



UNIVERSIDAD
POLITECNICA
DE VALENCIA

Departamento de Ingeniería de la Construcción y de Proyectos de Ingeniería Civil

**Atenuación de vibraciones resonantes en puentes de
ferrocarril de Alta Velocidad mediante amortiguadores
fluido-viscosos**

TESIS DOCTORAL

Autor:

María Dolores Martínez Rodrigo

Ingeniero Industrial

Directores:

Pedro Museros Romero

Doctor Ingeniero Industrial

Manuel Romero García

Doctor Ingeniero Industrial

Valencia, marzo de 2009

A mi hermana Ana

Resumen

En el marco de esta Tesis Doctoral se investiga el problema de vibraciones verticales excesivas que pueden experimentar algunos puentes de ferrocarril de luces medias-cortas debido a la aparición de fenómenos de resonancia. Frente a soluciones tradicionales para mejorar el comportamiento dinámico de estructuras existentes ante nuevos requerimientos de tráfico, como un posible recrecido de la losa o la sustitución del tablero, se plantea la alternativa de aumentar externamente el nivel de amortiguamiento mediante el reacondicionamiento con amortiguadores fluido-viscosos. Se ha propuesto una configuración concreta, que permite la transformación del movimiento vertical de la losa en movimiento relativo entre extremos de los dispositivos, consiguiendo de este modo disipar energía y atenuar en gran medida la respuesta resonante. El sistema ideado podría ser introducido sin afectar a las circulaciones, lo que supone una clara ventaja desde el punto de vista operativo frente a soluciones convencionales que generalmente implican el cierre temporal de la línea.

El trabajo realizado está orientado en dos direcciones complementarias: (i) el estudio de la viabilidad técnica del sistema de reacondicionamiento, y (ii) el desarrollo de una metodología de proyecto del mismo. El estudio de viabilidad técnica ha requerido la implementación de un modelo numérico de cálculo avanzado para predecir de forma realista la respuesta de la estructura. Con este fin se ha programado un código de elementos finitos, asimilando el comportamiento del tablero al de una placa delgada ortótropa apoyada sobre neoprenos, decisión derivada de las tipologías habituales en el rango de luces mencionado. En segundo lugar se ha analizado en detalle y siguiendo un planteamiento analítico el comportamiento armónico del sistema, lo que ha permitido determinar los parámetros que gobiernan su respuesta en resonancia. Finalmente se han obtenido expresiones analíticas explícitas de las constantes de los amortiguadores óptimos que minimizan la respuesta de la estructura principal, y se ha propuesto una metodología de proyecto del reacondicionamiento a partir de las necesidades de amortiguamiento detectadas.

Como ejemplo de aplicación práctica del trabajo desarrollado, se ha realizado el cálculo dinámico y proyectado el reacondicionamiento de dos puentes reales pertenecientes a la red ferroviaria de viajeros española, considerando una posible adaptación de las respectivas líneas a velocidades de explotación superiores a las actuales. Se ha podido

constatar que las oscilaciones verticales que aparecen en este tipo de estructuras ante la circulación de composiciones ferroviarias, pueden ser reducidas drásticamente mediante el sistema de reacondicionamiento propuesto, siendo posible limitar niveles de aceleración vertical considerablemente elevados al valor umbral en vía sobre balasto de 3.5 m/s^2 , sin superar la capacidad de los amortiguadores comerciales, los esfuerzos máximos admisibles en la estructura auxiliar, ni agotar la resistencia a punzonamiento de la losa de reparto. A lo largo de la Tesis se ha prestado especial atención a aspectos relacionados con la materialización constructiva del sistema propuesto, con el objetivo de valorar de forma realista la efectividad y viabilidad de la solución propuesta.

Abstract

The dynamic performance of railway bridges is an increasingly relevant issue in public transport systems due to the extensive construction of new High-Speed railway lines and the use of old lines for higher operating train velocities. Higher design velocities may lead to resonant phenomena, entailing adverse consequences such as ballast destabilization, risk of derailment, deterioration of passenger comfort and a raise in the maintenance costs, especially in short simply supported structures. In order to mitigate the excessive vertical oscillations experimented by bridge decks, a specific type of retrofit is proposed. It consists on artificially increasing the overall damping, retrofitting the deck with fluid viscous dampers linking the vertical motion of the slab with that of an auxiliary structure. This solution could substitute a classical strengthening process in existing railway bridges, being one of its principal advantages the possibility of installation and maintenance without interfering with everyday railway traffic.

The research line has evolved in order to fulfil two main objectives: (i) assessing the technical feasibility of the proposed alternative and, (ii) developing a design methodology for the dampers and auxiliary structure based on the overall damping level needed to achieve an admissible dynamic performance of the superstructure.

A finite element code has been implemented specifically to predict the retrofitted structure response under railway traffic. This code constitutes the main numerical tool of analysis. As short simply supported bridges are commonly built by means of pre-stressed concrete slabs, T-beam decks, slabs stiffened with ribs etc. the bridge deck is modelled as an orthotropic thin plate simply supported on elastic bearings. On the other hand the combined structure is analysed under harmonic simplified conditions, and closed form expressions for the retrofitting system parameters are formulated following a three-dimensional analytical approach. The adequacy of these expressions is validated through extensive numerical analyses. In all the cases evaluated, the retrofitted bridge dynamic response reduces to acceptable levels without exceeding the dampers axial force capacity, the maximum admissible stress in the auxiliary structure or the bearable punching load in the slab.

Finally two real bridges belonging to the Spanish railway network are analyzed. In each case the bridge model is calibrated in order to accurately reproduce experimental measurements from static and dynamic tests performed on the structures in the past. A hypothetical increase in the respective lines operating velocity is considered leading to

excessive vertical accelerations at the deck platform. A particular retrofit is proposed for each structure and the dynamic responses of the bare and retrofitted structures are compared. The controlling effect of the retrofit system and the applicability of the optimal parameters analytical expressions are proven for a wide range of trains and circulating velocities.

In order to realistically assess the technical feasibility and effectiveness of the proposed solution, special attention has been given throughout the Thesis to several practical aspects related to the auxiliary structure and dampers installation.

Resum

En el marc d'aquesta Tesi Doctoral s'investiga el problema de vibracions verticals excessives que poden experimentar alguns ponts de ferrocarril de llums mitges-curtes a causa de l'aparició de fenòmens de ressonància. Front a solucions tradicionals per a millorar el comportament dinàmic d'estructures existents davant nous requeriments de tràfic, com un possible recreixement de la llosa o la substitució del tauler, es planteja l'alternativa d'augmentar externament el nivell d'amortiment mitjançant el reacondicionament amb amortidors fluid-viscosos. S'ha proposat una configuració concreta, que permet la transformació del moviment vertical de la llosa en moviment relatiu entre extrems dels dispositius, aconseguint d'aquesta manera dissipar energia i atenuar en gran mesura la resposta ressonant. El sistema ideat podria ser introduït sense afectar a les circulacions, el que suposa un clar avantatge des del punt de vista operatiu front a solucions convencionals que generalment impliquen el tancament temporal de la línia.

El treball realitzat està orientat en dues direccions complementàries: (i) l'estudi de la viabilitat tècnica del sistema de reacondicionament, i (ii) el desenvolupament d'una metodologia de projecte del mateix. L'estudi de viabilitat tècnica ha requerit la implementació d'un model numèric de càlcul avançat per a predir de forma realista la resposta de l'estructura. A aquest efecte s'ha programat un codi d'elements finits, assimilant el comportament del tauler al d'una placa prima ortótropa suportada sobre neoprens, decisió derivada de les tipologies habituals en el rang de llums esmentat. En segon lloc s'ha analitzat en detall i seguint un plantejament analític el comportament harmònic del sistema, cosa que ha permès determinar els paràmetres que governen la seua resposta en ressonància. Finalment s'han obtingut expressions analítiques explícites de les constants dels amortidors òptims que minimitzen la resposta de l'estructura principal, i s'ha proposat una metodologia de projecte del reacondicionament a partir de les necessitats d'amortiment detectades.

Com exemple d'aplicació pràctica del treball desenvolupat, s'ha realitzat el càlcul dinàmic i projectat el reacondicionament de dos ponts reals pertanyents a la xarxa ferroviària de viatgers espanyola, considerant una possible adaptació de les respectives línies a velocitats d'explotació superiors a les actuals. S'ha pogut constatar que les oscil·lacions verticals que apareixen en aquest tipus d'estructures davant la circulació de composicions ferroviàries, poden ser reduïdes dràsticament mitjançant el sistema de reacondicionament proposat,

sent possible limitar nivells d'acceleració vertical considerablement elevats al valor límit en via sobre balast de 3.5 m/s^2 , sense superar la capacitat dels amortidors comercials, els esforços màxims admissibles en l'estructura auxiliar, ni esgotar la resistència a punxonament de la llosa de repartiment. Al llarg de la Tesi s'ha prestat especial atenció a aspectes relacionats amb la materialització constructiva del sistema proposat, amb l'objectiu de valorar de forma realista l'efectivitat i viabilitat de la solució proposada.

Agradecimientos

Llegado el final de esta intensa etapa de mi vida, no me queda más que agradecer a todos aquellos que, de una forma u otra, han contribuido al desarrollo de esta Tesis Doctoral.

Resulta casi imposible expresar en unas líneas el profundo agradecimiento que siento hacia Pedro Museros como director de la Tesis. Desde aquella primera tarde en la playa de Egmond aan Zee dibujando bocetos en la arena hasta el día de hoy, han sido muchísimas las horas que hemos compartido tratando de sacar este proyecto adelante. Desde lo más profundo quiero agradecerle la confianza que ha depositado en mí, todo lo que me ha enseñado, su nivel de dedicación a lo largo de estos años, ese increíble entusiasmo innato que siempre logra transmitirme y, por supuesto, su infinita paciencia para conmigo especialmente en los últimos meses. En el plano más personal también quiero agradecerle su amistad sin reservas y su apoyo incondicional en algunos momentos verdaderamente difíciles que hemos superado juntos.

En segundo lugar, quisiera agradecer a Manolo Romero las oportunidades que me ha brindado desde mi entrada en la UJI, el estar siempre dispuesto a ayudarme, y su orientación y sus consejos, tanto en el ámbito de la Tesis como fuera de éste. Su apoyo ha sido y sigue siendo un pilar fundamental en mi desarrollo profesional. Agradezco profundamente la confianza que me ofreció desde el primer día y la plena libertad que siempre me ha proporcionado.

Por otra parte, el desarrollo de este trabajo en su vertiente más práctica no hubiera sido posible sin la entregada participación de las personas que forman parte del grupo de investigación en la Fundación Caminos de Hierro y en la Universidad de Granada. En particular quisiera agradecer a Jorge Nasarre el compartir conmigo, sin ningún tipo de reservas, su amplísima experiencia en el mundo ferroviario. Las conversaciones que hemos mantenido a lo largo de este tiempo, sus aportaciones y sus ideas han supuesto para mí un valor fundamental. Asimismo, y como no podría ser de otra manera, quisiera expresar mi gratitud y todo mi cariño hacia Pepe Lavado, por toda la ayuda que me ha prestado en la modelización de tableros de puentes reales, por atender siempre con mucha paciencia y sentido del humor a mis incesantes dudas y, por supuesto, por su amistad, por los buenos ratos que hemos compartido y por los que nos quedan por compartir.

Sin duda alguna las estancias que he podido realizar en el Departamento de Ingeniería Civil

de la KU Leuven han sido dos etapas importantes en el desarrollo de la Tesis. Quisiera agradecer al profesor Guido De Roeck y al resto de integrantes del grupo de Mecánica de Estructuras su cálida acogida, la ayuda que me prestaron en aquella fase inicial de programación intensiva, y sus aportaciones, opiniones e ideas, siempre muy constructivas, en la parte final de la Tesis y en la preparación de la defensa. Lovaina siempre será para mí un lugar de retiro y concentración al que no podré dejar de volver de vez en cuando.

Deseo dedicar unas líneas también a Pedro Galvín, de la Universidad de Sevilla, por sus consejos y su empatía, por escucharme, por ayudarme y por haber hecho del último semestre previo a la defensa una de las mejores etapas de la Tesis.

Gracias también a mis compañeros del Área de Mecánica de Medios Continuos en la UJI, Enrique, Jose Manuel, Emma, David, Alejandro, Óscar y el resto, por haber sufrido mi ausencia, en cuerpo y en espíritu, estos últimos meses, por confiar en mí, por facilitarme tanto las cosas y hasta por llenarme el despacho de globos... sois geniales. A la *comisión permanente del Tupper*, por los debates interminables y multitemáticos de la hora de la comida, por las risas, y por haberse convertido en un refugio y un desahogo en esos días en los que uno, irremediadamente, no ve la luz.

Gracias también a mis compañeros de carrera y amigos Pedro V. y María por escuchar todos mis relatos de la Tesis y hacer como si les resultaran verdaderamente interesantes.

En el plano más personal deseo expresar mi más sincero agradecimiento a Fran, por adaptar completamente su vida a mi ritmo de trabajo, por su ánimo, cariño y comprensión, por su infinita paciencia, y por lo mucho que ha hecho y sigue haciendo por mí. Sin ti, esto sé que no hubiera sido posible. Gracias.

Finalmente, no tengo palabras para agradecer a mis padres el esfuerzo y la dedicación que me han brindado a lo largo de toda mi vida. A mi madre por ser un ejemplo para mí de disciplina y meticulosidad en el trabajo (aunque no se lo crea), por su apoyo incondicional, su flexibilidad, su paciencia y su disponibilidad permanente. A mi padre por su empuje, su perseverancia, su perfecta orientación y su empeño absoluto en convertirme en una mujer luchadora e independiente. Sois de verdad los mejores.

A toda mi familia y a mis amigos en general por lo mucho que me quieren y me ayudan.

Esta Tesis se la dedico con todo mi cariño a mi hermana Ana de la que tanto tengo que aprender.

Lola Martínez Rodrigo

Índice de contenidos

Resumen	5
Abstract	7
Resum	9
CAPÍTULO 1. Introducción, contenido y objetivos de la Tesis Doctoral	19
1.1 Antecedentes	19
1.2 Fenómenos de resonancia en puentes de ferrocarril	22
1.3 Control Pasivo de Estructuras. Amortiguadores fluido-viscosos	26
1.4 Objetivos de la Tesis Doctoral	30
1.5 Contenido de la Tesis Doctoral	31
CAPÍTULO 2. Cálculo dinámico y reacondicionamiento de puentes de FFCC	33
2.1 Orígenes del cálculo dinámico de puentes de ferrocarril	34
2.2 Los trabajos de la ORE y el ERRI en la segunda mitad del s. XX	37
2.3 Contribuciones científicas más relevantes de los últimos años	38
2.3.1 Modelización del comportamiento del vehículo	39
2.3.2 Modelización del comportamiento del puente	43
2.4 Reacondicionamiento de puentes de ferrocarril con EDP	46
2.4.1 Reacondicionamiento de puentes de ferrocarril mediante TMD	47
2.4.2 Reacondicionamiento de puentes de ferrocarril mediante elementos VE	49
2.4.3 Reacondicionamiento de puentes de ferrocarril mediante FD	50
2.4.4 Reacondicionamiento de puentes de ferrocarril mediante FVD	51
2.4.5 Aplicación de sistemas de amortiguación continuos a la reducción de vibraciones transversales en vigas: sistema de viga doble	51
2.4.6 Publicaciones recientes derivadas de la Tesis Doctoral	53

2.5	Conclusiones	54
CAPÍTULO 3. Descripción del sistema de reacondicionamiento		57
3.1	Introducción	58
3.2	Control pasivo de estructuras	58
3.3	Selección de FVD frente a resto de EDP.....	62
3.4	Disipadores fluido-viscosos con sello laberíntico.....	64
3.5	Modelo constitutivo de un FVD	67
3.6	Especificaciones técnicas	70
3.7	Concepción de la estructura auxiliar: Ensayos de Choo con elementos VE	71
3.8	Reacondicionamiento basado en celosía metálica auxiliar	73
3.9	Solución final: Reacondicionamiento basado en vigas auxiliares.....	76
CAPÍTULO 4. Modelos numéricos implementados		79
4.1	Introducción	80
4.2	Modelo numérico bidimensional	80
4.3	Modelo numérico tridimensional	82
4.3.1	Elemento placa triangular de 12 gdl. Construcción de matrices de masa y rigidez a nivel de elemento	83
4.3.2	Procedimiento de mallado	93
4.3.3	Modelización de los apoyos de neopreno del tablero	96
4.3.4	Construcción de matrices globales. Introducción en la formulación del sistema de reacondicionamiento	97
4.3.5	Simulación del efecto de reparto de cargas	99
4.3.6	Programa DYNARET. Análisis implementados.....	101
4.4	Limitaciones del modelo numérico.....	104
CAPÍTULO 5. Modelo bidimensional. Optimización y dimensionado		107
5.1	Descripción del modelo numérico bidimensional.....	108
5.2	Formulación de las ecuaciones de movimiento del sistema sometido a un tren de cargas puntuales.....	110
5.2.1	ED de movimiento en coordenadas espaciales de una viga	

CAPÍTULO 6. Modelo tridimensional. Optimización y dimensionado	177
6.1 Descripción del modelo numérico tridimensional.....	178
6.2 ED de movimiento de una placa delgada ortótropa.....	181
6.3 Formulación de las ecuaciones de movimiento del tablero reacondicionado sometido a un tren de cargas puntuales.....	186
6.3.1 ED de movimiento de la placa ortótropa en vibración libre	186
6.3.2 ED de movimiento de la placa ortótropa sometida a un tren de cargas puntuales en coordenadas modales.....	189
6.3.3 ED de movimiento del sistema reacondicionado sometido a un tren de cargas puntuales en coordenadas modales.....	191
6.4 Análisis dinámico del sistema sometido a excitación armónica.....	197
6.4.1 Formulación adimensional y obtención de la solución particular	197
6.4.1.1 Solución particular en términos de desplazamientos.....	205
6.4.1.2 Solución particular en términos de aceleraciones	211
6.4.2 Estudio paramétrico de la respuesta dinámica del tablero.....	214
6.4.2.1 Estudio paramétrico de las amplitudes modales	214
6.4.2.2 Estudio paramétrico de la respuesta dinámica en un punto genérico	217
6.4.2.3 Influencia en la respuesta de la posición de las vigas auxiliares	239
6.5 Optimización del sistema de reacondicionamiento.....	242
6.5.1 Expresiones analíticas de las tasas de amortiguamiento óptimas	243
6.5.1.1 Tasas de amortiguamiento óptimas asociadas al desplazamiento.....	243
6.5.1.2 Tasas de amortiguamiento óptimas asociadas a la aceleración.....	252
6.5.2 Efecto de la participación modal y el amortiguamiento estructural en la predicción de la tasa de amortiguamiento óptima	256
6.5.3 Procedimiento de dimensionado del sistema de reacondicionamiento propuesto.....	262
6.6 Conclusiones	270

CAPÍTULO 7. Cálculo dinámico y reacondicionamiento de puentes reales	275
7.1	Introducción 276
7.2	Cálculo de las propiedades nominales del tablero 277
7.2.1	Cálculo de constantes de ortotropía en tableros de vigas..... 277
7.2.2	Estimación de la masa y amortiguamiento estructural 281
7.2.3	Cálculo de la rigidez vertical equivalente de los apoyos de neopreno 282
7.3	Procedimiento de calibración del modelo numérico 284
7.4	Condiciones de resonancia y cancelación 286
7.5	Puente Arroyo Bracea II..... 290
7.5.1	Ubicación..... 290
7.5.2	Descripción de la estructura. Propiedades nominales del modelo..... 291
7.5.3	Calibración del modelo numérico 293
7.5.4	Cálculo dinámico del puente a la velocidad de explotación actual..... 297
7.5.5	Acondicionamiento de la línea a 350 km/h..... 306
7.5.6	Dimensionado del sistema de reacondicionamiento 310
7.5.7	Respuesta de la estructura reacondicionada 314
7.5.8	Comprobación del coeficiente de impacto..... 324
7.5.9	Comprobación numérica de las constantes óptimas de los FVD 327
7.5.10	Comprobación del número de modos de vibración considerados..... 333
7.6	Puente sobre Río Guadiana 337
7.6.1	Ubicación..... 337
7.6.2	Descripción de la estructura. Propiedades nominales del modelo..... 337
7.6.3	Calibración del modelo numérico 340
7.6.4	Cálculo dinámico del puente a velocidad de explotación de 250 km/h 342
7.6.5	Dimensionado del sistema de reacondicionamiento 349
7.6.6	Respuesta de la estructura reacondicionada 353
7.6.7	Comprobación del coeficiente de impacto..... 360
7.6.8	Comprobación numérica de las constantes óptimas de los FVD 362
7.6.9	Comprobación del número de modos de vibración considerados..... 367
7.7	Conexión de los FVD a la losa de reparto. Análisis de la deformabilidad local 371
7.7.1	Cálculo dinámico simplificado incluyendo la rigidez local 372
7.7.1.1	Efecto de la rigidez local en los puentes de estudio 375

7.7.1.2	Estudio paramétrico de la respuesta de un tablero genérico.....	378
7.7.2	Análisis tridimensional por Elementos Finitos	383
7.8	Viabilidad económica de los sistemas de reacondicionamiento	388
7.9	Efecto de los apoyos de neopreno	390
7.9.1	Puente Arroyo Bracea II	392
7.9.2	Puente sobre el Río Guadiana	398
7.10	Conclusiones	404
CAPÍTULO 8. Conclusiones y desarrollos futuros		409
8.1	Resumen del trabajo realizado	410
8.2	Aportaciones originales.....	413
8.3	Conclusiones	414
8.4	Líneas de investigación propuestas.....	416
 ANEXO A. Trenes de cargas para el cálculo dinámico		 419
 Referencias Bibliográficas		 429

1

**Introducción, contenido y
objetivos de la Tesis Doctoral**

1.1. Antecedentes

Pocos eran los que creían en un futuro competitivo para el ferrocarril, en el marco del transporte de pasajeros, en la Europa de finales de la década de 1960. Tras su época de esplendor en los inicios de la industrialización, el transporte ferroviario perdía cuota de mercado de manera aparentemente irreversible ante la flexibilidad de la carretera y la rapidez de la aviación.

Hubo que esperar a febrero de 1981, fecha en que la composición TGV¹ 16 cruzó por primera vez la ciudad de Moulins-en-Tennerrois en la línea París-Sudeste a 380 km/h, para que las primeras experiencias europeas en Alta Velocidad abrieran una ventana esperanzadora al resurgimiento del transporte ferroviario.

La experiencia europea tuvo como predecesora a la japonesa. En 1964, coincidiendo con los Juegos Olímpicos de Tokio, el que sería conocido como tren-bala por su particular morro aerodinámico recorría la totalidad de la línea Tokaido Shinkansen², específicamente concebida para alta velocidad, uniendo las ciudades de Tokio y Osaka a 210 km/h. Poco tiempo después, se alcanzaban en esta línea velocidades medias de 162 km/h, las más altas experimentadas en el mundo hasta el momento en trenes de servicio regular.

Bajo la influencia del éxito de los trenes-bala, el final de la década de los 60 y la de los 70 estuvo protagonizada por los intentos de diversos países, con mayor o menor fortuna, de alcanzar la barrera de los 200 km/h en servicios regulares. El desarrollo de la tecnología basculante en lugares como Francia, Alemania, Italia y España, permitió aumentar la velocidad de paso por curva considerablemente. Desde entonces hasta el día de hoy, numerosas líneas de alta velocidad se han ido ramificando, conectando los centros neurálgicos de los diferentes países [60]. En concreto, en España esta nueva era irrumpió como fruto del proyecto NAFA³ un 14 de abril de 1992, día en que el primer AVE⁴ partía de la madrileña estación de Atocha con destino a Sevilla, recorriendo un trayecto de 471 km en poco más de dos horas.

Según el Real Decreto 1191/2000 de 23 de junio sobre Interoperabilidad del Sistema Transeuropeo Ferroviario de Alta Velocidad, que incorpora al ordenamiento interno la Directiva Comunitaria 96/48/EC de 23 de julio, constituyen Líneas de Alta Velocidad Ferroviaria:

¹ Trains à Grande Vitesse

² Nueva línea principal Tokaido

³ Nuevo Acceso Ferroviario a Andalucía

⁴ Alta Velocidad Española: Marca comercial con la que RENFE, la operadora de ferrocarriles española, denomina a sus servicios de pasajeros en Alta Velocidad.

(i) aquellas especialmente construidas para la alta velocidad equipadas para velocidades por lo general iguales o superiores a 250 km/h; (ii) las líneas especialmente acondicionadas para la alta velocidad equipadas para velocidades del orden de 200 km/h; y (iii) aquellas especialmente acondicionadas para la alta velocidad de carácter específico debido a dificultades topográficas, de relieve o de entorno urbano, cuya velocidad deberá ajustarse caso por caso.

Aunando, en base a esta definición, tanto las líneas de alta velocidad de nueva creación como aquellas que, habiendo sido proyectadas para servicios convencionales, han sido adaptadas a velocidades en torno a los 200 km/h (generalmente conocidas como Velocidad Alta), en la Figura 1.1 se han señalado los trazados de las líneas que, hoy en día, se encuentran en proceso de explotación en España, así como aquellas en fase de construcción o proyecto. El gobierno español tiene previsto contar en el año 2010 con una de las redes de Alta Velocidad ferroviaria mayor del mundo, superando los 2200 km de longitud en explotación [2].



Figura 1.1 Líneas de alta velocidad en España. Fuente: Ministerio de Fomento. Diciembre de 2007

Esta ansiada reducción en los tiempos de viaje conlleva una serie de requisitos en las nuevas líneas que afectan a elementos como el trazado, los radios de curvatura, peraltes,

transiciones y túneles. Asimismo, los carriles deberán conservar su geometría estando sometidos a tráfico ferroviario a mayor velocidad; la electrificación y los sistemas de control también tendrán que adaptarse a los nuevos requerimientos y, finalmente, las infraestructuras habrán de soportar las nuevas cargas asegurando el confort y la seguridad de las circulaciones.

Generalmente, los modernos convoyes de pasajeros no representan acciones superiores sobre las estructuras de paso a las prescritas por la recientemente derogada⁵ *Instrucción relativa a las acciones a considerar en el proyecto de puentes de ferrocarril* de 1975 [95]. Sin embargo, el aumento de la velocidad de circulación puede propiciar la aparición de fenómenos de resonancia. Estos tienen lugar cuando el paso a velocidad constante de la sucesión de ejes equidistantes de una composición, excita alguna de las frecuencias propias del puente, dando lugar a efectos dinámicos superiores a los previstos. Los puentes de ferrocarril se han dimensionado tradicionalmente empleando procedimientos de mayoración de la respuesta estática basados en el conocido *coeficiente de impacto*, los cuales no contemplan la aparición de este tipo de situaciones.

En el comienzo del proceso de implantación de la Alta Velocidad, países como Francia, precursores en Europa de este proyecto, detectaron problemas de vibraciones verticales excesivas en algunos puentes de la línea París-Lyón, que se manifestaban como una prematura degradación y desconsolidación de la capa de balasto. Dichos problemas fueron achacados poco después a fenómenos de resonancia.

1.2. Fenómenos de resonancia en puentes de ferrocarril

Según recoge el informe final del Comité D214⁶ del ERRI⁷ [35], poco después de la puesta en servicio de la línea de alta velocidad París-Lyón, la SNCF⁸ detectó comportamientos anómalos en varios de sus puentes isostáticos de luces comprendidas entre 14 y 20 m, cuya velocidad de explotación en aquel entonces rondaba los 260 km/h. Se pudo constatar repetidamente que, a ciertas velocidades de paso del TGV, el balasto era proyectado fuera del tablero, incrementándose así las operaciones de mantenimiento y consecuentemente el coste de explotación de la línea. Tras el análisis de los puentes

⁵ La instrucción de 1975 ha sido sucedida por la nueva IAPF-07, publicada en el Bolétin Oficial del Estado el 17 de diciembre de 2007.

⁶ El D214, fue un comité de expertos constituido en 1996 por iniciativa de la Comisión C7 de la UIC (*Union Internationale des Chemins de Fer*), que tenía como objetivo el estudio de los efectos dinámicos incluyendo los fenómenos de resonancia en puentes ferroviarios, para velocidades de circulación de hasta 350 km/h.

⁷ European Rail Research Institute

⁸ Société Nationale des Chemins de Fer

afectados, se atribuyó este hecho a que las estructuras experimentaban situaciones de resonancia ante el paso sucesivo de los ejes de la composición a ciertas velocidades. En aquel momento, se tomó la determinación de reducir la velocidad de explotación a 160 km/h, llevar a cabo una campaña de ensayos y plantear una serie de medidas correctivas. Durante los ensayos dinámicos realizados, muchos de ellos a velocidades de resonancia, se detectaron los problemas que se enumeran a continuación:

- El balasto, especialmente el localizado en las capas superiores de la banqueta, era proyectado fuera del tablero reduciéndose así la resistencia a pandeo de los carriles.
- El balasto que permanecía en el tablero sufría un deterioro prematuro y se encontraba desconsolidado, llegando a formarse huecos bajo algunas traviesas y empeorando notablemente la alineación de la vía.
- Los efectos dinámicos, daban lugar a una propagación de la fisuración en los elementos estructurales de hormigón superior a la prevista, lo que conducía a una reducción de las frecuencias naturales del tablero y a la consiguiente disminución de las velocidades de resonancia.

A lo largo de la mencionada campaña, la monitorización con acelerómetros localizados en distintas posiciones de los tableros ensayados indicó que el modo fundamental prácticamente dominaba la respuesta. Se pudo además comprobar que los problemas de desconsolidación del balasto descritos con anterioridad no se producían si la aceleración no alcanzaba un valor mínimo en el entorno de los 0.7-0.9g, y que dicho comportamiento inaceptable no coincidía con el paso de las locomotoras, caracterizadas por mayores cargas por eje, sino de los bogies de los coches de pasajeros, mucho más ligeros. Como consecuencia de todo ello, la SNCF prohibió la construcción de puentes isostáticos en las nuevas líneas de alta velocidad. Desde entonces hasta el día de hoy, la aceleración vertical del tablero se ha convertido en una de las variables de mayor relevancia en el proyecto de puentes de ferrocarril de alta velocidad, constituyendo uno de los Estados Límites de Servicio ligados a la seguridad del tráfico. Su valor máximo está limitado a 0.35g y 0.5g en puentes de vía con balasto y vía en placa, respectivamente [97].

El fenómeno de resonancia en un puente de ferrocarril tiene lugar cuando el tiempo de paso entre grupos de cargas consecutivos sobre una misma sección del tablero es múltiplo de alguno de sus períodos naturales. A medida que la velocidad de circulación se acerca a la de resonancia, se produce un aumento de la respuesta vertical, generalmente acompañado de aceleraciones elevadas. Con el objetivo de ilustrar la aparición de este fenómeno, se ha calculado la respuesta de un puente isostático de 15.25 m de luz, con tablero compuesto por una losa de reparto sobre vigas de hormigón pretensadas (ver Figura 1.2(b)), que salva el arroyo Bracea en la línea de alta velocidad Madrid-Sevilla. Esta estructura se analiza en detalle en el Capítulo 7. El modelo de cálculo empleado, que

constituye la herramienta numérica fundamental de la presente Tesis Doctoral, según se describe en el Capítulo 4, asimila el comportamiento del tablero al de una placa delgada ortótropa incluyendo la rigidez vertical de los apoyos de neopreno. El modelo, calibrado en base a la información recabada durante la prueba de carga, se somete al paso de la novena composición del modelo de cargas puntuales propuesto en el Eurocódigo 1 (EC1) [33], HSLM-A⁹, para líneas interoperables a velocidades superiores a 220 km/h. La respuesta se calcula por integración directa en el tiempo de los seis primeros modos normales de vibración cuya frecuencia es inferior a 30 Hz, obtenidos a partir de la estructura discretizada.

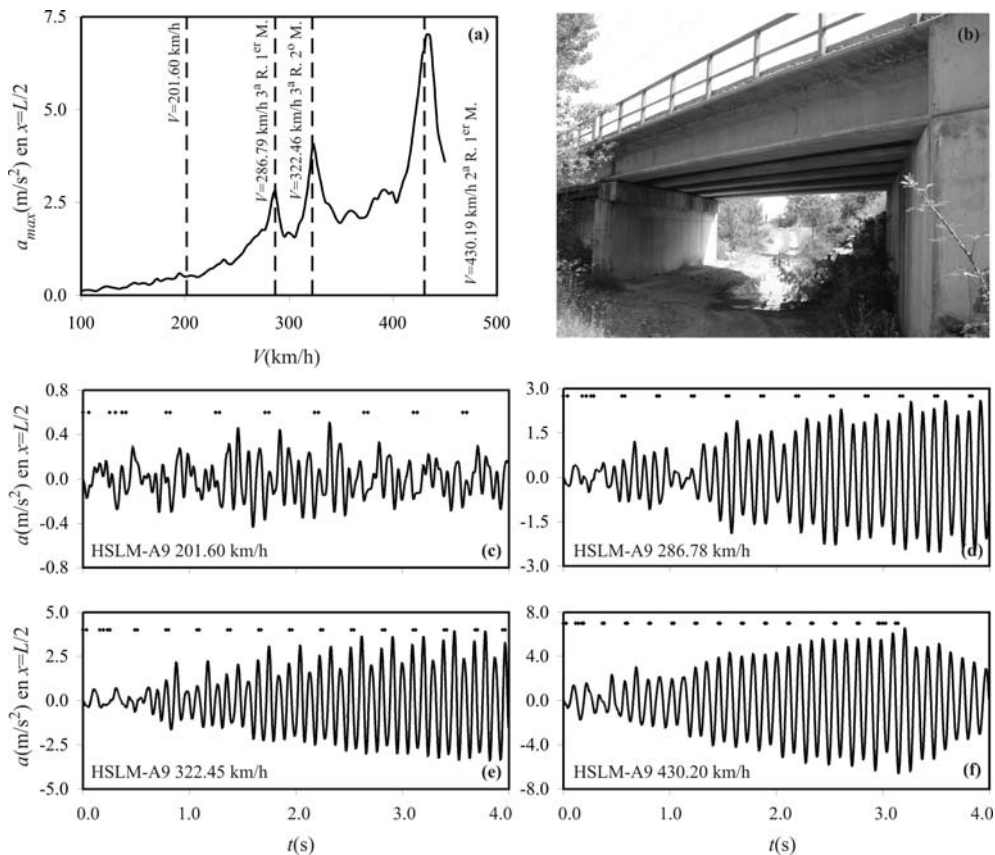


Figura 1.2 Cálculo dinámico del puente Arroyo Bracea II¹⁰. Registros temporales de aceleración a varias velocidades

⁹ High Speed Load Model – A o Tren Dinámico Universal – A empleando la terminología de la Instrucción española.

¹⁰ Se ha denominado a este puente Bracea II en contraposición a su gemelo, el puente Bracea I localizado a menos de 1 km del anterior en la misma línea.

La Figura 1.2(a) muestra la máxima aceleración vertical en la sección central, medida en el borde de la banqueta de balasto más próximo a la vía cargada, en función de la velocidad de paso. La máxima velocidad analizada¹¹ alcanza los 450 km/h, empleando una resolución en velocidades de 1 m/s. En esta representación destaca la respuesta a tres velocidades de paso, que excitan resonancias asociadas con los dos primeros modos de vibración del tablero: el primer modo de flexión y el primero de torsión, con frecuencias de 9.19 y 10.34 Hz respectivamente. El tren de cargas HSLM-A9 es de tipo articulado y cuenta con una distancia entre bogies de 26 m, que define el patrón de repetición entre grupos de cargas, por lo que las velocidades críticas de resonancia relativas a los dos primeros modos de la estructura, son las que se muestran en la Tabla 1.1

$V_{res} \text{ (km/h)} = 3.6 D_{car} \cdot f_i / n$	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$
$f_1 = 9.19 \text{ Hz}$	860.40	430.19	286.79	215.09
$f_2 = 10.34 \text{ Hz}$	967.37	483.68	322.46	241.84

Tabla 1.1 Velocidades de resonancia teóricas asociadas a los dos primeros modos de vibración del puente Arroyo Bracea II

En la tabla anterior, n hace referencia al número de ciclos de oscilación entre el paso de dos bogies consecutivos, dando lugar a la denominación que será empleada en el resto de este documento de *primera resonancia* cuando $n=1$, *segunda resonancia* para $n=2$, y así sucesivamente. En la Figura 1.2(d), (e) y (f) se han incluido los registros temporales de aceleración a las velocidades sombreadas en la tabla anterior, asociadas con los tres máximos más prominentes de la respuesta¹². En todas ellas se han señalado mediante rombos negros los instantes de tiempo de entrada de ejes. La máxima respuesta en el rango de velocidades analizado se produce en las proximidades de los 430 km/h y se corresponde con una segunda resonancia del modo fundamental. Como se puede comprobar en el gráfico temporal (f), el tablero experimenta dos ciclos de oscilación vertical entre el paso de dos bogies consecutivos, entrando cada uno de ellos en fase con la oscilación, cediéndole energía y por consiguiente contribuyendo a un incremento continuado de su respuesta. Se producen situaciones similares en un entorno próximo a los 322 y 287 km/h, estando ambas causadas por dos terceras resonancias del primer modo de torsión (Figura 1.2(e)) y del modo fundamental (Figura 1.2 (d)), respectivamente. Finalmente, en la Figura 1.2(c), se ha incluido el registro de aceleraciones a la velocidad no

¹¹ Se han elegido estas condiciones de carga con objeto de visualizar con claridad el fenómeno de resonancia. No obstante, la máxima respuesta de esta estructura es en condiciones de servicio inferior a la que se presenta puesto que la velocidad de diseño de la línea está limitada a 270×1.2 km/h.

¹² La pequeña contribución de modos distintos al que resuena y la presencia de amortiguamiento estructural dan lugar a la ligera desviación existente entre la velocidad de resonancia teórica y la real.

resonante de 201.60 km/h. Se observa cómo la respuesta del puente, además de no experimentar un crecimiento gradual con la entrada de cargas, deja de estar marcada por la presencia de un único modo predominante, como ocurre en situaciones de resonancia.

Entre los tableros ferroviarios susceptibles de experimentar vibraciones que den lugar a aceleraciones verticales inadmisibles, cabe diferenciar dos posibles escenarios:

- Puentes existentes pertenecientes a líneas convencionales (i) que se han deteriorado estructuralmente desde su puesta en servicio, y sufren oscilaciones excesivas al paso de convoyes circulando a la velocidad de explotación; y (ii) puentes susceptibles de experimentar vibraciones inadmisibles en caso de que fuera aumentada la velocidad de explotación de la línea. Este tipo de aumento es bastante habitual debido a la continua evolución de las vías y el material rodante.
- Puentes nuevos situados en líneas de alta velocidad que sufren fenómenos de resonancia debido a la velocidad de las composiciones que circulan por la línea.

En aras a solucionar o evitar este tipo de problemas, las estrategias convencionales de reacondicionamiento consisten, en el primero de los casos, en el refuerzo o sustitución de tableros, con el consiguiente coste asociado al cierre de línea. En el ámbito de los puentes nuevos pertenecientes a líneas de alta velocidad, la tónica general es dotarlos de una gran rigidez para elevar sus frecuencias naturales lo suficiente, de forma que las velocidades críticas sean superiores a la máxima velocidad de proyecto. Ello puede encarecer significativamente la construcción de puentes de luces pequeñas y moderadas.

Como posible alternativa a las medidas correctivas tradicionales en puentes existentes, o al dimensionado de gran rigidez en puentes nuevos, en la presente Tesis Doctoral se pretende investigar la aplicabilidad del Control Pasivo de estructuras al reacondicionamiento de puentes de ferrocarril que manifiesten problemas dinámicos.

1.3. Control Pasivo de Estructuras. Amortiguadores fluido-viscosos

El Control Pasivo de estructuras, a diferencia del Control Activo, conlleva la modificación de sus características de masa, rigidez y/o amortiguamiento, en aras a reducir la respuesta dinámica aprovechando el propio movimiento y sin incluir actuadores alimentados de forma externa [93]. Dependiendo de cuál de estas tres características o combinación de ellas se modifica, existen diferentes técnicas de Control Pasivo, abarcando desde la rigidización o el aumento de la masa estructural, hasta la inclusión de dispositivos concretos, que disipen o almacenen parte de la energía introducida por la fuente de excitación.

La respuesta dinámica de cualquier sistema mecánico depende considerablemente del nivel de amortiguamiento, especialmente en condiciones de resonancia. El cálculo dinámico del puente Arroyo Bracea II presentado en el apartado anterior, en el que se asignó una tasa del 1% a cada modo, se repite ahora considerando valores superiores. La Figura 1.3, muestra la máxima aceleración vertical en centro de vano y borde de la banqueta de balasto en función de la velocidad de paso del HSLM-A9, considerando niveles de amortiguamiento de hasta un 10%.

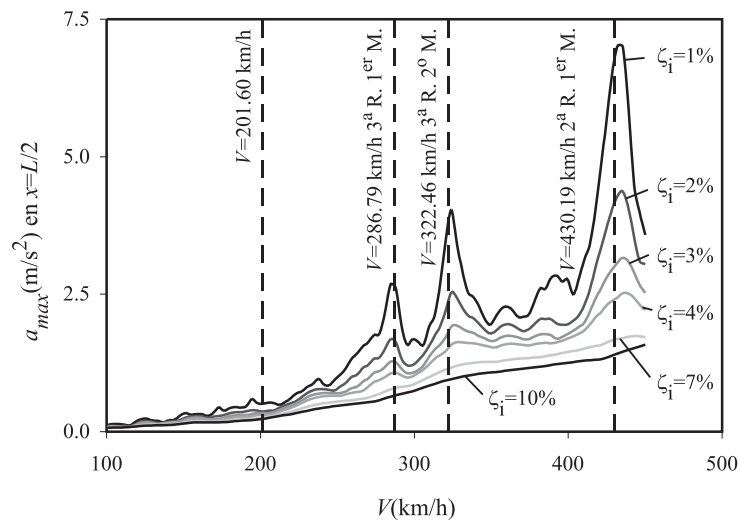


Figura 1.3 Aceleración vertical máxima en el borde de la banqueta de balasto de la sección central del puente Arroyo Bracea II ante la composición HSLM-A9 en función del amortiguamiento estructural

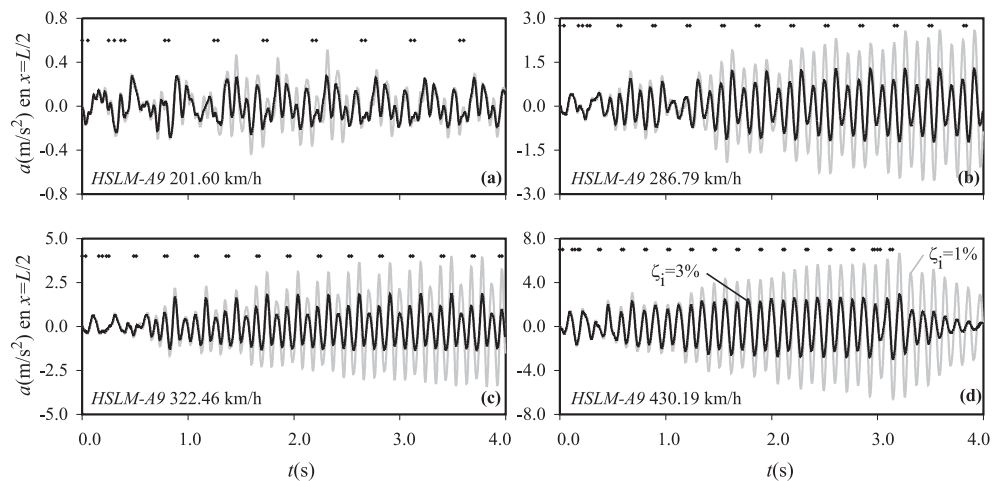


Figura 1.4 Registros temporales de aceleración del puente Arroyo Bracea II para tasas de amortiguamiento estructural del 1% y 3%

Se puede comprobar cómo en todo el rango de velocidades la respuesta máxima disminuye con el nivel de amortiguamiento, pero esta reducción es especialmente notoria a las velocidades de resonancia. En particular, la respuesta máxima se reduce en un 38% al pasar de un 1 a un 2%, y en un 55% al aumentar el amortiguamiento hasta el 3%. Los registros temporales de aceleración en las proximidades de las tres resonancias a las que se ha hecho referencia con anterioridad, y también a la velocidad no resonante, se han incluido en la Figura 1.4 para tasas del 1 y el 3%.

Las campañas de medidas realizadas por el ERRI han mostrado que los niveles de amortiguamiento estructural en puentes de ferrocarril, pueden ser en algunos casos bastantes reducidos [35]. Con el objetivo de limitar las vibraciones verticales inadmisibles en estas estructuras, se propone el aumento artificial de su tasa de amortiguamiento mediante el reacondicionamiento con Elementos de Disipación Pasiva (EDP), cuyo empleo comienza a generalizarse en diseño sismorresistente de estructuras en áreas de elevada sismicidad como California y Japón. Se ha seleccionado como elemento básico del reacondicionamiento, el amortiguador fluido-viscoso (FVD¹³). En un FVD un pistón fuerza el flujo de un fluido de elevada viscosidad confinado en una cavidad cilíndrica, a través de orificios de pequeña sección con la consiguiente pérdida de carga elevada. El elemento en cuestión disipa energía al experimentar una diferencia de velocidades entre sus dos extremos, desarrollando una fuerza axial aproximadamente proporcional a dicha velocidad. Puesto que se puede conseguir, mediante diseños concretos, que el amortiguador no oponga resistencia a variaciones de su longitud, su presencia no modifica la rigidez ni las frecuencias naturales de la estructura en la que se instala y en una situación de carga cuasiestática su efecto resulta despreciable.

La elección del FVD entre otros EDP se debe a los siguientes motivos: (i) estos elementos disipan energía en un amplio rango de frecuencias y no sólo en situaciones de resonancia, como es el caso de los Amortiguadores de Masa Sintonizada (TMD¹⁴), y por lo tanto no presentan los inconvenientes relacionados con la sintonización y desintonización; (ii) cualquier elemento cuya disipación energética se basa en procesos no conservativos de fricción o plastificación, como es el caso de los Disipadores Metálicos o por Fricción, necesariamente requiere de una sustitución periódica dando lugar al consiguiente aumento de los costes de mantenimiento; sin embargo, existen FVD comerciales con un tipo de sellado *laberíntico* (sin partes mecánicas) que les confiere una vida útil muy elevada; (iii) dado que en un FVD la máxima fuerza y el máximo desplazamiento no están en fase, las fuerzas introducidas en la estructura en la que se instalan son menores que en el caso de

¹³ Fluid Viscous Damper. Pese a incurrir en cierta falta de uniformidad, en la redacción del presente documento se ha optado por incluir algunas siglas derivadas directamente de términos en inglés, por su difusión generalizada en la literatura técnica.

¹⁴ Tuned Mass Damper

otras tecnologías de disipación; (iv) su formato estanco evita que el fluido disipativo se vea afectado por las condiciones medioambientales de humedad y temperatura, lo que favorece un comportamiento estable con el paso del tiempo.

El reacondicionamiento de estructuras civiles y de edificación mediante amortiguadores se remonta a 1969, cuando se introdujeron más de 10000 amortiguadores de tipo viscoelástico en cada una de las torres gemelas del World Trade Center en Nueva York, para reducir las vibraciones causadas por el viento. Más recientemente pasaron a formar parte del diseño sismorresistente. Una de sus últimas aplicaciones es la reducción de las vibraciones inducidas por el tránsito humano en pasarelas peatonales ligeras. Este es el caso de la Pasarela de Milenio de Londres, que tuvo que ser clausurada dos días después de su inauguración el 10 de junio de 2000, a causa de la aparición de vibraciones laterales excesivas que daban lugar a aceleraciones de unos 0.25g. Este comportamiento inadmisibles ocurría cuando el tránsito de peatones era lo suficientemente denso (entre 1.3 y 1.5 personas/m²) y se atribuyó a resonancias de los primeros modos de vibración de la estructura [40]. La pasarela fue reacondicionada empleando FVD y TMD que, instalados en una configuración determinada, daban lugar a niveles de amortiguamiento efectivo superiores al 20% del amortiguamiento crítico.

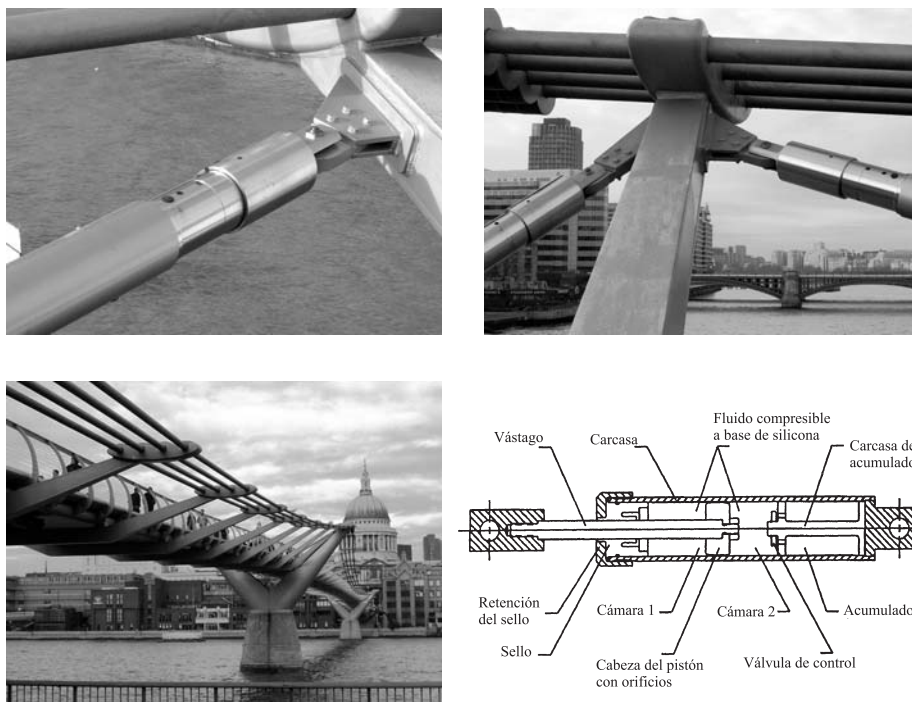


Figura 1.5 Vista general y detalle del reacondicionamiento de la Pasarela de Milenio de Londres. Esquema básico de un FVD

La Figura 1.5 muestra una vista general de la Pasarela del Milenio, así como dos detalles de la instalación de los FVD. En la parte inferior derecha de la misma, se adjunta un esquema simplificado de las partes fundamentales de las que consta un amortiguador fluido-viscoso. Existen diversas variantes, basadas en el principio de funcionamiento básico mencionado, que lo hacen idóneo para la aplicación ferroviaria que se plantea. Sus particularidades y características técnicas se describen detalladamente en el Capítulo 3.

1.4. Objetivos de la Tesis Doctoral

Los objetivos de la Tesis Doctoral son los siguientes:

- Proponer un sistema de reacondicionamiento¹⁵ concreto que permita su instalación en las tipologías más habituales de puentes isostáticos de ferrocarril de luces medias y cortas (10-25 m). La configuración seleccionada deberá ser capaz de reducir la respuesta dinámica inadmisibles en un conjunto representativo de tableros, en el rango de velocidades y ante el conjunto de composiciones que sea de aplicación en cada caso.
- Desarrollar una metodología sencilla, basada en modelos analíticos simplificados, que permita el dimensionado óptimo del reacondicionamiento en función de las propiedades de la estructura original y del nivel de reducción de la respuesta requerido.
- Implementar un modelo numérico para el cálculo dinámico de puentes reacondicionados sometidos al paso de composiciones ferroviarias, que sea adecuado para el análisis de tipologías habituales asociadas a las luces de interés: tableros de losa armada o pretensada, y losas de reparto sobre vigas. El modelo deberá reproducir adecuadamente el comportamiento en casos de vía múltiple y en presencia de esviaje, en los que la contribución de modos diferentes a los de flexión recta puede ser de gran importancia. Asimismo, deberá tener en cuenta la rigidez vertical de los apoyos de neopreno.
- Probar la viabilidad técnica de dicho sistema de reacondicionamiento evaluando entre otros (i) el nivel de amortiguamiento introducido de forma efectiva en la estructura original y la reducción de la respuesta alcanzada; (ii) los esfuerzos y deformaciones máximas que deben soportar los propios amortiguadores, la estructura auxiliar que permitirá su conexión con el tablero y los elementos de unión; así como (iii) las fuerzas transmitidas a la estructura

¹⁵ Entiéndase Sistema de Reacondicionamiento, Disipación o Amortiguamiento como aquel compuesto por uno o varios Elementos de Disipación Pasiva y una serie de elementos estructurales auxiliares que los conecten con el tablero del puente.

original como consecuencia del reacondicionamiento.

- Comprobar que la metodología analítica propuesta para el dimensionado del reacondicionamiento es adecuada en el rango de velocidades, luces y frecuencias de interés.
- Presentar soluciones constructivas concretas evaluando modelos calibrados de algunos puentes reales, pertenecientes a líneas férreas españolas, cuyo comportamiento dinámico sin reacondicionar sea deficiente.

1.5. Contenido de la Tesis Doctoral

El presente documento se ha estructurado en 8 capítulos. En el primero de ellos, se ha tratado de presentar el origen y la razón de ser de la línea de investigación. Para ello, el conocido problema de resonancia en puentes de ferrocarril de luces cortas y sus implicaciones ha sido brevemente descrito, y se ha planteado una posible solución basada en métodos de Control Pasivo que será analizada en profundidad en el resto de la Tesis. Esta solución tiene como fin reducir las vibraciones inadmisibles que pueden experimentar nuevos puentes pertenecientes a líneas de alta velocidad, o estructuras ya existentes ante nuevos requerimientos de tráfico.

En el Capítulo 2 se presenta, a modo de Estado del Arte, un resumen de las contribuciones encontradas en la literatura más relevantes relativas a (i) los modelos empleados en el cálculo dinámico de puentes de ferrocarril, y (ii) las alternativas propuestas a día de hoy, para dar solución al problema de vibraciones verticales excesivas en el tablero, asociadas con la aparición de fenómenos de resonancia. El Capítulo 3, está dedicado a la descripción de la naturaleza y principios de funcionamiento del amortiguador fluido-viscoso en sí, el cual constituye el núcleo del sistema de reacondicionamiento propuesto. Se ha prestado especial atención a los componentes y modo de operación de un modelo concreto existente en el mercado y prácticamente libre de fricción, idóneo para la aplicación que se plantea. Una vez presentado el FVD y justificada su selección frente a EDP de distinta naturaleza, se introduce la configuración concreta de la estructura auxiliar que permite la conexión de los FVD con el tablero, así como el proceso seguido para optar finalmente por esta solución. Como último capítulo introductorio, en el Capítulo 4 se describe el modelo numérico implementado para el cálculo de tableros reacondicionados, el cual ha constituido la herramienta básica de cálculo.

Los Capítulos 5 y 6 desarrollan en sus respectivas versiones bidimensional y tridimensional, el núcleo de la Tesis Doctoral. En ambos se plantean las ecuaciones diferenciales de movimiento del tablero reacondicionado sometido a la circulación de cargas. Los parámetros que gobiernan la amplificación dinámica de la respuesta del puente en condiciones de resonancia, se extraen de forma analítica admitiendo ciertas

simplificaciones. El análisis de la evolución de la respuesta en términos de estos parámetros permite desarrollar procedimientos de selección de las constantes óptimas de los FVD, y de dimensionado de los elementos que componen la estructura auxiliar. A continuación, haciendo uso de los modelos en dos y tres dimensiones implementados, descritos en el capítulo previo, se evalúa numéricamente la adecuación de dichos procedimientos. Finalmente, en ambos capítulos se comprueba de forma numérica que, con el reacondicionamiento propuesto, es posible reducir las aceleraciones verticales inadmisibles en tableros muy desfavorables por su frecuencia, longitud y escasa masa, a niveles aceptables. Esta reducción de la respuesta es alcanzada empleando además FVD existentes en el mercado, sin superar la capacidad portante máxima de estos elementos o de la estructura auxiliar, ni introducir esfuerzos excesivos en la estructura original.

Con el objetivo de aplicar los conocimientos adquiridos y procedimientos desarrollados a situaciones reales, se ha incluido un séptimo capítulo de ejemplos en el que la viabilidad técnica de la alternativa de reacondicionamiento propuesta se evalúa en el caso de dos puentes isostáticos pertenecientes a la línea de alta velocidad Madrid-Sevilla y a la convencional Madrid-Alcázar de San Juan-Jaén. Partiendo de la información contenida en los respectivos Proyectos de Prueba de Carga, se calibra convenientemente el modelo numérico tridimensional y se procede al cálculo de la respuesta dinámica previa al reacondicionamiento, en el rango de velocidades y bajo la circulación de las composiciones que son de aplicación en cada caso. Para finalizar, se propone el reacondicionamiento que se considera más adecuado, siguiendo el procedimiento de optimización descrito en capítulos previos, y se determina la respuesta de la estructura modificada. En este capítulo, se presta una atención especial a los esfuerzos y deformaciones introducidos en la estructura a consecuencia del reacondicionamiento, y al efecto de la rigidez vertical de los apoyos de neopreno sobre la respuesta dinámica.

Para finalizar, en el Capítulo 8 se presentan las conclusiones principales de la Tesis y se proponen posibles líneas de investigación futuras, que podrían completar el trabajo realizado hasta el momento.

La investigación llevada a cabo se ha financiado parcialmente gracias al Proyecto de Investigación (PI) 80021/A04 del Ministerio de Fomento, con título *Elementos de disipación pasiva aplicados al reacondicionamiento y al proyecto de puentes de ferrocarril. Estudio de viabilidad técnica y económica, y desarrollo de modelos analíticos de cálculo*. Este proyecto fue concedido a la Universidad de Granada en noviembre de 2005, siendo el Investigador Responsable D. Pedro Museros Romero, Profesor Titular del Departamento de Mecánica de Estructuras e Ingeniería Hidráulica de la citada Universidad. En este contexto se han analizado en detalle algunos aspectos de la materialización constructiva del sistema de reacondicionamiento propuesto y, puntualmente, se hará referencia a los trabajos y conclusiones derivados del mismo.

2

**Cálculo dinámico y
reacondicionamiento de
puentes de ferrocarril**

2.1. Orígenes del cálculo dinámico de puentes de ferrocarril

La construcción de las primeras líneas ferroviarias se remonta a la primera mitad del siglo XIX en Inglaterra, gracias a que en 1804 el ingeniero de minas inglés R. Trevithick, logró adaptar la máquina de vapor a una máquina locomovible, circulando sobre carriles a 8 km/h. A partir de aquel año, numerosos fueron los intentos de los ingenieros de la época por hacer de la locomotora de vapor un éxito comercial. La primera vía férrea pública para el transporte de pasajeros, que funcionaba exclusivamente con locomotoras de vapor, fue la Liverpool-Manchester, inaugurada en 1830. La decisión de cuál sería el mejor método de tracción para esta nueva línea surgió de un concurso organizado por la compañía del ferrocarril, con motivo del cual, el ingeniero George Stephenson construyó su famosa locomotora *The Rocket*, derrotando a sus competidores con una nada desdeñable velocidad de 48 km/h.



"Stephenson, que había sido nombrado ingeniero-jefe, fue grandemente ridiculizado por asegurar que podía construir una locomotora que marcharía a razón de 30 kilómetros por hora. Durante el debate que para la concesión se originó en la Cámara de los Comunes, un miembro de un Comité de dicha Cámara le preguntó: "Supongamos ahora que una de vuestras máquinas va marchando a razón de dos y medio o tres kilómetros por hora y que una vaca cruzase la línea e interceptara el camino de la máquina, ¿no sería esto una circunstancia muy delicada?, a lo cual el ingeniero replicó: "Sí; muy delicada para la vaca."

G. Allen "Biographies of working men", Project Gutenberg, 2003.

Figura 2.1 George Stephenson (1781-1848). Ingeniero jefe de la línea Liverpool-Manchester e inventor de la locomotora *The Rocket*

Una de las consecuencias inmediatas derivadas del tendido de las nuevas líneas fue la necesidad de construir puentes que salvaran los accidentes del terreno, soportando el peso y las vibraciones introducidas por las locomotoras y los vagones. Según se relata en [43], el tratamiento del problema dinámico estuvo protagonizado en estos sus orígenes, por una división de opiniones entre los ingenieros del momento. Unos creían que el paso del convoy sobre el puente supondría el efecto de un impacto, mientras que el resto se decantaban por la teoría de que la estructura no tendría tiempo suficiente para deformarse. No tardaron en ocurrir diversos desastres en algunos de los nuevos puentes metálicos que se achacaron a

los efectos dinámicos de las cargas, pese a que muy posiblemente algunos eran consecuencia directa de fallos en la concepción de las estructuras. Desde aquel entonces, la dinámica de puentes de ferrocarril ha suscitado un gran interés entre científicos y técnicos. En la Figura 2.2 se ha incluido una relación cronológica de hitos que han marcado la evolución del ferrocarril desde sus comienzos, junto a algunas de las contribuciones científicas y normativas de mayor relevancia en el desarrollo posterior de la disciplina.

La primera contribución científica abordando esta cuestión a raíz de las roturas acaecidas se atribuye a Stokes [131], quien en 1847 resolvió, mediante desarrollos en serie, el problema de una masa desplazándose a velocidad constante sobre una viga simplemente apoyada despreciando su peso propio, demostrando que la solución estaba contenida entre las dos soluciones que se debatían en aquel momento. Poco después Willis [151] simplificó la solución de Stokes, obteniendo una expresión que, mayorando las solicitaciones estáticas cubría los efectos dinámicos de las cargas, lo que puede ser considerado el origen del coeficiente de impacto. La solución de Willis, no obstante, incluía efectos derivados de la fatiga y se trataba en realidad de un coeficiente global de seguridad [8]¹⁶.

Durante la segunda mitad del siglo XIX tuvieron lugar los primeros ensayos experimentales, como los llevados a cabo por Robinson [125], Willis, James y Galton [8], así como las primeras campañas emprendidas por la American Railway Engineering Association (AREA) en la primera mitad del siglo siguiente [142, 63]. Las discrepancias continuadas entre resultados analíticos y experimentales propiciaron el desarrollo de numerosas fórmulas de impacto de tipo práctico, un resumen de las cuales puede encontrarse en [8].

La formulación teórica definitiva del problema dinámico no se alcanzó hasta la década de 1920 con los trabajos de Bleich [13] y, especialmente, Timoshenko [138], Jeffcott [68] e Inglis [65], cuyos estudios analíticos empleando modelos de carga puntual, masa móvil y masa suspendida, respectivamente, han supuesto un antes y un después en el desarrollo científico del problema. Hacia mediados de siglo, según Fryba [42], Ayre [10] publicó por primera vez la resolución del problema de una viga continua sometida al paso de una carga móvil. Finalmente, en el mismo período cabe resaltar las contribuciones de Hillerborg [56], seguidas de Biggs [11], Fleming y Romualdi [41], los cuales introdujeron los primeros modelos de masas y muelles tratando de considerar la interacción entre el vehículo y la estructura.

La primera mitad del siglo XX llegaba así a su fin, acompañada de la sustitución progresiva de la tracción de vapor por la eléctrica y la diésel. Nada hacía esperar en aquel momento que pocas décadas después aparecerían en Europa las primeras líneas de alta velocidad.

¹⁶ R. Álvarez, en el capítulo introductorio de su Tesis Doctoral, incluye un resumen detallado de la evolución del cálculo dinámico de puentes de ferrocarril desde sus orígenes.

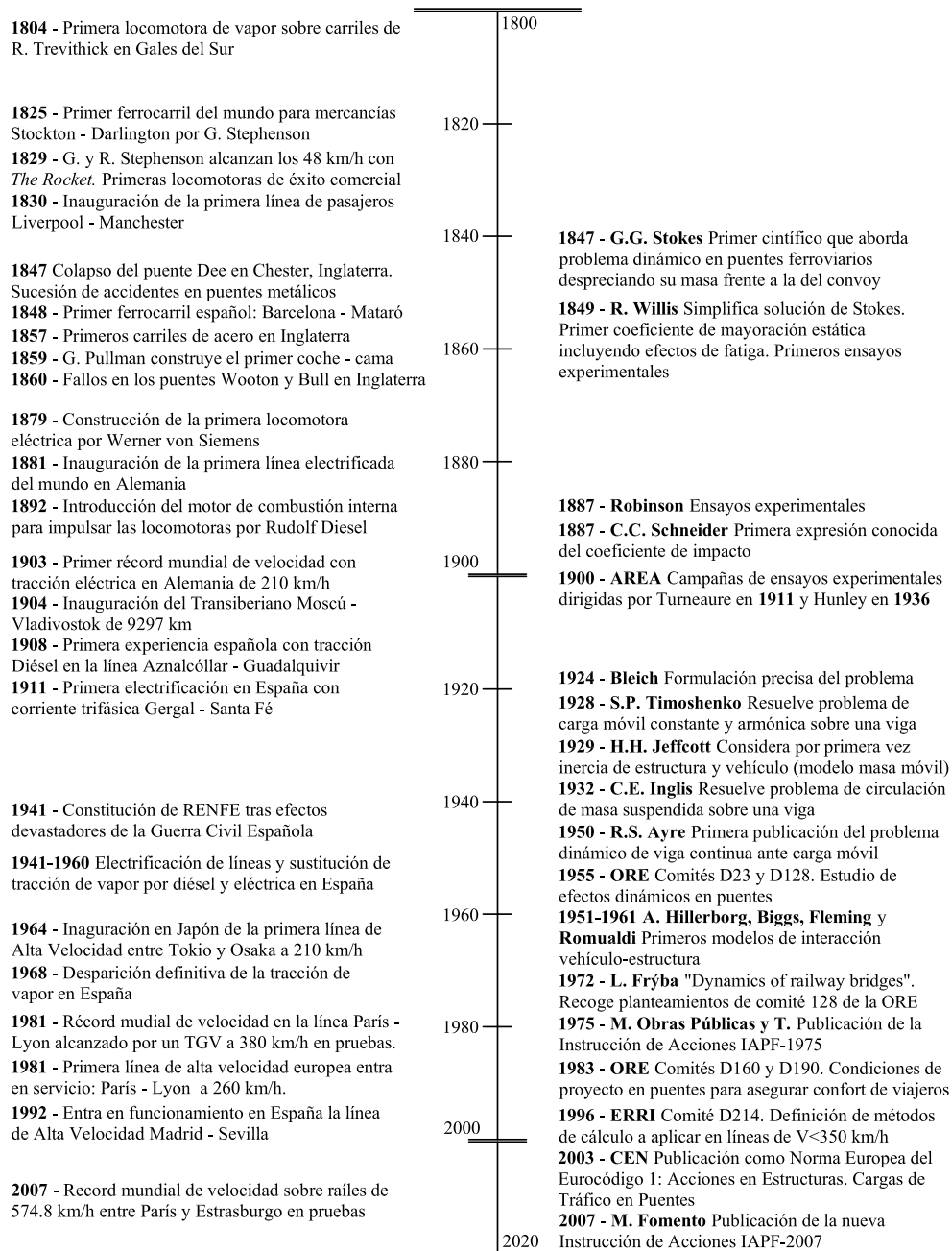


Figura 2.2 Cronología del ferrocarril. Algunas contribuciones científicas y normativas de especial relevancia

2.2. Los trabajos de la ORE y el ERRI en la segunda mitad del s. XX

El mayor impulso experimentado por la investigación ferroviaria se ha debido a los trabajos de la ORE¹⁷ y su sucesor, el ERRI, pertenecientes a la Union Internationale des Chemins de Fer (UIC). Los últimos años habían estado protagonizados por el estudio experimental del coeficiente de impacto y por la generación de un conjunto poco cohesionado de expresiones prácticas, obtenido a espaldas de los desarrollos analíticos. En este marco, en 1955, la ORE constituyó un comité de expertos, el D23, con el fin de establecer unas bases firmes para el cálculo dinámico de puentes ferroviarios [112].

El comité D23 y su sucesor, el D128, definieron un método de cálculo para tener en cuenta los efectos dinámicos de las cargas verticales. Dicho método estaba basado en la utilización de un tren de cargas, el denominado UIC-71¹⁸, y un coeficiente de impacto Φ cuya expresión variaba en función de la sollicitación y del grado de mantenimiento de la línea. El coeficiente Φ era obtenido como envolvente de los efectos de seis trenes tipo representativos de las composiciones habituales. El fundamento de este método es la división de los efectos dinámicos en dos contribuciones: (i) la relacionada con el paso de cargas a una determinada velocidad considerando vía ideal, y (ii) los efectos dinámicos que se suman a los anteriores causados por las irregularidades de vía, de tal manera que

$$\Phi \cdot S_{UIC} \geq S_{est} (1 + \varphi' + \varphi'') \quad (2.1)$$

donde S_{est} representa el valor máximo de la sollicitación debida a los trenes reales circulando a velocidad cuasiestática, φ' el incremento de dicha sollicitación causado por la velocidad de circulación y φ'' el efecto de las irregularidades de la vía. El coeficiente de impacto Φ se calcula de forma que, al mayorar la respuesta estática del puente sometido al tren de cargas UIC-71, las sollicitaciones a que da lugar superen a las producidas por la circulación de los trenes reales. Este método de cálculo, publicado a través de la ficha 776-1R [144], ha supuesto la base para el dimensionado de puentes en Europa durante muchos años.

A pesar de que en los comités D23 y D128 sí se tuvo en cuenta la posible aparición de fenómenos de resonancia, algunas de las hipótesis admitidas daban lugar al proyecto de puentes no seguros en las nuevas líneas de alta velocidad, que aparecieron en Europa a principios de la década de los 80, tal y como se muestra en la Tesis Doctoral de P. Museros [100]. A consecuencia de ello, aparecieron los problemas de aceleraciones verticales excesivas en la línea París-Lyón descritos en el Capítulo 1, y la adecuación de la

¹⁷ Office de Recherches et d'Essais

¹⁸ Los resultados derivados de los estudios de la ORE y el ERRI, se han publicado a través de las Fichas UIC. El tren de cargas UIC-71, base actual del método simplificado en la instrucción española, se encuentra definido en la ficha 702-0 [143].

metodología basada en el tren UIC-71 y el coeficiente de impacto se puso en entredicho.

En el período de aumento de velocidades de explotación que precedió a la aparición en Europa de las primeras líneas de alta velocidad, cobró una gran importancia garantizar un nivel aceptable de confort de los viajeros. Como consecuencia, la ORE creó el comité D160, cuyo trabajo fue continuado por el ERRI D190 [34]. Uno de los frutos de los trabajos llevados a cabo fue el establecimiento de los requisitos que debían cumplir los nuevos puentes para asegurar dicho umbral de confort por encima de los 160 km/h. Sin embargo, según se verificó tiempo después, el cumplimiento de los límites de flecha establecidos por el D190 no siempre aseguraba que fuera admisible el nivel de aceleraciones verticales en el tablero [35]. Un resumen de las conclusiones de los comités D23, D128 y D160 puede encontrarse en la obra de Fryba [43], investigador de reconocida experiencia que ha participado activamente en las comisiones de la UIC.

A raíz de los problemas de desconsolidación del balasto detectados en las líneas de alta velocidad francesas, el ERRI constituyó el comité D214 con el objetivo de analizar en profundidad el comportamiento dinámico de puentes situados en líneas de alta velocidad ($V < 350$ km/h), prestando una especial atención a la aparición de fenómenos de resonancia. En el seno de dicho comité se establecieron criterios para el proyecto de puentes en este tipo de líneas, se llevaron a cabo estudios de interacción vehículo-estructura, se pusieron a punto métodos de cálculo simplificado y programas de cálculo por ordenador, se analizó la validez del coeficiente ϕ de irregularidad de la vía, se definieron criterios para garantizar la interoperabilidad de redes ferroviarias, etc. También se llevaron a cabo diversas campañas de ensayos experimentales con el fin de verificar las predicciones teóricas y determinar el nivel de amortiguamiento de estructuras de diferentes tipologías. Los resultados derivados del trabajo de este comité [35] son de una especial relevancia y han influido de forma evidente en el borrador del nuevo Eurocódigo, así como en la recientemente aprobada Instrucción de Acciones española IAPF-07.

2.3. Contribuciones científicas más relevantes de los últimos años

La circulación de una composición ferroviaria sobre un puente o estructura de paso es uno de los problemas clásicos de dinámica de estructuras, en el que los dos sistemas, cuyo comportamiento en primera aproximación se podría considerar elástico lineal, interactúan a través de las fuerzas que aparecen entre las ruedas y la superficie de los carriles en los puntos de contacto. Se trata de un problema en el que los coeficientes de las ecuaciones diferenciales que lo rigen dependen del tiempo, puesto que el punto de aplicación de las fuerzas de interacción se desplaza a medida que avanza la composición. La simulación del comportamiento de los vehículos a través de modelos numéricos de muy diferente naturaleza y complejidad, el empleo de distintos modelos estructurales con el fin de predecir la respuesta dinámica de puentes de diversas tipologías, así como la generación

de patrones tratando de reproducir el efecto de las irregularidades existentes en la superficie de interacción, ha dado lugar a numerosas contribuciones científicas a lo largo de los últimos años. En las referencias de Au¹⁹ [6] y de Taheri [132], y en especial en la reciente obra de Yang [165], se incluyen relaciones exhaustivas de las publicaciones más relevantes en la materia. En el presente documento sólo se nombrarán algunas de ellas que por su relevancia u originalidad en el tratamiento del problema, se ha considerado que debían ser destacadas.

2.3.1. Modelización del comportamiento del vehículo

En lo que al vehículo se refiere, el modelo más simple empleado es el de carga móvil (Figura 2.3(a)), en el que una sucesión de fuerzas de módulo constante simula la acción de los ejes o ruedas sobre la estructura. El modelo de carga móvil desprecia la fuerza de inercia experimentada por el vehículo frente a su peso propio. Cuando la composición recorre un trayecto rectilíneo a velocidad constante, dicha fuerza de inercia se debe fundamentalmente a las deformaciones experimentadas por la estructura y al efecto de las irregularidades. Las predicciones obtenidas mediante este modelo serán tanto más acertadas pues cuanto menor sea la velocidad de circulación, la flexibilidad de la estructura, la masa de los vehículos en relación con la masa del puente, la rigidez de las suspensiones y el efecto de las irregularidades.

En la excelente monografía de Fryba [42] se presentan soluciones analíticas y aproximadas de la respuesta de modelos estructurales sencillos, como los clásicos de vigas, sometidos a cargas móviles y se hace referencia a algunos de los trabajos previos. De entre ellos cabe destacar las contribuciones de Lee [73] y Maunder [92], acerca de la paradoja energética²⁰ de Timoshenko [139]. En la referencia de Olsson [111], se presenta el planteamiento analítico básico de la viga de Bernoulli sometida a una única carga móvil, haciendo hincapié en las implicaciones de las hipótesis de partida y en los parámetros que gobiernan la máxima amplificación dinámica de la respuesta. En la misma línea, Pesterev [119] desarrolla expresiones analíticas de la máxima amplificación esperable en vigas simplemente apoyadas en función de la velocidad de circulación de una única carga móvil, en ausencia de amortiguamiento estructural y para las distintas contribuciones modales. El mismo enfoque lo trasladan a vigas biempotradas aunque siguiendo un planteamiento numérico. Cabe resaltar el desarrollo adimensionalizado de expresiones y gráficas, que facilita una aplicación rápida de los resultados obtenidos.

¹⁹ En este apartado se incluye sólo el nombre del primer autor de cada contribución referenciada con el fin de facilitar la lectura del texto.

²⁰ Esta paradoja surgió al comprobar que el trabajo neto realizado por una fuerza vertical al atravesar una viga era nulo al encontrarse ambos extremos de la viga situados a la misma altura, mientras que la viga quedaba en vibración libre cuando la carga ya la había abandonado.

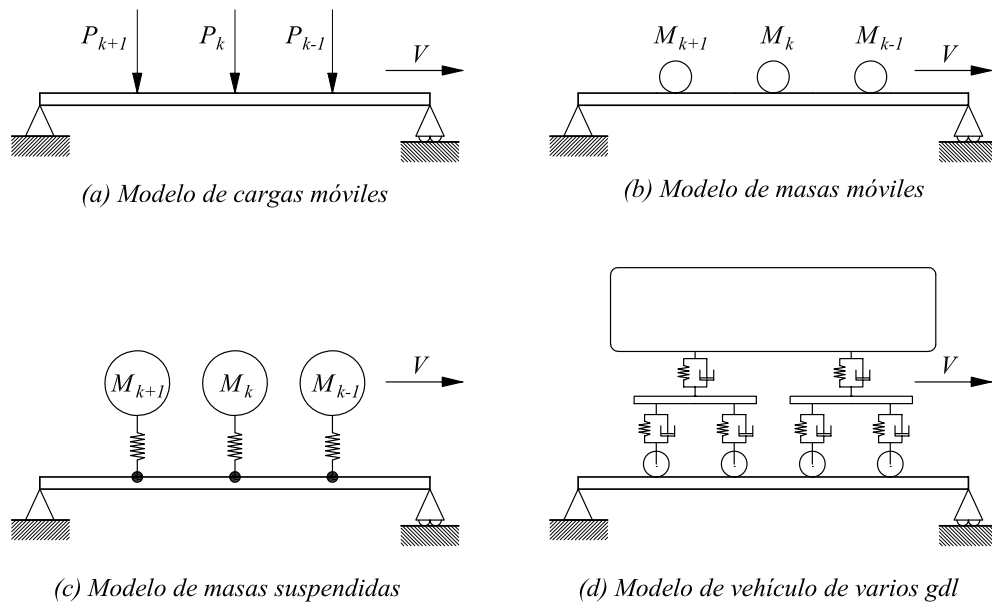


Figura 2.3 Modelos de vehículos empleados en cálculo dinámico de puentes

Las contribuciones citadas en el párrafo anterior se centran en el análisis de la respuesta dinámica de la estructura asociada al paso de una única carga móvil. El efecto dinámico que tiene lugar cuando una sucesión de cargas puntuales equiespaciadas circula sobre ésta a velocidad constante, y la posible aparición de fenómenos de resonancia, ha sido analizado algo más recientemente por varios autores. Dignas de mención son en este sentido las contribuciones de Yang [162], Frýba [44] y Klasztorny [69]. En la primera de ellas se obtienen, de forma analítica y admitiendo ciertas hipótesis simplificadoras, las condiciones de velocidad, longitud del puente y distancia entre cargas que favorecen la aparición de situaciones de resonancia y cancelación asociadas al modo fundamental de la estructura. Paralelamente Frýba desarrolla expresiones sencillas para predecir las velocidades de resonancia asociadas a cualquier modo de flexión recta de vigas isostáticas y, asumiendo que la máxima respuesta de éstas tiene lugar cuando la última carga ha salido del puente, propone expresiones aproximadas de la máxima flecha, momento flector y aceleración vertical esperables en resonancia, que finalmente utiliza para formular criterios de interoperabilidad de redes ferroviarias. Un planteamiento algo menos simplificado fue el seguido por Savin [128], quien también publicó en el mismo año expresiones de la máxima respuesta esperable en vigas con diferentes condiciones de contorno, incluyendo los efectos de la inercia de rotación y deformación por cortante. De entre las publicaciones más recientes, cabe destacar la de Yau [169]. En este trabajo los autores obtienen expresiones analíticas de la aceleración vertical esperable en vigas Bernoulli-Euler (B-E) simplemente apoyadas, en situación de resonancia, prestando una especial atención a las contribuciones de modos de alta frecuencia y al efecto del

amortiguamiento estructural. Este trabajo, enfocado desde un punto de vista analítico, tuvo como origen las investigaciones de Museros y Alarcón [100, 103] quienes, algunos años antes, analizaron numéricamente el nivel de aceleraciones alcanzado en puentes isostáticos de luces cortas en situaciones de resonancia.

Haciendo uso del modelo de cargas puntuales, algunos autores han estudiado también el comportamiento dinámico de vigas continuas sometidas a una o varias cargas móviles. De entre las numerosas referencias que se pueden encontrar en la literatura, cabe destacar las clásicas de Kolousek [70] y Fryba [42], y algunas más recientes como las de Hayashikawa [51], Henchi [54] y Dugush [30].

Finalmente, cabe resaltar en este punto el trabajo de Martínez-Castro y colaboradores [81]. Estos autores han publicado recientemente la resolución semianalítica del problema de la carga móvil aplicado a vigas continuas de sección variable. El método propuesto conlleva la resolución exacta de las ecuaciones temporales en espacio modal, lo que independiza el grado de precisión obtenido del paso de tiempo empleado y reduce los errores de cálculo a los directamente derivados de la discretización espacial de la estructura.

El grado de aproximación conseguido mediante un modelo de cargas móviles puede ser insuficiente si el estudio se centra en la respuesta dinámica de los vehículos y no en la de la estructura, especialmente cuando las masas de los primeros no son despreciables con respecto a la masa del puente. También en el caso de puentes de luces cortas puede existir una interacción considerable entre el vehículo y la estructura cuando las frecuencias de vibración de las masas semisuspendidas se aproximan a las del puente (Museros [100, 99]). En casos como los mencionados, cuando la inercia de los vehículos no es despreciable, se pueden adoptar modelos de masa móvil (Figura 2.3(b)). El comportamiento dinámico de vigas simplemente apoyadas sometidas a la circulación de masas móviles, ha sido tratado a través de desarrollos en serie por Stanisic [130] y Pesterev [116], y siguiendo un planteamiento integro-diferencial en términos de la función de Green, por Ting [141] y Sadiku [126]. Akin [4] estudió el comportamiento de vigas con diferentes condiciones de contorno a través del Método de los Elementos Finitos (MEF). Más recientemente Ichikawa [64] investigó la respuesta dinámica de vigas continuas, y Esmailzadeh [31] analizó el efecto sobre vigas simples de la circulación de masas móviles parcialmente distribuidas.

El modelo de masa móvil es incapaz de representar el efecto de rebote u oscilación que experimenta la caja de un vehículo debido a la existencia de suspensiones, que cobra una importancia considerable en presencia de irregularidades de la vía o cuando las velocidades de circulación son lo suficientemente elevadas. El modelo de vehículo más simple capaz de contemplar éste fenómeno es el de masa suspendida (Figura 2.3(c)). Biggs [12] presentó una solución semi-analítica al problema dinámico de una viga isostática recorrida por una masa suspendida. Fryba [42] recoge en su libro soluciones del problema

dinámico de vigas sometidas a los tres tipos de vehículos hasta ahora mencionados, el de carga móvil, masa móvil y el de masa suspendida, centrándose en la respuesta de la estructura. Pesterev plantea un algoritmo de resolución para el problema dinámico de dominios continuos unidimensionales, recorridos por uno o varios osciladores móviles, reduciendo el problema a la integración de un sistema lineal de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO) [115, 118]. Recientemente el mismo autor ha analizado el comportamiento asintótico de una viga simplemente apoyada ante la circulación de osciladores móviles, al tender la rigidez de la suspensión hacia cero o infinito. Ha demostrado que si las condiciones iniciales de la viga a la entrada del oscilador no son nulas, cuando la rigidez del muelle tiende a infinito el problema del oscilador no es equivalente en sentido estricto al de la masa móvil, puesto que las derivadas de orden elevado de las dos soluciones no convergen a un mismo valor [120].

El desarrollo de los ordenadores de cálculo y los avances experimentados por las tecnologías computacionales en general, ha propiciado el empleo de modelos de vehículos más sofisticados (Figura 2.3(d)). Son muchos los investigadores que en los últimos años han estudiado el comportamiento dinámico de puentes empleando modelos de vehículos compuestos por masas interconectadas a través de muelles, amortiguadores, dispositivos de fricción etc., tratando de simular de forma más ajustada el movimiento de las cajas, las fuerzas de interacción y el fenómeno de contacto rueda-carril. Entre los pioneros destacan los trabajos de Chu [17, 18], en los que los autores estudian las amplificaciones dinámicas en puentes de vigas y celosías ante la circulación de vagones con tres grados de libertad (gdl), desplazamiento vertical, cabeceo y rotación respecto del eje longitudinal, empleando suspensiones lineales. Cabe señalar también los trabajos publicados en la misma época por Diana [28] y Wang [148], utilizando modelos de vehículos con cinco posibilidades de movimiento de la caja y con un alto componente no lineal en las leyes de comportamiento de las suspensiones. Entre las publicaciones más recientes, son dignas de mención las de Xia y Zhang [156, 157, 170], en las que los autores comparan resultados obtenidos con modelos numéricos considerablemente complejos, con datos experimentales medidos en las líneas de alta velocidad París-Bruselas y Quinhuangdao-Shenyang. Por último, son de especial relevancia los trabajos de Yang y sus colaboradores, gran parte de ellos compendiados en su libro recientemente publicado [165]. Pese a la gran variedad y grado de complejidad de los modelos de vehículos desarrollados, comparativamente son escasas las publicaciones que abordan la influencia de la interacción vehículo-estructura en el comportamiento de puentes en situación de resonancia, pudiendo destacar en este sentido las contribuciones de Aida [3], Yau [166], Wu [155], Museros [100, 102] y Domínguez [29] entre otras.

En los estudios que han conducido a la redacción de la presente Tesis Doctoral, se ha optado por el empleo de modelos de cargas puntuales para la simulación del tráfico ferroviario por las siguientes razones:

- Es fundamental caracterizar el efecto de control que ejerce el sistema de reacondicionamiento sobre la respuesta en resonancia del tablero, y no conviene que éste se vea enmascarado con la posible reducción asociada a la interacción vehículo-estructura en el estado inicial de la investigación.
- Pese a que no existe en la actualidad ningún resultado teórico que lo asegure, una gran cantidad de experimentos numéricos indican que la respuesta dinámica del puente obtenida empleando un modelo de cargas móviles es, en situaciones de resonancia, superior a la que proporciona un modelo de interacción [29, 100]. Por lo tanto, se está del lado de la seguridad al evaluar la viabilidad técnica del reacondicionamiento en la situación más desfavorable, tal y como se comprobará en el Capítulo 5.
- Uno de los objetivos del estudio que se plantea es la determinación de los parámetros fundamentales que gobiernan la respuesta del puente reacondicionado y la optimización de éstos, desarrollando expresiones analíticas simples que permitan el dimensionado del sistema de disipación más adecuado en cada caso. Ello sólo es posible reduciendo al máximo el número de parámetros que definen el modelo.
- Los análisis numéricos necesarios para verificar el procedimiento de dimensionado óptimo propuesto requieren de la realización de cálculos dinámicos paramétricos, en el rango de velocidades de circulación, para las diferentes composiciones que pueden circular por la línea y en el rango previsible de variación de las propiedades del reacondicionamiento. Si cada uno de los cálculos dinámicos incluyera además la interacción vehículo-estructura, los tiempos de cálculo serían inadmisibles.
- Por el momento, el objeto del estudio se limita al cálculo de la respuesta dinámica del tablero en sí y no se pretende cuantificar el nivel de aceleraciones experimentado en los vehículos circulantes.

2.3.2. Modelización del comportamiento del puente

En lo relativo a los modelos numéricos empleados para simular el comportamiento de puentes sometidos al paso de diferentes tipos de vehículos, el de viga recta B-E simplemente apoyada ha sido con diferencia el más utilizado. La gran mayoría de referencias citadas en el apartado anterior hacen uso de este modelo. Algunos autores, han analizado el comportamiento de puentes continuos de sección uniforme y no uniforme como Wu [153] y Yang [161], a través del modelo de viga plano con múltiples apoyos intermedios. El análisis de puentes de celosía ha sido abordado a su vez por autores como Chu [17] y Wiriyachai [152], haciendo uso de modelos tridimensionales de estructuras de barras articuladas. Yang [164] y Genin [48] han estudiado el comportamiento dinámico de

vigas curvas sometidas a sucesiones de cargas móviles y a una única masa suspendida respectivamente. El comportamiento dinámico de puentes colgantes, ha sido investigado por Hayashikawa [52, 53] y Chaterjee [14], analizando, el primero de ellos, el efecto de la inercia de rotación y deformación por cortante de las secciones y, el segundo, el acoplamiento entre las oscilaciones de flexión y torsión en puentes de varias vías. Yang [160] y Au [7] por su parte, estudiaron el comportamiento de puentes atirantados. Chaterjee [15] analizó el comportamiento de puentes-arco con tablero superior, sometidos a la circulación de una única carga móvil, empleando modelos bidimensionales simplificados para la estructura. La respuesta dinámica de placas sometidas al mismo tipo de excitación, ha sido analizada por autores como Wu [154]. Lee [74] analizó el comportamiento dinámico de tableros de sección en cajón a través de modelos de lámina plegada. Hoy en día, gracias al desarrollo alcanzado por métodos numéricos como el de los Elementos Finitos (EF), que permiten la discretización espacial de cualquier tipo de estructura, no existen en principio impedimentos, salvo los derivados del esfuerzo computacional, para modelizar el comportamiento de tableros de diferentes tipologías, en aquellos casos en los que no se requiera de un enfoque puramente analítico. Se pueden encontrar en la literatura contribuciones recientes, como la de Xia [156], en las que el comportamiento dinámico del tablero se ha simulado mediante modelos de EF sólidos.

La presente Tesis Doctoral tiene por objeto el análisis del comportamiento dinámico y posible reacondicionamiento de puentes isostáticos de luces medias y cortas (10-25 m), por tratarse de estructuras de paso susceptibles de experimentar aceleraciones verticales inadmisibles en situaciones de resonancia. Las tipologías más habituales que se emplean en este rango de luces son los tableros de vigas prefabricadas de hormigón pretensado y losa superior, tableros losa con mayor o menor grado de aligeramiento en función de la luz y pseudolosas.

En este tipo de tableros, (i) en los que el ancho de la plataforma se aproxima en muchas ocasiones a la luz de cálculo y las frecuencias de modos de deformación tridimensional como el primero de torsión y flexión transversal, se intercalan entre las de flexión recta, (ii) en tableros de vía doble o en aquellos de vía única cuando el eje de la vía está situado de forma excéntrica, así como (iii) en tableros que presentan cierto grado de esviaje, la contribución de modos tridimensionales puede adoptar una importancia considerable y según recomiendan muchos autores [6, 80, 100, 155, 165, 172], se debe tener en cuenta. Por este motivo, se ha considerado que un modelo de placa combinado con una ley de comportamiento ortótropo puede resultar adecuado para el análisis dinámico de puentes de ferrocarril de luces moderadas.

En comparación con las investigaciones basadas en modelos bidimensionales, como los clásicos de vigas, son escasas las referencias bibliográficas en las que se analiza el comportamiento dinámico de puentes ferroviarios, empleando modelos de placa isotrópica u ortótropa. Entre las primeras soluciones analíticas de la respuesta dinámica de placas

delgadas rectangulares isotropas cabe destacar las de Nowacki [109] y Piszcek [122] en la década de 1960. Raske [121] obtuvo la respuesta de una placa simplemente apoyada en sus cuatro bordes, sometida a una carga de módulo constante recorriendo una trayectoria circular. Magrab [78], en la misma época, investigó la circulación de masas móviles en placas rectangulares con las mismas condiciones de contorno. Fryba [42] compendia en su libro algunas de las soluciones analíticas obtenidas hasta el momento de su publicación. Gbdeyan [47] presenta soluciones de placas rectangulares con diferentes condiciones de contorno ante un número arbitrario de cargas y masas móviles. Recientemente, Yagiz [159] ha investigado la respuesta de una placa rectangular simplemente apoyada sometida a la circulación de un único vehículo de siete gdl. Los autores utilizan los modos normales de vibración de la placa y obtienen la respuesta de la estructura y el vehículo por convolución. Marchesiello [80] analiza la contribución de modos de flexión y torsión en la respuesta de placas isotropas con apoyos intermedios, ante el paso de un único vehículo con también siete gdl.

Son escasas las publicaciones que, siguiendo un enfoque analítico, investigan el comportamiento dinámico de placas ortotropas. Cabe destacar en esta línea la reciente contribución de Zhu [172], quien obtiene los parámetros que gobiernan la respuesta dinámica de una placa con dos bordes opuestos simplemente apoyados, ante la circulación de una única carga móvil. Este autor investiga el efecto de la excentricidad de la carga y la contribución de la torsión del tablero a velocidades moderadas. El mismo autor estudió el comportamiento de puentes continuos mediante modelos de placa rectangular delgada ortótropa, ante la circulación de uno o dos vehículos incluyendo efectos de interacción vehículo-estructura [171].

Diversos autores han estudiado el comportamiento dinámico de placas delgadas isotropas y ortotropas mediante modelos de EF. Wu [154] analiza el comportamiento de tableros simplemente apoyados y continuos, mediante modelos de elementos placa rectangulares isoparamétricos sometidos a la circulación de una única masa móvil. Los autores evalúan el efecto de la excentricidad y la aceleración del vehículo sobre la respuesta de la estructura. Taheri [133] y sus colaboradores desarrollan un código de EF mediante el que investigan el comportamiento de placas ortotropas con diferentes condiciones de contorno, sometidas a la circulación de una o dos cargas móviles o masas suspendidas. Humar [61] investiga el comportamiento de placas delgadas isotropas y ortotropas mediante EF triangulares de Clough-Tocher [20], ante la circulación de masas suspendidas. Henchi [55] propone un algoritmo para el cálculo dinámico de puentes, en el que la estructura se discretiza mediante EF de dos o tres dimensiones y en las ecuaciones de movimiento coexisten amplitudes modales de la estructura y grados de libertad espaciales de los vehículos.

Pese a que el comportamiento dinámico de placas delgadas ante la circulación de vehículos más o menos complejos ha sido investigado por bastantes autores en las últimas décadas, en la práctica totalidad de casos los estudios se han limitado a considerar un

número reducido de vehículos. A causa de ello, no se ha analizado la aparición de fenómenos de resonancia en modos de deformación tridimensional diferentes a los de flexión recta. Entre los pocos autores que han analizado las consecuencias de tales fenómenos, cabe citar las contribuciones de Aida [3] y Wu [155], aunque es necesario remarcar que, en dichos trabajos, no se emplearon modelos de placa sino de viga tridimensional. El modelo de viga tridimensional puede dar lugar a predicciones acertadas de la respuesta dinámica en tipologías propias de grandes luces, como los puentes cajón pero no se considera adecuado para representar el comportamiento de tableros de vigas o losa de luces cortas objeto de estudio en esta Tesis.

2.4. Reacondicionamiento de puentes de ferrocarril con EDP

La posibilidad de controlar las oscilaciones excesivas en puentes o vigas sometidos a la circulación de vehículos mediante la introducción de EDP se ha empezado a concebir muy recientemente. Algunos investigadores de reconocida experiencia en el campo de la dinámica de puentes ferroviarios, como es el caso de L. Fryba, han sugerido este camino como posible solución al comportamiento dinámico deficiente que las estructuras de paso pueden experimentar con el aumento progresivo de las velocidades de explotación [45, 46]. A su vez, J. Domínguez [29] propone como línea de investigación en su Tesis Doctoral la aplicación de mecanismos de control de vibraciones al tratamiento de la resonancia en puentes de ferrocarril. En este apartado se enumeran y resumen brevemente algunas de las propuestas que diferentes autores han presentado en los últimos años. Se ha considerado apropiado no limitar la información presentada al caso particular de los amortiguadores fluido-viscosos, ya que el conocimiento de las ventajas e inconvenientes de dispositivos de diferente naturaleza es lo que ha permitido seleccionar este tipo en particular como el más apropiado para la aplicación que se plantea. Asimismo, y como se detalla en el Capítulo 3, la configuración concreta del sistema auxiliar, que transforma las oscilaciones verticales del tablero en un movimiento relativo entre extremos de los EDP, se ha inspirado en ideas de algunos autores ligadas a elementos de disipación distintos del FVD. Las propuestas de reacondicionamiento que se han encontrado en la literatura incluyen, además de FVD, Amortiguadores de Masa Sintonizada (TMD), Disipadores por Fricción (FD²¹) y elementos Viscoelásticos (VED²²), cuyo comportamiento y grado de adecuación al reacondicionamiento de puentes ferroviarios se describe y justifica en el Capítulo 3.

²¹ Friction Dampers

²² Viscoelastic Dampers

2.4.1. Reacondicionamiento de puentes de ferrocarril mediante TMD

[25] Das, A.K., Dey, S.S., *Effects of tuned mass dampers on random response of bridges*. Computers & Structures 43(4), 745-750, 1992.

En este trabajo los autores analizan numéricamente el comportamiento dinámico de una viga simple y una celosía plana, ambas isostáticas, sometidas a excitación transversal de tipo aleatorio actuando sobre la sección central. El objeto del estudio es determinar la evolución de la respuesta dinámica de la estructura principal al ser reacondicionada con TMD sintonizados según la metodología propuesta por Den Hartog [27]. Los autores prestan especial atención al número y ubicación de los dispositivos introducidos, y a la frecuencia o frecuencias con respecto a las cuales son sintonizados. Las conclusiones más relevantes de este estudio son las siguientes: (i) el efecto de uno o varios TMD sintonizados a una frecuencia concreta del puente sobre el resto de contribuciones modales es despreciable; (ii) la diferencia entre la instalación de un único TMD o la introducción de varios elementos de menor masa sintonizados a una misma frecuencia, es mínima; (iii) la efectividad del reacondicionamiento depende en gran medida de la distribución de frecuencias de la estructura principal; Si éstas se encuentran muy separadas, los autores proponen la sintonización de los TMD a una única frecuencia mientras que si no lo están, señalan la conveniencia de sintonizar varios elementos a las frecuencias de los modos de mayor participación, situándolos siempre en el punto de máxima amplitud modal.

[71] Kwon, H.C., Kim, M.C., Lee, I.W., *Vibration control of bridges under moving loads*. Computers & Structures 66(4), 473-480, 1998.

Se trata de un estudio del comportamiento dinámico de un puente continuo de tres vanos de 40 m de luz, sometido al paso del TGV a velocidades de hasta 550 km/h. Los autores plantean el problema analíticamente empleando un modelo de viga continua B-E para el puente y simulando cada eje del vehículo como un sistema de dos gdl independiente. Las ecuaciones de movimiento, que incluyen un único TMD instalado en la sección central del vano intermedio, son transformadas a espacio modal e integradas numéricamente en el tiempo. Las propiedades del TMD se ajustan siguiendo el método de Den Hartog, sintonizando su frecuencia a la fundamental del puente. La estructura experimenta una situación de resonancia del modo fundamental a 300 km/h, pero la respuesta dinámica en términos de desplazamientos y aceleraciones es extremadamente baja incluso en este caso. Mediante el reacondicionamiento se consigue reducir el máximo desplazamiento del puente en un 21%, sin apenas verse modificada la aceleración en el vehículo. Los autores concluyen que el tiempo de paso del convoy no es suficiente para que, ni siquiera en resonancia, se establezca el estado de vibración a régimen del TMD, necesario para que su instalación sea efectiva.

[149] Wang, J.F., Lin, C.C., Chen, B.L., *Vibration supresión for high-speed railway bridges using tuned mass dampers*. International Journal of Solids and Structures 40, 465-491, 2003.

En este trabajo se analiza el comportamiento de puentes isostáticos de 30 y 40 m de luz, sometidos al paso de composiciones de alta velocidad (TGV, ICE²³ alemán y SKS²⁴) circulando a velocidades de hasta 350 km/h. Los autores comparan modelos de vehículos de cargas móviles, masas móviles y masas suspendidas sobre un modelo estructural de viga B-E. Plantean las ecuaciones de movimiento del puente reacondicionado con un único TMD situado en la sección central y sintonizado a la frecuencia fundamental de la estructura, integrando numéricamente las ecuaciones en espacio modal. Afirman que la presencia del TMD sólo es eficiente en condiciones de resonancia, llegando a superar la respuesta reacondicionada a la original a ciertas velocidades de circulación. La aceleración vertical máxima del tablero en los dos casos presentados es de partida muy baja (inferior a 1 m/s^2) debido a las masas y luces de los puentes estudiados. Pese a ello, en el caso del puente de 30 m, que no experimenta resonancia en el rango de velocidades de estudio, la máxima reducción de la aceleración conseguida con el reacondicionamiento no supera un 10%. En el caso del puente de 40 m, que sí experimenta resonancia, se consigue reducir en un 42.1%. Son interesantes las conclusiones aportadas por los autores acerca de los problemas de desintonización de los dispositivos. Señalan que el aumento de la masa del puente debido a la interacción vehículo-estructura hace que la frecuencia real de éste se reduzca y varíe con el tiempo durante el paso del convoy. Éste hecho junto a los posibles errores en la estimación de la frecuencia del puente original, hacen que la sintonización del TMD se desvíe en cierta medida de la óptima.

[167] Yau, J.D., Yang, Y.B., *Vibration reduction for cable-stayed bridges traveled by high-speed trains*. Finite Elements in Analisis and Design 40, 341-359, 2004.

La respuesta dinámica de puentes atirantados sometidos al paso de cargas móviles depende, por lo general, de un mayor número de modos de vibración que la de puentes isostáticos. Los autores proponen el reacondicionamiento de este tipo de estructuras mediante un sistema múltiple de TMD compuesto por varios subsistemas, estando cada uno de ellos sintonizado a la frecuencia de un modo cuya participación se desea reducir. Estudiando el comportamiento de una viga continua en el caso armónico, y despreciando el amortiguamiento estructural, desarrollan expresiones adimensionales simplificadas de los parámetros óptimos del TMD que minimizan las distintas contribuciones modales de la viga en situación de resonancia. Finalmente, aplican el procedimiento de optimización desarrollado al reacondicionamiento de un modelo numérico de EF de un puente atirantado

²³ Inter City Express

²⁴ Shinkansen

de dos vanos de 64 m de luz. Tras estudiar la respuesta de éste sometido a la circulación de composiciones ferroviarias a velocidades de hasta 300 km/h, concluyen que (i) un único sistema de TMD sintonizado a la frecuencia de un modo concreto reduce la amplificación resonante de dicho modo, pero deja prácticamente inalterada la respuesta en resonancia de otros modos; (ii) instalando varios subsistemas, cada uno de ellos sintonizado a la frecuencia del modo que se desea controlar, se consigue reducir la amplificación de múltiples picos resonantes; pese a todo, cabe remarcar que (iii) la eficiencia del sistema de TMD a velocidades no críticas es prácticamente nula.

[77] Li, J., Su, M., Fan, L., *Vibration control of railway bridges under high-speed trains using multiple tuned mass dampers*. Journal of Bridge Engineering 10(3), 312-320, 2005.

Los autores plantean la posibilidad de reducir las amplificaciones dinámicas inadmisibles en puentes isostáticos de luces cortas y medias, 15 m y 30 m, sometidos al paso de la composición SKS circulado a velocidades de hasta 500 km/h, mediante la instalación de TMD. Exponen que, frente a la alternativa clásica de instalar un único TMD sintonizado a una frecuencia concreta, es más eficiente introducir un conjunto de ellos, sintonizándolos a varias frecuencias uniformemente distribuidas en un intervalo, centrado en la frecuencia natural del puente cuya contribución se desea limitar. Empleando un modelo plano de viga B-E para el puente y uno de interacción con dos gdl por eje para los vehículos, plantean las ecuaciones de movimiento en espacio modal del sistema completo, integrando numéricamente en el tiempo el sistema de ecuaciones diferenciales resultante. Investigan la amplitud del intervalo de frecuencias, el número de TMD y sus constantes de amortiguamiento óptimas. Pese a que las luces de los puentes analizados son cortas, la aceleración máxima experimentada por éstos en la situación de partida no supera los 3 m/s² debido a su elevada masa. Si bien gracias al reacondicionamiento, la respuesta dinámica del puente en resonancia se reduce en ocasiones en más de un 50%, en situaciones no resonantes, la respuesta no se ve modificada e incluso para ciertas velocidades de circulación supera la original. Un planteamiento similar aplicado a puentes de celosía se puede encontrar en la referencia de Yau [168].

2.4.2. Reacondicionamiento de puentes de ferrocarril mediante elementos VE

[16] Choo J.F., Koh H.M., Kang S.C., Kim B.S., *Vibration control of long-span High-Speed railway bridges under periodic moving loading using viscoelastic damper*. IABSE Symposium "Structures for high-speed railway transportation", 2003.

Se trata de una muy interesante contribución, en la que los autores proponen el reacondicionamiento mediante elementos viscoelásticos de tableros mixtos de puentes

isostáticos. Se está considerando la posibilidad de construir puentes con tableros de esta tipología en las nuevas líneas de alta velocidad de Korea, por su bajo coste y simplicidad en ejecución, pero su reducida masa y tasa de amortiguamiento estructural pueden dar lugar a oscilaciones verticales excesivas, según predicen a priori algunos análisis numéricos realizados. Los autores proponen un sistema de reacondicionamiento a instalar bajo el tablero, que transforma el giro relativo entre dos secciones próximas a los extremos, en deformación tangencial de parches de material viscoelástico, aumentando de esta manera la capacidad de disipación energética de la estructura original. Caracterizan los elementos de disipación mediante ensayos experimentales, calibrando un modelo numérico de derivadas fraccionarias. Llevan a cabo una campaña de ensayos en un modelo a escala del tablero reacondicionado, sometiénolo a excitación armónica. Finalmente, evalúan de forma numérica el comportamiento original y reacondicionado de tres tableros isostáticos de entre 40 y 60 m de luz, ante la circulación de trenes de cargas puntuales a velocidades de hasta 350 km/h. En el rango de velocidades considerado, las estructuras experimentan situaciones de resonancia, dando lugar a aceleraciones verticales máximas del tablero en el entorno de los 0.35g-0.45g. Dicha respuesta se reduce en gran medida gracias al sistema de reacondicionamiento en todos los casos. La configuración propuesta por los autores para conectar el sistema de disipación a la cara inferior del tablero, se describe en detalle en el Capítulo 3, puesto que constituyó el punto de partida en la concepción del sistema de reacondicionamiento propuesto en esta Tesis Doctoral.

2.4.3. Reacondicionamiento de puentes de ferrocarril mediante FD

[94] Minsili L.S., Tieyi Z., He X., Manguelle D.E., *Design and vibration control by friction dampers in truss bridges*, 2nd International Conference on Construction in developing countries: Challenges facing the construction industry in developing countries, 2002.

Los autores proponen la introducción de diagonales adicionales en puentes de celosía conectadas a las existentes mediante uniones atornilladas de fricción (SFC²⁵), con el fin de reducir la respuesta dinámica de este tipo de estructuras ante carga sísmica y ante la circulación de vehículos. Hacen referencia a la formulación de una ley de fricción, propuesta por ellos mismos en el pasado, que ahora introducen en un modelo de EF bidimensional para analizar el comportamiento de puentes de la citada tipología. Estudian la respuesta dinámica de éstos en situaciones de resonancia y de no resonancia, considerando excitación armónica, sísmica y la propiamente relacionada con la circulación de vehículos. En los dos primeros casos, la introducción de las conexiones de fricción reduce considerablemente la respuesta en desplazamientos de la estructura original, pero

²⁵ Slotted Friction Connections

da lugar a un aumento importante de las aceleraciones. Los autores simulan la circulación de la composición ferroviaria experimental china Shao-Shan-9 a velocidades inferiores a los 200 km/h, consiguiendo un rendimiento todavía peor del sistema de reacondicionamiento y señalando, como inconveniente adicional, la aparición de desplazamientos residuales en la estructura asociada a la activación de los dispositivos.

2.4.4. Reacondicionamiento de puentes de ferrocarril mediante FVD

[49] Greco A., Santini A., *Dynamic response of a flexural non-classically damped continous beam under moving loadings*. Computers & Structures 80, 1945-1953, 2002.

En este trabajo los autores analizan el comportamiento dinámico de una viga B-E simplemente apoyada, sometida a la circulación a velocidad constante de una única carga móvil, estando el giro de sus secciones extremas parcialmente impedido por sendos amortiguadores viscosos puros rotacionales. Plantean el problema de forma analítica expresando la respuesta de la viga por superposición de los modos complejos, haciendo referencia a una publicación anterior [110] en la que se proporcionan detalles de la formulación. Expresan la amplificación dinámica de la viga en términos de desplazamientos y momentos flectores al paso de la carga, en función de dos parámetros adimensionales, uno dependiente de las características dinámicas de la estructura y el otro de la excitación. Concluyen que la respuesta dinámica de la viga ante el paso de una única carga, se reduce a medida que aumentan las constantes de los amortiguadores rotacionales. Analizan el número de modos complejos con los que se puede considerar que la respuesta converge, que en el caso analizado son tres. Por último comparan los resultados obtenidos con los derivados de la superposición de modos clásicos de vibración, independientes de los amortiguadores externos. Los autores recomiendan la superposición de modos complejos en este tipo de problema pese a que supongan un coste computacional adicional. No obstante, no proporcionan información relativa al número de modos clásicos con los que están comparando ni el que sería necesario para que ambas soluciones convergieran

2.4.5. Aplicación de sistemas de amortiguación continuos a la reducción de vibraciones transversales en vigas: sistema de viga doble

En este punto, y por su relación directa con la solución propuesta y analizada en esta Tesis Doctoral, se resumen algunos de los trabajos que han sido publicados recientemente relativos al concepto de *sistemas de amortiguación continuos* (CDVA²⁶). Algunos autores han estudiado el comportamiento dinámico de dos sistemas continuos unidos a través de

²⁶ Continuos Dynamic Vibration Absorber

un medio elástico y han propuesto el control de vibraciones en uno de ellos mediante la selección adecuada de las propiedades mecánicas del segundo y del medio vinculante. Entre estos cabe destacar, por su relación directa con la aplicación aquí planteada y por la similitud con la solución propuesta, el sistema de viga doble.

[147] Vu H.V., Ordóñez A.M., Karnopp B.H., *Vibration of a double-beam system*. *Journal of Sound and Vibration* 229(4), 807-822, 2000.

En este trabajo, continuación de la Tesis Doctoral del primer autor [146], los autores estudian el comportamiento dinámico de un sistema de dos vigas B-E unidas a través de una capa de material viscoelástico, cuyo comportamiento asimilan al de una distribución uniforme de rigidez y amortiguamiento relacionando el movimiento transversal de ambos elementos. Los autores obtienen la respuesta de las vigas ante excitación armónica actuando transversalmente sobre una de ellas, la viga principal, por superposición modal. Con el fin de desacoplar las dos ecuaciones diferenciales que gobiernan las deformadas en cada instante de tiempo, asumen que ambas vigas son idénticas y cuentan con las mismas condiciones de contorno. Presentan los modos normales y frecuencias de vibración y estudian la respuesta en los alrededores de resonancia, en el caso particular de vigas simplemente apoyadas, en función de la rigidez y el amortiguamiento del medio elástico que las une. Una de las conclusiones fundamentales del estudio es que la viga secundaria no puede ser empleada de forma eficiente para reducir las oscilaciones de la principal puesto que, el efecto del amortiguamiento de la capa viscoelástica es despreciable. Ello es coherente con las condiciones que, según se demuestra en el Capítulo 5 de esta Tesis, debe tener la viga auxiliar para reducir la respuesta de la viga principal disipando energía a través de los FVD en ausencia de rigidez elástica del medio.

[114] Oniszcuk Z., *Forced transverse vibrations of an elastically connected complex simply supported double-beam system*. *Journal of Sound and Vibration* 264, 273-286, 2003.

En esta publicación el autor estudia el comportamiento dinámico no amortiguado de dos vigas B-E biapoyadas de igual longitud conectadas a través de una capa de material elástico, cuyo comportamiento se asimila al de un modelo de Winkler. El análisis del sistema en vibración libre fue llevado a cabo por el mismo autor en un trabajo previo [113], centrándose en esta ocasión en el comportamiento dinámico en vibración forzada. Las ecuaciones de movimiento de cada viga ante la actuación de sendas distribuciones de carga transversal genéricas se plantean analíticamente, admitiendo que su deformada en cada instante de tiempo es combinación lineal de los modos de vibración. Despreciando la solución transitoria la deflexión en las vigas se determina para varios casos particulares de carga actuando sobre la viga superior: carga armónica uniformemente distribuida, carga armónica puntual centrada, carga móvil de módulo constante y carga móvil armónica. En

los dos primeros casos se obtienen las condiciones de resonancia así como las condiciones que se deben dar entre las propiedades de los tres elementos que conforman el sistema para que se reduzca la respuesta de la viga sobre la que actúa la carga. El autor señala que a partir de estas condiciones sería posible determinar las propiedades de la viga inferior y la rigidez del medio elástico que minimizan la respuesta de la viga principal, aunque no llegan a obtenerlas en ningún caso. Proponen esta solución como forma de reducir las oscilaciones transversales en vigas en distintas aplicaciones.

[1] Abu-Hilal M., *Dynamic response of a double Euler-Bernoulli beam due to a moving constant load*. *Journal of Sound and Vibration* 297, 477-491, 2006.

Se trata de una referencia muy reciente en la que el autor estudia analíticamente el comportamiento dinámico de dos vigas B-E simplemente apoyadas y unidas a través de una capa de material viscoelástico cuyo comportamiento se asimila al de una distribución uniforme de muelles y amortiguadores lineales. Con objeto de desacoplar las ecuaciones de movimiento ante la circulación de una única carga móvil sobre una de las vigas, la principal, las longitudes y propiedades mecánicas de las vigas se consideran idénticas. El problema se plantea y resuelve de forma analítica por Superposición Modal siguiendo una metodología idéntica a la de Vu [147]. El autor estudia el efecto de la constante de rigidez y de amortiguamiento del medio de unión y la velocidad de paso de la carga sobre la respuesta dinámica de ambas vigas concluyendo que: (i) el aumento de la constante de disipación de la capa viscoelástica puede aumentar o reducir la respuesta de las vigas, siendo su efecto despreciable para valores muy elevados de la rigidez de la capa; (ii) el aumento de la constante de rigidez del medio de unión reduce la respuesta de la viga principal aumentando la de la secundaria; (iii) para valores muy elevados de esta rigidez, ambas vigas tienden a vibrar monolíticamente siendo su deflexión la mitad de la que se produce en una viga simple, recorrida por una carga móvil circulado a velocidad constante.

2.4.6. Publicaciones recientes derivadas de la Tesis Doctoral

Una parte importante de los contenidos de la Tesis Doctoral han sido publicados a través de artículos en revistas internacionales y libros de actas de congresos nacionales e internacionales. Se incluye a continuación una relación de las referencias más recientes:

[83] Martínez-Rodrigo M.D., Museros P., Romero M.L., *Supplemental viscous damping determination in High-Speed railway bridges for vertical acceleration reduction*. *Proceedings of the 5th International PhD Symposium in Civil Engineering, FIB, 2004*.

[84] Martínez-Rodrigo M.D., Museros P., *Atenuación de vibraciones resonantes en vigas sometidas al paso de cargas móviles mediante reacondicionamiento con disipadores fluido-viscosos*. *Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería, SEMNI, 2005*.

- [85] Martínez-Rodrigo M.D., Museros P., *A numerical assessment of the use of fluid viscous dampers to reduce the resonance response of High-Speed railway bridges*. Proceedings of the 10th International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing, 2005.
- [86] Martínez-Rodrigo M.D., Museros P., *Numerical investigation of the performance of multi-track High-Speed railway bridges under resonant conditions retrofitted with fluid viscous dampers*. Proceedings of the 8th International Conference on Computational Structures Technology, 2006.
- [87] Martínez-Rodrigo M.D., Moliner E., Museros P., *Vertical vibration control of multi-track High-Speed railway bridges under resonant conditions retrofitted with fluid viscous dampers*. Proceedings of the 2006 International Conference on Modal Analysis, Noise and Vibration Engineering, 2006.
- [88] Martínez-Rodrigo M.D., Lavado J., Nasarre J., *Retrofit of real high-speed railway bridges using fluid viscous dampers. Technical feasibility assessment through 3D numerical analyses*. COMPDYN 2007 Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, 2007.
- [104] Museros P., Martínez-Rodrigo M.D., *Vibration control of simply supported beams under moving loads using fluid viscous dampers*. Journal of Sound and Vibration 300, 292-315, 2007.
- [105] Museros Romero P., Martínez-Rodrigo M.D., Moliner Cabedo E., Lavado Rodríguez J., Castillo Linares A., *Adaptación de puentes existentes a los nuevos requerimientos de tráfico*. Jornadas Técnicas: Ingeniería para Alta Velocidad. Veinte años de experiencia en España, Fundación Caminos de Hierro, 2007.
- [89] Martínez-Rodrigo M.D., Lavado J., Nasarre J., Museros P., *Vibration control of railway bridges under High-Speed traffic: 3D analytical optimization and numerical validation*. EURODDN 2008, Proceedings of the 7th European Conference on Structural Dynamics, 2008.
- [90] Martínez-Rodrigo M.D., Doménech A., Lavado J., Nasarre J., *Passive energy dissipation systems applied to High-Speed railway bridges: a modal approach*. ISMA 2008, Proceedings of the 2008 International Conference on Modal Analysis, Noise and Vibration Engineering, 2008.

2.5. Conclusiones

Una vez presentadas algunas de las contribuciones más recientes en materia de cálculo dinámico de puentes ferroviarios, así como de la aplicación de técnicas de Control Pasivo a

la reducción de oscilaciones verticales excesivas en este tipo de estructuras, se extraen las siguientes conclusiones:

- El cálculo de la respuesta dinámica de puentes ante la circulación de composiciones ferroviarias ha suscitado desde sus orígenes un interés considerable entre científicos y técnicos. A día de hoy se pueden encontrar en la literatura numerosas contribuciones que tratan el problema a través del empleo de modelos de diferente grado de complejidad, desde los más simples modelos de vigas recorridas por sucesiones de cargas o masas puntuales, hasta complejos modelos numéricos, describiendo con todo lujo de detalles el comportamiento tridimensional del tablero y la interacción entre los vehículos, la plataforma de vía y la estructura en sí. El incremento continuado de las velocidades de explotación ha impulsado el desarrollo de modelos complejos, tratando de predecir, de forma ajustada, la respuesta dinámica de las composiciones y de poder así valorar el nivel de confort de los viajeros.
- El fenómeno de resonancia en puentes, ligado al patrón de repetición de los ejes en las composiciones ferroviarias, ha cobrado una mayor importancia en las últimas décadas como consecuencia directa de la aparición de las nuevas líneas de alta velocidad. Se han estudiado aspectos relacionados con las condiciones de resonancia y cancelación, la influencia de los apoyos de neopreno sobre estas condiciones y el efecto de la interacción vehículo-estructura sobre la amplificación de la respuesta resonante, pero utilizando, en general, modelos simplificados de la estructura, frecuentemente modelos de vigas.
- Son muy pocos los autores que estudian la posible aparición de fenómenos de resonancia relacionados con modos distintos a los de flexión recta. En las contribuciones que se han encontrado se simula el comportamiento del puente a través de modelos de viga tridimensional, pero no de placas, lo que se considera fundamental para predecir de forma realista la respuesta de tableros de tipologías comunes en luces cortas o medias y vía múltiple o excéntrica, o con cierto grado de esviaje.
- En lo relativo a la aplicación de técnicas de Control Pasivo al reacondicionamiento de vigas o puentes sometidos a cargas móviles, son escasos y muy recientes los estudios realizados, versando la mayor parte de ellos sobre la introducción de Amortiguadores de Masa Sintonizada. En la mayoría de casos se han analizado estructuras de luces por encima de los 30 m con masas lineales considerables, por lo que la respuesta estructural, incluso en situaciones de resonancia previas al reacondicionamiento, es bastante reducida de por sí.
- Los trabajos encontrados hasta el momento que tratan de evaluar la viabilidad

técnica de diferentes sistemas de reacondicionamiento se han basado en el estudio de modelos estructurales planos, generalmente de vigas. Se centran por tanto en la reducción de oscilaciones excesivas causadas por la resonancia de modos de flexión recta, encontrándose las frecuencias de los modos más bajos muy separadas. En tableros de vigas o losa, tipologías habituales en puentes de luces cortas, las frecuencias del primer modo de flexión y del primero de torsión suelen encontrarse bastante próximas, como se muestra en el Capítulo 7, y la efectividad de este tipo de soluciones no queda asegurada con el estudio de modelos planos.

- Las contribuciones analizadas en materia de reacondicionamiento de puentes se centran en la reducción de la respuesta estructural, obviando aspectos prácticos de los que depende directamente la viabilidad técnica de la solución, como son las fuerzas adicionales que los EDP introducen en la estructura, los esfuerzos experimentados por estos elementos, el dimensionado de conexiones, el tamaño de los dispositivos y el gálibo ocupado, entre otras.

3

Descripción del sistema de reacondicionamiento

3.1. Introducción

En el presente capítulo se justifica la selección del amortiguador de tipo fluido-viscoso, como núcleo del sistema de reacondicionamiento propuesto, para puentes de ferrocarril de luces moderadas. En los apartados 3.2 y 3.3 se analiza, desde un punto de vista energético, la acción que realizan los sistemas de Control Pasivo sobre la respuesta de la estructura en la que se instalan. Asimismo se describe brevemente la naturaleza, ventajas e inconvenientes de algunos elementos de disipación existentes a día de hoy en el mercado, y se justifica la selección del FVD como el más apropiado en el contexto descrito con anterioridad. En el apartado 3.4 se detallan los componentes y el principio de funcionamiento de un modelo concreto de amortiguador fluido-viscoso, teóricamente exento de fricción y consecuentemente de vida útil muy elevada, lo cual lo hace idóneo para la aplicación que se plantea.

Una vez descrita la naturaleza y características particulares del elemento fundamental del reacondicionamiento, es necesario idear un sistema mecánico o estructura auxiliar que transforme las oscilaciones del tablero en movimiento relativo entre extremos de los FVD. En el proceso de concepción de dicha estructura auxiliar, cuyo comportamiento se analiza en detalle en esta Tesis Doctoral, se estudiaron diversas soluciones previas que fueron finalmente desestimadas por diferentes razones. En los apartados 3.7 y 3.8 se describe brevemente cuál fue el origen de la línea de investigación y por qué motivos se descartaron algunas de estas alternativas previas, que finalmente derivaron en la solución adoptada. Finalmente, en el apartado 3.9, se presenta la configuración y se describe el principio de funcionamiento de la estructura auxiliar propuesta que, junto a los FVD, constituye el sistema de reacondicionamiento definitivo.

3.2. Control pasivo de estructuras

La naturaleza dinámica, imprevisible y vigorosa de algunas acciones como son el sismo y el viento, ha promovido el desarrollo de sistemas avanzados de protección estructural, que pueden ser clasificados según Soong [129] desde un punto de vista energético en

- Sistemas de Aislamiento de Base
- Técnicas de Control Pasivo de estructuras
- Técnicas de Control Activo o Semiactivo de estructuras

El conjunto de Ecuaciones Diferenciales (ED) que gobierna el movimiento de un sistema estructural con comportamiento elástico lineal viene dado por

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{P}(t) \quad (3.1)$$

donde \mathbf{M} , \mathbf{C} y \mathbf{K} son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez respectivamente, $\mathbf{x}(t)$ y $\mathbf{P}(t)$ los vectores de desplazamiento y fuerzas externas, y un punto sobre una variable indica diferenciación con respecto al tiempo.

Integrando cada sumando de la ecuación (3.1) a lo largo de la historia de desplazamientos experimentada hasta un determinado instante de tiempo t y sumando para todos los grados de libertad, se obtiene el balance energético del problema

$$\int \ddot{\mathbf{x}}^T \mathbf{M} d\mathbf{x} + \int \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{C} d\mathbf{x} + \int \mathbf{x}^T \mathbf{K} d\mathbf{x} = \int \mathbf{P}^T d\mathbf{x} \Rightarrow E_C(t) + E_D(t) + E_P(t) = W_E(t) = U_i(t) \quad (3.2)$$

de donde se deriva que, en un determinado instante de tiempo, el trabajo realizado por las fuerzas externas hasta dicho instante, que se puede entender como la energía introducida en la estructura por la excitación $U_i(t)$, se transforma en energía cinética, potencial y energía disipada por amortiguamiento estructural.

Desde un punto de vista energético, el objetivo de los sistemas de Aislamiento de Base es reducir la entrada de energía en la estructura a la que protegen $U_i(t)$, siendo su aplicación estructural por excelencia, el diseño sismorresistente.

El Control Pasivo supone la modificación de la masa, rigidez y/o amortiguamiento de la estructura, con el fin de reducir su respuesta dinámica ante la fuente de excitación. Ello puede llevarse a cabo a través de modificaciones estructurales de mayor o menor envergadura, o bien mediante la introducción de elementos de disipación pasiva localizados. Este tipo de elementos, al instalarse entre puntos de la estructura entre los que existe movimiento relativo, reaccionan de forma pasiva en oposición a las aceleraciones, velocidades y desplazamientos impuestos sobre ellos, sin necesitar de fuentes de alimentación externas. La ecuación de movimiento de un sistema estructural reacondicionado con EDP puede ser expresada como

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) + \mathbf{\Gamma}\mathbf{x}(t) = \mathbf{P}(t) \quad (3.3)$$

donde $\mathbf{\Gamma}$ es una matriz de operadores integro-diferenciales que permite incluir las fuerzas introducidas en la estructura por los EDP, siendo éstas función de los desplazamientos, velocidades y/o aceleraciones. Integrando de nuevo la ecuación anterior a lo largo de la historia de desplazamientos transcurrida hasta el instante t , se obtiene el balance energético de la estructura reacondicionada

$$\int \ddot{\mathbf{x}}^T \mathbf{M} d\mathbf{x} + \int \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{C} d\mathbf{x} + \int \mathbf{x}^T \mathbf{K} d\mathbf{x} + \int (\mathbf{\Gamma}\mathbf{x})^T d\mathbf{x} = \int \mathbf{P}^T d\mathbf{x} \Rightarrow \\ \Rightarrow E_C(t) + E_D(t) + E_P(t) + E_{EDP}(t) = U_i(t) \quad (3.4)$$

El objetivo de reacondicionar una estructura mediante este tipo de dispositivos, es reducir la energía cinética y potencial adquirida por ésta (en caso de permanecer en régimen elástico)

o bien los daños estructurales acumulados (en caso de plastificación), almacenando o disipando energía a través de los EDP, complementando así el término de disipación por amortiguamiento estructural que es, por naturaleza, poco elevado.

Por otra parte, los sistemas de Control Activo o Semiactivo estructural, requieren de una fuente de alimentación externa que actúe sobre elementos de disipación activa (EDA), de naturaleza electromecánica, electroneumática, o electrohidráulica, entre otras. Estos elementos generan una vibración tal, que compensa total o parcialmente la de la propia estructura. El Control Activo conlleva la instalación de sensores que miden el nivel y contenidos de la vibración a controlar, sistemas de tratamiento y proceso de señal y dispositivos de amplificación, que actúan sobre los elementos encargados físicamente de reducir la vibración.

Puesto que el objeto de este estudio es la reducción de vibraciones verticales en puentes de ferrocarril, se ha descartado el empleo de técnicas de Control Activo, debido a que los niveles de vibración alcanzados en los casos más desfavorables, no justifican la complejidad de estos sistemas, su elevado coste, necesidad de mantenimiento y ajuste continuados, así como la posible falta de fiabilidad y robustez, que hacen necesaria la inclusión de elementos pasivos por si los activos fallaran.

En el marco de las técnicas de Control Pasivo, las vibraciones inadmisibles en puentes podrían a su vez ser reducidas a través de modificaciones estructurales, como sería el caso de un proceso de rigidización, que elevaría la frecuencia fundamental del puente y con ella la velocidad de resonancia de las composiciones, o bien un aumento de la masa del tablero para reducir de este modo el nivel de aceleraciones verticales. Este tipo de actuaciones, sin embargo, suponen en general la sustitución del tablero, lo cual puede tener un coste elevado dado que debe realizarse dicha operación en el menor tiempo posible para evitar el cierre de la línea, tal y como se ha comentado en el Capítulo 1. Debido a esto, en la presente Tesis se pretende evaluar la posibilidad de reducir las vibraciones excesivas mediante la inclusión de EDP.

Entre los EDP que a día de hoy se encuentran tecnológicamente desarrollados como para poder materializarse su implementación en una estructura, destacan los siguientes:

- **Disipadores Metálicos por Plastificación o Extrusión (MD²⁷):** En estos dispositivos se disipa energía por deformación inelástica de elementos metálicos habitualmente de acero o plomo. Se trata de dispositivos muy robustos y poco dependientes de las condiciones medioambientales. No obstante deben ser sustituidos frecuentemente, ya que actuando como *fusibles*, acumulan daño durante su funcionamiento y fallan por fatiga.

²⁷ Metallic Dampers

- **Disipadores por Fricción (FD):** En este tipo de elementos la energía disipada equivale al trabajo no recuperable de la fuerza tangencial necesaria para hacer deslizar dos superficies entre sí, oponiéndose a la fricción sólida que aparece en la interfaz. El desarrollo de leyes constitutivas válidas para simular dicho proceso de fricción, depende en gran medida de resultados experimentales; en primer lugar porque no existe una teoría con rigor comparable a los modelos plásticos y viscoelásticos que se emplean para predecir el comportamiento de los MD y VED; y en segundo lugar porque su respuesta depende del estado superficial de los elementos que deslizan y éste puede verse afectado fácilmente por efectos medioambientales, como son la aparición de capas de óxido a causa de la humedad, posibles fenómenos de corrosión, o la fusión localizada en puntos de contacto por exceso de temperatura si el número de ciclos es muy elevado. Además la respuesta de la estructura sobre la que se instalan tanto los FD como los MD, puede superar en algunos casos a la respuesta de la estructura sin reacondicionar [94], por lo que es necesaria la realización de análisis dinámicos no lineales, que aseguren que la selección de los parámetros de diseño de los amortiguadores es la adecuada.
- **Disipadores Viscoelásticos (VED):** Están compuestos por copolímeros o sustancias vítreas que disipan energía al ser deformadas tangencialmente. Su comportamiento presenta una contribución de tipo elástico, por lo que aumenta la rigidez y por tanto la frecuencia de la estructura sobre la que se instalan, y otro de disipación viscosa, siendo ambos dependientes de la frecuencia de excitación y la temperatura exterior. A diferencia de los dos tipos de disipadores anteriores, su principio de funcionamiento no está basado en plastificación, fricción ni ningún otro mecanismo que degrade el material, por lo que no necesitan ser reemplazados con tanta frecuencia.
- **Disipadores Viscosos Puros (FVD):** Disipan energía al deformar un fluido con elevada viscosidad como el gel de silicona. Entre los diferentes tipos de FVD comerciales, los que proporcionan una mayor disipación de energía son los amortiguadores compactos en los que un pistón fuerza el flujo del fluido a través de orificios de pequeña sección, disipando energía por pérdida de carga. Un disipador viscoso puro aumenta de forma externa la tasa de amortiguamiento de la estructura sobre la que se instala sin incrementar su rigidez, y su formato estanco hace que sea muy resistente a las condiciones medioambientales, al no encontrarse el fluido en contacto con la atmósfera. Puesto que su inclusión no modifica la rigidez ni prácticamente la masa de la estructura y sólo aumentan el término de disipación viscosa, la respuesta estructural, reacondicionada con este tipo de elementos, siempre será menor que sin reacondicionar.

- **Amortiguadores de Masa Sintonizada (TMD):** Se trata de un sistema oscilatorio secundario, habitualmente compuesto por masas conectadas a la estructura principal a través de elementos con cierta rigidez como muelles, y en algunos casos amortiguadores viscosos o viscoelásticos. Deben ser sintonizados a la frecuencia del modo o modos de la estructura cuya contribución se desea reducir, situándolos en el punto de máxima amplitud modal. El objetivo de su instalación es que al actuar la fuente de excitación, la vibración de la estructura principal sea transferida a los TMD, reduciéndose las oscilaciones indeseables de la primera. Su rendimiento en resonancia es elevado, pero se reduce notoriamente en el resto de situaciones [149, 167, 77]. Como ventajas fundamentales de estos elementos cabe destacar que no necesitan estar conectados entre dos puntos con movimiento relativo, requieren de poco mantenimiento y las modificaciones que debe sufrir la estructura principal para albergarlos son mínimas.

En el punto siguiente se justifica el porqué de la selección de los FVD frente al resto de EDP para la aplicación que se plantea.

3.3. Selección de FVD frente a resto de EDP

Las razones por las que se han escogido los disipadores viscosos puros, y en concreto los FVD compactos, de entre el resto de EDP se enumeran a continuación:

- Aquellos EDP en los cuales la disipación de energía se produce por procesos de fricción o plastificación, necesariamente requieren de una sustitución periódica que aumenta los costes de mantenimiento.
- Los FVD, cuyo uso se propone y describe en el apartado siguiente, presentan un sello para contener el fluido-viscoso de tipo laberíntico²⁸ que les permite experimentar un número de ciclos muy elevado antes de tener que ser reemplazados²⁹, además de evitar las posibles fugas del fluido al exterior.
- Una estructura reacondicionada con Disipadores Metálicos o por fricción puede presentar una respuesta dinámica superior a la respuesta original [94], mientras que en un reacondicionamiento con FVD aumenta exclusivamente la energía disipada por amortiguamiento viscoso y la respuesta estructural siempre se reduce.
- Dado que en un FVD la máxima fuerza y el máximo desplazamiento no están

²⁸ Sin partes mecánicas

²⁹ Superior al número de ciclos de oscilación que puede experimentar un tablero ferroviario a lo largo de su vida útil.

en fase, las fuerzas introducidas en la estructura en la que se instalan son menores que en el caso de otros EDP.

- La respuesta estructural reacondicionada con FVD es predecible y se ve muy poco afectada por las condiciones medioambientales, al contrario de lo que ocurre en el caso de los FD, en los que las superficies que deslizan pueden corroerse u oxidarse debido a la humedad, o en el caso de los VED cuyo comportamiento es altamente dependiente de la temperatura. Los FVD comerciales son elementos compactos y estancos por lo que el fluido viscoso no está en contacto con la atmósfera y no se degrada. Además cuentan con orificios bimetalicos que compensan las posibles variaciones térmicas.
- La energía disipada por unidad de volumen del amortiguador es más elevada en el caso de los FVD que en la mayoría de EDP debido a su compacidad.
- Los FVD disipan energía en amplios rangos de frecuencia y no sólo en resonancia, al contrario que los TMD, por lo que no presentan los inconvenientes relacionados con la sintonización y desintonización. En el reacondicionamiento con TMD, la efectividad de la solución es altamente dependiente de que la masa y frecuencia teóricas del puente a partir de las cuales se seleccionan los parámetros óptimos de estos elementos sean realistas, ya que los TMD se *sintonizan* a la frecuencia del modo cuya contribución se desea controlar. Por otra parte, algunos autores como Das [25] o Wang [149] han detectado que la instalación de un TMD, sintonizado a la frecuencia de un modo de la estructura, tiene un efecto despreciable sobre la contribución de otros modos. Los FVD, por el contrario, disipan energía siempre y cuando exista velocidad relativa entre los dos puntos que conectan, independientemente de las contribuciones modales que los provoquen, y pese a que la selección de sus parámetros óptimos depende de las frecuencias estructurales, esta dependencia es mucho menos crítica.
- Según Kwon [71], el tiempo de paso de las composiciones ferroviarias sobre los puentes es insuficiente para que un TMD alcance el régimen vibratorio necesario para que sea totalmente efectivo. Esto es tanto más evidente cuanto menor es la longitud del puente y mayor es la velocidad de paso, que es precisamente cuanto más crítico y necesario es el reacondicionamiento. Los FVD, por el contrario, no necesitan alcanzar ningún régimen vibratorio sino que disipan energía desde el primer momento.
- Se trata de una tecnología cuya aplicación es novedosa en el campo del reacondicionamiento de puentes de ferrocarril, pero muy experimentada en otros ámbitos de la Ingeniería Civil, Mecánica y Aeroespacial. Son muchos los edificios que han sido reacondicionados con este tipo de elementos, no sólo en aplicaciones sísmicas sino ante cargas de viento, en pasarelas peatonales,

etc., por lo que se han perfeccionado en gran medida muchos de los aspectos constructivos que conlleva su instalación.

- En el rango de frecuencias y luces de puentes evaluados, las fuerzas máximas en los FVD están muy por debajo de la capacidad portante de elementos comerciales existentes y de las cargas de punzonamiento de los tableros habituales, no obstante, en caso de que no fuera así, se podría optar por su versión no lineal en la que las fuerzas desarrolladas se reducen considerablemente [82].

3.4. Disipadores fluido-viscosos con sello laberíntico

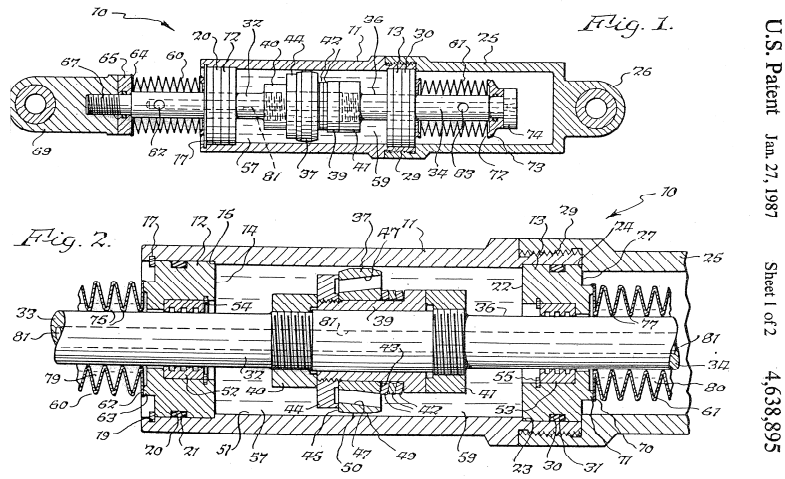
En el reacondicionamiento de puentes de ferrocarril, el número de ciclos que puedan experimentar los FVD que se instalen antes de tener que ser reemplazados, es un parámetro fundamental a la hora de evaluar la viabilidad técnica de la alternativa. Por ello, se describe a continuación un modelo concreto patentado de amortiguadores que cumple con los requisitos que se estiman fundamentales.

En las memorias de patentes estadounidenses 4.638.895 (1987) y 4.815.574 (1989) ([135, 136]) de Taylor y Lee, se recogen los componentes fundamentales y el principio básico de funcionamiento de un amortiguador fluido-viscoso cuya característica fundamental, y que lo hace óptimo para esta aplicación, es la ausencia de rozamientos internos. Ello le confiere una vida útil muy elevada.

La Figura 3.1 se ha extraído de la patente más antigua (1987) y en ella se muestra una posible materialización del amortiguador. Éste consta de una carcasa cilíndrica (11)³⁰ y una prolongación roscada a la anterior (25). La cavidad del primer cilindro aloja la parte central de un eje sobre el que se fija la cabeza del pistón que divide el volumen interior en dos cámaras. La holgura existente entre la cabeza del pistón y la pared interior de la carcasa, a través de la cual se fuerza el paso de fluido hidráulico, es lo que da lugar a la disipación energética por pérdida de carga. En ambos extremos del cilindro existen sendas piezas cilíndricas macizas que albergan un tipo especial de cojinetes con lo que los autores denominan *sellado laberíntico* (54 y 55) que guían el movimiento rectilíneo del eje del amortiguador. La particularidad de estos cojinetes es que presentan cierta holgura que se rellena de fluido hidráulico, de esta forma el eje se encuentra flotando y su movimiento alternativo transcurre en ausencia de rozamiento. Dicha holgura da lugar a cierta fuga del fluido, a partir de una determinada velocidad relativa entre extremos del amortiguador, hacia las cavidades interiores de dos fuelles metálicos (60 y 61). Ambas cavidades interiores de los fuelles (79 y 80) están a su vez comunicadas entre sí a través de un

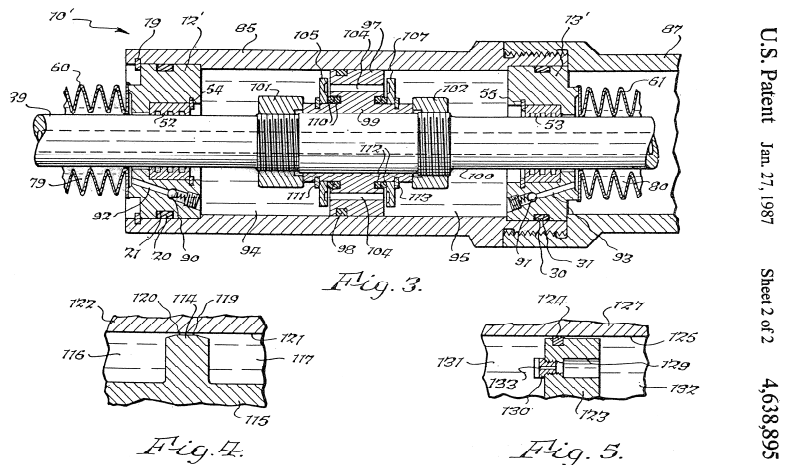
³⁰ Los números entre paréntesis corresponden a los de las figuras de las patentes.

conducto practicado en el propio eje 81 del pistón.



U.S. Patent Jan. 27, 1987 Sheet 1 of 2 4,638,895

Figura 3.1 Esquema de componentes de un amortiguador fluido-viscoso sin fricción extraído de la patente estadounidense 4.638.895 de Taylor y Lee [135]



U.S. Patent Jan. 27, 1987 Sheet 2 of 2 4,638,895

Figura 3.2 Esquema de componentes de un amortiguador fluido-viscoso sin fricción extraído de la patente estadounidense 4.638.895 de Taylor y Lee [135]

Inicialmente las cuatro cavidades se rellenan con fluido hidráulico y, cuando la cabeza del pistón se desplaza hacia la izquierda a velocidades moderadas, se produce el flujo desde la cavidad 79 a la 80 (cavidades interiores a los fuelles) a través del conducto practicado en el vástago sin implicar disipación energética alguna; simultáneamente, el fluido de la cámara 57 pasará a la 59 a través de la holgura 49, disipando energía por pérdida de carga. A partir de cierta velocidad entre los extremos del amortiguador, parte del fluido fugará a través del

sello laberíntico del cojinete situado en la cámara de mayor presión, y ésta fuga será compensada por flujo adicional a través del conducto practicado en el eje. Mientras el pistón se mueva a velocidad limitada la presión en las cuatro cámaras será aproximadamente la misma. Sin embargo, cuando aumente sustancialmente la presión del el fluido en cualquiera de las dos cámaras principales por un incremento de velocidad relativa, la presión en el fluido del interior de los fuelles seguirá siendo igual de baja que en el caso anterior debido al efecto estrangulador del sello laberíntico, a través del cual se produce la fuga. Ello evita que los fuelles estén sometidos a presiones elevadas y sufran fallos prematuros por fatiga. La Figura 3.2 muestra otra posible materialización del elemento incluida en la misma patente de 1987.

En 1989 los mismos autores registran una segunda patente que mejora el dispositivo descrito con anterioridad. En este caso, tal y como se puede observar en la Figura 3.3, el amortiguador consta de una única carcasa cilíndrica y un pistón cuya cabeza divide el volumen interior del cilindro de nuevo en dos cámaras (46 y 47).

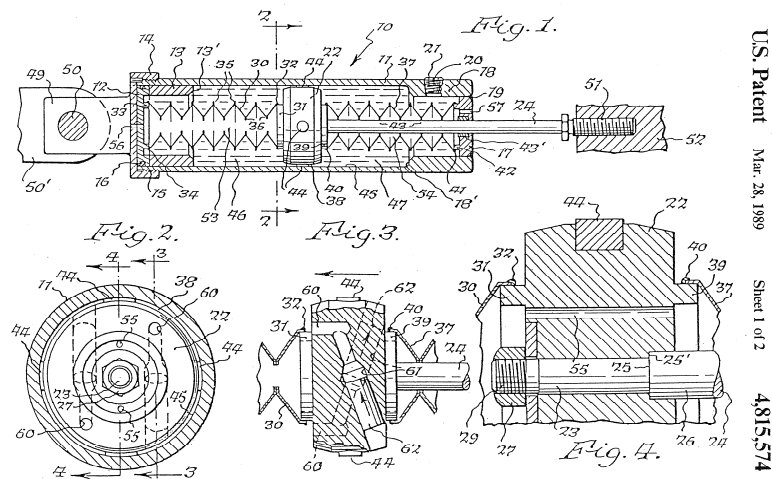


Figura 3.3 Esquema de componentes de un amortiguador fluido-viscoso sin fricción extraído de la patente estadounidense 4.815.574 de Taylor y Lee [136]

La mejora fundamental, con respecto a los modelos anteriores, es que esta vez los fuelles 30 y 37 se encuentran en el interior de las cámaras del propio cilindro soldados a cada uno de los lados de la cabeza del pistón y a cada uno de los extremos del cilindro. El fluido queda así confinado entre la parte externa de los fuelles y la cara interna del cilindro. De esta manera se evitan las fugas de fluido hidráulico a través de los sellos laberínticos incluidos en la patente anterior, se reduce la cantidad de fluido del amortiguador para una misma cantidad de energía disipada por ciclo y disminuye de forma considerable el tamaño del elemento, lo cual es fundamental en la aplicación que se plantea puesto que el espacio

que puede ocupar la estructura auxiliar está limitado por el gálibo del puente entre otras consideraciones. La cavidad interior de los fuelles se encuentra a presión atmosférica en todo momento gracias a la existencia de los conductos 56 y 57; de este modo se evita la aparición de rigidez en la dirección axial por compresión del aire en el interior de los fuelles al moverse la cabeza del pistón alternativamente. En la Figura 3.4 se incluye una ligera variante del modelo anterior.

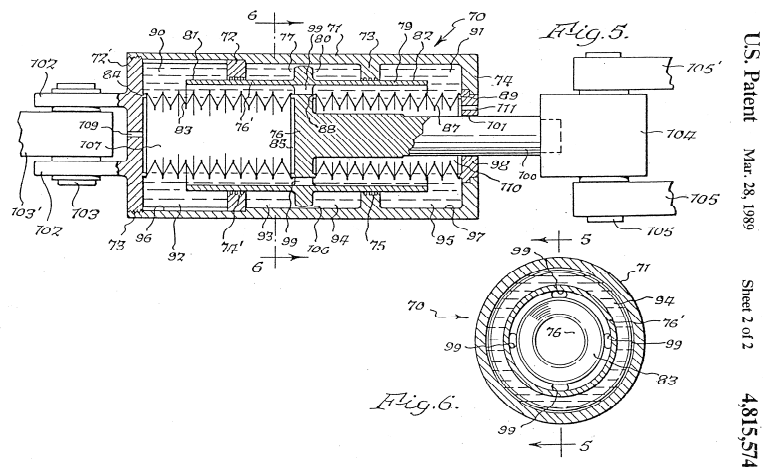


Figura 3.4 Esquema de componentes de un amortiguador fluido-viscoso sin fricción extraído de la patente estadounidense 4.815.574 de Taylor y Lee [136]

En los cuatro casos mostrados, se ha dotado al dispositivo de una válvula de seguridad que permite el paso libre del fluido en un caso de sobrepresión.

