



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR  
DE INGENIEROS DE CAMINOS,  
CANALES Y PUERTOS



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA

E.T.S. DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

DPTO. DE INGENIERÍA DE LA CONSTRUCCIÓN Y DE PROYECTOS DE INGENIERÍA CIVIL

GRADO EN INGENIERÍA CIVIL

## TRABAJO FINAL DE GRADO

Diseño, construcción, ensayo y análisis de modelos reducidos de estructuras de hormigón armado: pórtico de un solo vano biarticulado. Comprobación estructural mediante métodos de cálculo.

Beatriz Cabañero Escudero

Tutor: José Luis Bonet Senach

Curso académico 2013-2014

Valencia, Junio 2014



# AGRADECIMIENTOS

---

A mi Director de Trabajo Final de Grado, José Luis Bonet Senach por su constante guía y orientación en el desarrollo de nuestra primera experiencia en este ámbito. Por su enseñanza, ayuda, y sobre todo paciencia.

Al personal técnico del Laboratorio de Hormigón del Departamento de Ingeniería de la Construcción y de Proyectos de Ingeniería Civil por dedicarnos su tiempo y aconsejarnos en nuestros primeros pasos.

En general, a todos aquellos que han estado presente día tras día y han vivido de cerca cada paso dándonos su apoyo incondicional.

A mis padres, Juan y Virginia y a mi hermana Belén. Por ser mi máximo apoyo y motivación en todos mis sueños. Gracias por confiar siempre en mí.

A mi compañera incondicional, y sobre todo amiga, Begoña Martínez Jaen. Contigo todo es más fácil. Gracias por caminar junto a mí en esta etapa de la vida.



# RESUMEN

---

Las estructuras de hormigón armado constituyen una tipología clásica. Están compuestas por diferentes materiales que trabajan en conjunto frente a la acción de las cargas a las que están sometidas, presentando un comportamiento satisfactorio.

Dichas estructuras están muy extendidas en la actualidad. Es por este motivo, que en los últimos años se ha producido un gran avance y desarrollo en este ámbito. No obstante, es a su vez un material con un comportamiento muy heterogéneo y complejo, que depende de muchos factores difíciles de controlar.

En este Trabajo Final de Grado, se plantea el estudio de un modelo reducido de una estructura tipo pórtico de hormigón armado. Se trata de un pórtico biarticulado de un solo vano, un elemento estructural que aunque aparentemente pueda resultar una tipología sencilla, posteriormente se podrá observar la gran variedad de fenómenos que puede desarrollar.

Para poder estudiar el comportamiento del pórtico biarticulado de un solo vano, son necesarias unas fases previas hasta llegar a su análisis. Dichas fases comprenden el diseño, construcción y ensayo para finalmente poder analizar la pieza y observar cómo se comporta. Con ello se realiza un breve recorrido por cada una de las etapas que puede incluir un proyecto de construcción.

La fase inicial es la asumida por el proyectista. Es aquella en la cual se dispone de mayor libertad de decisión y marca las bases que influirán en las tareas posteriores. En este caso, se ha definido la geometría, materiales convencionales y sus características.

La construcción de la estructura ha seguido las pautas marcadas por el diseño. En esta fase destaca la importancia de una buena programación de tiempos y cumplimiento de plazos.

Una vez se ha materializado la estructura, se ha ensayado. Para ello se le ha aplicado una carga puntual descentrada y se ha observado cómo trabaja la estructura en su conjunto. En primer lugar, se ha analizado mediante observación directa e inmediata y posteriormente, se han estudiado y descrito otros fenómenos con más detalle.

Se ha llevado el pórtico hasta la rotura, es decir se ha realizado un ensayo destructivo, con el fin de mostrar de manera proporcional cómo los materiales se desempeñan a lo largo del ensayo.

Todas las fases descritas con anterioridad se han llevado a cabo prácticamente en su totalidad por las autoras de este trabajo final de grado.

## PALABRAS CLAVE

*Hormigón armado, pórtico, hiperestatismo, rótula plástica, ductilidad.*



# RESUM

---

Les estructures de formigó armat constitueixen una tipologia clàssica. Estan compostes per diferents materials que treballen en conjunt enfront a l'acció de les càrregues a les quals estan sotmeses, presentant un comportament satisfactori.

Aquestes estructures estan molt esteses en l'actualitat. És per aquest motiu, que en els últims anys s'ha produït un gran avanç i desenvolupament en aquest àmbit. No obstant això, és al mateix temps un material amb un comportament molt heterogeni i complex, que depèn de molts factors que són difícils de controlar.

En aquest Treball Final de Grau, es planteja l'estudi d'un model reduït d'una estructura tipus pòrtic de formigó armat. Es tracta d'un pòrtic biarticulat d'una sola obertura, un element estructural que encara que aparentment puga resultar una tipologia senzilla, posteriorment es podrà observar la gran varietat de fenòmens que pot desenvolupar.

Per poder estudiar el comportament del pòrtic biarticulat d'una sola obertura, són necessàries unes fases prèvies per arribar al seu anàlisi. Aquestes fases comprenen el disseny, construcció i assaig per finalment poder analitzar la peça i observar com es comporta. Amb això es realitza un breu recorregut per cadascuna de les etapes que pot incloure un projecte de construcció.

La fase inicial és l'assumida pel projectista. És aquella en la qual es disposa de major llibertat de decisió i marca les bases que influiran en les tasques posteriors. En aquest cas, s'ha definit la geometria, materials convencionals i les seues característiques.

La construcció de l'estructura ha seguit les pautes marcades pel disseny. En aquesta fase destaca la importància d'una bona programació de temps i compliment de terminis.

Una vegada s'ha materialitzat l'estructura, s'ha assajat. Per a això se li ha aplicat una càrrega puntual descentrada i s'ha observat com treballa l'estructura en el seu conjunt. En primer lloc, s'ha analitzat mitjançant observació directa i immediata, i posteriorment, s'han estudiat i descrit altres fenòmens amb més detall.

S'ha portat el pòrtic fins al trencament, és a dir, s'ha realitzat un assaig destructiu, amb la finalitat de mostrar de manera proporcional com els materials s'exerceixen al llarg de l'assaig.

Totes les fases descrites amb anterioritat s'han dut a terme pràcticament en la seua integritat per les autores d'aquest treball final de grau.

PARAULES CLAU:

*Formigó armat, pòrtic, hiperestaticisme, ròtula plàstica, ductilitat.*





# ABSTRACT

---

The reinforced concrete structures constitute a classic typology. They are composed of different materials that work together to as a whole to support the loads which they are submitted, and present a satisfactory behaviour.

These structures are very widespread today. For this reason, in recent years, it has been produce a great progress and development in this area. However, this material, is at the same time, a material with a heterogeneous and difficult behaviour, which depends on a lot of external factors difficult to control.

This Final Project, considers the study about a reduced model of a reinforced concrete gantry structure. It is a reinforced concrete frame structure with one only span, a structural element that although it seems a simple typology, later you can realize the great variety of phenomena that can develop.

To study the behaviour of this gantry structure of one only span, it is necessary some previous phases. These different phases are the design of this element, its construction and finally, the test that will permit the analysis of the structure so it is possible to observe which its behaviour is. With this, it is made a brief tour of each one of the stages that are included in a construction project.

The first phase is the one that is done by de designer. It is the phase in which it is permitted a great liberty in decisions, and set the basis that will influence in the next tasks. In this case, is has been defined the geometry, conventional materials with their characteristics...

The part of the construction of the structure has followed the guidelines established. It highlights the importance of a good temporal program and also it is important to meet the deadline set.

Once the structure has been physically constructed, it has been tested in a laboratory. To do this, it has been applied a punctual load off-centre, and then, the objective is to study how it behaves as a whole. In first place, analyse has been done by observing directly the element. Then, it has been studied and described other phenomena with more details.

Finally, the structural element has been taken to break, in other words, it has been carried out a destructive engineering test, and so it can be shown how the materials work and how they develop throughout all the experiment.

Each of these phases that have been described have been done practically entirely by the authors of this document.

## KEY WORDS

*Reinforced concrete, gantry, statically indeterminate, plasticity, ductility.*



# INDICE DE FIGURAS

---

Fig 1.1.1	Stonehenge (Wiltshire, Inglaterra)
Fig 1.1.2	Partenón (Atenas, Grecia)
Fig 1.1.3	Dique 4 Puerto Madero (Buenos Aires, Argentina)
Fig 1.1.4	Edificio Pórtico (Madrid, España)
Fig 2.2.2.1	Amasada primera prueba
Fig 2.2.2.2	Probetas ensayadas primera prueba
Fig 2.2.2.3	Llenado de probetas segunda prueba
Fig 2.2.2.4	Probetas ensayadas segunda prueba
Fig 2.3.1.a	Estado de carga ELU
Fig 2.3.2.a	Estado de carga ELS
Fig 2.3.1.b	Diagrama momentos flectores ELU
Fig 2.3.1.c	Diagrama cortantes ELU
Fig 2.3.1.d	Diagrama axiles ELU
Fig 2.3.1.e	Deformada en ELU
Fig 2.3.2.b	Diagrama momentos flectores ELS
Fig 2.3.2.c	Diagrama cortantes ELS
Fig 2.3.2.d	Diagrama axiles flectores ELS
Fig 2.3.2.e	Deformada en ELS
Fig 2.4.2.1	Identificación de secciones de estudio
Fig 2.4.4.1	Regiones D
Fig 2.4.4.2	Modelo de bielas y tirantes nudo izquierdo
Fig 2.4.4.3	Geometría del nudo C-C-C nudo izquierdo
Fig 2.4.4.4	Modelo de bielas y tirantes nudo derecho
Fig 2.4.4.5	Geometría del nudo C-C-C nudo derecho
Fig 3.1.1	Montaje de encofrado
Fig 3.2.1	Armado del pórtico biarticulado de un solo vano
Fig 3.3.1	Galga extensiométrica sección izquierda
Fig 3.4.1	Montaje del encofrado y armado en la plancha de hormigonado

Fig 4.1.1	Aparatos auxiliares para el ensayo
Fig 4.4.2.1	Captadores de desplazamiento
Fig 4.4.2.2	Colocación de captadores
Fig 4.5.1	Colocación del elemento en el pórtico de ensayo
Fig 4.5.2	Registro de datos
Fig 4.6.1.1	Probetas de control amasada 87 l
Fig 4.6.1.2	Probetas de control amasada 65 l
Fig 4.6.2.1	Diagrama tensión-defomación barra diámetro 6 mm
Fig 4.6.2.2	Diagrama tensión-defomación barra diámetro 10 mm
Fig 4.6.2.3	Diagrama tensión-defomación barra diámetro 12 mm
Fig 4.6.2.4	Diagrama tensión-defomación con ciclos de carga barra 32 mm, v=5 kN/s
Fig 4.6.2.5	Diagrama tensión-defomación con ciclos de carga barra 32 mm, v=8 kN/s
Fig 5.1.1.1	Fisuras en Estado Límite de Servicio
Fig 5.1.1.1.a	Fisura 1 ELS
Fig 5.1.1.1.b	Fisura 2 ELS
Fig 5.1.1.1.c	Fisura 3 ELS
Fig 5.1.1.1.d	Fisura 4 ELS
Fig 5.1.1.2	Fisura de cortante
Fig 5.1.1.3	Fisuración nudo derecho
Fig 5.1.1.4	Fisuración flexión y cortante bajo la carga
Fig 5.1.1.5	Proceso de formación del abanico de compresiones
Fig 5.1.1.6	Desconchamiento superficial del hormigón
Fig 5.1.1.7	Fisuración nudo izquierdo
Fig 5.1.1.8	Fisuración nudo derecho
Fig 5.1.1.9	Abanico de compresiones. Longitud de plastificación
Fig 5.1.1.10	Detalle rotura pilar izquierdo
Fig 5.1.1.11	Posición de las rótulas plásticas formadas
Fig 5.1.2.1	Tipos de fisuras
Fig 5.1.2.2	Patrón de fisuración

Fig 5.1.2.3	Ángulo de las bielas en distintas secciones
Fig 5.1.3.1	Superposición del patrón de fisuración con el modelo de B-T
Fig 5.1.3.2	Influencia de la armadura en la separación de fisuras
Fig 5.2.1	Gráfica Deformación – Fuerza de las galgas de la sección izquierda de la viga (a 0,15 m del apoyo izquierdo)
Fig 5.2.2	F Gráfica Deformación – Fuerza de las galgas de la sección central de la viga (a 0,69 m del apoyo izquierdo).
Fig 5.2.3	Gráfica Deformación – Fuerza de las galgas de la barra GEWI
Fig 5.2.4	Gráfica Deformación – Tiempo de las galgas de la barra GEWI
Fig 5.3.1	Gráfica Desplazamiento – Carga de los captadores CH1 y CH4
Fig 5.3.2	Gráfica Desplazamiento – Carga de los captadores CH2 y CH3
Fig 5.3.3	Gráfica Desplazamiento – Carga de los captadores CV1 y CV7
Fig 5.3.4	Gráfica Desplazamiento – Carga de los captadores CV2, CV3, CV4, CV5 y CV6
Fig 5.3.5	Deformada de la viga para distintos niveles de carga
Fig 5.4.1	Giros para distintas cargas del nudo izquierdo
Fig 5.5.1	Obtención de esfuerzos
Fig 5.5.2	Gráfica Momento – Carga en el empotramiento izquierdo de la viga
Fig 5.5.3	Gráfica Cortante – Carga en el empotramiento izquierdo de la viga
Fig 5.5.4	Gráfica Axil – Carga en el empotramiento izquierdo de la viga
Fig 5.5.5	Gráfica Momento – Carga en la sección bajo la carga
Fig 5.5.6	Gráfica Cortante – Carga en la sección bajo la carga
Fig 5.5.7	Gráfica Axil – Carga en la sección bajo la carga
Fig 5.5.8	Gráfica Momento – Carga en el empotramiento derecho de la viga
Fig 5.5.9	Gráfica Cortante – Carga en el empotramiento derecho de la viga
Fig 5.5.10	Gráfica Axil – Carga en el empotramiento derecho de la viga
Fig 5.5.11	Gráfica Momento – Carga en el empotramiento del pilar izquierdo
Fig 5.5.12	Gráfica Cortante – Carga en el empotramiento del pilar izquierdo
Fig 5.5.13	Gráfica Axil – Carga en el empotramiento del pilar izquierdo
Fig 5.6.1.1	Momentos flectores para distintos niveles de carga. Redistribución de esfuerzos
Fig 5.6.1.2	Redistribución de esfuerzos en toda la pieza

Fig 5.6.2.1	Modelo elástico lineal frente a valores experimentales ELS
Fig 5.6.2.2	Modelo elástico lineal frente a valores experimentales ELU
Fig 5.7.1	Gráfica M – c sección izquierda de la viga
Fig 5.7.2	Gráfica M – c sección central (galga) de la viga
Fig 6.1.1.2.1	Diagrama tensión –deformación del hormigón
Fig 6.1.1.2.2	Diagrama bilineal del acero
Fig 6.1.1.2.3	Área equivalente diagrama Momento-Curvatura
Fig 6.1.1.2.4	Diagrama Momento-Curvatura bajo carga
Fig 6.1.1.2.5	Diagrama Momento-Curvatura empotramiento pilar izquierdo
Fig 6.1.1.2.6	Diagrama Momento-Curvatura empotramiento izquierda viga
Fig 6.1.1.2.7	Diagrama Momento-Curvatura empotramiento derecho viga
Fig 6.1.1.2.8	Diagrama Momento-Curvatura bajo carga teórico vs. experimental
Fig 6.1.1.2.9	Diagrama Momento-Curvatura empotramiento izquierdo viga teórico vs. experimental
Fig 6.1.2.1.1	Efecto arco de las bielas
Fig 6.1.2.1.2	Efecto arco en un ensayo con cargas puntuales y en un ensayo con cargas repartidas (Carlos R. Ribas González, 2013)
Fig 6.1.2.1.3	Resistencias a cortante observadas por Kani y evaluación del modelo resistente realizado por Collins y Mitchell, 1991
Fig 6.3.1	Modelo de bielas y tirantes nudo izquierdo
Fig 6.3.2	Modelo de bielas y tirantes nudo derecho
Fig 6.5.1	Diagrama momento- curvatura

# INDICE DE TABLAS

---

Tabla 2.2.2.1.a	Dosificación primera prueba
Tabla 2.2.2.1.b	Absorción y humedad primera prueba
Tabla 2.2.2.1.c	Cantidades definitivas primera prueba
Tabla 2.2.2.2	Rangos del ensayo del cono de Abrams
Tabla 2.2.2.1.d	Resultados ensayo primera prueba
Tabla 2.2.2.2.a	Dosificación segunda prueba
Tabla 2.2.2.2.b	Absorción y humedad segunda prueba
Tabla 2.2.2.2.c	Cantidades definitivas segunda prueba
Tabla 2.2.2.2.d	Resultados ensayo segunda prueba
Tabla 2.2.2.3	Dosificación definitiva
Tabla 2.4.2.1.a	Cuantía de armado dispuesta en la sección A
Tabla 2.4.2.1.b	Cálculo de la cuantía de armado en la sección A
Tabla 2.4.2.2.a	Cuantía de armado dispuesta en la sección B
Tabla 2.4.2.2.b	Cálculo de la cuantía de armado en la sección B
Tabla 2.4.2.3.a	Cuantía de armado dispuesta en la sección C
Tabla 2.4.2.3.b	Cálculo de la cuantía de armado en la sección C
Tabla 2.4.2.4.a	Cuantía de armado dispuesta en la sección D
Tabla 2.4.2.4.b	Cálculo de la cuantía de armado en la sección D
Tabla 2.4.2.5.a	Cuantía de armado dispuesta en la sección E
Tabla 2.4.2.5.b	Cálculo de la cuantía de armado en la sección E
Tabla 2.4.4.1.a	Nudos del modelo izquierdo de B-T
Tabla 2.4.4.1.b	Fuerzas de las bielas y tirantes nudo izquierdo
Tabla 2.4.4.1.c	Comprobación. Fuerzas de las bielas en nudo izquierdo
Tabla 2.4.4.1.d	Comprobación. Características de las bielas nudo izquierdo
Tabla 2.4.4.1.e	Tensiones principales nudo izquierdo
Tabla 2.4.4.2.a	Nudos del modelo derecho de B-T
Tabla 2.4.4.2.b	Fuerzas de las bielas y tirantes nudo derecho
Tabla 2.4.4.2.c	Comprobación. Fuerzas de las bielas en nudo derecho
Tabla 2.4.4.2.d	Comprobación. Características de las bielas nudo derecho

Tabla 2.4.4.2.e	Tensiones principales nudo derecho
Tabla 2.5.1	Cantidad y dimensiones de las piezas de encofrado
Tabla 2.5.2	Detalles del encofrado
Tabla 3.5.1.	Dosificación definitiva
Tabla 3.5.2	Absorción y humedad dosificación definitiva
Tabla 3.5.3	Cantidades definitivas amasada 87 l
Tabla 3.5.4	Cantidades definitivas amasada 65 l
Tabla 4.4.2.1	Desplazamiento máximo de captadores
Tabla 4.6.1.1	Resultados amasada 87 l
Tabla 4.6.1.2	Resultados amasada 65 l
Tabla 4.6.2.1	Sección equivalente barra diámetro 6 mm
Tabla 4.6.2.2	Parámetros medios barra diámetro 6 mm
Tabla 4.6.2.3	Sección equivalente barra diámetro 10 mm
Tabla 4.6.2.4	Parámetros medios barra diámetro 10 mm
Tabla 4.6.2.5	Sección equivalente barra diámetro 12 mm
Tabla 4.6.2.6	Parámetros medios barra diámetro 12 mm
Tabla 5.1.2.1	Separación de fisuras en distintas secciones
Tabla 5.4.1	Flechas de la viga para distintos niveles de carga (mm)
Tabla 6.1.1.1.1	Momento máx. experimental – Momento último teórico
Tabla 6.1.1.2.1	Comparación momentos agotamiento. Coeficiente de seguridad
Tabla 6.1.2.1.1	Comparación de cortante teórico y experimental en secciones críticas
Tabla 6.1.2.1.2	Comparación de cortante teórico y experimental a un canto de la sección crítica
Tabla 6.2.1	Comparación de abertura de fisura teórica vs. experimental
Tabla 6.2.2	Comparación separación entre fisuras. Coeficiente de seguridad
Tabla 6.3.1	Nudos del modelo izquierdo de B-T
Tabla 6.3.2	Fuerzas de las bielas y tirantes nudo izquierdo
Tabla 6.3.3	Comprobación. Fuerzas de las bielas en nudo izquierdo
Tabla 6.3.4	Comprobación. Características de las bielas nudo izquierdo
Tabla 6.3.5	Tensiones principales nudo izquierdo
Tabla 6.3.6	Nudos del modelo derecho de B-T



Tabla 6.3.7	Fuerzas de las bielas y tirantes nudo derecho
Tabla 6.3.8	Comprobación. Fuerzas de las bielas en nudo derecho
Tabla 6.3.9	Comprobación. Características de las bielas nudo derecho
Tabla 6.3.10	Tensiones principales nudo derecho
Tabla 6.3.11	Modelo bielas y tirantes resultante
Tabla 6.5.1	Comparación flechas teórica vs. experimental



<b>CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
1.1 Introducción. Concepto y aplicación de las estructuras tipo pórtico.....	1
1.2 Objetivos .....	3
1.3 Contenido del documento.....	4
<b>CAPÍTULO 2. DISEÑO DEL PÓRTICO BIARTICULADO DE UN SOLO VANO</b>	<b>9</b>
2.1 Diseño geométrico del elemento estructural.....	9
2.2 Caracterización de materiales .....	9
2.2.1 Acero.....	9
2.2.2 Hormigón.....	10
2.3 Leyes de esfuerzos.....	16
2.4 Diseño del armado .....	21
2.4.1 Análisis de los efectos de segundo orden .....	21
2.4.2 Estado Límite Último .....	28
2.4.3 Estado Límite de Servicio .....	46
2.4.4 Regiones D.....	57
2.4.5 Detalles constructivos.....	70
2.5 Diseño de los encofrados .....	72
<b>CAPÍTULO 3. CONSTRUCCIÓN DEL PÓRTICO BIARTICULADO DE UN SOLO VANO</b>	<b>77</b>
3.1 Preparación del encofrado .....	77
3.2 Preparación de la armadura .....	77
3.3 Colocación de galgas de acero.....	79
3.4 Montaje de la estructura en la plancha de hormigonado .....	80
3.5 Hormigonado del pórtico y de las probetas de control .....	81
3.6 Desencofrado .....	85

**CAPÍTULO 4. PROCEDIMIENTO DE ENSAYO 99**

4.1 Preparación del pórtico de ensayo .....	99
4.2 Preparación de la estructura tipo pórtico a ensayar .....	100
4.3 Posicionamiento de la estructura en el pórtico de ensayo.....	100
4.4 Instrumentación .....	101
4.4.1 Galgas extensiométricas de acero.....	101
4.4.2 Captadores de desplazamiento .....	101
4.4.3 Fotogrametría .....	103
4.4.4 Registro de datos.....	104
4.5 Configuración del ensayo .....	104
4.6 Control de calidad de los materiales .....	105
4.6.1 Hormigón.....	105
4.6.2 Acero.....	106

**CAPÍTULO 5. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES 123**

5.1 Observaciones del ensayo .....	123
5.1.1 Comportamiento de la estructura tipo pórtico .....	123
5.1.2 Patrón de fisuración .....	134
5.1.3 Modelo de celosía.....	136
5.2 Deformaciones del acero.....	137
5.3 Desplazamientos. Deformada de la estructura .....	141
5.4 Flechas.....	144
5.5 Esfuerzos experimentales.....	146
5.6 Redistribución de esfuerzos .....	151
5.6.1 Leyes de esfuerzos .....	152
5.6.2 Momentos experimentales vs. Elástico-Lineal .....	153
5.7 Diagrama momento-curvatura experimental.....	155
5.8 Conclusiones.....	157

**CAPÍTULO 6. COMPROBACIÓN ESTRUCTURAL MEDIANTE MÉTODOS DE CÁLCULO 161**

6.1 Estado Límite Último .....	161
6.1.1 <i>Solicitaciones normales</i> .....	161
6.1.1.1 <i>Axil y flector de agotamiento</i> .....	161
6.1.1.2 <i>Diagrama momento – curvatura teórico</i> .....	175
6.1.2 <i>Solicitaciones tangenciales</i> .....	185
6.1.2.1 <i>Cortante de agotamiento</i> .....	185
6.2 Estado Límite de Servicio. Separación y abertura máxima .....	196
6.3 Regiones D .....	212
6.4 Detalles de armado .....	225
6.5 Comprobación de flechas mediante cálculo .....	227
6.6 Conclusiones .....	227

**CAPÍTULO 7. SÍNTESIS Y CONCLUSIONES**

**233**

**ANEJO PLANOS**

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**



# CAPÍTULO 1

---

## *Introducción*

En este capítulo se hace una introducción al tema del trabajo. Se presentan el objetivo general y los objetivos específicos. Por último se expone la estructura del documento con una pequeña síntesis de cada capítulo.

*Autores: Beatriz Cabañero Escudero; Begoña Martínez Jaen*





## Capítulo 1. Introducción

### 1.1 Introducción. Concepto y aplicación de las estructuras tipo pórtico

Los pórticos son estructuras cuyo comportamiento está gobernado por la flexión. Están conformados por la unión rígida de vigas y columnas. Es una de las formas más populares en la construcción de estructuras de hormigón armado y acero estructural para edificaciones, naves industriales, puentes pórtico, pasos inferiores, etc.

Los elementos que conforman este tipo de estructuras están conectados entre sí, e interactúan para distribuir los esfuerzos y dar rigidez al sistema. El sistema compuesto por dintel – soporte funciona como pórtico cuando existe una unión rígida a la flexión en el nudo, debiendo reunir los apoyos condiciones de sustentación de manera que puedan desarrollar fuerzas que resistan a las fuerzas horizontales. Se puede decir que esta fuerza es la que origina en el nudo el momento flector. Cuánto más importante sea el valor de la fuerza horizontal, mayor será el momento en el nudo y por lo tanto menor el momento en el centro del tramo del dintel.

La tipología de pórticos es una de las más utilizadas en la actualidad para la construcción de estructuras de naves de uso agroindustrial, entre otras. Dentro de esta tipología pueden distinguirse dos vertientes, el pórtico biempotrado y el pórtico biarticulado. El pórtico biarticulado, al no presentar momento flector en la base del pilar, necesita un volumen de cimentación mucho menor que el biempotrado. Sin embargo, los momentos flectores que aparecen en el nudo de esquina del biarticulado son mayores que los del biempotrado, por lo cual, un pórtico biarticulado necesita un mayor dimensionamiento y cantidad de material que uno biempotrado.

Los pórticos tienen su origen en el primitivo conjunto de la columna y el dintel de piedra usado por los antiguos, en las construcciones clásicas de los griegos, como en el Partenón y aún más atrás, en los trilitos del conjunto de Stonehenge en Inglaterra (1800 años a.C.). En éstos la flexión solo se presenta en el elemento horizontal (viga) para cargas verticales y en los elementos verticales (columnas) para el caso de fuerzas horizontales.



Fig 1.1.1 Stonehenge (Wiltshire, Inglaterra)



Fig 1.1.2 Partenón (Atenas, Grecia)

Con la unión rígida de la columna y el dintel (viga) se logra que los dos elementos participen a flexión en el soporte de las cargas, no solamente verticales, sino horizontales, dándole al conjunto una mayor resistencia, y una mayor rigidez o capacidad de limitar los desplazamientos horizontales. Materiales como el hormigón armado y el acero estructural facilitaron la construcción de los nudos rígidos que unen la viga y la columna.

Otra de las aplicaciones más extendidas son los pórticos en la edificación. Los sistemas estructurales se pueden clasificar en dos grandes grupos según sean primordialmente aptos para resistir acciones verticales u horizontales.

Una de las tipologías más empleadas son los pórticos paralelos enlazados entre sí por forjados. En esta tipología estructural, los forjados (o elementos que reciben directamente las acciones verticales del edificio) descansan en cada planta sobre elementos llamados pórticos que, a su vez, transmiten las cargas a la cimentación. Los pórticos están formados por elementos horizontales o vigas sobre los que se apoyan los forjados y por elementos verticales o pilares sobre los que descansan las vigas. En edificios con grandes luces y/o cargas, los pórticos se cruzan en los dos sentidos y los forjados unidireccionales se transforman en placas macizas o aligeradas.



*Fig 1.1.3. Dique 4 Puerto Madero  
(Buenos Aires, Argentina)*



*Fig 1.1.4. Edificio Pórtico (Madrid, España)*

Los sistemas de pórticos están ideados para soportar fundamentalmente acciones verticales, por lo que si las acciones horizontales cobran importancia evolucionan hacia otras tipologías.

## **1.2 Objetivos**

En el presente documento se trata el estudio de una estructura tipo pórtico biarticulado de un solo vano de hormigón armado. Este estudio se estructura en cuatro fases diferentes.

Diseño del pórtico, donde se lleva a cabo la toma de decisiones acerca de su geometría a partir de unos condicionantes, la elección de los materiales a emplear y la dosificación del hormigón. Además, se realiza un estudio completo acerca del armado de la pieza.

Construcción de la pieza, materializando todo lo obtenido en el diseño. Esta fase abarca desde el encofrado de la misma hasta el hormigonado y curado. Planteamiento de las condiciones de ensayo para la fase siguiente.

Ensayo del elemento estructural en laboratorio bajo un pórtico de ensayo. Tras realizar todo el diseño y construcción de la estructura, ésta quedará preparada para ser ensayada aplicándole una carga creciente hasta llegar a la rotura. Se preparará la instrumentación correspondiente, como galgas y captadores, para obtener la información necesaria para realizar el análisis posterior.

Análisis del modelo reducido. Desarrollo de un programa experimental seleccionando los parámetros y variables a estudiar. Se analizará el comportamiento del pórtico biarticulado de un solo vano a partir de las deformaciones y desplazamientos que resulten del ensayo. Se verificará la validez de los parámetros controlados.

Finalmente, con los resultados obtenidos, una vez procesados se comprobará la validez de los métodos simplificados de diseño. Se compararán los resultados obtenidos del experimento con las predicciones teóricas, basadas en métodos y modelos propuestos por códigos.

Por tanto, el objetivo de este trabajo será realizar un diseño completo del modelo, incluyendo el diseño geométrico, diseño de armado y caracterización y estudio de los materiales. Además, se construirá el modelo preparando encofrados, ferralla y dosificación y se procederá a la instrumentación y ensayo de la estructura. Una vez realizados estos trabajos, se analizarán los resultados.

En cuanto a los objetivos a alcanzar con el desarrollo de este trabajo, cabe destacar:

- Poner en práctica los conocimientos y competencias adquiridos a lo largo de la titulación.
- Formación en técnicas de laboratorio muy variadas que van desde la fabricación de hormigones y de elementos estructurales hasta la aplicación de técnicas de instrumentación.
- Mejora de la capacidad de análisis de resultados, analizando críticamente los procesos propios de la Ingeniería Civil.
- Comprender las propiedades físicas, mecánicas, químicas y tecnológicas de los materiales más utilizados en construcción.

- Aplicar los conocimientos de materiales de construcción en sistemas estructurales, a partir del conocimiento de la relación entre la estructura de los materiales y las propiedades mecánicas que de ella se derivan.
- Analizar y comprender cómo las características de las estructuras influyen en su comportamiento. Aplicar los conocimientos sobre los mecanismos resistentes de las estructuras para dimensionarlas siguiendo las normativas existentes y utilizando métodos de cálculo analíticos y numéricos.
- Concebir, proyectar, construir y mantener estructuras de hormigón armado a partir del conocimiento de los fundamentos del comportamiento de dichas estructuras.

### **1.3 Contenido del documento**

El contenido del documento en cuestión se estructura en 7 capítulos, además del anexo de planos. Se cuenta con los siguientes apartados:

- Capítulo 1. Introducción.
- Capítulo 2. Diseño del pórtico biarticulado de un solo vano.
- Capítulo 3. Construcción del pórtico biarticulado de un solo vano.
- Capítulo 4. Procedimiento de ensayo.
- Capítulo 5. Análisis de los resultados experimentales.
- Capítulo 6. Comprobación estructural mediante métodos de cálculo.
- Capítulo 7. Síntesis y conclusiones.

En el Capítulo 1 se realiza una breve exposición de la aplicación de las estructuras tipo pórtico describiendo los conceptos más importantes. A continuación, se expone el objetivo general, los específicos, así como los objetivos que se pretenden alcanzar con el desarrollo de este trabajo. Se presenta la estructura del documento con la explicación resumida que comprende cada capítulo.

En el Capítulo 2 se presenta el diseño del pórtico biarticulado de un solo vano. En primer lugar, se habla de los condicionantes geométricos para llevar a cabo el diseño de la geometría del elemento estructural. Se continúa caracterizando los materiales, acero y hormigón. Para el hormigón se definen las dosificaciones empleadas y las distintas pruebas realizadas hasta llegar al hormigón definitivo. Se presenta de forma breve las leyes de esfuerzos de la pieza con una carga aplicada de 100 kN. Este capítulo continúa con el diseño del armado realizando el análisis de los efectos de segundo orden, así como el estudio en Estado Límite Último y Estado Límite de Servicio. Se analizan también algunas Regiones D. Se exponen los detalles constructivos principales. Finalmente, se explica el diseño de los encofrados empleados para la construcción y se muestran los planos con el despiece de armaduras.

En el Capítulo 3 se describen todas las fases para la construcción del pórtico. En primer lugar se explica cómo se preparan los encofrados y las armaduras. Se detalla la dosificación definitiva a emplear y el proceso de hormigonado de la pieza, así como de las probetas de control.

El Capítulo 4 trata acerca del procedimiento de ensayo. Se hace una breve descripción de la preparación y metodología del ensayo, instrumentación y equipo necesarios. Se explica la configuración del ensayo de manera general contando las fases del mismo. Por último, se exponen los resultados del control de calidad de los materiales, tanto del acero como del hormigón.

El Capítulo 5 está dedicado a la exposición del programa experimental. Se detallará el proceso y etapas del ensayo y el comportamiento del elemento estructural. Se indican las variables analizadas y se plasman en distintas gráficas. Se interpretan los resultados obtenidos para estudiar los fenómenos que han aparecido en la pieza. Se presentan todos los resultados.

En el Capítulo 6 se hace la comprobación estructural mediante métodos de cálculo para contrastar los resultados del análisis experimental y obtener el nivel de seguridad de dichos métodos. Además, se dará justificación a fenómenos que no se pueden describir únicamente con el programa experimental.

El Capítulo 7 corresponde a la exposición de una síntesis y conclusiones principales extraídas a lo largo de este proceso.

En el Anexo de planos se recoge toda la información gráfica que complementa al resto del documento.

Finalmente, se presenta el apartado correspondiente a las referencias utilizadas en el presente trabajo.



## CAPÍTULO 2

---

### *Diseño del pórtico biarticulado de un solo vano*

Este capítulo presenta todo lo referido al diseño del elemento estructural. Abarca tanto el diseño geométrico y caracterización de materiales, como el diseño completo de armado y de encofrado. Además se incluyen todas las comprobaciones necesarias y los detalles constructivos.

*Autores: Beatriz Cabañero Escudero; Begoña Martínez Jaen*





## 2. Diseño del pórtico biarticulado de un solo vano

### 2.1 Condicionantes geométricos. Diseño geométrico del elemento estructural

Se desea diseñar un pórtico biarticulado de un solo vano de hormigón armado. Las dimensiones se han establecido en función de la geometría del pórtico de ensayo y del proceso constructivo. Es por esta razón por la cual no reproduce fidedignamente una estructura real a escala.

Las limitaciones geométricas que presenta el pórtico en el cual se ensaya la pieza son las siguientes:

- La distancia entre apoyos debe ser de 100, 200 o 300 cm si se desea tener la carga aplicada en el centro del vano. Si se desea conseguir mayores o menores distancias entre apoyos, se puede colocar un dintel metálico de apoyo. En nuestro caso, se ha optado por una distancia de 150 cm, por lo que se tiene la carga descentrada a 25 cm del eje de simetría hacia la izquierda.
- La altura máxima de la que se dispone es de 117 cm. No obstante, es recomendable que la pieza tenga una altura menor o igual a 90 cm, ya que se debe tener en cuenta las placas de apoyo, elementos de reparto, etc. Considerando todo esto, se ha decidido una altura de 80 cm.
- En cuanto al canto y ancho de la pieza no existen limitaciones, salvo por la facilidad posterior para su construcción. Por ello, se ha optado por una sección constante de 20 x 20 cm.

En resumen, el pórtico tiene una altura de 80 cm, una longitud de 170 cm y todas las secciones, tanto de la viga como de los pilares, son de 20 x 20 cm. La carga está aplicada a 25 cm del eje de simetría.

El apoyo de los pilares se realiza mediante dos carritos materializados con dos cilindros como se verá posteriormente y se detallarán cada una de las piezas de apoyo.

Además, se ha dispuesto una barra de 32 mm de diámetro, con eje a 6 cm de la cara inferior de los pilares, con la intención de levantar la ley de esfuerzos en los nudos. Por tanto, el elemento estructural es hiperestático.

### 2.2 Caracterización de materiales

Los materiales utilizados en la construcción del pórtico han sido: acero y hormigón convencional. Se han adoptado unos coeficientes de seguridad de los materiales iguales a la unidad ya que el control de calidad de los materiales es del 100%.

#### 2.2.1 Acero

Se ha empleado acero corrugado tipo B 500 SD según la EHE-08 y clase C según el EC-2. Para el prediseño se ha empleado un módulo de elasticidad de 200000 MPa y un límite elástico de 500 MPa.

Posteriormente, se han determinado los valores medios de las propiedades mecánicas del acero mediante el ensayo de tres barras para cada diámetro nominal. Los resultados obtenidos se mostrarán más adelante.

### 2.2.2 Hormigón. Dosificación. Pruebas

El hormigón empleado para la construcción del pórtico es un hormigón convencional compuesto por agua, cemento y áridos. El cemento es tipo Portland CEM I 52,5R. Los áridos utilizados son arena rodada lavada (0/4) y grava caliza machacada con tamaños desde 4 a 6 mm.

En un primer momento se buscaba conseguir un hormigón con resistencia a 28 días de 30 MPa, pero en las dos pruebas realizadas se observó que se alcanzaba una resistencia superior, en torno a 40 MPa. Esto es debido, entre otras cosas, a la utilización de CEM I 52,5R.

Por tanto, para el diseño se optó por una resistencia del hormigón de 40 MPa.

- Prueba 1:

Esta amasada se realizó el día 12/02/2014, con una temperatura ambiental de 15°C y una humedad relativa del 50%.

La dosificación por m<sup>3</sup> empleada en esta prueba es:

<b>Producto</b>	<b>Kg</b>
<i>CEM I 52,5 R</i>	348
<i>Agua efectiva</i>	220
<i>Grava 4/6</i>	666
<i>Arena rodada 0/4:</i>	1065
<i>Total</i>	2299

*Tabla 2.2.2.1.a Dosificación primera prueba*

La relación agua/cemento que se tiene con esta dosificación es de 0,632.

Esta primera amasada fue de 40 litros, con los cuales se hicieron 6 probetas cilíndricas (150x300 mm) para el control y caracterización de los materiales. Por tanto, partiendo de la dosificación en kilogramos por metro cúbico, se obtuvieron las cantidades necesarias correspondientes a 40 litros. Además, estas cantidades fueron corregidas atendiendo a la humedad de la arena y grava y al porcentaje de absorción.

El porcentaje de absorción de la arena en esta amasada fue de 1,4% y el de la grava fue de 1,65%. Por otro lado, para la obtención de las humedades se cogieron unas cantidades de arena y grava en bandejas separadas. Estas bandejas fueron pesadas antes y después de introducirlas en el horno durante 24 horas. Se procedió de la siguiente forma:

1) <i>Peso bandeja</i>
2) <i>Peso bandeja + arena</i>
3) <i>Peso bandeja + arena seca</i>
4) <i>Peso agua = 2) - 3)</i>
5) <i>Peso arena seca = 3) - 1)</i>

$$\% \text{ humedad (w)} = \frac{\text{Peso agua (4)}}{\text{Peso arena seca (5)}} \cdot 100$$

Los resultados han sido:

	<i>Arena</i>	<i>Grava</i>
<i>Absorción %</i>	1,40	1,65
<i>Humedad %</i>	3,84	0,92

Tabla 2.2.2.1.b *Absorción y humedad primera prueba*

De forma que las cantidades definitivas de cada material tras la corrección por humedad fueron:

<b>Producto</b>	<b>Kg</b>	<b>Corregido</b>	<b>Kg</b>
<i>CEM I 52,5 R</i>	13,92	<i>CEM I 52,5 R</i>	<b>13,92</b>
<i>Agua efectiva</i>	8,80	<i>Agua aportada</i>	<b>7,95</b>
<i>Grava 4/6</i>	26,64	<i>Grava 4/6</i>	<b>26,89</b>
<i>Arena rodada 0/4:</i>	42,60	<i>Arena 0/4:</i>	<b>44,24</b>

Tabla 2.2.2.1.c *Cantidades definitivas primera prueba*

Una vez se conocen los kilogramos necesarios para fabricar la primera amasada se procede a la separación de los componentes. Para ello, el día previo a la fabricación, se guardan las cantidades aproximadas de cada material en bolsas de plástico para mantener su humedad y así evitar que se vean afectados por los cambios de humedad y temperatura.

El día de fabricación se pesa cada cantidad exacta corregida por la humedad que se ha obtenido. Una vez se tiene el material, se vierten en la amasadora los áridos (de mayor a menor tamaño) y se mezclan durante 2 minutos. A continuación, se añade el cemento y se amasa durante otros 2 minutos. Se debe de añadir agua durante un minuto y una vez vertida toda la cantidad, se debe de mezclar todo durante un minuto más para conseguir una mezcla homogénea.



Fig 2.2.2.1 *Amasada primera prueba*

A continuación, una vez amasados todos los componentes, se realiza el ensayo del cono de Abrams para determinar la consistencia del hormigón. Este ensayo consiste en rellenar un molde metálico troncocónico de dimensiones normalizadas, en tres capas apisonadas con 25 golpes de varilla. Después de retirar el molde, se mide el asentamiento que experimenta la masa de hormigón colocada en su interior.

<b>Consistencia</b>	<b>Asiento del cono de Abrams (cm)</b>
<i>Seca (S)</i>	0 - 2
<i>Plástica (P)</i>	3 - 5
<i>Blanca (B)</i>	6 - 9
<i>Fluida (F)</i>	10 - 15
<i>Líquida (L)</i>	≥ 16

Tabla 2.2.2.2 Rangos del ensayo del cono de Abrams

En este caso, se obtuvo un cono de 4,5 cm, lo que corresponde a una consistencia plástica. Como consecuencia, el hormigón era muy seco y poco trabajable. Debido a ello, las probetas se compactaron con mesa vibrante en lugar de picar con barra. El desencofrado de las probetas se realizó al día siguiente del hormigonado y se almacenaron en una cámara húmeda para mantener las propiedades hasta el día de la rotura.

El día anterior a la realización del ensayo, se refrentan las probetas cilíndricas con un mortero de azufre para conseguir una superficie plana horizontal.

De las 6 probetas realizadas, dos de ellas se ensayaron a compresión simple a los 7 días, otras dos a 14 días y las últimas dos a 28 días. La tabla 2.2.2.1.d se muestran los resultados obtenidos en el ensayo, la estimación de la resistencia a 28 días y el porcentaje de resistencia alcanzado con respecto a la resistencia característica a la que finalmente se llegó. La  $f_c$  estimada a partir de la resistencia obtenida a 7 y 14 días, supone que se ha alcanzado un 75% y 90% de la resistencia característica, respectivamente.

	<i>Probeta 1 (MPa)</i>	<i>Probeta 2 (MPa)</i>	<i>Media (MPa)</i>	<i><math>f_c</math> estimada (MPa)</i>	<i>% <math>f_c</math> 28 alcanzado</i>
<i>7 días</i>	36,9	34,9	<b>35,9</b>	47,8	91,58 %
<i>14 días</i>	41,3	40,8	<b>41,0</b>	45,6	104,60 %
<i>28 días</i>	39,5	38,8	<b>39,2</b>	39,2	100 %

Tabla 2.2.2.1.d Resultados ensayo primera prueba

La rotura observada fue satisfactoria con grietas verticales muy distribuidas. Cabe destacar que el ensayo a compresión simple a 28 días se realizó en una prensa antigua distinta a la de los días

anteriores y por ello se observa esa anomalía en los resultados. A continuación se muestran unas imágenes de las probetas rotas.



Fig 2.2.2.2 Probetas ensayadas primera prueba

A partir del peso y volumen de las probetas se puede estimar la densidad media del hormigón, que fue de  $2322 \text{ Kg/m}^3$ , comprobando así que el volumen de huecos no era excesivamente alto y no existían coqueas importantes en su interior.

- Prueba 2:

La segunda amasada se realizó el día 21/02/2014, con una temperatura ambiental de  $19^\circ\text{C}$  y una humedad relativa del 44%.

La dosificación por  $\text{m}^3$  que se empleó en esta prueba fue la misma que la de la prueba anterior.

Producto	Kg
CEM I 52,5 R	348
Agua efectiva	220
Grava 4/6	666
Arena rodada 0/4:	1065
Total	2299

Tabla 2.2.2.2.a Dosificación segunda prueba

La relación agua/cemento que se tiene con esta dosificación es de 0,632.

Al igual que en la primera prueba, se amasaron 40 litros, con los cuales se hicieron otras 6 probetas cilíndricas. Por tanto, partiendo de la dosificación en kilogramos por metro cúbico (tabla 5.), se obtuvieron las cantidades necesarias correspondientes a 40 litros. En esta amasada se cambió la absorción de la arena y grava y se recalculó el porcentaje de humedad, procediendo de la misma manera que en la prueba 1:

	Arena	Grava
ABSORCIÓN %	1,70	0,9
HUMEDAD %	2,47	0,65

Tabla 2.2.2.2.b Absorción y humedad segunda prueba

De forma que las cantidades definitivas de cada material tras la corrección por humedad fueron:

<b>PRODUCTO</b>	<b>Kg</b>	<b>Corregido</b>	<b>Kg</b>
CEM I 52,5 R	13,92	CEM I 52,5 R	<b>13,92</b>
Agua efectiva	8,80	Agua aportada	<b>8,54</b>
Grava 4/6	26,64	Grava 4/6	<b>26,81</b>
Arena rodada 0/4:	42,60	Arena 0/4:	<b>43,65</b>

Tabla 2.2.2.2.c Cantidades definitivas segunda prueba

Una vez se realizan las actividades necesarias para fabricar el hormigón, se lleva a cabo el ensayo del cono de Abrams como ya se ha comentado anteriormente, obteniendo un cono de 14 cm, lo que corresponde a una consistencia fluida. Esto dio lugar a un hormigón muy trabajable, aunque se encontraba en el límite de agua ya que se dio la aparición de los primeros síntomas de exudación. Al igual que en la primera prueba, se realizaron 6 probetas que fueron compactadas con barra. El desmoldeo de las probetas se realizó tres días después del hormigonado.



Fig 2.2.2.3 Llenado de probetas segunda prueba

De las 6 probetas realizadas, dos de ellas se ensayaron a compresión simple a los 7 días, otras dos a 14 días y las últimas dos a 28 días. En la tabla 2.2.2.2.d se muestra los resultados obtenidos en el ensayo, la estimación de la resistencia a 28 días y el porcentaje de resistencia alcanzado con respecto a la resistencia característica a la que finalmente se llegó. La  $f_c$  estimada a partir de la resistencia obtenida a 7 y 14 días, supone que se ha alcanzado un 75% y 90% de la resistencia característica, respectivamente.

	<i>Probeta 1 (MPa)</i>	<i>Probeta 2 (MPa)</i>	<i>Media (MPa)</i>	<i><math>f_c</math> estimada (MPa)</i>	<i>% <math>f_c</math> 28 alcanzado</i>
<i>7 días</i>	30,8	32,6	<b>31,7</b>	42,2	86,37 %
<i>14 días</i>	35,7	-	<b>35,7</b>	41,9	97,27 %
<i>28 días</i>	35,8	-	<b>35,8</b>	35,8	100 %
<i>41 días</i>	-	37,3	<b>37,3</b>	-	-

Tabla 2.2.2.2.d Resultados ensayo segunda prueba

La rotura observada a 7 días fue satisfactoria. Sin embargo, una de las probetas dio problemas y a 14 días sólo se pudo ensayar una de ellas. Por último a 28 días, se rompió una probeta dando resultados anómalos, ya que la máquina de ensayo presentaba problemas. Esto obligó a ensayar la segunda probeta a 41 días.



Fig 2.2.2.4 Probetas ensayadas segunda prueba

La densidad media del hormigón en función del peso y volumen de las probetas, fue de 2301 Kg/m<sup>3</sup>, por lo que de nuevo se comprobó que el hormigón estaba en buen estado sin presencia de coqueas.

- Dosificación definitiva:

En vista de los resultados obtenidos en ambas pruebas, se optó por diseñar con una resistencia característica del hormigón de 40 MPa. Por otra parte, la dosificación que se adoptó fue prácticamente igual a la de las pruebas, salvo por que se disminuyó ligeramente el contenido en agua de 220 Kg/m<sup>3</sup> a 210 Kg/m<sup>3</sup> para prevenir la posible exudación que ya se había tenido en la prueba 2:

<b>Producto</b>	<b>Kg</b>
CEM I 52,5 R	348
Agua efectiva	210
Grava 4/6	666
Arena rodada 0/4:	1065
<b>Total</b>	<b>2289</b>

Tabla 2.2.2.3 Dosificación definitiva

La relación a/c fue de 0,603.

El mismo día del ensayo, se obtiene la resistencia a compresión simple  $f_c$  de las probetas cilíndricas.

En el capítulo 3 se explicará con más detalle el hormigonado definitivo de la estructura.

### 2.3 Leyes de esfuerzos

Para la obtención de los esfuerzos y reacciones se ha recurrido al programa informático SAP 2000.

En primer lugar, se han definido dos materiales: acero para la barra de 32 mm (con un peso específico de  $7850 \text{ kg/m}^3$ ) y hormigón para el pórtico (con un peso específico de  $25 \text{ kN/m}^3$ ). Después, se ha definido la geometría de las secciones, tanto del pórtico como de la barra, y se han asignado a cada una de las barras del modelo. A continuación, se colocan los apoyos de cada pilar, que consisten en dos carritos.

Existe una limitación mecánica de la carga a aplicar al pórtico. El gato de ensayo puede alcanzar las 500 kN, por ello, el rango de la carga máxima de rotura debe estar comprendido entre 100-300 kN. En este caso, se le ha colocado una carga de 100 kN para ELU. Mientras que para la comprobación de ELS, la carga ha sido del 60% (60 kN).

En las siguientes figuras se muestra la carga aplicada, las reacciones y la fuerza ejercida por la barra:

*Estado Límite Último:*

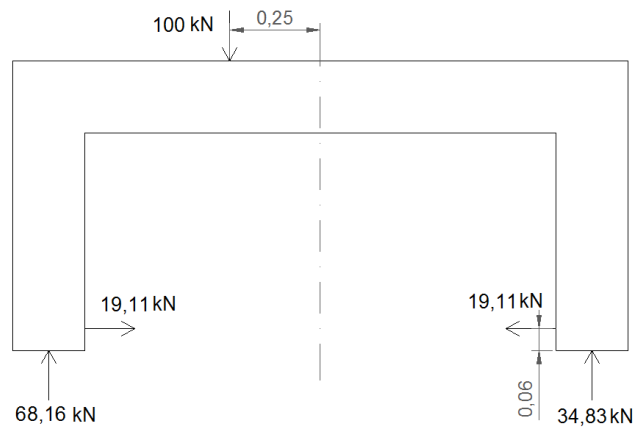


Fig 2.3.1.a Estado de carga ELU

*Estado Límite de Servicio:*

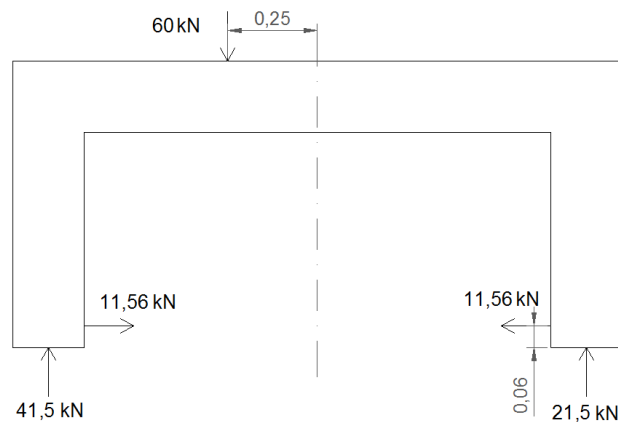


Fig 2.3.2.a Estado de carga ELS



Una vez definidos los estados de carga, que incluyen tanto la carga aplicada como el peso propio de la estructura (muy pequeño en comparación a la carga), se ha procedido al cálculo, obteniendo las siguientes leyes de esfuerzos:

- Para ELU:

*Momento flector:*

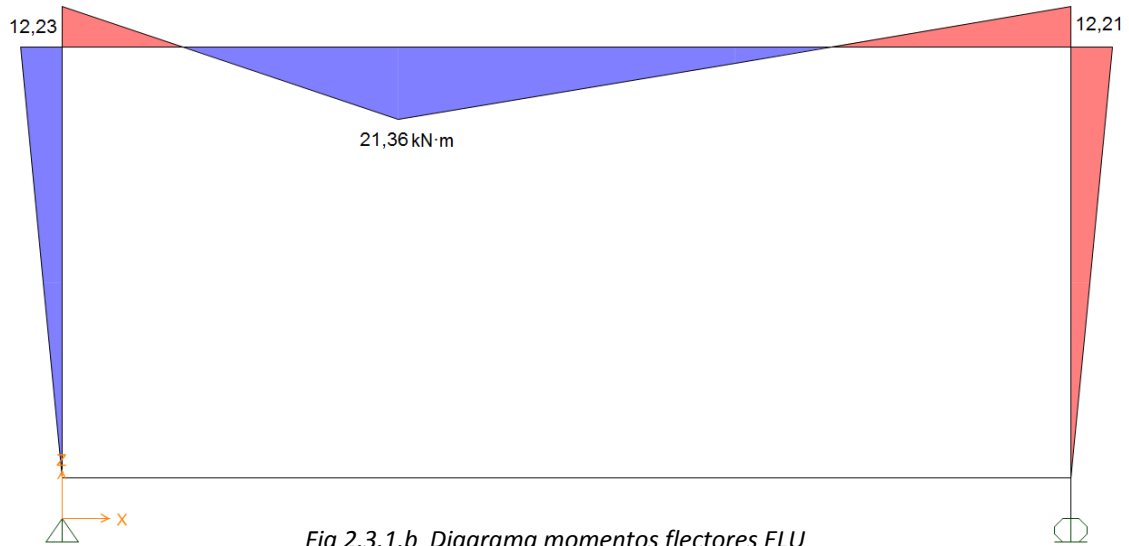


Fig 2.3.1.b Diagrama momentos flectores ELU

*Cortante:*

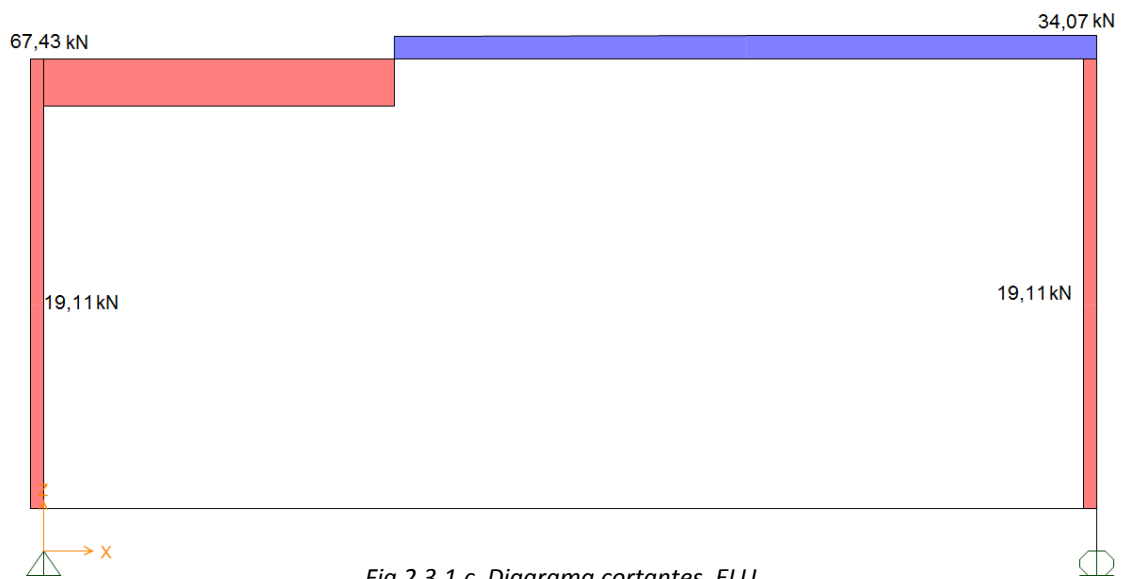
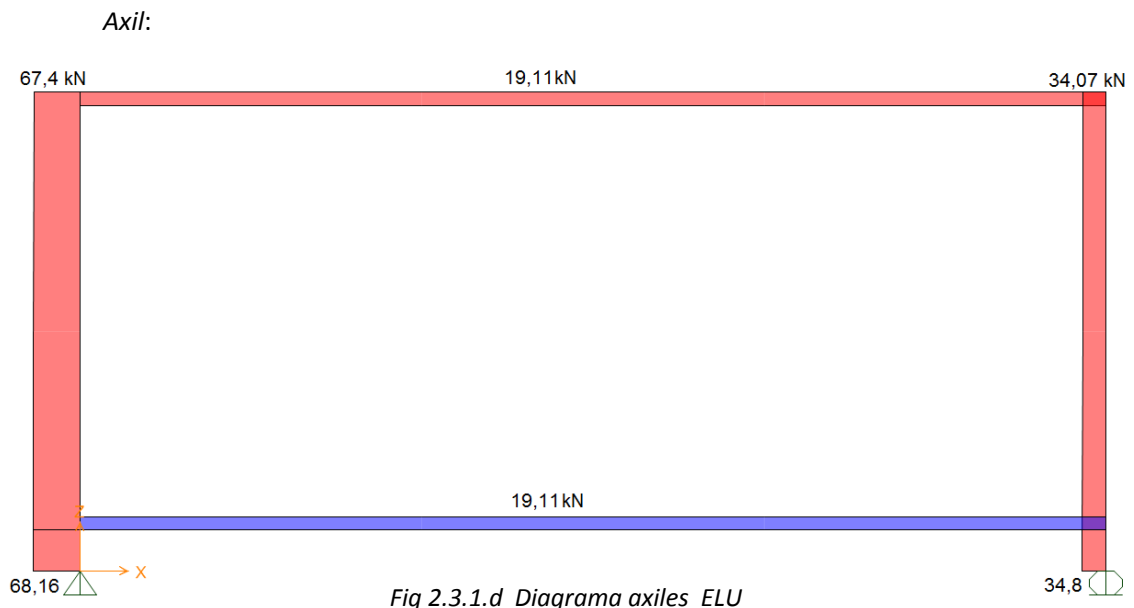
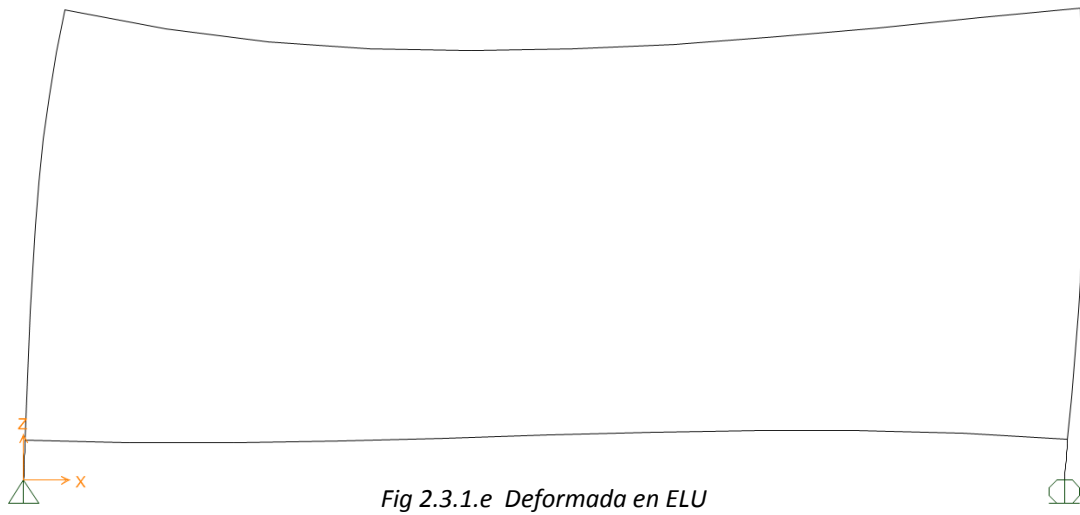


Fig 2.3.1.c Diagrama cortantes ELU

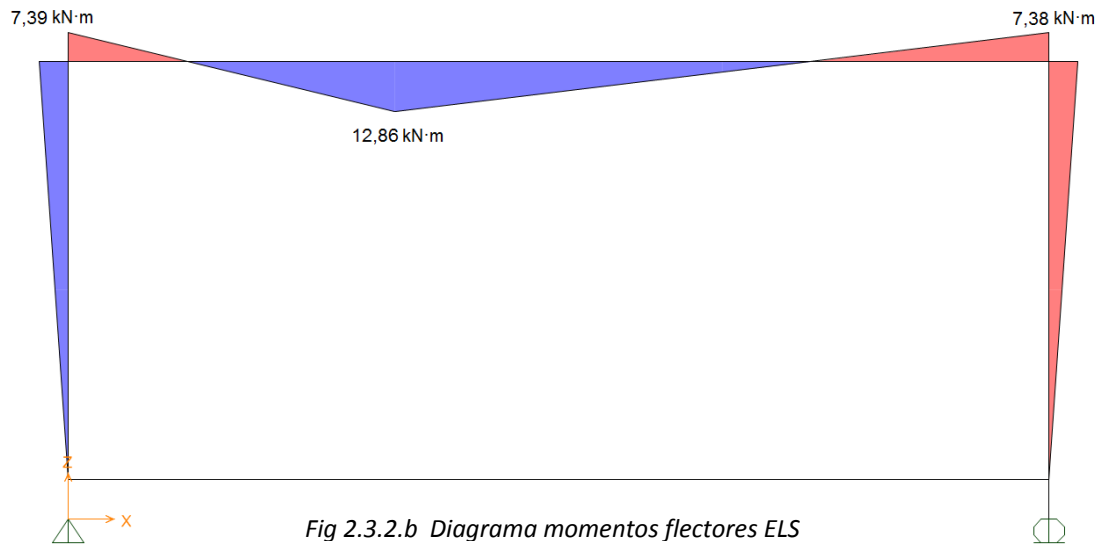


La deformada obtenida es:

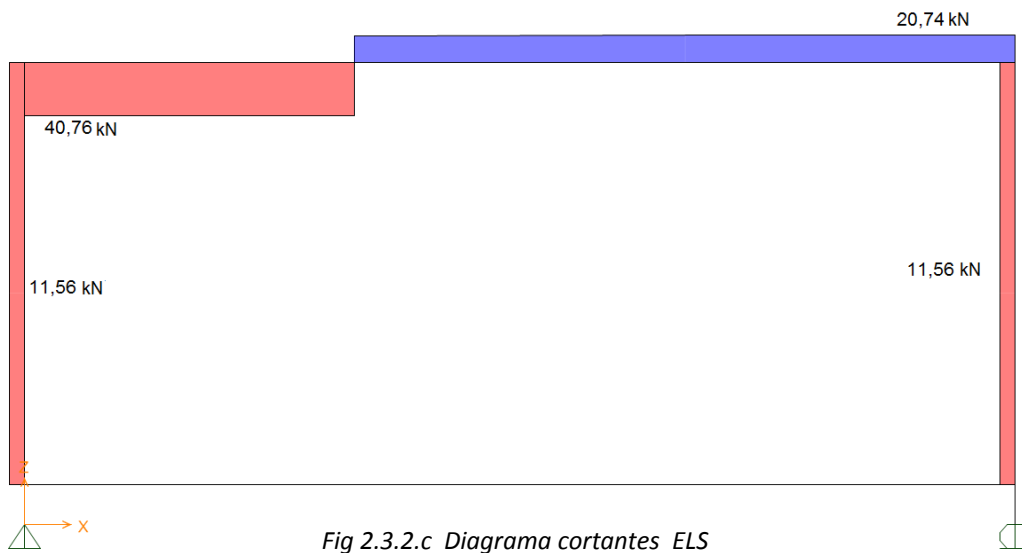


- Para ELS:

Momento flector:



Cortante:



Axil:

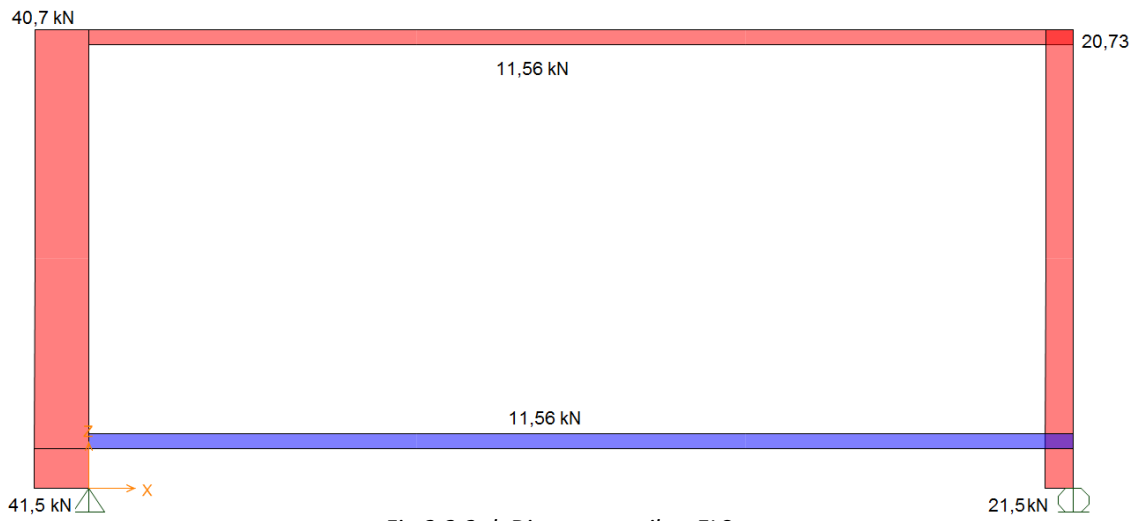


Fig 2.3.2.d Diagrama axiales ELS

La *deformada* obtenida es:

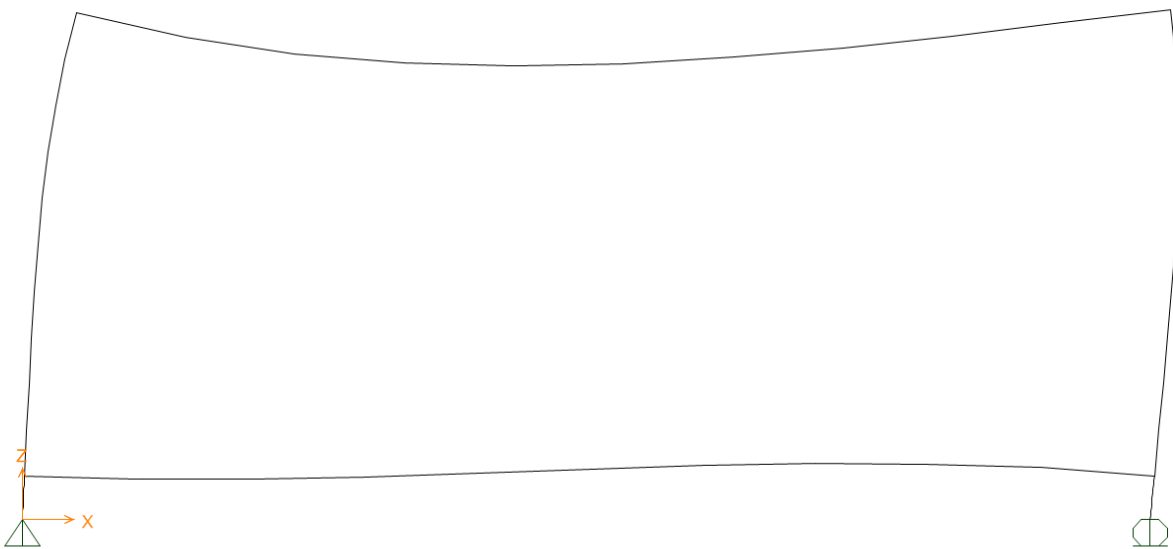


Fig 2.3.2.e Deformada en ELS

## 2.4 Diseño del armado

Para el diseño del armado se han considerado coeficientes de seguridad de los materiales igual a la unidad, como ya se ha comentado, debido al control de calidad del 100%.

### 2.4.1 Análisis de los efectos de segundo orden

Se ha comprobado si es necesario tener en cuenta los efectos de acción adicionales causados por deformaciones estructurales. En el caso de tenerlos en cuenta, el momento de cálculo se vería incrementado.

A continuación se procede a comprobar si los efectos de segundo orden globales se pueden despreciar, según el artículo 5.8.3.3 del Eurocódigo 02, atendiendo a la siguiente expresión:

$$F_{v,Ed} \leq k_1 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1,6} \cdot \frac{\sum E_{cd} \cdot I_c}{L^2}$$

Los valores de cálculo de los materiales son los siguientes  $f_{ck}$ ,  $E_{cd}$  y  $f_{yd}$ . En este caso, al no haber empleado coeficientes de seguridad ( $\gamma_c = \gamma_s = 1$ ),  $f_{ck} = f_{cd}$  y  $f_{yk} = f_{yd}$ .

$$f_{ck} = f_{cd} = 40 \text{ MPa}$$

$$f_{yk} = f_{yd} = 500 \text{ MPa}$$

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{1,2} = \frac{22000 \cdot \left[\frac{f_{ck}+8}{10}\right]^{0,3}}{1,2} = \frac{22000 \cdot \left[\frac{40+8}{10}\right]^{0,3}}{1,2} = 35220,46 \text{ MPa}$$

Por tanto, ya se puede entrar en la fórmula, teniendo los siguientes datos:

$I_c$  es el momento de inercia del área (sección de hormigón sin fisurar) del elemento de arriostramiento. En este caso se trata de una sección de hormigón cuadrada, con lo cual:

$$I_c = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 = \frac{1}{12} \cdot 0,2 \cdot 0,2^3 = 1,333 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$n_s$  es el número de pisos. En este caso estamos ante un pórtico de un solo nivel

$$n_s = 1$$

$L$  es la altura del edificio

$$L = 0,8 \text{ m}$$

$k_1$  este valor para su uso en un Estado se puede encontrar en su anexo nacional

$$k_1 = 0,31 \quad (\text{como valor recomendado})$$

$F_{v,Ed}$  es la carga vertical total (en elementos de arriostramiento y elementos arriostrados). Se deben de tener en cuenta las cargas permanentes y variables. Por tanto en este caso se trata de la carga aplicada por el gato de ensayo, es decir, 100 kN, junto con el peso propio de la estructura.

$$Q = 100 \text{ kN} ; \text{ Peso propio} = 2,9 \text{ kN} \rightarrow F_{v,Ed} = 102,9 \text{ kN}$$

Sustituyendo cada valor en su lugar correspondiente obtenemos:

$$102,9 \leq 0,31 \cdot \frac{1}{1 + 1,6} \cdot \frac{35220,46 \cdot 10^3 \cdot 1,333 \cdot 10^{-4}}{0,8^2} = 7335,76$$

Como  $102,9 \leq 7335,76$ , se pueden despreciar los efectos de segundo orden globales y por lo tanto, se puede considerar el pórtico como un SISTEMA ARRIOSTRADO.

Ahora se debe realizar la comprobación para elementos aislados. Se comprueba en lo que viene a continuación si los efectos de segundo orden para el elemento aislado se pueden despreciar. Esto ocurre si la esbeltez  $\lambda$  es menor que  $\lambda_{lim}$  como indica el artículo 43.1.2 de la EHE-08.

Se va a realizar dicho cálculo para los dos pilares del pórtico. En primer lugar, se comienza por el pilar izquierdo calculando su esbeltez siguiendo lo que incluye el artículo 5.8.3.2 del Eurocódigo 02:

$$\lambda = \frac{l_0}{i}$$

$i$  es el radio de giro de la sección de hormigón sin fisurar.

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}}, \text{ siendo } I \text{ y } A \text{ el momento de inercia y el área de la sección del soporte respectivamente.}$$

$$\text{Como } I = 1,333 \cdot 10^{-4} m^4 \text{ y } A = 0,2 \cdot 0,2 = 0,04 m^2, \quad i = \sqrt{\frac{1,333 \cdot 10^{-4}}{0,04}} = 0,0577 m$$

$l_0$  es la longitud eficaz (o de pandeo)

$$l_0 = \alpha \cdot l$$

Para obtener el valor de  $\alpha$  empleamos la formulación del Eurocódigo correspondiente a "elementos arriostrados":

$$\alpha = 0,5 \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0,45 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0,45 + k_2}\right)}$$

$k_1$  y  $k_2$  son las flexibilidades relativas de las coacciones al giro en los extremos 1 y 2 respectivamente:

$$k = \frac{\theta}{M} \cdot \frac{EI}{l} \geq 0,1$$


siendo,

$\theta$  es el giro de los elementos coaccionados para el momento flector  $M$ . Se han obtenido en el modelo del pórtico introducido en el programa SAP 2000.

$EI$  es la rigidez a flexión del elemento de compresión

$l$  es la altura libre entre coacciones extremas del elemento

SOPORTE IZQUIERDO



$$k_2 = \frac{0,00109}{12,23} \cdot \frac{35220,46 \cdot 10^3 \cdot 1,33 \cdot 10^{-4}}{0,7} = 0,596$$

$k_1 = \frac{\theta}{0} \cdot \frac{EI}{l} \sim k_1 = \infty$  representa el límite sin coacción. Dado que el empotramiento perfecto en la práctica es raro, se recomienda un valor mínimo de  $k_1 = 0,1$ .

Para la obtención de los parámetros  $k_1$  y  $k_2$ , se ha utilizado la inercia bruta en lugar de la inercia nominal, ya que de esta forma, se está del lado de la seguridad.

Sustituyendo los valores:

$$\alpha = 0,5 \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{0,1}{0,45 + 0,1}\right) \cdot \left(1 + \frac{0,596}{0,45 + 0,596}\right)} = 0,681$$

Por tanto, la longitud eficaz  $l_o = 0,681 \cdot 0,7 = 0,476 \text{ m}$ .

Finalmente, la esbeltez mecánica del soporte izquierdo resulta ser:

$$\lambda = \frac{0,476}{0,0577} = 8,25$$

Para calcular  $\lambda_{lim}$  se emplea la expresión que aparece en el EC-02 (art. 43.1.2):

$$\lambda_{lim} = 35 \cdot \sqrt{\frac{C}{v} \cdot \left[1 + \frac{0,24}{\frac{e_2}{h}} + 3,4 \cdot \left(\frac{e_1}{e_2} - 1\right)^2\right]} \leq 100$$

Se tienen los siguientes parámetros:

$C$  es el coeficiente que depende de la disposición de armaduras cuyos valores son:

0,24 para armadura simétrica en dos caras opuestas en el plano de flexión

0,20 para armadura igual en las cuatro caras

0,16 para armadura simétrica en las caras laterales

En este caso, como en el soporte izquierdo se ha dispuesto armadura simétrica en dos caras opuestas en el plano de flexión,  $C=0,24$ .

$v$  es el axil adimensional o reducido de cálculo que solicita el soporte.

$$v = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{67,438}{0,04 \cdot 40 \cdot 10^3} = 0,042$$

$e_1$  es la excentricidad de primer orden en el extremo del soporte con menor momento, positiva si tiene el mismo signo que  $e_2$ .

$e_2$  es la excentricidad de primer orden en el extremo del soporte con mayor momento, considerada positiva.

Para calcular las excentricidades, es necesario conocer los momentos de primer orden. Éstos se calculan a partir de los esfuerzos obtenidos en el modelo:

$$N_{Ed} = 67,438 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 12,23 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Estos momentos de primer orden se obtienen a partir de la siguiente expresión:

$$M_{01} = M_{d1} + N_{Ed} \cdot e_i \geq |N_{Ed} \cdot e_o|$$

$$M_{02} = M_{d1} + N_{Ed} \cdot e_i \geq |N_{Ed} \cdot e_o|$$

El valor de la flecha  $e_i$  se deduce con la relación  $e_i = \frac{l_o}{400}$ . Como la longitud eficaz  $l_o$  está anteriormente calculada,  $e_i = \frac{0,476}{400} = 0,00119 \text{ m}$ . Por otro lado  $e_o = \frac{h(\text{mm})}{30} \geq 20 \text{ mm}$ . En este caso  $e_o = \frac{200}{30} = 6,667 \text{ mm} \leq 20 \text{ mm}$ , y como consecuencia, se toma  $e_o = 20 \text{ mm}$ .

Ahora ya se pueden resolver los momentos de primer orden:

$M_{01} = 0 + 67,438 \cdot 0,00119 = 0,08 \text{ kN} \cdot \text{m} \leq |67,438 \cdot 0,02| = 1,349 \text{ kN} \cdot \text{m}$ ,  
por tanto:

$$M_{01} = 1,349 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$M_{02} = 12,23 + 67,44 \cdot 0,00119 = 12,31 \text{ kN} \cdot \text{m} \geq |68,438 \cdot 0,02| = 1,349 \text{ kN} \cdot \text{m}$   
por tanto:

$$M_{02} = 12,31 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Las excentricidades de primer orden  $e_1$  y  $e_2$  resultan:

$$e_1 = \frac{1,349}{67,438} = 0,02 \text{ m}$$

$$e_2 = \frac{12,31}{67,438} = 0,18 \text{ m}$$

Finalmente, sustituyendo en la fórmula:

$$\lambda_{lím} = 35 \cdot \sqrt{\frac{0,24}{0,042} \cdot \left[ 1 + \frac{0,24}{0,18/0,2} + 3,4 \cdot \left( \frac{0,02}{0,18} - 1 \right)^2 \right]} = 166,35 \leq 100$$



Con lo cual, se limita el valor de la esbeltez límite a  $\lambda_{lim} = 100$ . Como se puede observar, la esbeltez mecánica del soporte izquierdo es menor a la esbeltez límite, y por tanto, los efectos de segundo orden en este pilar pueden despreciarse.

