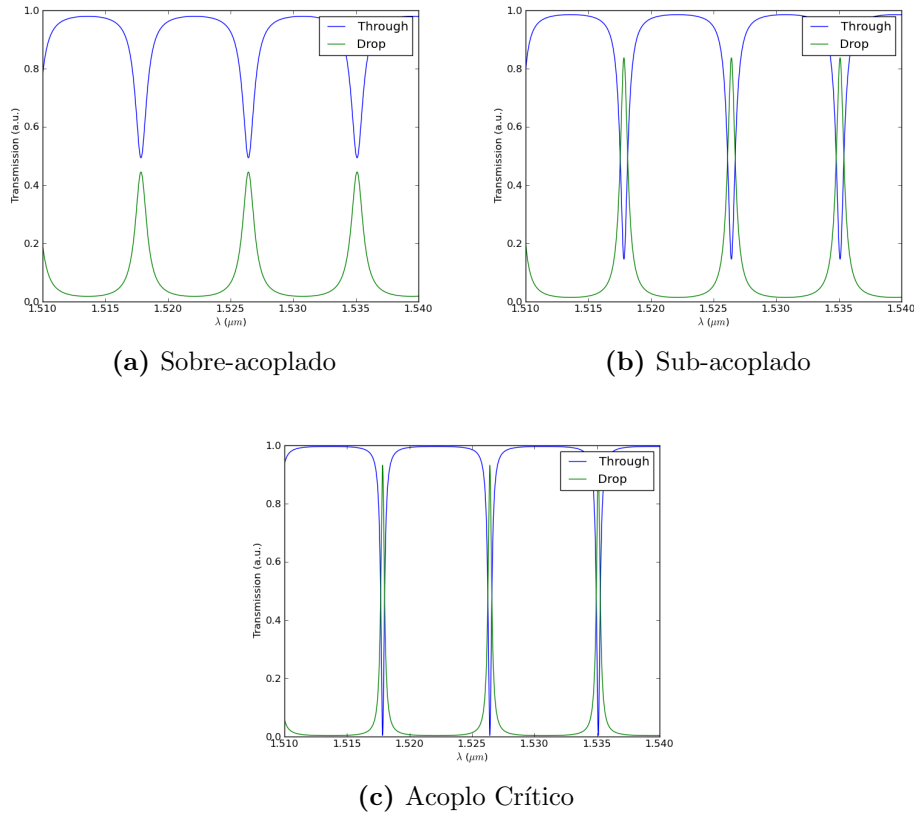
donde  $t_i = \sqrt{1 - k_i^2}$  representa la fracción de campo que continúa tras pasar por el punto de acoplo y se ha introducido el símbolo:

$$\Gamma_{\circlearrowleft} = \exp(j\beta L) \exp\left(-\frac{\alpha}{2} L\right) \tag{3}$$

que representa la fase y las pérdidas sufridas por el campo circulante al dar una vuelta alrededor del anillo. Donde  $\alpha$  es la constante de pérdidas en energía y  $\beta$  la constante de propagación de la guía circular. En la Ec. 2 vemos de forma muy explícita que el campo final es el resultado de sumar los campos que salen del anillo más una fracción del campo incidente inicial. De forma análoga se obtienen las expresiones para el campo D, la única consideración adicional que debemos realizar es que esta vez el campo se acopla a través de  $k_1$ , se desacopla a través de  $k_2$  y que evidentemente no hay otro campo incidente. Con estas consideraciones llegamos a la expresión:

$$\begin{aligned}
 \frac{E_{out,D}}{E_{in}} &= -k_1 k_2 \Gamma_{\circlearrowright} (1 + \Gamma_{\circlearrowright} t_1 t_2 + \Gamma_{\circlearrowright}^2 t_2^2 t_1^2 + \dots) \\
 &= -\frac{k_1 k_2 \Gamma_{\circlearrowright}}{1 - \Gamma_{\circlearrowright} t_1 t_2} \tag{4}
 \end{aligned}$$





**Figura 3:** Ejemplos de parámetros para que el anillo trabaje en los regímenes de interés. Se puede ver que el único caso en el que la transmisión en resonancia baja hasta cero es cuando estamos en el caso de acoplo crítico.

En la expresión anterior hemos introducido  $\Gamma_{\gamma}$  que representa el efecto sobre la fase y las pérdidas a lo largo de la media vuelta inicial hasta llegar al punto de acoplo con el puerto D y viene dado por:

$$\Gamma_{\gamma} = \exp(j\beta \frac{L}{2}) \exp(-\frac{\alpha L}{2}) \quad (5)$$

Si hacemos el módulo cuadrado de la Ec. 2 y de la Ec. 4 llegamos a una expresión para la potencia medida en los puertos T y D:

$$T = \frac{t_2^2 a^2 - 2t_1 t_2 a \cos \beta L + t_1^2}{1 - 2t_1 t_2 a \cos \beta L + (t_1 t_2 a)^2} \quad (6a)$$

$$D = \frac{k_1^2 k_2^2 a}{1 - 2t_1 t_2 a \cos \beta L + (t_1 t_2 a)^2} \quad (6b)$$

Donde  $a = \exp(\alpha L/2)$ . Las ecuaciones anteriores nos dan la respuesta de un anillo resonante en ausencia de *backscattering*. Lo primero que podemos obtener a partir de las

mismas son las frecuencias de resonancia y el espaciado entre ellas (FSR). El sistema resonará cuando el coseno se haga 1 de lo cual se obtiene directamente que  $\beta L \in \{0, 2\pi, 4\pi \dots\}$  y llegamos muy fácilmente a la Ec. 1. A partir de esta última se obtiene el FSR como la diferencia de frecuencia entre las resonancias  $m$  y  $m + 1$ .

$$\text{FSR} = \frac{c}{n_g L} \quad (7)$$

Finalmente podemos obtener la anchura de las resonancias en función de los distintos parámetros del anillo. Para ello tendremos que buscar los valores de  $\phi$  que hacen que la transmisión del puerto T valga la media de lo que vale en resonancia y completamente fuera de la misma. Si consideramos el caso en que  $t_1 = at_2 = x$  (acoplo crítico) llegamos a la expresión:

$$\Delta(\beta L) = 2 \cos^{-1} \frac{2x^2}{1 + x^4} \quad (8)$$

Es ilustrativo estudiar el caso en el que el acoplo y por ende las pérdidas son muy pequeñas. Bajo estas condiciones  $k_1 \rightarrow 0$  y por tanto  $t_1 \rightarrow 1$  o lo que es lo mismo  $x \rightarrow 1$ . Haciendo el límite en la Ec. 8:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \Delta(\beta L) = 0 \quad (9)$$

Es decir, que cuanto menor es el acoplo (y las pérdidas) más estrechas serán las resonancias y mayor el factor de calidad ( $Q$ ) del anillo. Como veremos en la sección de Teoría el tener que reducir el acoplo hará que el efecto relativo del *backscattering* sea más importante y en última instancia limitará la máxima  $Q$  que podemos conseguir

En la siguiente sección analizaremos los 3 regímenes bajo los cuales puede operar un anillo resonante en función de los valores que tomen los distintos parámetros del mismo. La Fig. 3 muestra la función de transferencia de distintos anillos operando en los 3 puntos que se estudiarán a continuación.

### 1.1.2. Sub, Sobre o Críticamente Acoplado

Como se ha comentado en la sección anterior el anillo resonante puede operar en 3 regímenes de operación conocidos como: sobre-acoplado, sub-acoplado y críticamente acoplado. El primero de ellos se da cuando la fracción de energía acoplada desde la guía de entrada al anillo es mayor que la fracción que se pierde en el otro puerto de salida y por los mecanismos de pérdidas intrínsecos del anillo, es decir,  $t_1 < at_2$ . El caso del sub-acoplamiento se da cuando  $t_1 > at_2$ , en este caso la, fracción de energía que se pierde en cada vuelta es siempre mayor que la fracción que entra por la guía de entrada. Es interesante destacar que si nos fijamos en la ecuaciones 6 estos dos modos de operación son indistinguibles si no podemos hacer medidas de fase, puesto que hacer el cambio  $t_1 \Leftrightarrow t_2a$  deja las ecuaciones inalteradas. Esta simetría de las ecuaciones es relevante porque implica que a partir de una medida de la intensidad transmitida por el anillo no podremos saber nunca en que régimen estamos operando.

La mayoría de aplicaciones requieren anillos cuyas resonancias tengan el máximo *extinction ratio* (definido aquí como  $T(\beta L = \pi)/T(\beta L = 0)$ ) posible, y esto se consigue

cuando  $t_1 = at_2$ . Para este caso particular la transmisión del puerto T en resonancia ( $\phi = \{0, 2\pi, \dots\}$ ) es siempre 0 y por tanto el *extinction ratio* máximo. Sin embargo, conseguir un acoplo crítico en la práctica es muy complicado, porque las pérdidas y los factores de acoplamiento dependen de la longitud de onda, lo que significa que en el mejor de los casos podríamos conseguir acoplo crítico en una única resonancia. Este es el motivo por el cual la simetría de las ecuaciones es importante; nunca sabremos si hemos diseñado por exceso o por defecto a partir de una medida sencilla de la potencia transmitida.

### 1.1.3. Factores de Calidad del Anillo

Uno de los parámetros más utilizados para caracterizar las propiedades de un resonador es el factor de calidad de sus distintas resonancias y se suele denotar mediante el símbolo  $Q$ . Son a, *grosso modo*, una forma de medir la cantidad de energía almacenada en el resonador con respecto a la que se pierde en cada ciclo; esto se suele traducir en resonancias más estrechas cuanto mayor es el factor de calidad.

$$Q = \omega_0 \frac{\text{Energía Almacenada}}{\text{Potencia Perdida}} \quad (10)$$

Siguiendo el razonamiento de [9] podemos llegar a la expresión que normalmente se usa para calcular el factor de calidad.

$$Q = \frac{\omega}{\Delta\omega} \approx \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \quad (11)$$

El factor de calidad está definido por las pérdidas del anillo y por tanto se puede descomponer en las contribuciones que llegan de cada una de las fuentes de pérdidas. Como fuente de pérdidas entendemos cualquier mecanismo que extraiga energía del interior del resonador, por tanto, los puntos de acoplo de las guías al anillo también son consideradas pérdidas, que llamaremos extrínsecas. En comparación, llamaremos pérdidas intrínsecas a las debidas a las pérdidas de la guía. Expresaremos el factor de calidad del anillo como:

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_{e,1}} + \frac{1}{Q_{e,2}} + \frac{1}{Q_i} \quad (12)$$

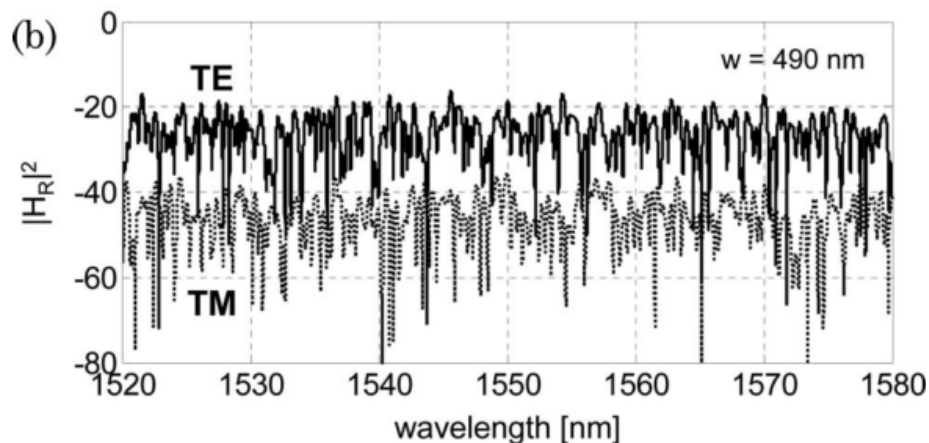
En la expresión de arriba las  $Q_{e,1}$  y  $Q_{e,2}$  representan las pérdidas debidas a los factores de acoplo, y  $Q_i$  las pérdidas intrínsecas.

En la sección 2.2 veremos que los factores de calidad tienen una definición más natural con otro tratamiento teórico del problema, que además nos permitirá añadir de forma sencilla los efectos del backscattering. Así mismo, en la sección Teoría, también veremos otra forma más de modelar los anillos que será más práctica a la hora de introducir los efectos de las reflexiones hacia atrás en el interior del anillo.

## 1.2. Rugosidad de las paredes

La rugosidad de las paredes es la principal fuente de pérdidas de propagación en la tecnología SOI y ha sido investigada tanto de forma teórica como experimental [20] [21].

