



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS
DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS



TRABAJO FINAL DE GRADO

**Diseño, construcción, ensayo y análisis de modelos
reducidos de estructuras de hormigón armado:
arco rígido triarticulado**

Comprobación estructural mediante métodos de cálculo

GRADO EN INGENIERÍA CIVIL

CURSO 2013-2014

AUTOR:

Álvaro Ciurana Tatay

TUTOR:

José Luis Bonet Senach

Valencia, Junio de 2014

RESUMEN

Este estudio teórico y experimental de un elemento real de hormigón armado se ajusta adecuadamente a los objetivos marcados para un trabajo final de grado. El diseño representa en sí mismo una aplicación de las competencias profesionales asociadas al título, del mismo modo que la construcción permite poner en práctica los procedimientos asimilados de forma teórica durante el Grado. Con el ensayo y análisis de resultados, igualmente, es posible formarse en técnicas experimentales no adquiridas en la titulación.

Los arcos son estructuras que trabajan fundamentalmente a compresión por su forma, lo que tradicionalmente ha llevado a su construcción con hormigón, pudiendo salvar grandes luces con un reducido empleo de material. Si se usa hormigón armado, además, pueden resistirse solicitaciones de flexión, en cuyo caso resulta ideal para la optimización estructural la variación de canto.

De entre toda la tipología de arcos de hormigón armado empleados en la historia se ha optado por la configuración triarticulada por su adecuación al análisis experimental, ya que permite conocer con precisión los esfuerzos en la estructura. Asimismo, resulta posible examinar el funcionamiento de la articulación en la clave, tan poco usada en la actualidad. Con la variación de canto se consigue una mayor eficiencia, así como una mejora del criterio de elegancia estructural.

Este trabajo final de grado se ha centrado en un modelo reducido de hormigón armado consistente en un arco poligonal de canto variable triarticulado, con una luz de dos metros y sesenta centímetros de flecha. Esta estructura ha sido diseñada, construida íntegramente por los autores, ensayada y analizada a partir de los resultados del experimento. En esta memoria se presenta cronológicamente todo el proceso seguido.

A partir de un planteamiento inicial de condicionantes y un prediseño se llega a la geometría definitiva, en base a la cual se propone un armado que permita resistir las solicitaciones establecidas. Todo ello considerando unas características de los materiales no constatadas hasta más tarde. Para caracterizar el hormigón se llevaron a cabo dos amasadas previas.

La segunda fase de este trabajo es la construcción del elemento, que incluye todas las posibles facetas que podrían presentarse en una obra real: toma de decisiones procedimentales, adquisición de materiales, ferrallado, encofrado, fabricación y puesta del hormigón, curado y desencofrado; sin dejar a parte el control de calidad y de costes.

Ya por último, se prepara y somete la estructura a un ensayo de laboratorio, con el que se pretende observar su comportamiento real bajo la acción de una carga monótona creciente, tanto para estudiar la fase de servicio como la de rotura. Los resultados del experimento se procesan y se analizan para poderlos comparar con valores teóricos obtenidos mediante métodos de cálculo variados.

PALABRAS CLAVE: arco triarticulado, diseño estructural, construcción, ensayo de laboratorio, modelo reducido, hormigón armado, análisis experimental, comprobación estructural, métodos simplificados, modelos numéricos.

ABSTRACT

This theoretical and experimental study of a real element of reinforced concrete fits properly to the objectives for a degree final project. The design itself represents an application of skills associated with the title, the same way, construction permits implement procedures assimilated theoretically during the degree. By the testing and analysis of results the student can be formed in experimental techniques not acquired in the degree.

Arches are structures that work primarily compressed by shape, which has traditionally led to its concrete construction, allowing them to save large spans with reduced use of material. If reinforced concrete is used, in addition, they can resist bending, in which case it is ideal the cross-section height variation for structural optimization.

Among all types of reinforced concrete arches employed in history, three-hinged configuration was chosen by its adequacy to experimental analysis, since it shows accurately the stresses in the structure. Further, it is possible to examine the functioning of the joint in the key, so little used today. With cross-section height variation greater efficiency and improved structural elegance criterion are achieved.

This final degree project has focused on a reduced model of reinforced concrete consisting of a polygonal three-hinged arch with variable depth, a span of two meters and sixty centimetres of height. This structure has been designed, built entirely by the authors, tested and analyzed using the experiment results. Herein whole process is chronologically presented.

An initial approach and preliminary design constraints leads to the final geometry, in which it is based a reinforcement able to resist the internal forces. All this considering characteristics of materials unstated until later. To characterize the concrete was conducted two previous batches.

The second phase of this work is the construction of the element, which includes all possible aspects that might occur in a building site: making procedural decisions, procurement of materials, reinforcement, formwork, production, placement and curing of concrete; without leaving aside the quality control and cost.

And finally, the structure is prepared and subjected to a laboratory test, which aims to observe their actual behaviour under the action of a monotonically increasing load, to study both the phase of service and the breaking. The experiment results are processed and analyzed to compare them with theoretical values obtained by various methods of calculation.

KEYWORDS: three-hinged arch, structural design, construction, *laboratory testing*, reduced model, reinforced concrete, experimental analysis, structural verification, simplified methods, numerical models.

RESUM

Aquest estudi teòric i experimental d'un element real de formigó armat s'ajusta adequadament als objectius marcats per a un treball final de grau. El disseny representa en si mateix una aplicació de les competències professionals associades al títol, de la mateixa forma que la construcció permet posar en pràctica els procediments assimilats de forma teòrica durant la carrera. Amb l'assaig i anàlisi de resultats, igualment, es possible formar-se en tècniques experimentals no adquirides en la titulació.

Els arcs son estructures que treballen fonamentalment a compressió per la seua forma, cosa que tradicionalment ha portat a la seua construcció amb formigó, podent salvar grans llums emprant poc de material. Si s'utilitza formigó armat, amés, poden resistir-se sol·licitacions de flexió, resultant ideal en aquest cas per a la optimització estructural la variació de cantell.

De entre tota la tipologia de arcs de formigó armat emprats en la historia s'ha optat per la configuració triarticulada per la seua adequació a l'anàlisi experimental, ja que permet conèixer amb precisió els esforços en la estructura. Així mateix, resultava possible examinar el funcionament de la articulació en la clau, tan poc usada en l'actualitat. Amb la variació de cantell s'aconsegueix una major eficiència, així com una millora del criteri d'elegància estructural.

Aquest treball final de grau s'ha centrat en un model reduït de formigó armat que consisteix en un arc poligonal de cantell variable triarticulat, amb una llum de dos metres i seixanta centímetres de fletxa. Aquesta estructura ha sigut dissenyada, construïda íntegrament pels autors, assajada i analitzada a partir dels resultats del experiment. En esta memòria es presenta cronològicament tot el procés seguit.

A partir d'un plantejament inicial de condicionant i un predisseny s'arriba a la geometria definitiva, en base a la qual es proposa un armat que permeta resistir les sol·licitacions establides. Tot açò considerant unes característiques dels materials no constatades fins a més tard. Per a caracteritzar el formigó es van realitzar dues amasades prèvies.

La segona fase d'aquest treball es la construcció del element, que inclou totes les possibles facetes que podrien presentar-se en una obra real: presa de decisions procedimentals, adquisició de materials, ferrallat, encofrat, fabricació i posada en obra del formigó, curat i desencofrat; sense oblidar el control de qualitat i de costos.

Ja per últim, es prepara i sotmet la estructura a un assaig de laboratori, amb el que es pretén observar el seu comportament real baix l'acció d'una càrrega monòtona creixent, tant per a la fase de servei com la de trencament. Els resultats de l'experiment es processen i analitzen per a poder-los comparar amb valors teòrics obtinguts a mitjançant mètodes de càlcul diversos.

PARAULES CLAU: arc triarticulat, disseny estructural, construcció, assaig de laboratori, model reduït, formigó armat, anàlisi experimental, comprovació estructural, mètodes simplificats, models numèrics.

AGRADECIMIENTOS

Llegando a la culminación de este trabajo final de grado, nos gustaría mostrar nuestro agradecimiento a aquellas personas que han hecho posible la realización del mismo y nos han prestado su ayuda y apoyo de manera desinteresada.

En primer lugar a nuestro tutor, el doctor José Luis Bonet Senach, por proponernos un trabajo que nos ha resultado tan interesante y formativo, por todo el tiempo que nos ha dedicado, su constante interés por el desarrollo del trabajo y por confiar en nosotros en todo momento.

A Javier Pereiro por ayudarnos con cualquier aspecto y en cualquier momento desinteresadamente aunque ello supusiera robarle horas de su tiempo de trabajo.

A Lino Martínez por todo lo que hizo por nosotros durante la fase de construcción y sobre todo la del ensayo de la estructura, y pedirle perdón por casi dejarlo sin comer en alguna ocasión.

A nuestras compañeras de taller Beatriz y Begoña por ayudarnos, entre otras cosas, a hormigonar la pieza y a montar toda la instrumentación necesaria para llevar a cabo el ensayo.

También queríamos agradecerle a Enrique la continua ayuda prestada en el laboratorio, los buenos y útiles consejos que nos ofrecía y los ánimos que siempre nos daba durante todo el tiempo que pasamos allí.

Y por último, aunque no menos importante, a nuestras familias y amigos que, como siempre, nos han apoyado y animado en todo momento.

Gracias a todos.

Valencia, Junio de 2014

Lisbel Rueda García y Álvaro Ciurana Tatay

AUTORÍA DE LOS CAPÍTULOS

Sobre la autoría de los capítulos se debe destacar que en el presente trabajo final de grado el autor o autores de cada capítulo se indican al inicio del mismo.

A excepción del *Capítulo 10*, elaborado por Lisbel Rueda García, y el *Capítulo 11*, realizado por Álvaro Ciurana Tatay, todos los capítulos han sido llevados a cabo conjuntamente.

El trabajo entregado por cada autor contiene todos los capítulos que conforman este trabajo aunque uno de ellos haya sido elaborado por el otro autor únicamente. La razón de esto es que no se concibe este trabajo sin alguna de las dos partes, por lo que resultaba inadecuado separarlas.

ÍNDICE

MEMORIA Y ANEJOS

RESUMEN	3
ABSTRACT	5
RESUM	7
AGRADECIMIENTOS	9
AUTORÍA DE LOS CAPÍTULOS	11
ÍNDICE	13
LISTA DE FIGURAS	19
LISTA DE TABLAS	27
SÍMBOLOS Y NOMENCLATURA	31
Capítulo 1: INTRODUCCIÓN	37
1.1. Introducción	38
1.2. Objetivos.....	39
1.3. Contenido del documento.....	39
Capítulo 2: ARCOS DE HORMIGÓN ARMADO	41
2.1. El arco, funcionamiento y breve historia.....	42
2.2. Arcos de hormigón armado.....	45
Capítulo 3: DISEÑO GEOMÉTRICO DEL ELEMENTO	49
3.1. Condicionantes del diseño.....	50
3.2. Predimensionamiento y decisiones iniciales.....	52
3.3. Geometría definitiva.....	55
Capítulo 4: CÁLCULO ESTRUCTURAL	59
4.1. Descripción de la estructura.....	60
4.2. Normativa y documentación empleada.....	60
4.3. Programas informáticos utilizados	60
4.4. Bases para el diseño del armado.....	61
4.5. Durabilidad y recubrimiento de la armadura.....	61
4.6. Modelización para el cálculo	62
4.6.1. Métodos de cálculo.....	62
4.6.2. Modelo de cálculo	63

4.7. Estados límite últimos (ELU)	63
4.7.1. Sistema de fuerzas puntuales equivalente	64
4.7.2. Determinación de la armadura longitudinal.....	70
4.7.3. Determinación de la armadura transversal	71
4.7.4. Resultados del cálculo en las secciones de continuidad.....	72
4.7.5. Diseño de regiones D	73
4.7.6. Longitudes de anclaje	87
4.7.7. Diseño de la rótula.....	90
4.8. Estados límite de servicio (ELS).....	93
4.8.1. Esfuerzos de servicio.....	94
4.8.2. Limitación de tensiones	95
4.8.3. Control de fisuras.....	96
4.8.4. Control de deformaciones	99
4.9. Armado final del arco	100
Capítulo 5: CARACTERIZACIÓN DE MATERIALES Y CONTROL DE CALIDAD	103
5.1. Hormigón	104
5.1.1. Primera amasada	104
5.1.2. Segunda amasada	109
5.1.3. Hormigón del elemento estructural	111
5.2. Acero.....	116
5.3. Barra DYWIDAG	122
Capítulo 6: DISEÑO DEL ENSAYO	125
6.1. Determinación del montaje.....	126
6.2. Diseño de elementos auxiliares.....	127
6.2.1. Tirante.....	127
6.2.2. Aparatos de apoyo y carga.....	128
6.2.3. Elementos auxiliares	131
6.3. Refuerzo del arco para el ensayo	132
Capítulo 7: DISEÑO Y ADQUISICIÓN DE MATERIALES PARA LA CONSTRUCCIÓN	133
7.1. Madera para el encofrado	134
7.2. Pedido de las barras de acero.....	137
7.3. Otros	137
Capítulo 8: CONSTRUCCIÓN	139

8.1. Preparación del encofrado	140
8.2. Operaciones de ferralla y armado	142
8.3. Colocación de galgas extensiométricas de acero	147
8.4. Montaje de la ferralla armada en el encofrado	148
8.5. Hormigonado de la pieza y de las probetas de control	151
8.6. Desencofrado	154
8.7. Curado	156
Capítulo 9: ENSAYO EXPERIMENTAL	159
9.1. Preparación del elementos para el ensayo	160
9.2. Preparación del pórtico de ensayo	161
9.3. Posicionamiento de la pieza en el pórtico de ensayo	162
9.4. Instrumentación	163
9.4.1. Medida de deformaciones en las zonas críticas	163
9.4.2. Deformada de la estructura	165
9.4.3. Fotogrametría	166
9.4.4. Medidas adicionales de control y verificación	166
9.4.5. Preparación de la instrumentación para el ensayo	167
9.5. Configuración del ensayo en el programa de adquisición de datos	168
9.6. Inicio y finalización del ensayo	168
Capítulo 10: ANÁLISIS EXPERIMENTAL	171
10.1. Introducción	172
10.2. Desarrollo del ensayo	172
10.2.1. Análisis visual del ensayo	172
10.2.2. Carga última obtenida en el ensayo	180
10.2.3. Patrón de fisuración	181
10.3. Validación del ensayo	182
10.4. Desplazamientos	184
10.4.1. Horizontales	184
10.4.2. Verticales	190
10.4.3. Síntesis de los desplazamientos	194
10.5. Deformaciones	195
10.5.1. En el acero	195
10.5.2. En el hormigón	196

10.5.3. Análisis de secciones.....	199
10.6. Tipo de comportamiento.....	213
10.7. Modo de fallo.....	214
10.8. Conclusiones.....	214
Capítulo 11: COMPROBACIÓN ESTRUCTURAL MEDIANTE MÉTODOS DE CÁLCULO	217
11.1. Introducción.....	218
11.2. Características de los materiales	218
11.2.1. Propiedades mecánicas medias de las armaduras	218
11.2.2. Propiedades del hormigón.....	219
11.3. Modelo de rotura seccional.....	219
11.3.1. Geometría y características de la sección.....	220
11.3.2. Características del modelo.....	221
11.3.3. Cálculo de los esfuerzos de agotamiento	225
11.3.4. Comparación entre los resultados numéricos y experimentales	228
11.4. Modelo de comportamiento seccional.....	229
11.4.1. Geometría y características de la sección.....	229
11.4.2. Características del modelo.....	229
11.4.3. Cálculo del plano de deformaciones de la sección	233
11.4.4. Comparación entre los resultados numéricos y experimentales	236
11.5. Obtención del diagrama momento-curvatura con un modelo no lineal.....	243
11.5.1. Geometría y características de la sección.....	243
11.5.2. Características del modelo.....	243
11.5.3. Proceso de cálculo	246
11.5.4. Diagrama momento-curvatura	246
11.6. Análisis teórico de la zona de rotura	247
11.6.1. Geometría y características de la región	248
11.6.2. Modelos de bielas y tirantes.....	248
11.6.3. Estimación de la carga de agotamiento.....	251
11.6.4. Consideraciones finales	253
11.7. Cálculos relativos al control de la fisuración	254
11.7.1. Cálculo de la separación media entre fisuras	254
11.7.2. Cálculo de la abertura media de las fisuras	255
11.7.3. Comparación de resultados teóricos y experimentales	255

11.8. Conclusiones.....	256
Capítulo 12: CONCLUSIÓN.....	259
BIBLIOGRAFÍA.....	263
ANEJO A: DATOS Y RESULTADOS DEL CÁLCULO ESTRUCTURAL.....	265
A.1. Cálculos relativos a los estados límite últimos.....	266
A.2. Cálculos relativos a los estados límite de servicio.....	307
A.3. Diseño de regiones D (ELU).....	330
ANEJO B: COSTES ASOCIADOS AL PROYECTO	341
B.1. Construcción.....	342
B.1.1. Encofrado.....	342
B.1.2. Barras de acero corrugado	344
B.2. Ensayo	345
B.3. Coste total	346

PLANOS

0.0. ÍNDICE DE PLANOS

1.0. DEFINICIÓN GEOMÉTRICA

2.1. DEFINICIÓN GENERAL DEL ARMADO DEL ARCO

2.2. DESPIECE DE LA ARMADURA

3.0. PEDIDO DE LA ARMADURA

4.0. ENCOFRADO

5.0. PIEZAS AUXILIARES

6.1. GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS

6.2. MONTAJE PARA EL ENSAYO

6.3. UBICACIÓN DE CAPTADORES

MATERIAL AUDIOVISUAL

Video: sucesión fotográfica del comportamiento estructural durante el ensayo.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Puente Fabricio (Roma, 62 a.C.). Fuente: I. Kanakaris-Wirtl. [23]	42
Figura 2.2. Puente Adolfo (Luxemburgo, 1903, P. Sejourné). Fuente: J. Mossot. [25].....	43
Figura 2.3. Puente Chaotianmen (Chongqing, 2009). Fuente: E. Sakowski.....	44
Figura 2.4. Lámina restaurante l’Oceanogràfic (Valencia, 2002). Fuente: T. Schade. [25].....	45
Figura 2.5. Puente de Camille de Hogues (Châtelleraut, 1899, F. Hennebique). Fuente: J. Mossot. [25]	46
Figura 2.6. Puente de Salginatobel (Schiers, 1930, F. Hennebique). Fuente: N. Janberg. [25]	46
Figura 2.7. Puente Albert Loupe (Plougastel, 1930, E. Freyssinet). Fuente: N. Janberg. [25]	47
Figura 3.1. Pórtico de carga empleado en el ensayo.	51
Figura 3.2. Geometría inicialmente propuesta.	53
Figura 3.3. Cálculo aproximado de la carga de rotura mediante estática gráfica.	53
Figura 3.4. Croquis esquemático de la forma definitiva del arco.	54
Figura 3.5. Geometría definitiva del arco.	56
Figura 3.6. Articulaciones tipo Mesnager. [2].....	56
Figura 4.1. a) Esquema estructural del elemento original; b) Esquema estructural del elemento diseñado para el ensayo.....	63
Figura 4.2. Leyes de esfuerzos para la verificación de los ELU.	64
Figura 4.3. Ubicación de las secciones de continuidad.....	65
Figura 4.4. División de los esfuerzos que solicitan la sección para el cálculo separado de flexión y corte.	66
Figura 4.5. Diagrama rectangular de la tensión en el hormigón. [9].....	66
Figura 4.6. Sistema de fuerzas puntuales equivalente correspondiente a la flexión.	67
Figura 4.7. Sistema de fuerzas puntuales equivalente correspondiente al cortante.	69
Figura 4.8. Regiones B y D del elemento.	74
Figura 4.9. a) Esfuerzos en la región J; b) Sistema equivalente de fuerzas puntuales en la región J. ...	75
Figura 4.10. Modelo de bielas y tirantes propuesto para la región J.	75
Figura 4.11. a) Esfuerzos en la región KL; b) Sistema equivalente de fuerzas puntuales en la región KL.	76
Figura 4.12. Modelo de bielas y tirantes propuesto inicialmente para la región KL.	77
Figura 4.13. Segundo modelo de bielas y tirantes propuesto para la región KL en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones K y L.....	78

Figura 4.14. Segundo modelo de bielas y tirantes propuesto para la región KL en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones K y L. Representación de los anchos de las bielas y el nudo que forman.....	78
Figura 4.15. Tercer modelo de bielas y tirantes propuesto para la región KL en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones K y L y se disminuye la ordenada del nudo 5.	79
Figura 4.16. Tercer modelo de bielas y tirantes propuesto para la región KL en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones K y L y se disminuye la ordenada del nudo 5. Representación de los anchos de las bielas y el nudo que forman.	80
Figura 4.17. a) Esfuerzos en la región M; b) Sistema equivalente de fuerzas puntuales en la región M.	81
Figura 4.18. Modelo de bielas y tirantes propuesto para la región M.	81
Figura 4.19. a) Esfuerzos en la región N; b) Sistema equivalente de fuerzas puntuales en la región N.	81
Figura 4.20. Modelo de bielas y tirantes propuesto para la región N.	82
Figura 4.21. a) Esfuerzos en la región OP; b) Sistema equivalente de fuerzas puntuales en la región OP.	82
Figura 4.22. Modelo de bielas y tirantes propuesto inicialmente para la región OP.	82
Figura 4.23. Segundo modelo de bielas y tirantes propuesto para la región OP en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones O y P.....	83
Figura 4.24. Segundo modelo de bielas y tirantes propuesto para la región OP en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones O y P. Representación de los anchos de las bielas y el nudo que forman.....	85
Figura 4.25. Tercer modelo de bielas y tirantes propuesto para la región OP en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones O y P y se desplaza el nudo 3.....	85
Figura 4.26. Tercer modelo de bielas y tirantes propuesto para la región OP en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones O y P y se desplaza el nudo 3. Representación de los anchos de las bielas y el nudo que forman.....	85
Figura 4.27. a) Esfuerzos en la región Q; b) Sistema equivalente de fuerzas puntuales en la región Q.	87
Figura 4.28. Modelo de bielas y tirantes propuesto para la región Q.	87
Figura 4.29. Leyes de esfuerzos para la verificación de los ELS.	94
Figura 4.30. Posición de la sección G (sección débil).....	95
Figura 5.1. a) Pesaje de la bandeja de arena húmeda; b) Pesaje de la bandeja de grava húmeda.	105
Figura 5.2. Introducción de la bandeja en la estufa.....	106
Figura 5.3. Imagen de la amasadora en funcionamiento en la fase de mezclado de los áridos.	106
Figura 5.4. a) Ensayo del cono de Abrams realizado en la primera amasada; b) Mesa vibrante.	107
Figura 5.5. Conservación de las probetas durante las 24 horas anteriores al desmolde.	107

Figura 5.6. Rotura a siete días de las probetas de la primera amasada.	108
Figura 5.7. Equipo de ensayo de materiales de alta resistencia a la compresión de la serie MEH LC del fabricante Ibertest.....	109
Figura 5.8. Probeta de la segunda amasada tras el ensayo de compresión a 28 días.....	110
Figura 5.9. a) Sistema de tres extensómetros para la determinación del módulo de Young estático a compresión del fabricante Ibertest; b) Instalación del equipo de medida del módulo de Young en la probeta.....	111
Figura 5.10. Separación de los áridos en bolsas para mantener su humedad.	112
Figura 5.11. Amasadora de 100 L de capacidad.	112
Figura 5.12. Asentamiento del hormigón del elemento medido mediante el cono de Abrams.	113
Figura 5.13. Una de las probetas de control tras ser desmoldada.	113
Figura 5.14. Resultados mostrados por el software WinTest32 en el ensayo del módulo de elasticidad de la probeta de control 1.....	114
Figura 5.15. Gráfico del ensayo a compresión de la probeta de control 1.....	115
Figura 5.16. Gráfico del ensayo a compresión de la probeta de control 2.....	115
Figura 5.17. Probetas de control después del ensayo de compresión.	116
Figura 5.18. Máquina utilizada para realizar el ensayo de tracción en las barras de acero.....	116
Figura 5.19. Preparación de la probeta para el ensayo de tracción.	117
Figura 5.20. Probeta de ensayo en la cual se han colocado los captadores de 50 y 100 mm.....	117
Figura 5.21. a) Medición de la probeta tras el ensayo para el cálculo del alargamiento en rotura; b) Estricción sufrida por la barra en la zona de rotura.....	118
Figura 5.22. Gráfica tipo tensión-deformación del acero.....	119
Figura 5.23. Gráfica tensión-deformación unitaria de las barras $\varnothing 6$ ensayadas.	120
Figura 5.24. Gráfica tensión-deformación unitaria de las barras $\varnothing 8$ ensayadas.	121
Figura 5.25. Gráfica tensión-deformación unitaria de la barra 32WR.....	123
Figura 6.1. Montaje para el ensayo sin instrumentación.	127
Figura 6.2. Rótula de carga (“cuchillo”).	128
Figura 6.3. Aparato de apoyo.....	130
Figura 6.4. Placa de carga.	131
Figura 7.1. Distribución del encofrado en bloques para facilitar el desencofrado.....	134
Figura 7.2. Sierra Holzer de la empresa Lamiplast.....	135
Figura 7.3. Listones de madera para construir el encofrado.	136
Figura 7.4. Armadura elaborada.	137
Figura 7.5. Separador individual tipo rueda.	138
Figura 8.1. Uso de la sierra de mesa para cortar las piezas acabadas en bisel.....	140

Figura 8.2. a) Listones de madera tras el corte en bisel; b) Bloques del encofrado contruidos a partir de los listones.....	141
Figura 8.3. Encofrado del elemento.....	141
Figura 8.4. Detalle del encofrado de la rótula.	142
Figura 8.5. a) Corte de las barras para confeccionar los estribos; b) Clasificación de las barras ya cortadas.....	142
Figura 8.6. a) Marcado de las longitudes de los tramos rectos del cerco; b) Comparación del diámetro de doblado con un $\varnothing 32$	143
Figura 8.7. Verificación de la perpendicularidad de los tramos rectos contiguos del cerco mediante la comparación con una escuadra.	143
Figura 8.8. a) Uso del gato para el agarre de las barras; b) Doblado de las barras de los cercos.....	144
Figura 8.9. Clasificación por tamaños de todos los cercos doblados.....	144
Figura 8.10. Proceso de armado.	145
Figura 8.11. Ferralla armada correspondiente a la mitad derecha del arco.....	145
Figura 8.12. Armado de la mitad izquierda del arco.....	146
Figura 8.13. Ferralla armada del elemento diseñado.	146
Figura 8.14. a) Detalle de la ferralla armada del apoyo derecho; b) Detalle de la ferralla armada de la región de discontinuidad KL.	147
Figura 8.15. a) Atado de las barras pasantes de la rótula; b) Detalle de la ferralla armada de la rótula.	147
Figura 8.16. Colocación de las galgas extensiométricas de acero en la armadura.....	148
Figura 8.17. Montaje inicial para verificar que el encofrado de la rótula encajaba adecuadamente.....	149
Figura 8.18. Colocación de los separadores en la pieza y fijación del encofrado de la rótula.	149
Figura 8.19. Colocación de los tubos de PVC en el encofrado.	150
Figura 8.20. Montaje definitivo de la ferralla armada en el encofrado.....	151
Figura 8.21. Moldes para probetas cilíndricas.	151
Figura 8.22. Vertido del hormigón en la cuba.....	152
Figura 8.23. Vertido del hormigón en la pieza desde la cuba de hormigonado.	152
Figura 8.24. Compactación del hormigón mediante vibrador interno y picado con barra.	153
Figura 8.25. Paso de la llana sobre el hormigón de la pieza.	153
Figura 8.26. Llenado de los moldes para probetas de control del hormigón del elemento.....	154
Figura 8.27. a) Desencofrado de la estructura; b) Corte del tramo sobrante de los tubos de PVC....	154
Figura 8.29. Vista del elemento construido tras el desencofrado.	155
Figura 8.30. Desencofrado de la rótula.....	155
Figura 8.31. Colocación de material fácilmente deformable en la rótula.	156

Figura 8.32. Curado de la pieza mediante el cubrimiento con plásticos.....	156
Figura 9.1. Fijación de placa de reparto en el apoyo derecho.....	160
Figura 9.2. Imágenes del proceso de colocación de las galgas extensiométricas en hormigón.....	160
Figura 9.3. Rótula de carga fijada al accionador hidráulico.....	161
Figura 9.4. Aparato de apoyo deslizante fijado en el pórtico de carga.....	161
Figura 9.5. a) Izado de la estructura; b) Traslado de la estructura hasta el pórtico de ensayo.....	162
Figura 9.6. Dibujo de las galgas extensiométricas empleadas en hormigón (superior) y el acero (inferior). Elaborado a partir de [14]......	164
Figura 9.7. Ubicación de las galgas extensiométricas en acero y hormigón.....	164
Figura 9.8. Galga de acero colocada sobre una de las armaduras longitudinales.....	165
Figura 9.9. Posición e identificación de captadores de desplazamiento.....	165
Figura 9.10. Disposición del captador vertical del apoyo derecho (CV5).....	166
Figura 9.11. a) Puntas de conexión en el extremo de los cables de las galgas; b) Fotografía de calibración.....	167
Figura 9.12. Probeta e instrumentación al inicio del ensayo.....	169
Figura 10.1. Ubicación de las galgas extensiométricas en acero y hormigón.....	173
Figura 10.2. Posición e identificación de captadores de desplazamiento.....	173
Figura 10.3. Vista del monitor del ordenador utilizado durante el ensayo.....	173
Figura 10.4. Posición de la sección G (sección débil).....	174
Figura 10.5. Fisuras observadas tras el ensayo 1.....	175
Figura 10.6. Fisura que aparece en la sección de rotura esperada o sección G.....	175
Figura 10.7. Representación de fisuras sobre una imagen tomada a una carga de 131 kN.....	176
Figura 10.8. Representación de fisuras en la pila derecha sobre una imagen tomada a una carga de 126 kN.....	177
Figura 10.9. Desprendimiento del recubrimiento a una carga de 136 kN.....	177
Figura 10.10. Vista de la zona de rotura.....	178
Figura 10.11. Pandeo de las barras pasantes de la rótula.....	179
Figura 10.12. Posición de las barras pasantes en el momento de su colocación y atado.....	179
Figura 10.13. Fisura de la sección G tras la descarga.....	180
Figura 10.14. Gráfica carga aplicada-tiempo transcurrido desde el inicio del ensayo.....	180
Figura 10.15. Patrón de fisuración.....	181
Figura 10.16. a) Gráfica carga-deformación registrada por las galgas GY en el ensayo 1; y b) Gráfica carga-deformación registrada por las galgas GY en el ensayo 2.....	182
Figura 10.17. Análisis de regresión lineal de la tracción calculada en el diseño del elemento y la obtenida a partir de la deformación de las galgas en la barra DYWIDAG para el ensayo 1.....	183

Figura 10.18. Análisis de regresión lineal de la tracción calculada en el diseño del elemento y la obtenida a partir de la deformación de las galgas en la barra DYWIDAG para el ensayo 2.	183
Figura 10.19. Gráfica carga-incremento de longitud de la barra DYWIDAG para el ensayo 2.	185
Figura 10.20. Representación del giro que sufre el apoyo según las medidas de los captadores.	186
Figura 10.21. Posición de los captadores de desplazamiento horizontal.	187
Figura 10.22. Gráfica carga-desplazamiento horizontal medido por los captadores en el ensayo 2.	187
Figura 10.23. Gráfica carga-desplazamiento horizontal medido por los captadores en el ensayo 1.	188
Figura 10.24. Región situada bajo la rótula de carga estudiada mediante fotogrametría.	188
Figura 10.25. Desplazamientos horizontales de la región situada bajo la rótula de carga medidos con fotogrametría para una carga de 40 kN.	189
Figura 10.26. Desplazamientos horizontales de la región situada bajo la rótula de carga medidos con fotogrametría para una carga de 147 kN.	190
Figura 10.27. Posición de los captadores de desplazamiento vertical.	190
Figura 10.28. a) Gráfica carga-desplazamiento vertical medido por los captadores de los apoyos en el ensayo 1; b) Gráfica carga-desplazamiento vertical medido por los captadores de los apoyos en el ensayo 2.	191
Figura 10.29. Gráfica carga-desplazamiento vertical medido por los captadores del dintel en el ensayo 1.	192
Figura 10.30. Gráfica carga-desplazamiento vertical medido por los captadores del dintel en el ensayo 2.	192
Figura 10.31. Ley de flectores para una carga de diseño de 100 kN.	193
Figura 10.32. Gráfico de flechas registradas por los captadores del dintel para diferentes valores de carga en el ensayo 2.	194
Figura 10.33. Campo de vectores de desplazamientos para una imagen de la zona situada bajo la rótula de carga tomada tras la rotura.	195
Figura 10.34. Secciones de continuidad estudiadas.	196
Figura 10.35. Deformaciones unitarias del hormigón en la dirección x para 40 kN de carga en el ensayo 2.	197
Figura 10.36. Deformaciones unitarias del hormigón en la dirección x para 147 kN de carga en el ensayo 2.	197
Figura 10.37. a) Detalle de la posición de las galgas GH; b) Superposición de las galgas sobre el modelo de bielas y tirantes de la región OP.	198
Figura 10.38. a) Gráfica carga-deformación medida por las galgas GH1 y GH2 en el ensayo 1; b) Gráfica carga-deformación medida por las galgas GH1 y GH2 en el ensayo 2.	199
Figura 10.39. Gráfica carga-deformación medida por las galgas GA en el ensayo 1.	200
Figura 10.40. Gráfica carga-deformación medida por las galgas GA en el ensayo 2.	200
Figura 10.41. Gráfica carga-tensión en la armadura en el ensayo 2.	201

Figura 10.42. Esquema del plano de deformaciones en la sección.	202
Figura 10.43. Gráfica carga-deformaciones en la sección G en el ensayo 1.....	203
Figura 10.44. Gráfica carga-deformación medida por las galgas GC en el ensayo 1.	203
Figura 10.45. Gráfica carga-deformaciones en la sección G en el ensayo 2.....	204
Figura 10.46. Gráficas momento-curvatura y momento-axil para los ensayos 1 y 2.	205
Figura 10.47. Superposición de la gráfica tensión-deformación medida por la galga GC1 en el ensayo 2 y la ecuación constitutiva de un $\phi 8$	206
Figura 10.48. Medida de la profundidad de la fisura mediante fotogrametría (sección G).....	206
Figura 10.49. Esquema del plano de deformaciones de la sección tras la fisuración.	207
Figura 10.50. Representación del plano de deformaciones de la sección G en el ensayo 1 mediante los datos de deformaciones obtenidos del ensayo.....	208
Figura 10.51. Representación del plano de deformaciones de la sección G en el ensayo 2 mediante los datos de deformaciones obtenidos del ensayo.....	208
Figura 10.52. Representación de las armaduras pasantes de la rótula.....	210
Figura 10.53. Gráfica carga-deformación medida por la galga GD1 en el ensayo 2.....	211
Figura 10.54. Posición de la galga GB1.	211
Figura 10.55. Gráfica carga-deformación medida por la galga GB1 en el ensayo 2.	212
Figura 10.56. Disposición de armaduras sobre una fotografía de la zona de rotura.	213
Figura 11.1. Posición de la sección G (sección débil).....	220
Figura 11.2. Diagrama bilineal empleado para el acero (ejemplo para los $\phi 8$).....	222
Figura 11.3. Plano de deformaciones considerado en el modelo de rotura.	223
Figura 11.4. Equivalencia entre los esfuerzos actuantes sobre la sección y las tensiones en los materiales.....	225
Figura 11.5. Módulo de elasticidad secante del acero.	227
Figura 11.6. Intersección del diagrama de interacción del agotamiento con los esfuerzos solicitantes.	228
Figura 11.7. Ley plana de deformaciones en la sección: convenio de signos.....	231
Figura 11.8. Deformaciones unitarias según la dirección de la armadura y según otra dirección.....	231
Figura 11.9. Diagrama momento-curvatura calculado con el modelo.	237
Figura 11.10. Comparación de los diagramas momento-curvatura experimentales y teóricos.....	238
Figura 11.11. Diagrama momento-curvatura hasta alcanzar la fisuración.....	239
Figura 11.12. Campo de deformaciones unitarias según la dirección horizontal en la sección para unos valores de carga de 100,27 kN y 140,15 kN (en sección fisurada), obtenido mediante fotogrametría.	242
Figura 11.13. Imagen corregida con indicación de la región de la sección débil (G).....	242

Figura 11.14. Representación esquemática de la relación tensión-deformación en el hormigón.	244
Figura 11.15. Diagrama tensión-deformación empleado para el acero.	245
Figura 11.16. Diagrama momento-curvatura calculado con el modelo.	247
Figura 11.17. Geometría y armado de la articulación central del arco.	248
Figura 11.18. Fotografías del proceso de rotura de la región sobre las que se monta el armado dispuesto.	249
Figura 11.19. Cálculo gráfico del empuje sobre el recubrimiento (MBT 1).	250
Figura 11.20. Cálculo gráfico del empuje sobre el recubrimiento (MBT 2).	250
Figura 11.21. Esquema de la rotura considerada y diagrama de sólido libre del bloque que se moviliza.	251
Figura A.5. Modelo de bielas y tirantes propuesto para la región J.	330
Figura A.6. Modelo de bielas y tirantes propuesto inicialmente para la región KL.	331
Figura A.7. Segundo modelo de bielas y tirantes propuesto para la región KL en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones K y L.	332
Figura A.8. Tercer modelo de bielas y tirantes propuesto para la región KL en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones K y L y se disminuye la ordenada del nudo 5.	333
Figura A.9. Modelo de bielas y tirantes propuesto para la región M.	334
Figura A.10. Modelo de bielas y tirantes propuesto para la región N.	335
Figura A.11. Modelo de bielas y tirantes propuesto inicialmente para la región OP.	336
Figura A.12. Segundo modelo de bielas y tirantes propuesto para la región OP en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones O y P.	337
Figura A.13. Tercer modelo de bielas y tirantes propuesto para la región OP en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones O y P y se desplaza el nudo 3.	338
Figura A.14. Modelo de bielas y tirantes propuesto para la región Q.	339

LISTA DE TABLAS

Tabla 4.1. Esfuerzos en las secciones de continuidad para ELU.	65
Tabla 4.2. Resultados del cálculo de flexión en las secciones de continuidad.	68
Tabla 4.3. Resultados del cálculo de cortante en las secciones de continuidad.	69
Tabla 4.4. Esfuerzos puntuales equivalentes en las secciones de continuidad.	70
Tabla 4.5. Armaduras necesarias por cálculo, mínimos mecánicos en tracción y mínimos geométricos en compresión en las secciones de continuidad.	70
Tabla 4.6. Esfuerzo cortante aplicado, resistente sin armadura transversal, de agotamiento de la biela comprimida de hormigón y separación máxima de los estribos calculados en las secciones de continuidad.	72
Tabla 4.7. Resultados del cálculo de armadura en las secciones de continuidad para ELU.	73
Tabla 4.8. Esfuerzos de servicio en las secciones de continuidad.	95
Tabla 4.9. Tensiones en la armadura de tracción para los esfuerzos de servicio.	96
Tabla 4.10. Área de armadura mínima en tracción para el control de la fisuración y dispuesta en las secciones.	98
Tabla 4.11. Separación máxima de las fisuras y abertura calculada en las secciones donde se produce fisuración para la carga de servicio.	99
Tabla 4.12. Resumen del armado final del arco.	101
Tabla 5.1. Dosificación empleada en <i>Leite [16]</i> para un hormigón de 30,5 MPa de resistencia a compresión.	105
Tabla 5.2. Dosificación empleada en la primera amasada.	105
Tabla 5.3. Resultados de los ensayos de resistencia a compresión de las probetas de la primera amasada.	108
Tabla 5.4. Dosificación empleada en la segunda amasada.	109
Tabla 5.5. Resultados de los ensayos de resistencia a compresión de las probetas de la segunda amasada.	110
Tabla 5.6. Resultados de los ensayos del módulo de elasticidad en compresión de las probetas de la segunda amasada.	111
Tabla 5.7. Resultados de los ensayos del módulo de elasticidad en compresión y resistencia a compresión de las probetas de control del hormigón del elemento.	113
Tabla 5.8. Resultados del ensayo de tracción de las barras $\varnothing 6$ ensayadas.	120
Tabla 5.9. Resultados del ensayo de tracción de las barras $\varnothing 8$ ensayadas.	121
Tabla 5.10. Verificación del cumplimiento del acero corrugado utilizado con lo estipulado en la <i>EHE-08 [19]</i>	122

Tabla 5.11. Datos técnicos de la barra del sistema de pretensado DYWIDAG.	122
Tabla 5.12. Resultados obtenidos del ensayo de la barra 32WR.	123
Tabla 7.1. Listones necesarios para construir el encofrado.	136
Tabla 10.1. Datos utilizados para representar la <i>Figura 10.20</i>	186
Tabla 10.2. Cálculo de la profundidad de la fibra neutra en la sección G a través de dos métodos y para los dos ensayos.	208
Tabla 11.1. Comparación entre la posición de la fibra neutra calculada numéricamente y de forma experimental: indirectamente a partir de las galgas en las armaduras y mediante fotogrametría. ..	241
Tabla A.1. Coordenadas de los nudos y fuerzas aplicadas sobre ellos del modelo de bielas y tirantes de la región J.	330
Tabla A.2. Fuerza resultante en las barras y armadura necesaria en los tirantes del modelo de bielas y tirantes de la región J.	330
Tabla A.3. Coordenadas de los nudos y fuerzas aplicadas sobre ellos del modelo inicial de bielas y tirantes de la región KL.	331
Tabla A.4. Fuerza resultante en las barras y armadura necesaria en los tirantes del modelo inicial de bielas y tirantes de la región KL.	332
Tabla A.5. Coordenadas de los nudos y fuerzas aplicadas sobre ellos del segundo modelo de bielas y tirantes de la región KL en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones K y L.	332
Tabla A.6. Fuerza resultante en las barras y armadura necesaria en los tirantes del segundo modelo de bielas y tirantes de la región KL en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones K y L.	333
Tabla A.7. Coordenadas de los nudos y fuerzas aplicadas sobre ellos del tercer modelo de bielas y tirantes de la región KL en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones K y L y se disminuye la ordenada del nudo 5.	334
Tabla A.8. Fuerza resultante en las barras y armadura necesaria en los tirantes del tercer modelo de bielas y tirantes de la región KL en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones K y L y se disminuye la ordenada del nudo 5.	334
Tabla A.9. Coordenadas de los nudos y fuerzas aplicadas sobre ellos del modelo de bielas y tirantes de la región M.	335
Tabla A.10. Fuerza resultante en las barras y armadura necesaria en los tirantes del modelo de bielas y tirantes de la región M.	335
Tabla A.11. Coordenadas de los nudos y fuerzas aplicadas sobre ellos del modelo de bielas y tirantes de la región N.	335
Tabla A.12. Fuerza resultante en las barras y armadura necesaria en los tirantes del modelo de bielas y tirantes de la región N.	335
Tabla A.13. Coordenadas de los nudos y fuerzas aplicadas sobre ellos del modelo inicial de bielas y tirantes de la región OP.	336

Tabla A.14. Fuerza resultante en las barras y armadura necesaria en los tirantes del modelo inicial de bielas y tirantes de la región OP.....	336
Tabla A.15. Coordenadas de los nudos y fuerzas aplicadas sobre ellos del segundo modelo de bielas y tirantes de la región OP en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones O y P.	337
Tabla A.16. Fuerza resultante en las barras y armadura necesaria en los tirantes del segundo modelo de bielas y tirantes de la región OP en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones O y P.....	337
Tabla A.17. Coordenadas de los nudos y fuerzas aplicadas sobre ellos del tercer modelo de bielas y tirantes de la región OP en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones O y P y se desplaza el nudo 3.....	338
Tabla A.18. Fuerza resultante en las barras y armadura necesaria en los tirantes del tercer modelo de bielas y tirantes de la región OP en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones O y P y se desplaza el nudo 3.	338
Tabla A.19. Coordenadas de los nudos y fuerzas aplicadas sobre ellos del modelo de bielas y tirantes de la región Q.	339
Tabla A.20. Fuerza resultante en las barras y armadura necesaria en los tirantes del modelo de bielas y tirantes de la región Q.....	339
Tabla B.1. Medición y coste del tablero aglomerado de melamina blanca de espesor 19 mm.	342
Tabla B.2. Coste del empleo de la sierra Holzer.	343
Tabla B.3. Coste de los tubos de PVC.	343
Tabla B.4. Coste de las escuadras planas.....	343
Tabla B.5. Coste de las escuadras de refuerzo.	343
Tabla B.6. Coste de las placas de ensamblar rectas.	344
Tabla B.7. Coste de las barras de cola termofusible.....	344
Tabla B.8. Coste de los tornillos de 30 mm de longitud.	344
Tabla B.9. Coste de los tornillos de 12 mm de longitud.	344
Tabla B.10. Medición y coste de las barras de acero corrugado.	345
Tabla B.11. Coste de las galgas de acero.	345
Tabla B.12. Coste de las galgas de hormigón.	346
Tabla B.13. Coste total del proyecto.....	346

SÍMBOLOS Y NOMENCLATURA

A continuación se presentan los símbolos empleados a lo largo del documento. En general, éstos se definen la primera vez que aparecen en el texto.

Mayúsculas latinas

A	Área de la sección transversal.
A_c	Área de hormigón de la sección transversal.
$A_{c,eff}$	Área eficaz de hormigón en tracción que rodea la armadura pasiva.
A_{ct}	Área de hormigón dentro de la zona de tracción justo antes de la formación de la fisura.
A_{fis}	Área homogeneizada de la sección transversal fisurada.
A_h	Área homogeneizada de la sección transversal sin fisurar.
$A_{s,min}$	Área de la sección mínima de armadura pasiva.
A_{si}	Área de la armadura i .
A_{sw}	Área de la sección transversal de la armadura de cortante.
A_{sxi}	Área de la armadura i contenida en la sección transversal.
C	Fuerza de compresión.
$C_{Rd,c}$	Coficiente.
C_x	Componente de la fuerza de compresión C normal a la sección transversal.
E_c	Módulo de elasticidad del hormigón.
E_{ref}	Módulo de elasticidad de referencia empleado para homogeneizar los materiales.
E_s	Módulo de elasticidad del acero.
E_{si}	Módulo de elasticidad del acero de la armadura i .
$E_{si,2}$	Pendiente de la rama superior del diagrama tensión-deformación para el acero correspondiente a la armadura i .
E_{sxi}	Módulo de elasticidad efectivo para el área de la armadura i contenida en la sección transversal.
F	Carga aplicada sobre la estructura.
$F_{b,Rd}$	Resistencia a aplastamiento de la pieza en la zona contigua al tornillo.
F_c	Fuerza en la biela inclinada de hormigón.
$F_{v,Rd}$	Resistencia a cortante del bulón.
I	Momento de inercia de la sección transversal.
I_{fis}	Inercia homogeneizada de la sección transversal fisurada.

I_h	Inercia homogeneizada de la sección transversal sin fisurar.
M_{1c}	Momento del bloque de compresiones a la altura de la armadura de tracción.
M_{1d}	Momento de los esfuerzos solicitantes de la sección a la altura de la armadura de tracción.
M_{fis}	Momento de fisuración.
M_{int}	Axil calculado internamente a partir de las tensiones en la sección transversal.
$M_{máx}$	Momento flector de máximo en la sección.
M_u	Momento flector de agotamiento de la sección.
N_{int}	Axil calculado internamente a partir de las tensiones en la sección transversal.
N_u	Axil de agotamiento de la sección.
P	Perímetro de la sección transversal de la armadura.
R_h	Reacción horizontal.
$R_{mín}$	Radio mínimo de doblado de una armadura.
R_v	Reacción vertical.
S	Momento estático de la sección transversal.
S_{fis}	Momento estático homogeneizado de la sección transversal fisurada.
S_h	Momento estático homogeneizado de la sección transversal sin fisurar.
V_{ccd}	Componente de la fuerza de compresión C paralela a la sección transversal.
V_{rd}	Cortante reducido de cálculo.
V_{td}	Componente de la fuerza de tracción T paralela a la sección transversal.
V_u	Cortante de agotamiento de la sección.
W	Módulo resistente de la sección bruta de hormigón relativo a la fibra más traccionada.

Minúsculas latinas

a	Ancho de una biela de hormigón.
a	Distancia del borde del agujero a un borde perpendicular al esfuerzo a transmitir.
b	Ancho de la sección transversal.
c	Curvatura de la sección transversal.
c	Distancia del borde del agujero a un borde perpendicular al esfuerzo a transmitir.
c_l	Recubrimiento nominal de la armadura longitudinal.
$c_{mín}$	Recubrimiento mínimo de la armadura.
$c_{mín,b}$	Recubrimiento mínimo por adherencia.
$c_{mín,b}$	Recubrimiento mínimo por durabilidad.
c_{nom}	Recubrimiento nominal de la armadura.

d	Canto útil de la sección transversal.
d_i	Canto útil hasta la armadura i .
e	Excentricidad.
e	Posición de un punto respecto al centro de gravedad de la sección en la dirección del canto.
e_i	Posición de la armadura i respecto al centro de gravedad de la sección.
e_r	Excentricidad relativa.
f_b	Tensión última de adherencia entre el acero y el hormigón.
f_c	Resistencia a compresión del hormigón.
f_{cd}	Resistencia de cálculo del hormigón a compresión.
f_{cm}	Valor medio de la resistencia a compresión del hormigón ensayado a 28 días en probeta cilíndrica.
f_{ct}	Resistencia a tracción del hormigón.
$f_{ct,eff}$	Valor medio de la resistencia a tracción del hormigón en el momento en que aparece la fisura.
f_{ctm}	Valor medio de la resistencia a tracción del hormigón.
$f_{ctm,fl}$	Valor medio de la resistencia a flexotracción del hormigón.
f_t	Resistencia a tracción del acero.
f_u	Resistencia a tracción del acero.
f_y	Límite elástico del acero.
f_{yd}	Límite elástico de cálculo del acero de la armadura <i>pasiva</i> .
f_{yi}	Límite elástico del acero de la armadura i .
f_{yk}	Límite elástico característico del acero de la armadura <i>pasiva</i> .
h	Canto de la sección transversal.
$h_{c,eff}$	Canto eficaz de hormigón en tracción.
k	Coefficiente.
k_c	Coefficiente que considera la distribución de las tensiones dentro de la sección inmediatamente antes de la fisuración y el cambio de brazo mecánico.
k_t	Coefficiente que depende de la duración de la carga.
l	Longitud.
$l_{b,min}$	Longitud mínima de anclaje necesaria.
$l_{b,rqd}$	Longitud básica de anclaje necesaria.
l_{bd}	Longitud neta de anclaje.
n_c	Coefficiente de equivalencia para el hormigón.
n_s	Coefficiente de equivalencia para el acero.

n_{sxi}	Coefficiente de equivalencia eficaz de la armadura i .
r_i	Recubrimiento mecánico de la armadura i .
r_{mec}	Recubrimiento mecánico.
s	Separación de los cercos.
$S_{l,máx}$	Separación máxima entre armaduras de cortante en dirección longitudinal.
$S_{r,máx}$	Separación máxima entre fisuras.
$S_{r,med}$	Separación media entre fisuras.
t	Espesor del elemento de acero.
v_1	Posición respecto al centro de gravedad del borde comprimido de la sección.
w	Humedad de los áridos.
$w_{máx}$	Abertura máxima de las fisuras.
w_{med}	Abertura media de las fisuras.
x	Profundidad de la fibra neutra: distancia al borde comprimido de la sección.
$x_{lím}$	Profundidad límite la fibra neutra.
z	Brazo mecánico de las fuerzas internas.

Mayúsculas griegas

ΔC	Incremento de la fuerza C en el cordón comprimido debido al cortante.
Δc_{dev}	Tolerancia de recubrimiento para cubrir las desviaciones.
$\Delta c_{dur,st}$	Reducción del recubrimiento mínimo por el uso de acero inoxidable.
$\Delta c_{dur,st}$	Reducción del recubrimiento mínimo por el uso de protección adicional.
$\Delta c_{dur,y}$	Término adicional de seguridad en el recubrimiento mínimo.
ΔT	Incremento de la fuerza T en la armadura debido al cortante.

Minúsculas griegas

α	Ángulo.
α_{cw}	Coefficiente que considera el estado tensional en el cordón de compresión.
α_i	Ángulo de inclinación de la armadura i respecto a un eje normal a la sección.
β	Ángulo.
γ_c	Coefficiente parcial de seguridad del hormigón.
γ_s	Coefficiente parcial de seguridad para el acero de la armadura pasiva.
ε	Deformación unitaria.
ε_0	Deformación unitaria en el centro de gravedad de la sección.

ϵ_c	Deformación unitaria del hormigón.
ϵ_{cm}	Deformación unitaria del media del hormigón entre fisuras.
ϵ_{ct}	Deformación unitaria última del hormigón en tracción.
ϵ_{cu}	Deformación unitaria última a compresión del hormigón.
$\epsilon_{cu,f}$	Deformación unitaria última a compresión del hormigón estando la sección en flexión.
ϵ_h	Deformación unitaria del acero correspondiente al inicio del endurecimiento.
ϵ_{si}	Deformación unitaria de la armadura i .
ϵ_{sm}	Deformación unitaria media en la armadura de tracción.
ϵ_u	Deformación unitaria del acero bajo carga máxima.
ϵ_y	Deformación unitaria del acero correspondiente a su límite elástico.
ϵ_{yd}	Deformación unitaria del acero correspondiente a su límite elástico de cálculo.
ϵ_{yi}	Deformación unitaria de la armadura i correspondiente a su límite elástico.
η	Coefficiente variable.
θ	Ángulo de inclinación de una fuerza.
λ	Coefficiente.
ν	Coefficiente de reducción de resistencia para hormigón con fisuras de cortante.
ρ	Cuantía geométrica de armadura.
ρ_{eff}	Cuantía geométrica de armadura en el área eficaz de hormigón.
ρ_l	Cuantía geométrica de armadura longitudinal.
ρ_w	Cuantía geométrica de armadura transversal.
σ	Tensión.
σ_c	Tensión en el hormigón.
$\sigma_{Rd,máx}$	Tensión máxima que se puede aplicar en los bordes de un nudo en un modelo de bielas y tirantes.
σ_{si}	Tensión en la armadura i .
σ_{xi}	Componente normal a la sección transversal de la tensión en la armadura i .
τ	Tensión tangencial.

Símbolos

\emptyset	Diámetro nominal de la armadura.
\emptyset	Diámetro.
\emptyset_{ext}	Diámetro exterior.
\emptyset_{int}	Diámetro interior.

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

Lisbel Rueda García
Álvaro Ciurana Tatay

En este primer capítulo se pretende introducir el trabajo final de grado realizado, además de mostrar los objetivos planteados y explicar el contenido del documento elaborado.

1.1. Introducción

El presente trabajo final de grado nace de la idea de poner en práctica los conocimientos adquiridos durante el Grado en Ingeniería Civil en materia de estructuras mediante el diseño y construcción de un modelo reducido de una estructura de hormigón armado con el fin de ser ensayado y analizado.

Se decidió desarrollar dicha idea a través de la ejecución de un modelo reducido de arco triarticulado de hormigón armado, estructura utilizada en la construcción de numerosos puentes particularmente en los inicios de la historia del hormigón armado por permitir al ingeniero la rápida interpretación del comportamiento de la estructura al tratarse de diseños isostáticos. Es por este motivo por el cual el arco triarticulado se adecúa eficazmente a su ensayo en laboratorio.

Se realiza un diseño detallado del elemento que abarca la completa definición geométrica del arco triarticulado y el correspondiente cálculo estructural que incluye todos los aspectos comúnmente estudiados para la definición de un elemento constructivo, como la verificación del cumplimiento de los estados límite mediante la determinación del armado del elemento estructural, el diseño de las regiones de discontinuidad presentes, la comprobación del Estado límite de fisuración, etc.

El diseño se complementa con la caracterización de los materiales a emplear en la construcción y su control de calidad. Por lo que respecta al hormigón, mediante la elaboración y el ensayo de dos amasadas previas a la utilizada en el elemento. En cuanto al acero, a través del ensayo de barras de control.

Tampoco falta en el bloque de diseño una parte destinada al diseño del ensayo en sí mismo, que cuenta con la correspondiente determinación del montaje de la pieza en el pórtico de ensayo y de la instrumentación necesaria para obtener datos del ensayo, entre otras cosas.

La parte constructiva, llevada también a cabo íntegramente por los autores del trabajo, permite entender las dificultades que presenta la transformación del diseño en algo tangible. En ella intervienen a pequeña escala todos los factores que influyen en la construcción y que durante el Grado se han visto de manera teórica, desde la adquisición de los materiales necesarios hasta el desencofrado y curado de la pieza, pasando por la ordenación previa de las tareas constituyentes del proceso constructivo, la preparación del encofrado, la realización de las operaciones de ferralla, armado y montaje y el amasado y puesta del hormigón.

Tanto el análisis de los resultados del experimento como la comprobación estructural mediante métodos de cálculo permiten desarrollar conocimientos sobre la interpretación de datos de ensayos de laboratorio del ámbito de las estructuras en los que no se ha profundizado durante el Grado. Este último bloque del trabajo tiene la finalidad de explicar de manera cualitativa y cuantitativa los sucesos acaecidos durante el ensayo del elemento además de aproximar el comportamiento real de la estructura mediante métodos de cálculo. Con él se cierra el estudio completo del modelo reducido de hormigón armado propuesto.

1.2. Objetivos

El objetivo general que se busca con la realización de este trabajo final de grado es el de contrastar los resultados obtenidos por medio de un ensayo de laboratorio con las expectativas de comportamiento del elemento estructural extraídas del diseño y análisis teórico del mismo.

A nivel formativo se busca poner en práctica los conocimientos adquiridos a lo largo del Grado en Ingeniería Civil en materia de estructuras mediante la realización de las siguientes tareas, consideradas asimismo objetivos concretos de este trabajo:

- **Diseño:** se busca diseñar un modelo reducido de una estructura de hormigón armado apta para ser ensayada en laboratorio según unos condicionantes previamente establecidos y expuestos en este trabajo.
- **Construcción:** se pretende construir el elemento diseñado íntegramente por los autores de este trabajo, lo que incluye el diseño de los materiales necesarios para la construcción, la adquisición de los mismos y la elaboración de la pieza.
- **Ensayo:** el ensayo de la probeta en laboratorio engloba la determinación del montaje del mismo, el diseño de los elementos de instrumentación necesarios para el desarrollo de los siguientes objetivos y la realización del propio ensayo.
- **Análisis experimental:** el análisis experimental trata de buscar explicaciones de tipo cualitativo del comportamiento de la estructura mediante la gestión de los resultados obtenidos a través de la elaboración de gráficos y tablas.
- **Comprobación estructural mediante métodos de cálculo:** se pretende en esta fase obtener explicaciones de tipo cuantitativo de los resultados expresados en el análisis experimental y aproximar el comportamiento real de la estructura mediante modelos de cálculo.

1.3. Contenido del documento

Esta memoria está constituida por once capítulos además de un apartado de referencias bibliográficas y dos anejos.

En el presente *Capítulo 1* se ha presentado una introducción al trabajo que nos ocupa, además de definirse los objetivos generales y concretos que se buscan con la realización del mismo.

En el *Capítulo 2* se desarrolla una breve explicación del funcionamiento del arco como estructura y el estado del arte en materia de arcos de hormigón armado, centrándose en su uso en puentes.

El *Capítulo 3* muestra los condicionantes del diseño y describe la geometría adoptada definitivamente.

En el *Capítulo 4* se indican, entre otras cosas, la metodología de cálculo y el modelo de cálculo, y se realiza un cálculo estructural detallado con el fin de verificar el cumplimiento de los estados límite últimos y de servicio considerados.

El *Capítulo 5* recoge la caracterización de los materiales y su control de calidad correspondiente.

El diseño del ensayo, que incluye la determinación del montaje, el diseño de elementos auxiliares y el refuerzo del arco para el ensayo, se expone en el *Capítulo 6*.

El *Capítulo 7* muestra el proceso de diseño y de adquisición de los materiales empleados en la construcción del elemento.

El *Capítulo 8* está dedicado enteramente a la descripción del proceso constructivo llevado a cabo para elaborar el elemento diseñado.

En el *Capítulo 9* se indica todo lo referente a la preparación del ensayo, incluyendo la explicación de todos los elementos de instrumentación seleccionados para poder desarrollar los siguientes capítulos.

El *Capítulo 10* se centra en el análisis de los resultados del ensayo y su explicación desde un punto de vista cualitativo.

En el *Capítulo 11* se busca dar una explicación cuantitativa del comportamiento de la estructura para su comparación con los resultados del capítulo anterior además de aproximar el comportamiento real de la estructura mediante modelos de cálculo.

Finalmente, se exponen las conclusiones generales extraídas del trabajo en el *Capítulo 12*.

En adición a lo anterior, se incluyen dos anejos:

El *Anejo A* muestra los datos y resultados del cálculo estructural que sirven de apoyo al *Capítulo 4: Cálculo estructural*.

En el *Anejo B* se muestran brevemente los costes asociados al proyecto realizado.

Adicionalmente, forman parte del trabajo un conjunto de planos necesarios para construir la estructura y definir la configuración del ensayo.

Capítulo 2

ARCOS DE HORMIGÓN ARMADO

Lisbel Rueda García

Álvaro Ciurana Tatay

En este segundo capítulo de la memoria se va realizar un breve repaso a la tipología estructural a la que pertenece el modelo reducido que se proyecta en el trabajo. Se va a explicar brevemente el funcionamiento del arco como estructura, repasando los aspectos más relevantes que determinan su comportamiento. Del mismo modo, se va a llevar a cabo una revisión del estado del arte de esta tipología, prestando especial atención a los puentes arco de hormigón armado como obras de ingeniería civil más representativas que lo incorporan. En cualquier caso, lo que se pretende es mostrar conceptualmente el funcionamiento de la estructura diseñada a la vez que esbozar un corto recorrido por su historia.

2.1. El arco, funcionamiento y breve historia

«Si la columna es arquitectura pura, el arco es ingeniería; o mejor dicho -para alejar toda interpretación profesional-, si la columna es arte, el arco es técnica; sin que esto quiera decir, ni que a la columna le falte técnica, ni que el arco sea incapaz de vivísima expresión estética.»

Razón y Ser de los Tipos Estructurales, Cap. VII. [26]

E. Torroja Miret

La transmisión de cargas por un mecanismo puro de esfuerzo axial -tracción o compresión- es la forma más eficiente de resistir, al estar todos los puntos de cada sección trabajando a la misma tensión (pudiendo esta ser próxima al límite admisible). Teniendo en cuenta esta premisa se llega fácilmente a la conclusión de que los arcos, igual que los cables pero de forma invertida, son una tipología estructural óptima.

Entre los arcos y los cables, sin embargo, existe la diferencia del tipo de sollicitación axial que experimentan las secciones. Los cables, siempre en tracción, se elaboran habitualmente en acero, capaz de resistir importantes tracciones (en compresión experimentan inestabilidad); los arcos, comprimidos por su forma, han sido tradicionalmente ejecutados con materiales pétreos, aptos para soportar compresiones. Sin un conocimiento teórico sobre su funcionamiento, ambos mecanismos resistentes se han empleado desde tiempos inmemoriales.



Figura 2.1. Puente Fabricio (Roma, 62 a.C.). Fuente: I. Kanakaris-Wirtl. [23]

Parece que el conocimiento del arco -al menos de forma práctica- como se entiende ahora se remonta al mundo griego. No obstante, observando la gran variedad de construcciones de la época que han alcanzado nuestros días o se documentan en los textos, parece que Grecia se decantó más por las formas adinteladas en lugar de emplear bóvedas. Lo opuesto ocurre en el Imperio Romano, donde el arco es la forma básica de expresión constructiva, especialmente en obras de Ingeniería Civil (*Figura 2.1*).

En el mundo clásico, cuando sólo se conocían los materiales pétreos en la construcción, fue clave el descubrimiento del fenómeno resistente del arco: con bloques de piedra tallados -carentes de resistencia a tracción-, montados de forma correcta y apoyándose unos con otros se podían conseguir estructuras capaces de soportar tan elevadas cargas. Para Torroja [26] “el arco es el mayor invento tensional del arte clásico”.

No es hasta el s. XVII cuando múltiples pensadores reparan en la analogía entre el arco y el cable. Empieza a gestarse la idea del arco óptimo como polígono antifunicular de las cargas aplicadas. Poleni, en su *Memorie istoriche della gran cupola di tempio Vaticano (1748)*, analiza la cúpula de la Basílica de San Pedro con las ideas de R. Hooke (1675): “Del mismo modo que cuelga el hilo flexible, así, pero invertido, se sostendrá el arco rígido”. Según Payá [22], este hecho marca el nacimiento del analista estructural. Con estos nuevos principios de estudio son múltiples los diseños que se realizan hasta nuestros días.

Los arcos trabajan fundamentalmente a compresión, siendo ésta perfecta si se ajusta la geometría del arco a la curva antifunicular de las fuerzas actuantes -peso propio y cargas externas-. La línea de empujes (o de presiones) es el lugar geométrico de los puntos de paso de la resultante de las fuerzas que actúan en cada sección transversal o junta de separación de las dovelas. De otra forma, es la trayectoria de las compresiones por la estructura.

En un arco de piedra es necesario encontrar una línea de empujes contenida en su espesor para poderse verificar el equilibrio, aunque ello implique la formación de sucesivas articulaciones y deformación del arco. En el siglo XIX, todavía sin una demostración científica, se conocía la necesidad del paso de la línea de empujes por el tercio central de las diferentes secciones para que el arco o bóveda resultara estable. Ahora se entiende teniendo en cuenta los conceptos de núcleo central y observando la imposibilidad de resistir tracciones en un plano de contacto entre bloques de piedra.



Figura 2.2. Puente Adolfo (Luxemburgo, 1903, P. Sejourné). Fuente: J. Mossot. [25]

La imposibilidad de resistir tracciones llevó al progresivo abandono de los arcos de fábrica, pudiendo situar su final en los inicios del s. XX con Paul Sejourné. Los nuevos materiales capaces de soportar tracciones -en mayor o menor medida- surgidos en los siglos anteriores (fundición, hierro, hormigón armado y acero) habían ido ganando terreno a la piedra hasta que su aplicación se vio reducida a elementos no estructurales de los puentes.

El empleo de materiales capaces de resistir tracciones, juntamente al desarrollo de los métodos de cálculo, permitió [22]: una mayor libertad de las formas, crear articulaciones y conocer con precisión los esfuerzos y deformaciones en la estructura.

En la actualidad se ha llegado a grandes luces combinando el buen comportamiento estructural del arco con las elevadas resistencias proporcionadas por materiales como el acero o el hormigón armado. El récord de luz de un arco lo ostenta el del puente chino Chaotianmen, con 552 m. En hormigón se han construido arcos de hasta 425 m de luz (Wanxian, 1997).



Figura 2.3. Puente Chaotianmen (Chongqing, 2009). Fuente: E. Sakowski.

Habiendo realizado un recorrido somero por la historia de los arcos, se presentan a continuación partes y conceptos fundamentales de un arco:

- Arranques: extremos inferiores del arco. Apoyan en los estribos o cimentación del arco.
- Clave: el punto más alto de la directriz.
- Riñones: zonas entre los arranques y la clave.
- Flecha: altura de la clave sobre la línea que une los arranques.
- Luz: distancia entre los puntos de la directriz de ambos arranques.
- Intradós: parte interna del arco.
- Extradós: parte externa del arco.

Los fundamentos de funcionamiento del arco no se limitan únicamente a esta tipología estructural: tradicionalmente se han empleado en las bóvedas y ya más recientemente (a partir del s. XX), extrapolándolos, en las láminas. La eficiencia del arco se extiende a las estructuras laminares, con las que se consiguen grandes espacios con un reducido empleo de material. Esto es posible gracias a la transmisión de la carga (suficientemente distribuida) a través del reducido espesor de la superficie laminar mediante compresiones fundamentalmente. No obstante, con un correcto armado en su plano medio (la resistencia se consigue por forma como en los arcos) es posible resistir de forma satisfactoria otros esfuerzos contenidos en la superficie (tensiones tangenciales y tensiones normales de tracción). Con espesores reducidos se evita la aparición de flexiones, esfuerzos cortantes y torsiones.



Figura 2.4. Lámina restaurante l'Oceanogràfic (Valencia, 2002). Fuente: T. Schade. [25]

2.2. Arcos de hormigón armado

Resulta difícil separar la historia de los arcos de la del hormigón armado cuando desde los inicios del material ha ido unido a esta tipología estructural. Esta afirmación se entiende si se observa el buen comportamiento del hormigón frente a las compresiones y su baja resistencia a tracción (suplida con el acero de la armadura pasiva) que conecta perfectamente con el modo fundamental de resistir mediante esfuerzos axiales de compresión (por forma) de los arcos.

El avance de los arcos va ineludiblemente de la mano de los puentes, donde siguiendo con la tradición de los s. XVII y XIX se continuaron aprovechando las ventajas de esta tipología estructural para salvar cada vez luces mayores en puentes de tablero superior. Los rebajamientos fueron creciendo acompañados del incremento de las resistencias del hormigón.

Las primeras realizaciones importantes llegaron de la mano de François Hennebique, quien con sus nuevos sistemas constructivos y patentes extendió su empleo por todo el mundo. En la *Figura 2.5* se muestra una imagen de uno de sus primeros puentes, cuyos arcos tienen una luz de 40 y 50 m.



Figura 2.5. Puente de Camille de Hogues (Châtellerault, 1899, F. Hennebique). Fuente: J. Mossot. [25]

Las primeras configuraciones longitudinales de los arcos fueron triarticuladas (estructuras isostáticas), que resultaban fáciles de calcular y además no experimentaban variaciones en los esfuerzos debido a posibles asentamientos diferenciales, variaciones térmicas y otros efectos reológicos, causando estos únicamente deformaciones.

Son fundamentales las aportaciones de dos ingenieros: Robert Maillart y Eugène Freyssinet, en el desarrollo de los arcos de hormigón armado.

Por una parte, Maillart introduce notables mejoras técnicas en los arcos triarticulados (que fue la disposición que más empleó), al mismo tiempo que desarrolla numerosas técnicas para el encaje de los arcos. Es remarcable la capacidad de optimización del ingeniero, que consigue diseños en los cuales tan sólo existe material allí donde resulta necesario. En esta línea resulta clave el vaciado parcial de los tímpanos (reduciéndolos a pilas individuales) que empleó en numerosas obras. El puente arco más emblemático diseñado por Maillart es el puente de Salginatobel (Figura 2.6), con 90 m de luz (la mayor proyectada por el autor).



Figura 2.6. Puente de Salginatobel (Schiers, 1930, F. Hennebique). Fuente: N. Janberg. [25]

Freyssinet, por su parte, incorporó muchos otros avances en sus obras en general. Sin alejarse del tema que se está tratando, resulta esencial el desarrollo de la rótula plástica de mortero u hormigón.

En este trabajo se plantea un modelo reducido inspirado en los característicos arcos triarticulados de Maillart. Observando el puente de Salginatobel (*Figura 2.6*) y la solución adoptada por los autores puede intuirse claramente la similitud entre ambos. Por una parte, coincide la variación de canto, siendo mínima en los apoyos y en la clave, y máxima allí donde los esfuerzos flectores son mayores (en el contacto entre el tablero y el arco). Asimismo, el puente suizo presenta una articulación en la clave, igual que el elemento construido.

Con el tiempo se llegó a las soluciones de arco biempotrado tras numerosas experiencias que llevaron a apreciar las ventajas de un mayor hiperestatismo [21]. Fue Freyssinet quien abandonó totalmente las articulaciones en los arcos (tanto en arranques como en la clave) tras comprender que las soluciones isostáticas resultan excesivamente deformables debido a fenómenos de fluencia y retracción. En su puente Albert Louppe en Plougastel (*Figura 2.7*), donde se alcanzó una luz de 186 m, adoptó el arco de mayor grado de hiperestatismo: el biempotrado.



Figura 2.7. Puente Albert Louppe (Plougastel, 1930, E. Freyssinet). Fuente: N. Janberg. [25]

En la actualidad se emplean todo tipo de disposiciones respecto a la posición del tablero (inferior, intermedio o superior) en parte gracias a los diferentes sistemas constructivos que han ido surgiendo a lo largo del siglo XX. Cabe destacar, que las configuraciones isostáticas (arcos triarticulados) han quedado reducidas a realizaciones con otros materiales y habitualmente en pequeñas obras por motivos económicos, pues en la actualidad, con los métodos de cálculo existentes, puede plantearse prácticamente cualquier solución.

Capítulo 3

DISEÑO GEOMÉTRICO DEL ELEMENTO

Lisbel Rueda García
Álvaro Ciurana Tatay

En este capítulo se describe el elemento estructural objeto del trabajo especificando los condicionantes que llevan a la elección de sus características y presentando los cálculos justificativos de la solución finalmente adoptada.

3.1. Condicionantes del diseño

Los requisitos que se han considerado para la elección y diseño del elemento estructural han sido:

- Debe buscarse un elemento con la complejidad estructural y de construcción acorde con los objetivos del trabajo y que se adecúe a las posibilidades temporales y alcance del trabajo.
- El coste total de los materiales y equipos auxiliares empleados para la realización del proyecto debe ser el menor posible, adecuando las características en lo posible a los productos disponibles y diseñando con vistas a una amortización futura aquellos elementos necesarios no existentes.
- Se debe poder predecir qué secciones resultan más desfavorables con el fin de orientar la instrumentación en la ubicación pertinente.
- Se deben poder medir las deformaciones tanto en el hormigón como en el acero en las secciones escogidas a lo largo de la pieza.
- El comportamiento de la estructura debe poder ser reproducido tras el ensayo.
- El montaje del ensayo debe resultar posible con los recursos humanos y materiales disponibles, buscando la menor cantidad de los mismos.
- Las características de la estructura deberán ser tales que garanticen la seguridad durante su ensayo.
- El aspecto del elemento debe adecuarse, en la medida de lo posible, a una estructura que pudiese existir en la realidad.

Por su adecuación a la estructura que se pretendía diseñar se escogió el pórtico de prácticas del Laboratorio de Hormigón del Departamento de Ingeniería de la Construcción y de Proyectos de Ingeniería Civil para ensayar la estructura que se pretendía diseñar y construir. Las dimensiones de este pórtico y la capacidad de carga del gato hidráulico que tiene montado -de 500 kN- son los principales condicionantes de la geometría de la pieza.

Por la geometría del pórtico citado se tenía que modular la estructura en relación a las líneas de apoyo y de carga con el gato de 50 en 50 cm, siendo la máxima luz entre apoyos de tres metros. Al ser un pórtico autoequilibrado el elemento a ensayar debía ser montado sobre sus plataformas de apoyo, lo cual limitaba de forma considerable la altura de la pieza. En la *Figura 3.1* se presenta un esquema del pórtico empleado y sus dimensiones.

Como se pretende diseñar una estructura plana, el ancho de la estructura perpendicular al plano de la directriz no viene condicionado, a diferencia del resto de dimensiones. La altura de la pieza debía ser notablemente inferior al metro y medio, pues ya con la disposición básica del pórtico -sin ningún elemento adicional de apoyo o carga- se debería limitar a 144,5 cm dicha dimensión. Debe dejarse una holgura suficiente para poder disponer los elementos auxiliares para el ensayo que se presentan en el *Capítulo 5*. Para ajustarse a la altura finalmente escogida puede hacerse uso del tornillo de ajuste fijado al pistón que tiene un recorrido de hasta 30 cm.

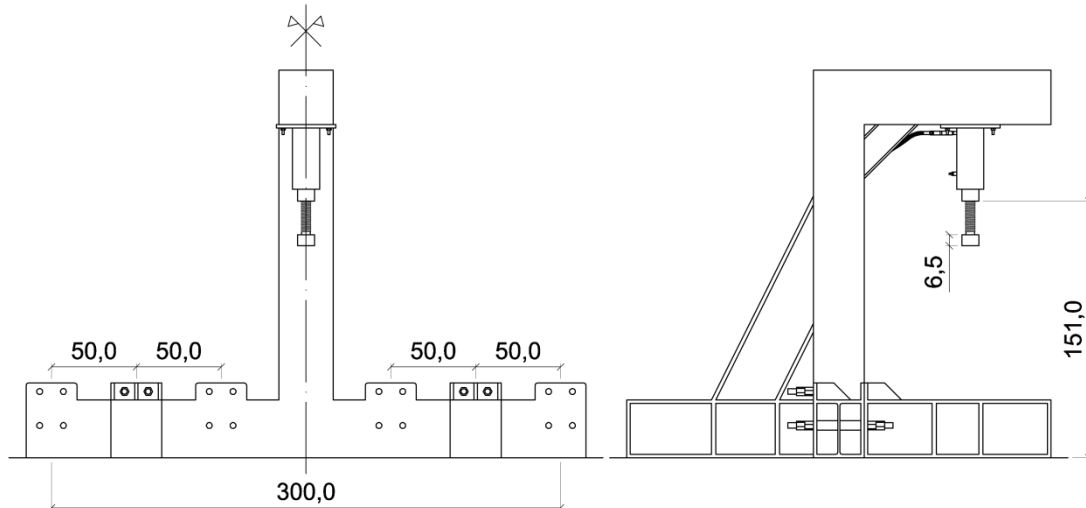


Figura 3.1. Pórtico de carga empleado en el ensayo.

Como ya se ha comentado, el gato es el otro elemento que introduce restricciones al diseño. No podrá decidirse una estructura con una carga máxima resistente superior a los 500 kN que puede dar el equipo hidráulico. Tampoco sería conveniente un elemento muy débil cuya rotura se produjese con un valor de carga excesivamente bajo por los errores de escala. Adicionalmente, se consideró el hecho de que el gato, sobredimensionado para el marco de soporte, sólo había sido empleado con anterioridad hasta los 250 kN de carga nominal. Con todo ello se consideró razonable realizar un diseño estructural con una carga máxima de entre cinco y veinte toneladas.

Por las características del pórtico de carga, cuya configuración está adaptada al ensayo de elementos horizontales –vigas o placas- cargadas verticalmente, debe realizarse un diseño geométrico que no genere grandes problemas para los equipos o para la adquisición de datos. Una estructura plana con cierta altura transmite además reacciones horizontales a los apoyos, y en el caso del pórtico considerado –cuya rigidez horizontal es limitada- se producirían deformaciones excesivas durante el ensayo. Debe buscarse una configuración estructural o montaje para el ensayo de forma que no se ejerzan fuerzas horizontales de reacción sobre los apoyos o que estos sean reducidos.

Para evitar la necesidad de emplear células carga -de elevado coste y poco adaptables a diferentes configuraciones- debe plantearse un sistema de medida alternativo de las reacciones horizontales en los apoyos.

Por motivos constructivos las secciones rectas de los elementos lineales que componen la estructura no pueden tener cantos o anchos inferiores a los diez centímetros. Esta limitación resulta necesaria para que sea posible aplicar las prescripciones de la normativa existente para el proyecto de estructuras de hormigón, pensada para estructuras de mayores dimensiones. Por mencionar algún ejemplo concreto: resultaría imposible respetar los radios de doblado mínimos para los cercos que establece la normativa española. Contando dos radios de doblado, dos veces el diámetro de la armadura empleada y el recubrimiento, en ningún caso podría ser la menor dimensión de la sección inferior a los nueve centímetros para redondos $\varnothing 6$. Además las labores de ferralla resultarían muy complejas y los errores de posicionamiento de la armadura importantes.

Respecto a los materiales cabe mencionar que, persiguiendo el objetivo de minimizar el coste de los mismos la fabricación del hormigón, se limitó a los componentes existentes en el laboratorio, empleando los áridos y el cemento habitualmente utilizados para la docencia y programas experimentales de investigación. Del mismo modo todos los equipos de medida para instrumentar el ensayo son los habitualmente empleados en el laboratorio. Únicamente el acero para armar y otros materiales auxiliares para el montaje del ensayo han sido adquiridos externamente.

Un condicionante que se ha tenido en cuenta para el diseño del armado es el recubrimiento mínimo que se podía conseguir con los separadores existentes. Los separadores más reducidos eran individuales de tipo rueda. El recubrimiento nominal para el que están especificados es de 20 mm, siendo el recubrimiento real que se consigue con ellos de 21 mm -quedando dentro del margen de tolerancia habitual de un milímetro para separadores de hasta 75 mm-.

En un primer momento se planteó la posibilidad de emplear alambre corrugado o trefilado $\varnothing 4$ para la armadura transversal para poder realizar manualmente los cercos. Esto estaría en oposición a la prescripción indicada en el *Artículo 59.2.2 EHE-08 [1]*, que limita el uso de dicho diámetro a mallas electrosoldadas empleadas como armadura de reparto en losas de hormigón armado, siempre que no se considere para el cálculo. No obstante, en vistas de que la estructura a realizar se enmarca dentro de un trabajo académico y no compromete la seguridad de las personas, podría desestimarse la anterior disposición.

Pero el motivo que condiciona el empleo de acero corrugado $\varnothing 4$ es la dificultad para encontrar ese diámetro entre las producciones habituales de los fabricantes o en stocks existentes. Si se hubiese querido emplear el anterior diámetro de barra habría sido necesario desmontar mallas electrosoldadas (habituales con $\varnothing 4$) o encontrar un suministrador de rollos de alambre. Por este motivo finalmente se consideró más adecuado el empleo del $\varnothing 6$ corrugado.

Con la dobladora existente en el laboratorio -a falta de encontrar los mandriles adecuados- resulta posible doblar barras de los diámetros normales que se podrían emplear, pero el uso del equipo requiere de experiencia para obtener resultados satisfactorios, especialmente para realizar cercos de reducidas dimensiones. Lo más adecuado era escoger un diámetro para la armadura transversal que pudiese ser doblado a mano -para reducir el coste de mano de obra y aprender a doblar- y otro proporcionado al anterior para la longitudinal, que sí sería doblado en taller.

3.2. Predimensionamiento y decisiones iniciales

En el presente apartado se expone el proceso de dimensionamiento inicial y la elección de la geometría concreta de la estructura. Como recurso de cálculo simplificado de esfuerzos se emplea la estática gráfica, que resulta ser una técnica sencilla y práctica para el estudio de estructuras isostáticas.

Un arco de hormigón armado como suelen proyectarse en la actualidad resulta una estructura hiperestática de segundo o tercer grado según se diseñe biapoyado o biempotrado -vinculaciones más habituales con el exterior-.

Con el fin de buscar una geometría de la que se pudiese hallar su homólogo en una estructura real, se debían respetar las relaciones canto/luz y buscar rebajamientos suficientes del

arco. Esto sólo resultaba posible yendo a las máximas luces que permitiese el pórtico de ensayo, al estar las dimensiones de las secciones transversales acotadas inferiormente como ya se ha comentado.

En primer lugar, se planteó una geometría de tal forma que se asemejase a un arco de puente con tablero superior apoyado mediante pilas. Para no complicar en exceso la estructura -que debía ser construida- se optó por un par de puntos de apoyo sobre el arco, lo que generaba una poligonal de tres segmentos, buscando la eficiencia estructural. En la *Figura 3.2* se representa de forma esquemática la geometría considerada inicialmente.

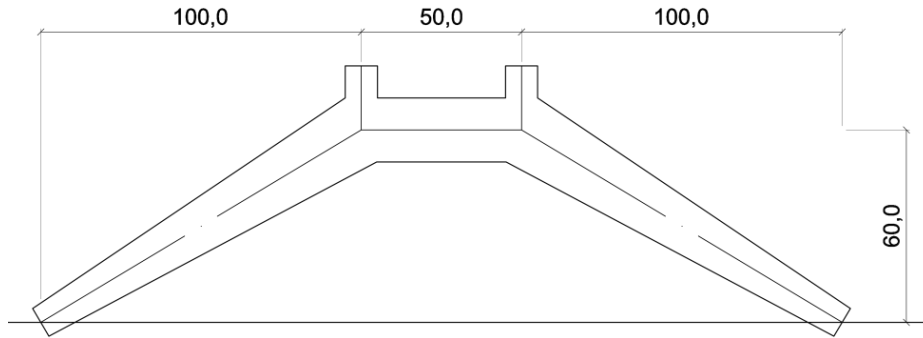


Figura 3.2. Geometría inicialmente propuesta.

En un primer momento se pensó que resultaba conveniente realizar un diseño del ensayo con carga simétrica, para lo que era necesario el empleo de un dintel de reparto. Este elemento debía resistir la carga del gato sin tener un canto excesivo que restase altura posible al arco. Pero realizando un cálculo sencillo mediante estática gráfica (*Figura 3.3*) se llega a la conclusión de que con la geometría anteriormente descrita, un hormigón de 40 MPa y una escuadría para la sección en el apoyo de 20x10 cm, sería necesaria una carga proporcionada por el gato de 823 kN (82 t). A este valor se llega considerando que el máximo axil que puede resistirse en los apoyos es de 800 kN.

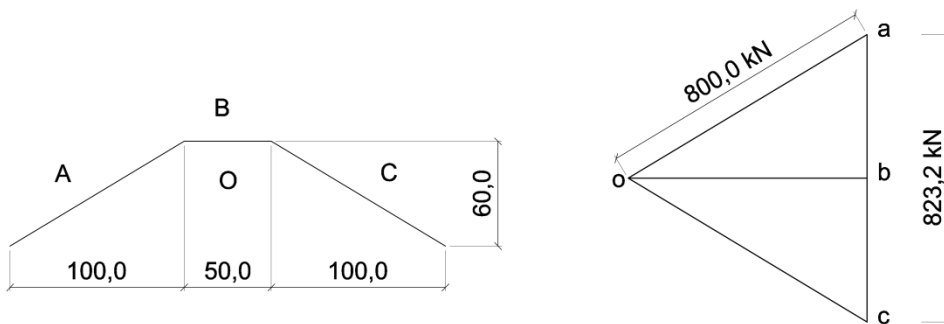


Figura 3.3. Cálculo aproximado de la carga de rotura mediante estática gráfica.

Con el gato existente resultaría imposible proporcionar la carga necesaria para romper la estructura, que resistiría sin problemas la sollicitación exclusivamente de axiles. Además el diseño no sería representativo de la realidad ni se adecuaría a los objetivos del presente trabajo final de grado. En consecuencia, resultó necesario buscar una estructura de hormigón armado de mayor complejidad, no sólo por su geometría sino también por la configuración de cargas para el ensayo y con un aspecto más próximo a la realidad.

Anteriormente se ha mencionado un hormigón de 40 MPa de resistencia a compresión. Se parte de este valor por ser un hormigón convencional muy empleado en este tipo de estructuras y poder obtenerse de forma económica dicha resistencia con los materiales existentes en el laboratorio, sin ser necesario el empleo de aditivos.

Pensando en un puente en arco de tablero superior de tres vanos o en un puente pórtico en π se llega a la conclusión de que los tramos laterales de tablero tienen menor luz que el central, lo cual es lógico por la inexistencia de momentos flectores negativos en los apoyos sobre estribos. Por este motivo, se planteó una nueva propuesta con mayor separación entre los quiebravientos de la poligonal. Además, como para esta configuración de arco la situación más desfavorable es la carga actuante únicamente en un punto, esta es la configuración para el ensayo que se adoptó. En la *Figura 3.4* se presenta un croquis esquemático de la forma finalmente adoptada.

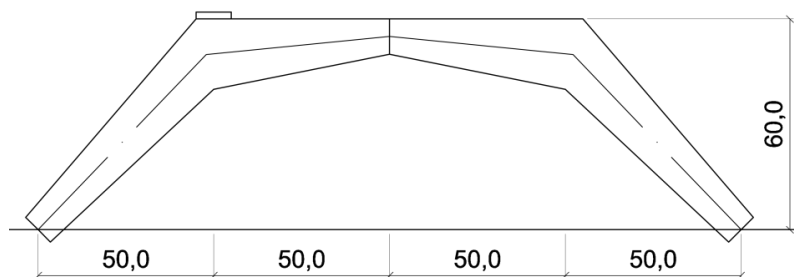


Figura 3.4. Croquis esquemático de la forma definitiva del arco.

En la *Figura 3.4* puede apreciarse que sólo se ha considerado un punto de aplicación de la carga, coincidiendo con la situación más desfavorable. Con esta configuración ya no resulta necesario el empleo de un dintel de reparto para la aplicación de la carga. Además, esta geometría encaja perfectamente con la disposición modular a 50 cm del pórtico de ensayo anteriormente presentado. Puede apreciarse también una disminución de sección hacia el centro del arco, donde se decidió establecer una desconexión frente a los flectores mediante una articulación tipo Mesnager -que se detallará más adelante- y hacia los apoyos, donde también se tienen momentos flectores nulos.

Aunque desde el punto de vista económico la variación de canto podría parecer una medida poco acertada en una sociedad desarrollada donde la mano de obra es un factor muy significativo del coste final de la obra, sus ventajas son notables. Por una parte, resulta intuitivo aumentar el canto de un elemento donde la flexión es más acusada, y por otra da pie para reflexionar sobre el efecto Résal (modelo de cordones no paralelos) y su consecuencia sobre la resistencia a cortante de las distintas secciones del elemento.

En cuanto a la carga nominal de diseño cabe recordar que debía estar entre cinco y veinte toneladas, de acuerdo con lo establecido en el apartado anterior. Se realizó un tanteo inicial con el menor valor posible de carga -50 kN- y se calcularon de forma aproximada las cuantías necesarias de armado en algunas secciones críticas, pudiendo observar que eran inferiores a los mínimos establecidos en las normas. Como se pretende tener un control de la rotura, debe buscarse que el armado no vaya condicionado por los mínimos sino por el cálculo. El valor que finalmente se considera como carga de diseño es 100 kN, que resulta adecuada para el pórtico de carga y puede ser proporcionada de forma adecuada por el actuador hidráulico existente.

Se estableció la flexión como modo de rotura. Este mecanismo de fallo proporciona un comportamiento dúctil de las secciones, que permite controlar mejor el ensayo. Además, al no presentar este mecanismo efectos de escala resulta posible ajustar más los cálculos de diseño y determinar con más precisión la carga de rotura. No ocurre lo mismo con un fallo por cortante, para el que los métodos simplificados de cálculo existentes proporcionan unos resultados más alejados de la realidad. En este caso sí que resultan significativos los efectos de escala. Para prevenir una indeseada rotura por cortante se dispondrá la armadura transversal suficiente.

En vistas a las reducidas dimensiones de las secciones se planteó la posibilidad de colocar los separadores -descritos en el apartado anterior- unidos a la armadura longitudinal para obtener un recubrimiento nominal resultante de quince milímetros hasta los estribos. Aunque resulte una práctica desaconsejable normalmente en obra, es posible si el control de ejecución durante el montaje de la armadura puede asegurar que se respeta el recubrimiento en cualquier armadura.

Por último, por lo que respecta a la armadura, se decidió emplear para los estribos y algún refuerzo redondos de acero corrugado $\varnothing 6$ y para la armadura longitudinal $\varnothing 8$. Los cercos se iban a realizar a partir de tramos enderezados provenientes de rollo de acero corrugado, que se cortarían y doblarían. La armadura longitudinal se pediría con su geometría definitiva. El tipo de acero empleado en toda la armadura es B 500 SD, que es el más utilizado en la Comunitat Valenciana y el que permite un mejor comportamiento estructural.

3.3. Geometría definitiva

En este apartado se va a describir la geometría finalmente escogida para el elemento estructural objeto del trabajo. Posteriormente, en el apartado de *Cálculo estructural* se determinará el armado necesario para que la pieza cumpla los estados límite considerados. Se van a ir explicando las diferentes partes que constituyen la estructura, comentando los motivos que han propiciado la adopción de dichas formas.

La estructura que se ha diseñado es un arco triarticulado de hormigón armado con una luz de dos metros entre ejes de apoyos, canto variable entre diez y veinte centímetros, una altura de la clave sobre los arranques de 59 cm y 70 cm de altura total. La definición geométrica de la estructura se presenta en el *Plano 1.0*. En la *Figura 3.5* se incluyen las dimensiones principales en centímetros. El ancho del elemento es de 20 cm.

En primer lugar, se van a explicar los hechos que motivan la consideración de los macizos ortoédricos de hormigón en los apoyos. El motivo fundamental es conseguir una superficie plana y horizontal para poder apoyar el espécimen sobre el pórtico de carga así como poder disponer los elementos de anclaje del tirante entre apoyos que ha de absorber las reacciones horizontales. El canto de doce centímetros viene condicionado por las arandelas empleadas en el ensayo, tal como se explica en el *Capítulo 6*. Observando el aspecto de estos macizos es fácil encontrar la analogía con los elementos de cimentación de un arco, que serían en las situaciones habituales encepados de un pilotaje más o menos importante, según las cargas transmitidas al terreno. La dimensión mayor de estos elementos, de 26 cm, se decidió para garantizar la estabilidad sobre los apoyos y poder fijar placas de reparto cuadradas de 20x20 cm, dejando un margen de tres centímetros por parte.

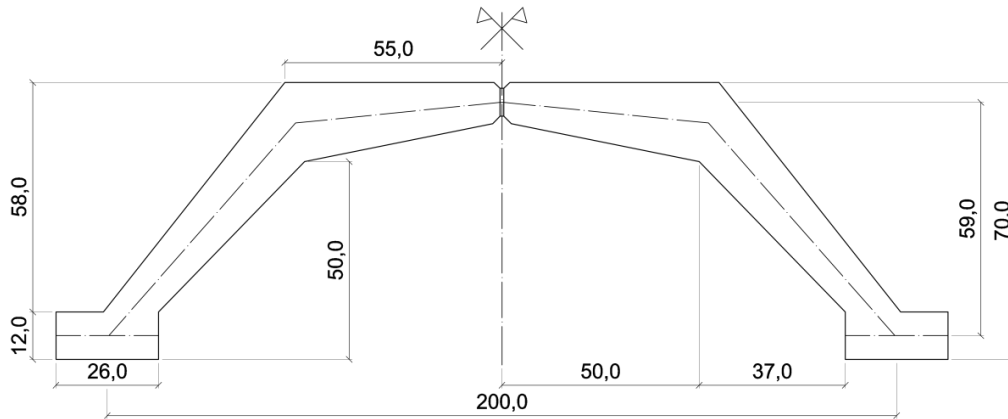


Figura 3.5. Geometría definitiva del arco.

La rótula central, planteada como articulación de hormigón armado, se ha considerado como solución a la desconexión necesaria para conseguir una estructura isostática. Se decide diseñar un arco triarticulado para poder calcular analíticamente -de la forma más exacta posible- las reacciones y esfuerzos, sin depender de las rigideces de las secciones, especialmente tras su fisuración. Con ello se podrá realizar un modelado y análisis más preciso del elemento que, debido a la variación de canto, presenta ya cierta complejidad.

Se ha considerado una articulación tipo Mesnager, en la que se interrumpe prácticamente en su totalidad la estructura, asegurando la continuidad mediante armaduras pasantes, en este caso dispuestas en cruz -con el ángulo adecuado- para absorber por mecanismo de axiles en las barras el conjunto de los esfuerzos normales y transversales en la sección. En la *Figura 3.6* se presentan dos rótulas tipo Mesnager.

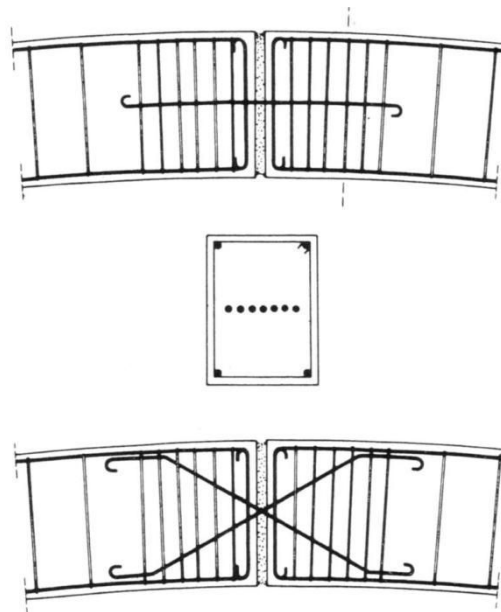


Figura 3.6. Articulaciones tipo Mesnager. [2]

Este tipo de articulaciones, empleadas por primera vez en 1910, se realizaban inicialmente rellenando con mortero la ranura central -sin considerarlo a efectos resistentes- para proteger la

armadura. Pero la elevada resistencia del mortero de la garganta impedía o dificultaba el correcto funcionamiento de la articulación, lo que condujo a la conocida rótula de Freyssinet. En esta estructura se ha optado por la solución de Mesnager al no ser la durabilidad un factor importante en el diseño por ser la vida real de la probeta extremadamente corta.

En la actualidad las articulaciones de hormigón armado han quedado relegadas a un segundo plano debido a la aparición de nuevos sistemas basados en el empleo de aparatos elastoméricos. No obstante, la solución de hormigón con inyección de la junta con los productos actuales -en el caso de la articulación Mesnager- resulta una alternativa viable que debe ser tenida en consideración.

En la fase inicial del diseño se decidió emplear la tipología mencionada para evitar el empleo de otras soluciones a base de mecanizados de acero que resultarían menos económicas y con un menor valor didáctico. Entre las dos opciones en hormigón comentadas se decidió emplear la de Mesnager por no resultar la articulación de Freyssinet -sin o con poca armadura pasante- adecuada para los esfuerzos que debía resistir el elemento con las dimensiones necesarias para adecuarla al diseño.

La sección necesaria de las armaduras pasantes, en este tipo de articulaciones, se calcula considerando que deben resistir solas todos los esfuerzos en la sección. Para poder garantizar su funcionamiento como articulación -no transmitiendo momentos flectores- debe escogerse un diámetro reducido de las barras, cuyo máximo suele establecerse en 20 mm [13]. El cálculo del armado de esta parte de la estructura se incluye en el *Apartado 4.7.5*.

La geometría finalmente adoptada para la rótula puede observarse en el *Plano 1.0*. Se ha considerado una abertura de un centímetro entre los bordes y un biselado a 45° de las aristas para permitir un mayor giro relativo entre las dos partes de la estructura en la última fase del ensayo -tras superar la carga máxima-. La junta se rellena con poliestireno expandido por motivos estéticos, pues como se ha comentado no es necesario asegurar la durabilidad de la estructura por un largo periodo de tiempo.

Capítulo 4

CÁLCULO ESTRUCTURAL

Lisbel Rueda García
Álvaro Ciurana Tatay

En este capítulo se explica el proceso seguido para llevar a cabo el cálculo de la estructura. Se realiza en primer lugar una descripción del elemento desde el punto de vista estructural. Posteriormente, se indica la normativa empleada para el cálculo, así como las herramientas informáticas utilizadas. Tras ello, se señalan el ambiente y recubrimiento de la armadura escogidos, los métodos y el modelo de cálculo utilizados, se describe el procedimiento llevado a cabo para verificar el cumplimiento de los estados límite últimos y finalmente, de los estados límite de servicio.

El *Capítulo 4* describe los cálculos realizados en el *Anejo A: Datos y resultados del cálculo estructural*. Sólo es necesario acudir a este anejo si se quiere seguir a nivel numérico y en detalle el proceso explicado en el presente capítulo.

