

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE VALENCIA

ESCUELA POLITECNICA SUPERIOR DE GANDIA

Grado en Ing. Sist. de Telecom., Sonido e Imagen



**UNIVERSIDAD
POLITECNICA
DE VALENCIA**



**ESCUELA POLITECNICA
SUPERIOR DE GANDIA**

“CARACTERIZACIÓN ACÚSTICA DEL PIANO DE COLA”

TRABAJO FINAL DE GRADO

Autor/a:
JESSICA MORA PETIT

Tutor/a:
RUBÉN PICÓ VILA

GANDIA, 2012

Caracterización acústica del piano de cola.

Autora: Jessica Mora Petit

Director: Rubén Picó Vila

Resumen — El piano es un instrumento esencialmente inarmónico. Esto, que en un principio podría parecer perjudicial para la sonoridad del instrumento, resulta conseguir el efecto contrario. En este proyecto se han analizado una serie de parámetros espectrales con el objeto de analizar de forma objetiva varios parámetros acústicos que describen sus propiedades tímbricas.

Abstract — The piano is an essentially inharmonious instrument. This, which in a beginning might seem to be harmful to the sonority of the instrument, proves to obtain the opposite effect. In this project we have analyzed a number of spectral parameters in order to objectively analyze several acoustic parameters describing their timbral properties.

Palabras clave — Caracterización acústica piano de cola.

Key words — Acoustic characterization grand piano

1. OBJETIVOS Y ANTECEDENTES	4
2. INTRODUCCIÓN TEÓRICA	5
2.1. Instrumentos de cuerda percutida: El piano	5
2.1.1. Descripción del instrumento	5
2.1.2. Acústica del piano	9
2.1.3. Comportamiento resonante de la tabla armónica	12
2.1.4. Características emisivas del piano	13
2.2. Principios acústicos de los instrumentos musicales de cuerda	15
2.2.1. Onda transversal propagándose a través de la cuerda	15
2.2.2. Ondas estacionarias en una cuerda con extremos fijos. Nodos y vientres	17
2.2.3. Vibraciones producidas por la pulsación de una cuerda fija	20
2.3. Análisis de la señal acústica	22
2.3.1. Tipos de parámetros: temporales y espectrales	22
2.3.2. Parámetros espectrales	23
3. PRESENTACIÓN DE RESULTADOS	25
3.1 Descripción del montaje utilizado	25
3.2 Análisis de los datos obtenidos	27
4. CONCLUSIONES	47
5. BIBLIOGRAFÍA	48

1.- OBJETIVOS Y ANTECEDENTES.

Se define como acústica musical a aquella parte de la ciencia acústica que trata del estudio de las relaciones entre esta ciencia y el arte musical. Se ocupa particularmente de los principios físicos de las distintas teorías musicales, de los problemas de la acústica física planteados por las vibraciones de los cuerpos sonoros y de la constitución y funcionamiento de los instrumentos musicales. El piano es un instrumento esencialmente inarmónico. Esto, que en un principio podría parecer perjudicial para la sonoridad del instrumento, resulta conseguir el efecto contrario. ¿En qué medida es inarmónico el piano? ¿Afecta a todas las notas por igual?

El objetivo de este trabajo de investigación es caracterizar las propiedades acústicas de un piano de cola. La aproximación al problema consiste en analizar de forma objetiva varios parámetros acústicos que describen sus propiedades tímbricas. La realización de este estudio en un instrumento como el piano resulta complicado debido a: la complejidad de construcción del instrumento, su tesitura, la posibilidad de tocar más de una nota simultáneamente, las diferentes formas de tocar las notas (forte, piano),... Todo esto debe ser tenido en cuenta al realizar la planificación del estudio para la obtención de unos resultados óptimos.

La memoria de este proyecto tiene dos partes bien diferenciadas: una teórica y una práctica. En la parte teórica se ha desarrollado una descripción pormenorizada del piano y un análisis de la señal acústica haciendo especial hincapié en los parámetros utilizados para el posterior estudio. La parte práctica muestra la descripción del montaje utilizado para la realización del proyecto y las medidas realizadas. Se han analizado los sonidos grabados del piano han sido analizados mediante parámetros extraídos del espectro de las notas. En esta parte es imprescindible destacar el producto resultado de la investigación, es decir, los resultados obtenidos de las mediciones. Finalmente se exponen las conclusiones extraídas del estudio realizado.

2.- INTRODUCCIÓN TEÓRICA.

2.1 Instrumentos de cuerda percutida. El piano.

2.1.1 Descripción del instrumento.

Para muchos se trata del rey de los instrumentos pues, su riqueza tímbrica, sonoridad, expresividad, extensión y versatilidad le hacen apto lo mismo para acompañamiento que como solista, adecuándose felizmente a todo tipo de música.

El piano deriva morfológicamente del clave, aunque la diferencia entre ambos es que si el clave funciona por pulsación de las cuerdas, el piano lo hace por percusión. Durante el siglo XVIII el clave está presente en todas las salas de concierto, no sólo como solista, sino como base de la música orquestal en forma de bajo continuo. Pero a lo largo de este siglo va introduciéndose una nueva forma de atacar las cuerdas, de una forma intermedia al principio, como sucede en el clavicordio y finalmente a la manera característica del “pianoforte”, que es el nombre del instrumento original que nos ocupa. Esta denominación surgió espontáneamente como indicativa de una de las facultades de este instrumento, que es la de poder sonar “piano” o “forte” según la intensidad con la que se pulse la tecla.

Tanto en su forma mural o de cola, el piano moderno consta de ocho partes esenciales, a saber: teclado, caja de resonancia o tabla armónica, bastidor o marco de hierro, cuerdas, clavijero, puente, mecánica de percusión, pedales y mueble. Algunos de estos elementos se encuentran enfatizados en la siguiente figura que representa las partes de un piano de cola moderno.

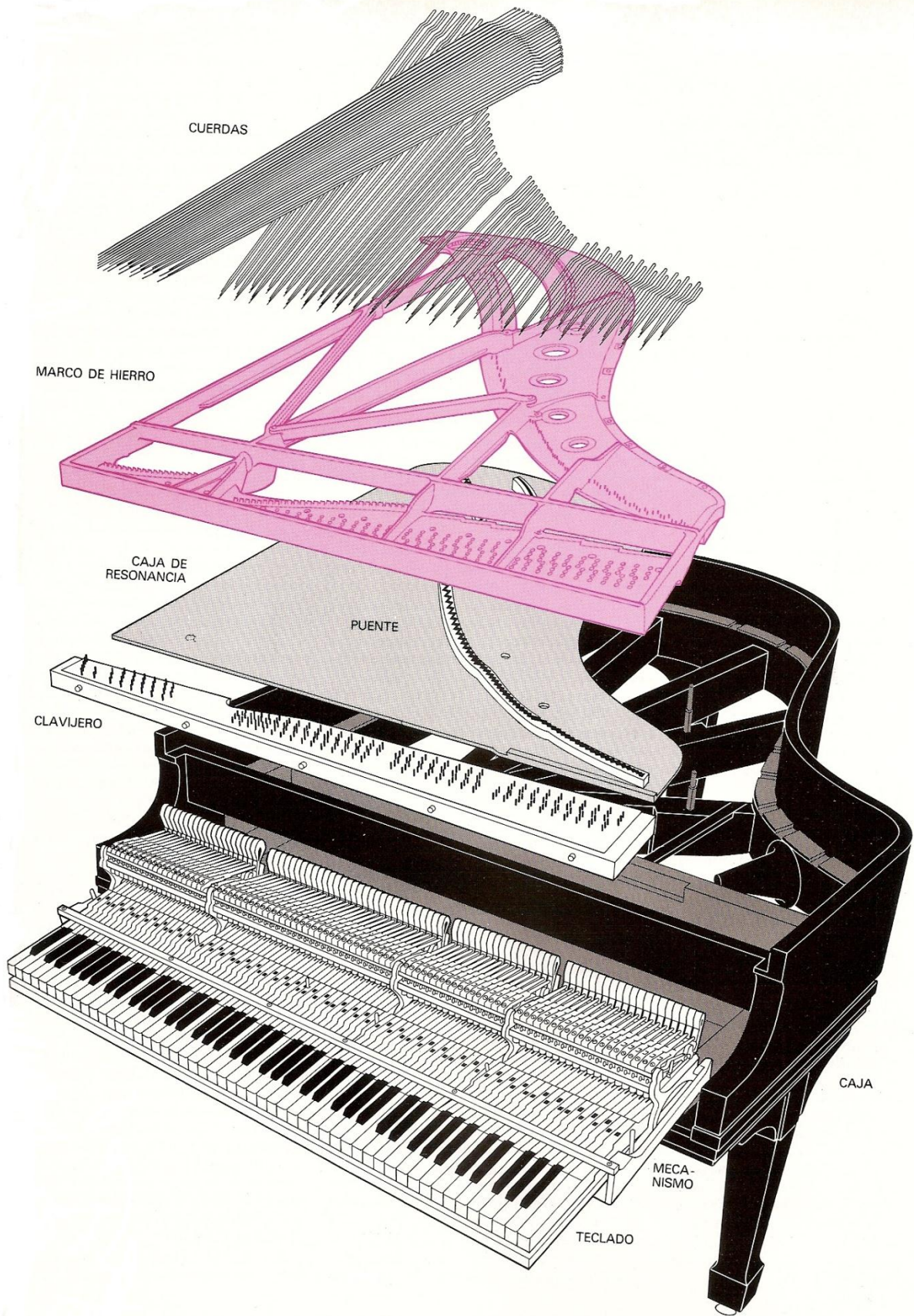


Fig.1. Despiece de un piano de cola moderno [5].

Nos referiremos a continuación a algunos de los elementos constitutivos de un piano.

- a) Las cuerdas. Todas ellas son de alambre de acero, estando entorchadas con hilo de cobre las correspondientes a los tonos más graves, al objeto de aumentar su sección y su densidad. Las cuerdas están sujetas a las clavijas de tensión por el lado del teclado y en apoyos fijos por el otro, pero su longitud efectiva de vibración está limitada por el puente, adosado directamente sobre la tabla armónica.

Para obtener los diversos tonos, las cuerdas tienen distintas longitudes, tensiones y secciones. En las octavas altas se varía casi exclusivamente la longitud, manteniéndose prácticamente constantes la tensión y la sección. Por el contrario, en las octavas bajas se aumenta la sección mediante el entorchado y se varía la tensión. Todo ello responde a la expresión matemática de las cuerdas vibrantes:

$$f = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{9,81T}{p}}$$

siendo f la frecuencia fundamental (Hz), L la longitud de la cuerda (metros), T la tensión (Newtons) y p la masa por cada metro de cuerda. Así por ejemplo, para una cuerda de 0,4 m, de 1,1 mm de diámetro en su sección y 0,0078 kg/m, resulta que para emitir un LA de 435 HZ se requiere una tensión de unos 100 Kp. Esta enorme tensión obliga al uso de alambres de acero muy resistentes y elásticos. A 100 Kp por cuerda resultan casi 1200 Kp por octava, de modo que el bastidor del piano ha de ser capaz de soportar una tensión total de cerca de 7 toneladas.

