



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

**Diseño y caracterización experimental de
nuevas lentes difractivas basadas en
geometrías aperiódicas**

Memoria presentada por:
Arnau Calatayud Calatayud

Directores:
Juan Antonio Monsoriu Serra
Walter Daniel Furlan

Julio 2013

Dr. Juan Antonio Monsoriu Serra, Catedrático de Universidad del Departamento de Física Aplicada de la Universitat Politècnica de València y Dr. Walter Daniel Furlan, Catedrático de Universidad del Departamento de Óptica de la Universitat de València.

CERTIFICAN que la presente memoria “Diseño y caracterización experimental de nuevas lentes difractivas basadas en geometrías aperiódicas” resume el trabajo de investigación realizado, bajo su dirección, por D. Arnau Calatayud Calatayud y constituye su Tesis para optar al título de Doctor.

Y para que conste, en cumplimiento de la legislación vigente, firman el presente certificado en Valencia a 7 de septiembre de 2013.

Fdo.: Dr. Juan Antonio Monsoriu Serra

Fdo.: Dr. W.D. Furlan

*Dedicat a la meua
nebodeta Júlia*

Resumen

En el campo de la fotónica, los elementos ópticos difractivos han encontrado un gran número de nuevas aplicaciones en muchas áreas diferentes, que cubren todo el espectro electromagnético desde la microscopía de rayos X, hasta la formación de imágenes con THz. Lentes difractivas convencionales, como las placas zonales de Fresnel, son esenciales en muchos de estos sistemas de focalización y formación de imágenes, pero tienen limitaciones inherentes principalmente bajo iluminación policromática. Para superar algunas de estas limitaciones, se ha propuesto un nuevo tipo de lentes difractivas multifocales basadas en estructuras aperiódicas, las placas zonales fractales.

En esta tesis se presentan las propiedades de focalización de nuevas lentes difractivas diseñadas a partir de otras secuencias aperiódicas que mejoran el rendimiento de las placas zonales fractales ya conocidas. Las propiedades de focalización se han analizado teórica y experimentalmente. Para este último fin, se ha desarrollado expresamente un dispositivo experimental basado en un modulador espacial de luz de cristal líquido (SLM). Además, se discuten nuevas aplicaciones para estas lentes difractivas aperiódicas en el campo de la oftalmología como las lentes intraoculares y en el campo de la manipulación de objetos a escala nanométrica como las pinzas ópticas.

Resum

En el camp de la fotònica, els elements òptics difractius han trobat un gran nombre de noves aplicacions en moltes àrees diferents, que cobreixen tot l'espectre electromagnètic des de la microscòpia de raigs X, fins a la formació d'imatges amb THz. Lents difractives convencionals, com les plaques zonals de Fresnel, són essencials en molts d'aquests sistemes de focalització i formació d'imatges, però tenen limitacions inherents principalment sota il·luminació policromàtica. Per superar algunes d'aquestes limitacions, s'ha proposat un nou tipus de lents difractives multifocals basades en estructures aperiòdiques, les plaques zonals fractals.

En aquesta tesi es presenten les propietats de focalització de noves lents difractives dissenyades a partir d'altres seqüències aperiòdiques que milloren el rendiment de les plaques zonals fractals ja conegudes. Les propietats de focalització s'han analitzat teòrica i experimentalment. Per a aquest últim fi, s'ha desenvolupat expressament un dispositiu experimental basat en un modulador espacial de llum de cristall líquid (SLM). A més, es discuteixen noves aplicacions per aquestes lents difractives aperiòdiques en el camp de l'oftalmologia com les lents intraoculars i en el camp de la manipulació d'objectes a escala nanomètrica com les pinces òptiques.

VIII

RESUM

Abstract

In photonics technology, Diffractive Optical Elements have found a large number of new applications in many different areas, covering the whole electromagnetic spectrum from X-ray Microscopy, to THz Imaging. Diffractive lenses such as the conventional Fresnel zone plates are essential in many focusing and image forming systems but they have inherent limitations mainly under polychromatic illumination. Fractal zone plates are a new type of multifocal diffractive lenses which have been proposed to overcome some of these limitations, .

In this PhD Thesis the design and the properties of new diffractive lenses based on different aperiodic structures are presented. These lenses improve the performance of conventional Fresnel zone plates and fractal lenses. Their focusing properties have been analyzed theoretically and have been verified experimentally using a dedicated setup based on the use of a liquid crystal spatial light modulator. New applications for these diffractive aperiodic lenses in the field of ophthalmology as intraocular lenses and in optical trapping are discussed.

X

ABSTRACT

Índice general

Resumen	V
Abreviatura utilizada	1
1 Introduction	3
2 Placas Zonales	9
2.1 Difracción. Zonas de Fresnel	9
2.2 Difracción de Fresnel	12
2.3 Placas zonales periódicas	14
2.3.1 Placa zonal binaria	17
2.3.2 Lente kinoform	20
2.4 Placas zonales fractales	25
2.4.1 Placas zonales fractales de amplitud	25
2.4.2 Lente del Diablo	28
3 Lentes difractivas aperiódicas binarias	33
3.1 Lentes multifractales	33
3.2 Lentes con otras geometrías	37
3.3 Placa zonal de Fibonacci	41
4 Lentes aperiódicas kinoform	49
4.1 Lente del Diablo Generalizada	49
4.2 Lente del Diablo Poliádica	52
4.3 Lente kinoform de Fibonacci	56
4.4 Aplicaciones en oftalmología	58

5	Lentes vórtice	63
5.1	Lente-Vórtice del Diablo	64
5.2	Lente-Vórtice de Fibonacci	70
6	Conclusions	73

Abreviatura utilizada

LD (DL)	Lente del Diablo (Devil's lenses)
LDG	Lente del Diablo Generalizada
LDP	Lente del Diablo Poliádica
LIO	Lente Intraocular
LIOM	Lente Intraocular Multifocal
LKF	Lente Kinoform de Fibonacci
LVD	Lente-Vórtice del Diablo
LVF	Lente-Vórtice de Fibonacci
PZ (ZP)	Placa Zonal (Zone Plate)
PZCu	Placa Zonal Cuadrada
PZF (FZP)	Placa Zonal Fractal (Fractal Zone Plate)
PZFCu	Placa Zonal Fractal Cuadrada
PZFi	Placa Zonal de Fibonacci
PZL	Placa Zonal Lineal
PZMF	Placa Zonal Multifractal
SLM	Spatial Light Modulator (Modulador Espacial de Luz)

Chapter 1

Introduction

In recent decades there has been a renewed interest in studying the focusing properties of Fresnel zone plates (ZPs) [Ojeda-Castaneda96] because, as they uses diffraction to focus the light, have found new fields of application, especially outside of visible range of the electromagnetic spectrum where refractive optics is too expensive or even inexistent. In fact, currently ZPs are particularly useful in X-ray microscopy, where they are used for the observation of nanostructures in Biology and Materials Science [Di Fabrizio99, Wang03] and, at the other side of the visible in the electromagnetic spectrum, in the range of THz's frequencies, where it has been shown that ZP can have excellent performance in tomographic imaging [Wang02].

As it is well known, conventional Fresnel ZP consists of alternate transparent and opaque concentric rings, the radii of which are proportional to the square root of natural numbers. Thus, the radial transmittance of a Fresnel ZP can be expressed as a one-dimensional (1D) binary periodic function $q(r^2)$, where r is the radial variable. i.e.; conventional ZPs are periodic structures along the square radial coordinate. A period consists of two zones, being the area of each period constant over the entire ZP. When illuminated by a monochromatic plane wave of wavelength λ a Fresnel ZP having a radius a and M zones produces spherical waves that converge or diverge from different points n , located at distances $f_n = a^2/n\lambda M$ from the lens. Thus, it behaves as a multifocal lens having a symmetrical distribution of real ($f_n > 0$) and virtual ($f_n < 0$) equi-energetic foci. The main drawbacks of amplitude Fresnel ZPs

are their low light throughput and their low efficiency.

Improvements in these senses have been proposed, ranging from pure phase elements and sophisticated diffractive amplitude lenses. Photon Sieves are an example of this last group. Initially designed for its application in X-ray microscopy [Kipp01] a photon sieve is a ZP in which the clear zones are replaced by a set of non-overlapping holes of different sizes. These lenses offer the advantages of low background signal and effective reduction of unwanted diffraction orders. Recently, photon sieves have been proposed as light-weight objective lenses for space telescopes [Andersen05].

Among pure phase ZP, perhaps the most representative ones are kinoform lenses with which it is possible to focus the light in only one diffraction order, and therefore a kinoform behaves like conventional spherical lens for the design wavelength [Miyamoto61].

Another example of sophisticated ZPs are vortex lenses. An optical vortex is a beam of light whose phase varies in a corkscrew-like manner along the beam direction of propagation and therefore has a helical wavefront. In fact vortex lenses are the combination of conventional diffractive lenses and a helical-shaped phase masks. [Turnbull96]. Optical vortex beams are used in optical trapping systems with new applications in biotechnology, nanotechnology, and communications [Roux04, Wang12]

On the other hand, it has been demonstrated that the combination of refractive and diffractive optics in the same element extends the capabilities of purely refractive elements, since the diffractive structure can transform the distribution of light into almost any desired shape. In fact, this type of hybrid element is present in a diversity of optical systems, such as those employed in DVD players [Maruyama03], in optical fiber couplers [Sheard97] and, especially related with the content of this Thesis, ophthalmic lenses [Charman94]. In particular, diffractive multifocal ophthalmic lenses, in the form of intraocular lenses for aphakic patients (after cataract surgery) have been proposed, being this area of great interest and importance in ophthalmology [Davison06].

As mentioned above, conventional ZPs are periodic structures in the squared radial coordinate. In this work I propose new kinds ZPs that exploits the unique properties of different aperiodic structures. In order to understand the concepts of periodic and aperiodic order it is instructive to revise some concepts of crystallography [Maciá06].

Crystals are defined as materials presenting a distribution of atoms with translational symmetry 3D, ie; they are spatially ordered. At the other end, the amorphous materials have a completely disordered distribution. The periodic order of the crystals causes discrete diffraction patterns, it means that when illuminated by a beam of X-rays, the diffracted beam, which is provided by the Fourier transform of the structure, presents maxima of intensity called Bragg peaks. The position of these peaks reproduce the symmetries properties of the crystal. According to the classical crystallographic restriction theorem, crystals can possess only two, three, four, and six-fold rotational symmetries. It is easy to demonstrate that a pentagon, with five-fold rotational symmetry cannot be used as a unit cell to create long-range order in a plane or in three-dimensions. However, Shechtman [Shechtman84] found Al-Mn alloy produce discrete diffraction patterns that are characteristic of the five and ten-fold rotational symmetry axes, which demonstrated that some kind of aperiodic order could exist although the system does not have perfect translational symmetry. Schetman discovery revealed that between the perfect order of crystals and the disorder of amorphous materials there are structures that, although not being perfectly periodic, also have discrete diffraction patterns. This is the case of fractals, structures that repeat themselves within a smaller scale generated by a recursive or iterative process. The term fractal was proposed by Benoit Mandelbrot in 1975 and fractals have been studied by many researchers attracted by the fact that many phenomena and natural structures (clouds, coastlines, turbulence, ...) can be analyzed in this context [Mandelbrot77]. Besides fractals, there are other aperiodic structures based on mathematical sequences such as Fibonacci, Thue Morse, etc. whose diffraction patterns are essentially discrete.

Thus, in the same way that a given (periodic) crystal has a characteristic discrete diffraction pattern, a periodic ZP is characterized by the axial distribution of its foci, i.e.: the diffraction pattern it produces along the optical axis. The existence of aperiodic structures producing discrete diffraction orders leads us to think, by analogy, on the existence of aperiodic zone plates with a discrete distribution of foci. Therefore, if we modify the distribution of the zones of a ZP, in a way that it follows an aperiodic sequence, it is possible to establish a simple methodology for the design of new diffractive lenses with novel and unique focusing properties.

The first zone plate with a distribution of zones that follows a fractal structure, in this case generated by a triadic Cantor set, was introduced more than ten years ago [Saavedra03]. These Fractal zone plates (FZPs) are multifocal diffractive lenses characterized by a fractal focal structure along the optical axis. Under white-light illumination, this property optimizes their performance as image forming devices, because it makes them with an extended depth of field and a reduced chromatic aberration [Furlan07].

FZPs were later generalized using in their design polyadic Cantor sets and introducing the lacunarity as design parameter [Monsoriu04]. It was demonstrated that this parameter adds versatility to the design process because it controls both, the number of foci of the FZP and also their relative amplitudes.

Inspired in Photon Sieves [Kipp01], Fractal Photon Sieves were proposed to improve the performance of FZPs. In a fractal photon sieve the clear zones of the FZP were replaced by great number of non-overlapping holes of different sizes. This diffractive element apodizes the high diffraction orders of a conventional FZP providing a much sharper focus and improving the contrast of the images obtained with it. [Giménez06, Giménez07].

Searching for a high efficient FZP the Devil's Lenses (DL) [Monsoriu07] were designed as pure-phase elements. This is a new type of kinoform lenses in which the surface relief is constructed using the devil's staircase function which is also based on the triadic Cantor set. It has been shown that DLs drive most of the incoming light into one single fractal focus, improving in this way the efficiency of FZPs. The multifocal characteristic and the improved imaging capability of this new phase-type fractal lens were also demonstrated experimental with of a multilevel phase version of a DL [Wu08].

The motivation of this work is to develop and study the properties of new diffractive lenses based on aperiodic structures. To this end, from the theoretical point of view, new diffractive optical elements of amplitude and phase are proposed. Experiments are designed for the implementation and measurement of the focusing and imaging properties of the new designs of diffractive lenses. New fields of applicability for these diffractive aperiodic lenses are investigated.

To present all of these goals, this Ph.D. Thesis is organized as follows. In Chapter 2, ZP concepts are discussed. They are first introduced from an in-

tuitive point of view and then the related formalism is presented in detail. In the next chapter, new aperiodic binary diffractive lenses are introduced. Additionally I extend the study of circular aperiodic ZPs to other geometries. In this chapter the experimental device used to characterize the new designs is described in detail. In Chapter 4, the new aperiodic designs with kinoform profile are presented, concretely, the first kinoform lens based on the Fibonacci sequence. This section also discusses an application of kinoform fractal lenses in the design of new multifocal intraocular lenses. In Chapter 5 a new family of lenses to produce optical vortices from aperiodic structures is presented. These novel elements can generate a focal volume containing a delimited chain of vortices that are axially distributed according to the aperiodic sequence in which the lens is based. Finally, in Chapter 6, I discuss how this contribution fits into the current trends of Optics and I conclude this work by mentioning some directions for future work.

Capítulo 2

Placas Zonales

En este capítulo se resumen las principales propiedades de las placas zonales. Desde un punto de vista intuitivo se explicará a qué se debe su capacidad de focalización y se presentarán las ecuaciones y parámetros que rigen este tipo de lentes. Posteriormente se estudiarán las placas zonales más conocidas en la literatura, haciendo hincapié en cómo su perfil periódico determina la distribución de energía entre los distintos focos u órdenes de difracción de la lente. En la última parte del capítulo introduciremos una nueva familia de placas zonales basadas en estructuras fractales que se caracterizan por su perfil de irradiancia a lo largo del eje óptico autosimilar.

2.1 Difracción. Zonas de Fresnel

La difracción es junto con la interferencia un fenómeno típicamente ondulatorio y se observa cuando en su propagación una onda se distorsiona al incidir en un obstáculo cuyas dimensiones son comparables a la longitud de onda de la radiación incidente. Este fenómeno tiene su explicación en el principio de Huygens, el cual dice que cada punto de un frente de onda primario sirve como fuente de ondas esféricas secundarias de la misma frecuencia, tales que el frente de onda primario un tiempo más tarde es la envolvente de estas ondas secundarias. Además, estas ondas secundarias avanzan con una velocidad igual a la de la onda primaria en cada punto del espacio.

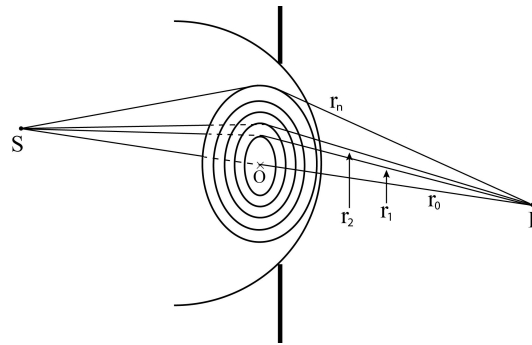


Figura 2.1: Zonas de Fresnel en una onda esférica emergiendo de una abertura circular.

En 1818 Agustín Fresnel presentó a la Academia Francesa de Ciencias una versión heurística de la construcción de Huygens que correspondía con la observación experimental. Fresnel proporcionó una técnica para describir la difracción de la luz a través de distintas aberturas la cual nos permite analizar el caso especial de las aberturas circulares de forma sencilla. Su método fue tratar la contribución de las diversas partes del frente de onda, dividiendo la abertura en zonas de igual área con simetría circular sobre el eje axial. Esta configuración, que se puede ver en la Fig. 2.1, muestra un frente de onda emergente esférico de longitud de onda λ centrado en S . Las zonas, llamadas zonas de Fresnel, son definidas por círculos sobre el frente de onda, espaciadas de tal modo que cada zona está, por regla general, $\lambda/2$ más lejos del punto P que la zona precedente; $r_1 = r_0 + \lambda/2$, $r_2 = r_0 + \lambda$, ..., $r_M = r_0 + M\lambda/2$. Esto significa que la contribución de cada zona sucesiva está en oposición de fase con la de la precedente, es decir, cada zona sucesiva interfiere destructivamente con la precedente en el punto P . Bajo esta premisa las contribuciones de las distintas zonas de Fresnel en el punto P puede ser expresado como [Pedrotti06]

$$A = a_1 + a_2 e^{j\pi} + a_3 e^{j2\pi} + a_4 e^{j3\pi} + \dots$$

o

$$A = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots \quad (2.1)$$

donde a_i es la contribución de cada una de las zonas de Fresnel. La Ec. (2.1)

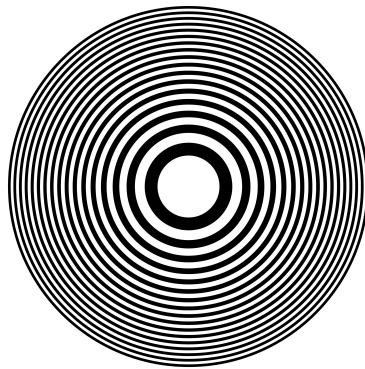


Figura 2.2: Placa zonal de Fresnel.

sugiere que si bien los términos positivos o negativos son eliminados de la suma, o lo que es lo mismo si las zonas de Fresnel pares o impares son cubiertas con un material opaco (véase Fig. 2.2), la amplitud resultante abarca todos los rayos de luz constructivos y por tanto la luz incidente focaliza en el punto P de una forma similar a como lo haría una lente convencional. A una estructura de este tipo se le suele llamar en la literatura placa zonal de Fresnel o simplemente placa zonal (PZ).

De acuerdo con Wood [Wood34], la primera PZ fue construida por Lord Rayleigh en 1871, aunque los resultados de este trabajo no fueron publicados. Fue Soret quien la describió en 1875 [Soret75] como un conjunto de anillos transparentes y opacos de áreas iguales, cuyos radios siguen una ley de proporcionalidad respecto a la raíz cuadrada de los números naturales. Este tipo de estructura actúa como una lente que tiene un conjunto infinito de focos a lo largo del eje óptico, cada uno de los cuales contiene una fracción de la energía incidente.

Desde hace más de un siglo las PZs han sido utilizadas con éxito en múltiples aplicaciones, destacándose sobre todo en aquellas que utilizan fuentes de radiación que emiten fuera del rango visible del espectro electromagnético, puesto que en muchos de estos casos la óptica refractiva es muy costosa o directamente es inexistente. A continuación vamos a hacer un breve resumen de la teoría escalar de la difracción que nos servirá para entender de una forma

sencilla las principales propiedades de focalización de las PZs.

2.2 Difracción de Fresnel

De acuerdo con el principio de Huygens [Goodman08], la amplitud del campo difractado por una abertura finita en el punto P cuando es iluminada con una onda monocromática (de longitud de onda λ) puede expresarse matemáticamente de la siguiente manera:

$$U(P) = -\frac{1}{j\lambda} \iint_{\Sigma} U(P_0) \frac{e^{-jkr}}{r} \cos \alpha ds \quad (2.2)$$

donde $U(P_0)$ es la amplitud del campo óptico en la abertura y $k = 2\pi/\lambda$ la constante de propagación. Se ha considerado una dependencia temporal del tipo $e^{j\omega t}$. La ecuación (2.2) se puede interpretar como la superposición de ondas esféricas secundarias que se originan en fuentes secundarias virtuales sobre el plano de la abertura. La amplitud de estas ondas secundarias se ve afectada por el factor de oblicuidad $\cos \alpha$, que describe la dirección de las mismas y que está representado por el coseno del ángulo entre el vector normal a la abertura \vec{n} y el vector de posición \vec{r} .

Analíticamente la difracción de Fresnel o campo cercano es un caso especial de la solución general obtenida por Sommerfeld. En la aproximación de Fresnel se supone que la distancia desde el punto en el plano de la abertura de difracción al punto en el plano de observación es mucho mayor que el tamaño de la abertura, entonces

$$\frac{1}{r} \approx \frac{1}{z} \quad \text{y} \quad \cos \alpha \approx 1.$$

Hacemos notar que la magnitud r que se encuentra en el exponente no se puede aproximar de la misma manera, como en el denominador de la integral, ya que con variaciones pequeñas de fase el exponente cambia considerablemente [Goodman08]. En este caso hace falta hacer una aproximación de la magnitud r hasta un segundo término usando el teorema del binomio. Con estas aproximaciones, de la ecuación (2.2) se puede obtener la amplitud del campo en el plano de observación como:

$$U(x, y, z) = -\frac{e^{-jkz} e^{-\frac{jk}{2z}(x^2+y^2)}}{j\lambda z} \iint_{-\infty}^{\infty} U_0(x_0, y_0) e^{-\frac{jk}{2z}(x_0^2+y_0^2)} e^{\frac{jk}{z}(xx_0+yy_0)} dx_0 dy_0, \quad (2.3)$$

donde los límites de la integración corresponden a la abertura. La expresión deducida es conocida como la *integral de difracción de Fresnel* y representa una superposición de ondas esféricas en la aproximación paraxial. Cuando esta aproximación es válida, se dice que el observador está en la región de la difracción de Fresnel o, de manera equivalente, en la región de campo cercano de la abertura. La expresión anterior se puede escribir en coordenadas polares con el siguiente cambio de variables:

$$x_0 = r_0 \cos \theta_0 \quad y_0 = r_0 \sin \theta_0 \quad x = r \cos \theta \quad y = r \sin \theta.$$

Sustituyendo en la expresión (2.3) obtenemos la *integral de difracción de Fresnel* en coordenadas polares:

$$U(r, \theta, z) = -\frac{e^{-jkz} e^{-\frac{jk}{2z}r^2}}{j\lambda z} \int_0^a \int_0^{2\pi} U_0(r_0, \theta_0) e^{-\frac{jk}{2z}r_0^2} e^{\frac{jk}{z}rr_0 \cos(\theta-\theta_0)} r_0 dr_0 d\theta_0, \quad (2.4)$$

donde a es la extensión radial máxima de la pupila. El hecho de que la transmitancia de la PZ sea una función con simetría radial, $U_0(r_0, \theta_0) = p(r_0)$, simplifica enormemente la integral de Fresnel. Sustituyendo la amplitud de la abertura en la expresión (2.4) por una pupila igual a $p(r_0)$ nos permite integrar primero la parte correspondiente a la componente azimutal:

$$\int_0^{2\pi} e^{\frac{jk}{z}rr_0 \cos(\theta-\theta_0)} d\theta_0 = 2\pi J_0\left(\frac{k}{z}rr_0\right), \quad (2.5)$$

siendo J_0 la función de Bessel de orden 0. Teniendo en cuenta el resultado anterior, la ecuación (2.4) se reduce a

$$U(r, \theta, z) = -2\pi \frac{e^{-jkz} e^{-\frac{jk}{2z}r^2}}{j\lambda z} \int_0^a p(r_0) J_0\left(\frac{k}{z}rr_0\right) e^{-\frac{jk}{2z}r_0^2} r_0 dr_0. \quad (2.6)$$

La transmitancia de una PZ, además de ser una función con simetría radial, es periódica en r^2 . Por este motivo, para nuestros propósitos será más conveniente expresar la pupila en términos de una nueva variable

$$\zeta = \left(\frac{r_0}{a}\right)^2, \quad (2.7)$$

de tal manera que $p(r_0) = q(\zeta)$. Finalmente, la distribución de irradiancia viene dada por:

$$I(r, z) = \left(\frac{a^2 \pi}{\lambda z}\right)^2 \left| \int_0^1 q(\zeta) e^{-\frac{j\pi}{\lambda z} a^2 \zeta} J_0\left(\frac{2\pi}{\lambda z} ar\sqrt{\zeta}\right) d\zeta \right|^2. \quad (2.8)$$

Mediante el uso de la coordenada axial normalizada $u = a^2/2\lambda z$ y transversal normalizada $v = r/a$ llegamos a la siguiente expresión:

$$I(u, v) = 4\pi^2 u^2 \left| \int_0^1 q(\zeta) J_0(4\pi uv\sqrt{\zeta}) e^{-j2\pi u\zeta} d\zeta \right|^2. \quad (2.9)$$

Si ahora centramos nuestra atención sobre el eje óptico ($v = 0$) la irradiancia se simplifica a:

$$I(u) = 4\pi^2 u^2 \left| \int_0^1 q(\zeta) e^{-j2\pi u\zeta} d\zeta \right|^2. \quad (2.10)$$

Por lo tanto, aparte de los factores multiplicativos que preceden a la integral, la irradiancia axial a lo largo del eje óptico de una PZ viene dada por la transformada de Fourier de la función pupila $q(\zeta)$.