Una vez finalizada la comprobación del soporte izquierdo, se procede de igual manera con el soporte derecho. Por tanto, en primer lugar, se calcula de la misma manera su esbeltez mecánica:

$$\lambda = \frac{l_0}{i}$$

$i$  es el radio de giro de la sección de hormigón sin fisurar

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}}, \text{ siendo } I \text{ y } A \text{ el momento de inercia y el área de la sección del soporte respectivamente.}$$

$$\text{Como } I = 1,333 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4 \text{ y } A = 0,2 \cdot 0,2 = 0,04 \text{ m}^2, i = \sqrt{\frac{1,333 \cdot 10^{-4}}{0,04}} = 0,0577 \text{ m}$$

$l_0$  es la longitud eficaz (o de pandeo)

$$l_0 = \alpha \cdot l$$

Para sacar el valor de  $\alpha$  empleamos la formulación del Eurocódigo correspondiente a “elementos arriostrados”:

$$\alpha = 0,5 \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0,45+k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0,45+k_2}\right)}$$

$k_1$  y  $k_2$  son las flexibilidades relativas de las coacciones al giro en los extremos 1 y 2 respectivamente:

$$k = \frac{\theta}{M} \cdot \frac{EI}{l} \geq 0,1$$

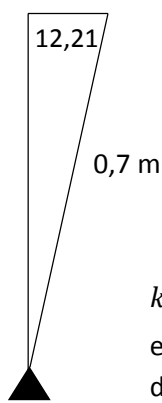
siendo,

$\theta$  es el giro de los elementos coaccionados para el momento flector  $M$ . Se han obtenido en el modelo del pórtico introducido en el programa SAP 2000

$EI$  es la rigidez a flexión del elemento de compresión

$l$  es la altura libre entre coacciones extremas del elemento

SOPORTE DERECHO



$$k_2 = \frac{0,0004869}{12,21} \cdot \frac{35220,46 \cdot 10^3 \cdot 1,33 \cdot 10^{-4}}{0,7} = 0,2668$$

$k_1 = \frac{\theta}{0} \cdot \frac{EI}{l} \sim k_1 = \infty$  representa el límite sin coacción. Dado que el empotramiento perfecto en la práctica es raro, se recomienda un valor mínimo de  $k_1=0,1$

Sustituyendo los valores:

$$\alpha = 0,5 \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{0,1}{0,45 + 0,1}\right) \cdot \left(1 + \frac{0,2668}{0,45 + 0,2668}\right)} = 0,6252$$

Por tanto, la longitud eficaz  $l_0 = 0,6252 \cdot 0,7 = 0,437 \text{ m}$ .

Finalmente, la esbeltez mecánica del soporte izquierdo resulta ser:

$$\lambda = \frac{0,437}{0,0577} = 7,585$$

Se procede a calcular  $\lambda_{lím}$ :

$$\lambda_{lím} = 35 \cdot \sqrt{\frac{C}{v} \cdot \left[1 + \frac{0,24}{\frac{e_2}{h}} + 3,4 \cdot \left(\frac{e_1}{e_2} - 1\right)^2\right]} \leq 100$$

Al igual que en el soporte anterior, se tienen los siguientes parámetros:

C es el coeficiente que depende de la disposición de armaduras cuyos valores son:

0,24 para armadura simétrica en dos caras opuestas en el plano de flexión.

0,20 para armadura igual en las cuatro caras.

0,16 para armadura simétrica en las caras laterales.

En este caso, como en el soporte izquierdo se ha dispuesto armadura simétrica en dos caras opuestas en el plano de flexión,  $C=0,24$ .

v es el axil adimensional o reducido de cálculo que solicita el soporte.

$$v = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{34,067}{0,04 \cdot 40 \cdot 10^3} = 0,0213$$

$e_1$  es la excentricidad de primer orden en el extremo del soporte con menor momento, positiva si tiene el mismo signo que  $e_2$ .

$e_2$  es la excentricidad de primer orden en el extremo del soporte con mayor momento, considerada positiva.

Se calculan las excentricidades a partir de los esfuerzos:

$$N_{Ed} = 34,067 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 12,21 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Estos momentos de primer orden se obtienen a partir de la siguiente expresión:

$$M_{01} = M_{d1} + N_{Ed} \cdot e_i \geq |N_{Ed} \cdot e_o|$$

$$M_{02} = M_{d1} + N_{Ed} \cdot e_i \geq |N_{Ed} \cdot e_o|$$

El valor de la flecha  $e_i$  se deduce con la relación  $e_i = \frac{l_o}{400}$ . Como la longitud eficaz  $l_o$  está anteriormente calculada,  $e_i = \frac{0,437}{400} = 0,0010925 \text{ m}$ . Por otro lado  $e_o = \frac{h(\text{mm})}{30} \geq 20 \text{ mm}$ . En este caso  $e_o = \frac{200}{30} = 6,667 \text{ mm} \leq 20 \text{ mm}$ , y como consecuencia, se toma  $e_o = 20 \text{ mm}$ .

Ahora ya se pueden resolver los momentos de primer orden:

$M_{01} = 0 + 34,067 \cdot 0,0010925 = 0,037 \text{ kN} \cdot \text{m} \leq 34,067 \cdot 0,02 = 0,681 \text{ kN} \cdot \text{m}$ ,  
por tanto:

$$M_{01} = 0,681 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$M_{02} = -12,21 + 34,06 \cdot 0,001092 = |-12,17| \text{ kN} \cdot \text{m} \geq |34,06 \cdot 0,02| = 0,68 \text{ kN} \cdot \text{m}$ ,  
por tanto:

$$M_{02} = |-12,17| \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Las excentricidades de primer orden  $e_1$  y  $e_2$  resultan:

$$e_1 = \frac{0,681}{34,067} = 0,02 \text{ m}$$

$$e_2 = \frac{12,17}{34,067} = 0,36 \text{ m}$$

Finalmente, sustituyendo en la fórmula:

$$\lambda_{lim} = 35 \cdot \sqrt{\frac{0,24}{0,0213} \cdot \left[ 1 + \frac{0,24}{0,36} + 3,4 \cdot \left( \frac{0,02}{0,36} - 1 \right)^2 \right]} = 239,8 \leq 100$$

Con lo cual, se limita el valor de la esbeltez límite a  $\lambda_{lim} = 100$ . Como se puede observar, la esbeltez mecánica del soporte izquierdo es menor a la esbeltez límite, y por tanto, los efectos de segundo orden en este pilar también pueden despreciarse.

En el caso de la comprobación de las imperfecciones geométricas, no ha sido necesario realizarla debido a que se hace un diseño con carga nominal.

#### 2.4.2 Estado Límite Último

Para el diseño de la armadura del pórtico, se ha empleado la formulación dada por el Eurocódigo-02 en combinación con algunos artículos de la Instrucción Española de Hormigón Estructural (EHE).

En cuanto a las características de los materiales utilizados, se ha empleado un acero tipo B500S con un módulo de elasticidad de 200000 MPa, y se designa el hormigón como HA-40/B/6/IIa. La clase de ambiente correspondiente al Eurocódigo es XC3, mientras que en la EHE-08 es IIa. Este tipo de ambiente es para estructuras de hormigón dentro de edificios con nivel ambiental moderado o elevado, como el que se tiene en este caso.

El recubrimiento adoptado ha sido de 25 mm a la armadura longitudinal.

Para el análisis de la viga se han estudiado tres secciones: los extremos izquierdo (A) y derecho (C) y la sección en la que está aplicada la carga (B). Mientras que para el análisis de los pilares se han estudiado las secciones superiores (D, E) ya que son las más restrictivas. En la figura siguiente están señaladas dichas secciones de estudio.

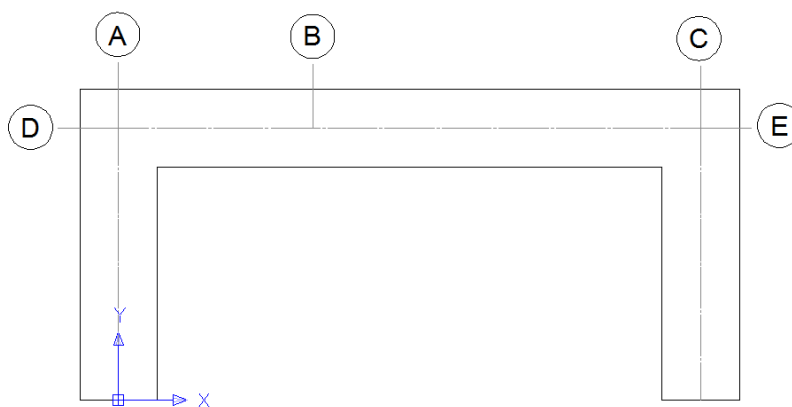


Fig 2.4.2.1 Identificación de secciones de estudio

- *Armadura longitudinal*

En el cálculo de la armadura longitudinal, se ha considerado tanto la cuantía por cálculo como las cuantías por mínimos, para la viga y para los pilares.

En cuanto a la armadura de cálculo a flexión, la zona de dimensionamiento se encuentra en zona C del diagrama de interacción axil-flector, siendo necesaria una armadura en tracción, mientras que la armadura en compresión no es necesaria por cálculo, y por tanto, se disponen los

mínimos. La armadura de flexión que se obtiene por cálculo está en función de los esfuerzos que hay en cada sección y además, se ve incrementada por la interacción con el cortante.

Por tanto, se debe de comparar la cuantía que se obtiene por el cálculo con el diagrama mencionado con la armadura mínima de cada sección. Aquélla que sea más restrictiva, será la que se disponga en el elemento estructural.

- Mínimos para vigas:

Se han tenido en cuenta mínimos mecánicos tanto en tracción como en compresión, y también mínimos para el control de fisuración en tracción.

*Mínimos mecánicos (tracción) (art. 9.2.1.1 EC-02):*

$$A_{s,min} = \frac{f_{ct,m,fl} \cdot b \cdot h}{4,8 \cdot f_{yd}}$$

Siendo  $f_{ct,m,fl} = \max \left\{ 1,6 - \frac{h(mm)}{1000} \cdot f_{ctm}; f_{ctm} \right\}$  ;  $f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$

*Mínimos mecánicos (compresión) (EHE-08):*

$$A_{s,min} = 0.3 \cdot \frac{2,8}{1000} \cdot A_c \quad B500SD$$

*Mínimos para control de fisuración (tracción) (art.7.3.2 EC-02):*

$$A_{s,min} = \frac{0,2 \cdot b \cdot h \cdot k \cdot f_{ct,m}}{\sigma_s}$$

- Mínimos para pilares:

Atendiendo a lo dispuesto en el artículo 42.3.3 de la EHE-08, para las secciones sometidas a compresión simple o compuesta, se adoptan unas cuantías mínimas para las armaduras principales a compresión en cada cara que cumplan:

$$A'_{s2} \cdot f_{yc,d} \geq 0,05 \cdot N_{Ed}$$

$$A'_{s1} \cdot f_{yc,d} \geq 0,05 \cdot N_{Ed}$$

Además, la EHE-08 en el art. 42.3.2 indica que para secciones rectangulares de hormigón armado, la cuantía geométrica mínima en la sección total de hormigón con  $f_y = 500 \text{ MPa}$ , es de:

$$0,004 \cdot A_c$$

Por otro lado, según el artículo 42.3.3 se adoptan como valores máximos de las armaduras principales a compresión en cada cara, los definidos por las siguientes expresiones:

$$A'_{s2} \cdot f_{yc,d} \leq 0,5 \cdot f_{cd} \cdot A_c$$

$$A'_{s1} \cdot f_{yc,d} \leq 0,5 \cdot f_{cd} \cdot A_c$$

$A'_{s2}$  es la armadura en la cara traccionada

$A'_{s1}$  es la armadura en la cara comprimida

A continuación se muestran los resultados de las cuantías que resultan para cada una de las secciones. Se procederá primero por el dintel, y luego el pilar.

### Dintel

En primer lugar, se va a proceder a obtener las distintas armaduras mínimas a partir de las expresiones que se han expuesto anteriormente. Estas cuantías mínimas serán iguales para todas las secciones de estudio.

#### *Mínimos mecánicos (tracción):*

Se obtiene primero  $f_{ct,m,fl}$  como parámetro intermedio necesario para calcular la armadura en cuestión:

$$A_{s,min} = \frac{f_{ct,m,fl} \cdot b \cdot h}{4,8 \cdot f_{yd}} = \frac{4,921 \cdot 0,2 \cdot 0,2}{4,8 \cdot 500 \cdot 10^3} = 0,0000818725 \text{ m}^2$$

Donde  $f_{ct,m,fl} = \max \left\{ \left(1,6 - \frac{h(mm)}{1000}\right) \cdot f_{ctm} = \left(1,6 - \frac{200}{1000}\right) \cdot 3,5088 = 4,912 \text{ MPa} \right.$ , es la resistencia media a flexotracción.

#### *Mínimos mecánicos (compresión):*

$$A_{s,min} = 0,3 \cdot \frac{2,8}{1000} \cdot A_c = 0,3 \cdot \frac{2,8}{1000} \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,0000336 \text{ m}^2$$

#### *Mínimos para control de fisuración (tracción):*

$$A_{s,min} = \frac{0,2 \cdot b \cdot h \cdot k \cdot f_{ctm}}{\sigma_s} = \frac{0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 \cdot 1,07 \cdot 3,5088 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^3} = 0,000150178 \text{ m}^2$$

El valor  $k$  es  $k = 1 - (h(mm) - 300) \cdot 7 \cdot 10^{-4} = 1 - (200 - 300) \cdot 7 \cdot 10^{-4} = 1,07$

Conociendo la armadura mínima en la viga, a continuación se obtiene la armadura que resulta del cálculo mediante el diagrama de interacción.

### **SECCIÓN A**

Los esfuerzos en esta sección son:

$$N_{Ed} = 19,11 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 67,43 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 12,23 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Suponiendo una cuantía de armadura en esta sección que satisfaga la cuantía necesaria, y a partir de los esfuerzos anteriormente calculados, se tiene:

<b>Armadura supuesta</b>			
<b>Compresión (inferior)</b>		<b>Tracción (superior)</b>	
Número	Diámetro (mm)	Número	Diámetro (mm)
2	12	3	10

Tabla 2.4.2.1.a Cuantía de armado dispuesta en la sección A

	<b>Armadura calculada</b>			<b>Armadura mínima</b>		<b>Armadura a disponer</b>	<b>Armadura supuesta</b>
	Flexión	Cortante	Total	Mecánicos	Control fisuración		
<i>As,superior (m<sup>2</sup>)</i>	0	0	0	0,0000336	0	0,0000336	0,0002262
<i>As,inferior (m<sup>2</sup>)</i>	0,000126	0,000067	0,000194	8,187E-05	0,0001502	0,00019381	0,00023562
<i>Total (m<sup>2</sup>)</i>	0,000126	0,000067	0,000194	0,0001154	0,0001502	0,00022741	0,00046181

Tabla 2.4.2.1.b Cálculo de la cuantía de armado en la sección A

La armadura a disponer es el máximo que satisface tanto la armadura de cálculo como los mínimos. Esta armadura debe de cumplir la separación mínima marcada por el Eurocódigo-02 en el artículo 8.2:

$$s > \max \begin{cases} \phi_b \\ 1,25 \cdot d_g \\ 20 \text{ mm} \end{cases}$$

Siendo:

$S$  es la distancia libre entre dos barras consecutivas de armadura pasiva longitudinal

$d_g$  es el tamaño máximo del árido

$\phi_b$  es el diámetro de la armadura pasiva longitudinal

Además, se debe de tener en cuenta el tamaño del vibrador para poder realizar adecuadamente la compactación del elemento estructural. El vibrador más pequeño del que se dispone es de 4 cm.

En este caso la armadura limitante es la de tracción al tener un mayor número de barras, por tanto:

$$s = \frac{h - 2 \cdot r_{mec} - n \cdot \phi_b}{n - 1} = 0,06 \text{ m} > \max \begin{cases} \phi_b = 0,01 \text{ m} \\ 1,25 \cdot d_g = 1,25 \cdot 0,006 = 0,0075 \text{ m} \rightarrow \text{CUMPLE} \\ 20 \text{ mm} = 0,02 \text{ m} \end{cases}$$

Siendo:

$h$  es el canto de la sección, en este caso, 20 cm

$r_{mec}$  es el recubrimiento hasta la armadura longitudinal, en este caso, 25 mm

$n$  es el número de barras, en este caso, 3 barras en la cara de tracción

Por otro lado, se busca que el elemento estructural sea dúctil para que el fallo no se produzca de forma frágil. Para ello, es necesario que la profundidad de la fibra neutra  $x \ll x_{lim}$ .

$$x_{lim} = \frac{d}{1 + \frac{f_{yd}}{E_s \cdot \varepsilon_{cu,f}}}$$

$d$  es el canto útil de la sección:  $h - r_{mec, tracc}$

$E_s$  es el módulo de elasticidad

$f_{yd}$  es la resistencia de cálculo del acero, que coincide con la característica al no emplear coeficientes de seguridad

$$\varepsilon_{cu,f} = 0,0035$$

$$x_{lim} = \frac{0,17}{1 + \frac{500}{200000 \cdot 0,0035}} = 0,099 \text{ m}$$

Los resultados de dichos parámetros para esta sección son:

$$x = 0,0128 \text{ m}$$

$$x_{lim} = 0,099 \text{ m}$$

**SECCIÓN B** (punto de aplicación de la carga)

Los esfuerzos en esta sección son:

$$N_{Ed} = 19,11 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 0 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 21,36 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Suponiendo una cuantía de armadura en esta sección que satisfaga la cuantía necesaria, y a partir de los esfuerzos anteriormente calculados, se tiene:

<b>Armadura supuesta</b>			
<b>Compresión (superior)</b>		<b>Tracción (inferior)</b>	
Número	Diámetro (mm)	Número	Diámetro (mm)
2	10	3	12

Tabla 2.4.2.2.a Cuantía de armado dispuesta en la sección B

	<b>Armadura calculada</b>			<b>Armadura mínima</b>		<b>Armadura a disponer</b>	<b>Armadura supuesta</b>
	Flexión	Cortante	Total	Mecánicos	Control fisuración		
$A_{s, superior} (m^2)$	0	0	0	0,0000336	0	0,0000336	0,00015708
$A_{s, inferior} (m^2)$	0,000245	0	0,000245	8,18725E-05	0,0001502	0,000245	0,0003392
<b>Total (m<sup>2</sup>)</b>	0,000245	0	0,000245	0,000115472	0,0001502	0,0002786	0,0004963

Tabla 2.4.2.2.b Cálculo de la cuantía de armado en la sección B



Al igual que en la sección anterior, la separación limitante es la de tracción:

$$s = \frac{h-2 \cdot r_{mec}-n \cdot \phi_b}{n-1} = 0,057 \text{ m} > \text{máx} \begin{cases} \phi_b = 0,01 \text{ m} \\ 1,25 \cdot d_g = 1,25 \cdot 0,006 = 0,0075 \text{ m} \\ 20 \text{ mm} = 0,02 \text{ m} \end{cases} \rightarrow \text{CUMPLE}$$

Por otro lado, para comprobar la ductilidad en esta sección:

$$x_{lim} = \frac{0,169}{1 + \frac{500}{200000 \cdot 0,0035}} = 0,0985 \text{ m}$$

Los resultados de dichos parámetros para esta sección son:

$$x = 0,022 \text{ m}$$

$$x_{lim} = 0,0985 \text{ m}$$

### SECCIÓN C

Los esfuerzos en esta sección son:

$$N_{Ed} = 19,11 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 34,07 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 12,21 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Suponiendo una cuantía de armadura en esta sección que satisfaga la cuantía necesaria, y a partir de los esfuerzos anteriormente calculados, se tiene:

<b>Armadura supuesta</b>			
<b>Compresión (inferior)</b>		<b>Tracción (superior)</b>	
Número	Diámetro (mm)	Número	Diámetro (mm)
2	12	3	10

Tabla 2.4.2.3.a Cuantía de armado dispuesta en la sección C

	<b>Armadura calculada</b>			<b>Armadura mínima</b>		<b>Armadura a disponer</b>	<b>Armadura supuesta</b>
	Flexión	Cortante	Total	Mecánicas	Control fisuración		
As, superior (m2)	0	0	0	0,0000336	0	0,0000336	0,0002262
As, inferior (m2)	0,000126	0,000034	0,0001602	8,1872E-05	0,000150178	0,0001602	0,0002356
Total (m2)	0,000126	0,000034	0,0001602	0,0001154	0,000150178	0,0001938	0,0004618

Tabla 2.4.2.3.b Cálculo de la cuantía de armado en la sección C

Al igual que los casos anteriores, la separación limitante es la de tracción:

$$s = \frac{h-2 \cdot r_{mec}-n \cdot \phi_b}{n-1} = 0,06 \text{ m} > \text{máx} \begin{cases} \phi_b = 0,01 \text{ m} \\ 1,25 \cdot d_g = 1,25 \cdot 0,006 = 0,0075 \text{ m} \\ 20 \text{ mm} = 0,02 \text{ m} \end{cases} \rightarrow \text{CUMPLE}$$

Por otro lado, para comprobar la ductilidad en esta sección:

$$x_{lim} = \frac{0,17}{1 + \frac{500}{200000 \cdot 0,0035}} = 0,099 \text{ m}$$

Los resultados de dichos parámetros para esta sección son:

$$x = 0,0128 \text{ m}$$

$$x_{lim} = 0,09 \text{ m}$$

### Pilares

En el estudio de las secciones de los pilares, se obtendrá la armadura en la cara de tracción con el mismo cálculo utilizado para el caso del dintel. Esta armadura se diseña para satisfacer la armadura necesaria por cálculo y las condiciones establecidas por los mínimos. Además se obtiene un rango en el que debe de estar comprendida la cuantía de armadura en la cara comprimida.

### SECCIÓN D

En cuanto a los mínimos, sustituyendo en la anterior formulación, se tiene:

$$2\Phi 10 \quad 0,000157 \cdot 500 \cdot 10^3 \geq 0,05 \cdot 67,438 \rightarrow 78,54 \geq 3,372 \rightarrow \text{CUMPLE}$$

$$2\Phi 12 \quad 0,0002262 \cdot 500 \cdot 10^3 \geq 0,05 \cdot 67,438 \rightarrow 113,097 \geq 3,372 \rightarrow \text{CUMPLE}$$

Además, la EHE-08 en el art. 42.3.2 indica que para secciones rectangulares de hormigón armado, la cuantía geométrica mínima en la sección total de hormigón con  $f_y = 500 \text{ MPa}$ , es de:

$$0,004 \cdot A_c = 0,00016 \text{ m}^2$$

Como se puede observar, la cuantía total  $2\Phi 10 + 2\Phi 12$  es superior a la cuantía total mínima exigida.

Por otro lado, según el artículo 42.3.3 se adoptan como valores máximos de las armaduras principales a compresión en cada cara, los definidos por las siguientes expresiones:

$$2\Phi 10 \quad 0,000157 \cdot 500 \cdot 10^3 \leq 0,5 \cdot 40 \cdot 10^3 \cdot 0,04 \rightarrow 78,54 \leq 800 \rightarrow \text{CUMPLE}$$

$$2\Phi 12 \quad 0,0002262 \cdot 500 \cdot 10^3 \leq 0,5 \cdot 40 \cdot 10^3 \cdot 0,04 \rightarrow 113,097 \leq 800 \rightarrow \text{CUMPLE}$$

Los esfuerzos en esta sección son:

$$N_{Ed} = 37,438 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 19,11 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 12,23 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

En este caso, suponemos una cuantía de armadura que satisfaga la armadura de cálculo y además que satisfaga los mínimos para pilares:

<b>Armadura supuesta</b>			
<b>Compresión</b>		<b>Tracción</b>	
Número	Diámetro (mm)	Número	Diámetro (mm)
2	12	2	10

Tabla 2.4.2.4.a Cuantía de armado dispuesta en la sección D

	<b>Armadura calculada</b>			<b>Armadura a disponer</b>	<b>Armadura supuesta</b>
	<i>Flexión</i>	<i>Cortante</i>	<i>Total</i>		
<i>As,compresión (m<sup>2</sup>)</i>	-	-	-	-	-
<i>As,tracción (m<sup>2</sup>)</i>	0,0000724	0,00001911	0,00009155	0,00009155	0,000157
<i>Total (m<sup>2</sup>)</i>	0,0000724	0,00001911	0,00009155	0,00009155	0,000157

Tabla 2.4.2.4.b Cálculo de la cuantía de armado en la sección D

En cuanto a la separación mínima calculada en la armadura de la cara comprimida:

$$s = \frac{h-2 \cdot r_{mec} - n \cdot \phi_b}{n-1} = 0,126 \text{ m} > \max \begin{cases} \phi_b = 0,012 \text{ m} \\ 1,25 \cdot d_g = 1,25 \cdot 0,006 = 0,0075 \text{ m} \\ 20 \text{ mm} = 0,02 \text{ m} \end{cases} \rightarrow \text{CUMPLE}$$

Mientras que la separación máxima en pilares, en la cara de la cara traccionada por ser la más exigente debe cumplir:

$$s < \min \begin{cases} 15 \cdot \phi_{l,min} \\ 300 \text{ mm} \end{cases} \rightarrow 0,13 < \min \begin{cases} 15 \cdot 0,01 = 0,15 \text{ m} \\ 300 \text{ mm} = 0,3 \text{ m} \end{cases} \rightarrow \text{CUMPLE}$$

Por otro lado, para comprobar la ductilidad en esta sección:

$$x_{lim} = \frac{0,17}{1 + \frac{500}{200000 \cdot 0,0035}} = 0,099 \text{ m}$$

Los resultados de dichos parámetros para esta sección son:

$$x = 0,016 \text{ m}$$

$$x_{lim} = 0,099 \text{ m}$$

**SECCIÓN E**

En cuanto a los mínimos, sustituyendo en la anterior formulación, se tiene:

$$2\Phi10 \quad 0,000157 \cdot 500 \cdot 10^3 \geq 0,05 \cdot 34,067 \rightarrow 78,54 \geq 1,703 \rightarrow \text{CUMPLE}$$

$$2\Phi12 \quad 0,0002262 \cdot 500 \cdot 10^3 \geq 0,05 \cdot 34,067 \rightarrow 113,097 \geq 1,703 \rightarrow \text{CUMPLE}$$

Además, la EHE-08 en el art. 42.3.2 indica que para secciones rectangulares de hormigón armado, la cuantía geométrica mínima en la sección total de hormigón con  $f_y = 500 \text{ MPa}$ , es de:

$$0,004 \cdot A_c = 0,00016 \text{ m}^2$$

Como se puede observar de nuevo, la cuantía total  $2\Phi10 + 2\Phi12$  es superior a la cuantía total mínima exigida.

Por otro lado, según el artículo 42.3.3 se adoptan como valores máximos de las armaduras principales a compresión en cada cara, los definidos por las siguientes expresiones:

$$2\Phi10 \quad 0,000157 \cdot 500 \cdot 10^3 \leq 0,5 \cdot 40 \cdot 10^3 \cdot 0,04 \rightarrow 78,54 \leq 800 \rightarrow \text{CUMPLE}$$

$$2\Phi12 \quad 0,0002262 \cdot 500 \cdot 10^3 \leq 0,5 \cdot 40 \cdot 10^3 \cdot 0,04 \rightarrow 113,097 \leq 800 \rightarrow \text{CUMPLE}$$

Los esfuerzos en esta sección son:

$$N_{Ed} = 34,067 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 19,11 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 12,21 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

En este caso, suponemos una cuantía de armadura que satisfaga la armadura de cálculo y además que satisfaga los mínimos para pilares:

<b>Armadura supuesta</b>			
<b>Compresión</b>		<b>Tracción</b>	
Número	Diámetro (mm)	Número	Diámetro (mm)
2	12	2	10

Tabla 2.4.2.5.a Cuantía de armado dispuesta en la sección E

	<b>Armadura calculada</b>			<b>Armadura a disponer</b>	<b>Armadura supuesta</b>
	<i>Flexión</i>	<i>Cortante</i>	<i>Total</i>		
<i>As,compresión (m<sup>2</sup>)</i>	-	-	-	-	-
<i>As,tracción (m<sup>2</sup>)</i>	0,0001093	0,00001911	0,00012847	0,00012847	0,000157
<i>Total (m<sup>2</sup>)</i>	0,0001093	0,00001911	0,00012847	0,00012847	0,000157

Tabla 2.4.2.5.b Cálculo de la cuantía de armado en la sección E

En cuanto a la separación mínima calculada en la armadura de la cara comprimida:

$$s = \frac{h-2 \cdot r_{mec} - n \cdot \phi_b}{n-1} = 0,126 \text{ m} > \text{máx} \begin{cases} \phi_b = 0,012 \text{ m} \\ 1,25 \cdot d_g = 1,25 \cdot 0,006 = 0,0075 \text{ m} \\ 20 \text{ mm} = 0,02 \text{ m} \end{cases} \rightarrow \text{CUMPLE}$$

Mientras que la separación máxima en pilares, en la cara de la cara traccionada por ser la más exigente debe cumplir:

$$s < \min \begin{cases} 15 \cdot \phi_{l,min} \\ 300 \text{ mm} \end{cases} \rightarrow 0,13 < \min \begin{cases} 15 \cdot 0,01 = 0,15 \text{ m} \\ 300 \text{ mm} = 0,3 \text{ m} \end{cases} \rightarrow \text{CUMPLE}$$

Por otro lado, para comprobar la ductilidad en esta sección:

$$x_{lim} = \frac{0,17}{1 + \frac{500}{200000 \cdot 0,0035}} = 0,099 \text{ m}$$

Los resultados de dichos parámetros para esta sección son:

$$x = 0,0138 \text{ m}$$

$$x_{lim} = 0,099 \text{ m}$$

La armadura longitudinal de los pilares debe de comprobarse que no pandea,

$$s_t \leq 15 \cdot \phi_t = 15 \cdot 12 = 180 \text{ mm} = 1,8 \text{ cm}$$

$$\phi_t \geq \frac{1}{4} \cdot \phi_{máx} = \frac{1}{4} \cdot 1,2 = 0,3 \text{ cm}$$

Siendo en este caso,  $s_t = 126 \text{ mm}$  la separación entra las barras longitudinales, y  $\phi_t = 12 \text{ mm}$  el diámetro empleado para éstas.

- Armadura transversal

A continuación, se verifica si el elemento requiere armadura de cortante mediante el procedimiento general de comprobación dispuesto en el art. 6.2.1 del Eurocódigo-02. Se definen los siguientes parámetros:

$V_{Rd,c}$  es el valor de cálculo de la resistencia a cortante del elemento sin armadura de cortante.

$$V_{Rd,c} = (v + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d$$

donde

$$v = \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \geq v_{min} \quad , f_{ck} \text{ en MPa}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2 \quad , \text{ con } d \text{ en mm}$$

$$\rho_l = \frac{A_s}{b_w \cdot d} \quad A_s \text{ es el área de la armadura a tracción extendida una longitud } \geq (l_{bd} + d)$$

$$v_{min} = \frac{0,075}{\gamma_c} \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}}, \text{ con } f_{ck} \leq 60 \text{ MPa}$$

$$k_1 = 0,15 \text{ (valor recomendado según el anexo nacional)}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} < 0,2 \cdot f_{cd}$$

$b_w$  es la anchura más pequeña de la sección transversal en la zona de tracción

$d$  es el canto útil

$V_{Rd,s}$  : es el valor de cálculo del esfuerzo cortante que puede soportar la armadura de cortante al límite elástico.

$$V_{ed} \leq V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta$$

$$z \approx 0,9 \cdot d \text{ (brazo mecánico)}$$

$A_{sw}$  es el área de la sección transversal de la armadura de cortante

$s$  es la separación de los cercos

$f_{ywd}$  es el valor de cálculo del límite elástico de la armadura de cortante

$$1 \leq \cot \theta \leq 2,5, \text{ en este caso } \cot \theta = 1$$

$V_{Rd,max}$  es el valor de cálculo del esfuerzo cortante máximo que puede soportar el elemento, limitado por el agotamiento de las bielas de compresión.

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z \cdot \frac{(\cot \theta + \cot \alpha)}{1 + \cot \theta^2}$$

$\alpha_{cw}$  es el coeficiente que considera el estado tensional de la armadura a cortante.

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}\right) & \quad \text{para } 0 < \sigma_{cp} < 0,25 \cdot f_{cd} \\ 1,25 & \quad \text{para } 0,25 \cdot f_{cd} < \sigma_{cp} < 0,5 \cdot f_{cd} \\ 2,5 \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}\right) & \quad \text{para } 0,5 \cdot f_{cd} < \sigma_{cp} < 1,0 \cdot f_{cd} \end{aligned}$$

$v_1$  es el coeficiente de reducción de la resistencia para el hormigón fisurado a cortante

$$v_1 = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$$

Una vez conocidos estos parámetros, se procede a comprobar si el cortante en cada sección  $V_{Ed} < V_{Rd,c}$ . En ese caso, no sería necesario disponer armadura de cortante, y viceversa. Sin embargo, en aquellos casos en el que el resultado es que no se necesita armadura de cortante, el Eurocódigo obliga a disponer una cuantía mínima de cercos:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{f_{ctm} \cdot b \cdot \text{sen}\alpha}{7,5 \cdot f_{yk}}$$

Se debe comprobar la separación de los cercos:

$$s = \frac{n^{\circ} \text{ ramas} \cdot \pi \cdot \phi^2}{A_{sw} \cdot 4} < 0,75 \cdot d$$

Cabe destacar que se ha realizado el cálculo de la armadura de cortante incrementando el valor del esfuerzo de cortante en cada sección un 10% para así asegurar que durante el ensayo, el fallo del elemento estructural no se iba a producir por cortante, si no por flexión.

#### SECCIÓN A

El esfuerzo de cortante en esta sección, viéndose incrementado un 10% resulta ser:

$$V_{Ed} = 74,173 \text{ kN}$$

Se procede a continuación a resolver la resistencia a cortante de la pieza sin tener armadura de cortante,  $V_{Rd,c}$ :

donde:

$$v = \frac{0,18}{1} \cdot 2,084 \cdot (100 \cdot 0,005898 \cdot 40)^{\frac{1}{3}} = 1,076 \text{ MPa} , f_{ck} \text{ en MPa}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{170}} = 2,084 \leq 2$$

$$\rho_l = \frac{0,000200553}{0,2 \cdot 0,17} = 0,005898 , A_s \text{ armadura total que se necesita en tracción.}$$

$$v_{min} = \frac{0,075}{1} \cdot 2,084^{3/2} \cdot 40^{1/2} = 1,4277 \text{ MPa} , \text{ con } f_{ck} \leq 60 \text{ MPa}$$

$$k_1 = 0,15 \text{ (valor recomendado según el anexo nacional)}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{19,11}{0,2 \cdot 0,2} = 477,75 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} < 8000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$b_w = 0,2 \text{ m}$$

$$d = 0,17 \text{ m}$$

$$V_{Rd,c} = (1,4277 \cdot 10^3 + 0,15 \cdot 477,75) \cdot 0,2 \cdot 0,17 = 50,97 \text{ kN}$$

Como se puede observar,  $V_{Ed} > V_{Rd,c}$ , con lo cual es necesario disponer una cuantía de armadura de cortante. Esta cuantía se obtiene a partir de  $V_{Rd,s}$ .

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{74,173}{0,9 \cdot 0,17 \cdot 500 \cdot 10^3 \cdot 1} = 0,0009696 \text{ m}^2/\text{m}$$

Con esta cuantía, y sabiendo que los cercos que se van a disponer en la pieza son cercos de diámetro 6 mm y con 2 ramas, podemos calcular la separación existente entre cercos, para comprobar que cumple con la limitación de separación máxima, así como para ver si con dicha separación es posible realizar correctamente la compactación con el vibrador de 4 cm.

$$s = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0,006^2}{0,0009696 \cdot 4} = 0,0583 \text{ m} \sim 60 \text{ mm} < 0,75 \cdot 0,17 = 0,1275 \text{ m} \rightarrow \text{CUMPLE}$$

Con lo cual, en la sección A se van a disponer los cercos cada 6 cm.

Finalmente, se calcula el valor  $V_{Rd,máx}$ :

El valor de  $\alpha_{cw}$  en este caso vale:

$$\left(1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}\right) = 1 + \frac{0,4777}{40} = 1,0119 \quad \text{para } 0 < \sigma_{cp} < 0,25 \cdot f_{cd}$$

El coeficiente de reducción de la resistencia para el hormigón fisurado a cortante  $v_1$ :

$$v_1 = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{40}{250}\right) = 0,504$$

Sustituyendo los parámetros calculados:

$$V_{Rd,max} = 1,0119 \cdot 0,504 \cdot 40 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,9 \cdot 0,17 \cdot \frac{1}{2} = 312,13 \text{ kN}$$

#### SECCIÓN B

El esfuerzo de cortante en esta sección es nulo, al ser el punto con mayor momento flector.

$$V_{Ed} = 0 \text{ kN}$$

Se procede de la misma manera que en la sección anterior. Se calcula  $V_{Rd,c}$ :

donde

$$v = \frac{0,18}{1} \cdot 2,0878 \cdot (100 \cdot 0,0072484 \cdot 40)^{\frac{1}{3}} = 1,076 \quad , f_{ck} \text{ en MPa}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{169}} = 2,0878 \leq 2$$



$$\rho_l = \frac{0,000244998}{0,2 \cdot 0,169} = 0,0072484, A_s \text{ armadura total dispuesta en la cara traccionada.}$$

$$v_{\min} = \frac{0,075}{1} \cdot 2,0878^{\frac{3}{2}} \cdot 40^{1/2} = 1,431, \text{ con } f_{ck} \leq 60 \text{ MPa}$$

$$k_1 = 0,15 \text{ (valor recomendado según el anexo nacional)}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{19,11}{0,2 \cdot 0,2} = 477,75 \frac{kN}{m^2} < 8000 \frac{kN}{m^2}$$

$$b_w = 0,2 \text{ m}$$

$$d = 0,169 \text{ m}$$

$$V_{Rd,c} = (1,431 \cdot 10^3 + 0,15 \cdot 477,75) \cdot 0,2 \cdot 0,17 = 50,789 \text{ kN}$$

Como se puede observar,  $V_{Ed} < V_{Rd,c}$ , al tener cortante nulo en esta sección. Con lo cual no es necesario disponer una cuantía de armadura de cortante, y la que se dispone es la cuantía mínima. Esta cuantía se obtiene:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{3,5088 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 1}{7,5 \cdot 500 \cdot 10^3} = 0,0001871 \text{ m}^2/\text{m}$$

Con esta cuantía, y sabiendo que los cercos que se van a disponer en la pieza son cercos de diámetro 6 mm y con 2 ramas, podemos calcular la separación existente entre cercos por los mismos motivos comentados anteriormente:

$$s = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0,006^2}{0,0001871 \cdot 4} = 0,3022 \text{ m} \sim 300 \text{ mm} > 0,75 \cdot 0,169 = 0,126 \text{ m} \rightarrow \text{NO CUMPLE}$$

Como esta separación supera a la máxima, se disponen, en principio, los cercos a una distancia de 125 mm.

Finalmente, se calcula el valor  $V_{Rd,máx}$ :

El valor de  $\alpha_{cw}$  en este caso vale:

$$\left(1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}\right) = 1 + \frac{0,4777}{40} = 1,0119 \quad \text{para } 0 < \sigma_{cp} < 0,25 \cdot f_{cd}$$

El coeficiente de reducción de la resistencia para el hormigón fisurado a cortante  $v_1$ :

$$v_1 = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{40}{250}\right) = 0,504$$

Sustituyendo los parámetros calculados:

$$V_{Rd,max} = 1,0119 \cdot 0,504 \cdot 40 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,9 \cdot 0,169 \cdot \frac{1}{2} = 310,3 \text{ kN}$$

### SECCIÓN C

El esfuerzo de cortante en esta sección, viéndose incrementado un 10% resulta ser:

$$V_{ed} = 37,477 \text{ kN}$$

Se procede a continuación a resolver la resistencia a cortante de la pieza sin tener armadura de cortante,  $V_{Rd,c}$ :

donde:

$$v = \frac{0,18}{1} \cdot 2,084 \cdot (100 \cdot 0,00481197 \cdot 40)^{\frac{1}{3}} = 1,00562 \text{ MPa} \quad , f_{ck} \text{ en MPa}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{170}} = 2,084 \leq 2$$

$$\rho_l = \frac{0,000163607}{0,2 \cdot 0,17} = 0,00481197, A_s \text{ armadura total dispuesta en la cara traccionada.}$$

$$v_{min} = \frac{0,075}{1} \cdot 2,084^{\frac{3}{2}} \cdot 40^{1/2} = 1,4277 \text{ MPa} \quad , \text{ con } f_{ck} \leq 60 \text{ MPa}$$

$$k_1 = 0,15 \text{ (valor recomendado según el anexo nacional)}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{19,11}{0,2 \cdot 0,2} = 477,75 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} < 8000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$b_w = 0,2 \text{ m}$$

$$d = 0,17 \text{ m}$$

$$V_{Rd,c} = (1,4277 \cdot 10^3 + 0,15 \cdot 477,75) \cdot 0,2 \cdot 0,17 = 50,97 \text{ kN}$$

Como se puede observar,  $V_{Ed} < V_{Rd,c}$ , con lo cual no es necesario disponer una cuantía de armadura de cortante y por tanto, se coloca la cuantía mínima, dada por la siguiente expresión:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{3,5088 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 1}{7,5 \cdot 500 \cdot 10^3} = 0,0001871 \text{ m}^2/\text{m}$$

Con esta cuantía, y sabiendo que los cercos que se van a disponer en la pieza son cercos de diámetro 6 mm y con 2 ramas, podemos calcular la separación existente entre cercos, para comprobar que cumple con la limitación de separación máxima:

$$s = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0,006^2}{0,0001871 \cdot 4} = 0,3022 \text{ m} \sim 300 \text{ mm} > 0,75 \cdot 0,17 = 0,1275 \text{ m} \rightarrow \text{NO CUMPLE}$$

Con lo cual, en la sección C se ha obtenido que los cercos se han de disponer a cada 125 mm.

Finalmente, se calcula el valor  $V_{Rd,máx}$ :

El valor de  $\alpha_{cw}$  en este caso vale:

$$\left(1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}\right) = 1 + \frac{0,4777}{40} = 1,0119 \quad \text{para } 0 < \sigma_{cp} < 0,25 \cdot f_{cd}$$

El coeficiente de reducción de la resistencia para el hormigón fisurado a cortante  $v_1$ :

$$v_1 = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{40}{250}\right) = 0,504$$

Sustituyendo los parámetros calculados:

$$V_{Rd,max} = 1,0119 \cdot 0,504 \cdot 40 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,9 \cdot 0,17 \cdot \frac{1}{2} = 312,13 \text{ kN}$$

#### SECCIÓN D

El esfuerzo de cortante en esta sección del pilar izquierdo, viéndose incrementado un 10% resulta ser:

$$V_{Ed} = 21,021 \text{ kN}$$

Se calcula, en primer lugar,  $V_{Rd,c}$ :

donde

$$v = \frac{0,18}{1} \cdot 2,084 \cdot (100 \cdot 0,00441 \cdot 40)^{\frac{1}{3}} = 0,977 \text{ MPa} \quad , f_{ck} \text{ en MPa}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{170}} = 2,084 \leq 2$$

$$\rho_l = \frac{0,000150178}{0,2 \cdot 0,17} = 0,00441 \quad , A_s \text{ armadura total que se dispone en la cara traccionada.}$$

$$v_{min} = \frac{0,075}{1} \cdot 2,084^{3/2} \cdot 40^{1/2} = 1,4277 \text{ MPa} \quad , \text{ con } f_{ck} \leq 60 \text{ MPa}$$

$$k_1 = 0,15 \text{ (valor recomendado según el anexo nacional)}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{67,438}{0,2 \cdot 0,2} = 1685,95 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} < 8000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$b_w = 0,2 \text{ m}$$

$$d = 0,17 \text{ m}$$

$$V_{Rd,c} = (1,4277 \cdot 10^3 + 0,15 \cdot 1685,95) \cdot 0,2 \cdot 0,17 = 57,14 \text{ kN}$$

Como se puede observar,  $V_{Ed} < V_{Rd,c}$ , con lo cual no es necesario disponer una cuantía de armadura de cortante y la que se dispone es la de mínimos. Esta cuantía es:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{3,5088 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 1}{7,5 \cdot 500 \cdot 10^3} = 0,0001871 \text{ m}^2/\text{m}$$

Con esta cuantía, y sabiendo que los cercos que se van a disponer en la pieza son cercos de diámetro 6 mm y con 2 ramas, podemos calcular la separación existente entre cercos:

$$s = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0,006^2}{0,0001871 \cdot 4} = 0,3022 \text{ m} \sim 300 \text{ mm} > 0,75 \cdot 0,17 = 0,1275 \text{ m} \rightarrow \text{NO CUMPLE}$$

Con lo cual, al no cumplir la separación máxima, en principio, se disponen los cercos en el pilar izquierdo a cada 125 mm.

Finalmente, se calcula el valor  $V_{Rd,máx}$ :

El valor de  $\alpha_{cw}$  en este caso vale:

$$\left(1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}\right) = 1 + \frac{1,6859}{40} = 1,0421 \quad \text{para } 0 < \sigma_{cp} < 0,25 \cdot f_{cd}$$

El coeficiente de reducción de la resistencia para el hormigón fisurado a cortante  $v_1$ :

$$v_1 = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{40}{250}\right) = 0,504$$

Sustituyendo los parámetros calculados:

$$V_{Rd,max} = 1,0421 \cdot 0,504 \cdot 40 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,9 \cdot 0,17 \cdot \frac{1}{2} = 321,45 \text{ kN}$$

#### SECCIÓN E

El esfuerzo de cortante en esta sección del pilar derecho, viéndose incrementado un 10% resulta ser igual que en el pilar izquierdo:

$$V_{Ed} = 21,021 \text{ kN}$$

Se calcula, en primer lugar,  $V_{Rd,c}$ :

donde:

$$v = \frac{0,18}{1} \cdot 2,084 \cdot (100 \cdot 0,003842 \cdot 40)^{\frac{1}{3}} = 0,977 \text{ MPa} \quad , \quad f_{ck} \text{ en MPa}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{170}} = 2,084 \leq 2$$

$$\rho_l = \frac{0,000150178}{0,2 \cdot 0,17} = 0,0044, A_s \text{ armadura total que se dispone en la cara traccionada.}$$

$$v_{min} = \frac{0,075}{1} \cdot 2,084^{3/2} \cdot 40^{1/2} = 1,4277 \text{ MPa}, \text{ con } f_{ck} \leq 60 \text{ MPa}$$

$$k_1 = 0,15 \text{ (valor recomendado según el anexo nacional)}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{34,067}{0,2 \cdot 0,2} = 851,675 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} < 8000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$b_w = 0,2 \text{ m}$$

$$d = 0,17 \text{ m}$$

$$V_{Rd,c} = (1,4277 \cdot 10^3 + 0,15 \cdot 851,675) \cdot 0,2 \cdot 0,17 = 52,88 \text{ kN}$$

Como se puede observar,  $V_{Ed} > V_{Rd,c}$ , con lo no cual es necesario disponer una cuantía de armadura de cortante. La cuantía mínima es, como en los casos anteriores:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{3,5088 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 1}{7,5 \cdot 500 \cdot 10^3} = 0,0001871 \text{ m}^2/\text{m}$$

Con esta cuantía, y sabiendo que los cercos que se van a disponer en la pieza son cercos de diámetro 6 mm y con 2 ramas, podemos calcular la separación existente entre cercos:

$$s = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0,006^2}{0,0001871 \cdot 4} = 0,3022 \text{ m} \sim 300 \text{ mm} > 0,75 \cdot 0,17 = 0,1275 \text{ m} \rightarrow \text{NO CUMPLE}$$

Con lo cual, al no cumplir la separación máxima, en principio, se disponen los cercos en el pilar izquierdo a cada 125 mm.

Finalmente, se calcula el valor  $V_{Rd,máx}$ :

El valor de  $\alpha_{cw}$  en este caso vale:

$$\left(1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}\right) = 1 + \frac{0,8516}{40} = 1,021 \quad \text{para } 0 < \sigma_{cp} < 0,25 \cdot f_{cd}$$

El coeficiente de reducción de la resistencia para el hormigón fisurado a cortante  $v_1$ :

$$v_1 = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{40}{250}\right) = 0,504$$

Sustituyendo los parámetros calculados:

$$V_{Rd,max} = 1,021 \cdot 0,504 \cdot 40 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,9 \cdot 0,17 \cdot \frac{1}{2} = 315,015 \text{ kN}$$

A modo resumen de la armadura final que se ha dispuesto en la pieza se tiene finalmente que:

- En el dintel, en la cara superior se disponen 3Φ10 en toda la longitud para una construcción más sencilla al ser esta cuantía necesaria para la sección A.
- En el dintel, en la cara inferior, los 3Φ12 que se necesitan en la sección B, se disponen en toda la cara inferior, finalizando la barra central al pasar la carga, con su longitud de anclaje correspondiente.
- En los soportes, en la cara de tracción se disponen 3Φ10, para poder contar con una armadura continua para los pilares y la viga a lo largo de toda la pieza.
- Los cercos en los soportes se disponen a una separación marcada por la limitante, es decir a 125 mm. Mientras que en la viga, se disponen todos a la misma distancia por un motivo constructivo. La distancia más limitante en las secciones de la viga es la A, por tanto todos los cercos están a 6 cm.

### 2.4.3 Estado Límite de Servicio

En este apartado del capítulo 3 se van a realizar las comprobaciones correspondientes al Estado Límite de Servicio. Se van a abarcar tanto las comprobaciones acerca de la limitación de tensiones así como el control de las fisuras.

Por un lado, la fisuración se debe limitar a una región para que así, el correcto funcionamiento de la estructura y/o la durabilidad no se vean afectados. Además, se relaciona también con cuestiones de estética y apariencia de la pieza.

Por otro lado, se deben de limitar las tensiones de compresión del hormigón con el fin de evitar fisuras longitudinales, micro fisuras o altos niveles de fluencia. Resulta apropiado limitar la tensión de compresión del hormigón a  $0,6 \cdot f_{ck}$  (para ambientes XD, XF y XS). Debido a que en este caso el ambiente es XC3, no es necesario realizar esta comprobación. Además, también se limitan las tensiones de tracción en la armadura con el fin de evitar una deformación o fisuración inaceptable. En este caso, resulta adecuado limitar esta tensión de tracción a  $0,8 \cdot f_{yk}$ .

Como se ha hecho en el apartado de Estado Límite Último, estas comprobaciones se llevan a cabo en las mismas secciones señaladas anteriormente.

En primer lugar, se debe justificar si la sección fisura o no, y para ello se utiliza la siguiente expresión del momento de fisuración:

$$M_{fis} = \left( f_{ctm} - \frac{N_{Ed}}{b \cdot h} \right) \cdot \frac{1}{6} \cdot b \cdot h^2$$

donde

$f_{ctm}$  es la resistencia media del hormigón.

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}, \text{ en este caso va a ser } f_{ctm} = 0,3 \cdot 40^{2/3} = 3,5088 \text{ MPa}$$

$N$  es el axil correspondiente a cada sección.

$b, h$  es el ancho y canto de la sección en cuestión.

Por tanto, conociendo los esfuerzos existentes en cada sección, se puede comprobar si fisura o no sabiendo que si el momento de dicha sección  $M_{Ed}$  es mayor al momento de fisuración anterior  $M_{fis}$ , entonces la sección fisura, es decir,

$$M_{Ed} > M_{fis} \quad \text{SECCIÓN FISURADA}$$

Si la sección fisura, se realiza las comprobaciones de fisuración y limitación de tensiones.

- *Control de fisuras*

Se procede a realizar esta primera comprobación según lo que indica el Eurocódigo-02 en el artículo 7.3. Se establece en la tabla 7.1N del mencionado artículo los valores límite  $w_{m\acute{a}x}$ . En este caso, al estar en un ambiente XC3 y ante una estructura de hormigón armado,

$$w_{m\acute{a}x} = 0,3 \text{ mm}$$

La abertura de fisura  $w_k$ , se puede calcular a partir de la expresión del artículo 7.3.4 del Eurocódigo-02:

$$w_k = s_{r,m\acute{a}x} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})$$

donde

$s_{r,m\acute{a}x}$  es la separación máxima entre fisuras.

$\epsilon_{cm}$  es la deformación unitaria media en el hormigón entre fisuras.

$\epsilon_{sm}$  es el alargamiento unitario medio en la armadura bajo la combinación relevante de cargas, incluso el efecto de deformaciones impuestas y teniendo en cuenta los efectos de la rigidización por la colaboración del hormigón entre fisuras.

Se puede calcular  $\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}$  a partir de la ecuación:

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s}$$

donde

$\sigma_s$  es la tensión de la armadura de tracción considerando la sección fisurada.

$$\sigma_s = E_s \cdot \epsilon \quad ; \quad \epsilon = \epsilon_0 + c \cdot v_s$$

$k_t$  es un coeficiente dependiente de la duración de la carga, en nuestro caso se toma 0,4 que corresponde a las cargas de largo plazo.

$$f_{ct,eff} = f_{ctm}$$

$$\rho_{ct,eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}}, \text{ siendo } A_{c,eff} = b \cdot h_{eff} ; h_{eff} = \min \left\{ 2,5 \cdot (h - d); \frac{h-x}{3}; \frac{h}{2} \right\}$$

$$\alpha_e \text{ es la relación } \frac{E_s}{E_{cm}} = 5,678$$

El otro término a calcular es  $s_{r,máx}$ , cuya expresión depende de la distancia entre las barras de la armadura longitudinal. La formulación es distinta para cada caso.

Si la separación entre las barras  $\leq 5 \cdot (c + \frac{\phi}{2})$

$$S_{r,máx} = 3,4 \cdot c + 0,425 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{\phi_{eqq}}{\rho_{p,eff}}$$

$k_1$  es un coeficiente que considera las propiedades de adherencia de la armadura adherente. En este caso, al tratarse de barras de alta adherencia (armadura pasiva), este valor se toma 0,8.

$k_2$  es un coeficiente que considera la distribución de las deformaciones unitarias. En este caso, al estar en flexión, se toma 0,5.

Si la separación entre barras  $> 5 \cdot (c + \frac{\phi}{2})$

$$S_{r,máx} = 1,3 \cdot (h - x)$$

Por tanto, para que sea posible la resolución de los parámetros, lo primero que se hace es obtener la profundidad de la fibra neutra  $x$ . Para ello, se necesita resolver la siguiente expresión:

$$\frac{M}{N} = \frac{I - (v1 - x) \cdot S}{S - (v1 - x) \cdot A} \rightarrow x$$

Se procede a obtener el área, inercia y momento estático de la sección.

$$A(x) = n_c \cdot (b \cdot x - A_s') + n_s \cdot A_s + n_s \cdot A_s'$$

$$S(x) = A_c(x) \cdot d + n_s \cdot A_s \cdot d + n_s \cdot A_s' \cdot d$$

$$I(x) = A_c(x) \cdot d^2 + n_s \cdot A_s \cdot d^2 + n_s \cdot A_s' \cdot d^2$$

A continuación, se calcula la curvatura y la deformación que permitirán obtener la tensión del acero. La expresión utilizada es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \frac{1}{E_{ref}} \begin{bmatrix} A(x) & S(x) \\ S(x) & I(x) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_0 \\ c \end{bmatrix}; \quad E_{ref} = 10000 \text{ MPa}$$

Para resolver la igualdad y obtener los parámetros requeridos, se ha implementado la formulación correspondiente en una hoja de cálculo de Excel.

- *Limitación de tensiones*

Se sigue lo establecido en el artículo 7.2 del Eurocódigo-02. Como se ha explicado en la introducción de este apartado, se debe de comprobar únicamente la tensión de tracción del acero:



- Tensión del acero:

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon = E_s \cdot (\varepsilon_0 + c \cdot v_s) \leq 0,8 \cdot f_{yk} = 400 \text{ MPa}$$

Se procede a continuación a resolver cada una de las secciones por separado. Estas comprobaciones se realizan para el 60% de la carga máxima de diseño, es decir, 60 kN.

#### SECCIÓN A

Los esfuerzos en esta sección son:

$$N_{Ed} = 11,56 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 7,39 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

En primer lugar, se calcula el momento de fisuración en la sección del extremo derecho de la viga:

$$M_{fis} = (3,5088 \cdot 10^3 - \frac{11,56}{0,2 \cdot 0,2}) \cdot \frac{1}{6} \cdot 0,2 \cdot 0,2^2 = 4,293 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Como se observa, la sección A fisura. Por tanto, es necesario hacer la comprobación de control de abertura de fisuras y la de limitación de tensiones del acero.

- *Control de fisuras*

En esta sección, la armadura que finalmente se dispone a partir de lo realizado en el Estado Límite Último es de:

- *Tracción:* 4Φ10
- *Compresión:* 2Φ12

Se obtiene un valor de  $x$  para la sección A de  $x = 0,0502 \text{ m}$ . Con este valor de  $x$ , se puede obtener el área, momento estático y la inercia fisurada de la sección, resultando:

$$A(x) = 0,01288 \text{ m}^2$$

$$S(x) = 0,0007 \text{ m}^3$$

$$I(x) = 0,0000722 \text{ m}^4$$

Con estos valores se obtiene una curvatura y una deformación de:

$$\varepsilon_0 = -0,000986$$

$$c = 0,0198 \text{ 1/m}$$

A partir de estos datos, se obtienen los parámetros necesarios para calcular  $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$ :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} &= \frac{79,9 - 0,4 \cdot \frac{3,5088}{0,0315} \cdot (1 + 5,678 \cdot 0,0315)}{200000} = 0,0001366 < 0,6 \cdot \frac{79,9}{200000} \\ &= 0,0002397 \end{aligned}$$

donde

$$\sigma_s = 200000 \cdot (0,000986 + 0,0198 \cdot (-0,07)) = -79,9 \text{ MPa}$$

$$k_t = 0,4$$

$$f_{ct,eff} = 3,5088 \text{ MPa}$$

$$\rho_{ct,eff} = \frac{A_s(4\Phi10)}{A_{c,eff}} = \frac{0,00031416}{0,00998} = 0,0315$$

$$\text{Siendo } A_{c,eff} = b \cdot h_{eff} = 0,2 \cdot 0,0499 = 0,00998 \text{ m}^2$$

$$h_{eff} = \min \left\{ 2,5 \cdot (0,2 - 0,17); \frac{0,2 - 0,0502}{3}; \frac{0,2}{2} \right\} = 0,0499 \text{ m}$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} = 5,678$$

Por tanto el valor tomado para  $\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = 0,0002397$ .

A continuación se calcula  $S_{r,m\acute{a}x}$ . Para ello, es necesario saber qué separación existe entre las barras longitudinales en la cara de tracción. La separación en este caso es de  $0,055 \text{ m} \leq 5 \cdot \left( c + \frac{\emptyset}{2} \right) = 0,15 \text{ m}$ , por tanto, se calcula con la formulación del primer caso.

$$S_{r,m\acute{a}x} = 3,4 \cdot 0,025 + 0,425 \cdot 0,8 \cdot 0,5 \cdot \frac{0,01}{0,0315} = 0,139 \text{ m}$$

Finalmente, tras haber calculado lo necesario para la abertura de fisura, se llega a:

$$w_k = 139 \cdot 0,0002397 = 0,0333 \text{ mm} < 0,3 \text{ mm} \rightarrow \text{CUMPLE}$$

- *Limitación de tensiones*

Se sigue lo establecido en el artículo 7.2 del Eurocódigo-02. Como se ha explicado en la introducción de este apartado, se debe de hacer para la tensión de tracción del acero:

- Tensión del acero:

$$\sigma_s = 200000 \cdot (0,000986 + 0,0198 \cdot (-0,07)) = -79,9 \text{ MPa} \geq -400 \rightarrow \text{CUMPLE}$$

### SECCIÓN B

Los esfuerzos en esta sección son:

$$N_{Ed} = 11,56 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 12,86 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

En primer lugar, se calcula el momento de fisuración en la sección del extremo derecho de la viga:

$$M_{fis} = \left( 3,5088 \cdot 10^3 - \frac{11,56}{0,2 \cdot 0,2} \right) \cdot \frac{1}{6} \cdot 0,2 \cdot 0,2^2 = 4,293 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Como se observa, la sección B fisura. Por tanto, es necesario hacer las mismas comprobaciones que en el caso anterior.

- *Control de fisuras*

En esta sección, la armadura que finalmente se dispone a partir de lo realizado en el Estado Límite Último es de:

- *Tracción:* 3Φ12
- *Compresión:* 3Φ10

A continuación se obtiene un valor de  $x$  para la sección B de  $x = 0,0493 \text{ m}$ . Con este valor de  $x$ , se puede resolver el área, el momento estático e inercia fisurada de la sección, resultando:

$$A(x) = 0,01289 \text{ m}^2$$

$$S(x) = 0,000687 \text{ m}^3$$

$$I(x) = 0,00007256 \text{ m}^4$$

Con estos valores se obtiene una curvatura y una deformación de:

$$\varepsilon_0 = -0,00173$$

$$c = 0,0341 \text{ 1/m}$$

A partir de estos datos, se obtienen los parámetros intermedios para calcular  $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$ :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} &= \frac{124,88 - 0,4 \cdot \frac{3,5088}{0,03378} \cdot (1 + 5,678 \cdot 0,03378)}{200000} = 0,0003768 > 0,6 \cdot \frac{124,88}{200000} \\ &= 0,0003746 \end{aligned}$$

donde

$$\sigma_s = 200000 \cdot (0,00173 + 0,0341 \cdot (-0,069)) = -124,58 \text{ MPa}$$

$$k_t = 0,4$$

$$f_{ct,eff} = 3,5088 \text{ MPa}$$

$$\rho_{ct,eff} = \frac{A_s(3\Phi12)}{A_{c,eff}} = \frac{0,0003393}{0,01004} = 0,03378$$

$$\text{Siendo } A_{c,eff} = b \cdot h_{eff} = 0,2 \cdot 0,0502 = 0,01004 \text{ m}^2$$

$$h_{eff} = \min \left\{ 2,5 \cdot (0,2 - 0,169); \frac{0,2 - 0,0493}{3}; \frac{0,2}{2} \right\} = 0,0502 \text{ m}$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} = 5,678$$

Por tanto el valor tomado para  $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = 0,0003768$ .

A continuación se va a calcular  $S_{r,máx}$ . Para ello, es necesario saber qué separación existe entre las barras longitudinales en la cara de tracción. La separación es de  $0,057 m \leq 5 \cdot \left(c + \frac{\phi}{2}\right) = 0,155 m$ . De nuevo, se utiliza la primera ecuación.

$$S_{r,máx} = 3,4 \cdot 0,025 + 0,425 \cdot 0,8 \cdot 0,5 \cdot \frac{0,012}{0,03378} = 0,1454 m$$

Finalmente, tras haber calculado lo necesario para la abertura de fisura, se llega a que:

$$w_k = 145,4 \cdot 0,0003768 = 0,0548 mm < 0,3 mm \rightarrow CUMPLE$$

- *Limitación de tensiones*

Se sigue lo establecido en el artículo 7.2 del Eurocódigo-02.

- Tensión del acero:

$$\sigma_s = 200000 \cdot (0,00173 + 0,0341 \cdot (-0,069)) = -124,58 MPa \geq -400 MPa \rightarrow CUMPLE$$

### SECCIÓN C

Los esfuerzos en esta sección son:

$$N_{Ed} = 11,56 kN$$

$$M_{Ed} = 7,38 kN \cdot m$$

En primer lugar, se calcula el momento de fisuración en la sección del extremo derecho de la viga:

$$M_{fis} = (3,5088 \cdot 10^3 - \frac{11,56}{0,2 \cdot 0,2}) \cdot \frac{1}{6} \cdot 0,2 \cdot 0,2^2 = 4,293 kN \cdot m$$

Como se observa, la sección C fisura. Por tanto, es necesario hacer las mismas comprobaciones que en los casos anteriores.

- *Control de fisuras*

En esta sección, la armadura que finalmente se dispone a partir de lo realizado en el Estado Límite Último es de:

- Tracción: 3Φ10
- Compresión: 2Φ12

Se obtiene un valor de  $x$  para la sección C de  $x = 0,0447 m$ . Con este valor de  $x$ , se puede resolver el área, el momento estático y la inercia fisurada de la sección, resultando:

$$A(x) = 0,011335 m^2$$

$$S(x) = 0,00067 m^3$$

$$I(x) = 0,00006698 m^4$$

Con estos valores se obtiene una curvatura y una deformación de:

$$\varepsilon_0 = -0,00137$$

$$c = 0,0248 \text{ 1/m}$$

A partir de estos datos, se sacan los parámetros intermedios para calcular  $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$ :

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{72,93 - 0,4 \cdot \frac{3,5088}{0,022757} \cdot (1 + 5,678 \cdot 0,022757)}{200000} = 0,0000164 < 0,6 \cdot \frac{72,93}{200000} = 0,0002188$$

Donde

$$\sigma_s = 200000 \cdot (0,00137 + 0,0248 \cdot (-0,07)) = -72,93 \text{ MPa}$$

$$k_t = 0,4$$

$$f_{ct,eff} = 3,5088 \text{ MPa}$$

$$\rho_{ct,eff} = \frac{A_s(3\Phi 10)}{A_{c,eff}} = \frac{0,0002356}{0,010353} = 0,022757$$

$$\text{Siendo } A_{c,eff} = b \cdot h_{eff} = 0,2 \cdot 0,05176 = 0,010353 \text{ m}^2$$

$$h_{eff} = \min \left\{ 2,5 \cdot (0,2 - 0,17); \frac{0,2 - 0,0447}{3}; \frac{0,2}{2} \right\} = 0,05176 \text{ m}$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} = 5,678$$

Por tanto el valor tomado para  $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = 0,0002188$ .

A continuación se calcula  $S_{r,m\acute{a}x}$ . Para ello, es necesario saber qué separación existe entre las barras longitudinales en la cara de tracción. La separación, es de  $0,06 \text{ m} \leq 5 \cdot \left( c + \frac{\phi}{2} \right) = 0,15 \text{ m}$ . Por tanto se emplea la primera ecuación.

$$S_{r,m\acute{a}x} = 3,4 \cdot 0,025 + 0,425 \cdot 0,8 \cdot 0,5 \cdot \frac{0,01}{0,022757} = 0,159702 \text{ m}$$

Finalmente, tras haber calculado lo necesario para la abertura de fisura, se llega a que:

$$w_k = 159,702 \cdot 0,0002188 = 0,035 \text{ mm} < 0,3 \text{ mm} \rightarrow \text{CUMPLE}$$

- Limitación de tensiones

Se sigue lo establecido en el artículo 7.2 del Eurocódigo-02.

- Tensión del acero:

$$\sigma_s = 200000 \cdot (0,00137 + 0,0248 \cdot (-0,07)) = -72,93 \text{ MPa} > -400 \text{ MPa} \rightarrow \text{CUMPLE}$$

### SECCIÓN D

Los esfuerzos en esta sección son:

$$N_{Ed} = 40,761 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 7,39 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Se calcula en primer lugar, el momento de fisuración en la sección del extremo derecho de la viga:

$$M_{fis} = (3,5088 \cdot 10^3 - \frac{40,761}{0,2 \cdot 0,2}) \cdot \frac{1}{6} \cdot 0,2 \cdot 0,2^2 = 3,3197 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Como se observa, la sección D fisura. Por tanto, es necesario hacer las mismas comprobaciones que en los casos anteriores.

- *Control de fisuras*

En esta sección, la armadura que finalmente se dispone a partir de lo realizado en el Estado Límite Último es de:

- *Tracción:* 3Φ10
- *Compresión:* 2Φ12

Para esta sección, se obtiene un valor de  $x$  de  $x = 0,0582 \text{ m}$ . A partir de este valor de  $x$ , se puede obtener el área, el momento estático y la inercia fisurada de la sección, resultando:

$$A(x) = 0,01405 \text{ m}^2$$

$$S(x) = 0,000805 \text{ m}^3$$

$$I(x) = 0,0000734 \text{ m}^4$$

Con estos valores se obtiene una curvatura y una deformación de:

$$\varepsilon_0 = -0,000772$$

$$c = 0,01853 \text{ 1/m}$$

A partir de estos datos, se sacan los parámetros intermedios para calcular  $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$ :

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{105,06 - 0,4 \cdot \frac{3,5088}{0,0249} \cdot (1 + 5,678 \cdot 0,0249)}{200000} = 0,000204 < 0,6 \cdot \frac{105,06}{200000} = 0,000315$$

donde

$$\sigma_s = 200000 \cdot (0,000772 + 0,01853 \cdot (-0,07)) = -105,06 \text{ MPa}$$

$$k_t = 0,4$$

$$f_{ct,eff} = 3,5088 \text{ MPa}$$

$$\rho_{ct,eff} = \frac{A_s(3\Phi 10)}{A_{c,eff}} = \frac{0,00023562}{0,00945} = 0,0249$$

$$\text{Siendo } A_{c,eff} = b \cdot h_{eff} = 0,2 \cdot 0,04725 = 0,00945 \text{ m}^2$$

$$h_{eff} = \min \left\{ 2,5 \cdot (0,2 - 0,17); \frac{0,2 - 0,0582}{3}; \frac{0,2}{2} \right\} = 0,04725 \text{ m}$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} = 5,678$$

Por tanto el valor tomado para  $\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = 0,000315$ .

A continuación se obtiene el valor de  $S_{r,m\acute{a}x}$ . Para ello, es necesario saber qué separación existe entre las barras longitudinales en la cara de tracción. La separación en este caso, es de  $0,06 \text{ m} \leq 5 \cdot \left( c + \frac{\phi}{2} \right) = 0,15 \text{ m}$ . Por tanto,

$$S_{r,m\acute{a}x} = 3,4 \cdot 0,025 + 0,425 \cdot 0,8 \cdot 0,5 \cdot \frac{0,01}{0,0249} = 0,153 \text{ m}$$

Finalmente, tras haber calculado lo necesario para la abertura de fisura, se llega a que:

$$w_k = 153 \cdot 0,000315 = 0,0483 \text{ mm} < 0,3 \text{ mm} \rightarrow \text{CUMPLE}$$

- *Limitación de tensiones*

Se sigue lo establecido en el artículo 7.2 del Eurocódigo-02.

- Tensión del acero:

$$\sigma_s = 200000 \cdot (0,000772 + 0,0185 \cdot (-0,07)) = -105,06 \text{ MPa} \geq -400 \text{ MPa} \rightarrow \text{CUMPLE}$$

#### SECCIÓN E

Los esfuerzos en esta sección son:

$$N_{Ed} = 20,475 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 7,38 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Se calcula en primer lugar, el momento de fisuración en la sección del extremo derecho de la viga:

$$M_{fis} = \left( 3,5088 \cdot 10^3 - \frac{20,475}{0,2 \cdot 0,2} \right) \cdot \frac{1}{6} \cdot 0,2 \cdot 0,2^2 = 3,987 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Como se observa, la sección E fisura. Por tanto, es necesario hacer las mismas comprobaciones que en los casos anteriores.

- *Control de fisuras*

En esta sección, la armadura que finalmente se dispone a partir de lo realizado en el Estado Límite Último es de:

- Tracción: 3Φ10
- Compresión: 2Φ12

Para esta sección, se obtiene un valor de  $x$  de  $x = 0,0485 \text{ m}$ . Con este valor de  $x$ , se puede obtener el área, el momento estático, y la inercia fisurada de la sección, resultando:

$$A(x) = 0,012096 \text{ m}^2$$

$$S(x) = 0,000714 \text{ m}^3$$

$$I(x) = 0,00006915 \text{ m}^4$$

Con estos valores se obtiene una curvatura y una deformación de:

$$\varepsilon_0 = -0,00117$$

$$c = 0,0228 \text{ 1/m}$$

A partir de estos datos, se sacan los parámetros intermedios para calcular  $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$ :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} &= \frac{84,292 - 0,4 \cdot \frac{3,5088}{0,02333} \cdot (1 + 5,678 \cdot 0,02333)}{200000} = 0,00008079 < 0,6 \cdot \frac{84,292}{200000} \\ &= 0,00025288 \end{aligned}$$

donde

$$\sigma_s = 200000 \cdot (0,00117 + 0,0228 \cdot (-0,07)) = -84,292 \text{ MPa}$$

$$k_t = 0,4$$

$$f_{ct,eff} = 3,5088 \text{ MPa}$$

$$\rho_{ct,eff} = \frac{A_s(3\Phi10)}{A_{c,eff}} = \frac{0,00023562}{0,0101} = 0,02333$$

$$\text{Siendo } A_{c,eff} = b \cdot h_{eff} = 0,2 \cdot 0,0505 = 0,0101 \text{ m}^2$$

$$h_{eff} = \min \left\{ 2,5 \cdot (0,2 - 0,17); \frac{0,2 - 0,0485}{3}; \frac{0,2}{2} \right\} = 0,0505 \text{ m}$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} = 5,678$$

Por tanto el valor tomado para  $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = 0,00025288$ .

A continuación se calcula  $S_{r,m\acute{a}x}$ . Para ello, es necesario saber qué separación existe entre las barras longitudinales en la cara de tracción. La separación es de  $0,06 \text{ m} \leq 5 \cdot \left( c + \frac{\phi}{2} \right) = 0,15 \text{ m}$ . Este caso es el primero de las dos opciones existentes:

$$S_{r,m\acute{a}x} = 3,4 \cdot 0,025 + 0,425 \cdot 0,8 \cdot 0,5 \cdot \frac{0,01}{0,02333} = 0,15787 \text{ m}$$

Finalmente, tras haber calculado lo necesario para la abertura de fisura, se llega a que:



$$w_k = 157,87 \cdot 0,00025288 = 0,0399 \text{ mm} < 0,3 \text{ mm} \rightarrow \text{CUMPLE}$$

- Limitación de tensiones

Se sigue lo establecido en el artículo 7.2 del Eurocódigo-02.

- Tensión del acero:

$$\sigma_s = 200000 \cdot (0,00117 + 0,0228 \cdot (-0,07)) = -84,292 \text{ MPa} \geq -400 \text{ MPa} \rightarrow \text{CUMPLE}$$

#### 2.4.4 Regiones D

En este apartado se lleva a cabo la comprobación de las regiones D del elemento estructural que se está tratando. Se centra, sobre todo, en el estudio de los nudos del pórtico.

Las regiones D son estructuras o partes de ellas en las que no es válida la teoría general de flexión, es decir, no es aplicable la hipótesis de Bernoulli-Navier.

Con esto, finalmente obtendremos el modelo de bielas y tirantes de la pieza, en el que se observa claramente la trayectoria de compresiones y tracciones.

La región D de cada nudo tiene la siguiente forma:

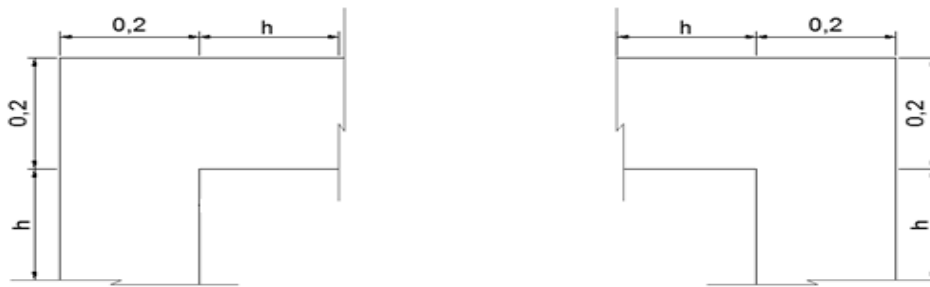


Fig 2.4.4.1 Regiones D

Donde h es el canto de la pieza, es decir, 0,2 m.

Como se puede observar, hay que prolongar un canto a cada lado del nudo para delimitar la región D. Es en estas secciones donde se deben de calcular los esfuerzos para poder obtener correctamente el modelo de bielas y tirantes completo e intuir la celosía equivalente del dintel.

- Nudo Izquierdo

Se analizan ambas partes del nudo. La parte correspondiente al pilar y la parte del dintel. Las distancias x se toman a partir de los ejes de la estructura.

Se comienza por el dintel.

### Sección x=0,3 m

En primer lugar, se obtienen los esfuerzos en la sección de continuidad:

$$N_{Ed} = 19,11 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 68,16 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 8,2176 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

A partir de estos esfuerzos, se obtienen los esfuerzos equivalentes de tracción y compresión en dicha sección.

### *Región D*

El brazo mecánico es:

$$z = 0,139 \text{ m}$$

Con este valor del brazo mecánico y conociendo la armadura que hay dispuesta en esta sección (4Φ10 en la cara de tracción y 3Φ12 en la cara de compresión), se obtiene el valor del momento equivalente en la cara traccionada a partir de los esfuerzos existentes en la sección que se está estudiando:

$$M_{1ed} = 9,555 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Por tanto, los valores de tracción y de compresión en la sección de continuidad son:

$$C = \frac{M_{1ed}}{z} = \frac{9,555}{0,139} = 68,726 \text{ kN}$$

$$T = 68,726 - 19,11 = 49,6166 \text{ kN}$$

Finalmente, los esfuerzos equivalentes en la sección de continuidad son:

$$C = 68,762 - \frac{68,16}{2} = 34,646 \text{ kN}$$

$$T = 49,6166 + \frac{68,16}{2} = 83,69 \text{ kN}$$

A continuación se procede de manera idéntica para la sección correspondiente al pilar. Se estudia una sección a una distancia x tomada desde el eje del dintel hacia abajo:

### Sección pilar x=0,3 m

En primer lugar se obtienen los esfuerzos en la sección de continuidad.

$$N_{Ed} = 68,16 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 19,11 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 6,4974 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Región D

En este caso el valor del brazo mecánico vale igual que en el dintel ya que también se han empleado diámetros de 10 mm en la cara de tracción y de 12 mm en la cara de compresión.

$$z = 0,139 \text{ m}$$

Con este valor del brazo mecánico y conociendo la armadura que hay efectiva en esta sección (3Φ10 en la cara de tracción y 2Φ12 en la cara de compresión), se saca el valor del momento equivalente en la cara traccionada a partir de los esfuerzos existentes en la sección que se está estudiando:

$$M_{1ed} = 11,2686 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Por tanto, los valores de tracción y de compresión en la sección de continuidad son:

$$C = \frac{M_{1ed}}{z} = \frac{11,2686}{0,139} = 83,66 \text{ kN}$$

$$T = C - N = 83,66 - 68,16 = 15,498 \text{ kN}$$

Como en este caso también hay esfuerzo de cortante, los esfuerzos equivalentes en la sección de continuidad son:

$$C = 83,66 - \frac{19,11}{2} = 74,105 \text{ kN}$$

$$T = 15,498 + \frac{19,11}{2} = 25,054 \text{ kN}$$

Con todos estos valores obtenidos en las distintas secciones, se puede dibujar el modelo de bielas y tirantes en el nudo izquierdo y así poder realizar las comprobaciones correspondientes en los nudos oportunos.

Para ello, se ha empleado la programación de una hoja de cálculo en la que se le introducen las coordenadas de los nudos y la relación de barras existente en el modelo de bielas y tirantes. Además, es necesario introducirle al programa qué fuerzas hay aplicadas en cada uno de los nudos. Lo que se obtiene es el valor de la fuerza existente en cada barra, ya sea de tracción (tirante) o de compresión (biela), en función de si se trata de una biela o un tirante.

Para representar el modelo de Bielas y Tirantes se necesita conocer el ángulo de inclinación de las bielas de compresión con respecto al eje de la viga perpendicular al esfuerzo cortante. Éste ángulo es de 45° cuando el axil es nulo, pero se ve reducido en presencia de axil, como ocurre en este caso. La siguiente formulación permite obtener dicho ángulo:

$$\cot g\theta = \sqrt{1 + \frac{\frac{N_{Ed}}{A_c}}{f_{ct,m}}}$$

donde  $f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,3 \cdot 40^{2/3} = 3,509 \text{ MPa}$ .