El comportamiento real de las cuerdas del piano no se ajusta totalmente a la expresión anterior. Ello se debe a: su rigidez (no olvidemos que son alambres de acero); que las cuerdas están tendidas sobre apoyos que no son totalmente rígidos; que en sus movimientos rozan contra el aire y también a los efectos de dilatación térmica.

La longitud de las cuerdas varía para los pianos de cola entre 1,67 m y 79,4 mm y en los pianos verticales entre 1,25 m y 94 mm.

El punto de percusión se establece siempre a una distancia del extremo de la cuerda exactamente igual a 1/7 de su longitud vibrante total. De esta manera, de acuerdo con la Ley Young se evita, o cuanto menos se minimiza, la aparición del séptimo armónico. Éste es altamente disonante y contribuye muy negativamente al timbre del instrumento. Como regla general se establece que en un piano el punto de percusión ha de dividir a la cuerda en dos partes cuyas longitudes guarden entre sí la relación 1:6.

Otra característica importante en la disposición de las cuerdas es el sobreencordado, que consiste en el cruce de las cuerdas más graves por encima de las cuerdas del registro medio. Esto supone que las cuerdas graves, por un lado, y las medias y agudas por otro tendrán puentes independientes.

Los pianos de concierto actuales poseen una extensión que va del LA₀ al DO₈. Los sonidos comprendidos entre el LA₀ y el SOL₁ son producidos por una única cuerda, del SOL₁ hasta el DO₃ son producidos por cuerdas dobles. Todas estas cuerdas están entorchadas. Los sonidos comprendidos entre el DO₃ y el final son emitidos por cuerdas triples.

- b) El bastidor. El bastidor es una sólida estructura de hierro que tiene por misión soportar la suma de todas las tensiones de las cuerdas, que como hemos visto, es muy considerable. Se fija firmemente al mueble del instrumento y lleva adosada la tabla armónica por su parte inferior.

- c) Tabla armónica. La tabla armónica es una pieza de madera reforzada por su parte inferior que recibe directamente la vibración de las cuerdas a través del puente y transmite las vibraciones al aire y a la caja, proporcionando la sonoridad al instrumento.
- d) Mecanismo de percusión. Esta es la parte que más ha evolucionado desde su creación. La percusión ha de ser tal que:
1. Al retirar el dedo de la tecla, en posición normal de pedales, el sonido debe quedar apagado.
 2. El sonido no ha de tener más amortiguamiento que el natural, cuando el dedo pisa la tecla.
 3. El golpe del martillo contra la cuerda no se debe oír.
 4. Al retirar el dedo, la tecla tiene que volver a su posición inicial, siendo el retroceso muy rápido para permitir ejecuciones en una nota a intervalos incluso de semifusas, en pasajes prestísimos.

Todos los mecanismos de percusión presentan como denominadores comunes articulaciones ligeras y silenciosas, macillos y apagadores forrados de fieltro. Si bien, difieren unos de otros en la disposición y forma de las palancas y el modo de resolver las cuestiones antes planteadas.

A continuación se esquematiza la mecánica de un piano de cola Steinway.

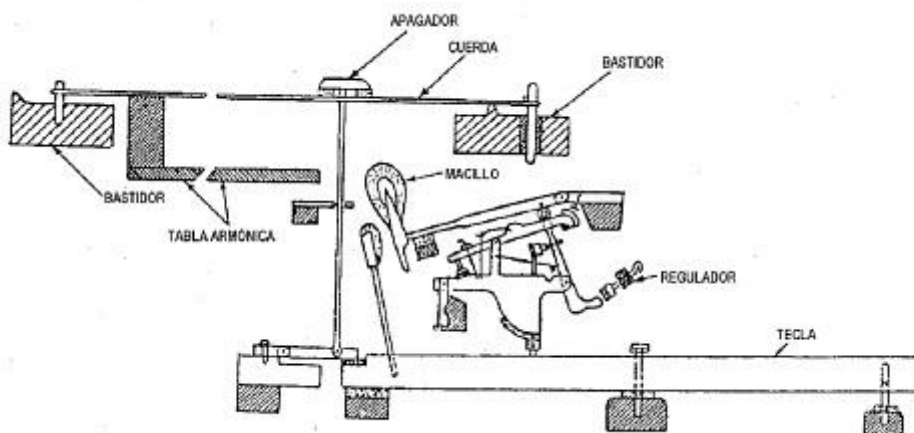


Fig.2. Mecánica de un piano de cola Steinway.

- e) Los pedales. El piano posee siempre dos pedales. El derecho o sustain levanta todos los apagadores, haciendo que los sonidos de las cuerdas se mezclen creando una densa atmósfera sonora. El pedal izquierdo o sordina desplaza lateralmente los martillos, de modo que percutan las cuerdas simples con menos fuerza y las dobles y triples como simples y dobles respectivamente. Se obtienen así sonidos más suaves.

Algunos pianos poseen un tercer pedal, llamado tonal, que conserva levantados los apagadores de las cuerdas correspondientes a las teclas que se pisan en el momento de accionar el pedal. Se obtienen de esta forma interesantes efectos orquestales.

2.1.2 Acústica del piano.

El tratamiento que hemos dado hasta ahora del piano es fundamentalmente descriptivo. Aún quedan por tratar las razones por las que el timbre de este instrumento, a partir de la simple percusión de sus cuerdas, es realmente inigualable. Del mismo modo falta por tratar a qué razones físicas se deben su sonoridad, su resonancia, etc.

Como primera aproximación al tema, empezaremos señalando que la mayoría de las notas emitidas por un piano se producen mediante vibraciones acopladas de dos o tres cuerdas. Estas cuerdas no están afinadas exactamente igual, contribuyendo este hecho de una forma decisiva al sonido del instrumento.

Un piano de concierto moderno tiene 88 teclas, de las que 69 actúan sobre tres cuerdas y las 20 más graves lo hacen sobre dos o una.

Una cuerda ideal en vibración emite energía acústica a expensas de la pérdida de su energía vibracional. La disminución de ésta última en función del tiempo, sigue una clásica ley exponencial negativa. Sin embargo este no parece ser el caso de las cuerdas del piano, ya que el sonido emitido por este instrumento se atenúa inicialmente con rapidez (sonido inmediato) y luego lo hace con lentitud (resonancia), lo que obliga a pensar que la disipación de energía vibrante se rige por un esquema más complejo que lo anteriormente descrito.

Tres son los motivos de este comportamiento, a saber, las vibraciones verticales y horizontales, las vibraciones acopladas de los grupos unísonos de dos y tres cuerdas y la pequeña “desafinación” de las cuerdas de un mismo grupo. Pasemos a estudiar cada uno de ellos.

a) Vibraciones verticales y horizontales.

Por la forma en que el macillo percute las cuerdas, pudiera pensarse que las únicas vibraciones existentes debieran ser las verticales. Ahora bien, la superficie de choque del macillo siempre tiene alguna irregularidad que motiva alguna pequeña vibración horizontal. En realidad la cuerda ejecuta otros movimientos, incluyendo los circulares y elípticos, pero incluso estos pueden considerarse como la superposición de las dos polarizaciones básicas: horizontal y vertical.

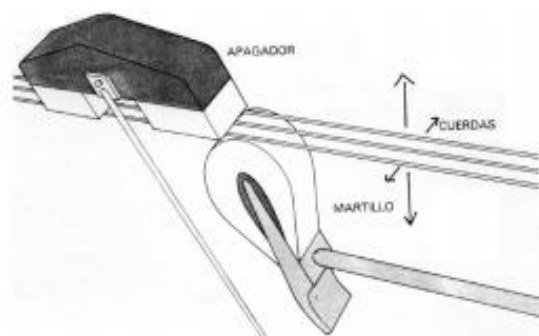


Fig.3. Componentes en la vibración de las cuerdas [8].

Tanto una polarización como otra se atenúan exponencialmente, si bien la constante de atenuación de las vibraciones verticales es mucho mayor que la de las horizontales. Esto significa que aunque el movimiento vertical es un principio mucho más intenso que el horizontal, llega un momento en que predomina el segundo.

La siguiente figura muestra cómo se atenúan las vibraciones libres de una cuerda de piano. Se representa el módulo de la vibración, por tanto incluye ambas contribuciones, vertical y horizontal.

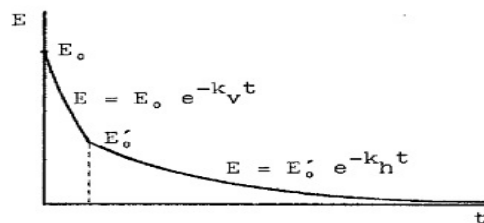


Fig.4. Atenuación de las vibraciones libres en una cuerda de piano.

Esta figura nos muestra cómo se atenúan las vibraciones libres de una cuerda de piano. La pérdida de energía vibracional tiene lugar fundamentalmente de la siguiente manera: dado que las cuerdas se sujetan por un lado a las clavijas de afinación y por el otro se apoyan sobre el puente, las vibraciones son transmitidas a través de este último a la tabla de resonancia, la cual las irradia en forma de sonido al espacio. Pero sucede que las vibraciones verticales de la tabla de resonancia ceden más fácilmente la energía al aire que las horizontales. Ello justifica la rápida atenuación del movimiento vertical de la cuerda, responsable del sonido inmediato.

Por el contrario, las vibraciones horizontales de la tabla armónica devuelven en gran medida su energía a la cuerda a través del puente, de modo que por medio de este tipo de vibración, el sistema tabla-cuerda mantiene durante bastante tiempo el estado de vibración y proporciona la resonancia del piano.

b) Vibraciones acopladas.

Dado que las cuerdas de un grupo cruzan el puente por zonas muy próximas, hemos de pensar que los movimientos de este último obligan a que las vibraciones de las cuerdas estén acopladas. En estas condiciones, si dos cuerdas de un grupo vibran con la misma frecuencia y amplitud, pero en oposición de fase, el puente no se moverá y no habrá atenuación. Pero si dichas cuerdas vibran en fase, el movimiento del puente será el doble del movimiento si vibrase una sola cuerda y la atenuación será por tanto doble. De forma análoga sucedería si el grupo fuese de tres cuerdas.