4.1. Descripción de la estructura

El elemento diseñado es un arco rígido triarticulado. Desde el punto de vista estructural es fundamental destacar que la estructura es isostática. Como ya se ha indicado en el *Capítulo 3: Diseño geométrico del elemento*, la pieza diseñada cuenta con una rótula o desconexión en el centro del dintel. Esto facilita el cálculo permitiendo hallar de manera rápida y sencilla las reacciones en los apoyos y en la rótula.

Otro aspecto a destacar para el cálculo estructural es la magnitud de la carga de diseño y el punto de aplicación de la misma. Como ya se ha indicado en el *Apartado 3.1. Condicionantes del diseño* existen una serie de limitaciones dadas por el pórtico de ensayo. Una de ellas es la magnitud de la carga. Debido a esto y al predimensionamiento se concluye que la carga de diseño sea de 100 kN. Al inicio del cálculo se establecen una serie de parámetros básicos, siendo éste el primero de ellos junto con la geometría del modelo de cálculo [A.1]. La geometría utilizada es la definida en el *Apartado 3.3*. El punto de aplicación de la carga queda a cinco centímetros del extremo superior izquierdo del dintel.

4.2. Normativa y documentación empleada

Para la el diseño del armado se emplean las normas y recomendaciones enumeradas a continuación. Al ser la estructura objeto del trabajo un modelo reducido ensayado en laboratorio no resulta de aplicación el empleo de normativas de acciones para estructuras reales. La carga de diseño se ha escogido teniendo en cuenta los condicionantes expuestos en el *Apartado 3.1* de la Memoria.

- De carácter oficial.
 - COMITÉ EUROPEO DE NORMALIZACIÓN (2013). *Eurocódigo 2. Proyecto de estructuras de hormigón. Parte 1-1. Reglas generales y reglas para edificación (UNE-EN-1992-1-1)*. [9]
 - MINISTERIO DE FOMENTO (2011). *Instrucción de hormigón estructural (EHE-08)*. [19]
- Otra documentación.
 - GARCÍA MESEGUER, A. et al. (1993). *Jiménez Montoya. Hormigón Armado*. [13]
 - ACHE. *Principios generales para el proyecto de detalles de armado*. [1]
 - MIGUEL SOSA, P. F. et al (2009). *Proyecto de estructuras de hormigón mediante el método de las bielas y tirantes*. [17]

4.3. Programas informáticos utilizados

Las herramientas informáticas utilizadas para desarrollar el cálculo estructural son las que se enumeran a continuación:

- *Wolfram Mathematica 8*, desarrollado por Wolfram. Con este programa se ha llevado a cabo el cálculo de las reacciones y de las leyes de esfuerzos de la estructura para la carga nominal de diseño, se han hallado los esfuerzos en las secciones de continuidad y se han realizado los cálculos de verificación de los estados límite últimos y de servicio en dichas secciones.

- *AutoCAD 2014*, creado por Autodesk. En lo referente al cálculo, este programa ha servido de apoyo a la comprobación de las regiones de discontinuidad principalmente.

4.4. Bases para el diseño del armado

Con carácter general se han aplicado los principios generales de proyecto expuestos en el *Eurocódigo 2 [9]*. Se han seguido las indicaciones respecto a durabilidad y detalles constructivos de dicha Norma, empleándose en los casos de ausencia de prescripción o por ser más restrictiva en ciertos aspectos, la *EHE-08 [19]*.

En concreto, se considerarán las situaciones persistentes, correspondientes a las condiciones de uso normales de la estructura durante su vida útil. En cuanto a los estados límite que se verificarán en este anejo se incluyen:

- Los estados límite últimos de equilibrio (ELU EQU) que se verificarán de forma general e indirecta a partir de un correcto dimensionamiento y disposición de coacciones en apoyos.
- ELU de rotura (STR), por agotamiento resistente. Se determinará comprobando la resistencia de las diferentes secciones del elemento y dimensionando adecuadamente el armado.
- Los estados límite geotécnicos, tanto últimos como de servicio, no son verificados por no estar la estructura diseñada cimentada en el terreno.
- Los estados límite de servicio que se consideran son: el de fisuración, y los de limitación de tensiones, tanto en el acero como en el hormigón.

Los valores de cálculo de la resistencia última se obtendrán considerando igual a la unidad los coeficientes de seguridad de los materiales con el fin de adecuar al máximo el diseño a la carga nominal de rotura considerada. Por lo tanto, no se emplearán los coeficientes prescritos por las normas de referencia indicadas en el *Apartado 4.2*.

4.5. Durabilidad y recubrimiento de la armadura

En el *Eurocódigo 0 [10]* se establece que en las estructuras de puentes y otras estructuras de ingeniería civil se debe considerar una vida útil de 100 años. Aunque el modelo reducido de estructura se asocie a un arco de puente, no resultaría adecuado considerar esta indicación para el diseño. No tiene sentido hablar de vida útil para una probeta de laboratorio de hormigón que se va a someter a ensayo hasta la rotura justo al alcanzar su resistencia de proyecto a los 28 días. Además no es necesario tener en cuenta a efectos prácticos la durabilidad de la estructura.

En caso de que se proyectase una estructura real - siendo necesario llevar a cabo un diseño que considerase la durabilidad- debería escogerse una clase de exposición relacionada con las condiciones ambientales conforme al *Art. 4.2 Eurocódigo 2 [9]*. Si se tratase de un arco real para un puente ubicado en la ciudad de Valencia, por estar cerca de la costa debería considerarse la clase XS1. Sin embargo, por el mismo motivo comentado anteriormente, no es necesario -ni adecuado para no incurrir en el cálculo de recubrimientos excesivos- considerar dicha clase de exposición. En su lugar, y para el cálculo del recubrimiento de la armadura, se tomará como clase de exposición la XC3,

válida para el caso de hormigones en el interior de edificios con humedad ambiental moderada o alta y para hormigón en el exterior protegido de la lluvia.

La resistencia característica mínima indicativa para la clase de exposición XC3, es de 25 MPa, según puede verse en el *Anejo E del Anejo Nacional al Eurocódigo 2 [9]*.

Para la determinación del recubrimiento a las armaduras más externas en el *Art. 4.4. EC-2 [9]* establece el siguiente criterio:

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev}$$

$$\text{Donde: } c_{min} = \text{máx} \{ 10 \text{ mm} ; c_{min,b} ; c_{min,dur} + \Delta c_{dur,\gamma} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add} \}$$

En primer lugar, mediante la *Tabla 4.3.N* se determina la clase estructural, que en este caso es S2. En segundo lugar, en la *Tabla 4.2* se lee el valor de $c_{min,b}$ (recubrimiento mínimo por adherencia), que es igual al diámetro de la armadura (8 mm). En tercer lugar, mediante la *Tabla 4.4.N* se halla el valor de $c_{min,dur}$ (recubrimiento mínimo por durabilidad de la armadura pasiva), que es igual a 10 mm. Además, todos los incrementos de recubrimiento respecto a $c_{min,dur}$ son iguales a cero.

Con todo esto, y sabiendo que Δc_{dev} es igual a 5 mm, debido a que se ejecuta *in situ* con un control de ejecución intenso, queda determinado el recubrimiento nominal:

$$c_{nom} = 10 + 5 = 15 \text{ mm}$$

El recubrimiento nominal necesario coincide con el que se puede obtener con los separadores existentes en el laboratorio, luego se tomará este valor para el diseño de la armadura.

4.6. Modelización para el cálculo

4.6.1. Métodos de cálculo

La determinación de los efectos de las acciones sobre la estructura, es decir, de los esfuerzos que la solicitan, se lleva a cabo considerando un comportamiento elástico y lineal del material, no así para el cálculo seccional, donde en rotura es necesario considerar la plastificación de los materiales constituyentes. En cualquier caso, al ser una estructura isostática, la determinación de esfuerzos no varía.

El *Eurocódigo 2 [9]* permite emplear el cálculo lineal de primer orden de elementos basado en la teoría de la elasticidad tanto para los estados límite último como de servicio. En *Art. 5.4* indica que, para la determinación de esfuerzos, deben suponerse: secciones transversales no fisuradas, relaciones tensión-deformación lineales y un valor medio del módulo de elasticidad. Sin embargo, como ya se ha comentado, estas suposiciones sólo resultarían necesarias en una estructura hiperestática, donde es necesario considerar las rigideces de los elementos.

Los efectos de segundo orden no se consideran en el cálculo por no afectar a la estabilidad general de la estructura de manera significativa ni al cumplimiento de los estados límite últimos en las secciones críticas. De acuerdo con el *Art. 5.8* no es necesario considerar los efectos de segundo orden por ser inferiores al diez por cien de los correspondientes a efectos de primer orden.

Las posibles imperfecciones geométricas no se van a tener en cuenta en el cálculo por no tratarse de un proyecto de construcción de una estructura real sino del diseño de un modelo reducido que se va a ensayar y del que se quiere estimar de forma analítica lo máximo posible el comportamiento estructural. Para evitar desviaciones respecto a la geometría teórica la estructura debe ser ejecutada con un control exhaustivo.

4.6.2. Modelo de cálculo

Tanto el elemento diseñado en un principio como su adaptación al pórtico de ensayo son isostáticos interna y externamente. En la *Figura 4.1.a* se muestra el esquema estructural del elemento que se diseña inicialmente y en la *Figura 4.1.b* el correspondiente a la estructura una vez adaptada al pórtico de ensayo. En el primer caso los dos apoyos son articulados, transformándose la estructura en isostática al introducirse la desconexión. En el segundo caso los apoyos permiten el desplazamiento horizontal además del giro, lo que convertiría la estructura en un mecanismo con dos grados de libertad. Sin embargo, al introducirse una barra biarticulada entre apoyos y considerar que en el punto de aplicación de la carga el movimiento está impedido horizontalmente, el elemento vuelve a ser isostático.

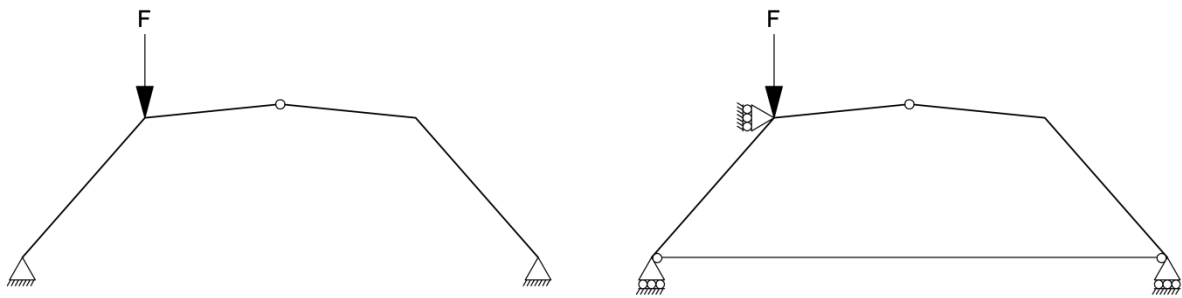


Figura 4.1. a) Esquema estructural del elemento original; b) Esquema estructural del elemento diseñado para el ensayo.

El análisis estructural se ha realizado manualmente pues al ser la estructura isostática resulta sencilla de calcular.

Con todo lo indicado anteriormente, se concluye que el modelo de cálculo para la determinación de esfuerzos y reacciones es un modelo sencillo que considera únicamente la directriz de la barra. En lo que respecta al cálculo seccional se emplean las dimensiones nominales que se especifican en los planos y se resumen en la *Figura 3.5*.

4.7. Estados límite últimos (ELU)

En este apartado se describen los cálculos realizados para verificar el cumplimiento de los estados límite últimos de flexión y cortante, que son los únicos que resulta necesario comprobar para esta estructura. En primer lugar se detalla el proceso seguido para determinar el sistema de fuerzas puntuales equivalente en las secciones de continuidad a partir de los esfuerzos previamente calculados, lo cual resulta necesario para el cálculo del armado de las regiones B y para establecer las

fuerzas actuantes sobre las regiones de discontinuidad. Posteriormente se indica el procedimiento de cálculo de la armadura longitudinal así como de la transversal. Finalmente se lleva a cabo el diseño de las regiones D.

4.7.1. Sistema de fuerzas puntuales equivalente

Tras calcularse las reacciones, se obtienen las leyes de esfuerzos sobre la estructura para la carga de diseño. Se representan las leyes de axiles, cortantes y flectores en la *Figura 4.2*. En ellas los valores se indican sin signo, representándose el sentido de los esfuerzos mediante el símbolo comúnmente empleado.

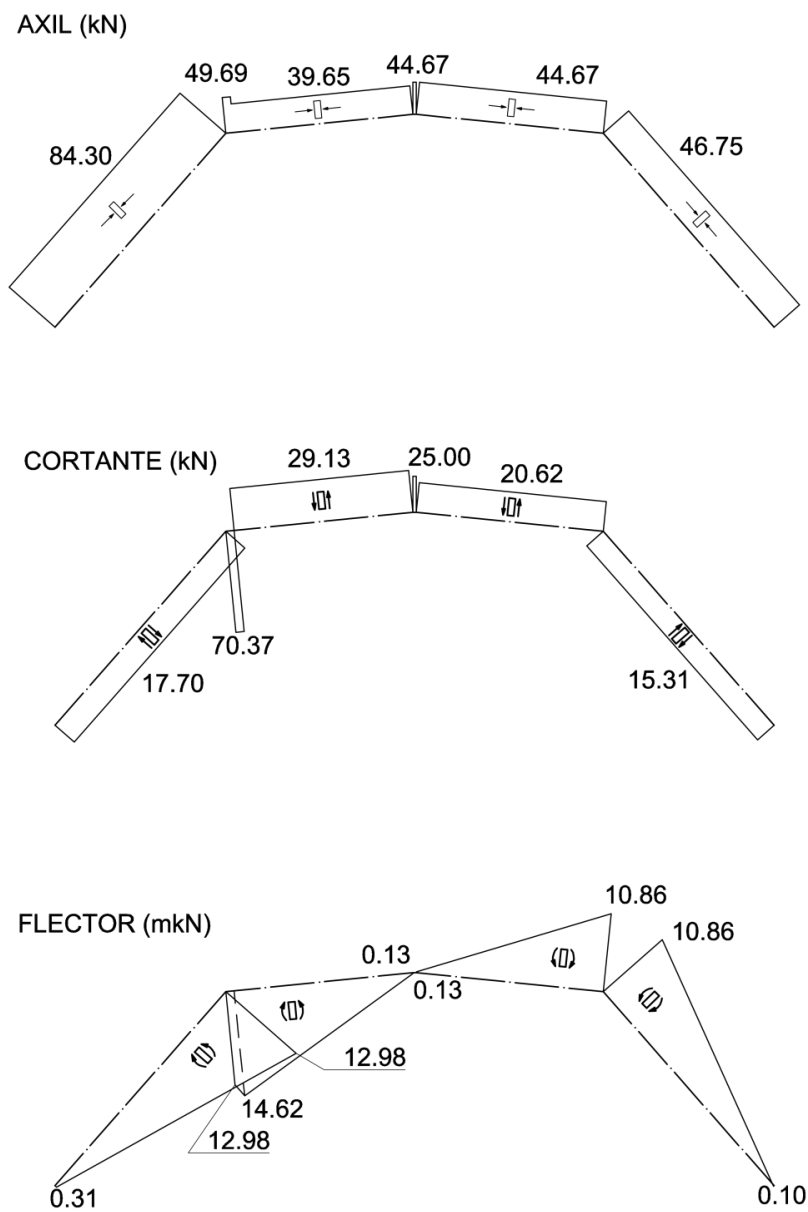


Figura 4.2. Leyes de esfuerzos para la verificación de los ELU.

Para la obtención de los esfuerzos se despreció el peso propio que, en total, representa sólo el 2 % de la carga aplicada. Por otra parte, al tratarse de una carga distribuida el error que se comete sobre los valores de los esfuerzos es inferior en promedio al 1 %.

Posteriormente, se calculan los esfuerzos en las secciones de continuidad (resumidos en la *Tabla 4.1*) y se procede a la descomposición de los mismos en su sistema de fuerzas puntuales equivalente, que no sólo servirá para el diseño de las regiones D sino también para el cálculo de la armadura necesaria en las secciones de continuidad. Este cálculo se lleva a cabo sección por sección. Como se ha podido observar, al ser el canto de la estructura variable, los bordes presentan cierta inclinación en lugar de ser normales a la sección transversal.

Sección	J	K	L	M	N	O	P	Q
N_{Ed} (kN)	84,30	84,30	42,37	42,37	42,37	42,37	46,75	46,75
V_{Ed} (kN)	-17,70	-17,70	25,00	25,00	25,00	25,00	-15,31	-15,31
M_{Ed} (mkN)	4,52	9,06	7,59	3,05	-2,20	-6,24	-7,47	-3,54

Tabla 4.1. Esfuerzos en las secciones de continuidad para ELU.

La posición de las secciones en las que se realizan los cálculos se representan en la *Figura 4.3*. Las coordenadas de sus centros de gravedad (donde están determinados los esfuerzos) se incluyen en el *Anejo A*.

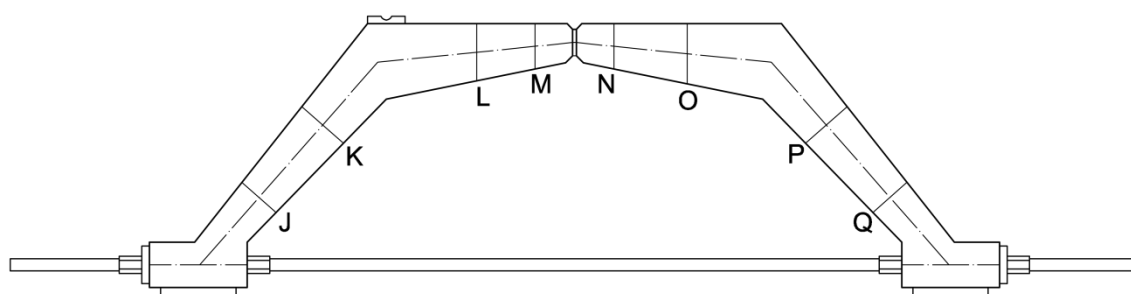


Figura 4.3. Ubicación de las secciones de continuidad.

Al ser los cordones inclinados, no resulta posible desacoplar totalmente el cálculo último a flexión y a cortante, pues resulta necesario considerar el efecto Résal (modelo de cordones no paralelos), que no aparece cuando los cordones son paralelos. Se conoce como efecto Résal a la influencia sobre la resistencia a cortante producida por las componentes tangenciales de las fuerzas de compresión y tracción debidas a la flexión. El *Art. 6.2.1 (2) Eurocódigo 2 [9]* incluye este efecto en el cálculo del cortante último de un elemento que cumpla estas características.

En la *Figura 4.4* se muestra la equivalencia entre los esfuerzos actuantes sobre la sección y la descomposición en los estados empleados para el cálculo a flexión (1) y a cortante (2). Además del axil N_{Ed} y momento flector M_{Ed} , para determinar las fuerzas en la armadura T_f y en el cordón comprimido C_f debidas al estado 1 se debe considerar un esfuerzo tangencial cuyo valor es igual a la diferencia entre el cortante de cálculo V_{Ed} y el cortante reducido de cálculo V_{rd} . Por otra parte, se calculan los incrementos sobre dichas fuerzas con el cortante reducido de cálculo en el estado 2, además de la fuerza en la biela inclinada de hormigón F_c .

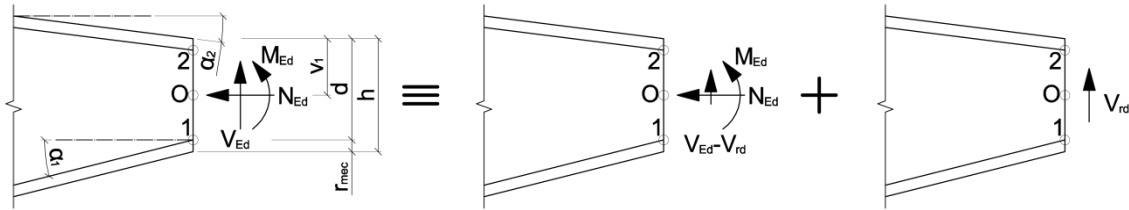


Figura 4.4. División de los esfuerzos que solicitan la sección para el cálculo separado de flexión y corte.

4.7.1.1. Flexión

En primer lugar se procede al cálculo de flexión, para el que se toma la hipótesis de Bernoulli-Navier (las secciones transversales se mantienen aproximadamente planas antes y después de aplicar la carga). De acuerdo con el Art. 6.1 Eurocódigo 2 [9], este procedimiento sólo resulta de aplicación en regiones sin distorsión (regiones B) de elementos lineales. Además, se deben considerar otras hipótesis:

- La deformación de la armadura pasiva es la misma que la del hormigón circundante.
- Se desprecia la resistencia del hormigón a tracción.
- Las tensiones de compresión en el hormigón se obtienen a partir de la relación de cálculo tensión-deformación -expuesta a continuación- propuestas en el Art. 3.1.7 de la misma norma.
- Para el cálculo de las tensiones en la armadura pasiva se emplea una de las curvas de comportamiento presentadas en la Figura 3.8 Eurocódigo 2 [9].

Para el hormigón se emplea el diagrama rectangular de tensión que se presenta en la Figura 4.5, siendo la resistencia de éste a compresión f_c de 40 MPa e igual a f_{cd} al ser el coeficiente de seguridad γ_c considerado igual a la unidad. La deformación última del material empleada en el cálculo $\epsilon_{cu,f}$ es del 3,5 ‰, conforme a la Tabla 3.1 EC-2 [9]. El coeficiente λ debe tomarse igual a 0,8 para hormigones de resistencia característica inferior a 50 MPa y el coeficiente η igual a la unidad.

Para el acero se emplea un diagrama bilineal con rama plástica horizontal sin comprobación del límite de alargamiento, considerando un límite elástico de cálculo f_{yd} de 500 MPa ($\gamma_s=1$) y un módulo de elasticidad E_s de 200 GPa.

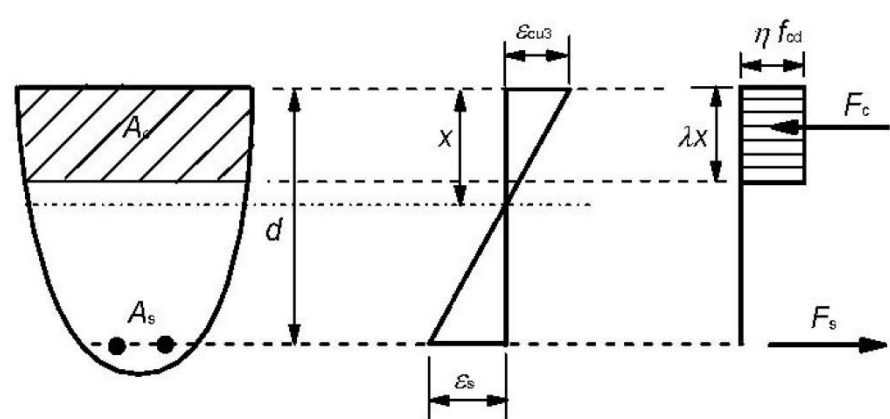


Figura 4.5. Diagrama rectangular de la tensión en el hormigón. [9]

Se va a realizar un diseño de la armadura longitudinal buscando minimizar las cuantías a disponer, que serán las estrictamente necesarias por cálculo considerando además los mínimos, tanto en tracción como en compresión, establecidos por la norma.

En la *Figura 4.6* se presenta la equivalencia entre los esfuerzos considerados para el cálculo en flexión y las fuerzas puntuales equivalentes necesarias para el dimensionamiento de la armadura debido a este estado. A continuación se detalla la formulación empleada para el cálculo de los diferentes valores en cada una de las secciones.

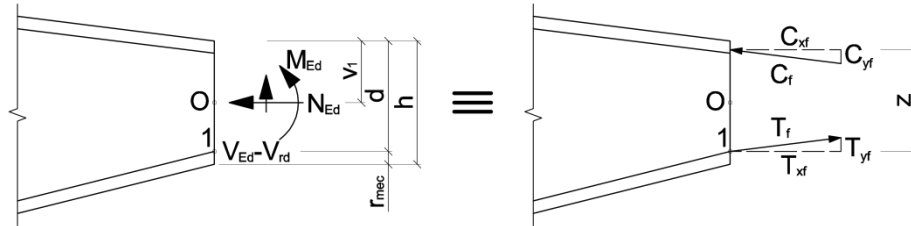


Figura 4.6. Sistema de fuerzas puntuales equivalente correspondiente a la flexión.

En primer lugar, se calcula la profundidad límite de la fibra neutra x_{lim} para poder acotar la zona de dimensionamiento.

$$x_{lim} = \frac{d}{1 + \frac{\varepsilon_{yd}}{\varepsilon_{cu,f}}} = \frac{h - r_{mec}}{1 + \frac{f_{yd}/E_s}{\varepsilon_{cu,f}}}$$

Donde:

d Canto útil de la sección.

h Canto de la sección.

r_{mec} Recubrimiento mecánico de la armadura traccionada.

ε_{yd} Deformación unitaria de cálculo de plastificación del acero.

A continuación, se halla el momento de cálculo de los esfuerzos en el punto 1 M_{1d} y se compara con el momento interno de la sección exclusivamente de hormigón debido a su tensión de compresión para una profundidad de la fibra neutra igual a x_{lim} en el mismo punto M_{1c} .

$$M_{1d} = M_{Ed} + N_{Ed} \cdot (d - v_1)$$

$$M_{1c}(x) = f_{cd} \cdot \lambda \cdot b \cdot x \cdot \left(d - \frac{\lambda \cdot x}{2} \right)$$

Donde:

v_1 Distancia entre el centro de referencia de esfuerzos hasta el borde comprimido de la sección.

b Ancho de la sección.

x Profundidad de la fibra neutra.

Si $M_{1c}(x_{lim})$ es mayor o igual que M_{1d} , para un dimensionamiento óptimo, sólo es necesaria armadura en la cara de tracción. Esto se da en todas las secciones calculadas, lo cual es favorable

para conseguir el propósito de obtener una rotura dúctil. La profundidad de la fibra neutra se halla despejando x de la siguiente ecuación:

$$M_{1d} = M_{1c}(x)$$

Con la x calculada pueden obtenerse los parámetros mostrados en la *Figura 4.6* y el brazo mecánico en rotura z :

$$z = d - \frac{\lambda \cdot x}{2}$$

$$C_{xf} = f_{cd} \cdot \lambda \cdot b \cdot x$$

$$C_{yf} = C_{xf} \cdot \tan \alpha_2$$

$$T_{xf} = C_{xf} - N_{Ed}$$

$$T_{yf} = T_{xf} \cdot \tan \alpha_1$$

Donde:

C_{xf} Componente de la fuerza en el cordón comprimido normal a la sección.

C_{yf} Componente de la fuerza en el cordón comprimido paralela a la sección.

T_{xf} Componente de la fuerza en la armadura traccionada normal a la sección.

T_{yf} Componente de la fuerza en la armadura traccionada paralela a la sección.

α_1 Inclinación de la armadura de tracción respecto a un eje normal a la sección.

α_2 Inclinación del cordón comprimido respecto a un eje normal a la sección.

La armadura longitudinal se hallará como suma de la necesaria por solicitaciones normales y la interacción flexión-cortante (*Apartado 4.7.1.2*). La cuantía a disponer se determinará en el *Apartado 4.7.2*.

Los resultados del cálculo correspondientes a este apartado se presentan en la *Tabla 4.2*.

Sección	J	K	L	M	N	O	P	Q
N_{Ed} (kN)	84,30	84,30	42,37	42,37	42,37	42,37	46,75	46,75
M_{Ed} (mkn)	4,52	9,06	7,59	3,05	-2,20	-6,24	-7,47	-3,54
x_{lim} (m)	0,0560	0,0711	0,0735	0,0552	0,0555	0,0785	0,0711	0,0560
x (m)	0,0129	0,0179	0,0126	0,0077	0,0062	0,0102	0,0130	0,0088
z (m)	0,0908	0,1148	0,1210	0,0916	0,0927	0,1305	0,1168	0,0925
C_{xf} (kN)	82,74	114,49	80,37	49,32	39,74	65,60	83,36	56,26
C_{yf} (kN)	4,20	5,82	0,00	0,00	8,03	13,25	4,24	2,86
T_{xf} (kN)	-1,57	30,18	38,00	6,95	-2,63	23,22	36,60	9,50
T_{yf} (kN)	-0,08	1,53	7,68	1,40	0,00	0,00	1,86	0,48

Nota: el signo negativo en las tracciones de las secciones J y N indican que con el cálculo a flexión únicamente no es necesaria tracción en la armadura para equilibrar los esfuerzos solicitantes. Realmente la armadura sí está en tracción si se considera el incremento por cortante (se verá posteriormente).

Tabla 4.2. Resultados del cálculo de flexión en las secciones de continuidad.

4.7.1.2. Cortante

Como ya se ha indicado, en este estado de cálculo se considera únicamente el cortante reducido de cálculo, que puede obtenerse sumando vectorialmente al cortante de cálculo las componentes T_{yf} y C_{yf} obtenidas anteriormente. En todas las secciones consideradas en el análisis de esta estructura coincide que, al resultar favorable el efecto Résal, se restan los valores absolutos de dichas componentes al del cortante de cálculo.

Para determinar las fuerzas puntuales mostradas en la *Figura 4.7* debe resolverse el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} V_{rd} = F_{cy} + \Delta T_y - \Delta C_y \\ \Delta T_x + \Delta C_x = F_{cy} / \tan \theta \\ \Delta T_y = \Delta T_x \cdot \tan \alpha_1 \\ \Delta C_y = \Delta C_x \cdot \tan \alpha_2 \\ \Delta T_x = \Delta C_x \end{cases}$$

Donde:

F_{cy} Componente de la compresión en la biela inclinada de hormigón paralela a la sección.

ΔT_y Componente del incremento de tracción en la armadura paralela a la sección.

ΔC_y Componente del incremento de la fuerza en el cordón comprimido paralela a la sección.

ΔT_x Componente del incremento de tracción en la armadura normal a la sección.

ΔC_x Componente del incremento de la fuerza en el cordón comprimido normal a la sección.

θ Ángulo que forma la biela inclinada de hormigón con el eje perpendicular al esfuerzo cortante. Para los cálculos se toma igual a 45° .

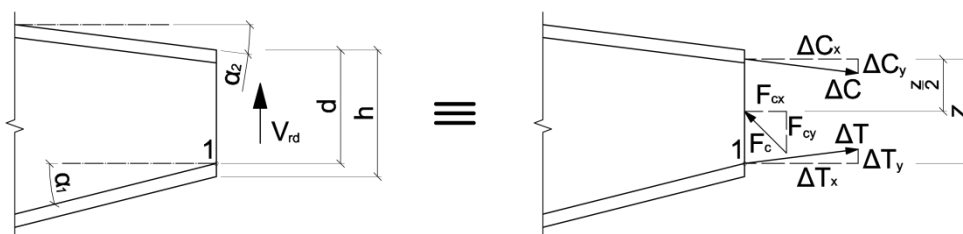


Figura 4.7. Sistema de fuerzas puntuales equivalente correspondiente al cortante.

Sección	J	K	L	M	N	O	P	Q
F_{cy} (kN)	13,58	10,35	15,73	21,43	18,88	13,07	9,22	11,97
ΔC_x (kN)	6,79	5,18	7,87	10,72	9,44	6,53	4,61	5,99
ΔC_y (kN)	0,35	0,26	0	0	1,91	1,32	0,23	0,30
ΔT_x (kN)	6,79	5,18	7,87	10,72	9,44	6,53	4,61	5,99
ΔT_y (kN)	0,35	0,26	1,59	2,16	0	0	0,23	0,30

Tabla 4.3. Resultados del cálculo de cortante en las secciones de continuidad.

4.7.1.3. Combinación flexión-cortante

Sumando las fuerzas obtenidas en los estados de carga de flexión y cortante por separado se obtienen las fuerzas puntuales totales que se emplean para el dimensionamiento de la armadura y para el diseño de las regiones D.

La fuerza C en el cordón comprimido puede obtenerse a partir de su componente normal a la sección C_x que resulta de restar ΔC_x a C_{xf} . La componente de esta compresión paralela a la sección es lo que el *Eurocódigo 2 [9]* denomina V_{ccd} .

En cuanto a la tracción total T en el cordón traccionado se procede del mismo modo, pero en lugar de restar se suma el incremento de tracción. En este caso, la componente de T paralela a la sección es V_{td} .

Sección	J	K	L	M	N	O	P	Q
C_{total} (kN)	76,04	109,45	72,50	38,61	30,91	60,25	78,85	50,34
T_{total} (kN)	5,23	35,41	46,79	18,02	6,81	29,76	41,26	15,51
F_c (kN)	19,20	14,64	22,25	30,31	26,70	18,48	13,03	16,93
V_{td} (kN)	0,27	1,80	9,27	3,57	0	0	2,09	0,79
V_{ccd} (kN)	3,86	5,55	0	0	6,12	11,93	4,00	2,55

Tabla 4.4. Esfuerzos puntuales equivalentes en las secciones de continuidad.

4.7.2. Determinación de la armadura longitudinal

Llegados a este punto, ya es posible a partir de la tracción total calculada en el cordón traccionado obtener la cuantía de armadura longitudinal a disponer.

Dicha cuantía se compara con la armadura mínima mecánica $A_{s,min}$ definida por el Art. 9.2.1.1 *EC-2 [9]* mediante la siguiente formulación:

$$A_{s,min} = \frac{W}{z} \cdot \frac{f_{ctm,fl}}{f_{yd}}$$

Donde:

W Módulo resistente de la sección bruta de hormigón relativo a la fibra más traccionada.

$f_{ctm,fl}$ Valor medio de la resistencia a flexotracción del hormigón.

z Brazo mecánico de las fuerzas internas.

f_{yd} Límite elástico de cálculo del acero de la armadura *pasiva*.

Como ya se ha indicado anteriormente, no es necesaria por cálculo armadura en la cara comprimida de ninguna de las secciones, por lo que se calcula una cuantía mínima de armadura para esta cara que, al no encontrarse definida en el *EC-2*, se extrae de la *Tabla 42.3.5 EHE-08 [19]*, definida como el 30 % del 2,8 ‰ de la sección total de hormigón (para vigas con acero B 500 SD).

Sección	J	K	L	M	N	O	P	Q
$A_{s,calc}$ (cm ²)	0,1046	0,7081	0,9358	0,3605	0,1361	0,5951	0,8253	0,3102
$A_{s,min,mec}$ (cm ²)	0,5579	0,6397	0,6429	0,5459	0,5394	0,6577	0,6290	0,5479
$A_{s,a\ disponer}$ (cm ²)	0,5579	0,7081	0,9358	0,5459	0,5394	0,6577	0,8253	0,5479
$A_{s,min,comp}$ (cm ²)	0,2033	0,2470	0,2545	0,2019	0,2019	0,2681	0,2470	0,2033

Tabla 4.5. Armaduras necesarias por cálculo, mínimos mecánicos en tracción y mínimos geométricos en compresión en las secciones de continuidad.

4.7.3. Determinación de la armadura transversal

En primer lugar se calcula la resistencia a cortante $V_{Rd,c}$ en la sección con la siguiente fórmula indicada en el Art. 6.2.2 EC-2 [9]:

$$V_{Rd,c} = \left(C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{cd})^{\frac{1}{3}} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right) \cdot b \cdot d \geq (v_{\min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b \cdot d$$

Donde:

$C_{Rd,c}$ Coeficiente de valor $0,18/\gamma_c$, donde $\gamma_c=1$.

$$k \quad 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2$$

ρ_l $\frac{A_{sl}}{b \cdot d}$ siendo A_{sl} el área de armadura longitudinal.

A_{sl} Área de la armadura de tracción.

b Ancho del elemento.

d Canto útil de la sección transversal.

f_{cd} Resistencia de cálculo del hormigón a compresión.

k_1 0,15.

$$\sigma_{cp} \quad \frac{N_{Ed}}{A_c} < 0,2 \cdot f_{cd}$$

N_{Ed} Esfuerzo axial en la sección transversal.

A_c Área de la sección transversal de hormigón.

$$v_{\min} \quad \frac{0,075}{\gamma_c} \cdot k^{3/2} \cdot f_c^{1/2}, \text{ donde } \gamma_c=1.$$

Si se cumple el cortante calculado en la sección es inferior al valor de $V_{Rd,c}$ no se requiere armadura de cortante por cálculo. Este resultado se obtiene en todas las secciones estudiadas.

Por tanto, se calcula la cuantía mínima A_{sw} de armadura transversal según el Art. 9.2.2 EC-2 [9]:

$$\left(\frac{A_{sw}}{s} \right)_{\min} = \rho_{w,\min} \cdot b \cdot \sin \alpha$$

Donde:

s Separación mínima de la armadura de cortante medida a lo largo del eje longitudinal del elemento.

$$\rho_{w,\min} \quad \frac{f_{ctm}}{7,5 \cdot f_{yk}}$$

f_{ctm} Resistencia media a tracción del hormigón.

α Ángulo entre la armadura de cortante y el eje longitudinal, que en este caso es 90° .

Para hallar la separación máxima en dirección longitudinal entre armaduras de cortante es necesario el cálculo del esfuerzo cortante máximo que puede resistir el elemento $V_{Rd,\max}$ para el que se emplea la siguiente formulación (Art. 6.2.3 EC-2 [9]):

$$V_{Rd,m\acute{a}x} = \frac{\alpha_{cw} \cdot b \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta}$$

Donde:

α_{cw} 1.

z Brazo mecánico de las fuerzas internas.

v_1 0,6.

θ 45°. Dentro de los límites establecidos por el EC-2 [9] se toma el valor que maximiza la armadura transversal y genera un menor incremento de la armadura longitudinal.

En caso de que el valor del cortante en la sección V_{Ed} sea inferior a la quinta parte de $V_{Rd,m\acute{a}x}$, la separación máxima $s_{l,m\acute{a}x}$ se calcula como (Art. 9.2.2 EC-2 [9]):

$$s_{l,m\acute{a}x} = \text{mín}(0,75 \cdot d; 0,6)$$

Finalmente, en vista de ese resultado en todas las secciones calculadas se propone una separación $s_{l,m\acute{a}x}$ redondeada por defecto a centímetros. Como el diámetro de la armadura transversal está impuesto (fijado a seis milímetros), con la separación previamente establecida s_l se calcula la cuantía real de armadura transversal que se va a disponer A_{sw}/s y se compara con la cuantía mínima necesaria $(A_{sw}/s)_{mín}$.

Sección	J	K	L	M	N	O	P	Q
V_{Ed} (kN)	17,70	17,70	25,00	25,00	25,00	25,00	15,31	15,31
$V_{Rd,c}$ (kN)	35,78	43,22	39,09	30,42	30,58	41,48	38,55	31,31
$V_{Rd,m\acute{a}x}$ (kN)	217,91	275,55	290,33	219,87	222,52	313,2	280,22	221,89
$s_{l,m\acute{a}x}$ (m)	0,072	0,091	0,094	0,071	0,071	0,101	0,091	0,072

Tabla 4.6. Esfuerzo cortante aplicado, resistente sin armadura transversal, de agotamiento de la biela comprimida de hormigón y separación máxima de los estribos calculados en las secciones de continuidad.

La separación s_l de todos los estribos se fija, para facilitar la construcción, a siete centímetros, que es el valor que cumple todas las limitaciones. Con dicha separación y un diámetro de seis milímetros de la armadura transversal se calcula un A_{sw}/s de 8,078 cm²/m, que es mayor a $(A_{sw}/s)_{mín}=1,871$ cm²/m.

4.7.4. Resultados del cálculo en las secciones de continuidad

En la tabla que se expone a continuación se muestran los resultados obtenidos tras la realización de los cálculos descritos en los apartados anteriores y que únicamente pertenecen al cálculo del armado en las secciones de continuidad de la estructura (extendido a toda la región B entre ellas). Posteriormente, en el *Apartado 4.8*, tras el diseño de las regiones de discontinuidad, se expondrá el armado final del arco. Se incluyen resultados de la armadura traccionada (T), comprimida (C) y de cortante, presentando el área de armadura a disponer para cada una de ellas atendiendo al cálculo y a los mínimos.

En la *Tabla 4.7* se indica para cada sección la armadura necesaria por cálculo, expresada en cm²/m en el caso de tratarse de armadura de cortante o en cm² si se trata de armadura longitudinal de tracción o de compresión.

Sección	Armadura	$A_{s,nec}$ (*)
J	Cortante	1,8714
	T	0,5579
	C	0,2033
K	Cortante	1,8715
	T	0,7081
	C	0,2470
L	Cortante	1,8714
	T	0,9358
	C	0,2545
M	Cortante	1,8714
	T	0,5459
	C	0,2019
N	Cortante	1,8714
	T	0,5394
	C	0,2019
O	Cortante	1,8714
	T	0,6577
	C	0,2681
P	Cortante	1,8714
	T	0,8253
	C	0,2470
Q	Cortante	1,8714
	T	0,5479
	C	0,2033

(*) Expresada en cm^2/m en el caso de tratarse de armadura de cortante o en cm^2 si se trata de armadura longitudinal de tracción o de compresión.

Tabla 4.7. Resultados del cálculo de armadura en las secciones de continuidad para ELU.

4.7.5. Diseño de regiones D

Se explica a continuación la comprobación realizada de las regiones de discontinuidad del elemento. El procedimiento que se sigue es el siguiente: una vez calculados los esfuerzos en las secciones de continuidad, es decir, las secciones que delimitan las regiones de Bernoulli-Navier, comúnmente conocidas como regiones B, y tras haber transformado estos en un sistema equivalente de fuerzas puntuales, se crea un modelo de bielas y tirantes. Mediante las coordenadas exactas de cada uno de los nudos que componen el modelo y las cargas puntuales que actúan sobre la región de discontinuidad, se obtiene el valor de las fuerzas de las barras, ya sean bielas o tirantes. En cuanto a los tirantes de tracción, se calcula la armadura necesaria para resistir dicha fuerza de tracción. Por lo que respecta a las bielas de compresión, se verifica que el ancho de las mismas es suficiente para soportar la compresión que transcurre por ellas. Por último, se realiza una comprobación nodal cuya finalidad es verificar que la tensión que existe en los nudos del modelo no supera la que es capaz de resistir el propio hormigón.

El método de bielas y tirantes se basa en el Teorema del límite inferior de la plasticidad, el cual viene a decir que "cualquier campo de tensiones que sea estáticamente admisible, en el que no

se superen las resistencias de los materiales, equilibrará una carga de menor valor que la capacidad máxima de la región". Esto significa que si el modelo de bielas y tirantes diseñado es correcto estáticamente y en él se cumple que tanto el acero como el hormigón resisten las fuerzas calculadas en el modelo, entonces la carga que está equilibrando dicha región es inferior a la que resiste como máximo la región estudiada. En una región de discontinuidad no se puede indicar la carga exacta de agotamiento pero sí se puede acotar inferiormente. En este caso, el elemento fue diseñado para resistir una carga de 100 kN por lo que realizando la comprobación de las regiones D se afirmará que dichas regiones serán capaces de resistir como mínimo dicha carga.

En el elemento diseñado existen seis regiones D. Éstas vienen dadas, según indica el *Eurocódigo 2 [9]*, por la proximidad a un apoyo, la aplicación de una carga concentrada o la existencia de un cambio de sección transversal. También se ha incluido como región D aquella que se encuentra en las inmediaciones de la rótula por ser ésta una discontinuidad propiamente dicha. La región queda delimitada por un canto a ambos lados del punto donde se encuentra cualquiera de los aspectos indicados. En algunos casos resulta difícil delimitar adecuadamente la extensión de una región D. Por ejemplo, la posición de la sección K se determina trazando una perpendicular a la directriz de la pila que pase por el quiebro de la unión entre pila y dintel, midiendo su longitud y trazando una paralela a ésta a dicha distancia. En el caso de la sección L, el canto que se mide es el correspondiente a la sección vertical situada bajo el límite de la placa de reparto, y se traza una paralela a esta sección situada a una distancia igual a dicho canto. En la *Figura 4.8* se muestran las regiones B y D dentro del conjunto de la estructura. Se ha decidido denominar cada región con el nombre de la sección o secciones que las delimita.

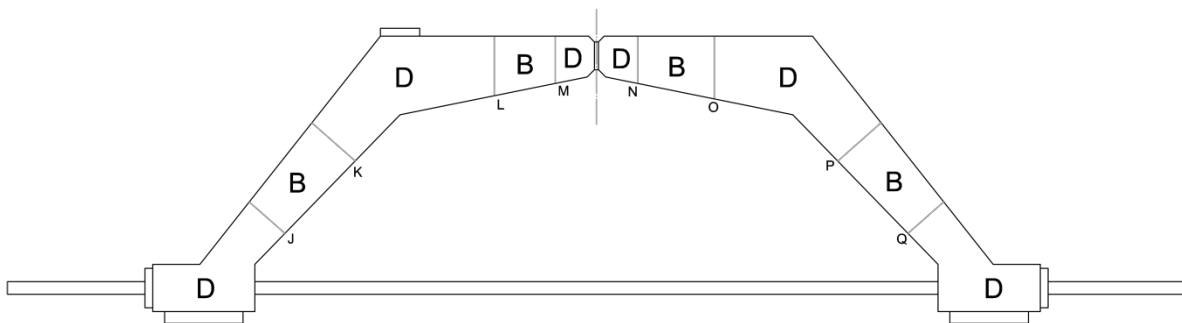


Figura 4.8. Regiones B y D del elemento.

En el *Anejo A* se recogen las tablas de coordenadas y los valores de las fuerzas que actúan sobre cada nudo considerado, así como las fuerzas resultantes en las barras y la armadura necesaria en el caso de tratarse de tirantes.

4.7.5.1. Región J

En la *Figura 4.9.a* se observa la región J con los esfuerzos representados en la sección J, la reacción vertical en el apoyo y la horizontal en la barra del sistema de pretensado DYWIDAG. En la *Figura 4.9.b* se representa el sistema equivalente de fuerzas puntuales.

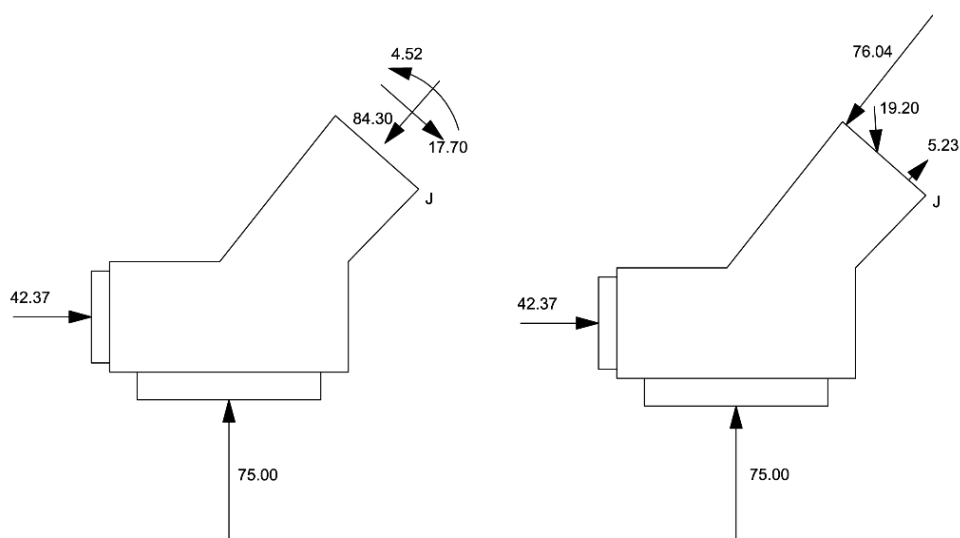


Figura 4.9. a) Esfuerzos en la región J; b) Sistema equivalente de fuerzas puntuales en la región J.

El modelo de bielas y tirantes propuesto de entre las múltiples soluciones posibles es el que se observa en la *Figura 4.10*. Se representan las bielas con una línea roja discontinua y los tirantes con una línea azul continua.

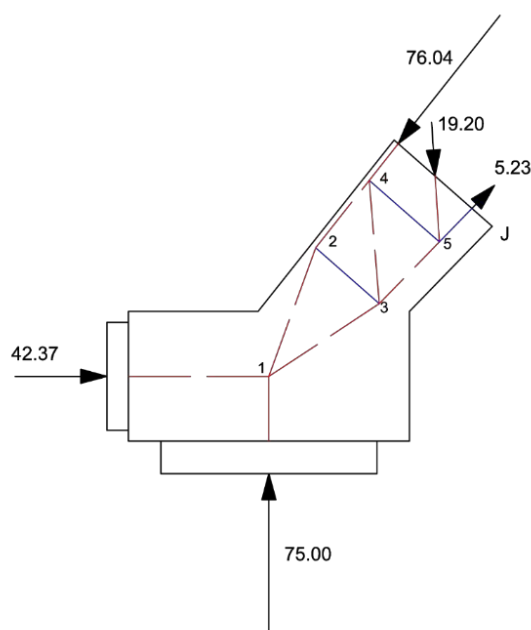


Figura 4.10. Modelo de bielas y tirantes propuesto para la región J.

En la región J no se realiza la comprobación de ninguna biela ya que los anchos de éstas no se encuentran restringidos.

A priori se podría decir que la biela 2-4 sí cuenta con un ancho restringido, coincidente con el de la biela procedente de la fuerza puntual de compresión en la sección J. Sin embargo, se demuestra que no requiere comprobación dado que el valor de dicha fuerza de compresión proviene del cálculo en rotura de la región de continuidad, por lo que será una fuerza que resista el elemento. Cuando la

biela alcanza el nudo 4 ésta se desdobra, siendo inferior la fuerza de compresión de las bielas 2-4 y 3-4. Es por eso que si el hormigón es capaz de resistir la fuerza que aparece en la sección J también resistirá cualquier fuerza de menor valor. Esto se podría demostrar realizando la comprobación numérica, de la cual se obtendría una tensión en el hormigón inferior a los 40 MPa del hormigón utilizado en el diseño. Esta es la explicación de por qué no es necesaria la comprobación de todas las bielas que aparentemente cuentan con un ancho restringido. De ahora en adelante sólo se comprobarán las bielas de compresión que realmente lo requieran.

Por lo que respecta a los nudos de esta región, estos no necesitan comprobación puesto que pertenecen a armadura distribuida, es decir, a la armadura de cortante.

4.7.5.2. Región KL

Se podría decir que la región KL es la más compleja de todas las regiones de discontinuidad. La razón de esto es que sobre ella actúa la carga de 100 kN para la cual ha sido diseñado el elemento. Para resolver esta región ha sido necesario realizar varios modelos de bielas y tirantes tal y como se explica a continuación. La elección del modelo se basa en la analogía con modelos encontrados en la bibliografía existente sobre el método de bielas y tirantes, como por ejemplo el libro *Principios generales para el proyecto de detalles de armado* [1].

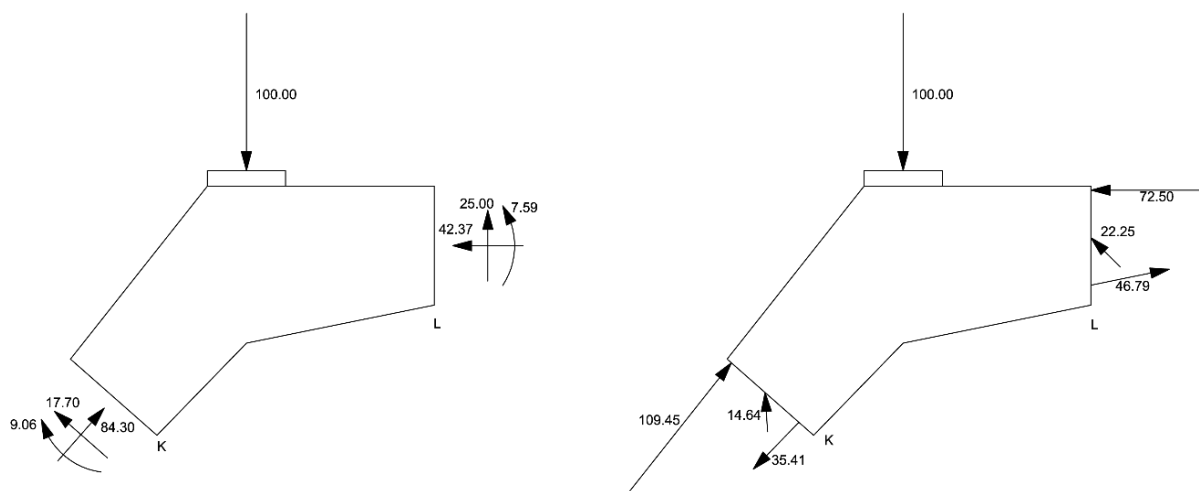


Figura 4.11. a) Esfuerzos en la región KL; b) Sistema equivalente de fuerzas puntuales en la región KL.

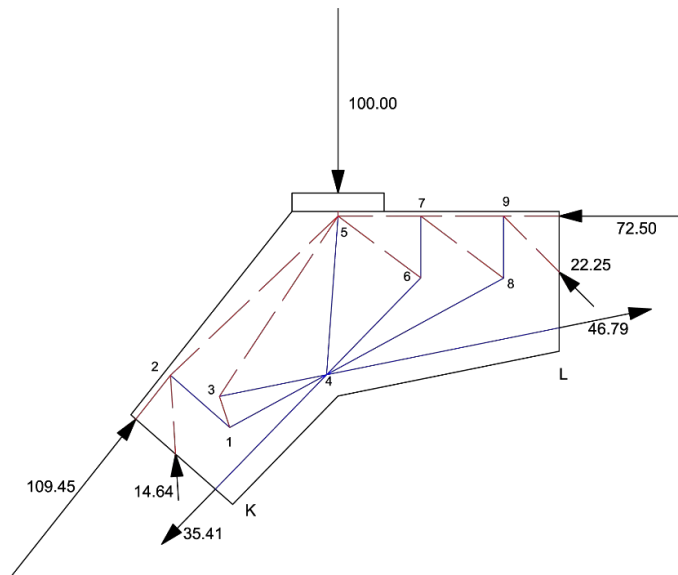


Figura 4.12. Modelo de bielas y tirantes propuesto inicialmente para la región KL.

A continuación se explican las comprobaciones de bielas y nudos realizadas.

Biela 2-5

Conociendo la fuerza de compresión de la biela, se divide ésta por la sección de la misma, obteniéndose así la tensión existente en el hormigón para esa fuerza. Se compara este valor con la resistencia a compresión del hormigón empleado.

$$C = 120,15 \text{ kN}$$

$$\sigma = \frac{C}{b \cdot a} = \frac{120,15}{0,2 \cdot 0,014435} = 41618 \text{ kPa} = 41,6 \text{ MPa} > 40,0 \text{ MPa} \rightarrow \text{NO RESISTE}$$

Con el fin de que resista, se decide aumentar el ancho de la biela en un 4 %. Se trata de un valor orientativo obtenido de la siguiente relación:

$$\frac{\sigma}{f_{cd}} = \frac{41,6}{40} = 1,04$$

Se toma por tanto en la segunda propuesta del modelo de bielas y tirantes de la región KL un valor para el brazo mecánico z de 0,114 m.

Biela 7-9

$$C = 88,24 \text{ kN}$$

$$\sigma = \frac{C}{b \cdot a} = \frac{88,24}{0,2 \cdot 0,010046} = 43916 \text{ kPa} = 43,9 \text{ MPa} > 40,0 \text{ MPa} \rightarrow \text{NO RESISTE}$$

Se aumenta el ancho de la biela en un 10 % atendiendo a la siguiente relación:

$$\frac{\sigma}{f_{cd}} = \frac{43,9}{40} = 1,10$$

De manera que el brazo mecánico z se ve disminuido al valor 0,120 m.

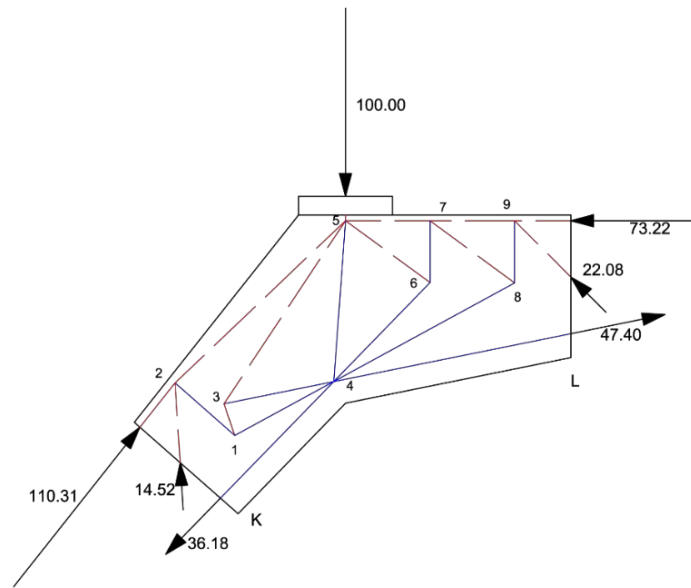


Figura 4.13. Segundo modelo de bielas y tirantes propuesto para la región KL en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones K y L.

Nudo 5

Tras modificar el brazo mecánico en ambas secciones se realiza la comprobación del nudo 5.

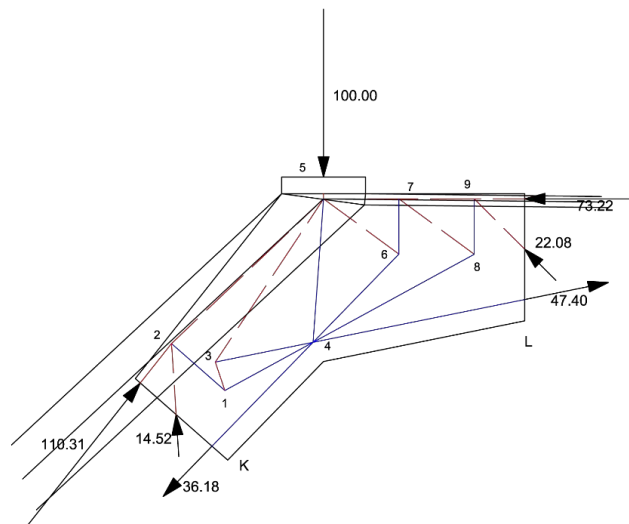


Figura 4.14. Segundo modelo de bielas y tirantes propuesto para la región KL en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones K y L. Representación de los anchos de las bielas y el nudo que forman.

Según estipula el *Eurocódigo 2* [9] en el Art. 6.5.4, en nudos sometidos a compresión y tracción con tirantes anclados dispuestos en una dirección la tensión máxima es:

$$\sigma_{Rd,m\acute{a}x} = k_2 \cdot v' \cdot f_{cd} = 0,7 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{200}\right) \cdot f_{cd}$$

Los valores de k_2 y ν' son los indicados en el *Anejo Nacional EC-2* [9].

El resultado obtenido de la comprobación del nudo es:

$$\sigma_{Rd,m\acute{a}x} = 22,4 \text{ MPa} \ngtr \sigma_I = 40,3 \text{ MPa} \rightarrow \text{NO RESISTE}$$

Es por esto que se resuelve un nuevo modelo en el cual el nudo 5 tiene una ordenada de 0.01 m menos que en el caso anterior. Como se puede observar, el objetivo es encontrar un modelo de bielas y tirantes estáticamente admisible en el que se verifique la resistencia de los materiales. Las modificaciones realizadas supondrán una variación de tracción en los tirantes con el consiguiente aumento o disminución de armadura en los mismos.

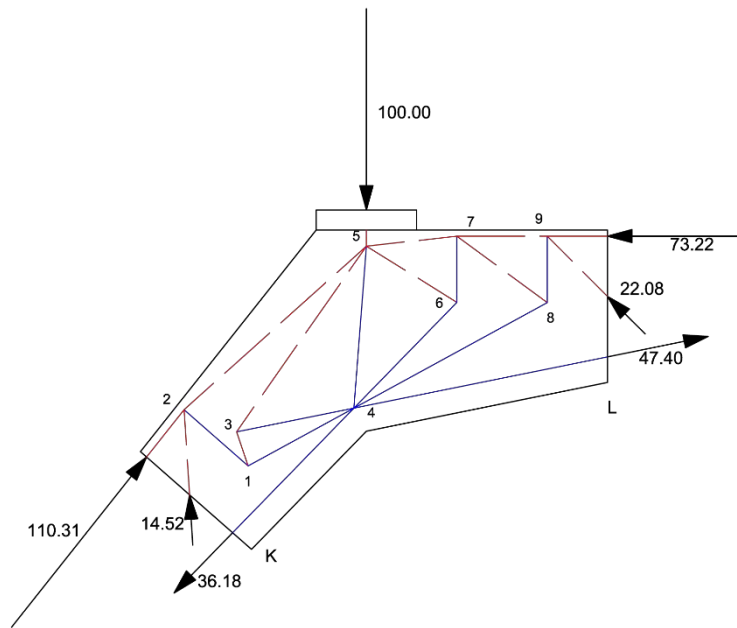


Figura 4.15. Tercer modelo de bielas y tirantes propuesto para la región KL en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones K y L y se disminuye la ordenada del nudo 5.

Para determinar la geometría del nudo, en el cual confluyen cinco bielas y un tirante, se reparte la tracción del tirante 4-5 para equilibrar el nudo C-C-C, formado por la biela que llega de la placa de carga, la composición de las bielas 2-5 y 3-5, y la composición de las bielas 5-6 y 5-7. El reparto se realiza de la siguiente forma: un 15 % de la fuerza para la composición de las bielas 5-6 y 5-7 y un 85 % para la composición de las bielas 2-5 y 3-5. De esta manera la mayor de las tensiones principales en el nudo no supera el máximo resistente:

$$\sigma_{Rd,m\acute{a}x} = 22,4 \text{ MPa} > \sigma_I = 20,9 \text{ MPa} \rightarrow \text{RESISTE}$$

Tras modificar el brazo mecánico en ambas secciones y desplazar el nudo 5 se realiza de nuevo la comprobación de las bielas 2-5 y 7-9 con los resultados del nuevo modelo.

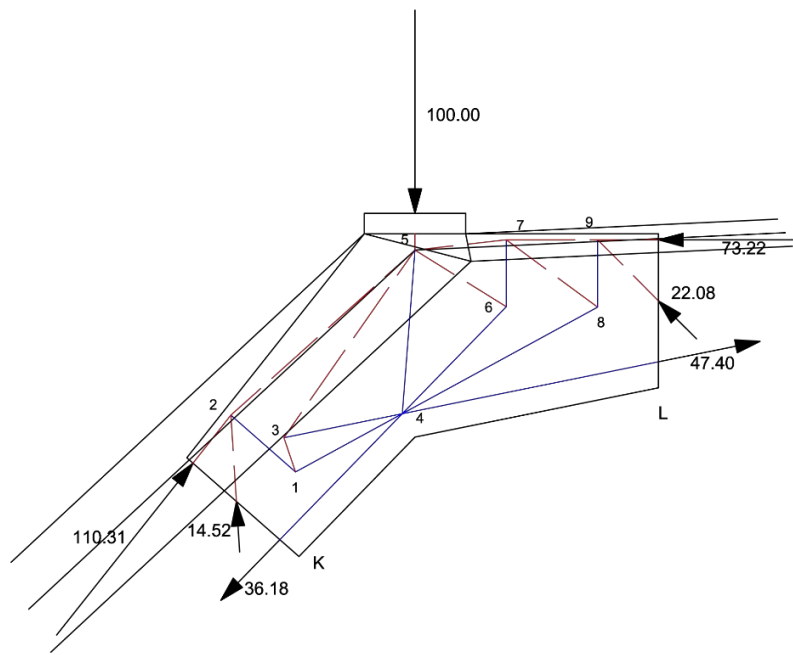


Figura 4.16. Tercer modelo de bielas y tirantes propuesto para la región KL en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones K y L y se disminuye la ordenada del nudo 5. Representación de los anchos de las bielas y el nudo que forman.

Biela 2-5

$$C = 121,30 \text{ kN}$$

$$\sigma = \frac{C}{b \cdot a} = \frac{121,30}{0,2 \cdot 0,016211} = 37413 \text{ kPa} = 37,4 \text{ MPa} < 40,0 \text{ MPa} \rightarrow \text{RESISTE}$$

Biela 7-9

$$C = 88,83 \text{ kN}$$

$$\sigma = \frac{C}{b \cdot a} = \frac{88,83}{0,2 \cdot 0,012061} = 36825 \text{ kPa} = 36,8 \text{ MPa} < 40,0 \text{ MPa} \rightarrow \text{RESISTE}$$

4.7.5.3. Región M

En la región M se tiene por un lado los esfuerzos provenientes de la región de continuidad en la sección M y por otro las fuerzas horizontal y vertical que se originan en la desconexión o rótula.

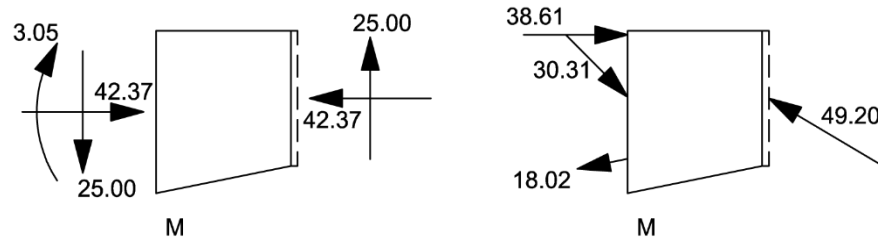


Figura 4.17. a) Esfuerzos en la región M; b) Sistema equivalente de fuerzas puntuales en la región M.

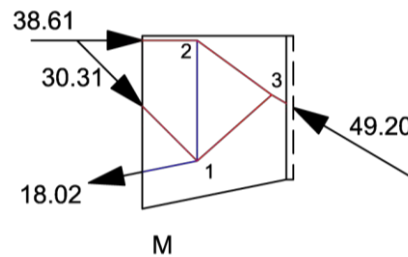


Figura 4.18. Modelo de bielas y tirantes propuesto para la región M.

En esta región los nudos no requieren una comprobación puesto que pertenecen a armadura distribuida y las bielas cuentan con ancho suficiente, es decir, los anchos de las mismas no están restringidos.

4.7.5.4. Región N

La región N es análoga a la región M anterior.

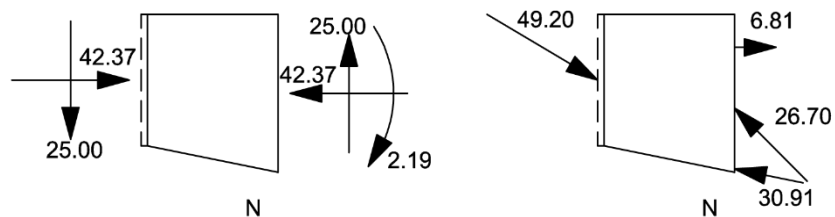


Figura 4.19. a) Esfuerzos en la región N; b) Sistema equivalente de fuerzas puntuales en la región N.

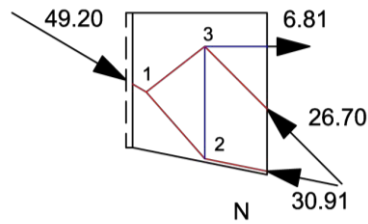


Figura 4.20. Modelo de bielas y tirantes propuesto para la región N.

Al igual que en la región M, no es preciso realizar comprobación alguna.

4.7.5.5. Región OP

Como se puede observar en las *Figuras 4.21.a* y *4.21.b*, la región OP no posee cargas actuando externamente. En este caso se la considera región de discontinuidad por tratarse de un cambio brusco de sección transversal o quiebro.

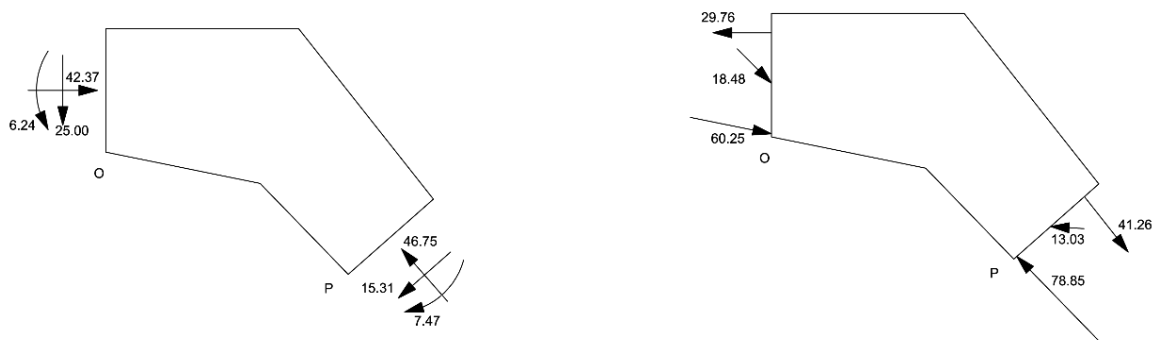


Figura 4.21. a) Esfuerzos en la región OP; b) Sistema equivalente de fuerzas puntuales en la región OP.

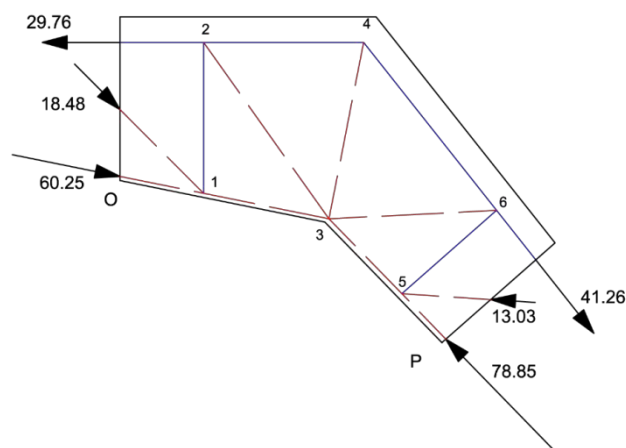


Figura 4.22. Modelo de bielas y tirantes propuesto inicialmente para la región OP.

Biela 1-3

$$C = 73,59 \text{ kN}$$

$$\sigma = \frac{C}{b \cdot a} = \frac{73,59}{0,2 \cdot 0,008037} = 45782 \text{ kPa} = 45,8 \text{ MPa} > 40,0 \text{ MPa} \rightarrow \text{NO RESISTE}$$

Siguiendo la misma forma de resolución que en la región KL, se decide aumentar el ancho de la biela en la siguiente proporción:

$$\frac{\sigma}{f_{cd}} = \frac{45,8}{40} = 1,15$$

De esta forma el brazo mecánico se ve reducido a 0,129 m.

Biela 3-5

$$C = 88,05 \text{ kN}$$

$$\sigma = \frac{C}{b \cdot a} = \frac{88,05}{0,2 \cdot 0,010406} = 42307 \text{ kPa} = 42,3 \text{ MPa} > 40,0 \text{ MPa} \rightarrow \text{NO RESISTE}$$

Se aumenta el ancho de la biela en un 6 %, obtenido de la siguiente relación:

$$\frac{\sigma}{f_{cd}} = \frac{42,3}{40} = 1,06$$

Se adopta un valor de brazo mecánico de 0,116 m.

Una vez se ha modificado el brazo mecánico en ambas secciones, se realiza de nuevo la comprobación de las bielas.

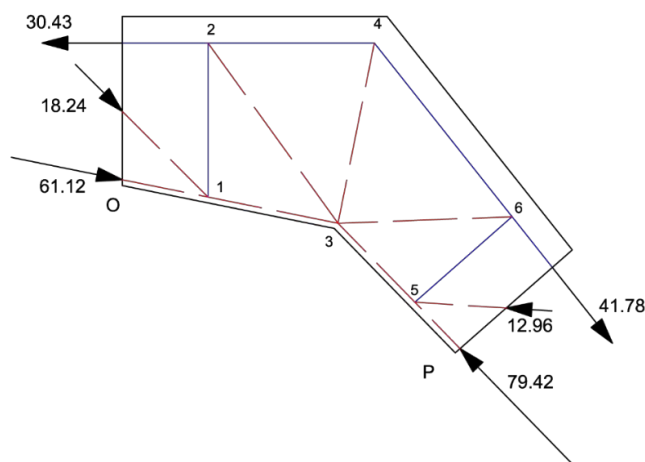


Figura 4.23. Segundo modelo de bielas y tirantes propuesto para la región OP en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones O y P.

Biela 1-3

$$C = 74,28 \text{ kN}$$

$$\sigma = \frac{C}{b \cdot a} = \frac{74,28}{0,2 \cdot 0,010970} = 33856 \text{ kPa} = 33,9 \text{ MPa} < 40,0 \text{ MPa} \rightarrow \text{RESISTE}$$

Biola 3-5

$$C = 88,59 \text{ kN}$$

$$\sigma = \frac{C}{b \cdot a} = \frac{88,59}{0,2 \cdot 0,011983} = 36965 \text{ kPa} = 37,0 \text{ MPa} < 40,0 \text{ MPa} \rightarrow \text{RESISTE}$$

Nudo 3

El nudo 3 es un nudo C-C-C, es decir, en él confluyen tres bielas de compresión. En este caso, dos de las bielas tienen el ancho determinado con y la tercera viene dada por la composición de tres bielas.

Para determinar la forma del nudo se toman los anchos más reducidos posibles para las bielas 2-3 y 3-6 en la confluencia. Además, se tiene en cuenta que las bielas pasan por un campo de tracciones. Se realizan las siguientes operaciones para definir el ancho mínimo que, como ya se ha explicado, son los que se escogen para la comprobación del nudo.

Ancho mínimo para la biela 2-3:

$$a_{\min} = \frac{C}{b \cdot (0,6 \cdot \nu' \cdot \sigma_{Rd,m\acute{a}x})} = \frac{12,69}{0,2 \cdot (0,6 \cdot 0,8 \cdot 40000)} = 0,0033 \text{ m}$$

Ancho mínimo para la biela 3-6:

$$a_{\min} = \frac{C}{b \cdot (0,6 \cdot \nu' \cdot \sigma_{Rd,m\acute{a}x})} = \frac{10,77}{0,2 \cdot (0,6 \cdot 0,8 \cdot 40000)} = 0,0028 \text{ m}$$

Ancho mínimo para la composición de las bielas 2-3, 3-4 y 3-6:

$$a_{\min} = \frac{C}{b \cdot \sigma_{Rd,m\acute{a}x}} = \frac{49,99}{0,2 \cdot 40000} = 0,0062 \text{ m}$$

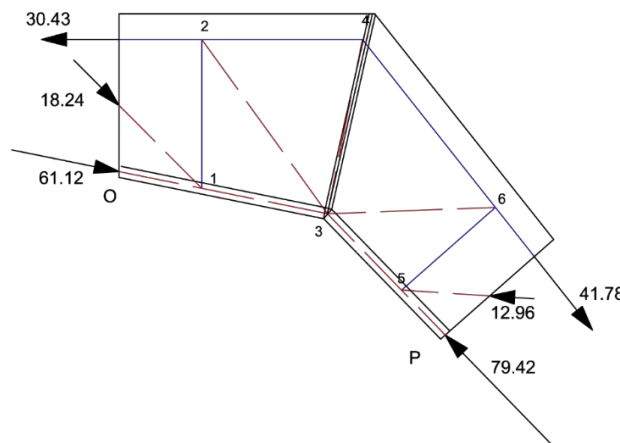


Figura 4.24. Segundo modelo de bielas y tirantes propuesto para la región OP en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones O y P. Representación de los anchos de las bielas y el nudo que forman.

Se calcula la tensión máxima que resiste el nudo y se compara con la tensión principal mayor que se obtiene en el nudo 3:

$$\sigma_{Rd,m\acute{a}x} = k_1 \cdot v' \cdot f_{cd} = 1 \cdot 0,8 \cdot 40 = 32,0 \text{ MPa} \not\geq \sigma_1 = 40,5 \text{ MPa} \rightarrow \text{NO RESISTE}$$

En vista de este resultado se decide realizar una segunda modificación en el modelo de bielas y tirantes consistente en el desplazamiento del nudo 3, alejándolo levemente del paramento del elemento.

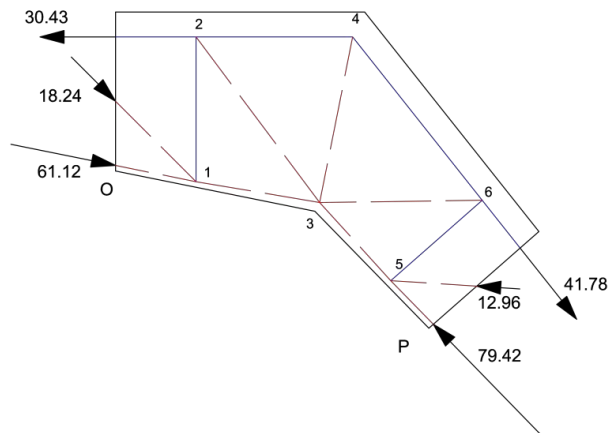


Figura 4.25. Tercer modelo de bielas y tirantes propuesto para la región OP en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones O y P y se desplaza el nudo 3.

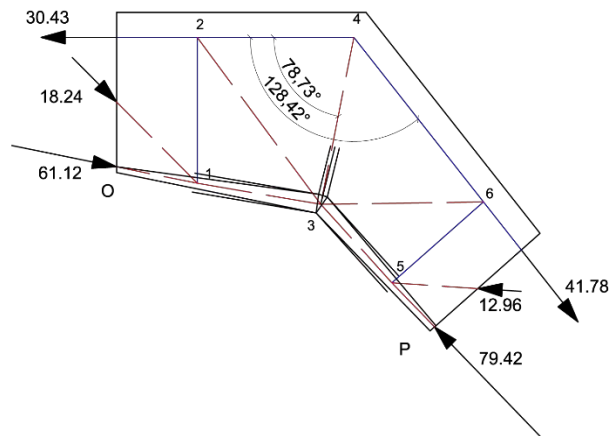


Figura 4.26. Tercer modelo de bielas y tirantes propuesto para la región OP en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones O y P y se desplaza el nudo 3. Representación de los anchos de las bielas y el nudo que forman.

Se obtiene el ancho mínimo de la biela formada por la composición de las bielas 2-3, 3-4 y 3-6:

$$a_{\min} = \frac{C}{b \cdot \sigma_{Rd,\max}} = \frac{54,79}{0,2 \cdot 40000} = 0,0068 \text{ m}$$

Con el fin de conseguir que la tensión en el nudo 3 no supere la resistencia de los materiales y basándose en el resultado anterior, se escoge el valor 0,009 m como ancho de la biela que se obtiene de la composición. De este modo la tensión principal mayor es:

$$\sigma_I = 30,8 \text{ MPa} < \sigma_{Rd,\max} = 32,0 \text{ MPa} \rightarrow \text{RESISTE}$$

Nudo 4

El nudo 4 también requiere comprobación, al tratarse de un caso típico de zona nodal de conexión entre una biela y dos tirantes. En este tipo de nudos el procedimiento que se sigue consiste en la medición del ángulo que forman los dos tirantes (α) y el ángulo formado por uno de los tirantes y la biela de compresión (θ). Si se utiliza el radio mínimo de doblado, que en este caso se utiliza el estipulado por el Eurocódigo 2, se puede obtener el ancho mínimo de la biela (a). Finalmente, se indica la profundidad de la biela (b) que depende del radio de la barra transversal que se coloca en el centro de la zona doblada de la barra que es representada por los tirantes y del ancho y el recubrimiento del elemento.

$$\alpha = 128,4^\circ$$

$$\theta = 78,7^\circ$$

$$R_{\min} = \frac{10 \cdot \phi_{\min}}{2} = \frac{10 \cdot 0,008}{2} = 0,04 \text{ m}$$

$$a = \min \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot R \cdot \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} \cdot \sin \theta = 0,0379 \text{ m} \\ 2 \cdot R \cdot \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} \cdot \sin(\alpha - \theta) = 0,0295 \text{ m} \end{array} \right.$$

$$b = \min \left\{ \begin{array}{l} 12 \cdot \phi = 12 \cdot 0,008 = 0,0960 \text{ m} \\ a_{\text{elem}} - 2 \cdot c = 0,2 - 2 \cdot 0,015 = 0,1700 \text{ m} \end{array} \right.$$

La barra transversal tiene un diámetro de ocho milímetros.

$$\sigma = \frac{C}{a \cdot b} \leq 0,75 \cdot \nu' \cdot f_{cd}$$

$$\sigma = \frac{41,02}{0,029476 \cdot 0,096} = 14496 \text{ kPa} = 14,5 \text{ MPa} \leq 24,0 \text{ MPa} \rightarrow \text{RESISTE}$$

4.7.5.6. Región Q

La región Q es análoga a la región J, por lo que en ella tampoco se requiere la comprobación de ninguna biela o nudo.

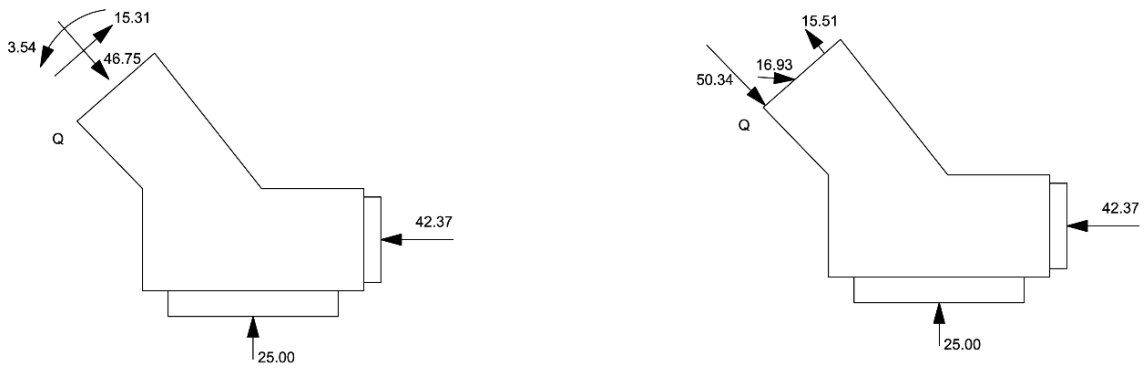


Figura 4.27. a) Esfuerzos en la región Q; b) Sistema equivalente de fuerzas puntuales en la región Q.

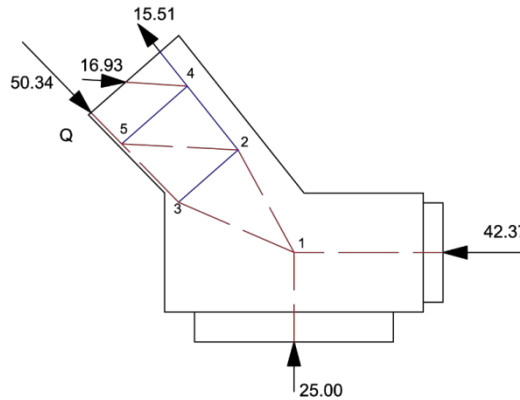


Figura 4.28. Modelo de bielas y tirantes propuesto para la región Q.

4.7.6. Longitudes de anclaje

Las longitudes de anclaje de la armadura de la estructura se calculan en base a lo establecido en el Art. 8.4. Eurocódigo 2 [9]. Los cálculos dependen de la tensión última de adherencia f_{bd} , por lo que se realiza previamente a las longitudes de anclaje la obtención de dicho parámetro. Para ello es necesario el valor de cálculo de la resistencia del hormigón a tracción f_{ctd} :

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} \cdot \frac{f_{ctk 0,05}}{\gamma_c}$$

$$\alpha_{ct} = 1$$

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,3 \cdot 40^{2/3} = 3,5 \text{ MPa}$$

$$f_{ctk 0,05} = 0,7 \cdot f_{ctm} = 0,7 \cdot 3,5088 = 2,5 \text{ MPa}$$

$$f_{ctd} = 2,5 \text{ MPa}$$

Conociendo el valor del parámetro f_{ctd} y suponiendo unas condiciones de adherencia buenas y diámetros de armadura inferiores a 32 mm, se obtiene f_{bd} .

$$f_{bd} = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctd}$$

Condiciones de adherencia buenas $\rightarrow \eta_1 = 1$

$\emptyset < 32 \text{ mm} \rightarrow \eta_2 = 1$

$$f_{bd} = 2,25 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2,4562 = 5,5 \text{ MPa}$$

4.7.6.1. Región KL

Barra 3-4

Mediante la fórmula siguiente se halla la longitud básica de anclaje necesaria $l_{b,rqd}$ en la barra 3-4 de la región KL (ver *Figura 4.15*) conociendo la tracción en el tirante, que en este caso se ha expresado en kN, la tensión última de adherencia f_{bd} en MPa y el diámetro de la barra en milímetros.

$$l_{b,rqd} = \frac{T/2}{f_{bd} \cdot \pi \cdot \emptyset} = \frac{33,73/2}{5,5265 \cdot \pi \cdot 8} = 0,121 \text{ m}$$

Con el propósito de dotar a este valor de mayor exactitud, se calcula la longitud neta de anclaje l_{bd} tal y como indica el *Art. 8.4.4. EC-2 [9]*. Esta se obtiene mediante el producto de la longitud básica de anclaje necesaria y una serie de coeficientes α_i referidos a la forma de las barras (α_1), el recubrimiento del hormigón (α_2), el confinamiento debido a la armadura transversal no soldada a la armadura central (α_3), el confinamiento debido a la armadura transversal soldada (α_4) y el confinamiento debido a la presión transversal (α_5). Las fórmulas utilizadas para el cálculo de los coeficientes son las que aparecen en la *Tabla 8.2 EC-2 [9]*.

$$l_{bd} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot l_{b,rqd} = 0,7 \cdot 0,7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,121 = 0,059 \text{ m}$$

A continuación se demuestran los coeficientes hallados en el caso de que su valor sea el resultado de la aplicación de una fórmula.

$$\alpha_1 = 0,7 \text{ si } c_d > 3\emptyset \rightarrow c_d = 0,044 > 0,024 \rightarrow \alpha_1 = 0,7$$

siendo c_d el mínimo de la mitad de la separación entre barras y los recubrimientos en el caso de barras rectas o el mínimo de la mitad de la separación entre barras y el recubrimiento lateral cuando se trate de patillas o ganchos, tal y como se expresa en la *Figura 8.3 EC-2 [9]*.

$$\alpha_2 = 1 - \frac{0,15 \cdot (c_d - \emptyset)}{\emptyset} = 1 - \frac{0,15 \cdot (0,044 - 3 \cdot 0,008)}{0,008} = 0,63 \neq 0,7 \rightarrow \alpha_2 = 0,7$$

Además, se debe respetar en cualquier caso la longitud de anclaje mínima, que se obtiene del siguiente modo es:

$$l_{b,mín} \geq \text{máx}\{0,3 \cdot l_{b,rqd}; 10\emptyset; 100 \text{ mm}\}$$

En este caso,

$$l_{b,mín} = 0,10 \text{ m}$$

En vista de este resultado y dado que la barra ya presenta un doblado en otro plano diferente al del alzado del arco, se decide doblarla en ese mismo plano para facilitar su ejecución.

Debido a la falta de espacio suficiente para desarrollar la longitud de anclaje se adopta la solución de utilizar una misma barra en sustitución de los 2Ø8 que corresponderían. La forma de esta barra, denominada L3 para la parte izquierda del elemento y L8 para referirse a la misma pieza en el lado derecho, se puede observar en el *Plano 2.2*.

Barra 4-6

Se sigue el mismo procedimiento utilizado en el caso anterior.

$$l_{b,rqd} = \frac{T/2}{f_{bd} \cdot \pi \cdot \emptyset} = \frac{17,58/2}{5,5265 \cdot \pi \cdot 8} = 0,063 \text{ m}$$

$$l_{bd} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot l_{b,rqd} = 1 \cdot 0,76 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,063 = 0,048 \text{ m}$$

$$\alpha_2 = 1 - \frac{0,15 \cdot (c_d - \emptyset)}{\emptyset} = 1 - \frac{0,15 \cdot (0,021 - 0,008)}{0,008} = 0,76 \rightarrow 0,7 \leq \alpha_2 = 0,76 \leq 1,0$$

$$l_{b,min} = 0,10 \text{ m}$$

La longitud de anclaje más restrictiva, y que por tanto será utilizada, es la mínima.

Barra 1-4

$$l_{b,rqd} = \frac{T/2}{f_{bd} \cdot \pi \cdot \emptyset} = \frac{15,37/2}{5,5265 \cdot \pi \cdot 6} = 0,074 \text{ m}$$

$$l_{bd} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot l_{b,rqd} = 1 \cdot 0,7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,074 = 0,052 \text{ m}$$

$$\alpha_2 = 1 - \frac{0,15 \cdot (c_d - \emptyset)}{\emptyset} = 1 - \frac{0,15 \cdot (0,037 - 0,006)}{0,006} = 0,23 \not\geq 0,7 \rightarrow \alpha_2 = 0,7$$

$$l_{b,min} = 0,10 \text{ m}$$

La longitud que se escoge es la longitud mínima de anclaje.

Barra 4-8

$$l_{b,rqd} = \frac{T/2}{f_{bd} \cdot \pi \cdot \emptyset} = \frac{13,89/2}{5,5265 \cdot \pi \cdot 6} = 0,067 \text{ m}$$

$$l_{bd} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot l_{b,rqd} = 1 \cdot 0,7 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,067 = 0,047 \text{ m}$$

$$\alpha_2 = 1 - \frac{0,15 \cdot (c_d - \emptyset)}{\emptyset} = 1 - \frac{0,15 \cdot (0,037 - 0,006)}{0,006} = 0,23 \not\geq 0,7 \rightarrow \alpha_2 = 0,7$$

$$l_{b,min} = 0,10 \text{ m}$$

Se toma la longitud mínima de anclaje.

4.7.6.2. Región OP

Por necesidades de armado, en la región OP se disponen 3 ϕ 8 en los tirantes 2-4 y 4-6. El cálculo de la longitud de anclaje se realiza para el redondo central de los tres dispuestos, dado que las dos barras exteriores son continuas, pues proceden de las regiones B contiguas a la región OP.

Barra 2-4

$$l_{b,rqd} = \frac{T/3}{f_{bd} \cdot \pi \cdot \phi} = \frac{39,93/3}{5,5265 \cdot \pi \cdot 8} = 0,096 \text{ m}$$

$$l_{bd} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot l_{b,rqd} = 1 \cdot 0,76 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,096 = 0,073 \text{ m}$$

$$\alpha_2 = 1 - \frac{0,15 \cdot (c_d - \phi)}{\phi} = 1 - \frac{0,15 \cdot (0,021 - 0,008)}{0,008} = 0,76 \rightarrow 0,7 \leq \alpha_2 = 0,76 \leq 1,0$$

$$l_{b,min} = 0,10 \text{ m}$$

Se escoge, por ser más restrictiva, la longitud mínima de anclaje.

Barra 4-6

$$l_{b,rqd} = \frac{T/3}{f_{bd} \cdot \pi \cdot \phi} = \frac{51,35/3}{5,5265 \cdot \pi \cdot 8} = 0,123 \text{ m}$$

$$l_{bd} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot l_{b,rqd} = 1 \cdot 0,76 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,123 = 0,093 \text{ m}$$

$$\alpha_2 = 1 - \frac{0,15 \cdot (c_d - \phi)}{\phi} = 1 - \frac{0,15 \cdot (0,021 - 0,008)}{0,008} = 0,76 \rightarrow 0,7 \leq \alpha_2 = 0,76 \leq 1,0$$

$$l_{b,min} = 0,10 \text{ m}$$

Se escoge la longitud mínima de anclaje.

Para concluir con el apartado de longitudes de anclaje, se indica el criterio utilizado para el cálculo del anclaje de cercos de cortante. Se ha decidido no tener en cuenta los 70 mm de longitud mínima de la patilla a 90° establecidos por el Art. 8.5 EC-2 [9], por tratarse de un elemento de dimensiones reducidas y porque en numerosas ocasiones dicha longitud supera la altura del cerco. No obstante, se respeta la longitud mínima de 10 ϕ .

4.7.7. Diseño de la rótula

En este apartado se muestran diversos cálculos relacionados para el diseño de la desconexión que se encuentra en el centro del elemento. En primer lugar, se obtiene el número de cercos necesarios en las inmediaciones de la rótula. Tras esto, se halla cuántas barras pasantes se requieren para hacer de este elemento una rótula de tipo *Mesnager*.

En el libro *Jiménez Montoya. Hormigón Armado [13]* se recomienda el cálculo del número de cercos necesarios en las proximidades de la rótula según el Art. 61 EHE-08 [19] que se corresponde con el Art. 10.9.4.3 Eurocódigo 2 [9] acerca de cargas concentradas sobre macizos. La formulación que se utiliza es la siguiente:

$$T_{ad} = 0,25 \cdot N_d \cdot \left(\frac{a - a_1}{a} \right) = A_s \cdot f_{yd}$$

siendo a_1 el ancho de la placa de reparto que del lado de la seguridad se considera nulo.

$$T_{ad} = 0,25 \cdot N_d = 0,25 \cdot 42,37 = 10,59 \text{ kN}$$

$$\frac{T_{ad}}{f_{yd}} = \frac{10,59}{500 \cdot 10^3} = 2,118 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$\frac{2,118 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{0,006}{2} \right)^2} = 0,37 \text{ cercos}$$

En vista de lo obtenido, se verifica que la distribución de cercos que se ha propuesto anteriormente es suficiente para cubrir este resultado.

Por lo que respecta al cálculo del número de barras pasantes en la rótula, se decide realizar el siguiente procedimiento. En primer lugar, para decidir el diámetro de las barras, se comienza por hallar el momento flector que hace plastificar a un $\varnothing 8$.

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \frac{M}{I} R = \frac{M}{\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot R^4} R = \frac{M}{\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot R^3}$$

siendo M el momento flector que se quiere calcular, I la inercia del redondo y R el radio del mismo.

Igualando la tensión máxima al límite elástico característico de un redondo se llega a la siguiente expresión:

$$f_{yk} = M_{Rd} \cdot \frac{4}{\pi \cdot R^3} \rightarrow M_{Rd} = f_{yk} \cdot \frac{\pi \cdot R^3}{4}$$

Resolviendo la fórmula obtenida se llega al siguiente resultado:

$$M_{Rd,1\varnothing 8} = 0,025 \text{ mkN}$$

En comparación con el momento flector máximo obtenido en el cálculo elástico y lineal considerando una rótula perfecta, este valor se considera despreciable. Esto significa que empleando barras de diámetro 8 mm se puede suponer que el momento en la rótula es nulo, es decir, que en ella no se transmite momento, siendo este uno de los objetivos que se busca.

Tras esto, se parte del supuesto de que se colocaran 3 $\varnothing 8$ en la dirección de la resultante, esto es, formando 60° con la vertical, y otros 3 $\varnothing 8$ simétricos a los anteriores respecto del eje de la rótula. De manera que se calcula la fuerza en un $\varnothing 8$ para la cual se produce la plastificación de la armadura por compresión.

$$N_{Rd} = \pi \cdot \left(\frac{0,008}{2} \right)^2 \cdot f_{yd} = 25,13 \text{ kN}$$

También se halla el axil crítico de pandeo para un $\varnothing 8$. Dado que la inercia de la barra es igual en cualquier eje, se estudia el axil crítico para el plano de la estructura y para el eje transversal a éste.

En el plano del alzado de la estructura se toma la longitud del tramo inclinado de la barra pasante como longitud susceptible de pandear, considerándose el tramo como biempotrado. Dicha longitud es de 0,10 m. Las condiciones e contorno son las mismas para cualquier dirección de pandeo consideradas, luego se determina una única carga crítica.

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_{cr}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 200 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot \left(\frac{0,008}{2}\right)^4}{\left(0,5 \cdot \frac{0,10}{\cos 30}\right)^2} = 119,06 \text{ kN}$$

Se escoge el más desfavorable de los tres valores hallados: N_{Rd} , N_{cr} . En este caso es N_{Rd} .

La fuerza que se obtuvo en la rótula en el cálculo estructural era de 49,2 kN. Por tanto, el número mínimo de barras a disponer será de:

$$n_{\text{mín}\varnothing 8}^{\circ} = \frac{49,2}{25,13} = 1,96 \approx 2\varnothing 8$$

No obstante, se opta por disponer 3 $\varnothing 8$ en la dirección de la resultante y otros 3 $\varnothing 8$ simétricos a los anteriores respecto del eje de la rótula con el fin de quedar del lado de la seguridad y asegurar el buen comportamiento de la desconexión. Cabe destacar que en este caso sólo trabajarían los tres redondos dispuestos en la dirección de la resultante, pero es preciso colocar las barras simétricas para aquellos casos en los que la carga no se encuentre en la posición elegida para el cálculo por ser la más desfavorable, sino en cualquier otra.

Finalmente, se calcula la longitud básica de anclaje necesaria $l_{b,rqd}$ de las barras pasantes.

Siendo la compresión en una de esas tres barras igual a:

$$C_{1\varnothing 8} = \frac{49,2}{3} = 16,4 \text{ kN}$$

La longitud de anclaje de cada una de las barras pasantes será:

$$l_{b,rqd} = \frac{C}{f_{bd} \cdot \pi \cdot \varnothing} = \frac{16,4}{5,5265 \cdot \pi \cdot 8} = 0,118 \text{ m} \geq l_{b,\text{mín}} = 0,10 \text{ m}$$

Además, todos los coeficientes α_i son iguales a la unidad por lo que la longitud básica de anclaje ($l_{b,rqd}$) y la longitud neta de anclaje (l_{bd}) coinciden. Por otro lado, la longitud mínima de anclaje no es más restrictiva que las anteriores.

Por último, cabe indicar que en todas las barras se respetan los diámetros mínimos de doblado que indica el *Anejo Nacional* del *Eurocódigo 2* [9] en la *Tabla AN/10*.

4.8. Estados límite de servicio (ELS)

En este apartado se describen los cálculos realizados para verificar el cumplimiento de los estados límite de servicio establecidos en el *Capítulo 7* del *EC-2 [9]*.

Como se ha indicado en múltiples ocasiones, al ser esta estructura un modelo reducido, no se han empleado normativas de acciones para la determinación de las cargas. Como carga de servicio se ha decidido emplear una fuerza de 60 kN, que representa el 60 % del valor considerado como carga última de diseño. Todos los estados límite se comprobarán en los siguientes apartados con este valor.

Los estados límite que se van a considerar son: el de limitación de tensiones, control de la fisuración y control de flechas, de acuerdo con el *Art. 7.1 EC-2*. Otros estados límite, como el de vibraciones, no se contemplan por resultar poco importantes en la estructura considerada. En las verificaciones de todos ellos se considerará que la sección transversal se encuentra fisurada si la tensión de flexotracción calculada con la sección íntegra supera $f_{ct,eff}$. Este valor se toma como la resistencia a flexotracción $f_{ctm,fl}$ para determinar la sollicitación que fisura la sección, pero igual al valor medio de resistencia a tracción f_{ctm} para calcular la abertura de fisura.