2.3 Placas zonales periódicas

Según lo que hemos visto hasta ahora, una PZ es un elemento óptico difractivo que se caracteriza porque su transmitancia es una función con simetría radial y periódica en r^2 . Así pues, podemos representar su transmitancia por

$$t(r^2) = |t(r^2)| e^{j\phi(r^2)}, \quad (2.11)$$

en donde $\phi(r^2)$ representa las variaciones de fase introducidas por la PZ. Teniendo en cuenta que cualquier función $f(x)$ de periodo p , puede desarrollarse en serie de Fourier [Brown06],

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} C_n e^{j2\pi \frac{n}{p} x}, \quad (2.12)$$

donde

$$C_n = \frac{1}{p} \int_{x_0}^{x_0+p} f(x) e^{-j2\pi \frac{n}{p} x} dx. \quad (2.13)$$

La ecuación (2.12) no es más que una transformada de Fourier discreta inversa y ahora la ecuación (2.11) se puede escribir como

$$t(r^2) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} C_n e^{j2\pi \frac{n}{p} r^2}. \quad (2.14)$$

Este punto de vista nos permite dar fácilmente el significado físico a la ecuación anterior si realizamos una analogía con una onda esférica. Asumiendo una dependencia temporal del tipo $e^{j(\omega t - kr)}$, la aproximación cuadrática de una onda esférica divergente que proviene de un punto situado a una distancia z del plano de observación considerado es $e^{-j(k/2z)r^2}$. Si empleásemos la notación $e^{j(kr - \omega t)}$ para representar el mismo tipo de onda, entonces una onda divergente vendría representada por $e^{j(k/2z)r^2}$. Comparando una función del tipo (2.14) con la aproximación cuadrática de una onda esférica resulta que la primera representa una onda esférica convergente o divergente a un punto situado a una distancia

$$z = \frac{p}{2\lambda n}.$$

Por lo tanto, una PZ periódica en r^2 , al iluminarla con una onda plana monocromática dará lugar a un serie de ondas esféricas que convergerán o divergirán de puntos f_n tales que

$$f_n = \frac{p}{2n\lambda}, \quad (2.15)$$

donde para $n = \pm 1$ se obtiene las denominadas distancias focales principales de la PZ y para $n \neq \pm 1$ las distancias focales secundarias. La ecuación (2.15)

nos indica directamente que una PZ es un elemento con cromatismo pronunciado ya que su distancia focal es inversamente proporcional a la longitud de onda con la que se ilumine, siempre y cuando el periodo no varíe con λ . Este formalismo nos permite evidenciar la analogía existente entre las PZs y las redes de difracción unidimensionales convencionales. Si la transmitancia en amplitud de una red de difracción tiene el mismo perfil que el de una PZ, expresada en r^2 , ambas aceptarían el mismo desarrollo en serie de Fourier y cuando se iluminen con una onda plana las dos redistribuirán la energía incidente de un modo similar. La diferencia está en el hecho que la PZ lo hará en forma de ondas esféricas convergentes y divergentes, que formaran los focos de la lente, y la red unidimensional en forma de ondas planas, que emergen formando con el eje óptico del sistema un ángulo β [Goodman08] tal que

$$\sin \beta = \frac{n\lambda}{p}, \quad (2.16)$$

constituyendo los llamados órdenes de difracción que se encuentran sobre una recta perpendicular al eje óptico del sistema cuando se focalizan en el plano focal imagen de una lente convergente. Por lo tanto, cuando se ilumina la red unidimensional con luz blanca, de (2.16) resulta que el rojo será el que más se separe del eje óptico del mismo modo que en la PZ la distancia focal para el rojo es siempre más corta que para el azul (ver Fig. 2.3).

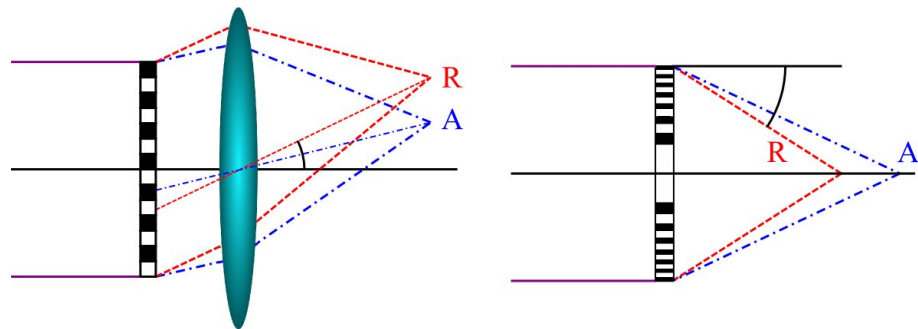


Figura 2.3: Analogía entre una red de difracción y una placa zonal.

Así pues, de forma similar a como se define la eficiencia (η') de una red unidimensional como el cociente entre la energía difractada en el orden +1 y

la energía incidente, también se puede definir la eficiencia de una PZ como el cociente entre la energía de un foco principal y la energía incidente. Teniendo en cuenta (2.14), la intensidad, es decir el flujo total de energía por unidad de tiempo del foco principal será proporcional a $|C_1|^2$. Por lo tanto, si iluminamos la placa con un haz monocromático de intensidad unidad y teniendo en cuenta que la energía absorbida por la placa viene dada por

$$E_{abs} = \frac{1}{p} \int_{-\frac{p}{2}}^{\frac{p}{2}} (1 - |t(r^2)|^2) dr^2, \quad (2.17)$$

siempre se cumplirá que

$$\sum_{n=-\infty}^{n=\infty} |C_n|^2 + E_{abs} = 1. \quad (2.18)$$

Con este formalismo vamos a repasar las propiedades de focalización de las PZs periódicas más conocidas. La primera clase de PZ que vamos a estudiar son las PZ binarias.

2.3.1 Placa zonal binaria

El concepto de PZ de Fresnel es bien conocido desde el siglo XIX. Sus propiedades (focalización, cromatismo, formación de imágenes, poder de resolución, etc.) han sido ampliamente descritas en la bibliografía [Myers51, Sussman60, Shulman70, Waldman66, Young72]. Como hemos explicado en la parte inicial de este capítulo, su poder de focalización se debe a que está construida de tal forma que para un determinado punto de su eje intercepta las zonas de Fresnel pares o impares. Su transmitancia, $q(\zeta)$, es por tanto una función binaria de salto unidad cuya análoga en las redes unidimensionales sería la denominada red cuadrada o de Ronchi (véase Fig. 2.4). El primer anillo puede ser transparente (placa positiva), u opaco (placa negativa) o puede no estar completo. Las distribuciones de energía sobre los diferentes focos es independiente de este hecho ya que desplazar la función equivale a multiplicar por un factor de fase las coeficientes C_n de la expresión (2.12). Su desarrollo en serie de Fourier [Andrés83] se puede escribir como

$$t_F(r^2) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \frac{1}{2} \text{sinc}\left(\frac{n}{2}\right) e^{j2\pi \frac{n}{p} r^2} \quad (2.19)$$

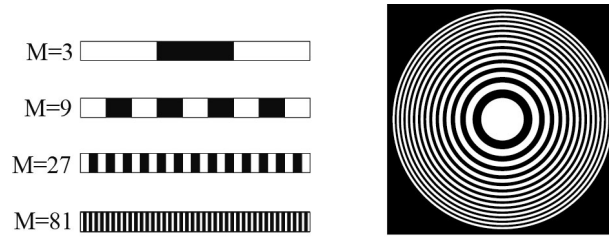


Figura 2.4: Diversos ejemplos de funciones generatriz $q(\zeta)$ para una PZ de Fresnel de M zonas (izquierda). Placa zonal de Fresnel con $M = 27$ zonas (derecha).

y por lo tanto según (2.12) los coeficientes C_n se pueden expresar como

$$C_n = \frac{1}{2} \operatorname{sinc}\left(\frac{n}{2}\right) \quad (2.20)$$

donde $\operatorname{sinc}(x)$ es la función seno cociente de x . De (2.20) se pueden deducir dos propiedades muy interesantes, la primera es que este tipo de red solo tendrá focos en los órdenes impares ya que todos los órdenes pares son iguales a cero y la segunda que presentará una simetría en la repartición de la energía entre los focos reales y virtuales. De hecho, esta segunda propiedad se cumplirá para todas las PZs con una transmitancia pura de amplitud, ya que de la expresión (2.13), si $f(x)$ es real se cumple que $C_{-n} = C_n^*$. Iluminando la placa con un haz monocromático de intensidad unidad, la energía absorbida dada por la Ec. (2.17) es igual a $1/2$, mientras la energía de los infinitos focos de la placa será proporcional a $|C_n|^2$. De (2.20) resulta que un $1/4$ de la energía incidente va al orden cero y los distintos focos reales tienen la misma energía, $1/(\pi^2 n^2)$ que sus correspondientes virtuales. De esta forma, la energía que contiene el foco principal, es decir la eficiencia de la PZ, será igual $\eta' = 1/\pi^2 \approx 0.10$. Por tanto solo un 10% de la energía incidente focaliza en el foco principal de la PZ.

La energía del foco principal se puede aumentar utilizando la PZ de Wood [Wood98]. Esta es una placa pura de fase que está constituida por un conjunto de anillos concéntricos de las mismas características que los de una placa de Fresnel pero con la diferencia de que ahora, en lugar de ser transparentes y opacos, avanzan o retardan la fase de la radiación incidente en π . Su transmitancia $t_W(r^2)$, es evidente si observamos que:

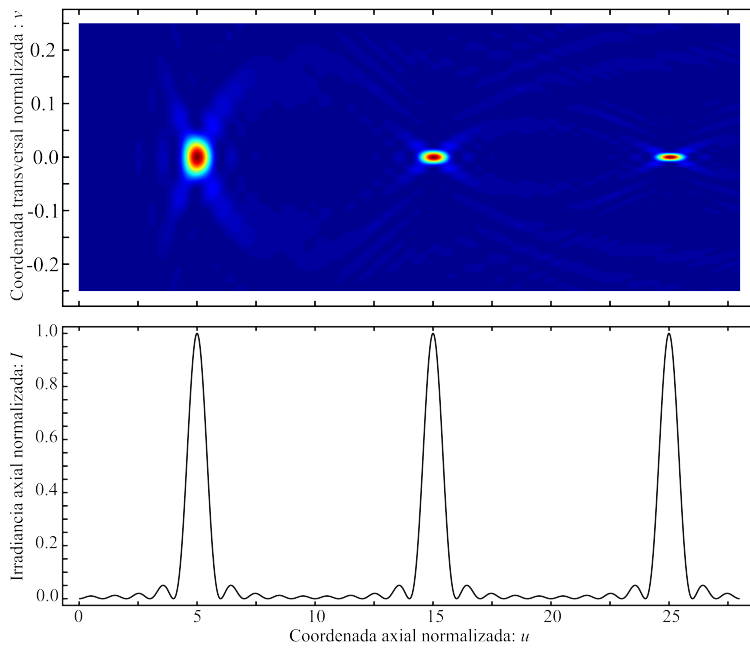


Figura 2.5: Mapa de irradiancia axial de una PZ binaria con $M = 10$ zonas en función de la coordenadas normalizada u y v (superior). Irradiancia axial normalizada vs coordenada axial normalizada obtenida para la misma PZ (inferior).

$$t_W(r^2) = 2t_F(r^2) - 1 \quad (2.21)$$

en donde $t_F(r^2)$ representa la PZ de Fresnel y viene definida por la ecuación (2.19). Haciendo uso de estas expresiones, su desarrollo en serie de Fourier es inmediato:

$$t_W(r^2) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \text{sinc}\left(\frac{n}{2}\right) e^{j2\pi \frac{n}{p} r^2} - 1 \quad (2.22)$$

La energía absorbida por esta placa es nula por ser pura de fase. Además, el término del sumatorio de (2.22) correspondiente a $n = 0$ se anula con el término constante, siendo por tanto nula la energía no difractada por esta PZ. Al no existir absorción ni energía no difractada, toda la energía incidente se

distribuye entre todas las ondas convergentes y divergentes a las que da lugar la PZ, resultando que cada una de ellas es cuatro veces más intensa que en la correspondiente placa de amplitud. Por ello, la eficiencia η' será cuatro veces mayor.

En la Fig. 2.5 se muestra el mapa de irradiancias y la irradiancia axial de una PZ binaria con $M = 10$ zonas en función de las coordenadas normalizadas u y v calculados utilizando la Ec. (2.9) y la Ec. (2.10) respectivamente. Al estar en los dos casos la irradiancia normalizada, el resultado obtenido puede corresponder indistintamente a una PZ de Fresnel o de Wood con periodo normalizado $\bar{p} = p/a^2 = 2/M$. En el rango axial mostrado, se pueden observar tres focos de la misma intensidad axial que corresponden al primer, tercer y quinto orden de difracción de la lente ya que este tipo de lentes solo tiene órdenes impares. El primer foco está situado en la posición $u_1 = 1/\bar{p}$, mientras que los órdenes superiores los encontramos en $u_n = n/\bar{p}$ con n impar. Aunque la intensidad axial de los tres focos es idéntica la anchura transversal de los focos de alto orden es menor y por consiguiente la energía también es menor. Por tanto este resultado concuerda con el análisis energético que hemos realizado anteriormente de este tipo de placa cuya energía de los focos impares era proporcional a $1/(\pi^2 n^2)$.

2.3.2 Lente kinoform

Tanto la PZ de Fresnel como la PZ de Wood presentan una simetría en la repartición de energía entre los focos reales y virtuales debido al perfil particular que poseen. En este apartado nos interesamos por encontrar una PZ con asimetría en la repartición de energía, y más concretamente por una que solamente posea un foco y sin absorción ni energía no difractada. Es decir, por una red que focalice en un punto toda la energía incidente. Esta PZ, que podemos denominar de asimetría máxima, sería aquella que, según (2.14), admitiese un desarrollo de Fourier tal que $C_n = 1$ para $n = -1$ (lente divergente) o para $n = 1$ (lente convergente) y $C_n = 0$ para todos los demás.

La transmitancia en amplitud de esta PZ podría ser la correspondiente a una lente esférica, pero como veremos a continuación no podemos entender este elemento como una PZ. El espesor de una lente esférica delgada de focal en aire f , índice de refracción n_L , sumergida en un medio con índice de refrac-

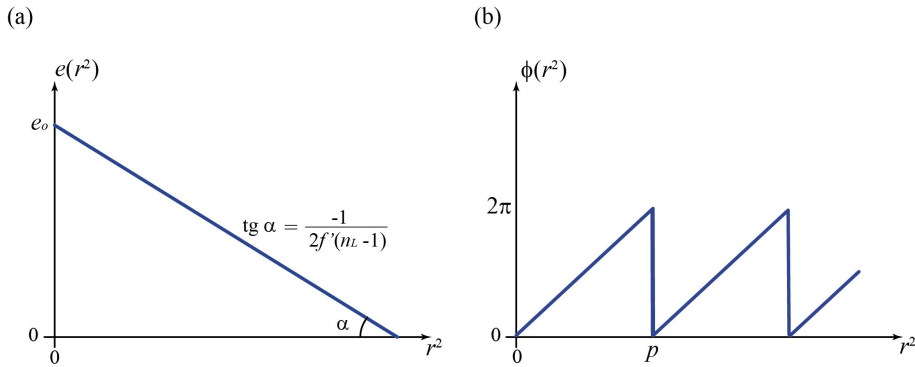


Figura 2.6: (a) Espesor y (b) el módulo 2π de la fase de una lente esférica delgada.

ción n_e y espesor máximo e_0 es [Goodman08]

$$e(r^2) = e_0 - \left(\frac{r^2}{2f(n_L - 1)} \right) \quad (2.23)$$

y el retardo de fase total sufrido por un frente de onda al pasar a través de la lente se puede escribir como

$$\phi(r^2) = -k((n_L - 1)e(r^2) - e_0) \quad (2.24)$$

por lo que su transmitancia vale

$$t(r^2) = e^{-jkn_L e_0} e^{j\frac{\pi}{\lambda f} r^2} \quad (2.25)$$

que, excepto el término constante, coincide con una onda esférica en la aproximación paraxial que converge a una distancia f . En la Fig. 2.6 se representa gráficamente la ecuación (2.23) y el módulo 2π de la fase de (2.25). Se observa que el espesor disminuye linealmente con r^2 , es decir parabólicamente con r . En cambio la fase aumenta linealmente con r^2 debido al signo menos de la Ec. (2.24). El módulo 2π de la fase resultante de la Ec. (2.24) es un función periódica en r^2 con periodo

$$p = 2f\lambda. \quad (2.26)$$

Estamos ante un posible caso de PZ, donde su desarrollo en serie de Fourier es evidente: $C_n = 1$ para $n = 1$ y $C_n = 0$ para $n \neq 1$. Ahora bien, veamos qué

ocurre cuando iluminamos esta lente con dos longitudes de onda λ_0 y λ_1 . Para $\lambda = \lambda_0$, de (2.26) resulta que el periodo de la función de transmitancia de la lente es $p_0 = 2f\lambda_0$ mientras que para $\lambda = \lambda_1$ el periodo es $p_1 = 2f\lambda_1$ y las 2 longitudes de onda focalizarán en el mismo punto y por tanto no presentará el cromatismo pronunciado característico de una PZ. Podemos concluir definiendo una PZ como aquel elemento óptico cuya transmitancia sea periódica en r^2 y cuyo periodo sea invariante bajo λ .

Por lo tanto, la única solución posible para encontrar una lente difractiva con asimetría máxima en la repartición de la energía será realizar una PZ cuya transmitancia sea (2.25) pero debida a una variación de camino óptico distinta de la correspondiente a la lente esférica. Es decir, la fase de un elemento óptico siempre está modulada a 2π (su valor máximo es 2π) pero, por supuesto, no así su camino óptico. Por ello, puede ocurrir que dos funciones que representen una variación de camino óptico distinta den lugar a una misma variación de fase. Podemos preguntarnos entonces cuánto debe variar el espesor de una lente esférica en aire para que la fase varíe en 2π . Denominemos a esta variación de espesor d . De (2.24) resulta:

$$d = \frac{\lambda}{n_L - 1}. \quad (2.27)$$

Por supuesto, d depende de λ ; por lo tanto como hemos visto anteriormente el periodo de lente esférica varía también con ella. Puesto que un incremento de espesor igual a d provoca una variación de fase igual a 2π , un elemento óptico cuya variación de espesor sea

$$e(r^2) = \text{mod}_d \left[e_0 - \left(\frac{r^2}{2f(n_L - 1)} \right) \right] \quad (2.28)$$

en donde $\text{mod}_d(x)$ es la función módulo de d de x , dará lugar a una variación de fase análoga a la de una lente esférica para la longitud de onda de diseño, que definiremos a partir de ahora por λ_D . En la Fig. 2.7 se muestra un ejemplo de espesor que sigue la ecuación (2.28) y la lente esférica que se ha utilizado para su obtención. Debido a que hemos utilizado la aproximación cuadrática de una onda esférica, la superficie esférica de la lente se ha transformado en ramas de parábola. Los puntos r_N para los que $e_0 - e = Nd$, que son los mismos para los que la fase es un múltiplo de 2π , satisfacen la ecuación:

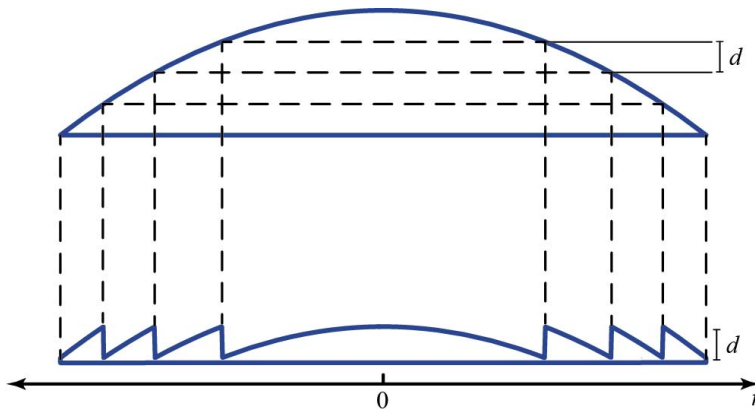


Figura 2.7: Lente kinoform y la lente esférica que se ha utilizado para su obtención.

$$Nd = \frac{r_N^2}{2f(n_L - 1)} \quad N = 1, 2, 3, \dots$$

$$r_N^2 = N2f\lambda_D. \quad (2.29)$$

Ahora, el espesor también es una función periódica en r^2 . Este elemento óptico se le conoce como lente kinoform [Jordan70]. La red unidimensional correspondiente a esta placa es la denominada red "blazé" [Ditchburn61]. Se puede establecer la misma analogía entre un prisma delgado y una red blazé que entre una lente esférica delgada y una lente kinoform. Para comprenderlo, es suficiente representar gráficamente el espesor de un prisma y su fase, la cual coincide con la red blazé. Se constatará inmediatamente que son la versión unidimensional de la Fig. 2.6.

Dar una lente kinoform es dar un elemento óptico cuyo espesor varía según la Fig. 2.7, y por tanto es conocer su espesor máximo d y su periodo p . De (2.27), esa red zonal desfasará 2π para la longitud de onda de diseño λ_D tal que su transmitancia en amplitud será $t(r^2) = e^{j\frac{2\pi}{p}r^2}$ por lo que su desarrollo en serie de Fourier es $C_n = 1$ para $n = 1$ y $C_n = 0$ para el resto y por tanto según (2.15) focalizará a una distancia f tal que

$$f = \frac{p}{2\lambda_D}. \quad (2.30)$$

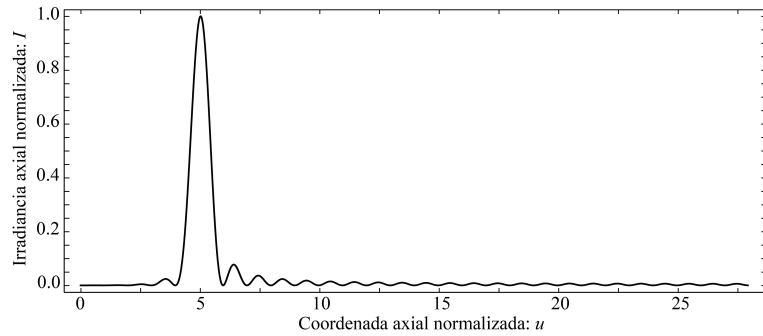


Figura 2.8: Irradiancia axial normalizada vs coordenada axial obtenida para una lente kinoform de $M=5$ zonas.