En la mayoría de los casos, los movimientos de dos cuerdas de un grupo ni son exactamente iguales (simétricos), ni exactamente opuestos (asimétricos). Cuando el martillo golpea dos cuerdas de un grupo unísono, ambas empiezan a vibrar en fase, pero debido a las imperfecciones del martillo, es muy probable que una vibre con mayor amplitud que la otra, según muestra la siguiente figura.

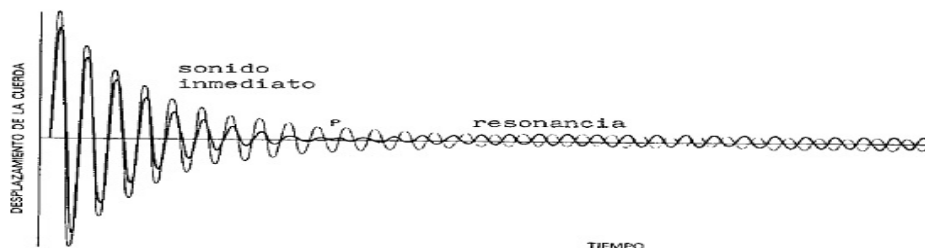


Fig.5. Vibración acoplada de dos cuerdas del piano golpeadas al unísono.

Inicialmente, ambas vibraciones contribuyen a los movimientos del puente, lo cual motiva una rápida atenuación de los movimientos de ambas. Cuando la amplitud de la segunda cuerda se acerca a cero (punto P de la figura), el puente aún se mueve bajo los impulsos de la primera y es entonces

cuando la segunda cambia su comportamiento, absorbiendo del puente energía vibracional e invirtiendo su fase. El resultado de este fenómeno es que, tras una rápida emisión de energía acústica por causa de los movimientos simétricos (sonido inmediato), se produce un sonido prolongado por causa de los movimientos asimétricos de ambas cuerdas (resonancia).

Esta deseable excitación desigual de las cuerdas de un mismo grupo se logra gracias a las desigualdades del fieltro que recubre la cabeza de los macillos. En los instrumentos nuevos o muy poco usados suele suceder que el fieltro de los macillos es muy duro y su superficie excesivamente lisa, lo que repercute negativamente en el timbre del instrumento por causa de una sobreabundancia de armónicos por encima de los 4000 Hz. Con objeto de dulcificar el sonido se recurre al procedimiento del “picado de los macillos”, consistente en picar repetidamente con una aguja la superficie de fieltro de todos ellos con movimientos laterales con el fin de hacer irregular y más blanda la superficie de percusión.

Este comportamiento que acabamos de describir constituye sin duda, el modo normal de vibración de las cuerdas del piano y es también el fundamento del pedal izquierdo “tonal” del piano de concierto.

Dado que la intensidad de la resonancia está unos 20 dB por debajo del nivel inicial del sonido inmediato, resulta que sería inaudible en los pasajes pianísimos. Para evitar esta situación se utiliza precisamente el pedal “tonal”. Su acción consiste en desplazar ligeramente todo el teclado de forma que cada martillo percute sólo dos cuerdas de un grupo de tres. De esta forma, la cuerda que no fue percutida actúa de resonador, absorbiendo energía del puente desde el primer momento, iniciando un movimiento en contrafase con las otras dos, según se aprecia en la siguiente figura.

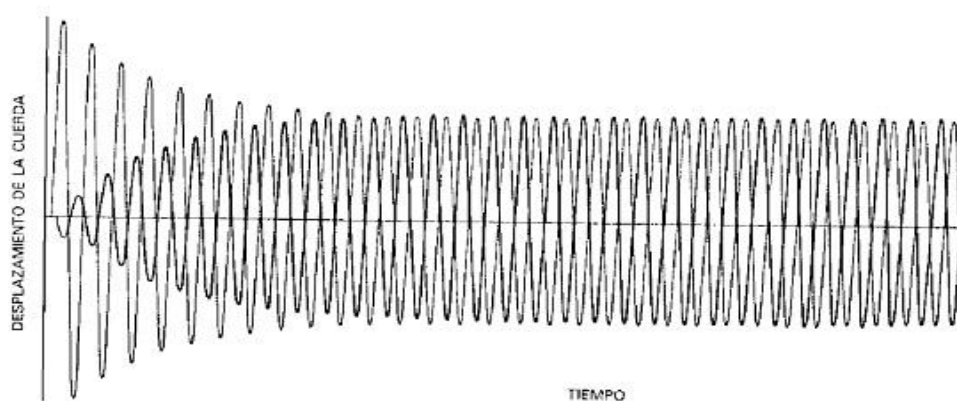


Fig.6. Vibración de un par de cuerdas acopladas utilizando el pedal tonal.

c) Desafinación de las cuerdas de un mismo grupo.

Este tercer efecto tiene su origen en las pequeñas divergencias de las frecuencias propias de vibración de las cuerdas de un grupo unísono.

Cuando se superponen dos vibraciones independientes de frecuencias ligeramente distintas, se produce el fenómeno de los batidos. Pero este no es el caso de las cuerdas del piano, ya que ellas no vibran independientemente.

Para comprender cómo son las interacciones entre las cuerdas de un grupo, hemos de recordar el comportamiento vibratorio de las cuerdas tensadas sobre apoyos elásticos, inerciales y resistivos. El apoyo por el que las cuerdas del piano transmiten la energía a la tabla armónica es el puente y este se comporta como elástico, inercial y resistivo.

Supongamos ahora que dos cuerdas unísonas de un piano se apoyan sobre un puente de comportamiento resistivo ideal e inician un movimiento asimétrico perfecto pero con frecuencias no idénticas, tal y como pasa en la fase de resonancia.

En estas condiciones el puente inicia un movimiento que está desfasado $\frac{1}{4}$ de ciclo con respecto a la fuerza que sobre él se ejerce. Resulta así que su movimiento estará en fase con el movimiento de una de las cuerdas y en contrafase con el de la otra. Por tanto, la primera cuerda se corresponde con la situación de una cuerda ideal con apoyo elástico y la segunda con la de una cuerda tendida sobre un apoyo inercial. Las cuerdas tendidas sobre apoyos elásticos exhiben una frecuencia menor de la que realmente les corresponde y, por el contrario, las cuerdas tendidas sobre apoyos inerciales presentan una frecuencia mayor de la que les corresponde por la ley de Mersenne.

El resultado global es una disminución para la frecuencia de la cuerda que vibra en fase con el puente y un aumento para la que vibra en contrafase, es decir, la cuerda con frecuencia original más grave ve incrementada su frecuencia y la cuerda con frecuencia original más aguda, la verá disminuida, resultando que ambas vibrarán con igual frecuencia aunque con una lenta atenuación.

Si las dos cuerdas inician un movimiento simétrico perfecto, pero con frecuencias no idénticas, ya no se dará la situación anterior en su totalidad, pero también se producirán desplazamientos de las frecuencias, según la fase de la vibración del puente con respecto de una y otra se aproxime a la que es propia de un apoyo elástico o inercial.

En resumen, tanto si el movimiento inicial es simétrico o asimétrico, la existencia de un acoplamiento resistivo tiende a igualar las frecuencias de ambas cuerdas y a minimizar su amortiguamiento. Pero existe un límite, pues a medida que crece la desafinación entre ambas cuerdas, la diferencia de fase aumenta hasta que llega a $\frac{1}{4}$ de ciclo, donde las frecuencias se desacoplan. A partir de este momento empiezan a percibirse los batidos y se pierde la resonancia proporcionada por el acoplamiento.

La obtención de la desafinación justa de las cuerdas unísonas que posibilita el acoplo y por tanto, el timbre y la resonancia de un piano bien afinado, es una alta y deseable cota a la que sólo los afinadores expertos son capaces de llegar.

2.1.3 Comportamiento resonante de la tabla armónica.

De igual forma que las tapas de violines, guitarras y otros instrumentos de cuerda, la tabla armónica de los pianos se comporta como un resonador bidimensional de banda muy ancha que presenta diversos modos de vibración selectivos a ciertas frecuencias. Por otro lado, su función es amplificar unas frecuencias y atenuar otras conformando de esta manera el timbre del instrumento.

En los pianos de cola la tabla armónica adopta la forma del instrumento y la geometría de sus modos de vibración se adapta a esa circunstancia. La siguiente figura contiene las representaciones topográficas de los modos de vibración a diversas frecuencias.

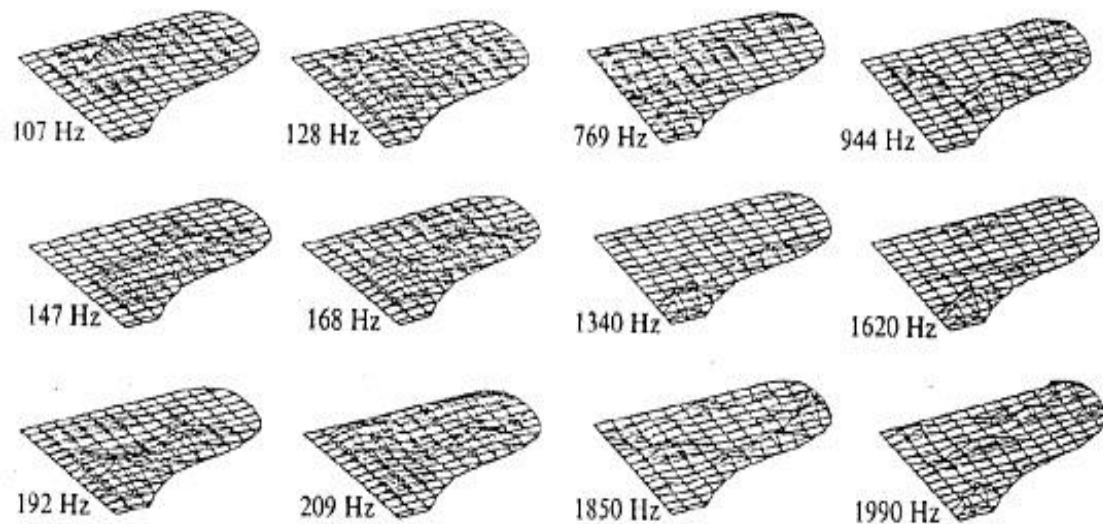


Fig.7. Representaciones topográficas de los modos de vibración a diversas frecuencias de la tabla armónica [6].

2.1.4 Características emisivas del piano.

En el caso del piano, la radiación de sonido tiene lugar en gran medida por las vibraciones del mueble y de la tabla armónica. Por otro lado, la cuestión se complica a causa de las reflexiones del sonido en el interior del cuerpo (de por sí grande) del instrumento.