El procedimiento que se emplea en el *Anejo A* consiste en determinar el momento de fisuración M_{fis} para el axil de servicio N_{Ed} , y comparándolo con el momento de servicio M_{Ed} establecer si se produce la fisuración de la sección. Esto resulta equivalente a calcular la tensión de tracción máxima (en valor absoluto) y compararla con un valor de referencia ($f_{ctm,fl}$).

$$M_{fis} = \frac{f_{ctm,fl} \cdot (I_h \cdot A_h - S_h^2) + N_{Ed} \cdot (I_h - S_h \cdot (v_1 - h))}{S_h - A_h \cdot (v_1 - h)}$$

Donde:

- A_h Área homogeneizada de la sección transversal sin fisurar.
- S_h Momento estático homogeneizado de la sección transversal sin fisurar.
- I_h Inercia homogeneizada de la sección transversal sin fisurar.

Si al evaluar la expresión se determina un momento de fisuración inferior al que se tiene de servicio se realizarán los cálculos de tensión en la armadura tanto verificar el ELS correspondiente y calcular la abertura de fisura con las características de sección fisurada. En caso contrario no se realizará el cálculo de abertura de fisura. Y aunque se incluya el cálculo en el *Anejo A*, tampoco sería necesario comprobar la tensión en la armadura, pues resulta imposible alcanzar en ésta grandes tensiones si no se ha producido la fisuración del hormigón (por la poca capacidad de deformación unitaria en tracción de este material).

Debe tenerse en cuenta que no resulta necesario realizar las comprobaciones de los ELS en todas las secciones de continuidad; sólo se realiza en aquellas que resultan más desfavorables por tener menor canto, armadura o unos esfuerzos solicitantes mayores.

4.8.1. Esfuerzos de servicio

En la *Figura 4.29* se muestran las leyes de esfuerzos calculadas para la comprobación de los estados límite de servicio. En ellas los valores se indican sin signo, representándose el sentido de los esfuerzos mediante el símbolo comúnmente empleado.

De nuevo, se recuerda que todos el análisis en ELS y las verificaciones detalladas para cada sección pueden seguirse en el *Anejo A: Datos y resultados del cálculo estructural*. En este apartado se presentan las formulaciones empleadas y se comentan los métodos y las limitaciones existentes aparejadas.

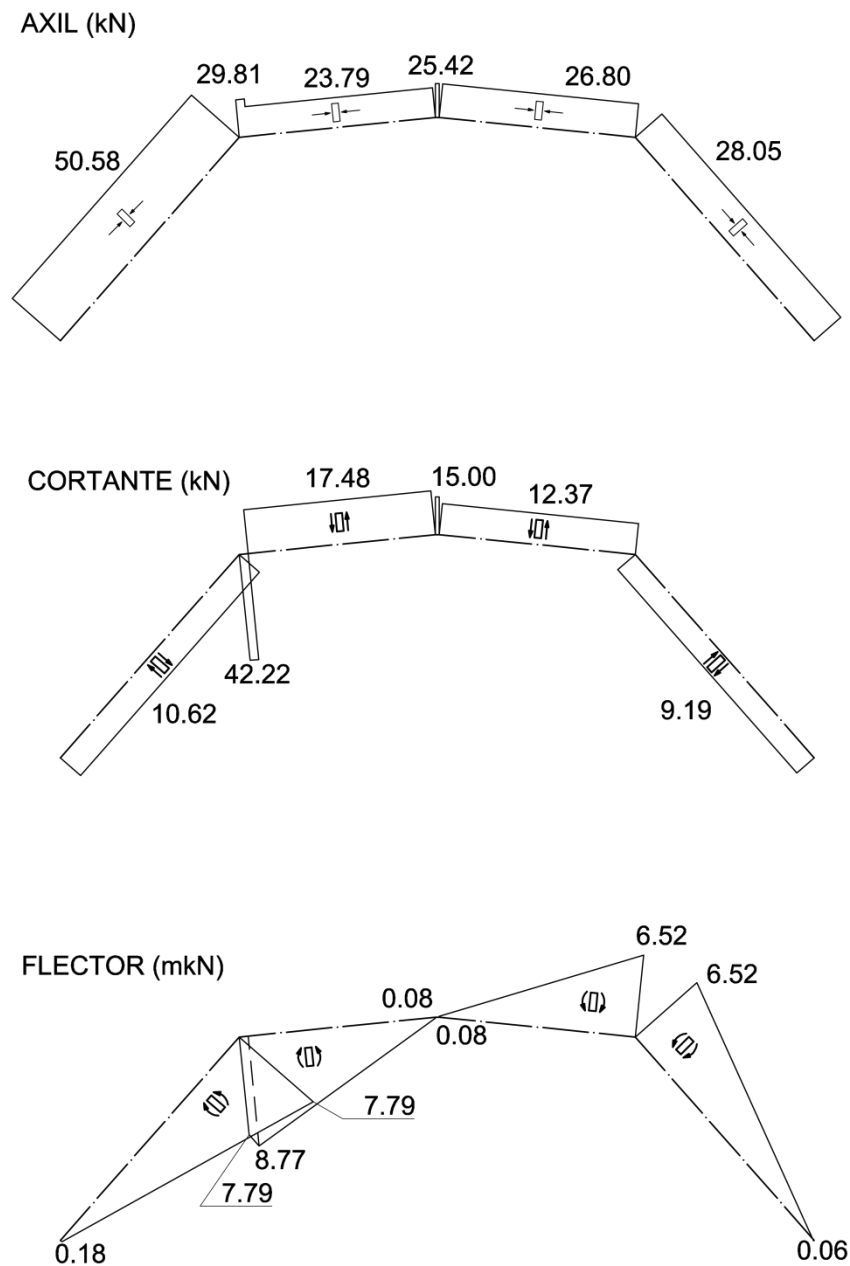


Figura 4.29. Leyes de esfuerzos para la verificación de los ELS.

En la *Tabla 4.8* se presentan los esfuerzos en las secciones de continuidad para realizar en ellas las comprobaciones seccionales que proceda: limitación de tensiones y control de la fisuración.

Las secciones donde se realizan las comprobaciones en ELS coinciden con las que se consideraron en ELU (*Apartado 4.7*) a excepción de las secciones M, N, P y Q, donde se han obviado los cálculos por resultar innecesarios. La sección G, correspondiente a la posición de las galgas GB y GC, se presenta en la *Figura 4.30*.

Sección	J	K	L	M	N	O	P	Q	G
N_{Ed} (kN)	50,58	50,58	25,42	25,42	25,42	25,42	28,05	28,05	25,42
V_{Ed} (kN)	-10,62	-10,62	15,00	15,00	15,00	15,00	-9,19	-9,19	15,00
M_{Ed} (mkn)	2,71	5,44	4,56	1,83	-1,32	-3,74	-4,48	-2,13	5,78
M_{fis} (mkn)	3,66	5,12	4,71	-	-	5,23	-	-	5,55
¿Fisura?	N	S	N	-	-	N	-	-	S

Tabla 4.8. Esfuerzos de servicio en las secciones de continuidad.

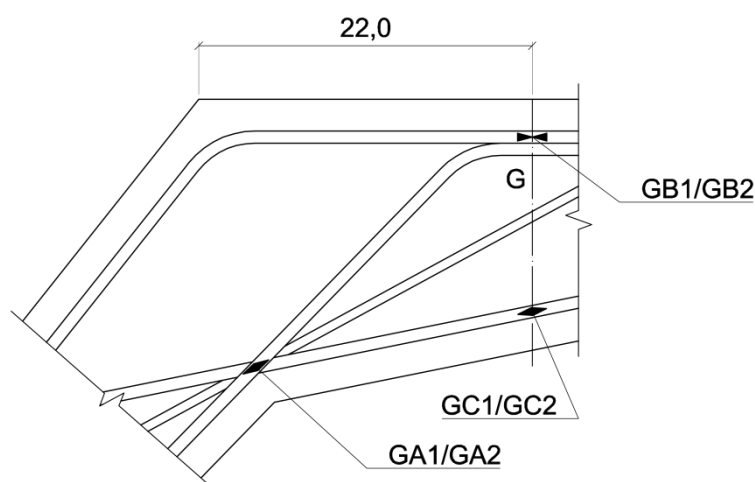


Figura 4.30. Posición de la sección G (sección débil).

4.8.2. Limitación de tensiones

La limitación de tensiones, en general, se extiende tanto al hormigón del cordón comprimido como al acero en tracción. En el caso del hormigón se establecen limitaciones para evitar fisuras longitudinales, micro fisuras o altos niveles de fluencia. En la armadura debe evitarse una tracción excesiva que se aproxime al límite elástico para evitar deformaciones remanentes o una fisuración inaceptable.

La posible fisuración longitudinal no presenta mayores consecuencias (por durabilidad) si la clase de exposición no es del grupo XD, XS o XF, o lo que es lo mismo, es poco agresiva o tan sólo tiene en cuenta la carbonatación como posible factor de corrosión. Se recuerda que la clase considerada para la estructura es XC3. Por ello no se llevan a cabo las comprobaciones de tensión en el hormigón por motivos de durabilidad.

Por otra parte, al ser la estructura isostática y resultar despreciable el peso propio a efectos de cálculo, la fluencia no es un fenómeno que deba ser considerado en la determinación de los esfuerzos. Por ello no se considera la limitación de compresión en el hormigón para suponer una fluencia lineal. Del mismo modo, debe tenerse en cuenta que la carga se aplica a los 28 días y con

una duración limitada al ensayo, por lo que no se considera tampoco la fluencia a efectos de las deformaciones globales.

Las tensiones en el acero deben limitarse al 80 % del límite elástico característico. Esta verificación se realiza para las diferentes secciones de continuidad, donde puede emplearse un cálculo seccional ordinario con las hipótesis de Bernoulli-Navier. El cálculo se expone en el *Anejo A* y el modelo de cálculo seccional empleado corresponde al definido en el *Apartado 11.4*. Al tratarse de una verificación en fase de diseño en todas las secciones, del lado de la seguridad, se considera únicamente la armadura de la cara de tracción y la de compresión, sin incluir posibles barras intermedias correspondientes a refuerzos (como sí se hace en *11.4*).

El cumplimiento de este estado límite se verifica para todas las secciones calculadas, como puede observarse en la *Tabla 4.9* donde todas las tensiones (en valor absoluto) en la armadura traccionada son inferiores a 400 MPa ($=0,8 \cdot 500$). Los valores más elevados corresponden a las únicas secciones que fisuran (K y G) para

Sección	J	K	L	O	G
σ_s (MPa)	6,71	222,37	17,84	12,53	314,19

Tabla 4.9. Tensiones en la armadura de tracción para los esfuerzos de servicio.

En las regiones de discontinuidad no es posible determinar las tensiones en la armadura con un sencillo cálculo seccional por su comportamiento alejado del elemento lineal (teoría general de flexión). Y no resulta adecuado emplear los modelos de bielas y tirantes (MBT) presentados en *4.7.4* por ser estos correspondientes a la rotura.

De acuerdo con el *EC-2 [9]* los MBT se pueden usar para la comprobación de tensiones en el acero considerando ubicaciones de bielas y tirantes según resultantes de tensiones de un cálculo elástico y lineal de la región (*Art. 5.6.4 (2)*). No obstante, ello requeriría ineludiblemente el empleo de un modelo de elementos finitos para cada una de las regiones D. La *EHE-08 [19]* en los comentarios al *Art. 40.2* propone, simplemente, determinar la armadura en ELU con un límite elástico limitado a 400 MPa (deformación aproximada del 2 ‰) para controlar indirectamente los ELS.

En el diseño de armado de las regiones D de la estructura, sin embargo, no se ha considerado la limitación anterior, por ser necesario tener un control ajustado de la rotura, por lo que se debía trabajar con el límite elástico real del acero.

4.8.3. Control de fisuras

En primer lugar debe tenerse en cuenta que se ha realizado un control de fisuración considerando una clase de exposición XC3 de acuerdo con las condiciones ambientales, y para poder llevar a cabo esta comprobación como si se tratara de una estructura real. Aunque en el modelo reducido por su corta vida útil no sería necesario controlar la fisuración por motivos de durabilidad, ni por motivos estéticos al ser una probeta de laboratorio. Sin embargo se considerarán ambos condicionantes para determinar la abertura de fisura máxima.

Conforme al punto (5) *Art. 7.3.1* del *EC-2* debería limitarse la abertura de fisura a 0,3 mm.

Dentro de las comprobaciones correspondientes al ELS de fisuración se incluye tanto el cálculo de la abertura de fisura como la determinación de la armadura mínima para el control de la fisuración. Estos dos aspectos se presentan a continuación.

De nuevo debe hacerse mención de las regiones de discontinuidad y las dificultades existentes para calcular la abertura de fisura en ellas. *El EC-2 (Art. 7.3.1 (8))* establece la posibilidad de emplear modelos de bielas y tirantes con las bielas orientadas según las trayectorias de compresión en estado fisurado (evidentemente los tirantes deben corresponder con la posición de las armaduras) para obtener las tensiones en el acero y estimar la abertura de fisura.

De nuevo, al no estar en rotura, para realizar un cálculo correcto de las posiciones de las bielas -según lo indicado arriba- debería emplearse un cálculo del campo tensional con un modelo de elementos finitos, que resultaría ineficaz al tener que realizarlo para cada una de las regiones D. En su lugar se ha optado por cuidar el diseño de los detalles de armado en estas regiones para prevenir o limitar la abertura de fisura, a partir de un cuidadoso análisis y estudio de bibliografía específica [17].

4.8.3.1. Áreas mínimas de armadura pasiva

El área mínima de armadura para el control de la fisuración se establece a partir de la relación entre la fuerza de tracción que es capaz de resistir el hormigón (justo antes de la fisuración) y la que debe absorber la armadura pasiva una vez se ha producido la fisura. Si es necesario controlar la abertura de fisura debe limitarse la tensión en el acero. El cálculo del área de la sección mínima de armadura ($A_{s,min}$) puede obtenerse a partir de la siguiente expresión:

$$A_{s,min} = \frac{k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct}}{\sigma_s}$$

$$k_c = 0,4 \cdot \left[1 - \frac{\sigma_c}{k_1 \cdot f_{ct,eff}} \right]; \quad \sigma_c = \frac{N_{Ed}}{b \cdot h}$$

Donde:

- σ_s Valor absoluto de la tensión máxima permitida en la armadura inmediatamente después de la formación de la fisura. Se toma igual a 360 MPa conforme a la *Tabla 7.2N EC-2 [9]* para controlar la abertura de fisura.
- k_c Coeficiente que considera la distribución de las tensiones dentro de la sección inmediatamente antes de la fisuración y el cambio de brazo mecánico.
- k Coeficiente que considera el efecto de tensiones no uniformes autoequilibradas que conlleva una reducción de las fuerzas de coacción. Se toma igual a la unidad para cantos h inferiores a 300 mm.
- σ_c Tensión media en el hormigón en la parte de la sección considerada.
- k_1 Coeficiente que considera el efecto del axil en la distribución de tensiones. Se toma $k_1=1,5$ al ser el axil de compresión.
- $f_{ct,eff}$ Valor medio de la resistencia a tracción del hormigón en el momento en que aparece la fisura. Se toma igual a f_{ctm} al realizarse el cálculo para 28 días.

A_{ct} Área de hormigón dentro de la zona de tracción justo antes de la formación de la fisura.

La tensión en la armadura se calcula con el modelo de cálculo seccional definido en el *Apartado 11.4*. Del mismo modo, con este procedimiento puede obtenerse la profundidad de la fibra neutra x en sección no fisurada y con ello determinar A_{ct} .

Sección	J	K	L	O	G
$A_{s,min,fis}$ (cm ²)	0,2051	0,2930	0,4282	0,4560	0,4838
$A_{s,dispuesta}$ (cm ²)	1,0053	1,0053	1,0053	1,0053	1,0053

Tabla 4.10. Área de armadura mínima en tracción para el control de la fisuración y dispuesta en las secciones.

4.8.3.2. Cálculo de la abertura de fisura

Separación media entre fisuras

Al ser la distancia entre barras de la armadura longitudinal superior a $5 \cdot (c_i + \phi/2)$ (c_i es el recubrimiento de la armadura longitudinal) se toma la separación máxima entre fisuras como:

$$s_{r,m\acute{a}x} = 1,3 \cdot (h - x)$$

Donde:

$s_{r,m\acute{a}x}$ Separación máxima entre fisuras.

El valor considerado representa un límite superior de separación, con lo que se obtiene la mayor abertura posible de las fisuras.

Abertura de las fisuras

Con la separación entre fisuras calculada puede determinarse la abertura de la fisura w_k para da a partir de la expresión propuesta por EC-2 [9] en el Art. 7.3.4. Debe notarse que se emplea la separación máxima hallada anteriormente, pues se quiere obtener una cota superior de la abertura real de la fisura.

$$w_k = s_{r,m\acute{a}x} \cdot |\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}|$$

Donde:

ε_{sm} Deformación unitaria media en la armadura de tracción.

ε_{cm} Deformación unitaria del media del hormigón entre fisuras.

Puede calcularse $|\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}|$ a partir de la ecuación:

$$|\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}| = \frac{|\sigma_s| - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff}} \cdot (1 + n_s \cdot \rho_{eff})}{E_s} \geq 0,6 \cdot \frac{|\sigma_s|}{E_s}$$

Donde:

σ_s Tensión en la armadura de tracción considerando la sección fisurada.

k_t Coeficiente que depende de la duración de la carga. Se toma igual a 0,4 para cargas a corto plazo.

$f_{ct,eff}$ Valor medio de la resistencia a tracción del hormigón en el momento en que aparece la fisura. Se toma igual a f_{ctm} al realizarse el cálculo para 28 días.

ρ_{eff} Cuantía geométrica de armadura en el área eficaz de hormigón.

$A_{c,eff}$ Área eficaz de hormigón en tracción que rodea la armadura pasiva. Se calcula a partir del canto $h_{c,eff}$.

$$h_{c,eff} = \min \left\{ 2,5 \cdot (h - d); \frac{h - x}{3}; \frac{h}{2} \right\}$$

La tensión en la armadura se calcula con el modelo de cálculo seccional definido en el *Apartado 11.4*.

Los valores de abertura de las fisuras, que en todos los casos son inferiores a los 0,3 mm (establecidos como límite), pueden leerse en la *Tabla 4.11*.

Sección	K	G
$s_{r,máx}$ (m)	0,1403	0,1724
w_k (mm)	0,09	0,16

Tabla 4.11. Separación máxima de las fisuras y abertura calculada en las secciones donde se produce fisuración para la carga de servicio.

4.8.4. Control de deformaciones

La limitación de tensiones y el control de fisuración se han verificado con los métodos simplificados planteados por el *Eurocódigo 2 [9]*, pero en el caso de las deformaciones el empleo de una metodología sencilla resulta inapropiado.

Debido a la variación de canto y a la presencia de axil (con una relación variable entre este y el flector) plantea una gran dificultad para realizar el cálculo directo de flechas de deformaciones como indica el *Art. 7.4.3*. En cada sección, en ELS, se tendrá una situación totalmente diferente, pudiendo haber fisurado o no. Además al ser diferente la relación entre el axil y el flector para cada sección, incluso con la sección fisurada, resulta imposible establecer unas características fijas de sección fisurada a partir de las de la sección sin fisurar. Adicionalmente, se tiene el impedimento de que gran parte del elemento corresponde a regiones D, lo cual también invalidaría los resultados así obtenidos.

Todo ello ha llevado a abandonar esta metodología del cálculo de deformaciones, por resultar inabordable un cálculo que proporcione resultados aproximados de deformaciones. Con las características de la estructura, únicamente resultaría viable -para estimar correctamente los desplazamientos de los puntos- un modelo global plano de elementos finitos que considerase los estados reales de cada sección.

Por otra parte, debido a la geometría -flecha del arco y relaciones canto/luz en las secciones- de la estructura y su forma de trabajar -siempre con una importante transmisión de cargas por mecanismo de compresión axil- resulta una estructura muy rígida y que prácticamente no sufre deformaciones en servicio. Resulta suficiente desde el punto de vista del diseño para el control de las deformaciones con realizar un cálculo sencillo del lado de la seguridad que establezca un valor muy

sobreestimado de deformaciones. Para ello podría emplearse un modelo elástico y lineal con la geometría de la directriz, empleando las características fisuradas de una sección media.

Como sólo se pretende hallar el desplazamiento más desfavorable para la estructura que se estudia (que podría corresponder a un arco de puente) puede calcularse el descenso del punto de aplicación de la carga de forma manual (con las simplificaciones del lado de la seguridad expuestas anteriormente) mediante las fórmulas de Navier-Bresse o los teoremas de Mohr a partir de los diagramas de esfuerzos de la *Figura 4.29*. De esta forma sencilla se puede calcular un descenso del punto de aplicación de la carga alrededor de 2 mm (según las características consideradas de la sección media).

Tomando como referencia la normativa española de acciones en puentes (*IAP-11 [20]*) se observa que el valor de flecha calculado del lado de la seguridad respeta la limitación de una milésima de la luz. En este caso, donde la luz del arco es de dos metros, puede permitirse una flecha de 2 mm. Debe tenerse en cuenta que la flecha real que se obtendría con un método más exacto sería notablemente inferior. Luego, se puede dar por verificado el ELS de deformaciones

4.9. Armado final del arco

En la *Tabla 4.12* se muestra un resumen de los resultados obtenidos en cada región B y D en las que se divide el arco, indicándose la armadura necesaria y la dispuesta tanto transversal como longitudinal. Además, se indica el cociente entre la armadura necesaria y la dispuesta con el fin de conocer qué zona es la más débil y, en consecuencia, más propensa a la rotura. El armado se muestra en el *Plano 2.2*. Se presentan tanto los valores para la armadura longitudinal en tracción como para la transversal.

Región	Tipo	Tirante/ Armadura (*)	¿Armadura distribuida?	$A_{s,nec}$ (cm ²)	nº redondos	∅ (mm)	$A_{s,disp}$ (cm ²)	$A_{s,nec}/A_{s,disp}$ (%)	Long. (m)	$A_{s,nec}$ (cm ² /m)	Sep. (m)	Ramas	$A_{s,disp}$ (cm ² /m)
J	D	2-3	S	0,4010	-	6	-	-	0,073	5,4933	0,07	2	8,0784
		4-5	S	0,2815	-	6	-	-	0,086	3,2738	0,07	2	8,0784
JK	B	Cort.	S	-	-	6	-	-	-	1,8714	0,07	2	8,0784
		T	N	0,7081	2	8	1,0053	70	-	-	-	-	-
		C	N	0,2470	2	8	1,0053	-	-	-	-	-	-
KL	D	1-2	S	0,6055	-	6	-	-	0,12	5,0455	0,07	2	8,0784
		1-4	N	0,3073	2	6	0,5655	54	-	-	-	-	-
		3-4	N	0,6745	2	8	1,0053	67	-	-	-	-	-
		4-5	S	0,2271	-	6	-	-	0,17	1,3362	0,07	2	8,0784
		4-6	N	0,3516	2	8	1,0053	35	-	-	-	-	-
		4-8	N	0,2778	2	6	0,5655	49	-	-	-	-	-
		6-7	S	0,4039	-	6	-	-	0,06	6,7318	0,07	2	8,0784
8-9	S	0,3122	-	6	-	-	0,12	2,6020	0,07	2	8,0784		
LM	B	Cort.	S	-	-	6	-	-	-	1,8714	0,07	2	8,0784
		T	N	0,9358	2	8	1,0053	93	-	-	-	-	-
		C	N	0,2545	2	8	1,0053	-	-	-	-	-	-
M	D	1-2	S	0,5665	-	6	-	-	0,076	7,4544	0,07	2	8,0784
N	D	2-3	S	0,5649	-	6	-	-	0,093	6,0744	0,07	2	8,0784
NO	B	Cort.	S	-	-	6	-	-	-	1,8714	0,07	2	8,0784
		T	N	0,6577	2	8	1,0053	65	-	-	-	-	-
		C	N	0,2681	2	8	1,0053	-	-	-	-	-	-
OP	D	1-2	S	0,2546	-	6	-	-	0,162	1,5716	0,07	2	8,0784
		2-4	N	0,7985	3	8	1,5080	53	-	-	-	-	-
		4-6	N	1,0270	3	8	1,5080	68	-	-	-	-	-
		5-6	S	0,2336	-	6	-	-	0,122	1,9147	0,07	2	8,0784
PQ	B	Cort.	S	-	-	6	-	-	-	1,8714	0,07	2	8,0784
		T	N	0,8253	2	8	1,0053	82	-	-	-	-	-
		C	N	0,2470	2	8	1,0053	-	-	-	-	-	-
Q	D	2-3	S	0,3111	-	6	-	-	0,088	3,5350	0,07	2	8,0784
		2-4	N	0,0702	2	8	1,0053	7	-	-	-	-	-
		4-5	S	0,2514	-	6	-	-	0,076	3,3078	0,07	2	8,0784

(*) En el caso de tratarse de una región D se indica el tirante objeto de estudio. Si es una región B se hace referencia a la armadura de cortante, la de tracción (T) o la de compresión (C).

Tabla 4.12. Resumen del armado final del arco.

Capítulo 5

CARACTERIZACIÓN DE MATERIALES Y CONTROL DE CALIDAD

Lisbel Rueda García
Álvaro Ciurana Tatay

En el presente capítulo se lleva a cabo una descripción de los materiales básicos empleados en la construcción de la estructura diseñada. Asimismo, se detalla el control de calidad de dichos materiales. Los materiales básicos utilizados que se consideran en los siguientes apartados son tres: hormigón convencional, barras de acero corrugado y una barra del sistema de pretensado DYWIDAG.

5.1. Hormigón

En este apartado se indica la dosificación empleada para realizar el hormigón del elemento que, como ya se ha indicado en el capítulo anterior, se busca que tenga una resistencia a compresión simple media de 40 MPa. Se describen en primer lugar las dos amasadas que fueron necesarias previamente para precisar la dosificación definitiva ya que, pese a utilizarse una dosificación sancionada por la experiencia en trabajos desarrollados en el Departamento de Ingeniería de la Construcción y de Proyectos de Ingeniería Civil de la Universitat Politècnica de València (*Leite [16]*), son muchos los factores que influyen en el resultado final, como por ejemplo el hecho de que los materiales empleados en el laboratorio varían sus características cada cierto tiempo, ya sea debido al lote o incluso al cambio de suministrador. Es por esa razón que siempre resulta conveniente probar de nuevo dichas dosificaciones para confirmarlas o ajustarlas a las necesidades presentes.

Conjuntamente, se explica el control de calidad realizado. En concreto, se llevaron a cabo ensayos de resistencia a compresión simple en todas las probetas según el proceso definido en la norma *UNE-EN 12390-3 [4]* y en algunas de ellas se midió el módulo de Young o módulo de elasticidad siguiendo el procedimiento que indica la norma *UNE 83316 [8]*. Todas las probetas elaboradas fueron cilíndricas de 150 mm de diámetro y 300 mm de altura (*UNE-EN 12390-1 [2]*). La fabricación y el curado de las mismas se realizaron conforme a lo especificado en la norma *UNE-EN 12390-2:2009 [3]*.

Se ha de destacar el porqué del uso de la resistencia a compresión simple media del hormigón en lugar de la característica. La resistencia característica consiste en un valor estadístico que ha de ser superado por el 95 % de los hormigones colocados en una obra con el fin de quedar siempre del lado de la seguridad; sin embargo, en este caso se busca el valor de la resistencia a compresión simple con la mayor exactitud posible puesto que se quiere acotar la carga de rotura del elemento diseñado y no simplemente asegurar que será capaz de resistir una carga determinada. De modo que en todo momento el objetivo será obtener un hormigón con una resistencia a compresión simple media de 40 MPa.

Antes de proceder a la explicación de cada amasada, se indican los materiales utilizados, que son comunes a todas ellas. El cemento era del tipo CEM I 52,5 R. Se hizo uso de dos tipos de áridos de diferentes granulometrías: el primero de ellos era una arena 0/4 caliza, rodada y lavada, con un coeficiente de absorción de 1,70, y el otro era una grava 4/6 caliza, machacada, con coeficiente de absorción 0,90. El tamaño máximo del árido queda limitado por los recubrimientos, que son pequeños al tratarse de una estructura de dimensiones reducidas. El agua empleada provenía de la red de abastecimiento de agua potable, ya que ésta cumple con los requisitos especificados para el agua de amasado por la *EHE-08 [19]*. No se utilizaron aditivos ni adiciones.

5.1.1. Primera amasada

Se realizó en primer lugar una amasada de 40 L de hormigón el día doce de febrero de 2014. Como ya se ha explicado, la dosificación fue extraída de otros trabajos realizados previamente en el Departamento (*Leite [16]*). En ese caso, la resistencia a compresión media obtenida en las probetas fue de 30,5 MPa y la consistencia de los hormigones realizados era líquida con un asentamiento medido mediante el cono de Abrams de 17,5 cm. La dosificación empleada para obtener un metro

cúbico de hormigón era la que se indica en la *Tabla 5.1*. La relación agua-cemento de esta dosificación era de 0,63.

Producto	CEM I 52,5 R	Agua efectiva	Grava 4/7	Arena rodada 0/4	Total
Peso (kg)	348	220	666	1065	2299

Tabla 5.1. Dosificación empleada en *Leite [16]* para un hormigón de 30,5 MPa de resistencia a compresión.

Puesto que la resistencia a compresión simple que se buscaba en el hormigón del presente trabajo era de 40 MPa, se decidió realizar un ajuste a dicha dosificación, disminuyendo la relación agua-cemento a 0,59. Esta dosificación fue la que se probó en la primera amasada, siendo para un metro cúbico de hormigón la que se muestra en la *Tabla 5.2*.

Producto	CEM I 52,5 R	Agua efectiva	Grava 4/6	Arena rodada 0/4	Total
Peso (kg)	352	207	674	1089	2299

Tabla 5.2. Dosificación empleada en la primera amasada.

El día que se realizó la amasada la temperatura ambiental era de 15 °C y la humedad relativa del 50 %. La absorción de los áridos determinada por los técnicos de laboratorio era de 1,70 % para la arena y de 0,90 % para la grava. La humedad medida a partir del ensayo de determinación de humedad de un árido mediante secado en estufa resultó ser 3,84 % para la arena y 0,92 % para la grava. El procedimiento que se sigue para medir la humedad requiere que 24 horas antes de proceder al amasado se pese una bandeja vacía ($P_{bandeja}$) y esa misma bandeja con el árido húmedo ($P_{bandeja+\text{árido húmedo}}$) (ver *Figura 5.1.a* y *5.1.b*). Después se introducen las bandejas en la estufa u horno y se mantienen allí durante un día (*Figura 5.2*). Transcurrido ese tiempo se pesa la bandeja con el árido seco ($P_{bandeja+\text{árido seco}}$) y se realiza la siguiente operación para determinar la humedad:

$$w(\%) = \frac{(P_{bandeja+\text{árido húmedo}} - P_{bandeja}) - (P_{bandeja+\text{árido seco}} - P_{bandeja})}{P_{bandeja+\text{árido seco}} - P_{bandeja}} \cdot 100$$



Figura 5.1. a) Pesaje de la bandeja de arena húmeda; b) Pesaje de la bandeja de grava húmeda.



Figura 5.2. Introducción de la bandeja en la estufa.

El amasado se llevó a cabo en una de las amasadoras del Laboratorio de Materiales de Construcción cuya capacidad se adecuaba al volumen de hormigón realizado. El orden de vertido de los materiales y el tiempo de amasado fue el siguiente: en primer lugar se vertieron la grava y la arena que fueron amasadas durante dos minutos; después el cemento, mezclado durante otros dos minutos, y por último se añadió el agua lentamente, prolongándose el amasado durante siete minutos.



Figura 5.3. Imagen de la amasadora en funcionamiento en la fase de mezclado de los áridos.

Una vez finalizado el amasado, se realizó el ensayo de consistencia mediante el cono de Abrams según lo indicado en la norma *UNE-EN 12350-2:2009* [6] (ver *Figura 5.4.a*). Resultó un hormigón muy poco trabajable. El asentamiento obtenido del ensayo del cono de Abrams fue de 4,5 cm. Se llenaron siete probetas cilíndricas. En vista de la consistencia del hormigón, se decidió compactar las probetas con mesa vibrante. La mesa empleada se puede observar en la *Figura 5.4.b* Se procuró sujetar el molde debidamente a la mesa tal y como indica la norma *UNE-EN 12390-2:2009* [3].



Figura 5.4. a) Ensayo del cono de Abrams realizado en la primera amasada; b) Mesa vibrante.

Para concluir con la fase de fabricación de la primera amasada, se identificaron debidamente las probetas y se cubrieron con un plástico para mantenerlas húmedas durante 24 horas (ver *Figura 5.5*). Pasado dicho tiempo se procedió al desmolde de las mismas y se introdujeron en la cámara húmeda del laboratorio hasta el día de su correspondiente rotura.



Figura 5.5. Conservación de las probetas durante las 24 horas anteriores al desmolde.

El día anterior a la primera rotura fueron refrentadas todas las probetas según las pautas establecidas en la norma *UNE-EN 12390-3:2009* [4]. Las probetas realizadas con esta amasada únicamente se ensayaron a compresión transcurridos 7, 23 y 29 días desde su fabricación por motivos de disponibilidad de la máquina de ensayo. En la *Tabla 5.3*. se muestran los resultados obtenidos. La columna de "Medida" corresponde al valor medio de las resistencias de ambos ensayos. En la última columna se indica el porcentaje respecto al valor a 29 días de la resistencia alcanzada a la edad en la que se realizó el ensayo. En cada una de las dos primeras fechas se ensayaron dos probetas. En el ensayo realizado a 29 días se rompieron tres probetas, reflejándose en la tabla el menor y el mayor de los tres resultados.

Fecha	Ensayo 1 (MPa)	Ensayo 2 (MPa)	Medida (MPa)	Medida/ f_{c29} (%)
19/02/2014	36,9	34,9	35,9	91,6
07/03/2014	41,3	40,8	41,0	104,8
13/03/2014	39,5	38,8	39,2	100

Tabla 5.3. Resultados de los ensayos de resistencia a compresión de las probetas de la primera amasada.

En todos los casos la rotura fue satisfactoria, presentando grietas verticales muy distribuidas (ver *Figura 5.6*). Se ha de tener en cuenta que la rotura de las dos probetas realizada el día trece de marzo de 2014 se llevó a cabo con una máquina de ensayo diferente y mucho más antigua a la que se usó en el resto de roturas. Eso indica que, de haber sido ensayadas dichas probetas con la misma máquina, las resistencias habrían sido superiores a las alcanzadas en los ensayos anteriores.



Figura 5.6. Rotura a siete días de las probetas de la primera amasada.

El equipo que se utilizó para hallar la resistencia a compresión de las probetas fue la máquina de ensayo para materiales de alta resistencia a la compresión de la serie MEH LC del fabricante Ibertest, conjuntamente con el software de ensayos WinTest32, que cumple con los requisitos de la normativa europea *UNE-EN 12390-4:2001* [5] sobre las características de las máquinas de ensayo. El procedimiento que se sigue es el que se detalla a continuación: se limpian el plato superior y el plato inferior de posibles restos de material de otras roturas, se sitúa la probeta sobre las marcas de centrado que posee el plato inferior y se eleva el conjunto camisa-pistón hasta que la probeta haga contacto con el plato superior de compresión. Una vez hecho esto, se programa el ensayo detallando el tipo de ensayo que se quiere realizar, la velocidad de ensayo y las dimensiones de la probeta. En cuanto a la velocidad de ensayo, la norma *UNE-EN 12390-3:2009* [4] especifica que ha de tratarse de una velocidad de carga constante dentro del rango de $0,6 \pm 0,2$ MPa/s. En todos los casos se utilizó 8,8 kN/s, lo que equivale a 0,5 MPa/s, situándose este valor dentro del intervalo establecido en la norma. Llegados a este punto, se inicia el ensayo. Una vez finalizado, se extrae la probeta bajando el conjunto camisa-pistón en el caso de que no hubiese espacio suficiente para retirarla. En la *Figura 5.7* se muestra el equipo de ensayo descrito. En este caso, se está midiendo en la probeta el módulo de elasticidad, que se explicará más adelante.



Figura 5.7. Equipo de ensayo de materiales de alta resistencia a la compresión de la serie MEH LC del fabricante Ibertest.

5.1.2. Segunda amasada

La segunda amasada se realizó el día 21 de febrero de 2014. En vista de que las resistencias alcanzadas en la primera amasada sobrepasaban los 40 MPa deseados pero la consistencia conseguida no era la adecuada para hormigonar una estructura de dimensiones reducidas en la que los estribos de cortante se encuentran a escasa distancia, se decide probar la misma dosificación que se extrajo de trabajos anteriores del Departamento pero teniendo en cuenta que al no contar en laboratorio con una grava 4/7 sino 4/6 era muy probable que la resistencia resultante fuese mayor. Esto se debe a que el menor tamaño de los áridos hace que el volumen de poros en el hormigón se vea reducido, con un consiguiente aumento de la compacidad y, por tanto, de la resistencia a compresión. La dosificación utilizada para un metro cúbico de hormigón es la que se muestra en la *Tabla 5.4*. La relación agua-cemento es de 0,63. En este caso, también fueron elaborados 40 L de hormigón de los que se extrajeron cinco probetas cilíndricas.

Producto	CEM I 52,5 R	Agua efectiva	Grava 4/6	Arena rodada 0/4	Total
Peso (kg)	348	220	666	1065	2299

Tabla 5.4. Dosificación empleada en la segunda amasada.

Aquel día la temperatura ambiental y la humedad relativa fueron de 19 °C y 44 %, respectivamente. La absorción de la arena era de 1,70 % y la de la grava de 0,90 %. Las humedades de los áridos medidas después de 24 horas de secado en estufa fueron de 2,47 % para la arena y 0,65 % para la grava.

También se utilizó una de las amasadoras de menor capacidad del laboratorio y el orden de vertido y los tiempos de amasado fueron los mismos que los de la primera amasada. Tras el amasado se realizó el ensayo de consistencia mediante el cono de Abrams, obteniéndose un asentamiento del hormigón de catorce centímetros, equivalente a una consistencia fluida. En vista de la apariencia del hormigón, éste se encontraba en el límite de agua por aparición de los primeros síntomas de

exudación. Las probetas fueron compactadas manualmente con barra, tal y como se detalla en la norma *UNE-EN 12390-2:2009* [3]. Tras esto, se identificaron las probetas y se cubrieron con un plástico para conservar su humedad. El desmolde de las mismas se llevó a cabo tres días después de su ejecución, no sobrepasando el máximo de 72 horas indicado en la norma *UNE-EN 12390-2:2009* [3]. Finalmente, se introdujeron las probetas en la cámara húmeda hasta el momento de su rotura.

El día previo a la primera rotura fueron refrentadas las cinco probetas. El ensayo que se llevó a cabo en todas ellas fue el de resistencia a compresión. En este caso se rompieron dos probetas siete días después de su fabricación, una probeta a los 14 días, otra a los 28 días y la última a los 42 días. Se quiere destacar que el objetivo era romper dos probetas transcurridos 28 días desde su elaboración, no obstante, debido a que la máquina de ensayo presentaba problemas se tuvo que posponer la rotura de una de ellas hasta que ésta estuvo en condiciones de ser utilizada. En la *Tabla 5.5* se recogen los resultados obtenidos.

Fecha	Ensayo 1 (MPa)	Ensayo 2 (MPa)	Medida (MPa)	Medida/ f_{c42} (%)
28/02/2014	30,8	32,6	31,7	84,0
07/03/2014	35,7	-	35,7	94,6
21/03/2014	35,8	-	35,8	94,8
04/04/2014	37,7	-	37,7	100

Tabla 5.5. Resultados de los ensayos de resistencia a compresión de las probetas de la segunda amasada.

En algunas de las probetas la rotura fue insatisfactoria, en concreto en aquellas en las que el ensayo se realizó a los 14 y 28 días. Se puede observar en la *Figura 5.8* que los planos de rotura se encuentran muy próximos a la parte superior de la probeta, en lugar de darse una rotura en forma de cono o presentando grietas verticales muy distribuidas como ocurrió en el resto de los casos.



Figura 5.8. Probeta de la segunda amasada tras el ensayo de compresión a 28 días.

Por otra parte, en las dos probetas de mayor edad se midió el módulo de elasticidad para obtener un orden de magnitud del mismo siguiendo las indicaciones de la norma *UNE 83316* [8]. El equipo que se necesitó fue la máquina de ensayo utilizada para medir la resistencia a compresión simple por ser una máquina capaz de aplicar la carga de ensayo de manera controlada y mantenerla en el escalón de carga correspondiente. Además, fue necesario el uso de tres transductores para la medida de la deformación longitudinal, también del fabricante Ibertest. El sistema cuenta con dos

tensores que permiten el montaje rápido de los tres extensómetros sobre la superficie de la probeta de ensayo. Éstos se fijan a 120° entre sí medidos respecto al eje central vertical de la probeta cilíndrica. Para que los extensómetros puedan medir la deformación, una vez colocados se afloja el dispositivo que los mantiene inmóviles. El ensayo consiste en realizar 3,5 ciclos de carga en los cuales se alcanza la tercera parte de la carga de rotura esperada para la probeta. En la *Figura 5.9.a* se observa el equipo descrito y en la *Figura 5.9.b* se muestra su colocación en la probeta.



Figura 5.9. a) Sistema de tres extensómetros para la determinación del módulo de Young estático a compresión del fabricante Ibertest; b) Instalación del equipo de medida del módulo de Young en la probeta.

En la *Tabla 5.6* se indican los resultados obtenidos para el módulo de elasticidad o módulo de Young E de las probetas ensayadas a 28 y 42 días.

Fecha	E (MPa)
21/03/2014	25500
04/04/2014	26500

Tabla 5.6. Resultados de los ensayos del módulo de elasticidad en compresión de las probetas de la segunda amasada.

5.1.3. Hormigón del elemento estructural

Para hormigonar el elemento diseñado se decidió utilizar la misma dosificación que se empleó en la segunda amasada. El hormigonado de la estructura se llevó a cabo el día quince de abril de 2014. Ese día los datos de temperatura ambiental y humedad relativa registrados por las estaciones meteorológicas próximas a la Universitat Politècnica de València fueron de 23°C y 37% , respectivamente. La absorción de la arena era de 1,70 y la de la grava de 0,90. La humedad de los áridos determinada mediante el método de secado en estufa fue del $4,20\%$ para la arena y $0,99\%$ para la grava. En la *Figura 5.10* se observan las diferentes bolsas en las cuales se separaron los áridos para asegurar que su humedad era la misma que la de la muestra tomada para medir dicho parámetro.



Figura 5.10. Separación de los áridos en bolsas para mantener su humedad.

La amasada que se realizó contaba con 100 L de hormigón en los que se incluían dos probetas de control, la totalidad del elemento y las pérdidas propias de la amasadora y la cuba. Debido al volumen de hormigón requerido, se utilizó una amasadora de mayor capacidad (ver *Figura 5.11*). Los tiempos de amasado requeridos en ésta se reducen a la mitad de los indicados en las amasadoras anteriores, de manera que el tiempo que transcurre desde que se vierte el agua hasta que se puede extraer el hormigón de la máquina es de cuatro minutos.



Figura 5.11. Amasadora de 100 L de capacidad.

A pesar de hacer uso de la misma dosificación que en la segunda amasada y de contar con una amasadora con mayor potencia, la consistencia que se consiguió no fue fluida sino blanda, obteniéndose un asentamiento del hormigón medido con el cono de Abrams de siete centímetros (ver *Figura 5.12*). Existen diversos motivos por los que pudo deberse esto. El más influyente es la temperatura ambiental, que aquel día era mucho más alta que cuando se realizó la segunda amasada. Debido a esto se requirió un vibrado enérgico del hormigón en el elemento y las probetas de control, tal y como se mostrará en el *Capítulo 8: Construcción*. El desmolde de las dos probetas se

realizó 24 horas después del hormigonado (ver *Figura 5.13*) y tras él ambas se introdujeron en la cámara húmeda del laboratorio durante los 28 días previos a su ensayo.



Figura 5.12. Asentamiento del hormigón del elemento medido mediante el cono de Abrams.



Figura 5.13. Una de las probetas de control tras ser desmoldada.

Análogamente a como se ha indicado en las dos amasadas anteriores, se procede a refrentar las probetas el día anterior a su ensayo. Los valores obtenidos en los ensayos de estas probetas son especialmente importantes, ya que son los que indican qué características tiene el hormigón con el que se ha construido la estructura. Como ya se ha indicado, ambas probetas fueron ensayadas a la edad de 28 días, coincidiendo con la fecha en que se realizó el ensayo de la estructura. En la *Tabla 5.7* se recogen los resultados obtenidos. Como se puede observar, en las dos probetas se midió el módulo de elasticidad o de Young E y la resistencia a compresión σ con los métodos ya explicados en las amasadas anteriores.

Fecha	E (MPa)		σ (MPa)	
	Probeta 1	Probeta 2	Probeta 1	Probeta 2
13/05/2014	26500	27500	42,1	44,5

Tabla 5.7. Resultados de los ensayos del módulo de elasticidad en compresión y resistencia a compresión de las probetas de control del hormigón del elemento.

En primer lugar se midió el módulo de elasticidad de la probeta y, una vez finalizado éste, se procedió a la rotura de la misma. En la *Figura 5.14* se puede ver una muestra de cómo se expresan los resultados en el software WinTest32. En la gráfica se observan los ciclos de carga de los que se ha hablado con anterioridad así como la resistencia máxima alcanzada por dichos ciclos, de 13,367 MPa, que se corresponden con el 33 % de los 40 MPa esperados en rotura.

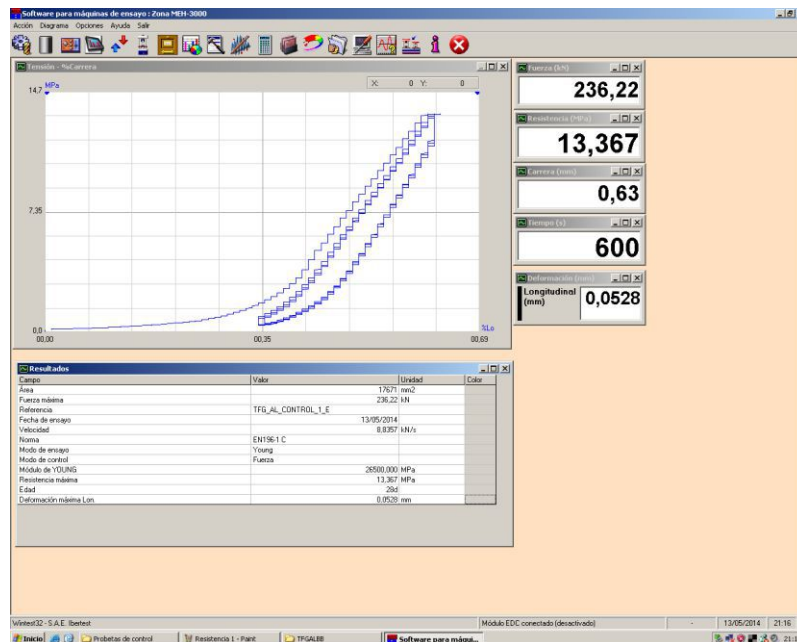


Figura 5.14. Resultados mostrados por el software WinTest32 en el ensayo del módulo de elasticidad de la probeta de control 1.

Mediante los datos proporcionados por el programa sobre la fuerza aplicada cada centésima de segundo y la carrera del pistón, y conociendo las dimensiones de la probeta, se pueden elaborar gráficos como los que se muestran a continuación en las *Figuras 5.15* y *5.16*. No obstante, se deben resaltar las limitaciones y tolerancias que presenta este método. En primer lugar, las deformaciones medidas sobrevaloran las deformaciones reales puesto que al utilizarse la carrera del pistón se están incluyendo indirectamente las deformaciones que tiene la máquina al entrar en carga. Por otro lado, la altura real de cada probeta varía en función del grosor de la capa de azufre del refrentado. No obstante, no resulta necesario realizar una medición más precisa debido a que lo que interesa en este trabajo es conocer la resistencia del hormigón a compresión, es decir, la f_c . Este error mencionado queda implícito en las gráficas de las *Figuras 5.15* y *5.16*, en las que la deformación del hormigón en rotura ϵ_{cu} se observa entre el 3,5 y 4 ‰ (realmente sería ligeramente inferior). A efectos de los cálculos de comprobación se tomará el valor convenido del 3,5 ‰, que proporciona una buena aproximación para los esfuerzos de rotura y es próximo al valor determinado experimentalmente.

Si se quisiera realizar una correcta medición de la deformación del hormigón bajo carga máxima se deberían sincronizar captadores de desplazamiento situados entre el plato superior y el inferior de la máquina de ensayo. Otra alternativa sería la colocación de galgas extensiométricas de hormigón en la probeta, aunque esto último sería más inexacto, al centrarse únicamente en las deformaciones de la zona en la que se encuentra la galga y no en el conjunto de la probeta.

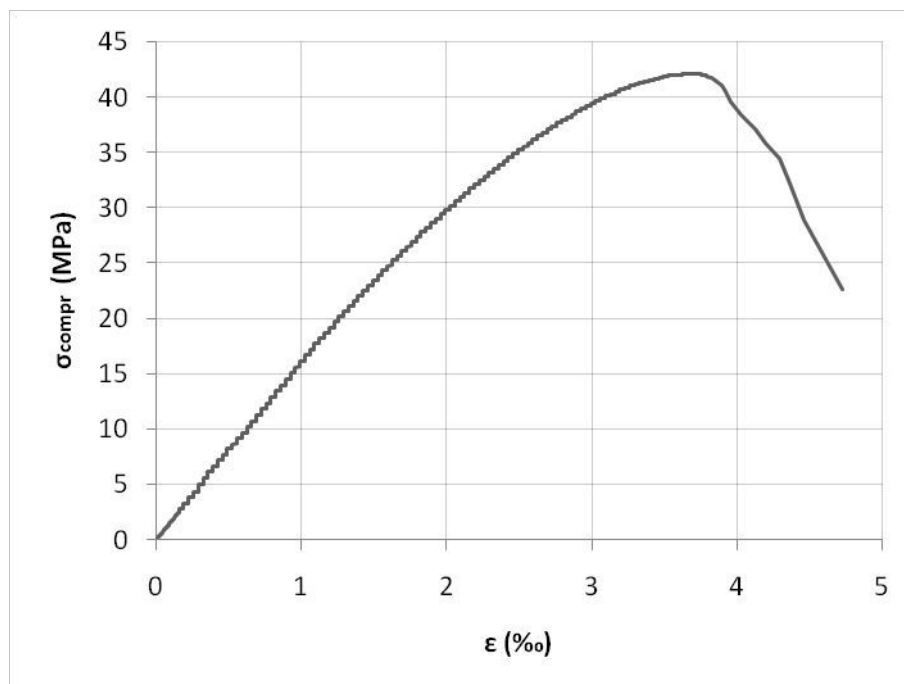


Figura 5.15. Gráfico del ensayo a compresión de la probeta de control 1.

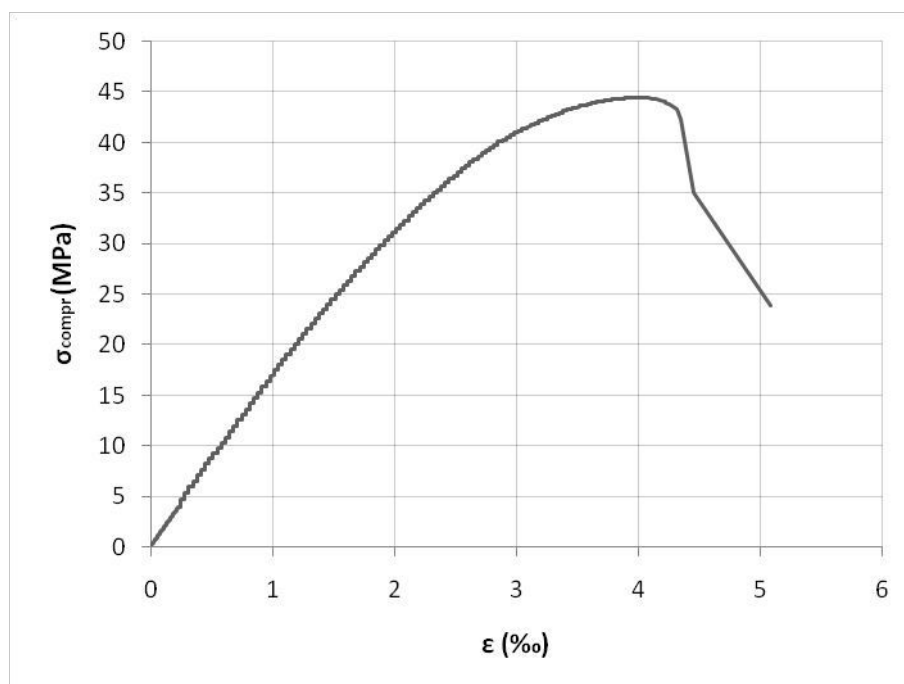


Figura 5.16. Gráfico del ensayo a compresión de la probeta de control 2.

Como se puede observar en la *Figura 5.17* la rotura en ambos casos fue satisfactoria según la norma europea *UNE-EN 12390-3:2009* [4], con grietas verticales muy distribuidas en la probeta 1 situada a la izquierda y en forma de cono en la probeta 2.



Figura 5.17. Probetas de control después del ensayo de compresión.

5.2. Acero

Las barras de acero corrugado escogidas son de calidad B 500 SD, según la *EHE-08* [19]. Para el control de calidad de las barras se pidió al suministrador tres barras de 60 cm de longitud de cada diámetro empleado en el armado de la estructura que procediesen del mismo lote del que provenían las barras del pedido. En este caso fueron necesarias tres barras de diámetro 6 mm y otras tres de diámetro 8 mm.

El control de calidad llevado a cabo en dichas barras se fundamenta en el ensayo de tracción contemplado en la norma *UNE-EN ISO 6892-1:2010* [11]. Dicho ensayo se realizó haciendo uso de una de las máquinas hidráulicas para ensayos de tracción de las que dispone la Universidad Politécnica de Valencia junto con el software WinTest32 desarrollado por Ibertest. Se programó una velocidad de ensayo de 10 MPa/s en la zona elástica y se contó con dos captadores con una base de medida de 50 y 100 mm. La máquina de ensayo se puede observar en la *Figura 5.18*.



Figura 5.18. Máquina utilizada para realizar el ensayo de tracción en las barras de acero.

Además, se midió manualmente sobre la barra de acero el alargamiento en rotura y el alargamiento bajo carga máxima. Para poder llevarse esto a cabo, se requirió una preparación previa de la probeta, realizando una pequeña muesca cada cinco veces el diámetro de la barra en dos lados de la misma diametralmente opuestos situando las muescas al tresbolillo con respecto a las del otro lado. Dichas muescas consisten en finas marcas o trazos tal y como indica la norma, pero no entalladuras que podrían dar como resultado una fractura prematura de la probeta. El proceso de marcado se observa en la *Figura 5.19*.



Figura 5.19. Preparación de la probeta para el ensayo de tracción.

Por otro lado, simplemente como una mera comprobación, se calculó el diámetro equivalente de la barra, midiendo su longitud y pesándola para, utilizando una densidad del acero de 7850 kg/m^3 , obtener un diámetro de 5,925 mm para los $\phi 6$ y de 7,679 mm para los $\phi 8$.

Una vez hecho esto, se dio inicio al ensayo. Cabe destacar la necesidad de retirar el captador de 50 mm antes de alcanzar su alargamiento máximo, continuando con la toma de datos el captador de 100 mm. En la *Figura 5.20* se muestran los dos captadores de desplazamiento mencionados, siendo el de menor base de medida el colocado en la parte superior.



Figura 5.20. Probeta de ensayo en la cual se han colocado los captadores de 50 y 100 mm.

Tras el ensayo, los dos trozos rotos de la probeta se recomponen cuidadosamente, situando sus ejes en una línea recta. Se mide con un calibre la distancia existente entre dos muescas situadas a ambos lados de la sección de rotura y que previamente al ensayo se encontraban a cinco veces el diámetro. Conociendo la longitud entre marcas antes y después del ensayo se puede averiguar el alargamiento en rotura. Por otra parte, realizando esta misma medida en un tramo alejado de la zona de rotura y de los puntos sobre los que se sitúan las mordazas de la máquina de ensayo, se puede calcular de la misma forma el alargamiento bajo carga máxima. Para mayor precisión se midió la distancia entre dos muescas situadas a diez veces el diámetro de la barra. En la *Figura 5.21.a* se observa cómo se lleva a cabo dicha medición mediante un calibre o pie de rey. En la *Figura 5.21.b* se muestra la estricción que se produce en la zona de rotura.

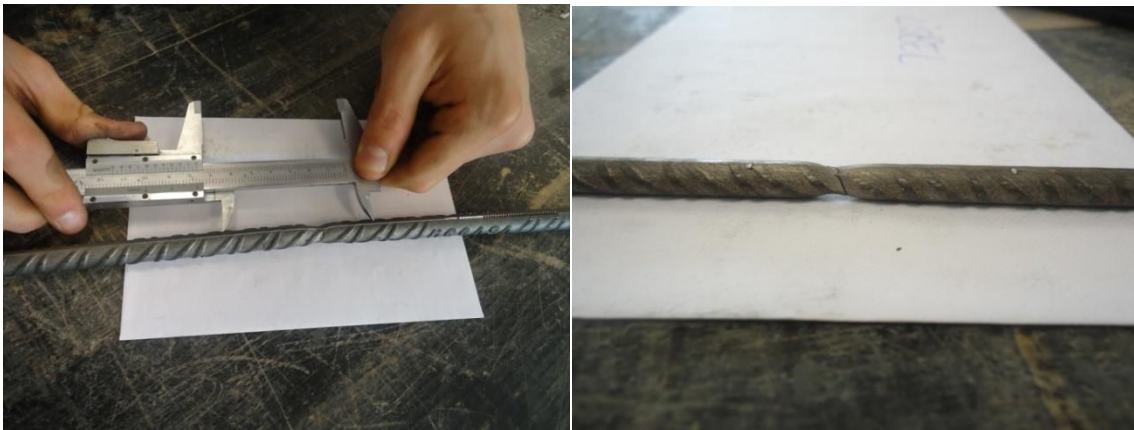


Figura 5.21. a) Medición de la probeta tras el ensayo para el cálculo del alargamiento en rotura; b) Estricción sufrida por la barra en la zona de rotura.

Cabe destacar sobre el cálculo del alargamiento bajo carga máxima la corrección que se realiza del valor obtenido de alargamiento mediante el pie de rey. El motivo es que, tras la rotura de la barra, los puntos alejados de la zona de rotura no mantienen el alargamiento alcanzado cuando se encontraban sometidos a la máxima carga sino que recuperan una pequeña parte de la deformación sufrida siguiendo un recorrido en la gráfica tensión-deformación paralelo a la rama elástica de la barra. Esto significa que, para obtener el alargamiento total desarrollado por la probeta, se debe incrementar el alargamiento calculado mediante la medición con el calibre en una cantidad igual a la tensión de rotura de la barra dividida por el módulo de Young del acero, considerando que este último es de 200 GPa. Esto se puede observar en la *Figura 5.22*. En ella, al alargamiento medido con el calibre viene representado por ϵ_u^* , y el alargamiento corregido por ϵ_u .

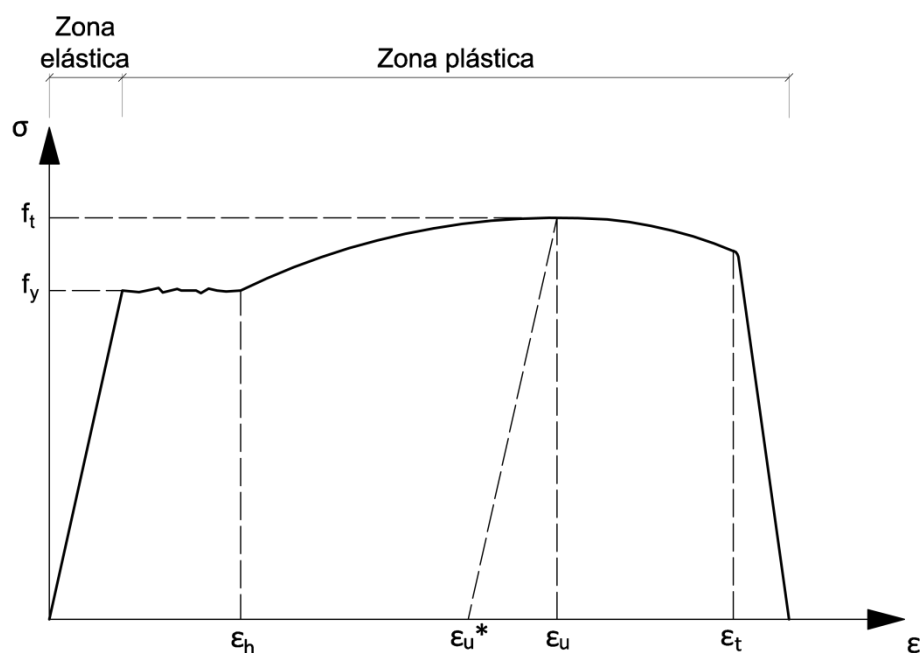


Figura 5.22. Gráfica tipo tensión-deformación del acero.

La simbología utilizada en la figura representa los siguientes conceptos:

- f_t Resistencia a tracción del acero.
- f_y Límite elástico del acero.
- ϵ_h Extensión porcentual de inicio del endurecimiento.
- ϵ_u^* Extensión plástica porcentual bajo carga máxima.
- ϵ_u Extensión total porcentual bajo carga máxima.
- ϵ_t Alargamiento porcentual en rotura.

A continuación se muestran los resultados obtenidos en los ensayos realizados. Se debe señalar que las tres probetas de control de 6 mm de diámetro que fueron suministradas no eran totalmente rectas, lo cual dificulta el ensayo de tracción, pudiéndose obtener datos no del todo correctos. En la Figura 5.23 se muestran las gráficas tensión-deformación de las tres barras $\varnothing 6$ superpuestas. Se puede observar que en ninguna de ellas resulta fácil distinguir el límite elástico, por lo que el valor indicado se corresponde con una deformación plástica del 2 ‰. Los resultados se recogen en la Tabla 5.8. Los valores de las dos últimas filas -alargamiento bajo carga máxima y alargamiento en rotura- se obtienen a partir de la medición sobre la barra de acero. En la Figura 5.24 y la Tabla 5.9 se observan los resultados para las tres probetas de 8 mm de diámetro. En este caso sí que se ha podido indicar el límite de cedencia real de manera visual.

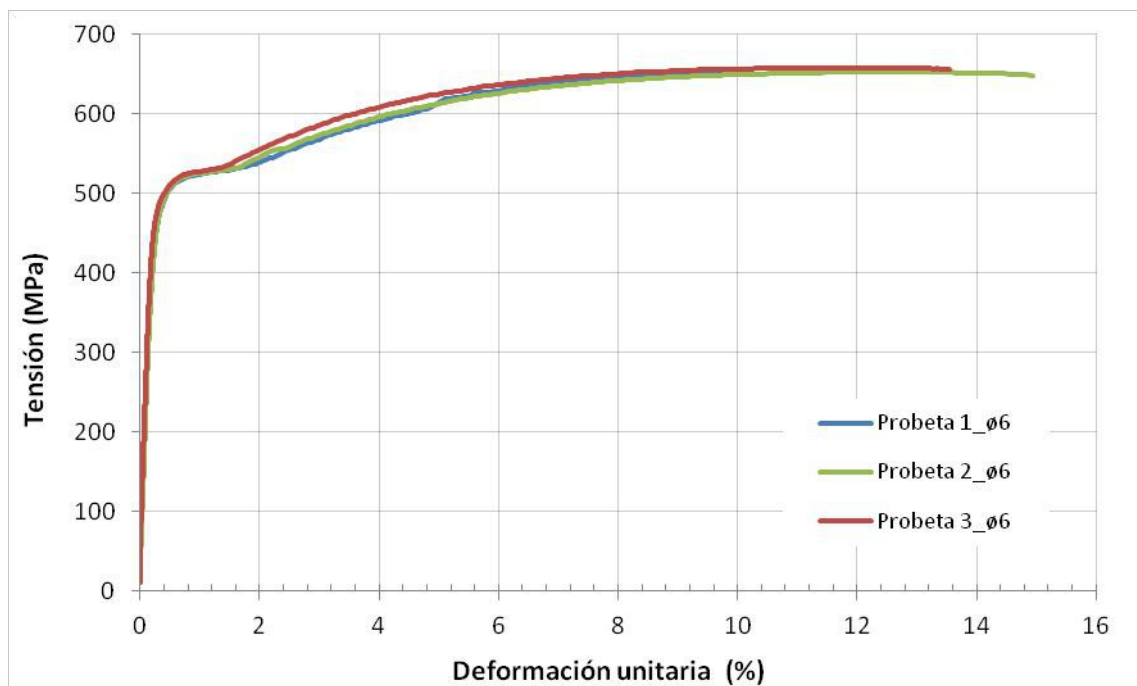


Figura 5.23. Gráfica tensión-deformación unitaria de las barras ø6 ensayadas.

Parámetro	Probeta 1_ø6	Probeta 2_ø6	Probeta 3_ø6	Media
Módulo de elasticidad E (MPa)	158092,89	162436,76	173691,82	164740,49
ϵ de plastificación	0,0032	0,0031	0,0029	0,0031
ϵ plástica corresp. al límite de cedencia	0,0020	0,0020	0,0020	0,0020
Límite de cedencia aparente (MPa)	508,02	507,15	508,14	507,77
Límite de cedencia real (MPa)	508,02	507,15	508,14	507,77
Def. inicio endurecimiento ϵ_h	0,0168	0,0171	0,0140	0,0160
Tensión para ϵ_h (MPa)	531,43	533,16	533,39	532,66
Resistencia máxima f_t (MPa)	654,90	652,10	657,68	654,90
Deformación correspondiente a f_t	0,1022	0,1709	0,1371	0,1367
Tensión corresp. a ϵ_t (MPa)	616,27	599,56	630,16	615,33
Deformación máxima ϵ_t	0,1030	0,1601	0,1382	0,1337
Alargamiento bajo carga máxima ϵ_u (%)*	14,24	12,16	13,25	13,22
Alargamiento en rotura ϵ_r (%)*	29,33	24,67	28,33	27,44

* Medido en la barra de acero

Tabla 5.8. Resultados del ensayo de tracción de las barras ø6 ensayadas.

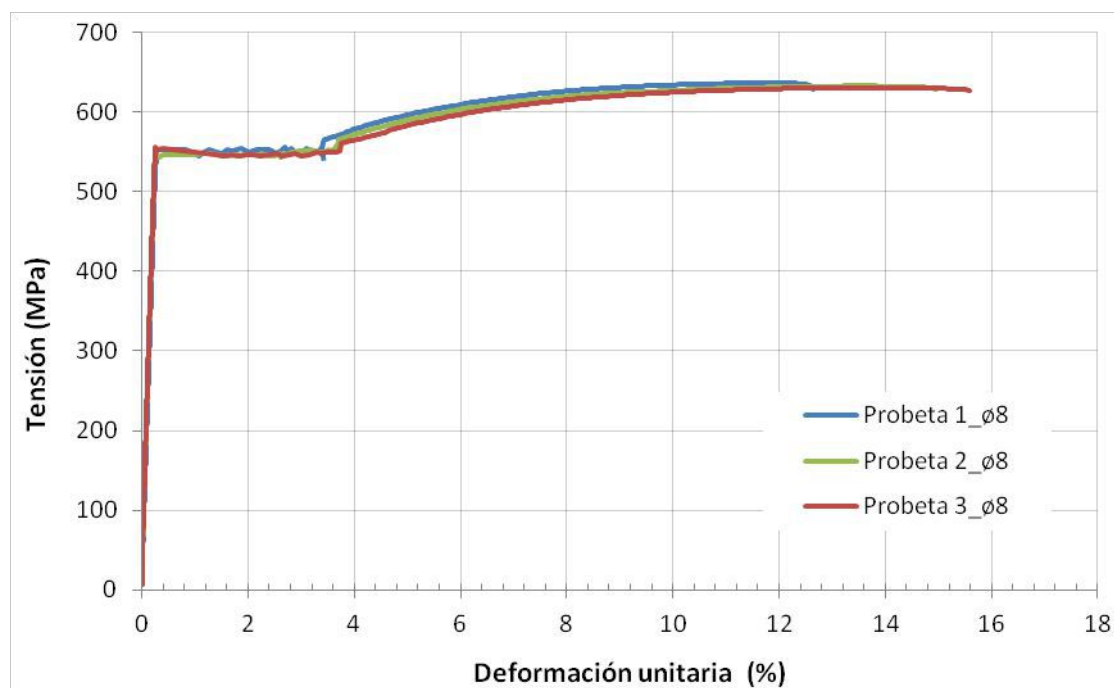


Figura 5.24. Gráfica tensión-deformación unitaria de las barras ø8 ensayadas.

Parámetro	Probeta 1_ø8	Probeta 2_ø8	Probeta 3_ø8	Media
Módulo de elasticidad E (MPa)	203152,81	217268,32	214498,64	211639,92
ϵ de plastificación	0,0027	0,0025	0,0026	0,0026
ϵ plástica corresp. al límite de cedencia	0,0020	0,0020	0,0020	0,0020
Límite de cedencia aparente (MPa)	552,92	546,42	553,92	551,09
Límite de cedencia real (MPa)	550,39	550,27	556,41	552,36
Def. inicio endurecimiento ϵ_h	0,0339	0,0366	0,0373	0,0359
Tensión para ϵ_h (MPa)	551,32	553,48	551,38	552,06
Resistencia máxima f_t (MPa)	636,46	632,86	630,61	633,31
Deformación correspondiente a f_t	0,1252	0,1499	0,1567	0,1439
Tensión corresp. a ϵ_t (MPa)	616,01	609,09	609,69	611,60
Deformación máxima ϵ_t	0,1265	0,1506	0,1580	0,1450
Alargamiento bajo carga máxima ϵ_u (%)*	12,35	12,66	12,44	12,48
Alargamiento en rotura ϵ_t (%)*	30,25	29,5	28,25	29,33

* Medido en la barra de acero

Tabla 5.9. Resultados del ensayo de tracción de las barras ø8 ensayadas.

La EHE-08 [19] establece que en el caso de tratarse de aceros soldables con características especiales de ductilidad de límite elástico de 500 MPa (B 500 SD) estos deben cumplir las especificaciones mostradas en la Tabla 5.10. Se analizan éstos parámetros en ausencia de unas indicaciones de este tipo en el Eurocódigo 2 [9]. En las dos columnas de la derecha se expresan los resultados obtenidos para las barras ensayadas, cumpliéndose en todos los casos con lo establecido.

		EHE-08	ø6	ø8
Límite elástico f_y (MPa)		≥ 500	508	552
Carga unitaria de rotura f_t (MPa)		≥ 575	655	633
Alargamiento de rotura ε_t (%)		≥ 16	27	29
Alargamiento total cajo carga máxima ε_u	Acero suministrado en barra	$\geq 7,5$	13	12
	Acero suministrado en rollo	$\geq 10,0$	13	12
Relación f_t/f_y		$1,15 \leq f_t/f_y \leq 1,35$	1,29	1,15
Relación $f_{yreal}/f_{ynominal}$		$\leq 1,25$	1,02	1,10

Tabla 5.10. Verificación del cumplimiento del acero corrugado utilizado con lo estipulado en la EHE-08 [19].

5.3. Barra DYWIDAG

Por razones que se describirán en el *Capítulo 6: Diseño del ensayo*, se requiere una barra roscada del sistema de pretensado DYWIDAG. Tal y como indica el fabricante en su catálogo, estas barras son de acero de alto límite elástico del tipo Y 1050 H. Se utiliza una barra de 32 mm de diámetro nominal. Ésta dispone de costillas continuas laminadas en caliente que le confieren a la barra rosca a derechas a lo largo de toda su longitud. El fabricante denomina a estas barras 32 WR y define para ella los datos técnicos recogidos en la *Tabla 5.11*. Para el diámetro nominal indicado la carga característica de rotura de 845 kN equivale a 1050 MPa.

Denominación	32WR
Diámetro nominal (mm)	32
Sección nominal (mm²)	804
Peso nominal (kg/m)	6,53
Paso de rosca (mm)	16
Carga característica de rotura (kN)	845

*El peso por metro incluye 3,5 % del peso de la rosca no resistente.

Tabla 5.11. Datos técnicos de la barra del sistema de pretensado DYWIDAG.

De cara al análisis experimental se requiere determinar en esta barra una relación entre la fuerza y la deformación. Es por esta razón que se somete a un ensayo de tres ciclos de tracción en los cuales se alcanza una carga máxima en torno al 20 % de la carga característica de rotura. En la *Figura 5.25* se observa la gráfica tensión-deformación unitaria obtenida de este ensayo. La máquina utilizada es la misma que se ha descrito en el *Apartado 5.2* haciendo uso de las mordazas apropiadas para el diámetro de esta barra. La velocidad de ensayo empleada fue de 5 kN/s.

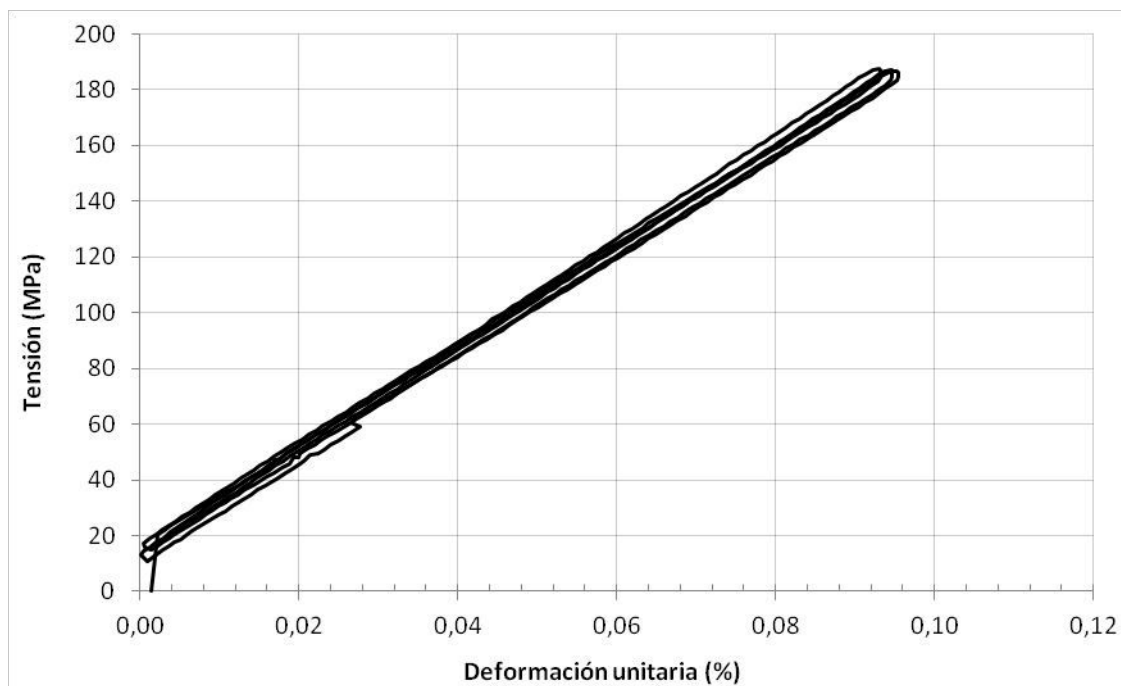


Figura 5.25. Gráfica tensión-deformación unitaria de la barra 32WR.

El módulo de elasticidad, que es la pendiente de la recta obtenida, así como la relación fuerza-alargamiento unitario se muestran en la *Tabla 5.12*. También se indica la constante de Hooke o rigidez de la barra a axil k hallada utilizando una longitud de barra de 2300 mm que es lo que mide el tramo situado entre las tuercas que sujetan la barra al elemento.

E (MPa)	182500
F/ϵ (kN)	147000
k (kN/mm)	63,8

Tabla 5.12. Resultados obtenidos del ensayo de la barra 32WR.

Capítulo 6

DISEÑO DEL ENSAYO

Lisbel Rueda García
Álvaro Ciurana Tatay

En este capítulo se describe el proceso seguido para el diseño del ensayo adoptado en este trabajo. Se plantea primeramente cuál es la configuración del montaje del elemento en el pórtico de carga y sus vinculaciones -materializadas mediante piezas auxiliares de acero cuyo diseño se incluye en el segundo apartado del capítulo-. Por último, se presentan las medidas estructurales tomadas para condicionar adecuadamente el elemento a las características del ensayo.

6.1. Determinación del montaje

En el *Apartado 3.1* se presentaron una serie de condicionantes a tener en cuenta para el diseño del prototipo del trabajo. A continuación se exponen de nuevo los que resultan determinantes para realizar un adecuado ensayo desde el punto de vista del montaje, sin tener en cuenta la instrumentación, que se detallará más adelante en el *Capítulo 9*.

El coste total de los materiales y equipos auxiliares empleados para la realización del proyecto debe ser el menor posible, adecuando las características en lo posible a los productos disponibles y diseñando con vistas a una amortización futura aquellos elementos necesarios no existentes.

Se deben poder medir las deformaciones tanto en el hormigón como en el acero en las secciones escogidas a lo largo de la pieza.

El montaje del ensayo debe resultar posible con los recursos humanos y materiales disponibles, buscando la menor cantidad de los mismos.

Además, resulta imprescindible realizar un diseño del ensayo que resulte seguro, tanto para las personas como para los equipos, con un coste moderado.

En primer lugar, se va a establecer cuál debe ser el sistema de apoyos de la estructura con el exterior, entendiéndose como tal al conjunto de vinculaciones que la conectan al pórtico de ensayo. Debe buscarse una configuración que resulte lo más próxima al modelo estructural considerado que se ha empleado en el cálculo (*Apartado 4.6.2*).

Como ya se ha comentado en múltiples ocasiones la estructura diseñada es un arco triarticulado (isostático) que precisa de apoyos fijos en sus arranques para poder funcionar como tal. No obstante, al ser elevados los empujes horizontales que puede llegar a ejercer sobre los apoyos no, no resulta adecuado un montaje que coarte los desplazamientos en los apoyos y en consecuencia se transmitan las componentes horizontales de las reacciones íntegramente al pórtico -con poca rigidez horizontal-.

Además de las deformaciones excesivas que sufriría el pórtico si se consideraran apoyos fijos independientes para el arco existe una dificultad inherente a la toma de datos que tiene que ver con la imposibilidad de medir fuerzas de reacción directamente por la inexistencia de células de carga. Estas dos dificultades son las que han obligado a los autores a plantear una solución que los resuelva de forma conjunta.

Se propuso la idea de conectar ambos arranques del arco mediante un tirante suficientemente rígido para que los desplazamientos horizontales relativos entre ellos fueran despreciables a efectos del análisis estructural. Conociendo la rigidez de dicho tirante y midiendo sobre éste deformaciones, podría medirse indirectamente la fuerza de reacción horizontal -que resulta igual y de sentido contrario en ambos apoyos al ser la carga externa aplicada vertical-.

Como elemento de conexión (tirante) se estableció una barra roscada DYWIDAG. En el siguiente apartado se describen las características mecánicas del modelo empleado.

Respecto a los apoyos, se ha empleado un conjunto de placas de acero y rodillos fijos para cada uno de las conexiones inferiores al pórtico. Con estas vinculaciones debe establecerse una

coacción horizontal para fijar la estructura -deja de ser un mecanismo al conectar ambos arranques con una barra articulada- horizontalmente y conseguir una vinculación isostática al exterior.

Para impedir el desplazamiento libre en horizontal se ha diseñado una placa ranurada que pueda emplearse tanto para repartir la carga puntual transmitida por el actuador hidráulico como servir de punto fijo horizontal.

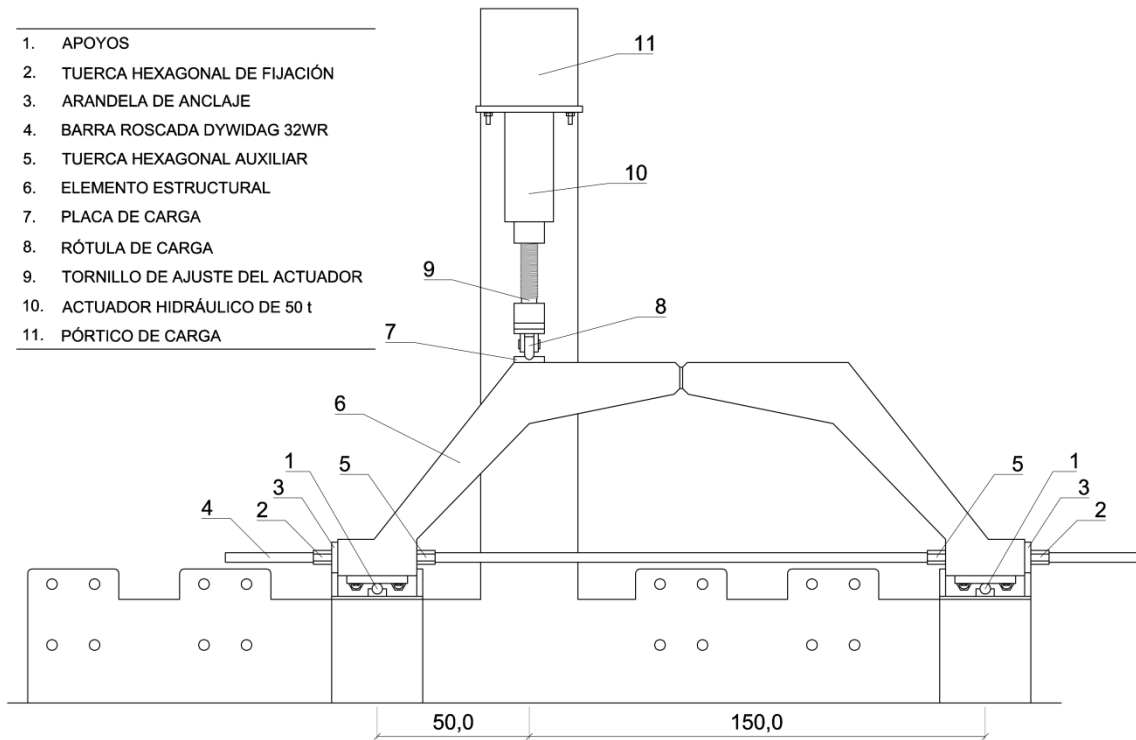


Figura 6.1. Montaje para el ensayo sin instrumentación.

El esquema general del montaje puede apreciarse en la *Figura 6.1*. El sistema de carga consiste en un pórtico de tipo horca autoequilibrado que monta un actuador hidráulico de 500 kN. La aplicación de la carga sobre la estructura se realiza mediante un “cuchillo” articulado que encaja en una placa ranurada de reparto y sirve además para fijar la pieza horizontalmente. El apoyo del elemento en el pórtico se realiza sobre rodillos fijados a las plataformas de apoyo y empleando placas lisas de reparto unidas al hormigón.

6.2. Diseño de elementos auxiliares

6.2.1. Tirante

Como ya se ha mencionado, se emplea una barra roscada como tirante de unión entre los apoyos del arco. Las decisiones a tomar sobre este elemento se limitan al diámetro habiendo decidido ya el tipo de barra.

Con las fuerzas de reacción horizontal calculadas con el modelo isostático básico puede esperarse sobre la barra un axil de 42,4 kN, muy inferior al que puede resistir cualquiera de los

tamaños existentes en el catálogo del fabricante. Sin embargo no puede escogerse un diámetro excesivamente pequeño por resultar algo distante el comportamiento real de la estructura del inicialmente planteado -con apoyos fijos-. Además, por existir en el laboratorio numerosas barras de diámetro 32 mm (GW32) para el montaje de pórticos de ensayo este es el modelo que finalmente escogido. Se ha presentado anteriormente una descripción más detallada desde el punto de vista del comportamiento del material en el *Apartado 5.2*.

Con el diámetro escogido puede esperarse una rigidez a axil del tirante de 66,4 kN/mm considerando la sección nominal (804 mm²), un módulo de elasticidad aproximado de 190 GPa y una longitud total de la barra de 2300 mm. Con la tracción de 42,4 kN anteriormente indicada cabría esperar un alargamiento de 0,6 mm, que se traduciría en un desplazamiento horizontal relativo entre apoyos de esa magnitud.

6.2.2. Aparatos de apoyo y carga

Al ser esta la primera vez que se realiza una estructura similar para ser ensayada en los laboratorios del Departamento de Ingeniería de la Construcción y de Proyectos de Ingeniería Civil, la inexistencia (o falta de adecuación) de elementos auxiliares para el ensayo hizo necesario su diseño -incluido en el presente trabajo- y su adquisición. En el *Plano 5.0* se detallan las características de dichos elementos. Se ha considerado para la fabricación de todas la piezas un acero especial para mecanizados con límite elástico superior a 650 MPa y tensión de rotura superior a 900 MPa.

Para el diseño de estos elementos se considera una carga máxima F transmitida por el gato de 250 kN. En el montaje más desfavorable para cualquiera de los apoyos - se buscan unas piezas que puedan ser reutilizadas en múltiples ensayos futuros- se tendría una reacción vertical R de 187,5 kN (250·3/4). Las dimensiones en planta de las placas de apoyo serían de 200x200 mm y el límite elástico del material 650 MPa. Se va a trabajar con una tensión admisible en el acero σ de 325 MPa, igual al 50 % del límite elástico.

En primer lugar, se va a presentar la rótula de carga, que se ha convenido en llamar “cuchillo” por su forma. Este aparato, además de transmitir a la placa de carga la fuerza del gato, tiene como funciones fundamentales: centrar la carga sobre el eje de la placa y paliar la falta de planeidad debida a imperfecciones en el elemento.



Figura 6.2. Rótula de carga (“cuchillo”).

Esta rótula de carga se une al pistón del actuador hidráulico mediante una pieza auxiliar ya existente que consiste en una placa circular unida a un cilindro fileteado.

La geometría adoptada para este elemento se ha establecido y verificado conforme a lo expuesto en la *Instrucción de Acero Estructural (EAE) [18]* y en particular según se establece en el *Art. 58*. Los parámetros críticos que deben ser calculados son: el espesor de las chapas laterales y la móvil, el diámetro del bulón y las distancias entre el perímetro de dicho pasador y los bordes de las chapas. En las chapas se considera el modo de fallo por aplastamiento y en el bulón la doble cortadura.

En un predimensionamiento se establece un espesor de las chapas de 15 mm para la base y laterales, y 30 mm -coincidiendo con el diámetro del semicilindro de apoyo- para la chapa basculante.

La resistencia a doble cortante del bulón, de diámetro $\varnothing=30$ mm, es:

$$F_{v,Rd} = 2 \cdot 0,6 \cdot \frac{\pi \cdot \varnothing^2}{4} \cdot \sigma = 275,7 \text{ kN} > 250 \text{ kN}$$

De forma aproximada, se puede establecer que las chapas laterales, de espesor $t=15$ mm, resisten en conjunto una carga de:

$$F_{b,Rd} = \varnothing \cdot 2 \cdot t \cdot \sigma = 292,5 \text{ kN} > 250 \text{ kN}$$

Resulta más conveniente calcular las dimensiones mínimas de a -distancia del borde del agujero a un borde perpendicular al esfuerzo a transmitir- y c -distancia del borde del agujero a un borde perpendicular al esfuerzo a transmitir- según establece la *EAE [18]*:

$$a \geq \frac{F}{2 \cdot (2 \cdot t) \cdot \sigma} + \frac{2 \cdot \varnothing}{3} = 32,8 \text{ mm}$$

$$c \geq \frac{F}{2 \cdot (2 \cdot t) \cdot \sigma} + \frac{\varnothing}{3} = 22,8 \text{ mm}$$

La geometría considerada respeta estas dimensiones mínimas. En el caso del parámetro a se considera también incluido el espesor de la chapa de base, luego la medida a comprobar sería la distancia entre el borde comprimido del agujero y el borde de la pieza en la dirección del esfuerzo. Con esto queda comprobado el cuchillo.

El otro aparato que debe dimensionarse y comprobarse es el que se va a emplear en los apoyos inferiores. Se compone de una chapa de base, que sirve para reforzar las zonas no rigidizadas de los perfiles de apoyo en el pórtico, sobre la que se unen tres medias lunas que sirven de apoyo para un cilindro empleado como rodillo. Por último, la placa de apoyo que se conecta al hormigón mediante tacos de acero atornillados.

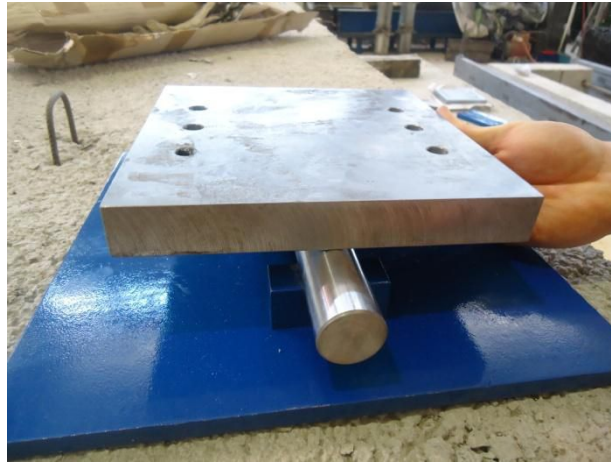


Figura 6.3. Aparato de apoyo.

La comprobación de este conjunto pasa por verificar la resistencia del cilindro ($\varnothing=35$ mm) y la de la placa a partir de dos sencillos cálculos de flexión. La altura del conjunto se ha establecido en 78 mm, coincidiendo con la que presentan los apoyos fijos habitualmente empleados en el pórtico de ensayo. Esta decisión está motivada por la falta de experiencia en el empleo de dos apoyos deslizantes, que genera incertidumbres respecto a su correcto funcionamiento en la práctica. Se recuerda que es el cuchillo quien fija la pieza horizontalmente.

Debido a las rigideces, en absoluto despreciables, de la placa de apoyo y del hormigón, resultaría poco preciso -quedando muy del lado de la seguridad- considerar que el cilindro se comporta como una viga continua de dos vanos. Realmente la carga se concentra sobre las medias lunas de fijación que resisten sobradamente la carga. Incluso considerando las condiciones más desfavorables -el cilindro biapoyado entre puntos separados 80 mm y una carga transmitida de 1000 kN/m- se obtiene una tensión máxima en el mismo de 178 MPa, muy inferior al valor admisible (325 MPa).

Algo similar ocurre con la placa de apoyo, pues no resulta representativo considerar un voladizo de 100 mm -desde el eje del cilindro hasta el borde de la placa- cargado con la presión que transmite el hormigón. En vista a la experiencia en otros ensayos previos llevados a cabo en el laboratorio se consideró un espesor de chapa de 25 mm, habiéndose calculado con el procedimiento anteriormente descrito y con la tensión admisible un espesor de 41,6 mm. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que para el cálculo se ha considerado una tensión admisible del 50 % del límite elástico garantizado y se ha tomado como carga en el apoyo 187,5 kN -muy superior a los 75 kN esperados para la carga de diseño del arco-.

La última pieza que se va a presentar es la empleada para repartir la carga transmitida por el cuchillo. Se ha tomado un ancho de 100 mm para reducir lo máximo posible la región de discontinuidad que se genera alrededor de la carga, y una dimensión mayor de 200 mm, coincidiendo con el ancho del elemento. La fijación de esta placa sobre el hormigón también se realiza con tacos metálicos roscados, albergados al menos en dos de los taladros realizados -ubicados al ligeramente al tresbolillo para poder realizar las perforaciones en caso de encontrar alguna armadura-.



Figura 6.4. Placa de carga.

6.2.3. Elementos auxiliares

Para poder realizar el montaje del ensayo como se ha descrito en el apartado 6.1 son necesarios algunos elementos y materiales adicionales. Aunque se incluya este punto dentro del apartado de *Diseño de elementos auxiliares*, no se va a realizar un diseño sino más bien una descripción y comprobación de dichos elementos.

En primer se describe el anclaje de la barra pasiva empleada como tirante. Con el fin de aprovechar los recursos existentes en el laboratorio se emplea el sistema habitual de arandela y tuerca hexagonal de fijación, normalmente empleado en los montajes de ensayos. Con la fuerza de tracción prevista en la barra resulta suficiente el empleo de una arandela circular de 20 mm de espesor y diámetros de 40 y 100 mm para el interior y el exterior respectivamente. El conjunto -para cada extremo- lo completaría una tuerca hexagonal del sistema DYWIDAG de 60 mm de longitud.

Con el área de contacto de la arandela sobre el hormigón y la fuerza R_h en la barra -igual a la reacción horizontal- puede esperarse una tensión sobre el macizo de hormigón del apoyo de:

$$\sigma_c = \frac{R_h}{\frac{\pi}{4} \cdot (\varnothing_{ext}^2 - \varnothing_{int}^2)} = 6,4 \text{ MPa} \ll 40 \text{ MPa}$$

Este reducido valor de tensión transmitida no sólo resulta adecuado desde el punto de vista de la compresión en la dirección de la barra, sino también por no generar excesivas tracciones transversales en el macizo de hormigón.

Para poder desplazar con seguridad el elemento, tanto para el montaje sobre el pórtico de carga como previamente para el pegado de galgas superficiales, resulta necesario disponer además de los anclajes de la barra anteriormente descritos otras tuercas en la parte interna de los macizos de hormigón. Estas tuercas, que no tienen ninguna función durante el ensayo, aseguran que no se juntan los apoyos del arco y que no se deforman a flexión las barras pasantes de la rótula antes del inicio del proceso de carga.

6.3. Refuerzo del arco para el ensayo

El diseño del armado se ha planteado simétrico, habiéndose tomado la situación más desfavorable consistente en cargar únicamente la “pila” ubicada sobre el quiebro izquierdo y suponiendo que igualmente podría actuar dicha fuerza en el derecho. Luego, la armadura de tracción necesaria calculada en la cara interior de la mitad izquierda del arco se dispondrá también en la mitad derecha, y la armadura de la cara externa de la parte derecha del arco también se dispondrá en la izquierda. Del mismo modo se ha procedido con la armadura calculada en las regiones de discontinuidad.

Sin perjuicio de lo expuesto anteriormente, por motivos prácticos, resulta adecuado reforzar algunas zonas del elemento para el ensayo. En general, esta práctica resulta habitual en experimentación con estructuras de hormigón armado, ya sea armando más aquellas zonas en las que no se desee una rotura frágil accidental o zunchándolas con elementos metálicos.

Para el ensayo se ha considerado adecuado reforzar la cara de tracción de la parte derecha del arco (borde exterior) con un redondo $\varnothing 8$ adicional, además de los tres ya dispuestos por cálculo. Con esto se pretende asegurar que no se produce el fallo por dicha zona, lo que restaría utilidad a la instrumentación dispuesta considerando una rotura en la parte izquierda del elemento. La armadura de refuerzo es la denominada *L11* en los planos de armado (*Plano 2.2*).

Capítulo 7

DISEÑO Y ADQUISICIÓN DE MATERIALES PARA LA CONSTRUCCIÓN

Lisbel Rueda García
Álvaro Ciurana Tatay

En el capítulo que se desarrolla a continuación se describe el procedimiento de diseño y obtención de la madera necesaria para construir el encofrado de la estructura. También se explica el proceso de adquisición del acero corrugado. Por último, se indican una serie de materiales auxiliares que se requieren para la construcción del elemento.

7.1. Madera para el encofrado

Como en toda estructura de hormigón, se requiere un encofrado que dé la forma deseada al elemento. En este caso se diseñó el encofrado que se muestra en el *Plano 4.0*. Las partes superior e inferior del encofrado se apoyan sobre las placas metálicas verticales de la plancha de encofrado. Se buscó crear formas trianguladas para obtener la mayor rigidez posible. Los diferentes listones de madera forman bloques pensados para ser retirados con facilidad a la hora de desencofrar la pieza. En la *Figura 7.1* se observan en diferentes colores dichos bloques. El conjunto representado en azul claro se une a la pieza roja formando un único bloque, el cual se retiraría en primer lugar tal y como se indica en la imagen. De esta forma, ya se podrían separar las piezas verdes, que solamente pueden ser apartadas en la dirección indicada en la figura pues el listón más pequeño de los situados verticalmente en el bloque verde se encuentra atravesado por el tubo de PVC que sirve de encofrado para dejar en el hormigón el orificio por el que pasa la barra DYWIDAG.

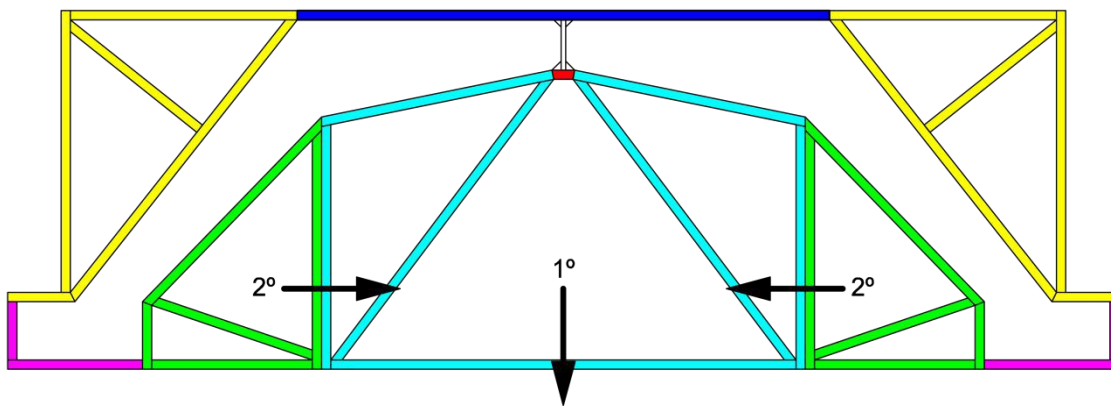


Figura 7.1. Distribución del encofrado en bloques para facilitar el desencofrado.

En el diseño del encofrado se tuvo en cuenta la flecha máxima $y_{máx}$ que podría alcanzarse en un listón al hormigonar la pieza considerándose éste, del lado de la seguridad, como una viga biapoyada en sus extremos con una carga uniforme q en todo el vano. Se utilizó la longitud del listón que, estando en contacto con el hormigón, tuviera la mayor distancia entre apoyos. La pieza que reunía dichas características era la M12 (ver *Plano 4.0*) de 53 cm de longitud (L). Considerando un peso específico del hormigón fresco de 23 kN/m^3 y ley triangular de presiones, un módulo de elasticidad E_m de la madera empleada de 1600 MPa según lo indicado por el fabricante, un ancho a de 20 cm y un canto c de 19 mm, se realiza el siguiente cálculo:

$$q = \frac{1}{2} \cdot \gamma_{hfresco} \cdot a^2 = \frac{1}{2} \cdot 23 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \cdot 0,20^2 \text{ m}^2 = 0,46 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$y_{máx} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot L^4}{E \cdot I} = \frac{5}{384} \cdot \frac{0,46 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot 0,53^4 \text{ m}^4}{1600 \cdot 10^3 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot \frac{1}{12} \cdot 0,20 \cdot 0,019^3 \text{ m}^4} = 2,6 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 2,6 \text{ mm}$$

La flecha obtenida se considera despreciable, de modo que se decide continuar con dicho diseño y material. Sobre éste último se ha de decir que en un principio se pensó en utilizar listones de madera de abeto sin cepillar. Estos pueden resultar útiles si se quiere reutilizar el encofrado en

varias ocasiones. Sin embargo, el elemento diseñado está previsto para ser construido una única vez en este trabajo por lo que se buscó un material más económico. Finalmente se decidió utilizar un tablero de madera aglomerado, con una capa de melamina blanca de 100 g/m^2 por ambas caras y un espesor de tablero de 19 mm como ya se ha indicado. Se acudió a Lamiplast, una empresa dedicada al suministro de madera tanto a nivel industrial como particular. El funcionamiento de ésta consiste en darles una lista con las dimensiones de los listones que se necesitan para que ellos introduzcan los datos en el software de optimización del tablero llamado Corte Certo de manera que el presupuesto obtenido es la suma del precio del tablero y el precio del minuto de sierra Holzer por el número de minutos necesarios para el corte de todas las piezas. En la *Figura 7.2* se observa dicha sierra.