3.5. Modelo constitutivo de un FVD

Admitiendo que el área de los orificios de paso del fluido es mucho menor que la sección de la cámara que lo contiene, y despreciando los efectos en ambos extremos del FVD, el flujo puede considerarse unidimensional y la fuerza entre sus extremos F_D aproximadamente proporcional a la velocidad del pistón elevada a una constante α comprendida entre 0.5 y 2 (Constantinou [21])

$$F_D = \text{sign}(\dot{x}) C_D |\dot{x}|^\alpha \quad (3.5)$$

donde x es el desplazamiento relativo entre extremos del FVD y C_D la constante de proporcionalidad. La ecuación (3.5) describe el comportamiento de un amortiguador de doble actuación, disipando energía en ambos sentidos de desplazamiento del pistón. Valores de α superiores a la unidad dan lugar a fuerzas mayores desarrolladas para la misma velocidad del pistón. Cuando $\alpha=1$ el amortiguador se denomina lineal y la fuerza

entre sus extremos es directamente proporcional a la velocidad. Por último, en aplicaciones estructurales en las que se prevean pulsos de velocidades muy elevados, es posible la instalación de amortiguadores no lineales con $\alpha < 1$, que desarrollan fuerzas inferiores a los lineales para las mismas velocidades relativas entre sus extremos, disipando una menor cantidad de energía por ciclo.

En la aplicación que se plantea se propone el empleo de amortiguadores de doble actuación lineales, ya que las fuerzas máximas esperables en los FVD están muy por debajo de la capacidad de los que actualmente existen en el mercado. Además, dichas fuerzas, que deberán ser transmitidas a la cara inferior del tablero, serán de ordinario muy inferiores a la carga máxima de punzonamiento que éste puede soportar.

Considérese un FVD lineal ($\alpha=1$) sometido a un desplazamiento axial relativo entre sus extremos de tipo armónico, amplitud X_0 y frecuencia circular constante ω

$$x(t) = X_0 \text{sen}(\omega t) \quad (3.6)$$

La fuerza axial inducida en el amortiguador vendrá dada por

$$F_D(t) = C_D \omega X_0 \cos(\omega t) \quad (3.7)$$

Sustituyendo en la ecuación anterior la relación trigonométrica

$$\cos(\omega t) = \pm \sqrt{1 - \text{sen}(\omega t)^2} \quad (3.8)$$

se obtiene la relación fuerza-desplazamiento en el amortiguador ante excitación armónica de amplitud y frecuencia constantes que define el diagrama de histéresis del elemento

$$F_D(t) = \pm C_D \omega \sqrt{X_0^2 - x(t)^2} \quad (3.9)$$

La energía disipada por el FVD en cada ciclo equivale al área del ciclo de histéresis y, en un amortiguador lineal, es proporcional a la constante C_D , la frecuencia y la amplitud de la excitación

$$E_D = \int_0^{2\pi/\omega} F_D(t) \dot{x} dt = \pi C_D \omega X_0^2 \quad (3.10)$$

En la Figura 3.5 se muestra cómo varía el comportamiento teórico de un FVD, en términos de $F_D(t)$ y $F_D(x)$, sometido a un desplazamiento relativo entre extremos armónico de amplitud $X_0=1$ m, para diferentes valores de C_D (figuras (a) y (b)), y siendo $\omega=2\pi$. Se observa que la fuerza aumenta con C_D y el área del ciclo de histéresis también. En (c) y (d) se ha mantenido $C_D=1.5$ kNs/m y se ha variado el exponente de la velocidad entre 0.5 y 1 para la misma frecuencia de excitación. Al disminuir α la fuerza en el FVD se reduce también, dejando de ser una función senoidal, en detrimento de la energía disipada por ciclo. Finalmente (e) y (f) muestran la dependencia del comportamiento del FVD con la

frecuencia de excitación ω . Como la amplitud de la velocidad es función de ésta, la energía disipada por ciclo aumenta con la frecuencia de excitación.

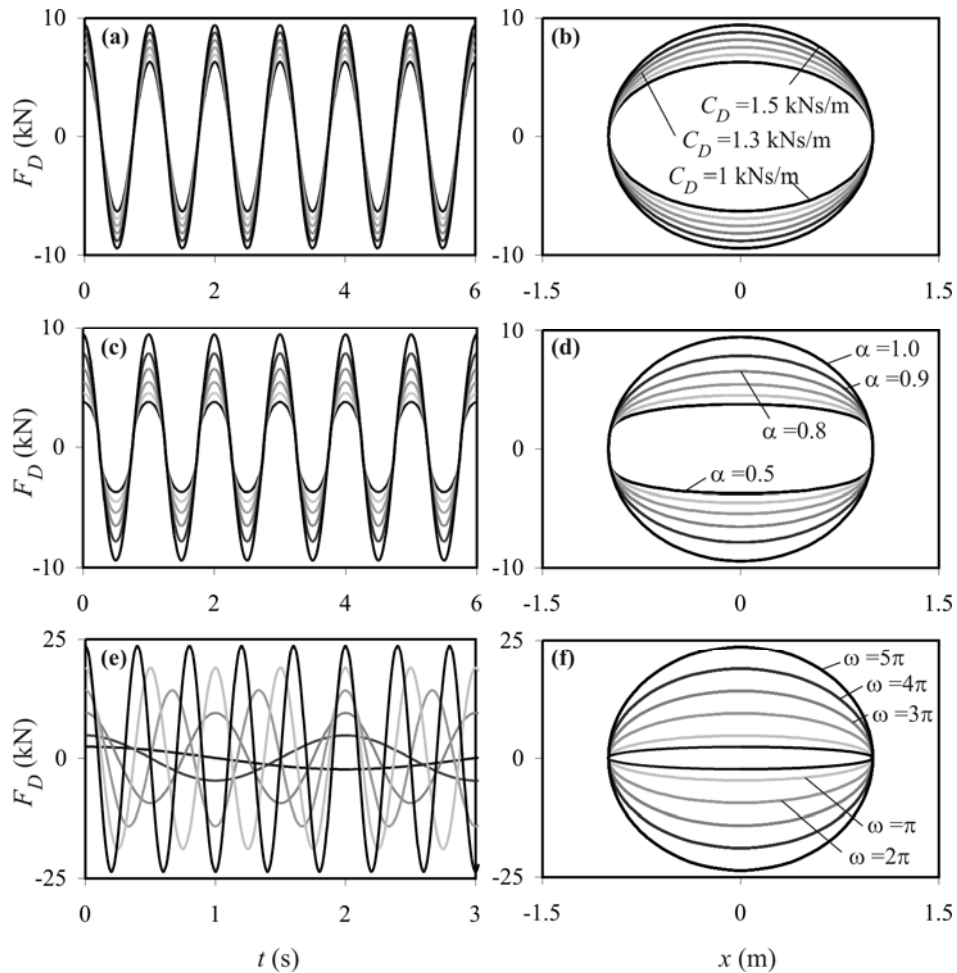


Figura 3.5 $F_D(t)$ y $F_D(x)$ en FVD ante excitación armónica de amplitud $X_0=1\text{m}$: (a),(b) en función de C_D para $\alpha=1$ y $\omega=2\pi$; (c),(d) en función de α siendo $C_D=1.5$ kNs/m y $\omega=2\pi$; (e) y (f) en función de ω para $C_D=1.5$ kNs/m y $\alpha=1$.

En la Figura 3.6 se muestra la respuesta experimental publicada por Constantinou y Symans [22] medida en un FVD sometido a una excitación de tipo armónico para diferentes valores de temperatura y frecuencia de excitación. Como se puede observar la respuesta experimental es muy similar a la numérica. El comportamiento del FVD es prácticamente independiente de la temperatura externa. Ello se consigue gracias a una expansión y contracción bimetalica de los orificios de paso del fluido que compensa las variaciones térmicas externas.

Por último, los FVD sin fricción cuyo uso se propone y que han sido descritos en el apartado anterior, cuentan con un pistón equilibrado, que presenta la misma sección en ambas caras de la cabeza del pistón, lo que elimina la necesidad de un depósito acumulador de fluido para compensar el cambio de volumen de las cámaras y evitar que en el amortiguador aparezca una fuerza proporcional al desplazamiento, esto hace que presenten una respuesta predecible en un rango de frecuencias de excitación mucho más amplio que el intervalo de frecuencias al que se prevé que estén sometidos en la aplicación que aquí se propone.

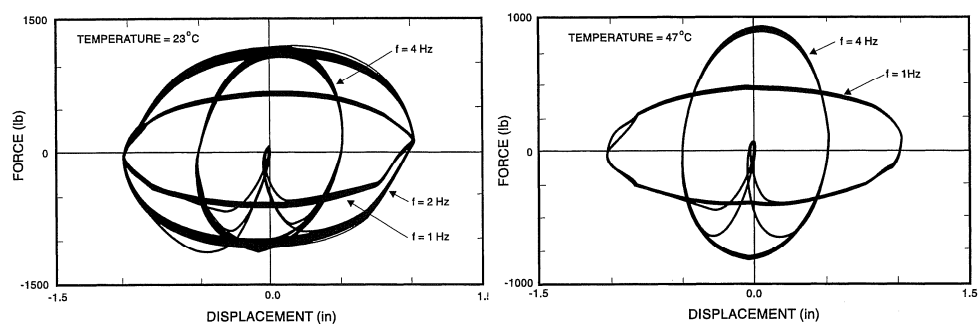


Figura 3.6 $F_D(x)$ de un FVD ante excitación armónica a 23°C y 47°C de temperatura (Constantinou [22])

3.6. Especificaciones técnicas

En este apartado se presentan brevemente algunas de las especificaciones más relevantes de los FVD sin fricción. En los últimos dos años, en el marco del PI 80021/A04³¹, se ha mantenido contacto frecuente con algunos ingenieros de la empresa Taylor Devices, Inc. [134], con objeto de definir las particularidades del amortiguador que mejor se puede ajustar a la aplicación que se plantea y estimar su coste. Tras diversos intercambios de datos, se ha conseguido proyectar un prototipo con las características adecuadas, del cual se han recibido algunos planos³². Se trata de amortiguadores adaptados a las fuerzas máximas previstas en el análisis de puentes reales, cuyo cálculo y reacondicionamiento se presenta en el Capítulo 7, aptos en el rango de frecuencias y movimientos esperables, y con una vida útil de 35 años. Se ha tenido en cuenta en su dimensionado las particularidades del montaje de estos elementos en la configuración descrita en el apartado 3.9, las deformaciones térmicas de la estructura, el posible sobrecalentamiento del

³¹ Proyecto de Investigación financiado por el Ministerio de Fomento 80021/A04, citado en el Capítulo 1, en el que se contextualiza la realización de la Tesis Doctoral.

³² Por motivos legales no es posible su reproducción ya que contiene información propiedad de Taylor Devices, Inc.

dispositivo, etc. A continuación se resumen algunas características de un FVD de 13.5 kN de fuerza axial nominal³³:

- Rango de temperaturas de operación: Entre -18°C y 49°C
- Desplazamiento relativo entre extremos para activación: ± 0.25 mm
- Máximo desplazamiento relativo entre extremos: ± 12.7 mm
- Fuerza axial nominal: 13.5 kN
- Longitud del dispositivo en posición de reposo: 35 cm
- Diámetro mayor: 7 cm
- Incluye: sistema de regulación de longitud mediante elementos roscados para su ajuste durante la instalación, cojinetes esféricos permitiendo cierta desalineación y sellado laberíntico.

Como se ha comentado en la introducción de este capítulo, una vez justificada la selección y expuesto el principio de funcionamiento y características técnicas del elemento de disipación en sí, es necesario idear un sistema mecánico o estructura auxiliar que transforme las oscilaciones del tablero en movimiento relativo entre extremos de los FVD. La configuración que se propone en el apartado 3.9, cuya viabilidad se analiza en el resto del documento, es el fruto de un proceso de evaluación de algunas alternativas intermedias que fueron descartadas por considerarlas inviables en algunos aspectos. La primera de estas alternativas estuvo inspirada en los ensayos experimentales de Choo [16] con materiales viscoelásticos. En los apartados siguientes se describe brevemente la configuración propuesta por estos autores, origen de la línea de investigación en la que se enmarca la presente Tesis Doctoral, así como la problemática de algunas soluciones derivadas de ésta. Finalmente, en el apartado 3.9 se presenta la configuración final de la estructura auxiliar que, junto a los FVD, constituye el sistema de reacondicionamiento definitivo.

3.7. Concepción de la estructura auxiliar: Ensayos de Choo con elementos VE

Choo y sus colaboradores llevaron a cabo un programa experimental de ensayos tratando de reducir la respuesta dinámica de una viga metálica simplemente apoyada sometida a la acción de un actuador móvil. Se han incluido algunas imágenes de dicho programa en la

³³ Por simplicidad se presentan las características de un elemento proyectado para el reacondicionamiento de los dos puentes reales cuyo cálculo dinámico se presenta en el Capítulo 7. La fabricación de elementos de fuerza máxima superior a ésta no entrañaría en principio ninguna dificultad.

Figura 3.7. El principio de funcionamiento de su sistema consistía en aprovechar la energía disipada por un material acrílico sujeto a deformaciones tangenciales conectado a ésta.



Figura 3.7 Imágenes del ensayo realizado por Choo et al. Fuente Choo et al. [16]

Los investigadores ensayaron una configuración como la que se ha esquematizado en la Figura 3.8, en la que la deformación en el material acrílico se produce debido al giro relativo entre las secciones A-A' y B-B', asociado a la flexión de la viga principal.

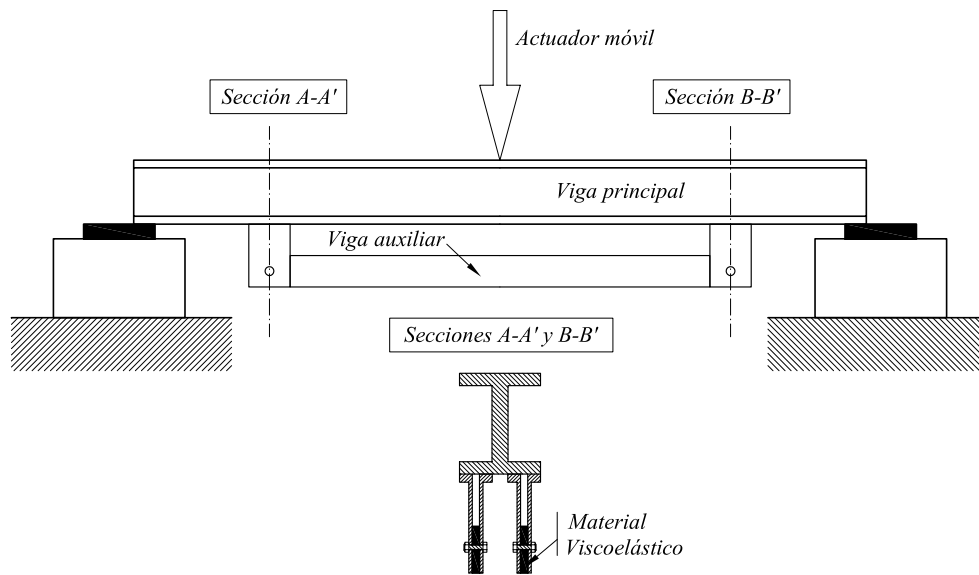


Figura 3.8 Esquema del ensayo realizado por Choo et al.

La primera alternativa de reacondicionamiento analizada, que se describe en el apartado 3.8, estaba basada en este mismo principio, pero utilizaba amortiguadores viscosos puros en lugar de viscoelásticos.

3.8. Reacondicionamiento basado en celosía metálica auxiliar

En este apartado se describe la primera alternativa de instalación de los FVD que se analizó, inspirada en el trabajo de Choo et al. Pese a que tras un período de tiempo fue desestimada, por encontrarse una segunda alternativa más viable (apartado 3.9), se ha creído interesante incluirla como origen de esta Tesis Doctoral y por su potencial aplicación a puentes metálicos. Una extensión de la configuración propuesta por Choo es la de transformar el giro relativo entre dos secciones del puente en una variación de la longitud del amortiguador. En caso de que fuera posible aprovechar plenamente la diferencia de rotación entre las secciones A-A' y B-B' de la Figura 3.10, y los elementos infinitamente rígidos señalados giraran sólidamente con estas secciones, la tasa de amortiguamiento externa que el FVD introduciría en la viga principal atendiendo a su modo fundamental de vibración vendría dada por³⁴

$$\zeta_{FVD} = \frac{4\pi^2 C_D H^2}{m\omega_1 L^3} \cos\left(\frac{\pi L_0}{L}\right) \quad (3.1)$$

siendo C_D la constante del amortiguador y m y ω_1 la masa lineal y frecuencia circular fundamental de la viga respectivamente.

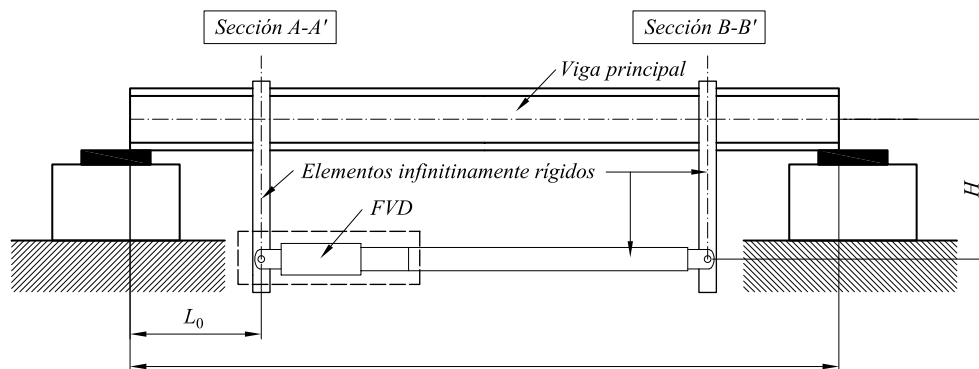


Figura 3.9 Modificación de la configuración propuesta por Choo et al.

Tras el estudio de este caso simple se decidió transformar esta configuración ideal en una más realista y los elementos rígidos se sustituyeron por triangulaciones articuladas. La primera forma de instalar los amortiguadores considerada fue entonces a través de una celosía metálica auxiliar, cuya conexión con la cara inferior del tablero del puente original transformaría la deflexión del mismo en un desplazamiento relativo entre los extremos del dispositivo. En la Figura 3.10 se muestra un puente metálico de aproximadamente 15 m de

³⁴ La expresión 3.1 se ha obtenido admitiendo un comportamiento B-E de la viga principal.

luz, perteneciente a la línea ferroviaria convencional Valencia-Tarragona, cruzando el barranco del Río Ana en la provincia de Castellón. En la Figura 3.11 se muestra una posible configuración de la celosía aplicada a este puente



Figura 3.10 Puente de ferrocarril de la línea Valencia-Tarragona sobre Río Ana

En la configuración de la Figura 3.11 el amortiguador experimenta una velocidad entre sus extremos debido al movimiento relativo existente entre las dos triangulaciones, las cuales se separan al deformarse el puente en flexión. Si se desprecia la deformación axial de las barras, el amortiguamiento externo introducido en la estructura principal atendiendo de nuevo al primer modo se puede expresar según³⁵

$$\zeta_{FVD} = \frac{1}{m\omega_1 L} C_D \frac{4H^2}{(L_1 - L_0)^2} \left[\operatorname{sen}\left(\frac{\pi L_1}{L}\right) - \operatorname{sen}\left(\frac{\pi L_0}{L}\right) \right]^2 \quad (3.2)$$

siendo H la distancia entre la cara inferior del tablero y el eje longitudinal del amortiguador.

La respuesta dinámica de puentes reacondicionados mediante este sistema fue en primer lugar analizada a través de un modelo bidimensional de EF haciendo uso del programa comercial **ANSYS 8.0**³⁶. En dicho modelo, el comportamiento del puente se asimilaba al de una viga simplemente apoyada, estando la celosía compuesta por elementos barra longitudinales cuya deformación axial sí era tenida en cuenta. La respuesta del sistema conjunto fue obtenida ante la circulación del modelo de cargas HSLM-A del EC1 a velocidades de hasta 420 km/h, empleándose la expresión (3.2) para obtener valores de partida de las constantes de los amortiguadores C_D a partir de los niveles de amortiguamiento global deseados. Estos niveles de amortiguamiento, necesarios para que la respuesta de una serie de puentes se redujera por debajo del umbral admisible, habían sido previamente determinados [83], cubriendo un amplio rango de luces, masas y

³⁵ La expresión 3.2 se ha obtenido admitiendo un comportamiento B-E de la viga principal.

³⁶ ANSYS© Advanced Engineering Simulation 8.0

frecuencias, tratando de tener en cuenta las tipologías más habituales de tableros ferroviarios de luces cortas.

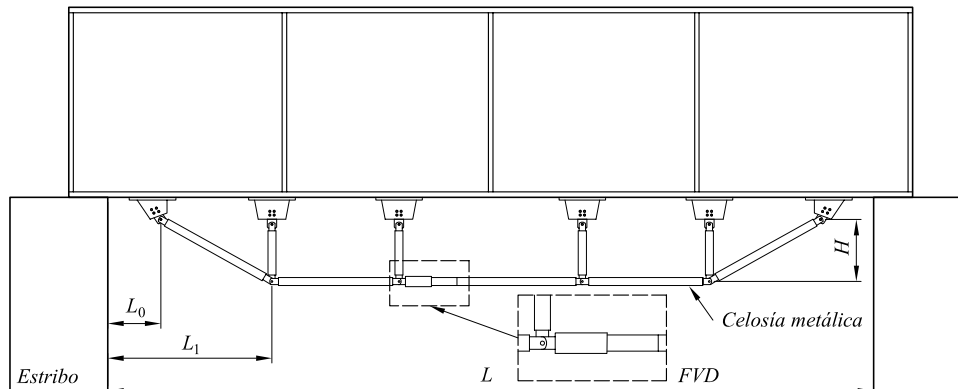


Figura 3.11 Posible instalación del sistema de reacondicionamiento de celosía en un puente metálico

Del estudio realizado se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- La consideración de las deformaciones axiales experimentadas por las barras de la celosía es de suma importancia a la hora de evaluar la viabilidad técnica de la solución.
- Considerando una celosía concreta, a medida que se incrementa el valor de la constante del amortiguador partiendo de cero, la respuesta dinámica del puente disminuye pero existe una constante óptima que si se excede, la respuesta de la estructura principal comienza a aumentar de nuevo. Este hecho es consecuencia directa de las fuerzas transmitidas por el FVD a la estructura de barras. Si ésta se deforma demasiado, los desplazamientos relativos que aparecen entre los extremos del FVD disminuyen y su eficiencia se reduce notablemente.
- El inconveniente más importante de esta configuración es que, especialmente en el caso de puentes cortos, la deflexión máxima admisible está de partida muy limitada a nivel de diseño³⁷, y la variación de longitud del amortiguador, aún en el mejor de los casos, es considerablemente reducida. Según los técnicos de la casa comercial Taylor Devices, estos dispositivos cuentan con una variación de longitud de activación a partir de la cual empiezan a disipar energía de tan sólo ± 0.25 mm, pero el hecho de que la elongación máxima en

³⁷ Tanto en la IAPF-07 como en el EC se limitan las deformaciones verticales máximas de los tableros, en función de la longitud del vano y de la velocidad de proyecto, para asegurar que el tráfico se produce en condiciones de seguridad y confort para los viajeros.

resonancia del amortiguador sea inferior a 3 mm en el caso de algunos de los puentes analizados, hace pensar que los requerimientos constructivos de las numerosas uniones que forman parte del sistema son excesivos y no se pueden admitir holguras en las conexiones.

A raíz de estos inconvenientes, se consideró la posibilidad de emplear uniones con interferencia que aseguraran la ausencia de holguras en los nudos de la estructura auxiliar. Asimismo, se valoró la alternativa de modificar la celosía introduciendo mecanismos de tipo palanca que amplificaran en cierta medida la deflexión del puente, como han propuesto algunos autores [23, 124], pero se creyó que ello aumentaría el número de uniones y, en cualquier caso, complicaría la ejecución y el coste notablemente. Finalmente, y tras descartar algunas soluciones adicionales, se ideó la propuesta definitiva, en la que la estructura auxiliar está compuesta por vigas longitudinales simplemente apoyadas en los estribos, conectando los amortiguadores el movimiento vertical de éstas con el del tablero. En el apartado siguiente se describe la configuración propuesta, y su eficacia para reducir las vibraciones resonantes se analiza en detalle en el resto del documento.

3.9. Solución final: Reacondicionamiento basado en vigas auxiliares

El sistema de reacondicionamiento finalmente propuesto está compuesto por un conjunto de vigas auxiliares simplemente apoyadas en ambos estribos y colocadas entre las originales del tablero, en el caso de tableros de vigas, debiendo existir siempre cierta holgura entre la cara superior de las nuevas vigas y la inferior de la losa. Conectando el movimiento de las vigas auxiliares con el de la cara inferior de la losa, se sitúan los FVD en posición vertical, los cuales disipan energía debido a la velocidad relativa que existe entre ambos elementos. La autora y los directores de esta Tesis Doctoral supieron con posterioridad que este tipo de configuración se ha denominado en ocasiones *viga doble* [1, 114, 147] como se ha comentado en el Capítulo 2.

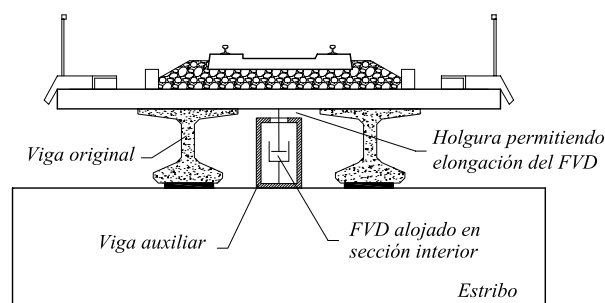


Figura 3.12 Configuración del sistema de vigas auxiliares en un puente de vigas y losa de reparto de vía única

La Figura 3.12 muestra una posible configuración del sistema aplicado a un puente de losa sobre vigas de vía única. En este caso se ha seleccionado un cajón metálico como viga auxiliar, y los amortiguadores se conectarían a la cara interna del ala inferior de ésta previo taladro del ala superior. Esta solución presenta la ventaja de que, al ocupar los dispositivos el espacio hueco del cajón, se mantiene prácticamente inalterado el gálibo libre. No obstante, en el presente documento los resultados y conclusiones obtenidos son aplicables a vigas auxiliares de cualquier material y tipología.

La configuración que se presenta puede adaptarse a puentes de vía múltiple instalando varias vigas auxiliares a lo ancho del tablero (cada una de ellas con sus correspondientes disipadores), así como a puentes de configuraciones diferentes siempre que exista una velocidad relativa entre el tablero y las vigas auxiliares.

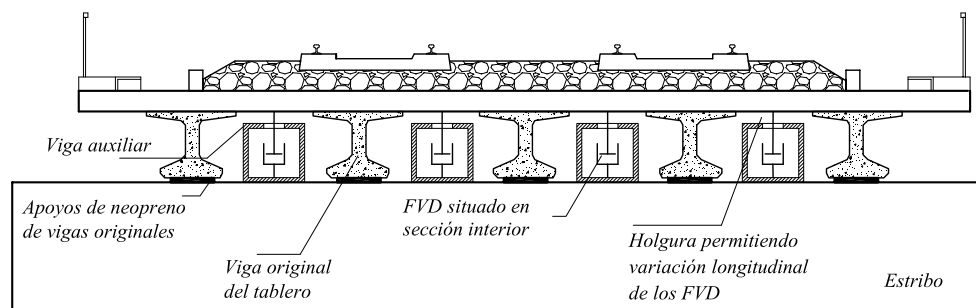


Figura 3.13 Configuración del sistema de vigas auxiliares en un puente vigas y losa de reparto de vía múltiple

En caso de que la altura ocupada por las vigas auxiliares y los elementos de disipación superara la altura libre existente entre el estribo y la cara inferior de la losa, las vigas se podrían anclar directamente al paramento del intradós del estribo, previa ejecución de los apoyos pertinentes, siempre que el gálibo libre lo permitiera.

La configuración propuesta se considera muy interesante puesto que, dada su simplicidad, conlleva un número mínimo de conexiones ocupando además un espacio muy reducido bajo el tablero. En el contexto del PI 80021/A04 se ha podido intercambiar información con algunos técnicos de la compañía Taylor Devices Inc. relativa al nivel de desplazamientos esperable en el tablero y su correcta transmisión a los FVD. Según ellos el nivel de desplazamientos verticales esperable en los tableros de estudio es suficiente, y puede ser transmitido a los dispositivos sin mayor problema. Los amortiguadores se conectarían a orejetas fijadas a la cara inferior de la losa y a las vigas auxiliares a través de cojinetes esféricos, con el fin de evitar la flexión de estos elementos ante posibles acciones horizontales que actúen sobre el tablero. La actuación de esfuerzos de flexión sobre los FVD en la dirección transversal es improbable en la configuración propuesta.

En los Capítulos 5 y 6 se presentan sendos estudios analíticos del tablero reacondicionado, que han sido realizados partiendo de modelos simplificados en dos y tres dimensiones,

respectivamente, y mediante los cuales se ha ideado una metodología para dimensionar la estructura auxiliar y determinar las constantes óptimas de los FVD. En el Capítulo 4 por su parte se describen los modelos numéricos que han sido implementados en el marco de la Tesis Doctoral con el objeto de analizar el comportamiento de la alternativa propuesta y de verificar los procedimientos de dimensionado y optimización recién mencionados.

4

Modelos numéricos implementados

4.1. Introducción

Con el objetivo de simular el comportamiento dinámico de puentes de ferrocarril sometidos a la circulación de composiciones ferroviarias, así como de evaluar la viabilidad técnica del tipo de reacondicionamiento propuesto, se han llevado a cabo análisis en dos y tres dimensiones, desde un punto de vista tanto analítico como numérico. El Capítulo 5 de esta Tesis está dedicado a la formulación y optimización analítica de un modelo bidimensional del puente reacondicionado y a su verificación numérica posterior. El análisis tridimensional, por otra parte, se ha repartido entre los Capítulos 6 y 7, centrándose el primero de ellos en la formulación analítica y optimización del reacondicionamiento, y el segundo en el cálculo numérico de puentes reales.

En este capítulo se detallan las particularidades de los dos modelos numéricos que han sido desarrollados en el marco de la Tesis Doctoral, constituyendo las herramientas básicas de cálculo numérico en dos y tres dimensiones. Ambos han sido programados en lenguaje Fortran 90, haciendo uso del entorno **DIGITAL VISUAL FORTRAN**³⁸ instalado en ordenadores personales.

4.2. Modelo numérico bidimensional

En los tableros de vía única en que el eje de la vía no presenta excentricidad, el comportamiento de la estructura puede ser estudiado mediante un modelo numérico bidimensional como el mostrado en la Figura 4.1. En este modelo la respuesta dinámica del tablero se asimila a la de una viga B-E simplemente apoyada con comportamiento elástico lineal, despreciándose así la contribución de modos diferentes a los de flexión longitudinal. Bajo esta premisa es posible agrupar el conjunto de vigas auxiliares en una única viga equivalente con el mismo tipo de comportamiento que la viga principal, estando el movimiento vertical de ambas acoplado a través del sistema de amortiguadores.

Por los motivos expuestos en el Capítulo 2, con independencia del modelo estructural el tráfico ferroviario se simula en todos los casos empleando modelos de cargas puntuales circulando a velocidad constante. El modelo de cargas móviles admite que la fuerza transmitida entre la rueda y el carril es de valor constante en el tiempo e igual a la carga nominal por eje, despreciando los mecanismos de suspensión y la inercia de las masas suspendidas propias de modelos con interacción. El marco normativo actual permite despreciar los efectos de la interacción vehículo-estructura en el cálculo dinámico de

³⁸ Digital Visual Fortran© Professional Edition 6.0.A

puentes ferroviarios, por dar lugar a una reducción de la respuesta dinámica a las velocidades de resonancia [33, 97]. Los efectos de dicha interacción son más acusados en el caso de puentes de luces cortas, masa reducida y baja tasa de amortiguamiento estructural [100, 101, 165], siendo la reducción de la respuesta dinámica superior en el campo de aceleraciones que en el de desplazamientos [100, 29]. Las razones por las que se ha considerado adecuado limitar el análisis a modelos de cargas móviles han sido detalladas en el apartado 2.3.1.

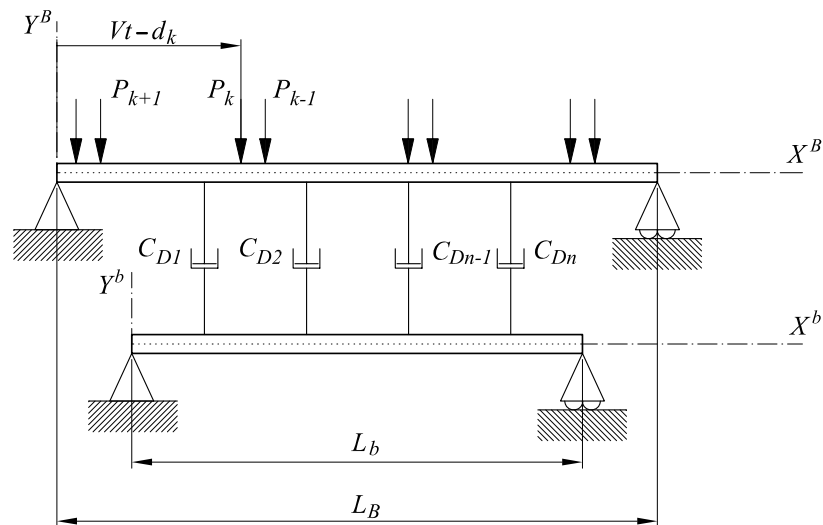


Figura 4.1 Modelo numérico bidimensional del tablero recondicionado

El problema dinámico se resuelve en el dominio del tiempo por Superposición Modal, empleando una definición analítica de los modos normales de vibración de ambas vigas, y por consiguiente admitiendo un comportamiento lineal de la estructura de paso y del reacondicionamiento. El sistema de ecuaciones diferenciales, acoplado a través de la matriz de amortiguamiento modal, se integra numéricamente aplicando el Método de Newmark- β para el caso de Aceleración Lineal. Los desplazamientos, velocidades y aceleraciones en secciones concretas de las vigas, así como las fuerzas axiales experimentadas por los FVD, se determinan combinando linealmente los modos de vibración cuya contribución se considera relevante a través de las amplitudes modales y sus derivadas. Sin embargo, las reacciones verticales en los apoyos y los esfuerzos internos en ambas vigas, son calculados imponiendo condiciones de equilibrio dinámico de momento lineal y momento angular cada instante de tiempo, es decir, aplicando las Ecuaciones de Euler [57]. De esta forma es posible capturar la naturaleza instantánea de las cargas puntuales evitando el fenómeno de Gibbs, que tiene lugar al obtener las reacciones y los esfuerzos en las vigas a partir de la ecuación de la deformada [117]. Este procedimiento y sus implicaciones se detallan en el Capítulo 5.

4.3. Modelo numérico tridimensional

El análisis de tableros de vía múltiple, el de aquellos de vía única situada de forma excéntrica o el de tableros esviados, hace necesario el empleo de modelos tridimensionales capaces de reproducir la contribución de modos de deformación transversal, ya que en estos casos su contribución a la respuesta puede tener una importancia considerable [3, 155]. En el presente apartado se describe en detalle la herramienta numérica programada con este fin.

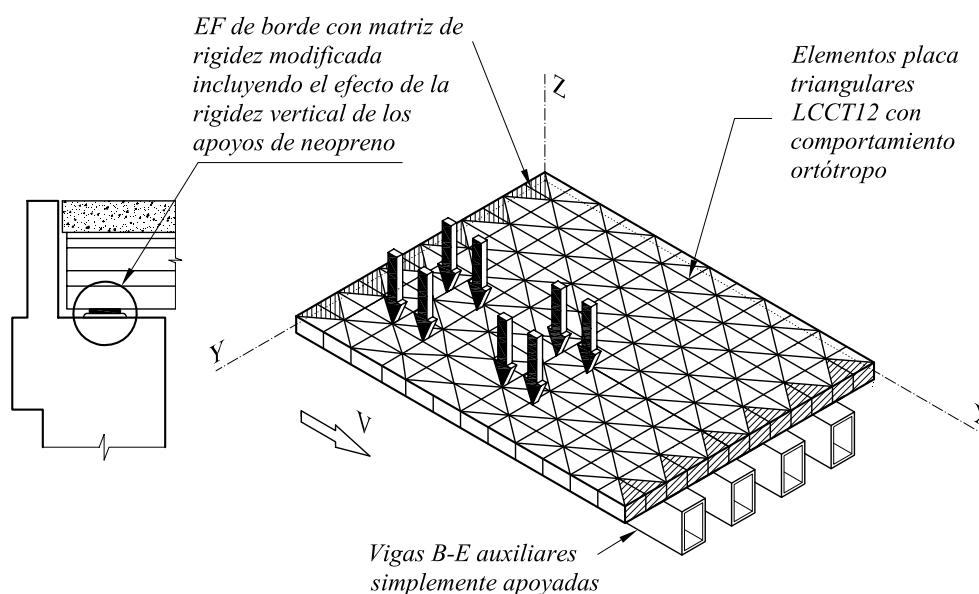


Figura 4.2 Modelo numérico tridimensional del tablero reacondicionado

El modelo tridimensional implementado, que incluye el tablero y el sistema de reacondicionamiento, se compone de diferentes elementos, como muestra la Figura 4.2, los cuales se describen en los párrafos siguientes:

- Debido a que las tipologías más habituales de tableros de puentes de luces cortas son el tablero de vigas y la losa, se ha seleccionado un modelo de placa ortótropa para simular su comportamiento. La placa se discretiza mediante EF triangulares de 12 gdl para los cuales se adoptan las hipótesis de Love-Kirchhoff, típicas de placas delgadas en pequeña deformación. La formulación y particularidades de estos elementos, así como el procedimiento de mallado, se resumen en los apartados 4.3.1 y 4.3.2.
- El efecto de la rigidez vertical de los apoyos elásticos o apoyos de neopreno, sobre los cuales descansan las vigas estructurales del tablero, se ha

introducido en el modelo de forma distribuida, modificando la matriz de rigidez de todos aquellos EF cuyo borde coincide con alguno de los dos estribos. Este procedimiento y sus implicaciones se detallan en el apartado 4.3.3.

- El comportamiento de las vigas auxiliares se simula mediante elementos viga B-E unidimensionales con dos nodos y dos gdl por nodo: el desplazamiento en Z y el giro de la sección en Y según los ejes de la Figura 4.2. Se ha supuesto que las vigas auxiliares descansan directamente sobre el estribo o anclaje convenientemente ejecutado en el paramento del intradós, sin apoyos de neopreno.
- Los amortiguadores se consideran elementos unidimensionales viscosos puros que acoplan el movimiento vertical de la placa con el de las vigas auxiliares en los nodos que conectan. La introducción de los términos relacionados con el sistema de reacondicionamiento en la formulación del problema dinámico global se describe brevemente en el apartado 4.3.4.

En cuanto a la simulación del paso de vehículos, al igual que en el caso bidimensional, se ha adoptado un modelo de cargas puntuales repartiéndose su efecto en líneas de carga a lo largo del tendido de cada carril. Al incluir la rigidez vertical de los apoyos de neopreno en el modelo se produce un efecto de discontinuidad en las funciones de carga modales a la entrada y salida de ejes en el tablero, que puede excitar de forma poco realista modos de vibración de frecuencias elevadas. Para evitar este fenómeno se ha programado un algoritmo de suavizado, tratando de reproducir la entrada progresiva de las cargas debida a la presencia del carril, traviesas y la capa de balasto. En el apartado 4.3.5 se describe dicho procedimiento en detalle.

El modelo numérico planteado ha sido implementado en el programa de cálculo **DYNARET**³⁹ en lenguaje Fortran 90, tratando así de reducir en lo posible los tiempos de cálculo. Las opciones de cálculo programadas así como la salida de resultados se describen brevemente en el apartado 4.3.6.

4.3.1. Elemento placa triangular de 12 gdl. Construcción de matrices de masa y rigidez a nivel de elemento

La selección del EF concreto a emplear en la discretización de la placa ortótropa se ha llevado a cabo en base a dos requisitos fundamentales: (i) compatibilidad C^1 que asegure la continuidad en la derivada de la deflexión en la dirección normal al borde del elemento, entre elementos adyacentes⁴⁰; y (ii) la posibilidad de incluir en un futuro en la formulación el

³⁹ Dynamic Analysis of Retrofitted Bridges

⁴⁰ En caso de discretizar el tablero empleando elementos placa con continuidad C^0 aparece una discontinuidad en la primera derivada de la función de carga modal entre elementos adyacentes. En

campo de desplazamientos en el propio plano de la placa, y en particular, el grado de libertad de rotación alrededor del eje normal al plano neutro, también conocido como *drilling*.

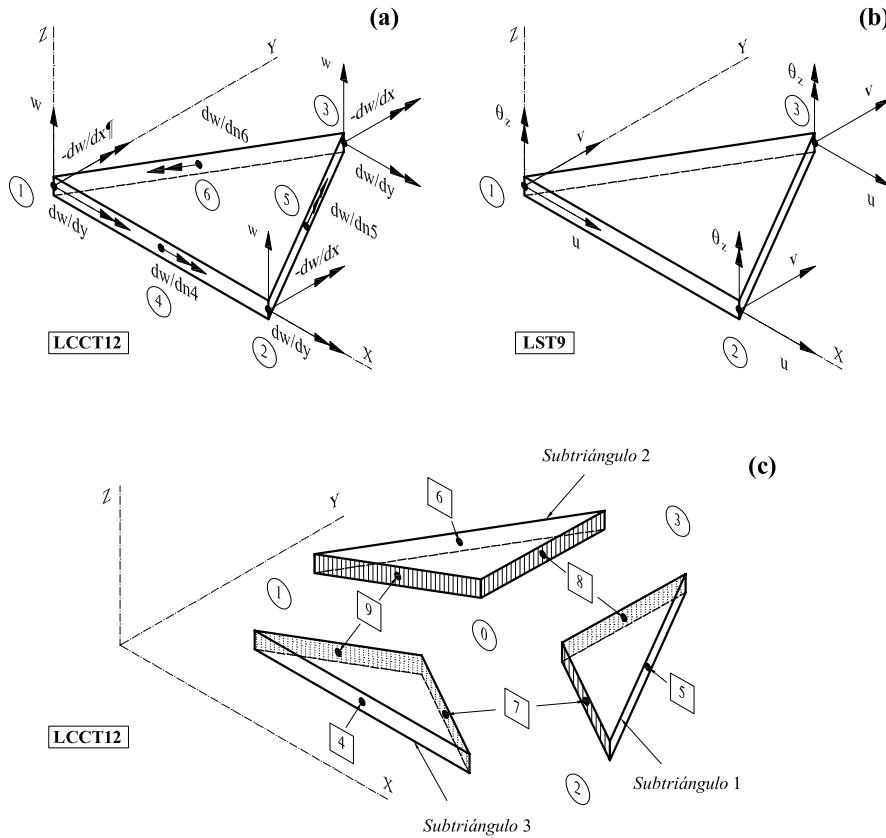


Figura 4.3 (a) Nodos y gdl del elemento LCCT12; (b) nodos y gdl del elemento LST9; (c) composición del triángulo LCCT12 a partir de tres subtriángulos

El elemento placa seleccionado es el triángulo de Hsieh-Clough-Tocher de 6 nodos y 12 gdl

estas circunstancias la circulación de una carga puntual atravesando bordes de elementos de igual tamaño, podría dar lugar a un aumento ficticio de la respuesta dinámica de la estructura si coincidiera el tiempo de paso de la carga entre dos elementos contiguos con algún submúltiplo de los períodos naturales de ésta. Dicho efecto puede eliminarse forzando el paso de la carga a lo largo del borde de elementos y, en cualquier caso, su repercusión es de esperar que se reduzca a medida que se refina la malla. No obstante se ha considerado interesante salvar esta limitación seleccionando elementos finitos con continuidad en la primera derivada.

[20], cuya formulación se encuentra detallada en la Tesis Doctoral de C. Felippa [36]⁴¹. Este elemento, de ahora en adelante LCCT12, permite conseguir continuidad C^1 en todo el dominio adoptando una función de desplazamiento transversal del plano neutro $w(x,y)$ polinómica cúbica completa, interpolada a partir de los desplazamientos y de sus derivadas primeras en los nodos. El elemento, tal y como se muestra en la Figura 4.3(a), cuenta con 6 nodos, los tres vértices del triángulo y los tres puntos medios de sus lados.

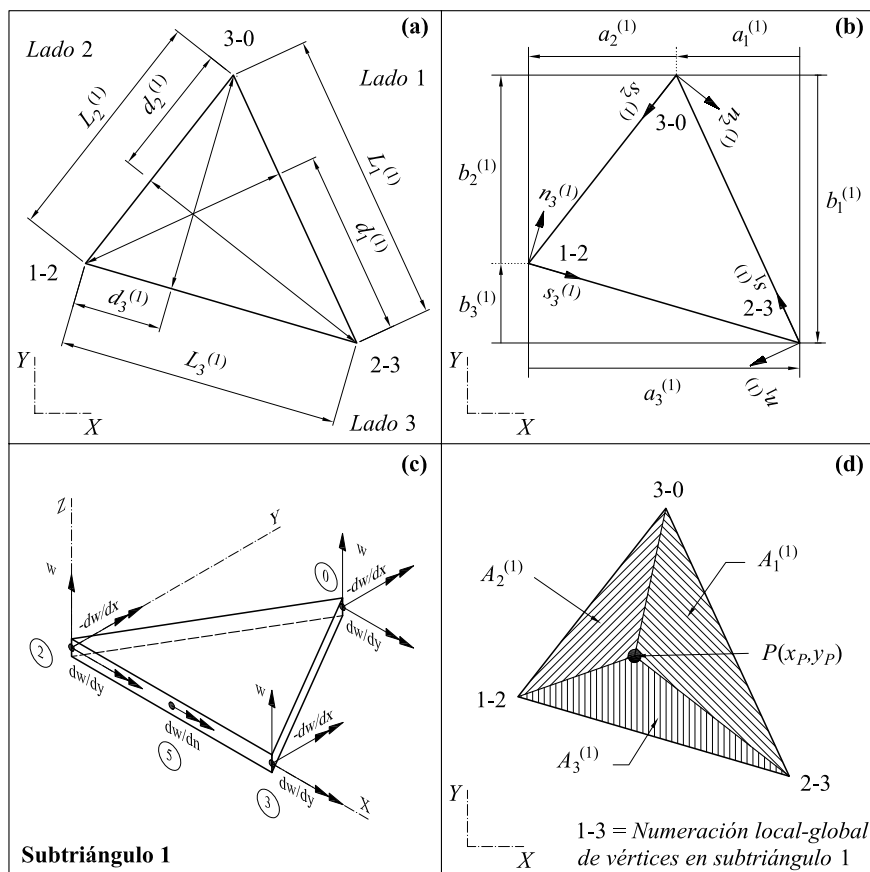


Figura 4.4 (a) y (b) Dimensiones, (c) gdl y (d) coordenadas baricéntricas definidas en el subtriángulo 1

En cada nodo vértice se definen tres grados de libertad: la deflexión $w(x,y)$ y sus dos derivadas primeras con respecto a los ejes X e Y, ortogonales y contenidos en el plano

⁴¹ En la literatura se ha encontrado una doble denominación para este elemento: HCT-12 en virtud a sus autores iniciales Hsieh, Clough y Tocher, y LCCT-12, en referencia al tipo de interpolación *Linearly varying curvature triangles*. En este documento se ha optado por emplear la segunda de ellas.

neutro. En los puntos medios de los tres lados del triángulo se define a su vez como gdl la derivada de $w(x,y)$ con respecto a la dirección perpendicular al lado. Así pues, el vector de gdl del elemento se puede expresar según

$$\mathbf{r}_{12} = [w_1 \quad -w_{1,x} \quad w_{1,y} \mid w_2 \quad -w_{2,x} \quad w_{2,y} \mid w_3 \quad -w_{3,x} \quad w_{3,y} \mid w_{4,n} \quad w_{5,n} \quad w_{6,n}]^T \quad (4.1)$$

donde $w_{i,x}$ hace referencia a la derivada de w con respecto a la coordenada x calculada en el nodo i .

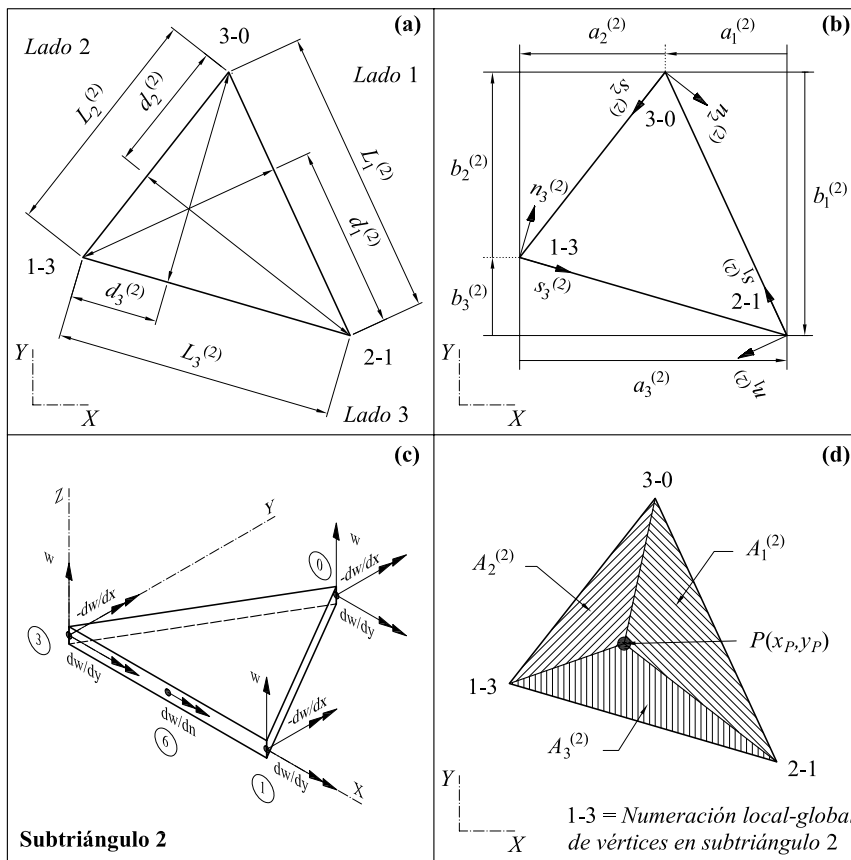


Figura 4.5 (a) y (b) Dimensiones, (c) gdl y (d) coordenadas baricéntricas definidas en el subtriángulo 2

La formulación del LCCT12 puede ser combinada con la del triángulo LST9⁴², de tres nodos y tres gdl por nodo, para introducir la deformación en el propio plano del elemento. Felippa y sus colaboradores han publicado la formulación de una versión optimizada de dicho elemento [9, 37, 38, 39], cuyos gdl señalados en la Figura 4.3(b) incluyen la rotación en el

⁴² Triángulo con campo de deformación lineal (*Linear Strain Triangle*) de 9 grados de libertad.

plano o *drilling* en cada uno de los vértices. No obstante y pese que la posibilidad de combinar ambos elementos influyó en la selección del triángulo LCCT12, el comportamiento como membrana no ha sido implementado a día de hoy en **DYNARET**, atribuyéndole al triángulo LCCT12 una ley constitutiva de tipo ortótropo⁴³.

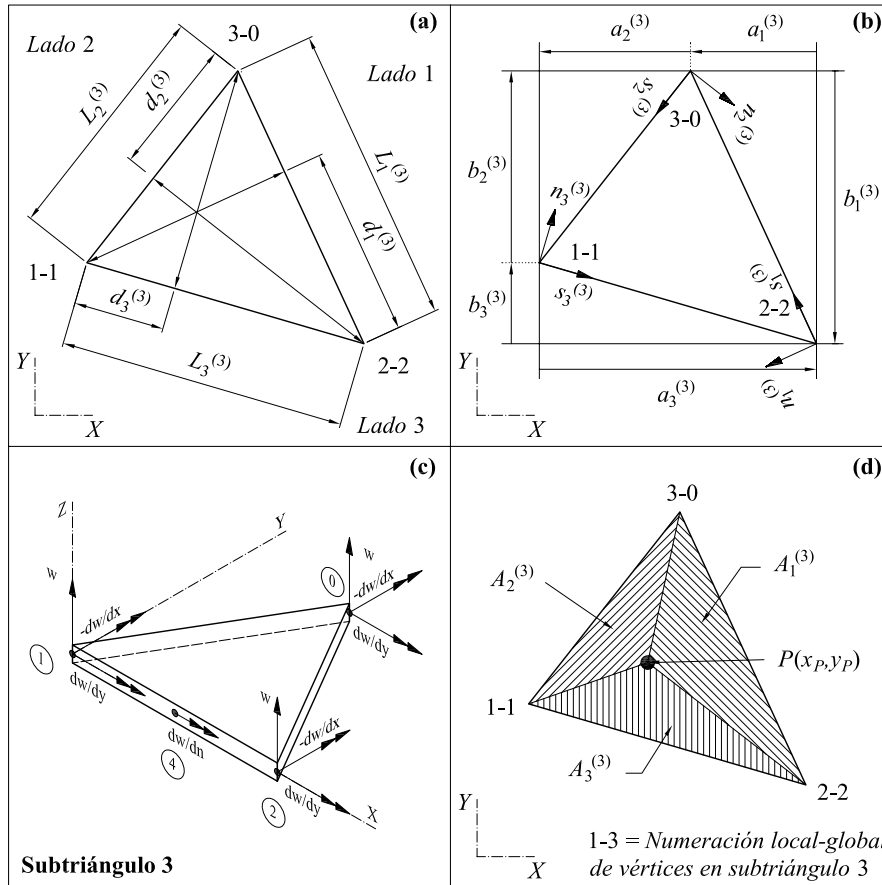


Figura 4.6 (a) y (b) Dimensiones, (c) gdl y (d) coordenadas baricéntricas definidas en el subtriángulo 3

⁴³ Inicialmente se pretendía programar un modelo para tableros de vigas compuesto por una placa de EF con comportamiento isotrópico unidos a elementos viga con capacidad de deformación tridimensional (seis gdl por nodo), que representaran el comportamiento de las vigas estructurales del tablero. La unión entre ambos requiere de la presencia de los gdl de deformación en el propio plano de la placa y en concreto del mencionado *drilling*. Pese a que finalmente se optó por atribuir a los elementos placa triangulares una ley de comportamiento ortótropo, agrupando de esta manera el efecto tanto de la losa como de las vigas, no se descarta en un futuro próximo retomar la primera opción por ajustarse en mayor medida al comportamiento real de la estructura. Esto afecta en especial a los resultados del proceso de calibración en puentes reales, como se comenta en el Capítulo 8.

Cada elemento triangular LCCT12 se compone a su vez de tres subtriángulos, como se muestra en la Figura 4.3(c), el 1-2-0, 2-3-0 y el 3-1-0, que comparten el vértice 0 siendo éste un punto interno cualquiera. El campo de desplazamientos $w(x,y)$ se representa mediante un polinomio cúbico completo en cada uno de estos tres subtriángulos, siendo los 10 gdl que requiere dicha interpolación los valores de $w(x,y)$ y sus primeras derivadas con respecto a las variables x e y en los tres vértices, así como la derivada normal en el punto medio del lado que constituirá un lado externo al componer los tres subtriángulos. La Figura 4.4(c) muestra estos 10 gdl en el caso particular del subtriángulo 1. Asimismo, en la Figura 4.5(c) y en la Figura 4.6(c) se han incluido las representaciones correspondientes a los subtriángulos 2 y 3. Nótese que el número entre paréntesis que aparece como superíndice en todas las variables hace referencia al número de subtriángulo.

El campo de desplazamientos en cada subtriángulo se puede expresar en función de los 12 gdl del triángulo completo recogidos en la ecuación (4.1), y del desplazamiento $w(x,y)$ y sus derivadas en el punto interno 0 a través de 15 funciones de forma, que en términos de un sistema de coordenadas baricéntricas propio de cada subtriángulo, son las incluidas en la ecuaciones (4.2a), (4.2b) y (4.2c) para los subtriángulos 1, 2 y 3 respectivamente.

$$\mathbf{N}_{15}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ (\zeta_1^{(1)})^2 (\zeta_1^{(1)} + 3\zeta_2^{(1)} + 3\zeta_3^{(1)}) + 6\mu_3^{(1)} \zeta_1^{(1)} \zeta_2^{(1)} \zeta_3^{(1)} \\ (\zeta_1^{(1)})^2 (-b_3^{(1)} \zeta_2^{(1)} + b_2^{(1)} \zeta_3^{(1)}) + (-b_3^{(1)} \mu_3^{(1)} + b_1^{(1)}) (\zeta_1^{(1)} \zeta_2^{(1)} \zeta_3^{(1)}) \\ (\zeta_1^{(1)})^2 (-a_3^{(1)} \zeta_2^{(1)} + a_2^{(1)} \zeta_3^{(1)}) + (-a_3^{(1)} \mu_3^{(1)} + a_1^{(1)}) (\zeta_1^{(1)} \zeta_2^{(1)} \zeta_3^{(1)}) \\ (\zeta_2^{(1)})^2 (\zeta_2^{(1)} + 3\zeta_3^{(1)} + 3\zeta_1^{(1)}) + 6\lambda_3^{(1)} \zeta_1^{(1)} \zeta_2^{(1)} \zeta_3^{(1)} \\ (\zeta_2^{(1)})^2 (-b_1^{(1)} \zeta_3^{(1)} + b_3^{(1)} \zeta_1^{(1)}) + (-b_2^{(1)} + b_3^{(1)} \lambda_3^{(1)}) (\zeta_1^{(1)} \zeta_2^{(1)} \zeta_3^{(1)}) \\ (\zeta_2^{(1)})^2 (-a_1^{(1)} \zeta_3^{(1)} + a_3^{(1)} \zeta_1^{(1)}) + (-a_2^{(1)} + a_3^{(1)} \lambda_3^{(1)}) (\zeta_1^{(1)} \zeta_2^{(1)} \zeta_3^{(1)}) \\ 0 \\ 4h_3^{(1)} \zeta_1^{(1)} \zeta_2^{(1)} \zeta_3^{(1)} \\ 0 \\ (\zeta_3^{(1)})^2 (\zeta_3^{(1)} + 3\zeta_1^{(1)} + 3\zeta_2^{(1)}) \\ (\zeta_3^{(1)})^2 (-b_2^{(1)} \zeta_1^{(1)} + b_1^{(1)} \zeta_2^{(1)}) \\ (\zeta_3^{(1)})^2 (-a_2^{(1)} \zeta_1^{(1)} + a_1^{(1)} \zeta_2^{(1)}) \end{bmatrix} \quad (4.2a)$$

$$\mathbf{N}_{15}^{(2)} = \begin{bmatrix}
(\zeta_2^{(2)})^2 (\zeta_2^{(2)} + 3\zeta_3^{(2)} + 3\zeta_1^{(2)}) + 6\lambda_3^{(2)} \zeta_1^{(2)} \zeta_2^{(2)} \zeta_3^{(2)} \\
(\zeta_2^{(2)})^2 (-b_1^{(2)} \zeta_3^{(2)} + b_3^{(2)} \zeta_1^{(2)}) + (-b_2^{(2)} + b_3^{(2)} \lambda_3^{(2)}) (\zeta_1^{(2)} \zeta_2^{(2)} \zeta_3^{(2)}) \\
(\zeta_2^{(2)})^2 (-a_1^{(2)} \zeta_3^{(2)} + a_3^{(2)} \zeta_1^{(2)}) + (-a_2^{(2)} + a_3^{(2)} \lambda_3^{(2)}) (\zeta_1^{(2)} \zeta_2^{(2)} \zeta_3^{(2)}) \\
0 \\
0 \\
0 \\
(\zeta_1^{(2)})^2 (\zeta_1^{(2)} + 3\zeta_2^{(2)} + 3\zeta_3^{(2)}) + 6\mu_3^{(2)} \zeta_1^{(2)} \zeta_2^{(2)} \zeta_3^{(2)} \\
(\zeta_1^{(2)})^2 (-b_3^{(2)} \zeta_2^{(2)} + b_2^{(2)} \zeta_3^{(2)}) + (-b_3^{(2)} \mu_3^{(2)} + b_1^{(2)}) (\zeta_1^{(2)} \zeta_2^{(2)} \zeta_3^{(2)}) \\
(\zeta_1^{(2)})^2 (-a_3^{(2)} \zeta_2^{(2)} + a_2^{(2)} \zeta_3^{(2)}) + (-a_3^{(2)} \mu_3^{(2)} + a_1^{(2)}) (\zeta_1^{(2)} \zeta_2^{(2)} \zeta_3^{(2)}) \\
0 \\
0 \\
4h_3^{(2)} \zeta_1^{(2)} \zeta_2^{(2)} \zeta_3^{(2)} \\
(\zeta_3^{(2)})^2 (\zeta_3^{(2)} + 3\zeta_1^{(2)} + 3\zeta_2^{(2)}) \\
(\zeta_3^{(2)})^2 (-b_2^{(2)} \zeta_1^{(2)} + b_1^{(2)} \zeta_2^{(2)}) \\
(\zeta_3^{(2)})^2 (-a_2^{(2)} \zeta_1^{(2)} + a_1^{(2)} \zeta_2^{(2)})
\end{bmatrix}^T \quad (4.2b)$$

$$\mathbf{N}_{15}^{(3)} = \begin{bmatrix}
(\zeta_1^{(3)})^2 (\zeta_1^{(3)} + 3\zeta_2^{(3)} + 3\zeta_3^{(3)}) + 6\mu_3^{(3)} \zeta_1^{(3)} \zeta_2^{(3)} \zeta_3^{(3)} \\
(\zeta_1^{(3)})^2 (-b_3^{(3)} \zeta_2^{(3)} + b_2^{(3)} \zeta_3^{(3)}) + (-b_3^{(3)} \mu_3^{(3)} + b_1^{(3)}) (\zeta_1^{(3)} \zeta_2^{(3)} \zeta_3^{(3)}) \\
(\zeta_1^{(3)})^2 (-a_3^{(3)} \zeta_2^{(3)} + a_2^{(3)} \zeta_3^{(3)}) + (-a_3^{(3)} \mu_3^{(3)} + a_1^{(3)}) (\zeta_1^{(3)} \zeta_2^{(3)} \zeta_3^{(3)}) \\
(\zeta_2^{(3)})^2 (\zeta_2^{(3)} + 3\zeta_3^{(3)} + 3\zeta_1^{(3)}) + 6\lambda_3^{(3)} \zeta_1^{(3)} \zeta_2^{(3)} \zeta_3^{(3)} \\
(\zeta_2^{(3)})^2 (-b_1^{(3)} \zeta_3^{(3)} + b_3^{(3)} \zeta_1^{(3)}) + (-b_2^{(3)} + b_3^{(3)} \lambda_3^{(3)}) (\zeta_1^{(3)} \zeta_2^{(3)} \zeta_3^{(3)}) \\
(\zeta_2^{(3)})^2 (-a_1^{(3)} \zeta_3^{(3)} + a_3^{(3)} \zeta_1^{(3)}) + (-a_2^{(3)} + a_3^{(3)} \lambda_3^{(3)}) (\zeta_1^{(3)} \zeta_2^{(3)} \zeta_3^{(3)}) \\
0 \\
0 \\
0 \\
4h_3^{(3)} \zeta_1^{(3)} \zeta_2^{(3)} \zeta_3^{(3)} \\
0 \\
0 \\
(\zeta_3^{(3)})^2 (\zeta_3^{(3)} + 3\zeta_1^{(3)} + 3\zeta_2^{(3)}) \\
(\zeta_3^{(3)})^2 (-b_2^{(3)} \zeta_1^{(3)} + b_1^{(3)} \zeta_2^{(3)}) \\
(\zeta_3^{(3)})^2 (-a_2^{(3)} \zeta_1^{(3)} + a_1^{(3)} \zeta_2^{(3)})
\end{bmatrix}^T \quad (4.2c)$$

Así pues, el campo de desplazamientos en el subtriángulo j vendrá dado por

$$w(x, y)^{(j)} = \mathbf{N}_{15}^{(j)} \cdot \mathbf{r}_{15} \quad j = 1, 2, 3 \quad (4.3)$$

siendo

$$\mathbf{N}_{15}^{(j)} = [\mathbf{N}_{12}^{(j)} \mid \mathbf{N}_0^{(j)}] \quad (4.4)$$

$$\mathbf{r}_{15} = [\mathbf{r}_{12} \mid \mathbf{r}_0] = [\mathbf{r}_{12} \mid w_0 \quad -w_{0,x} \quad w_{0,y}] \quad (4.5)$$

Las coordenadas $(\zeta_1^{(j)}, \zeta_2^{(j)}, \zeta_3^{(j)})$ determinan unívocamente la posición de un punto P perteneciente al subtriángulo j , siendo su definición la siguiente

$$P(\zeta_1^{(j)}, \zeta_2^{(j)}, \zeta_3^{(j)}) = \left(\frac{A_1^{(j)}}{A^{(j)}}, \frac{A_2^{(j)}}{A^{(j)}}, \frac{A_3^{(j)}}{A^{(j)}} \right) \quad (4.6)$$

donde $A_i^{(j)}$ son cada una de las el áreas rayadas mostradas en el apartado (d) de las figuras 4.4, 4.5 y 4.6 y $A^{(j)}$ es el área total del subtriángulo j . Las variables $a_i^{(j)}$ y $b_i^{(j)}$ dependen de las dimensiones del subtriángulo, así como $\lambda_i^{(j)} = a_i^{(j)} / L_i^{(j)}$, $\mu_i^{(j)} = 1 - \lambda_i^{(j)}$ y $h_i^{(j)}$. Su definición se ha incluido para cada uno de los tres subtriángulos en los apartados (a) y (b) de las mencionadas figuras.

La selección de los 15 gdl de la ecuación (4.5) asegura la continuidad de la deformada entre subtriángulos. No obstante, la continuidad en la derivada normal de $w(x, y)$ entre éstos se logra igualando las pendientes normales a los lados interiores en los nodos 7, 8 y 9, indicados en la Figura 4.3(b), es decir

$$\theta_7^{(3)} = \left(\frac{\partial w^{(3)}}{\partial n_1^{(3)}} \right)_7 = - \left(\frac{\partial w^{(1)}}{\partial n_2^{(1)}} \right)_7 = -\theta_7^{(1)} \quad (4.7a)$$

$$\theta_9^{(3)} = \left(\frac{\partial w^{(3)}}{\partial n_2^{(3)}} \right)_9 = - \left(\frac{\partial w^{(2)}}{\partial n_1^{(2)}} \right)_9 = -\theta_9^{(2)} \quad (4.7b)$$

$$\theta_8^{(2)} = \left(\frac{\partial w^{(2)}}{\partial n_2^{(2)}} \right)_8 = - \left(\frac{\partial w^{(1)}}{\partial n_1^{(1)}} \right)_8 = -\theta_8^{(1)} \quad (4.7c)$$

Las ecuaciones (4.7a-c) permiten construir una matriz \mathbf{G} de tres filas y 12 columnas que se emplea para condensar los tres gdl del punto interno \mathbf{r}_0 , en función de los 12 gdl exteriores \mathbf{r}_{12} . De esta forma el campo de desplazamientos en cada subtriángulo puede ser interpolado a partir de los gdl externos del triángulo completo según

$$w^{(j)}(x, y) = (\mathbf{N}_{12}^{(j)} + \mathbf{N}_0^{(j)} \mathbf{G}) \mathbf{r}_{12} \quad j = 1, 2, 3 \quad (4.8)$$

Puesto que $w^{(j)}(x, y)$ es una función cúbica en cada subregión, las tres componentes de la curvatura $\kappa_{xx}^{(j)}$, $\kappa_{yy}^{(j)}$ y $\kappa_{xy}^{(j)}$ definidas como

$$\kappa_{xx}^{(j)} = \frac{\partial^2 w^{(j)}}{\partial x^2} \quad \kappa_{yy}^{(j)} = \frac{\partial^2 w^{(j)}}{\partial y^2} \quad \kappa_{xy}^{(j)} = 2 \frac{\partial^2 w^{(j)}}{\partial x \partial y} \quad (4.9)$$

variarán de forma lineal, siendo necesarios nueve valores nodales para su interpolación en cada subtriángulo. Por lo tanto, el estado lineal de curvaturas en el triángulo completo queda unívocamente definido mediante 27 curvaturas nodales, de las cuales sólo 21 son independientes debido a la coincidencia de las tres componentes en el punto 0. Sea \mathbf{X} el vector de 21 curvaturas nodales diferentes ordenadas según⁴⁴

$$\mathbf{X}_{(21 \times 1)} = [\mathbf{X}_1^{(3)} \mid \mathbf{X}_2^{(3)} \mid \mathbf{X}_2^{(1)} \mid \mathbf{X}_3^{(1)} \mid \mathbf{X}_3^{(2)} \mid \mathbf{X}_1^{(2)} \mid \mathbf{X}_0] \quad (4.10)$$

donde

$$\mathbf{X}_i^{(j)} = \left\{ \kappa_{xx,i}^{(j)} \quad \kappa_{yy,i}^{(j)} \quad \kappa_{xy,i}^{(j)} \right\} = \left\{ \frac{\partial^2 w^{(j)}}{\partial x^2} \quad \frac{\partial^2 w^{(j)}}{\partial y^2} \quad \frac{2 \partial^2 w^{(j)}}{\partial x \partial y} \right\}_{\text{Nodo } i} \quad j = 1, 2, 3 \quad (4.11)$$

$$\mathbf{X}_0 = \left\{ \kappa_{xx,0}^{(j)} \quad \kappa_{yy,0}^{(j)} \quad \kappa_{xy,0}^{(j)} \right\} = \left\{ \frac{\partial^2 w^{(j)}}{\partial x^2} \quad \frac{\partial^2 w^{(j)}}{\partial y^2} \quad \frac{2 \partial^2 w^{(j)}}{\partial x \partial y} \right\}_{\text{Nodo } 0} \quad j = 1, 2, 3 \quad (4.12)$$

Las funciones curvatura en cada uno de los tres subtriángulos se pueden interpolar a partir de los valores nodales previa multiplicación por la matriz $\mathbf{A}_{(3 \times 21)}^{(j)}$

$$\mathbf{X}^{(j)}(x, y) = \begin{bmatrix} \kappa_{xx}^{(j)}(x, y) \\ \kappa_{yy}^{(j)}(x, y) \\ \kappa_{xy}^{(j)}(x, y) \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{(3 \times 21)}^{(j)} \mathbf{X}_{(21 \times 1)} \quad j = 1, 2, 3 \quad (4.13)$$

siendo

$$\mathbf{A}_{(3 \times 21)}^{(1)} = [\mathbf{0} \mid \mathbf{0} \mid \zeta_1^{(1)} \mathbf{I} \mid \zeta_2^{(1)} \mathbf{I} \mid \mathbf{0} \mid \mathbf{0} \mid \zeta_3^{(1)} \mathbf{I}] \quad (4.14)$$

$$\mathbf{A}_{(3 \times 21)}^{(2)} = [\mathbf{0} \mid \mathbf{0} \mid \mathbf{0} \mid \mathbf{0} \mid \zeta_1^{(2)} \mathbf{I} \mid \zeta_2^{(2)} \mathbf{I} \mid \zeta_3^{(2)} \mathbf{I}] \quad (4.15)$$

$$\mathbf{A}_{(3 \times 21)}^{(3)} = [\zeta_1^{(3)} \mathbf{I} \mid \zeta_2^{(3)} \mathbf{I} \mid \mathbf{0} \mid \mathbf{0} \mid \mathbf{0} \mid \mathbf{0} \mid \zeta_3^{(3)} \mathbf{I}] \quad (4.16)$$

y siendo \mathbf{I} y $\mathbf{0}$ las matrices identidad y nula de orden 3 respectivamente.

Las curvaturas nodales se pueden a su vez expresar en función del vector de grados de libertad del triángulo completo según

$$\mathbf{X}_{(21 \times 1)} = \mathbf{B}_{(21 \times 12)} \mathbf{r}_{12} = (\mathbf{B}_e_{(21 \times 12)} + \mathbf{B}_0_{(21 \times 3)} \mathbf{G}_{(3 \times 12)}) \mathbf{r}_{12} \quad (4.17)$$

almacenando las matrices \mathbf{B}_e y \mathbf{B}_0 las derivadas segundas de las funciones de forma

⁴⁴ En esta expresión i hace referencia a la numeración global de nodos en el triángulo completo.

(4.2a-c) con respecto a las coordenadas x e y , y condensando de nuevo los grados de libertad del punto interior previa multiplicación por la matriz \mathbf{G} .

Calculando la energía de deformación de un elemento LCCT12 completo

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \mathbf{r}_{12}^T \mathbf{K}_{\text{elm}} \mathbf{r}_{12} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \int_{A^{(j)}} \mathbf{X}^{(j),T} \mathbf{D} \mathbf{X}^{(j)} dA = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \int_{A^{(j)}} \mathbf{X}^T \mathbf{A}^{(j),T} \mathbf{D} \mathbf{A}^{(j)} \mathbf{X} dA = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \int_{A^{(j)}} \mathbf{r}_{12}^T \mathbf{B}^T \mathbf{A}^{(j),T} \mathbf{D} \mathbf{A}^{(j)} \mathbf{B} \mathbf{r}_{12} dA = \frac{1}{2} \mathbf{r}_{12}^T \mathbf{B}^T \left\{ \sum_{j=1}^3 \int_{A^{(j)}} \mathbf{A}^{(j),T} \mathbf{D} \mathbf{A}^{(j)} dA \right\} \mathbf{B} \mathbf{r}_{12} \end{aligned} \quad (4.18)$$

se obtiene la expresión de la matriz de rigidez a nivel de elemento

$$\mathbf{K}_{\text{elm}} = \mathbf{B}^T \left\{ \sum_{j=1}^3 \int_{A^{(j)}} \mathbf{A}^{(j),T} \mathbf{D} \mathbf{A}^{(j)} dA \right\} \mathbf{B} \quad (4.19)$$

donde

\mathbf{K}_{elm} es la matriz de rigidez del triángulo LCCT12 de 12×12 elementos relacionando fuerzas y desplazamientos nodales.

\mathbf{D} es la matriz constitutiva que relaciona momentos por unidad de longitud con curvaturas de 3×3 elementos a través de la cual se introduce el comportamiento ortótropo de la placa⁴⁵.

Por otra parte la matriz de masa congruente del elemento se construye a su vez aplicando

$$\mathbf{M}_{\text{elm}} = \rho h \sum_{j=1}^3 \mathbf{T}_{(0)}^T \left(\int_{A^{(j)}} \mathbf{N}_{15}^{(j),T} \mathbf{N}_{15}^{(j)} dA \right) \mathbf{T}_{(0)} \quad (4.20)$$

donde

\mathbf{M}_{elm} es la matriz de masa congruente del elemento LCCT12 de 12×12 elementos.

$\mathbf{T}_{(0)}$ es una matriz 15×12 de transformación de los gdl del punto interno 0 en función de \mathbf{r}_{12} definida como

$$\mathbf{T}_{(0)} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{(12 \times 12)} \\ \mathbf{G}_{(3 \times 12)} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

y ρ y h son la densidad y el espesor del elemento respectivamente.

Finalmente, las cargas puntuales que suponen los ejes de las composiciones así como el peso propio del tablero se transforman en cargas nodales congruentes aplicando las ecuaciones (4.22) y (4.23)

⁴⁵ El cálculo de los elementos de esta matriz en el caso de tableros reales se describe en el Capítulo 7.

$$\mathbf{F}_{\text{elm}}^Z = \left[\mathbf{N}_{12}^{(0)}(\zeta_{1P}^{(j)}, \zeta_{2P}^{(j)}, \zeta_{3P}^{(j)}) + \mathbf{N}_0^{(0)}(\zeta_{1P}^{(j)}, \zeta_{2P}^{(j)}, \zeta_{3P}^{(j)}) \mathbf{G} \right] \mathbf{P}_k \quad (4.22)$$

$$\mathbf{F}_{\text{elm}}^{\text{PP}} = \rho^{(j)} gh \sum_{j=1}^3 \left[\int_{A^{(j)}} \mathbf{N}_{12}^{(0)} dA + \int_{A^{(j)}} \mathbf{N}_0^{(0)} dA \mathbf{G} \right] \quad (4.23)$$

En lo referente a la posición del punto interno 0, Felippa [36] ha investigado numéricamente la existencia de una posición óptima del mismo, entendiendo óptima como aquella que minimiza la rigidez del elemento, llegando a las siguientes conclusiones: (i) sólo en el caso de triángulos equiláteros la posición óptima del punto interno coincide con el baricentro; (ii) dicha posición óptima es independiente de la ley constitutiva del material; y (iii) la diferencia entre el empleo de ambos puntos en la predicción del campo de desplazamientos obtenida en numerosos problemas de placas evaluados, raramente excedía el 0.1%. En todos los cálculos realizados con este modelo siempre se ha tomado el baricentro del triángulo como punto interno.

4.3.2. Procedimiento de mallado

En este apartado se describe brevemente el procedimiento de mallado de la placa y de las vigas auxiliares. El contorno de la placa se define a través de tres variables: el ancho B , la luz de cálculo⁴⁶ L y el ángulo de esviaje, estando la malla de EF triangulares controlada por los siguientes parámetros:

- La disposición de franjas longitudinales de elementos de diferente densidad.
- La posición de las vigas auxiliares en la dimensión transversal Y .
- La localización de los FVD en la dimensión longitudinal X .
- El tamaño máximo de elemento permitido.

El código programado contempla la existencia de franjas longitudinales de EF con diferente densidad, de esta manera es posible concentrar el peso propio del balasto, traviesas, carriles y material de vía en la parte central de la plataforma en caso de que la estructura objeto de análisis así lo requiera, como se muestra en la Figura 4.7. Esto no afecta demasiado a la frecuencia y respuesta dinámica asociadas al modo de flexión longitudinal del tablero, pero puede tener una importancia considerable en los modos de torsión y flexión transversal.

La malla de elementos triangulares se genera a partir de una cuadrícula irregular. Los tres primeros parámetros enumerados anteriormente condicionan el número mínimo de líneas

⁴⁶ En puentes de vigas la luz de cálculo coincide con la distancia entre paramentos de ambos estribos en ausencia de apoyos de neopreno, o bien con la distancia entre centros de neoprenos en presencia de estos elementos.

de borde de elementos rectangulares, (o romboides en caso de tableros esviados) y, en función del tamaño máximo de elemento admitido, se completa la cuadrícula que se divide posteriormente en elementos triangulares.

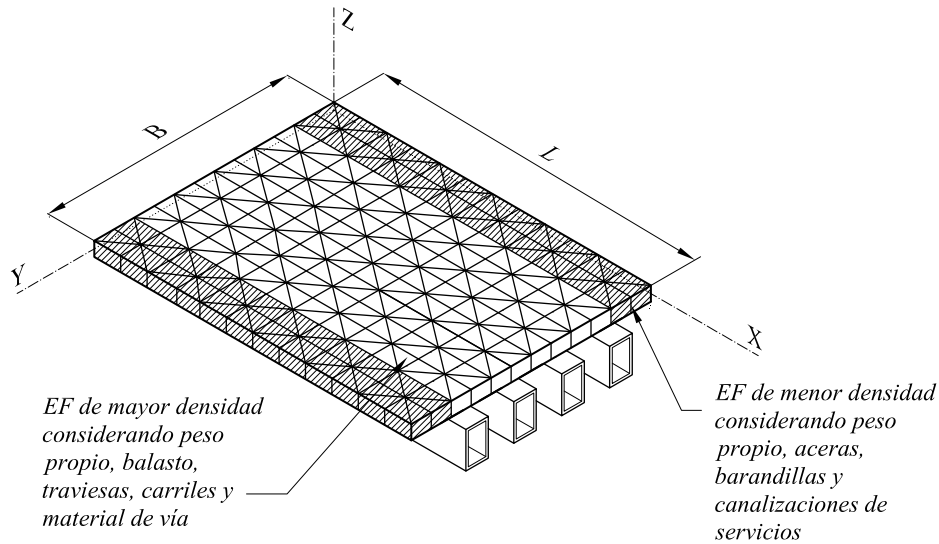


Figura 4.7 Franjas de EF de igual densidad

La Figura 4.8 resume este proceso en un tablero reacondicionado con dos vigas auxiliares, tres amortiguadores y tres franjas longitudinales de elementos de igual densidad. La ubicación de las vigas y los bordes de las franjas de igual densidad se transforman en bordes longitudinales impuestos de elementos, como se puede observar en (b). Del mismo modo, la ubicación de los FVD independientemente de la viga auxiliar a la que estén conectados, da lugar a bordes transversales de elementos. Este conjunto mínimo de fronteras da lugar a la cuadrícula incluida en (d) en línea de trazo continuo, la cual se completa con bordes de elemento adicionales en función de la dimensión máxima de elemento permitida.

Una vez configurada la cuadrícula, se han considerado las dos alternativas de mallado con elementos triangulares representadas en la Figura 4.9. La primera opción evaluada (Figura 4.9(a)) fue desestimada y sustituida por la definitiva (Figura 4.9(b)) debido a que, en casos de rectángulos distorsionados por el esviaje o con una relación dimensional muy diferente a la unidad, esta configuración da lugar a ángulos de triángulos muy pequeños o muy grandes. Como consecuencia de ello, el ritmo de convergencia de los resultados proporcionados por el caso (a) con el grado de refinamiento de la malla, es considerablemente inferior al que se consigue con la segunda opción.

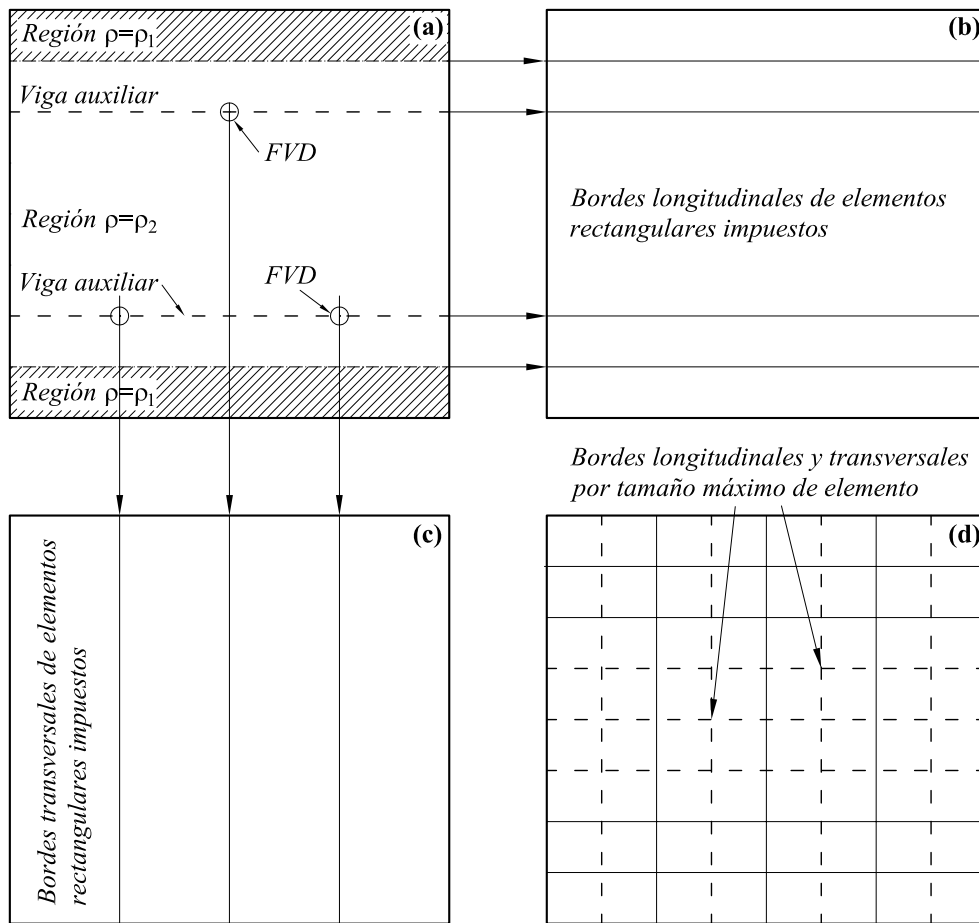


Figura 4.8 Generación de una cuadrícula auxiliar para su mallado con elementos triangulares en la placa

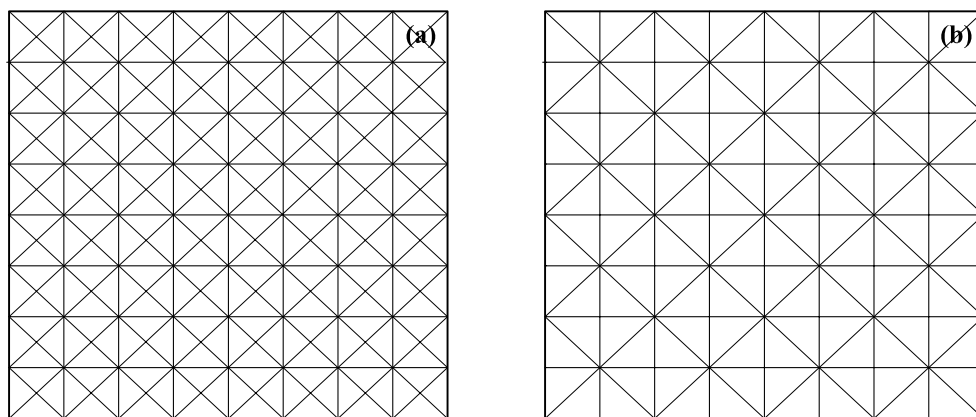


Figura 4.9 Alternativas de mallado consideradas: (a) opción desestimada y (b) opción definitiva

La malla de cada una de las vigas auxiliares depende a su vez de dos parámetros:

- La posición de los FVD conectados a ella
- El tamaño máximo de elemento viga especificado

Al igual que en el caso de la placa, la ubicación de los amortiguadores define la posición de nodos mínimos y, una vez establecidos éstos, se completa la malla para que no se supere el tamaño máximo de elemento.

El procedimiento de mallado descrito para las vigas auxiliares y la placa asegura que, independientemente de la ubicación de los elementos de disipación, la base de los amortiguadores coincide con un nodo de la viga auxiliar en la que se instala, y que el punto de conexión de la cabeza de éstos con la placa coincide con un vértice de triángulo.

4.3.3. Modelización de los apoyos de neopreno del tablero

Los apoyos elásticos o neoprenos sobre los que descansan las vigas originales del tablero se han introducido en el modelo numérico puesto que su presencia da lugar a una reducción de las frecuencias de vibración y, consecuentemente, de las velocidades de resonancia. Además, al verse también afectadas las formas modales, la amplitud de la respuesta en resonancia puede variar considerablemente⁴⁷.

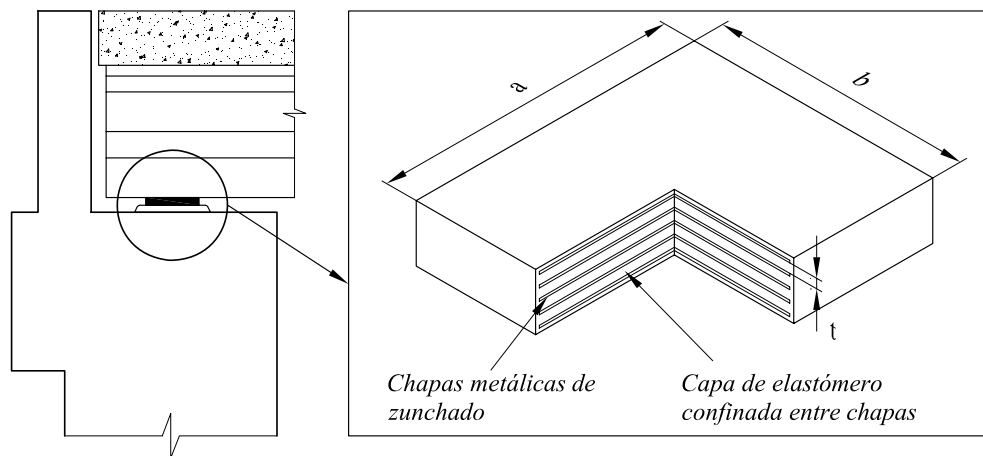


Figura 4.10 Composición y dimensiones de un apoyo de neopreno zunchado

En el modelo tridimensional se ha introducido la rigidez vertical de los apoyos elásticos de forma distribuida, adicionando a la matriz de rigidez elemental, \mathbf{K}_{elm} , de aquellos

⁴⁷ En el Capítulo 7 se analiza en detalle el efecto de la rigidez de los neoprenos sobre la respuesta dinámica de dos tableros reales.

elementos con un lado coincidente con uno de los estribos del tablero, la matriz $\mathbf{K}_{\text{elm}}^{\text{neop}}$ definida en relación a los mismos 12 gdl en coordenadas locales del LCCT12.

$$\mathbf{K}_{\text{elm}}^{\text{neop}} = \mathbf{T}_{(j)}^T \left[\int_{L_3^{(j)}} \mathbf{N}_{15}^{(j)T} \bar{k}_v \mathbf{N}_{15}^{(j)} ds_3^{(j)} \right] \mathbf{T}_{(j)} \quad (4.24)$$

donde

j es el número del subtriángulo al que pertenece el borde del elemento coincidente con el estribo.

$s_3^{(j)}$ es la coordenada longitudinal del lado 3 del subtriángulo j , definida según el apartado (c) de las figuras 4.4, 4.5 y 4.6

\bar{k}_v es la suma de rigideces verticales de todos los neoprenos del estribo, transformada en rigidez por unidad de longitud según

$$\bar{k}_v = \frac{E_{\text{neop}} a b}{n_{\text{capas}} t} \cdot \frac{N_{\text{neop}}}{L_{\text{estribo}}} \quad (4.25)$$

siendo a , b y t el largo, ancho y espesor de material elastomérico entre dos chapas metálicas de zunchado, tal y como se indica en la Figura 4.10, n_{capas} el número de capas, N_{neop} el número de neoprenos que apoyan sobre un estribo y L_{estribo} la longitud de éste. El Módulo de Elasticidad del neopreno E_{neop} se puede obtener a partir del Módulo de Elasticidad transversal siguiendo el procedimiento propuesto por Manterola [79] detallado en el apartado 7.2.3 de este documento

En lo relativo a las vigas auxiliares, no se han considerado apoyos flexibles en sus extremos ya que estarán firmemente apoyadas en el estribo o incluso atadas a éste, en caso de que su peso propio no sea suficiente para compensar las reacciones de tracción que pudieran aparecer en algunas situaciones.

4.3.4. Construcción de matrices globales. Introducción en la formulación del sistema de reacondicionamiento

Las matrices de masa y rigidez elementales, tanto de los elementos triangulares que conforman la placa como de los elementos unidimensionales de las vigas auxiliares, se ensamblan finalmente dando lugar a las matrices de masa y rigidez globales del tablero reacondicionado:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_B & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{b1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{bN} \end{bmatrix} \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_B & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{b1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{bN} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

donde \mathbf{M}_B y \mathbf{K}_B son las submatrices de masa y rigidez de la placa y \mathbf{M}_{bi} y \mathbf{K}_{bi} las de cada viga auxiliar. Según se indica en la ecuación (4.26), no existe acoplamiento entre los grados de libertad del tablero y del sistema de vigas a través de ninguna de estas matrices. El comportamiento viscoso puro de los FVD hace que la presencia de términos de acoplamiento esté limitada a la matriz de amortiguamiento \mathbf{C} , por lo que, en una situación de carga estática, el reacondicionamiento no afecta en modo alguno a la respuesta del tablero. El sistema de ecuaciones del modelo completo puede ser expresado según

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{r}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{r}} + \mathbf{K}\mathbf{r} = \mathbf{F} \quad (4.27)$$

donde \mathbf{r} es el vector de desplazamientos de los grados de libertad del conjunto placa-vigas auxiliares ordenado según

$$\mathbf{r} = [\mathbf{r}_B \mid \mathbf{r}_{b1} \quad \dots \quad \mathbf{r}_{bN}]^T \quad (4.28)$$

y un punto sobre una variable indica derivación con respecto al tiempo. En la ecuación (4.27), \mathbf{F} representa el vector de fuerzas externas asociadas a cada uno de los gdl en coordenadas globales.

La matriz de amortiguamiento \mathbf{C} se puede expresar como suma de dos contribuciones: (i) la contribución del amortiguamiento estructural del tablero y las vigas auxiliares, \mathbf{C}_E y (ii) el amortiguamiento introducido de forma puntual por los FVD, \mathbf{C}_D .

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}_E + \mathbf{C}_D \quad (4.29)$$

La segunda de ellas se construye introduciendo el valor de la constante de amortiguamiento de cada uno de los dispositivos en las posiciones ii y jj , y su valor con signo cambiado en las ij y ji , siendo i la posición del gdl de la placa conectado al FVD y j la del gdl de la viga auxiliar correspondiente, según el orden establecido en el vector \mathbf{r} .

$$\mathbf{C}_D = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \\ 0 & C_{Dk} & 0 & -C_{Dk} & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & 0 & \dots & \\ \hline 0 & -C_{Dk} & 0 & C_{Dk} & \dots & \\ \dots & 0 & \dots & \dots & \dots & \end{array} \right] \quad (4.30)$$

En cuanto a la contribución estructural, en los tipos de análisis en los que se emplea la malla de EF completa, la matriz \mathbf{C}_E se obtiene como matriz de Rayleigh combinando linealmente las submatrices de masa y rigidez de cada elemento, como se muestra en la ecuación (4.31)

$$\mathbf{C}_E = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \alpha_B \mathbf{M}_B + \beta_B \mathbf{K}_B & & & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ & \mathbf{0} & & \alpha_{b1} \mathbf{M}_{b1} + \beta_{b1} \mathbf{K}_{b1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ & \mathbf{0} & & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ & \mathbf{0} & & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \alpha_{bN} \mathbf{M}_{bN} + \beta_{bN} \mathbf{K}_{bN} \end{array} \right] \quad (4.31)$$

donde α_B y β_B se determinan a partir de las tasas de amortiguamiento asociadas a dos frecuencias naturales de la placa, y α_{bi} y β_{bi} a partir de dos tasas de amortiguamiento asociadas a dos modos de cada viga auxiliar. En los tipos de análisis en los que la deformada de la estructura se limita a la combinación lineal de una serie de modos de vibración se introduce el amortiguamiento estructural directamente en espacio modal.

4.3.5. Simulación del efecto de reparto de cargas

La simulación del tránsito ferroviario se ha llevado a cabo mediante un modelo de cargas móviles, según el cual, cada eje de la composición trasmite una fuerza puntual de valor constante que viaja a la velocidad del tren, despreciando los efectos de interacción vehículo-estructura, como se indica en la introducción del apartado 4.3.

Cuando se introduce en el modelo numérico la rigidez vertical de los apoyos de neopreno, siguiendo el procedimiento descrito en el apartado 4.3.3, y la posición de una carga pasa a estar contenida en un elemento de borde de matriz de rigidez afectada por el apoyo elástico, se produce un fenómeno transitorio en la respuesta que puede aumentar artificialmente la participación de modos de vibración de frecuencias elevadas. Con el objeto de analizar la influencia de este fenómeno y modelizar de manera más realista la naturaleza gradual de la entrada y salida de ejes en el tablero, se ha programado un algoritmo de suavizado simulando el efecto de reparto debido al carril, traviesas y capa de balasto. Dicho algoritmo distribuye el valor total de la carga del eje en una longitud L_{rep} , según se muestra en la Figura 4.11, empleando como función de reparto la deformada de la solución Zimmerman-Timoshenko [26] para viga infinita sobre lecho elástico.

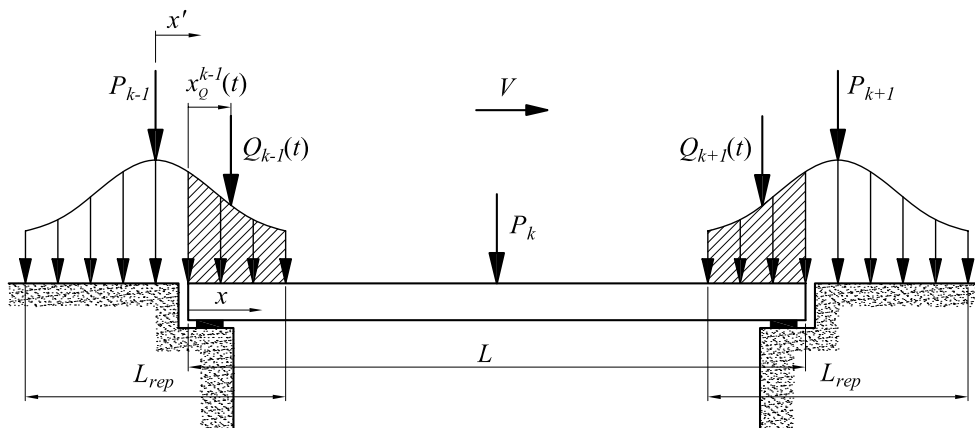


Figura 4.11 Suavizado de la entrada/salida de cargas en las proximidades de los estribos

Considérese una viga infinita con rigidez a flexión EI_z , igual a la del carril, descansando sobre un lecho elástico de constante de rigidez por unidad de longitud k , como la que se

muestra en la Figura 4.12. La ecuación de la deformada de la viga sometida a la actuación de una carga puntual P , según la solución de Zimmerman-Timoshenko, viene dada por

$$v(x') = \begin{cases} \frac{-P\beta}{2k} e^{-\beta x'} (\cos(\beta x') + \text{sen}(\beta x')) & x' \geq 0 \\ \frac{-P\beta}{2k} e^{\beta x'} (\cos(\beta x') - \text{sen}(\beta x')) & x' \leq 0 \end{cases} \quad \left| \quad \beta = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI_z}} \right. \quad (4.32)$$

estando la coordenada x' de la ecuación (4.32) referida al punto de aplicación de la carga P . La constante k es una medida de la rigidez vertical de todos los elementos que forman la vía, (plataforma, sub-base granular, balasto, traviesas y placas de asiento), cada uno de ellos con un Módulo de Elasticidad distinto.

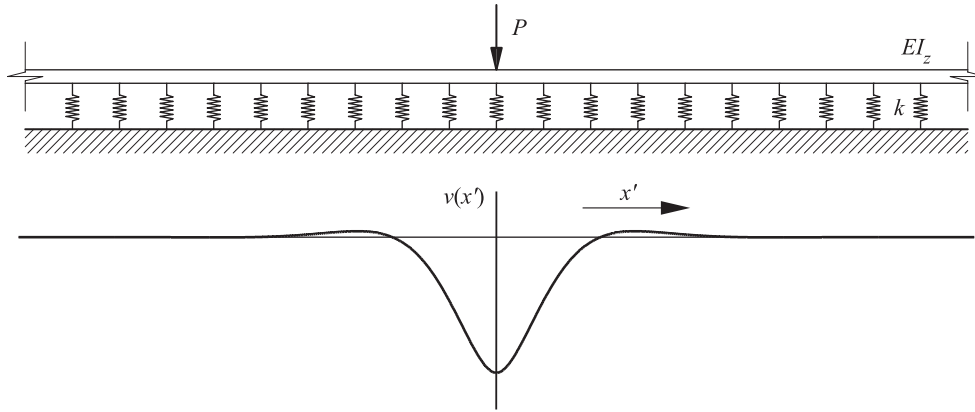


Figura 4.12 Solución de Zimmerman-Timoshenko para la deformada de una viga infinita sobre lecho elástico

Equiparando el resultado de la integral entre $-\infty$ y $+\infty$, de la reacción distribuida ejercida por el lecho elástico sobre el carril, a la de una función $f(x')$ proporcional a $v(x')$ que, integrada en la longitud L_{rep} , proporciona el valor total de la carga P , se obtiene la expresión analítica de la función de reparto.

$$P = -k \int_{-\infty}^{\infty} v(x') dx' = \int_{-L_{rep}/2}^{L_{rep}/2} f(x') dx' \Rightarrow f(x') = \frac{-k v(x')}{\left(1 - e^{-\beta \frac{L_{rep}}{2}} \cos\left(\frac{\beta L_{rep}}{2}\right)\right)} \quad (4.33)$$

Al incorporar en el programa la posibilidad de suavizado, se debe modificar el procedimiento de ensamblado de las cargas puntuales que en un instante determinado de tiempo se encuentran sobre el tablero, según se detalla a continuación:

- En el primer instante de tiempo, las cargas puntuales correspondientes a las dos ruedas del primer eje, se encuentra ubicadas sobre el primer estribo (o una de ellas en presencia de esviaje). En caso de introducir la opción de suavizado,

es necesario retrasar la posición de todas las cargas una cantidad igual a $L_{rep}/2$.

- Cada instante de tiempo se verifica la posición de las cargas puntuales, ensamblando en el vector de fuerzas nodales aquellas que se encuentran entre ambos estribos. Al incorporar la opción de suavizado, esta comprobación se lleva a cabo considerando la presencia de la huella de reparto, de longitud L_{rep} , centrada en la posición del eje.
- En el caso de ejes cuya huella de reparto se encuentre entre los estribos sin contactar con ninguno de ellos, se considera la totalidad de la carga P_k y ésta se ensambla como habitualmente.
- En el caso de ejes cuya huella de reparto contacte con alguno de los estribos, se calculará la resultante de la porción de huella situada en el interior del tablero. El módulo y la posición de dicha resultante a la entrada de la carga, con respecto al origen definido en el primer estribo, vienen dados por las expresiones (4.34), quedando definidas de forma análoga las expresiones correspondientes al segundo estribo (4.35). En las expresiones (4.34) y (4.35) la coordenada x se mide desde el primer estribo, siendo x_k la distancia al primer estribo de la k -ésima carga

$$Q_k = \int_{x=0}^{x=x_k + \frac{L_{rep}}{2}} f(x) dx = \int_{x'=-x_k}^{x'=\frac{L_{rep}}{2}} f(x') dx' \quad (4.34a)$$

$$x_Q^k = \frac{1}{Q_k} \int_{x=0}^{x=x_k + \frac{L_{rep}}{2}} x f(x) dx = \frac{1}{Q_k} \int_{x'=-x_k}^{x'=\frac{L_{rep}}{2}} (x_k + x') f(x') dx' \quad (4.34b)$$

$$Q_k = \int_{x=x_k - \frac{L_{rep}}{2}}^{x=L} f(x) dx = \int_{x'=-\frac{L_{rep}}{2}}^{x'=L-x_k} f(x') dx' \quad (4.35a)$$

$$x_Q^k = \frac{1}{Q_k} \int_{x=x_k - \frac{L_{rep}}{2}}^{x=L} x f(x) dx = \frac{1}{Q_k} \int_{x'=-\frac{L_{rep}}{2}}^{x'=L-x_k} (x_k + x') f(x') dx' \quad (4.35b)$$

En cuanto a la longitud de reparto L_{rep} y la rigidez de la vía k , los valores adoptados en los cálculos así como su influencia se detallan en el Capítulo 7.

4.3.6. Programa DYNARET. Análisis implementados

El código **DYNARET**, en el que se implementa el modelo tridimensional descrito, es un programa en modo consola, con entrada y salida de datos a través de ficheros de texto plano. Los tipos de análisis que han sido programados se pueden clasificar, según el

esquema de la Tabla 4.1, en los siguientes:

TIPOS DE ANALISIS					
NATURALEZA	EXCITACION	MOD. ESPACIAL		RESOLUCION	
1. Estático	Carga estática	Malla completa		Stma. Lineal Ecuaciones Algebraicas	
2. Modal	---	Malla completa		Problema de Autovalores	
3. Dinámico	Condiciones iniciales	Malla completa (MC)	Superposición Modal (SM)	Stma. EDO Integración paso a paso en el tiempo.	
	Armónica			MC: Aceleración Constante	SM: Aceleración Lineal
	Cargas móviles				

Tabla 4.1 Clasificación de los tipos de análisis implementados en **DYNARET**

1. Análisis estático: Cálculo de la respuesta nodal, en términos de desplazamientos en gdl libres y reacciones en gdl coaccionados ante cargas estáticas, a través de la resolución de un sistema lineal de ecuaciones algebraicas. En este tipo de análisis, como en el resto, la transmisión de cargas a los gdl de la estructura se lleva a cabo de forma congruente con las funciones de forma de los EF.

2. Análisis modal: Obtención de un subconjunto de modos y frecuencias de vibración del conjunto placa-vigas auxiliares resolviendo el problema clásico de autovalores. La presencia de amortiguadores localizados no afecta al resultado de este tipo de análisis puesto que se calculan modos normales, y no complejos, partiendo de la matriz de masa y de rigidez globales del modelo completo. La subrutina empleada para determinar el conjunto de frecuencias y modos de vibración es la **DSYGVX** [5], perteneciente a la librería

de funciones **LAPACK**⁴⁸ **3.0**. El procedimiento de cálculo de autovalores se basa en la transformación del problema a su forma estándar, la tridiagonalización de la matriz resultante y la resolución por el método de la bisección o de Givens.

3. Análisis dinámico: El comportamiento dinámico del modelo completo en vibración libre, ante carga armónica o ante la circulación de trenes de cargas puntuales, se calcula integrando paso a paso en el tiempo el sistema de EDO que gobierna el movimiento, aplicando el Método de Newmark- β de aceleración constante o lineal.

3.1 Análisis dinámico en vibración libre: La respuesta en vibración libre se obtiene sometiendo al sistema a condiciones iniciales de desplazamiento y/o velocidad, generadas como combinación lineal de un subconjunto de los modos de vibración.

3.2 Análisis dinámico ante excitación armónica: Se trata del cálculo de la respuesta forzada del sistema ante la actuación de una carga armónica de amplitud, frecuencia y posición constantes actuando sobre el tablero.

3.3. Análisis dinámico ante paso de cargas móviles: Cálculo de la respuesta forzada del tablero reacondicionado sometido al paso de trenes de carga puntuales circulando a velocidad constante.

Existen dos alternativas para la realización de los tres tipos de análisis dinámicos, y de ello depende el algoritmo de integración y el tipo de amortiguamiento estructural introducido en el modelo:

- (i) La consideración de la totalidad del modelo siendo el orden del sistema de ecuaciones igual al número de gdl no coaccionados. En este caso se adopta una matriz de amortiguamiento estructural proporcional o matriz de Rayleigh, a la que se adicionan los términos de las constantes de los FVD relacionando las velocidades de los gdl que corresponda, como se ha descrito en el apartado 4.3.4. La integración de las ecuaciones de movimiento se lleva a cabo en este caso por el Método de la Aceleración Constante.
- (ii) Resolución por Superposición Modal admitiendo que las deformadas del tablero y de las vigas auxiliares, en cada instante de tiempo, son una combinación lineal de un subconjunto de modos de vibración. Debido a que las ecuaciones de movimiento en espacio modal se encuentran acopladas a través de la matriz de amortiguamiento, a causa de la presencia de los FVD, las amplitudes modales del tablero y las vigas auxiliares, solución al sistema de EDO, dependen del número de modos considerados en el análisis. Por este motivo, se considerará un número determinado de modos del tablero y vigas auxiliares para resolver el sistema de ecuaciones, combinando linealmente un

⁴⁸ LAPACK Linear Algebra Package [137]

subconjunto de estos para dar lugar a la respuesta los gdl deseados. En este caso, las ecuaciones de movimiento se integran por el Método de la Aceleración Lineal y el amortiguamiento estructural se introduce directamente en la matriz de amortiguamiento en espacio modal.

Finalmente, en lo que a la salida de resultados se refiere, dependiendo del tipo de análisis se calcula (i) desplazamientos y reacciones en el análisis estático; (ii) frecuencias naturales y solución nodal asociada a cada modo de vibración en el análisis modal; y (iii) la respuesta en términos de desplazamientos, velocidades y aceleraciones en los gdl no coaccionados o bien las reacciones en los coaccionados en cualquiera de los análisis dinámicos. En este caso, también se calculan esfuerzos en puntos del tablero y secciones concretas de las vigas auxiliares así como fuerzas axiales en los amortiguadores. Todos estos resultados se obtienen en nodos y puntos o secciones especificadas en el fichero de datos de entrada y en función del tiempo o como valores máximos asociados a cada velocidad de paso.

4.4. Limitaciones del modelo numérico

La necesidad de reducir el tiempo de cálculo en las simulaciones del paso de cargas móviles, ha sido determinante a la hora de tomar decisiones relacionadas con el grado de complejidad del modelo tridimensional implementado. El estudio de la viabilidad técnica del reacondicionamiento propuesto, que es uno de los objetivos fundamentales del trabajo que se presenta, conlleva la verificación de su eficacia en un amplio rango de velocidades de circulación de diferentes composiciones ferroviarias, para diferentes luces y frecuencias de la estructura de paso. Además, la comprobación del procedimiento de dimensionado óptimo de los amortiguadores y vigas auxiliares, presentado en los Capítulos 5 y 6, hace necesario que los cálculos mencionados se repitan considerando un intervalo de propiedades mecánicas de las vigas auxiliares y de constantes de los dispositivos. Por todo ello, se ha tratado de reducir la complejidad del modelo al máximo en aras de reducir el esfuerzo computacional y poder así alcanzar los objetivos propuestos.

Algunas de las limitaciones del modelo numérico tridimensional implementado y descrito en el apartado 4.3 son las siguientes:

- **Limitaciones propias del modelo de losa ortótropa en cálculos dinámicos.** El modelo de losa ortótropa supone una distribución continua y uniforme de las rigideces a flexión y torsión del tablero, por lo que los resultados derivados de su aplicación pueden alejarse de la realidad si el número de vigas longitudinales en tableros de vigas y losa es reducido [98, 127].
- **Empleo de un modelo de losa ortótropa en el proceso de calibración.** En el cálculo de tableros reales, como se describe en el Capítulo 7, las rigideces del tablero y de los apoyos de neopreno se determinan siguiendo un

procedimiento de calibración a partir de datos extraídos del Proyecto de Prueba de Carga. Estos valores se ajustan tratando de reproducir las medidas experimentales de flechas en los apoyos del tablero y en centro de vano en situaciones de carga estáticas. De nuevo, si las vigas longitudinales se encuentran excesivamente distantes, la consideración de un apoyo de neopreno distribuido puede dar lugar a errores en la calibración, desviándose los resultados proporcionados por el cálculo dinámico posterior del comportamiento real de la estructura.

- **Hipótesis cinemáticas del modelo de placa delgada.** El hecho de aceptar las hipótesis cinemáticas de Love-Kirchhoff, en la derivación del campo de desplazamientos del elemento finito placa implica despreciar las deformaciones derivadas de los esfuerzos cortantes. El empleo de este modelo para analizar el comportamiento de losas aligeradas de puentes no es recomendable [79, 127], dado que el problema en este caso está altamente influenciado por la deformación por cortante en la dirección transversal, especialmente en el caso de aligeramientos intensos.
- **Limitaciones del modelo de neoprenos considerado.** En primer lugar, y en la línea de lo comentado en el punto anterior, la rigidez vertical de los apoyos elastoméricos se reparte uniformemente a lo largo del estribo. Además de los posibles errores introducidos en el procedimiento de calibración por este motivo, algunas formas modales del tablero pueden verse afectadas en caso de que la separación entre ellos sea grande. En segundo lugar, sólo la componente vertical de la rigidez de los apoyos de neopreno se está teniendo en cuenta, despreciándose la posible oposición al giro que estos ejercen.
- **Empleo de un modelo de cargas puntuales.** Tal y como se ha expuesto en el Capítulo 2, el modelo de carga móvil adoptado desprecia la fuerza de inercia del vehículo frente a su peso propio. Cuando la composición recorre un trayecto rectilíneo a velocidad constante, dicha fuerza de inercia se debe fundamentalmente a las deformaciones experimentadas por la estructura y al efecto de las irregularidades. Como consecuencia de este efecto de interacción vehículo-estructura la respuesta real del tablero, especialmente en resonancia, es ligeramente inferior a la que predice el modelo implementado [100].
- **Ausencia de reparto de las cargas puntuales entre las traviesas.** En el interior del puente no se reparten las cargas puntuales entre tres traviesas como se sugiere en la IAPF-07 y en el EC, por lo que de nuevo, la respuesta real del tablero puede ser ligeramente inferior a la prevista por el programa de cálculo.
- **Acoplamiento en espacio modal a través de la matriz de amortiguamiento.** Como se ha comentado en el apartado 4.3.6, el acoplamiento que el

reacondicionamiento introduce a través de la matriz \mathbf{C} tiene como consecuencia que el valor de las amplitudes modales del tablero y de las vigas auxiliares dependan del número de modos considerado en el sistema de ecuaciones. Por este motivo es necesario realizar un estudio de sensibilidad que asegure que dicho número de modos es suficiente para determinar con exactitud la respuesta de los modos cuya contribución sea relevante en cada caso. Esta comprobación se ha incluido en el análisis de los tableros reales presentado en el Capítulo 7.

5

**Modelo bidimensional.
Optimización y dimensionado**

5.1. Descripción del modelo numérico bidimensional

En este capítulo se formulan las ecuaciones que gobiernan el comportamiento dinámico de un modelo bidimensional de tablero reacondicionado mediante amortiguadores y vigas auxiliares, alternativa propuesta en esta Tesis y que se introdujo en el Capítulo 3. Los resultados obtenidos serán por lo tanto válidos, en sentido estricto, sólo en el caso de puentes de vía única sin esviaje en los que la respuesta dinámica se deba fundamentalmente a la contribución de modos de flexión longitudinal. El reacondicionamiento de puentes de vía múltiple o con esviaje requiere el uso de modelos tridimensionales que se introducirán en el capítulo siguiente.

Enmarcados en uno de los objetivos fundamentales de la Tesis Doctoral, que es el estudio de la viabilidad técnica del sistema de reacondicionamiento propuesto, así como el desarrollo de expresiones analíticas sencillas que permitan el dimensionado óptimo de las vigas auxiliares y los amortiguadores que lo conforman, los objetivos del análisis que se presenta a continuación son los siguientes:

- Formular las ED que gobiernan el comportamiento dinámico del puente reacondicionado, sometido a la circulación de trenes de cargas puntuales.
- Determinar cuáles son los parámetros de los que depende la amplificación dinámica de la respuesta del puente en resonancia, y entender cómo varía la respuesta en función de éstos.
- Proponer una metodología de proyecto del sistema de vigas auxiliares, en función de la tasa de amortiguamiento externa requerida para reducir la respuesta del puente hasta niveles admisibles.
- Obtener expresiones analíticas que proporcionen el valor de las constantes de los amortiguadores óptimos en caso de excitación armónica, en ausencia de amortiguamiento estructural y asumiendo ciertas hipótesis simplificadoras.
- Comprobar que las expresiones analíticas desarrolladas en el caso armónico predicen acertadamente las dimensiones de las vigas auxiliares y las constantes de los amortiguadores óptimos en situación real, es decir, al introducir la excitación de los trenes de cargas puntuales, en presencia de amortiguamiento estructural y teniendo en cuenta el aumento de la masa real del tablero relacionado con los efectos de interacción vehículo-estructura.

Considérese un tablero de vía única y tipología de losa sobre vigas de hormigón como el de la Figura 5.1, reacondicionado mediante una viga auxiliar en la que se ha instalado una distribución de FVD en disposición vertical que conectan el movimiento de ciertas secciones de la viga auxiliar con puntos correspondientes de la cara inferior de la losa.

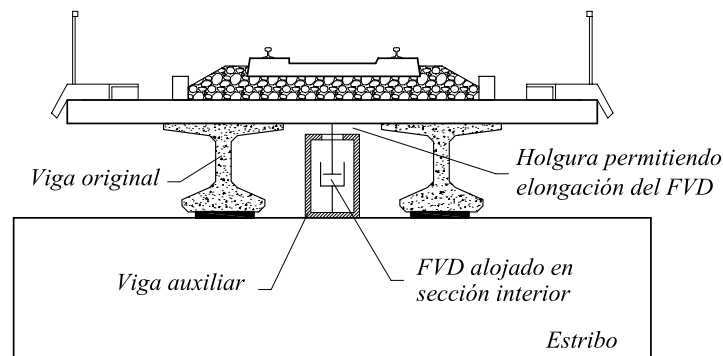


Figura 5.1 Sección de un tablero de vigas de hormigón y losa de reparto de vía única reacondicionado mediante una viga cajón metálica y un conjunto de FVD distribuidos uniformemente en su longitud

Introduciendo las siguientes hipótesis simplificativas:

- El eje de la vía coincide con el eje de simetría longitudinal de la losa que, en ausencia de esviaje, es rectangular en planta.
- Las líneas de acción de las fuerzas transmitidas por los amortiguadores, están contenidas en el plano de simetría longitudinal del tablero y pasan por el CDG de las secciones de la viga auxiliar a las que van conectados.
- Se desprecia la deformabilidad de los apoyos de neopreno de las vigas originales del tablero.

se puede considerar que la respuesta dinámica tanto del tablero como de la viga auxiliar se debe exclusivamente a modos de flexión longitudinal y por lo tanto, es posible adoptar un modelo plano de comportamiento compuesto por dos vigas B-E como el que se muestra en la Figura 5.2.

La viga superior o viga principal simula el comportamiento del tablero y soporta directamente el paso de las cargas. La viga inferior o auxiliar, representa el conjunto de vigas auxiliares introducidas como parte del sistema de reacondicionamiento⁴⁹, su movimiento es excitado por las fuerzas transmitidas por los FVD, siendo éstas a su vez función de la velocidad relativa existente entre los centros de gravedad de las secciones que conectan.

En la Figura 5.2, P_k y d_k son el módulo y la distancia al primer estribo en $t=0$, respectivamente, de la k -ésima carga del tren de cargas puntuales, V es la velocidad constante de circulación, C_{D_i} la constante del i -ésimo amortiguador y L_B y L_b las longitudes

⁴⁹ Puesto que en este capítulo se adopta un modelo plano de comportamiento del tablero estando su respuesta gobernada por modos de flexión longitudinal, se considerará siempre una única viga auxiliar equivalente a un posible conjunto de éstas.

de las vigas principal y auxiliar respectivamente.

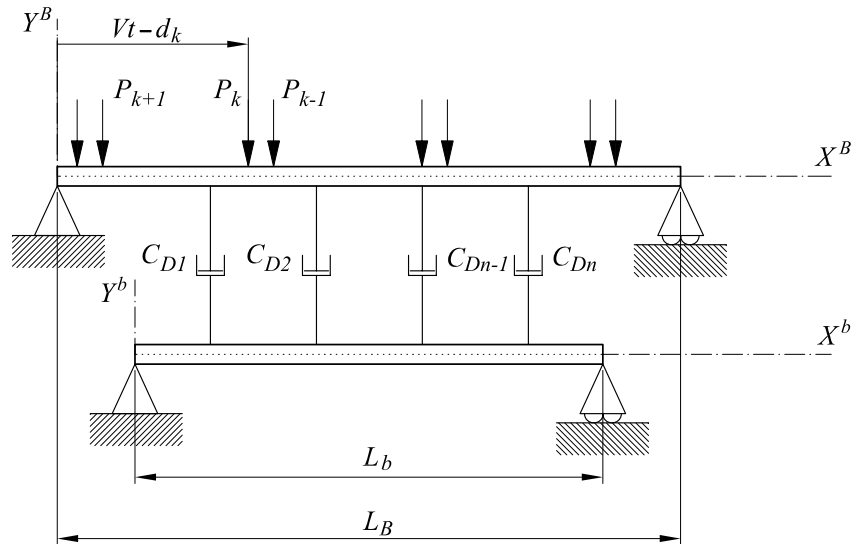


Figura 5.2 Modelo plano de comportamiento del puente reacondicionado

En los apartados siguientes se presenta la formulación analítica correspondiente a este modelo ante diferentes condiciones de carga.

5.2. Formulación de las ecuaciones de movimiento del sistema sometido a un tren de cargas puntuales

5.2.1. ED de movimiento en coordenadas espaciales de una viga simplemente apoyada sometida a una distribución de carga genérica

Sea una viga simplemente apoyada con masa $m(x)$ y rigidez a flexión $EI_z(x)$ distribuidas a lo largo de su longitud L como la que se muestra en la Figura 5.3. La viga experimenta oscilaciones transversales $y=y(x,t)$ contenidas en el plano XY debido a la actuación de la distribución de carga $q(x,t)$ positiva en el sentido positivo del eje Y , entendiendo $y=y(x,t)$ como el desplazamiento transversal del centro de gravedad de cierta sección x en el instante de tiempo t .

Oponiéndose al movimiento oscilatorio de la viga, es posible diferenciar dos tipos de fuerzas de naturaleza viscosa: una fuerza distribuida externa como podría ser la resistencia que ejerce el aire sobre la viga al oscilar, y fuerzas de tipo interno que ejercen unas

partículas sobre otras en contra de la variación temporal de la curvatura de la viga en cada sección⁵⁰ (Humar [62]). Ambos fenómenos, disipación externa e interna, dan lugar a pérdidas energéticas, disipándose parte de la energía cinética y potencial elástica de la viga en forma de calor o sonido.

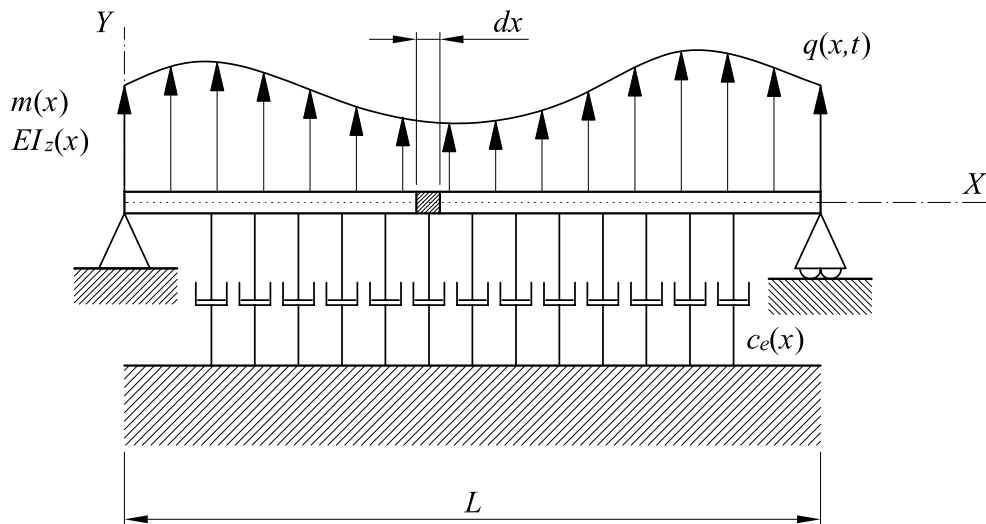


Figura 5.3 Modelo B-E de una viga simplemente apoyada sometida a una distribución de carga genérica en presencia de amortiguamiento estructural interno y amortiguamiento externo uniformemente distribuido

El fenómeno de amortiguamiento externo, puede representarse mediante una distribución longitudinal de elementos viscosos puros, con una constante de amortiguamiento por unidad de longitud $c_e(x)$ como se muestra en la Figura 5.3. El equilibrio de las fuerzas verticales que actúan sobre un elemento diferencial de viga de longitud dx se representa en la Figura 5.4(a) y viene dado por

$$\sum F_y = 0 \rightarrow \frac{\partial V_y}{\partial x} - m(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} - c_e(x) \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} + q(x,t) = 0 \quad (5.1)$$

Por otra parte, el amortiguamiento relacionado con la variación temporal de la curvatura de la viga dependerá, como se decía, de la derivada temporal de la deformación longitudinal $\dot{\epsilon}_x$, y se puede caracterizar a través de un coeficiente de amortiguamiento interno $c_i(x)$ que proporcione la parte de tensión normal en cada fibra de la sección recta debida este

⁵⁰ Es decir, para lograr que una rebanada diferencial se curve con una cierta velocidad $\dot{\kappa}$ siendo κ la curvatura de la directriz, es necesario que actúen sobre ella tensiones proporcionales a la velocidad de deformación de cada fibra $\dot{\epsilon}_x$, y por tanto proporcionales a $\dot{\kappa}$. La rebanada, a su vez, reacciona contra las adyacentes con las mismas tensiones, por lo que puede decirse que aparecen fuerzas "contra la variación temporal de la curvatura".

fenómeno.

$$\sigma_{x,d} = c_i(x) \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial t} \quad (5.2)$$

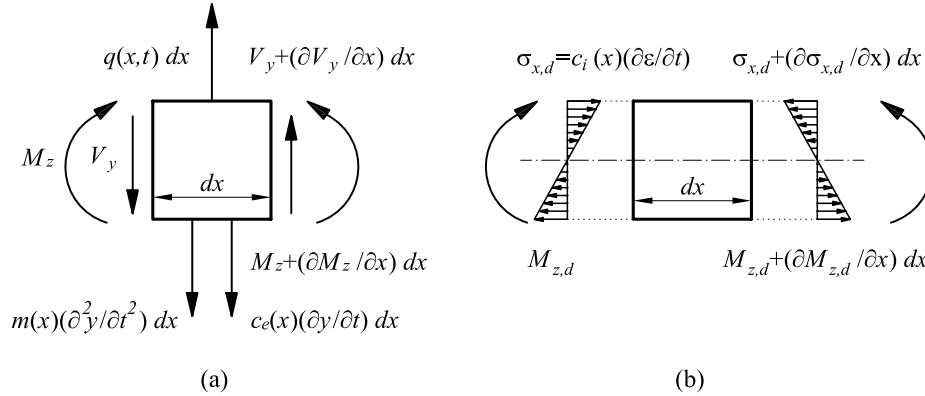


Figura 5.4 (a) Fuerzas y momentos que actúan sobre un elemento diferencial de viga excluyendo los derivados del amortiguamiento interno; (b) distribución de tensiones normales y momentos flectores causados por el amortiguamiento interno en las secciones que limitan el elemento diferencial

Aceptando a través de la Hipótesis de Navier que la deformación ε_x varía linealmente con la distancia al eje neutro en cada sección de la viga, la derivada temporal de la deformación y con ella la tensión $\sigma_{x,d}$ proporcional a la primera según la ecuación (5.2), presentará una distribución lineal como la que se muestra en la Figura 5.4(b), proporcionando su integral en la sección contribuciones adicionales a los momentos flectores que actúan sobre las secciones que limitan el elemento diferencial. Si se admite la hipótesis de pequeñas deformaciones, entonces $\kappa \approx \partial^2 y / \partial x^2$ y se tiene

$$M_{z,d} = -\int_A \sigma_{x,d} \hat{y} dA = -\int_A c_i \frac{\partial}{\partial t} (-\hat{y} \kappa) \hat{y} dA = c_i I_z \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) \quad (5.3)$$

En la expresión anterior \hat{y} señala la posición de un punto perteneciente a la sección recta medida desde el centro de gravedad perpendicularmente al eje X . El momento flector total que en un determinado instante de tiempo experimenta cualquier sección de la viga, vendrá dado por la superposición de los momentos flectores mostrados en las representaciones (a) y (b) de la Figura 5.4, esto es M_z y $M_{z,d}$, siendo proporcional el primero de ellos al valor de la curvatura y el segundo a la variación temporal de ésta. Aplicando la ecuación de equilibrio de momentos con respecto al eje Z y despreciando los diferenciales de orden superior a uno

$$\sum M_z = 0 \rightarrow V_y + \frac{\partial M_z}{\partial x} + \frac{\partial M_{z,d}}{\partial x} = 0 \quad (5.4)$$

Introduciendo en la ecuación anterior la definición de ambos momentos M_z y $M_{z,d}$ en función de la curvatura y sus derivadas se obtiene

$$V_y + \frac{\partial}{\partial x} \left[EI_z \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[c_i I_z \frac{\partial^3 y}{\partial t \partial x^2} \right] = 0 \quad (5.5)$$

Finalmente, derivando la expresión (5.5) con respecto a x y sustituyendo en la (5.1), es posible escribir la ecuación diferencial que gobierna las oscilaciones amortiguadas en flexión simétrica de una viga simplemente apoyada, sometida a una distribución de carga genérica $q(x,t)$, despreciando las deformaciones debidas al esfuerzo cortante y la inercia asociada a la rotación de las secciones

$$m(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI_z(x) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(c_i I_z(x) \frac{\partial^3 y}{\partial t \partial x^2} \right) + c_e(x) \frac{\partial y}{\partial t} = q(x,t) \quad (5.6)$$

En caso de que la viga sea prismática presentará una masa y rigidez constantes a lo largo de su longitud $m(x)=m$ y $EI_z(x)=EI_z$ por lo que la ecuación (5.6) podrá ser simplificada

$$m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI_z \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + I_z \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(c_i(x) \frac{\partial^3 y}{\partial t \partial x^2} \right) + c_e(x) \frac{\partial y}{\partial t} = q(x,t) \quad (5.7)$$

5.2.2. ED de movimiento de una viga simplemente apoyada sometida a un tren de cargas puntuales en coordenadas modales

La presencia de los términos de amortiguamiento viscoso de la ecuación (5.7), no permite desacoplar magnitudes espaciales de magnitudes temporales al aplicar el método de separación de variables. Por ello, con el objetivo de encontrar una solución a la ecuación, se expresará la deformada de la viga en cada instante de tiempo como combinación lineal de los modos de vibración correspondientes al caso no amortiguado

$$y(x,t) = \sum_{j=1}^{N_{mod}} \xi_j(t) \cdot \phi_j(x) = \sum_{j=1}^{N_{mod}} \xi_j(t) \cdot \text{sen} \left(\frac{j\pi x}{L} \right) \quad (5.8)$$

donde N_{mod} es el número de modos de vibración considerados y $\xi_j(t)$ es la j -ésima amplitud modal, en el instante de tiempo t , estando el modo $\phi_j(x)$ normalizado para amplitud máxima unitaria. Sustituyendo la ecuación (5.8) en la (5.7), multiplicando por la n -ésima forma modal $\phi_n(x)$ e integrando a lo largo de la longitud de la viga L , se obtiene la ecuación diferencial que gobierna la evolución temporal de la n -ésima amplitud modal

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_n(t) + \frac{2I_z}{mL} \sum_{j=1}^{N_{mod}} \dot{\xi}_j(t) \int_0^L \phi_n(x) \frac{d^2}{dx^2} \left(c_i \frac{d^2 \phi_j(x)}{dx^2} \right) dx + \\ + \frac{2}{mL} \sum_{j=1}^{N_{mod}} \dot{\xi}_j(t) \int_0^L \phi_n(x) c_e \phi_j(x) dx + \omega_n^2 \xi_n(t) = \frac{2}{mL} \int_0^L q(x,t) \phi_n(x) dx \end{aligned} \quad (5.9)$$

donde un punto sobre una variable indica diferenciación con respecto al tiempo y ω_n es la n -ésima frecuencia circular de la viga en rad/s

$$\omega_n = \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad (5.10)$$

Las ecuaciones en coordenadas modales se encuentran acopladas debido a los términos de amortiguamiento externo e interno. Sin embargo, adoptando la simplificación de que las constantes c_i y c_e se distribuyen de forma uniforme a lo largo de la longitud de la viga siendo proporcionales a la masa y al Módulo Elástico de ésta

$$c_i(x) = \beta E(x) \quad \rightarrow \quad c_i = \beta E \quad (5.11)$$

$$c_e(x) = \alpha m(x) \quad \rightarrow \quad c_e = \alpha m \quad (5.12)$$

los términos de amortiguamiento también cumplirán la condición de ortogonalidad y las ecuaciones (5.9) se pueden expresar de forma desacoplada como

$$\ddot{\xi}_n(t) + (\alpha + \beta\omega_n^2)\dot{\xi}_n(t) + \omega_n^2\xi_n(t) = \frac{2}{mL} \int_0^L q(x,t)\phi_n(x)dx \quad n = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}} \quad (5.13)$$

donde las constantes α y β pueden ser seleccionadas de forma que proporcionen tasas de amortiguamiento determinadas en dos modos cualesquiera

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \frac{2\omega_j\omega_k}{\omega_k^2 - \omega_j^2} \begin{bmatrix} \omega_k & -\omega_j \\ -1/\omega_k & 1/\omega_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_j \\ \zeta_k \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

Si se desprecia el amortiguamiento externo, que en la aplicación que se plantea sólo podría ser debido al rozamiento de la viga con el aire al oscilar, la ecuación (5.13) se transforma en el sistema de ecuaciones en coordenadas modales de una viga biapoyada en presencia de amortiguamiento estructural ante la actuación de una distribución de carga genérica

$$\ddot{\xi}_n(t) + 2\zeta_n\omega_n\dot{\xi}_n(t) + \omega_n^2\xi_n(t) = \frac{2}{mL} \int_0^L q(x,t)\phi_n(x)dx \quad n = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}} \quad (5.15)$$

Finalmente y con el objeto de introducir la excitación ferroviaria, representando las cargas puntuales mediante funciones Delta de Dirac particularizadas en $x=Vt-d_k$, siendo V la velocidad de circulación y d_k la distancia en $t=0$ entre la k -ésima carga y el extremo de la viga $x=0$, es posible expresar la distribución de carga $q(x,t)$ como

$$q(x,t) = -\sum_{k=1}^{N_p} \left(H\left(t - \frac{d_k}{V}\right) - H\left(t - \frac{d_k + L}{V}\right) \right) P_k \delta(x - (Vt - d_k)) \quad (5.16)$$

donde N_p es el número total de cargas puntuales, P_k el módulo de la k -ésima carga y $H(t-t_0)$ la función de Heaviside unitaria en el instante $t=t_0$.

Sustituyendo la expresión (5.16) en la (5.15), se obtiene el sistema de ecuaciones (5.17) que gobiernan la evolución temporal de las amplitudes modales de una viga simplemente apoyada sometida a la circulación de un tren de cargas puntuales en presencia de amortiguamiento estructural.

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_n(t) + 2\zeta_n \omega_n \dot{\xi}_n(t) + \omega_n^2 \xi_n(t) &= \\ = \frac{-2}{mL} \sum_{k=1}^{N_p} \left(H\left(t - \frac{d_k}{V}\right) - H\left(t - \frac{d_k + L}{V}\right) \right) P_k \sin \frac{n\pi(Vt - d_k)}{L} \quad n = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}} \end{aligned} \quad (5.17)$$

5.2.3. ED de movimiento del sistema reacondicionado en coordenadas modales

Al incluir la viga auxiliar y los elementos de disipación representados en la Figura 5.2, la ecuación (5.17) deberá ser particularizada para cada una de las vigas, y las fuerzas que los amortiguadores ejercen sobre ellas en cada modo de vibración, deberán ser introducidas en la formulación como términos adicionales en la parte derecha, de igual valor absoluto en los dos elementos y signo contrario tal y como se muestra en la ecuación (5.18)

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_n^B(t) + 2\zeta_n^B \omega_n^B \dot{\xi}_n^B(t) + (\omega_n^B)^2 \xi_n^B(t) &= \frac{-2}{m_B L_B} \sum_{i=1}^{N_D} \left[\sin \frac{n\pi x_{Di}^B}{L_B} C_{Di} \dot{y}_{rel,i}(t) \right] + f_n(t) \\ \ddot{\xi}_n^b(t) + 2\zeta_n^b \omega_n^b \dot{\xi}_n^b(t) + (\omega_n^b)^2 \xi_n^b(t) &= \frac{2}{m_b L_b} \sum_{i=1}^{N_D} \left[\sin \frac{n\pi x_{Di}^b}{L_b} C_{Di} \dot{y}_{rel,i}(t) \right] \\ \dot{y}_{rel,i}(t) &= \sum_{j=1}^{N_{\text{mod}}^B} \sin \frac{j\pi x_{Di}^B}{L_B} \dot{\xi}_j^B - \sum_{j=1}^{N_{\text{mod}}^b} \sin \frac{j\pi x_{Di}^b}{L_b} \dot{\xi}_j^b \\ f_n(t) &= -\frac{2}{m_B L_B} \sum_{k=1}^{N_p} \left(H\left(t - \frac{d_k}{V}\right) - H\left(t - \frac{d_k + L_B}{V}\right) \right) P_k \sin \frac{n\pi(Vt - d_k)}{L_B} \end{aligned} \quad (5.18)$$

donde los superíndices B y b se han empleado para diferenciar magnitudes relativas a la viga principal y a la auxiliar respectivamente, N_D es el número de amortiguadores, y C_{Di} la constante del i -ésimo amortiguador situado entre la sección x_{Di}^B del puente y la x_{Di}^b de la viga auxiliar. Por último $y_{rel,i}(t)$ es el desplazamiento relativo entre centros de gravedad de las secciones de la viga principal y la auxiliar que comparten amortiguador, lo que coincide con la elongación de éste. Expresando la ecuación (5.18) en forma matricial, y multiplicando cada una de las ecuaciones por la masa modal correspondiente se obtiene:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{M}^B & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}^b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\xi}^B \\ \ddot{\xi}^b \end{bmatrix} + \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{C}_E^B & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_E^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_D^B & \mathbf{C}_D^{B,b} \\ \mathbf{C}_D^{b,B} & \mathbf{C}_D^b \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \dot{\xi}^B \\ \dot{\xi}^b \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} \mathbf{K}^B & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}^b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi^B \\ \xi^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}^B(t) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.19)$$

donde

$$\xi^B = \left(\xi_1^B, \xi_2^B, \dots, \xi_{N_{\text{mod}}^B}^B \right)^T \quad (5.20)$$

$$\xi^b = \left(\xi_1^b, \xi_2^b, \dots, \xi_{N_{\text{mod}}^b}^b \right)^T \quad (5.21)$$

La submatrices \mathbf{M}^B y \mathbf{M}^b almacenan las masas modales de la viga principal y la auxiliar en las posiciones de la diagonal, estando definidos cada uno de sus elementos como⁵¹

$$M_{ij}^B = \begin{cases} \frac{m_B L_B}{2} & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad | \quad i, j = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^B \quad (5.22a)$$

$$M_{ij}^b = \begin{cases} \frac{m_b L_b}{2} & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad | \quad i, j = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^b \quad (5.22b)$$

De la misma forma, los elementos de las submatrices \mathbf{K}^B y \mathbf{K}^b que hacen referencia a las rigideces de los modos de vibración considerados en cada una de las vigas, vienen dados por

$$K_{ij}^B = \begin{cases} \frac{m_B L_B}{2} (\omega_i^B)^2 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad | \quad i, j = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^B \quad (5.23a)$$

$$K_{ij}^b = \begin{cases} \frac{m_b L_b}{2} (\omega_i^b)^2 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad | \quad i, j = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^b \quad (5.23b)$$

La matriz de amortiguamiento total se ha expresado en la ecuación (5.19) como suma de una matriz \mathbf{C}_E que almacena la contribución del amortiguamiento estructural de ambas vigas, y otra matriz \mathbf{C}_D que incluye exclusivamente la contribución al amortiguamiento total de los FVD. Los elementos de las submatrices \mathbf{C}_E^B y \mathbf{C}_E^b se definen como

$$C_{ij}^{E,B} = \begin{cases} m_B L_B \omega_i^B \zeta_i^B & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad | \quad i, j = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^B \quad (5.24a)$$

$$C_{ij}^{E,b} = \begin{cases} m_b L_b \omega_i^b \zeta_i^b & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad | \quad i, j = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^b \quad (5.24b)$$

Los elementos de las submatrices \mathbf{C}_D^B , $\mathbf{C}_D^{B,b}$, $\mathbf{C}_D^{b,B}$ y \mathbf{C}_D^b vienen dados por

⁵¹ Nótese que la numeración de los índices i, j empleados para definir la posición de un elemento concreto tienen origen en el primer elemento de cada submatriz.

$$C_{D,ij}^B = \sum_{k=1}^{N_D} C_{Dk} \sin\left(\frac{i\pi x_D^B}{L_B}\right) \sin\left(\frac{j\pi x_D^B}{L_B}\right) \quad \left| \quad i, j = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^B \right. \quad (5.25a)$$

$$C_{D,ij}^{Bb} = \sum_{k=1}^{N_D} C_{Dk} \sin\left(\frac{i\pi x_D^B}{L_B}\right) \sin\left(\frac{j\pi x_D^b}{L_b}\right) \quad \left| \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^B \\ j = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^b \end{array} \right. \quad (5.25b)$$

$$C_{D,ij}^{bB} = \sum_{k=1}^{N_D} C_{Dk} \sin\left(\frac{i\pi x_D^b}{L_b}\right) \sin\left(\frac{j\pi x_D^B}{L_B}\right) \quad \left| \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^b \\ j = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^B \end{array} \right. \quad (5.25c)$$

$$C_{D,ij}^b = \sum_{k=1}^{N_D} C_{Dk} \sin\left(\frac{i\pi x_D^b}{L_b}\right) \sin\left(\frac{j\pi x_D^b}{L_b}\right) \quad \left| \quad i, j = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^b \right. \quad (5.25d)$$

Finalmente, el elemento F_i^B del vector de carga modal que aparece sólo en las ecuaciones de la viga principal se calcula según

$$F_i^B = -\sum_{k=1}^{N_p} \left(H\left(t - \frac{d_k}{V}\right) - H\left(t - \frac{d_k + L_B}{V}\right) \right) P_k \sin\left(\frac{i\pi(Vt - d_k)}{L_B}\right) \quad i = 1, 2, \dots, N_{\text{mod}}^B \quad (5.26)$$

A partir del planteamiento formulado en términos matriciales, se concluye que la presencia de los FVD da lugar a un acoplamiento de las ecuaciones de movimiento de las vigas principal y auxiliar expresadas en espacio modal, a través de la matriz de amortiguamiento global del sistema.

5.3. Formulación de las ecuaciones de movimiento del sistema sometido a excitación armónica

5.3.1. Formulación adimensional del problema y obtención de la solución particular

Dado que el objetivo del reacondicionamiento propuesto es reducir la respuesta dinámica del tablero, se comenzará por analizar el comportamiento del sistema de la Figura 5.2 ante una excitación armónica de frecuencia y amplitud constantes, aplicada en el centro de vano de la viga principal. Ello proporcionará información relativa al comportamiento del tablero en resonancia debido al paso de cargas o grupos de cargas separadas entre sí a distancias constantes.

Aunque algunos puentes de ferrocarril puedan experimentar situaciones de resonancia del segundo modo de flexión, (ver Museros y Alarcón [103]), en puentes de vía única, lo habitual es que sea el modo fundamental el que pueda entrar en resonancia. Esto es una consecuencia directa de la máxima velocidad de proyecto de las composiciones ferroviarias en la actualidad. En estas circunstancias, la influencia de otros modos distintos al que resuena puede despreciarse. Por otra parte, las oscilaciones de la viga principal debidas al

modo fundamental tienden a crear una distribución simétrica de las fuerzas que los FVD ejercen sobre la viga auxiliar (considerando que la ubicación y constantes de amortiguamiento de éstos están distribuidas uniformemente), y en tal caso cabe esperar que el modo fundamental de la viga auxiliar sea también el que gobierne su respuesta. Consecuentemente, en lo que resta de apartado se asumirá que la respuesta del sistema conjunto sometido a excitación armónica centrada, se debe exclusivamente a la contribución del modo fundamental de cada una de las vigas. Esta simplificación, adoptada con el objetivo de optimizar de forma analítica los parámetros del sistema de reacondicionamiento, será validada en apartados posteriores.

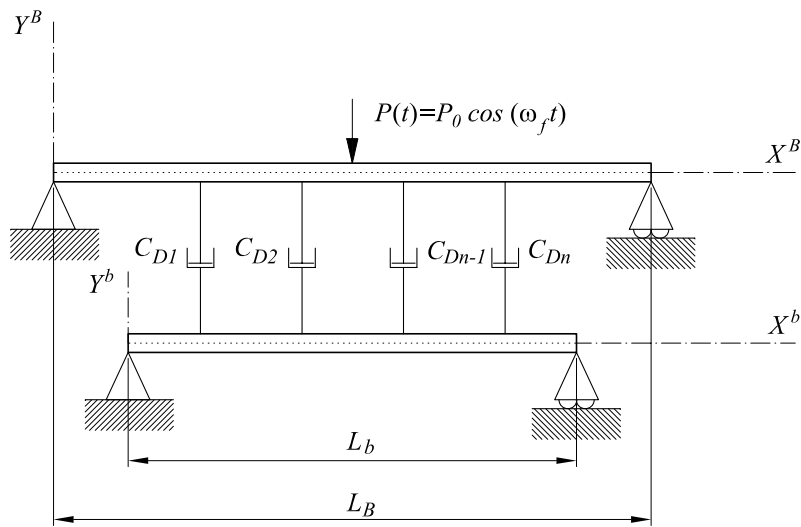


Figura 5.5 Viga principal reacondicionada sometida a excitación armónica centrada

La longitud de la viga auxiliar será en la aplicación que se plantea igual o ligeramente inferior a la luz del puente, dependiendo de cómo se materialice el apoyo de la viga auxiliar en el estribo. No obstante, en este apartado se considerarán iguales las longitudes de ambas, esto es $L_B = L_b = L$ y $x_{Di}^B = x_{Di}^b = x_{Di}$, $i = 1, 2, \dots, N_D$. Sólo de esta forma es posible concentrar cualquier distribución longitudinal de FVD en un único amortiguador equivalente situado en $x=L/2$, con una constante de amortiguamiento proporcionada por la expresión

$$C_D = \sum_{i=1}^{N_D} C_{Di} \sin^2 \left(\frac{\pi x_{Di}}{L} \right) \quad (5.27)$$

El modelo de la viga principal en presencia de reacondicionamiento, ante excitación armónica y considerando exclusivamente la contribución de los modos fundamentales de las vigas, queda pues configurado como se muestra en la Figura 5.6(a):

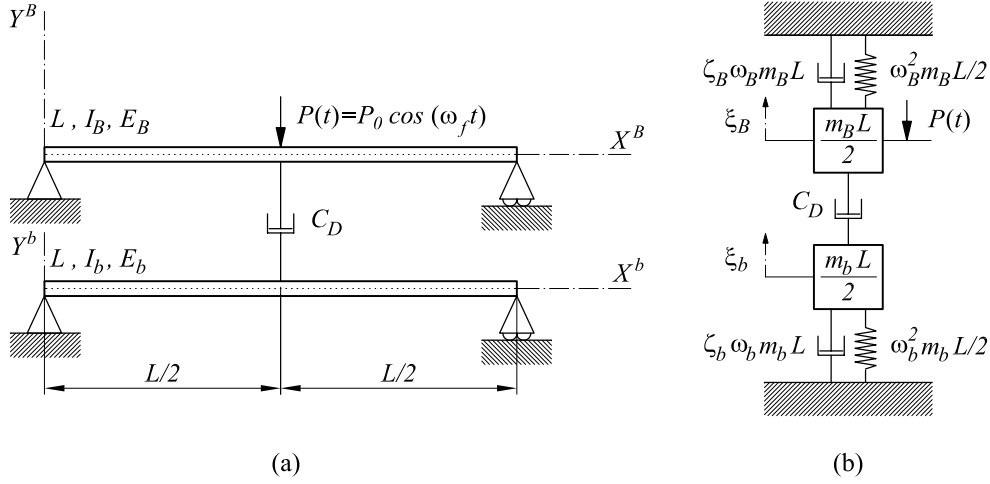


Figura 5.6 (a) Vigas principal y auxiliar sometidas a excitación armónica centrada y (b) sistema de dos gdl equivalente

La evolución temporal de las amplitudes modales de ambas vigas, se corresponde con el comportamiento dinámico del sistema de dos gdl incluido en la Figura 5.6(b), cuyas ecuaciones de movimiento en forma matricial pueden ser expresadas como

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\xi}_B \\ \ddot{\xi}_b \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 2\zeta_B \omega_B + \frac{2C_D}{m_B L} & \frac{-2C_D}{m_B L} \\ \frac{-2C_D}{m_b L} & 2\zeta_b \omega_b + \frac{2C_D}{m_b L} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\xi}_B \\ \dot{\xi}_b \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_B^2 & 0 \\ 0 & \omega_b^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \xi_B \\ \xi_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-2P_0 \cos(\omega_f t)}{m_B L} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.28)$$

Por simplicidad, en la ecuación anterior se ha omitido el 1 en el subíndice que indicaría variables asociadas al primer modo. Así ω_B y ω_b , ζ_B y ζ_b , y $m_B L$ y $m_b L$ son las frecuencias fundamentales circulares, las tasas de amortiguamiento estructural asociadas al modo fundamental, y las masas totales de las vigas principal y auxiliar respectivamente. Por último P_0 y ω_f son la amplitud y frecuencia de la excitación armónica.