Si se hacen mediciones de nivel de intensidad acústica a distancia constante de un eje imaginario que pasase por la tecla LA central, siempre en un plano perpendicular a ese eje, el resultado sería el representado en la siguiente figura.

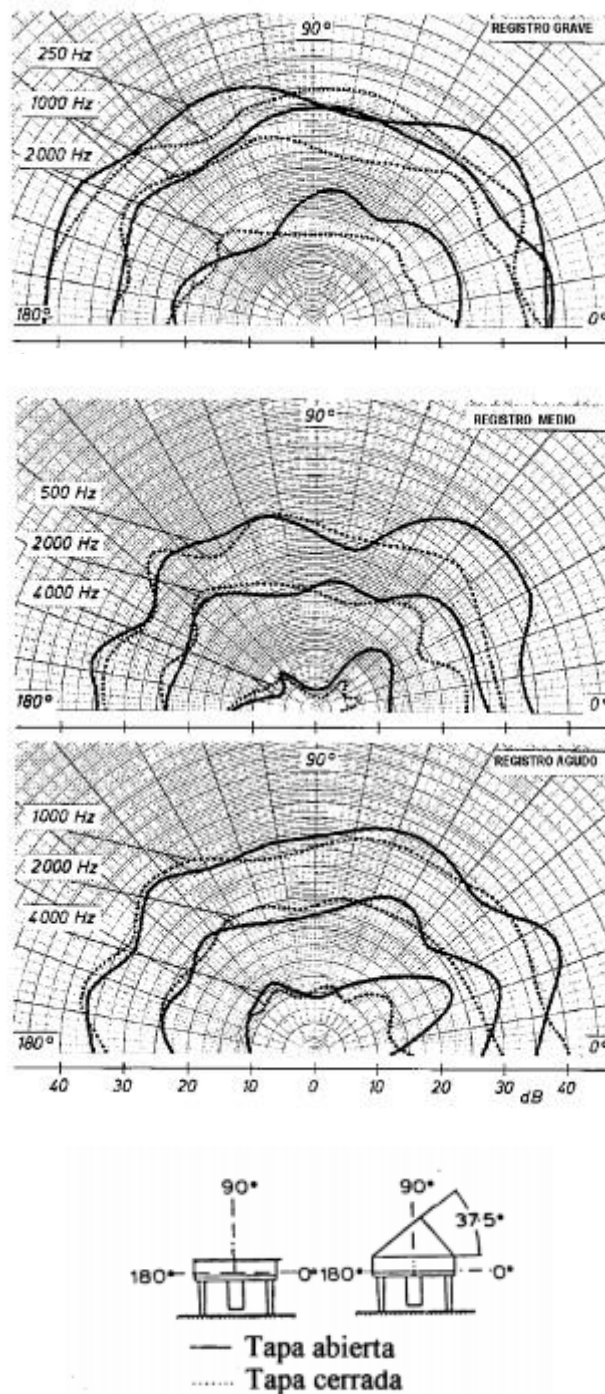


Fig.8. Modelos de directividad para el plano vertical de un piano de cola.

En ella se aprecia que la distribución de energía es bastante uniforme en toda la tesitura del instrumento, lo que prueba que la emisión tiene lugar por causa de la vibración de todas las partes externas del mueble. Ahora bien, si se abre la tapa, como es habitual en los conciertos, la emisión se refuerza del lado de la abertura por causa de la emisión al exterior de la tabla armónica. En estas condiciones, ese sonido directo se suma al restante.

Este sonido adicional, más acusado en frecuencias altas, supone una mayor sonoridad y brillantez del instrumento. Esta es la razón por la que el piano de cola se sitúa siempre con la abertura de la tapa dirigida hacia el público.

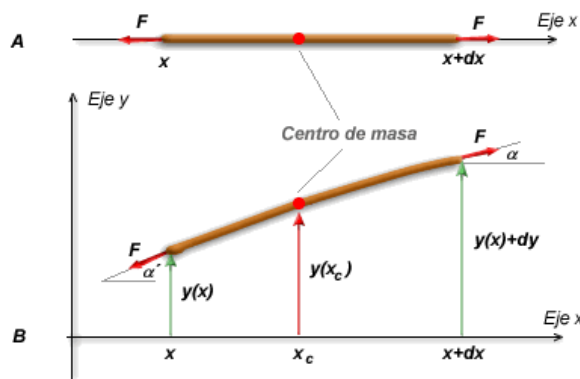
2.2 Principios acústicos de los instrumentos musicales de cuerda.

El mecanismo básico que produce el sonido en todos los instrumentos de cuerda es el mismo, la única diferencia es que para obtener la vibración, en algunos casos la cuerda se frota, mientras que en otros se pulsa o se golpea.

2.2.1 Onda transversal propagándose a través de la cuerda.

En primera instancia se debe abandonar la idea de que la cuerda es inextensible. Se tiene una cuerda que en equilibrio tiene una densidad lineal de masa μ y está bajo la acción de una tensión cuya magnitud es F . En la siguiente figura A se ilustra un elemento de cuerda dx . Si se somete la cuerda a pequeñas elongaciones transversales (figura B), la tensión es prácticamente la misma tensión de equilibrio, de magnitud F . La sección izquierda del elemento está desplazada en y , la sección derecha en $y + dy$ [9]. Aquí dy es la deformación transversal del elemento de cuerda. Sin embargo debe mantenerse presente que el elemento dx se deformó en,

$$d\xi = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} - dx$$



Aplicando la segunda ley de Newton al elemento de cuerda de longitud dx , y sabiendo que la aceleración de vibración de su centro de masa es,

$$a_{cm} = \left. \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right|_{x_c}$$

Se obtiene,

$$F_y(x+dx) - F_y(x) = dm \left. \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right|_{x_c}$$

Las componentes horizontales de la tensión se cancelan y se ha despreciado la fuerza de gravedad, ya que es muy pequeña en comparación con la tensión. Aplicando la ley de Hooke,

$$F \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x+\Delta x} - F \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_x = \mu \Delta x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \Big|_{x_c}$$

Se obtiene la ecuación de ondas,

$$\frac{F}{\mu} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

Donde las derivadas quedan evaluadas en x (el centro de masa se acerca al extremo izquierdo del elemento tanto como queramos). La solución general de la ecuación de ondas es de la forma:

$$y = f(c \cdot t - x) + g(c \cdot t + x)$$

Donde $f(c \cdot t - x)$ y $g(c \cdot t + x)$ son funciones arbitrarias cuyos argumentos son $(c \cdot t - x)$ y $(c \cdot t + x)$.

Si dibujamos la función $f(c \cdot t - x)$ en el instante $t = 0$, obtenemos la curva $y_0 = f(-x)$, que podemos suponer tiene la forma de la siguiente figura (a). En un instante de tiempo tal que $t = 1$, la curva que representa será:

$$y = f(c - x) = f[-(x-c)]$$

Se observa en la figura b, a la función para $t = 1$, que es idéntica a la función para $t = 0$, excepto que cada valor particular del desplazamiento y , se presenta en $x - c$, y en x , por ejemplo, el desplazamiento y_1 en x_1 es el mismo que y_0 en x_0 si $x_1 - c = x_0$. Si escribimos esta igualdad de la forma $x_1 = x_0 + c$, se demuestra que la curva tiene un cambio a una distancia c a la derecha después de un tiempo de un segundo. Por tanto, $y = f(c \cdot t - x)$ representa una onda que se mueve hacia la derecha, en la dirección de las X positivas con la velocidad c . Análogamente se puede demostrar que $y = g(c \cdot t + x)$ representa una onda que se mueve hacia la izquierda con velocidad c .

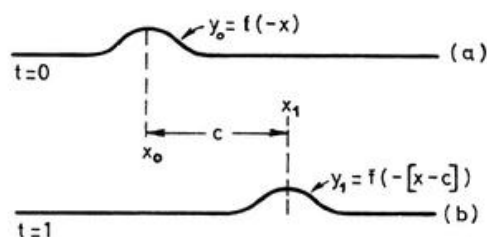


Fig.9. Representación una onda que se mueve hacia la derecha.

Debemos recordar que la forma de la onda correspondiente para cada una de las dos funciones arbitrarias permanece constante a lo largo de la cuerda. Esta conclusión no es completamente cierta en la práctica, ya que hemos hecho unas suposiciones para encontrar la ecuación de ondas que no se cumplen estrictamente en las cuerdas reales, ya que estas tienen espesor y existen fuerzas disipativas, lo que originará que las ondas que se propaguen presenten distorsión. Para cuerdas relativamente flexibles y con pequeño amortiguamiento, como en los instrumentos musicales, la distorsión es pequeña si la amplitud de las perturbaciones es también reducida; pero para amplitudes grandes el cambio de la forma de la onda puede ser pronunciado.

En la práctica, las funciones $f(c \cdot t - x)$ y $g(c \cdot t + x)$ no son completamente arbitrarias, están limitadas por varios tipos de condiciones iniciales y frontera. Para las vibraciones libres de las cuerdas, la forma matemática para las condiciones iniciales es que, por ejemplo, los valores para $t = 0$ están determinados por el tipo y punto de aplicación de la fuerza de excitación que se aplica a la cuerda. En los instrumentos musicales las cuerdas pueden entrar en vibración principalmente por tres procedimientos, en primer lugar, pulsándolas como en el arpa, guitarra, laúd, etc.; en segundo lugar golpeándolas como en el piano, y en tercer lugar pueden ser friccionadas como en el violín, contrabajo, etc.

Además, estas funciones están limitadas por las condiciones de frontera en los extremos de la cuerda. Las cuerdas reales tienen una longitud finita y están fijadas de alguna forma en sus extremos. Si, por ejemplo, los soportes de la cuerda son rígidos, lo que es cierto para casi todas las cuerdas, la suma de las funciones $f + g$ tiene un valor nulo en cualquier instante para los puntos extremos de la misma. El efecto más importante de este tipo de condición frontera es la necesidad de que el movimiento de la vibración libre de la cuerda sea periódico.

La solución de esta ecuación de ondas representa una onda que se propaga a través de la cuerda con una velocidad V :

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Donde F se mide en N y μ se mide en $Kg \cdot m^{-1}$. Con esta expresión se calcula la velocidad de propagación de las ondas transversales en una cuerda para pequeñas elongaciones.

2.2.2 Ondas estacionarias en una cuerda con extremos fijos. Nodos y vientres.

A continuación se ilustra una cuerda atada en sus extremos (como una cuerda de guitarra). En este caso se dice que las fronteras de la cuerda son dos nodos.