Figura 7.2. Sierra Holzer de la empresa Lamiplast.

En el *Plano 4.0* se puede ver que muchas de las piezas tienen un acabado en bisel para poder ser acopladas a otros listones del encofrado. En el listado de dimensiones de los listones entregado en Lamiplast se indicaron las mayores longitudes de los mismos, ya que las terminaciones en bisel se cortarían en el laboratorio con una sierra de mesa, tal y como se mostrará en el *Capítulo 8: Construcción*, la cual únicamente permite girar la sierra hasta 45° . Esto también se tuvo en cuenta a la hora de diseñar el encofrado, evitando ángulos que sobrepasasen dicha magnitud. En la *Tabla 7.1* se muestra el listado utilizado. El listón de largo 300 mm que se observa al final de la tabla no se corresponde con ninguna de las piezas del plano de encofrado, sino que se pidió para poder obtener de él las piezas que forman la rótula. Por otra parte, en la *Figura 7.3* se observan los listones una vez cortados.

Nº piezas	Largo (mm)	Ancho (mm)	Espesor (mm)
1	1100	200	19
2	470	200	19
4	740	200	19
2	350	200	19
2	580	200	19
4	140	200	19
2	120	200	19
2	280	200	19
2	340	200	19
2	350	200	19
2	530	200	19
2	500	200	19
2	510	200	19
2	490	200	19
1	970	200	19
1	300	200	19

Tabla 7.1. Listones necesarios para construir el encofrado.



Figura 7.3. Listones de madera para construir el encofrado.

Finalmente, para el encofrado de la rótula se necesitaba un listón de 10 mm de espesor, 20 cm de ancho y aproximadamente 10 cm de canto, por lo que se adquirió un listón de madera de 5 cm de ancho que posteriormente se cortaría para acoplar dos piezas de 20 cm de longitud formando los 10 cm de canto deseados.

7.2. Pedido de las barras de acero

En cuanto al acero corrugado para armar la estructura, se realizó una planilla de despiece de armaduras para el pedido que se puede observar en el *Plano 3.0*. En ella se identifican las piezas con una nomenclatura sencilla, diferente a la utilizada en el resto de planos, para simplificar y evitar errores de fabricación en el taller de ferralla. Se indica asimismo el diámetro de la barra y la forma, la longitud total de la barra y el número de piezas iguales requerido. Las dimensiones curvas se acotan exteriormente, tal y como se realiza comúnmente siguiendo los estándares internacionales. Para diseñar el pedido fue necesario tener en cuenta que el taller en cuestión realiza trabajos a gran escala como por ejemplo la ferralla de un puente. Por esta razón se decidió pedir barras de 6 mm de diámetro y 5 m de longitud para ejecutar los cercos de cortante ya que, al ser la estructura de canto variable, cada estribo tiene unas dimensiones diferentes lo que supondría un número de horas de mano de obra del taller que encarecería el presupuesto en demasía. Finalmente se expone en la *Figura 7.4* una imagen de la armadura elaborada tras sufrir los procesos de ferralla en taller.



Figura 7.4. Armadura elaborada.

7.3. Otros

Adicionalmente a los materiales ya expuestos, fue necesaria la adquisición de otros que se indican a continuación.

Se requieren dos tubos de PVC que forman parte del encofrado y que sirven para crear en el hormigón el orificio por el que se pasa la barra DYWIDAG. La longitud de los mismos era de 31 cm, en los cuales se incluyen los 26 cm de hormigón de la zona en que se colocan, los 19 mm de cada listón de madera del encofrado y 5 mm de holgura por cada lado. El diámetro exterior de los tubos era de 50 mm y el interior de aproximadamente 45 mm. Para su adquisición se acudió a un almacén de fontanería local.

Para evitar que el hormigón pasase por los taladros realizados en el encofrado de la rótula se pensó en un material que fuera fácilmente moldeable y que no se adhiriera a la armadura pasante. El material que mejor se acoplaba a estas exigencias siendo el más económico fue la plastilina.

Se compró cola termofusible para fijar las piezas del encofrado unas a otras.

Por otra parte, se adquirieron escuadras de refuerzo a 90° y planas, así como placas de ensamblar rectas, y tornillos de dos longitudes diferentes: de 30 mm para ensamblar dos listones del encofrado y de 12 mm para los casos en los que no se quería sobrepasar el espesor de 19 mm de la madera. Este material estaba pensado para reforzar aquellas piezas del encofrado que lo requirieran, ya que en realidad el ensamblaje de las mismas se llevaba a cabo con cola termofusible

Para terminar, se necesitaron separadores de dos tipos: de plástico y de mortero de cemento. Los primeros eran separadores individuales de tipo rueda de 20 mm de recubrimiento nominal que, como ya se ha indicado en el *Apartado 3.1. Condicionantes iniciales*, si se tiene en cuenta la tolerancia aceptada para recubrimientos de 75 mm, se pueden conseguir los 21 mm de recubrimiento requeridos hasta la armadura longitudinal con respecto a los laterales del encofrado. Como ya se ha indicado anteriormente, pese a que los separadores se deben colocar en la armadura más externa, que en este caso serían los cercos de cortante, por no disponer de separadores que proporcionen menor valor de recubrimiento, estos se colocan en las barras longitudinales. Este hecho se considera aceptable ya que se lleva un control exhaustivo de la pieza. En cuanto a los separadores de mortero de cemento, estos proporcionan un recubrimiento de 30 mm, colocándose asimismo en la armadura longitudinal para separarla del fondo del encofrado donde según indican los planos de la estructura se requieren 32 mm de recubrimiento. Al igual que en el caso anterior, el error es aceptable.



Figura 7.5. Separador individual tipo rueda.

Capítulo 8

CONSTRUCCIÓN

Lisbel Rueda García
Álvaro Ciurana Tatay

Se detalla en este capítulo el proceso constructivo seguido para elaborar la estructura diseñada. La construcción del elemento fue una tarea laboriosa: a excepción del doblado de la armadura longitudinal, el resto del proceso fue llevado a cabo íntegramente por los autores de este trabajo. Esto permitió conocer de primera mano y a pequeña escala cuáles son los contratiempos que pueden surgir en la construcción de un elemento estructural y qué detalles facilitan el proceso constructivo. El capítulo abarca la preparación del encofrado y la armadura, el montaje de la ferralla armada dentro del encofrado, el hormigonado de la pieza, el desencofrado de la misma y el curado llevado a cabo.

8.1. Preparación del encofrado

La primera tarea que se llevó a cabo fue la de construir el encofrado del elemento. Como ya se indicó en el capítulo anterior, una gran parte de los listones adquiridos para elaborar el encofrado requerían una terminación en bisel ya fuera por uno o ambos de sus extremos. Para realizar esto se utilizó una sierra de mesa que permitía un giro de la sierra de hasta 45° . Sólo en tres casos fue imprescindible a la hora de diseñar el encofrado realizar biseles que superaran los 45° , que fueron las piezas M12, M13 y M16 (ver Plano 4.0). En las dos primeras el ángulo necesario era de $45,8^\circ$ lo cual, teniendo en cuenta las tolerancias de la sierra resultaba despreciable -la precisión de la sierra en la medición de los grados de giro era de 1° -. Sin embargo, la pieza M16 requería un bisel de $48,6^\circ$, por lo que éste se realizó elevando la madera mediante un calzo auxiliar también elaborado con madera. En la *Figura 8.1* se observa este proceso.



Figura 8.1. Uso de la sierra de mesa para cortar las piezas acabadas en bisel.

Tras realizar esta operación en todos los listones que lo necesitaban, se procedió al ensamblado de los mismos formando los bloques descritos en el *Apartado 7.1* del capítulo anterior. La unión entre las piezas se realizó con cola termofusible pues se comprobó que el método, además de ser rápido y sencillo, daba buenos resultados. Adicionalmente, en algunas piezas se utilizaron tornillos y escuadras por conferirle mayor rigidez a la unión entre listones en las zonas en las que se observaba una unión débil únicamente con el uso de la cola. En la *Figura 8.2.a* se observa el conjunto de listones de madera empleados tras el corte de sus extremos en bisel y en la *Figura 8.2.b* se muestran los bloques creados con los mismos.



Figura 8.2. a) Listones de madera tras el corte en bisel; b) Bloques del encofrado contruistos a partir de los listones.

Antes del montaje de los bloques, se realizaron los agujeros por los que debía introducirse el tubo de PVC. Estos se llevaron a cabo mediante un taladro en el que se instaló una sierra de corona para madera del diámetro exterior del tubo (50 mm). Tanto en este caso como en lo explicado anteriormente se hizo uso de sargentos para mantener fija la posición del listón por motivos de seguridad y para evitar errores de ubicación del taladro.

Finalizada esta tarea se montan los diferentes bloques del encofrado mediante el uso de escuadras y tornillos, sargentos y cola termofusible dependiendo de la rigidez de la unión a realizar. En la imagen de la *Figura 8.3* se muestra el encofrado una vez concluido a falta de los tubos de PVC y el encofrado de la rótula, que se debían colocar una vez montada la ferralla armada dentro del encofrado.



Figura 8.3. Encofrado del elemento.

Las piezas que forman el encofrado de la rótula son las que se observan en la *Figura 8.4*. Las cuatro piezas de sección triangular se confeccionaron a partir del listón de madera que se pidió adicionalmente. La de sección trapezoidal también se extrajo de este listón. No obstante, la pieza

central de 1 cm de espesor se realizó mediante la unión de dos fragmentos de 20 cm de largo del listón de 5 cm de ancho. Los 4 mm que no se consiguen mediante este método se obtienen en la unión entre ambas piezas con cola termofusible y plastilina, como se verá más adelante. En esta última pieza se realizaron los taladros correspondientes para permitir el paso de la armadura de la rótula, orientados según la dirección de la barra ya fuera a 60° o a 30°.

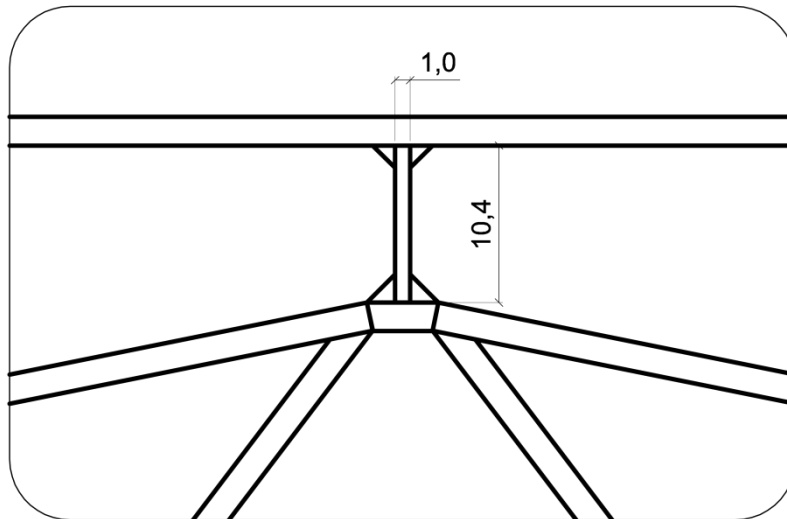


Figura 8.4. Detalle del encofrado de la rótula.

8.2. Operaciones de ferralla y armado

Tras la recepción de los $\varnothing 6$ de 5 m de longitud, se procede al corte y doblado de los cercos. Como ya se ha indicado en el *Capítulo 6: Diseño y adquisición de materiales para la construcción*, al ser variable el canto de la pieza cada cerco de cortante de una mitad del arco tiene dimensiones diferentes a excepción de los cercos de los apoyos, que son todos del mismo tamaño. En la *Figura 8.5.a* se observa el proceso de medición y corte de las barras y a su derecha se muestra la clasificación de las barras ya cortadas según las dimensiones de los cercos mostrados en el *Plano 2.2 (Figura 8.5.b)*.



Figura 8.5. a) Corte de las barras para confeccionar los estribos; b) Clasificación de las barras ya cortadas.

Con las barras cortadas a su longitud exacta, se ideó un sistema para el doblado manual de éstas. Mediante la ayuda de un gato para la sujeción de la barra y de una llave grifa para el agarre de la misma se consiguió dar a cada doblado de la barra un diámetro de 30 mm. Para evitar el arrastre de errores se realizó el marcado de la longitud de cada tramo recto una vez se había realizado el doblado anterior (ver *Figura 8.6.a*). En la *Figura 8.6.b* se observa el control realizado sobre las barras para averiguar si se estaba realizando un correcto doblado comparándolo con una barra corrugada $\varnothing 32$ en la cual, debido a las corrugas, el diámetro mide menos de 32 mm en algunas direcciones.



Figura 8.6. a) Marcado de las longitudes de los tramos rectos del cerco; b) Comparación del diámetro de doblado con un $\varnothing 32$.

En el control de calidad que se llevó a cabo del proceso de ferralla se incluyó la verificación de la perpendicularidad de los tramos rectos contiguos, tal y como se muestra en la *Figura 8.7*. Asimismo, tras el doblado de cada cerco se medía la distancia entre las ramas paralelas de los cercos para rectificarse el doblado en caso de no cumplirse con lo especificado en los planos.



Figura 8.7. Verificación de la perpendicularidad de los tramos rectos contiguos del cerco mediante la comparación con una escuadra.

En las *Figuras 8.8.a* y *8.8.b* se muestra la operación de doblado de los cercos tal y como se ha explicado.



Figura 8.8. a) Uso del gato para el agarre de las barras; b) Doblado de las barras de los cercos.

En la *Figura 8.9* se observan los 44 cercos una vez doblados. Se quiere destacar que inicialmente los ocho cercos correspondientes a los apoyos fueron pedidos al taller de ferralla tal y como se observa en el *Plano 3.0*. No obstante, tras la llegada del pedido se detectó que los estribos tenían unas dimensiones menores a las indicadas por lo que se decidió realizarlos todos ellos a mano a partir de los recortes de barras de 5 m, ya que se había pedido más longitud de barra de la necesaria para solventar posibles errores como el que se dio.



Figura 8.9. Clasificación por tamaños de todos los cercos doblados.

Una vez hecho esto se procedió al armado de la armadura elaborada. Se tuvo en cuenta que la construcción de la pieza se debía llevar a cabo al revés de como se iba a disponer en el pórtico de ensayo, con el fin de que la cara vista fuese la que se encontraba en el fondo del encofrado, ya que al presentar una superficie más lisa facilita la observación de fisuras en la pieza durante el ensayo.

Para asegurar el recubrimiento se utilizaron unos calzos de madera de dimensiones diferentes dependiendo de si se colocaban bajo la armadura longitudinal o bajo los cercos. Se introdujeron los cercos por la armadura longitudinal en un orden determinado dependiendo de su ubicación definitiva y teniendo en cuenta que debido al canto variable estos no se podían mover libremente una vez situada la armadura longitudinal en su posición definitiva. El atado de las diferentes armaduras se llevó a cabo mediante alambre de atar, realizando el tipo de nudo más común en los procesos de armado con la ayuda de unas tenazas (ver *Figura 8.10*).



Figura 8.10. Proceso de armado.

En la *Figura 8.11* se muestra la ferralla armada correspondiente a la mitad derecha del arco, en la cual se añadió la barra de refuerzo en la cara de tracción para el ensayo indicada en el *Apartado 6.3*.



Figura 8.11. Ferralla armada correspondiente a la mitad derecha del arco.

Tras finalizar el armado de la parte derecha del arco se procedió a realizar la misma tarea con la mitad izquierda que, al ser la parte en la que se ubicaría durante el ensayo el punto de aplicación de la carga en ella se encontraban todas las galgas extensiométricas de acero. A pesar de que éstas van cubiertas por un producto protector, se tuvo especial cuidado de no tocarlas para evitar su rotura. En la imagen de la *Figura 8.12* se muestra el proceso de armado de la mitad derecha del arco. Se pueden observar asimismo los cables de las galgas extensiométricas. En este caso se debían colocar las galgas antes del armado pues la posición en la que se encontraban impedía utilizar la lija para eliminar la corruga.



Figura 8.12. Armado de la mitad izquierda del arco.

La *Figura 8.13* muestra la ferralla armada del arco a falta de las barras pasantes de la rótula que, como se explicará posteriormente se disponen tras la colocación del arco en el encofrado. En la *Figura 8.14.a* se observa el detalle de armado de uno de los apoyos y en la *Figura 8.14.b* el del quiebro sobre el que se aplica la carga o región de discontinuidad KL.

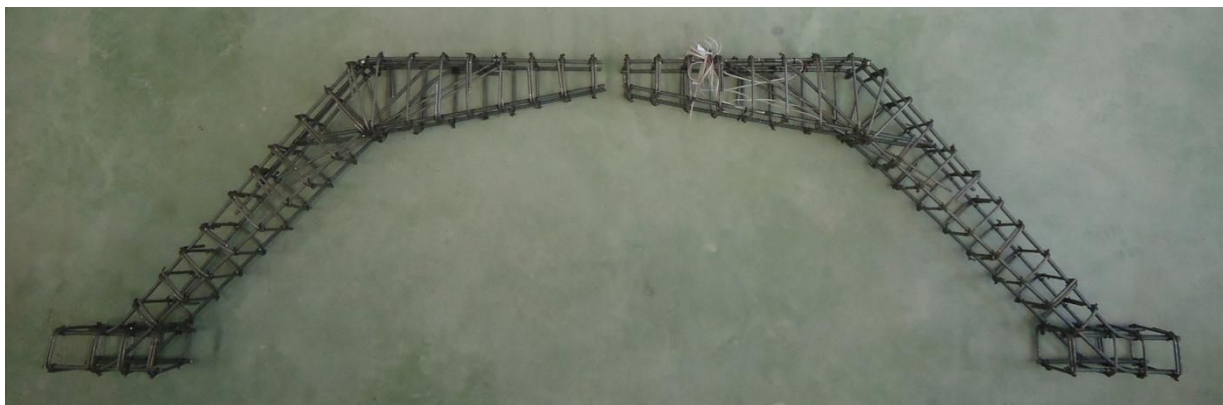


Figura 8.13. Ferralla armada del elemento diseñado.



Figura 8.14. a) Detalle de la ferralla armada del apoyo derecho; b) Detalle de la ferralla armada de la región de discontinuidad KL.

La colocación de las barras pasantes de la rótula requería montar en el encofrado la ferralla armada para salvar las tolerancias constructivas conforme a lo reflejado en planos. Se determinó la posición concreta de las barras, verificando que ésta apenas variaba respecto de la diseñada. En la *Figura 8.15.a* se muestra el proceso de colocación de las barras pasantes y en la *Figura 8.15.b* el resultado del mismo.



Figura 8.15. a) Atado de las barras pasantes de la rótula; b) Detalle de la ferralla armada de la rótula.

8.3. Colocación de galgas extensiométricas de acero

La colocación de las galgas extensiométricas de acero es una labor que llevó a cabo un técnico de laboratorio. Las galgas se colocan siempre en el lateral de la barra pues la medida de la parte superior del redondo o de la parte inferior proporcionaría datos anómalos. El procedimiento que se sigue consiste en lijar la corruga de la barra mediante una lija eléctrica, limpiar la zona con acetona para eliminar las partículas de acero, óxido o suciedad que puedan estar presentes y pegar la

galga de acero mediante un adhesivo especial. En este caso se utilizó el adhesivo Z70, un compuesto a base de cianocrilato suministrado por la misma casa que fabrica las galgas (HBM). Los cables que salen de la galga se unen a la armadura mediante una brida. Tras esto, se utiliza una sustancia protectora para evitar que al manipular la barra se pueda romper la galga, además de protegerla del hormigón, tal y como se observa en la *Figura 8.16*.



Figura 8.16. Colocación de las galgas extensiométricas de acero en la armadura.

8.4. Montaje de la ferralla armada en el encofrado

Tras realizar las operaciones anteriores, se coloca una primera vez la ferralla armada en el encofrado sin unir las piezas de la rótula para comprobar que éstas encajan como es debido tal y como se observa en la *Figura 8.17*. Una vez se ha comprobado que encaja la madera en la rótula, se extrae la ferralla armada para poder fijar dichas piezas entre sí y colocar los separadores en el elemento en sus posiciones definitivas. Como ya se ha indicado en capítulos anteriores, para asegurar el recubrimiento de la armadura longitudinal en el fondo del encofrado se utilizaron separadores de mortero de cemento y para el recubrimiento de esta misma armadura a los laterales del encofrado se hizo uso de separadores individuales de tipo rueda. Esto se observa en la *Figura 8.18*. También se debe destacar el uso de plastilina para cubrir aquellos huecos que quedaban entre las barras pasantes y el agujero elaborado para ellas en el encofrado. De esa manera se conseguía evitar eficazmente el paso de hormigón a través de los mismos. Además, se facilitaba el desencofrado al no ser una sustancia adhesiva.



Figura 8.17. Montaje inicial para verificar que el encofrado de la rótula encajaba adecuadamente.

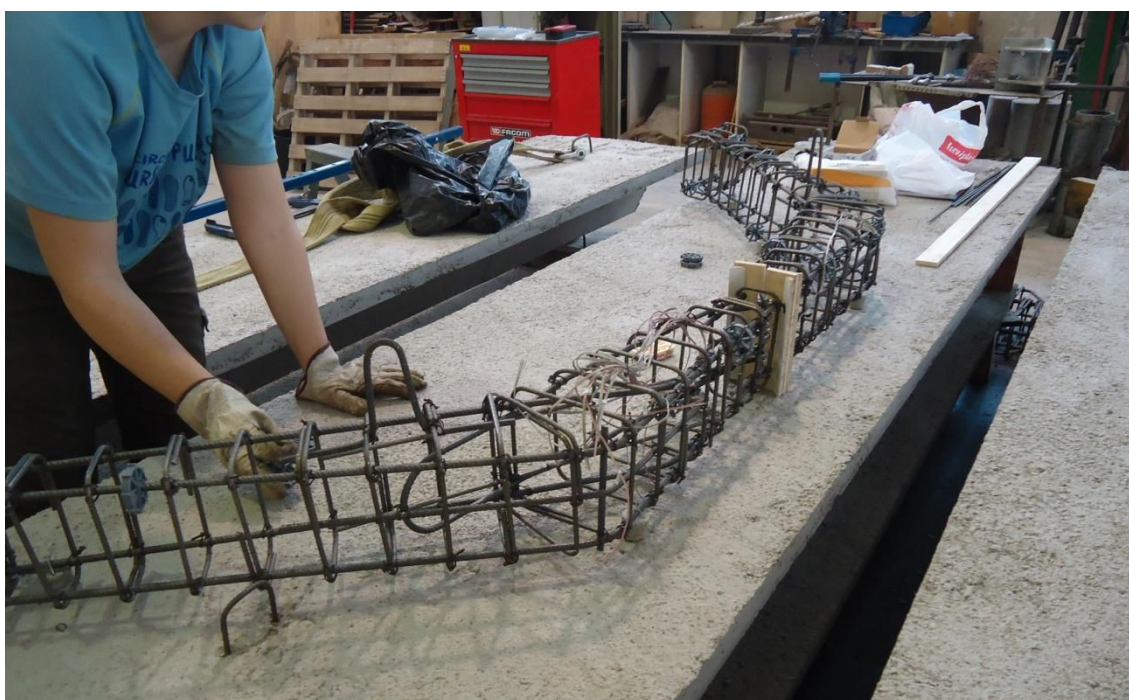


Figura 8.18. Colocación de los separadores en la pieza y fijación del encofrado de la rótula.

Una vez se hubo aplicado una capa de líquido desencofrante sobre el encofrado y teniendo cuidado de no tocar las armaduras con dicho líquido pues disminuiría la adherencia, se realizó el montaje definitivo de la ferralla armada, uniendo con cola termofusible el encofrado de la rótula con el resto del encofrado. Asimismo, se colocaron los tubos de PVC, siendo fijados con cola termofusible

por la parte exterior de la madera y rellenando los huecos con plastilina por la parte interior, donde no se podía introducir la pistola de cola. Se observa esto en la *Figura 8.19*.

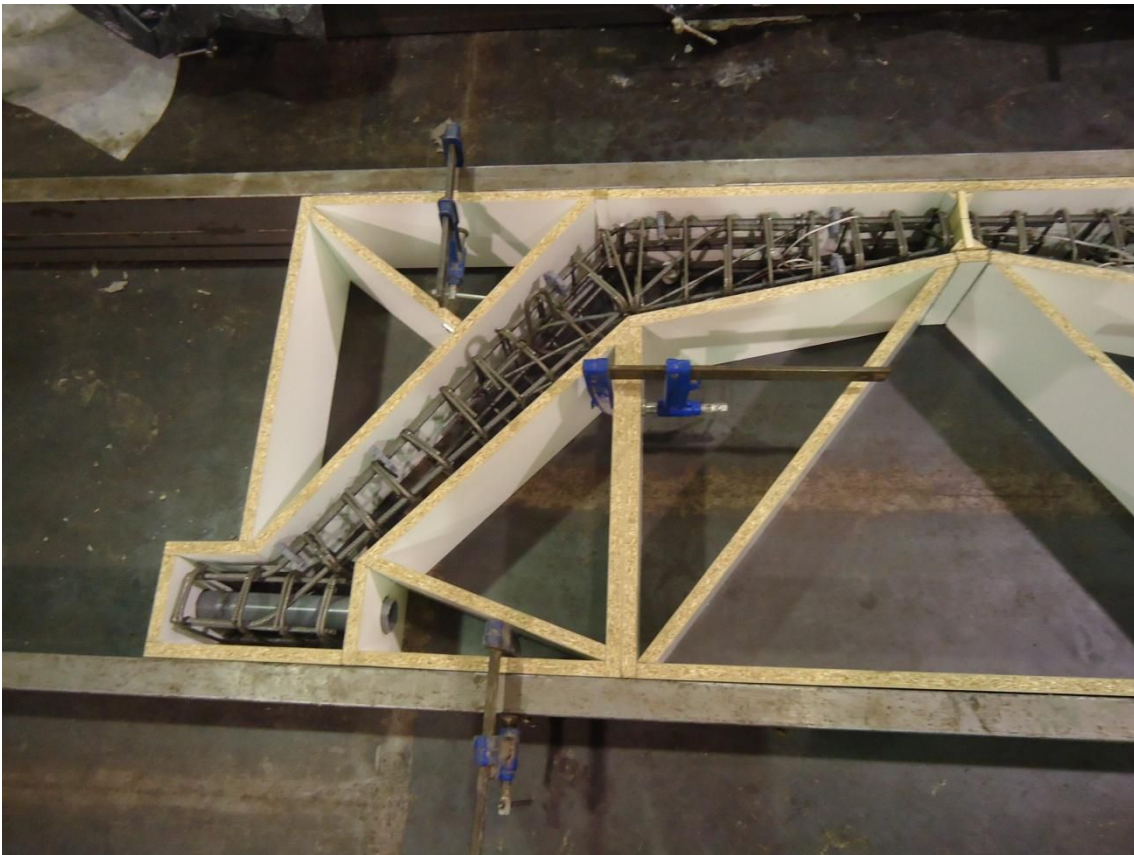


Figura 8.19. Colocación de los tubos de PVC en el encofrado.

Finalmente, se muestra en la *Figura 8.20* el montaje definitivo de la ferralla armada en el encofrado. Tras esto, se dio salida a los cables de las galgas por dos zonas según la localización de las galgas y siempre por la cara de tracción esperada en el elemento para evitar quitarle sección resistente a la zona comprimida del hormigón. Se introdujeron dichos cables en bolsas de plástico para no estropear las galgas durante el hormigonado del elemento.

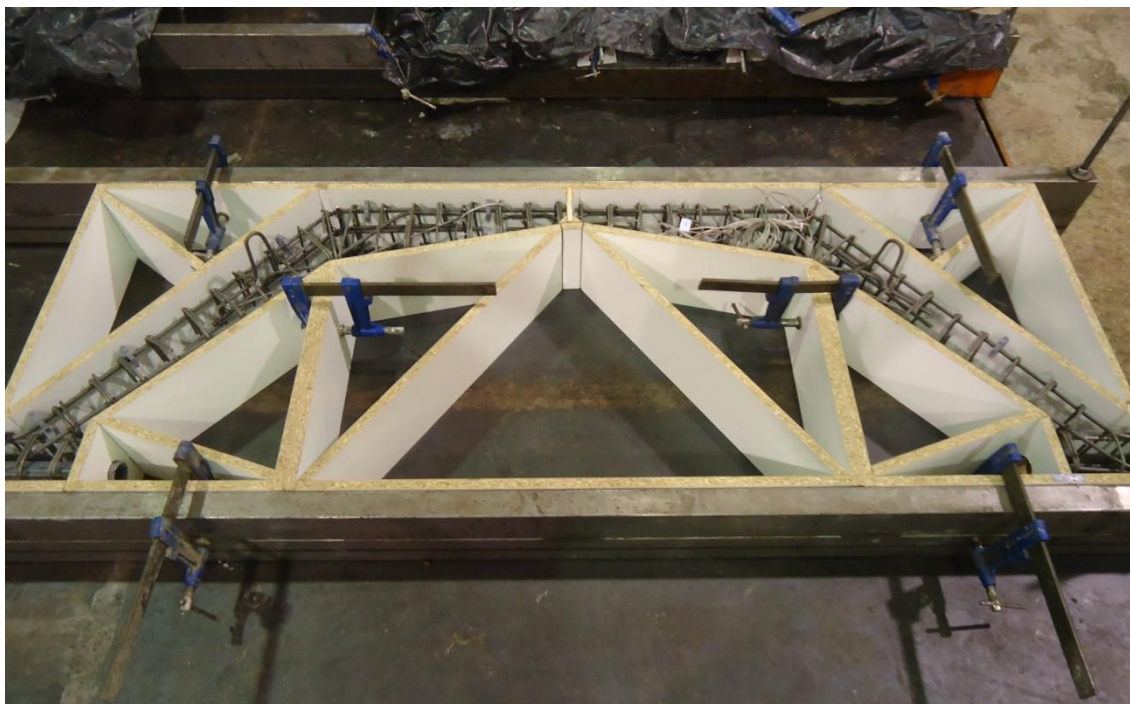


Figura 8.20. Montaje definitivo de la ferralla armada en el encofrado.

8.5. Hormigonado de la pieza y de las probetas de control

Previamente al inicio del amasado del hormigón se preparan tres moldes de probetas cilíndricas mediante la aplicación de líquido desencofrante en las mismas (*Figura 8.21*). Pese a que el volumen de hormigón se calculó para la estructura más dos probetas, siempre es conveniente preparar un molde más por si sobrara hormigón.



Figura 8.21. Moldes para probetas cilíndricas.

El hormigón realizado en la amasadora se vertió en una cuba de capacidad suficiente para albergar los 100 L de hormigón realizados (ver *Figura 8.22*).



Figura 8.22. Vertido del hormigón en la cuba.

La cuba de hormigonado es elevada mediante el puente grúa del laboratorio. Se comienza a verter el hormigón en la pieza en varias capas y, debido a su consistencia blanda, se realiza una compactación energética del mismo mediante vibrador interno y picado con barra. Esto se observa en las *Figuras 8.23* y *8.24*. Se llevó a cabo una compactación exhaustiva de la zona de los apoyos y la rótula debido a que la alta concentración de armadura y encofrado en las mismas dificultaba esta tarea.



Figura 8.23. Vertido del hormigón en la pieza desde la cuba de hormigonado.



Figura 8.24. Compactación del hormigón mediante vibrador interno y picado con barra.

Una vez se acaba de vibrar el hormigón de la pieza, se pasa la llana para intentar crear una superficie lo más plana posible, tal y como se observa en la *Figura 8.25*.



Figura 8.25. Paso de la llana sobre el hormigón de la pieza.

Finalmente, se vierte el hormigón en dos de los moldes para probetas cilíndricas y se compactan con vibrador interno (*Figura 8.26*). Solamente fue posible llenar dos de las probetas debido a la ausencia de hormigón sobrante.



Figura 8.26. Llenado de los moldes para probetas de control del hormigón del elemento.

8.6. Desencofrado

Transcurridas 24 horas desde el hormigonado, se procedió al desencofrado de la pieza y desmolde de las probetas. Como se observa en las *Figuras 8.27.a* y *8.28.b*, una vez retirada la madera de los apoyos se serró el tubo sobrante para poder instalar la arandelas y las tuercas utilizadas para fijar la barra DYWIDAG.

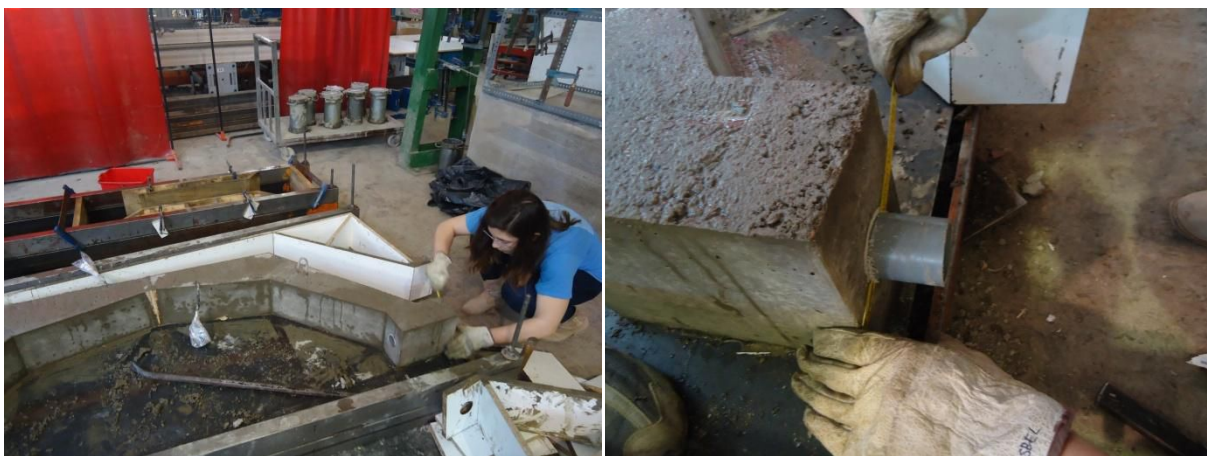


Figura 8.27. a) Desencofrado de la estructura; b) Corte del tramo sobrante de los tubos de PVC.

En la *Figura 8.29* se muestra el elemento construido tras el desencofrado.



Figura 8.29. Vista del elemento construido tras el desencofrado.

El desmolde de las probetas también se realizó pasado un día desde su hormigonado tal y como se observó en la *Figura 5.13* perteneciente al *Capítulo 5: Caracterización de materiales y control de calidad*.

La retirada del encofrado de la rótula no se llevó a cabo hasta pasados 15 días para asegurar una adecuada resistencia del hormigón que permita extraer la pieza con seguridad sin dañarlo. En la *Figura 8.30* se muestra la zona de la rótula una vez extraído el encofrado en la que se observan las seis barras pasantes que la conforman. Se coloca un material fácilmente deformable y elástico en la misma por seguir las indicaciones de la bibliografía aunque no sea estrictamente necesario (ver *Figura 8.31*).



Figura 8.30. Desencofrado de la rótula.



Figura 8.31. Colocación de material fácilmente deformable en la rótula.

8.7. Curado

El curado de las probetas de control se realizó en cámara húmeda, donde se mantuvieron hasta el día de la rotura, 28 días después del hormigonado de la pieza.

El curado de la pieza se llevó a cabo mediante el cubrimiento de la misma con plásticos para mantener la humedad de la masa en proceso de fraguado y endurecimiento, tal y como se muestra en la *Figura 8.32*.

La duración mínima del curado de esta pieza aplicando la fórmula indicada en el *Art. 71.6 EHE-08 [19]* es de cuatro días. No obstante, ésta es una estimación del mínimo aconsejable, por lo que en este caso se decidió prolongar el curado varios días más.



Figura 8.32. Curado de la pieza mediante el cubrimiento con plásticos.

Aunque la *Figura 8.32* corresponde al curado inicial en fase de fraguado y primer endurecimiento, una vez desencofrada la pieza se volvió a cubrir con plásticos después de humedecer su superficie.

Capítulo 9

ENSAYO EXPERIMENTAL

Lisbel Rueda García
Álvaro Ciurana Tatay

En este capítulo se realiza una descripción completa del ensayo de laboratorio realizado en este trabajo final de grado, con el que se pretende verificar de forma experimental el diseño realizado de la estructura. Se detallan todas las etapas necesarias para la realización del experimento desde la finalización de la fase de construcción hasta que se finalmente se retira elemento del pórtico de carga. Aunque intenta seguir un orden cronológico, en el caso de la instrumentación, dispuesta en diferentes momentos, se incluye toda en un único apartado.

9.1. Preparación del elementos para el ensayo

Dos días antes del ensayo se unieron al arco las diferentes placas de acero necesarias para repartir la carga transmitida por el actuador hidráulico y uniformizar las tensiones en los apoyos. En la *Figura 9.1* se muestra una fase de la colocación de una de las placas en apoyos.

La fijación de dichas piezas al elemento estructural se realizó mediante tacos metálicos de acero con antigiro en la camisa. Las placas se atornillan una vez han sido realizados los taladros en el hormigón.



Figura 9.1. Fijación de placa de reparto en el apoyo derecho.

La siguiente tarea de preparación realizada fue el pegado de las bandas extensiométricas en la superficie de hormigón en el punto preestablecido. Para una correcta fijación se lijó y limpió adecuadamente la superficie de recepción para evitar errores de medición. La zona lijada se extendió hasta un área de 5x10 cm para poder albergar las dos galgas ortogonales no solapadas que se iban a disponer.

El adhesivo empleado en este tipo de galgas, pegadas sobre hormigón, consiste en una mezcla de dos productos según las especificaciones del fabricante. La base química del producto es metacrilato de metilo. El tiempo de secado necesario para asegurar una fijación efectiva es de aproximadamente una hora, sin embargo esta actividad se llevó a cabo el día anterior al ensayo.



Figura 9.2. Imágenes del proceso de colocación de las galgas extensiométricas en hormigón.

9.2. Preparación del pórtico de ensayo

El pórtico de ensayo, habitualmente empleado con fines docentes, se tuvo que acomodar a las dimensiones de la estructura que se iba a colocar y montar sobre este los diferentes aparatos de apoyo y aplicación de la carga. En el *Plano 6.2* se define la posición del elemento en el pórtico y la ubicación de los diferentes elementos auxiliares.

Tras reposicionar las bases de apoyo del pórtico a los nuevos emplazamientos, a 50 y 150 cm a la izquierda y derecha respectivamente del accionador hidráulico, se procedió a fijar el “cuchillo” de carga en el extremo del tornillo de ajuste del gato (*Figura 9.3*) y los cilindros de apoyo en su ubicación sobre las extremidades de apoyo del pórtico (*Figura 9.4*).



Figura 9.3. Rótula de carga fijada al accionador hidráulico.

Para garantizar el correcto funcionamiento de los cilindros como rodillo no transmitiendo reacción horizontal- se engrasó la superficie de los mismos y las medias lunas de fijación. Debido a ello, puede observarse que resulta posible fijar la placa de base simplemente con gatos.



Figura 9.4. Aparato de apoyo deslizable fijado en el pórtico de carga.

9.3. Posicionamiento de la pieza en el pórtico de ensayo

Una vez preparado el pórtico para la recepción de la estructura se procedió a su traslado desde la zona de construcción del laboratorio hasta el lugar de ensayo.

Para izar y desplazar la estructura se emplearon los puentes grúa del laboratorio. Para no dañar el arco ni modificar su geometría -debido a la existencia de dos partes articuladas- se mantuvo en todo momento la barra de conexión entre apoyos que serviría de tirante en el ensayo.

El izado del elemento se realizó en dos fases: primero se levantó ligeramente el arco (pivotando sobre las placas de apoyos) mediante una eslinga de dos ramales metálica con ganchos en sus extremos (*Figura 9.5.a*); y con la pieza en parcialmente levantada se empleó otra eslinga tejida plana unida a los recrecidos de hormigón en los apoyos para terminar la elevación y proceder a su traslado.



Figura 9.5. a) Izado de la estructura; b) Traslado de la estructura hasta el pórtico de ensayo.

Aún suspendido del puente grúa se dejó en el suelo sobre tacos de madera que permitiesen cierta holgura para colocar otra cinta de elevación. Con esta segunda eslinga, unida a la zona de riñones del arco, se volvió a izar en una posición invertida respecto a la de su traslado (*Figura 9.5.b*) que permitiese ya ubicarlo sobre los aparatos de apoyo con facilidad.

Por último, después de haber ajustado manualmente el tornillo del gato se fijó la posición de la pieza en su plano al terminar de descender el “cuchillo” sobre la placa de carga con accionamiento hidráulico. En la dirección normal al plano se pudo ajustar posteriormente la posición de la pieza con ligeros toques con un mazo de goma.

Con el arco montado sobre el pórtico de ensayo, como medida de seguridad, se pasó una cincha por detrás de la horca de carga que y se fijó a los ganchos embebidos en el hormigón.

9.4. Instrumentación

La instrumentación, una vez posicionada la estructura en pórtico de ensayo, consiste en conectar los cables de las bandas extensiométricas (galgas de hormigón y acero) a los equipos de transformación de señal y adquisición de datos, así como el posicionamiento de los captadores de desplazamiento absoluto (LVDT) en los puntos de medición deseados. Pero previamente resulta necesario realizar unas tareas previas de colocación de galgas en la estructura tanto anteriores al hormigonado (internas: en la armadura) como tras haber adquirido la resistencia característica (externas: en el paramento de hormigón).

Como sistema de toma de datos adicional se emplea la fotografía digital, para un posterior procesado fotogramétrico por ordenador. Fundamentalmente, la información proporcionada por este método sirve como complemento y verificación de la obtenida con los procedimientos tradicionales.

Debe prestarse especial atención a la selección y diseño de la instrumentación para el ensayo si se quiere obtener la respuesta del comportamiento estructural del elemento. Debe considerarse la relación entre la carga y la deformación-desplazamientos, y por otra parte el comportamiento a nivel seccional en aquellos puntos clave (por ejemplo la sección esperada de rotura).

La información que se busca con el empleo de la instrumentación se resume en los siguientes tres objetivos: medir los valores reales de carga y reacciones durante el ensayo; registrar el comportamiento a nivel seccional de la estructura en las zonas críticas; y medir la deformada global de la estructura.

En los planos se incluye la definición gráfica de la instrumentación, tanto de las ubicaciones de galgas (*Plano 6.1*) como de captadores (*Plano 6.3*); en ellos puede hallarse la nomenclatura de los equipos de medida mostrada en el apartado.

A continuación se va a exponer toda la información relativa de los diferentes tipos de instrumentación empleados.

9.4.1. Medida de deformaciones en las zonas críticas

Las deformaciones a nivel seccional se han medido con bandas extensiométricas unidas a los materiales constituyentes del elemento: hormigón y acero. A continuación se presentan las disposiciones consideradas para las galgas que permiten obtener información relativa al comportamiento local de la estructura. Como método complementario a las galgas se empleó la fotogrametría (*Apartado 9.4.3*).

Las galgas dispuestas, del fabricante HBM, son del tipo K-LY41-1,5/120 para las barras de acero y del tipo K-LY41-50/120 las usadas en el hormigón comprimido. Se trata de galgas con cables de conexión (K); lineales y con una única trama de medición (LY); adaptadas a la respuesta de temperatura del acero -similar a la del hormigón-; con una longitud de la rejilla de medida de 1,5 y 50 mm; y, una resistencia de medida nominal 120 Ω .

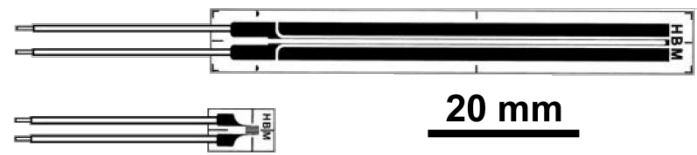


Figura 9.6. Dibujo de las galgas extensiométricas empleadas en hormigón (superior) y el acero (inferior).
Elaborado a partir de [14].

En el *Plano 6.1* (se resume en la *Figura 9.7*) se detalla la disposición completa de galgas en el elemento. En este apartado se van a exponer las razones que llevan a dicha configuración, especificando que medidas se quieren obtener. La nomenclatura empleada en los planos consiste en una letra mayúscula *G* seguida de otra letra que identifica la ubicación en el elemento (A, B, C, D, H e Y), siendo únicamente las correspondientes a H las de hormigón. Se indica con un 1 o un 2 la posición de la galga para cada punto, siendo las dispuestas en un plano anterior las 1 y en otro trasero las 2.

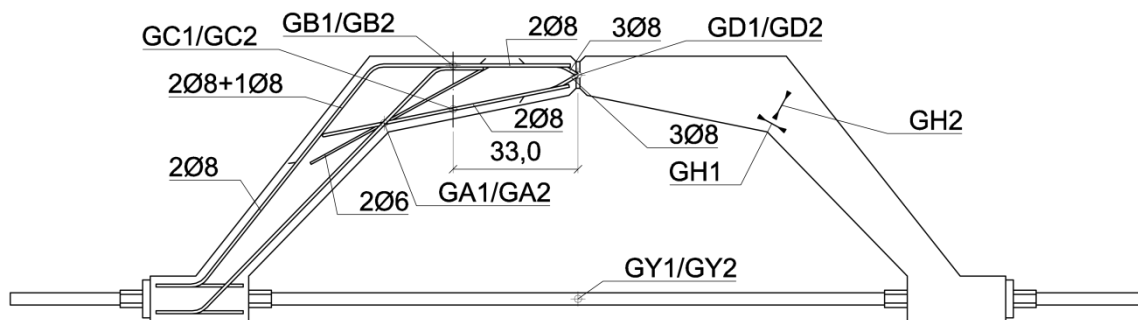


Figura 9.7. Ubicación de las galgas extensiométricas en acero y hormigón.

Para estimar la deformación de una sección próxima al punto donde se espera la rotura se disponen galgas en la armadura en la cara de tracción (GC) y en la de compresión (GB). Se han considerado también dos galgas en las armaduras de refuerzo del nudo (GA) para tener un control de las deformaciones de la región de discontinuidad. Por último, por su importancia y singularidad dentro de la estructura, se han dispuesto galgas en las barras pasantes de la rótula central en las dos direcciones (GD).

Sobre el paramento de hormigón se han colocado dos bandas extensiométricas ortogonales (GH) en el nudo derecho, por ser una zona con menor instrumentación pero también presentar cierta importancia desde el punto de vista de su comportamiento al ser una región D.

La colocación de las galgas de acero (*Figura 9.8*) se describirá en el *Capítulo 8*, por ser un paso necesario que debe considerarse en la construcción del elemento. El proceso seguido para las bandas extensiométricas sobre el hormigón se ha expuesto en el *Apartado 9.1*.



Figura 9.8. Galga de acero colocada sobre una de las armaduras longitudinales.

9.4.2. Deformada de la estructura

A lo largo del elemento se han ubicado captadores de desplazamiento absoluto (LVDT) para medir los desplazamientos de los diferentes puntos. Se detalla la posición de los captadores en el Plano 6.1. En la Figura 9.9 se presenta la posición de los captadores, donde también se identifican.

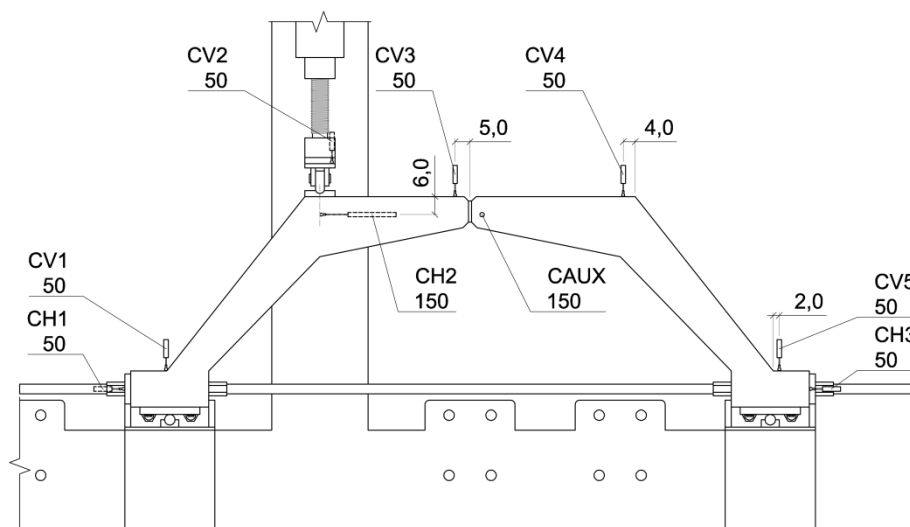


Figura 9.9. Posición e identificación de captadores de desplazamiento.

Son imprescindibles para poder determinar la deformación global de la pieza los captadores de los apoyos, tanto horizontales (CH1 y CH3) como los verticales (CV1 y CV5), pues el pórtico de carga no está exento de posibles movimientos. Asimismo, resulta necesario registrar medidas de descenso en el “cuchillo” de carga (CV2) y los desplazamientos en horizontal (CH2), para acotar correctamente los desplazamientos horizontales del resto de la estructura.



Figura 9.10. Disposición del captador vertical del apoyo derecho (CV5).

Para poder determinar la deformada de la estructura, a parte los captadores básicos definidos anteriormente, se toman medidas de movimiento vertical en la zona de la clave del arco (CV3) y en el cambio de alineación derecho (CV4).

La fijación de los captadores se consigue con el empleo de peanas con suficiente estabilidad horizontal y nueces de laboratorio. La disposición fija del cuerpo del captador (*Figura 9.10*) se emplea al estar permitido el desplazamiento entre el extremo del captador y la superficie sobre la que se mide. Aunque no se fije el extremo al elemento se emplea una rótula esférica para conectar el captador vertical del apoyo izquierdo (CV1) a los soportes para evitar daños en estos costosos equipos en caso de producirse algún gran desplazamiento hacia la izquierda.

9.4.3. Fotogrametría

Durante el ensayo se registró el comportamiento de la parte izquierda del dintel (incluyendo tanto el nudo izquierdo como la rótula central) mediante la toma de fotografías con cámara réflex digital. Las imágenes tomadas con un intervalo de un segundo son la base para un posterior procesamiento fotogramétrico digital, con el que se pueden determinar desplazamientos de los puntos y deformaciones del hormigón.

Los resultados obtenidos con este método se emplean para compararlos con los correspondientes al resto de instrumentación y con los procedentes del cálculo teórico en los capítulos noveno y décimo respectivamente.

9.4.4. Medidas adicionales de control y verificación

Debido a imprecisiones constructivas y de los defectos geométricos de los equipos de carga, conviene siempre tener controlados los movimientos que puedan aparecer fuera del plano de la estructura. Para garantizar la seguridad del ensayo se dispuso un captador (C_{AUX}) en la zona central del arco perpendicular al plano de la directriz.

En el *Apartado 6.2* se presentó, entre otros elementos auxiliares para el ensayo, el tirante que une los apoyos del arco para equilibrar internamente a través del axil en la barra las reacciones horizontales para evitar transmitir las al pórtico de caga. Esta configuración, además, resulta muy útil desde el punto de vista de la comprobación de resultados, pues mediante bandas extensiométricas sobre este tirante pegadas (GY) es posible deducir fácilmente la fuerza que experimenta, equivalente a las reacciones horizontales sobre los apoyos del arco.

Con el fin de poder determinar de forma más adecuada estos valores de reacción se ensayó un tramo de barra con las mismas características que el tirante dispuesto para determinar exactamente su rigidez frente a axil. En el *Apartado 5.3* se detallan las características de dicha barra y del ensayo previo de tracción al que se sometió.

9.4.5. Preparación de la instrumentación para el ensayo

Todos los equipos de medida deben ser conectados al sistema de adquisición de datos o sincronizarse con el ordenador de algún modo. Esta fase previa al ensayo es la que se va a presentar a continuación.

Las bandas extensiométricas se conectan mediante puntas metálicas (*Figura 9.11.a*) a regletas y estas a su vez, mediante cables, transmiten la señal hasta el equipo. Los captadores, en cambio se conectan directamente al aparato receptor por llevar incluidos terminales de conexión.

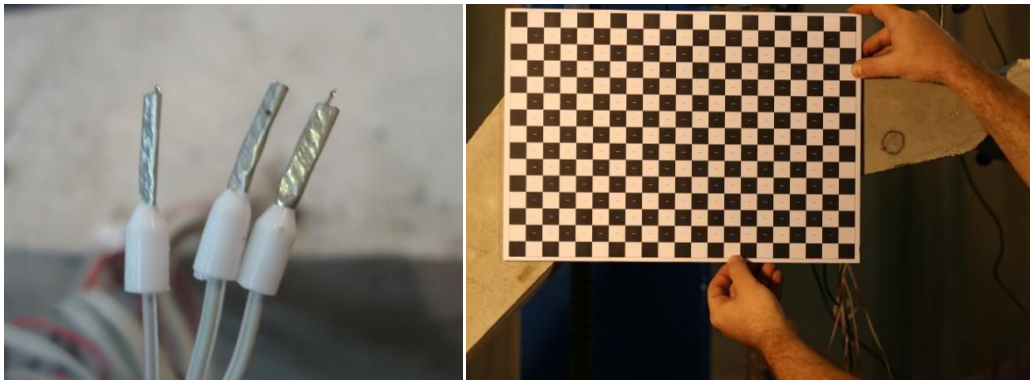


Figura 9.11. a) Puntas de conexión en el extremo de los cables de las galgas; b) Fotografía de calibración.

Para poder obtener resultados satisfactorios a través de la fotogrametría es necesario realizar tomas de calibración sobre patrones dispuestos encima de la estructura (*Figura 9.11.b*). La perpendicularidad de la cámara al plano que se tenía que fotografiar se consiguió con los sensores internos que incorpora. No obstante, siempre debe realizarse una corrección geométrica digital posterior para garantizar la precisión de los resultados.

Habiendo conectado toda la instrumentación al sistema de adquisición de datos y posicionado la cámara de fotos, se procede a configurar el ensayo en el programa de adquisición de datos.

9.5. Configuración del ensayo en el programa de adquisición de datos

Con toda la instrumentación conectada al sistema automático de adquisición de datos montado en el equipo informático empleado para el ensayo se procedió a preparar la configuración del ensayo en software empleado. El programa de adquisición que se empleó ha sido desarrollado con LabView en el Departamento de Ingeniería de la Construcción y de Proyectos de Ingeniería Civil de la Universidad Politécnica de Valencia y en el Instituto de Ciencia y Tecnología del Hormigón (ICITECH).

Este software permite obtener registros de todas los dispositivos (galgas y captadores de desplazamiento) conectados al sistema de adquisición de datos que se especifiquen en la configuración. Además, es posible visualizar en tiempo real los resultados obtenidos, con el fin de detectar posibles errores de medición y detener el ensayo en caso de necesidad. Este aspecto se explica detalladamente en el *Apartado 10.2.1*.

Antes de iniciar la configuración se especificaron manualmente las características concretas de las galgas para lograr una correcta interpretación de la señal recibida y transformarla en valores correctos de deformación unitaria.

Por último, antes de iniciar el ensayo se verificó el funcionamiento de captadores presionándolos ligeramente, se sincronizó temporalmente la cámara digital con el ordenador y se verificó el funcionamiento de las galgas con un equipo básico de comprobación eléctrica (indicador de señal). Tanto la verificación de galgas como la de captadores es fundamental para asegurar que cada instrumento corresponde con el indicador definido dentro del programa.

9.6. Inicio y finalización del ensayo

El ensayo se inicia tras la toma de ceros de los elementos de instrumentación y la iniciación de la toma de datos. El control de aplicación de carga es manual mediante control de regulación del flujo de aceite a través del circuito hidráulico. Este hecho genera pequeñas variaciones del ritmo de aplicación de la carga, que se acentúan en la fase inicial y en la caída tras alcanzar la fuerza máxima. En el caso concreto del ensayo de la probeta se mantuvo un ritmo de crecida de la carga aproximado de 7 kN/min.



Figura 9.12. Probeta e instrumentación al inicio del ensayo.

El proceso detallado del ensayo y el procesado de los datos experimentales se detalla en el *Capítulo 10*.

Tras la finalización del ensayo liberó la presión del sistema hidráulico para trabajar con seguridad y se procedió a desmontar toda la instrumentación. Para liberar el elemento fue necesario conectar el latiguillo a la válvula de retorno del actuador hidráulico.

Finalmente, se retiró la probeta del pórtico de ensayo con ayuda del pórtico grúa y se almacenó para un posterior examen visual, parte del análisis experimental de resultados. Las piezas metálicas auxiliares se recuperaron aflojando los tornillos de los tacos de acero y golpeándolas ligeramente con un mazo de goma. Con ello se concluyó el experimento de laboratorio, lo que daría paso a la última fase del trabajo: el análisis experimental y verificación mediante métodos de cálculo.

Capítulo 10

ANÁLISIS EXPERIMENTAL

Lisbel Rueda García

En vista de los resultados obtenidos del ensayo de la estructura se desarrolla el siguiente capítulo en el cual se lleva a cabo un análisis en detalle de los resultados experimentales proporcionados por los diferentes elementos de instrumentación. Se describirán por tanto los desplazamientos registrados por los captadores LVDT en sentido horizontal y vertical ubicados en diferentes partes del elemento, las lecturas de deformaciones de las galgas extensiométricas colocadas en las barras de acero de las secciones de interés y en el hormigón, y las deducciones obtenidas a través de la fotogrametría. Asimismo, se muestra el patrón de fisuras y otros datos de carácter visual. Con todo ello se describe de manera cualitativa el tipo de comportamiento observado en el ensayo y el modo de fallo que se produce.

10.1. Introducción

Tras el diseño del elemento y el ensayo y la construcción llevada a cabo, se da comienzo a la fase de ejecución del ensayo. En este capítulo se detallan todos los hechos observados durante el mismo en una parte de análisis visual. Posteriormente, se estudian todos los datos recogidos de los elementos de instrumentación, desde los captadores de desplazamiento hasta las galgas extensiométricas sin olvidar la fotogrametría.

En este capítulo no sólo se gestiona toda la información obtenida a partir de la elaboración de tablas y gráficos sino que se busca dar una explicación de tipo cualitativo al comportamiento que ha tenido la estructura, comparando las deducciones obtenidas con las expectativas que se tenían cuando se elaboró el diseño del elemento así como el del ensayo.

El presente capítulo se complementa con el *Capítulo 11* en el que se intentará ofrecer una explicación de tipo cuantitativo de los resultados del ensayo aquí mostrados.

10.2. Desarrollo del ensayo

El ensayo realizado consta de dos partes. En la primera de ellas se carga la pieza hasta aproximadamente 4 t; en concreto, 35 kN. La finalidad que tiene este ensayo previo es localizar las primeras fisuras en el elemento, correspondientes a una carga próxima a la de servicio calculada a partir de la carga de diseño. Tras esto, se inicia un nuevo ensayo partiendo desde una carga nula, en el cual se lleva la estructura hasta el agotamiento.

10.2.1. Análisis visual del ensayo

Como ya se ha indicado en el *Capítulo 9: Ensayo experimental*, se configura el ensayo en el programa de adquisición de datos. Una de las tareas que conlleva dicha configuración consiste en elegir los elementos de instrumentación cuyos resultados se consideran necesarios para el propio desarrollo del ensayo, ya sea por conocer en tiempo real qué le está ocurriendo realmente a la estructura en algunos puntos de interés o por seguridad. Los datos que recogen dichos elementos son proyectados en el monitor del ordenador utilizado. En este caso se eligieron las galgas extensiométricas colocadas en la barra DYWIDAG para asegurarse de que funcionaban, pues son las que posteriormente servirán para demostrar la validez del ensayo. También se mostraron los resultados de otras galgas colocadas, principalmente las llamadas GC1 y GC2 (ver *Figura 10.1*) ubicadas en la sección donde se espera la rotura, con el fin de observar si las deformaciones medidas se corresponden con las previstas en el diseño. En cuanto a los desplazamientos registrados, se requerían por seguridad los medidos por los captadores LVDT dispuestos en horizontal CH1 y CH3 (ver *Figura 10.2*), ya que, aunque no estaban previstos movimientos significativos en esa dirección, resulta más seguro poder verificar en cada momento del ensayo que se cumple con las expectativas. Por lo que respecta a los desplazamientos verticales, se mostraron en una de las gráficas los captadores CV2, CV3 y CV4 (*Figura 10.2*) para así poder observar si las flechas obtenidas eran las supuestas. Finalmente, también por motivos de seguridad, se muestra en pantalla la gráfica ofrecida por el captador LVDT situado en perpendicular al plano de la estructura denominado CAUX (*Figura*

10.2). Por otra parte, en una casilla se observaba la carga en toneladas aplicada en cada momento. En la *Figura 10.3* se muestra una imagen del monitor del ordenador durante el ensayo.

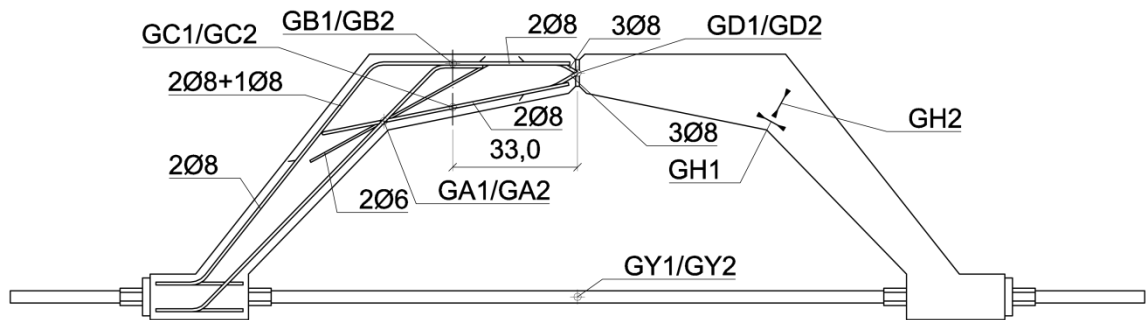


Figura 10.1. Ubicación de las galgas extensiométricas en acero y hormigón.

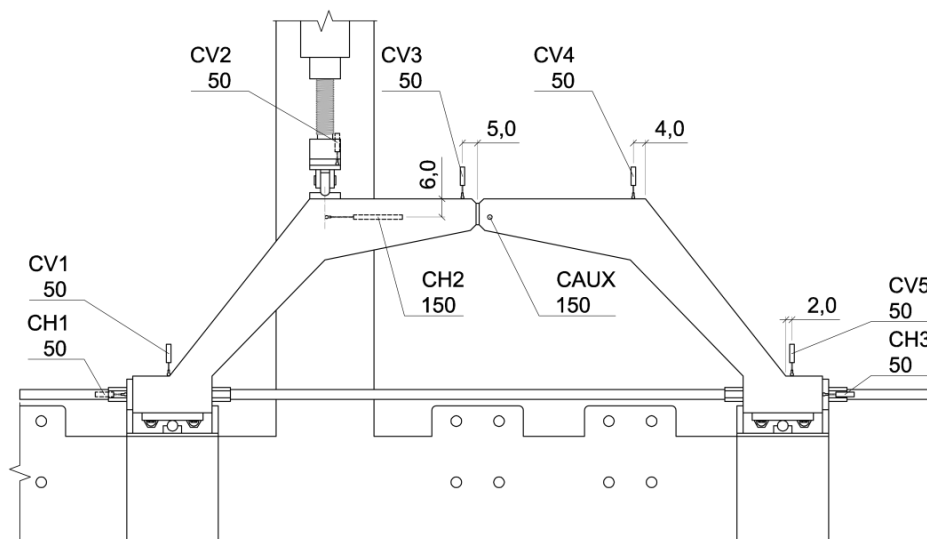


Figura 10.2. Posición e identificación de captadores de desplazamiento.



Figura 10.3. Vista del monitor del ordenador utilizado durante el ensayo.

El comienzo del ensayo se caracterizó, como en cualquier otro ensayo, por ofrecer resultados contradictorios e incoherentes durante los primeros escalones de carga. Este hecho se da siempre en cualquier ensayo de laboratorio y se debe a que el pórtico de ensayo tiende a moverse para cerrar su propio circuito de carga hasta que consigue estabilizarse; es decir, hasta que los perfiles metálicos sobre los que apoya el elemento y la rótula de carga empiezan a actuar debidamente. Este fenómeno se observa en las gráficas al inicio del ensayo como un conjunto desordenado de líneas y se conoce en la jerga propia del tratamiento experimental de estructuras como "ruido". En la *Figura 10.3*, que pertenece a un momento más avanzado del ensayo, aún se puede observar ruido en las gráficas inferiores.

Como ya se ha indicado anteriormente se realiza un primer ensayo, que se identificará de ahora en adelante como el *ensayo 1*. Durante el mismo se observa que los captadores de desplazamiento horizontal no alcanzan en ningún momento los 2 mm, lo cual se considera dentro de los movimientos esperados. El captador CAUX no muestra desplazamientos importantes, de lo contrario habría sido necesario detener el ensayo. En vista de esto, se realiza el ensayo según lo previsto, procediendo a la descarga una vez se alcanzan los 35 kN.

Tras parar el ensayo para una carga de 35 kN que se mantiene aplicada de forma constante, se observaron las primeras fisuras en el elemento. La más visible es la que apareció en la sección en la que se esperaba la rotura, también llamada en capítulos anteriores sección G, exactamente a 17,5 cm medidos desde el quiebro coincidiendo con la sección en la cual se encuentran ubicadas las galgas extensiométricas en las armaduras de la cara traccionada y la comprimida (ver *Figura 10.4*). La longitud de la fisura es de 7 cm y el ancho de la misma no alcanza los 0,05 mm, que es el mínimo reflejado en la plantilla de anchos de fisuras. Ésta forma un ángulo de aproximadamente 17° con la vertical. En la *Figura 10.6* se observa dicha fisura de manera ampliada. Se aprecia asimismo otra fisura en la bisectriz del quiebro existente bajo el punto de aplicación de la carga, con una longitud de 3 cm y un ancho menor al de la fisura anterior. Se muestran en la *Figura 10.5* marcadas en azul para facilitar su visualización. Se debe destacar que ambas fisuras eran esperadas en vista del diseño realizado. La primera de ellas aparece en la sección en la que según el *Apartado 4.7.2* había mayor necesidad de armadura -siendo la cuantía existente suficiente para soportar la carga de diseño-. La segunda es propia de cualquier región D que presente un quiebro similar sometido al mismo tipo de sollicitación. No obstante, era de suponer que esta última fisura no se desarrollaría en un mayor grado pues es precisamente con ese fin por el que se dispuso la barra de refuerzo L4 (los $2\phi 6$ del quiebro que se observan en la *Figura 10.1*).

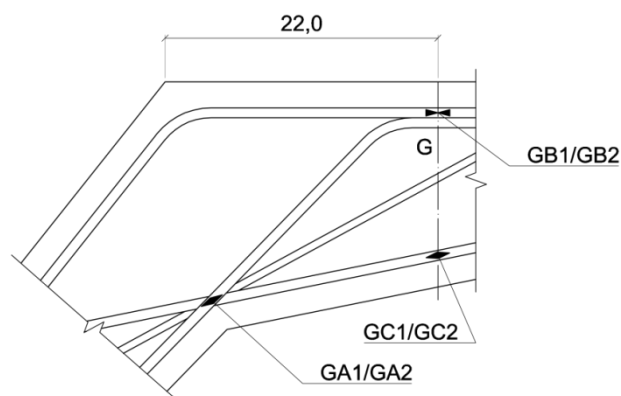


Figura 10.4. Posición de la sección G (sección débil).

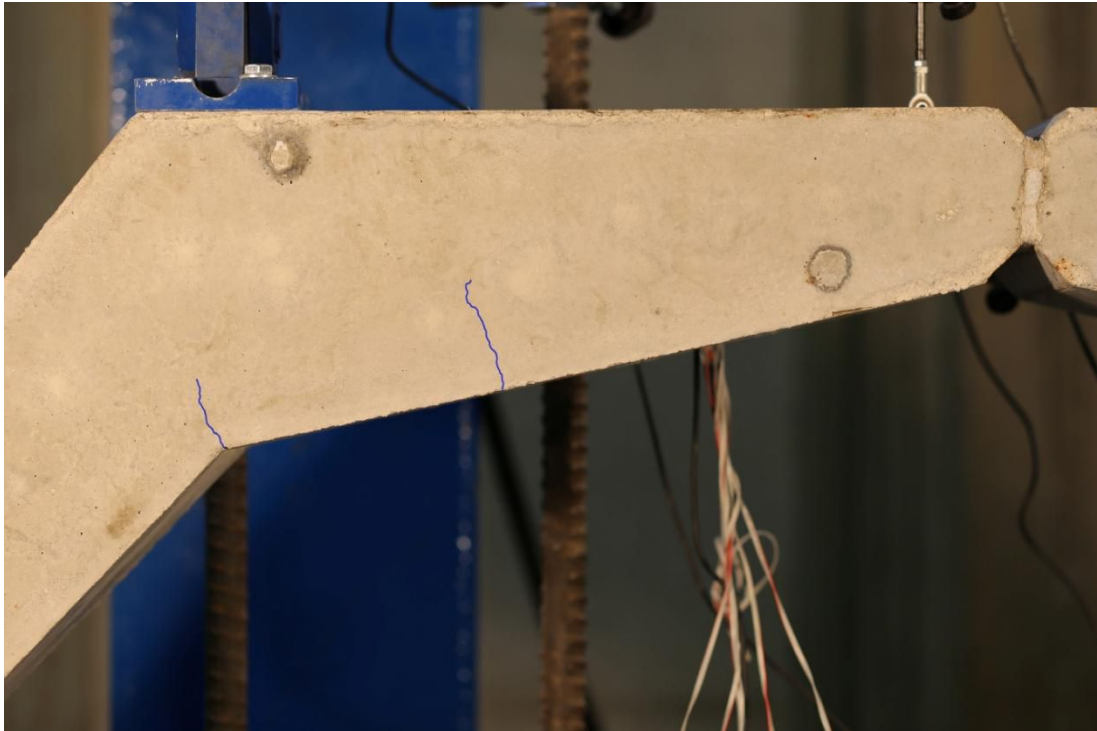


Figura 10.5. Fisuras observadas tras el ensayo 1.

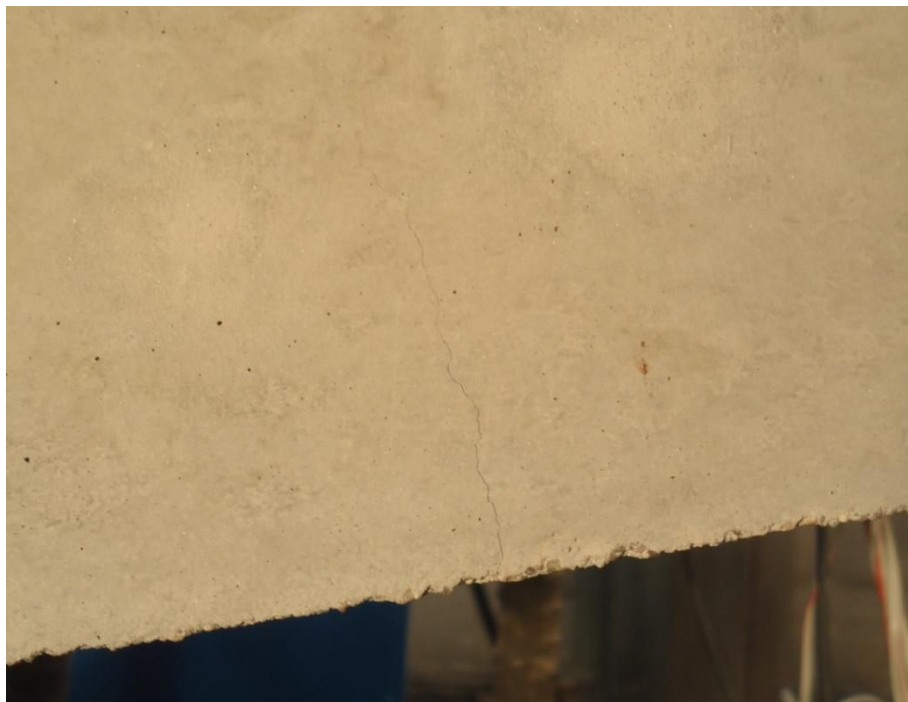


Figura 10.6. Fisura que aparece en la sección de rotura esperada o sección G.

Una vez detectadas las primeras fisuras que se observan en la primera parada para 35 kN, se descarga la pieza y se da comienzo al segundo ensayo, también denominado *ensayo 2*. Se controló en todo momento el desplazamiento medido por el captador CAUX y en vista de que las medidas recogidas no superaban valores que indicasen que la continuación del ensayo no era factible, se lleva

la pieza hasta la rotura. Asimismo, se comprobó que el desplazamiento horizontal no fuera elevado, observándose que éste no superaba los 3 mm en ningún momento.

Hasta aproximadamente 60 kN no se detectó la aparición de nuevas fisuras. A los 60 kN se observó una fisura a la derecha de la correspondiente a la sección G (*Figura 10.4*), representada en verde en la *Figura 10.7*. Para una carga de 80 kN aparece la fisura de color magenta, ubicada en la pila del arco, donde aproximadamente finaliza la región de discontinuidad del quiebro. Se empieza a observar además a esa carga que la fisura de la sección de rotura esperada comienza a crecer considerablemente en abertura y longitud. A una carga de 100 kN se observa una fisura situada entre la de la bisectriz del quiebro y la de la sección G, y otra cercana al extremo superior derecho del dintel (ver *Figura 10.15*) mostradas en color azul claro. A los 110 kN se detectan las fisuras representadas en rojo tanto en la *Figura 10.7* como en la *Figura 10.8*. Éstas se encuentran en la cara superior de la pila y el dintel derechos (ver *Figura 10.8*) y en el recubrimiento de la cara comprimida del hormigón próximo a la rótula (ver *Figura 10.7*). Mientras que las primeras eran esperadas por encontrarse en la cara traccionada del hormigón, no se puede decir lo mismo de la fisura detectada en el recubrimiento del dintel. A 120 kN continúan apareciendo fisuras prácticamente perpendiculares a la directriz de las pilas y el dintel representadas en color naranja en las *Figuras 10.7* y *10.8*. Finalmente, a 150 kN aparece una fisura por debajo de la que se formó en el recubrimiento de la cara comprimida del dintel, como anteriormente se ha indicado, que provoca inmediatamente después la rotura de la sección próxima a la rótula, descendiendo por tanto el valor de la carga. Tras dicha caída de la carga, aproximadamente a 140 kN, la sección de rotura continúa colapsando ya que a pesar de haber alcanzado la carga máxima ésta sigue siendo elevada. No es hasta ese momento cuando los dos bordes de la rótula contactan.

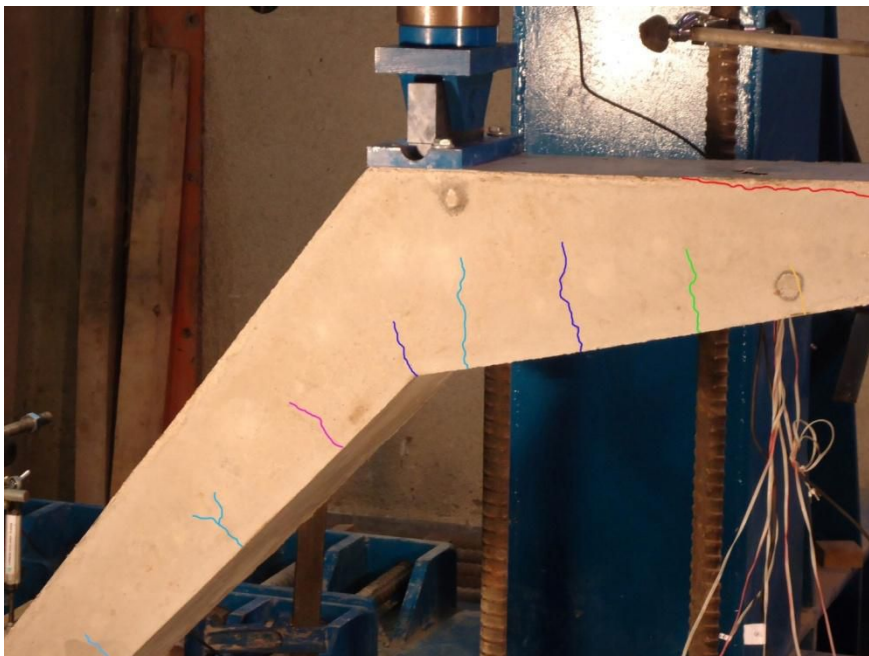


Figura 10.7. Representación de fisuras sobre una imagen tomada a una carga de 131 kN.



Figura 10.8. Representación de fisuras en la pila derecha sobre una imagen tomada a una carga de 126 kN.

En la *Figura 10.9* se observa cómo comienza a desprenderse el recubrimiento de hormigón en la cara comprimida del dintel en las proximidades de la rótula. Esto se produce a una carga de 136 kN.

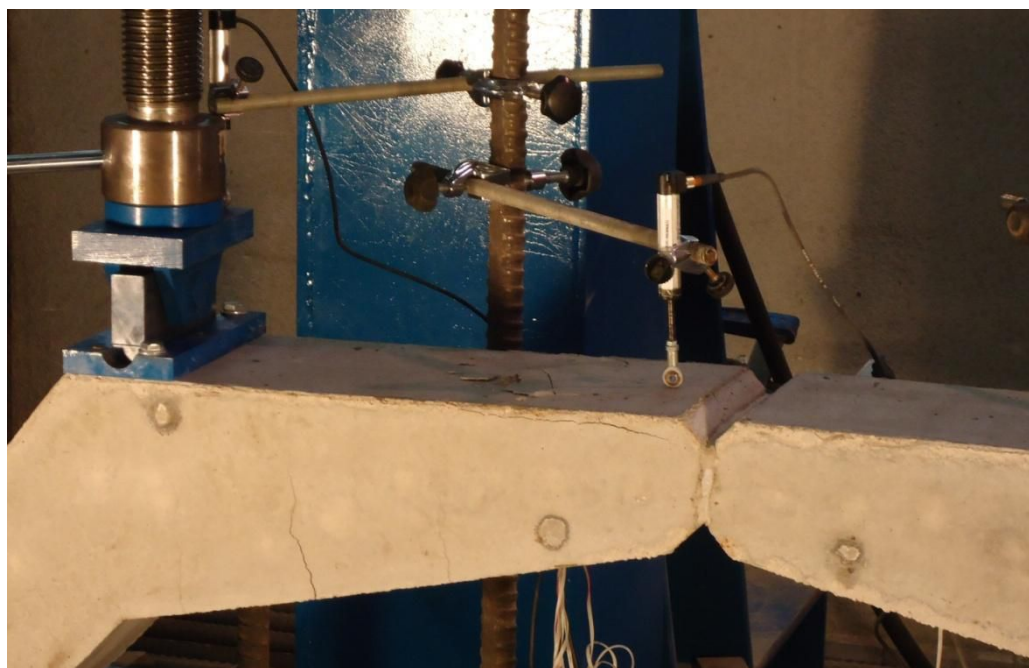


Figura 10.9. Desprendimiento del recubrimiento a una carga de 136 kN.

Tras descargar la estructura se procede a inspeccionar la zona de rotura. Tal y como se observa en la *Figura 10.10*, se produce el salto de todo el recubrimiento de hormigón que queda por encima de la fisura. Los bordes que antes formaban la rótula quedan en contacto tras la rotura.



Figura 10.10. Vista de la zona de rotura.

Se retira el hormigón desprendido y se observa el pandeo que se ha producido en las barras pasantes de la rótula, que es lo que puede haber provocado el salto del recubrimiento. En la *Figura 10.11* se observa de manera clara como la zona curvada de las tres barras de acero ha llegado hasta la altura en la que finalizan los cercos, estando en su posición original por debajo de estos, tal y como se puede ver en la *Figura 10.12*, extraída del proceso constructivo del elemento. Esta armadura en concreto durante el ensayo se encuentra comprimida, tal y como se calculó en el modelo de bielas y tirantes realizado para la región de discontinuidad M (ver *Apartado 4.7.3.3*). Para el punto de aplicación de la carga utilizado y una carga de 100 kN -la empleada en el diseño del elemento- dichas barras poseían en el cálculo una compresión en torno a los 48 kN mientras que sus simétricas respecto al eje de la rótula se encontraban comprimidas con una fuerza de 5 kN (estos resultados se muestran en el *Anejo A: Datos y resultados del cálculo estructural*). El aumento de esta fuerza debido al incremento de la carga tras superar los 100 kN puede explicar por qué las barras pasantes llegaron a pandear. Este efecto se pudo ver potenciado por el empuje al vacío provocado por la posible falta de un cerco en el punto en el que la barra pasante tiene el doblado. Dicho cerco habría resultado difícil de colocar debido a las reducidas dimensiones de la pieza ya que habría imposibilitado la entrada de un vibrador interno en la zona de la rótula en la que ya de por sí el vibrado resultó ser bastante complicado.

Tal y como se ha indicado, la rotura no se produce finalmente en la sección esperada, deteniéndose el ensayo tras alcanzar la rotura en la rótula. Se ha observado una sobrerresistencia de la probeta, pues había sido diseñada para 100 kN de carga. Asimismo, se pudo ver que en la sección donde se esperaba la rotura no se produjo el desconchamiento del hormigón, lo cual es un indicador de que éste no ha llegado a plastificar. Se intentará en este *Capítulo 10* y en el *Capítulo 11* encontrar explicaciones sobre estos y otros hechos que se produjeron en el ensayo a partir de los resultados obtenidos de los elementos de instrumentación utilizados y de los modelos teóricos, respectivamente.



Figura 10.11. Pandeo de las barras pasantes de la rótula.



Figura 10.12. Posición de las barras pasantes en el momento de su colocación y atado.

Otro aspecto observado fue el hecho de que la fisura que se produjo en la sección en la cual se esperaba la rotura o sección G permaneciera abierta tras la descarga de la estructura; es decir, a diferencia del resto de fisuras ésta no redujo totalmente su abertura (ver *Figura 10.13*). Esto es un indicador de que la armadura de la cara traccionada en ese punto había iniciado su flujo plástico. Esto será estudiado en el *Apartado 10.4.3.2* del presente capítulo.



Figura 10.13. Fisura de la sección G tras la descarga.

10.2.2. Carga última obtenida en el ensayo

En la gráfica representada en la *Figura 10.14* se muestra la relación entre la carga aplicada y el tiempo transcurrido desde el inicio del ensayo. En el ensayo 1 se pretende, tras llegar a la carga máxima, prolongar la aplicación de ésta en el elemento mediante el mantenimiento de la presión en el equipo. No obstante, las deformaciones diferidas de la pieza hacen que se observe una descarga parcial, al no darse un control por fuerza propiamente dicho. En el ensayo 2 se diferencian dos velocidades de carga. La primera de ellas se da hasta los 40 kN aproximadamente y es similar a la empleada en el ensayo 1. La segunda velocidad de aplicación de la carga se desarrolla desde los 40 kN hasta la carga de rotura. La rotura del elemento ensayado se produce para una carga de 150,4 kN.

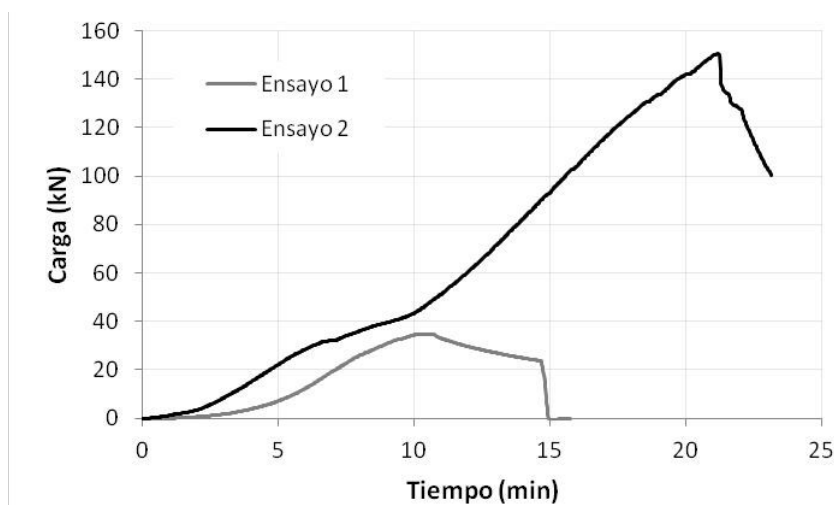


Figura 10.14. Gráfica carga aplicada-tiempo transcurrido desde el inicio del ensayo.

10.2.3. Patrón de fisuración

En la *Figura 10.15* se muestran todas las fisuras observadas en la pieza durante el ensayo y al finalizar el mismo. En la leyenda se indica el código de colores indicativo de la carga a la que se observa la aparición de cada fisura. También se encuentra acotada la localización de dichas fisuras. En el caso de la fisura que aparece a 110 kN en la cara superior -traccionada- de la parte derecha del dintel, su posición coincide con el final de la barra situada en el centro del canto de la pieza formando parte de los 3 ϕ 8 de armadura necesaria en el quiebro (barra L11 del *Plano 2.2*). En los demás casos no se han detectado a priori tales coincidencias, dándose una fisuración distribuida a lo largo de la cara traccionada del elemento, con unas separaciones entre fisuras similares en cada zona (pilas y dintel). Aunque es un hecho habitual, en este caso no se ha podido establecer una relación entre la posición de las fisuras y la localización de los cercos.

Sí se puede afirmar que todas las fisuras son producidas por la flexión en la pieza, sin verse influidas por el efecto desfavorable del esfuerzo cortante, ya que todas ellas -a excepción de las de la rótula- siguen una dirección perpendicular a la de la armadura longitudinal en cada sección.

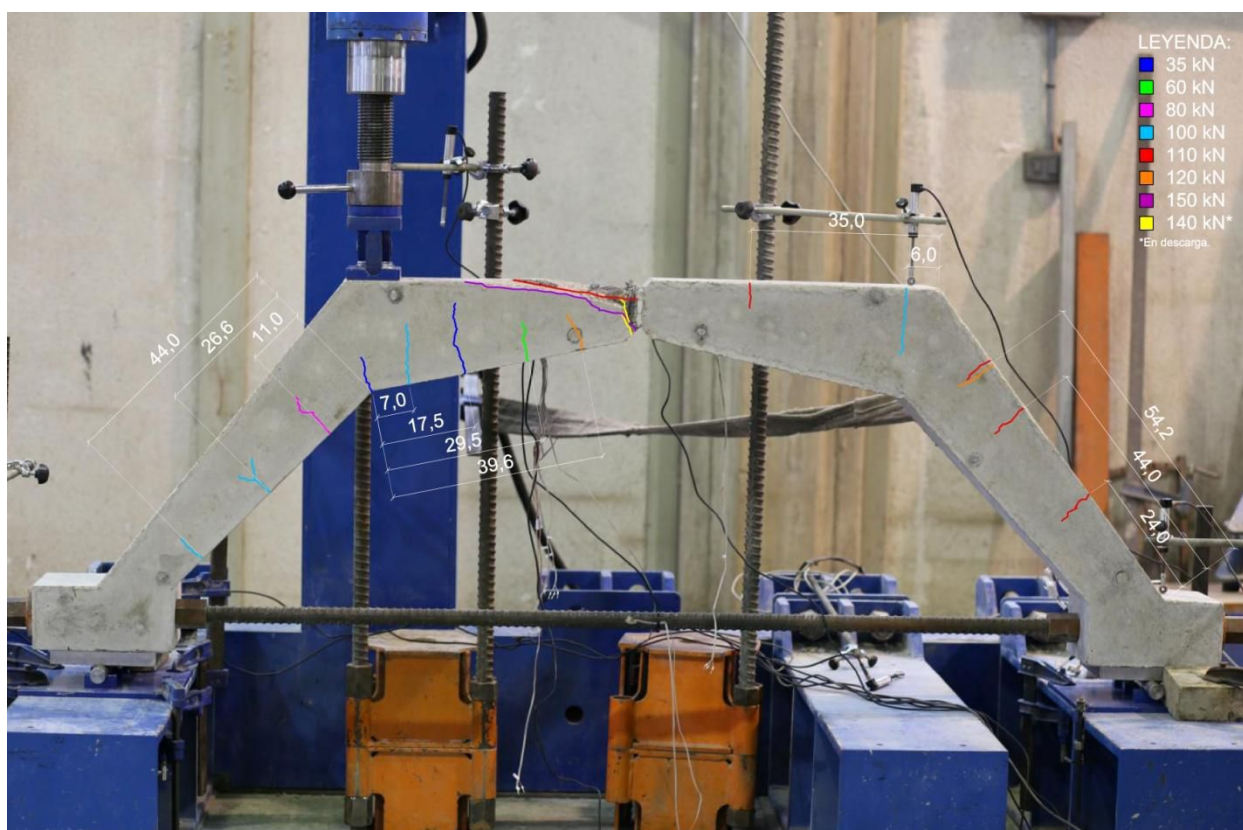


Figura 10.15. Patrón de fisuración.

La longitud de las fisuras en las pilas izquierda y derecha está en torno a 7 cm. La fisura que se encuentra a 6 cm del extremo derecho del dintel mide 12,5 cm. La fisura del quiebro tiene una longitud de 6,5 cm, 11 cm la situada a su derecha, 14 cm la de la sección G y 7 cm las que se encuentran a la derecha de esta última. Todas estas medidas fueron tomadas al finalizar el ensayo.

La separación media entre las fisuras del dintel para una carga de servicio de 100 kN con respecto a la carga última obtenida en el ensayo es de 12,03 cm. La abertura de la fisura de la sección de rotura esperada para esta carga es de 0,2754 mm.

Todas estas medidas han sido realizadas mediante el programa AutoCAD sobre la *Figura 10.15* y otras fotografías tomadas durante el ensayo para diferentes cargas.

10.3. Validación del ensayo

Pese a que siempre es necesaria una fase de validación del ensayo para cualquier ensayo realizado en laboratorio, en este caso resulta primordial dado que es la primera vez que se configura el montaje de la forma en que se ha hecho. Es decir, si lo que se buscaba era que no se produjesen reacciones horizontales en el pórtico de ensayo mediante la colocación de la barra DYWIDAG, se tiene que verificar el correcto funcionamiento de este sistema. Para ello, se calcula la tensión existente en dicha barra en cada momento del ensayo a partir de las deformaciones registradas por las galgas extensiométricas colocadas en la misma y se compara con la reacción horizontal obtenida en el diseño a partir del cálculo del elemento como estructura isostática. Esta comparación se lleva a cabo mediante un análisis de regresión lineal, midiendo la bondad del ajuste a través del coeficiente de determinación R^2 . Este parámetro mide la proporción de variabilidad total de la variable dependiente respecto a su media que es aplicada por el modelo de regresión.

En la *Figura 10.16.a* se muestra la deformación registrada por las galgas GY -las correspondientes a la barra DYWIDAG- en el ensayo 1. La gráfica correspondiente al ensayo 2 es la de la *Figura 10.16.b*. Hágase notar que la deformación medida por las galgas tiene valor negativo cuando éstas se están extendiendo, es decir, cuando la barra se encuentra traccionada como es el caso.

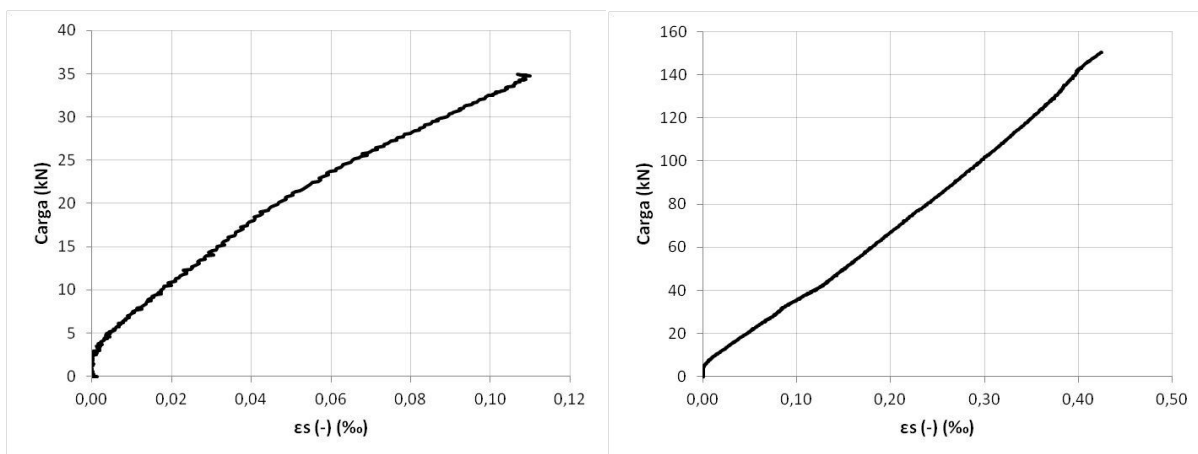


Figura 10.16. a) Gráfica carga-deformación registrada por las galgas GY en el ensayo 1; y b) Gráfica carga-deformación registrada por las galgas GY en el ensayo 2.

En la *Figura 10.17* se muestra el análisis de regresión lineal llevado a cabo para comparar la tracción calculada y la obtenida de los datos proporcionados por las galgas en el ensayo 1. El valor de R^2 es de 0,9556, muy próximo a la unidad, lo cual indica que la reacción horizontal que se daría en el pórtico de ensayo es la fuerza que se está desarrollando en la barra. No obstante, el valor del

coeficiente de determinación aún se aproxima más a la unidad en el ensayo 2 (ver *Figura 10.18*). La razón de esto es que el primer ensayo se ve más afectado por el ruido que se produce en los primeros escalones de carga al alcanzar un valor menor de ésta y, por el contrario, el segundo ensayo, al llegar hasta una carga mucho más elevada, minimiza la variabilidad de la variable dependiente, no siendo tan influyente el ruido en el cálculo del coeficiente R^2 , que en este caso alcanza un valor de 0,9962. Esto prueba el buen funcionamiento del sistema empleado para realizar el ensayo. Se debe destacar que el tramo inicial de la gráfica presenta mayor pendiente debido al ajuste del pórtico durante el comienzo del ensayo, como ya se ha explicado anteriormente.

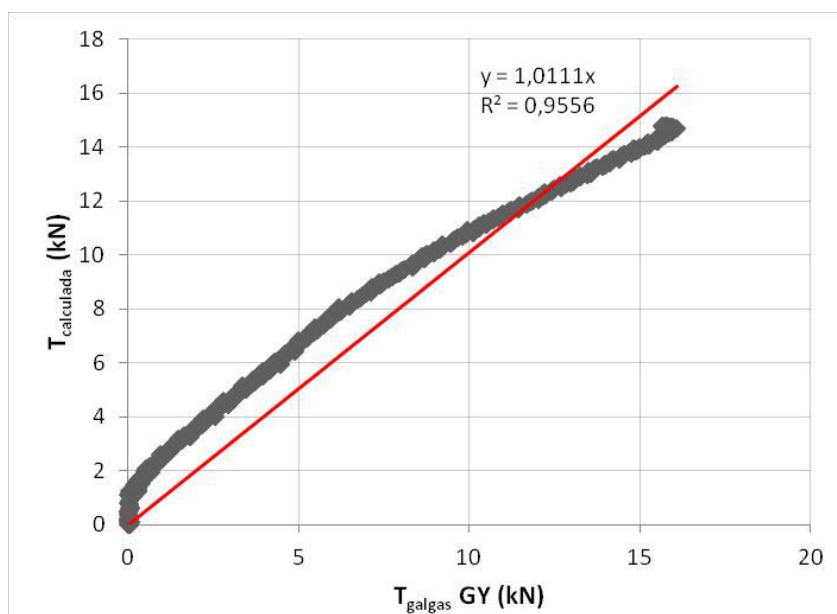


Figura 10.17. Análisis de regresión lineal de la tracción calculada en el diseño del elemento y la obtenida a partir de la deformación de las galgas en la barra DYWIDAG para el ensayo 1.

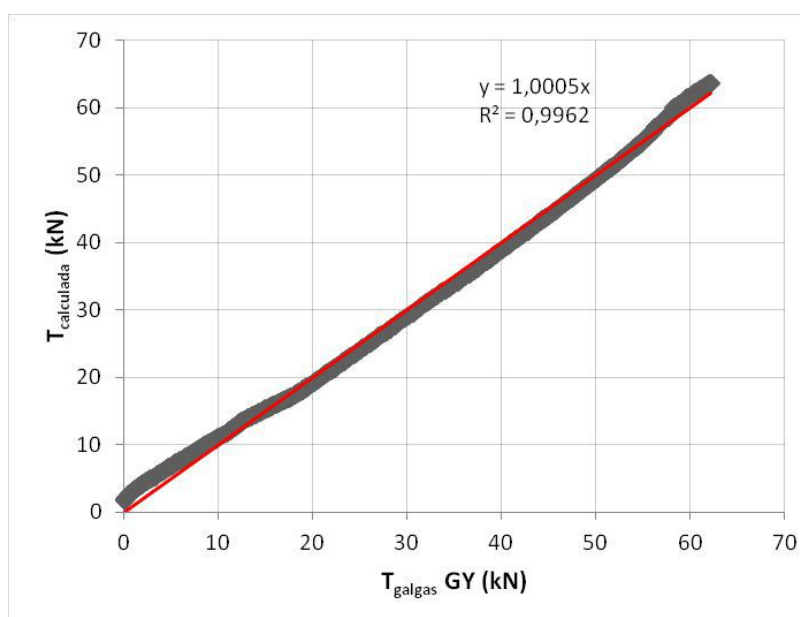


Figura 10.18. Análisis de regresión lineal de la tracción calculada en el diseño del elemento y la obtenida a partir de la deformación de las galgas en la barra DYWIDAG para el ensayo 2.

No haberse dado una relación lineal entre ambas tracciones habría sido un indicador de que durante el ensayo se desarrollaron reacciones horizontales en puntos en los que no estaba previsto, por lo que el comportamiento de la pieza habría sido diferente al convertirse en hiperestática. Al no haberse medido las reacciones en los apoyos mediante elementos de instrumentación hubiese sido imposible explicar el funcionamiento que en su caso hubiera tenido la estructura.