Si cambiamos la longitud de onda de la radiación incidente, debido a que su espesor es periódico siempre podremos tomar como origen de fases los puntos r_N dados por (2.28), y por tanto el periodo de la lente kinoform será invariante y focalizará a una distancia f_λ igual a

$$f_\lambda = \frac{p}{2\lambda} = \frac{\lambda_D}{\lambda} f. \quad (2.31)$$

Hemos conseguido, gracias a las características geométricas de este elemento óptico, fijar el periodo de su transmitancia en amplitud, que será el mismo que el de (2.26), por lo que una lente kinoform es realmente una PZ. Hay que tener en cuenta otro efecto al cambiar la longitud de onda de la radiación incidente. Para otra λ , con un material no dispersivo como el que se ha supuesto en todos los casos anteriores, la variación de fase para d será $\frac{\lambda_D}{\lambda} 2\pi$ y por consiguiente la transmitancia de la lente no se asemejará a la de una lente esférica. Por tanto, aparte del cromatismo característico de las PZs, la distribución de energía de las diferentes ondas esféricas difractadas será distinta para cada λ . Así, mientras que para λ_D la eficiencia de la red será $\eta' = 1$, para una longitud de onda λ , la eficiencia será menor.

Finalmente en la Fig. 2.8 se muestra la irradiancia axial normalizada de una lente kinoform con $M = 5$ zonas en función de la coordenada u calculada utilizando la Ec. (2.10). Nótese que aunque tenga la mitad de zonas que la representada en la Fig. 2.5, esta lente tiene la misma distancia focal debido

a que el periodo equivalente es el mismo. En el rango axial mostrado, esta vez solo se observa un foco situado en la posición $u_1 = 1/M = \bar{p}$, mientras que los órdenes superiores han desaparecido. El resultado obtenido en la Fig. 2.8 demuestra que una lente kinoform solo tiene un foco difractivo y tiene por tanto un comportamiento idéntico a una lente esférica para la longitud de onda de diseño.

2.4 Placas zonales fractales

En el apartado anterior hemos definido las PZs como estructuras periódicas a lo largo de la coordenada radial elevada al cuadrado. Hemos demostrado que esta configuración presenta un patrón de difracción discreto en el eje óptico donde cada pico de intensidad corresponde con un foco de la lente. En esta sección vamos a introducir una nueva familia de PZs basadas en secuencias aperiódicas, más concretamente, en secuencias fractales. Veremos que las PZs basadas en estructuras fractales presentan un patrón de difracción discreto autosimilar que nos proporcionarán interesantes propiedades de focalización. En primer lugar vamos a estudiar las PZs fractales de amplitud.

2.4.1 Placas zonales fractales de amplitud

La primera PZ fractal cuya distribución de zonas está basada en una estructura fractal fue propuesta en el año 2003 [Saavedra03]. Para entender este tipo de PZ, consideremos en primer lugar la irradiancia producida en un punto del eje óptico por un sistema óptico con una pupila con simetría de revolución. Como hemos visto anteriormente, si expresamos la pupila en coordenadas normalizadas $q(\zeta)$, la irradiancia axial expresada en función de la coordenada axial normalizada u se obtiene en términos de la transformada de Fourier de $q(\zeta)$. Si ahora suponemos la pupila tiene una estructura fractal, como es bien conocido de las propiedades de los fractales, la transformada de Fourier de $q(\zeta)$, es decir la irradiancia axial, también tendrá propiedades de fractalidad. Este tipo de pupilas fueron denominadas *Placas Zonales Fractales* (PZFs) porque como veremos a continuación pueden ser construidas a partir de PZs convencionales.



Figura 2.9: Esquema de generación de la función binaria $q(\zeta)$ de una PZF trídica (izquierda) y la correspondiente PZF para el caso $S = 3$ (derecha).

Como hemos visto en la Fig. 2.4 la función $q(\zeta)$ para una PZ de Fresnel es una función binaria tipo red Ronchi de periodo normalizado \bar{p} que puede expresarse de la siguiente manera:

$$q_{PZ}(\zeta, \bar{p}) = \text{rect}(\zeta - 0.5) \text{rect} \left(\frac{\text{mod}_{\bar{p}}(\zeta + \bar{p}/2 - 1)}{\bar{p}} \right) \quad (2.32)$$

donde $\text{rect}(x)$ es la función rectángulo de x . De forma similar, las PZFs se construyen reemplazando la función periódica anterior por una función binaria fractal.

Consideremos, por ejemplo, el caso particular conjunto fractal de Cantor regular, cuya generación se muestra en la Fig. 2.9 (izquierda). En la primera etapa ($S = 1$) el segmento inicial se divide en un número impar de segmentos $2N - 1$ y los segmentos de las posiciones pares se eliminan (en la figura se ha considerado un conjunto trídico de Cantor, por lo tanto $2N - 1 = 3$). Para el resto de los N segmentos de la primera etapa, este proceso de corte y eliminación se repite, y se procede así sucesivamente en las siguientes etapas $S = 2, 3, \dots$. De este modo, en términos matemáticos, la función de transmitancia de una PZF, desarrollada hasta un cierta etapa S de crecimiento, se puede expresar como el producto de funciones periódicas $q(\zeta)$ de (2.32) como

$$q(\zeta) = q_{PZF}(\zeta, N, S) = \prod_{i=0}^S q_{PZ} \left(\zeta, \frac{2}{(2N - 1)^i} \right) \quad (2.33)$$

Finalmente, realizando el cambio de variable inverso a (2.7) y rotando la es-

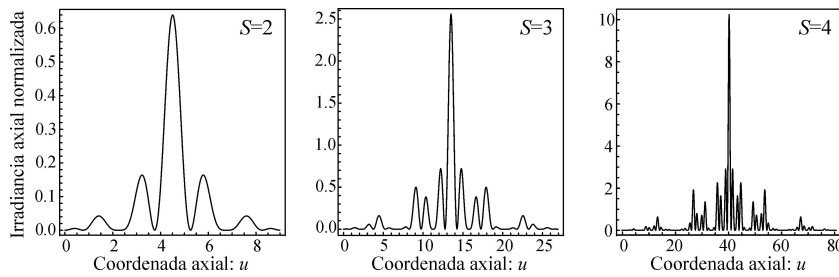


Figura 2.10: Irradiancia axial normalizada vs. coordenada axial normalizada obtenida para PZFs para distintos órdenes S .

estructura unidimensional resultante alrededor de uno de sus extremos generamos la PZF. Un ejemplo para un conjunto fractal de Cantor triádico se muestra en la Fig. 2.9 (derecha) donde la transmitancia de la PZF puede entenderse como una PZ de Fresnel con periodo $\bar{p}(N, S) = 2/(2N - 1)^S$, pero a la que se le han quitado algunas zonas.

La irradiancia axial para diferentes etapas de desarrollo S del fractal se muestra en la Fig. 2.10. Nótese que en cada paso la escala para la coordenada axial es una versión escalada de la anterior en un factor $2N - 1 = 3$. De hecho, los patrones de la Fig. 2.10 son autosimilares. De este modo, es posible sintetizar perfiles de irradiancia a lo largo del eje óptico que tengan una estructura fractal. Además, es posible demostrar que la posición de los lóbulos centrales de los focos coincide con los de la PZ convencional de $M = 3^S$ zonas. Esta propiedad de focalización fractal mejora las prestaciones de las lentes difractivas convencionales aumentando la profundidad de campo y disminuyendo la aberración cromática. La aberración cromática de la lente fractal es menor debido a que cada foco principal exhibe una mayor extensión axial gracias a la presencia de los focos secundarios, dando lugar además a una superposición parcial entre los mismos para las diferentes longitudes de onda [Furlan07].

En el caso más general en el que $N > 2$, conocido también como conjunto de Cantor poliádico, podemos incluir un nuevo parámetro de diseño en el fractal, la lacunaridad (ϵ). Este parámetro nos fija la distancia entre las zonas transparentes, a excepción de las dos centrales, tal y como se muestra en la Fig. 2.11 (a). Las PZF poliádicas también presentan múltiples focos subsidiarios cuya distribución de energía puede ser controlada con el parámetro ϵ [Mon-

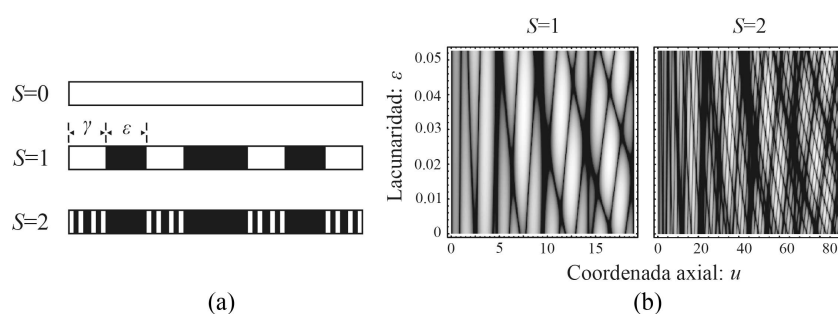


Figura 2.11: Esquema de generación de la función binaria de una PZF con $N = 4$ (izquierda). Representación en escala de grises de la irradiancia axial (en dB) en función de la coordenada axial normalizada y de la lacunaridad con $\gamma = 4/19$ (derecha).

soriu04]. La influencia de este parámetro se puede observar claramente en la Fig. 2.11 (b).

2.4.2 Lente del Diablo

Las PZFs de amplitud presentan infinitos focos a lo largo del eje óptico y por tanto la proporción de la energía del foco principal es muy baja. Para mejorar la eficiencia de estas lentes, se puede combinar el concepto de lente kinoform con el de lente fractal. Distribuir los dientes de sierra de una lente kinoform de forma fractal permite mantener las interesantes propiedades de focalización estudiadas en la sección anterior al mismo tiempo que concentramos la mayor parte de la energía incidente en el primer orden de difracción de la lente. Este nuevo tipo de lente kinoform fractal se denominó *Lente del Diablo* (LD) [Monsoriu07] ya que el perfil de fase que definen estas lentes se puede determinar a través de un fractal conocido en matemáticas como escalera del diablo [Chalice91].

Como hemos visto anteriormente, el conjunto tríadico de Cantor en la etapa S consta de 2^S segmentos de longitud 3^{-S} con $2^S - 1$ intervalos vacíos disjuntos $[p_{S,l}, q_{S,l}]$, siendo $l = 1, \dots, 2^S - 1$. Sobre la base de esta estructura fractal se puede generar fácilmente la escalera del diablo o función de Cantor $F_S(x)$. Esta función real se define en el intervalo $[0, 1]$ y se expresa matemáticamente como

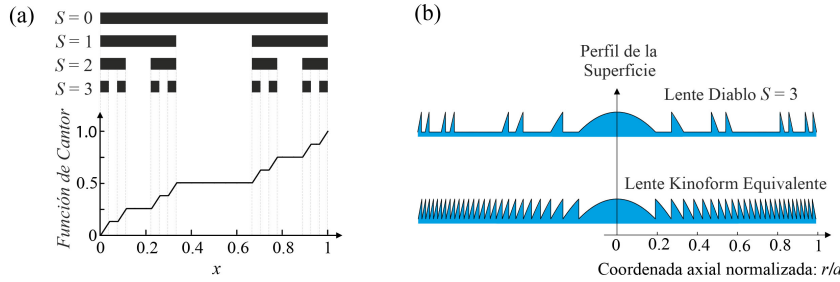


Figura 2.12: (a) Conjunto de Cantor tríadico para $S = 1, S = 2$ y $S = 3$. La función de Cantor o escalera del Diablo, $F_3(x)$, se muestra en la parte inferior. (b) LD convergente para $S = 3$ y su equivalente lente kinoform.

$$F_S(x) = \begin{cases} \frac{l}{2^S} & \text{si } p_{S,l} \leq x < q_{S,l} \\ \frac{l}{2^S} \frac{x - q_{S,l}}{p_{S,l+1} - q_{S,l}} + \frac{l}{2^S} & \text{si } q_{S,l} \leq x < p_{S,l+1} \end{cases} \quad (2.34)$$

donde $F_S(0) = 0$ y $F_S(1) = 1$. En la Fig. 2.12 (a) se representa el conjunto de Cantor para $S = 3$ y la correspondiente función de Cantor $F_3(x)$. Se observa que la escalera del diablo es monótonamente creciente en los 2^S segmentos y constante entre dichos segmentos. A partir de la función de Cantor $F_S(x)$ podemos definir la LD como un elemento óptico difractivo con simetría circular cuya transmitancia viene dada por

$$q_{DL}(\zeta, S) = \exp[j2^{S+1}\pi F_S(\zeta)] \quad (2.35)$$

donde ζ es la variable radial cuadrática normalizada definida anteriormente. El cambio de fase que se produce entre las zonas constantes del conjunto de Cantor es igual a 2π . El perfil radial de la lente $h(r)$ puede ser obtenido a partir de la siguiente relación

$$h_{LD}(r) = \text{mod}_{2\pi} \left[-2^{S+1}\pi F_S \left(\frac{r^2}{a^2} \right) \right] \frac{\lambda_D}{2\pi(n_L - 1)} \quad (2.36)$$

donde n_L es el índice de refracción del material utilizado para construir la lente, y λ_D es la longitud de onda de diseño. En la parte superior de la Fig. 2.12 (b) se muestra el perfil de una LD para $S = 3$, que se obtiene a partir de la Ec. (2.36). Se ha eliminado el material de la lente que proporciona un

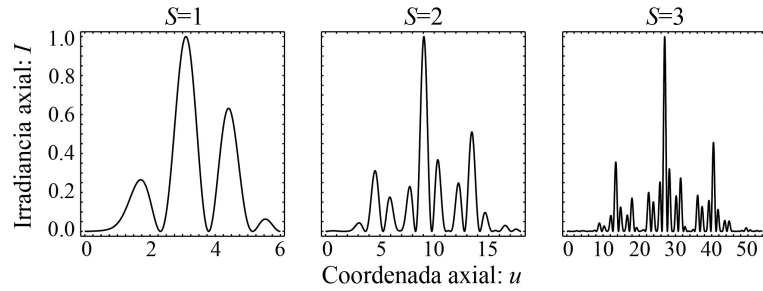


Figura 2.13: Irradiancia normalizada en función de la coordenada axial normalizada u de una Lente del Diablo para $S = 1, 2, 3$.

cambio de fase 2π para λ_D y que por lo tanto no afecta a la trayectoria de la luz, quedando finalmente las regiones de la función de Cantor que crecen linealmente en r^2 . Por comparación en la parte inferior de la misma figura se muestra el perfil correspondiente a una lente kinoform de la misma distancia focal.

En la Fig. 2.13 se muestra la irradiancia axial de la LD para diferentes etapas de crecimiento S computada utilizando la Ec. (2.10). Se puede observar que la posición axial del lóbulo central de la LD está situado en la distancia normalizada $u = 3^S$ que coincide con la posición del único foco de una lente kinoform de 3^S zonas. Por lo tanto, la distancia focal proporcionada por el LD se puede expresar como

$$f_s = \frac{a^2}{2\lambda 3^S}. \quad (2.37)$$

Como se esperaba, la LD exhibe un solo foco principal rodeado por un conjunto de focos subsidiarios de manera que el conjunto produce un volumen focal con un perfil característico fractal. De hecho, los tres patrones en la parte superior de la Fig. 2.13 son autosimilares, es decir, la irradiancia axial de un orden inferior forma la envolvente de los de orden superior con un factor magnificación igual a 3. Al igual que sucede con las PZF respecto a la PZ de Fresnel, esta propiedad de focalización fractal de las LDs mejora las prestaciones de las lentes kinoform convencionales aumentando la profundidad de campo y disminuyendo la aberración cromática, pero con la LD, además conseguimos apodizar los órdenes superiores de la PZF y por tanto mejoramos

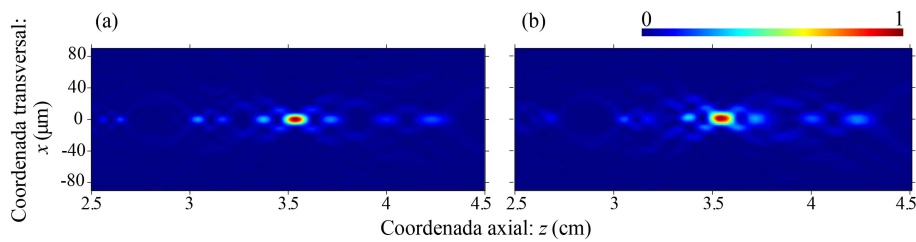


Figura 2.14: Mapa de irradiancias (a) numérica y (b) experimental en función de las coordenadas transversal y axial para una LD de orden $S = 3$ y $a = 1.1$ mm, iluminada por un haz plano monocromático de $\lambda = 633$ nm. Nótese que el foco está situado en la posición $f_S = \frac{a^2}{2\lambda 3^3} = 3.54$ cm.

también su eficiencia [Monsoriu07].

Las propiedades de focalización de las LDs se han analizado experimentalmente [Calatayud12], para ello se ha utilizado un dispositivo automatizado, donde las lentes han sido implementadas en un modulador espacial de luz. La captura del campo difractado de la LD cuando es iluminada por un haz plano monocromático (He-Ne $\lambda = 633$ nm) se realiza con una cámara CCD colocada en un motor paso a paso, que nos permite un movimiento axial de alta precisión. Este dispositivo de caracterización es rápido, versátil y permite conocer el comportamiento de una determinada lente difractiva sin necesidad de fabricarla [Calatayud12]. En la Fig. 2.14 se muestra el resultado experimental obtenido para una LD de orden $S = 3$ y radio pupilar $a = 1.1$ mm junto al campo difractado obtenido numéricamente a partir de la Ec. (2.9). Como puede verse, los resultados experimentales están en buena concordancia con las predicciones teóricas calculadas y se observa lo comentado anteriormente, la LD posee un foco principal y focos secundarios a lo largo del eje óptico con características autosimilares.

Capítulo 3

Lentes difractivas aperiódicas binarias

En el capítulo anterior se ha introducido una nueva familia de PZs basadas en estructuras aperiódicas. En este capítulo se van a mostrar las nuevas aportaciones realizadas durante mi tesis doctoral en el campo de las lentes difractivas aperiódicas binarias. Para ello, en primer lugar se presentarán las PZs multifractales [Giménez10]. Esta nueva lente, formada por la combinación de dos PZFs consigue mejorar las prestaciones de las lentes difractivas fractales explicadas en el capítulo anterior. Posteriormente, se mostrará como las distribuciones fractales se han usado para diseñar nuevas PZs cuadradas que presentan una mayor profundidad de foco que las lentes periódicas del mismo tipo [Calatayud13a, Ferrando13]. Finalmente, en la parte final del capítulo se presentará una nueva familia de lentes aperiódicas basadas en la secuencia de Fibonacci [Monsoriu13].

3.1 Lentes multifractales

Es bien conocido que la resolución espacial lograda con una PZ de Fresnel es aproximadamente la anchura de la zona más externa [Attwood99] y por tanto está limitada por la estructura más pequeña que se puede fabricar. Dado que en algunas ocasiones técnicamente es complicado lograr anillos exteriores muy

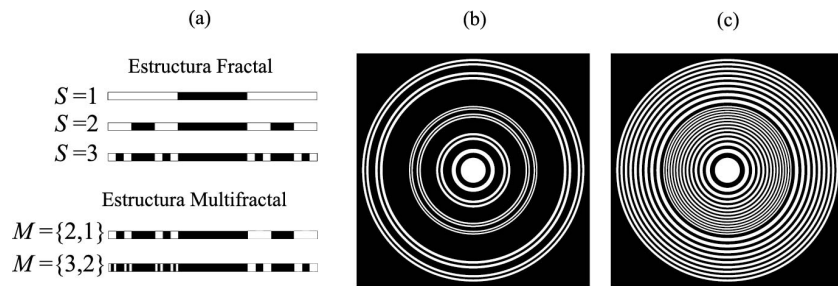


Figura 3.1: (a) Multifractal de Cantor formado por la composición de dos fractales. Nótese que el $M=\{3,2\}$ está formado por los fractales $S=3$ y $S=2$ escalados $1/3$ y situados en el primer y tercer tercio de la estructura. (b) PZMF generado con $M=\{3,2\}$ y (c) su equivalente PZ compuesta.

estrechos, con el fin de aumentar la resolución de estas lentes se han propuesto las PZs compuestas [Simpson84, Cao03]. Una PZ compuesta está constituida por una PZ central con periodo p , rodeada por una exterior cuyo periodo es tres veces el periodo de la central. De esta forma se consigue aumentar la energía enfocada, ya que el tercer orden de difracción de la placa exterior focaliza en la mismo punto que la focal principal de la placa central {véase Ec. (2.15)}.

Con este tipo de estructuras además de aumentar la energía focalizada, se incrementa la apertura numérica del sistema y por tanto se produce una mejora en la resolución de la lente sin aumentar el límite de fabricación impuesto por la tecnología utilizada. Como las PZFs pueden ser producidas por las mismas técnicas utilizadas para la fabricación de PZ convencionales, estas mejoras pueden adaptarse a los diseños de PZF. Dentro de este marco, hemos propuesto un nuevo tipo de lente difractiva llamada placa zonal multifractal (PZMF) cuya estructura es básicamente un compuesto de dos PZF diferentes [Giménez10].

En la Fig. 3.1 se muestra el conjunto de Cantor tríadico en el que se basa las PZFs. Téngase en cuenta que el conjunto de Cantor en una etapa S dada está construido por dos copias de la etapa anterior, $S-1$, con una escala $1/3$, y situados en los extremos del mismo. Por ejemplo, el conjunto de Cantor $S=4$ presenta dos copias a escala del conjunto $S=3$. De acuerdo con esta idea se han definido los multifractales "multiorden" de Cantor $M=\{S_1, S_2\}$ para

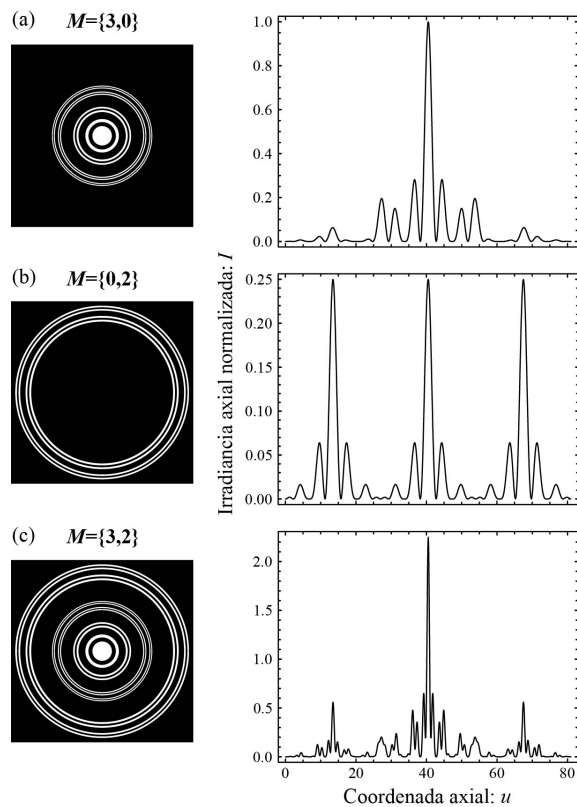


Figura 3.2: (a) Irradiancias axiales proporcionadas por diferentes PZMF mostradas a la izquierda. Nótese que (c) es una composición de (a) $\{3,0\}$ y (b) $\{0,2\}$.

el compuesto de dos fractales diferentes de órdenes S_1 y S_2 escalados $1/3$ y situados en el primer y tercer tercio de la estructura. La Fig. 3.1 (a) muestra dos ejemplos de multifractales multiórdenes $M = \{2, 1\}$ y $M = \{3, 2\}$.