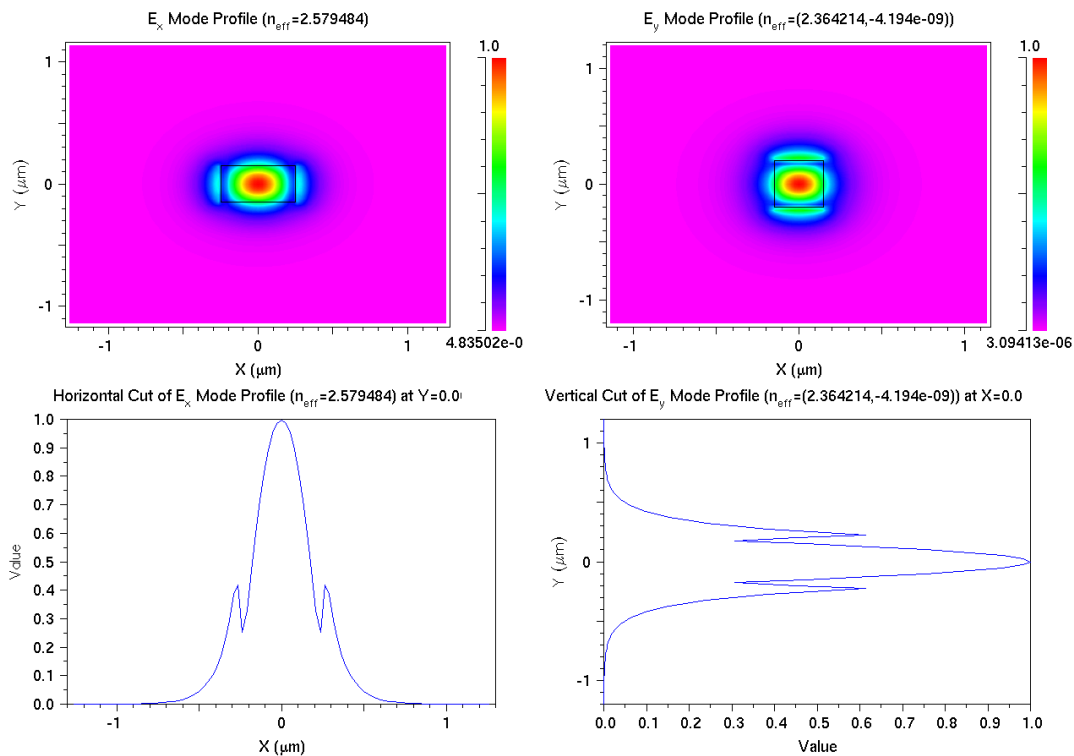
Su origen está en los procesos de fabricación y es por este motivo que se consiguen reducir sus efectos de forma constante. Debido al elevado contraste de índices en esta tecnología la luz se puede confinar mucho en áreas muy pequeñas; sin embargo, esto también tiene el efecto de hacer la propagación más sensible a la rugosidad de las paredes. Cuando la onda que se propaga hacia delante alcanza alguna imperfección en las paredes, al igual que en en las guías de microondas, se han de excitar un gran número de modos para que se sigan cumpliendo las condiciones de contorno en la “nueva” guía. Entre todos estos modos se incluyen no solo modos de orden superior, que al tratarse de una guía monomodo, contribuirán a las pérdidas de la guía; sino también parte del modo fundamental pero propagándose hacia detrás. A través de este proceso se acoplan los dos modos fundamentales de la guía (el propagante y el contrapropagante) dando lugar a nuevos y usualmente perniciosos efectos. En la Fig. 4 podemos ver un espectro típico de la respuesta en reflexión de una guía de tecnología Silicon-On-Insulator (SOI). Podemos reseñar en esta dos cosas importantes: en primer lugar observar como la guía con modo fundamental transversal eléctrico (TE) sufre más el efecto del backscattering, y en segundo lugar, que la respuesta aparenta ser extramadamente ruidosa. Usualmente, el backscattering debido a



**Figura 4:** *Backscattering* medida para una guía en tecnología SOI de un milímetro de longitud con una anchura de 490 nm. Modo TE para la línea continua y TM para la punteada. [22]

las imperfecciones de las paredes, suele considerarse un mecanismo de pérdidas más. A fin de cuentas, no lo vemos en el detector de potencia a la salida, pero cuando éste tiene lugar dentro de una estructura resonante puede que la luz reflejada crezca de forma coherente modificando como veremos más adelante la respuesta de la estructura.

En el proceso de fabricación las paredes verticales siempre son las más difíciles de hacer correctamente (ver anexo), mientras que las superficies horizontales suelen ser lisas casi hasta el nivel atómico. Es por esto que son los modos TE los que se ven siempre más afectados por la rugosidad de las paredes [23]. La explicación podemos encontrarla en la distribución de campos de los modos TE y TM que podemos ver en la Fig. 5 para una guía típica. Como podemos ver el campo es más intenso y muestra una discontinuidad en



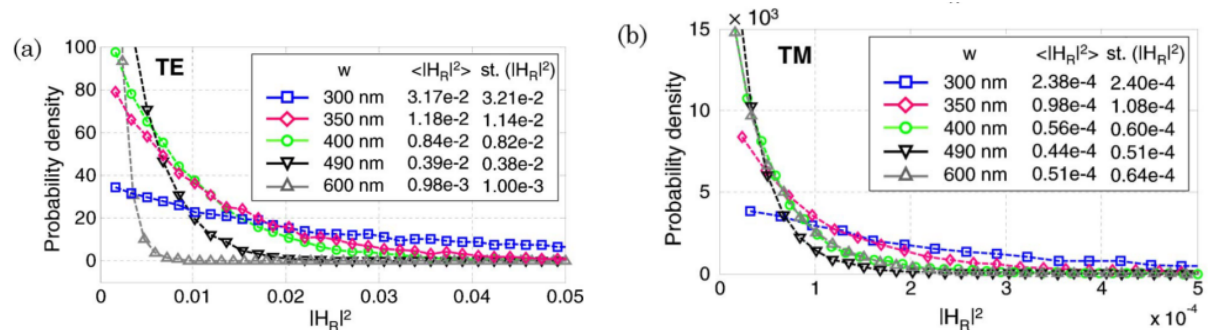
**Figura 5:** Distribución de campos para dos guías típicas una TE (500x300 nm) y otra TM (300x400 nm). Las simulaciones han sido realizadas utilizando el programa FemSim de RSoft. En las figuras podemos observar la distribución de campos para la componente mayoritaria, la horizontal para la guía TE y la vertical para la TM.

las paredes horizontales para el modo TM y en las paredes verticales para el modo TE. Estando aquí la asimetría en las pérdidas para los dos tipos de modos. En última instancia esta discontinuidad aparece por la condición de contorno impuesta por las ecuaciones de Maxwell para la componente perpendicular del campo en las discontinuidades que se expresa en función de los índices de refracción de los dos medios como:

$$\frac{E_1^\perp}{E_2^\perp} = \frac{n_2^2}{n_1^2} \quad (13)$$

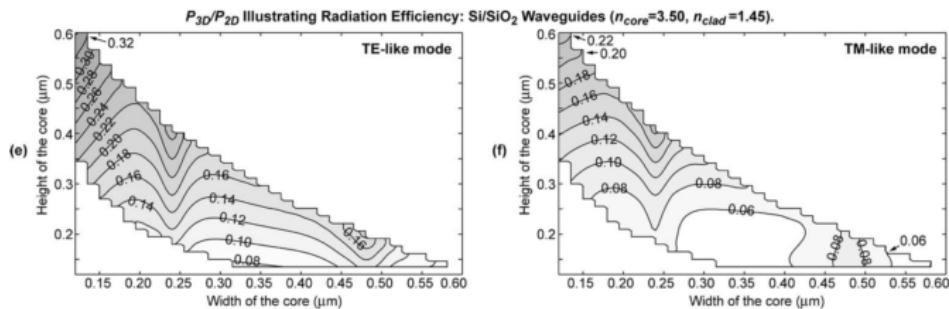
Antes también se ha comentado que el espectro de la luz reflejada hacia atrás era muy ruidoso. Si hacemos un análisis estadístico del mismo como en [22] podemos ver que la distribución de probabilidad del backscattering sigue una función densidad de probabilidad exponencial, ver Fig. 6. El ruido en la respuesta se introduce debido a la interferencia de las distintas ondas reflejadas. Como los puntos de scattering están distribuidos de forma aleatoria, cada longitud de onda acumulará una fase distinta al llegar al detector que mide la reflexión y por ello la respuesta muestra una gran variabilidad. Como se verá en la sección de Resultados uno de los efectos producidos por la variabilidad de la reflexión es que cada resonancia de los anillos estudiados tiene una forma completamente diferente. Llegando incluso a tener resonancias deformadas debido a un cambio abrupto de la reflec-

tividad en función de la longitud de onda cuando estábamos en medio de una resonancia. En la literatura podemos encontrar varios métodos teóricos para modelar las pérdidas de



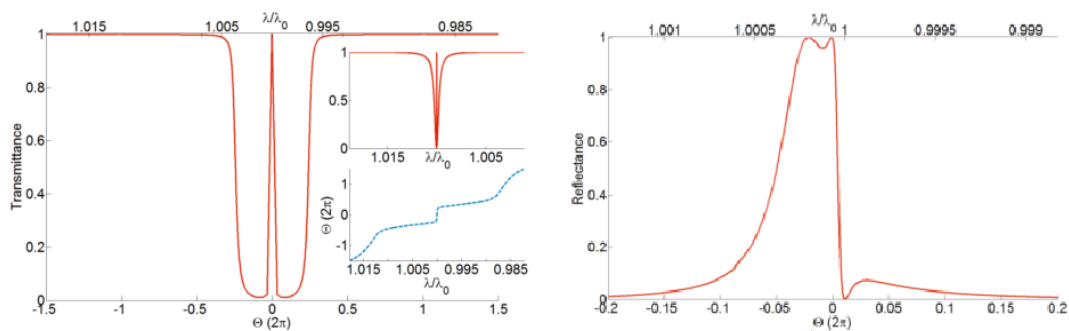
**Figura 6:** Función densidad de probabilidad de la potencia normalizada medida en reflexión para una guía de 1 mm de longitud y diferentes polarizaciones. En el recuadro se pueden ver la media y la desviación estándar medidas. [22]

propagación y el backscattering introducidos por la rugosidad de las paredes. Una posible forma de atacar el problema es el presentado en [23], en este trabajo la rugosidad es modelada como un conjunto de dipolos distribuidos al azar sobre las paredes de la guía que son excitados por la radiación que viaja por la misma. Parte de esta radiación vuelve a la guía, tanto al modo propagante como al contrapropagante, y parte es radiada al exterior para no volver nunca. Los resultados teóricos de este modelo se pueden ver en la Fig. 7. Sin embargo, otros han visto en el acoplo entre los dos modos degenerados de la guía



**Figura 7:** Curvas de nivel para las pérdidas radiativas en guías de silicón para polarización cuasi-TE (a) y cuasi-TM (b). [23]

la oportunidad para manipular el FSR de anillos [17] o incluso conseguir sistemas con respuestas novedosas y que resultarían muy útiles como en [18]. Los primeros acoplan los dos modos mediante un grating situado en las paredes verticales de un anillo resonante, mientras que los segundos desarrollan un técnica para diseñar la forma que debería tener la matriz de scattering que constaría de un elemento reflectante situado dentro del anillo. Un ejemplo de las respuestas que se pueden conseguir con esta técnica podemos verlo en la Fig. 8.

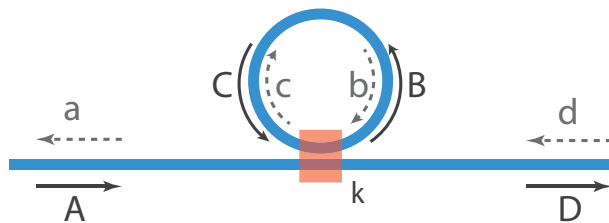


**Figura 8:** Algunos ejemplos de las respuestas que se podrían conseguir si fuésemos capaces de manipular el backscattering dentro de un anillo a voluntad. [18]

## 2. Teoría

Hasta ahora solo se han considerado anillos ideales en el sentido de que la propagación de la luz no se ve perturbada por posibles defectos en la guía. Sin embargo, la realidad es más compleja que esto, y cuando se intentan diseñar estructuras resonantes con realimentación como un anillo resonante de alto factor de calidad es posible que el acoplo entre modos degenerados modifique la respuesta del anillo.

Aunque se suele dar por sabido es importante recordar que todos los modos de resonancia del anillo están degenerados, en concreto, cualquier modo en el que la luz gire en sentido anti-horario tiene un modo asociado con la misma frecuencia pero en el que la luz se propaga en sentido horario. Para modelar el acoplo entre los dos modos procederemos de dos formas. En la sección 2.1 usaremos un modelo basado en matrices de transferencia de elementos semi-reflectantes que introduciremos dentro del anillo en posiciones aleatorias. Como se verá, el resultado de las simulaciones obtenidas mediante esta técnica reproduce muy bien cualitativamente los resultados experimentales; se ve como las distintas resonancias tienen distintas formas y se parten o no de forma impredecible. Es más, este mismo modelo permite modelar guías rectas con reflexiones distribuidas, lo cual permitirá reproducir resultados como los de la Fig. 4. Incluso podremos combinar la guía recta y el anillo para simular el conjunto completo. El problema con este enfoque es que aunque es físicamente realista, tiene un número enorme de grados de libertad. Se utilizarán cientos de puntos de reflexión, cada uno de ellos caracterizado por su amplitud y posición. Lo que es más, la única información de la que podríamos disponer, sería estadística, no los valores exactos de distribución espacial y amplitud. Este es el motivo por el cual introduciremos en la sección 2.2 un modelo matemáticamente mucho más sencillo que nos permitirá obtener resultados analíticos, basado en considerar que en frecuencias cercanas a la de resonancia tenemos dos osciladores armónicos acoplados que representarán al modo propagante y al modo contrapropagante del anillo.