Para el tramo de la viga, este ángulo es:

$$\cot g\theta = \sqrt{1 + \frac{\frac{19,11}{0,2 \cdot 0,2}}{3,509 \cdot 10^3}} = 1,066 \rightarrow \theta = 43,17^\circ$$

Por otro lado, en el pilar, el valor de este ángulo es:

$$\cot g\theta = \sqrt{1 + \frac{\frac{68,16}{0,2 \cdot 0,2}}{3,509 \cdot 10^3}} = 1,219 \rightarrow \theta = 39,37^\circ$$

En este caso, los nudos del modelo de bielas y tirantes correspondiente a esta región D son:

Nudo nº	Coordenadas		Fuerzas aplicadas	
	x	y	Fuerza x	Fuerza y
1	0,000	0,000	0,000	-25,054
2	0,139	0,000	19,110	93,110
3	0,000	0,308	0,000	0,000
4	0,139	0,169	0,000	0,000
5	0,275	0,308	-34,646	0,000
6	0,270	0,169	15,530	-68,160

Tabla 2.4.4.1.a Nudo del modelo izquierdo de B-T

Una vez conocida la posición de los nudos y las fuerzas aplicadas en cada uno de ellos, se introduce al programa la relación existente entre cada una de las barras. Los resultados que se obtienen son los siguientes:

Barras	Nudo inicial	Nudo final	cos(alfa)	sen(alfa)	Fx (kN)	Fy (kN)	F (kN)	Tipo de barra
1	1	2	1,000	0,000	-19,11	0,00	-19,11	<b>tirante</b>
2	1	4	0,635	0,772	19,11	23,23	30,08	<b>biela</b>
3	1	3	0,000	1,000	0,00	-48,29	-48,29	<b>tirante</b>
4	2	4	0,000	1,000	0,00	93,11	93,11	<b>biela</b>
5	3	4	0,707	-0,707	48,29	-48,29	68,29	<b>biela</b>
6	3	5	1,000	0,000	-48,29	0,00	-48,29	<b>tirante</b>
7	4	5	0,699	0,715	66,59	68,06	95,21	<b>biela</b>
8	4	6	1,000	0,000	0,81	0,00	0,81	<b>biela</b>

Tabla 2.4.4.1.b Fuerzas de las bielas y tirantes nudo izquierdo

El modelo de bielas y tirantes que resulta del nudo izquierdo es el que se muestra en el siguiente gráfico:

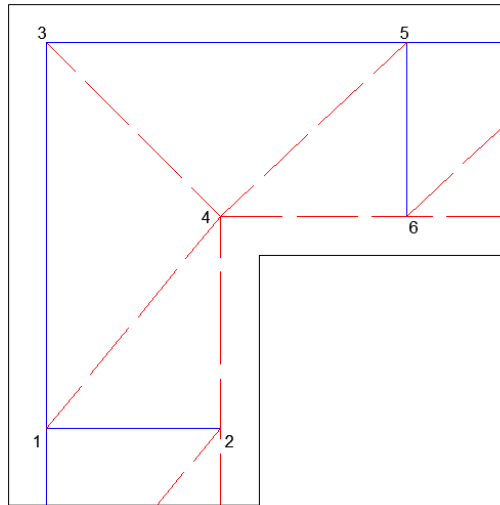


Fig 2.4.4.2 Modelo de bielas y tirantes nudo izquierdo

Observando el modelo de bielas y tirantes resultante, resulta conveniente realizar la comprobación de los nudos 4 y 3.

#### Nudo 4

El nudo 4 está formado por 5 bielas comprimidas (C-C-C). Estos nudos se resuelven con una hoja de cálculo. En esta hoja, se deben de introducir los anchos de las tres bielas, que están limitadas por la geometría de la pieza, así como las fuerzas de cada una de ellas.

La comprobación a realizar es:

$$\sigma < \sigma_{m\acute{a}x} = 0,7 \cdot f_{cd}$$

A este nudo le llegan las siguientes bielas con las siguientes fuerzas:

- Biela 5: 68,29 kN
- Biela 8: 0,81 kN
- Biela 7: 95,21 kN
- Biela 2: 30,08 kN
- Biela 4: 93,11 kN

Como se necesitan solamente 3 bielas para comprobar el nudo, se deben de componer algunas de las bielas anteriores. Se van a componer las bielas 2 y 5 por un lado, y la 7 y 8 por otro lado.

Por tanto, el nudo 4 finalmente resulta estar formado por las siguientes 3 bielas con sus respectivos anchos:

BIELA	Fuerza en x	Fuerza en y	Fuerza total	Ancho biela
Biela 1	67,4 kN	-25,06 kN	71,91 kN	0,05 m
Biela 2	-67,4 kN	-68,06 kN	95,78 kN	0,062 m
Biela 3	0 kN	93,11 kN	93,11 kN	0,062 m

Tabla 2.4.4.1.c Comprobación. Fuerzas de las bielas en nudo izquierdo

El ancho de la biela 2 y 3 está calculado como  $(rec + \frac{\phi}{2}) \cdot 2$  tomando este valor como un valor aproximado. El ancho de la biela 1, como se puede apreciar en el modelo, no tiene restricciones, por tanto, se prueba, por ejemplo, con un ancho de 0,05 m. El espesor de estas bielas es de 0,2m.

Introduciendo estos valores en la hoja de cálculo que resuelve nudos comprimidos, se tiene:

	ancho (m)	Cx (kN)	Cy (kN)	C (kN)	ángulo biela (rad)	theta (rad)	beta (rad)	Tensión normal (MPa)	Tensión tangencial (MPa)	Tensión biela (MPa)
biela C1	0,05	67,40	-25,06	71,91	-0,3560	2,3611	1,5496	7,19	0,15	7,19
biela C2	0,062	-67,40	-68,06	95,79	-2,3513	1,9268	1,5600	7,72	0,08	7,72
biela C3	0,062	0,00	93,12	93,12	1,5708	1,9954	-1,5322	7,50	-0,29	7,51

Tabla 2.4.4.1.d Comprobación. Características de las bielas nudo izquierdo

Los datos obtenidos del círculo de Mohr son los siguientes:

CÍRCULO DE MOHR			
X		R	
7,44055 m		0,295254 m	
Tensión principal 1	Dirección (°)	Tensión principal 2	Dirección (°)
7,748 MPa	142,87°	7,15 MPa	52,87°

2.4.4.1.e Tensiones principales nudo izquierdo

Por tanto, el valor de la  $\sigma = 7,748 \text{ MPa} < 24 \text{ MPa} \rightarrow \text{CUMPLE}$

La geometría del nudo se muestra en la siguiente figura.

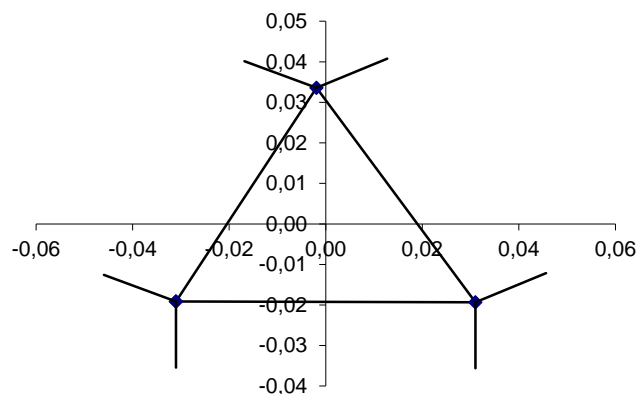


Fig 2.4.4.3 Geometría del C-C-C nudo izquierdo

Nudo 3

El nudo 3 está formado por 2 bielas y un tirante. Estos nudos se resuelven comprobando:

$$\sigma < \sigma_{m\acute{a}x} = 0,7 \cdot f_{cd} \quad \rightarrow \quad \sigma = \frac{C}{a \cdot b}$$

$C$  es el esfuerzo de compresión de la biela.

$a, b$  son las dimensiones de la biela.

A este nudo le llegan los siguientes valores de tracción y compresión:

- Tirante 6: 48,29 kN
- Tirante 3: 48,29 kN
- Biela 5: 68,29 kN

El ángulo  $\alpha$  que forman los dos tirantes es  $90^\circ$  y el ángulo  $\theta$  que forma la biela con los tirantes es de  $45^\circ$ . El radio de doblado de la armadura es  $R = 6 \cdot \emptyset = 6 \cdot 0,01 = 0,06 \text{ m}$

El ancho de la biela  $a$  se saca con la siguiente expresión:

$$a = \text{mín} \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot R + \frac{1 + \cos\alpha}{\text{sen}\alpha} \cdot \text{sen}\theta \\ 2 \cdot R + \frac{1 + \cos\alpha}{\text{sen}\alpha} \cdot \text{sen}(\alpha - \theta) \end{array} \right.$$

$$b = b - 2 \cdot \text{rec} - \emptyset$$

Sustituyendo los datos, finalmente las dimensiones de la biela son:

$$a = \text{mín} \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot 0,06 + \frac{1 + \cos 90}{\text{sen} 90} \cdot \text{sen} 45 = 0,084 \text{ m} \\ 2 \cdot 0,06 + \frac{1 + \cos 90}{\text{sen} 90} \cdot \text{sen}(90 - 45) = 0,084 \text{ m} \end{array} \right. \quad \rightarrow \quad a = 0,084 \text{ m}$$

$$b = 0,2 - 2 \cdot 0,025 - 0,01 = 0,14 \text{ m}$$

La tensión en la biela:

$$\sigma = \frac{68,29}{0,084 \cdot 0,14 \cdot 1000} = 5,807 \text{ MPa} < 24 \text{ MPa} \rightarrow \text{CUMPLE}$$

Como conclusión acerca de esta región D del nudo izquierdo del pórtico, cabe destacar que no es necesario añadir más armadura en esta zona, ya que con la que se ha dispuesto se cumplen las comprobaciones.

Por otro lado, en los nudos más críticos, la tensión de la biela de compresión no alcanza la máxima tensión admisible del hormigón.

- *Nudo derecho*

Se lleva a cabo el mismo proceso que en el nudo izquierdo. Se analizan ambas partes del nudo. Tanto la parte del pilar como la de la viga se estudiarán en una sección a una distancia de un canto 0,2 m.

Se comienza por la sección de la viga:

Sección  $x=0,3$  m

En primer lugar se obtienen los esfuerzos en la sección de continuidad:

$$N_{Ed} = 19,11 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 34,88 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 1,766 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

A partir de estos esfuerzos, se obtienen los esfuerzos equivalentes de tracción y compresión en dicha sección.

*Región D*

El valor del brazo mecánico es:

$$z = 0,139 \text{ m}$$

Con este valor del brazo mecánico y conociendo la armadura que hay efectiva en esta sección (3 $\Phi$ 10 en la cara de tracción y 2 $\Phi$ 12 en la cara de compresión), se obtiene el valor del momento equivalente en la cara traccionada a partir de los esfuerzos existentes en la sección que se está estudiando:

$$M_{1ed} = 3,1037 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Por tanto, los valores de tracción y de compresión en la sección de continuidad son:

$$C = \frac{M_{1ed}}{z} = \frac{3,1037}{0,139} = 22,33 \text{ kN}$$

$$T = C - N = 22,33 - 19,11 = 3,22 \text{ kN}$$

Como en esta sección hay esfuerzo de cortante, los valores anteriores deben verse incrementados por la interacción con dicho esfuerzo cortante. Finalmente, los esfuerzos equivalentes en la sección de continuidad son:

$$C = 22,33 - \frac{34,88}{2} = 4,89 \text{ kN}$$

$$T = 3,22 + \frac{34,88}{2} = 20,66 \text{ kN}$$

A continuación se procede de manera idéntica para la parte del nudo correspondiente al pilar. Se estudia una sección a una distancia  $x$  tomada desde el eje del dintel hacia abajo:



Sección pilar x=0,3 m

En primer lugar se sacan los esfuerzos en la sección de continuidad son:

$$N_{Ed} = 34,88 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 19,11 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 6,4974 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

*Región D*

En este caso el valor del brazo mecánico vale igual que en el dintel ya que también se han empleado diámetros de 10 mm en la cara de tracción y de 12 mm en la cara de compresión.

$$z = 0,139 \text{ m}$$

Con este valor del brazo mecánico y conociendo la armadura que hay dispuesta en esta sección (3Φ10 en la cara de tracción y 2Φ12 en la cara de compresión, se saca el valor del momento equivalente en la cara traccionada a partir de los esfuerzos existentes en la sección que se está estudiando:

$$M_{1ed} = 8,939 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Por tanto, los valores de tracción y de compresión en la sección de continuidad son:

$$C = \frac{M_{1ed}}{z} = \frac{8,939}{0,139} = 64,31 \text{ kN}$$

$$T = C - N = 64,31 - 34,88 = 29,43 \text{ kN}$$

Como en este caso también hay esfuerzo de cortante, los esfuerzos equivalentes en la sección de continuidad son:

$$C = 64,31 - \frac{19,11}{2} = 54,755 \text{ kN}$$

$$T = 29,43 + \frac{19,11}{2} = 38,984 \text{ kN}$$

Con todos estos valores obtenidos en las distintas secciones, se puede dibujar el modelo de bielas y tirantes en el nudo izquierdo y así poder realizar las comprobaciones correspondientes en los nudos oportunos.

Al igual que antes, con la ayuda hoja de cálculo se obtiene el modelo de bielas y tirantes con las fuerzas en cada una de las barras.

Para representar el modelo de Bielas y Tirantes se necesita conocer el ángulo de inclinación de las bielas de compresión con respecto al eje de la viga perpendicular al esfuerzo cortante.

Para el tramo de la viga, este ángulo es:

$$\cot g\theta = \sqrt{1 + \frac{\frac{19,11}{0,2 \cdot 0,2}}{3,509 \cdot 10^3}} = 1,066 \rightarrow \theta = 43,17^\circ$$

Por otro lado, en el pilar, el valor de este ángulo es:

$$\cot g\theta = \sqrt{1 + \frac{\frac{34,88}{0,2 \cdot 0,2}}{3,509 \cdot 10^3}} = 1,117 \rightarrow \theta = 41,82^\circ$$

En este caso, los nudos del modelo de bielas y tirantes correspondiente a esta región D son:

Nudo nº	Coordenadas		Fuerzas aplicadas	
	x	y	Fuerza x	Fuerza y
1	0,149	0,000	-19,110	73,865
2	0,288	0,000	0,000	-38,984
3	0,288	0,294	0,000	0,000
4	0,149	0,155	0,000	0,000
5	0,000	0,294	-20,660	0,000
6	0,000	0,155	39,770	-34,880

Tabla 2.4.4.2.a Nudos del modelo derecho de B-T

Las fuerzas aplicadas son las correspondientes a la sección que está a un canto del pilar, hacia la izquierda y a un canto del dintel hacia abajo (como se mostraba en la figura de la región D), siguiendo la definición de la región D ( $x = 0,3 \text{ m}$ ). Se han introducido al modelo en kN.

Una vez conocida la posición de los nudos y las fuerzas aplicadas en cada uno de ellos, se introduce al programa la relación existente entre cada una de las barras. Los resultados que se obtienen son los siguientes:

Barras	Nudo inicial	Nudo final	cos (alfa)	sen (alfa)	Fx (KN)	Fy (KN)	F (KN)	Tipo de barra
1	1	2	1,000	0,000	-19,11	0,00	-19,11	<b>tirante</b>
2	1	4	0,000	1,000	0,00	73,87	73,87	<b>biela</b>
3	2	3	0,000	1,000	0,00	-60,29	-60,29	<b>tirante</b>
4	2	4	-0,668	0,744	-19,11	21,31	28,62	<b>biela</b>
5	3	4	-0,707	-0,707	-60,29	-60,29	85,27	<b>biela</b>
6	3	5	-1,000	0,000	60,29	0,00	-60,29	<b>tirante</b>
7	4	5	-0,731	0,682	-37,39	34,88	51,13	<b>biela</b>
8	4	6	-1,000	0,000	-42,01	0,00	42,01	<b>biela</b>

Tabla 2.4.4.2.b Fuerzas de las bielas y tirantes nudo derecho

El modelo de bielas y tirantes que resulta del nudo izquierdo es el que se muestra en el siguiente gráfico:

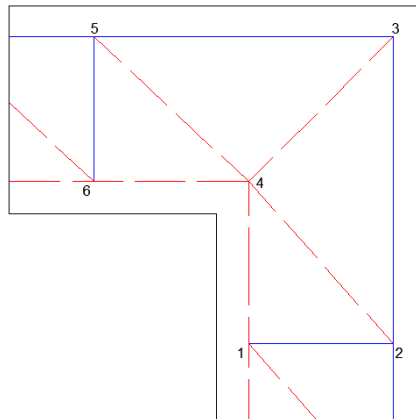


Fig 2.4.4.4 Modelo de bielas y tirantes nudo derecho

Al igual que en el modelo de la anterior Región D, resulta importante comprobar que en el nudo 3 y 4 no se supera la tensión máxima del hormigón. Son los nudos más críticos.

#### Nudo 4

El nudo 4 está formado por 5 bielas comprimidas (nudo C-C). Se va a emplear la hoja de cálculo anterior para resolverlo. Es necesario conocer el ancho de las bielas así como las fuerzas de cada una de ellas. La comprobación a realizar es:

$$\sigma < \sigma_{m\acute{a}x} = 0,7 \cdot f_{cd}$$

A este nudo le llegan las siguientes bielas con las siguientes fuerzas:

- Biela 8: 42,01 kN
- Biela 7: 51,13 kN
- Biela 5: 85,27 kN
- Biela 4: 28,62 kN
- Biela 2: 73,87 kN

Como se necesitan solamente 3 bielas para analizar el nudo, se deben de componer algunas de las bielas anteriores. Se van a componer las bielas 5 y 4 por un lado, y la 8 y 7 por otro lado.

Por lo tanto, las fuerzas de compresión que llegan al nudo 4 son, finalmente:

<b>BIELA</b>	<b>Fuerza en x</b>	<b>Fuerza en y</b>	<b>Fuerza total</b>	<b>Ancho biela</b>
<i>Biela 1</i>	79,4 kN	-34,88 kN	86,72 kN	0,06 m
<i>Biela 2</i>	-79,4 kN	-38,98 kN	88,45 kN	0,062 m
<i>Biela 3</i>	0 kN	73,87 kN	73,87 kN	0,062 m

Tabla 2.4.4.2.c Comprobación. Fuerzas de las bielas en nudo derecho

El ancho de la biela 2 y 3 está calculado como  $(rec + \frac{\phi}{2}) \cdot 2$  tomando este valor como un valor aproximado. El ancho de la biela 1, como se puede apreciar en el modelo, no tiene restricciones, por tanto, se prueba, por ejemplo, con un ancho de 0,06m. El espesor de estas bielas es de 0,2m.

Introduciendo estos valores en la hoja de cálculo que resuelve nudos comprimidos, se tiene:

	ancho (m)	Cx (kN)	Cy (kN)	C (kN)	ángulo biela (rad)	theta (rad)	beta (rad)	Tensión normal (MPa)	Tensión tangencial (MPa)	Tensión biela (MPa)
biela C1	0,062	-79,40	-38,98	88,45	-2,6852	1,9848	-1,4710	7,06	-0,71	7,13
biela C2	0,062	0,00	73,87	73,87	1,5708	2,2712	1,5681	5,96	0,02	5,96
biela C3	0,06	79,40	-34,89	86,73	-0,4140	2,0272	1,4807	7,17	0,65	7,23

Tabla 2.4.4.2.d Comprobación. Características de las bielas nudo derecho

Los datos obtenidos del círculo de Mohr son los siguientes:

CÍRCULO DE MOHR			
X		R	
6,7366 m		0,7790 m	
Tensión principal 1	Dirección (°)	Tensión principal 2	Dirección (°)
7,52 MPa	-90,75°	5,96 MPa	-0,75°

Tabla 2.4.4.2.e Tensiones principales nudo derecho

Por tanto, el valor de la  $\sigma = 7,52 \text{ MPa} < 24 \text{ MPa} \rightarrow \text{CUMPLE}$

La geometría del nudo se muestra en la siguiente figura.

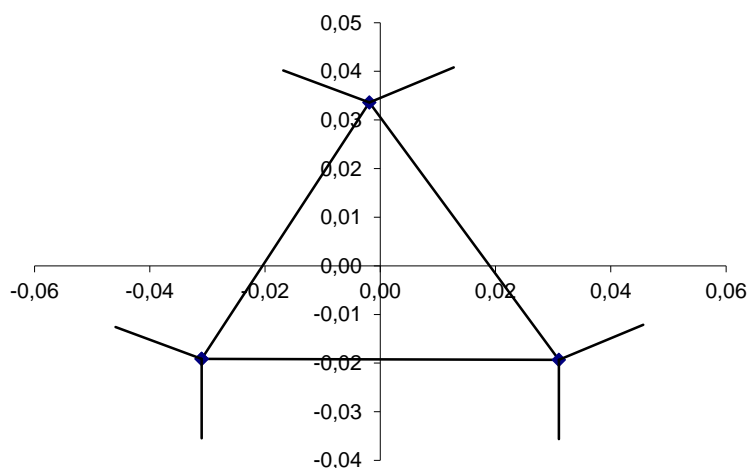


Fig. 2.4.4.5 Geometría del nudo C-C-C nudo derecho

### Nudo 3

El nudo 3 está formado por 2 bielas y un tirante. Estos nudos se resuelven comprobando:

$$\sigma < \sigma_{\text{máx}} = 0,7 \cdot f_{cd} \rightarrow \sigma = \frac{C}{a \cdot b}$$

$C$  es el esfuerzo de compresión de la biela.

$a, b$  son las dimensiones de la biela.

A este nudo le llegan los siguientes valores de tracción y compresión:

- Tirante 6: 60,29 kN
- Tirante 3: 60,29 kN
- Biela 5: 85,27 kN

El ángulo  $\alpha$  que forman los dos tirantes es  $90^\circ$  y el ángulo  $\theta$  que forma la biela con los tirantes es de  $45^\circ$ . El radio de doblado de la armadura es  $R = 6 \cdot \emptyset = 6 \cdot 0,01 = 0,06 \text{ m}$

El ancho de la biela  $a$  se obtiene con la siguiente expresión:

$$a = \text{mín} \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot R + \frac{1 + \cos\alpha}{\text{sen}\alpha} \cdot \text{sen}\theta \\ 2 \cdot R + \frac{1 + \cos\alpha}{\text{sen}\alpha} \cdot \text{sen}(\alpha - \theta) \end{array} \right.$$

$$b = b - 2 \cdot \text{rec} - \emptyset$$

Sustituyendo los datos, finalmente las dimensiones de las bielas son:

$$a = \text{mín} \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot 0,06 + \frac{1 + \cos 90}{\text{sen} 90} \cdot \text{sen} 45 = 0,084 \text{ m} \\ 2 \cdot 0,06 + \frac{1 + \cos 90}{\text{sen} 90} \cdot \text{sen}(90 - 45) = 0,084 \text{ m} \end{array} \right. \rightarrow a = 0,084 \text{ m}$$

$$b = 0,2 - 2 \cdot 0,025 - 0,01 = 0,14 \text{ m}$$

La tensión en la biela:

$$\sigma = \frac{85,27}{0,084 \cdot 0,14 \cdot 1000} = 7,25 \text{ MPa} < 24 \text{ MPa} \rightarrow \text{CUMPLE}$$

Como conclusión acerca de esta región D del nudo derecho del pórtico, cabe destacar exactamente lo mismo que en el caso anterior. No es necesario añadir más armadura en esta zona, ya que con la que se ha dispuesto cumple.

Por otro lado, en los nudos más críticos, la tensión de la biela de compresión no alcanza la máxima admisible del hormigón.

### 2.4.5 Detalles constructivos

- *Diámetros de los mandriles para el doblado de barras*

El diámetro mínimo al que se dobla una barra debe ser suficiente para evitar fisuras o fracturas de doblado en la barra, y para evitar la rotura del hormigón dentro del doblado de la barra. El Eurocódigo-02 establece en el artículo 8.3 unos diámetros mínimos al que se dobla la barra (diámetro del mandril),  $\varnothing_{m,mín.}$

En la tabla 8.1N del Eurocódigo-02, aparecen los diámetros mínimos para evitar daños a la armadura. En el caso de barras y alambres:

Diámetro de barra	Diámetro mínimo del mandril para patillas, ganchos y ganchos en U
$\varnothing \leq 16 \text{ mm}$	$4 \cdot \varnothing$
$\varnothing > 16 \text{ mm}$	$7 \cdot \varnothing$

En este caso, para armar el pórtico se han empleado armadura longitudinal de diámetro 10 mm y 16 mm, y para el caso de los cercos se ha utilizado diámetro de 6 mm. Por tanto, estamos en el primero de los casos mostrados en la tabla.

Por un lado, se debe de sacar el diámetro de doblado de los cercos y de las armaduras longitudinales. Como ya se ha comentado, los cercos son de  $\varnothing = 6 \text{ mm}$  y por tanto, el diámetro de doblado será:

$$\varnothing = 4 \cdot 6 = 24 \text{ mm}$$

Sin embargo, a pesar de que se hayan empleado diversos tipos de diámetros para las armaduras longitudinales, el diámetro empleado para el doblado de barras también ha sido el correspondiente a los cercos. El motivo de esto son las dimensiones de la pieza. Como se trata de un pórtico de pequeñas dimensiones, utilizar el diámetro de doblado que realmente tocaba no resultaba adecuado. Por tanto, para las barras,

$$\varnothing = 4 \cdot 6 = 24 \text{ mm}$$

- *Longitud de anclaje*

Para el anclaje de las barras hay que tener en cuenta las condiciones de adherencia y el tipo de acero que se está empleando. En este caso, se supone que las condiciones de adherencia son buenas, y el acero es B500 SD. También hay que conocer la sollicitación de la barra, es decir, si trabaja en tracción o en compresión.

Según el artículo 8.4.3 del Eurocódigo-02, la longitud básica de anclaje es:

$$l_b = \frac{\varnothing}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}}$$

donde:

$f_{bd}$  es el valor de cálculo de la tensión última de adherencia  $f_{bd}$  para barras corrugadas. El Eurocódigo-02 muestra su expresión en el artículo 8.4.2:

$$f_{bd} = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{cta}$$

A su vez,

$\eta_1$  es el coeficiente relacionado con la condición de adherencia y con la posición de la barra durante el vertido del hormigón. Es 0,7 en el caso de malas condiciones y 1 en el caso de condiciones buenas. En este caso, al no estar ni un extremo ni en otro ya que la pieza se hormigonó tumbada, cada zona tenía unas condiciones. Por tanto, se va a calcular  $f_{bd}$  con los dos casos y se hará la media.

$\eta_2$  es el coeficiente que tiene en cuenta el diámetro de la barra. Para barras de  $\Phi \leq 32$  mm, este coeficiente vale 1,0.

$f_{cta}$  es el valor de cálculo de la resistencia de hormigón a tracción. Este valor aparece en el artículo 3.1.6 del Eurocódigo-02:

$$f_{cta} = \frac{\alpha_{ct} \cdot f_{ctk,0,05}}{\gamma_c}$$

$f_{ctk,0,05}$  es el aparece en la tabla 3.1 del Eurocódigo-02 en función de la resistencia característica del hormigón, en este caso 40 MPa.

Con lo cual,  $f_{ctk,0,05}$  se saca extrapolando con estos valores y la tabla presente en el Eurocódigo. El valor  $f_{ctk,0,05} = 2,5 \text{ MPa}$

$\alpha_{ct}$  es el coeficiente que tiene en cuenta los efectos a largo plazo en la resistencia a tracción y los efectos desfavorables, consecuencia de la forma en que se aplica la carga. El valor recomendado es 1,0.

$$\gamma_c = 1$$

$$f_{cta} = \frac{1 \cdot 2,5}{1} = 2,5 \text{ MPa}$$

Por tanto, ya se puede conocer  $f_{bd}$ :

$$\begin{aligned} f_{bd} &= 2,25 \cdot 0,7 \cdot 1 \cdot 2,5 = 3,937 \text{ MPa} \\ f_{bd} &= 2,25 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2,5 = 5,625 \text{ MPa} \end{aligned}$$

La media resulta ser  $f_{bd} = 4,781 \text{ MPa}$

Con estos valores, en función del diámetro de la barra que se quiera anclar, se puede obtener fácilmente la longitud básica de anclaje.

A continuación se procede a calcular las longitudes de anclaje de algunas barras longitudinales.

Se comienza por los *pilares*. Las barras a anclar 2.L3 en los pilares son aquellas que están en la cara de compresión, y son, en ambos casos de diámetro 12 mm. Por tanto, la  $l_b$ :

$$l_b = \frac{12}{4} \cdot \frac{500}{4,781} = 313,74 \text{ mm}$$

Ahora se va a llevar a cabo el anclaje de las barras de la *viga*. Aquellas armaduras dispuestas en la cara inferior de la viga (2.L4) tienen diámetro 12 mm, por tanto, la  $l_b$ :

$$l_b = \frac{12}{4} \cdot \frac{500}{4,781} = 313,74 \text{ mm}$$

A continuación se calcula la longitud de anclaje de la armadura de refuerzo (2.L2) dispuesta en la esquina izquierda llegando hasta la placa de anclaje. Ésta se debe de anclar tanto por el pilar como por la viga. Esta armadura es de diámetro 10 mm y está trabajando en tracción por la parte del pilar, pero en compresión en la parte de la placa de carga. La longitud básica de anclaje es:

$$l_b = \frac{10}{4} \cdot \frac{500}{4,781} = 261,45 \text{ mm}$$

A esta longitud de anclaje, se le debe sumar el valor del canto útil, por tanto, finalmente, la longitud que se debe anclar es  $l_b + d = 261,45 + 170 = 431,45 \text{ mm}$ .

Por último, falta sacar la longitud de anclaje de la barra 2.L5 de la cara inferior del dintel. En la cara inferior del dintel, existe una zona con una cuantía de  $3\Phi 12$  y otra de  $2\Phi 12$ . Es necesario conocer en qué sección la cuantía necesaria pasa de  $2\Phi 12$  a  $3\Phi 12$ , tanto por la parte derecha como por la parte izquierda.

En primer lugar, se analiza la sección de la parte derecha. La última sección en la que se necesitan  $3\Phi 12$  está a una distancia  $x=0,7$  m desde el eje del pilar izquierdo. En esta sección, la armadura a anclar está trabajando en tracción y su diámetro es de 12 mm. Por tanto, la longitud básica de anclaje es:

$$l_b = \frac{12}{4} \cdot \frac{500}{4,781} = 313,74 \text{ mm}$$

Se procede a continuación a realizar el mismo cálculo pero para la longitud de anclaje de esta barra en la parte de la izquierda. La sección donde se pasa de  $2\Phi 12$  a  $3\Phi 12$  está a  $x=0,4$  m medidos desde el eje del pilar izquierdo. En esta sección, se debe de anclar la misma longitud que en el caso anterior,  $l_b = 313,74 \text{ mm}$

## 2.5 Diseño de los encofrados

El encofrado es el encargado de dar forma al hormigón y contener los empujes de éste en la fase de hormigonado. Para satisfacer estas funciones se ha dispuesto un entramado de madera en la plancha de hormigonado, sujeto por medio de gatos y de unos perfiles metálicos que se ajustan y aprietan a la plancha.



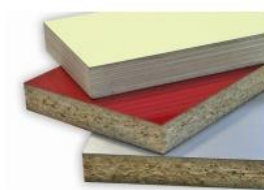
A la hora de diseñar el encofrado se ha analizado tanto la geometría como el material que lo conforma.

Por un lado, la geometría viene impuesta por las dimensiones de la pieza y por los dos perfiles metálicos (superior e inferior) que se ajustan a la plancha de hormigonado, como se verá posteriormente en fotos y planos. Además, se ha estudiado la viabilidad del posterior desencofrado. Por todo ello, el encofrado está formado por 5 módulos más 3 listones adicionales. Cada uno de los módulos se ha realizado con juntas encoladas (reforzadas en algunos casos con tornillos), y la unión de unos módulos con otros se ha realizado a través de escuadras de montaje y tornillos para facilitar el desencofrado.

Por otro lado, se han planteado distintos tipos de madera y modos de obtención. Los factores que se han considerado son:

- Facilidad de corte y unión
- Ajustarse a las dimensiones requeridas (ancho de 20 cm/longitud entre 20cm y 170cm/canto entre 1,5 cm y 2,5)
- Una única puesta
- No debe absorber el agua del hormigonado
- Facilidad de limpieza
- Factor económico

Con todo ello, se ha optado por realizar el encofrado con tableros aplacados de la empresa *LAMIPLAST*. Se trata de un tablero de grandes dimensiones de diseño personalizable, es decir, proporcionándole las dimensiones necesarias a un programa informático, la máquina corta de un tablero los listones necesarios. Está fabricado con núcleo central de aglomerado de partículas y tiene dos caras recubiertas con laminado de alta presión (HPL).



**TABLERO APLACADO**

- Tablero de diseño personalizable.

La siguiente tabla muestra la cantidad y dimensiones de cada pieza, así como los cortes a realizar en algunas de ellas para el montaje:

<i>Identificación</i>	<i>Cantidad</i>	<i>Largo (mm)</i>	<i>Ancho (mm)</i>	<i>Canto (mm)</i>
A1	4	840	200	19
A2	8	200	200	19
B1	4	320	200	19
B2	4	260	200	19
C1	2	1300	200	19
C2	1	660	200	19
C3	3	580	200	19
C4	2	280	200	19
D	1	1700	200	19
E	2	200	200	19

*Tabla 2.5.1 Cantidad y dimensiones de las piezas de encofrado*

<i>Identificación</i>	<i>Cantidad</i>	<i>Operación</i>	<i>Detalle</i>
A1	2	ORIFICIO	ϕ50 mm
B2	2	ORIFICIO	ϕ50 mm
C1	1	RANURAS	ver planos
C3	3	RANURAS	ver planos

*Tabla 2.5.2 Detalles del encofrado*

Además, en los encofrados se deja previsto el hueco para la posterior colocación de la barra de 32 mm. Para ello, se realizan unos orificios en las piezas afectadas donde se colocan dos tubos de PVC (uno en cada soporte). Los tubos sobresalen unos centímetros del encofrado por lo que esto me condiciona el orden de desencofrado de los módulos como se verá en capítulos posteriores.

## CAPÍTULO 3

---

### *Construcción del pórtico biarticulado de un solo vano*

En este capítulo se presenta la construcción del elemento estructural. En él se describe el conjunto de operaciones necesarias para la obtención del pórtico de hormigón armado, acompañado de un reportaje fotográfico.

*Autores: Beatriz Cabañero Escudero; Begoña Martínez Jaen*



### 3. Construcción del pórtico biarticulado de un solo vano

#### 3.1 Preparación del encofrado

Una vez se tienen los listones cortados a medida por la empresa suministradora, se realizan operaciones complementarias de corte.

Se realizan unos orificios de 50 mm de diámetro en cuatro de los tablonces para permitir el paso del tubo de PVC que albergará la barra de 32 mm de diámetro. Para ello, se utiliza una broca para taladrar madera de dicho diámetro.

Además, se deben realizar unas ranuras en cuatro de los tablonces de forma que al encajar unos con otros permitan el cruce. Para esta operación se necesita una sierra, y en este caso se ha empleado una sierra circular de mesa, además de un taladro de pequeño diámetro.

Cuando se tienen todos los tablonces con su forma definitiva, se puede proceder al montaje. En este caso, las maderas de un mismo módulo se han ensamblado con silicona, ya que es suficiente para mantener la forma durante el hormigonado. Algunas uniones también se han reforzado con pletinas de metal, rectas o con forma de escuadra, atornilladas.

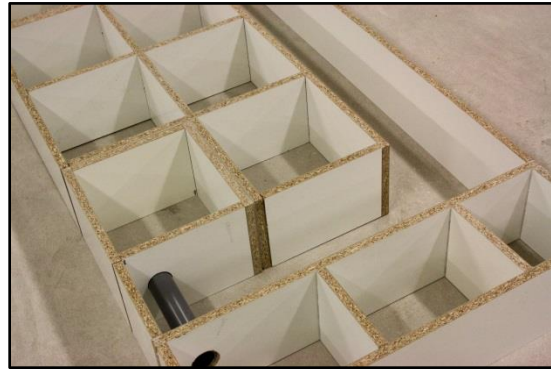


Fig 3.1.1 Montaje de encofrado

#### 3.2 Preparación de la armadura

La preparación de la armadura comprende las operaciones de corte, doblado y atado. La armadura recibida del taller de ferralla está cortada y doblada en su mayor parte, tal y como indicaba el pedido. No obstante, se han requerido operaciones adicionales.

Por un lado, la armadura longitudinal exterior formada por 3 $\Phi$ 10 se encargó en un principio con tres barras idénticas, pero la barra central en la zona de los apoyos es más corta debido al paso del tubo de PVC. Por ello, se ha cortado con una sierra de calar.

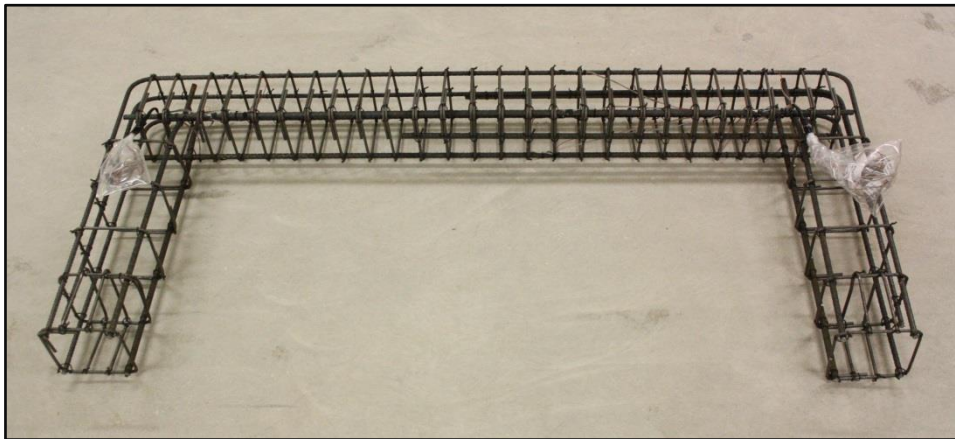
Además, la armadura longitudinal interior de los pilares ( $2\Phi 12$ ) se ha rectificado cortándole 20 cm a cada armadura ya que venían defectuosas de fábrica.

En cuanto a los cercos, dos de ellos se encargaron sin doblar, por ello se les ha dado forma con la ayuda de un gato para sujetar y de una llave inglesa ajustable con la que hacer palanca. Al ser de diámetro reducido (6 mm), si en algún momento se ha necesitado cortar la armadura, se ha empleado una cizalla.

Lo mismo ocurre con los estribos con forma de U, se les ha dado la forma adecuada con la ayuda del gato, la llave inglesa y la cizalla pues las dimensiones eran mayores con respecto a las indicadas en el pedido.

Una vez se tiene toda la armadura con las dimensiones y formas correctas, se procede al atado. Para el atado de la armadura se utiliza alambre, alicates para cortar el alambre y unas tenazas. En primer lugar, se debe apoyar la armadura principal, en este caso la armadura longitudinal exterior continua, sobre un caballete para trabajar cómodamente hasta que la pieza vaya adquiriendo rigidez. Además, es muy importante marcar la ubicación de todas las armaduras, especialmente cercos, desde el principio para evitar arrastrar errores.

El orden de colocación de las armaduras es muy importante, ya que si hay que rectificar o volver atrás puede ser un trabajo muy laborioso. En este caso, se ha empezado atando algunos cercos a la armadura longitudinal exterior. Cuando la pieza ha ganado algo de rigidez se le ha añadido la armadura longitudinal interior de la viga, y por último, se han atado las armaduras de refuerzo al tiempo que se continuaba con los cercos de la viga. Una vez estaba todo el dintel atado, se han colocado las armaduras longitudinales interiores de los pilares y se ha continuado de igual forma que en la viga hasta completar los pilares.



*Fig 3.2.1 Armado del pórtico biarticulado de un solo vano*

Posteriormente, se verá que a la hora de colocar la ferralla dentro del encofrado surge un problema pues los dos estribos inferiores previstos en un principio cerca de los apoyos, impiden el paso del tubo de PVC. Esto es debido a ciertos errores que se van arrastrando por irregularidades de doblado o del montaje. Para solucionarlo, se eliminan esos dos estribos

inferiores y en su lugar se corta de uno de ellos cuatro armaduras de pequeña longitud de diámetro 6 mm y se atan a los estribos con forma de U.

### **3.3 Colocación de galgas extensiométricas de acero**

Para la colocación de las galgas, se debe prestar atención no sólo al proceso de instalación sino también al proceso de preparación de la superficie. Si la superficie de instalación no está en perfectas condiciones esto afectará a la medición de la galga.

Por ello, el primer paso es lijar la superficie y realizar una limpieza química de la zona con acetona. Las galgas se han colocado en las caras exteriores de las armaduras longitudinales extremas, en planos perpendiculares al suelo (suponiendo que el pórtico está levantado en posición vertical) ya que es aquí donde se quiere conocer las deformaciones al aplicar la carga. El lijado de la superficie debe ir en este mismo plano, y se realiza previamente al atado de la armadura con una lija automática apta para acero.

Cuando se tiene la armadura preparada y la superficie lijada se encuentra limpia se puede fijar la galga. La instalación de la galga consiste en lograr una perfecta adherencia y posición de la misma sobre la superficie para conseguir una medición lo más precisa posible. Para la colocación se emplea un adhesivo y láminas protectoras.



*Fig 3.3.1 Galga extensiométrica sección izquierda*

Una vez instalada la galga se cubre con una masilla protectora para evitar daños durante la manipulación de la armadura. Además, los cables se conducen a través de la armadura utilizando bridas y se sacan hacia fuera de la pieza. Esta operación es muy importante para no dañar las galgas durante el vibrado del hormigonado. El lugar por el cual se saca el conjunto de cables no debe coincidir con la zona de posible rotura, ya que estamos creando una zona de debilidad en el hormigón. Se etiquetan los cables de cada galga para tenerlas identificadas a la

hora de conectarlas en el ensayo. Dichos cables se guardan en una bolsa de plástico y se cierran con cinta adhesiva para evitar daños durante el hormigonado.

### **3.4 Montaje de la estructura en la plancha de hormigonado**

Tras la preparación del encofrado y la armadura, y la colocación de la instrumentación interna necesaria, se procede al montaje de todos estos elementos en la bancada de hormigonado.

El primer paso es limpiar la plancha de hormigonado para evitar posibles irregularidades en la pieza una vez construida. Para ello se utilizan espátulas y estropajos de acero (lana de acero).

Después, se colocan los distintos módulos que componen el encofrado y se fijan con la ayuda de gatos a los perfiles metálicos de la plancha de hormigonado. También se emplean gatos para unir unos módulos con otros y para mantener el ancho constante de la pieza cuando el hormigón ejerza un empuje. De nuevo, se han empleado pletinas metálicas y tornillos para ensamblar los encofrados entre sí, ya que esto permitirá posteriormente desatornillar las piezas para poder desencofrar.

Se ha detectado que una de las piezas que componen el módulo C (C1) era 4 mm más corta de lo que se había encargado. Para resolver ese escalón en el encofrado se ha rellenado con 2 mm de masilla a cada lado y se ha protegido con cinta adhesiva.

El siguiente paso es aplicar el desencofrante con la ayuda de una esponja y una brocha en toda la superficie donde posteriormente habrá hormigón para facilitar el desmoldeo y la limpieza.

Previamente a la colocación de la armadura en el encofrado, se colocan los separadores. Se han empleado dos tipos de separadores: de hormigón y de plástico. Los separadores de hormigón se atan con dos alambres que van embebidos en el propio separador, y se han colocado en la cara que apoya en el fondo del encofrado para centrar la armadura y darle el recubrimiento apropiado. Por otro lado, los separadores de plástico se encajan en la armadura, y se han colocado en los laterales de la pieza con las mismas funciones.

En este punto, se coloca la armadura dentro del encofrado cuidando que los separadores centran la armadura en la posición correcta. A continuación, se introducen los tubos de PVC por los orificios realizados en el encofrado y se fijan con masilla.

El último paso es colocar dos ganchos para poder elevar la pieza una vez hormigonada. Estos ganchos se ubican de tal forma que la pieza se eleve horizontalmente, es decir en el centro de gravedad. Al igual que el resto de la armadura, se atan con alambre.





Fig 3.4.1 Montaje del encofrado y armado en la plancha de hormigonado

### 3.5 Hormigonado del pórtico y de las probetas de control

En primer lugar, se calculan los litros necesarios para hormigonar el pórtico más dos probetas cilíndricas por amasada y un 10% de pérdidas. Por tanto, se tiene:

- Dintel

$$\text{Litros} = \left( (0,2 \cdot 0,2 \cdot 1,7) + \left( 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0,15^2}{4} \cdot 0,3 \right) \right) \cdot 1,1 \cdot 1000 = 86,5 \approx 87 \text{ l}$$

- Soportes

$$\text{Litros} = \left( (2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,6) + \left( 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0,15^2}{4} \cdot 0,3 \right) \right) \cdot 1,1 \cdot 1000 = 64,5 \approx 65 \text{ l}$$

Se ha dividido en dos amasadas pues la capacidad máxima de la hormigonera es de 110 l y se necesitan más litros.

El hormigonado se realizó el día 15/04/2014, con una temperatura ambiental de 23°C y una humedad relativa del 37%.

La dosificación por m<sup>3</sup> empleada en ambas amasadas ha sido:

<b>Producto</b>	<b>Kg</b>
CEM I 52,5 R	348
Agua efectiva	210
Grava 4/6	666
Arena rodada 0/4	1065
<b>Total</b>	<b>2289</b>

Tabla 3.5.1 Dosificación definitiva

La relación agua/cemento que se tiene con esta dosificación es de 0,603. Se han reducido 10 kg de agua efectiva ya que en la última prueba el hormigón presentaba indicios de exudación.

El día previo al hormigonado, se realizan las actividades relacionadas con la obtención de la humedad de los áridos, tales como pesar las bandejas e introducir una muestra en el horno. Además, se hace una estimación de los kilogramos de material que se van a necesitar y se separan en bolsas de plástico para que conserven las propiedades del momento de la toma de muestras.

Por tanto, partiendo de la dosificación en kilogramos por metro cúbico (tabla 1.), se obtienen las cantidades necesarias correspondientes a 65 y 87 litros. Además, estas cantidades se corrigen el día del hormigonado atendiendo a la humedad de la arena y grava y al porcentaje de absorción.

El porcentaje de absorción de la arena en esta amasada es de 1,7% y el de la grava es de 0,9%. Por otro lado, los resultados de humedad obtenidos han sido:

- Arena

1) Peso bandeja = 1,073 kg
2) Peso bandeja + arena = 2,082 kg
3) Peso bandeja + arena seca = 2,051 kg
4) Peso agua = 2) – 3) = 0,031 kg
5) Peso arena seca = 3) – 1) = 0,978 kg

$$\% \text{ humedad (w)} = \frac{0,031}{0,978} \times 100 = 3,17\%$$

- Grava

1) Peso bandeja = 1,065 kg
2) Peso bandeja + grava = 1,880 kg
3) Peso bandeja + grava seca = 1,872 kg
4) Peso agua = 2) – 3) = 0,008 kg
5) Peso grava seca = 3) – 1) = 0,807 kg

$$\% \text{ humedad (w)} = \frac{0,008}{0,807} \times 100 = 0,99\%$$

Por tanto,

	<b>Arena</b>	<b>Grava</b>
<i>Absorción %</i>	1,70	0,9
<i>Humedad %</i>	3,17	0,99

Tabla 3.5.2 Absorción y humedad dosificación definitiva

De forma que las cantidades definitivas de cada material tras la corrección por humedad son:

- Amasada 87 litros

<b>PRODUCTO</b>	<b>Kg</b>	<b>Corregido</b>	<b>Kg</b>
<i>CEM I 52,5 R</i>	30,28	<i>CEM I 52,5 R</i>	30,28
<i>Agua efectiva</i>	18,27	<i>Agua aportada</i>	16,86
<i>Grava 4/6</i>	57,94	<i>Grava 4/6</i>	58,52
<i>Arena rodada 0/4</i>	92,66	<i>Arena rodada 0/4</i>	95,59

Tabla 3.5.3 Cantidades definitivas amasada 87l

- Amasada 65 litros

<b>PRODUCTO</b>	<b>Kg</b>	<b>Corregido</b>	<b>Kg</b>
<i>CEM I 52,5 R</i>	22,62	<i>CEM I 52,5 R</i>	22,62
<i>Agua efectiva</i>	13,65	<i>Agua aportada</i>	12,59
<i>Grava 4/6</i>	43,29	<i>Grava 4/6</i>	43,72
<i>Arena rodada 0/4</i>	69,23	<i>Arena rodada 0/4</i>	71,47

Tabla 3.5.4 Cantidades definitivas amasada 65l

En el día de fabricación se pesa cada cantidad exacta y se separa en distintos cubos, cada uno de ellos con 20-30 kg como máximo de cada material para poder verterlo en la hormigonera.

Una vez se tiene el material separado, se preparan el resto de herramientas auxiliares tales como llanas, cono de Abrams, barra de picar, plataforma horizontal para apoyar el cono, cinta métrica, probetas de control limpias y con desencofrante, vibrador, etc.

Además, debido a que se tienen dos amasadas, es necesario un tajamar en la separación del dintel y los soportes para controlar dónde se encuentra cada una de las amasadas. Dos trozos de madera hacen la función de este tajamar.

Cuando se tienen todos los materiales y herramientas preparados, comienza la preparación del hormigón. Se vierten en la amasadora los áridos (de mayor a menor tamaño) y el cemento, y se mezclan durante 4 minutos hasta que la mezcla sea homogénea. Después, se añade lentamente el agua durante 1 minuto y se deja amasar durante 4 minutos más.

A continuación, se realiza el ensayo del cono de Abrams para determinar la consistencia del hormigón. Se rellena el molde metálico troncocónico de dimensiones normalizadas, en tres capas apisonadas con 25 golpes de varilla y, después de retirar el molde, se mide el asentamiento, que en este caso ha sido:

Amasada 1 (87 litros) → Cono = 12,5 cm → Consistencia Fluida

Amasada 2 (65 litros) → Cono = 8 cm → Consistencia Blanda

Sin embargo, la consistencia que se ha observado aparentemente es más seca que los resultados obtenidos del ensayo del cono de Abrams, en ambas amasadas. Aun así, se ha optado por hormigonar con esta consistencia.

El siguiente paso, es transportar el hormigón desde la hormigonera hasta la plancha de hormigonado dispuesta a unos 10-15 metros. Para ello, se utiliza un cubilote que primero es transportado con una carretilla elevadora manual hasta dentro del laboratorio, donde el puente grúa eleva el cubilote y lo lleva hasta la zona de hormigonado.

En primer lugar, se vierte el hormigón en la zona del dintel con la amasada de 87 litros. Debido a la poca trabajabilidad que presenta, se le ayuda al paso entre las armaduras con las barras de picar y con el vibrador de 5 cm de diámetro. En todo momento se debe cuidar que no quedan coqueras y que no se dañan las galgas. Finalmente, se enrasa con la llana para un buen acabado y se hormigonan y compactan dos probetas cilíndricas de control. Después, se procede de igual forma para el hormigonado de los pilares. Se debe garantizar un correcto vibrado en la zona de unión de las dos amasadas para homogeneizar.

El vibrado se prolonga hasta que dejan de aparecer burbujas de aire en superficie. Si éste se alarga demasiado, puede dar lugar a la segregación de los componentes del hormigón.

Se han realizado un total de 5 probetas de control: 2 probetas de la amasada de 87 litros y 3 probetas de la amasada de 65 litros. Dichas probetas se han ensayado a compresión simple a 28 días. En posteriores capítulos analizaremos los resultados obtenidos.

El último paso es cubrir la estructura hormigonada con plásticos para el correcto curado de la pieza.

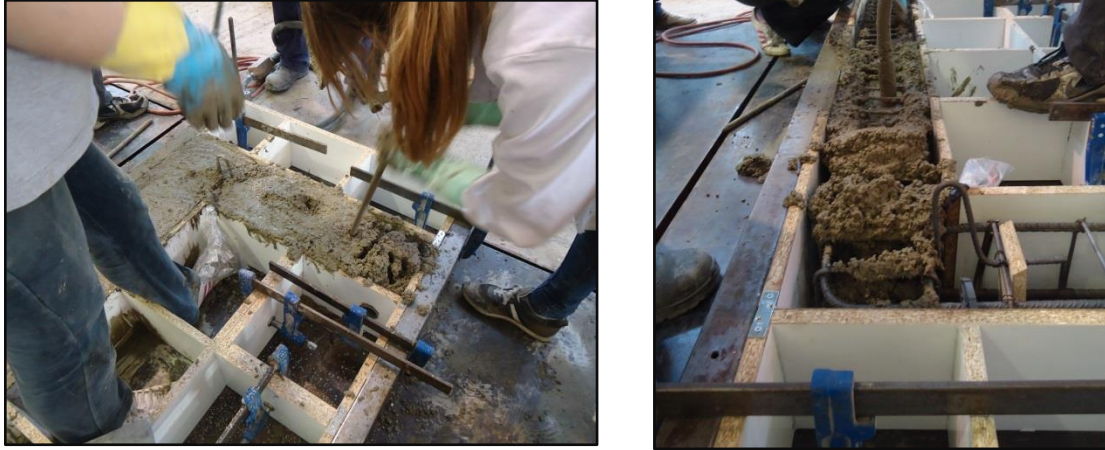


Fig 3.5.1 Hormigonado de la estructura

### 3.6 Desencofrado

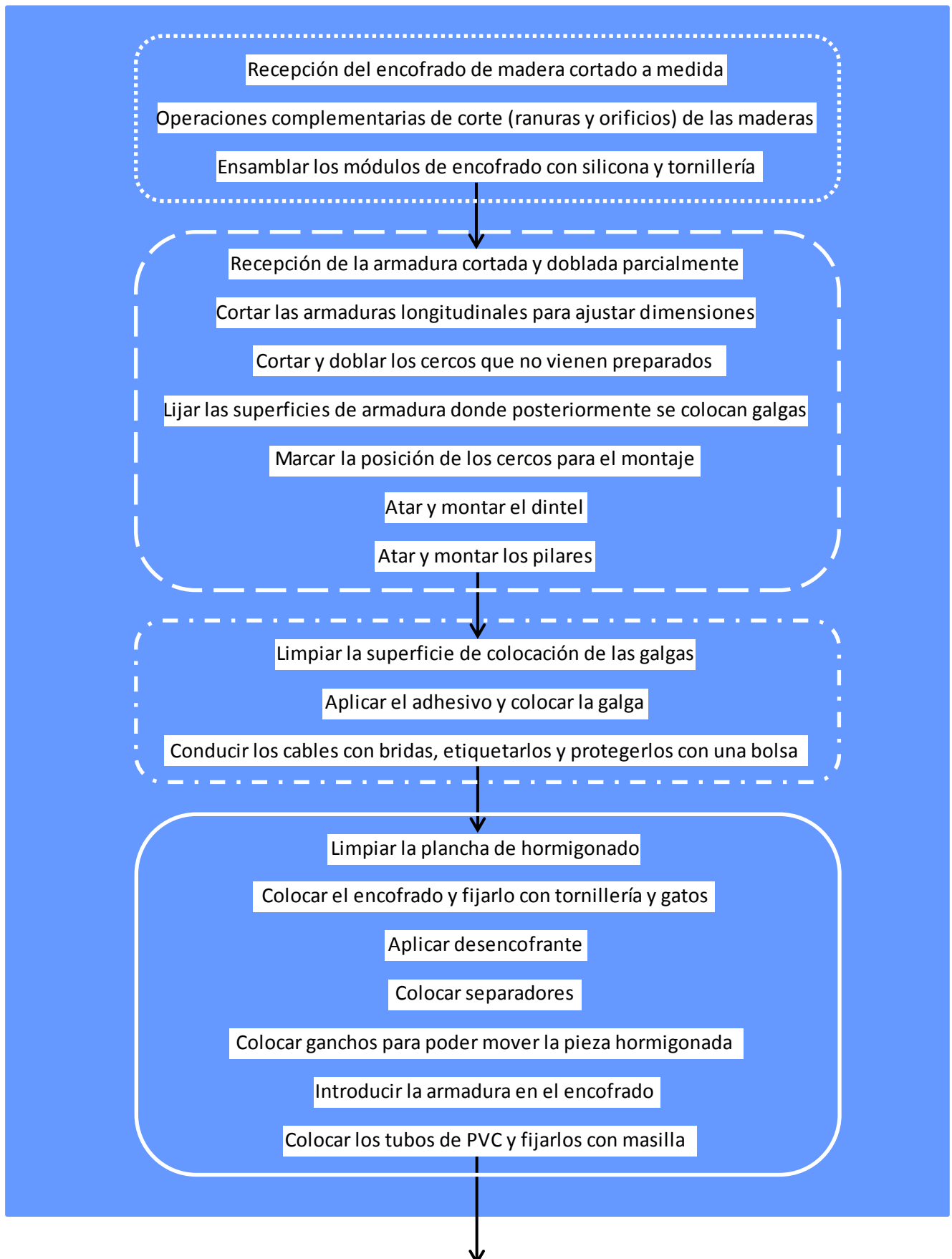
Cuando han transcurrido 24 horas desde el hormigonado, se desencofra la pieza. En primer lugar se aflojan los perfiles metálicos de la plancha de hormigonado, y a continuación se quitan los gatos. Después se desatornillan las pletinas metálicas que unen los módulos, y ayudándonos de un martillo se va desmoldando.

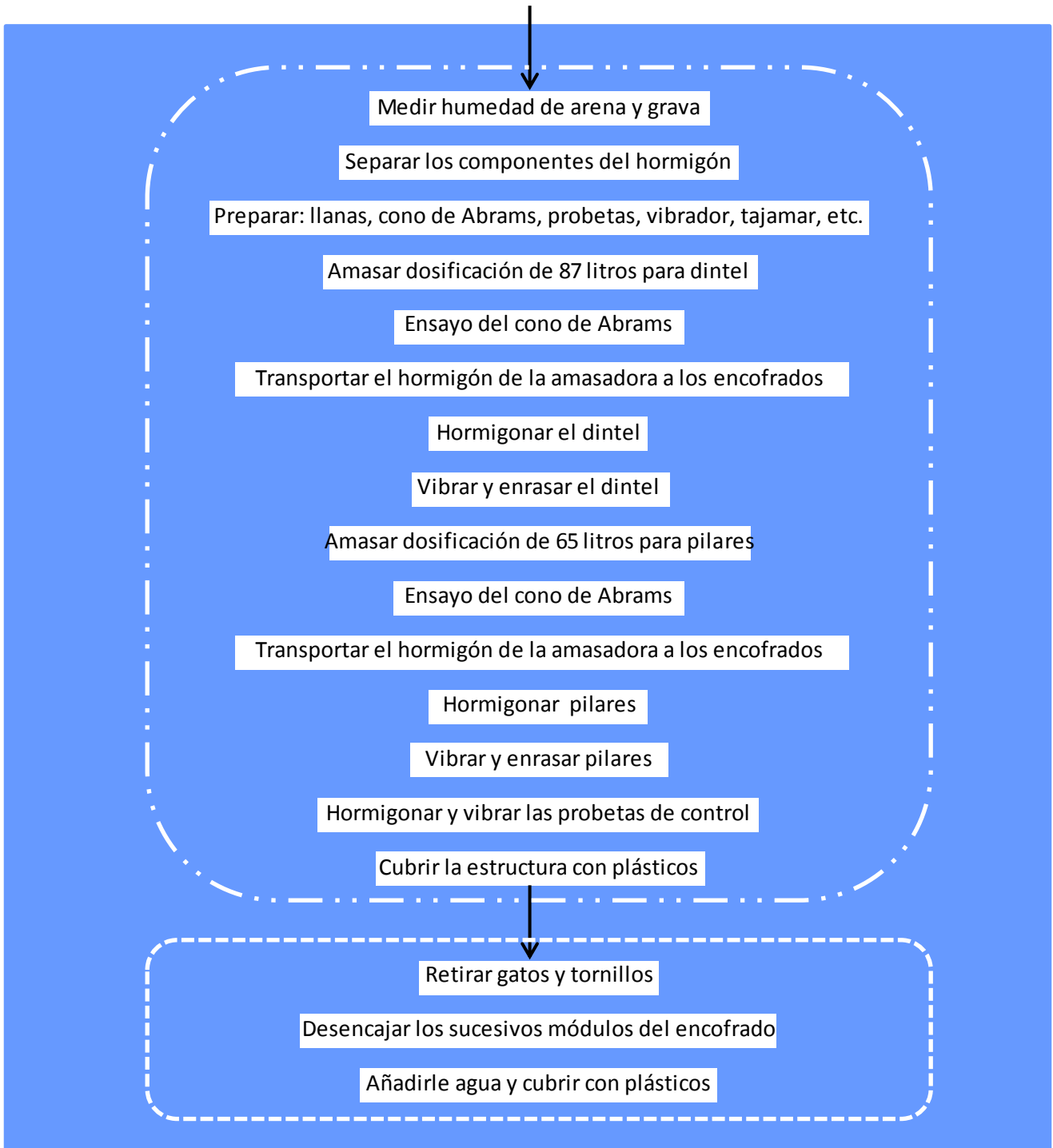
Es muy importante el orden de desencofrado para poder recuperar todos los moldes. Lo primero que se retira son las piezas sueltas (D, E). También son fácilmente recuperables los módulos A, que simplemente moviéndolos hacia el exterior del elemento consiguen desencajarse del tubo de PVC que previamente se fijó con masilla. La parte más complicada es la zona interior. Primero se retira el módulo C hacia arriba y por último, los módulos B que también deben desencajarse del tubo de PVC.

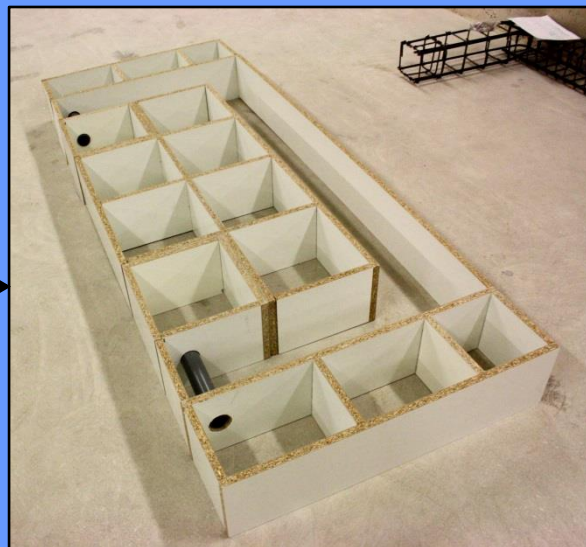
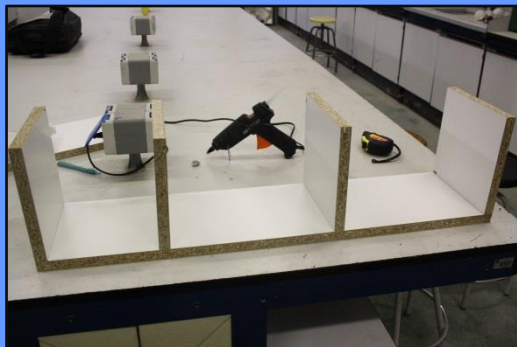
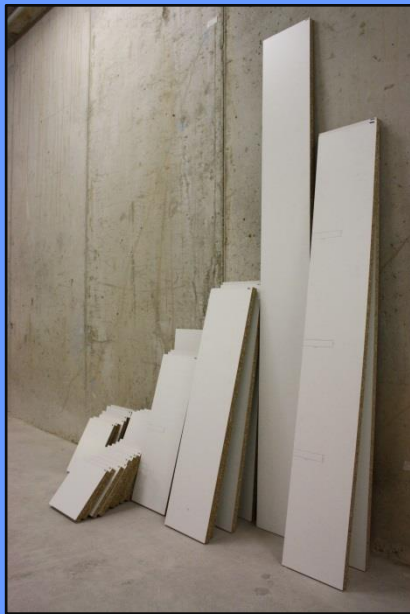
Una vez desencofrada la pieza, se le añade agua para continuar el curado y se vuelve a cubrir con plásticos.

A continuación, se exponen esquemáticamente las distintas fases del proceso constructivo acompañadas de un reportaje fotográfico detallado.

### PROCESO CONSTRUCTIVO

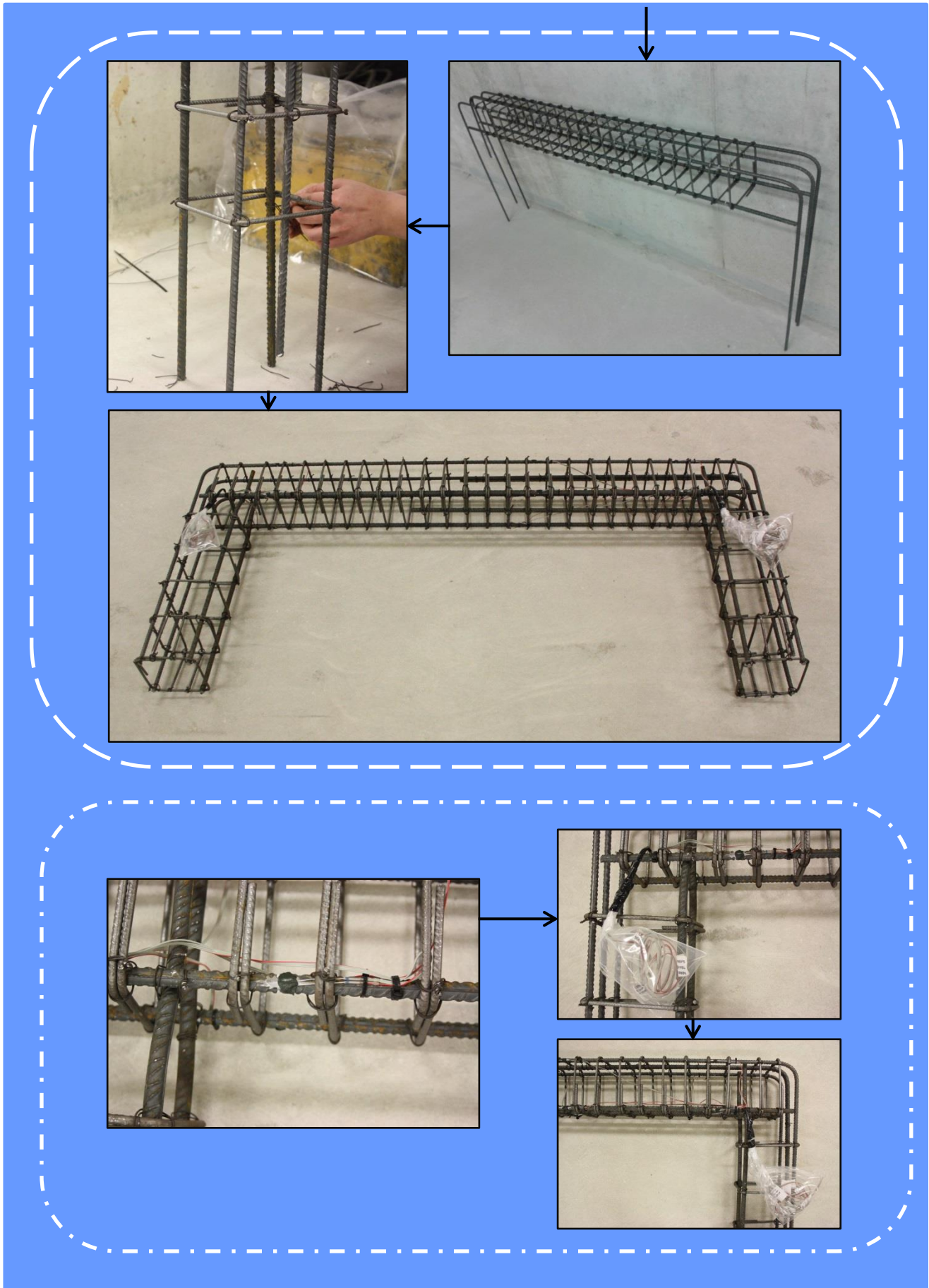








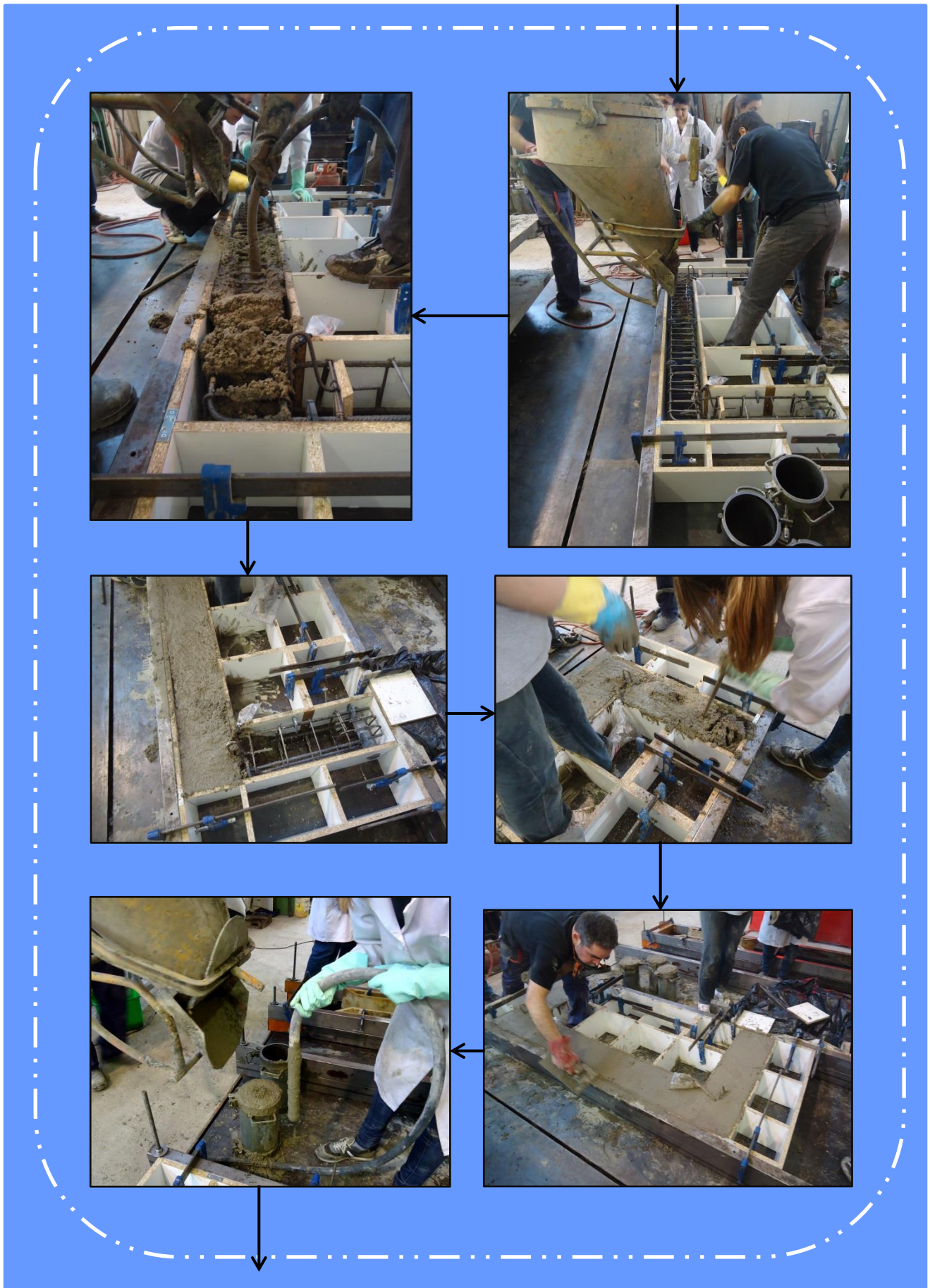


















## CAPÍTULO 4

---

### *Procedimiento de ensayo*

En este capítulo se describe el procedimiento de ensayo de la estructura tipo pórtico, desde la colocación de la instrumentación hasta la configuración final del ensayo, pasando por el control de calidad de los materiales. El capítulo concluye con un amplio reportaje fotográfico que describe el proceso con detalle.

*Autores: Beatriz Cabañero Escudero; Begoña Martínez Jaen*



## 4. Procedimiento de ensayo

### 4.1 Preparación del pórtico de ensayo

Como ya se ha comentado en el diseño geométrico de la pieza, la carga está descentrada con respecto al eje de simetría de la pieza, a 25 cm del eje. Por tanto, la pieza apoya asimétricamente. (Ver plano n° 7)

En primer lugar, se colocan los apoyos fijos del pórtico de ensayo necesarios en función de la luz que se quiere salvar, en este caso 1,5 metros. Estos apoyos fijos se aprietan al resto del pórtico para evitar movimientos durante el ensayo. No obstante, aunque el pórtico se presuponga rígido, se mueve al aplicar la carga a la probeta.

Después, se colocan las placas metálicas en las cuales apoya la pieza y se sujetan a los apoyos fijos del pórtico de ensayo mediante gatos.

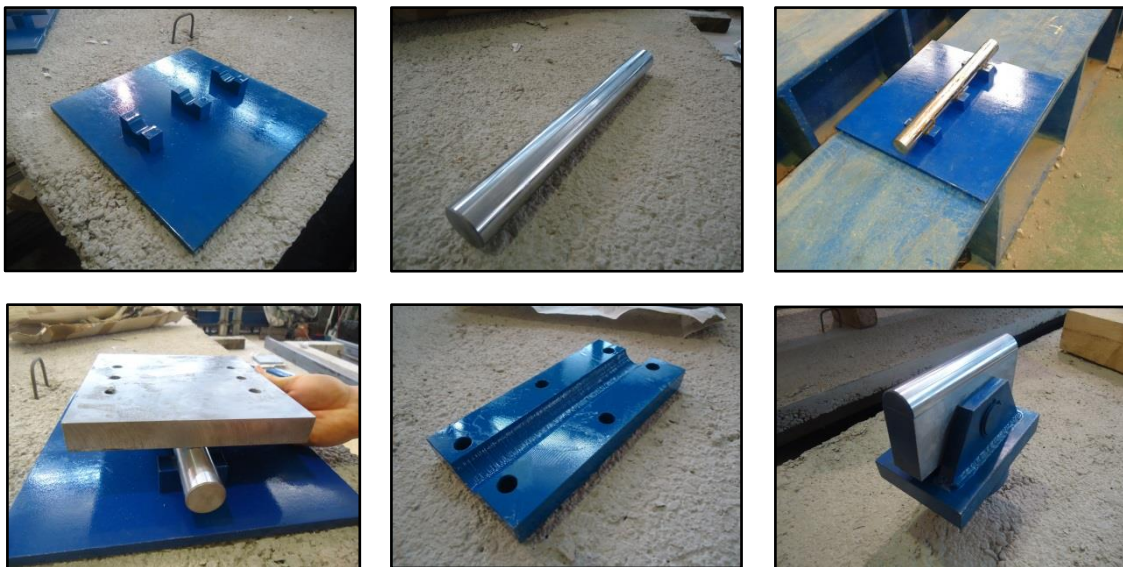


Fig 4.1.1 Aparatos auxiliares para el ensayo

Las placas metálicas son idénticas en ambos apoyos, estando formadas por: placa inferior con ranura para albergar un cilindro, cilindro de acero pulido sobre el que desliza la pieza y placa superior que se atornilla a la probeta. Para facilitar ese deslizamiento entre las piezas se ha aplicado grasa lubricante.

Finalmente, el gato aplica la carga a través de una pieza metálica con forma de cuchillo basculante para que, ante posibles movimientos imprevistos de la probeta, esta pieza se ajuste transversalmente y así asegurar que la carga se aplica uniformemente.

Este cuchillo basculante se encaja en otra pieza metálica ranurada, que igualmente se atornilla a la probeta. En el contacto entre esta pieza y el cuchillo basculante debe existir una cierta fricción. Esto se consigue pues la superficie de la ranura no está pulida sino que presenta irregularidades.

#### **4.2 Preparación de la estructura tipo pórtico a ensayar**

Para la realización del ensayo se colocan algunos elementos auxiliares a la estructura, tales como: placas de apoyo y barra de acero de 32 mm.

La barra de acero de 32 mm de diámetro es lo primero que se coloca, ya que ésta colaborará a la hora de elevar la pieza con el puente grúa. En primer lugar, se corta el tubo de PVC sobrante a ambos lados para poder enroscar las tuercas. Además, la barra debe estar centrada con respecto al tubo de PVC que la rodea, es decir, en la posición para la cual se diseñó. Para ello, se han colocado cuatro tacos de neopreno entre la barra y el tubo. Después, se han colocado unas arandelas de diámetro superior al tubo y se han apretado con una tuerca y una contratuerca para evitar que se afloje durante la manipulación y el ensayo. También se han colocado dos galgas extensiométricas de acero centradas en la barra de 32 mm, como se verá en el apartado de instrumentación.

A continuación, se ha elevado el elemento estructural con ayuda de unas bragas enganchadas al puente grúa y se ha colocado la pieza invertida. En esta posición se han realizado los taladros en el hormigón para posteriormente poder atornillar las placas metálicas. Los agujeros se han ejecutado con un taladro eléctrico y una broca de 12 mm teniendo las placas metálicas en todo momento en su posición definitiva, ya que pequeñas desviaciones pueden provocar que después no encajen los tornillos. Por último, se han atornillado las placas con tornillos para hormigón con taco.

Después, se le ha dado la vuelta al pórtico biarticulado con ayuda de cadenas, bragas y eslingas enganchadas al puente grúa y se ha taladrado y atornillado la placa metálica sobre la que se aplicará la carga en la parte superior, procediendo de igual forma.

#### **4.3 Posicionamiento de la estructura en el pórtico de ensayo**

Una vez se tienen preparados el pórtico de ensayo y el elemento estructural a ensayar, con las correspondientes placas de apoyo, sólo queda posicionar la pieza. Con la ayuda del pórtico grúa, que sujeta la estructura con dos bragas, se coloca sobre los rodillos dispuestos en el pórtico de ensayo lo más centrada posible. Seguidamente, para evitar que deslice hasta el momento del ensayo, se baja el cuchillo basculante y se encaja en la ranura de la placa de apoyo.

Tras haber centrado la pieza tanto longitudinal como transversalmente, se han colocado unos tacos de madera delante y detrás de ambos soportes, sujetos con gatos a los apoyos fijos del pórtico de ensayo. Estos tacos tienen la función de impedir que la pieza se desplace o gire en el plano transversal (el perpendicular a la pieza) durante el ensayo. Este movimiento que, en principio, no se iba a producir, se da porque las superficies de hormigón donde se han atornillado las placas metálicas no son perfectamente horizontales.

A falta de colocar la instrumentación, el pórtico y la probeta están preparados para la realización del ensayo.

#### **4.4 Instrumentación**

##### **4.4.1 Galgas extensiométricas de acero**

Anteriormente, se ha visto cómo se colocan las galgas en la armadura. Ahora, se va a definir qué son, cómo funcionan y en qué secciones se han colocado.