De una manera similar a las PZFs, las PZMFs se pueden generar realizando el cambio de variable inverso a (2.7) y rotando la estructura multifractal unidimensional resultante alrededor de uno de sus extremos. La Fig. 3.1 (b) muestra un ejemplo de una PZMF con $M = \{3, 2\}$ y la Fig. 3.1 (c) muestra una placa de zona compuesta de Fresnel con la misma distancia focal y resolución. Nótese que una PZMF se construye como una PZF central con longitud focal

principal f rodeada por una PZF de orden inferior a la central, de manera que la distancia focal del orden superior de la PZF externa coincide con la central.

La irradiancia axial de estos nuevos elementos se ha analizado teóricamente utilizando la ecuación (2.10). La Fig. 3.2 (a) muestra la irradiancia axial producida por la PZF central de orden $S_1 = 3$ alrededor del foco principal situado a una distancia normalizada $u_0 = 3^{S_1+1}/2 = 40.5$. La respuesta axial para la PZF central exhibe un solo foco, rodeado por un número de focos subsidiarios, produciendo una zona de enfoque con un perfil fractal característico [Saavedra03]. La Fig. 3.2 (b) muestra la irradiancia producida por la PZF exterior del orden $S_2 = 2$. En este caso hay tres focos en el mismo intervalo axial, que corresponden al primer, tercer y quinto orden de difracción de la lente. Sin embargo, en comparación con el caso anterior, la intensidad en cada foco se ha reducido en un 75 %. La irradiancia axial para un PZMF con $M = \{3, 2\}$ se muestra en la Fig. 3.2 (c) y obviamente, es el resultado de la interferencia entre los campos difractados por la PZF central de orden $S_1 = 3$ y la PZF exterior de orden $S_2 = 2$. Nótese que la combinación de las dos PZF aumenta y concentra la energía enfocada, produciendo una mejora en la resolución axial de la lente. El foco principal de un PZMF está situado a una distancia normalizada dada por $u_0 = 3^{\max(S_1, S_2)+1}/2$, es decir, $u_0 = 3^{S_1+1}/2$ para $S_2 = S_1 - 1$.

Curiosamente, PZMFs preserva la propiedad de auto-similitud de la irradiancia axial atribuido a PZF. Para apoyar esta afirmación, hemos calculado en la Fig. 3.3 la irradiancia axial producido por PZMFs de multiórdenes $M = \{4, 3\}$ y $M = \{3, 2\}$ alrededor de su foco principal. Se puede observar que la distribución de la irradiancia axial correspondiente a una PZMFs de nivel inferior forma la envolvente de las superiores. Se ha encontrado que el mismo comportamiento se observa también en general para PZMFs, $M = \{S_1, S_2\}$, con $S_2 < S_1 - 1$. En estos casos, la focal principal de la PZF central coincide con el foco de orden n de la PZF exterior, a condición de que $S_2 = S_1 - (n - 1)/2$, donde n es un número entero impar. Por otra parte, cuando se ilumina una PZMF con luz policromática, los múltiples focos subsidiarios alrededor del foco principal se solapan para diferentes λ haciendo que este tipo de PZ sea menos sensible a la aberración cromática que la PZ compuesta equivalente [Giménez10].

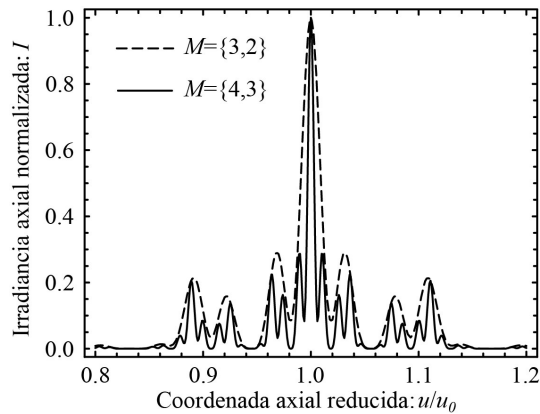


Figura 3.3: Comportamiento autosimilar de las irradiancias axiales proporcionadas por dos PZMFs alrededor del foco principal.

3.2 Lentes con otras geometrías

El concepto de PZ de Fresnel como conjunto de anillos transparentes y opacos de áreas iguales se puede generalizar a otras geometrías dando lugar a las denominadas placas zonales lineales (PZL) [Hart66], cuadradas (PZCu) [Janicijevic82], elípticas e hiperbólicas [Gomez-Reino80], entre otros. Las PZL son capaces de producir focos lineales y las cuadradas dos focos lineales perpendiculares entre si situados en el mismo plano transversal. En cierto modo, las placas zonales cuadradas pueden entenderse como la combinación de dos PZL y una de sus aplicaciones más interesantes es utilizar su focalización característica en forma de cruz para sistemas de alineamiento óptico. Basándonos en la estructura de una PZCu hemos propuesto un nuevo tipo de lente difractiva llamada PZ fractal cuadrada (PZFCu) cuya distribución de zonas sigue el conjunto de Cantor [Calatayud13a]. Para explicar la generación de este nuevo elemento difractivo es interesante tener en cuenta que el conjunto de Cantor triádico establecido en la Fig. 2.9 también puede ser codificado utilizando un vector de elementos binarios. En este caso el vector generador para $S = 1$ es $\{101\}$, donde “1” representan un segmento de blanco y “0”, un segmento negro en la Fig. 2.9. Los siguientes órdenes se generan de forma recursiva mediante la sustitución de $\{1\}$ por $\{101\}$ y $\{0\}$ por $\{000\}$ en cada etapa de

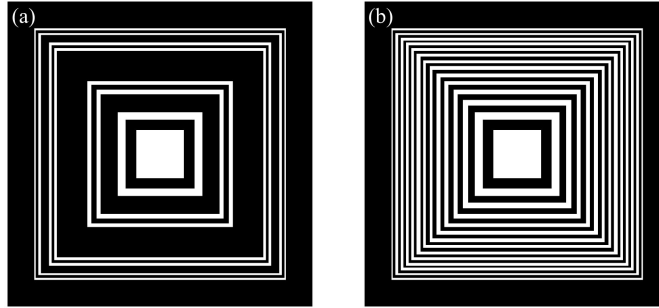


Figura 3.4: (a) Pupila de una PZFCu para $S=3$ y (b) su equivalente periódica.

la construcción de la estructura fractal. Entonces, el vector correspondiente a $S = 2$ será $\{101000101\}$ y el vector equivalente periódico será $\{101010101\}$. Bajo esta consideración, la función pupila de una PZFCu puede ser escrita como:

$$p(x,y) = \sum_{i=1}^N t_i \left[\text{rect} \left(\frac{x}{a\sqrt{i/N}} \right) \text{rect} \left(\frac{y}{a\sqrt{i/N}} \right) - \text{rect} \left(\frac{x}{a\sqrt{(i-1)/N}} \right) \text{rect} \left(\frac{y}{a\sqrt{(i-1)/N}} \right) \right] \quad (3.1)$$

donde N es el número total de zonas, t_i son los componentes del vector que definen el conjunto de Cantor y $2a$ el tamaño del lado exterior de la PZ. Nótese que con esta notación la pupila viene representada por diferentes anillos rectangulares de la misma área cuya semianchura viene dada por $x_i = \sqrt{i/N}a$ y donde la transmitancia de cada uno de ellos viene determinada por t_i (ver Fig. 3.4). Por tanto la Ec. (3.1) es una expresión general que se puede utilizar para generar otras distribuciones, ya sean periódicas o aperiódicas, representadas por su vector t correspondiente.

Bajo iluminación de una onda plana monocromática la irradiancia de una PZFCu puede obtenerse analíticamente aplicando la aproximación de Fresnel. De (2.3) se obtiene fácilmente la distribución de irradiancias en coordenadas cartesianas como

$$I(x,y,z) = \frac{1}{\lambda^2 z^2} \left| \iint_{-\infty}^{\infty} p(x_0, y_0) e^{-\frac{jk}{2z}(x_0^2 + y_0^2)} e^{\frac{jk}{z}(xx_0 + yy_0)} dx_0 dy_0 \right|^2. \quad (3.2)$$

Si expresamos la transmitancia de la pupila en términos de las coordenadas normalizadas $\{\bar{x}_0, \bar{y}_0\} = \{x_0/a, y_0/a\}$, la irradiancia puede ser rescrita como

$$I(\bar{x}, \bar{y}, u) = 4u^2 \left| \iint_{-\infty}^{\infty} q(\bar{x}_0, \bar{y}_0) e^{j2\pi(\bar{x}_0^2 + \bar{y}_0^2)} e^{j2\pi u(\bar{x}\bar{x}_0 + \bar{y}\bar{y}_0)} d\bar{x}_0 d\bar{y}_0 \right|^2, \quad (3.3)$$

donde $q(\bar{x}_0, \bar{y}_0) = p(a\bar{x}_0, a\bar{y}_0)$, u es la coordenada axial normalizada y $\{\bar{x}, \bar{y}\} = \{x/a, y/a\}$ son las coordenadas transversales normalizadas. Si consideramos la apertura cuadrada dada por (3.1) en la ecuación anterior obtenemos la solución analítica de la irradiancia:

$$\begin{aligned} I(\bar{x}, \bar{y}, u) = & \frac{1}{16} \left| \sum_{i=1}^N t_i \{ (\text{erf}[(1+j)\sqrt{\pi u}(\sqrt{i/N} + \bar{x})] + \right. \\ & \text{erf}[(1+j)\sqrt{\pi u}(\sqrt{i/N} - \bar{x})]) (\text{erf}[(1+j)\sqrt{\pi u}(\sqrt{i/N} + \bar{y})] + \\ & \text{erf}[(1+j)\sqrt{\pi u}(\sqrt{i/N} - \bar{y})]) - (\text{erf}[(1+j)\sqrt{\pi u}(\sqrt{(i-1)/N} + \bar{x})] + \\ & \text{erf}[(1+j)\sqrt{\pi u}(\sqrt{(i-1)/N} - \bar{x})]) (\text{erf}[(1+j)\sqrt{\pi u}(\sqrt{(i-1)/N} + \bar{y})] + \\ & \left. \text{erf}[(1+j)\sqrt{\pi u}(\sqrt{(i-1)/N} - \bar{y})]) \} \right|^2, \end{aligned} \quad (3.4)$$

donde $\text{erf}[x]$ es la Función Error de x . Si centramos nuestra atención en los valores de la irradiancia a lo largo de la coordenada axial, la ecuación anterior se simplifica a

$$I(u) = \left| \sum_{i=1}^N t_i \{ \text{erf}^2[(1+j)\sqrt{\pi u i/N}] - \text{erf}^2[(1+j)\sqrt{\pi u (i-1)/N}] \} \right|^2. \quad (3.5)$$

La irradiancia axial de la PZFCu calculada para el orden $S = 3$ se muestra en la Fig. 3.5. La posición del lóbulo más intenso ($u = 13.40$) coincide con el de la PZCu convencional pero de manera similar a lo que ocurre en las lentes fractales estudiadas hasta el momento, aparecen lóbulos subsidiarios alrededor del lóbulo principal ($u = 12.20$ y $u = 9.05$) aumentando la profundidad de foco de la lente. De hecho este tipo de PZ también es autosimilar, y por tanto

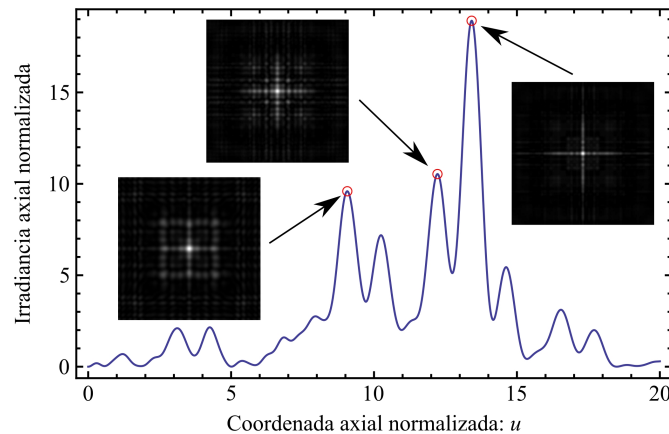


Figura 3.5: Irradiancia axial de una PZFCu para el orden $S = 3$ y las irradiancias transversales en sus principales focos.

las irradiancias axiales de los órdenes superiores están moduladas por las de los órdenes inferiores [Calatayud13a]. Los patrones transversales calculados con la Ec. (3.4) de los focos principales también se muestran en la Fig. 3.5, obteniéndose un volumen focal característico en forma de cruz. Las PZCu periódicas también generan patrones focales en forma de cruz, sin embargo este patrón solo se mantiene en un intervalo axial reducido mientras que en la PZFCu aún se mantiene para la posiciones de los focos secundarios. Esta propiedad aumenta las prestaciones de las PZCu convencionales en su utilidad para dispositivos de alineamiento óptico en tres dimensiones.

Aunque no se observa en la Fig. 3.5, una parte de la energía incidente es difractada a focos de orden superior. Para mejorar la eficiencia de las PZFCu, recientemente hemos propuesto un nuevo tipo de PZs basadas en el fractal polvo de Cantor que pueden considerarse como “Photon sieves” rectangulares [Ferrando13]. En este caso, los anillos rectangulares de la PZFCu se sustituyen por un conjunto disjunto de rectángulos distribuidos en un fractal 2D {véase Fig. 3.6 (a)}. De este modo, como se muestra en la Fig. 3.6, se consigue un efecto de apodización en los altos órdenes y la consecuente mejora en las prestaciones de la lente.

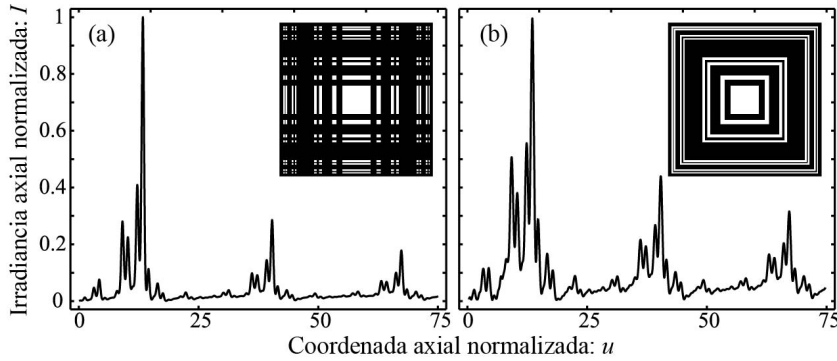


Figura 3.6: (a) Irradiancia axial de un CRFF para el orden $S = 3$ y (b) su equivalente PZFCu.

3.3 Placa zonal de Fibonacci

Todas las lentes aperiódicas que hemos presentado hasta el momento están basadas en estructuras fractales. En esta sección vamos a introducir un nuevo tipo de lente difractiva basada en la secuencia aperiódica de Fibonacci. En matemáticas, la serie de Fibonacci es una sucesión de números enteros que fue descrita por primera vez por Leonardo de Pisa (1170 - 1250), también conocido como Fibonacci [Gies00]. Esta secuencia, F_i con $i = 0, 1, 2, \dots$, se obtiene a partir de la siguiente función recursiva, $F_{i+1} = F_i + F_{i-1}$, con $F_0 = 0$ y $F_1 = 1$, por lo que $F = \{0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \dots\}$. La razón o cociente entre un término y el inmediatamente anterior varía continuamente, pero se estabiliza en un número irracional conocido como razón áurea, número áureo, φ , que es la solución positiva de la ecuación $\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$ dada por:

$$\varphi = \lim_{i \rightarrow \infty} F_i / F_{i-1} = (1 + \sqrt{5}) / 2. \quad (3.6)$$

Podemos encontrar en la naturaleza y en el arte muchos elementos relacionados con la sucesión de Fibonacci y el número φ . En el mundo animal, la secuencia determina la población de conejos después de que una primera pareja comience a reproducirse (tal y como describe el propio Leonardo de Pisa en su libro *Liber Abaci*), la relación entre la cantidad de abejas macho y abejas hembra en un panal o la relación entre la distancia entre las espiras del interior de un caracol. En la vegetación, la sucesión de Fibonacci determina

D_0 **B**
 D_1 **A**
 D_2 **A B**
 D_3 **A B A**
 D_4 **A B A A B**
 D_5 **A B A A B A B A**
 D_6 **A B A A B A B A A B A A B**

Figura 3.7: Primeros órdenes de la cadena de Fibonacci.

la disposición de los pétalos de las flores o la distancia entre las espirales de una piña [Klar02]. También se ha utilizado para definir la proporción perfecta entre muchas partes corporales de los humanos y los animales, como puede ser, la relación entre la altura de un ser humano y la altura de su ombligo, la relación entre la distancia del hombro a los dedos y la distancia del codo a los dedos, la relación entre la altura de la cadera y la altura de la rodilla, etc. En el hombre de Vitrubio y en otras obras de Leonardo da Vinci o de Miguel Ángel se pueden comprobar estas relaciones. Finalmente en la arquitectura también podemos encontrar esta proporción por ejemplo en el Partenón, en la Torre Eiffel o en la catedral de Notre Dame, donde diversos componentes estructurales se distribuyen según la razón aurea.

La cadena de Fibonacci (Fig. 3.7) formada por dos elementos A y B se puede generar a partir de la secuencia de números de Fibonacci con un procedimiento recursivo similar dado por $D_{i+1} = \{D_i, D_{i-1}\}$ para $i \geq 1$, con $D_0 = \{B\}$ y $D_1 = \{A\}$, por lo que $D_2 = \{AB\}$, $D_3 = \{ABA\}$, $D_4 = \{ABAAB\}$, $D_5 = \{ABAABABA\}$ y así sucesivamente hasta el orden S deseado (Fig. 3.7). Nótese que para un determinado orden S , la secuencia tendrá un total F_{S+1} elementos repartidos en F_S veces ‘A’ y F_{S-1} veces ‘B’ de forma que el número total de elementos es $F_{S+1} = F_S + F_{S-1}$.

En la última década podemos encontrar multitud de trabajos científicos en los que la secuencia de Fibonacci se ha empleado en diversas aplicaciones. Por

ejemplo se han estudiado las propiedades de transmisión de las denominadas superredes de Fibonacci, es decir, sistemas dieléctricos multicapa en el que se van alternando láminas de material ‘A’ y ‘B’ en una cadena de Fibonacci (véase por ejemplo las Refs. [Yang99] y [Zhu97]). Se ha podido verificar tanto teórica como experimentalmente que el espectro de transmisión de estas estructuras, además de ser autosimilar, presenta determinados rangos de frecuencia en los que la propagación está prohibida, de forma similar a lo que sucede en un cristal fotónico.

Por otra parte, los patrones de difracción generados por una cadena de Fibonacci 1D formada por capas GaAs y AlAs se obtuvieron por primera vez en 1985 en la longitud de onda de los rayos X [Merlin85]. Al igual que los espectros de transmisión, los patrones de difracción mostraron propiedades autosimilitud. En el campo de la fotónica podemos encontrar también diversos dispositivos diseñados y construidos utilizando la secuencia de Fibonacci [Maciá06] tales como redes difracción lineales multicapas [Sah95] y redes de difracción circulares [Gao11]. Dos ejemplos recientes de impacto significativo son la fabricación de láseres de cascada cuántica con retroalimentación distribuida, y matrices de Fibonacci de nanopartículas que producen una distribución cuasi-periódica de modos plasmónicos [Dallapiccola08, Mahler10]. Nosotros hemos utilizado la secuencia de Fibonacci para diseñar lentes difractivas [Monsoriu13] que como veremos a continuación presentan interesantes propiedades de focalización. El diseño de un PZ de Fibonacci (PZFi) de orden S se hace de manera similar a como se ha realizado en las PZFs. En este caso, la función generatriz $q(\zeta)$, definida en el intervalo $[0, 1]$ se construye a partir de la cadena D_S de la secuencia de Fibonacci (ver Fig. 3.7). En primer lugar se divide un segmento de tamaño unidad en F_{S+1} subelementos de longitud $d = 1/F_{S+1}$, y el valor que tiene el k -ésimo subelemento del segmento inicial se asocia al valor k -ésimo de la cadena, $D_{S,k}$, siendo 1 o 0 cuando $D_{S,k}$ es ‘A’ o ‘B’, respectivamente. Matemáticamente, esta condición se expresa en una forma general como

$$q(\zeta) = \begin{cases} 1 & \text{si } (l\varphi - 1)d \leq \zeta < [l\varphi]d \\ 0 & \text{si } ([l(\varphi + 1)] - 1)d \leq \zeta < [l(\varphi + 1)]d \end{cases} \quad (3.7)$$

donde $l = \{1, 2, \dots, F_j\}$, $[x]$ es la función suelo de x y denota el mayor entero menor o igual a x . En la Fig. 3.8 se muestra una PZFi de orden $S = 8$ junto

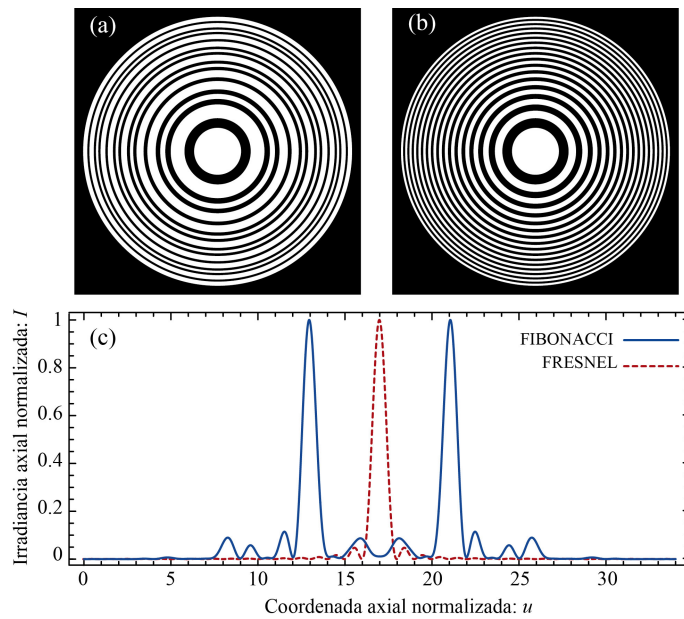


Figura 3.8: (a) PZ de Fibonacci generada a partir de la cadena D_8 y (b) PZ de Fresnel con el mismo número de zonas. (c) Irradiancia axial de ambas lentes en función de la coordenada axial normalizada.

con una PZ de Fresnel con el mismo número de zonas. Téngase en cuenta que la PZ de Fresnel se puede obtener usando el mismo método que en la PZFi, pero sustituyendo la secuencia de Fibonacci por una periódica, es decir, una secuencia de F_{S+1} elementos que alterna cuadros blancos y negros. En cierta manera, una PZFi se puede entender como una PZ de Fresnel convencional con periodo $\bar{p} = 2d$, donde las posiciones de algunas zonas han sido intercambiadas.

Las irradiancias axiales de la PZFi de orden $S = 8$ y su PZ de Fresnel equivalente se muestra en la Fig. 3.8 (c) en función de la coordenada axial normalizada. Se puede observar que la reordenación de las zonas de una lente de Fresnel de acuerdo con la secuencia de Fibonacci produce una división simétrica del foco de primer orden. Curiosamente, la posición del primer foco de la PZFi se encuentra en $u_1 = 13 = F_7 = F_{S-1}$ y el otro foco en $u_2 = 21 = F_8 = F_S$. Por

consiguiente, la relación de las distancias focales satisface $u_2/u_1 \approx \varphi$. El mismo efecto de división focal se produce en los órdenes superiores de difracción, replicando la distribución de irradiancias axiales a lo largo de la coordenada u con un periodo F_{S+1} .