La verificación de que la fuerza de tracción en la barra era la esperada permite que de ahora en adelante todos los resultados que se obtuvieron del diseño del elemento puedan ser comprobados mediante el ensayo; ya que la estructura se comporta de manera isostática. Del hecho de que la estructura sea isostática se deriva todo el cálculo efectuado para hallar los esfuerzos, las cuantías de armadura, la ubicación de la sección de rotura esperada, el comportamiento de las regiones de discontinuidad -en especial la del quiebro (región KL)-, etc. Al validarse el ensayo se hace posible desarrollar la finalidad que tiene este trabajo, que es la de comprobar que los modelos de cálculo empleados reflejan la realidad a través de la realización de un ensayo.

Otro hecho que hubiera podido provocar el comportamiento hiperestático de la estructura habría sido la redistribución de esfuerzos en lugar de la rotura inmediata del elemento en el momento en que agotase una sección. Para ello se realiza una comprobación previa de las medidas registradas por todas las galgas extensiométricas, viendo que los resultados fueran coherentes con el diseño, de manera que las leyes de esfuerzos no habían experimentado un gran cambio. Se observa que la galga situada en la armadura traccionada de la sección de rotura esperada medía el máximo valor de deformación para la máxima carga alcanzada en el ensayo. De modo que se puede afirmar que el ensayo se realizó en condiciones isostáticas, tal y como se pretendía.

10.4. Desplazamientos

Los desplazamientos en la estructura han sido medidos mediante el uso de captadores de desplazamiento LVDT en dirección vertical (denominados en este trabajo CV) y horizontal (identificados como CH).

También se ha utilizado la fotogrametría. Se trata de un método de uso en laboratorio relativamente reciente consistente en la toma periódica de imágenes mediante una cámara fija. En este caso, se tomó una fotografía por segundo de la zona que más interesaba en el ensayo, que abarcaba el quiebro de la región de discontinuidad KL, la sección de rotura esperada o sección G y la mitad izquierda de la rótula. La razón de que se eligiese fotografiar esta zona y no la estructura al completo es que cuanto más se aleje la cámara menos píxeles creará de cada región disminuyendo la precisión del método. Las imágenes son rectificadas debido al error producido por la conicidad de la lente.

10.4.1. Horizontales

La validación del ensayo también debería haberse podido realizar a través de las medidas recogidas por los captadores de desplazamiento horizontal CH1 y CH3 ubicados en los apoyos de la estructura. No obstante, la diferencia entre ambos desplazamientos quedaba muy por encima de la deformación sufrida por la barra. Esto se puede observar en la *Figura 10.19* en la cual se representan

el incremento de longitud sufrido por la barra DYWIDAG según las medidas de deformación registradas por la barra y por otro lado la diferencia entre los desplazamientos proporcionados por los captadores CH3 y CH1, situados en la parte inferior del pórtico. En el eje de abscisas aparece el incremento de longitud que tendría la barra medido a través de las galgas extensiométricas y de los captadores de desplazamiento, no obstante, en vista de los resultados se puede afirmar que la medida de los captadores no representa sólo el alargamiento de la barra, sino que están registrando además otros movimientos de forma acumulada. Por tanto, con las medidas de los captadores de desplazamiento horizontal no se puede deducir la fuerza en la barra DYWIDAG, siendo necesaria la disposición de galgas extensiométricas para poder conocer la fuerza de tracción en la barra.

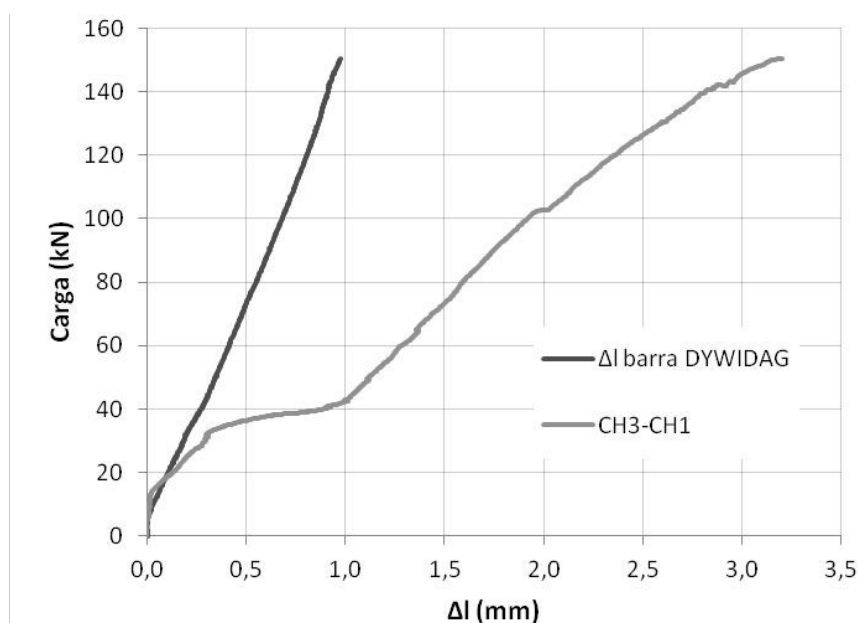


Figura 10.19. Gráfica carga-incremento de longitud de la barra DYWIDAG para el ensayo 2.

Llegados a este punto se intenta deducir a qué se debe que las medidas de los captadores sean bastante mayores que las obtenidas a partir de las galgas. Repasando todos los resultados obtenidos del ensayo se detecta que los captadores de desplazamiento vertical dispuestos en los apoyos de la estructura, CV1 y CV5 (ver *Figura 10.2*), indican un desplazamiento en sentido ascendente en ambos casos. Este hecho se achaca a la posibilidad de que la zona de los apoyos de la estructura haya sufrido un giro además de deslizar sobre el cilindro del apoyo, lo cual suma desplazamiento horizontal al captador CH3. De modo que determinar la posición en la que quedaría el apoyo tras los desplazamientos medidos por los captadores para una carga en concreto se convierte en un problema de tangencias consistente en ubicar el macizado del apoyo tangente a las tres circunferencias en su posición para una carga en concreto. Dichas circunferencias son el cilindro de apoyo, que se mantiene fijo, y los dos captadores, que son los que presentan un desplazamiento. En la *Figura 10.20* se muestra este fenómeno para una carga de 50 kN por ser la carga a la que mayor desplazamiento vertical mide CV5. Los desplazamientos medidos por los captadores son los que se indican en la *Tabla 10.1*. Tras hallar la solución se observa que la traslación del punto medio de la placa de apoyo en horizontal ha sido de 6,218 mm y el ángulo de giro medido de 2,5159°.

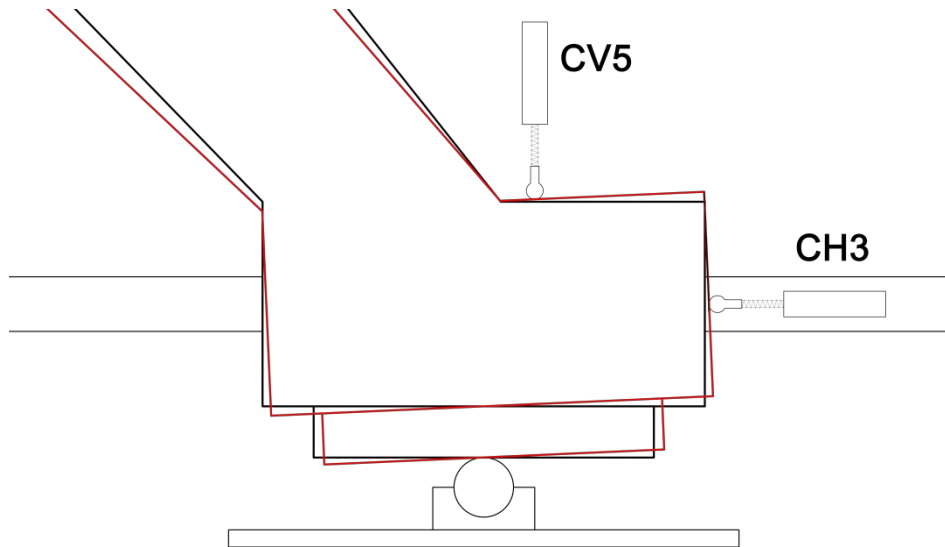


Figura 10.20. Representación del giro que sufre el apoyo según las medidas de los captadores.

Carga (kN)	50,239
Desplazamiento CH3 (mm)	2,40648
Desplazamiento CV5 (mm)	1,48462

Tabla 10.1. Datos utilizados para representar la *Figura 10.20*.

Esto significa que en el apoyo se está produciendo un giro en todo momento además de un desplazamiento en sentido horizontal ya sea hacia la derecha, en la mayor parte del ensayo, o hacia la izquierda, a partir de una carga de 120 kN hasta el final del ensayo (ver *Figura 10.22*).

Aparentemente, en ningún momento del ensayo se observó que el giro en los apoyos fuera tan grande como el que se ve en la *Figura 10.20*. De modo que se puede afirmar que las medidas tomadas por los captadores se ven bastante modificadas por los movimientos que tiene el pórtico de ensayo mencionados con anterioridad, presentando cierto error que impide determinar con exactitud algunos parámetros.

En cuanto al captador de desplazamiento horizontal CH2, ubicado bajo la rótula de carga (ver *Figura 10.21*), éste registra un movimiento horizontal elevado hacia la derecha en todo momento del ensayo. Aunque teóricamente el desplazamiento horizontal de este punto debería ser nulo (o reducido si existe un pequeño giro), la explicación se basa de nuevo en los movimientos del pórtico de ensayo. No obstante, a diferencia del captador de desplazamiento vertical CV2, que iba colocado sobre la rótula de carga, el captador CH2 medía los movimientos de una pieza de madera unida al elemento, dependiendo por tanto de las deformaciones sufridas por el hormigón. En la *Figura 10.22* se observa el desplazamiento horizontal medido por los tres captadores.

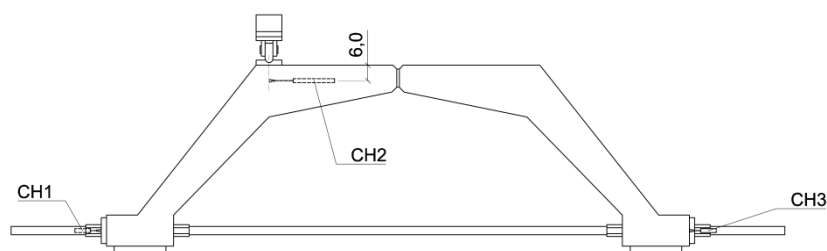


Figura 10.21. Posición de los captadores de desplazamiento horizontal.

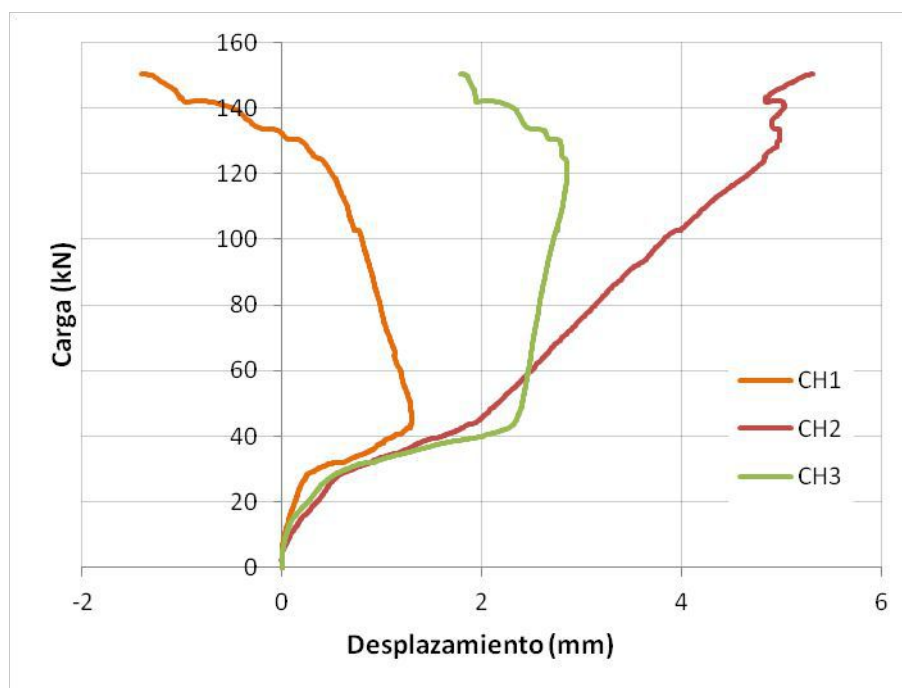


Figura 10.22. Gráfica carga-desplazamiento horizontal medido por los captadores en el ensayo 2.

En la gráfica de la *Figura 10.22* se observa que los captadores CH1 y CH3 se desplazan considerablemente hacia la derecha hasta una carga de 40 kN. A partir de ese momento el apoyo izquierdo comienza a desplazarse hacia la izquierda mientras que el derecho continúa desplazándose hacia la derecha. En la gráfica de la *Figura 10.14*, que representa la carga respecto del tiempo, es decir, la velocidad de aplicación de la carga, se observa claramente que a partir de 40 kN la velocidad de carga es mayor. Por tanto, se concluye que los movimientos registrados por los captadores presentan una variación para una carga de 40 kN debido al cambio en la velocidad de aplicación de la carga, a partir de la cual se estabiliza el ensayo hasta el momento de la rotura. En las tres curvas se registra otro cambio de tendencia para una carga de 120 kN que también se verá en los captadores de desplazamiento vertical CV3 y CV4. Se piensa que este hecho está relacionado con el desarrollo de la fisura que provoca el fallo de las barras pasantes de la rótula que finalmente dará lugar a la rotura de la sección.

Se debe indicar asimismo que el comportamiento que tiene la estructura para cargas elevadas (a partir de 120 kN) en lo referente a los desplazamientos horizontales de los apoyos coincide con el que se obtuvo a partir de un cálculo elástico y lineal mediante un modelo sencillo en

el que se tomaron las secciones medias de las pilas y el dintel con los valores estáticos de la sección corregidos por la fisuración.

Todo lo que se ha explicado acerca de los desplazamientos obtenidos hasta los 40 kN en relación con la velocidad de aplicación de la carga se produce de manera análoga en el ensayo 1.

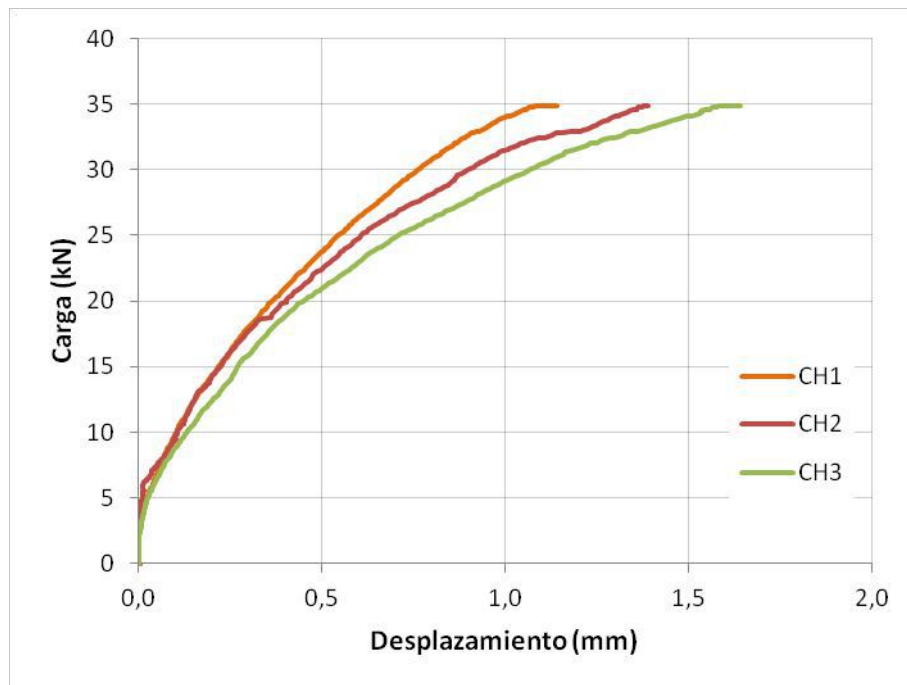


Figura 10.23. Gráfica carga-desplazamiento horizontal medido por los captadores en el ensayo 1.

Adicionalmente a todo lo explicado, se hizo uso de la fotogrametría para medir los desplazamientos horizontales en diversas regiones. En este caso se mostrarán las gráficas obtenidas para la región situada bajo la rótula de carga, concretamente la que se resalta en la *Figura 10.24*.

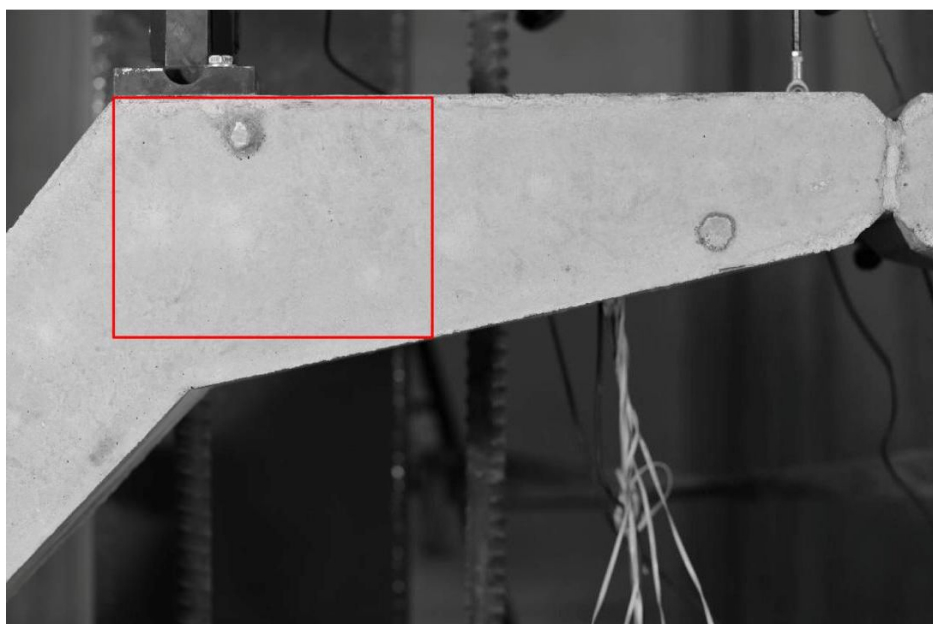


Figura 10.24. Región situada bajo la rótula de carga estudiada mediante fotogrametría.

Para analizar los resultados de la fotografía digital se ha utilizado la superposición de imágenes en AutoCAD y un código libre de correlación de imágenes para MATLAB. En este caso, se hizo una selección de diversas imágenes tomadas cada cierto intervalo de tiempo. El proceso que se sigue consiste en localizar diversos puntos de la zona a estudiar en dichas imágenes y medir los desplazamientos observados entre ellas. Se puede ver mediante este método la rigidez que presenta la región pues el movimiento horizontal medido es prácticamente el mismo en todos los puntos de la imagen. Los resultados obtenidos se muestran a través de gráficos como el de la *Figura 10.25*. La zona más clara, en vista de la escala de colores empleada, indica que en ella se produce un nivel mayor de desplazamientos horizontales. Esta se corresponde con el quiebro, en el cual ya existe una fisura desde el ensayo 1 -este gráfico está obtenido del ensayo 2-. Las unidades en las que se encuentran los resultados son micrómetros.

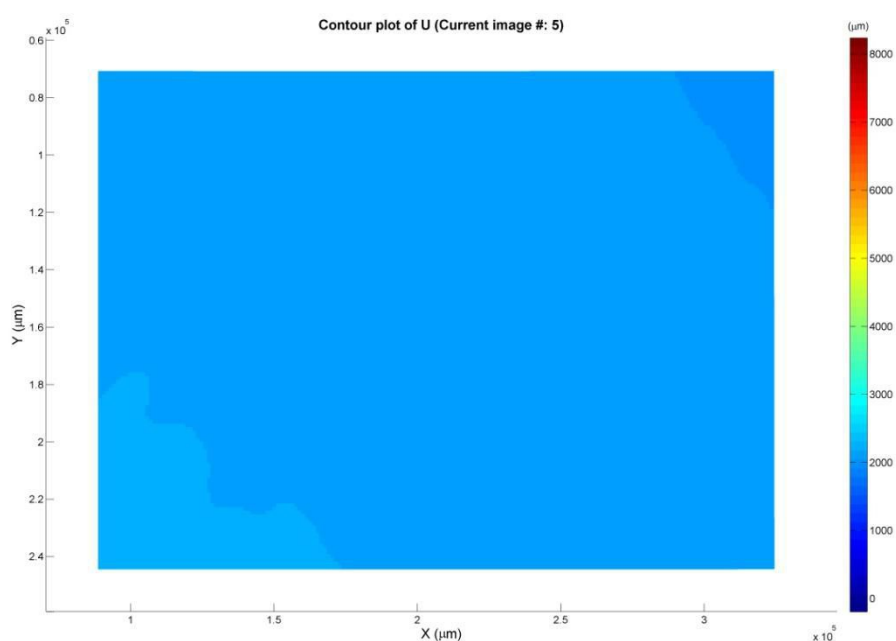


Figura 10.25. Desplazamientos horizontales de la región situada bajo la rótula de carga medidos con fotogrametría para una carga de 40 kN.

En el segundo gráfico (*Figura 10.26*) se representan los desplazamientos horizontales de la misma región para una carga de 147 kN. Como se puede observar, en toda la zona se han medido desplazamientos de entre 6500 y 8000 μm . En la esquina inferior derecha se concentran los desplazamientos horizontales más elevados, coincidiendo esta zona con la fisura que aparece en la sección G.

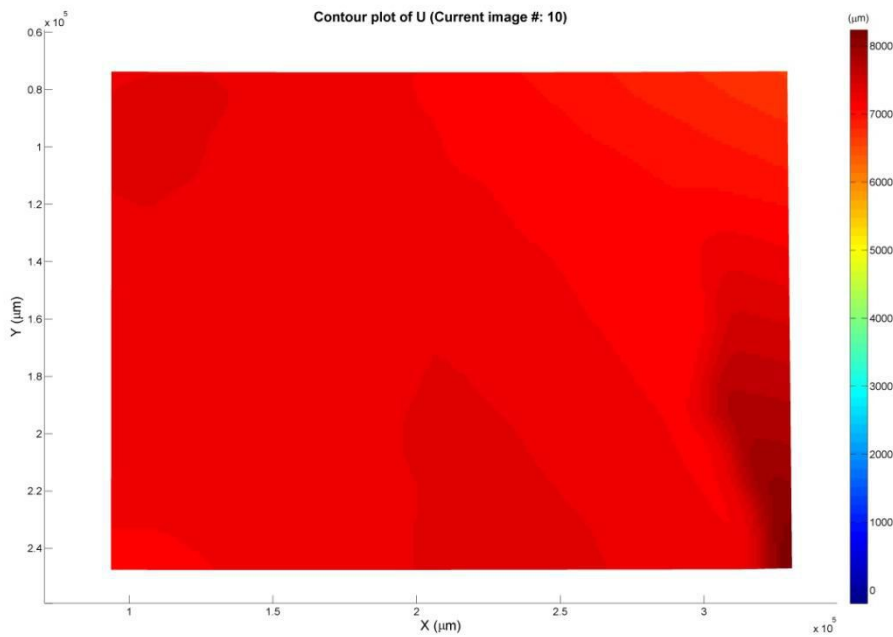


Figura 10.26. Desplazamientos horizontales de la región situada bajo la rótula de carga medidos con fotogrametría para una carga de 147 kN.

10.4.2. Verticales

Para medir los desplazamientos verticales se utilizaron cinco captadores LVDT denominados CV en el presente trabajo. Los captadores CV1 y CV5 se encontraban en sendas partes de la estructura que constituyen el apoyo. El captador CV2 medía el descenso de la rótula de carga. El CV3 se situó a 5 cm a la derecha del eje de la rótula. El captador CV4 se encontraba ubicado a 4 cm del extremo derecho del dintel. La posición exacta de estos captadores se detalla en la *Figura 10.27*.

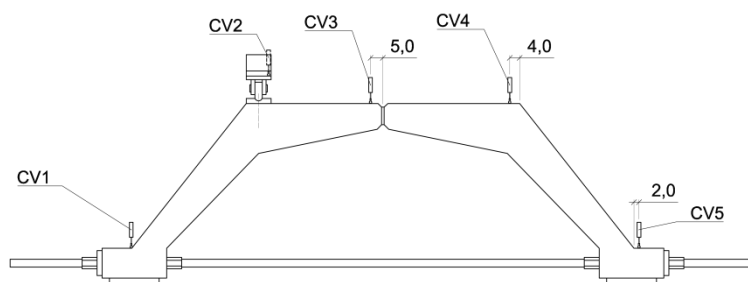


Figura 10.27. Posición de los captadores de desplazamiento vertical.

Se comienza con el análisis de los desplazamientos registrados por los captadores de los apoyos (*Figura 10.28.a* y *Figura 10.28.b*). Al igual que ocurría en los captadores de desplazamiento horizontal, el registro de medidas crece con rapidez hasta los 40 kN, momento en el cual la velocidad de aplicación de la carga pasa a ser constante, estabilizándose los movimientos en el ensayo. En ambos ensayos, hasta una carga de entre 20 y 30 kN, los captadores miden deformaciones verticales negativas, es decir, los apoyos están descendiendo. Esto se da con motivo del "ruido" inicial relacionado con los movimientos del pórtico de carga hasta que asienta y encuentra su posición de

funcionamiento para el ensayo. A partir de los 40 kN (segundo ensayo) se observa como ambos captadores comienzan a medir desplazamientos muy pequeños, de un milímetro como máximo. Puesto que, como se ha visto anteriormente los captadores horizontales de los apoyos sí continúan registrando desplazamientos, la explicación que se le da a esto es que la combinación de giro y desplazamiento puede hacer que los captadores CV1 y CV5 no varíen su posición, que es lo que se observa a partir de 40 kN. Por ejemplo, en vista de la *Figura 10.20*, si se midiera únicamente un giro del apoyo en el mismo sentido en que se encuentra representada la figura, el captador vertical mediría una elevación del apoyo. No obstante, si dicho giro se produjera simultáneamente con un desplazamiento horizontal determinado hacia la derecha, el desplazamiento que mediría el captador sería bastante menor, nulo o incluso negativo.

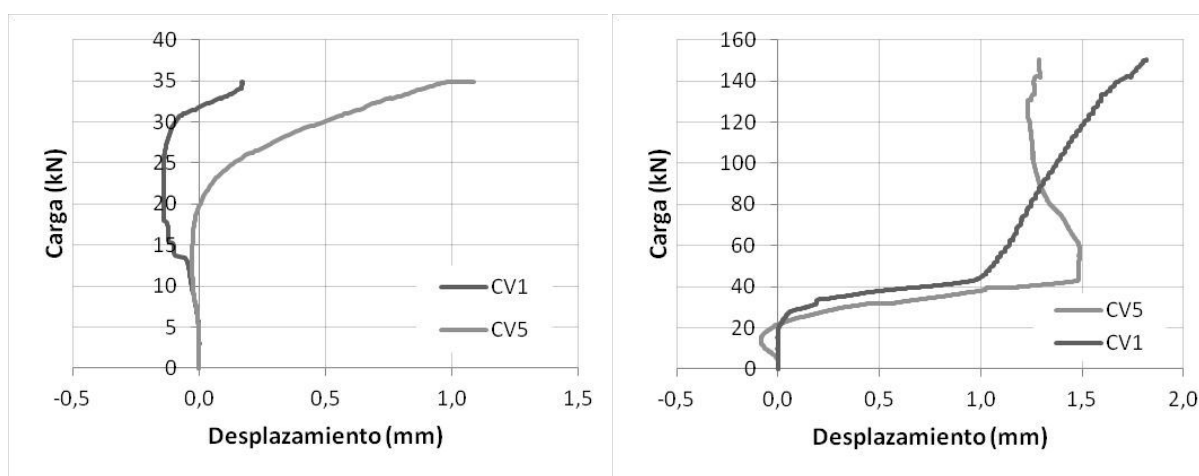


Figura 10.28. a) Gráfica carga-desplazamiento vertical medido por los captadores de los apoyos en el ensayo 1; b) Gráfica carga-desplazamiento vertical medido por los captadores de los apoyos en el ensayo 2.

Por otro lado, se encuentran las medidas de los captadores colocados sobre el dintel del arco. En este caso, en vista de la ley de esfuerzos flectores (se mostrará más adelante en la *Figura 10.31* junto con el gráfico de flechas), que da una idea de la deformada que tendrá la estructura, se esperaba un descenso del captador de la rótula de carga CV2, una elevación del captador del extremo derecho del dintel CV4 y un desplazamiento reducido del captador de la rótula CV3, por estar en una zona cercana al punto de momento flector nulo y ser la estructura simétrica. En efecto, como se puede observar en la *Figura 10.29* y en la *Figura 10.30*, los captadores siguen lo indicado. El comienzo del ensayo 2 es análogo al ensayo 1, registrándose desplazamientos verticales de descenso del orden de un milímetro, debidos al asentamiento del propio pórtico de ensayo. Los desplazamientos representados en las figuras siguientes son los medidos por los captadores sin realizar ningún tipo de corrección pues es una tarea que presenta varias dificultades debidas al giro de los apoyos ya explicado. Dicha corrección consistiría en encontrar para cada carga el giro que presentan los apoyos según las medidas realizadas por los captadores de desplazamiento horizontal y vertical situadas en los mismos. Conociendo los giros se determinaría el plano de referencia a partir del cual se corregirían los desplazamientos de los captadores de desplazamiento vertical situados en el dintel.

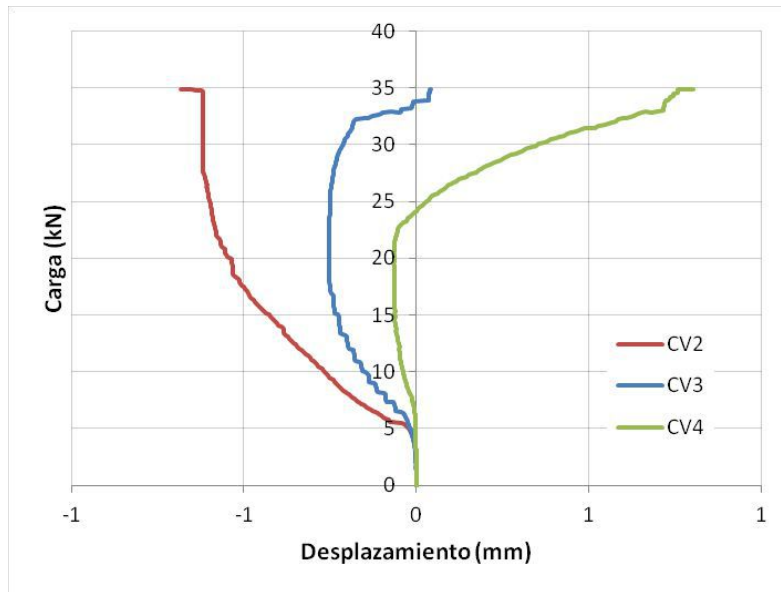


Figura 10.29. Gráfica carga-desplazamiento vertical medido por los captadores del dintel en el ensayo 1.

La *Figura 10.30* en combinación con la *Figura 10.32* ofrece información interesante sobre los desplazamientos verticales medidos en el ensayo 2. Observando la primera gráfica se destacan varios detalles. En primer lugar, el captador CV4 representado mediante la curva verde no presenta un correcto funcionamiento, pues mide deformaciones de manera escalonada. Es probable que se deba a la insuficiente fuerza del muelle del captador o a la resistencia que pudieran presentar los captadores al movimiento pese a haber sido engrasados previamente. También se observa que el captador CV3 mide la misma deformación hasta casi alcanzada la carga de 130 kN. Por otra parte, como es lógico, el captador CV2 registra un desplazamiento lineal a partir de que la velocidad de aplicación de la carga se vuelve constante. Para una carga de 128 kN, el captador CV3 se eleva considerablemente. Este hecho coincide con la aparición de la fisura en el recubrimiento de la zona superior de la rótula y el salto del mismo con la consiguiente elevación del captador.

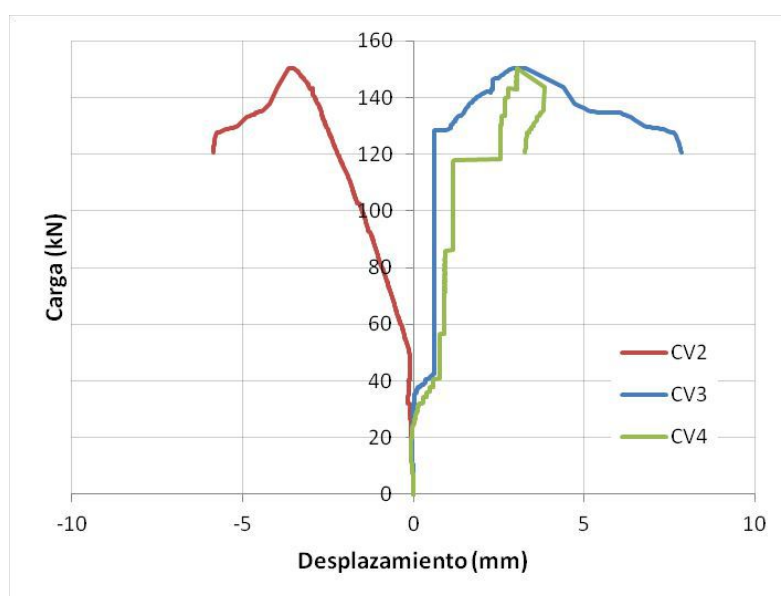


Figura 10.30. Gráfica carga-desplazamiento vertical medido por los captadores del dintel en el ensayo 2.

Se decide representar las flechas registradas en el dintel por medio de un gráfico tal y como se muestra en la *Figura 10.32*. De este gráfico se extraen diversas conclusiones pues muestra la deformada del dintel para diferentes valores de carga en el ensayo 2. En primer lugar, se observa que en los primeros escalones de carga, en concreto hasta los 30 kN, el dintel se encuentra prácticamente indeformado. Posteriormente se puede ver una elevación de los captadores CV3 y CV4, siendo ligeramente mayor la de este último. Se podría decir que la rótula está cumpliendo su función de no transmitir el giro. Esto se produce hasta una carga de 110 kN. A los 120 kN el captador CV4 se eleva bruscamente debido a los escalones que se observan en la gráfica anterior como ya se ha explicado. Dicho captador se mantiene prácticamente en la misma posición mientras que el situado en la rótula comienza a elevarse hasta que finalmente en el momento de la rotura, a 150,3 kN, los captadores CV3 y CV4 se encuentran a la misma altura. Se representan también dos valores de carga situados en la rama de descarga, a 130 y 120 kN. Se observa en estos la gran elevación del captador de la rótula. Esto claramente se debe al empuje que ejerce sobre el captador el recubrimiento que tras haber saltado en la rotura se va desprendiendo progresivamente durante la descarga.

Se observa acerca de los desplazamientos verticales en relación con la luz que estos son muy pequeños para la carga máxima.

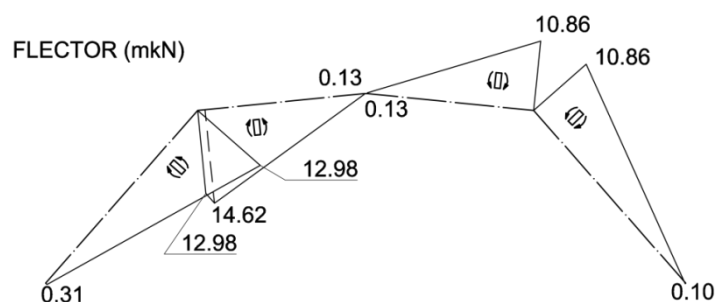


Figura 10.31. Ley de flectores para una carga de diseño de 100 kN.

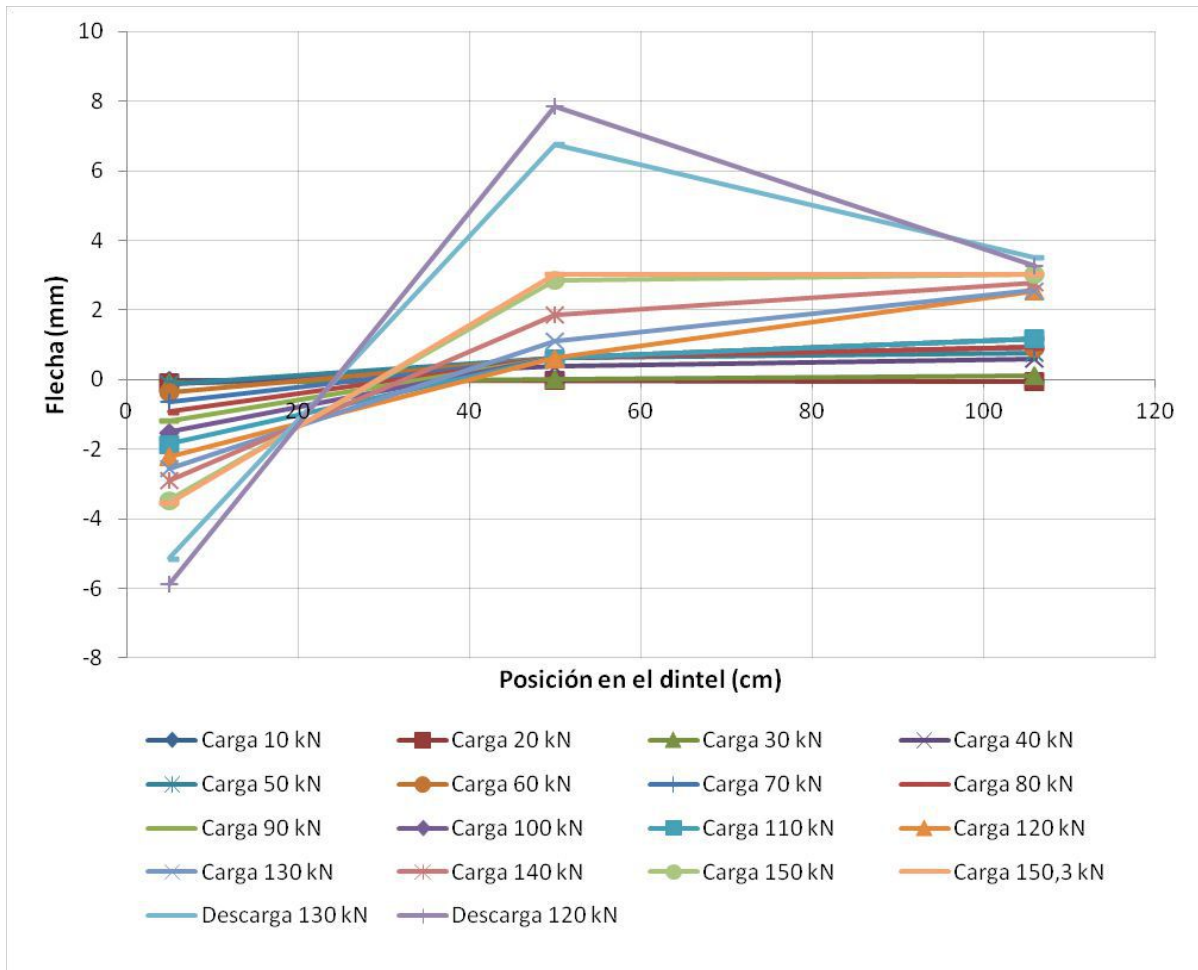


Figura 10.32. Gráfico de flechas registradas por los captadores del dintel para diferentes valores de carga en el ensayo 2.

10.4.3. Síntesis de los desplazamientos

Además de lo ya explicado sobre el giro que se produce en los apoyos, lo cual aún a desplazamientos horizontales y verticales; para concluir con el apartado de desplazamientos, se muestra la unión entre ambos movimientos mediante uno de los gráficos obtenidos por fotogrametría.

Se observa fácilmente la síntesis de desplazamientos horizontales y verticales mediante la representación de un campo de vectores de desplazamientos como el mostrado en la *Figura 10.33*. En este caso se representa el correspondiente a una de las imágenes tomadas tras la rotura para el área indicada anteriormente en la *Figura 10.24*. Se debe destacar que estos vectores no representan la trayectoria del punto a lo largo del ensayo sino el vector de desplazamiento total, el que une el punto en su posición inicial y el punto en la posición de la imagen en cuestión. Se observa que el movimiento predominante ha sido el horizontal (téngase en cuenta que ya se ha producido la rotura, en la cual se da un importante desplazamiento horizontal del dintel hacia la derecha).

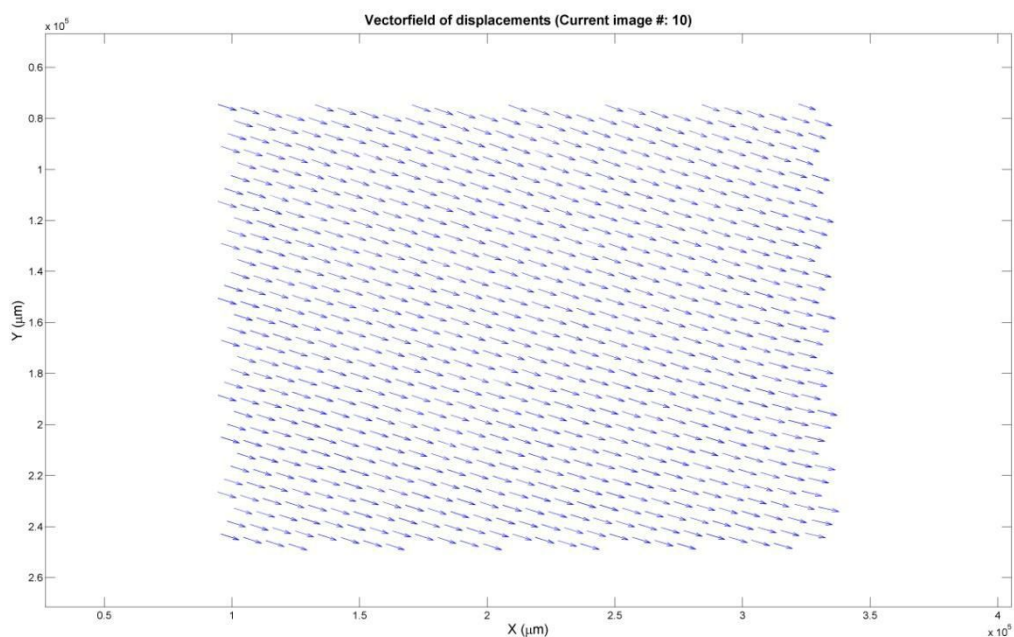


Figura 10.33. Campo de vectores de desplazamientos para una imagen de la zona situada bajo la rótula de carga tomada tras la rotura.

10.5. Deformaciones

Las deformaciones en la estructura se han dividido por un lado en aquellas que son medidas en las barras de acero y por otro lado en las medidas en el hormigón. A partir de estos datos de deformaciones se lleva a cabo un análisis de las secciones singulares del elemento, a saber: el quiebro situado bajo la rótula de carga en el cual se encuentran ubicadas las galgas GA, la sección de rotura esperada o sección G en la cual se sitúan las galgas GC y GB y, finalmente, la sección en la que se produce la rotura, situada en la zona de la rótula.

10.5.1. En el acero

Las deformaciones en la armadura son medidas mediante galgas extensiométricas de acero. Como ya se indicó en el *Capítulo 9: Ensayo experimental*, concretamente en el *Apartado 9.4* sobre la instrumentación del ensayo, las galgas de acero colocadas en el elemento son ocho. Todas ellas se encuentran ubicadas en zonas de especial interés de la estructura, por lo que serán estudiadas en el *Apartado 10.4.3* sobre el análisis de secciones para evitar que el texto resulte repetitivo.

En primer lugar, en la región KL (*Figura 10.34*), midiendo la deformación que sufren las barras de refuerzo colocadas en el quiebro, se encuentran las galgas GA1 y GA2, que se estudian en el *Apartado 10.4.3.1*. Por otra parte, en la sección G se encuentran las galgas GB1 y GB2, midiendo deformaciones en las armaduras de la cara comprimida, y las GC1 y GC2, en las barras de la cara traccionada. Sobre éstas se hablará en el *Apartado 10.4.3.2*. Finalmente, situadas en dos de las barras pasantes de la rótula están las galgas GD1 y GD2. En este último caso, solamente se recogen los datos de la galga GD1 puesto que antes de comenzar el ensayo, en el momento de la

configuración del ensayo en el programa de adquisición de datos, se detectó que la galga GD2 no funcionaba. El estudio de las deformaciones en las barras pasantes se lleva a cabo en el *Apartado 10.4.3.3*.

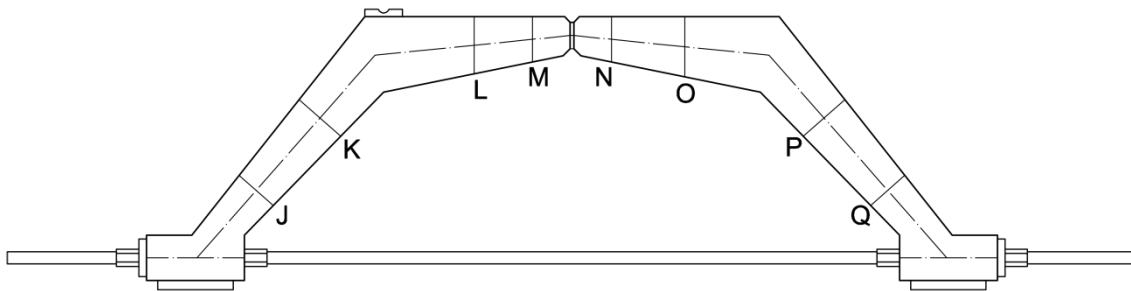


Figura 10.34. Secciones de continuidad estudiadas.

10.5.2. En el hormigón

Para medir las deformaciones del hormigón en la zona del quiebro, la sección G y la rótula se utilizó el método de la fotogrametría. Adicionalmente, para tener controlada la otra mitad del arco por si se hubiese producido en el ensayo algún fallo inesperado, se hizo uso de dos galgas extensiométricas de hormigón denominadas GH1 y GH2 situadas en la región de discontinuidad OP, correspondiente a la unión de la pila derecha y el dintel.

Como ya se ha indicado en varias ocasiones a lo largo del trabajo, la estructura diseñada es un elemento muy rígido que presenta bajas deformaciones. Esto queda demostrado a través de la fotogrametría a partir de la cual se observa que no se alcanzan valores elevados de deformaciones.

Se elige para este ejemplo la misma zona que se estudió mediante la fotogrametría en el caso de la medición de desplazamientos. A través de él se observa que la deformación unitaria en el eje x es reducida, debido a esa rigidez de la que se está hablando. En la *Figura 10.35* se muestra la ϵ_{xx} para una carga de 40 kN en el ensayo 2. Ésta viene expresada en micrómetros. Se debe destacar que se ha hecho uso de otra escala pues, de haberse utilizado la misma que en la *Figura 10.36*, en la imagen se habría observado un único color por ser pequeñas las deformaciones. En la esquina inferior derecha de la *Figura 10.35* se detectan las deformaciones en la zona de la fisura que aparece en primer lugar, la de la sección G. Se comprueba asimismo, que para dicha carga aún no ha aparecido ninguna otra fisura, teniéndose en cuenta que la que ya existía en el quiebro después de realizar el ensayo 1 no se encuentra en el cuadrante estudiado.

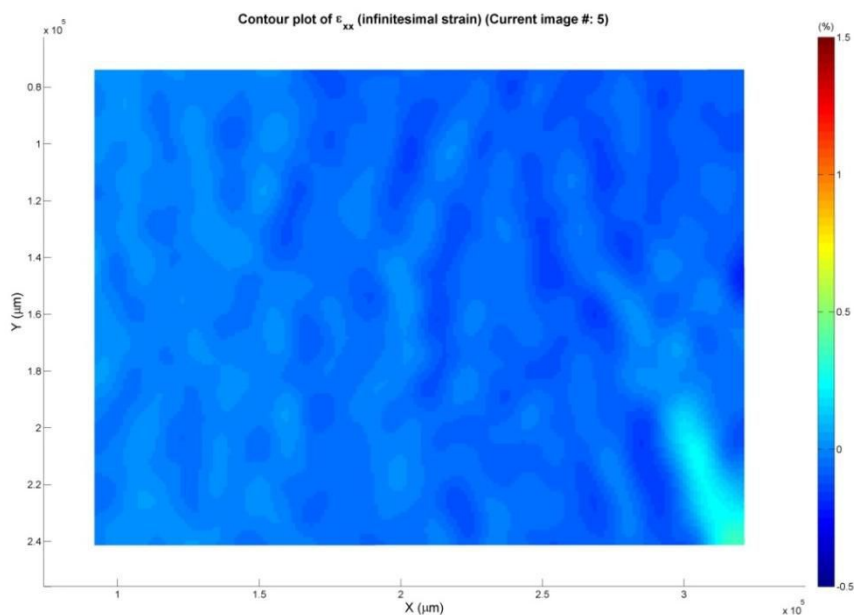


Figura 10.35. Deformaciones unitarias del hormigón en la dirección x para 40 kN de carga en el ensayo 2.

En la *Figura 10.36* se muestra la deformación unitaria en la dirección x para una carga de 147 kN, muy próxima a la carga última del ensayo. En ella se observa que la zona de la fisura de la sección G ha sufrido una deformación importante -para dicha carga la abertura de fisura era de 0,7 mm-. Se observa a su izquierda la fisura que apareció a los 100 kN (ver el patrón de fisuración del *Apartado 10.1.3*). También se aprecia en la parte izquierda de la imagen la deformación debida a la fisura del quiebro, que para dicha carga alcanza una longitud suficiente para observarse el cuadrante estudiado.

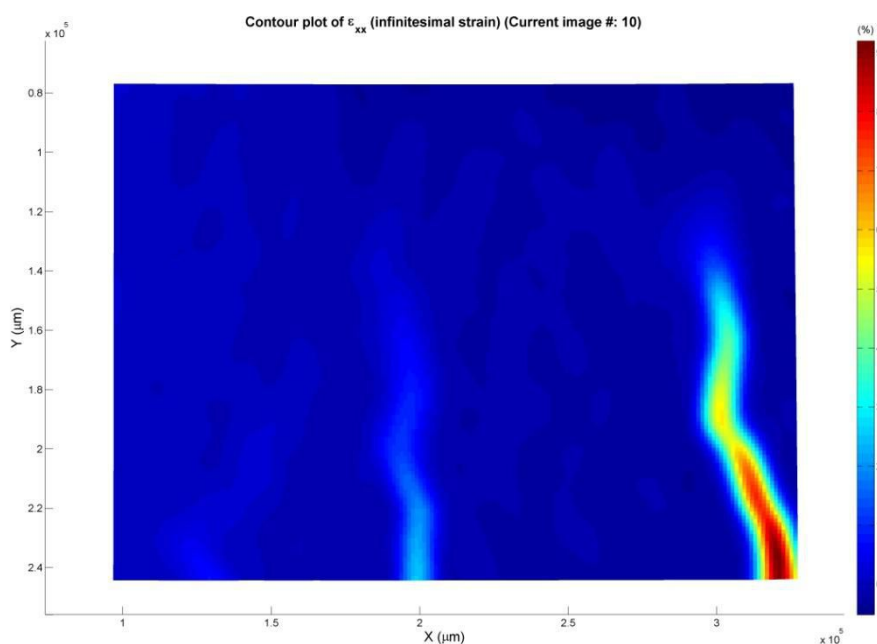


Figura 10.36. Deformaciones unitarias del hormigón en la dirección x para 147 kN de carga en el ensayo 2.

En el lado opuesto, como ya se ha indicado, se encuentran las galgas extensiométricas de hormigón GH1 y GH2. En primer lugar, se recuerda la posición en la que se encontraban estas galgas, perpendiculares entre sí tal y como se observa en la *Figura 10.37.a*. En la *Figura 10.37.b* se han representado las galgas sobre el modelo de bielas y tirantes realizado en la fase de diseño para esta región. Se intenta con ello, por una parte, dar una explicación de las deformaciones medidas en el ensayo, y por otra, verificar que el modelo de bielas y tirantes realizado refleja la realidad. A simple vista se podría decir que la galga GH1 mide la compresión en la dirección en la que se encuentran las bielas 1-3 y 3-5, que en el modelo tenían unas fuerzas de compresión de 73,83 kN y 88,49 kN, respectivamente, y las bielas 2-3 y 3-6, de 15,88 kN y 14,72 kN. La galga GH2 se aproxima a la dirección de la biela 3-4, que en el modelo tenía una compresión de 41,02 kN (en el *Apartado A.18*) se muestran los valores de las fuerzas obtenidas en las bielas del modelo para una carga de diseño de 100 kN). Esto significa que lo coherente sería que la galga GH1 midiese más del doble de deformación que la galga GH2, por estar más comprimido el nudo en esa dirección. Tanto en la *Figura 10.29.a* como en la *Figura 10.29.b* se observa que, en efecto, la medida de deformación registrada por la galga GH1 es aproximadamente tres veces mayor que la de la galga GH2.

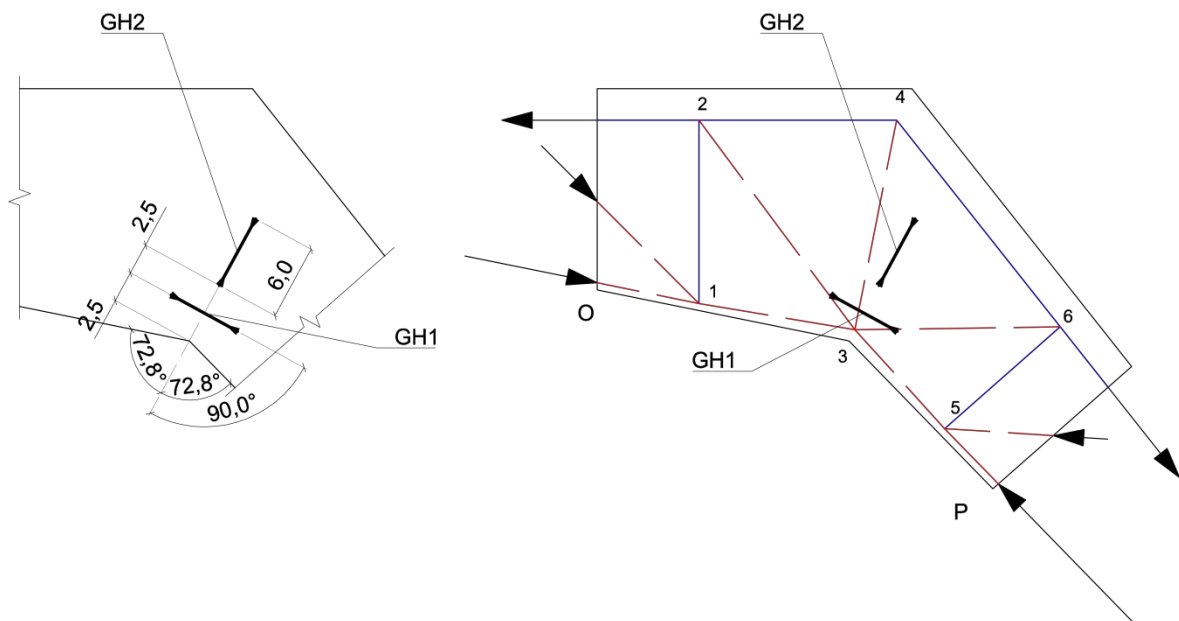


Figura 10.37. a) Detalle de la posición de las galgas GH; b) Superposición de las galgas sobre el modelo de bielas y tirantes de la región OP.

En la *Figura 10.38.a* se muestra la medida de deformación en tanto por mil registrada por ambas galgas en el ensayo 1. De esta gráfica se debe destacar el leve salto que se observa a una carga de 26,68 kN y a 31,42 kN. En el primer caso, en vista del resto de resultados de las galgas del ensayo 1, el único hecho singular que se ha detectado para dicha carga se da en la deformación medida por la galga GA2 (ver *Figura 10.39*) que presenta un pequeño salto además de que ambas galgas GA se encuentran para esa carga midiendo deformaciones de compresión en lugar de tracción. No obstante, no se puede determinar la existencia de un suceso particular como puede ser la aparición de una fisura. Por el contrario, el salto que se da para la carga de 31,42 kN coincide exactamente con la aparición de la fisura en la sección G que, pese a estar alejada de la zona en la

que se encuentran las galgas de hormigón, se ve reflejada levemente en las mismas. Esto muestra la influencia que ejerce la aparición de una fisura sobre el resto de la estructura.

En la *Figura 10.38.b* se muestran las deformaciones registradas por GH1 y GH2 durante el ensayo 2. En este caso ambas galgas indican simultáneamente una descompresión del hormigón antes de alcanzar la carga última del ensayo, concretamente a 143,2 kN de carga. Este hecho coincide con la descompresión que se observa en la armadura comprimida de la sección G, de la que se hablará en el *Apartado 10.4.3.3* que, como ya se ha indicado, trata sobre la sección en la que se produce la rotura.

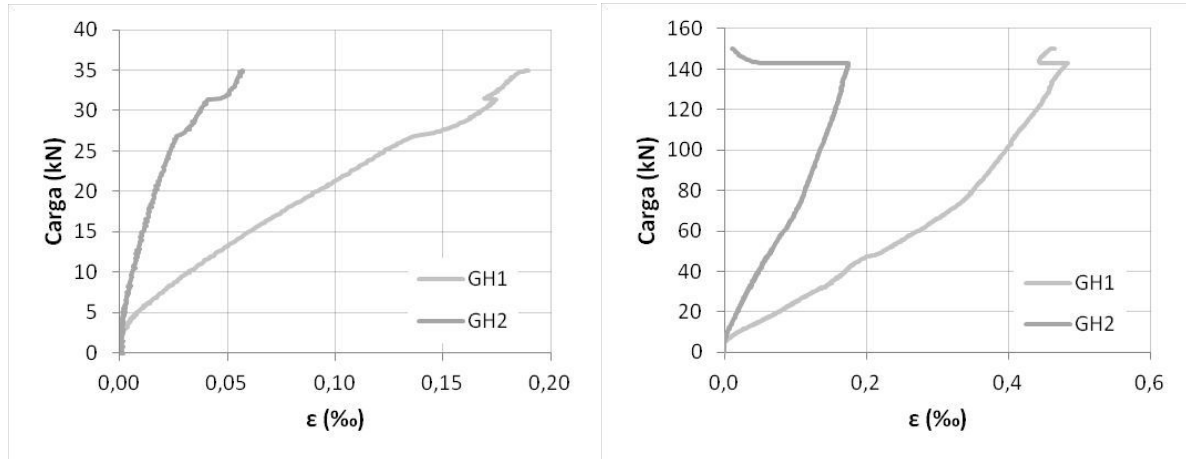


Figura 10.38. a) Gráfica carga-deformación medida por las galgas GH1 y GH2 en el ensayo 1; b) Gráfica carga-deformación medida por las galgas GH1 y GH2 en el ensayo 2.

10.5.3. Análisis de secciones

En este apartado se estudian los resultados obtenidos del ensayo acerca de las secciones de especial interés, identificadas como la sección del quiebro, la sección G y la sección de rotura.

10.5.3.1. Sección del quiebro

Como ya se ha indicado anteriormente, el estudio de esta sección se lleva a cabo mediante la colocación de dos galgas extensiométricas de hormigón en los 2 ϕ 6 de refuerzo del quiebro.

En la *Figura 10.39* se muestran las deformaciones medidas por las galgas GA1 y GA2 en el ensayo 1. Las galgas miden deformaciones negativas al estar colocadas sobre barras traccionadas.

Como se puede observar en la gráfica del ensayo 1, las deformaciones medidas por estas galgas en los inicios del ensayo pasan de ser deformaciones que indican que ambas barras están traccionadas a posteriormente estar ambas comprimidas. En la gráfica del ensayo 2 se observa el mismo comportamiento. No obstante, para una carga de 40 kN las galgas comienzan a medir deformaciones de tracción hasta la finalización del ensayo. En azul se muestra en ambas gráficas la media de las deformaciones registradas por las galgas GA1 y GA2.

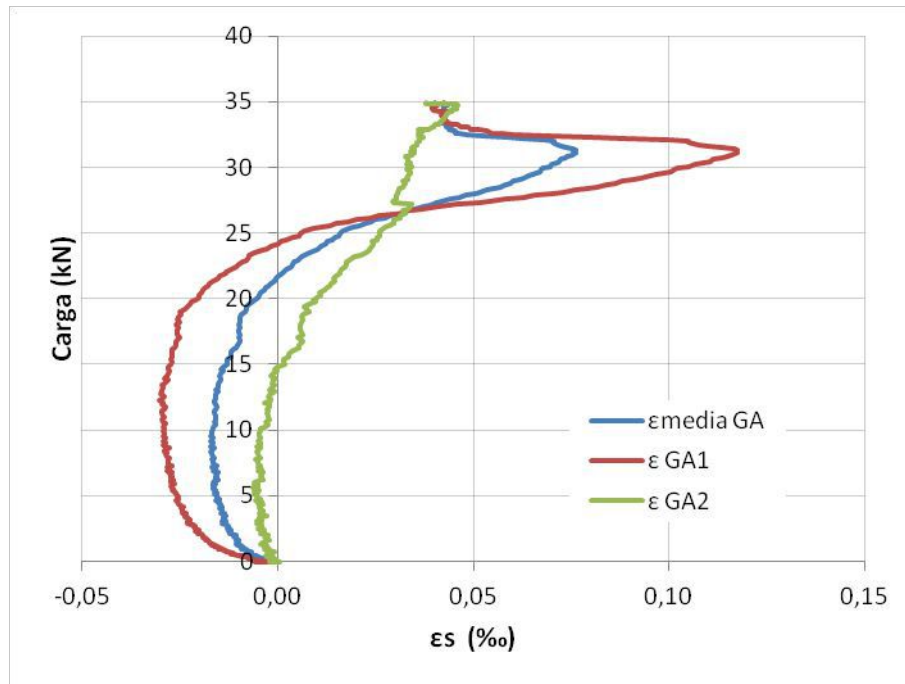


Figura 10.39. Gráfica carga-deformación medida por las galgas GA en el ensayo 1.

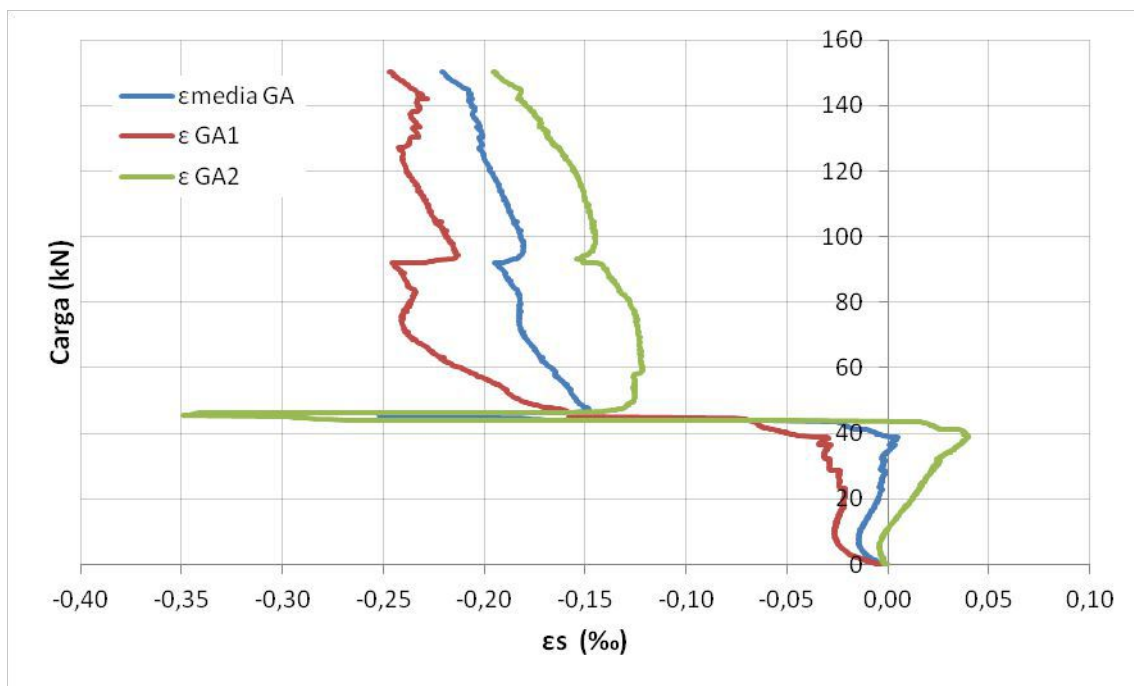


Figura 10.40. Gráfica carga-deformación medida por las galgas GA en el ensayo 2.

La importancia de la gráfica de la *Figura 10.40* radica en el salto brusco de deformación que se da para una carga de 44 kN, lo cual es un claro indicador de la formación de la fisura en el quiebro de la región D. Asimismo, se observan otras variaciones en la gráfica entre los 80 kN y 100 kN de carga. La presencia de estos se achaca a la formación de las fisuras próximas al quiebro durante ese escalón de carga (ver patrón de fisuración en la *Figura 10.15*). Debido a la ubicación de estas fisuras y

en vista de cómo se encuentra situada la armadura en el quiebro, es muy probable que la aparición de estas fisuras altere la tracción que pueda tener la barra en ese momento.

También se debe destacar que la deformación sufrida en las barras de refuerzo queda muy lejos de la deformación de plastificación hallada a partir de los ensayos realizados en las probetas de control de las barras $\varnothing 6$. El valor de ésta es del 2,43 ‰.

Por lo que respecta a la fisura, se muestra adicionalmente un gráfico en el que se ha transformado la deformación medida por las galgas en tensión mediante el producto de la deformación medida y el módulo de Young, que en este caso es de 205 875 MPa. Esto es posible pues, como se ha indicado, la deformación no alcanza la deformación de plastificación por lo que la barra se encuentra en la rama elástica. La finalidad de esta gráfica es la de mostrar el salto de tensión en la armadura que se produce al formarse una fisura en el hormigón, que en este caso es de 26 MPa: desde 4,9 MPa antes de la fisura hasta 30,9 MPa tras la formación de la misma. Esto se puede observar en la *Figura 10.41*.

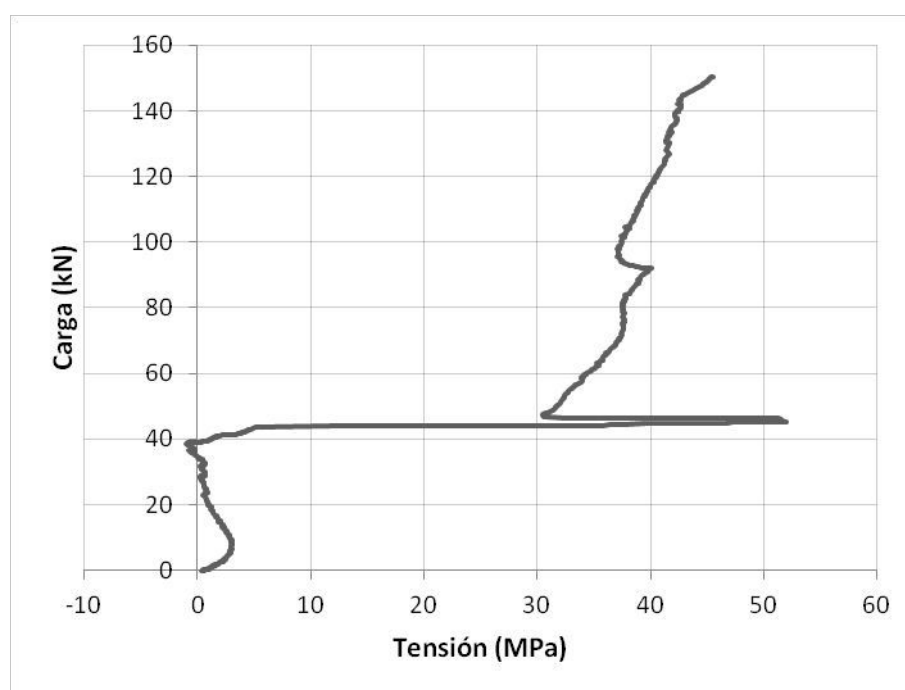


Figura 10.41. Gráfica carga-tensión en la armadura en el ensayo 2.

10.5.3.2. Sección G

La sección G tiene una gran importancia en este ensayo pues, pese a que finalmente la rotura no se produjo en esta sección, se puede afirmar que en el momento de la rotura de la pieza en la sección G había plastificado la armadura traccionada tal y como se deducirá de los datos obtenidos del ensayo.

En primer lugar, se muestra la gráfica de la deformación medida por las galgas situadas en dicha sección en el ensayo 1 en la *Figura 10.43*. La nomenclatura que se utiliza es la siguiente: ε_{s1} para referirse a la deformación de la armadura de la cara traccionada hallada a partir de las galgas GC, ε_{s2} para la deformación de la armadura de la cara comprimida que se obtiene de la galga GB1 y ε_c para la deformación del borde más comprimido de hormigón. En el esquema de la *Figura 10.42* se

indica la simbología empleada, en la que adicionalmente se incluyen la profundidad de la fibra neutra x , el canto útil d , el recubrimiento mecánico de la armadura superior d' , el canto de la sección h y la curvatura del plano de deformación c .

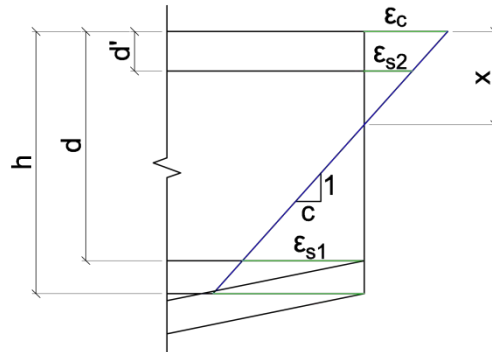


Figura 10.42. Esquema del plano de deformaciones en la sección.

Se ha de destacar que para los cálculos efectuados se ha realizado una variación del recubrimiento con motivo de las tolerancias constructivas, tomando los valores medidos directamente en el control del proceso constructivo.

En vista de la *Figura 10.42*, los parámetros buscados se hallan mediante un cálculo indirecto por extrapolación de las medidas obtenidas de las galgas de acero de la siguiente forma (o mediante una relación análoga):

$$\varepsilon_c = \frac{(\varepsilon_{s1} + \varepsilon_{s2}) \cdot d}{d - d'} - \varepsilon_{s1}$$

$$c = \frac{\varepsilon_{s1} + \varepsilon_{s2}}{d - d'}$$

$$x = \frac{d \cdot \varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_{s1}}$$

Donde:

α Inclinación del paramento inferior, que en este caso es de $11,4212^\circ$.

La deformación de la armadura comprimida viene dada por la deformación registrada por la galga GB1, ya que tras observar los resultados del ensayo en la fase de validación de los datos se decidió desechar los valores proporcionados por la galga GB2 por mostrar en todo momento una deformación incoherente. Para representar la deformación de la armadura de la cara traccionada se ha llevado a cabo la media de las deformaciones medidas por las galgas GC1 y GC2. No obstante, a partir de la aparición de la fisura a una carga de 32 kN, se utilizan solamente los valores de deformación indicados por la galga GC1. El motivo se explica a partir de la gráfica de la *Figura 10.44*. En ella se observa cómo tras el salto que se produce con la aparición de la fisura la galga GC1 incrementa su deformación, puesto que la tracción que estaba resistiendo el hormigón hasta el momento previo a la fisuración para a ser resistida únicamente por la armadura. No obstante, la galga GC2 tras dicho salto mide una deformación próxima a cero y durante el ensayo 2 se mantiene con esa medida de deformación, lo que indica que tras la fisura se produce el fallo de la galga. La

rotura de la galga se da con mayor probabilidad cuando ésta se encuentra exactamente en el punto de la armadura donde se produce la fisura en el hormigón, como es el caso.

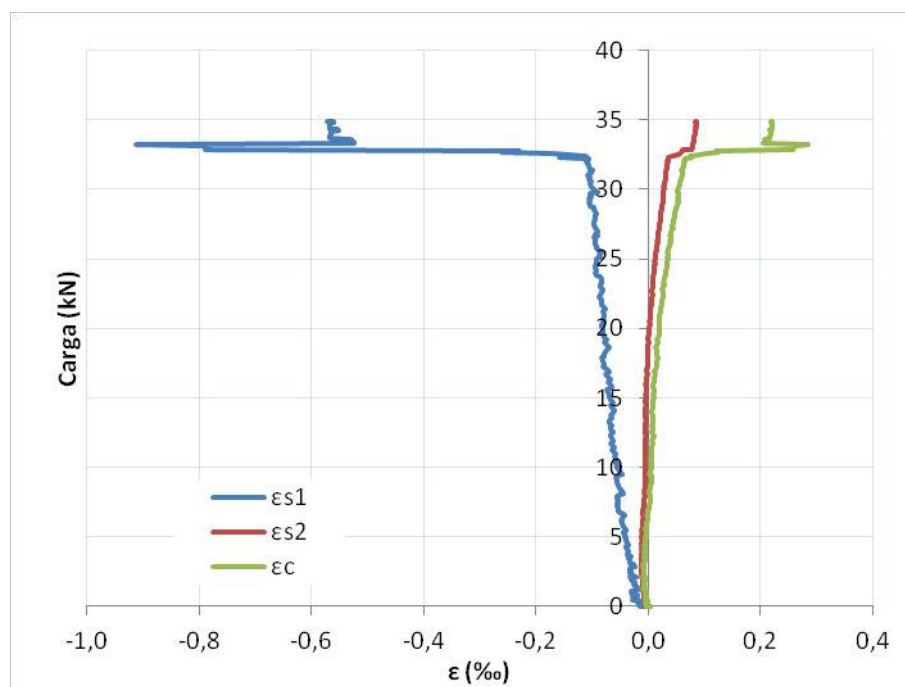


Figura 10.43. Gráfica carga-deformaciones en la sección G en el ensayo 1.

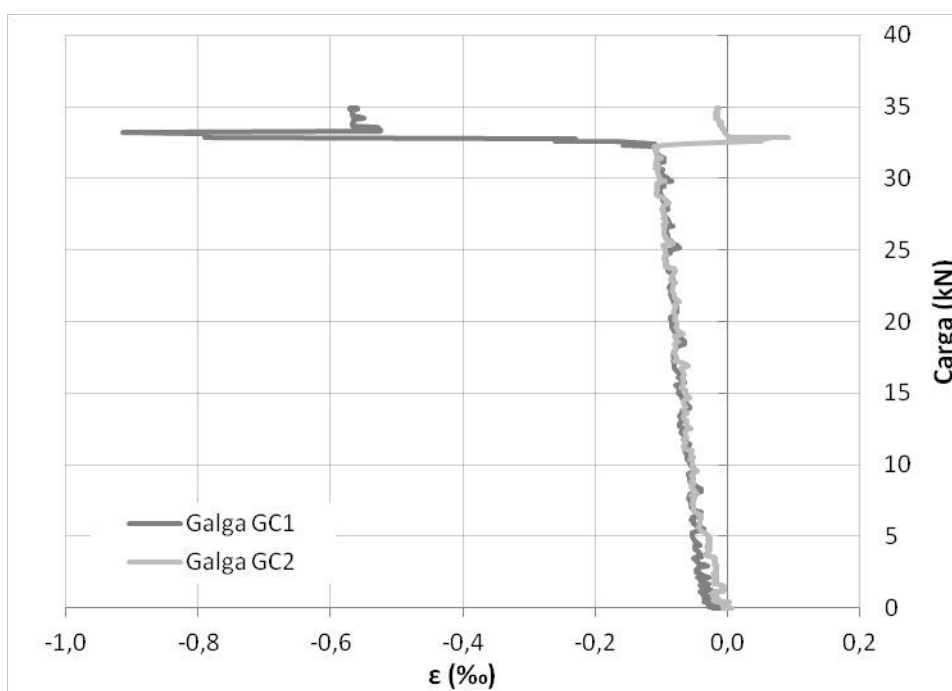


Figura 10.44. Gráfica carga-deformación medida por las galgas GC en el ensayo 1.

En la Figura 10.45 se muestran las deformaciones medidas en la sección G o calculadas a partir de éstas (ϵ_c) en el ensayo 2. Como ya se ha indicado, la galga utilizada para medir la deformación ϵ_{s1} es la GC1. Cabe destacar sobre esta última el hecho de que, al haberse producido la fisura en el primer ensayo, en el ensayo 2 no se registra ningún salto de deformaciones pues la

sección ya está fisurada. Adicionalmente, se representan las deformaciones de plastificación de los materiales, siendo superada la deformación de plastificación del acero por la armadura de la cara de tracción.

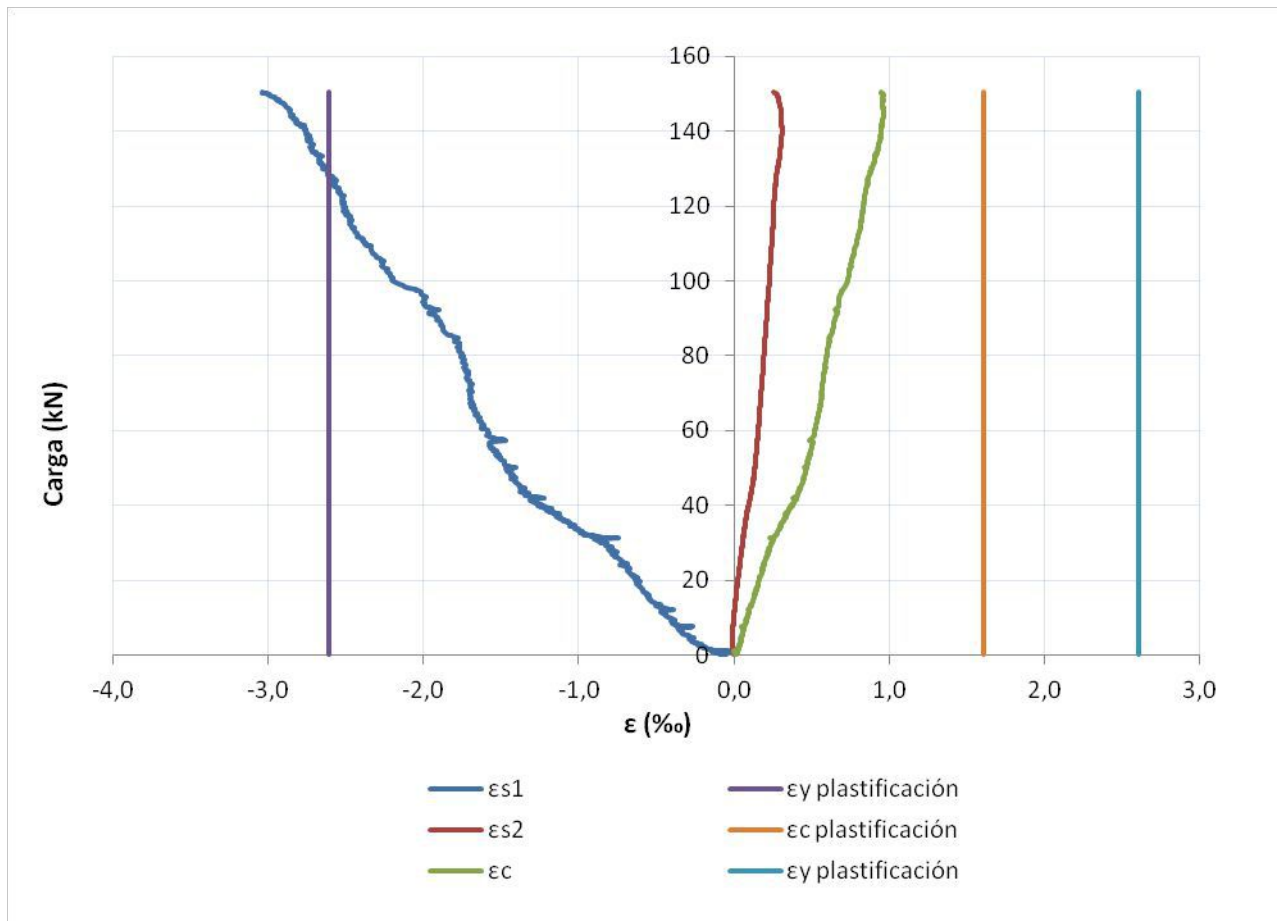


Figura 10.45. Gráfica carga-deformaciones en la sección G en el ensayo 2.

En vista de la gráfica de la figura anterior, se decide ahondar en lo que respecta a la armadura traccionada de la sección. Resulta muy útil en estos casos elaborar una gráfica momento-curvatura, pues su visualización permite interpretar cuál ha sido el comportamiento mecánico de la sección estudiada en lo que se refiere a sollicitaciones normales (flexión y axil).

En las gráficas momento-curvatura se observa un momento crítico que se corresponde con la resistencia a tracción del hormigón. Es el momento para el cual se produce la fisura. El salto que se da en la curvatura en el momento de la fisuración es instantáneo. Puesto que en este ensayo la fisura aparece justo en la sección de estudio no es posible detectar el fenómeno de "tension stiffening", que es el aumento de rigidez en la sección por la contribución del hormigón entre fisuras a resistir la tracción. Como ya se ha indicado anteriormente, una vez aparece la fisura, la tracción que era capaz de soportar el hormigón en el momento previo a la fisuración pasa instantáneamente a la armadura. Esto provoca un aumento de la curvatura del plano de deformaciones de la sección y, a partir de ese instante, para un incremento de momento flector la curvatura crece con mayor rapidez que antes de la fisuración al ser la inercia de la sección (inercia fisurada) inferior a la inercia homogeneizada. Finalmente, cuando la armadura alcanza la deformación de plastificación, con un pequeño

incremento del momento se debería producir una gran variación de la curvatura (rama plástica); sin embargo, este último hecho no llega a darse en este ensayo.

En este ensayo se tiene adicionalmente un axil que varía con la carga. La presencia de un esfuerzo axil de compresión varía la posición de la fibra neutra, incrementándola, otorgando a la sección mayor inercia. Sin embargo, cuando la relación entre el momento flector y el axil es constante la fibra neutra no varía su posición.

En la gráfica momento-curvatura de este ensayo se observan los aspectos explicados (*Figura 10.46*). En el ensayo 1 se detecta un salto en la curvatura, viéndose incrementada bruscamente hasta que se estabiliza alrededor de $0,0054 \text{ m}^{-1}$ de curvatura. En el momento en que se realiza el ensayo 2 la sección ya está fisurada por lo que no se ve el salto que se produce con motivo de la fisuración. Por último, pese a haberse visto en la gráfica de deformaciones de la *Figura 10.45* cómo la armadura alcanzaba la plastificación, en el diagrama momento-curvatura parece que no haya llegado a plastificar la armadura ya que no se observa que la curva se vuelve más horizontal. Esto puede deberse al axil variable, que incrementa levemente la rigidez de la sección.

Como se observa en la gráfica de momento-curvatura, también se representa el axil existente en la sección para cada momento pues por lo general lo más común es utilizar gráficas momento-curvatura cuando la sección está sometida únicamente a esfuerzos flectores únicamente, o a esfuerzos flectores con axil constante.

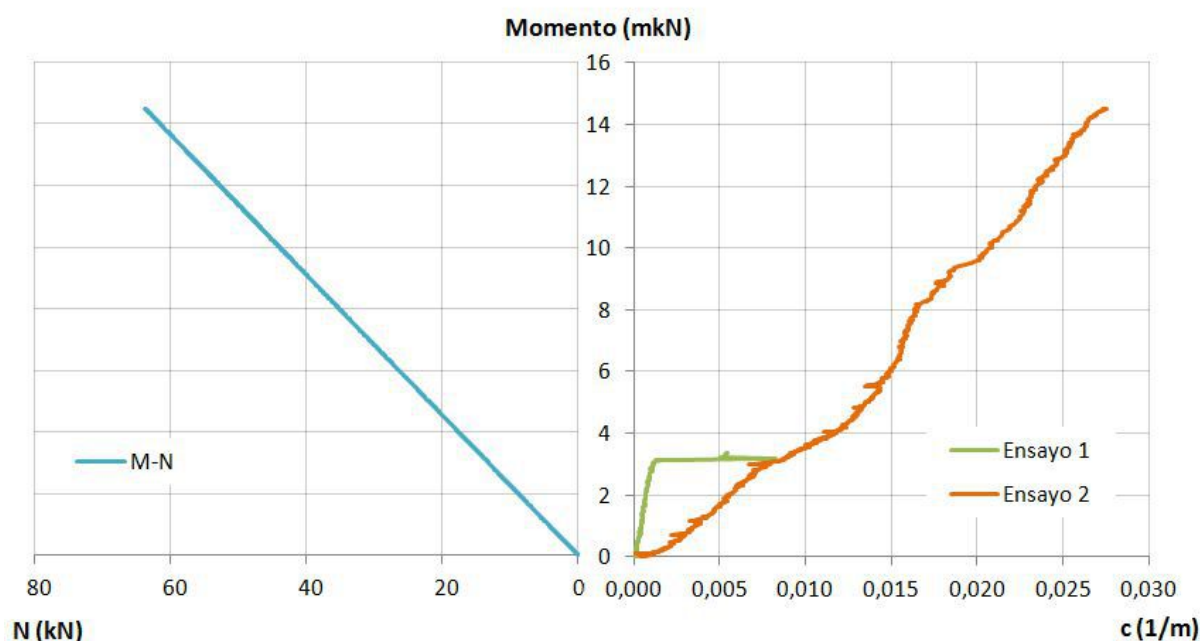


Figura 10.46. Gráficas momento-curvatura y momento-axil para los ensayos 1 y 2.

Se decide también comprobar en qué punto de la ecuación constitutiva del material se encuentra el acero para las deformaciones registradas por la galga GC1. Se obtiene que para dicha deformación, que es de 3,075 ‰, el acero ha rebasado la deformación de plastificación (2,6 ‰) y, por tanto, el límite elástico (552 MPa), con lo que la armadura se encuentra en el inicio de la plastificación. En vista de la *Figura 10.47* se determina que en lo que se refiere a deformación, la armadura podría haber llegado a una deformación mucho mayor, de aproximadamente el 15 %.

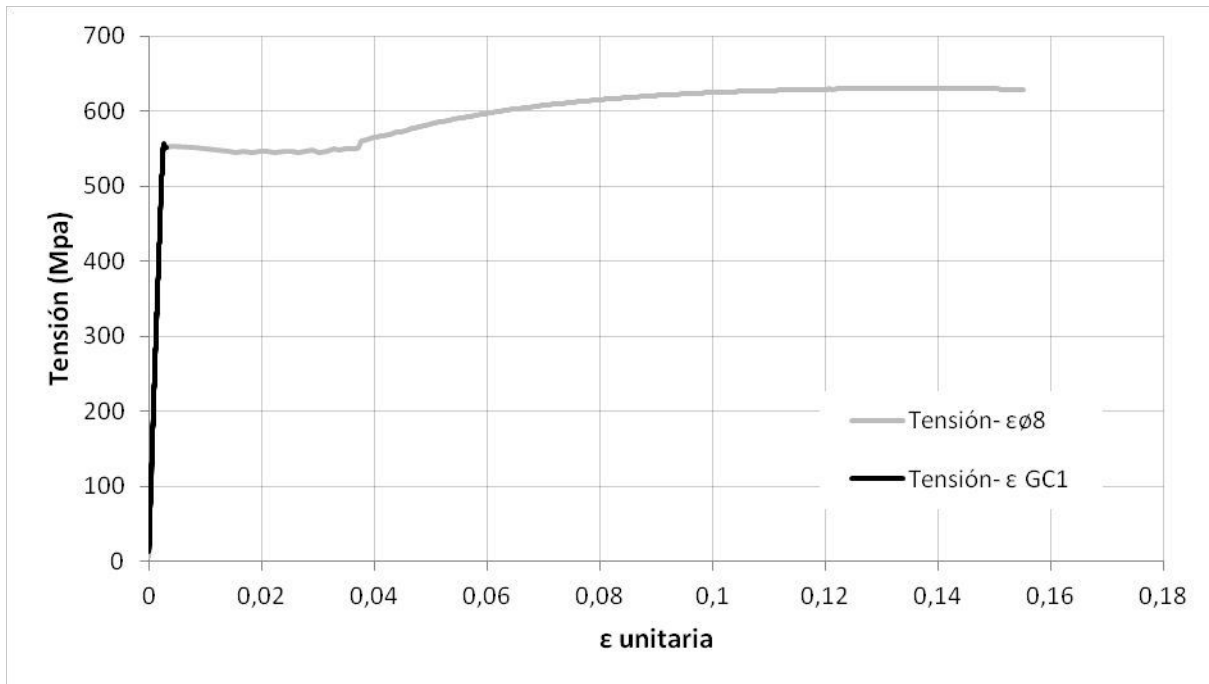


Figura 10.47. Superposición de la gráfica tensión-deformación medida por la galga GC1 en el ensayo 2 y la ecuación constitutiva de un Ø8.

Para finalizar con el análisis de la sección G se lleva a cabo un estudio de las profundidades de la fibra neutra obtenidas a partir de las deformaciones de las galgas GC1 y GB1, y a través de la fotogrametría para diferentes valores de carga, tal y como se observa en la *Figura 10.48*.

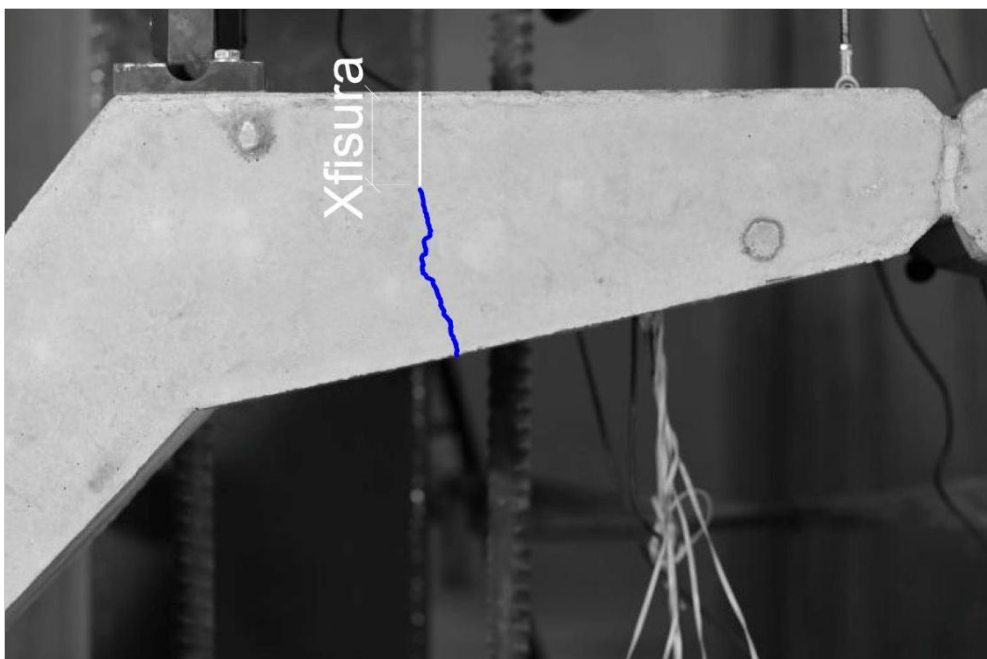


Figura 10.48. Medida de la profundidad de la fisura mediante fotogrametría (sección G).

El cálculo de la profundidad de la fibra neutra a partir de la fotogrametría es una técnica en la que se debe tener en cuenta que la profundidad medida sobre la foto desde la parte superior de la

sección hasta el punto donde finaliza la fisura no es la profundidad de la fibra neutra sino la profundidad de la fisura. Esto se debe a que, tal y como se muestra en el esquema de la *Figura 10.49*, por debajo de la fisura en la que las tensiones son nulas y hasta el punto donde finaliza la fisura existe una pequeña zona traccionada que se corresponde con la resistencia a tracción del hormigón situado por encima de la fisura. Los resultados se muestran en la *Tabla 10.2*.

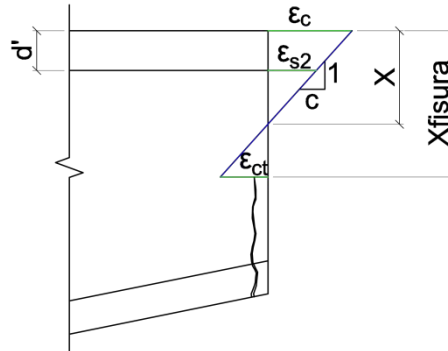


Figura 10.49. Esquema del plano de deformaciones de la sección tras la fisuración.

En este caso, la relación necesaria para calcular la profundidad real de la fibra neutra es la siguiente:

$$x = \frac{\epsilon_c \cdot X_{fisura}}{\epsilon_{ct} + \epsilon_c}$$

Donde:

ϵ_{ct} Deformación máxima del hormigón en tracción.

La deformación del hormigón en tracción se calcula mediante la resistencia a tracción del hormigón, estimada en 3,7 MPa, entre el módulo de elasticidad del material, que en este caso es de 27 000 MPa.

La profundidad de la fibra neutra también se puede medir mediante fotogrametría sobre una imagen del campo de deformaciones de la zona a estudiar, como la de la *Figura 10.36*. Dado que en la imagen se muestran las deformaciones, la distancia medida sería directamente la profundidad de la fibra neutra x .

Por otro lado se calcula la x mediante los datos obtenidos del ensayo, tal y como se ha explicado en la *Figura 10.49*. Para este caso, además de indicarse los valores tomados y los resultados obtenidos en la *Tabla 10.2*, también se presentan los resultados gráficamente en la *Figura 10.50* para el ensayo 1 y en la *Figura 10.51* para el 2. En el primer caso, resulta interesante cómo se produce el cambio de curvatura en la sección al aparecer la fisura. Por el contrario, para el ensayo 2, al estar ya la sección fisurada no se observan saltos en la curvatura, tal y como se ha mostrado en gráficas anteriormente.

En la *Tabla 10.2* se indica la profundidad de la fibra neutra medida a partir de las deformaciones de las galgas como $X_{calc \ ensayo}$. Por otro lado también se indica la distancia desde el borde superior hasta la fisura como $X_{fisura \ foto}$ medida a través de fotografías de la sección y se expresa la profundidad de la fibra neutra calculada a partir de ella como X_{foto} .

	F (kN)	ϵ_c (‰)	ϵ_{s2} (‰)	ϵ_{s1} (‰)	X_{calc} ensayo (m)	X_{fisura} foto (m)	X_{foto} (m)
Ensayo 1	30,07	0,0544	0,0281	-0,0981	0,0518	-	-
	34,05	0,2186	0,0837	-0,5646	0,0405	0,0684	0,0420
Ensayo 2	30,07	0,2442	0,0558	-0,8497	0,0324	0,0707	0,0453
	40,71	0,3852	0,0984	-1,2798	0,0336	0,0641	0,0473
	60,03	0,5175	0,1560	-1,5817	0,0358	0,0590	0,04671
	100,27	0,7349	0,2284	-2,2057	0,0363	0,0496	0,0418
	140,15	0,9477	0,3093	-2,7589	0,0371	0,0409	0,0357

Tabla 10.2. Cálculo de la profundidad de la fibra neutra en la sección G a través de dos métodos y para los dos ensayos.

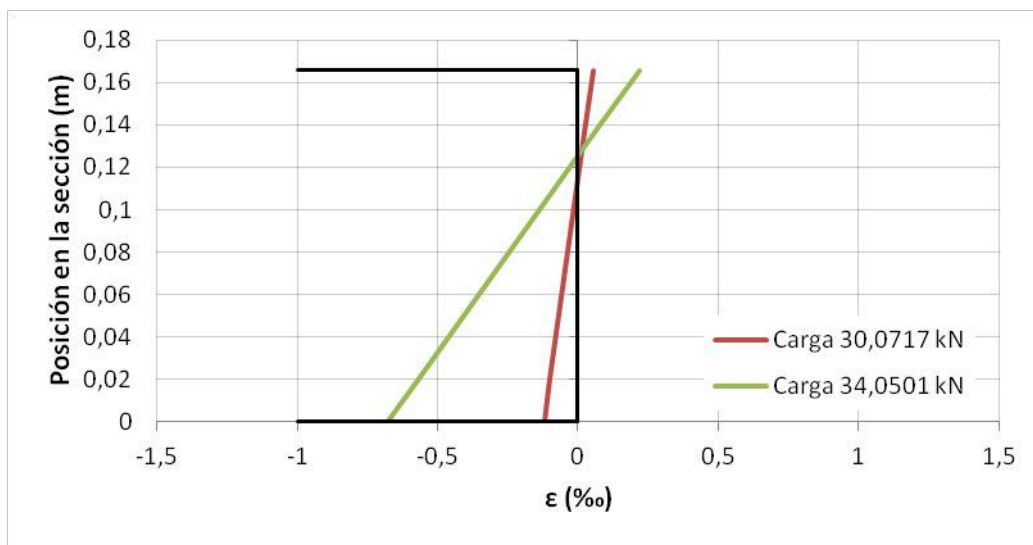


Figura 10.50. Representación del plano de deformaciones de la sección G en el ensayo 1 mediante los datos de deformaciones obtenidos del ensayo.

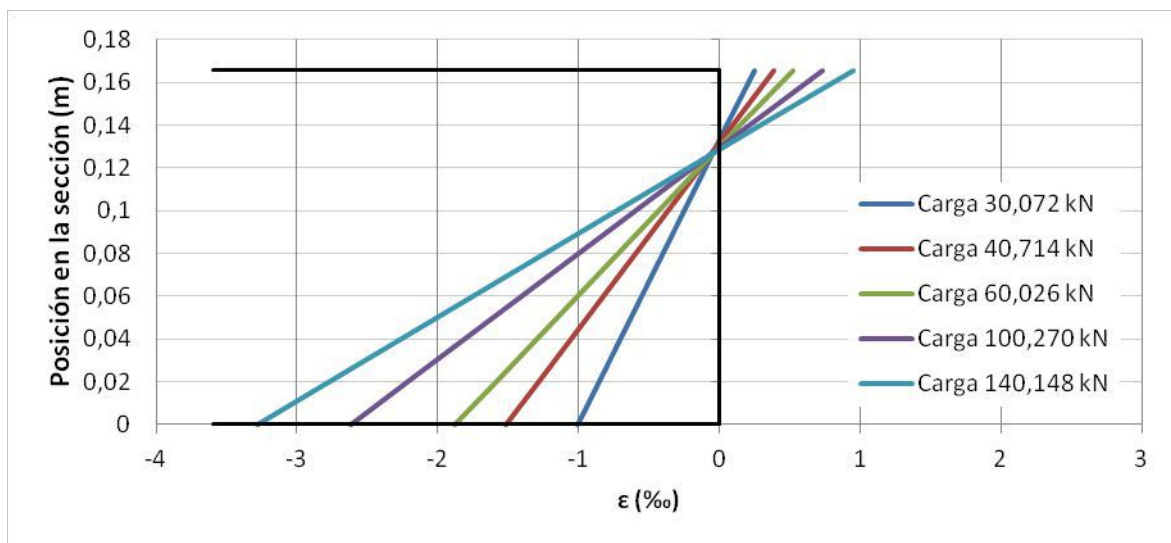


Figura 10.51. Representación del plano de deformaciones de la sección G en el ensayo 2 mediante los datos de deformaciones obtenidos del ensayo.