**Figura 9:** Esquema del anillo que se usará para desarrollar el formalismo basado en matrices de transferencia.

## 2.1. Transfer Matrix Formalism

Como primera hipótesis simplificadora consideraremos el anillo de la Fig. 9 que en comparación con el de la Fig. 2 solo tiene un puerto de entrada y uno de salida. Sin embargo vemos que ahora se han incluido los campos tanto propagantes como contra propagantes. Nuestro objetivo será relacionar los distintos campos mediante matrices de scattering. En el esquema del anillo las letras mayúsculas ( $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$ ) representan los campos propagantes, mientras que las letras minúsculas ( $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$ ) representan los campos contrapropagantes que aparecerán debido a las reflexiones. En general las matrices que describirán el sistema son:

$$\begin{pmatrix} D \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m & ik \\ ik & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ C \end{pmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m & ik \\ ik & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix} \quad (15)$$

Estas matrices describen el comportamiento de los acopladores. Se ha cambiado la notación de la sección anterior para sustituir la fracción de campo que sigue por la misma guía por una  $m$  para poder reutilizar el símbolo  $t$  más adelante. Notar la fase de  $90^\circ$  que se introduce en el campo que salta de una guía a la otra. Además hemos supuesto que el acoplador funciona igual en las dos direcciones y que no tiene pérdidas, por lo que se cumplirá que  $m^2 + k^2 = 1$ . Pero aún nos falta el ingrediente más importante para describir el comportamiento del anillo: la matriz que relaciona los campos que van recirculando. Podremos escribir ésta de forma general como:

$$\begin{pmatrix} C \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r & t \\ t & r' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ B \end{pmatrix} \quad (16)$$

Donde  $r$ ,  $r'$  y  $t$  relacionan los distintos campos entre sí. Suponiendo que conocemos todos los elementos de la Ec. 16 podemos llegar, tras un pequeño ejercicio de álgebra, a las ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} a \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{k^2 r'}{(1-mt)^2 - m^2 r r'} & m - k^2 \frac{t(1-mt) + m r r'}{(1-mt)^2 - m^2 r r'} \\ m - k^2 \frac{t(1-mt) + m r r'}{(1-mt)^2 - m^2 r r'} & -\frac{k^2 r}{(1-mt)^2 - m^2 r r'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ d \end{pmatrix} \quad (17)$$



que nos dan los campos a la salida ( $a$  y  $D$ ) en función de los campos de entrada ( $A$  y  $d$ ). En condiciones normales no se inyectaría campo por  $d$ , lo cual simplificará un poco las expresiones, pero aquí las escribimos en su forma más general por completitud. Lo único que falta es determinar lo que valen los elementos de la Ec. 16. En el caso más simple, sin reflexión,  $r = 0$  y  $r' = 0$ , mientras que  $t$  representará el efecto de la propagación teniendo en cuenta el cambio de fase y las pérdidas. Por tanto si sustituimos  $t = \exp(j\beta L)\exp(-\frac{\alpha}{2}L)$  recuperaremos exactamente el mismo resultado que en la Ec. 6. Si queremos introducir elementos de scattering lo que haremos será encadenarlos usando matrices de transferencia y entre cada uno añadir otra que representa la variación de la fase y las pérdidas. Los elementos de reflexión y propagación vienen dados por:

$$T_{r,i} = \frac{1}{t_i} \begin{pmatrix} 1 & -r_i \\ -r_i & 1 \end{pmatrix} \quad T_{prop,i} = \begin{pmatrix} e^{i\beta z_i} & 0 \\ 0 & e^{-i\beta z_i} \end{pmatrix} \quad (18)$$

Donde  $r_i$  es la reflectividad en campo de cada uno de los puntos de scattering y  $t_i$  su amplitud en transmisión. Como suponemos que en estas reflexiones no se producen pérdidas se cumplirá que  $t^2 + r^2 = 1$ , con lo que la matriz de transferencia total de la guía que forma el resonador vendrá dada por:

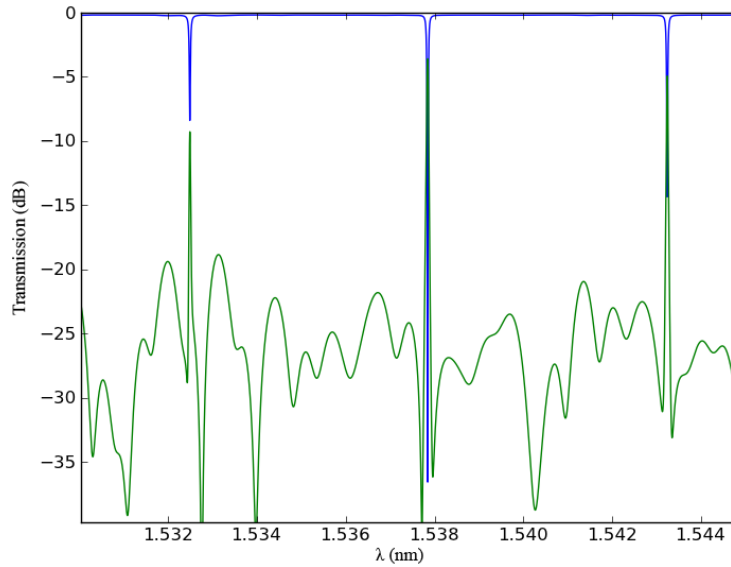
$$T_{ring} = T_{prop,0} \prod_{i=1}^N T_{r,i} T_{prop,i} \quad (19)$$

$T_{prop,0}$  representa el tramo de propagación entre el punto de acoplamiento y la primera reflexión que tiene lugar dentro del anillo. Las ecuaciones anteriores nos dan las matrices de transferencia de la sección de guía que conforma el anillo, pero no está en la forma de la Ec. 16. Sin embargo, calculando la inversa de la matriz de transferencia llegamos al resultado deseado. A partir de  $T_{ring}$  podemos extraer  $r$ ,  $r'$  y  $t$  (que dependen de la frecuencia) y calcular la matriz de scattering del anillo completo usando la Ec. 17.

El simulador escrito para reproducir este modelo toma como entradas los parámetros del anillo, el número de puntos de scattering por micrómetro que queremos introducir y la reflectividad que tendrán. Cada vez que se corre el simulador se generan las posiciones de los puntos de scattering de forma aleatoria por lo que cada vez se obtiene una respuesta diferente. Además, la ecuación 19 se puede utilizar para simular la respuesta de las guías de entrada y salida. Si transformamos la matriz  $S$  del anillo en una matriz  $T$  se pueden encadenar la guía de entrada, el anillo y la guía de salida para introducir el efecto del backscattering en todos los elementos.

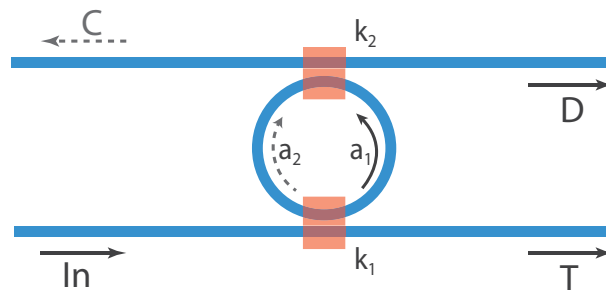
En la Fig. 10 podemos ver una realización del programa. Se ven claramente todos los efectos que esperaríamos de un anillo en presencia de un *backscattering* significativo. En primer lugar es evidente que todas las resonancias son distintas como es de esperar. Además, vemos que en los huecos que quedan entre las resonancias hay una respuesta ruidosa. Esta es producida por la reflexión que se ha introducido en las guías del bus de entrada/salida<sup>1</sup>.

<sup>1</sup>Los parámetros del simulador se han escogido de forma que la forma de distintas resonancias sea



**Figura 10:** Ejemplo de simulación donde se han introducido puntos de reflexión en todos los elementos del sistema: guías de entrada y salida y en el anillo.

## 2.2. Coupled Harmonic Oscillator Theory



**Figura 11:** Esquema y notación que se usa en la sección 2.2.

En esta sección se van a describir y obtener las ecuaciones que finalmente se utilizaron para caracterizar todos los parámetros del anillo. El modelo utilizado se basa en considerar que alrededor de una resonancia el anillo se comporta como si fuese un oscilador armónico forzado y con pérdidas [24]. Además, para incluir el efecto del *backscattering*, haremos la suposición adicional de que este está débilmente acoplado a otro oscilador con la mismas características. Esta suposición modelará en nuestro caso el acoplamiento al modo contrapropagante.

---

muy distinta. Aumentar el número de puntos de scattering por unidad de longitud hace que el resultado sea más “ruidoso” y por tanto realista ,pero es computacionalmente prohibitivo con la implementación actual del programa

Si inicialmente los dos osciladores no tienen pérdidas ni están acoplados, entonces, su evolución temporal vendrá descrita por las ecuaciones:

$$\frac{da_1}{dt} = j\omega a_1 \quad (20a)$$

$$\frac{da_2}{dt} = j\omega a_2 \quad (20b)$$

Donde  $a_i$  es la amplitud de las oscilaciones y  $\omega$  la frecuencia de oscilación natural del sistema. Si ahora añadimos un pequeño acoplo ( $|\kappa_{12}| \wedge |\kappa_{21}| \ll \omega$ ), de forma que podamos asumir que éste puede ser descrito por una constante, tendremos que añadir un término que depende de la amplitud del otro oscilador. El sistema de ecuaciones acoplado, donde aún se ha asumido que no tiene pérdidas es:

$$\frac{da_1}{dt} = j\omega a_1 + \kappa_{12} a_2 \quad (21a)$$

$$\frac{da_2}{dt} = j\omega a_2 + \kappa_{21} a_1 \quad (21b)$$

Ahora bien, no sabemos qué valores pueden tomar las dos constantes de acoplo. ¿Deberían ser: iguales, dos valores arbitrarios, reales o complejos,...? Para responder a esta pregunta podemos utilizar el principio de conservación de la energía. Si el sistema no tiene pérdidas se deberá cumplir que la derivada de la energía total sea 0:

$$\frac{d(|a_1|^2 + |a_2|^2)}{dt} = 0 \Rightarrow \kappa_{12} + \kappa_{21}^* = 0 \quad (22)$$

Esto implica que para que se conserve la energía,  $\kappa_{12}$  y  $\kappa_{21}$  deben ser complejo conjugados y de signo contrario si queremos que el sistema tenga sentido físico. En este caso la elección más sencilla es elegirlos imaginarios puros de forma que sean los dos iguales.

$$\kappa_{12} = -ju \Rightarrow \kappa_{21} = -\frac{j}{\tau_u} \quad (23)$$

Esta elección, nos permite caracterizar el acoplo mediante  $u \in \mathbb{R}$ .

Finalmente introducimos las pérdidas, que son causadas tanto por el desacoplo de energía a las guías como a las pérdidas intrínsecas debidas al diseño, construcción y materiales con los que constituyen el anillo. También se a añadido el término que tiene en cuenta la excitación.

$$\frac{da_1}{dt} = \left(j\omega - \frac{1}{\tau}\right)a_1 - jkS_{+1} - \frac{j}{\tau_u}a_2 \quad (24a)$$

$$\frac{da_2}{dt} = \left(j\omega - \frac{1}{\tau}\right)a_2 - \frac{j}{\tau_u}a_1 \quad (24b)$$

Donde  $\tau$  es el tiempo de vida media de los fotones dentro de la cavidad y se puede relacionar con los distintos mecanismos de pérdidas a través de:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{e,1}} + \frac{1}{\tau_{e,2}} + \frac{1}{\tau_i} \quad (25)$$

y  $k$  es la fracción de campo del total que inyectamos al sistema que consigue acoplarse al anillo. Se puede demostrar aplicando argumentos sobre conservación de la energía que  $k_i = \sqrt{\frac{2}{\tau_{e,i}}}$  [25].

Volviendo al esquema de la Fig. 2 podemos ver que la relación entre los campos circulantes dentro de los anillos y el que va por las guías es una constante que determina el acoplo entre las guías y el anillo. Para el caso del puerto *through* tenemos que tener en cuenta también el campo que no se acopla al anillo y sigue hasta la salida. Haciendo estas consideraciones y recordando que el acoplador introduce un desfase de  $90^\circ$  en el salto de una guía a otra podemos escribir:

$$T = |1 - j\kappa_1 a_1|^2 \quad (26a)$$

$$D = |j\kappa_2 a_1|^2 \quad (26b)$$

$$C = |j\kappa_2 a_2|^2 \quad (26c)$$

Donde  $\kappa_1$  y  $\kappa_2$  representan el acoplamiento entre las guías y el anillo en el punto superior e inferior respectivamente. Ahora bien, en la práctica, se suele preferir trabajar con factores de calidad en lugar de con las constantes  $\tau$ , porque estas últimas son menos intuitivas. La relación que guardan entre se sí expresa como:

$$Q_j = \frac{\omega_0 \tau_j}{2} \quad (27)$$

Utilizando la relación anterior y resolviendo las ecuaciones 24 y 26 para el caso estacionario ( $da_i/dt = 0$ ) llegamos a la expresión para la potencia normalizada en los distintos puertos del anillo:

$$T = \left\| 1 - \frac{\frac{2}{Q_{e,1}}(2j(\omega' - 1) + \frac{1}{Q})}{(2j(\omega' - 1) + \frac{1}{Q})^2 + \frac{1}{Q_r^2}} \right\|^2 \quad (28a)$$

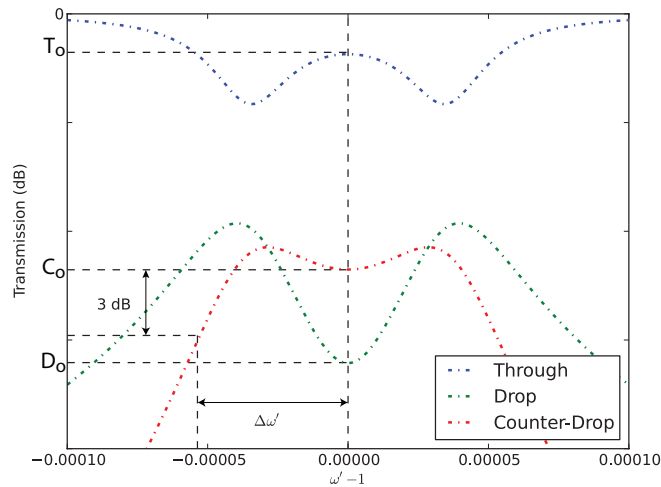
$$D = \left\| \frac{\frac{2}{\sqrt{Q_{e,1}Q_{e,2}}}(2j(\omega' - 1) + \frac{1}{Q})}{(2j(\omega' - 1) + \frac{1}{Q})^2 + \frac{1}{Q_r^2}} \right\|^2 \quad (28b)$$

$$C = \left\| \frac{\frac{2}{Q_r \sqrt{Q_{e,1}Q_{e,2}}}}{(2j(\omega' - 1) + \frac{1}{Q})^2 + \frac{1}{Q_r^2}} \right\|^2 \quad (28c)$$

En las ecuaciones anteriores se ha normalizado la frecuencia de forma que  $\omega' = \omega/\omega_0$ . Estas ecuaciones resultan mucho más asequibles a la hora de extraer los parámetros del anillo de forma analítica que las ecuaciones de la sección 2.1. En el siguiente apartado se obtienen unas expresiones analíticas que permiten determinar todos los parámetros del modelo a partir de unas sencillas medidas experimentales.

### 2.2.1. Ajuste experimental al modelo

En esta sección buscaremos un conjunto de ecuaciones que nos permitan deducir todos los parámetros del modelo anterior a partir de ciertas características comunes a cualquier resonancia, esté dividida o no por el efecto del acoplo entre modos.