Antes de proceder a la resolución analítica del sistema de ecuaciones anterior, y con el objetivo de independizar la respuesta de las propiedades particulares de las vigas, se introducen las siguientes relaciones adimensionales:

$$\text{Relación de frecuencias} \quad \eta = \omega_b / \omega_B \quad (5.29a)$$

$$\text{Relación de masas} \quad \mu = m_b / m_B \quad (5.29b)$$

$$\text{Frecuencia de excitación adimensional} \quad \Omega = \omega_f / \omega_B \quad (5.29c)$$

$$\text{Tasa de amortiguamiento externa} \quad \zeta_D = C_D / (m_B L \omega_B) \quad (5.29d)$$

Reescribiendo el sistema de ecuaciones (5.28) en función de estas relaciones, se obtiene la

versión adimensionalizada de las ecuaciones de movimiento en el caso armónico

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \mu \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\xi}_B \\ \ddot{\xi}_b \end{pmatrix} + 2\omega_B \begin{bmatrix} \zeta_B + \zeta_D & -\zeta_D \\ -\zeta_D & \zeta_b \eta \mu + \zeta_D \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\xi}_B \\ \dot{\xi}_b \end{pmatrix} + \\ + \omega_B^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \eta^2 \mu \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \xi_B \\ \xi_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2P_0 \cos(\omega_f t) \\ m_B L \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.30)$$

Si el número de cargas que circulan sobre el puente es suficientemente elevado como para que se desarrolle por completo el estado de resonancia, la máxima respuesta tendrá lugar en la etapa de vibración forzada. Despreciando pues la solución homogénea o transitoria, las amplitudes modales ξ_B y ξ_b solución a la ecuación diferencial (5.30), pueden considerarse también armónicas de frecuencia igual a la de la excitación y expresarse en términos de las siguientes funciones temporales complejas:

$$\hat{\xi}_B(t) = \bar{\xi}_B \cdot e^{i\omega_f t} \quad (5.31a)$$

$$\hat{\xi}_b(t) = \bar{\xi}_b \cdot e^{i\omega_f t} \quad (5.31b)$$

donde $\bar{\xi}_B$ y $\bar{\xi}_b$ son dos amplitudes también complejas, $i = \sqrt{-1}$ y la respuesta temporal viene dada por la parte real de $\hat{\xi}_B$ y $\hat{\xi}_b$. Sustituyendo las expresiones (5.31a) y (5.31b) y sus derivadas temporales en (5.30) es posible resolver el sistema de ecuaciones

$$\begin{pmatrix} \bar{\xi}_B \\ \bar{\xi}_b \end{pmatrix} = \left(-\omega_f^2 \mathbf{M} + i\omega_f \mathbf{C} + \mathbf{K} \right)^{-1} \cdot \begin{pmatrix} -2P_0 \\ m_B L \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.32)$$

donde \mathbf{M} , \mathbf{C} y \mathbf{K} son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez de la ecuación (5.30) y el módulo de las amplitudes complejas $\bar{\xi}_B$ y $\bar{\xi}_b$ proporciona la amplitud de las oscilaciones de la viga principal y auxiliar respectivamente. Con el objetivo de obtener una respuesta independiente de la estática, se definen dos factores de amplificación modal como los cocientes entre los módulos de las amplitudes complejas y la deflexión estática en la sección central de la viga principal debida a la carga P_0

$$A_B = \frac{|\bar{\xi}_B|}{2P_0 / (\omega_B^2 m_B L)} \quad (5.33a)$$

$$A_b = \frac{|\bar{\xi}_b|}{2P_0 / (\omega_B^2 m_B L)} \quad (5.33b)$$

Tras cierta manipulación algebraica, es posible resolver de forma analítica los factores de amplificación modal A_B y A_b en función de los parámetros adimensionales obteniendo el resultado siguiente:

$$A_B = \sqrt{\frac{4\Omega^2 (\zeta_b \eta \mu + \zeta_D)^2 + \mu^2 (\eta^2 - \Omega^2)^2}{E^2 + 4\Omega^2 F^2}} \quad (5.34a)$$

$$A_b = \frac{2\Omega \zeta_D}{\sqrt{E^2 + 4\Omega^2 F^2}} \quad (5.34b)$$

donde

$$E = \mu(1 - \Omega^2)(\eta^2 - \Omega^2) + 4\Omega^2 (\zeta_D^2 - (\zeta_B + \zeta_D)(\zeta_b \eta \mu + \zeta_D)) \quad (5.34c)$$

$$F = (1 - \Omega^2)(\zeta_b \eta \mu + \zeta_D) + \mu(\zeta_B + \zeta_D)(\eta^2 - \Omega^2) \quad (5.34d)$$

Puesto que la máxima aceleración vertical en el tablero es una variable de suma importancia debido a su relación directa con la estabilidad del balasto, se considera interesante incluir la expresión de la amplitud de la aceleración del modo fundamental de la viga principal en función del factor de amplificación A_B

$$a_B = |\bar{\xi}_B| \omega_f^2 = \frac{2P_0}{m_B L} \Omega^2 A_B \quad (5.35)$$

Sustituyendo la ecuación (5.34a) en la (5.35) se obtiene esta variable expresada en función de los parámetros adimensionales previamente definidos

$$a_B = \frac{2P_0}{m_B L} \Omega^2 \sqrt{\frac{4\Omega^2 (\zeta_b \eta \mu + \zeta_D)^2 + \mu^2 (\eta^2 - \Omega^2)^2}{E^2 + 4\Omega^2 F^2}} \quad (5.36)$$

Si se adimensionaliza la amplitud de la aceleración modal dividiendo la ecuación (5.36) por la aceleración que experimentaría la masa modal de la viga principal al someterse a una fuerza de valor P_0

$$\tilde{a}_B = \frac{a_B}{P_0} \frac{m_B L}{2} = \Omega^2 \sqrt{\frac{4\Omega^2 (\zeta_b \eta \mu + \zeta_D)^2 + \mu^2 (\eta^2 - \Omega^2)^2}{E^2 + 4\Omega^2 F^2}} \quad (5.37)$$

Las ecuaciones (5.34) y (5.36) muestran que (i) la amplificación dinámica de la respuesta de la viga principal en términos de desplazamientos depende de 6 parámetros adimensionales: η , μ , ζ_D , ζ_B , ζ_b , y Ω y además (ii) la amplitud de la aceleración en esta viga es inversamente proporcional a su masa total.

5.3.2. Estudio paramétrico de la respuesta de la viga principal

En este apartado se estudia de forma paramétrica la evolución de las variables de respuesta de mayor relevancia en la viga principal: la amplificación modal A_B y la amplitud de la aceleración a_B en función de las variables adimensionales que gobiernan su comportamiento dinámico η , μ , ζ_D , ζ_B , ζ_b , y Ω .

En primer lugar se ha calculado A_B aplicando la ecuación (5.34), considerando valores de la frecuencia de excitación contenidos en el intervalo ($0.5 \leq \Omega \leq 1.5$) con una resolución de 0.01, manteniendo constantes algunas de las variables adimensionales y modificando otras. Los resultados se adjuntan en la Figura 5.7. En todos los gráficos que componen esta figura con excepción del (f), se han aplicado unas tasas de amortiguamiento estructural asociado al modo fundamental de la viga principal y auxiliar del 2% y el 0.5% respectivamente.

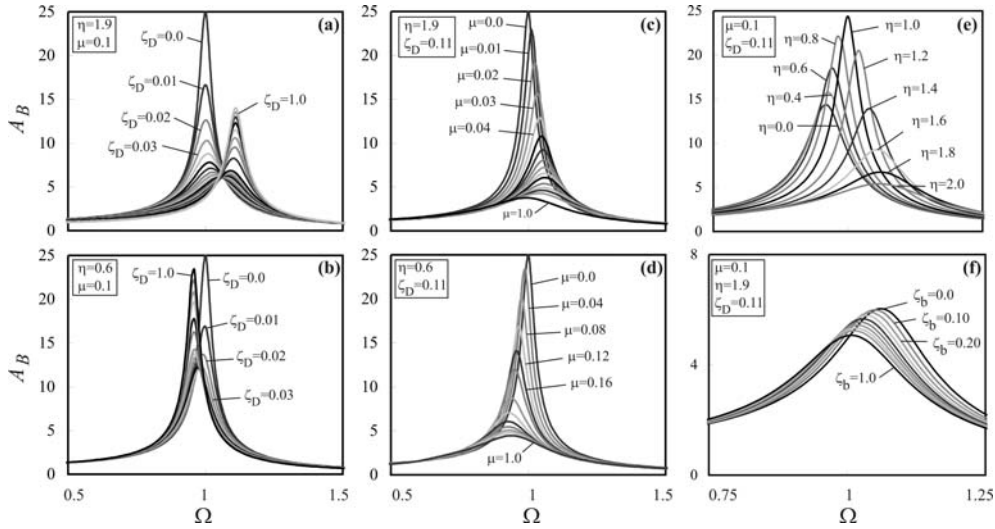


Figura 5.7 Curvas de A_B vs. Ω . Respuesta paramétrica en función de (a) y (b) ζ_D ; (c) y (d) μ ; (e) η ; (f) ζ_b

En la Figura 5.7(a) y (b), se ha mantenido constante la relación de frecuencias y masas entre la viga principal y auxiliar, y se han obtenido curvas de $A_B=f(\Omega)$ para distintos valores de la tasa de amortiguamiento externa ζ_D comprendidos entre 0 y 1 en intervalos de 0.01. Cuando $\zeta_D=0$, la viga principal no transmite carga alguna a la auxiliar a través del FVD y la respuesta de la primera se corresponde con la de un sistema de un sólo gdl adoptando la amplificación y la frecuencia de excitación en condiciones de resonancia las conocidas expresiones

$$A_B = \frac{1}{\sqrt{(1-\Omega^2)^2 + (2\zeta_B\Omega)^2}} \quad (5.38)$$

$$\Omega_R = \sqrt{1-2\zeta_B^2} \quad (5.39)$$

A medida que la constante del amortiguador aumenta y con ella ζ_D , la máxima respuesta de la viga principal se reduce, y la frecuencia de excitación a la cual se produce el máximo de resonancia Ω_R , se desplaza lateralmente hacia valores superiores al proporcionado por (5.39) si $\eta>1$, tal es el caso representado en la Figura 5.7(a), y hacia valores inferiores si

$\eta < 1$, como se muestra en la Figura 5.7(b). La máxima amplificación dinámica se reduce monótonamente hasta cierto nivel de ζ_D y a partir de éste comienza a aumentar de nuevo, como se puede observar en la representación tridimensional de la Figura 5.7(a) incluida en la Figura 5.8. Consecuentemente para valores concretos de μ y η (esto es, para cada pareja tablero - viga auxiliar), existe una tasa de amortiguamiento externa (o constante C_D del amortiguador equivalente) óptima que minimiza la respuesta dinámica en resonancia de la viga principal. Este mínimo máximo ocurre a una frecuencia de excitación que depende a su vez de μ y de η y la obtención analítica de la tasa de amortiguamiento óptima es uno de los objetivos de este capítulo. A medida que ζ_D tiende a infinito, el sistema se transforma en uno de un sólo grado de libertad en el que ambas masas modales se mueven solidariamente.

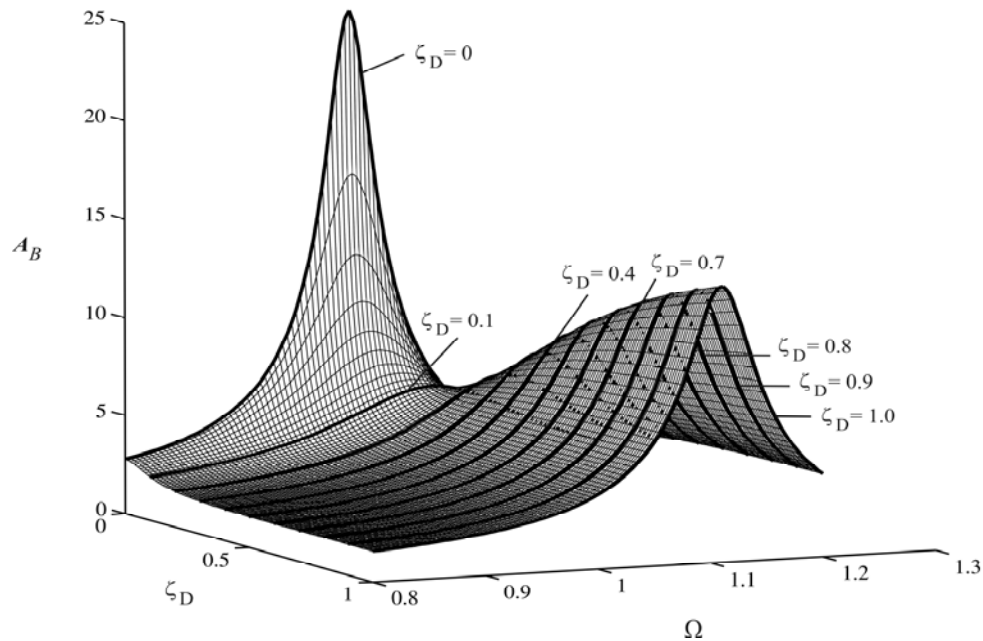


Figura 5.8 $A_B = f(\zeta_D, \Omega)$ para $\eta = 1.9$, $\mu = 0.1$, $\zeta_B = 0.02$, $\zeta_b = 0.005$

En la Figura 5.7(c) y (d) se han mantenido η y ζ_D constantes y se han calculado las curvas de amplificación para varios valores de la relación de masas entre la viga principal y la auxiliar μ . La máxima respuesta se produce cuando la masa de la viga auxiliar es nula, esto es $\mu = 0$. En tal caso, la respuesta de la viga principal asociada al modo fundamental se corresponde de nuevo con la de un sistema de un grado de libertad. A_B decrece monótonamente al aumentar μ , y la mínima respuesta se produce en el límite en que μ tiende a infinito, en cuyo caso la viga principal se comporta como si estuviera unida a través

del amortiguador equivalente a una referencia fija tendiendo A_B a

$$A_B = \frac{1}{\sqrt{(1-\Omega^2)^2 + 4\Omega^2(\zeta_B + \zeta_D)^2}} \quad (5.40)$$

A partir de cierto valor de μ , la respuesta de la viga principal es prácticamente insensible a incrementos de esta variable. De hecho, en la Figura 5.7(c) o (d) no se aprecian cambios significativos al aumentar μ por encima de la unidad. A medida que μ aumenta, Ω_R crece por encima de (5.39) en caso de que $\eta > 1$, o disminuye si $\eta < 1$, pero en el límite cuando μ tiende a infinito, la frecuencia de la viga auxiliar no influye sobre la amplificación de la principal y la frecuencia de excitación en resonancia tiende a

$$\Omega_R = \sqrt{1 - 2(\zeta_B + \zeta_D)^2} \quad (5.41)$$

En la Figura 5.7(e) se han representado curvas de $A_B = f(\Omega)$ para valores concretos de μ y ζ_D , modificando la relación de frecuencias entre la viga principal y la auxiliar η entre 0 y 2. La máxima respuesta se produce cuando ambas vigas presentan la misma frecuencia fundamental, esto es, $\eta = 1$. En este caso las dos masas modales tienden a vibrar en fase y la energía disipada a través del amortiguador es muy escasa. De hecho, en ausencia de amortiguamientos estructurales, si $\Omega = 1$ la respuesta de las vigas tiende a infinito. A medida que η se reduce desde la unidad hacia cero, la máxima respuesta de la viga principal disminuye desplazándose Ω_R hacia valores inferiores, pero el mínimo valor alcanzado que se produce cuando $\eta = 0$, es muy superior a los valores de amplificaciones dinámicas obtenidos al aumentar η por encima de la unidad. En el caso límite en que $\eta = 0$ la masa de la viga auxiliar no presenta rigidez ni amortiguamiento estructural asociados, por lo que actúa como si fuera un TMD pero conectado a la viga principal únicamente a través del amortiguador equivalente. A medida que η aumenta por encima de la unidad, A_B se reduce y Ω_R se desplaza hacia valores superiores. Si η tiende a infinito, la viga principal se comporta de nuevo como si estuviera unida a través del amortiguador equivalente a una referencia fija, la amplificación dinámica tiende a (5.40) y Ω_R a (5.41).

Finalmente la Figura 5.7(f) muestra que la respuesta de la viga principal se reduce monótonamente con el amortiguamiento estructural de la viga auxiliar. Este comportamiento se observa para un amplio rango de valores de μ y η .

En cuanto a la respuesta de la viga principal en términos de aceleración, ésta es muy similar a la respuesta en términos de desplazamientos. La Figura 5.9 muestra las curvas de la amplitud modal de la aceleración, adimensionalizada a través del término $(m_B L / 2P_0)$, en función de Ω . Las diferencias fundamentales con respecto a la respuesta paramétrica en términos de A_B son: (i) para valores de Ω muy bajos la aceleración tiende a 0; (ii) la máxima amplificación y la máxima aceleración tienen lugar a frecuencias de excitación ligeramente diferentes, aspecto conocido en el comportamiento de sistemas de un gdl. No

obstante, en un rango de tasas de amortiguamiento globales⁵² moderadas esta diferencia es reducida.

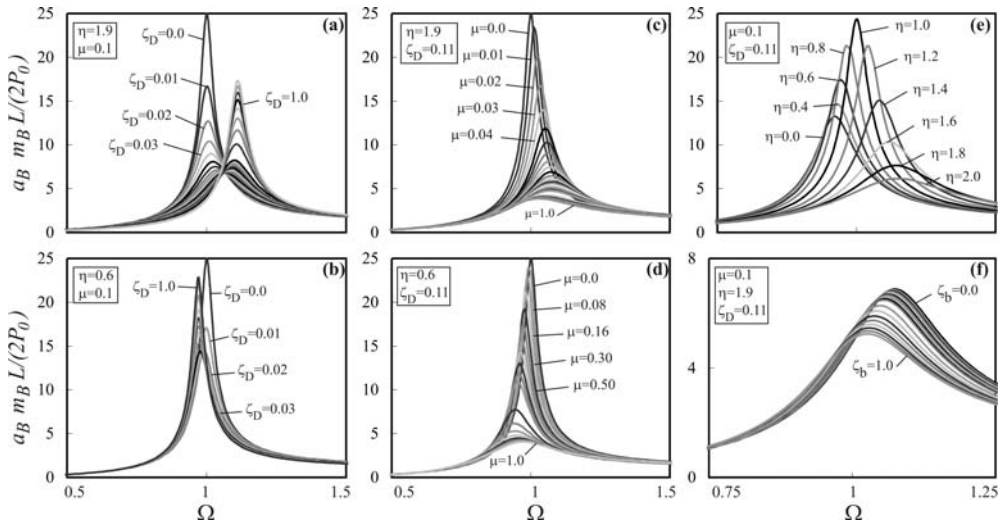


Figura 5.9 Curvas de a_B máxima adimensionalizada vs. Ω . Respuesta paramétrica en función de (a) y (b) ζ_D ; (c) y (d) μ ; (e) η ; (f) ζ_b

Dado que el sistema de la Figura 5.6 está compuesto por dos gdl, cabe esperar la existencia de dos picos de resonancia en la respuesta de ambas vigas. El estudio paramétrico realizado se ha centrado en la resonancia experimentada por la primera viga al coincidir su frecuencia con la de la fuente de excitación. Se puede afirmar no obstante, que en el rango de interés de los parámetros adimensionales en la aplicación que se plantea, $1.25 \leq \eta \leq 2.5$, $0.05 \leq \mu \leq 0.25$, $0 \leq \zeta_B \leq 0.05$, $0 \leq \zeta_b \leq 0.05$, $0 \leq \zeta_D \leq 0.20$, no aparece una segunda resonancia en la respuesta de la viga principal. En lo referente a la viga auxiliar, en el precitado rango de parámetros adimensionales, sólo aparece un máximo de resonancia para valores de la tasa de amortiguamiento externa ζ_D extremadamente bajos, mientras que en el intervalo de ζ_D necesario para reducir la respuesta de la viga principal de forma sustancial, dicho pico desaparece. En cualquier caso, un fenómeno de resonancia en la viga auxiliar no constituye un problema en sí mientras no de lugar a

⁵² En el presente capítulo se hace referencia a cuatro tasas de amortiguamiento de la viga principal que no deben confundirse: estructural, externa, global y equivalente. Las dos primeras han sido ya definidas en apartados previos (ζ_B y ζ_D). La tasa de amortiguamiento global puede entenderse como la alcanzada en la viga principal tras el reacondicionamiento, incluyendo el amortiguamiento estructural. La tasa de amortiguamiento equivalente, que se definirá en apartados posteriores, se corresponde con la que debe tener un sistema de 1gdl que ante excitación armónica experimenta la misma amplificación de la respuesta en resonancia y a la misma frecuencia de excitación que la viga principal.

tensiones excesivas en este elemento, y como se comprobará apartados posteriores, los requisitos de frecuencia en el dimensionado de esta viga hacen que esté totalmente sobredimensionada desde el punto de vista resistente.

Las conclusiones fundamentales que se extraen del estudio paramétrico realizado son las siguientes:

- Una vez la masa y tipología de la viga auxiliar se han seleccionado para cierto tablero de forma que η y μ están definidas, existe una tasa de amortiguamiento externa óptima que minimiza la respuesta de la viga principal.
- Para que el sistema de reacondicionamiento sea efectivo, la relación de frecuencias entre la viga auxiliar y la principal η debe ser superior a la unidad.
- No existen valores óptimos de η y μ ya que la respuesta de la viga principal se reduce monótonamente al aumentar cualquiera de estos dos parámetros.
- El procedimiento de dimensionado del sistema de reacondicionamiento debería ser el siguiente: seleccionar el menor tamaño de la viga auxiliar tal que, al ser combinado con el amortiguador óptimo, eleve la tasa de amortiguamiento introducida en el puente hasta que la máxima respuesta de éste descienda por debajo del umbral admisible.

La tasa de amortiguamiento del puente en el caso reacondicionado, se deberá por una parte al amortiguamiento estructural de las dos vigas (ζ_B y ζ_b) y por otra al amortiguamiento introducido externamente ζ_D gracias a los FVD. No obstante, no debe confundirse esta última variable a la que se ha denominado *tasa de amortiguamiento externa*, con la tasa de amortiguamiento realmente introducida en la estructura gracias al proceso de reacondicionamiento, ya que ambas magnitudes sólo coincidirían si la viga auxiliar tuviera rigidez y/o masa infinitas. En el apartado 5.4.3 se analiza este concepto de suma importancia, y se propone una metodología para la selección del tamaño de la viga auxiliar, a partir de la tasa de amortiguamiento global que se desea alcanzar en el puente reacondicionado.

5.4. Optimización del sistema de reacondicionamiento

En este apartado se procede a obtener la tasa de amortiguamiento externa ζ_D óptima, esto es, la que minimiza la respuesta de la viga principal bien en términos de desplazamientos o bien de aceleraciones. Recientes trabajos del ERRI [35] indican que el amortiguamiento asociado a puentes de ferrocarril es, en muchas ocasiones, del orden del 1% - 2% o incluso inferior en el caso de tableros de tipo metálico o mixto. Por ello, en primera aproximación, los amortiguamientos estructurales en ambas vigas van a ser despreciados frente al amortiguamiento introducido de forma externa. Esta simplificación permitirá

obtener expresiones analíticas de la tasa de amortiguamiento óptima en función de los parámetros adimensionales que gobiernan la respuesta. En apartados posteriores, se comprobará la aplicabilidad de las expresiones desarrolladas en presencia de amortiguamiento estructural.

5.4.1. Expresiones de la tasa de amortiguamiento externa óptima

Despreciando amortiguamientos estructurales en la viga principal y la viga auxiliar, el factor de amplificación modal de la respuesta de la viga principal, obtenido en el apartado anterior según las ecuaciones (5.34a)-(5.34d) se transforma en

$$A_B = \sqrt{\frac{4\Omega^2\zeta_D^2 + \mu^2(\eta^2 - \Omega^2)^2}{(1-\Omega^2)^2\mu^2(\eta^2 - \Omega^2)^2 + 4\Omega^2\zeta_D^2[1-\Omega^2 + \mu(\eta^2 - \Omega^2)]^2}} \quad (5.42)$$

La Figura 5.10 muestra una comparativa de las curvas paramétricas de amplificación de la respuesta de la viga principal en función de ζ_D , correspondiente al caso mostrado en la Figura 5.7(a) en dos situaciones: (a) en la ya calculada, considerando amortiguamientos estructurales $\zeta_B=0.02$ y $\zeta_b=0.005$ y (b) despreciando amortiguamientos estructurales en ambas vigas.

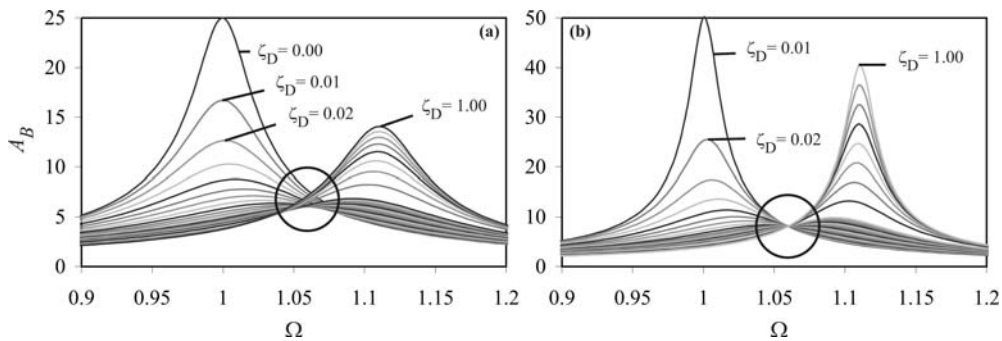


Figura 5.10 Curvas de A_B vs. Ω siendo $\eta=1.9$, $\mu=0.1$ para distintos valores de ζ_D (a) considerando amortiguamientos estructurales $\zeta_B=0.02$ y $\zeta_b=0.005$ y (b) despreciando amortiguamientos estructurales

Como cabe esperar, el valor máximo de A_B en resonancia en el segundo caso alcanza valores muy superiores a medida que se reduce la tasa de amortiguamiento externa, de hecho la curva correspondiente a $\zeta_D=0$ no se ha representado por ser infinita la respuesta cuando $\Omega=1$. No obstante, se desprenden de la figura dos hechos de suma importancia:

- La diferencia en la amplitud de ambas respuestas se reduce en las proximidades del mínimo máximo. Ello implica que si el amortiguamiento estructural es bajo y se selecciona el amortiguador óptimo, la mayor parte de la energía se disipa a través de éste.

- En ausencia de amortiguamientos estructurales, el valor de A_B en el mínimo máximo es independiente de la tasa de amortiguamiento externa ζ_D .

La condición que debe cumplir la ecuación (5.42), para que a la frecuencia de excitación Ω correspondiente al mínimo máximo, la amplitud de la viga principal sea independiente de la tasa de amortiguamiento externa, es la siguiente:

$$\frac{4\Omega^2}{4\Omega^2 [1 - \Omega^2 + \mu(\eta^2 - \Omega^2)]^2} = \frac{\mu^2(\eta^2 - \Omega^2)^2}{(1 - \Omega^2)^2 \mu^2(\eta^2 - \Omega^2)^2} \quad (5.43)$$

Las cuatro soluciones a la ecuación (5.43) son

$$\Omega_R^{1*} = \frac{1}{2 + \mu} \sqrt{(2 + \mu)(2 + \mu\eta^2)} \quad (5.44a)$$

$$\Omega_R^{2*} = \frac{-1}{2 + \mu} \sqrt{(2 + \mu)(2 + \mu\eta^2)} \quad (5.44b)$$

$$\Omega_R^{3*} = \eta \quad (5.44c)$$

$$\Omega_R^{4*} = -\eta \quad (5.44d)$$

Las soluciones (5.44b) y (5.44d) no aportan más información que sus correspondientes conjugadas con signo positivo (5.44a) y (5.44c). Son consecuencia de que valores de la frecuencia de excitación con signos opuestos dan lugar a una misma amplificación de la respuesta.

La solución Ω_R^{3*} proporcionada por la ecuación (5.44c), se corresponde con un valor de Ω para el que A_B es independiente de ζ_D siendo la frecuencia de excitación igual a la de la viga auxiliar. Como se ha comentado con anterioridad, en el rango de parámetros adimensionales de interés, dicha situación no da lugar a un máximo perceptible en la respuesta de la viga principal. La solución de interés y la que da lugar a la condición señalada en la Figura 5.10(b) es la proporcionada por Ω_R^{1*} . De aquí en adelante, se hará referencia a este valor como la frecuencia adimensional en el mínimo máximo Ω_R^*

$$\Omega_R^* = \frac{1}{2 + \mu} \sqrt{(2 + \mu)(2 + \mu\eta^2)} \quad (5.45)$$

Una vez obtenido el valor de Ω_R^* , es posible calcular el valor óptimo de ζ_D ya que la tangente a la curva $A_B = f(\Omega)$ asociada a la tasa de amortiguamiento óptima a la frecuencia Ω_R^* es horizontal, es decir

$$\frac{\partial A_B}{\partial \Omega}(\Omega = \Omega_R^*, \zeta_D = \zeta_{D,A}^*) = 0 \quad (5.46)$$

Las conclusiones extraídas hasta este punto relativas a la optimización de ζ_D , son

aplicables también a la respuesta expresada en términos de aceleraciones. La Figura 5.11 muestra la evolución del comportamiento de la aceleración adimensionalizada, en presencia y ausencia de amortiguamientos estructurales, para el caso concreto representado en la Figura 5.9(a).

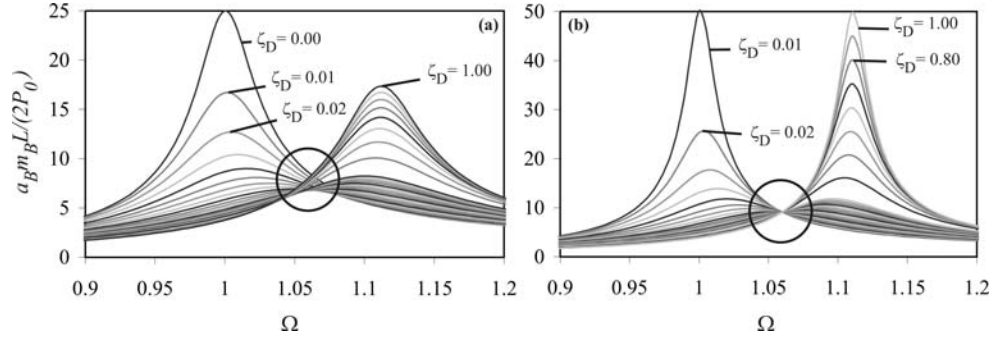


Figura 5.11 Curvas de a_B máxima adimensionalizada vs. Ω siendo $\eta=1.9$, $\mu=0.1$ para distintos valores de ζ_D (a) considerando amortiguamientos estructurales $\zeta_B=0.02$ y $\zeta_b=0.005$; (b) despreciando amortiguamientos estructurales

Dado que la condición (5.43) es también la que da lugar a que a_B sea independiente de la tasa de amortiguamiento externa en el mínimo máximo, la ecuación (5.45) proporciona el valor de la frecuencia adimensional de excitación asociada a éste, y la tasa de amortiguamiento externa óptima que minimiza la amplitud de la aceleración modal en la viga principal vendrá dada por

$$\frac{\partial a_B}{\partial \Omega}(\Omega = \Omega_R^*, \zeta_D = \zeta_{D,a}^*) = 0 \quad (5.47)$$

Cada una de las ecuaciones (5.46) y (5.47) presenta dos soluciones conjugadas de igual valor absoluto y signos opuestos, de las cuales, las de signo positivo proporcionan las tasas de amortiguamiento óptimas $\zeta_{D,A}^*$ y $\zeta_{D,a}^*$ asociadas a la mínima amplificación y mínima aceleración de la respuesta de la viga principal en resonancia para relaciones particulares de masas y frecuencias

$$\zeta_{D,A}^* = \frac{(\eta^2 - 1)\mu}{\sqrt{4 + 6\mu + 2\mu^2 + 2\mu\eta^2 + 3\mu^2\eta^2 + \mu^3\eta^2}} \quad (5.48)$$

$$\zeta_{D,a}^* = \frac{(\eta^2 - 1)\mu}{\sqrt{4 + 2\mu + 6\mu\eta^2 + 3\mu^2\eta^2 + 2\mu^2\eta^4 + \mu^3\eta^4}} \quad (5.49)$$

Sustituyendo cualquiera de las dos expresiones anteriores en la definición de la tasa de amortiguamiento externa proporcionada por la ecuación (5.29d), se determina la constante del amortiguador equivalente asociado a dicha tasa de amortiguamiento óptima.

La determinación analítica de Ω_R^* en presencia de amortiguamientos estructurales, esto es, directamente a partir de las ecuaciones (5.34), conlleva la obtención analítica de las raíces de un polinomio bi-quíntico lo cual se ha demostrado que no es posible [67]. Este hecho, junto a los reducidos niveles de amortiguamiento medidos en muchos puentes reales, es la causa de haber procedido de esta manera simplificada. En el apartado siguiente, así como en los ejemplos numéricos presentados al final de este capítulo, se comprueba que las expresiones (5.48) y (5.49) proporcionan estimaciones de las tasas de amortiguamiento óptimas en presencia de amortiguamiento estructural muy próximas a las reales.

5.4.2. Efecto del amortiguamiento estructural en la predicción de la tasa de amortiguamiento óptima

Con el objetivo de analizar la influencia de los amortiguamientos estructurales de las vigas principal y auxiliar sobre las expresiones (5.48) y (5.49), se ha llevado a cabo un cálculo comparativo de la respuesta máxima del puente sometido a excitación armónica en el rango de interés de relaciones de masas y frecuencias.

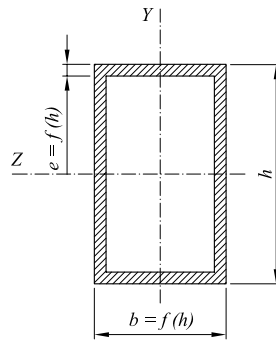


Figura 5.12 Geometría de la viga auxiliar: nomenclatura empleada

En general, una vez seleccionada la tipología de la viga auxiliar, la masa por unidad de longitud y frecuencia de ésta (y por tanto las relaciones μ y η) no serán variables independientes, ya que las dimensiones de la sección, podrán ser expresadas en función de unos pocos parámetros. En este apartado, se va a considerar una tipología particular de viga cajón metálica como la de la Figura 5.12, de dimensiones exteriores $b \times h$, espesor constante e y longitud igual a la luz del puente, siendo el análisis y las conclusiones que de él se extraigan perfectamente aplicables a otras geometrías. Con el objetivo de expresar las dimensiones de la sección de la viga auxiliar en función de un único parámetro, se definen el ancho y el espesor del cajón como dos funciones que varían de forma lineal y cuadrática con canto h respectivamente

$$b(h) = a \cdot h \quad \rightarrow \quad a = 0.6 \quad (5.50)$$

$$e(h) = e_0 + e_1 \cdot h + e_2 \cdot h^2 \rightarrow e_0 = 2.14 \cdot 10^{-2} m, e_1 = 7.86 \cdot 10^{-3}, e_2 = 1.07 \cdot 10^{-2} m^{-1} \quad (5.51)$$

De este modo μ y η quedan unívocamente definidas como

$$\mu(h) = \frac{m_b(h)}{m_B} = \frac{\rho_b A_b(h)}{m_B} \quad \eta(h) = \frac{\omega_b(h)}{\omega_B} = \sqrt{\frac{E_b I_{zb}(h)}{\mu(h) E_B I_{zB}}} \quad (5.52)$$

siendo $E_b = 2.1 \cdot 10^{11}$ Pa, $\rho_b = 7850$ kg/m³ y determinándose el área y momento de inercia de la sección en este caso particular según

$$A_b = bh - (b - 2e)(h - 2e) \quad I_{zb} = \frac{bh^3}{12} - \frac{(b - 2e)(h - 2e)^3}{12} \quad (5.53)$$

En los cálculos que se presentan a continuación, se ha considerado una viga principal de 15 m de luz, $m_B = 10000$ kg/m y $f_B = 8.92$ Hz. La respuesta de esta viga, en términos de máximo desplazamiento y máxima aceleración en centro de vano asociada al modo fundamental, se ha obtenido ante excitación armónica centrada de frecuencia y amplitud constantes. Se han considerado diferentes grados de reacondicionamiento, estando cada uno de ellos definido por un par (h, ζ_D) . Los tamaños de la viga auxiliar o valores de h considerados varían entre 0.7 y 1.65 m en incrementos de 0.01 m y para cada tamaño de viga auxiliar, se han evaluado tasas de amortiguamiento externas comprendidas entre 0 y 0.35 en incrementos de 0.002.

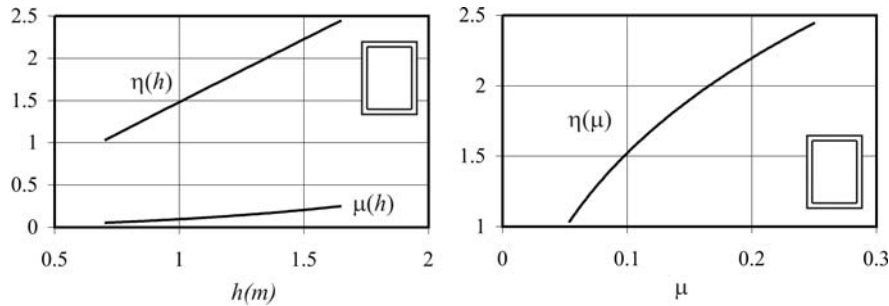


Figura 5.13 (a) Relaciones de masas y frecuencias asociadas a los valores de h considerados en el análisis; (b) relación entre η y μ para el puente de 15 m objeto de estudio y la geometría de viga cajón considerados

La relación que existe entre cada valor de h analizado, y los cocientes de masas y frecuencias, μ y η , para la geometría de viga propuesta y el puente objeto de estudio se muestran en la Figura 5.13(a). En la Figura 5.13(b) se observa cómo el intervalo de valores de h analizado cubre el rango de interés de las relaciones de masa y frecuencia entre las vigas: $1.25 \leq \eta \leq 2.5$ y $0.05 \leq \mu \leq 0.25$.

La respuesta forzada de la viga principal en centro de vano se ha obtenido para cada alternativa de reacondicionamiento, aplicando las expresiones (5.34) y (5.36) en las

proximidades de resonancia; concretamente en un rango de valores de Ω comprendidos entre 0.5 y 1.5 en incrementos de 0.001. De esta forma se ha calculado numéricamente el valor máximo en resonancia en términos de amplitudes y aceleraciones. El proceso descrito se ha repetido considerando cuatro tasas de amortiguamiento estructural idénticas en ambas vigas. En lo que sigue se presentan los resultados obtenidos primero en términos de amplitudes y a continuación de aceleraciones modales.

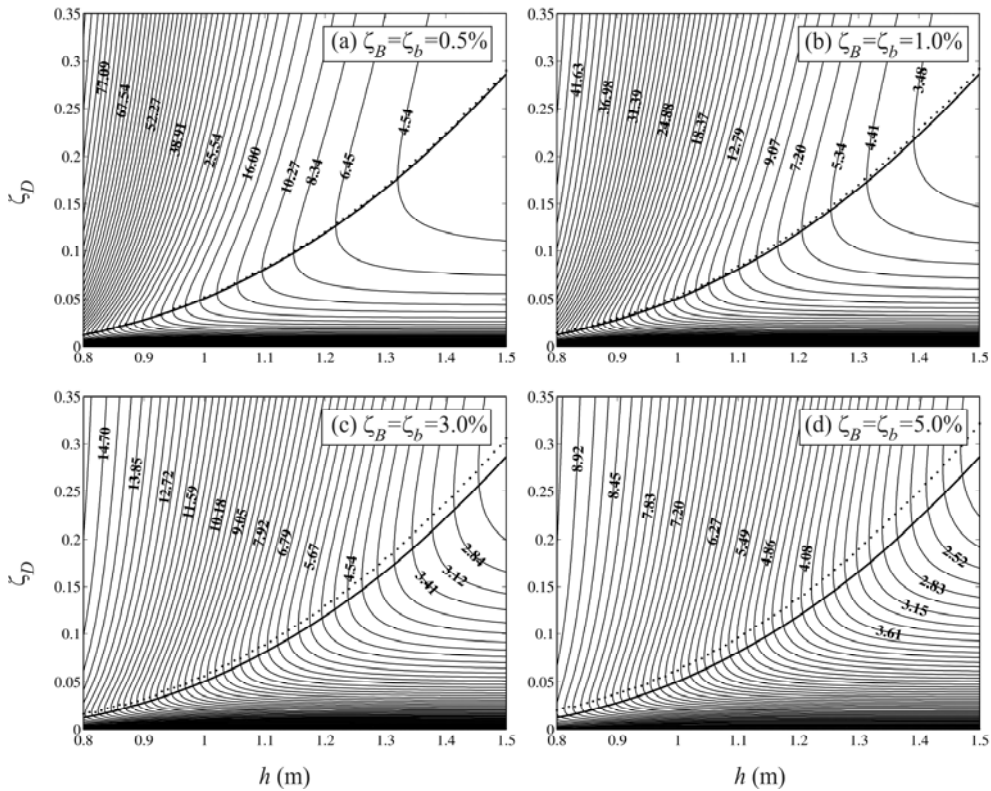


Figura 5.14 Máximo A_B en resonancia en función de h y ζ_D para varias tasas de amortiguamiento estructural (a) $\zeta_B = \zeta_b = 0.5\%$; (b) $\zeta_B = \zeta_b = 1.0\%$; (c) $\zeta_B = \zeta_b = 3.0\%$; (d) $\zeta_B = \zeta_b = 5.0\%$; \cdots $\zeta_{D,num}^*(h)$ y — $\zeta_{D,A}^*(h)$

La Figura 5.14 muestra diagramas de curvas de nivel de amplificación del desplazamiento en $L/2$ de la viga principal asociada al modo fundamental A_B en resonancia, en función de h y ζ_D . Cada uno de los gráficos que componen la figura se corresponde con un nivel de amortiguamiento estructural de las vigas: (a) $\zeta_B = \zeta_b = 0.5\%$, (b) $\zeta_B = \zeta_b = 1\%$, (c) $\zeta_B = \zeta_b = 3\%$ y (d) $\zeta_B = \zeta_b = 5\%$. En todos los casos se puede observar cómo seleccionado el tamaño de la viga auxiliar h , a medida que aumenta la tasa de amortiguamiento externa ζ_D , la respuesta de la viga principal A_B en resonancia se reduce monótonamente hasta cierto valor de ζ_D óptimo y a partir de éste comienza a crecer de nuevo. En las cuatro gráficas de la Figura 5.14 se han solapado sobre las curvas de nivel dos funciones: la primera, en línea

continua, se corresponde con la tasa de amortiguamiento óptima analítica $\zeta_{D,A}^*(h)$ proporcionada por la expresión (5.48) obtenida despreciando amortiguamientos estructurales; y la segunda, en trazo discontinuo, señala el valor óptimo real de la tasa de amortiguamiento externa, $\zeta_{D,num}^*(h)$, obtenida de forma numérica en presencia de amortiguamientos estructurales. Se observa que la diferencia entre ambas curvas es mínima cuando los niveles de amortiguamiento estructural ζ_B y ζ_b son reducidos y aumenta con estos. No obstante, incluso en la Figura 5.14(d) en la que los valores de ζ_B y ζ_b son elevados para la aplicación que se plantea, la diferencia no es excesiva y aumenta con h .

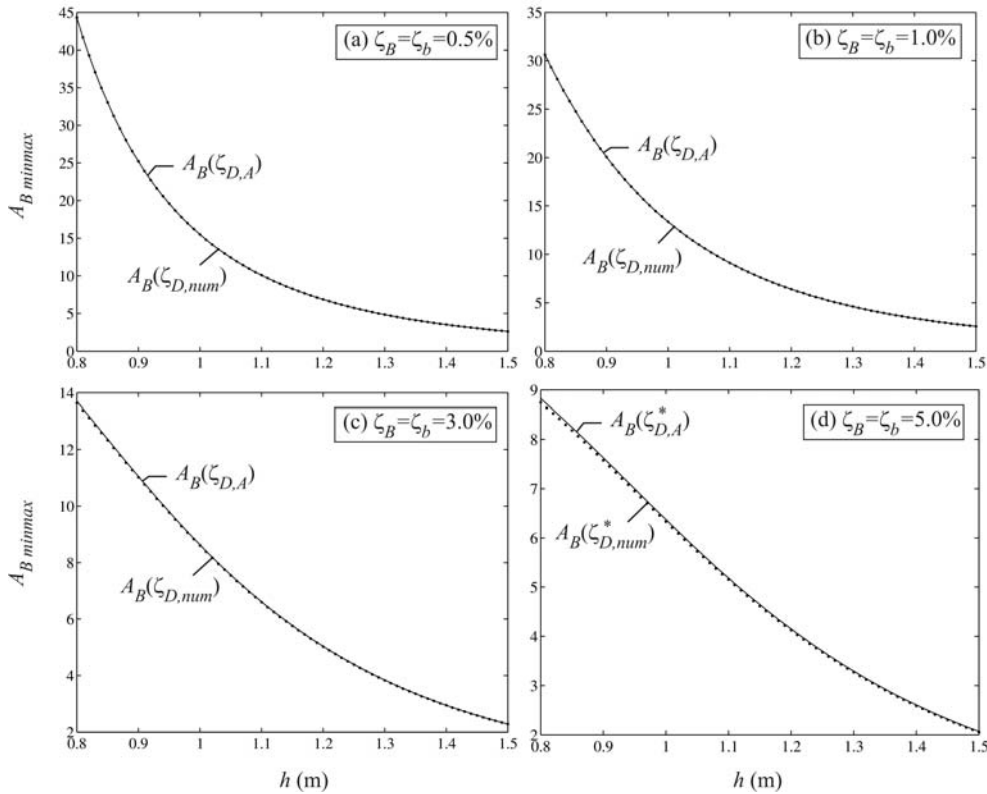


Figura 5.15 A_B en el mínimo máximo en función de h asociado a la tasa de amortiguamiento externa óptima analítica — $\zeta_{D,A}^*(h)$ y a la numérica $\zeta_{D,num}^*(h)$

Con el objetivo de comparar el valor de la respuesta en el mínimo máximo asociada a la tasa de amortiguamiento externa óptima analítica $\zeta_{D,A}^*(h)$ y a la óptima real $\zeta_{D,num}^*(h)$, en la Figura 5.15 se han representado sendas curvas de $A_B(h)$ en el mínimo máximo, para los cuatro niveles de amortiguamiento estructural considerados en el caso anterior. Se puede comprobar cómo sólo en el caso (d) en el que $\zeta_B = \zeta_b = 5\%$, se aprecia una ligera diferencia entre ambas curvas, diferencia que se reduce con el valor de h puesto que, a medida que aumenta la masa y la frecuencia de la viga auxiliar, el amortiguamiento realmente

introducido en la principal aumenta y el efecto del estructural se reduce.

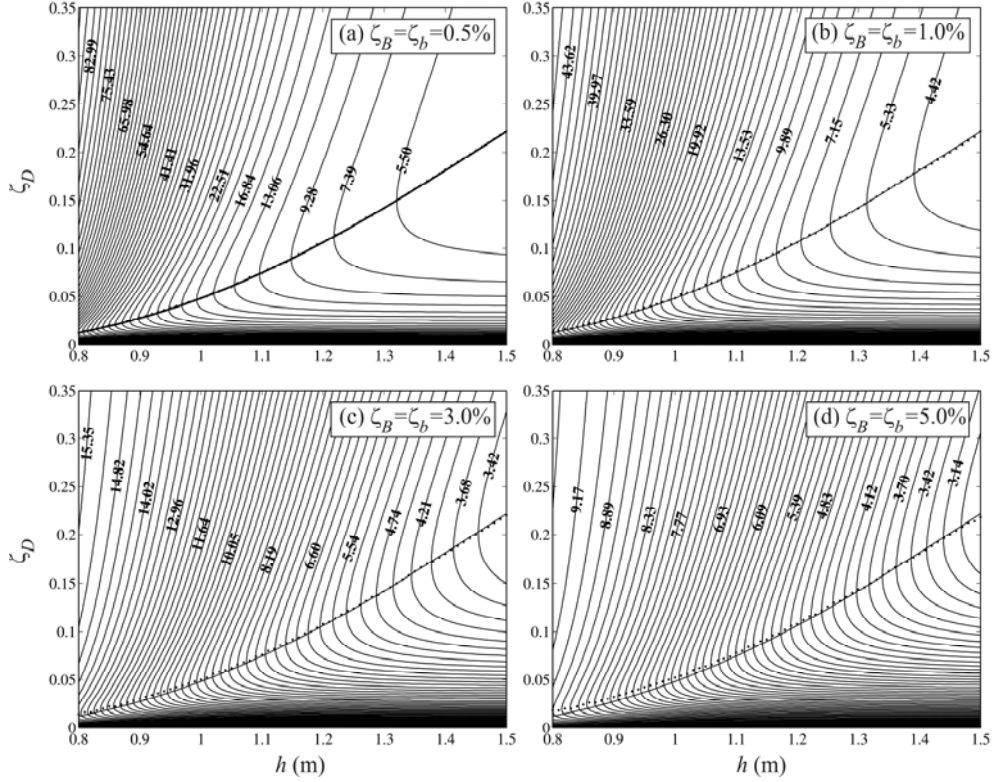


Figura 5.16 $a_{B,max}$ adimensional en función de h y ζ_D para tasas de amortiguamiento estructural (a) $\zeta_B = \zeta_b = 0.5\%$; (b) $\zeta_B = \zeta_b = 1.0\%$; (c) $\zeta_B = \zeta_b = 3.0\%$; (d) $\zeta_B = \zeta_b = 5.0\%$; \cdots $\zeta_{D,num}^*(h)$ y — $\zeta_{D,a}^*(h)$

Conclusiones similares se extraen al representar la respuesta de la viga principal en términos de aceleraciones. La Figura 5.16 muestra diagramas de curvas de nivel de aceleración adimensionalizada, $a_{B,max} m_B L / 2P_0$, en resonancia para diferentes alternativas de reacondicionamiento definidas por pares (h, ζ_D) . La forma de los diagramas es muy similar a los asociados a la amplificación modal máxima $A_{B,max}$. De nuevo, seleccionado el tamaño de la viga auxiliar, existe un valor de la tasa de amortiguamiento externa que minimiza la respuesta resonante del puente en términos de aceleraciones. Sobre los diagramas, se ha representado en trazo continuo la curva de amortiguamiento óptimo analítico $\zeta_{D,a}^*(h)$ obtenida en el apartado anterior despreciando amortiguamientos estructurales (ecuación (5.49)); por otra parte se ha obtenido de forma numérica para cada valor de h el valor de ζ_D que minimiza la aceleración del puente en resonancia, es decir, el óptimo real, y se ha representado en trazo discontinuo. Se puede comprobar cómo incluso cuando el cálculo se lleva a cabo considerando amortiguamientos estructurales muy elevados como es el caso de la Figura 5.16(d) en la que $\zeta_B = \zeta_b = 0.05$, la diferencia entre

los óptimos numéricos $\zeta_{D,num}^*(h)$ y el óptimo analítico $\zeta_{D,a}^*(h)$ es mínima y considerablemente inferior a la diferencia observada en el caso de $A_{B,max}$.

Finalmente, en la Figura 5.17 se ha representado la máxima aceleración adimensionalizada que tiene lugar, por una parte, en el verdadero mínimo máximo calculado de forma numérica, y por otra, en el asociado a la tasa de amortiguamiento externa óptima $\zeta_{D,a}^*(h)$ proporcionada. De nuevo, la diferencia es prácticamente inapreciable, incluso en el caso de máximo amortiguamiento estructural analizado.

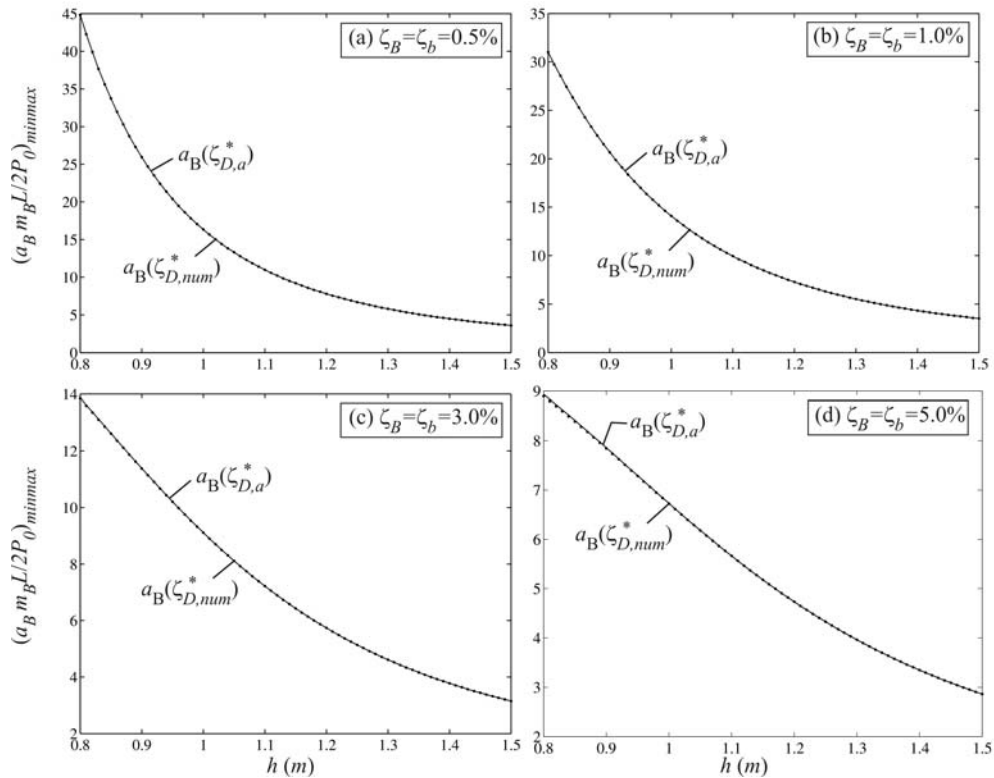


Figura 5.17 a_B adimensionalizada en el mínimo máximo en función de h asociado a la tasa de amortiguamiento externa óptima analítica — $\zeta_{D,a}^*(h)$ y a la numérica \dots $\zeta_{D,num}^*(h)$

Por todo ello, se concluye en este apartado que, pese a que en la determinación de la amplitud de la respuesta en resonancia de la viga principal en términos de desplazamientos o aceleraciones, no es admisible despreciar los amortiguamientos estructurales (ni siquiera en el mínimo máximo), la influencia de éstos sobre las expresiones de la tasa de amortiguamiento óptima es de muy poca importancia. Ello permitirá el empleo en el proceso de dimensionado del sistema de reacondicionamiento de las expresiones (5.48) y (5.49); éstas combinadas con (5.27) y (5.29), proporcionan, una vez seleccionado el tamaño de la viga auxiliar, las constantes C_{di} de los FVD que minimizan la respuesta del puente.

5.4.3. Estimación de la tasa de amortiguamiento global de la viga principal

Como ha sido comentado con anterioridad, es fundamental evaluar la tasa de amortiguamiento que mediante el reacondicionamiento se introduce de forma efectiva en el comportamiento dinámico de la viga principal. En lo sucesivo se denominará $\zeta_{B, reac}$ a la tasa de amortiguamiento final o global del puente, esto es, tras el reacondicionamiento y será debida tanto al amortiguamiento estructural como al introducido por los FVD. Como se comprobará, los FVD y la viga auxiliar producen un efecto en la viga principal que equivale en la práctica a un aumento de su tasa de amortiguamiento. En este apartado se propone un procedimiento sencillo para estimar el nivel final de amortiguamiento de la estructura de paso. Recordando la definición de la tasa de amortiguamiento externa ζ_D

$$\zeta_D = C_D / (m_B L \omega_B) \quad (5.54)$$

cabe remarcar que este valor sólo se introduciría íntegramente en el comportamiento de la viga principal en el caso de que la masa o la frecuencia de la viga auxiliar tendieran a infinito, y ésta se convirtiera en una referencia fija para el extremo inferior del amortiguador equivalente tal y como se muestra en la Figura 5.18.

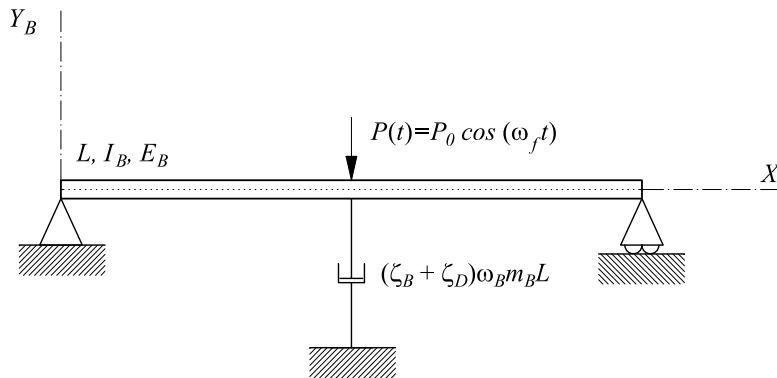


Figura 5.18 Tasa de amortiguamiento global de la viga principal en caso de viga auxiliar con masa o frecuencia infinitas

En esta situación la tasa de amortiguamiento de la viga principal tras el reacondicionamiento vendría dada por

$$\zeta_{B, reac} = \zeta_B + \zeta_D \quad (5.55)$$

Tal y como se desprende del estudio paramétrico realizado en el apartado 5.3.2, a medida que disminuye la relación de masas o de frecuencias entre las vigas, la eficacia del sistema de reacondicionamiento se reduce, entendiendo dicha eficacia como la relación entre el nivel de amortiguamiento realmente introducido en la viga principal y el que se introduciría

en el caso ideal representado en la Figura 5.18.

Con el objetivo de estimar el valor de la tasa de amortiguamiento global de la viga principal $\zeta_{B, reac}$ en función de las propiedades de la viga auxiliar y de los FVD instalados, se opta por emplear la técnica de determinación de amortiguamiento en sistemas de un grado de libertad conocida su respuesta en resonancia en el caso armónico.

La Figura 5.19 muestra la curva de amplificación de la respuesta en desplazamientos con respecto a la respuesta estática, de un sistema de un gdl amortiguado $\zeta_{1gdl}=2\%$ sometido a excitación armónica de amplitud P_0 y frecuencia ω_f constantes, en las proximidades de resonancia.

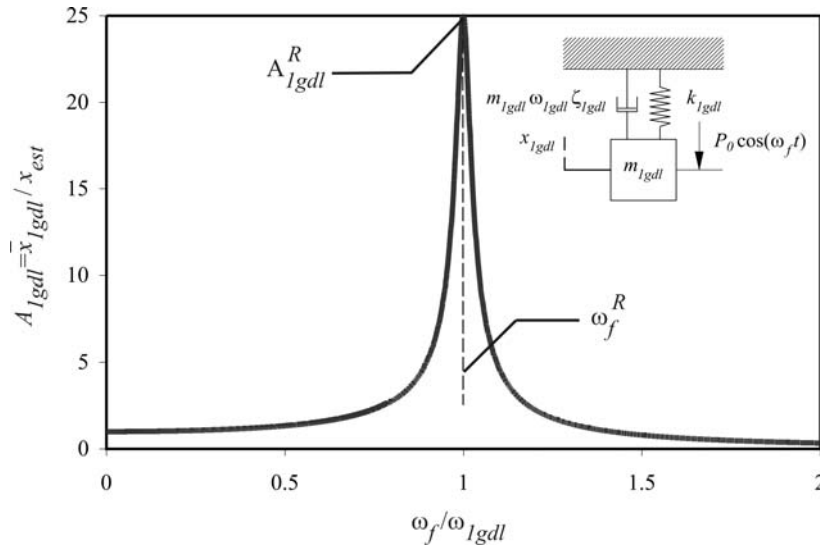


Figura 5.19 Amplificación de la respuesta en desplazamientos de un sistema de un gdl sometido a excitación armónica en las proximidades de resonancia

La amplitud de la respuesta y la frecuencia de excitación en resonancia, A_{1gdl}^R y ω_f^R , dependen exclusivamente de la tasa de amortiguamiento ζ_{1gdl} según las expresiones

$$A_{1gdl}^R = \frac{1}{2\zeta_{1gdl}\sqrt{1-\zeta_{1gdl}^2}} \quad (5.56)$$

$$\frac{\omega_f^R}{\omega_{1gdl}} = \sqrt{1-2\zeta_{1gdl}^2} \quad (5.57)$$

Pese a que el comportamiento de la viga principal reacondicionada, considerando exclusivamente la contribución de los modos fundamentales, se corresponde con el de un sistema de dos gdl, su respuesta en resonancia presenta una gran similitud con la del sistema de un gdl, según se ha podido observar cualitativamente en las gráficas

correspondientes al caso armónico que componen la Figura 5.7. Esta similitud es precisamente la que permite estimar $\zeta_{B, reac}$ a partir de ζ_{IgdI} ; no obstante, previamente se procede a comprobar que dicha similitud se mantiene en el rango de parámetros de interés.

5.4.3.1. Justificación del procedimiento de estimación del amortiguamiento de la viga principal tras el reacondicionamiento

Considérese de nuevo la viga principal de 15 m de luz, $m_B=10000$ kg/m, $f_B=8.92$ Hz y $\zeta_B=2\%$ analizada en el apartado anterior, reacondicionada mediante una viga cajón metálica con dimensiones definidas en función del canto h según las expresiones (5.50) y (5.51). Los cocientes de masas y frecuencias μ y η estarán pues relacionados entre sí y con el canto h según las funciones representadas en la Figura 5.13, considerando un amortiguamiento estructural para la viga auxiliar $\zeta_b=0.5\%$ en todos los casos.

Cuatro tamaños de viga auxiliar han sido seleccionados asociados a los siguientes valores de μ y η en aras a cubrir el rango de parámetros de interés.

h (m)	μ	η	ζ_D
0.8	0.066	1.181	0.04(i-1), i=1,...,6
1.1	0.113	1.630	
1.4	0.179	2.077	
1.65	0.251	2.447	

Tabla 5.1 Valores de μ , η , y ζ_D evaluados

Para cada tamaño de viga auxiliar, la amplificación de la respuesta dinámica de la viga principal, en términos de desplazamientos A_B , se ha calculado en el caso armónico, en las proximidades de resonancia, concretamente en un intervalo de frecuencias de excitación comprendido entre 0 y $2 \cdot \omega_B$ con una resolución de $0.001 \cdot \omega_B$, considerando valores de la tasa de amortiguamiento externa ζ_D comprendidos entre 0.00 y 0.20 en incrementos de 0.04.

En cada uno de los 24 casos se han determinado las propiedades del sistema de un gdl equivalente, es decir, aquel que ante excitación armónica experimenta la misma amplificación de la respuesta en resonancia, a la misma frecuencia de excitación. Para ello se calcula en primer lugar la respuesta del sistema de dos gdl, ajustando a continuación las propiedades del sistema de un gdl equivalente a través de las siguientes expresiones:

$$\zeta_{IgdI} = \sqrt{\frac{A_B^R - \sqrt{(A_B^R)^2 - 1}}{2A_B^R}} \quad (5.58)$$

$$\omega_{I_{gdl}} = \Omega \omega_B \sqrt[4]{\frac{(A_B^R)^2}{(A_B^R)^2 - 1}} \quad (5.59)$$

En las expresiones anteriores A_B^R representa la amplificación de la respuesta en resonancia del sistema puente-viga auxiliar, estando definida Ω en todos los casos como la frecuencia de excitación adimensionalizada a través de la frecuencia fundamental del puente (ecuación (5.29c)).

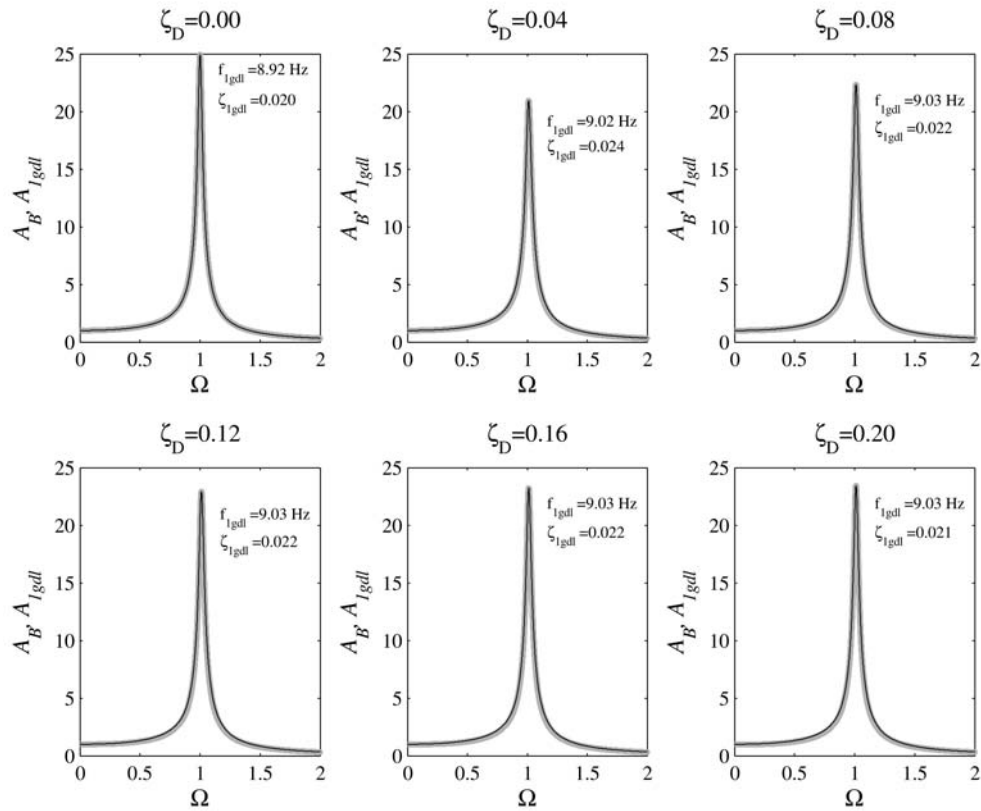


Figura 5.20 Respuesta armónica del puente reacondicionado y del sistema de un gdl equivalente ajustado para una viga auxiliar de tamaño $h=0.8$ m y tasas de amortiguamiento externo ζ_D comprendidas entre 0 y 0.20

En las cuatro figuras incluidas en este apartado (5.20 a 5.23), se han superpuesto las curvas de respuesta del sistema de dos gdl en trazo continuo gris grueso y del sistema de un gdl equivalente en trazo continuo negro y se ha incluido en la esquina superior derecha de cada gráfico la frecuencia y tasa de amortiguamiento del sistema de un gdl ajustado, $f_{I_{gdl}}$ y $\zeta_{I_{gdl}}$. Cada una de las cuatro figuras mencionadas se corresponde con un tamaño de viga auxiliar: $h=0.8$ m, 1.1 m, 1.4 m y 1.65 m, respectivamente.

Se observa cómo en presencia de una viga auxiliar de frecuencia propia próxima a la del puente ($\eta \approx 1$) como es el caso representado en la Figura 5.20, o bien considerablemente superior a la del puente ($\eta \gg 1$) como la que se muestra en la Figura 5.23, el ajuste de la curva de respuesta del sistema de un gdl sobre el sistema puente-viga auxiliar es muy elevado incluso para valores de ζ_D próximos al 20%. En el primer caso, ambas masas tienden a vibrar en fase y el comportamiento en las proximidades de resonancia es muy similar al de un gdl. En el segundo caso, la viga auxiliar tiende a comportarse como una referencia fija para la base del amortiguador y el sistema de dos gdl se asemeja al de la Figura 5.18.

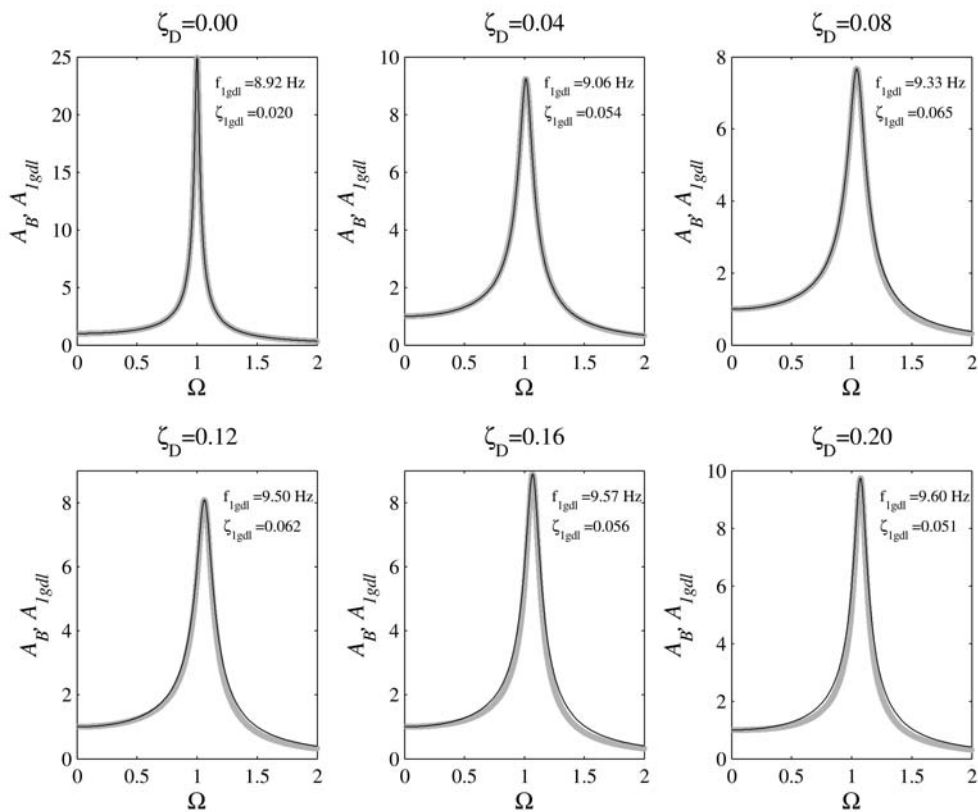


Figura 5.21 Respuesta armónica del puente reacondicionado y del sistema de un gdl equivalente ajustado para una viga auxiliar de tamaño $h=1.1$ m y tasas de amortiguamiento externo ζ_D comprendidas entre 0 y 0.20

En general, el ajuste entre las curvas en cada uno de los casos representados empeora a medida que aumenta ζ_D . Cuando $\zeta_D=0$, no existe interacción alguna entre la viga principal y la auxiliar, y el comportamiento de la primera asociado a su modo fundamental, se corresponde con el de un sistema de un gdl, disipándose energía exclusivamente a través del amortiguamiento estructural. A medida que aumenta el valor de ζ_D , aumenta también la

influencia del segundo gdl correspondiente a la viga auxiliar en el comportamiento de la principal, dependiendo dicha influencia de los valores de μ y η . A medida que aumentan μ y η tanto más puede incrementarse la tasa de amortiguamiento externa ζ_D sin que el comportamiento de la viga principal diverja notablemente del de un gdl equivalente.

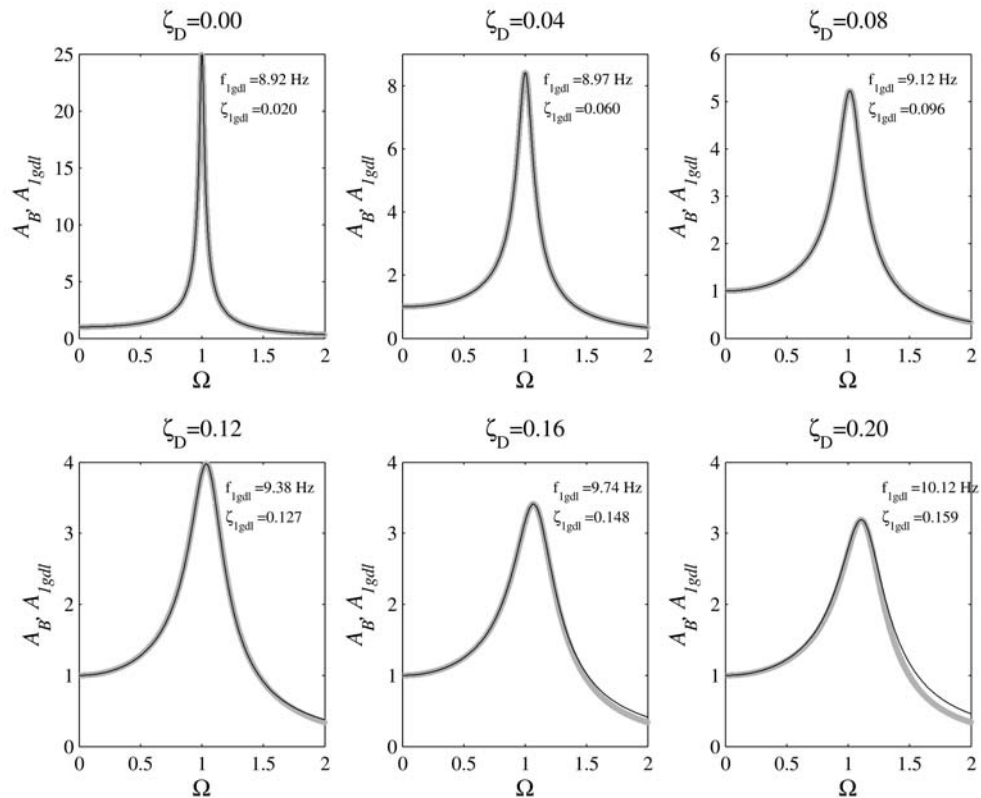


Figura 5.22 Respuesta armónica del puente reacondicionado y del sistema de un gdl equivalente ajustado para una viga auxiliar de tamaño $h=1.4$ m y tasas de amortiguamiento externo ζ_D comprendidas entre 0 y 0.20

La máxima dispersión entre las curvas de respuesta, aparece en los casos correspondientes a $h=1.1$ m y $h=1.4$ m para valores de la tasa de amortiguamiento externa elevados. No obstante, incluso en estos casos cabe decir que el comportamiento del sistema puente-viga auxiliar, se ajusta al de un gdl considerablemente bien. Este hecho, justifica por tanto la aproximación de la tasa de amortiguamiento global alcanzada en la viga principal tras el reacondicionamiento, $\zeta_{B, reac}$, como el amortiguamiento del sistema de un gdl equivalente, cuya máxima respuesta y frecuencia de excitación coinciden en resonancia.

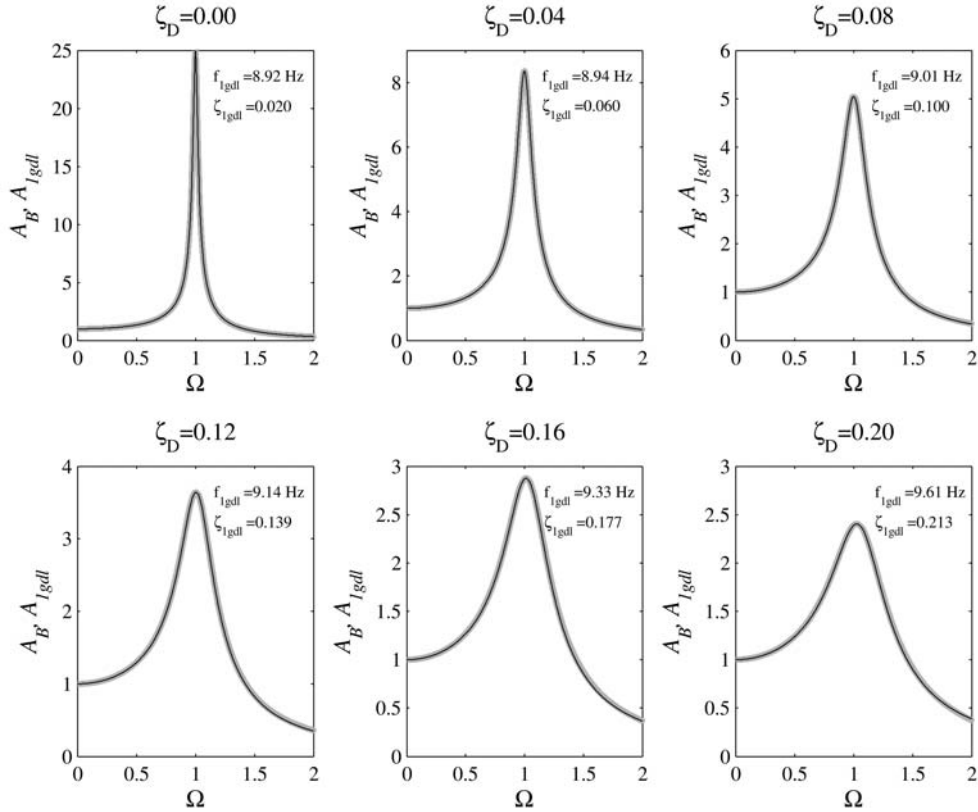


Figura 5.23 Respuesta armónica del puente reacondicionado y del sistema de un gdl equivalente ajustado para una viga auxiliar de tamaño $h=1.65$ m y tasas de amortiguamiento externo ζ_D comprendidas entre 0 y 0.20

5.4.3.2. Selección del tamaño de la viga auxiliar a partir de las necesidades de amortiguamiento estimadas en la viga principal

La Tabla 5.2 muestra en los 24 casos analizados en el apartado anterior, el valor de $\zeta_{B, reac}$ estimado a partir del amortiguamiento del sistema de un gdl equivalente. Cada fila de la tabla se corresponde con un tamaño de viga auxiliar y cada columna con una tasa de amortiguamiento externa ζ_D . Puesto que el amortiguamiento estructural en el puente $\zeta_B=0.02$, en el caso límite de que el canto de la viga auxiliar tendiera a infinito y el sistema conjunto al de la Figura 5.18, $\zeta_{B, reac}$ tendería a $\zeta_B+\zeta_D$, valor incluido en la última fila.

Se observa claramente cómo, salvo en el caso no reacondicionado ($\zeta_D=0$) en el que el comportamiento del sistema es propiamente el de un gdl, a menor tamaño de la viga auxiliar (y menores valores de μ y η) menor es también la proporción de amortiguamiento introducida en la viga principal con respecto al máximo alcanzable $\zeta_B+\zeta_D$. Esta diferencia en el valor de $\zeta_{B, reac}$ en función del tamaño de viga, es tanto más notable cuanto mayor es el valor de ζ_D .

$\zeta_{B, reac} \approx \zeta_{IgdI}$	$\zeta_D=0.00$	$\zeta_D=0.04$	$\zeta_D=0.08$	$\zeta_D=0.12$	$\zeta_D=0.16$	$\zeta_D=0.20$
$h=0.8$ m	0.020	0.024	0.022	0.022	0.022	0.021
$h=1.1$ m	0.020	0.054	0.065	0.062	0.056	0.051
$h=1.4$ m	0.020	0.060	0.096	0.127	0.148	0.159
$h=1.65$ m	0.020	0.060	0.100	0.139	0.177	0.213
$\zeta_D + \zeta_B$	0.020	0.060	0.100	0.140	0.180	0.220

Tabla 5.2 Valores de $\zeta_{B, reac}$ estimados a partir del amortiguamiento de un sistema de un gdl equivalente ζ_{IgdI} para diferentes tamaños de la viga auxiliar y tasas de amortiguamiento externas ζ_D

En la fila correspondiente a $h=1.65$ m ($\eta=2.447$, $\mu=0.251$), se observa cómo el amortiguamiento del puente tras el reacondicionamiento está ya muy próximo al valor límite proporcionado por $\zeta_B + \zeta_D$. El tamaño de la viga auxiliar corresponde a unos valores de μ y η muy elevados, dando lugar a que el reacondicionamiento sea muy efectivo. Sin embargo, cuando el tamaño de la viga auxiliar es reducido, como es el caso de $h=0.8$ m ($\eta=1.181$, $\mu=0.066$), por más que se aumente la constante del amortiguador externo, el amortiguamiento total del puente no supera un 2.4% en los casos analizados.

Para finalizar, la respuesta forzada de la viga principal en centro de vano, se ha obtenido para las alternativas de reacondicionamiento definidas por los siguientes valores de h y ζ_D : $0.8 \text{ m} \leq h \leq 1.5$ m en incrementos de 1 cm y $0 \leq \zeta_D \leq 0.35$ en incrementos de 0.002. La amplificación máxima del puente en resonancia $A_{B, max}$ se ha determinado aplicando la expresión (5.34) en un rango de frecuencias comprendidas entre $0 \leq \Omega \leq 2$ en incrementos de 0.001. Determinado el valor de la amplitud en resonancia, se ha aproximado $\zeta_{B, reac}$ ⁵³ despejando de la ecuación (5.56). En el cálculo se han mantenido las tasas de amortiguamiento estructural supuestas anteriormente $\zeta_B=0.02$ y $\zeta_b=0.005$.

La Figura 5.24(a) muestra una representación de curvas de nivel de $A_{B, max}$ en función del tamaño de la viga auxiliar definido por su canto h y de la tasa de amortiguamiento externa ζ_D en presencia de amortiguamientos estructurales. Junto a ella, se ha incluido en la Figura 5.24(b) el valor de $\zeta_{B, reac}$ para cada alternativa de reacondicionamiento. La distribución de curvas de nivel de $A_{B, max}$ y $\zeta_{B, reac}$ en función de h y ζ_D es muy similar aunque con una relación aproximada de proporcionalidad inversa. Se puede observar cómo, seleccionado el tamaño de la viga auxiliar h , a medida que aumenta la tasa de amortiguamiento externa ζ_D , el valor de $\zeta_{B, reac}$ aumenta monótonamente (y por tanto A_B se reduce) hasta cierto valor de ζ_D óptimo y a partir de éste comienza a disminuir de nuevo.

En ambas gráficas de la Figura 5.24, se han solapado sobre las curvas de nivel dos

⁵³ En lo que sigue y en aras a facilitar la lectura del documento, al hacer referencia a la tasa de amortiguamiento total de la viga principal $\zeta_{B, reac}$, estará implícita su aproximación a partir de la tasa de amortiguamiento del sistema de 1gdl equivalente.

funciones: la primera representada en línea continua, se corresponde con la tasa de amortiguamiento óptima analítica $\zeta_{D,A}^*(h)$ proporcionada por la expresión (5.48), obtenida despreciando amortiguamientos estructurales; y la segunda, en trazo discontinuo, señala el valor óptimo real de la tasa de amortiguamiento externa $\zeta_{D,num}^*(h)$ obtenida de forma numérica, que da lugar al mínimo valor de A_B en resonancia en presencia de amortiguamientos estructurales. Se observa cómo ambas curvas, con escasa diferencia entre ellas por lo reducido de los amortiguamientos estructurales, se dirigen hacia puntos de mínima respuesta y por consiguiente máximo amortiguamiento total introducido en la viga principal.

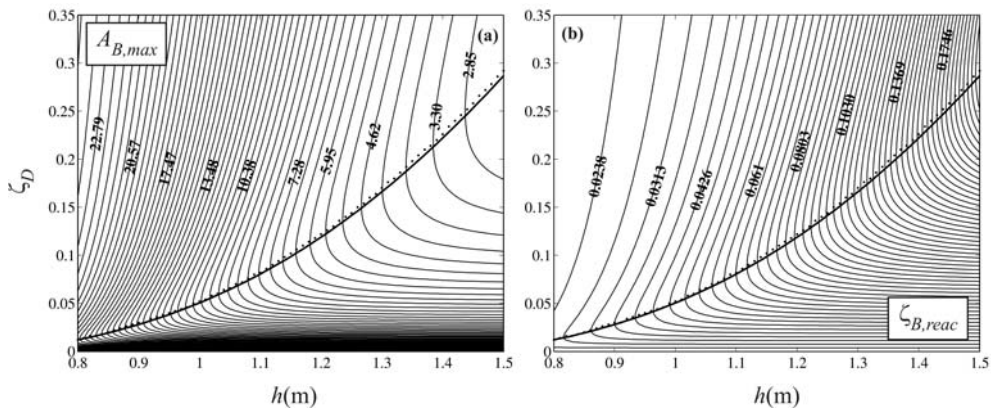


Figura 5.24 (a) Máximo A_B en resonancia en función de h y ζ_D para $\zeta_B=2\%$ y $\zeta_b=0.5\%$; (b) amortiguamiento equivalente en la viga principal tras el reacondicionamiento $\zeta_{B, reac}$ en función de h y ζ_D ; \cdots $\zeta_{D,num}^*(h)$ y — $\zeta_{D,A}^*(h)$

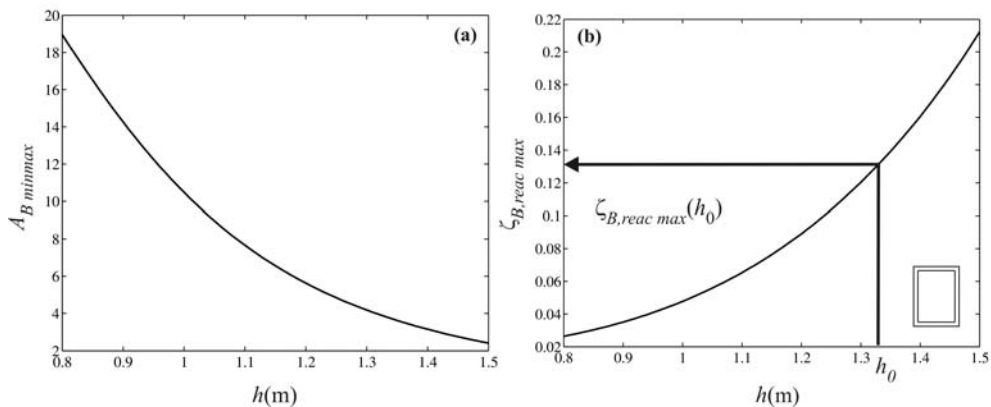


Figura 5.25 (a) Valor de A_B en el mínimo máximo para cada h incluyendo amortiguamientos estructurales; (b) máxima tasa de amortiguamiento equivalente alcanzado en la viga principal en función de h

Una vez definidas las características del puente objeto del reacondicionamiento, cada

tamaño de viga auxiliar está pues directamente vinculado a un amortiguamiento equivalente máximo que se puede alcanzar en la viga principal, siempre y cuando la viga auxiliar se asocie con el amortiguador óptimo. En la Figura 5.25 se han representado en función de h , por una parte (a) el valor de la respuesta de la viga principal en el mínimo máximo $A_{B,minmax}$, esto es, la menor respuesta que se puede obtener de la viga principal para cada tamaño de viga auxiliar considerada; por otra parte, en la gráfica (b) se ha representado la máxima tasa de amortiguamiento $\zeta_{B,react\ max}$ que se puede alcanzar en la viga principal en función del tamaño de la auxiliar. Ambas gráficas de la Figura 5.25 se han calculado numéricamente incluyendo amortiguamientos estructurales.

La relación existente entre el tamaño de la viga auxiliar y el amortiguamiento equivalente máximo de la viga principal tras el reacondicionamiento, permite redefinir la metodología de dimensionado del sistema de reacondicionamiento propuesta del siguiente modo: (i) determinar en primer lugar el nivel de amortiguamiento global requerido para reducir la máxima respuesta de la puente a niveles admisibles; (ii) representar la curva de la Figura 5.25(b) particularizada al puente objeto de estudio y a la tipología de la viga auxiliar a instalar; (iii) seleccionar el menor tamaño de la viga auxiliar h_0 que de lugar a la tasa de amortiguamiento total en el puente requerida; (iv) seleccionar la distribución de FVD a partir de las tasas de amortiguamiento óptimas analíticas proporcionadas por las expresiones (5.48) o (5.49). En el apartado 5.5 en el que se presentan ejemplos numéricos de dos puentes sometidos al paso de composiciones de alta velocidad, se comprobará la validez este procedimiento para dimensionar el reacondicionamiento más adecuado.

5.4.4. Incertidumbre en la determinación de la masa del puente debido a la interacción vehículo-estructura

La estimación de la masa por unidad de longitud del tablero de un puente de ferrocarril, se ve afectada de forma especial por dos factores que introducen cierto nivel de incertidumbre en la obtención de las relaciones adimensionales de masa y frecuencia μ y η , y que pueden dar lugar a tasas de amortiguamiento $\zeta_{D,A}^*$ y $\zeta_{D,a}^*$ óptimas diferentes a las previstas por las expresiones (5.48) y (5.49), obtenidas a partir de las características nominales o de proyecto del puente.

En primer lugar, la evaluación de la masa de los elementos estructurales y no estructurales del tablero introduce cierta variabilidad en la masa total $m_B L$ así como en la estimación de la frecuencia fundamental ω_B . Este hecho sin embargo, no debería ser crítico si se calculan las propiedades de forma cuidadosa y antes de instalar los amortiguadores se mide la frecuencia fundamental del tablero experimentalmente.

El segundo factor está relacionado con el efecto de interacción vehículo-estructura. Este fenómeno, que se manifiesta principalmente en forma de reducción de la respuesta a determinadas velocidades de paso, generalmente a las de resonancia, ha sido estudiado

por investigadores como Yang y Yau [163], Yang et al. [165], Museros [100] y Museros y Alarcón [103], entre otros. Estos estudios han concluido que sin tener en cuenta la irregularidad del carril o de las ruedas, la interacción vehículo-estructura conlleva tres consecuencias que afectan directamente a la respuesta en resonancia:

- Una reducción de la respuesta dinámica del puente debido a que parte de la energía es absorbida por las masas suspendidas y las suspensiones de las composiciones.
- Una reducción de la respuesta del puente en términos de aceleraciones, debida a un aumento de la masa total del tablero por la contribución de las masas no suspendidas (masa de las ruedas).
- Como consecuencia directa del factor anterior, una reducción de la frecuencia natural del puente y la subsiguiente disminución de las velocidades críticas de resonancia de las composiciones ferroviarias.

Las masas semi-suspendidas (los bogies), contribuyen a los dos últimos efectos cuando sus frecuencias fundamentales son elevadas en comparación con la del tablero. En dichas condiciones presentan un comportamiento más propio al de las masas no suspendidas. Contrariamente, la caja del vehículo, como masa suspendida, afecta muy poco dado que su frecuencia natural suele ser inferior a 1 Hz.

Si las masas no suspendidas y semi-suspendidas no se tienen en cuenta al calcular los parámetros nominales del tablero, la relación de masas y frecuencias variará con respecto a la prevista durante la circulación de las composiciones, lo cual podría restar precisión a las expresiones de las tasas de amortiguamiento óptimas (5.48) y (5.49). Por este motivo, se procede a comprobar si la respuesta del tablero reacondicionado con los amortiguadores óptimos nominales, tiende a reducirse al aumentar su masa real debido a la circulación de las masas asociadas al convoy. Si así fuera, la aplicación de las expresiones (5.48) y (5.49) a partir de los valores de masas de partida, estaría del lado de la seguridad. Analíticamente, esta condición puede plasmarse según la ecuación (5.60)

$$\frac{\partial}{\partial m_B} A_B \left(\Omega = \Omega_R^* (m_B) \right) \leq 0 \quad \text{si } m_B \in \left[m_B^U, 1.20 m_B^U \right] \quad (5.60)$$

donde m_B^U representa la masa por unidad de longitud del tablero descargado y el límite superior $1.20 m_B^U$ se ha fijado considerando la hipótesis más desfavorable de que un bogie y sus dos ejes correspondientes estén situados en el centro de vano de un puente corto. En tal caso, el incremento de la masa modal del puente $m_B L/2$ se ha estimado en algo menos de un 20%.

Sustituyendo la ecuación (5.34a) en la condición (5.60)

$$\frac{\partial}{\partial m_B} \left[\sqrt{\frac{4\Omega_R^*(m_B)^2 (\zeta_b \eta(m_B) \mu(m_B) + \zeta_{D,A}^*(m_B^U))^2 + \mu(m_B)^2 (\eta(m_B)^2 - \Omega_R^*(m_B)^2)^2}{E(m_B, m_B^U)^2 + 4\Omega_R^*(m_B)^2 F(m_B, m_B^U)^2}} \right] \leq 0 \quad (5.61)$$

donde E y F vienen dadas por las expresiones (5.34c) y (5.34d). Como sólo la determinación de $\Omega_R^*(m_B)$ implicaría la obtención analítica de las raíces de un polinomio bi-quíntico en términos de Ω , el enfoque analítico se desestima y se lleva a cabo la comprobación numérica que se presenta a continuación.

La Figura 5.26 muestra la respuesta de la viga principal con masa nominal o en descarga de 10000 kg/m ante excitación armónica en las proximidades de resonancia. La respuesta del puente se recalcula y representa en trazo continuo en la misma figura incrementando su masa hasta en un 20% por encima de la nominal, estando la viga principal reacondicionada en todos los casos con el amortiguador óptimo definido a partir de las expresiones analíticas basadas en la masa nominal. La tasa de amortiguamiento óptima alcanza en este caso el 16.6%. Las restantes propiedades consideradas son las siguientes: $L_B=L_b=15$ m, $E_B=3.6 \cdot 10^{10}$ Pa, $I_B=0.4531$ m⁴, $E_b=2.1 \cdot 10^{11}$ Pa, $I_b=0.04469$ m⁴, $m_b=1546.9$ kg/m, $\zeta_B=0.02$, y $\zeta_b=0.005$.

Pese a que la tasa de amortiguamiento óptima calculada a partir de la masa en descarga difiere del óptimo real cuando se altera la masa de la viga principal, la amplificación de la respuesta en resonancia se reduce a medida que la masa aumenta. Como es sabido, este hecho no se observaría en ausencia de reacondicionamiento.

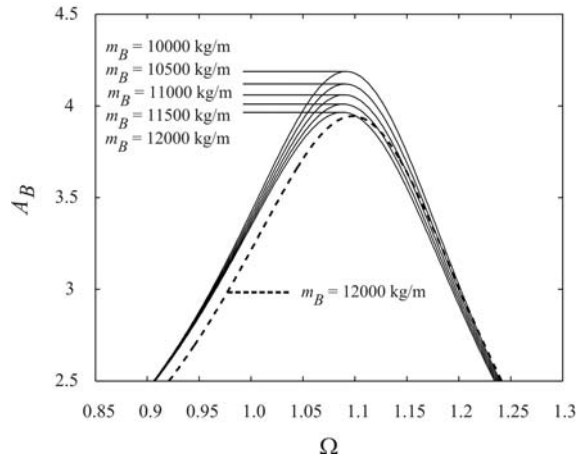


Figura 5.26 Amplificación de la viga principal vs. Ω considerando incrementos de la masa nominal del tablero de hasta un 20%; — amortiguador óptimo asociado a $m_B=10000$ kg/m; ---- amortiguador óptimo asociado a $m_B=12000$ kg/m

Por último, se ha calculado y representado en discontinuo en la misma figura, la respuesta

de la viga principal con masa $m_B=12000$ kg/m reacondicionada de acuerdo a una tasa de amortiguamiento óptima para dicha masa. Como se observa, el máximo de la línea discontinua está por debajo del máximo de la continua asociada a 12000 kg/m.

Este hecho es aún más notorio cuando se realiza un estudio similar pero en términos de aceleración, como consecuencia de la relación de proporcionalidad inversa existente entre la aceleración del tablero y su masa.

El estudio realizado muestra que un incremento de hasta un 20% en la masa por unidad de longitud del tablero, representativo de las masas no suspendidas y semi-suspendidas de los vehículos, no resta efectividad al reacondicionamiento propuesto. Es más, pese a que los amortiguadores se seleccionen de acuerdo a las expresiones analíticas de $\zeta_{D,A}^*$ y $\zeta_{D,a}^*$ calculadas a partir de los valores de masa en descarga del puente, la respuesta de éste estará en el lado de la seguridad. Este comportamiento se ha comprobado en el rango de valores de interés de los parámetros adimensionales que gobiernan la respuesta del puente: $1.25 \leq \eta \leq 2.5$, $0.05 \leq \mu \leq 0.25$, $0 \leq \zeta_B \leq 0.05$, $0 \leq \zeta_b \leq 0.05$ y $0 \leq \zeta_D \leq 0.20$.

5.5. Cálculo dinámico de puentes reacondicionados sometidos al paso de trenes de cargas puntuales

En este apartado, se estudia el comportamiento dinámico de dos puentes isostáticos de vía única de 15 y 25 m de longitud respectivamente, sometidos al paso de composiciones ferroviarias, circulando a velocidades de hasta 420 km/h. En ambos casos las estructuras experimentan situaciones de resonancia del modo fundamental de flexión, dando lugar a aceleraciones verticales muy superiores al límite de 3.5 m/s² recomendado en el Eurocódigo [32] en tableros con vía sobre balasto. Los objetivos del estudio que se presenta a continuación son los siguientes:

- Mostrar que las amplificaciones dinámicas inadmisibles que aparecen en ambos puentes pueden ser reducidas por debajo de los límites recomendados mediante el sistema de reacondicionamiento propuesto.
- Comprobar que la reducción de la respuesta dinámica alcanzada en ambos casos tiene lugar sin exceder la carga axial máxima soportada por los FVD existentes hoy en día en el mercado, sin agotar el material de la viga auxiliar ni superar la carga máxima de punzonamiento del tablero.
- Mostrar que el dimensionado de la viga auxiliar a partir del amortiguamiento requerido en el puente para reducir su respuesta por debajo de los límites recomendados, metodología desarrollada en el apartado 5.4.3 ante excitación armónica y considerando exclusivamente los modos fundamentales de ambas vigas, es aplicable al introducir la excitación de los trenes de cargas puntuales y la contribución de todos los modos que influyen de forma relevante en la

respuesta.

- Asimismo, comprobar que las expresiones analíticas que proporcionan la tasa de amortiguamiento óptima para cada tamaño de viga auxiliar, desarrolladas en el apartado 5.4.1 despreciando amortiguamientos estructurales, ante excitación armónica y considerando exclusivamente los modos fundamentales de vibración, son de aplicación en esta nueva situación.

5.5.1. Casos de estudio

Los dos puentes de estudio presentan luces de 15 y 25 m respectivamente y sus características se han resumido en la Tabla 5.3.

En ambos casos la viga auxiliar que se incluirá en cada puente como parte del sistema de reacondicionamiento, será la viga cajón metálica de dimensión exterior $b \times h$ y espesor constante e , considerada en el apartado 5.4, siendo sus dimensiones función del canto h según las ecuaciones (5.50) y (5.51) y su longitud igual a la luz del puente en cada caso. El material de la viga auxiliar considerado es acero de densidad $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ y Módulo de Elasticidad $E_b = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$.

Puente de 15 m		Puente de 25 m	
$L_B(\text{m})$	15.00	$L_B(\text{m})$	25.00
$m_B(\text{kg/m})$	10000	$m_B(\text{kg/m})$	16000
$I_{zB}(\text{m}^4)$	0.4531	$I_{zB}(\text{m}^4)$	2.367
$E_B(\text{Pa})$	$3.6 \cdot 10^{10}$	$E_B(\text{Pa})$	$3.6 \cdot 10^{10}$
$n_{0B}(\text{Hz})$	8.92	$n_{0B}(\text{Hz})$	5.80
$\zeta_i^B(\%)$ $i=1,2,3$	1.35	$\zeta_i^B(\%)$ $i=1,2,3$	1.00

Tabla 5.3 Datos de los puentes analizados

La respuesta máxima en términos de desplazamientos, velocidades, aceleraciones en ambas vigas, fuerzas en los FVD, reacciones verticales y momentos flectores, se calcula ante la circulación de la composición HSLM-A8 del modelo de cargas puntuales para alta velocidad del Eurocódigo 1 [33] en el caso del puente de 15 m, y del tren comercial de tipo articulado Eurostar⁵⁴ en el de 25 m, realizando un mismo barrido de velocidades de circulación en ambos casos comprendido entre 40 y 117 m/s en incrementos de 0.2 m/s (144-421 km/h en incrementos de 0.72 km/h)⁵⁵. Han sido seleccionadas estas dos composiciones concretas ya que ambas dan lugar a una respuesta del puente inadmisibles

⁵⁴ La definición de los trenes de cargas empleados en la Tesis Doctoral se incluye en el Anexo 1.

⁵⁵ Se ha seleccionado una velocidad máxima de cálculo de unos 420 km/h considerando que la velocidad de explotación de la línea es de 350 km/h.

en términos de aceleraciones produciéndose ésta en situación de resonancia. Dado que lo que se pretende es comprobar la adecuación de los procedimientos de dimensionado desarrollados al sustituir la excitación armónica por la circulación de trenes reales, se considera necesario en este punto limitar el cálculo dinámico a una única composición, a efectos de comparar algunos resultados con la situación previa. En el Capítulo 7, en el que se incluye en cálculo y reacondicionamiento de puentes reales, se considerarán todas las posibles composiciones que pueden circular por la línea en cada caso.

La respuesta dinámica para cada velocidad de circulación, se calcula por Superposición Modal incluyendo la contribución de tres modos de vibración del tablero y otros tres de la viga auxiliar. El nivel de amortiguamiento estructural asignado a los tres modos es de 1.35% y de 1% en el caso del puente de 15 m y en el de 25 m respectivamente, siendo éstos los valores recomendados en el EC1 en el caso de tableros compuestos por elementos estructurales de hormigón pretensado de estas luces. Por otra parte, a la viga auxiliar se le supone una tasa de amortiguamiento de 0.5% en todos los modos independientemente de su longitud. En cuanto a la distribución de FVD, se considera la instalación de tres amortiguadores situados a un cuarto, un medio y tres cuartos del vano con idénticas constantes de amortiguamiento.

5.5.2. Consideraciones sobre el cálculo dinámico: número de modos y cálculo de esfuerzos

Como se ha podido observar a través de las ecuaciones (5.19) y (5.25), las amplitudes correspondientes a modos del puente y de la viga auxiliar están acopladas en el sistema de ecuaciones de movimiento a través de la matriz de amortiguamiento. Por este motivo, el orden del sistema de ecuaciones o número de modos considerados afecta a la exactitud de las amplitudes de cada uno de ellos, obtenidas al resolver numéricamente el sistema de ecuaciones en cada instante de tiempo. Por este motivo, en los dos casos analizados, se ha llevado a cabo un estudio de sensibilidad relativo al número de modos a incluir en el análisis teniendo en cuenta hasta 10 modos de vibración de cada elemento. Tras evaluar la respuesta del puente en situaciones de resonancia y de no resonancia, sujeto a diferentes niveles de reacondicionamiento, se concluye lo siguiente:

- La inclusión en el análisis de contribuciones modales superiores al tercer modo de vibración en cualquiera de las vigas, no modifica apreciablemente la respuesta máxima de la viga auxiliar en términos de desplazamientos, aceleraciones, tensiones normales y reacciones verticales en los apoyos.
- La inclusión en el análisis de contribuciones modales superiores al tercer modo en cualquiera de las vigas, no modifica apreciablemente la máxima fuerza axial experimentada por los amortiguadores.
- En lo que se refiere a la respuesta de la viga principal, la única variable que

experimenta una ligera variación al incluir modos superiores al tercero en cada una de las vigas es la aceleración vertical pero (i) esta variación sólo es apreciable cuando el amortiguamiento introducido en la viga principal es muy elevado, eliminando completamente el máximo de resonancia que experimenta esta viga en ausencia de reacondicionamiento; (ii) esta variación en la aceleración vertical, está asociada a frecuencias superiores a la del tercer modo de vibración; (iii) la diferencia máxima en relación a la máxima aceleración obtenida con 3 modos es inferior al 9% en el caso extremo de considerar la contribución de 10 modos en cada una de las vigas; (iv) en la gran mayoría de puentes de vía única, la frecuencia asociada al tercer modo de flexión longitudinal ya está muy por encima del intervalo de frecuencias que afecta al problema de desconsolidación del balasto.

Por estas razones, todos los análisis de este apartado han sido realizados considerando la contribución de tres modos de vibración en el caso de la viga principal y otros tres en el de la viga auxiliar.

El sistema de ecuaciones en coordenadas modales se integra numéricamente aplicando el Método de Newmark- β de Aceleración Lineal. Combinando linealmente los modos de vibración de cada una de las vigas mediante las amplitudes modales o sus derivadas obtenidas en cada instante de tiempo, se determinan desplazamientos, velocidades y aceleraciones así como fuerzas en los FVD. Sin embargo, las reacciones verticales en los apoyos y los momentos flectores en las dos vigas son calculados en las ecuaciones de equilibrio dinámico de momento lineal y momento angular cada instante de t , esto es, aplicando las Ecuaciones de Euler [57]. De esta forma es posible capturar el efecto instantáneo de las cargas puntuales evitando el fenómeno de Gibbs, que tiene lugar al obtener las reacciones y los esfuerzos internos en las vigas a partir de la ecuación de la deformada [117]. Las ecuaciones (5.62) y (5.63) proporcionan las reacciones verticales en el puente en el primer y segundo apoyo respectivamente, positivas en el sentido del eje Y , y la ecuación (5.64) el momento flector en una sección genérica.

$$R_{yB}(x=0) = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^{N_p} \left(H \left(t - \frac{d_k}{V} \right) - H \left(t - \frac{d_k + L}{V} \right) \right) P_k (L - Vt + d_k) + \frac{m_B}{L} \int_0^L \left[\sum_{j=1}^{N_{\text{mod}}} \ddot{\xi}_j^B \text{sen} \left(\frac{j\pi x}{L} \right) (L - x) \right] dx + \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{N_D} C_{Di} \dot{y}_{rel,i} (L - x_{Di}) + \frac{1}{2} m_B L g \quad (5.62)$$

$$R_{yB}(x=L) = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^{N_p} \left(H \left(t - \frac{d_k}{V} \right) - H \left(t - \frac{d_k + L}{V} \right) \right) P_k (Vt - d_k) + \frac{m_B}{L} \int_0^L \left[\sum_{j=1}^{N_{\text{mod}}} \ddot{\xi}_j^B \text{sen} \left(\frac{j\pi x}{L} \right) x \right] dx + \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{N_D} C_{Di} \dot{y}_{rel,i} x_{Di} + \frac{1}{2} m_B L g \quad (5.63)$$

$$M_{zB}(x_0) = \left(R_{yB}(x=0) - \frac{1}{2} m_B L g \right) x_0 - \sum_{k=1}^{N_p} \left(H \left(t - \frac{d_k}{V} \right) - H \left(t - \frac{d_k + x_0}{V} \right) \right) \cdot P_k(x_0 - Vt + d_k) - m_B \int_0^{x_0} \left[\sum_{j=1}^{N_{mod}^B} \ddot{\xi}_j^B \operatorname{sen} \left(\frac{j\pi x}{L} \right) (x_0 - x) \right] dx - \sum_{i=1}^{N_{D0}} C_{Di} \dot{y}_{rel,i}(x_0 - x_{Di}) \quad (5.64)$$

donde x_0 hace referencia a la coordenada x de la sección en la que se calcula M_{zB} , g es la aceleración de la gravedad y N_{D0} el número de FVD instalados entre $x=0$ y $x=x_0$.

Las ecuaciones (5.65), (5.66) y (5.67) son análogas a las tres anteriores proporcionando las reacciones en $x=0$ y $x=L$ y el momento flector en una sección genérica en este caso de la viga auxiliar.

$$R_{yb}(x=0) = \frac{m_b}{L} \int_0^L \left[\sum_{j=1}^{N_{mod}^b} \ddot{\xi}_j^b \operatorname{sen} \left(\frac{j\pi x}{L} \right) (L-x) \right] dx - \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{N_D} C_{Di} \dot{y}_{rel,i}(L-x_{Di}) + \frac{1}{2} m_b L g \quad (5.65)$$

$$R_{yb}(x=L) = \frac{m_b}{L} \int_0^L \left[\sum_{j=1}^{N_{mod}^b} \ddot{\xi}_j^b \operatorname{sen} \left(\frac{j\pi x}{L} \right) x \right] dx - \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{N_D} C_{Di} \dot{y}_{rel,i}(x_{Di}) + \frac{1}{2} m_b L g \quad (5.66)$$

$$M_{zb}(x_0) = R_{yb}(x=0) x_0 - m_b \int_0^{x_0} \left[\sum_{j=1}^{N_{mod}^b} \ddot{\xi}_j^b \operatorname{sen} \left(\frac{j\pi x}{L} \right) (x_0 - x) \right] dx + \sum_{i=1}^{N_{D0}} C_{Di} \dot{y}_{rel,i}(x_0 - x_{Di}) \quad (5.67)$$

En lo referente al peso propio de cada elemento, éste se incluye en el cálculo de reacciones del puente con el objetivo de determinar si en condiciones de resonancia éstas dejan de ser de compresión, lo que implicaría un riesgo de despegue del tablero con respecto al estribo; sin embargo, no se tiene en cuenta en la determinación de momentos flectores ya que sólo se desea obtener la amplificación dinámica de la respuesta con respecto a la estática causada por el paso de las cargas móviles. En cuanto a la viga auxiliar, dado que su dimensionado es uno de los objetivos del estudio, el peso propio se incluye tanto en el cálculo de las reacciones como en el de momentos y tensiones normales máximas.

Para ilustrar la conveniencia de calcular reacciones y momentos flectores por equilibrio dinámico, la reacción vertical en el primer apoyo del puente de 15 m descrito anteriormente se ha determinado en el caso reacondicionado, ante la circulación del tren HSLM-A8 a 144 km/h siguiendo ambos procedimientos: por una parte aplicando las ecuaciones de equilibrio dinámico considerando la contribución de 1, 3, 5 y 10 modos de vibración en ambas vigas, y por otra, igualando la reacción vertical en el apoyo al esfuerzo cortante en $x=0$, siendo éste determinado por derivación de la ecuación de la deformada tal y como recogen las expresiones (5.68) y (5.69). El reacondicionamiento ha consistido en una viga auxiliar de $h=1.1$ m y tres amortiguadores situados en un cuarto, un medio y tres cuartos

de vano de constante de disipación 597801 Ns/m^{56} .

$$R_{yB}(x=0, t) = \frac{1}{2} m_B Lg + V_{yB}(x=0, t) = \frac{1}{2} m_B Lg + EI_{zB} \sum_{j=1}^{N_{\text{mod}}^B} \xi_j^B(t) \cdot \frac{\partial^3}{\partial x^3} \left(\text{sen} \left(\frac{j\pi x}{L} \right) \right)_{x=0} \quad (5.68)$$

$$R_{yB}(x=0, t) = \frac{1}{2} m_b Lg + V_{yB}(x=0, t) = \frac{1}{2} m_b Lg + EI_{zB} \sum_{j=1}^{N_{\text{mod}}^b} \xi_j^b(t) \cdot \frac{\partial^3}{\partial x^3} \left(\text{sen} \left(\frac{j\pi x}{L} \right) \right)_{x=0} \quad (5.69)$$

La Figura 5.27 muestra la historia temporal de $R_{yB}(x=0)$ en los primeros 0.6 segundos de circulación, correspondiendo $t=0$ con el instante de entrada de la primera carga en el puente. En el gráfico (a), en trazo continuo grueso se muestra el resultado del cálculo por equilibrio dinámico, ecuación (5.62), incluyendo la contribución de los tres primeros modos de vibración. En dicha curva se pueden distinguir perfectamente los instantes de tiempo de entrada al puente de los 6 primeros ejes, los 4 de la locomotora de cabeza y los dos ejes del bogie del primer coche de pasajeros. En la misma gráfica se ha representado R_{yB} igualándola al cortante en el estribo, considerando la contribución de 1, 3, 5 y 10 modos de vibración.

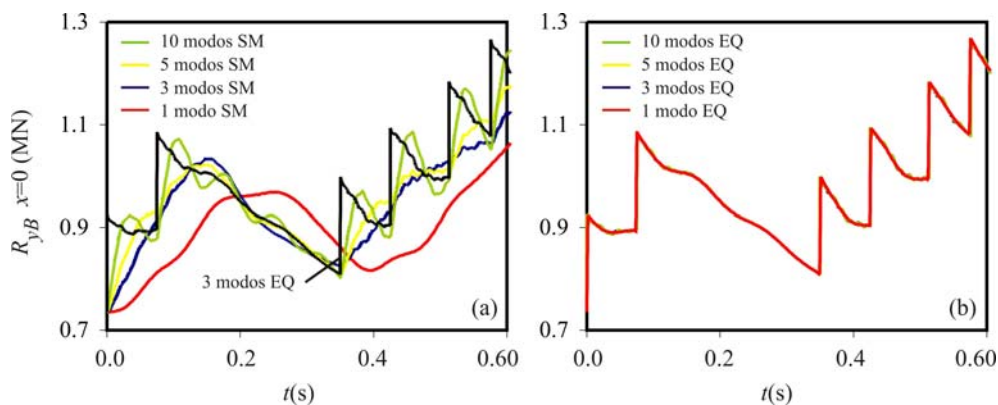


Figura 5.27 Reacción en viga principal en $x=0$ ante el HSLM-A8 a 144 km/h. (a) Cálculo por equilibrio dinámico frente a cálculo por superposición modal; (b) cálculo por equilibrio dinámico considerando 1, 3, 5 y 10 modos.

La reacción así calculada no puede capturar la discontinuidad causada por la entrada de la carga, ya que cuando ésta se encuentra sobre el estribo, las amplitudes modales del puente en $x=0$ son nulas y en los siguientes instantes de tiempo, en los que la carga comienza a alejarse del estribo contribuyendo en gran medida a la reacción vertical, presentan valores muy reducidos. Al incluir la contribución de más modos, la reacción tiende a la calculada por equilibrio dinámico, pero incluso en el caso de superponer 10

⁵⁶ Este reacondicionamiento, como se mostrará en el apartado 5.5.5 es el necesario para reducir la máxima aceleración en el puente de 15 m al límite admisible de 3.5 m/s^2 .

modos, el resultado obtenido es aún muy pobre y el paso de tiempo necesario para calcular de forma precisa la respuesta de modos tan altos, tiene un coste computacional considerablemente elevado. Ello es debido a que el paso de tiempo seleccionado para el cálculo es directamente proporcional al período natural más pequeño de las vigas, o inversamente proporcional a la frecuencia más alta, y dicha frecuencia aumenta en una viga B-E con el cuadrado del número del modo.

Por otra parte, cuando la reacción se calcula por equilibrio dinámico, como se observa en la gráfica (b) de la Figura 5.27, dado que el número de modos de cálculo sólo afecta a dos de los cuatro términos de la parte derecha de la ecuación (5.62), el término de las fuerzas de inercia y el de las fuerzas transmitidas por los FVD, existe cierta variación de pequeña amplitud cuando se considera un sólo modo pero el efecto de incluir modos superiores al tercero es prácticamente inapreciable.

En la Figura 5.28 se ha representado la reacción en el primer estribo de la viga auxiliar. Puesto que esta viga no soporta directamente el paso de las cargas, no sufre el mencionado fenómeno de Gibbs y la diferencia en las reacciones y esfuerzos calculados por ambos métodos no es tan llamativa. Pese a todo, según se observa en la Figura 5.28(b), cuando se determina la reacción por equilibrio dinámico, la contribución de modos superiores al tercero tiene un efecto despreciable, sin embargo, como se aprecia en la Figura 5.28(a), cuando ésta se determina a partir del cortante (ecuación (5.69)), incluso considerando 10 modos de vibración en cada elemento existe una pequeña diferencia con la resolución por equilibrio dinámico.

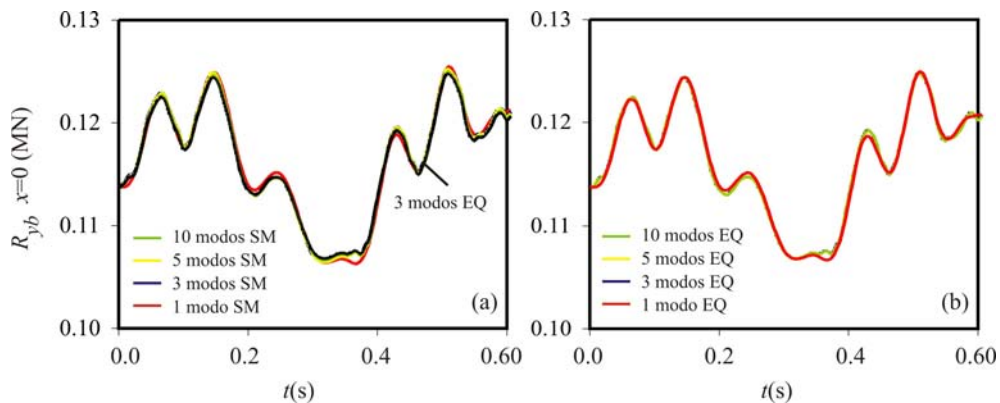


Figura 5.28 Reacción en viga auxiliar en $x=0$ ante el HSLM-A8 a 144 km/h. (a) Cálculo por equilibrio dinámico frente a cálculo por superposición modal; (b) cálculo por equilibrio dinámico considerando 1, 3, 5 y 10 modos.

5.5.3. Comportamiento dinámico previo al reacondicionamiento

En este apartado se presenta la respuesta original de ambos puentes en términos de aceleraciones. En el apartado 5.5.6, se incluye una comparativa de la respuesta en

términos del resto de variables tanto del puente como de la viga auxiliar antes y después del reacondicionamiento.

En la Figura 5.29 la máxima aceleración vertical en valor absoluto a un cuarto, un medio y tres cuartos de vano en el puente de 15 m, se ha representado frente a la velocidad de paso de la composición HSLM-A8. En el rango de velocidades de estudio, la estructura experimenta una segunda resonancia de su modo fundamental a 403.2 km/h, dando lugar a una aceleración máxima de 18.4 m/s² en $x=L/2$, y una tercera resonancia a 267.12 km/h que eleva la aceleración en centro de vano a 6.07 m/s². Claramente el comportamiento dinámico inicial de este puente es inadmisible puesto que la aceleración supera con creces el límite recomendado por el Eurocódigo de 3.5 m/s² en vía sobre balasto. Este umbral será el objetivo a alcanzar con la instalación del sistema de reacondicionamiento.

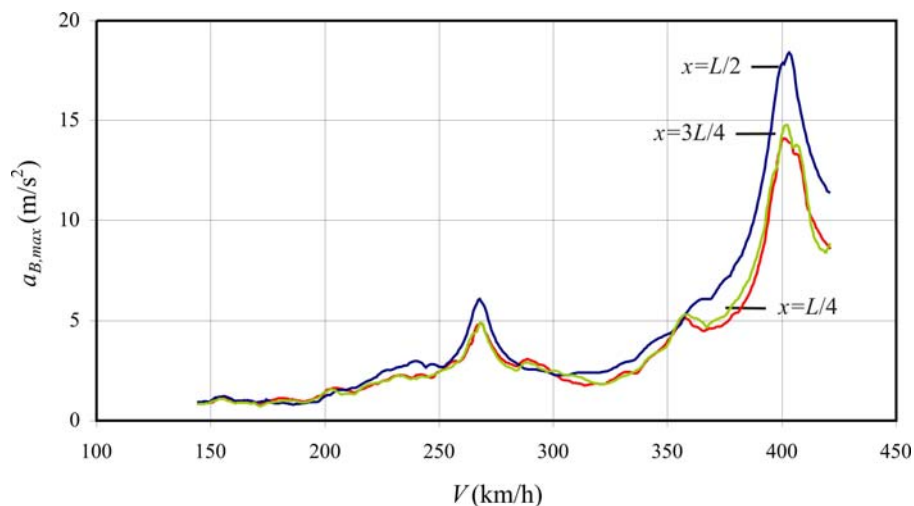


Figura 5.29 Aceleración máxima del puente de 15 m sometido a la circulación de la composición HSLM-A8 en ausencia de reacondicionamiento

En la Figura 5.30 se ha incluido la historia temporal de aceleraciones en centro de vano correspondiente a la tercera resonancia que tiene lugar a 267.12 km/h. En la parte superior de la figura se han señalado con puntos negros los instantes de tiempo en los que cada una de las cargas de la composición entra en el puente. Se observa claramente cómo entre cada grupo de dos cargas repetidas se producen tres oscilaciones del tablero.

En la Figura 5.31 se muestra la historia temporal de aceleraciones en centro de vano correspondiente a la segunda resonancia que tiene lugar a 403.2 km/h. Esta resonancia es la causante de la máxima aceleración en el puente en el rango de velocidades de estudio. Comparando de nuevo las oscilaciones del puente con los puntos que señalan la entrada de cargas, se observa cómo el tablero experimenta dos oscilaciones completas

entre el paso de cada dos grupos de cargas repetidas.

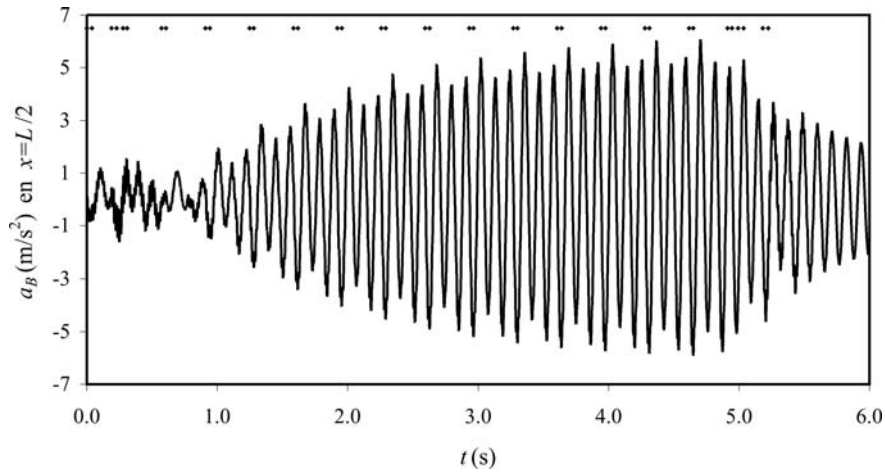


Figura 5.30 Historia temporal de aceleraciones en centro de vano del puente de 15 m sometido a la circulación de la composición HSLM-A8 a 267.12 km/h: tercera resonancia del modo fundamental

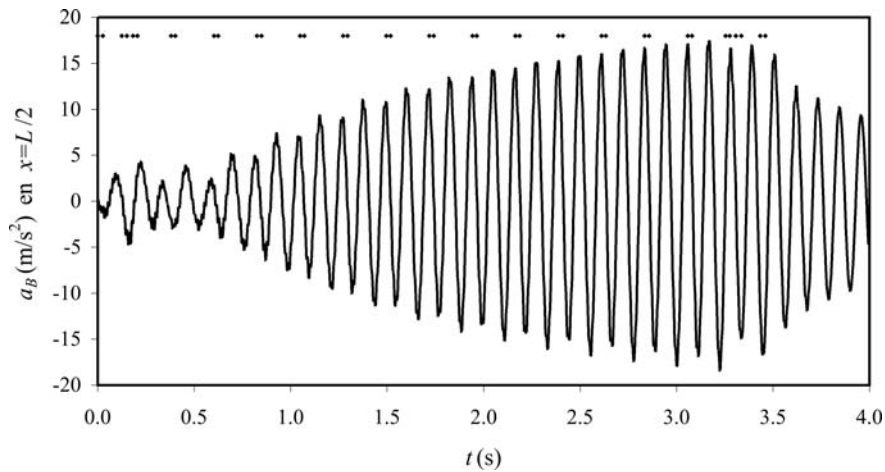


Figura 5.31 Historia temporal de aceleraciones en centro de vano del puente de 15 m sometido a la circulación de la composición HSLM-A8 a 403.2 km/h: segunda resonancia del modo fundamental

Por lo que respecta al puente de 25 m, la máxima aceleración vertical en valor absoluto en las secciones situadas a un cuarto, un medio y tres cuartos de vano, se ha representado frente a la velocidad de circulación de la composición EUROSTAR en la Figura 5.32. Este puente experimenta una primera resonancia de su modo fundamental a 402.48 km/h dando lugar a la máxima aceleración en el rango de velocidades de interés de 8.91 m/s^2 .

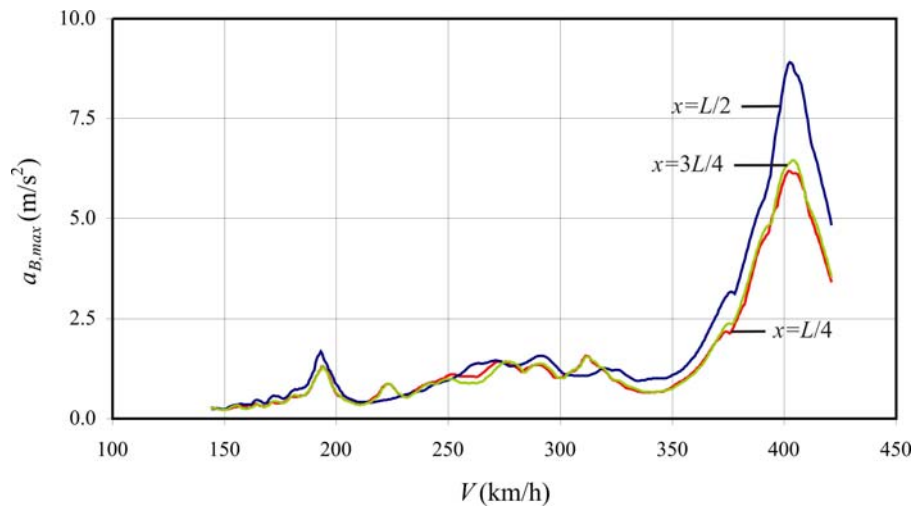


Figura 5.32 Aceleración máxima del puente de 25 m sometido a la circulación de la composición EUROSTAR en ausencia de reacondicionamiento

La historia temporal correspondiente a dicha primera resonancia junto a los puntos que señalan la entrada de cargas se muestra en la Figura 5.33.

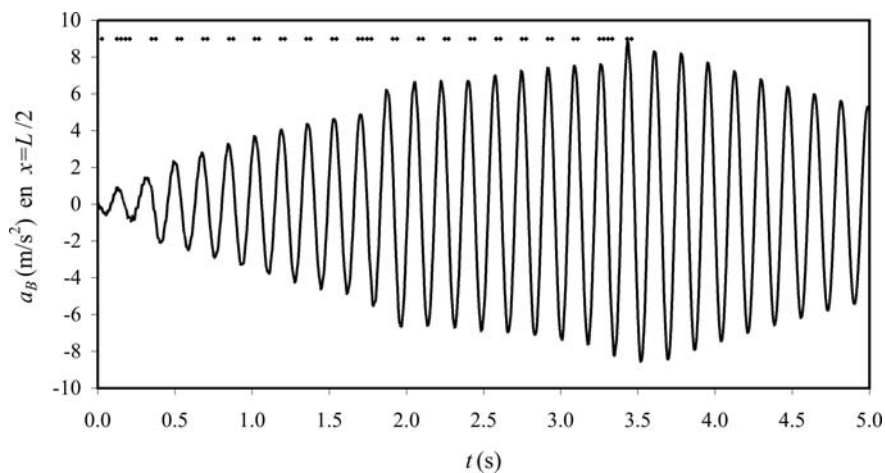


Figura 5.33 Historia temporal de aceleraciones en centro de vano del puente de 25 m circulando el EUROSTAR a 402.48 km/h: primera resonancia del modo fundamental

El modelo de cargas puntuales representativo de la composición EUROSTAR, a diferencia de los trenes de cargas del modelo HSLM del Eurocódigo, está compuesto por dos composiciones ferroviarias yuxtapuestas. En la Figura 5.33, se puede distinguir en primer lugar la existencia de una sola oscilación del puente entre el paso de dos grupos consecutivos de cargas y, en segundo, que al cambiar de un tren al siguiente se altera el

patrón de crecimiento monótono de la aceleración propio del estado resonante. Este patrón se retoma de nuevo con el paso de los ejes correspondientes al segundo grupo de coches de pasajeros.

Una vez comprobado que el comportamiento de ambos puentes es inadmisibles en términos de aceleraciones, y que la máxima respuesta en los dos casos se produce en un estado de resonancia, en el apartado siguiente se analizarán sus respuestas en diferentes condiciones de reacondicionamiento.

5.5.4. Estudio paramétrico en función de h y ζ_D

Estando definidas las propiedades de la viga principal, al sustituir las funciones de variación del ancho y espesor de la viga auxiliar en función del canto (5.50) y (5.51) en las expresiones (5.52), cada valor de h determina unívocamente unas relaciones adimensionales de masa y frecuencia μ y η . De esta forma, la respuesta del puente reacondicionado depende exclusivamente de h y de la tasa de amortiguamiento externa ζ_D . Partiendo de este hecho, en este apartado se lleva a cabo un estudio paramétrico de la respuesta máxima de ambos puentes en función de estas dos variables. Diferentes combinaciones (h, ζ_D) son evaluadas, constituyendo cada una de ellas una alternativa de reacondicionamiento. El procedimiento llevado a cabo es similar al del apartado 5.4.2, pero considerando la excitación debida al paso de trenes de cargas puntuales en lugar de la excitación armónica, incluyendo el efecto del amortiguamiento estructural y la contribución de varios modos de vibración en la respuesta.

En el caso del puente de 15 m, los valores de h considerados varían entre 80 cm y 150 cm en incrementos de 1 cm y los de ζ_D entre 0% y 35% en incrementos del 1%. Los tamaños de viga considerados corresponden a los rangos de relaciones de masas y frecuencias $0.066 \leq \mu \leq 0.206$ y $1.181 \leq \eta \leq 2.226$. La respuesta máxima del puente, se obtiene pues para 2556 pares (h, ζ_D) o alternativas de reacondicionamiento, realizándose para cada una de ellas un barrido de 386 velocidades de cálculo comprendidas entre 144 y 421 km/h y, determinándose para el rango de velocidades de interés, el valor máximo en valor absoluto⁵⁷ de distintas variables de respuesta. El valor mínimo de h seleccionado, asegura una relación de frecuencias entre la viga auxiliar y el puente η superior a la unidad, esencial para que el reacondicionamiento sea efectivo. Las constantes de los amortiguadores correspondientes a cada tasa de amortiguamiento externa son obtenidos a partir de las expresiones (5.27) y (5.29d), suponiendo que se introducen tres FVD con idénticas constantes conectando las secciones situadas a un cuarto, un medio y tres cuartos de la luz de las vigas, que se considera idéntica en ambas. De esta forma la

⁵⁷ Exceptuando el caso de las reacciones verticales en los apoyos del puente y la viga auxiliar para las que se ha determinado tanto el valor máximo como el mínimo.

relación entre ζ_D y la constante C_{Di} de cada uno de ellos viene dada por

$$\zeta_D = \frac{C_D}{m_B L \omega_B} = \frac{\sum_{i=1}^{N_D} C_{Di} \sin^2\left(\frac{\pi x_{Di}}{L}\right)}{m_B L \omega_B} = \frac{2C_{D1}}{m_B L \omega_B} \quad C_{D1} = C_{D2} = C_{D3} \quad (5.70)$$

Los máximos valores de las variables de respuesta en el rango de velocidades analizado se han representado en formato de curvas de nivel en función de ζ_D y h . La construcción de este tipo de representaciones tiene como objetivos:

- Mostrar cómo evoluciona la respuesta del puente y de la viga auxiliar con el nivel de amortiguamiento externo introducido en la estructura.
- Valorar si, mediante el sistema de reacondicionamiento propuesto, es posible reducir por debajo del umbral admisible las oscilaciones excesivas experimentadas por cada uno de los puentes en las resonancias descritas en el apartado 5.5.3.
- Determinar si las constantes de los amortiguadores obtenidas analíticamente a partir del análisis armónico simplificado se ajustan al valor óptimo real y, en consecuencia, pueden servir como estimaciones iniciales de los parámetros que definen el sistema de reacondicionamiento.

Las curvas de nivel de respuesta máxima en función de h y ζ_D del puente de 15 m en los términos descritos se agrupan en las figuras 5.34 y 5.35. Sobre éstas se han superpuesto las dos curvas analíticas que proporcionan la tasa de amortiguamiento externo óptimo asociada a la amplificación y a la aceleración en función de h , $\zeta_{D,A}^* = (h)$ y $\zeta_{D,a}^* = f(h)$, obtenidas a partir de las ecuaciones (5.48) y (5.49) respectivamente. Asimismo, para las variables asociadas al puente, los valores óptimos reales de la tasa de amortiguamiento externa que minimizan la respuesta de éste, han sido determinados numéricamente y representado mediante círculos negros.

Las gráficas (a) y (b) de la Figura 5.34 muestran la máxima aceleración y el máximo desplazamiento en valor absoluto en $x=L/2$. La máxima respuesta en ambos casos tiene lugar, como es esperable, en ausencia de reacondicionamiento, esto es, siendo $\zeta_D=0$. Se observa que para un tamaño concreto de viga auxiliar, (cierto valor de h) al aumentar las constantes de los FVD (o valor de ζ_D), se reduce la respuesta del puente en términos de aceleraciones y desplazamientos máximos, pero sólo hasta cierto nivel de ζ_D ya que a partir de entonces comienza a aumentar de nuevo. Este mismo efecto se detectaba ya en el caso de excitación armónica, de hecho, las gráficas (a) y (b) presentan una gran similitud con las de la Figura 5.14. A medida que aumenta el tamaño de la viga auxiliar considerada (y por tanto μ y η), un ligero incremento en la tasa de amortiguamiento externa tiene una mayor efectividad en la reducción de la respuesta del puente. Esto es así porque, al aumentar las relaciones de masa y frecuencia, la viga auxiliar tiende a ser una referencia

fija para los FVD, y el amortiguamiento adicional introducido en el puente aumenta hacia el valor de ζ_D . Este efecto puede observarse en la Figura 5.36, en la que se ha representado una estimación de la tasa de amortiguamiento global alcanzada en el puente tras el reacondicionamiento, obtenida a través de la analogía con el sistema de un gdl. En cualquier caso se puede observar que a cada valor de h le corresponde un valor de ζ_D óptimo que minimiza la respuesta del puente al igual que ocurría en el caso armónico.

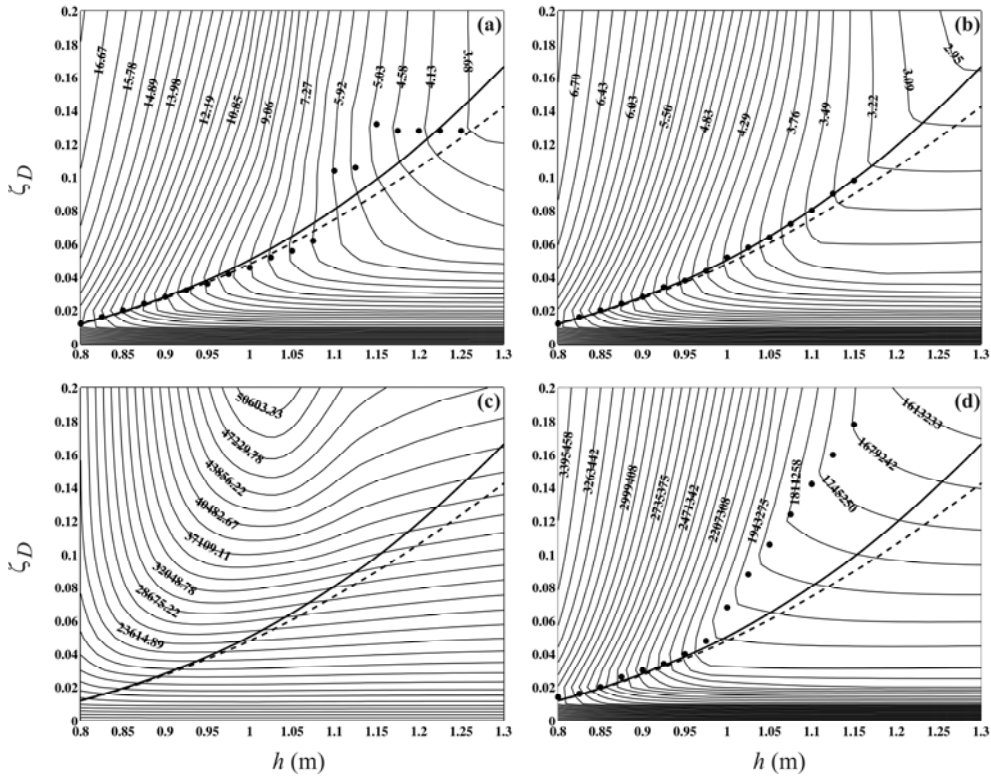


Figura 5.34 Respuesta máxima del puente de 15 m sometido a la circulación del tren HSLM-A8: (a) $a_{B,max}$ en $x=L/2$; (b) $y_{B,max}$ en $x=L/2$; (c) $F_{D,max}$ en $x=L/2$; (d) $M_{zB,max}$ en $x=L/4$; ● ζ_D óptimo numérico, — $\zeta_{D,A}^*$, - - - - $\zeta_{D,a}^*$

La gráfica (c) de la Figura 5.34 muestra la evolución de la fuerza axial en el amortiguador más castigado, situado en $x=L/2$, con h y ζ_D . Comparándola con las dos anteriores, se observa que las curvas de amortiguamiento óptimo analíticas y la sucesión de óptimos numéricos en sí (cuyo grado de correlación se comentará más adelante), no se dirigen hacia zonas de máxima fuerza en los amortiguadores sino de mínima respuesta en el puente.

La Figura 5.34(d) y la Figura 5.35(a) muestran la evolución con el grado de reacondicionamiento del momento flector máximo en la viga principal en las secciones

situadas en $x=L/4$ y en $x=L/2$ respectivamente. El momento flector en centro de vano presenta un comportamiento muy similar al desplazamiento máximo mostrado en la Figura 5.34(b). La diferencia existente entre la evolución del momento flector en $x=L/4$ y en $x=L/2$ se debe fundamentalmente a la contribución del segundo modo de vibración.

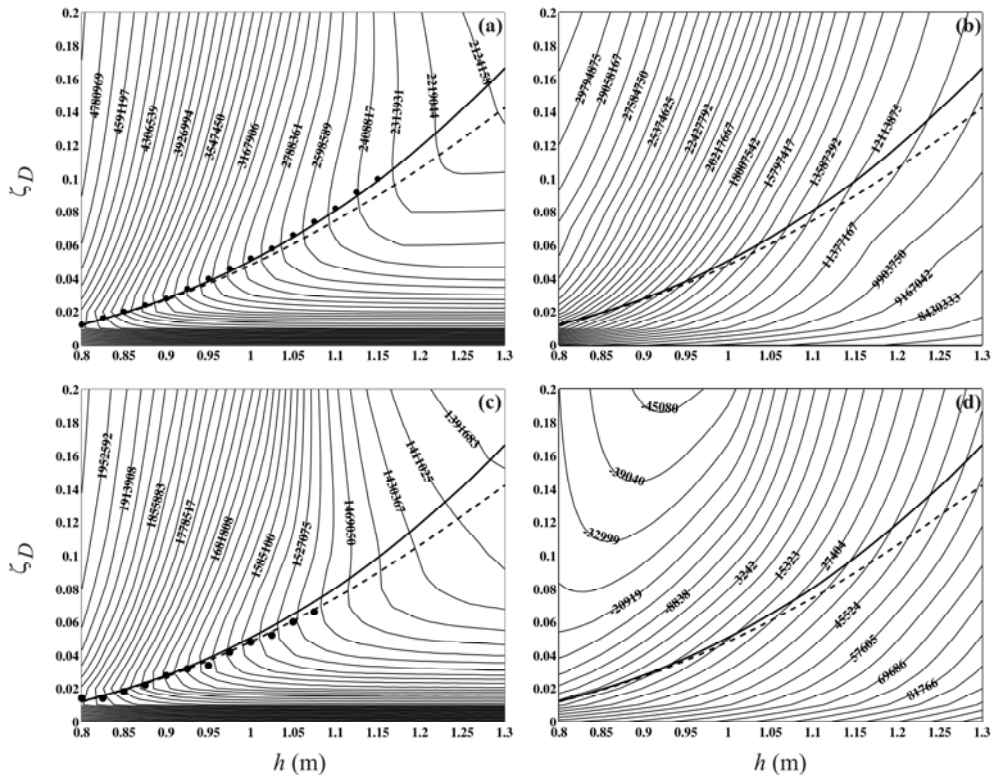


Figura 5.35 Respuesta máxima del puente de 15 m sometido a la circulación del tren HSLM-A8: (a) $M_{zB,max}$ en $x=L/2$; (b) $\sigma_{xb,max}$ en $x=L/2$; (c) $R_{yB,max}$ en $x=L$; (d) $R_{yb,min}$ en $x=L$; • ζ_D óptimo numérico, — $\zeta_{D,A}^*$, - - - $\zeta_{D,a}^*$

La máxima tensión normal en la sección central de la viga auxiliar, teniendo en cuenta el efecto de su peso propio, se ha incluido en la Figura 5.35(b). Fijado el tamaño de la viga, al aumentar las constantes de los amortiguadores la tensión normal aumenta. No obstante, a lo largo del trazado de cualquiera de las curvas de amortiguamiento óptimo analítico que se dirigen hacia zonas de menor respuesta del puente, la tensión normal se reduce. Esto es debido a que, pese a que el momento flector sí aumenta a lo largo de cualquiera de las curvas de amortiguamiento óptimo analíticas, el incremento de canto compensa al del momento flector y la máxima tensión normal se reduce.

La máxima reacción en el puente en $x=L$ incluida en la Figura 5.35(c), presenta una evolución muy similar a la del resto de las variables de respuesta de éste, al igual que

ocurre con la reacción en el primer estribo. En lo referente a la viga auxiliar, es importante calcular el valor mínimo que alcanzan las reacciones verticales y no sólo el máximo, puesto que en caso de cambiar de signo, ello implicaría una posible pérdida de contacto que habría que tener en cuenta a la hora de proyectar sus condiciones de fijación al estribo. Como se muestra en la Figura 5.35(d) la situación mas desfavorable se produce al combinar cantos pequeños de la viga auxiliar con tasas de amortiguamiento muy elevadas; no obstante, puesto que estas combinaciones de viga auxiliar-FVD dan lugar a tasas de amortiguamiento globales en el puente muy reducidas, como se puede observar en la Figura 5.36, no es conveniente que definan los parámetros del sistema de reacondicionamiento. La evolución de la reacción mínima en la viga auxiliar es similar a la de la tensión normal máxima mostrada en la Figura 5.35(b) ya que, al incrementarse el tamaño de la viga y la tasa de amortiguamiento externa, las fuerzas transmitidas por los FVD aumentan pero la contribución del peso propio a las reacciones aumenta en mayor medida y compensa este efecto.

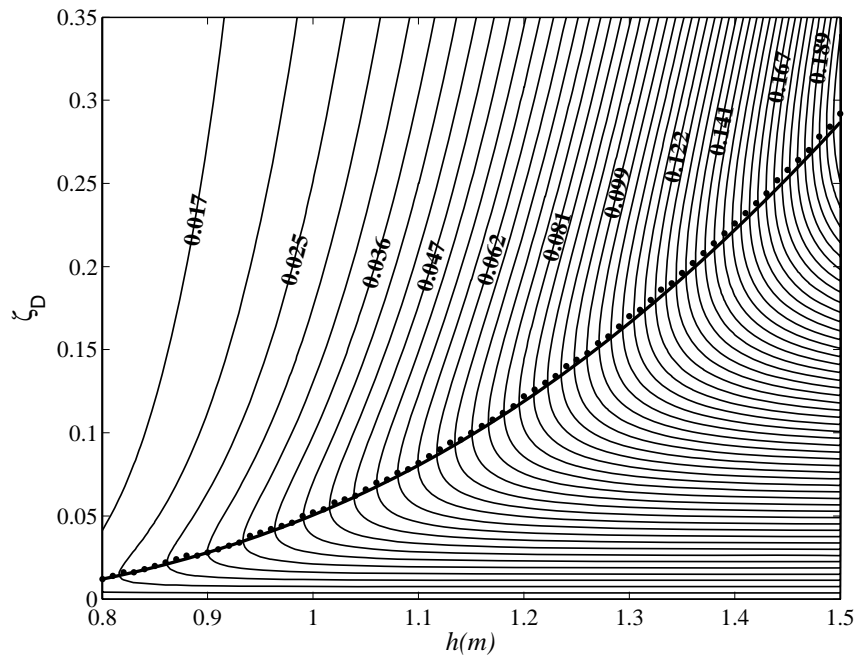


Figura 5.36 Estimación del amortiguamiento global $\zeta_{B, reac}$ alcanzado en el puente de 15 m para cada alternativa de reacondicionamiento (h, ζ_D) , \bullet ζ_D óptimo numérico incluyendo amortiguamiento estructural, — $\zeta_{D,A}^*$

El mismo análisis se ha llevado a cabo en el caso del puente de 25 m. Los valores de h considerados han variado en este caso entre 130 cm y 200 cm en incrementos de 1 cm y los de ζ_D entre 0% y 35% en incrementos del 1%. Los tamaños de viga auxiliar evaluados corresponden a rangos de relaciones de masas y frecuencias $0.097 \leq \mu \leq 0.238$ y

$1.067 \leq \eta \leq 1.639$. El valor mínimo de h seleccionado asegura de nuevo una relación de frecuencias entre la viga auxiliar y el puente η superior a la unidad. La respuesta máxima del puente se ha obtenido pues para 2736 pares (h, ζ_D) , realizándose para cada uno de ellos un barrido de 386 velocidades de cálculo comprendidas entre 144 y 421 km/h, que son las velocidades de circulación correspondientes a la composición EUROSTAR en este caso.