Una galga extensiométrica es un sensor que hace una lectura directa de deformaciones longitudinales en cierto punto. Cuando un esfuerzo deforma a la galga produce una variación en su resistencia eléctrica, esta variación puede ser por el cambio de longitud, el cambio originado en la sección o el cambio generado en la resistividad. La galga se adhiere al objeto cuya deformación se quiere estudiar mediante un adhesivo. Existen también características que dependen de la fabricación de la galga, por ejemplo, el factor de la galga, este indica la sensibilidad que tiene el sensor. En este caso, el factor de la galga proporcionado por el suministrador es  $K = 1,91$ .

También es muy importante seleccionar el tipo de galga para obtener unos resultados fiables y precisos en función del rango de esfuerzos en el que se está trabajando.

Las secciones en las cuales se han colocado galgas han sido: dos secciones próximas a los nudos y una tercera sección cerca del punto de aplicación de la carga, pero no exactamente en esa vertical porque las fisuras pueden dañar la galga.

Se ha dispuesto un total de 12 galgas extensiométricas en tres secciones de la pieza (*Ver plano n° 9*). En cada sección se disponen 4 galgas, dos en la armadura superior y otras dos en la armadura inferior (en las caras frontal y trasera).

Además, se han colocado dos galgas en la barra de 32 mm de diámetro, una en la cara frontal y otra en la trasera para medir la deformación de dicha barra.

##### **4.4.2 Captadores de desplazamiento**

Para medir el desplazamiento relativo de la estructura tipo pórtico respecto a unos puntos de coordenadas conocidas se han utilizado 12 captadores de desplazamiento.

Se han dispuesto dos tipos de captadores de desplazamiento, de 50 y 150 mm, todos ellos provistos de un muelle para acompañar a la pieza en cada punto.



Fig 4.4.2.1 Captadores de desplazamiento

<b>Identificación</b>	<b>Tipo de captador (mm)</b>
CH1	50
CH2	50
CH3	50
CH4	50
CV1	50
CV2	50
CV3	150
CV4	50
CV5	150
CV6	50
CV7	50
CH auxiliar	150

Tabla 4.4.2.1 Desplazamiento máximo de captadores

De los 12 captadores de desplazamiento, 4 de ellos se han colocado a la altura del eje de la barra de 32 mm en ambos apoyos (uno vertical y otro horizontal en cada pie), otros 4 en los extremos del dintel, 2 captadores verticales más a lo largo de la viga (a ambos lados de la carga), 1 captador colocado en la placa horizontal del cuchillo basculante registra el desplazamiento del gato y por último, un captador horizontal auxiliar registra el posible desplazamiento transversal de la probeta debido a posibles imperfecciones geométricas o a la inestabilidad lateral de la misma.

Los soportes de los captadores deben ser muy rígidos para que los registros sean precisos y los captadores no se muevan durante el ensayo. En este caso, se han empleado unas bases pesadas con cuatro orificios a las cuales se les ha enroscado 3 barras de 32 mm, para tener tres puntos de apoyo y poder equilibrarlas según la superficie de apoyo (bastante irregular). Con la ayuda de barras auxiliares unidas con nueces dobles de distintos tamaños, se ha completado la instrumentación.

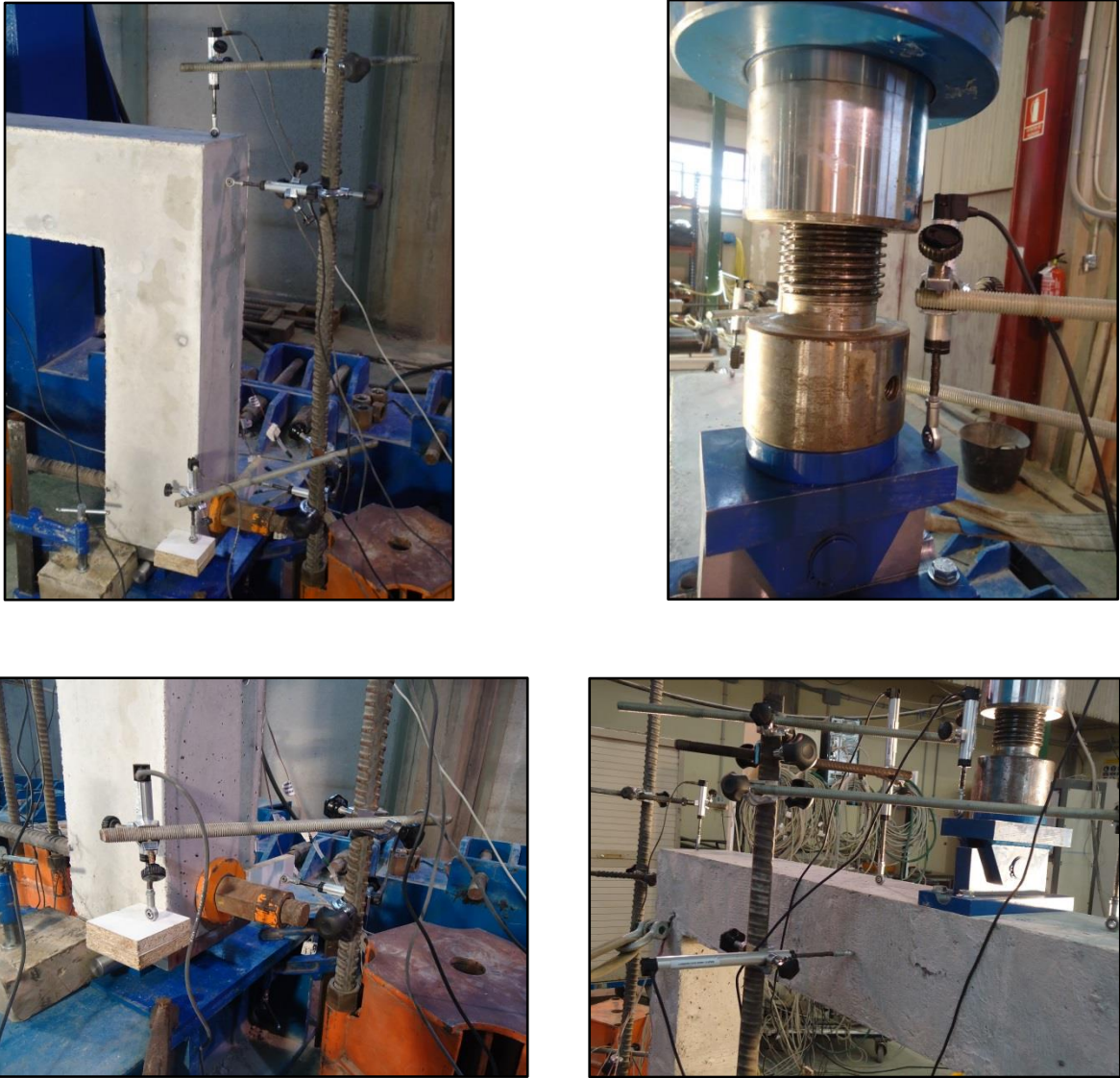


Fig 4.4.2.2 Colocación de captadores

#### 4.4.3 Fotogrametría

La fotogrametría es la técnica de determinar el tamaño y la forma de los objetos, a partir de un análisis de las imágenes registradas con películas, o mediante medios electrónicos.

En este caso, se ha dispuesto una cámara digital que abarca la parte izquierda del dintel y la zona de debajo de la carga, ya que esa zona es una región D y se tiene mayor incertidumbre, y realiza una foto por segundo durante todo el ensayo. Se ha sincronizado la hora de la cámara con la del ordenador que registra los resultados del ensayo para poder extraer información complementaria acerca de las fisuras, desplazamientos, etc. También se han colocado dos focos para una mayor calidad de las imágenes.

Una vez registradas las imágenes, se corrige la distorsión que se produce en la zona exterior de las fotografías. La fotogrametría proporciona información que complementa a los resultados obtenidos visualmente, y a través de los captadores y las galgas.

#### **4.4.4 Registro de datos**

El último paso previo al ensayo consiste en conectar todos los captadores de desplazamiento y las galgas extensiométricas, identificadas previamente, al ordenador que va a registrar los resultados.

Durante la realización del ensayo se pueden visualizar algunas gráficas de lo que ocurre en tiempo real para controlar en todo momento el ensayo. En este caso, se han seleccionado 6 gráficas que registran:

- Captador auxiliar para detectar el posible desplazamiento transversal de la probeta.
- Captadores CH1 y CH4 para ver los desplazamientos horizontales de los apoyos.
- Captadores CV2, CV3, CV4, CV5, CV6 para conocer el desplazamiento de cada punto a lo largo del dintel.
- Captadores CH2 y CH3 para visualizar el desplazamiento horizontal del dintel.
- Galgas de la barra de 32 mm para ver cuánto trabaja.
- Galgas GD1, GD2, GD3, GD4, GD5, GD6 para conocer las deformaciones de las barras.

#### **4.5 Configuración del ensayo**

A los 28 días de haber fabricado la probeta se realiza el ensayo. En primer lugar, se aplica una carga vertical creciente. La pieza, tras unos primeros ajustes, entra en carga a los 300 kilogramos. Cuando se alcanzan las 60 kN, se detiene el ensayo y se miden las fisuras aparecidas.

A continuación, se descarga y se reinicia el ensayo, ahora para llegar hasta rotura. Esta vez, la pieza empieza a trabajar a los 500 kilogramos. En los siguientes capítulos, se verá la formación de rótulas plásticas y el comportamiento detallado del pórtico. Por último, la carga alcanza las 244 kN y a partir de ahí la carga disminuye y la probeta se sigue deformando. Se realiza la descarga y recuperación. El cuchillo ha experimentado un descenso total de 15 mm.



Fig 4.5.1 Colocación del elemento en el pórtico de ensayo



Fig 4.5.2 Registro de datos



## 4.6 Control de calidad de los materiales

### 4.6.1 Hormigón

El día anterior a la realización del ensayo, se refrentan las probetas cilíndricas. El refrentado se realiza con un mortero de azufre que proporciona una superficie horizontal uniforme.

El proceso de refrentado consiste en poner en el plato del dispositivo de refrentar una cantidad suficiente de azufre líquido. Inmediatamente después, con ayuda de unas guías del dispositivo de refrentar se coloca la probeta sobre éste presionándola en sentido descendente y contra el soporte perpendicular del dispositivo. Trascorridos 45 segundos, el mortero de azufre ha endurecido lo suficiente para proceder al desmoldado de la probeta. Esta operación se efectúa golpeando ligeramente el contorno del plato con un martillo ligero. A continuación, se extrae la probeta del dispositivo.

Una vez refrentadas las probetas de control, se puede realizar el ensayo a compresión simple. Como ya se ha comentado anteriormente, se han realizado 3 probetas de la amasada de 65 litros, de las cuales se obtendrá la tensión de rotura a compresión y el módulo de deformación de dos de ellas. Por otro lado, de las 2 probetas realizadas de la amasada de 87 litros, se va a obtener el módulo de una de ellas y la tensión de rotura de ambas.

Los resultados obtenidos han sido:

- Amasada de 87 litros

<b>Parámetros</b>	<b>Probeta 1</b>	<b>Probeta 2</b>	<b>MEDIA</b>
<i>Resistencia máxima (MPa)</i>	40,937	41,47	41,2
<i>Módulo de elasticidad (MPa)</i>	28000	-	28000

Tabla 4.6.1.1 Resultados amasada 87l



Fig 4.6.1.1 Probetas de control amasada 87l

- Amasada de 65 litros

<b>Parámetros</b>	<b>Probeta 1</b>	<b>Probeta 2</b>	<b>Probeta 3</b>	<b>MEDIA</b>
Resistencia máxima (MPa)	35,938	42,359	41,61	41,98
Módulo de elasticidad (MPa)	-	28500	28000	28250

Tabla 4.6.1.2 Resultados amasada 65l

En la amasada de 65 litros, se detectó que la probeta 1 tenía grandes coqueras y no estaba en buen estado, por tanto los resultados obtenidos de esta probeta se han despreciado y no se han tenido en cuenta para la media.



Fig 4.6.1.2 Probetas de control amasada 65l

#### 4.6.2 Acero

A continuación, se va a describir el control de calidad del acero a través de los resultados obtenidos del ensayo de tracción.

Para la realización del ensayo es necesario realizar unas marcas en las barras con una sierra manual separadas una distancia de  $5\Phi$  en un lado de la barra, y en el otro lado, la marca se realiza a tres bolillo para que en caso de que la armadura rompa por una de las marcas, tengamos otras de referencia. Estas marcas posteriormente servirán para medir alargamientos. Se ensayan tres barras de cada diámetro nominal.

El ensayo consiste en colocar la barra en posición vertical abrazada por dos mordazas. Dichas mordazas son las que van a traccionar la barra. Además, se han colocado dos captadores: uno de 100 mm de medición, presente a lo largo de todo el ensayo y el otro de 50 mm, que es más preciso pero en un cierto momento se debe retirar para que no se detenga el ensayo por falta de lectura.

Una vez realizado el ensayo se miden las distancias entre las marcas realizadas con la sierra: en la zona de rotura, para determinar el alargamiento en rotura, y en una zona alejada de la rotura y de la marca de las mordazas, para medir el alargamiento bajo carga máxima.

En primer lugar, se han realizado los ensayos de las barras de 6, 10 y 12 mm de diámetro, con una velocidad de ensayo de 10 MPa/s, y los resultados obtenidos tras su procesado con una hoja excel han sido:

- Diámetro 6 mm

Longitud (m)	0,599
Peso (g)	129,65
Sección equivalente (mm)	5,92506447

Tabla 4.6.2.1 Sección equivalente barra diámetro 6 mm

Parámetros medios:

Barra-1	Barra-2	Barra-3	Media	
195001,76	194802,44	227819,69	205874,63	Módulo de deformación (MPa)
0,0026	0,0026	0,0022	0,0024	Deformación de plastificación
0,0020	0,0020	0,0020	0,0020	Deformación plástica del límite de cedencia.
500,24	501,64	500,85	500,91	Límite de cedencia (aparente) - MPa
477,13	477,17	491,42	481,91	Límite de cedencia (real) - MPa
0,0168	0,0171	0,0140	0,0160	Épsilon
531,43	533,16	533,39	532,66	Tensión para épsilon - MPa
652,86	652,10	657,68	654,22	Resistencia máxima.
0,1022	0,1709	0,1371	0,1367	Deformación correspondiente a la carga máxima.
616,27	599,56	630,16	615,33	Tensión para la deformación máxima - MPa
0,1030	0,1601	0,1382	0,1337	Deformación máxima

Tabla 4.6.2.2 Parámetros medios barra diámetro 6 mm

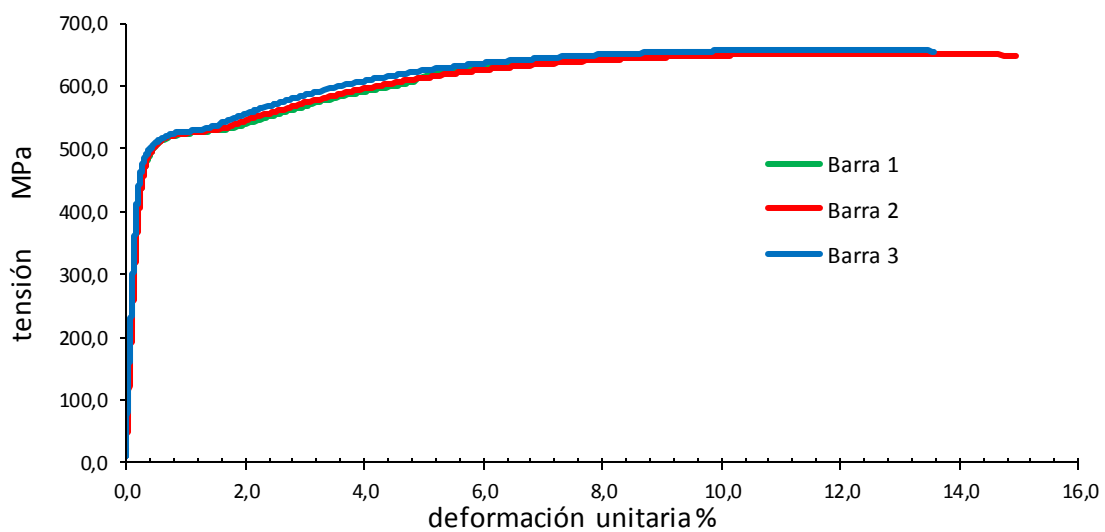


Fig 4.6.2.1 Diagrama tensión-deformación barra diámetro 6 mm

- Diámetro 10 mm

Longitud (m)	0,598
Peso (g)	362
Sección equivalente (mm)	9,90886529

Tabla 4.6.2.3 Sección equivalente barra diámetro 10 mm

Parámetros medios:

Barra-1	Barra-2	Barra-3	Media	
201798,34	-	206492,75	275821,67	Módulo de deformación (MPa)
0,0027	-	0,0027	0,0022	Deformación de plastificación
0,0020	-	0,0020	0,0020	Deformación plástica para el límite de cedencia.
543,31	-	547,38	542,43	Límite de cedencia (aparente) - MPa
547,83	-	537,46	539,59	Límite de cedencia (real) - MPa
0,0460	-	0,0340	0,0373	Épsilon
554,25	-	560,23	556,05	Tensión para épsilon - MPa
633,97	-	631,59	632,62	Resistencia máxima.
0,1282	-	0,1790	0,1389	Deformación correspondiente a la carga máxima.
621,96	-	625,01	623,06	Tensión para la deformación máxima - MPa
0,1276	-	0,1513	0,1292	Deformación máxima

\*Barra 2 defectuosa

Tabla 4.6.2.4 Parámetros medios barra 10 mm

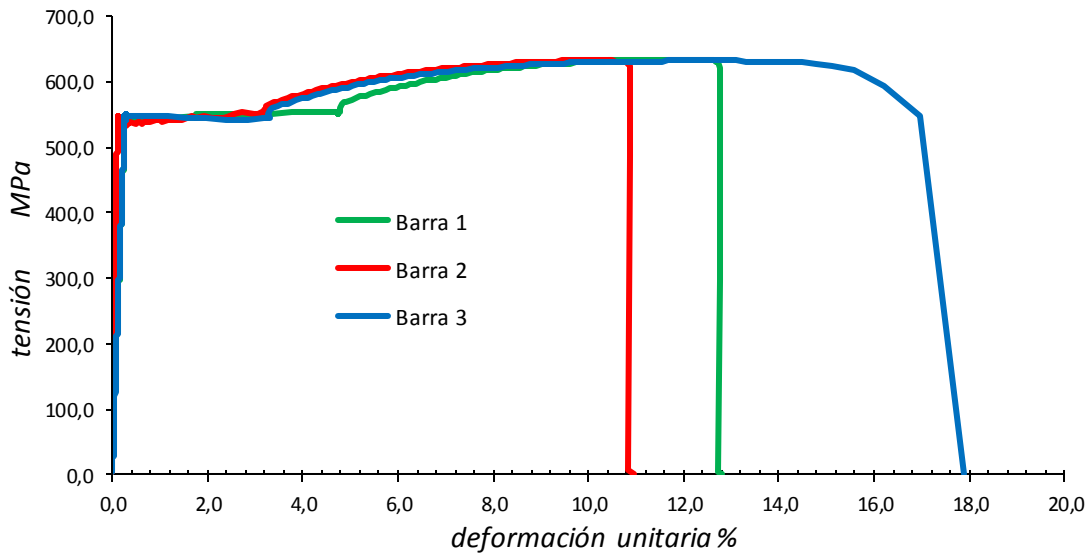


Fig 4.6.2.2 Diagrama tensión-deformación barra 10 mm

- Diámetro 12 mm

Longitud (m)	0,595
Peso (g)	520,7
Sección equivalente (mm)	11,9139435

Tabla 4.6.2.5 Sección equivalente barra diámetro 12 mm

Parámetros medios:

Barra-1	Barra-2	Barra-3	Media	
213210,97	202158,94	206134,89	207168,27	Módulo de deformación (MPa)
0,0026	0,0027	0,0026	0,0026	Deformación de plastificación
0,0020	0,0020	0,0020	0,0020	Deformación plástica para el límite de cedencia.
545,49	547,03	543,08	545,20	Límite de cedencia (aparente) - MPa
542,38	550,63	541,93	544,98	Límite de cedencia (real) - MPa
0,0270	0,0210	0,0288	0,0256	Épsilon
552,66	549,08	557,07	552,94	Tensión para épsilon - MPa
637,73	640,44	636,44	638,20	Resistencia máxima.
0,1287	0,1386	0,2165	0,1613	Deformación correspondiente a la carga máxima.
614,17	629,99	626,19	623,45	Tensión para la deformación máxima - MPa
0,1320	0,1391	0,1607	0,1439	Deformación máxima

Tabla 4.6.2.6 Parámetros medios barra diámetro 12 mm

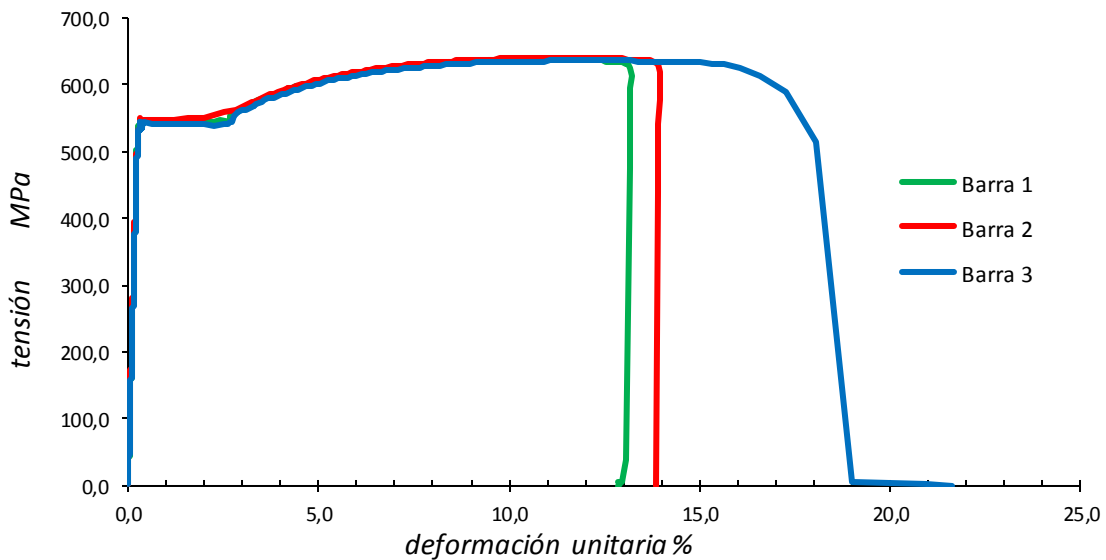


Fig 4.6.2.2 Diagrama tensión-deformación barra diámetro 12 mm

Después se ha ensayado la barra de 32 mm a una carga inferior a la de rotura para obtener el módulo de deformación. Se han realizado tres ciclos consecutivos de carga y descarga hasta alcanzar 160 kN en cada uno de ellos, con una velocidad de ensayo de 5 kN/s y 8 kN/s.

Se ha calculado la sección de la barra con el peso y la longitud de la siguiente forma:

$$\text{Longitud} = 106 \text{ mm}$$

$$\text{Peso} = 6239,6 \text{ g}$$

$$\text{Sección (cm)} = \frac{6239,6}{106 \cdot 7,85} = 7,499 \text{ cm}^2 \rightarrow \text{Diámetro} = 30,9 \text{ mm}$$

Por tanto, la velocidad es:

$$10 \text{ MPa/s} \cdot \text{sección} = 7,499 \text{ kN/s} \sim \mathbf{8 \text{ kN/s}}$$

Sin embargo, se ha observado que el ensayo es muy rápido y se ha realizado una segunda vez con una velocidad de 5 kN/s.

Los resultados obtenidos han sido:

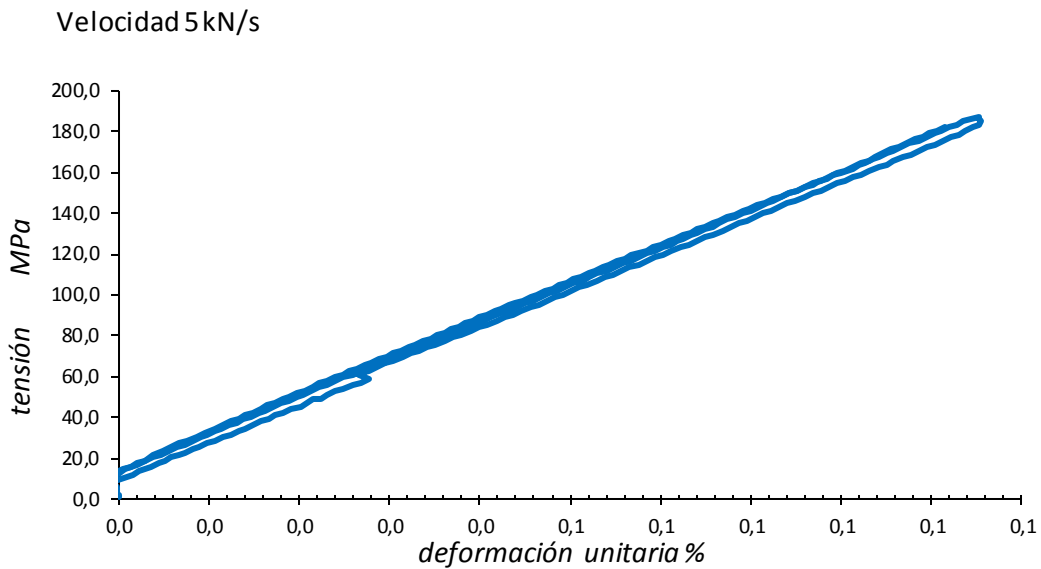


Fig 4.6.2.4 Diagrama tensión deformación con ciclos de carga barra 32 mm v=5kN/s

187628,721	Módulo 1
184415,742	Módulo 2
184676,524	Módulo 3
185573,662	MEDIA

Velocidad 8kN/s

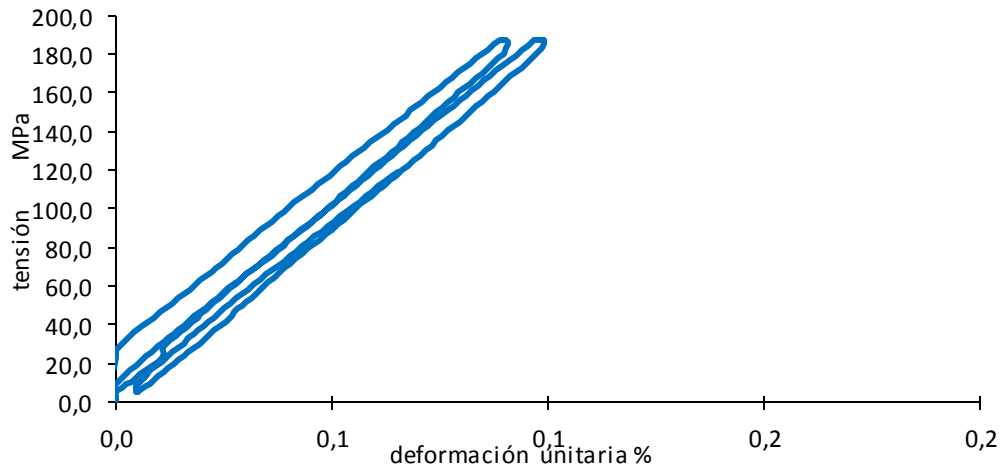


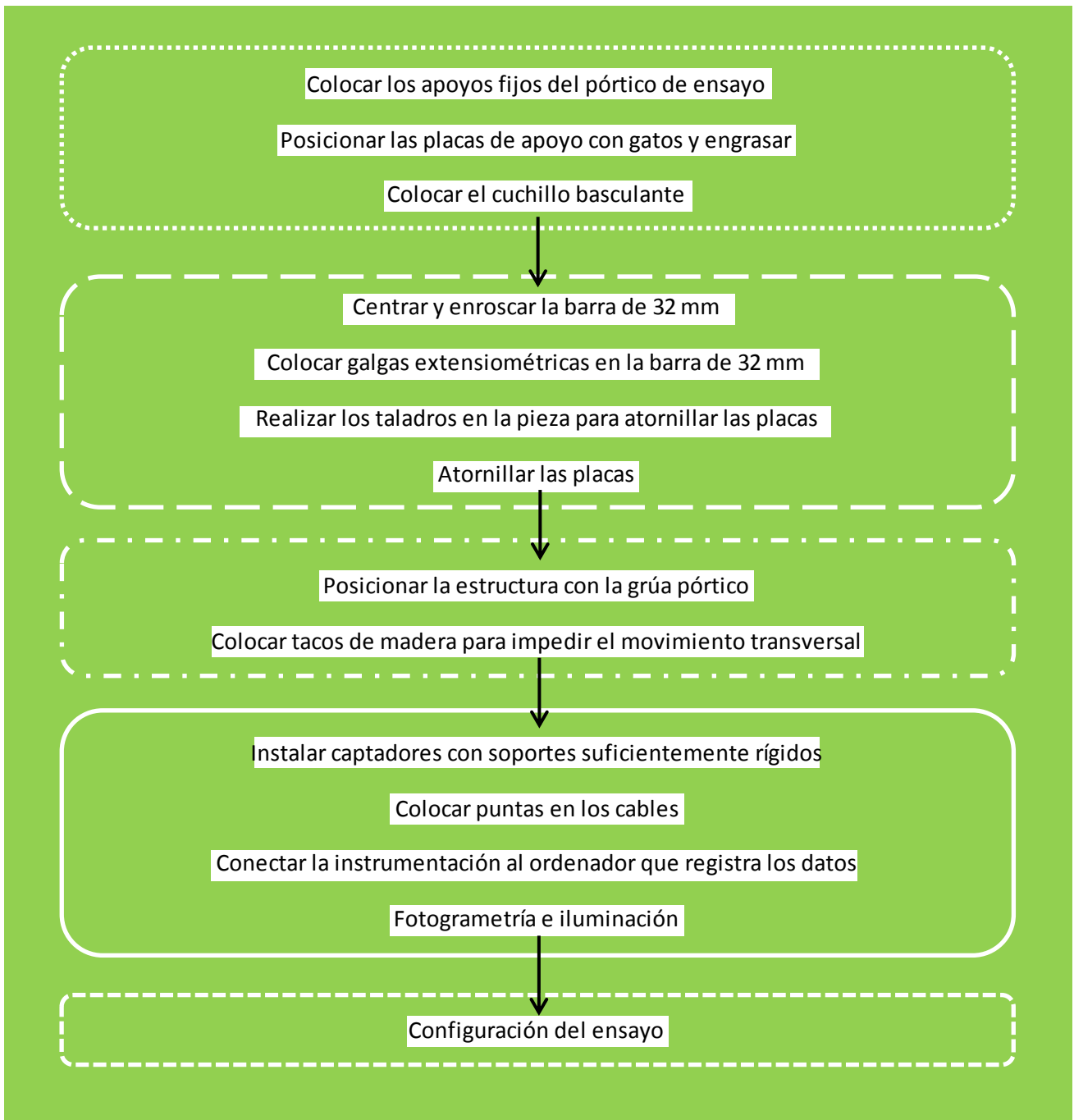
Fig 4.6.2.5 Diagrama tensión deformación con ciclos de carga barra 32 mm v=8kN/s

192940,738	Módulo 1
182813,918	Módulo 2
177767,414	Módulo 3
184507,357	MEDIA

Por tanto, el módulo elástico adoptado ha sido de 185.000 MPa

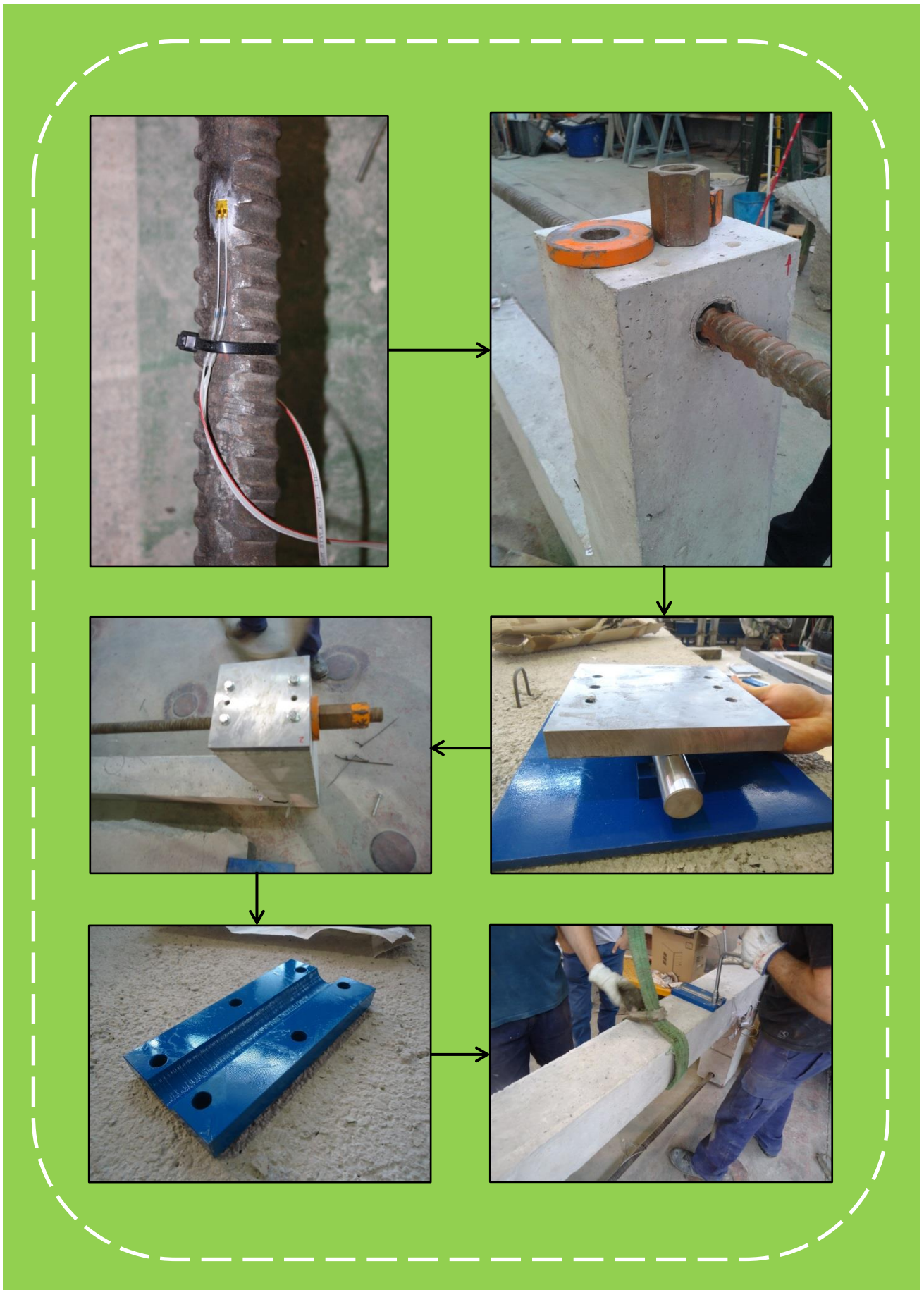
A continuación se adjunta un esquema y un reportaje fotográfico del procedimiento de ensayo y del control de calidad de los materiales

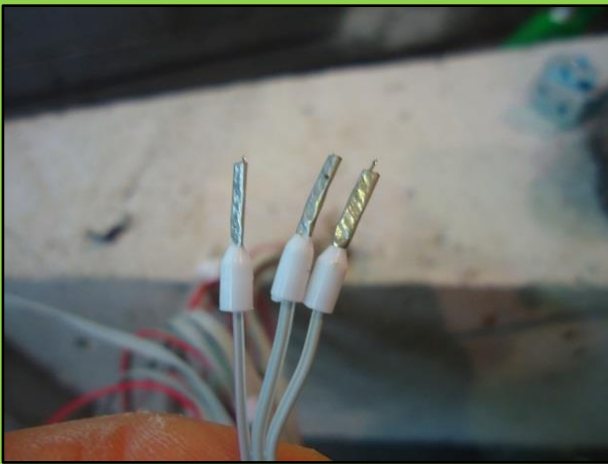
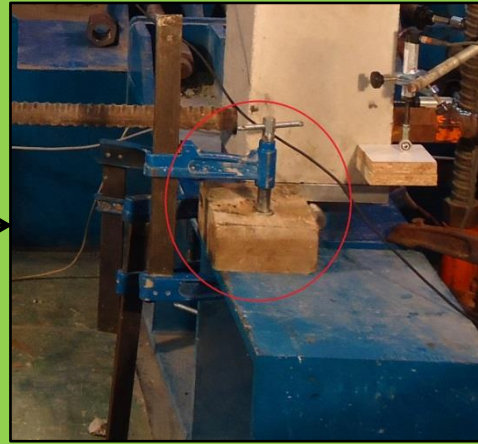
### PROCEDIMIENTO DE ENSAYO

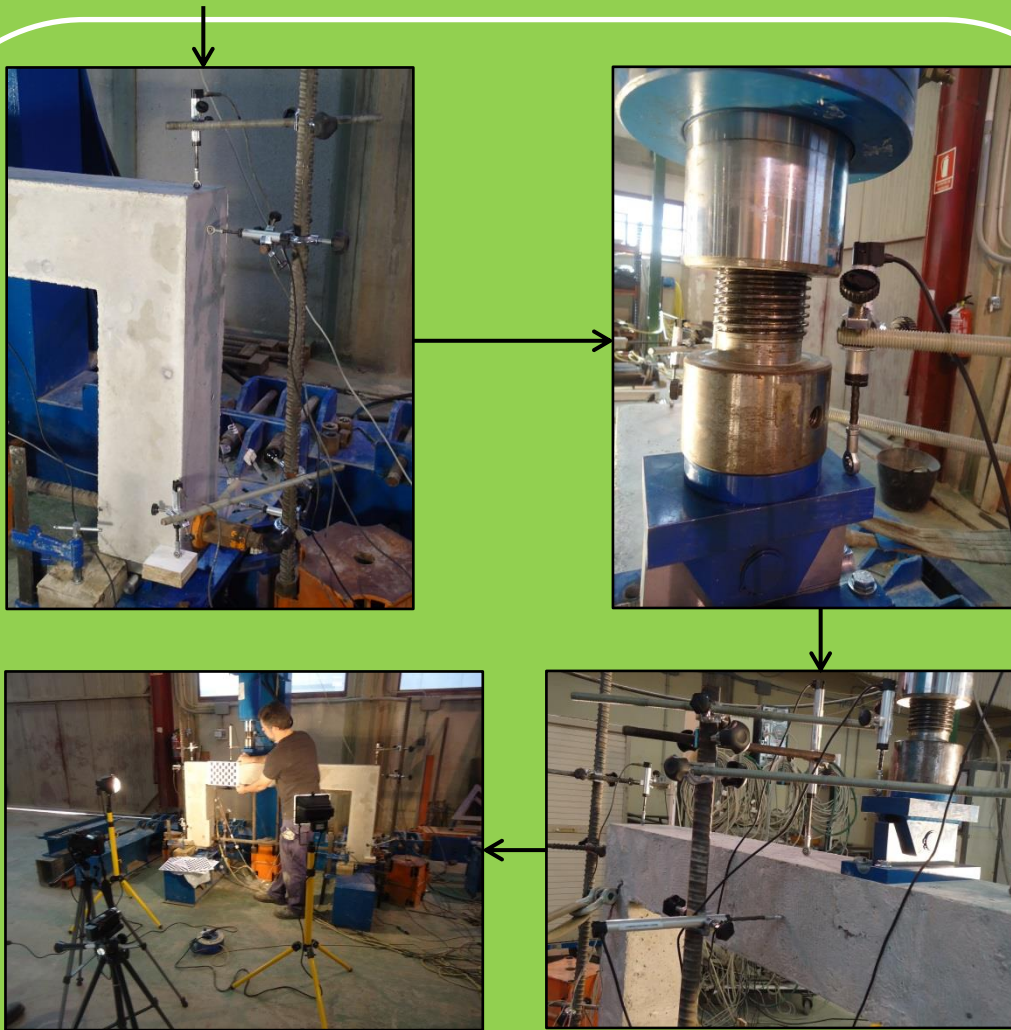












**CONTROL DE CALIDAD DE LOS MATERIALES**

Probetas cilíndricas de **hormigón**

Desmoldar las probetas

Refrentar con azufre

Colocar captadores

Realizar el ensayo a compresión simple

Analizar tipo de rotura

Barras para control de calidad del **acero**

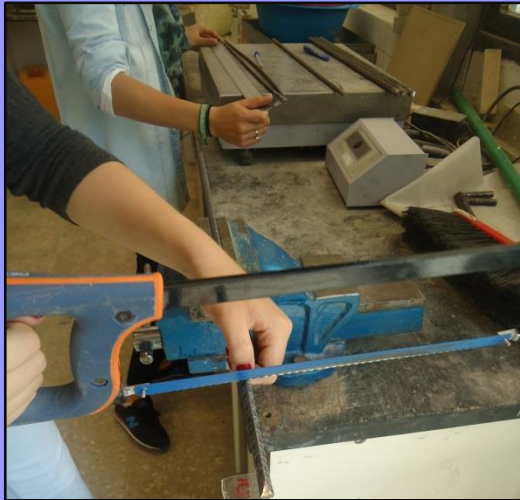
Realizar marcas con sierra cada  $5 \cdot \Phi$

Colocar barra y captadores

Realizar el ensayo de tracción

Medir alargamientos (rotura y bajo carga máxima)









## CAPÍTULO 5

---

### *Análisis experimental*

En este capítulo se muestran los resultados experimentales obtenidos tras el ensayo. En primer lugar, se describirá el proceso del ensayo mostrando el patrón de fisuración y el modelo de celosía de la viga. Posteriormente se presentarán los resultados de manera gráfica: deformaciones del acero a partir de las galgas y deformaciones del hormigón a partir de los captadores de desplazamiento. Además, también hay un apartado en el que se representan las flechas. Se incluyen en este capítulo gráficas de los esfuerzos experimentales así como de la redistribución de esfuerzos. El capítulo concluye con los diagramas momento – curvatura.

*Autor: Begoña Martínez Jaen*



## 5. Análisis de los resultados experimentales

Se plasmarán los resultados del ensayo experimental de manera gráfica. En la primera sección se explica el comportamiento del elemento estructural durante el ensayo, describiendo detalladamente todo el proceso desde el inicio hasta el final del mismo. Se mostrará el patrón de fisuración que resultó comparándolo con las fisuras que aparecieron en el elemento. En los apartados posteriores aparecen las distintas gráficas obtenidas a partir de los resultados de los captadores de desplazamiento y las galgas extensiométricas.

### 5.1 Observaciones del ensayo

#### 5.1.1 Comportamiento de la estructura tipo pórtico

El ensayo se llevó a cabo el día 13 de Mayo de 2014 y tuvo dos fases: primero se cargó hasta 60 kN aproximadamente, que correspondería a la carga en servicio, y en segundo lugar, se descargó y se volvió a cargar hasta llevar el pórtico a la rotura. Esta estructura había sido diseñada para soportar una carga de 10 toneladas, sin embargo, la carga última que se alcanzó fue 244 kN.

Una vez estaba todo preparado para comenzar, se fue aplicando la carga poco a poco para servicio. Se aumentó la carga aplicada por el pórtico de ensayo lentamente. Observando el registro de datos que se obtenía durante el proceso experimental, se detectó que a los 200-300 Kg el elemento empezaba a trabajar ya que las gráficas correspondientes a las galgas de la barra GEWI registraban datos. Se dejó la carga crecer, dejando que la estructura se estabilizase. En cuanto la carga se aproximaba a las 60 kN correspondientes de servicio, se paró el ensayo manteniéndose la carga aplicada en el pórtico. En este momento, el pórtico se encontraba ligeramente fisurado, contando con varias fisuras distribuidas a lo largo de toda la pieza. Se procedió a estudiar las fisuras existentes.

Se apreció que existían 6 fisuras, más o menos visibles, en función de la zona donde se encontraban. Se midieron estas fisuras con un fisurómetro. En la figura se muestra la posición de estas fisuras, las cuales se describirán a continuación.

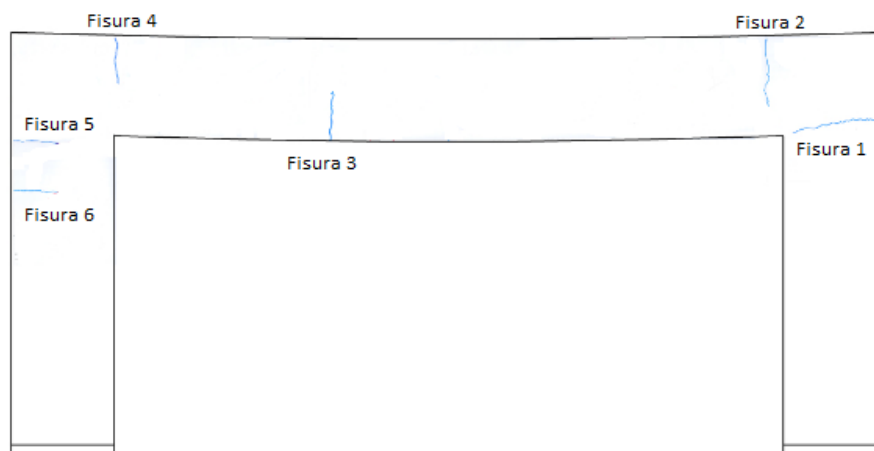


Fig 5.1.1.1 Fisuras en Estado Límite de Servicio

- *Fisura 1.* Esta fue la primera en aparecer, en la zona del nudo derecho y a una distancia de la cara superior de 16,5 centímetros. Esta fisura era de flexión, ya que era perpendicular al eje del soporte. Tenía longitud de 14,5 centímetros, atravesaba prácticamente el nudo entero horizontalmente. La abertura de fisura que se midió fue de casi 0,05 milímetros. Esta fisura fue la más grande de las que aparecieron hasta este instante y se podían ver a simple vista.



Fig 5.1.1.1.a Fisura 1 ELS

- *Fisura 2.* Apareció también en el nudo derecho, esta vez en la zona de la viga, a una distancia de la cara derecha de 22,5 centímetros. La longitud fue de 9,2 centímetros en vertical con una abertura menor 0,05 milímetros, que era la abertura de fisura mínima posible de medir con el fisurómetro. Tenía una magnitud inferior a la anterior, pero se apreciaba fácilmente a simple vista. Esta fisura también era de flexión.



Fig 5.1.1.1.b Fisura 2 ELS

- *Fisura 3.* Fisura que estaba situada en la zona de debajo de la carga, en el plano inferior. Fue una fisura claramente de flexión, totalmente vertical. Estaba situada a 63 cm de a cara izquierda y tenía 8,2 centímetros de longitud. La abertura fue bastante menor que las dos anteriores, midiendo menos de 0,05 mm. Se apreciaba con bastante dificultad ya que no había empezado a desarrollarse plenamente.

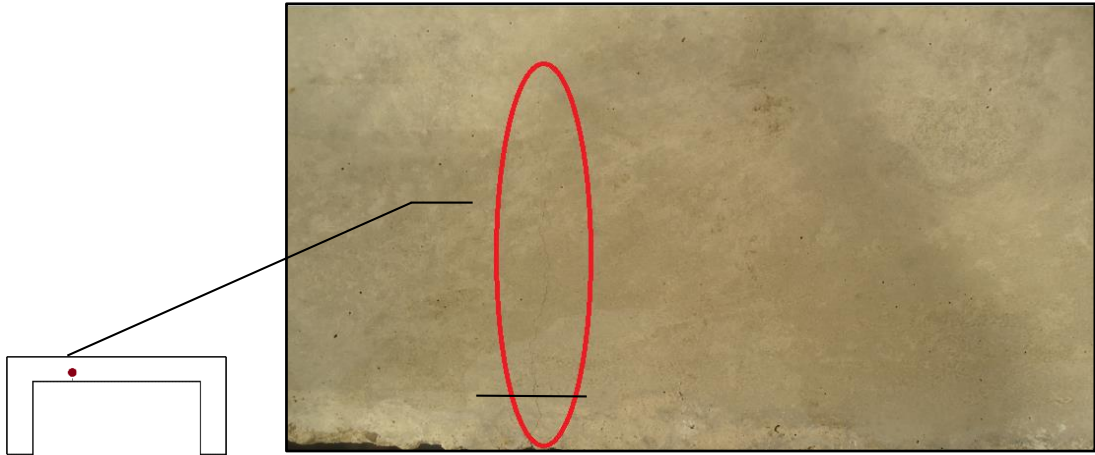


Fig 5.1.1.1.c Fisura 3 ELS

- *Fisura 4.* Al igual que la fisura 2, ésta apareció en la misma zona pero del nudo izquierdo. Era totalmente vertical, con una longitud de 7,5 centímetros situada a 21 cm del plano izquierdo del pórtico. Tuvo bastante menor abertura, menos de 0,05 milímetros y al igual que las anteriores, se produjo por flexión.

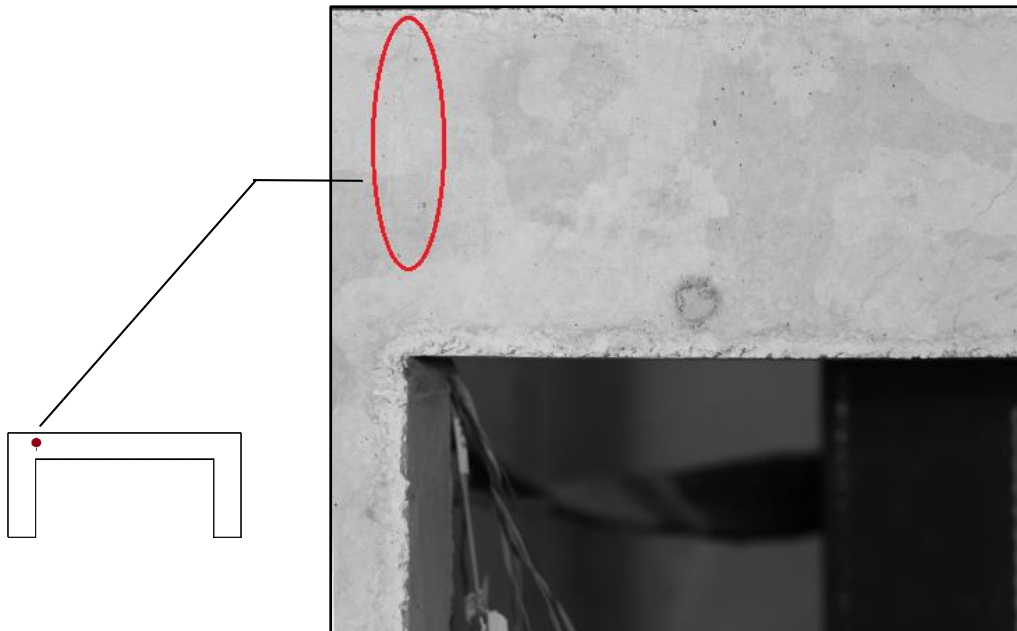
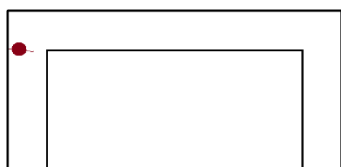
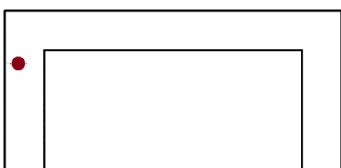


Fig 5.1.1.1.d Fisura 4 ELS

- *Fisura 5.* Esta fisura apareció de manera horizontal en el nudo izquierdo, en la misma posición que la fisura 1 pero en el lado contrario. Se produjo por flexión y estaba situada a 21, cm del borde superior con una longitud de 8,1 centímetros. Esta fisura no fue tan importante como la 1, ya que fue de menor tamaño, midiendo menos de 0,05 mm con el fisurómetro. De esta fisura no se tiene imagen real en la parada de servicio. De todos modos, al final de este apartado se mostrarán imágenes de todas las fisuras y estado final en la que quedó el elemento ensayado.



- *Fisura 6.* Por último, esta fisura, también de flexión, estaba también en la zona del pilar izquierdo, de forma paralela a la fisura 5, pero algo más abajo del plano superior. La distancia al plano superior era de 37,5 cm y la longitud que tenía se aproximaba a la fisura 5. Al igual que ocurría con la fisura 5, no se obtuvieron imágenes reales en este momento de la fisura en cuestión.



Cuando se terminó de analizar las fisuras anteriores y habiendo descargado la carga, se volvió a cargar para proceder con el ensayo en rotura. Para esto, se realizó lo mismo que para servicio, la carga aumentaba lentamente dejando que la estructura se acoplara. Mientras aumentaba la carga, se vio en este caso que la estructura comenzó a trabajar a los 500 Kg aproximadamente ya que se ponía en carga la barra GEWI pasante. Para los primeros valores de carga, todos los captadores y galgas mostraban valores aleatorios lo que significaba que la estructura estaba experimentando continuamente movimientos. Conforme la carga aumentaba, la estructura comenzaba a ser más estable.

La pieza se inclinaba transversalmente, viéndose estos resultados en el captador auxiliar. La causa de estas tendencias transversales del pórtico se debían a las irregularidades en las superficies de los apoyos de la pieza tras el hormigonado. Estos movimientos se hacían posible porque el cuchillo permite los giros. Dichos movimientos se estabilizaron e incluso se anularon para niveles importantes de carga.

Por otro lado, en cuanto a desplazamientos, la pieza experimentó movimientos debido a los cambios de rigidez. Los captadores colocados en la parte inferior de los pilares mostraban

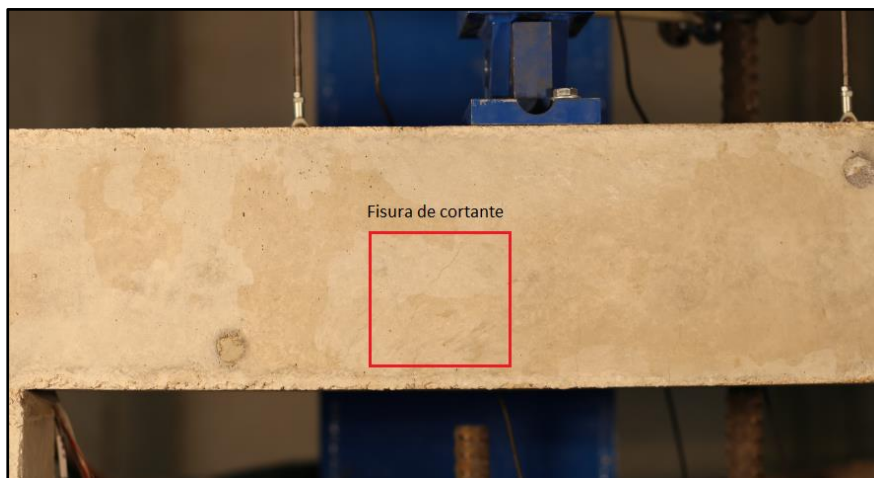
estos valores. A unos 36 kN se empezaban a mover hacia la derecha, pero esto fue cambiando a lo largo del ensayo como se podrá ver en las gráficas de los captadores de desplazamiento. Estos valores, como ya se ha comentado, dependen del estado de fisuración y plastificación de las distintas zonas del elemento estructural.

Otro de los efectos experimentados durante el ensayo fueron los movimientos de los captadores verticales de toda la viga, que, a continuación, en las secciones siguientes se representarán estos resultados para poder obtener la deformada final de estructura.

Durante la evolución del ensayo, se fue observando cómo iba cambiando la superficie de la pieza con la aparición de fisuras. Las fisuras existentes se fueron abriendo poco a poco con el crecimiento de la carga. Sobre todo, la fisura con más importancia sin duda hasta el momento, era la del pilar derecho, nombrada anteriormente como fisura 1.

En torno a los 80 kN de carga aplicada, la fisura bajo la carga se empezaba a apreciar con algo más de facilidad, y ya se veía rodeada ligeramente de alguna fisura en su lado izquierdo con cierta inclinación, típicas de cortante. Sin embargo, se podía decir que todavía no eran fisuras de un grado importante.

Además, a esta carga empezaron a aparecer más fisuras de cortante bajo la carga, con una inclinación aproximadamente de  $40^\circ$  respecto a la horizontal hacia el apoyo más cercano. El dintel está sometido a unos esfuerzos combinando axil y flexión, por tanto es lógico que en esta zona el ángulo sea inferior a  $45^\circ$ .



*Fig 5.1.1.2 Fisura de cortante*

A partir de este momento, en esta zona el proceso de fisuración fue cobrando importancia, ya que se produjo una fase de formación de fisuras principalmente de cortante, es decir, no perpendiculares a la directriz de la pieza.

Se siguió incrementando la carga y a en el para la carga de 130 kN el nudo derecho (fisura 2), ya estaba muy fisurado. Atravesaba todo el nudo con una amplia abertura. Además de esta

fisura, fueron apareciendo en esta zona fisuras de cortante en la cara superior del nudo. Como se puede apreciar en las imágenes, estas fisuras habían crecido considerablemente.

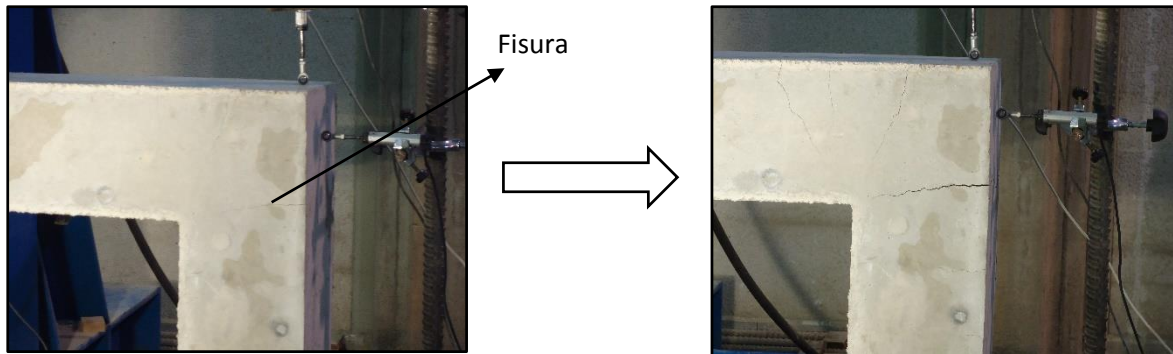


Fig 5.1.1.3 Fisuración nudo derecho

Volviendo otra vez a la zona de bajo carga, estando a una carga de 150 kN aproximadamente, el número de fisuras aumentó, tanto las de cortante como las de flexión en la cara inferior. Se podía apreciar las dos tipologías de fisuras en esta zona.

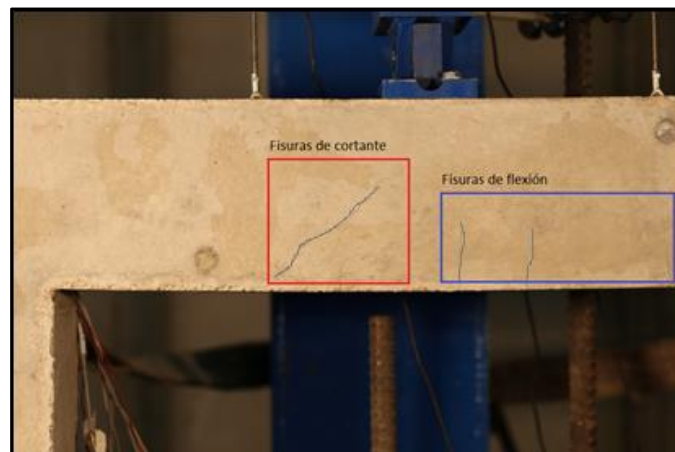
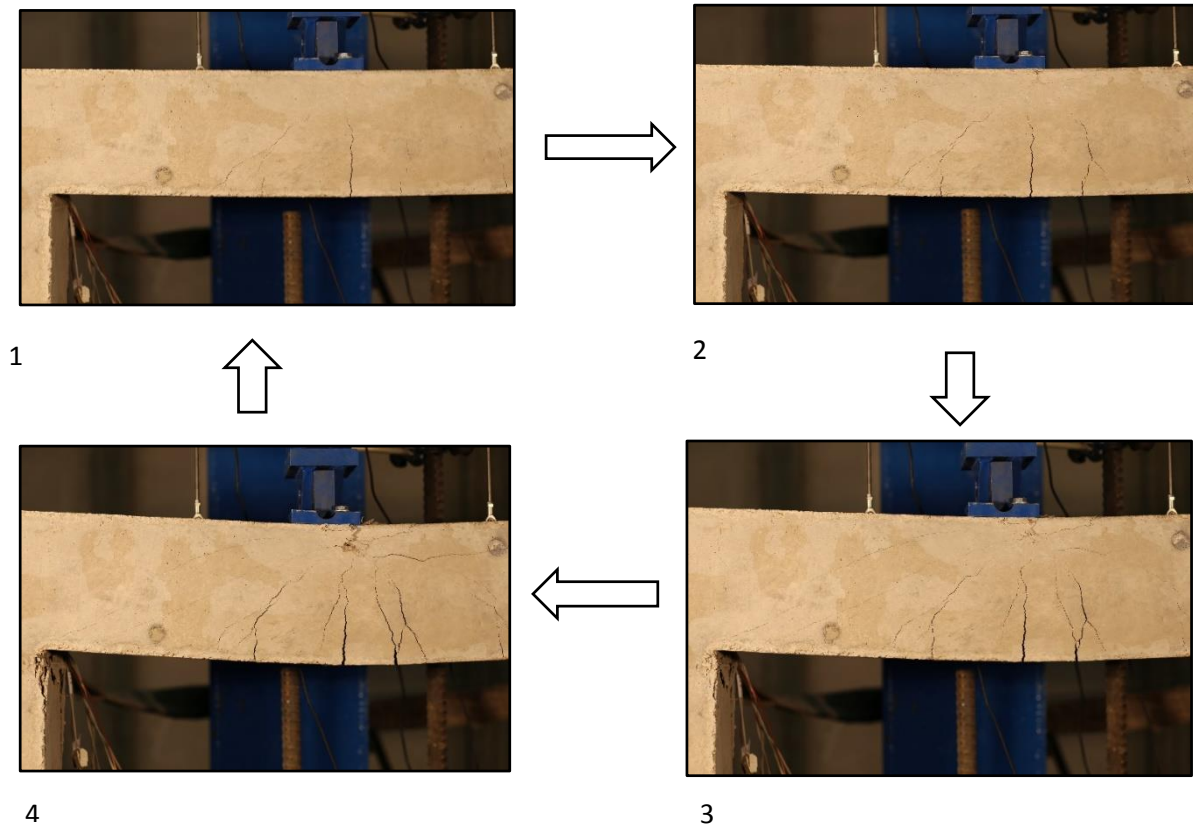


Fig 5.1.1.4 Fisuración flexión y cortante sección bajo la carga

A la carga de 190 kN, tanto el pilar izquierdo como la zona bajo la carga comenzaban a estar muy fisurados. Incluso ya se podía observar con claridad cómo se iba formando el abanico de compresiones formado por las fisuras de cortante bajo la carga. Además, a los 200 kN, la fisura vertical que apareció en un inicio en la sección bajo la carga se abrió alcanzando un tamaño considerable. A los 228 kN se desconchó el recubrimiento de la zona de la placa de apoyo debido a que los tornillos estaban en esta zona.



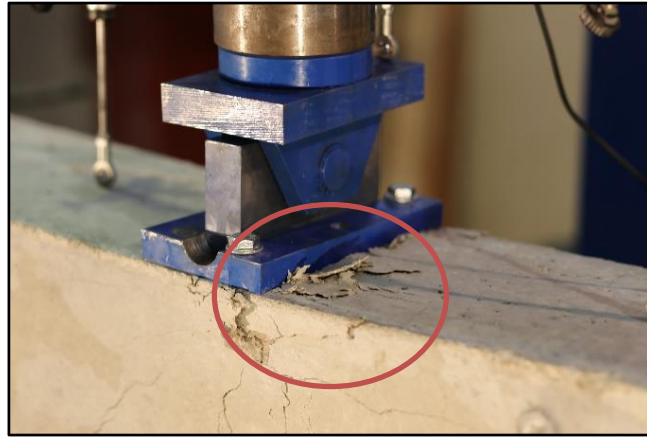
A continuación se van a presentar unas cuantas imágenes para que se pueda ver y entender el proceso de la formación del abanico de compresiones dando lugar a una rótula plástica en esta sección hasta la carga última de 240 kN.



*Fig 5.1.1.5 Proceso de formación del abanico de compresiones*

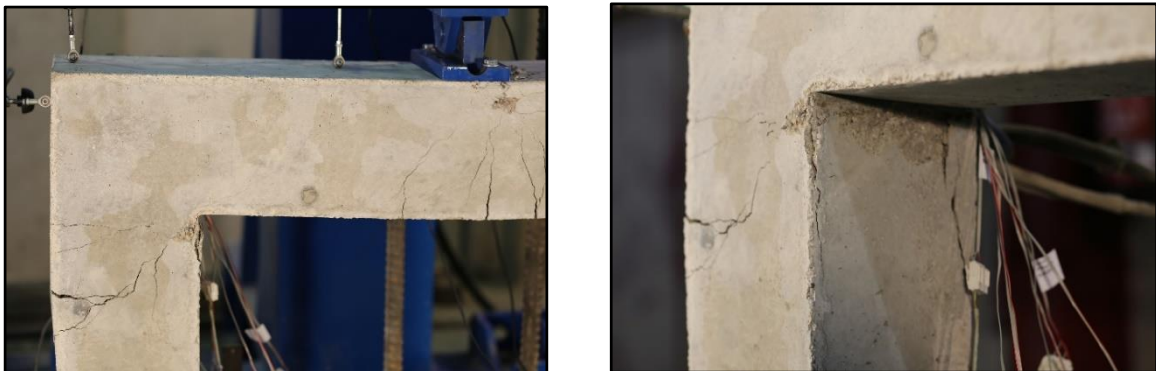
Se aprecia en esta secuencia de imágenes como la viga se va deformando conforme aumenta la carga. Como se puede observar, se marcaron perfectamente los campos de compresiones y de tracciones de la zona.

Además, cerca de la carga máxima, la sección bajo la carga fisuró por la zona superior, con fisuras casi horizontales. La apariencia que tenía la zona de la placa de aplicación de carga tras haber desconchado el hormigón era la siguiente:



*Fig 5.1.1.6 Desconchamiento superficial del hormigón*

Cuando se alcanzó la carga máxima de 240 kN, el pilar izquierdo también se encontraba muy fisurado, y la zona del empotramiento derecho también. Sin embargo, el número de fisuras no era muy importante. Únicamente habían incrementado de tamaño las ya existentes.



*Fig 5.1.1.7 Fisuración nudo izquierdo*

Para este mismo instante, el aspecto del pilar derecho también evolucionó mucho. La primera fisura que apareció (fisura 1), atravesó la sección transversalmente, ya que se podía la misma fisura en tres de tres de las caras del soporte, como muestran las imágenes siguientes. El tamaño creció y las fisuras de cortante existentes eran las que ya se tenían con anterioridad, es decir, no aparecieron nuevas.

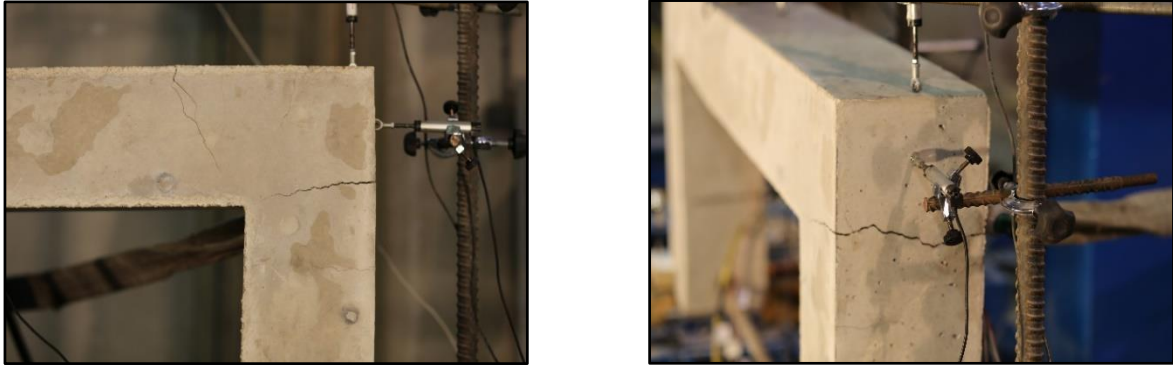


Fig 5.1.1.8 Fisuración nudo derecho

La apariencia final de la zona de la carga es la que se muestra a continuación. Se aprecia perfectamente todo el abanico de compresiones con las fisuras muy visibles, distinguiéndose los distintos tipos. Se midió la longitud de plastificación y estaba alrededor de 30 centímetros. Esta longitud debe de estar en torno a:

$$l_p \approx 2 \cdot d = 2 \cdot 16,9 = 33,8 \text{ cm}$$

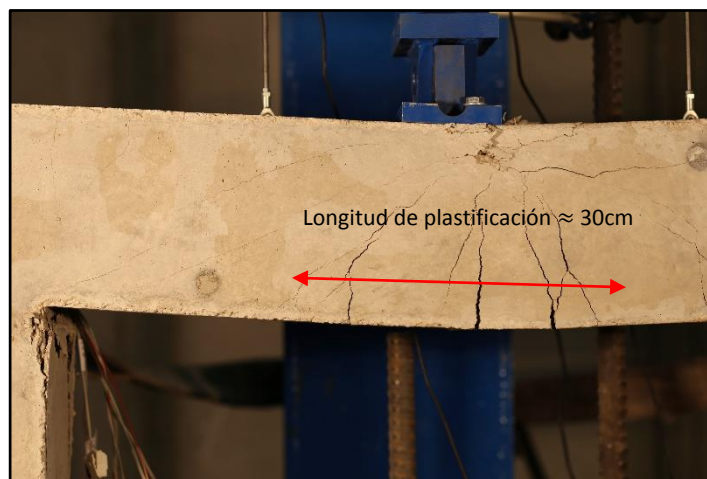


Fig 5.1.1.9 Abanico de compresiones. Longitud de plastificación

Finalizado el ensayo, el desplazamiento final del cuchillo era de 15 mm. La carga aumentó hasta un máximo de 244 kN, y a partir de ahí se inició la descarga. Durante esta descarga se pudo observar cómo las fisuras se recuperan parcialmente, quedando visible los flujos de tracciones y de compresiones.

Al final del ensayo, en la zona del pilar izquierdo se retiró parte del hormigón superficial para comprobar el estado de las armaduras de esta zona. Se pudo verificar que estaban en buen estado, sin haber sufrido el fenómeno de pandeo. Esto se puede observar en la fotografía.



*Fig 5.1.1.10 Detalle rotura pilar izquierdo*

Tras observar y estudiar todas las fisuras y la estructura final que resultó, se examinaron y analizaron todos los resultados. Lo primero en analizar fue la razón por la cual el pórtico había soportado 244 kN en lugar de 100 kN. El comportamiento elástico-lineal era muy distinto del observado experimentalmente, ya que se ha aumentado la resistencia de la estructura hiperestática frente a lo que se predijo con el análisis elástico-lineal.

Para ello, se estudiaron los momentos flectores en la sección de la carga para cada nivel de carga aplicada. Estos momentos flectores iban creciendo linealmente conforme la carga aumentaba. El valor correspondiente a la carga última de 244 kN era aproximadamente de 52 KN·m (un 80% superior a la carga de rotura prevista en la sección), es decir, era más del doble del momento máximo calculado en el diseño con el análisis elástico lineal.

Como esto no era posible, la conclusión a la que se llegó fue la formación de una rótula plástica, ya que cuando en la sección más solicitada de una estructura se produce la plastificación de la armadura principal de flexión, la rigidez disminuye enormemente, convirtiéndose en lo que se denomina una rótula plástica.

En este caso, para la sección bajo la carga no se disponía de instrumentación, por tanto, no se pudo observar gráficamente el valor del momento de plastificación. Se hace necesario tomar un valor de referencia teórico. Para ello, en el capítulo siguiente se obtienen los diagramas momento – curvatura para distintas secciones, por tanto se ha tomado el valor de este capítulo para poder verificar que esta sección ha plastificado. El valor de plastificación obtenido es de 31,8 kN·m. Es para la cargase de 170 kN aproximadamente cuando se alcanza ese valor. Otro hecho que corrobora este fenómeno es, que para la carga de 170 kN·m se pudo observar que la estructura había plastificación por el grado de fisuración que se observaba. A este nivel de carga, la sección bajo la carga empezó a adquirir un grado de fisuración importante, observándose como incrementaban las deformaciones en el vano central. Por lo tanto, es a partir del momento de 31,8 kN·m cuando la distribución de esfuerzos bajo un aumento de carga es totalmente distinta a la elásticamente predicha.

Se concluye por tanto, que esta zona plastifica para el nivel de 170 kN. La zona plastificada al no poder absorber más momento, lo traspassa a otras secciones contiguas menos solicitadas hasta generar otras rótulas siempre y cuando se tenga suficiente capacidad de rotación

plástica. Este valor de momento se bloquea, lo que produce una redistribución de esfuerzos hacia los empotramientos de la viga y pilares. Por este motivo la carga última es mucho mayor los que se esperaron en el diseño anterior (ver apartado 5).

Por otro lado, el incremento de resistencia que ha obtenido la pieza para soportar de 100 kN hasta 170 kN a una sobrerresistencia en la sección central debido a que se tiene más armadura de la prevista.

Con lo cual, a modo resumen, lo que realmente ha sucedido es que se ha formado una rótula plástica bajo la carga, lo que ha producido que el momento flector en esta zona se bloquee para el valor teórico obtenido con el diagrama M-c equivalente elástico plástico perfecto. Como consecuencia, en los empotramientos de la viga y en los pilares, los momentos flectores se vean incrementados. Al formarse esta primera rótula plástica, la estructura se convierte en una estructura isostática. Con la formación de una rótula más, se alcanza el agotamiento de la pieza.

Limitando el valor del momento flector en la sección más solicitada, la ley de momentos flectores del pilar y de los empotramientos de la viga continúan creciendo para que se satisfaga el equilibrio con las cargas exteriores. La siguiente sección en plastificar fue la del pilar izquierdo, que se intuyó también por el aspecto que tenía esta zona. Por eso, para una carga de 240 kN (carga última), la estructura agota, ya que se han formado dos rótulas plásticas. Este comportamiento es debido al comportamiento dúctil que tiene la pieza.

Este es el comportamiento típico de una estructura hiperestática de grado 1. En el apartado 5.6 se profundiza en este concepto de redistribución de esfuerzos.

A continuación se plasman fotografías que reflejan el aspecto de la estructura al finalizar en ensayo de rotura.

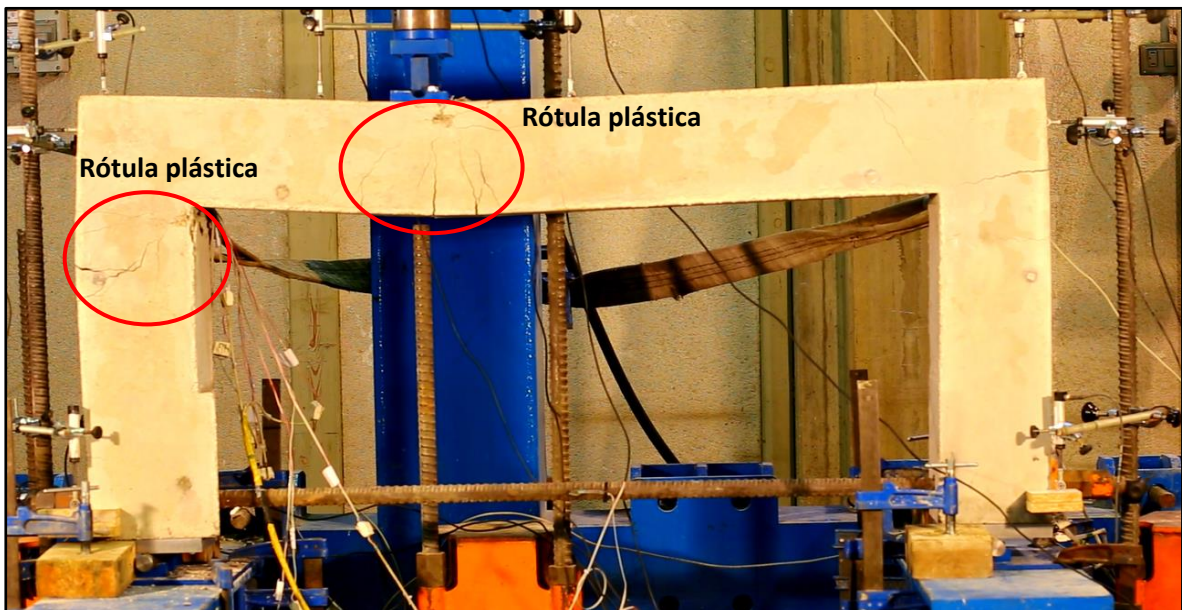


Fig 5.1.1.11 Posición de las rótulas plásticas formadas

Se contrastará este resultado en el capítulo 7 con los modelos teóricos.

### 5.1.2 Patrón de fisuración

Las tensiones producidas por las cargas externas dan origen a diferentes patrones de fisuras. En este caso, al tratarse de una pieza sometida a flexión, en las zonas más traccionadas del elemento estructural aparecen fisuras verticales.

Además, como también existe esfuerzo de cortante, al combinarse con la tracción, genera otro tipo de fisuras de tipo diagonal que se propagan desde las zonas más traccionadas hasta alcanzar el eje neutro y/o incluso a veces alcanzan las regiones comprimidas sobrepasando la profundidad de la fibra neutra.

Las siguientes ilustraciones muestran este tipo de fisuras.

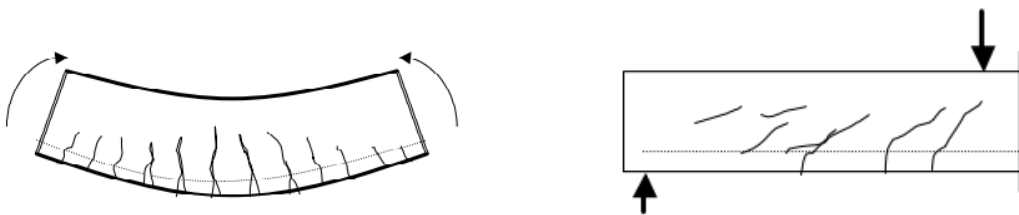


Fig 5.1.2.1 Tipos de fisuras

Para que la representación de todas las fisuras de la pieza pudiera visualizar estas tipologías de fisuras, se dibujó el patrón de fisuración. Éste se llevó a cabo una vez finalizado el ensayo. Para ello, se cogieron varios papeles de acetato y se colocaron a lo largo de la pieza, cubriendo toda la longitud de la viga y parte de los nudos. Con unos marcadores permanentes se fue marcando tanto la geometría de la pieza deformada como las distintas fisuras. Se utilizaron distintos colores para diferenciar cada tipo de fisura.

El patrón de fisuración obtenido es el que se muestra en la figura 5.1.2.2. Como se puede observar, se han diferenciado las fisuras de cortante de las de flexión. Aquellas que tienen inclinación son las de cortante, de color rojo; las que son prácticamente verticales son las fisuras producidas por la flexión, de color azul. Sin embargo, se pueden tener fisuras como combinación de ambos efectos, es decir, que empiezan siendo de flexión (verticales), y terminan siendo de cortante.

Todas estas fisuras permiten intuir los flujos de los campos de tracciones y compresiones producidos por la carga.