**Figura 12:** Descripción gráfica de los parámetros medidos para realizar los ajustes. Las expresiones analíticas están definidas en la Ec. 29

El primer paso es decidir que es lo que queremos medir y a partir de ese punto ya se podrán intentar desarrollar las expresiones para despejar los factores de calidad que aparecen en la Ec. 28. Es evidente que, puesto que tenemos 4 parámetros que caracterizar, como mínimo necesitaremos hacer 4 medidas. Lo más fácil de medir en un espectro de un resonador es el valor que toma éste en resonancia, seguido del ancho de uno de los puertos. La elección del puerto cuyo ancho se va a medir se hizo en base a como de fácil sería encontrar expresiones cerradas para los parámetros. Como la expresión para el puerto *counter-drop* es la más sencilla (Ec. 28c) parece que, a priori, ésta va a ser la mejor opción para cumplir con nuestro objetivo. La definición exacta de los parámetros que vamos a medir es:

$$T_o = T(\omega') \Big|_{\omega'=1} \quad D_o = D(\omega') \Big|_{\omega'=1} \quad C_o = C(\omega') \Big|_{\omega'=1}$$

$$\Delta\omega' : C(\omega'_{-3\text{dB}}) = \frac{1}{2} C_o \quad (29)$$

Donde  $\Delta\omega' = 2(\omega'_{-3\text{dB}} - 1)$ . Es importante darse cuenta de que cuando estamos en el caso en el que las resonancias no están divididas, la definición para  $\Delta\omega'$  es la misma que la del full width half maximum (FWHM), pero en caso contrario esto ya no es estrictamente cierto. En la Fig. 12 se puede ver el significado de los mismo gráficamente. A partir de las Ec. 28 se puede llegar a expresiones cerradas para todas las anteriores y tras algunas manipulaciones para despejar los factores de calidad llegamos finalmente a:

$$Q = \frac{1}{\Delta\omega'} \left( \frac{C_o}{D_o} - 1 + \sqrt{2} \sqrt{\left( \frac{C_o}{D_o} \right)^2 + 1} \right)^{1/2} \quad (30a)$$

$$Q_r = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{D_o}{C_o}} \quad (30b)$$

$$Q_{e,1} = \frac{2}{Q(Q^{-2} + Q_r^{-2})(1 \pm \sqrt{T_o})} \quad (30c)$$

$$Q_{e,2} = \frac{2(1 \pm \sqrt{T_o})}{QD_o(Q^{-2} + Q_r^{-2})} \quad (30d)$$

El valor del factor  $Q$  debido a las pérdidas intrínsecas se puede obtener a partir de las Ecs. 25 y 27. La ambigüedad en el signo de las Ec. 30c y 30d es consecuencia de la existencia de dos regímenes de operación degenerados en los que el anillo tiene distintos parámetros pero el módulo de la función de transferencia es el mismo. Como ya se ha discutido brevemente en la sección 1.1.1, esto también ocurre en el caso en el que no tengamos acoplo entre modos ya que no podemos distinguir si el origen de las pérdidas es intrínseco (pérdidas de propagación) o extrínseco (la energía que se pierde en los puntos de acoplamiento). Algunas posibles soluciones para resolver esta ambigüedad son observar la dependencia de los parámetros con la longitud de onda o medir anillos con distintos parámetros geométricos[26]. Otra opción es hacer una medida de la fase introducida por el anillo, sin embargo, los montajes experimentales para medir la fase suelen ser mucho más complejos. Como veremos en la sección de resultados en el caso en que se considere el efecto del *backscattering* es posible que uno de los signos en las ecuaciones conduzca a un coeficiente de pérdidas negativo, es decir, que el anillo tenga ganancia. Como sabemos que no es posible que un dispositivo completamente pasivo como los anillos que estamos utilizando, introduzca ganancia, podemos aprovechar este hecho para deshacer la ambigüedad.

Si nos fijamos en las Ec. 28 podemos identificar 3 modos de operación. Se pueden identificar por cómo de fuerte sea el valor  $Q_r$  en relación con el factor de calidad total,  $Q$ . En el caso en el que  $Q_r \gg Q$ , el acoplo se puede considerar despreciable y los parámetros se pueden extraer correctamente con métodos como los que son descritos en [26], o haciendo  $1/Q_r = 0$  en la Ec. 28, y seguir los pasos descritos en la sección 2.2.2. En este caso todas las resonancias tienen aproximadamente la misma forma y no se dividen. Si nuestra intención es alcanzar factores  $Q$  muy elevados puede ocurrir que el valor de  $Q_r$  tome un valor próximo al de  $Q$ . En este caso, habrá que utilizar las ecuaciones descritas en este trabajo si queremos hacer una estimación correcta de los parámetros del anillo. Pero hay que tener cuidado, no siempre que el efecto del *backscattering* sea relevante, se dividen las resonancias, y puede que no resulte obvio en que régimen estamos operando. Bajo estas circunstancias lo más apropiado es ver si las distintas resonancias tienen formas muy distintas, ya que esta es una de las firmas más claras de un acoplo entre modos debido al *backscattering* no despreciable. Cuando el acoplo entre modos es fuerte, de forma que  $Q_r \ll Q$ , se pueden encontrar expresiones simplificadas que son más cómodas que las expuestas hasta ahora. Sin embargo, en este caso hay que tener cuidado, puesto que una de las hipótesis utilizadas para plantear el problema es que el acoplo entre modos es pequeño y puede ser que estemos estirando la teoría más allá de su rango de validez. En la tabla 3 están resumidos los tres regímenes de operación y las ecuaciones que deberían ser utilizadas en cada caso.

Para finalizar, podemos relacionar los distintos factores de calidad que caracterizan al anillo con: los valores de las constantes de acoplo, la reflectividad y las pérdidas de la guía

[25].

$$K_j = \frac{\omega_o L}{Q_{e,j} v_g} \quad \alpha = \frac{\omega_o}{Q_i v_g} \quad \sqrt{R} = \frac{\omega_o L}{2Q_r v_g} \quad (31)$$

Todos ellos hacen referencia a las constantes energéticas. Hay que hacer especial énfasis en  $R$ , su significado físico corresponde a la cantidad de energía que se intercambia entre los modos propagante y contrapropagante en una única vuelta al anillo [24].

### 2.2.2. Modelo sin *backscattering* ( $Q_r \gg Q$ )

Dicho todo lo anterior, si solo hubiésemos considerado un modelo de un anillo add-drop sin acoplo entre modos podríamos haber demostrado que se pueden obtener los factores de calidad a partir de las siguiente expresiones

$$Q = \frac{1}{\Delta\omega'} \quad (32a)$$

$$Q_{e,1} = \frac{2Q}{(1 \pm \sqrt{T_o})} \quad (32b)$$

$$Q_{e,2} = \frac{2Q(1 \pm \sqrt{T_o})}{D_o} \quad (32c)$$

Donde en esta ocasión  $\Delta\omega'$  representa la anchura del puerto drop en lugar de la del puerto counter-drop. También habría sido posible obtener expresiones para el caso sin acoplo entre modos haciendo el límite  $Q_r \rightarrow \infty$  y  $C_o \rightarrow 0$  en las Ec. 32. Pero el hecho de seguir requiriendo el ancho del puerto counter-drop no parece lógico si hemos decidido asumir que efectivamente el valor de este debería ser 0.

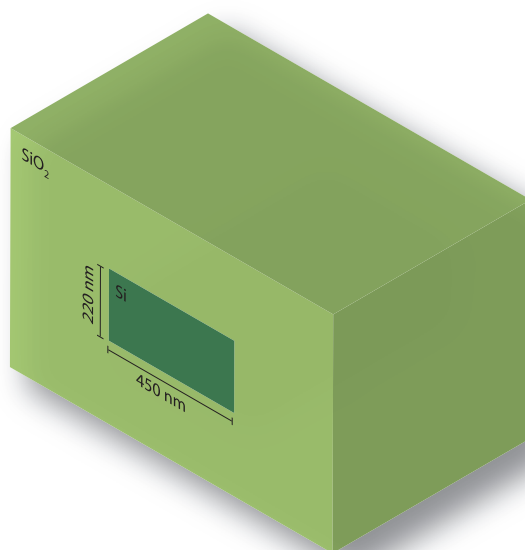
## 3. Experimento

Para comprobar que la teoría desarrollada en los apartados anteriores funciona correctamente es necesario contrastarla con medidas experimentales. Para ello se diseñaron y fabricaron las muestras descritas en la próxima sección en la nanofoundry ePIXfab de CEA-LETI. Para garantizar que los efectos del *backscattering* fuesen apreciables se diseñaron anillos con factores de acoplamiento a las guías de entrada pequeños.<sup>2</sup>

### 3.1. Muestras

Las muestras fueron fabricadas sobre obleas SOI mediante la técnica de fotolitografía DUV y la capa de óxido protectora se deposito usando PECVD. Gracias al uso de radiación en el ultravioleta profundo ( $\sim 200$  nm) para escribir las guías se consigue una gran resolución espacial y por tanto podemos diseñar el gap de los anillos (distancia entre la guía de alimentación y el anillo) con gran precisión. Las guías óptica utilizadas para

<sup>2</sup>El diseño de los anillos fue realizado por Claudio Otón antes de mi entrada en el NTC.



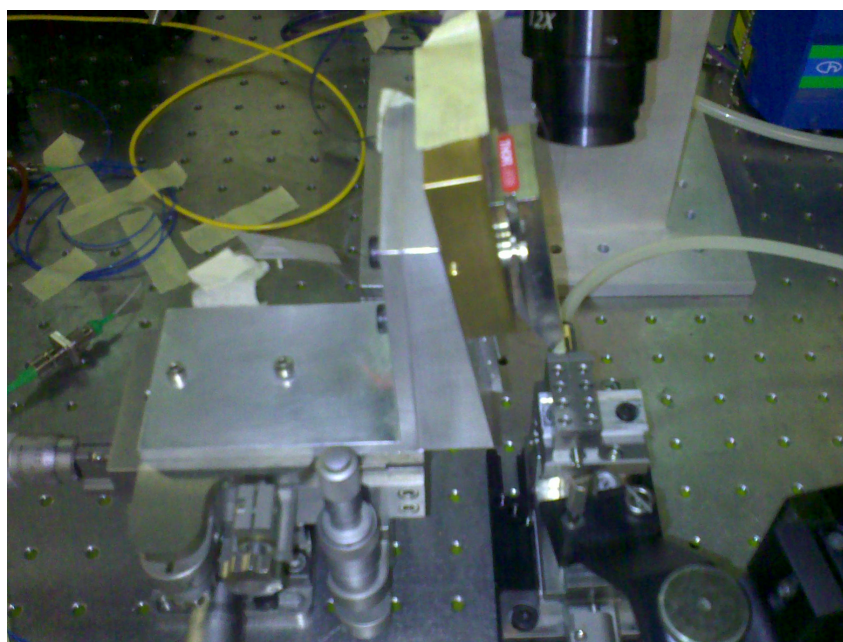
**Figura 13:** Esquema de la guía utilizada para la realización de los circuitos nanofotónicos.

construir los circuitos medidos son de tipo *buried*, es decir, se trata de guías rectangulares de silicio cristalino enterradas en óxido de silicio. Sus dimensiones eran de (450x220) nm (Fig. 13); estas dimensiones fueron escogidas para que fuesen monomodo con polarización transversal eléctrica (TE). Como se ha visto en la sección 1.2, es esta polarización la que se ve más afectada por la rugosidad de la paredes verticales de la guía, porque la discontinuidad entre los dos medios da lugar a un aumento de la componente horizontal del campo eléctrico en esta zona. El acoplo a las guías se hace mediante *gratings* diseñados también para polarización TE. El uso de acoplo vertical mediante *gratings* simplifica en gran medida la realización del experimento porque el procesos de alinamiento es más robusto y sencillo. Los gaps entre el anillo y las guías eran de 275 y 300 nm; el tamaño relativamente grande de los mismo permitía factores de acoplo pequeños y por tanto factores de calidad elevados. De esta forma se consiguió que el efecto del *backscattering* fuese más fácil de detectar. Otro detalle interesante del diseño de los anillos es que la guía del puerto que llamamos counter-drop, *C*, (Fig. 2) se extendió para poder acceder al mismo fácilmente con el mismo setup de acoplo vertical. Normalmente este se suele terminar con un taper puesto que se supone que no es de interés y que no debería ser tenido en cuenta. En este trabajo se demuestra que no siempre es así y que además resulta de utilidad para poder caracterizar correctamente los parámetros del anillo a partir de medidas experimentales.

### 3.2. Montaje de caracterización lineal

El montaje utilizado para realizar la caracterización se puede ver en la Fig. 15. Se trata de un montaje estándar para medir el módulo de la función de transferencia de un dispositivo óptico pasivo. Por la entrada de la muestra se inyecta luz procedente de un



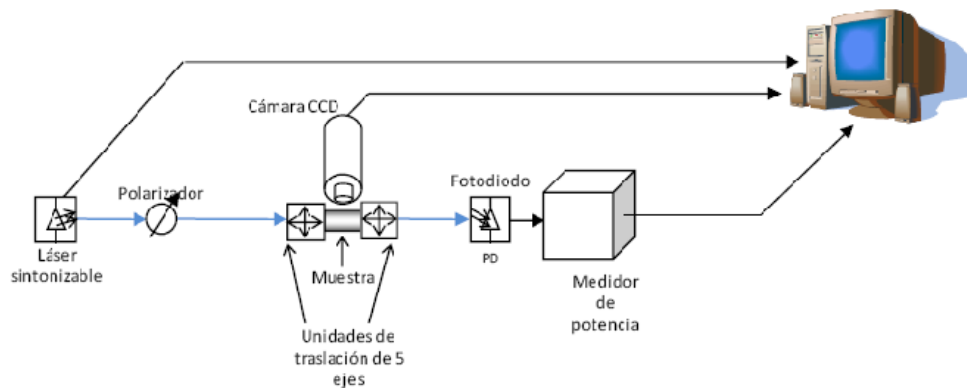


**Figura 14:** Imagen del sistema de acoplo vertical utilizado. Como se puede ver la luz es inyectada mediante el uso de fibra SSMF con un ángulo de  $10^\circ$  con respecto a la vertical de los gratings.

láser de onda continua de cavidad externa y por uno de los puertos de salida se recoge y se lleva a un fotodetector que va a un medidor de potencia donde podemos leer la potencia de la señal. Para conseguir una caracterización en función de la longitud de onda se hizo un barrido entre 1544 nm y 1567 nm. La potencia inyectada fue de 2 dBm. Como ya se ha comentado el acoplo era de tipo vertical mediante el uso de gratings. En el esquema también se puede ver que se ha incluido un polarizador y una cámara CCD acoplada a un microscopio óptico conectada al ordenador. El primero de ellos es un dispositivo que permite mediante su ajuste rotar la polarización de entrada para llevarla a cualquier punto de la esfera de Poincaré. De esta forma conseguimos que la luz inyectada al grating sea de la polarización adecuada para maximizar la potencia que se acopla a la guía y tener un buen nivel de señal en el medidor de potencia. La cámara CCD se utiliza para “apuntar” las fibras de entrada y salida sobre los gratings de los anillos. Una vez podemos medir señal procedemos a maximizarla jugando con los posicionadores.