Se puede demostrar fácilmente, calculando las irradiancias axiales de la PZFi para otros órdenes, que la bifurcación de los focos no se produce únicamente para el orden $S = 8$ sino que es una propiedad intrínseca de la secuencia de Fibonacci. Por tanto, para cualquier PZFi de orden S se producirá una división simétrica en la coordenada u de los órdenes de difracción de la PZ de Fresnel equivalente, siendo la posición de los dos focos principales dada por los números de Fibonacci F_{S-1} y F_S . Para entender este comportamiento intrínseco a la secuencia de Fibonacci hay que recordar que una función cuasiperiódica puede ser considerada como una superposición de funciones periódicas cuyos periodos son inconmensurables uno con respecto al otro [Maciá06]. Más concretamente, la secuencia de Fibonacci es una función aperiódica con dos periodos donde la relación entre ellos es la proporción áurea. De acuerdo con nuestra nomenclatura, en una PZFi estos periodos vienen dados por $\bar{p}_1 = 1/F_{S-1} \approx 0.5(\varphi + 1)\bar{p}$ y $\bar{p}_2 = 1/F_S \approx 0.5\varphi\bar{p}$. Por lo tanto, una PZFi se puede entender como dos PZs de Fresnel entrelazadas con periodos normalizados \bar{p}_1 y \bar{p}_2 . Estos periodos rigen la posición de los focos principales de la PZFi de una manera similar a un PZ convencional.

Es obvio que este tipo de PZ absorbe una parte de la energía incidente debido a los anillos opacos. Para evitar esta pérdida de energía se pueden substituir estos anillos con un material transparente de cierto grosor óptico que introduzca un desfase π en el campo incidente. De esta manera la energía absorbida por esta placa es nula por ser pura de fase. Sin embargo, al no tener el mismo número de anillos de fase π que de fase nula la energía no difractada no se puede considerar cero como si sucede en la PZ de Wood estudiada en el capítulo 2, pero aun así se produce una disminución considerablemente de la misma. Al no existir absorción y al ser menor la energía no difractada, la energía incidente resultante se distribuye entre todas las ondas convergentes y divergentes a las que da lugar la PZ, de modo que cada una de ellas es cuatro veces más intensa que en la correspondiente placa de amplitud análogamente a lo que ocurre entre la PZ de Fresnel y la de Wood.

Para la caracterización experimental de las PZ de Fibonacci de fase se ha

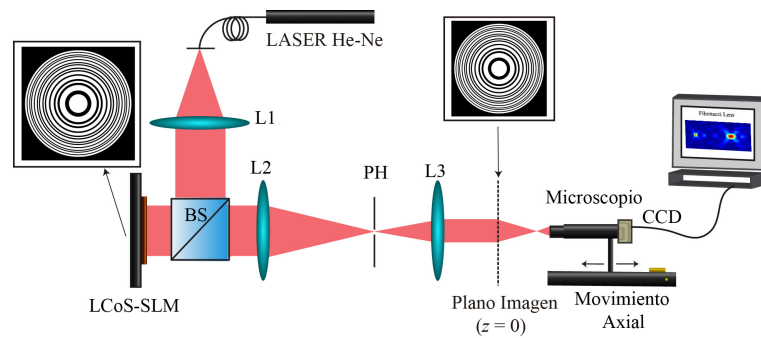


Figura 3.9: Esquema del montaje experimental utilizado para la caracterización experimental de lentes difractivas.

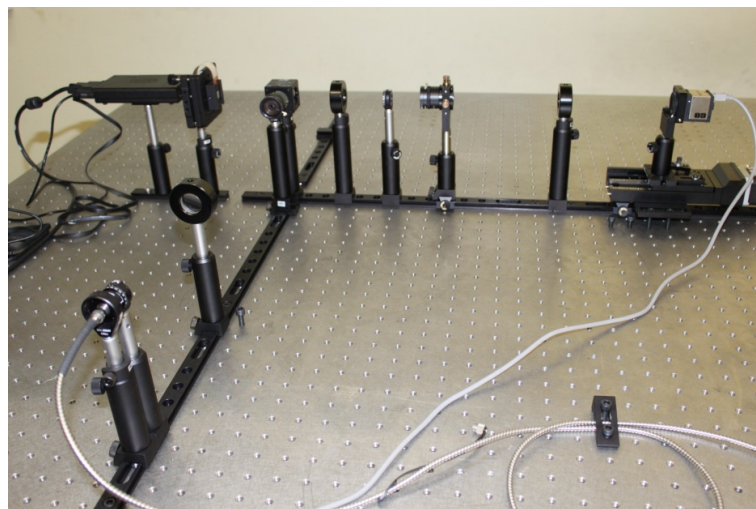


Figura 3.10: Fotografía del montaje experimental

utilizado el montaje experimental que se muestra en la Fig. 3.9. La implementación de la lente se ha realizado en un modulador espacial de luz (LCoS-SLM; Holoeye PLUTO, con 255 niveles de gris, $8 \mu\text{m}$ tamaño del pixel y 1920×1080 pixels) calibrado para una diferencia de fase 2π para $\lambda = 633 \text{ nm}$ con modulación solo de fase. Para evitar el ruido provocado por la reflexión especular (orden cero de difracción) y los altos órdenes de difracción debi-

dos al pixelado de la estructura, se añade al SLM una fase lineal que actúa como portadora. De esta manera, la lente difractiva deseada es guiada dentro del primer orden de difracción y por tanto es fácilmente aislada colocando un pin-hole en el plano focal L2. La lente L2 y L3 forman un sistema 4-f de aumento 0.5 que conjuga ópticamente el plano del SLM con el de la pupila de salida. Para compensar el efecto de las distorsiones del modulador y los otros elementos ópticos del montaje, se han medido las aberraciones del frente de onda de la pupila de salida del sistema con un sensor Hartmann-Shack (HS). El complejo conjugado de la fase medida con el sensor es finalmente añadido al SLM para evitar el efecto de dichas distorsiones.

Las propiedades de focalización de este tipo de lentes difractivas aperiódicas se verifican experimentalmente capturando con una cámara CCD el campo difractado por la lente para diferentes posiciones axiales cuando es iluminada por un haz plano monocromático (He-Ne $\lambda=633$ nm). Para una correcta captura del campo difractado la cámara CCD se coloca sobre un motor paso a paso (Thorlabs LTS 300, Rango: 300 mm y Precisión: 5 μ m), con un objetivo de microscopio (10X Zeiss© Plan-Apo). El control del SLM, el movimiento del motor y la captura de las imágenes fue automatizado con un programa desarrollado con LabVIEW®. En la Fig. 3.11 se muestra el resultado obtenido con el dispositivo experimental para un PZ de Fibonacci de fase de orden $S = 8$ con $a = 1.1$ mm. La discrepancia entre los valores teóricos y experimentales es inferior al 7% lo que demuestra el correcto funcionamiento del sistema tanto en la implementación de la lente como en su posterior caracterización.

Como se ha explicado anteriormente, la representación de la irradiancia axial en función de la coordenada u , nos ha resultado útil para explicar el mecanismo físico responsable de la división focal y es bastante ilustrativa debido a que las posiciones de los focos principales de una PZFi de orden S viene dada por los números de Fibonacci F_{S-1} y F_S . Sin embargo para el análisis de las propiedades de focalización, es también interesante estudiar la irradiancia axial en función de la coordenada z . Para no entrar en confusión entre las dos configuraciones, hay que tener en cuenta que la posición relativa de los focos se ha intercambiado debido a que las dos coordenadas axiales, z y u , son inversamente proporcionales una con respecto a la otra. Por este motivo, siempre que no se diga lo contrario, cuando nos refiramos al orden de los focos seguiremos

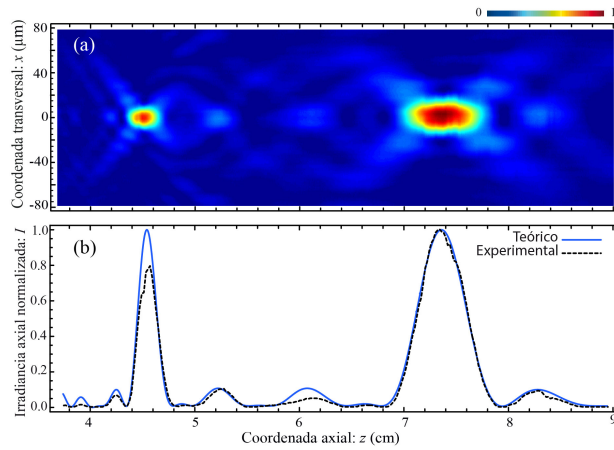


Figura 3.11: (a) Mapa de irradiancias generado por una PZ de Fibonacci de fase en función de las coordenadas transversal y axial. (b) Comparación de la irradiancia axial teórica y experimental.

la nomenclatura utilizada en la coordenada u .

Lo primero que llama la atención en el mapa de irradiancias de la Fig. 3.11, es que aunque la intensidad máxima en el eje axial es la misma para los dos focos, el segundo lóbulo de la figura presenta un contenido energético mayor. Justamente el hecho que las intensidades axiales máximas de estos focos sean iguales, nos dice que la eficiencia de difracción del primer foco, η_1 , es mayor que en el segundo, η_2 , satisfaciendo $\eta_1/\eta_2 = (u_2/u_1)^2 \approx \varphi^2$. Nótese que esto también pasaba entre los diferentes órdenes de una PZ de Fresnel, donde todos los focos tienen la misma intensidad axial máxima (véase la sección 2.3.1) y su relación energética viene dada por la misma expresión $\eta_1/\eta_n = (u_n/u_1)^2 = n^2$.

En lo referente a las resoluciones transversales y axiales, el segundo lóbulo es φ^2 -veces más ancho axialmente que el primero y por otra parte la anchura transversal del segundo lóbulo es φ -veces mayor, por lo que su resolución es menor. Finalmente, según lo predicho por el análisis teórico, la localización axial de los puntos focales depende de los números de Fibonacci, $f_1 = a^2/2\lambda F_7 = 7.35$ cm y $f_2 = a^2/2\lambda F_8 = 4.55$ cm y esas distancias focales satisfacen la siguiente relación: $f_1/f_2 = F_8/F_7 \approx \varphi$.

Capítulo 4

Lentes aperiódicas kinoform

En este capítulo vamos a presentar los nuevos diseños de lentes kinoform basadas en secuencias aperiódicas. En primer lugar realizaremos una doble generalización a la LD presentada en el Capítulo 2; por una parte se variará la proporción entre las zonas de la Escalera del Diablo o función de Cantor [Casanova11] y por otra se utilizarán conjuntos poliádicos introduciendo la lacunaridad como parámetro de diseño [Calatayud09]. A continuación, estudiaremos un nuevo tipo de lentes que se caracterizan por tener una distribución de los dientes de sierra que sigue la secuencia de Fibonacci [Monsoriu]. Finalmente, en la parte final del capítulo se explicará de forma breve una posible aplicación de la LD en oftalmología para el diseño de nuevas lentes intraoculares multifocales [Furlan13a].

4.1 Lente del Diablo Generalizada

En la Capítulo 2 se ha introducido la LD como un tipo de lente kinoform en la cual la distribución de fase está caracterizada por la función fractal Escalera del Diablo [Monsoriu07]. Se ha demostrado que este tipo de lente mejora las prestaciones de las lentes kinoform convencionales, al tener una mayor profundidad de foco y menor aberración cromática. Se ha mostrado que a través de la etapa de crecimiento S del fractal se puede controlar la distancia focal y aumentar el número de focos subsidiarios alrededor del foco principal.

Sin embargo, para algunas aplicaciones se pueden necesitar mayores grados de libertad en el diseño, por este motivo se van a presentar dos nuevos tipos de LD que introducen parámetros de diseño adicionales que nos van a permitir un ajuste más fino en las propiedades de focalización sin perder la fractalidad característica de este tipo de lente.

En primer lugar, introducimos las Lentes del Diablo Generalizadas (LDG), que se construyen a partir del conjunto de Cantor tríadico generalizado [Casanova11]. Recordemos que el conjunto de Cantor convencional, se puede obtener a partir de una distribución periódica finita de segmentos de la cual se han eliminado algunos de ellos. En la etapa de crecimiento S , la distribución periódica equivalente tiene $(3^S + 1)/2$ segmentos de longitud $d = 3^{-S}$, separados por intervalos vacíos de la misma longitud por lo que el periodo de esta estructura finita es igual a $p = 2/3^S$ (véase la sección 2.4.1).

Así, el conjunto de Cantor generalizado se puede obtener dividiendo un segmento inicial de tamaño unidad en $(\tau + 1)$ partes y eliminando los $(\tau - 1)$ segmentos centrales. Para los dos segmentos restantes repetimos esta operación, y así sucesivamente.

Siguiendo el razonamiento anterior se puede definir un conjunto de Cantor más general en el que la relación entre las longitudes del periodo equivalente y el de los segmentos es un número entero positivo $\tau = p/d$ [Mendoza-Yero09a]. Llamaremos a este parámetro el factor de generalización del conjunto de Cantor. De acuerdo con la definición anterior, un conjunto de Cantor convencional es un caso particular con $\tau = 2$ [véase en la Fig. 4.1 (a)]. Basado en este nuevo fractal, la función de Cantor Generalizada, $F_S(x)$, se define como una función monótonamente creciente en los segmentos del conjunto de Cantor Generalizado y constante en los gaps de dicho conjunto. Esta nueva función generalizada se puede utilizar para determinar el perfil cuadrático de las LDs eligiendo adecuadamente la altura de los escalones de forma que el cambio de fase que introducen en cada peldaño es de 2π . El perfil radial de la LDG resultante se muestra en la Fig. 4.1 (b) para $S = 2$ y $\tau = 3$. En la misma figura se muestra su correspondiente lente kiniform de la misma distancia focal. Las LDGs también pueden ser entendidas como lentes kiniform de $(\tau + 1)^S$ zonas donde algunas de estas zonas han sido eliminadas.

La irradiancia axial de la LDG para diferentes valores de S y τ se muestra en la Fig. 4.2. Se puede observar que la posición axial del lóbulo central de la

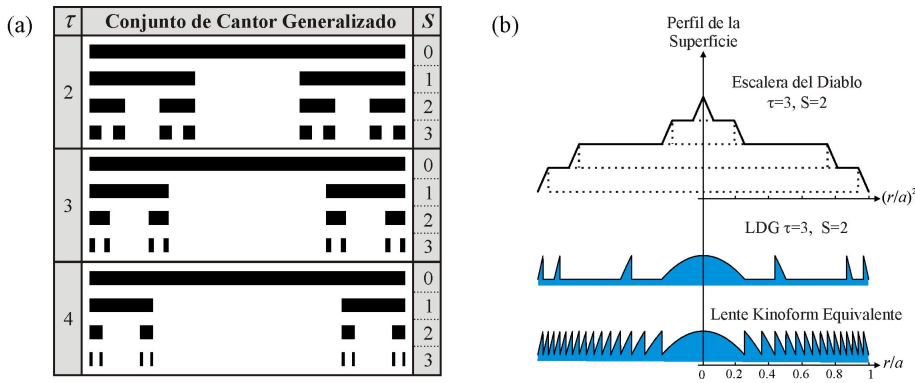


Figura 4.1: (a) Conjunto de Cantor generalizado para diferentes valores de S y τ . (b) Escalera del diablo generalizada para $S = 2$ y $\tau = 3$, en la parte inferior se muestra el perfil de una Lente del Diablo Generalizada para $S = 2$ y su correspondiente lente kinoform de la misma distancia focal.

LD está situado en la distancia normalizada $u = (\tau + 1)^S$ que coincide con la posición del único foco la lente kinoform equivalente. Por tanto, mediante el uso de la coordenada axial $z = a^2/2\lambda u$, la distancia focal proporcionada por el LDG se puede expresar como

$$f_{S,\tau} = \frac{a^2}{2\lambda (\tau + 1)^S}. \quad (4.1)$$

Como en las LD, la LDG presenta un único foco principal y múltiples focos subsidiarios con perfil autosimilar. Esta autosimilitud se puede observar claramente en la Fig. 4.2 donde las irradiancias axiales de un orden inferior forman la envolvente de la superior con un factor de magnificación igual a $\tau + 1$. El número de focos subsidiarios es más alto según vamos aumentando τ , incrementando por tanto la profundidad de foco de la lente.

Esta forma de generalizar el conjunto de Cantor ya había sido utilizada previamente con PZ fractales binarias de amplitud [Mendoza-Yero09b], con las que se consiguió demostrar experimentalmente la equivalencia en una PZ entre la irradiancia axial generada con una onda monocromática y la intensidad espectral en un punto fijo en el eje bajo iluminación de banda ancha. Esta interesante propiedad aplicada a PZ fractales permitiría el diseño de nuevos

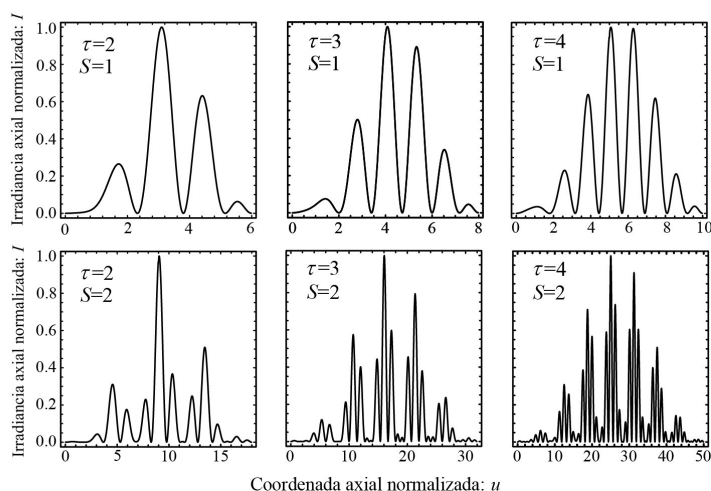


Figura 4.2: Irradiancia normalizada en función de la coordenada axial u para diversos casos de Lentes del Diablo Generalizadas.

filtros con un espectro de transmisión con estructura fractal. Con las LDG se conseguiría además aumentar la eficiencia en difracción de estos filtros.

4.2 Lente del Diablo Poliádica

En esta sección vamos a incrementar los grados de libertad en el diseño de la LD, para ello vamos a generalizar totalmente la LD ya existente para cualquier conjunto fractal ($N > 2$), introduciendo la lacunaridad como un parámetro de diseño. Este nuevo tipo de LD la denominaremos *Lente del Diablo Poliádica* (LDP).

EL conjunto de Cantor poliádico se ha introducido ya en el Capítulo 2. Los fractales poliádicos de Cantor con lacunaridad variable, que se introdujeron ya en la sección 2.4.1, se caracterizan por tres parámetros de construcción: el número de copias autosimilares, N , el factor de escala, γ , y la lacunaridad, ε . Con estos tres parámetros es posible llevar a término una caracterización completa del fractal [Monsoriu04] y determinar los intervalos de los

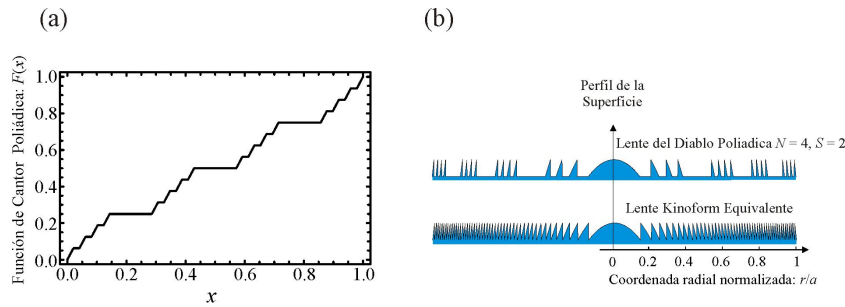


Figura 4.3: (a) Función de Cantor poliádica o escalera del diablo poliádica para $S = 2$, $N = 4$, $\gamma = 1/7$ y $\varepsilon = 1/7$. (b) LDP convergente para los mismos parámetros y su lente kinoform equivalente.

gaps $[p_{S,l}, q_{S,l}]$ que definen la escalera del diablo. Basado en esta generalización del conjunto fractal, la función de Cantor poliádica $F_S(x)$ se muestra en la Fig. 4.1 (a) para $S = 2$, $N = 4$, $\gamma = 1/7$ y $\varepsilon = 1/7$. Como hicimos en la sección anterior, podemos utilizar esta nueva función poliádica para definir el perfil cuadrático de la lente eligiendo el cambio de fase que se introduce en cada peldaño igual a 2π . La LDP resultante se muestra en la Fig. 4.3 (b) junto a su correspondiente lente kinoform equivalente de la misma distancia focal.

Para demostrar que la irradiancia axial de las LDP continua teniendo comportamiento autosimilar, incluso cuando se varía la lacunaridad, utilizamos los mapas de irradiancias bidimensionales. En estas gráficas, la irradiancia axial dada por la Ec. (2.10) se representa en niveles de gris en función de la distancia axial normalizada u y del parámetro de lacunaridad ε . La Fig. 4.4 muestra los mapas de irradiancias de LDPs con $N = 4$ en la fase de crecimiento $S = 1$ (a) y $S = 2$ (b). Las regiones donde la irradiancia axial en la Fig. 4.4 es nula se puede entender como el cruce de múltiples interferencias de los campos difractados por las zonas de fase de la lente. La característica más notable que se puede observar entre las gráficas correspondientes a $S = 1$ y $S = 2$ es la autosimilitud existente entre ellas. De hecho, la respuesta para $S = 1$ forma la envolvente sobre la de $S = 2$, y ambas estructuras son autosimilares para cualquier valor de ε . Este resultado muestra que la irradiancia axial proporcionada por una LDP tiene propiedades autosimilares, como las PZF lacunares mostradas en la Fig. 2.11. Sin embargo, las PZF lacunares producen múltiples focos

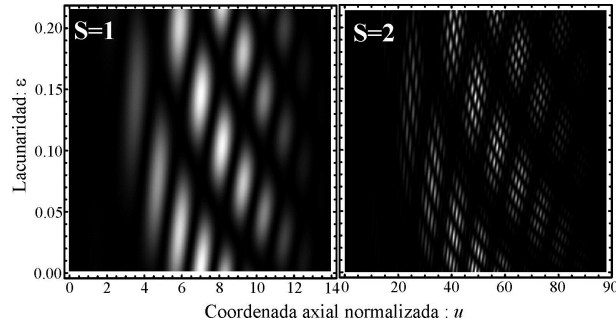


Figura 4.4: Representación en escala de grises de la respuesta axial en función de la distancia axial normalizada y la lacunaridad para una LDP ($N=4$, $\gamma=1/7$) con: (a) $S=1$, (b) $S=2$

fractales a lo largo del eje óptico, mientras que la irradiancia axial producida por una LDP se disipa fuera de los intervalos que se muestran a la Fig. 4.4. Por lo tanto, la eficiencia de difracción de LDP mejora significativamente la de PZFs.