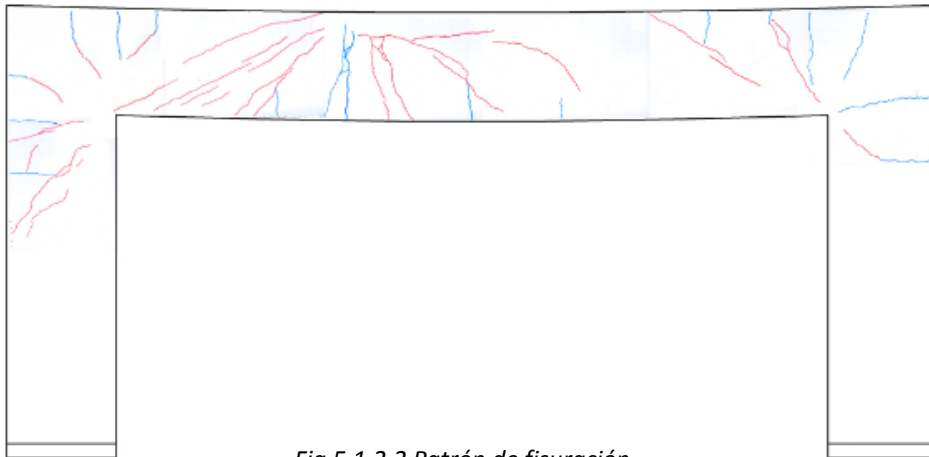


Fig 5.1.2.2 Patrón de fisuración

Como se aprecia, en la zona bajo la carga las fisuras de cortante tienen dos tipos de inclinaciones. Esto es porque se ubica en la zona de máximo momento y el esfuerzo cortante cambia de signo y por tanto varía la inclinación de las tensiones de compresión diagonal. A partir de este punto en el que hay una carga aplicada, este cambio de inclinación está asociado con una distribución de tensiones de compresión en forma de abanico, como se ha podido mostrar en las fotografías del apartado anterior.

La inclinación de las fisuras de cortante es diferente según la zona de la pieza. En la zona bajo carga el ángulo formado con la horizontal es aproximadamente  $40^\circ$ , mientras que en los pilares el ángulo estaba muy cerca de  $45^\circ$ . En el empotramiento izquierdo el ángulo era bastante inferior, en torno a  $24^\circ$  y en el derecho era de  $40^\circ$ . A continuación se ven reflejados estos ángulos, que serán necesarios para el cálculo de la cotangente de beta.

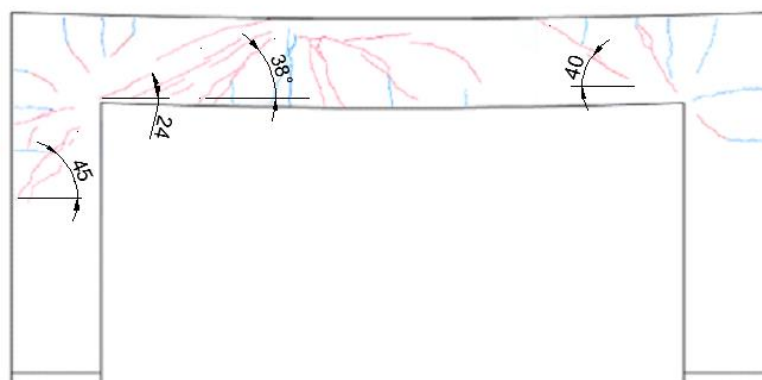


Fig 5.1.2.3 Ángulo de las bielas en distintas secciones

Otro parámetro medido fue la separación de las fisuras. Como también eran distintas para las distintas zonas del elemento estructural, se calculó la media para cada zona. En la siguiente tabla aparecen las distintas secciones del pórtico en las que se ha llevado un estudio más riguroso, y la separación media correspondiente (distribución de fisuras).

<i>Sección</i>	<i>Separación media</i>
<i>Empotramiento pilar izquierdo</i>	7,5 cm
<i>Empotramiento izquierdo viga</i>	8,25 cm
<i>Sección bajo carga</i>	6 cm
<i>Empotramiento derecho viga</i>	10,5 cm

Tabla 5.1.2.1 Separación de fisuras en distintas secciones

### **5.1.3 Modelo de celosía**

En este apartado se muestra la superposición del patrón de fisuración con el modelo de celosía equivalente. Este modelo de Bielas y Tirantes se ha obtenido a partir de las observaciones del ensayo.

El modelo de Bielas y Tirantes da una idea acerca del comportamiento de los elementos de hormigón, tanto en regiones B como regiones D. Los elementos que forman parte del modelo son:

- Tirantes: representan en este caso las armaduras pasivas.
- Bielas: representan el campo de compresiones de ancho uniforme o variable, o incluso en forma de abanico.
- Nudos: son la intersección de los campos de tracciones de los tirantes con el campo de las compresiones de las bielas.

A partir del aspecto final de la pieza, se puede obtener el modelo de celosía equivalente de la viga. En el patrón de fisuración se pudo observar claramente el camino de los flujos de compresiones y de tracciones en toda la pieza, así como cuál fue su desarrollo durante todo el ensayo. El modelo de celosía presentado a continuación corresponde para el estado final de la estructura, es decir, para el momento en el que la estructura agotó.

Donde se tienen fisuras de cortante, se cosen con cercos verticales de dos ramas. Por otro lado, aquellas fisuras debidas a la flexión (correspondientes a la zona traccionada), son las que deben ser cosidas por las armaduras longitudinales.

En este apartado se ha tratado de superponer el modelo de celosía intuido a partir de la fisuración, con el patrón de fisuración. Este modelo de celosía se ha realizado conociendo el ángulo de las fisuras en cada tramo de la viga tras el ensayo. Se puede observar además, que se ha dispuesto en el lugar adecuado la necesidad de armadura transversal (cortante) o longitudinal (flexión).

A continuación se muestra la celosía equivalente del modelo de bielas y tirantes en conjunto con el patrón de fisuración.



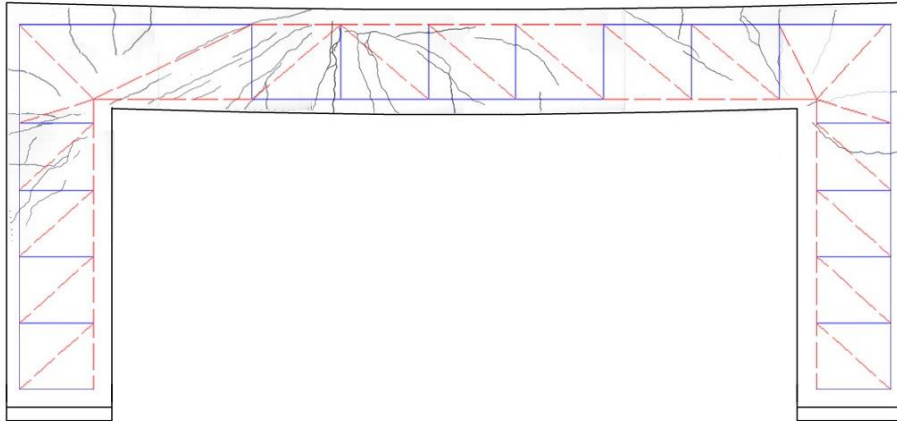


Fig 5.1.3.1 Superposición del patrón de fisuración con el modelo de B-T

Por otro lado, viendo la disposición de armadura que se tiene en la pieza, se puede observar cómo la separación de las fisuras viene influenciada por la disposición de los cercos.

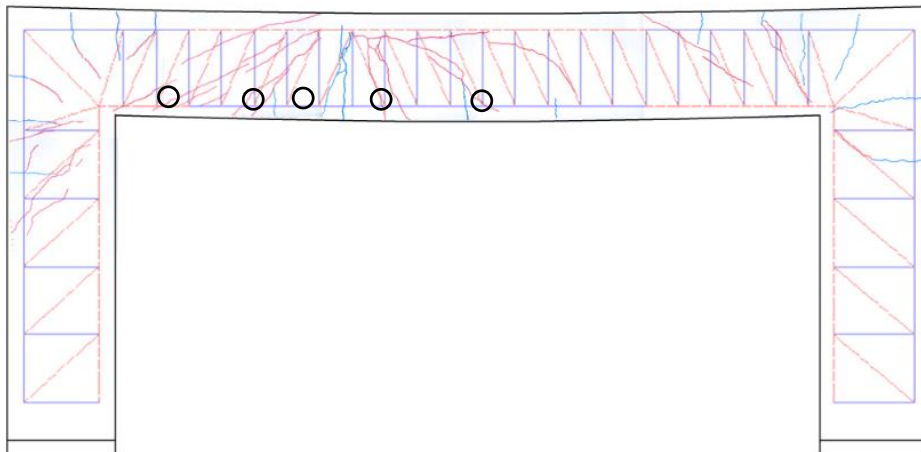


Fig 5.1.3.2 Influencia de la armadura en la separación de las fisuras

## 5.2 Deformaciones del acero

Las deformaciones de las barras de acero se miden con las galgas extensiométricas. Como se comentó en capítulos anteriores, se colocaron 14 galgas, 12 repartidas en tres secciones de la viga, y 2 en la barra GEWI.

Tras el ensayo, se analizaron los resultados que se obtuvieron con estas galgas, y se observó que ocho de ellas no funcionaron durante el ensayo, ya que se detectaron valores anómalos. Estas galgas fueron las cuatro dispuestas en la sección derecha y dos de la sección izquierda. Por tanto, aquellas galgas de las que se han obtenido resultados son las 2 galgas de la barra

GEWI, 2 galgas situadas en la sección central de la carga (una superior y otra inferior), y 2 de la sección izquierda de la viga (una superior y otra inferior). En la tabla siguiente se presentan las galgas utilizadas con su sección correspondiente.

<b>Sección</b>	<b>Galga</b>	
<i>Izquierda</i>	<i>IFS</i>	<i>ITI</i>
<i>Central</i>	<i>CTS</i>	<i>CFI</i>
<i>GEWI</i>	<i>GEWI_T</i>	<i>GEWI_F</i>

A continuación se van a presentar las gráficas de las galgas que han dado resultados válidos. Se representa la fuerza en KN en el eje x y la deformación del acero en tanto por mil en el eje y. Con estas gráficas se puede conocer la deformación de las barras de acero de la viga durante el ensayo para cada nivel de carga.

Es importante comentar que las galgas no se situaron justo en la sección crítica en cada caso.

Cabe destacar que el ensayo queda validado, siendo la fuerza horizontal de la barra de 32 mm la única fuerza horizontal presente a lo largo de todo el ensayo. Esto queda demostrado con la realización del ensayo de la estructura de hormigón armado ensayada por el otro grupo perteneciente a este taller de trabajo. Es decir, vistos los resultados obtenidos, se observó que para la disposición de carga, la barra era quien transmitía la fuerza horizontal. Queda validado el ensayo. Además, los movimientos horizontales no estaban restringidos.

En primer lugar, para las galgas situadas en la sección izquierda y central, se observa que de las secciones analizadas de la viga, las barras en la zona de la carga sufren mayores deformaciones, en torno al 3‰ tanto en compresión como en tracción. Sin embargo, las barras en la zona izquierda sufren menor deformación ya que en esta sección las tracciones y compresiones son inferiores al estar esta sección con una sollicitación menor. En tracción se observa una deformación máxima de 1‰ aproximadamente, mientras que la deformación en compresión es poco importante. Esto se representa en las gráficas 5.2.2 y 5.2.3.

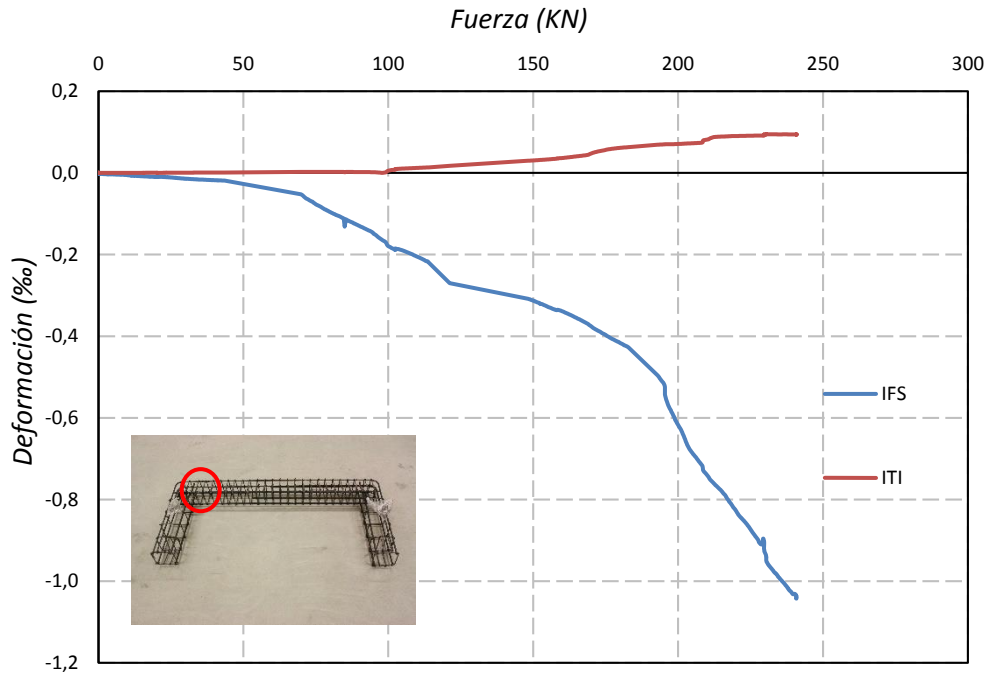


Fig 5.2.1 Gráfica Deformación – Fuerza de las galgas de la sección izquierda de la viga (a 0,15 m del apoyo izquierdo)

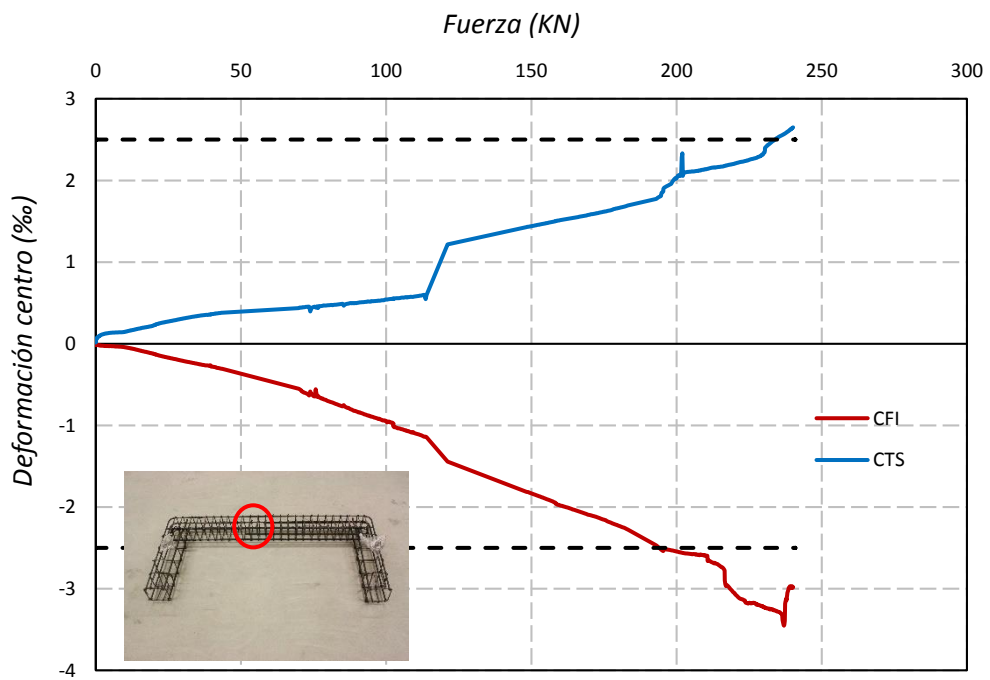


Fig 5.2.2 Gráfica Deformación – Fuerza de las galgas de la sección central de la viga (a 0,69 m del apoyo izquierdo).

Las siguientes gráficas representan las galgas situadas en la barra GEWI. Se muestra la deformación de ambas galgas y la media de éstas. Para realizar los cálculos, se han utilizado los valores medios de las deformaciones (*MEDIA GEWI*).

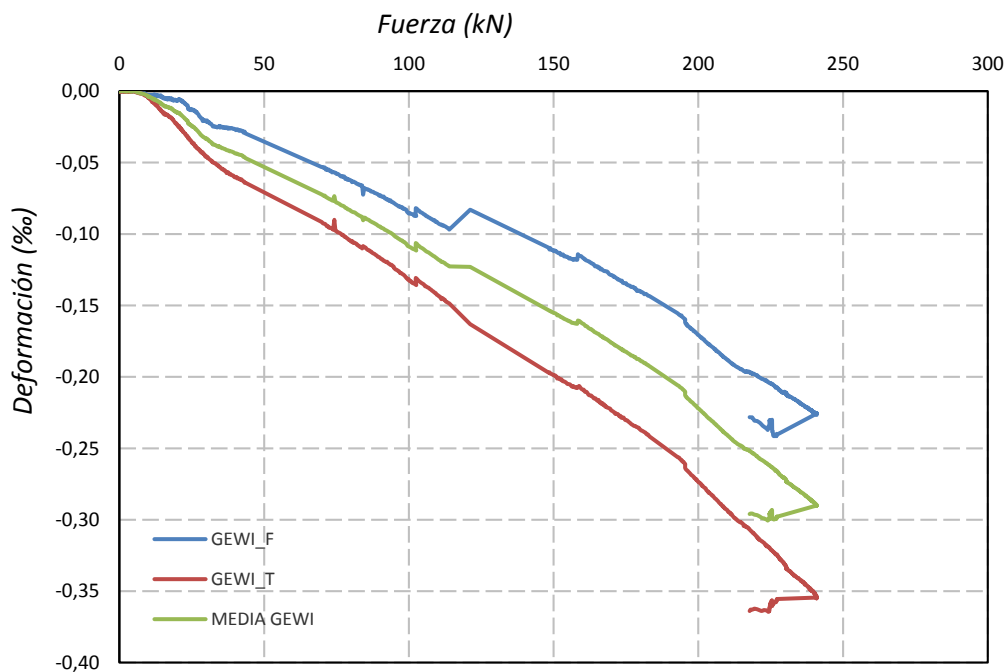


Fig 5.2.3 Gráfica Deformación – Fuerza de las galgas de la barra GEWI

En la siguiente figura se presenta la evolución de las deformaciones de la barra GEWI a lo largo de todo el ensayo (tiempo en segundos).

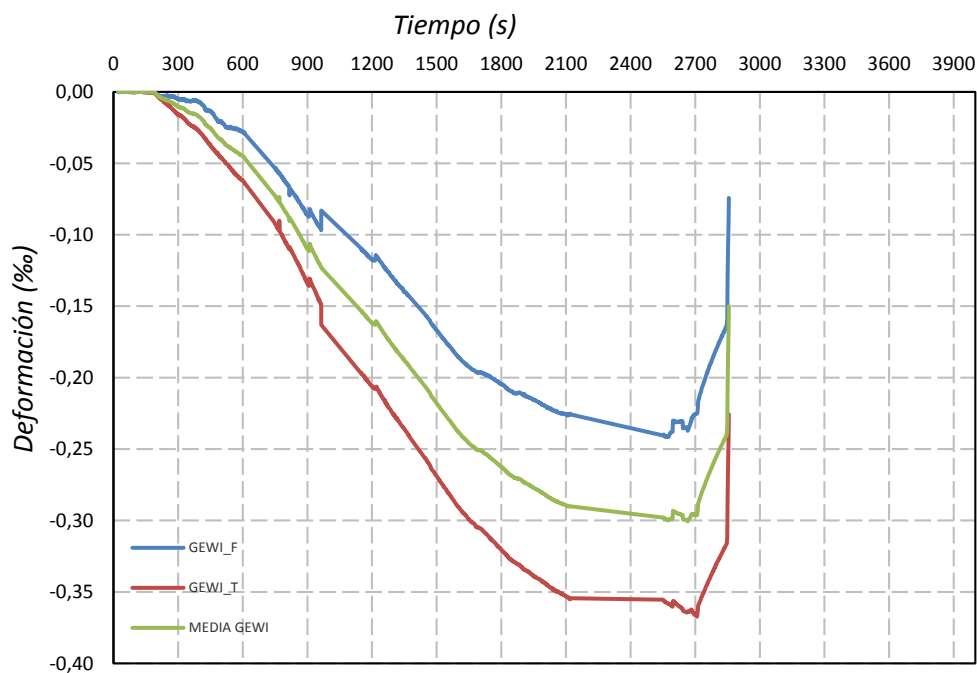


Fig 5.2.4 Gráfica Deformación – Tiempo de las galgas de la barra GEWI

Finalmente, como ya se ha comentado, no se han representado las galgas de la sección derecha ya que no se obtuvieron resultados fiables.

### 5.3 Desplazamientos. Deformada de la estructura

En este apartado se muestran los resultados de cada uno de los captadores situados en distintos puntos de la estructura ensayada.

Ha sido necesario corregir los valores obtenidos del experimento de los 5 captadores verticales de la viga (CV2, CV3, CV4, CV5 y CV6). Esta corrección se hace con respecto a los dos captadores colocados en los apoyos (CV1 y CV7) debido a que el eje de referencia de los captadores está constantemente cambiando a lo largo del ensayo a causa de los desplazamientos y giros del pórtico (movimientos internos).

Los valores positivos de los captadores indican que el captador se está comprimiendo, mientras que los valores negativos representan que el captador se extiende.

En primer lugar se presentan los resultados de cada uno de los captadores en función del nivel de carga aplicado. En segundo lugar, se ha representado la deformada de la estructura para unos niveles en concreto de carga escogidos.

Como se muestra en la figura 5.3.1, los apoyos del pórtico presentan movimientos alternos a lo largo del ensayo debido a los cambios de rigidez de la estructura. Se puede observar cómo hay un cambio de desplazamiento para el momento en el que la pieza empieza a fisurar. El siguiente cambio de comportamiento se debe a otro cambio de rigidez correspondiente a la formación de la rótula bajo la carga.

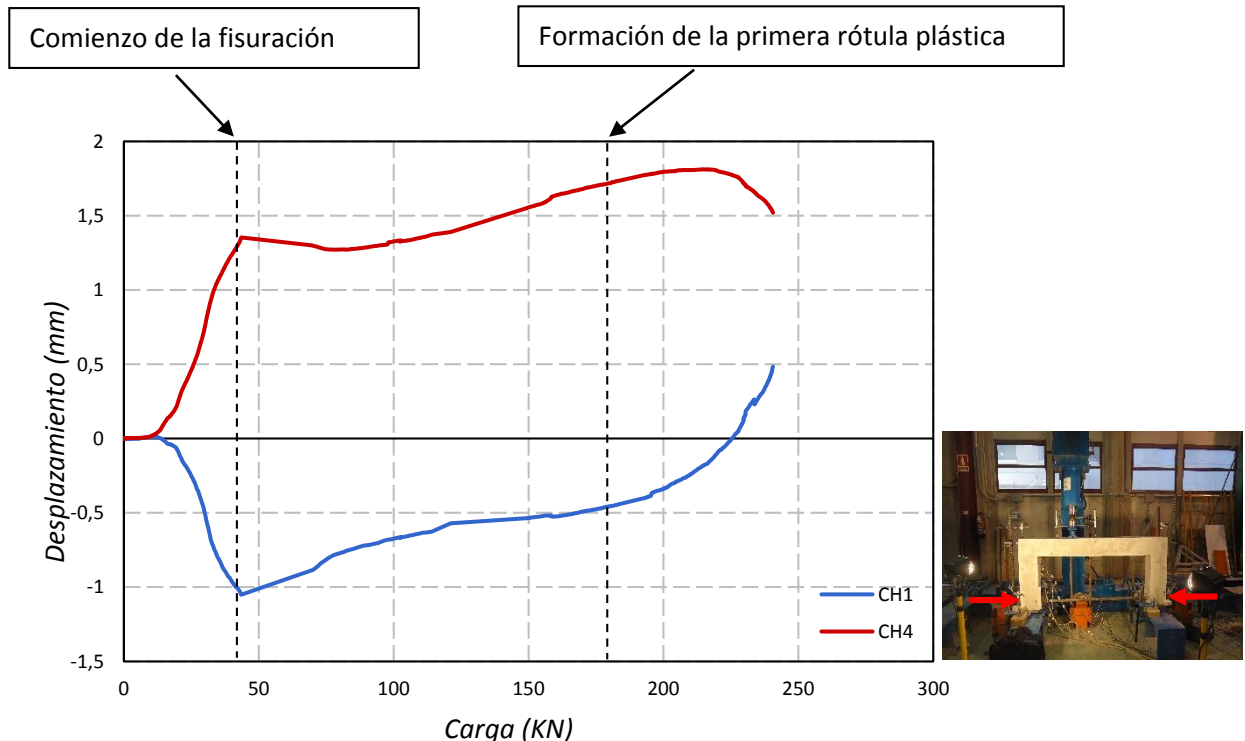


Fig 5.3.1 Gráfica Desplazamiento – Carga de los captadores CH1 y CH4

La figura 5.3.2 representa los otros captadores que hay dispuestos horizontalmente en la parte superior de la estructura ensayada. Estos captadores demuestran que los dos nudos del pórtico tenían desplazamientos hacia la derecha a lo largo de todo el experimento.

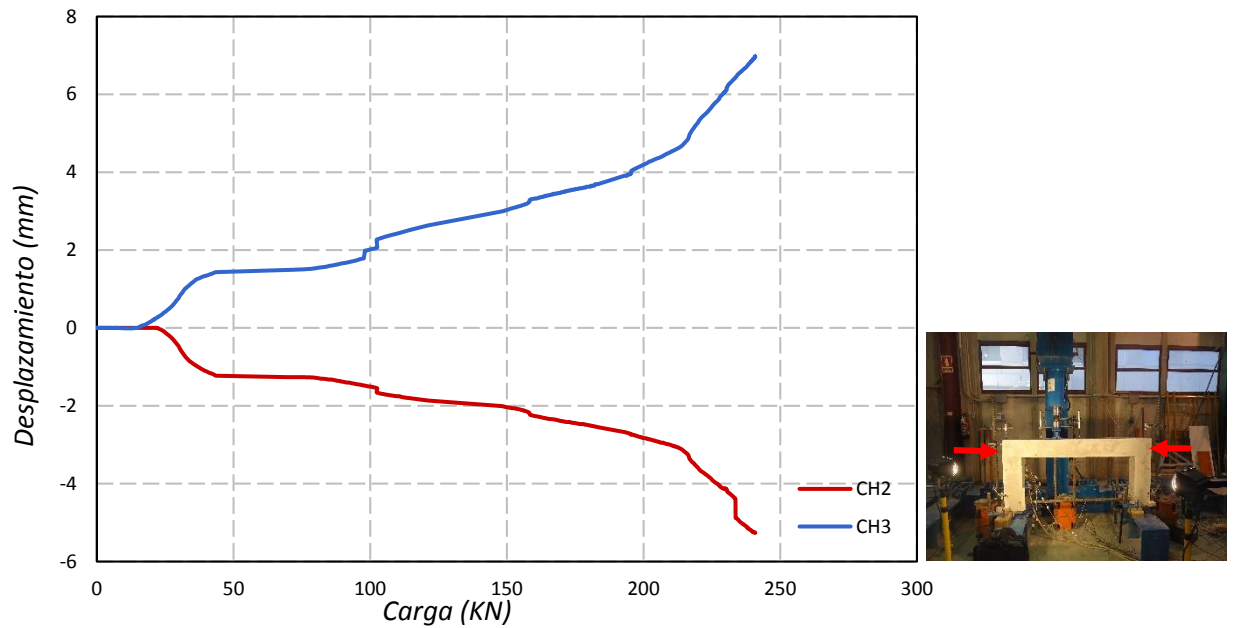


Fig 5.3.2 Gráfica Desplazamiento – Carga de los captadores CH2 y CH3

En la figura 5.3.3 se puede observar como los dos captadores primero se comprimen, es decir, los apoyos sufren una ligera elevación pero esto es debido a los giros que sufre la pieza en los primeros niveles de carga. A partir de unas 75 kN, el captador CV7 registra valores en negativo, es decir, se alarga, lo que indica que el apoyo derecho desciende. Por tanto, se puede decir que la pieza ha tenido una tendencia a inclinarse hacia la derecha.

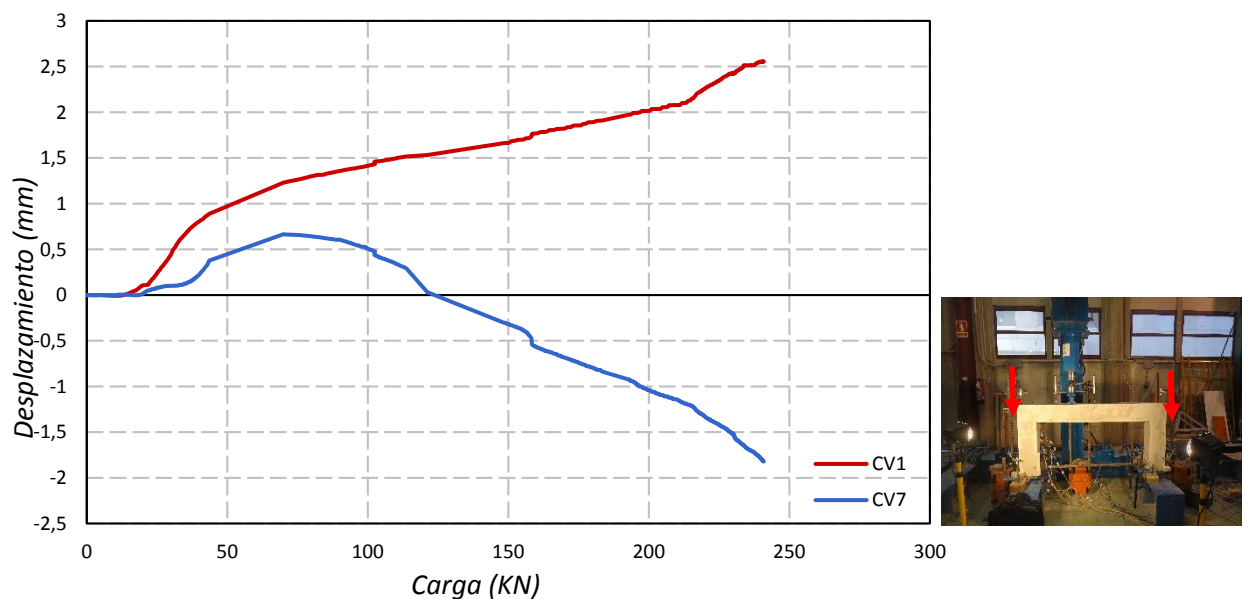


Fig 5.3.3 Gráfica Desplazamiento – Carga de los captadores CV1 y CV7

Los captadores representados en la figura 5.3.4 son los que están situados a lo largo de la viga, que como se ha comentado en la introducción de este apartado, han sido corregidos, para que los registros fueran los que realmente contabilizaban estos captadores, sin considerar movimientos de los inferiores. Por tanto, los resultados que se muestran no son los directamente obtenidos del ensayo. De la gráfica expuesta se interpreta que todos los captadores tienden a alargarse, exceptuando los captadores extremos.

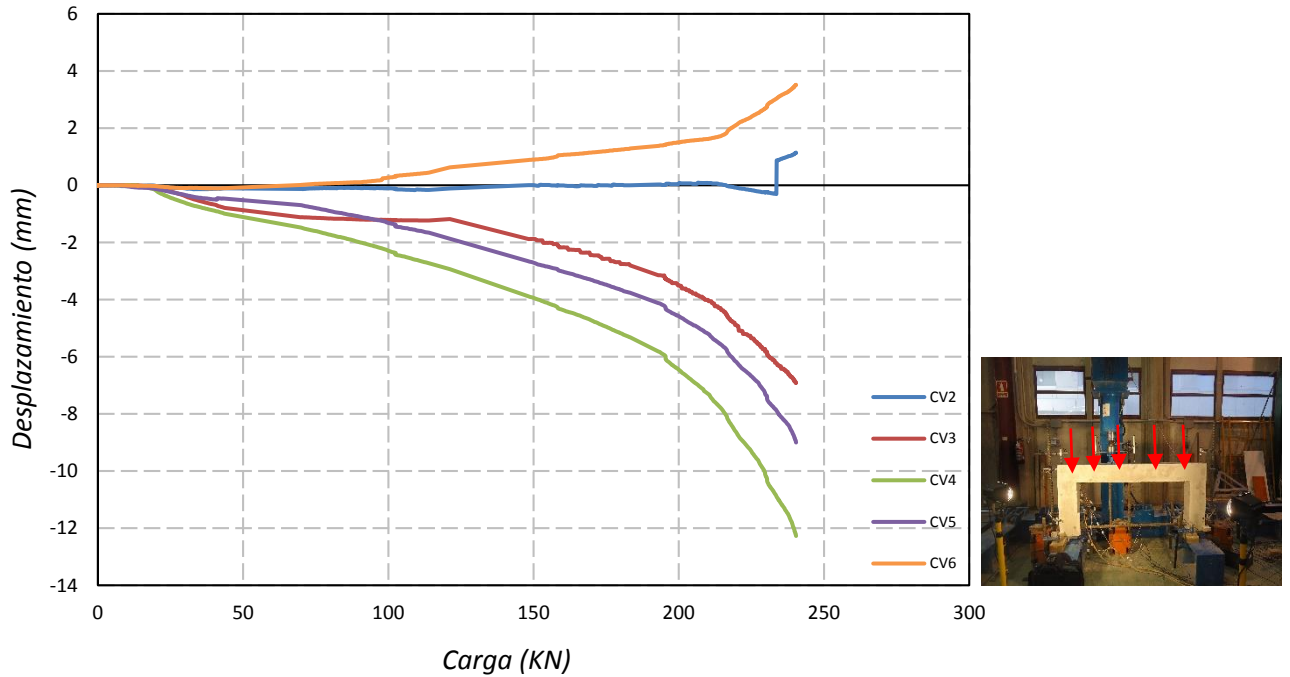


Fig 5.3.4 Gráfica Desplazamiento – Carga de los captadores CV2, CV3, CV4, CV5 v CV6

Todas las gráficas anteriores son aquellas con las que se puede obtener la deformación de la estructura. Al final del apartado, se mostrará dicha deformada.

A continuación, lo que se va a representar es la deformada de la viga de hormigón para algunos niveles de carga. Se puede observar como las flechas van aumentando conforme la carga aumenta.

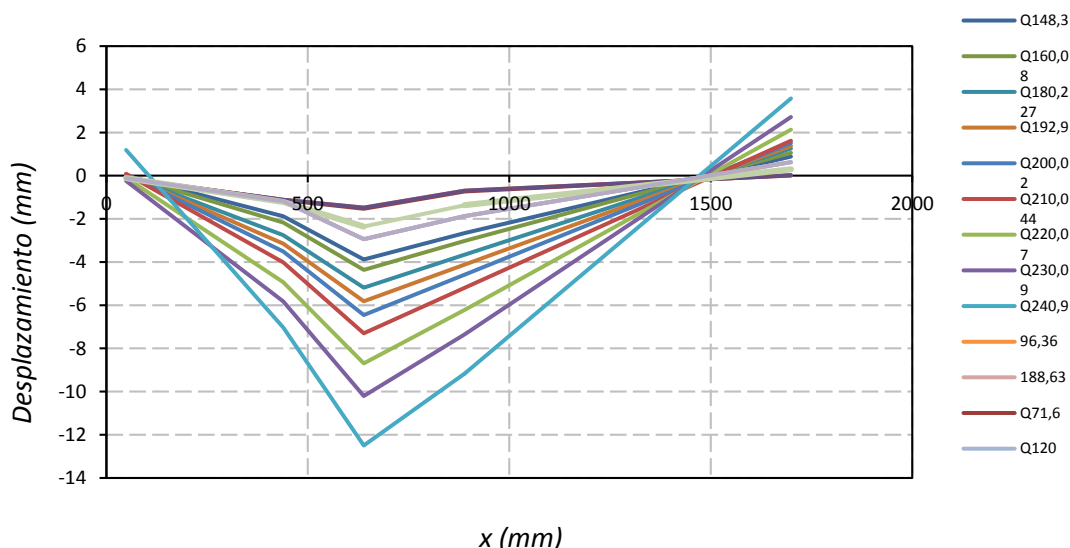


Fig 5.3.5 Deformada de la viga para distintos niveles de carga

### 5.4 Flechas

En esta sección se obtendrá el valor de las flechas en distintos puntos de la viga, en los puntos donde hay captadores y en los que no hay dispuestos captadores, se ha obtenido mediante interpolación.

Para obtener la flecha en servicio, se calcula para una carga del 40%, 60% y 70% de la carga para la cual la pieza plastifica. Es decir, como la carga de plastificación que se alcanzó fue de 170 kN, el cálculo de flechas se realizará para 68 kN, 102 kN y 119 kN respectivamente.

Para obtener estas flechas, estos captadores han tenido que ser corregidos por segunda vez para obtener el desplazamiento relativo a los extremos del dintel. La flecha se ha medido con respecto al eje de la viga, pero como éste está en movimiento durante el ensayo, su posición va variando. Por tanto, lo que se ha hecho es corregir los resultados de los captadores CV3, CV4 y CV5 respecto los dos extremos de la viga, que son los de referencia (CV2, CV6).

En la siguiente tabla se muestran los valores registrados por los captadores para los niveles de carga a analizar. Estos valores tienen en cuenta tanto la flecha de la viga como el desplazamiento en vertical de estos puntos debido al giro que se produce en los nudos.

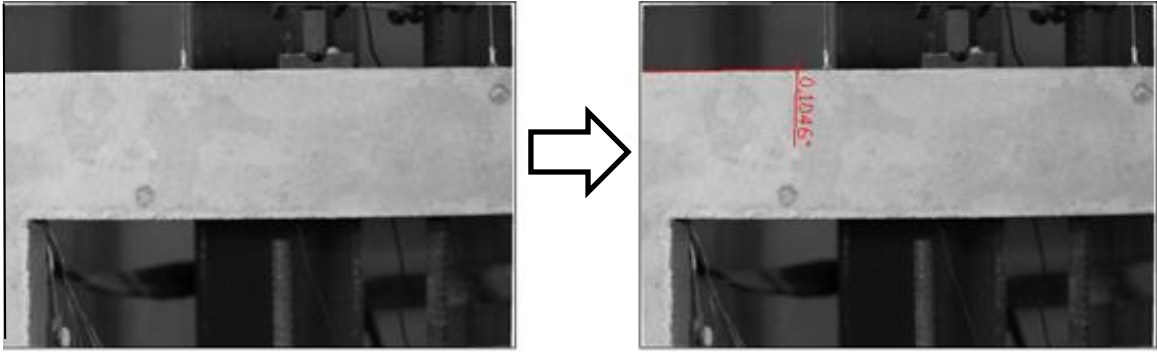
CV	x	Q = 68 KN	Q=102 KN	Q=119 KN
CV2	0	0	0	0
CV3	220	-1,215	-1,232	-1,224
CV4	400	-1,561	-2,328	-2,786
CV5	670	-0,753	-1,271	-1,606
CV6	1300	0	0	0

Tabla 5.4.1 Flechas de la viga para distintos niveles de carga (mm)

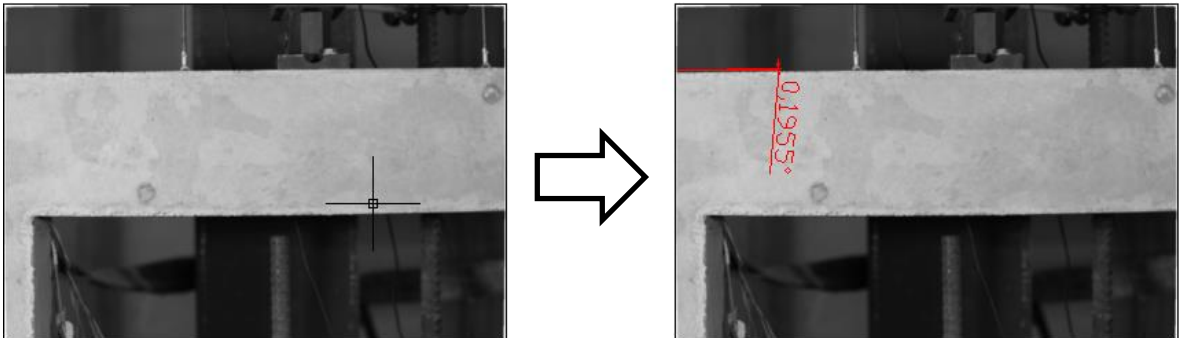


Se ha calculado el giro del empotramiento izquierdo para posteriormente poder comparar la flecha sin tener en cuenta este giro de los empotramientos. Para ellos, se han utilizado las fotos que se realizaron para la fotogrametría, y con la ayuda del programa AutoCAD. Se han comparado dos fotografías, una en el inicio del ensayo y otra para cada instante de la carga que se desee.

En las siguientes imágenes se presentan las distintas imágenes a partir de las cuales se ha obtenido el giro. Esta primera es para la carga de 68 kN, en donde el giro vale  $0,1^\circ$ .



El siguiente giro, correspondiente a una carga de 102 kN tiene un valor de  $0,2^\circ$ .



Por último, el giro es de  $0,6^\circ$  para el momento en el que la carga es de 119 kN.

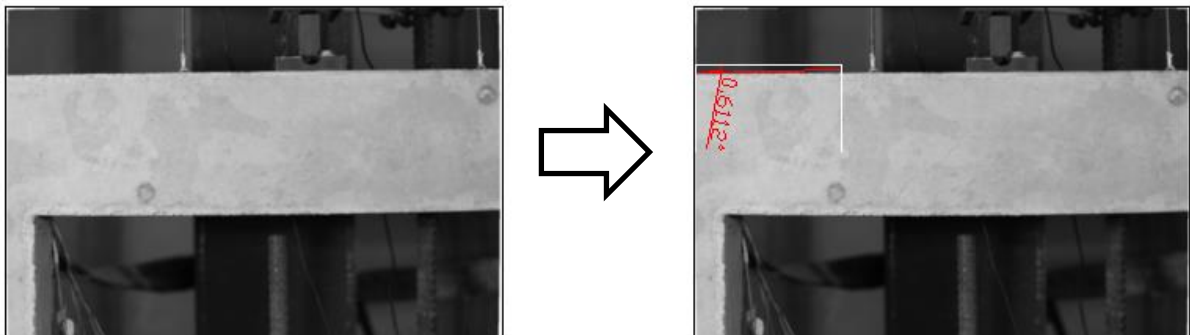


Fig 5.4.1 Giros para distintas cargas del nudo izquierdo

### 5.5 Esfuerzos experimentales

Se van a mostrar a continuación las gráficas en las que se representa cada esfuerzo (momento flector, axial y cortante) en función del nivel de carga aplicado. Se verá, para cada caso, qué relación existe y cómo ha evolucionado cada uno de los esfuerzos.

Para poder hallar los esfuerzos de la estructura en cualquiera de las secciones deseadas, ha sido necesario calcular el valor de la tracción de la barra GEWI para poder realizar el equilibrio. Se ha calculado el valor de la tracción a partir de las deformaciones obtenidas con la media de las galgas de la GEWI y con el módulo elástico que se obtuvo en el ensayo de calidad de los aceros.

$$F = E \cdot \varepsilon \cdot A$$

donde

$F$  es el valor de tracción de la barra

$E$  es el módulo de elasticidad de la barra, en este caso se tiene un módulo de 185.000 MPa

$\varepsilon$  es la deformación de la barra

$A$  es el área de la sección transversal de la barra, con un diámetro de 32 mm

Con lo cual, una vez resuelta la tracción en la barra para cada carga, se realiza el equilibrio, obteniendo las reacciones de los apoyos. Para realizar este equilibrio, la carga aplicada se ha distribuido en el ancho de la placa de apoyo. Con todas las cargas externas calculadas, se escogen distintas secciones de estudio y se sacan los esfuerzos para los distintos niveles de carga existentes.

Por otro lado, se han corregido los momentos flectores de la viga, ya que se tienen en cuenta los efectos de segundo orden con la geometría deformada.

Para el cálculo de los esfuerzos de la estructura, se ha tenido en cuenta la redistribución de esfuerzos de la misma. Es decir, hasta el instante de carga de 170 kN en el que la zona bajo carga plastifica, el diagrama sigue la ley elástica lineal. A continuación, a partir de la formación de esta rótula plástica la estructura pasa a ser isostática y los esfuerzos se obtienen a partir de los incrementos de carga. Los resultados obtenidos son los siguientes:

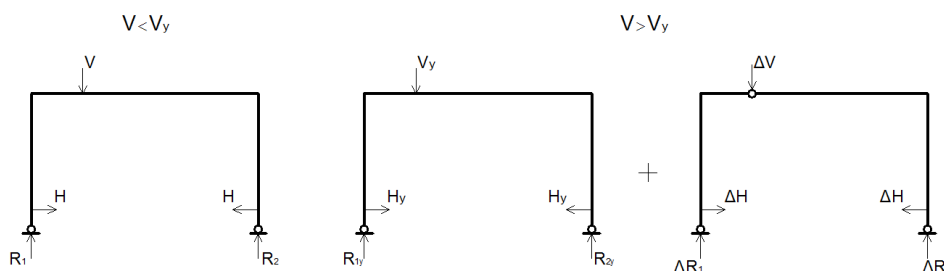


Fig 5.5.1 Obtención de esfuerzos

- EMPOTRAMIENTO IZQUIERDO VIGA

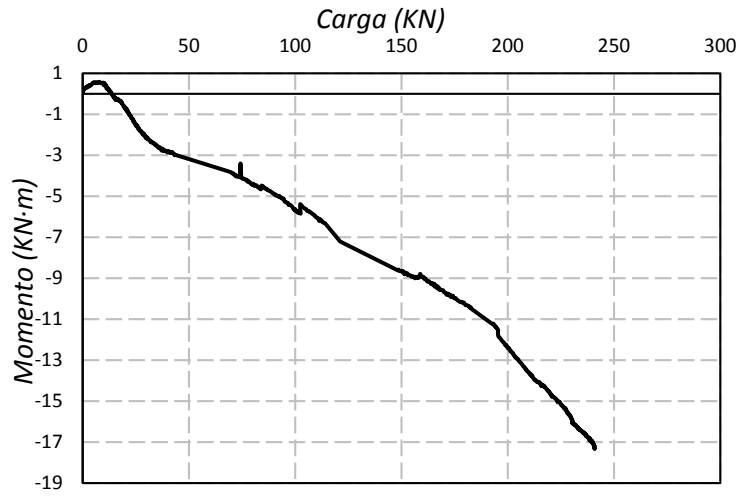


Fig 5.5.2 Gráfica Momento – Carga en el empotramiento izquierdo de la viga

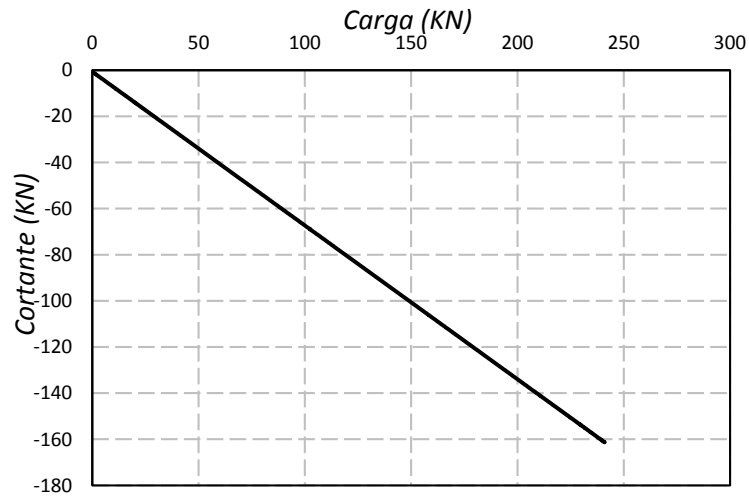


Fig 5.5.3 Gráfica Cortante – Carga en el empotramiento izquierdo de la viga

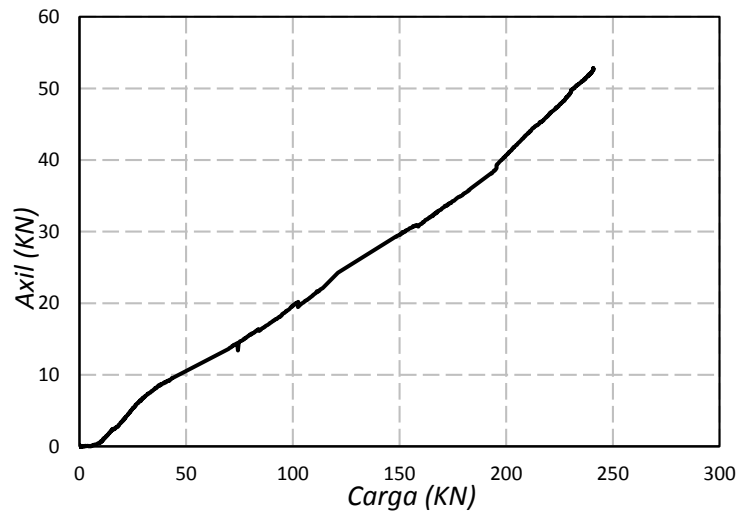


Fig 5.5.4 Gráfica Axil – Carga en el empotramiento izquierdo de la viga

- SECCIÓN BAJO CARGA

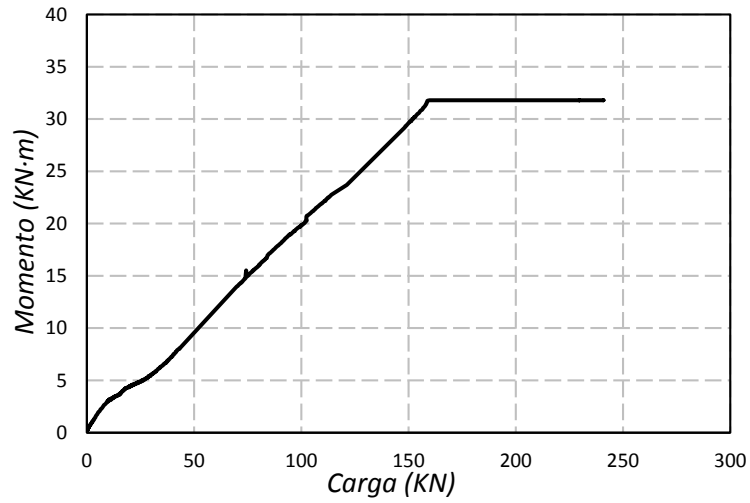


Fig 5.5.5 Gráfica Momento – Carga en la sección bajo la carga

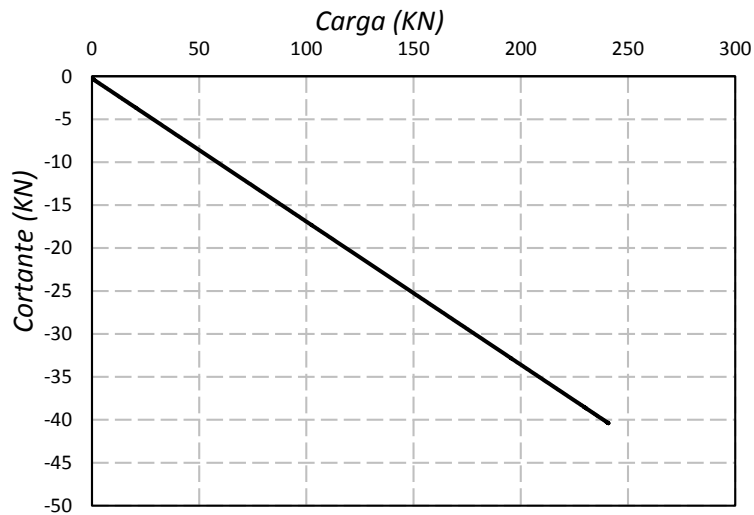


Fig 5.5.6 Gráfica Cortante – Carga en la sección bajo la carga

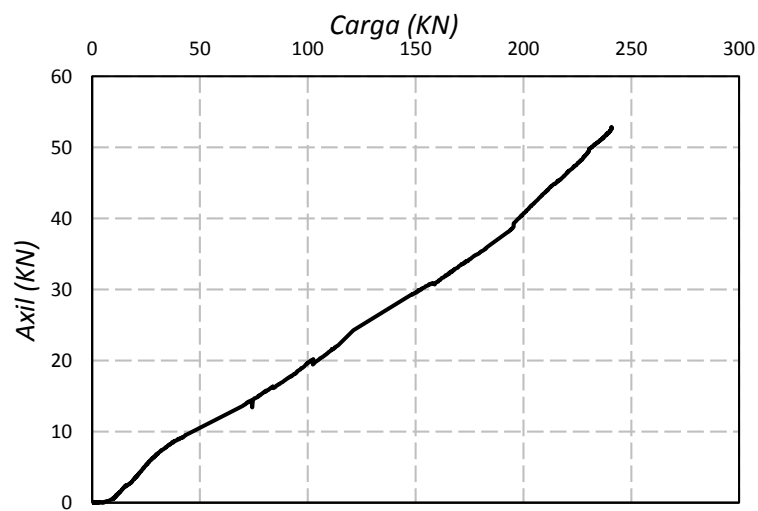


Fig 5.5.7 Gráfica Axil – Carga en la sección bajo la carga

- EMPOTRAMIENTO DERECHO VIGA

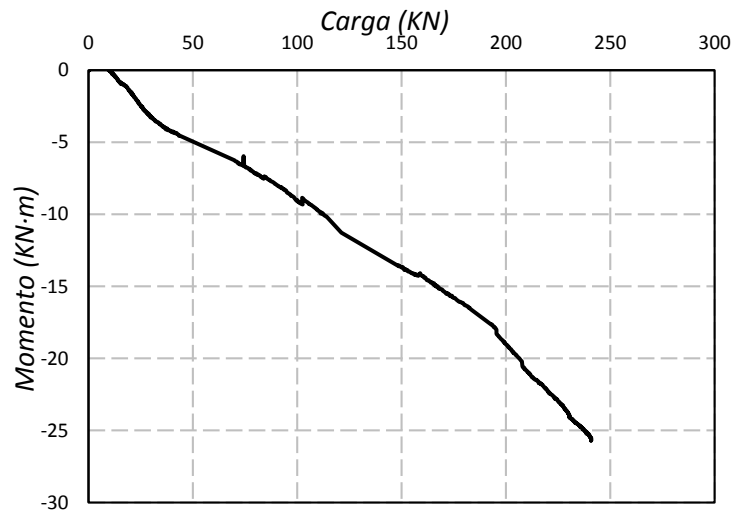


Fig 5.5.8 Gráfica Momento – Carga en el empotramiento derecho de la viga

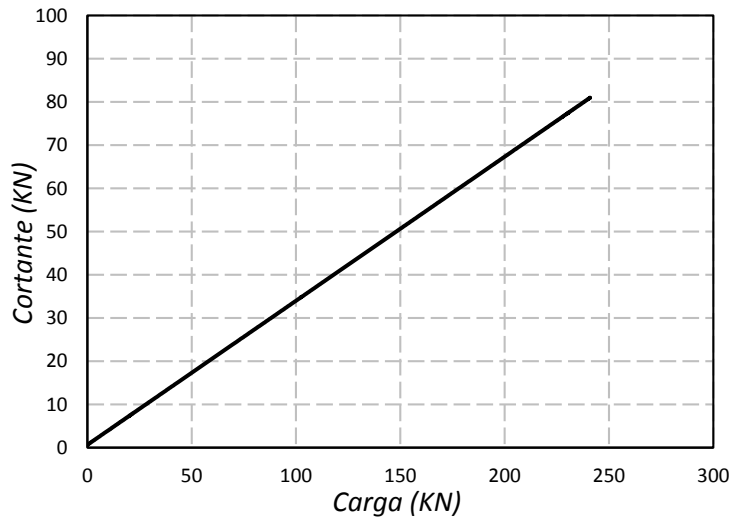


Fig 5.5.9 Gráfica Cortante – Carga en el empotramiento derecho de la viga

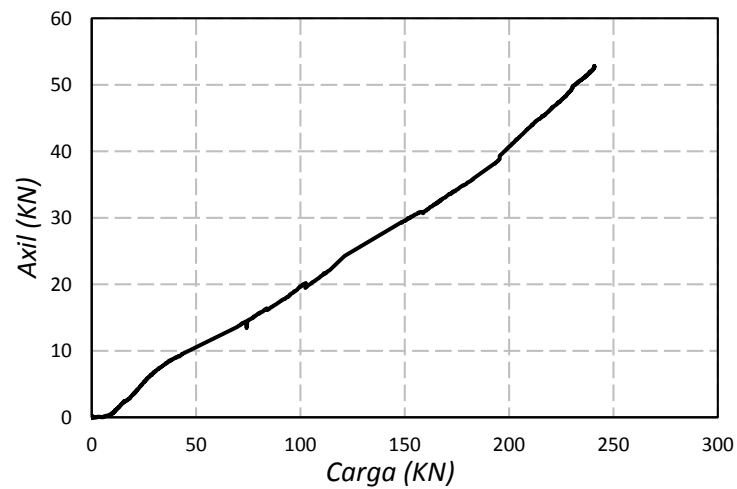


Fig 5.5.10 Gráfica Axil – Carga en el empotramiento derecho de la viga

- EMPOTRAMIENTO PILAR IZQUIERDO

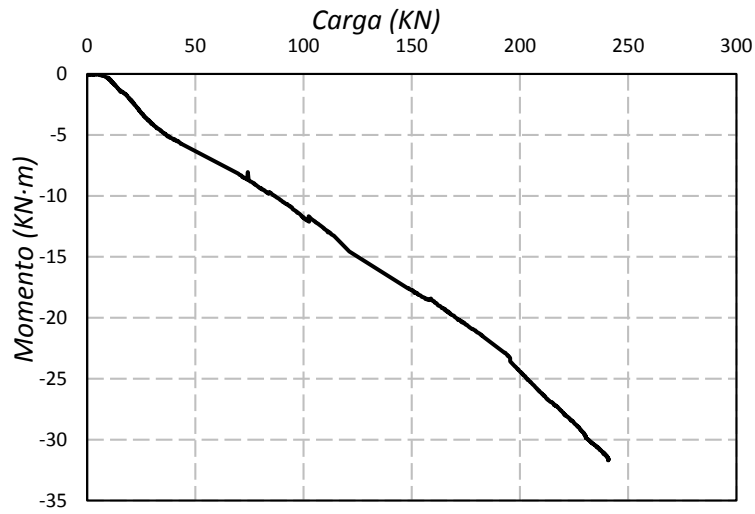


Fig 5.5.11 Gráfica Momento – Carga en el empotramiento del pilar izquierdo

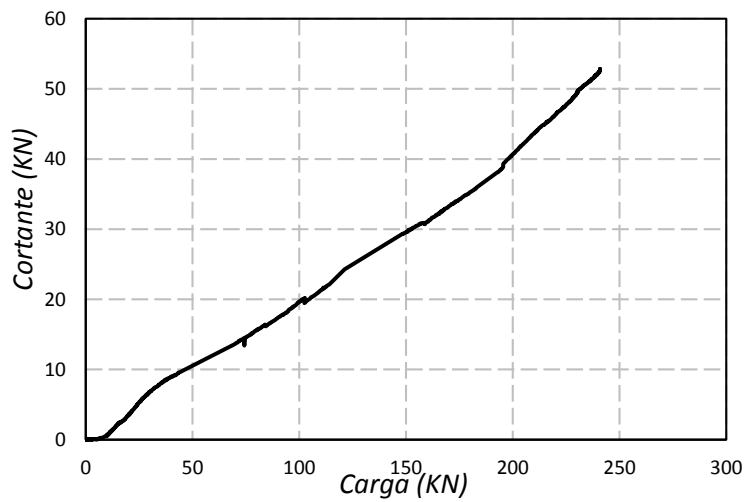


Fig 5.5.12 Gráfica Cortante – Carga en el empotramiento del pilar izquierdo

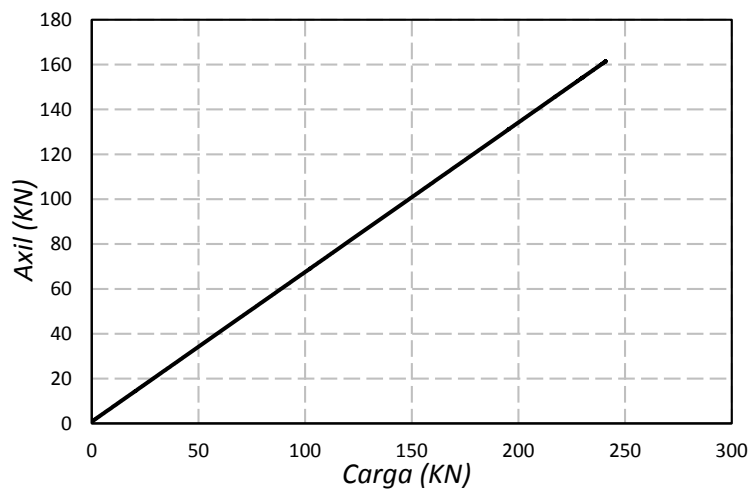


Fig 5.5.13 Gráfica Axil – Carga en el empotramiento del pilar izquierdo

### **5.6 Redistribución de esfuerzos**

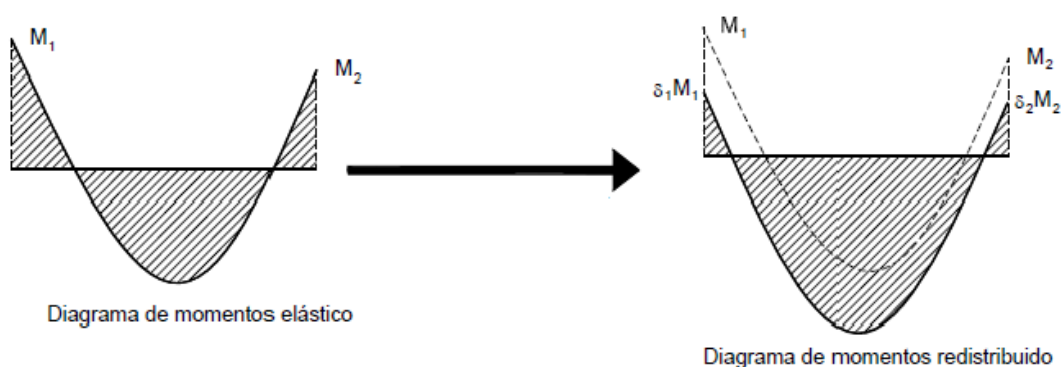
El concepto de redistribución de esfuerzos es importante en las estructuras de hormigón armado que tienen elevada ductilidad. Conseguir la ductilidad en las estructuras es un requisito deseable para evitar las roturas frágiles y además, para proyectar estructuras seguras. Por tanto, la capacidad de una estructura para redistribuir esfuerzos se relaciona con su capacidad de aumentar su máxima resistencia debido a la ductilidad.

La redistribución de esfuerzos no debe entenderse independientemente al análisis elástico lineal, ya que cuando una estructura está solicitada por alguna fuerza exterior, los esfuerzos se distribuyen conforme la rigidez va variando. En esta estructura hiperestática, la distribución de los esfuerzos depende de la variación longitudinal de la rigidez y ésta, a su vez, del estado tenso-deformacional de los materiales. Las secciones más rígidas tienden a absorber más solicitaciones que las menos rígidas. Es decir, cuando una sección fisura, al perder rigidez, recibe, frente a los incrementos de carga, menores esfuerzos que no se hubiera fisurado. Esto mismo, pero mucho más acusado, se produce cuando una sección plastifica, pues su rigidez prácticamente se anula y no puede recibir incremento alguno de la solicitación. Por ello, para mantener el equilibrio, los esfuerzos tienen que aumentar en las secciones con mayor rigidez, fenómeno conocido como redistribución de esfuerzos. Inicialmente esta disminución de rigidez es debido a la fisuración del hormigón, y posteriormente, debido a que las armaduras alcanzan el límite elástico formando una rótula plástica. En la estructura se produce continuamente una distribución de esfuerzos debido a la modificación de la rigidez de los distintos elementos conforme se incrementa la carga aplicada de la estructura.

Una rótula plástica es un concepto teórico que idealiza el comportamiento de una zona de la estructura de hormigón en la que la armadura de tracción ha alcanzado la plastificación y puede girar bajo incrementos de carga sin apenas aumentar el momento. La rótula plástica, situada en la sección de momento máximo resistente, tiene una longitud, conocida como longitud de plastificación que como se ha mencionado antes, en este caso es de 30 centímetros.

Para permitir esta redistribución de esfuerzos, es necesario contar con secciones dúctiles, y de esta manera, se obtiene una distribución de momentos distinta a la dada por el análisis elástico lineal. El grado de redistribución dependerá de las características de deformación del elemento. Esto se puede representar en diagramas momento – curvatura, donde se observa que para secciones dúctiles, se mantienen los valores de momento flector cercanos al máximo para curvaturas grandes.

La naturaleza no lineal de la relación momento – curvatura provoca un cierto ajuste en los valores de momentos flectores. Es decir, debido a las rotaciones plásticas en algunas secciones, los momentos flectores adoptan un patrón distinto al deducido en el modelo elástico lineal. Todas las secciones de momentos positivos y negativos críticos alcanzan sus momentos de agotamiento cerca de la carga última. Por eso, la redistribución de momentos puede tener influencia en la carga máxima aplicada a una estructura hiperestática.



### 5.6.1 Leyes de esfuerzos

Una vez introducido el tema de la redistribución de esfuerzos, se va a representar en gráficas cómo han ido evolucionando los momentos flectores en la viga para distintas cargas y así visualizar el comportamiento de la estructura hiperestática.

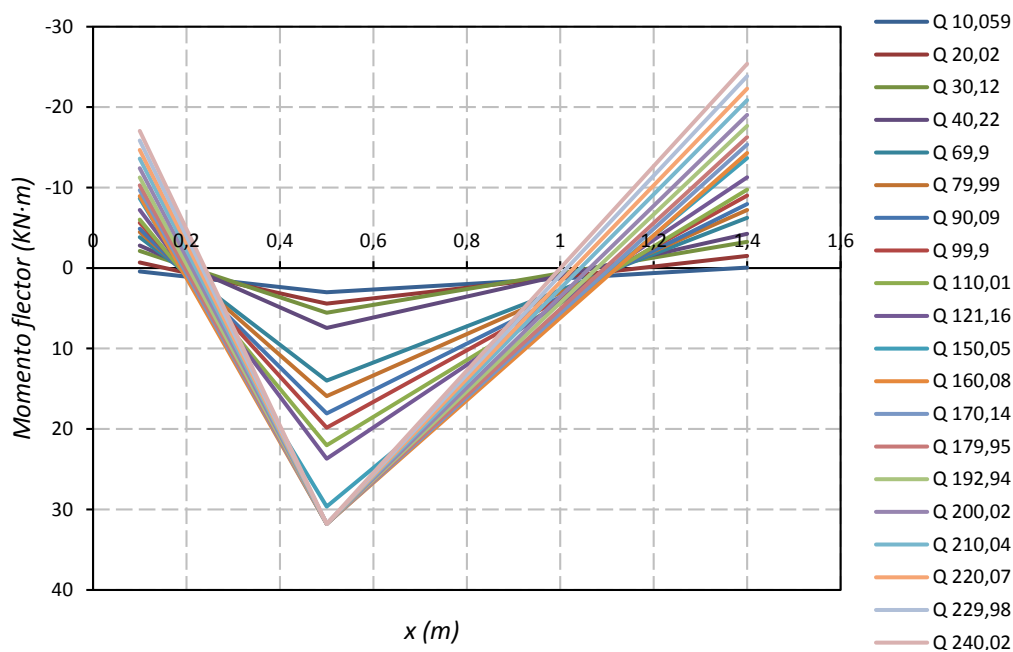


Fig 5.6.1.1 Momentos flectores para distintos niveles de carga. Redistribución de esfuerzos

Con la siguiente imagen se ha tratado de visualizar la evolución de la ley de momentos a lo largo del ensayo. Se puede apreciar con claridad como aumenta la ley de esfuerzos en los empotramientos de la viga al bloquearse bajo la carga aplicada. Por consiguiente, la ley de flectores de los dos pilares también crece.



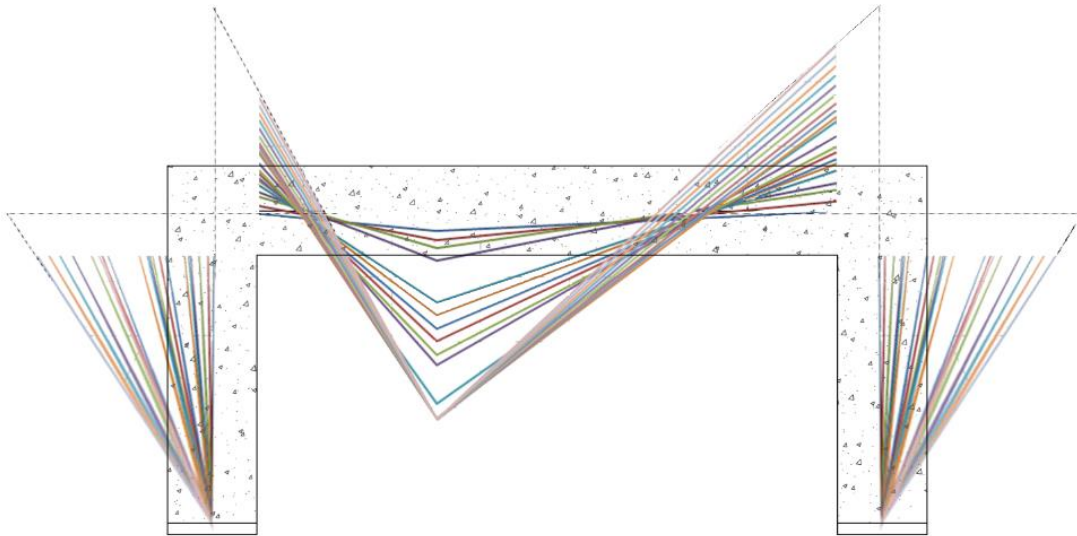


Fig 5.6.1.2 Redistribución de esfuerzos en toda la pieza

### 5.6.2 Momentos experimentales vs. Elástico-Lineal

El objetivo de este apartado es contrastar la distribución de momentos obtenida en el análisis lineal con el obtenido experimentalmente. Se van a representar para el caso de Estado Límite de Servicio y Estado Límite Último.

Se representa este gráfico con los momentos flectores de las dos secciones en las que se ha formado rótula plástica, es decir, la zona bajo la carga y el empotramiento del pilar izquierdo. Las líneas de trazos indican la solución elástica-lineal del pórtico. La línea continua indica la relación de momentos real para cada sección, según el nivel de carga aplicado.

En primer lugar, se muestra el gráfico para Estado Límite de Servicio. Para estos niveles de carga, la pieza sufre una prefisuración, la cual se verá reflejado en el diagrama de Estado Límite Último.

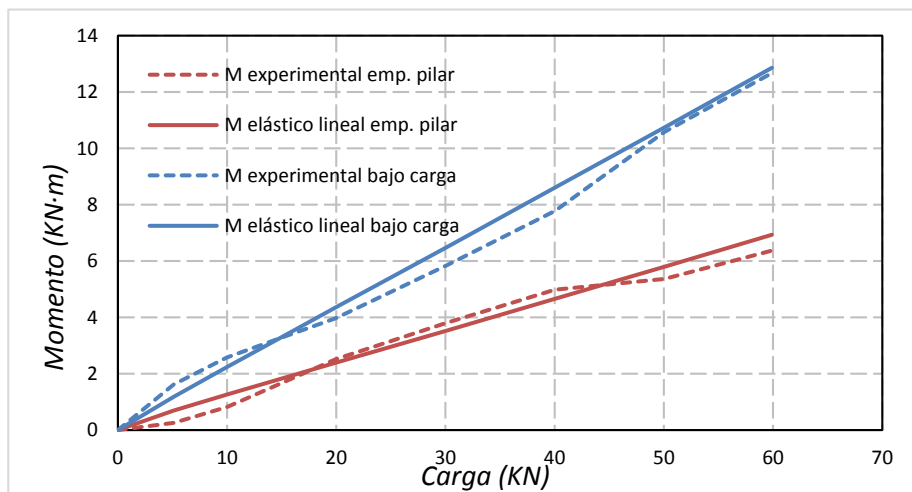


Fig 5.6.2.1 Modelo elástico lineal frente a valores experimentales ELS

Para el caso de Estado Límite Último, la pieza cuenta con la prefisuración anterior.

Como se ha especificado anteriormente, se muestra la evolución de los momentos flectores en las secciones de los pilares y en la de bajo carga.

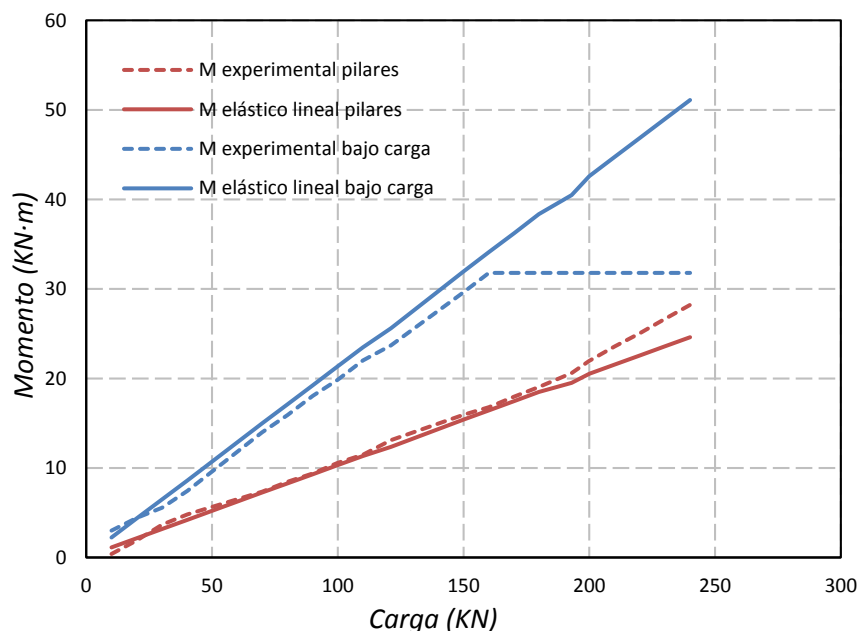


Fig 5.6.2.2 Modelo elástico lineal frente a valores experimentales ELU

Para cada sección, la diferencia entre el momento dado por el análisis elástico lineal y el momento real actuante se conoce como redistribución de esfuerzos.

En todo lo anterior, cabe destacar que la pieza se ha diseñado con la suficiente ductilidad para que la sección bajo carga, una vez plastifica (formación de rótula plástica), sea capaz de deformarse lo suficiente para que bajo incrementos posteriores de carga se pueda producir la plastificación de la sección del pilar.

Como se puede observar en la gráfica anterior, para cargas bajas, la distribución de momentos flectores debido a la carga concentrada coincide con la distribución de la teoría elástica. Conforme se va aumentando la carga aplicada, llega un momento en que la sección más solicitada (bajo carga) alcanza el momento de fisuración y a partir de ahí disminuye tanto la rigidez de la sección bajo la carga que se forma finalmente una rótula plástica. Al mismo tiempo, aumenta el momento flector en las secciones extremas para satisfacer el equilibrio. Se alcanza el momento máximo en la sección bajo la carga, antes de que se alcance en las secciones de los empotramientos. Como la estructura ensayada se ha diseñado para que tuviera ductilidad, el elemento es capaz de transmitir carga adicional debido a que la articulación plástica gira mientras mantiene constante su momento máximo (31,8 KN·m; referencia teórica del diagrama M-c del capítulo siguiente). Una vez se bloquea este valor ocurre una redistribución de esfuerzos hasta que alguna de las secciones críticas restantes

alcancen su momento máximo. En este caso, la otra sección crítica fue la del empotramiento del pilar izquierdo.

Con lo cual, se concluye que como se ha tenido suficiente capacidad de rotación plástica en la sección bajo la carga, la distribución resultante de los momentos flectores para la carga máxima es distinta a la calculada utilizando la teoría elástico lineal. Además, esta capacidad de redistribuir esfuerzos también depende de los momentos de agotamiento de cada sección, los cuales se mostrarán en el capítulo siguiente.

El grado de redistribución de esfuerzos de la estructura se calcula a partir de los momentos máximos de cada sección correspondientes al análisis elástico lineal y al ensayo experimental.

Para finalizar este apartado, se van a exponer las ventajas de la redistribución de esfuerzos:

- Permite un mejor aprovechamiento de los materiales, en particular de las armaduras.
- Reducir el área de las armaduras en las zonas más reforzadas trae la ventaja de disminuir las tensiones máximas en el hormigón comprimido. Además, por este motivo, se mejoran las condiciones del hormigón al tener menor congestión de armaduras, resultando un hormigón de mejor calidad.
- Si se diseña partiendo de la hipótesis de que hay redistribución de esfuerzos, se tiene más libertad para dimensionar las vigas, especialmente en la distribución de las armaduras longitudinales de tracción.

### **5.7 Diagrama Momento – Curvatura experimental**

En el presente capítulo se van a mostrar las gráficas Momento – Curvatura de algunas secciones. Las secciones que se han estado analizando hasta ahora han sido la sección bajo la carga, los empotramientos de la viga y el empotramiento del pilar izquierdo, que son las zonas con más interés.

Sin embargo, a la hora de obtener la curvatura, no se ha podido llevar a cabo en dichas secciones ya que no se colocaron galgas en ellas, debido a que eran secciones que podían sufrir durante el ensayo, incluso llegar a romper. Con lo cual, como las galgas son un instrumento de medida sensibles, se decidió colocarlas en secciones cercanas a las de estudio para evitar posibles lecturas erróneas.

Por otro lado, como ya se ha comentado, las galgas que se situaron en la zona derecha de la viga no dieron resultado válidos. Por tanto, los diagramas que se van a representar en este capítulo serán los correspondientes a la sección central y a la sección izquierda de la viga.

Un diagrama de “momento – curvatura” es una gráfica que relaciona, básicamente, las condiciones de resistencia con las deformaciones de una sección sometida a flexión. La resistencia se refleja mediante el momento flector resistente y las deformaciones mediante la curvatura correspondiente en la sección. El uso de este tipo de graficas permite visualizar y

comprender el comportamiento de la sección de hormigón en flexión a medida que la misma pasa por las distintas etapas (elástico, fisurada y plástica). Cada etapa mostrará condiciones diferentes de resistencia y rigidez a flexión de la sección.

La curvatura se ha obtenido como:

$$c = \frac{\varepsilon' - \varepsilon}{l}$$

Siendo

$\varepsilon'$  y  $\varepsilon$  las deformaciones en compresión y en tracción respectivamente

$l$  distancia que separa las dos galgas extensiométricas. Es igual a  $d-d'$

Como se puede observar en la gráfica 5.7.1, sólo hay rama elástica, por lo tanto esta sección no ha llegado a su momento de plastificación ni ha agotado. El momento máximo que se alcanza durante el ensayo es 10 kN·m aproximadamente. La sección tiene un comportamiento basado en una relación lineal entre tensiones y deformaciones.