Cuando se perturba la cuerda, por ejemplo en su extremo izquierdo, se genera una onda que se denomina la onda incidente, y_i , la cual al reflejarse en el extremo derecho origina una segunda onda que se denomina reflejada, y_r , que tiene la misma frecuencia y longitud de onda,

$$y_i = A_i \text{sen}(kx - \omega t) \quad y_r = A_r \text{sen}(kx + \omega t + \varphi)$$

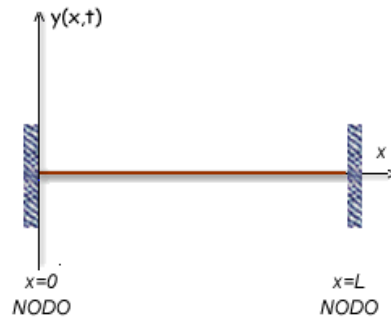


Fig.10. Cuerda atada en sus extremos.

Por lo tanto, la cuerda oscilará con una superposición de estas dos ondas:

$$y = y_i + y_r = A_i \text{sen}(kx - \omega t) + A_r \text{sen}(kx + \omega t + \varphi)$$

Las condiciones de frontera son:

$$y(0, t) = y(L, t) = 0$$

Aplicando la primera condición,

$$y(0, t) = 0 \begin{cases} -A_i + A_r \cos \varphi = 0 \\ A_r \text{sen} \varphi = 0 \end{cases}$$

Es decir, $\varphi = 0, \pi$ (valores más representativos). Si se toma el valor de π , se obtiene, $A_r = -A_i$, lo cual no es posible puesto que ambas amplitudes deben ser positivas (amplitudes negativas no tienen interpretación física). Por lo tanto $\varphi = 0$ y $A_r = A_i$, es decir,

$$y = y_i + y_r = A \text{sen}(kx - \omega t) + A \text{sen}(kx + \omega t)$$

Es importante anotar que $\varphi = 0$ corresponde a una diferencia de fase entre la onda incidente y la reflejada en $x=0$ de π ,

$$(y_r)_{x=0} = A_r \text{sen} \omega t$$

$$(y_i)_{x=0} = -A_i \text{sen} \omega t$$

$$(y_i)_{x=0} = -(y_r)_{x=0}$$

En definitiva, la cuerda oscila con una superposición de dos ondas viajeras propagándose en sentidos opuestos pero con todos sus parámetros iguales (amplitud, número de onda, longitud de onda, frecuencia, período).

$$y = 2A \operatorname{sen} kx \cos \omega t$$

A este tipo de ondas se les denomina ondas estacionarias. En una onda estacionaria hay elementos del medio cuyos centros de masa se mantienen quietos en todo instante (nodos) y hay elementos del mismo cuyo centro de masa vibra en una posición denominada vientre en donde la pendiente es cero en todo instante de tiempo. Entre nodo y nodo o entre vientre y vientre consecutivos hay una separación de $\lambda/2$ por lo que la separación entre vientres y nodos consecutivos será $\lambda/4$.

A continuación se analizarán los primeros armónicos de una cuerda sujeta por sus extremos. En la figura, N significa nodo (elementos de la cuerda que no vibran) y V vientre (elementos de la cuerda que vibran con la máxima amplitud $2A_n$).

Nº ARMÓNICO	PERFIL DEL ARMÓNICO	LONGITUDES DE ONDA CONTENIDAS EN L	FRECUENCIA
1		$L = \frac{\lambda_1}{2}$	$f_1 = \frac{V}{2L}$
2		$L = 2\left(\frac{\lambda_2}{2}\right)$	$f_2 = 2f_1$
3		$L = 3\left(\frac{\lambda_3}{2}\right)$	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮
n	⋮	$L = n\left(\frac{\lambda_n}{2}\right)$	$f_n = \frac{nV}{2L}$

Mediante la observación de los perfiles de los armónicos se puede concluir que:

$$f_n = \frac{nV}{2L}$$

Donde n son los números naturales, V la velocidad de propagación de las ondas viajeras transversales en la cuerda y L la longitud de la cuerda.

Si partimos de una cuerda tensa y elástica de longitud L sujeta por sus dos extremos (condición necesaria para que entre en vibración) y producimos una perturbación en su centro desplazándola de su posición de equilibrio, ésta tenderá a recuperar la posición de equilibrio mediante oscilaciones que perturbarán el aire generando ondas sonoras. Puesta en movimiento vibratorio una cuerda musical, las vibraciones se propagan a lo largo de la misma reflejándose en sus extremos, formando puntos donde la amplitud de las vibraciones es nula (nodos), mientras que se alcanzan otros puntos donde la amplitud de las vibraciones es máxima (vientres).

Las frecuencias de oscilación de la cuerda, son equivalentes a las frecuencias de las ondas producidas en el aire al perturbarse por el movimiento de las cuerdas, produciendo un sonido. El valor de las frecuencias producidas por una cuerda de longitud L, es ($\lambda=v/f$):

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \text{ Hz} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

A partir de la ecuación anterior se pueden extraer varias conclusiones: se observa que si se varía la tensión T de la cuerda, manteniendo su longitud y su masa constante, se obtienen sucesivas series de armónicos, de forma análoga se obtienen manteniendo fija su tensión y su masa y variando su longitud. Así mismo, si se aumenta la tensión o se disminuye su longitud, la frecuencia aumenta. De forma análoga, para igualdad de longitud y tensión en la cuerda, las pesadas y gruesas producen sonidos más graves que las ligeras y delgadas.

2.2.3 Vibraciones producidas por la pulsación de una cuerda fija.

Cuando una cuerda fija por sus dos extremos es puesta en vibración mediante la pulsación de la misma, ésta adquiere lo hace a partir de varios de sus modos de resonancia naturales al mismo tiempo. Las frecuencias de resonancia con las que vibrará dependerán del desplazamiento inicial provocado por la pulsación. Por el Teorema de Fourier, podemos descomponer la vibración de la cuerda en sus diferentes armónicos.

Vamos a analizar la vibración de una cuerda pulsada a 1/3 de su longitud. Se pueden observar dos pulsos de onda desplazándose, uno en el sentido de las agujas del reloj, y el otro en el contrario. El tiempo de una propagación completa es un periodo. Si la cuerda vibra con una frecuencia fundamental de 440 Hz, este ciclo de vibración se repetirá 440 veces por segundo. El dibujo de abajo muestra la descomposición en los 6 primeros armónicos de la posición inicial de la cuerda al ser pulsada a 1/3 de su longitud.

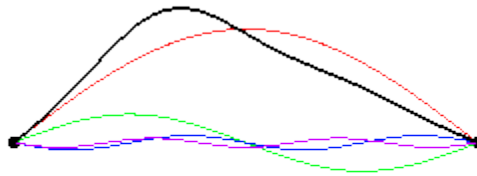


Fig.11. Vibración de una cuerda pulsada a 1/3 de su longitud.

Como se puede ver, están presentes los siguientes armónicos:

$$n=1, n=2, n=4, n=5$$

Los armónicos $n=3$ y $n=6$ no están presentes. Esto es debido a que los patrones de onda estacionaria poseen un nodo en el lugar donde se ha realizado la pulsación. De este modo, todos los modos de vibración múltiplos del tercero poseen un nodo en $L/3$ y no serán excitados.

Se puede construir un "espectro de frecuencias" para la vibración de la cuerda pulsada del ejemplo determinando la amplitud de todos los modos presentes en la vibración.

La figura de abajo muestra este espectro para el ejemplo de la cuerda pulsada a 1/3 de su longitud. Notar que, como se ha explicado, todos los modos múltiplos de 3 no están presentes.

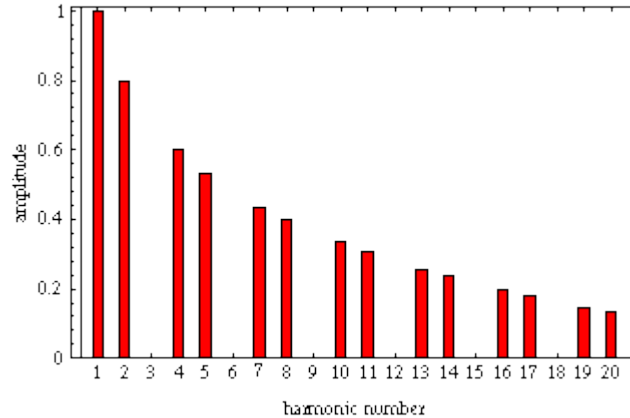


Fig.12. Espectro de una cuerda pulsada a 1/3 de su longitud.

2.3 Análisis de la señal acústica.

2.3.1 Tipos de parámetros: temporales y espectrales.

El timbre es el matiz característico de un sonido y nos permite diferenciar dos sonidos de igual frecuencia fundamental e intensidad. A lo largo de los años se han formulado numerosas definiciones del timbre sin llegar a obtener una que pueda realmente englobar a todos y cada uno de los aspectos que forman parte de esta cualidad sonora.

El timbre es una cualidad o característica de los sonidos que tiene una naturaleza multidimensional, donde algunas de dichas dimensiones tienen su espacio en la envolvente espectral, envolvente temporal, etc. La dificultad a la hora de definir de manera exacta la identidad del timbre es debido a que muchos de los parámetros del mismo son más similares procediendo de sonidos de diferentes instrumentos con la misma frecuencia fundamental, que de sonidos de un mismo instrumento con diferente frecuencia fundamental.

Sobre el timbre, que se considera una cualidad perceptual, se han definido una serie de parámetros físicos, de los cuales se han comprobado experimentalmente el grado de relación con esta cualidad sonora. Estos parámetros los podemos dividir en dos grupos según el dominio donde se engloban: temporales y espectrales.

a) Parámetros temporales.

La envolvente de amplitud de sonidos musicales ha sido objeto de muchos estudios, obteniéndose el “tiempo de ataque perceptual” del sonido como el parámetro más significativo en el dominio temporal, con una relación clara con el timbre del mismo. A lo largo de los años, algunos investigadores han llegado a proponer una clasificación de ataques según su género.

Podríamos definir el tiempo de ataque perceptual de un sonido como el tiempo que pasa desde que se produce la perturbación física producida por la onda sonora en el medio (en este caso en el aire), hasta el momento en el que es percibido por el oyente [7].

Debido a su fuerte correlación con la percepción del sonido, es uno de los parámetros con mayor peso dentro del timbre puesto que la llegada a nuestro sistema auditivo de la señal y el comienzo de esta hace que podamos diferenciar, de manera clara el timbre de dos instrumentos distintos.

Existen muchos parámetros para describir el comportamiento transitorio de señales musicales. El tiempo de elevación es uno de los parámetros más utilizados para caracterizar el ataque de un instrumento. Es una estimación logarítmica del tiempo entre el instante en que la señal supera el 10% del valor máximo hasta el instante en el que alcanza el máximo:

$$LTM = \log(t_{\max} - t_{\text{umbral}})$$

b) Parámetros espectrales.