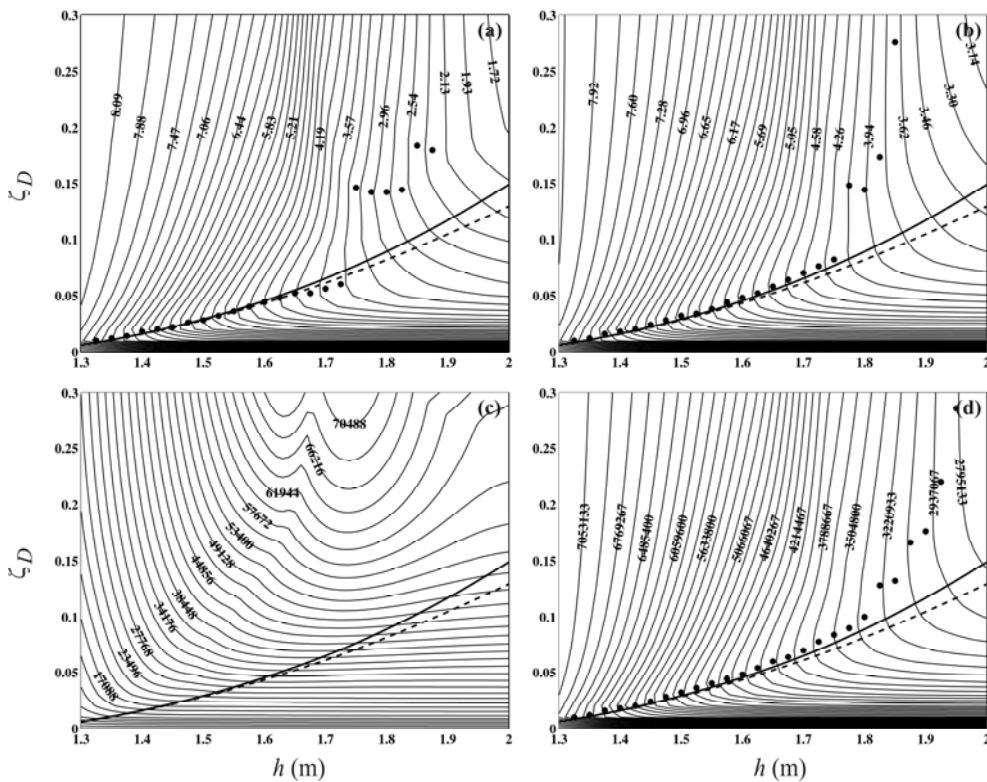


Figura 5.37 Respuesta máxima del puente de 25 m sometido a la circulación del tren EUROSTAR: (a) $a_{B,max}$ en $x=L/2$; (b) $y_{B,max}$ en $x=L/2$; (c) $F_{D,max}$ en $x=L/2$; (d) $M_{zB,max}$ en $x=L/4$; ● ζ_D óptimo numérico, — $\zeta_{D,A}^*$, - - - - $\zeta_{D,a}^*$

La Figura 5.37 y la Figura 5.38 muestran los diagramas de curvas de nivel asociados a las mismas variables de respuesta que en el caso del puente de 15 m. La evolución del comportamiento dinámico tanto en el puente como en la viga auxiliar con el grado de reacondicionamiento es muy similar a la del caso anterior, siendo las diferencias más significativas las siguientes:

- La diferencia entre el momento flector en el puente de 25 m en $x=L/4$ y $x=L/2$ es menos notoria que en el puente de 15 m. Esto denota claramente una menor influencia del segundo modo de vibración.

- Las reacciones verticales mínimas en la viga auxiliar no llegan a cambiar de signo en ningún caso. Ello se debe a que la respuesta inicial sin reacondicionar del puente era menos elevada y, además, los tamaños de las vigas auxiliares analizadas son mayores, por lo que la parte de las reacciones debida al peso propio es más elevada.

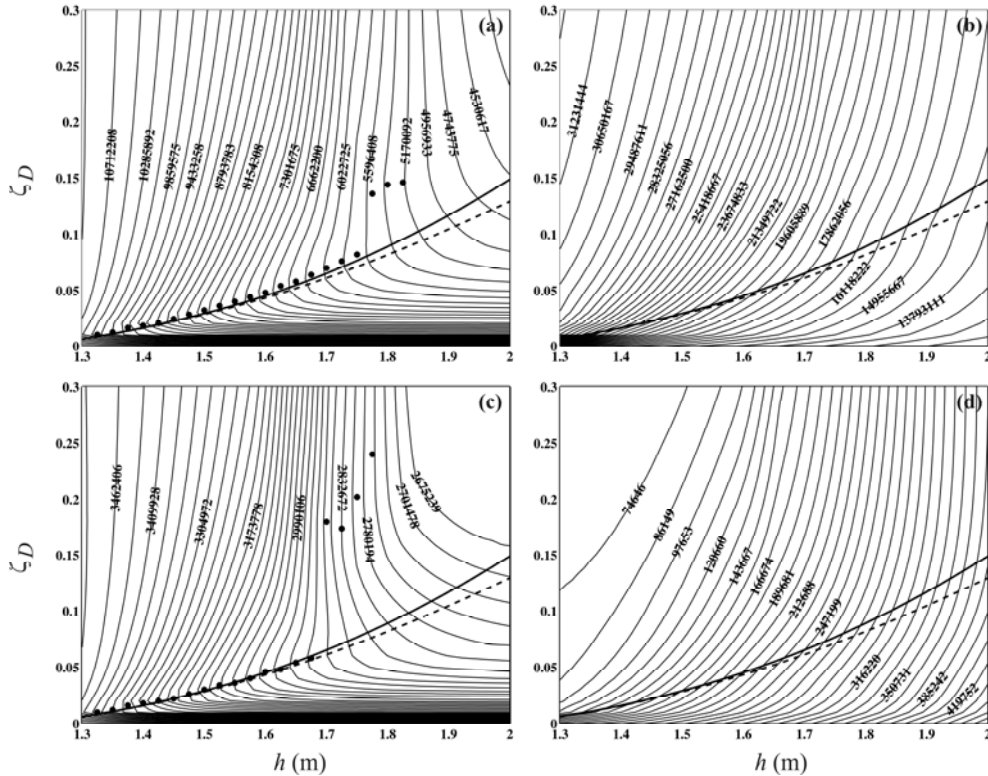


Figura 5.38 Respuesta máxima del puente de 25 m sometido a la circulación del tren EUROSTAR: (a) $M_{zB,max}$ en $x=L/2$; (b) $\sigma_{xb,max}$ en $x=L/2$; (c) $R_{yB,max}$ en $x=L$; (d) $R_{yb,min}$ en $x=L$; • ζ_D óptimo numérico, — $\zeta_{D,A}^*$, - - - - $\zeta_{D,a}^*$

La Figura 5.39 muestra una estimación del nivel de amortiguamiento global alcanzado en el puente tras el reacondicionamiento, aproximado a través de la analogía del sistema de un gdl en el caso armónico. Con el rango de vigas auxiliares considerado $\zeta_{B, reac}$ no supera el 10%. Esto es debido a que, mientras que las relaciones de masa evaluadas en este caso son similares a las del puente de 15 m, la relación de frecuencias máxima correspondiente al caso $h=200$ cm da lugar a un valor de $\eta=1.639$ mientras que en el ejemplo anterior alcanzaba 2.226.

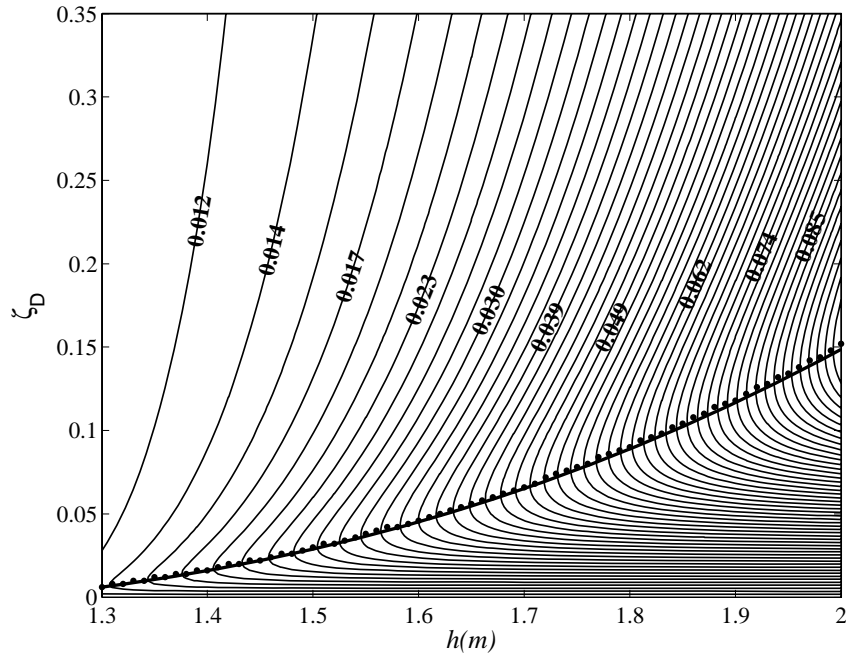


Figura 5.39 Estimación del amortiguamiento global $\zeta_{B, reac}$ alcanzado en el puente de 25 m para cada alternativa de reacondicionamiento (h, ζ_D) . • ζ_D óptimo numérico incluyendo amortiguamiento estructural, — $\zeta_{D,A}^*$

En cuanto a la correlación entre los valores óptimos de ζ_D obtenidos de forma numérica y las curvas analíticas de amortiguamiento óptimo desarrolladas en el apartado 5.4 se puede concluir lo siguiente:

- Los valores óptimos reales de $\zeta_D(h)$ obtenidos de forma numérica que dan lugar a la mínima respuesta del puente en términos de máximo desplazamiento y momento flector se ajustan mejor a la curva analítica $\zeta_{D,A}^* = (h)$ asociada a la amplificación modal, mientras que los óptimos reales que dan lugar a la mínima respuesta del puente en términos de máxima aceleración y reacciones verticales en los estribos hacen lo propio con la expresión $\zeta_{D,a}^* = (h)$ asociada a la mínima aceleración modal.
- La diferencia entre las dos curvas analíticas es mínima para valores reducidos de h aumentando con el tamaño de la viga auxiliar.
- La correlación entre los óptimos numéricos y los analíticos es excelente hasta $h=1.1$ m aproximadamente en el caso del puente de 15 m y hasta $h=1.7$ m en el de 25 m. La razón por la cual a partir de estos valores de h los óptimos numéricos comienzan a divergir de los valores analíticos, es que debido a la cantidad de amortiguamiento total introducida en el puente, el pico de resonancia ha llegado a desaparecer completamente, teniendo lugar la

máxima respuesta a la máxima velocidad de circulación de estudio. No obstante cuando ocurre esta situación, la respuesta dinámica del puente ha sido ya reducida sustancialmente.

5.5.5. Dimensionado de la viga auxiliar a partir de las necesidades de amortiguamiento total del puente

Una vez comprobado en el apartado anterior que cada tamaño de viga auxiliar está asociado a un valor de ζ_D óptimo que minimiza la respuesta del puente, y que las expresiones analíticas desarrolladas en el caso armónico (5.48) y (5.49) se ajustan notablemente bien a los valores óptimos numéricos al incluir el paso de cargas, sólo resta sistematizar el dimensionado de la viga auxiliar en función de la reducción de la respuesta del puente que se desea obtener mediante el reacondicionamiento. Según se ha mostrado en el apartado 5.4.3, en el caso armónico y despreciando contribuciones modales distintas a las del modo fundamental, es posible aproximar el nivel de amortiguamiento global alcanzado en el puente tras el reacondicionamiento a través de la analogía con el sistema de un gdl ($\zeta_{B, reac} \approx \zeta_{IgdI}$). Expresando las dimensiones de la viga auxiliar en función de un único parámetro y empleando la expresión analítica de la tasa de amortiguamiento óptima proporcionada por la ecuación (5.48), se puede a su vez relacionar el máximo amortiguamiento equivalente alcanzable en la viga principal con cada tamaño de viga auxiliar, tal y como se ha mostrado en la Figura 5.25(b).

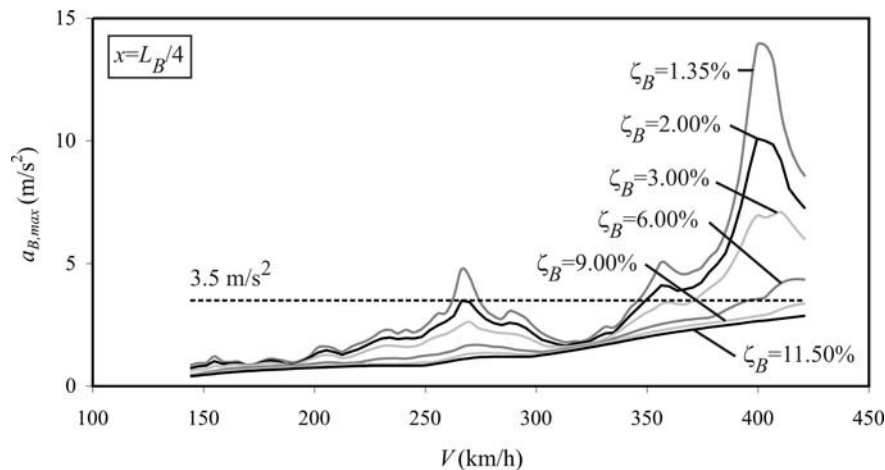


Figura 5.40 $a_{B,max}$ a cuarto de vano en el puente de 15 m sometido a la circulación del HSLM-A8 en función de la tasa de amortiguamiento estructural

En este apartado se propone seguir el camino inverso y, en primer lugar, determinar en cada uno de los puentes objeto de estudio cuál es la mínima tasa de amortiguamiento estructural que reduciría la respuesta en términos de aceleraciones por debajo del umbral

de 3.5 m/s^2 . El cálculo se lleva a cabo considerando la contribución de tres modos y asociándole a cada uno de ellos la misma tasa de amortiguamiento estructural.

La Figura 5.40 y la Figura 5.41 muestran la aceleración en cuarto y centro de vano respectivamente en el puente de 15 m sometido a la circulación de la composición HSLM-A8. Se ha partido del amortiguamiento estructural real del puente $\zeta_{Bi}=1.35\%$ $i=1,2,3$ y se han ido aumentando estos valores por igual hasta reducir la máxima aceleración en la sección más desfavorable a 3.5 m/s^2 .

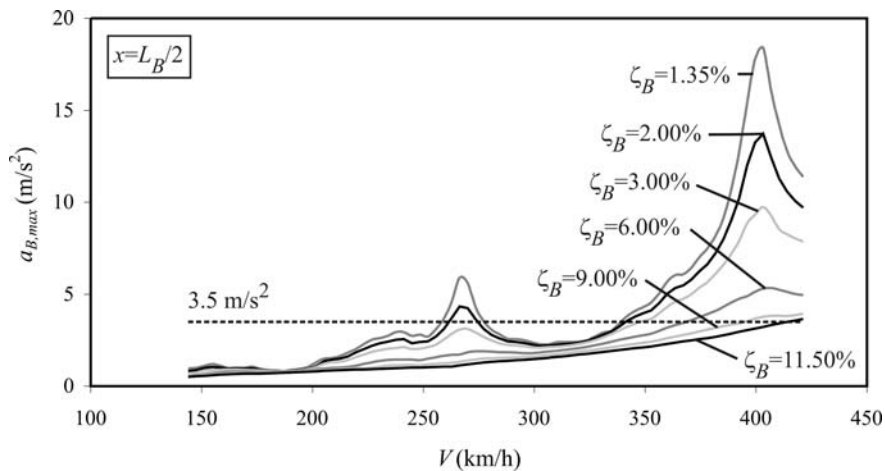


Figura 5.41 $a_{B,max}$ en centro de vano en el puente de 15 m sometido a la circulación del HSLM-A8 en función de la tasa de amortiguamiento estructural

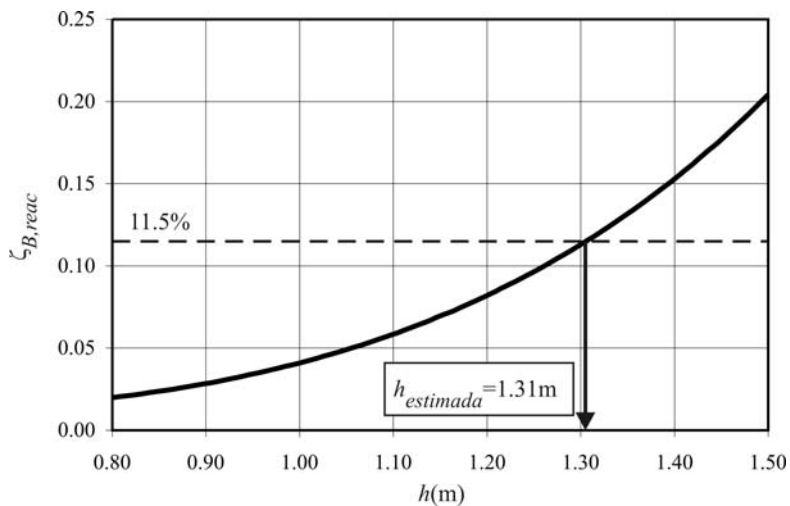


Figura 5.42 Relación entre el amortiguamiento alcanzable en el puente de 15 m y el tamaño de viga auxiliar

De la Figura 5.41 se desprende que es necesario aumentar el amortiguamiento estructural

hasta aproximadamente un 11.5% para conseguir la respuesta deseada en el puente. Una vez determinado este valor, se ha calculado en el caso armónico y despreciando contribuciones superiores a las fundamentales, la relación existente entre el amortiguamiento equivalente máximo que se puede alcanzar en el puente con el reacondicionamiento $\zeta_{B, reac}$ y el tamaño de viga auxiliar, del mismo modo que se obtuvo en el apartado anterior la función representada en la Figura 5.25(b). A partir de esta función $\zeta_{B, reac}(h)$ y conocida la tasa de amortiguamiento objetivo es posible estimar el tamaño mínimo de viga necesario que en este caso se aproxima a 1.30 m.

Procediendo del mismo modo, se ha calculado la respuesta del puente de 25 m en términos de aceleraciones verticales, en ausencia de reacondicionamiento y para varios niveles de amortiguamiento estructural, comenzando desde la situación original de $\zeta_{Bi}=1\%$ $i=1,2,3$. Las figuras 5.43 y 5.44 muestran la máxima aceleración en tres cuartos y centro de vano respectivamente. Se puede observar que sería necesaria una tasa de amortiguamiento en el puente de aproximadamente 4.25% para reducir la aceleración vertical máxima por debajo del umbral de 3.5 m/s^2 .

Una vez determinado el valor de $\zeta_{B, reac}$ que se desea alcanzar, se ha obtenido de nuevo la función que relaciona, en el caso armónico y considerando la contribución de un único modo para cada viga, el amortiguamiento máximo equivalente que se puede alcanzar en la viga principal $\zeta_{B, reac}$ para cada tamaño de viga auxiliar. Dicho valor está condicionado a la selección de los amortiguadores óptimos asociados con la viga auxiliar en cuestión. Procediendo de este modo, el canto mínimo de viga auxiliar se aproxima a 1.7 m tal y como se puede observar en la Figura 5.45.

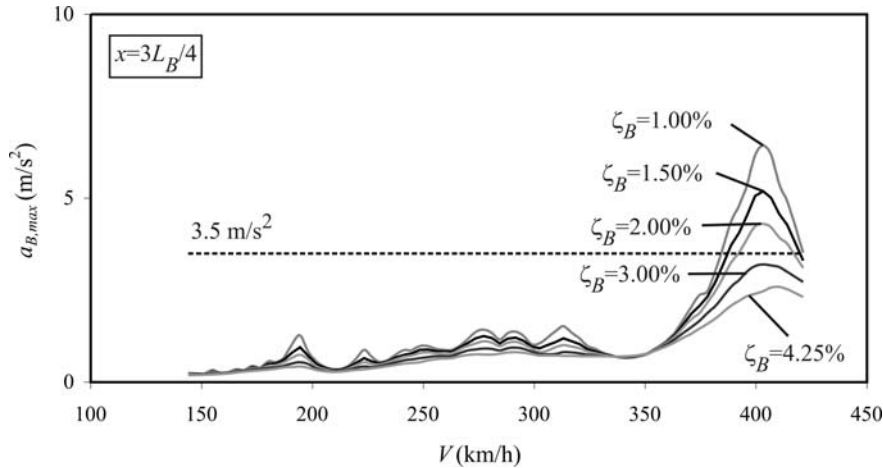


Figura 5.43 $a_{B,max}$ a tres cuartos de vano en el puente de 25 m sometido a la circulación del EUROSTAR en función de la tasa de amortiguamiento estructural

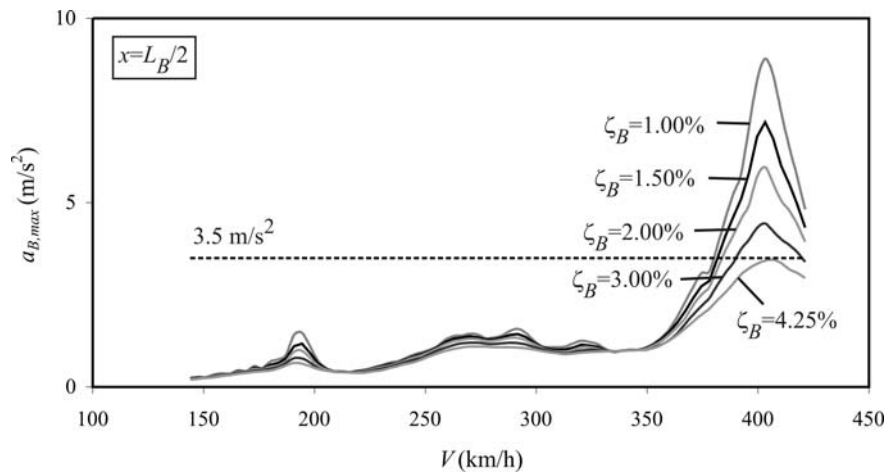


Figura 5.44 $a_{B,max}$ en centro de vano en el puente de 25 m sometido a la circulación del EUROSTAR en función de la tasa de amortiguamiento estructural

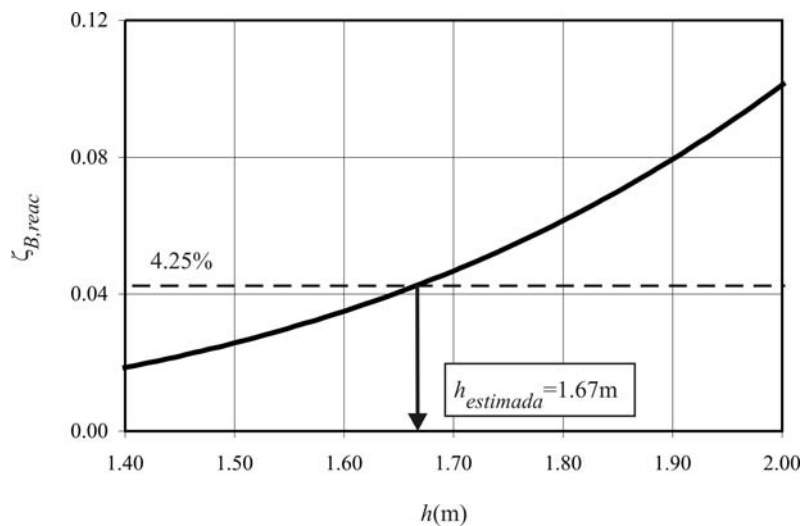


Figura 5.45 Relación entre el amortiguamiento alcanzable en el puente de 25 m y el tamaño de viga auxiliar

En el apartado siguiente, se presenta la respuesta de los puentes de 15 y 25 m de longitud reacondicionados habiéndose estimado el tamaño de la viga auxiliar y las constantes de los amortiguadores óptimos siguiendo las metodologías simplificadas propuestas.

5.5.6. Comparación de la respuesta dinámica original y reacondicionada

En este apartado se compara la respuesta original de los puentes objeto de estudio con la respuesta reacondicionada en dos situaciones: un primer nivel de reacondicionamiento definido por el tamaño de viga auxiliar estimado en el apartado anterior, que teóricamente

al ser combinada con los FVD óptimos reduce la máxima aceleración vertical en el puente a aproximadamente 3.5 m/s^2 y un segundo nivel de reacondicionamiento algo menor.

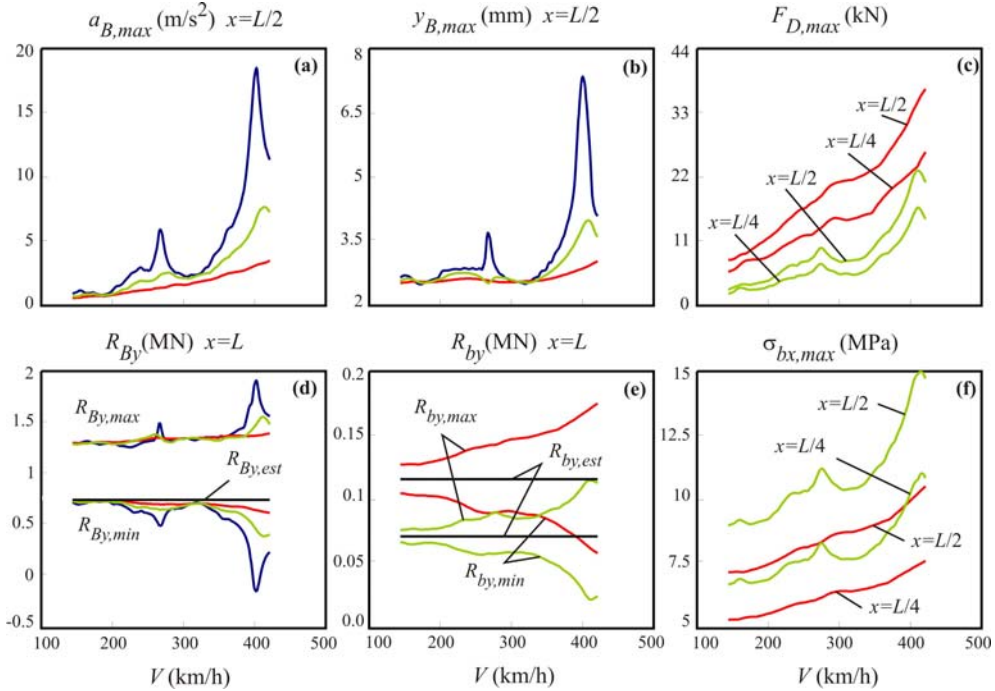


Figura 5.46 Comportamiento dinámico del puente de 15 m sometido al paso de la composición HSML-A8 (a) $a_{B,max}$ en $x=L/2$, (b) $y_{B,max}$ en $x=L/2$, (c) $F_{D,max}$, (d) R_{yB} en $x=L$, (e) R_{yb} en $x=L$, (f) $\sigma_{xb,max}$ en $x=L/2$. — sin reacondicionamiento, — reacondicionado ($h=1 \text{ m}$), — reacondicionado para $a_{max}=3.5 \text{ m/s}^2$ ($h=1.3 \text{ m}$)

En el caso del puente de 15 m, cuya respuesta se adjunta en la Figura 5.46, se selecciona un canto de la viga auxiliar $h=1.3 \text{ m}$. En tal caso, la tasa de amortiguamiento óptima analítica viene dada por $\zeta_{D,a}^* = 14.2\%$ y las constantes de los tres amortiguadores $C_{Di} = 597801 \text{ Ns/m}$ para $i=1,2,3$. Mediante este reacondicionamiento se consigue reducir la máxima aceleración que en el caso original alcanzaba 18.4 m/s^2 a 3.52 m/s^2 al paso de la composición HSLM-A8. La Figura 5.47 muestra la historia temporal de aceleraciones antes y después del reacondicionamiento en centro de vano a la velocidad de 403.2 km/h , que antes del reacondicionamiento daba lugar a una segunda resonancia del modo fundamental del puente.

El comportamiento dinámico de este puente ha sido también analizado para un reacondicionamiento más ligero definido por un tamaño de viga auxiliar $h=1 \text{ m}$. En dicho caso $\zeta_{D,a}^* = 4.8\%$, $C_{Di} = 202153 \text{ Ns/m}$ para $i=1,2,3$, y la máxima aceleración en la sección central del puente se reduce a 7.71 m/s^2 . En la Figura 5.46(b) se puede observar

la evolución del máximo desplazamiento en el puente en la sección central. Éste se reduce de 7.37 mm en la situación original a 3.04 mm en el caso de mayor reacondicionamiento y a 3.99 mm en el de reacondicionamiento intermedio.

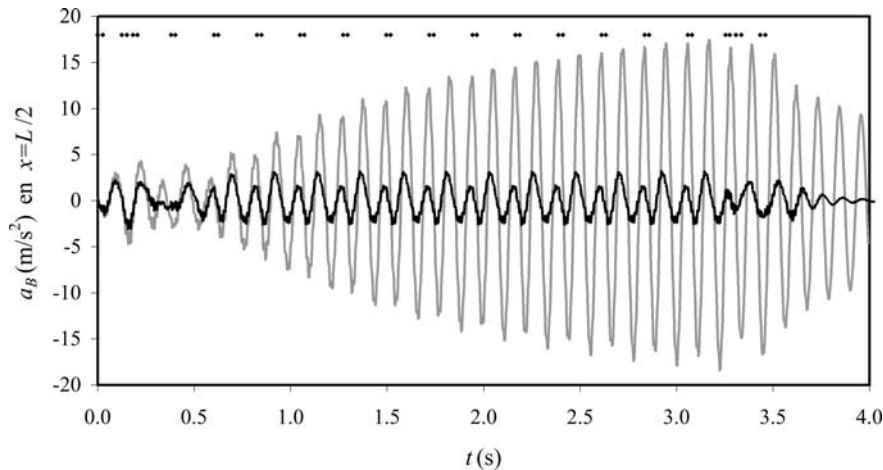


Figura 5.47 Historia temporal de aceleraciones en centro de vano del puente de 15 m sometido a la circulación de la composición HSLM-A8 a 403.2 km/h, antes y después del reacondicionamiento ($h=1.3$ m)

Las fuerzas axiales máximas desarrolladas en los FVD situados en $x=L/4$ y $x=L/2$ se muestran en la Figura 5.46(c). La máxima fuerza experimentada por el amortiguador más castigado, el situado en la sección central, está muy por debajo de la carga máxima admisible de los FVD existentes en el mercado, alcanzando 23.7 kN para $h=1$ m y 38 kN para $h=1.3$ m.

La Figura 5.46(d) muestra las reacciones verticales máxima y mínima en el segundo estribo del puente junto a la reacción estática debida exclusivamente a la contribución de su peso propio. La reacción máxima se reduce sustancialmente con el reacondicionamiento, y la mínima, que en el caso original llegaba a cambiar de signo, gracias al reacondicionamiento se mantiene próxima al valor estático. En cuanto a la reacción en el segundo estribo de la viga auxiliar representado en la Figura 5.46(e), es conveniente (aunque no imprescindible) que no cambie de signo puesto que habría que idear un sistema de fijación al estribo que soportara tracciones. Como se puede observar, incluso en el caso de mayor grado de reacondicionamiento $h=1.3$ m, en el que tiene lugar una mayor desviación de los valores máximo y mínimo con respecto al estático, la reacción mínima no cambia de signo ya que la contribución del peso propio a la reacción es también más elevada y compensa los efectos dinámicos.

Por último, se ha calculado la máxima tensión normal en un cuarto, un medio y tres cuartos de la luz de la viga auxiliar. La máxima tensión normal para el caso de $h=1$ m ocurre en $x=L/2$ y alcanza los 14.9 MPa, mientras que para el reacondicionamiento de $h=1.3$ m,

pese a que las fuerzas transmitidas por los amortiguadores son mayores, el incremento de tamaño en la viga hace que la tensión normal máxima sea de tan sólo 10.5 MPa; estando ambos valores muy por debajo de la tensión admisible en aceros de construcción

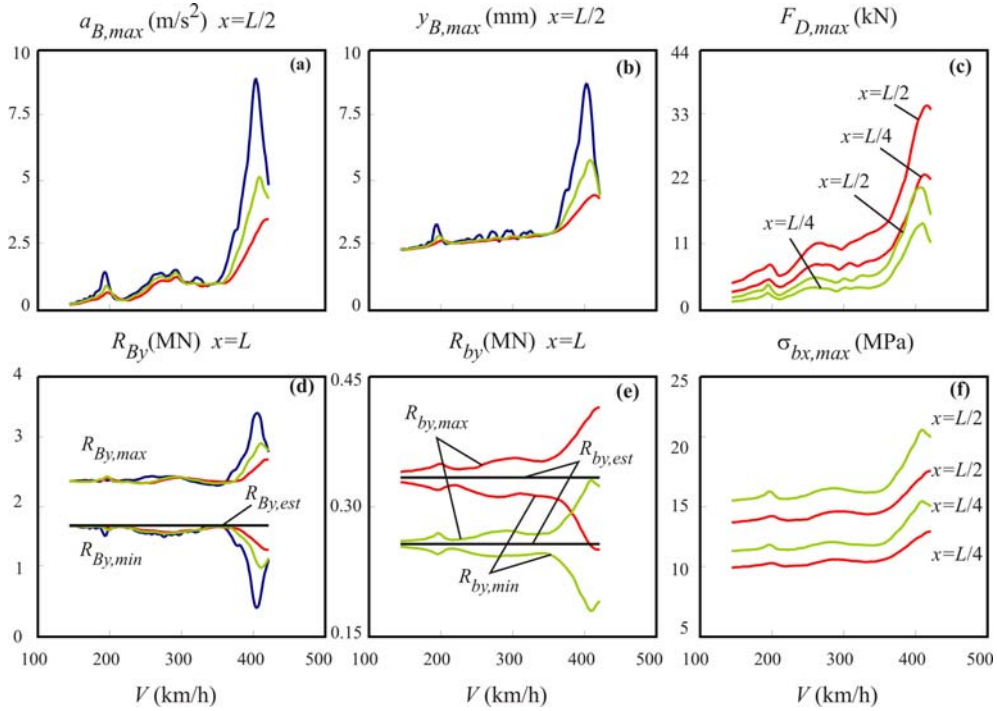


Figura 5.48 Comportamiento dinámico del puente de 25 m sometido al paso de la composición EUROSTAR (a) $a_{B,max}$ en $x=L/2$, (b) $y_{B,max}$ en $x=L/2$, (c) $F_{D,max}$, (d) R_{yB} en $x=L$, (e) R_{yb} en $x=L$, (f) $\sigma_{xb,max}$ en $x=L/2$. — sin reacondicionamiento, — reacondicionado ($h=1.5$ m), — reacondicionado para $a_{max}=3.5$ m/s² ($h=1.7$ m).

En la Figura 5.48 se muestra la respuesta dinámica del puente de 25 m sometido a la circulación del EUROSTAR en la situación original y, de nuevo, con dos niveles de reacondicionamiento. El mayor de ellos se corresponde con un tamaño de viga auxiliar $h=1.7$ m, valor estimado en el apartado anterior. Cuando sobre esta viga se instalan tres FVD de idénticas constantes $C_{Di}=445802$ Ns/m para $i=1,2,3$ definidas por la tasa de amortiguamiento óptima analítica $\zeta_{D,a}^* = 6.1\%$, la máxima aceleración vertical en el puente en ausencia de reacondicionamiento 8.91 m/s² se reduce a 3.52 m/s². La Figura 5.49 muestra la historia temporal de aceleraciones en centro de vano en la situación original y tras el reacondicionamiento a 402.5 km/h, velocidad a la que tenía lugar una primera resonancia del modo fundamental del puente originariamente.

Los resultados correspondientes a un nivel de reacondicionamiento intermedio asociado a un tamaño de viga $h=1.5$ m se han incluido también.

En este caso, la respuesta dinámica del puente se reduce por debajo del umbral admisible experimentando el amortiguador más desfavorable una fuerza axial máxima de 35.4 kN y la sección central de la viga auxiliar una tensión normal máxima de 17.7 MPa, valores más que aceptables en ambos elementos.

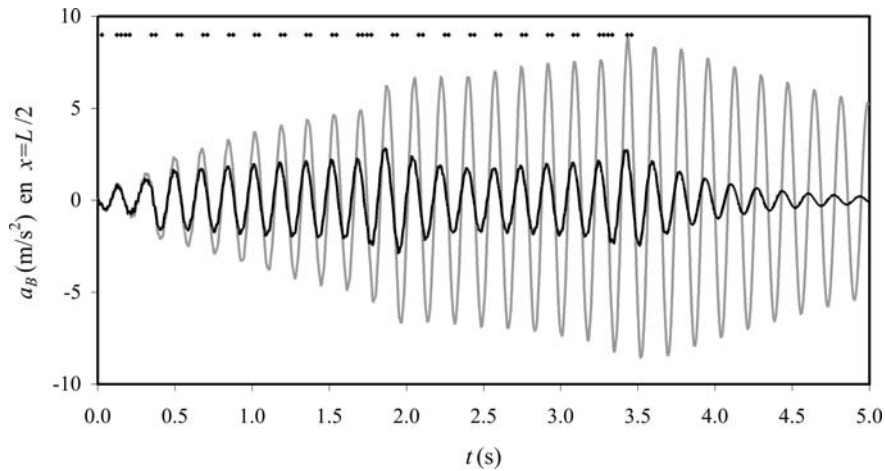


Figura 5.49 Historia temporal de aceleraciones en centro de vano del puente de 25 m sometido a la circulación de la composición EUROSTAR a 402.48 km/h antes y después del reacondicionamiento ($h=1.7$ m)

5.5.7. Efecto de la interacción vehículo-estructura en casos reales

La masa real del tablero m_B diferirá en cierta medida de la masa nominal o teórica debido a los efectos de interacción vehículo-estructura comentados en el apartado 5.4.3, los cuales no se tienen en cuenta en el desarrollo de las expresiones de las tasas de amortiguamiento óptimas. En este apartado se presenta una comprobación numérica similar a la incluida en el apartado previo, pero en este caso considerando el paso de trenes de cargas puntuales como fuente de excitación.

La Figura 5.50 muestra la máxima aceleración vertical y el máximo desplazamiento en la sección de centro de vano del puente de 15 m objeto de estudio del apartado anterior, con el nivel intermedio de reacondicionamiento ($h=1$ m, $\zeta_{D,a}^* = 4.8\%$ calculado a partir de la masa nominal $m_B=10000$ kg/m), sometido al paso de la composición HSLM-A8 en el rango de velocidades de estudio. Conservando las propiedades del reacondicionamiento, la respuesta del puente se ha calculado considerando variaciones de su masa comprendidas entre $0.8 m_B$ y $1.2 m_B$. Del análisis numérico se extrae una conclusión similar a la obtenida en el caso armónico: la máxima respuesta del puente disminuye al aumentar su masa, pese a que la tasa de amortiguamiento óptima asociada a la viga auxiliar haya sido calculada con la masa nominal del puente sin tener en cuenta el incremento experimentado por la interacción vehículo-estructura. La reducción experimentada por la aceleración es mayor

que la experimentada por el desplazamiento máximo, siendo esto una consecuencia directa de la Segunda Ley de Newton.

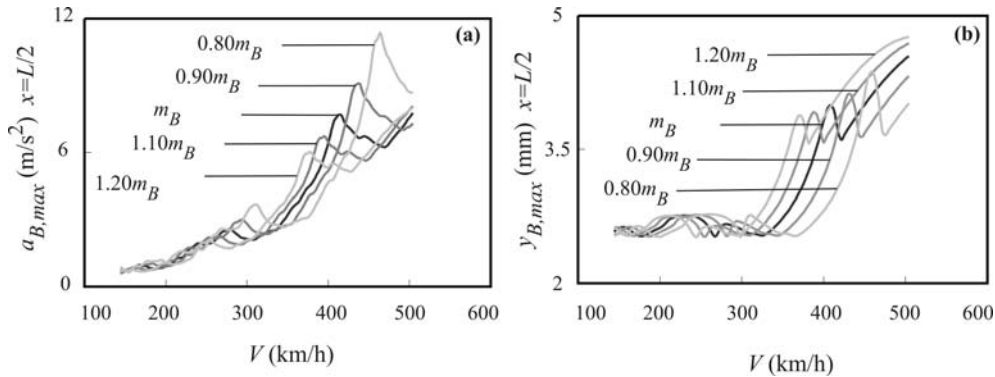


Figura 5.50 Respuesta dinámica máxima del puente de 15 m reacondicionado ($h=1$ m) considerando posibles variaciones de m_B causadas por la interacción vehículo-estructura: (a) máxima aceleración en centro de vano; (b) máximo desplazamiento en centro de vano

5.6. Conclusiones

En este capítulo se han presentado los resultados de un análisis bidimensional del puente reacondicionado. Las conclusiones derivadas de este análisis son válidas en sentido estricto sólo en el caso de puentes de vía única sin esvía. El comportamiento dinámico del puente se ha modelizado a través de una viga B-E simplemente apoyada a la que se ha denominado viga principal soportando directamente el paso de las cargas móviles. El conjunto de vigas auxiliares se ha agrupado en una única viga equivalente, encontrándose el movimiento de ambas vigas (principal y auxiliar equivalente) relacionado a través de una distribución longitudinal de amortiguadores fluido-viscosos.

Puesto que el objetivo del reacondicionamiento es reducir la respuesta máxima de la viga principal y dado que lo más probable es que ésta se produzca en condiciones de resonancia, en primer lugar se estudia de forma analítica el comportamiento del sistema conjunto sometido a excitación armónica. En estas condiciones se determinan los parámetros adimensionales que gobiernan la respuesta y bajo ciertas hipótesis simplificadoras se obtienen las constantes de los FVD que minimizan la respuesta del puente en resonancia.

Una vez analizado en profundidad el comportamiento dinámico en el caso armónico, se introduce la excitación de los trenes de cargas puntuales y se estudia el comportamiento dinámico de forma numérica de dos puentes concretos, de 15 y 25 m de luz. Las conclusiones que se extraen del presente capítulo se pueden resumir en las siguientes:

- Las vibraciones inadmisibles que aparecen en puentes cortos simplemente apoyados ante la circulación de trenes de cargas puntuales pueden ser reducidas drásticamente mediante el sistema de reacondicionamiento propuesto. En los ejemplos numéricos que se han presentado, aceleraciones verticales superiores a 18 m/s^2 han sido reducidas a 3.5 m/s^2 sin superar la carga máxima que soportan los FVD comerciales, la tensión máxima admisible de la viga auxiliar ni la fuerza máxima de punzonamiento de tableros habituales.
- Para cada viga auxiliar concreta definida por su masa y frecuencia, existe un valor óptimo de las constantes de amortiguamiento de los FVD que minimizan la respuesta máxima del puente o viga principal.
- En el procedimiento de dimensionado o selección de la geometría y parámetros del sistema de reacondicionamiento, se debería seleccionar el menor tamaño de viga auxiliar tal que al ser asociada con los FVD de constantes óptimas de lugar a una tasa de amortiguamiento equivalente en la viga principal tal, que su máxima respuesta se reduzca por debajo de niveles admisibles. En el capítulo se propone una metodología sencilla para establecer la relación existente entre el amortiguamiento efectivo objetivo y el tamaño mínimo de viga auxiliar comprobándose su aplicabilidad en los ejemplos numéricos analizados.
- Las expresiones analíticas desarrolladas a partir del caso armónico que proporcionan la tasa de amortiguamiento externa óptima para desplazamientos y aceleraciones, se corresponden ajustadamente con los valores óptimos reales mientras la máxima respuesta del puente en el rango de velocidades de estudio tenga lugar en situación de resonancia.
- Pese a que se ha empleado un modelo de cargas puntuales para representar la circulación de las composiciones ferroviarias, se han realizado una serie de comprobaciones relativas a las consecuencias que tendría un posible aumento de masa del puente sobre su valor nominal derivado de la interacción vehículo-estructura. Se ha comprobado que pese a que las constantes de los FVD se seleccionen en base a las expresiones analíticas sustituyendo en éstas la masa nominal del puente, la respuesta máxima de éste al aumentar la masa hasta en un 20% con respecto al valor nominal es siempre inferior.

La mayor limitación del análisis llevado a cabo en este capítulo es que sólo la contribución de modos de flexión tanto del tablero como de las vigas auxiliares se ha tenido en cuenta. Se considera por lo tanto fundamental construir un modelo tridimensional para tener en cuenta el efecto de otros modos (como por ejemplo el primero de torsión) cuya contribución puede ser de suma importancia en tableros de vía múltiple y tableros con cierto esviaje.

6

Modelo tridimensional. Optimización y dimensionado

6.1. Descripción del modelo numérico tridimensional

En el presente capítulo se profundiza en la formulación de las ecuaciones que gobiernan el comportamiento dinámico de un modelo tridimensional del tablero, reacondicionado mediante el sistema de vigas auxiliares y FVD propuesto. Tal y como ha sido comentado con anterioridad, los resultados y conclusiones derivados del análisis bidimensional realizado en el Capítulo 5 no son directamente aplicables a tableros de vía múltiple o tableros con esviaje, en los que la contribución de modos diferentes a los de flexión recta puede tener una importancia considerable.

Prosiguiendo en el afán de estudiar la viabilidad técnica del sistema de reacondicionamiento propuesto, y de desarrollar procedimientos de cálculo sencillos que permitan el dimensionado óptimo de éste, los objetivos que se persiguen son los que se enumeran a continuación:

- Formular el sistema de ED que gobierna la respuesta dinámica del tablero del puente reacondicionado, sometido a la circulación de trenes de cargas puntuales, asimilando su comportamiento al de un modelo de placa delgada ortótropa.
- Determinar cuáles son los parámetros de los que depende la amplificación dinámica del tablero en resonancia, y analizar cómo es su evolución en función de éstos.
- Obtener expresiones analíticas que proporcionen el valor de las constantes de los amortiguadores óptimos, que minimizan la respuesta del puente en resonancia ante excitación armónica, en ausencia de amortiguamiento estructural y asumiendo ciertas hipótesis simplificadoras.
- Proponer una metodología de proyecto del sistema de reacondicionamiento que dé lugar a la reducción de la respuesta dinámica deseada en el rango de frecuencias de excitación de interés.
- Comprobar que las expresiones analíticas obtenidas y la metodología propuesta predicen acertadamente las dimensiones mínimas de las vigas auxiliares y las constantes de los amortiguadores óptimos, en condiciones de carga realistas. En aras a una mayor claridad, las tareas relacionadas con este último objetivo se acometen en el Capítulo 7, dedicado al cálculo y reacondicionamiento de puentes reales.

Considérese un puente de vía múltiple de hormigón pretensado con una tipología de tablero de vigas o tablero losa, habitual entre puentes de luces cortas (10-25 m), reacondicionado mediante un conjunto de vigas auxiliares, dispuestas entre las originales del tablero en el

primer caso según se muestra en la Figura 6.1, o bien bajo la cara inferior de la losa si el gálibo libre lo permite en el segundo caso. Las vigas auxiliares deberán apoyar directamente en el estribo o sobre ménsulas convenientemente ancladas a éste. Entre cada una de las vigas auxiliares y la cara inferior de la losa se distribuirá una serie de FVD conectando el movimiento vertical de ciertas secciones de las vigas y puntos de la cara inferior de la losa; estos estarán verticalmente alineados con los centros de gravedad de las primeras. El movimiento relativo entre ambos sistemas al paso de composiciones ferroviarias dará lugar a una velocidad diferencial entre extremos de los FVD y a la consiguiente disipación energética.

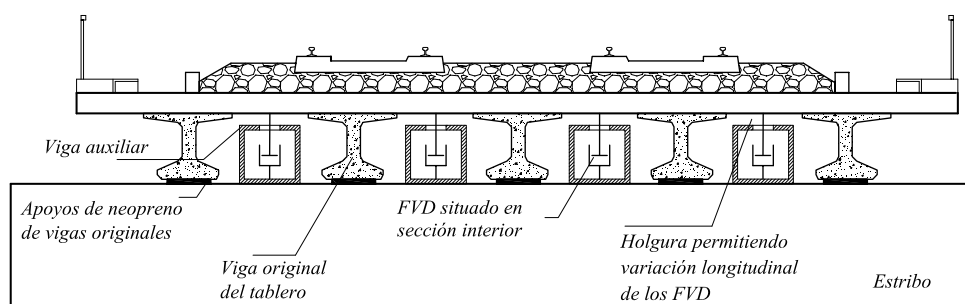


Figura 6.1 Tablero de vigas de vía doble reacondicionado mediante vigas cajón⁵⁸ y FVD

Con objeto de formular las ecuaciones de movimiento que gobiernan el comportamiento dinámico del tablero reacondicionado sometido a la circulación de trenes de cargas puntuales, se introducen a continuación las siguientes hipótesis simplificadoras⁵⁹:

- La tipología del tablero permite su análisis a través de un modelo de losa ortótropa de material elástico lineal y homogéneo.
- Se desprecia la deformabilidad de los apoyos de neopreno en los estribos.
- Los ejes de las vías sobre los que se concentra la acción de ambos carriles, son paralelos al eje longitudinal de la losa, que por el momento se considera rectangular en planta.

⁵⁸ Esta tipología de viga auxiliar se considera interesante ya que permite albergar los elementos de disipación en su interior y con ello reducir el gálibo ocupado por el sistema de reacondicionamiento. No obstante, el análisis que se presenta en este capítulo se ha llevado a cabo de forma genérica y las conclusiones obtenidas son aplicables a cualquier otra tipología de viga auxiliar.

⁵⁹ Estas hipótesis simplificadoras se admiten en este punto con el fin de resolver analíticamente las ecuaciones de movimiento, y poder así extraer los parámetros fundamentales de los que depende la respuesta. Al final del capítulo y en el capítulo siguiente, se empleará para el cálculo el modelo numérico bidimensional implementado en el código de EF **DYNARET**, evitando algunas de estas limitaciones.

- Las líneas de acción de las fuerzas transmitidas por los amortiguadores están contenidas en un plano paralelo al de simetría longitudinal del tablero, y pasan por los centros de gravedad de las secciones de la viga auxiliar a la que están conectados. A consecuencia de ello, las fuerzas transmitidas por los FVD a cada viga auxiliar son en la teoría de pequeños desplazamientos, perpendiculares a ésta.
- El comportamiento de las vigas auxiliares se considera elástico lineal y la distribución de masa y rigidez uniforme a lo largo de su longitud.

La respuesta dinámica del tablero reacondicionado, en una primera aproximación, se puede asimilar a la de una placa delgada ortótropa rectangular de espesor constante, simplemente apoyada en dos bordes opuestos, y libre en los otros dos bordes. Dicha placa se conecta a través de una serie de amortiguadores, con comportamiento viscoso puro, a un conjunto de vigas prismáticas de tipo B-E simplemente apoyadas, dispuestas paralelamente al eje longitudinal del tablero, tal y como se muestra en la Figura 6.2.

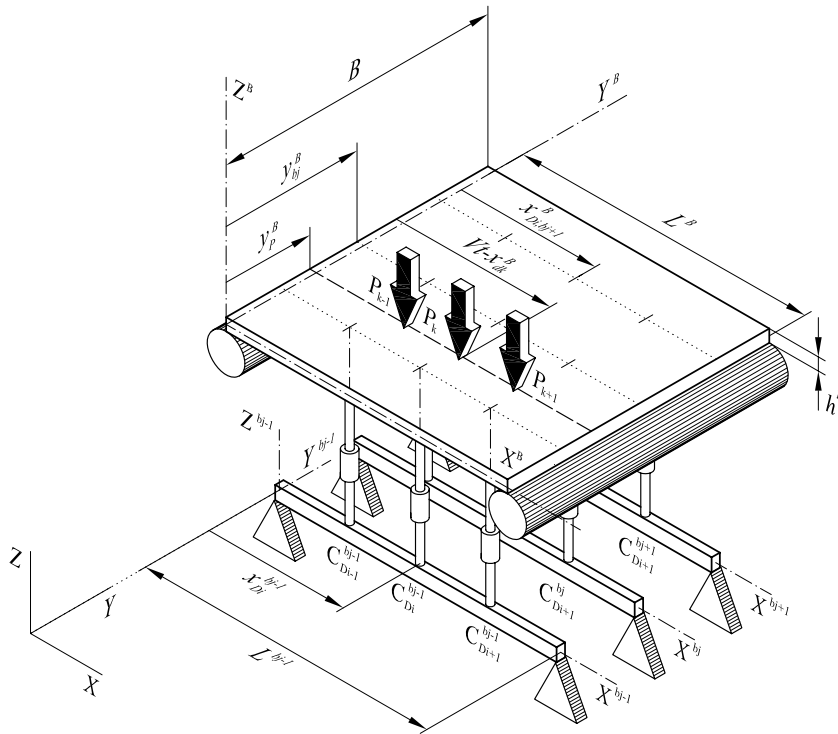


Figura 6.2 Modelo analítico tridimensional de comportamiento del puente reacondicionado

La placa soporta directamente el paso de las cargas circulando paralelamente a su eje longitudinal, y provoca el movimiento de las vigas inferiores o auxiliares a través de las fuerzas transmitidas por los FVD, fuerzas proporcionales a las velocidades relativas entre

los puntos que conectan. Se ha adoptado un modelo de cargas puntuales para simular el paso de las composiciones ferroviarias, no considerando los efectos de interacción vehículo-estructura. En los apartados siguientes se presenta la formulación analítica correspondiente a este modelo tridimensional ante la circulación de un tren de cargas puntuales, en coordenadas espaciales, y su transformación a espacio modal.

6.2. ED de movimiento de una placa delgada ortótropa

El modelo de losa ortótropa permite analizar de forma aproximada tableros de puente de losa maciza o aligerada, y de vigas y losa superior con o sin diafragmas. Este modelo admite una distribución continua y uniforme de la rigidez de la estructura, por lo que su empleo será tanto más acertado cuanto más se aproxime la geometría del tablero real a esta premisa (Cusens [24], Monleón [98]). La aplicación del modelo de losa ortótropa al análisis estático de tableros de puentes de hormigón armado, tiene sus orígenes en Huber (1914) [58] seguido de otros autores como Guyon [50], que empleó esta teoría para analizar tableros considerando únicamente su rigidez a flexión. Fue Massonet [91] quien, finalmente, generalizó su uso a tableros con rigidez torsional.

Una placa ortótropa u ortogonalmente anisótropa se define como aquella con diferentes propiedades elásticas en dos direcciones mutuamente perpendiculares. En la práctica pueden diferenciarse dos fuentes de ortotropía: ortotropía del propio material y ortotropía geométrica. En el primero de los casos, la geometría de la placa es uniforme pero el material en sí presenta un comportamiento anisótropo, mientras que en el segundo, el material de que se compone la placa es isótropo, siendo las secciones transversales a las direcciones principales de ortotropía geoméricamente diferentes. Este último es el caso de la mayoría de tableros de puentes de ferrocarril.

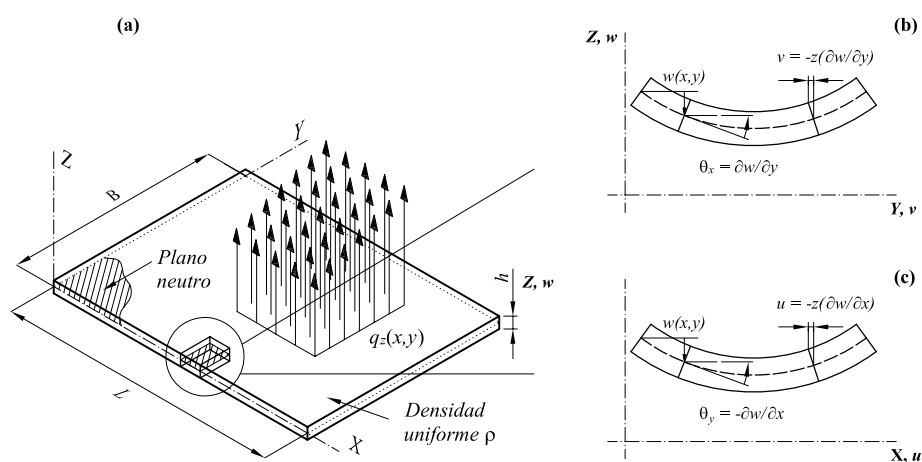


Figura 6.3 Teoría Clásica de Placas: Hipótesis cinemáticas de Love-Kirchhoff

En este apartado se formula la ecuación diferencial de movimiento de una placa rectangular delgada ortótropa, sometida a una distribución de carga genérica actuando perpendicularmente a su plano medio, independientemente de cuál sea la fuente de dicha ortotropía. En lo que sigue se empleará la nomenclatura incluida en la Figura 6.3, siendo el eje Z el perpendicular al plano medio de la placa, estando los ejes X e Y contenidos en éste y coincidiendo sus direcciones con las principales de ortotropía. Considérese el campo vectorial de desplazamientos en los puntos de la placa

$$\vec{r} = \{u(x, y, z), v(x, y, z), w(x, y, z)\} \quad (6.1)$$

siendo sus componentes (u, v, w) positivas en el sentido positivo de los ejes, y lo suficientemente pequeñas como para asegurar un comportamiento de la estructura dentro del rango elástico lineal.

Debido a las proporciones habituales de los tableros ferroviarios de luces cortas, siendo la relación entre el canto y la menor de sus otras dos dimensiones por lo general inferior a $1/20$ [145], y puesto que la deflexión transversal prevista $w(x, y, z)$ es en condiciones de servicio mucho menor que el espesor, se empleará la Teoría Clásica de Placas de Love-Kirchhoff [140, 145] para placas delgadas en pequeña deformación, admitiendo las siguientes hipótesis cinemáticas fundamentales:

- La deflexión del plano neutro de la placa es mucho menor que el espesor y como consecuencia, el cuadrado de la derivada de su deformada en cualquier punto es despreciable con respecto a la unidad.
- Los puntos contenidos en el plano neutro ($z=0$), no experimentan deformaciones en el propio plano y se desplazan transversalmente a éste.
- Las fibras de material que antes de la deformación son rectas y perpendiculares al plano neutro, giran rígidamente conservando su rectitud y perpendicularidad con respecto a dicho plano tras la deformación.
- Las tensiones normales perpendiculares al plano de la placa, pueden despreciarse obviando el efecto local de la distribución de carga q_z . Por este motivo, cualquier fibra perpendicular al plano neutro conserva su longitud antes y después de la deformación.

Las consecuencias de estas hipótesis sobre el campo de desplazamientos de la placa, se pueden expresar en pequeña deformación como sigue

$$u(x, y, z = 0) = v(x, y, z = 0) = 0 \quad (6.2a)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (6.2b)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (6.2c)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \Rightarrow \quad w = w(x, y) \quad (6.2d)$$

A partir de las anteriores relaciones, en los estados de deformación incluidos en la Figura 6.3(b) y (c), se pueden expresar las componentes del desplazamiento u y v de un punto genérico de la placa en función de la deformada del plano neutro según

$$u(x, y, z) = -z \frac{\partial w(x, y)}{\partial x} = z \theta_y(x, y) \quad (6.3a)$$

$$v(x, y, z) = -z \frac{\partial w(x, y)}{\partial y} = -z \theta_x(x, y) \quad (6.3b)$$

Derivando las expresiones anteriores, se obtienen las deformaciones longitudinales y angular en las direcciones X e Y

$$\varepsilon_x(x, y, z) = -z \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} = -z \kappa_x(x, y) \quad (6.4a)$$

$$\varepsilon_y(x, y, z) = -z \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} = -z \kappa_y(x, y) \quad (6.4b)$$

$$\gamma_{xy}(x, y, z) = -2z \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x \partial y} = -z \kappa_{xy}(x, y) \quad (6.4c)$$

siendo κ_x , κ_y y κ_{xy} las curvaturas en pequeña deformación del plano neutro de la placa.

Las relaciones tensión-deformación en un elemento diferencial de placa con comportamiento elástico ortótropo como el de la Figura 6.3, pueden ser expresadas en el sistema de referencia XYZ según la Ley de Hooke generalizada como

$$\sigma_x = \frac{E_x}{1 - \nu_x \nu_y} \varepsilon_x + \frac{\nu_y E_x}{1 - \nu_x \nu_y} \varepsilon_y \quad (6.5a)$$

$$\sigma_y = \frac{E_y}{1 - \nu_x \nu_y} \varepsilon_y + \frac{\nu_x E_y}{1 - \nu_x \nu_y} \varepsilon_x \quad (6.5b)$$

$$\tau_{xy} = G_{xy} \gamma_{xy} \quad (6.5c)$$

donde

$$\nu_y E_x = \nu_x E_y \quad (6.5d)$$

En las ecuaciones (6.5a-d) σ_x , σ_y , ε_x y ε_y son las tensiones normales y deformaciones

longitudinales asociadas a las direcciones X e Y ; τ_{xy} es la tensión tangencial en el sentido del eje Y en la sección perpendicular al X , siendo γ_{xy} , la correspondiente deformación angular; por último, E_x, E_y, ν_x, ν_y , y G_{xy} son los Módulos de Elasticidad, Coeficientes de Poisson y Módulo de Elasticidad Transversal respectivamente, en las direcciones principales de ortotropía.

Sustituyendo en las ecuaciones (6.5a-c) las deformaciones en función de las derivadas del campo de desplazamientos

$$\sigma_x = \frac{-z E_x}{1 - \nu_x \nu_y} \left(\nu_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \tag{6.6a}$$

$$\sigma_y = \frac{-z E_y}{1 - \nu_x \nu_y} \left(\nu_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \tag{6.6b}$$

$$\tau_{xy} = -2z G_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \tag{6.6c}$$

En la Figura 6.4 se han representado las distribuciones de tensiones que aparecen en los bordes del elemento diferencial de placa, sometido a una distribución de carga dinámica transversal genérica $q_z(x, y, z, t)$, así como los esfuerzos por unidad de longitud derivados de la integración de dichas tensiones. En virtud del Principio de d'Alembert, la fuerza de inercia distribuida se ha incluido en la dirección contraria a la de movimiento transversal positivo.

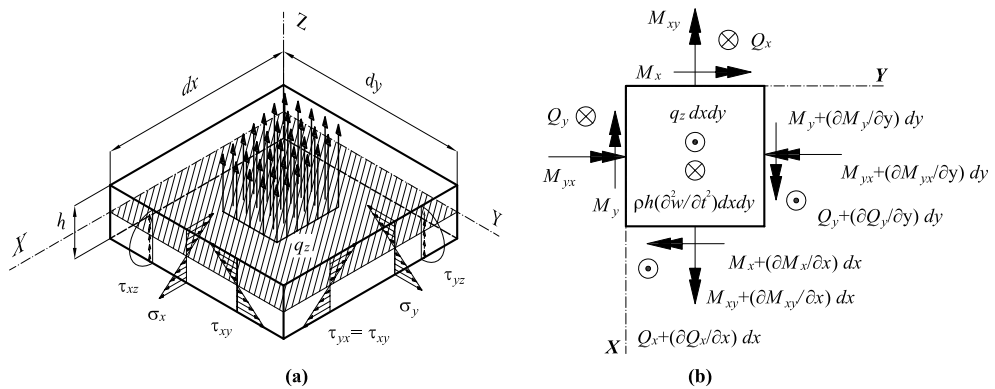


Figura 6.4 (a) Distribución de tensiones en bordes de un elemento diferencial de placa ante carga transversal genérica; (b) equilibrio de fuerzas externas y esfuerzos por unidad de longitud (⊙ y ⊗ representan fuerzas en sentidos positivo y negativo del eje Z)

Los esfuerzos por unidad de longitud mostrados en la Figura 6.4(b) están relacionados con las distribuciones de tensiones y con las derivadas del campo de desplazamientos según

$$M_x = - \int_{A_x} \sigma_x z dz = D_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (6.7a)$$

$$M_y = - \int_{A_y} \sigma_y z dz = D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (6.7b)$$

$$M_{xy} = - \int_{A_x} \tau_{xy} z dz = 2D_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (6.7c)$$

$$M_{yx} = - \int_{A_y} \tau_{yx} z dz = - \int_{A_y} \tau_{xy} z dz = 2D_{yx} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (6.7d)$$

$$Q_x = \int_{A_x} \tau_{xz} dz \quad (6.7e)$$

$$Q_y = \int_{A_y} \tau_{yz} dz \quad (6.7f)$$

siendo A_x y A_y las áreas de las secciones perpendiculares a los ejes X e Y respectivamente⁶⁰, y representando D_x y D_y las rigideces a flexión del tablero en los planos XZ e YZ respectivamente, entendidas como las constantes de proporcionalidad entre momento y curvatura en dichos planos, D_1 y D_2 las rigideces de acoplamiento entre los esfuerzos anteriores, y D_{xy} y D_{yx} la rigidez torsional en ambos planos, todas ellas definidas por unidad de longitud.

Si el comportamiento ortótropo se debe exclusivamente a la geometría del tablero, las ecuaciones constitutivas del material (6.5) deberán ser particularizadas para el caso isotrópico, y las áreas transversales A_x y A_y sobre las que se integran las distribuciones de tensiones serán diferentes, dando lugar a relaciones momento curvatura recíprocas D_1 y D_2 , y D_{xy} y D_{yx} , en principio distintas. Sin embargo, si la fuente de ortotropía es el comportamiento constitutivo del propio material, siendo la geometría de la placa uniforme y el espesor constante, las ecuaciones (6.5) se mantendrán, y las componentes de tensión de las ecuaciones (6.7) deberán ser integradas entre $-h/2$ y $h/2$, dando lugar a una matriz momento-curvatura simétrica ($D_1=D_2$ y $D_{xy}=D_{yx}$).

Aplicando las ecuaciones de equilibrio dinámico al elemento diferencial de la Figura 6.4(b), incluyendo la fuerza de inercia en la dirección perpendicular a la placa en virtud del Principio de d'Alembert suponiendo una densidad del material ρ uniforme

⁶⁰ Estas áreas serán, en la mayoría de tipologías de tableros analizados en esta Tesis, diferentes entre sí, dando lugar a ortotropía de tipo geométrico.

$$\sum M_x = 0 \Rightarrow \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} + Q_y = 0 \quad (6.8a)$$

$$\sum M_y = 0 \Rightarrow -\frac{\partial M_{yx}}{\partial y} - \frac{\partial M_x}{\partial x} - Q_x = 0 \quad (6.8b)$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow q_z + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + \frac{\partial Q_x}{\partial x} - \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (6.8c)$$

Despejando de las ecuaciones (6.8a) y (6.8b) y sustituyendo las relaciones momento curvaturas recogidas en (6.7), es posible determinar los esfuerzos cortantes por unidad de longitud Q_x y Q_y en función de las derivadas del campo de desplazamientos

$$Q_x = -\frac{\partial M_{yx}}{\partial y} - \frac{\partial M_x}{\partial x} = -D_x \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - (D_1 + 2D_{yx}) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \quad (6.9a)$$

$$Q_y = -\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial M_y}{\partial y} = -D_y \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} - (D_2 + 2D_{xy}) \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial x^2} \quad (6.9b)$$

sustituyendo a continuación en la expresión (6.8c), se obtiene la ecuación diferencial en derivadas parciales (EDDP) que gobierna el comportamiento dinámico de una placa ortótropa rectangular, sometida a una distribución de carga genérica actuando en la dirección perpendicular a su plano neutro, despreciando los efectos de la inercia de rotación y deformación por cortante

$$D_x \frac{\partial^4 w(x, y, t)}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w(x, y, t)}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w(x, y, t)}{\partial y^4} + \rho h \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2} = q_z(x, y, t) \quad (6.10)$$

siendo el término $2H$

$$2H = D_1 + D_2 + 2(D_{xy} + D_{yx}) \quad (6.11)$$

6.3. Formulación de las ecuaciones de movimiento del tablero reacondicionado sometido a un tren de cargas puntuales

6.3.1. ED de movimiento de la placa ortótropa en vibración libre

Considérese la EDDP que gobierna las oscilaciones transversales en vibración libre de la placa ortótropa rectangular objeto de estudio, obtenida a partir de la ecuación (6.10)

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (6.12)$$

La solución $w(x, y, t)$ a la ecuación anterior deberá además cumplir las condiciones de

contorno correspondientes a dos bordes opuestos simplemente apoyados ($x=0$ y $x=L$) y los otros dos bordes libres ($y=0$ e $y=B$)

$$\begin{aligned} w(x=0) &= w(x=L) = 0 \\ M_x(x=0) &= M_x(x=L) = 0 \end{aligned} \quad (6.13)$$

$$\begin{aligned} M_y(y=0) &= M_y(y=B) = 0 \\ V_y(y=0) &= V_y(y=B) = 0 \end{aligned} \quad (6.14)$$

siendo V_y el cortante efectivo o generalizado en el borde perpendicular al eje Y . En un borde libre como éste, cabe esperar que M_y , M_{yx} y Q_y sean nulos, no obstante, como sólo dos condiciones de contorno pueden ser aplicadas por borde, y puesto que M_{yx} es estáticamente equivalente a una distribución de pares de fuerzas verticales a lo largo de éste, es posible definir una variable V_y combinando así la condición de contorno relativa a los dos últimos esfuerzos [145, 75]

$$V_y = Q_y - \frac{\partial M_{yx}}{\partial x} = - \left[D_y \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (D_2 + 2D_{xy} + 2D_{yx}) \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial x^2} \right] \quad (6.15)$$

La solución a la ecuación (6.12) puede expresarse por separación de variables espaciales y temporales como

$$w(x, y, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \psi_{ij}(t) \Phi_{ij}(x, y) \quad (6.16)$$

donde $\psi_{ij}(t)$ es una función armónica del tiempo de frecuencia circular ω_{ij} .

Aplicando el método introducido por Lévy [76], [123], válido para placas con dos bordes opuestos simplemente apoyados, es posible desarrollar la expresión de la deformada en cada instante de tiempo en serie de Fourier según

$$w(x, y, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \psi_{ij}(t) Y_{ij}(y) \text{sen} \left(\frac{i\pi x}{L} \right) \quad (6.17)$$

Sustituyendo la ecuación (6.17) en la (6.12) se obtiene la EDO que gobierna el comportamiento de la función $Y_{ij}(y)$

$$\frac{d^4 Y_{ij}}{dy^4} - 2 \frac{i^2 \pi^2}{L^2} \frac{H}{D_y} \frac{d^2 Y_{ij}}{dy^2} + \left(\frac{i^4 \pi^4}{L^4} \frac{D_x}{D_y} - \frac{\rho h \omega_{ij}^2}{D_y} \right) Y_{ij} = 0 \quad (6.18)$$

La solución general a la ecuación anterior viene dada por

$$Y_{ij}(y) = C_{1ij} \cosh \frac{\phi_{ij} y}{L} + C_{2ij} \sinh \frac{\phi_{ij} y}{L} + C_{3ij} \cos \frac{\vartheta_{ij} y}{L} + C_{4ij} \text{sen} \frac{\vartheta_{ij} y}{L} \quad (6.19)$$

donde

$$\begin{aligned}\phi_{ij} &= \frac{i\pi}{\sqrt{D_y}} \left[\left(H^2 - D_x D_y + \frac{\rho h D_y L^4 \omega_{ij}^2}{i^4 \pi^4} \right)^{1/2} + H \right]^{1/2} \\ \vartheta_{ij} &= \frac{i\pi}{\sqrt{D_y}} \left[\left(H^2 - D_x D_y + \frac{\rho h D_y L^4 \omega_{ij}^2}{i^4 \pi^4} \right)^{1/2} - H \right]^{1/2}\end{aligned}\quad (6.20)$$

donde

$$\gamma_{ij} = D_y \phi_{ij}^2 - i^2 \pi^2 \frac{D_1 + D_2}{2} \quad (6.21)$$

$$\delta_{ij} = D_y \vartheta_{ij}^2 + i^2 \pi^2 \frac{D_1 + D_2}{2} \quad (6.22)$$

Introduciendo las condiciones de contorno (6.14) en la ecuación (6.19), es posible obtener tres relaciones entre las cuatro constantes C_{1ij} , C_{2ij} , C_{3ij} y C_{4ij} y la ecuación de frecuencias

$$\left(\vartheta_{ij}^2 \gamma_{ij}^4 - \phi_{ij}^2 \delta_{ij}^4 \right) \sinh \left(\phi_{ij} \frac{B}{L} \right) \sin \left(\vartheta_{ij} \frac{B}{L} \right) + 2 \phi_{ij} \vartheta_{ij} \gamma_{ij}^2 \delta_{ij}^2 \left(\cosh \left(\phi_{ij} \frac{B}{L} \right) \cos \left(\vartheta_{ij} \frac{B}{L} \right) - 1 \right) = 0 \quad (6.23)$$

Para cada valor de i existen infinitas raíces ϕ_{ij} de la ecuación (6.23) relacionadas con las frecuencias circulares de vibración de la placa ω_{ij} según

$$\omega_{ij} = \frac{\sqrt{D_y \phi_{ij}^4 - 2i^2 \pi^2 H \phi_{ij}^2 + i^4 \pi^4 D_x}}{L^2 \sqrt{\rho h}} \quad (6.24)$$

Cada una de las raíces ϕ_{ij} se corresponde con una función $\Phi_{ij} = \sin(i\pi x/L) Y_{ij}(y)$ que constituye un modo de vibración de la placa, siendo $Y_{ij}(y)$ en el caso particular de las condiciones de contorno de estudio

$$\begin{aligned}Y_{ij}(y) &= \frac{\delta_{ij} \cosh(\phi_{ij} y/L) + \gamma_{ij} \cos(\vartheta_{ij} y/L)}{\gamma_{ij} \delta_{ij} (\cosh(\phi_{ij} B/L) - \cos(\vartheta_{ij} B/L))} \\ &\quad - \frac{\vartheta_{ij} \gamma_{ij} \sinh(\phi_{ij} y/L) + \phi_{ij} \delta_{ij} \sin(\vartheta_{ij} y/L)}{\vartheta_{ij} \gamma_{ij}^2 \sinh(\phi_{ij} B/L) - \phi_{ij} \delta_{ij}^2 \sin(\vartheta_{ij} B/L)}\end{aligned}\quad (6.25)$$

En la Figura 6.5 se incluye la representación gráfica de los primeros cuatro modos de vibración de una placa determinada obtenidos a partir de esta formulación. En el primero de ellos se observa la curvatura transversal que, a causa del efecto de Poisson, se opone ligeramente a la longitudinal.

Finalmente, la solución a la ecuación (6.12) viene dada por la suma de las contribuciones de todos los modos de vibración

$$w(x, y, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \text{sen} \frac{i\pi x}{L} Y_{ij}(y) \cdot (A_{ij} \cos(\omega_{ij} t) + B_{ij} \text{sen}(\omega_{ij} t)) \quad (6.26)$$

siendo las constantes A_{ij} y B_{ij} función de las condiciones iniciales.

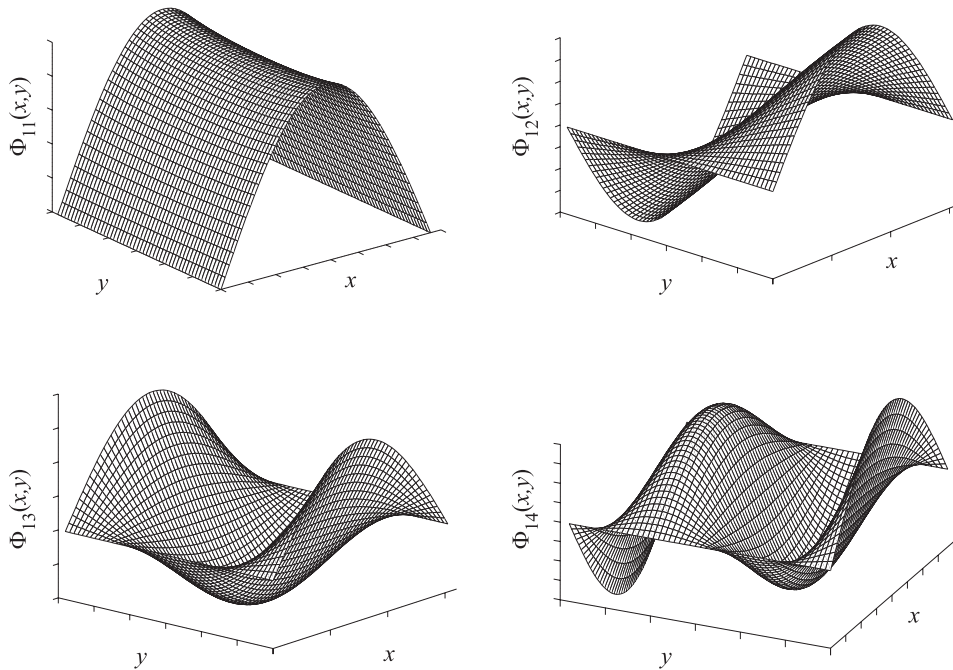


Figura 6.5 Primeros cuatro modos de vibración de una placa ortótropa simplemente apoyada según formulación analítica de Huffington [59]

Esta solución fue obtenida siguiendo el procedimiento aquí planteado por Huffington [59]. Por otra parte, en la referencia de Warburton⁶¹ [150] se incluye una versión equivalente de la ecuación de frecuencias (6.23) separada en dos expresiones para modos simétricos y asimétricos.

6.3.2. ED de movimiento de la placa ortótropa sometida a un tren de cargas puntuales en coordenadas modales

Considérese una placa ortótropa rectangular simplemente apoyada en dos de sus lados

⁶¹ En esta referencia Warburton señala algunos errores detectados en la contribución de Ng [108], en la que los autores obtienen una ecuación de frecuencias de la placa ortótropa rectangular simplemente apoyada y plantean soluciones aproximadas a la misma. Warburton indica que sólo en caso de que los coeficientes de Poisson ν_x y ν_y fueran nulos sería aplicable la solución propuesta.

opuestos de dimensiones $L \times B \times h$ como la de la Figura 6.6, sometida a la circulación de una sucesión de cargas puntuales a velocidad constante V , siguiendo un trayectoria rectilínea, paralela al eje longitudinal de la placa y excéntrica.

La EDDP que gobierna las oscilaciones transversales de la placa en las condiciones de carga descritas vendrá dada por

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q_z(x, y, t) \quad (6.27)$$

donde la función de carga $q_z(x, y, t)$ concentrada en determinados puntos, puede ser expresada mediante funciones Delta de Dirac como

$$q_z(x, y, t) = -\sum_{k=1}^{N_p} \left(H\left(t - \frac{d_k}{V}\right) - H\left(t - \frac{d_k + L}{V}\right) \right) P_k \delta(x - Vt + d_k) \delta(y - y_p) \quad (6.28)$$

siendo $H(t-t_0)$ la función de Heaviside unitaria particularizada en $t=t_0$, N_p el número de cargas puntuales y P_k y d_k el módulo y la distancia al primer estribo en $t=0$ de la k -ésima carga, respectivamente.

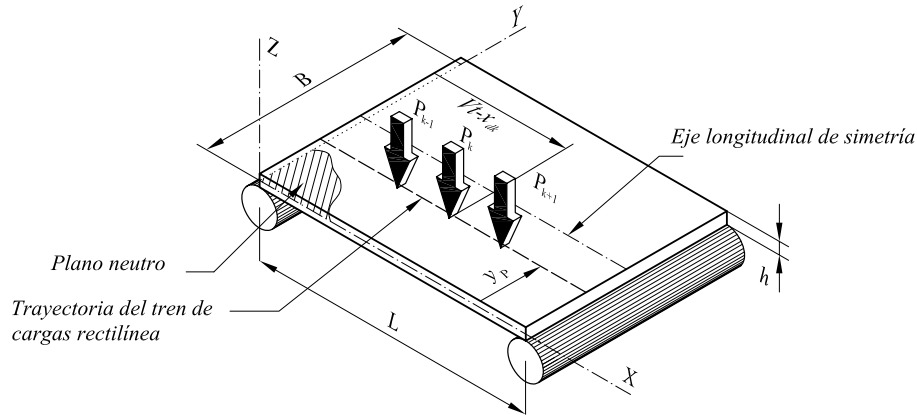


Figura 6.6 Placa rectangular simplemente apoyada sometida a la circulación de un tren de cargas puntuales

Expresando $w(x, y, t)$ por superposición modal como combinación lineal de $N_m \times N_n$ modos de vibración

$$w(x, y, t) = \sum_{i=1}^{N_m} \sum_{j=1}^{N_n} \psi_{ij}(t) \Phi_{ij}(x, y) = \sum_{i=1}^{N_m} \sum_{j=1}^{N_n} \psi_{ij}(t) C_{ij} \operatorname{sen} \frac{i\pi x}{L} Y_{ij}(y) \quad (6.29)$$

siendo el modo $\Phi_{ij}(x, y)$ igual al definido analíticamente en el apartado anterior a falta de una constante C_{ij} dependiente de la normalización. Sustituyendo la ecuación (6.29) en la

(6.27), multiplicando por el mn -ésimo modo e integrando la ecuación resultante en el área de la placa, en virtud de la condición de ortogonalidad entre sus modos de vibración⁶², se cumple la siguiente relación

$$\int_0^L \int_0^B \Phi_{ij}(x, y) \Phi_{mn}(x, y) dy dx = 0 \quad (6.30)$$

Incluyendo en la formulación la condición anterior, se obtiene la ED que rige la variación temporal de la amplitud del modo mn -ésimo de la placa, sometida a la circulación de un tren de cargas puntuales de forma desacoplada como

$$\ddot{\psi}_{mn}(t) + 2\zeta_{mn}\omega_{mn}\dot{\psi}_{mn}(t) + \omega_{mn}^2\psi_{mn}(t) = f_{mn}(t) \quad (6.31a)$$

donde

$$f_{mn}(t) = -\frac{1}{M_{mn}} \sum_{k=1}^{N_p} \left(H\left(t - \frac{d_k}{V}\right) - H\left(t - \frac{d_k + L}{V}\right) \right) P_k \Phi_{mn}(Vt - d_k, y_P) \quad (6.31b)$$

habiéndose introducido en la ecuación anterior, el término de amortiguamiento estructural asociado a cada modo, y siendo M_{mn} la masa modal relativa al modo Φ_{mn} de normalización genérica

$$M_{mn} = \int_0^L \int_0^B \rho h \Phi_{mn}^2(x, y) dy dx = \int_0^L \int_0^B \rho h \left(C_{ij} \sin \frac{i\pi x}{L} Y_{ij}(y) \right)^2 dy dx \quad (6.32)$$

6.3.3. ED de movimiento del sistema reacondicionado sometido a un tren de cargas puntuales en coordenadas modales

En este apartado se incluye en la formulación analítica el efecto del reacondicionamiento. Considérese la introducción bajo la placa de un conjunto de N_b vigas auxiliares con comportamiento B-E, de directrices paralelas al eje de simetría longitudinal de aquella, como se muestra en la Figura 6.7. Relacionando el movimiento de los centros de gravedad de secciones concretas de las vigas con puntos del plano neutro de la placa, de idénticas coordenadas (x, y) en el sistema de referencia global de la figura, se disponen N_b distribuciones de FVD.

En lo referente a la nomenclatura empleada, cabe remarcar lo siguiente

- Se ha definido un sistema de referencia global XYZ , un sistema de referencia de la placa $X^B Y^B Z^B$ con origen en un vértice de su plano neutro, llevando los ejes X^B e Y^B las direcciones longitudinal y transversal respectivamente, y un

⁶² En la referencia de Huffington [59] se demuestra la condición de ortogonalidad de los modos de vibración de una placa rectangular con condiciones de contorno derivadas de cualquier combinación de bordes libres, simplemente apoyados y empotrados.

sistema de referencia en cada viga auxiliar $X^{bj}Y^{bj}Z^{bj}$, constituyendo todos ellos sistemas Cartesianos directos.

- Las coordenadas en la dimensión transversal de la línea de circulación de cargas y de la j -ésima viga auxiliar, con respecto al sistema de referencia de la placa, se han denominado y_P^B e y_{bj}^B respectivamente.
- El i -ésimo amortiguador de la j -ésima viga auxiliar, con constante C_{Di}^{bj} , relaciona el movimiento en la dirección del eje Z del centro de gravedad de la sección x^{bj} de la j -ésima viga auxiliar, con el punto de coordenadas $(x_{Di,bj}^B, y_{bj}^B)$ del plano neutro de la losa.
- P_k y d_k son el módulo y la distancia al primer estribo en $t=0$ respectivamente, de la k -ésima carga del tren de cargas puntuales, V es la velocidad constante de circulación y se han diferenciado las restantes variables relativas al tablero y a las vigas auxiliares con los superíndices B (Bridge) y b (beam) respectivamente.

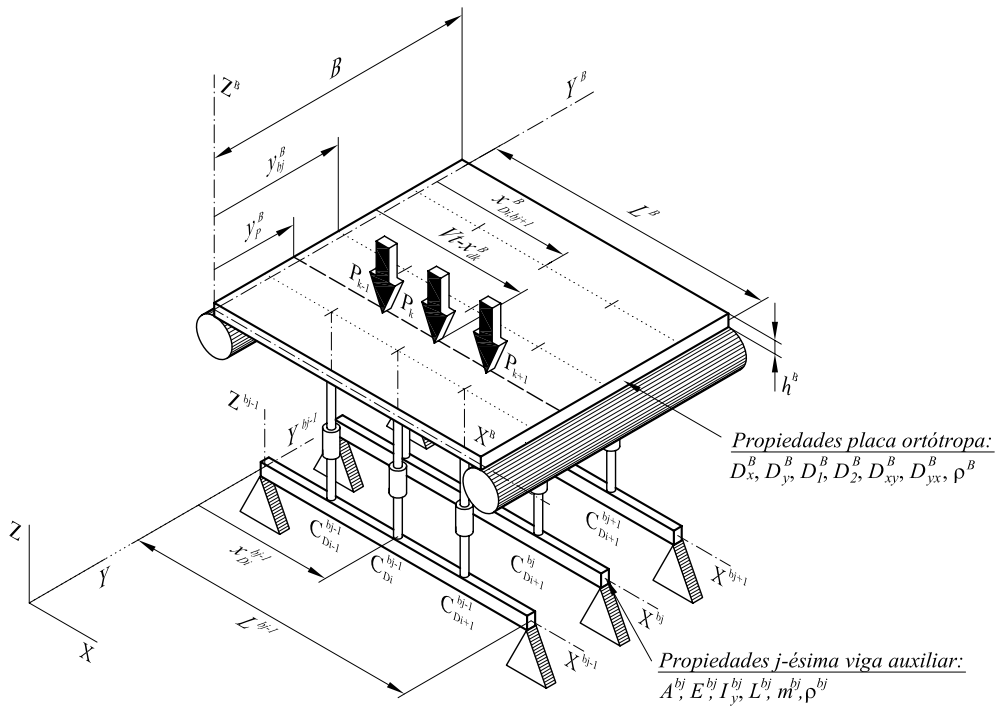


Figura 6.7 Modelo analítico tridimensional de comportamiento del puente recondicionado

La placa, que simula el comportamiento del tablero, soporta directamente el paso de las cargas y excita el movimiento de las vigas auxiliares a través de los FVD. Es pues necesario, llegado este punto, introducir las ecuaciones de movimiento de las vigas

auxiliares, así como las fuerzas transmitidas por los amortiguadores a los diferentes elementos que constituyen el sistema.

La ecuación de movimiento en coordenadas espaciales de la placa (6.27), se modifica a continuación incluyendo el término F_D^B en la parte derecha, relativo a las fuerzas ejercidas por los FVD

$$D_x^B \frac{\partial^4 w^B}{\partial x_B^4} + 2H^B \frac{\partial^4 w^B}{\partial x_B^2 \partial y_B^2} + D_y^B \frac{\partial^4 w^B}{\partial y_B^4} + \rho^B h^B \frac{\partial^2 w^B}{\partial t^2} = q_z^B(x^B, y^B, t) + F_D^B(x^B, y^B, t) \quad (6.33a)$$

donde

$$F_D^B = - \sum_{j=1}^{N_b} \sum_{i=1}^{N_D^{bj}} C_{Di}^{bj} \left[\dot{w}^B(x_{Di,bj}^B, y_{bj}^B) - \dot{w}^{bj}(x_{Di}^{bj}) \right] \delta(x^B - x_{Di,bj}^B) \delta(y^B - y_{bj}^B) \quad (6.33b)$$

siendo N_D^{bj} el número de amortiguadores instalados en la j -ésima viga auxiliar y viniendo q_z^B dada por la ecuación (6.28).

Del mismo modo, las ecuaciones de movimiento de las vigas auxiliares, deberán ser modificadas para incluir las fuerzas ejercidas por los FVD. Retomando la ecuación (5.7), prescindiendo del término de amortiguamiento estructural que será introducido tanto en las vigas auxiliares como en la placa directamente en espacio modal, la ecuación de movimiento de la j -ésima viga vendrá dada por

$$m^{bj} \frac{\partial^2 w^{bj}}{\partial t^2} + E^{bj} I_y^{bj} \frac{\partial^4 w^{bj}}{\partial x_{bj}^4} = \sum_{i=1}^{N_D^{bj}} C_{Di}^{bj} \left[\dot{w}^B(x_{Di,bj}^B, y_{bj}^B) - \dot{w}^{bj}(x_{Di}^{bj}) \right] \delta(x^{bj} - x_{Di}^{bj}) \quad j = 1, \dots, N_b \quad (6.34)$$

Expresando los desplazamientos verticales de la placa y de las vigas auxiliares, $w^B(x^B, y^B, t)$ y $w^{bj}(x^{bj}, t)$ respectivamente, por superposición modal como combinación lineal de los $N_m^B \times N_n^B$ primeros modos de vibración de la placa y de los N_m^{bj} primeros modos de vibración de la j -ésima viga auxiliar

$$w^B = \sum_{i=1}^{N_m^B} \sum_{j=1}^{N_n^B} \psi_{ij}^B(t) \Phi_{ij}^B(x^B, y^B) \quad (6.35)$$

$$w^{bj} = \sum_{i=1}^{N_m^{bj}} \psi_i^{bj}(t) \Phi_i^{bj}(x^{bj}) \quad (6.36)$$

donde $\psi_{ij}^B(t)$ y $\psi_i^{bj}(t)$ son las amplitudes modales asociadas al modo ij -ésimo de la placa y al modo i -ésimo de la j -ésima viga auxiliar.

Sustituyendo las ecuaciones (6.35) y (6.36) en la ecuación (6.33) y en la (6.34) respectivamente, multiplicando la primera por la forma modal mn -ésima de la placa y la segunda por el modo l -ésimo de cada viga, integrando sobre el área de la placa y a lo largo de la longitud de las vigas y aplicando las condiciones de ortogonalidad de los modos de

vibración en todos los elementos, se obtiene el sistema de ecuaciones diferenciales en coordenadas modales que gobierna el movimiento.

$$\begin{aligned} \ddot{\Psi}_{mn}^B(t) + 2\zeta_{mn}^B \omega_{mn}^B \dot{\Psi}_{mn}^B(t) + (\omega_{mn}^B)^2 \Psi_{mn}^B(t) = \\ = \frac{-1}{M_{mn}^B} \sum_{j=1}^{N_b} \sum_{i=1}^{N_D^{bj}} \left[C_{Di}^{bj} \Phi_{mn}^B(x_{Di,bj}^B, y_{bj}^B) \dot{w}_{rel,ij}(t) \right] + f_{mn}^B(t) \end{aligned} \quad (6.37a)$$

$$\ddot{\Psi}_l^{bj}(t) + 2\zeta_l^{bj} \omega_l^{bj} \dot{\Psi}_l^{bj}(t) + (\omega_l^{bj})^2 \Psi_l^{bj}(t) = \frac{1}{M_l^{bj}} \sum_{i=1}^{N_D^{bj}} \left[C_{Di}^{bj} \Phi_l^{bj}(x_{Di}^{bj}) \dot{w}_{rel,ij}(t) \right] \quad j=1, \dots, N_b \quad (6.37b)$$

donde

$$\dot{w}_{rel,ij}(t) = \sum_{p=1}^{N_m^B} \sum_{q=1}^{N_n^B} \dot{\Psi}_{pq}^B(t) \Phi_{pq}^B(x_{Di,bj}^B, y_{bj}^B) - \sum_{p=1}^{N_m^{bj}} \dot{\Psi}_p^{bj}(t) \Phi_p^{bj}(x_{Dij}^{bj}) \quad (6.37c)$$

$$f_{mn}^B(t) = -\frac{1}{M_{mn}^B} \sum_{k=1}^{N_p} \left(H\left(t - \frac{d_k}{V}\right) - H\left(t - \frac{d_k + L^B}{V}\right) \right) P_k \Phi_{mn}^B(Vt - d_k, y_p^B) \quad (6.37d)$$

En el sistema de ecuaciones (6.37a-d), ω_{mn}^B y ω_l^{bj} , ζ_{mn}^B y ζ_l^{bj} y M_{mn}^B y M_l^{bj} son las frecuencias circulares, las tasas de amortiguamiento estructural y las masas modales asociadas al modo mn -ésimo de la placa y al l -ésimo de la j -ésima viga auxiliar respectivamente, estando las dos últimas definidas como

$$M_{mn}^B = \int_0^{L^B} \int_0^B \rho^B h^B \Phi_{mn}^B(x^B, y^B)^2 dy^B dx^B \quad (6.38)$$

$$M_l^{bj} = \int_0^{L^{bj}} \rho^{bj} A^{bj} \Phi_l^{bj}(x^{bj})^2 dx^{bj} \quad (6.39)$$

Expresando las ecuaciones (6.37) en formato matricial y multiplicando cada una de ellas por la masa modal correspondiente, se obtiene el sistema de ecuaciones siguiente

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{M}^B & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}^{b1} & \dots & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{M}^{bN_b} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\Psi}^B \\ \ddot{\Psi}^{b1} \\ \dots \\ \ddot{\Psi}^{bN_b} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_E^B + \mathbf{C}_D^B & \mathbf{C}_D^{B,b1} & \dots & \mathbf{C}_D^{B,bN_b} \\ \mathbf{C}_D^{b1,B} & \mathbf{C}_E^B + \mathbf{C}_D^B & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \dots & \mathbf{0} & \dots & \dots \\ \mathbf{C}_D^{bN_b,B} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{C}_E^B + \mathbf{C}_D^B \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\Psi}^B \\ \dot{\Psi}^{b1} \\ \dots \\ \dot{\Psi}^{bN_b} \end{pmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} \mathbf{K}^B & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}^{b1} & \dots & \mathbf{0} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{K}^{bN_b} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Psi^B \\ \Psi^{b1} \\ \dots \\ \Psi^{bN_b} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{F}^B(x^B, y^B, t) \\ \underline{0} \\ \dots \\ \underline{0} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6.40)$$

donde $\underline{\Psi}^B$ es el vector de amplitudes modales de la placa y $\underline{\Psi}^{bj}$ el de la j -ésima viga auxiliar

$$\underline{\Psi}^B = \left(\Psi_{11}^B, \Psi_{12}^B, \dots, \Psi_{1N_n^B}^B, \dots, \Psi_{N_m^B 1}^B, \Psi_{N_m^B 2}^B, \dots, \Psi_{N_m^B N_n^B}^B \right)^T \quad (6.41)$$

$$\underline{\Psi}^{bj} = \left(\Psi_1^{bj}, \Psi_2^{bj}, \dots, \Psi_{N_m^{bj}}^{bj} \right)^T \quad j = 1, 2, \dots, N_b \quad (6.42)$$

Las submatrices \mathbf{M}^B y \mathbf{M}^{bj} almacenan las masas modales de la placa y de las N_b vigas auxiliares ocupando las posiciones de la diagonal, estando definidos cada uno de sus términos como sigue⁶³

$$M_{ij}^B = \begin{cases} \int_0^{L^B} \int_0^B \rho^B h^B \Phi_{mn}^B(x^B, y^B)^2 dy^B dx^B & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad \begin{cases} m = 1, 2, \dots, N_m^B \\ n = 1, 2, \dots, N_n^B \\ i = j = (m-1)N_n^B + n \end{cases} \quad (6.43)$$

$$M_{kl}^{bj} = \begin{cases} \int_0^{L^{bj}} \rho^{bj} A^{bj} \Phi_k^{bj}(x^{bj})^2 dx^{bj} & \text{si } k = l \\ 0 & \text{si } k \neq l \end{cases} \quad \begin{cases} k = 1, 2, \dots, N_m^{bj} \\ l = 1, 2, \dots, N_m^{bj} \\ j = 1, 2, \dots, N_b \end{cases} \quad (6.44)$$

Los elementos de las submatrices de rigidez \mathbf{K}^B y \mathbf{K}^{bj} son

$$K_{ij}^B = \begin{cases} M_{mn}^B (\omega_{mn}^B)^2 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad \begin{cases} m = 1, 2, \dots, N_m^B \\ n = 1, 2, \dots, N_n^B \\ i = j = (m-1)N_n^B + n \end{cases} \quad (6.45)$$

$$K_{kl}^{bj} = \begin{cases} M_k^{bj} (\omega_k^{bj})^2 & \text{si } k = l \\ 0 & \text{si } k \neq l \end{cases} \quad \begin{cases} k = 1, 2, \dots, N_m^{bj} \\ l = 1, 2, \dots, N_m^{bj} \\ j = 1, 2, \dots, N_b \end{cases} \quad (6.46)$$

La matriz de amortiguamiento total se ve afectada por dos contribuciones: la relativa al amortiguamiento estructural y la correspondiente al amortiguamiento externo introducido por los FVD. Los elementos de las submatrices \mathbf{C}_E^B y \mathbf{C}_E^{bj} relacionados con la primera de las contribuciones vienen dados por

⁶³ M_{ij}^B hace referencia a la masa modal asociada al modo mn -ésimo de la placa que, de acuerdo con el orden empleado en el vector de amplitudes modales, ocupa la posición de la submatriz definida por la i -ésima fila y la j -ésima columna. Nótese además que se ha empleado en este apartado un estilo de numeración de índices para los elementos de las distintas matrices, con origen relativo a la submatriz a la que pertenecen.

$$C_{E,ij}^B = \begin{cases} 2M_{mn}^B \omega_{mn}^B \zeta_{mn}^B & \text{si } i = j \quad \left| \begin{array}{l} m = 1, 2, \dots, N_m^B \\ n = 1, 2, \dots, N_n^B \end{array} \right. \\ 0 & \text{si } i \neq j \quad \left| \begin{array}{l} i = j = (m-1)N_n^B + n \end{array} \right. \end{cases} \quad (6.47)$$

$$C_{E,kl}^{bj} = \begin{cases} 2M_k^{bj} \omega_k^{bj} \zeta_k^{bj} & \text{si } k = l \quad \left| \begin{array}{l} k = 1, 2, \dots, N_m^{bj} \\ l = 1, 2, \dots, N_m^{bj} \end{array} \right. \\ 0 & \text{si } k \neq l \quad \left| \begin{array}{l} j = 1, 2, \dots, N_b \end{array} \right. \end{cases} \quad (6.48)$$

En cuanto a los términos relativos al amortiguamiento externo introducido por los FVD, se incluyen a continuación cuatro elementos representativos de las diferentes submatrices C_D^B , $C_D^{B,bj}$, $C_D^{bj,B}$ y C_D^{bj} que conforman la matriz C^B ⁶⁴

$$C_{D,kl}^B = \sum_{j=1}^{N_b} \sum_{i=1}^{N_m^{bj}} C_{Di}^{bj} \Phi_{mn}^B(x_{Di,bj}^B, y_{bj}^B) \Phi_{pq}^B(x_{Di,bj}^B, y_{bj}^B) \quad \left| \begin{array}{l} m, p = 1, 2, \dots, N_m^B \\ n, q = 1, 2, \dots, N_n^B \\ k = (m-1)N_n^B + n \\ l = (p-1)N_n^B + q \end{array} \right. \quad (6.49a)$$

$$C_{D,kl}^{Bbj} = - \sum_{i=1}^{N_m^{bj}} C_{Di}^{bj} \Phi_{mn}^B(x_{Di,bj}^B, y_{bj}^B) \Phi_l^{bj}(x_{Di}^{bj}) \quad \left| \begin{array}{ll} m = 1, 2, \dots, N_m^B & n = 1, 2, \dots, N_n^B \\ l = 1, 2, \dots, N_m^{bj} & j = 1, 2, \dots, N_b \\ k = (m-1)N_n^B + n \end{array} \right. \quad (6.49b)$$

$$C_{D,lk}^{bjB} = - \sum_{i=1}^{N_m^{bj}} C_{Di}^{bj} \Phi_l^{bj}(x_{Di}^{bj}) \Phi_{mn}^B(x_{Di,bj}^B, y_{bj}^B) \quad \left| \begin{array}{ll} m = 1, 2, \dots, N_m^B & n = 1, 2, \dots, N_n^B \\ l = 1, 2, \dots, N_m^{bj} & j = 1, 2, \dots, N_b \\ k = (m-1)N_n^B + n \end{array} \right. \quad (6.49c)$$

$$C_{D,kl}^{bj} = \sum_{i=1}^{N_m^{bj}} C_{Di}^{bj} \Phi_k^{bj}(x_{Di}^{bj}) \Phi_l^{bj}(x_{Di}^{bj}) \quad \left| \begin{array}{l} k = 1, 2, \dots, N_m^{bj} \\ l = 1, 2, \dots, N_m^{bj} \\ j = 1, 2, \dots, N_b \end{array} \right. \quad (6.49d)$$

Cuando el conjunto de ecuaciones diferenciales se expresa en formato matricial, se pone de manifiesto que los términos relativos a las fuerzas ejercidas por los amortiguadores, dan lugar a un sistema acoplado a través de la matriz de amortiguamiento⁶⁵.

⁶⁴ $C_{D,kl}^B$ hace referencia al término de la matriz de amortiguamiento que, debido a la presencia de los FVD, acopla el modo mn -ésimo con el pq -ésimo del tablero y que, de acuerdo con el orden de amplitudes modales establecido en el vector de grados de libertad, ocupa la posición kl -ésima de la submatriz en cuestión. De la misma forma, $C_{D,kl}^{Bbj}$ representa al término que acopla el modo mn -ésimo del tablero con el l -ésimo de la j -ésima viga auxiliar, ocupando la fila y columna k y l respectivamente de la submatriz.

⁶⁵ Nótese que la presencia de los FVD da lugar al acoplamiento mencionado entre amplitudes modales de la placa, amplitudes de la placa y de las distintas vigas auxiliares y entre amplitudes

6.4. Análisis dinámico del sistema sometido a excitación armónica

En este apartado se presenta un estudio del comportamiento dinámico del modelo descrito en el apartado 6.3, sometido a excitación armónica, admitiendo ciertas hipótesis simplificadoras. Se considera de gran interés analizar el comportamiento de la estructura reacondicionada en el caso puramente armónico ya que ello proporcionará información relevante acerca de su comportamiento en resonancia.

6.4.1. Formulación adimensional y obtención de la solución particular

Considérese el sistema elástico descrito en el apartado anterior, compuesto por una placa rectangular ortótropa simplemente apoyada en dos de sus lados, y unida a dos vigas también biapoyadas con comportamiento B-E a través de una serie de FVD.

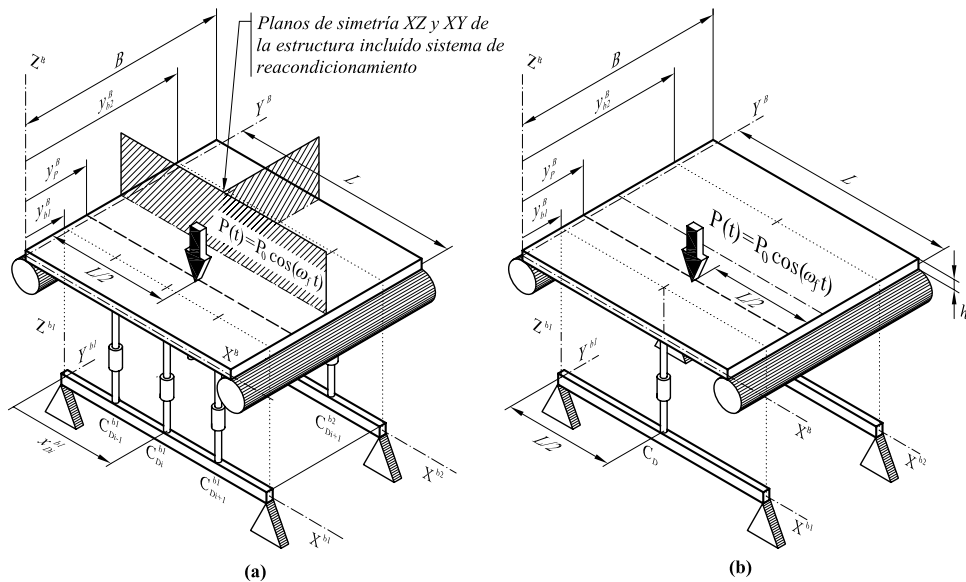


Figura 6.8 (a) Modelo tridimensional del tablero reacondicionado sometido a excitación armónica; (b) Sistema de reacondicionamiento equivalente simplificando el número de contribuciones modales

El número de vigas auxiliares se particulariza a dos en este apartado, con el objetivo de obtener expresiones analíticas exactas que permitan el dimensionado óptimo de los

modales de una misma viga auxiliar, siendo nulos los términos cruzados de la matriz de amortiguamiento que relacionan amplitudes modales de vigas auxiliares diferentes.

amortiguadores siguiendo un procedimiento similar al del Capítulo 5⁶⁶. Sobre la sección central de la placa actúa de forma excéntrica una fuerza armónica de amplitud P_0 y frecuencia ω_f constantes, como se puede observar en la Figura 6.8(a).

Con el fin de resolver analíticamente el problema armónico y detectar qué parámetros gobiernan la respuesta de la placa en resonancia, se adoptan las siguientes hipótesis simplificativas:

- Las dos vigas auxiliares tienen idénticas dimensiones y propiedades mecánicas por lo que $\{A^{bj}, E^{bj}, I^{bj}, \rho^{bj}, m^{bj}\} = \{A^b, E^b, I^b, m^b, \rho^b\}$, siendo su luz en todos los casos igual a la luz del tablero, por lo que $L^B = L^{bj} = L$ y coincidiendo además ambos estribos con los de la placa, luego $x^B = x^{bj} = x$ para $j=1,2$.
- La disposición de las vigas auxiliares en el sentido transversal es simétrica con respecto al plano de simetría longitudinal de la placa.
- La distribución de amortiguadores en cada una de las vigas es simétrica con respecto al plano de su sección recta central, siendo además idéntica en ambas vigas en cuanto a número de dispositivos, ubicación y constantes de disipación por lo que $N_D^{bj} = N_D$, $x_{Di,bj}^B = x_{Di}^{bj} = x_{Di}$ y $C_{Di}^{bj} = C_{Di}$ para $j=1,2$ e $i=1,2,\dots,N_D$.
- Debido a la naturaleza y ubicación de la excitación y a la doble simetría del sistema de reacondicionamiento, se desprecia la contribución de modos de vibración distintos al de flexión longitudinal y al primero de torsión, siendo éstos precisamente los dos primeros modos que aparecen por orden de frecuencia en la mayoría de tableros de puentes de ferrocarril de luces cortas objeto de esta Tesis, es decir:

$$\Phi_{m=1,n=1}^B = \Phi_{11}^B = \sin\left(\frac{\pi x^B}{L_B}\right) Y_1^B(y^B) \quad (6.50)$$

$$\Phi_{m=1,n=2}^B = \Phi_{12}^B = \sin\left(\frac{\pi x^B}{L_B}\right) Y_2^B(y^B) \quad (6.51)$$

En virtud de esta última hipótesis, la deformada de la línea $y^B = y_{bj}^B$ que contiene los puntos de conexión con la placa de las cabezas de los FVD, adoptará la forma de un semiseno, con la consiguiente simetría con respecto al plano YZ medio de la misma. Si además, las distribuciones de FVD son simétricas con respecto a la sección central de las vigas, las fuerzas transmitidas por la placa a cada viga auxiliar a través de los

⁶⁶ Por otra parte, según se mostrará en el Capítulo 7, incluso en el caso de tableros con necesidad de reacondicionamientos severos, dos vigas auxiliares suelen ser suficientes para reducir la respuesta dinámica a niveles admisibles.

amortiguadores serán también simétricas, dando lugar a la excitación del modo fundamental de flexión de éstas y pudiéndose despreciar la contribución de los restantes modos. En tal caso, existe un amortiguador equivalente de constante C_D ubicado en la sección central de cada viga, que disipa la misma energía por ciclo que las distribuciones longitudinales de partida, viniendo C_D dado por

$$C_D = \sum_{i=1}^{N_D} C_{Di} \text{sen}^2 \left(\frac{\pi x_{Di}}{L} \right) \quad (6.52)$$

Sustituyendo cada distribución longitudinal de FVD por un único amortiguador equivalente según se muestra en la Figura 6.8(b), el sistema de ED que gobierna la evolución temporal de las cuatro amplitudes modales ante excitación armónica es el siguiente

$$\mathbf{M} \begin{bmatrix} \ddot{\Psi}_{11}^B \\ \ddot{\Psi}_{12}^B \\ \ddot{\Psi}_1^{b1} \\ \ddot{\Psi}_1^{b2} \end{bmatrix} + \left(\mathbf{C}_E + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_D^B & \mathbf{C}_D^{B,b} \\ \mathbf{C}_D^{b,B} & \mathbf{C}_D^b \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \dot{\Psi}_{11}^B \\ \dot{\Psi}_{12}^B \\ \dot{\Psi}_1^{b1} \\ \dot{\Psi}_1^{b2} \end{bmatrix} + \mathbf{K} \begin{bmatrix} \Psi_{11}^B \\ \Psi_{12}^B \\ \Psi_1^{b1} \\ \Psi_1^{b2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -P_0 \Phi_{11}^B(L/2, y_P^B) \\ -P_0 \Phi_{12}^B(L/2, y_P^B) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cos(\omega_f t) \quad (6.53a)$$

siendo

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{11}^B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{12}^B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_1^{b1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_1^{b2} \end{bmatrix} \quad (6.53b)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} M_{11}^B (\omega_{11}^B)^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{12}^B (\omega_{12}^B)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_1^{b1} (\omega_1^{b1})^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_1^{b2} (\omega_1^{b2})^2 \end{bmatrix} \quad (6.53c)$$

$$\mathbf{C}_E = \begin{bmatrix} 2M_{11}^B \omega_{11}^B \zeta_{11}^B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2M_{12}^B \omega_{12}^B \zeta_{12}^B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2M_1^{b1} \omega_1^{b1} \zeta_1^{b1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2M_1^{b2} \omega_1^{b2} \zeta_1^{b2} \end{bmatrix} \quad (6.53d)$$

$$\mathbf{C}_D^B = \begin{bmatrix} 2C_D \Phi_{11}^B \left(\frac{L}{2}, y_{b1}^B \right)^2 & 0 \\ 0 & 2C_D \Phi_{12}^B \left(\frac{L}{2}, y_{b1}^B \right)^2 \end{bmatrix} \quad (6.53e)$$

$$\mathbf{C}_D^b = \begin{bmatrix} C_D \Phi_1^{b1} \left(\frac{L}{2} \right)^2 & 0 \\ 0 & C_D \Phi_1^{b2} \left(\frac{L}{2} \right)^2 \end{bmatrix} \quad (6.53f)$$

$$\mathbf{C}_D^{Bb} = [\mathbf{C}_D^{BB}]^T = \begin{bmatrix} -C_D \Phi_{11}^B \left(\frac{L}{2}, y_{b1}^B \right) \Phi_1^{b1} \left(\frac{L}{2} \right) & -C_D \Phi_{11}^B \left(\frac{L}{2}, y_{b2}^B \right) \Phi_1^{b2} \left(\frac{L}{2} \right) \\ -C_D \Phi_{12}^B \left(\frac{L}{2}, y_{b1}^B \right) \Phi_1^{b1} \left(\frac{L}{2} \right) & -C_D \Phi_{12}^B \left(\frac{L}{2}, y_{b2}^B \right) \Phi_1^{b2} \left(\frac{L}{2} \right) \end{bmatrix} \quad (6.53g)$$

En aras a simplificar la formulación anterior se define una normalización concreta para los modos de vibración de la placa y de las vigas auxiliares, tal que la amplitud de los dos modos de la placa en la cabeza del amortiguador equivalente conectado a la viga situada en $y^B = y_{b1}^B$, de ahora en adelante *primera viga*, sea unitaria, y que en la base de los dos amortiguadores, la amplitud del modo fundamental de ambas vigas auxiliares también lo sea, es decir

$$\Lambda_{11}^B = \frac{\Phi_{11}^B(x^B, y^B)}{\Phi_{11}^B(L/2, y_{b1}^B)} \quad (6.54a)$$

$$\Lambda_{12}^B = \frac{\Phi_{12}^B(x^B, y^B)}{\Phi_{12}^B(L/2, y_{b1}^B)} \quad (6.54b)$$

$$\Lambda_1^{b1} = \frac{\Phi_1^{b1}(x)}{\Phi_1^{b1}(L/2)} = \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \quad (6.54c)$$

$$\Lambda_1^{b2} = \frac{\Phi_1^{b2}(x)}{\Phi_1^{b2}(L/2)} = \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \quad (6.54d)$$

siendo posible expresar el desplazamiento en la dirección Z de puntos pertenecientes al plano neutro de la placa y de los centros de gravedad de las secciones de las vigas auxiliares como

$$w^B(x^B, y^B, t) = \sum_{n=1}^2 \psi_{1n}^B(t) \Phi_{1n}^B(x^B, y^B) = \sum_{n=1}^2 \xi_{1n}^B(t) \Lambda_{1n}^B(x^B, y^B) \quad (6.55a)$$

$$w^{bj}(x, t) = \psi_1^{bj}(t) \Phi_1^{bj}(x) = \xi_1^{bj}(t) \Lambda_1^{bj}(x) \quad j = 1, 2 \quad (6.55b)$$

Las nuevas amplitudes modales $\xi_{11}^B(t)$ y $\xi_{12}^B(t)$, coinciden con el desplazamiento del punto de conexión de la cabeza del amortiguador situado en la primera viga, debido a la contribución de cada uno de los modos de la placa; por otra parte, $\xi_1^{b1}(t)$ y $\xi_1^{b2}(t)$ equivalen al desplazamiento de la base de los dos amortiguadores equivalentes, estando

las nuevas masas modales \mathcal{M}_{1n}^B y \mathcal{M}_1^{bj} relacionadas con las masas asociadas a los modos de normalización genérica según las siguientes expresiones

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{1n}^B &= \int_0^L \int_0^B \rho^B h^B \Lambda_{1n}^B(x^B, y^B)^2 dy^B dx^B = \\ &= \int_0^L \int_0^B \rho^B h^B \left(\frac{\Phi_{1n}^B(x^B, y^B)}{\Phi_{1n}^B(L/2, y_{b1}^B)} \right)^2 dy^B dx^B = \frac{M_{1n}^B}{\Phi_{1n}^B(L/2, y_{b1}^B)^2} \quad n = 1, 2 \end{aligned} \quad (6.56a)$$

$$\mathcal{M}_1^{bj} = \int_0^L \rho^b A^b \Lambda_1^{bj}(x)^2 dx = \int_0^L \rho^b A^b \left(\frac{\Phi_1^{bj}(x)}{\Phi_1^{bj}(L/2)} \right)^2 dx = \frac{M_1^{bj}}{\Phi_1^{bj}(L/2)^2} = \frac{m^b L}{2} \quad j = 1, 2 \quad (6.56b)$$

Introduciendo el cambio de variable definido en las ecuaciones (6.55a-b) en el sistema de ecuaciones de movimiento (6.53a) se obtiene

$$\mathbf{M} \begin{pmatrix} \ddot{\xi}_{11}^B \\ \ddot{\xi}_{12}^B \\ \ddot{\xi}_1^{b1} \\ \ddot{\xi}_1^{b2} \end{pmatrix} + \mathbf{C} \begin{pmatrix} \dot{\xi}_{11}^B \\ \dot{\xi}_{12}^B \\ \dot{\xi}_1^{b1} \\ \dot{\xi}_1^{b2} \end{pmatrix} + \mathbf{K} \begin{pmatrix} \xi_{11}^B \\ \xi_{12}^B \\ \xi_1^{b1} \\ \xi_1^{b2} \end{pmatrix} = \tilde{P} \quad (6.57a)$$

donde

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathcal{M}_{11}^B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{M}_{12}^B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{M}_1^{b1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathcal{M}_1^{b2} \end{bmatrix} \quad (6.57b)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} (\omega_{11}^B)^2 \mathcal{M}_{11}^B & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\omega_{12}^B)^2 \mathcal{M}_{12}^B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\omega_1^{b1})^2 \mathcal{M}_1^{b1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\omega_1^{b2})^2 \mathcal{M}_1^{b2} \end{bmatrix} \quad (6.57c)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2\mathcal{M}_{11}^B \omega_{11}^B \zeta_{11}^B + 2C_D & 0 & -C_D & -C_D \\ 0 & 2\mathcal{M}_{12}^B \omega_{12}^B \zeta_{12}^B + 2C_D & -C_D & C_D \\ -C_D & -C_D & 2\mathcal{M}_1^{b1} \omega_1^{b1} \zeta_1^{b1} + C_D & 0 \\ -C_D & C_D & 0 & 2\mathcal{M}_1^{b2} \omega_1^{b2} \zeta_1^{b2} + C_D \end{bmatrix} \quad (6.57d)$$

$$\underline{\dot{P}} = \begin{pmatrix} P_{11}^B \\ P_{12}^B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cos(\omega_f t) = \begin{pmatrix} -P_0 \Lambda_{11}^B \left(\frac{L}{2}, y_p^B \right) \\ -P_0 \Lambda_{12}^B \left(\frac{L}{2}, y_p^B \right) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cos(\omega_f t) \quad (6.57e)$$

siendo además iguales las propiedades de ambas vigas por lo que

$$\{\mathcal{M}_1^{b1}, \omega_1^{b1}, \zeta_1^{b1}\} = \{\mathcal{M}_1^{b2}, \omega_1^{b2}, \zeta_1^{b2}\} = \{\mathcal{M}_1^b, \omega_1^b, \zeta_1^b\} \quad (6.58)$$

El comportamiento dinámico descrito por (6.57a-e) se corresponde con el del sistema de cuatro gdl representado en la Figura 6.9. El conjunto mostrado está compuesto por un elemento barra unidimensional de rigidez infinita, masa total m_0 y longitud L_0 , con dos posibilidades de movimiento (traslación vertical ξ_{11}^B y rotación θ_{12}^B con respecto a su centro de gravedad), y sendas masas concentradas de valor igual a la masa modal de las vigas auxiliares, con movimientos de traslación vertical exclusivamente, ξ_1^{b1} y ξ_1^{b2} . La relación entre el ángulo de rotación θ_{12}^B y ξ_{12}^B se puede aproximar admitiendo pequeños desplazamientos como

$$\xi_{12}^B = d \theta_{12}^B \quad (6.59)$$

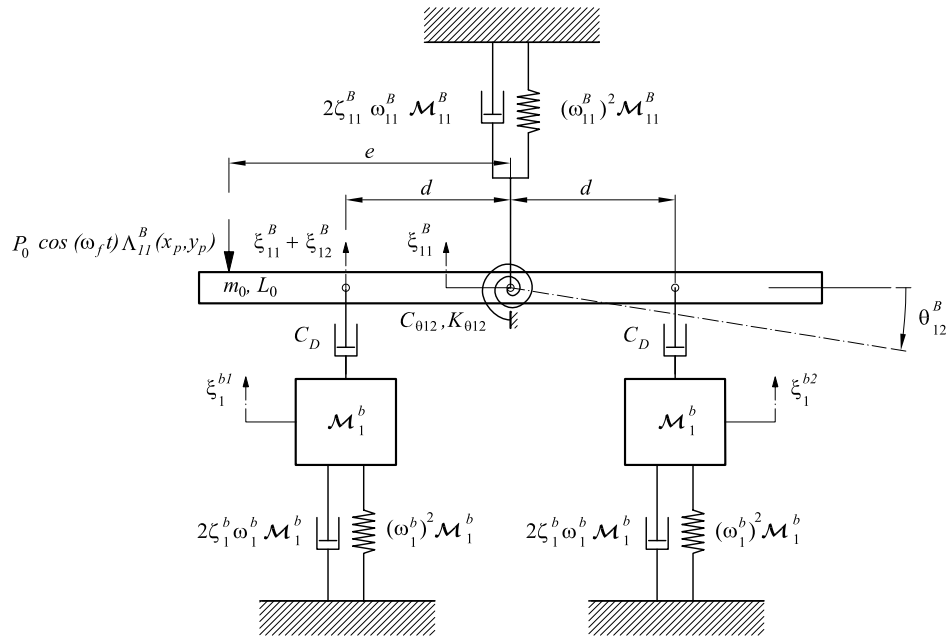


Figura 6.9 Sistema de cuatro gdl equivalente

Para que las ecuaciones de movimiento de este sistema, expresadas en función de los gdl ξ_{11}^B , ξ_{12}^B , ξ_1^{b1} y ξ_1^{b2} , se correspondan con las ecuaciones (6.57a-e), la masa total de la barra rígida y las constantes de amortiguamiento y rigidez asociadas a su movimiento de rotación deberán cumplir

$$m_0 = \mathcal{M}_{11}^B \quad (6.60a)$$

$$C_{012} = 2d^2 \mathcal{M}_{12}^B \omega_{12}^B \zeta_{12}^B \quad (6.60c)$$

$$K_{012} = d^2 \mathcal{M}_{12}^B (\omega_{12}^B)^2 \quad (6.60d)$$

Asimismo, las dimensiones e , L_0 y d deberán verificar las siguientes relaciones

$$\frac{e}{d} = \frac{\Lambda_{12}^B(x_p, y_p^B)}{\Lambda_{11}^B(x_p, y_p^B)} \quad (6.60a)$$

$$\frac{L_0}{d} = \sqrt{12 \frac{\mathcal{M}_{12}^B}{\mathcal{M}_{11}^B}} \quad (6.60a)$$

Las ecuaciones (6.60) se han obtenido planteando las ecuaciones de equilibrio dinámico relacionadas con los cuatro movimientos independientes del sistema de la Figura 6.9 e igualando término a término con las ecuaciones (6.57).

Los modos de vibración del sistema de cuatro gdl se han incluido en la Figura 6.10. Las frecuencias naturales asociadas a los dos primeros modos coinciden con las frecuencias naturales del tablero asociadas a los modos de flexión y torsión respectivamente, mientras que las frecuencias relativas a los modos 3 y 4 de igual valor coinciden con la frecuencia fundamental de las vigas auxiliares.

Antes de proceder con la resolución analítica del sistema de ecuaciones (6.57), y con el objetivo de independizar la respuesta de las propiedades concretas de cada uno de los elementos, se introducen las siguientes relaciones adimensionales:

$$\text{Relación de frecuencias viga / tablero modo 1,1} \quad \eta_{bB1} = \omega_1^b / \omega_{11}^B \quad (6.61a)$$

$$\text{Relación de masas viga / tablero modo 1,1} \quad \mu_{bB1} = \mathcal{M}_1^b / \mathcal{M}_{11}^B \quad (6.61b)$$

$$\text{Relación de frecuencias tablero / tablero} \quad \eta_B = \omega_{12}^B / \omega_{11}^B \quad (6.61c)$$

$$\text{Relación de masas tablero / tablero} \quad \mu_B = \mathcal{M}_{12}^B / \mathcal{M}_{11}^B \quad (6.61d)$$

$$\text{Frecuencia de excitación adimensional modo 1,1} \quad \Omega_1 = \omega_f / \omega_{11}^B \quad (6.61e)$$

$$\text{Tasa de amortiguamiento externa modo 1,1} \quad \zeta_{D1} = C_D / (2\omega_{11}^B \mathcal{M}_{11}^B) \quad (6.61f)$$

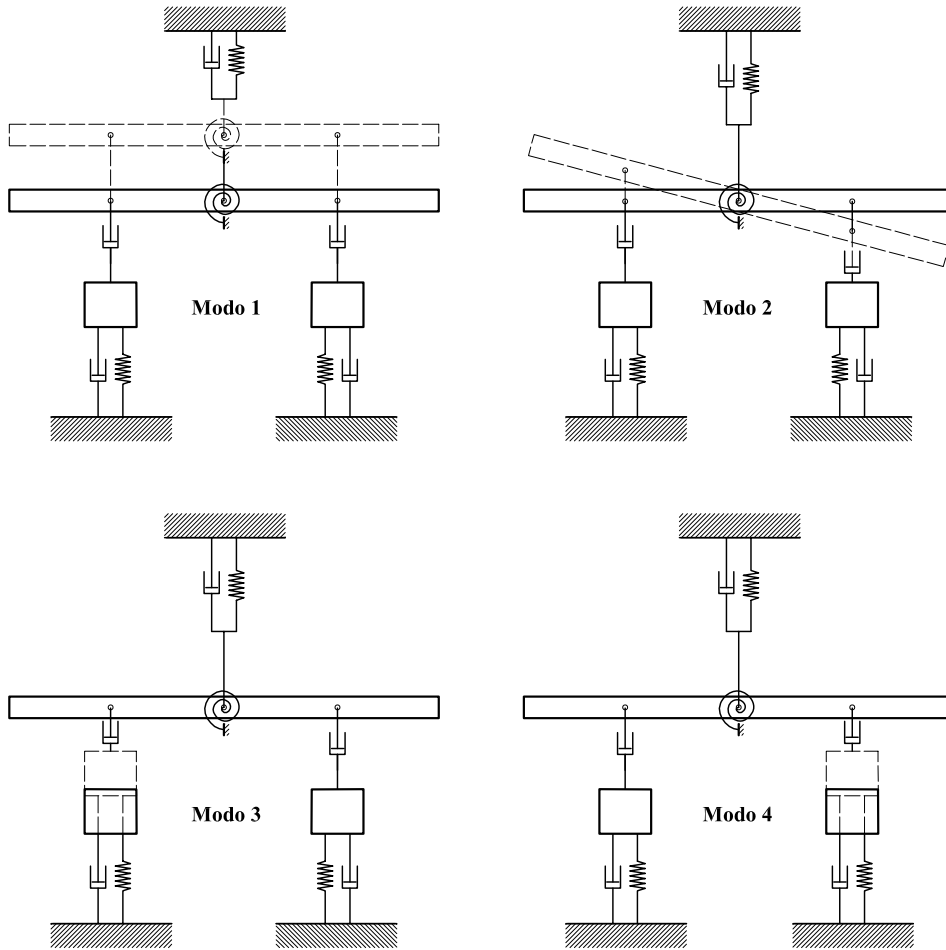


Figura 6.10 Modos de vibración del sistema de cuatro gdl equivalente

Pese a que como se comprobará en lo que sigue, la respuesta dinámica del sistema queda inequívocamente definida por estos seis parámetros adimensionales y las tasas de amortiguamiento estructural, se definen a continuación cuatro variables adicionales derivadas de las anteriores que permitirán simplificar la formulación en ciertos casos

$$\text{Relación de frecuencias viga / tablero modo 1,2} \quad \eta_{bB2} = \omega_1^b / \omega_{12}^B = \eta_{bB1} / \eta_B \quad (6.61g)$$

$$\text{Relación de masas viga / tablero modo 1,2} \quad \mu_{bB2} = \mathcal{M}_1^b / \mathcal{M}_{12}^B = \mu_{bB1} / \mu_B \quad (6.61h)$$

$$\text{Frecuencia de excitación adimensional modo 1,2} \quad \Omega_2 = \omega_f / \omega_{12}^B = \Omega_1 / \eta_B \quad (6.61i)$$

$$\text{Tasa de amortiguamiento externa modo 1,2} \quad \zeta_{D2} = C_D / (2\omega_{12}^B \mathcal{M}_{12}^B) = \zeta_{D1} / \mu_B \eta_B \quad (6.61j)$$

Por último, y con el fin de analizar la respuesta en puntos de la placa diferentes del punto

de normalización modal $(L/2, y_{b1}^B)$, se definen a su vez tres cocientes que relacionan las amplitudes modales en el punto de aplicación de la carga armónica $(L/2, y_p^B)$ y en un punto genérico de cálculo de resultados $(L/2, y_0^B)$ situados ambos en la sección central de la placa

$$\text{Relación de amplitudes modales en } (L/2, y_p^B) \quad R_p = \frac{\Lambda_{12}^B(L/2, y_p^B)}{\Lambda_{11}^B(L/2, y_p^B)} \quad (6.61k)$$

$$\text{Relación de amplitudes modales en } (L/2, y_0^B) \quad R_0 = \frac{\Lambda_{12}^B(L/2, y_0^B)}{\Lambda_{11}^B(L/2, y_0^B)} \quad (6.61l)$$

$$\text{Relación de amplitudes modales entre ambos puntos} \quad R_{0p} = \frac{\Lambda_{11}^B(L/2, y_0^B)}{\Lambda_{11}^B(L/2, y_p^B)} \quad (6.61m)$$

Reescribiendo el sistema (6.57) en función de los cocientes (6.61a-f), se obtiene la expresión adimensionalizada de las ecuaciones de movimiento en el caso armónico

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{bB1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_{bB1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\zeta}_{11}^B \\ \ddot{\zeta}_{12}^B \\ \ddot{\zeta}_1^{b1} \\ \ddot{\zeta}_1^{b2} \end{bmatrix} + \mathbf{C} \begin{bmatrix} \dot{\zeta}_{11}^B \\ \dot{\zeta}_{12}^B \\ \dot{\zeta}_1^{b1} \\ \dot{\zeta}_1^{b2} \end{bmatrix} + (\omega_{11}^B)^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_B \eta_B^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{bB1} \eta_{bB1}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_{bB1} \eta_{bB1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_{11}^B \\ \zeta_{12}^B \\ \zeta_1^{b1} \\ \zeta_1^{b2} \end{bmatrix} = \tilde{P} \quad (6.62a)$$

$$\mathbf{C} = 2\omega_{11}^B \begin{bmatrix} \zeta_{11}^B + 2\zeta_{D1} & 0 & -\zeta_{D1} & -\zeta_{D1} \\ 0 & \mu_B \eta_B \zeta_{12}^B + 2\zeta_{D1} & -\zeta_{D1} & \zeta_{D1} \\ -\zeta_{D1} & -\zeta_{D1} & \mu_{bB1} \eta_{bB1} \zeta_1^b + \zeta_{D1} & 0 \\ -\zeta_{D1} & \zeta_{D1} & 0 & \mu_{bB1} \eta_{bB1} \zeta_1^b + \zeta_{D1} \end{bmatrix} \quad (6.62b)$$

$$\tilde{P} = \begin{bmatrix} \frac{P_{11}^B}{\mathcal{M}_{11}^B} \\ \frac{P_{12}^B}{\mathcal{M}_{11}^B} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cos(\omega_f t) = \begin{bmatrix} \frac{-P_0}{\mathcal{M}_{11}^B} \Lambda_{11}^B\left(\frac{L}{2}, y_p^B\right) \\ \frac{-P_0}{\mathcal{M}_{11}^B} \Lambda_{12}^B\left(\frac{L}{2}, y_p^B\right) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cos(\omega_f t) \quad (6.62c)$$

6.4.1.1. Solución particular en términos de desplazamientos

Si el número de cargas que atraviesa el puente es lo suficientemente elevado como para que se desarrolle por completo el estado de resonancia, como suele ser el caso de las composiciones ferroviarias, la máxima respuesta tendrá lugar en la etapa de vibración forzada. Análogamente, despreciando la solución homogénea o transitoria del sistema (6.62), las amplitudes modales $\zeta_{1n}^B(t)$ y $\zeta_1^{bj}(t)$ serán también armónicas de frecuencia

igual a la de excitación, y pueden ser expresadas en términos de las siguientes funciones temporales complejas:

$$\hat{\xi}_{1n}^B = \bar{\xi}_{1n}^B \cdot e^{i\omega_f t} \quad n = 1, 2 \quad (6.63a)$$

$$\hat{\xi}_1^{bj} = \bar{\xi}_1^{bj} \cdot e^{i\omega_f t} \quad j = 1, 2 \quad (6.63b)$$

donde $\bar{\xi}_{1n}^B$ y $\bar{\xi}_1^{bj}$ son amplitudes también complejas e $i = \sqrt{-1}$. La respuesta temporal del tablero y de las vigas auxiliares asociada a cada modo de vibración vendrá dada por

$$\xi_{1n}^B(t) = \text{Re}(\hat{\xi}_{1n}^B) \quad n = 1, 2 \quad (6.64a)$$

$$\xi_1^{bj}(t) = \text{Re}(\hat{\xi}_1^{bj}) \quad j = 1, 2 \quad (6.64b)$$

y sus respectivas amplitudes podrán ser calculadas como

$$\xi_{1n}^B = |\hat{\xi}_{1n}^B| = |\bar{\xi}_{1n}^B| \quad n = 1, 2 \quad (6.65a)$$

$$\xi_1^{bj} = |\hat{\xi}_1^{bj}| = |\bar{\xi}_1^{bj}| \quad j = 1, 2 \quad (6.65b)$$

Sustituyendo las expresiones (6.63a-b) y sus derivadas temporales en (6.62) es posible resolver el sistema de ecuaciones en términos de las amplitudes complejas

$$\begin{pmatrix} \bar{\xi}_{11}^B \\ \bar{\xi}_{12}^B \\ \bar{\xi}_1^{b1} \\ \bar{\xi}_1^{b2} \end{pmatrix} = (-\Omega_1^2 \mathbf{M} + 2i\Omega_1 \mathbf{C} + \mathbf{K})^{-1} \cdot \begin{bmatrix} P_{11}^B \\ \mathcal{M}_{11}^B \omega_{11}^B \\ P_{12}^B \\ \mathcal{M}_{11}^B \omega_{11}^B \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.66)$$

donde \mathbf{M} , \mathbf{C} y \mathbf{K} son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez respectivamente de las ecuaciones (6.62a-b).

Con el objetivo de adimensionalizar la respuesta del tablero asociada a cada modo de vibración e independizarla del punto concreto de la placa en el que se calcula, se definen sendas amplificaciones⁶⁷ dinámicas, dividiendo la amplitud de las respuestas modales por la respuesta estática en cada modo, en el punto de conexión de la cabeza del FVD de la primera viga auxiliar.

⁶⁷ Las amplificaciones modales así definidas son independientes del punto de la placa en que se determina la respuesta, ya que la respuesta dinámica y la estática se calculan en el mismo punto.

$$A_{11}^B = \frac{\xi_{11}^B}{\xi_{11_est}^B} = \xi_{11}^B \frac{\mathcal{M}_{41}^B (\omega_{11}^B)^2}{P_{11}^B} \quad (6.67a)$$

$$A_{12}^B = \frac{\xi_{12}^B}{\xi_{12_est}^B} = \xi_{12}^B \frac{\mathcal{M}_{42}^B (\omega_{12}^B)^2}{P_{12}^B} \quad (6.67b)$$

Tras cierta manipulación algebraica, es posible resolver las amplificaciones dinámicas anteriores en función de los parámetros adimensionales (6.61a-j)

$$A_{11}^B = \sqrt{\frac{4\Omega_1^2 (\zeta_1^b \eta_{bB1} \mu_{bB1} + \zeta_{D1})^2 + \mu_{bB1}^2 (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2)^2}{E^2 + 4\Omega_1^2 F^2}} \quad (6.68a)$$

$$A_{12}^B = \sqrt{\frac{4\Omega_2^2 (\zeta_1^b \eta_{bB2} \mu_{bB2} + \zeta_{D2})^2 + \mu_{bB2}^2 (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2)^2}{G^2 + 4\Omega_2^2 H^2}} \quad (6.68b)$$

siendo

$$E = \mu_{bB1} (1 - \Omega_1^2) (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2) + 4\Omega_1^2 (2\zeta_{D1}^2 - (\zeta_{11}^B + 2\zeta_{D1}) (\zeta_1^b \eta_{bB1} \mu_{bB1} + \zeta_{D1})) \quad (6.68c)$$

$$F = (1 - \Omega_1^2) (\zeta_1^b \eta_{bB1} \mu_{bB1} + \zeta_{D1}) + \mu_{bB1} (\zeta_{11}^B + 2\zeta_{D1}) (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2) \quad (6.68d)$$

$$G = \mu_{bB2} (1 - \Omega_2^2) (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2) + 4\Omega_2^2 (2\zeta_{D2}^2 - (\zeta_{12}^B + 2\zeta_{D2}) (\zeta_1^b \eta_{bB2} \mu_{bB2} + \zeta_{D2})) \quad (6.68e)$$

$$H = (1 - \Omega_2^2) (\zeta_1^b \eta_{bB2} \mu_{bB2} + \zeta_{D2}) + \mu_{bB2} (\zeta_{12}^B + 2\zeta_{D2}) (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2) \quad (6.68f)$$

Las expresiones obtenidas son muy similares a las del Capítulo 5, en el que dos grados de libertad describían el comportamiento del sistema en espacio modal, con la única salvedad de que ahora la contribución del amortiguamiento externo al amortiguamiento total de la placa, que no al de cada viga auxiliar, es el doble que en el caso previo debido a la presencia de dos amortiguadores equivalentes de constante C_D .

En lo referente a la respuesta de cada una de las vigas auxiliares, dividiendo sus respectivas amplitudes ξ_{11}^{b1} y ξ_{12}^{b2} por la respuesta estática de la placa en el punto de conexión de la cabeza del FVD equivalente de la primera viga auxiliar $w_{D1,est}^B$, debida a la contribución simultánea de ambos modos de vibración, se definen sendas amplificaciones dinámicas para estos elementos

$$A_1^{b1} = \frac{\xi_{11}^{b1}}{w_{D1,est}^B} = \xi_{11}^{b1} \left(\frac{-P_0 \Lambda_{11}^B (L/2, y_P^B)}{\mathcal{M}_{41}^B (\omega_{11}^B)^2} + \frac{-P_0 \Lambda_{12}^B (L/2, y_P^B)}{\mathcal{M}_{42}^B (\omega_{12}^B)^2} \right)^{-1} \quad (6.69a)$$

$$A_1^{b2} = \frac{\xi_1^{b2}}{w_{D1,est}^B} = \xi_1^{b2} \left(\frac{-P_0 \Lambda_{11}^B(L/2, y_P^B)}{\mathcal{M}_{11}^B(\omega_{11}^B)^2} + \frac{-P_0 \Lambda_{12}^B(L/2, y_P^B)}{\mathcal{M}_{12}^B(\omega_{12}^B)^2} \right)^{-1} \quad (6.69b)$$

Sustituyendo las amplitudes modales de las vigas en función de los parámetros adimensionales se obtiene

$$A_1^{b1} = \sqrt{\left(\frac{4\Omega_1^2 \zeta_{D1} F}{E^2 + 4\Omega_1^2 F^2} C_{11}^B + \frac{4\Omega_2^2 \zeta_{D2} H}{G^2 + 4\Omega_2^2 H^2} C_{12}^B \right)^2 + \left(\frac{2\Omega_1 \zeta_{D1} E}{E^2 + 4\Omega_1^2 F^2} C_{11}^B + \frac{2\Omega_2 \zeta_{D2} G}{G^2 + 4\Omega_2^2 H^2} C_{12}^B \right)^2} \quad (6.70a)$$

$$A_1^{b2} = \sqrt{\left(\frac{4\Omega_1^2 \zeta_{D1} F}{E^2 + 4\Omega_1^2 F^2} C_{11}^B - \frac{4\Omega_2^2 \zeta_{D2} H}{G^2 + 4\Omega_2^2 H^2} C_{12}^B \right)^2 + \left(\frac{2\Omega_1 \zeta_{D1} E}{E^2 + 4\Omega_1^2 F^2} C_{11}^B - \frac{2\Omega_2 \zeta_{D2} G}{G^2 + 4\Omega_2^2 H^2} C_{12}^B \right)^2} \quad (6.70b)$$

siendo

$$C_{11}^B = \frac{\mu_B \eta_B^2}{\mu_B \eta_B^2 + R_P} \quad (6.70c)$$

$$C_{12}^B = \frac{R_P}{\mu_B \eta_B^2 + R_P} \quad (6.70d)$$

Una vez presentadas las expresiones analíticas de las cuatro amplitudes modales que dan solución al problema armónico, se procede a evaluar la respuesta dinámica de la placa en un punto genérico de la sección central⁶⁸, considerando la contribución simultánea de los dos modos de vibración.