La curvatura de esta sección se ha obtenido a partir de las galgas IFS ITI, que son las galgas en tracción y en compresión respectivamente. Están a una distancia la una de la otra de 0,139 m.

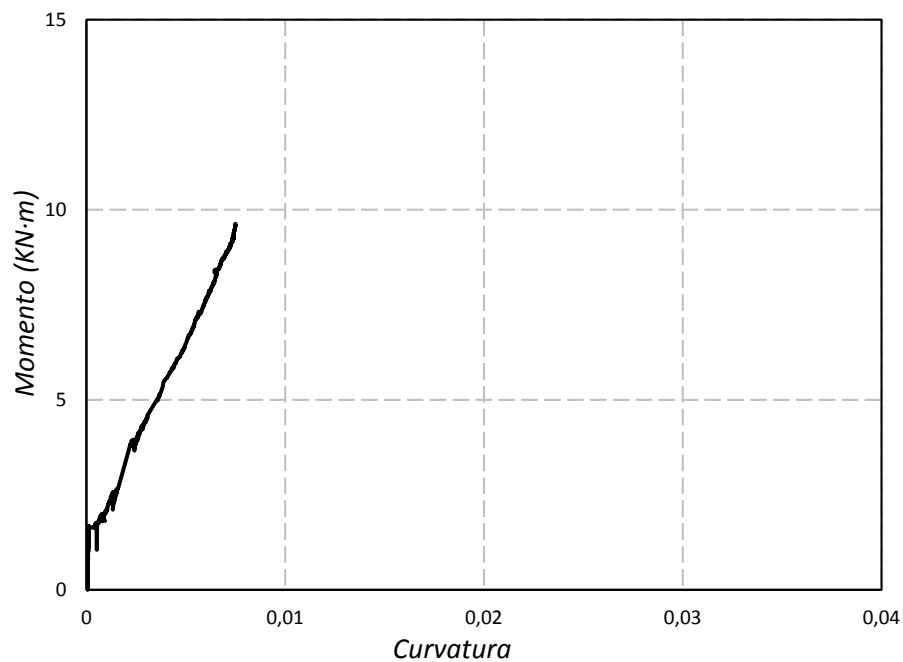


Fig 5.7.1 Gráfica M – c sección izquierda de la viga

Como se puede ver en el gráfico, esta sección tiene un comportamiento distinto a la anterior. En este caso, se supera la fase elástica, estando esta sección fisurada. La gráfica muestra una zona de la rama plástica a partir de que la sección pierde rigidez. Este comportamiento se debe a la formación de la rótula plástica.

La curvatura se ha obtenido con las deformaciones obtenidas de las galgas CTS y CFI, que son las de compresión y tracción respectivamente. La distancia que las separa es de 0,139 m.

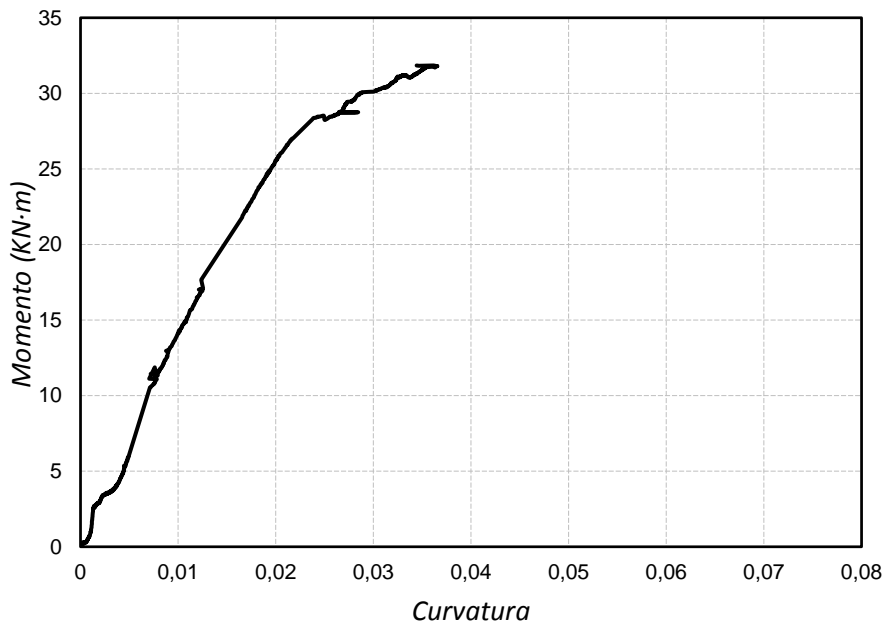


Fig 5.7.2 Gráfica M – c sección central (galga) de la viga

Como se comentó en otros apartados de este capítulo, es importante destacar que las galgas no se colocaron justo en las zonas críticas de la estructura. Esto produce que los resultados de las gráficas obtenidas me den una aproximación del comportamiento en las zonas críticas.

### 5.8 Conclusiones

Entre las conclusiones a destacar en este apartado destacan:

- La estructura ha experimentado un aumento de su capacidad resistente. Estaba diseñada para resistir 100 kN, y soportó 240 kN.
- El aumento de la resistencia se debe a la colocación de un redondo adicional en la zona bajo la carga, por un lado, y por otro debido al proceso de redistribución de la estructura.
- La redistribución de esfuerzos se debe al cambio de rigidez de la zona bajo la carga.
- El cálculo de esfuerzos se realiza en dos fases. Una primera fase con la estructura siendo hiperestática. Una segunda fase a partir de la plastificación de la zona bajo la carga, siendo la estructura isostática.
- Debido a la redistribución de esfuerzos, la ley de momentos flectores experimental difiere de la ley elástica lineal.
- La zona bajo la carga plastifica a los 170 kN, con un momento de agotamiento de 31,8 kN·m. este valor se ha obtenido del diagrama teórico M-c del capítulo siguiente.
- La zona bajo la carga tiene un comportamiento dúctil, formándose un amplio abanico de compresiones.

- Se intuye que es el empotramiento del pilar izquierdo la siguiente sección en plastificar, y por tanto a partir de la cual se produce el agotamiento.
- Los diagramas M-c experimentales son una aproximación al comportamiento de algunas secciones.

## CAPÍTULO 6

---

### *Comprobación estructural mediante métodos de cálculo*

Tras la presentación de los resultados obtenidos del análisis experimental, en este capítulo se realizan comprobaciones con métodos simplificados para contrastar los resultados obtenidos y poder describir el comportamiento de la estructura.

*Autor: Beatriz Cabañero Escudero*





## 6. Comprobación estructural mediante métodos de cálculo

### 6.1 Estado Límite Último

A continuación, se va a comprobar cada una de las secciones críticas comparando los esfuerzos experimentales con los de agotamiento. Para ello, se expone el proceso de obtención de los esfuerzos últimos. En primer lugar, se comentan los axiles y flectores de agotamiento y posteriormente, se hablará de los cortantes de agotamiento.

En relación a las solicitaciones normales, se representa el diagrama momento – curvatura, a partir del cual se contrastan los resultados.

#### 6.1.1 Solicitaciones normales

##### 6.1.1.1 Axil y flector de agotamiento

La comprobación de una sección consiste en determinar si una sección resiste una determinada sollicitación de cálculo  $N_{Ed}$ ,  $M_{Ed}$ , y con ello poder explicar el comportamiento de la estructura durante el ensayo.

La forma analítica de abordar esta verificación, según el artículo 6.1 del Eurocódigo-02, es calculando los momentos de agotamiento  $M_u$  que corresponden a un esfuerzo axil igual al de cálculo  $N_{Ed}$  y verificar si el momento flector de cálculo  $M_{Ed}$  queda comprendido entre ambos valores, en cuyo caso no se produce la rotura.

Previamente al cálculo del momento último debe comprobarse que el axil de cálculo  $N_{Ed}$ , está comprendido entre los dos valores extremos del diagrama de interacción: el axil máximo que la sección es capaz de resistir en la situación de compresión simple  $N_{uc} = N_u(\infty)$ , y el axil mínimo que la sección es capaz de resistir en la situación de tracción simple  $N_{ut} = N_u(-\infty)$ . En caso contrario, en el que  $N_{Ed}$ , está fuera de ese rango, se produce la rotura de la sección.

El cálculo de uno de los dos momentos de agotamiento ( $M_u^+$  o  $M_u^-$ ) puede evitarse si previamente se conoce la parte del diagrama de interacción con la que se debe comparar el momento flector de cálculo, es decir, si se trata de curvaturas positivas o negativas. Este proceso de elección de la parte del diagrama de interacción N-M que debe emplearse se conoce como comprobación de borde.

La comprobación de borde se expresa de la siguiente forma:

$$\text{Si } M_{Ed} \geq M_{ut} + \frac{M_{uc} - M_{ut}}{N_{uc} - N_{ut}} \cdot (N_{Ed} - N_{ut}) \rightarrow \text{comprobar } M_{Ed} \leq M_u^+$$

$$\text{Si } M_{Ed} < M_{ut} + \frac{M_{uc} - M_{ut}}{N_{uc} - N_{ut}} \cdot (N_{Ed} - N_{ut}) \rightarrow \text{comprobar } M_{Ed} \geq M_u^-$$

donde

$$N_{ut} = - \sum A_{si} \cdot f_{yd}$$

$$N_{uc} = A_c \cdot f_{cd} + \sum A_{si} \cdot \sigma_{si}$$

$$M_{ut} = - \sum A_{si} \cdot f_{yd} \cdot e_{si}$$

$$M_{uc} = S_c \cdot f_{cd} + \sum A_{si} \cdot \sigma_{si} \cdot e_{si}$$

siendo:

$A_c$  es el área de la sección de hormigón

$A_{si}$  es el área de armadura pasiva

$f_{cd}$  es la resistencia de cálculo del hormigón

$f_{yd}$  es la resistencia de cálculo del acero de la armadura pasiva

$$\sigma_{si} = E_s \cdot \varepsilon_{cu,c}$$

$e_{si}$  es la distancia de las armaduras al centro de gravedad

En este caso  $f_{cd} = f_{ck}$ ;  $f_{yd} = f_{yk}$  ya que  $\gamma_c = 1$ ;  $\gamma_s = 1$  por tener un control de calidad de los materiales del 100%.

A continuación, para calcular el momento flector de agotamiento que corresponde al axil  $N_{Ed}$  en el diagrama de interacción elegido, debe resolverse la ecuación de equilibrio de axiles cuya única incógnita es la profundidad de la fibra neutra  $x$ :

$$N_{Ed} = N_u(x) \rightarrow x$$

El valor obtenido  $x$  se introduce en la ecuación de momentos para obtener el momento flector de agotamiento:

$$M_u = M_u(x)$$

Las ecuaciones son las siguientes:

$$N_u(x) = \int_{A_c}^0 \sigma_c(x) \cdot dA + \sum_{i=1}^{n_s} A_{si} \cdot \sigma_{si}(x)$$

$$M_u(x) = \int_{A_c}^0 \sigma_c(x) \cdot z \cdot dA + \sum_{i=1}^{n_s} A_{si} \cdot \sigma_{si}(x) \cdot e_{si}$$

La comparación escalar entre el momento flector de cálculo  $M_{Ed}$  y el momento flector de agotamiento obtenido  $M_u$  permite verificar la rotura o no de la sección como se verá a continuación.

La ecuación de equilibrio de axiles es analíticamente diferente según el intervalo de  $x$ , debido a la definición por tramos del diagrama de pivotes y a las diferentes ramas de las ecuaciones tensión-deformación de los materiales. Por tanto, para su resolución se ha seguido un proceso iterativo.

Este proceso consiste en suponer un intervalo de  $x$  en el que se encontrará la solución, resolver la ecuación analítica resultante y, posteriormente comprobar que la solución  $x$  obtenida queda en el intervalo supuesto. Si se cumple quiere decir que las hipótesis son correctas. En caso contrario, se debe volver a formular la ecuación de axiles en un nuevo intervalo. La solución de  $x$  errónea obtenida en el paso anterior indica el nuevo intervalo de  $x$  en el que debe plantearse la ecuación de equilibrio.

Los tres pivotes del diagrama son:

*PIVOTE A:* límite de alargamiento por tracción de la armadura pasiva.

$$x_{AB} \leq x_0$$

*PIVOTE B:* límite de deformación unitaria del hormigón a compresión.

$$x_{AB} \leq x \leq h$$

*PIVOTE C:* límite de deformación unitaria del hormigón a compresión pura.

$$x \geq h$$

donde

$$x_{AB} = \frac{\varepsilon_{cu,f}}{\varepsilon_{cu,f} + \varepsilon_{su}} \cdot d = 0,259 \cdot d$$

Como se trabaja con el modelo de bloque rectangular (con  $f_{ck} < 50 \text{ MPa}$ ), tenemos los siguientes parámetros:

$$\varepsilon_{cu,f} = 0,0035$$

$$\varepsilon_{cu,c} = 0,00175$$

$$\varepsilon_{su} = -0,01$$

Por otro lado, se han empleado las características reales de los materiales, obtenidas de los ensayos realizados tanto al acero como al hormigón. Los resultados son los siguientes:

$$f_{ck} = 41,6 \text{ MPa}$$

$$f_{yk} = 545,20 \text{ MPa}; E_s = 207168.27 \text{ MPa para } \phi 12 \text{ mm}$$

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_{cu,f} = E_s \cdot 0,00175 = 362,54 \text{ MPa} \quad (\phi 12)$$

$$f_{yk} = 542,43 \text{ MPa} ; E_s = 204145,50 \text{ MPa} \text{ para } \phi 10 \text{ mm}$$

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_{cu,f} = E_s \cdot 0,00175 = 357,25 \text{ MPa} \quad (\phi 10)$$

Se han elegido cuatro secciones críticas para las cuales se han calculado los esfuerzos de agotamiento. Dichas secciones son: bajo la carga, en el empotramiento izquierdo de la viga, en el empotramiento derecho de la viga y en el empotramiento del pilar izquierdo. En cada una de estas secciones se han adoptado como esfuerzos de cálculo el máximo momento flector y el axil concomitante de los resultados experimentales.

### SECCIÓN BAJO CARGA

La sección de 0,2 x 0,2 m está formada por:

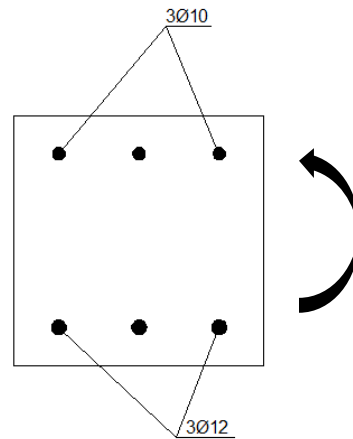
$$d = 0,169 \text{ m}$$

$$d' = 0,03 \text{ m}$$

Los esfuerzos de cálculo son:

$$N_{Ed,exp} = 31,07 \text{ kN}$$

$$M_{Ed,exp} = 31,8 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



El momento máximo en esta sección se da para la carga de 160,37 kN.

- Comprobaciones

→ Comprobación de borde:

$$N_{ut} = - \left( 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} \cdot 542,43 \cdot 10^3 + 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0,012^2}{4} \cdot 545,20 \cdot 10^3 \right) = -312,79 \text{ kN}$$

$$M_{ut} = - \left( 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} \cdot 542,43 \cdot 10^3 \cdot 0,07 + 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0,012^2}{4} \cdot 545,20 \cdot 10^3 \cdot (-0,069) \right) \\ = 3,82 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$N_{uc} = 41,6 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,2 + 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} \cdot 357,25 \cdot 10^3 + 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0,012^2}{4} \cdot 362,5 \cdot 10^3 \\ = 1871,17 \text{ kN}$$

$$M_{uc} = 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} \cdot 357,25 \cdot 10^3 \cdot (0,07) + 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0,012^2}{4} \cdot 362,5 \cdot 10^3 \cdot (-0,069) \\ = -2,59 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Por tanto,

$$31,8 \geq 3,82 + \frac{-2,59 - 3,82}{1871,17 - (-312,79)} \cdot (31,07 - (-312,79)) = 2,81 \rightarrow M_u^+$$

→ Comprobación  $N_{ut} < N_{Ed} < N_{uc}$

$$-312,79 < 31,07 < 1871,17 \rightarrow CUMPLE$$

- Obtención de la profundidad de la fibra neutra a partir de la ecuación de axiles

La ecuación de equilibrio de axiles es diferente según los distintos intervalos de la profundidad de la fibra neutra, como ya se ha comentado anteriormente. Para la resolución se realiza un proceso iterativo, que comienza con el planteamiento de unas hipótesis:

- La armadura inferior está plastificada en tracción ( $\sigma_s = -f_{yd}$ )
- La armadura superior está plastificada en compresión ( $\sigma'_s = f_{yd}$ )

Se obtiene la profundidad de la fibra neutra con estas hipótesis:

$$N_{Ed} = N_u = f_{cd} \cdot 0,8 \cdot x \cdot b - A_s \cdot f_{yd} + A'_s \cdot f_{yd}$$

$$31,07 = (41,6 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,8 \cdot x) - \left( 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0,012^2}{4} \cdot 545,20 \cdot 10^3 \right) + \left( 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} \cdot 542,43 \cdot 10^3 \right) \rightarrow x = 0,01326 \text{ m}$$

Esta solución sólo es válida si se cumplen las hipótesis realizadas en la formulación empleada. Para comprobarlo se realizan unos cálculos auxiliares:

En este caso,

$$x_{AB} = \frac{\varepsilon_{cu,f}}{\varepsilon_{cu,f} + \varepsilon_{su}} \cdot d = \frac{0,0035}{0,0035 + 0,01} \cdot 0,169 = 0,043815 \text{ m}$$

$$0,01326 < 0,0438 \rightarrow \text{PIVOTE A}$$

$$x_{lim} = \frac{\varepsilon_{cu,f}}{\varepsilon_{cu,f} + \frac{f_{yd}}{E_s}} \cdot d = \frac{0,0035}{0,0035 + \frac{545,20}{207168,27}} \cdot 0,169 = 0,0965 \text{ m}$$

$$x_{lim,c} = \frac{\varepsilon_{cu,f}}{\varepsilon_{cu,f} - \frac{f_{yd}}{E_s}} \cdot d' = \frac{0,0035}{0,0035 - \frac{542,43}{204145,5}} \cdot 0,03 = 0,125 \text{ m}$$

Además, como  $x < x_{lim}$  queda comprobado que la armadura inferior está plastificada tal y como se había impuesto en la hipótesis inicial. Sin embargo  $x < x_{lim,c}$ , es decir que la armadura superior no está plastificada.

Con lo cual, se replantea la ecuación de equilibrio de axiles con las nuevas hipótesis adoptadas:

- a) La armadura inferior está plastificada en tracción ( $\sigma_s = -f_{yd}$ )
- b) La armadura superior NO está plastificada ( $\sigma'_s = E_s \cdot \varepsilon'_s$ )

En este caso, la deformación de la armadura superior se obtiene:

$$\frac{\varepsilon_y}{x - d'} = \frac{\varepsilon_{su}}{d - x} \rightarrow \varepsilon_y = \frac{0,01 \cdot (x - 0,03)}{0,169 - x}$$

Se plantea de nuevo la ecuación de axiles con las nuevas hipótesis:

$$N_d = N_u = f_{cd} \cdot 0,8 \cdot x \cdot b - A_s \cdot f_{yd} + A'_s \cdot \sigma'_s$$

$$31,07 = (41,6 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,8 \cdot x) - \left( 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0,012^2}{4} \cdot 545,20 \cdot 10^3 \right)$$

$$+ \left( 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} \cdot \frac{0,01 \cdot (x - 0,03)}{0,169 - x} \cdot 204145,5 \cdot 10^3 \right) \rightarrow x = 0,0316 \text{ m}$$

Esta solución cumple con las dos hipótesis adoptadas.

- Cálculo del momento de agotamiento para el axil de cálculo

La ecuación de equilibrio de momentos referidos al centro de la sección proporciona directamente el momento flector resistido por la sección cuando el axil es  $N_{Ed}$ .

$$M_u = \left( f_{cd} \cdot 0,8 \cdot x \cdot b \cdot \left( \frac{h}{2} - 0,4 \cdot x \right) \right) + \left( A_s \cdot f_{yd} \cdot \left( d - \frac{h}{2} \right) \right) + (A'_s \cdot \sigma'_s \cdot \left( \frac{h}{2} - d' \right))$$

$$M_u = (41,6 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,0316 \cdot (0,1 - 0,4 \cdot 0,0316))$$

$$+ \left( 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0,012^2}{4} \cdot 545,20 \cdot 10^3 \cdot (0,169 - 0,1) \right)$$

$$+ \left( 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} \cdot \frac{0,01 \cdot (0,0316 - 0,03)}{0,169 - 0,0316} \cdot 204145,5 \cdot 10^3 \cdot (0,1 - 0,03) \right)$$

$$= \mathbf{31,53 \text{ kN} \cdot \text{m}}$$

SECCIÓN DEL EMPOTRAMIENTO DEL PILAR IZQUIERDO

La sección de 0,2 x 0,2 m está formada por:

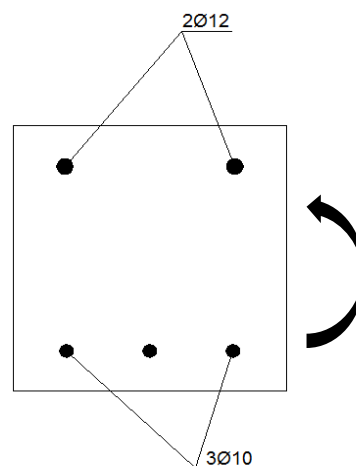
$$d = 0,17 \text{ m}$$

$$d' = 0,031 \text{ m}$$

Los esfuerzos de cálculo son:

$$N_{Ed,exp} = 161,398 \text{ kN}$$

$$M_{Ed,exp} = 31,698 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



El momento máximo en esta sección se da para la carga de 240,82 kN.

- Comprobaciones

→ Comprobación de borde:

$$N_{ut} = - \left( 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0.01^2}{4} \cdot 542,43 \cdot 10^3 + 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0.012^2}{4} \cdot 545,20 \cdot 10^3 \right) = -251,13 \text{ kN}$$

$$M_{ut} = - \left( 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0.01^2}{4} \cdot 542,43 \cdot 10^3 \cdot (-0,07) + 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0.012^2}{4} \cdot 545,20 \cdot 10^3 \cdot 0,069 \right) = 0,31 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$N_{uc} = 41,6 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,2 + 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0.01^2}{4} \cdot 357,25 \cdot 10^3 + 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0.012^2}{4} \cdot 362,5 \cdot 10^3 = 1830,18 \text{ kN}$$

$$M_{uc} = 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0.01^2}{4} \cdot 357,25 \cdot 10^3 \cdot (-0,07) + 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0.012^2}{4} \cdot 362,5 \cdot 10^3 \cdot (0,069) = -0,2346 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Por tanto,

$$31,698 \geq 0,31 + \frac{-0,2346 - 0,31}{1830,17 - (-251,13)} \cdot (161,398 - (-251,13)) = 0,202 \rightarrow M_u^+$$

→ Comprobación  $N_{ut} < N_{Ed} < N_{uc}$

$$-251,13 < 161,398 < 1830,17 \rightarrow \text{CUMPLE}$$

- Obtención de la profundidad de la fibra neutra a partir de la ecuación de axiles

Hipótesis iniciales:

a) La armadura inferior está plastificada en tracción ( $\sigma_s = -f_{yd}$ )

b) La armadura superior está plastificada en compresión ( $\sigma'_s = f_{yd}$ )

Se obtiene la profundidad de la fibra neutra con estas hipótesis:

$$N_{Ed} = N_u = f_{cd} \cdot 0,8 \cdot x \cdot b - A_s \cdot f_{yd} + A'_s \cdot f_{yd}$$

$$161,398 = (41,6 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,8 \cdot x) + \left( 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0,012^2}{4} \cdot 545,20 \cdot 10^3 \right) - \left( 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} \cdot 542,43 \cdot 10^3 \right) \rightarrow x = 0,0249 \text{ m}$$

A continuación se verifican las hipótesis iniciales:

En este caso,

$$x_{AB} = \frac{\varepsilon_{cu,f}}{\varepsilon_{cu,f} + \varepsilon_{su}} \cdot d = \frac{0,0035}{0,0035 + 0,01} \cdot 0,170 = 0,04407 \text{ m}$$

$$0,0249 < 0,04407 \rightarrow \text{PIVOTE A}$$

$$x_{lim} = \frac{\varepsilon_{cu,f}}{\varepsilon_{cu,f} + \frac{f_{yd}}{E_s}} \cdot d = \frac{0,0035}{0,0035 + \frac{542,43}{204145,5}} \cdot 0,17 = 0,0964 \text{ m}$$

$$x_{lim,c} = \frac{\varepsilon_{cu,f}}{\varepsilon_{cu,f} - \frac{f_{yd}}{E_s}} \cdot d' = \frac{0,0035}{0,0035 - \frac{545,20}{207168,27}} \cdot 0,031 = 0,125 \text{ m}$$

Además, como  $x < x_{lim}$  queda comprobado que la armadura inferior está plastificada tal y como se había impuesto en la hipótesis inicial. Sin embargo  $x < x_{lim,c}$ , es decir que la armadura superior no está plastificada.

Con lo cual, se replantea la ecuación de equilibrio de axiles con las nuevas hipótesis adoptadas:

a) La armadura inferior está plastificada en tracción ( $\sigma_s = -f_{yd}$ )

b) La armadura superior NO está plastificada ( $\sigma'_s = E_s \cdot \varepsilon'_s$ )

En este caso, la deformación de la armadura superior se obtiene:

$$\frac{\varepsilon_y}{x - d'} = \frac{\varepsilon_{su}}{d - x} \rightarrow \varepsilon_y = \frac{0,01 \cdot (x - 0,031)}{0,17 - x}$$

Se plantea de nuevo la ecuación de axiles con las nuevas hipótesis:

$$N_{Ed} = N_u = f_{cd} \cdot 0,8 \cdot x \cdot b - A_s \cdot f_{yd} + A'_s \cdot \sigma'_s$$

$$161,4 = (41,6 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,8 \cdot x) + \left( 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0,012^2}{4} \cdot \frac{0,01 \cdot (x - 0,031)}{0,17 - x} \cdot 207168,27 \cdot 10^3 \right) - \left( 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} \cdot 542,43 \cdot 10^3 \right) \rightarrow x = 0,0391 \text{ m}$$



Esta solución cumple con las dos hipótesis adoptadas.

- Cálculo del momento de agotamiento para el axil de cálculo

La ecuación de equilibrio de momentos referidos al centro de la sección proporciona directamente el momento flector resistido por la sección cuando el axil es  $N_{Ed}$ .

$$M_u = \left( f_{cd} \cdot 0,8 \cdot x \cdot b \cdot \left( \frac{h}{2} - 0,4 \cdot x \right) \right) + \left( A_s \cdot f_{yd} \cdot \left( d - \frac{h}{2} \right) \right) + (A'_s \cdot \sigma'_s \cdot \left( \frac{h}{2} - d' \right))$$

$$\begin{aligned} M_u &= (41,6 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,0391 \cdot (0,1 - 0,4 \cdot 0,0391)) \\ &\quad + \left( 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0,010^2}{4} \cdot 542,43 \cdot 10^3 \cdot (0,17 - 0,1) \right) \\ &\quad + \left( 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0,012^2}{4} \cdot \frac{0,01 \cdot (0,0391 - 0,031)}{0,17 - 0,0391} \cdot 207168,2 \cdot 10^3 \cdot (0,1 - 0,031) \right) \\ &= \mathbf{32,9 \text{ kN} \cdot \text{m}} \end{aligned}$$

#### SECCIÓN DEL EMPOTRAMIENTO IZQUIERDO DE LA VIGA

La sección de 0,2 x 0,2 m está formada por:

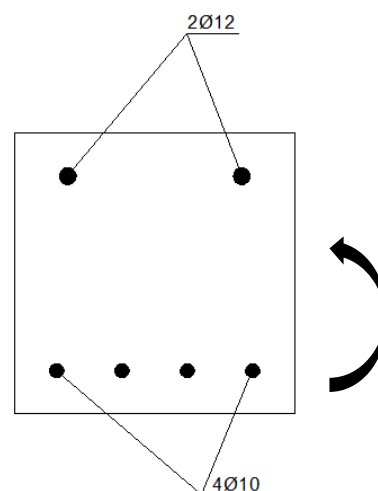
$$d = 0,17 \text{ m}$$

$$d' = 0,031 \text{ m}$$

Los esfuerzos de cálculo son:

$$N_{Ed,exp} = 52,83 \text{ kN}$$

$$M_{Ed,exp} = 17,69 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



El momento máximo en esta sección se da para la carga de 240,82 kN.

- Comprobaciones

→ Comprobación de borde:

$$N_{ut} = - \left( 4 \cdot \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} \cdot 542,43 \cdot 10^3 + 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0,012^2}{4} \cdot 545,20 \cdot 10^3 \right) = -293,73 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} M_{ut} &= - \left( 4 \cdot \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} \cdot 542,43 \cdot 10^3 \cdot (-0,07) + 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0,012^2}{4} \cdot 545,20 \cdot 10^3 \cdot 0,069 \right) \\ &= 3,42 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

$$N_{uc} = 41,6 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,2 + 4 \cdot \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} \cdot 357,25 \cdot 10^3 + 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0,012^2}{4} \cdot 362,5 \cdot 10^3$$

$$= 1858,23 \text{ kN}$$

$$M_{uc} = 4 \cdot \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} \cdot 357,25 \cdot 10^3 \cdot (-0,07) + 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0,012^2}{4} \cdot 362,5 \cdot 10^3 \cdot (0,069)$$

$$= -2,2 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Por tanto,

$$17,69 \geq 3,42 + \frac{-2,2 - 3,42}{1858,23 - (-293,73)} \cdot (52,83 - (-293,73)) = 2,51 \rightarrow M_u^+$$

→ Comprobación  $N_{ut} < N_{Ed} < N_{uc}$

$$-293,73 < 52,83 < 1858,23 \rightarrow \text{CUMPLE}$$

- Obtención de la profundidad de la fibra neutra a partir de la ecuación de axiles

Hipótesis iniciales:

a) La armadura inferior está plastificada en tracción ( $\sigma_s = -f_{yd}$ )

b) La armadura superior está plastificada en compresión ( $\sigma_s' = f_{yd}$ )

Se obtiene la profundidad de la fibra neutra con estas hipótesis:

$$N_{Ed} = N_u = f_{cd} \cdot 0,8 \cdot x \cdot b - A_s \cdot f_{yd} + A'_s \cdot f_{yd}$$

$$52,83 = (41,6 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,8 \cdot x) + \left( 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0,012^2}{4} \cdot 545,20 \cdot 10^3 \right)$$

$$- \left( 4 \cdot \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} \cdot 542,43 \cdot 10^3 \right) \rightarrow x = 0,015 \text{ m}$$

A continuación se verifican las hipótesis iniciales:

En este caso,

$$x_{AB} = \frac{\varepsilon_{cu,f}}{\varepsilon_{cu,f} + \varepsilon_{su}} \cdot d = \frac{0,0035}{0,0035 + 0,01} \cdot 0,170 = 0,04407 \text{ m}$$

$$0,015 < 0,04407 \rightarrow \text{PIVOTE A}$$

$$x_{lim} = \frac{\varepsilon_{cu,f}}{\varepsilon_{cu,f} + \frac{f_{yd}}{E_s}} \cdot d = \frac{0,0035}{0,0035 + \frac{542,43}{204145,5}} \cdot 0,17 = 0,0964 \text{ m}$$

$$x_{lim,c} = \frac{\varepsilon_{cu,f}}{\varepsilon_{cu,f} - \frac{f_{yd}}{E_s}} \cdot d' = \frac{0,0035}{0,0035 - \frac{545,20}{207168,27}} \cdot 0,031 = 0,125 \text{ m}$$

Además, como  $x < x_{lim}$  queda comprobado que la armadura inferior está plastificada tal y como se había impuesto en la hipótesis inicial. Sin embargo  $x < x_{lim,c}$ , es decir que la armadura superior no está plastificada.

Con lo cual, se replantea la ecuación de equilibrio de axiles con las nuevas hipótesis adoptadas:

- a) La armadura inferior está plastificada en tracción ( $\sigma_s = -f_{yd}$ )
- b) La armadura superior NO está plastificada ( $\sigma_s' = E_s \cdot \varepsilon_s'$ )

En este caso, la deformación de la armadura superior se obtiene:

$$\frac{\varepsilon_y}{x - d'} = \frac{\varepsilon_{su}}{d - x} \rightarrow \varepsilon_y = \frac{0,01 \cdot (x - 0,031)}{0,17 - x}$$

Se plantea de nuevo la ecuación de axiles con las nuevas hipótesis:

$$N_{Ed} = N_u = f_{cd} \cdot 0,8 \cdot x \cdot b - A_s \cdot f_{yd} + A'_s \cdot \sigma_s'$$

$$52,8 = (41,6 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,8 \cdot x) + \left( 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0,012^2}{4} \cdot \frac{0,01 \cdot (x - 0,031)}{0,17 - x} \cdot 207168,27 \cdot 10^3 \right) - \left( 4 \cdot \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} \cdot 542,43 \cdot 10^3 \right) \rightarrow x = 0,0327 \text{ m}$$

Esta solución cumple con las dos hipótesis adoptadas.

- Cálculo del momento de agotamiento para el axil de cálculo

La ecuación de equilibrio de momentos referidos al centro de la sección proporciona directamente el momento flector resistido por la sección cuando el axil es  $N_{Ed}$ .

$$M_u = \left( f_{cd} \cdot 0,8 \cdot x \cdot b \cdot \left( \frac{h}{2} - 0,4 \cdot x \right) \right) + \left( A_s \cdot f_{yd} \cdot \left( d - \frac{h}{2} \right) \right) + \left( A'_s \cdot \sigma_s' \cdot \left( \frac{h}{2} - d' \right) \right)$$

$$M_u = (41,6 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,0327 \cdot (0,1 - 0,4 \cdot 0,0327)) + \left( 4 \cdot \frac{\pi \cdot 0,010^2}{4} \cdot 542,43 \cdot 10^3 \cdot (0,17 - 0,1) \right) + \left( 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0,012^2}{4} \cdot \frac{0,01 \cdot (0,0327 - 0,031)}{0,17 - 0,0327} \cdot 207168,2 \cdot 10^3 \cdot (0,1 - 0,031) \right)$$

$$= \mathbf{31,25 \text{ kN} \cdot \text{m}}$$

SECCIÓN DEL EMPOTRAMIENTO DERECHO DE LA VIGA

La sección de 0,2 x 0,2 m está formada por:

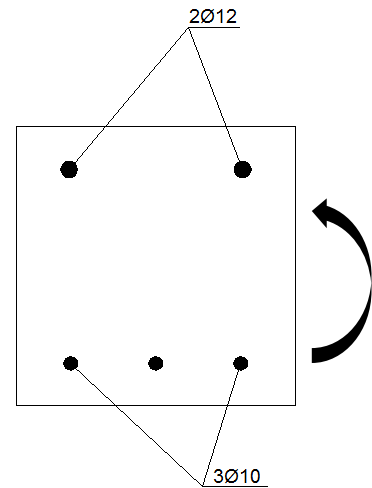
$$d = 0,17 \text{ m}$$

$$d' = 0,031 \text{ m}$$

Los esfuerzos de cálculo son:

$$N_{Ed,exp} = 52,83 \text{ kN}$$

$$M_{Ed,exp} = 25,71 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



El momento máximo en esta sección se da para la carga de 240,82 kN.

- Comprobaciones

→ Comprobación de borde:

$$N_{ut} = -\left(3 \cdot \frac{\pi \cdot 0.01^2}{4} \cdot 542,43 \cdot 10^3 + 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0.012^2}{4} \cdot 545,20 \cdot 10^3\right) = -251,13 \text{ kN}$$

$$M_{ut} = -\left(3 \cdot \frac{\pi \cdot 0.01^2}{4} \cdot 542,43 \cdot 10^3 \cdot (-0,07) + 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0.012^2}{4} \cdot 545,20 \cdot 10^3 \cdot 0,069\right) = 0,31 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$N_{uc} = 41,6 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,2 + 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0.01^2}{4} \cdot 357,25 \cdot 10^3 + 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0.012^2}{4} \cdot 362,5 \cdot 10^3 = 1830,18 \text{ kN}$$

$$M_{uc} = 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0.01^2}{4} \cdot 357,25 \cdot 10^3 \cdot (-0,07) + 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0.012^2}{4} \cdot 362,5 \cdot 10^3 \cdot (0,069) = -0,2346 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Por tanto,

$$25,71 \geq 0,31 + \frac{-0,2346 - 0,31}{1830,17 - (-251,13)} \cdot (52,83 - (-251,13)) = 0,23 \rightarrow M_u^+$$

→ Comprobación  $N_{ut} < N_{Ed} < N_{uc}$

$$-251,13 < 52,83 < 1830,17 \rightarrow \text{CUMPLE}$$

- Obtención de la profundidad de la fibra neutra a partir de la ecuación de axiles

Hipótesis iniciales:

- La armadura inferior está plastificada en tracción ( $\sigma_s = -f_{yd}$ )
- La armadura superior está plastificada en compresión ( $\sigma'_s = f_{yd}$ )

Se obtiene la profundidad de la fibra neutra con estas hipótesis:

$$N_{Ed} = N_u = f_{cd} \cdot 0,8 \cdot x \cdot b - A_s \cdot f_{yd} + A'_s \cdot f_{yd}$$

$$52,83 = (41,6 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,8 \cdot x) + \left( 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0,012^2}{4} \cdot 545,20 \cdot 10^3 \right) - \left( 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} \cdot 542,43 \cdot 10^3 \right) \rightarrow x = 0,0086 \text{ m}$$

A continuación se verifican las hipótesis iniciales:

En este caso,

$$x_{AB} = \frac{\varepsilon_{cu,f}}{\varepsilon_{cu,f} + \varepsilon_{su}} \cdot d = \frac{0,0035}{0,0035 + 0,01} \cdot 0,170 = 0,04407 \text{ m}$$

$$0,0086 < 0,04407 \rightarrow \text{PIVOTE A}$$

$$x_{lim} = \frac{\varepsilon_{cu,f}}{\varepsilon_{cu,f} + \frac{f_{yd}}{E_s}} \cdot d = \frac{0,0035}{0,0035 + \frac{542,43}{204145,5}} \cdot 0,17 = 0,0964 \text{ m}$$

$$x_{lim,c} = \frac{\varepsilon_{cu,f}}{\varepsilon_{cu,f} - \frac{f_{yd}}{E_s}} \cdot d' = \frac{0,0035}{0,0035 - \frac{545,20}{207168,27}} \cdot 0,031 = 0,125 \text{ m}$$

Además, como  $x < x_{lim}$  queda comprobado que la armadura inferior está plastificada tal y como se había impuesto en la hipótesis inicial. Sin embargo  $x < x_{lim,c}$ , es decir que la armadura superior no está plastificada.

Con lo cual, se replantea la ecuación de equilibrio de axiles con las nuevas hipótesis adoptadas:

- La armadura inferior está plastificada en tracción ( $\sigma_s = -f_{yd}$ )
- La armadura superior NO está plastificada ( $\sigma'_s = E_s \cdot \varepsilon'_s$ )

En este caso, la deformación de la armadura superior se obtiene:

$$\frac{\varepsilon_y}{x - d'} = \frac{\varepsilon_{su}}{d - x} \rightarrow \varepsilon_y = \frac{0,01 \cdot (x - 0,031)}{0,17 - x}$$

Se plantea de nuevo la ecuación de axiles con las nuevas hipótesis:

$$N_{Ed} = N_u = f_{cd} \cdot 0,8 \cdot x \cdot b - A_s \cdot f_{yd} + A'_s \cdot \sigma_{s'}$$

$$52,8 = (41,6 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,8 \cdot x) + \left( 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0,012^2}{4} \cdot \frac{0,01 \cdot (x - 0,031)}{0,17 - x} \cdot 207168,27 \cdot 10^3 \right)$$

$$- \left( 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} \cdot 542,43 \cdot 10^3 \right) \rightarrow x = 0,0284 \text{ m}$$

Esta solución cumple con las dos hipótesis adoptadas.

- Cálculo del momento de agotamiento para el axil de cálculo

La ecuación de equilibrio de momentos referidos al centro de la sección proporciona directamente el momento flector resistido por la sección cuando el axil es  $N_{Ed}$ .

$$M_u = \left( f_{cd} \cdot 0,8 \cdot x \cdot b \cdot \left( \frac{h}{2} - 0,4 \cdot x \right) \right) + \left( A_s \cdot f_{yd} \cdot \left( d - \frac{h}{2} \right) \right) + \left( A'_s \cdot \sigma_{s'} \cdot \left( \frac{h}{2} - d' \right) \right)$$

$$M_u = (41,6 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,0284 \cdot (0,1 - 0,4 \cdot 0,0284))$$

$$+ \left( 3 \cdot \frac{\pi \cdot 0,010^2}{4} \cdot 542,43 \cdot 10^3 \cdot (0,17 - 0,1) \right)$$

$$+ \left( 2 \cdot \frac{\pi \cdot 0,012^2}{4} \cdot \frac{0,01 \cdot (0,0284 - 0,031)}{0,17 - 0,0284} \cdot 207168,2 \cdot 10^3 \cdot (0,1 - 0,031) \right)$$

$$= \mathbf{25,108 \text{ kN} \cdot \text{m}}$$

Una vez se conocen los momentos últimos de las distintas secciones se pasa a comparar dichos resultados con lo obtenido en el análisis experimental. De esta forma, se explicará el comportamiento real de la pieza y se dará justificación a los fenómenos observados durante el ensayo. No obstante, cabe destacar que los momentos de agotamiento calculados tienen un error de un 5%.

	<b>Momento máx. experimental (kN·m)</b>	<b>Momento de agotamiento (kN·m)</b>
<i>Bajo carga</i>	31,8	31,53
<i>Empotramiento pilar izq.</i>	31,7	32,9
<i>Empotramiento izq. viga</i>	17,69	31,25
<i>Empotramiento dcha. viga</i>	25,71	25,11

Tabla 6.1.1.1.1 Momento máx experimental-Momento último teórico

En el análisis realizado en el capítulo anterior, se ha observado un proceso de redistribución de esfuerzos. La sección bajo carga ha resistido un momento de 31,8 kN·m. Dicho momento se ha obtenido del diagrama momento – curvatura teórico ya que, por fallo de la instrumentación en esta zona, no se disponía de este dato en el análisis experimental. Como se observa en la tabla adjunta, el momento de agotamiento de esta sección  $M_u = 31,53 \text{ kN} \cdot \text{m}$  se ha superado.

Esto significa que se ha formado una rótula plástica, y por tanto, este momento se ha bloqueado.

De los resultados experimentales se observa además que el máximo momento resistido por el empotramiento izquierdo es de 17,69 kN·m, que es muy inferior a su momento de agotamiento  $M_u = 31,25 \text{ kN} \cdot \text{m}$ , por tanto esta sección está lejos del agotamiento.

Por otro lado, el comportamiento del empotramiento derecho es diferente ya que ha alcanzado un momento de 25,71 kN·m, siendo su momento último  $M_u = 25,11 \text{ kN} \cdot \text{m}$ , y pese a que todo apunta que el agotamiento de esa sección era inminente, ésta no se llegó a producir pues se dio antes en el pilar izquierdo.

Al haberse producido la redistribución de esfuerzos, la ley de flectores en esta sección también se ve afectada aumentando tras la formación de la rótula plástica en la sección bajo la carga. El máximo momento que ha soportado el empotramiento del pilar izquierdo es de 31,7 kN·m, que se compara con el momento de agotamiento  $M_u = 32,9 \text{ kN} \cdot \text{m}$ . Teniendo en cuenta el error del 5% asumible en el momento de agotamiento teórico, se puede afirmar que el agotamiento global de la estructura se debe a la formación de una segunda rótula plástica en esta sección.

Por tanto, una primera rótula plástica se formó bajo la carga, y la segunda podría haberse dado tanto en el empotramiento del pilar izquierdo como en el empotramiento derecho de la viga ya que estaban igualmente armadas, pero finalmente se dio antes en el pilar. Finalmente, se puede concluir que al ser una estructura hiperestática de grado 1, la formación de dos rótulas plásticas lleva al agotamiento global de la estructura.

#### **6.1.1.2 Diagrama momento – curvatura teórico**

El diagrama momento – curvatura teórico permite conocer el comportamiento de las secciones ante incrementos de solicitaciones, desde su estado original hasta el fallo. En este sentido, es posible identificar cómo el elemento resiste la demanda de momentos y rotaciones por unidad de longitud.

Para el cálculo del diagrama momento-curvatura se han adoptado las hipótesis básicas enumeradas en el EC-2 para el análisis no-lineal (art 5.8.6), así como las ecuaciones constitutivas del acero (diagrama bilineal) y del hormigón (art 3.1.5) indicadas en dicha normativa.

Los datos necesarios para la obtención del diagrama son el axil aplicado en cada sección (kN), las características de la sección (0,2 x 0,2 m) y la cuantía de armado en cada sección. Además, se necesita conocer el recubrimiento (0,025 m) y las características resistentes del hormigón y del acero:

$$f_{ck} = 41,6 \text{ MPa}$$

$$f_{yk} = 543,82 \text{ MPa (media de ambos diámetros)}$$

$$E_s = 205656,89 \text{ MPa (media de ambos diámetros)}$$

- Ecuaciones constitutivas

**HORMIGÓN**

$$E_{cd} = E_{cm} = 35568,63 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{c1} = \frac{\min[0,7 \cdot (f_{ck} + 8)^{0,31}; 2,8]}{1000}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{cu} = \frac{3,5}{1000} ; f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ \varepsilon_{cu} = \frac{\left[ 2,8 + 27 \cdot \left( \frac{98 - f_{ck} - 8}{100} \right)^4 \right]}{1000} > 50 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

$$f_{cd} = f_{ck} ; f_{ctd} = f_{ctk} ; \varepsilon_{ct} = \frac{-f_{ctd}}{E_{cd}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{ctk} = 0,7 \cdot 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} ; f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ f_{ctk} = 0,7 \cdot (2,12 \cdot \ln(1 + \frac{f_{ck} + 8}{10})) ; f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

Por tanto,

$$\text{Si } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu} \quad \sigma_c = f_{cd} \cdot \frac{\mu \cdot k - \mu^2}{1 + (k-2) \cdot \mu} ; \quad \mu = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} ; \quad k = 1,05 \cdot \frac{E_{cd} \cdot \varepsilon_{c1}}{f_{cd}}$$

$$\text{Si } \varepsilon_{ct} \leq \varepsilon_c \leq 0 \quad \sigma_c = 1,05 \cdot E_{cd} \cdot \varepsilon_c$$

$$\text{Si } \varepsilon_{ct} > \varepsilon_c \text{ o } \varepsilon_c > \varepsilon_{cu} \quad \sigma_c = 0$$

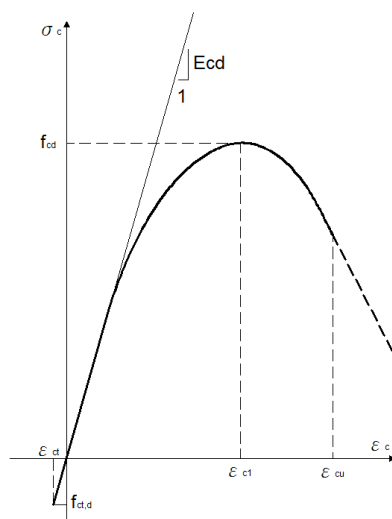


Fig 6.1.1.2.1. Diagrama tensión-deformación del hormigón



ACERO (diagrama bilineal)

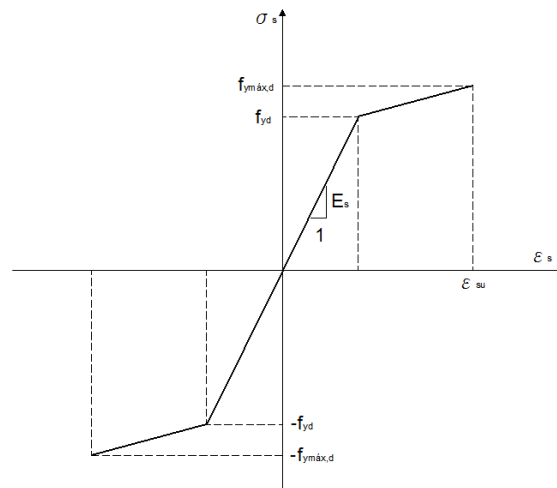
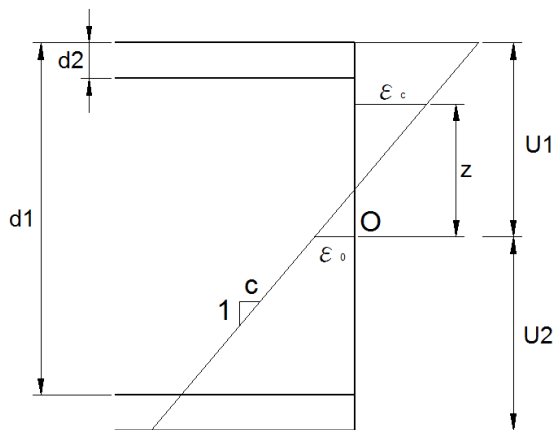


Fig 6.1.1.2.2 Diagrama bilineal acero

$$f_{yd} = f_{yk}$$

- Ecuación de compatibilidad



$$\varepsilon_c = \varepsilon_0 + c \cdot z$$

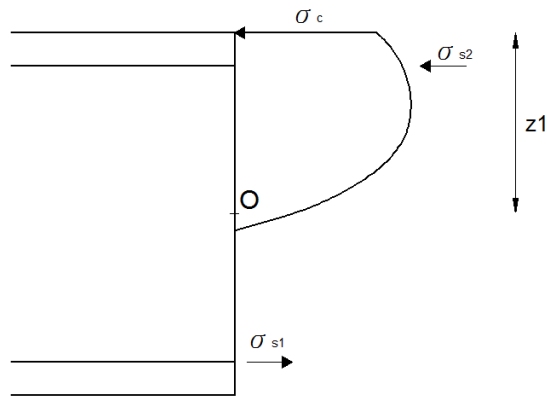
$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_0 + c \cdot (U_1 - d_1)$$

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_0 + c \cdot (U_1 - d_2)$$

- Ecuación de equilibrio

$$N_{int} = \int_{z2}^{z1} \sigma_c \cdot b \cdot dz + \sigma_{s1} \cdot A_{s1} + \sigma_{s2} \cdot A_{s2}$$

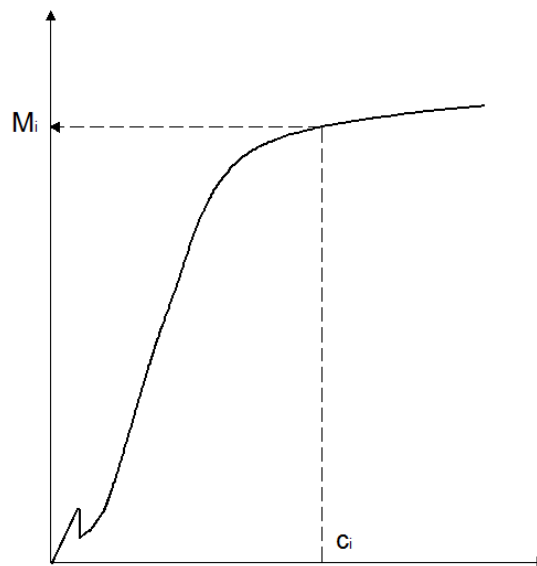
$$M_{int} = \int_{z2}^{z1} \sigma_c \cdot b \cdot z \cdot dz + \sigma_{s1} \cdot A_{s1} \cdot (U_1 - d_1) + \sigma_{s2} \cdot A_{s2} \cdot (U_1 - d_2)$$



Para integrar las tensiones del hormigón se aplica el método de integración por bandas.

Una vez se han expuesto las ecuaciones a emplear para la obtención del diagrama, se describe el proceso de cálculo.

En primer lugar, se fija un valor de la curvatura ( $c_i$ )



A continuación se resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{M}{N} = f(\epsilon_0, c)$$

Como el axil y el momento es conocido, y el valor de la curvatura viene impuesto, con esto se despeja  $\epsilon_0$ .

El momento se calcula con la siguiente formulación:

$$M_i = \int_{z_2}^{z_1} \sigma_c \cdot b \cdot z \cdot dz + \sigma_{s1} \cdot A_{s1} \cdot (U_1 - d_1) + \sigma_{s2} \cdot A_{s2} \cdot (U_1 - d_2)$$

Repitiendo este proceso para distintas curvaturas, se puede representar el diagrama momento-curvatura. Este proceso se ha realizado con ayuda de una herramienta informática del departamento de ingeniería del hormigón, llamado SEC3D, el cual tiene programados todos los pasos anteriormente descritos y permite obtener el diagrama momento – curvatura teórico.

Una vez se tiene el diagrama momento-curvatura teórico con la curva típica, se representa el diagrama momento-curvatura elástico-plástico perfecto para una sección dúctil. En este diagrama idealizado, se supone que la relación entre el momento y la curvatura son bilineales hasta que alcanzar el momento máximo  $M_u'$ . Es decir, todas las secciones tienen la misma rigidez constante a flexión hasta el momento máximo y el momento permanece constante en el valor último a curvaturas mayores.

Para la obtención del diagrama momento-curvatura equivalente, en primer lugar, se calcula el área bajo la curva teórica  $W_1$  hasta alcanzar el momento máximo de la sección. A continuación, se traza una tangente en el tramo ascendente y se fija el momento plástico ficticio  $M_u'$  de la curva equivalente. A partir del momento plástico ficticio  $M_u'$ , se traza una recta horizontal. El área bajo el nuevo diagrama es equivalente al área bajo el diagrama teórico. Los dos diagramas a nivel de deformaciones son equivalentes.

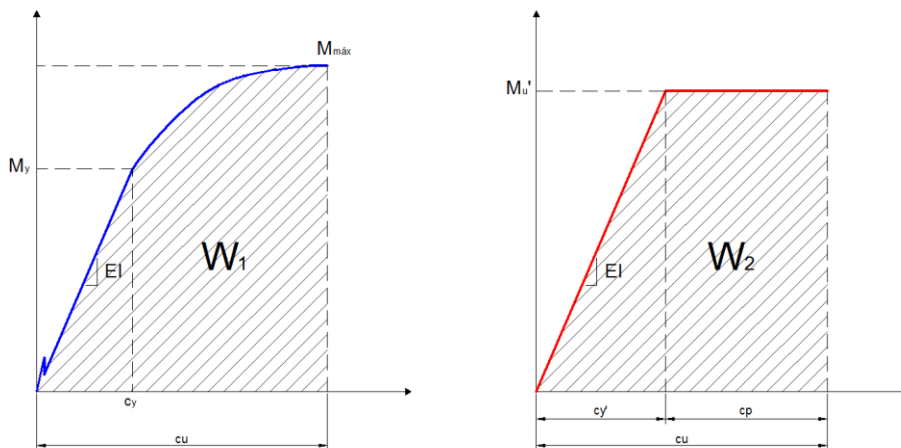


Fig 6.1.1.2.3 Área equivalente diagrama Momento-curvatura

Para calcular el momento plástico ficticio para el cual la sección plastifica  $M_u'$ , se iguala el área del diagrama momento – curvatura teórico  $W_1$  con el área de la curva equivalente  $W_2$ .

$$EI = \frac{M_y}{c_y} \quad (M_y, c_y \text{ obtenidos anteriormente})$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot M_u' \cdot c_y' + M_u' \cdot (c_u - c_y') ; \quad c_y' = \frac{M_u'}{EI}$$

$$W + \frac{1}{2} \cdot \frac{M_u'^2}{EI} - M_u' \cdot c_u = 0 \rightarrow M_u'$$

Los diagramas momento - curvatura obtenidos para cada una de las secciones críticas que se han estudiado a lo largo de este documento, son las siguientes.

**SECCIÓN BAJO CARGA**

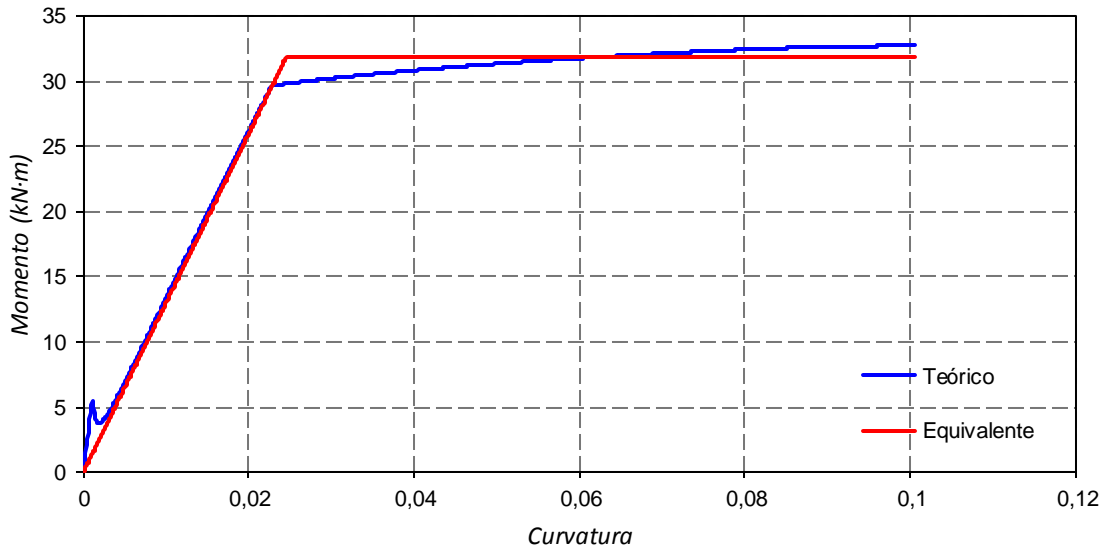


Fig 6.1.1.2.4 Diagrama Momento-Curvatura bajo carga

El momento máximo del diagrama teórico, obtenido del programa informático es  $M_{máx} = 32,69 \text{ kN} \cdot \text{m}$ . Por otro lado, el momento de plastificación del diagrama elástico-plástico perfecto es  $M'_u = 31,8 \text{ kN} \cdot \text{m}$

**SECCIÓN DEL EMPOTRAMIENTO DEL PILAR IZQUIERDO**

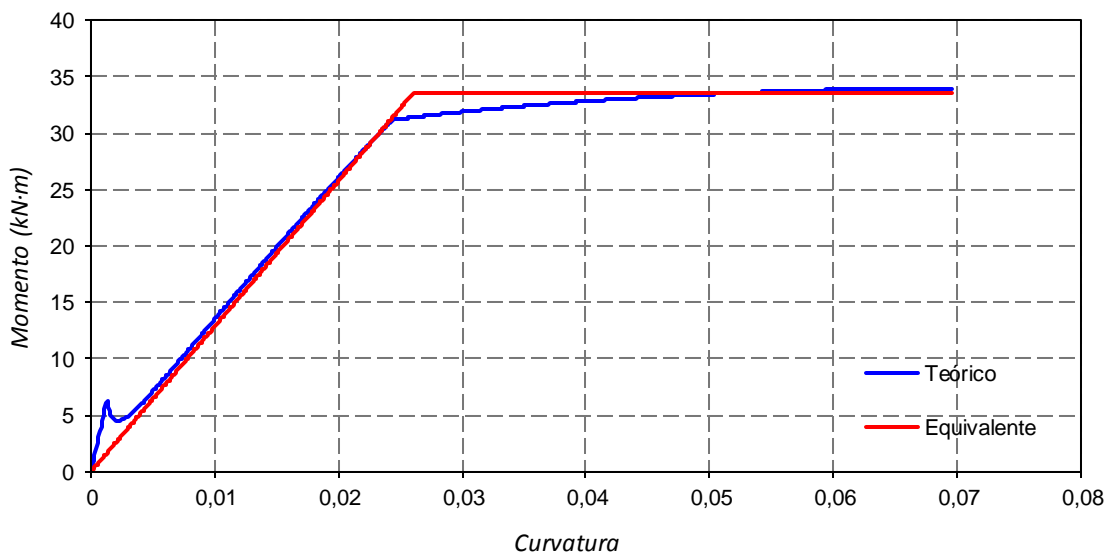


Fig 6.1.1.2.5 Diagrama Momento-Curvatura empotramiento pilar izquierdo

El momento máximo del diagrama teórico, obtenido del programa informático es  $M_{m\acute{a}x} = 34 \text{ kN} \cdot \text{m}$ . Por otro lado, el momento de plastificación del diagrama equivalente es  $M'_u = 33,5 \text{ kN} \cdot \text{m}$

SECCIÓN DEL EMPOTRAMIENTO IZQUIERDO DE LA VIGA

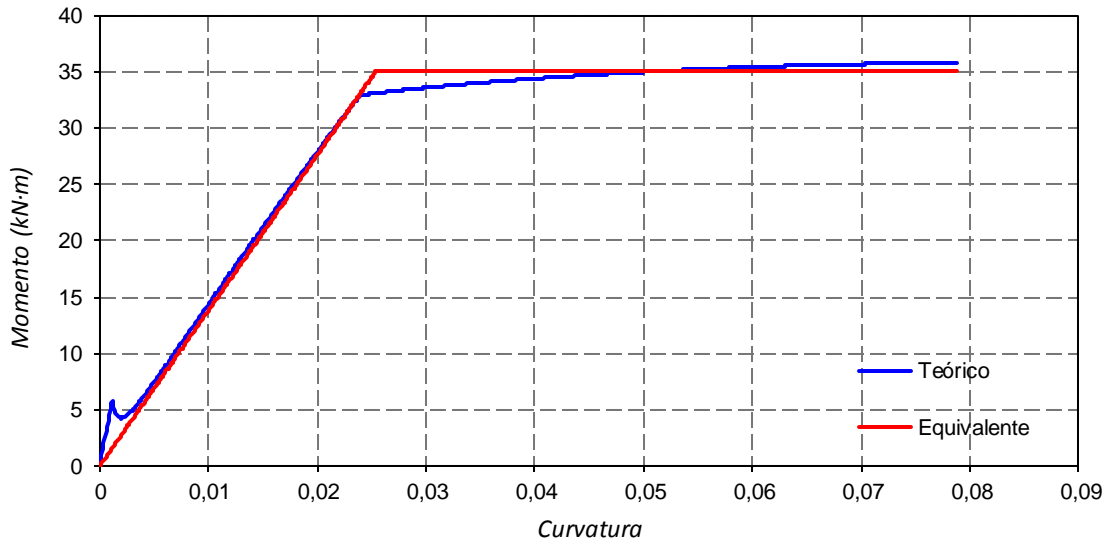


Fig 6.1.1.2.6 Diagrama Momento-Curvatura empotramiento izquierdo de la viga

El momento máximo del diagrama teórico, obtenido del programa informático es  $M_{m\acute{a}x} = 35,75 \text{ kN} \cdot \text{m}$ . Por otro lado, el momento de plastificación del diagrama equivalente es  $M'_u = 35,13 \text{ kN} \cdot \text{m}$

SECCIÓN DEL EMPOTRAMIENTO DERECHO DE LA VIGA

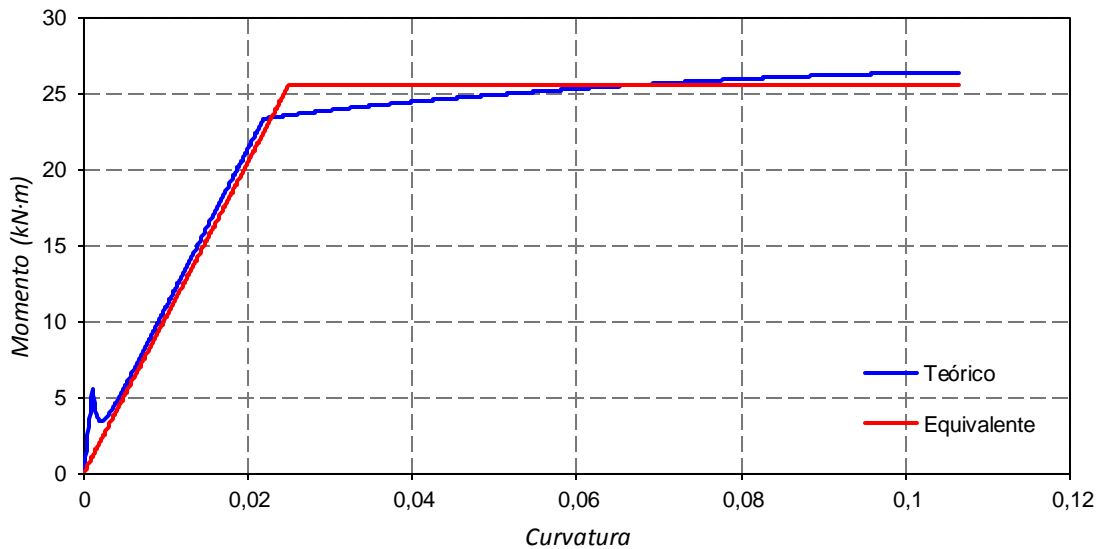


Fig 6.1.1.2.7 Diagrama Momento-Curvatura empotramiento derecho de la viga

El momento máximo del diagrama teórico, obtenido del programa informático es  $M_{m\acute{a}x} = 26,35 \text{ kN} \cdot \text{m}$ . Por otro lado, el momento de plastificación del diagrama equivalente es  $M'_u = 25,55 \text{ kN} \cdot \text{m}$

Finalmente, se procede a comparar gráficamente los resultados obtenidos teóricamente con lo que se dedujo del análisis experimental. Esta comparación sólo se puede llevar a cabo en las secciones del empotramiento izquierdo de la viga y en la sección bajo la carga, ya que son las dos secciones de las que se tiene información.

#### SECCIÓN BAJO CARGA

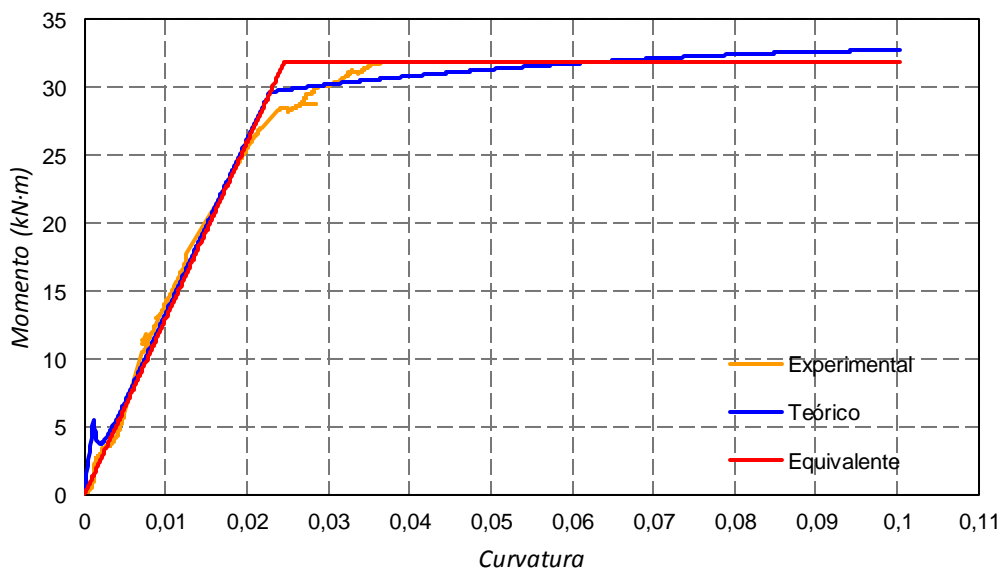


Fig 6.1.1.2.8 Diagrama Momento-Curvatura bajo carga teórico vs experimental

Como se puede observar en este diagrama comparativo, la sección bajo la carga alcanza el momento de plastificación como ya se ha comentado en otros apartados de este documento. Queda así demostrado lo que inicialmente se observó en el ensayo.

SECCIÓN DEL EMPOTRAMIENTO IZQUIERDO DE LA VIGA

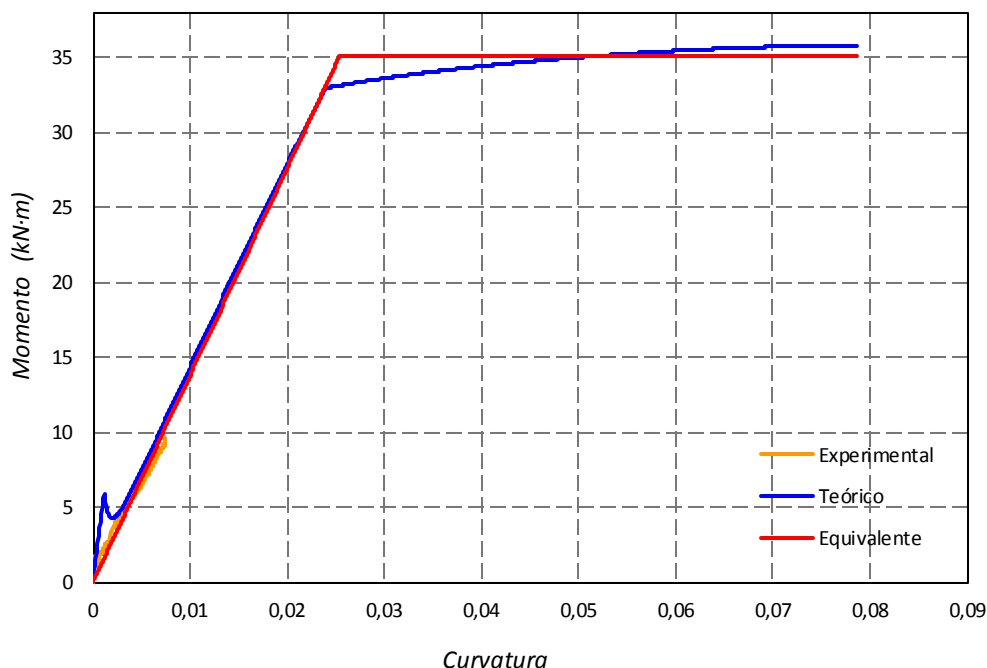


Fig 6.1.1.2.9 Diagrama Momento-Curvatura empotramiento izquierdo de la viga teórico vs. experimental

A diferencia del diagrama anterior, en éste se observa cómo el momento máximo que alcanza esta sección durante el ensayo está muy lejos de plastificar. En este tramo hay una relación lineal entre momento y curvatura para esta sección. De nuevo se corrobora lo observado en el ensayo, así como en el cálculo de los momentos de agotamiento al principio de este capítulo.

En la siguiente tabla se recogen los momentos de agotamiento obtenidos mediante el cálculo directo del Eurocódigo-02 y los obtenidos mediante los diagramas momento – curvatura anteriores. Estos momentos se contrastan con los momentos máximos que ha soportado cada sección, respectivamente.

	<b>Momento máx. experimental (kN-m)</b>	<b>Momento de agotamiento (kN-m)</b>	<b>Momento de agotamiento M-C (kN-m)</b>	<b>Coefficiente de seguridad</b>
Bajo carga	31,8	31,53	31,8	1*
Empotramiento pilar izq.	31,7	32,9	33,5	1,057
Empotramiento izq. viga	17,69	31,25	35,13	1,98
Empotramiento dcha. viga	25,71	25,11	25,83	1,004

\*El momento experimental se ha fijado a partir del teórico, por ello el coeficiente =1

Fig 6.1.1.2.1 Comparación momentos agotamiento. Coeficiente de seguridad

Como se observa en la tabla, el método se queda del lado de la seguridad proporcionando en todas las secciones un coeficiente de seguridad superior a la unidad.

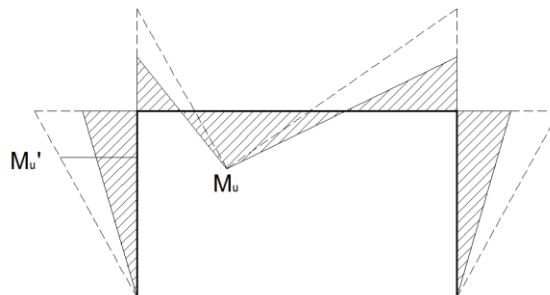
En un principio la estructura se diseñó con un análisis elástico –lineal. No obstante, a partir de las observaciones experimentales se ve que la estructura ha plastificado. Por este motivo, se realiza un análisis elástico – plástico para buscar justificación al comportamiento de la estructura.

En primer lugar, en la sección bajo la carga se produce la plastificación para un momento de 31,8 kN·m. Este valor ha sido obtenido a través del diagrama momento – curvatura equivalente de esta sección. Es importante señalar que no ha sido posible obtener este valor de forma experimental debido a que la instrumentación se ha colocado en una sección próxima pero no exacta. Esta decisión se tomó para evitar que la rotura de la pieza produjese el fallo de dicha instrumentación.

Por otro lado, en esta sección, el momento último obtenido en el análisis elástico – lineal fue de 21,36 kN·m. Este hecho lleva al estudio del motivo por el cual se ha producido un incremento de resistencia en la pieza.

Las causas de este aumento de resistencia fueron dos. Por un lado, la estructura se diseñó con un redondo adicional en la sección bajo la carga, ya que en un principio se buscaba que la rotura se produjera por el empotramiento derecho de la viga. Sin embargo, este redondo adicional provoca una sobrerresistencia en esta zona. Esta armadura adicional da lugar a que la sección alcance un momento de 31,8 kN·m para la carga de 170 kN. Es en este momento, cuando la sección plastifica, pierde rigidez y por tanto empieza a redistribuir los esfuerzos hacia los extremos de la viga y de los pilares. Este fenómeno se da hasta alcanzar los 240 kN·m. Es por ello, que la estructura soporta 240 kN en lugar de 100 kN para los cuales se diseñó.

A partir de este momento, el incremento de esfuerzos es asumido por el resto de secciones. La sección del empotramiento izquierdo de la viga está lejos del agotamiento como ya se ha comentado.



Las secciones del empotramiento derecho de la viga y del empotramiento del pilar izquierdo, están próximas de alcanzar el agotamiento, y además, ambas presentan la misma cuantía de armado. Es por ello, que la formación de la segunda rótula plástica podría haber sucedido en cualquiera de estas dos secciones. Finalmente, fue el empotramiento del pilar izquierdo el que alcanzó la plastificación.



### 6.1.2 Solicitaciones tangenciales

#### 6.1.2.1 Cortante de agotamiento

Por un lado, se van a comprobar las secciones críticas, anteriormente descritas, frente a agotamiento por compresión en el alma. Por otro lado, se va a comprobar el agotamiento por tracción en el alma a un canto útil de dichas secciones. Dichas comprobaciones vienen incluidas en el artículo 6.2.1 del Eurocódigo-02.

Para la comprobación del agotamiento por compresión en el alma, se debe verificar que:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,max}$$

Siendo  $V_{Rd,máx}$  el valor de cálculo del esfuerzo cortante máximo que puede soportar el elemento, limitado por el agotamiento de las bielas de compresión.

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z \cdot \frac{(\cot\theta + \cot\alpha)}{1 + \cot\theta^2}$$

donde

$\alpha_{cw}$  es el coeficiente que considera el estado tensional de la armadura a cortante

$$\left(1 + \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}\right) \quad \text{para } 0 < \sigma_{cp} < 0,25 \cdot f_{cd}$$

$$1,25 \quad \text{para } 0,25 \cdot f_{cd} < \sigma_{cp} < 0,5 \cdot f_{cd}$$

$$2,5 \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}\right) \quad \text{para } 0,5 \cdot f_{cd} < \sigma_{cp} < 1,0 \cdot f_{cd}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c}$$

$v_1$  : es el coeficiente de reducción de la resistencia para el hormigón fisurado a cortante

$$v_1 = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$$

$b_w$  es la anchura más pequeña de la sección transversal en la zona de tracción

$z \approx 0,9 \cdot d$  (brazo mecánico)

$\theta$  es el ángulo entre la biela comprimida del hormigón y el eje de la viga perpendicular al esfuerzo cortante. Además debe cumplir  $1 \leq \cot\theta \leq 2,5$

El agotamiento por tracción en el alma se puede deber a dos mecanismos: la resistencia del hormigón y la resistencia del acero. Cuando la resistencia del hormigón se agota, la armadura transversal pasa a soportar todos los esfuerzos de cortante. Por tanto, se debe comprobar:

$$V_{Ed} \leq \max(V_{Rd,s}, V_{Rd,c})$$

Siendo  $V_{Rd,s}$  el valor de cálculo del esfuerzo cortante que puede soportar la armadura de cortante al límite elástico.