Cuando se utiliza una iluminación policromática, la irradiancia proporcionada por las lentes difractivas consideradas hasta ahora se ve afectada por la dispersión cromática. Como se ha demostrado anteriormente, una de las características principales de la LD es su gran profundidad de campo y una menor aberración cromática respecto la lente kinoform convencional. Este comportamiento se puede mejorar todavía más con una LDP mediante una selección adecuada del valor de la lacunaridad. Siguiendo el enfoque convencional, el comportamiento de una LDP bajo la iluminación de banda ancha puede ser evaluado en términos de los valores triestímulo [Yzuel75] calculados a lo largo del eje óptico:

$$X = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I(r=0, z, \lambda) S(\lambda) \tilde{x} d\lambda \quad ; \quad Y = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I(r=0, z, \lambda) S(\lambda) \tilde{y} d\lambda ; \quad (4.2)$$

$$Z = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I(r=0, z, \lambda) S(\lambda) \tilde{z} d\lambda ,$$

donde $S(\lambda)$ es la distribución espectral de la fuente, (λ_1, λ_2) representa el

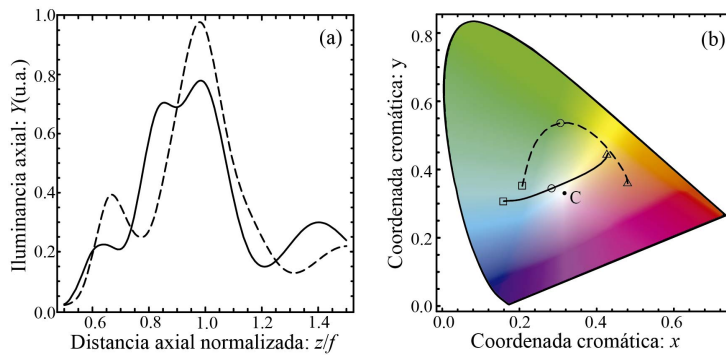


Figura 4.5: (a) Iluminación axial policromática calculada para una LD convencional (línea a trazos) y una LDP con los parámetros estructurales $S=1$, $N=4$, $\gamma=1/7$, y $\varepsilon=0,1215$ (línea continua). La cromaticidad de las dos curvas se muestra en (b).

intervalo de longitud de onda considerado y $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$ son las tres funciones de sensibilidad cromática del detector que en particular en la evaluación de los sistemas visuales, son las funciones de sensibilidad del ojo humano (CIE 1931). La respuesta axial se puede expresar en términos de la iluminancia axial Y y las coordenadas cromáticas axiales x , y :

$$x = \frac{X}{X+Y+Z} \quad ; \quad y = \frac{Y}{X+Y+Z}. \quad (4.3)$$

Para mostrar la mejora en el comportamiento de una LDP con iluminación policromática hemos calculado las ecuaciones (4.2) y (4.3) para la LD convencional y para una LDP con los parámetros estructurales, $S=1$, $N=4$, $\gamma=1/7$, y $\varepsilon=0,1215$. La longitud de onda de diseño para ambos elementos es $\lambda_D=550$ nm. El cálculo se ha realizado para 41 longitudes de onda equidistantes que van desde 380 nm a 780 nm, y como distribución espectral de la fuente se ha utilizado el iluminante C. La Fig 4.5 (a) muestra como la iluminación axial para el LDP es más uniforme y tiene una profundidad de foco mayor en comparación con el LD convencionales. La Fig 4.5 (b) la curva de cromaticidad de los puntos axiales alrededor del foco principal, $0.9 < z/f < 1.1$ donde los triángulos y cuadrados representan $z/f = 0.9$ y $z/f = 1.1$, respectivamente, mientras que los círculos representan $z = f$ para la longitud de onda de diseño.

Se puede observar que la LDP presenta una variación menor de cromaticidad respecto a la LD convencional. De hecho, las coordenadas cromáticas del foco están muy próximas al punto que representa la fuente luminosa blanca.

4.3 Lente kinoform de Fibonacci

A continuación, vamos a analizar un nuevo tipo de lente kinoform aperiódica basado en la secuencia de Fibonacci [Monsoriu]. El diseño de una Lente kinoform de Fibonacci (LKF) de orden S se hace de manera similar a como se ha realizado en las PZ Fibonacci estudiadas en el capítulo anterior. También en este caso, la LKF se construye a partir de la cadena D_S de la secuencia de Fibonacci (ver Fig. 3.7). Como ya hemos visto, en una cadena de este tipo se alternan los elementos de una manera cuasi periódica. Otra interpretación de la cadena de Fibonacci es considerarla una red periódica a la que se le han colocado defectos de medio periodo en algunas zonas de la red. Este hecho se puede observar fácilmente en la parte superior de la Fig. 4.6, donde se muestra la cadena D_6 de Fibonacci. Sobre esta cadena se pueden diferenciar diversas pares de celdas unidad 'AB' (subrayadas en rojo) separadas en algunos casos por cuadros blancos 'A' desemparejados que actúan como defectos en la red. La interpretación anterior nos sirve para explicar el diseño de la LKF de forma sencilla. Partiendo del perfil de una PZFi la construcción del perfil que da lugar a la LKF consiste en detectar las celdas que se repiten dentro de la cadena D_S , para posteriormente sustituirlas por una zona con perfil blaze o diente de sierra. Para ello, se sustituye cada par de elementos 'AB' por dientes de sierra. Los cuadros blancos 'A' restantes, representan los defectos anteriormente mencionados de fase nula (véase Fig. 4.6). Finalmente, para un determinado orden S , la LKF consta de F_{S-1} dientes de anchura $2d$ con F_{S-2} defectos de anchura d . La fase $\Phi(\zeta)$ de la LKF, definida en el en el intervalo $[0, 1]$, se puede expresar matemáticamente como:

$$\Phi(\zeta) = \begin{cases} 2\pi \frac{\zeta - ([l(\varphi + 1)] - 2)d}{2d} & \text{si } ([l(\varphi + 1)] - 2)d \leq \zeta < [l(\varphi + 1)]d \\ 0 & \text{en cualquier otro valor de } \zeta \end{cases} \quad (4.4)$$

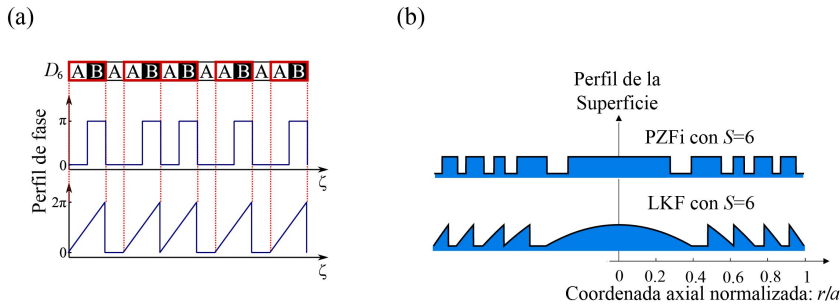


Figura 4.6: (a) Cadena de Fibonacci para $S = 6$. La función de fase expresada en función de ζ para LKF y PZFi de fase de la misma distancia focal se muestran en la parte inferior. (b) LKF convergente en la etapa de crecimiento $S = 6$ y su equivalente PZFi de fase.

donde $l = \{1, 2, \dots, F_{S-1}\}$. De forma similar a la LD, el perfil radial de la superficie de la lente $h(r)$ puede ser obtenido a partir de la siguiente relación

$$h_{LKF}(r) = \frac{\lambda_D}{2\pi(n_L - 1)} \text{mod}_{2\pi} \left[2\pi - \Phi \left(\frac{r^2}{a^2} \right) \right]. \quad (4.5)$$

En la parte inferior de la Fig. 4.6 (b) se muestra el perfil de una LKF para $S = 6$, que se obtiene a partir de la Ec. (2.35). En cierto modo podemos entender la LKF como una lente kinoform periódica a la que se le han colocado defectos en forma de regiones de fase nula, siendo la longitud de estas regiones igual a medio periodo. Por comparación en la parte superior de la misma figura se muestra el perfil correspondiente a una PZFi de la misma distancia focal.

Las irradiancias axiales de las LKFs de orden $S = 8$ y $S = 10$ y las de PZFis con la misma distancia focal se muestran en la Fig. 4.7. Se puede observar que, de forma similar a la PZFi, la LKF produce una división simétrica del foco de primer orden, siendo la posición de los dos focos en $u_1 = F_{S-1}$ y en $u_2 = F_S$, respectivamente. Sin embargo, las PZFi produce múltiples focos a lo largo del eje óptico, mientras la irradiancia axial producida por una LKF los focos de alto orden desaparecen. Es evidente por tanto que la eficiencia en difracción de la LKF es mayor y como sus dos focos tienen la misma intensidad axial su relación energética viene dada por la misma relación que hemos obtenido en la PZFi. Por consiguiente, con este nuevo elemento difractivo conseguimos una lente difractiva absolutamente bifocal donde la relación de las distancias

focales sigue satisfaciendo $u_2/u_1 \approx \varphi$ y el balance energético entre los focos satisface la relación $\eta_1/\eta_2 = (u_2/u_1)^2 \approx \varphi^2$.

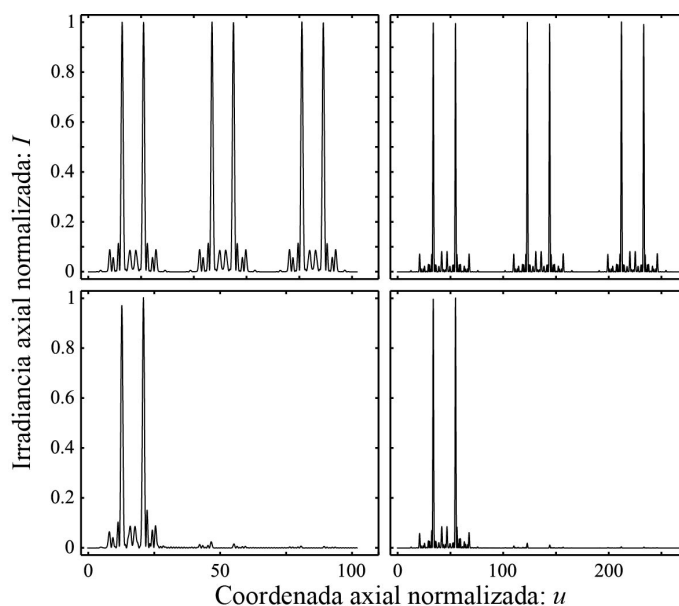


Figura 4.7: Irradiancias normalizadas en función de la coordenada axial u de una Lente kinoform de Fibonacci (parte inferior) para $S = 8$ y $S = 10$ junto con las irradiancias normalizadas de la PZ de Fibonacci de la mismas distancias focales (parte superior).

4.4 Aplicaciones en oftalmología

Uno de los campos de aplicación de los nuevos diseños presentados de LD es la oftalmología. Concretamente en la forma de lentes intraoculares (LIO) y lentes de contacto. Las LIOs son el único tratamiento que existe actualmente para solucionar una afección de cataratas. La catarata es una opacificación del cristalino del ojo que afecta a la función visual, reduciendo la agudeza visual y la sensibilidad al contraste como consecuencia de la dispersión (scattering). Para solucionar esta afección hay que extraer el cristalino cataratoso y sustituirlo por una LIO que permita restablecer la visión. En la Fig. 4.8 se muestran diversos ejemplos de LIOs comerciales. La extracción del cristalino

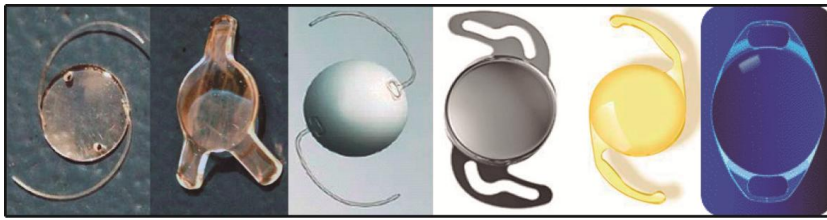


Figura 4.8: Ejemplos de diversos modelos de lentes intraoculares.

tiene dos consecuencias: el ojo queda altamente hipermetrope y la capacidad de acomodación se pierde. Se puede recurrir a dos tipos de soluciones: la implantación de LIOs monofocales calculadas para compensar sólo la visión de lejos del paciente o bien la implantación de lentes intraoculares multifocales (LIOMs) que proporcionan la posibilidad de buena visión, tanto de lejos, como de cerca.

Como hemos visto anteriormente, las LD tienen la propiedad de ser intrínsecamente multifocales por su estructura fractal, de manera que permiten extender la región del espacio en la que se obtienen imágenes aceptablemente nítidas. La LIO fractal que hemos propuesto combina las propiedades de multifocalidad característica de los diseños fractales con una base refractiva que compensa la alta hipermetropía del ojo al extraer el cristalino [Furlan13a].

Para la fabricación de LIOs monofocales una de las técnicas que se utilizan son micro-tornos de precisión que permiten una remoción directa del material óptico de una manera controlada sin el uso de procesos intermedios. Sin embargo las características del tamaño o de la zona más pequeña que pueda fabricarse están limitadas por la herramienta del torno (punta de diamante),

Con esta tecnología utilizada no es posible tallar perfiles tipo kinoform como el representado en la Fig. 2.7. Por este motivo, a diferencia de las LD, en las LIOMs propuestas [Furlan13a] no se elimina el material de la lente que proporciona un cambio de fase 2π para la longitud de onda de diseño. De esta manera conseguimos un perfil continuo de fase que el torno es capaz de reproducir. Las LIOMs fractales propuestas están basadas en la escalera del diablo definida a partir de la función Cantor con la Ec. (2.34). Para el diseño de LIOMs se ha considerado el conjunto de Cantor $S = 2$. En este caso, existen 4 segmentos de longitud $d = 3^{-S} = 1/9$ y 3 huecos situados en los intervalos

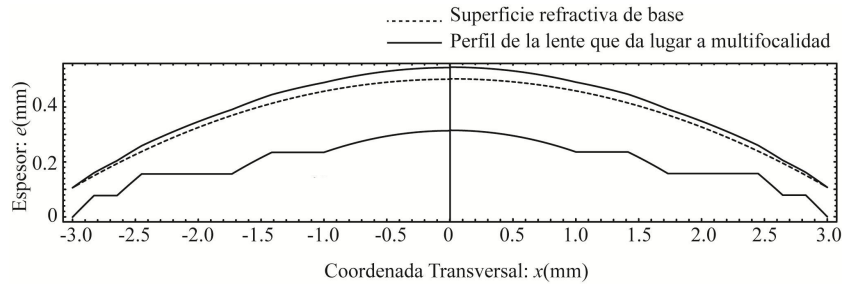


Figura 4.9: Gráfica que representa el perfil de la lente de acuerdo a la función de Cantor.

[1/9, 2/9], [3/9, 6/9] y [7/9, 8/9] (véase Fig. 2.12). Este perfil se puede expresar de la siguiente manera:

$$h_{LIO}(r) = -2K\pi 2^S F_S \left(\frac{r^2}{a^2} \right) \frac{\lambda_D}{2\pi(n_L - n_e)}. \quad (4.6)$$

donde n_e el índice de refracción del medio que envuelve la lente y K es un número natural ($K = 1, 2, \dots$), siendo ahora el cambio de fase entre cada peldaño de la función Cantor igual a $K2\pi$. Finalmente, para simular la potencia del cristalino es necesario añadir al perfil definido en (4.6) una lente base refractiva h_B , siendo por tanto el espesor final de lente igual a $e(r) = h_B(r) + h_{LIO}(r)$. La lente así generada se comporta como una lente híbrida de carácter difractivo-refractivo en la que se alternan zonas anulares con dos radios de curvatura diferentes que dan lugar a los focos principales de la lente. La difracción producida por los diferentes anillos distribuidos fractalmente proporciona la estructura interna de cada uno de estos focos. En la Fig. 4.9 se muestra la gráfica que representa el perfil de la LIOM de acuerdo a la función de Cantor. La curva escalonada muestra la diferencia (aumentada un factor 6) entre la superficie diseñada (curva superior) y la superficie refractiva de base (curva inferior) que corresponde a una lente monofocal, es decir, representa directamente la función de Cantor distribuida cuadráticamente. En las zonas en las que la función aperiódica toma un valor constante las dos superficies comparten los mismos radios de curvatura y por lo tanto la misma potencia, que correspondería a la potencia de lejos. En las zonas crecientes de la función de Cantor, la superficie diseñada presenta un radio de curvatura menor por lo que la lente tendrá

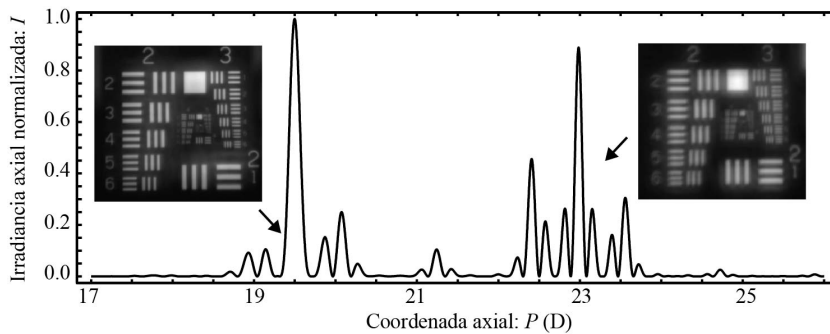


Figura 4.10: Irradiancia axial para una LIOM fractal en función de coordenada axial P y las imágenes transversales obtenidas experimentalmente en los focos de la lente.

una mayor potencia que proporcionara la visión cercana. El control de la diferencia de potencias entre las zonas destinadas a visión de lejos y de cerca, es decir, la adición de la lente, se controla con el parámetro K a través de la siguiente expresión [Remón12]

$$Ad = \frac{2\lambda_D K 3^S}{b^2}, \quad (4.7)$$

donde b es el radio de la lente intraocular donde se construye el perfil difractivo. En la Fig. 4.10 se muestra la irradiancia axial para una LIOM fractal en función de la inversa de la distancia z , es decir, en dioptrías. Para este ejemplo se ha supuesto que el índice de refracción de la lente es PMMA ($n_L = 1.493$) y se encuentra sumergida en humor acuoso ($n_e = 1.336$). La potencia de lejos de la lente se ha considerado igual a $P_L = 19.5$ D, con una adición $Ad = 3.5$ D. Para este valor de adición, de (4.7) se obtiene un valor de $K = 3$, si la distribución del perfil fractal se encuentra en una superficie óptica igual $b = 2.92$ mm.

De forma similar a la LD, en los resultados mostrados en la Fig. 4.10 se observan dos focos principales situados en las potencias diseñadas, rodeados de múltiples focos secundarios. Estos focos subsidiarios proporcionan una mayor profundidad de foco, que permite lograr una menor dependencia del tamaño pupilar característicos de las lentes multizona. Además, gracias a la presencia de estos focos secundarios se obtiene una lente con menores aberraciones cromáticas, ya que al utilizar luz policromática se produce una superposición

parcial entre los mismos para las diferentes longitudes de onda. Sobre cada uno de los focos principales de la Fig. 4.10 también se muestran las imágenes policromáticas del foco de lejos y el foco de cerca obtenidas de forma experimental para una lente de las mismas características. Estos resultados verifican lo expuesto anteriormente, ya que la lente proporciona imágenes nítidas “cuasi blancas” tanto para visión de lejos como de cerca.

Finalmente, quisiera destacar que la contribución de mi trabajo de Tesis Doctoral en el campo de la oftalmología se enmarca en la propuesta teórica de los diseños de lentes oftálmicas fractales reflejadas en las patentes [Furlan13a, Furlan13b] de las que soy coinventor. Los resultados obtenidos se han comparado con nuestros prototipos desarrollados en colaboración con la empresa AJL Ophthalmic SA, demostrando que las LIOM fractales presentan una mayor profundidad de campo y una menor aberración cromática. Todos estos resultados se discuten en más profundidad en [Remón12].

Capítulo 5

Lentes vórtice

El problema de formación de los vórtices ópticos ha sido de gran interés en los últimos 25 años, debido a su amplia perspectiva tecnológica. Una de las principales aplicaciones es su utilización como trampas ópticas. Este método de micromanipulación, también conocido como pinzas ópticas, es actualmente una herramienta usada principalmente en investigación biológica y médica, donde es posible atrapar y mover objetos microscópicos con un haz luz fuertemente enfocada, sin necesidad de tener contacto mecánico con ellos. La gran ventaja de los vórtices ópticos con respecto a otros métodos, es que además de atrapar micropartículas son capaces de provocar una rotación en estas partículas debido a su inherente momento angular orbital [Roux04]. Esta propiedad también puede ser usada para transmitir información, permitiendo portar más información en una sola señal óptica, e incrementando la capacidad de los enlaces de comunicaciones ópticas [Wang12]. También se pueden encontrar aplicaciones de vórtices ópticos en astronomía, donde en ocasiones se requiere visualizar regiones de alta intensidad que saturan el ojo del observador. Para esto, se condiciona al telescopio con un dispositivo necesario para ubicar un vórtice óptico en el centro del objeto a observar y así visualizar su contorno. Gracias esta técnica se pueden observar planetas extrasolares directamente sin que el brillo de su estrella más próxima nos lo impida [Foo05].

Entre la multitud de métodos que se han propuesto para la formación de vórtices ópticos, el que más destaca es la PZ en forma de espiral, a causa, principalmente, de su alta eficiencia energética [Lee04]. Este tipo de lente combina

una lente difractiva convencional con una máscara en forma helicoidal cuya geometría recuerda a la de una rampa en espiral. Estos sistemas focalizan la luz en un vórtice óptico, que en intensidad tiene forma toroidal, algo semejante a un “donut” de luz. De esta manera, la luz focalizada de la PZ espiral puede ser utilizada para atraer partículas de alto índice de refracción (índice de refracción superior al del medio circundante) de forma similar a un pinza óptica convencional, y también para atrapar partículas de bajo índice en las zonas de intensidad nula del donut.

En este capítulo vamos a presentar una nueva familia de lentes difractivas aperiódicas para generar vórtices ópticos o singularidades ópticas donde la amplitud compleja del campo electromagnético es nula en un punto y la fase presenta una indeterminación. Alrededor de esta singularidad, la fase del campo presenta una forma helicoidal con una dependencia igual a $m2\pi$, donde m es la carga topológica del vórtice [Gbur06]. La idea consiste en combinar los conceptos de PZ espiral con las lentes difractivas aperiódicas estudiadas en los capítulos anteriores. En primer lugar estudiaremos la combinación de una máscara de fase helicoidal con una Lente de Diablo, que denominaremos *Lente-Vórtice del Diablo*.

5.1 Lente-Vórtice del Diablo

El principal inconveniente que presenta la PZ espiral, es que su volumen focal es muy reducido lo que dificulta su aplicabilidad en el campo de las pinzas ópticas. Para mejorar este efecto, las máscaras de fase helicoidal han sido recientemente combinadas con otro elemento óptico difractivo, las PZF binarias [Tao06]. La PZ espiral fractal resultante es capaz de focalizar la luz en una secuencia de vórtices ópticos a lo largo del eje óptico, aumentando por lo tanto la región de influencia del primer orden de difracción.

A diferencia de las PZ espiral fractal, las Lentes-Vórtices del Diablo (LVD) son LD que son moduladas por una estructura de fase helicoidal [Furlan09]. La principal ventaja de las LVD respecto a las PZ espiral fractal, es que la primera apodiza los focos de orden superior mejorando significativamente la eficiencia en difracción.