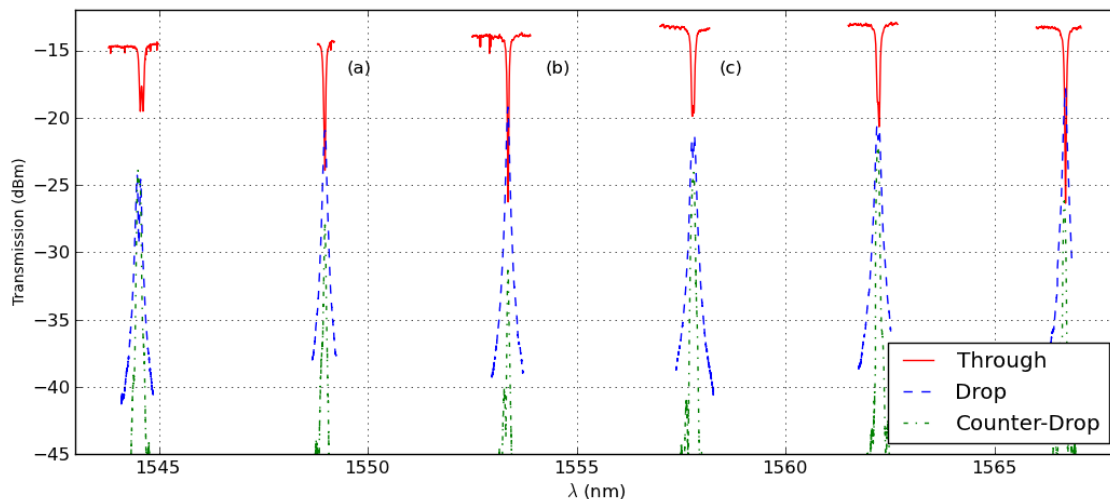
### 3.3. Resultados Experimentales

A continuación se muestran los resultados experimentales y se comentan los aspectos más relevantes de los mismos. En primer lugar se verán los espectros medidos en los distintos puertos del anillo y a continuación se realizarán los ajustes pertinentes. En los casos en los que sea posible, i.e. no halla *splitting* apreciable, se ajustarán los resultados para el caso límite en el que no hay acoplo entre modos para comprobar que los resultados obtenidos son incorrectos.



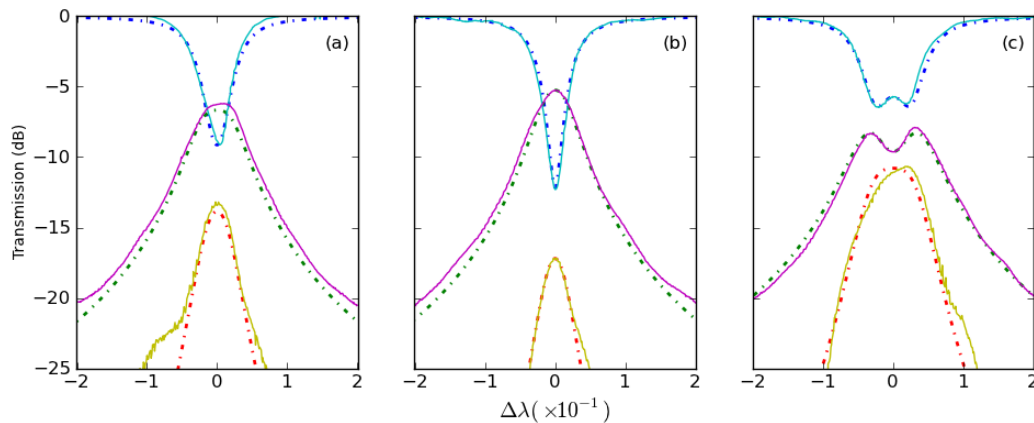
**Figura 15:** Esquema del montaje experimental usado para la realización de las medidas.

### 3.3.1. Espectros de los anillos



**Figura 16:** Espectro del anillo medido. Los puntos rojos representan al puerto T, mientras que las líneas azules y verdes son respectivamente los puertos D y CD.

En la Fig. 16 vemos el espectro para el anillo que se ha medido con el fin de poder observar y ajustar los efectos del *backscattering*. Lo primero que debería llamar nuestra atención es que la forma de las resonancias muestra una gran variabilidad. Esta es la primera consecuencia de la presencia del *backscattering*. Como ya se ha comentado, este fenómeno muestra una dependencia cuasi-aleatoria con la longitud de onda y es por ello que cada resonancia se verá afectada de distinta forma por él y en consecuencia mostrará un espectro distinto. De hecho, si nos fijamos, se observa como las resonancias con peores *extinction ratios* son también las que tienen un mayor nivel en el puerto counter-drop (el que corresponde a la luz que se ha reflejado). Otro rasgo interesante es que el nivel del cero de cada resonancia es distinto. En este caso, el efecto es producido por la respuesta en longitud de onda de los gratings que tienen un ancho de banda limitado.



**Figura 17:** Resultados del ajusta realizado a los picos marcados como (a), (b) y (c) en Fig. 16. Las respuestas han sido normalizadas al máximo de la resonancia. Las líneas continuas representan los valores experimentales y las discontinuas el resultado del ajuste. El código de colores es: azul para el puerto through (T), el magenta para el puerto drop (D) y el amarillo/rojo para el puerto counter-drop (CD).[19]

Además, también se observa el rasgo que más se ha comentado a lo largo de este trabajo: el *splitting* que parte el espectro de la respuesta en resonancia en dos picos distintos.

### 3.3.2. Ajustes

En la Fig. 17 se pueden ver los resultados de aplicar la técnica descrita en la sección 2.2.1 a las resonancias marcadas como (a), (b) y (c) en la Fig. 16. Se aprecia como la calidad del ajuste es muy bueno, incluso en el caso en el que la resonancia se parte más a causa del *backscattering*. El signo escogido en las Ec. 32 ha sido el negativo; resolver la ambigüedad fue sencillo porque en dos de los casos el signo positivo exigía valores negativo para el coeficiente de pérdidas, lo cual implica ganancia, y por tanto no era posible en nuestro sistema. El máximo coeficiente de reflexión medido en este caso es

	$\lambda_0$ (nm)		
	1549.0	1553.4	1557.8
$K_1$ (%)	3.35	3.33	4.18
$K_2$ (%)	1.70	1.76	1.96
$\alpha$ (dB/cm)	12.4	11.2	12.7
$R$ (%)	0.036	0.011	0.18

**Tabla 1:** Resultados numéricos del ajuste realizado a los picos marcados en la Fig. 16

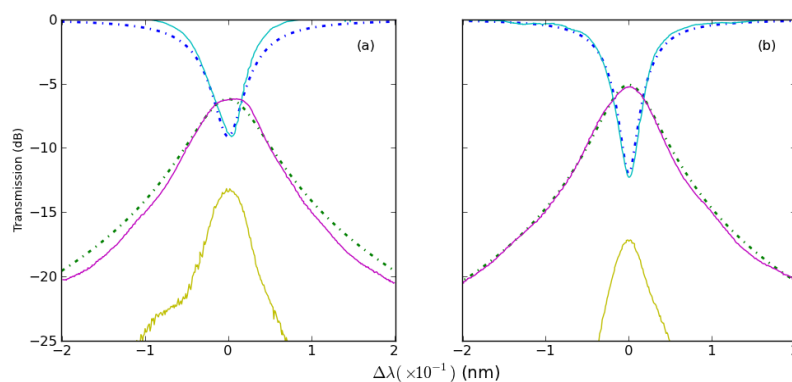
del 0,18%, que corresponde con un valor de  $Q_r \sim 25000$ . Esto implica para guías con polarización cuasi-TE, conseguir resonancias con factores de calidad mayores que  $10^4$

será muy complicado. Por tanto, si lo que se desea es obtener anillos con factores de calidad muy elevados tendremos que recurrir a anillos con guías construidas para funcionar con polarización cuasi-TM ya que se ven menos afectadas por la rugosidad de la paredes y por ende muestran un nivel de *backscattering* menor. Otra posible solución sería hacer el canal de la guía más ancho para que el modo estuviese más confinado y el efecto de la discontinuidad fuese menos pronunciado. Como comparación en la Fig. 18 se pueden

	$\lambda_0$ (nm)		
	1549.0	1553.4	1557.8
$K_1$ (%)	4.10	3.74	–
$K_2$ (%)	2.32	2.06	–
$\alpha$ (dB/cm)	21.4	14.5	–

**Tabla 2:** Resultados de un ajuste sin tener en cuenta los efectos del acoplo entre modos introducido por la rugosidad. Los resultados de la resonancia a 1557.8 nm no pueden ser ajustados mediante este modelo.

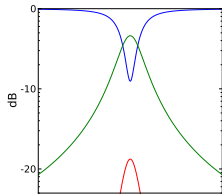
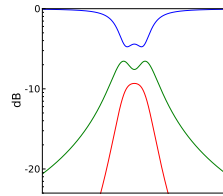
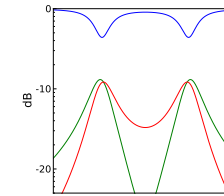
ver los ajustes que habríamos obtenido si no hubiésemos tenido en cuenta el efecto del *backscattering*. Como cabía esperar el ajuste es mejor cuanto menor es el efecto del acoplo entre modos. Aunque el ajuste a la resonancia a 1549 nm no es tan bueno como a 1553 nm, a alguien no preocupado por el efecto del *backscattering* esto podría pasarsele por alto como un buen ajuste. En la tabla 2 vemos que la diferencia entre los parámetros extraídos a una longitud de onda y otra es mucho mayor que en la tabla 1. Parece que la luz que realmente está saliendo por la guía del puerto C es asimilada por el modelo simplemente como una pérdida. Además con este modelo es imposible ajustar satisfactoriamente la resonancia a 1557.8 nm porque esta partida.



**Figura 18:** Resultados del ajusta realizado a los picos marcados como (a) y (b) en Fig. 16 utilizando la aproximación de que no hay *backscattering*. La convención de colores es la misma que se ha utilizado en la Fig. 17.

## 4. Conclusiones

Se han descrito varios model analíticos y procedimiento de ajustes que permiten extraer todos los parámetros claves de un anillo resonante con dos puntos de acoplo tanto en ausencia de *backscattering* como en su presencia. Los parámetros claves son: las constantes de acoplo a las guías de entrada y salida, las pérdidas de propagación y el coeficiente de *backscattering*. Con el método basado en resonadores armónicos acoplados se ha demostrado que las variaciones en el parámetro de reflexión son la causa de las grandes variaciones en la forma de las distintas resonancias de un mismo anillo. Todos los parámetros de interés se extraen a partir de medidas sencillas de realizar usando un montaje estándar para la caracterización lineal de dispositivos ópticos y los resultados encajan satisfactoriamente con el model teórico empleado.

Acoplo Débil ( $Q_r \gg Q$ )	Acoplo Intermedio ( $Q_r \sim Q$ )	Acoplo Fuerte ( $Q_r \ll Q$ )
$Q = 1/\Delta\omega'_{\text{FWHM},D}$ <sup>1</sup>	$Q$ (Eq. (30a))	$Q = 1/\Delta\omega'_{\text{FWHM}}$
$Q_r$ (Eq. (30b))	$Q_r$ (Eq. (30b))	$Q_r = 1/\Delta\text{splitting}$ <sup>2</sup>
		

<sup>1</sup>FWHM del puerto drop (D)

<sup>2</sup>Distancia entre picos

**Tabla 3:** Resumen de las expresiones usadas para calcular los factores de calidad de un anillo resonante trabajando bajo distintas condiciones de acoplo entre modos.[19]

## 5. Agradecimientos

Agradecimientos a todo el personal del NTC y en particular a Claudio Otón y Joaquin Matres por su apoyo y paciencia sin la cual no habría sido posible la realización de este trabajo. También desearía agradecer al Ministerio de Ciencia e Innovación y a la Universidad Politécnica de Valencia que a través del contrato SINADEC (TEC2008-06333) y el proyecto PAID-06-10 project 1914 han financiado la realización del mismo.

## Referencias

- [1] North Haugh. Integrated optical directional couplers in silicon-on-insulator. *31(24):23–24*, 1995.
- [2] F Y Gardes, a Brimont, P Sanchis, G Rasigade, D Marris-Morini, L O’Faolain, F Dong, J M Fedeli, P Dumon, L Vivien, T F Krauss, G T Reed, and J Martí. High-speed modulation of a compact silicon ring resonator based on a reverse-biased pn diode. *Optics express*, 17(24):21986–91, November 2009.
- [3] K Sasaki, F Ohno, A Motegi, and T Baba. size based on Si photonic wire waveguides. *41(14):14–15*, 2005.
- [4] Roberto R. Panepucci Vilson R. Almeida, Carlos A. Barrios and Michal Lipson. All-optical control of light on a silicon chip. *Nature*, 431(October):1081–1084, 2004.
- [5] Axel Scherer, Theodor Doll, and Jelena Vuč. Design and Fabrication of Silicon Photonic Crystal Optical Waveguides. *18(10):1402–1411*, 2000.
- [6] S.L. Jaiswal, J.T. Simpson, S.P. Withrow, C.W. White, and P.M. Norris. Design of a nanoscale silicon laser. *Applied Physics A: Materials Science & Processing*, 77(1):57–61, June 2003.
- [7] Ansheng Liu Oded Cohen Dani Hak Alexander Fang Halsheng Rong, Richard Jones and Mario Paniccia. A continuous-wave raman silicon laser. *Nature*.
- [8] Rodolfo E Camacho-aguilera, Yan Cai, Neil Patel, Jonathan T Bessette, Marco Romagnoli, Lionel C Kimerling, and Jurgen Michel. An electrically pumped germanium laser. *20(10):11316–11320*, 2012.
- [9] T. A. Ibrahim J. Heebner, R. Grover. *Optical Microresonators: Theory, Fabrication and Applications*. Springer-Verlag, 2008.
- [10] B E Little, J S Foresi, G Steinmeyer, E R Thoen, S T Chu, H A Haus, E P Ippen, L C Kimerling, and W Greene. Ultra-Compact Si - SiO Microring Resonator. *Technology*, 10(4):549–551, 1998.
- [11] Katrien De Vos, Irene Bartolozzi, Etienne Schacht, Peter Bienstman, and Roel Baets. Silicon-on-Insulator microring resonator for sensitive and label-free biosensing. *Optics express*, 15(12):7610–5, June 2007.
- [12] Anatoliy Savchenkov, Andrey Matsko, Vladimir Ilchenko, Iouri Solomatine, David Seidel, and Lute Maleki. Tunable Optical Frequency Comb with a Crystalline Whispering Gallery Mode Resonator. *Physical Review Letters*, 101(9):1–4, August 2008.
- [13] Vilson R Almeida and Michal Lipson. Optical bistability on a silicon chip. *Optics letters*, 29(20):2387–9, October 2004.