Estos parámetros van a ser detallados en profundidad en el siguiente punto.

2.3.2 Parámetros espectrales.

Estos parámetros se basan en el estudio de las componentes frecuenciales de la señal (armónicos) y en cierta medida su relación con la frecuencia fundamental de la onda sonora [10].

- **Brightness:** está correlacionado con la cualidad subjetiva del brillo. Viene desarrollado como:

$$B = \frac{\sum_{n=1}^N n \cdot A_n}{\sum_{n=1}^N A_n}$$

Donde A_n es la amplitud del n -ésimo armónico y N el número total de armónicos.

- **Contenido espectral de armónicos impares y pares:** Hay otros parámetros que describen la forma del espectro en la fase estacionaria, como son el contenido armónico impar y par del espectro:

$$h_{par} = \sqrt{\frac{A_2^2 + A_4^2 + A_6^2 + \dots}{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + \dots}} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^M A_{2k}^2}{\sum_{k=1}^N A_n^2}}$$

$$M = \text{entero}(N/2)$$

$$h_{impar} = \sqrt{\frac{A_1^2 + A_3^2 + A_5^2 + \dots}{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + \dots}} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^L A_{2k-1}^2}{\sum_{k=1}^N A_n^2}}$$

$$L = \text{entero}(N/2 + 1)$$

- **Formantes:** corresponden a las resonancias del cuerpo del instrumento. A partir de las amplitudes de los armónicos del espectro discreto y de las frecuencias correspondientes se puede calcular de forma aproximada la frecuencia del formante como:

$$\hat{F} = \frac{A_1 f_1 + A_2 f_2 + A_3 f_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

Cabe destacar que los formantes permanecen invariables para los diferentes tonos de una escala cromática del instrumento, mientras que el espectro varía enormemente para cada tono.

- **Tristímulus:** Además de la sonoridad, se deben tener en cuenta los valores de la amplitud y energía de los armónicos. Se pueden extraer 3 parámetros para las subbandas del espectro: T1, T2, T3 en relación a las siguientes fórmulas:

$$T_1 = \frac{A_1^2}{\sum_{n=1}^N A_n^2} \quad T_2 = \frac{\sum_{n=2}^4 A_n^2}{\sum_{n=1}^N A_n^2} \quad T_3 = \frac{\sum_{n=5}^N A_n^2}{\sum_{n=1}^N A_n^2}$$

Podemos imponer la siguiente condición a los tres parámetros anteriores:

$$T_1 + T_2 + T_3 = 1$$

- Otros parámetros que están relacionados con la frecuencia del n -ésimo armónico son la desviación de la frecuencia normalizada y la inarmonicidad. El primero se define como:

$$\Delta f_n = f_n - n f_1$$

Donde f_n es la frecuencia del n -ésimo armónico, f_1 es la frecuencia del armónico fundamental. El factor de inarmonicidad describe el grado para el que un sonido no es perfectamente armónico:

$$inh_n = \frac{f_n - n f_1}{n f_1}$$

Donde

$$\frac{\Delta f_c}{f_1} = \frac{f_c}{f_1} - 1 = \frac{\sum_{k=1}^5 A_k \cdot (\Delta f_k / k f_1)}{\sum_{k=1}^5 A_k}$$

3.- PRESENTACIÓN DE RESULTADOS.

En este punto empezaremos por detallar el montaje utilizado en la medición realizada, describiremos los parámetros acústicos que vamos a analizar y finalmente analizaremos los datos obtenidos.

3.1 - Descripción del montaje utilizado.

Las medidas se han realizado con un sonómetro integrador promediador de tipo I (marca 01dB). Antes y después de realizar las medidas se ha verificado el correcto funcionamiento del sonómetro utilizando un calibrador sonoro de tipo I.

Respecto al micrófono, se ha utilizado uno de la marca G.R.A.S. y modelo 40AF. Éste se ha situado en el centro de la sala. El micrófono se comunica con el sonómetro mediante un cable, permitiendo que las medidas se realicen de forma casi 'no presencial', ya que la única persona presente en la sala es el propio músico que ejecuta las teclas del piano. El micrófono se ha situado a una altura de entre 1'2 y 1'5 metros, simulando la posición del oído humano y a más de un metro de cualquier pared o superficie reflectante.

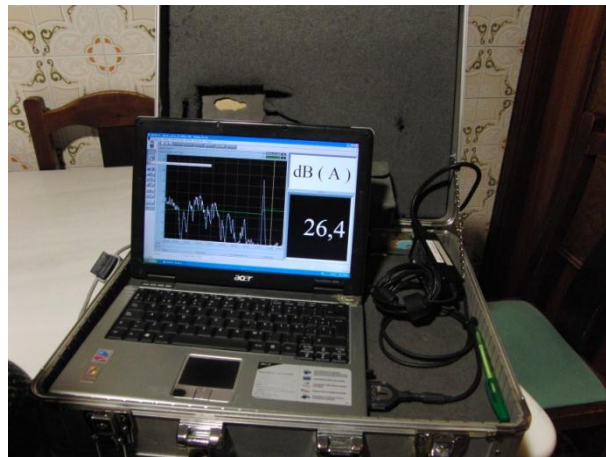
No se han registrado, aunque sí se han visualizado en el sonómetro los niveles sonoros de ruido de fuentes o ruido ambiental. Se ha comprobado que tiene un nivel suficientemente bajo como para permitir recibir la señal sin afectar de forma significativa al sonido. Los niveles sonoros del ruido de fondo están entre 22-26 dB(A) en todos los casos. La calle donde está ubicada la sala de estudio es una vía de un carril donde circulan vehículos a baja velocidad.

Se han registrado los niveles sonoros de la ejecución del piano en dos posiciones diferentes del elemento superior del instrumento: tapa abierta y tapa cerrada. Se han registrado 3 escalas diferentes en cada posición de la tapa (una grave DO₁-DO₂, la central DO₃-DO₄ y una aguda DO₅-DO₆), ejecutándose y grabándose cada nota dos veces consecutivas.

La mayor o menor fuerza con que se pulsa la tecla no sólo modifica la potencia sonora, sino también el contenido tímbrico. Cuanta más velocidad adquiera el martillo, mayor será la excitación de los parciales superiores. Por esta razón, las notas *fortissimo* son mucho más ricas en la parte alta del espectro que las *pianissimo*. Esto es debido a que el martillo está desconectado del resto del mecanismo en el momento del impacto [10]. Esta importante característica del piano es la que nos ha llevado a diseñar un plan de medidas en el que se tocara cada una de las notas con una potencia sonora similar. Para asegurarnos de que la fuerza con la que han sido ejecutadas las notas ha sido constante durante el registro, hemos fijado la altura máxima (mediante una tabla anexa al instrumento) con la que el intérprete ha ejecutado cada nota y todas ellas han sido ejecutadas con el dedo índice. Hay que resaltar que el ejecutante es un músico profesional con muchos años de estudio.

Con objeto de registrar todas las notas, se ha dejado el intervalo de tiempo necesario entre ejecución de nota y nota.

A continuación pueden verse unas fotografías del montaje.



3.2 Análisis de los datos obtenidos.

Para la realización de los cálculos se ha realizado un análisis de frecuencia de los sonidos registrados utilizando el software Adobe Audition. Posteriormente se ha utilizado el software Microsoft Excel. Los datos obtenidos son los siguientes:

DO ₁ (tapa abierta)		DO ₁ (tapa cerrada)	
Armónicos (frecuencia)	Nivel Sonoro (dB)	Armónicos (frecuencia)	Nivel Sonoro (dB)
64,60	-54,82	64,60	-54,52
129,87	-30,16	129,87	-27,02
195,14	-20,04	195,14	-24,43
260,42	-20,93	259,74	-23,85
325,02	-31,95	325,69	-41,35
390,29	-19,72	390,29	-32,70
455,56	-21,53	455,56	-27,51
520,83	-38,34	520,83	-43,89
586,78	-36,83	583,42	-58,82
653,40	-28,39	652,73	-28,39
718,67	-33,03	719,34	-38,07
784,62	-38,09	785,29	-45,34
852,58	-35,78	852,58	-42,43
919,20	-33,26	907,76	-42,85
987,84	-48,63	987,16	-42,62
1053,11	-47,66	1055,13	-60,74
1121,07	-48,95	1121,07	-48,60
1189,71	-42,67	1189,71	-50,37
1261,04	-48,76	1258,35	-56,54
1327,66	-46,16	1330,35	-58,80

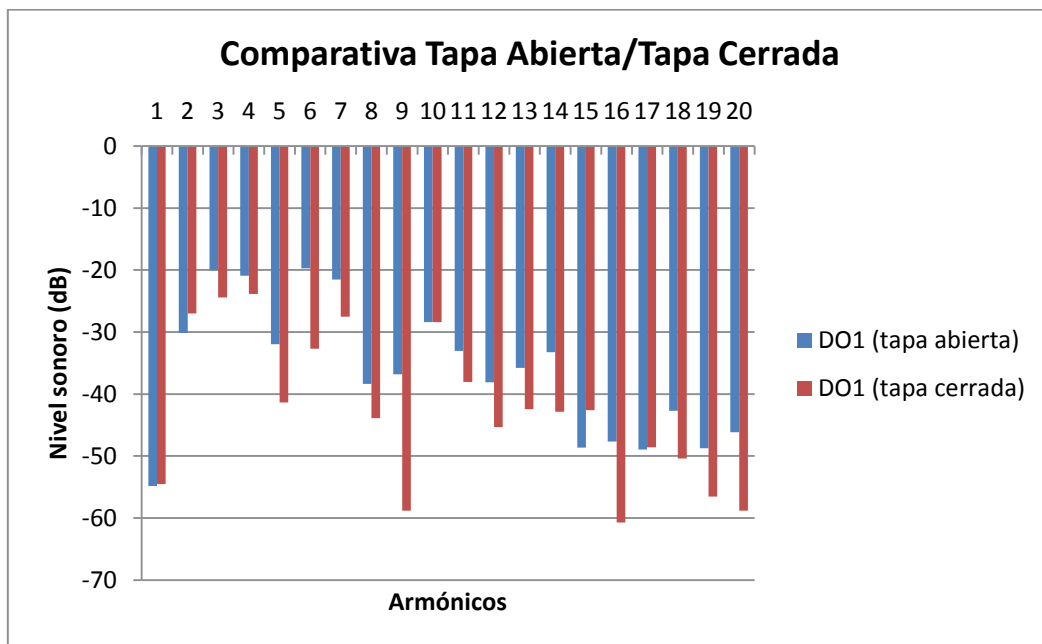


Fig. 13. Comparativa tapa abierta/tapa cerrada para DO₁.