El desplazamiento vertical en un punto de coordenadas $(L/2, y_0^B)$ puede ser expresado en régimen permanente como

$$\hat{w}_0^B = \bar{w}_0^B e^{i\omega_f t} = \left(\bar{\xi}_{11}^B \Lambda_{11}^B(L/2, y_0^B) + \bar{\xi}_{12}^B \Lambda_{12}^B(L/2, y_0^B) \right) e^{i\omega_f t} \quad (6.71a)$$

viniendo dadas la historia temporal de la respuesta, su amplitud y desfase por

$$w_0^B(t) = \text{Re}(\hat{w}_0^B) = \text{Re}\left(\left(\bar{\xi}_{11}^B \Lambda_{11}^B(L/2, y_0^B) + \bar{\xi}_{12}^B \Lambda_{12}^B(L/2, y_0^B) \right) e^{i\omega_f t} \right) \quad (6.71b)$$

$$w_0^B = |\hat{w}_0^B| = |\bar{w}_0^B| = \left| \bar{\xi}_{11}^B \Lambda_{11}^B(L/2, y_0^B) + \bar{\xi}_{12}^B \Lambda_{12}^B(L/2, y_0^B) \right| \quad (6.71c)$$

$$\varphi_0^B = \arg(\bar{w}_0^B) = \arg\left(\bar{\xi}_{11}^B \Lambda_{11}^B(L/2, y_0^B) + \bar{\xi}_{12}^B \Lambda_{12}^B(L/2, y_0^B) \right) \quad (6.71d)$$

donde $\arg(z)$ es el argumento de la variable compleja z . Si se define la amplificación

⁶⁸ Se limita el estudio de la respuesta dinámica a puntos de la sección central del tablero, puesto que los dos modos de la placa cuya contribución se está considerando presentan máxima amplitud en la sección central, y consecuentemente la respuesta máxima tendrá lugar en dicha línea de puntos.

dinámica del desplazamiento en el punto genérico, como el cociente entre la amplitud calculada según (6.71c) y la respuesta estática total en el punto de aplicación de la carga armónica⁶⁹

$$A_0^B = \frac{w_0^B}{w_{P,est}^B} = w_0^B \left(\frac{-P_0 \Lambda_{11}^B (L/2, y_P^B)^2}{\mathcal{M}_{11}^B (\omega_{11}^B)^2} + \frac{-P_0 \Lambda_{12}^B (L/2, y_P^B)^2}{\mathcal{M}_{12}^B (\omega_{12}^B)^2} \right)^{-1} \quad (6.72)$$

sustituyendo en w_0^B las amplitudes modales ξ_{11}^B y ξ_{12}^B en función de los parámetros adimensionales se obtiene la siguiente expresión

$$A_0^B = \sqrt{\left(\frac{D_{11}^B I}{E^2 + 4\Omega_1^2 F^2} + \frac{D_{12}^B J}{G^2 + 4\Omega_2^2 H^2} \right)^2 + \left(\frac{2\Omega_1 D_{11}^B K}{E^2 + 4\Omega_1^2 F^2} + \frac{2\Omega_2 D_{12}^B L}{G^2 + 4\Omega_2^2 H^2} \right)^2} \quad (6.73a)$$

donde

$$I = \mu_{bB1}^2 (1 - \Omega_1^2) (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2)^2 + 4\Omega_1^2 \left(2\zeta_{D1}^2 \mu_{bB1} (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2) + (1 - \Omega_1^2) (\zeta_1^b \eta_{bB1} \mu_{bB1} + \zeta_{D1})^2 \right) \quad (6.73b)$$

$$J = \mu_{bB2}^2 (1 - \Omega_2^2) (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2)^2 + 4\Omega_2^2 \left(2\zeta_{D2}^2 \mu_{bB2} (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2) + (1 - \Omega_2^2) (\zeta_1^b \eta_{bB2} \mu_{bB2} + \zeta_{D2})^2 \right) \quad (6.73c)$$

$$K = (\zeta_{11}^B + 2\zeta_{D1}) \left(-4\Omega_1^2 (\zeta_1^b \eta_{bB1} \mu_{bB1} + \zeta_{D1})^2 - \mu_{bB1}^2 (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2)^2 \right) + 8\zeta_{D1}^2 \Omega_1^2 (\zeta_1^b \eta_{bB1} \mu_{bB1} + \zeta_{D1}) \quad (6.73d)$$

$$L = (\zeta_{12}^B + 2\zeta_{D2}) \left(-4\Omega_2^2 (\zeta_1^b \eta_{bB2} \mu_{bB2} + \zeta_{D2})^2 - \mu_{bB2}^2 (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2)^2 \right) + 8\zeta_{D2}^2 \Omega_2^2 (\zeta_1^b \eta_{bB2} \mu_{bB2} + \zeta_{D2}) \quad (6.73e)$$

siendo

$$D_{11}^B = \frac{\mu_B \eta_B^2 R_{0P}}{\mu_B \eta_B^2 + R_P^2} \quad (6.73f)$$

⁶⁹ Se ha considerado conveniente dividir por el desplazamiento estático en el punto de aplicación de la carga y no en el mismo punto en el que se calcula la respuesta, debido a que el desplazamiento estático en este último punto, puede aproximarse a cero en la mitad del tablero contraria a la de aplicación de la carga, dando lugar a valores de amplificación dinámica muy elevados que impiden comparar de forma adecuada la respuesta entre puntos.

$$D_{12}^B = \frac{R_p R_0 R_{0p}}{\mu_B \eta_B^2 + R_p^2} \quad (6.73g)$$

La respuesta dinámica en un punto genérico depende de la contribución en el punto de cada uno de los dos modos de vibración de la placa por separado. A estas contribuciones se hará referencia en la sección siguiente y se definen a continuación. La función compleja que representa la respuesta en régimen permanente en un punto genérico de la sección central de la placa, debido exclusivamente a la contribución del modo de flexión, viene dada por

$$\hat{w}_0^{B11} = \bar{w}_0^{B11} e^{i\omega_f t} = \left(\bar{\xi}_{11}^B \Lambda_{11}^B \left(L/2, y_0^B \right) \right) e^{i\omega_f t} \quad (6.74a)$$

con su correspondiente historia temporal, amplitud y desfase

$$w_0^{B11}(t) = \text{Re}(\hat{w}_0^{B11}) = \text{Re}\left(\bar{\xi}_{11}^B \Lambda_{11}^B \left(L/2, y_0^B \right) e^{i\omega_f t}\right) \quad (6.74b)$$

$$w_0^{B11} = |\hat{w}_0^{B11}| = |\bar{w}_0^{B11}| = \left| \bar{\xi}_{11}^B \Lambda_{11}^B \left(L/2, y_0^B \right) \right| \quad (6.74c)$$

$$\varphi_0^{B11} = \arg(\bar{w}_0^{B11}) = \arg\left(\bar{\xi}_{11}^B \Lambda_{11}^B \left(L/2, y_0^B \right)\right) \quad (6.74d)$$

De la misma manera, se define la contribución del modo de torsión de la placa a la respuesta total en el punto

$$\hat{w}_0^{B12} = \bar{w}_0^{B12} e^{i\omega_f t} = \left(\bar{\xi}_{12}^B \Lambda_{12}^B \left(L/2, y_0^B \right) \right) e^{i\omega_f t} \quad (6.75a)$$

$$w_0^{B12}(t) = \text{Re}(\hat{w}_0^{B12}) = \text{Re}\left(\bar{\xi}_{12}^B \Lambda_{12}^B \left(L/2, y_0^B \right) e^{i\omega_f t}\right) \quad (6.75b)$$

$$w_0^{B12} = |\hat{w}_0^{B12}| = |\bar{w}_0^{B12}| = \left| \bar{\xi}_{12}^B \Lambda_{12}^B \left(L/2, y_0^B \right) \right| \quad (6.75c)$$

$$\varphi_0^{B12} = \arg(\bar{w}_0^{B12}) = \arg\left(\bar{\xi}_{12}^B \Lambda_{12}^B \left(L/2, y_0^B \right)\right) \quad (6.75d)$$

Dividiendo las expresiones (6.74c) y (6.75c) por el desplazamiento estático en el punto de aplicación de la carga $w_{P,est}^B$ se obtiene la contribución de cada modo a la amplificación total de la respuesta A_0^B

$$A_0^{B11} = \frac{w_0^{B11}}{w_{P,est}^B} = \sqrt{\left(\frac{D_{11}^B I}{E^2 + 4\Omega_1^2 F^2} \right)^2 + \left(\frac{2\Omega_1 D_{11}^B K}{E^2 + 4\Omega_1^2 F^2} \right)^2} \quad (6.76a)$$

$$A_0^{B12} = \frac{w_0^{B12}}{w_{P,est}^B} = \sqrt{\left(\frac{D_{12}^B J}{G^2 + 4\Omega_2^2 H^2} \right)^2 + \left(\frac{2\Omega_2 D_{12}^B L}{G^2 + 4\Omega_2^2 H^2} \right)^2} \quad (6.76b)$$

6.4.1.2. Solución particular en términos de aceleraciones

Finalmente, la aceleración vertical del tablero, que es una variable de suma importancia por su relación directa con la estabilidad de la capa de balasto, ha sido determinada en el régimen permanente. Las funciones complejas que definen las aceleraciones modales pueden obtenerse por derivación

$$\hat{a}_{11}^B = \frac{d^2 \hat{\zeta}_{11}^B}{dt^2} = -\omega_f^2 \bar{\zeta}_{11}^B e^{i\omega_f t} \quad (6.77a)$$

$$\hat{a}_{12}^B = \frac{d^2 \hat{\zeta}_{12}^B}{dt^2} = -\omega_f^2 \bar{\zeta}_{12}^B e^{i\omega_f t} \quad (6.77b)$$

y sus respectivas historias temporales y amplitudes pueden calcularse a partir de las anteriores

$$a_{11}^B(t) = \text{Re}\left(-\omega_f^2 \bar{\zeta}_{11}^B e^{i\omega_f t}\right) \quad (6.78a)$$

$$a_{12}^B(t) = \text{Re}\left(-\omega_f^2 \bar{\zeta}_{12}^B e^{i\omega_f t}\right) \quad (6.78b)$$

$$a_{11}^B = |\hat{a}_{11}^B| = \omega_f^2 |\bar{\zeta}_{11}^B| \quad (6.79a)$$

$$a_{12}^B = |\hat{a}_{12}^B| = \omega_f^2 |\bar{\zeta}_{12}^B| \quad (6.79b)$$

Si se adimensionalizan las amplitudes a_{11}^B y a_{12}^B dividiendo por la relación entre fuerza y masa modal en cada caso, se obtiene

$$\tilde{a}_{11}^B = \omega_f^2 |\bar{\zeta}_{11}^B| \frac{\mathcal{M}_{11}^B}{P_{11}^B} = \Omega_1^2 A_{11}^B \quad (6.80a)$$

$$\tilde{a}_{12}^B = \omega_f^2 |\bar{\zeta}_{12}^B| \frac{\mathcal{M}_{12}^B}{P_{12}^B} = \Omega_2^2 A_{12}^B \quad (6.80b)$$

Sustituyendo la ecuaciones (6.68a-b) en (6.80a-b), se obtiene la amplitud de las aceleraciones modales adimensionalizadas en función de los parámetros que definen el sistema de reacondicionamiento

$$\tilde{a}_{11}^B = \Omega_1^2 \sqrt{\frac{4\Omega_1^2 (\zeta_1^b \eta_{bB1} \mu_{bB1} + \zeta_{D1})^2 + \mu_{bB1}^2 (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2)^2}{E^2 + 4\Omega_1^2 F^2}} \quad (6.81a)$$

$$\tilde{a}_{12}^B = \Omega_2^2 \sqrt{\frac{4\Omega_2^2 (\zeta_1^b \eta_{bB2} \mu_{bB2} + \zeta_{D2})^2 + \mu_{bB2}^2 (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2)^2}{G^2 + 4\Omega_2^2 H^2}} \quad (6.81b)$$

La aceleración vertical en un punto genérico de la sección central debida a la contribución

combinada de los dos modos del tablero es

$$\hat{a}_0^B = \frac{d^2 \hat{w}_0^B}{dt^2} = -\omega_f^2 \left(\bar{\xi}_{11}^B \Lambda_{11}^B \left(L/2, y_0^B \right) + \bar{\xi}_{12}^B \Lambda_{12}^B \left(L/2, y_0^B \right) \right) e^{i\omega_f t} \quad (6.82a)$$

estando definida su historia temporal, amplitud y desfase según

$$a_0^B(t) = \text{Re}(\hat{a}_0^B) = \text{Re} \left(-\omega_f^2 \left(\bar{\xi}_{11}^B \Lambda_{11}^B \left(L/2, y_0^B \right) + \bar{\xi}_{12}^B \Lambda_{12}^B \left(L/2, y_0^B \right) \right) e^{i\omega_f t} \right) = -\omega_f^2 w_0^B(t) \quad (6.82b)$$

$$a_0^B = |\hat{a}_0^B| = \omega_f^2 \left| \bar{\xi}_{11}^B \Lambda_{11}^B \left(L/2, y_0^B \right) + \bar{\xi}_{12}^B \Lambda_{12}^B \left(L/2, y_0^B \right) \right| = \omega_f^2 w_0^B \quad (6.82c)$$

$$\varphi_{a_0}^B = \arg \left(-\omega_f^2 \left(\bar{\xi}_{11}^B \Lambda_{11}^B \left(L/2, y_0^B \right) + \bar{\xi}_{12}^B \Lambda_{12}^B \left(L/2, y_0^B \right) \right) \right) = \varphi_0^B + 180^\circ \quad (6.82d)$$

Adimensionalizando la amplitud de la aceleración a_0^B a través del término

$$a_{P,\text{rigido}}^B = \frac{P_{11}^B \Lambda_{11}^B \left(L/2, y_P^B \right)}{\mathcal{M}_{11}^B} + \frac{P_{12}^B \Lambda_{12}^B \left(L/2, y_P^B \right)}{\mathcal{M}_{12}^B} \quad (6.83)$$

equivalente a la aceleración que experimentaría el punto de aplicación de la carga armónica, al actuar la fuerza P_0 en el sistema de la Figura 6.9, aislando la barra de masa total m_0 del resto de elementos del sistema que le confieren rigidez y amortiguamiento, se obtiene

$$\tilde{a}_0^B = \omega_f^2 |\bar{w}_0^B| \left(\frac{P_{11}^B \Lambda_{11}^B \left(L/2, y_P^B \right)}{\mathcal{M}_{11}^B} + \frac{P_{12}^B \Lambda_{12}^B \left(L/2, y_P^B \right)}{\mathcal{M}_{12}^B} \right)^{-1} \quad (6.84)$$

Sustituyendo la expresión de $|\bar{w}_0^B|$

$$\tilde{a}_0^B = \sqrt{\left(\frac{\Omega_1^2 E_{11}^B I}{E^2 + 4\Omega_1^2 F^2} + \frac{\Omega_2^2 E_{12}^B J}{G^2 + 4\Omega_2^2 H^2} \right)^2 + \left(\frac{2\Omega_1^3 E_{11}^B K}{E^2 + 4\Omega_1^2 F^2} + \frac{2\Omega_2^3 E_{12}^B L}{G^2 + 4\Omega_2^2 H^2} \right)^2} \quad (6.85a)$$

siendo

$$E_{11}^B = \frac{\mu_B R_{0P}}{\mu_B + R_P^2} \quad (6.85b)$$

$$E_{12}^B = \frac{R_P R_0 R_{0P}}{\mu_B + R_P^2} \quad (6.85c)$$

Se puede comprobar que las amplitudes de la aceleración y el desplazamiento adimensionalizadas en un punto genérico están relacionadas a través del término

$$\tilde{a}_0^B = \Omega_1^2 \frac{\mu_B \eta_B^2 + R_P^2}{\eta_B^2 (\mu_B + R_P^2)} A_0^B \quad (6.86)$$

Al igual que en el caso del desplazamiento, la aceleración vertical del tablero depende de la contribución de cada uno de sus dos modos. La función compleja que define la contribución del modo de flexión en el punto de coordenada y_0^B de la sección central viene dada por

$$\hat{a}_0^{B11} = -\omega_f^2 \bar{\xi}_{11}^B \Lambda_{11}^B \left(L/2, y_0^B \right) e^{i\omega_f t} \quad (6.87a)$$

y su historia temporal, amplitud y desfase

$$a_0^{B11}(t) = \text{Re}(\hat{a}_0^{B11}) = \text{Re}\left(-\omega_f^2 \bar{\xi}_{11}^B \Lambda_{11}^B \left(L/2, y_0^B \right) e^{i\omega_f t}\right) = -\omega_f^2 w_0^{B11}(t) \quad (6.87b)$$

$$a_0^{B11} = |\hat{a}_0^{B11}| = \left| -\omega_f^2 \bar{\xi}_{11}^B \Lambda_{11}^B \left(L/2, y_0^B \right) \right| = \omega_f^2 w_0^{B11} \quad (6.87c)$$

$$\varphi_{a0}^{B11} = \arg(\hat{a}_0^{B11}) = \arg\left(-\omega_f^2 \bar{\xi}_{11}^B \Lambda_{11}^B \left(L/2, y_0^B \right)\right) = \varphi_0^{B11} + 180^\circ \quad (6.87d)$$

Del mismo modo, la función compleja que representa la contribución del modo de torsión a la aceleración total en el mismo punto equivale a

$$\hat{a}_0^{B12} = -\omega_f^2 \bar{\xi}_{12}^B \Lambda_{12}^B \left(L/2, y_0^B \right) e^{i\omega_f t} \quad (6.88a)$$

Y de nuevo, la historia temporal, amplitud y desfase pueden ser calculadas como

$$a_0^{B12}(t) = \text{Re}(\hat{a}_0^{B12}) = \text{Re}\left(-\omega_f^2 \bar{\xi}_{12}^B \Lambda_{12}^B \left(L/2, y_0^B \right) e^{i\omega_f t}\right) = -\omega_f^2 w_0^{B12}(t) \quad (6.88b)$$

$$a_0^{B12} = |\hat{a}_0^{B12}| = \left| -\omega_f^2 \bar{\xi}_{12}^B \Lambda_{12}^B \left(L/2, y_0^B \right) \right| = \omega_f^2 w_0^{B12} \quad (6.88c)$$

$$\varphi_{a0}^{B12} = \arg(\hat{a}_0^{B12}) = \arg\left(-\omega_f^2 \bar{\xi}_{12}^B \Lambda_{12}^B \left(L/2, y_0^B \right)\right) = \varphi_0^{B12} + 180^\circ \quad (6.88d)$$

Es importante remarcar que tanto la fase de la aceleración total en un punto cualquiera, como la de sus contribuciones modales aisladas, se encuentran desfasadas 180° con respecto a las fases de los desplazamientos en el mismo punto.

Finalmente, adimensionalizando las amplitudes de las aceleraciones proporcionadas por las ecuaciones (6.87c) y (6.88c) dividiendo por el término (6.83), se obtienen las contribuciones modales a la aceleración total adimensionalizada \tilde{a}_0^B

$$\tilde{a}_0^{B11} = \sqrt{\left(\frac{\Omega_1^2 E_{11}^B I}{E^2 + 4\Omega_1^2 F^2}\right)^2 + \left(\frac{2\Omega_1^3 E_{11}^B K}{E^2 + 4\Omega_1^2 F^2}\right)^2} \quad (6.89a)$$

$$\tilde{a}_0^{B12} = \sqrt{\left(\frac{\Omega_2^2 E_{12}^B J}{G^2 + 4\Omega_2^2 H^2}\right)^2 + \left(\frac{2\Omega_2^3 E_{12}^B L}{G^2 + 4\Omega_2^2 H^2}\right)^2} \quad (6.89b)$$

Las ecuaciones (6.73) y (6.85), junto a las definiciones de las variables adimensionales (6.61), muestran que tanto la amplificación dinámica del tablero reacondicionado en términos de desplazamientos A_0^B , como la aceleración vertical adimensionalizada \tilde{a}_0^B

dependen de catorce parámetros adimensionales

$$\{\Omega_1, \zeta_{D1}, \mu_{bB1}, \eta_{bB1}, \Omega_2, \zeta_{D2}, \mu_{bB2}, \eta_{bB2}, \zeta_{11}^B, \zeta_{12}^B, \zeta_1^b, R_p, R_0, R_{0P}\} \quad (6.90)$$

aunque como se mostrará a continuación no todos ellos son independientes. En el apartado siguiente se evalúa la evolución de la respuesta del puente en términos del menor número de parámetros que unívocamente definen el sistema de reacondicionamiento.

6.4.2. Estudio paramétrico de la respuesta dinámica del tablero

En este apartado se analiza la evolución de la respuesta del tablero en términos de algunas de las variables cuya expresión ha sido obtenida analíticamente en el punto 6.4.1, A_{11}^B , A_{12}^B , \tilde{a}_{11}^B , \tilde{a}_{12}^B , A_0^B y \tilde{a}_0^B , en función de las relaciones adimensionales que gobiernan el problema armónico.

Debido a la simetría longitudinal del sistema de reacondicionamiento, las amplitudes asociadas al desplazamiento y a la aceleración de los modos de flexión y torsión se encuentran desacopladas entre sí, pudiendo ser expresadas en función de los parámetros que relacionan las propiedades de las vigas auxiliares con las de cada uno de los modos del tablero de forma independiente, es decir

$$A_{11}^B = f_{11}^B(\Omega_1, \mu_{bB1}, \eta_{bB1}, \zeta_{D1}, \zeta_{11}^B, \zeta_1^b) \quad (6.91)$$

$$A_{12}^B = f_{12}^B(\Omega_2, \mu_{bB2}, \eta_{bB2}, \zeta_{D2}, \zeta_{12}^B, \zeta_1^b) \quad (6.92)$$

$$\tilde{a}_{11}^B = g_{11}^B(\Omega_1, \mu_{bB1}, \eta_{bB1}, \zeta_{D1}, \zeta_{11}^B, \zeta_1^b) \quad (6.93)$$

$$\tilde{a}_{12}^B = g_{12}^B(\Omega_2, \mu_{bB2}, \eta_{bB2}, \zeta_{D2}, \zeta_{12}^B, \zeta_1^b) \quad (6.94)$$

siendo $f_{11}^B = f_{12}^B$ y $g_{11}^B = g_{12}^B$ como se puede derivar de las expresiones (6.68a-b)⁷⁰ y (6.81a-b).

En el apartado 6.4.2.1 se analizan las respuestas modales A_{11}^B y A_{12}^B , \tilde{a}_{11}^B y \tilde{a}_{12}^B de manera aislada, mientras que en el 6.4.2.2, se estudia la respuesta en un punto genérico del tablero a través de las expresiones A_0^B y \tilde{a}_0^B , teniendo en cuenta la contribución simultánea de los dos modos de vibración de la placa.

6.4.2.1. Estudio paramétrico de las amplitudes modales

En primer lugar se ha calculado A_{11}^B aplicando la ecuación (6.68a), considerando valores de

⁷⁰ La relación entre las variables $\{\Omega_1, \mu_{bB1}, \eta_{bB2}, \zeta_{D1}\}$ y $\{\Omega_2, \mu_{bB2}, \eta_{bB2}, \zeta_{D2}\}$ queda definida para cada tablero concreto, una vez conocidas las relaciones entre masas modales y frecuencias de sus dos modos.

la frecuencia de excitación contenidos en el intervalo ($0.5 \leq \Omega_1 \leq 1.5$) empleando una resolución de 0.01, modificando una a una las variables adimensionales que gobiernan la respuesta modal. Los resultados se adjuntan en la Figura 6.11. En todos los gráficos que componen esta figura, con excepción del (f), se han considerado unas tasas de amortiguamiento estructural asociadas a los dos modos de la placa y al de flexión de las vigas auxiliares del 2% y el 0.5% respectivamente.

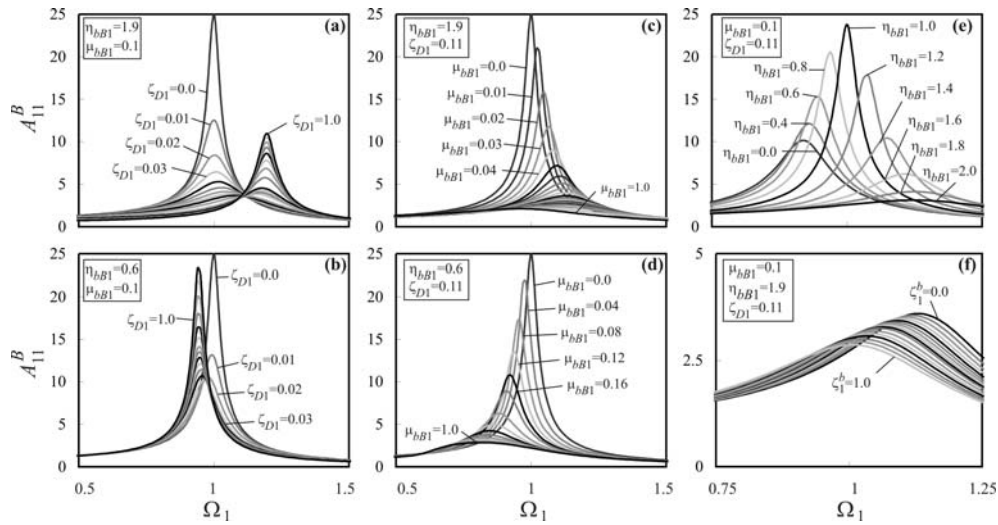


Figura 6.11 A_{11}^B vs. Ω_1 . Respuesta en función de (a) y (b) ζ_{D1} ; (c) y (d) μ_{bb1} ; (e) η_{bb1} ; (f) ζ_1^b

Los valores concretos de η_{bb1} , μ_{bb1} , y ζ_{D1} así como las tasas de amortiguamiento estructural ζ_{11}^B y ζ_1^b empleadas en los diferentes gráficos, son idénticos a los del estudio paramétrico realizado en el apartado 5.3.2 a efectos de poder comparar. En la Figura 6.11(a) y (b) se ha mantenido constante la relación de frecuencias y masas entre el modo fundamental de las vigas auxiliares y el de flexión del tablero, y se han representado curvas de $A_{11}^B = f(\Omega_1)$ para distintos valores de la tasa de amortiguamiento externa ζ_{D1} , comprendidos entre 0 y 1 en intervalos de 0.01. En la Figura 6.11(c) y (d) se han representado curvas de amplificación modal para varios valores de la relación de masas μ_{bb1} contenidos entre 0 y 1, manteniendo constantes η_{bb1} y ζ_{D1} . Finalmente, en la Figura 6.11(e) y (f) se ha evaluado la dependencia de la misma variable, con respecto a la relación de frecuencias η_{bb1} y la tasa de amortiguamiento estructural de las vigas auxiliares ζ_1^b respectivamente. La similitud entre estas curvas y las obtenidas en el Capítulo 5 para el modo fundamental de la viga principal (ver Figura 5.7), es evidente. La amplitud modal en los casos en que el reacondicionamiento tiene efecto no coincide exactamente con los obtenidos en el capítulo previo. Ello se debe a que, según se remarcó en el apartado anterior, ahora son dos los amortiguadores de constante C_D que actúan sobre el tablero para una misma tasa de amortiguamiento externa, mientras que en el caso bidimensional

era sólo uno. La evolución de la amplitud del modo de torsión del tablero, A_{12}^B , en función de los parámetros adimensionales secundarios, $\{\Omega_2, \mu_{bB2}, \eta_{bB2}, \zeta_{D2}, \zeta_{12}^B, \zeta_1^b\}$, es idéntica a la de A_{11}^B , ya que las expresiones 6.68(a) y 6.68(b) son equivalentes.

Finalmente, empleando los mismos valores de las relaciones adimensionales, se han obtenido representaciones de la aceleración modal adimensionalizada. La Figura 6.12 muestra la evolución de \tilde{a}_{11}^B en función de los parámetros principales que definen el sistema de reacondicionamiento siendo, en términos generales, similar a la del desplazamiento. La diferencia más apreciable de estas gráficas con respecto a las de la Figura 6.11, es que la aceleración modal tiende a cero a medida que la frecuencia de excitación se reduce. Por otra parte, el máximo desplazamiento y la máxima aceleración tienen lugar a frecuencias de resonancia ligeramente distintas, aunque dicha diferencia es reducida en el caso de amortiguamientos estructurales moderados. Al igual que ocurría en el caso del desplazamiento, puesto que las expresiones (6.81a) y (6.81b) son equivalentes, la aceleración modal asociada al segundo modo, \tilde{a}_{12}^B , varía de forma idéntica a \tilde{a}_{11}^B en términos de los parámetros secundarios.

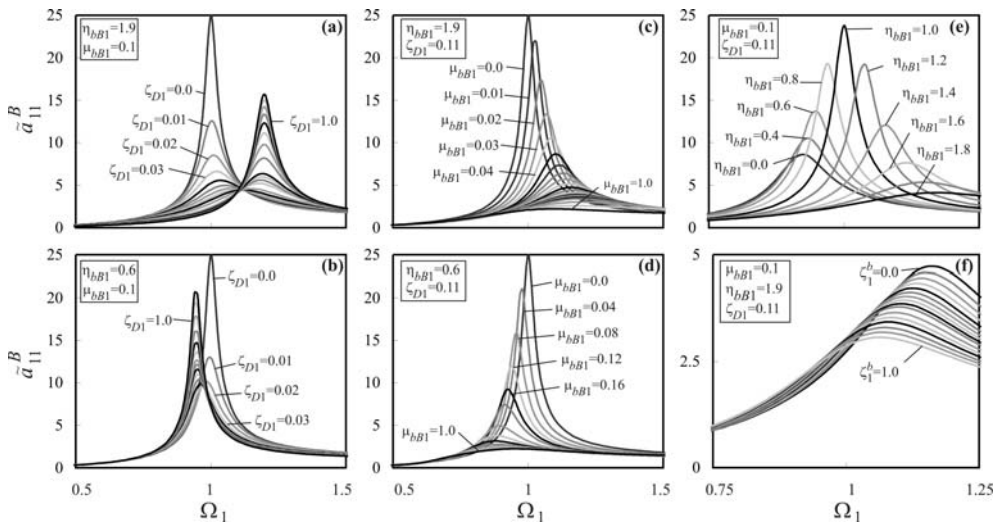


Figura 6.12 \tilde{a}_{11}^B vs. Ω_1 . Respuesta en función de (a) y (b) ζ_{D1} ; (c) y (d) μ_{bB1} ; (e) η_{bB1} ; (f) ζ_1^b

Las conclusiones del análisis realizado, similares a las del capítulo anterior, se resumen a continuación:

- La amplificación del desplazamiento y la aceleración adimensional de los dos primeros modos del tablero, A_{11}^B , A_{12}^B , \tilde{a}_{11}^B y \tilde{a}_{12}^B , se reducen monótonamente con el aumento de la masa y frecuencia de las vigas auxiliares.
- Una vez que las características mecánicas de las vigas auxiliares se ha seleccionado para cierto tablero, de manera que η_{bB1} , μ_{bB1} , η_{bB2} y μ_{bB2} están

definidas, existen sendas tasas óptimas de amortiguamiento externo que minimizan la amplitud del desplazamiento en cada modo. Estas tasas de amortiguamiento óptimas estarán generalmente relacionadas con constantes de los FVD, C_D , diferentes. En el caso de la aceleración modal se produce la misma situación, siendo las tasas de amortiguamiento óptimas diferentes a las asociadas al desplazamiento.

- Para que el sistema de reacondicionamiento sea efectivo y reduzca la contribución dinámica de cada uno de los modos, las relaciones de frecuencias η_{bB1} y η_{bB2} deben ser superiores a la unidad.
- Puesto que en este caso la respuesta total del tablero depende de la contribución combinada de los dos modos de vibración y, por tanto, de las variables adimensionales η_B y μ_B , no es posible por el momento proponer un procedimiento para el dimensionado óptimo del sistema de reacondicionamiento como se hizo en el capítulo anterior, sino que es necesario analizar la respuesta dinámica total en un punto genérico. Esto se lleva a cabo en el apartado siguiente.

6.4.2.2. Estudio paramétrico de la respuesta dinámica en un punto genérico

En este apartado se realiza un análisis paramétrico de la respuesta en un punto genérico del tablero, perteneciente al plano neutro de la sección central, considerando la contribución simultánea de los dos modos de vibración de éste tenidos en cuenta en el análisis armónico.

La amplificación del desplazamiento en un punto de coordenadas $(L/2, y_0^B)$, recogida en las ecuaciones (6.73a-g), se ha expresado en función de los parámetros siguientes:

$$A_0^B = f(\Omega_1, \mu_{bB1}, \eta_{bB1}, \zeta_{D1}, \Omega_2, \mu_{bB2}, \eta_{bB2}, \zeta_{D2}, \zeta_{11}^B, \zeta_{12}^B, \zeta_1^b, R_p, R_0, R_{0p}) \quad (6.95)$$

Estos catorce parámetros seleccionados con objeto de compactar la formulación son dependientes entre sí una vez definidas las características del tablero ya que, como se ha comentado previamente

$$\eta_{bB2} = \eta_{bB1} / \eta_B \quad (6.96a)$$

$$\mu_{bB2} = \mu_{bB1} / \mu_B \quad (6.96b)$$

$$\Omega_2 = \Omega_1 / \eta_B \quad (6.96c)$$

$$\zeta_{D2} = \zeta_{D1} / \mu_B \eta_B \quad (6.96d)$$

Por lo que A_0^B , al igual que \tilde{a}_0^B , dependen en realidad de doce parámetros independientes

$$A_0^B = f(\Omega_1, \mu_{bB1}, \eta_{bB1}, \zeta_{D1}, \mu_B, \eta_B, \zeta_{11}^B, \zeta_1^b, \zeta_{12}^B, R_P, R_0, R_{0P}) \quad (6.97a)$$

$$\tilde{a}_0^B = g(\Omega_1, \mu_{bB1}, \eta_{bB1}, \zeta_{D1}, \mu_B, \eta_B, \zeta_{11}^B, \zeta_1^b, \zeta_{12}^B, R_P, R_0, R_{0P}) \quad (6.97b)$$

El conjunto total de parámetros definidos a través de las expresiones (6.61a-m), puede ser clasificado según el esquema mostrado en la Figura 6.13.

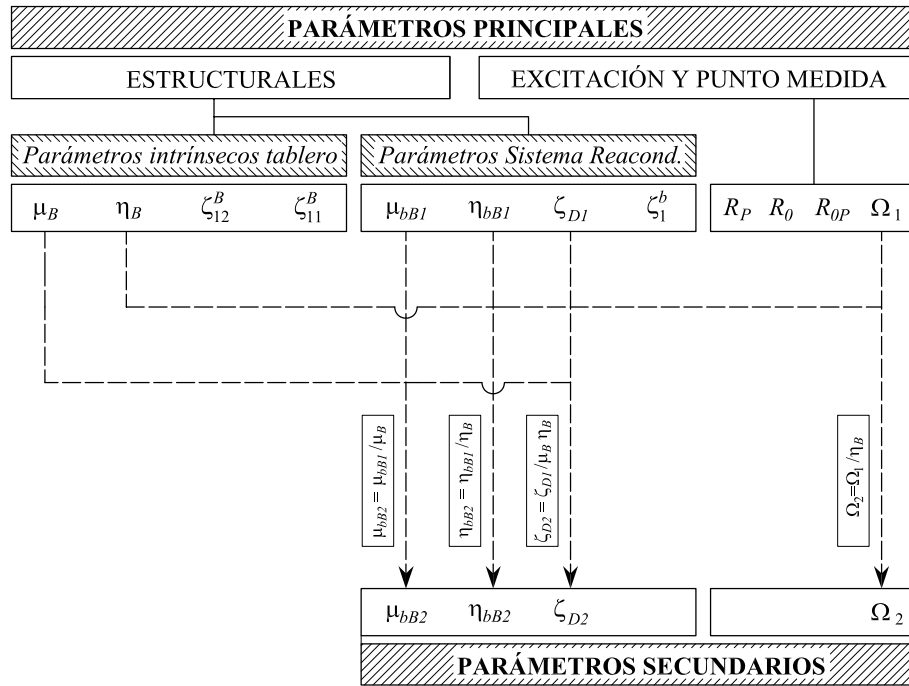


Figura 6.13 Clasificación de parámetros adimensionales

Los parámetros principales son los 12 parámetros independientes que gobiernan la respuesta en un punto genérico, incluidos en las expresiones (6.97a-b). Éstos pueden ser agrupados a su vez en tres categorías: (i) los denominados *parámetros intrínsecos del tablero* son aquellos que están unívocamente definidos una vez conocidas las propiedades del tablero; (ii) en segundo lugar y una vez conocidos los anteriores, cuatro parámetros definen las propiedades del sistema de reacondicionamiento; (iii) finalmente, las características de la excitación armónica así como el punto concreto de medida de resultados dan lugar a otros cuatro parámetros adicionales.

El objetivo del estudio que se presenta a continuación es el de analizar la evolución de la respuesta en varios puntos del tablero en función de los *parámetros del sistema de reacondicionamiento* en el rango de frecuencias de excitación de interés, siendo el resto de parámetros señalados en la Figura 6.13, los denominados *secundarios*, función de los anteriores. Para ello, es necesario asignar valores a los parámetros intrínsecos del tablero y

a los relacionados con el punto de aplicación de la excitación y el de medida de resultados.

En lo referente al amortiguamiento estructural del tablero, se han seleccionado tasas de amortiguamiento de $\zeta_{11}^B = \zeta_{12}^B = 0.02$ en todos los casos analizados.

Puesto que μ_B , R_P , R_0 y R_{0P} dependen de las formas modales de flexión y torsión de la placa, y dado que las expresiones analíticas que definen los modos propuestas por Huffington son función de las frecuencias naturales, se ha considerado conveniente aproximar el rango de variación de estos cuatro parámetros independientemente de las propiedades concretas de la placa, empleando para ello el método simplificado de Rayleigh [75]. El método de Rayleigh aproxima la deformada de los modos de vibración de una placa rectangular, mediante el producto de los modos de dos vigas B-E de longitudes iguales al largo y al ancho de la placa respectivamente, con las condiciones de contorno de ésta en los bordes: simplemente apoyado en $x^B=0$ y $x^B=L$ y libre en $y^B=0$ e $y^B=B$. Los dos primeros modos de flexión y torsión en el caso que nos ocupa pueden ser expresados según este método como

$$\Phi_{11}^{B, Rayleigh}(x^B, y^B) = \text{sen}\left(\frac{\pi x^B}{L}\right) \quad (6.98a)$$

$$\Phi_{12}^{B, Rayleigh}(x^B, y^B) = \text{sen}\left(\frac{\pi x^B}{L}\right)\left(1 - \frac{2y^B}{B}\right) \quad (6.98b)$$

Normalizando las expresiones anteriores dividiendo por la amplitud en el punto de conexión de la cabeza del amortiguador conectado a la primera viga

$$\Lambda_{11}^{B, Rayleigh}(x^B, y^B) = \frac{\Phi_{11}^{B, Rayleigh}(x^B, y^B)}{\Phi_{11}^{B, Rayleigh}(L/2, y_{D1}^B)} = \text{sen}\left(\frac{\pi x^B}{L}\right) \quad (6.99a)$$

$$\Lambda_{12}^{B, Rayleigh}(x^B, y^B) = \frac{\Phi_{12}^{B, Rayleigh}(x^B, y^B)}{\Phi_{12}^{B, Rayleigh}(L/2, y_{D1}^B)} = \text{sen}\left(\frac{\pi x^B}{L}\right)\left(\frac{B - 2y^B}{B - 2y_{D1}^B}\right) \quad (6.99b)$$

De esta forma es posible obtener expresiones aproximadas de los cocientes R_P , R_0 y R_{0P}

$$R_P \approx \frac{\Lambda_{12}^{B, Rayleigh}(L/2, y_P^B)}{\Lambda_{11}^{B, Rayleigh}(L/2, y_P^B)} = \frac{1 - 2y_P^B/B}{1 - 2y_{D1}^B/B} \quad (6.100a)$$

$$R_0 \approx \frac{\Lambda_{12}^{B, Rayleigh}(L/2, y_0^B)}{\Lambda_{11}^{B, Rayleigh}(L/2, y_0^B)} = \frac{1 - 2y_0^B/B}{1 - 2y_{D1}^B/B} \quad (6.100b)$$

$$R_{0P} \approx \frac{\Lambda_{11}^{B, Rayleigh}(L/2, y_0^B)}{\Lambda_{11}^{B, Rayleigh}(L/2, y_P^B)} = 1 \quad (6.100c)$$

Para proponer un rango de variación de los parámetros anteriores, es necesario estimar la posición más probable de las vigas auxiliares en relación al ancho de la placa. Puesto que como se mostrará en apartados posteriores, el sistema de reacondicionamiento reducirá tanto más la respuesta dinámica del tablero debida a la torsión cuanto más se aproximen los FVD a los bordes $y^B = 0$ e $y^B = B$, no afectando demasiado su ubicación a la contribución del modo de flexión, y considerando que las vigas auxiliares se sitúan entre las dos parejas de vigas más próximas a los bordes en un tablero de vigas, se ha determinado esta posición en una serie de puentes reales de dicha tipología en casos de vía múltiple y observado que $y_{D1}^B \approx 0.2B$. Se ha adoptado este valor como valor medio en la realización del estudio paramétrico que se presenta en lo que sigue, aunque su posible variabilidad será tenida en cuenta en el apartado 6.4.2.3.

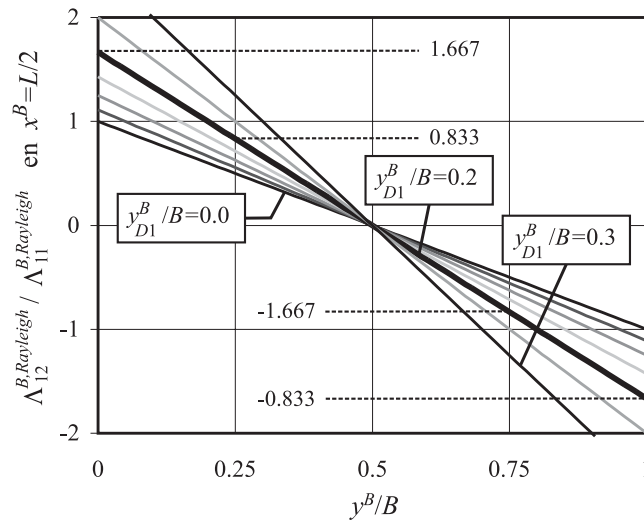


Figura 6.14 Relación de amplitudes modales de la placa a lo largo de la sección central para $y_{D1}^B \in [0, 0.3B]$ aplicando el método de Rayleigh

En la Figura 6.14 se ha representado el cociente de amplitudes modales $\Lambda_{12}^{B, Rayleigh} / \Lambda_{11}^{B, Rayleigh}$ a lo largo de la línea de puntos de la sección central de la placa, para diferentes valores de y_{D1}^B contenidos en el intervalo $[0, 0.3B]$. Suponiendo que los FVD equivalentes se encuentran conectados a las coordenadas $y_{D1}^B = 0.2B$ e $y_{D2}^B = 0.8B$ de la sección central, adoptando ambos modos amplitudes unitarias en el primer punto, los valores de R_0 en los puntos de medida de resultados $y_0^B = \{0, 0.25B, 0.5B, 0.75B, B\}$ que serán considerados en el análisis paramétrico son $\{1.667, 0.833, 0, -0.833, -1.667\}$. Por otra parte, se ha comprobado que en puentes existentes de vía doble, el eje de la vía suele estar situado a una distancia de $0.32B$ del borde del tablero aproximadamente, con lo que se empleará un valor medio de $R_P = 0.6$.

En lo referente a la relación de masas μ_B , es posible también obtener una expresión

aproximada de esta variable, dependiendo exclusivamente de la posición de las vigas auxiliares en relación con el ancho de la placa

$$\mu_B \approx \mu_B^{Rayleigh} = \frac{\int_0^L \int_0^B \rho^B h^B \Lambda_{12}^{B, Rayleigh} (y^B, x^B)^2 dy^B dx^B}{\int_0^L \int_0^B \rho^B h^B \Lambda_{11}^{B, Rayleigh} (y^B, x^B)^2 dy^B dx^B} = 3 \left(1 - 2 \frac{y_{D1}^B}{B} \right)^{-2} \quad (6.101)$$

Representando gráficamente $\mu_B^{Rayleigh}$ con respecto a la posición de la primera viga auxiliar se obtiene la curva mostrada en la Figura 6.15

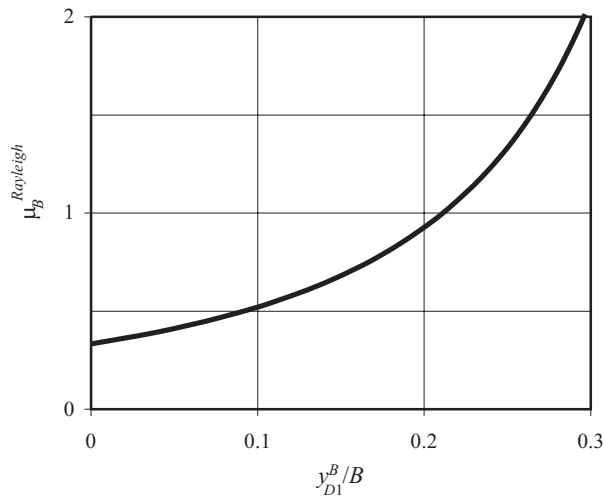


Figura 6.15 Relación de masas modales $\mu_B^{Rayleigh}$ aproximada por el método de Rayleigh en función de la posición del primer amortiguador equivalente

En concreto, para la misma ubicación de las vigas auxiliares $y_{D1}^B = 0.2B$ e $y_{D2}^B = 0.8B$, se obtiene una relación de masas $\mu_B^{Rayleigh} = 0.926$ que será la que se emplee en el estudio paramétrico.

Finalmente, es necesario estimar la relación de frecuencias entre los modos de torsión y flexión de la placa η_B . Pese a que la mayor parte de los tableros de vigas o losas aligeradas, suelen ser tableros de débil rigidez a torsión en los que $H^2 < D_x D_y$ (Monleón [98], Cusens [24]), la experiencia muestra que la frecuencia asociada al modo de torsión es en la práctica totalidad de los casos superior a la del de flexión. En la Figura 6.16 se han incluido las deformadas propias de sendos modos obtenidas mediante un modelo de elementos finitos. En el caso de tableros de losa sobre vigas, en el modo de flexión, losa y vigas adoptan una deformada compuesta por media onda entre apoyos. Comparando esta deformada con la del modo de torsión, incluida en la parte inferior de la misma figura, se observa que en este segundo caso, las vigas adoptan de nuevo el mismo tipo de curvatura, aunque la mitad de ellas con un signo y la otra mitad con el signo contrario, además de

deformarse por el efecto de la torsión.

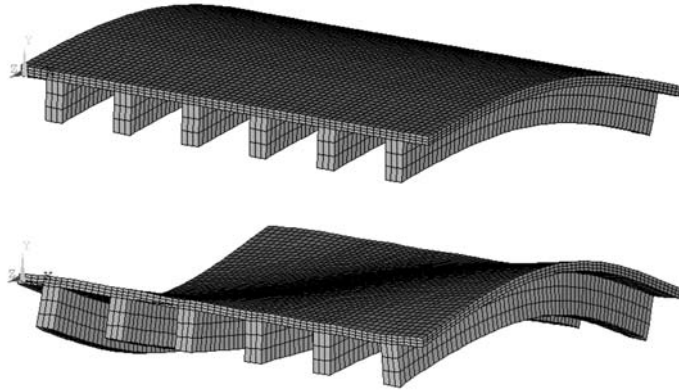


Figura 6.16 Modos de flexión y torsión en un tablero vigas calculado mediante un modelo 3D de EF

Cabe esperar que deformadas asociadas a la misma energía de deformación conlleven una mayor masa movilizada en el modo de flexión que en el de torsión. Si este efecto es superior al de la rigidez recién mencionado, la relación de frecuencias será mayor que la unidad. Por todo ello, dos casos han sido considerados

- Caso 1: $\eta_B > 1 \rightarrow \omega_{12}^B > \omega_{11}^B$
- Caso 2: $\eta_B = 1 \rightarrow \omega_{12}^B = \omega_{11}^B$

Para cada una de estas dos situaciones, en concreto para $\eta_B=1.3$ y $\eta_B=1$, se han construido representaciones paramétricas de la respuesta del tablero A_0^B aplicando la ecuación (6.73) en términos de los parámetros que definen el reacondicionamiento $\{\eta_{bB1}, \mu_{bB1}, \zeta_{D1}, \zeta_{b1}\}$, en los cinco puntos de medida de la sección central mencionados con anterioridad $y_0^B = \{0, 0.25B, 0.5B, 0.75B, B\}$. En todos los casos la respuesta se ha calculado considerando valores de la frecuencia de excitación contenidos en el intervalo $(0.5 \leq \Omega_1 \leq 1.5)$ con una resolución de 0.005.

La Figura 6.17 recoge los resultados del análisis paramétrico correspondiente al primer punto de estudio $(L/2, 0)$ en el caso $\eta_B=1.3$. En todos los gráficos que componen esta figura con excepción del (f), se ha considerado una tasa de amortiguamiento estructural en ambas vigas auxiliares de 0.5%. En todos los casos, para valores de la frecuencia de excitación próximos a cero, la respuesta en desplazamientos tiende a la estática, por lo que A_0^B no tiende a la unidad sino al cociente de respuestas estáticas entre el punto de medida y el de aplicación de la carga armónica. Por otra parte, al adoptar la frecuencia de excitación valores muy elevados, la respuesta dinámica tiende a cero.

En las gráficas (a) y (b) de la figura se han mantenido constantes las relaciones de masas y

frecuencias entre las vigas auxiliares y el tablero, y se han calculado y representado curvas de $A_0^B = f(\Omega_1)$ para distintos valores de la tasa de amortiguamiento externa ζ_{D1} variando entre 0 y 1. A medida que ζ_{D1} tiende a cero reduciéndose la constante C_D de los FVD, las fuerzas transmitidas a las vigas auxiliares tienden también a cero y el sistema de cuatro gdl equivalente de la Figura 6.9, se transforma en uno de dos gdl como el de la Figura 6.18, encontrándose el movimiento vertical y el de rotación desacoplados. La respuesta dinámica en el punto de estudio experimenta sendos máximos, asociados cada uno de ellos a la resonancia de un modo de vibración. En ausencia de amortiguamientos estructurales, la amplificación dinámica de la respuesta viene dada por

$$\lim_{\zeta_D \rightarrow 0} A_0^B = \frac{\eta_B^2 R_{0P}}{\mu_B \eta_B^2 + (R_P)^2} \sqrt{\left[\frac{(1 - \Omega_1^2) R_P R_0 + (\eta_B^2 - \Omega_1^2) \mu_B}{(1 - \Omega_1^2)(\eta_B^2 - \Omega_1^2)} \right]^2} \quad (6.102)$$

$\zeta_{11}^B, \zeta_{11}^B, \zeta_1^B = 0$

tendiendo a infinito al coincidir la frecuencia de excitación con alguna de las dos frecuencias naturales del sistema

$$\Omega_{1R} = 1 \rightarrow \omega_f = \omega_{11}^B \quad (6.103a)$$

$$\Omega_{1R} = \eta_B \rightarrow \omega_f = \omega_{12}^B \quad (6.103b)$$

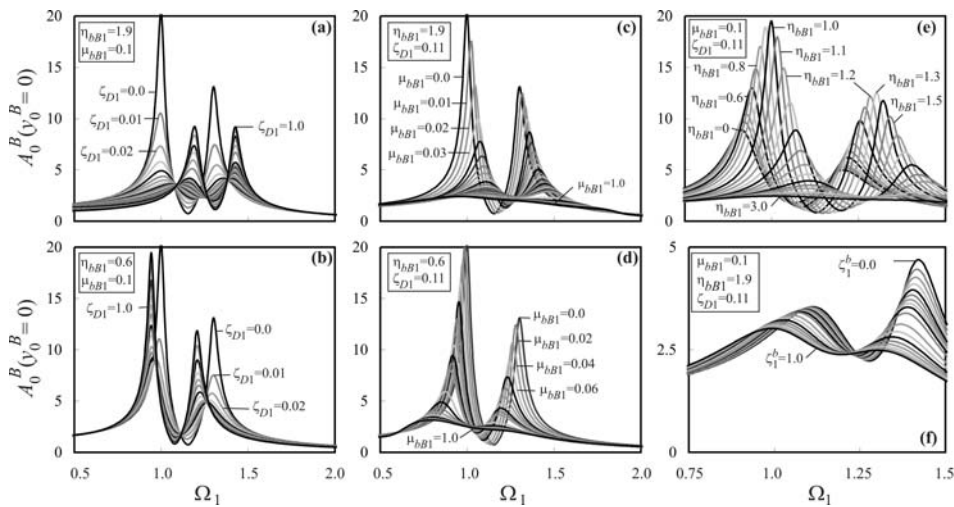


Figura 6.17 A_0^B vs. Ω_1 para $\eta_B=1.3$ $\mu_B=0.926$ $y_0^B = 0$. Respuesta paramétrica en función de (a) y (b) ζ_{D1} ; (c) y (d) μ_{bB1} ; (e) η_{bB1} ; (f) ζ_1^b

A medida que la constante de los amortiguadores C_D aumenta, y con ella la tasa de amortiguamiento externa ζ_{D1} , A_0^B disminuye monótonamente desplazándose las frecuencias de resonancia hacia valores superiores, en caso de que η_{bB1} y η_{bB2} sean mayores que la unidad como en la Figura 6.17 (a), y hacia valores inferiores en caso

contrario, como se muestra en la Figura 6.17 (b). En ambos casos, el máximo de la amplificación dinámica en resonancia alcanza un mínimo para cierto valor de ζ_{D1} y a partir de éste, empieza a crecer de nuevo, produciéndose dicho mínimo máximo en las dos frecuencias de resonancia para valores diferentes de la tasa de amortiguamiento externa.

A medida que ζ_{D1} tiende a infinito, las vigas auxiliares se mueven solidariamente con el tablero, tendiendo de nuevo el sistema a uno de dos gdl.

En la Figura 6.17 (c) y (d) se han mantenido constantes la tasa de amortiguamiento externa ζ_{D1} y la relación de frecuencias η_{bB1} , y se ha representado la evolución de la respuesta con la relación de masas μ_{bB1} , variando este parámetro entre 0 y 1 en intervalos de 0.01. La máxima respuesta se produce cuando la masa de las vigas auxiliares es nula, coincidiendo de nuevo este caso con el de la Figura 6.18. A medida que aumenta el valor de μ_{bB1} , A_0^B disminuye monótonamente desplazándose las frecuencias de resonancia hacia valores superiores, en caso de que η_{bB1} y η_{bB2} sean mayores que la unidad como en la Figura 6.17 (c), y hacia valores inferiores en caso contrario, como se muestra en la Figura 6.17 (d).

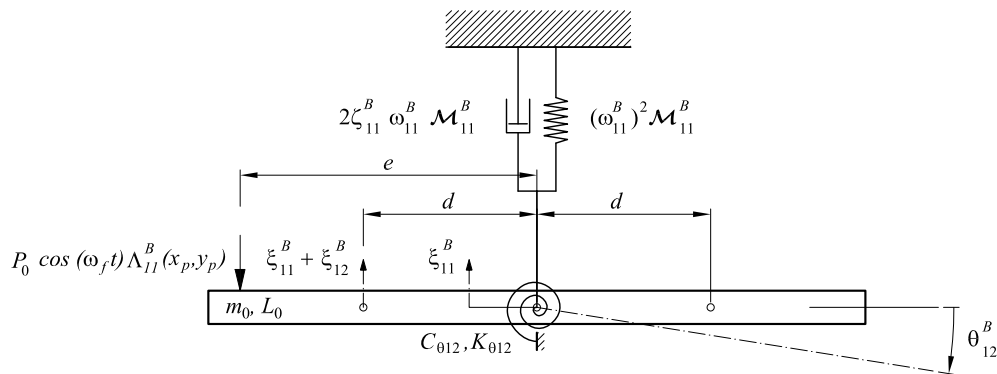
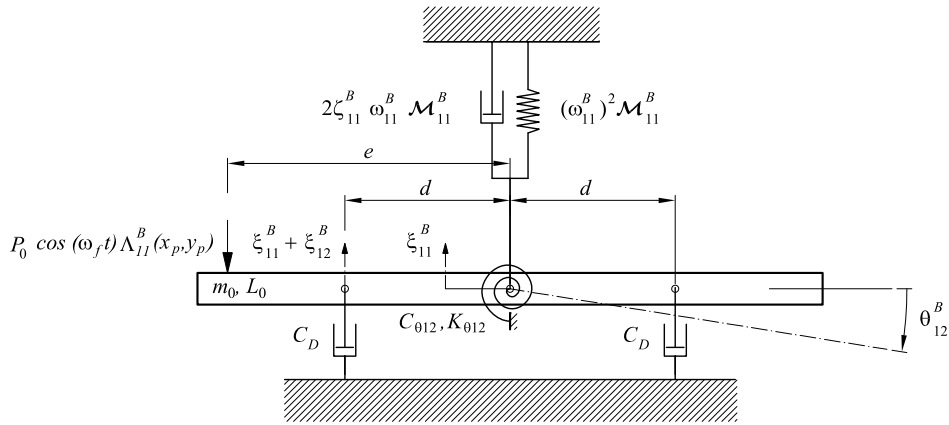


Figura 6.18 Sistema de dos gdl equivalente en el caso límite $\zeta_{D1}=0$

El caso límite en el que μ_{bB1} tiende a infinito, se corresponde con el de la Figura 6.19, en el que el tablero se encuentra conectado una referencia inmóvil a través de los FVD dando lugar a la máxima disipación energética posible. A medida que μ_{bB1} adopta valores muy grandes, las frecuencias de resonancia retornan hacia el valor correspondiente a la situación $\mu_{bB1}=0$, dejando de afectar las frecuencias naturales de las vigas auxiliares a las frecuencias de resonancia del tablero.

Figura 6.19 Sistema de dos gdl equivalente en el caso límite $\mu_{bB1} = \infty$

En la Figura 6.17(e) se ha analizado la influencia en la respuesta de la relación de frecuencias η_{bB1} , manteniendo la de masas y la tasa de amortiguamiento externa invariables. Entre los valores máximos alcanzados por A_0^B en resonancia destacan los que tienen lugar cuando la frecuencia de las vigas auxiliares coincide con la de cada uno de los modos de vibración de la placa, es decir

$$\eta_{bB1} = 1 \rightarrow \omega_1^b = \omega_{11}^B \quad (6.104a)$$

$$\eta_{bB1} = 1.3 \rightarrow \omega_1^b = 1.3 \omega_{11}^B = \omega_{12}^B \quad (6.104b)$$

En estas dos situaciones, las vigas auxiliares oscilan en fase con el tablero a la frecuencia de cada modo de vibración, dando lugar a una escasa velocidad relativa entre extremos de los FVD y consecuente disipación de energía. Observando detenidamente la Figura 6.17(e) se concluye que

- A medida que η_{bB1} aumenta por encima de 1.3 y la frecuencia de las vigas auxiliares supera la del modo frecuencia más alta del tablero, la respuesta máxima se reduce monótonamente. En el caso límite, cuando η_{bB1} tiende a infinito, el comportamiento del sistema se corresponde con el de la Figura 6.19 de nuevo.
- Si η_{bB1} aumenta estando su valor comprendido entre 1 y 1.3, es decir, encontrándose la frecuencia de las vigas auxiliares contenida entre las dos frecuencias del tablero, la amplitud en el máximo de resonancia relacionado con el primer modo de la placa se reduce, aumentando a medida que se acerca a 1.3 la amplitud en el máximo correspondiente al segundo modo.
- A medida que η_{bB1} decrece por debajo de 1, siendo la frecuencia de las vigas auxiliares inferior a la del modo fundamental del tablero, la amplificación se reduce hasta $\eta_{bB1}=0$. No obstante, la reducción alcanzada gracias al

reacondicionamiento para valores superiores a 1.3, es mucho mayor a la conseguida cuando $\eta_{bB1}=0$. Este último caso se corresponde con el de la Figura 6.20, en el que la masa de las vigas auxiliares sin rigidez alguna está unida a la placa a través de los FVD.

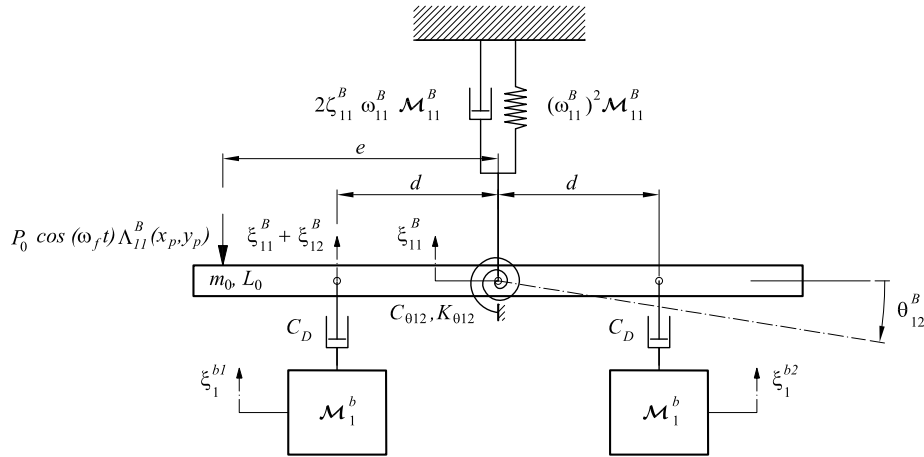


Figura 6.20 Sistema de cuatro gdl equivalente en el caso límite $\eta_{bB1}=0$

Finalmente, en la Figura 6.17(f), se han mantenido constantes todos los parámetros, con excepción de la tasa de amortiguamiento estructural de las vigas auxiliares. Se puede comprobar, como es de esperar, que la respuesta del tablero decrece monótonamente con el aumento de dicho amortiguamiento.

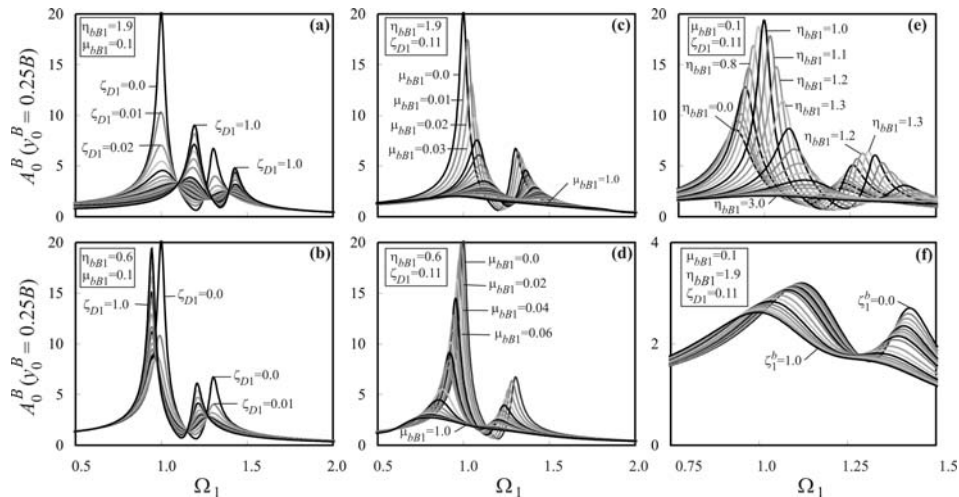


Figura 6.21 A_0^B vs. Ω_1 para $\eta_B=1.3$ y $\mu_B=0.926$ en $y_0^B = 0.25B$. Respuesta paramétrica en función de (a) y (b) ζ_{D1}^B ; (c) y (d) μ_{bB1} ; (e) η_{bB1} ; (f) ζ_1^b

El análisis paramétrico descrito se ha repetido empleando los mismos valores de los parámetros adimensionales en los cuatro puntos restantes de la sección central, situados a $B/4$, $B/2$, $3B/4$ y B del borde $y^B=0$. La Figura 6.21 muestra los resultados obtenidos en $y_0^B = B/4$. Comparando la respuesta en ausencia de reacondicionamiento de la Figura 6.17 con la de la Figura 6.21, se observa que mientras que la amplitud de la respuesta en la resonancia del modo fundamental es aproximadamente la misma, la correspondiente a la frecuencia de resonancia del modo torsión, se reduce al acercarse el punto de medida a eje longitudinal del tablero.

Esto es debido a dos factores: (i) la contribución de uno de los modos cuando se produce la resonancia del otro es muy reducida, como se mostrará más adelante; y (ii) la amplitud del modo de flexión es aproximadamente constante a lo largo de los puntos de la sección central, mientras que el modo de torsión presenta amplitudes máximas en los bordes y nula en el centro⁷¹. Como es de esperar, la amplitud de la resonancia a la frecuencia del modo de torsión se reduce hasta desaparecer por completo en el punto $y_0^B = B/2$, cuyos resultados se incluyen en la Figura 6.22.

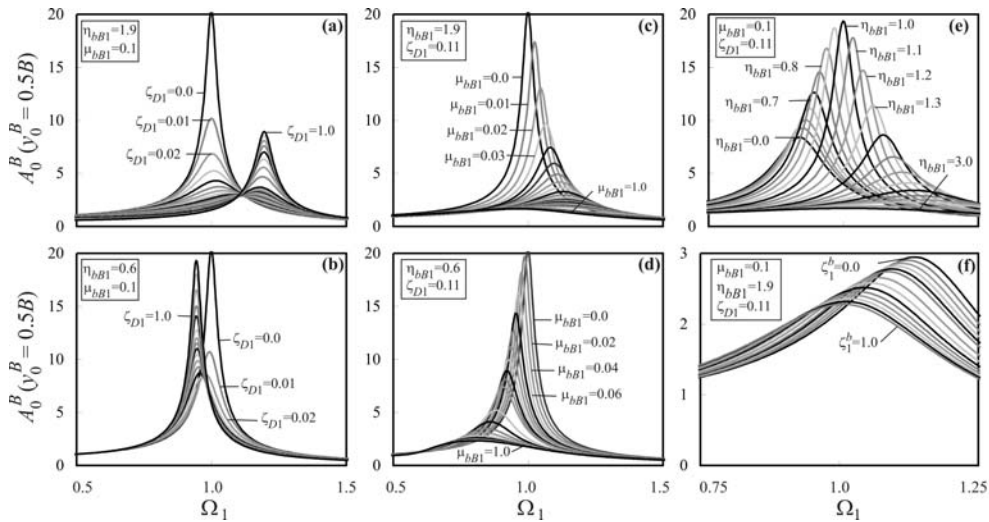


Figura 6.22 A_0^B vs. Ω_1 para $\eta_B=1.3$ y $\mu_B=0.926$ en $y_0^B = 0.5B$. Respuesta paramétrica en función de (a) y (b) ζ_{D1} ; (c) y (d) μ_{bB1} ; (e) η_{bB1} ; (f) ζ_1^b

Los resultados correspondientes a los puntos de medida $y_0^B = 3B/4$ e $y_0^B = B$ se muestran en la Figura 6.23 y en la Figura 6.24 respectivamente.

⁷¹ Debe remarcarse en este punto que, mediante la aproximación de Rayleigh, se está despreciando la pequeña variación de amplitud que experimenta el modo de flexión en la línea de puntos $x^B = L/2$, ello se traduce en la simplificación de $R_{0p}=1$ admitida en todos los casos.

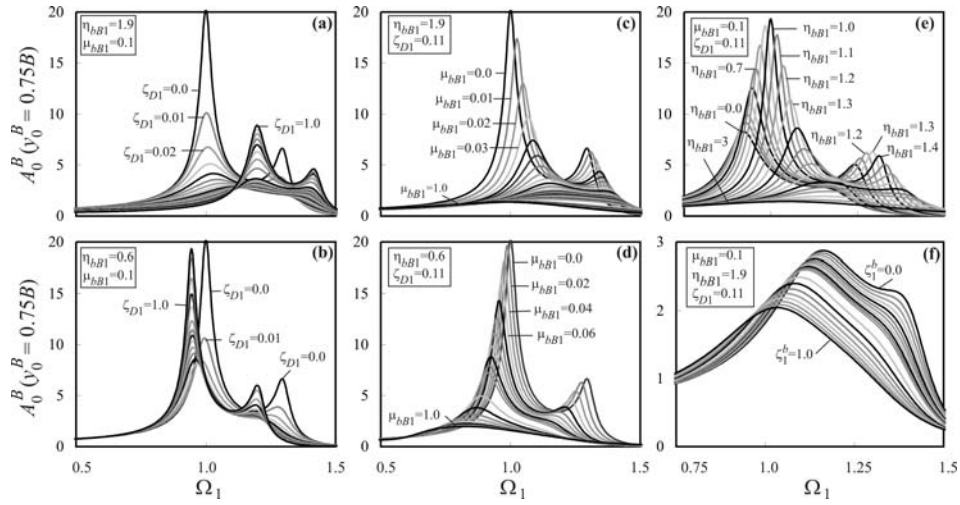


Figura 6.23 A_0^B vs. Ω_1 para $\eta_B=1.3$ y $\mu_B=0.926$ en $y_0^B = 0.75B$. Respuesta paramétrica en función de (a) y (b) ζ_{D1} ; (c) y (d) μ_{bB1} ; (e) η_{bB1} ; (f) ζ_1^b

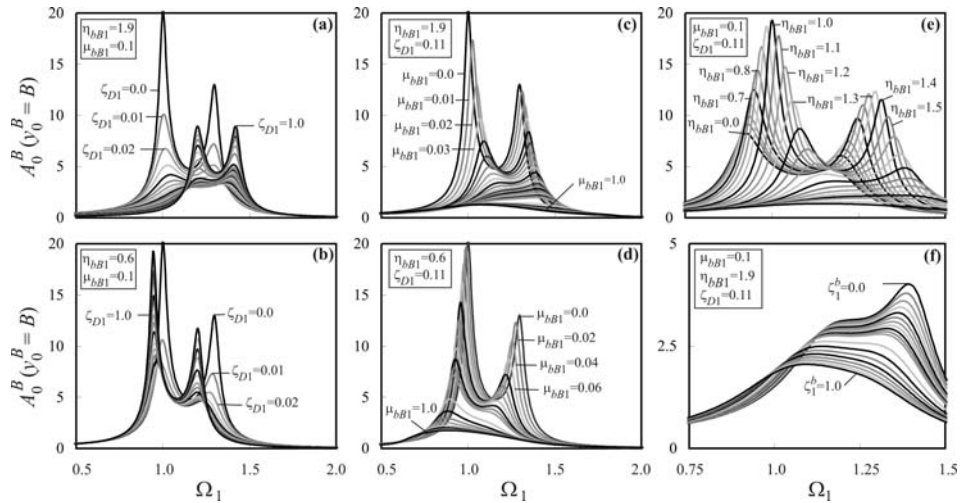


Figura 6.24 A_0^B vs. Ω_1 para $\eta_B=1.3$ y $\mu_B=0.926$ en $y_0^B = B$. Respuesta paramétrica en función de (a) y (b) ζ_{D1} ; (c) y (d) μ_{bB1} ; (e) η_{bB1} ; (f) ζ_1^b

A medida que el punto en el que se calcula la respuesta se desplaza desde el eje longitudinal hacia el borde $y^B = B$, la amplitud de la resonancia del modo de torsión comienza a aumentar de nuevo, alcanzando su valor máximo en este último punto. La diferencia que se aprecia en el comportamiento dinámico de la placa entre puntos de medida simétricos con respecto al eje longitudinal, se debe al desfase relativo existente entre las contribuciones modales. Para ilustrar este hecho se ha calculado, en ausencia de reacondicionamiento y en ambos bordes de la placa, $y^B=0$ e $y^B=B$, las contribuciones

modales A_0^{B11} y A_0^{B12} y el desfase de cada una de ellas φ_0^{B11} y φ_0^{B12} , en función de la frecuencia de excitación. Todo ello, junto a la respuesta total en términos de amplitudes y desfases, así como tres historias temporales⁷² correspondientes a $\Omega_1 = \{0.9, 1.15, 1.4\}$, se ha incluido en las figuras 6.25 y 6.26.

En la Figura 6.25⁷³ se observa que (i) en las proximidades de cada una de las dos resonancias, la contribución del modo que no resuena afecta muy poco a la amplitud total de la respuesta; (ii) a frecuencias de excitación inferiores a la de resonancia del modo fundamental y superiores a la de resonancia del segundo modo, la respuesta total A_0^B es siempre mayor que cualquiera de las dos contribuciones modales por separado. Ello es debido, tal y como se puede comprobar en la Figura 6.25(b), a que el desfase relativo entre ambas contribuciones $|\varphi_0^{B11} - \varphi_0^{B12}|$ está próximo a cero en dicho rango de frecuencias, tanto más próximo cuanto más se aleja la frecuencia de excitación de las de resonancia. De hecho, en ausencia de amortiguamientos estructurales, ambas contribuciones están perfectamente en fase. Este hecho puede observarse a través de las historias temporales correspondientes a las relaciones de frecuencias $\Omega_1 = 0.9$ y $\Omega_1 = 1.4$ de la figura; (iii) finalmente, a frecuencias de excitación contenidas entre las dos de resonancia, el desfase relativo entre las contribuciones modales se aproxima a 180° (lo es en ausencia de amortiguamientos estructurales), por lo que la respuesta total A_0^B es siempre inferior a la respuesta debida a la contribución de mayor valor. En la Figura 6.25 (d), en que se ha representado la historia temporal de las dos contribuciones y de la respuesta total para $\Omega_1 = 1.15$, se puede observar este hecho.

En la Figura 6.26 se ha incluido la misma información pero en este caso en el borde opuesto de la sección central $y^B = B$, en el que se produce el fenómeno contrario. Las contribuciones aisladas se encuentran próximas a estar en fase a frecuencias de excitación contenidas entre las dos de resonancia de la placa, tal y como se puede observar en el gráfico (b) de la figura. Por este motivo, entre estas dos frecuencias, la respuesta total A_0^B es superior a cualquiera de las dos contribuciones modales separadas en el punto A_0^{B11} y A_0^{B12} , tal y como se muestra en la Figura 6.26(a). Sin embargo, en lo que resta del intervalo de frecuencias analizado, ambas contribuciones se aproximan a estar desfasadas entre sí 180° y la amplitud total de la respuesta es inferior a la contribución más elevada, tal y como se deriva de las gráficas (c) y (e) de la misma figura.

⁷² Para el cálculo de las historias temporales se ha supuesto una frecuencia natural del modo fundamental de la placa de 9 Hz, sin que ello afecte a la generalidad de las conclusiones del análisis realizado.

⁷³ El desfase del desplazamiento en un punto genérico y de las contribuciones modales a dicho desplazamiento se ha calculado como el argumento de la variable compleja correspondiente. Debido a que la carga aplicada lleva signo contrario al del eje Z positivo, la excitación presenta un desfase de 180° , por ello, en puntos de la mitad del tablero en la que la carga armónica se encuentra aplicada, el desfase de ambas contribuciones y de la respuesta total en el caso cuasiestático tiende a 180° .

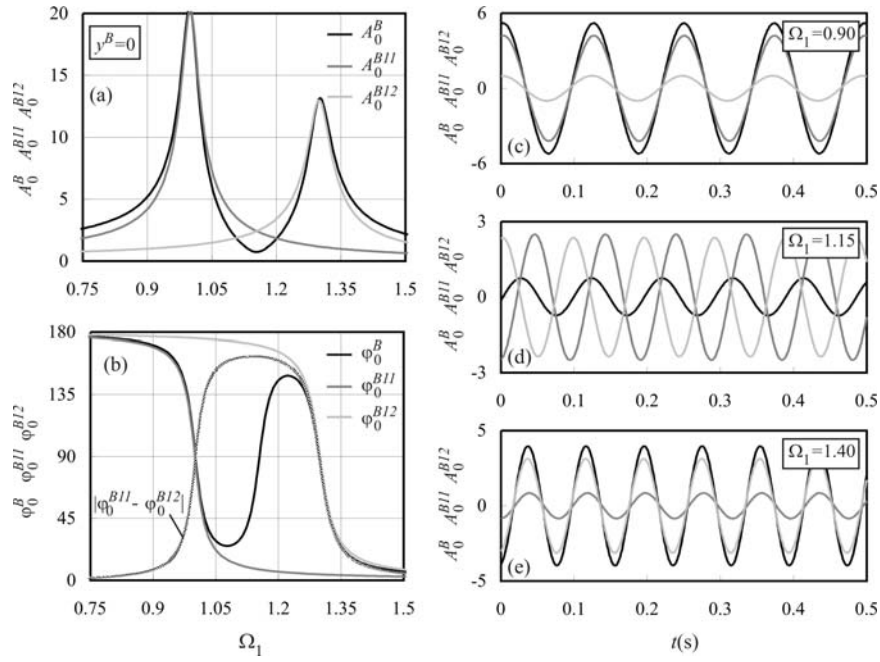


Figura 6.25 Amplificación, desfase e historia temporal de la respuesta total en el punto del borde $y^B=0$ de la sección central y contribuciones modales aisladas en dicho punto

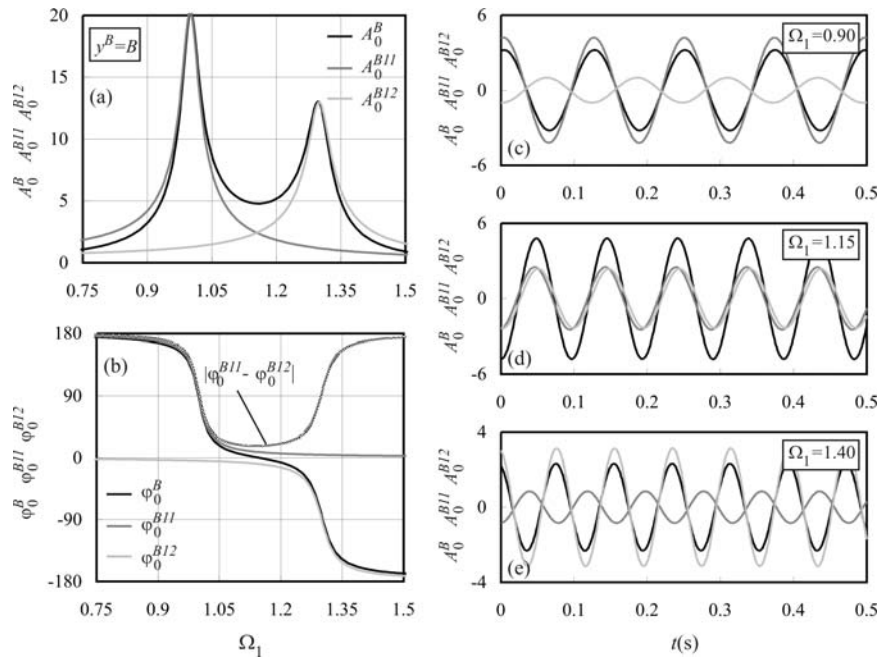


Figura 6.26 Amplificación, desfase e historia temporal de la respuesta total en el punto del borde $y^B=B$ de la sección central y contribuciones modales aisladas en dicho punto

Finalmente, se ha calculado la aceleración vertical de la placa adimensionalizada \tilde{a}_0^B en función de los parámetros que definen el reacondicionamiento, empleando los mismos rangos de valores e idéntica resolución que en el caso de la amplificación A_0^B . La Figura 6.27 muestra la evolución de \tilde{a}_0^B en el borde $y^B=0$ de la sección central, mientras que la respuesta en el borde opuesto $y^B=B$, se ha incluido en la Figura 6.28.

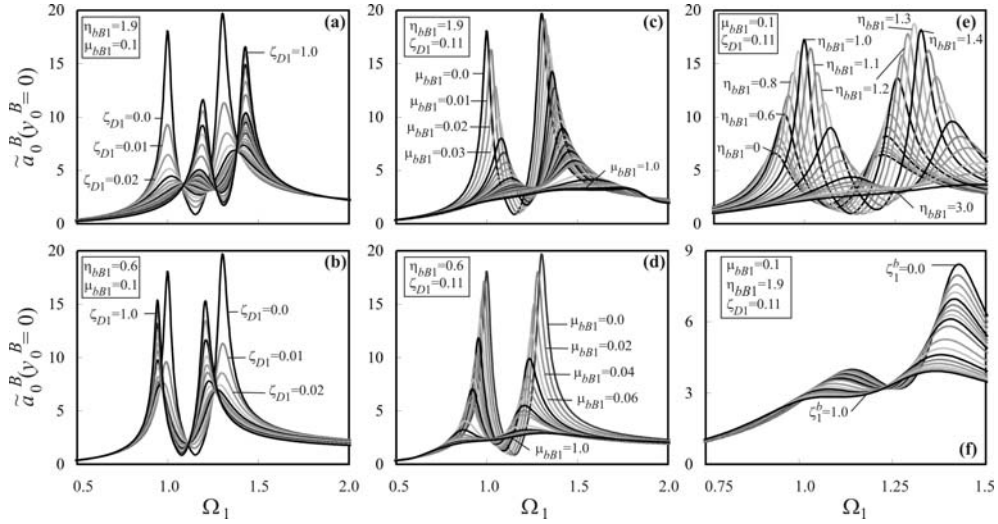


Figura 6.27 \tilde{a}_0^B vs. Ω_1 para $\eta_B=1.3$ $\mu_B=0.926$ en $y_0^B = 0$. Respuesta paramétrica en función de (a) y (b) ζ_{D1} ; (c) y (d) μ_{bB1} ; (e) η_{bB1} ; (f) ζ_1^b

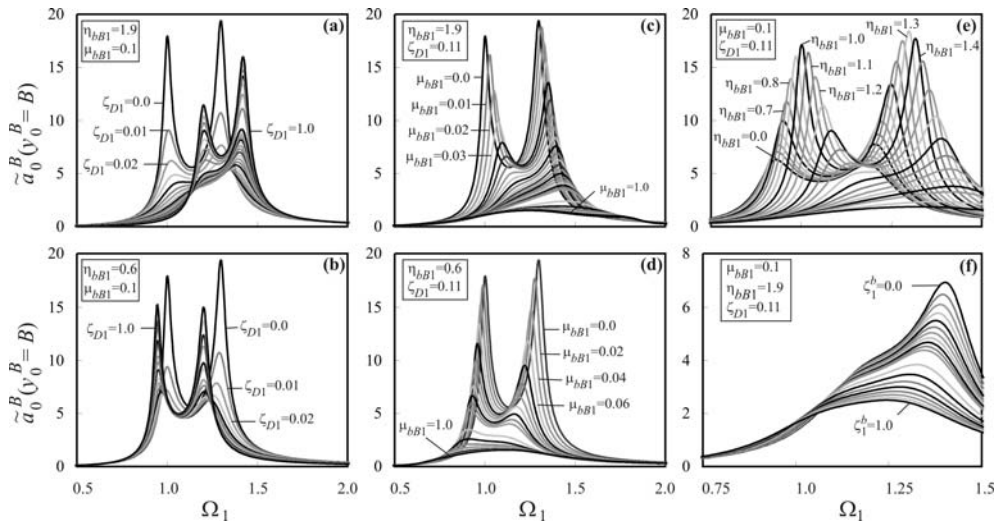


Figura 6.28 \tilde{a}_0^B vs. Ω_1 para $\eta_B=1.3$ $\mu_B=0.926$ en $y_0^B = B$. Respuesta paramétrica en función de (a) y (b) ζ_{D1} ; (c) y (d) μ_{bB1} ; (e) η_{bB1} ; (f) ζ_1^b

La respuesta en términos de aceleraciones es similar a la respuesta en términos de desplazamientos analizada anteriormente. Ello se debe a que (i) las aceleraciones modales \tilde{a}_{11}^B y \tilde{a}_{12}^B presentan un comportamiento similar a las amplificaciones A_{11}^B y A_{12}^B , tal y como se pudo comprobar en el apartado 6.4.2.1; y (ii) las contribuciones de cada uno de los modos a la aceleración total en un punto genérico \tilde{a}_0^{B11} y \tilde{a}_0^{B12} , se encuentran desfasadas 180° con respecto a las contribuciones modales asociadas al desplazamiento A_0^{B11} y A_0^{B12} , según se ha señalado en las ecuaciones (6.87d) y (6.88d), por lo que el desfase relativo entre ambas es idéntico al desfase relativo en el caso del desplazamiento, es decir

$$\left| \varphi_0^{B11} - \varphi_0^{B12} \right| = \left| \varphi_{a0}^{B11} - \varphi_{a0}^{B12} \right| \quad (6.105)$$

Una vez analizado el Caso 1 ($\eta_B=1.3$), se ha hecho lo propio con el Caso 2, considerando que las frecuencias naturales de los dos modos de vibración del tablero coinciden. Los valores asignados a todos los parámetros, salvo la relación de frecuencias η_B , son idénticos a los del caso previo.

Antes de analizar la evolución del conjunto en función de los parámetros del reacondicionamiento, se analiza la respuesta en los cinco puntos de medida de resultados en ausencia de éste en términos de amplificación, respuesta temporal y desfase de las contribuciones modales aisladas. En la Figura 6.29 se ha representado la evolución con la frecuencia de excitación de las amplificaciones modales A_0^{B11} y A_0^{B12} junto a la respuesta total A_0^B en cada punto.

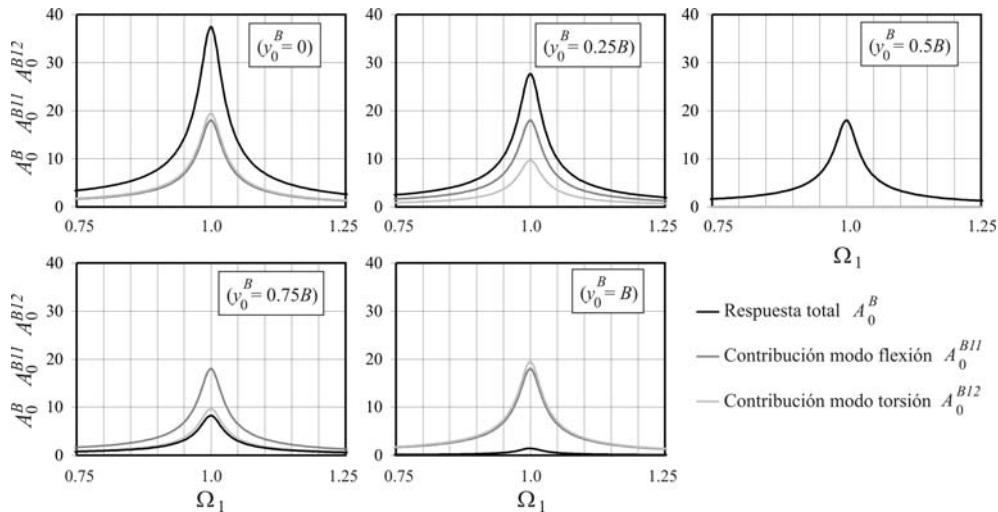


Figura 6.29 $A_0^B, A_0^{B11}, A_0^{B12} = f(\Omega_1)$ en ausencia de reacondicionamiento para $\eta_B=1$ $\mu_B=0.926$ en los cinco puntos de medida

Se observa que cuando ambas frecuencias del tablero coinciden, sólo un máximo de resonancia aparece en ausencia de reacondicionamiento. La contribución del modo de

flexión se mantiene constante a lo largo de la línea de puntos $x^B = L/2$, siendo máxima la del modo de torsión en los bordes $y^B = 0$ e $y^B = B$ y nula en $y^B = B/2$. En la mitad del tablero comprendida entre $0 \leq y^B \leq B/2$ (mitad en la que está aplicada la carga armónica), la respuesta total es siempre superior a las contribuciones aisladas mientras que en la mitad contraria es inferior a la mayor de ellas. Esto es debido al desfase existente entre ambas contribuciones.

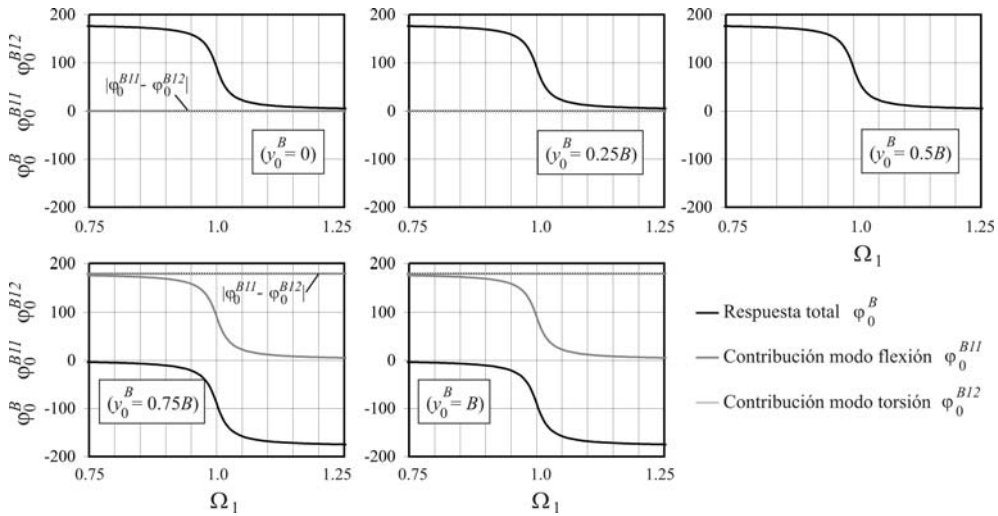


Figura 6.30 $\varphi_0^B, \varphi_0^{B11}, \varphi_0^{B12} = f(\Omega_1)$ en ausencia de reacondicionamiento para $\eta_B=1 \mu_B=0.926$ en los cinco puntos de medida

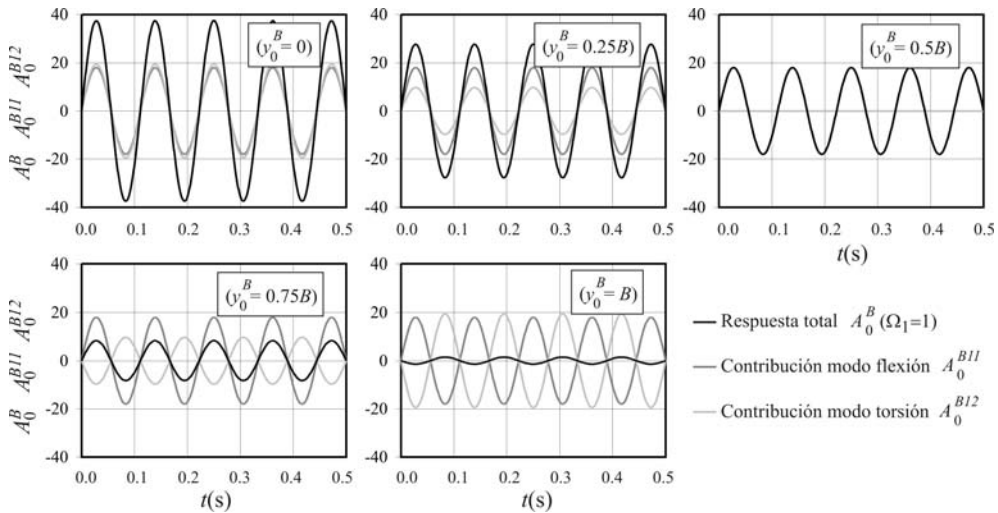


Figura 6.31 $A_0^B, A_0^{B11}, A_0^{B12} (\Omega_1=1) = f(t)$ en ausencia de reacondicionamiento para $\eta_B=1 \mu_B=0.926$ en los cinco puntos de medida

En la Figura 6.30 se ha representado en función de la frecuencia, el desfase de cada una de las contribuciones modales en el punto, el de la respuesta total y el valor absoluto del desfase relativo entre ambas. Se observa que en la primera mitad del tablero las participaciones modales están perfectamente en fase, mientras que en la segunda mitad se encuentran desfasadas 180° . Para ilustrar este fenómeno, en la Figura 6.31 se han incluido las respuestas temporales correspondientes a $\Omega_1=1$ en los cinco puntos de estudio.

Tras analizar el comportamiento original del sistema, la Figura 6.32 agrupa los resultados derivados del análisis paramétrico, en términos de las propiedades que definen el sistema de reacondicionamiento, en el borde más desfavorable de la sección central de la placa $y_0^B = 0$. En líneas generales, el comportamiento dinámico es similar al de un sistema de un sólo grado de libertad como el analizado en el capítulo anterior. A medida que aumentan las constantes de los FVD y, consecuentemente, la tasa de amortiguamiento externa, la respuesta del tablero disminuye hasta cierto valor de este parámetro, a partir del cual comienza a aumentar de nuevo. En el caso límite, al tender ζ_{D1} a infinito, las vigas auxiliares forman un conjunto solidario con la placa, modificando las dos frecuencias naturales de ésta en distinta medida, por lo que vuelven a aparecer dos pequeños picos de resonancia para valores muy elevados de ζ_{D1} .

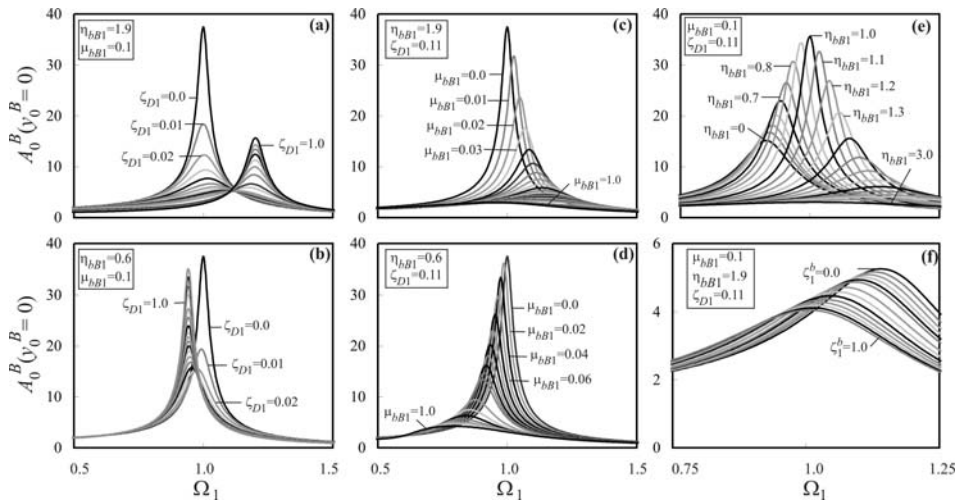


Figura 6.32 A_0^B vs. Ω_1 para $\eta_B=1$ $\mu_B=0.926$ en $y_0^B = 0$. Respuesta paramétrica en función de (a) y (b) ζ_{D1} ; (c) y (d) μ_{B1} ; (e) η_{B1} ; (f) ζ_1^b

En la Figura 6.33 se incluyen los resultados obtenidos en el punto $y_0^B = 0.25B$. La diferencia fundamental con respecto a la respuesta en el punto $y_0^B = 0$ es que la amplitud máxima que experimenta la placa en resonancia es inferior a la obtenida en el caso anterior. Ello se debe a que la contribución del modo de torsión se reduce al desplazarse el punto de medida hacia el centro, anulándose por completo cuando $y_0^B = 0.5B$ cuyos

resultados se representan en la Figura 6.34.

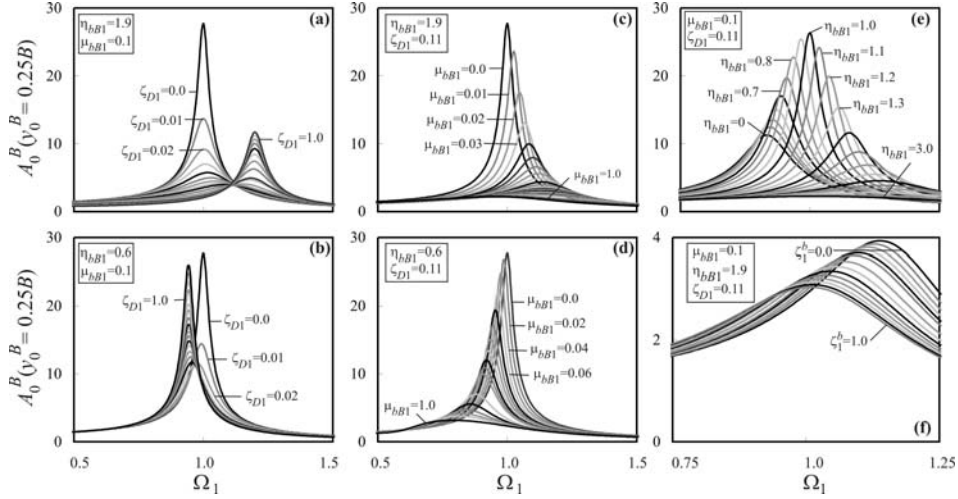


Figura 6.33 A_0^B vs. Ω_1 para $\eta_B=1$ $\mu_B=0.926$ en $y_0^B = 0.25B$. Respuesta paramétrica en función de (a) y (b) ζ_{D1} ; (c) y (d) μ_{hB1} ; (e) η_{hB1} ; (f) ζ_1^b

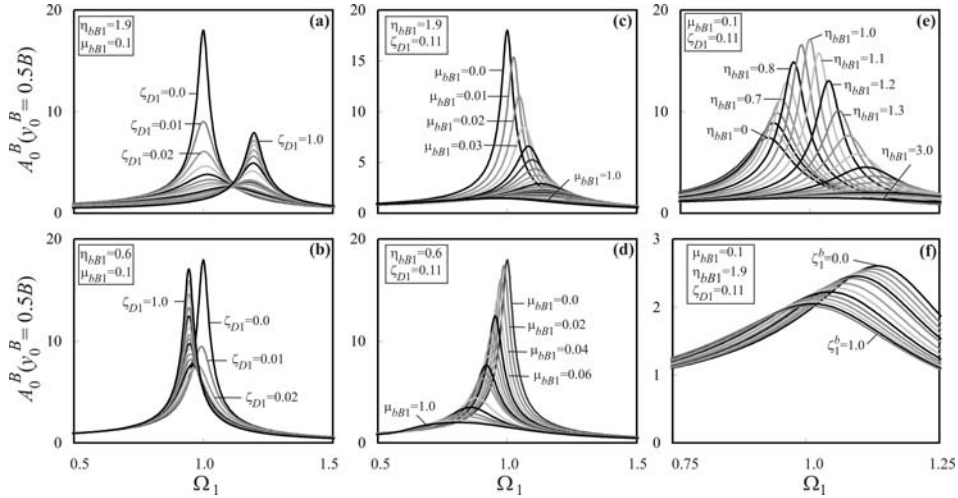


Figura 6.34 A_0^B vs. Ω_1 para $\eta_B=1$ $\mu_B=0.926$ en $y_0^B = 0.5B$. Respuesta paramétrica en función de (a) y (b) ζ_{D1} ; (c) y (d) μ_{hB1} ; (e) η_{hB1} ; (f) ζ_1^b

Finalmente, en la Figura 6.35 y en la Figura 6.36 se agrupan los resultados en los puntos $y_0^B = 0.75B$ e $y_0^B = B$ respectivamente. La amplitud máxima de la respuesta en ausencia de reacondicionamiento, desciende a medida que el punto $(L/2, y_0^B)$ se acerca al borde $y_0^B = B$, pese a que la contribución del modo de torsión aumenta y la del modo de flexión se conserve aproximadamente constante. Ello es debido al desfase relativo de 180° que

experimentan ambas contribuciones modales en la mitad del tablero opuesta a la de aplicación de la carga armónica, comentado con anterioridad.

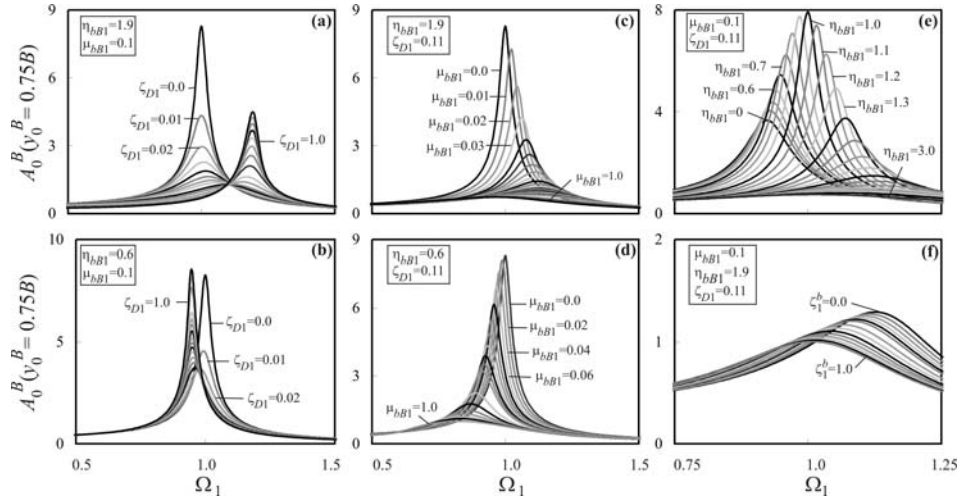


Figura 6.35 A_0^B vs. Ω_1 para $\eta_B=1$ $\mu_B=0.926$ en $y_0^B = 0.75B$. Respuesta paramétrica en función de (a) y (b) ζ_{D1} ; (c) y (d) μ_{bB1} ; (e) η_{bB1} ; (f) ζ_1^b

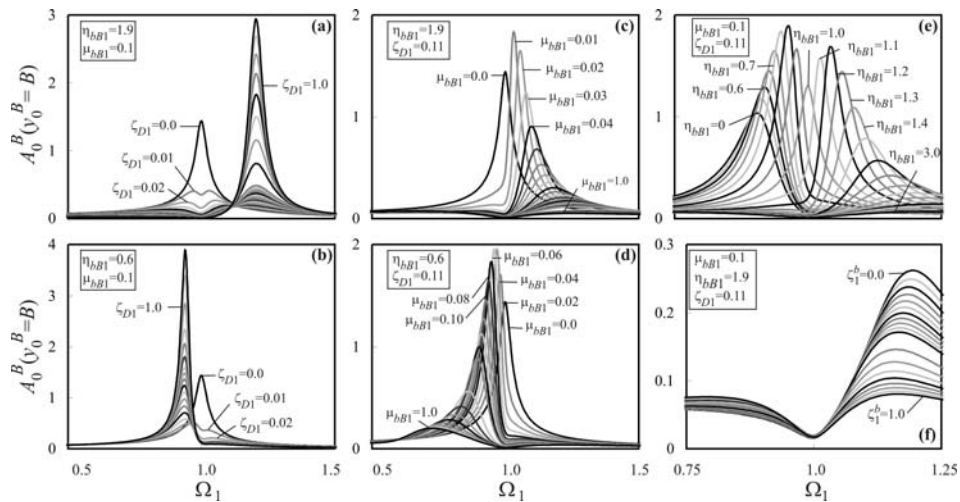


Figura 6.36 A_0^B vs. Ω_1 para $\eta_B=1$ $\mu_B=0.926$ en $y_0^B = B$. Respuesta paramétrica en función de (a) y (b) ζ_{D1} ; (c) y (d) μ_{bB1} ; (e) η_{bB1} ; (f) ζ_1^b

En la mitad del tablero opuesta a la de aplicación de la carga armónica y en presencia de reacondicionamientos moderados, tiene lugar un comportamiento anómalo que se hace especialmente patente en el caso $y_0^B = B$ representado en la Figura 6.36. Ello es debido (i) al desfase de 180° existente entre las contribuciones modales en la situación de partida,

unido a (ii) la similitud existente entre las amplitudes debidas a la flexión y a la torsión en el borde del tablero en el caso concreto que se analiza. En el gráfico (c) se puede observar cómo el valor de A_0^B a la frecuencia de resonancia y en ausencia de reacondicionamiento, es inferior al máximo de la curva correspondiente a $\mu_{bB1} = 0.01$.

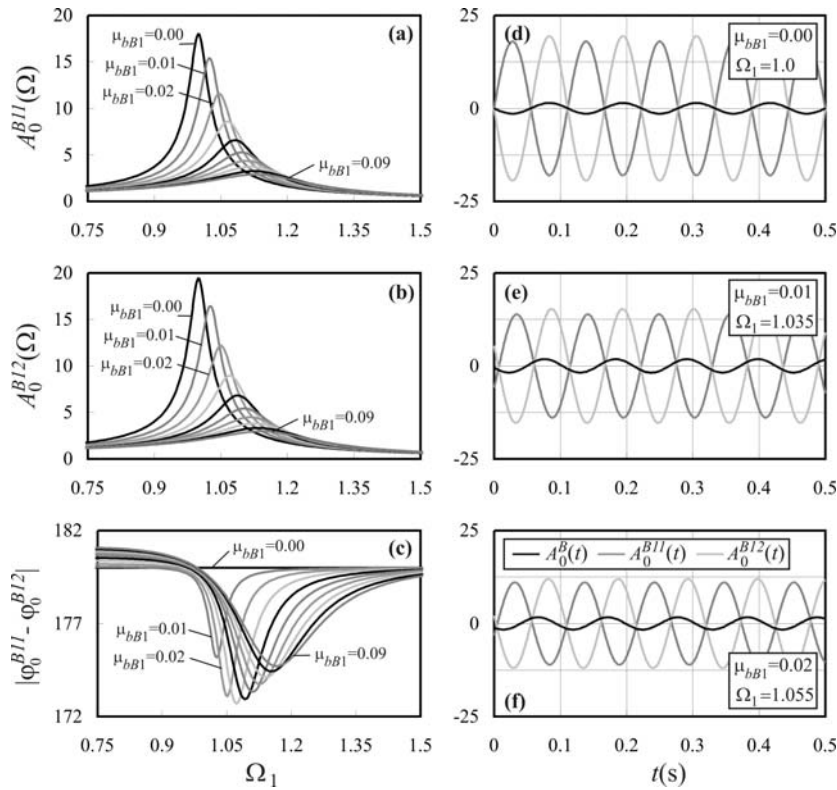


Figura 6.37 (a)-(c) Contribuciones modales en $y_0^B = B$ y desfase relativo entre ellas en función de Ω_1 para $\eta_B=1$, $\mu_B=0.926$, $\eta_{bB1}=1.9$, $\zeta_{D1}=0.11$. (d)-(f) Historias temporales a las frecuencias de resonancia de A_0^B correspondientes a los casos $\mu_{bB1}=\{0.0, 0.01, 0.02\}$

Con objeto de clarificar este fenómeno, en la Figura 6.37 se han incluido una serie de gráficos relacionados con la respuesta en el punto $y_0^B = B$, todos ellos calculados empleando los parámetros $\eta_{bB}=1.9$, $\zeta_{D1}=0.11$. En primer lugar cabe decir que las contribuciones modales aisladas en el punto, sí disminuyen monótonamente con la relación de masas, tal y como muestra la Figura 6.37(a) y (b). Por otra parte, en la Figura 6.37(c) se ha representado el desfase relativo entre éstas, en función de la frecuencia de excitación para diferentes valores de la relación de masas. Como se puede observar, en el primero de los casos $\mu_{bB1} = 0$, las contribuciones modales se encuentran desfasadas 180° y al presentar amplitudes similares en resonancia, la respuesta total en el punto se reduce considerablemente. Sin embargo, al aumentar la relación de masas, el desfase relativo

entre las contribuciones se separa de este valor especialmente a la frecuencia de resonancia. A partir de cierto valor de μ_{bB1} , $|\varphi_0^{B11} - \varphi_0^{B12}|$ vuelve a acercarse a 180° . No obstante, antes de llegar a esta situación, el valor de las amplitudes de las contribuciones modales a consecuencia del reacondicionamiento es lo suficientemente reducido como para dar lugar a una reducción de la respuesta total superior a la producida por la cancelación y el comportamiento paramétrico del sistema deja de ser anómalo. En la Figura 6.37(d)-(f) se han representado las historias temporales a las frecuencias de resonancia correspondientes a las relaciones de masas 0.00, 0.01 y 0.02 para ilustrar esta situación. Similar explicación tiene lo mostrado en la Figura 6.36(e). La máxima amplificación dinámica cuando $\eta_{bB1}=1.0$ es inferior a la de los casos $\eta_{bB1}=1.1$, 1.2 y 1.3. En la Figura 6.38(a)-(b) se muestran las contribuciones modales a la respuesta en el punto. Se puede comprobar que a medida que aumenta η_{bB1} por encima de la unidad, el máximo en resonancia de ambos modos disminuye monótonamente. En la Figura 6.38(c) se ha representado el desfase relativo entre ambas contribuciones en función de la frecuencia de excitación.

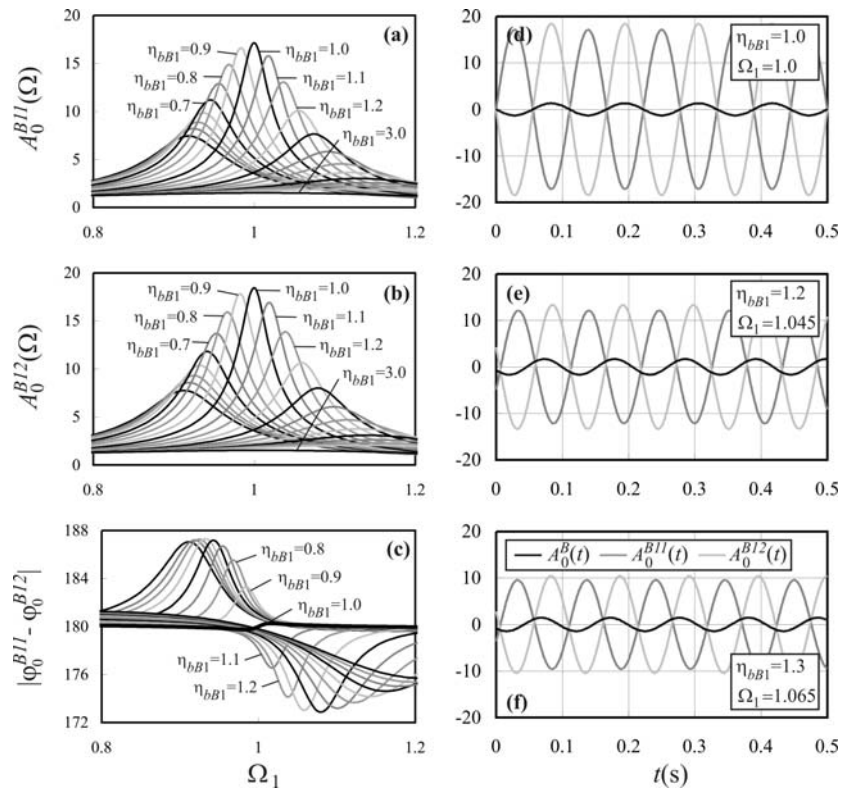


Figura 6.38 (a)-(c) Contribuciones modales en $y_0^B = B$ y desfase relativo entre ellas en función de Ω_1 para $\eta_B=1$, $\mu_B=0.926$, $\eta_{bB1}=1.9$, $\zeta_{D1}=0.11$. (d)-(f) Historias temporales a las frecuencias de resonancia de A_0^B correspondientes a los casos $\eta_{bB1}=\{1.0, 1.2, 1.3\}$

Se observa que cuando $\eta_{bB1}=1.0$, ambas señales están desfasadas aproximadamente 180° a lo largo de prácticamente todo el intervalo de frecuencias de excitación. Por este motivo pese a que las contribuciones modales aisladas presentan su máximo valor cuando $\eta_{bB1}=1.0$, éstas se restan dando lugar a una respuesta total en el punto muy reducida. Ello se puede observar en la Figura 6.38(d). Sin embargo, a medida que η_{bB1} aumenta por encima de la unidad, $|\varphi_0^{B11} - \varphi_0^{B12}|$ deja de ser 180° especialmente a la frecuencia de resonancia, por lo que pese a que las contribuciones modales aisladas sí se reduzcan por el efecto del reacondicionamiento, al no tener lugar el fenómeno de cancelación entre ambas, la respuesta total en el punto supera a la del caso $\eta_{bB1}=1.0$. A partir de $\eta_{bB1}=1.2$, la respuesta total comienza disminuir con la frecuencia de la viga auxiliar, debido a que la reducción experimentada a consecuencia del reacondicionamiento de las contribuciones aisladas supera el efecto de la cancelación y a partir de $\eta_{bB1}=1.4$, el desfase relativo entre las dos contribuciones deja de aumentar lo que todavía favorece más la disminución de la respuesta en el punto de estudio.

En cualquier caso y pese a estas anomalías, si las frecuencias de flexión y torsión del tablero coinciden, la máxima respuesta se produce en el borde $y_0^B = 0$.

Finalmente cabe de nuevo remarcar, al igual que en el capítulo anterior, que puesto que el sistema equivalente de la Figura 6.9 está compuesto por cuatro gdl, habría que esperar la existencia de las resonancias correspondientes a las vigas auxiliares en la respuesta del tablero. El estudio paramétrico realizado se ha centrado en las situaciones de resonancia experimentadas por el tablero al coincidir las frecuencias de sus dos primeros modos con la de la fuente de excitación. Se puede afirmar no obstante, que en el rango de interés de los parámetros adimensionales, $1.0 \leq \eta_{bB1} \leq 2$, $0.01 \leq \mu_{bB1} \leq 0.2$, $0 \leq \zeta_{11}^B, \zeta_{12}^B \leq 0.05$, $0 \leq \zeta_1^b \leq 0.05$, $0 \leq \zeta_{D1} \leq 0.15$, no aparecen dichos máximos de resonancia en la respuesta de la placa. En lo referente a la respuesta de las vigas auxiliares, en el rango de parámetros adimensionales recién mencionado, sólo es visible el máximo de resonancia para valores de la tasa de amortiguamiento externa ζ_{D1} extremadamente bajos, y en el intervalo de ζ_{D1} necesario para reducir la respuesta del tablero de forma sustancial, dicho pico desaparece. En cualquier caso, un fenómeno de resonancia en las vigas auxiliares no constituye un problema en sí mismo mientras no de lugar a tensiones excesivas en estos elementos, y los requisitos de frecuencia en el dimensionado de estas vigas hacen que estén muy sobredimensionadas desde el punto de vista resistente.

6.4.2.3. Influencia en la respuesta de la posición de las vigas auxiliares

En este apartado y para poner fin al estudio paramétrico de la respuesta dinámica del tablero, se analiza la influencia de la disposición de las vigas auxiliares y la consiguiente posición de los dos amortiguadores equivalentes a lo largo de la sección central de la placa. Dado que en el apartado anterior se investigó la relación entre las contribuciones modales aisladas y la respuesta total en un punto genérico, en esta sección se analiza

exclusivamente cómo la posición de las vigas afecta a la repuesta modal A_{11}^B y A_{12}^B .

La posición de las vigas auxiliares en el sentido transversal de la placa y_{D1}^B e y_{D2}^B ⁷⁴, influye directamente sobre el valor de las masas modales. Los parámetros adimensionales que se ven afectados son las relaciones de masas y las tasas de amortiguamiento externas

$$\mu_{bB1}(y_{D1}^B) = \frac{\mathcal{M}_1^b}{\mathcal{M}_{11}^B(y_{D1}^B)} \quad (6.106a)$$

$$\mu_{bB2}(y_{D1}^B) = \frac{\mathcal{M}_1^b}{\mathcal{M}_{12}^B(y_{D1}^B)} \quad (6.106b)$$

$$\zeta_{D1}(y_{D1}^B) = \frac{C_D}{2\omega_{11}^B \mathcal{M}_{11}^B(y_{D1}^B)} \quad (6.107a)$$

$$\zeta_{D2}(y_{D1}^B) = \frac{C_D}{2\omega_{12}^B \mathcal{M}_{12}^B(y_{D1}^B)} \quad (6.107b)$$

Con el objetivo de no despreciar la variación de amplitud del modo de flexión de la placa a lo largo de la sección central, efecto inevitable cuando se adopta el método simplificado de Rayleigh, en este punto se ha empleado la expresión analítica de los modos de vibración propuesta por Huffington, presentada en el apartado 6.3.1. Dividiendo cada una de las formas modales por su valor particularizado en el punto $(L/2, y_{D1}^B)$ se obtiene la expresión analítica normalizada a amplitud unitaria en la cabeza del FVD de la primera viga auxiliar

$$\Lambda_{11}^B(x^B, y^B) = \frac{\Phi_{11}^B(x^B, y^B)}{\Phi_{11}^B(L/2, y_{D1}^B)} = \frac{\text{sen}(\pi x^B/L) Y_{11}(y^B)}{\text{sen}(\pi L/2L) Y_{11}(y_{D1}^B)} \quad (6.108a)$$

$$\Lambda_{12}^B(x^B, y^B) = \frac{\Phi_{12}^B(x^B, y^B)}{\Phi_{12}^B(L/2, y_{D1}^B)} = \frac{\text{sen}(\pi x^B/L) Y_{12}(y^B)}{\text{sen}(\pi L/2L) Y_{12}(y_{D1}^B)} \quad (6.108b)$$

estando Y_{11} e Y_{12} definidas según (6.25). Se ha considerado el caso particular de una placa de 15.25 m de longitud cuyos propiedades concretas se han incluido en la Tabla 6.1 junto a algunas relativas al sistema de reacondicionamiento.

Se ha calculado y representado la evolución de las relaciones de masas μ_{bB1} y μ_{bB2} , tasas de amortiguamiento externas ζ_{D1} y ζ_{D2} y amplificaciones modales A_{11}^B y A_{12}^B , en función de la posición del amortiguador equivalente de la primera viga. La Figura 6.39 agrupa los resultados correspondientes al modo de flexión mientras que en la Figura 6.40 se han

⁷⁴ Recordar que por la doble simetría supuesta del sistema de reacondicionamiento, la variable y_{D1}^B define la posición de las dos vigas auxiliares puesto que $y_{D1}^B = B - y_{D2}^B$

incluido los correspondientes al segundo modo.

L (m)	15.25	D_x (Nm)	4.55E9	C_D (Ns/m)	1E6
B (m)	11.6	D_y (Nm)	5.19E7	$\zeta_{11}^B = \zeta_{12}^B$	0.02
h^B (m)	0.25	$D_1 = D_2$ (Nm)	1.04E7	ζ_1^b	0.005
ρ^B (kg/m ³)	9053.73	D_{xy} (Nm)	1.09E8	$\eta_{bB1} = \eta_{bB2}$	1.9
f_{11}^B, f_{12}^B (Hz)	9.58, 9.89	D_{yx} (Nm)	4.16E7	$m_p L/2$ (kg)	1E4

Tabla 6.1 Propiedades de la placa y sistema de reacondicionamiento empleadas

En la Figura 6.39 se observa cómo la reducción de la amplitud modal asociada al primer modo aumenta ligeramente a medida que las vigas auxiliares se acercan a los bordes de la placa $y^B = 0$ e $y^B = B$. Ello se debe a que la amplitud modal es mayor en los bordes que en el centro, tal y como se puede comprobar en la representación de la forma modal de la misma figura. La relación de masas y la tasa de amortiguamiento externa experimentan el mismo tipo de variación. No obstante, la reducción en la efectividad reacondicionamiento debida a la posición de las vigas auxiliares es prácticamente despreciable.

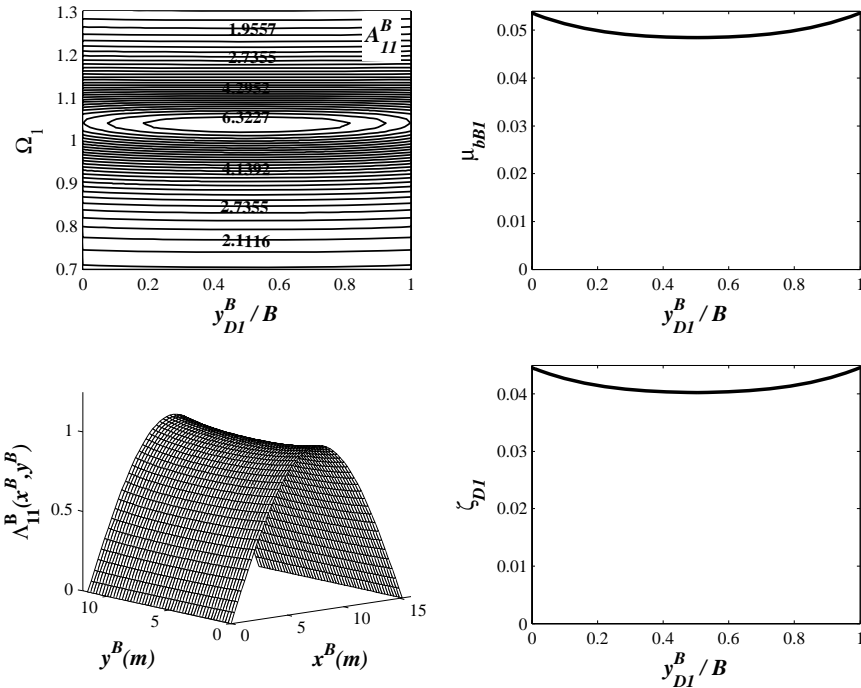


Figura 6.39 Variación de la amplificación modal A_{11}^B , μ_{bB1} y ζ_{D1} con la posición de las vigas auxiliares y_{D1}^B

No se observa lo mismo al analizar la influencia de la disposición de las vigas auxiliares sobre el modo de torsión. La máxima reducción de A_{12}^B tiene lugar de nuevo cuando la

posición de éstas coincide con los bordes de la placa, pero la respuesta aumenta considerablemente a medida que éstas se aproximan al centro. Cuando $y_{D1}^B = y_{D2}^B = B/2$, el sistema de reacondicionamiento no tiene ningún efecto sobre la respuesta de este segundo modo, puesto que su amplitud en este punto es nula. En la misma figura se han incluido también sendas gráficas representando la evolución de la relación de masas y tasa de amortiguamiento externa con la posición de las vigas auxiliares. Se puede comprobar que a diferencia del primer modo, en este caso ambas variables se anulan a medida que las vigas auxiliares se acercan al centro de la placa.

Se puede concluir que, como era esperable, los amortiguadores serán tanto más efectivos cuanto más se aproximen a los puntos de máxima amplitud modal y que, por el contrario, no reducirán la respuesta si se conectan a los nodos o puntos de amplitud nula.

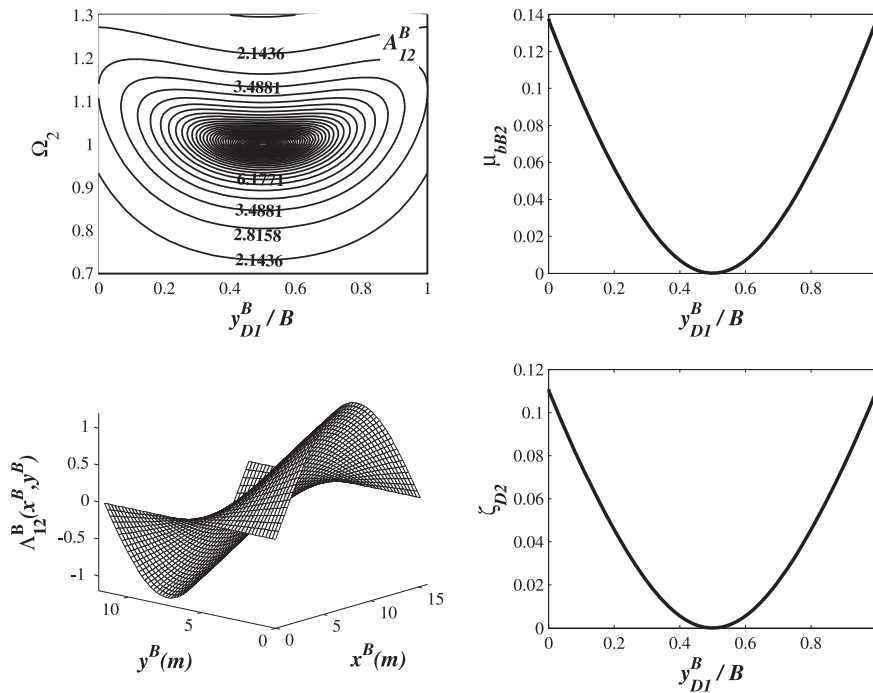


Figura 6.40 Variación de la amplificación modal A_{12}^B , μ_{bB2} y ζ_{D2} con la posición de las vigas auxiliares y_{D1}^B

6.5. Optimización del sistema de reacondicionamiento

En este apartado se plantea la posibilidad de obtener una expresión para la tasa de amortiguamiento externa óptima que minimice la respuesta del tablero en resonancia. Procediendo como en el Capítulo 5, y puesto que como se comentó entonces, se ha comprobado que el amortiguamiento estructural en puentes de ferrocarril es en general del

orden del 1% al 2% o incluso inferior, en primera aproximación se despreciará dicho amortiguamiento frente al introducido de forma externa. Esto permitirá obtener expresiones analíticas de la tasa de amortiguamiento óptima que da lugar a la mínima respuesta del tablero en ciertas condiciones. En apartados posteriores, la influencia del amortiguamiento estructural en las expresiones analíticas derivadas será verificada.

6.5.1. Expresiones analíticas de las tasas de amortiguamiento óptimas

6.5.1.1. Tasas de amortiguamiento óptimas asociadas al desplazamiento

Despreciando pues el amortiguamiento estructural de los dos modos de la placa así como el de las vigas auxiliares, la expresión de la amplificación de la respuesta dinámica en un punto genérico ante excitación armónica proporcionada en las ecuaciones (6.73a)-(6.73g), se simplifica reduciéndose a la ecuación siguiente

$$A_0^B = \sqrt{\left(\frac{D_{11}^B I}{E^2 + 4\Omega_1^2 F^2} + \frac{D_{12}^B J}{G^2 + 4\Omega_2^2 H^2}\right)^2 + \left(\frac{D_{11}^B K}{E^2 + 4\Omega_1^2 F^2} + \frac{D_{12}^B L}{G^2 + 4\Omega_2^2 H^2}\right)^2} \quad (6.109a)$$

donde

$$I = \mu_{bB1}^2 (1 - \Omega_1^2) (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2)^2 + 4\Omega_1^2 \zeta_{D1}^2 (1 - \Omega_1^2 + 2\mu_{bB1} (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2)) \quad (6.109b)$$

$$J = \mu_{bB2}^2 (1 - \Omega_2^2) (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2)^2 + 4\Omega_2^2 \zeta_{D2}^2 (1 - \Omega_2^2 + 2\mu_{bB2} (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2)) \quad (6.109c)$$

$$K = -4\Omega_1 \zeta_{D1} \mu_{bB1}^2 (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2)^2 \quad L = -4\Omega_2 \zeta_{D2} \mu_{bB2}^2 (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2)^2 \quad (6.109d)$$

$$E = \mu_{bB1} (1 - \Omega_1^2) (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2) \quad F = \zeta_{D1} (1 - \Omega_1^2 + 2\mu_{bB1} (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2)) \quad (6.109e)$$

$$G = \mu_{bB2} (1 - \Omega_2^2) (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2) \quad H = \zeta_{D2} (1 - \Omega_2^2 + 2\mu_{bB2} (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2)) \quad (6.109f)$$

estando los coeficientes D_{11}^B y D_{12}^B definidos según las expresiones (6.73f) y (6.73g) respectivamente.

En la Figura 6.41 se ha representado la respuesta del tablero en ausencia de amortiguamientos estructurales proporcionada por la ecuación (6.109a), en función de la tasa de amortiguamiento externa, en los cinco puntos de medida pertenecientes a la sección central de la placa analizados en apartados anteriores. Los parámetros intrínsecos del tablero considerados son $\eta_B=1.3$ y $\mu_B=0.926$, y las variables que definen el reacondicionamiento $\eta_{bB1}=1.9$ y $\mu_{bB1}=0.1$. La ubicación de la excitación y de la primera viga auxiliar es la misma que en el estudio paramétrico del apartado 6.4.2.2, $y_p^B = 0.32B$ e $y_{D1}^B = 0.2B$ respectivamente.

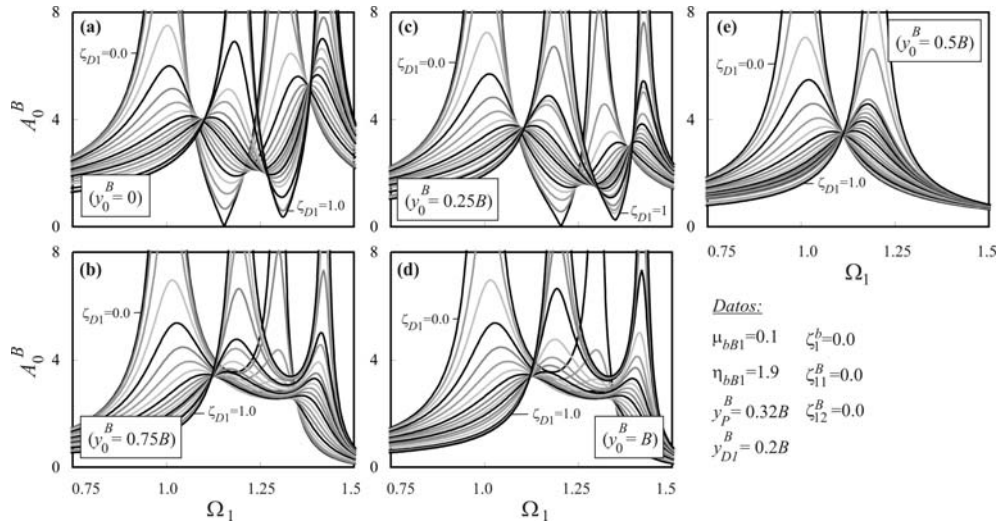


Figura 6.41 A_0^B vs. Ω_1 en función de ζ_{D1} para $\eta_B=1.3$ y $\mu_B=0.926$ en ausencia de amortiguamientos estructurales en los puntos de coordenadas $\{x^B=L/2, y^B=(0,0.25B,0.5B,0.75B,B)\}$

A partir de estas representaciones se puede concluir lo siguiente:

- Sólo en el caso del punto medio de la placa, en el que la contribución del modo de torsión es nula, se produce el efecto que permitió en el capítulo anterior obtener analíticamente la tasa de amortiguamiento externa óptima: a la frecuencia de excitación que tiene lugar el mínimo máximo, todas las curvas concurren en un mismo punto, siendo A_0^B independiente del valor de ζ_{D1} . En el resto de puntos de la placa, la contribución de un modo a la frecuencia de resonancia del otro, impide la aparición de este fenómeno.
- El valor de la tasa de amortiguamiento ζ_{D1} que da lugar al mínimo máximo de menor frecuencia, es distinto del que minimiza la máxima amplificación del segundo modo.
- Pese a que la amplitud en los mínimos máximos difiere entre los distintos puntos de medida, especialmente en el caso del modo de torsión, los valores de la tasa de amortiguamiento externa asociados con dichos mínimos máximos son poco dependientes del punto concreto de la sección central de la placa.

Esta última observación, junto a la imposibilidad de obtener una solución analítica tal y como se hizo en el capítulo anterior, sugiere que si en el rango de interés de los parámetros adimensionales, las tasas de amortiguamiento óptimas se ven poco afectadas por el punto de medida, aquellas que dan lugar a los mínimos máximos de las contribuciones modales aisladas A_0^{B11} y A_0^{B12} , que sí pueden ser obtenidas analíticamente, podrían ser una buena

aproximación de las tasas óptimas asociadas a la respuesta total en cada punto⁷⁵.

Las contribuciones modales en un punto genérico en ausencia de amortiguamientos estructurales vienen dadas por las expresiones

$$A_0^{B11} = \sqrt{(D_{11}^B)^2 \frac{4\Omega_1^2 \zeta_{D1}^2 + \mu_{bB1}^2 (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2)^2}{(1 - \Omega_1^2)^2 \mu_{bB1}^2 (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2)^2 + 4\Omega_1^2 \zeta_{D1}^2 [1 - \Omega_1^2 + 2\mu_{bB1} (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2)]^2}} \quad (6.110a)$$

$$A_0^{B12} = \sqrt{(D_{12}^B)^2 \frac{4\Omega_2^2 \zeta_{D2}^2 + \mu_{bB2}^2 (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2)^2}{(1 - \Omega_2^2)^2 \mu_{bB2}^2 (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2)^2 + 4\Omega_2^2 \zeta_{D2}^2 [1 - \Omega_2^2 + 2\mu_{bB2} (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2)]^2}} \quad (6.110b)$$

Las condiciones que deben cumplir las ecuaciones (6.110a) y (6.110b) para que a las frecuencias de excitación Ω_1 y Ω_2 correspondientes a sus respectivos mínimos máximos, la respuesta de la placa asociada a cada modo de vibración sea independiente de la tasa de amortiguamiento externa son las siguientes:

$$\frac{4\Omega_1^2}{4\Omega_1^2 [1 - \Omega_1^2 + 2\mu_{bB1} (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2)]^2} = \frac{\mu_{bB1}^2 (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2)^2}{(1 - \Omega_1^2)^2 \mu_{bB1}^2 (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2)^2} \quad (6.111a)$$

$$\frac{4\Omega_2^2}{4\Omega_2^2 [1 - \Omega_2^2 + 2\mu_{bB2} (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2)]^2} = \frac{\mu_{bB2}^2 (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2)^2}{(1 - \Omega_2^2)^2 \mu_{bB2}^2 (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2)^2} \quad (6.111b)$$

Cada una de estas ecuaciones da lugar a cuatro soluciones. Las correspondientes a la ecuación (6.111a) vienen dadas por

$$\Omega_{1R,B11}^{1*} = \frac{1}{1 + \mu_{bB1}} \sqrt{(1 + \mu_{bB1})(1 + \mu_{bB1} \eta_{bB1}^2)} \quad (6.112a)$$

$$\Omega_{1R,B11}^{2*} = \frac{-1}{1 + \mu_{bB1}} \sqrt{(1 + \mu_{bB1})(1 + \mu_{bB1} \eta_{bB1}^2)} \quad (6.112b)$$

$$\Omega_{1R,B11}^{3*} = \eta_{bB1} \quad (6.112c)$$

$$\Omega_{1R,B11}^{4*} = -\eta_{bB1} \quad (6.112d)$$

Análogamente, las cuatro raíces de la ecuación (6.111b)

⁷⁵ Cabe remarcar que las tasas de amortiguamiento que minimizan las contribuciones modales A_0^{B11} y A_0^{B12} coinciden con las que minimizan las amplificaciones modales A_{11}^B y A_{11}^B por estar estas variables relacionadas a través de una constante.

$$\Omega_{2R,B12}^{1*} = \frac{1}{1 + \mu_{bB2}} \sqrt{(1 + \mu_{bB2})(1 + \mu_{bB2} \eta_{bB2}^2)} \quad (6.113a)$$

$$\Omega_{2R,B12}^{2*} = \frac{-1}{1 + \mu_{bB2}} \sqrt{(1 + \mu_{bB2})(1 + \mu_{bB2} \eta_{bB2}^2)} \quad (6.113b)$$

$$\Omega_{2R,B12}^{3*} = \eta_{bB2} \quad (6.113c)$$

$$\Omega_{2R,B12}^{4*} = -\eta_{bB2} \quad (6.113d)$$

Las soluciones (6.112b) y (6.112d) son las conjugadas de las (6.112a) y (6.112c) y no tienen sentido físico relevante. Lo mismo ocurre con las proporcionadas por las ecuaciones (6.113b) y (6.113d).

Las soluciones $\Omega_{1R,B11}^{3*}$ y $\Omega_{2R,B12}^{3*}$ recogidas en las ecuaciones (6.112c) y (6.113c) se corresponden con dos valores de Ω_1 y Ω_2 , respectivamente, para los cuales A_0^{B11} y A_0^{B12} son independientes de la tasa de amortiguamiento externa, siendo la frecuencia de excitación en cada caso igual a la de las vigas auxiliares. Como se ha comentado con anterioridad, en el rango de parámetros adimensionales de interés, dicha situación no da lugar a un máximo perceptible en la respuesta de placa. Las soluciones que permitirán obtener analíticamente las tasas de amortiguamiento externas óptimas son las proporcionadas por $\Omega_{1R,B11}^{1*}$ y $\Omega_{2R,B12}^{1*}$. En lo sucesivo se hará referencia a estos valores como las frecuencias adimensionales en el mínimo máximo asociadas a cada uno de los dos modos de la placa $\Omega_{1R,B11}^*$ y $\Omega_{2R,B12}^*$.

$$\Omega_{1R,B11}^* = \frac{1}{1 + \mu_{bB1}} \sqrt{(1 + \mu_{bB1})(1 + \mu_{bB1} \eta_{bB1}^2)} \quad (6.114a)$$

$$\Omega_{2R,B12}^* = \frac{1}{1 + \mu_{bB2}} \sqrt{(1 + \mu_{bB2})(1 + \mu_{bB2} \eta_{bB2}^2)} \quad (6.114b)$$

Una vez determinadas $\Omega_{1R,B11}^*$ y $\Omega_{2R,B12}^*$, es posible obtener las expresiones analíticas de las tasas de amortiguamiento óptimas puesto que serán aquellas que den lugar a tangentes horizontales de las curvas $A_0^{B11} = f(\Omega_1)$ y $A_0^{B12} = f(\Omega_2)$ a las frecuencias proporcionadas por (6.114a) y (6.114b) respectivamente, es decir

$$\frac{\partial A_0^{B11}}{\partial \Omega_1} (\Omega_1 = \Omega_{1R,B11}^*, \zeta_{D1} = \zeta_{D1,AB11}^*) = 0 \quad (6.115a)$$

$$\frac{\partial A_0^{B12}}{\partial \Omega_2} (\Omega_2 = \Omega_{2R,B12}^*, \zeta_{D2} = \zeta_{D2,AB12}^*) = 0 \quad (6.115b)$$

Cada una de las dos ecuaciones anteriores da lugar a una pareja de raíces conjugadas de igual valor absoluto y signo opuesto, de las cuales las de signo positivo proporcionan las tasas de amortiguamiento óptimas en función de las relaciones de masas y frecuencias

$$\zeta_{D1,AB11}^* = \frac{\mu_{bB1} (\eta_{bB1}^2 - 1)}{2\sqrt{1 + 3\mu_{bB1} + 2\mu_{bB1}^2 + \mu_{bB1}\eta_{bB1}^2 + 3\mu_{bB1}^2\eta_{bB1}^2 + 2\mu_{bB1}^3\eta_{bB1}^2}} \quad (6.116a)$$

$$\zeta_{D2,AB12}^* = \frac{\mu_{bB2} (\eta_{bB2}^2 - 1)}{2\sqrt{1 + 3\mu_{bB2} + 2\mu_{bB2}^2 + \mu_{bB2}\eta_{bB2}^2 + 3\mu_{bB2}^2\eta_{bB2}^2 + 2\mu_{bB2}^3\eta_{bB2}^2}} \quad (6.116b)$$

Se puede comprobar que, pese a que las contribuciones modales A_0^{B11} y A_0^{B12} sí dependen del punto concreto de medida, la tasa de amortiguamiento óptima que da lugar a su mínimo máximo es independiente de éste. Expresando la ecuación (6.116b) en términos de los parámetros intrínsecos del tablero y de los principales del sistema de reacondicionamiento, con objeto de poder comparar ambas tasas de amortiguamiento se obtiene

$$\zeta_{D1,AB12}^* = \frac{\mu_{bB1} (\eta_{bB1}^2 - \eta_B^2)}{2\sqrt{(3\mu_{bB1}\mu_B + \mu_B^2 + 2\mu_{bB1}^2) \frac{\mu_{bB1}\eta_{bB1}^2 + \eta_B^2\mu_B}{\mu_B^3}}} \quad (6.117)$$

En la Figura 6.42 se han representado A_0^B , A_0^{B11} y A_0^{B12} en función de ζ_{D1} en los cinco puntos de estudio habituales para la misma situación analizada en la Figura 6.41.

Se ha calculado empleando las expresiones (6.116a) y (6.117) el valor de ζ_{D1} óptimo asociado a A_0^{B11} y A_0^{B12} , $\zeta_{D1,AB11}^*$ y $\zeta_{D1,AB12}^*$ respectivamente, y las curvas de respuesta óptimas se han incluido en las gráficas de las contribuciones aisladas mostradas en la segunda y tercera columna en trazos rojo y verde. Por otra parte, y de forma puramente numérica empleando una resolución de 0.0025⁷⁶ en el rango de valores de ζ_{D1} , se ha determinado en cada punto de medida, la tasa de amortiguamiento externa óptima que da lugar al mínimo máximo de A_0^B en cada una de las dos situaciones de resonancia.

Como se ha podido comprobar, las tasas de amortiguamiento óptimas asociadas a la respuesta total, varían ligeramente con el punto de medida, estando sus valores bastante próximos a los obtenidos analíticamente a partir de las contribuciones modales aisladas. En el apartado 6.5.2 se valorará la adecuación de las expresiones analíticas desarrolladas al tener en cuenta el efecto la contribución simultánea de los dos modos de vibración y el amortiguamiento estructural.

⁷⁶ Salvo en el caso de $y_0^B = 0.5B$ en que la tasa de amortiguamiento óptima es directamente la proporcionada por la expresión analítica (6.116a).

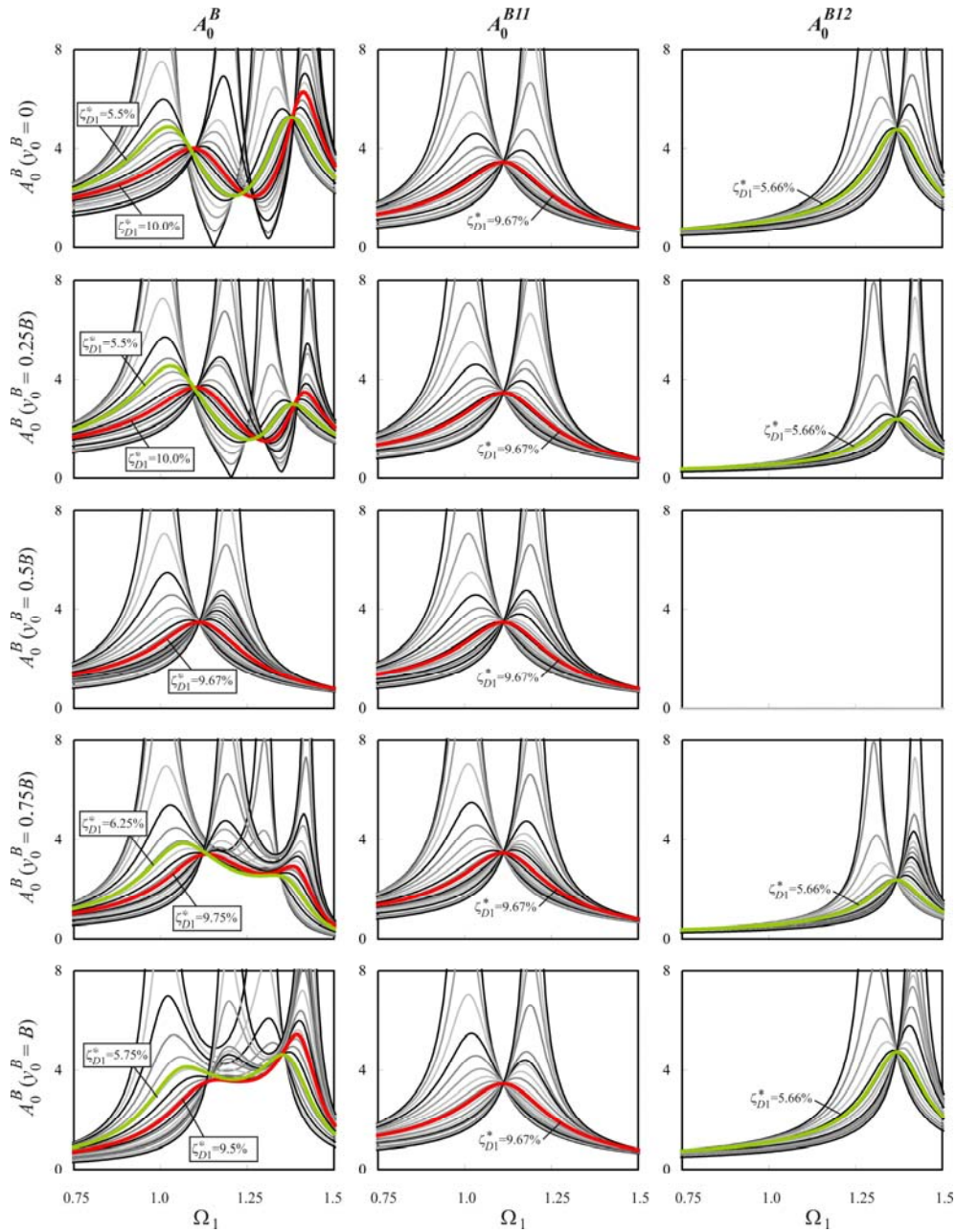


Figura 6.42 A_0^B , A_0^{B11} y A_0^{B12} vs. Ω_1 en función de ζ_{D1} para $\eta_B=1.3$ y $\mu_B=0.926$ en ausencia de amortiguamientos estructurales en los puntos $y_0^B = \{0, 0.25B, 0.5B, 0.75B, B\}$. Curvas asociadas a las tasas de amortiguamiento óptimas

En todos los casos analizados en la Figura 6.42, la tasa de amortiguamiento óptima asociada al modo de torsión es inferior a la del modo de flexión. Con objeto de analizar la

relación entre ambas en el rango de parámetros de interés se define el siguiente cociente

$$R_{\zeta_{D1}}^{*A} = \frac{\zeta_{D1,AB11}^*}{\zeta_{D1,AB12}^*} = f(\mu_{bB1}, \eta_{bB1}, \mu_B, \eta_B) \tag{6.118}$$

Se ha calculado la variable anterior en 16 casos asociados a diferentes niveles de reacondicionamiento cubriendo el intervalo previsible de relaciones de masas y frecuencias

$$\eta_{bB1} = \{1.1, 1.4, 1.7, 2.0\} \quad \mu_{bB1} = \{0.01, 0.06, 0.11, 0.16\} \tag{6.119}$$

Para cada pareja (μ_{bB1}, η_{bB1}) resultante de combinar los ocho valores anteriores, se ha obtenido $R_{\zeta_{D1}}^*$ considerando los siguientes intervalos de variación de los parámetros intrínsecos del tablero

$$0.5 \leq \mu_B \leq 2 \quad 1 \leq \eta_B \leq 0.99 \eta_{bB1} \tag{6.120}$$

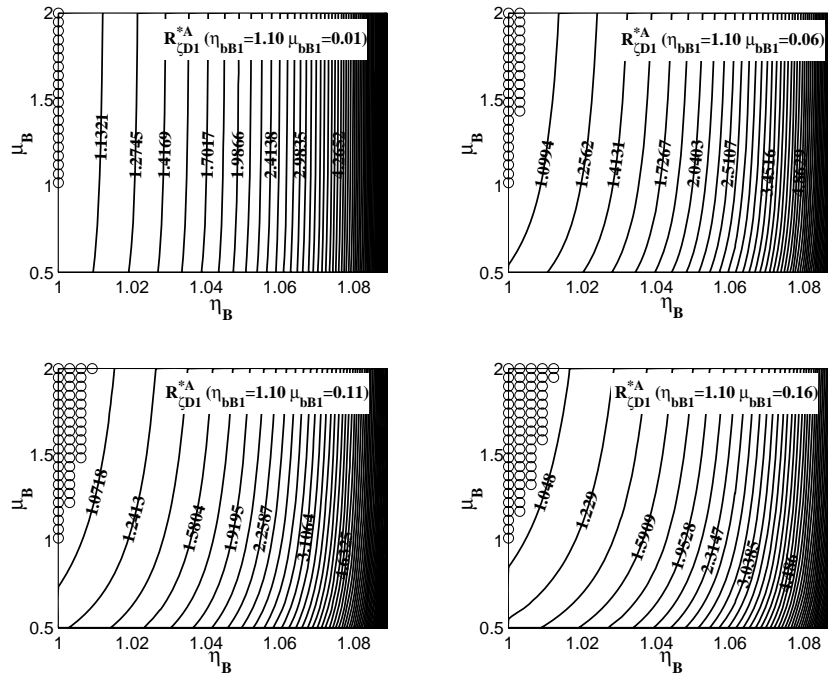


Figura 6.43 $R_{\zeta_{D1}}^{*A}$ en función de μ_B y η_B siendo $\eta_{bB1}=1.1$ y $\mu_{bB1}=\{0.01, 0.06, 0.11, 0.16\}$

Los valores extremos del intervalo de la relación de masas modales μ_B , se corresponden con los proporcionados por la aproximación de Rayleigh de esta variable cuando $y_{D1}^B = 0$ y $y_{D1}^B = 0.3B$. En cuanto al límite superior de la relación de frecuencias del tablero η_B , se ha supuesto inferior al parámetro η_{bB1} ya que en caso contrario la frecuencia de las vigas auxiliares sería menor que la del modo de frecuencia más alta del tablero, y como se ha expuesto en el apartado anterior, el sistema de reacondicionamiento no sería eficiente

reduciendo la contribución de dicho modo. La Figura 6.43 muestra los resultados obtenidos en el caso $\eta_{bB1}=1.10$. Se han representado cuatro diagramas de curvas de nivel de $R_{\zeta_{D1}}^* = f(\eta_B, \mu_B)$ uno para cada valor de la relación de masas μ_{bB1} . Los círculos que aparecen en cada gráfico señalan puntos en los que $R_{\zeta_{D1}}^* < 1$. En las tres figuras siguientes se incluyen los resultados correspondientes a $\eta_{bB1}=1.40$, 1.70 y 2.0 respectivamente.

A partir del análisis realizado se concluye que (i) la tasa de amortiguamiento óptima asociada al modo fundamental es en la mayor parte del intervalo de parámetros evaluado, superior a la del segundo modo; (ii) $\zeta_{D1,AB12}^*$ aumenta con respecto a $\zeta_{D1,AB11}^*$ y puede superarla cuando se combinan valores reducidos de la relación de frecuencias entre modos del tablero η_B con valores de μ_B elevados; un valor elevado de la relación de masas μ_B , implica que las vigas auxiliares se sitúan próximas eje longitudinal del tablero, lo cual es poco eficiente si la contribución del modo de torsión es importante y se desea reducir mediante el sistema de reacondicionamiento; (iii) $R_{\zeta_{D1}}^*$ aumenta con la relación de masas μ_{bB1} ; (iv) los valores de $R_{\zeta_{D1}}^*$ inferiores a la unidad señalados con un círculo se encuentran muy próximos a ésta en cualquiera de los casos analizados.