Otro parámetro que se ha controlado en esta sección es el momento de fisuración. En el cálculo en servicio del elemento se llevó a cabo la obtención del momento de fisuración para una carga de 60 kN, en función del axil correspondiente a esa carga. No obstante, se trataba únicamente de un cálculo para conocer si la sección fisuraba o no para dicha carga. Se puede calcular el momento de fisuración M_{fis} teniendo en cuenta que la relación entre el esfuerzo axil y el flector es constante y de valor $k = 4,3954 \text{ m}^{-1}$, con lo que se llega a la siguiente fórmula:

$$M_{fis} = \frac{f_{ctm,fl} \cdot (A_h \cdot I_h - S_h^2)}{A_h \cdot h - I_h \cdot k + S_h - h \cdot k \cdot S_h - A_h \cdot v_1 + k \cdot S_h \cdot v_1}$$

Donde:

- A_h Área homogeneizada de la sección transversal sin fisurar.
- I_h Inercia homogeneizada de la sección transversal sin fisurar.
- S_h Momento estático homogeneizado de la sección transversal sin fisurar.
- $f_{ctm,fl}$ Valor medio de la resistencia a flexotracción del hormigón.
- h Canto de la sección transversal.
- v_1 Posición respecto al centro de gravedad del borde comprimido de la sección.

El resultado que se obtiene es:

$$M_{fis} = 5,5179 \text{ mkN}$$

Por lo que la carga de fisuración es:

$$F_{fis} = \frac{M_{fis}}{k} = 57,24 \text{ kN}$$

Según los resultados del ensayo, la carga a la que se observa la aparición de la fisura se encuentra en torno a los 32 kN, siendo el momento correspondiente a esta carga de 3,11 mkN. Es muy probable que la diferencia existente se deba a la resistencia a flexotracción empleada para este cálculo según lo indicado en el Art. 3.1.8 del Eurocódigo 2 [9] que es de 5,03 MPa, mientras que en vista de los resultados del ensayo se estima que se encuentra alrededor de los 2,9 MPa.

10.5.3.3. Sección de rotura

Finalmente, se estudia la sección donde se produjo el agotamiento de la pieza con el consiguiente descenso de la carga. Como ya se ha indicado, la medida de las deformaciones en esta región se quería llevar a cabo por medio de una galga en la barra pasante anterior denominada GD1 y otra en la barra pasante posterior llamada GD2, además de la fotogrametría. En la *Figura 10.52* se representan las armaduras mencionadas.

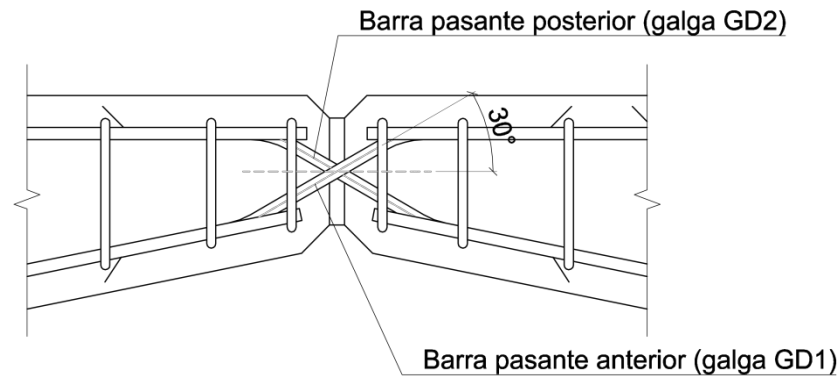


Figura 10.52. Representación de las armaduras pasantes de la rótula.

Concretamente para la ubicación del punto de aplicación de la carga en este ensayo, resultaba especialmente importante la medida de deformación proporcionada por la galga GD2. Desafortunadamente, se detectó el fallo de dicha galga antes del inicio del ensayo. No obstante, a partir de los otros dos métodos comentados (galga GD1 y fotogrametría) se pueden extraer diversas conclusiones pues, tal y como se ha explicado anteriormente, cada suceso ocurrido en el ensayo se ve reflejado por lo general en mayor o menor medida en el resto de elementos de instrumentación aunque no se encuentren midiendo la zona exacta en la que se esté centrado el estudio.

En primer lugar, a partir de las deformaciones registradas por la galga GD1, se elabora una gráfica carga-deformación. Ésta se muestra en la *Figura 10.53*. Como era de esperar, las deformaciones medidas por la galga son muy pequeñas. Esto se demostró mediante el modelo de bielas y tirantes realizado para esta región en el cual la biela que se encontraba aproximadamente en la dirección de la barra pasante anterior presentaba una fuerza muy baja (de 5,02 kN) para una carga de diseño de 100 kN. Se puede observar este resultado en el *Anejo A: Datos y resultados del cálculo estructural*. No obstante, se observa a partir de 102 kN como la galga comienza a medir deformaciones de compresión importantes. Esto indica que la barra pasante comienza a entrar en carga debido a la inminente aparición de la fisura que se forma en el recubrimiento de la cara comprimida de la región que, tal y como se indicó en el patrón de fisuración del *Apartado 10.1.3*, comenzó a observarse aproximadamente a una carga de 110 kN. El empuje que lleva a cabo la barra pasante posterior sobre el recubrimiento es el responsable de que se abra la fisura mencionada. En este caso no resulta de interés la representación de las deformaciones medidas en el ensayo 1, puesto que son análogas a las del segundo ensayo si se observa hasta los 40 kN de carga.

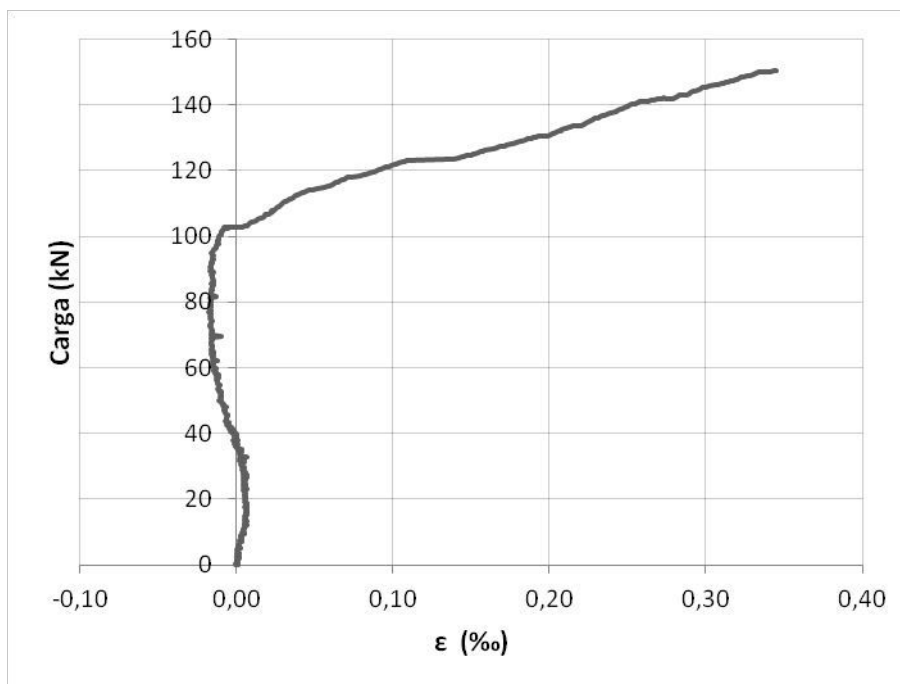


Figura 10.53. Gráfica carga-deformación medida por la galga GD1 en el ensayo 2.

Continuando con el estudio de esta región mediante las deformaciones medidas por las galgas extensiométricas, se detecta la descompresión que sufre la armadura de la cara comprimida de la sección G para una carga de 140 kN aproximadamente (ver *Figura 10.55*). Como ya se ha explicado anteriormente, cuando se abre una fisura en el hormigón, la armadura de la cara traccionada aumenta su deformación de manera brusca pues ha habido un salto en la curvatura de la sección. Por el mismo motivo, la zona comprimida del hormigón aumenta su deformación y por ende, la armadura de la cara comprimida teóricamente incrementa su compresión. Sin embargo, el hecho de que en este caso se sufra una descompresión puede achacarse a que con la formación de la fisura que provoca la rotura la armadura de la cara comprimida se destensa o relaja e incluso puede que perdiera adherencia. Esta descompresión también se observa en las galgas extensiométricas de hormigón mostradas en la *Figura 10.38.b*. Se podría concluir que a pesar de que la fisura se visualiza durante el ensayo para una carga de 150 kN, en realidad su formación se produce anteriormente, tal y como se ve reflejado en las galgas indicadas. En la *Figura 10.54* se presenta un croquis de la ubicación de la galga GB1.

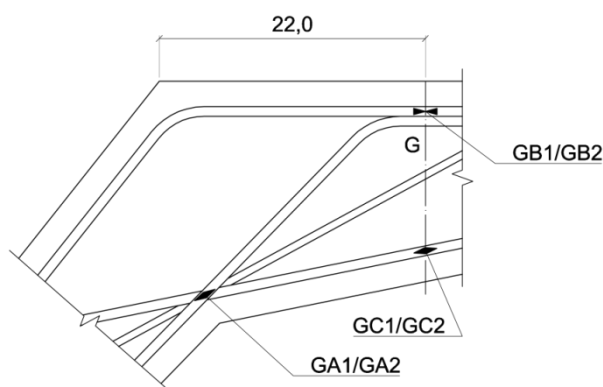


Figura 10.54. Posición de la galga GB1.

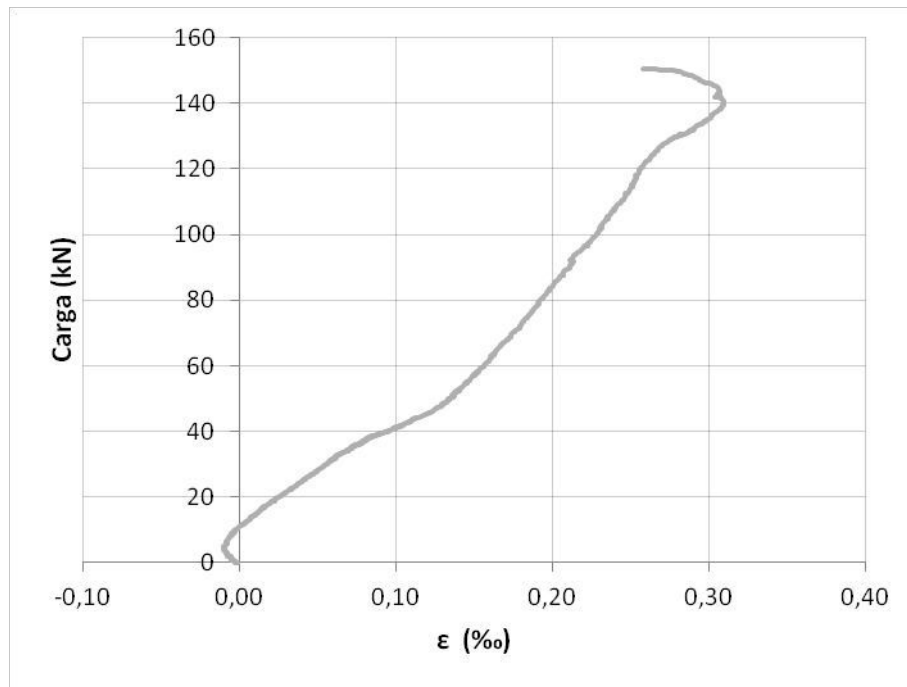


Figura 10.55. Gráfica carga-deformación medida por la galga GB1 en el ensayo 2.

Por otro lado, como se ha explicado al comienzo de este apartado, también se hace uso de la fotogrametría para explicar el comportamiento que tuvo la zona durante el ensayo. En este caso, se ha superpuesto sobre una de las imágenes, en la cual ya se había producido el agotamiento de la estructura, la disposición de armaduras (*Figura 10.56*). De esta imagen se deduce que en efecto la posición en la cual aparece la primera fisura -la del recubrimiento de la cara comprimida- muestra la dirección en la que la barra pasante posterior empuja al recubrimiento en la zona en la que se encuentra curvada. Dicha dirección no es otra que el eje de dicha barra en la zona inclinada. En dicha imagen también se detecta que la segunda fisura que apareció, la responsable de la rotura de la sección, coincide con el punto en el que concluye la longitud de anclaje de la barra pasante, representado mediante la línea indicadora de finalización de barra sin anclaje terminal. Por tanto, dicha fisura al formarse en ese punto independiza las dos partes de la estructura separadas por medio de la rótula. La desconexión de ambas partes del elemento se ve facilitada por el hecho de que en la sección en la que se produce la rotura se reúnen simultáneamente las siguientes condiciones: la sección tiene el menor canto posible que se da en esta zona para la menor cuantía de armadura dispuesta.

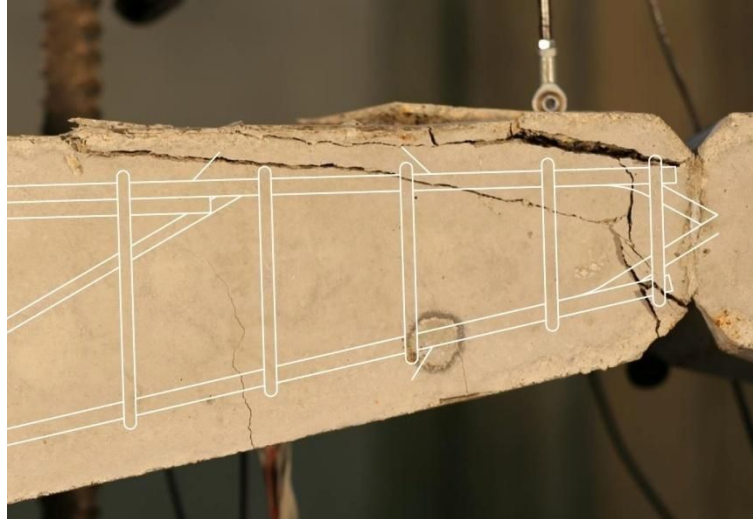


Figura 10.56. Disposición de armaduras sobre una fotografía de la zona de rotura.

A partir del estudio de los desplazamientos mediante fotogrametría se observa el desplazamiento tangencial de la zona superior de la fisura sobre el hormigón de la zona inferior a ésta, llegando a ponerse en contacto los bordes de la rótula. La mejor forma de entender lo que se está describiendo es mediante la visualización del video que se adjunta a este trabajo, realizado a partir de una selección de las fotografías tomadas para medir desplazamientos y deformaciones. Este movimiento tangencial experimentado en el momento de la rotura también se observaba en la *Figura 10.33*, en la que se muestran los vectores del desplazamiento que tiene lugar en la región situada bajo la rótula de carga cuyo movimiento es análogo al del resto del dintel.

10.6. Tipo de comportamiento

El tipo de comportamiento que presenta el elemento durante la mayor parte del ensayo es el esperado:

- Aparecen inicialmente sendas fisuras en la sección de rotura esperada y en el quiebro de la región KL. La primera de ellas es una fisura debida a la flexión pues sigue la dirección perpendicular a la armadura longitudinal de la cara traccionada. La del quiebro se forma en la bisectriz del mismo, lo cual es propio de las secciones con una forma análoga sometidas a flexión positiva.

- A lo largo del ensayo se forman fisuras distribuidas a lo largo de las caras traccionadas del elemento, tanto en las pilas como en los dinteles.

- La parte derecha de la estructura no presenta ningún comportamiento anómalo tal y como se buscaba para centrar el ensayo en la parte izquierda del elemento. Esto muestra el buen funcionamiento de la armadura adicional dispuesta en el quiebro derecho para evitar fallos en esta zona.

- Los desplazamientos observados en la dirección normal al plano del elemento fueron reducidos lo que indica que, pese a las tolerancias debidas a la construcción, el ensayo se desarrolló de manera bidimensional, tal y como se llevó a cabo el diseño del elemento.

- Las flechas observadas en el dintel se correspondían con la deformada esperada cuando se llevó a cabo el diseño.

- A excepción de la fisura que provocó la rotura que está relacionada con fuerzas de tipo tangencial, el resto de fisuras son de flexión y no de cortante, pues se formaron perpendiculares a la armadura longitudinal de tracción. Esto indica que la pieza se encontraba adecuadamente armada ante dicho esfuerzo.

No obstante, a partir de una carga de 100 kN se observó un comportamiento inesperado de la zona de la rótula, creándose una fisura en la parte izquierda del dintel que provocó el salto del recubrimiento de la cara comprimida. Este hecho fue provocado por el empuje al vacío de la armadura pasante en la zona curvada de la misma.

10.7. Modo de fallo

En cuanto al modo de fallo que se da en el presente ensayo se deduce que, propiciada por el salto del recubrimiento debido al empuje al vacío de las barras pasantes de la rótula en la zona curvada de las mismas posiblemente por la usencia de un cerco de cortante en ese punto, se forma una fisura por debajo de la que aparece previamente en el recubrimiento de la armadura. Ésta coincide con la posición en la cual concluye la longitud de anclaje de dichas barras y en la que se da la menor cuantía de armadura para el menor canto posible en el dintel, produciéndose una rotura por esfuerzos tangenciales o de corte.

10.8. Conclusiones

En este capítulo se ha intentado entender el comportamiento de la estructura durante el ensayo principalmente a través de los resultados obtenidos de los elementos de instrumentación. Gracias a este análisis experimental se ha podido observar cómo los aspectos se reflejan en mayor o menor medida en la realidad, siempre teniendo en cuenta que es imposible lograr una exactitud teórica a la hora de realizar un ensayo, y más cuando se trata de la primera vez que se toma contacto con la actividad propia del laboratorio y se realiza únicamente un ensayo.

A través del análisis visual del ensayo se ha podido verificar el cumplimiento de ciertas expectativas que se tenían antes de dar comienzo a esta fase, derivadas del diseño del elemento, como podían ser la formación de la primera fisura en la sección en la que se detectó una mayor necesidad de armadura siendo la existente suficiente para soportar la carga de diseño de 100 kN; la aparición de fisuras de flexión distribuidas a lo largo de las pilas y el dintel del elemento, o el desplazamiento horizontal reducido de la pieza. No obstante, no todos los hechos sucedidos durante el ensayo eran esperados, como por ejemplo, el tipo de rotura que se dio. Sin embargo, tras el estudio de ésta, ahora que se conocen las posibles causas de la misma, se ve más claramente cómo dicha rotura era muy posible en vista del diseño del elemento. La falta de un estribo en la zona curvada de las barras pasantes para evitar el empuje al vacío con seguridad no sería pasado por alto en un segundo ensayo.

Un aspecto muy importante derivado del análisis experimental es la validación del ensayo. Se podría decir que la verificación del mismo a partir de las galgas extensiométricas colocadas en la barra DYWIDAG con tanta exactitud es uno de los logros más relevantes de la parte experimental de este trabajo.

En lo referente a los desplazamientos cabe destacar los buenos resultados obtenidos con respecto a las flechas del dintel en cuanto a las mediciones verticales y la deducción realizada sobre el giro de los apoyos mediante la combinación de los desplazamientos verticales con los horizontales.

Por lo que respecta a la fotogrametría cabe destacar la enorme utilidad que se le ve en un futuro y que por motivos de tiempo no ha sido posible desarrollar en profundidad en este trabajo, realizándose únicamente breves mediciones de las que se extrajo alguna conclusión.

Las deformaciones medidas por las galgas, no obstante, han sido las que en este trabajo final de grado han permitido llegar a un número mayor de conclusiones. Se podría decir que los apartados más destacados del análisis experimental aparte de la ya mencionada validación del ensayo son los del análisis de secciones, los cuales han sido desarrollados a partir de las deformaciones proporcionadas por las galgas extensiométricas. En el análisis de la sección del quiebro se observó claramente la formación de la fisura esperada. Se averiguó en la sección G la inminente rotura de la misma, detenida únicamente por el desarrollo de las fisuras que provocaron el agotamiento de la pieza, pues se observó cómo la armadura traccionada se hallaba en los inicios de la plastificación. Por último, también ayudaron las galgas a obtener la teoría de rotura de la sección próxima a la rótula.

De manera que, en vista del análisis visual del ensayo, el estudio de desplazamientos y deformaciones de la estructura, el tipo de comportamiento observado y el modo de fallo que se produce, se concluye que, aunque parezca en un principio que lo más relevante a la hora de diseñar una estructura es definir el armado general de la misma, son los detalles de armado los que finalmente demuestran el correcto funcionamiento de dicho armado global. El ensayo realizado ha permitido observar como una rotura dúctil esperada en una determinada sección se puede convertir en una rotura localizada y frágil en otra sección debido a un diseño deficiente del detalle de armado de esa zona (falta de armadura transversal en la rótula) junto con una sobrerresistencia de la sección en la que se esperaba la rotura (diseñada para una carga de 100 kN).

Capítulo 11

COMPROBACIÓN ESTRUCTURAL MEDIANTE MÉTODOS DE CÁLCULO

Álvaro Ciurana Tatay

En este capítulo se van a plantear diferentes modelos teóricos que resultan de gran ayuda para interpretar los resultados obtenidos en el ensayo. Se va a tratar de explicar el comportamiento de la estructura en sus diferentes fases, partiendo de un estudio a nivel local, tanto en secciones como en regiones más amplias, para terminar con un análisis del conjunto y una explicación teórica del modo de fallo registrado en la experimentación.

A lo largo del capítulo se emplearán métodos teóricos de cálculo estructural de diferente tipo y sus resultados se compararán con los obtenidos experimentalmente mediante la instrumentación tradicional y la fotogrametría. A su vez los resultados experimentales servirán, cuando sea posible, para mejorar los modelos planteados.

11.1. Introducción

La estructura objeto del trabajo ha sido diseñada, tanto desde el punto de vista de la geometría como atendiendo al armado, buscando un comportamiento adecuado de este modelo reducido de hormigón armado y además de forma que se comportase favorablemente durante el ensayo. Se han seguido las reglas generales para el proyecto de estructuras de hormigón proporcionadas por el *Eurocódigo 2 [9]*, tomando otras medidas adicionales debido, fundamentalmente, a las reducidas dimensiones del elemento estudiado.

En el *Capítulo 10* se ha descrito desde un punto de vista experimental el ensayo al que se ha sometido el elemento estructural y su comportamiento para los diferentes niveles de carga, basando lo expuesto en los resultados obtenidos a través de la instrumentación y la observación del proceso. En este capítulo se van a retomar los comportamientos que ya se describieron y se van a tratar de explicar a través de modelos de cálculo.

Para la elaboración de los modelos de comportamiento se siguen los mismos principios básicos -expuestos en el *EC-2 [9]*- que para el diseño sin coeficientes de seguridad. Para los materiales se emplean las características deducidas de los ensayos de control de calidad (*Capítulo 5*) realizados sobre los lotes correspondientes a la ejecución de la estructura.

Al haberse realizado un único ensayo resulta imposible calibrar de forma correcta los modelos empleados, tanto numéricos como analíticos. Luego únicamente se podrán comparar los resultados reales obtenidos experimentalmente con los deducidos a través del cálculo, y con ello poder dar una explicación más acertada de los diferentes valores registrados y comportamientos observados.

11.2. Características de los materiales

Para la elaboración de los diferentes modelos que se presentan en el capítulo es necesario tomar como datos de partida la geometría real de los elementos y secciones y las características reales de los materiales determinadas a partir de los ensayos de laboratorio. En el caso de la estructura estudiada se han realizado ensayos para los dos materiales constituyentes -tanto para la armadura de acero como para el hormigón-. Los valores a emplear corresponden a los determinados en el control de calidad. Los datos geométricos empleados se proporcionan en cada uno de los modelos por separado.

11.2.1. Propiedades mecánicas medias de las armaduras

Las características de la armadura se determinaron para cada diámetro a partir de tres probetas ensayadas a tracción. De todas las características medidas en el acero solamente van a ser útiles: las tensiones correspondientes al límite elástico y a la carga máxima, el módulo de elasticidad, y las deformaciones bajo carga máxima. A partir de estas pueden calcularse el resto de propiedades mecánicas necesarias para la elaboración de los modelos. Se presentan a continuación los valores mencionados para cada uno de los diámetros de la armadura empleada en la estructura.

- Armaduras $\varnothing 8$
 - Diámetro nominal: $\varnothing=8$ mm
 - Límite elástico: $f_y=552$ MPa
 - Módulo de elasticidad: $E_s=211\ 640$ MPa
 - Resistencia a tracción: $f_u=633$ MPa
 - Deformación bajo carga máxima: $\varepsilon_u=13$ %

- Armaduras $\varnothing 6$
 - Diámetro nominal: $\varnothing=6$ mm
 - Límite elástico: $f_y=501$ MPa
 - Módulo de elasticidad: $E_s=205\ 875$ MPa
 - Resistencia a tracción: $f_u=655$ MPa
 - Deformación bajo carga máxima: $\varepsilon_u=13$ %

11.2.2. Propiedades del hormigón

La resistencia media del hormigón puesto en la estructura se determinó a partir de dos probetas cilíndricas normalizadas ensayadas a compresión simple. Como ya se comentó, la deformación en rotura obtenida a partir de la carrera del pistón de la máquina de ensayo no resulta exacta, pues en dicho valor se incluyen múltiples deformaciones de los equipos de ensayo. Por ello, como deformación unitaria última se toma, en coherencia con el modelo constitutivo empleado en el hormigón (11.3.1.2), la indicada en la *Tabla 3.1 Eurocódigo 2 [9]*.

La resistencia a tracción del hormigón es un parámetro que presenta mucha dispersión y no tiene una importancia relevante en los fenómenos estructurales que se contemplan en este trabajo. Por este motivo, no se ha determinado experimentalmente un valor para dicha característica, sino que se tomarán valores deducidos con las expresiones que proporciona *EC-2 [9]*. En cada método de cálculo considerado se indicará el valor considerado.

A continuación se presentan los valores medios de las propiedades básicas consideradas en el material para la obtención de resultados en los modelos.

- Resistencia media a compresión: $f_c=43,3$ MPa
- Deformación unitaria última: $\varepsilon_{cu,f}=3,5$ ‰
- Módulo de elasticidad: $E_c=27\ 000$ kN

11.3. Modelo de rotura seccional

Tras el diseño del armado, observando la relación entre la armadura necesaria por cálculo y la realmente dispuesta para diferentes secciones se estableció el punto por el que era más probable que se produjera una rotura seccional que provocaría el fallo de la estructura al convertir en un mecanismo al sistema isostático. La sección más propensa a la rotura fue la que se instrumentó más para analizar su comportamiento y poder realizar un modelo de cálculo que resultase contrastado experimentalmente. Puede verse la posición de la sección, correspondiente a la ubicación de las galgas *GB* y *GC*, en la *Figura 11.1*.

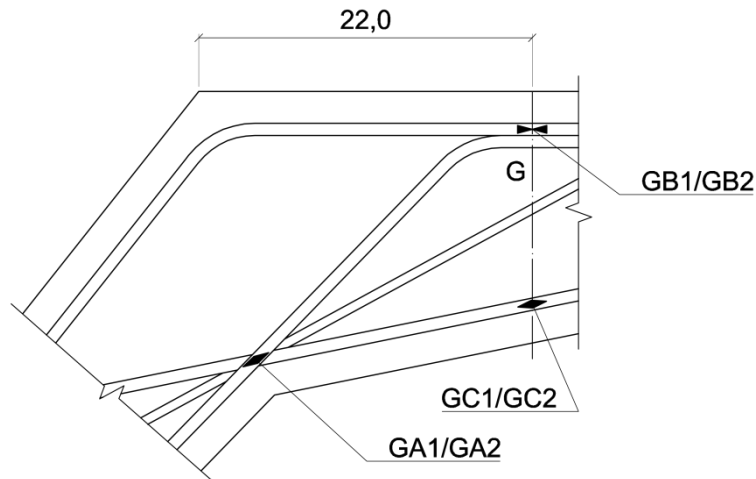


Figura 11.1. Posición de la sección G (sección débil).

Con este modelo se pretende estimar los esfuerzos que agotan la sección estudiada y en consecuencia la estructura, al ser éste el mecanismo de fallo esperado. Además de proporcionar la sollicitación última a nivel seccional y la carga aplicada que la provoca, se va a obtener un diagrama local de interacción entre los diferentes esfuerzos de agotamiento.

11.3.1. Geometría y características de la sección

La sección que se modeliza tiene un canto h de 16,56 cm y un ancho b de 20 cm. Existen tres capas de armaduras que deben ser consideradas en el modelo: una inferior diseñada como armadura de tracción (1); la superior, en la cara de compresión (2); y una de refuerzo (3) de otra sección que debe considerarse en ésta al prolongarse suficientemente a la otra parte de la sección y resultar eficazmente anclada. Debe indicarse que la capa intermedia de armadura ($2\phi 6$) no ha sido considerada en los cálculos de diseño (*Capítulo 4*), al aportar mucha menos resistencia que la inferior de tracción ($2\phi 8$), no sólo por la menor sección sino también por ser mucho menor su canto útil.

En la capa inferior (tracción) existen dos $\phi 8$ que discurren paralelos al borde, que forma $11,4^\circ$ con un eje normal a la sección. Aunque el recubrimiento mecánico diseñado de la armadura, medido en la sección, era de 2,55 cm, en el examen final del montaje de la ferralla armada en el encofrado pudo medirse un recubrimiento de dos centímetros. Este es el valor que se toma para el cálculo. Queda por lo tanto un canto útil d_1 de 14,52 cm.

La armadura superior comprimida está constituida por dos redondos $\phi 8$ de base más otro $\phi 8$ de refuerzo que se coloca para tener un armado simétrico al tener importantes momentos negativos en la parte derecha del arco. Esta armadura discurre paralela al borde comprimido, que es ortogonal a la sección. El recubrimiento mecánico de esta armadura $r_2 \equiv d_2$ es igual a 2,5 cm.

Por último, la armadura de la zona central está formada por dos $\phi 6$ con un canto útil d_3 de 10,27 cm y una inclinación de $28,59^\circ$.

Para los materiales se emplearán las ecuaciones constitutivas que se describen en el apartado siguiente tomando como características de los mismos las propiedades indicadas en el *Apartado 11.2* tanto para el acero como para el hormigón.

11.3.2. Características del modelo

Se emplea el modelo básico de flexión para zonas sin distorsión considerado en el *Art. 6.1 del Eurocódigo 2 [9]*. Debe observarse que la sección queda dentro de una región de discontinuidad de acuerdo con el *Art 5.6.4* y así fue considerada para el diseño, donde se empleó un modelo de bielas y tirantes de la zona del nudo. No obstante, por estar cerca del límite de la región de discontinuidad resulta adecuado considerar el modelo de flexión para regiones de continuidad, sancionado por la experiencia, y que suele proporcionar valores teóricos que no difieren normalmente en más de un cinco a diez por cien de los experimentales.

11.3.2.1. Hipótesis básicas

El modelo que se emplea toma como hipótesis de partida las siguientes:

- La sección plana permanece plana después de actuar la sollicitación.
- La adherencia entre el hormigón y el acero es perfecta, lo que implica iguales alargamientos de la armadura pasiva y el hormigón circundante, tanto en compresión como en tracción.
- Se desprecia la resistencia a tracción del hormigón.
- Se desprecia el efecto derivado de la distorsión por cortante.
- Se considera la interacción conjunta de axil, cortante y flector, produciéndose el fallo por flexión.
- Las tensiones en los materiales se extraen de las relaciones constitutivas simplificadas presentadas en 11.3.2.2.
- El agotamiento de la sección se produce cuando se alcanzan deformaciones límite en los materiales de acuerdo con *Eurocódigo 2 [9]*.
- No se incluye el efecto del confinamiento provocado por los cercos.

11.3.2.2. Ecuaciones constitutivas

El comportamiento del hormigón en rotura se modeliza con el diagrama rectangular de tensión (*Eurocódigo 2 [9] Art. 3.1.7 (3)*) ya presentado en el *Apartado 4.7.1.1*. En este modelo de comprobación se emplea una resistencia a compresión f_c de 43,3 MPa. La deformación última del material empleada en el cálculo $\epsilon_{cu,f}$ (ϵ_{cu3}) es del 3,5 ‰, conforme a la *Tabla 3.1 EC-2 [9]*. El coeficiente λ debe tomarse igual a 0,8 para hormigones de resistencia característica inferior a 50 MPa y el coeficiente η igual a la unidad. Ver *Figura 11.4*.

Para el acero se emplea el diagrama bilineal idealizado propuesto por el *EC-2 [9]* para el acero de la armadura pasiva. Se toma el primer tramo recto correspondiente de forma casi exacta con la rama elástica del acero y una rama superior inclinada con un límite de alargamiento de ϵ_u y una tensión máxima de f_u para dicha deformación.

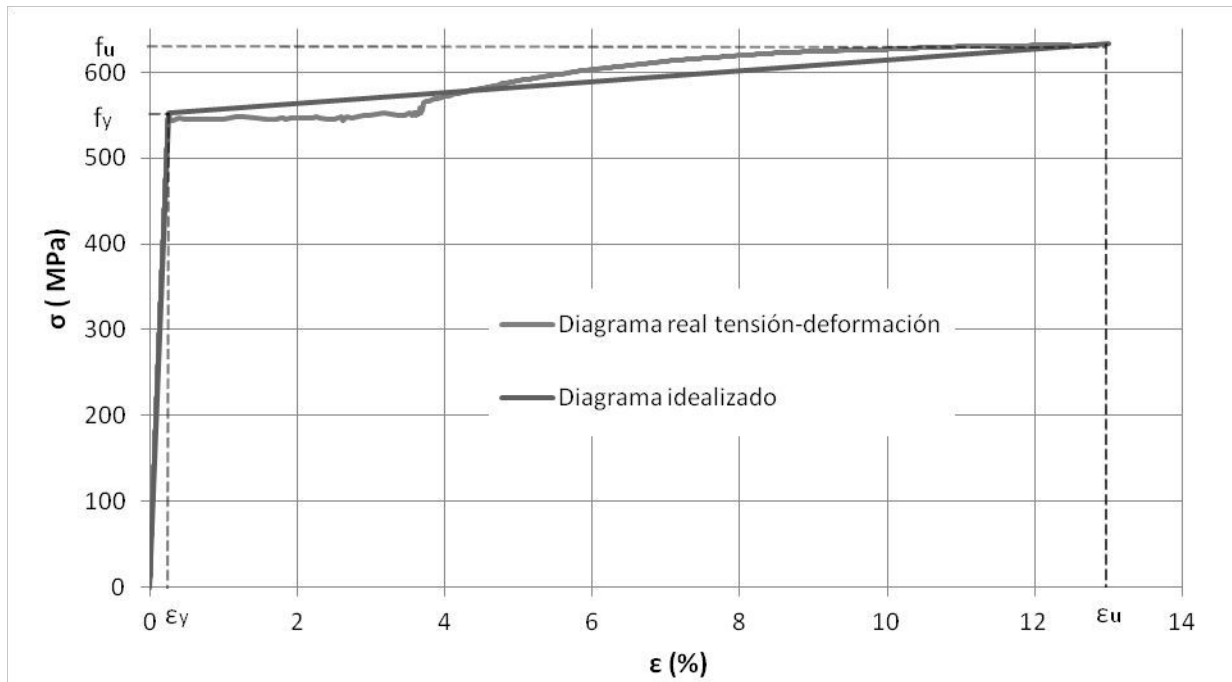


Figura 11.2. Diagrama bilineal empleado para el acero (ejemplo para los $\varnothing 8$).

Aunque no se representa en el gráfico anterior, se considera la misma relación para el acero en compresión -como se expone en el *Apartado 11.5.2.2*-, suponiendo que la armadura no experimenta ningún fenómeno de inestabilidad.

11.3.2.3. Dominio de deformación

Como ya se ha comentado, el agotamiento de la sección se produce, según el modelo, habiéndose alcanzado deformaciones límite en los materiales en determinados puntos de la sección. Se va a presentar el único posible -en la práctica- dominio de deformación para una sección como la considerada: con flexión positiva, una excentricidad relativa (e/h) de 1,37 y una deformación última del acero pasivo que ronda el 13 %.

Con las características anteriormente expuestas, el agotamiento se va a producir siempre -si se ha diseñado con criterios de ductilidad- tras una deformación importante de la armadura pasiva en tracción al romper el bloque de compresiones de hormigón. Resulta imposible romper por el acero en una sección de tan poco canto por ser necesario para resistir el momento flector y el axil una cierta profundidad de la fibra neutra, lo que imposibilita que la armadura inferior alcance el alargamiento de rotura.

El plano de deformaciones pasará siempre -en la hipótesis de rotura por el hormigón- por la fibra superior con una deformación $\varepsilon_{cu,f}$ y quedará determinado si se conoce un segundo punto de paso: la posición de la fibra neutra x . Con estos dos valores se puede calcular la deformación de cualquier punto de la sección conociendo su posición respecto al centro de referencia de esfuerzos (e) o profundidad desde el borde superior (d).

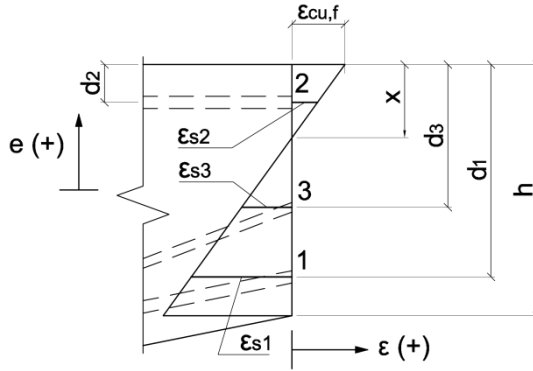


Figura 11.3. Plano de deformaciones considerado en el modelo de rotura.

Los puntos que interesan a efectos del cálculo son los correspondientes a las posiciones de las armaduras. Estos puntos en el plano de deformaciones tendrán unas deformaciones unitarias de:

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{cu,f} \cdot \left(1 - \frac{d1}{x}\right) \quad \varepsilon_{s2} = \varepsilon_{cu,f} \cdot \left(1 - \frac{d2}{x}\right) \quad \varepsilon_{s3} = \varepsilon_{cu,f} \cdot \left(1 - \frac{d3}{x}\right)$$

Puede comprobarse que el acero en tracción está plastificado y que se realizó un diseño dúctil al comprobar para cada valor de x que es inferior a x_{lim} (valor de x para la que se produce la plastificación del acero), calculada para cada armadura como:

$$x_{lim} = \frac{d}{1 - \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_{cu,f}}}$$

Donde:

ε_y Deformación unitaria del acero correspondiente a su límite elástico (con signo negativo).

El hecho de estar inclinada la armadura respecto a un eje ortogonal a la sección no genera diferencias entre las deformaciones unitarias reales en la dirección de las armaduras y las calculadas en el plano de la sección, pues en la dirección de la armadura el alargamiento absoluto y la longitud aumentan en la misma proporción (ver *Figura 11.8*).

11.3.2.4. Ecuaciones de equilibrio

En las hipótesis básicas que describen el modelo (11.3.2.1) se ha comentado que se tienen en cuenta los tres esfuerzos solicitantes -axil, cortante y momento flector- en el cálculo, sin considerar el efecto de las distorsiones provocadas por el cortante. Luego al formular las ecuaciones de equilibrio se van a tener que incluir las equivalencias con las tensiones integradas en toda la sección para cada uno de los esfuerzos.

A diferencia de lo que se hizo en el diseño, para aproximar más el modelo a la realidad, se considera un único sistema de fuerzas puntuales sobre la sección que integra tanto las solicitaciones normales (axil y flector) como el esfuerzo cortante. En la *Figura 11.4* se presenta la correspondencia entre los esfuerzos y las tensiones que se considera para establecer las ecuaciones de equilibrio. Debe notarse la diferencia con el modelo empleado en el cálculo de la armadura (*Capítulo 4*) donde la fuerza F_c se situaba en el centro del brazo mecánico z . Aquí está ubicada en el centro de referencia

de esfuerzos (c.d.g. de la sección bruta) para evitar su consideración en la ecuación de momento flector. Para los signos de las tensiones se toman los correspondientes a las deformaciones conforme al criterio establecido en la *Figura 11.3*.

$$N_u(x; F_c) = 0,8 \cdot x \cdot b \cdot f_c + A_{s1} \cdot \sigma_{s1} \cdot \cos \alpha_1 + A_{s2} \cdot \sigma_{s2} + A_{s3} \cdot \sigma_{s3} \cdot \cos \alpha_3 + F_c \cdot \cos \theta$$

$$V_u(x; F_c) = -A_{s1} \cdot \sigma_{s1} \cdot \sin \alpha_1 - A_{s3} \cdot \sigma_{s3} \cdot \sin \alpha_3 + F_c \cdot \sin \theta$$

$$M_u(x) = 0,8 \cdot x \cdot b \cdot f_c \cdot (v_1 - 0,4 \cdot x) + A_{s1} \cdot \sigma_{s1} \cdot \cos \alpha_1 \cdot e_1 + A_{s2} \cdot \sigma_{s2} \cdot e_2 + A_{s3} \cdot \sigma_{s3} \cdot \cos \alpha_3 \cdot e_3$$

Donde:

- x Profundidad de la fibra neutra.
- N_u Axil de agotamiento de la sección.
- V_u Cortante de agotamiento de la sección.
- M_u Momento flector de agotamiento de la sección.
- A_{si} Área de la armadura i .
- σ_{si} Tensión en la armadura i .
- e_i Posición de la armadura i respecto al centro de la sección.
- α_i Ángulo de inclinación de la armadura i respecto a un eje normal a la sección.
- θ Ángulo de inclinación de fuerza F_c .

Las tensiones en la armadura pasiva se determinarán a partir de la deformación empleando la relación constitutiva bilineal para el acero. El cálculo se detalla en el *Apartado 11.3.2*.

Para que resulten aplicables las anteriores ecuaciones de equilibrio, debe verificarse además que no se supera la resistencia a esfuerzo cortante de la sección por cualquiera de los dos mecanismos posibles: agotamiento de la armadura transversal y agotamiento de la biela comprimida de hormigón. Como en todas las secciones se verifica que el esfuerzo cortante es inferior al resistido sin armadura transversal (*Apartado 4.7.3*), y ésta se dispone en cumplimiento de los mínimos establecidos por la normativa de diseño empleada [9] resulta suficiente con verificar que no se agota la biela comprimida de hormigón sometida a la fuerza F_c . Se verifica en cualquier sección que no se supera la resistencia a esfuerzo cortante si $F_c \leq F_{c,m\acute{a}x}$.

$$F_{c,m\acute{a}x} = v \cdot f_c \cdot b \cdot l_c$$

$$l_c = z \cdot \cotg \theta \cdot \sin \theta$$

Donde:

- v Coeficiente de reducción de la resistencia a compresión para hormigón fisurado sometido a cortante. Se toma igual a 0,6 (*Art. 6.2.3 (3) EC-2 [9]*).
- l_c Es el ancho en el plano de la estructura de la biela comprimida.
- z Brazo mecánico de las fuerzas internas.

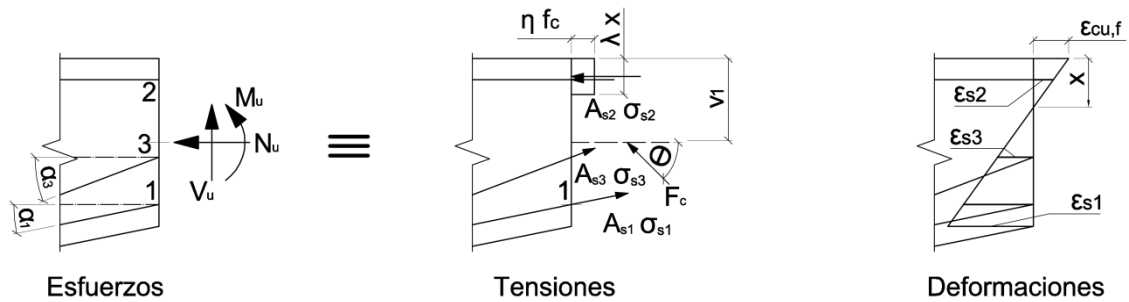


Figura 11.4. Equivalencia entre los esfuerzos actuantes sobre la sección y las tensiones en los materiales.

Respecto al ángulo θ debe hacerse notar que no se trata del ángulo de diseño considerado en el Art.6.2.3 Eurocódigo-2 [9] para la biela inclinada de cortante, sino un ángulo empleado en el presente modelo para considerar el mayor o menor efecto del cortante sobre el agotamiento por flexión de la sección. De este modo, con un ángulo de 90° se estaría planteando un modelo simple de interacción de flector y axil. Realmente, debido a la proximidad de un nudo rígido donde además se carga la estructura, el efecto del cortante puede prácticamente despreciarse, lo que se ha podido contrastar, además, viendo la verticalidad de las fisuras en la zona. En el cálculo se ha considerado un valor de 85° .

11.3.2.5. Diagrama de interacción

El diagrama de interacción en rotura entre los diferentes esfuerzos es, en general, una superficie definida por las ternas axil-cortante-flector que agotan la sección. Dicha superficie es cerrada y continua, al contener valores de distinto signo para cada uno de los esfuerzos.

Como los esfuerzos que solicitan la sección guardan una relación entre sí, podría plantearse un diagrama de interacción plano entre dos de los esfuerzos, relacionados por su factor de proporcionalidad, y un tercero. Habitualmente se calcula el momento flector último a partir del axil en un diagrama de interacción de flexión y por analogía se va a determinar el diagrama que relaciona el flector de agotamiento con el par: axil-cortante. Luego se trata de la curva plana hallada como intersección de la superficie correspondiente al diagrama de interacción triple con el plano definido por la relación entre los esfuerzos axil y cortante.

El diagrama de interacción particularizado (Figura 11.6) que se ha descrito anteriormente se empleará como uno de los métodos para determinar el punto de agotamiento de la sección. Se obtiene tomando valores para los esfuerzos de axil y cortante y determinando la profundidad de la fibra neutra x en las ecuaciones de equilibrio presentadas anteriormente $-N_u(x)$ y $V_u(x)$; con el valor x hallado se determina el momento que agota la sección, concomitante con los otros dos esfuerzos.

11.3.3. Cálculo de los esfuerzos de agotamiento

11.3.3.1. Cálculo directo

Por la configuración isostática de la estructura, existe una relación constante entre los diferentes esfuerzos que solicitan la sección. En concreto, la relación N/V es de 1,695 y la N/M vale 4,395.

Resulta sencillo obtener la terna N_u - V_u - M_u que agota la sección resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \frac{N_u(x; F_c)}{V_u(x; F_c)} = N/V \\ \frac{N_u(x; F_c)}{M_u(x)} = N/M \end{cases}$$

Donde:

- x Profundidad de la fibra neutra.
- $N_u(x)$ Axil de agotamiento de la sección en función de x y F_c .
- $V_u(x)$ Cortante de agotamiento de la sección en función de x y F_c .
- $M_u(x)$ Momento flector de agotamiento de la sección en función de x .
- N/V Relación constante entre el axil y el cortante.
- N/M Relación constante entre el axil y el momento flector.

En las expresiones de los esfuerzos de agotamiento presentadas en 11.3.2.4 se incluyen como parámetros las tensiones en las diferentes armaduras. Estos valores no son valores constantes, sino que van cambiando a medida que lo hacen sus deformaciones, aun habiendo plastificado la armadura, pues se considera un endurecimiento lineal del acero (ver 11.3.2.2).

Para resolver el sistema, se introduce en cada una de las expresiones de esfuerzos la tensión como producto de la deformación -función de x - por un módulo de elasticidad secante, de tal forma que para cada deformación en la armadura se obtenga la correspondiente tensión en el acero. Como la armadura en compresión no plastifica, su tensión se calculará en todo momento como producto de la deformación ϵ_{s3} por su correspondiente módulo de elasticidad.

Para cada armadura en tracción plastificada ($i=1, i=3$) se define un módulo de elasticidad secante para deformaciones mayores a las correspondientes al límite elástico como:

$$E_{si,sec}(x) = \frac{-f_{yi} + (\epsilon_{si}(x) - \epsilon_{yi}) \cdot E_{si,2}}{\epsilon_{si}(x)} \leq E_{si}$$

Donde:

- $E_{si,sec}(x)$ Módulo de elasticidad secante de la armadura i .
- f_{yi} Tensión de plastificación para el acero correspondiente a la armadura i .
- $\epsilon_{si}(x)$ Deformación de la armadura i en función de x (ver 11.3.2.3).
- ϵ_{yi} Deformación unitaria de la armadura i correspondiente a su límite elástico (negativo).
- $E_{si,2}$ Pendiente de la rama superior del diagrama tensión-deformación para el acero correspondiente a la armadura i .

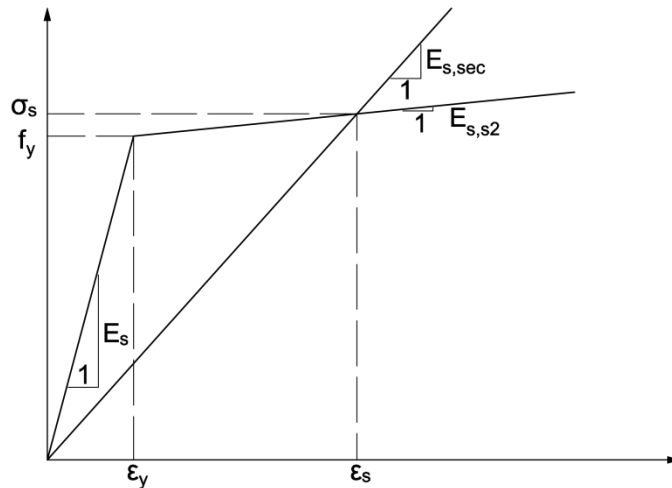


Figura 11.5. Módulo de elasticidad secante del acero.

La pendiente de la rama superior inclinada del diagrama idealizado tensión-deformación del acero puede calcularse como el cociente entre los incrementos de tensión y deformación entre los puntos correspondientes al límite elástico y resistencia a tracción de los aceros. Se toman las características de los materiales proporcionadas en 11.2.1.

Sustituyendo en las expresiones de los esfuerzos las tensiones por el producto $E_{s,sec}(x) \cdot \epsilon_{si}(x)$ y resolviendo el sistema de ecuaciones planteado al inicio de este apartado se obtiene la profundidad de la fibra neutra x correspondiente al agotamiento de la sección, y sustituyendo dicho valor en las expresiones de los esfuerzos se obtiene el punto de agotamiento.

Tras realizar el cálculo se obtiene una posición de la fibra neutra (x) de agotamiento de 2,13 cm, con lo que se calculan unos esfuerzos de agotamiento de: $N_u=64,9$ kN; $V_u=38,3$ kN; y $M_u=14,8$ mkN. Estos esfuerzos van biunívocamente relacionados con una carga sobre la estructura de 153,2 kN, que es la máxima esperada durante el ensayo para una rotura estructural producida por el fallo de la sección estudiada.

Para dar por válidos los resultados anteriores, como se explica en 11.3.2.4, debe verificarse que no se excede la resistencia de la biela comprimida diagonal. Se ha obtenido una fuerza F_c (para el punto de agotamiento por flexión) de 13,22 kN, que resulta muy inferior a los 43 kN ($F_{c,máx}$) calculados con el brazo mecánico más desfavorable correspondiente a la capa de armadura central.

11.3.3.2. Determinación a partir del diagrama de interacción

Otra forma de determinar el punto de agotamiento de la sección es buscando gráficamente la intersección de la recta que cumple las relaciones entre los esfuerzos solicitantes ($N/V=1,695$ y $N/M= 4,395$) con el diagrama de interacción triple $N_u-V_u-M_u$.

No obstante, el procedimiento anterior resultaría poco práctico por tener que representar una superficie espacial en un sistema de ejes tridimensional. Pero debido a la relación existente entre esfuerzos se puede plantear el diagrama plano habitual que proporciona valores del flector de agotamiento para un cierto valor de axil, considerando en este caso que con cada valor del axil va asociado un cortante (no representado) con la relación N/V indicada. Y hallar la intersección de dicha curva con la recta que cumple la relación M/N . Se presenta la intersección gráfica en la Figura 11.6.

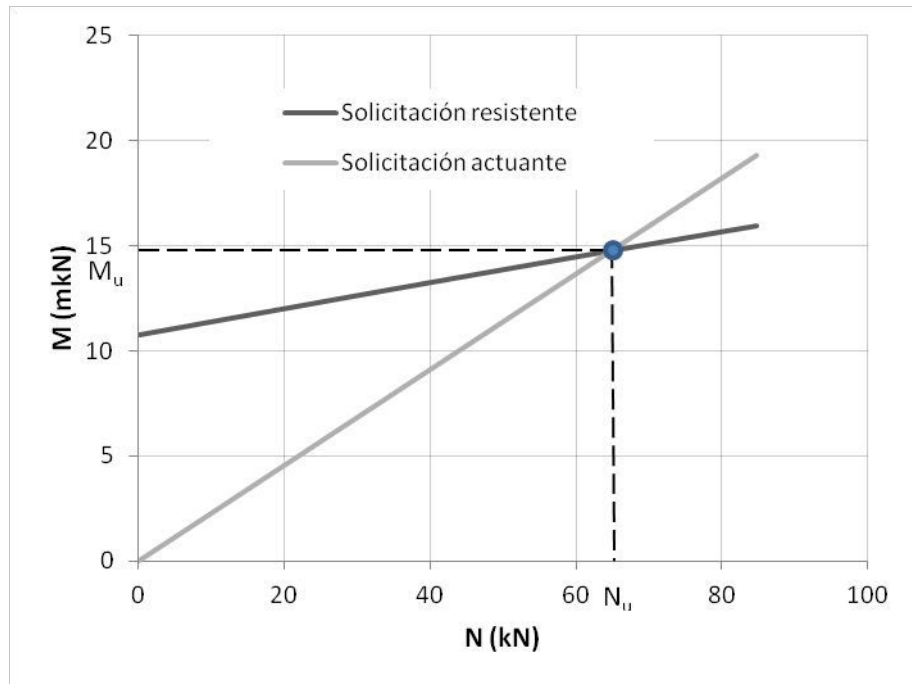


Figura 11.6. Intersección del diagrama de interacción del agotamiento con los esfuerzos solicitantes.

Como se ha expuesto brevemente en el *Apartado 11.3.2.5*, el diagrama de interacción se halla tomando pares de esfuerzos N-V y determinando la profundidad de la fibra neutra x a partir de las ecuaciones de equilibrio, teniendo en cuenta lo expuesto en el *Apartado 11.3.3.1* (para considerar la variación de la tensión del acero plastificado). Con el valor de x calculado se determina el valor del momento flector que agotaría la sección actuando conjuntamente con el axil y cortante considerados.

En la *Figura 11.6* sólo se ha representado la parte del diagrama de interacción que marca el agotamiento de la sección debido a la relación existente entre los esfuerzos solicitantes. En el caso de que se hubiese tenido una excentricidad relativa (e/h), debida a una relación menor entre el flector y el axil, la recta que representa las solicitaciones sería más tendida y el punto de intersección con el diagrama de interacción se produciría en la rama descendente del diagrama (no representada). No obstante debe tenerse en cuenta que el modelo resulta válido con un predominio claro de la flexión sobre el corte. No se calcula el diagrama de interacción para valores más elevados de axil, pues ello supondría que la flexión perdería peso y el cortante -proporcional al axil- se acabaría imponiendo como modo de fallo, no cumpliéndose la hipótesis de partida de fallo por flexión.

11.3.4. Comparación entre los resultados numéricos y experimentales

Al haberse realizado un único ensayo no resulta posible determinar de forma experimental el diagrama de interacción de la sección estudiada para compararlo con el determinado con el modelo de rotura seccional considerado.

Los esfuerzos de agotamiento calculados son: $N_u=64,9$ kN; $V_u=38,3$ kN; y $M_u=14,8$ mkN. Y la carga sobre la estructura que produce dichos esfuerzos es $F_u=153,2$ kN. Como finalmente la rotura no se produjo por esta sección no es posible comparar dichos valores con los experimentales de rotura.

No obstante a partir de los esfuerzos hallados experimentalmente y dando por bueno el modelo se observa que la sección quedó muy próxima a la rotura. Los esfuerzos alcanzados fueron de: $N=63,7$ kN; $V=37,6$ kN; y $M=14,5$ kN. La carga máxima aplicada fue de 150,4 kN.

Aunque no se haya registrado la rotura de la sección durante el ensayo para poder comparar los esfuerzos de agotamiento experimentales y los teóricos, a partir de un modelo de deformaciones -por ejemplo el de momento-curvatura planteado en el *Apartado 11.4-* es posible observar la tendencia que sigue la sección transversal y aún sin haberse producido estimar cuan cerca se encuentra el agotamiento.

11.4. Modelo de comportamiento seccional

En este apartado se va a plantear un modelo sencillo que aproxime el comportamiento de la sección G -de rotura probable- en cuanto a las deformaciones, centrándose en el cálculo de las curvaturas. Como la sección considerada se instrumentó suficientemente para el ensayo (galgas GB y GC : *Figura 11.1*) va a ser posible comparar los resultados experimentales con los teóricos. Además, se van a comparar los resultados obtenidos mediante este procedimiento con los calculados con el modelo numérico no lineal expuesto en el *Apartado 11.5*.

Para estudiar la respuesta de una sección puede emplearse el diagrama momento-curvatura. Normalmente se obtiene para un axil constante pero en esta sección axil y momento flector van ineludiblemente unidos debido a la configuración de la estructura. Como se verá posteriormente, a pesar de la variación del axil, se obtiene un diagrama semejante al que se obtendría para un valor constante, pues el flector es muy predominante al ser la sección tan reducida.

Como descripción general del modelo que se va a exponer y tratando de resumir sus características básicas podría calificarse como un modelo de comportamiento lineal del hormigón con plastificación y endurecimiento del acero. Es por tanto un modelo mixto respecto al comportamiento mecánico de los materiales.

11.4.1. Geometría y características de la sección

Las características geométricas de la sección y su armado se han presentado en el *Apartado 11.3.1*; son las mismas que las empleadas en el modelo de rotura de la sección.

11.4.2. Características del modelo

Se emplea como base de partida el modelo de cálculo de secciones en servicio basado en la teoría de la elasticidad lineal. Sobre este modelo básico de partida se han realizado algunas modificaciones que permiten considerar una cierta no linealidad mecánica en el comportamiento del acero.

Como ya se comentó en el *Apartado 11.3.2* se está empleando en una zona de discontinuidad una formulación que resulta únicamente correcta de forma estricta en regiones que cumplen las hipótesis de Bernoulli-Navier. No obstante, por estar la sección prácticamente en el

límite de la zona de discontinuidad puede aceptarse el modelo, que además resulta cómodo para lo que se pretende calcular.

11.4.2.1. Hipótesis básicas

Las hipótesis de partida son las que se presentan a continuación:

- La sección plana permanece plana después de actuar la sollicitación.
- La adherencia entre el hormigón y el acero es perfecta, lo que implica iguales alargamientos de la armadura pasiva y el hormigón circundante, tanto en compresión como en tracción.
- Se desprecia la resistencia a tracción del hormigón una vez ha fisurado la sección.
- Se desprecia el efecto derivado de la distorsión por cortante y el efecto de éste sobre la curvatura de la sección.
- Las tensiones en los materiales se extraen de las relaciones constitutivas simplificadas presentadas en 11.4.2.2.
- No se incluye el efecto del confinamiento provocado por los cercos.
- No se considera el efecto “tension stiffening” al considerar que se produce una fisura en la sección estudiada.

11.4.2.2. Ecuaciones constitutivas

Para el hormigón se considera una relación lineal entre la deformación y la tensión en cada punto a través del módulo de elasticidad medio del material determinado experimentalmente. Por lo tanto se tendrá siempre sobre la sección una ley triangular de tensiones que irá desde cero a la altura de la fibra neutra de la sección hasta un valor máximo en la fibra superior. Puede apreciarse que se cometerá un mayor error cuanto mayores sean las deformaciones alcanzadas en la sección, no resultando válido el modelo cuando se alcancen, según la ley triangular, tensiones en el hormigón superiores a la resistencia a compresión simple ni cercanas.

Antes de que se alcance en la fibra inferior de la sección una tracción superior a la resistencia del hormigón a flexotracción se considerarán también las tensiones de tracción en el hormigón para el cálculo seccional.

Para el acero se emplea el diagrama bilineal idealizado presentado en el *Apartado 11.3.2.2*.

11.4.2.3. Ley plana de deformaciones

Se tendrá determinada en cada momento la ley de deformaciones de la sección si se conocen dos puntos de paso de dicho plano. Otra forma de tener definido el plano es a partir de la deformación en el origen ε_0 y la curvatura c de la sección. Esta segunda forma será la habitual empleada en el cálculo. Se tomará el criterio de signos que se indica en la *Figura 11.7*.

A partir de los dos valores anteriores se puede calcular la deformación en cualquier punto de la sección situado en una posición e como:

$$\varepsilon(e) = \varepsilon_0 + e \cdot c$$

Y conociendo dicha deformación se puede deducir la tensión en el material correspondiente -hormigón o acero- a partir de las relaciones constitutivas presentadas anteriormente.

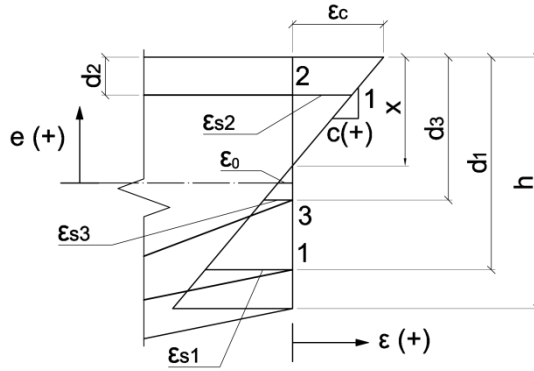


Figura 11.7. Ley plana de deformaciones en la sección: convenio de signos.

De nuevo, se recuerda aquí que las deformaciones unitarias experimentadas por la armadura sometida a tracción en su dirección y en la dirección normal a la sección coinciden. Esto se observa en la *Figura 11.8*.

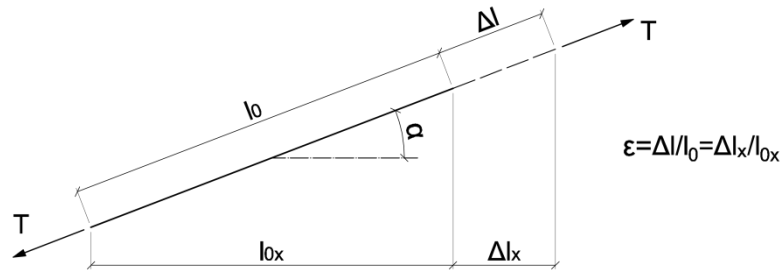


Figura 11.8. Deformaciones unitarias según la dirección de la armadura y según otra dirección.

11.4.2.4. Ecuaciones de equilibrio

Se van a deducir en este apartado las ecuaciones generales de equilibrio que se emplean en el cálculo. Las formulaciones particulares empleadas y el procedimiento de cálculo se presentan en el *Apartado 11.4.3*.

Los esfuerzos que solicitan la sección deben ser equilibrados internamente por los materiales constituyentes de la sección con su tensión, derivada de una deformación instantánea adquirida.

$$N = \int_{A_c} \sigma_c \cdot b \cdot de + \sum_{i=1}^{n_s} \sigma_{si} \cdot A_{si}$$

$$M = \int_{A_c} \sigma_c \cdot b \cdot e \cdot de + \sum_{i=1}^{n_s} \sigma_{si} \cdot A_{si} \cdot e_i$$

Y teniendo en cuenta que:

$$\sigma_c = E_c \cdot \varepsilon_c = E_c \cdot (\varepsilon_0 + e \cdot c)$$

$$\sigma_{si} = E_{si} \cdot \varepsilon_{si} = E_{si} \cdot (\varepsilon_0 + e_i \cdot c)$$

Puede escribirse:

$$N = \left(E_c \cdot \int_{A_c} b \cdot de + \sum_{i=1}^{n_s} E_{si} \cdot A_{si} \right) \cdot \varepsilon_0 + \left(E_c \cdot \int_{A_c} b \cdot e \cdot de + \sum_{i=1}^{n_s} E_{si} \cdot A_{si} \cdot e_i \right) \cdot c$$

$$M = \left(E_c \cdot \int_{A_c} b \cdot e \cdot de + \sum_{i=1}^{n_s} E_{si} \cdot A_{si} \cdot e_i \right) \cdot \varepsilon_0 + \left(E_c \cdot \int_{A_c} b \cdot e^2 \cdot de + \sum_{i=1}^{n_s} E_{si} \cdot A_{si} \cdot e_i^2 \right) \cdot c$$

Si se tiene en cuenta que las expresiones entre corchetes representan los valores estáticos de la sección y se homogeneizan los materiales -con distintos módulos de elasticidad- mediante coeficientes de equivalencia calculados como cociente entre el módulo de Young de cada material y uno de referencia ($n_x = E_x / E_{ref}$), puede escribirse:

$$N = E_{ref} \cdot \left[\left(n_c \cdot A_c + \sum_{i=1}^{n_s} n_{si} \cdot A_{si} \right) \cdot \varepsilon_0 + \left(n_c \cdot S_c + \sum_{i=1}^{n_s} n_{si} \cdot S_{si} \right) \cdot c \right] = E_{ref} \cdot [A \cdot \varepsilon_0 + S \cdot c]$$

$$M = E_{ref} \cdot \left[\left(n_c \cdot S_c + \sum_{i=1}^{n_s} n_{si} \cdot S_{si} \right) \cdot \varepsilon_0 + \left(n_c \cdot I_c + \sum_{i=1}^{n_s} n_{si} \cdot I_{si} \right) \cdot c \right] = E_{ref} \cdot [S \cdot \varepsilon_0 + I \cdot c]$$

Donde:

- A_c Área de hormigón de la sección transversal.
- A_{si} Área de la armadura i .
- σ_{si} Tensión en la armadura i .
- e_i Posición de la armadura i respecto al centro de gravedad de la sección.
- A Área homogeneizada efectiva de la sección.
- S Momento estático homogeneizado efectivo de la sección.
- I Momento de inercia homogeneizado efectivo de la sección.

Dependiendo de si la sección ha fisurado o se encuentra en estado íntegro se emplearán unos valores estáticos calculados sobre la totalidad de la sección o sólo en la parte efectiva (no fisurada) dejando las expresiones en función de la profundidad de la fibra neutra x .

Las dos ecuaciones anteriores pueden escribirse de forma matricial como:

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = E_{ref} \cdot \begin{bmatrix} A & S \\ S & I \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ c \end{Bmatrix}$$

Y despejando el vector de la deformada de la sección:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ c \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_{ref}} \cdot \begin{bmatrix} A & S \\ S & I \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_{ref} \cdot (A \cdot I - S^2)} \cdot \begin{bmatrix} I & -S \\ -S & A \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix}$$

Esta expresión será la que se emplee para determinar la deformación unitaria en el origen ε_0 y la curvatura c para cada par de esfuerzos axial y flector dados. Con dichos valores podrán calcularse las deformaciones en cualquier punto como se describe en 11.4.2.3.

11.4.3. Cálculo del plano de deformaciones de la sección

El proceso de obtención de los puntos del diagrama se ha organizado de forma que para cada par de valores N-M -relacionados por la constante 4,395 que puede deducirse del análisis estructural- se realiza un cálculo seccional con el que se obtienen los valores de deformación en el origen ε_0 y la curvatura c . No obstante existen varias peculiaridades que hay que considerar en el proceso de cálculo para tener en cuenta la plastificación del acero y su endurecimiento. Además existen notables diferencias entre un cálculo con la sección íntegra y otro con sección fisurada. En los siguientes apartados se detallan los aspectos concretos de la organización del cálculo.

En general, para cada par de esfuerzos se partirá de la hipótesis de que no se ha alcanzado la resistencia a tracción del hormigón en la fibra más traccionada y si se verifica con el cálculo con sección íntegra (11.4.3.3) se dará por buena la curvatura calculada. En caso contrario se realiza un cálculo con sección fisurada suponiendo que no han plastificado las armaduras en tracción (11.4.3.4) y se verificará la hipótesis. Por último, para poder tener en cuenta el endurecimiento del acero -que depende de la deformación-, se emplea otro procedimiento (11.4.3.5) tanto si ha plastificado la armadura inferior sólo como si lo ha hecho también la de refuerzo existente en el centro de la sección.

11.4.3.1. Valores eficaces de la armadura empleados en el cálculo

Una forma de realizar el cálculo seccional cuando la armadura presenta cierta inclinación respecto a un eje normal a la sección transversal consiste en considerar un valor efectivo de armadura obtenido como producto de su sección por el coseno del ángulo de inclinación. Este procedimiento resulta cómodo y suficientemente preciso cuando la cuantía geométrica no es excesiva. No obstante se ha considerado otro método más exacto que tiene en cuenta las secciones reales de armadura contenidas en la sección corrigiendo los correspondientes módulos de elasticidad a partir de los ángulos de inclinación.

Aunque pueda parecer extraño el procedimiento, de esta forma se consigue eliminar del método el error que se comete al homogeneizar la sección cuando se restan las áreas de las secciones de acero. Realmente las diferencias son mínimas.

Si una armadura de sección A_{si} presenta una inclinación α_i respecto a un eje normal a la sección, el área de armadura contenida en la sección A_{sxi} vale $A_{si}/\cos \alpha_i$. Si la tracción en la armadura vale T_i , la componente T_{xi} de esta fuerza ortogonal a la sección -y por tanto la efectiva- vale $T_i \cdot \cos \alpha_i$. Luego en términos de tensiones, la componente de la tensión σ_{xi} ortogonal, calculada como cociente entre la fuerza y la sección, es igual a la tensión en la armadura por el coseno del ángulo al cuadrado. Y teniendo en cuenta que las deformaciones unitarias son iguales en la dirección de armadura y en la ortogonal a la sección, queda que el módulo de elasticidad efectivo en la sección E_{sxi} vale $E_{si} \cdot \cos^2 \alpha_i$.

Luego para cada armadura i se tendrá un área de armadura A_{sxi} , un módulo de elasticidad eficaz E_{sxi} y un coeficiente de equivalencia correspondiente para la homogeneización n_{sxi} .

11.4.3.2. Plastificación y endurecimiento del acero

Cuando se alcancen las deformaciones correspondientes al límite elástico del acero en cada armadura, debe perderse el comportamiento lineal tensión-deformación inicial para adquirir otro correspondiente a la rama superior inclinada del diagrama bilineal empleado. Al estar el cálculo basado en las expresiones lineales deducidas en 11.4.2.4 donde siempre se emplean los módulos de elasticidad, si se quieren seguir empleando dichas relaciones entre esfuerzos y deformaciones globales debe emplearse un módulo de elasticidad secante para las armaduras.

Se utiliza el mismo artificio que se describió en 11.3.3, según el cual se calcula de forma implícita un módulo de elasticidad de las armaduras que varía a medida que lo hace la deformación $E_{si,var}$, de forma que para cada valor de deformación del acero se tiene la tensión correspondiente que se obtendría con el diagrama tensión-deformación considerado.

A diferencia de cómo se hizo en el cálculo en rotura, donde ya era conocido un punto de paso del plano de deformaciones y sólo era necesaria la profundidad de la fibra neutra x , aquí hace falta tener dos valores, por ejemplo la deformación en el origen ε_0 y la curvatura c .

Si se quiere escribir siempre $\sigma_{si} = \varepsilon_{si} \cdot E_{si,var}$, entonces, como:

$$\sigma_{si}(\varepsilon_0; c) = \begin{cases} \varepsilon_{si}(\varepsilon_0; c) \cdot E_{si}, & \varepsilon_{si} < \varepsilon_y \\ -f_y + (\varepsilon_{si}(\varepsilon_0; c) - \varepsilon_{yi}) \cdot E_{si,2}, & \varepsilon_{si} \geq \varepsilon_y \end{cases}$$

Se define un módulo de elasticidad secante $E_{si,sec}$ como:

$$E_{si,sec}(\varepsilon_0; c) = \begin{cases} E_{si}, & \varepsilon_{si} < \varepsilon_y \\ \frac{-f_{yi} + (\varepsilon_{si}(\varepsilon_0; c) - \varepsilon_{yi}) \cdot E_{si,2}}{\varepsilon_{si}(\varepsilon_0; c)}, & \varepsilon_{si} \geq \varepsilon_y \end{cases}$$

Donde:

σ_{si} Tensión en la armadura i .

f_{yi} Tensión de plastificación para el acero correspondiente a la armadura i .

ε_{si} Deformación de la armadura i (ver 11.4.2.3).

ε_{yi} Deformación de la armadura i correspondiente a su límite elástico (negativo).

$E_{si,2}$ Pendiente de la rama superior del diagrama tensión-deformación para el acero correspondiente a la armadura i .

Y para el cálculo de los valores estáticos de la sección: área, momento estático e inercia; se empleará el módulo de elasticidad secante arriba deducido para cada armadura a través de coeficientes de equivalencia también variables y efectivos, calculados como:

$$n_{sxi,var}(x) = \frac{E_{sxi,sec}(x)}{E_{ref}} = \frac{E_{si,sec}(x) \cdot \cos^2 \alpha_i}{E_{ref}}$$

11.4.3.3. Cálculo con sección íntegra

Se emplean las características homogeneizadas correspondientes a la totalidad de la sección, por estar todas sus partes contribuyendo a equilibrar los esfuerzos solicitantes. Los valores homogeneizados de área, momento estático e inercia, tomando $E_{ref} = E_c$, se calculan como:

$$A_h = b \cdot h - A_{sx1} - A_{sx2} - A_{sx3} + n_{sx1} \cdot A_{sx1} + n_{sx2} \cdot A_{sx2} + n_{sx3} \cdot A_{sx3}$$

$$S_h = -A_{sx1} \cdot e_1 - A_{sx2} \cdot e_2 - A_{sx3} \cdot e_3 + n_{sx1} \cdot A_{sx1} \cdot e_1 + n_{sx2} \cdot A_{sx2} \cdot e_2 + n_{sx3} \cdot A_{sx3} \cdot e_3$$

$$I_h = \frac{b \cdot h^3}{12} - A_{sx1} \cdot e_1^2 - A_{sx2} \cdot e_2^2 - A_{sx3} \cdot e_3^2 + n_{sx1} \cdot A_{sx1} \cdot e_1^2 + n_{sx2} \cdot A_{sx2} \cdot e_2^2 + n_{sx3} \cdot A_{sx3} \cdot e_3^2$$

Donde:

A_{sxi} Área de la armadura i contenida en la sección transversal.

e_i Posición de la armadura i respecto al centro de la sección.

n_{sxi} Coeficiente de equivalencia eficaz de la armadura i .

Y se obtendrán los valores de la deformación en el origen ε_0 y la curvatura c sustituyendo en la expresión final deducida en 11.4.2.4 A , S e I , por los valores aquí calculados A_h , S_h e I_h :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ c \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_{ref}} \cdot \begin{bmatrix} A_h & S_h \\ S_h & I_h \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_{ref} \cdot (A_h \cdot I_h - S_h^2)} \cdot \begin{bmatrix} I_h & -S_h \\ -S_h & A_h \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix}$$

Para poder dar por buenos los valores de deformación calculados debe verificarse la hipótesis de no fisuración de la sección, para lo que se calculará la máxima tracción en el hormigón, correspondiente a la fibra inferior. Dicha tensión se hallará multiplicando la deformación en la fibra correspondiente por el módulo de elasticidad del material.

Como se expuso en 11.4.2.3, la deformación unitaria en cualquier punto de la sección situado a una posición e desde el centro de referencia se calcula como:

$$\varepsilon(e) = \varepsilon_0 + e \cdot c$$

O, de otra forma, con el siguiente producto vectorial:

$$\varepsilon(e) = (1 \quad e) \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ c \end{Bmatrix}$$

Y para la fibra correspondiente al borde traccionado de la sección $e=v_2$ debe verificarse que:

$$\sigma(v_2) = E_c \cdot \varepsilon(v_2) = E_c \cdot (1 \quad v_2) \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ c \end{Bmatrix} < f_{ctm,fl}$$

Donde:

$f_{ctm,fl}$ Resistencia a flexotracción del hormigón.

La resistencia a flexotracción del hormigón puede calcularse conforme a lo indicado en el Art. 3.1.8 del Eurocódigo 2 [9]. Se ha considerado un valor finalmente de 3 MPa en el modelo.

11.4.3.4. Cálculo con sección fisurada y acero no plastificado

Si con la hipótesis de sección no fisurada se obtienen en el hormigón tracciones superiores a su resistencia, debe suponerse que la sección ha fisurado y cambiarse el planteamiento del cálculo.

En primer lugar, deben calcularse los valores eficaces (para sección fisurada) del área, momento estático e inercia, considerando para el hormigón sólo la parte que queda por encima de la fibra neutra, dejándolos en función de x (profundidad de la f.n.):

$$A_{fis}(x) = b \cdot x - A_{sx2} + n_{sx1} \cdot A_{sx1} + n_{sx2} \cdot A_{sx2} + n_{sx3} \cdot A_{sx3}$$

$$S_{fis}(x) = b \cdot x \cdot \left(v_1 - \frac{x}{2}\right) - A_{sx2} \cdot e_2 + n_{sx1} \cdot A_{sx1} \cdot e_1 + n_{sx2} \cdot A_{sx2} \cdot e_2 + n_{sx3} \cdot A_{sx3} \cdot e_3$$

$$I_{fis}(x) = \frac{b \cdot x^3}{12} + b \cdot x \cdot \left(v_1 - \frac{x}{2}\right)^2 - A_{sx2} \cdot e_2^2 + n_{sx1} \cdot A_{sx1} \cdot e_1^2 + n_{sx2} \cdot A_{sx2} \cdot e_2^2 + n_{sx3} \cdot A_{sx3} \cdot e_3^2$$

Donde:

v_1 Posición respecto al centro de referencia del borde comprimido de la sección.

Con las dos ecuaciones de equilibrio presentadas en 11.4.2.4 no se puede hallar ε_0 y c al ser desconocida la profundidad de la fibra neutra x . Es necesario plantear una ecuación de compatibilidad que relaciona las tres variables:

$$\begin{cases} N = E_{ref} \cdot [A_{fis}(x) \cdot \varepsilon_0 + S_{fis}(x) \cdot c] \\ M = E_{ref} \cdot [S_{fis}(x) \cdot \varepsilon_0 + I_{fis}(x) \cdot c] \\ 0 = \varepsilon_0 + (v_1 - x) \cdot c \end{cases}$$

Resolviendo el sistema anterior se determina el plano de deformaciones y con éste la distribución de tensiones en la sección resulta inmediata. De nuevo, deben verificarse las hipótesis de partida, esto es, que no ha plastificado el acero.

$$\sigma_{si} = E_{si} \cdot \varepsilon(e_i) = E_{si} \cdot (1 - e_i) \cdot \left\{ \begin{matrix} \varepsilon_0 \\ c \end{matrix} \right\} < f_{yi} \quad \forall i$$

11.4.3.5. Cálculo con sección fisurada y acero plastificado

El procedimiento que se sigue es idéntico al descrito en el apartado anterior para sección fisurada y acero sin plastificar, pero empleando los coeficientes de equivalencia para los módulos de elasticidad variables en función de la deformación unitaria del acero, que a su vez depende de ε_0 y c .

Luego se definirá para cada armadura i un coeficiente de equivalencia variable $n_{sxi,var}$ definido conforme al *Apartado 11.4.3.2*, que se introducirá en las expresiones de A_{fis} , S_{fis} e I_{fis} , quedando éstas en función de x , ε_0 y c . Resolviendo el sistema se obtendrán los valores buscados.

11.4.4. Comparación entre los resultados numéricos y experimentales

Se pueden comparar las diferentes variables calculadas con el modelo de cálculo con las determinadas experimentalmente para comprobar la validez tanto del modelo como de los resultados obtenidos en el ensayo.

En los siguientes apartados no sólo se comparará el diagrama momento-curvatura experimental con el teórico, sino que se tendrán en cuenta otras variables medibles, como por ejemplo la profundidad de la fibra neutra.

El modelo presentado a lo largo del *Apartado 11.4*, de relativa sencillez, se va a contrastar, a partir del diagrama momento-curvatura con otro más complejo no lineal presentado en el *Apartado 11.5*.

11.4.4.1. Diagrama momento-curvatura

Al considerarse un comportamiento lineal del hormigón, no es posible calcular con este modelo las proximidades de la rotura. Esto se debe a que con la formulación basada en la teoría de la elasticidad no se puede considerar la pérdida de tensión debida a la plastificación del hormigón cuando se alcanzan deformaciones importantes en la sección. Para poder considerar dicho efecto debe emplearse un modelo de cálculo que asigne a cada elemento de hormigón integrante de la sección una tensión correspondiente a una deformación obtenida mediante una relación constitutiva no lineal del material. Para ello, puede procederse como se explica en 11.5.

En la gráfica de la *Figura 11.9* pueden apreciarse tres tramos claramente diferenciados. El primero de ellos -que arranca en el origen- corresponde al comportamiento de la sección sin fisurar, por lo que su pendiente es máxima. El segundo tramo corresponde a la respuesta de la sección una vez se ha producido la fisura en la sección. Y por último, la zona superior del diagrama, donde se pierde la linealidad entre momento y curvatura debido a la plastificación de las armaduras en tracción. En esta zona también es posible identificar un punto anguloso correspondiente al momento en el que plastifica la armadura intermedia de la sección.

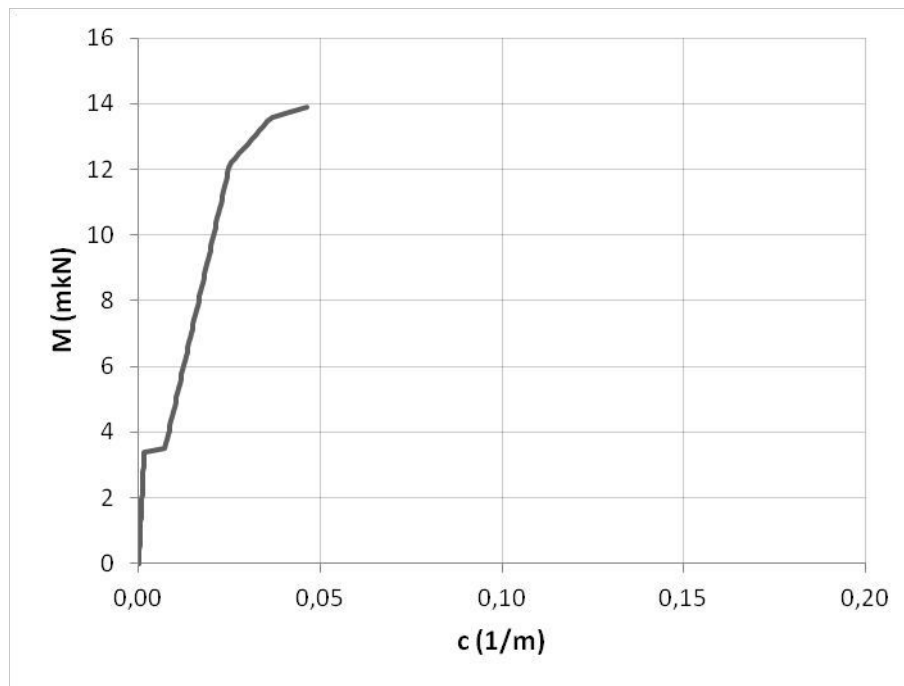


Figura 11.9. Diagrama momento-curvatura calculado con el modelo.

Entre otras particularidades, puede observarse en el gráfico que no se ha considerado el efecto “tension stiffening”, como se indicaba en las hipótesis de partida, pues no se aprecia la típica rigidización por tracción del hormigón entre fisuras que tiende a levantar el valor del momento para una misma curvatura. El salto de un comportamiento a otro es, por tanto, instantáneo según el modelo. Realmente esto se ajusta suficientemente a la realidad al haberse producido justamente la fisura en la sección estudiada.

Como se mencionó al principio del apartado (11.4), al ser el momento flector el esfuerzo predominante, aunque el axil sea variable -en la misma proporción que el momento- este hecho no se refleja en la apariencia general del diagrama momento-curvatura. La preponderancia del flector se

puede argüir observando la excentricidad relativa de los esfuerzos solicitantes. Le excentricidad ($e=M/N$) es igual a 0,23; la excentricidad relativa ($e_r=e/h$) 1,37. Por este motivo el diagrama presenta el aspecto habitual para axil constante o nulo, aunque pueden apuntarse algunas particularidades.

Debido a la linealidad considerada en el comportamiento de los materiales -hasta la plastificación del acero- los primeros dos tramos del diagrama son líneas rectas (que pasan por el origen), al ser siempre constante la relación entre el axil y el momento flector. Una vez se produce la plastificación del acero, se pierde la linealidad del comportamiento y los tramos presentan cierta convexidad, aunque no se aprecie en el diagrama.

Por último, para finalizar la descripción del diagrama obtenido con el modelo, debe observarse que no se alcanza en la zona superior de la gráfica un punto de tangente horizontal correspondiente con el momento flector de agotamiento de la sección. Esto se debe a la imposibilidad de calcular con el presente modelo puntos próximos a la rotura por la linealidad considerada para el hormigón. Si se siguieran dando valores de momento flector y axil superiores, el cálculo -como se expuso en 11.4.3.5- daría tensiones en el hormigón mayores a su resistencia a compresión. Además, como ya se ha comentado tampoco resulta válido el modelo con deformaciones grandes del hormigón, que no relaja sus tensiones. Por todo esto se ha considerado únicamente el modelo hasta alcanzarse una deformación en la fibra más comprimida del 1,5 ‰, inferior al 1,75 ‰ considerado en el Art. 3.1.7 del Eurocódigo 2 [9] como límite para el empleo de la relación lineal entre tensión y deformación en el hormigón.

A continuación se comparan las curvas obtenidas de forma experimental y a partir de los dos modelos teóricos considerados (Figura 11.10).

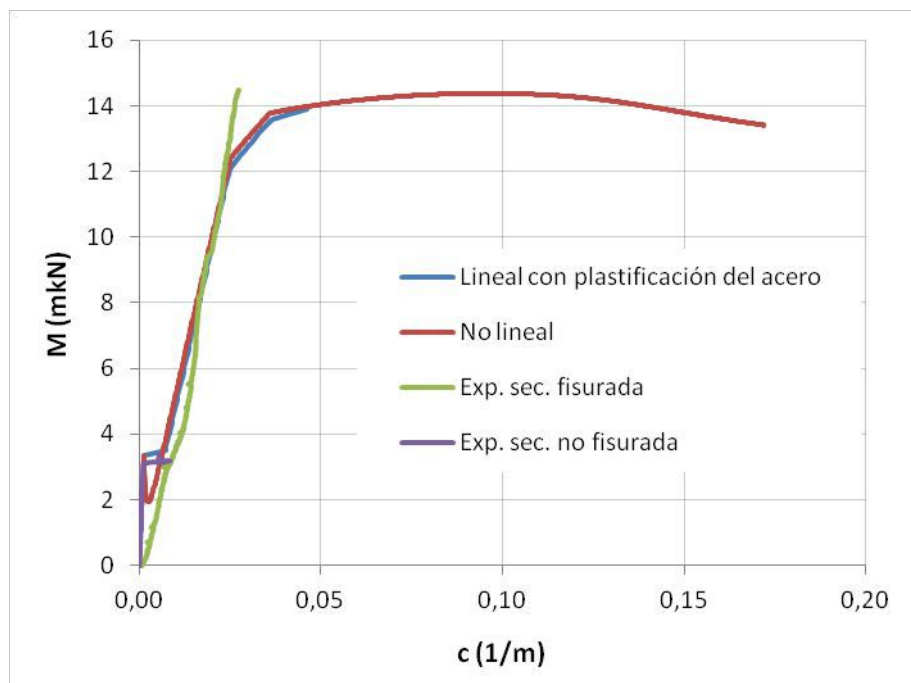


Figura 11.10. Comparación de los diagramas momento-curvatura experimentales y teóricos.

En la Figura 11.10 se representan los diagramas momento-curvatura de la sección estudiada deducidos a partir de los datos experimentales, con el modelo “mixto” descrito en el apartado y

mediante un modelo numérico no lineal. No se representa completamente la rama plástica del diagrama para el segundo modelo.

Las dos curvas experimentales que se presentan en la gráfica corresponden a los dos fases diferentes que se llevaron a cabo en el ensayo del elemento, ya presentadas en el *Capítulo 10*: una primera carga hasta alcanzar algo menos de 3,5 mkN en la sección, seguidos de un proceso de descarga (no representado); y un segundo ciclo hasta alcanzar la rotura del elemento. Puede verse claramente un comportamiento distinto, que se explica posteriormente, entre ambas curvas experimentales.

En primer lugar, debe observarse (*Figura 11.11*) el buen ajuste que presentan las curvas teóricas y la experimental antes de producirse la fisura en la sección. Esta proximidad se entiende si se tiene en cuenta que para cargas reducidas el hormigón presenta un comportamiento cuasi lineal, así como el acero se encuentra en su rama elástica. Únicamente existe cierta diferencia apreciable en el punto para el que se produce la fisura, fundamentalmente por la diferencia entre la tensión de tracción que resiste realmente el hormigón y la considerada en los modelos numéricos.

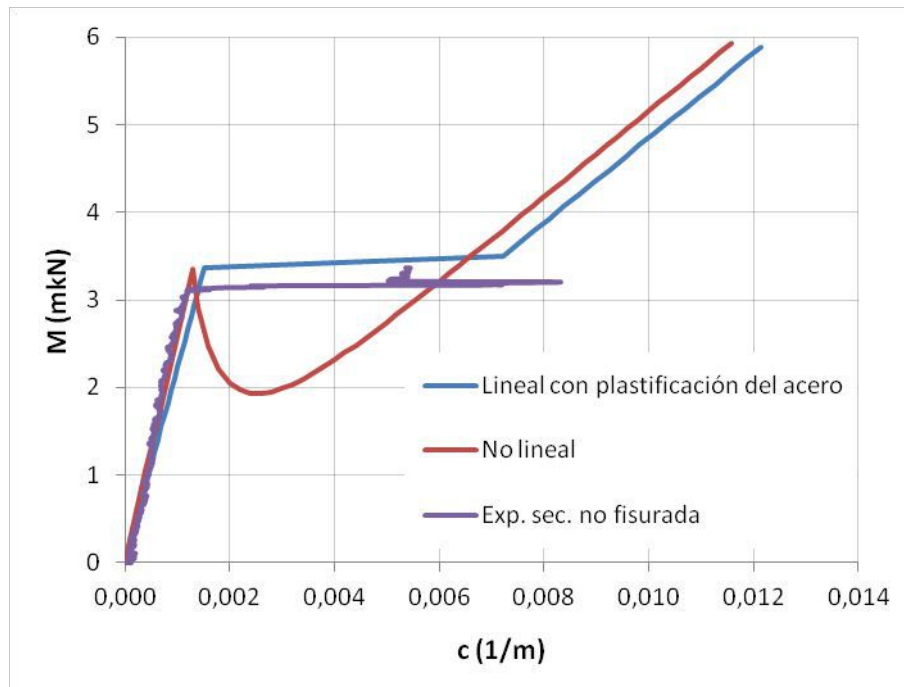


Figura 11.11. Diagrama momento-curvatura hasta alcanzar la fisuración.

En esta primera parte del diagrama, a pesar de las pequeñas diferencias comentadas, en vista de los resultados experimentales y calculados con el modelo puede concluirse una buena aproximación del comportamiento. Puede darse también por buena la transición teórica entre el estado sin fisurar y el fisurado, lo que puede apreciarse por la tendencia de la curva del modelo no lineal hacia la correspondiente rama recta del lineal. Evidentemente, esta transición no pudo darse de forma suave en la curva experimental, donde aparecen efectos dinámicos de choque en las proximidades de las galgas que generan registros fuera del estado de equilibrio teórico.

El estado fisurado (y sin plastificación del acero) de la sección presenta una mayor discrepancia entre los modelos y el experimento, no obstante a partir de cierto valor de momento flector -alrededor de 8 mkN- se aproximan mucho los comportamientos.

En la rama experimental correspondiente a la sección fisurada puede observarse un valor de curvatura que se aleja de los modelos para cargas relativamente bajas. Entre otras posibles causas se encuentra que en esta segunda fase de carga del ensayo sólo se tienen en cuenta los resultados de una de las galgas *GC* (*Plano 6.1*) situadas en la armadura de tracción por el fallo de una de ellas debido a la fisuración justo en la sección instrumentada. Por este hecho es posible pensar que la galga restante pudiera arrojar valores ligeramente diferentes del alargamiento real de la armadura.

Centrando la atención ahora en la parte superior de la gráfica (*Figura 11.10*), puede observarse que no se aprecia un cambio de tendencia en la curva experimental cuando se alcanzan los esfuerzos de plastificación en los modelos numéricos (un momento flector alrededor de 126 mkN). No obstante, no se tienen datos experimentales del comportamiento de la sección más allá de los 14,5 mkN de momento flector en la sección, correspondientes a la carga de 150 kN -aplicada sobre la estructura- que produjo el fallo estructural. No se incluye en la gráfica la caída de la carga debida a la rotura.

A partir del modelo no lineal puede establecerse una carga máxima o de rotura de 149,2 kN, que puede observarse a través del punto más alto del diagrama ($M_{m\acute{a}x}=14,4$ mkN). Este valor difiere sólo en un 2,7 % del momento de agotamiento ($M_u=14,8$ mkN) determinado en el *Apartado 11.3* con el modelo de rotura seccional, luego se evidencia la validez de los métodos, al menos, en el ámbito teórico.

Como ya se ha comentado, finalmente, la rotura no se produjo en la sección esperada por un incremento de resistencia de esta respecto al diseño, lo que indujo el fallo de otra región débil de la estructura. No obstante, aunque no se produzca la rotura de la sección con un flector de 14,5 mkN, teniendo en cuenta los esfuerzos de agotamiento calculados con los modelos -contrastados entre sí y con el experimento para valores menores de carga- es lógico pensar que la rotura de la sección quedó muy próxima. Este hecho se ratifica observando las deformaciones en la armadura principal de tracción del 3,04 ‰, que superan el 2,61 ‰ correspondiente al límite elástico; y visualmente al quedar la fisura de la sección con una abertura de 1 mm tras la descarga, lo que implica la plastificación del acero. Sin embargo, como puede apreciarse en la *Figura 11.10*, el hormigón no plastificó y no se desarrolló la rama plástica.

11.4.4.2. Profundidad de la fibra neutra

La otra variable relativa a las deformaciones que se va a comparar entre el experimento y el modelo numérico es la profundidad de la fibra neutra x . La obtención de dicho valor, teóricamente, se hallará a partir de los datos de deformaciones calculados conforme a *11.4.3* y experimentalmente, tanto con la instrumentación interna empleada (galgas extensiométricas) como a través de la fotogrametría. Los valores experimentales de profundidades de la fibra neutra fueron determinados en el *Capítulo 10*.

Siendo la fibra neutra la que tiene deformaciones (y tensiones) nulas en la sección, teniendo en cuenta la expresión del plano de deformaciones se puede escribir:

$$\varepsilon(e) = \varepsilon_0 + e \cdot c$$

$$\varepsilon(x) = \varepsilon_0 + (v1 - x) \cdot c = 0$$

Y despejando, se obtiene un valor de x en función de la deformación unitaria en el origen ε_0 y la curvatura c :

$$x = v_1 + \frac{\varepsilon_0}{c}$$

A partir del modelo lineal de cálculo se obtienen valores constantes de x en los diferentes tramos de comportamiento descritos en 11.4.4.1. Su valor es máximo para la sección sin fisurar: $x=93$ mm; baja a 41 mm con sección fisurada; y va disminuyendo una vez plastifica la armadura de tracción. El valor fijo de la profundidad calculada en los diferentes tramos se entiende por la relación constante entre los esfuerzos solicitantes.

En la *Tabla 11.1* se presenta la comparación de algunas profundidades de la fibra neutra, para un mismo valor de carga F y esfuerzos, determinadas experimentalmente mediante los dos métodos arriba mencionados (x_{galgas} y $x_{fotogrametría}$) y calculadas con el modelo (x_{modelo}), para diferentes estados de la sección.

Ensayo	F (kN)	Estado secc.	x_{galgas} (m)	$x_{fotogrametría}$ (m)	x_{modelo} (m)
1	30,07	Íntegra	0,052	-	0,093
	34,05	Fisurada	0,041	0,042	0,041
2	30,07	Fisurada	0,032	0,045	0,041
	40,71	Fisurada	0,034	0,047	0,041
	60,03	Fisurada	0,036	0,047	0,041
	100,27	Fisurada	0,036	0,042	0,041
	140,15	Fisurada	0,037	0,036	0,036

Tabla 11.1. Comparación entre la posición de la fibra neutra calculada numéricamente y de forma experimental: indirectamente a partir de las galgas en las armaduras y mediante fotogrametría.

A pesar de las diferencias observadas puede considerarse buena la aproximación por tratarse de una sección reducida, lo que conlleva una notable imprecisión a la hora de calcular experimentalmente la posición de la fibra neutra a partir de medidas de deformación en las galgas tomando la hipótesis de que la sección permanece plana. Las medidas basadas en la fotogrametría también plantean imprecisiones al tratarse de una determinación visual a partir de los resultados gráficos de deformaciones (*Figura 11.12*).

Mediante el procesado digital de imágenes resulta posible determinar la abertura de fisura y su profundidad desde el borde, pero resulta más complejo estimar el campo deformacional. En la *Figura 11.12* puede determinarse claramente la fisura que se produce en la sección y puede también estimarse la longitud que alcanza, del mismo modo puede observarse que el borde superior se encuentra comprimido. No obstante, estimar el punto de deformaciones nulas -correspondiente al 0 de la escala de colores- es una decisión cargada de subjetividad. Es por este motivo que no se ha determinado la profundidad de la fibra neutra mediante este método cuando la sección todavía no ha fisurado.

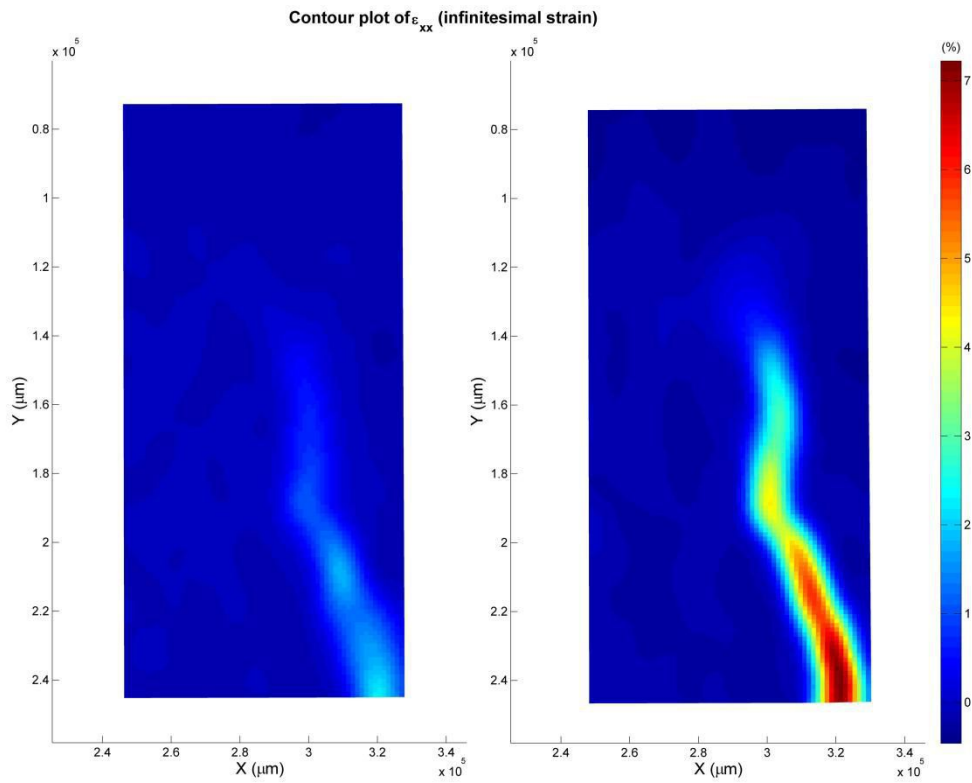


Figura 11.12. Campo de deformaciones unitarias según la dirección horizontal en la sección para unos valores de carga de 100,27 kN y 140,15 kN (en sección fisurada), obtenido mediante fotogrametría.