Como puede observarse en la figura 13, los niveles sonoros registrados con la tapa abierta son mayores que los registrados con la tapa cerrada. Esta tendencia se observa a lo largo de todas las notas estudiadas. Finalmente, los datos de la escala aguda (DO₅-DO₆) no han sido considerados por no poseer un mínimo de veinte armónicos. Éste es el mínimo imprescindible para obtener resultados fiables.

El resto datos obtenidos pueden consultarse en el CD adjunto.

Los cálculos de los parámetros detallados anteriormente en el punto 2.3 se han realizado con la ayuda del software Microsoft Excel. Los resultados obtenidos son los siguientes:

ESCALA GRAVE (DO₁-DO₂) TAPA ABIERTA

DO₁	Brightness	6,76629831
	Contenido espectral armónico Par	0,32349233
	Impar	0,67650767
	Formantes	178,049
	Tristímulus	T1 8,1206E-05
		T2 0,4665285
		T3 0,53339029
	T1+T2+T3	1
	Desviación frecuencia normalizada	35,66
	Inarmonicidad	3,58219814

RE_1

Brightness 7,54751176

Contenido espectral armónico Par 0,4230845
Impar 0,5769155

Formantes 172,691807

Tristímulus T1 6,2703E-05
T2 0,48758775
T3 0,51234955
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 23,5

Inarmonicidad 1,10279482

MI_1

Brightness 7,32056063

Contenido espectral armónico Par 0,23577199
Impar 0,76422801

Formantes 232,583655

Tristímulus T1 0,00208209
T2 0,48995948
T3 0,50795843
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 42,44

Inarmonicidad 3,21296979

FA_1

Brightness 6,43865431

Contenido espectral armónico Par 0,34896258
Impar 0,65103742

Formantes 212,927822

Tristímulus T1 0,00109039
T2 0,7902437
T3 0,20866591
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 40,29

Inarmonicidad 2,61732519

SOL_1

Brightness 5,30495135

Contenido espectral armónico Par 0,28231619
Impar 0,71768381

Formantes 229,0153

Tristímulus T1 0,02685859
T2 0,87505706
T3 0,09808435
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 41,09

Inarmonicidad 2,10843497

LA_1

Brightness 5,81001964

Contenido espectral armónico Par 0,09471755
Impar 0,90528245

Formantes 212,617858

Tristímulus T1 0,2463031
T2 0,27651156
T3 0,47718534
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 54,6

Inarmonicidad 2,05224289

SI_1

Brightness 6,18185098

Contenido espectral armónico Par 0,17277968
Impar 0,82722032

Formantes 315,635711

Tristímulus T1 0,0186871
T2 0,79971318
T3 0,18159971
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 20,86

Inarmonicidad 2,40107781

DO_2

Brightness	4,36149123
Contenido espectral armónico Par	0,33747051
Impar	0,66252949
Formantes	314,800803
Tristímulus	T1 0,00398863
	T2 0,95367341
	T3 0,04233795
	T1+T2+T3 1
Desviación frecuencia normalizada	4,75
Inarmonicidad	2,72364672

ESCALA GRAVE (DO_1 - DO_2) TAPA CERRADA

DO_1

Brightness	6,29255714
Contenido espectral armónico Par	0,35895236
Impar	0,64104764
Formantes	165,522129
Tristímulus	T1 0,00025284
	T2 0,69548966
	T3 0,3042575
	T1+T2+T3 1
Desviación frecuencia normalizada	38,35
Inarmonicidad	3,38405573

RE_1

Brightness 7,13567712

Contenido espectral armónico Par 0,52637161
Impar 0,47362839

Formantes 168,18963

Tristímulus T1 0,00021502
T2 0,63733995
T3 0,36244503
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 37,1

Inarmonicidad 3,09660107

MI_1

Brightness 6,35115417

Contenido espectral armónico Par 0,13331448
Impar 0,86668552

Formantes 212,082791

Tristímulus T1 0,00525051
T2 0,7971903
T3 0,19755919
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 43,11

Inarmonicidad 3,31196266

FA_1

Brightness 5,86915799

Contenido espectral armónico Par 0,38564344
Impar 0,61435656

Formantes 204,021568

Tristímulus T1 0,00816253
T2 0,87479416
T3 0,11704332
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 39,62

Inarmonicidad 2,53208156

SOL_1

Brightness 6,57827154

Contenido espectral armónico Par 0,42556703
Impar 0,57443297

Formantes 217,53157

Tristímulus T1 0,0176897
T2 0,78911579
T3 0,19319452
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 41,77

Inarmonicidad 2,20498104

LA_1

Brightness 5,34513374

Contenido espectral armónico Par 0,24754494
Impar 0,75245506

Formantes 211,157503

Tristímulus T1 0,24462774
T2 0,53477653
T3 0,22059573
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 50,56

Inarmonicidad 2,03364333

SI_1

Brightness 4,76902641

Contenido espectral armónico Par 0,19096028
Impar 0,80903972

Formantes 269,178002

Tristímulus T1 0,12030323
T2 0,72471496
T3 0,15498181
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 12,11

Inarmonicidad 2,34073651

DO₂

Brightness 3,40849046

Contenido espectral armónico Par 0,47932572
Impar 0,52067428

Formantes 288,468188

Tristímulus T1 0,02727983
T2 0,96349537
T3 0,0092248
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 2,06

Inarmonicidad 2,91529992

ESCALA CENTRAL (DO₃-DO₄) TAPA ABIERTA

DO₃

Brightness 2,87543279

Contenido espectral armónico Par 0,36633206
Impar 0,63366794

Formantes 426,66553

Tristímulus T1 0,38518709
T2 0,60165894
T3 0,01315397
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 6,67

Inarmonicidad 0,81429998

RE_3

Brightness 3,53950292

Contenido espectral armónico Par 0,12129303
Impar 0,87870697

Formantes 433,798897

Tristímulus T1 0,70549074
T2 0,18032259
T3 0,11418667
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 46,37

Inarmonicidad 1,17942061

MI_3

Brightness 2,46892064

Contenido espectral armónico Par 0,02920379
Impar 0,97079621

Formantes 475,678282

Tristímulus T1 0,90171223
T2 0,09118866
T3 0,00709911
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 126,53

Inarmonicidad 2,4577928

FA₃

Brightness 2,2354859

Contenido espectral armónico Par 0,03559275
Impar 0,96440725

Formantes 475,865376

Tristímulus T1 0,9131463
T2 0,07956598
T3 0,00728772
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 180,26

Inarmonicidad 2,99166427

SOL₃

Brightness 2,28734448

Contenido espectral armónico Par 0,05115882
Impar 0,94884118

Formantes 522,245766

Tristímulus T1 0,88543605
T2 0,10017683
T3 0,01438712
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 24,27

Inarmonicidad 2,4577928

LA₃

Brightness 1,8179776

Contenido espectral armónico Par 0,01136159
Impar 0,98863841

Formantes 528,145714

Tristímulus T1 0,97359878
T2 0,02463269
T3 0,00176852
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 12,71

Inarmonicidad 2,91978451

SI₃

Brightness 2,0352815

Contenido espectral armónico Par 0,04551755
Impar 0,95448245

Formantes 685,954701

Tristímulus T1 0,89213024
T2 0,10619937
T3 0,00167038
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 66,66

Inarmonicidad 1,76860142

DO₄

Brightness 1,82537893

Contenido espectral armónico Par 0,01993339
Impar 0,98006661

Formantes 670,487003

Tristímulus T1 0,95195228
T2 0,04570646
T3 0,00234127
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 31,04

Inarmonicidad 1,20976134

ESCALA CENTRAL (DO₃-DO₄) TAPA CERRADA

DO₃

Brightness 3,09581307

Contenido espectral armónico Par 0,29696236
Impar 0,70303764

Formantes 420,728583

Tristímulus T1 0,46538646
T2 0,51006978
T3 0,02454377
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada -6,79

Inarmonicidad 1,68762

RE₃

Brightness 3,76589968

Contenido espectral armónico Par 0,57084527
Impar 0,42915473

Formantes 555,8308

Tristímulus T1 0,1193887
T2 0,80661547
T3 0,07399583
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 39,64

Inarmonicidad 1,15178327

MI₃

Brightness 1,97483574

Contenido espectral armónico Par 0,01354714
Impar 0,98645286

Formantes 531,76323

Tristímulus T1 0,96097018
T2 0,03637305
T3 0,00265677
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 126,53

Inarmonicidad 2,45578293

FA₃

Brightness 2,69353573

Contenido espectral armónico Par 0,04911022
Impar 0,95088978

Formantes 526,213728

Tristímulus T1 0,85108642
T2 0,13446521
T3 0,01444838
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 182,28

Inarmonicidad 3,35145157

SOL₃

Brightness 2,30177731

Contenido espectral armónico Par 0,12072792
Impar 0,87927208

Formantes 601,736476

Tristímulus T1 0,73839346
T2 0,25201738
T3 0,00958916
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 57,91

Inarmonicidad 1,67068242

LA_3

Brightness 2,02925492

Contenido espectral armónico Par 0,02224361
Impar 0,97775639

Formantes 602,19358

Tristímulus T1 0,92918274
T2 0,06480429
T3 0,00601296
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 38,28

Inarmonicidad 3,37599014

SI_3

Brightness 1,98241525

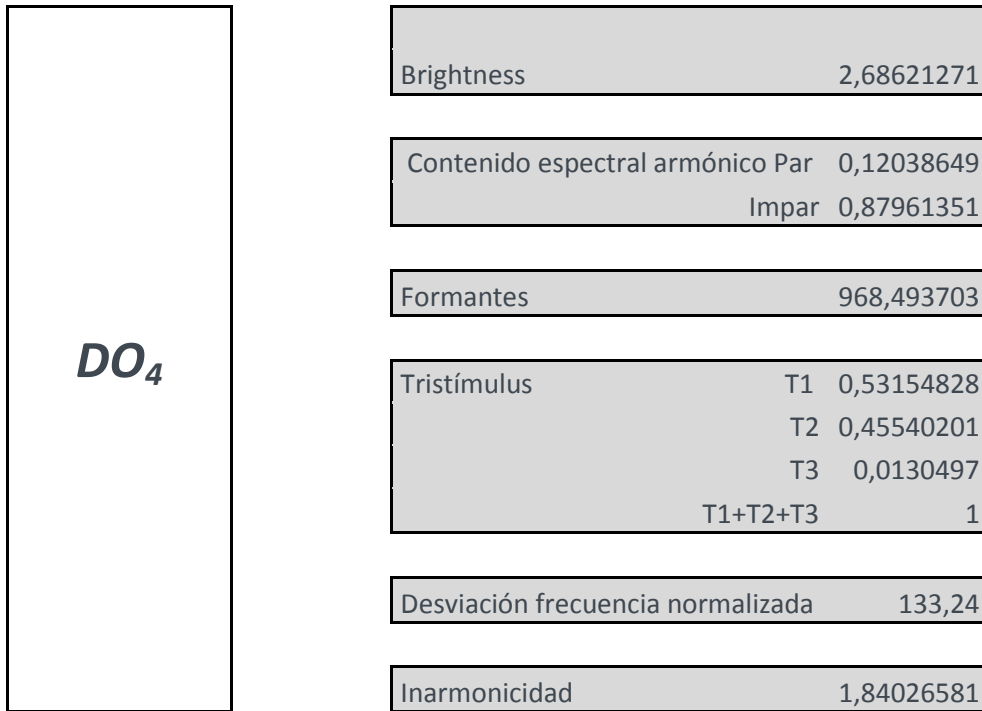
Contenido espectral armónico Par 0,03183648
Impar 0,96816352