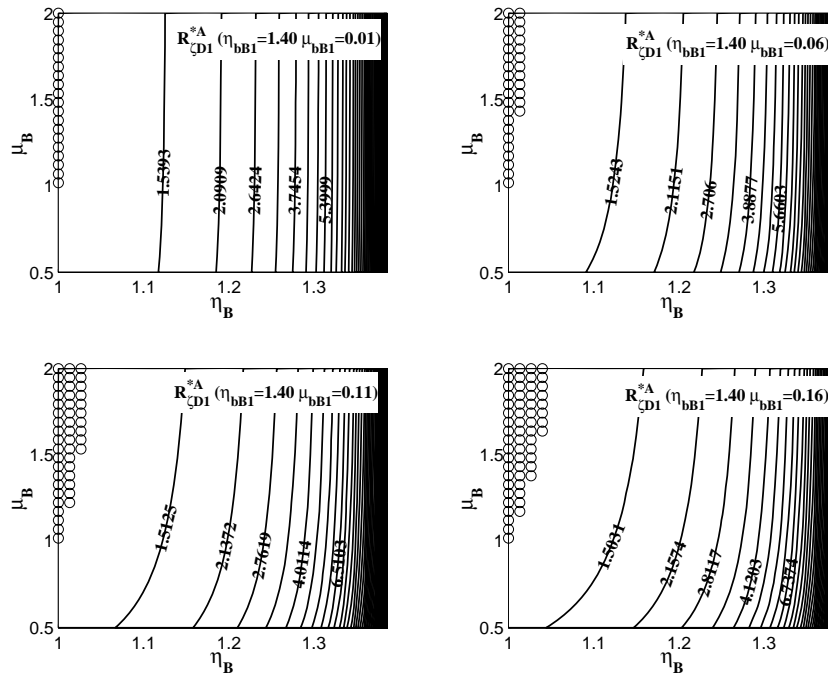


Figura 6.44 $R_{\zeta_{D1}}^*$ en función de μ_B y η_B siendo $\eta_{bB1}=1.4$ y $\mu_{bB1}=\{0.01, 0.06, 0.11, 0.16\}$

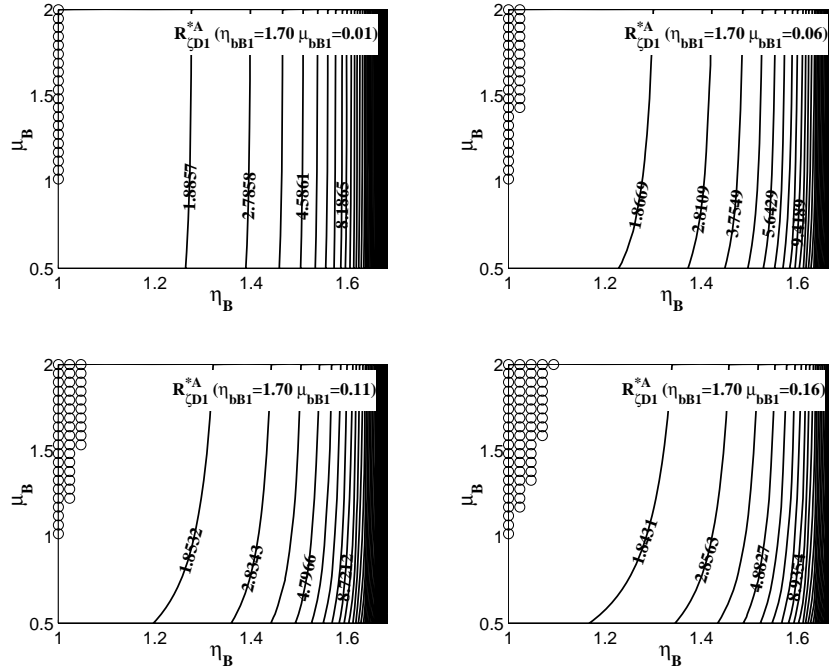


Figura 6.45 R_{cD1}^{*A} en función de μ_B y η_B siendo $\eta_{bB1}=1.7$ y $\mu_{bB1}=\{0.01, 0.06, 0.11, 0.16\}$

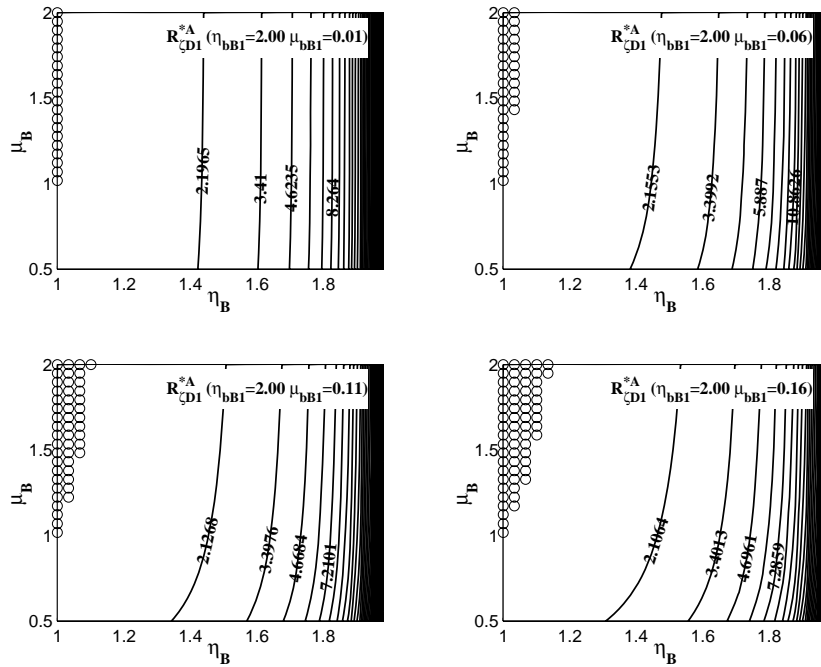


Figura 6.46 R_{cD1}^{*A} en función de μ_B y η_B siendo $\eta_{bB1}=2.0$ y $\mu_{bB1}=\{0.01, 0.06, 0.11, 0.16\}$

6.5.1.2. Tasas de amortiguamiento óptimas asociadas a la aceleración

En ausencia de amortiguamientos estructurales, la expresión de la aceleración vertical de la placa adimensionalizada en un punto genérico se reduce a

$$\tilde{a}_0^B = \sqrt{\left(\frac{\Omega_1^2 E_{11}^B I}{E^2 + 4\Omega_1^2 F^2} + \frac{\Omega_2^2 E_{12}^B J}{G^2 + 4\Omega_2^2 H^2}\right)^2 + \left(\frac{2\Omega_1^3 E_{11}^B K}{E^2 + 4\Omega_1^2 F^2} + \frac{2\Omega_2^3 E_{12}^B L}{G^2 + 4\Omega_2^2 H^2}\right)^2} \quad (6.121a)$$

$$I = \mu_{bB1}^2 (1 - \Omega_1^2) (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2)^2 + 4\Omega_1^2 \zeta_{D1}^2 (2\mu_{bB1} (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2) + (1 - \Omega_1^2)) \quad (6.121b)$$

$$J = \mu_{bB2}^2 (1 - \Omega_2^2) (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2)^2 + 4\Omega_2^2 \zeta_{D2}^2 (2\mu_{bB2} (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2) + (1 - \Omega_2^2)) \quad (6.121c)$$

$$K = -2\zeta_{D1} \mu_{bB1}^2 (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2)^2 \quad L = -2\zeta_{D2} \mu_{bB2}^2 (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2)^2 \quad (6.121d)$$

$$E = \mu_{bB1} (1 - \Omega_1^2) (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2) \quad F = \zeta_{D1} (1 - \Omega_1^2 + 2\mu_{bB1} (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2)) \quad (6.121e)$$

$$G = \mu_{bB2} (1 - \Omega_2^2) (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2) \quad H = \zeta_{D2} (1 - \Omega_2^2 + 2\mu_{bB2} (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2)) \quad (6.121f)$$

viniedo dadas las constantes E_{11}^B y E_{12}^B por las expresiones (6.85b) y (6.85c).

Se ha comprobado que, al igual que en el apartado anterior, en puntos de la placa en los que ambos modos de vibración contribuyen a la respuesta total, a las frecuencias de los mínimos máximos que aparecen al representar la expresión (6.121a) en función de Ω_1 y ζ_{D1} , la aceleración no es independiente de la tasa de amortiguamiento externa ζ_{D1} , lo que imposibilita de nuevo la obtención de expresiones analíticas que optimicen \tilde{a}_0^B . Por este motivo, siguiendo un procedimiento análogo al del apartado 6.5.1.1, se han determinado las expresiones analíticas de ζ_{D1} que dan lugar a los mínimos máximos asociados a las contribuciones modales \tilde{a}_0^{B11} y \tilde{a}_0^{B12} , coincidiendo de nuevo con las que minimizan las aceleraciones modales \tilde{a}_{11}^B y \tilde{a}_{12}^B .

En ausencia de amortiguamiento estructural, \tilde{a}_0^{B11} y \tilde{a}_0^{B12} se simplifican dando lugar a

$$\tilde{a}_0^{B11} = \sqrt{\left(E_{11}^B\right)^2 \frac{\Omega_1^4 \left(4\Omega_1^2 \zeta_{D1}^2 + \mu_{bB1}^2 (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2)^2\right)}{\left(1 - \Omega_1^2\right)^2 \mu_{bB1}^2 (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2)^2 + 4\Omega_1^2 \zeta_{D1}^2 \left[1 - \Omega_1^2 + 2\mu_{bB1} (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2)\right]^2}} \quad (6.122a)$$

$$\tilde{a}_0^{B12} = \sqrt{\left(E_{12}^B\right)^2 \frac{\Omega_2^4 \left(4\Omega_2^2 \zeta_{D2}^2 + \mu_{bB2}^2 (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2)^2\right)}{\left(1 - \Omega_2^2\right)^2 \mu_{bB2}^2 (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2)^2 + 4\Omega_2^2 \zeta_{D2}^2 \left[1 - \Omega_2^2 + 2\mu_{bB2} (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2)\right]^2}} \quad (6.122b)$$

Las condiciones que deben cumplir las ecuaciones (6.122a) y (6.122b) para que \tilde{a}_0^{B11} y \tilde{a}_0^{B12} sean independientes de ζ_{D1} y ζ_{D2} en los respectivos mínimos máximos son las siguientes

$$\frac{4\Omega_1^2}{4\Omega_1^2 \left[1 - \Omega_1^2 + 2\mu_{bB1} (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2) \right]^2} = \frac{\mu_{bB1}^2 (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2)^2}{(1 - \Omega_1^2)^2 \mu_{bB1}^2 (\eta_{bB1}^2 - \Omega_1^2)^2} \quad (6.123a)$$

$$\frac{4\Omega_2^2}{4\Omega_2^2 \left[1 - \Omega_2^2 + 2\mu_{bB2} (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2) \right]^2} = \frac{\mu_{bB2}^2 (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2)^2}{(1 - \Omega_2^2)^2 \mu_{bB2}^2 (\eta_{bB2}^2 - \Omega_2^2)^2} \quad (6.123b)$$

Cada una ecuaciones (6.123a) y (6.123b) da lugar a cuatro soluciones que coinciden con las obtenidas en el apartado anterior, es decir, las frecuencias de excitación en los dos mínimos máximos de la respuesta en términos de desplazamientos, coinciden con las frecuencias en los mínimos máximos de la respuesta en términos de aceleraciones. Sus respectivas expresiones son pues las proporcionadas por (6.114a) y (6.114b).

Las expresiones de las tasas de amortiguamiento óptimas que minimizan las contribuciones modales de la aceleración pueden ser obtenidas aplicando las condiciones

$$\frac{\partial \tilde{a}_0^{B11}}{\partial \Omega_1} (\Omega_1 = \Omega_{1R,B11}^*, \zeta_{D1} = \zeta_{D1,aB11}^*) = 0 \quad (6.124a)$$

$$\frac{\partial \tilde{a}_0^{B12}}{\partial \Omega_2} (\Omega_2 = \Omega_{2R,B12}^*, \zeta_{D2} = \zeta_{D2,aB12}^*) = 0 \quad (6.124b)$$

De nuevo, cada una de las dos ecuaciones anteriores da lugar a una pareja de soluciones conjugadas, de las cuales la de signo positivo proporciona la tasa de amortiguamiento óptima buscada

$$\zeta_{D1,aB11}^* = \frac{\mu_{bB1} (\eta_{bB1}^2 - 1)}{2\sqrt{1 + \mu_{bB1} + 3\mu_{bB1} \eta_{bB1}^2 + 3\mu_{bB1}^2 \eta_{bB1}^2 + 2\mu_{bB1}^2 \eta_{bB1}^4 + 2\mu_{bB1}^3 \eta_{bB1}^4}} \quad (6.125a)$$

$$\zeta_{D2,aB12}^* = \frac{\mu_{bB2} (\eta_{bB2}^2 - 1)}{2\sqrt{1 + \mu_{bB2} + 3\mu_{bB2} \eta_{bB2}^2 + 3\mu_{bB2}^2 \eta_{bB2}^2 + 2\mu_{bB2}^2 \eta_{bB2}^4 + 2\mu_{bB2}^3 \eta_{bB2}^4}} \quad (6.125b)$$

Finalmente, (6.125b) se puede reescribir en función de los parámetros intrínsecos del tablero y de los principales del sistema de reacondicionamiento como

$$\zeta_{D1,aB12}^* = \frac{\mu_{bB1} \eta_B (\eta_{bB1}^2 - \eta_B^2)}{2\sqrt{(\mu_{bB1} + \mu_B) \frac{2\mu_{bB1}^2 \eta_{bB1}^4 + 3\mu_{bB1} \eta_{bB1}^2 \mu_B \eta_B^2 + \mu_B^2 \eta_B^4}{\mu_B^3}}} \quad (6.126)$$

Definiendo como en el apartado anterior el cociente entre $\zeta_{D1,aB11}^*$ y $\zeta_{D1,aB12}^*$ se puede comprobar, en el rango de valores esperable de las relaciones de masas y frecuencias, la relación entre ambas tasas. Sea pues

$$R_{\zeta_{D1}}^{*a} = \frac{\zeta_{D1,aB11}^*}{\zeta_{D1,aB12}^*} = f(\mu_{bB1}, \eta_{bB1}, \mu_B, \eta_B) \tag{6.127}$$

En las cuatro figuras siguientes, se ha representado el valor de $R_{\zeta_{D1}}^{*a}$ mediante diagramas de curvas de nivel en función de las relaciones de masas y frecuencias del tablero. Los valores analizados de los cuatro parámetros de los que depende este cociente, μ_B , μ_{bB1} , η_B y η_{bB1} , son idénticos a los del apartado anterior.

Se puede comprobar de nuevo que, en el rango de parámetros de interés, la tasa de amortiguamiento óptima asociada al segundo modo es por lo general inferior a la asociada al modo fundamental. La evolución de esta relación es similar a la evolución del cociente de tasas óptimas en el caso de la respuesta en desplazamientos, no obstante, en el caso de la aceleración, el cociente entre las tasas es algo menor al obtenido en el caso previo. De hecho, la región en la que $R_{\zeta_{D1}}^{*a} < 1$ es ligeramente más amplia. Este hecho se acentúa a medida que aumentan los valores de μ_{bB1} y η_{bB1} .

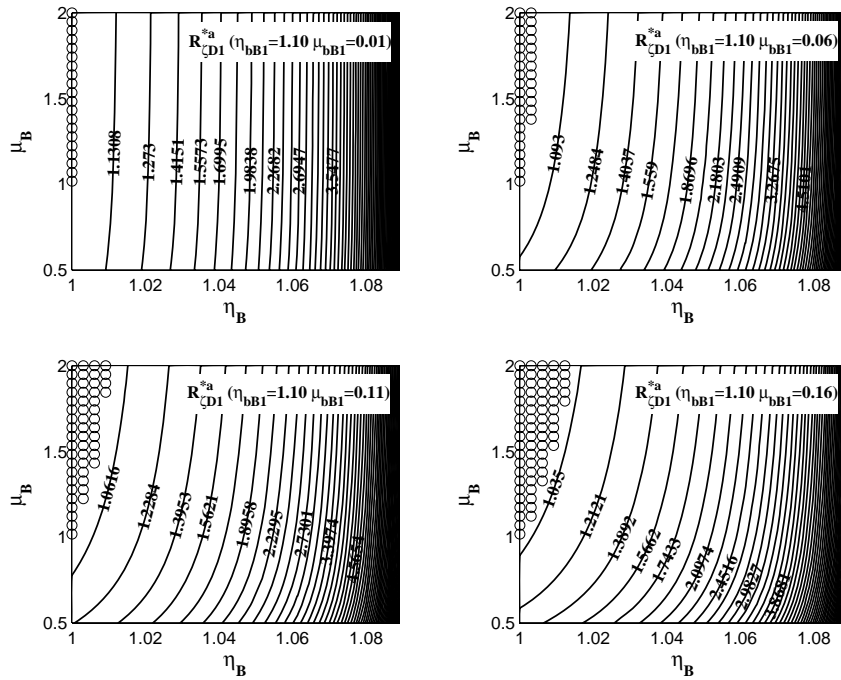


Figura 6.47 $R_{\zeta_{D1}}^{*a}$ en función de μ_B y η_B siendo $\eta_{bB1}=1.1$ y $\mu_{bB1}=\{0.01, 0.06, 0.11, 0.16\}$

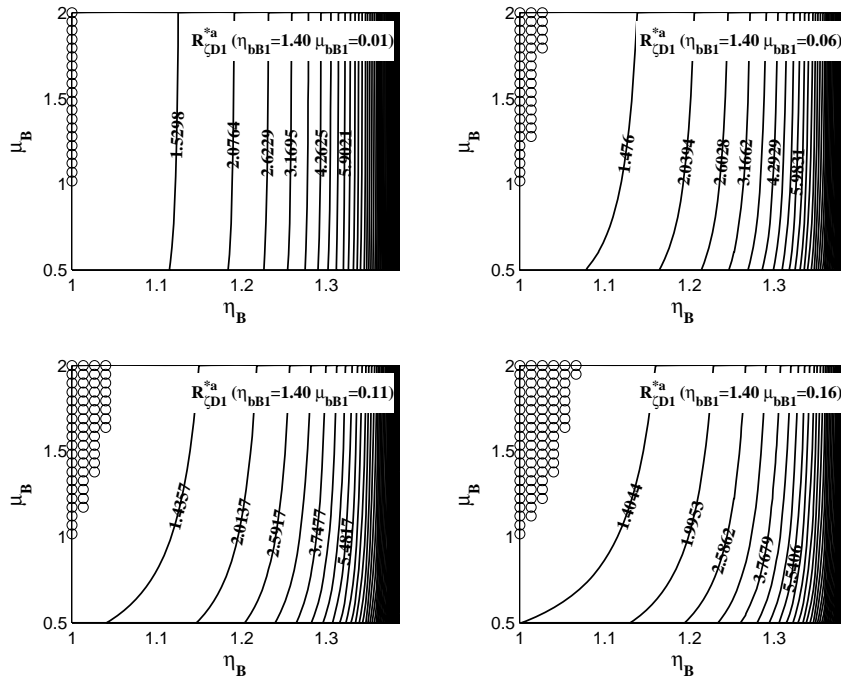


Figura 6.48 R_{cD1}^{*a} en función de μ_B y η_B siendo $\eta_{bb1}=1.4$ y $\mu_{bb1}=\{0.01, 0.06, 0.11, 0.16\}$

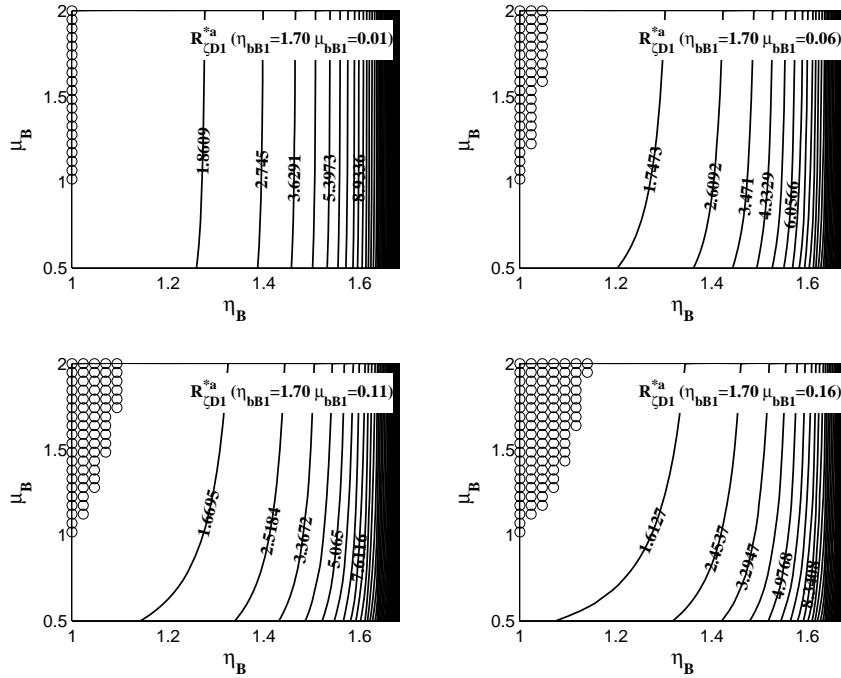


Figura 6.49 R_{cD1}^{*a} en función de μ_B y η_B siendo $\eta_{bb1}=1.7$ y $\mu_{bb1}=\{0.01, 0.06, 0.11, 0.16\}$

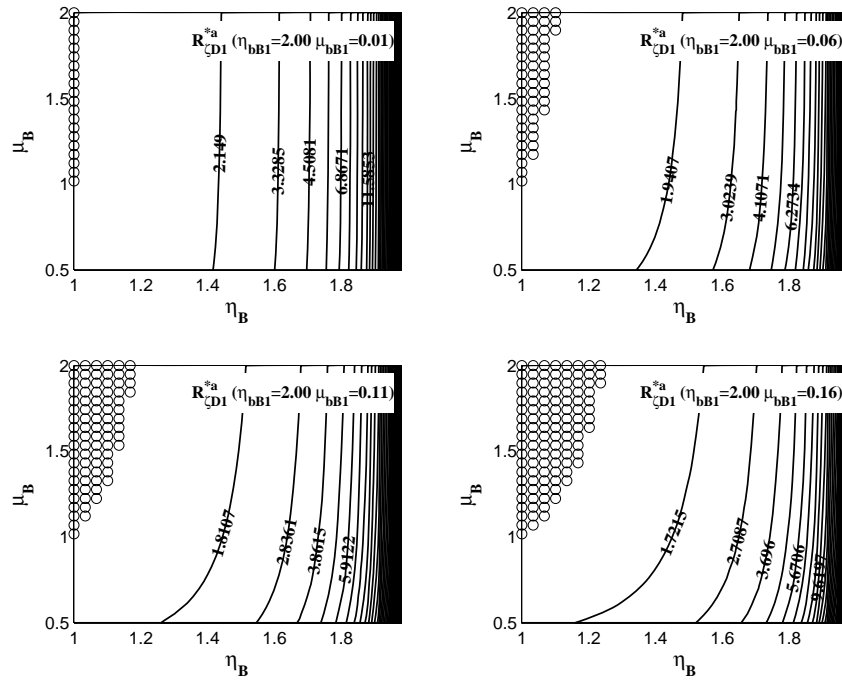


Figura 6.50 $R_{\zeta_{D1}}^{*a}$ en función de μ_B y η_B siendo $\eta_{bB1}=2.0$ y $\mu_{bB1}=\{0.01, 0.06, 0.11, 0.16\}$

6.5.2. Efecto de la participación modal y el amortiguamiento estructural en la predicción de la tasa de amortiguamiento óptima

Las tasas de amortiguamiento óptimas $\zeta_{D1,AB11}^*$, $\zeta_{D1,AB12}^*$, $\zeta_{D1,aB11}^*$ y $\zeta_{D1,aB12}^*$ obtenidas analíticamente en el apartado anterior no coinciden exactamente con las que realmente minimizan el desplazamiento y la aceleración en cada una de las dos situaciones de resonancia, por dos motivos: (i) la presencia de amortiguamientos estructurales que ha sido despreciada, y (ii) la contribución simultánea de ambos modos de vibración a las frecuencias de resonancia. Hay que recordar que las cuatro expresiones obtenidas con anterioridad son las que minimizan las contribuciones modales aisladas A_0^{B11} , A_0^{B12} , \tilde{a}_0^{B11} y \tilde{a}_0^{B12} y no la respuesta total en el punto de estudio.

En este apartado se pretende evaluar numéricamente la bondad de estas aproximaciones en el rango de los parámetros adimensionales de interés. Con objeto de reducir el número de variables que definen la masa y frecuencia de las vigas auxiliares y con ellas las relaciones adimensionales μ_{bB1} y η_{bB1} , se ha fijado su tipología al igual que se hizo en el capítulo anterior. Así pues, se han supuesto vigas cajón, variando el ancho y espesor en función del canto según las expresiones siguientes

$$b(h) = a \cdot h \quad \rightarrow \quad a = 0.6 \quad (6.128)$$

$$e(h) = e_0 + e_1 \cdot h + e_2 \cdot h^2 \rightarrow e_0 = 2.14 \cdot 10^{-2} m, e_1 = 7.86 \cdot 10^{-3}, e_2 = 1.07 \cdot 10^{-2} m^{-1} \quad (6.129)$$

Las relaciones de masas y frecuencias entre los modos del tablero se han mantenido constantes $\mu_B=0.926$, $\eta_B=1.3$, así como los amortiguamientos estructurales $\zeta_{11}^B = \zeta_{12}^B = 0.02$ y $\zeta_1^b = 0.005$. El resto de propiedades de las vigas auxiliares y la frecuencia y masa modal del modo fundamental de la placa son tales que, en el rango de valores de h analizados, las relaciones de masas y frecuencias del sistema de reacondicionamiento adoptan los valores mostrados en la Figura 6.51. Nótese que para el menor valor del canto de las vigas auxiliares considerado, la relación de frecuencias relativa al segundo modo η_{bB2} es superior a la unidad.

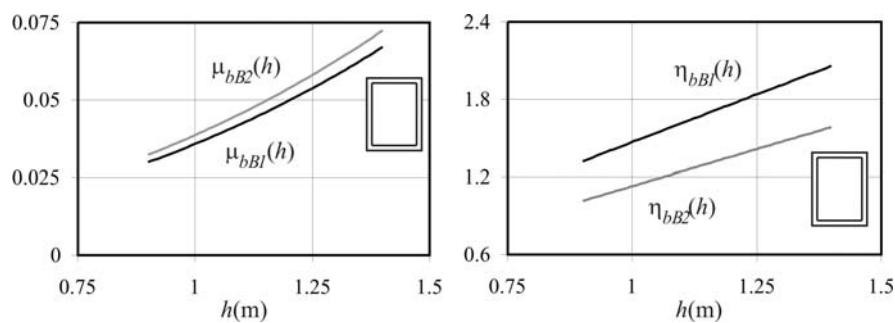


Figura 6.51 Relaciones de masas y frecuencias primarias y secundarias en función de $h \in [0.9, 1.4]$ m

La respuesta del tablero ante excitación armónica aplicada en $y_p^B = 0.32B$ ($R_p=0.6$), ha sido calculada para diferentes niveles de reacondicionamiento, definidos cada uno de ellos por un par (h, ζ_{D1}) . Se ha considerado un intervalo de variación del canto de las vigas auxiliares de 0.9 a 1.4 m en incrementos de 1 cm, y de la tasa de amortiguamiento externa de 0 a 15% con una resolución de 0.1%. Para cada pareja (h, ζ_{D1}) , se ha obtenido de forma numérica la máxima respuesta en términos de A_0^B y \tilde{a}_0^B en cada una de las dos situaciones de resonancia que experimenta la placa empleando una resolución en Ω_1 de 0.001. En la Figura 6.52 se muestran los resultados obtenidos en $y^B=0$. Las gráficas (a) y (c) muestran curvas de igual nivel de amplificación y aceleración adimensionalizada respectivamente, a la frecuencia de resonancia de menor valor. Las gráficas (b) y (d) muestran los valores máximos que alcanzan dichas variables, en la resonancia asociada al modo de mayor frecuencia.

Al igual que en el Capítulo 5, se concluye de estas representaciones que, para cada tamaño de las vigas auxiliares (o relación de masas y frecuencias μ_{bB1} y η_{bB1}), existe una tasa óptima de amortiguamiento ζ_{D1} que minimiza la respuesta en resonancia. Su valor aumenta con la masa y frecuencia de las vigas auxiliares. Los valores de las tasas de amortiguamiento óptimos son diferentes en el caso de la respuesta en términos de desplazamientos y de aceleraciones, y también en el caso de la primera y de la segunda resonancia. Sobre cada una de las gráficas, se ha representado mediante puntos negros

los valores de ζ_{D1} que para cada valor de h analizado dan lugar a la mínima respuesta en resonancia, es decir, las tasas de amortiguamiento óptimas reales. Además, se ha incluido en línea de trazo grueso, los valores óptimos analíticos $\zeta_{D1,AB11}^*$, $\zeta_{D1,AB12}^*$, $\zeta_{D1,aB11}^*$ y $\zeta_{D1,aB12}^*$ proporcionados por las expresiones (6.116a), (6.117), (6.125a) y (6.126). Se puede comprobar que la correspondencia entre los óptimos numéricos y los analíticos es excelente, incluso para relaciones de masas y frecuencias μ_{bB1} y η_{bB1} elevadas, asociadas con grandes cantos de las vigas auxiliares.

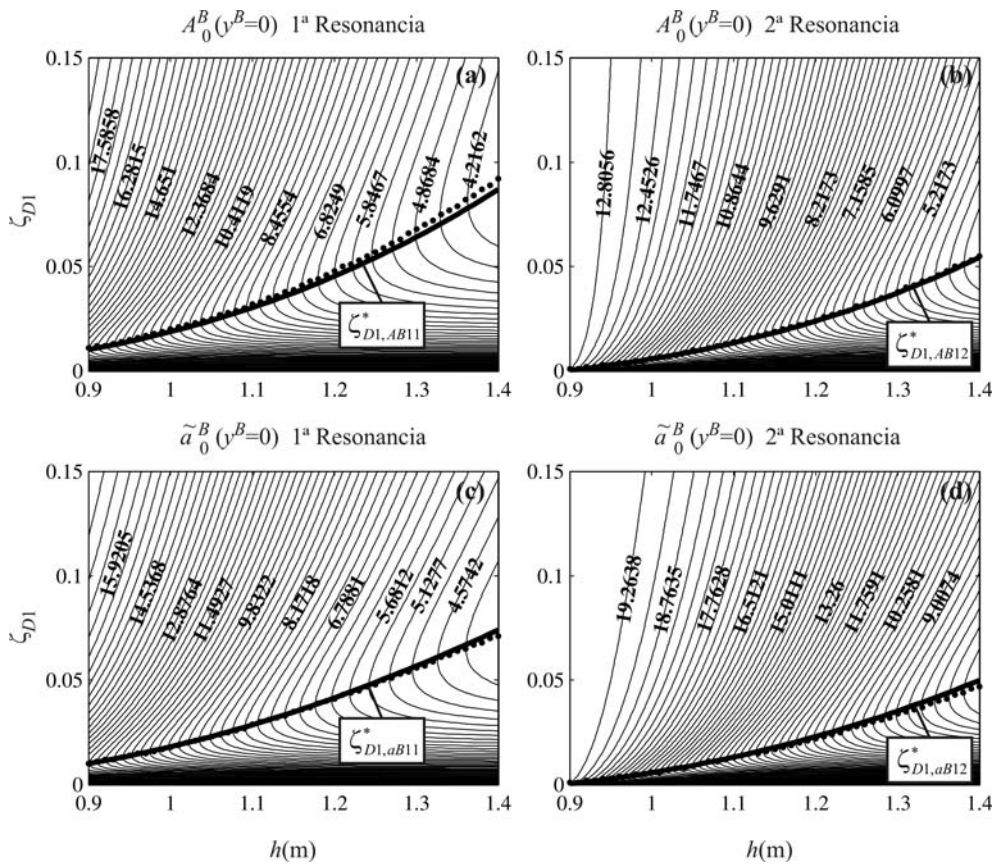


Figura 6.52 Máxima respuesta en $(x_B=L/2, y_B=0)$ en función de h y ζ_{D1} . Resonancias asociadas a (a) y (b) primer modo; (c) y (d) segundo modo; — ζ_{D1} óptimos analíticos y • ζ_{D1} óptimos reales

En la Figura 6.53 se han incluido los resultados correspondientes al punto de coordenadas $(L/2, 0.25B)$. Pese a la similitud de los diagramas de curvas de nivel, comparando los gráficos (b) y (d) de esta figura con los de la anterior, se observa claramente cómo se reduce el nivel de la respuesta en resonancia asociada al segundo modo al aproximarse el punto de medida al centro de la placa. Cabe remarcar que las curvas de los óptimos analíticos son independientes del punto de medida, por lo que son idénticas en los cuatro

puntos analizados. De nuevo se puede concluir que, pese a que el valor de la respuesta varíe, los óptimos analíticos siguen prediciendo adecuadamente las tasas de amortiguamiento óptimas reales.

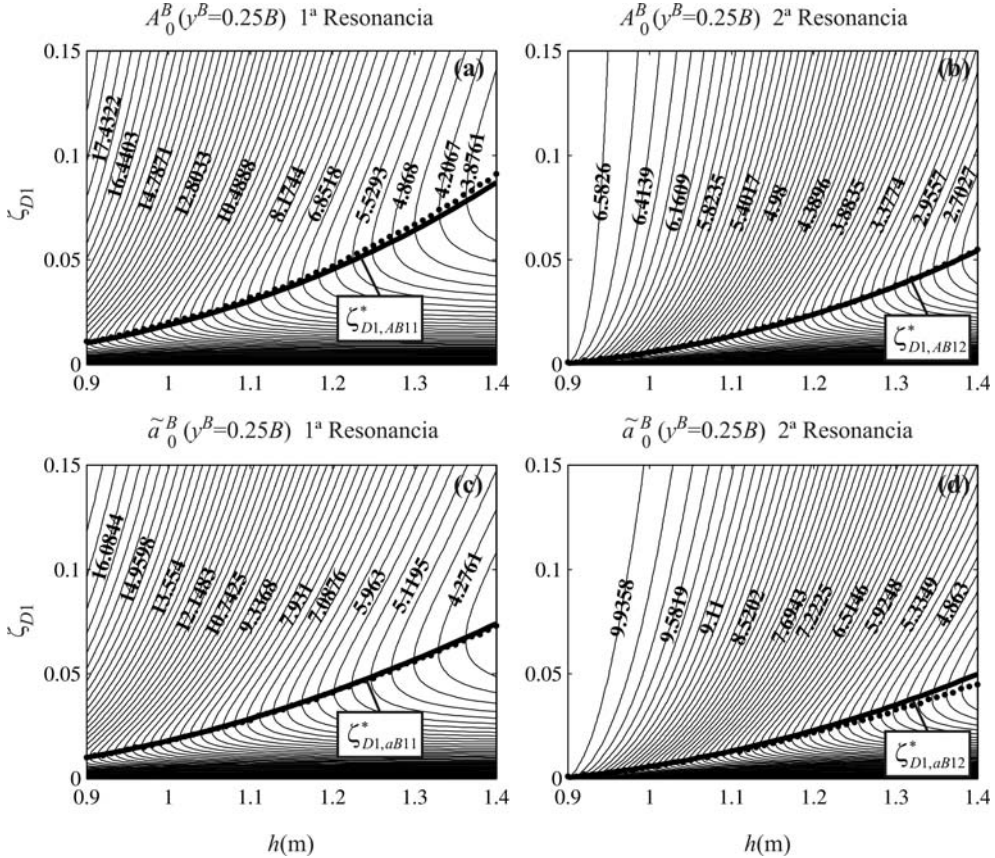


Figura 6.53 Máxima respuesta en $(x_B=L/2, y_B=0.25B)$ en función de h y ζ_{D1} . Resonancias asociadas a (a) y (b) primer modo; (c) y (d) segundo modo; — ζ_{D1} óptimos analíticos y • ζ_{D1} óptimos reales

No se ha incluido una representación en el centro geométrico de la placa puesto que, en dicho punto, la contribución del segundo modo es nula. El único motivo por el que en este punto el óptimo analítico difiere del numérico es la presencia de amortiguamiento estructural, aspecto ya analizado en el capítulo anterior.

La Figura 6.54 muestra la respuesta en el punto $(L/2, 0.75B)$. Lo más destacable de este caso, es la aparición de una zona en el gráfico (b), en la que no ha sido posible calcular el máximo de A_0^B . Ello se debe a que en la región de h y ζ_{D1} en cuestión, la segunda resonancia desaparece absorbida por la primera tal y como se muestra en la Figura 6.56(a). En esta figura se ha representado para el caso particular de $h=1.35$ m, la amplificación en $(L/2, 0.75B)$ en función de la frecuencia de excitación considerando

cuatro tasas de amortiguamiento externas, $\zeta_{D1}=\{0.0, 0.05, 0.1, 0.15\}$. Se puede comprobar que en ausencia de reacondicionamiento, ambos máximos de resonancia existen, no obstante, a medida que ζ_{D1} aumenta, el de frecuencia más elevada desaparece debido a la presencia cercana de la resonancia fundamental de mayor amplitud y vuelve a aparecer según ζ_{D1} sigue aumentando. Es importante destacar que incluso en la región en la que éste segundo máximo de resonancia deja de existir, la tasa de amortiguamiento óptima analítica asociada al primer modo $\zeta_{D1,AB11}^*$ predice adecuadamente el valor óptimo real de ζ_{D1} como se puede comprobar en la Figura 6.54(a).

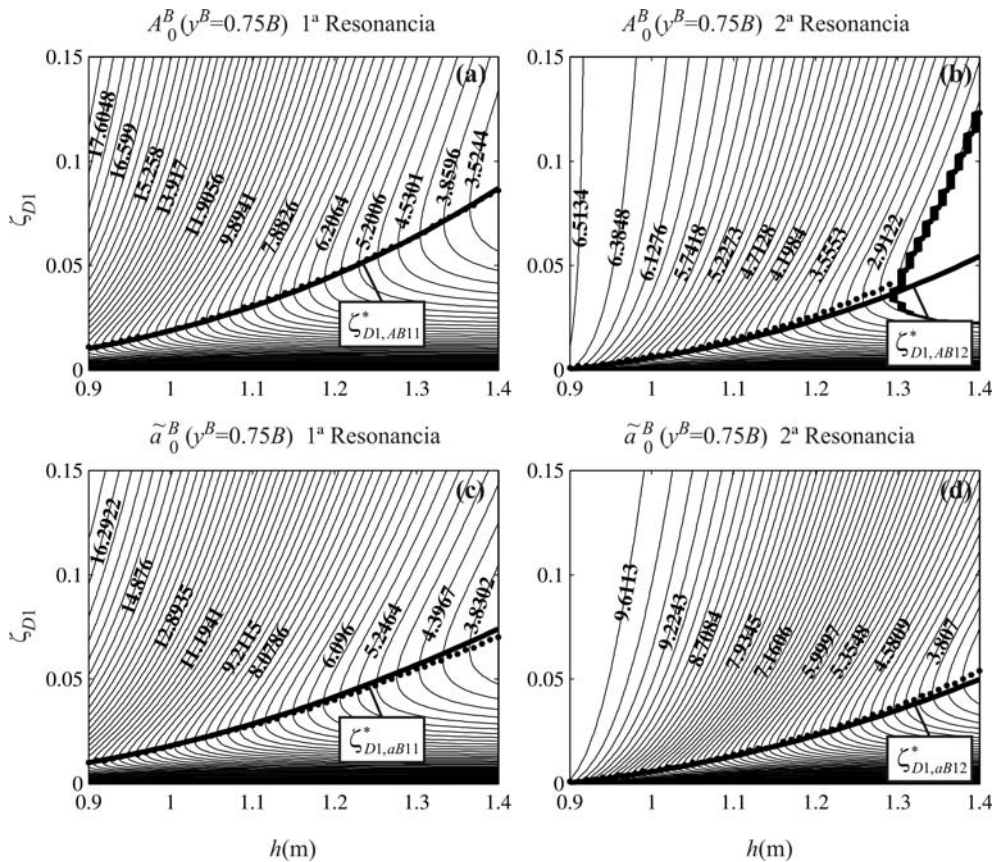


Figura 6.54 Máxima respuesta en $(x_B=L/2, y_B=0.75B)$ en función de h y ζ_{D1} . Resonancias asociadas a (a) y (b) primer modo; (c) y (d) segundo modo; — ζ_{D1} óptimos analíticos y • ζ_{D1} óptimos reales

Finalmente, en la Figura 6.55 se ha representado la respuesta en el borde $y^B=B$. En este caso, existe una región de combinaciones de h y ζ_{D1} para las cuales el máximo de la aceleración en la primera resonancia desaparece, siendo absorbido por la resonancia de mayor frecuencia que en este punto presenta una amplitud considerable en ausencia de reacondicionamiento. En la Figura 6.56(b) se ha representado la aceleración en dicho punto

en función de la frecuencia de excitación para un tamaño de las vigas auxiliares $h=1.35$ m e idénticos valores de $\zeta_{D1}=\{0.0, 0.05, 0.1, 0.15\}$. En ausencia de reacondicionamiento, ambos máximos existen siendo la amplitud del segundo superior a la del modo fundamental, pero que a medida que aumenta ζ_{D1} , la cantidad de amortiguamiento introducida en el sistema y la proximidad de la resonancia de mayor frecuencia, hace que el primer máximo desaparezca, volviendo a aparecer en el caso $\zeta_{D1}=0.15$. De nuevo, incluso en esta situación, la tasa de amortiguamiento óptima analítica $\zeta_{D1,aB12}^*$ que minimiza la amplitud de la resonancia que sí existe, predice adecuadamente el valor óptimo real de la misma.

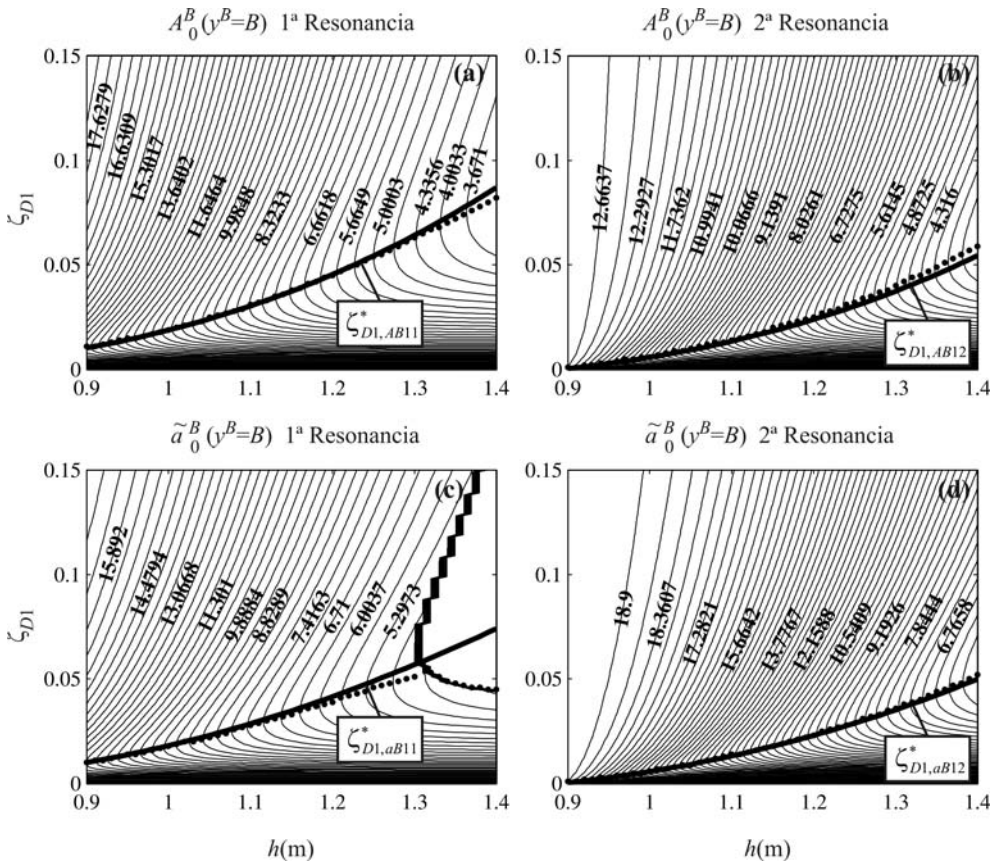


Figura 6.55 Máxima respuesta en $(x_B=L/2, y_B=B)$ en función de h y ζ_{D1} . Resonancias asociadas a (a) y (b) primer modo; (c) y (d) segundo modo. — ζ_{D1} óptimos analíticos • ζ_{D1} óptimos reales

A partir del estudio presentado, se concluye que las expresiones analíticas de las tasas de amortiguamiento óptimas desarrolladas en los apartados 6.5.1.1 y 6.5.1.2 predicen de forma suficientemente ajustada los valores óptimos reales de estas variables. No obstante, restaría por establecer un criterio para seleccionar una única tasa de amortiguamiento para

cada variable de respuesta que fuera la más adecuada en el rango completo de frecuencias de excitación. Ello se lleva a cabo en el apartado siguiente.

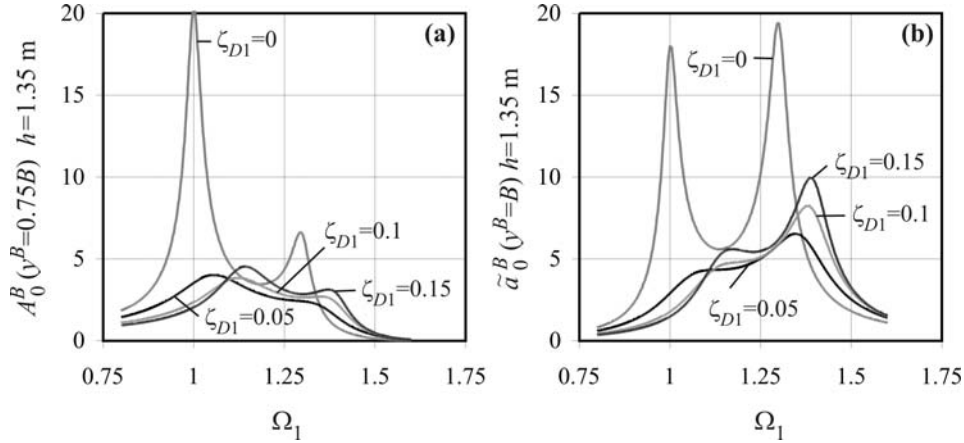


Figura 6.56 (a) Desaparición del segundo pico de resonancia de A_0^B en $y_0^B = 0.75B$; (b) desaparición del primer pico de resonancia de \tilde{a}_0^B en $y_0^B = B$ ($h=1.35$ m en ambos casos)

6.5.3. Procedimiento de dimensionado del sistema de reacondicionamiento propuesto

En apartados previos se ha evaluado el comportamiento dinámico de una placa rectangular simplemente apoyada ante excitación armónica de amplitud, posición y frecuencia constantes, en presencia del sistema de reacondicionamiento propuesto. El análisis se ha realizado en un rango de frecuencias tal que asegure la aparición de las dos situaciones de resonancia asociadas a los dos primeros modos de vibración de la placa. La respuesta se ha calculado en puntos situados a lo largo de la sección central de ésta, incluyendo ambos bordes libres.

Puesto que la aplicación fundamental que da sentido a este estudio es la circulación de composiciones ferroviarias sobre tableros de puentes de luces cortas, en un cálculo real el rango de frecuencias de excitación estará limitado al menos superiormente en función de la velocidad de proyecto de la línea. Por otra parte, la franja longitudinal de puntos en los que se deberá comprobar la respuesta dinámica, no abarcará por lo general el ancho total de la plataforma, quedando limitada al ancho de la capa de balasto en tableros de vía sobre balasto, o al ancho entre carriles exteriores, en el caso de tableros de vía en placa.

$$V_{\min} \leq V \leq V_{\max} \Rightarrow \Omega_{1,\min} \leq \Omega_1 \leq \Omega_{1,\max} \quad (6.130)$$

$$\left(\frac{y_0^B}{B}\right)_{\min} \leq \left(\frac{y_0^B}{B}\right) \leq \left(\frac{y_0^B}{B}\right)_{\max} \Rightarrow R_{0,\max} \leq R_0 \leq R_{0,\min} \quad (6.131)$$

Por lo tanto, pese a que en apartados previos se haya analizado la máxima respuesta del

tablero en todos sus puntos y en un rango amplio de frecuencias de excitación, sólo parte de dicha respuesta tiene sentido práctico debido a la existencia de los límites anteriormente comentados. Es más, del rango de frecuencias de interés va a depender la aparición de ambos máximos de resonancia, y en función del ancho de la placa en el que se evalúe la respuesta, variará en gran medida la amplitud relativa entre los dos máximos, tal y como se puede comprobar en la figura Figura 6.57. Considérense conocidos los límites mínimo y máximo de estudio de Ω_1 e y^B . Supóngase que, en el rango de frecuencias de cálculo, en ausencia de reacondicionamiento ambas resonancias tienen lugar. El objeto de este apartado es establecer un procedimiento para, a partir de las tasas óptimas asociadas a cada una de las dos resonancias, seleccionar la tasa de amortiguamiento externa óptima que minimiza la respuesta total de la estructura. La relación existente entre estos tres valores depende de la amplitud relativa entre los dos mínimos máximos en el punto de medida, tal y como se describe a continuación.

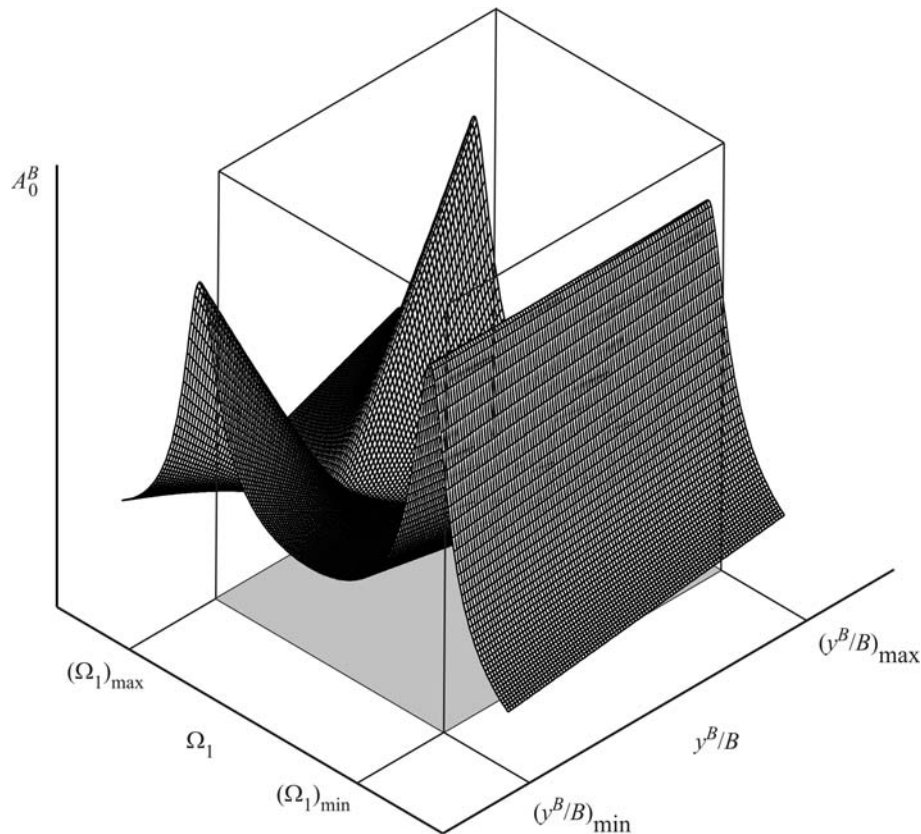


Figura 6.57 A_0^B en función de la frecuencia de excitación Ω_1 y la coordenada y^B del punto de medida de la sección central. Límites prácticos de estudio

En la Figura 6.58 se ha representado la evolución de A_0^B en función de ζ_{D1} y Ω_1 en un caso concreto definido por los parámetros $\eta_B = 1.3$, $\mu_B = 0.926$, $\eta_{bB1} = 1.9$ y $\mu_{bB1} = 0.1$, analizado con anterioridad (ver Figura 6.41), y en ausencia de amortiguamiento estructural. La respuesta se ha calculado en los puntos de la sección central de coordenadas $y^B = \{0, 0.1B, 0.25B, 0.5B, 0.75B, 0.9B, B\}$. Se define a continuación la siguiente nomenclatura haciendo referencia al valor de A_0^B a las frecuencias de resonancia:

- $A_0^B(\Omega_{1R}^{11}, \zeta_{D1}^{*11})$: A_0^B en la primera resonancia⁷⁷ para la tasa de amortiguamiento externa óptima que minimiza la respuesta en la primera resonancia. Este valor coincide con la amplitud de la respuesta en el mínimo máximo de menor frecuencia.
- $A_0^B(\Omega_{1R}^{12}, \zeta_{D1}^{*12})$: A_0^B en la segunda resonancia para la tasa de amortiguamiento externa óptima que minimiza la respuesta en la segunda resonancia. Este valor coincide con la amplitud de la respuesta en el mínimo máximo de mayor frecuencia.
- $A_0^B(\Omega_{1R}^{11}, \zeta_{D1}^{*12})$: A_0^B en la primera resonancia para la tasa de amortiguamiento externa óptima que minimiza la respuesta en la segunda resonancia. Este valor es siempre mayor o igual que $A_0^B(\Omega_{1R}^{11}, \zeta_{D1}^{*11})$, teniendo lugar la resonancia a una relación de frecuencias Ω_{1R}^{11} ligeramente distinta⁷⁸.
- $A_0^B(\Omega_{1R}^{12}, \zeta_{D1}^{*11})$: A_0^B en la segunda resonancia para la tasa de amortiguamiento externa óptima que minimiza la respuesta en la primera resonancia. Este valor es siempre mayor o igual que $A_0^B(\Omega_{1R}^{12}, \zeta_{D1}^{*12})$, teniendo lugar la situación de resonancia a una relación de frecuencias Ω_{1R}^{12} también diferente.

La máxima reducción de la respuesta de la estructura reacondicionada mediante dos vigas auxiliares concretas que se puede conseguir modificando la constante de disipación de los amortiguadores, está limitada por el valor de A_0^B en el mínimo máximo de mayor amplitud, es decir

$$A_0^{B*} \geq A_{0,\min\max}^{B\max} = \text{Max} \left[A_0^B(\Omega_{1R}^{11}, \zeta_{D1}^{*11}), A_0^B(\Omega_{1R}^{12}, \zeta_{D1}^{*12}) \right] \quad (6.132)$$

Entiéndase A_0^{B*} como la respuesta máxima cuando ζ_{D1} adopta el valor óptimo global ζ_{D1}^* . En todos los gráficos de la figura anterior se ha señalado mediante una línea discontinua horizontal el valor de A_0^B en el mínimo máximo de mayor amplitud $A_{0,\min\max}^{B\max}$, y en líneas roja y verde de trazo grueso, la respuesta en función de Ω_1 para las tasas de amortiguamiento

⁷⁷ Entiéndanse las expresiones “primera” y “segunda” resonancias como aquellas que tienen lugar a la frecuencia de menor y mayor valor respectivamente.

⁷⁸ Entiéndase en este apartado Ω_{1R}^{11} y Ω_{1R}^{12} como las relaciones de frecuencia a las que se produce la resonancia de los modos primero y segundo, siendo ambas función de la tasa de amortiguamiento externa.

óptimas asociadas al primer y segundo modo $A_0^B(\zeta_{D1}^{*11})$ y $A_0^B(\zeta_{D1}^{*12})$ respectivamente.

A la hora de seleccionar el valor óptimo de ζ_{D1} que da lugar a la mínima respuesta de la placa en un punto concreto, se pueden dar las tres situaciones que se describen a continuación.

Caso 1: Existe una gran diferencia de amplitud entre los dos mínimos máximos

$$A_0^B(\Omega_{1R}^{1i}, \zeta_{D1}^{*1i}) \gg A_0^B(\Omega_{1R}^{1j}, \zeta_{D1}^{*1j}) \quad i = 1, 2 \quad j = 2, 1 \quad (6.133)$$

Esta situación, en la que predomina uno de los modos, puede tener lugar en puntos de la placa próximos a los bordes cuando la contribución del modo de torsión es elevada (carga muy excéntrica), o bien en puntos próximos al centro (carga poco excéntrica). Considérese la respuesta en el mínimo máximo de mayor amplitud $A_{0,\min\max}^{B\max}$ y la tasa de amortiguamiento óptima asociada a dicho mínimo máximo. Si la curva $A_0^B(\Omega_1)$ correspondiente a dicha tasa de amortiguamiento presenta una amplitud inferior a la frecuencia de resonancia relacionada con el otro mínimo máximo, dicha tasa de amortiguamiento es la óptima global y $A_0^{B*} = A_{0,\min\max}^{B\max}$. Se pueden distinguir dos sub-casos:

Caso 1A: El mayor mínimo máximo es el de mayor frecuencia $A_{0,\min\max}^{B\max} = A_0^B(\Omega_{1R}^{12}, \zeta_{D1}^{*12})$

Para que la tasa de amortiguamiento óptima global sea igual a ζ_{D1}^{*12} deberá cumplirse la condición siguiente

$$A_0^B(\Omega_{1R}^{11}, \zeta_{D1}^{*12}) < A_0^B(\Omega_{1R}^{12}, \zeta_{D1}^{*12}) \Rightarrow \zeta_{D1}^* = \zeta_{D1}^{*12} \quad \text{y} \quad A_0^{B*} = A_0^B(\Omega_{1R}^{12}, \zeta_{D1}^{*12}) \quad (6.134)$$

Este caso, se corresponde con la respuesta en $y^B=0$ y en $y^B=B$, mostradas en la Figura 6.58(a) y (g). En ellas se puede comprobar que cualquier curva de respuesta asociada a una tasa de amortiguamiento diferente a ζ_{D1}^{*12} (curva verde), daría lugar a una repuesta superior a $A_0^B(\Omega_{1R}^{12}, \zeta_{D1}^{*12})$. Se trata de una situación que puede no ocurrir en ninguno de los puntos de estudio, si la amplitud a la frecuencia de resonancia del modo de flexión de la placa es muy superior a la del modo de torsión incluso en puntos próximos a los bordes.

Caso 1B: El mayor mínimo máximo es el de menor frecuencia $A_{0,\min\max}^{B\max} = A_0^B(\Omega_{1R}^{11}, \zeta_{D1}^{*11})$

Para que la tasa de amortiguamiento óptima global coincida con ζ_{D1}^{*11} debe suceder que

$$A_0^B(\Omega_{1R}^{11}, \zeta_{D1}^{*11}) > A_0^B(\Omega_{1R}^{12}, \zeta_{D1}^{*11}) \Rightarrow \zeta_{D1}^* = \zeta_{D1}^{*11} \quad \text{y} \quad A_0^{B*} = A_0^B(\Omega_{1R}^{11}, \zeta_{D1}^{*11}) \quad (6.135)$$

Esta situación es la que se produce en los puntos de coordenadas $y^B=0.25B$ y en $y^B=0.75B$, incluidos en la Figura 6.58(c)-(e). En ambos casos, el punto de medida está lo suficientemente próximo del centro de la placa como para que la contribución del modo de flexión sea mucho más importante que la del modo de torsión, aún produciéndose la resonancia de este segundo modo en el rango de frecuencias de estudio. Contrariamente al Caso 1A, si el rango de frecuencias analizado da lugar a la aparición de las dos resonancias, éste caso siempre se va a producir en puntos próximos al centro de la placa,

tal y como muestra la Figura 6.57.

Caso 2: La diferencia de amplitudes entre los dos mínimos máximos es reducida

$$A_0^B(\Omega_{1R}^{1i}, \zeta_{D1}^{*1i}) \approx A_0^B(\Omega_{1R}^{1j}, \zeta_{D1}^{*1j}) \quad i = 1, 2 \quad j = 2, 1 \quad (6.136)$$

Ello puede tener lugar en puntos situados entre los bordes y el centro del tablero o incluso en los propios bordes, si la contribución del modo de torsión no es excesiva en relación a la del modo fundamental (por ejemplo porque la carga tenga poca excentricidad). Si se cumple en este caso que la curva de $A_0^B(\Omega_1)$ correspondiente al mínimo máximo de mayor amplitud presenta mayor amplitud a la frecuencia de resonancia relacionada con el otro mínimo máximo, la tasa de amortiguamiento óptima global se encontrará contenida entre las dos correspondientes a los mínimos máximos. En dicha situación, ζ_{D1}^* es aquella que da lugar a amplitudes iguales en las dos frecuencias de resonancia, no coincidiendo exactamente ninguna de estas frecuencias con las de los mínimos máximos. En función de la amplitud relativa de A_0^B entre ambos mínimos máximos se pueden diferenciar tres casos:

Caso 2A: El mayor mínimo máximo es el de mayor frecuencia $A_{0,\min\max}^{B\max} = A_0^B(\Omega_{1R}^{12}, \zeta_{D1}^{*12})$

Si se cumple la condición

$$A_0^B(\Omega_{1R}^{11}, \zeta_{D1}^{*12}) > A_0^B(\Omega_{1R}^{12}, \zeta_{D1}^{*12}) \quad (6.137)$$

Necesariamente se deberá también cumplir que⁷⁹

$$A_0^B(\Omega_{1R}^{11}, \zeta_{D1}^{*11}) < A_0^B(\Omega_{1R}^{12}, \zeta_{D1}^{*11}) \quad (6.138)$$

Y la tasa de amortiguamiento óptima global estará comprendida entre las óptimas locales

$$\left. \begin{array}{l} \zeta_{D1}^{*11} < \zeta_{D1}^* < \zeta_{D1}^{*12} \quad \text{si} \quad \zeta_{D1}^{*11} < \zeta_{D1}^{*12} \\ \zeta_{D1}^{*12} < \zeta_{D1}^* < \zeta_{D1}^{*11} \quad \text{si} \quad \zeta_{D1}^{*12} < \zeta_{D1}^{*11} \end{array} \right\} \quad (6.139)$$

$$A_0^{B*} = A_0^B(\Omega_{1R}^{11}, \zeta_{D1}^*) = A_0^B(\Omega_{1R}^{12}, \zeta_{D1}^*) \quad \text{y} \quad A_0^{B*} > A_{0,\min\max}^{B\max} \quad (6.140)$$

Para el caso analizado, esta situación tiene lugar en los puntos de coordenadas $y^B=0.1B$ e $y^B=0.9B$ cuya respuesta se ha representado en la Figura 6.58(b)-(f). La curva azul de trazo grueso representada en ambas gráficas que da lugar a amplitudes iguales a las dos frecuencias de resonancia, es la correspondiente a la tasa de amortiguamiento óptima global. En la Figura 6.59 se ha ampliado el gráfico (b) de la Figura 6.58 en las proximidades de los mínimos máximos. Se puede comprobar cómo en este caso, A_0^{B*} es ligeramente superior a la amplitud en el mayor mínimo máximo.

⁷⁹ Esto es así ya que $A_0^B(\Omega_{1R}^{11}, \zeta_{D1}^{*11}) < A_0^B(\Omega_{1R}^{12}, \zeta_{D1}^{*12})$ por la propia definición del Caso 2A, pero además $A_0^B(\Omega_{1R}^{12}, \zeta_{D1}^{*12}) < A_0^B(\Omega_{1R}^{12}, \zeta_{D1}^{*11})$ por no ser ζ_{D1}^{*11} la tasa de amortiguamiento óptima asociada al segundo modo.

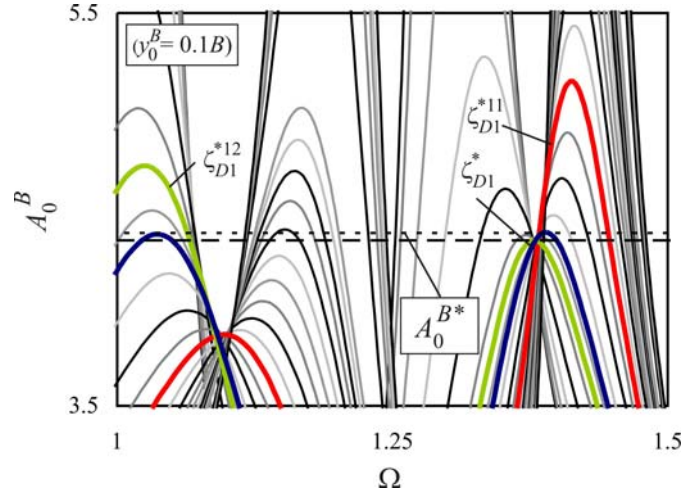


Figura 6.59 A_0^B vs. Ω_1 en función de ζ_{D1} para $\eta_B=1.3$ $\mu_B=0.926$ en ausencia de amortiguamiento estructural

Caso 2B: El mayor mínimo máximo es el de menor frecuencia $A_{0,\min\max}^{B\max} = A_0^B(\Omega_{1R}^{11}, \zeta_{D1}^{*11})$

Al desplazarse el punto de medida hacia el centro de la placa, la situación se invierte y el mínimo máximo de mayor amplitud, pasa a ser el que tiene lugar a la primera frecuencia de resonancia. En el ejemplo de la de la Figura 6.58, esta situación se produce en puntos de la sección central comprendidos entre $0.1B$ y $0.25B$ y también entre $0.75B$ y $0.9B$. Si en tal caso se cumple la condición

$$A_0^B(\Omega_{1R}^{11}, \zeta_{D1}^{*11}) < A_0^B(\Omega_{1R}^{12}, \zeta_{D1}^{*11}) \quad (6.141)$$

necesariamente se cumplirá también que

$$A_0^B(\Omega_{1R}^{11}, \zeta_{D1}^{*12}) > A_0^B(\Omega_{1R}^{12}, \zeta_{D1}^{*12}) \quad (6.142)$$

y la tasa de amortiguamiento óptima estará de nuevo comprendida entre las dos tasas de amortiguamiento óptimas individuales, siendo aquella que de lugar a la misma amplitud A_0^B a las dos frecuencias de resonancia, de nuevo

$$\left. \begin{array}{l} \zeta_{D1}^{*11} < \zeta_{D1}^* < \zeta_{D1}^{*12} \quad \text{si} \quad \zeta_{D1}^{*11} < \zeta_{D1}^{*12} \\ \zeta_{D1}^{*12} < \zeta_{D1}^* < \zeta_{D1}^{*11} \quad \text{si} \quad \zeta_{D1}^{*12} < \zeta_{D1}^{*11} \end{array} \right| \quad (6.143)$$

$$A_0^{B*} = A_0^B(\Omega_{1R}^{11}, \zeta_{D1}^*) = A_0^B(\Omega_{1R}^{12}, \zeta_{D1}^*) \quad \text{y} \quad A_0^{B*} > A_{0,\min\max}^{B\max} \quad (6.144)$$

Los casos 2A y 2B requieren de un breve procedimiento iterativo para ajustar el valor de ζ_{D1}^* .

Caso 2C: La respuesta en los dos mínimos máximos es idéntica

Situado entre un punto del tablero en el que se produce la situación 2A y otro en el que se

produce la situación 2B, existe un punto en el cual las amplitudes en ambos mínimos máximos adoptan el mismo valor, es decir

$$A_{0,\min\max}^{B\max} = A_0^B (\Omega_{1R}^{11}, \zeta_{D1}^{*11}) = A_0^B (\Omega_{1R}^{12}, \zeta_{D1}^{*12}) \quad (6.145)$$

No obstante, este caso no difiere de los dos anteriores. El valor de ζ_{D1}^* estará contenido entre ζ_{D1}^{*11} y ζ_{D1}^{*12} verificándose de nuevo

$$A_0^{B*} = A_0^B (\Omega_{1R}^{11}, \zeta_{D1}^*) = A_0^B (\Omega_{1R}^{12}, \zeta_{D1}^*) \quad \text{y} \quad A_0^{B*} > A_{0,\min\max}^{B\max} \quad (6.146)$$

Caso 3: La contribución del modo de frecuencia más alta es nula

Esta situación tiene lugar en el centro geométrico del tablero de coordenadas ($x^B=L/2$, $y^B=0.5B$) (gráfico (d)). En este punto la amplitud del segundo modo es nula y la tasa de amortiguamiento externa óptima coincide directamente con ζ_{D1}^{*11} .

Una vez establecido un criterio para la estimación de la tasa de amortiguamiento óptima global a partir de las tasas asociadas a la optimización la respuesta en cada modo, se resume brevemente la estrategia propuesta para el dimensionado óptimo del sistema de reacondicionamiento⁸⁰.

Criterio de dimensionado óptimo

1. Determinar el intervalo de frecuencias de interés en función del rango de velocidades de cálculo, así como el ancho de la placa en el que la respuesta debe ser verificada.
2. Calcular la respuesta en diversos puntos de la sección central contenidos en el ancho de interés en ausencia de reacondicionamiento. Situar la carga con la excentricidad real.
3. Si en el rango de frecuencias de interés y puntos de estudio, la placa experimenta resonancia de un único modo, el tamaño mínimo de las vigas auxiliares que asegure la efectividad del sistema de reacondicionamiento será tal que la frecuencia fundamental de éstas supere a la del modo que resuena y cuya contribución se desea reducir. El tamaño óptimo de dichas vigas será el mínimo que, combinado con los FVD asociados a la tasa de amortiguamiento óptima ζ_{D1}^{*11} o ζ_{D1}^{*12} , reduzca la respuesta hasta el nivel deseado.
4. Si el rango de frecuencias de interés y puntos de estudio da lugar a la aparición de ambas resonancias, el tamaño mínimo de las vigas auxiliares para el sistema de reacondicionamiento será tal que la frecuencia fundamental de éstas supere la del modo de mayor frecuencia del tablero. Partiendo de esta premisa, se deberá seleccionar un tamaño de viga auxiliar inicial y determinar la respuesta en los puntos de medida de la sección

⁸⁰ No se pretende en este punto profundizar en las particularidades del cálculo dinámico del tablero ante la circulación de composiciones ferroviarias y los límites admisibles de la respuesta. Dicha tarea se lleva a cabo en el capítulo siguiente.

central para las dos tasas de amortiguamiento óptimas asociadas a cada modo ζ_{D1}^{*11} y ζ_{D1}^{*12} en función de la frecuencia de excitación, de esta manera se obtendrán las curvas roja y verde de la Figura 6.58. Las tasas de amortiguamiento óptimas se estimarán a partir de las expresiones analíticas desarrolladas en el apartado 6.5.1.

5. Determinar cuál es el punto más desfavorable como aquel en el que se produce el mínimo máximo de mayor amplitud.
6. Determinar la tasa de amortiguamiento óptima global en dicho punto ζ_{D1}^* en función de las individuales y en base a la casuística descrita anteriormente. Verificar que en el resto de puntos, dicha la tasa de amortiguamiento da lugar a una respuesta máxima inferior.
7. Se deberán repetir los pasos 4-6 aumentando progresivamente el tamaño de las vigas auxiliares hasta que la respuesta máxima ya se reduzca por debajo del nivel deseado.

6.6. Conclusiones

En el presente capítulo se desarrollado una formulación analítica para el estudio del comportamiento dinámico del tablero reacondicionado en el caso de estructuras en las que, por su naturaleza, la contribución de modos diferentes a los de flexión recta, y en particular la del primer modo de torsión, puede tener una importancia considerable. Con el fin de determinar cuáles son los parámetros fundamentales de los que depende su respuesta en resonancia, y tratando de desarrollar expresiones simples que permitan el dimensionado del reacondicionamiento en este caso, se ha empleado un modelo de placa ortótropa rectangular cuya oscilación excita el movimiento de una serie de vigas B-E, que simulan el comportamiento de las vigas auxiliares, a través de un conjunto de FVD lineales.

Tras plantear el sistema de ecuaciones diferenciales de movimiento del conjunto sometido a un tren de cargas puntuales, y puesto que el objetivo es minimizar la respuesta máxima de la estructura principal, se ha sustituido el paso de las cargas móviles por una excitación de tipo armónico, aplicada en la sección central de la placa y separada cierta distancia de su eje longitudinal. El análisis armónico del sistema proporciona información relevante acerca del comportamiento del tablero reacondicionado en resonancia.

Con el fin de resolver analíticamente la respuesta en un punto genérico del tablero, se ha simplificado el modelo dotándolo de doble simetría, y se ha considerado que sólo cuatro modos participan en la respuesta: el primero de flexión y el primero de torsión de la placa, y el modo fundamental de dos vigas auxiliares. Aplicando superposición modal, y despreciando la parte homogénea de la solución, se han obtenido expresiones explícitas del desplazamiento y la aceleración en un punto genérico del tablero y en las vigas auxiliares. Finalmente, adimensionalizando la formulación, se han determinado los doce parámetros adimensionales independientes que gobiernan el comportamiento armónico del

sistema conjunto en régimen permanente.

Una de las aportaciones más relevantes del capítulo es el estudio paramétrico realizado, tanto de las amplitudes de los modos del tablero aisladas como de la respuesta espacial en puntos de la sección central, en función de los parámetros que definen el reacondicionamiento. Estos parámetros son equivalentes a los del capítulo anterior: la relación de masas modales entre las vigas y cada uno de los modos del tablero, la relación de frecuencias, la tasa de amortiguamiento externa directamente proporcional a las constantes de los FVD, y el amortiguamiento propio de las vigas auxiliares. Debido a la normalización modal seleccionada, la relación de masas depende de la ubicación transversal de las vigas auxiliares, que como es de esperar, influye en la eficacia de la solución propuesta.

La evolución de la respuesta en cada modo del tablero en función de estos parámetros es idéntica a la observada en el caso bidimensional, pudiéndose concluir que

- Las amplificaciones asociadas tanto al desplazamiento como a la aceleración de cada uno de los modos del tablero considerados se reducen monótonamente con el aumento de la masa y la frecuencia de las vigas auxiliares.
- Una vez la tipología de las vigas auxiliares se ha seleccionado para cierto tablero, existen sendas tasas óptimas de amortiguamiento externo que minimizan la amplitud de la respuesta en cada modo.
- Para que el sistema de reacondicionamiento sea efectivo y reduzca la contribución de cada uno de los modos del tablero, la frecuencia de las vigas auxiliares deberá superar a la mayor de las frecuencias de éste.

Además de evaluar la evolución de las contribuciones modales aisladas se ha analizado en detalle la respuesta en diferentes puntos de la sección central de la placa, considerando la contribución simultánea de sus dos modos de vibración. Se ha llevado a cabo un estudio en función de las propiedades del reacondicionamiento del que se concluye lo siguiente:

- En el rango de parámetros de interés, al analizar la respuesta en cualquier punto de la sección central del tablero en función de la frecuencia de excitación, aparecen dos máximos, cada uno de ellos relacionado con la resonancia de un modo del tablero. Los máximos relativos a la resonancia del modo fundamental de las vigas auxiliares son imperceptibles en la respuesta del elemento principal, al igual que ocurría en el caso plano.
- Para un determinado tablero y par de vigas auxiliares, a medida que las constantes de los amortiguadores aumentan la respuesta del tablero disminuye, desplazándose las frecuencias de resonancia hacia valores superiores, siempre y cuando la frecuencia natural de las vigas auxiliares

supere a la más elevada del tablero. En ambas resonancias se alcanza un mínimo para cierto valor de ζ_{DI} y a partir de éste, la respuesta comienza a crecer de nuevo, produciéndose dicho mínimo máximo a valores diferentes de la tasa de amortiguamiento externa en las dos resonancias.

- La respuesta del tablero en las dos situaciones de resonancia se reduce monótonamente con el incremento de masa de las vigas auxiliares.
- Para que el sistema de reacondicionamiento sea efectivo y reduzca la respuesta conjunta debida a los dos modos, la frecuencia fundamental de cada una de las vigas auxiliares deberá superar a la frecuencia más elevada del tablero.
- La respuesta del tablero decrece monótonamente con el aumento del amortiguamiento propio de las vigas auxiliares.

Se ha analizado a su vez la influencia de la ubicación de las vigas auxiliares, y por tanto de los amortiguadores, en la dimensión transversal del tablero. La contribución del modo de flexión se ve relativamente poco afectada por este parámetro, debido a que el modo fundamental de la placa rectangular presenta una amplitud aproximadamente constante a lo largo de la sección central, sin embargo, el posicionamiento de las vigas afecta en gran medida a la reducción de las oscilaciones de torsión del tablero. Los amortiguadores serán tanto más efectivos cuanto más se aproximen a los puntos de máxima amplitud modal, en este caso cuanto más se aproximen a los bordes libres, no afectando a la respuesta modal si se conectan a puntos de amplitud nula.

Despreciando el amortiguamiento estructural, y con un planteamiento similar al del apartado anterior, se ha tratado de determinar los valores de la tasa de amortiguamiento que minimizan la respuesta en cada una de las dos resonancias del tablero, concluyendo que

- Sólo en el caso del punto medio de la placa, en el que la contribución del modo de torsión es nula, es posible obtener analíticamente la tasa de amortiguamiento externa óptima. En el resto de puntos, la contribución de un modo a la frecuencia de resonancia del otro impide la obtención de una solución explícita de dichas tasas.
- El valor de la tasa de amortiguamiento que da lugar al mínimo máximo de menor frecuencia, es distinto del que minimiza la máxima amplificación del segundo modo.
- Pese a que la amplitud en los mínimos máximos difiere entre los distintos puntos de medida, especialmente en el caso del modo de torsión, la tasa de amortiguamiento externa asociada con dichos mínimos máximos varía poco de un punto a otro de la sección central de la placa.

A raíz de esta última observación se han aproximado las tasas óptimas reales por aquellas que minimizan las contribuciones modales aisladas, que sí pueden ser obtenidas analíticamente, comprobándose que la predicción de los valores óptimos reales es muy ajustada pese a (a) la presencia de amortiguamiento estructural, y (b) la contribución simultánea de ambos modos de vibración a las frecuencias de resonancia. Por último se ha comprobado que la tasa de amortiguamiento óptima asociada al modo fundamental es, en la mayor parte del intervalo de parámetros de interés, superior a la del segundo modo. Esta conclusión es interesante ya que, como se comprobará en el capítulo siguiente, en muchas de las estructuras reales la máxima respuesta está relacionada con una resonancia del modo fundamental, siendo necesario reducir a su vez la contribución del modo de torsión. Puesto que el ritmo de crecimiento de la respuesta a partir del mínimo máximo y según sigue aumentando la tasa de amortiguamiento externa es muy reducido, la selección de una tasa de amortiguamiento superior a la óptima de torsión para optimizar el comportamiento del modo fundamental es en realidad poco perjudicial.

Finalmente, se ha desarrollado un procedimiento sencillo para seleccionar la tasa de amortiguamiento óptima global en función de la importancia relativa en la respuesta en cada una de las dos resonancias.

7

**Cálculo dinámico y
reacondicionamiento de
puentes reales**

7.1. Introducción

En este capítulo se presenta el estudio detallado de dos tableros de vigas isostáticos pertenecientes a la red ferroviaria de viajeros española. El primero de ellos se encuentra situado en la línea de Alta Velocidad Madrid-Sevilla, y el segundo, en la línea convencional Madrid-Alcázar de San Juan-Jaén. En ambos casos se ha considerado la posible adaptación del tramo de línea a una velocidad superior a la de explotación: en concreto a 350 y 250 km/h, respectivamente. Los objetivos que se persiguen son los siguientes:

- Calibrar un modelo numérico de losa ortótropa que reproduzca de forma ajustada el comportamiento estático y dinámico de ambas estructuras de paso. Para ello se cuenta con la información recabada de los respectivos informes de resultados generados tras la inspección técnica y prueba de carga de cada una de ellas.
- Realizar el cálculo dinámico de los modelos calibrados de los puentes, empleando para ello el código **DYNARET** descrito en el Capítulo 4, según establece la Instrucción Española de acciones. Comparar la respuesta dinámica de cada estructura sometida a la circulación de trenes del modelo universal con la de composiciones europeas reales de Alta Velocidad. En los dos casos de estudio la aceleración vertical máxima del tablero supera el valor umbral de 3.5 m/s^2 , establecido por la IAPF-07 para asegurar la seguridad del tráfico en puentes de vía sobre balasto.
- Analizar el efecto que tiene la introducción en el modelo numérico de la rigidez vertical de los apoyos de neopreno sobre la respuesta de los tableros.
- Valorar las repercusiones de incluir el procedimiento de suavizado, descrito en el apartado 4.3.5, en la aplicación de las cargas a la entrada y salida del tablero en presencia de apoyos de neopreno, en el rango de velocidades de estudio y a medida que aumenta el número de modos de vibración considerados en el cálculo dinámico.
- Dimensionar, aplicando los procedimientos desarrollados en los Capítulos 5 y 6, el sistema de reacondicionamiento óptimo que reduzca los niveles de oscilación de los puentes por debajo de valores admisibles, comprobando en cada caso tanto los esfuerzos experimentados por las vigas auxiliares y los amortiguadores, como las cargas introducidas en la estructura original a consecuencia del reacondicionamiento.
- Comprobar la adecuación de las expresiones analíticas que proporcionan las constantes óptimas de los FVD, desarrolladas para carga armónica, en situaciones de tráfico reales.

El capítulo se ha organizado en nueve apartados que siguen a esta introducción. En el apartado 7.2 se detalla el procedimiento de cálculo de las constantes de ortotropía para tableros de vigas como los objeto de estudio en este capítulo, así como la obtención de la rigidez vertical equivalente del conjunto de apoyos de neopreno de cada estribo y la distribución de masa en el tablero. Estos valores constituyen las propiedades nominales del puente, siendo necesario su ajuste para reproducir adecuadamente los resultados experimentales de que se dispone. En este sentido, en el apartado 7.3 se describen las particularidades del procedimiento de calibración del modelo numérico. En el apartado 7.4 se resumen brevemente los tipos de composiciones ferroviarias que se emplearán en los cálculos dinámicos y las condiciones en las que éstas pueden dar lugar a fenómenos de resonancia y de cancelación.

Los puntos 7.5-7.8 recogen el estudio detallado de los dos puentes reales. En los dos primeros se presenta el cálculo dinámico y reacondicionamiento en sí. El apartado 7.7 se dedica al análisis de un aspecto constructivo importante: la conexión de los dispositivos a la losa de reparto y, en particular, el alcance de la deformabilidad local en la región de unión, y en el apartado 7.8 se proporciona una estimación del coste de la solución propuesta en cada uno de los puentes comparándolo con el de una hipotética sustitución del tablero. Una vez presentado el estudio de los puentes reales, en el apartado 7.9 se analizan las consecuencias de incluir en el cálculo dinámico de este tipo de estructuras la rigidez vertical de los apoyos de neopreno.

Finalmente en el apartado 7.10 se presentan las conclusiones más relevantes derivadas del estudio realizado.

7.2. Cálculo de las propiedades nominales del tablero

7.2.1. Cálculo de constantes de ortotropía en tableros de vigas

En este apartado se resume el procedimiento de cálculo de las constantes de ortotropía en el caso de tableros de vigas y losa, procedimiento seguido en el análisis de los dos puentes reales incluidos en este capítulo. Algunos detalles de la formulación, que se han obviado en aras a la brevedad, se pueden consultar en las referencias de Cusens [24], Samartín [127] y Monleón [98]. La ecuación que gobierna el comportamiento dinámico de un modelo de placa ortótropa (6.10) depende de las rigideces a flexión, D_x y D_y , y a torsión, $2H$, de ésta. Estas rigideces son función tanto de las constantes elásticas del material constitutivo del tablero real, como de la geometría de sus secciones longitudinal y transversal.

Considérese un elemento representativo de un tablero ideal compuesto por una losa, de espesor constante h_{losa} , rígidamente unida a un emparillado de nervios ortogonales entre sí, como el representado en la Figura 7.1. Las dimensiones del elemento en las direcciones

paralelas a los ejes X e Y se han denominado b_y y b_x respectivamente, y se corresponden con el intereje en cada una de las dos secciones de un tablero real. El ancho y canto de los nervios, de sección rectangular contenida en el plano perpendicular a los ejes X e Y , vienen dados por (t_x, h_x) y (t_y, h_y) , respectivamente, siendo $h_y \leq h_x$. Finalmente e_x y e_y hacen referencia a la profundidad de las líneas centroidales, entendida como la distancia desde el plano neutro de la losa a los centros de gravedad de cada sección.

$$e_x = \frac{t_x h_x (h_x + h_{losa})}{2(h_{losa} b_x + t_x h_x)} \quad (7.1a)$$

$$e_y = \frac{t_y h_y (h_y + h_{losa})}{2(h_{losa} b_y + t_y h_y)} \quad (7.1b)$$

En el caso de vigas o nervios de sección distinta a la rectangular es posible definir un ancho equivalente aplicando las ecuaciones (7.2)

$$t_x = \frac{12I_x}{h_x^3} \quad t_y = \frac{12I_y}{h_y^3} \quad (7.2)$$

siendo I_x e I_y los momentos de inercia principales de las secciones de los nervios con respecto a un eje horizontal que atraviese su centro de gravedad.

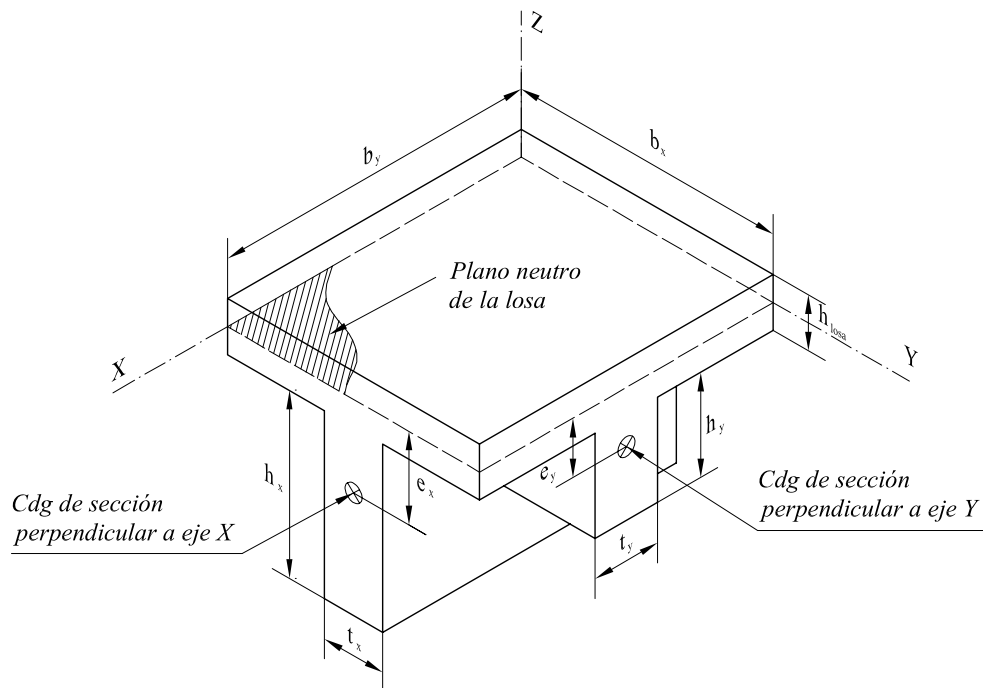


Figura 7.1 Elemento de tablero de vigas y losa. Nomenclatura empleada

En lo que sigue el comportamiento del material, tanto de la losa como de los nervios, se considera isótropo e idéntico en el caso de los nervios longitudinales y los transversales. Sean los Módulos de Elasticidad longitudinal y transversal y el Coeficiente de Poisson de los materiales que los conforman (E_l, G_l, ν_l) y (E_n, G_n, ν_n) , respectivamente.

Las relaciones tensión-deformación en cualquier punto de la losa superior expresadas en el sistema de referencia de la Figura 7.1, vienen dadas por

$$\sigma_x = \frac{E_l}{1-\nu_l^2} \varepsilon_x + \frac{\nu_l E_l}{1-\nu_l^2} \varepsilon_y = E_l^* \varepsilon_x + \nu_l E_l^* \varepsilon_y \quad (7.3a)$$

$$\sigma_y = \frac{\nu_l E_l}{1-\nu_l^2} \varepsilon_x + \frac{E_l}{1-\nu_l^2} \varepsilon_y = \nu_l E_l^* \varepsilon_x + E_l^* \varepsilon_y \quad (7.3b)$$

$$\tau_{xy} = G_l \gamma_{xy} \quad (7.3c)$$

Expresando las ecuaciones (7.3) en función de las derivadas del campo de desplazamientos de la placa, en virtud de las hipótesis cinemáticas recogidas en (6.2)

$$\sigma_x = E_l^* (-z\kappa_x) + E_l^* \nu_l (-z\kappa_y) \quad (7.4a)$$

$$\sigma_y = E_l^* \nu_l (-z\kappa_x) + E_l^* (-z\kappa_y) \quad (7.4b)$$

$$\tau_{xy} = G_l (-z\kappa_{xy}) \quad (7.4c)$$

siendo κ_x , κ_y y κ_{xy} las curvaturas en pequeña deformación del plano neutro

$$\kappa_x = \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} \quad \kappa_y = \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} \quad \kappa_{xy} = 2 \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x \partial y} \quad (7.5)$$

En el caso de los nervios, se adoptan las siguientes relaciones tensión deformación derivadas del análisis de emparrillados [24]

$$\sigma_x = \frac{E_n}{1-\nu_n^2 \frac{t_x t_y}{b_x b_y}} \left(\varepsilon_x + \nu_n \varepsilon_y \frac{t_y}{b_y} \right) = E_n^* \left(\varepsilon_x + \nu_n \varepsilon_y \frac{t_y}{b_y} \right) \quad (7.6a)$$

$$\sigma_y = \frac{E_n}{1-\nu_n^2 \frac{t_x t_y}{b_x b_y}} \left(\varepsilon_y + \nu_n \varepsilon_x \frac{t_x}{b_x} \right) = E_n^* \left(\varepsilon_y + \nu_n \varepsilon_x \frac{t_x}{b_x} \right) \quad (7.6b)$$

$$\tau_{xy} = G_n \gamma_{xy} \quad (7.6c)$$

donde el efecto global del coeficiente de Poisson se ha modificado multiplicando por los cocientes (t_y/b_y) y (t_x/b_x) para tener en cuenta la porción de la sección realmente ocupada por la conexión entre dos nervios. Expresando las deformaciones que aparecen en las

ecuaciones (7.6) en función de las derivadas del campo de desplazamientos de la placa ortótropa

$$\sigma_x = -E_n^* z \left(\kappa_x + \nu_n \frac{t_y}{b_y} \kappa_y \right) \quad (7.7a)$$

$$\sigma_y = -E_n^* z \left(\kappa_y + \nu_n \frac{t_x}{b_x} \kappa_x \right) \quad (7.7b)$$

$$\tau_{xy} = G_n (-z \kappa_{xy}) \quad (7.7c)$$

Integrando las distribuciones de tensiones en cada una de las dos secciones A_x y A_y con respecto al plano neutro de la losa superior, se obtienen los momentos flectores M_x y M_y y torsosres M_{xy} y M_{yx}

$$M_x = -\frac{1}{b_x} \int_{A_x} \sigma_x z dz = D_x \kappa_x + D_1 \kappa_y \quad (7.8a)$$

$$M_y = -\frac{1}{b_y} \int_{A_y} \sigma_y z dz = D_2 \kappa_x + D_y \kappa_y \quad (7.8b)$$

$$M_{xy} = -\frac{1}{b_x} \int_{A_x} \tau_{xy} z dz = D_{xy} \kappa_{xy} \quad (7.8c)$$

$$M_{yx} = -\frac{1}{b_y} \int_{A_y} \tau_{yx} z dz = D_{yx} \kappa_{xy} \quad (7.8d)$$

En las expresiones (7.8a) y (7.8b) las rigideces a flexión por unidad de ancho/largo del modelo de placa ortótropa adoptan la forma

$$D_x = \frac{E_l h_{losa}^3}{12} + \frac{E_n^* t_x}{6b_x} \left\{ \left[h_x - \left(e_x - \frac{h_{losa}}{2} \right) \right]^2 (2h_x + e_x + h_{losa}) - \left(e_x - \frac{h_{losa}}{2} \right)^2 (e_x + h_{losa}) \right\} \quad (7.9a)$$

$$D_y = \frac{E_l h_{losa}^3}{12} + \frac{E_n^* t_y}{6b_y} \left\{ \left[h_y - \left(e_y - \frac{h_{losa}}{2} \right) \right]^2 (2h_y + e_y + h_{losa}) - \left(e_y - \frac{h_{losa}}{2} \right)^2 (e_y + h_{losa}) \right\} \quad (7.9b)$$

y las rigideces de acoplamiento a flexión longitudinal y transversal

$$D_1 = \frac{\nu_l E_l h_{losa}^3}{12} + \frac{\nu_n E_n^* t_x t_y}{6b_x b_y} \left\{ \left[h_y - \left(e_y - \frac{h_{losa}}{2} \right) \right]^2 (2h_y + e_y + h_{losa}) - \left(e_y - \frac{h_{losa}}{2} \right)^2 (e_y + h_{losa}) \right\} \quad (7.9c)$$

$$D_2 = \frac{\nu_l E_l h_{losa}^3}{12} + \frac{\nu_n E_n^* t_x t_y}{6b_x b_y} \left\{ \left[h_x - \left(e_x - \frac{h_{losa}}{2} \right) \right]^2 (2h_x + e_x + h_{losa}) - \left(e_x - \frac{h_{losa}}{2} \right)^2 (e_x + h_{losa}) \right\} \quad (7.9d)$$

Finalmente la rigidez a torsión del tablero, en las direcciones longitudinal y transversal, estará afectada por la contribución de la losa superior y de los nervios longitudinales y transversales en cada caso, pudiendo ser expresada como

$$D_{xy} = \frac{G_l h_{losa}^3}{12} + \frac{G_n J_x}{2b_x} \quad (7.9e)$$

$$D_{yx} = \frac{G_l h_{losa}^3}{12} + \frac{G_n J_y}{2b_y} \quad (7.9f)$$

siendo J_x y J_y las inercias torsionales de las secciones rectas de ambos nervios. La rigidez a torsión total del tablero, $2H_i$, será finalmente la suma de de las rigideces de torsión longitudinal y transversal (7.9e)-(7.9f) y las rigideces de acoplamiento (7.9c)-(7.9d).

En el caso particular de tableros de vigas sin nervios transversales las expresiones (7.9) se simplifican dando lugar a

$$D_x = \frac{E_l^* h_{losa}^3}{12} + \frac{E_n^* t_x}{6b_x} \left\{ \left[h_x - \left(e_x - \frac{h_{losa}}{2} \right) \right]^2 (2h_x + e_x + h_{losa}) - \left(e_x - \frac{h_{losa}}{2} \right)^2 (e_x + h_{losa}) \right\} \quad (7.10a)$$

$$D_y = \frac{E_l^* h_{losa}^3}{12} \quad (7.10b)$$

$$D_1 = D_2 = \frac{\nu_l E_l^* h_{losa}^3}{12} \quad (7.10c)$$

$$D_{xy} = \frac{G_l h_{losa}^3}{12} + \frac{G_n J_x}{2b_x} \quad (7.10d)$$

$$D_{yx} = \frac{G_l h_{losa}^3}{12} \quad (7.10e)$$

Las ecuaciones (7.10) son las que se han empleado para calcular los valores nominales de las constantes de ortotropía en los dos casos reales analizados, que responden a la mencionada tipología.

7.2.2. Estimación de la masa y amortiguamiento estructural

A la hora de estimar la masa total del tablero se tiene en cuenta el peso propio de los elementos estructurales del puente y las cargas muertas. Estas últimas corresponden a los elementos no estructurales que gravitan sobre los primeros, tales como balasto, traviesas, carriles, pequeño material de vía, muretes guardabalasto, aceras, barandillas, canalizaciones de servicios, etc. El valor nominal de estas acciones se deduce de las dimensiones de los elementos especificadas en los planos de proyecto y de los pesos específicos de los diferentes materiales que, a falta de datos más precisos, se emplean los

proporcionados en la IAPF-07.

Como se explicó en el Capítulo 4, la placa ortótropa de elementos finitos implementada en el programa **DYNARET** se divide en franjas longitudinales de elementos de igual densidad, con el objetivo de concentrar el peso de los componentes de la plataforma de vía en el centro y aligerar las zonas externas, que generalmente soportan el peso de aceras, barandillas, etc. A partir de los datos de proyecto se define pues el número de franjas de elementos de distinta densidad, la anchura de éstas y la densidad que debe ser asignada a los elementos finitos en cada franja. Las densidades, así calculadas, constituyen los valores de partida y son ajustadas durante el proceso de calibración para tratar de reproducir lo más ajustadamente posible la frecuencia fundamental del tablero obtenida de forma experimental.

En cuanto a la tasa de amortiguamiento estructural, se asigna a todos los modos considerados en el análisis el amortiguamiento medido durante los ensayos dinámicos de la prueba de carga. Generalmente esta magnitud se calcula a partir de las oscilaciones en vibración libre que experimenta la estructura una vez que la composición de la prueba dinámica la ha abandonado. Su valor puede ser inferior a la tasa de amortiguamiento real, especialmente en el caso de los modos de vibración de frecuencia elevada, pero a falta de datos experimentales adicionales, se considera conservador asignar el amortiguamiento medido a todos los modos. En caso de carecer de datos de amortiguamiento experimentales, el estudio de la viabilidad técnica del reacondicionamiento se realiza utilizando los valores proporcionados por el Eurocódigo 1, por ser inferiores (más desfavorables) a los propuestos en la norma española.

7.2.3. Cálculo de la rigidez vertical equivalente de los apoyos de neopreno

Como se expuso en el Capítulo 4 la rigidez vertical equivalente de los apoyos de neopreno, \bar{k}_v , se introduce en el modelo numérico como suma de las rigideces verticales de todos los neoprenos del estribo, y se distribuye uniformemente en la longitud de éste. Suponiendo que todas las vigas apoyan en neoprenos rectangulares de idénticas dimensiones y material, \bar{k}_v puede ser calculada como

$$\bar{k}_v = \frac{E_{neop} a_{neop} b_{neop}}{n_{capas} t_{neop}} \cdot \frac{N_{neop}}{L_{estribo}} \quad (7.11)$$

siendo a_{neop} y b_{neop} las dimensiones mayor y menor de cada apoyo, t_{neop} el espesor de material elastomérico entre dos chapas metálicas de zunchado, n_{capas} el número de capas de elastómero, N_{neop} el número de neoprenos coincidente con el número de vigas que apoyan sobre un mismo estribo y $L_{estribo}$ la longitud de éste. El Módulo de Elasticidad del neopreno E_{neop} se puede obtener a partir del Módulo de Elasticidad Transversal aplicando

las expresiones propuestas por Manterola [79]

$$E_{neop} = \begin{cases} E_{neop}^{est} = 3G_{neop} \left(a_{neop} / t_{neop} \right)^2 \gamma & \text{cargas lentas} \\ E_{neop}^{din} = 3G_{neop} \left(a_{neop} / t_{neop} \right)^2 \gamma R_{E,din}^{neop} & \text{cargas rápidas} \end{cases} \quad (7.12)$$

En la expresión (7.12) G_{neop} es el Módulo de Elasticidad Transversal para cargas lentas (temperatura, fluencia, retracción, etc.) y está directamente relacionado con la dureza Shore A⁸¹ del material según la Tabla 7.1.

Dureza Shore A	50	60	70
G_{neop} (kg/cm ²)	6	9	12

Tabla 7.1 Relación entre G_{neop} y la dureza Shore A del elastómero a 20°C (Manterola [79])

Según Manterola [79], en el caso de cargas rápidas (asociadas al tráfico, sismo, etc.), el Módulo de Elasticidad del elastómero es aproximadamente el doble del correspondiente a cargas lentas ($R_{E,din}^{neop} = 2$). Por otra parte Lee [72] propone una variación de la relación entre los módulos estático y dinámico función de la dureza Shore A como la que se incluye en la Tabla 7.2

Dureza Shore A	40	50	60	70
G_{neop} (kg/cm ²)	4.5	6.3	8.9	12.2
$R_{E,din}^{neop}$	1.1	1.25	1.5	1.9

Tabla 7.2 Mayoración de G_{neop} en el caso de cargas dinámicas (Lee [72])

En los neoprenos habituales la dureza Shore A está contenida entre 55 y 65 (ver [79]) por lo que en los puentes reales analizados en los apartados siguientes, a falta de datos más precisos, se ha decidido adoptar un valor medio de Dureza Shore A de 60, un Módulo de Elasticidad transversal $G_{neop}=9$ kg/cm², y un coeficiente $R_{E,din}^{neop}$ que se ajustará entre 1.5 y 2 durante el proceso de calibración en función de los resultados derivados de las pruebas dinámicas.

Finalmente, el coeficiente γ de la expresión (7.12) depende de la relación dimensional (b_{neop}/a_{neop}) según los datos proporcionados en la Tabla 7.3

b_{neop}/a_{neop}	1	1.5	2	3	4	6	8	10	∞
γ	0.14	0.196	0.229	0.263	0.281	0.299	0.307	0.313	0.333

Tabla 7.3 Coeficiente γ (Manterola [79])

⁸¹ Dureza Shore A: Resistencia que opone el material a la penetración de una aguja

La rigidez vertical de los apoyos de neopreno a emplear en el caso estático y dinámico, $\bar{k}_{v,est}$ y $\bar{k}_{v,din}$ respectivamente, se calcula según el procedimiento descrito y se ajusta según lo expuesto en el siguiente apartado en base a los datos experimentales obtenidos durante la prueba de carga.

7.3. Procedimiento de calibración del modelo numérico

En el análisis de un tablero real de losa sobre vigas de hormigón pretensado, como es el caso de los dos puentes analizados en los apartados 7.5 y 7.6, el procedimiento seguido para definir por completo el modelo de losa ortótropa implementado en **DYNARET** se detalla a continuación:

- Análisis del informe de resultados y conclusiones generado a raíz de la primera inspección técnica y prueba de carga de la estructura, previa a su puesta en servicio, o de inspecciones y pruebas de carga de control de la obra realizadas periódicamente [96]. Extracción de las propiedades geométricas, constantes elásticas y masas nominales de todos los elementos que forman parte del tablero.
- Cálculo de los valores nominales de las constantes de ortotropía y de la distribución de densidades en la placa siguiendo el procedimiento explicado en los apartados 7.2.1 y 7.2.2.
- Determinación del valor nominal de la rigidez vertical equivalente del conjunto de apoyos de neopreno a emplear en los análisis estático y dinámico, según la metodología presentada en 7.2.3.
- Extracción de los resultados experimentales en términos de desplazamientos medidos en el ensayo estático realizado durante la prueba de carga, y reproducción de dicho ensayo mediante el modelo numérico partiendo de las propiedades nominales del tablero.
- Ajuste de la rigidez estática de los apoyos de neopreno mediante las flechas experimentales medidas en las proximidades de los estribos.
- Calibración de los Módulos de Elasticidad de la losa y de las vigas pretensadas, del canto de la losa, así como de los momentos de inercia y torsión de las vigas, con el fin de ajustar la deformada transversal medida en centro de vano durante el ensayo estático.
- Ajuste del espesor de la capa de balasto y del Módulo de Elasticidad dinámico de los apoyos de neopreno, con el fin de que el modelo de losa ortótropa reproduzca lo más fielmente posible la frecuencia fundamental obtenida a partir del ensayo dinámico.

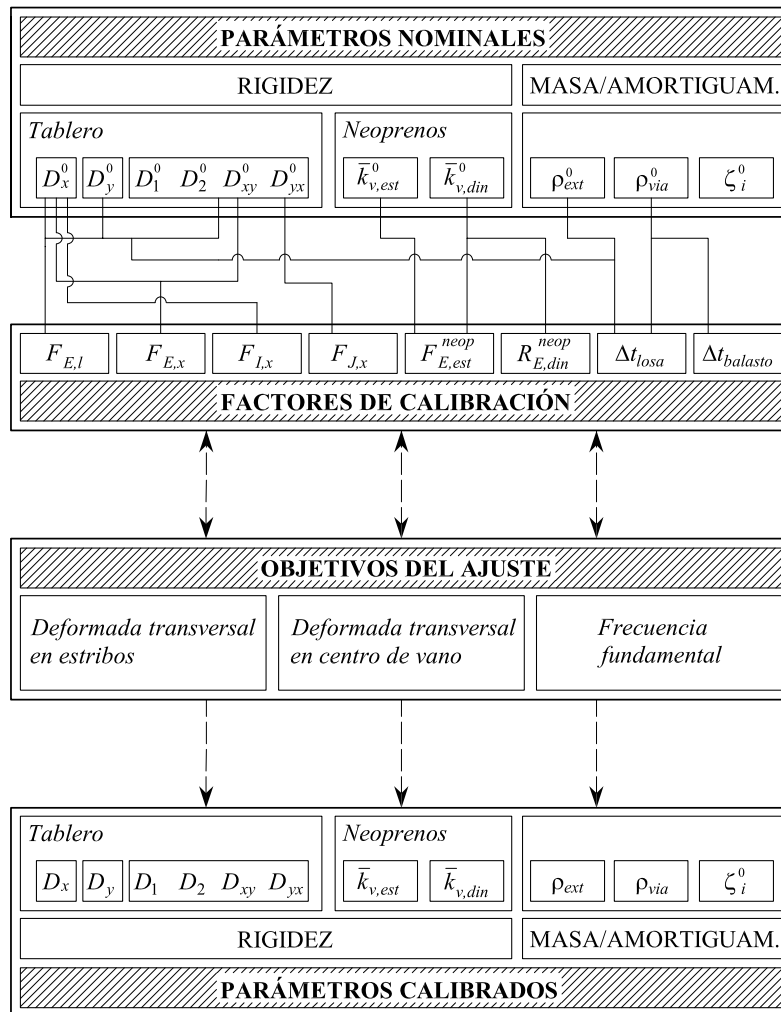


Figura 7.2 Esquema del procedimiento de calibración del modelo numérico en el caso de un tablero de vigas longitudinales y losa de reparto

La Figura 7.2 resume de forma esquemática el procedimiento de calibración de aquellos parámetros que definen el comportamiento del tablero y son ajustados en función de los resultados de la prueba de carga, siendo la nomenclatura empleada la siguiente

- $\{D_x^0, D_y^0, D_1^0, D_2^0, D_{xy}^0, D_{yx}^0\}$ → Constantes de ortotropía nominales del tablero.
- $\{\bar{k}_{v,est}^0, \bar{k}_{v,din}^0\}$ → Rigidez vertical estática y dinámica de los apoyos de neopreno por unidad de longitud de cada estribo.
- $\{\rho_{ext}^0, \rho_{via}^0, \zeta_i^0\}$ → Densidad en la zona de aceras y en la plataforma de vía. Tasa de amortiguamiento experimental medida durante la prueba de carga.

Los factores de calibración, que se emplean para ajustar las propiedades nominales del tablero, son los ocho que se enumeran a continuación

- $F_{E,l}$ y $F_{E,x}$ → Factores de calibración aplicados al Módulo de Elasticidad de la losa y de las vigas auxiliares. Mediante estos factores se tiene en cuenta la posible variación que experimenta la constante elástica del hormigón de ambos elementos con el paso del tiempo.
- $F_{I,x}$ y $F_{J,x}$ → Factores de calibración aplicados al momento de inercia a flexión y torsión de las vigas longitudinales. Se trata de un coeficiente que permite relacionar los valores de las inercias brutas de partida y las homogeneizadas de las vigas longitudinales debido a la presencia de armaduras.
- $F_{E,est}^{neop}$ → Factor de calibración aplicado al Módulo de Elasticidad estático de los apoyos de neopreno. Mediante este factor tiene en cuenta la posible variación que experimenta la constante elástica del elastómero de los apoyos de neopreno con el paso del tiempo.
- $R_{E,din}^{neop}$ → Relación entre el Módulo de Elasticidad aplicable en caso de cargas lentas y el correspondiente a cargas dinámicas.
- Δh_{losa} → Mayoración del canto de la losa sobre el valor mínimo de proyecto.
- $\Delta h_{balasto}$ → Modificación del espesor de la capa de balasto con respecto a su valor nominal.

Una vez descrito el procedimiento de calibración del modelo numérico y previo al estudio de los casos reales, en el apartado siguiente se exponen brevemente las características de las composiciones que simularán el tráfico ferroviario, así como las condiciones en las que dichas composiciones pueden dar lugar a situaciones de resonancia y cancelación en el tablero.

7.4. Condiciones de resonancia y cancelación

En los apartados siguientes se analiza en detalle el comportamiento de dos puentes reales sometidos a distintas condiciones de tráfico ferroviario. En el cálculo dinámico de estas estructuras se emplearán los modelos de cargas puntuales de ciertas composiciones comerciales de alta velocidad, así como los diez trenes que componen el Tren Dinámico Universal-A, también denominado en este documento modelo HSLM-A, a emplear en el cálculo dinámico de tableros de luces iguales o superiores a 7 m situados en líneas interoperables de alta velocidad, según la IAPF-07 y el EC1. Todos estos modelos se encuentran definidos en el Anexo A.

Este conjunto de vehículos puede ser clasificado en función de su configuración en (i) trenes articulados, (ii) trenes convencionales y (iii) trenes regulares. En los trenes

articulados existe un bogie de dos ejes compartido entre cada dos coches de pasajeros, centrado en la articulación entre ambos. En los trenes convencionales, sin embargo, cada coche está soportado por dos bogies independientes, también de dos ejes cada uno. Por último, en los trenes regulares, los coches de pasajeros descansan sobre una unión articulada, produciéndose el apoyo en un eje único entre cada dos coches, sin bogie. En la Figura 7.3 se muestra un esquema de las cargas en cada caso. Pertenecen a la categoría de trenes articulados los trenes del modelo HSLM-A, el Alstom de la serie 100 de RENFE comúnmente conocido como AVE, el THALYS, el TGV y el EUROSTAR. Se pueden incluir en la categoría de trenes convencionales el ICE2, el ETR-Y y el VIRGIN. Finalmente, de los trenes que se considerarán en el resto del capítulo, el único de tipo regular es el Talgo 350 de la serie 102, al que se denominará en lo que sigue Talgo de Alta Velocidad (TAV).

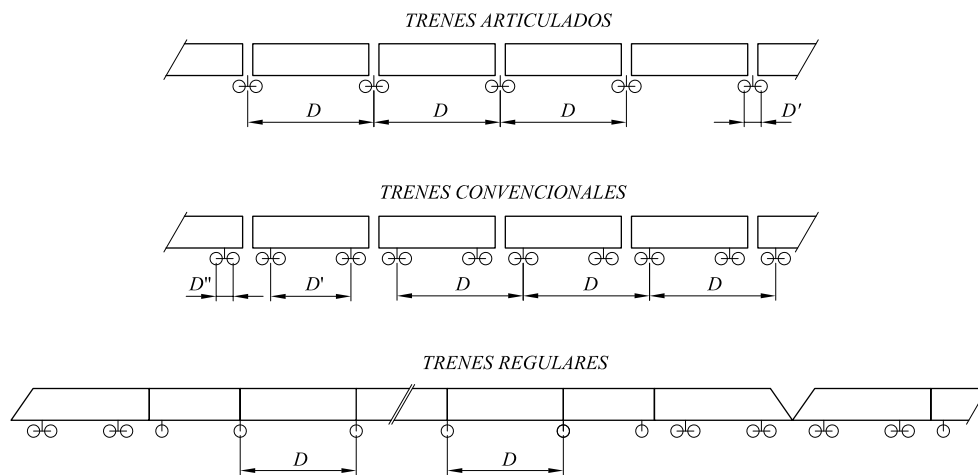


Figura 7.3 Clasificación de tipos de trenes y espaciamiento regular entre cargas

Como se dijo en el Capítulo 1, en una determinada estructura de paso existe riesgo de que una composición ferroviaria dé lugar a situaciones de resonancia a las velocidades de circulación que cumplan

$$V_{res1} = \frac{D_{car} f_n}{j} \quad j = 1, 2, \dots \quad (7.13)$$

siendo D_{car} la distancia característica o el espaciamiento regular entre ejes o grupos de éstos, y f_n una de las frecuencias naturales del tablero. En las composiciones reales los ejes no constituyen una sucesión de cargas perfectamente equiespaciadas, sino que existen diferentes distancias entre ellos que se repiten a lo largo de la composición: la longitud de los coches intermedios, la distancia entre bogies, la distancia entre ejes de un mismo bogie y combinaciones de éstas. En la Figura 7.3 se han señalado las distancias que, por lo general, serán las causantes de las resonancias más críticas en los puentes

objeto de estudio en esta Tesis Doctoral, debido a la relación existente entre la luz de cálculo de las estructuras de luces medias-cortas (10-25 m) y las dimensiones de los trenes [158].

La situación de resonancia definida por la condición (7.13) tiene lugar debido a que, a ciertas velocidades la entrada de cargas en el puente se produce en fase con las oscilaciones libres del tablero inducidas por los ejes que ya han abandonado la estructura, incrementando su energía de forma continua. Si el movimiento de un tren de cargas con espaciamientos regulares verifica la condición de resonancia, la respuesta vertical del tablero aumenta a medida que van entrando cargas, alcanzándose un máximo cuando la última carga entra en la estructura. Una vez que la última carga ha abandonado el puente, éste queda en un estado de vibración libre que acaba amortiguándose.

Existe, no obstante, una segunda condición de resonancia independiente del espaciamiento regular entre las cargas definida por la siguiente relación (ver Fryba [44] y Xia [158])

$$V_{res2} = \frac{2f_n L}{n} \quad n = 1, 2, \dots \quad (7.14)$$

siendo L la luz de cálculo de puente. Esta situación, caracterizada por una pérdida de estabilidad de la estructura ante la acción de las cargas móviles, tiene lugar a velocidades de circulación del convoy extremadamente elevadas en el caso de las tipologías de tableros aquí analizados, generalmente muy superiores a la velocidad de cálculo de la línea. En lo que sigue, cuando se haga referencia a las velocidades de resonancia teóricas se estará considerando exclusivamente la condición (7.13).

Otro fenómeno singular, al que se hará referencia en algunos apartados de este capítulo, también relacionado con las vibraciones libres inducidas en la estructura por el paso de cargas móviles, es el fenómeno de cancelación. Si se analiza la respuesta debida a un modo concreto de una viga simplemente apoyada, cuando el tiempo empleado por una carga móvil en recorrer la longitud asociada a media onda del modo en cuestión, es múltiplo o submúltiplo impar de medio período natural de ésta, la solución homogénea y la particular de la respuesta forzada de la viga se cancelan en el instante de salida de la carga, y las oscilaciones libres se anulan por completo. A partir de esta condición se puede definir la velocidad de cancelación como sigue

$$V_{canc} = \frac{2f_n L}{2j + n} \quad j = \left[\frac{1-n}{2} \right], \left[\frac{1-n}{2} \right] + 1, \dots \quad j \neq 0 \quad (7.15)$$

$$[x] = \text{signo}(x) \cdot \mathbb{Z}|x|$$

siendo n el número de semisenos de la forma modal, que sólo coincide con el número del modo en vigas biapoyadas, y \mathbb{Z} la función parte entera.

Es importante remarcar que así como la condición de resonancia definida en la ecuación

(7.13) está asociada al tránsito de una sucesión de cargas, la situación de cancelación se produce con cada una de ellas, por lo que no depende en medida alguna del número de cargas ni de la distancia que las separa. En la Figura 7.4 se muestra el desplazamiento de la sección central de una viga simplemente apoyada de 15 m de longitud y frecuencia fundamental 8.92 Hz, debida a la contribución de su modo fundamental y en ausencia de amortiguamiento estructural, en dos situaciones de cancelación de este modo. En el gráfico (a) se muestra la cancelación que se produce al paso de una sola carga de 170 kN a 53.52 m/s, lo que se corresponde con $j=3$ en la expresión (7.15). En el gráfico (b) se reproduce la misma situación de cancelación al circular sobre la viga cinco cargas iguales a la anterior, equidistantes y separadas 20 m entre sí. Se puede observar cómo tras la salida de cada carga la viga ésta queda en reposo.

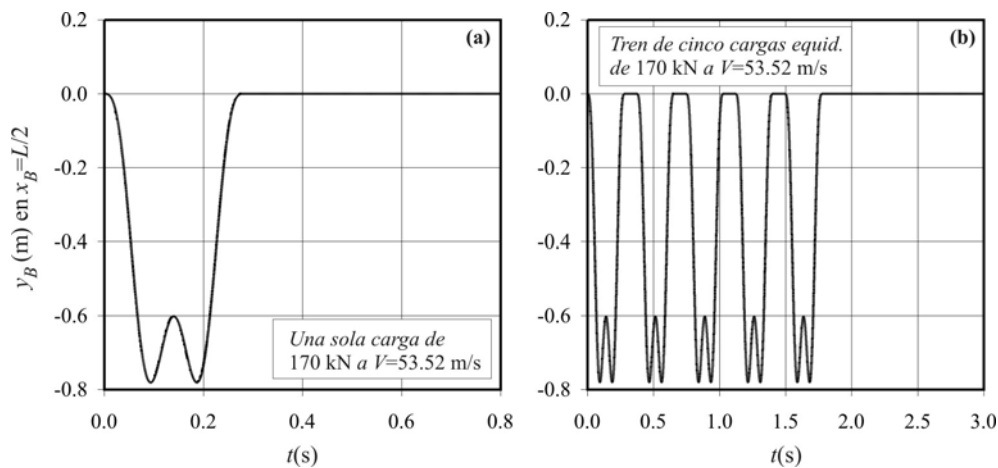


Figura 7.4 Situación de cancelación en viga biapoyada ante la circulación de (a) una carga y (b) cinco cargas

Existen ciertas relaciones entre la distancia característica del tren de cargas y la luz del puente que dan lugar a que las velocidades de resonancia y cancelación coincidan en una estructura, anulándose el efecto de la resonancia. Si se igualan las condiciones (7.13) y (7.15) se obtiene la siguiente relación

$$\frac{L}{D_{car}} = \frac{2j+n}{2i} \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad j = \left[\frac{1-n}{2} \right], \left[\frac{1-n}{2} \right] + 1, \dots \quad j \neq 0 \quad (7.16)$$

$$[x] = \text{signo}(x) \cdot \mathbb{Z}|x|$$

De la posible aparición de situaciones de resonancia y cancelación en el rango de velocidades de cálculo de los puentes analizados en este capítulo dependerá su respuesta máxima y el dimensionado del sistema de reacondicionamiento propuesto.

Finalmente debe señalarse que las velocidades críticas proporcionadas por las ecuaciones (7.13), (7.14) y (7.15) han sido obtenidas a partir de un modelo bidimensional de viga

simplemente apoyada y no coincidirán exactamente con las velocidades de resonancia y cancelación reales, dado el carácter tridimensional del modelo de placa implementado, la presencia de los apoyos de neopreno, la participación simultánea de varios modos de vibración en la respuesta y la existencia de amortiguamiento estructural.

7.5. Puente Arroyo Bracea II

7.5.1. Ubicación

El puente objeto de estudio se encuentra situado en el punto kilométrico 26+456 del tramo Mascaraque-El Emperador, perteneciente a la línea de alta velocidad Madrid-Córdoba. La estructura salva el cauce del arroyo Bracea, afluente del Río Algodor, a pocos kilómetros de la localidad de Los Yébenes (Toledo) según se muestra en la Figura 7.5.

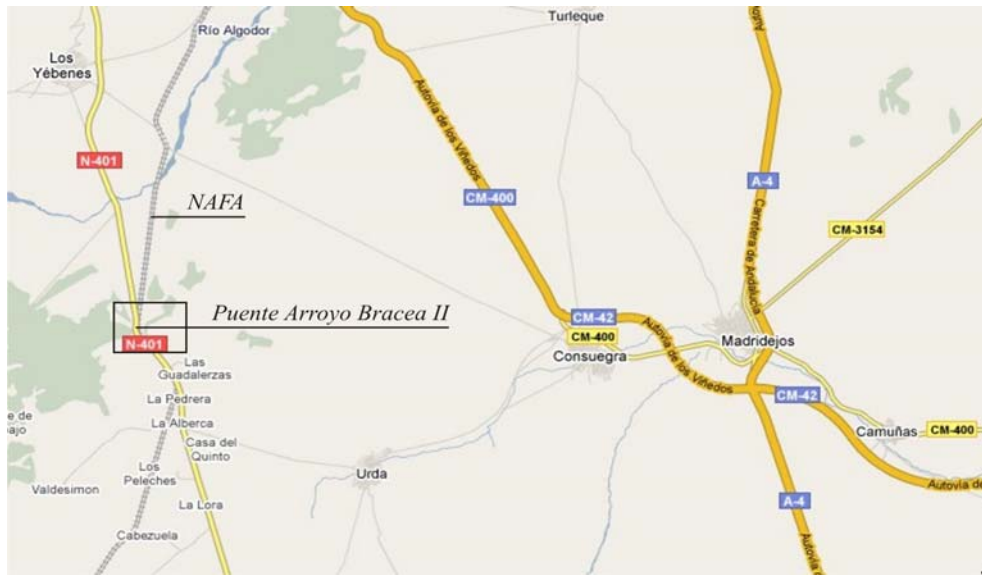


Figura 7.5 Localización del puente Arroyo Bracea II

La denominación Arroyo Bracea II diferencia esta estructura de paso de otra idéntica situada a menos de un kilómetro sobre la misma línea en sentido Córdoba.

Del informe de resultados y conclusiones, fruto de las actividades de inspección técnica y prueba de carga de obra nueva [66], se han extraído las propiedades y características nominales del tablero, así como los resultados de los ensayos estático y dinámico empleados en el proceso de calibración.

7.5.2. Descripción de la estructura. Propiedades nominales del modelo

Se trata de una estructura de dos vanos idénticos, simplemente apoyados, con una luz entre ejes de apoyos de 15.25 m y un esviaje de 45°, como se muestra en la Figura 7.6.



Figura 7.6 Imágenes del puente Arroyo Bracea II

Cada tablero está constituido por cinco vigas prefabricadas de 1.05 m de canto, siendo la distancia entre ejes de 2.275 m. Sobre las vigas se ha hormigonado in situ una losa de 0.25 m de espesor mínimo y 11.60 m de anchura. Los apoyos extremos se materializan mediante estribos de hormigón armado cimentados directamente por zapatas, estando el apoyo intermedio compuesto por una pila pantalla cimentada mediante pilotes. Los extremos de todas las vigas se encuentran atados por una viga riostra hormigonada in situ. Las vigas descansan directamente sobre los estribos y el apoyo intermedio mediante un mortero de nivelación y neoprenos zunchados. El tablero así definido se completa con el balasto, dos vías y una acera a cada lado dotada de la correspondiente barandilla, según se observa en la sección transversal representada en la Figura 7.7.

La Tabla 7.4 resume los datos de partida relativos a las propiedades del tablero, los apoyos de neopreno y la plataforma de vía extraídos del citado informe. A partir de estos datos, y

aplicando la metodología descrita en el apartado 7.2, se calculan las propiedades nominales que definen el modelo de losa ortótropa mediante el que se realizará el cálculo dinámico del puente. En la Tabla 7.5 se han incluido los valores obtenidos.

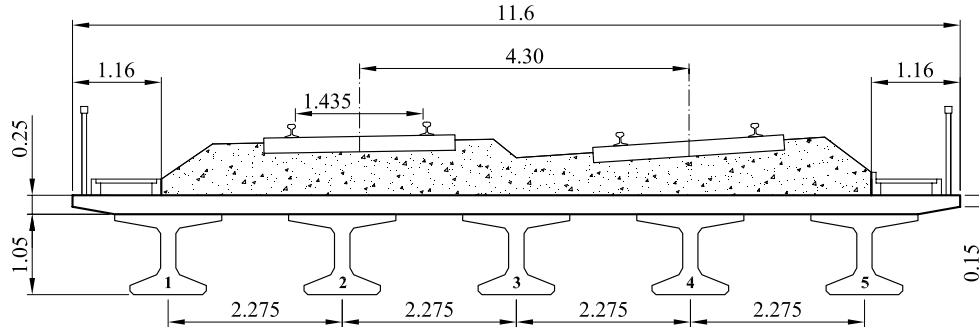


Figura 7.7 Sección transversal del puente Arroyo Bracea II⁸². Unidades (m)

Losa / Apoyos de Neopreno		Vigas longitudinales		Plataforma de vía	
L (m)	15.25	N_x , intereje (m)	5, 2.275	$B_{plataforma}$ (m)	9.28
B_{losa} (m), α (°)	11.60, 45	$I_{x,h}$ (m ⁴)	0.0815	$h_{balasto}$ (m)	0.63
h_{losa} (m)	0.25	$I_{x,v}$ (m ⁴)	0.0396	$\rho_{balasto}$ (kg/m ³)	1800
fck_{losa} (kg/cm ²)	250	J_x (m ⁴)	8.467E-3	N_{vias} , ancho _{vía}	2, UIC
ρ_{losa} (kg/m ³)	2500	A_x (m ²)	0.5355	Carril	UIC-60
N_{neop} , $a \times b$ (m)	5, 0.45x 0.25	fck_x (kg/cm ²)	425	Traviesa	H _{bloque}
N_{capas} , t (m)	1, 0.013	ρ_x (kg/m ³)	2500	Excentricidad _{vías} (m)	2.15

Tabla 7.4 Datos de partida del tablero del puente Arroyo Bracea II

Constantes de Ortotropía		Distribución de masa		Apoyos de Neopreno	
D_x (Nm)	3.6825E9	$B_1 = B_3$ (m)	1.16	L_{est} (m)	16.40
D_y (Nm)	4.3292E7	$\rho_1 = \rho_3$ (kg/m ³)	5735.34	E_{neop}^{est} (MPa)	215.48
$D_1 = D_2$ (Nm)	8.6583E6	B_2 (m)	9.28	E_{neop}^{din} (MPa)	323.22
D_{xy} (Nm)	9.0531E7	ρ_2 (kg/m ³)	9379.33	$\bar{k}_{v,est}$ (N/m ²)	5.68E8
D_{yx} (Nm)	3.4633E7	$M_{tablero}$ (kg/m)	25087	$\bar{k}_{v,din}$ (N/m ²)	8.53E8

Tabla 7.5 Propiedades nominales del modelo de losa ortótropa del puente Arroyo Bracea II

En ambas tablas las variables B_{losa} y $B_{plataforma} = B_2$ hacen referencia al ancho total de la losa y a la porción de ésta ocupada por la plataforma de vía. Asimismo, B_1 y B_3 representan el ancho de cada acera a ambos lados de la plataforma, de tal manera que $B_{losa} = B_1 + B_2 + B_3$. Finalmente ρ_1 , ρ_2 y ρ_3 son las densidades empleadas en el modelo

⁸² La numeración de las vigas del tablero es tal que la viga 2 se encuentra situada bajo la vía cargada.

numérico en cada una de las tres franjas longitudinales.

7.5.3. Calibración del modelo numérico

En este apartado se describe el procedimiento de calibración y se presentan los valores de las propiedades ajustadas a partir de los resultados experimentales de la prueba de carga.

La prueba de carga del puente Arroyo Bracea II tuvo lugar en junio de 1991 y consistió en los siguientes ensayos que se realizaron en cada uno de los dos vanos:

- Ensayo cuasiestático, consistente en el paso del tren de cargas empleado durante la prueba a velocidad de *paso de hombre*, próxima a los 5 km/h.
- Ensayo lento en el que el tren de cargas cruza el puente a una velocidad próxima a los 30 km/h.
- Ensayo rápido circulando el tren de cargas a 70 km/h.
- Ensayo de frenado, consistente en el paso del tren de cargas a 70 km/h y frenado de la composición sobre el tablero.

El tren de cargas estaba compuesto por una locomotora modelo 319 de 110 t de peso total, distribuidas en 2 bogies de tres ejes cada uno, y un vagón tolva de 84 t repartidas en dos bogies de 42 t. En el ensayo cuasiestático se situó un tren de cargas como el descrito sobre cada una de las vías, accediendo al tablero en el mismo sentido y deteniéndose en la posición que da lugar al máximo momento flector en la sección central, según se muestra en la Figura 7.8. Esta situación se ha reproducido mediante el modelo numérico para proceder a su calibración.

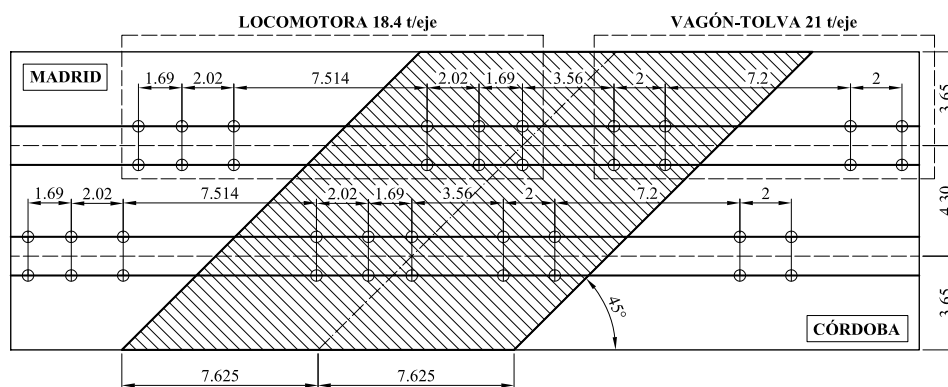


Figura 7.8 Ubicación de los trenes de cargas en el ensayo cuasiestático. Unidades (m)

Durante la prueba de carga se tomaron medidas de deformaciones, flechas y aceleraciones verticales en el tablero, para lo cual se instrumentaron los dos vanos mediante (i) anillos piezo-resistivos para la medida de flechas en la cara inferior de las cinco vigas, tanto en la

sección central como en las proximidades del estribo más próximo a Córdoba; (ii) bandas extensométricas para la medida de deformaciones en la cara inferior de las cinco vigas en la sección central del tablero; y (iii) un acelerómetro piezoeléctrico en un punto de la sección central del tablero.

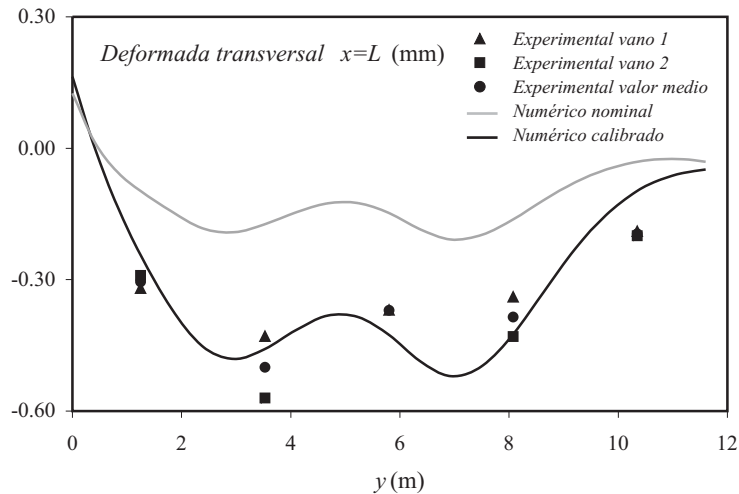


Figura 7.9 Deformada transversal en las proximidades del estribo más próximo a Córdoba. Resultados experimentales vs. numéricos antes y después de la calibración⁸³

Las medidas experimentales de flechas en los estribos registradas durante el ensayo estático se emplean en primer lugar para calibrar la rigidez vertical de los apoyos de neopreno. Puesto que los dos vanos del puente son idénticos, se toma como valor experimental el valor medio de las flechas medidas en cada uno de ellos. La Figura 7.9 muestra valores numéricos y experimentales de la deformada transversal en el estribo instrumentado. En línea de trazo gris se ha representado la deformada correspondiente a los parámetros nominales del tablero, y en trazo negro la deformada obtenida mediante el modelo una vez calibrado. El valor de la rigidez vertical ajustada se define como aquel que minimiza el error medio cuadrático entre los valores numéricos y los experimentales, entendido como

$$EMC = \frac{1}{N_{exp}} \sqrt{\sum_{i=1}^{N_{exp}} \left(w_{nco}(x_i, y_i) - \frac{1}{2} (w_{exp}^{vano1}(x_i, y_i) + w_{exp}^{vano2}(x_i, y_i)) \right)^2} \quad (7.17)$$

siendo N_{exp} el número de medidas experimentales de que se dispone, y $w_{nco}(x_i, y_i)$ y $(w_{exp}^{vano1}(x_i, y_i), w_{exp}^{vano2}(x_i, y_i))$ los valores numérico y experimentales en ambos vanos respectivamente, referidos al mismo punto del tablero.

⁸³ Los vanos 1 y 2 son el más próximo a Córdoba y el más próximo a Madrid respectivamente.

Una vez calibrada la rigidez estática de los apoyos de neopreno se procede al ajuste de las propiedades del tablero, para lo que se hace uso de las flechas medidas en puntos de la sección central. La Figura 7.10 muestra la deformada transversal, calculada a partir del modelo numérico antes y después de la calibración, junto a los valores experimentales obtenidos en cada vano. Las propiedades del tablero se ajustan de nuevo minimizando el error medio cuadrático entre los valores numéricos y la media de los experimentales en cada punto de medida.

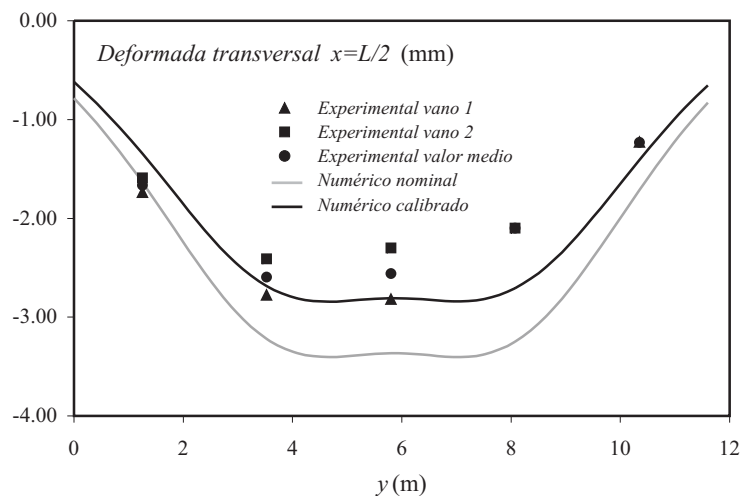


Figura 7.10 Deformada transversal en la sección central. Resultados experimentales vs. numéricos antes y después de la calibración

Tras haber ajustado el comportamiento estático del modelo, se modifica la relación entre los Módulos de Elasticidad estático y dinámico de los neoprenos y el espesor de la capa de balasto, con el fin de que la frecuencia fundamental⁸⁴ calculada y la medida experimentalmente se aproximen lo más posible. A partir del análisis de las vibraciones libres en ambos vanos, se determinan las frecuencias fundamentales y las tasas de amortiguamiento estructural. En el vano 1 estas magnitudes se cifran en 8.79 Hz y 3% de amortiguamiento con respecto al crítico, y en el vano 2 en 8.87 Hz y 1%.

La frecuencia fundamental del modelo numérico tras la calibración estática es de 9.56 Hz. Con objeto de aproximar su valor al experimental, se aplica un coeficiente de mayoración de la rigidez estática de los neoprenos de 1.5 y se incrementa el espesor de la capa de balasto en 7 cm, reduciéndose la frecuencia numérica hasta 9.19 Hz. Esta diferencia entre el valor numérico y el mayor de los experimentales supone un 3.6% del valor experimental,

⁸⁴ Durante los ensayos dinámicos sólo se midió la frecuencia fundamental, y no se dispone de medidas de frecuencias superiores.

lo que se considera un grado de aproximación suficiente. El puente Arroyo Bracea II está situado en un tramo curvo del trazado, lo que justifica la existencia de un espesor de la capa de balasto superior al habitual. No se ha considerado conveniente aumentar la masa del tablero en mayor medida puesto que ello podría resultar en niveles de aceleración verticales inferiores a los reales, lo que no estaría del lado de la seguridad. La Figura 7.11 muestra los seis primeros modos de vibración⁸⁵ calculados mediante el modelo numérico una vez calibrado.

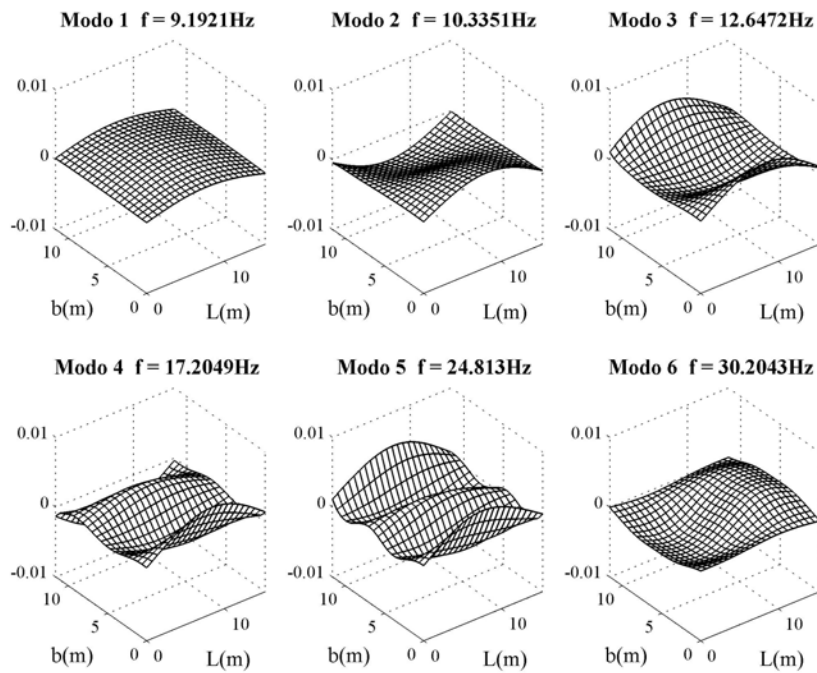


Figura 7.11 Seis primeros modos de vibración del modelo numérico calibrado del puente Arroyo Bracea II

Los factores de calibración que ha sido necesario aplicar a las propiedades nominales del modelo numérico son finalmente los que se resumen en la Tabla 7.6.

$F_{E,l}$	1.2	$F_{E,x}$	1.2	$F_{L,x}$	1.05	$F_{J,x}$	1.00
$F_{E,est}^{neop}$	0.37	$R_{E,din}^{neop}$	1.5	Δt_{losa}	0.00	$\Delta t_{balasto}$	7cm

Tabla 7.6 Factores de calibración del modelo del puente Arroyo Bracea II

⁸⁵ En la Figura 7.11 se han representado los modos de vibración sobre el tablero sin esviaje, pese a que el modelo numérico sí presenta una geometría esviada.

Por último, la Tabla 7.7 recoge los valores de las propiedades ajustadas del modelo numérico. En lo relativo a la tasa de amortiguamiento estructural, se realizarán los cálculos de los siguientes apartados asignando a cada modo de vibración un amortiguamiento del 1%, medido experimentalmente en el vano 2.

Constantes de Ortotropía		Distribución de masa		Apoyos de Neopreno	
D_x (Nm)	4.5505E9	$B_1 = B_3$ (m)	1.16	L_{est} (m)	16.40
D_y (Nm)	5.1950E7	$\rho_1 = \rho_3$ (kg/m ³)	5735.34	E_{neop}^{est} (MPa)	79.62
$D_1 = D_2$ (Nm)	1.0390E7	B_2 (m)	9.28	E_{neop}^{din} (MPa)	119.43
D_{xy} (Nm)	1.0864E8	ρ_2 (kg/m ³)	9883.33	$\bar{k}_{v,est}$ (N/m ²)	2.1E8
D_{yx} (Nm)	4.1560E7	$M_{tablero}$ (kg/m)	26256	$\bar{k}_{v,din}$ (N/m ²)	3.15E8

Tabla 7.7 Propiedades ajustadas del modelo de losa ortótropa del puente Arroyo Bracea II

7.5.4. Cálculo dinámico del puente a la velocidad de explotación actual

La velocidad de explotación actual de la línea Madrid-Córdoba en el tramo en el que se encuentra el puente Arroyo Bracea II es de 270 km/h. En este apartado se presentan los resultados del cálculo dinámico de la estructura en las condiciones actuales de explotación según lo establecido en la actual Instrucción de Acciones. Con este fin se calcula la respuesta máxima del tablero sometido a la circulación de las diez composiciones que conforman el modelo HSLM-A, en el rango de velocidades comprendido entre 28 y 90 m/s en incrementos de 1 m/s (entre 100.8 y 324 km/h⁸⁶ cada 3.6 km/h). Asimismo y en aras a verificar que los trenes universales garantizan resultados envolventes de los efectos dinámicos producidos por los trenes clásicos, articulados y regulares de alta velocidad europeos, se ha repetido el cálculo dinámico empleando modelos de cargas representativos de ocho composiciones reales: THALYS, ICE2, ETR-Y, EUROSTAR, TGV, VIRGIN, AVE y TAV⁸⁷, presentándose la respuesta asociada a los trenes universales y a los reales por separado.

El cálculo dinámico se ha llevado a cabo aplicando Superposición Modal de los seis primeros modos de vibración⁸⁸ del tablero, calculados numéricamente a partir del modelo

⁸⁶ Habiéndose fijado el límite superior como la velocidad de explotación de la línea aumentada en un 20% según especifica la IAPF-07.

⁸⁷ En lo que sigue se adopta la denominación de AVE y TAV para hacer referencia a la composición de la Serie 100 de RENFE fabricada por GEC-Alstom y derivada del TGV Atlántico, y al Talgo-350 de la serie 102 de Talgo-Bombardier, respectivamente.

⁸⁸ Según establece la IAPF-07, para comprobar la limitación de aceleración vertical del tablero ligada a la seguridad de la circulación, se considerará la contribución de modos de vibración con frecuencias inferiores a 30 Hz o el doble de la frecuencia fundamental de la estructura, tomando el mayor de

de elementos finitos, e integrando paso a paso las ecuaciones de movimiento en espacio modal, según se ha descrito en el apartado 4.3 de este documento. Los puntos de postproceso de resultados son los 25 puntos señalados en la Figura 7.12, repartidos en el área ocupada por la plataforma de vía.

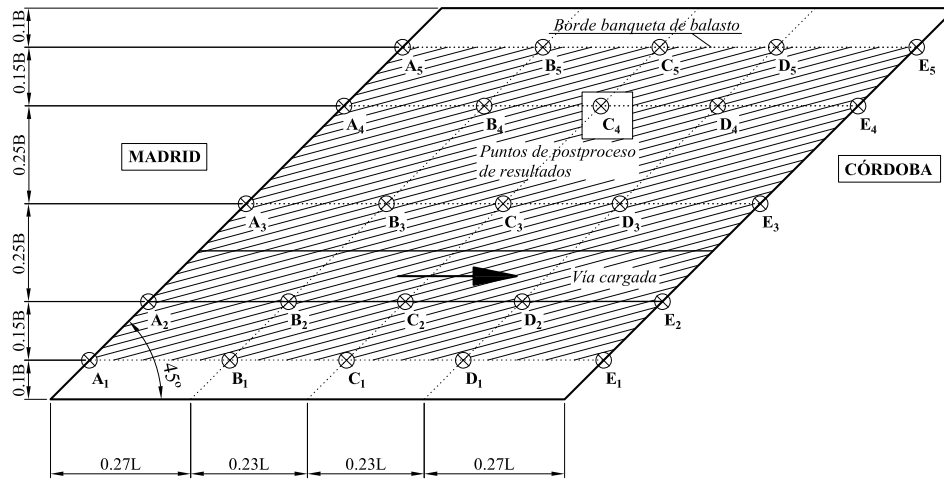


Figura 7.12 Puntos de postproceso de resultados en el modelo del puente Arroyo Bracea II

Con el objeto de detectar en qué punto del tablero se produce la máxima aceleración vertical y, en general, cómo se distribuye la respuesta máxima en la superficie de éste, en la Figura 7.13 se ha representado la envolvente de aceleraciones máximas en los 25 puntos de estudio para todas las velocidades de paso de los trenes universales (a), y de las composiciones reales (b). La contribución predominante del modo fundamental hace que se concentre la máxima respuesta en la sección central del tablero, siendo el punto más desfavorable el C3, situado sobre el eje de éste, en el que se alcanza una aceleración máxima de 4.29 m/s^2 ante la circulación de los trenes universales. Cabe resaltar, no obstante, que la aceleración máxima debida a la circulación de los trenes universales en los puntos C1 y C5, situados sobre el borde de la banquetta de balasto, supera a la de los puntos C2 y C4, respectivamente. Esta situación se repite en las secciones a un cuarto y tres cuartos de vano (puntos Bi y Di), reduciéndose la diferencia en las proximidades de los estribos. Ello se debe en cierta medida a la contribución del primer modo de torsión en las proximidades de los bordes del tablero. Finalmente resulta interesante comprobar que la máxima aceleración en todos los puntos de estudio se debe a la circulación de trenes

ambos límites. En este caso se considera hasta el sexto modo cuya frecuencia se encuentra muy próxima al umbral de los 30 Hz.

universales, superando el efecto dinámico de los reales, con excepción de A3 y E4, situados sobre los estribos, en los que la aceleración máxima es muy reducida.

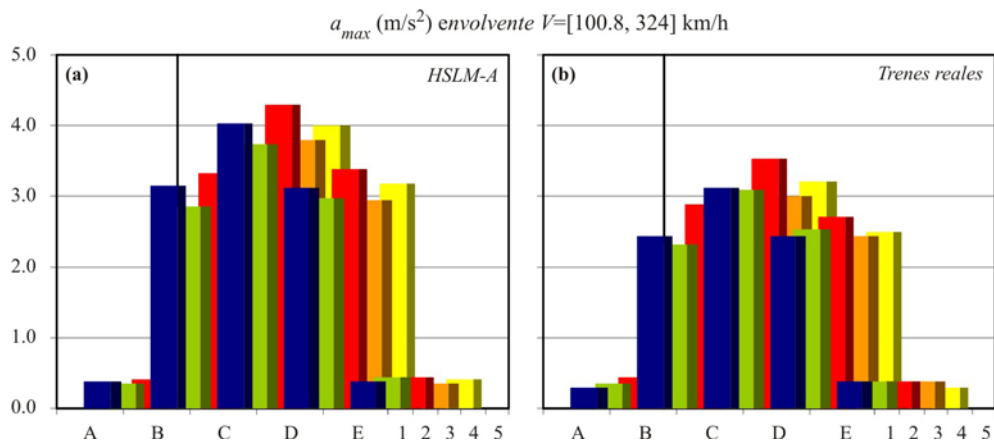


Figura 7.13 Envolvente de aceleraciones en el caso de (a) trenes HSLM-A y (b) trenes reales en los 25 puntos de postproceso y rango de velocidades [100.8, 324] km/h

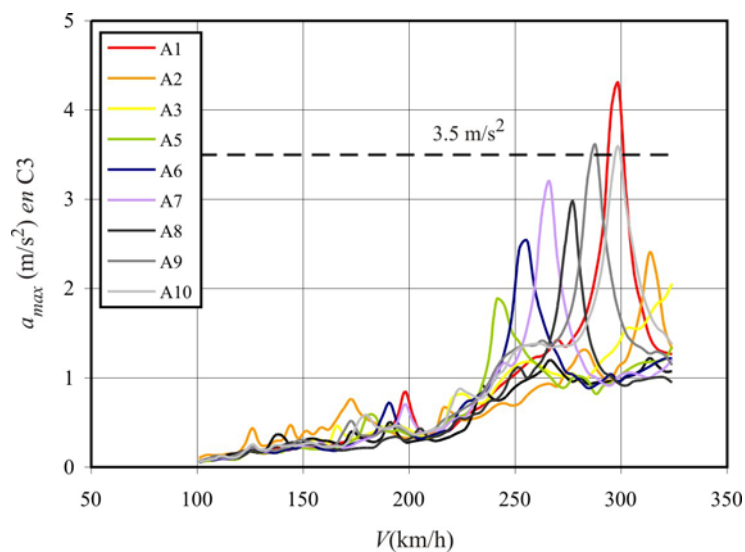


Figura 7.14 Aceleración vertical máxima en el punto C3 ante la circulación de los trenes de cargas HSLM-A

La Figura 7.14 muestra la aceleración vertical máxima en el punto más desfavorable, el C3, en función de la velocidad de paso de los trenes universales. La máxima respuesta tiene lugar al circular la composición HSLM-A1 a 298.8 km/h, alcanzando 4.29 m/s² y superando por tanto el nivel de aceleraciones admisible en tableros de vía sobre balasto. Ello es debido a la excitación de una segunda resonancia del modo fundamental del tablero, cuya evolución temporal se representa en la Figura 7.15. En dicha figura se han

señalado mediante rombos negros los instantes de entrada de la rueda más excéntrica de cada eje. Se observa claramente cómo en el tiempo que transcurre entre el paso de dos ejes consecutivos, el tablero experimenta dos ciclos de oscilación, derivando en un crecimiento continuado de la respuesta.