La región cuyo campo de deformaciones se representa en la *Figura 11.12* se recuadra en la *Figura 11.13*, donde se presenta toda la zona contenida en el campo visual de la cámara.

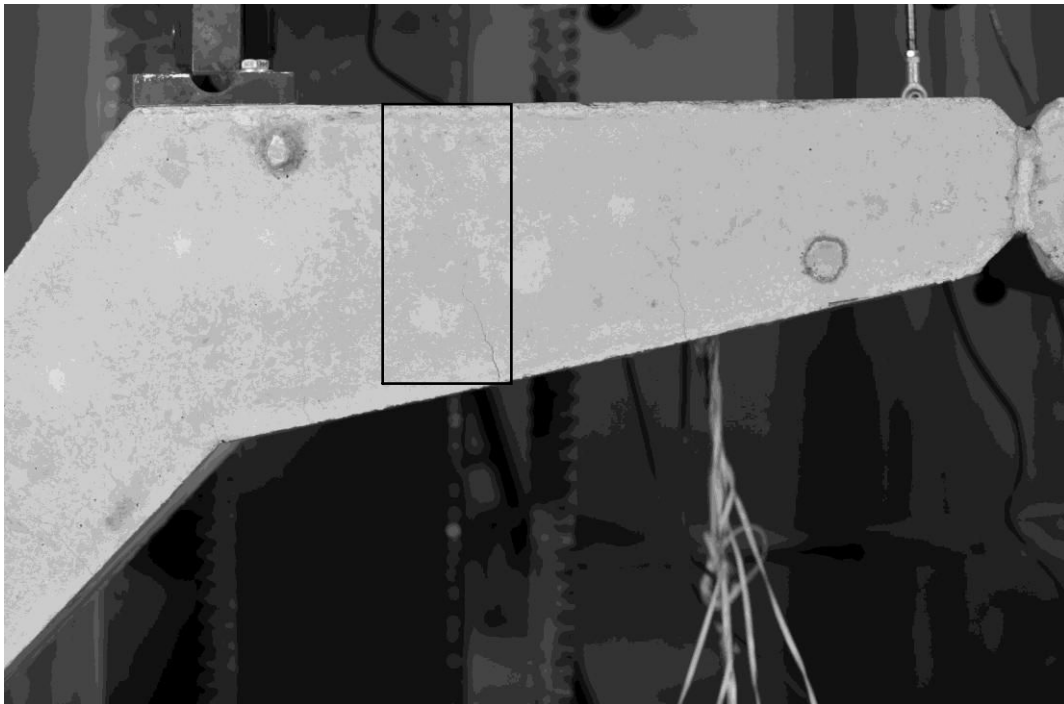


Figura 11.13. Imagen corregida con indicación de la región de la sección débil (G).

11.4.4.3. Consideraciones finales

Tras la comparación de las diferentes variables consideradas y habiendo obtenido resultados satisfactorios en las diferentes aproximaciones, tan sólo podría concluirse la validez del modelo de cálculo sujeto a las condiciones particulares que se han ido exponiendo y de forma limitada. Para poder considerar su empleo de forma generalizada, se deberían plantear múltiples ensayos, dentro de un programa experimental, con los que poder contrastar los resultados.

La desviación más importante observada entre los valores teóricos y experimentales se ha registrado en la fase de rotura, donde en vista a la observación del ensayo puede concluirse que el modelo subestima la carga de rotura. No obstante, no es posible obtener conclusiones por no haberse producido la rotura finalmente por la sección estudiada. Entre otros, un factor que puede haber influido en esta mayor resistencia de la sección es el confinamiento del hormigón proporcionado por la armadura transversal, y que no ha sido considerado.

Por otra parte, la resistencia a flexotracción del hormigón parece ligeramente inferior a la considerada finalmente en el modelo (3 MPa), lo que puede deducirse de la temprana fisuración de la sección. Sin embargo, no se ha ajustado el modelo por sólo disponerse de datos de un experimento y ser la resistencia a tracción un parámetro que presenta una gran variabilidad.

11.5. Obtención del diagrama momento-curvatura con un modelo no lineal

Se presenta en este apartado un método de cálculo a nivel seccional que considera la no linealidad del comportamiento de los materiales a través de las ecuaciones constitutivas proporcionadas por *Eurocódigo 2 [9]*, así como el resto de sus hipótesis básicas para los cálculos de flexión.

El diagrama obtenido con el método que se va a describir corresponde al que se empleó en el apartado anterior para compararlo con el modelo más sencillo que en él se describía. Al haberse expuesto con detalle el modelo anterior y estar éste basado en las mismas hipótesis (salvo la linealidad de comportamiento del hormigón) se llevará a cabo una exposición más sucinta.

11.5.1. Geometría y características de la sección

Las características geométricas de la sección y su armado se han presentado en el *Apartado 11.3.1*; son las mismas que las empleadas en los dos modelos anteriores.

11.5.2. Características del modelo

11.5.2.1. Hipótesis básicas

Las hipótesis de partida son las que se presentan a continuación:

- La sección plana permanece plana después de actuar la sollicitación.
- La adherencia entre el hormigón y el acero es perfecta, lo que implica iguales alargamientos de la armadura pasiva y el hormigón circundante, tanto en compresión como en tracción.

- Se desprecia el efecto derivado de la distorsión por cortante y el efecto de éste sobre la curvatura de la sección.
- Las tensiones en los materiales se extraen de las relaciones constitutivas no lineales simplificadas presentadas en 11.5.2.2.
- No se incluye el efecto del confinamiento provocado por los cercos.
- No se considera el efecto “tension stiffening” al considerar que se produce una fisura en la sección estudiada.

11.5.2.2. Ecuaciones constitutivas

Para el hormigón se considera una la relación no lineal entre la deformación ϵ_c y la tensión σ_c en cada punto a través de la expresión proporcionada por EC-2 [9] en el Art. 3.1.5 (esquematzada en la Figura 11.14):

$$\sigma_c = \begin{cases} f_c \cdot \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta} & 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu1} \\ 1,05 \cdot E_c \cdot \epsilon_c & \epsilon_{ct} \leq \epsilon_c \leq 0 \\ 0 & \epsilon_c < \epsilon_{ct} \end{cases}$$

$$k = 1,05 \cdot \frac{E_c \cdot \epsilon_c}{f_c}; \eta = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}}; \epsilon_{c1} = \frac{\text{mín}\{0,7 \cdot f_c^{0,31}; 2,8\}}{1000}; \epsilon_{cu1} = \frac{3,5}{1000}; E_c = 22000 \cdot \left(\frac{f_c}{10}\right)^{0,3}$$

Donde:

- ϵ_{c1} Deformación unitaria a tensión máxima del hormigón.
- ϵ_{cu1} Deformación unitaria última del hormigón en compresión.
- ϵ_{ct} Deformación unitaria última del hormigón en tracción.
- f_{ct} Resistencia a tracción del hormigón.

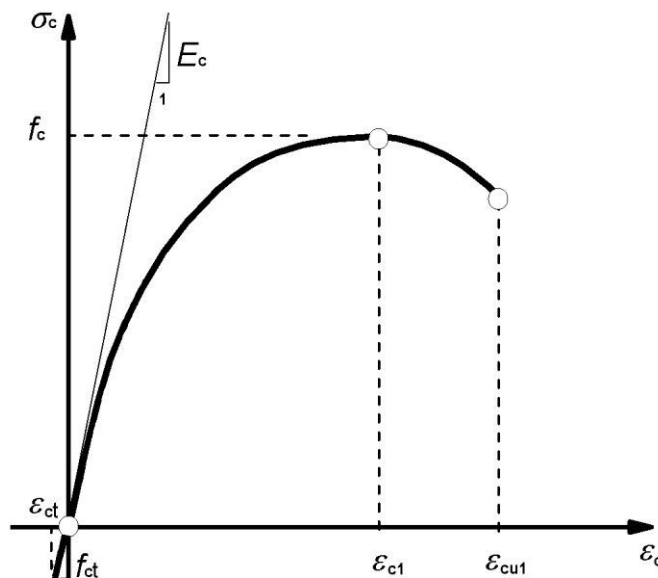


Figura 11.14. Representación esquemática de la relación tensión-deformación en el hormigón.

Para el acero se emplea el diagrama bilineal idealizado (Figura 11.15) ya expuesto en el Apartado 11.3.2.2.

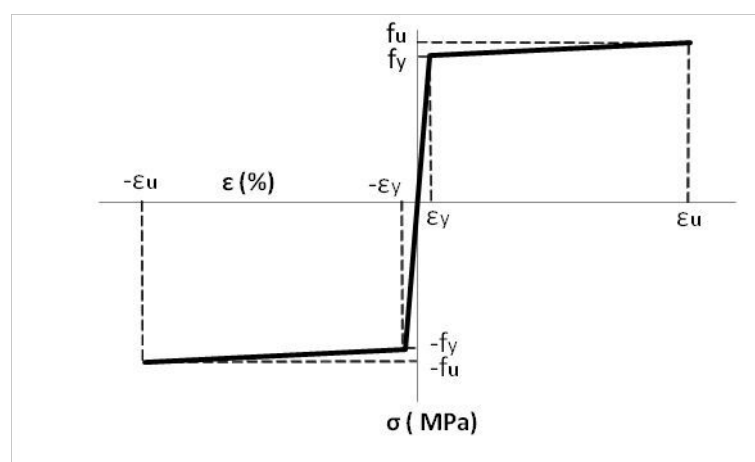


Figura 11.15. Diagrama tensión-deformación empleado para el acero.

11.5.2.3. Ecuación de compatibilidad

Para todo punto situado en una posición e respecto al centro de de la sección se cumple:

$$\varepsilon(e) = \varepsilon_0 + e \cdot c$$

Y conociendo dicha deformación se puede deducir la tensión en el material correspondiente -hormigón o acero- a partir de las relaciones constitutivas presentadas anteriormente. Puede verse una representación del plano de deformaciones en la Figura 11.7.

11.5.2.4. Ecuaciones de equilibrio

Se van a deducir en este apartado las ecuaciones generales de equilibrio que se emplean en el cálculo. Las formulaciones particulares empleadas y el procedimiento de cálculo se presentan en el Apartado 11.5.3.

Los esfuerzos que solicitan la sección (N y M) deben ser equilibrados internamente por los materiales constituyentes de la sección con su tensión, derivada de una deformación instantánea adquirida.

$$N_{int} = \int_{A_c} \sigma_c \cdot b \cdot de + \sum_{i=1}^{n_s} \sigma_{si} \cdot A_{si} \cdot \cos \alpha_i$$

$$M_{int} = \int_{A_c} \sigma_c \cdot b \cdot e \cdot de + \sum_{i=1}^{n_s} \sigma_{si} \cdot A_{si} \cdot e_i \cdot \cos \alpha_i$$

Donde:

A_c Área de hormigón de la sección transversal.

A_{si} Área de la armadura i .

σ_{si} Tensión en la armadura i .

e_i Posición de la armadura i respecto al centro de gravedad de la sección.

11.5.3. Proceso de cálculo

Como se conoce la relación constante ($K=4,395$) entre los esfuerzos que solicitan la sección (N/M), puede plantearse la siguiente ecuación:

$$K = \frac{N_{int}}{M_{int}} = f(\varepsilon_0; c)$$

Donde:

N_{int} Axil calculado internamente a partir de las tensiones en la sección transversal.

M_{int} Momento flector calculado internamente a partir de las tensiones en la sección transversal.

Los valores anteriores de axil y momento flector internos dependen del plano de deformaciones de la sección (deformación en el origen ε_0 y curvatura c). Luego dando valores a la curvatura c_i , mediante la ecuación anterior es posible hallar valores asociados de deformación en el origen ε_{0i} .

La ecuación anterior se resuelve empleando el conocido método numérico de *Regula falsi*, que combina los métodos de bisección y de la tangente. La resultante de tensiones en el hormigón se halla para cada iteración mediante una integración numérica sencilla que divide la sección en bandas horizontales de ancho finito.

Con el valor de ε_{0i} determinado y la curvatura c_i prefijada puede calcularse el momento flector conociendo el plano de deformaciones de la sección con la siguiente expresión:

$$M_i(\varepsilon_{0i}; c_i) = \int_{v_1-h}^{v_1} \sigma_c \cdot b \cdot e \cdot de + A_{s1} \cdot \sigma_{s1} \cdot \cos \alpha_1 \cdot e_1 + A_{s2} \cdot \sigma_{s2} \cdot e_2 + A_{s3} \cdot \sigma_{s3} \cdot \cos \alpha_3 \cdot e_3$$

Y repitiendo el proceso para todos los puntos deseados se obtiene el diagrama momento curvatura de la sección.

11.5.4. Diagrama momento-curvatura

El resultado gráfico del cálculo se presenta en la *Figura 11.16*. En el *Apartado 11.4.4.1 (Figura 11.10)*, se compara con los diagramas obtenidos con el modelo "mixto" que en dicho apartado se plantea y con el experimental.

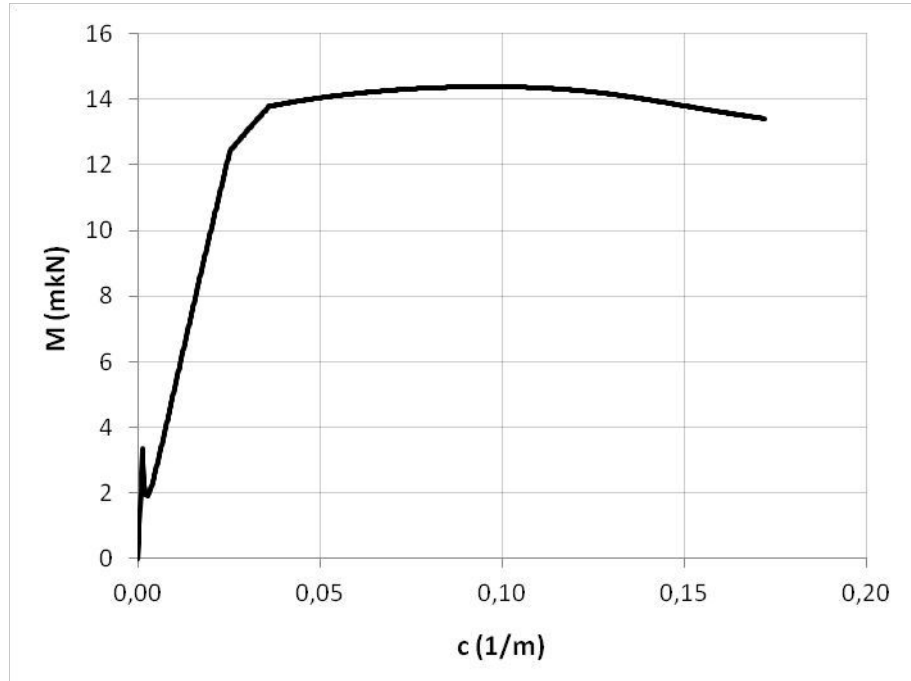


Figura 11.16. Diagrama momento-curvatura calculado con el modelo.

Aunque ya se ha expuesto brevemente en este capítulo, debe tenerse en cuenta que el empleo de un modelo de cálculo no lineal es la única alternativa para poder hallar pares momento-curvatura correspondientes a la rama plástica de la sección. Además, hallando el punto más alto del diagrama puede determinarse el momento de agotamiento de la sección (y su correspondiente axil concomitante).

11.6. Análisis teórico de la zona de rotura

Ya se ha comentado en varias ocasiones que el fallo de la estructura se produjo por una rotura localizada en la zona de la articulación central del arco. Puede leerse la descripción detallada del proceso que originó el colapso en el *Apartado 10.1.1* del trabajo. Aquí se va a tratar de dar una explicación teórica de los fenómenos subyacentes tras el modo de fallo acaecido.

El diseño de la región se llevó a cabo con el método de bielas y tirantes, y teniendo en cuenta las recomendaciones expuestas tanto en la normativa de diseño contemplada: *Eurocódigo 2 [9]* y *EHE-08*; como en el libro *Jiménez Montoya [13]*. Para el estudio teórico que se va a llevar a cabo en este apartado se va a emplear también dicho método, basado en el teorema del Límite inferior de la plasticidad, sabiendo que está orientado al diseño, pero por ser una de las pocas alternativas viables para el estudio del fenómeno. Se planteará un modelo particularizado para la zona de rotura, diferente al que se consideró en el diseño (*Apartado 4.7.4*).

11.6.1. Geometría y características de la región

Como resulta lógico observando su geometría, la zona que se va a estudiar es una región de discontinuidad: estática, por existir una fuerza puntual aplicada -ejercida a través de las barras pasantes-; y geométrica.

La geometría de la región y su armado se describen en los planos. Se incluye resumen de las características de la rótula en la *Figura 11.17*. Se trata de una articulación de hormigón armado de tipo Mesnager, ya descrita a nivel conceptual en el *Apartado 3.3*.

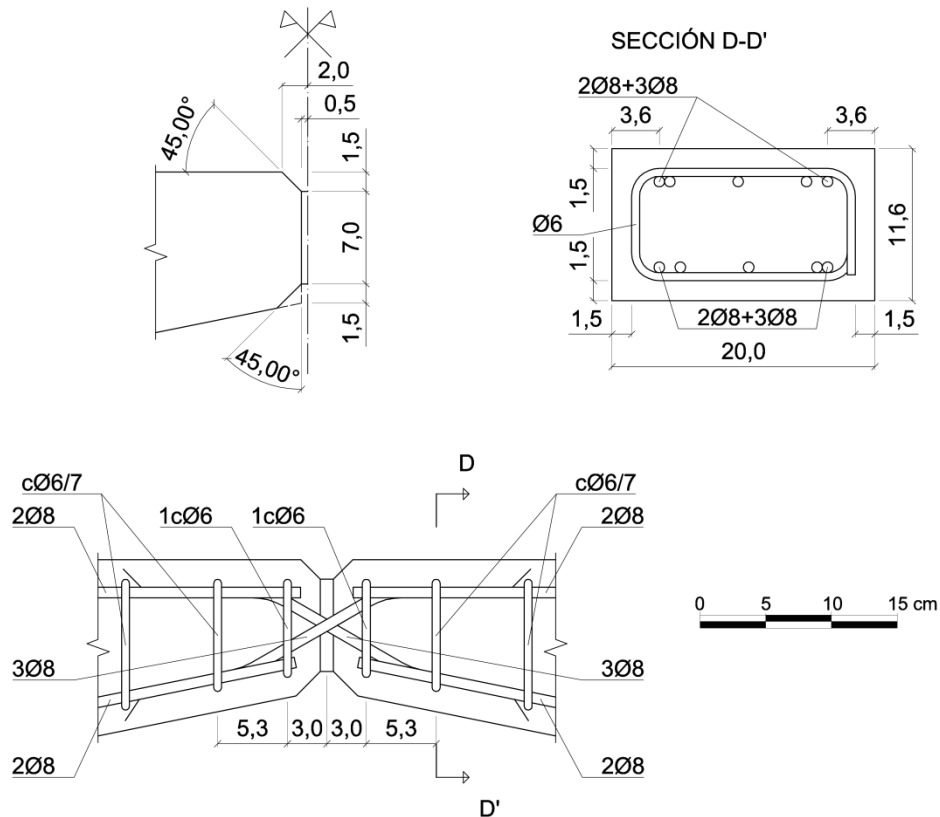


Figura 11.17. Geometría y armado de la articulación central del arco.

Se recuerda que el funcionamiento de este tipo de articulaciones está basado en la transmisión de la totalidad de los esfuerzos a través de armaduras pasantes. En ubicaciones donde además de esfuerzos normales a la sección debe transmitirse cortante es necesaria una disposición en cruz que permita absorber, por mecanismo de axiles en las barras, el conjunto de los esfuerzos.

11.6.2. Modelos de bielas y tirantes

Para estudiar la rotura de la estructura, producida por el fallo localizado en esta región se va a plantear un modelo de bielas y tirantes detallado de la zona, considerando sus características reales -indicadas en la *Figura 11.17*-.

Al tener definido el armado realmente dispuesto en el elemento resulta sencillo plantear un modelo en el que las bielas y tirantes aproximen la posición de las compresiones y tracciones en el elemento. Aunque pueda resultar extraño, en el caso concreto que se estudia, se van a invertir las

funciones habituales de los materiales: las armaduras pasantes actuarán como bielas y el hormigón entre cercos a modo de tirante distribuido.

Las tres barras pasantes, que presentan una inclinación de 30° con la horizontal se doblan para tomar la alineación de la armadura longitudinal del elemento. Bajo el estado de carga reproducido en el ensayo, por la relación constante que existe entre cortante y axil -próxima a $\text{tg}(30^\circ)$ -, prácticamente sólo trabajan las tres armaduras con dirección descendente de izquierda a derecha. Por este motivo pueden obviarse las barras que cruzan en la otra dirección.

Además, como el fallo se produce muy cerca de la zona de entrada en el hormigón de las armaduras puede suponerse que el hormigón aún no ha absorbido parte de los esfuerzos, por lo que podría considerarse un modelo en el que sólo participase la armadura y la parte superior del hormigón. No obstante, viendo la rotura de la región (*Figura 11.18.d*), debería considerarse la biela formada por la armadura y el hormigón envolvente.

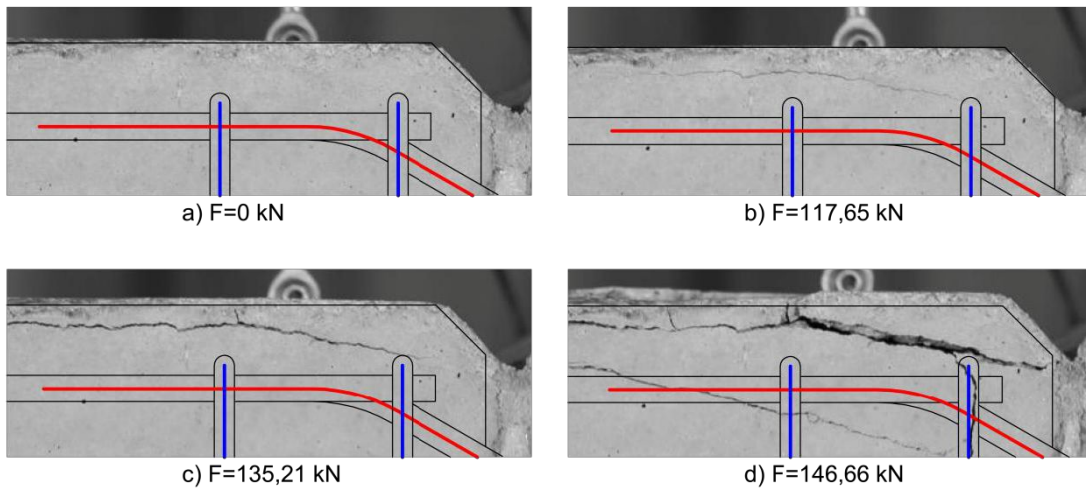


Figura 11.18. Fotografías del proceso de rotura de la región sobre las que se monta el armado dispuesto.

Observando la serie de imágenes mostradas en la *Figura 11.18*, resulta razonable plantear un modelo de bielas y tirantes que considere el empuje de la armadura sobre el recubrimiento para explicar la rotura del hormigón a tracción al coincidir el punto de corte de las dos partes de la armadura doblada entre los estribos, que resultan ineficientes para absorber la fuerza de desviación.

El final de las armaduras pasantes coincide con el extremo de las líneas rojas de la *Figura 11.18*. En todas las imágenes se representa la geometría inicial de la armadura.

Para desviar la compresión que llega por las barras pasantes hacia su anclaje en horizontal es necesaria una fuerza descendente que, como se ha comentado, debe proporcionar el hormigón. A partir de la inclinación de la fisura entre estribos, puede considerarse que dicha fuerza -resultante de las compresiones del recubrimiento entre estribos sobre las armaduras pasantes- tiene por dirección la bisectriz del ángulo que forman las barras. Este modelo (*Figura 11.19*) ha despreciado el efecto del estribo más cercano al borde de la rótula. Esto resulta lo más razonable teniendo en cuenta la posición del radio de doblado de las armaduras. Las líneas azules representan simplemente los cercos, y no tirantes del modelo.

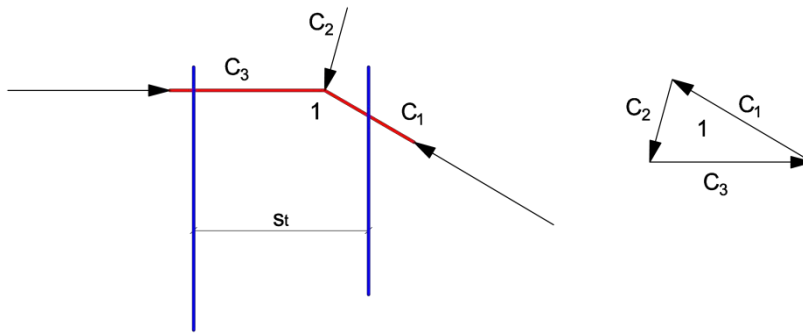


Figura 11.19. Cálculo gráfico del empuje sobre el recubrimiento (MBT 1).

A partir del modelo sencillo que se ha representado en la *Figura 11.19*, puede estimarse la tracción en el hormigón entre estribos para la carga que produce la fisuración. A partir de la fotogrametría se pudo establecer la carga aplicada sobre la estructura que produce la fisuración en 110,2 kN. Esa fuerza provoca una compresión C_1 de 54,2 kN (igual a C_3) y una fuerza sobre el hormigón de 28,5 kN. Dividiendo esta fuerza entre el ancho del elemento $b=20$ cm y la separación entre estribos $s_t=5,3$ cm, se obtiene una tracción de 2,7 MPa.

Debe aclararse que la compresión C_2 representa la fuerza que la armadura pasante ejerce sobre el recubrimiento o, lo que es lo mismo, la fuerza que ejerce el hormigón sobre la armadura. Al mismo tiempo, esta fuerza debe ser equilibrada por una tracción distribuida en la masa de hormigón, que es la que acaba produciendo su fisuración.

En el *Apartado 11.4* mediante el cálculo seccional expuesto se estimó una resistencia a flexotracción del hormigón algo inferior a los 3 MPa, lo que sería equivalente -según el *Art. 3.18* del *Eurocódigo 2 [9]*- a una resistencia media a tracción de 2 MPa. El hecho de que no se produzca antes la fisura inicial (*Figura 11.18.b*) puede explicarse por la actuación del estribo más próximo al borde de la rótula. Según se considere más arriba o menos el punto 1 del modelo de la *Figura 11.20*, se estimará una tensión menor o mayor en el hormigón. No obstante, conocer la tensión real en el hormigón es una empresa considerable. La forma más adecuada de proceder en la práctica consistiría en emplear un modelo de elementos finitos simplificado a dos dimensiones y comportamiento elástico y lineal del hormigón.

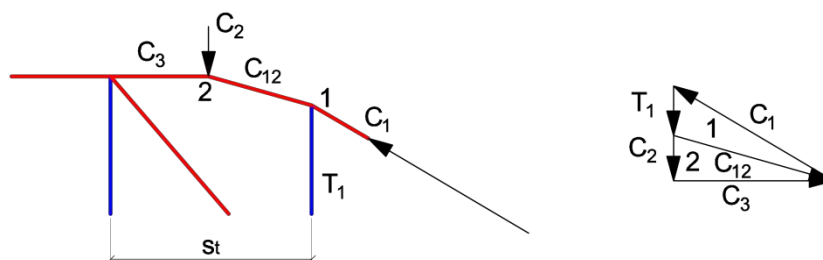


Figura 11.20. Cálculo gráfico del empuje sobre el recubrimiento (MBT 2).

La biela diagonal entre los dos tirantes no es necesaria para el cálculo pero debe plantearse en el modelo 2 para poder equilibrar (en un nudo inferior) la tracción T_1 del tirante derecho.

Con los modelos sencillos anteriores se ha tratado de dar explicación a la fisuración y pérdida aparejada de parte del recubrimiento en la zona. Sin embargo, la estructura siguió resistiendo el proceso de carga hasta alcanzar los 150,4 kN que produjeron la ruina de la estructura. Las armaduras

pasantes siguieron transmitiendo los esfuerzos puntuales a través de la rótula al conservar su adherencia al bloque superior de hormigón, que siguió anclado mediante los dos estribos próximos al borde. La rotura se produjo finalmente al excederse la resistencia a corte de un plano aproximadamente paralelo a las barras inclinadas.

Otra forma de entender la pérdida del recubrimiento es planteando la posible inestabilidad de las barras pasantes, no obstante al presentar un importante ángulo de doblado el fenómeno es más próximo a un empuje al vacío puro que a un caso de pandeo. Sin embargo, empleando el modelo presentado por Pereiro et al. [23] para la determinación de la carga crítica de pandeo en las armaduras pasivas en compresión puede calcularse una cota inferior de la tensión que produciría el fenómeno. Sin considerar el efecto del recubrimiento y considerando una separación de 5,3 cm entre estribos, se determina de este modo que la tensión crítica de pandeo es de 242 MPa, siendo la longitud crítica asociada de 4,8 cm. Esto se traduce en una compresión total en la armadura de 36,5 kN, claramente inferior a los 52,4 kN en las armaduras pasantes que provocan la fisuración.

11.6.3. Estimación de la carga de agotamiento

En este apartado se va a tratar de estimar la carga que produce el agotamiento de la región estudiada, y en consecuencia de la estructura, aceptando que el fallo se produce por corte según un plano que independiza las armaduras pasantes en su totalidad, como así lo indican los diferentes registros gráficos del ensayo. Se va a emplear una formulación simplificada basada en la considerada en el Art. 6.2.2 del Eurocódigo 2 [9], entendiendo que no está planteada (y contrastada) para el cálculo que se realiza.

El plano de debilidad pasa por los puntos de entrada de las armaduras pasantes en el hormigón y por los extremos de las mismas al final de sus anclajes (Figura 11.21). A efectos de resistir el esfuerzo de corte en dicho plano se considera el hormigón en toda la longitud del corte con el efecto pasador de las armaduras que lo atraviesan y la adherencia con la armadura longitudinal del elemento en una longitud igual a la existente dentro del bloque que se moviliza.

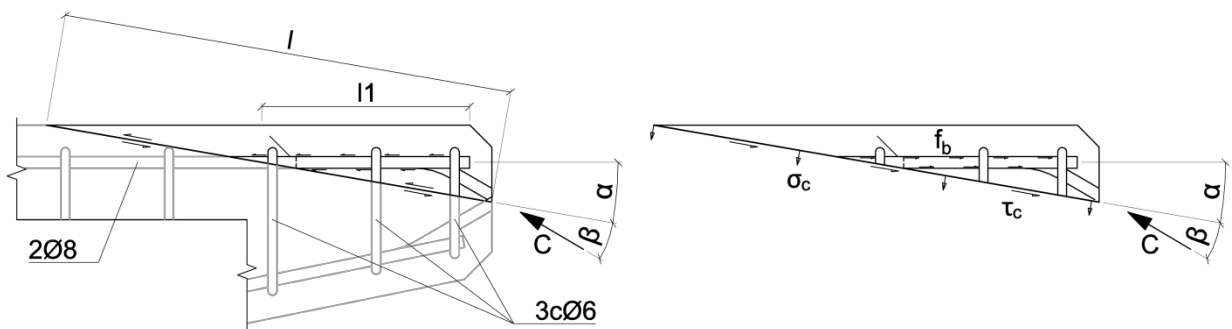


Figura 11.21. Esquema de la rotura considerada y diagrama de sólido libre del bloque que se moviliza.

La resistencia última a corte por el plano considerado se va a calcular con la siguiente expresión:

$$V_u^* = \left(C_{R,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_c)^{\frac{1}{3}} + k_1 \cdot \sigma_c \right) \cdot b \cdot l + f_b \cdot P_{l_1} \cdot l_1 \cdot \cos \alpha$$

Donde:

$$C_{R,c} \quad 0,18.$$

$$k \quad 1 + \sqrt{\frac{200}{l}} \leq 2$$

$$\rho_l \quad \frac{A_{sl}}{b \cdot l}$$

A_{sl} Suma de las secciones transversales de las armaduras que cruzan el plano de corte.

b Ancho del elemento.

l Longitud del plano de corte.

f_c Resistencia a compresión del hormigón.

$$k_1 \quad 0,15.$$

σ_c Tensión normal media sobre el plano de corte. Compresión considerada como positiva. (El cálculo se detalla a continuación)

f_b Tensión última de adherencia.

$$f_c = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_1 \cdot f_c$$

η_1 Coeficiente relacionado con la calidad de la condición de adherencia.

Se consideran condiciones malas por el estado existente cuando se produce el fallo.

$$\eta_1=0,7.$$

η_2 Coeficiente relacionado con el diámetro de la barra. Para $\varnothing 8$, $\eta_2=1$.

P_{l1} Perímetro de la sección transversal de la armadura longitudinal superior.

l_1 Longitud de la armadura longitudinal dentro del bloque de rotura.

α Ángulo que forma el plano de corte con la armadura longitudinal.

El primer sumando de la expresión contempla la resistencia a corte del propio hormigón teniendo en cuenta las armaduras que atraviesan el plano de corte. Se considera a tales efectos: las seis ramas de los tres cercos $\varnothing 6$ y los dos $\varnothing 8$ longitudinales. Al pasar el plano considerado por el extremo de las barras pasantes éstas no se computan entre la armadura que lo atraviesa. La expresión de dentro del paréntesis podría entenderse como una tensión tangencial media resistente τ_c en el plano de corte.

El término de tensión normal resulta ser de tracción. En él se incluyen las componentes de todas las fuerzas actuantes sobre el bloque que desliza en la dirección normal al plano de corte. Deben contabilizarse: la componente normal al plano de la fuerza de adherencia y la componente de la compresión en las armaduras pasantes, que serán máximas en el momento en el que se supere la resistencia del plano de rotura. Estas componentes restan resistencia al ser tensiones normales de tracción.

Adicionalmente, se considera el aporte de resistencia que genera la presencia de armadura longitudinal por adherencia. Este fenómeno se incluye en el último sumando de la expresión anterior. Por la alineación casi paralela de la armadura longitudinal y el plano de corte se entiende

que no se producirá el deslizamiento hasta que no se supere la tensión última de adherencia f_b entre las barras y el hormigón.

Teniendo en cuenta que la rotura se produce cuando la componente tangente de la fuerza C iguala la resistencia a corte V_u^* del plano considerado, y $C = V_u^*/\sin(\beta)$, puede escribirse la anterior expresión como:

$$V_u^* = C_{R,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_c)^{\frac{1}{3}} \cdot b \cdot l - k_1 \cdot (f_b \cdot P_{l_1} \cdot l_1 \cdot \sin \alpha + V_u^* \cdot \operatorname{tg} \beta) + f_b \cdot P_{l_1} \cdot l_1 \cdot \cos \alpha$$

Y dejando de forma explícita V_u^* , puede escribirse la resistencia a corte de la región según el plano considerado:

$$V_u^* = \frac{C_{R,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_c)^{\frac{1}{3}} \cdot b \cdot l + f_b \cdot P_{l_1} \cdot l_1 \cdot (\cos \alpha - k_1 \cdot \sin \alpha)}{1 + k_1 \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

Operando se obtiene un valor de V_u^* de 70,5 kN. Este valor se alcanzaría con una fuerza en las barras pasantes de 75,3 kN que, a su vez, sería producida por una carga sobre la estructura de 153 kN.

11.6.4. Consideraciones finales

Con el estudio que se ha llevado a cabo sobre la región de la rótula se ha pretendido dar explicación a los fenómenos que condujeron al fallo de la estructura en una ubicación diferente a la que resultaba lógica esperar en la fase de diseño.

Tanto la carga de agotamiento como la de fisuración estimadas en este apartado resultan próximas a las obtenidas experimentalmente. En el caso de la primera, se ha cometido un error inferior al dos por ciento, que muestra que la aproximación es adecuada. Concretamente, con el planteamiento teórico presentado en el apartado, se ha estimado una carga de agotamiento de 153 kN, y realmente la carga máxima registrada durante el ensayo fue de 150,3 kN.

No obstante, como la comprobación estructural más detallada no se ha realizado hasta después del experimento -conociendo las características reales de los materiales y la geometría exacta construida-, no pudieron ser estimadas las particularidades de la rotura con anticipación. Por un exceso de resistencia en la sección considerada como la más propensa al fallo -en la que la rotura hubiese sido dúctil-, se acabó produciendo una rotura frágil en una región de discontinuidad con una carga un 50 % mayor que la diseño.

Para concluir el apartado se va a recordar que el método de las bielas y tirantes es un método que funciona adecuadamente para el diseño, por estar basado en el Teorema del límite inferior de la plasticidad, por el cual, la carga última resistida por una región siempre será mayor o igual que la que se consigue equilibrar con un modelo planteado. No obstante, realizar una comprobación resulta menos práctico por tener que aproximar mucho el modelo a la realidad para obtener unos valores de fuerza razonables.

11.7. Cálculos relativos al control de la fisuración

En este apartado se van comparar resultados experimentales de la fisuración del elemento con valores calculados con los métodos simplificados de cálculo propuestos por el *Eurocódigo 2* [9], para una carga correspondiente al servicio de la estructura.

De entre todos los estados límite de servicio recogidos en las normas se ha optado por el de fisuración por ser el que plantea menos imprecisiones a la hora de determinar los valores experimentales. En particular se compararán los valores experimentales medios de abertura de fisura y las separaciones entre ellas con sus homónimos determinados mediante el cálculo. Mediante la formulación del Art. 7.3.4 del *EC-2* [9] puede obtenerse la abertura de fisura en función de la separación máxima entre fisuras, por lo que conviene tener en cuenta que aproximadamente la separación media es un 70 % menor que la máxima: $s_{r,m\acute{a}x} \approx 1,7 \cdot s_{r,med}$ (*EHE-08* [19]).

El procedimiento establecido por la norma [9] está basado en un cálculo seccional en servicio para determinar la tracción en el acero, por lo que se empleará el modelo “semilineal” presentado en el *Apartado 11.4*. En el desarrollo que se presentará a continuación no se incluye el método de cálculo de dichas tensiones en la armadura y se centra en la formulación específica para determinar la abertura y separación entre fisuras.

Después de haber observado el comportamiento real de la estructura, tanto de forma experimental como numéricamente con los diferentes modelos planteados en los apartados anteriores puede establecerse como carga de servicio real 100 kN. Este valor, que corresponde aproximadamente al 65 % de la carga de rotura, fue el considerado como valor de diseño inicialmente. Sin embargo, debido al incremento de resistencia de los materiales se toma ahora dicho valor para comprobar el estado límite de fisuración.

Todas las comprobaciones del presente apartado corresponden a la zona del dintel que queda entre el nudo izquierdo (donde se aplica la carga) y la rótula central. Se ha decidido esta zona por ser la más instrumentada y por ello de la que se tienen registros más contrastados.

11.7.1. Cálculo de la separación media entre fisuras

Al ser la distancia entre barras de la armadura longitudinal superior a $5 \cdot (c_l + \phi/2)$ (c_l es el recubrimiento de la armadura longitudinal) debe tomarse la separación máxima entre fisuras como:

$$s_{r,m\acute{a}x} = 1,3 \cdot (h - x)$$

Donde:

$s_{r,m\acute{a}x}$ Separación máxima entre fisuras.

Para la sección considerada, cuyo canto h es de 166 mm y la profundidad de la fibra neutra x de 40,7 mm -calculada con los esfuerzos correspondientes a una carga de 100 kN ($N=42,4$ kN y $M=9,6$ m kN)- se obtiene una separación máxima entre fisuras de 154 mm. Y puede estimarse una separación media $s_{r,med}$ de 91 mm. Estos valores se comparan con los determinados experimentalmente en el *Apartado 11.7.3*.

11.7.2. Cálculo de la abertura media de las fisuras

Con la separación entre fisuras calculada puede determinarse la abertura media de la fisura w_{med} para la sección considerada a partir de la expresión propuesta por EC-2 [9]. Debe notarse que se emplea la separación media en lugar de la máxima, pues se quiere obtener una aproximación a la abertura real.

$$w_{med} = s_{r,med} \cdot |\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}|$$

Donde:

ε_{sm} Deformación unitaria media en la armadura de tracción.

ε_{cm} Deformación unitaria media del hormigón entre fisuras.

Puede calcularse $|\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}|$ a partir de la ecuación:

$$|\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}| = \frac{|\sigma_s| - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff}} \cdot (1 + n_s \cdot \rho_{eff})}{E_s} \geq 0,6 \cdot \frac{|\sigma_s|}{E_s}$$

Donde:

σ_s Tensión en la armadura *de tracción considerando la sección fisurada*.

k_t Coeficiente que depende de la duración de la carga. Se toma igual a 0,4 para cargas a corto plazo.

$f_{ct,eff}$ Valor medio de la resistencia a tracción del hormigón en el momento en que aparece la fisura. Se toma igual a f_{ctm} al realizarse el cálculo para 28 días.

ρ_{eff} Cuantía geométrica de armadura en el área eficaz de hormigón.

$A_{c,eff}$ Área eficaz de hormigón en tracción que rodea la armadura pasiva. Se calcula a partir del canto $h_{c,eff}$.

$$h_{c,eff} = \min \left\{ 2,5 \cdot (h - d); \frac{h - x}{3}; \frac{h}{2} \right\}$$

A partir de la separación media entre fisuras calculada en el apartado anterior, puede calcularse un valor de abertura media de 0,13 mm. El valor característico (o máximo) de abertura que se obtiene con el EC-2 [9] es de 0,22 mm.

11.7.3. Comparación de resultados teóricos y experimentales

La abertura real de las fisuras en la zona y su separación media se presenta en el *Capítulo 10*. Los valores experimentales obtenidos por medios fotogramétricos a partir de tres fisuras originadas en la zona, bajo la acción de una carga de 100 kN sobre la estructura, son: $s_{med,exp}=120$ mm y $w_{exp}=0,28$ mm. Debe tenerse en cuenta que la separación media corresponde a un tramo de estructura y la abertura a la sección en la que se realiza el cálculo seccional.

Puede apreciarse que la separación media registrada experimentalmente representa el 75 % de la calculada con la formulación del *Eurocódigo 2* [9]. Respecto a la abertura de fisura, el método

de cálculo empleado subestima considerablemente (hasta en un 54 %) el valor experimental. Si en lugar de emplear la separación media teórica se emplea la experimental para el cálculo de la abertura de fisura, se obtiene un valor de 0.17 mm. Este hecho pone de manifiesto que el mayor error se produce en el término $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$.

Por último, resulta necesario hacer notar que tanto los valores estimados de abertura como el real son inferiores a 0,3 mm, que es límite establecido por el EC-2 [9] para un elemento de hormigón armado sometido a una clase de exposición XC3 (establecida en 4.5).

11.8. Conclusiones

A lo largo del capítulo se han presentado diferentes modelos teóricos de cálculo que han servido para interpretar de forma más aproximada los resultados obtenidos del ensayo del elemento. Además, mediante el planteamiento y ajuste de los modelos ha sido posible un acercamiento al comportamiento real de la estructura estudiada y una profundización en el conocimiento, teórico y práctico, de la ingeniería estructural.

Como bien indica el título del presente trabajo se ha diseñado, construido y ensayado un arco triarticulado de hormigón armado. El análisis del mismo se ha ubicado temporalmente en dos momentos claramente diferenciados: inicialmente, en la fase de diseño y planteamiento de alternativas; y en el análisis tras el ensayo. En este último análisis es donde se enmarcan los capítulos finales del trabajo, que pretenden estudiar de forma experimental (*Capítulo 10*) y teórica (*Capítulo 11*) el comportamiento real de la estructura.

Resulta imposible llevar a cabo el análisis experimental al margen de las comprobaciones numéricas, e igual al contrario, si se quiere realizar una correcta y fundamentada interpretación de lo sucedido, como puede haberse observado tras la lectura de estos capítulos, donde las referencias entre ellos son constantes. No obstante cada una de estas partes ha sido realizada por un autor diferente, no sin el continuo diálogo, tan necesario para alcanzar los objetivos.

En general, al haberse realizado y ensayado un único elemento no se han comparado los resultados numéricos y experimentales con el fin de calibrar los modelos, sino para tratar de dar una explicación a los diferentes fenómenos observados durante el ensayo y comprender mejor el comportamiento de la estructura. Únicamente en el modelo de comportamiento seccional (*Apartado 11.4*) se ha ajustado ligeramente la resistencia a tracción del hormigón para tratar de reproducir una fisuración con cargas relativamente bajas.

Todos los métodos de cálculo empleados están recogidos y son aceptados por la normativa de diseño estructural empleada: *Eurocódigo 2* [9]. No obstante, en todos ellos se han planteado modificaciones o especificaciones para ajustar lo descrito por la norma al caso particular de un modelo reducido como el considerado en el trabajo. Solamente en el último modelo (*11.6.3*) se han considerado notables variaciones respecto a lo propuesto por la norma [9] para poder adaptar el cálculo al caso concreto que se estudia.

Por ser la configuración isostática, no ha resultado necesario plantear modelos estructurales para el cálculo global al margen del ya empleado en el diseño (*Apartado 4.6*). En cuanto al estudio de

las regiones se han empleado tanto métodos de cálculo seccionales basados en las hipótesis de Bernoulli-Navier (lineales y no lineales) como modelos de bielas y tirantes.

Se ha estudiado con detalle la sección en la que se esperaba la rotura mediante dos tipos de análisis: un primer modelo de rotura sencillo basado en el cálculo de flexión en el que se ha incluido el efecto del cortante; y un cálculo de comportamiento seccional con el que se han obtenido las deformadas de la sección -especialmente curvatura- para los diferentes niveles de carga.

En este segundo tipo de estudio se ha empleado tanto un modelo lineal como otro no lineal, presentando comportamientos prácticamente idénticos entre sí para cargas incluso próximas a la de agotamiento. La proximidad entre los resultados de ambos y los experimentales ha sido notable. Únicamente no se ha podido reflejar a través del cálculo la carga de rotura, que finalmente no se alcanzó en dicha sección. Respecto al cálculo de esfuerzos de agotamiento, los resultados han diferido tan sólo en un 2,7 % entre el modelo de rotura y el no lineal de comportamiento, habiendo calculado unos momentos flectores respectivamente de: $M_u=14,8$ mkN y $M_{m\acute{a}x}=14,4$ mkN. El momento flector máximo alcanzado en la sección fue de 14,5 mkN.

Los modelos basados en el método de bielas y tirantes han proporcionado unos valores más alejados de la realidad pues, como ya se expuso en múltiples ocasiones, éste es un método orientado al diseño, y no a la comprobación estructural. De forma orientativa, mediante el empleo de este método de cálculo, aún con diseños de estructuras de barras próximas al campo elástico y lineal, se pueden obtener resultados un 50 % diferentes a los reales. Por ello, como se exponía en el *Apartado 11.6.2*, es recomendable para determinar fuerzas internas y tensiones de servicio un cálculo con un modelo de elementos finitos.

Con el modelo de fallo por cortante empleado para explicar la rotura de la estructura se ha obtenido una carga de agotamiento teórica un 1,8 % superior a la experimental. Al darse esta proximidad entre valores se ha dado por buena la explicación del fallo, que no había resultado satisfactoria hasta el momento.

Finalmente, se ha comparado la abertura de fisura calculada con el método del *Eurocódigo 2 [9]* con la hallada experimentalmente en la sección en la que se centran la mayoría de los modelos del capítulo, resultando en una subestimación del 54 % del valor medido. Del mismo modo, la separación media entre fisuras en la zona se ha infravalorado en un 25 %.

Puede concluirse, después de haber hecho un repaso a los diferentes modelos de teóricos y los resultados con ellos obtenidos, que se ha cumplido la finalidad del capítulo al haberse podido explicar el comportamiento real de la estructura a través del cálculo incluso para aquellos fenómenos que resultaban difíciles de comprender en un principio.

Capítulo 12

CONCLUSIÓN

Lisbel Rueda García
Álvaro Ciurana Tatay

En el último capítulo de la memoria de este trabajo final de grado se presentan las conclusiones fundamentales que pueden extraerse del desarrollo del mismo.

De la realización del presente trabajo final de grado se derivan una serie de conclusiones relativas a nuevas habilidades o conocimientos adquiridos con el desarrollo del mismo y una serie de conclusiones de carácter específico extraídas de los resultados obtenidos de la fase de análisis del ensayo.

En primer lugar, el diseño del elemento ha permitido la puesta en práctica de diversos conocimientos aprendidos durante la titulación. De esta fase destacan:

- La práctica adquirida en el diseño de regiones de discontinuidad, al tratarse de un elemento que cuenta con un gran número de ellas.

- El entendimiento del funcionamiento de la desconexión en la clave del arco.

También se extraen conclusiones procedentes del hecho de haber podido llevar a cabo la construcción de la estructura diseñada. Éstas se deben a que durante la fase de diseño se reparó en el más mínimo detalle que pueda dificultar el proceso constructivo:

- Se buscó definir una geometría fácilmente medible.

- Se pensó en qué doblados resultaban factibles a la hora de ferrallar y en los diámetros de barra que permitían la realización manual de los cercos.

- Se hizo hincapié en la correcta definición de los planos razonando cuáles eran las medidas necesarias para llevar a cabo la estructura con la utilización de los planos únicamente.

- Se estableció un orden en el proceso constructivo que permitiera la construcción del elemento, teniendo en cuenta este proceso en el diseño, como por ejemplo la división del encofrado en bloques que pudieran ser retirados sin el impedimento de otras piezas como los tubos de PVC.

Tener en cuenta lo que se acaba de enumerar supone el desarrollo de habilidades propias de la vida profesional de un ingeniero civil, que debe tener siempre en mente el proceso constructivo.

Por otro lado, el diseño del ensayo y la realización del mismo permitieron familiarizarse con técnicas experimentales relativas a las estructuras de hormigón que no se desarrollan durante el Grado, como pueden ser:

- El uso de captadores de desplazamiento y la lectura de los datos obtenidos.

- El empleo de galgas extensiométricas: la elección de las secciones en la que se ubican por ser esas las que se piensa que mayor información proporcionarán, su colocación tanto en acero como en hormigón y la lectura y entendimiento de las deformaciones medidas.

- El empleo de la fotogrametría como técnica de medida de desplazamientos y deformaciones: aprendizaje de la utilización de diferentes programas.

- Desarrollo de habilidades en el campo de la programación (MATLAB).

- El diseño de las placas de los apoyos que hagan factible el montaje ideado para el elemento a ensayar.

Por otro lado, las conclusiones específicas a las que se llega en la fase de análisis de los resultados del ensayo son las que se detallan a continuación:

- Se ha podido verificar la gran proximidad de los valores calculados de las reacciones horizontales con los obtenidos mediante las deformaciones medidas en las galgas de acero de la barra DYWIDAG, pudiéndose validar el ensayo. Este hecho es de gran importancia pues permite

correlacionar los resultados del ensayo con los esperados en vista del diseño, lo que habría sido imposible de no haber existido tal exactitud.

- Se deduce la necesidad de un mayor armado en las zonas de concentración de tensiones, hecho que se demuestra mediante el estudio del comportamiento de la rótula. Sobre todo se observa la obligación de disponer armadura transversal abundante.

- Se ha constatado el buen funcionamiento de las armaduras de refuerzo en quiebros para controlar la fisuración, tal y como se observa en la región de discontinuidad KL.

- Se advierte el hecho de que un incremento de resistencia de los materiales que en principio se podría considerar favorable, puede llegar a ser perjudicial en el sentido de que hace que una rotura dúctil esperada en una sección se convierta en una rotura frágil en otra zona del elemento. Una rotura frágil, aunque se dé para una carga superior a la de diseño, resulta más peligrosa que una rotura dúctil para una carga inferior.

- Se ha verificado la similitud entre los modelos de cálculo utilizados para definir el comportamiento de la estructura y el que realmente ha tenido ésta.

- También se ha podido comprobar que, pese a la dificultad de predecir la carga de rotura en una región D, se cumple el teorema del límite inferior de la plasticidad, funcionando correctamente todas las regiones de discontinuidad como mínimo hasta la carga de diseño.

Se puede concluir que la realización de este trabajo ha permitido poner en práctica numerosos conocimientos propios de la titulación además de posibilitar el aprendizaje de otros tantos gracias a la construcción y ensayo de la estructura diseñada. Centrando la atención en el plan de estudios del Grado en Ingeniería Civil, puede afirmarse que con la realización del presente trabajo ha sido posible demostrar o poner en práctica alrededor de veinte de las competencias definidas en la *Orden CIN/307/2009, BOE 18 de febrero de 2009*. Se han cubierto prácticamente la totalidad de las competencias generales y las específicas correspondientes a la rama estructural.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] ACHE. *Monografía M-3. Principios generales para el proyecto de detalles de armado*. Junio, 2000.
- [2] AENOR. *Ensayos de hormigón endurecido. Parte 1: Forma, dimensiones y otras características de las probetas y moldes. UNE-EN 12390-1*. Madrid, 2013. Versión original: COMITÉ EUROPEO DE NORMALIZACIÓN. *EN 12390-1*. Bruselas, 2012.
- [3] AENOR. *Ensayos de hormigón endurecido. Parte 2: Fabricación y curado de probetas para ensayos de resistencia. UNE-EN 12390-2*. Madrid, 2009. Versión original: COMITÉ EUROPEO DE NORMALIZACIÓN. *EN 12390-2*. Bruselas, 2009.
- [4] AENOR. *Ensayos de hormigón endurecido. Parte 3: Determinación de la resistencia a compresión de probetas. UNE-EN 12390-3*. Madrid, 2009. Versión original: COMITÉ EUROPEO DE NORMALIZACIÓN. *EN 12390-3*. Bruselas, 2009.
- [5] AENOR. *Ensayos de hormigón endurecido. Parte 4: Resistencia a compresión. Características de las máquinas de ensayo. UNE-EN 12390-4*. Madrid, 2001. Versión original: COMITÉ EUROPEO DE NORMALIZACIÓN. *EN 12390-4*. Bruselas, 2000.
- [6] AENOR. *Ensayos de hormigón fresco. Parte 2: Ensayo de asentamiento. UNE-EN 12350-2*. Madrid, 2009. Versión original: COMITÉ EUROPEO DE NORMALIZACIÓN. *EN 12350-2*. Bruselas, 2009.
- [7] AENOR. *Ensayos de hormigón fresco. Parte 2: Ensayo de asentamiento. UNE-EN 12350-2*. Madrid, 2009. Versión original: COMITÉ EUROPEO DE NORMALIZACIÓN. *EN 12350-2*. Bruselas, 2009.
- [8] AENOR. *Ensayos de hormigón. Determinación del módulo de elasticidad en compresión. UNE 83316*. Madrid, 1996.
- [9] AENOR. *Eurocódigo 2: Proyecto de estructuras de hormigón. Parte 1-1: Reglas generales y reglas para edificación. UNE-EN 1992-1-1*. Madrid, 2013. Versión original: COMITÉ EUROPEO DE NORMALIZACIÓN. *EN 1992-1-1*. Bruselas, 2004.
- [10] AENOR. *Eurocódigos: Bases de cálculo de estructuras. UNE-EN 1990*. Madrid, 2003. Versión original: COMITÉ EUROPEO DE NORMALIZACIÓN. *EN 1990*. Bruselas, 2002.
- [11] AENOR. *Materiales metálicos. Ensayo de tracción. Parte 1: Método de ensayo a temperatura ambiente. UNE-EN ISO 6892-1*. Madrid, 2010. Versión original: COMITÉ EUROPEO DE NORMALIZACIÓN. *EN 6892-1*. Bruselas, 2009.
- [12] DYWIDAG. *Threadbar System GEWI®*. Catálogo, 2013.

-
- [13] GARCÍA MESEGUER, A.; MORÁN CABRÉ, F. y ARROYO PORTERO, J. C. *Jiménez Montoya. Hormigón armado*. Ed. Gustavo Gili, Barcelona, 2009.
- [14] HBM. *Strain Gauges. Absolute precision from HBM*. Catálogo, 2013.
- [15] JONES, E. M. C. *Documentation for Matlab-based DIC code*. University of Illinois, 2013.
- [16] LEITE, L.C. *Estudio teórico-experimental de soportes esbeltos de hormigón armado sometidos a compresión con excentricidades y ángulos de esviaje desiguales en sus extremos*. Valencia, 2011.
- [17] MIGUEL SOSA, P. F. et al. *Proyecto de estructuras de hormigón mediante el método de las bielas y tirantes*. Ediciones VJ, Valencia, 2009.
- [18] MINISTERIO DE FOMENTO. *EAE Instrucción de Acero Estructural*. Madrid, 2012.
- [19] MINISTERIO DE FOMENTO. *EHE-08 Instrucción de Hormigón Estructural*. Madrid, 2010.
- [20] MINISTERIO DE FOMENTO. *IAP-11 Instrucción sobre las acciones a considerar en el proyecto de puentes*. Madrid, 2011.
- [21] MONLEÓN CREMADES, S. *Curso de concepción de puentes vol. (I): Panorámica general de puentes*. Ed. UPV, Valencia, 2011.
- [22] PAYÁ ZAFORTEZA, I. J. *Tipología estructural. GIC 2013-2014*. UPV, Valencia, 2013.
- [23] PEREIRO BARCELÓ, J.; BONET SENACH, J.L.; NAVARRO GREGORI, J. *Modelo mixto para la determinación teórica de la carga e pandeo en las armaduras pasivas en compresión*. VI Congreso internacional de estructuras ACHE, Madrid, 2014.
- [24] PÉREZ-FADÓN MARTÍNEZ, S. *Arcos: Evolución y tendencias futuras*. Revista de Obras Públicas, 02(3451): 7-24. Madrid, 2005.
- [25] STRUCTURAE. *Structural Types / Bridges and Viaducts / Arch bridges*. Disponible en: <http://structurae.net/>. [Consulta: 08-06-2014].
- [26] TORROJA MIRET, E. *Razón y ser de los tipos estructurales*. Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Madrid, 1998.
- [27] ZALEWSK, W.; ALLEN, E. *Shaping structures: statics*. Ed. Willey, Nueva York, 1998.

ANEJO A

DATOS Y RESULTADOS DEL CÁLCULO ESTRUCTURAL

Lisbel Rueda García
Álvaro Ciurana Tatay

En el presente anejo, que sirve de apoyo al *Capítulo 4: Cálculo estructural*, se muestran los cálculos relativos a los estados límite últimos (*Apartado A.1*) y a los estados límite de servicio (*Apartado A.2*) realizados mediante el programa *Wolfram Mathematica 8*, así como otros cálculos necesarios, en concreto sobre el diseño de regiones D, que en este caso han sido confeccionados mediante el uso de otras herramientas (*Apartado A.3*).

CÁLCULO ESTRUCTURAL

REGIONES B

CÁLCULOS RELATIVOS A LOS ESTADOS LÍMITE ÚLTIMOS

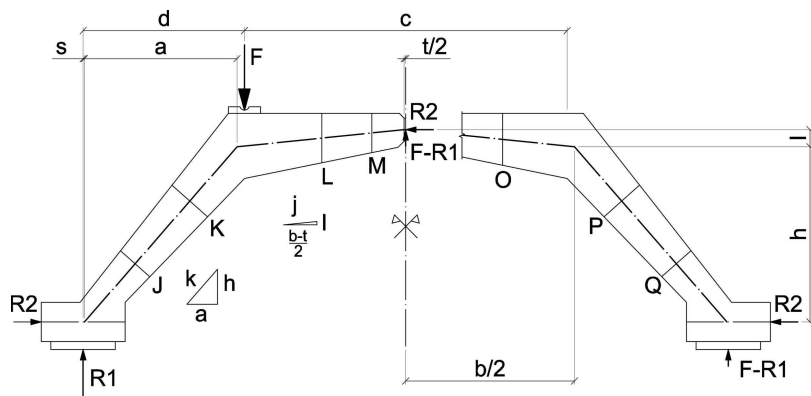
Clear[F, a, b, h, k, R1, R2]

Si no se indica lo contrario, se emplean las siguientes unidades de medida: m para longitudes; kN para fuerzas; mKn para momentos y MPa para las tensiones y módulos de elasticidad.

■ CARGA DE DISEÑO

F = 100; "Carga sobre la pila izquierda";

■ DEFINICIÓN DE LA GEOMETRÍA



t = 0.01; "Abertura de la rótula";

a = 0.4728; "Distancia horizontal entre el punto de la directriz que pasa por el cdg de la barra que une ambos apoyos y el quiebro de la directriz";

b = 1.0462; "Distancia entre quiebros";

c = 1; "Distancia entre pilas";

h = 0.5377; "Altura del quiebro sobre cdg barra";

l = 0.0523; "Altura de la rótula sobre el quiebro (directriz)";

d = 0.5;

"Distancia horizontal entre apoyo y pila (puntos de aplicación de fuerzas)";

$k = \sqrt{a^2 + h^2}$; $j = \sqrt{\left(\frac{b-t}{2}\right)^2 + l^2}$; "Parámetros de inclinación de la directriz";

$s = d + \frac{c}{2} - \frac{b}{2} - a$; "Distancia horizontal entre el punto de aplicación de las reacciones en el apoyo y la directriz";

"Coordenadas de los centros de gravedad de las secciones de continuidad";

$$\begin{aligned}
 xJ &= 0.1613; \\
 yJ &= (xJ - s) \frac{h}{a}; \\
 xK &= 0.3305; \\
 yK &= (xK - s) \frac{h}{a}; \\
 xL &= 0.7399; \\
 yL &= h + (xL - (a + s)) \frac{1}{\frac{b-t}{2}}; \\
 xM &= 0.8950; \\
 yM &= h + (xM - (a + s)) \frac{1}{\frac{b-t}{2}}; \\
 xN &= 1.105; \\
 yN &= h + 1 - \left(xN - \left(\frac{2d+c}{2} + \frac{t}{2} \right) \right) \frac{1}{\frac{b-t}{2}}; \\
 xO &= 1.3; \\
 yO &= h + 1 - \left(xO - \left(\frac{2d+c}{2} + \frac{t}{2} \right) \right) \frac{1}{\frac{b-t}{2}}; \\
 xP &= 1.6695; \\
 yP &= ((2d+c-s) - xP) \frac{h}{a}; \\
 xQ &= 1.8387; \\
 yQ &= ((2d+c-s) - xQ) \frac{h}{a};
 \end{aligned}$$

■ CÁLCULO DE LAS REACCIONES EN LOS APOYOS Y FUERZAS EN LA RÓTULA

"Sin considerar el peso propio";

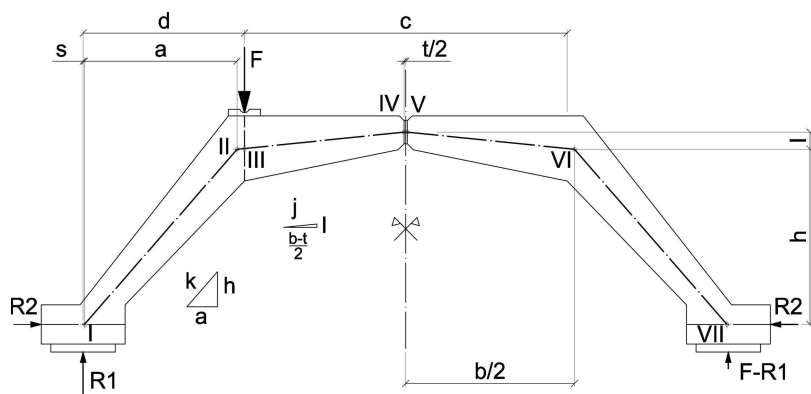
$$\text{Solve} \left[\left\{ -F d + (F - R1) \left(d + \frac{c}{2} \right) + R2 (h + 1) = 0, (F - R1) \left(d + \frac{c}{2} \right) - R2 (h + 1) = 0 \right\}, \{R1, R2\} \right]$$

{R1 → 75., R2 → 42.3729}

R1 = %[[1, 1, 2]];

R2 = %%[[1, 2, 2]];

■ LEYES DE ESFUERZOS



Axiles

$$NI = \frac{h}{k} R1 + \frac{a}{k} R2$$

84.3032

$$NIIIi = \frac{h}{k} R1 + \frac{a}{k} R2$$

84.3032

$$NIIId = \frac{\frac{b-t}{2}}{j} R2 - \frac{1}{j} (F - R1) + F \frac{1}{j}$$

49.6913

$$NIIIi = \frac{\frac{b-t}{2}}{j} R2 - \frac{1}{j} (F - R1) + F \frac{1}{j}$$

49.6913

$$NIIIId = \frac{\frac{b-t}{2}}{j} R2 - \frac{1}{j} (F - R1)$$

39.6477

$$NIVi = \frac{\frac{b-t}{2}}{j} R2 - \frac{1}{j} (F - R1)$$

39.6477

$$NIVd = R2$$

42.3729

$$NVi = R2$$

42.3729

$$NVd = \frac{\frac{b-t}{2}}{j} R2 + \frac{1}{j} (F - R1)$$

44.6695

$$NVIi = \frac{\frac{b-t}{2}}{j} R2 + \frac{1}{j} (F - R1)$$

44.6695

$$NVIId = \frac{h}{k} (F - R1) + \frac{a}{k} R2$$

46.7545

$$NVII = \frac{h}{k} (F - R1) + \frac{a}{k} R2$$

46.7545

Cortantes

$$VI = -\frac{a}{k} R1 + \frac{h}{k} R2$$

-17.704

$$VIIi = -\frac{a}{k} R1 + \frac{h}{k} R2$$

-17.704

$$VIIId = \frac{1}{j} R2 + \frac{b-t}{j} (F - R1) - F \frac{b-t}{j}$$

-70.365

$$VIIIi = \frac{1}{j} R2 + \frac{b-t}{j} (F - R1) - F \frac{b-t}{j}$$

-70.365

$$VIIIId = \frac{1}{j} R2 + \frac{b-t}{j} (F - R1)$$

29.1293

$$VIVi = \frac{1}{j} R2 + \frac{b-t}{j} (F - R1)$$

29.1293

$$VIVd = F - R1$$

25.

$$VVi = F - R1$$

25.

$$VVd = -\frac{1}{j} R2 + \frac{b-t}{j} (F - R1)$$

20.6179

$$VIIi = -\frac{1}{j} R2 + \frac{b-t}{j} (F - R1)$$

20.6179

$$VIIId = \frac{a}{k} (F - R1) - \frac{h}{k} R2$$

-15.3126

$$VIIi = \frac{a}{k} (F - R1) - \frac{h}{k} R2$$

-15.3126

Momentos flectores

$$MI = R1 s$$

$$0.3075$$

$$MII = R1 (a + s) - R2 h$$

$$12.9836$$

$$MIII = R1 d - R2 \left(h + (d - a - s) \frac{1}{\frac{b-t}{2}} \right)$$

$$14.6173$$

$$MIV = (F - R1) \frac{t}{2}$$

$$0.125$$

$$MV = - (F - R1) \frac{t}{2}$$

$$-0.125$$

$$MVI = - (F - R1) \frac{b}{2} + R2 l$$

$$-10.8614$$

$$MVII = (F - R1) s$$

$$0.1025$$

■ **CÁLCULO EN ROTURA. DIMENSIONAMIENTO DE ARMADURA EN LAS SECCIONES DE CONTINUIDAD**

■ **Materiales**

$$\gamma_s = 1;$$

$$\gamma_c = 1;$$

$$f_{yk} = 500; \text{ "MPa"};$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}; \text{ "MPa"};$$

$$f_c = 40; \text{ "MPa"};$$

$$f_{cd} = \frac{f_c}{\gamma_c}; \text{ "MPa"};$$

$$f_{ctm} = 0.3 f_c^{\frac{2}{3}};$$

$$E_s = 200\,000; \text{ "MPa"};$$

$$\epsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s};$$

$$\epsilon_{cuf} = 0.0035;$$

■ **Esfuerzos en las secciones de continuidad**

- Sección J

$$NJ = -\frac{h}{k} R1 + \frac{a}{k} R2$$

84.3032

$$VJ = -\frac{a}{k} R1 + \frac{h}{k} R2$$

-17.704

$$MJ = R1 xJ - R2 yJ$$

4.52214

• Sección K

$$NK = -\frac{h}{k} R1 + \frac{a}{k} R2$$

84.3032

$$VK = -\frac{a}{k} R1 + \frac{h}{k} R2$$

-17.704

$$MK = R1 xK - R2 yK$$

9.05851

• Sección L (vertical)

$$NL = R2$$

42.3729

$$VL = F - R1$$

25.

$$ML = (F - R1) \left(d + \frac{c}{2} - xL \right) + R2 (h + 1 - yL)$$

7.59366

• Sección M (vertical)

$$NM = R2$$

42.3729

$$VM = F - R1$$

25.

$$MM = (F - R1) \left(d + \frac{c}{2} - xM \right) + R2 (h + 1 - yM)$$

3.05274

• Sección N (vertical)

$$NN = R2$$

42.3729

$$VN = F - R1$$

25.

$$MN = - (F - R1) \left(xN - \left(d + \frac{c}{2} \right) \right) + R2 (h + l - yN)$$

-2.19726

- Sección O (vertical)

$$NO = R2$$

42.3729

$$VO = F - R1$$

25.

$$MO = - (F - R1) \left(xO - \left(d + \frac{c}{2} \right) \right) + R2 (h + l - yO)$$

-6.23818

- Sección P

$$NP = \frac{h}{k} (F - R1) + \frac{a}{k} R2$$

46.7545

$$VP = \frac{a}{k} (F - R1) - \frac{h}{k} R2$$

-15.3126

$$MP = (F - R1) (2d + c - xP) - R2 yP$$

-7.46649

- Sección Q

$$NQ = \frac{h}{k} (F - R1) + \frac{a}{k} R2$$

46.7545

$$VQ = \frac{a}{k} (F - R1) - \frac{h}{k} R2$$

-15.3126

$$MQ = (F - R1) (2d + c - xQ) - R2 yQ$$

-3.54286

■ Sistema de fuerzas puntuales equivalente y cálculo de armadura en las regiones B

- Sección J

```
Clear[NEd, VEd, MEd, Vrd, Fcy, Txf, Tyf,
  Cxf, Cyf, ΔTx, ΔTy, ΔCx, ΔCy, M1c, M1d, x, Vtd, Vccd]
```

```
"Datos de partida";
```



```

NEd = NJ;
VEd = -VJ;
MEd = MJ;
h = 0.1210; "Canto de la sección";
b = 0.2; "Ancho de la sección";
v1 =  $\frac{h}{2}$ ; "Posición del borde comprimido respecto al cdg de la sección";
rmec = 0.025032; "Recubrimiento mecánico";
d = h - rmec; "Canto útil";
 $\alpha1 = 2.9090 \frac{\pi}{180}$ ; "Inclinación del borde inferior";
 $\alpha2 = 2.9090 \frac{\pi}{180}$ ; "Inclinación del borde superior";
 $\theta = 45 \frac{\pi}{180}$ ; "Ángulo de inclinación de la biela diagonal de cortante";

```

"Flexión";

$$x_{\text{lím}} = \frac{d}{1 + \frac{e_{yd}}{e_{cuf}}}$$

0.0559813

$$M1c[x_] := fcd 10^3 0.8 b x (d - 0.4 x);$$

M1c[xlím]

26.3607

$$M1d = MEd + NEd (d - v1)$$

7.51221

$$M1d <= M1c[xlím]$$

True

"Zona C. As'=0";

$$\text{sol} = \text{Solve}[M1d == M1c[x], x]$$

{{x → 0.0129276}, {x → 0.226992}}

$$x = \text{If}[\text{sol}[[1, 1, 2]] \leq x_{\text{lím}}, \text{sol}[[1, 1, 2]], \text{sol}[[1, 2, 2]]]$$

0.0129276

$$z = d - 0.4 x$$

0.090797

$$Cxf = fc 10^3 0.8 b x$$

82.7363

$$Cyf = Cxf \text{ Tan}[\alpha2]$$

4.20427

$$Txf = Cxf - NEd$$

-1.56687

$$T_yf = T_xf \tan[\alpha_1]$$

$$-0.0796212$$

"Cortante";

$$V_{rd} = V_{Ed} - T_yf - C_yf;$$

$$\text{sol} = \text{Solve}\left[\left\{V_{rd} == F_{cy} + \Delta T_y - \Delta C_y, \Delta T_x + \Delta C_x == \frac{F_{cy}}{\tan[\theta]}, \Delta T_y == \Delta T_x \tan[\alpha_1], \Delta C_y == \Delta C_x \tan[\alpha_2], \Delta T_x == \Delta C_x\right\}, \{F_{cy}, \Delta T_x, \Delta C_x, \Delta T_y, \Delta C_y\}\right]$$

$$\{\{F_{cy} \rightarrow 13.5793, \Delta T_x \rightarrow 6.78966, \Delta C_x \rightarrow 6.78966, \Delta T_y \rightarrow 0.345018, \Delta C_y \rightarrow 0.345018\}\}$$

$$F_{cy} = \text{sol}[[1, 1, 2]];$$

$$\Delta T_x = \text{sol}[[1, 2, 2]];$$

$$\Delta C_x = \text{sol}[[1, 3, 2]];$$

"Fuerzas puntuales";

$$T_x = T_xf + \Delta T_x$$

$$5.22278$$

$$T_{total} = \frac{T_x}{\cos[\alpha_1]}$$

$$5.22952$$

$$V_{td} = T_x \tan[\alpha_1]$$

$$0.265397$$

$$C_x = C_xf - \Delta C_x$$

$$75.9467$$

$$C_{total} = \frac{C_x}{\cos[\alpha_2]}$$

$$76.0447$$

$$V_{ccd} = C_x \tan[\alpha_2]$$

$$3.85925$$

$$F_c = \frac{F_{cy}}{\sin[\theta]}$$

$$19.204$$

"Armadura longitudinal";

$$A_s = \frac{T_{total}}{f_yd \cdot 10^3}$$

$$0.000010459$$

$$f_{ctmfl} = \text{Max}[(1.6 - h) f_{ctm}, f_{ctm}]$$

$$5.18955$$

$$W = \frac{b h^2}{6}; \text{ "Módulo resistente de la sección}$$

bruta de hormigón relativo a la fibra más traccionada";

$$Asmínmec = \frac{W fctmfl}{z fyd}$$

0.0000557876

$$Asmín = \text{Max}[As, Asmínmec]$$

0.0000557876

$$Asmíncomp = 0.3 * 0.0028 * b * h$$

0.000020328

"Armadura transversal";

$$Asdispuesta = 2 \pi \frac{0.01^2}{4};$$

$$k = \text{Min} \left[1 + \sqrt{\frac{200}{d 10^3}}, 2 \right];$$

$$\rho l = \text{Min} \left[\frac{Asdispuesta}{b d}, 0.02 \right];$$

$$\sigma_{cp} = \text{Min} \left[\frac{NEd 10^3}{h b 10^6}, 0.2 f_c \right];$$

$$CRdc = \frac{0.18}{\gamma_c};$$

$$k_1 = 0.15;$$

$$v_{mín} = \frac{0.075}{\gamma_c} k^{\frac{3}{2}} f_c^{\frac{1}{2}};$$

$$VRdc = \text{Max} \left[\left(CRdc k (100 \rho l f_c)^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp} \right) b d 10^6, (v_{mín} + k_1 \sigma_{cp}) b d 10^6 \right] 10^{-3}$$

35.7804

$$VEd \leq VRdc$$

True

"No se requiere armadura de cortante por cálculo";

"Cuantía mínima";

$$\rho_{w\text{mín}} = \frac{fctm}{7.5 f_{yk}}$$

0.000935686

$$Aswensmín = \rho_{w\text{mín}} b$$

0.000187137

$$v_1 = 0.6;$$

$$\alpha_{cw} = 1;$$

$$VR_{d\max} = \frac{\alpha c w b z v_1 f_{cd} 10^3}{(\cot[\theta] + \tan[\theta])}$$

217.913

VEd ≤ VR_dmax

True

VEd ≤ 1 / 5 VR_dmax

True

s_lmax = Min[0.75 d , 0.6]

0.071976

s = 0.07;

$$As_{wens} = \frac{2 \pi \frac{0.006^2}{4}}{s}$$

0.000807838

As_{wens} ≥ As_{wens}min

True

- Sección K

Clear[NEd, VEd, MEd, Vrd, Fcy, Txf, Tyf,
Cxf, Cyf, ΔTx, ΔTy, ΔCx, ΔCy, M1c, M1d, x, Vtd, Vccd]

"Datos de partida";

NEd = NK;

VEd = -VK;

MEd = MK;

h = 0.1470; "Canto de la sección";

b = 0.2; "Ancho de la sección";

v1 = $\frac{h}{2}$; "Posición del borde comprimido respecto al cdg de la sección";

rmec = 0.025032; "Recubrimiento mecánico";

d = h - rmec; "Canto útil";

α1 = $2.9090 \frac{\pi}{180}$; "Inclinación del borde inferior";

α2 = $2.9090 \frac{\pi}{180}$; "Inclinación del borde superior";

θ = $45 \frac{\pi}{180}$; "Ángulo de inclinación de la biela diagonal de cortante";

"Flexión";

$$x_{l\lim} = \frac{d}{1 + \frac{e_{yd}}{e_{cuf}}}$$

0.071148

M1c[x_] := fcd 10³ 0.8 b x (d - 0.4 x);

```

M1c[xlím]
42.579

M1d = MEd + NEd (d - v1)
13.1445

M1d <= M1c[xlím]
True

"Zona C. As'=0";

sol = Solve[M1d == M1c[x], x]
{{x → 0.0178886}, {x → 0.287031}}

x = If[sol[[1, 1, 2]] ≤ xlím, sol[[1, 1, 2]], sol[[1, 2, 2]]]
0.0178886

"z manual para cumplir comprobaciones de la región D";

z = 0.114
0.114

Cxf =  $\frac{M1d}{z}$ 
115.303

Cyf = Cxf Tan[α2]
5.85915

Txf = Cxf - NEd
30.9996

Tyf = Txf Tan[α1]
1.57525

"Cortante";

Vrd = VEd - Tyf - Cyf;

sol = Solve[ $\left\{ \begin{aligned} Vrd &= Fcy + \Delta Ty - \Delta Cy, \Delta Tx + \Delta Cx == \frac{Fcy}{\tan[\theta]}, \Delta Ty == \Delta Tx \tan[\alpha1], \\ \Delta Cy &= \Delta Cx \tan[\alpha2], \Delta Tx == \Delta Cx \end{aligned} \right\}, \{Fcy, \Delta Tx, \Delta Cx, \Delta Ty, \Delta Cy\}$ ]
{{Fcy → 10.2696, ΔTx → 5.13478, ΔCx → 5.13478, ΔTy → 0.260925, ΔCy → 0.260925}}

Fcy = sol[[1, 1, 2]];
ΔTx = sol[[1, 2, 2]];
ΔCx = sol[[1, 3, 2]];

"Fuerzas puntuales";

```

$$T_x = T_{xf} + \Delta T_x$$

36.1344

$$T_{total} = \frac{T_x}{\cos[\alpha_1]}$$

36.181

$$V_{td} = T_x \tan[\alpha_1]$$

1.83618

$$C_x = C_{xf} - \Delta C_x$$

110.168

$$C_{total} = \frac{C_x}{\cos[\alpha_2]}$$

110.31

$$V_{ccd} = C_x \tan[\alpha_2]$$

5.59822

$$F_c = \frac{F_{cy}}{\sin[\theta]}$$

14.5234

Clear[Cxf, Cyf, Txf, Tyf, Vrd, Fcy, ΔTx, ΔCx, Tx, Ttotal, Vtd, Cx, Ctotal, Vccd, Fc]

$$z = d - 0.4 x$$

0.114813

$$C_{xf} = f_c 10^3 0.8 b x$$

114.487

$$C_{yf} = C_{xf} \tan[\alpha_2]$$

5.81768

$$T_{xf} = C_{xf} - N_{Ed}$$

30.1836

$$T_{yf} = T_{xf} \tan[\alpha_1]$$

1.53379

"Cortante";

$$V_{rd} = V_{Ed} - T_{yf} - C_{yf};$$

$$\text{sol} = \text{Solve}\left[\left\{V_{rd} == F_{cy} + \Delta T_y - \Delta C_y, \Delta T_x + \Delta C_x == \frac{F_{cy}}{\tan[\theta]}, \Delta T_y == \Delta T_x \tan[\alpha_1], \Delta C_y == \Delta C_x \tan[\alpha_2], \Delta T_x == \Delta C_x\right\}, \{F_{cy}, \Delta T_x, \Delta C_x, \Delta T_y, \Delta C_y\}\right]$$

{{Fcy → 10.3525, ΔTx → 5.17625, ΔCx → 5.17625, ΔTy → 0.263033, ΔCy → 0.263033}}

$$F_{cy} = \text{sol}[[1, 1, 2]];$$

$$\Delta T_x = \text{sol}[[1, 2, 2]];$$

$$\Delta C_x = \text{sol}[[1, 3, 2]];$$

"Fuerzas puntuales";

$$T_x = T_{xf} + \Delta T_x$$

35.3598

$$T_{\text{total}} = \frac{T_x}{\text{Cos}[\alpha_1]}$$

35.4054

$$V_{td} = T_x \text{Tan}[\alpha_1]$$

1.79682

$$C_x = C_{xf} - \Delta C_x$$

109.311

$$C_{\text{total}} = \frac{C_x}{\text{Cos}[\alpha_2]}$$

109.452

$$V_{ccd} = C_x \text{Tan}[\alpha_2]$$

5.55465

$$F_c = \frac{F_{cy}}{\text{Sin}[\theta]}$$

14.6406

"Armadura longitudinal";

$$A_s = \frac{T_{\text{total}}}{f_{yd} 10^3}$$

0.0000708109

$$f_{ctmfl} = \text{Max}[(1.6 - h) f_{ctm}, f_{ctm}]$$

5.09832

$$W = \frac{b h^2}{6}; \text{"Módulo resistente de la sección}$$

bruta de hormigón relativo a la fibra más traccionada";

$$A_{s\text{mínmec}} = \frac{W f_{ctmfl}}{z f_{yd}}$$

0.0000639707

$$A_{s\text{mín}} = \text{Max}[A_s, A_{s\text{mínmec}}]$$

0.0000708109

$$A_{s\text{míncomp}} = 0.3 * 0.0028 * b * h$$

0.000024696

"Armadura transversal";

$$Asdispuesta = 2 \pi \frac{0.01^2}{4};$$

$$k = \text{Min} \left[1 + \sqrt{\frac{200}{d 10^3}}, 2 \right];$$

$$\rho l = \text{Min} \left[\frac{Asdispuesta}{b d}, 0.02 \right];$$

$$\sigma_{cp} = \text{Min} \left[\frac{NEd 10^3}{h b 10^6}, 0.2 f_c \right];$$

$$CRdc = \frac{0.18}{\gamma_c};$$

$$k_1 = 0.15;$$

$$v_{\text{mín}} = \frac{0.075}{\gamma_c} k^{\frac{3}{2}} f_c^{\frac{1}{2}};$$

$$VRdc = \text{Max} \left[\left(CRdc k (100 \rho l f_c)^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp} \right) b d 10^6, (v_{\text{mín}} + k_1 \sigma_{cp}) b d 10^6 \right] 10^{-3}$$

43.2196

$$VEd \leq VRdc$$

True

"No se requiere armadura de cortante por cálculo";

"Cuantía mínima";

$$\rho_{w\text{mín}} = \frac{f_{ctm}}{7.5 f_{yk}}$$

0.000935686

$$As_{w\text{ensmín}} = \rho_{w\text{mín}} b$$

0.000187137

$$v_1 = 0.6;$$

$$\alpha_{cw} = 1;$$

$$VRd_{\text{máx}} = \frac{\alpha_{cw} b z v_1 f_{cd} 10^3}{(\text{Cot}[\theta] + \text{Tan}[\theta])}$$

275.55

$$VEd \leq VRd_{\text{máx}}$$

True

$$VEd \leq 1 / 5 VRd_{\text{máx}}$$

True

$$s_{l\text{máx}} = \text{Min}[0.75 d, 0.6]$$

0.091476

$$s = 0.07;$$

$$\text{Aswens} = \frac{2 \pi \frac{0.006^2}{4}}{s}$$

0.000807838

Aswens >= Aswensmín

True

• Sección L

Clear[NEd, VEd, MEd, Vrd, Fcy, Txf, Tyf,
Cxf, Cyf, ΔTx, ΔTy, ΔCx, ΔCy, Mlc, Mld, x, Vtd, Vccd]

"Datos de partida";

NEd = NL;

VEd = VL;

MEd = ML;

h = 0.1515; "Canto de la sección";

b = 0.2; "Ancho de la sección";

$v1 = \frac{h}{2}$; "Posición del borde comprimido respecto al cdg de la sección";

rmec = 0.025505; "Recubrimiento mecánico";

d = h - rmec; "Canto útil";

$\alpha1 = 11.4212 \frac{\pi}{180}$; "Inclinación del borde inferior";

$\alpha2 = 0$; "Inclinación del borde superior";

$\theta = 45 \frac{\pi}{180}$; "Ángulo de inclinación de la biela diagonal de cortante";

"Flexión";

$$x_{\text{lím}} = \frac{d}{1 + \frac{e_{yd}}{e_{cuf}}}$$

0.0734971

$Mlc[x_] := fcd 10^3 0.8 b x (d - 0.4 x)$;

Mlc[xlím]

45.437

$Mld = MEd + NEd (d - v1)$

9.72268

$Mld <= Mlc[xlím]$

True

"Zona C. As'=0";

sol = Solve[Mld == Mlc[x], x]

{{x → 0.012558}, {x → 0.302429}}

$x = \text{If}[\text{sol}[[1, 1, 2]] \leq x_{\text{lím}}, \text{sol}[[1, 1, 2]], \text{sol}[[1, 2, 2]]]$

0.012558

```

"z manual para cumplir comprobaciones de la región D";

z = 0.120

0.12

      M1d
Cxf = ---
      z
81.0223

Cyf = Cxf Tan[α2]

0.

Txf = Cxf - NEd
38.6495

Tyf = Txf Tan[α1]
7.80798

"Cortante";

Vrd = VEd - Tyf - Cyf;

sol = Solve[ { Vrd == Fcy + ΔTy - ΔCy, ΔTx + ΔCx ==  $\frac{Fcy}{\tan[\theta]}$ , ΔTy == ΔTx Tan[α1],
      ΔCy == ΔCx Tan[α2], ΔTx == ΔCx }, { Fcy, ΔTx, ΔCx, ΔTy, ΔCy } ]
{{Fcy → 15.6148, ΔTx → 7.80738, ΔCx → 7.80738, ΔTy → 1.57725, ΔCy → 0.}}

Fcy = sol[[1, 1, 2]];
ΔTx = sol[[1, 2, 2]];
ΔCx = sol[[1, 3, 2]];

"Fuerzas puntuales";

Tx = Txf + ΔTx
46.4568

      Tx
Ttotal = ---
      Cos[α1]
47.3954

Vtd = Tx Tan[α1]
9.38523

Cx = Cxf - ΔCx
73.215

      Cx
Ctotal = ---
      Cos[α2]
73.215

```

$$V_{ccd} = C_x \tan[\alpha_2]$$

0.

$$F_c = \frac{F_{cy}}{\sin[\theta]}$$

22.0826

Clear[Cxf, Cyf, Txf, Tyf, Vrd, Fcy, ΔTx, ΔCx, Tx, Ttotal, Vtd, Cx, Ctotal, Vccd, Fc]

$$z = d - 0.4 x$$

0.120972

$$C_{xf} = f_c 10^3 0.8 b x$$

80.3715

$$C_{yf} = C_{xf} \tan[\alpha_2]$$

0.

$$T_{xf} = C_{xf} - N_{Ed}$$

37.9986

$$T_{yf} = T_{xf} \tan[\alpha_1]$$

7.67649

"Cortante";

$$V_{rd} = V_{Ed} - T_{yf} - C_{yf};$$

$$\text{sol} = \text{Solve}\left[\left\{V_{rd} == F_{cy} + \Delta T_y - \Delta C_y, \Delta T_x + \Delta C_x == \frac{F_{cy}}{\tan[\theta]}, \Delta T_y == \Delta T_x \tan[\alpha_1], \Delta C_y == \Delta C_x \tan[\alpha_2], \Delta T_x == \Delta C_x\right\}, \{F_{cy}, \Delta T_x, \Delta C_x, \Delta T_y, \Delta C_y\}\right]$$

{{Fcy → 15.7342, ΔTx → 7.8671, ΔCx → 7.8671, ΔTy → 1.58931, ΔCy → 0.}}

$$F_{cy} = \text{sol}[[1, 1, 2]];$$

$$\Delta T_x = \text{sol}[[1, 2, 2]];$$

$$\Delta C_x = \text{sol}[[1, 3, 2]];$$

"Fuerzas puntuales";

$$T_x = T_{xf} + \Delta T_x$$

45.8657

$$T_{total} = \frac{T_x}{\cos[\alpha_1]}$$

46.7923

$$V_{td} = T_x \tan[\alpha_1]$$

9.26581

$$C_x = C_x f - \Delta C_x$$

72.5044

$$C_{total} = \frac{C_x}{\cos[\alpha_2]}$$

72.5044

$$V_{ccd} = C_x \tan[\alpha_2]$$

0.

$$F_c = \frac{F_{cy}}{\sin[\theta]}$$

22.2515

"Armadura longitudinal";

$$A_s = \frac{T_{total}}{f_{yd} 10^3}$$

0.0000935845

$$f_{ctmfl} = \text{Max}[(1.6 - h) f_{ctm}, f_{ctm}]$$

5.08253

$$W = \frac{b h^2}{6}; \text{"Módulo resistente de la sección}$$

bruta de hormigón relativo a la fibra más traccionada";

$$A_{s\text{mínmec}} = \frac{W f_{ctmfl}}{z f_{yd}}$$

0.000064288

$$A_{s\text{mín}} = \text{Max}[A_s, A_{s\text{mínmec}}]$$

0.0000935845

$$A_{s\text{míncomp}} = 0.3 * 0.0028 * b * h$$

0.000025452

"Armadura transversal";

$$A_{sdispuesta} = 2 \pi \frac{0.01^2}{4};$$

$$k = \text{Min} \left[1 + \sqrt{\frac{200}{d \cdot 10^3}}, 2 \right];$$

$$\rho_l = \text{Min} \left[\frac{A_{sdispuesta}}{b d}, 0.02 \right];$$

$$\sigma_{cp} = \text{Min} \left[\frac{N_{Ed} \cdot 10^3}{h b \cdot 10^6}, 0.2 f_c \right];$$

$$CR_{dc} = \frac{0.18}{\gamma_c};$$

$$k_1 = 0.15;$$

$$v_{\text{mín}} = \frac{0.075}{\gamma_c} k^{\frac{3}{2}} f_c^{\frac{1}{2}};$$

$$VR_{dc} = \text{Max} \left[\left(CR_{dc} k (100 \rho_l f_c)^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp} \right) b d \cdot 10^6, (v_{\text{mín}} + k_1 \sigma_{cp}) b d \cdot 10^6 \right] \cdot 10^{-3}$$

39.0939

$$V_{Ed} \leq VR_{dc}$$

True

"No se requiere armadura de cortante por cálculo";

"Cuantía mínima";

$$\rho_{w\text{mín}} = \frac{f_{ctm}}{7.5 f_{yk}}$$

0.000935686

$$A_{sw\text{mín}} = \rho_{w\text{mín}} b$$

0.000187137

$$v_1 = 0.6;$$

$$\alpha_{cw} = 1;$$

$$VR_{d\text{máx}} = \frac{\alpha_{cw} b z v_1 f_{cd} \cdot 10^3}{(\text{Cot}[\theta] + \text{Tan}[\theta])}$$

290.332

$$V_{Ed} \leq VR_{d\text{máx}}$$

True

$$V_{Ed} \leq 1 / 5 VR_{d\text{máx}}$$

True

$$s_{l\text{máx}} = \text{Min}[0.75 d, 0.6]$$

0.0944963

$$s = 0.07;$$

$$\text{Aswens} = \frac{2 \pi \frac{0.006^2}{4}}{s}$$

0.000807838

Aswens >= Aswensmín

True

• Sección M

Clear[NEd, VEd, MEd, Vrd, Fcy, Txf, Tyf,
Cxf, Cyf, ΔTx, ΔTy, ΔCx, ΔCy, Mlc, Mld, x, Vtd, Vccd]

"Datos de partida";

NEd = NM;

VEd = VM;

MEd = MM;

h = 0.1202; "Canto de la sección";

b = 0.2; "Ancho de la sección";

$v1 = \frac{h}{2}$; "Posición del borde comprimido respecto al cdg de la sección";

rmec = 0.025505; "Recubrimiento mecánico";

d = h - rmec; "Canto útil";

$\alpha1 = 11.4212 \frac{\pi}{180}$; "Inclinación del borde inferior";

$\alpha2 = 0$; "Inclinación del borde superior";

$\theta = 45 \frac{\pi}{180}$; "Ángulo de inclinación de la biela diagonal de cortante";

"Flexión";

$$x_{\text{lím}} = \frac{d}{1 + \frac{e_{yd}}{e_{cuf}}}$$

0.0552387

$M1c[x_] := fcd 10^3 0.8 b x (d - 0.4 x)$;

M1c[xlím]

25.666

$M1d = MEd + NEd (d - v1)$

4.51863

$M1d <= M1c[x_{\text{lím}}]$

True

"Zona C. As'=0";

sol = Solve[M1d == M1c[x], x]

{{x → 0.00770678}, {x → 0.229031}}

$x = \text{If}[\text{sol}[[1, 1, 2]] \leq x_{\text{lím}}, \text{sol}[[1, 1, 2]], \text{sol}[[1, 2, 2]]]$

0.00770678

$$z = d - 0.4 x$$

0.0916123

$$Cxf = fc 10^3 0.8 b x$$

49.3234

$$Cyf = Cxf \tan[\alpha 2]$$

0.

$$Txf = Cxf - NEd$$

6.95048

$$Tyf = Txf \tan[\alpha 1]$$

1.40414

"Cortante";

$$Vrd = VEd - Tyf - Cyf;$$

$$\text{sol} = \text{Solve} \left[\left\{ Vrd = Fcy + \Delta Ty - \Delta Cy, \Delta Tx + \Delta Cx == \frac{Fcy}{\tan[\theta]}, \Delta Ty == \Delta Tx \tan[\alpha 1], \right. \right. \\ \left. \left. \Delta Cy == \Delta Cx \tan[\alpha 2], \Delta Tx == \Delta Cx \right\}, \{Fcy, \Delta Tx, \Delta Cx, \Delta Ty, \Delta Cy\} \right]$$

{{Fcy → 21.4311, ΔTx → 10.7156, ΔCx → 10.7156, ΔTy → 2.16476, ΔCy → 0.}}

$$Fcy = \text{sol}[[1, 1, 2]];$$

$$\Delta Tx = \text{sol}[[1, 2, 2]];$$

$$\Delta Cx = \text{sol}[[1, 3, 2]];$$

"Fuerzas puntuales";

$$Tx = Txf + \Delta Tx$$

17.666

$$Ttotal = \frac{Tx}{\cos[\alpha 1]}$$

18.0229

$$Vtd = Tx \tan[\alpha 1]$$

3.5689

$$Cx = Cxf - \Delta Cx$$

38.6078

$$Ctotal = \frac{Cx}{\cos[\alpha 2]}$$

38.6078

$$Vccd = Cx \tan[\alpha 2]$$

0.

$$F_c = \frac{F_{cy}}{\sin[\theta]}$$

30.3082

"Armadura longitudinal";

$$A_s = \frac{T_{total}}{f_{yd} 10^3}$$

0.0000360458

$$f_{ctmfl} = \text{Max}[(1.6 - h) f_{ctm}, f_{ctm}]$$

5.19235

$$W = \frac{b h^2}{6}; \text{"Módulo resistente de la sección}$$

bruta de hormigón relativo a la fibra más traccionada";

$$A_{s\text{mínec}} = \frac{W f_{ctmfl}}{z f_{yd}}$$

0.0000545919

$$A_{s\text{mín}} = \text{Max}[A_s, A_{s\text{mínec}}]$$

0.0000545919

$$A_{s\text{míncomp}} = 0.3 * 0.0028 * b * h$$

0.0000201936

"Armadura transversal";

$$A_{s\text{dispuesta}} = 2 \pi \frac{0.01^2}{4}$$

$$k = \text{Min}\left[1 + \sqrt{\frac{200}{d 10^3}}, 2\right];$$

$$\rho_l = \text{Min}\left[\frac{A_{s\text{dispuesta}}}{b d}, 0.02\right];$$

$$\sigma_{cp} = \text{Min}\left[\frac{N E_d 10^3}{h b 10^6}, 0.2 f_c\right];$$

$$CR_{dc} = \frac{0.18}{\gamma_c};$$

k1 = 0.15;

$$v_{\text{mín}} = \frac{0.075}{\gamma_c} k^{\frac{3}{2}} f_c^{\frac{1}{2}};$$

$$VR_{dc} = \text{Max}\left[\left(CR_{dc} k (100 \rho_l f_c)^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp}\right) b d 10^6, (v_{\text{mín}} + k_1 \sigma_{cp}) b d 10^6\right] 10^{-3}$$

30.4166

$$V_{Ed} \leq VR_{dc}$$

True

"No se requiere armadura de cortante por cálculo";

"Cuantía mínima";

$$\rho_{w\text{mín}} = \frac{f_{ctm}}{7.5 f_{yk}}$$

0.000935686

Aswensmín = $\rho_{w\text{mín}} b$

0.000187137

v1 = 0.6;

$\alpha_{cw} = 1;$

$$VR_{d\text{máx}} = \frac{\alpha_{cw} b z v_1 f_{cd} 10^3}{(\text{Cot}[\theta] + \text{Tan}[\theta])}$$

219.869

$VE_d \leq VR_{d\text{máx}}$

True

$VE_d \leq 1 / 5 VR_{d\text{máx}}$

True

$s_{l\text{máx}} = \text{Min}[0.75 d, 0.6]$

0.0710213

$s = 0.07;$

$$As_{wens} = \frac{2 \pi \frac{0.006^2}{4}}{s}$$

0.000807838

$As_{wens} \geq As_{wens\text{mín}}$

True

- Sección N

Clear[NEd, VEd, MEd, Vrd, Fcy, Txf, Tyf,
Cxf, Cyf, ΔTx, ΔTy, ΔCx, ΔCy, M1c, M1d, x, Vtd, Vccd]

"Datos de partida";

```

NEd = NN;
VEd = VN;
MEd = -MN;
h = 0.1202; "Canto de la sección";
b = 0.2; "Ancho de la sección";
v1 =  $\frac{h}{2}$ ; "Posición del borde comprimido respecto al cdg de la sección";
rmec = 0.025; "Recubrimiento mecánico";
d = h - rmec; "Canto útil";
α1 = 0; "Inclinación del borde inferior";
α2 = 11.4212  $\frac{\pi}{180}$ ; "Inclinación del borde superior";
θ = 45  $\frac{\pi}{180}$ ; "Ángulo de inclinación de la biela diagonal de cortante";

```

```

"Flexión";

```

$$x_{\text{lím}} = \frac{d}{1 + \frac{e_{yd}}{e_{cuf}}}$$

```
0.0555333
```

$$M_{lc}[x_] := fcd \cdot 10^3 \cdot 0.8 \cdot b \cdot x \cdot (d - 0.4 \cdot x);$$

```
Mlc[xlím]
```

```
25.9404
```

$$M_{ld} = M_{Ed} + N_{Ed} (d - v_1)$$

```
3.68455
```

```
Mld <= Mlc[xlím]
```

```
True
```

```
"Zona C. As'=0";
```

```
sol = Solve[Mld == Mlc[x], x]
```

```
{{x → 0.00620939}, {x → 0.231791}}
```

```
x = If[sol[[1, 1, 2]] ≤ xlím, sol[[1, 1, 2]], sol[[1, 2, 2]]]
```

```
0.00620939
```

$$z = d - 0.4 \cdot x$$

```
0.0927162
```

$$C_{xf} = f_c \cdot 10^3 \cdot 0.8 \cdot b \cdot x$$

```
39.7401
```

$$C_{yf} = C_{xf} \cdot \tan[\alpha_2]$$

```
8.02831
```

$$T_{xf} = C_{xf} - N_{Ed}$$

```
-2.63279
```

$$T_yf = T_xf \tan[\alpha_1]$$

0.