- [14] P. Dumon, W. Bogaerts, V. Wiaux, J. Wouters, S. Beckx, J. Van Campenhout, D. Taillaert, B. Luyssaert, P. Bienstman, D. Van Thourhout, and R. Baets. Low-Loss SOI Photonic Wires and Ring Resonators Fabricated With Deep UV Lithography. *IEEE Photonics Technology Letters*, 16(5):1328–1330, May 2004.
- [15] F. Morichetti, A. Canciamilla, M. Martinelli, A. Samarelli, R. M. De La Rue, M. Sorel, and A. Melloni. Coherent backscattering in optical microring resonators. *Applied Physics Letters*, 96(8):081112, 2010.
- [16] B E Little, J P Laine, and S T Chu. Surface-roughness-induced contradirectional coupling in ring and disk resonators. *Optics letters*, 22(1):4–6, January 1997.
- [17] Ziyang Zhang, Matteo Dainese, Lech Wosinski, and Min Qiu. Resonance-splitting and enhanced notch depth in SOI ring resonators with mutual mode coupling. *Optics Express*, 16(7):4621, March 2008.
- [18] Young Mo Kang, Amir Arbabi, and Lynford L Goddard. Engineering the spectral reflectance of microring resonators with integrated reflective elements. *Optics express*, 18(16):16813–25, August 2010.
- [19] G C Ballesteros, J Matres, J Martí, and C J Oton. Characterizing and modeling backscattering in silicon microring resonators. *Optics express*, 19(25):24980–5, December 2011.
- [20] Kevin K. Lee, Desmond R. Lim, Hsin-Chiao Luan, Anuradha Agarwal, James Foresi, and Lionel C. Kimerling. Effect of size and roughness on light transmission in a Si/SiO<sub>2</sub> waveguide: Experiments and model. *Applied Physics Letters*, 77(11):1617, 2000.
- [21] B E Little, J P Laine, and S T Chu. Surface-roughness-induced contradirectional coupling in ring and disk resonators. *Optics letters*, 22(1):4–6, January 1997.
- [22] Francesco Morichetti, Antonio Canciamilla, and Andrea Melloni. Statistics of backscattering in optical waveguides. *Optics letters*, 35(11):1777–9, June 2010.
- [23] T. Barwicz and H.a. Haus. Three-dimensional analysis of scattering losses due to sidewall roughness in microphotonic waveguides. *Journal of Lightwave Technology*, 23(9):2719–2732, September 2005.
- [24] H. A. Haus. *Waves and field in optoelectronics*. Prentice-Hall, 1984.
- [25] B.E. Little, S.T. Chu, H.a. Haus, J. Foresi, and J.-P. Laine. Microring resonator channel dropping filters. *Journal of Lightwave Technology*, 15(6):998–1005, June 1997.
- [26] W R McKinnon, D X Xu, C Storey, E Post, a Densmore, a Delàge, P Waldron, J H Schmid, and S Janz. Extracting coupling and loss coefficients from a ring resonator. *Optics express*, 17(21):18971–82, October 2009.

## A. Artículos y Publicaciones

G. C. Ballesteros, J. Matres, J. Martí and C. J. Otón, “Characterizing and modeling backscattering in microring resonators,” *Opt. Express*, Vol. 19, no. 25, (2011)

G. C. Ballesteros, J. Matres, J. Martí and C. J. Otón, “Backscattering Effects In Silicon Ring Resonators,” *ECIO 2012*



## B. Técnica de fabricación

A continuación se va a proceder a explicar brevemente el método usado para fabricar las muestras medidas. En nuestro caso concreto primero se contruyeron las guías mediante fotolitografía y posteriormente se uso la técnica de plasma enhanced chemical vapor deposition (PECVD) para cubrir las guías con una capa de óxido de silicio para protegerlas.

Para construir las guías partimos de una oblea de silicio cristalino que se pega mediante bonding sobre una base de óxido de silicio que a su vez está montada sobre otra capa de silicio. Es a la fabricación sobre este tipo de estructuras y a los procesos involucrados lo que se conoce como plataforma SOI. Esta tecnología es muy madura ya que es la base sobre la que se asienta la microelectrónica moderna; esto permite la fabricación precisa de grandes número de muestras a bajo coste y es uno de los motivos por los que se pone tanto empeño en conseguir resultados sobre esta tecnología a pesar de que pueda haber materiales superiores para la fabricación de dispositivos concretos como láseres. Las obleas tienen típicamente diámetros de entre 1 y 12 pulgadas, podemos ver una pequeña colección de ellas en la Fig. 19

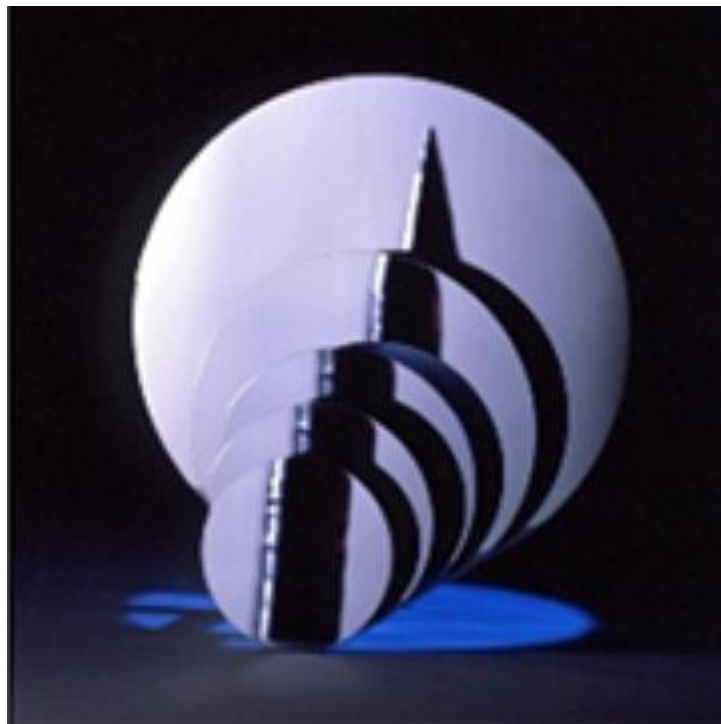
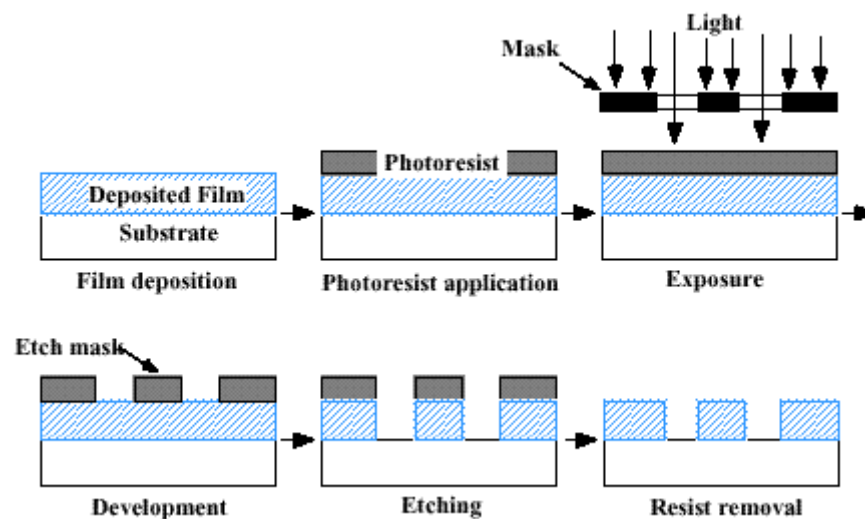


Figura 19: Obleas de Si sobre SiO<sub>2</sub> de distintos diámetros.

### B.1. Fotolitografía

El proceso de fabricación por fotolitografía consta de varios pasos. En primer lugar se deposita sobre la superficie de la oblea sobre la que se va a trabajar una resina fotosensible

o fotoresistente. A continuación se introduce todo en horno para fijar la resina al silicio. El siguiente paso consiste, en caso de haber usado una resina fotosensible, en aplicar luz ultravioleta sobre las partes del silicio que queremos eliminar para construir las guías o al contrario si hemos utilizado una resina fotoresistente. El efecto de la luz ultravioleta sobre la resina es el de polimerizarla para volver sensible/resistente al ataque químico que se le va a hacer posteriormente. Las zonas sobre las que actúa la luz ultravioleta se delimitan mediante el uso de una máscara que hemos diseñado previamente con el diseño de nuestras guías. Una vez se han polimerizado las zonas de interés en la resina mediante la luz UV eliminamos (resina fotosensible) o dejamos (resina fotoresistente) la resina atacada mediante un procedimiento químico. Tras este paso tenemos una oblea con las zonas de silicio que queremos eliminar al descubierto y las que no protegidas por una capa de resina. Ya se puede proceder a la fase conocida como etching que consiste en eliminar las partes no protegidas. En la última etapa se elimina la capa de resina que quedaba y ya tendremos una oblea con nuestras guías grabadas en su superficie y lista para usar. En la Fig. 20 podemos ver un esquema donde se resume todo el proceso de fabricación mediante fotolitografía.



**Figura 20:** Resumen de los principales pasos para la fabricación de guías mediante fotolitografía.

## B.2. Plasma Enhanced Chemical Vapor Deposition (PECVD)

En algunos casos interesa cubrir la muestra con otra capa de material, bien sea por motivos de diseño o simplemente para proteger mecánicamente las guías. Nuestras muestras fueron cubiertas con una capa adicional de óxido de silicio, y para ello se utilizó la técnica PECVD. Esta técnica consiste esencialmente en generar un plasma de  $\text{SiO}_2$  que es atraído por la muestra donde se deposita de forma uniforme.

## C. Artículos

# Characterizing and modeling backscattering in silicon microring resonators

G. C. Ballesteros\*, J. Matres, J. Martí and C. J. Oton

*Nanophotonics Technology Center,  
Universidad Politécnica de Valencia, Camino de Vera s/n, 46022, Valencia, Spain*

[\\*guibalga@ntc.upv.es](mailto:guibalga@ntc.upv.es)

**Abstract:** We present an experimental technique to characterize backscattering in silicon microring resonators, together with a simple analytical model that reproduces the experimental results. The model can extract all the key parameters of an add-drop-type resonator, which are the loss, both coupling coefficients and backscattering. We show that the backscattering effect strongly affects the resonance shape, and that consecutive resonances of the same ring can have very different backscattering parameters.

© 2011 Optical Society of America

**OCIS codes:** (220.0220) Optical design and fabrication; (230.5750) Resonators; (230.3990) Microstructure devices; (250.5300) Photonic Integrated Circuits.

---

## References and links

1. B. E. Little, J. S. Foresi, G. Steinmeyer, E. R. Thoen, S. T. Chu, H. A. Haus, E. P. Ippen, L. C. Kimerling, and W. Greene, "Ultra-Compact Si/SiO<sub>2</sub> Microring Resonator," *IEEE Photon. Technol. Lett.* **10**, 549–551 (1998).
  2. K. De Vos, I. Bartolozzi, E. Schacht, P. Bienstman, and R. Baets, "Silicon-on-Insulator microring resonator for sensitive and label-free biosensing," *Opt. Express* **15**, 7610–5 (2007).
  3. R. R. P. Vilson R. Almeida, Carlos A. Barrios and M. Lipson, "All-optical control of light on a silicon chip," *Nature* **431**, 1081–1084 (2004).
  4. P. Dumon, W. Bogaerts, V. Wiaux, J. Wouters, S. Beckx, J. Van Campenhout, D. Taillaert, B. Luyssaert, P. Bienstman, D. Van Thourhout, and R. Baets, "Low-Loss SOI Photonic Wires and Ring Resonators Fabricated With Deep UV Lithography," *IEEE Photon. Technol. Lett.* **16**, 1328–1330 (2004).
  5. F. Morichetti, A. Canciamilla, M. Martinelli, A. Samarelli, R. M. De La Rue, M. Sorel, and A. Melloni, "Coherent backscattering in optical microring resonators," *Appl. Phys. Lett.* **96**, 081112 (2010).
  6. B. E. Little, J. P. Laine, and S. T. Chu, "Surface-roughness-induced contradirectional coupling in ring and disk resonators," *Opt. Lett.* **22**, 4–6 (1997).
  7. T. J. Kippenberg, S. M. Spillane, and K. J. Vahala, "Modal coupling in traveling-wave resonators," *Opt. Lett.* **27**, 1669–71 (2002).
  8. Z. Zhang, M. Dainese, L. Wosinski, and M. Qiu, "Resonance-splitting and enhanced notch depth in SOI ring resonators with mutual mode coupling," *Opt. Express* **16**, 4621 (2008).
  9. F. Morichetti, "Roughness Induced Backscattering in Optical Silicon Waveguides," *Phys. Rev. Lett.* **104**, 1–4 (2010).
  10. H. A. Haus, *Waves and field in optoelectronics* (Prentice-Hall, 1984).
  11. T. A. I. J. Heebner, R. Grover, *Optical Microresonators: Theory, Fabrication and Applications* (Springer-Verlag, 2008).
  12. B. Little, S. Chu, H. Haus, J. Foresi, and J.-P. Laine, "Microring resonator channel dropping filters," *J. Lightwave Technol.* **15**, 998–1005 (1997).
  13. F. Morichetti, A. Canciamilla, and A. Melloni, "Statistics of backscattering in optical waveguides," *Opt. Lett.* **35**, 1777–9 (2010).
  14. W. R. McKinnon, D. X. Xu, C. Storey, E. Post, A. Densmore, A. Delâge, P. Waldron, J. H. Schmid, and S. Janz, "Extracting coupling and loss coefficients from a ring resonator," *Opt. Express* **17**, 18971–82 (2009).
-