Así, las LVD se construyen a partir de las LD estudiadas en el Capítulo 2, a la

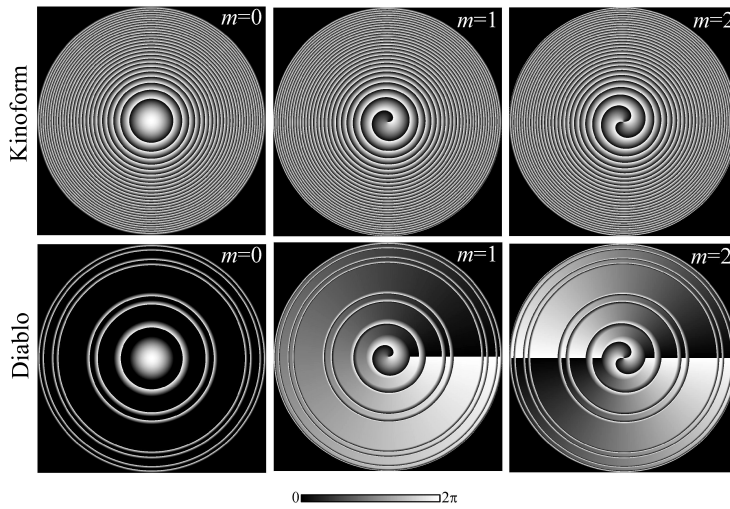


Figura 5.1: Variación de fase para lentes vórtice con diferentes valores de carga topológica. Lentes-Vórtices kinoform (Fila superior). Lentes-Vórtice del Diablo (Fila inferior).

que se le añade una variación de fase azimutal, $\Phi_V = m\theta$, donde m es un entero que representa la carga topológica y θ es el ángulo azimutal. De esta manera, la distribución de fase de la LVD viene representada por $\Phi_{LVD} = \Phi_{LD} + \Phi_V$, donde Φ_{LD} es la distribución de fase de una LD convencional. En la Fig. 5.1 se muestran diferentes diseños de LVD para $S = 3$ y cargas topológicas $m = 0, 1, 2$ donde los niveles de gris representan la variación de fase continua. Por comparación, la correspondiente lente-vórtice kinoform se muestra en la misma figura. Es interesante destacar, que las LVD pueden entenderse como una generalización de las LD ya que el resultado para $m=0$ se corresponde con la LD convencional. Teniendo en cuenta que la transmitancia de una LD la hemos definido en (2.35), podemos expresar la transmitancia de la LVD como

$$q_{DL}(\zeta, S) = \exp[j2^{S+1}\pi F_S(\zeta)] \times \exp[jm\theta]. \quad (5.1)$$

Esta ecuación así expresada, el primer factor está asociado a la LD y sólo tiene una dependencia radial. El segundo, tiene una dependencia lineal con el

ángulo azimutal y corresponde a la máscara de fase helicoidal. De esta forma a diferencia de todas las lentes que habíamos estudiado hasta ahora, las LVD no presentan simetría de rotación. Para poder determinar las propiedades de focalización de este nuevo elemento difractivo es necesario por tanto reformular las expresiones del Capítulo 2 teniendo en cuenta la dependencia azimutal de la nueva función pupila, $U_0(r_0, \theta_0) = p(r_0)e^{jm\theta_0}$. Sustituyendo esta función pupila en la integral de Fresnel en coordenadas polares definida en (2.4) resulta:

$$U(r, \theta, z) = -\frac{e^{-jkz}e^{-\frac{jk}{2z}r^2}}{j\lambda z} \int_0^a \int_0^{2\pi} p(r_0)e^{jm\theta_0}e^{-\frac{jk}{2z}r_0^2}e^{\frac{jk}{z}rr_0\cos(\theta-\theta_0)}r_0dr_0d\theta_0, \quad (5.2)$$

De nuevo, podemos integrar primero la parte correspondiente a la componente azimutal;

$$\int_0^{2\pi} e^{jm\theta_0}e^{\frac{jk}{z}rr_0\cos(\theta-\theta_0)}d\theta_0 = 2\pi e^{jm(\theta+\frac{\pi}{2})}J_m\left(\frac{k}{z}rr_0\right), \quad (5.3)$$

donde J_m es la función de Bessel de orden m . Teniendo en cuenta el resultado anterior la ecuación (5.2) se reduce a

$$U(r, \theta, z) = -2\pi \frac{e^{jm(\theta+\frac{\pi}{2})}e^{-jkz}e^{-\frac{jk}{2z}r^2}}{j\lambda z} \int_0^a p(r_0)J_m\left(\frac{k}{z}rr_0\right)e^{-\frac{jk}{2z}r_0^2}r_0dr_0. \quad (5.4)$$

Hemos visto, que para nuestros propósitos, es conveniente expresar la pupila en términos de la variable $\zeta = (\frac{r_0}{a})^2$, de tal manera que $p(r_0) = q(\zeta)$. Finalmente, la distribución de irradiancia y fase de una LVD viene dado por:

$$I(r, z) = \left(\frac{\pi}{\lambda z}\right)^2 \left| \int_0^1 q(\zeta)e^{-\frac{j\pi}{\lambda z}a^2\zeta}J_m\left(\frac{2\pi}{\lambda z}ar\sqrt{\zeta}\right)d\zeta \right|^2, \quad (5.5)$$

$$\phi(r, \theta, z) = m\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) - \frac{2\pi}{\lambda}z - \frac{\pi r^2}{\lambda z} - \frac{\pi}{2}. \quad (5.6)$$

Si comparamos el resultado obtenido en (5.5) con el desarrollo teórico del Capítulo 2, es evidente, que esta ecuación es una generalización que se reduce

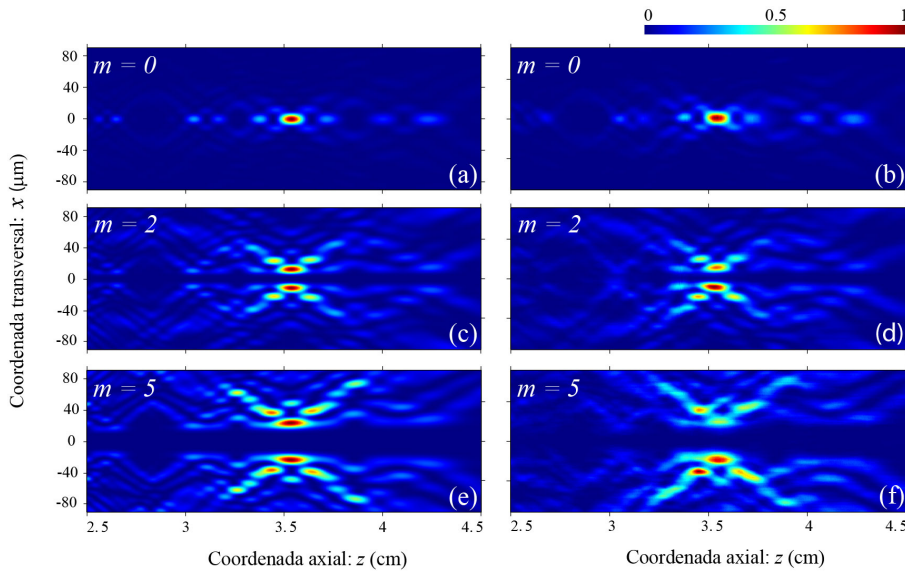


Figura 5.2: Mapa de irradiancias numérico (columna de la izquierda) y experimental (columna de la derecha) obtenidos con LVDs con diferentes cargas topológicas.

a (2.9) para $m = 0$. En la Fig. 5.2 (columna de la izquierda) se muestra los resultados numéricos obtenidos para LVDs con distintas cargas topológicas. Se ha considerado que están iluminadas por un haz plano monocromático de longitud de onda $\lambda = 633\text{nm}$, que todas tienen la misma etapa de crecimiento $S = 3$ y tamaño pupilar $a = 1.1\text{mm}$. Como era de esperar, las LVDs presentan un foco principal en $f_S = a^2/2\lambda 3^S$ y un número de focos secundarios alrededor de él, produciendo un volumen focal con un perfil fractal. Para valores no nulos de la carga topológica, estos focos son vórtices ópticos en forma de “donuts” cuyo diámetro se puede ajustar según el diseño de la lente [Furlan10]. Las Fig. 5.2(c) y 5.2(e) muestran el volumen focal asociado para las LVD con $m=2$ y $m=5$, respectivamente. Hemos realizado el cálculo para diferentes cargas topológicas y hemos verificado que el diámetro del “donut” aumenta con la carga topológica tal y como pasa en las lentes vórtices convencionales [Curtis03].

En la columna derecha de la Fig. 5.2 se muestran los resultados experimentales

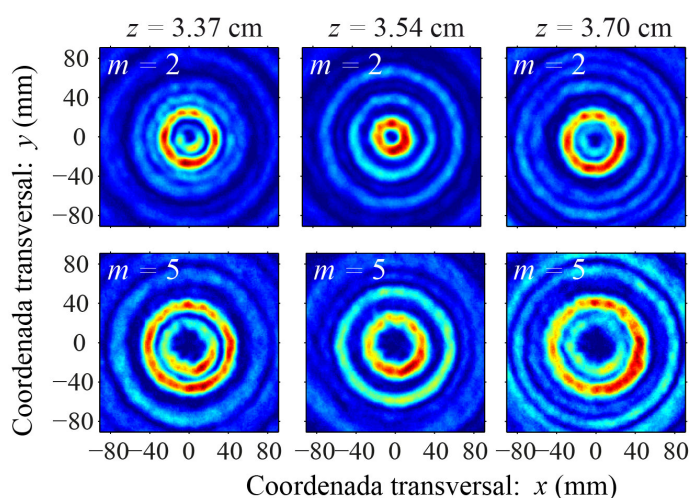


Figura 5.3: Patrones de difracción transversales medidos en distintas distancias de propagación, correspondientes a LVD con carga topológica $m=2$ y $m=5$.

obtenidos con lentes de las mismas características [Calatayud12]. Para ello se ha utilizado un dispositivo idéntico al explicado en la sección 3.3. También en este caso hemos implementado las lentes en un modulador espacial de luz y sus propiedades de focalización se han determinado capturando el campo difractado con una CCD cuando la LVD es iluminada por un haz plano monocromático (He-Ne $\lambda = 633\text{nm}$). Como se puede ver, los resultados experimentales están en buena concordancia con las predicciones teóricas a excepción de pequeñas desviaciones cerca del foco principal, causadas por el astigmatismo residual y el coma del SLM, así como otras aberraciones derivadas de objetivo del microscopio [Singh08]. No obstante, como se puede observar en la Fig. 5.3 se obtiene una estructura de vórtice bien definido.

Para finalizar el estudio de las LVD analizaremos de forma teórica utilizando la Ec. (5.6) la dependencia transversal de la fase de los campos difractados a lo largo de la dirección de propagación. La Fig. 5.4 muestra esta dependencia para LVD representada en la Fig. 5.1 ($S=3$ y $m=2$) alrededor de sus principales vórtices. Cada imagen de la Fig. 5.4 representa la forma del campo transversal como un producto de la intensidad y la fase del frente de ondas donde la

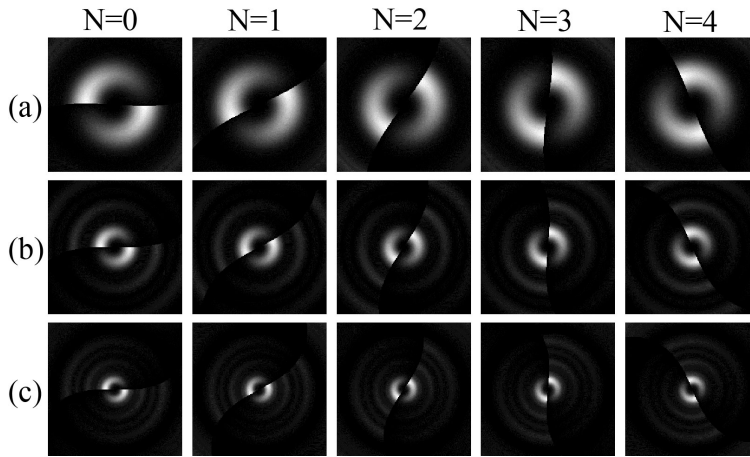


Figura 5.4: Representación de los campos transversales como producto de la irradiancia por la fase en (a) $z/f = 2$, (b) $z/f = 1$ y (c) $z/f = 2/3$, calculados para LVD mostrada en la Fig. 5.1 con $m = 2$. En esta figura se observa la evolución transversal del vórtice en un intervalo axial de $N\Delta$ donde $\Delta = 10nm$.

intensidad está normalizada al valor máximo en cada plano transversal. En la figura se observa la forma anular de la intensidad transversal junto con la rotación de la fase a lo largo de la dirección de propagación. Hay que tener en cuenta que, debido a la forma de la representación, sólo el cambio de fase es relevante puesto que la intensidad no varía en el rango considerado. A partir de la Ec. (5.6) la velocidad de giro del vórtice en función de z viene determinada por

$$\frac{d\phi}{dz} = -\frac{2\pi}{\lambda} + \frac{\pi r^2}{\lambda z^2}. \quad (5.7)$$

Esta expresión predice diferentes velocidades de giro en función de z , cosa que en la Fig. 5.4 no se puede apreciar debido a los valores de los parámetros utilizados en el cálculo de esta figura. De hecho, para este conjunto de parámetros ($r \ll z$) el segundo término es despreciable frente al primero y por tanto la velocidad de giro se mantiene cuasi constante según nos vamos trasladando entre los distintos planos transversales. Además, la Fig. 5.4 pone de manifiesto la existencia de un momento angular orbital inherente a los

vórtices ópticos generados con las LVD, por lo que podrían ser utilizadas como pinzas ópticas para provocar rotaciones en las micropartículas al mismo tiempo que la atrapan.

5.2 Lente-Vórtice de Fibonacci

Las LVDs estudiadas en la sección anterior han demostrado ser un elemento óptico con perspectivas de ampliar el rango de aplicaciones de las lentes vórtices. En esta segunda sección del capítulo abordaremos un nuevo diseño de lente-vórtice basada en la secuencia de Fibonacci. Este nuevo elemento óptico difractivo que denominaremos *Lente-Vórtice de Fibonacci* (LVF), combina las características de las PZFi de fase estudiada en el Capítulo 3 con máscaras de fase helicoidales.

La LVF se construye de una manera similar a la LVD donde la fase de un PZFi de fase, Φ_{PZFi} , se le añade la dependencia de una máscara de fase helicoidal, $\Phi_V = m\theta$, de carga topológica m . De esta forma, la distribución de fase de la LVF viene representada por $\Phi_{LVF} = \Phi_{PZFi} + \Phi_V$. En la Fig. 5.5 se muestran diferentes diseños de LVF para $S = 8$ y cargas topológicas $m = 0, 3, 6$ donde

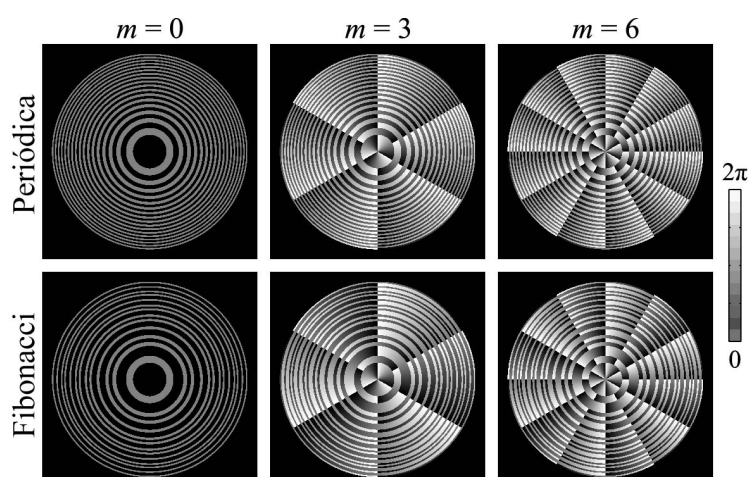


Figura 5.5: Variación de fase en escala de grises para lentes vórtice con diferentes valores de carga topológica. Lentes Periódicas (Fila superior). Lentes Vórtice de Fibonacci (Fila inferior).

los niveles de gris representan la variación de fase continua. Por comparación, la correspondiente lente periódica binaria de fase se muestra en la misma figura. Nótese que la diferencia de fase entre los distintos anillos de la PZFi con $m = 0$ y su equivalente periódica es igual a π , correspondiente a un nivel de gris en la Fig. 5.5.

Las propiedades de focalización de las LVFs también se han analizado tanto teórica como experimentalmente [Calatayud13b]. Para su caracterización se ha utilizado el mismo dispositivo usado con las PZFi del Capítulo 3. En la Fig. 5.6 se muestra el resultado obtenido para una LVF de orden $S = 8$, $m=6$ y tamaño pupilar $a = 1.1\text{mm}$ cuando es iluminada con un haz plano monocromático (He-Ne $\lambda = 633\text{nm}$). Como se esperaba, para valores no nulos de la carga topológica cada foco de la PZFi se convierte en un vórtice óptico donde la posición axial de la pareja de “donut” resultante viene determinada por los números de Fibonacci F_S y F_{S-1} , satisfaciendo la relación $f_1/f_2 = F_S/F_{S-1} \approx \varphi$. Adicionalmente, el diámetro de los anillos focales, Δ , que también dependen de la carga topológica de la LVF, satisfacen una regla similar es decir, $\Delta_1/\Delta_2 \approx \varphi$. Estas propiedades también se han verificado teóricamente (ver Fig. 5.6) substituyendo la dependencia radial de la PZFi de fase en la Ec. (5.5). En resumen, las LVFs son capaces de generar una pareja de vórtices perfectamente establecidos donde su posición y diámetros vienen relacionados con la proporción aurea. Estos vórtices, de una manera similar a los vórtices generados por las LVDs, podrían ser utilizados para el diseño de nuevas pinzas ópticas incrementado de esta forma el intervalo axial de las pinzas ópticas convencionales.

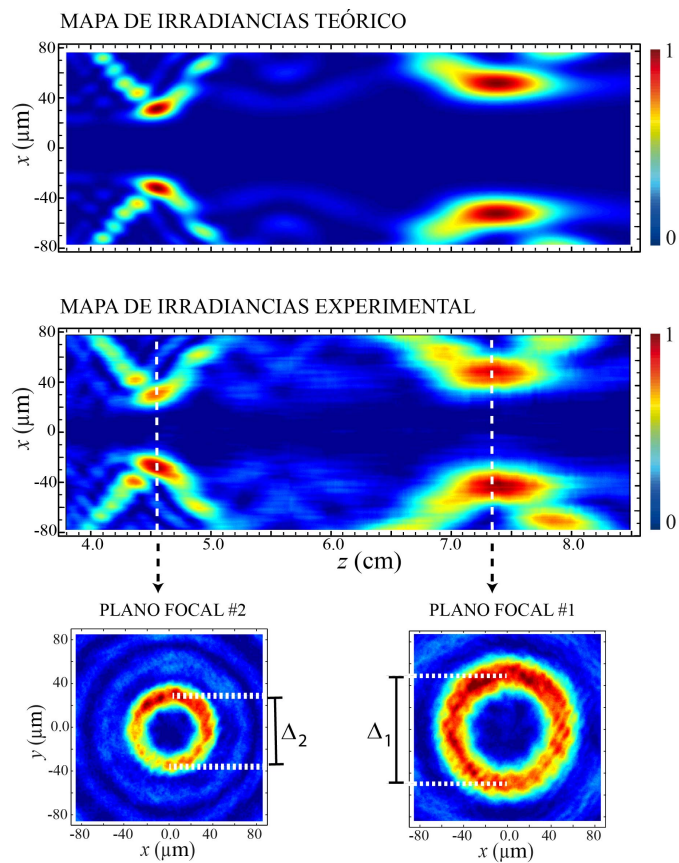


Figura 5.6: Mapa de irradiancias numérico y experimental a lo largo del eje óptico obtenido para una LVF con $S=8$, $m=6$ y $a=1.1$ mm. En la parte inferior se muestran los patrones transversales en los planos focales obtenidos experimentalmente con la misma lente.

Chapter 6

Conclusions

In this PhD Thesis new diffractive lenses whose design is based on aperiodic structures are presented. Their focusing and imaging properties have been analyzed theoretically and experimentally. The new designs have been tested experimentally using a dedicated setup based on the use of a liquid crystal spatial light modulator (SLM). I have shown that these lenses improve the performance of Fresnel zone plates and fractal lenses already known.

Concretely multifractal zone plates have been proposed to increase the axial resolution of the FZP. These lenses, that are composition of two FZPs, combine the advantages of fractal and composite zone plates. It has been shown that the composite of a central FZP of focal length f with an outer FZP with the same third-order focal length improve the axial resolution and the diffraction efficiency with respect to a classical FZP. Additionally, multifractal zone plates produce a series of multiple fractal foci that are useful when dealing with broadband sources. In fact, it has been also shown that in imaging under these light conditions, multifractal zone plates provide an increase in the depth of focus and a reduction in the chromaticity in comparison with the equivalent composite zone plate.

It was demonstrated that not only circularly symmetric lenses are possible, but also others based in different geometries. This is the case of fractal square ZP which under monochromatic illumination produces a focal volume containing a delimited sequence of two-arms-cross pattern that are axially distributed according to the self-similarity of the lens. One potential application of these

new designs of square lenses with increased depth of focus is its integration in three-dimensional optical alignment systems. Additionally, Cantor Dust ZP has been proposed to improve the efficiency of the fractal square ZP. It was shown that Cantor Dust ZP apodizes the higher order foci of the fractal square ZP preserving the characteristic self-similarity in the axial response.

The Generalized Devil's Lenses have been introduced as a new family of diffractive kinoform whose structure is based on the generalized Cantor set. The focusing properties of these lenses were analyzed and it was shown that the total number of subsidiary foci was higher than the number of foci corresponding to conventional DL; however, the self-similar behavior of the axial irradiance was preserved to some extent. DL based on the polyadic Cantor set has been proposed. To construct these lenses, coined polyadic devil's lenses, an additional design parameter called the lacunarity is used. The axial irradiance of the polyadic devil's lenses was analyzed and it was shown that the lacunarity parameter affects drastically the irradiance profile along the optical axis, apodizing higher-order foci, and these features are proved to improve the behavior of conventional DLs under polychromatic illumination.

A new kind of vortex lenses in which the radial phase distribution is characterized by the "devil's staircase" function have been presented. It was found that under monochromatic illumination these fractal DOEs coined Devil's vortex-lenses give rise a focal volume containing a delimited chain of vortices that are axially distributed according to the self-similarity of the lens. The transverse patterns appearing along the propagation distance present several concatenated doughnut modes. The particular focal volume provided by Devil's vortex-lenses could be profited as versatile and very efficient optical tweezers since in optical trapping applications, in addition to rotate the trapped high index particles, the low-index particles can be trapped in the zero intensity region of the doughnut. The relative angular velocity of the particles at the different traps can be modified by the topological charge of the vortex.

The focusing properties of binary diffractive lenses designed using the Fibonacci sequence were studied. It was demonstrated that these lenses, coined Fibonacci Zone Plates (FiZPs), present two foci of equal intensity. These foci are located at certain axial positions given by the Fibonacci numbers situated symmetrically, one at each side of the focus of an equivalent Fresnel zone plate of the same number of zones, and being the golden mean the ratio of

the two FiZP focal distances. Moreover, we found that the golden mean is also the responsible of the energetic balance of both foci and also of their axial and transverse resolution. The combination of helical-shaped phase masks and FiZP produce a new type of bifocal vortex lenses called Fibonacci Vortex Lens (FVL). It was found that these lenses generate twin optical vortices along the axial coordinate. The radii of these twin vortices increase with the topological charge of the vortex lens, but always their ratio approaches the golden mean. This distinctive optical characteristic was experimentally confirmed. It was shown that higher diffraction orders of the FiZP also appear due to the binary nature of the structure, therefore the two foci characteristic of the FiZP are periodically replicated along axial coordinate u . To improve the diffraction efficiency of these aperiodic lenses a new type of kinoform lenses in which the surface relief is constructed using the Fibonacci sequence have been proposed. We believe that this new type of diffractive lenses could be of benefit across a broad range of applications where conventional zone plate are currently applied, such as X-ray microscopy, THz imaging, and Ophthalmology (in the form of bifocal intraocular or contact lenses for the correction of presbyopia).

A promising application of aperiodic designs was found in ophthalmology field. Concretely, we demonstrated that designs of multifocal intraocular lenses based DLs compare favorably with some commercial designs, with an increase of the depth focus and a reduction of the chromatic aberration.

Some directions for future work are: 1) To continue with the development of new theoretical diffractive optical elements based on aperiodic structures. In fact, we are currently expanding our study to other aperiodic structures such as Thue-Morse. 2) From the point of view of applications, we maintain an active cooperation with the company AJL Ophthalmic with the aim to improve the performance of fractal intraocular lenses. We plan to make some modifications to design the parameters that will allow a reduction in the size of the zones and the compensation of spherical aberration of the cornea by including aspherical surfaces in the design. 3) Finally we are planning to extend our design, developed for intraocular lenses, to contact lenses. A contact lenses manufacturer company, Lenticon SA (www.lenticon.mx), has shown interest in making some prototypes to test of the designs presented here with fractal geometry.