"Cortante";

$$V_{rd} = V_{Ed} - T_yf - C_yf;$$

$$\text{sol} = \text{Solve}\left[\left\{V_{rd} == F_{cy} + \Delta T_y - \Delta C_y, \Delta T_x + \Delta C_x == \frac{F_{cy}}{\tan[\theta]}, \Delta T_y == \Delta T_x \tan[\alpha_1], \Delta C_y == \Delta C_x \tan[\alpha_2], \Delta T_x == \Delta C_x\right\}, \{F_{cy}, \Delta T_x, \Delta C_x, \Delta T_y, \Delta C_y\}\right]$$

{{Fcy → 18.8786, ΔTx → 9.43931, ΔCx → 9.43931, ΔTy → 0., ΔCy → 1.90693}}

$$F_{cy} = \text{sol}[[1, 1, 2]];$$

$$\Delta T_x = \text{sol}[[1, 2, 2]];$$

$$\Delta C_x = \text{sol}[[1, 3, 2]];$$

"Fuerzas puntuales";

$$T_x = T_xf + \Delta T_x$$

6.80652

$$T_{total} = \frac{T_x}{\cos[\alpha_1]}$$

6.80652

$$V_{td} = T_x \tan[\alpha_1]$$

0.

$$C_x = C_xf - \Delta C_x$$

30.3008

$$C_{total} = \frac{C_x}{\cos[\alpha_2]}$$

30.9129

$$V_{cd} = C_x \tan[\alpha_2]$$

6.12138

$$F_c = \frac{F_{cy}}{\sin[\theta]}$$

26.6984

"Armadura longitudinal";

$$A_s = \frac{T_{total}}{f_yd \cdot 10^3}$$

0.000013613

$$f_{ctmfl} = \text{Max}[(1.6 - h) f_{ctm}, f_{ctm}]$$

5.19235

$$W = \frac{b h^2}{6}; \text{ "Módulo resistente de la sección}$$

bruta de hormigón relativo a la fibra más traccionada";

$$Asmínmec = \frac{W fctmfl}{z fyd}$$

0.0000539419

$$Asmín = \text{Max}[As, Asmínmec]$$

0.0000539419

$$Asmíncomp = 0.3 * 0.0028 * b * h$$

0.0000201936

"Armadura transversal";

$$Asdispuesta = 2 \pi \frac{0.01^2}{4};$$

$$k = \text{Min} \left[1 + \sqrt{\frac{200}{d 10^3}}, 2 \right];$$

$$\rho l = \text{Min} \left[\frac{Asdispuesta}{b d}, 0.02 \right];$$

$$\sigma_{cp} = \text{Min} \left[\frac{NEd 10^3}{h b 10^6}, 0.2 f_c \right];$$

$$CRdc = \frac{0.18}{\gamma_c};$$

$$k_1 = 0.15;$$

$$v_{mín} = \frac{0.075}{\gamma_c} k^{\frac{3}{2}} f_c^{\frac{1}{2}};$$

$$VRdc = \text{Max} \left[\left(CRdc k (100 \rho l f_c)^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp} \right) b d 10^6, (v_{mín} + k_1 \sigma_{cp}) b d 10^6 \right] 10^{-3}$$

30.5788

$$VEd \leq VRdc$$

True

"No se requiere armadura de cortante por cálculo";

"Cuantía mínima";

$$\rho_{w\text{mín}} = \frac{fctm}{7.5 f_{yk}}$$

0.000935686

$$Aswensmín = \rho_{w\text{mín}} b$$

0.000187137

$$v_1 = 0.6;$$

$$\alpha_{cw} = 1;$$

$$VR_{d\max} = \frac{\alpha_c w b z v_1 f_{cd} 10^3}{(\cot[\theta] + \tan[\theta])}$$

222.519

$$V_{Ed} \leq VR_{d\max}$$

True

$$V_{Ed} \leq 1 / 5 VR_{d\max}$$

True

$$s_{l\max} = \text{Min}[0.75 d, 0.6]$$

0.0714

$$s = 0.07;$$

$$As_{wens} = \frac{2 \pi \frac{0.006^2}{4}}{s}$$

0.000807838

$$As_{wens} \geq As_{wens\min}$$

True

- Sección O

```
Clear[NEd, VEd, MEd, Vrd, Fcy, Txf, Tyf,
  Cxf, Cyf, ΔTx, ΔTy, ΔCx, ΔCy, M1c, M1d, x, Vtd, Vccd]
```

```
"Datos de partida";
```

```
NEd = NO;
```

```
VEd = VO;
```

```
MEd = -MO;
```

```
h = 0.1596; "Canto de la sección";
```

```
b = 0.2; "Ancho de la sección";
```

```
v1 =  $\frac{h}{2}$ ; "Posición del borde comprimido respecto al cdg de la sección";
```

```
rmec = 0.025; "Recubrimiento mecánico";
```

```
d = h - rmec; "Canto útil";
```

```
α1 = 0; "Inclinación del borde inferior";
```

```
α2 = 11.4212  $\frac{\pi}{180}$ ; "Inclinación del borde superior";
```

```
θ = 45  $\frac{\pi}{180}$ ; "Ángulo de inclinación de la biela diagonal de cortante";
```

```
"Flexión";
```

$$x_{l\lim} = \frac{d}{1 + \frac{e_{yd}}{e_{cuf}}}$$

0.0785167

$$M1c[x_] := f_{cd} 10^3 0.8 b x (d - 0.4 x);$$

```

M1c[xlím]
51.8553

M1d = MEd + NEd (d - v1)
8.56021

M1d <= M1c[xlím]
True

"Zona C. As'=0";

sol = Solve[M1d == M1c[x], x]
{{x → 0.0102493}, {x → 0.326251}}

x = If[sol[[1, 1, 2]] ≤ xlím, sol[[1, 1, 2]], sol[[1, 2, 2]]]
0.0102493

```

```

"z manual para cumplir comprobaciones de la región D";

z = 0.129
0.129

Cxf =  $\frac{M1d}{z}$ 
66.3582

Cyf = Cxf Tan[α2]
13.4057

Txf = Cxf - NEd
23.9854

Tyf = Txf Tan[α1]
0.

"Cortante";

Vrd = VEd - Tyf - Cyf;

sol = Solve[ $\left\{ \begin{aligned} &Vrd == Fcy + \Delta Ty - \Delta Cy, \Delta Tx + \Delta Cx == \frac{Fcy}{\tan[\theta]}, \Delta Ty == \Delta Tx \tan[\alpha1], \\ &\Delta Cy == \Delta Cx \tan[\alpha2], \Delta Tx == \Delta Cx \end{aligned} \right\}, \{Fcy, \Delta Tx, \Delta Cx, \Delta Ty, \Delta Cy\}$ ]
{{Fcy → 12.897, ΔTx → 6.44851, ΔCx → 6.44851, ΔTy → 0., ΔCy → 1.30273}}

Fcy = sol[[1, 1, 2]];
ΔTx = sol[[1, 2, 2]];
ΔCx = sol[[1, 3, 2]];

"Fuerzas puntuales";

```

$$T_x = T_{xf} + \Delta T_x$$

30.4339

$$T_{total} = \frac{T_x}{\cos[\alpha_1]}$$

30.4339

$$V_{td} = T_x \tan[\alpha_1]$$

0.

$$C_x = C_{xf} - \Delta C_x$$

59.9097

$$C_{total} = \frac{C_x}{\cos[\alpha_2]}$$

61.12

$$V_{ccd} = C_x \tan[\alpha_2]$$

12.103

$$F_c = \frac{F_{cy}}{\sin[\theta]}$$

18.2391

Clear[Cxf, Cyf, Txf, Tyf, Vrd, Fcy, ΔTx, ΔCx, Tx, Ttotal, Vtd, Cx, Ctotal, Vccd, Fc]

$$z = d - 0.4 x$$

0.1305

$$C_{xf} = f_c 10^3 0.8 b x$$

65.5953

$$C_{yf} = C_{xf} \tan[\alpha_2]$$

13.2516

$$T_{xf} = C_{xf} - NEd$$

23.2225

$$T_{yf} = T_{xf} \tan[\alpha_1]$$

0.

"Cortante";

$$V_{rd} = V_{Ed} - T_{yf} - C_{yf};$$

$$\text{sol} = \text{Solve}\left[\left\{V_{rd} == F_{cy} + \Delta T_y - \Delta C_y, \Delta T_x + \Delta C_x == \frac{F_{cy}}{\tan[\theta]}, \Delta T_y == \Delta T_x \tan[\alpha_1], \Delta C_y == \Delta C_x \tan[\alpha_2], \Delta T_x == \Delta C_x\right\}, \{F_{cy}, \Delta T_x, \Delta C_x, \Delta T_y, \Delta C_y}\right]$$

{Fcy → 13.0684, ΔTx → 6.53422, ΔCx → 6.53422, ΔTy → 0., ΔCy → 1.32005}

$$F_{cy} = \text{sol}[[1, 1, 2]];$$

$$\Delta T_x = \text{sol}[[1, 2, 2]];$$

$$\Delta C_x = \text{sol}[[1, 3, 2]];$$

"Fuerzas puntuales";

$$T_x = T_{xf} + \Delta T_x$$

$$29.7567$$

$$T_{\text{total}} = \frac{T_x}{\text{Cos}[\alpha_1]}$$

$$29.7567$$

$$V_{td} = T_x \text{Tan}[\alpha_1]$$

$$0.$$

$$C_x = C_{xf} - \Delta C_x$$

$$59.0611$$

$$C_{\text{total}} = \frac{C_x}{\text{Cos}[\alpha_2]}$$

$$60.2543$$

$$V_{ccd} = C_x \text{Tan}[\alpha_2]$$

$$11.9316$$

$$F_c = \frac{F_{cy}}{\text{Sin}[\theta]}$$

$$18.4816$$

"Armadura longitudinal";

$$A_s = \frac{T_{\text{total}}}{f_{yd} 10^3}$$

$$0.0000595134$$

$$f_{ctmfl} = \text{Max}[(1.6 - h) f_{ctm}, f_{ctm}]$$

$$5.05411$$

$$W = \frac{b h^2}{6}; \text{"Módulo resistente de la sección}$$

bruta de hormigón relativo a la fibra más traccionada";

$$A_{s\text{mínec}} = \frac{W f_{ctmfl}}{z f_{yd}}$$

$$0.0000657669$$

$$A_{s\text{mín}} = \text{Max}[A_s, A_{s\text{mínec}}]$$

$$0.0000657669$$

$$A_{s\text{míncomp}} = 0.3 * 0.0028 * b * h$$

$$0.0000268128$$

"Armadura transversal";

$$Asdispuesta = 2 \pi \frac{0.01^2}{4};$$

$$k = \text{Min} \left[1 + \sqrt{\frac{200}{d 10^3}}, 2 \right];$$

$$\rho l = \text{Min} \left[\frac{Asdispuesta}{b d}, 0.02 \right];$$

$$\sigma_{cp} = \text{Min} \left[\frac{NEd 10^3}{h b 10^6}, 0.2 f_c \right];$$

$$CRdc = \frac{0.18}{\gamma_c};$$

$$k_1 = 0.15;$$

$$v_{\text{mín}} = \frac{0.075}{\gamma_c} k^{\frac{3}{2}} f_c^{\frac{1}{2}};$$

$$VRdc = \text{Max} \left[\left(CRdc k (100 \rho l f_c)^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp} \right) b d 10^6, (v_{\text{mín}} + k_1 \sigma_{cp}) b d 10^6 \right] 10^{-3}$$

41.4773

$$VEd \leq VRdc$$

True

"No se requiere armadura de cortante por cálculo";

"Cuantía mínima";

$$\rho_{w\text{mín}} = \frac{f_{ctm}}{7.5 f_{yk}}$$

0.000935686

$$Aswensmín = \rho_{w\text{mín}} b$$

0.000187137

$$v_1 = 0.6;$$

$$\alpha_{cw} = 1;$$

$$VRd_{\text{máx}} = \frac{\alpha_{cw} b z v_1 f_{cd} 10^3}{(\text{Cot}[\theta] + \text{Tan}[\theta])}$$

313.201

$$VEd \leq VRd_{\text{máx}}$$

True

$$VEd \leq 1 / 5 VRd_{\text{máx}}$$

True

$$s_{\text{lmáx}} = \text{Min}[0.75 d, 0.6]$$

0.10095

$$s = 0.07;$$

$$\text{Aswens} = \frac{2 \pi \frac{0.006^2}{4}}{s}$$

0.000807838

Aswens >= Aswensmín

True

• Sección P

Clear[NEd, VEd, MEd, Vrd, Fcy, Txf, Tyf,
Cxf, Cyf, ΔTx, ΔTy, ΔCx, ΔCy, Mlc, Mld, x, Vtd, Vccd]

"Datos de partida";

NEd = NP;

VEd = -VP;

MEd = -MP;

h = 0.1470; "Canto de la sección";

b = 0.2; "Ancho de la sección";

$v1 = \frac{h}{2}$; "Posición del borde comprimido respecto al cdg de la sección";

rmec = 0.025032; "Recubrimiento mecánico";

d = h - rmec; "Canto útil";

$\alpha1 = 2.9090 \frac{\pi}{180}$; "Inclinación del borde inferior";

$\alpha2 = 2.9090 \frac{\pi}{180}$; "Inclinación del borde superior";

$\theta = 45 \frac{\pi}{180}$; "Ángulo de inclinación de la biela diagonal de cortante";

"Flexión";

$$x_{\text{lím}} = \frac{d}{1 + \frac{e_{yd}}{e_{cuf}}}$$

0.071148

$Mlc[x_] := fcd 10^3 0.8 b x (d - 0.4 x)$;

Mlc[xlím]

42.579

Mld = MEd + NEd (d - v1)

9.73258

Mld <= Mlc[xlím]

True

"Zona C. As'=0";

sol = Solve[Mld == Mlc[x], x]

{{x → 0.0130245}, {x → 0.291896}}

$x = \text{If}[\text{sol}[[1, 1, 2]] \leq x_{\text{lim}}, \text{sol}[[1, 1, 2]], \text{sol}[[1, 2, 2]]]$

0.0130245

"z manual para cumplir comprobaciones de la región D";

$z = 0.116$

0.116

$C_{xf} = \frac{M_{1d}}{z}$

83.9016

$C_{yf} = C_{xf} \tan[\alpha_2]$

4.26348

$T_{xf} = C_{xf} - N_{Ed}$

37.1471

$T_{yf} = T_{xf} \tan[\alpha_1]$

1.88764

"Cortante";

$V_{rd} = V_{Ed} - T_{yf} - C_{yf};$

$\text{sol} = \text{Solve}\left[\left\{V_{rd} = F_{cy} + \Delta T_y - \Delta C_y, \Delta T_x + \Delta C_x == \frac{F_{cy}}{\tan[\theta]}, \Delta T_y == \Delta T_x \tan[\alpha_1], \Delta C_y == \Delta C_x \tan[\alpha_2], \Delta T_x == \Delta C_x\right\}, \{F_{cy}, \Delta T_x, \Delta C_x, \Delta T_y, \Delta C_y\}\right]$

{ {Fcy → 9.16151, ΔTx → 4.58075, ΔCx → 4.58075, ΔTy → 0.232772, ΔCy → 0.232772} }

$F_{cy} = \text{sol}[[1, 1, 2]];$

$\Delta T_x = \text{sol}[[1, 2, 2]];$

$\Delta C_x = \text{sol}[[1, 3, 2]];$

"Fuerzas puntuales";

$T_x = T_{xf} + \Delta T_x$

41.7278

$T_{\text{total}} = \frac{T_x}{\cos[\alpha_1]}$

41.7817

$V_{td} = T_x \tan[\alpha_1]$

2.12041

$C_x = C_{xf} - \Delta C_x$

79.3208

$$C_{total} = \frac{C_x}{\cos[\alpha_2]}$$

79.4232

$$V_{ccd} = C_x \tan[\alpha_2]$$

4.03071

$$F_c = \frac{F_{cy}}{\sin[\theta]}$$

12.9563

Clear[Cxf, Cyf, Txf, Tyf, Vrd, Fcy, ΔTx, ΔCx, Tx, Ttotal, Vtd, Cx, Ctotal, Vccd, Fc]

$$z = d - 0.4 x$$

0.116758

$$C_{xf} = f_c 10^3 0.8 b x$$

83.3567

$$C_{yf} = C_{xf} \tan[\alpha_2]$$

4.2358

$$T_{xf} = C_{xf} - N_{Ed}$$

36.6022

$$T_{yf} = T_{xf} \tan[\alpha_1]$$

1.85995

"Cortante";

$$V_{rd} = V_{Ed} - T_{yf} - C_{yf};$$

$$\text{sol} = \text{Solve}\left[\left\{\begin{aligned} V_{rd} &= F_{cy} + \Delta T_y - \Delta C_y, \Delta T_x + \Delta C_x == \frac{F_{cy}}{\tan[\theta]}, \Delta T_y == \Delta T_x \tan[\alpha_1], \\ \Delta C_y &= \Delta C_x \tan[\alpha_2], \Delta T_x == \Delta C_x \end{aligned}\right\}, \{F_{cy}, \Delta T_x, \Delta C_x, \Delta T_y, \Delta C_y\}\right]$$

{{Fcy → 9.21688, ΔTx → 4.60844, ΔCx → 4.60844, ΔTy → 0.234179, ΔCy → 0.234179}}

$$F_{cy} = \text{sol}[[1, 1, 2]];$$

$$\Delta T_x = \text{sol}[[1, 2, 2]];$$

$$\Delta C_x = \text{sol}[[1, 3, 2]];$$

"Fuerzas puntuales";

$$T_x = T_{xf} + \Delta T_x$$

41.2107

$$T_{total} = \frac{T_x}{\cos[\alpha_1]}$$

41.2638

$$V_{td} = T_x \tan[\alpha_1]$$

2.09413

$$C_x = C_{xf} - \Delta C_x$$

78.7483

$$C_{total} = \frac{C_x}{\cos[\alpha_2]}$$

78.8499

$$V_{ccd} = C_x \tan[\alpha_2]$$

4.00162

$$F_c = \frac{F_{cy}}{\sin[\theta]}$$

13.0346

"Armadura longitudinal";

$$A_s = \frac{T_{total}}{f_{yd} 10^3}$$

0.0000825277

$$f_{ctmfl} = \text{Max}[(1.6 - h) f_{ctm}, f_{ctm}]$$

5.09832

$$W = \frac{b h^2}{6}; \text{"Módulo resistente de la sección}$$

bruta de hormigón relativo a la fibra más traccionada";

$$A_{s\text{mín}\text{mec}} = \frac{W f_{ctmfl}}{z f_{yd}}$$

0.0000629047

$$A_{s\text{mín}} = \text{Max}[A_s, A_{s\text{mín}\text{mec}}]$$

0.0000825277

$$A_{s\text{mín}\text{comp}} = 0.3 * 0.0028 * b * h$$

0.000024696

"Armadura transversal";

$$Asdispuesta = 2 \pi \frac{0.01^2}{4};$$

$$k = \text{Min} \left[1 + \sqrt{\frac{200}{d 10^3}}, 2 \right];$$

$$\rho l = \text{Min} \left[\frac{Asdispuesta}{b d}, 0.02 \right];$$

$$\sigma_{cp} = \text{Min} \left[\frac{NEd 10^3}{h b 10^6}, 0.2 f_c \right];$$

$$CRdc = \frac{0.18}{\gamma_c};$$

$$k_1 = 0.15;$$

$$v_{\text{mín}} = \frac{0.075}{\gamma_c} k^{\frac{3}{2}} f_c^{\frac{1}{2}};$$

$$VRdc = \text{Max} \left[\left(CRdc k (100 \rho l f_c)^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp} \right) b d 10^6, (v_{\text{mín}} + k_1 \sigma_{cp}) b d 10^6 \right] 10^{-3}$$

38.5464

$$VEd \leq VRdc$$

True

"No se requiere armadura de cortante por cálculo";

"Cuantía mínima";

$$\rho_{w\text{mín}} = \frac{f_{ctm}}{7.5 f_{yk}}$$

0.000935686

$$Aswensmín = \rho_{w\text{mín}} b$$

0.000187137

$$v_1 = 0.6;$$

$$\alpha_{cw} = 1;$$

$$VRd_{\text{máx}} = \frac{\alpha_{cw} b z v_1 f_{cd} 10^3}{(\text{Cot}[\theta] + \text{Tan}[\theta])}$$

280.22

$$VEd \leq VRd_{\text{máx}}$$

True

$$VEd \leq 1 / 5 VRd_{\text{máx}}$$

True

$$s_{\text{lmáx}} = \text{Min}[0.75 d, 0.6]$$

0.091476

$$s = 0.07;$$

$$\text{Aswens} = \frac{2 \pi \frac{0.006^2}{4}}{s}$$

0.000807838

Aswens >= Aswensmín

True

• Sección Q

Clear[NEd, VEd, MEd, Vrd, Fcy, Txf, Tyf,
Cxf, Cyf, ΔTx, ΔTy, ΔCx, ΔCy, Mlc, Mld, x, Vtd, Vccd]

"Datos de partida";

NEd = NQ;

VEd = -VQ;

MEd = -MQ;

h = 0.1210; "Canto de la sección";

b = 0.2; "Ancho de la sección";

$v1 = \frac{h}{2}$; "Posición del borde comprimido respecto al cdg de la sección";

rmec = 0.025032; "Recubrimiento mecánico";

d = h - rmec; "Canto útil";

$\alpha1 = 2.9090 \frac{\pi}{180}$; "Inclinación del borde inferior";

$\alpha2 = 2.9090 \frac{\pi}{180}$; "Inclinación del borde superior";

$\theta = 45 \frac{\pi}{180}$; "Ángulo de inclinación de la biela diagonal de cortante";

"Flexión";

$$x_{\text{lím}} = \frac{d}{1 + \frac{e_{yd}}{e_{cuf}}}$$

0.0559813

Mlc[x_] := fcd 10³ 0.8 b x (d - 0.4 x);

Mlc[xlím]

26.3607

Mld = MEd + NEd (d - v1)

5.20115

Mld <= Mlc[xlím]

True

"Zona C. As'=0";

sol = Solve[Mld == Mlc[x], x]

{{x → 0.00879029}, {x → 0.23113}}

$$x = \text{If}[\text{sol}[[1, 1, 2]] \leq x_{\text{lim}}, \text{sol}[[1, 1, 2]], \text{sol}[[1, 2, 2]]]$$

0.00879029

$$z = d - 0.4 x$$

0.0924519

$$C_{xf} = f_c 10^3 0.8 b x$$

56.2579

$$C_{yf} = C_{xf} \tan[\alpha_2]$$

2.85876

$$T_{xf} = C_{xf} - N_{Ed}$$

9.50336

$$T_{yf} = T_{xf} \tan[\alpha_1]$$

0.482916

"Cortante";

$$V_{rd} = V_{Ed} - T_{yf} - C_{yf};$$

$$\text{sol} = \text{Solve}\left[\left\{V_{rd} = F_{cy} + \Delta T_y - \Delta C_y, \Delta T_x + \Delta C_x == \frac{F_{cy}}{\tan[\theta]}, \Delta T_y == \Delta T_x \tan[\alpha_1], \right.\right.$$

$$\left.\left. \Delta C_y == \Delta C_x \tan[\alpha_2], \Delta T_x == \Delta C_x\right\}, \{F_{cy}, \Delta T_x, \Delta C_x, \Delta T_y, \Delta C_y\}\right]$$

{{Fcy → 11.971, ΔTx → 5.98548, ΔCx → 5.98548, ΔTy → 0.304154, ΔCy → 0.304154}}

$$F_{cy} = \text{sol}[[1, 1, 2]];$$

$$\Delta T_x = \text{sol}[[1, 2, 2]];$$

$$\Delta C_x = \text{sol}[[1, 3, 2]];$$

"Fuerzas puntuales";

$$T_x = T_{xf} + \Delta T_x$$

15.4888

$$T_{\text{total}} = \frac{T_x}{\cos[\alpha_1]}$$

15.5088

$$V_{td} = T_x \tan[\alpha_1]$$

0.78707

$$C_x = C_{xf} - \Delta C_x$$

50.2724

$$C_{\text{total}} = \frac{C_x}{\cos[\alpha_2]}$$

50.3373

$$V_{ccd} = Cx \tan[\alpha_2]$$

2.55461

$$F_c = \frac{F_{cy}}{\sin[\theta]}$$

16.9295

"Armadura longitudinal";

$$A_s = \frac{T_{total}}{f_{yd} 10^3}$$

0.0000310176

$$f_{ctmfl} = \text{Max}[(1.6 - h) f_{ctm}, f_{ctm}]$$

5.18955

$$W = \frac{b h^2}{6}; \text{ "Módulo resistente de la sección$$

bruta de hormigón relativo a la fibra más traccionada";

$$A_{s\text{mínmec}} = \frac{W f_{ctmfl}}{z f_{yd}}$$

0.000054789

$$A_{s\text{mín}} = \text{Max}[A_s, A_{s\text{mínmec}}]$$

0.000054789

$$A_{s\text{míncomp}} = 0.3 * 0.0028 * b * h$$

0.000020328

"Armadura transversal";

$$A_{s\text{dispuesta}} = 2 \pi \frac{0.01^2}{4};$$

$$k = \text{Min}\left[1 + \sqrt{\frac{200}{d 10^3}}, 2\right];$$

$$\rho_l = \text{Min}\left[\frac{A_{s\text{dispuesta}}}{b d}, 0.02\right];$$

$$\sigma_{cp} = \text{Min}\left[\frac{N_{Ed} 10^3}{h b 10^6}, 0.2 f_c\right];$$

$$CR_{dc} = \frac{0.18}{\gamma_c};$$

$$k_1 = 0.15;$$

$$v_{\text{mín}} = \frac{0.075}{\gamma_c} k^{\frac{3}{2}} f_c^{\frac{1}{2}};$$

$$VR_{dc} = \text{Max}\left[\left(CR_{dc} k (100 \rho_l f_c)^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp}\right) b d 10^6, (v_{\text{mín}} + k_1 \sigma_{cp}) b d 10^6\right] 10^{-3}$$

31.3132

$$V_{Ed} \leq V_{Rdc}$$

True

"No se requiere armadura de cortante por cálculo";

"Cuantía mínima";

$$\rho_{w\min} = \frac{f_{ctm}}{7.5 f_{yk}}$$

0.000935686

$$A_{swens\min} = \rho_{w\min} b$$

0.000187137

$$v_1 = 0.6;$$

$$\alpha_{cw} = 1;$$

$$V_{Rd\max} = \frac{\alpha_{cw} b z v_1 f_{cd} 10^3}{(\cot[\theta] + \tan[\theta])}$$

221.885

$$V_{Ed} \leq V_{Rd\max}$$

True

$$V_{Ed} \leq 1 / 5 V_{Rd\max}$$

True

$$s_{l\max} = \text{Min}[0.75 d, 0.6]$$

0.071976

$$s = 0.07;$$

$$A_{swens} = \frac{2 \pi \frac{0.006^2}{4}}{s}$$

0.000807838

$$A_{swens} \geq A_{swens\min}$$

True

CÁLCULOS RELATIVOS A LOS ESTADOS LÍMITE DE SERVICIO

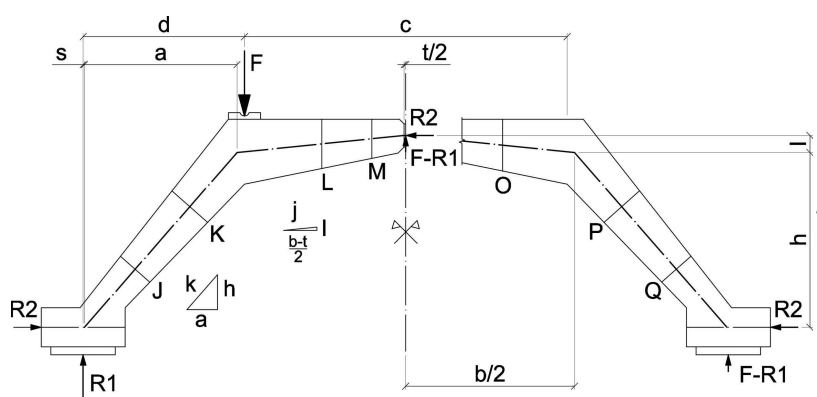
Clear [F, a, b, h, k, R1, R2]

Si no se indica lo contrario, se emplean las siguientes unidades de medida: m para longitudes; kN para fuerzas; mkN para momentos y MPa para las tensiones y módulos de elasticidad.

■ CARGA DE SERVICIO

F = 60; "Carga sobre la pila izquierda";

■ DEFINICIÓN DE LA GEOMETRÍA



t = 0.01; "Abertura de la rótula";

a = 0.4728; "Distancia horizontal entre el punto de la directriz que pasa por el cdg de la barra que une ambos apoyos y el quiebro de la directriz";

b = 1.0462; "Distancia entre quiebro y pila";

c = 1; "Distancia entre pilas";

h = 0.5377; "Altura del quiebro sobre cdg barra";

l = 0.0523; "Altura de la rótula sobre el quiebro (directriz)";

d = 0.5;

"Distancia horizontal entre apoyo y pila (puntos de aplicación de fuerzas)";

$k = \sqrt{a^2 + h^2}$; $j = \sqrt{\left(\frac{b-t}{2}\right)^2 + l^2}$; "Parámetros de inclinación de la directriz";

$s = d + \frac{c}{2} - \frac{b}{2} - a$; "Distancia horizontal entre el punto de aplicación de las reacciones en el apoyo y la directriz";

"Coordenadas de los centros de gravedad de las secciones de continuidad";

"Coordenadas de los centros de gravedad de las secciones de continuidad";

$$\begin{aligned}
 xJ &= 0.1613; \\
 yJ &= (xJ - s) \frac{h}{a}; \\
 xK &= 0.3305; \\
 yK &= (xK - s) \frac{h}{a}; \\
 xL &= 0.7399; \\
 yL &= h + (xL - (a + s)) \frac{1}{\frac{b-t}{2}}; \\
 xM &= 0.8950; \\
 yM &= h + (xM - (a + s)) \frac{1}{\frac{b-t}{2}}; \\
 xN &= 1.105; \\
 yN &= h + 1 - \left(xN - \left(\frac{2d+c}{2} + \frac{t}{2} \right) \right) \frac{1}{\frac{b-t}{2}}; \\
 xO &= 1.3; \\
 yO &= h + 1 - \left(xO - \left(\frac{2d+c}{2} + \frac{t}{2} \right) \right) \frac{1}{\frac{b-t}{2}}; \\
 xP &= 1.6695; \\
 yP &= ((2d+c-s) - xP) \frac{h}{a}; \\
 xQ &= 1.8387; \\
 yQ &= ((2d+c-s) - xQ) \frac{h}{a}; \\
 xG &= 0.67; \\
 yG &= h + (xG - (a + s)) \frac{1}{\frac{b-t}{2}};
 \end{aligned}$$

■ CÁLCULO DE LAS REACCIONES EN LOS APOYOS Y FUERZAS EN LA RÓTULA

"Sin considerar el peso propio";

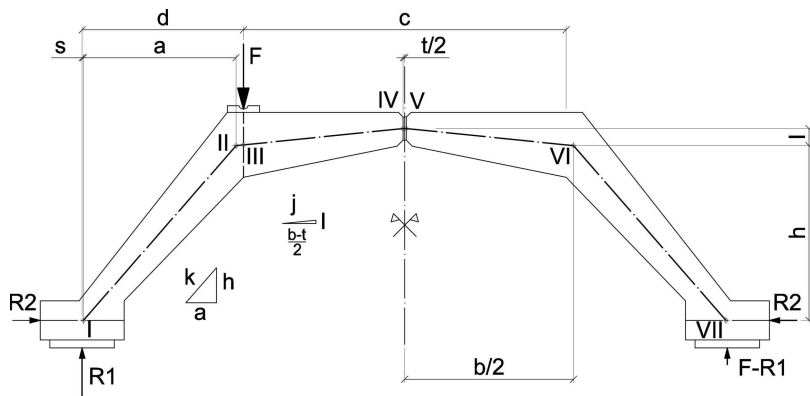
$$\text{Solve} \left[\left\{ -F d + (F - R1) \left(d + \frac{c}{2} \right) + R2 (h + 1) = 0, (F - R1) \left(d + \frac{c}{2} \right) - R2 (h + 1) = 0 \right\}, \{R1, R2\} \right]$$

$$\{ \{R1 \rightarrow 45., R2 \rightarrow 25.4237\} \}$$

$$R1 = \%[[1, 1, 2]];$$

$$R2 = \%[[1, 2, 2]];$$

■ LEYES DE ESFUERZOS



■ Axiles

$$NI = \frac{h}{k} R1 + \frac{a}{k} R2$$

50.5819

$$NIIIi = \frac{h}{k} R1 + \frac{a}{k} R2$$

50.5819

$$NIII d = \frac{\frac{b-t}{2}}{j} R2 - \frac{1}{j} (F - R1) + F \frac{1}{j}$$

29.8148

$$NIII i = \frac{\frac{b-t}{2}}{j} R2 - \frac{1}{j} (F - R1) + F \frac{1}{j}$$

29.8148

$$NIII d = \frac{\frac{b-t}{2}}{j} R2 - \frac{1}{j} (F - R1)$$

23.7886

$$NIV i = \frac{\frac{b-t}{2}}{j} R2 - \frac{1}{j} (F - R1)$$

23.7886

$$NIV d = R2$$

25.4237

$$NVI i = R2$$

25.4237

$$NVd = \frac{\frac{b-t}{2}}{j} R2 + \frac{1}{j} (F - R1)$$

26.8017

$$NVIi = \frac{\frac{b-t}{2}}{j} R2 + \frac{1}{j} (F - R1)$$

26.8017

$$NVIId = \frac{h}{k} (F - R1) + \frac{a}{k} R2$$

28.0527

$$NVII = \frac{h}{k} (F - R1) + \frac{a}{k} R2$$

28.0527

■ Cortantes

$$VI = -\frac{a}{k} R1 + \frac{h}{k} R2$$

-10.6224

$$VIIi = -\frac{a}{k} R1 + \frac{h}{k} R2$$

-10.6224

$$VIIId = \frac{1}{j} R2 + \frac{\frac{b-t}{2}}{j} (F - R1) - F \frac{\frac{b-t}{2}}{j}$$

-42.219

$$VIIIi = \frac{1}{j} R2 + \frac{\frac{b-t}{2}}{j} (F - R1) - F \frac{\frac{b-t}{2}}{j}$$

-42.219

$$VIIIId = \frac{1}{j} R2 + \frac{\frac{b-t}{2}}{j} (F - R1)$$

17.4776

$$VIVi = \frac{1}{j} R2 + \frac{\frac{b-t}{2}}{j} (F - R1)$$

17.4776

$$VIVd = F - R1$$

15.

$$VVi = F - R1$$

15.

$$VVd = -\frac{1}{j} R2 + \frac{\frac{b-t}{2}}{j} (F - R1)$$

12.3707

$$VVIi = -\frac{1}{j} R2 + \frac{\frac{b-t}{2}}{j} (F - R1)$$

12.3707

$$VVIId = \frac{a}{k} (F - R1) - \frac{h}{k} R2$$

-9.18758

$$VVII = \frac{a}{k} (F - R1) - \frac{h}{k} R2$$

-9.18758

■ **Momentos flectores**

$$MI = R1 s$$

0.1845

$$MII = R1 (a + s) - R2 h$$

7.79016

$$MIII = R1 d - R2 \left(h + (d - a - s) \frac{1}{\frac{b-t}{2}} \right)$$

8.77038

$$MIV = (F - R1) \frac{t}{2}$$

0.075

$$MV = - (F - R1) \frac{t}{2}$$

-0.075

$$MVI = - (F - R1) \frac{b}{2} + R2 l$$

-6.51684

$$MVII = (F - R1) s$$

0.0615

■ VERIFICACIÓN DE LOS ESTADOS LÍMITE DE SERVICIO

■ Materiales

$$\begin{aligned} \gamma_s &= 1; \\ \gamma_c &= 1; \\ f_{yk} &= 500; \text{ "MPa"}; \\ f_{yd} &= \frac{f_{yk}}{\gamma_s}; \text{ "MPa"}; \\ f_c &= 40; \text{ "MPa"}; \\ f_{cd} &= \frac{f_c}{\gamma_c}; \text{ "MPa"}; \\ f_{ctm} &= 0.3 f_c^{\frac{2}{3}}; \\ E_c &= 22\,000 (f_c 0.1)^{0.3}; \text{ "MPa"}; \\ E_s &= 200\,000; \text{ "MPa"}; \\ \epsilon_{yd} &= \frac{f_{yd}}{E_s}; \\ \epsilon_{cuf} &= 0.0035; \end{aligned}$$

■ Esfuerzos en las secciones de continuidad

• Sección J

$$N_J = \frac{h}{k} R_1 + \frac{a}{k} R_2$$

$$50.5819$$

$$V_J = -\frac{a}{k} R_1 + \frac{h}{k} R_2$$

$$-10.6224$$

$$M_J = R_1 x_J - R_2 y_J$$

$$2.71329$$

• Sección K

$$N_K = \frac{h}{k} R_1 + \frac{a}{k} R_2$$

$$50.5819$$

$$V_K = -\frac{a}{k} R_1 + \frac{h}{k} R_2$$

$$-10.6224$$

$$M_K = R_1 x_K - R_2 y_K$$

$$5.43511$$

• Sección L (vertical)

$$N_L = R_2$$

$$25.4237$$

$$V_L = F - R_1$$

15.

$$M_L = (F - R_1) \left(d + \frac{c}{2} - x_L \right) + R_2 (h + l - y_L)$$

4.55619

- Sección M (vertical)

$$N_M = R_2$$

25.4237

$$V_M = F - R_1$$

15.

$$M_M = (F - R_1) \left(d + \frac{c}{2} - x_M \right) + R_2 (h + l - y_M)$$

1.83164

- Sección N (vertical)

$$N_N = R_2$$

25.4237

$$V_N = F - R_1$$

15.

$$M_N = - (F - R_1) \left(x_N - \left(d + \frac{c}{2} \right) \right) + R_2 (h + l - y_N)$$

-1.31836

- Sección O (vertical)

$$N_O = R_2$$

25.4237

$$V_O = F - R_1$$

15.

$$M_O = - (F - R_1) \left(x_O - \left(d + \frac{c}{2} \right) \right) + R_2 (h + l - y_O)$$

-3.74291

- Sección P

$$N_P = \frac{h}{k} (F - R_1) + \frac{a}{k} R_2$$

28.0527

$$V_P = \frac{a}{k} (F - R_1) - \frac{h}{k} R_2$$

-9.18758

$$M_P = (F - R_1) (2d + c - x_P) - R_2 y_P$$

-4.47989

Sección Q

$$NQ = \frac{h}{k} (F - R1) + \frac{a}{k} R2$$

28.0527

$$VQ = \frac{a}{k} (F - R1) - \frac{h}{k} R2$$

-9.18758

$$MQ = (F - R1) (2d + c - xQ) - R2 yQ$$

-2.12571

- Sección G (ubicación de las galgas de acero, cerca de la sección de rotura esperada)

$$NG = R2$$

25.4237

$$VG = F - R1$$

15.

$$MG = (F - R1) \left(d + \frac{c}{2} - xG \right) + R2 (h + 1 - yG)$$

5.78409

■ Comprobación de los estados límite de servicio

- Sección J

`Clear[NEd, VEd, MEd, x, xfis]`

`"Datos de partida";`

```

NEd = NJ;
VEd = - VJ;
MEd = MJ;
h = 0.1210; "Canto de la sección";
b = 0.2; "Ancho de la sección";

  h
v1 = ---; "Posición del borde comprimido respecto al cdg de la sección";
  2
rmec = 0.025032; "Recubrimiento mecánico";
d1 = h - rmec; "Canto útil de la armadura traccionada";
d2 = 0.025032; "Canto útil de la armadura comprimida";
e1 = v1 - d1; "Posición de la armadura traccionada";
e2 = v1 - d2; "Posición de la armadura comprimida";

  π
α1 = 2.9090 ---; "Inclinación del borde inferior";
  180
  π
α2 = 2.9090 ---; "Inclinación del borde superior";
  180

  π
θ = 45 ---; "Ángulo de inclinación de la biela diagonal de cortante";
  180
fctmf1 = Max[(1.6 - h) fctm, fctm];
fcteff = fctm;
φ = 0.008; "Diámetro de la armadura longitudinal";

  π φ²
As1 = 2 ---; "Área de armadura en tracción";
  4

  π φ²
As2 = 2 ---; "Área de armadura en compresión";
  4

  As1
As1x = ---;
  Cos[α1]
"Área de armadura de tracción contenida en la sección transversal";

  As2
As2x = ---;
  Cos[α2]
"Área de armadura de compresión contenida en la sección transversal";

"Comprobación de fisuración para el axil de servicio";

Eref = Ec;
Es1x = Es Cos[α1]²; "Módulo de elasticidad efectivo en
  la dirección ortogonal a la sección (armadura traccionada)";
Es2x = Es Cos[α2]²; "Módulo de elasticidad efectivo en la
  dirección ortogonal a la sección (armadura comprimida)";

  Es1x
ns1x = ---;
  Eref
  Es2x
ns2x = ---;
  Eref

Aha = b h - As1x - As2x + ns1x As1x + ns2x As2x;
Sha = - As1x e1 - As2x e2 + ns1x As1x e1 + ns2x As2x e2;

  b h³
Iha = --- - As1x e1² - As2x e2² + ns1x As1x e1² + ns2x As2x e2²;
  12

Mfis = (1000 fctmf1 (Iha Aha - Sha²) + NEd (Iha - Sha (v1 - h))) / (Sha - Aha (v1 - h))
3.66224

```

MEd ≥ Mfis

False

"La sección no fisura";

"Limitación de tensiones";

No es necesario verificar la tensión en servicio del hormigón por aparición de fisuras longitudinales para la clase de exposición XC3. Tampoco es necesario comprobarla para suponer una fluencia lineal cuando no se considera en el cálculo de esfuerzos por ser la estructura isostática.

Ad = Aha;

Sd = Sha;

Id = Iha;

$$\epsilon_{0c} = \frac{1}{1000 E_{ref} (I_d A_d - S_d^2)} \begin{pmatrix} I_d & -S_d \\ -S_d & A_d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} N_{Ed} \\ M_{Ed} \end{pmatrix}$$

{{0.0000601869}, {0.00264287}}

es1 = ({[1, e1]}.e0c) [[1, 1]]

-0.0000335505

os1 = Es es1

-6.71009

os1 ≥ -0.8 fyk

True

"Control de la fisuración";

- Área mínima de armadura pasiva

os = 360; "MPa";

k1 = 1.5;

$$\sigma_c = \frac{N_{Ed}}{1000 b h}$$

2.09016

$$k_c = 0.4 \left(1 - \frac{\sigma_c}{k_1 f_{cteff}} \right)$$

0.24115

k = 1;

Ad = Aha;

Sd = Sha;

Id = Iha;

$$\epsilon_{0c} = \frac{1}{1000 E_{ref} (I_d A_d - S_d^2)} \begin{pmatrix} I_d & -S_d \\ -S_d & A_d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} N_{Ed} \\ M_{fis} \end{pmatrix}$$

{{0.0000601869}, {0.00356719}}

Clear[xfis]

```
xfis = (Solve[{{0}} == ({{1, v1 - xfis}}.ε0c)] [[1, 1, 2]]
```

```
0.0773723
```

```
Act = b (h - xfis)
```

```
0.00872553
```

```
Asmin =  $\frac{kc k fcteff Act}{\sigma_s}$ 
```

```
0.0000205087
```

```
Asmin ≤ As1
```

```
True
```

- Abertura de fisura

```
"La sección no fisura";
```

- Sección K

```
Clear[NEd, VEd, MEd, x, xfis]
```

```
"Datos de partida";
```

```
NEd = NK;
```

```
VEd = -VK;
```

```
MEd = MK;
```

```
h = 0.1470; "Canto de la sección";
```

```
b = 0.2; "Ancho de la sección";
```

```
v1 =  $\frac{h}{2}$ ; "Posición del borde comprimido respecto al cdg de la sección";
```

```
rmec = 0.025032; "Recubrimiento mecánico";
```

```
d1 = h - rmec; "Canto útil de la armadura traccionada";
```

```
d2 = 0.025032; "Canto útil de la armadura comprimida";
```

```
e1 = v1 - d1; "Posición de la armadura traccionada";
```

```
e2 = v1 - d2; "Posición de la armadura comprimida";
```

```
α1 =  $2.9090 \frac{\pi}{180}$ ; "Inclinación del borde inferior";
```

```
α2 =  $2.9090 \frac{\pi}{180}$ ; "Inclinación del borde superior";
```

```
θ =  $45 \frac{\pi}{180}$ ; "Ángulo de inclinación de la biela diagonal de cortante";
```

```
fctmfl = Max[(1.6 - h) fctm, fctm];
```

```
fcteff = fctm;
```

```
φ = 0.008; "Diámetro de la armadura longitudinal";
```

```
As1 =  $2 \frac{\pi \phi^2}{4}$ ; "Área de armadura en tracción";
```

```
As2 =  $3 \frac{\pi \phi^2}{4}$ ; "Área de armadura en compresión";
```

```
As1x =  $\frac{As1}{\text{Cos}[\alpha1]}$ ;
```

```
"Área de armadura de tracción contenida en la sección transversal";
```

```
As2x =  $\frac{As2}{\text{Cos}[\alpha2]}$ ;
```

```
"Área de armadura de compresión contenida en la sección transversal";
```

```

"Comprobación de fisuración para el axil de servicio";

Eref = Ec;
Es1x = Es Cos[α1]2; "Módulo de elasticidad efectivo en
  la dirección ortogonal a la sección (armadura traccionada)";
Es2x = Es Cos[α2]2; "Módulo de elasticidad efectivo en la
  dirección ortogonal a la sección (armadura comprimida)";

  Es1x
ns1x = -----;
  Eref

  Es2x
ns2x = -----;
  Eref

  Es
ns = -----;
  Eref

Aha = b h - As1x - As2x + ns1x As1x + ns2x As2x;
Sha = - As1x e1 - As2x e2 + ns1x As1x e1 + ns2x As2x e2;
  b h3
Iha = ----- - As1x e12 - As2x e22 + ns1x As1x e12 + ns2x As2x e22;
  12

Mfis = (1000 fctmf1 (Iha Aha - Sha2) + NEd (Iha - Sha (v1 - h))) / (Sha - Aha (v1 - h))

5.1234

MEd ≥ Mfis

True

"La sección fisura";

```

```

"Limitación de tensiones";

```

No es necesario verificar la tensión en servicio del hormigón por aparición de fisuras longitudinales para la clase de exposición XC3. Tampoco es necesario comprobarla para suponer una fluencia lineal cuando no se considera en el cálculo de esfuerzos por ser la estructura isostática.

```

Clear[Afis, Sfis, Ifis]

Afis[x_] := b x - As2x + ns1x As1x + ns2x As2x;

Sfis[x_] := b x (v1 -  $\frac{x}{2}$ ) - As2x e2 + ns1x As1x e1 + ns2x As2x e2;

Ifis[x_] :=  $\frac{b x^3}{12}$  + b x (v1 -  $\frac{x}{2}$ )2 - As2x e22 + ns1x As1x e12 + ns2x As2x e22;

Clear[x]

x = FindRoot[ $\frac{MEd}{NEd} = \frac{Ifis[x] - (v1 - x) Sfis[x]}{Sfis[x] - (v1 - x) Afis[x]}$ , {x,  $\frac{h}{4}}$ ][[1, 2]]

0.0390521

Ad = Afis[x];
Sd = Sfis[x];
Id = Ifis[x];

e0c =  $\frac{1}{1000 Eref (Id Ad - Sd^2)}$  (  $\begin{pmatrix} Id & -Sd \\ -Sd & Ad \end{pmatrix}$  ) · (  $\begin{pmatrix} NEd \\ MEd \end{pmatrix}$  )

{{-0.000461921}, {0.0134093}}

```

$\epsilon s1 = (\{1, \epsilon1\}) \cdot \epsilon0c \text{ } [[1, 1]]$

-0.00111184

$\sigma s1 = E s \epsilon s1$

-222.368

$\sigma s1 \geq -0.8 f_{yk}$

True

"Control de la fisuración";

- Área mínima de armadura pasiva

$\sigma s = 360; \text{"MPa"};$

$k1 = 1.5;$

$$\sigma c = \frac{NEd}{1000 b h}$$

1.72047

$$k c = 0.4 \left(1 - \frac{\sigma c}{k1 f c t e f f} \right)$$

0.269246

$k = 1;$

$A d = A h a;$

$S d = S h a;$

$I d = I h a;$

$$\epsilon 0 c = \frac{1}{1000 E r e f (I d A d - S d^2)} \begin{pmatrix} I d & -S d \\ -S d & A d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} N E d \\ M f i s \end{pmatrix}$$

{{0.0000483988}, {0.00273866}}

Clear[xfis]

$x f i s = (\text{Solve}[\{0\}] == (\{1, v1 - x f i s\}) \cdot \epsilon 0 c) \text{ } [[1, 1, 2]]$

0.0911724

$A c t = b (h - x f i s)$

0.0111655

$$A s m i n = \frac{k c k f c t e f f A c t}{\sigma s}$$

0.0000293013

$A s m i n \leq A s 1$

True

- Abertura de fisura

$s r m a x = 1.3 (h - x)$

0.140332

kt = 0.4;

$$\mathbf{hceff} = \text{Min} \left[2.5 (h - d); \frac{h - x}{3}; h / 2 \right]$$

0.0735

Aceff = b hceff

0.0147

$$\mathbf{\rho_{eff}} = \frac{As1}{Aceff}$$

0.00683884

σs = Es εs1

-222.368

$$\mathbf{\Delta\epsilon} = \text{Max} \left[\frac{\text{Abs}[\sigma_s] - kt \frac{f_{cteff}}{\rho_{eff}} (1 + ns \rho_{eff})}{Es}, 0.6 \frac{\text{Abs}[\sigma_s]}{Es} \right]$$

0.000667105

wk = s_{rmax} Δε

0.0000936164

wk ≤ 0.0003

True

• Sección L

Clear[NEd, VEd, MEd, x, xfis]

"Datos de partida";


```

NEd = NL;
VEd = VL;
MEd = ML;
h = 0.1515; "Canto de la sección";
b = 0.2; "Ancho de la sección";
    h
v1 = ---; "Posición del borde comprimido respecto al cdg de la sección";
    2
rmec = 0.025505; "Recubrimiento mecánico";
d1 = h - rmec; "Canto útil de la armadura traccionada";
d2 = 0.025; "Canto útil de la armadura comprimida";
e1 = v1 - d1; "Posición de la armadura traccionada";
e2 = v1 - d2; "Posición de la armadura comprimida";
alpha1 = 11.4212 * (pi / 180); "Inclinación del borde inferior";
alpha2 = 0; "Inclinación del borde superior";
theta = 45 * (pi / 180); "Ángulo de inclinación de la biela diagonal de cortante";
fctmfl = Max[(1.6 - h) fctm, fctm];
fcteff = fctm;
phi = 0.008; "Diámetro de la armadura longitudinal";
As1 = 2 * (pi * phi^2) / 4; "Área de armadura en tracción";
As2 = 2 * (pi * phi^2) / 4; "Área de armadura en compresión";
As1x = As1 / Cos[alpha1];
"Área de armadura de tracción contenida en la sección transversal";
As2x = As2 / Cos[alpha2];
"Área de armadura de compresión contenida en la sección transversal";

```

```

"Comprobación de fisuración para el axil de servicio";
Eref = Ec;
Es1x = Es Cos[alpha1]^2; "Módulo de elasticidad efectivo en
    la dirección ortogonal a la sección (armadura traccionada)";
Es2x = Es Cos[alpha2]^2; "Módulo de elasticidad efectivo en la
    dirección ortogonal a la sección (armadura comprimida)";
ns1x = Es1x / Eref;
ns2x = Es2x / Eref;
Aha = b h - As1x - As2x + ns1x As1x + ns2x As2x;
Sha = - As1x e1 - As2x e2 + ns1x As1x e1 + ns2x As2x e2;
Iha = (b h^3) / 12 - As1x e1^2 - As2x e2^2 + ns1x As1x e1^2 + ns2x As2x e2^2;
Mfis = (1000 fctmfl (Iha Aha - Sha^2) + NEd (Iha - Sha (v1 - h))) / (Sha - Aha (v1 - h))
4.70568
MEd >= Mfis
False

```

"La sección no fisura";

"Limitación de tensiones";

No es necesario verificar la tensión en servicio del hormigón por aparición de fisuras longitudinales para la clase de exposición XC3. Tampoco es necesario comprobarla para suponer una fluencia lineal cuando no se considera en el cálculo de esfuerzos por ser la estructura isostática.

Ad = Aha;

Sd = Sha;

Id = Iha;

$$\epsilon_{0c} = \frac{1}{1000 E_{ref} (I_d A_d - S_d^2)} \begin{pmatrix} I_d & -S_d \\ -S_d & A_d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} N_{Ed} \\ M_{Ed} \end{pmatrix}$$

{{0.0000242968}, {0.00225873}}

es1 = ({1, e1}).e0c)[[1, 1]]

-0.0000891931

os1 = Es es1

-17.8386

os1 ≥ -0.8 fyk

True

"Control de la fisuración";

- Área mínima de armadura pasiva

os = 360; "MPa";

k1 = 1.5;

$$\sigma_c = \frac{N_{Ed}}{1000 b h}$$

0.839067

$$k_c = 0.4 \left(1 - \frac{\sigma_c}{k_1 f_{cteff}} \right)$$

0.336232

k = 1;

Ad = Aha;

Sd = Sha;

Id = Iha;

$$\epsilon_{0c} = \frac{1}{1000 E_{ref} (I_d A_d - S_d^2)} \begin{pmatrix} I_d & -S_d \\ -S_d & A_d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} N_{Ed} \\ M_{fis} \end{pmatrix}$$

{{0.0000242945}, {0.00233285}}

Clear[xfis]

xfis = (Solve[{{0}} == ({{1, v1 - xfis}).e0c])][[1, 1, 2]]

0.0861641

$$Act = b (h - x_{fis})$$

0.0130672

$$As_{min} = \frac{k_c k_{fcteff} Act}{\sigma_s}$$

0.0000428232

$$As_{min} \leq As_1$$

True

- Abertura de fisura

"La sección no fisura";

- Sección O

Clear[NEd, VEd, MEd, x, x_{fis}]

"Datos de partida";

NEd = NO;

VEd = VO;

MEd = -MO;

h = 0.1596; "Canto de la sección";

b = 0.2; "Ancho de la sección";

$v_1 = \frac{h}{2}$; "Posición del borde comprimido respecto al cdg de la sección";

r_{me}c = 0.025; "Recubrimiento mecánico";

d₁ = h - r_{me}c; "Canto útil de la armadura traccionada";

d₂ = 0.025505; "Canto útil de la armadura comprimida";

e₁ = v₁ - d₁; "Posición de la armadura traccionada";

e₂ = v₁ - d₂; "Posición de la armadura comprimida";

α₁ = 0; "Inclinación del borde inferior";

α₂ = 11.4212 $\frac{\pi}{180}$; "Inclinación del borde superior";

θ = 45 $\frac{\pi}{180}$; "Ángulo de inclinación de la biela diagonal de cortante";

f_{ctmfl} = Max[(1.6 - h) f_{ctm}, f_{ctm}];

f_{cteff} = f_{ctm};

φ = 0.008; "Diámetro de la armadura longitudinal";

As₁ = 3 $\frac{\pi \phi^2}{4}$; "Área de armadura en tracción";

As₂ = 2 $\frac{\pi \phi^2}{4}$; "Área de armadura en compresión";

As_{1x} = $\frac{As_1}{\cos[\alpha_1]}$;

"Área de armadura de tracción contenida en la sección transversal";

As_{2x} = $\frac{As_2}{\cos[\alpha_2]}$;

"Área de armadura de compresión contenida en la sección transversal";

"Comprobación de fisuración para el axil de servicio";

```

Eref = Ec;
Es1x = Es Cos[α1]2; "Módulo de elasticidad efectivo en
la dirección ortogonal a la sección (armadura traccionada)";
Es2x = Es Cos[α2]2; "Módulo de elasticidad efectivo en la
dirección ortogonal a la sección (armadura comprimida)";
      Es1x
ns1x = -----;
      Eref
      Es2x
ns2x = -----;
      Eref

Aha = b h - As1x - As2x + ns1x As1x + ns2x As2x;
Sha = - As1x e1 - As2x e2 + ns1x As1x e1 + ns2x As2x e2;
      b h3
Iha = ----- - As1x e12 - As2x e22 + ns1x As1x e12 + ns2x As2x e22;
      12

Mfis = (1000 fctmfl (Iha Aha - Sha2) + NEd (Iha - Sha (v1 - h))) / (Sha - Aha (v1 - h))
5.22982

MEd ≥ Mfis
False

"La sección no fisura";

```

"Limitación de tensiones";

No es necesario verificar la tensión en servicio del hormigón por aparición de fisuras longitudinales para la clase de exposición XC3. Tampoco es necesario comprobarla para suponer una fluencia lineal cuando no se considera en el cálculo de esfuerzos por ser la estructura isostática.

```

Ad = Aha;
Sd = Sha;
Id = Iha;

ε0c =  $\frac{1}{1000 Eref (Id Ad - Sd^2)} \begin{pmatrix} Id & -Sd \\ -Sd & Ad \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} NEd \\ MEd \end{pmatrix}$ 
{{0.0000236931}, {0.00157566}}

es1 = ({{1, e1}}.ε0c)[[1, 1]]
-0.0000626532

σs1 = Es es1
-12.5306

σs1 ≥ -0.8 fyk
True

```

"Control de la fisuración";

- Área mínima de armadura pasiva

σs = 360; "MPa";

k1 = 1.5;

$$\sigma_c = \frac{NEd}{1000 b h}$$

0.796483

$$k_c = 0.4 \left(1 - \frac{\sigma_c}{k_1 f_{cteff}} \right)$$

0.339468

k = 1;

Ad = Aha;

Sd = Sha;

Id = Iha;

$$\epsilon_{0c} = \frac{1}{1000 E_{ref} (I_d A_d - S_d^2)} \begin{pmatrix} I_d & -S_d \\ -S_d & A_d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} NEd \\ Mfis \end{pmatrix}$$

{{0.0000239712}, {0.00219972}}

Clear[xfis]

xfis = (Solve[{{0}} == ({{1, v1 - xfis}}.e0c))][[1, 1, 2]]

0.0906974

Act = b (h - xfis)

0.0137805

$$As_{min} = \frac{k_c k f_{cteff} Act}{\sigma_s}$$

0.0000455957

Asmin ≤ As1

True

- Abertura de fisura

"La sección no fisura";

- Sección G (ubicación de las galgas de acero, sección de rotura esperada)

Clear[NEd, VEd, MEd, x, xfis]

"Datos de partida";

```

NEd = NG;
VEd = VG;
MEd = MG;
h = 0.1657; "Canto de la sección";
b = 0.2; "Ancho de la sección";
  h
v1 = ---; "Posición del borde comprimido respecto al cdg de la sección";
  2
rmec = 0.025505; "Recubrimiento mecánico";
d1 = h - rmec; "Canto útil de la armadura traccionada";
d2 = 0.025; "Canto útil de la armadura comprimida";
e1 = v1 - d1; "Posición de la armadura traccionada";
e2 = v1 - d2; "Posición de la armadura comprimida";
alpha1 = 11.4212 * (pi / 180); "Inclinación del borde inferior";
alpha2 = 0; "Inclinación del borde superior";
theta = 45 * (pi / 180); "Ángulo de inclinación de la biela diagonal de cortante";
fctmf1 = Max[(1.6 - h) fctm, fctm];
fcteff = fctm;
phi = 0.008; "Diámetro de la armadura longitudinal";
As1 = 2 * (pi * phi^2) / 4; "Área de armadura en tracción";
As2 = 3 * (pi * phi^2) / 4; "Área de armadura en compresión";
As1x = As1 / Cos[alpha1];
"Área de armadura de tracción contenida en la sección transversal";
As2x = As2 / Cos[alpha2];
"Área de armadura de compresión contenida en la sección transversal";

```

```

"Comprobación de fisuración para el axil de servicio";
Eref = Ec;
Es1x = Es Cos[alpha1]^2; "Módulo de elasticidad efectivo en
  la dirección ortogonal a la sección (armadura traccionada)";
Es2x = Es Cos[alpha2]^2; "Módulo de elasticidad efectivo en la
  dirección ortogonal a la sección (armadura comprimida)";
ns1x = Es1x / Eref;
ns2x = Es2x / Eref;
ns = Es / Eref;
Aha = b h - As1x - As2x + ns1x As1x + ns2x As2x;
Sha = - As1x e1 - As2x e2 + ns1x As1x e1 + ns2x As2x e2;
Iha = (b h^3) / 12 - As1x e1^2 - As2x e2^2 + ns1x As1x e1^2 + ns2x As2x e2^2;
Mfis = (1000 fctmf1 (Iha Aha - Sha^2) + NEd (Iha - Sha (v1 - h))) / (Sha - Aha (v1 - h))
5.55111

```

MEd ≥ Mfis

True

"La sección fisura";

"Limitación de tensiones";

No es necesario verificar la tensión en servicio del hormigón por aparición de fisuras longitudinales para la clase de exposición XC3. Tampoco es necesario comprobarla para suponer una fluencia lineal cuando no se considera en el cálculo de esfuerzos por ser la estructura isostática.

Clear[Afis, Sfis, Ifis]

Afis[x_] := b x - As2x + ns1x As1x + ns2x As2x;

Sfis[x_] := b x (v1 - x/2) - As2x e2 + ns1x As1x e1 + ns2x As2x e2;

Ifis[x_] := b x^3 / 12 + b x (v1 - x/2)^2 - As2x e2^2 + ns1x As1x e1^2 + ns2x As2x e2^2;

Clear[x]

x = FindRoot[$\frac{MEd}{NEd} = \frac{Ifis[x] - (v1 - x) Sfis[x]}{Sfis[x] - (v1 - x) Afis[x]}$, {x, h/4}][[1, 2]]

0.0330534

Ad = Afis[x];

Sd = Sfis[x];

Id = Ifis[x];

$\epsilon0c = \frac{1}{1000 Eref (Id Ad - Sd^2)} \begin{pmatrix} Id & -Sd \\ -Sd & Ad \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} NEd \\ MEd \end{pmatrix}$

{{-0.000730129}, {0.0146622}}

es1 = ({1, e1}).ε0c][[1, 1]]

-0.00157094

σs1 = Es es1

-314.187

σs1 ≥ -0.8 fyk

True

"Control de la fisuración";

- Área mínima de armadura pasiva

σs = 360; "MPa";

k1 = 1.5;

$\sigma_c = \frac{NEd}{1000 b h}$

0.767161

$$k_c = 0.4 \left(1 - \frac{\sigma_c}{k_1 f_{cteff}} \right)$$

0.341697

$k = 1;$

$A_d = A_{ha};$

$S_d = S_{ha};$

$I_d = I_{ha};$

$$\epsilon_{0c} = \frac{1}{1000 E_{ref} (I_d A_d - S_d^2)} \begin{pmatrix} I_d & -S_d \\ -S_d & A_d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} N_{Ed} \\ M_{fis} \end{pmatrix}$$

{{0.0000212331}, {0.00207795}}

`Clear[xfis]`

`xfis = (Solve[{{0}} == ({{1, v1 - xfis}}.e0c))][[1, 1, 2]]`

0.0930683

$Act = b (h - xfis)$

0.0145263

$$As_{min} = \frac{k_c k f_{cteff} Act}{\sigma_s}$$

0.0000483789

$As_{min} \leq As_1$

True

- Abertura de fisura

$sr_{max} = 1.3 (h - x)$

0.172441

$kt = 0.4;$

$$h_{ceff} = \text{Min} \left[2.5 (h - d); \frac{h - x}{3}; h / 2 \right]$$

0.08285

$A_{ceff} = b h_{ceff}$

0.01657

$$\rho_{eff} = \frac{As_1}{A_{ceff}}$$

0.00606705

$\sigma_s = E_s \epsilon_{s1}$

-314.187

$$\Delta \epsilon = \text{Max} \left[\frac{\text{Abs}[\sigma_s] - kt \frac{f_{cteff}}{\rho_{eff}} (1 + ns \rho_{eff})}{E_s}, 0.6 \frac{\text{Abs}[\sigma_s]}{E_s} \right]$$

0.000942561

wk = s_rmax Δε

0.000162536

wk ≤ 0.0003

True

A.3. Diseño de regiones D (ELU)

Comprobación de la región J

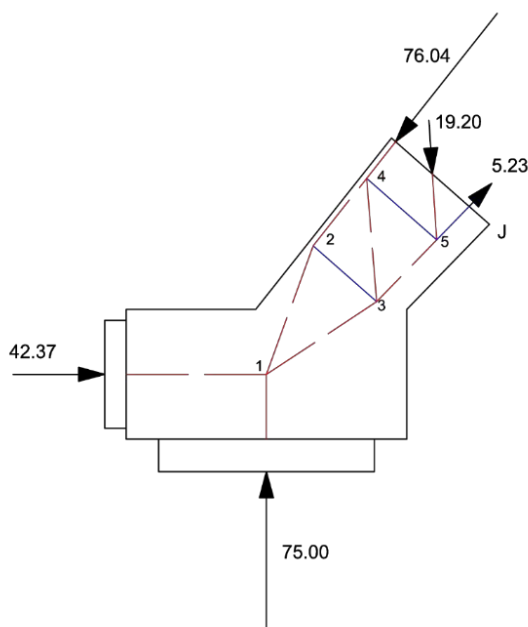


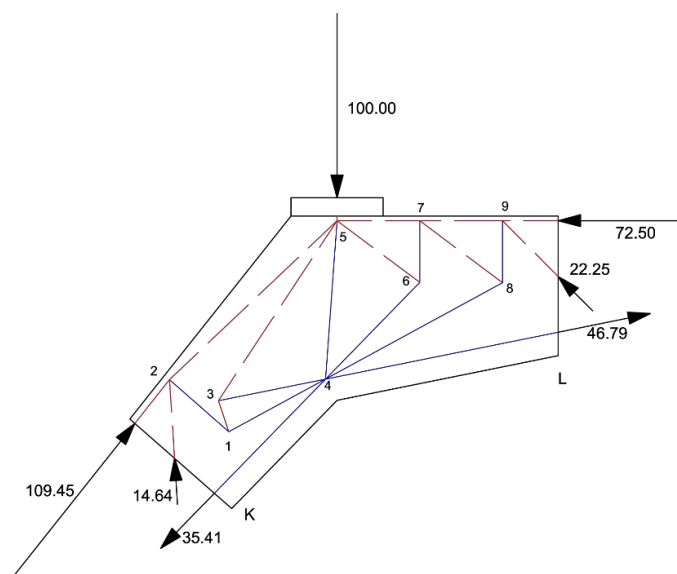
Figura A.5. Modelo de bielas y tirantes propuesto para la región J.

Nudo	Coordenadas		Fuerzas aplicadas	
nº	x	y	Fuerza x	Fuerza y
1	0,000	0,000	42,373	75,000
2	0,043	0,119	0,000	0,000
3	0,102	0,067	0,000	0,000
4	0,093	0,181	-47,254	-59,581
5	0,158	0,124	4,878	-15,418

Tabla A.1. Coordenadas de los nudos y fuerzas aplicadas sobre ellos del modelo de bielas y tirantes de la región J.

Barras	Nudo inicio	Nudo fin	Fuerza (kN)	Tipo de barra	As (cm ²)
1	1	2	65,95	biela	-
2	1	3	23,70	biela	-
3	2	3	-20,85	tirante	0,41698641
4	2	4	61,52	biela	-
5	3	4	20,88	biela	-
6	3	5	8,36	biela	-
7	4	5	-14,26	tirante	0,28526635

Tabla A.2. Fuerza resultante en las barras y armadura necesaria en los tirantes del modelo de bielas y tirantes de la región J.

Comprobación de la región KL

Figura A.6. Modelo de bielas y tirantes propuesto inicialmente para la región KL.

Nudo	Coordenadas		Fuerzas aplicadas	
nº	x	y	Fuerza x	Fuerza y
1	0,064	0,000	0,000	0,000
2	0,000	0,057	67,075	100,366
3	0,053	0,034	0,000	0,000
4	0,169	0,057	0,000	0,000
5	0,182	0,229	0,000	-100,000
6	0,271	0,162	0,000	0,000
7	0,271	0,229	0,000	0,000
8	0,361	0,162	0,000	0,000
9	0,361	0,229	-88,239	15,734
10	0,381	-0,104	0,000	0,000

Tabla A.3. Coordenadas de los nudos y fuerzas aplicadas sobre ellos del modelo inicial de bielas y tirantes de la región KL.

Barras	Nudo inicio	Nudo fin	Fuerza (kN)	Tipo de barra	As (cm ²)
1	1	2	-26,70	tirante	0,534014779
2	1	3	25,46	biela	-
3	1	4	-13,55	tirante	0,27106176
4	2	5	120,15	biela	-
5	3	4	-28,28	tirante	0,565692374
6	3	5	35,59	biela	-
7	4	5	-16,34	tirante	0,326708776
8	4	6	-7,37	tirante	0,14735613
9	4	8	-13,82	tirante	0,276425189
10	5	6	6,42	biela	-

11	5	7	100,37	biela	-
12	6	7	-9,12	tirante	0,182369826
13	7	8	15,18	biela	-
14	7	9	88,24	biela	-
15	8	9	-15,73	tirante	0,314660053
16	4	10	-26,59	tirante	0,531812102

Tabla A.4. Fuerza resultante en las barras y armadura necesaria en los tirantes del modelo inicial de bielas y tirantes de la región KL.

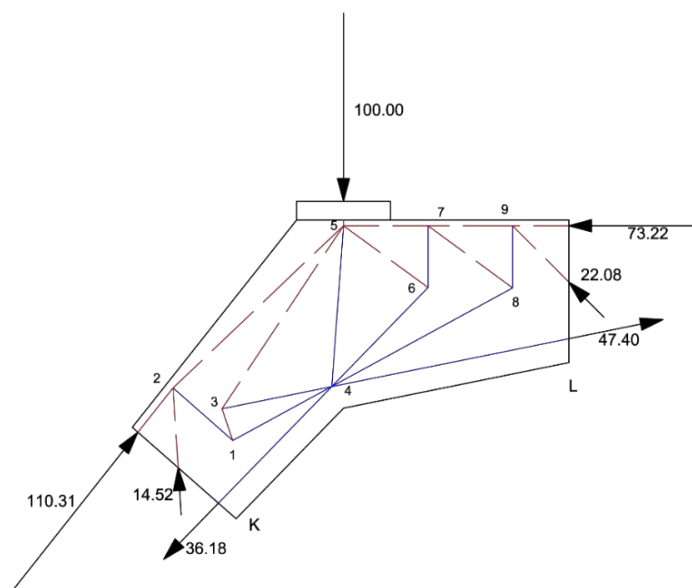


Figura A.7. Segundo modelo de bielas y tirantes propuesto para la región KL en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones K y L.

Nudo nº	Coordenadas		Fuerzas aplicadas	
	x	y	Fuerza x	Fuerza y
1	0,064	0,000	0,000	0,000
2	0,000	0,056	67,616	100,921
3	0,052	0,034	0,000	0,000
4	0,169	0,057	0,000	0,000
5	0,181	0,228	0,000	-100,000
6	0,271	0,163	0,000	0,000
7	0,271	0,228	0,000	0,000
8	0,361	0,162	0,000	0,000
9	0,361	0,228	-88,830	15,615
10	0,381	-0,108	0,000	0,000

Tabla A.5. Coordenadas de los nudos y fuerzas aplicadas sobre ellos del segundo modelo de bielas y tirantes de la región KL en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones K y L.

Barras	Nudo inicio	Nudo fin	Fuerza (kN)	Tipo de barra	As (cm ²)
1	1	2	-26,65	tirante	0,532963793
2	1	3	25,40	biela	-
3	1	4	-13,53	tirante	0,270511194
4	2	5	120,93	biela	-
5	3	4	-28,42	tirante	0,568390488
6	3	5	35,64	biela	-
7	4	5	-16,79	tirante	0,335880469
8	4	6	-7,31	tirante	0,146189868
9	4	8	-13,89	tirante	0,277802028
10	5	6	6,32	biela	-
11	5	7	101,02	biela	-
12	6	7	-8,96	tirante	0,179289906
13	7	8	15,14	biela	-
14	7	9	88,83	biela	-
15	8	9	-15,61	tirante	0,312239876
16	4	10	-26,89	tirante	0,537865527

Tabla A.6. Fuerza resultante en las barras y armadura necesaria en los tirantes del segundo modelo de bielas y tirantes de la región KL en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones K y L.

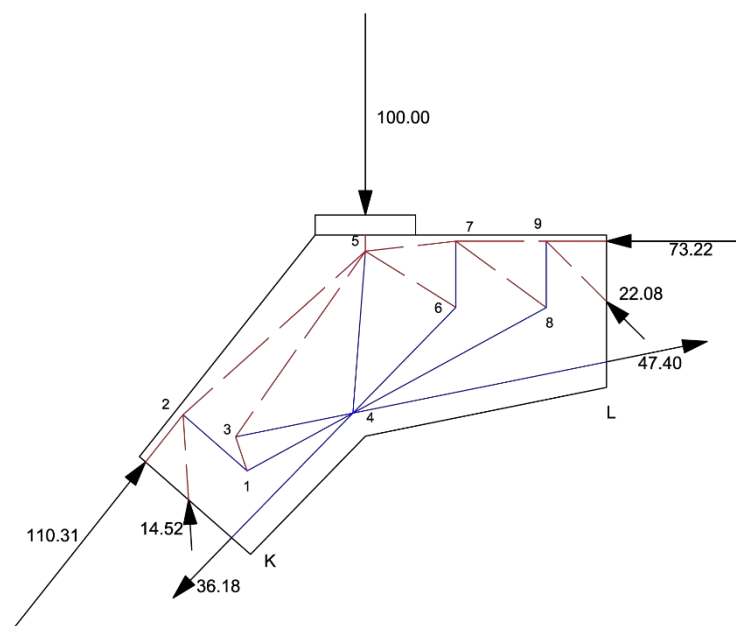


Figura A.8. Tercer modelo de bielas y tirantes propuesto para la región KL en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones K y L y se disminuye la ordenada del nudo 5.

Nudo nº	Coordenadas		Fuerzas aplicadas	
	x	y	Fuerza x	Fuerza y
1	0,064	0,000	0,000	0,000
2	0,000	0,056	67,616	100,921
3	0,052	0,034	0,000	0,000
4	0,169	0,057	0,000	0,000

5	0,181	0,218	0,000	-100,000
6	0,271	0,163	0,000	0,000
7	0,271	0,228	0,000	0,000
8	0,361	0,162	0,000	0,000
9	0,361	0,228	-88,830	15,615
10	0,381	-0,108	0,000	0,000

Tabla A.7. Coordenadas de los nudos y fuerzas aplicadas sobre ellos del tercer modelo de bielas y tirantes de la región KL en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones K y L y se disminuye la ordenada del nudo 5.

Barras	Nudo inicio	Nudo fin	Fuerza (kN)	Tipo de barra	As (cm ²)
1	1	2	-30,27	tirante	0,605459948
2	1	3	28,86	biela	-
3	1	4	-15,37	tirante	0,307307355
4	2	5	121,30	biela	-
5	3	4	-33,73	tirante	0,674545701
6	3	5	41,52	biela	-
7	4	5	-11,36	tirante	0,227145841
8	4	6	-17,58	tirante	0,35157376
9	4	8	-13,89	tirante	0,277802028
10	5	6	14,43	biela	-
11	5	7	101,65	biela	-
12	6	7	-20,20	tirante	0,403909829
13	7	8	15,14	biela	-
14	7	9	88,83	biela	-
15	8	9	-15,61	tirante	0,312239876
16	4	10	-26,89	tirante	0,537865527

Tabla A.8. Fuerza resultante en las barras y armadura necesaria en los tirantes del tercer modelo de bielas y tirantes de la región KL en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones K y L y se disminuye la ordenada del nudo 5.

Comprobación de la región M

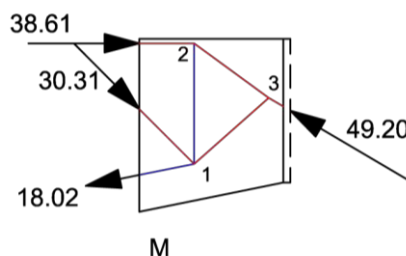


Figura A.9. Modelo de bielas y tirantes propuesto para la región M.

Nudo nº	Coordenadas		Fuerzas aplicadas	
	x	y	Fuerza x	Fuerza y
1	0,000	0,000	3,765	-25,000
2	0,000	0,084	38,608	0,000
3	0,052	0,046	-42,373	25,000

Tabla A.9. Coordenadas de los nudos y fuerzas aplicadas sobre ellos del modelo de bielas y tirantes de la región M.

Barras	Nudo inicio	Nudo fin	Fuerza (kN)	Tipo de barra	As (cm ²)
1	1	2	-28,33	tirante	0,56653179
2	1	3	5,02	biela	-
3	2	3	47,88	biela	-

Tabla A.10. Fuerza resultante en las barras y armadura necesaria en los tirantes del modelo de bielas y tirantes de la región M.

Comprobación de la región N

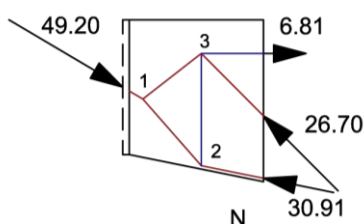


Figura A.10. Modelo de bielas y tirantes propuesto para la región N.

Nudo nº	Coordenadas		Fuerzas aplicadas	
	x	y	Fuerza x	Fuerza y
1	0,000	0,050	42,373	-25,000
2	0,044	0,000	0,000	0,000
3	0,044	0,083	-12,072	18,879
4	0,347	-0,061	0,000	0,000

Tabla A.11. Coordenadas de los nudos y fuerzas aplicadas sobre ellos del modelo de bielas y tirantes de la región N.

Barras	Nudo inicio	Nudo fin	Fuerza (kN)	Tipo de barra	As (cm ²)
1	1	2	45,81	biela	-
2	1	3	15,28	biela	-
3	2	3	-28,25	tirante	0,56492006
4	2	4	30,91	biela	-

Tabla A.12. Fuerza resultante en las barras y armadura necesaria en los tirantes del modelo de bielas y tirantes de la región N.

Comprobación de la región OP

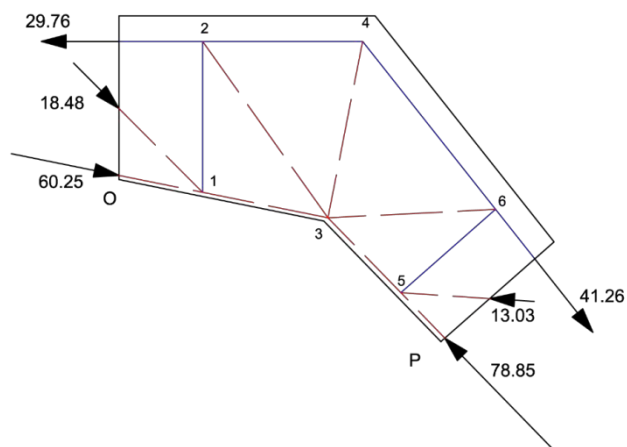


Figura A.11. Modelo de bielas y tirantes propuesto inicialmente para la región OP.

Nudo	Coordenadas		Fuerzas aplicadas	
nº	x	y	Fuerza x	Fuerza y
1	0,000	0,098	72,130	-25,000
2	0,000	0,245	-29,757	0,000
3	0,122	0,073	0,000	0,000
4	0,156	0,245	0,000	0,000
5	0,193	0,000	-68,015	57,329
6	0,286	0,081	25,641	-32,330

Tabla A.13. Coordenadas de los nudos y fuerzas aplicadas sobre ellos del modelo inicial de bielas y tirantes de la región OP.

Barras	Nudo inicio	Nudo fin	Fuerza (kN)	Tipo de barra	As (cm ²)
1	1	2	-10,43	tirante	0,20856866
2	1	3	73,59	biela	-
3	2	3	12,80	biela	-
4	2	4	-37,18	tirante	0,74368131
5	3	4	38,27	biela	-
6	3	5	88,05	biela	-
7	3	6	10,74	biela	-
8	4	6	-47,93	tirante	0,95856599
9	5	6	-8,77	tirante	0,175495

Tabla A.14. Fuerza resultante en las barras y armadura necesaria en los tirantes del modelo inicial de bielas y tirantes de la región OP.

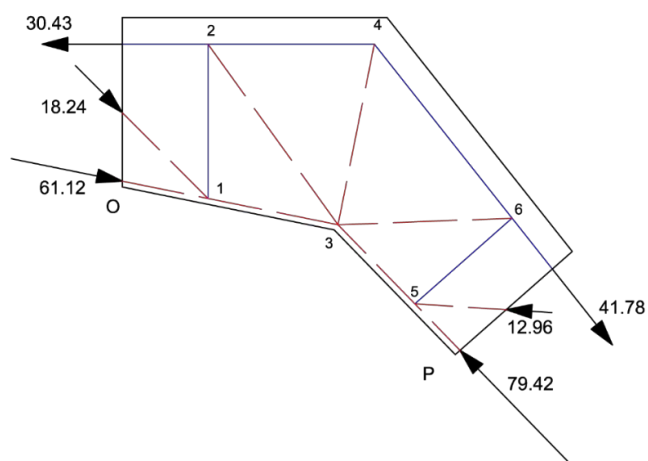


Figura A.12. Segundo modelo de bielas y tirantes propuesto para la región OP en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones O y P.

Nudo nº	Coordenadas		Fuerzas aplicadas	
	x	y	Fuerza x	Fuerza y
1	0,000	0,099	72,807	-25,000
2	0,000	0,245	-30,434	0,000
3	0,123	0,074	0,000	0,000
4	0,157	0,245	0,000	0,000
5	0,195	0,000	-68,337	57,734
6	0,287	0,081	25,963	-32,736

Tabla A.15. Coordenadas de los nudos y fuerzas aplicadas sobre ellos del segundo modelo de bielas y tirantes de la región OP en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones O y P.

Barras	Nudo inicio	Nudo fin	Fuerza (kN)	Tipo de barra	As (cm ²)
1	1	2	-10,29	tirante	0,20583909
2	1	3	74,28	biela	-
3	2	3	12,69	biela	-
4	2	4	-37,86	tirante	0,7572452
5	3	4	38,83	biela	-
6	3	5	88,59	biela	-
7	3	6	10,77	biela	-
8	4	6	-48,58	tirante	0,97168268
9	5	6	-8,70	tirante	0,17403662

Tabla A.16. Fuerza resultante en las barras y armadura necesaria en los tirantes del segundo modelo de bielas y tirantes de la región OP en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones O y P.

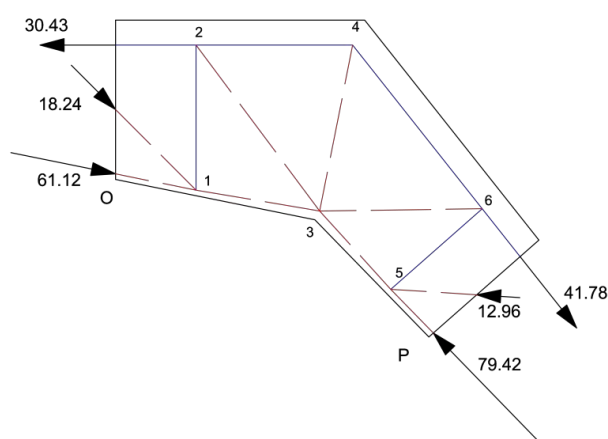


Figura A.13. Tercer modelo de bielas y tirantes propuesto para la región OP en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones O y P y se desplaza el nudo 3.

Nudo nº	Coordenadas		Fuerzas aplicadas	
	x	y	Fuerza x	Fuerza y
1	0,000	0,099	72,807	-25,000
2	0,000	0,245	-30,434	0,000
3	0,124	0,078	0,000	0,000
4	0,157	0,245	0,000	0,000
5	0,195	0,000	-68,337	57,734
6	0,287	0,081	25,963	-32,736

Tabla A.17. Coordenadas de los nudos y fuerzas aplicadas sobre ellos del tercer modelo de bielas y tirantes de la región OP en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones O y P y se desplaza el nudo 3.

Barras	Nudo inicio	Nudo fin	Fuerza (kN)	Tipo de barra	As (cm ²)
1	1	2	-12,73	tirante	0,25460284
2	1	3	73,83	biela	-
3	2	3	15,88	biela	-
4	2	4	-39,93	tirante	0,79854682
5	3	4	41,02	biela	-
6	3	5	88,49	biela	-
7	3	6	14,72	biela	-
8	4	6	-51,35	tirante	1,02697535
9	5	6	-11,68	tirante	0,2335962

Tabla A.18. Fuerza resultante en las barras y armadura necesaria en los tirantes del tercer modelo de bielas y tirantes de la región OP en el cual se modifican los brazos mecánicos en las secciones O y P y se desplaza el nudo 3.

Comprobación de la región Q

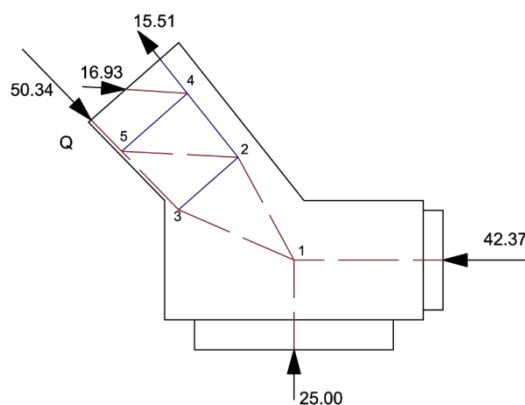


Figura A.14. Modelo de bielas y tirantes propuesto para la región Q.

Nudo	Coordenadas		Fuerzas aplicadas	
nº	x	y	Fuerza x	Fuerza y
1	0,173	0,000	-42,373	25,000
2	0,117	0,103	0,000	0,000
3	0,057	0,051	0,000	0,000
4	0,066	0,168	7,258	11,067
5	0,000	0,110	35,116	-36,065

Tabla A.19. Coordenadas de los nudos y fuerzas aplicadas sobre ellos del modelo de bielas y tirantes de la región Q.

Barras	Nudo inicio	Nudo fin	Fuerza (kN)	Tipo de barra	As (cm ²)
1	1	2	9,69	biela	-
2	1	3	41,19	biela	-
3	2	3	-15,55	tirante	0,31107942
4	2	4	-3,51	tirante	0,07021611
5	2	5	18,52	biela	-
6	3	5	37,36	biela	-
7	4	5	-12,57	tirante	0,2513931

Tabla A.20. Fuerza resultante en las barras y armadura necesaria en los tirantes del modelo de bielas y tirantes de la región Q.

ANEJO B

COSTES ASOCIADOS AL PROYECTO

Lisbel Rueda García
Álvaro Ciurana Tatay

En este anejo se presentan los costes de los materiales empleados tanto en la construcción como en el ensayo del elemento. Se trata de una valoración de los costes de los materiales únicamente, sin tener en cuenta la mano de obra, pues la construcción ha sido llevada a cabo por los autores del trabajo.

B.1. Construcción

El apartado de construcción se divide en dos partes. En la primera de ellas se calcula el coste de los materiales utilizados para la construcción del encofrado. La segunda consiste en la medición y cálculo del coste de las barras de acero corrugado.

B.1.1. Encofrado

- Tablero aglomerado de melamina blanca de espesor 19 mm

Los listones de madera para elaborar el encofrado de la pieza fueron extraídos de un tablero de grandes dimensiones cortado por una sierra de la cual se cobran los minutos empleados en realizar el corte.

Los dos tipos de tablero de 19 mm de espesor con los que cuenta la empresa son de 2440x1220 mm y 2850x2100 mm.

En la *Tabla B.1* se muestra la medición realizada de las dimensiones de tablero necesario. Mediante el software que utiliza la empresa suministradora para optimizar el corte del tablero, denominado Corte Certo, se busca minimizar el porcentaje de área perdida.

Nº piezas	Longitud (mm)	Ancho (mm)	Superficie (m ²)
1	1100	200	0,220
2	470	200	0,188
4	740	200	0,592
2	350	200	0,140
2	580	200	0,232
4	140	200	0,112
2	120	200	0,048
2	280	200	0,112
2	340	200	0,136
2	350	200	0,140
2	530	200	0,212
2	500	200	0,200
2	510	200	0,204
2	490	200	0,196
1	970	200	0,194
1	300	200	0,060
Superficie TOTAL requerida (m ²)			2,986
Coste del m ² de tablero sin IVA (€)			7,16
Coste TOTAL sin IVA (€)			21,37
Coste TOTAL IVA incluido (21 %) (€)			25,86

Tabla B.1. Medición y coste del tablero aglomerado de melamina blanca de espesor 19 mm.

Se observa que la superficie calculada es ligeramente mayor a una de las dos áreas de tablero comercializadas, de 2440x1220 mm (2,9768 m²), por lo que para cubrir la superficie que falta y teniendo en cuenta el área perdida se utilizó un recorte de otro tablero.

- Minutos de sierra Holzer

El tiempo empleado por la sierra Holzer para cortar el tablero aglomerado fue de 20 minutos. En la *Tabla B.2* se muestra el cálculo del coste total del empleo de la máquina.

Minutos de sierra Holzer empleados	20
Coste del minuto sin IVA (€)	1,25
Coste TOTAL sin IVA (€)	25,00
Coste TOTAL IVA incluido (21 %) (€)	30,25

Tabla B.2. Coste del empleo de la sierra Holzer.

- Tubos de PVC

Los dos tubos de PVC que forman parte del encofrado tienen unas dimensiones de 31 cm de longitud, 50 mm de diámetro exterior y aproximadamente 45 mm de diámetro interior. En la *Tabla B.3* se indica la medición y el coste.

Longitud de tubo necesaria (m)	0,62
Coste del metro de tubo sin IVA (€/m)	2,11
Coste TOTAL sin IVA (€)	1,31
Coste TOTAL IVA incluido (21 %) (€)	1,58

Tabla B.3. Coste de los tubos de PVC.

- Escuadras planas

Las dimensiones de las escuadras planas utilizadas son de 40x40 mm. En la *Tabla B.4* se indica el coste calculado de las mismas.

Nº de escuadras planas	2
Coste de la unidad sin IVA (€/ud)	0,06
Coste TOTAL sin IVA (€)	0,12
Coste TOTAL IVA incluido (21 %) (€)	0,14

Tabla B.4. Coste de las escuadras planas.

- Escuadras de refuerzo

Las escuadras de refuerzo empleadas tienen unas dimensiones de 40x40 mm. Se indica el coste en la *Tabla B.5*.

Nº de escuadras de refuerzo	5
Coste de la unidad sin IVA (€/ud)	0,14
Coste TOTAL sin IVA (€)	0,70
Coste TOTAL IVA incluido (21 %) (€)	0,85

Tabla B.5. Coste de las escuadras de refuerzo.

- Placas de ensamblar rectas

Las placas de ensamblar rectas tienen una longitud de 60 mm. El coste de las mismas se muestra en la *Tabla B.6*.

Nº de placas de ensamblar rectas	2
Coste de la unidad sin IVA (€/ud)	0,10
Coste TOTAL sin IVA (€)	0,20
Coste TOTAL IVA incluido (21 %) (€)	0,24

Tabla B.6. Coste de las placas de ensamblar rectas.

- Barras de cola termofusible

Se empleó cola termofusible para realizar las uniones entre las diferentes piezas del encofrado. Se presenta el coste en la *Tabla B.7.*

Nº de barras de cola termofusible	10
Coste de la unidad sin IVA (€/ud)	0,23
Coste TOTAL sin IVA (€)	2,31
Coste TOTAL IVA incluido (21 %) (€)	2,80

Tabla B.7. Coste de las barras de cola termofusible.

- Tornillo galvanizado de diámetro 3,5 mm y 30 mm de longitud

Los tornillos empleados para unir dos listones tienen un acabado galvanizado, una longitud de 30 mm y un diámetro de 3,5 mm. Se indica el coste de la caja de tornillos adquirida en la *Tabla B.8.*

Nº de tornillos por caja	20
Nº de cajas	1
Coste de la caja sin IVA (€/caja)	1,48
Coste TOTAL sin IVA (€)	1,48
Coste TOTAL IVA incluido (21 %) (€)	1,79

Tabla B.8. Coste de los tornillos de 30 mm de longitud.

- Tornillo galvanizado de diámetro 3,5 mm y 12 mm de longitud

Los tornillos empleados con el fin de no sobrepasar el espesor de un listón tienen un acabado galvanizado, una longitud de 12 mm y un diámetro de 3,5 mm. Se indica el coste de la caja de tornillos adquirida en la *Tabla B.9.*

Nº de tornillos por caja	30
Nº de cajas	1
Coste de la caja sin IVA (€/caja)	1,31
Coste TOTAL sin IVA (€)	1,31
Coste TOTAL IVA incluido (21 %) (€)	1,59

Tabla B.9. Coste de los tornillos de 12 mm de longitud.

B.1.2. Barras de acero corrugado

En la *Tabla B.10* que se presenta a continuación se utiliza el diámetro, la longitud y el número de barras que se muestran en el *Plano 3.0* sobre el pedido de la armadura.

En la tabla se indica para cada barra de la misma forma y dimensiones el diámetro en milímetros, el número de piezas y la longitud de las mismas, la longitud total como suma de

la de todas las piezas iguales, el peso de la barra por unidad de longitud y el peso total. Finalmente se indica el coste de las mismas.

Diámetro (mm)	Nº piezas	Longitud (cm)	Long. Total (m)	Peso (kg/m)	Peso (kg)
8	4	113,1	4,5240	0,3946	1,785
8	4	136,8	5,4720	0,3946	2,159
8	2	138,4	2,7680	0,3946	1,092
8	2	59,7	1,1940	0,3946	0,471
8	8	23,0	1,8400	0,3946	0,726
8	2	17,0	0,3400	0,3946	0,134
8	6	29,4	1,7640	0,3946	0,696
8	1	74,7	0,7470	0,3946	0,295
6	8	61,3	4,9040	0,2220	1,088
6	4	54,0	2,1600	0,2220	0,479
6	6	500,0	30,0000	0,2220	6,659
Peso TOTAL (kg)					15,585
Coste del kg de acero sin IVA (€)					0,70
Coste TOTAL sin IVA (€)					10,91
Coste TOTAL IVA incluido (21 %) (€)					13,20

Tabla B.10. Medición y coste de las barras de acero corrugado.

No se ha tenido en cuenta el coste de mano de obra por haberse realizado muy pocos doblados por parte del taller de ferralla.

B.2. Ensayo

En los costes asociados al ensayo únicamente se incluyen las galgas extensiométricas empleadas. No se tiene en cuenta el cálculo del coste de la barra DYWIDAG por ser un elemento ya existente en el laboratorio que no ha hecho falta adquirir para este trabajo. Tampoco se indican otros elementos utilizados como captadores de desplazamiento o el propio pórtico de ensayo, pues el tiempo de utilización es muy breve en comparación con todos los años durante los cuales se puede hacer uso de ellos. Por otro lado, las placas de los apoyos y la rótula de carga, aunque hayan sido diseñadas para este ensayo, tampoco se consideran en los gastos pues serán empleadas en posteriores ensayos amortizando su coste.

En la *Tabla B.11* se indica el coste de las galgas de acero y en la *Tabla B.12* el de las galgas de hormigón.

Nº de galgas de acero	10
Coste de la unidad sin IVA (€/ud)	8,26
Coste TOTAL sin IVA (€)	82,64
Coste TOTAL IVA incluido (21 %) (€)	100,00

Tabla B.11. Coste de las galgas de acero.

Nº de galgas de hormigón	2
Coste de la unidad sin IVA (€/ud)	14,88
Coste TOTAL sin IVA (€)	29,75
Coste TOTAL IVA incluido (21 %) (€)	36,00

Tabla B.12. Coste de las galgas de hormigón.

B.3. Coste total

Finalmente, se realiza el cálculo del coste total de todos los elementos considerados, recogido en la *Tabla B.13*.

Material	Coste sin IVA (€)
Tablero aglomerado de melamina blanca de 19 mm de espesor	21,37
Minutos de sierra Holzer	25,00
Tubos de PVC	1,31
Escuadras planas	0,12
Escuadras de refuerzo	0,70
Placas de ensamblar rectas	0,20
Barras de cola termofusible	2,31
Tornillo galvanizado de diámetro 3,5 mm y 30 mm de longitud	1,48
Tornillo galvanizado de diámetro 3,5 mm y 12 mm de longitud	1,31
Barras de acero corrugado	10,91
Galgas de acero	82,64
Galgas de hormigón	29,75
Coste TOTAL sin IVA (€)	177,10
Coste TOTAL IVA incluido (21 %) (€)	214,29

Tabla B.13. Coste total del proyecto.