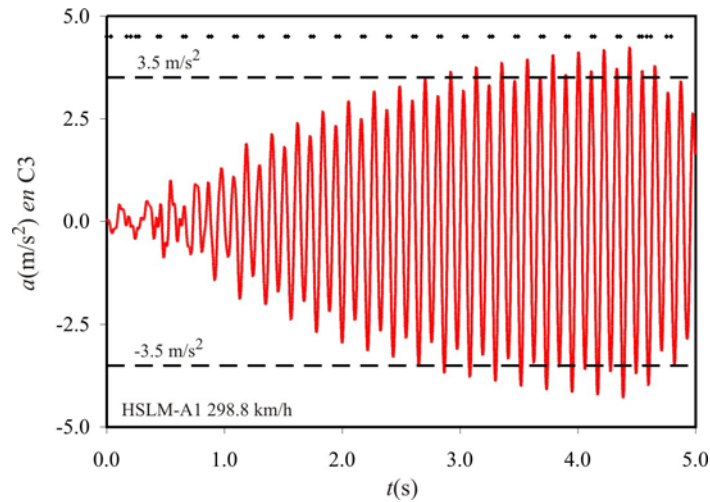


Figura 7.15 Historia temporal de aceleraciones en C3 al paso del HSLM-A1 a 298.8 km/h. ♦ Instante de entrada de la rueda más excéntrica de cada eje de la composición

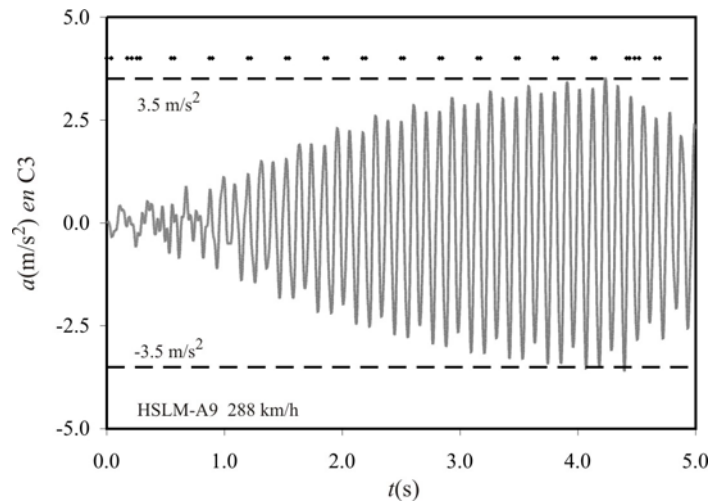


Figura 7.16 Historia temporal de aceleraciones en C3 al paso del HSLM-A9 a 288 km/h. ♦ Instante de entrada de la rueda más excéntrica de cada eje de la composición

Dos situaciones de resonancia adicionales dan lugar a aceleraciones máximas ligeramente superiores a las admisibles en el punto C3: las causadas por las composiciones A9 y A10

circulando a 288 y 298.8 km/h respectivamente. En ambos casos el tablero experimenta una tercera resonancia de su modo fundamental tal y como se puede observar en las historias temporales representadas en las figuras 7.16 y 7.17.

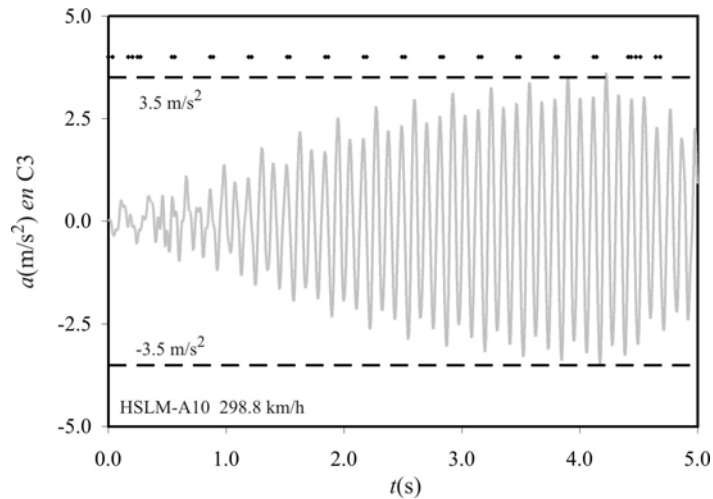


Figura 7.17 Historia temporal de aceleraciones en C3 al paso del HSLM-A10 a 298.8 km/h. ♦ Instante de entrada de la rueda más excéntrica de cada eje de la composición

En la Tabla 7.8 se incluyen los valores teóricos de las velocidades de resonancia asociados al modo fundamental del tablero para los 10 trenes del modelo HSLM-A y para las composiciones reales, considerando como distancia característica o causante de la resonancia, la longitud del vagón en el caso de trenes convencionales y articulados, y entre ejes en el caso de trenes regulares.

En la Figura 7.18 se han representado, mediante líneas verticales del mismo color que la composición a la que hacen referencia pero en trazo discontinuo, las velocidades de resonancia señaladas mediante una elipse en la Tabla 7.8, superponiéndolas a la respuesta del tablero de la Figura 7.14. Estas velocidades son las más altas que se producen en las condiciones de explotación, es decir, las que se corresponden con un menor valor de n . Se puede comprobar que las velocidades de resonancia teóricas calculadas a partir de la ecuación (7.13) predicen muy ajustadamente los máximos reales que aparecen en la respuesta.

$V_{res} \text{ (km/h)} = 3.6 D_{car} f_1 / n$					
$f_1 = 9.19 \text{ Hz}$		$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$
HSLM-A1	$D_{car}=18 \text{ m}$	595.65	297.82	198.55	148.91
HSLM-A2	$D_{car}=19 \text{ m}$	628.74	314.37	209.58	157.18
HSLM-A3	$D_{car}=20 \text{ m}$	661.83	330.92	220.61	165.46
HSLM-A4	$D_{car}=21 \text{ m}$	694.92	347.46	231.64	173.73
HSLM-A5	$D_{car}=22 \text{ m}$	728.01	364.01	242.67	182.00
HSLM-A6	$D_{car}=23 \text{ m}$	761.11	380.55	253.70	190.28
HSLM-A7	$D_{car}=24 \text{ m}$	794.20	397.10	264.73	198.55
HSLM-A8	$D_{car}=25 \text{ m}$	827.29	413.64	275.76	206.82
HSLM-A9	$D_{car}=26 \text{ m}$	860.38	430.19	286.79	215.10
HSLM-A10	$D_{car}=27 \text{ m}$	893.47	446.74	297.82	223.37
TAV	$D_{car}=13.14 \text{ m}$	434.82	217.41	144.94	108.71
VIRGIN	$D_{car}=23.9 \text{ m}$	790.89	395.44	263.63	197.72
EUROSTAR	$D_{car}=18.7 \text{ m}$	618.81	309.41	206.27	154.70
ETR-Y	$D_{car}=26.1 \text{ m}$	863.69	431.84	287.90	215.92
ICE2	$D_{car}=26.4 \text{ m}$	873.62	436.81	291.21	218.40
TGV	$D_{car}=18.7 \text{ m}$	618.81	309.41	206.27	154.70
THALYS	$D_{car}=18.7 \text{ m}$	618.81	309.41	206.27	154.70
AVE	$D_{car}=18.7 \text{ m}$	618.81	309.41	206.27	154.70

Tabla 7.8 Velocidades de resonancia teórica del modo fundamental del puente Arroyo Bracea II

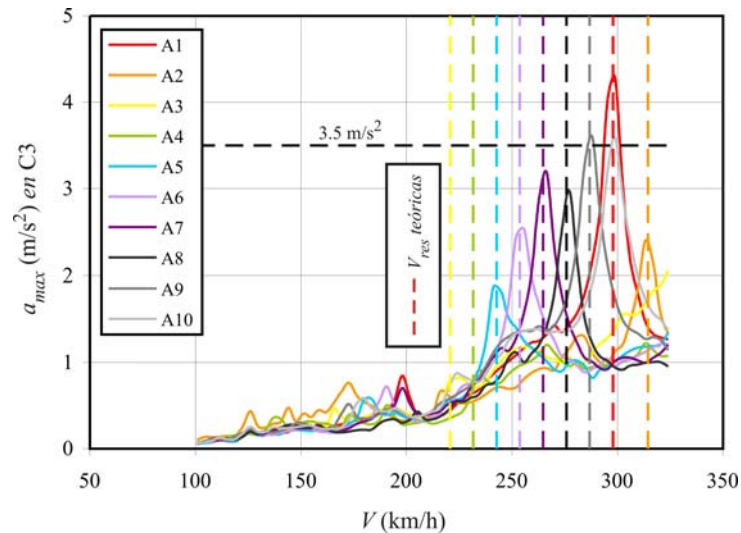


Figura 7.18 Aceleración vertical máxima en el punto C3 ante la circulación de los trenes de cargas HSLM-A. --- Velocidades de resonancia teóricas asociadas al modo fundamental del tablero

El paso de los trenes universales en el rango de velocidades de estudio excita resonancias de modos de vibración diferentes al primero de flexión longitudinal, pese a que la respuesta máxima del tablero se deba en gran medida a una resonancia del mismo. En concreto, y como se ha comentado anteriormente, las resonancias del primer modo de torsión tienen una repercusión considerable sobre la respuesta en puntos de la sección central próximos a los bordes de la banqueta de balasto. La máxima aceleración vertical en los puntos C1 y C5 que alcanza valores de 4.03 y 4 m/s² respectivamente, se debe principalmente a una tercera resonancia del modo de torsión del tablero. La Tabla 7.9 recoge las velocidades críticas teóricas asociadas a dicho modo.

$V_{res} \text{ (km/h)} = 3.6 D_{car} f_i / n$					
$f_2 = 10.34 \text{ Hz}$		$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$
HSLM-A1	$D_{car}=18 \text{ m}$	334.86	223.24	167.43	133.94
HSLM-A2	$D_{car}=19 \text{ m}$	353.46	235.64	176.73	141.39
HSLM-A3	$D_{car}=20 \text{ m}$	372.07	248.04	186.03	148.83
HSLM-A4	$D_{car}=21 \text{ m}$	390.67	260.45	195.34	156.27
HSLM-A5	$D_{car}=22 \text{ m}$	409.27	272.85	204.64	163.71
HSLM-A6	$D_{car}=23 \text{ m}$	427.88	285.25	213.94	171.15
HSLM-A7	$D_{car}=24 \text{ m}$	446.48	297.65	223.24	178.59
HSLM-A8	$D_{car}=25 \text{ m}$	465.08	310.06	232.54	186.03
HSLM-A9	$D_{car}=26 \text{ m}$	483.69	322.46	241.84	193.47
HSLM-A10	$D_{car}=27 \text{ m}$	502.29	334.86	251.15	200.92
TAV	$D_{car}=13.14 \text{ m}$		244.45	162.97	122.22
VIRGIN	$D_{car}=23.9 \text{ m}$	444.62	296.41	222.31	177.85
EUROSTAR	$D_{car}=18.7 \text{ m}$	347.88	231.92	173.94	139.15
ETR-Y	$D_{car}=26.1 \text{ m}$	485.55	323.70	242.77	194.22
ICE2	$D_{car}=26.4 \text{ m}$	491.13	327.42	245.56	196.45
TGV	$D_{car}=18.7 \text{ m}$	347.88	231.92	173.94	139.15
THALYS	$D_{car}=18.7 \text{ m}$	347.88	231.92	173.94	139.15
AVE	$D_{car}=18.7 \text{ m}$	347.88	231.92	173.94	139.15

Tabla 7.9 Velocidades de resonancia teóricas del primer modo de torsión del puente Arroyo Bracea II

En la Figura 7.19 se ha representado la aceleración máxima en el punto C5 para las diez composiciones universales. Al igual que en el caso previo, se ha señalado en trazo discontinuo las velocidades de resonancia teóricas más elevadas, asociadas al segundo modo, que se alcanzan con cada uno de los trenes. En todos los casos se detecta un máximo en la aceleración en las proximidades de la velocidad teórica, no obstante, debido a la fuerte contribución del modo de flexión, estos máximos son superados por resonancias del modo fundamental en gran parte del intervalo de velocidades analizado. La máxima

respuesta en el punto C5 se produce al paso del tren HSLM-A9 a 320.4 km/h coincidiendo con una tercera resonancia del primer modo de torsión del tablero, estando próxima esta velocidad a la teórica de 322.46 km/h proporcionada en la Tabla 7.9.

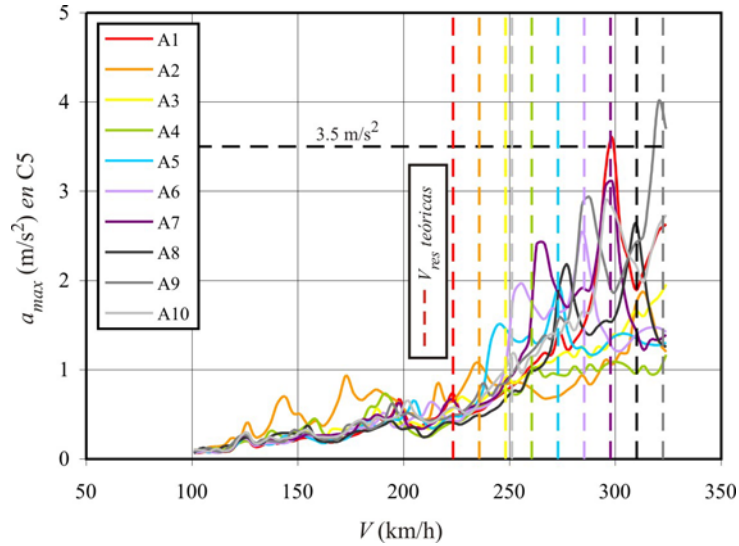


Figura 7.19 Aceleración vertical máxima en el punto C5 ante la circulación de los trenes de cargas HSLM-A. --- Velocidades de resonancia teóricas asociadas al primer modo de torsión del tablero

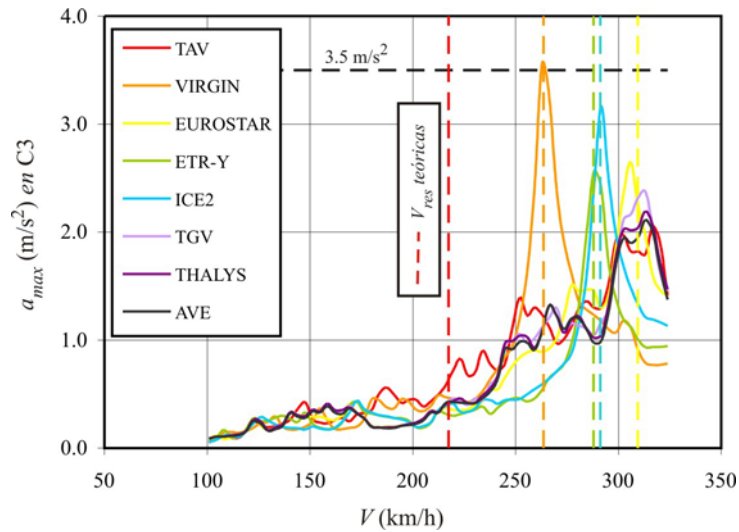


Figura 7.20 Aceleración vertical máxima en el punto C3 ante la circulación de los trenes reales. ---Velocidades de resonancia teóricas asociadas al primer modo de flexión del tablero

En cuanto a la respuesta dinámica del tablero ante la acción de las ocho composiciones

reales cabe decir que es sustancialmente inferior a la de los trenes universales, tal y como se ha podido observar en la Figura 7.13. En la Figura 7.20 se ha representado la aceleración máxima en el punto C3 en función de la velocidad de paso de estas composiciones. La máxima aceleración alcanza 3.55 m/s^2 cuando la rama Virgin cruza la estructura a 262.8 km/h , debido a la excitación de una tercera resonancia del modo fundamental del tablero cuya velocidad crítica teórica es de 263.6 km/h , según indica la Tabla 7.8. En la Figura 7.21 se ha incluido la historia temporal de aceleraciones en C3 a la velocidad a la que realmente se produce la máxima respuesta. En la figura se observa cómo en el tiempo transcurrido entre la entrada en el tablero de dos bogies consecutivos, éste experimenta tres ciclos completos de oscilación.

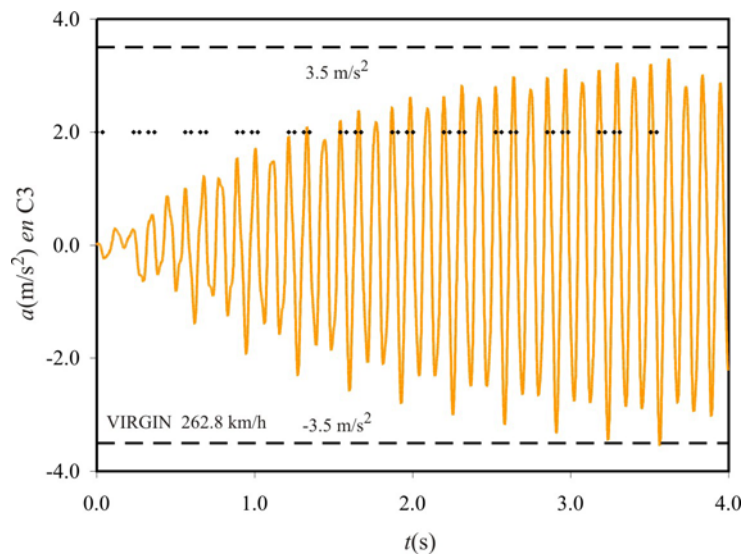


Figura 7.21 Historia temporal de aceleraciones en C3 al paso del Virgin a 262.8 km/h . ♦ Instante de entrada de la rueda más excéntrica de cada eje de la composición

El comportamiento dinámico del puente Arroyo Bracea II a la velocidad actual de explotación y ante la circulación de las ocho composiciones reales consideradas puede considerarse admisible. Es más, sólo la resonancia del tren Virgin da lugar a un nivel de aceleraciones ligeramente superior a 3.5 m/s^2 , tratándose de una composición que actualmente no circula por la línea. Sin embargo, la aceleración máxima de 4.29 m/s^2 provocada por el HSLM-A hace que, aceptando las limitaciones del modelo (basado en el informe de prueba de carga), el puente no reúna las condiciones para ser considerado interoperable. No obstante, en las pruebas de carga no se determinan las características dinámicas con la precisión de otras técnicas (p.e. análisis modal experimental), por lo que las conclusiones obtenidas no pueden considerarse definitivas. Se puede concluir que, pese a que en las condiciones reales de explotación la estructura verifica el Estado Límite

de aceleraciones asociado a la seguridad del tráfico ferroviario, no reúne las condiciones necesarias para poder ser considerada línea interoperable.

7.5.5. Acondicionamiento de la línea a 350 km/h

Una vez analizado el comportamiento dinámico de la estructura a la velocidad real de explotación, y puesto que uno de los objetivos principales de la Tesis es el de estudiar la viabilidad técnica del reacondicionamiento propuesto, se procede a calcular y posteriormente reacondicionar el tablero del puente Arroyo Bracea II considerando un posible acondicionamiento de la línea a una velocidad de explotación de 350 km/h. Consecuentemente el rango de velocidades de estudio se debe ampliar hasta una velocidad máxima de 117 m/s, igual a 421.2 km/h. El conjunto de composiciones ferroviarias seleccionadas para el análisis son de nuevo los diez trenes universales y las composiciones reales europeas: TAV, THALYS, AVE, ICE2, ETR-Y, EUROSTAR, TGV y VIRGIN.

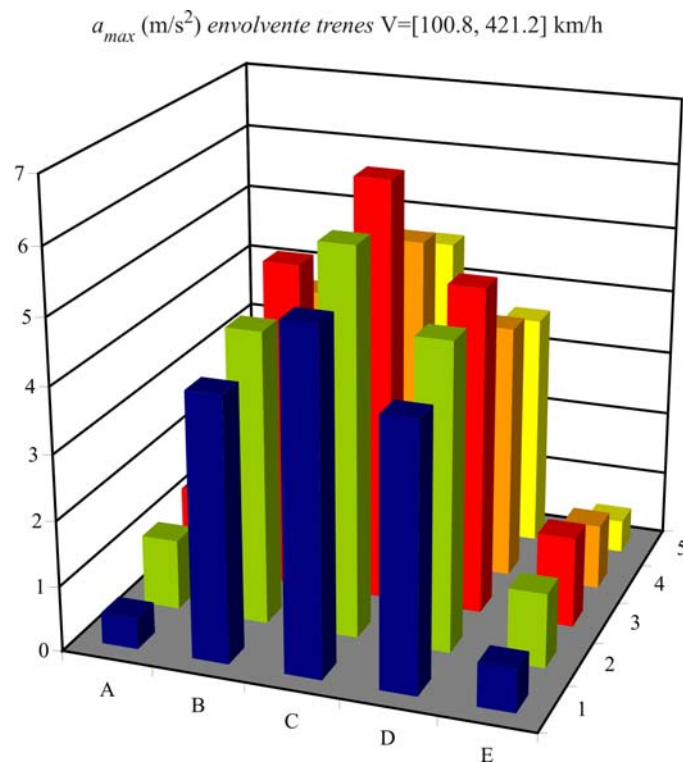


Figura 7.22 Envolvente de aceleraciones para trenes HSLM-A y composiciones reales en los 25 puntos de postproceso y rango de velocidades [100.8, 421.2] km/h

Al igual que en el apartado previo, con el objetivo de conocer cualitativamente cuál es la

distribución de aceleraciones máximas en el tablero, una vez obtenida la respuesta para cada tren y velocidad de cálculo en los 25 puntos de la Figura 7.12, se ha calculado la envolvente de aceleraciones en todos ellos. En la Figura 7.22 se ha representado la aceleración vertical máxima en cada punto para las 18 composiciones y las 90 velocidades de cálculo (de 28 a 117 m/s cada m/s). La respuesta máxima se sigue concentrando en la sección central, como consecuencia de la contribución predominante del modo fundamental, siendo de nuevo el punto C3 el más desfavorable. Destaca a su vez la respuesta superior en los puntos situados en la mitad longitudinal del tablero que alberga a la vía cargada frente a los de la mitad opuesta. Finalmente, es importante remarcar que en todos los puntos la máxima respuesta se debe a un tren del modelo HSLM-A, superando en todos los casos el efecto de las composiciones reales.

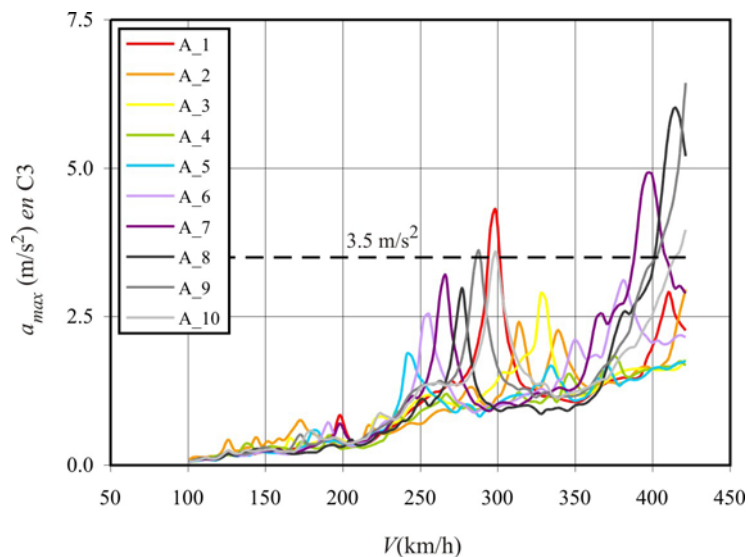


Figura 7.23 Aceleración vertical máxima en el punto C3 ante la circulación de los trenes HSLM-A

La aceleración máxima alcanza en C3 un valor de 6.44 m/s^2 al paso de la composición HSLM-A9 a la máxima velocidad de cálculo, según se puede comprobar en la Figura 7.23. Ello es debido a que este tren excita una segunda resonancia del modo fundamental del tablero a una velocidad teórica de 430.19 km/h , según se indica en la Tabla 7.8. En la Figura 7.24 se muestra la historia temporal de aceleraciones en C3 a la máxima velocidad de circulación del noveno tren. Se observa claramente cómo entre la entrada de dos bogies consecutivos en el tablero, éste experimenta dos ciclos de oscilación completos, incrementándose de forma progresiva la energía introducida en la estructura. Finalmente, en la Figura 7.25 se han representado por separado las seis contribuciones modales a la aceleración en el punto.

La participación de los modos 2° , 4° y 6° es despreciable debido a que las amplitudes de

estos modos de vibración en C3 son prácticamente nulas. Asimismo la participación de los modos 3º y 5º es muy inferior a la del modo que resuena, tal y como es esperable en esta circunstancia.

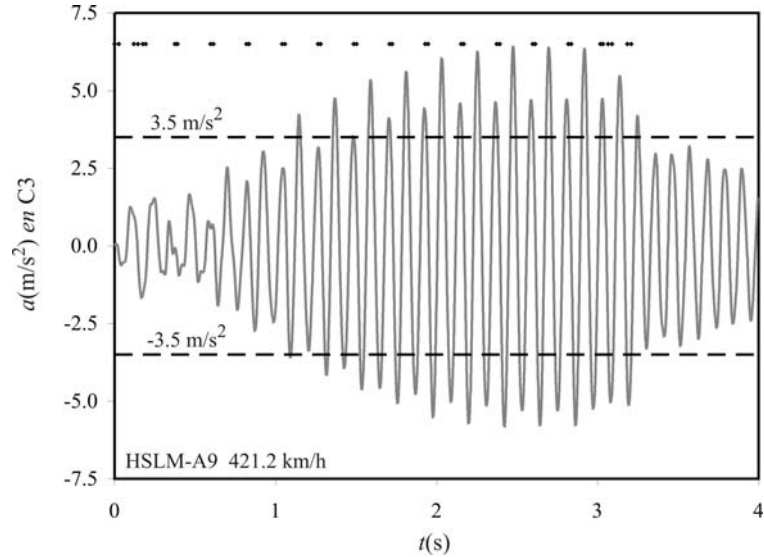


Figura 7.24 Historia temporal de aceleraciones en C3 al paso del HSLM-A9 a 421.2 km/h. ♦ Instante de entrada de la rueda más excéntrica de cada eje de la composición

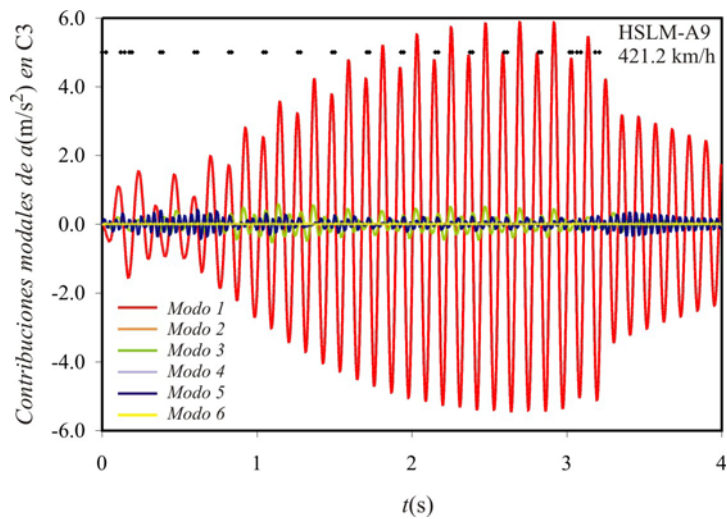


Figura 7.25 Historia temporal de las contribuciones modales a la aceleración vertical en C3 al paso del HSLM-A9 a 421.2 km/h. ♦ Instante de entrada de la rueda más excéntrica de cada eje de la composición

La determinación de qué contribución o contribuciones modales son las causantes de la

máxima respuesta en el punto más desfavorable del tablero, es fundamental para seleccionar el número y tamaño de vigas auxiliares que formarán parte del sistema de reacondicionamiento, su posición y el valor de las constantes óptimas de los amortiguadores que darán lugar a la mínima respuesta. No obstante, si otros modos distintos provocaran resonancias inadmisibles en otros puntos de tablero, deberían ser también tenidos en cuenta para proyectar el reacondicionamiento.

En el intervalo de velocidades comprendido entre 350 y 421.2 km/h, otras tres composiciones del modelo HSLM-A dan lugar a una aceleración en C3 superior a 3.5 m/s^2 . Éstas son la A7, la A8 y la A10. El incremento de la ventana de velocidades de cálculo considerado, hace que se alcancen velocidades críticas asociadas a segundas resonancias del modo fundamental del tablero en los dos primeros casos.

En la Figura 7.26 se ha representado la respuesta máxima del tablero en el punto C3 debida a la circulación de las composiciones reales. Sólo dos de ellas dan lugar a un nivel de aceleraciones inadmisibles del tablero, el TAV a 421.2 km/h con una aceleración de 4.98 m/s^2 y el Virgin Express previamente analizado. A la velocidad máxima de cálculo el TAV se aproxima a la velocidad teórica de la primera resonancia del modo fundamental, como se puede comprobar en la Tabla 7.8. En la Figura 7.27 se ha incluido la historia temporal de aceleraciones en C3 en esta situación. El crecimiento continuado de la respuesta se ve interrumpido por entrada en el puente de las locomotoras intermedias, que rompe la cadencia regular de los ejes de los coches de pasajeros, volviendo a crecer de nuevo con el segundo conjunto de éstos.

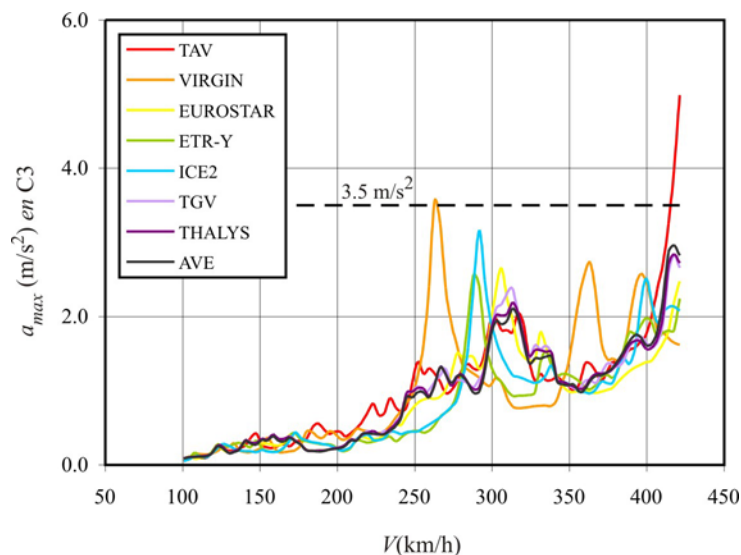


Figura 7.26 Aceleración vertical máxima en el punto C3 ante la circulación de composiciones reales

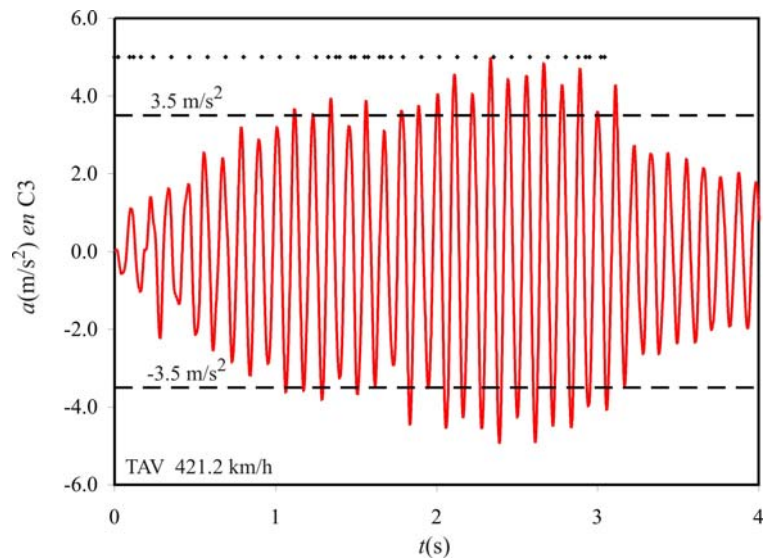


Figura 7.27 Historia temporal de aceleraciones en C3 al paso del TAV a 421.2 km/h. ♦ Instante de entrada de la rueda más excéntrica de cada eje de la composición

En cuanto a la respuesta en bordes de la banqueta de balasto, al aumentar la velocidad de explotación, la aceleración máxima se incrementa hasta 5.21 y 4.68 m/s^2 en los puntos C1 y C5 respectivamente, a consecuencia de la segunda resonancia del modo fundamental que excita la composición HSLM-A8 a 417.6 km/h.

En el apartado siguiente se propone un sistema de reacondicionamiento concreto a base de vigas auxiliares y amortiguadores fluido-viscosos, con el fin de reducir la respuesta dinámica del puente Arroyo Bracea II a niveles admisibles. Para ello se considera la velocidad de explotación y composiciones ferroviarias utilizadas en este apartado.

7.5.6. Dimensionado del sistema de reacondicionamiento

El nivel de amortiguamiento estructural que hipotéticamente debería tener el puente Arroyo Bracea II para que su comportamiento dinámico fuera admisible, en las condiciones de explotación descritas en el apartado anterior, es ligeramente inferior a un 3.5%, si se realiza el cálculo dinámico asignando la misma tasa de amortiguamiento a los seis modos de vibración. En la Figura 7.28 se han representado envolventes de aceleración vertical para las 18 composiciones en los 25 puntos de postproceso, considerando cuatro niveles de amortiguamiento estructural: 2.0, 2.5, 3.0 y 3.5%. Se observa que la aceleración máxima en el punto más desfavorable, C3, se reduciría de 6.44 m/s^2 en la situación original ($\zeta_i=1\%$) a 3.33 m/s^2 en el caso de mayor amortiguamiento.

En este apartado se dimensiona un sistema de reacondicionamiento que permita aumentar

de forma externa el amortiguamiento global de la estructura, dando lugar a la reducción de la respuesta dinámica deseada. Puesto que la máxima aceleración vertical del tablero en la situación de partida se produce en el punto central, y según se ha comprobado en el apartado anterior, se debe principalmente a la resonancia del modo fundamental siendo nula la contribución del segundo modo en este punto, se estimará un tamaño inicial de las vigas auxiliares y de las constantes de los FVD en base a las propiedades del primer modo.

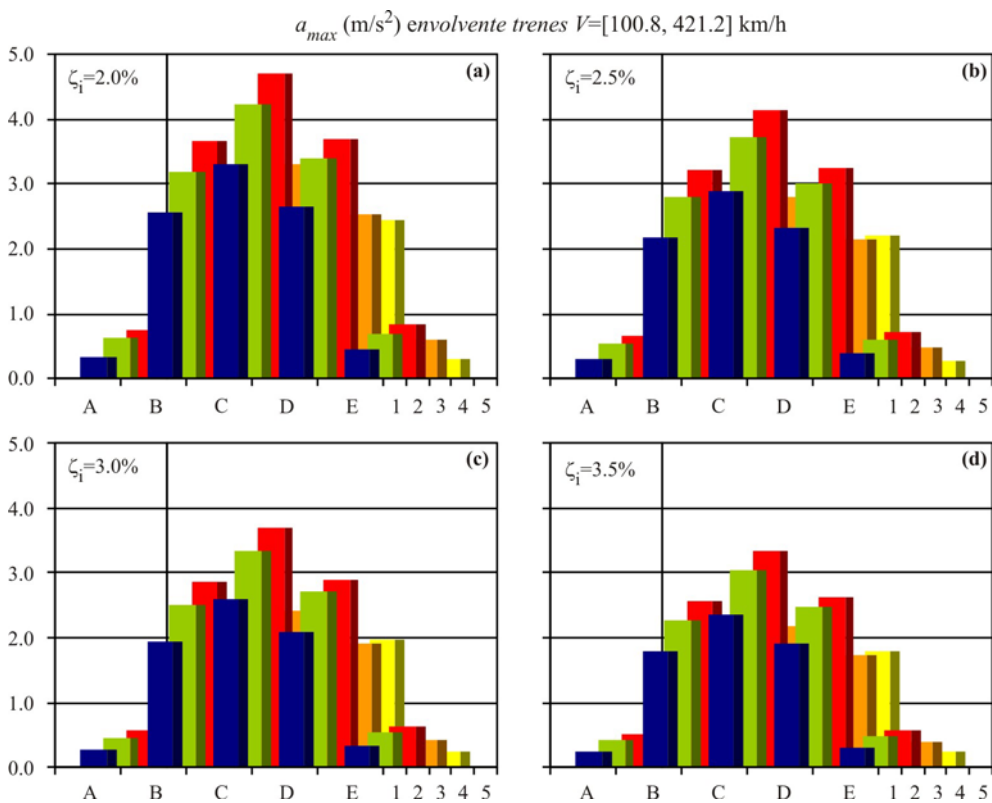


Figura 7.28 Envoltivas de aceleración máxima en puente Arroyo Bracea II considerando tasas de amortiguamiento estructural $\zeta_i=\{2.0, 2.5, 3.0, 3.5\}$ % asociadas a los seis primeros modos de vibración

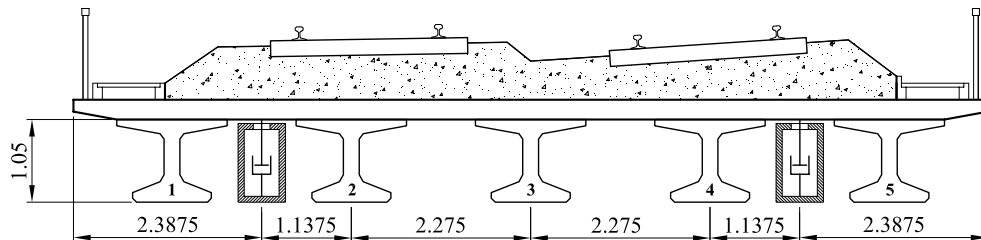


Figura 7.29 Ubicación de las vigas auxiliares en el puente Arroyo Bracea II

Con el fin de reducir al máximo el gálibo libre ocupado por el nuevo sistema se propone la instalación de dos cajones metálicos idénticos entre las vigas pretensadas del tablero 1-2 y 4-5, según muestra la Figura 7.29. Esta solución permite además reducir eficientemente la contribución de modos distintos al fundamental, como el 2º y el 3º.

En lo que sigue se considera que la geometría de la sección de los cajones metálicos es la ya introducida en el apartado 5.4.2

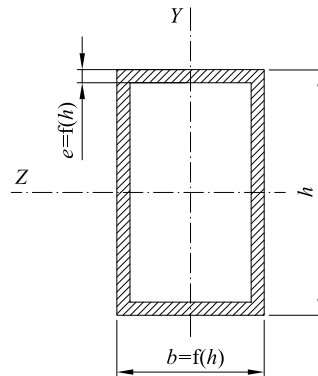


Figura 7.30 Geometría de las vigas auxiliares

en la que el ancho y el espesor son función del canto de la sección según⁸⁹

$$b(h) = a \cdot h \rightarrow a = 0.6 \quad (7.18)$$

$$e(h) = e_0 + e_1 \cdot h + e_2 \cdot h^2 \rightarrow e_0 = 2.14 \cdot 10^{-2} \text{ m}, e_1 = 7.86 \cdot 10^{-3}, e_2 = 1.07 \cdot 10^{-2} \text{ m}^{-1} \quad (7.19)$$

El canto mínimo que deben tener las vigas auxiliares para que la relación de frecuencias η_{bB1} con respecto al modo fundamental del tablero supere la unidad es de 66 cm para esta tipología concreta, siendo necesario aumentar la sección hasta $h=74$ cm para que la frecuencia de las vigas supere la del primer modo de torsión del tablero ($\eta_{bB2} > 1$) y el reacondicionamiento reduzca de forma efectiva la respuesta de ambos.

⁸⁹ El sistema de reacondicionamiento propuesto puede ejecutarse mediante vigas auxiliares de distinta naturaleza. La selección de la geometría y el material de estos elementos dependerá de condicionantes propios de cada proyecto. Las geometrías cajón, presentan la ventaja de poder albergar los FVD en su interior, reduciendo así el gálibo ocupado. Las vigas metálicas dan lugar a una mayor relación de masas, lo que redundaría en cantos generalmente inferiores a los que requiere el reacondicionamiento con vigas de hormigón pretensado. El empleo de estas últimas reduce, por lo general, el coste del reacondicionamiento y puede ser interesante en zonas de costa para evitar posibles problemas de corrosión. En este capítulo se ha resuelto el reacondicionamiento del puente Arroyo Bracea II mediante cajones metálicos y se han seleccionado vigas pretensadas en el caso del puente sobre el Río Gadiana.

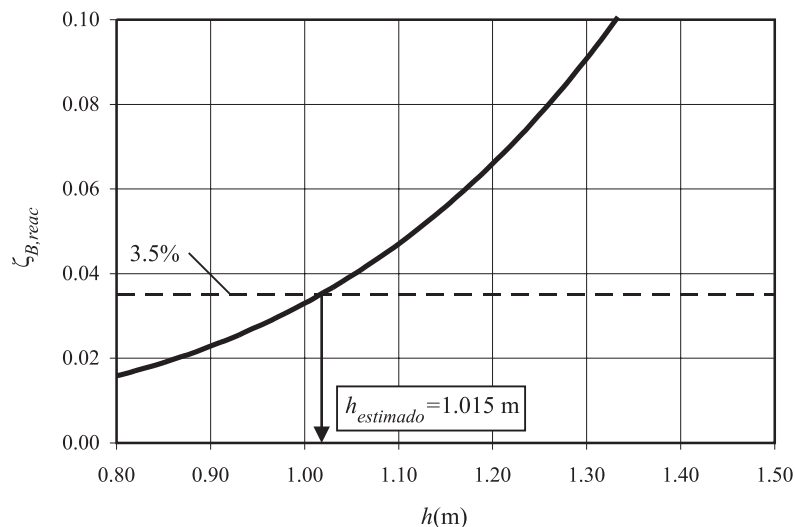


Figura 7.31 Estimación del canto de las vigas auxiliares a partir de las necesidades de amortiguamiento total

Partiendo del nivel de amortiguamiento global que es necesario que alcance la estructura una vez reacondicionada, se ha predimensionado el canto mínimo de las vigas auxiliares siguiendo el procedimiento descrito en detalle en el apartado 5.5.5. Para ello, y puesto que la optimización del reacondicionamiento se realiza en base al modo fundamental del tablero, se ha considerado un modelo de viga B-E del puente de idéntica frecuencia a la primera de éste con la mitad de rigidez a flexión longitudinal y la mitad de masa, y sólo una de las dos vigas auxiliares. En la Figura 7.31 se muestra la curva de máximo amortiguamiento que se puede alcanzar en la viga principal, estimado a través de la analogía con el sistema de 1gdl equivalente introducida en el Capítulo 5, frente al canto de la viga auxiliar (suponiendo que ésta se combina con los amortiguadores óptimos). Siguiendo este procedimiento se obtiene un canto mínimo de la viga auxiliar de aproximadamente 1 m.

A continuación, aplicando la ecuación (6.125a), que proporciona la tasa de amortiguamiento externa óptima asociada al modo fundamental del tablero, equivalente a la expresión (5.49) obtenida del análisis bidimensional en el Capítulo 5, se determinan las constantes óptimas de los amortiguadores que minimizan la aceleración del modo fundamental en el caso armónico. En cuanto al número de FVD a instalar en cada viga, puesto que (i) el nivel de oscilaciones en el tablero no es excesivo y no se prevén fuerzas en los amortiguadores especialmente importantes, y (ii) las formas modales de frecuencia más baja presentan máxima amplitud en centro de vano, la propuesta inicial sería conectar un único FVD en la sección central de cada viga auxiliar en aras a reducir el coste de la solución.

En la Tabla 7.10 se resumen las propiedades del sistema de reacondicionamiento

propuesto.

Vigas auxiliares		Amortiguadores óptimos	
N_b	2	η_{bB1}	1.537
h, b, e (m)	1, 0.6, 0.04	μ_{bB1}	0.035
L_b (m)	14.5	$\zeta_{D1a,B11}^*$	0.041
E_b (Pa)	2.1E11	$N_D^{b1} = N_D^{b2}$	1
ρ_b (kg/m ³)	7850	$C_D^{b1} = C_D^{b2}$ (Ns/m)	477019
f_1 (Hz)	14.13	$x_D^{b1} = x_D^{b2}$	$L_b/2$

Tabla 7.10 Propiedades del sistema de reacondicionamiento propuesto⁹⁰

En cuanto al punto de apoyo de las vigas auxiliares, en general se realizará bien sobre el propio estribo, si el tamaño de la sección, de los FVD y de los elementos de conexión lo permiten, o bien sobre ménsulas convenientemente ancladas a éste situadas en una cota inferior. Debido a la escasa diferencia de canto entre las vigas originales y las auxiliares se ha considerado la segunda alternativa, por lo que la luz de cálculo de estas últimas es ligeramente inferior a la distancia entre paramentos interiores verticales del puente. En el apartado siguiente se presenta la respuesta de la estructura tras el reacondicionamiento.

7.5.7. Respuesta de la estructura reacondicionada

Una vez predimensionado el sistema de reacondicionamiento, se incluyen las vigas auxiliares y los amortiguadores en el modelo numérico siguiendo el procedimiento descrito en el apartado 4.3.4. A continuación se lleva a cabo el cálculo dinámico de la estructura modificada sometida a la circulación de las 18 composiciones ferroviarias empleadas en el apartado 7.5.5 en el mismo intervalo de velocidades, [100.8, 421.2] km/h. Como se comentó en el Capítulo 4, la presencia de los FVD da lugar a un acoplamiento del sistema de ecuaciones en espacio modal a través de la matriz de amortiguamiento. Por este motivo la exactitud de la solución en espacio modal depende del orden del sistema, es decir, del número de modos del tablero y de las vigas auxiliares considerado. En este caso el sistema se resuelve incluyendo 17 modos del tablero y tres de cada viga auxiliar, calculando la respuesta en coordenadas espaciales, en cada punto, por combinación lineal de las contribuciones de los 6 primeros modos del tablero de frecuencia inferior a 30 Hz y de los tres modos de cada viga. En el apartado 7.5.10 se realiza una comprobación empleando un número creciente de modos para verificar la convergencia de la solución. A cada modo de las vigas auxiliares se le asigna una tasa de amortiguamiento estructural de 0.5%.

⁹⁰ En la Tabla 7.10 $L_{b1}=L_{b2}=L_b$, $E_{b1}=E_{b2}=E_b$ y $\rho_{b1}=\rho_{b2}=\rho_b$ por ser las vigas auxiliares idénticas

A consecuencia del reacondicionamiento la máxima aceleración vertical en el tablero se reduce de 6.44 a 3.45 m/s^2 en el punto C3, que se mantiene como punto más desfavorable tras la modificación de la estructura. En la Figura 7.32 se compara la envolvente de aceleraciones en los puntos de postproceso para las 18 composiciones de cálculo (a) en la estructura original y (b) en la estructura reacondicionada. Cabe resaltar que la máxima respuesta en ambas situaciones se debe a la circulación de trenes del modelo universal, y en ningún caso a la de trenes reales. La aceleración vertical en puntos de la sección central se reduce con respecto a la situación de partida en un 48.7% de media, reducción similar a la experimentada en las secciones a un cuarto y tres cuartos de vano en términos relativos. La aceleración en ambos estribos, por el contrario, apenas se ve modificada, disminuyendo su valor máximo en menos de un 5% (si bien su valor de partida era reducido).

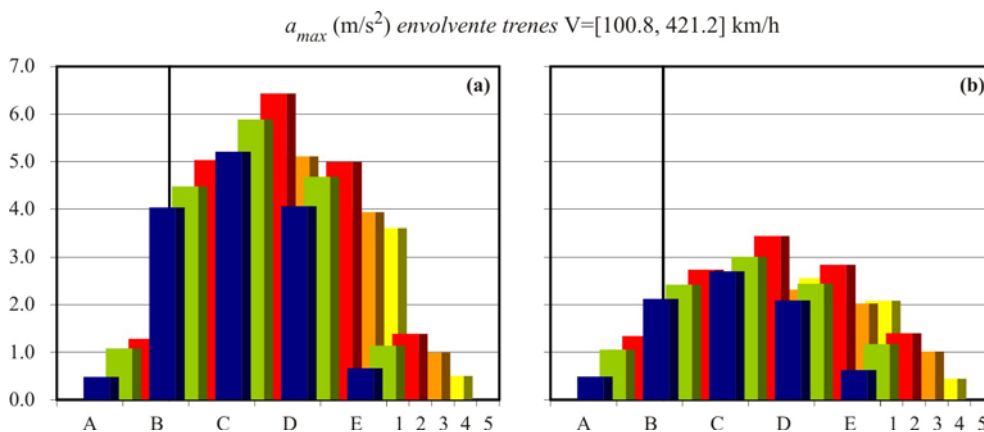


Figura 7.32 Envolventes de aceleración máxima en puente Arroyo Bracea II antes y después del reacondicionamiento

La máxima aceleración en C3 tiene lugar cuando la composición HSLM-A9 cruza el puente a la máxima velocidad de cálculo, tal y como se puede observar en la Figura 7.33. Comparando la aceleración vertical máxima en el punto C3 con la aceleración en este mismo punto en la situación original representada en la Figura 7.23, se observa cómo el reacondicionamiento reduce la respuesta dinámica, especialmente a las velocidades de resonancia, manteniéndose todos los máximos que antes excedían la limitación de 3.5 m/s^2 por debajo de este umbral.

En la Figura 7.34 se muestra la aceleración máxima en el centro del tablero debida al tráfico de las ocho composiciones reales tras el reacondicionamiento. El máximo valor se sigue alcanzando al circular el TAV a 421.2 km/h pero, gracias a la modificación de la estructura, se reduce de 4.98 m/s^2 a 2.69 m/s^2 .

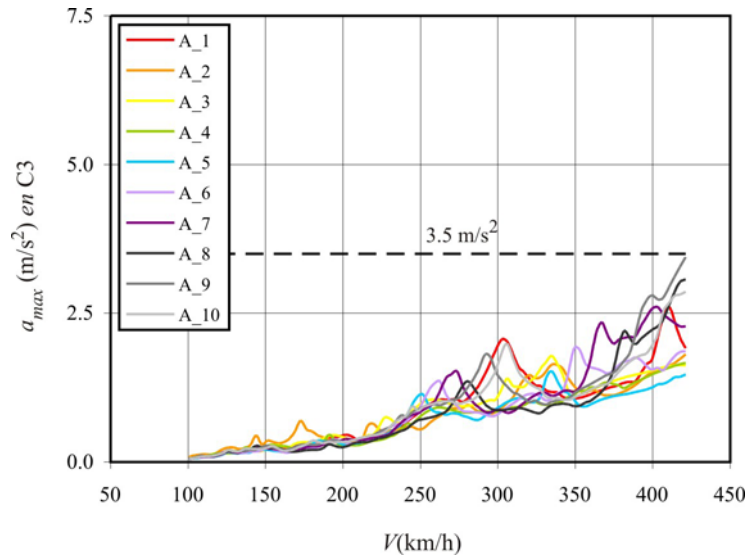


Figura 7.33 Aceleración vertical máxima en el punto C3 ante la circulación de los trenes de cargas HSLM-A en el caso reacondicionado

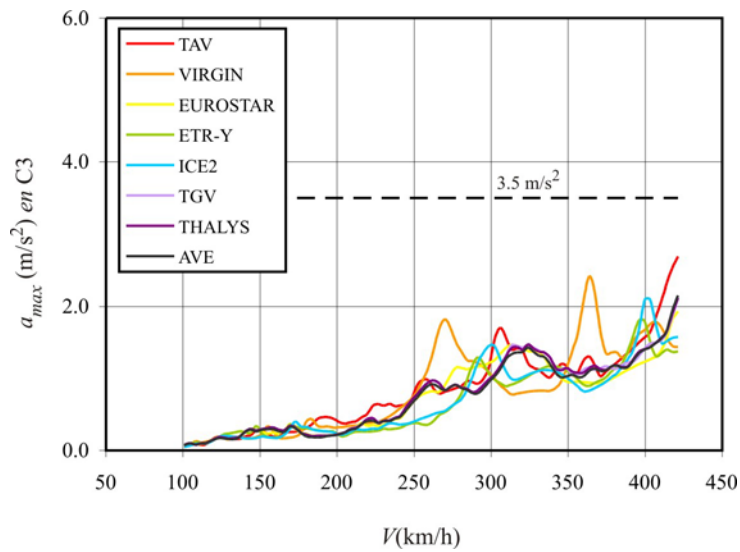


Figura 7.34 Aceleración vertical máxima en el punto C3 ante la circulación de composiciones reales europeas de alta velocidad en el caso reacondicionado

Para finalizar con la presentación de la respuesta en el punto más desfavorable, en la Figura 7.35 se ha representado la historia temporal de aceleraciones en C3 ante la circulación del HSLM-A9, antes y después del reacondicionamiento. El control de la respuesta ejercido por el sistema de reacondicionamiento es evidente.

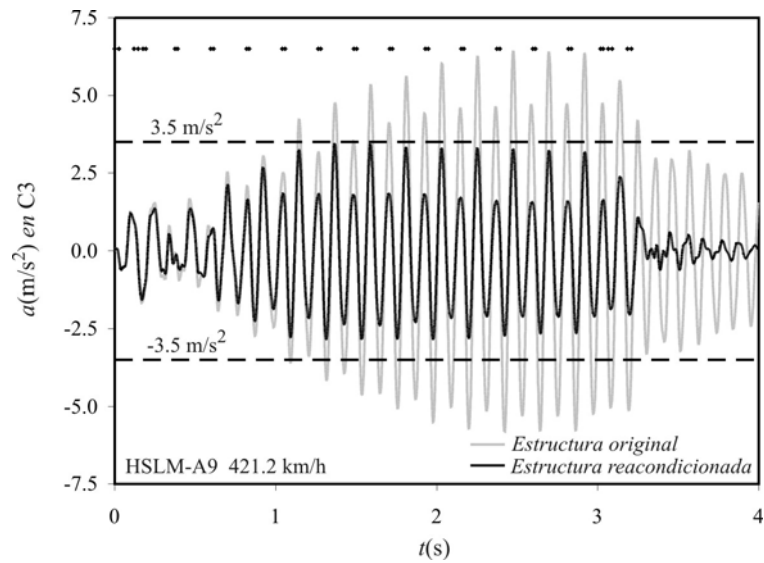


Figura 7.35 Historia temporal de aceleraciones en C3 al paso del HSLM-A9 a 421.2 km/h antes y después del reacondicionamiento. ♦ Instante de entrada de la rueda más excéntrica de cada eje de la composición

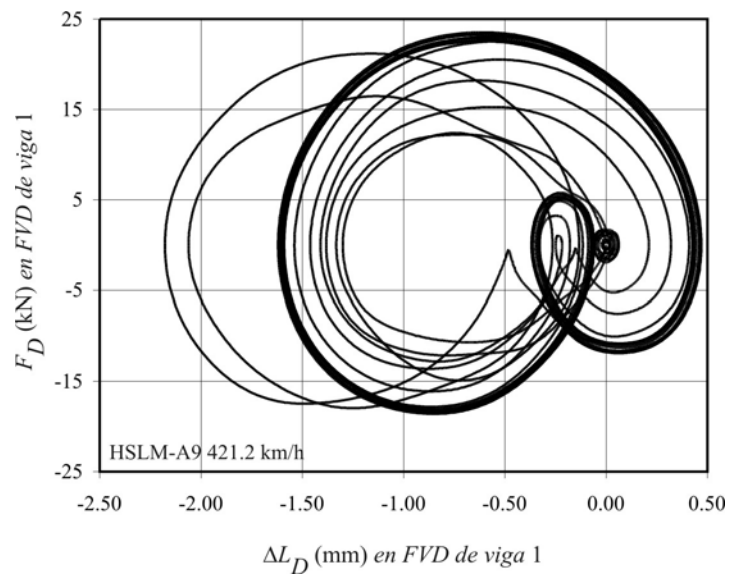


Figura 7.36 Diagrama de histéresis en el FVD conectado a la viga 1 al paso del HSLM-A9 a 421.2 km/h

En la Figura 7.36 se ha incluido el diagrama de histéresis que experimenta el FVD más castigado de los dos, el conectado a la primera viga auxiliar (la más próxima a la vía cargada), al circular el A9 a la citada velocidad. En dicha figura ΔL_D hace referencia a la variación de la distancia entre extremos del FVD. Esta variable se calcula como la diferencia de flechas entre el punto de la losa y de la viga auxiliar que conecta el dispositivo

en cuestión. El área que encierra cada ciclo del diagrama corresponde a la energía disipada por el elemento en cuestión.

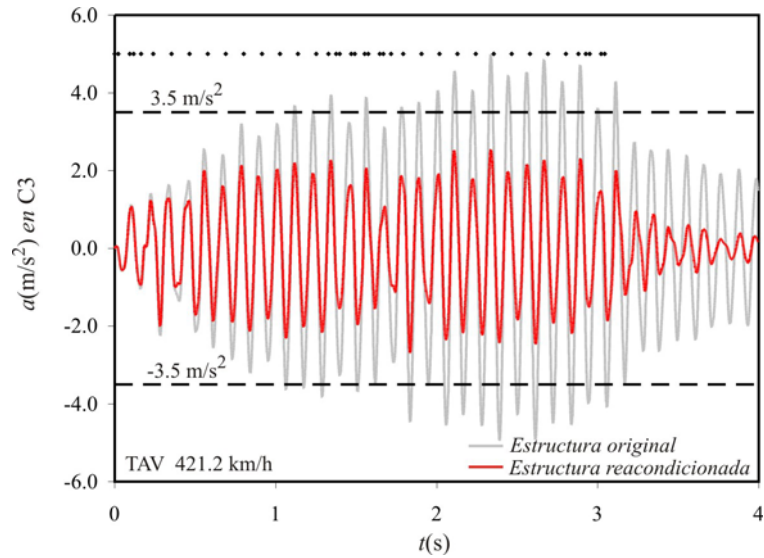


Figura 7.37 Historia temporal de aceleraciones en C3 al paso del TAV a 421.2 km/h antes y después del reacondicionamiento. ♦ Instante de entrada de la rueda más excéntrica de cada eje de la composición

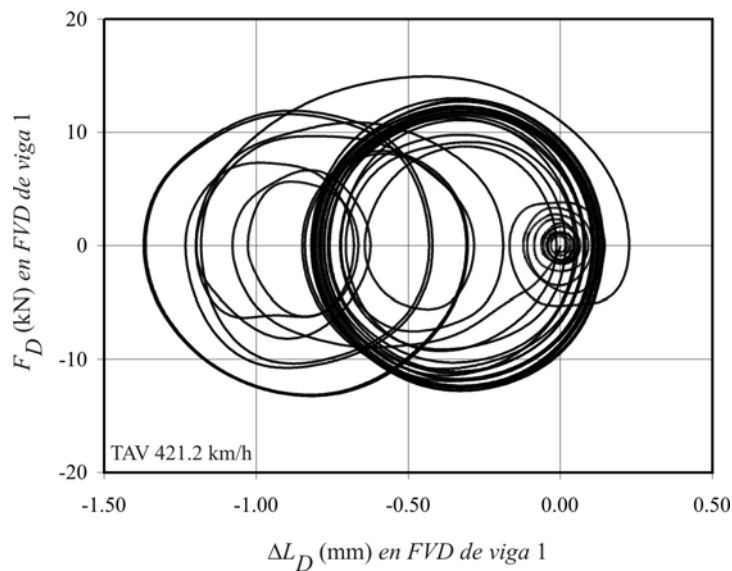


Figura 7.38 Diagrama de histéresis en el FVD conectado a la viga 1 al paso del TAV a 421.2 km/h

En la Figura 7.37 se muestra la historia temporal de aceleraciones en el centro del tablero ante la circulación del TAV a la máxima velocidad de paso, antes y después del

reacondicionamiento. De nuevo, en la Figura 7.38 se ha representado el diagrama de histéresis que sufre el amortiguador más castigado en esta situación.

Con el objetivo de comprobar cómo el reacondicionamiento propuesto reduce las oscilaciones debidas a modos diferentes al fundamental, se analiza la respuesta en el punto C1, situado en la sección central del tablero y en el borde de la banqueta de balasto más próximo a la vía cargada.

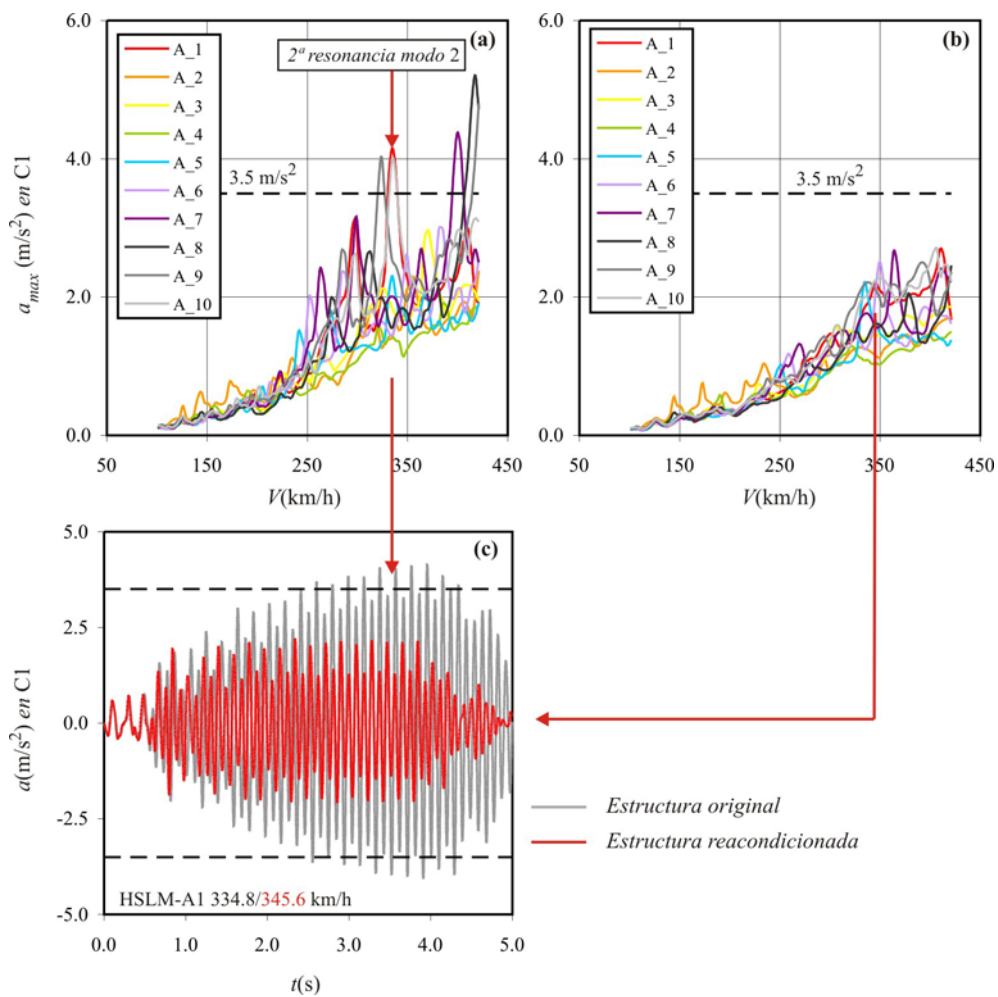


Figura 7.39 Aceleración vertical máxima en C1 (a) de la estructura original y (b) tras el reacondicionamiento. (c) Historia temporal de aceleraciones en C1 al paso del HSLM-A1 a 334.8/345.6 km/h

La Figura 7.39(a)-(b) muestra la aceleración vertical máxima en función de la velocidad de paso de los trenes universales en el citado punto antes y después de reacondicionar la estructura. Se ha señalado una situación de resonancia del primer modo de torsión que,

antes del reacondicionamiento, daba lugar a un nivel de aceleraciones inadmisible. La circulación del HSLM-A1 a 334.81 km/h excita una segunda resonancia del modo de torsión del tablero, alcanzándose en C1 una aceleración de 4.15 m/s^2 . Tras el reacondicionamiento, la amplitud de la respuesta desciende a 2.21 m/s^2 , aumentando la velocidad crítica hasta 345.6 km/h, debido a que la relación de frecuencias de las vigas auxiliares y el segundo modo del tablero supera la unidad. En la Figura 7.39(c) se ha representado la historia temporal de aceleraciones en C1 a las velocidades críticas de resonancia antes y después de reacondicionar la estructura. La reducción de la respuesta es evidente.

Profundizando en esta cuestión, en la Figura 7.40 se muestra la evolución temporal de las cuatro primeras contribuciones modales en C1 ante la circulación del HSLM-A1, a 334.81 km/h en el caso original y a 345.6 km/h en el reacondicionado. No se han incluido las de los modos sexto y séptimo por ser muy inferiores al resto.

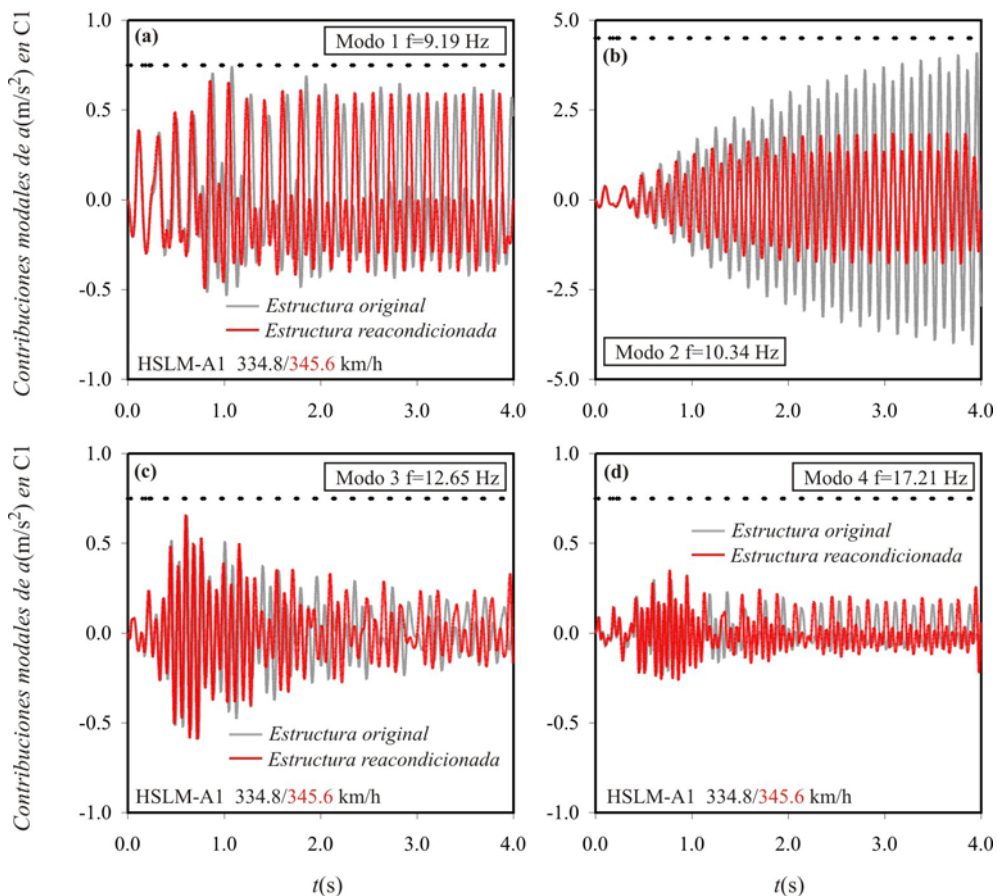


Figura 7.40 Historia temporal de aceleraciones antes y después del reacondicionamiento asociada a las cuatro primeras contribuciones modales del tablero en el punto C1

Se comprueba que los coches de pasajeros de la composición HSLM-A1 a las citadas velocidades sólo excitan la resonancia del modo de torsión, siendo ésta contribución apreciablemente superior al resto en el punto C1. El reacondicionamiento apenas reduce la respuesta debida al resto de modos pero controla perfectamente la de este segundo modo, pese a que las constantes de los amortiguadores hayan sido seleccionadas para minimizar la aceleración del modo fundamental. Es más, como se ha podido comprobar en el apartado 6.5, en la mayoría de las ocasiones, y ésta no es una excepción, la tasa óptima de amortiguamiento asociada al modo fundamental supera a la del modo de torsión, y puesto que la evolución de la respuesta en resonancia una vez superado el mínimo máximo aumenta muy lentamente con el incremento de dicha tasa de amortiguamiento, la diferencia en la respuesta debido a la torsión del tablero con la respuesta óptima es muy reducida, como se comprobará en el apartado 7.5.9.

Siempre y cuando la frecuencia de las vigas auxiliares supere la del modo del tablero que sufre resonancia, y el punto de conexión de la cabeza de los dispositivos se sitúe sobre un punto de amplitud de la forma modal distinta de cero, el reacondicionamiento será efectivo, aunque no sea el óptimo. Esta es una de las ventajas que presenta la instalación de FVD frente a la de un único TMD sintonizado a la frecuencia de un modo del puente, que su efectividad a la hora de reducir vibraciones de frecuencia distinta a la de sintonización es prácticamente nula.

Una vez presentada la respuesta del puente en el caso reacondicionado en términos de aceleraciones en el tablero, se comprueban las fuerzas axiales máximas experimentadas por los amortiguadores y las tensiones normales y reacciones verticales en las vigas auxiliares.

La Figura 7.41 muestra la fuerza máxima experimentada por el amortiguador más desfavorable, el conectado a la primera viga auxiliar, en función de la velocidad de paso de todas las composiciones ferroviarias. El gráfico (a) de la figura se corresponde con la circulación de los trenes del modelo HSLM-A y el (b) con la de las composiciones reales. Esta fuerza alcanza 23.5 kN a la máxima velocidad de circulación del tren HSLM-A9, que a su vez es el que origina la máxima respuesta oscilatoria del tablero. Su valor se encuentra muy por debajo de la capacidad de los amortiguadores existentes hoy en día en el mercado que serían adecuados para la aplicación que se plantea, y también de la resistencia a punzonamiento de la losa de reparto⁹¹.

⁹¹ En el marco del PI 80021/A04 se ha realizado la comprobación a punzonamiento de la losa de reparto del puente Arroyo Bracea II a partir de la carga máxima esperable transmitida por los FVD. La resistencia a punzonamiento supera los 200 kN, por lo que se no cree necesario disponer ningún refuerzo a punzonamiento en el punto de contacto de ésta con los amortiguadores [106].

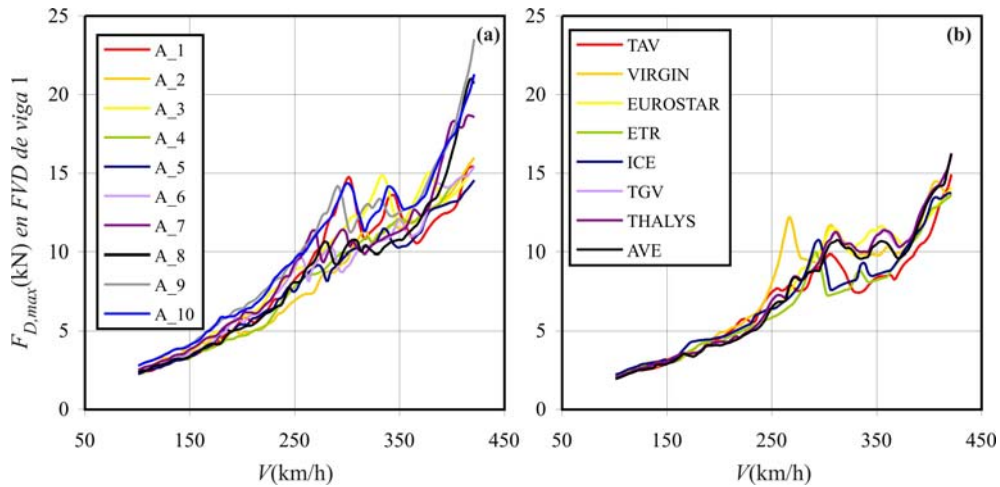


Figura 7.41 Fuerza máxima en el FVD conectado a la viga auxiliar 1. (a) Modelo HSLM-A y (b) trenes reales

En la Figura 7.42 se ha representado la tensión normal máxima en la sección central de la viga auxiliar 1, que es la sección más castigada de las dos vigas, de nuevo en función de la velocidad de circulación de (a) los trenes universales, y (b) de los reales. Su valor máximo alcanza 10.6 MPa, muy por debajo de la tensión máxima admisible en aceros comerciales. Tal y como ya se expuso en el Capítulo 5, este hecho es esperable debido a que los requisitos de frecuencia que deben cumplir las vigas auxiliares para reducir de forma efectiva la respuesta del tablero, dan lugar a diseños muy sobredimensionados desde el punto de vista puramente resistente.

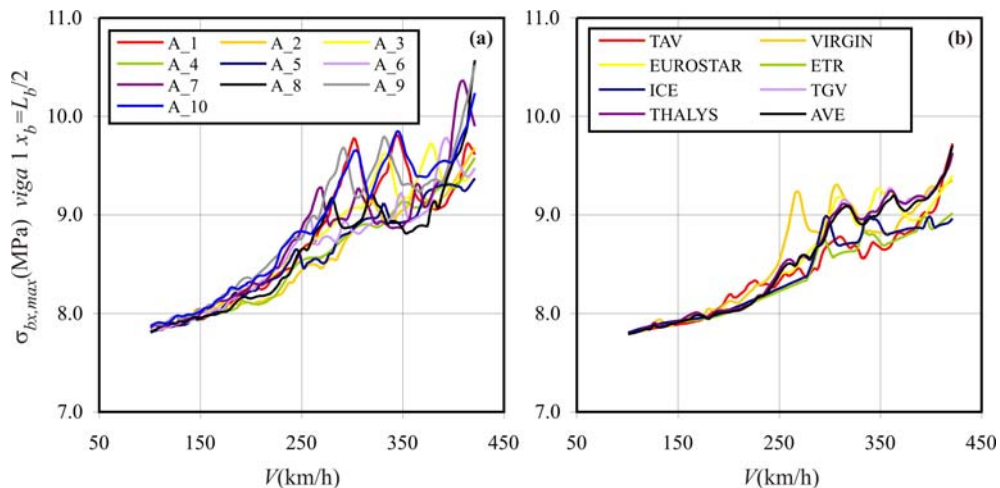


Figura 7.42 Tensión normal máxima en la viga auxiliar 1. (a) Modelo HSLM-A y (b) trenes reales

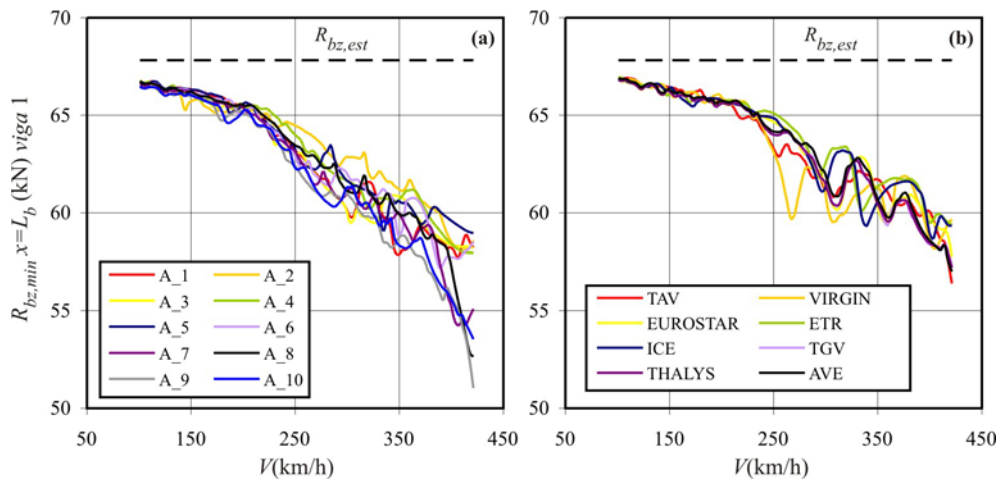


Figura 7.43 Reacción vertical mínima en la viga auxiliar 1. (a) Modelo HSLM-A y (b) trenes reales

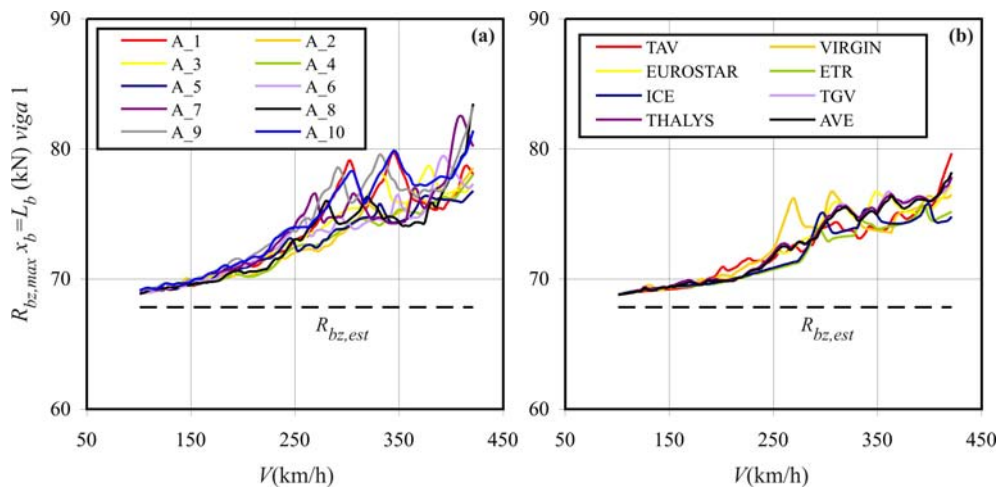


Figura 7.44 Reacción vertical máxima en la viga auxiliar 1. (a) Modelo HSLM-A y (b) trenes reales

Finalmente, se comprueban los valores máximos y mínimos alcanzados por las reacciones verticales en los apoyos de las vigas auxiliares. En la Figura 7.43 se muestra la reacción vertical mínima en cualquiera⁹² de los dos apoyos de la primera viga auxiliar, que es la que está conectada al amortiguador más desfavorable. En las dos gráficas que componen la figura se ha representado en trazo discontinuo el valor de las reacciones de peso propio de la viga. El valor mínimo de la reacción tiene lugar a la máxima velocidad de circulación del tren HSLM-A9, reduciéndose hasta 51 kN, lo que supone un 75.2% de la reacción de

⁹² Ambas reacciones son idénticas ya que el primer y el tercer modo de cada viga son simétricos, y el segundo modo no contribuye a la respuesta por encontrarse el FVD conectado a su sección central.

peso propio. Es importante comprobar que esta reacción no llega a cambiar de signo y por tanto a traccionar el apoyo sobre el que descansa la viga.

En cuanto a su valor máximo, la Figura 7.44 muestra su evolución con la velocidad de paso de las diferentes composiciones. La reacción vertical en la primera viga llega a alcanzar los 83.5 kN, lo cual supone un 123.1% de la reacción de peso propio. En caso de sustentar las vigas auxiliares mediante ménsulas ancladas a los paramentos interiores de los estribos, se deberá tener en cuenta el valor máximo de la reacción vertical obtenido para su correcto dimensionado.

7.5.8. Comprobación del coeficiente de impacto

En los apartados 7.5.5 y 7.5.7 la comprobación del comportamiento de la estructura se ha basado en el cálculo de su respuesta dinámica en términos de aceleraciones verticales en la plataforma de vía. A continuación, se determina el coeficiente de impacto con el fin de verificar que la amplificación dinámica de las solicitaciones en el tablero es admisible, en la situación original y tras el reacondicionamiento. Para ello se ha calculado la respuesta estática del puente Arroyo Bracea II sometido al tren de cargas verticales UIC71 (mayorado por el coeficiente de clasificación $\alpha=1.21$ [97]), situado sobre una de las vías en la posición más desfavorable. Este análisis se ha llevado a cabo sin tener en cuenta la rigidez vertical de los neoprenos. El valor obtenido en el punto de máxima respuesta dinámica (C3) se compara con la envolvente de desplazamientos a las diferentes velocidades de paso de las composiciones de estudio. La Figura 7.45 muestra el desplazamiento máximo en C3 ante la circulación de los trenes universales y, la Figura 7.46 hace lo propio con las composiciones reales. Ambas figuras corresponden a la respuesta dinámica de la estructura original (previa al reacondicionamiento) con neoprenos. Se puede comprobar que el desplazamiento dinámico máximo, que tiene lugar a la máxima velocidad de circulación del tren A9, alcanza 2.9 mm, lo que supone un 82.9% de la flecha estática asociada al tren UIC71. Admitiendo una relación de proporcionalidad entre desplazamientos y esfuerzos, se concluye que ya en la situación original las solicitaciones dinámicas en el tablero eran admisibles⁹³.

⁹³ En rigor se debería comparar la respuesta estática del tablero sin neoprenos ante el UIC71 con la envolvente de desplazamientos netos en el rango de velocidades de circulación de las diferentes composiciones, es decir, restando la flecha en neoprenos en cada instante de tiempo. No obstante y por simplicidad, se ha realizado el cálculo empleando la flecha bruta, por tratarse de una estimación conservadora del coeficiente de impacto.

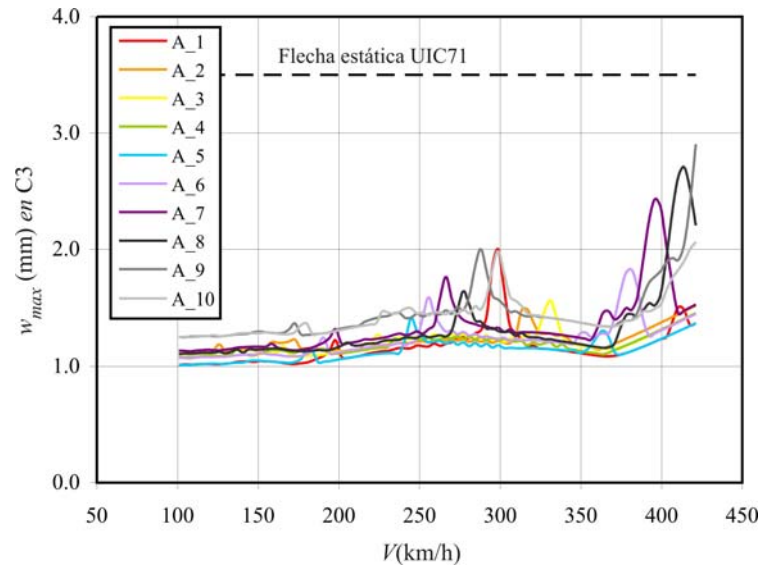


Figura 7.45 Desplazamiento vertical máximo en el punto C3 ante la circulación de los trenes HSLM-A. ---Flecha estática debida al tren UIC-71. Estructura original

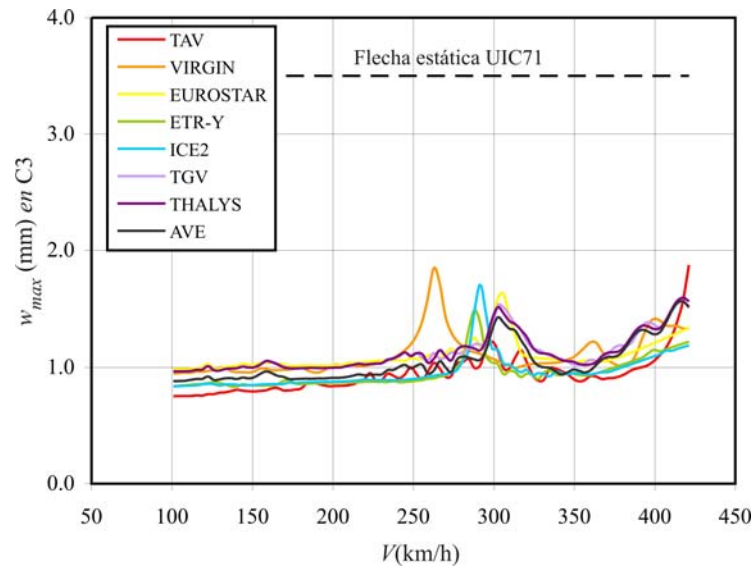


Figura 7.46 Desplazamiento vertical máximo en el punto C3 ante la circulación de composiciones reales. --- Flecha estática debida al tren UIC-71. Estructura original

En las figuras 7.47 y 7.48 se presentan los resultados correspondientes al caso reacondicionado. A consecuencia del reacondicionamiento el máximo desplazamiento dinámico se reduce de 2.9 mm a 1.94 mm en el punto más crítico, disminuyendo aún más el coeficiente de impacto con respecto a la respuesta estática asociada al UIC71, en

concreto, de 0.83 a 0.54.

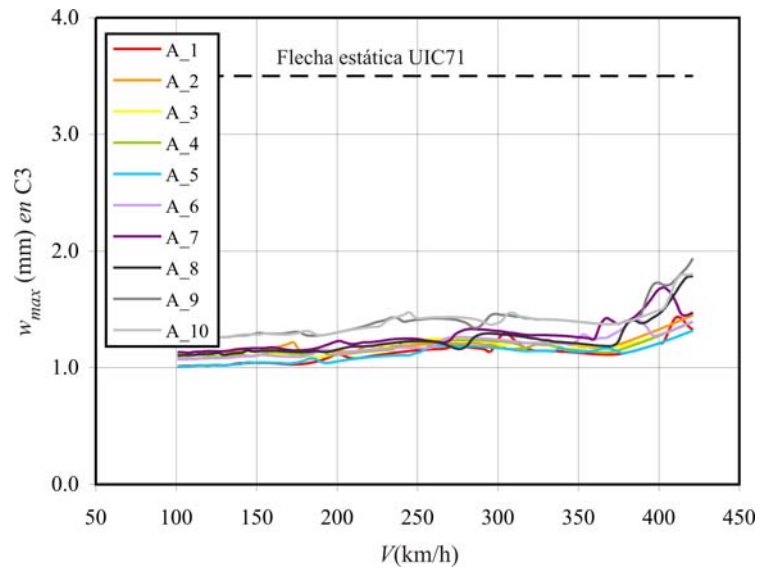


Figura 7.47 Desplazamiento vertical máximo en el punto C3 ante la circulación de los trenes HSLM-A. ---Flecha estática debida al tren UIC-71. Estructura reacondicionada

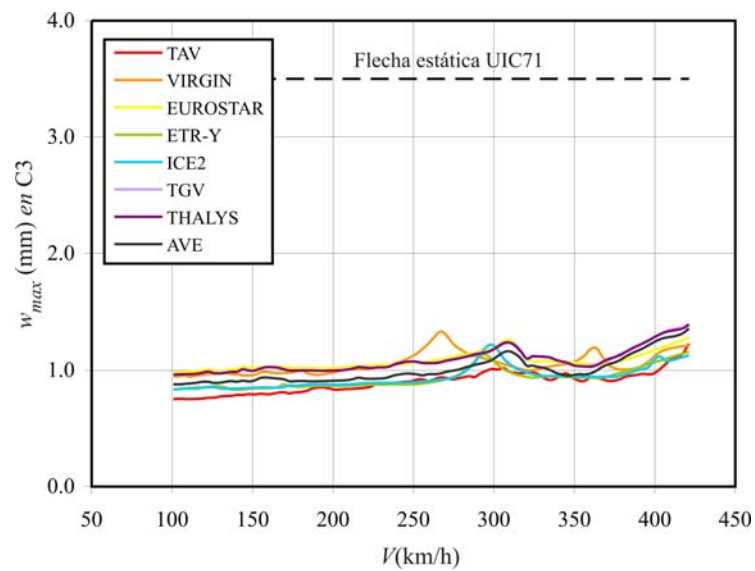


Figura 7.48 Desplazamiento vertical máximo en el punto C3 ante la circulación de composiciones reales. --- Flecha estática debida al tren UIC-71. Estructura reacondicionada

7.5.9. Comprobación numérica de las constantes óptimas de los FVD

En este apartado se comprueba de forma numérica el valor de las constantes óptimas de los FVD seleccionados en el apartado 7.5.6, aplicando el procedimiento desarrollado en el Capítulo 6 basado en el caso armónico simplificado. En dicho capítulo se han obtenido las siguientes expresiones de la tasa de amortiguamiento externa óptima:

$$\zeta_{D1,AB11}^* = \frac{\mu_{bB1} (\eta_{bB1}^2 - 1)}{2\sqrt{1 + 3\mu_{bB1} + 2\mu_{bB1}^2 + \mu_{bB1} \eta_{bB1}^2 + 3\mu_{bB1}^2 \eta_{bB1}^2 + 2\mu_{bB1}^3 \eta_{bB1}^2}} \quad (7.20)$$

$$\zeta_{D2,AB12}^* = \frac{\mu_{bB2} (\eta_{bB2}^2 - 1)}{2\sqrt{1 + 3\mu_{bB2} + 2\mu_{bB2}^2 + \mu_{bB2} \eta_{bB2}^2 + 3\mu_{bB2}^2 \eta_{bB2}^2 + 2\mu_{bB2}^3 \eta_{bB2}^2}} \quad (7.21)$$

$$\zeta_{D1,aB11}^* = \frac{\mu_{bB1} (\eta_{bB1}^2 - 1)}{2\sqrt{1 + \mu_{bB1} + 3\mu_{bB1} \eta_{bB1}^2 + 3\mu_{bB1}^2 \eta_{bB1}^2 + 2\mu_{bB1}^2 \eta_{bB1}^4 + 2\mu_{bB1}^3 \eta_{bB1}^4}} \quad (7.22)$$

$$\zeta_{D2,aB12}^* = \frac{\mu_{bB2} (\eta_{bB2}^2 - 1)}{2\sqrt{1 + \mu_{bB2} + 3\mu_{bB2} \eta_{bB2}^2 + 3\mu_{bB2}^2 \eta_{bB2}^2 + 2\mu_{bB2}^2 \eta_{bB2}^4 + 2\mu_{bB2}^3 \eta_{bB2}^4}} \quad (7.23)$$

Las dos primeras proporcionan la tasa de amortiguamiento que minimiza el desplazamiento del tablero en resonancia debido a las contribuciones separadas de los modos de flexión y torsión, respectivamente. De igual manera, las dos últimas expresiones permiten calcular la tasa de amortiguamiento que minimiza las contribuciones modales a la aceleración vertical en resonancia. Puesto que la respuesta que se desea reducir, por ser la más crítica en puentes de luces cortas y la directamente relacionada con el problema de desestabilización del balasto, es la aceleración vertical, se propone la selección de los amortiguadores óptimos a partir de las ecuaciones (7.22) y (7.23). Además, en el caso concreto del puente Bracea II, dado que la máxima aceleración tiene lugar en el punto central, siendo nula la contribución del modo de torsión en este punto, en el apartado 7.5.6 se han dimensionado las constantes de los amortiguadores aplicando la ecuación (7.22). Las relaciones existentes entre las tasas de amortiguamiento externas asociadas a cada modo y las constantes de los dos FVD conectados a la sección central de las vigas auxiliares, según se definió en el Capítulo 6, vienen dadas por

$$C_D = 2\omega_{11}^B \mathcal{M}_{11}^B \zeta_{D1} \quad (7.24)$$

$$C_D = 2\omega_{12}^B \mathcal{M}_{12}^B \zeta_{D2} \quad (7.25)$$

En este apartado se comprueba que el procedimiento para dimensionar los FVD desarrollado en base al caso armónico simplificado proporciona soluciones próximas a las

óptimas en un caso real, es decir, ante la circulación de tráfico ferroviario, considerando la contribución de seis modos de vibración del tablero, en presencia de amortiguamiento estructural y apoyos de neopreno. Con este fin se compara la respuesta del puente reacondicionado mediante los amortiguadores que se derivan de las expresiones (7.20)-(7.23), con la respuesta óptima real determinada de forma numérica.

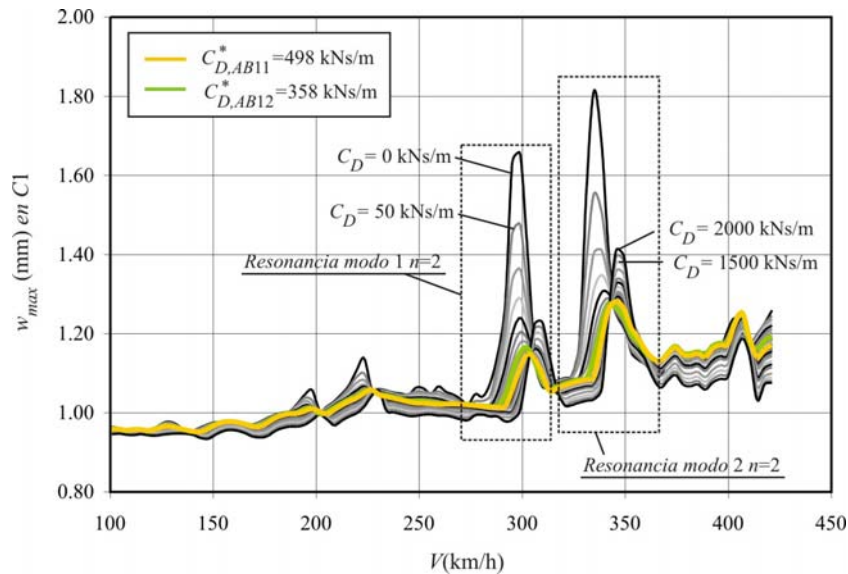


Figura 7.49 Desplazamiento máximo en punto C1 vs. velocidad de la composición HSLM-A1 en función de las constantes de los FVD

Persiguiendo los objetivos enumerados en el párrafo anterior, se analiza la respuesta del tablero ante la circulación del HSLM-A1 en el rango de velocidades [100.8, 421.2] km/h. Se ha seleccionado esta composición por excitar, de forma notable, la resonancia de los dos primeros modos de vibración de la estructura en el rango de velocidades considerado. La Figura 7.49 muestra el desplazamiento máximo en el punto C1 en función de la velocidad de circulación. El tren HSLM-A1 excita una segunda resonancia del modo fundamental del tablero a 298.8 km/h y del primer modo de torsión a 334.8 km/h, velocidades críticas en ausencia de reacondicionamiento. La respuesta del tablero, reacondicionado con las vigas auxiliares propuestas en el apartado 7.5.6, se ha calculado y representado en la misma figura incrementando sucesivamente las constantes de dos amortiguadores idénticos conectados a la sección central de cada una de ellas, desde cero hasta 2000 kNs/m cada 50 kNs/m.

Se observa que (i) la amplitud en las dos situaciones de resonancia mencionadas se reduce con el aumento de las constantes de los FVD hasta cierto valor a partir del cual, comienza a aumentar de nuevo, situación similar a la que se producía en el caso armónico

(ver Figura 6.17); (ii) las velocidades de resonancia aumentan con el nivel de amortiguamiento introducido externamente en la estructura. Ello es consecuencia de que la relación de frecuencias entre las vigas auxiliares y los modos primero y segundo respectivamente supera la unidad, como se expuso en los Capítulos 5 y 6.

En la Figura 7.49 se ha destacado la función del desplazamiento máximo en C1 cuando las constantes de los amortiguadores son las óptimas analíticas asociadas a los modos de flexión, en trazo amarillo, y de torsión, en trazo verde. Se observa claramente cómo a la velocidad de resonancia del modo fundamental, la amplitud del desplazamiento alcanzada por la línea de trazo amarillo es inferior al máximo valor de la línea de trazo verde. Sin embargo, en la resonancia del primer modo de torsión esta situación se invierte, aproximándose mejor al óptimo real el valor óptimo analítico del modo de torsión que el calculado a partir de los parámetros del modo fundamental.

En ambas situaciones de resonancia cabe remarcar que (i) cualitativamente ambos óptimos analíticos en sus respectivas resonancias se aproximan considerablemente bien a los óptimos reales. Este hecho se valorará cuantitativamente al final del apartado; (ii) la diferencia en el valor de la respuesta del tablero entre ambos mínimos máximos asociada a cada uno de los óptimos analíticos es muy reducida.

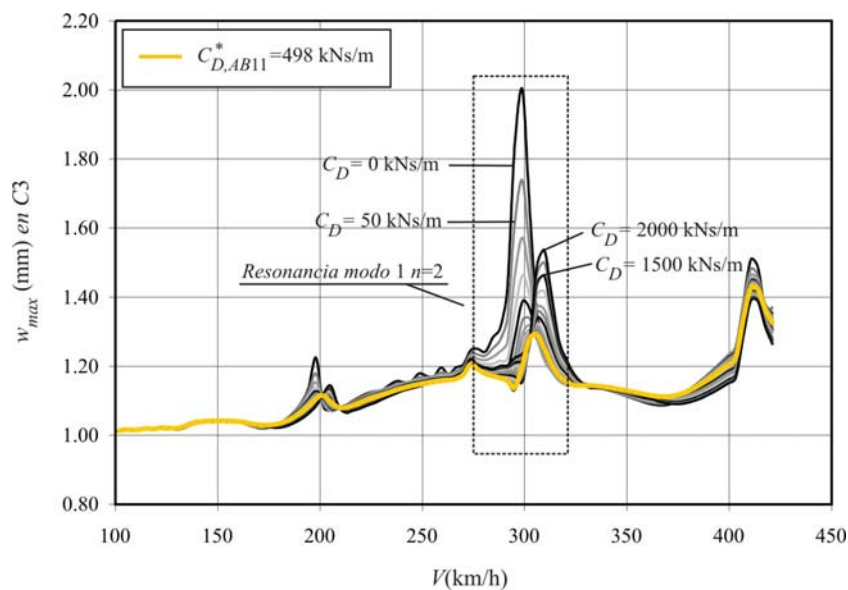


Figura 7.50 Desplazamiento máximo (m) en punto C3 vs. velocidad de la composición HSLM-A1 en función de las constantes de los FVD

En la Figura 7.50 se ha representado el desplazamiento máximo del tablero en función de la velocidad de paso de la misma composición en el punto central, el C3. En este caso la resonancia del modo de torsión desaparece por ser nula la amplitud de dicho modo en C3.

De nuevo se ha superpuesto en la figura la respuesta del tablero reacondicionado con los amortiguadores óptimos analíticos del modo fundamental. Es de esperar que en este caso los valores proporcionados por la expresión (7.20) se aproximen en mayor medida al óptimo real por ser nula la contribución del modo de torsión a la velocidad de resonancia del primer modo.

En las figuras (7.51) y (7.52) se presenta la respuesta del tablero al paso del HSLM-A1 en términos de aceleraciones verticales. En la Figura 7.51 se muestra la aceleración máxima en C1 en función de la velocidad de paso. Destacan en el rango de velocidades de estudio las dos situaciones de resonancia citadas con anterioridad sobre otras de menor relevancia. La evolución de la aceleración vertical en función de las constantes de los FVD es similar a la del desplazamiento: (i) a medida que aumentan las constantes de los amortiguadores, se reduce la aceleración del tablero en ambas resonancias hasta cierto valor óptimo, y diferente en cada una de ellas, a partir del cual la aceleración comienza a aumentar de nuevo; (ii) las velocidades críticas aumentan con el valor de la tasa de amortiguamiento externa, comportamiento similar al detectado en el caso armónico para relaciones de frecuencia superiores a la unidad (ver Figura 6.27).

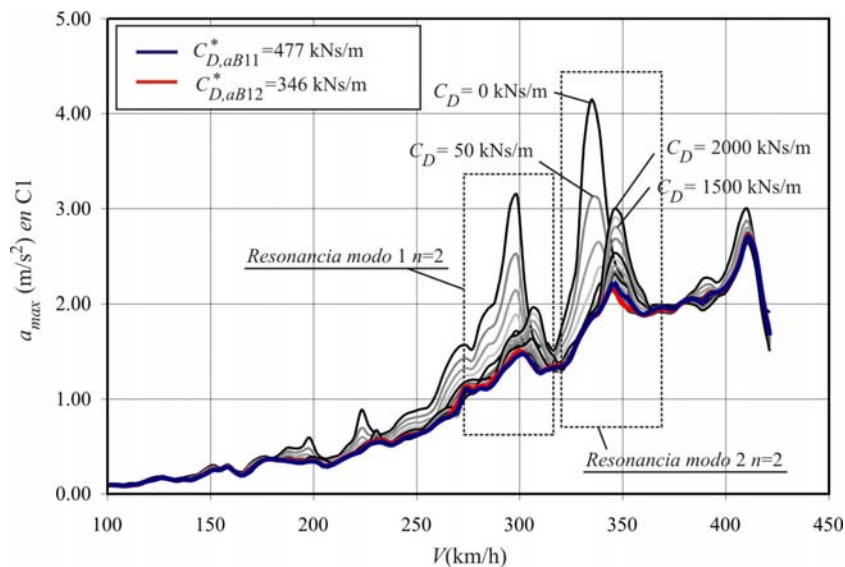


Figura 7.51 Aceleración vertical máxima en punto C1 vs. velocidad de la composición HSLM-A1 en función de las constantes de los FVD

En este caso se ha representado en línea gruesa de trazo azul la respuesta correspondiente al óptimo analítico del modo fundamental, expresión (7.22), y en trazo rojo la del modo de torsión proporcionada por (7.23). Se comprueba que a la velocidad de resonancia del modo fundamental, la curva azul se aproxima en mayor medida a la óptima real que la curva roja, mientras que en la resonancia del modo de torsión ocurre la situación

contraria. De nuevo, la diferencia en el valor de la aceleración entre ambas curvas en cada una de las dos resonancias es muy reducida, y el nivel de aproximación en cada caso de los óptimos analíticos a los reales es notable.

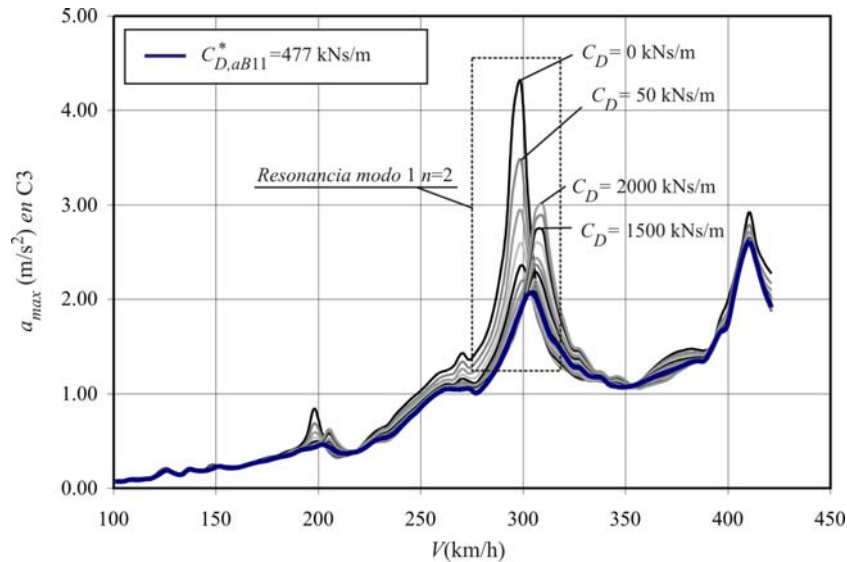


Figura 7.52 Aceleración vertical máxima en punto C3 vs. velocidad de la composición HSLM-A1 en función de las constantes de los FVD

En la Figura 7.52 se ha representado la aceleración máxima en el centro del tablero. Al igual que ocurría en el caso del desplazamiento mostrado en la Figura 7.50, desaparece la resonancia del modo de torsión. Se ha superpuesto en trazo azul la curva correspondiente a los amortiguadores óptimos analíticos calculados a partir de la expresión (7.22). De nuevo, cabe esperar que en este caso los valores de las constantes óptimas analíticas y reales se aproximen en mayor medida por anularse la contribución del modo de torsión a las velocidades de resonancia del fundamental.

Finalmente, y con objeto de cuantificar en este caso concreto la diferencia entre las constantes óptimas analíticas y reales, y la variación de la amplitud en resonancia en ambas situaciones, se han calculado de forma numérica con una resolución de 5 kNs/m los valores óptimos reales en cada punto de estudio, el C1 y el C3. Ello se ha realizado en cada situación de resonancia y en términos tanto de desplazamientos como de aceleraciones. En la Tabla 7.11 se resumen los resultados obtenidos.

La conclusión fundamental que se deriva del estudio realizado es que (i) las expresiones (7.20)-(7.23) permiten obtener un valor inicial de las constantes de los FVD muy próximo al valor óptimo real. Este valor puede ser ajustado por prueba y error en pocas iteraciones; y lo que es más importante, (ii) por tratarse de una situación en las proximidades del mínimo

máximo, la diferencia en el valor de la respuesta del tablero reacondicionado mediante los amortiguadores óptimos analíticos y los reales es mínima, tanto en términos de desplazamientos como de aceleraciones. Se ha obtenido el error relativo entendido como la diferencia entre el valor de la respuesta en resonancia del tablero A_{res} (desplazamientos w o aceleraciones a) reacondicionado con los FVD óptimos analíticos y los reales, dividida por la amplitud en resonancia en el caso óptimo real, y como se puede comprobar en la Tabla 7.11, apenas supera el 1% tanto en el caso de desplazamientos como de aceleraciones, en los dos puntos analizados. Estas conclusiones, se pueden hacer extensivas al caso de otras composiciones ferroviarias.

Respuesta	Punto	Resonancia	C_{teor}^* (Ns/m)	$A_{res}(C_{teor}^*)$	C_{real}^* (Ns/m)	$A_{res}(C_{real}^*)$	Error
a (m/s ²)	C1	f_1 $n=2$	477019	1.467	430000	1.464	0.25%
		f_2 $n=2$	348507	2.151	275000	2.128	1.11%
	C3	f_1 $n=2$	477019	2.059	510000	2.056	0.12%
	w (mm)	C1	f_1 $n=2$	497578	1.148	580000	1.142
f_2 $n=2$			358499	1.274	400000	1.270	0.32%
C3		f_1 $n=2$	497578	1.293	445000	1.286	0.50%

Tabla 7.11 Comparativa entre resultados de reacondicionamiento óptimo analítico y real en Arroyo Bracea II

En principio y puesto que la diferencia entre seleccionar los FVD óptimos analíticos y los reales, en lo que a la respuesta del puente se refiere, es mínima, suele ser innecesario realizar un ajuste numérico más fino. El único motivo por el que podría ser interesante realizar esta operación podría ser en el caso de que la solución óptima real diera lugar a fuerzas inferiores en los amortiguadores y a un consecuente menor coste del reacondicionamiento.

En la Figura 7.53 se ha representado la fuerza máxima que experimenta el FVD más desfavorable en función de la velocidad de paso del HSLM-A1 considerando tres valores de la tasa de amortiguamiento externa: (i) el óptimo analítico calculado mediante la expresión (7.22) asociado a la aceleración del modo fundamental; (ii) el óptimo real también asociado al modo fundamental obtenido numéricamente a partir de la aceleración calculada en el punto C1; y (iii) el óptimo real asociado al mismo modo pero obtenido a partir de la respuesta en el punto C3. El valor de las constantes analíticas está comprendido entre los dos valores de las constantes reales, según se indica en la Tabla 7.11. Como se puede observar, la diferencia en los niveles de fuerza experimentados por los dispositivos es superior a la diferencia detectada en la respuesta estructural en términos de desplazamientos o aceleraciones. Pese a todo en ninguno de los dos casos óptimos reales dicha diferencia supone más de un 10% en relación a la fuerza del amortiguador óptimo analítico, siendo máxima en las proximidades de las resonancias.

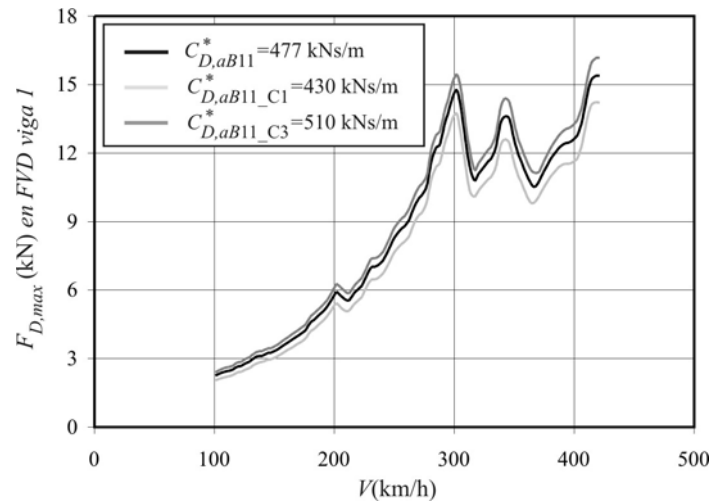


Figura 7.53 Fuerza máxima en el amortiguador conectado a la viga auxiliar 1 vs. velocidad de la composición HSLM-A1 para FVD óptimos analíticos y reales

7.5.10. Comprobación del número de modos de vibración considerados

La presencia de los amortiguadores fluido-viscosos se materializa en las ecuaciones de movimiento a través de términos que aparecen en la matriz de amortiguamiento global del sistema, adicionándose al amortiguamiento estructural, y relacionando la velocidad vertical del tablero y la de las vigas auxiliares en los puntos de conexión de los FVD. Al transformar las ecuaciones a espacio modal estos términos, pre y postmultiplicados por los modos de vibración correspondientes, dan lugar al acoplamiento de las amplitudes modales del tablero entre sí, de las de cada una de las vigas auxiliares y de las primeras con las segundas. Ello conlleva que la selección del número de modos que se emplea para resolver el sistema de ecuaciones deba abordarse de diferente manera en ausencia y en presencia de reacondicionamiento. En ausencia de reacondicionamiento, al estar las ecuaciones de movimiento desacopladas, el orden del sistema de ecuaciones en coordenadas modales coincide directamente con el número de modos del tablero cuya contribución se desea incluir en la respuesta de la estructura sin pérdida de precisión. Sin embargo, en el caso reacondicionado la solución en cada paso de tiempo, debida a los modos inferiores a 30 Hz, sí depende del orden del sistema de ecuaciones. Por este motivo se ha realizado una comprobación para verificar que el número de modos considerado en el cálculo dinámico del puente Arroyo Bracea II reacondicionado ha sido suficiente. En la Tabla 7.12 se han incluido las frecuencias naturales de los modos de vibración del tablero inferiores a 200 Hz, y en la Tabla 7.13 las de los primeros cuatro modos de las vigas auxiliares.

El cálculo dinámico del puente Arroyo Bracea II en el caso reacondicionado, presentado en

el apartado 7.5.7, se ha llevado a cabo resolviendo el sistema de ecuaciones empleando los 17 primeros modos de vibración del tablero, de frecuencia inferior a 60 Hz, y tres de cada viga auxiliar. De todos ellos, la respuesta se ha calculado superponiendo únicamente la contribución de los seis primeros modos del tablero (≈ 30 Hz), y tomando los tres correspondientes a cada una de las vigas. El cálculo mencionado se ha repetido modificando el número de modos del tablero incluidos en el sistema de ecuaciones con objeto de estudiar la convergencia de la respuesta. En cuanto a las vigas auxiliares, debido a que su conexión con el tablero se produce a través de un único amortiguador conectado a la sección central de cada una de ellas, la amplitud del segundo modo y del cuarto modo será nula en todos los casos. Por ello se han considerado siempre los tres primeros modos de vibración, tanto a efectos de cálculo como de combinación lineal al transformar la respuesta a espacio real.

i	f_i (Hz)	i	f_i (Hz)	i	f_i (Hz)	i	f_i (Hz)	i	f_i (Hz)	i	f_i (Hz)
1	9.19	10	39.16	19	68.22	28	93.96	37	127.61	46	156.99
2	10.34	11	44.90	20	71.25	29	97.89	38	130.81	47	162.11
3	12.65	12	45.37	21	71.84	30	103.38	39	131.69	48	169.27
4	17.21	13	52.73	22	79.65	31	103.68	40	134.78	49	173.07
5	24.81	14	54.04	23	81.04	32	105.06	41	137.63	50	173.14
6	30.20	15	56.49	24	83.01	33	112.96	42	144.45	51	178.43
7	31.98	16	56.80	25	83.64	34	115.72	43	146.61	52	182.87
8	34.50	17	58.74	26	86.58	35	123.38	44	147.69	53	186.79
9	35.37	18	64.38	27	88.61	36	124.37	45	154.67	54	198.07

Tabla 7.12 Frecuencias naturales del tablero inferiores a 200 Hz

i	f_i (Hz)	i	f_i (Hz)	i	f_i (Hz)	i	f_i (Hz)
1	14.13	2	56.52	3	127.17	4	226.09

Tabla 7.13 Frecuencias naturales de las vigas auxiliares inferiores a 300 Hz

Los tipos de análisis realizados se resumen en la Tabla 7.14. Se ha incluido en el cálculo dinámico de forma sucesiva los modos del tablero con frecuencias inferiores a 30, 60, 100, 150 y 200 Hz, lo que se corresponde con seis, 17, 29, 44 y 54 modos, combinando siempre los seis primeros en el proceso de transformación de espacio modal a espacio real. En cada caso se ha recalculado la respuesta del tablero y de las vigas auxiliares en las condiciones de explotación consideradas en el apartado 7.5.7.

En la Figura 7.54 se representa la envolvente de aceleraciones en los puntos de postproceso de la sección central, C1-C5, para todas las velocidades y composiciones de

estudio en función del número de modos del tablero con los que se resuelve el sistema de ecuaciones.

Análisis	N_{mod}^B SE(CL)	N_{mod}^{bj} SE(CL)	f_{max}^B SE (Hz)	f_{max}^{bj} SE (Hz)
1	6(6)	3(3)	30.20	127.17
2	17(6)	3(3)	58.74	127.17
3	29(6)	3(3)	97.89	127.17
4	44(6)	3(3)	147.49	127.17
5	54(6)	3(3)	198.07	127.17

Tabla 7.14 Análisis dinámicos realizados incrementando sucesivamente el número de modos del tablero⁹⁴

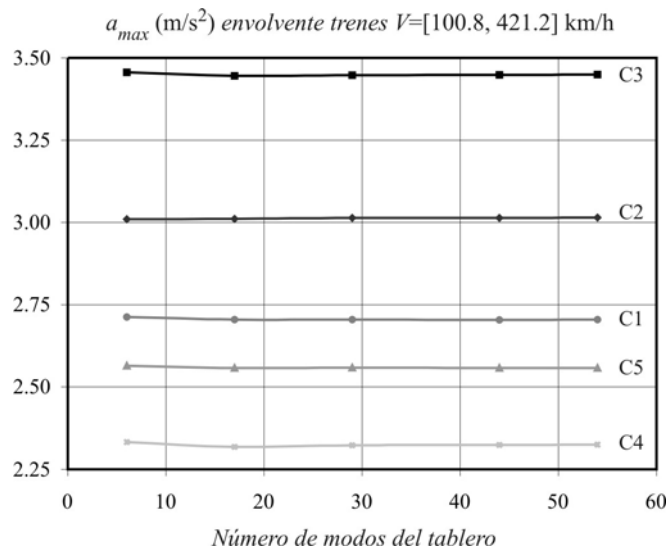


Figura 7.54 Envolvente de aceleraciones en la sección central en función del número de modos del tablero incluidos en el análisis dinámico

La diferencia más notoria se produce entre los análisis primero y segundo, como cabe esperar, pero aún en el caso de resolver el sistema con tan sólo seis modos, la variación en términos de aceleraciones en relación a los resultados obtenidos mediante el quinto análisis, en el que se incluyen 54 modos, es muy pequeña. La aceleración máxima en el punto C3 en el primer análisis alcanza los 3.4559 m/s^2 , mientras que en el quinto adopta

⁹⁴ En la Tabla 7.14 las siglas SE y CL diferencian el número de modos de vibración incluidos en el Sistema de Ecuaciones frente a los Combinados Linealmente para obtener la respuesta real.

un valor de 3.4492 m/s^2 , suponiendo la diferencia relativa con respecto al segundo valor de tan sólo 0.11%. Esta diferencia se reduce a un 0.04% en el caso de considerar 17 modos en el análisis, tal y como se ha hecho en el apartado 7.5.7. Esta misma tendencia se repite en el resto de puntos de postproceso del tablero.

Con objeto de cuantificar el ritmo de convergencia y el nivel de aproximación de los resultados en cada tipo de análisis en comparación con el más preciso, se ha calculado el error relativo en los 25 puntos de postproceso con respecto a los valores obtenidos en este último según

$$Error(\%) = \frac{|a_{max}^{env} \langle \text{Análisis } j \rangle - a_{max}^{env} \langle \text{Análisis } 5 \rangle|}{a_{max}^{env} \langle \text{Análisis } 5 \rangle} \cdot 100 \quad (7.26)$$

y se ha obtenido la media aritmética de estos errores en los 25 puntos de postproceso. En la Tabla 7.15 se muestra el error medio calculado de esta manera, y los valores máximo y mínimo, así como los puntos en los que tienen lugar, para los cuatro primeros análisis.

Análisis	N_{mod}^B SE(CL)	N_{mod}^{bj} SE(CL)	Error medio	Error mín-máx	Puntos
1	6(6)	3(3)	0.31%	0.01%-0.73%	D4-B4
2	17(6)	3(3)	0.10%	0.00%-0.29%	A4-C4
3	29(6)	3(3)	0.08%	0.00%-0.30%	C1-E5
4	44(6)	3(3)	0.01%	0.00%-0.04%	B4-E4

Tabla 7.15 Errores relativos calculados con respecto al cálculo dinámico con 54 modos de vibración del tablero

Se observa que la media de errores del segundo análisis, llevado a cabo en el apartado 7.5.7, es de 0.1% en relación al realizado con 54 modos, por lo que se considera que los resultados del reacondicionamiento presentados en dicho apartado son suficientemente precisos.

Se puede concluir que, mediante el reacondicionamiento propuesto, sería posible reducir el nivel de aceleraciones en el tablero del puente Arroyo Bracea II en las condiciones de explotación supuestas por debajo de la limitación de 3.5 m/s^2 , sin exceder la capacidad de los FVD con sello laberíntico existentes en el mercado, la carga máxima de punzonamiento de la losa ni superar la tensión admisible en las vigas auxiliares. La ejecución de la solución analizada, basada en la disipación de energía aprovechando el movimiento propio de la estructura, podría llevarse a cabo en lugar de la rigidización o sustitución de los tableros, solución esta última habitual, evitando así los costes derivados del cierre de línea.

7.6. Puente sobre Río Guadiana

7.6.1. Ubicación

El Plan de Infraestructuras del Transporte 2000-2007 contenía entre otros el objetivo de incorporar Jaén a la red de alta velocidad mediante una conexión directa con la estación de Linares-Baeza, de acuerdo con el proyecto de línea de alta velocidad Madrid-Alcázar de San Juan-Jaén, que se encuentra actualmente en distintas fases de estudio y ejecución. En este marco tuvo lugar, en el año 2005, una campaña de medidas en un puente situado en el punto kilométrico 160+000, cuya ubicación se muestra en la Figura 7.55, con el objeto de determinar sus parámetros de rigidez, frecuencia fundamental y tasa de amortiguamiento.



Figura 7.55 Localización del puente sobre el Río Guadiana

A partir de datos obtenidos en esta campaña [19] se ha calibrado un modelo numérico de la estructura en cuestión, cuyo comportamiento dinámico y posible reacondicionamiento se aborda en este apartado.

7.6.2. Descripción de la estructura. Propiedades nominales del modelo

Se trata de una estructura de planta recta, sin esviaje, compuesta por dos vanos de 13 m de longitud, tal y como se puede observar en la Figura 7.56. La estructura salva el cauce del Río Guadiana, presentando un gálibo libre máximo de 1.65 m y mínimo de 1 m aproximadamente. En la Figura 7.57 se han incluido algunas imágenes del puente.

La solución estructural adoptada, idéntica en ambos vanos, se muestra en la Figura 7.58 y consiste en dos tableros isostáticos, estructuralmente independientes, compuestos por cinco vigas de hormigón de sección rectangular apoyadas sobre neoprenos, sobre las cuales se ha construido una losa de hormigón armado in situ de 25 cm de espesor mínimo y 5.075 m de ancho. Cada tablero alberga una única vía de ancho RENFE, que discurre con una excentricidad de 0.64 m con respecto al eje de simetría longitudinal de cada tablero (hacia la junta de dilatación).

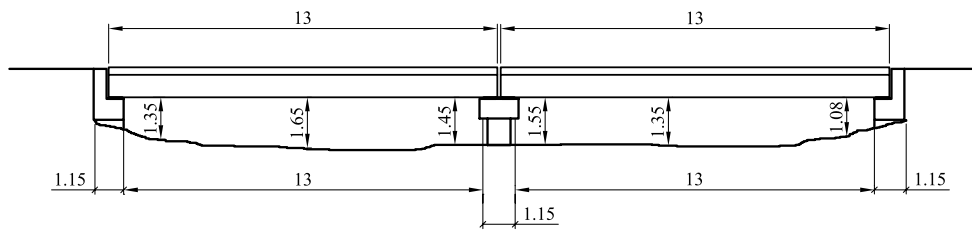


Figura 7.56 Alzado del puente sobre el Río Guadiana. Unidades (m)



Figura 7.57 Imágenes del puente sobre el Río Guadiana

La Tabla 7.16 resume los datos más relevantes extraídos del informe de resultados en lo que se refiere a las propiedades del tablero, los apoyos de neopreno y la plataforma de vía.

A partir de estos datos, y aplicando la metodología descrita en el apartado 7.2, se calculan las propiedades nominales que definen el modelo de losa ortótropa mediante el que se realizará el cálculo dinámico. En la Tabla 7.17 se han incluido los valores obtenidos. En ambas tablas las variables B_{losa} y $B_{plataforma}=B_2$ hacen referencia al ancho total de la losa y a la porción de ésta ocupada por la plataforma de vía, respectivamente. Asimismo B_1 define el ancho del tablero ocupado por la acera, de tal manera que $B_{losa}=B_1+B_2$. Finalmente ρ_1 y ρ_2 son las densidades de la placa ortótropa en cada una de las dos franjas longitudinales de densidad constante.

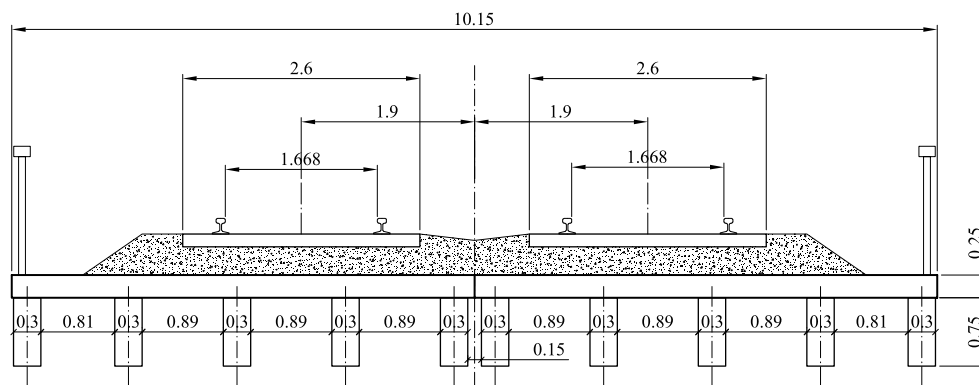


Figura 7.58 Sección transversal del puente sobre el Río Guadiana. Unidades (m)

Losa/Apoyos de neopreno		Vigas longitudinales		Plataforma de vía	
L (m)	11.93	N_x , intereje (m)	5, 1.19	$B_{plataforma}$ (m)	3.975
B_{losa} (m), α (°)	5.075, 90	$I_{x,h}$ (m ⁴)	1.0547E-2	$h_{balasto}$ (m)	0.45
h_{losa} (m)	0.25	$I_{x,v}$ (m ⁴)	1.6875E-3	$\rho_{balasto}$ (kg/m ³)	1800
E_{losa} (Pa)	3.6E10	J_x (m ⁴)	5.0496E-3	N_{vias} , ancho _{vía}	1, RENFE
ρ_{losa} (kg/m ³)	2500	A_x (m ²)	0.225	Carril	UIC-60
N_{neop} , axb (m)	5, 0.25x 0.15	E_x (Pa)	3.6E10	Traviesa	H _{monobl}
N_{capas} , t_{neop} (m)	3, 0.0067	ρ_x (kg/m ³)	2500	Excentricidad _{vías} (m)	0.64

Tabla 7.16 Datos de partida del tablero del puente sobre el Río Guadiana

Constantes de Ortotropía		Distribución de masa		Apoyos de Neopreno	
D_x (Nm)	1.4803E9	B_1 (m)	1.1	L_{est} (m)	5.075
D_y (Nm)	4.8828E7	ρ_1 (kg/m ³)	4898.57	E_{neop}^{est} (MPa)	242.39
$D_1=D_2$ (Nm)	9.7656E6	B_2 (m)	3.975	E_{neop}^{din} (MPa)	363.58
D_{xy} (Nm)	1.1369E8	ρ_2 (kg/m ³)	8063.29	$\bar{k}_{v,est}$ (N/m ²)	3.58E8
D_{yx} (Nm)	3.9063E7	$M_{tablero}$ (kg/m)	9360	$\bar{k}_{v,din}$ (N/m ²)	5.37E8

Tabla 7.17 Propiedades nominales del modelo de losa ortótropa del puente sobre el Río Guadiana

7.6.3. Calibración del modelo numérico

Una vez calculadas las propiedades nominales del tablero se procede a su calibración. Los resultados experimentales de que se dispone son más escasos que en el puente Arroyo Bracea II. En la campaña de medidas que se llevó a cabo en 2005 en el puente objeto de estudio, se recabaron medidas de flecha en centro de vano y sobre el eje longitudinal del tablero al circular sobre éste dos unidades regionales de la serie 432, tres mercancías y un Talgo. Con estas cinco composiciones se realizaron ensayos cuasiestáticos y dinámicos, aunque se desconoce la velocidad de circulación en el segundo caso. Durante los ensayos cuasiestáticos se situó el bogie delantero de cada composición, compuesto por dos ejes, haciendo coincidir su punto medio con la sección central del tablero. En la Tabla 7.18 se muestra el valor de la carga por bogie para cada una de las cinco composiciones del ensayo.

Carga bogie delantero (t)	
Talgo (269)	44
Regional	30
Regional	24.5
Mercancías (252)	45
Mercancías (333)	60
Mercancías (269)	44

Tabla 7.18 Cargas del bogie delantero de las composiciones que participan en el ensayo cuasiestático del puente sobre el Río Guadiana

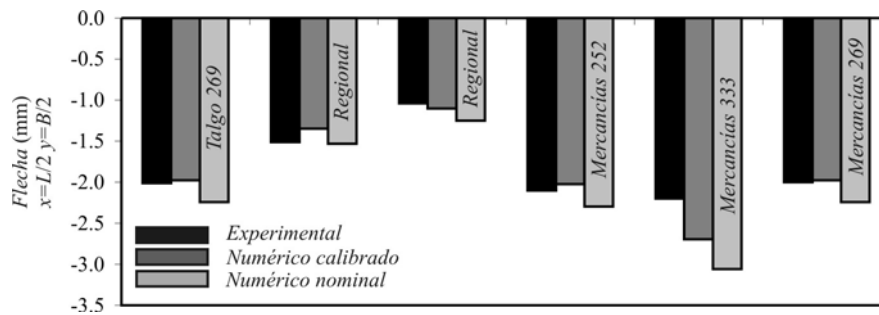


Figura 7.59 Flecha en el centro del tablero durante el ensayo cuasiestático. Resultados experimentales y numéricos obtenidos mediante el modelo con propiedades nominales y calibradas

Puesto que no se dispone de medidas experimentales de flecha en las proximidades de los estribos, no es posible calibrar la rigidez vertical de los apoyos de neopreno. Se han adoptado los valores de rigidez estática obtenidos en otro puente isostático de similares dimensiones, tipología y masa, y con ellos se ha reproducido el ensayo estático con el fin

de calibrar las rigideces de la placa ortótropa. Tras minimizar el error cuadrático medio con respecto a las medidas experimentales, se decide ajustar el Módulo de Elasticidad de la losa y de las vigas, aplicándoles un mismo factor de mayoración de 1.15. La Figura 7.59 muestra la flecha medida en el centro del tablero durante cada ensayo junto a los valores proporcionados por el modelo numérico inicialmente y tras el ajuste realizado.

Una vez finalizada la calibración estática, se procede a ajustar la relación entre los Módulos de Elasticidad estático y dinámico de los neoprenos y el espesor de la capa de balasto, con el fin de que la frecuencia fundamental calculada numéricamente y la medida experimentalmente se aproximen lo más posible. Durante los ensayos dinámicos sólo se midió la frecuencia fundamental, y por tanto no se dispone de medidas de frecuencias superiores.

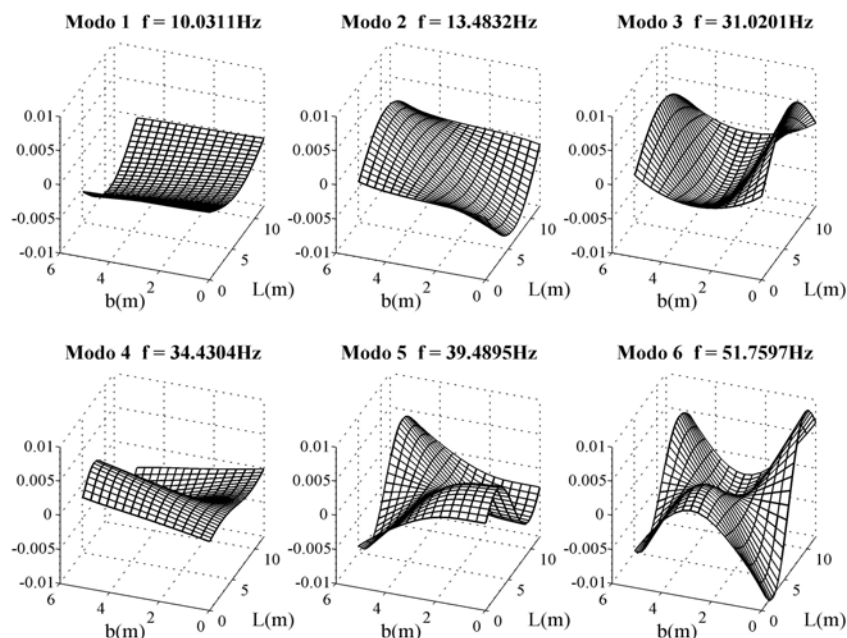


Figura 7.60 Seis primeros modos de vibración del modelo calibrado del puente sobre el Río Guadiana

A partir del análisis de la señal registrada al paso de cada convoy, tras superar el último bogie el segundo estribo del tablero monitorizado, se determinó experimentalmente la frecuencia fundamental y la tasa de amortiguamiento estructural, como media de los valores asociados a cada ensayo dinámico. Los resultados fueron 10.065 Hz y 3%, respectivamente. Manteniendo el espesor nominal de la capa de balasto en 45 cm, y adoptando un Módulo de Elasticidad dinámico del material elastomérico igual al doble del estático, se obtiene una frecuencia fundamental de 10.031 Hz mediante el modelo

numérico, lo que supone una diferencia de 0.33% con respecto al valor experimental, finalizando así el proceso de ajuste. En la Figura 7.60 se han representado los seis primeros modos de vibración obtenidos mediante el modelo numérico calibrado del puente sobre el Río Guadiana. Los factores de calibración que ha sido necesario aplicar a las propiedades nominales del modelo numérico se muestran en la Tabla 7.19.

$F_{E,l}$	1.15	$F_{E,x}$	1.15	$F_{I,x}$	1.00	$F_{J,x}$	1.00
$F_{E,est}^{neop}$	0.61	$R_{E,din}^{neop}$	2.0	Δt_{losa}	0.00	$\Delta t_{balasto}$	0.00

Tabla 7.19 Factores de calibración del modelo del puente sobre el Río Guadiana

Finalmente, en la Tabla 7.20 se resumen los valores de las propiedades ajustadas. En lo relativo a la tasa de amortiguamiento estructural, se realizarán los cálculos de los siguientes apartados asignando a cada modo de vibración un amortiguamiento del 3% medido experimentalmente.

Constantes de Ortotropía		Distribución de masa		Apoyos de Neopreno	
D_x (Nm)	1.7024E9	B_1 (m)	1.1	L_{est} (m)	5.075
D_y (Nm)	5.6152E7	ρ_1 (kg/m ³)	4898.57	E_{neop}^{est} (MPa)	148.87
$D_1 = D_2$ (Nm)	1.1230E7	B_2 (m)	3.975	E_{neop}^{din} (MPa)	297.73
D_{xy} (Nm)	1.3074E8	ρ_2 (kg/m ³)	8063.29	$\bar{k}_{v,est}$ (N/m ²)	2.20E8
D_{yx} (Nm)	4.4922E7	$M_{tablero}$ (kg/m)	9360	$\bar{k}_{v,din}$ (N/m ²)	4.40E8

Tabla 7.20 Propiedades ajustadas del modelo de losa ortótropa del puente sobre el Río Guadiana

7.6.4. Cálculo dinámico del puente a velocidad de explotación de 250 km/h

A continuación se presenta el cálculo dinámico del puente sobre el Río Guadiana a la velocidad a la que se está acondicionando en la actualidad el tramo de línea en el que se encuentra: 250 km/h. Por superar dicha velocidad los 220 km/h, y tratarse de un cálculo realizado en base a la IAPF-07, se analiza el comportamiento de la estructura sometida al tráfico de las diez composiciones del modelo HSLM-A. Asimismo, y con el doble objetivo de (i) analizar la respuesta del tablero a velocidades inferiores a 220 km/h, y (ii) comprobar si el modelo HSLM-A envuelve los efectos dinámicos causados por las composiciones reales en alta velocidad, se realiza a su vez el cálculo de la estructura ante la circulación de ocho trenes europeos de alta velocidad: THALYS, ICE2, ETR-Y, EUROSTAR, TGV, VIRGIN, AVE y TAV. El rango de velocidades de cálculo comprende [28, 84] m/s en incrementos de 1 m/s ([100.8, 302.4] km/h cada 3.6 km/h) en todos los casos.

El cálculo dinámico se ha llevado a cabo aplicando Superposición Modal de los modos de vibración del tablero de frecuencia inferior a 30 Hz, el primer modo de flexión y el primer

modo de torsión, obtenidos numéricamente a partir del modelo de elementos finitos, e integrando paso a paso las ecuaciones de movimiento en espacio modal, según se ha descrito en el apartado 4.3 de este documento. Nótese que el primer modo presenta una cierta torsión debido a la asimetría en la distribución del balasto. La respuesta máxima en términos de desplazamientos, velocidades y aceleraciones verticales se calcula en los 25 puntos señalados en la Figura 7.61, repartidos en el área del tablero ocupada por la plataforma de vía.

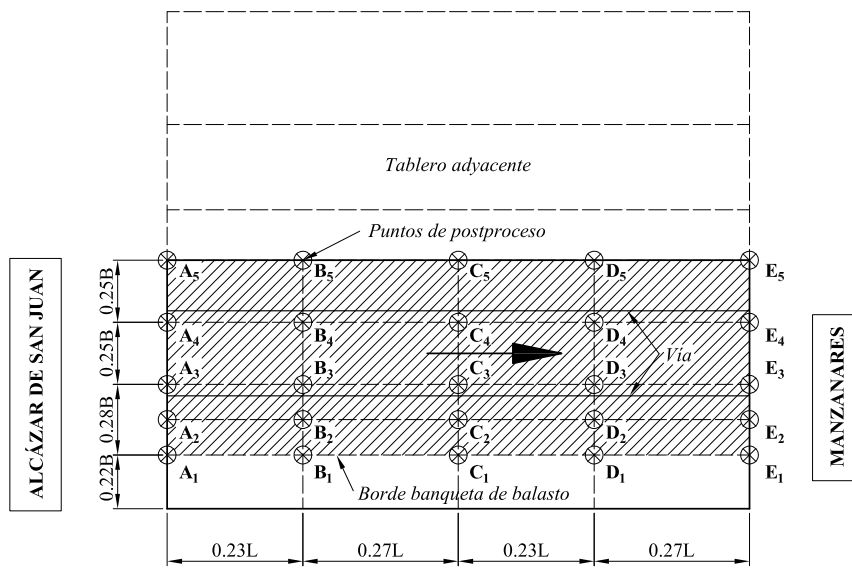


Figura 7.61 Puntos de postproceso de resultados en el modelo de puente sobre el Río Guadiana

Con objeto de determinar el valor de la máxima aceleración vertical que se alcanza bajo el balasto y conocer cómo se distribuye la máxima respuesta entre los puntos de postproceso, en la Figura 7.62 se ha representado la envolvente de aceleraciones en el tablero para todas las composiciones y velocidades de circulación, representando por separado la respuesta debida a los trenes universales y la originada por las ocho composiciones reales. La máxima aceleración alcanza 5.31 m/s^2 y tiene lugar en el punto C5, situado en la sección central y en el borde más próximo al tablero adyacente, superando el límite de aceleración de 3.5 m/s^2 establecido en tableros de vía sobre balasto. Debido a que el tablero sólo cuenta con una acera, la línea de puntos de postproceso A1-E1 se encuentra más alejada del borde libre que la de los puntos A5-E5, siendo la contribución del modo de torsión mayor en estos últimos. Es destacable que en el rango de velocidades analizado la máxima aceleración se debe en todos los puntos de postproceso a los trenes reales, concretamente a la circulación del TAV. En la Figura 7.63 se ha representado la diferencia porcentual entre la máxima respuesta asociada a la circulación de los dos conjuntos de composiciones en cada punto. La máxima diferencia alcanza un 16.04% y se produce en

puntos simétricos de ambos estribos. En el punto más desfavorable, C5, la aceleración máxima causada por los trenes reales supera a la de los universales en un 13.85%.

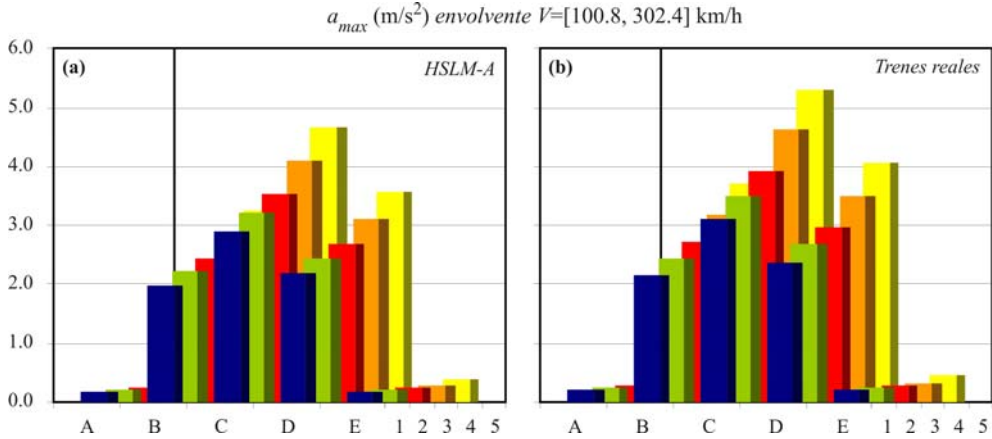
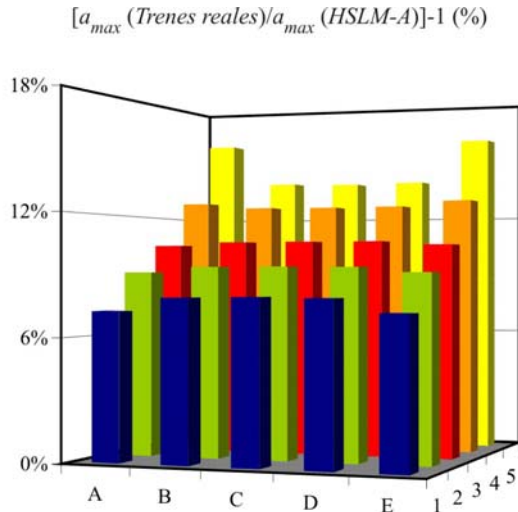


Figura 7.62 Envolvente de aceleraciones en el caso de (a) trenes HSLM-A y (b) trenes reales en los 25 puntos de postproceso y rango de velocidades [100.8, 302.4] km/h



	A	B	C	D	E
■ 1	7.24%	7.91%	7.95%	7.92%	7.24%
■ 2	9.11%	9.38%	9.39%	9.38%	9.11%
■ 3	10.48%	10.65%	10.65%	10.65%	10.48%
■ 4	12.77%	12.51%	12.49%	12.50%	12.77%
■ 5	16.04%	13.92%	13.85%	13.90%	16.04%

Figura 7.63 Diferencia porcentual en la aceleración máxima debida a los trenes reales y a los universales en los 25 puntos de postproceso

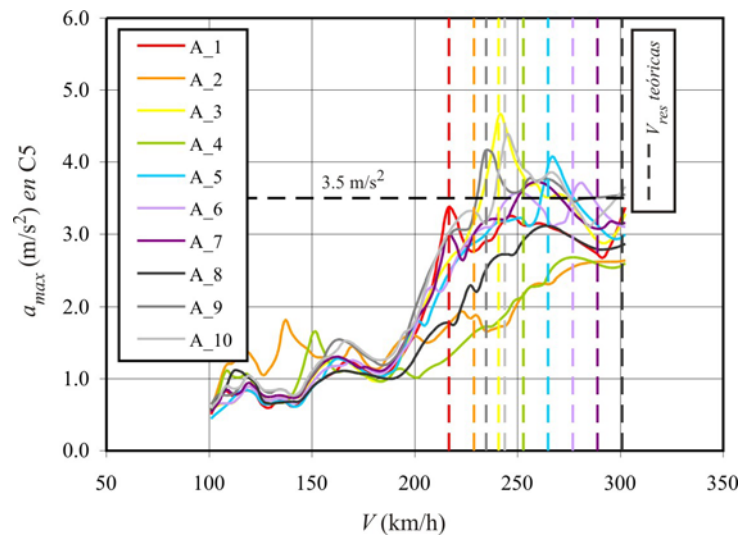


Figura 7.64 Aceleración vertical máxima en el punto C5 ante la circulación del los trenes HSLM-A. --- Velocidades de resonancia teóricas asociadas al modo fundamental del tablero

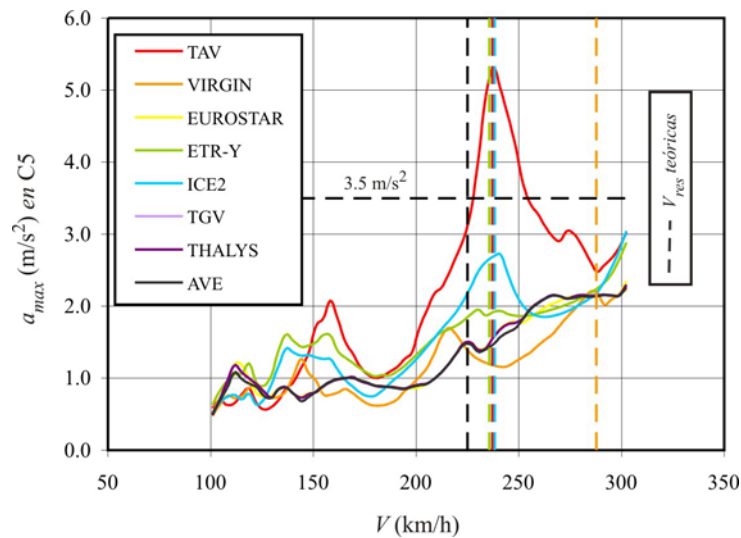


Figura 7.65 Aceleración vertical máxima en el punto C5 ante la circulación del los trenes reales. --- Velocidades de resonancia teóricas asociadas al modo fundamental del tablero

Una vez presentada la envolvente de aceleraciones en todos los puntos de postproceso, se analiza en detalle la máxima respuesta en el punto más desfavorable. En las figuras 7.64 y 7.65 se ha representado la aceleración vertical máxima en el punto C5 en función de la velocidad de paso, causada por el tráfico de los trenes universales y de las composiciones reales, respectivamente. En cada una de las figuras se ha superpuesto en trazo discontinuo

las velocidades de resonancia teóricas del modo fundamental del tablero, calculadas a partir de la distancia D , señalada en la Figura 7.3, de cada composición.

En la Tabla 7.21 se muestra el valor de dichas velocidades críticas para todas las composiciones analizadas, habiéndose sombreado aquellas que están contenidas en el intervalo de velocidades de estudio. Sólo se han representado en las figuras 7.64 y 7.65 las de valor más alto, señaladas con una elipse en la tabla y asociadas con un menor número de oscilaciones del tablero entre el paso de cada dos bogies. Tal y como se puede observar todos los máximos que dan lugar a valores de aceleración superiores al límite de 3.5 m/s^2 , se corresponden con situaciones de resonancia del modo fundamental. Ello se debe a que el puente sobre el Río Guadiana es un tablero de vía única sin esviaje en el que pese a discurrir la vía con cierta excentricidad, el primer modo de flexión gobierna en gran medida la respuesta.

$V_{res} \text{ (km/h)} = 3.6 D_{car} f_i / n$					
$f_1 = 10.03 \text{ Hz}$		$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$
HSLM-A1	$d_{car}=18 \text{ m}$	325.01	216.67	162.50	130.00
HSLM-A2	$d_{car}=19 \text{ m}$	343.06	228.71	171.53	137.23
HSLM-A3	$d_{car}=20 \text{ m}$	361.12	240.75	180.56	144.45
HSLM-A4	$d_{car}=21 \text{ m}$	379.18	252.78	189.59	151.67
HSLM-A5	$d_{car}=22 \text{ m}$	397.23	264.82	198.62	158.89
HSLM-A6	$d_{car}=23 \text{ m}$	415.29	276.86	207.64	166.12
HSLM-A7	$d_{car}=24 \text{ m}$	433.34	288.90	216.67	173.34
HSLM-A8	$d_{car}=25 \text{ m}$	451.40	300.93	225.70	180.56
HSLM-A9	$d_{car}=26 \text{ m}$	469.46	312.97	234.73	187.78
HSLM-A10	$d_{car}=27 \text{ m}$	487.51	325.01	243.76	195.00
TAV	$d_{car}=13.14 \text{ m}$	237.26	158.17	118.63	94.90
VIRGIN	$d_{car}=23.9 \text{ m}$	431.54	287.69	215.77	172.62
EUROSTAR	$d_{car}=18.7 \text{ m}$	337.65	225.10	168.82	135.06
ETR-Y	$d_{car}=26.1 \text{ m}$	471.26	314.17	235.63	188.50
ICE2	$d_{car}=26.4 \text{ m}$	476.68	317.79	238.34	190.67
TGV	$d_{car}=18.7 \text{ m}$	337.65	225.10	168.82	135.06
THALYS	$d_{car}=18.7 \text{ m}$	337.65	225.10	168.82	135.06
AVE	$d_{car}=18.7 \text{ m}$	337.65	225.10	168.82	135.06

Tabla 7.21 Velocidades de resonancia teóricas del modo fundamental del puente sobre el Río Guadiana asociadas a la distancia entre bogies de los coches de pasajeros

La máxima aceleración en C5 alcanza 5.31 m/s^2 a consecuencia de que el TAV al cruzar la estructura a 237.6 km/h excita una segunda resonancia del modo fundamental del tablero, velocidad muy próxima a la teórica recogida en la Tabla 7.21. La escasa distancia existente

entre los ejes de esta composición regular hace que sea la única rama que excita una segunda resonancia en el rango de velocidades de estudio.