Bibliografía

- [Andersen05] G. Andersen, “Large optical photon sieve”, *Optics Letters* **30**, 2976–2978 (2005).
- [Andrés83] P. Andrés, *Placas zonales: obtencion de una lente kinoform por metodos holograficos*, Tesis Doctoral, Universitat de València (1983).
- [Attwood99] D. Attwood, *Soft X-Rays and Extreme Ultraviolet Radiation: Principles and Applications*, Cambridge University Press, Cambridge (1999).
- [Brown06] J. Brown y R. Churchill, *Fourier Series and Boundary Value Problems*, McGraw-Hill Science/Engineering/Math, New York (2006).
- [Calatayud09] A. Calatayud, J. A. Monsoriu, O. Mendoza-Yero y W. D. Furlan, “Polyadic devil’s lenses”, *Journal of the Optical Society of America A* **26**, 2532–2537 (2009).
- [Calatayud12] A. Calatayud, J. A. Rodrigo, L. Remón, W. D. Furlan, G. Cristobal y J. A. Monsoriu, “Experimental generation and characterization of devil’s vortex-lenses”, *Applied Physics B* **106**, 915–919 (2012).
- [Calatayud13a] A. Calatayud, V. Ferrando, F. Giménez, W. D. Furlan, G. Saavedra y J. A. Monsoriu, “Fractal square zone plates”, *Optics Communications* **286**, 42–45 (2013).

- [Calatayud13b] A. Calatayud, V. Ferrando, L. Remón, W. D. Furlan y J. A. Monsoriu, “Twin axial vortices generated by Fibonacci lenses”, *Optics Express* **21**, 10234–10239 (2013).
- [Cao03] Q. Cao y J. Jahns, “Modified Fresnel zone plates that produce sharp Gaussian focal spots”, *Journal of the Optical Society of America A* **20**, 1576–1581 (2003).
- [Casanova11] C. Casanova, W. D. Furlan, L. Remón, A. Calatayud, J. A. Monsoriu y O. Mendoza-Yero, “Self-similar focusing with generalized devil’s lenses”, *Journal of the Optical Society of America A* **28**, 210–213 (2011).
- [Chalice91] D. R. Chalice, “A characterization of the Cantor Function”, *The American Mathematical Monthly* **98**, 255–258 (1991).
- [Charman94] W. N. Charman, “Hybrid diffractive-refractive achromatic spectacle lenses.”, *Ophthalmic & Physiological optics : the Journal of the British College of Ophthalmic Opticians (Optometrists)* **14**, 389–392 (1994).
- [Curtis03] J. Curtis y D. Grier, “Structure of Optical Vortices”, *Physical Review Letters* **90**, 133901–133905 (2003).
- [Dallapiccola08] R. Dallapiccola, A. Gopinath, F. Stellacci y L. Dal Negro, “Quasi-periodic distribution of plasmon modes in two-dimensional Fibonacci arrays of metal nanoparticles”, *Optics Express* **16**, 5544–5555 (2008).
- [Davison06] J. A. Davison y M. J. Simpson, “History and development of the apodized diffractive intraocular lens”, *Journal of Cataract and Refractive Surgery* **32**, 849–858 (2006).
- [Di Fabrizio99] E. Di Fabrizio, F. Romanato, M. Gentili, S. Cabrini, B. Kaulich, J. Susini y R. Barrett, “High-efficiency multilevel zone plates for keV X-rays”, *Nature* **401**, 895–898 (1999).

- [Ditchburn61] R. W. Ditchburn, *Light (Dover Books on Physics)*, Dover Publications, New York (1961).
- [Ferrando13] V. Ferrando, A. Calatayud, F. Giménez, W. D. Furlan y J. A. Monsoriu, “Cantor dust zone plates”, *Optics Express* **21**, 2701–2706 (2013).
- [Foo05] G. Foo, D. M. Palacios y J. Swartzlander, “Optical vortex coronagraph”, *Optics Letters* **30**, 3308–3310 (2005).
- [Furlan07] W. D. Furlan, G. Saavedra y J. A. Monsoriu, “White-light imaging with fractal zone plates”, *Optics Letters* **32**, 2109–2111 (2007).
- [Furlan09] W. D. Furlan, F. Giménez, A. Calatayud y J. A. Monsoriu, “Devil’s vortex-lenses”, *Optics Express* **17**, 21891–21896 (2009).
- [Furlan10] W. D. Furlan, F. Gimenez, A. Calatayud, L. Remon y J. A. Monsoriu, “Volumetric multiple optical traps produced by Devil’s lenses”, *Journal of the European Optical Society* **5**, 10037s (2010).
- [Furlan13a] W. D. Furlan, P. Andrés, G. Saavedra, A. Pons, J. A. Monsoriu, A. Calatayud, L. Remón, F. Giménez, J. L. Rojas, E. Larra y P. J. Salazar, “Lente oftálmica multifocal y procedimiento para su obtención”, ES 2379164 B2 (2013).
- [Furlan13b] W. D. Furlan, P. Andrés, G. Saavedra, A. Pons, J. A. Monsoriu, A. Calatayud, L. Remón, F. Giménez, J. L. Rojas, E. Larra, P. J. Salazar y M. Rodríguez-Vallejo, “Mejoras en el objeto de la Patente principal num 201031316 por “Lente oftálmica multifocal procedimiento para su obtención””, P201330862. (2013).
- [Gao11] N. Gao, Y. Zhang y C. Xie, “Circular Fibonacci gratings”, *Applied optics* **50**, G142–8 (2011).

- [Gbur06] G. Gbur y T. D. Visser, “Phase singularities and coherence vortices in linear optical systems”, *Optics Communications* **259**, 428–435 (2006).
- [Gies00] J. Gies y F. Gies, *Leonard of Pisa and the New Mathematics of the Middle Ages*, New Classics Library., New York (2000).
- [Giménez06] F. Giménez, J. A. Monsoriu, W. D. Furlan y A. Pons, “Fractal photon sieve”, *Optics Express* **14**, 11958–11963 (2006).
- [Giménez07] F. Giménez, W. D. Furlan y J. A. Monsoriu, “Lacunar fractal photon sieves”, *Optics Communications* **277**, 1–4 (2007).
- [Giménez10] F. Giménez, W. D. Furlan, A. Calatayud y J. A. Monsoriu, “Multifractal zone plates”, *Journal of the Optical Society of America A* **27**, 1851–1855 (2010).
- [Gomez-Reino80] C. Gomez-Reino, J. M. Cuadrado y M. V. Perez, “Elliptical and hyperbolic zone plates”, *Applied Optics* **19**, 1541–1545 (1980).
- [Goodman08] J. W. Goodman, *Introducción a la Óptica de Fourier*, Uned Editorial, Madrid (2008).
- [Hart66] H. E. Hart, J. B. Scrandis, R. Mark y R. D. Hatcher, “Diffraction Characteristics of a Linear Zone Plate”, *Journal of the Optical Society of America* **56**, 1018–1022 (1966).
- [Janicijevic82] L. J. Janicijevic, “Diffraction characteristics of square zone plates”, *Journal of Optics* **13**, 199–206 (1982).
- [Jordan70] J. Jordan, P. M. Hirsch, L. B. Lesem y D. L. Van Rooy, “Kinoform Lenses”, *Applied Optics* **9**, 1883–1887 (1970).

- [Kipp01] L. Kipp, M. Skibowski, R. L. Johnson, R. Berndt, R. Adelung, S. Harm y R. Seemann, “Sharper images by focusing soft X-rays with photon sieves”, *Nature* **414**, 184–188 (2001).
- [Klar02] A. J. S. Klar, “Fibonacci’s flowers”, *Nature* **417**, 595 (2002).
- [Lee04] W. M. Lee, X.-C. Yuan y W. C. Cheong, “Optical vortex beam shaping by use of highly efficient irregular spiral phase plates for optical micromanipulation”, *Optics Letters* **29**, 1796–1798 (2004).
- [Maciá06] E. Maciá, “The role of aperiodic order in science and technology”, *Reports on Progress in Physics* **69**, 397–441 (2006).
- [Mahler10] L. Mahler, A. Tredicucci, F. Beltram, C. Walther, J. Faist, H. E. Beere, D. A. Ritchie y D. S. Wiersma, “Quasi-periodic distributed feedback laser”, *Nature Photonics* **4**, 165–169 (2010).
- [Mandelbrot77] B. B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature*, W. H. Freeman and Company, New York (1977).
- [Maruyama03] K. Maruyama, “Refractive-diffractive hybrid lenses”, *PENTAX Corporation* US 6545807 B2 (2003).
- [Mendoza-Yero09a] O. Mendoza-Yero, M. Fernández-Alonso, G. Mínguez-Vega, J. Lancis, V. Climent y J. A. Monsoriu, “Fractal generalized zone plates”, *Journal of the Optical Society of America A* **26**, 1161–1166 (2009).
- [Mendoza-Yero09b] O. Mendoza-Yero, G. Mínguez-Vega, M. Fernández-Alonso, J. Lancis, E. Tajahuerce, V. Climent y J. A. Monsoriu, “Optical filters with fractal transmission spectra based on diffractive optics”, *Optics Letters* **34**, 560–562 (2009).

- [Merlin85] R. Merlin, K. Bajema, R. Clarke, F. Yuang y P. Bhattacharya, “Quasiperiodic GaAs-AlAs heterostructures”, *Physical review letters* **55**, 1768–1770 (1985).
- [Miyamoto61] K. Miyamoto, “The Phase Fresnel Lens”, *Journal of the Optical Society of America* **51**, 17–20 (1961).
- [Monsoriu] J. A. Monsoriu, V. Ferrando, A. Calatayud, L. Remon y W. D. Furlan, “Kinoform Fibonacci lenses”, (en redacción).
- [Monsoriu04] J. A. Monsoriu, G. Saavedra y W. D. Furlan, “Fractal zone plates with variable lacunarity”, *Optics Express* **12**, 4227–4234 (2004).
- [Monsoriu07] J. A. Monsoriu, W. D. Furlan, G. Saavedra y F. Giménez, “Devil’s lenses”, *Optics Express* **15**, 13858–13864 (2007).
- [Monsoriu13] J. A. Monsoriu, A. Calatayud, L. Remon, W. D. Furlan, G. Saavedra y P. Andres, “Bifocal Fibonacci Diffractive Lenses”, *IEEE Photonics Journal* **5**, 3400106–3400106 (2013).
- [Myers51] O. E. Myers, “Studies of Transmission Zone Plates”, *American Journal of Physics* **19**, 359–365 (1951).
- [Ojeda-Castaneda96] J. Ojeda-Castaneda y C. Gomez-Reino, *Selected Papers on Zone Plates (SPIE Milestone Series Vol. MS128)*, SPIE Press (1996).
- [Pedrotti06] F. L. Pedrotti, L. M. Pedrotti y L. S. Pedrotti, *Introduction to Optics (3rd Edition)*, Addison-Wesley, New Jersey (2006).
- [Remón12] L. Remón, *Diseño, fabricación y control de calidad de lentes intraoculares multifocales*, Tesis Doctoral, Universitat Politècnica de València (2012).

- [Roux04] F. S. Roux, “Distribution of angular momentum and vortex morphology in optical beams”, *Optics Communications* **242**, 45–55 (2004).
- [Saavedra03] G. Saavedra, W. D. Furlan y J. A. Monsoriu, “Fractal zone plates”, *Optics Letters* **28**, 971–973 (2003).
- [Sah95] Y. Sah y G. Ranganath, “Optical diffraction in some Fibonacci structures”, *Optics Communications* **114**, 18–24 (1995).
- [Sheard97] S. Sheard, T. Liao, G. Yang, P. Prewett y J. Zhu, “Focusing waveguide grating coupler using a diffractive doublet”, *Applied Optics* **36**, 4349–4353 (1997).
- [Shechtman84] D. Shechtman, I. Blech, D. Gratias y J. Cahn, “Metallic Phase with Long-Range Orientational Order and No Translational Symmetry”, *Physical Review Letters* **53**, 1951–1953 (1984).
- [Shulman70] A. Shulman, *Optical Data Processing (Pure & Applied Optics)*, John Wiley & Sons Inc, New York (1970).
- [Simpson84] M. Simpson y A. Michette, “Imaging Properties of Modified Fresnel Zone Plates”, *Optica Acta: International Journal of Optics* **31**, 403–413 (1984).
- [Singh08] R. K. Singh, P. Senthilkumaran y K. Singh, “Effect of primary coma on the focusing of a Laguerre-Gaussian beam by a high numerical aperture system; vectorial diffraction theory”, *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics* **10**, 075008 (2008).
- [Soret75] J. Soret, “Sur les phénomènes de diffraction produits par les réseaux circulaires”, *Archives des Sciences Physiques et Naturelles* **52**, 320 (1875).

- [Sussman60] M. Sussman, “Elementary Diffraction Theory of Zone Plates”, *American Journal of Physics* **28**, 394–398 (1960).
- [Tao06] S. H. Tao, X.-C. Yuan, J. Lin y R. E. Burge, “Sequence of focused optical vortices generated by a spiral fractal zone plate”, *Applied Physics Letters* **89**, 031105 (2006).
- [Turnbull96] G. Turnbull, D. Robertson, G. Smith, L. Allen y M. Padgett, “The generation of free-space Laguerre-Gaussian modes at millimetre-wave frequencies by use of a spiral phaseplate”, *Optics Communications* **127**, 183–188 (1996).
- [Waldman66] G. S. Waldman, “Variations on the Fresnel Zone Plate”, *Journal of the Optical Society of America* **56**, 215–217 (1966).
- [Wang02] S. Wang, X. C. Zhang, M. P. Maley, M. F. Hundley, L. N. Bulaevskii, A. E. Koshelev y A. J. Taylor, “Terahertz Tomographic Imaging With a Fresnel Lens”, *Optics and Photonics News* **13**, 58–58 (2002).
- [Wang03] Y. Wang, W. Yun y C. Jacobsen, “Achromatic Fresnel optics for wideband extreme-ultraviolet and X-ray imaging”, *Nature* **424**, 50–53 (2003).
- [Wang12] J. Wang, J.-Y. Yang, I. M. Fazal, N. Ahmed, Y. Yan, H. Huang, Y. Ren, Y. Yue, S. Dolinar, M. Tur y A. E. Willner, “Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing”, *Nature Photonics* **6**, 488–496 (2012).
- [Wood98] R. W. Wood, “Phase-reversal zone-plates, and diffraction telescopes”, *Philosophical Magazine Series 5* **45**, 511–522 (1898).

- [Wood34] R. W. Wood, *Physical Optics*, The Macmillan Optics, New York, 3rd edición (1934).
- [Wu08] D. Wu, L.-G. Niu, Q.-D. Chen, R. Wang y H.-B. Sun, “High efficiency multilevel phase-type fractal zone plates”, *Optics Letters* **33**, 2913–2915 (2008).
- [Yang99] X. Yang, Y. Liu y X. Fu, “Transmission properties of light through the Fibonacci-class multilayers”, *Physical Review B* **59**, 4545–4548 (1999).
- [Young72] M. Young, “Zone Plates and Their Aberrations”, *Journal of the Optical Society of America* **62**, 972–976 (1972).
- [Yzuel75] M. Yzuel y J. Santamaria, “Polychromatic Optical Image. Diffraction Limited System and Influence of the Longitudinal Chromatic Aberration”, *Optica Acta: International Journal of Optics* **22**, 673–690 (1975).
- [Zhu97] S. Zhu, “Quasi-Phase-Matched Third-Harmonic Generation in a Quasi-Periodic Optical Superlattice”, *Science* **278**, 843–846 (1997).

Publicaciones, patentes y contribuciones a congresos

Los principales resultados de esta memoria de doctorado están recogidos en las siguientes aportaciones:

Artículos en revistas internacionales

A. Calatayud, J. A. Monsoriu, O. Mendoza-Yero y W. D. Furlan, “Polyadic devil’s lenses”, *Journal of the Optical Society of America A* **26**, 2532–2537 (2009).

W. D. Furlan, F. Giménez, A. Calatayud y J. A. Monsoriu, “Devil’s vortex-lenses”, *Optics Express* **17**, 21891–21896 (2009).

W. D. Furlan, F. Gimenez, A. Calatayud, L. Remon y J. A. Monsoriu, “Volumetric multiple optical traps produced by Devil’s lenses”, *Journal of the European Optical Society* **5**, 10037s (2010).

F. Giménez, W. D. Furlan, A. Calatayud y J. A. Monsoriu, “Multifractal zone plates”, *Journal of the Optical Society of America A* **27**, 1851–1855 (2010).

C. Casanova, W. D. Furlan, L. Remón, A. Calatayud, J. A. Monsoriu y O. Mendoza-Yero, “Self-similar focusing with generalized devil’s lenses”, *Journal of the Optical Society of America A* **28**, 210–213 (2011).

A. Calatayud, J. A. Rodrigo, L. Remón, W. D. Furlan, G. Cristobal y J. A. Monsoriu, “Experimental generation and characterization of devil’s vortex-lenses”, *Applied Physics B* **106**, 915–919 (2012).

A. Calatayud, V. Ferrando, F. Giménez, W. D. Furlan, G. Saavedra y J. A. Monsoriu, “Fractal square zone plates”, *Optics Communications* **286**, 42–45 (2013).

A. Calatayud, V. Ferrando, L. Remón, W. D. Furlan y J. A. Monsoriu, “Twin axial vortices generated by Fibonacci lenses”, *Optics Express* **21**, 10234–10239 (2013).

V. Ferrando, **A. Calatayud**, F. Giménez, W. D. Furlan y J. A. Monsoriu, “Cantor dust zone plates”, *Optics Express* **21**, 2701–2706 (2013).

J. A. Monsoriu, **A. Calatayud**, L. Remon, W. D. Furlan, G. Saavedra y P. Andrés, “Bifocal Fibonacci Diffractive Lenses”, *IEEE Photonics Journal* **5**, 3400106–3400106 (2013).

J. A. Monsoriu, V. Ferrando, **A. Calatayud**, L. Remon y W. D. Furlan, “Kinoforn Fibonacci lenses”, (en redacción).

Patentes

W. D. Furlan, P. Andrés, G. Saavedra, A. Pons, J. A. Monsoriu, **A. Calatayud**, L. Remón, F. Giménez, J. L. Rojas, E. Larra y P. J. Salazar, “Lente oftálmica multifocal y procedimiento para su obtención”, ES 2379164 B2 (2013).

W. D. Furlan, P. Andrés, G. Saavedra, A. Pons, J. A. Monsoriu, **A. Calatayud**, L. Remón, F. Giménez, J. L. Rojas, E. Larra, P. J. Salazar y M. Rodríguez-Vallejo, “Mejoras en el objeto de la Patente principal num 201031316 por “Lente oftálmica multifocal procedimiento para su obtención””, P201330862. (2013).

Capítulos de libro

L. Remón, **A. Calatayud**, V. Ferrando, F. Giménez, W.D. Furlan y J.A. Monsoriu, “Fractal diffractive lenses”, Recent Research Developments in Optics (Aceptado).

Contribuciones a congresos internacionales

W.D. Furlan, F. Giménez, **A. Calatayud** y J.A. Monsoriu, “Volumetric multiple optical traps produced by Devil’s lenses”, 3rd EOS Topical Meeting on Optical Microsystems. Comunicación en panel. Actas en CD. Capri (2009).

J.A. Monsoriu, **A. Calatayud**, L.Remón, W.D. Furlan, G. Saavedra y P. Andrés, “Zone plates generated with the Fibonacci sequence”, EOS Topical Meeting on Diffractive Optics. Comunicación en panel. Actas en CD. Koli (2010).

W.D. Furlan, O. Mendoza-Yero, **A. Calatayud**, L. Remón y J.A. Monsoriu, “High performance of Polyadic Devil’s lenses under polychromatic illumination”, EOS Topical Meeting on Diffractive Optics. Comunicación en panel. Actas en CD. Koli (2010).

A. Calatayud, J.A. Monsoriu, F. Giménez y W.D. Furlan, “Focusing properties of multifractal zone plates”, EOS Annual Meeting. Comunicación en panel. Actas en CD. París (2010).

A. Calatayud, W.D. Furlan, A. Pons, O. Mendoza-Yero y J.A. Monsoriu, “Generalizing the Devil’s Lenses”, EOS Annual Meeting. Comunicación en panel. Actas en CD. París (2010).

W.D. Furlan, L. Remón, **A. Calatayud**, A. Pons. y J.A. Monsoriu, “Optical Quality of Multifocal intraocular lenses in a model eye”, European Academy

of Optometrists and Optics. Comunicación en panel. Libro de resúmenes p. 37. Copenhagen (2010).

L. Remón, **A. Calatayud**, J.A. Monsoriu, C. Casanova, A. Pons y W.D. Furlan, “Optical characterization of intraocular lens”, VII Reunión Iberoamericana de Óptica (RIAO). Comunicación en panel. Libro de resúmenes p.266. Perú (2010).

A. Arias, L. Remón, **A. Calatayud**, J.A. Monsoriu y W.D. Furlan, “Performance evaluation of a decentered multifocal diffractive intraocular lens using a spatial light modulator”, European Academy of Optometrists and Optics. Comunicación en panel. Libro de resúmenes p. 47. Praga (2011).

A. Calatayud, L. Remón, C. Casanova, F. Giménez, J.A. Monsoriu y W.D. Furlan, “Focusing properties of square fractal zone”, International Conference on Applications of Optics and Photonics. Comunicación en panel. Libro de resúmenes. Braga (2011).

A. Calatayud, L. Remón, C. Casanova, F. Giménez, J.A. Monsoriu y W.D. Furlan, “Focusing properties of square fractal zone”, International Conference on Applications of Optics and Photonics. Comunicación en panel. Libro de resúmenes. Braga (2011).

A. Calatayud, L. Remón, C. Casanova, J.A. Rodrigo W.D. Furlan y J.A. Monsoriu, “Experimental characterization of Devil’s Vortex-Lenses”, 22nd General Congress of the International Commission for Optics (ICO-22). Comunicación en panel. Libro de resúmenes p. 122. Puebla (2011).

W.D Furlan, V. Ferrando, **A. Calatayud**, F. Giménez y J.A. Monsoriu, “Cantor Dust zone plate”, Progress In Electromagnetics Research Symposium. Comunicación en panel. Libro de resúmenes p. 645. Moscú (2011).

L. Remón, W.D. Furlan, **A. Calatayud**, y J.A. Monsoriu, “Hybrid refractive-diffractive multifocal intraocular lens with fractal profile”, XX Biennial Meeting of the International Society for Eye Research. Comunicación oral. Libro

de resúmenes p. 103. Berlín (2012).

Contribuciones a congresos nacionales

L. Remón, **A. Calatayud**, F. Giménez, W.D. Furlan y J.A. Monsoriu, “Diseño de lentes intraoculares fractales”, IX Jornadas de Matemática Aplicada. Comunicación oral. Certificado de asistencia. Valencia (2009).

A. Calatayud, L. Remón, F. Giménez, W.D. Furlan y J.A. Monsoriu, “Cadena fractal de vórtices ópticos”, IX Jornadas de Matemática Aplicada. Comunicación en panel. Certificado de asistencia. Valencia (2009).

A. Calatayud, L. Remón, F. Giménez, W.D. Furlan y J.A. Monsoriu, “Placas zonales multifractales”, IX Reunión Nacional de Óptica. Comunicación en panel. Zaragoza (2012).

A. Calatayud, V. Ferrando, L. Remón, J.A. Monsoriu y W.D. Furlan, “Caracterización experimental de lentes difractivas aperiódicas con un modulador espacial de luz”, X Reunión Nacional de Óptica. Comunicación oral. Libro de resúmenes p. 60-61. Zaragoza (2012).

V. Ferrando, **A. Calatayud**, F. Giménez, J.A. Monsoriu y W.D. Furlan, “Criba rectangular de fotones”, X Reunión Nacional de Óptica. Comunicación oral. Libro de resúmenes p. 389-392. Zaragoza (2012).