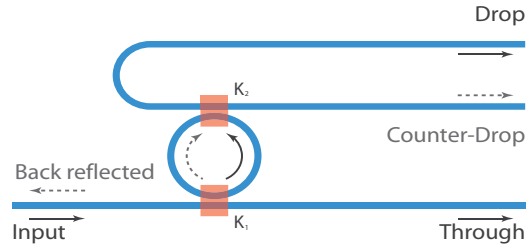


Fig. 1. (Color online) Schematic view of the layout of add-drop rings with drop (D), counter-drop (C) and through (T) ports. The back reflected port represents the backreflected signal that returns to the *input* port

## 1. Introduction

Silicon photonics has recently emerged as a viable technology for integrated photonic devices. Microring resonators are elements which are simple to fabricate and are used for devices such as optical filters, [1] sensors, [2] modulators, [3] etc. The quality factor is usually the parameter that determines the performance of the device; however, in this technology the limiting factor is in most cases not the propagation loss, which can reach values below 2.4 dB/cm [4], but the backscattering effect due to sidewall roughness [5]. Backscattering in a resonator cannot be accounted for as a loss mechanism because in a cavity it grows coherently in each loop. Backscattering is a well known cause of resonance splitting [6, 7]; but even before splitting occurs, it can dramatically modify the depth of the resonance; this can sometimes be useful to improve the extinction ratio of the peak [8]. If this effect is not taken into account and one extracts the parameters of the ring from a fit, it can produce a good curve agreement but with wrong results. In this paper, we propose a characterization technique and a fully analytical fitting procedure that allows a complete characterization of all the parameters of the ring including backscattering, without the need of a coherent backscattering measuring system as in [5, 9].

## 2. Experiment

Silicon waveguides were fabricated through the ePIXfab service at CEA-LETI, France, using silicon-on-insulator wafers with 220nm Si thickness and 2  $\mu\text{m}$  buried oxide thickness. Waveguides are fully-etched 220 $\times$ 450nm channels which are covered with a 2  $\mu\text{m}$  SiO<sub>2</sub> layer, and shallow-etched grating couplers were used for coupling the light vertically from standard single-mode fibers at 10° angle. Waveguides and gratings were both patterned with deep-UV lithography. Transverse-electric (TE) polarization was used in all the experiments. Transmission spectra were collected with a tunable laser with 1 pm resolution and 2 dBm input power in fiber. The rings had a 20  $\mu\text{m}$  radius and two coupling points, providing a *through* and a *drop* port. However, in this experiment we also collected the signal from the counter-propagating drop port, which we will call *counter-drop* port (as shown in Fig. 1). Measuring this port is crucial to fully characterize the ring, as it directly provides the information about the backscattering inside the cavity. The gap of the through and drop couplers was 275nm and 300nm respectively.

Figure 2 shows the measured transmission extracted from all three ports of one microring. It is worth noting that the shape of the resonances is very variable, even though one would expect the loss and the coupling coefficients to be approximately the same in all cases. The reason for this behavior is the backscattering parameter, which is intrinsically noisy, thus producing an apparently random response in their resonances. It is noisy because reflections are produced by sidewall roughness along the ring, so they are randomly distributed along its length, and

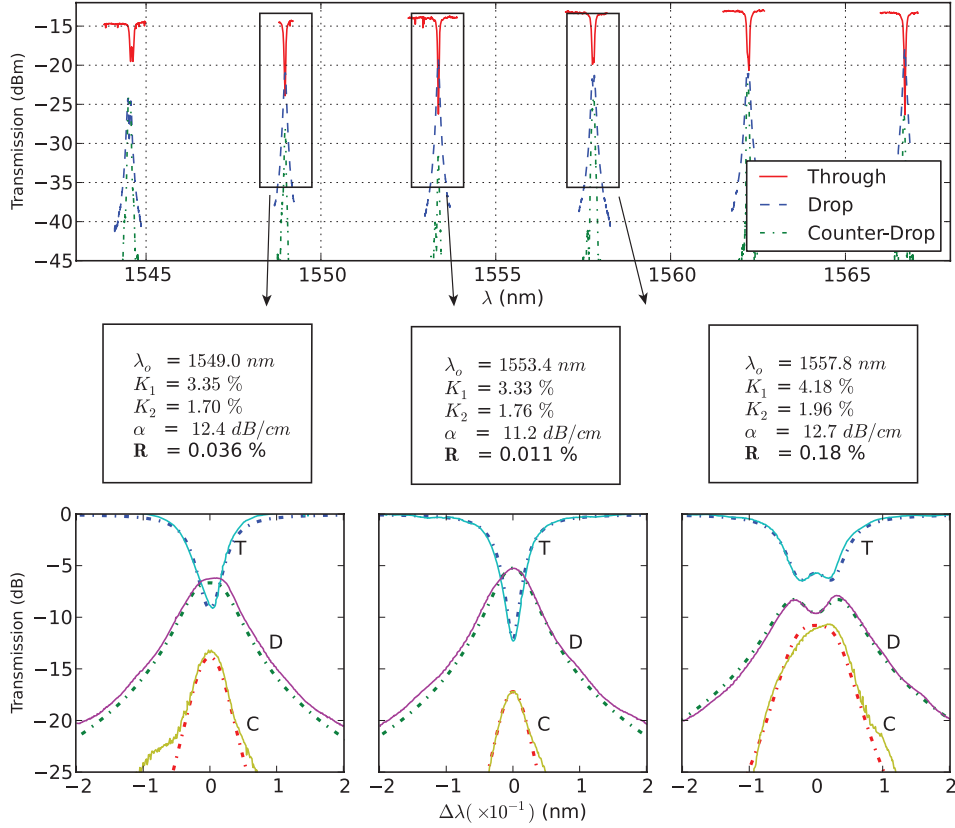


Fig. 2. (Color online) Top panel: Transmission spectrum of each port of the microring: the *through* (red, solid), the *drop* (blue, dashed), and the *counter-drop* (green, dash-dot). Bottom panels: Detail of 3 resonances corresponding to the peaks at 1549, 1553 and 1558 nm, where transmission has been normalized. Solid curves are the experimental data and dashed lines are the analytical curves using the parameters extracted from the fitting procedure and shown on top of each subplot.

the overall reflection coefficient results from the interference of all the components, giving rise to sharp spectral variations. In order to extract the parameters of the ring, one must take into account backreflection, otherwise the estimation of the loss and coupling coefficients would depend on which resonance we select, which is unphysical and would produce wrong results. Therefore, a procedure to extract all the parameters including backreflection is needed in order to understand the behavior of our microring resonator. Next section provides an analytical treatment and a recipe to extract all the parameters from any given resonance.

### 3. Theory

To study this problem we use the time-domain model of two resonators coupled through a coupling constant [10], and we apply it for the ring resonator problem as in Ref. [8]. Typically time-domain analyses take the photon lifetimes as parameters, but these can be readily related to the more frequently used energy coupling coefficient,  $K_j$ , and energy propagation loss constant,  $\alpha$ , of space-domain analyses [11] as in [12]. The reflection coefficient  $R$  represents the energy

exchanged between the propagating and counter-propagating modes in a single pass through the ring. The coupling constants were assumed to be the same for both the propagating and counter-propagating modes (this is a necessary condition of a symmetric coupler). The resulting expressions are as follow:

$$K_j = \frac{\omega_o L}{Q_{e,j} v_g} \quad \alpha = \frac{\omega_o}{Q_i v_g} \quad \sqrt{R} = \frac{\omega_o L}{2Q_r v_g} \quad (1)$$

$Q_{e,1}$ ,  $Q_{e,2}$ ,  $Q_i$  and  $Q_r$  are the Q-factors associated to: the coupling with the bottom and top waveguides, the intrinsic losses and the reflection coefficient;  $v_g$  is the group velocity of the fundamental mode of the waveguide and can be obtained from the free spectral range (FSR) of the ring. The coupling points are assumed to be lossless, but if there is any excess loss, it can be accounted for as an intrinsic loss in  $Q_i$ . The model does not require to specify where along the ring the reflection takes place, as the behavior is not affected by the phase of the reflection parameter. However, the fact that reflections occur at randomly localized points has the consequence of introducing a strong dependence of the reflection parameter versus wavelength. The statistical variations of that parameter have been studied in Ref. [13]. Q-factors can be related to the  $\tau$  constants of the different processes through  $Q_j = \omega_o \tau_j / 2$ . Defining the total quality factor of the ring as:

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_{e,1}} + \frac{1}{Q_{e,2}} + \frac{1}{Q_i} \quad (2)$$

and following the guidelines in [10, 12, 8], one can obtain the analytical expressions for the output in each port as a function of all the Q-factors previously defined:

$$T = \left\| 1 - \frac{\frac{2}{Q_{e,1}}(2j(\omega' - 1) + \frac{1}{Q})}{(2j(\omega' - 1) + \frac{1}{Q})^2 + \frac{1}{Q_r^2}} \right\|^2 \quad (3a)$$

$$D = \left\| \frac{\frac{2}{\sqrt{Q_{e,1}Q_{e,2}}}(2j(\omega' - 1) + \frac{1}{Q})}{(2j(\omega' - 1) + \frac{1}{Q})^2 + \frac{1}{Q_r^2}} \right\|^2 \quad (3b)$$

$$C = \left\| \frac{\frac{2}{Q_r \sqrt{Q_{e,1}Q_{e,2}}}}{(2j(\omega' - 1) + \frac{1}{Q})^2 + \frac{1}{Q_r^2}} \right\|^2 \quad (3c)$$

where  $\omega' = \omega/\omega_o$  is the normalized angular frequency of the resonance under study, and  $T$ ,  $D$  and  $C$  are respectively the energy transmission coefficients of the *through*, *drop* and *counter-drop* ports as defined in Fig. 1. Also, Eq. (3c) would yield the *back reflected* energy by multiplying it by  $K_1/K_2$ . This means that the *counter-drop* port can be used as an indirect measurement of the latter; which can be useful because measuring it directly is not straightforward as other sources of backscattering (e.g. reflection in the input grating) can hinder the measurement, thus coherent methods as in [5] are needed.

One way to extract the ring parameters from the experiment would be to find the parameters that produce the best fit to the experimental curves; however fitting three curves simultaneously is not straightforward. For this reason, we have calculated all the Q-factors of the ring as a function of specific values which are easily extracted from the experimental curves, which are the central values of the three ports ( $T_0$ ,  $D_0$  and  $C_0$ , all measured at  $\omega_o$ ), and the parameter  $\Delta\omega'$ , defined as the normalized frequency width between the points where  $C = C_0/2$ . When the peak has not yet split, this corresponds to the full-width at half maximum (FWHM) of the *counter-drop* resonance peak. However, if the peak is split in two, the maximum is not located at  $C_0$ ,

thus  $\Delta\omega'$  would not be the FWHM anymore, although the expressions are still valid using its mathematical definition. After some algebraic manipulation, the equations that allow extracting all the parameters from the experimental curves are the following:

$$Q = \frac{1}{\Delta\omega'} \left( \frac{C_o}{D_o} - 1 + \sqrt{2} \sqrt{\left( \frac{C_o}{D_o} \right)^2 + 1} \right)^{1/2} \quad (4a)$$

$$Q_r = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{D_o}{C_o}} \quad (4b)$$

$$Q_{e,1} = \frac{2}{Q(Q^{-2} + Q_r^{-2})(1 \pm \sqrt{T_o})} \quad (4c)$$

$$Q_{e,2} = \frac{2(1 \pm \sqrt{T_o})}{QD_o(Q^{-2} + Q_r^{-2})} \quad (4d)$$

Once all the Q-factors are calculated, one can relate them to the loss, coupling coefficients and backreflection by using Eqs. (1) and (2). The sign ambiguity in Eqs. (4c) and (4d) is a byproduct of the existence of two degenerate operation regimes in the ring with different parameters but the same resonance shape. This ambiguity is well known in cases without any backreflection effect, and it is due to the fact that in some cases one cannot distinguish between the intrinsic and the extrinsic loss. Some possible solutions to overcome this problem are proposed in [14], and consist in looking at the dependence on wavelength or measuring rings with different geometrical parameters. In our case, the ambiguity only occurs for the peak with lowest reflection coefficient, as in the other two cases it would give rise to a negative loss coefficient, which is unphysical, because it requires gain from the medium. As the sign has to be the same in all the peaks of the same ring, this provides an additional way to decide the correct sign in the expressions by analyzing more than one peak and looking for non-physical solutions.

Looking at Eqs. (3), one can identify 3 main regimes of operations in which the ring can work. They are distinguished by how strong the backreflection is in relation to the total Q-factor, that is, how large  $Q_r$  is in comparison with  $Q$ . In the case where  $Q_r \gg Q$ , the coupling can be considered to be negligible and the parameters can be extracted with already existing methods like in [14], or by making  $1/Q_r = 0$  in Eq. (3a) and solving for  $Q_{e,1}$  and  $Q$  as a function of the extinction ratio and the full-width at half depth (FWHD). In this situation all resonances tend to have approximately the same shape and they do not split up. When the intention is to achieve high quality factors, then  $Q$  can start to approach to  $Q_r$  and the expressions described in this paper should be used. Nevertheless, it may not be obvious from a measurement of a single resonance of the through port that the latter is the actual mode of operation since resonances do not always split; under these circumstances one should look at different peaks and see if they vary in an apparently random fashion, and where possible, measure the *counter-drop* port response. In the case where the coupling is so strong that  $Q_r \ll Q$ , which may happen if the rings are intentionally designed for this purpose, then simplified expressions can be found as well, which are more practical than Eqs. (4). If this is the case then splitting is very evident showing two clearly defined peaks around each resonance frequency. Table 1 summarizes the three operation regimes and the expressions to use in each case.