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot (\cot\theta + \cot\alpha) \cdot \sin\alpha$$

donde

$A_{sw}$  es el área de la sección transversal de la armadura de cortante

$s$  es la separación de los cercos

$f_{ywd}$  es el valor de cálculo del límite elástico de la armadura de cortante

$\alpha$  es el ángulo entre la armadura de cortante y el eje de la viga perpendicular al esfuerzo cortante

Y siendo  $V_{Rd,c}$  el valor de cálculo de la resistencia a cortante del elemento sin armadura de cortante:

$$V_{Rd,c} = (v + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d$$

donde:

$$v = \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \geq v_{\min} \quad , f_{ck} \text{ en MPa}$$

$\gamma_c$  es el coeficiente de dispersión del método;  $\gamma_c = 1$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2 \quad , \text{ con } d \text{ en mm}$$

$$\rho_l = \frac{A_s}{b_w \cdot d} \quad A_s \text{ á: rea de la armadura a tracción extendida una longitud } \geq (l_{bd} + d)$$

$$v_{\min} = \frac{0,075}{\gamma_c} \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} \quad , \text{ con } f_{ck} \leq 60 \text{ MPa}$$

$k_1 = 0,15$  (valor recomendado según el anexo nacional)

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} < 0,2 \cdot f_{cd}$$

$b_w$  es la anchura más pequeña de la sección transversal en la zona de tracción

$d$  es el canto útil

En este punto, se han realizado las comprobaciones con los valores reales obtenidos del análisis experimental:

$$f_{ck} = 41,6 \text{ MPa}$$

$$f_{yk} = 500,91 \text{ MPa } (\text{Ø}6 \text{ mm})$$

Los valores  $\alpha$ ,  $\theta$  se han medido directamente en la pieza.

$$\theta = 40^\circ, \text{ en la zona bajo la carga}$$

$$\theta = 45^\circ, \text{ en el empotramiento del pilar izquierdo}$$

$$\theta = 24^\circ, \text{ en el empotramiento izquierdo de la viga}$$

$$\theta = 40^\circ, \text{ en el empotramiento derecho de la viga}$$

$$\alpha = 90^\circ \text{ en toda la pieza}$$

### SECCIÓN BAJO CARGA

- Agotamiento por compresión en el alma

Los esfuerzos en esta sección son:

$$N_{Ed,exp} = 31,07 \text{ kN}$$

$$M_{Ed,exp} = 31,8 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

El momento máximo en esta sección se da para la carga de 160,37 kN.

$$V_{Rd,max} = 1,019 \cdot 0,5 \cdot 41,6 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,1521 \cdot 0,4924 = 317,48 \text{ kN}$$

donde

$$\sigma_{cp} = \frac{31,079}{0,2 \cdot 0,2} = 776,975 \text{ kN/m}^2$$

$$0 < 776,98 < 0,25 \cdot 41,6 = 10400 \rightarrow \alpha_{cw} = \left(1 + \frac{776,975}{41,6 \cdot 10^3}\right) = 1,019$$

$$v_1 = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{41,6}{250}\right) = 0,5$$

$$z = 0,9 \cdot 0,169 = 0,1521 \text{ m}$$

$$\text{Para } \theta = 40^\circ \rightarrow \frac{(\cot\theta + \cot\alpha)}{1 + \cot\theta^2} = 0,4924$$

### SECCIÓN DEL EMPOTRAMIENTO DEL PILAR IZQUIERDO

- Agotamiento por compresión en el alma

Los esfuerzos en esta sección son:

$$N_{Ed,exp} = 161,398 \text{ kN}$$

$$M_{Ed,exp} = 31,698 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

El momento máximo en esta sección se da para la carga de 240,82 kN.

$$V_{Rd,max} = 1,097 \cdot 0,5 \cdot 41,6 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,153 \cdot 0,5 = 349,11 \text{ kN}$$

donde

$$\sigma_{cp} = \frac{161,4}{0,2 \cdot 0,2} = 4035 \text{ kN/m}^2$$

$$0 < 4035 < 0,25 \cdot 41,6 = 10400 \rightarrow \alpha_{cw} = \left(1 + \frac{4035}{41,6 \cdot 10^3}\right) = 1,097$$

$$v_1 = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{41,6}{250}\right) = 0,5$$

$$z = 0,9 \cdot 0,17 = 0,153 \text{ m}$$

$$\text{Para } \theta = 45^\circ \rightarrow \frac{(\cot\theta + \cot\alpha)}{1 + \cot\theta^2} = 0,5$$

- Agotamiento por tracción en el alma (sección a un canto útil)

- Acero

$$V_{Rd,s} = \frac{0,00005655}{0,125} \cdot 0,153 \cdot 500,91 \cdot 10^3 \cdot 1 = 34,67 \text{ kN}$$

donde

$$A_{sw} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0,006^2}{4} = 0,00005655 \text{ m}^2$$

$$s = 0,125 \text{ m}$$

- Hormigón

Se han tomado los esfuerzos a un canto útil de la sección para el momento máximo y su axil concomitante:

$$N_{Ed,exp} = 161,567 \text{ kN}$$

$$V_{Ed,exp} = 52,83 \text{ kN}$$

$$M_{Ed,exp} = 22,77 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

El momento máximo en esta sección se da para la carga de 240,82 kN.

$$V_{Rd,c} = (1,368 \cdot 10^3 + 0,15 \cdot 4039,175) \cdot 0,2 \cdot 0,17 = 67,11 \text{ kN}$$

donde

$$v = 0,18 \cdot 2 \cdot (100 \cdot 0,004534 \cdot 41,6)^{\frac{1}{3}} = 0,958 \geq 1,368$$

$$\rightarrow v = 1,368 \text{ MPa}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{170}} = 2,084 \leq 2 \rightarrow k = 2$$

$$\rho_l = \frac{0,000154156}{0,2 \cdot 0,17} = 0,004534$$

$$v_{min} = 0,075 \cdot 2^{\frac{3}{2}} \cdot 41,6^{\frac{1}{2}} = 1,368 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{161,567}{0,2 \cdot 0,2} = 4039,175 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{máx}(V_{Rd,s}, V_{Rd,c}) = \text{máx}(34,67, 67,11) = 67,11 \text{ kN}$$

#### SECCIÓN DEL EMPOTRAMIENTO IZQUIERDO DE LA VIGA

- Agotamiento por compresión en el alma

Los esfuerzos de cálculo son:

$$N_{Ed,exp} = 52,83 \text{ kN}$$

$$M_{Ed,exp} = 17,69 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

El momento máximo en esta sección se da para la carga de 240,82 kN.

$$V_{Rd,max} = 1,032 \cdot 0,5 \cdot 41,6 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,153 \cdot 0,372 = 244,35 \text{ kN}$$

donde

$$\sigma_{cp} = \frac{52,83}{0,2 \cdot 0,2} = 1320,75 \text{ kN/m}^2$$

$$0 < 1320,75 < 0,25 \cdot 41,6 = 10400 \rightarrow \alpha_{cw} = \left(1 + \frac{1320,75}{41,6 \cdot 10^3}\right) = 1,032$$

$$v_1 = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{41,6}{250}\right) = 0,5$$

$$z = 0,9 \cdot 0,17 = 0,153 \text{ m}$$

$$\text{Para } \theta = 24^\circ \rightarrow \frac{(\cot\theta + \cot\alpha)}{1 + \cot\theta^2} = 0,372$$

- Agotamiento por tracción en el alma (sección a un canto útil)

- *Acero*

$$V_{Rd,s} = \frac{0,00005655}{0,06} \cdot 0,153 \cdot 500,91 \cdot 10^3 \cdot 2,25 = 162,523 \text{ kN}$$

donde

$$A_{sw} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0,006^2}{4} = 0,00005655 \text{ m}^2$$

$$s = 0,06 \text{ m}$$

- *Hormigón*

Se han tomado los esfuerzos a un canto útil de la sección para el momento máximo y su axil concomitante:

$$N_{Ed,exp} = 30,698 \text{ kN}$$

$$V_{Ed,exp} = 106,375 \text{ kN}$$

$$M_{Ed,exp} = 9,004 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

El momento máximo en esta sección se da para la carga de 158,8 kN.

$$V_{Rd,c} = (1,368 \cdot 10^3 + 0,15 \cdot 767,45) \cdot 0,2 \cdot 0,169 = 53,13 \text{ kN}$$

donde

$$v = 0,18 \cdot 2 \cdot (100 \cdot 0,004892 \cdot 41,6)^{\frac{1}{3}} = 0,983 \geq 1,368$$

$$\rightarrow v = 1,368 \text{ MPa}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{169}} = 2,088 \leq 2 \rightarrow k = 2$$

$$\rho_l = \frac{0,00016535}{0,2 \cdot 0,169} = 0,004892$$

$$v_{min} = 0,075 \cdot 2^{\frac{3}{2}} \cdot 41,6^{\frac{1}{2}} = 1,368 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{30,698}{0,2 \cdot 0,2} = 767,45 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{máx}(V_{Rd,s}, V_{Rd,c}) = \text{máx}(72,23, 53,13) = 72,23 \text{ kN}$$

#### SECCIÓN DEL EMPOTRAMIENTO DERECHO DE LA VIGA

- Agotamiento por compresión en el alma

Los esfuerzos en esta sección son:

$$N_{Ed,exp} = 52,83 \text{ kN}$$

$$M_{Ed,exp} = 25,71 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

El momento máximo en esta sección se da para la carga de 240,82 kN.

$$V_{Rd,max} = 1,032 \cdot 0,5 \cdot 41,6 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,153 \cdot 0,4924 = 323,43 \text{ kN}$$

donde

$$\sigma_{cp} = \frac{52,83}{0,2 \cdot 0,2} = 1320,75 \text{ kN/m}^2$$

$$0 < 1320,75 < 0,25 \cdot 41,6 = 10400 \rightarrow \alpha_{cw} = \left(1 + \frac{1320,75}{41,6 \cdot 10^3}\right) = 1,032$$

$$v_1 = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{41,6}{250}\right) = 0,5$$

$$z = 0,9 \cdot d = 0,9 \cdot 0,17 = 0,153 \text{ m}$$

$$\text{Para } \theta = 40^\circ \rightarrow \frac{(\cot\theta + \cot\alpha)}{1 + \cot\theta^2} = 0,4924$$

- Agotamiento por tracción en el alma (sección a un canto útil)
- Acero

$$V_{Rd,s} = \frac{0,00005655}{0,06} \cdot 0,153 \cdot 500,91 \cdot 10^3 \cdot 1,19 = 85,95 \text{ kN}$$

donde

$$A_{sw} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0,006^2}{4} = 0,00005655 \text{ m}^2$$

$$s = 0,06 \text{ m}$$

- Hormigón

Se han tomado los esfuerzos a un canto útil de la sección para el momento máximo y su axil concomitante:

$$N_{Ed,exp} = 52,83 \text{ kN}$$

$$V_{Ed,exp} = 80,75 \text{ kN}$$

$$M_{Ed,exp} = 14,85 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

El momento máximo en esta sección se da para la carga de 240,8 kN.

$$V_{Rd,c} = (1,368 \cdot 10^3 + 0,15 \cdot 1320,75) \cdot 0,2 \cdot 0,17 = 53,25 \text{ kN}$$

donde

$$v = 0,18 \cdot 2 \cdot (100 \cdot 0,00547 \cdot 41,6)^{\frac{1}{3}} = 1,02 \geq 1,368$$

$$\rightarrow v = 1,368 \text{ MPa}$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{170}} = 2,084 \leq 2 \rightarrow k = 2$$

$$\rho_l = \frac{0,0001861}{0,2 \cdot 0,17} = 0,00547$$

$$v_{min} = 0,075 \cdot 2^{\frac{3}{2}} \cdot 41,6^{\frac{1}{2}} = 1,368 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{52,83}{0,2 \cdot 0,2} = 1320,75 \text{ kN/m}^2$$



$$\max(V_{Rd,s}, V_{Rd,c}) = \max(72,23, 53,25) = 72,23 \text{ kN}$$

Tras haber obtenido los cortantes de agotamiento de las distintas secciones y comparando los resultados con los cortantes alcanzados en el ensayo, se puede concluir que ninguna de las secciones agota por cortante. Esto concuerda con el diseño de la estructura, ya que ésta se proyectó para que rompiera a flexión y no a cortante. No se han obtenido los coeficientes de seguridad puesto que la rotura no se produce por este mecanismo.

	<b>Cortante máx. experimental (kN)</b>	<b><math>V_{Rd,máx}</math> (kN)</b>
<i>Bajo carga</i>	40,4 / 7,8	317,48
<i>Empotramiento pilar izq.</i>	52,83	349,11
<i>Empotramiento izq. viga</i>	161,25	244,35
<i>Empotramiento dcho. viga</i>	80,95	323,43

Tabla 6.1.2.1.1 Comparación de cortante teórico y experimental en secciones críticas

	<b>Cortante máx. experimental (kN)</b>	<b>Máx (<math>V_{Rd,c}</math>, <math>V_{Rd,s}</math>) (kN)</b>
<i>Canto útil del emp. pilar izq.</i>	52,83	67,11
<i>Canto útil del emp. izq. viga</i>	161,086	162,523
<i>Canto útil del emp. dcho. viga</i>	80,78	85,95

Tabla 6.1.2.1.2 Comparación de cortante teórico y experimental a un canto de la sección crítica

Puede observarse que en el apoyo de la izquierda, la sollicitación actuante tiene un valor cercano al valor nominal de la sollicitación resistente. Sin embargo, el comportamiento experimental no ha mostrado ningún tipo de rotura por cortante. Los motivos que originan este hecho son varios.

Por un lado, la estructura se ha sometido a una carga superior a 100 kN para los cuales se había diseñado y por tanto, la sollicitación actuante se ve incrementada.

Además, el cálculo del cortante de agotamiento presenta una gran dispersión en sus resultados. Atendiendo a lo establecido en la EHE-08, en el artículo 44.2.3.2.2 se indica que el cálculo del cortante de agotamiento por tracción en el alma se obtiene de la siguiente forma:

$$V_u = V_{su} + V_{cu}$$

donde

$V_{cu}$  es la contribución del hormigón a la resistencia a esfuerzo cortante, que corresponde con  $V_{Rd,c}$  del Eurocódigo-02. La única diferencia es el coeficiente multiplicador que en el caso del Eurocódigo-02 es de 0,18, mientras que en la EHE-08 dicho coeficiente es de 0,15.

$V_{su}$  contribución de la armadura transversal del alma a la resistencia a esfuerzo cortante, que corresponde con  $V_{Rd,s}$  del Eurocódigo-02.

Es decir, aunque dicho coeficiente cambie, el cortante de agotamiento por tracción en el alma de la EHE-08 es la suma de ambas contribuciones y por tanto hace que la sollicitación resistente se vea incrementada.

A todo lo anterior, en la sección del empotramiento izquierdo de la viga, se le suma el efecto arco que se produce cuando se forma el mecanismo de bielas (en forma de arco) y tirantes que se puede observar en la siguiente figura.

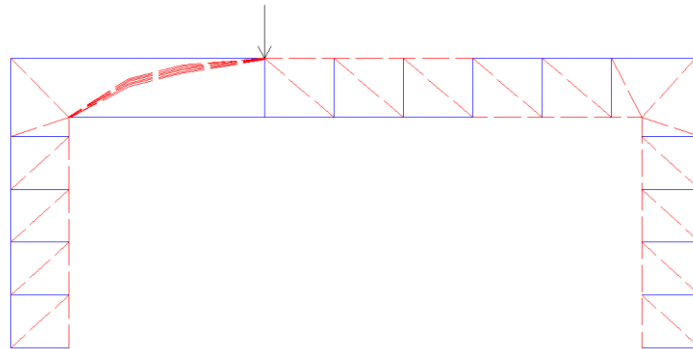


Fig 6.1.2.1.1 Efecto arco de las bielas

El Eurocódigo-02 contempla este fenómeno en su artículo 6.2.3 (8). Para elementos con cargas aplicadas en el lado superior dentro de una distancia  $0,5d < a_v < 2d$ , la contribución de esta carga al esfuerzo cortante se puede reducir por un coeficiente  $\beta = a_v/2d$ .

En este caso particular,

$$0,5d < a_v < 2d \rightarrow 0,085 < 0,35 \nless 0,34 \rightarrow \text{No está en el rango}$$

donde

$a_v$  distancia entre el borde interior de las placas de apoyo. En este caso,  $a_v = 0,35 \text{ m}$

Sin embargo, este fenómeno es especialmente importante según Collins y Mitchell, cuando

$$\frac{a}{d} \leq 2,5$$

siendo

$a$  la luz sometida a cortante en el ensayo

$d$  el canto útil del elemento ensayado

En este caso,  $\frac{a}{d} = \frac{0,35}{0,17} = 2,06 \leq 2,5$  es decir, esta zona se ve influenciada por este efecto. El Eurocódigo-02 limita este valor a 2, pero realmente se ve influenciado hasta 2,5.

El efecto arco hace que las bielas de compresión se dirijan de forma directa en busca del apoyo, actuando como un arco e imponiéndole una gran tracción a la armadura inferior. Esto hace que el hormigón trabaje mucho más a compresión en esta zona, y por tanto hace que aumente el cortante que es capaz de resistir. El cortante no lo resiste la armadura transversal si no el hormigón trabajando a compresión. Por ello, aunque aparentemente pueda parecer que la pieza está cerca de la rotura por cortante, esto es falso.

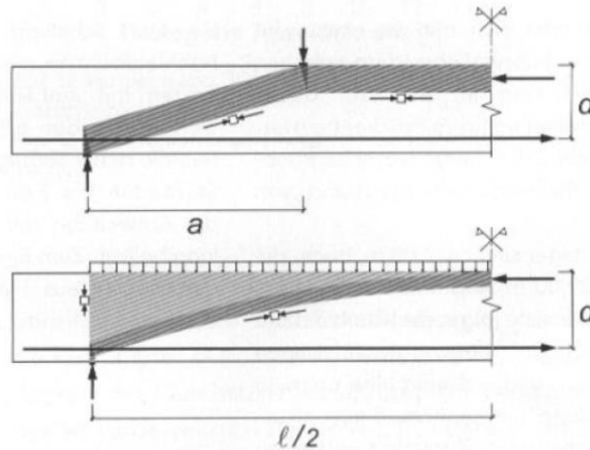


Fig 6.1.2.1.2. Efecto arco en un ensayo con cargas puntuales y en un ensayo con cargas repartidas (Carlos R. Ribas González, 2013)

En la siguiente figura se muestra la variación de la tensión a cortante en rotura en función del cociente  $\frac{a}{d}$ , para una serie de ensayos de Kani, consistente en la aplicación de dos cargas puntuales en vigas simplemente apoyadas. Además, la figura muestra el de Collins y Mitchell mediante dos modelos resistentes diferentes: un análisis por el método de bielas y tirantes, y el otro análisis por un método seccional.

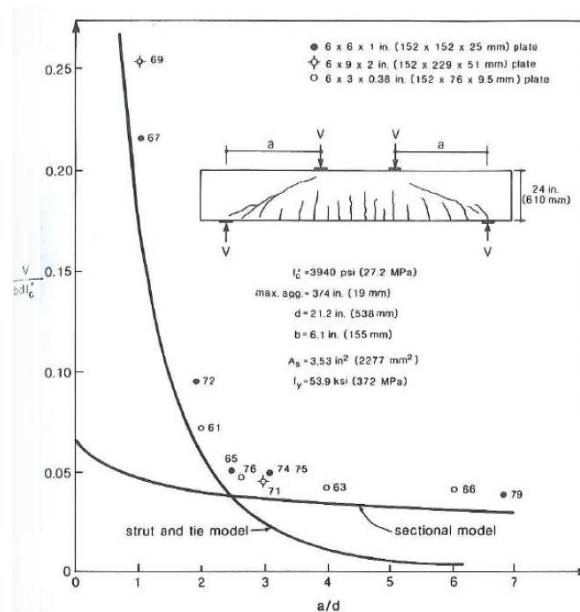


Fig 6.1.2.1.3 Resistencias a cortante observadas por Kani y evaluación del modelo resistente realizado por Collins y Mitchell, 1991.

En estos ensayos de Kani se observa que a medida que la relación  $\frac{a}{d}$  se incrementa, la resistencia a cortante se reduce, hasta llegar a un sexto del valor inicial. El examen de los ensayos experimentales realizado por Collins y Mitchell, muestra la existencia de dos tipos de mecanismos sustentantes de la carga diferentes:

- Vigas con poca esbeltez  $a/d < 2,5$  que soportan la carga gracias al citado mecanismo de arco de bielas y tirantes. En este rango la resistencia a cortante decrece rápidamente al crecer el cociente  $a/d$ .
- Vigas con poca esbeltez  $a/d \geq 2,5$ , están gobernadas por modelos seccionales, ya que las secciones críticas a cortante están alejadas de las regiones D de los apoyos.

### **6.2 Estado Límite de Servicio. Separación y abertura de fisura máxima**

En este apartado se van a realizar las comprobaciones correspondientes al Estado Límite de Servicio, concretamente las relacionadas con el control de las fisuras.

Por un lado, esta comprobación se va a realizar para los esfuerzos del 60% de la carga máxima obtenido del ensayo, y por otro lado, se comprobará de nuevo para la carga de 60 kN. Esta segunda comprobación se lleva a cabo debido a que es en este instante donde se midieron las fisuras (60% de 100 kN; carga máxima inicialmente esperada). Por tanto, la comparativa de resultados se va a efectuar para 60 kN.

En primer lugar se va a evaluar si fisuran las secciones críticas comentadas con anterioridad, y después se realizarán los cálculos correspondientes al control de las fisuras, tanto de separación de fisuras como de abertura de fisuras.

Para justificar si la sección fisura o no, se utiliza la siguiente expresión de momento de fisuración:

$$M_{fis} = \left( f_{ctm} - \frac{N_{Ed}}{b \cdot h} \right) \cdot \frac{1}{6} \cdot b \cdot h^2$$

donde

$f_{ctm}$  es la resistencia media del hormigón

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \text{ en este caso va a ser } f_{ctm} = 0,3 \cdot 41,6^{2/3} = 3,602 \text{ MPa}$$

$N_{Ed}$  es el axil correspondiente a cada sección

$b, h$  es el ancho y canto de la sección en cuestión

Por tanto,

$$\text{Si } M_{Ed,experimental} > M_{fis} \rightarrow \text{SECCIÓN FISURADA}$$

A continuación, si la sección está fisurada, se realizan las comprobaciones que aparecen indicadas en el Eurocódigo-02 en el artículo 7.3. Se establece en la tabla 7.1N del mencionado artículo los valores límite  $w_{m\acute{a}x}$ . También se debe considerar lo dispuesto en el Anexo Nacional. En este caso, al estar en un ambiente XC3 y ante una estructura de hormigón armado,

$$w_{m\acute{a}x} = 0,3 \text{ mm}$$

La abertura de fisura  $w_k$ , se puede calcular a partir de la expresión del artículo 7.3.4 del Eurocódigo-02:

$$w_k = s_{r,m\acute{a}x} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})$$

donde

$s_{r,m\acute{a}x}$  es la separación máxima entre fisuras

$\epsilon_{cm}$  es la deformación unitaria media en el hormigón entre fisuras

$\epsilon_{sm}$  es el alargamiento unitario medio en la armadura

Se puede calcular  $\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}$  a partir de la ecuación:

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0,6 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s}$$

donde

$\sigma_s$  es la tensión de la armadura de tracción considerando la sección fisurada.

$$\sigma_s = E_s \cdot \epsilon = E_s \cdot (\epsilon_0 + c \cdot v_s)$$

$k_t$  es un coeficiente dependiente de la duración de la carga, en nuestro caso se toma 0,4 que corresponde a las cargas de largo plazo.

$$f_{ct,eff} = f_{ctm}$$

$$\rho_{ct,eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}}, \text{ siendo } A_{c,eff} = b \cdot h_{,eff} ; h_{,eff} = \min\left\{2,5 \cdot (h - d); \frac{h-x}{3}; \frac{h}{2}\right\}$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}}$$

Posteriormente se calcula  $s_{r,m\acute{a}x}$ , cuya expresión depende de la distancia entre las barras de la armadura con las siguientes expresiones para cada caso:

Si la separación entre las barras  $\leq 5 \cdot (c + \frac{\phi}{2})$

$$S_{r,m\acute{a}x} = 3,4 \cdot c + 0,425 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{\phi_{e_{qq}}}{\rho_{p,eff}}$$

$k_1$  al tratarse de barras de alta adherencia (armadura pasiva), este valor se toma 0,8

$k_2$  al estar en flexión, se toma 0,5

Si la separación entre barras  $> 5 \cdot (c + \frac{\phi}{2})$

$$S_{r,m\acute{a}x} = 1,3 \cdot (h - x)$$

Por tanto, para que sea posible la resolución de los parámetros, lo primero que debe hacerse es obtener la profundidad de la fibra neutra  $x$ . Para ellos, se necesita resolver la siguiente expresión:

$$\frac{M}{N} = \frac{I - (v1 - x) \cdot S}{S - (v1 - x) \cdot A} \rightarrow x$$

Se procede a obtener el área, inercia y momento estático de la sección.

$$A(x) = n_c \cdot (b \cdot x - A_s') + n_s \cdot A_s + n_s \cdot A_s'$$

$$S(x) = A_c(x) \cdot d + n_s \cdot A_s \cdot d + n_s \cdot A_s' \cdot d$$

$$I(x) = A_c(x) \cdot d^2 + n_s \cdot A_s \cdot d^2 + n_s \cdot A_s' \cdot d^2$$

A continuación, se calcula la curvatura y la deformación que permitirán obtener la tensión del acero. La expresión utilizada es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \frac{1}{E_{ref}} \cdot \begin{bmatrix} A(x) S(x) \\ S(x) I(x) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \epsilon_0 \\ c \end{bmatrix} ; E_{ref} = 10000 \text{ MPa}$$

Para resolver la igualdad y obtener los parámetros requeridos, se ha implementado la formulación correspondiente en una hoja de cálculo de Excel.

Se exponen a continuación los resultados para cada una de las secciones críticas comentadas. Los esfuerzos de cálculo de cada sección se han tomado para el valor de servicio 60% de la carga máxima obtenida del ensayo:

$$\text{Carga} = 60\% \text{ de } 240,9 = 144,5 \text{ kN}$$

**SECCIÓN BAJO CARGA**

Los esfuerzos en esta sección son:

$$N_{Ed,exp} = 29,33 \text{ kN}$$

$$M_{Ed,exp} = 29,216 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

En primer lugar, se comprueba si la sección fisura:

$$M_{fis} = \left(3,602 - \frac{29,33}{0,2 \cdot 0,2}\right) \cdot \frac{1}{6} \cdot 0,2 \cdot 0,2^2 = 3,825 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Por tanto, como  $29,216 > 3,825$ , la sección fisura.

- *Control de fisuras*

En esta sección, la armadura dispuesta efectiva es:

- *Tracción: 3Φ12*
- *Compresión: 3Φ10*

Se obtiene un valor de  $x$  para la sección bajo carga de  $x = 0,04997 \text{ m}$ . Con este valor de  $x$  se puede calcular el área, momento estático y la inercia fisurada de la sección, resultando:

$$A(x) = 0,01308 \text{ m}^2$$

$$S(x) = 0,000693 \text{ m}^3$$

$$I(x) = 0,00007318 \text{ m}^4$$

Con estos valores se obtienen una curvatura y una deformación de:

$$\varepsilon_0 = -0,003797$$

$$c = 0,0759 \text{ 1/m}$$

A partir de estos datos, se obtienen los parámetros necesarios para calcular  $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{296,03 - 0,4 \cdot \frac{3,602}{0,03392} \cdot (1 + 5,782 \cdot 0,03392)}{205656,885} = 0,00119 > 0,6 \cdot \frac{296,03}{205656,89} = 0,0008637$$

donde

$$E_{cm} = 22000 \cdot \left(\frac{41,6 + 8}{10}\right)^{0,3} = 35568,63 \text{ MPa}$$

$$E_s = 205656,885 \text{ MPa (media entre ambos diámetros)}$$

$$\sigma_s = 205656,885 \cdot (0,003797 + 0,0759 \cdot (-0,069)) = -296,03 \text{ MPa}$$

$$k_t = 0,4$$

$$f_{ct,eff} = 3,602 \text{ MPa}$$

$$\rho_{ct,eff} = \frac{A_s(3\phi 12)}{A_{c,eff}} = \frac{0,0003393}{0,01} = 0,03392$$

$$\text{Siendo } A_{c,eff} = b \cdot h_{eff} = 0,2 \cdot 0,05 = 0,01$$

$$h_{eff} = \min \left\{ 2,5 \cdot (0,2 - 0,169); \frac{0,2 - 0,04994}{3}; \frac{0,2}{2} \right\} = 0,05 \text{ m}$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} = \frac{205656,885}{35568,63} = 5,782$$

Por tanto, el valor tomado para  $\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = 0,00119$ .

A continuación, se calcula la separación máxima  $s_{r,m\acute{a}x}$ . Como la separación entre las barras es  $0,057 \text{ m} \leq 5 \cdot \left(0,025 + \frac{0,012}{2}\right) = 0,155 \text{ m}$ , la formulación a emplear es:

$$s_{r,m\acute{a}x} = 3,4 \cdot 0,025 + 0,425 \cdot 0,8 \cdot 0,5 \cdot \frac{0,012}{0,03392} = 0,1451 \text{ m}$$

Por tanto, la abertura de fisura es:

$$w_k = 145,1 \cdot 0,00119 = 0,173 \text{ mm} < 0,3 \text{ mm} \rightarrow \text{CUMPLE}$$

#### SECCIÓN DEL EMPOTRAMIENTO DEL PILAR IZQUIERDO

Los esfuerzos en esta sección son:

$$N_{Ed,exp} = 99,71 \text{ kN}$$

$$M_{Ed,exp} = 17,6 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

En primer lugar, se comprueba si la sección fisura:

$$M_{fis} = \left(3,602 - \frac{99,71}{0,2 \cdot 0,2}\right) \cdot \frac{1}{6} \cdot 0,2 \cdot 0,2^2 = 1,4787 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Por tanto, como  $17,6 > 1,4787$  la sección fisura.

- *Control de fisuras*

En esta sección, la armadura dispuesta efectiva es:



- Tracción: 3Φ10
- Compresión: 2Φ12

Se obtiene un valor de  $x$  para la sección bajo carga de  $x = 0,0594 \text{ m}$ . Con este valor de  $x$  se puede calcular el área, momento estático y la inercia fisurada de la sección, resultando:

$$A(x) = 0,01432 \text{ m}^2$$

$$S(x) = 0,0008144 \text{ m}^3$$

$$I(x) = 0,00007403 \text{ m}^4$$

Con estos valores se obtienen una curvatura y una deformación de:

$$\varepsilon_0 = -0,00175$$

$$c = 0,043 \text{ 1/m}$$

A partir de estos datos, se obtienen los parámetros necesarios para calcular  $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} &= \frac{259,47 - 0,4 \cdot \frac{3,602}{0,02514} \cdot (1 + 5,782 \cdot 0,02514)}{205656,885} = 0,00094 > 0,6 \cdot \frac{259,47}{205656,89} \\ &= 0,000757 \end{aligned}$$

donde

$$E_{cm} = 22000 \cdot \left(\frac{41,6 + 8}{10}\right)^{0,3} = 35568,63 \text{ MPa}$$

$$E_s = 205656,885 \text{ MPa (media entre ambos diámetros)}$$

$$\sigma_s = 205656,885 \cdot (0,00175 + 0,043 \cdot (-0,07)) = -259,47 \text{ MPa}$$

$$k_t = 0,4$$

$$f_{ct,eff} = 3,602 \text{ MPa}$$

$$\rho_{ct,eff} = \frac{A_s(3\Phi10)}{A_{c,eff}} = \frac{0,0002356}{0,00938} = 0,02514$$

$$\text{Siendo } A_{c,eff} = b \cdot h_{eff} = 0,2 \cdot 0,0469 = 0,00938$$

$$h_{eff} = \min \left\{ 2,5 \cdot (0,2 - 0,169); \frac{0,2 - 0,0594}{3}; \frac{0,2}{2} \right\} = 0,0469 \text{ m}$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} = \frac{205656,885}{35568,63} = 5,782$$

Por tanto, el valor tomado para  $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = 0,0009425$ .

A continuación, se calcula la separación máxima  $s_{r,m\acute{a}x}$ . Como la separación entre las barras es  $0,06\text{ m} \leq 5 \cdot \left(0,025 + \frac{0,010}{2}\right) = 0,15\text{ m}$ , la formulación a emplear es:

$$S_{r,m\acute{a}x} = 3,4 \cdot 0,025 + 0,425 \cdot 0,8 \cdot 0,5 \cdot \frac{0,010}{0,02514} = 0,1526\text{ m}$$

Por tanto, la abertura de fisura es:

$$w_k = 152,6 \cdot 0,0009425 = 0,1438\text{ mm} < 0,3\text{ mm} \rightarrow \text{CUMPLE}$$

#### SECCIÓN DEL EMPOTRAMIENTO IZQUIERDO DE LA VIGA

Los esfuerzos en esta sección son:

$$N_{Ed,exp} = 29,33\text{ kN}$$

$$M_{Ed,exp} = 8,623\text{ kN} \cdot \text{m}$$

En primer lugar, se comprueba si la sección fisura:

$$M_{fis} = \left(3,602 - \frac{29,33}{0,2 \cdot 0,2}\right) \cdot \frac{1}{6} \cdot 0,2 \cdot 0,2^2 = 3,825\text{ kN} \cdot \text{m}$$

Por tanto, como  $8,623 > 3,825$  la sección fisura.

- *Control de fisuras*

En esta sección, la armadura dispuesta efectiva es:

- *Tracción:* 4Φ10
- *Compresión:* 2Φ12

Se obtiene un valor de  $x$  para la sección bajo carga de  $x = 0,0568\text{ m}$ . Con este valor de  $x$  se puede calcular el área, momento estático y la inercia fisurada de la sección, resultando:

$$A(x) = 0,01425\text{ m}^2$$

$$S(x) = 0,00076\text{ m}^3$$

$$I(x) = 0,0000753\text{ m}^4$$

Con estos valores se obtienen una curvatura y una deformación de:

$$\varepsilon_0 = -0,000878$$

$$c = 0,0203/\text{m}$$

A partir de estos datos, se obtienen los parámetros necesarios para calcular  $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} &= \frac{111,816 - 0,4 \cdot \frac{3,602}{0,0329} \cdot (1 + 5,782 \cdot 0,0329)}{205656,885} = 0,00029 < 0,6 \cdot \frac{111,816}{205656,89} \\ &= 0,000326\end{aligned}$$

donde

$$E_{cm} = 22000 \cdot \left(\frac{41,6 + 8}{10}\right)^{0,3} = 35568,63 \text{ MPa}$$

$$E_s = 205656,885 \text{ MPa (media entre ambos diámetros)}$$

$$\sigma_s = 205656,885 \cdot (0,000878 + 0,0203 \cdot (-0,07)) = -111,816 \text{ MPa}$$

$$k_t = 0,4$$

$$f_{ct,eff} = 3,602 \text{ MPa}$$

$$\rho_{ct,eff} = \frac{A_s(4\phi 10)}{A_{c,eff}} = \frac{0,0003142}{0,009548} = 0,0329$$

$$\text{Siendo } A_{c,eff} = b \cdot h_{eff} = 0,2 \cdot 0,0477 = 0,009548$$

$$h_{eff} = \min\left\{2,5 \cdot (0,2 - 0,169); \frac{0,2 - 0,0568}{3}; \frac{0,2}{2}\right\} = 0,0477 \text{ m}$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} = \frac{205656,885}{35568,63} = 5,782$$

Por tanto, el valor tomado para  $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = 0,000326$ .

A continuación, se calcula la separación máxima  $s_{r,m\acute{a}x}$ . Como la separación entre las barras es  $0,055 \text{ m} \leq 5 \cdot \left(0,025 + \frac{0,010}{2}\right) = 0,15 \text{ m}$ , la formulación a emplear es:

$$s_{r,m\acute{a}x} = 3,4 \cdot 0,025 + 0,425 \cdot 0,8 \cdot 0,5 \cdot \frac{0,010}{0,0329} = 0,1367 \text{ m}$$

Por tanto, la abertura de fisura es:

$$w_k = 136,7 \cdot 0,000326 = 0,0446 \text{ mm} < 0,3 \text{ mm} \rightarrow \text{CUMPLE}$$

#### SECCIÓN DEL EMPOTRAMIENTO DERECHO DE LA VIGA

Los esfuerzos en esta sección son:

$$N_{Ed,exp} = 29,33 \text{ kN}$$

$$M_{Ed,exp} = 13,58 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

En primer lugar, se comprueba si la sección fisura:

$$M_{fis} = \left(3,602 - \frac{29,33}{0,2 \cdot 0,2}\right) \cdot \frac{1}{6} \cdot 0,2 \cdot 0,2^2 = 3,825 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Por tanto, como  $13,58 > 3,825$  la sección fisura.

- *Control de fisuras*

En esta sección, la armadura dispuesta efectiva es:

- *Tracción: 3Φ10*
- *Compresión: 2Φ12*

Se obtiene un valor de  $x$  para la sección bajo carga de  $x = 0,0468 \text{ m}$ . Con este valor de  $x$  se puede calcular el área, momento estático y la inercia fisurada de la sección, resultando:

$$A(x) = 0,0118 \text{ m}^2$$

$$S(x) = 0,000696 \text{ m}^3$$

$$I(x) = 0,00006843 \text{ m}^4$$

Con estos valores se obtienen una curvatura y una deformación de:

$$\varepsilon_0 = -0,0023$$

$$c = 0,0433/\text{m}$$

A partir de estos datos, se obtienen los parámetros necesarios para calcular  $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} &= \frac{149,128 - 0,4 \cdot \frac{3,602}{0,023} \cdot (1 + 5,782 \cdot 0,023)}{205656,885} = 0,00038 < 0,6 \cdot \frac{149,128}{205656,89} \\ &= 0,000435 \end{aligned}$$

donde

$$E_{cm} = 22000 \cdot \left(\frac{41,6 + 8}{10}\right)^{0,3} = 35568,63 \text{ MPa}$$

$$E_s = 205656,885 \text{ MPa} \text{ (media entre ambos diámetros)}$$

$$\sigma_s = 205656,885 \cdot (0,0023 + 0,0433 \cdot (-0,07)) = -149,128 \text{ MPa}$$

$$k_t = 0,4$$

$$f_{ct,eff} = 3,602 \text{ MPa}$$

$$\rho_{ct,eff} = \frac{A_s(3\Phi 10)}{A_{c,eff}} = \frac{0,0002356}{0,0102} = 0,023$$

$$\text{Siendo } A_{c,eff} = b \cdot h_{eff} = 0,2 \cdot 0,0511 = 0,0102$$

$$h_{eff} = \min \left\{ 2,5 \cdot (0,2 - 0,169); \frac{0,2 - 0,0468}{3}; \frac{0,2}{2} \right\} = 0,0511 \text{ m}$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} = \frac{205656,885}{35568,63} = 5,782$$

Por tanto, el valor tomado para  $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = 0,000435$ .

A continuación, se calcula la separación máxima  $s_{r,m\acute{a}x}$ . Como la separación entre las barras es  $0,06 \text{ m} \leq 5 \cdot \left(0,025 + \frac{0,010}{2}\right) = 0,15 \text{ m}$ , la formulación a emplear es:

$$s_{r,m\acute{a}x} = 3,4 \cdot 0,025 + 0,425 \cdot 0,8 \cdot 0,5 \cdot \frac{0,010}{0,023} = 0,1587 \text{ m}$$

Por tanto, la abertura de fisura es:

$$w_k = 158,7 \cdot 0,000435 = 0,069 \text{ mm} < 0,3 \text{ mm} \rightarrow \text{CUMPLE}$$

A continuación, se van a obtener las comprobaciones para una carga de 60 kN, ya que ésta es la carga esperada inicialmente para el Estado Límite de Servicio. Al final de este apartado se realizará la comparación entre los resultados experimentales y los calculados a continuación.

#### SECCIÓN BAJO CARGA

Los esfuerzos en esta sección son:

$$N_{Ed,exp} = 10,614 \text{ kN}$$

$$M_{Ed,exp} = 12,67 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

En primer lugar, se comprueba si la sección fisura:

$$M_{fis} = \left(3,602 - \frac{10,614}{0,2 \cdot 0,2}\right) \cdot \frac{1}{6} \cdot 0,2 \cdot 0,2^2 = 4,45 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Por tanto, como  $12,67 > 4,45$ , la sección fisura.

- *Control de fisuras*

En esta sección, la armadura dispuesta efectiva es:

- *Tracción: 3Φ12*
- *Compresión: 3Φ10*

Se obtiene un valor de  $x$  para la sección bajo carga de  $x = 0,0495 \text{ m}$ . Con este valor de  $x$  se puede calcular el área, momento estático y la inercia fisurada de la sección, resultando:

$$A(x) = 0,01298 \text{ m}^2$$

$$S(x) = 0,000688 \text{ m}^3$$

$$I(x) = 0,00007292 \text{ m}^4$$

Con estos valores se obtienen una curvatura y una deformación de:

$$\varepsilon_0 = -0,001679$$

$$c = 0,0332 \text{ 1/m}$$

A partir de estos datos, se obtienen los parámetros necesarios para calcular  $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} &= \frac{126,06 - 0,4 \cdot \frac{3,602}{0,0338} \cdot (1 + 5,782 \cdot 0,0338)}{205656,885} = 0,0003653 < 0,6 \cdot \frac{126,06}{205656,89} \\ &= 0,0003678 \end{aligned}$$

donde

$$E_{cm} = 22000 \cdot \left(\frac{41,6 + 8}{10}\right)^{0,3} = 35568,63 \text{ MPa}$$

$$E_s = 205656,885 \text{ MPa (media entre ambos diámetros)}$$

$$\sigma_s = 205656,885 \cdot (0,001679 + 0,0332 \cdot (-0,069)) = -126,06 \text{ MPa}$$

$$k_t = 0,4$$

$$f_{ct,eff} = 3,602 \text{ MPa}$$

$$\rho_{ct,eff} = \frac{A_s(3\emptyset 12)}{A_{c,eff}} = \frac{0,0003393}{0,01} = 0,0338$$

$$\text{Siendo } A_{c,eff} = b \cdot h_{eff} = 0,2 \cdot 0,0502 = 0,01$$

$$h_{eff} = \min\left\{2,5 \cdot (0,2 - 0,169); \frac{0,2 - 0,0495}{3}; \frac{0,2}{2}\right\} = 0,0502 \text{ m}$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} = \frac{205656,885}{35568,63} = 5,782$$

Por tanto, el valor tomado para  $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = 0,0003678$ .

A continuación, se calcula la separación máxima  $s_{r,máx}$ . Como la separación entre las barras es  $0,057 \text{ m} \leq 5 \cdot \left(0,025 + \frac{0,012}{2}\right) = 0,155 \text{ m}$ , la formulación a emplear es:

$$s_{r,máx} = 3,4 \cdot 0,025 + 0,425 \cdot 0,8 \cdot 0,5 \cdot \frac{0,012}{0,0338} = 0,1453 \text{ m}$$

Por tanto, la abertura de fisura es:

$$w_k = 145,3 \cdot 0,0003678 = 0,0535 \text{ mm} < 0,3 \text{ mm} \rightarrow \text{CUMPLE}$$

### SECCIÓN DEL EMPOTRAMIENTO DEL PILAR IZQUIERDO

Los esfuerzos en esta sección son:

$$N_{Ed,exp} = 40,78 \text{ kN}$$

$$M_{Ed,exp} = 6,368 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

En primer lugar, se comprueba si la sección fisura:

$$M_{fis} = \left(3,602 - \frac{40,78}{0,2 \cdot 0,2}\right) \cdot \frac{1}{6} \cdot 0,2 \cdot 0,2^2 = 3,443 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Por tanto, como  $6,368 > 3,443$  la sección fisura.

- *Control de fisuras*

En esta sección, la armadura dispuesta efectiva es:

- *Tracción: 3Φ10*
- *Compresión: 2Φ12*

Se obtiene un valor de  $x$  para la sección bajo carga de  $x = 0,0625 \text{ m}$ . Con este valor de  $x$  se puede calcular el área, momento estático y la inercia fisurada de la sección, resultando:

$$A(x) = 0,01495 \text{ m}^2$$

$$S(x) = 0,0008389 \text{ m}^3$$

$$I(x) = 0,00007498 \text{ m}^4$$

Con estos valores se obtienen una curvatura y una deformación de:

$$\varepsilon_0 = -0,000547$$

$$c = 0,0146 \text{ 1/m}$$

A partir de estos datos, se obtienen los parámetros necesarios para calcular  $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} &= \frac{97,843 - 0,4 \cdot \frac{3,602}{0,0257} \cdot (1 + 5,782 \cdot 0,0257)}{205656,885} = 0,000163 < 0,6 \cdot \frac{97,843}{205656,89} \\ &= 0,000285\end{aligned}$$

donde

$$E_{cm} = 22000 \cdot \left(\frac{41,6 + 8}{10}\right)^{0,3} = 35568,63 \text{ MPa}$$

$$E_s = 205656,885 \text{ MPa (media entre ambos diámetros)}$$

$$\sigma_s = 205656,885 \cdot (0,000547 + 0,0146 \cdot (-0,07)) = -97,843 \text{ MPa}$$

$$k_t = 0,4$$

$$f_{ct,eff} = 3,602 \text{ MPa}$$

$$\rho_{ct,eff} = \frac{A_s(3\emptyset 10)}{A_{c,eff}} = \frac{0,0002356}{0,009164} = 0,0257$$

$$\text{Siendo } A_{c,eff} = b \cdot h_{eff} = 0,2 \cdot 0,0458 = 0,009164$$

$$h_{eff} = \min\left\{2,5 \cdot (0,2 - 0,169); \frac{0,2 - 0,0625}{3}; \frac{0,2}{2}\right\} = 0,0458 \text{ m}$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} = \frac{205656,885}{35568,63} = 5,782$$

Por tanto, el valor tomado para  $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = 0,000285$ .

A continuación, se calcula la separación máxima  $s_{r,m\acute{a}x}$ . Como la separación entre las barras es  $0,06 \text{ m} \leq 5 \cdot \left(0,025 + \frac{0,010}{2}\right) = 0,15 \text{ m}$ , la formulación a emplear es:

$$s_{r,m\acute{a}x} = 3,4 \cdot 0,025 + 0,425 \cdot 0,8 \cdot 0,5 \cdot \frac{0,010}{0,0257} = 0,1511 \text{ m}$$

Por tanto, la abertura de fisura es:

$$w_k = 151,1 \cdot 0,000285 = 0,043 \text{ mm} < 0,3 \text{ mm} \rightarrow \text{CUMPLE}$$

#### SECCIÓN DEL EMPOTRAMIENTO IZQUIERDO DE LA VIGA

Los esfuerzos en esta sección son:

$$N_{Ed,exp} = 10,61 \text{ kN}$$

$$M_{Ed,exp} = 2,73 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



En primer lugar, se comprueba si la sección fisura:

$$M_{fis} = \left(3,602 - \frac{10,61}{0,2 \cdot 0,2}\right) \cdot \frac{1}{6} \cdot 0,2 \cdot 0,2^2 = 4,4487 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Por tanto, como  $2,73 < 4,4487$  la sección no fisura. Por tanto, no es necesario realizar la comprobación de abertura de fisuras y separación máxima de fisuras.

#### SECCIÓN DEL EMPOTRAMIENTO DERECHO DE LA VIGA

Los esfuerzos en esta sección son:

$$N_{Ed,exp} = 10,61 \text{ kN}$$

$$M_{Ed,exp} = 4,726 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

En primer lugar, se comprueba si la sección fisura:

$$M_{fis} = \left(3,602 - \frac{10,61}{0,2 \cdot 0,2}\right) \cdot \frac{1}{6} \cdot 0,2 \cdot 0,2^2 = 4,4487 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Por tanto, como  $4,726 > 4,4487$  la sección fisura. Sin embargo, el momento experimental está muy próximo al de fisuración, y por tanto, la fisuración es mínima.

- *Control de fisuras*

En esta sección, la armadura dispuesta efectiva es:

- *Tracción: 3Φ10*
- *Compresión: 2Φ12*

Se obtiene un valor de  $x$  para la sección bajo carga de  $x = 0,047 \text{ m}$ . Con este valor de  $x$  se puede calcular el área, momento estático y la inercia fisurada de la sección, resultando:

$$A(x) = 0,01185 \text{ m}^2$$

$$S(x) = 0,000699 \text{ m}^3$$

$$I(x) = 0,00006858 \text{ m}^4$$

Con estos valores se obtienen una curvatura y una deformación de:

$$\varepsilon_0 = -0,000793$$

$$c = 0,01497/\text{m}$$

A partir de estos datos, se obtienen los parámetros necesarios para calcular  $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} &= \frac{52,4 - 0,4 \cdot \frac{3,602}{0,0231} \cdot (1 + 5,782 \cdot 0,0231)}{205656,885} = -0,0000889 < 0,6 \cdot \frac{52,4}{205656,89} \\ &= 0,000153\end{aligned}$$

donde

$$E_{cm} = 22000 \cdot \left(\frac{41,6 + 8}{10}\right)^{0,3} = 35568,63 \text{ MPa}$$

$$E_s = 205656,885 \text{ MPa (media entre ambos diámetros)}$$

$$\sigma_s = 205656,885 \cdot (0,000793 + 0,01497 \cdot (-0,07)) = -52,4 \text{ MPa}$$

$$k_t = 0,4$$

$$f_{ct,eff} = 3,602 \text{ MPa}$$

$$\rho_{ct,eff} = \frac{A_s(3\emptyset 10)}{A_{c,eff}} = \frac{0,0002356}{0,0102} = 0,0231$$

$$\text{Siendo } A_{c,eff} = b \cdot h_{eff} = 0,2 \cdot 0,051 = 0,0102$$

$$h_{eff} = \min\left\{2,5 \cdot (0,2 - 0,169); \frac{0,2 - 0,047}{3}; \frac{0,2}{2}\right\} = 0,051 \text{ m}$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} = \frac{205656,885}{35568,63} = 5,782$$

Por tanto, el valor tomado para  $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = 0,000153$ .

A continuación, se calcula la separación máxima  $s_{r,m\acute{a}x}$ . Como la separación entre las barras es  $0,06 \text{ m} \leq 5 \cdot \left(0,025 + \frac{0,010}{2}\right) = 0,15 \text{ m}$ , la formulación a emplear es:

$$s_{r,m\acute{a}x} = 3,4 \cdot 0,025 + 0,425 \cdot 0,8 \cdot 0,5 \cdot \frac{0,010}{0,0231} = 0,1586 \text{ m}$$

Por tanto, la abertura de fisura es:

$$w_k = 158,6 \cdot 0,000153 = 0,024 \text{ mm} < 0,3 \text{ mm} \rightarrow \text{CUMPLE}$$

Como se puede observar en este caso, la abertura de fisura es muy pequeña ya que la sección está en el límite de fisuración.

Una vez se han calculado las aberturas de fisura y las separaciones máximas de fisura, se pasa a contrastar los resultados con los obtenidos en el análisis experimental.

En cuanto a las aberturas de fisura, todas las fisuras observadas experimentalmente para la carga de 60 kN son inferiores a 0,05 mm (mínima medición del fisurómetro empleado). Por tanto en todos los casos, el método empleado está del lado de la seguridad.

Sección	$w_k$ experimental	$w_k$ teórica
Bajo carga	<0,05 mm	0,0535 mm
Empotramiento pilar izq.	<0,05 mm	0,043 mm
Empotramiento izq. viga	<0,05 mm	No fisura
Empotramiento dcho. viga	<0,05 mm	0,024 mm

Tabla 6.2.1 Comparación abertura de fisura teórica vs. experimental

Los coeficientes de seguridad se han omitido debido a la falta de precisión en la medición del fisurómetro.

A continuación se van a analizar las separaciones máximas de fisuras. De acuerdo con lo establecido en la Instrucción Española de Hormigón Estructural (EHE-08) en el artículo 49.2.4, para el método general de cálculo de la abertura de fisura, se tiene que:

$$w_k = \beta \cdot s_m \cdot \varepsilon_{sm}$$

donde

$\beta$  es el coeficiente que relaciona la abertura media de fisura con el valor característico y vale 1,3 para fisuración producida por acciones indirectas solamente y 1,7 para el resto de los casos. En este caso, se toma 1,7.

$s_m$  es la separación media de fisuras, expresada en mm.

$\varepsilon_{sm}$  es el alargamiento medio de las armaduras, teniendo en cuenta la colaboración del hormigón entre fisuras.

Pese a que la formulación utilizada en esta normativa no coincide con la indicada en el Eurocódigo-02, si que se puede aproximar la relación entre la separación máxima calculada anteriormente y la separación media de cada sección medida experimentalmente, de la siguiente forma:

$$\frac{s_{r,m\acute{a}x}}{1,7} = s_m$$

La siguiente tabla muestra la comparativa entre ambas separaciones. A partir de estos valores, se obtiene el coeficiente de seguridad.

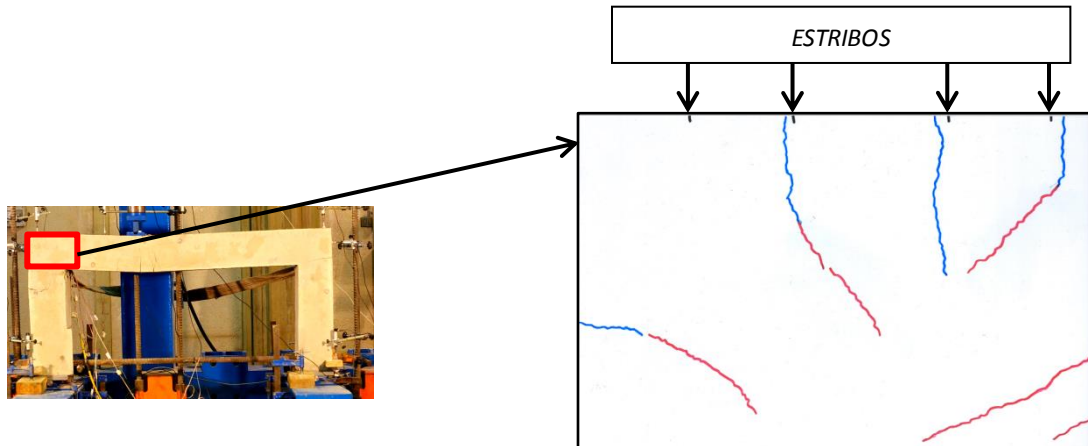
Sección	$\frac{s_{r,m\acute{a}x}}{1,7}$ (m)	$s_m$ eperimental(m)	Coficiente de seguridad
Bajo carga	0,085	0,06	1,42
Empotramiento pilar izq.	0,088	0,075	1,17
Empotramiento izq. viga	No fisura	0,0825	-
Empotramiento dcho. viga	0,093	0,105	*

\* Sección en el límite de fisuración.  $M_{Ed} \approx M_{fis}$

Tabla 6.2.2 Comparación separación entre fisuras. Coeficiente de seguridad

En las secciones en las que se han podido comparar los resultados, se observa que el método de cálculo de las separaciones máximas está del lado de la seguridad.

Por otro lado, contrastando el patrón de fisuración con la posición real de las armaduras se ha observado que algunas fisuras coinciden con la posición de los estribos. Esto quiere decir que en algunos casos la separación de las fisuras se ha visto influenciada por la distancia entre los cercos, que es de 6 cm.



### 6.3 Regiones D

En este apartado se va a representar el modelo de Bielas y Tirantes que se obtiene de la estructura ensayada, con los valores reales de las características de los materiales y de los ángulos que forman las bielas.

Se representará el modelo resultante en toda la viga y en los pilares hasta un canto útil.

Los valores de  $\theta$  obtenidos del análisis experimental son los siguientes:

$$\theta = 40^\circ, \text{ en la zona bajo la carga}$$

$$\theta = 45^\circ, \text{ en el empotramiento del pilar izquierdo}$$

$$\theta = 24^\circ, \text{ en el empotramiento izquierdo de la viga}$$

$$\theta = 40^\circ, \text{ en el empotramiento derecho de la viga}$$

Atendiendo a estos valores se ha definido el modelo de bielas y tirantes.

A partir de los resultados del experimento, se han obtenido los esfuerzos en las secciones correspondientes para obtener los esfuerzos equivalentes en dichas secciones. Se ha hecho el cálculo para el máximo nivel de carga. En este caso, se ha tratado la viga en dos fases: la parte izquierda que corresponde a la zona de la viga hasta la carga, y por otro lado, desde la carga hasta el final de la viga. Se ha procedido de esta forma debido a que a ambos lados de este

punto el signo del esfuerzo cortante cambia, por tanto también cambiarán de dirección las bielas de compresión correspondientes a este esfuerzo. En la parte izquierda el esfuerzo cortante es negativo, mientras que la derecha tiene valores positivos.

#### NUDO IZQUIERDO

En la parte de la viga, los esfuerzos en la sección de la carga son los siguientes:

$$N_{Ed} = 52,605 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 41,5 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 31,8 \text{ kN}$$

El brazo mecánico es:

$$z = 0,2 - 2 \cdot 0,025 - 0,005 - 0,006 = 0,139 \text{ m}$$

En esta sección se tienen 3Φ12 en tracción y 3Φ10 en compresión. Se obtiene el valor del momento equivalente en la cara traccionada a partir de los esfuerzos existentes en la sección que se está estudiando:

$$M_{1ed} = 35,43 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Por tanto, los valores de tracción y de compresión en la sección de continuidad son:

$$C = \frac{M_{1ed}}{z} = \frac{35,43}{0,139} = 254,892 \text{ kN}$$

$$T = C - N = 254,892 - 52,605 = 202,287 \text{ kN}$$

Como en esta sección hay esfuerzo de cortante, los valores anteriores deben verse incrementados por la interacción con dicho esfuerzo cortante. Finalmente, los esfuerzos equivalentes en la sección de continuidad son:

$$C = C - \frac{V_{ed}}{2} = 254,892 - \frac{41,5}{2} = 234,142 \text{ kN}$$

$$T = T + \frac{V_{ed}}{2} = 202,287 + \frac{41,5}{2} = 223,037 \text{ kN}$$

Por otro lado, se analiza el pilar izquierdo. Como se ha comentado antes, se han calculado los esfuerzos a un canto, medidos desde la cara inferior de la viga, es decir, a una distancia de 0,3 m desde el eje. Los esfuerzos en esta sección son:

$$N_{Ed} = 161,675 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 52,605 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 17,886 \text{ kN}$$

El brazo mecánico es:

$$z = 0,2 - 2 \cdot 0,025 - 0,005 - 0,006 = 0,139 \text{ m}$$

En esta sección se tienen 3Φ10 en tracción y 2Φ12 en compresión. Se obtiene el valor del momento equivalente en la cara traccionada a partir de los esfuerzos existentes en la sección que se está estudiando:

$$M_{1ed} = 29,203 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Por tanto, los valores de tracción y de compresión en la sección de continuidad son:

$$C = \frac{M_{1ed}}{z} = \frac{29,203}{0,139} = 210,093 \text{ kN}$$

$$T = C - N = 210,093 - 161,675 = 48,4 \text{ kN}$$

Estos valores anteriores deben verse incrementados por la interacción con el esfuerzo cortante. Los esfuerzos equivalentes en la sección de continuidad son:

$$C = C - \frac{V_{ed}}{2} = 210,093 - \frac{52,605}{2} = 183,8 \text{ kN}$$

$$T = T + \frac{V_{ed}}{2} = 48,4 + \frac{52,605}{2} = 74,7025 \text{ kN}$$

Con todos estos valores, se puede dibujar el modelo de bielas y tirantes de esta región. Para ello, se ha empleado una hoja de Excel programada en la cual se introducen las coordenadas de los nudos y la relación de barras existente en el modelo de bielas y tirantes. Además, es necesario introducirle qué fuerzas hay aplicadas en cada uno de los nudos. Lo que se obtiene es el valor de la fuerza existente en cada barra, ya sea de tracción (tirante) o de compresión (biela), en función de si se trata de una biela o un tirante.

En este caso, los nudos del modelo de bielas y tirantes correspondiente a esta región D son:

Nudo nº	Coordenadas		Fuerzas aplicadas	
	x	y	Fuerza x	Fuerza y
1	0,000	0,000	0,000	-74,703
2	0,139	0,000	52,605	236,405
3	0,000	0,125	0,000	0,000
4	0,139	0,125	0,000	0,000
5	0,000	0,341	0,000	0,000
6	0,139	0,202	0,000	0,000
7	0,300	0,341	0,000	0,000
8	0,300	0,202	0,000	0,000
9	0,604	0,341	-234,142	0,000
10	0,604	0,202	181,637	-41,500

Tabla 6.3.1 Nudos del modelo B-T izquierdo

Una vez conocida la posición de los nudos y las fuerzas aplicadas en cada uno de ellos, se introduce la relación existente entre cada una de las barras. Los resultados que se obtienen son los siguientes:

Barras	Nudo ini	Nudo fin	cos(alfa)	sen(alfa)	Fx	Fy	F	Tipo de barra
1	1	2	1,000	0,000	-52,61	0,00	<b>-52,61</b>	<i>tirante</i>
2	1	3	0,000	1,000	0,00	-122,01	<b>-122,01</b>	<i>tirante</i>
3	1	4	0,744	0,669	52,61	47,31	<b>70,75</b>	<i>biela</i>
4	2	4	0,000	1,000	0,00	236,41	<b>236,41</b>	<i>biela</i>
5	3	4	1,000	0,000	-52,61	0,00	<b>-52,61</b>	<i>tirante</i>
6	3	5	0,000	1,000	0,00	-151,15	<b>-151,15</b>	<i>tirante</i>
7	3	6	0,875	0,485	52,61	29,14	<b>60,14</b>	<i>biela</i>
8	4	6	0,000	1,000	0,00	283,71	<b>283,71</b>	<i>biela</i>
9	5	6	0,707	-0,707	151,15	-151,15	<b>213,76</b>	<i>biela</i>
10	5	7	1,000	0,000	-151,15	0,00	<b>-151,15</b>	<i>tirante</i>
11	6	7	0,757	0,653	187,30	161,70	<b>247,44</b>	<i>biela</i>
12	6	8	1,000	0,000	16,46	0,00	<b>16,46</b>	<i>biela</i>
13	8	7	0,000	1,000	0,00	-161,70	<b>-161,70</b>	<i>tirante</i>
14	7	9	1,000	0,000	36,15	0,00	<b>36,15</b>	<i>biela</i>
15	8	9	0,909	0,416	353,65	161,70	<b>388,87</b>	<i>biela</i>
16	8	10	1,000	0,000	-337,19	0,00	<b>-337,19</b>	<i>tirante</i>

Tabla 6.3.2 Fuerzas de las bielas y tirantes

La siguiente imagen muestra el modelo resultante de esta zona:

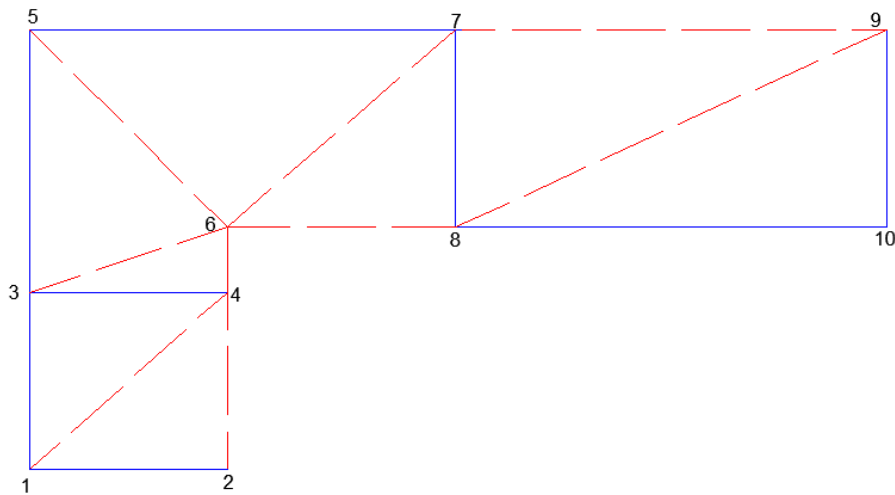


Fig. 6.3.1 Modelo bielas y tirantes nudo izquierdo

A continuación, se realiza la comprobación de aquellos nudos que puedan presentar problemas.

**Nudo 6**

El nudo 6 está formado por 5 bielas comprimidas (C-C-C). Estos nudos se resuelven con una hoja de cálculo en la que se introducen los anchos de las tres bielas, que están limitadas por la geometría de la pieza, así como las fuerzas de cada una de ellas.

La comprobación a realizar es:

$$\sigma < \sigma_{m\acute{a}x} = 0,7 \cdot f_{cd}$$

A este nudo le llegan las siguientes bielas con las siguientes fuerzas:

- Biela 9: 213,76 kN
- Biela 11: 247,44 kN
- Biela 12: 16,46 kN
- Biela 8: 283,71 kN
- Biela 7: 60,14 kN

Como se necesitan solamente 3 bielas para comprobar el nudo, se deben de componer algunas de las bielas anteriores. Se van a componer las bielas 12 y 11 por un lado, y la 7 y 9 por otro lado.

Por tanto, el nudo 6 finalmente resulta estar formado por las siguientes 3 bielas con sus respectivos anchos:

<b>BIELA</b>	<b>Fuerza en x</b>	<b>Fuerza en y</b>	<b>Fuerza total</b>	<b>Ancho biela</b>
<i>Biela 1</i>	203,76 KN	-122,01 KN	237,496 KN	0,06 m
<i>Biela 2</i>	-203,76 KN	-161,70 KN	260,125 KN	0,062 m
<i>Biela 3</i>	0 KN	283,71 KN	283,71 KN	0,062 m

Tabla 6.3.3 Comprobación. Fuerza de las bielas

El ancho de la biela 2 y 3 está calculado como  $(rec + \frac{\emptyset}{2}) \cdot 2$  tomando este valor como un valor aproximado. El ancho de la biela 1, como se puede apreciar en el modelo, no tiene restricciones, por tanto, se prueba, por ejemplo, con un ancho de 0,06 m. El espesor de estas bielas es de 0,2m.

Introduciendo estos valores en la hoja de cálculo que resuelve nudos comprimidos, se tiene:

	<i>ancho (m)</i>	<i>Cx</i>	<i>Cy</i>	<i>C (kN)</i>	<i>ángulo biela (rad)</i>	<i>theta (rad)</i>	<i>beta (rad)</i>	<i>ten.normal (MPa)</i>	<i>ten.tang. (MPa)</i>	<i>ten. biela (MPa)</i>
<i>biela C1</i>	0,06	203,76	-122,01	237,50	-0,5395	2,2416	-1,5100	19,72	-1,20	19,79
<i>biela C2</i>	0,062	-203,76	-161,70	260,13	-2,4708	2,1103	1,4839	20,82	1,81	20,98
<i>biela C3</i>	0,062	0,00	283,71	283,71	1,5708	1,9312	-1,5477	22,87	-0,53	22,88

Tabla 6.3.4 Comprobación. Características de las bielas



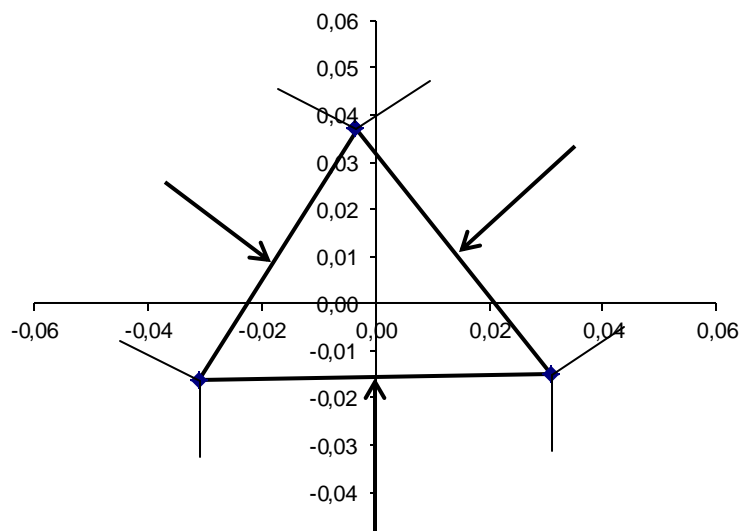
Los datos obtenidos del círculo de Mohr son los siguientes:

CÍRCULO DE MOHR			
X		R	
21,10841 m		1,8366438 m	
Tensión principal 1	Dirección (°)	Tensión principal 2	Dirección (°)
22,95 MPa	7,02°	19,27 MPa	97,02°

Tabla 6.3.5 Tensiones principales nudo izquierdo

Por tanto, el valor de la  $\sigma = 22,95 \text{ MPa} < 29,12 \text{ MPa} \rightarrow \text{CUMPLE}$

La geometría del nudo se muestra en la siguiente figura.



#### Nudo 5

El nudo 5 está formado por 2 bielas y un tirante. Estos nudos se resuelven comprobando:

$$\sigma < \sigma_{\text{máx}} = 0,7 \cdot f_{cd} \rightarrow \sigma = \frac{C}{a \cdot b}$$

$C$  es el sfuerzo de compresión de la biela

$a, b$  son las dimensiones de la biela

A este nudo le llegan los siguientes valores de tracción y compresión:

- Tirante 10: 151,15 kN
- Tirante 6: 151,15 kN
- Biela 9: 213,76 kN

El ángulo  $\alpha$  que forman los dos tirantes es  $90^\circ$  y el ángulo  $\theta$  que forma la biela con los tirantes es de  $45^\circ$ . El radio de doblado de la armadura es  $R = 6 \cdot \phi = 6 \cdot 0,01 = 0,06 \text{ m}$

El ancho de la biela  $a$  se saca con la siguiente expresión:

$$a = \text{mín} \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot R + \frac{1 + \cos\alpha}{\text{sen}\alpha} \cdot \text{sen}\theta \\ 2 \cdot R + \frac{1 + \cos\alpha}{\text{sen}\alpha} \cdot \text{sen}(\alpha - \theta) \end{array} \right.$$

$$b = b - 2 \cdot \text{rec} - \emptyset$$

Sustituyendo los datos, finalmente las dimensiones de la biela son:

$$a = \text{mín} \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot 0,06 + \frac{1 + \cos 90}{\text{sen} 90} \cdot \text{sen} 45 = 0,084 \text{ m} \\ 2 \cdot 0,06 + \frac{1 + \cos 90}{\text{sen} 90} \cdot \text{sen}(90 - 45) = 0,084 \text{ m} \end{array} \right. \rightarrow a = 0,084 \text{ m}$$

$$b = 0,2 - 2 \cdot 0,025 - 0,01 = 0,14 \text{ m}$$

La tensión en la biela:

$$\sigma = \frac{213,76}{0,084 \cdot 0,14 \cdot 1000} = 18,18 \text{ MPa} < 29,12 \text{ MPa} \rightarrow \text{CUMPLE}$$

#### NUDO DERECHO

Para la parte derecha del pórtico, se procede de la misma manera.

Los esfuerzos en la sección de corte de la viga, situada a 0,97 m del eje son:

$$N_{Ed} = 52,605 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 41,5 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 31,8 \text{ kN}$$

El brazo mecánico es:

$$z = 0,2 - 2 \cdot 0,025 - 0,005 - 0,006 = 0,139 \text{ m}$$

En esta sección se tienen 3Φ12 en tracción y 3Φ10 en compresión. Se obtiene el valor del momento equivalente en la cara traccionada a partir de los esfuerzos existentes en la sección que se está estudiando:

$$M_{1ed} = 35,43 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Por tanto, los valores de tracción y de compresión en la sección de continuidad son:

$$C = \frac{M_{1ed}}{z} = \frac{5,7921}{0,139} = 254,892 \text{ kN}$$

$$T = C - N = 254,892 - 52,605 = 202,287 \text{ kN}$$

Teniendo en cuenta el incremento por la interacción con el cortante:

$$C = C - \frac{V_{ed}}{2} = 254,892 - \frac{41,5}{2} = 234,142 \text{ kN}$$

$$T = T + \frac{V_{ed}}{2} = 202,287 + \frac{41,5}{2} = 223,037 \text{ kN}$$

El tramo del pilar derecho, se calcula para una distancia de 0,3 m desde el eje, como se ha hecho antes. Los esfuerzos en esta sección son:

$$N_{Ed} = 81,4 \text{ kN}$$

$$V_{Ed} = 52,605 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 17,886 \text{ kN}$$

El brazo mecánico es:

$$z = 0,2 - 2 \cdot 0,025 - 0,005 - 0,006 = 0,139 \text{ m}$$

En esta sección se tienen 3Φ10 en tracción y 2Φ12 en compresión. Se obtiene el valor del momento equivalente en la cara traccionada a partir de los esfuerzos existentes en la sección que se está estudiando:

$$M_{1ed} = 23,584 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Por tanto, los valores de tracción y de compresión en la sección de continuidad son:

$$C = \frac{M_{1ed}}{z} = \frac{23,584}{0,139} = 169,67 \text{ kN}$$

$$T = C - N = 169,67 - 81,4 = 88,27 \text{ kN}$$

Estos valores deben verse incrementados por la interacción con el esfuerzo cortante. Los esfuerzos equivalentes en la sección de continuidad son:

$$C = C - \frac{V_{ed}}{2} = 169,67 - \frac{52,605}{2} = 143,367 \text{ kN}$$

$$T = T + \frac{V_{ed}}{2} = 88,27 + \frac{52,605}{2} = 114,57 \text{ kN}$$

En este caso, los nudos del modelo de bielas y tirantes correspondientes a esta región D son:

Nudo nº	Coordenadas		Fuerzas aplicadas	
	x	y	Fuerza x	Fuerza y
1	0,896	0,000	-52,605	195,972
2	1,035	0,000	0,000	-114,570
3	0,896	0,125	0,000	0,000
4	1,035	0,125	0,000	0,000
5	1,035	0,341	0,000	0,000
6	0,896	0,202	0,000	0,000
7	0,825	0,341	0,000	0,000
8	0,825	0,202	0,000	0,000
9	0,660	0,341	0,000	0,000
10	0,660	0,202	0,000	0,000
11	0,495	0,341	0,000	0,000
12	0,495	0,202	0,000	0,000
13	0,330	0,341	0,000	0,000
14	0,330	0,202	0,000	0,000
15	0,165	0,341	0,000	0,000
16	0,165	0,202	0,000	0,000
17	0,000	0,341	234,142	0,000
18	0,000	0,202	-181,637	-41,500

Tabla 6.3.6 Nudos del modelo de bielas y tirantes derecho

La siguiente imagen muestra el modelo resultante de esta zona:

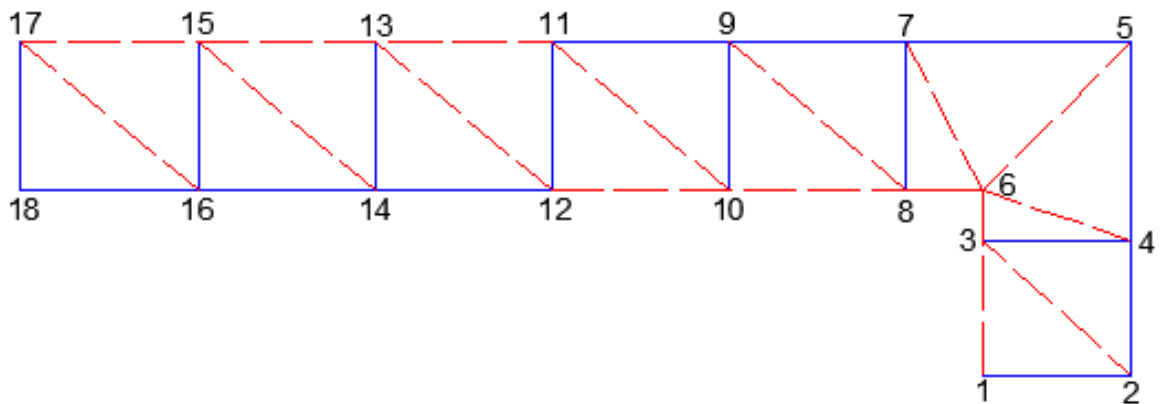


Fig 6.3.2 Modelo bielas y tirantes nudo derecho

Una vez conocida la posición de los nudos y las fuerzas aplicadas en cada uno de ellos e introduciendo al programa la relación existente entre cada una de las barras los resultados que se obtienen son los siguientes:

<b>Barras</b>	<b>Nudo ini</b>	<b>Nudo fin</b>	<b>cos(alfa)</b>	<b>sen(alfa)</b>	<b>Fx</b>	<b>Fy</b>	<b>F</b>	<b>Tipo de barra</b>
1	1	2	1,000	0,000	-52,61	0,00	<b>-52,61</b>	<i>tirante</i>
2	1	3	0,000	1,000	0,00	195,97	<b>195,97</b>	<i>biela</i>
3	2	3	-0,744	0,669	-52,61	47,31	<b>70,75</b>	<i>biela</i>
4	2	4	0,000	1,000	0,00	-161,88	<b>-161,88</b>	<i>tirante</i>
5	3	4	1,000	0,000	-52,61	0,00	<b>-52,61</b>	<i>tirante</i>
6	3	6	0,000	1,000	0,00	243,28	<b>243,28</b>	<i>biela</i>
7	4	6	-0,875	0,485	-52,61	29,14	<b>60,14</b>	<i>biela</i>
8	4	5	0,000	1,000	0,00	-191,02	<b>-191,02</b>	<i>tirante</i>
9	5	6	-0,707	-0,707	-191,02	-191,02	<b>270,14</b>	<i>biela</i>
10	5	7	-1,000	0,000	191,02	0,00	<b>-191,02</b>	<i>tirante</i>
11	6	7	-0,455	0,891	-41,58	81,40	<b>91,41</b>	<i>biela</i>
12	6	8	-1,000	0,000	-202,04	0,00	<b>202,04</b>	<i>biela</i>
13	8	7	0,000	1,000	0,00	-81,40	<b>-81,40</b>	<i>tirante</i>
14	7	9	-1,000	0,000	149,44	0,00	<b>-149,44</b>	<i>tirante</i>
15	8	9	-0,765	0,644	-96,63	81,40	<b>126,35</b>	<i>biela</i>
16	8	10	-1,000	0,000	-105,41	0,00	<b>105,41</b>	<i>biela</i>
17	9	10	0,000	-1,000	0,00	81,40	<b>-81,40</b>	<i>tirante</i>
18	11	9	1,000	0,000	-52,81	0,00	<b>-52,81</b>	<i>tirante</i>
19	11	10	0,765	-0,644	96,63	-81,40	<b>126,35</b>	<i>biela</i>
20	12	10	1,000	0,000	8,79	0,00	<b>8,79</b>	<i>biela</i>
21	11	12	0,000	-1,000	0,00	81,40	<b>-81,40</b>	<i>tirante</i>
22	13	11	1,000	0,000	43,82	0,00	<b>43,82</b>	<i>biela</i>
23	13	12	0,765	-0,644	96,63	-81,40	<b>126,35</b>	<i>biela</i>
24	14	12	1,000	0,000	-87,84	0,00	<b>-87,84</b>	<i>tirante</i>
25	14	13	0,000	1,000	0,00	-81,40	<b>-81,40</b>	<i>tirante</i>
26	15	13	1,000	0,000	140,45	0,00	<b>140,45</b>	<i>biela</i>
27	15	14	0,765	-0,644	96,63	-81,40	<b>126,35</b>	<i>biela</i>
28	16	14	1,000	0,000	-184,47	0,00	<b>-184,47</b>	<i>tirante</i>
29	15	16	0,000	-1,000	0,00	81,40	<b>-81,40</b>	<i>tirante</i>
30	17	15	1,000	0,000	237,07	0,00	<b>237,07</b>	<i>biela</i>
31	17	16	0,765	-0,644	96,63	-81,40	<b>126,35</b>	<i>biela</i>
32	18	16	1,000	0,000	-281,10	0,00	<b>-281,10</b>	<i>tirante</i>

Tabla 6.3.7 Fuerzas de las bielas y tirantes nudo derecho

A continuación se ha realizado la comprobación de los nudos críticos.

*Nudo 6*

El nudo 6 está formado por 5 bielas comprimidas (C-C-C). Estos nudos se resuelven con una hoja de cálculo en la que se introducen los anchos de las tres bielas, que están limitadas por la geometría de la pieza, así como las fuerzas de cada una de ellas.

La comprobación a realizar es:

$$\sigma < \sigma_{m\acute{a}x} = 0,7 \cdot f_{cd}$$

A este nudo le llegan las siguientes bielas con las siguientes fuerzas:

- Biela 9: 270,14 kN
- Biela 7: 60,14 kN
- Biela 6: 243,28 kN
- Biela 11: 91,41 kN
- Biela 12: 202,04 kN

Como se necesitan solamente 3 bielas para comprobar el nudo, se deben de componer algunas de las bielas anteriores. Se van a componer las bielas 12 y 11 por un lado, y la 7 y 9 por otro lado.

Por tanto, el nudo 6 finalmente resulta estar formado por las siguientes 3 bielas con sus respectivos anchos:

<b>BIELA</b>	<b>Fuerza en x</b>	<b>Fuerza en y</b>	<b>Fuerza total</b>	<b>Ancho biela</b>
<i>Biela 1</i>	-243,63 KN	-161,88 KN	292,50 KN	0,062 m
<i>Biela 2</i>	0 KN	243,28 KN	243,28 KN	0,062 m
<i>Biela 3</i>	243,62 KN	81,4 KN	256,859 KN	0,05 m

*Tabla 6.3.8 Comprobación. Fuerzas de las bielas nudo derecho*

El ancho de la biela 1 y 2 está calculado como  $(rec + \frac{\emptyset}{2}) \cdot 2$  tomando este valor como un valor aproximado. El ancho de la biela 1, como se puede apreciar en el modelo, no tiene restricciones, por tanto, se prueba, por ejemplo, con un ancho de 0,05 m. El espesor de estas bielas es de 0,2m.