Formantes 654,042829

Tristímulus T1 0,92595432
T2 0,07064102
T3 0,00340465
T1+T2+T3 1

Desviación frecuencia normalizada 56,51

Inarmonicidad 1,92303314



Analizando los datos obtenidos, podemos observar que la escala DO₁-DO₂ tiene mayor brillo que la escala DO₃-DO₄. De igual forma, se observa una tendencia descendente en el brillo tomando cada escala por separado. Este resultado se ve representado en la siguiente figura.

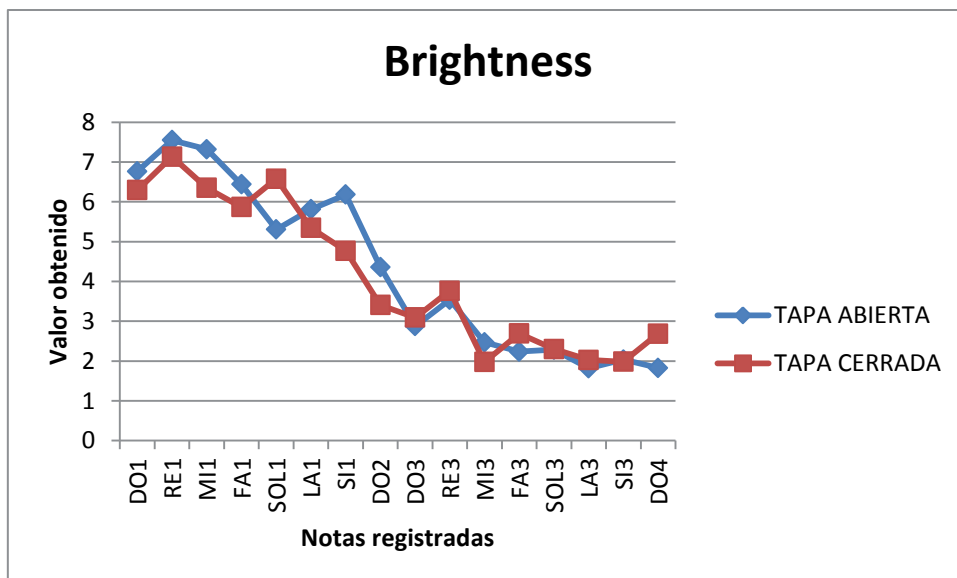


Fig.14. Valores de brillo obtenidos para las notas registradas en el estudio.

Además, en la siguiente figura se aprecia un descenso en la inarmonicidad hacia el registro central (DO₃-DO₄).

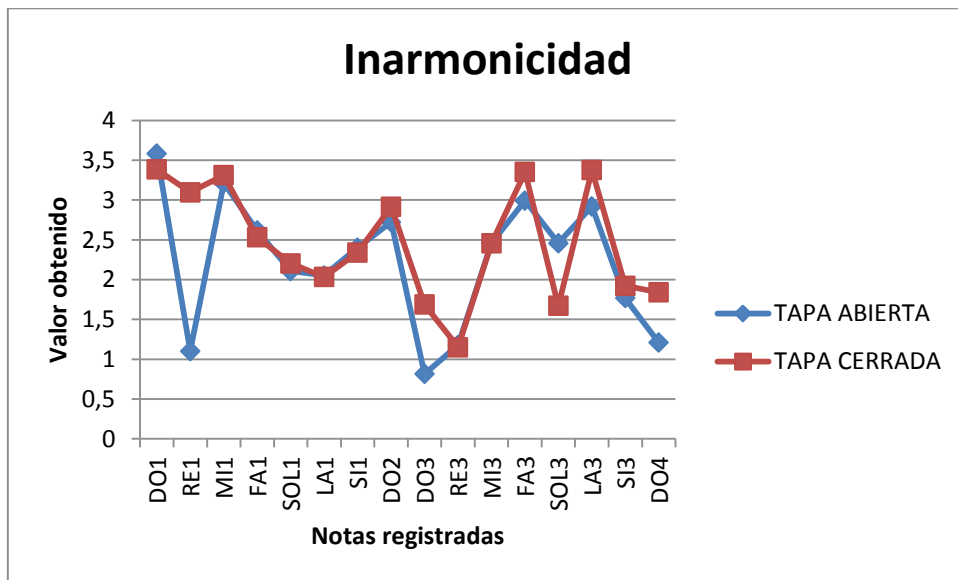


Fig.15. Valores de inarmonicidad obtenidos para las notas registradas en el estudio.

Con respecto a la desviación de la frecuencia normalizada, se han obtenido diferencias notables entre las dos escalas registradas. Los valores obtenidos para DO₁-DO₂ son menores y constantes a lo largo de toda la escala. Sin embargo, los valores obtenidos para DO₃-DO₄ son más elevados y dispares entre ellos. Este resultado se ve representado en la siguiente figura.

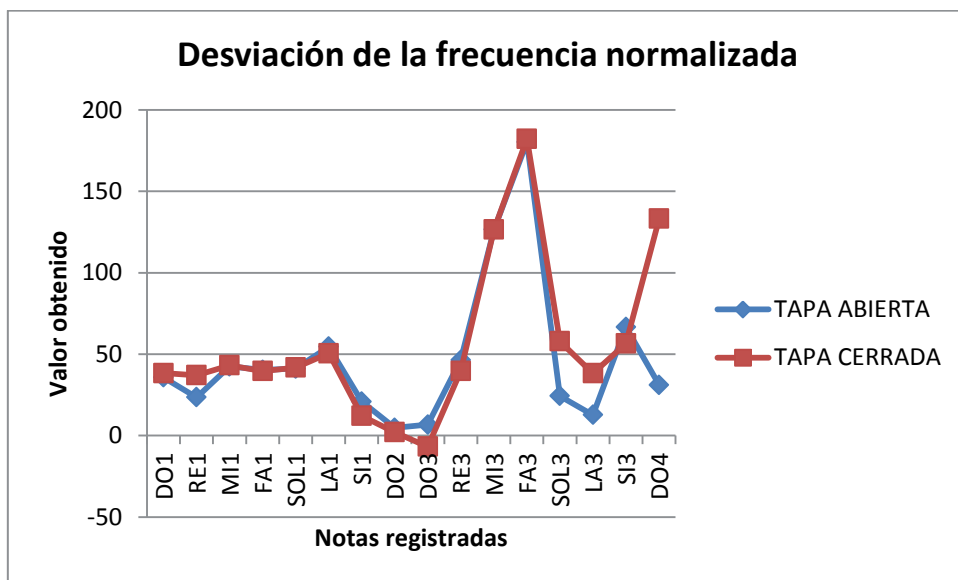


Fig.16. Valores desviación de frecuencia obtenidos para las notas registradas en el estudio.

Por último destacar que el mayor contenido espectral se encuentra en los armónicos impares. En el caso de la escala DO₁-DO₂ está concentrado en los armónicos 2º, 3º y 4º. En el caso de la escala DO₃-DO₄, el contenido espectral se encuentra concentrado en el primer armónico (tal y como podemos visualizar en los valores del Tristímulus).

4. CONCLUSIONES.

Este estudio se ha centrado en caracterizar las propiedades acústicas de un piano de cola. Para ello se han registrado una serie de notas (elegidas de forma que quede representada toda la tesitura del instrumento) y posteriormente se han calculado unos parámetros espectrales definidos en el punto 2.3 de esta memoria.

Los resultados obtenidos muestran que el piano es un instrumento esencialmente inarmónico (con mayor inarmonía en los extremos del rango de su tesitura) y con un mayor contenido espectral en los armónicos impares (sobre todo en los cuatro primeros). Además se ha calculado el brillo de las notas registradas y se ha obtenido que las más brillantes son las más graves (DO_1 - DO_2). Por último, la desviación de la frecuencia normalizada ha sido mayor en el las notas centrales (DO_3 - DO_4). Esto puede ser debido a las altas frecuencias, ya que se han escogido los primeros veinte armónicos para realizar todos los cálculos.

A la vista de los resultados obtenidos, se puede concluir que estos han sido coherentes desde el punto de vista teórico, dando validez al método desarrollado.

Se propone como futura línea de trabajo realizar y analizar nuevos registros de sonidos modificando la situación del micrófono, ampliando el número de notas registradas así como su intensidad (forte y piano). También se propone analizar parámetros temporales para observar si existen cambios en el timbre del instrumento en las diferentes situaciones propuestas.

5. BIBLIOGRAFÍA.

- [1] Calvo-Manzano, Antonio. *Acústica físico-musical*. Ed. Real Musical.
- [2] Benade, Arthur H. *Fundamental of musical acoustics*. Ed. Dover.
- [3] Ridgen, John S. *Physics and the sound of music*.
- [4] *Encyclopedia of acoustics*. Ed. Malcolm J. Crocker.
- [5] *Acústica musical*. Ed. Investigación y Ciencia.
- [6] Merino de la Fuente, Jesús Mariano. *Las vibraciones de la música*. Ed. Club Universitario.
- [7] Bejarano Durán, Fernando. *Efecto de los difusores acústicos en el timbre de los sonidos*. UPV.
- [8] Burred Sendino, Juan José. *La Acústica del Piano*. Disponible en internet: http://www.jjburred.com/research/pdf/burred_acustica_piano.pdf.
- [9] *Acústica Musical*. Disponible en internet: http://www.lpi.tel.uva.es/~nacho/docencia/ing_ond_1/trabajos_05_06/io2/public_html/introduccion.html
- [10] Material editado para la docencia de la asignatura Acústica Musical del Máster de Ingeniería Acústica de la UPV.