

Resum

La tesi “Operadors en espais ponderats de funcions holomorfes” tracta diferents àrees de l’anàlisi funcional tals com espais de funcions holomorfes, holomorfia de dimensió infinita i dinàmica d’operadors. Després d’un primer capítol introductori en el que incloem la notació, les definicions i els resultats bàsics que emprarem a la tesi, el text queda dividit en dues parts. Una primera, corresponent als Capítols 1 i 2, centrada a l’estudi d’espais (LB)-ponderats de funcions enteres sobre espais de Banach, i una segona, corresponent als Capítols 3 i 4, on estudiem el comportament dinàmic d’operadors de diferenciació i integració actuant sobre diferents classes d’espais ponderats de funcions enteres. A continuació presentem una breu descripció dels diferents capítols:

Al Capítol 1, donada una família decreixent de pesos radials i continus sobre un espai de Banach X , considerem els límits inductius ponderats de funcions enteres $VH(X)$ i $VH_0(X)$. Els espais ponderats de funcions holomorfes apareixen de forma natural a l’estudi de condicions de creixement de funcions holomorfes i han sigut investigats per diversos autors desde els treballs de Williams en 1967, Rubel i Shields en 1970 i Shields i Williams en 1971. Primer determinem condicions sobre la família de pesos per assegurar que el corresponent espai ponderat siga un àlgebra o tinga una descomposició de Schauder polinòmica. Estudiem àlgebres de Hörmander de funcions enteres definides sobre un espai de Banach i donem una descripció d’elles com espais de successions. També estudiem homomorfismes d’àlgebres entre aquests espais i obtenim un teorema de tipus Banach-Stone per una família particular de pesos. Finalment, estudiem l’espectre d’aquestes àlgebres ponderades, dotant-lo d’una estructura analítica, i demostrem que cada funció $f \in VH(X)$ pot estendre’s de forma natural a una funció analítica definida sobre l’espectre. Donat un homomorfisme d’àlgebres, també investiguem com l’aplicació induïda entre els espectres actua sobre les corresponents estructures analítiques. Veiem que en el nostre contexte els operadors de composició tenen un comportament diferent del que tenen quan actuen sobre funcions holomorfes de tipus fitat. Aquest treball ha sigut motivat per un article recent de Carando, García, Maestre i Sevilla-Peris. Els resultats obtinguts han sigut publicats per Beltrán en [14].

Al Capítol 2 obtenim una linearització de l'espai $VH(X)$ a través d'un predual. Aquest l'obtenim aplicant el teorema de completació de Mujica per espais (LB), que a més ens permet provar que l'espai $VH(X)$ és regular i complet. També estudiem condicions per assegurar la igualtat $VH_0(X)'' = VH(X)$, observant algunes diferències entre els casos finit i infinit dimensional. Finalment donem condicions suficients per estendre funcions definides en un subconjunt A de X , amb valors en un altre espai de Banach E , i admetent algunes extensions dèbils en un espai de funcions holomorfes, a funcions en el corresponent espai de funcions holomorfes sobre X amb valors vectorials. La majoria dels resultats inclosos en aquest capítol han sigut publicats per Beltrán en [13].

A la resta de la tesi s'analitza el comportament dinàmic dels següents operadors sobre espais ponderats de funcions enteres: l'operador de diferenciació $Df(z) = f'(z)$, l'operador d'integració $Jf(z) = \int_0^z f(\zeta)d\zeta$ i l'operador de Hardy $Hf(z) = \frac{1}{z} \int_0^z f(\zeta)d\zeta$, $z \in \mathbb{C}$.

Al Capítol 3 estudiem la dinàmica d'aquests operadors sobre espais de Banach ponderats de funcions enteres definits per normes de tipus integral o suprem: els espais ponderats de funcions enteres $B_{p,q}(v)$, $1 \leq p \leq \infty$, i $1 \leq q \leq \infty$. Quan $q = \infty$ es coneixen com espais generalitzats de Bergman ponderats de funcions enteres, i si a més $p = \infty$, es denoten per $H_v(\mathbb{C})$ i $H_v^0(\mathbb{C})$. Analitzem quan els operadors són hipercíclics, caòtics, de potències fitades o (uniformement) ergòdics en mitja, complementant així el treball de Bonet i Ricker sobre operadors de multiplicació ergòdics en mitja. A més, per a pesos verificant certes condicions, estimem la norma dels operadors i estudiem el seu espectre. Es dóna especial atenció a pesos de tipus exponencial. El contingut d'aquest capítol s'ha publicat en [17] i en [15].

En el cas d'operadores diferencials $\phi(D) : B_{p,q}(v) \rightarrow B_{p,q}(v)$, amb $D : B_{p,q}(v) \rightarrow B_{p,q}(v)$ continu i ϕ una funció entera, estudiem la hiperciclicitat i el caos. El capítol finalitza amb un exemple d'un operador hipercíclic i uniformement ergòdic en mitja. Aquest ha sigut proporcionat per A. Peris, a qui agraïm haver permès la seua inclusió en aquesta tesi. Creiem que és el primer exemple d'un operador verificant aquestes dues propietats al mateix temps.

L'últim capítol s'ha dedicat a l'estudi de la dinàmica dels operadors de diferenciació i integració actuant sobre límits inductius i projectius ponderats de funcions enteres. Donem condicions suficients perquè D i J siguin continus sobre els espais i caracteritzem quan l'operador de diferenciació és hipercíclic, topològicament mesclant o caòtic en el cas de límits projectius. Finalment investiguem la dinàmica d'aquests operadors sobre les àlgebres de Hörmander $A_p(\mathbb{C})$ i $A_p^0(\mathbb{C})$. Els resultats obtesos en aquest capítol han sigut inclosos per Bonet, Fernández i l'autora en [16].