Introduciendo estos valores en la hoja de cálculo que resuelve nudos comprimidos, se tiene:

	ancho (m)	Cx	Cy	C (kN)	ángulo biela (rad)	theta (rad)	beta (rad)	ten.normal (MPa)	ten.tang. (MPa)	ten. biela (MPa)
biela C1	0,062	-243,63	-161,88	292,51	-2,5551	1,8932	-1,4253	23,09	-3,38	23,59
biela C2	0,062	0,00	243,28	243,28	1,5708	2,2327	1,5608	19,62	0,20	19,62
biela C3	0,05	243,63	-81,40	256,87	-0,3225	2,1573	1,4808	25,48	2,30	25,69

Tabla 6.3.9 Comprobación. Características de las bielas nudo derecho

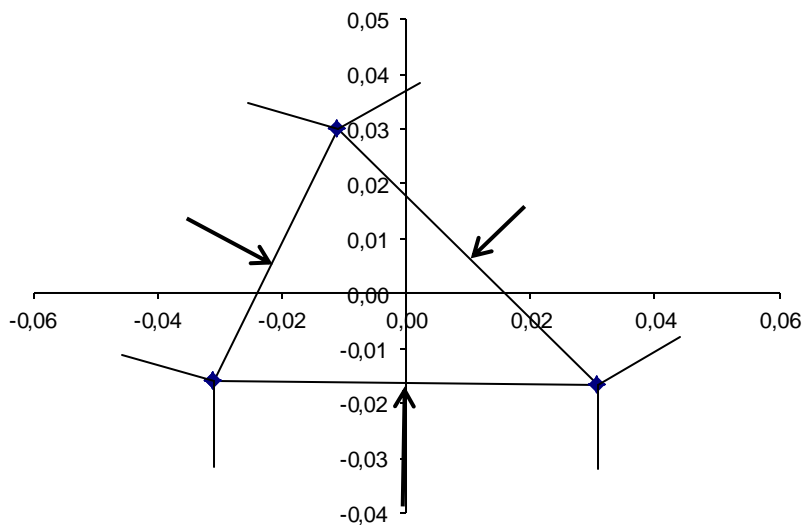
Los datos obtenidos del círculo de Mohr son los siguientes:

CÍRCULO DE MOHR			
X		R	
23 m		3,38 m	
Tensión principal 1	Dirección (°)	Tensión principal 2	Dirección (°)
26,38 MPa	92,24°	19,61 MPa	2,24°

Tabla 6.3.10 Tensiones principales nudo derecho

Por tanto, el valor de la  $\sigma = 26,38 \text{ MPa} < 29,12 \text{ MPa} \rightarrow \text{CUMPLE}$

La geometría del nudo se muestra en la siguiente figura.



### Nudo 5

El nudo 5 está formado por 2 bielas y un tirante. Estos nudos se resuelven comprobando:

$$\sigma < \sigma_{m\acute{a}x} = 0,7 \cdot f_{cd} \quad \rightarrow \quad \sigma = \frac{C}{a \cdot b}$$

$C$  es el esfuerzo de compresión de la biela

$a, b$  son las dimensiones de la biela

A este nudo le llegan los siguientes valores de tracción y compresión:

- Tirante 10: 191,02 KN
- Tirante 8: 191,02 KN
- Biela 9: 270,14 KN

El ángulo  $\alpha$  que forman los dos tirantes es  $90^\circ$  y el ángulo  $\theta$  que forma la biela con los tirantes es de  $45^\circ$ . El radio de doblado de la armadura es  $R = 6 \cdot \emptyset = 6 \cdot 0,01 = 0,06 \text{ m}$

El ancho de la biela  $a$  se saca con la siguiente expresión:

$$a = \text{mín} \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot R + \frac{1 + \cos\alpha}{\text{sen}\alpha} \cdot \text{sen}\theta \\ 2 \cdot R + \frac{1 + \cos\alpha}{\text{sen}\alpha} \cdot \text{sen}(\alpha - \theta) \end{array} \right.$$

$$b = b - 2 \cdot \text{rec} - \emptyset$$

Sustituyendo los datos, finalmente las dimensiones de la biela son:

$$a = \text{mín} \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot 0,06 + \frac{1 + \cos 90}{\text{sen} 90} \cdot \text{sen} 45 = 0,084 \text{ m} \\ 2 \cdot 0,06 + \frac{1 + \cos 90}{\text{sen} 90} \cdot \text{sen}(90 - 45) = 0,084 \text{ m} \end{array} \right. \rightarrow a = 0,084 \text{ m}$$

$$b = 0,2 - 2 \cdot 0,025 - 0,01 = 0,14 \text{ m}$$



La tensión en la biela:

$$\sigma = \frac{270,14}{0,084 \cdot 0,14 \cdot 1000} = 22,97 \text{ MPa} < 29,12 \text{ MPa} \rightarrow \text{CUMPLE}$$

Para concluir con este apartado, se muestra a continuación el modelo de bielas y tirantes resultante calculado a partir de las 2 zonas anteriores.

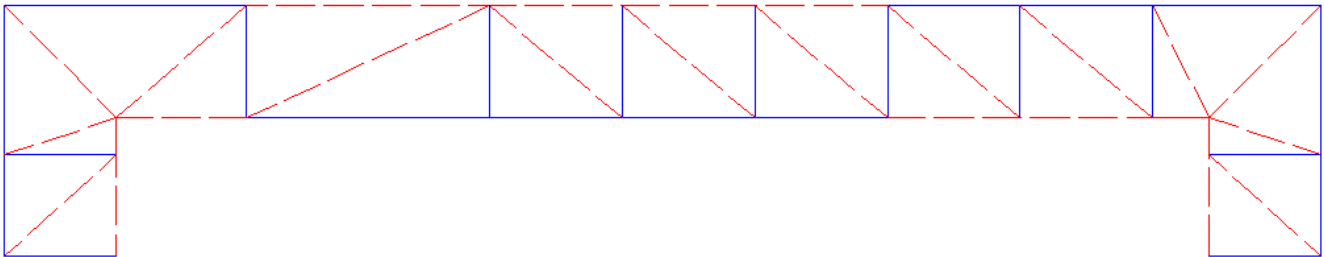


Tabla 6.3.11 Modelo bielas y tirantes resultante

#### 6.4 Detalles de armado

En este apartado se van a recalcular las longitudes de anclaje de las armaduras con los nuevos valores de características de los materiales.

Dichas características son:

$$f_{ck} = 41,6 \text{ MPa}$$

$$f_{yk} = 545,20 \text{ MPa} \quad (\varnothing 12 \text{ mm})$$

$$f_{yk} = 542,43 \text{ MPa} \quad (\varnothing 10 \text{ mm})$$

Según el artículo 8.4.3 del Eurocódigo-02, la longitud básica de anclaje es:

$$l_b = \frac{\varnothing}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}}$$

donde:

$f_{bd}$  El Eurocódigo-02 muestra su expresión en el artículo 8.4.2:

$$f_{bd} = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctd}$$

A su vez,

$\eta_1$  Es 0,7 en el caso de malas condiciones y 1 en el caso de condiciones buenas de adherencia. En este caso, al no estar ni en un caso ni en otro, ya que la pieza se hormigonó tumbada, cada zona tenía unas condiciones. Por tanto, se va a calcular  $f_{bd}$  con los dos casos y se hará la media.

$\eta_2$  Para barras de  $\Phi \leq 32$  mm, este coeficiente vale 1,0.

$f_{ctd}$  Este valor aparece en el artículo 3.1.6 del Eurocódigo-02:

$$f_{ctd} = \frac{\alpha_{ct} \cdot f_{ctk,0,05}}{\gamma_c}$$

$f_{ctk,0,05}$  aparece en la tabla 3.1 del Eurocódigo-02 en función de la resistencia característica del hormigón, en este caso 41,6 MPa.

Con lo cual,  $f_{ctk,0,05}$  se saca extrapolando con estos valores y la tabla presente en el Eurocódigo. El valor  $f_{ctk,0,05} = 2,56$  MPa

$\alpha_{ct}$  El valor recomendado es 1,0.

Por tanto,

$$f_{ctd} = \frac{1 \cdot 2,56}{1} = 2,56$$

En condiciones de buena adherencia:

$$f_{bd} = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctd} = 2,25 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2,56 = 5,76 \text{ MPa}$$

Mientras que cuando la adherencia es mala:

$$f_{bd} = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctd} = 2,25 \cdot 1 \cdot 0,7 \cdot 2,56 = 4,032 \text{ MPa}$$

Por tanto, la media es:

$$f_{bd} = 4,896 \text{ MPa}$$

Por último, las longitudes de anclaje básicas son:

$$l_b = \frac{\Phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{10}{4} \cdot \frac{542,43}{4,896} = 276,976 \text{ mm } (\Phi 10 \text{ mm})$$

$$l_b = \frac{\Phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{12}{4} \cdot \frac{545,20}{4,896} = 334,07 \text{ mm } (\Phi 12 \text{ mm})$$

### 6.5 Comprobación de flechas mediante cálculo

Para elementos sujetos principalmente a flexión, se obtiene una estimación adecuada del comportamiento de la siguiente ecuación proporcionada por el Eurocódigo-02 (art. 7.4.3)

$$\alpha = \xi \cdot \alpha_{II} + (1 - \xi) \cdot \alpha_I$$

donde

$\alpha$  Es el parámetro de la deformación considerada, que en este caso es la curvatura

$\alpha_I, \alpha_{II}$  son, respectivamente, los valores del parámetro calculado (curvatura) para sección sin fisurar y completamente fisurada

$\xi$  es un coeficiente de distribución (que tiene en cuenta la rigidización por la colaboración del hormigón entre fisuras en una sección) que se obtiene de la ecuación:

$$\xi = 1 - \beta \cdot \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)^2, \quad \xi = 0 \text{ (sección sin fisurar)}$$

$\beta$  es un coeficiente que tiene en cuenta la influencia de la duración de la carga o de la repetición de la misma en la deformación unitaria media. En este caso,  $\beta = 1$  por tratarse de una carga de corta duración

$\sigma_s$  es la tensión en la armadura de tracción calculada suponiendo la sección fisurada

$\sigma_{sr}$  es la tensión en la armadura de la tracción calculada suponiendo la sección fisurada bajo las condiciones de carga que producen la primera fisura ( $N_{Ed}, M_{fis}$ )

$\sigma = \alpha_e \cdot \left(\frac{N}{A} + \frac{M}{I} \cdot z\right)$ , distinta dependiendo de si la sección fisura o no

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}}$$

El método más riguroso de evaluar las flechas, a partir del método anterior, es calcular las curvaturas en varias secciones a lo largo del elemento y después aplicar el segundo Teorema de Mohr.

Por tanto, para este caso, la formulación anterior para secciones fisuradas se traduce a:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_m = \xi \cdot \left(\frac{1}{r}\right)_{II} + (1 - \xi) \cdot \left(\frac{1}{r}\right)_I$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)_I = \frac{M}{E_c \cdot I_b}$$

$I_b$  es la inercia de la sección bruta referida al centro de referencia de esfuerzos

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{II} = \frac{M}{E_c \cdot I_{fis}}$$

$I_{fis}$  es la inercia de la sección fisurada referida al centro de gravedad de la sección fisurada

En el caso de secciones no fisuradas, la curvatura se obtiene de la siguiente fórmula:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_m = \frac{M}{E_c \cdot I_b}$$

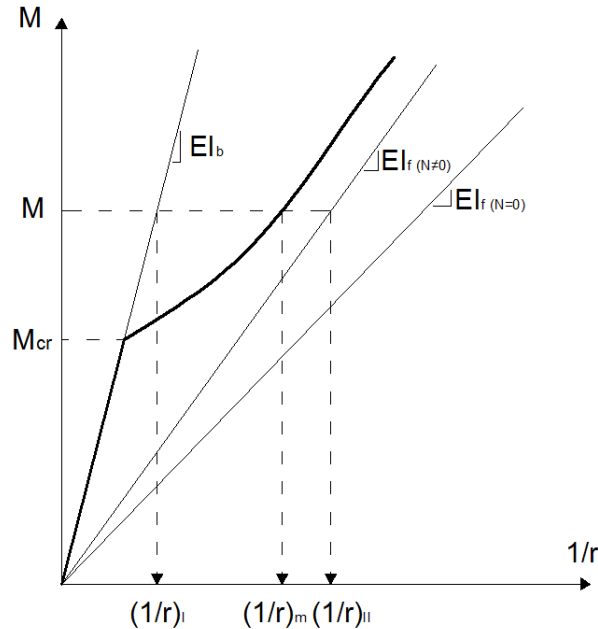


Fig 6.5.1 Diagrama Momento-curvatura

Una vez se tiene calculada la curvatura, para poder calcular la flecha se aplica el segundo Teorema de Mohr.

Si se considera una viga de sección constante que se deforma principalmente bajo la acción de una ley o distribución de momentos flectores producidos por un cierto estado de cargas, el segundo Teorema de Mohr dice que “La distancia  $d$  desde un punto  $B'$  de la directriz deformada a la tangente en otro punto  $A'$  es igual al momento estático del área  $(Mf)_{AB}$  de momentos flectores entre A y B, respecto al eje perpendicular a la barra que pasa por B, dividido por  $EI$ ”

$$d = \int_A^B \frac{M}{EI} \cdot (x_B - x) dx$$

En este caso, la flecha considera tanto el desplazamiento debido al giro como el desplazamiento vertical en sí mismo referido a un eje de referencia. Es decir, es la suma de dos componentes:

$$V_{AB} = \theta_A \cdot (x_B - x_A) + \int_A^B \frac{M}{EI} \cdot (x_B - x) dx$$

donde

$$\frac{M}{EI} = \left(\frac{1}{r}\right)_m$$

$\theta_A$  es el giro en el nudo

Por tanto, para llevar a cabo este proceso y calcular la flecha para tres cargas distintas y poder representar la deformada, se ha dividido la viga en 30 secciones distintas. Posteriormente, se han diferenciado las secciones de curvaturas positivas y negativas así como las secciones fisuradas y no fisuradas. Cuanto mayor sea el número de secciones, el resultado obtenido tiene más precisión.

Para la obtención de la flecha real, se debe contabilizar el incremento debido al giro. Este valor del giro, se ha estimado a través de la fotogrametría en el capítulo anterior.

En cada nivel de carga el giro es diferente. Se ha realizado el cálculo de flechas para tres cargas distintas, cuyos giros correspondientes son:

Carga (kN)	Giro (°)
68	0,1
102	0,2
119	0,6

Dichas cargas corresponden al 40, 60 y 70% de la carga para la cual la sección bajo la carga plastifica, es decir 17 T aproximadamente, respectivamente.

A continuación, se muestran los resultados obtenidos para flechas en mm tanto en el análisis experimental del anterior capítulo, como las obtenidas en este apartado.

x	Q=68 kN			Q=102 kN			Q=119 kN		
	Experim.	Teórico	C.S $\gamma$	Experim.	Teórico	C.S $\gamma$	Experim.	Teórico	C.S $\gamma$
0	0	0	-	0	0	-	0	0	-
0,22	1,215	1,417	1,17	1,232	1,258	1,02	1,224	1,501	1,23
0,4	1,561	1,920	1,23	2,328	2,388	1,03	2,786	2,949	1,06
0,67	0,753	1,124	1,49	1,271	1,831	1,44	1,606	1,955	1,22
1,3	0	0	-	0	0	-	0	0	-

Tabla 6.5.1 Comparación flechas teórica vs. experimental

De nuevo, los coeficientes de seguridad son próximos o superiores a la unidad, y el método empleado está del lado de la seguridad.

## 6.6 Conclusiones

A continuación, se van a comentar las principales conclusiones extraídas de este capítulo.

- Los métodos simplificados empleados están del lado de la seguridad, pues se han obtenido coeficientes de seguridad mayores a la unidad.
- Debido a la formación de dos rótulas plásticas, se requiere realizar un análisis elástico – plástico que complemente al análisis elástico – lineal.
- El colapso de la estructura se produce por la formación de una rótula plástica bajo la carga y en el empotramiento del pilar izquierdo, aunque la comparación de momentos de agotamiento muestra que tanto la sección del empotramiento derecho de la viga como la del empotramiento del pilar izquierdo pueden ocasionar la segunda rótula.
- A pesar de que la sollicitación tangencial refleja un posible fallo por cortante, la realidad es muy distinta, ya que la rotura no se produce por este mecanismo.
- El cálculo de los cortantes de agotamiento presenta una gran dispersión y además, éstos pueden haberse visto influenciados por el efecto arco de las bielas.

## CAPÍTULO 7

---

### *Síntesis y conclusiones*

En este capítulo, se recoge la síntesis de este documento, así como las conclusiones a las que se han llegado en cada una de sus etapas.

*Autores: Beatriz Cabañero Escudero; Begoña Martínez Jaen*





## 7. Síntesis y conclusiones

A continuación se exponen las conclusiones extraídas a lo largo de este documento.

Se ha diseñado una estructura tipo pórtico de hormigón armado. Aquí se ha observado la gran variabilidad de los materiales empleados y cómo estos se han visto altamente influenciados por factores como temperatura, humedad, velocidad de ensayo,... Es por ello, que el control de los mismos se debe realizar de forma rigurosa y con anterioridad a la construcción de la estructura definitiva hasta llegar a la solución idónea.

En lo relativo al acero, se ha comprobado que las características mecánicas obtenidas por los ensayos difieren de las proporcionadas por el suministrador y éstas se han de tener en cuenta en los cálculos. En cuanto al hormigón, se ha jugado con la resistencia esperable y la consistencia influyente en la fase constructiva. Después de varias pruebas, se ha alcanzado la resistencia de 41,6 MPa (próxima a los 40 MPa de diseño) pero dada la elevada influencia de factores externos finalmente la consistencia fue más seca de la esperada y dificultó la fase de hormigonado.

Con respecto a los cálculos, la estructura se ha diseñado en régimen elástico-lineal, con las comprobaciones oportunas atendiendo a lo indicado en las normativas aplicables.

La conclusión más destacable de esta etapa es la importancia de un diseño correcto y detallado pues es la clave para evitar futuros problemas o imprevistos.

Durante la construcción del elemento estructural, cobran especial importancia los plazos marcados, así como el orden y la vinculación entre las distintas tareas. En este caso, se empleó un total de tres semanas. En la primera se realizó el montaje del encofrado y le siguió la preparación de la armadura, abarcando una semana más. En la última semana, se realizó el montaje de todos los elementos para proceder al hormigonado. Es muy importante fijar bien todos los elementos a la plancha de hormigonado para evitar empujes del hormigón fresco.

En todo este proceso, se deben considerar los tiempos establecidos por la normativa, por la maquinaria empleada así como de todas aquellas personas que han colaborado en la construcción.

La fase constructiva, es la más laboriosa y a su vez la más ilustrativa de lo estudiado teóricamente. Muestra la aplicación directa y es muy didáctica.

Para la realización del ensayo, se ha prestado mucha atención al tipo y disposición de la instrumentación, pues es un punto clave para poder extraer conclusiones apropiadas. En este caso, se ha empleado un número elevado de instrumentación, pero aun así nunca es suficiente. En este caso, por la insuficiencia de galgas en la zona bajo la carga, ha sido necesario tomar el valor teórico del diagrama M-c del capítulo 6 para poder llevar a cabo el estudio experimental. Es en el momento del análisis de resultados, cuando se detecta la necesidad de instrumentación alternativa o complementaria que facilite la extracción de

información. Además se debe contar con que parte de estas mediciones pueden fallar, como ha ocurrido con algunas galgas extensiométricas de acero aunque no es lo habitual.

Mientras se está ensayando la pieza, es muy conveniente visualizar los registros auxiliares que ayuden a controlar aquellos movimientos inesperados. Un ejemplo de esto es el captador auxiliar horizontal que ha permitido controlar en todo momento los movimientos transversales.

Aunque en un principio, se puede pensar que el pórtico de ensayo es infinitamente rígido, registra movimientos, y por ello se deben tener en cuenta todos estos movimientos para posteriormente corregir resultados. Además, la colocación de la carga a través del cuchillo basculante es una solución inteligente para que la carga se aplique de forma uniforme.

La rotura del pórtico biarticulado ha sido satisfactoria, respondiendo a un comportamiento habitual de una estructura hiperestática con una gran ductilidad.

Como cabía esperar los resultados difieren de lo planteado en la fase de diseño, ya que se trata de una estructura hiperestática que ha sufrido una gran redistribución de esfuerzos con la formación de dos rótulas plásticas. Es por este motivo, que para la comprobación de algunos resultados se ha recurrido a la realización de un análisis plástico no lineal. Sin embargo, la formación de las rótulas plásticas no es el único motivo del incremento de resistencia de la pieza, sino que también se debe a la sobrerresistencia producida por el redondo adicional en la sección bajo la carga. Esto justifica que se haya superado ampliamente la carga de diseño de 100 kN.

A pesar de que una estructura se diseñe para que tenga un comportamiento dúctil, es importante destacar que una sobrerresistencia en una sección puede dar lugar a la rotura frágil de la misma.

Por otro lado, la deformada de la estructura se ha visto influenciada por los giros de la misma. Estos giros fueron importantes ya que no estaban restringidos.

El mapa de fisuración observado responde fidedignamente a las fisuras teóricas de una viga sometida a flexión. La armadura dispuesta en la pieza se comportó adecuadamente cosiendo las fisuras y en ningún momento se observó pandeo, rotura frágil...

También se produjo el desconchado superficial de la zona bajo la carga por la parte trasera cuyo motivo fue que los tornillos para fijar la placa a la estructura estaban en el espesor del recubrimiento.

Cuando se llevaron a cabo las comprobaciones de los resultados experimentales, se pudo verificar que estos resultados estaban en concordancia con los teóricos. En cuanto a los esfuerzos de agotamiento, se ha comprobado que las secciones que han agotado son la sección bajo carga, en primer lugar, y la sección del empotramiento izquierdo finalmente. La formación de estas dos rótulas plásticas da lugar a la rotura global de la pieza.

En cuanto a los métodos de cálculo empleados se ha comprobado que siempre están del lado de seguridad, ya que los valores de los coeficientes de seguridad son superiores a la unidad. Gracias a estos métodos, se puede realizar un contraste con los resultados experimentales para así justificar el comportamiento real de la estructura ensayada.

Finalmente, podemos concluir que tras la realización de este Trabajo Final de Grado se han asentado muchos conocimientos adquiridos a lo largo de estos años de estudio relacionados fundamentalmente con las estructuras de hormigón armado y todos los aspectos que éste abarca.



# REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

- Eurocódigo EN1992-1-1:2004
- Instrucción de Hormigón Estructural
- “Cálculo de secciones y elementos estructurales de hormigón” Casos prácticos adaptados a la EHE-08. Tomo II Estados límite último. *José Luis Bonet Senach; M<sup>a</sup> Carmen Castro Bugallo; Miguel A. Fernández Prada; José R. Martí Vargas; Pedro F. Miguel Sosa; Juan Navarro Gregori; Luis Pallarés Rubio.*
- “Estructuras de concreto reforzado. Editorial Limusa, Mexico 1979. *R. Park y Pauly.*
- Tesis Doctoral “Fluencia a flexión del hormigón reforzado con fibras de acero (SRFC) en estado fisurado”.
- Tesis Doctoral “Resistencia a cortante de los forjados de vigueta pretensada y bovedilla”



# ANEJO PLANOS

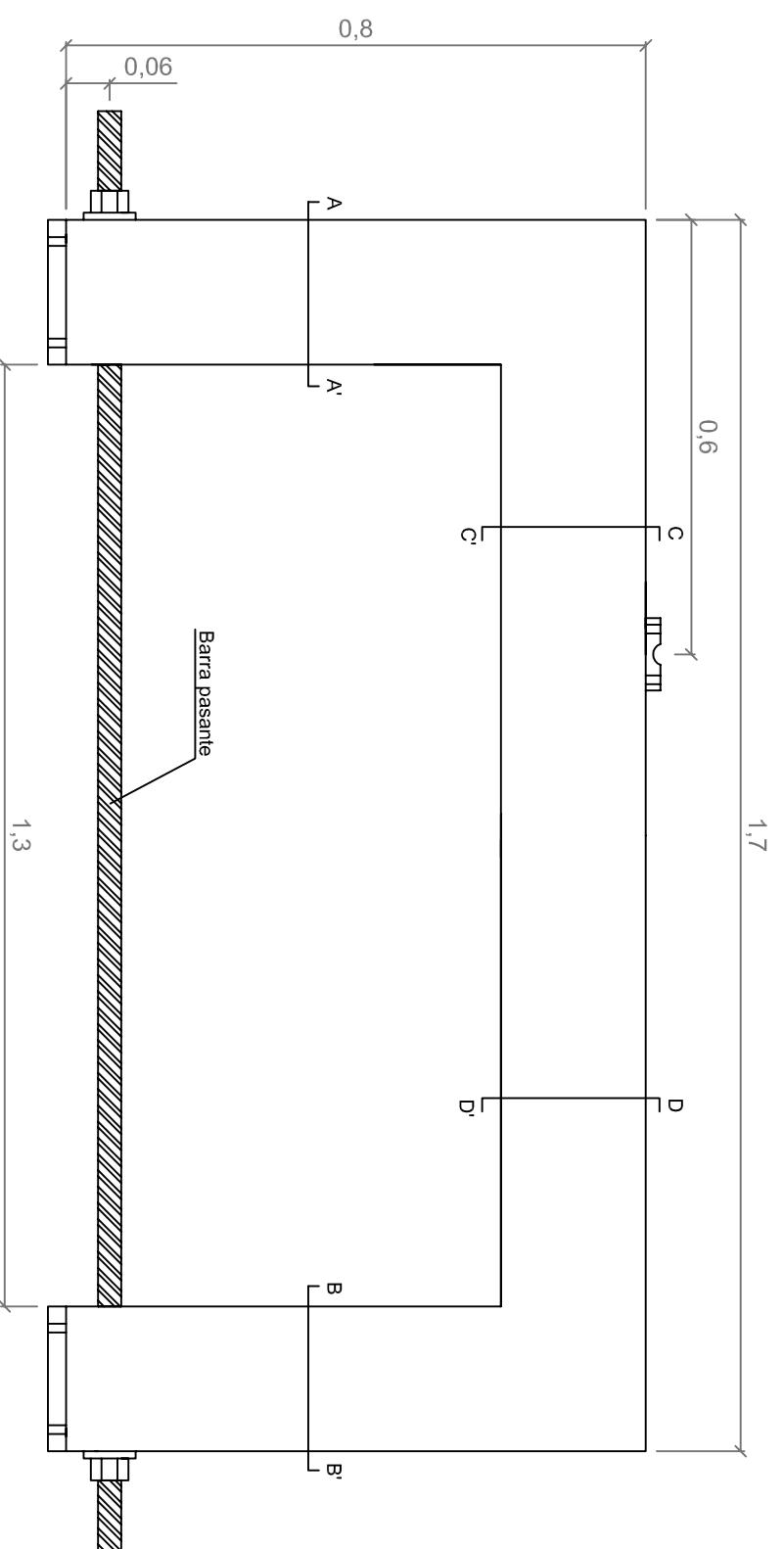
---

*Autores: Beatriz Cabañero Escudero; Begoña Martínez Jaen*



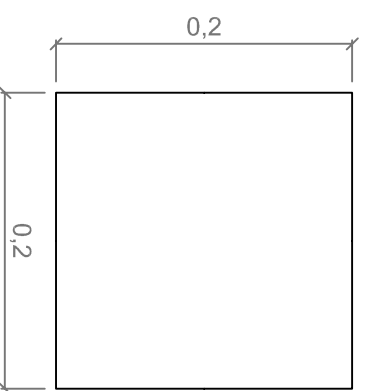


Alzado

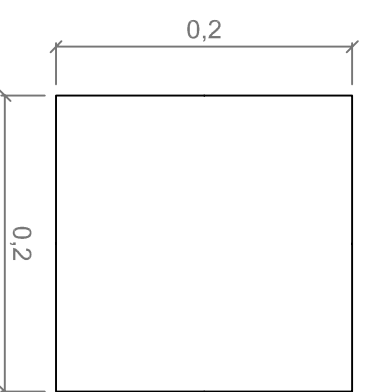


Material	Tipo	Resistencia característica
Hormigón	HA-40/B/6/IIIa	$f_{ck} = 40 \text{ MPa}$
Acero	B500SD	$f_{yk} = 500 \text{ MPa}$

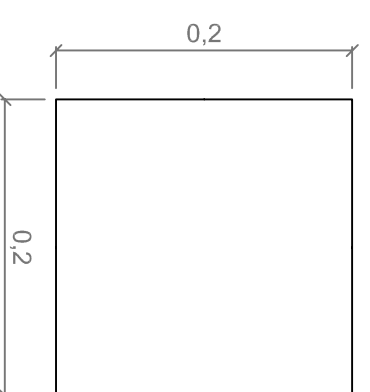
Sección A-A'



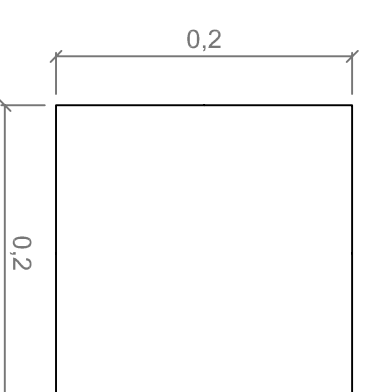
Sección B-B'



Sección C-C'



Sección D-D'



En alzado: ESCALA 1/10  
En secciones: ESCALA 1/5

Diseño, construcción, ensayo y análisis de modelos reducidos de estructuras de hormigón armado: Pórtico de un solo vano biarticulado

Definición geométrica

Formato: DIN-A3

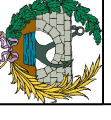
Escala: Varias

ETSICCP

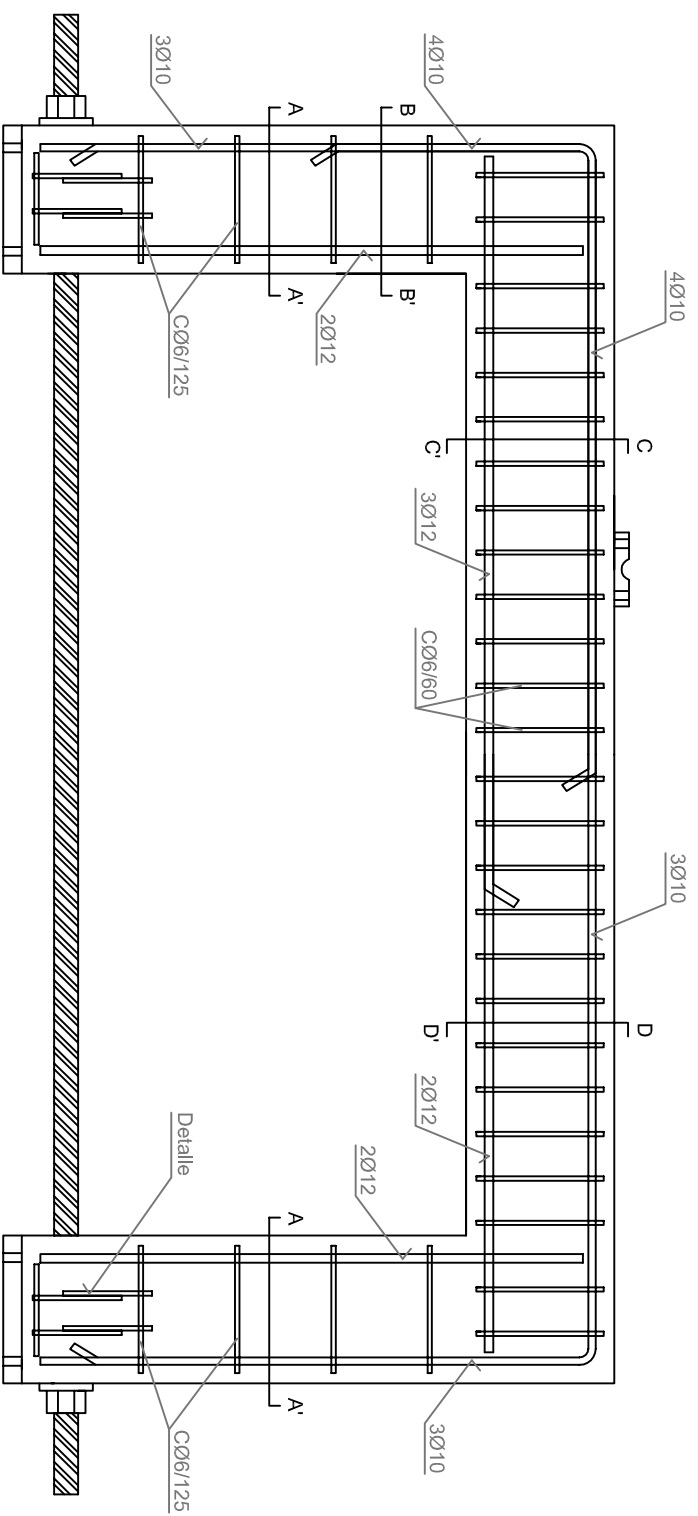
Cabañero Escudero, Beatriz  
Martínez Jaen, Begoña

Tutor: José Luis Bonet Senach

PLANO N° 1 | Hoja 1 de 1



Alzado



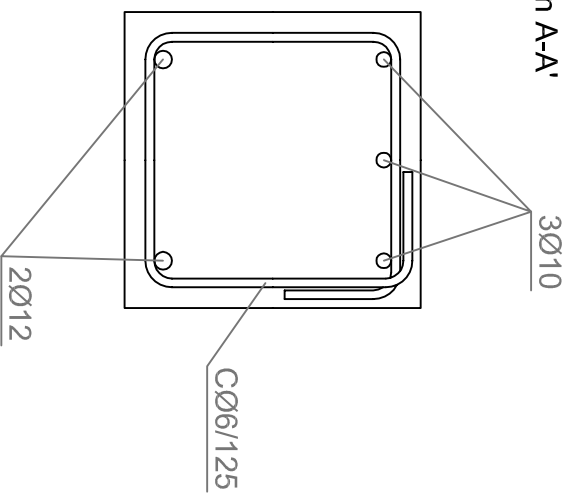
Características de los materiales

Material	Tipo	Resistencia característica
Hormigón	HA-40/B/6/IIIa	$f_{ck} = 40 \text{ MPa}$
Acero	B500SD	$f_{yk} = 500 \text{ MPa}$

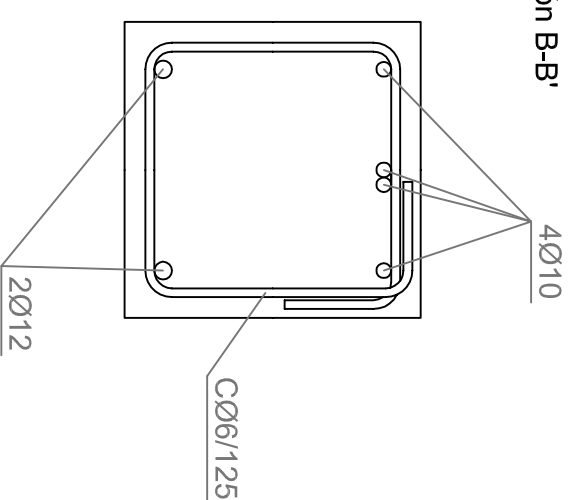
Sección cuadrada 200 x 200 mm  
 Recubrimiento 25 mm (a la armadura longitudinal)  
 Barra pasante  $\text{Ø}32 \text{ mm}$

En alzado: ESCALA 1/10  
 En secciones: ESCALA 1/5

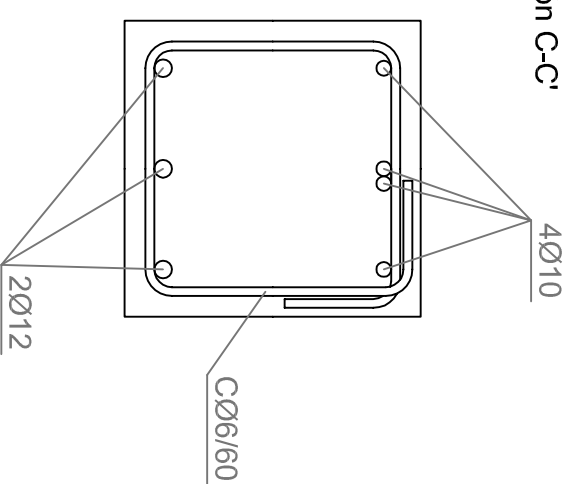
Sección A-A'



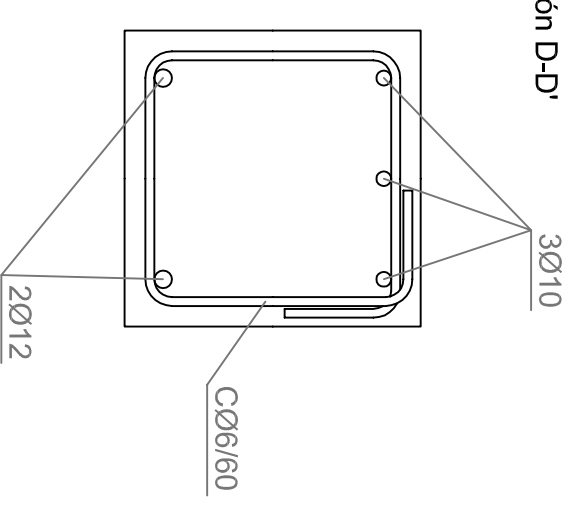
Sección B-B'



Sección C-C'



Sección D-D'



Diseño, construcción, ensayo y análisis de modelos reducidos de estructuras de hormigón armado: Pórtico de un solo vano biarticulado

Armado. Definición general

Formato: DIN-A3

Escala: Varias

ETSICCP

Cabañero Escudero, Beatriz  
 Martínez Jaen, Begoña

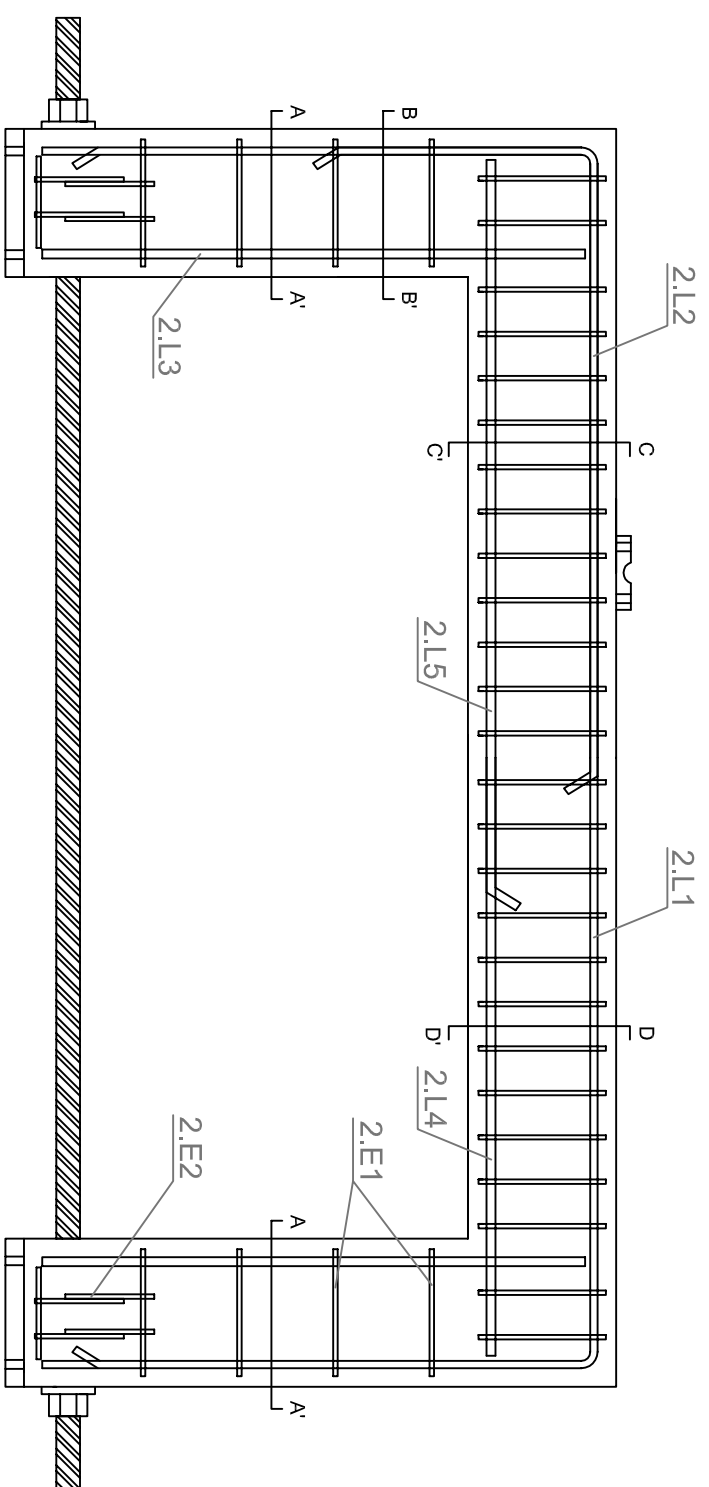
Tutor: José Luis Bonet Senach

PLANO N° 2 | Hoja 1 de 2



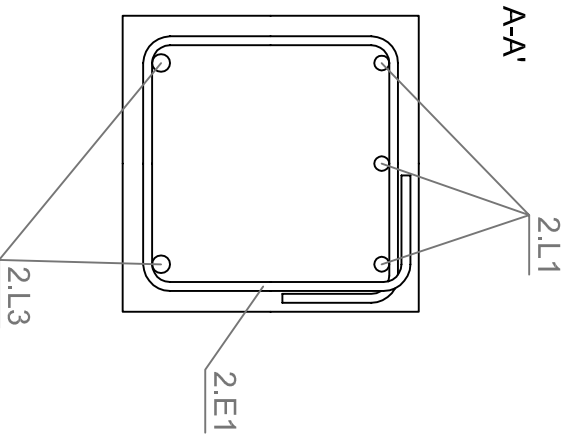


Alzado

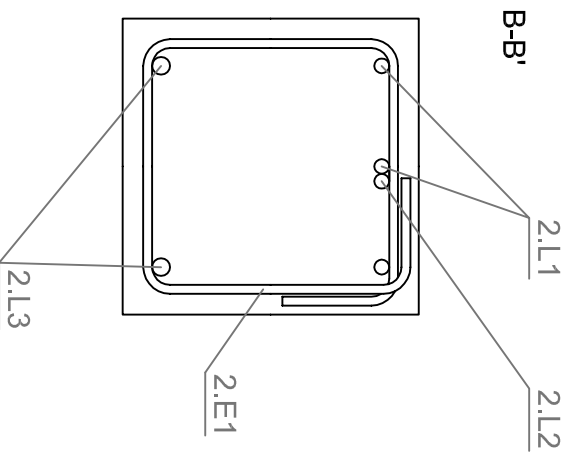


Identificación	Cantidad
2.L1	3Ø10
2.L2	1Ø10
2.L3	4Ø12
2.L4	2Ø12
2.L5	1Ø12
2.E1	CØ6
2.E2	CØ6

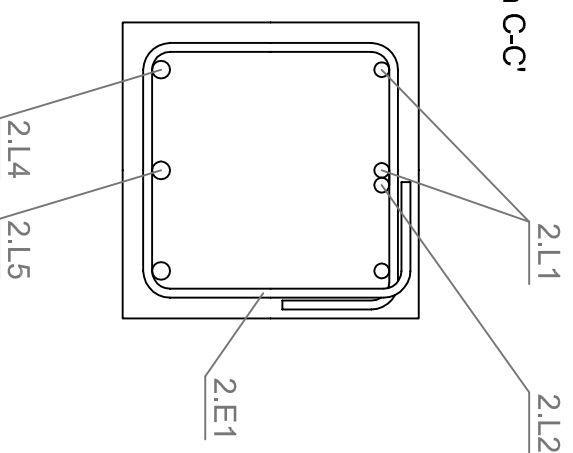
Sección A-A'



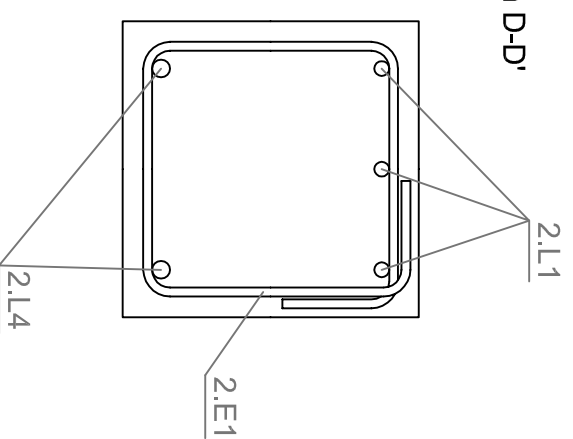
Sección B-B'



Sección C-C'



Sección D-D'



En alzado: ESCALA 1/10  
En secciones: ESCALA 1/5

Diseño, construcción, ensayo y análisis de modelos reducidos de estructuras de hormigón armado: Pórtico de un solo vano biarticulado

Despiece armado. Identificación

Formato: DIN-A3

Escala: Varias

ETSICCP

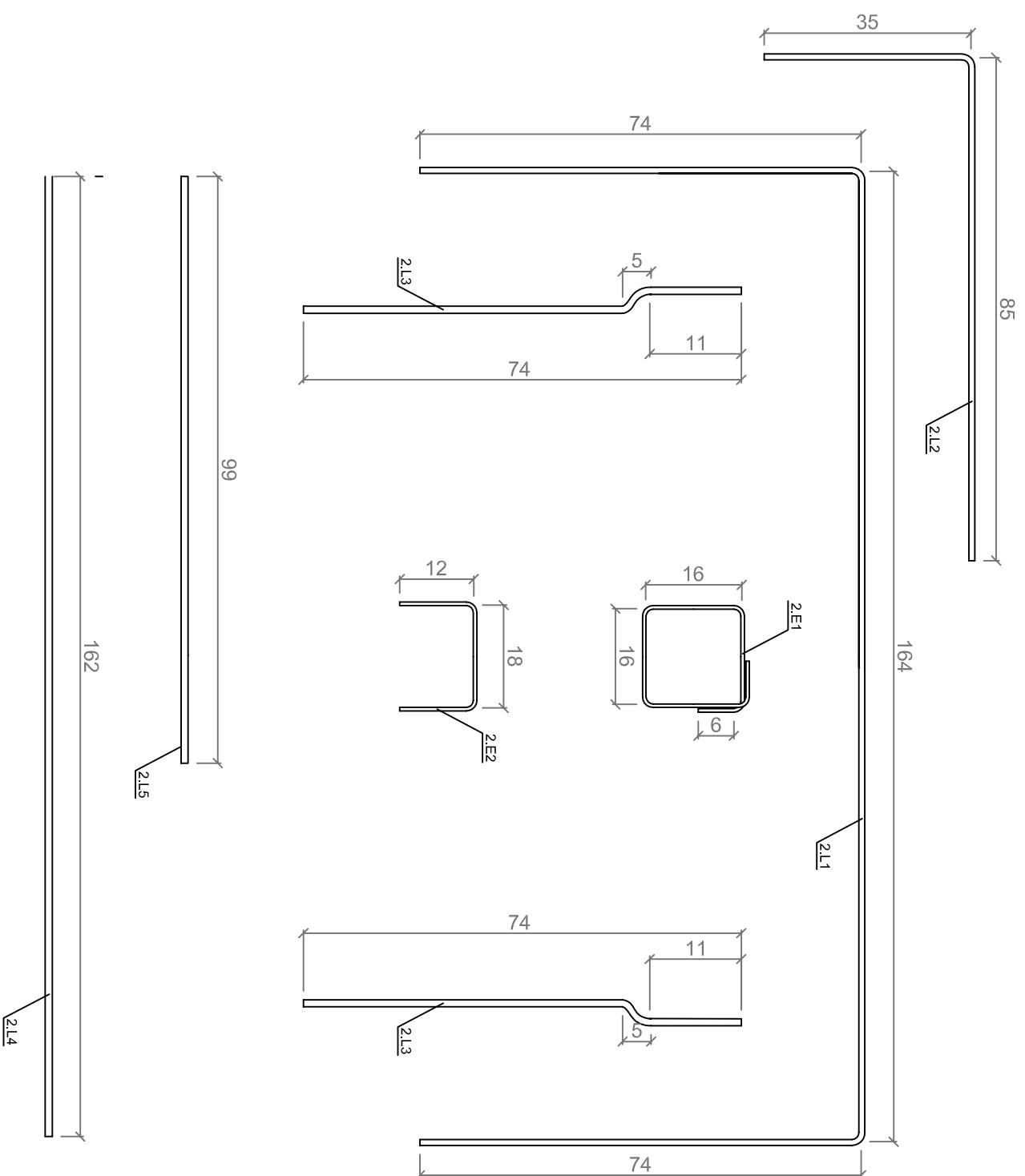
Cabañero Escudero, Beatriz  
Martínez Jaen, Begoña

Tutor: José Luis Bonet Senach

13/06/2014

PLANO N° 3 Hoja 1 de 2





Identificación	Cantidad
2.L1	3Ø10
2.L2	1Ø10
2.L3	4Ø12
2.L4	2Ø12
2.L5	1Ø12
2.E1	CØ6
2.E2	CØ6

COTAS EN m

Diseño, construcción, ensayo y análisis de modelos reducidos de estructuras de hormigón armado: Pórtico de un solo vano biarticulado



Despiece armado. Dimensiones

Formato: DIN-A3

Escala: 1/10

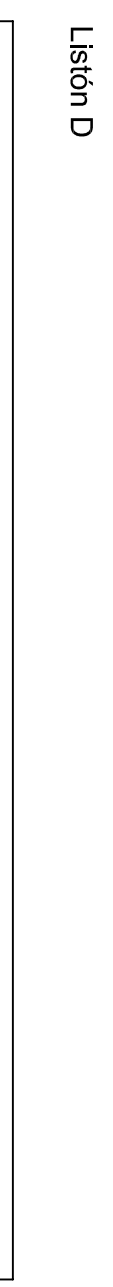
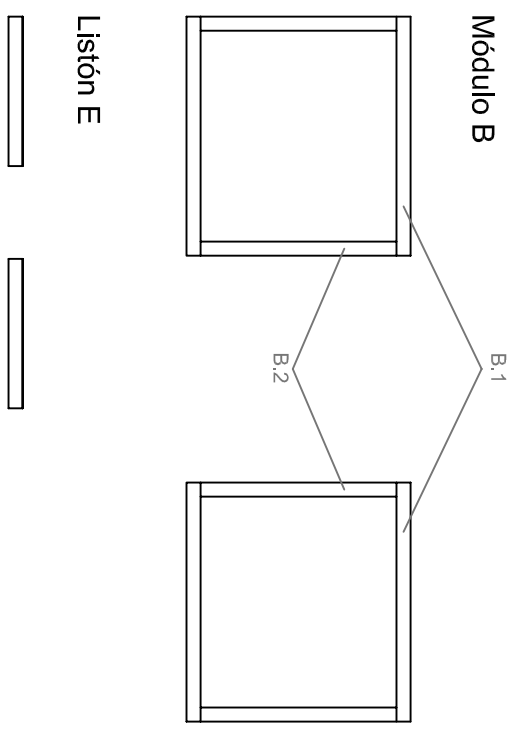
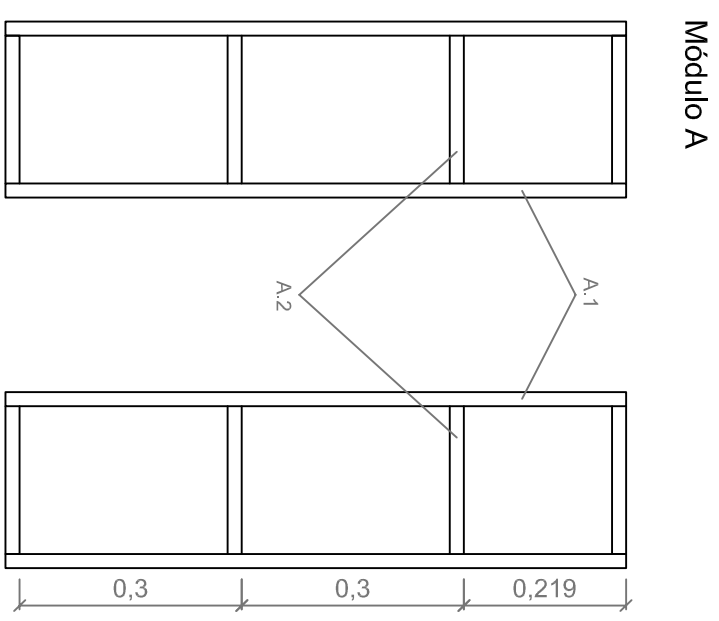
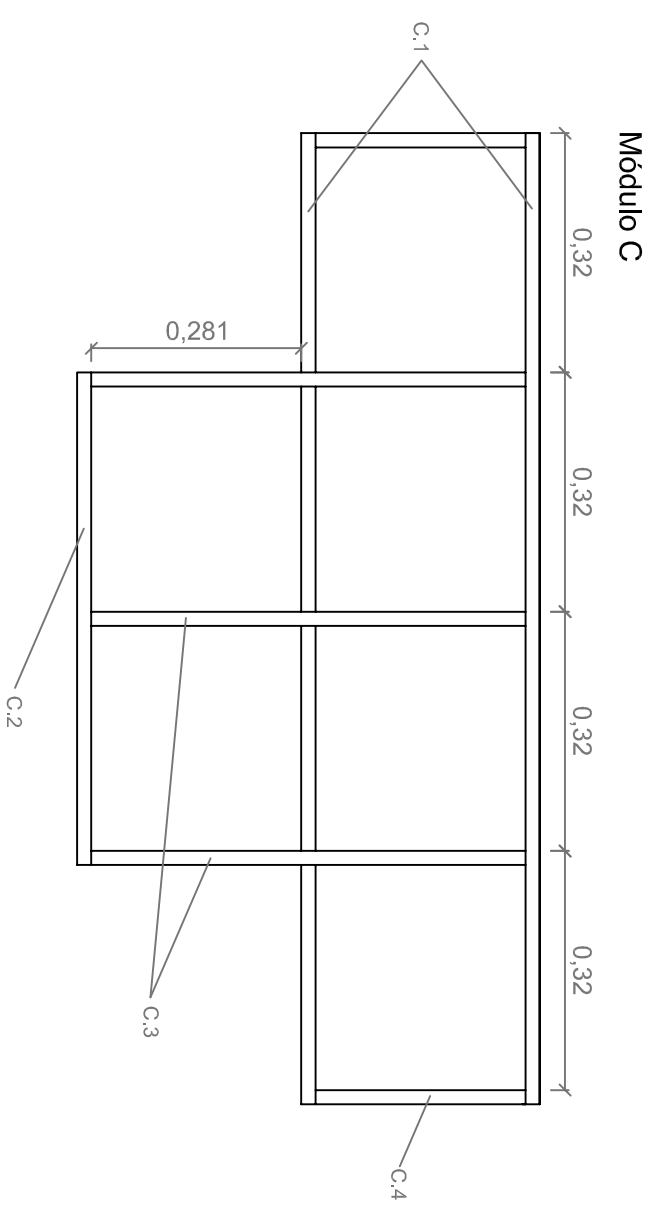
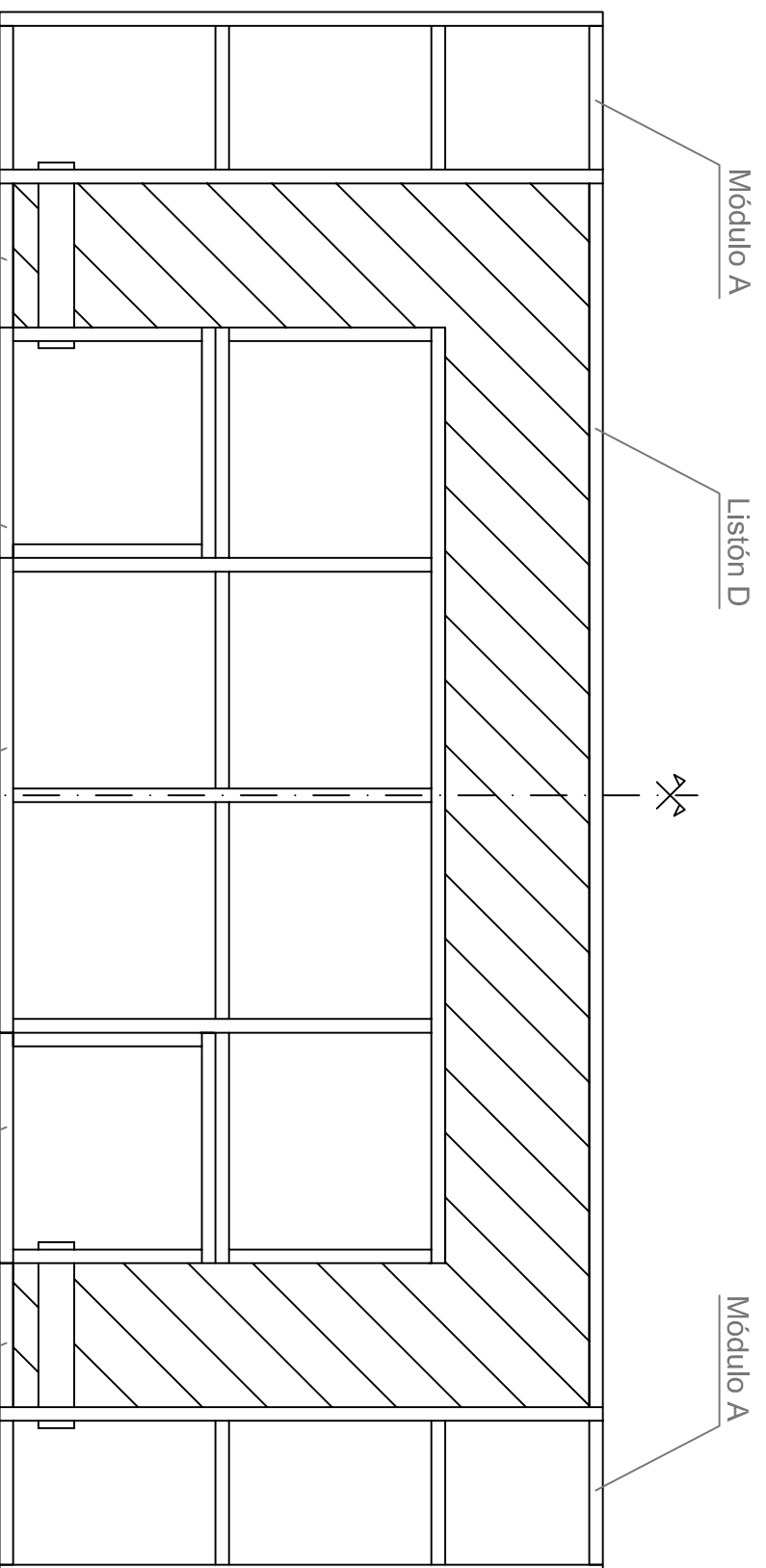
ETSICCP

Cabañero Escudero, Beatriz  
Martínez Jaen, Begoña

Tutor: José Luis Bonet Senach

13/06/2014

PLANO N° 3 | Hoja 2 de 2



Identificación	Cantidad	Largo (mm)	Ancho (mm)	Canto (mm)
A.1	4	840	200	19
A.2	8	200	200	19
B.1	4	320	200	19
B.2	4	260	200	19
C.1	2	1300	200	19
C.2	1	660	200	19
C.3	3	580	200	19
C.4	2	280	200	19
D	1	1700	200	19
E	2	200	200	19

COTAS EN m

Diseño, construcción, ensayo y análisis de modelos reducidos de estructuras de hormigón armado: Pórtico de un solo vano biarticulado

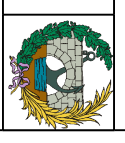
Encofrado. Montaje      Formato: DIN-A3      Escala: 1/10      ETSICCP

Cabañero Escudero, Beatriz  
Martínez Jaen, Begoña

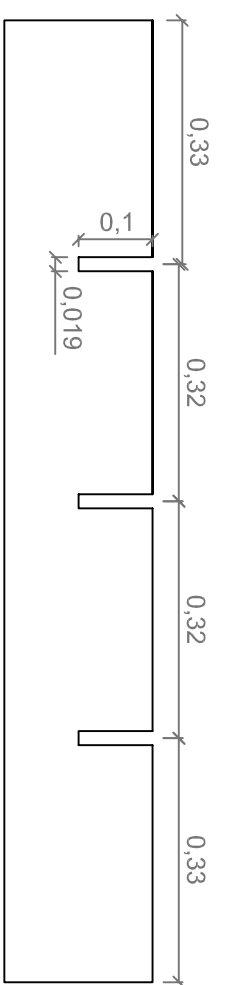
Tutor: José Luis Bonet Senach

13/06/2014

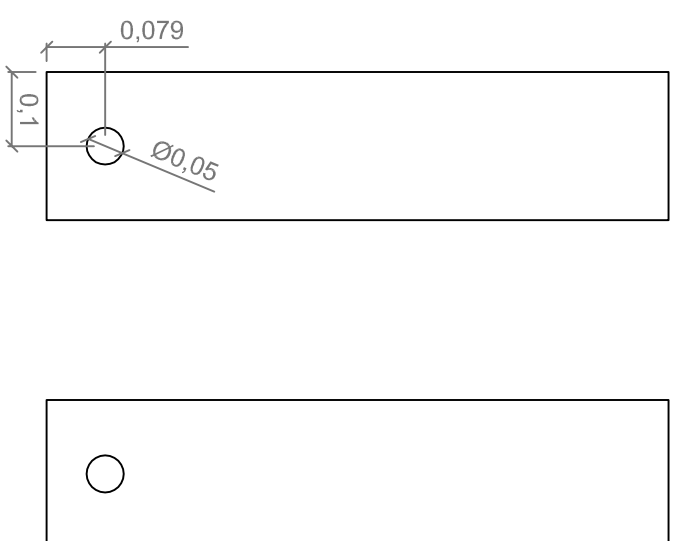
PLANO N° 4 | Hoja 1 de 2



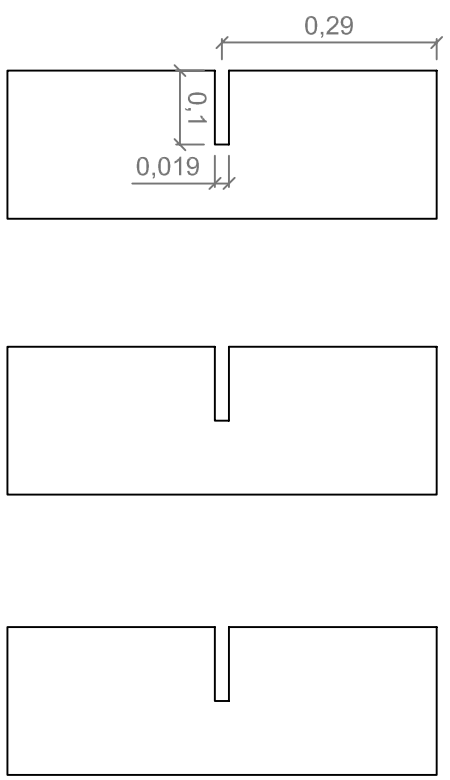
Detalle C.1



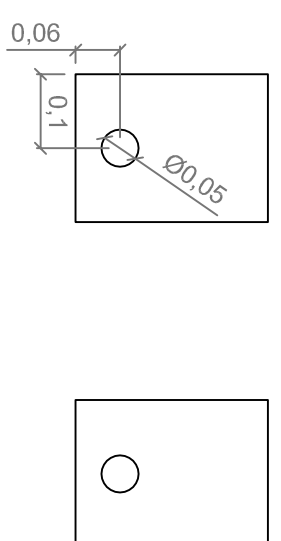
Detalle A.1



Detalle C.3



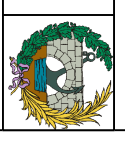
Detalle B.2



Identificación	Cantidad	Operación	Detalle
A.1	2	Orificio	Ø50 mm
B.2	2	Orificio	Ø50 mm
C.1	1	Ranuras	Ver detalle
C.3	3	Ranuras	Ver detalle

COTAS EN m

Diseño, construcción, ensayo y análisis de modelos reducidos de estructuras de hormigón armado: Pórtico de un solo vano biarticulado



Encofrado. Detalles

Formato: DIN-A3 Escala:1/10

ETSICCP

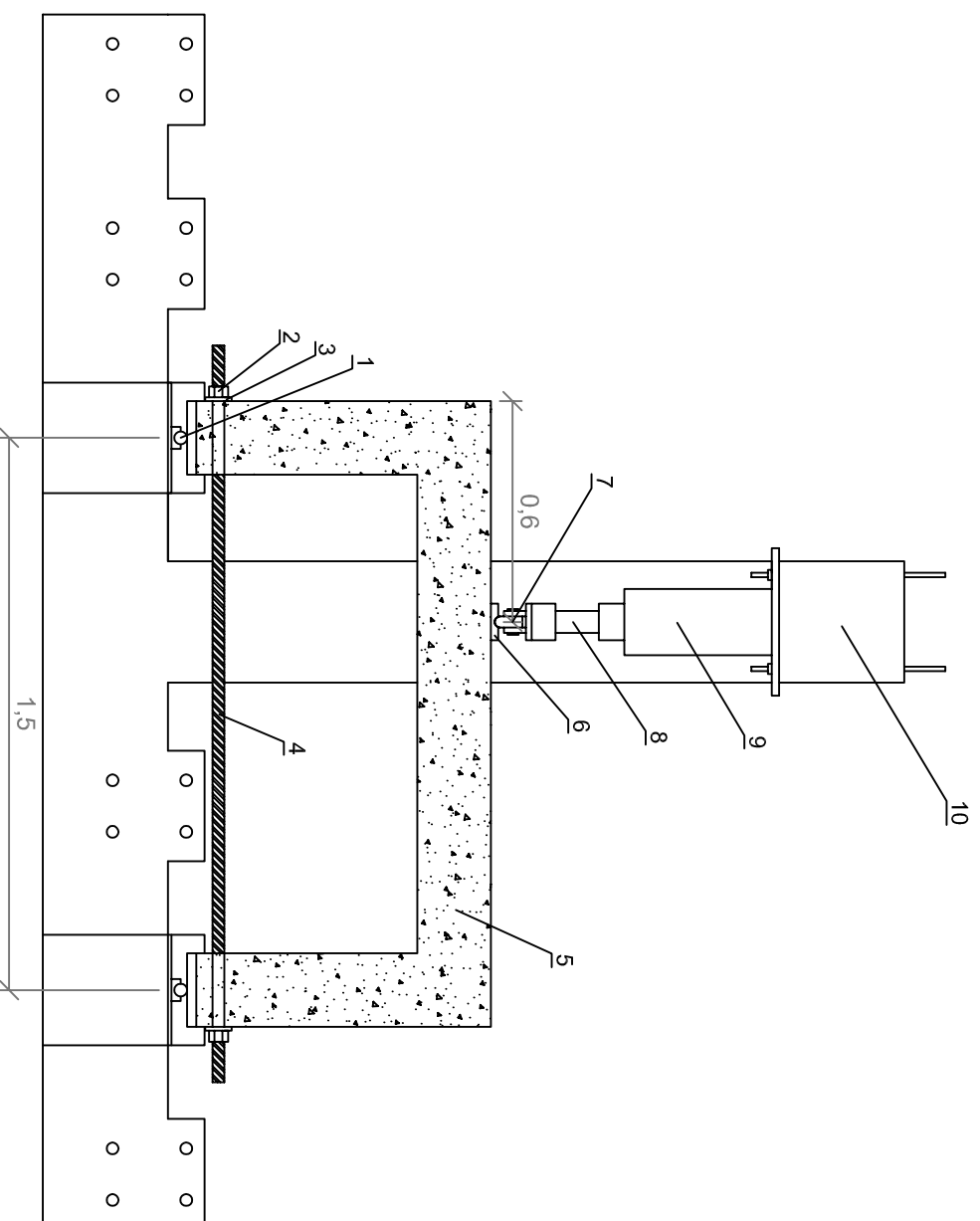
Cabañero Escudero, Beatriz  
Martínez Jaen, Begoña

Tutor: José Luis Bonet Senach

13/06/2014

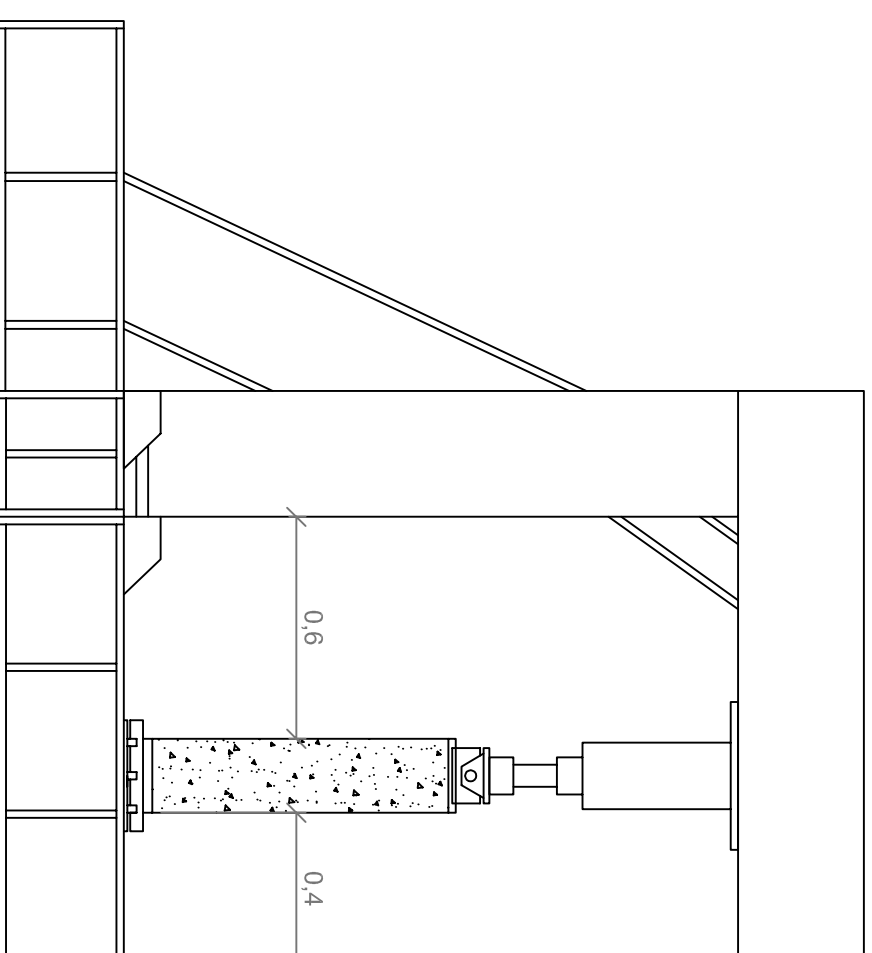
PLANO N° 4 | Hoja 2 de 2

Alzado



1. APOYO
2. TUERCA HEXAGONAL DE FIJACIÓN
3. ARANDELA DE ANCLAJE.  $\varnothing$  exterior: 100 mm;  $\varnothing$  interior: 40 mm
4. BARRA ROSCADA DYWIDAG 32WR.  $\varnothing$  nominal: 32 mm
5. ELEMENTO ESTRUCTURAL. Probeta de ensayo
6. PLACA DE CARGA
7. RÓTULA DE CARGA
8. TORNILLO DE AJUSTE DEL ACTUADOR
9. ACTUADOR HIDRÁULICO DE 50 t
10. PÓRTICO DE CARGA

Perfil



COTAS en m

Diseño, construcción, ensayo y análisis de modelos reducidos de estructuras de hormigón armado: Pórtico de un solo vano biarticulado

Ensayo. Montaje del pórtico

Formato: DIN-A3

Escala: 1/20

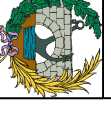
ETSICCP

Cabañero Escudero, Beatriz  
Martínez Jaen, Begoña

Tutor: José Luis Bonet Senach

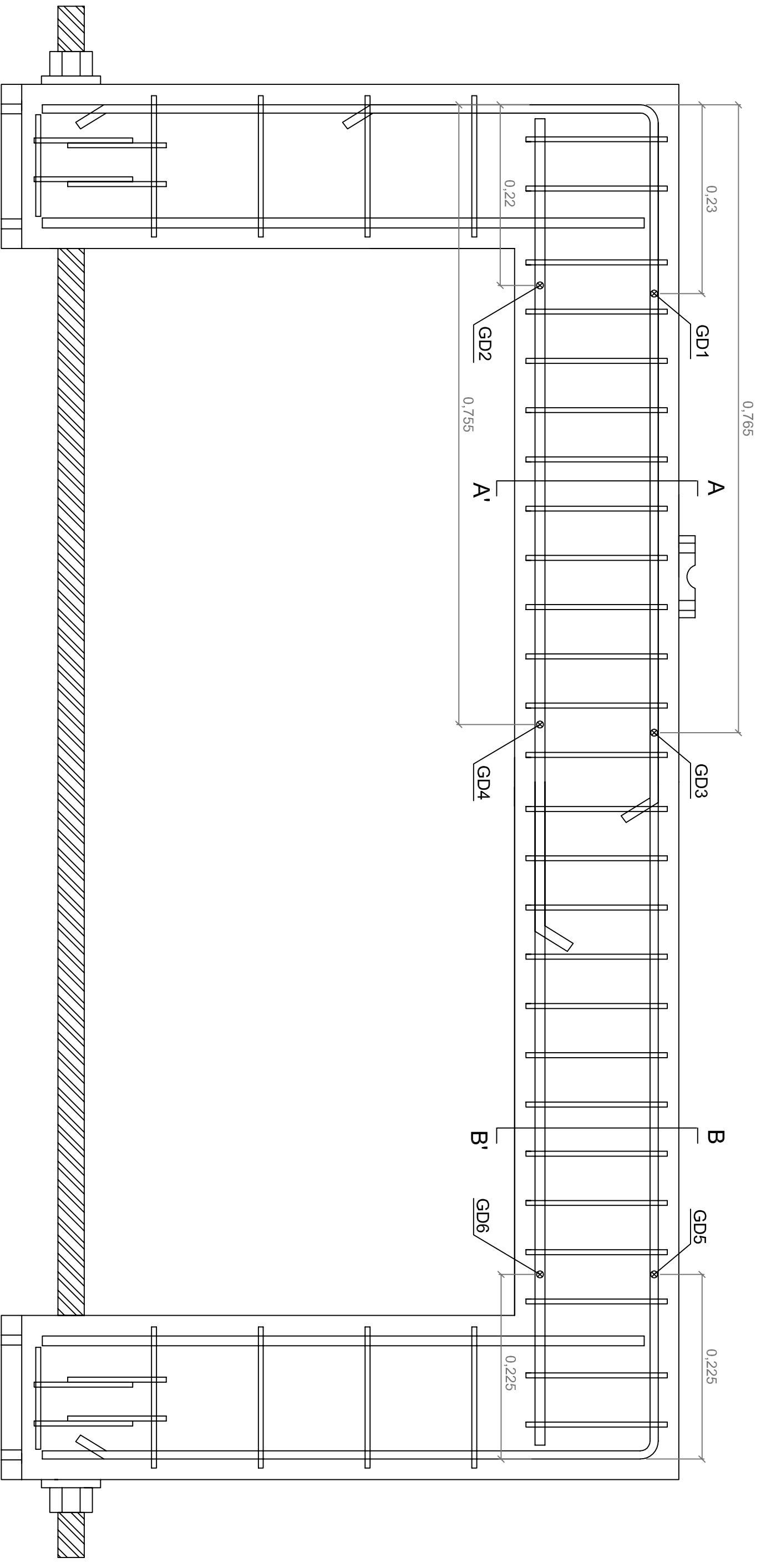
13/06/2014

PLANO Nº 5 | Hoja 1 de 1










COTAS EN m

Galgas extensiométricas de acero

GD: galga delantera

GT: galga trasera (en la misma posición que GD)

Total 12 galgas

Diseño, construcción, ensayo y análisis de modelos reducidos de estructuras de hormigón armado: Pórtico de un solo vano biarticulado				
Instrumentación. Galgas	Formato: DIN-A3	Escala: 1/5		
Cabañero Escudero, Beatriz Martínez Jaen, Begoña		Tutor: José Luis Bonet Senach		13/06/2014
		PLANO N° 6		Hoja 2 de 2



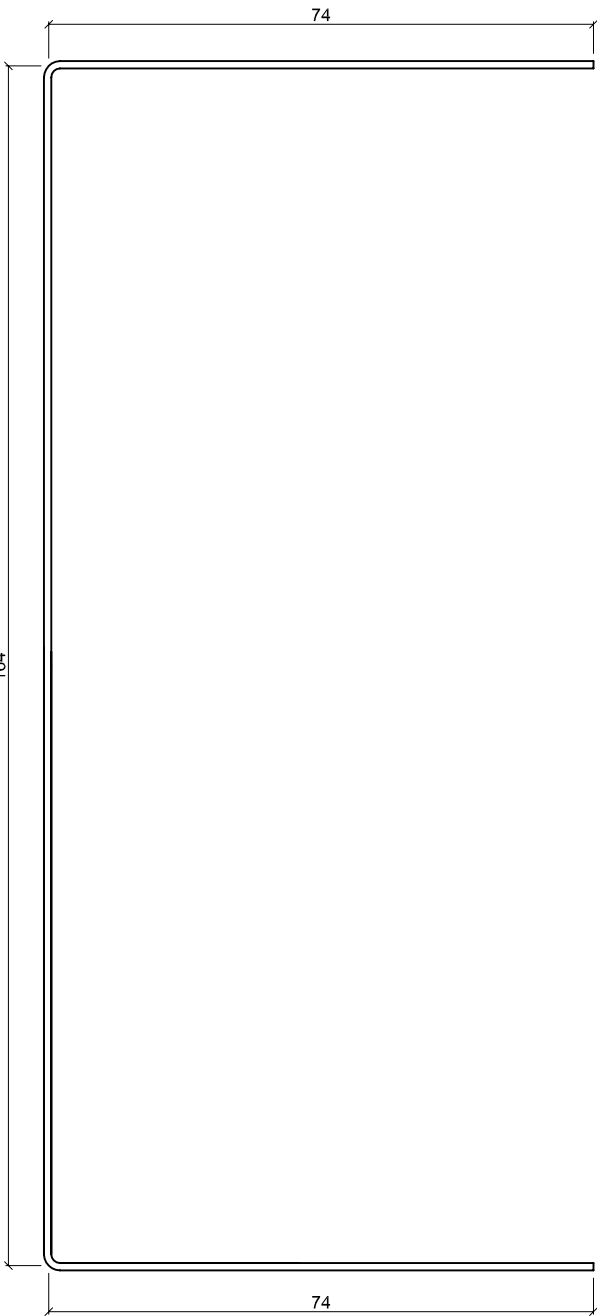
FECHA: 13/03/2014

ESCALA: 1/10

ACERO: B500SD

DIÁMETRO DE DOBLADO ( $\emptyset$  mandril):

Para TODAS las barras:  $\emptyset=24$  mm

Id.	$\emptyset$ (mm)	Forma (cm)	Longitud (cm)	Nº de piezas
2.L1	10		312	3



FECHA: 13/03/2014

ESCALA: 1/10

ACERO: B500SD

DIÁMETRO DE DOBLADO ( $\emptyset$  mandril):

Para TODAS las barras:  $\emptyset=24$  mm

Id.	$\emptyset$ (mm)	Forma (cm)	Longitud (cm)	Nº de piezas
2.L2	10		119	1
2.L3	12		75	4
2.L4	12	<p>Dibujo NO escalado</p>	162	2
2.L5	12		99	1
2.E1	6		78	2
			78	34
2.E2	6		43	8