#### 4. Results

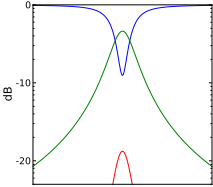
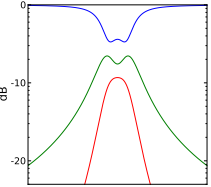
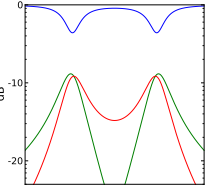
From the experimental data shown in Fig. 2, we have chosen three consecutive resonances which show quite different behavior in terms of extinction ratio and degree of splitting. The results obtained from the method described in section 3 for each resonance are also shown in



Fig. 2, and the corresponding theoretical curves are shown in the insets, where a good agreement is observed. It is worth noting that the coupling constants and the loss show small variations among resonances, being  $R$  the one showing much higher variability (reaching one order of magnitude). This is expected from the nature of backscattering, and is a demonstration of the validity of our model. The asymmetry of the shape of peaks 1 and 3, which is not reproduced in the theory, can be explained by sudden variations in the reflection coefficient along the width of the resonance, which was not considered in the model.

The maximum reflection coefficient measured is 0.18%, which corresponds to  $Q_r \sim 25\,000$ . This means that for this waveguide section and quasi-TE polarization, resonances with Q-factors higher than  $10^4$  will be affected by backscattering. If one requires pure resonances with higher Q-factors, waveguides with weaker backscattering are needed, which can be achieved by using quasi-TM polarization or by widening the channel.[9]

Table 1. Summary of expressions for calculating Q-factors of ring-resonators working under different backscattering regimes

Weak coupling ( $Q_r \gg Q$ )	Intermediate coupling ( $Q_r \sim Q$ )	Strong coupling ( $Q_r \ll Q$ )
$Q = 1/\Delta\omega'_{\text{FWHM},D}$ <sup>1</sup>	$Q$ (Eq. (4a))	$Q = 1/\Delta\omega'_{\text{FWHM}}$
$Q_r$ (Eq. (4b))	$Q_r$ (Eq. (4b))	$Q_r = 1/\Delta\text{splitting}$ <sup>2</sup>
		

<sup>1</sup> Full-width at half maximum of the drop port

<sup>2</sup> Peak to peak distance

## 5. Conclusion

We have described an analytical model and a fitting procedure that allows extraction of all the key parameters of a silicon microring resonator with two coupling points. These parameters are the two coupling constants, propagation loss and the backscattering coefficient. With this method, we demonstrate that variations of the backscattering parameter are the cause of the strong variations in the shape of different resonances of the same microring. All these parameters can be extracted from simple measurements using a standard transmission characterization setup, and the experimental results from a ring resonator are successfully fitted to the analytical model.

## Acknowledgments

The authors acknowledge financial support from the Spanish Ministry of Science and Innovation through contract SINADEC (TEC2008-06333). Joaquin Matres is supported by the Formación de Personal Investigador grant program of the Universidad Politécnica de Valencia.

# Backscattering Effects In Silicon Ring Resonators

G. C. Ballesteros, J. Matres, J. Martí, and C. J. Oton

Nanophotonics Technology Center,

Universidad Politécnica de Valencia, Camino de Vera s/n, 46022, Valencia, Spain

E-mail: guibalga@ntc.upv.es

**Abstract**—Backscattering can dramatically modify the response of ring resonators and be the limiting parameter of the Q-factor. We present evidence of backscattering, a model, and a fitting procedure that provides a complete characterization of the resonance.

**Keywords**—resonators; backscattering;

## I. INTRODUCTION

Microring resonators are simple to fabricate and used for devices such as optical filters, sensors, modulators etc. A high quality factor is usually the key parameter that determines the performance of the device; however, in this technology what limits its highest possible values is in most cases not the propagation loss, but the backscattering effect due to sidewall roughness [1]. Backscattering in a resonator cannot be accounted for as a loss mechanism because in a cavity it can grow coherently much faster than losses. Backscattering is a well known cause of resonance splitting [2]; but even before splitting occurs, it can dramatically modify the shape of the resonance. If this effect is not taken into account and one extracts the parameters of the ring from a fit, it can produce a good curve agreement but with very wrong results. In this work, we propose a characterization technique and a fitting procedure that allows a complete characterization of all the parameters of the ring including backscattering, without the need of a coherent backscattering measuring system as in [1] and [3].

## II. EXPERIMENT

The waveguides used are fully-etched  $220 \times 450 \text{nm}$  channels, covered with a  $2 \mu\text{m}$  SiO<sub>2</sub> layer. Waveguides were patterned with deep-UV lithography (using EPIXfab facilities). Transverse-electric (TE) polarization was used in all the experiments. The rings had a  $20 \mu\text{m}$  radius and two coupling points, providing a *through* and a *drop* port. However, in this experiment we also collect the counter-propagating drop port, which we will call *counter-drop* port. Measuring this port is crucial to fully characterize the ring, as it directly provides the information about the backscattering inside the cavity. The gap of the through and drop couplers was  $275 \text{nm}$  and  $300 \text{nm}$  respectively.

Figure 1 shows the measured transmission through all three ports of one microring. It is worth noting that the shape of the resonances is very variable, even though one would expect the loss and the coupling coefficients to be approximately the same in all cases. The reason for this behavior is the

backscattering parameter, which is intrinsically noisy, thus producing an apparently random response. It is noisy because reflections are produced by sidewall roughness along the ring, so they are randomly distributed along its length, and the overall reflection coefficient results from the interference of all the components, giving rise to sharp spectral variations. In order to extract the parameters of the ring, one must take into account backreflection, otherwise the estimation of the loss and coupling coefficients would depend on which resonance we select, which is unphysical and would produce wrong results. Therefore, a procedure to extract all the parameters including backreflection is needed in order to understand the behavior of our microring resonator.

## III. THEORY

Following the guidelines in [4], [5] the following expressions for the signal in the different ports shown in Fig. 1 are easily expressed in terms of quality factors as:

$$T = \left\| 1 - \frac{\frac{2}{Q_{e,1}}(2j(\omega' - 1) + \frac{1}{Q})}{(2j(\omega' - 1) + \frac{1}{Q})^2 + \frac{1}{Q_r^2}} \right\|^2 \quad (1)$$

$$D = \left\| \frac{\frac{2}{\sqrt{Q_{e,1}Q_{e,2}}}(2j(\omega' - 1) + \frac{1}{Q})}{(2j(\omega' - 1) + \frac{1}{Q})^2 + \frac{1}{Q_r^2}} \right\|^2 \quad (2)$$

$$C = \left\| \frac{\frac{2}{Q_r \sqrt{Q_{e,1}Q_{e,2}}}}{(2j(\omega' - 1) + \frac{1}{Q})^2 + \frac{1}{Q_r^2}} \right\|^2 \quad (3)$$

where  $\omega'$  is the normalized angular frequency of the resonance under study, and the Q-factors are related to the  $\tau$  constants of a time-domain analysis through  $Q_j = \omega_o \tau_j / 2$  and can be expressed as a function of the usual energy coupling and losses constants using the expression in [5] by:

$$K_j = \frac{\omega_o L}{Q_{e,j} v_g} \quad \alpha = \frac{\omega_o}{Q_i v_g} \quad \sqrt{R} = \frac{\omega_o L}{2 Q_r v_g} \quad (4)$$

In this expression  $v_g$  is the group velocity of the waveguide,  $K_1$  and  $K_2$  are the energy coupling of the input and output waveguides to the ring,  $\alpha$  is the intrinsic losses and  $R$  is the strenght of the coupling in between the two modes. The Q values  $Q_{e,1}$ ,  $Q_{e,2}$ ,  $Q_i$  and  $Q_r$  correspond respectively to the extrinsic coupling with the bottom and top waveguides, the intrinsic losses and the coupling constant.  $Q_r$  has been related to the total reflectivity in a single-pass,  $R$ , that is, the fraction of energy coupled into the counter-propagating mode in one

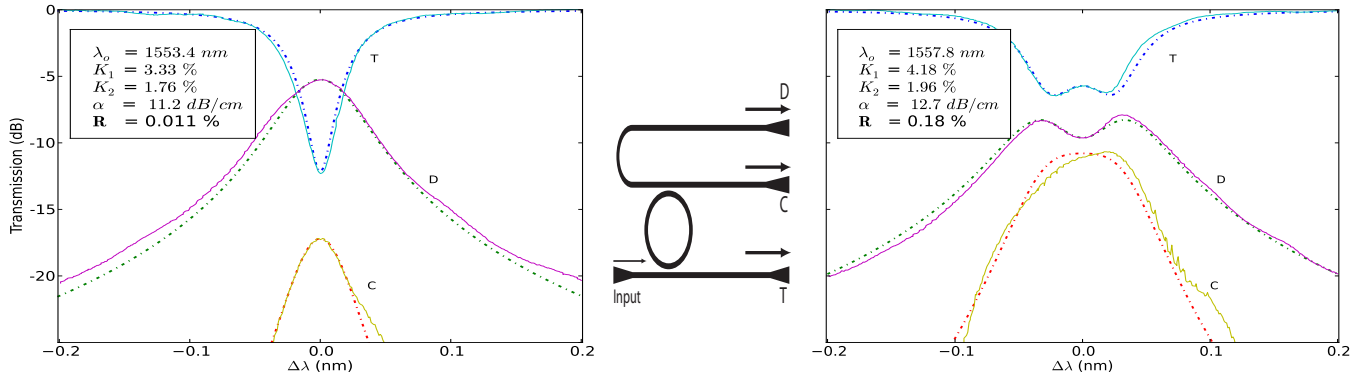


Fig. 1. Detail of 2 consecutive resonances of a ring. Transmission has been normalised. Solid lines are the experimental data and dashed lines are the analytical ones using the parameters extracted from the fitting procedure described in this work. The middle figure shows a schematic of the rings used. The labels in the peaks correspond to: Through (T), Drop (D), Counter-Drop (D).

trip around the ring. It should be noted that the total Q-factor is defined as usual,  $Q^{-1} = Q_{e,1}^{-1} + Q_{e,2}^{-1} + Q_i^{-1}$ . In order to extract the value of the different parameters, a measurement of the through, drop and counter-drop ports is needed. When  $\omega' = 1$  ( $T_o, D_o, C_o$ ) and the full width half maximum ( $\Delta\omega'$ ) of the counter-drop port, the 4 parameters that characterize the ring can be deduced as described in [6]. The expressions that result from particularizing equations 1,2 and 3 for  $\omega' = 1$  and measuring the FWHM of the counter-drop port, are given by:

$$Q = \frac{1}{\Delta\omega'} \left( \frac{C_o}{D_o} - 1 + \sqrt{2} \sqrt{\left( \frac{C_o}{D_o} \right)^2 + 1} \right)^{1/2} \quad (5a)$$

$$Q_r = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{D_o}{C_o}} \quad (5b)$$

$$Q_{e,1} = \frac{2}{Q(Q^{-2} + Q_r^{-2})(1 \pm \sqrt{T_o})} \quad (5c)$$

$$Q_{e,2} = \frac{2(1 \pm \sqrt{T_o})}{QD_o(Q^{-2} + Q_r^{-2})} \quad (5d)$$

The sign ambiguity in (5c) and (5d) is a byproduct of the existence of two degenerate operation regimes in the ring with different parameters but the same resonance shape. This ambiguity is well known in cases without any backreflection effect. In our case the ambiguity is not relevant since one of the signs would give rise to a negative loss coefficient, which is unphysical. As the sign has to be the same for all the peaks in a ring, this provides a way to decide the correct sign in the expressions by analyzing more than one peak and looking for non-physical solutions. Although the characteristics of this model imply a uniformly distributed backscattering, reflections really occur at randomly localized points, giving rise to the random nature of the variations of backscattering versus wavelength [7].

#### IV. RESULTS

From the experimental data we have chosen two consecutive resonances which show quite different behavior in terms of

extinction ratio and degree of splitting. The results obtained from the method described in section III for each resonance are shown in the insets of Fig. 1, and the corresponding theoretical curves are superimposed, where a good agreement is observed. It is worth noting that the coupling constants and the loss show small variations among resonances, being  $R$  the one showing the strongest variations. This is expected from the nature of backscattering, and demonstrates the validity of our model.

#### V. CONCLUSION

We have described an analytical model and a fitting procedure that allows extracting all the key parameters of a ring resonator with two coupling points. We demonstrate that variations of the backscattering parameter are the cause of the strong variations in the shape of different resonances of the same microring. All these parameters can be extracted from simple transmission measurements.

#### ACKNOWLEDGMENTS

The authors acknowledge financial support from the Spanish Ministry of Science and Innovation through contract SINADDEC (TEC2008-06333) and Universidad Polit cnica de Valencia through PAID-06-10 project 1914.

#### REFERENCES

- [1] F. Morichetti, A. Canciamilla, M. Martinelli, et al, "Coherent backscattering in optical microring resonators," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 96, 2010, p. 081112.
- [2] B. E. Little, J. P. Laine, and S. T. Chu, "Surface-roughness-induced contradirectional coupling in ring and disk resonators," *Optics letters*, vol. 22, Jan. 1997, pp. 4-6.
- [3] F. Morichetti, A. Canciamilla, C. Ferrari, et al, "Roughness induced backscattering in optical silicon waveguides," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 104, 2010, p. 33902.
- [4] H. A. Haus, "Waves and fields in optoelectronics," Ch. 7, Prentice-Hall, 1984.
- [5] B. E. Little, S. Chu, H. Haus, et al, "Microring resonator channel dropping filters", *J. Lightwave Technol.*, vol. 15, no. 16, 1997, p.998-1005.
- [6] G. C. Ballesteros, J. Matres, J. Martí and C. J. Oton, "Characterizing and modelling backscattering in silicon microring resonators," *Opt. Express*, vol. 19, no. 25, 2011, p.24980-24985.
- [7] F. Morichetti, A. Canciamilla and, A. Melloni, "Statistics of backscattering in optical waveguides", *Opt. Lett.*, vol. 35, no. 11, 2010, p.1777-1779