En la Figura 7.66 se representa la historia temporal de aceleraciones en C5 ante la circulación del TAV a 237.6 km/h. En la misma gráfica se ha superpuesto el valor de las dos contribuciones modales que participan en la respuesta de forma aislada. Asimismo se ha señalado mediante rombos negros el instante de entrada en el puente de los ejes de la composición. Se puede comprobar cómo en el tiempo transcurrido entre la entrada de dos ejes consecutivos de los coches de pasajeros del TAV, la estructura experimenta dos ciclos de oscilación completos. Tras el paso de la primera locomotora la respuesta aumenta de forma continuada, viéndose este crecimiento interrumpido por la entrada en el puente de las locomotoras intermedias. A partir de este instante la amplitud de las oscilaciones aumenta de nuevo con los ejes de los coches de pasajeros de la segunda composición. Finalmente cabe remarcar que a esta velocidad la aceleración total se debe, prácticamente en su totalidad, a la contribución del modo fundamental, siendo la contribución del modo de torsión apenas perceptible.

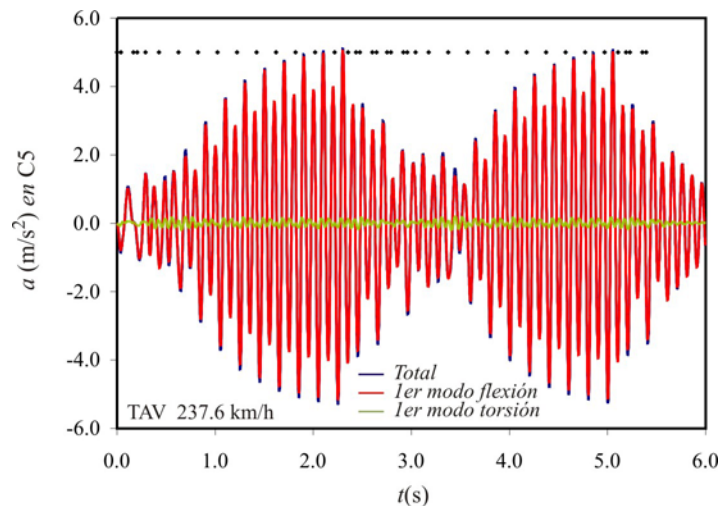


Figura 7.66 Historia temporal de aceleraciones en C5 ante la circulación del TAV a 237.6 km/h. ♦ Instante de entrada de los ejes de la composición en el puente

En cuanto a la respuesta originada por los trenes universales la máxima aceleración, que se produce a su vez en el punto C5, alcanza 4.66 m/s^2 y es debida a que la composición HSLM-A3 excita a 241.2 km/h una tercera resonancia del modo fundamental del tablero, velocidad muy próxima a la teórica señalada en la Tabla 7.21.

En la Figura 7.67 se ha representado la historia temporal de aceleraciones en C5 en la mencionada situación de resonancia junto a las contribuciones modales en dicho punto del primer y segundo modos. Se puede comprobar cómo en el tiempo que transcurre entre la

entrada en el tablero de dos bogies consecutivos, éste experimenta tres ciclos de oscilación completos. De nuevo se detecta que la contribución del segundo modo en esta situación de resonancia del fundamental es mínima.

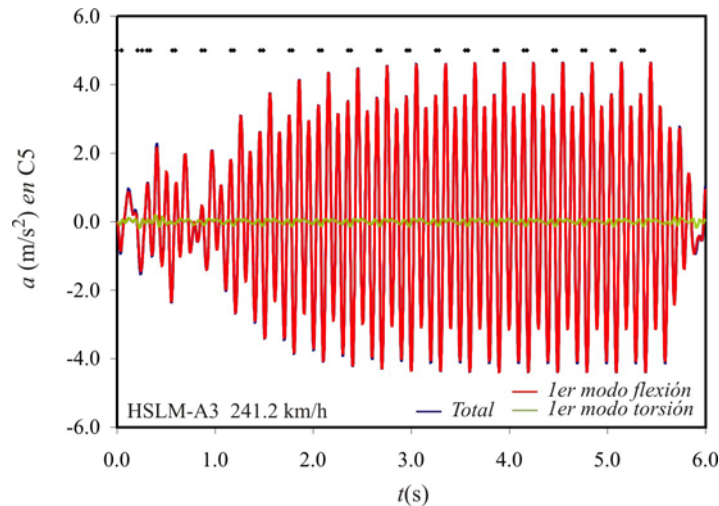


Figura 7.67 Historia temporal de aceleraciones en C5 ante la circulación del HSLM-A3 a 241.2 km/h. ♦
Instante de entrada de los ejes de la composición en el puente

Finalmente, en lo relativo al carácter envolvente que deberían tener los trenes universales respecto a las composiciones reales, cabe remarcar que (i) entre 220 km/h y la máxima velocidad de estudio, la respuesta debida a los trenes universales supera a la de los trenes reales con excepción del TAV. Para ilustrar este fenómeno en la Figura 7.68 se ha representado la aceleración máxima en C5 debida a todos los trenes reales junto a la envolvente de los universales; (ii) esta situación se repite en el resto de puntos de estudio; (iii) a ciertas velocidades inferiores a 220 km/h otras composiciones reales exceden la respuesta máxima debida a los trenes universales, no obstante, el modelo HSLM debe envolver los efectos de los trenes reales sólo en alta velocidad; (iv) la aceleración máxima debida al TAV supera en un 13.85% al máximo de la curva envolvente de los trenes universales. Durante los trabajos del Comité D-214⁹⁵ ya se detectó que la impronta dinámica de algunos trenes reales llegaba a superar en poco más de un 10% a la del modelo universal. No obstante se decidió no modificar la impronta de estos últimos, considerando que esta circunstancia quedaba cubierta por el coeficiente de seguridad de 2.0 en el límite de aceleraciones (3.5 m/s^2 en vías con balasto y 5.0 m/s^2 en vías sin

⁹⁵ Según conversación mantenida con D. Jorge Nasarre y de Goicoechea, perteneciente a la Fundación Caminos de Hierro para la Investigación y la Ingeniería Ferroviaria, y miembro del Comité ERRI D-214.

balasto).

Una vez analizada la respuesta dinámica de la estructura original, en el apartado siguiente se dimensiona un sistema de reacondicionamiento para reducir las vibraciones del puente sobre el Río Guadiana a niveles admisibles.

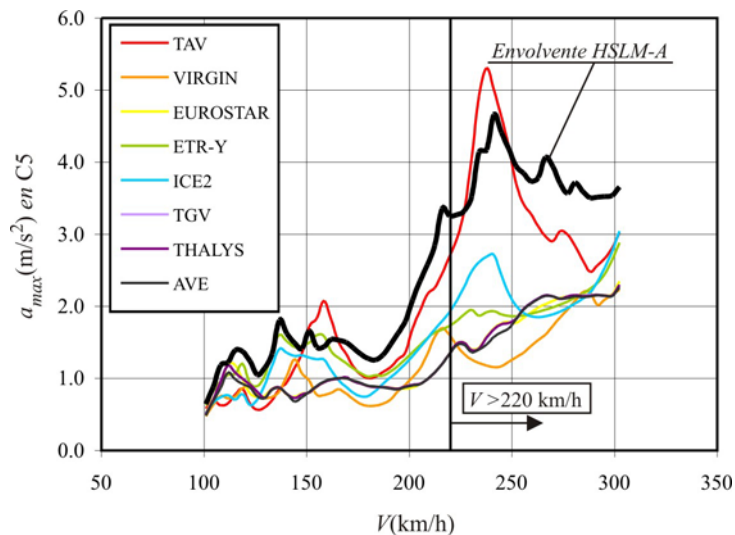


Figura 7.68 Aceleración vertical máxima en el punto C5 ante la circulación de los trenes reales. Envoltura de aceleraciones del modelo HSLM-A en el punto

7.6.5. Dimensionado del sistema de reacondicionamiento

El nivel de amortiguamiento estructural que hipotéticamente debería tener el puente objeto de estudio para que su comportamiento dinámico fuera admisible, en las condiciones de explotación descritas en el apartado anterior, es ligeramente inferior a un 5.5%, si se asigna la misma tasa de amortiguamiento a los dos primeros modos de vibración. En la Figura 7.69 se han representado envolturas de aceleración vertical en todos los puntos de postproceso para las 18 composiciones de cálculo considerando cuatro niveles de amortiguamiento estructural: 3.0, 4.0, 5.0 y 5.5%. Se comprueba que la aceleración máxima en el punto más desfavorable, C5, se reduciría de 5.31 m/s^2 en la situación original ($\zeta_i=3\%$) a 3.35 m/s^2 en el último caso.

En este apartado se dimensiona un sistema de reacondicionamiento que permitiría aumentar de forma externa el amortiguamiento propio del puente sobre el Río Guadiana, dando lugar a la reducción de la respuesta dinámica deseada. Puesto que, según se ha comprobado en el apartado anterior, la máxima aceleración se debe a la resonancia del modo fundamental, no siendo determinante la contribución del modo de torsión en ningún punto del tablero, se estimará un tamaño inicial de las vigas auxiliares y de las constantes

de los FVD en base a las propiedades de este primer modo.

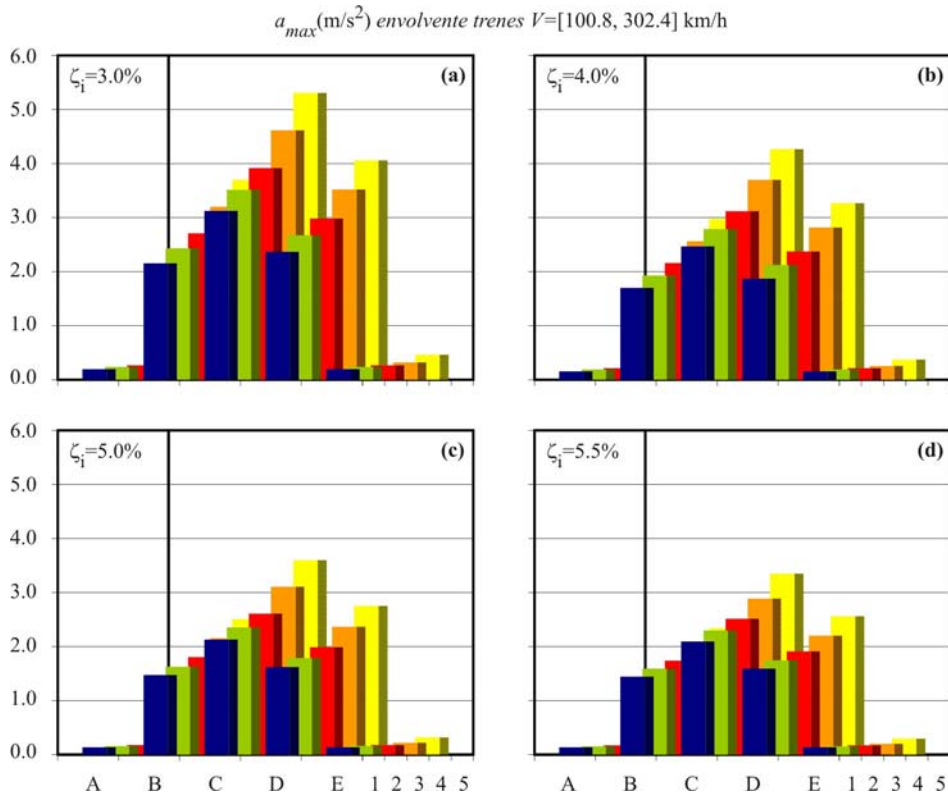


Figura 7.69 Envolventes de aceleración máxima en el puente sobre el Río Guadiana considerando tasas de amortiguamiento estructural $\zeta_1=\{3.0, 4.0, 5.0, 5.5\}$ % asociadas a los dos primeros modos de vibración

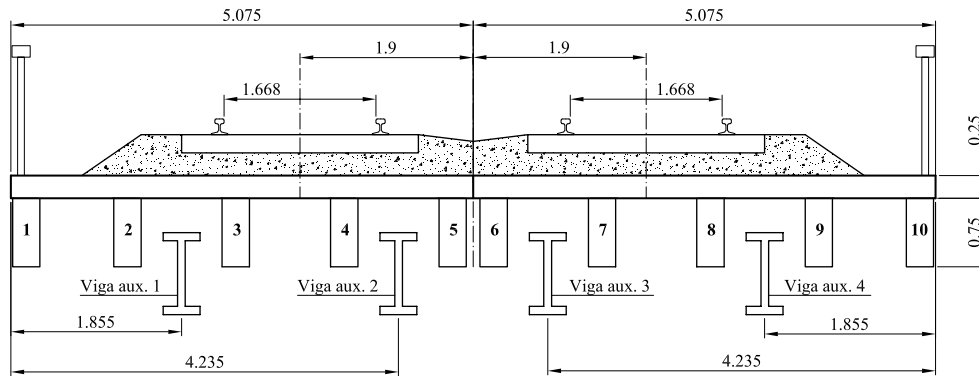


Figura 7.70 Ubicación de las vigas auxiliares en el puente sobre el Río Guadiana. Unidades (m)

Según se ha descrito en el apartado 7.6.2 el puente objeto de estudio salva el cauce del río, y presenta un gálibo libre mínimo de 1 m y máximo de 1.65 m. Dado que no existe a priori

ningún impedimento para ocupar parcialmente este espacio, se propone la instalación de dos vigas de hormigón pretensadas con sección en doble T bajo cada tablero. Si bien ello puede redundar en cantos superiores a los que se obtendrían con cajones metálicos, el coste del reacondicionamiento tiende a disminuir notablemente con este tipo de elementos. A efectos de reducir la respuesta dinámica relacionada con la flexión del tablero, la ubicación concreta en la sección transversal de las vigas auxiliares es poco relevante. No obstante con el fin de atenuar las oscilaciones del segundo modo, y de situar los dispositivos próximos a las vías, se decide como propuesta inicial la instalación de las vigas en las posiciones señaladas en la Figura 7.70.

En cuanto a la tipología de estos elementos se consideran cuatro series de vigas pretensadas de sección en doble T diferenciadas por la longitud del ancho de ala: 30, 35, 40 y 45 cm, como las que se muestran en la Figura 7.71, siendo el espesor de las alas y del alma de 10 y 9 cm respectivamente en todas ellas.

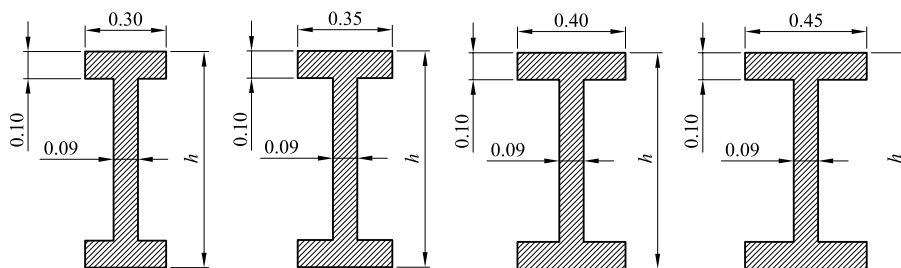


Figura 7.71 Series de vigas auxiliares de hormigón pretensado consideradas

Partiendo del nivel de amortiguamiento necesario para reducir la respuesta del puente por debajo de niveles admisibles, que se ha estimado con anterioridad en un 5.5%, se aproxima en primer lugar el canto mínimo de las vigas auxiliares requerido para alcanzar dicha tasa de amortiguamiento. Para ello se aplica la analogía con el sistema de un grado de libertad planteada en el apartado 5.5.5, que permite relacionar el tamaño de la viga auxiliar con el amortiguamiento máximo alcanzable en el puente en caso de combinar dicha viga con los amortiguadores óptimos. Puesto que el predimensionado de las vigas se realiza en base al modo fundamental del tablero, se ha considerado un modelo plano de viga B-E del puente de idéntica frecuencia a la primera de éste, con la mitad de rigidez a flexión longitudinal y la mitad de masa, y sólo una de las dos vigas auxiliares.

En la Figura 7.72 se muestra el amortiguamiento máximo equivalente del tablero reacondicionado en función del canto de la viga auxiliar para cada una de las series mostradas en la Figura 7.71. Considerando una modulación del canto de la viga auxiliar en incrementos de 5 cm se puede aproximar su canto mínimo en 90 cm. Utilizando este valor como estimación inicial se comprueba, haciendo uso del modelo numérico tridimensional, que son necesarias dos vigas de 45 cm de ancho de ala y 90 cm de canto para reducir la

máxima aceleración vertical de cada tablero por debajo de 3.5 m/s^2 . El canto de las vigas auxiliares impide en este caso el apoyo directo sobre los estribos, por lo que será necesaria la ejecución de ménsulas en los paramentos interiores de éstos para su correcta colocación. La longitud de las vigas auxiliares se ha estimado en 11.28 m.

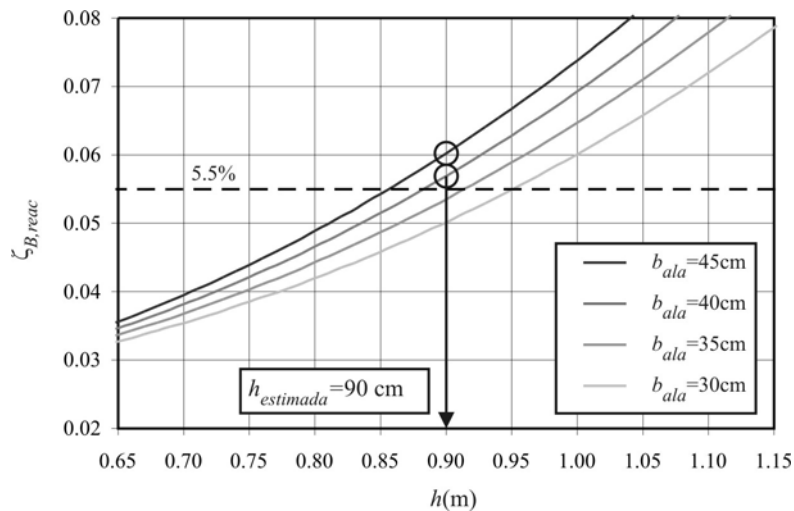


Figura 7.72 Estimación del canto de las vigas auxiliares a partir de las necesidades de amortiguamiento

Las constantes de los amortiguadores se obtienen finalmente a partir de la tasa de amortiguamiento externa óptima asociada al modo fundamental del tablero que minimiza la aceleración en el caso armónico, ecuación (6.125a). En cuanto al número de elementos a instalar a lo largo de cada viga, puesto que (i) el nivel de oscilaciones en el tablero no es excesivo y no se prevén fuerzas en los FVD especialmente importantes, y (ii) las dos formas modales consideradas presentan máxima amplitud en centro de vano, la propuesta inicial sería conectar un único FVD en la sección central de cada viga auxiliar en aras a reducir el coste del reacondicionamiento. La Tabla 7.22 resume las propiedades del sistema de reacondicionamiento propuesto.

Vigas auxiliares		Amortiguadores óptimos	
N_b	2	η_{bB1}	1.605
h, b_{ala} (m)	0.9, 0.45	μ_{bB1}	0.077
L_b (m)	11.28	$\zeta_{D1a,B11}^*$	0.052
$f_{ck,b}$ (MPa)	40	$N_D^{b1} = N_D^{b2}$	1
ρ_b (kg/m^3)	2500	$C_D^{b1} = C_D^{b2}$ (Ns/m)	183126
f_1 (Hz)	16.10	$x_D^{b1} = x_D^{b2}$	$L_b/2$

Tabla 7.22 Propiedades del sistema de reacondicionamiento propuesto en cada tablero

7.6.6. Respuesta de la estructura reacondicionada

En lo que sigue se analiza el comportamiento dinámico del puente sobre el Río Guadiana reacondicionado con el sistema de vigas auxiliares y FVD predimensionado en el apartado 7.6.5. El cálculo dinámico de la estructura modificada se lleva a cabo considerando la circulación de los diez trenes del modelo HSLM-A y las ocho composiciones reales, empleadas en el apartado anterior, en el mismo rango y con el mismo paso de velocidades: [100.8, 302.4] km/h cada 3.6 km/h.

Como se comentó en el caso del puente Arroyo Bracea II, la presencia de los FVD acopla el sistema de ecuaciones a través de la matriz de amortiguamiento, dando lugar a que la exactitud de la solución depende del orden de éste, es decir, del número de modos incluidos en el análisis. En este caso se han considerado los siete primeros modos de vibración del tablero y tres de cada viga auxiliar, de los cuales sólo se tiene en cuenta la contribución de los dos primeros del tablero para transformar su respuesta a espacio real. En el caso de las vigas auxiliares el segundo modo de vibración no contribuye a la respuesta, por estar cada viga conectada con el tablero a través de un único FVD instalado en la sección central. Por este motivo se decide incluir el tercer modo tanto en el análisis como en la transformación a espacio real, pese a contar con una frecuencia muy superior a la más elevada del tablero. En el apartado 7.6.9 se realiza una comprobación incluyendo en el sistema de ecuaciones un número creciente de modos del tablero para verificar la convergencia de la solución. A cada modo de las vigas auxiliares se le asigna en todos los casos una tasa de amortiguamiento estructural del 1%.

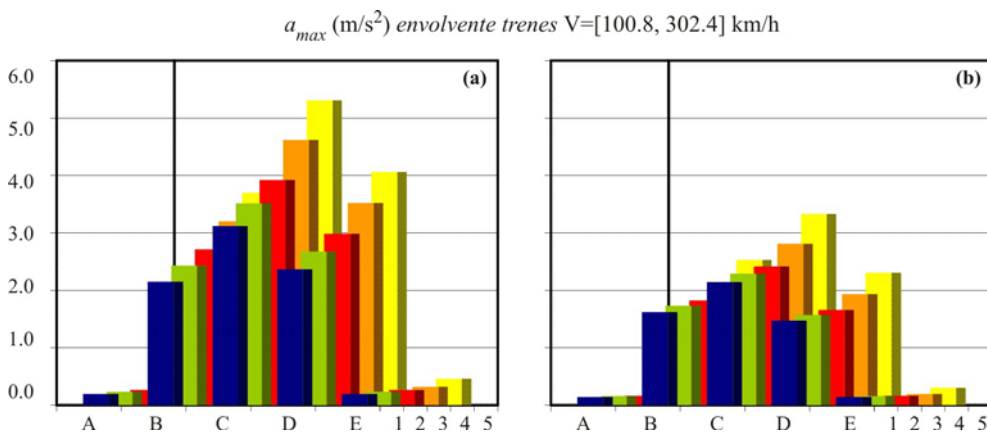


Figura 7.73 Envolturas de aceleración máxima (a) antes y (b) después del reacondicionamiento

La máxima aceleración vertical en el tablero se reduce de 5.31 m/s² en la situación de partida a 3.33 m/s² tras el reacondicionamiento, tal y como se muestra en la Figura 7.73, en la que se ha representado la envolvente de aceleraciones máximas para las 18

composiciones en todo el rango de velocidades en ambas situaciones. La respuesta se reduce en un 35.7% de valor promedio en los puntos de postproceso, sin existir grandes diferencias entre puntos. Una vez reacondicionado el puente la máxima respuesta se debe en los 25 puntos a la circulación de las composiciones del modelo universal, y no a la de trenes reales.

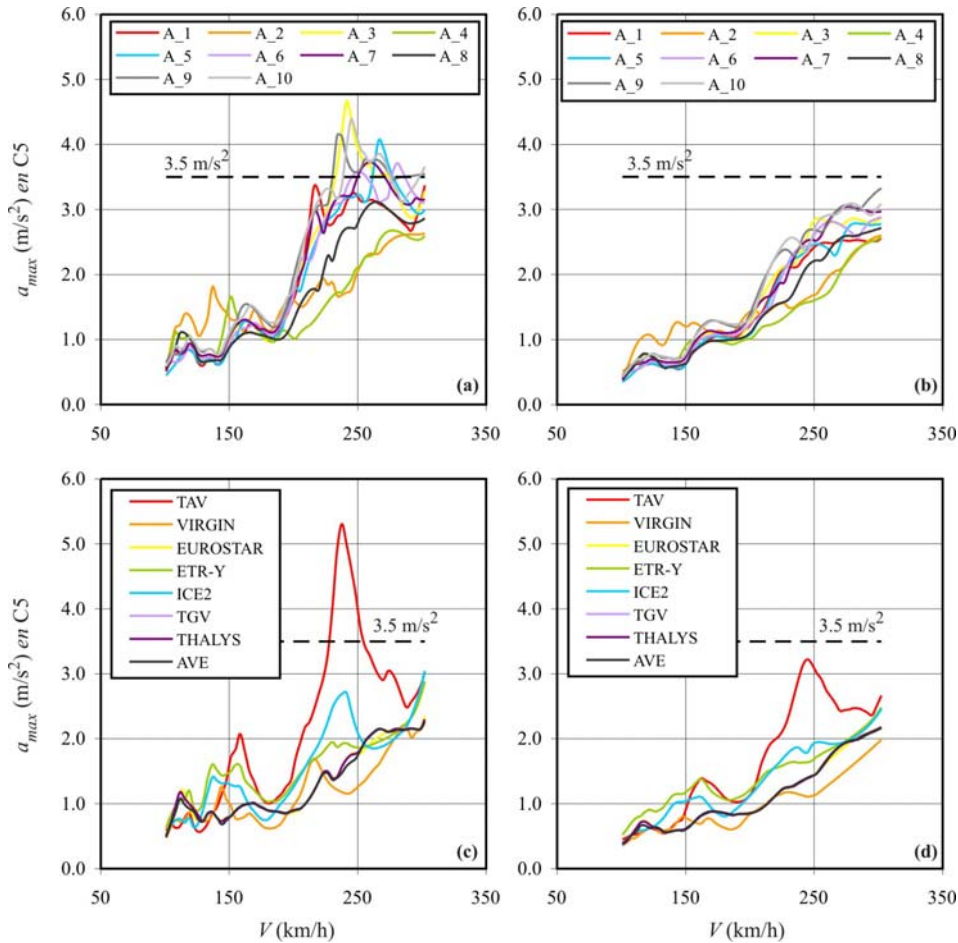


Figura 7.74 Aceleración vertical máxima en C5 (a)-(c) antes y (b)-(d) después del reacondicionamiento

El punto en el que se produce la máxima respuesta sigue siendo el borde de la sección central más próximo a la junta de separación entre los dos tableros. No obstante, en este caso la máxima aceleración tiene lugar a la máxima velocidad de cálculo, 302.4 km/h , al paso de la novena composición del modelo HSLM-A, tal y como se muestra en la Figura 7.74(b). En esta figura se ha representado la máxima aceleración vertical en C5 en función de la velocidad de circulación de todas las composiciones analizadas, antes y después del reacondicionamiento del tablero. El efecto del reacondicionamiento se hace especialmente

patente a las velocidades de resonancia, desapareciendo muchos de los máximos que existían en la situación de partida.

En cuanto a la circulación del TAV, que en la situación inicial daba lugar a la resonancia más crítica, cabe decir que tras el reacondicionamiento el máximo asociado a ésta sigue siendo perceptible, como se puede observar en la Figura 7.74(d), pero la máxima aceleración se reduce de 5.31 m/s^2 a 3.15 m/s^2 , siendo la velocidad de resonancia tras el reacondicionamiento superior a la anterior (248.40 frente a 237.6 km/h), debido a la relación de frecuencias entre las vigas auxiliares y el tablero.

Finalmente, en las figuras 7.75 y 7.77 se han representado las historias temporales de aceleraciones en las situaciones de resonancia que, antes del reacondicionamiento, daban lugar a la máxima respuesta, tanto en el caso de los trenes universales como en el de los reales. Sobre éstas se ha superpuesto la respuesta a la nueva velocidad de resonancia tras la modificación de la estructura. El control ejercido por los FVD sobre el movimiento oscilatorio del tablero es evidente en ambos casos. Junto a la respuesta del tablero en las figuras 7.76 y 7.78 se han incluido los diagramas de histéresis del amortiguador más castigado, que en ambos casos se corresponde con el conectado a la segunda viga auxiliar. El área encerrada por cada ciclo de histéresis que experimenta el FVD equivale a la energía disipada por el elemento en cuestión.

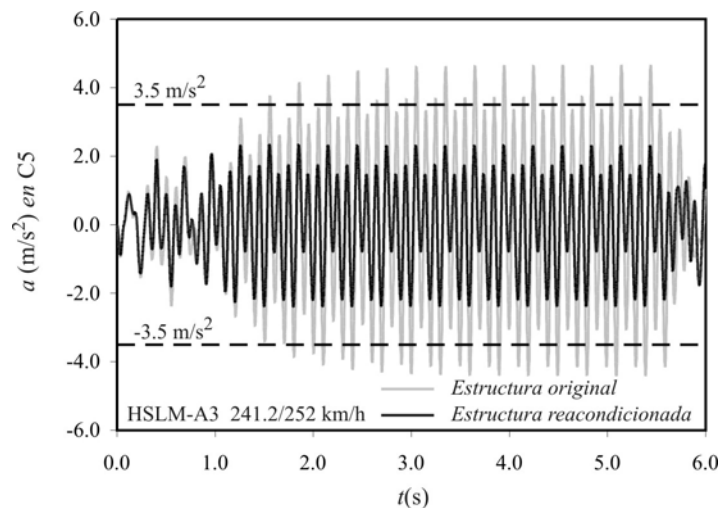


Figura 7.75 Historia temporal de aceleraciones en C5 al paso del HSLM-A3 a 241.2/252 km/h antes y después del reacondicionamiento

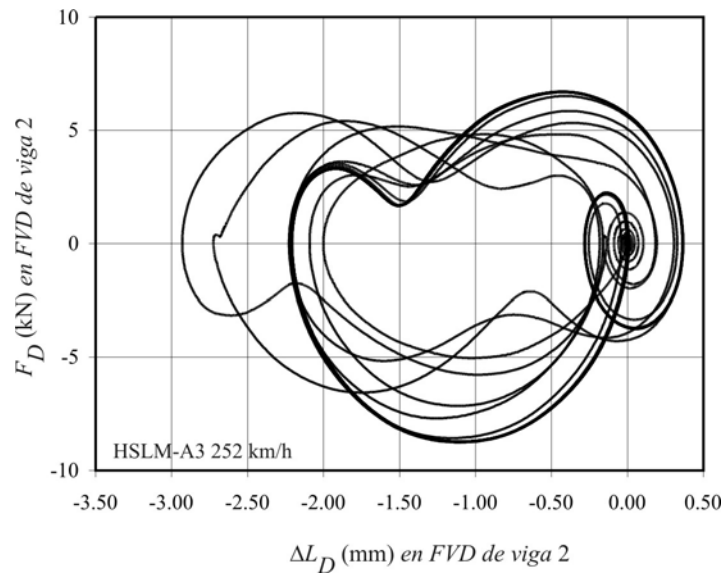


Figura 7.76 Diagramas de histéresis experimentados por el FVD conectado a la viga 2 al paso del HSLM-A3 a 252 km/h

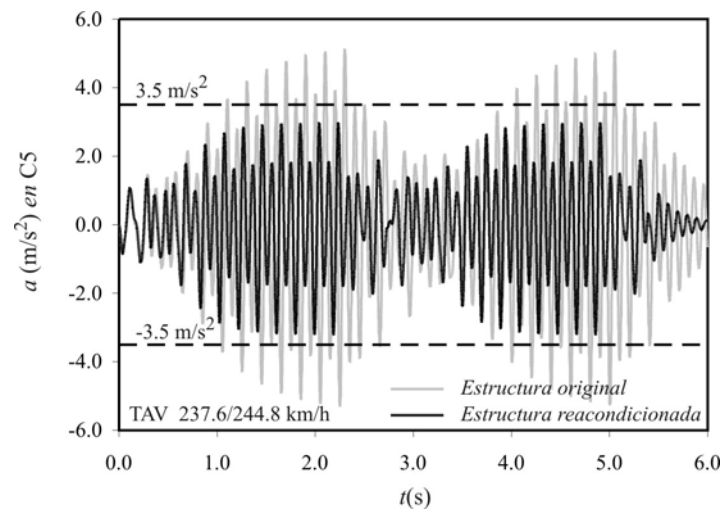


Figura 7.77 Historia temporal de aceleraciones en C5 al paso del TAV a 237.6/244.8 km/h antes y después del reacondicionamiento

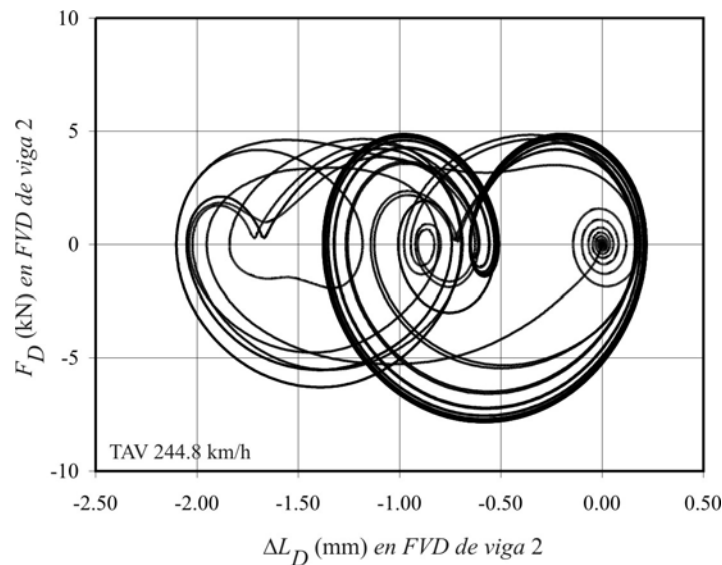


Figura 7.78 Diagramas de histéresis experimentados por el FVD conectado a la viga 2 al paso del TAV a 244.8 km/h

Una vez presentada la respuesta del puente en el caso reacondicionado en términos de aceleraciones en el tablero, se comprueban las fuerzas axiales máximas experimentadas por los amortiguadores, y las tensiones normales y reacciones verticales en las vigas auxiliares. En la Figura 7.79 se representa la máxima fuerza axial desarrollada en el amortiguador más desfavorable, el conectado a la segunda viga auxiliar, en función de la velocidad de paso de los trenes del modelo HSLM-A y de los trenes reales. Su valor máximo alcanza 10 kN ante la circulación de la composición HSLM-A9 a 291.6 km/h, superior a la fuerza máxima debida al tráfico de los trenes reales. Este nivel de fuerza es muy inferior a la capacidad de los FVD con sello laberíntico, idóneos para la aplicación que se plantea, y a la resistencia a punzonamiento de la losa⁹⁶.

En la Figura 7.80 se muestra la tensión normal máxima en la sección central de la segunda viga auxiliar, la más próxima a la vía cargada, que es la que experimenta mayores esfuerzos. Su valor máximo, que tiene lugar al circular la composición HSLM-A9 a 295.20 km/h, alcanza 2.34 MPa, lo que asegura la compresión en todas las secciones de la viga pretensada. Como en el puente Arroyo Bracea II, este reducido nivel de esfuerzos en las vigas auxiliares es consecuencia de que la frecuencia mínima de estos elementos para que

⁹⁶ En el marco del PI 80021/A04 se ha realizado la comprobación a punzonamiento de la losa de reparto del puente sobre el Río Guadiana a partir de la carga máxima esperable transmitida por los FVD. La resistencia a punzonamiento supera los 200 kN, por lo que se no cree necesario disponer ningún refuerzo a punzonamiento en el punto de contacto de ésta con los amortiguadores [106].

el reacondicionamiento sea efectivo, da lugar a tamaños de vigas muy sobredimensionados desde el punto de vista resistente.

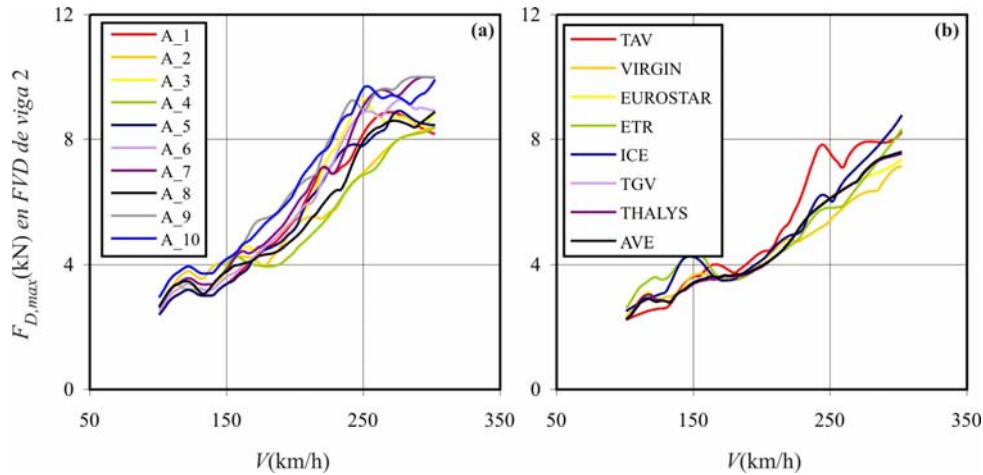


Figura 7.79 Fuerza máxima en el FVD conectado a la viga auxiliar 2. (a) Modelo HSLM-A y (b) trenes reales

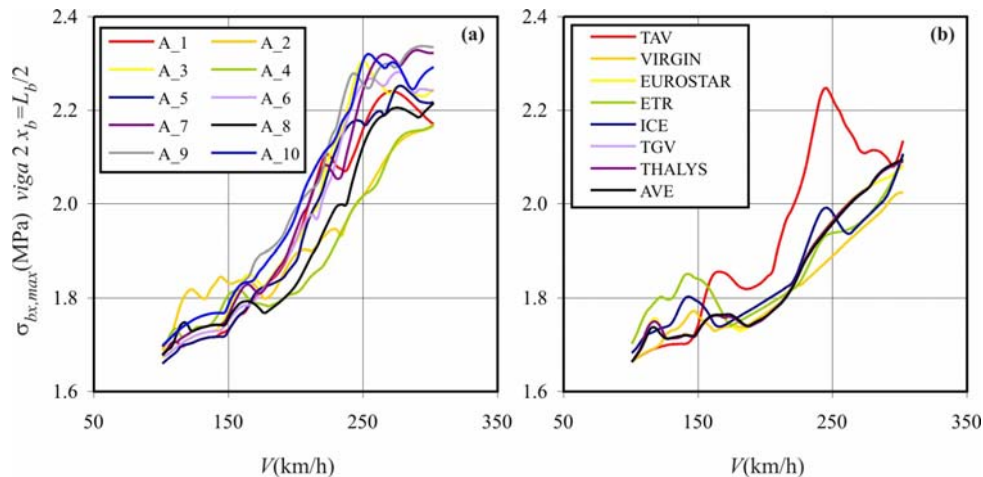


Figura 7.80 Tensión normal máxima en la viga auxiliar 2. (a) Modelo HSLM-A y (b) trenes reales

Dado que las vigas auxiliares descansarán sobre ménsulas ancladas a los paramentos interiores de los estribos, es necesario determinar el valor máximo de las reacciones verticales que deberán absorber estos elementos. Por otra parte es importante detectar si las reacciones verticales pudieran cambiar de signo, llegando a traccionar el apoyo, por lo que se determinan también las reacciones mínimas. En la Figura 7.81 se ha representado el valor mínimo de la reacción vertical en la segunda viga auxiliar, que es la que sufre mayores esfuerzos. Puesto que el segundo modo de vibración de las vigas no contribuye a la respuesta, y dada la simetría de los modos 1º y 3º, la reacción vertical en ambos

extremos es idéntica. La reacción mínima adopta un valor de 15.5 kN a la máxima velocidad de cálculo del tren HSLM-A10. Este valor supone un 73.2% de la reacción de peso propio, señalada en línea discontinua en la figura. En cuanto a su valor máximo, en la Figura 7.82 se ha representado la reacción máxima en la misma viga en función de la velocidad de paso. La máxima reacción vertical alcanza 27.5 kN al circular la rama HSLM-A9 a 295.2 km/h, valor 1.3 veces superior a la reacción debida al peso propio. Teniendo en cuenta la amplificación que experimentan las reacciones debido a la acción dinámica del tráfico de vehículos, se dimensionarán las ménsulas y su anclaje a los estribos convenientemente.

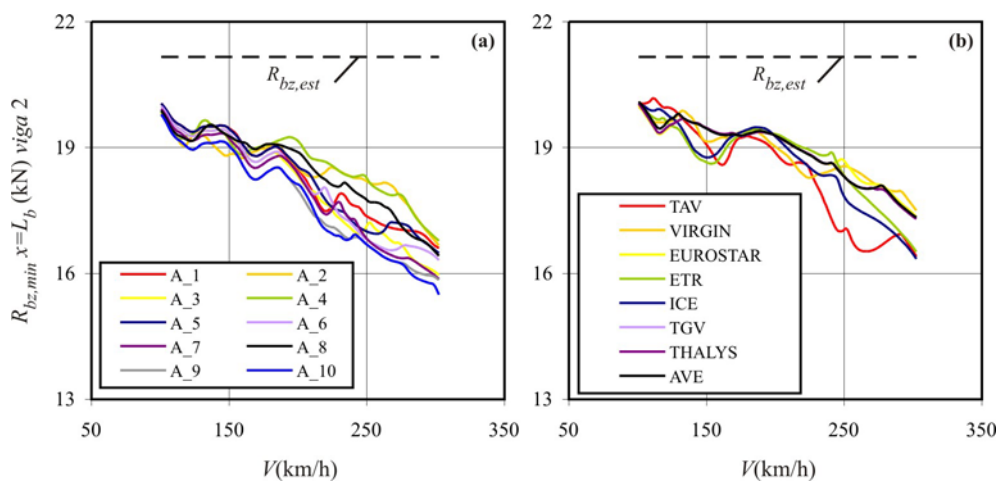


Figura 7.81 Reacción vertical mínima en viga auxiliar 2. (a) Modelo HSLM-A y (b) trenes reales

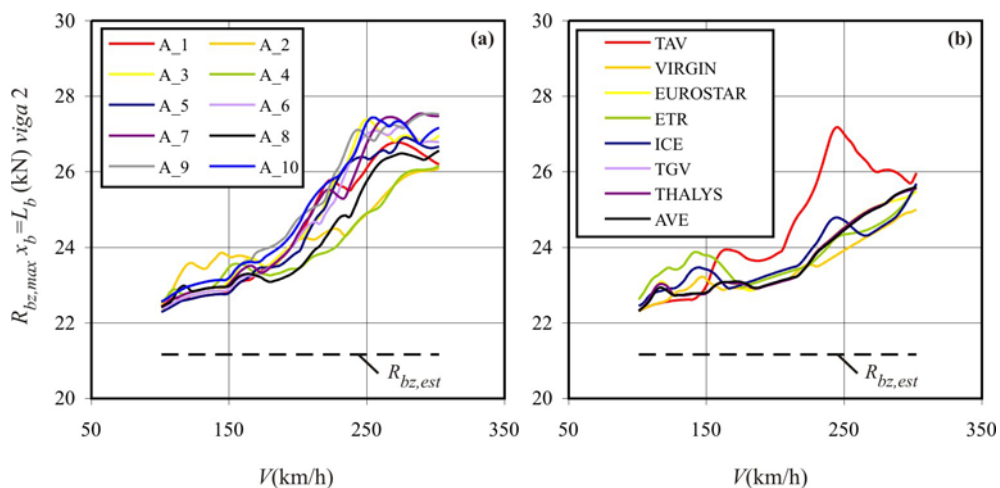


Figura 7.82 Reacción vertical máxima en viga auxiliar 2. (a) Modelo HSLM-A y (b) trenes reales

Se puede concluir que, mediante el reacondicionamiento propuesto, es posible reducir el nivel de aceleraciones en el tablero por debajo de la limitación de 3.5 m/s^2 , sin exceder la capacidad de los FVD con sello laberíntico existentes en el mercado, la carga máxima de punzonamiento de la losa ni superar la tensión máxima admisible en las vigas auxiliares. Como en el puente Arroyo Bracea II, este tipo de solución podría llevarse a cabo en lugar de una sustitución del tablero, lo que evitaría los costes e inconvenientes del cierre temporal de la línea.

7.6.7. Comprobación del coeficiente de impacto

En los apartados 7.6.4 y 7.6.6 la comprobación del comportamiento de la estructura se ha basado en el cálculo de su respuesta dinámica en términos de aceleraciones verticales en la plataforma de vía. A continuación, y al igual que en el caso del puente Arroyo Bracea II, se determina el coeficiente de impacto con el fin de verificar que la amplificación dinámica de las solicitaciones en el tablero es admisible, en la situación original y tras el reacondicionamiento. Para ello se ha calculado la respuesta estática del puente sobre el Río Guadiana sometido al tren de cargas verticales UIC71 (mayorado por el coeficiente de clasificación correspondiente), situado en la posición más desfavorable de la vía. Este cálculo estático se ha llevado a cabo sin tener en cuenta la rigidez vertical de los neoprenos. El valor obtenido en el punto de máxima respuesta dinámica (C5) se compara con la envolvente de desplazamientos a las diferentes velocidades de paso.

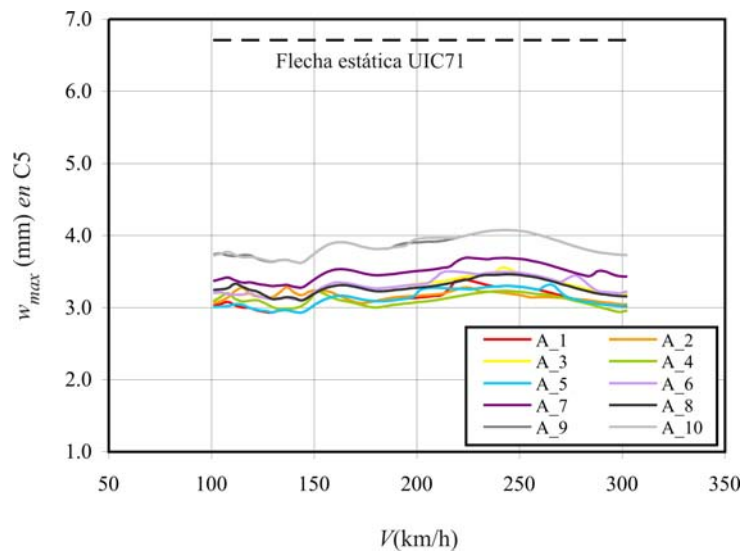


Figura 7.83 Desplazamiento vertical máximo en el punto C5 ante la circulación de los trenes HSLM-A. ---Flecha estática debida al tren UIC-71. Estructura original

La Figura 7.83 muestra el desplazamiento máximo en el citado punto ante la circulación de

los trenes universales y, la Figura 7.84 hace lo propio con las composiciones reales. Ambas respuestas se han calculado con el modelo del tablero original sin neoprenos. Se puede comprobar que el desplazamiento dinámico máximo, que tiene lugar a la máxima velocidad de circulación del tren A10, alcanza 4.08 mm, lo que supone un 60.8% de la flecha estática asociada al tren UIC. Admitiendo una relación de proporcionalidad entre desplazamientos y esfuerzos, se puede concluir que ya en la situación original las solicitaciones dinámicas en el tablero son admisibles.

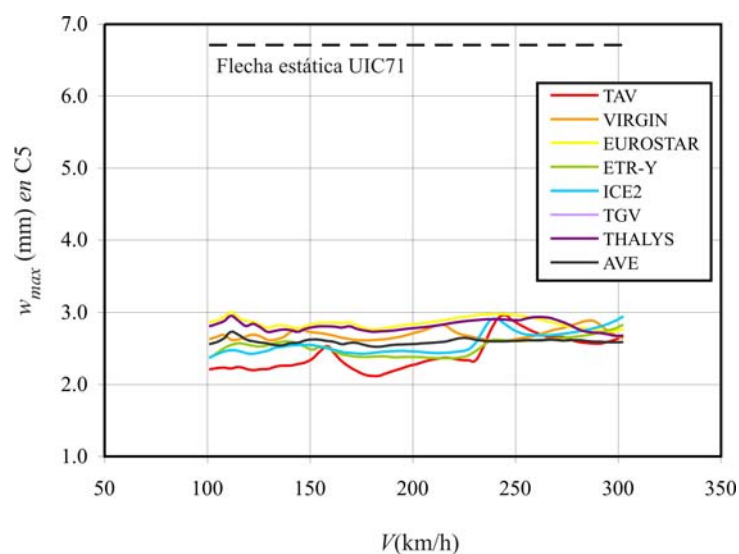


Figura 7.84 Desplazamiento vertical máximo en el punto C3 ante la circulación de los trenes reales. ---Flecha estática debida al tren UIC-71. Estructura original

Debido a que el reacondicionamiento propuesto para el puente sobre el Río Guadiana es menos severo que el del puente Arroyo Bracea II, por ser menos crítico el nivel de aceleraciones del primero, la reducción que experimentan los desplazamientos verticales con la modificación de la estructura es también menos importante. En las figuras 7.85 y 7.86 se ha representado la envolvente de desplazamientos verticales en el punto más desfavorable tras el reacondicionamiento, para los trenes universales y las composiciones reales, respectivamente. El desplazamiento máximo en C5 se reduce de 4.08 a 3.96 mm con el reacondicionamiento estando en ambos casos el nivel previsible de esfuerzos en la estructura debido al efecto dinámico de las cargas cubierto por el coeficiente de impacto.

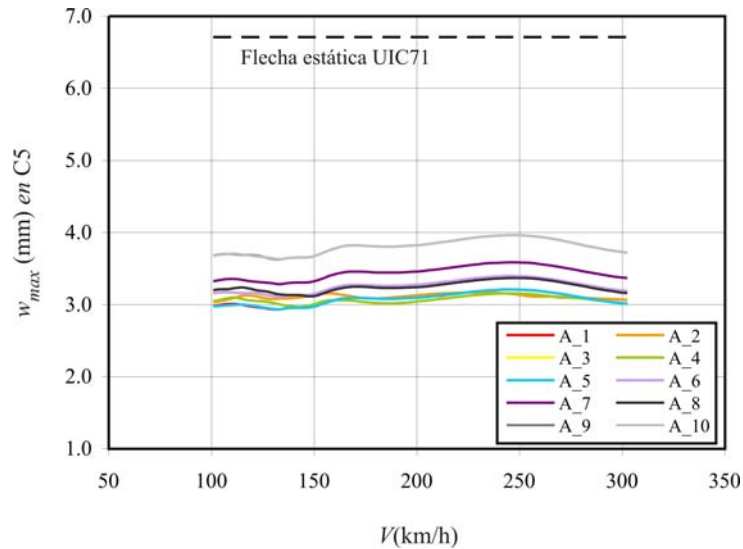


Figura 7.85 Desplazamiento vertical máximo en el punto C3 ante la circulación de los trenes HSLM-A. ---Flecha estática debida al tren UIC-71. Estructura reacondicionada

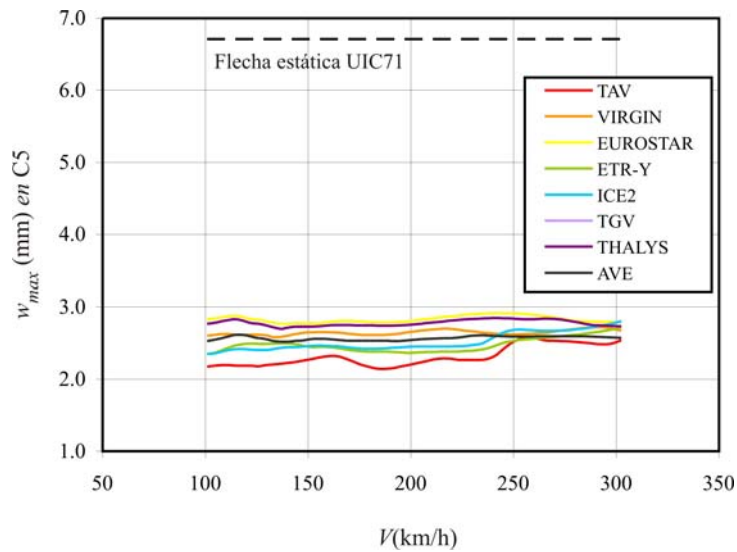


Figura 7.86 Desplazamiento vertical máximo en el punto C3 ante la circulación de los trenes reales. ---Flecha estática debida al tren UIC-71. Estructura reacondicionada

7.6.8. Comprobación numérica de las constantes óptimas de los FVD

En este apartado se comparan las constantes óptimas de los amortiguadores, obtenidas a partir de las expresiones desarrolladas en el caso armónico simplificado, y sus valores óptimos reales, así como el valor de la respuesta del tablero en cada uno de los casos.

Puesto que en las condiciones de explotación analizadas la máxima aceleración vertical del tablero del puente sobre el Río Guadiana se debe fundamentalmente a la contribución del primer modo de flexión, en el apartado 7.6.5 se han dimensionado los FVD a partir de la expresión de la tasa de amortiguamiento óptima (6.125), que da lugar a la mínima aceleración en resonancia del modo fundamental en el caso armónico. En este apartado se compara el valor de dichas constantes con el que realmente da lugar a la mínima aceleración en resonancia en las condiciones de carga reales. Asimismo se cuantifica la diferencia en la respuesta del tablero a la velocidad del mínimo máximo empleando las constantes óptimas analíticas y las reales. Finalmente, y pese a que el dimensionado de los FVD se realiza en base a la aceleración vertical, se determina también qué constantes de los amortiguadores minimizan el desplazamiento del tablero en resonancia, comparando su valor con el proporcionado por la expresión analítica (6.116), y se evalúa el desplazamiento a la velocidad del mínimo máximo en ambas situaciones.

Las tasas de amortiguamiento óptimas asociadas al primer modo de vibración, según se mostró en el Capítulo 6, vienen dadas por las expresiones (7.27) y (7.28) para el mínimo desplazamiento y la mínima aceleración, respectivamente.

$$\zeta_{D1,AB11}^* = \frac{\mu_{bB1} (\eta_{bB1}^2 - 1)}{2\sqrt{1 + 3\mu_{bB1} + 2\mu_{bB1}^2 + \mu_{bB1}\eta_{bB1}^2 + 3\mu_{bB1}^2\eta_{bB1}^2 + 2\mu_{bB1}^3\eta_{bB1}^2}} \quad (7.27)$$

$$\zeta_{D1,aB11}^* = \frac{\mu_{bB1} (\eta_{bB1}^2 - 1)}{2\sqrt{1 + \mu_{bB1} + 3\mu_{bB1}\eta_{bB1}^2 + 3\mu_{bB1}^2\eta_{bB1}^2 + 2\mu_{bB1}^2\eta_{bB1}^4 + 2\mu_{bB1}^3\eta_{bB1}^4}} \quad (7.28)$$

Las constantes óptimas analíticas de los amortiguadores individuales para el puente sobre el Río Guadiana se calculan a partir de éstas según

$$C_{D1}^{b1} = C_{D1}^{b2} = \zeta_{D1,AB11}^* \omega_{11}^B \mathcal{M}_{11}^B = 193201 \text{ Ns/m} \quad (7.29)$$

$$C_{D1}^{b1} = C_{D1}^{b2} = \zeta_{D1,aB11}^* \omega_{11}^B \mathcal{M}_{11}^B = 183126 \text{ Ns/m} \quad (7.30)$$

En este capítulo, se ha presentado la respuesta del tablero reacondicionado con FVD cuyas constantes se corresponden con las de la ecuación (7.30). Con objeto de analizar la adecuación de estos valores, se analiza la respuesta del tablero en términos de desplazamientos y aceleraciones sometido a la circulación del TAV, composición causante de la máxima aceleración vertical en la situación de partida. El cálculo dinámico del tablero en las condiciones descritas en el apartado 7.6.6 se repite conservando el tamaño de las vigas auxiliares propuesto e incrementando sucesivamente el valor de las constantes de los FVD empleando un paso de 5 kNs/m.

En la Figura 7.87 se muestra la máxima aceleración en el punto C5 en función de la velocidad de paso del TAV para valores crecientes de las constantes de los FVD. En el rango de velocidades analizado destacan dos situaciones de resonancia del modo

fundamental del tablero, una segunda resonancia a 237.6 km/h y una tercera resonancia a 158.4 km/h⁹⁷. En la misma figura se ha superpuesto en línea de trazo grueso rojo la respuesta del tablero reacondicionado con los amortiguadores óptimos analíticos dimensionados en base a la ecuación (7.30). Por otra parte, se ha obtenido de forma numérica el valor óptimo real de las constantes que da lugar al mínimo máximo en cada una de las dos resonancias.

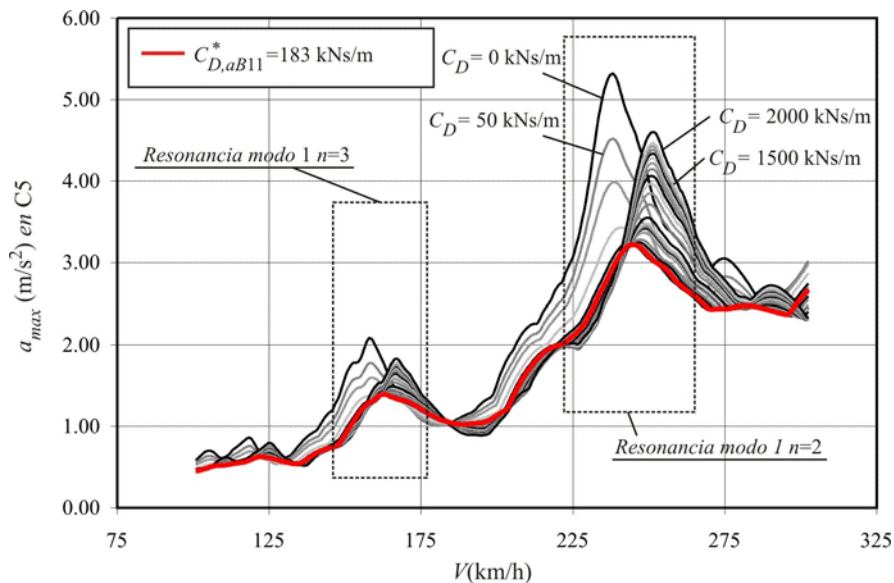


Figura 7.87 Aceleración máxima en el punto C5 vs. velocidad del TAV en función de las constantes de los FVD

En la Figura 7.88 se ha representado una ampliación de las curvas de respuesta en las proximidades de cada mínimo máximo. En el gráfico (a) de la figura, correspondiente a la tercera resonancia, se ha superpuesto en línea de trazo rojo la curva de aceleración máxima asociada a las constantes óptimas analíticas, cuyo valor se cifra en 183 kNs/m, y en línea de trazo azul la correspondiente a las constantes óptimas reales, de valor 170 kNs/m. La diferencia en la respuesta del tablero para cada una de ellas es muy reducida. De la misma manera, en el gráfico (b) se ha ampliado la zona del mínimo máximo de la segunda resonancia, superponiendo en línea de trazo verde la respuesta que da lugar al mínimo máximo real, asociado a un valor de las constantes óptimas de 185 kNs/m. En este caso, el buen ajuste entre las dos curvas se hace todavía más patente.

⁹⁷ Estos valores son las velocidades de resonancia de la estructura en ausencia de reacondicionamiento.

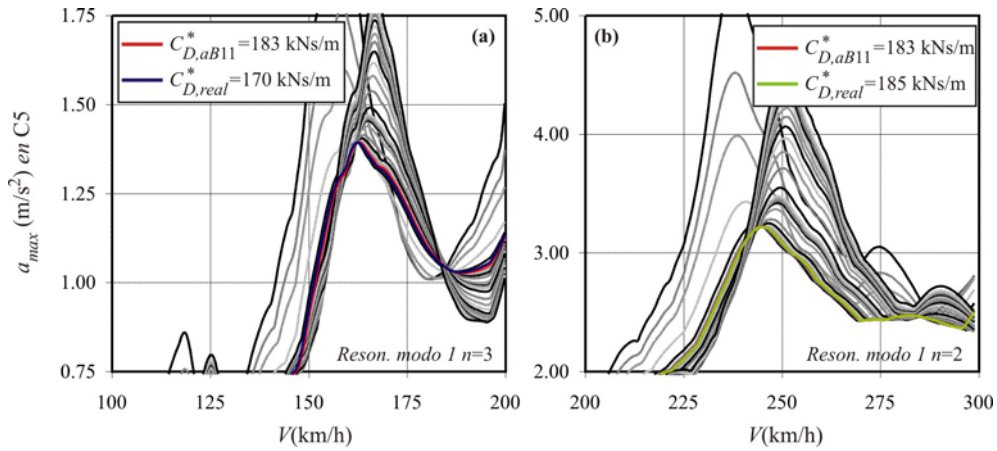


Figura 7.88 Aceleración máxima en C5 en las proximidades de la (a) tercera y (b) segunda resonancias

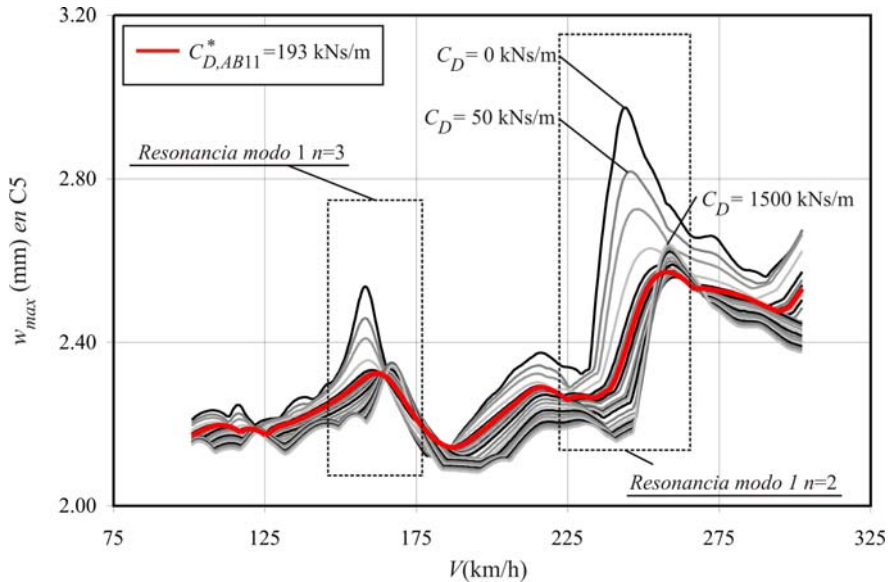


Figura 7.89 Desplazamiento máximo en C5 vs. velocidad del TAV en función de las constantes de los FVD

En la Figura 7.89 se representa de nuevo la respuesta del tablero calculada en C5 en función del valor de la constante de los amortiguadores pero esta vez en términos de desplazamientos. De la misma forma se ha superpuesto el desplazamiento máximo experimentado en el punto cuando el tablero se reacondiciona con los amortiguadores óptimos analíticos, dimensionados a partir de la expresión (7.29). En la Figura 7.90, se muestra una ampliación de la respuesta en las proximidades de las dos situaciones de resonancia. Al igual que en el caso anterior se ha determinado el valor de las constantes óptimas reales que dan lugar al mínimo máximo en las dos situaciones y superpuesto sobre

ambas gráficas. Si bien la correspondencia entre los valores de las constantes no es tan ajustada en este caso como lo era en el de la aceleración, la diferencia entre el desplazamiento del tablero en resonancia reacondicionado con los amortiguadores óptimos analíticos y los reales es mínima.

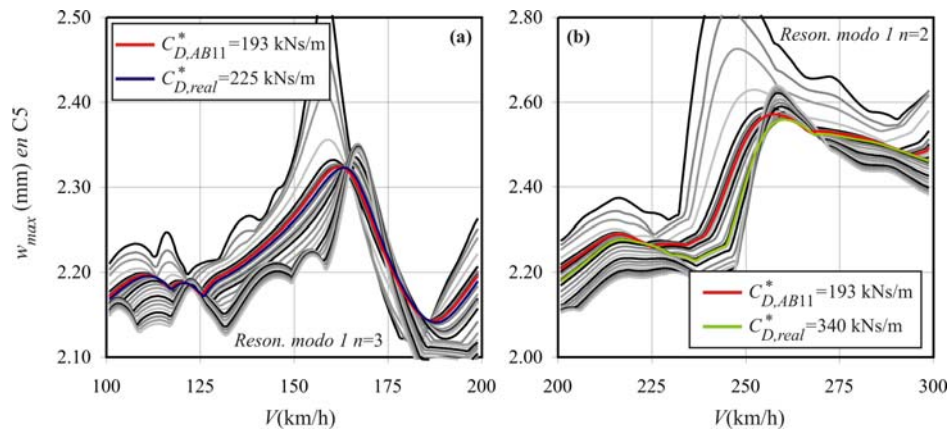


Figura 7.90 Desplazamiento máximo en C5 en las proximidades de la (a) tercera resonancia y (b) segunda resonancias

Finalmente en la Tabla 7.23 se presenta un resumen de los resultados obtenidos en la comparativa. Se ha incluido para cada una de las dos resonancias del modo fundamental, tanto en desplazamientos como en aceleraciones, el valor de las constantes óptimas analíticas y reales, así como el valor de la respuesta en resonancia asociada a cada una de ellas.

Respuesta	Punto	Resonancia	C_{teor}^* (Ns/m)	$A_{res}(C_{teor}^*)$	C_{real}^* (Ns/m)	$A_{res}(C_{real}^*)$	Error
a (m/s ²)	C5	f_1 $n=2$	183126	3.22130	185000	3.22122	0.002%
		f_1 $n=3$	183126	1.39448	170000	1.39271	0.127%
w (mm)	C5	f_1 $n=2$	193201	2.57149	340000	2.55877	0.497%
		f_1 $n=3$	193201	2.32391	225000	2.32279	0.048%

Tabla 7.23 Comparativa entre resultados de reacondicionamiento óptimo analítico y real en el puente

De nuevo a raíz del análisis realizado se concluye que (i) el valor de las constantes óptimas de los FVD obtenidas a partir del modelo armónico simplificado supone un punto de partida próximo al valor óptimo real; (ii) pese a que el valor de las constantes analíticas y numéricas difiera en cierta medida, la respuesta del tablero reacondicionado en resonancia en cada caso es mínima. En esta situación concreta y en el punto C5 del tablero analizado, dicha diferencia es inferior a un 0.5%; (iii) si bien el valor de las constantes proporcionadas por las expresiones analíticas se puede ajustar en pocas iteraciones, por lo general y dado

que la respuesta del tablero es poco sensible a su valor en las proximidades del mínimo máximo, no será necesario; (iv) la única razón por la que podría resultar interesante realizar un ajuste más fino es en caso de que las fuerzas en los FVD óptimos reales resultaran inferiores a las que se producen en los FVD óptimos analíticos. Ello podría redundar en un menor coste del sistema de reacondicionamiento y una reducción en las fuerzas puntuales transmitidas a la losa.

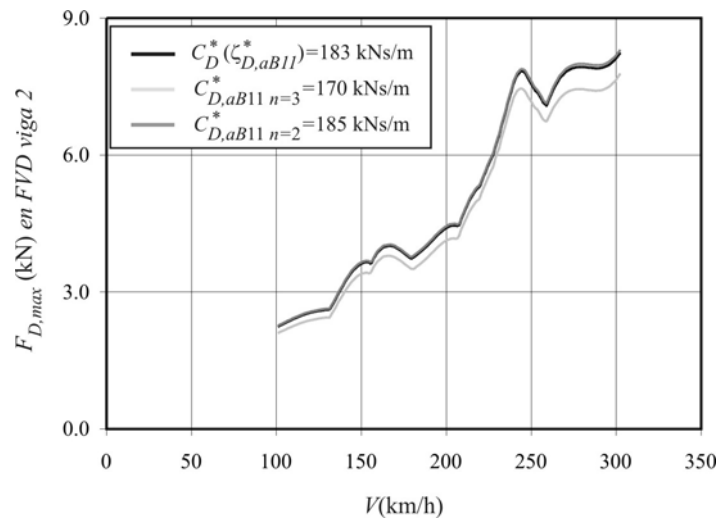


Figura 7.91 Fuerza máxima en amortiguador conectado a viga auxiliar 2 vs. velocidad del TAV para FVD óptimos analíticos y reales asociados a la aceleración

En la Figura 7.91 se representa la variación de la fuerza máxima que experimenta el amortiguador conectado a la segunda viga auxiliar con la velocidad de paso del TAV, considerando que las constantes de los FVD son (i) las analíticas asociadas a la mínima aceleración del modo fundamental; (ii) las reales que minimizan la aceleración en la segunda resonancia del punto C5; y (iii) las que minimizan la aceleración del tablero en la tercera resonancia del mismo punto. La máxima fuerza experimentada por el FVD más castigado en el primer caso alcanza 8.24 kN, frente a 7.78 y 8.31 kN que tienen lugar en el caso de emplear las constantes óptimas reales. La diferencia a la máxima velocidad de circulación con respecto al caso analítico es inferior al 6% en los dos casos reales.

7.6.9. Comprobación del número de modos de vibración considerados

Para finalizar con el análisis y reacondicionamiento del puente sobre el Río Guadiana, se comprueba que el número de modos de vibración empleados para resolver el problema dinámico garantiza, en presencia de reacondicionamiento, la convergencia de las amplitudes modales de frecuencia inferior a 30 Hz. En el tablero de estudio sólo los dos

primeros modos de vibración, el primero de flexión y el primero de torsión, presentan una frecuencia inferior a este valor. El cálculo dinámico de este puente reacondicionado, cuyos resultados se han presentado en el apartado 7.6.6, se ha llevado a cabo considerando los siete primeros modos del tablero y tres de cada viga auxiliar, y empleando los dos primeros del tablero y los tres de cada viga para obtener la respuesta de los distintos elementos en espacio real. En este apartado se recalcula la respuesta dinámica de la estructura modificada aumentando sucesivamente el número de modos de vibración del tablero que se incluyen en el análisis, y se verifica la convergencia de la respuesta debida a la contribución de los dos primeros.

Las tablas 7.24 y 7.25 recopilan las frecuencias naturales de los modos de vibración del tablero y de las vigas auxiliares de valor inferior a 300 Hz.

i	f_i (Hz)	i	f_i (Hz)	i	f_i (Hz)	i	f_i (Hz)	i	f_i (Hz)
1	10.03	10	82.22	19	156.36	28	218.35	37	280.34
2	13.48	11	87.47	20	163.24	29	225.24	38	287.23
3	31.02	12	94.36	21	170.13	30	232.13	39	294.12
4	34.43	13	101.25	22	177.02	31	239.01		
5	39.49	14	108.14	23	183.91	32	245.90		
6	51.76	15	115.03	24	190.80	33	252.79		
7	62.17	16	121.91	25	197.68	34	259.68		
8	68.44	17	128.80	26	204.57	35	266.57		
9	70.44	18	135.69	27	211.46	36	273.45		

Tabla 7.24 Frecuencias naturales del tablero inferiores a 300 Hz

i	f_i (Hz)	i	f_i (Hz)	i	f_i (Hz)
1	16.10	2	64.40	3	144.90

Tabla 7.25 Frecuencias naturales de las vigas auxiliares inferiores a 300 Hz

El número de modos considerado en cada uno de los seis análisis realizados se resume en la Tabla 7.26. Se han incluido en el cálculo dinámico los modos del tablero con frecuencias inferiores a 30, 65, 100, 200, 250 y 300 Hz, lo que se corresponde con 2, 7, 12, 25, 32 y 39 modos de vibración respectivamente, combinando siempre los dos primeros para obtener la respuesta limitada a 30 Hz real. En cuanto a las vigas auxiliares, se ha trabajado con los tres primeros modos alcanzando la frecuencia del más alto 144.90 Hz, tanto en espacio modal como en espacio real.

Análisis	N_{mod}^B SE(CL)	N_{mod}^{bj} SE(CL)	f_{max}^B SE (Hz)	f_{max}^{bj} SE (Hz)
1	2(2)	3(3)	13.48	144.90
2	7(2)	3(3)	62.17	144.90
3	12(2)	3(3)	94.36	144.90
4	25(2)	3(3)	197.68	144.90
5	32(2)	3(3)	245.90	144.90
6	39(2)	3(3)	294.12	144.90

Tabla 7.26 Análisis dinámicos realizados incrementando sucesivamente el número de modos del tablero

En cada uno de los seis escenarios, se ha recalculado la respuesta del tablero y de las vigas auxiliares en las condiciones de explotación descritas en el apartado 7.6.6, y se ha evaluado la envolvente de aceleraciones para todos los trenes de estudio en el rango de velocidades de cálculo. En la Figura 7.92 se representa dicho valor de aceleración envolvente en los puntos de postproceso de la sección central, C1-C5, en función del número de modos del tablero.

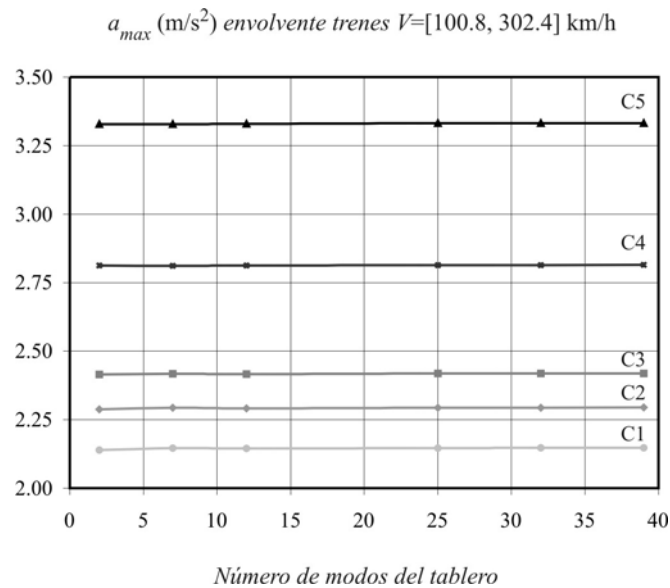


Figura 7.92 Envolvente de aceleraciones en la sección central en función del número de modos del tablero incluidos en el análisis dinámico

La aceleración máxima en el punto C5 en el caso reacondicionado, tal y como se comprobó en el apartado 7.6.6, alcanza 3.3277 m/s^2 cuando se realiza el cálculo dinámico considerando los siete primeros modos de vibración de frecuencia inferior a 65 Hz. Al repetir el mismo cálculo incluyendo los 39 primeros modos de frecuencia inferior a 300 Hz,

el valor de dicha aceleración se ve ligeramente modificado, siendo igual a 3.332 m/s^2 . Ello supone una diferencia relativa en el valor de la aceleración máxima en este punto inferior a un 0.13% con respecto al análisis realizado con un mayor número de modos. Si se analiza la diferencia en todos los puntos de postproceso entre los análisis nº 2 y nº 6 de la Tabla 7.26, se concluye que el máximo error relativo cometido en el cálculo de la aceleración máxima del tablero en el apartado 7.6.6 es muy reducido, inferior a un 0.20%.

Con objeto de cuantificar el ritmo de convergencia y el nivel de aproximación de los resultados de cada análisis en comparación con el análisis nº 6, se ha calculado el error relativo en los 25 puntos de postproceso con respecto a los valores obtenidos en este último según

$$Error(\%) = \frac{|a_{max}^{env} \langle \text{Análisis } j \rangle - a_{max}^{env} \langle \text{Análisis } 6 \rangle|}{a_{max}^{env} \langle \text{Análisis } 6 \rangle} \cdot 100 \quad (7.31)$$

En la Tabla 7.27 se muestra la media aritmética del error calculado de esta manera, y los valores máximo y mínimo, así como los puntos en los que éstos tienen lugar, para los cinco primeros tipos de análisis.

Se observa que la media de errores del segundo análisis correspondiente a los resultados presentados en el apartado 7.6.6 es del 0.09% en relación al sexto, en el que se incluyen 39 modos, siendo su valor máximo como se ha comentado anteriormente de 0.20%, por lo que se considera que los resultados presentados en apartados anteriores son suficientemente precisos. Cabe remarcar que aún en el caso del primer análisis, en el que el número de modos de cálculo es igual al número de modos de frecuencia inferior a 30 Hz, el error medio en el valor de la aceleración máxima es de tan sólo un 0.21%, de lo que se puede concluir que la introducción en el sistema de los elementos de disipación no da lugar a efectos de acoplamiento importantes en este caso particular.

Análisis	N_{mod}^B SE(CL)	N_{mod}^{bj} SE(CL)	Error medio	Error mín-máx	Puntos
1	2(2)	3(3)	0.21%	0.05%-0.43%	A4-A1
2	7(2)	3(3)	0.09%	0.00%-0.20%	E1-A5
3	12(2)	3(3)	0.10%	0.05%-0.15%	A4-C1
4	25(2)	3(3)	0.03%	0.00%-0.07%	A4-A1
5	32(2)	3(3)	0.02%	0.00%-0.06%	A4-E3

Tabla 7.27 Errores relativos calculados con respecto al cálculo dinámico con 39 modos de vibración del tablero

7.7. Conexión de los FVD a la losa de reparto. Análisis de la deformabilidad local

En el trabajo presentado hasta el momento se ha analizado el comportamiento dinámico del reacondicionamiento propuesto y se ha podido comprobar que, a priori, esta alternativa podría dar solución al problema de vibraciones excesivas que experimentan algunos tableros isostáticos de luces medias-cortas en situaciones de resonancia. Pese a que el modelo numérico implementado sea capaz de reproducir el comportamiento global de la estructura de forma razonablemente ajustada, existen ciertos fenómenos locales que el tipo de cálculo realizado no contempla. Entre estos merece una atención especial la deformación local de la losa de reparto ante la fuerza puntual ejercida por el amortiguador.

Los puentes más críticos o susceptibles de experimentar niveles elevados de aceleración vertical son puentes de luces comprendidas entre 12 y 25 m. Las deformaciones verticales máximas están limitadas en este tipo de estructuras, en función de la luz de cálculo y la velocidad de proyecto de la línea, para asegurar que la rodadura de los vehículos ferroviarios se realiza en condiciones adecuadas de seguridad y confort para los usuarios [97]. Ello conlleva que el nivel de desplazamientos verticales en el tablero sea reducido incluso en condiciones de resonancia. Por este motivo es importante comprobar que el movimiento de la estructura principal se transmite íntegramente a los amortiguadores, sin pérdidas importantes debidas a la deformación local de la losa en el punto de anclaje de los dispositivos.

En los cálculos dinámicos realizados se ha limitado la contribución de modos del tablero a aquellos de frecuencia inferior a 30 Hz. Por lo general, en las tipologías estructurales de estudio, por debajo de este umbral aparecen modos de deformación *global*, como los primeros modos de flexión longitudinal, torsión y flexión transversal. No obstante existen otros modos de vibración de mayor frecuencia que, pese a carecer de importancia en el cálculo de la máxima aceleración y flecha vertical, sí podrían afectar a la elongación experimentada por los amortiguadores. Se trata de la deformación local que experimenta la losa de reparto entre dos vigas o nervios longitudinales ante la fuerza puntual ejercida por el amortiguador. El desplazamiento real que experimenta la cabeza del FVD se debe a la suma de la deflexión del tablero debida a los modos de menor frecuencia más esta flecha local. En el marco del PI 80021/A04, se ha llevado a cabo un estudio preliminar con el fin de comprobar que, en el rango de parámetros de interés para la aplicación que se plantea, la flecha local en la losa es muy inferior a la total y no pone en peligro la viabilidad técnica del sistema de reacondicionamiento [106]. Este estudio se describe en los apartados siguientes.

7.7.1. Cálculo dinámico simplificado incluyendo la rigidez local

En primer lugar se investiga, siguiendo un planteamiento analítico simplificado, el comportamiento armónico del tablero reacondicionado incluyendo la deformabilidad local de la losa. Para ello se ha empleado el modelo plano mostrado en la Figura 7.93, compuesto por sendas vigas de tipo B-E, igual longitud y simplemente apoyadas, unidas a través de un único amortiguador conectando las secciones de centro de vano, admitiendo las siguientes hipótesis:

- Se desprecia la contribución de modos superiores al fundamental en ambas vigas.
- El efecto de la deformabilidad local se introduce en el modelo a través de un elemento unidimensional elástico lineal de rigidez constante K_L .
- El comportamiento del tablero reacondicionado se analiza ante excitación armónica centrada, de amplitud constante, y a la frecuencia de resonancia del puente.

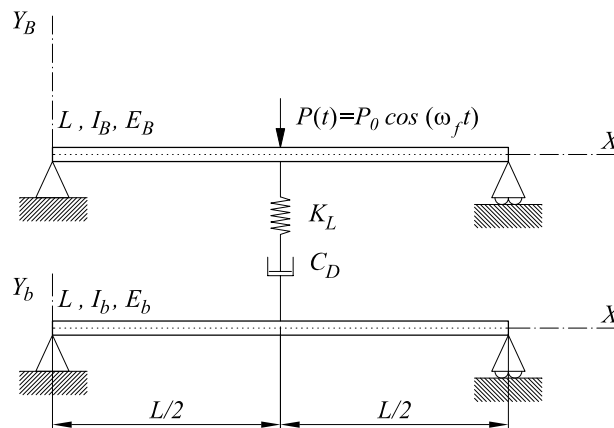


Figura 7.93 Modelo bidimensional del tablero reacondicionado incluyendo rigidez local

En estas condiciones, la evolución temporal de las amplitudes modales de ambas vigas se corresponde con el comportamiento dinámico del sistema de tres gdl de la Figura 7.94, en el que ξ_1^B y ξ_1^b son las amplitudes del modo fundamental de la viga superior e inferior, respectivamente. Si los modos de las vigas se normalizan para máxima amplitud unitaria, ξ_1^B y ξ_1^b coinciden directamente con la flecha en centro de vano de éstas, y ξ_1^L , con el desplazamiento del punto de conexión de la cabeza del FVD, siendo la diferencia entre ξ_1^B y ξ_1^L , precisamente, la flecha local de la losa.

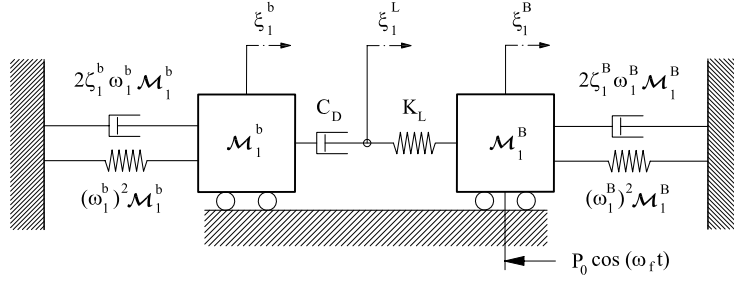


Figura 7.94 Sistema de tres gdl equivalente

El sistema de ecuaciones de movimiento que rige el comportamiento dinámico del modelo descrito en coordenadas modales es

$$\begin{bmatrix} \mathcal{M}_1^B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{M}_1^b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\xi}_1^B \\ \ddot{\xi}_1^L \\ \ddot{\xi}_1^b \end{bmatrix} + \mathbf{C} \begin{bmatrix} \dot{\xi}_1^B \\ \dot{\xi}_1^L \\ \dot{\xi}_1^b \end{bmatrix} + \mathbf{K} \begin{bmatrix} \xi_1^B \\ \xi_1^L \\ \xi_1^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -P_0 \cos(\omega_f t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7.32a)$$

siendo

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2\zeta_1^B \omega_1^B \mathcal{M}_1^B & 0 & 0 \\ 0 & C_D & -C_D \\ 0 & -C_D & 2\zeta_1^b \omega_1^b \mathcal{M}_1^b + C_D \end{bmatrix} \quad (7.32b)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} (\omega_1^B)^2 \mathcal{M}_1^B + K_L & -K_L & 0 \\ -K_L & K_L & 0 \\ 0 & 0 & (\omega_1^b)^2 \mathcal{M}_1^b \end{bmatrix} \quad (7.32c)$$

En las ecuaciones (7.32a-c) las masas modales, \mathcal{M}_1^B y \mathcal{M}_1^b , coinciden con la mitad de la masa total de cada una de las vigas si se admite la normalización mencionada

$$\mathcal{M}_1^B = \frac{m_B L}{2} \quad \mathcal{M}_1^b = \frac{m_b L}{2} \quad (7.32d)$$

Con el objetivo de independizar la respuesta de las propiedades particulares de las vigas, se introducen las siguientes relaciones adimensionales:

$$\text{Relación de frecuencias} \quad \eta = \omega_f^b / \omega_1^B \quad (7.33a)$$

$$\text{Relación de masas} \quad \mu = m_b / m_B \quad (7.33b)$$

$$\text{Frecuencia de excitación adimensional} \quad \Omega = \omega_f / \omega_1^B \quad (7.33c)$$

$$\text{Tasa de amortiguamiento externa} \quad \zeta_D = C_D / (m_B L \omega_1^B) \quad (7.33d)$$

$$\text{Rigidez local adimensional} \quad \kappa = 2K_L / m_B L (\omega_1^B)^2 \quad (7.33e)$$

El parámetro κ mide la deformabilidad local de la losa de reparto, habiéndose definido como la relación entre la rigidez local K_L y la rigidez de la viga principal en su modo primer modo de flexión. Reescribiendo el sistema (7.32) en función de estos parámetros se obtiene la versión adimensional de las ecuaciones de movimiento en el caso armónico

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\xi}_1^B \\ \ddot{\xi}_1^L \\ \ddot{\xi}_1^b \end{bmatrix} + \mathbf{C} \begin{bmatrix} \dot{\xi}_1^B \\ \dot{\xi}_1^L \\ \dot{\xi}_1^b \end{bmatrix} + (\omega_1^B)^2 \begin{bmatrix} 1 + \kappa & -\kappa & 0 \\ -\kappa & \kappa & 0 \\ 0 & 0 & \eta^2 \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1^B \\ \xi_1^L \\ \xi_1^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-2P_0}{m_B L} \cos(\omega_f t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7.34a)$$

siendo

$$\mathbf{C} = 2\omega_1^B \begin{bmatrix} \zeta_1^B & 0 & 0 \\ 0 & \zeta_D & -\zeta_D \\ 0 & -\zeta_D & \zeta_1^b \mu \eta + \zeta_D \end{bmatrix} \quad (7.34b)$$

Despreciando la solución homogénea, o parte transitoria de la respuesta, las amplitudes modales, solución a (7.34), pueden considerarse también armónicas de frecuencia igual a la de excitación, y expresarse en términos de las funciones temporales complejas

$$\hat{\xi}_1^B(t) = \bar{\xi}_1^B e^{i\omega_f t} \quad (7.35a)$$

$$\hat{\xi}_1^b(t) = \bar{\xi}_1^b e^{i\omega_f t} \quad (7.35b)$$

$$\hat{\xi}_1^L(t) = \bar{\xi}_1^L e^{i\omega_f t} \quad (7.35c)$$

siendo $\bar{\xi}_1^B$, $\bar{\xi}_1^b$ y $\bar{\xi}_1^L$ amplitudes también complejas. Siguiendo un procedimiento análogo al de los Capítulos 5 y 6, es posible obtener de forma explícita la solución en régimen permanente de las tres amplitudes modales. A partir de ellas se definen las siguientes variables de respuesta del sistema:

$$A_B = \bar{\xi}_1^B \frac{(\omega_1^B)^2 m_B L}{2P_0} \quad (7.36)$$

$$\tilde{a}_B = \bar{\xi}_1^b \frac{m_B L}{2P_0} = \Omega^2 A_B \quad (7.37)$$

$$\tilde{\Delta}_D = \left(\bar{\xi}_1^L - \bar{\xi}_1^b \right) \frac{(\omega_1^B)^2 m_B L}{2P_0} \quad (7.38)$$

$$\tilde{\Delta}_D = \left(\overline{\dot{\xi}_1^L - \dot{\xi}_1^B} \right) \frac{\omega_1^B m_B L}{2P_0} = \Omega \tilde{\Delta}_D \quad (7.39)$$

A_B es la amplificación de la respuesta del tablero entendida como la amplitud modal dividida por la respuesta estática en $L/2$, en ausencia de deformabilidad local y ante la actuación de la carga P_0 ; \tilde{a}_B es la amplitud de la aceleración del tablero en centro de vano dividida por el término $2P_0/m_B L$, y $\tilde{\Delta}_D$ y $\tilde{\dot{\Delta}}_D$ las amplitudes del desplazamiento y velocidad relativos entre extremos del FVD convenientemente adimensionalizadas. Tras cierta manipulación algebraica las magnitudes (7.36)-(7.39) pueden ser expresadas en función de los parámetros adimensionales (7.33) según

$$A_B = \sqrt{\frac{\left(-\kappa\mu(\eta^2 - \Omega^2) + 4\zeta_D\Omega^2\zeta_b\mu\eta \right)^2 + 4\Omega^2 \left(\kappa(\zeta_b\mu\eta + \zeta_D) + \zeta_D\mu(\eta^2 - \Omega^2) \right)^2}{P^2 + 4\Omega^2 Q^2}} \quad (7.40)$$

$$\tilde{a}_B = \Omega^2 \sqrt{\frac{\left(-\kappa\mu(\eta^2 - \Omega^2) + 4\zeta_D\Omega^2\zeta_b\mu\eta \right)^2 + 4\Omega^2 \left(\kappa(\zeta_b\mu\eta + \zeta_D) + \zeta_D\mu(\eta^2 - \Omega^2) \right)^2}{P^2 + 4\Omega^2 Q^2}} \quad (7.41)$$

$$\tilde{\Delta}_D = \sqrt{\frac{\kappa^2\mu^2 \left[(2\Omega\eta\zeta_b)^2 + (\eta^2 - \Omega^2)^2 \right]}{P^2 + 4\Omega^2 Q^2}} \quad (7.42)$$

$$\tilde{\dot{\Delta}}_D = \Omega \sqrt{\frac{\kappa^2\mu^2 \left[(2\Omega\eta\zeta_b)^2 + (\eta^2 - \Omega^2)^2 \right]}{P^2 + 4\Omega^2 Q^2}} \quad (7.43)$$

donde

$$P = (1 - \Omega^2 + \kappa)\mu \left[\kappa(\Omega^2 - \eta^2) + 4\zeta_D\Omega^2\zeta_b\eta \right] + 4\zeta_B\Omega^2\kappa(\zeta_b\mu\eta + \zeta_D) + \mu(\eta^2 - \Omega^2)(4\zeta_B\Omega^2\zeta_D + \kappa^2) \quad (7.44)$$

$$Q = (1 - \Omega^2 + \kappa) \left[\kappa(\zeta_b\mu\eta + \zeta_D) + \zeta_D\mu(\eta^2 - \Omega^2) \right] - (\zeta_b\mu\eta + \zeta_D)(4\zeta_B\Omega^2\zeta_D + \kappa^2) + \zeta_B \left[\kappa\mu(\eta^2 - \Omega^2) + (2\zeta_D\Omega)^2 \right] \quad (7.45)$$

En el apartado siguiente se analiza, empleando este modelo sencillo, el efecto de la rigidez local sobre la respuesta en resonancia de los dos puentes reales reacondicionados en este capítulo: el puente Arroyo Bracea II y el puente sobre el Río Gadiana.

7.7.1.1. Efecto de la rigidez local en los puentes de estudio

Una vez obtenida la solución analítica (7.40)-(7.43), se investiga cómo varía la respuesta del sistema con la deformabilidad local de la losa, incluida en el modelo a través de la relación κ . Con el fin de acotar un intervalo de variación realista para esta variable, es

necesario estimar, en primer lugar, el valor de la rigidez local K_L . Para ello se calcula la flecha en una porción de losa situada entre dos nervios longitudinales sometida a una carga estática centrada de 1 t. Se ha construido un modelo sencillo de elementos finitos placa, haciendo uso del programa comercial **SAP2000**, como el mostrado en la Figura 7.95, de 25 cm de espesor y 6 m de longitud, con los bordes longitudinales empotrados en la supuesta línea de conexión de la losa con los nervios. Se ha elegido una longitud de 6 m con objeto de evitar que los efectos de borde en los extremos libres afecten a la zona central donde se aplica la carga. El Módulo de Elasticidad considerado corresponde a un hormigón HA-25, habitualmente empleado en las losas superiores de tableros de vigas.

Se ha calculado, teniendo en cuenta la deformación por cortante de la placa, la flecha en el punto de aplicación de la carga incrementando progresivamente la distancia entre vigas, es decir, el ancho d del modelo de EF.

En la Figura 7.96 se muestra la flecha obtenida para diferentes valores de d , contenidos entre 0.5 y 2.1 m, considerando y despreciando la deformación por cortante. En la tabla de la derecha de la misma figura se ha incluido el valor de la rigidez local K_L , calculada como el cociente entre la carga aplicada y la flecha total en su punto de aplicación. Como puede observarse en dicha figura, la flecha local obtenida para el caso más desfavorable, correspondiente a una separación entre vigas de 2.1 m, es del orden de una centésima de mm para una carga de 1 t. Según las estimaciones realizadas a lo largo de la tesis, en una situación muy desfavorable la máxima carga de los amortiguadores no será superior a 4 t, siendo inferior a 2.5 t en los dos casos reales analizados en este capítulo, por lo que la máxima flecha estimada es de aproximadamente 0.05 mm.

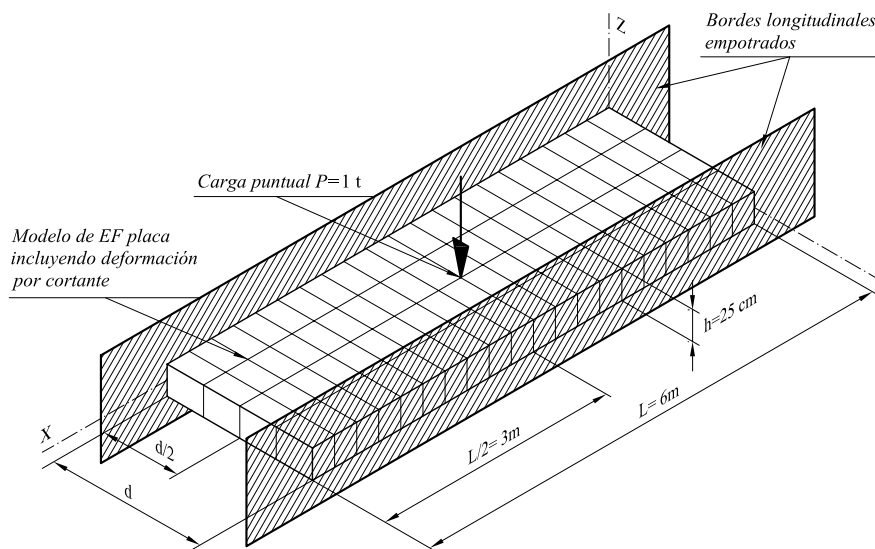


Figura 7.95 Estimación de la flecha local en una franja de losa entre dos vigas longitudinales

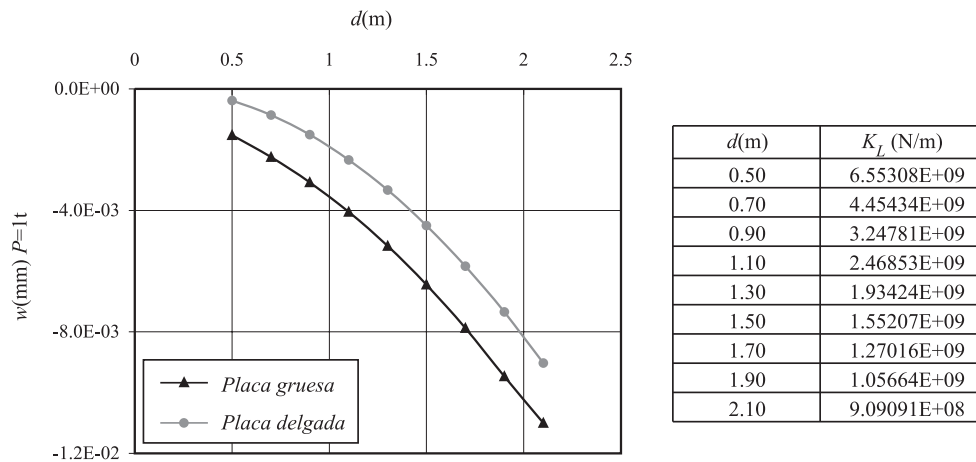


Figura 7.96 Flecha en centro de franja de losa entre dos vigas longitudinales ante carga estática de 1 t

Una vez estimado el valor de la rigidez local se evalúa, haciendo uso del modelo simplificado de tres gdl del apartado 7.7.1, su influencia en la respuesta de los dos puentes reales reacondicionados. La Tabla 7.28 resume los datos relativos a ambos tableros, así como los parámetros adimensionales (7.33) para los reacondicionamientos propuestos en los apartados 7.5.6 y 7.6.5. La rigidez local en cada caso se ha determinado a partir de los datos proporcionados en la Figura 7.96, considerando un ancho de placa d igual al ancho libre entre dos vigas del tablero mayorado en un 25%. De esta manera se ha tratado de tener en cuenta la flexibilidad de las alas de las vigas, especialmente en el caso del puente Arroyo Bracea II. En el puente sobre el Río Guadiana, pese a no ser necesaria esta mayoración, se ha aplicado también por estar del lado de la seguridad.

Empleando los valores de μ , η , ζ_D , ζ_B y ζ_b de la Tabla 7.28 se calcula la respuesta en resonancia del sistema de tres gdl para los dos puentes analizados, y se obtiene la respuesta máxima en dos situaciones: (a) tomando la κ de la Tabla 7.28 y, (b) en el caso límite correspondiente a un valor de κ muy elevado, tal que los desplazamientos ξ_1^B y ξ_1^L tienden a un mismo valor, desapareciendo la deformación local.

Se ha comprobado que si se disminuye el valor de κ , es decir, si se aumenta la flexibilidad local, la aceleración del puente \tilde{a}_B en resonancia aumenta, empeorando la respuesta de la estructura principal, pero la máxima diferencia es de tan sólo un 0.76% en el puente Arroyo Bracea II y un 0.23% en el puente sobre el Río Guadiana. De la misma manera, al disminuir κ la elongación del FVD, $\tilde{\Delta}_D$, se reduce como es de esperar, suponiendo en el peor de los casos un 0.21% del valor de $\tilde{\Delta}_D$ en ausencia de deformabilidad local en la primera estructura, y de tan sólo un 0.01% en la segunda. Se trata de variaciones muy poco representativas que, en el caso de las dos estructuras reales analizadas, no ponen en entredicho la viabilidad técnica del reacondicionamiento propuesto.

<i>Datos</i>	<i>Arroyo Bracea II</i>	<i>Río Guadiana</i>
L (m)	15.25	11.93
m_B (kg/m)	26256	9360
f_{B1} (Hz)	9.1921	10.0311
$d_{alás}$ (m)	0.8750	0.8900
$1.25 d_{alás}$ (m)	1.0938	1.1125
$K_{L,alás}$ (N/m)	3.399E9	3.308E9
$K_{L,1.25alás}$ (N/m)	2.493E9	2.435E9
N_b (m)	2	2
L_b (m)	14.50	11.28
m_b (kg/m)	954.6	382.5
f_b (Hz)	14.13	16.10
C_D^b (Ns/m)	477019	183126
<i>Parámetros adim</i>	<i>Arroyo Bracea II</i>	<i>Río Guadiana</i>
μ	0.0691	0.0773
η	1.5372	1.6050
ζ_D	0.0413	0.0520
$\kappa_{alás}$	10.1784	29.8311
$\kappa_{1.25alás}$	7.4658	21.9589
ζ_B	0.010	0.030
ζ_b	0.005	0.010

Tabla 7.28 Cálculo de parámetros adimensionales en los puentes Arroyo Bracea II y Río Guadiana

7.7.1.2. Estudio paramétrico de la respuesta de un tablero genérico

Una vez estudiado el efecto de la deformabilidad local sobre la respuesta de los dos puentes reales, se analiza el comportamiento del sistema de la Figura 7.93 de forma paramétrica, considerando los rangos de variación máximos esperables de las relaciones adimensionales (7.33) que se incluyen en la Tabla 7.29.

Los intervalos de variación seleccionados para las relaciones de masas, frecuencias y para la tasa de amortiguamiento externa son los que se han utilizado en los Capítulos 5 y 6. En lo referente al parámetro κ , tras analizar una serie de tableros de diferentes tipologías y luces [100], contenidas entre los 10 y los 25 m, se han acotado valores máximos y mínimos esperables de la rigidez modal asociada al modo fundamental

$$K_1^B = \frac{m_B L (\omega_1^B)^2}{2} \quad (7.46)$$

A partir de éstos y de los valores de rigidez local determinados con anterioridad, se ha

estimado un rango de variación conservador para el parámetro κ . Una vez definidos los valores límites de todos los parámetros, se calcula la respuesta del sistema en términos de las variables (7.40)-(7.43), en un rango de frecuencias de excitación próximo a resonancia, $\Omega=[0.9, 1.2]$, para 20 valores de κ comprendidos en $[5.65, 66.50]$. Las variables de respuesta se han obtenido incrementando el valor de los parámetros μ , η y ζ_D en sus respectivos intervalos de forma alternativa, manteniendo siempre constantes los amortiguamientos estructurales de ambas vigas.

Rango parámetros	Valor mínimo	Valor máximo
μ	0.01	0.15
η	1.20	2.50
ζ_D	0.01	0.15
κ	5.65	66.50
ζ_B	0.02	0.02
ζ_b	0.01	0.01

Tabla 7.29 Rango de relaciones adimensionales considerado en estudio paramétrico

La Figura 7.97 muestra seis familias de curvas obtenidas considerando μ y η constantes e iguales al valor medio de sus respectivos intervalos. Cada uno de los seis gráficos se corresponde con una tasa de amortiguamiento externa aumentando desde 0.01 hasta 0.15. En cada uno de ellos se han representado curvas para diferentes valores de κ , y se ha incluido la diferencia (Δ) entre los máximos correspondientes al mayor y menor valor de κ , respectivamente, expresada como porcentaje del máximo global (asociado al menor valor de κ). Se puede observar que (i) la aceleración en resonancia aumenta con la flexibilidad local; (ii) el efecto de κ sobre la respuesta del puente empeora con el aumento de la tasa de amortiguamiento externa, especialmente para valores moderados de ésta; (iii) el incremento en aceleración experimentado en el peor de los casos supone un 2.46%.

En la Figura 7.98 se ha representado la evolución de la aceleración del tablero en resonancia con κ según se incrementa la relación de masas entre la viga principal y la viga auxiliar. Los parámetros η y ζ_D se han mantenido constantes e iguales al valor medio de su intervalo de variación. De nuevo se observa que (i) la aceleración máxima aumenta según disminuye κ ; (ii) la diferencia porcentual aumenta inicialmente con la relación de masas aunque se reduce a partir de cierto valor; y (iii) la máxima diferencia alcanza un 1.86%. La evolución del sistema en términos de la relación de frecuencias, mostrada en la Figura 7.99, es similar a la anterior, suponiendo en este caso el incremento máximo de aceleración en el rango de valores de κ considerado un 1.87%.

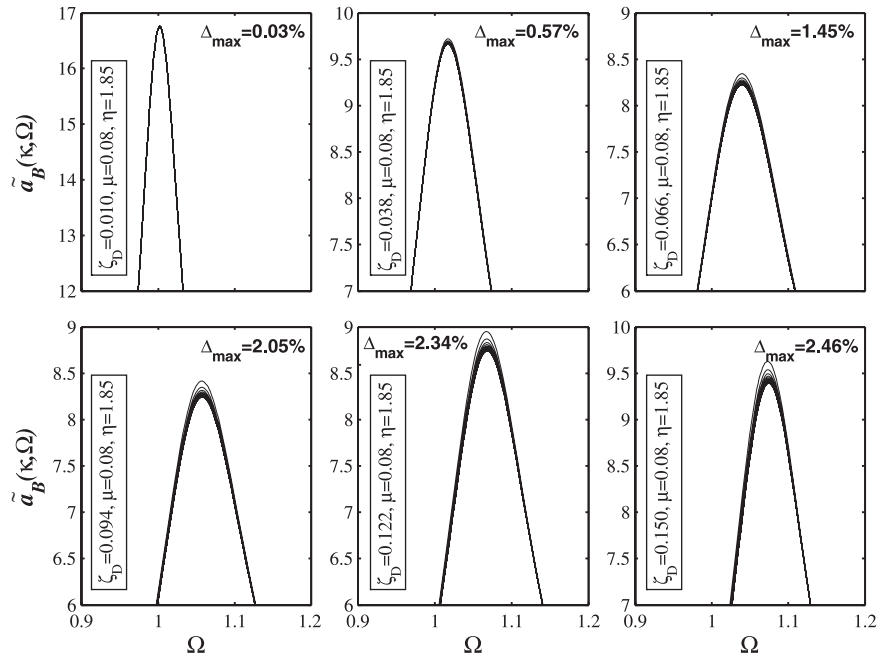


Figura 7.97 Curvas de \tilde{a}_B vs. Ω para 20 valores de κ siendo $\mu=0.08$, $\eta=1.85$ y $\zeta_D \in [0.01, 0.15]$

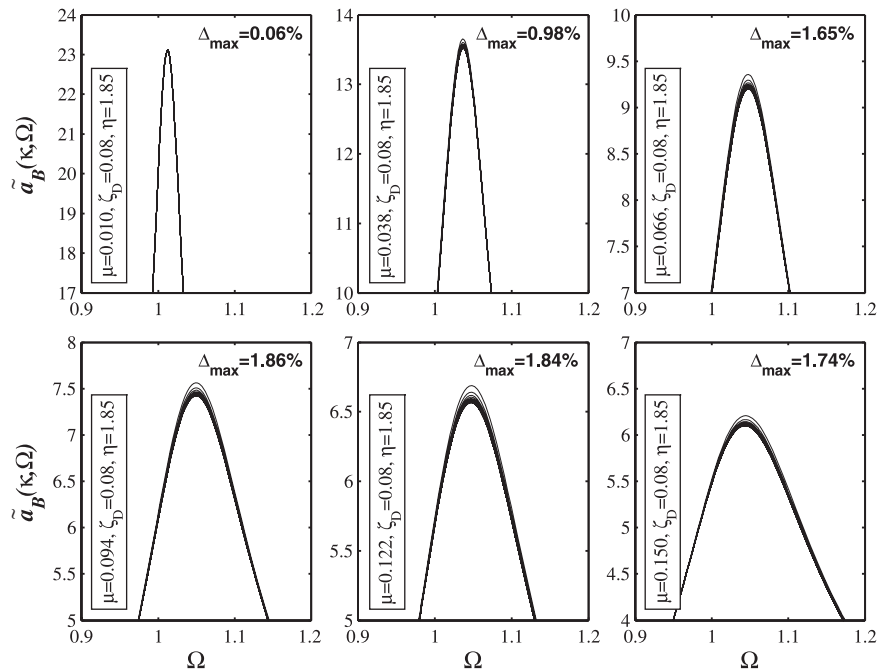


Figura 7.98 Curvas de \tilde{a}_B vs. Ω para 20 valores de κ siendo $\zeta_D=0.08$, $\eta=1.85$ y $\mu \in [0.01, 0.15]$

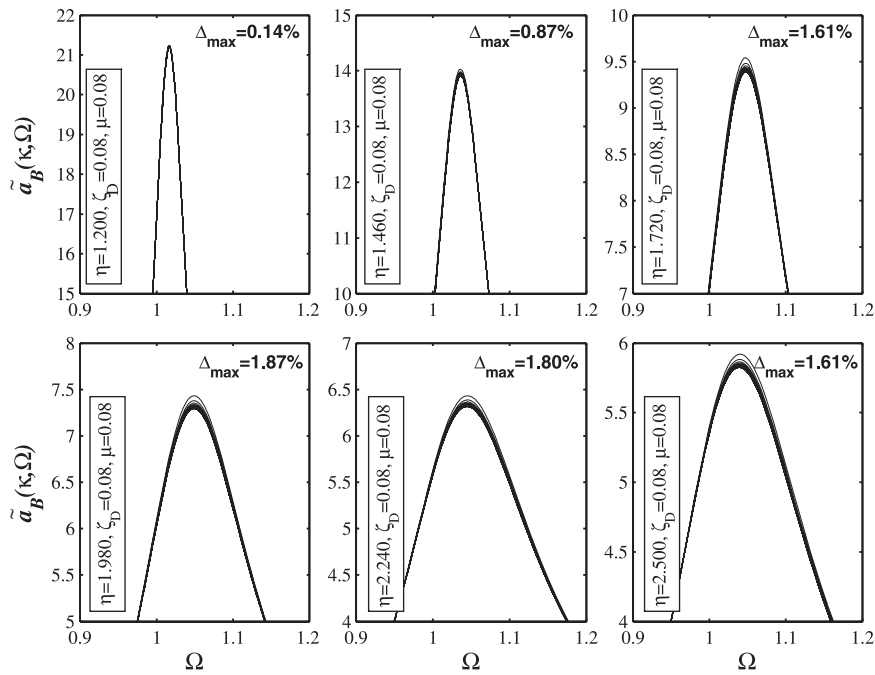


Figura 7.99 Curvas de \tilde{a}_B vs. Ω para 20 valores de κ siendo $\zeta_D = 0.08$, $\mu = 0.08$ y $\eta \in [1.2, 2.5]$

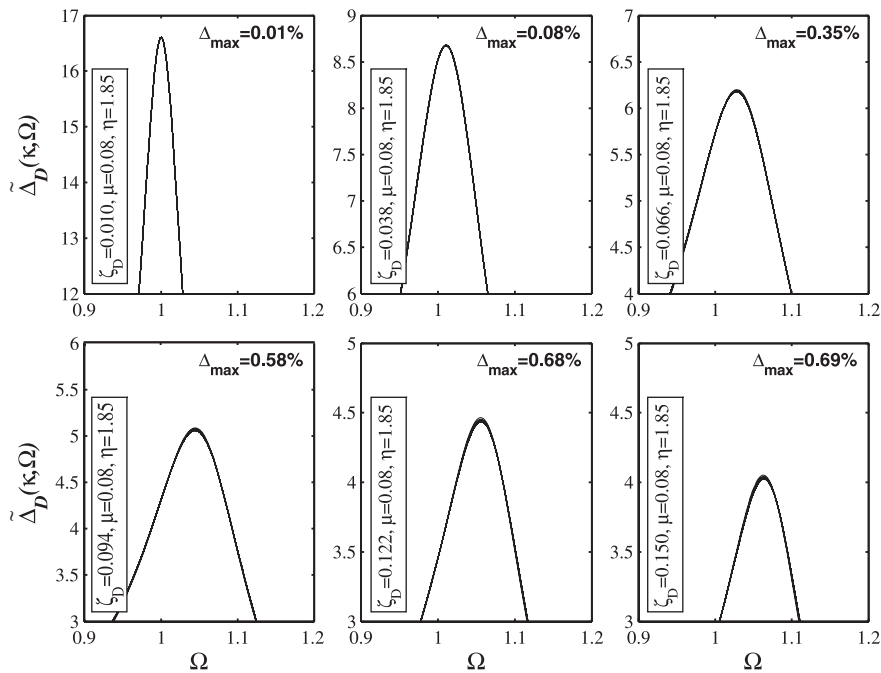


Figura 7.100 Curvas de $\tilde{\Delta}_D$ vs. Ω para 20 valores de κ siendo $\mu = 0.08$, $\eta = 1.85$ y $\zeta_D \in [0.01, 0.15]$

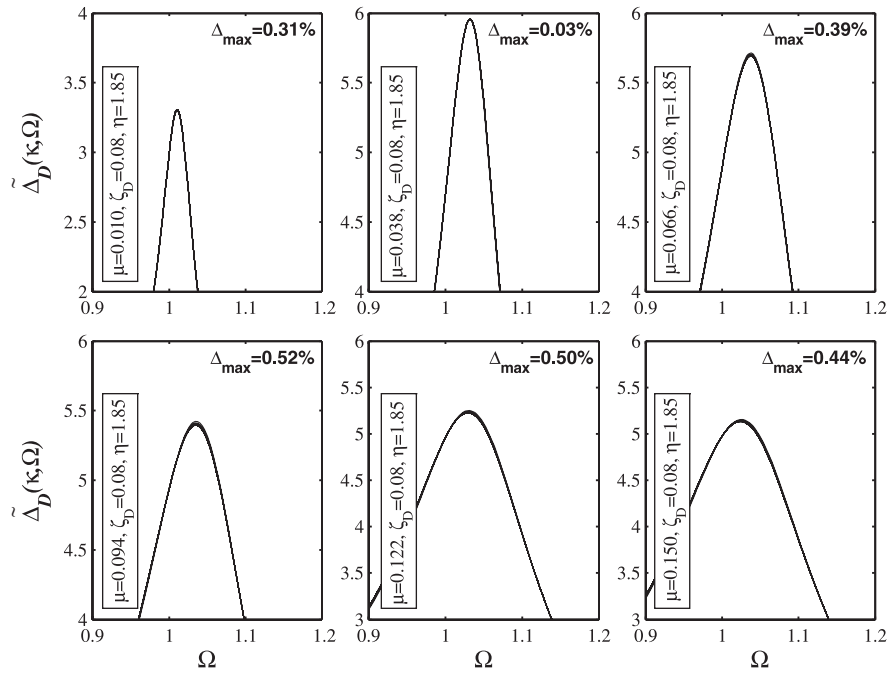


Figura 7.101 Curvas de $\tilde{\Delta}_D$ vs. Ω para 20 valores de κ siendo $\zeta_D=0.08$, $\eta=1.85$ y $\mu \in [0.01, 0.15]$

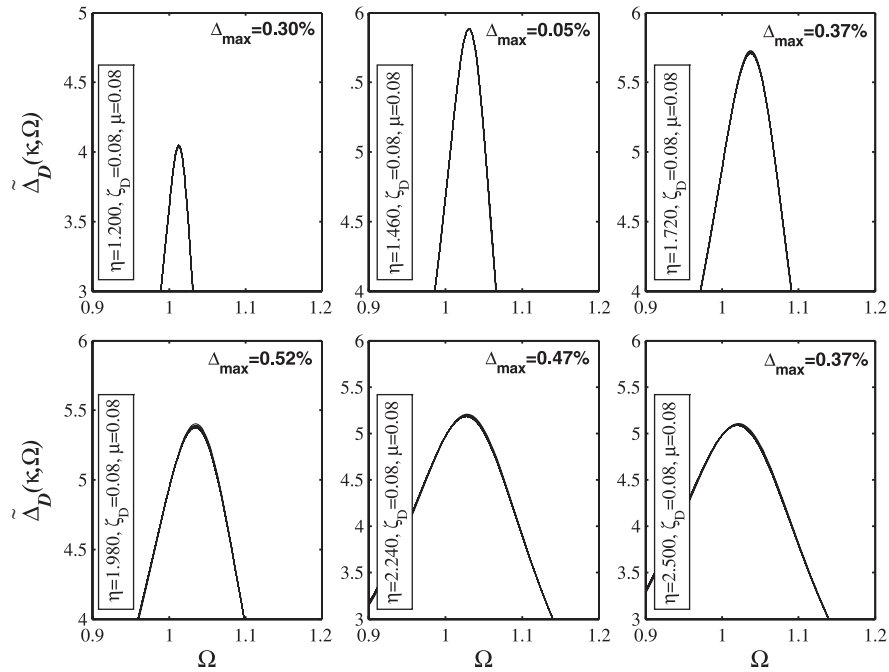


Figura 7.102 Curvas de $\tilde{\Delta}_D$ vs. Ω para 20 valores de κ siendo $\zeta_D=0.08$, $\mu=0.08$ y $\eta \in [1.2, 2.5]$

De la misma manera, se ha analizado la influencia de la flexibilidad local sobre el incremento de longitud que experimenta el amortiguador en resonancia. En la Figura 7.100 se representan curvas de $\tilde{\Delta}_D$ en las proximidades de resonancia para 20 valores de κ comprendidos en [5.65, 66.50]. Cada uno de los seis gráficos que componen la figura corresponde a un valor de la tasa de amortiguamiento externa ζ_D , comprendido en [0.01, 0.15], manteniendo constantes μ y η e iguales al valor medio de sus intervalos respectivos. Se observa que (i) el incremento de longitud del FVD en resonancia máximo se reduce al disminuir κ ; (ii) esta situación empeora con el valor de ζ_D ; (iii) la máxima pérdida en la elongación del FVD supone en este caso un 0.69%. Igualmente se ha analizado la evolución de $\tilde{\Delta}_D$ con κ para diferentes valores de las relaciones μ y η . La diferencia máxima alcanzada en el primer caso es de 0.50%, y en el segundo de 0.52%.

Los análisis presentados en las figuras anteriores se han llevado a cabo también en términos del desplazamiento adimensionalizado del puente y de la velocidad relativa entre extremos del amortiguador. A modo de resumen en la Tabla 7.30 se incluye la máxima variación porcentual de las cuatro variables de respuesta, A_B , \tilde{a}_B , $\tilde{\Delta}_D$ y $\tilde{\dot{\Delta}}_D$, alcanzada en resonancia en el rango de parámetros evaluado.

Respuesta (R)	$ 1-R(\kappa=66.5)/R(\kappa=5.65) \cdot 100$
A_B	2.69%
\tilde{a}_B	2.46%
$\tilde{\Delta}_D$	0.69%
$\tilde{\dot{\Delta}}_D$	0.64%

Tabla 7.30 Variaciones máximas de la respuesta del sistema en función de κ en el rango de variables analizado

En base a este estudio, la posible pérdida de efectividad de la solución debido a la deformación local de la losa no resulta preocupante. Además, debe tenerse en cuenta que en este apartado se han considerado intervalos de variación de todos los parámetros muy conservadores. Asimismo, una reducción en la elongación máxima prevista del FVD del 0.69%, no supone un efecto negativo relevante en la activación y correcto funcionamiento de estos dispositivos.

7.7.2. Análisis tridimensional por Elementos Finitos

Un último paso en la verificación de la influencia de la flecha local, ha sido la realización de un estudio más detallado utilizando el programa comercial de elementos finitos **ANSYS 8.0**.

Se ha construido un modelo de tablero con una tipología de losa apoyada sobre nervios longitudinales de sección rectangular, mediante elementos cúbicos de 20 nodos y 3 grados de libertad por nodo, tal y como se puede observar en la Figura 7.103. Las dimensiones del

modelo son de 15 m de luz por 12 m de ancho, siendo la distancia entre caras internas de los nervios de 1.5 m. El espesor de la losa es de 0.25 m. Se trata de una geometría próxima a la del puente Arroyo Bracea II, el más desfavorable de los dos casos reales analizados en lo que respecta al fenómeno de la deformabilidad local, con el mismo espesor de losa y una distancia entre caras exteriores de nervios mayor que la de este tablero. Se ha asignado un Módulo de Elasticidad de $3 \cdot 10^{10}$ Pa al material de la losa, y se ha ajustado el de los nervios y la densidad de todos los elementos para reproducir aproximadamente el comportamiento estático y la frecuencia fundamental de la citada estructura.

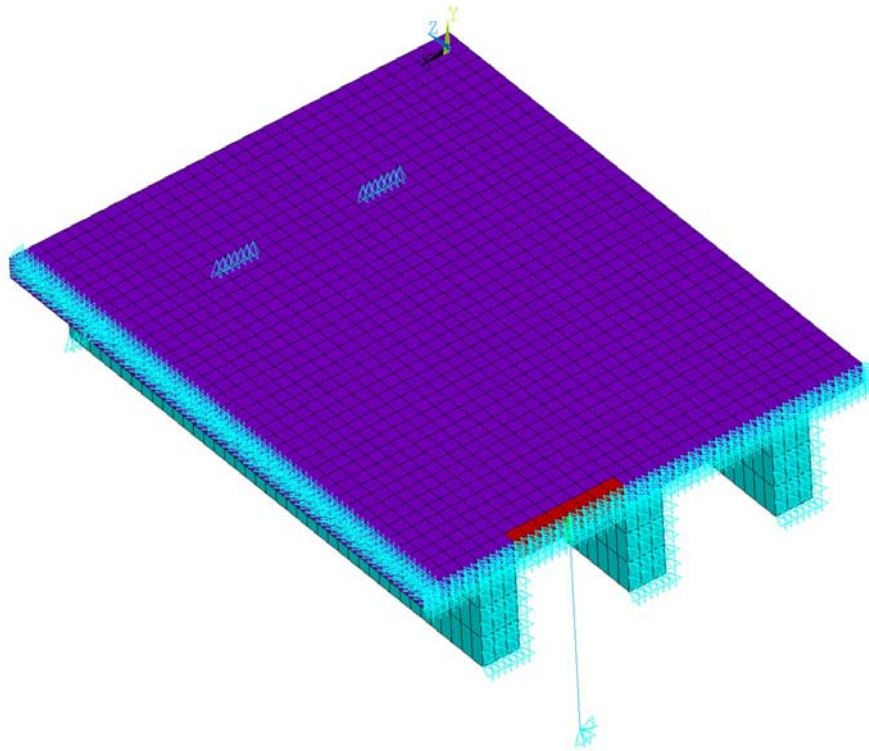


Figura 7.103 Modelo de **ANSYS** de EF sólidos de un cuarto de tablero

En la losa se han creado dos *parches*, o agrupaciones de elementos, a los que se ha asignado posteriormente diferente Módulo de Elasticidad para valorar el efecto de la deformación local. Estos parches están situados en las zonas de conexión de los amortiguadores, esto es, en el centro de dos hipotéticas vigas auxiliares. En la Figura 7.103 sólo se muestra medio parche ya que, considerando condiciones de simetría, sólo se ha modelizado un cuarto del tablero. El modelo queda pues compuesto por tres materiales diferentes: los que conforman la losa, los nervios y los parches. Por último se han

introducido dos elementos unidimensionales viscosos puros (en la porción de un cuarto de tablero sólo aparece uno, con la mitad de constante de disipación) con un extremo unido al centro de los parches y el otro a una referencia fija. No se han incluido las vigas auxiliares en el modelo ya que no son necesarias para valorar el efecto de la deformación local en la losa.

Una vez construido el modelo en primer lugar se llevan a cabo ensayos estáticos aplicando una carga puntual de 1 t en el centro de uno de los parches, obteniéndose la flecha vertical de los nodos de éste situados sobre la sección central del tablero, para varias relaciones de módulos de elasticidad entre los parches y la losa. Se ha observado que aparece un fenómeno local en el nodo cargado debido a un fenómeno de *aplastamiento* del elemento finito en la dirección de la carga. Dicho efecto se puede observar en la Figura 7.105(a). A raíz de ello, se han unido rígidamente⁹⁸ los siete nodos situados bajo el punto de aplicación de la carga y a lo largo del espesor del parche, tal y como se muestra en la Figura 7.104.

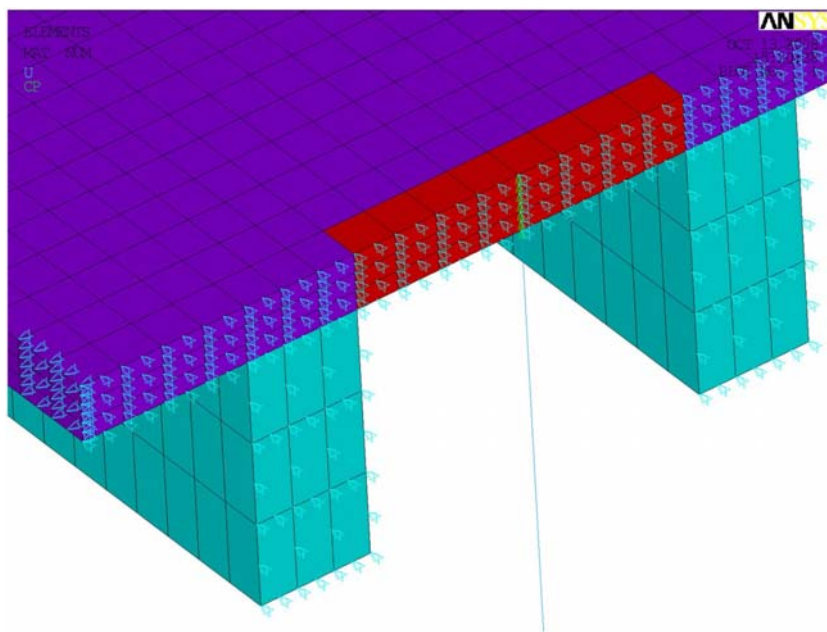


Figura 7.104 Detalle del modelo de **ANSYS** de EF en el punto de conexión del FVD

A partir de los análisis estáticos se ha determinado que una relación de módulos de elasticidad $E_{parches}/E_{losa}=0.8$ da lugar a una flecha local de 0.0066 mm, reproduciendo aproximadamente la deformabilidad local prevista en el apartado anterior para carga de 1 t

⁹⁸ Dicha unión se ha realizado introduciendo ligaduras cinemáticas del movimiento vertical entre los mencionados nodos.

y una distancia $d=1.5\text{m}$. La flecha local se ha estimado como diferencia de flechas con el caso $E_{\text{parches}}/E_{\text{losa}}=5$, en el que apenas se aprecia flecha local en la losa de reparto (ver Figura 7.105(b)).

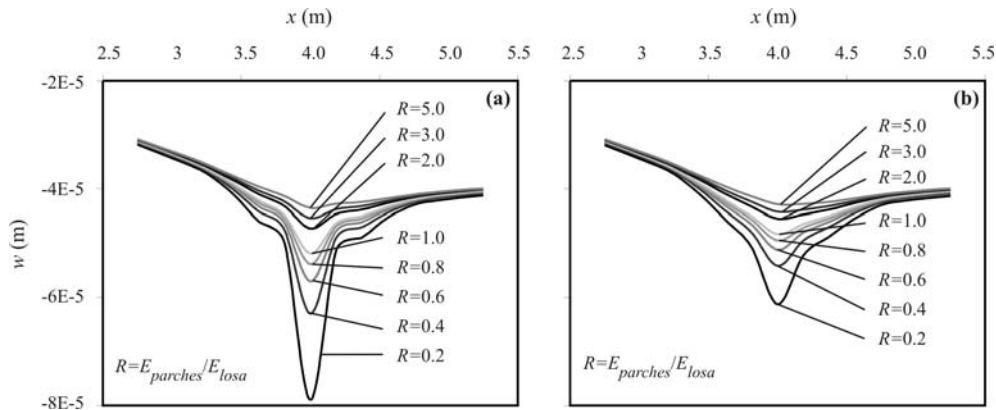


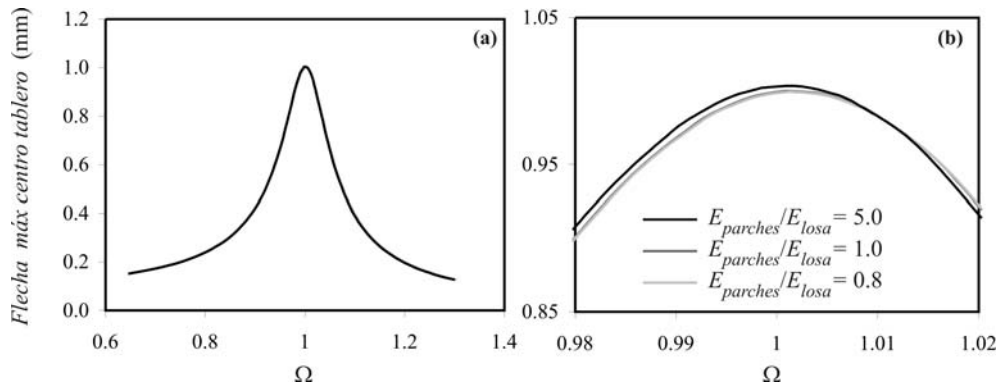
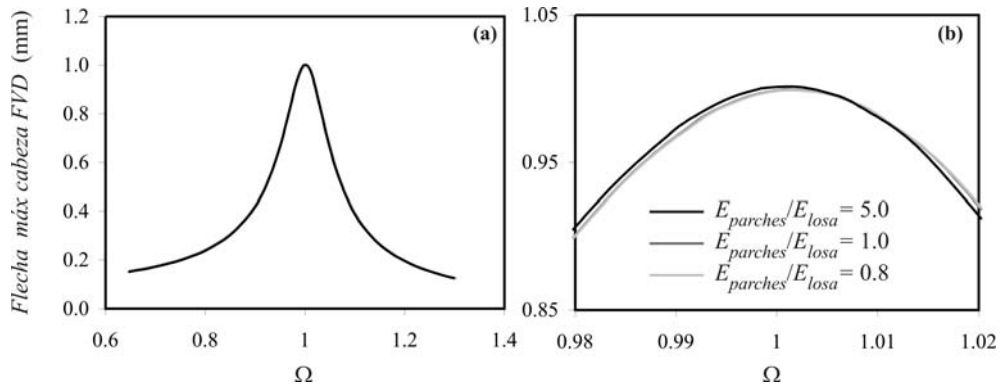
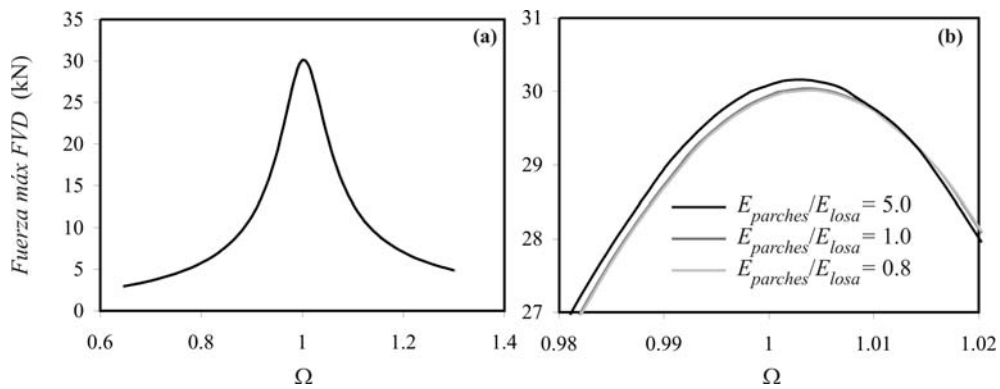
Figura 7.105 Deformada transversal en el parche ante carga de 1 t: (a) modelo inicial y (b) modelo con ligaduras cinemáticas en la línea de nodos sobre la que actúa la carga

Puesto que la máxima fuerza en los amortiguadores es previsible que tenga lugar en situación de resonancia, se aplica seguidamente una carga de tipo armónico distribuida a lo largo de toda la sección central del tablero. El módulo de la carga y la constante de los FVD del modelo se seleccionan para que el desplazamiento en centro de vano y la fuerza en estos dispositivos en resonancia sean de 1 mm^{99} y 30 kN^{100} , respectivamente.

Una vez ajustado el modelo se llevan a cabo una serie de análisis armónicos realizando un barrido en las frecuencias de excitación alrededor de la del tablero para capturar el máximo de resonancia, manteniendo el Módulo de Elasticidad de la losa y los nervios, y modificando el de los parches dentro de un rango tal que $E_{\text{parches}}/E_{\text{losa}}=[0.8, 5]$. El objetivo del análisis ha sido comprobar que, considerando la presencia de la flecha local en la losa, la flecha en centro de vano, los desplazamientos de la cabeza de los amortiguadores en resonancia y las fuerzas axiales experimentadas por éstos no se ven afectados de forma apreciable. Dicho de otro modo, que la presencia de una flecha local del orden previsto, no da lugar a una pérdida de eficacia significativa del sistema de reacondicionamiento. Las figuras 7.106, 7.107 y 7.108 muestran la evolución de estas tres magnitudes para tres relaciones de módulos de elasticidad entre los parches y la losa: 0.8, 1 y 5.

⁹⁹ Orden de desplazamientos más pequeños que se han detectado en resonancia en puentes de luces cortas en el marco del PI 80021/A04.

¹⁰⁰ Valor superior a la fuerza axial máxima detectada en los puentes reales analizados en este capítulo reacondicionados con dos vigas auxiliares y un amortiguador por viga.

Figura 7.106 Flecha máxima en el centro del tablero para $E_{parches}/E_{losa}=\{0.8,1.0,5.0\}$ Figura 7.107 Flecha máxima en cabeza del FVD para $E_{parches}/E_{losa}=\{0.8,1.0,5.0\}$ Figura 7.108 Fuerza axial máxima en FVD para $E_{parches}/E_{losa}=\{0.8,1.0,5.0\}$

A partir del análisis realizado se concluye lo siguiente:

- La flecha máxima en el centro del tablero, que en una situación nominal ($E_{parches}/E_{losa}=1$) alcanza 1.00015 mm, adopta un valor de de 0.99952 mm y

1.00343 mm en los casos ($E_{parches}/E_{losa}=0.8$) y ($E_{parches}/E_{losa}=5$), respectivamente, lo cual supone que esta variable se encuentra contenida entre el 99.94% y el 100.33% del valor nominal en el rango de Módulos de Elasticidad de los parches considerados.

- El desplazamiento máximo en cabeza de cualquiera de los dos amortiguadores situados en centro de vano, que en una situación nominal ($E_{parches}/E_{losa}=1$) alcanza 0.99943 mm, adopta un valor de 0.99910 mm y 1.00141 mm en los casos ($E_{parches}/E_{losa}=0.8$) y ($E_{parches}/E_{losa}=5$), respectivamente, lo cual supone que esta variable se encuentra contenida entre el 99.97% y el 100.20% del valor nominal en el rango de Módulos de Elasticidad de los parches considerados.
- La fuerza axial máxima experimentada por cualquiera de los dos amortiguadores situados en centro de vano, que en una situación nominal ($E_{parches}/E_{losa}=1$) alcanza 30.042 kN, adopta un valor de 30.011 kN y 30.150 kN en los casos ($E_{parches}/E_{losa}=0.8$) y ($E_{parches}/E_{losa}=5$) respectivamente, lo cual supone que esta variable se encuentra contenida entre el 99.90% y el 100.36% del valor nominal en el rango de Módulos de Elasticidad de los parches considerados.

A partir de los resultados obtenidos en este apartado se concluye que (i) la deformabilidad local prevista en la conexión del amortiguador con la losa, no da lugar a una pérdida de eficacia significativa del sistema de reacondicionamiento en los puentes reales analizados en este capítulo; (ii) no es esperable que el mencionado efecto tenga una repercusión importante en el rango de dimensiones y tipologías habituales propias de puentes isostáticos de luces medias-cortas; y (iii) en caso de que la flecha local llegara a cobrar importancia en una situación concreta, se podría instalar un sistema de reparto de la carga puntual (compuesto por una placa base de acero rigidizada con cartelas anclada a la cara inferior de la losa) y/o de rigidización del área afectada. Debe tenerse en cuenta, no obstante, que dada la pequeña deformación local del tablero no se prevé a priori que sea necesario colocar este tipo de refuerzos.

7.8. Viabilidad económica de los sistemas de reacondicionamiento

Con el objetivo de valorar el coste de los sistemas de reacondicionamiento basados en FVD frente a otras posibles soluciones, en el contexto del PI 80021/A04, se realizaron presupuestos de ejecución material para diferentes alternativas. Se han querido incluir las conclusiones de aquel estudio de viabilidad económica para ofrecer una visión completa, no sólo científica sino también aplicada, de los métodos de reacondicionamiento analizados en esta Tesis.

Entre otros, en el PI 80021/A04 se presupuestaron los reacondicionamientos con FVD de los dos puentes reales estudiados en este capítulo, comparándolos con el coste de sustitución de los tableros actuales por otros nuevos. Inicialmente se consideró también la posibilidad de recrecer el tablero con vistas a rigidizarlo y, de ese modo, aumentar su frecuencia en la medida necesaria o bien disminuir su aceleración máxima hasta un nivel admisible. No obstante se comprobó que dicho recrecido era inviable por ser necesario un incremento del espesor de la losa superior a los 40 cm. Se pueden comprobar detalles de esta valoración en el Informe Técnico final del Proyecto de Investigación 80021/A04 [107].

En la valoración del coste del reacondicionamiento se tuvieron en cuenta las siguientes partidas:

- Coste de las vigas auxiliares incluyendo su transporte y colocación.
- Acero en ménsulas de apoyo de las vigas auxiliares incluyendo pintura antioxidante, soldadura y colocación.
- Anclajes Hilti para cargas dinámicas colocados en obra para anclar las ménsulas en los paramentos de los estribos y en la pila intermedia.
- Coste de los amortiguadores incluyendo transporte desde el punto de venta¹⁰¹.
- Partida alzada de elementos de conexión de los amortiguadores al tablero y a las vigas auxiliares colocados en obra.

En la determinación del coste de sustitución de los tableros por otros nuevos se tuvieron en cuenta las siguientes operaciones:

- Retirada de las vías, traviesas y balasto situados sobre el tablero existente.
- Demolición del tablero existente.
- Colocación del nuevo tablero.
- Restitución de balasto, traviesas y vías sobre el nuevo tablero.

¹⁰¹ En la estimación del coste de los amortiguadores se han considerado dispositivos de 13.5 kN, cuyas especificaciones técnicas se corresponden con las del apartado 3.6, tanto en el puente Arroyo Bracea II como en el puente sobre el Río Guadiana. En el cálculo dinámico y reacondicionamiento del primero de ellos, sección 7.5.7 de este documento, se proponía la instalación de un único amortiguador por viga auxiliar, experimentando una fuerza axial máxima en la situación más desfavorable de 23.5 kN, carga perfectamente admisible por los elementos comerciales existentes. No obstante, a la hora de presupuestar el sistema de reacondicionamiento, resulta más económica la instalación de dos amortiguadores de 13.5 kN en lugar de un único elemento con una capacidad superior. Ambos amortiguadores se conectarían entre la sección central de la misma viga auxiliar y puntos muy próximos del tablero, por lo que la respuesta dinámica de éste no se vería modificada. Las fuerzas máximas experimentadas por ambos elementos serían iguales a la mitad de las representadas en la Figura 7.41, así como las cargas puntuales transmitidas al punto del tablero al que estuvieran conectados.

El reacondicionamiento mediante FVD en el caso del puente Arroyo Bracea II supone un ahorro del 34% con respecto al coste de sustitución del tablero (165,876 € frente a 251,798 €) en caso de que el reacondicionamiento se lleve a cabo empleando las vigas auxiliares metálicas propuestas. Si en vez de éstas, se instalaran vigas pretensadas el ahorro ascendería a un 71% (72,886 € frente a 251,798 €). En el caso del puente sobre el Río Guadiana, este ahorro se ha cuantificado en un 26% (133.492 € frente a 179.868 €). En puentes de tablero único el ahorro es considerablemente mayor que en el caso de tableros independientes, ya que en estos últimos debe emplearse un sistema de reacondicionamiento por cada uno de ellos.

En cualquier caso, debe tenerse también en cuenta que la sustitución podría requerir el cierre temporal de la línea, lo que supondría un coste adicional elevado y de difícil cuantificación. Por el contrario, la instalación de los sistemas de reacondicionamiento se llevaría a cabo en la cara inferior del tablero, sin afectar en absoluto a las circulaciones, lo que supone también una clara ventaja desde el punto de vista operativo. Teniendo en cuenta estos factores, aún en los casos en que el presupuesto del reacondicionamiento fuese similar o superior al de la sustitución, es probable que la primera opción pudiera resultar, en conjunto, más económica que la segunda.

7.9. Efecto de los apoyos de neopreno

En este apartado se analiza la influencia de los apoyos elásticos o neoprenos sobre los que descansa el tablero. Se ha considerado interesante incluir estos elementos en el modelo numérico ya que su presencia da lugar a una reducción de las frecuencias naturales de vibración de la estructura, y por tanto de las velocidades de resonancia. Además, puesto que también se ven modificadas las formas modales del tablero, puede variar la amplitud de la respuesta en resonancia. Por otra parte, y como se dijo en el Capítulo 4, al incluir los neoprenos en el modelo las funciones de carga modales presentan un escalón en el instante en que las cargas entran o salen del puente. Ello puede excitar de forma artificial la contribución de modos de vibración de frecuencias elevadas, que de otro modo participarían poco en la respuesta. Para evitar este problema se ha programado un algoritmo que *suaviza* la entrada y salida de cargas, creando un efecto similar al que se produce en realidad a causa del reparto debido al carril, las traviesas y la capa de balasto, algoritmo descrito en detalle en el apartado 4.3.5.

Con el objeto de comprender mejor la influencia de los factores recién mencionados, se comparan en lo que sigue tres tipos de modelos:

- Modelo de placa ortótropa sin neoprenos. Se trata del modelo más simple de los tres, en el que la placa ortótropa cuenta con dos bordes opuestos simplemente apoyados y dos bordes libres. En cuanto a la aplicación de las

cargas puntuales, cuando una de ellas se encuentra dentro de los límites de la placa, se ensambla su valor nominal en el vector de cargas nodales, a través de las funciones de forma del elemento finito sobre el que se encuentra.

- Modelo de placa ortótropa con neoprenos y con entrada/salida de cargas brusca o escalonada. En este caso se introduce en el modelo la rigidez vertical de los apoyos de neopreno de forma distribuida, modificando la matriz de rigidez de los elementos finitos con un lado coincidente con alguno de los dos estribos, según se ha descrito en el apartado 4.3.3. La aplicación de las cargas se realiza como en el caso previo, apareciendo por tanto un escalón en la entrada y salida de la carga.
- Modelo de placa ortótropa con neoprenos y con entrada/salida de cargas gradual o distribuida. Se trata de una evolución del caso anterior, incluyendo el algoritmo de suavizado que permite la aplicación de las cargas puntuales en las proximidades de los estribos de forma gradual, siguiendo el procedimiento descrito en el apartado 4.3.5.

En el estudio que se plantea se desea analizar a su vez la correlación de los efectos mencionados con la participación de los distintos modos de vibración. Para ello se han considerado en primer lugar modelos en los que se tiene en cuenta únicamente la contribución del modo fundamental de flexión. En segundo lugar se ha añadido la contribución del segundo modo, que en los dos puentes estudiados en este capítulo se corresponde con el primer modo de torsión del tablero. En tercer lugar, se ha considerado la contribución de todos los modos de frecuencia inferior a 30 Hz, como indica la IAPF-07, ampliando ligeramente el límite hasta 30.5 Hz, por si existiera algún modo en las proximidades de este valor umbral. En cuarto y último lugar, se ha considerado la contribución de los modos de frecuencia cercana pero superior a 30 Hz, que en principio quedarían descartados por superar dicho límite. Se han tenido en cuenta los que superan el límite en un 10%, es decir, aquellos de frecuencia igual o menor que 33 Hz. Este estudio progresivo de la respuesta, incluyendo un número creciente de modos, permite extraer conclusiones interesantes sobre el comportamiento dinámico de los tableros que se analizan.

Combinando los tres modelos descritos con las cuatro posibilidades en lo que a número de modos se refiere, se definen doce tipos de análisis cuya nomenclatura se presenta en la Tabla 7.31. En dicha tabla cada tipo de análisis comienza con una inicial que distinguirá en los apartados siguientes el puente analizado. A continuación las siglas SN, CNE y CNG diferencian los modelos sin neoprenos, con neoprenos y aplicación de cargas escalonada y con neoprenos y aplicación de cargas gradual, respectivamente. Finalmente la terminación 1, 2, 30 Hz y 33 Hz indica el número de modos considerados en el análisis: 1 = modo fundamental, 2 = modos primero y segundo, 30 Hz = modos de frecuencia menor o igual a 30.5 Hz y 33 Hz = modos de frecuencia menor o igual a 33 Hz.

	<i>Modo 1</i>	<i>Modo 1 + Modo 2</i>	<i>Modos hasta 30.5 Hz</i>	<i>Modos hasta 33 Hz</i>
<i>Sin neoprenos</i>	X.SN.1	X.SN.2	X.SN.30Hz	X.SN.33Hz
<i>Con neoprenos/escalón</i>	X.CNE.1	X.CNE.2	X.CNE.30Hz	X.CNE.33Hz
<i>Con neoprenos/gradual</i>	X.CNG.1	X.CNG.2	X.CNG.30Hz	X.CNG.33Hz

Tabla 7.31 Tipos de análisis. Nomenclatura empleada en un caso genérico

A la hora de verificar los Estados Límite que impone la IAPF-07, los modelos más representativos son el modelo con neoprenos, entrada/salida de cargas gradual y considerando la contribución de modos hasta 30 Hz (X.CNG.30Hz, según la nomenclatura de la Tabla 7.31), sombreado en la tabla anterior, que por otra parte es el que se ha empleado en los apartados 7.5 y 7.6 de este documento, y también el modelo sin neoprenos y con modos hasta 30 Hz (X.SN.30Hz), que si bien no es conservador a la hora de predecir las velocidades de resonancia, es seguramente uno de los más empleados en la práctica. En lo que sigue se presentan y comparan los resultados de los análisis planteados en la Tabla 7.31 sobre los dos puentes reales objeto de estudio en este capítulo: el puente Arroyo Bracea II y el puente sobre el Río Guadiana.

7.9.1. Puente Arroyo Bracea II

Se ha calculado la respuesta dinámica del puente Arroyo Bracea II sometido a la circulación de las diez composiciones del modelo HSLM-A, en el rango de velocidades [100.8, 421.2] km/h en incrementos de 3.6 km/h, determinándose para cada composición y velocidad de cálculo la respuesta máxima en los 25 puntos de postproceso señalados en la Figura 7.12. Este proceso se ha repetido empleando cada una de las variantes de análisis definidas en la Tabla 7.32.

	<i>Modo 1</i>	<i>Modo 1 + Modo 2</i>	<i>Modos hasta 30.5 Hz</i>	<i>Modos hasta 33 Hz</i>
<i>Sin neoprenos</i>	B.SN.1	B.SN.2	B.SN.30Hz ← (coincide con)	
<i>Con neoprenos/escalón</i>	B.CNE.1	B.CNE.2	B.CNE.30Hz	B.CNE.33Hz
<i>Con neoprenos/gradual</i>	B.CNG.1	B.CNG.2	B.CNG.30Hz	B.CNG.33Hz

Tabla 7.32 Tipos de análisis. Nomenclatura empleada el caso del puente Arroyo Bracea II

El modelo de tablero utilizado en los análisis B.CNE y B.CNG, es el modelo calibrado descrito en el apartado 7.5.3 y, en concreto, el B.CNG, el empleado en los cálculos dinámicos del apartado 7.5. En los análisis B.SN se ha hecho uso del mismo modelo de placa ortótropa sustituyendo los neoprenos por una condición de apoyo simple. En la Figura 7.109 se muestran los seis primeros modos de vibración del tablero en ausencia de neoprenos. Se puede comprobar que al eliminar estos elementos la frecuencia fundamental

aumenta en un 6%, alcanzando 9.74 Hz. Nótese que en el modelo sin neoprenos existen cinco modos por debajo de 30.5 Hz y ninguno entre 30.5 y 33 Hz por lo que, según se señala en la Tabla 7.32, los análisis B.SN.30Hz y B.SN.33Hz coinciden.

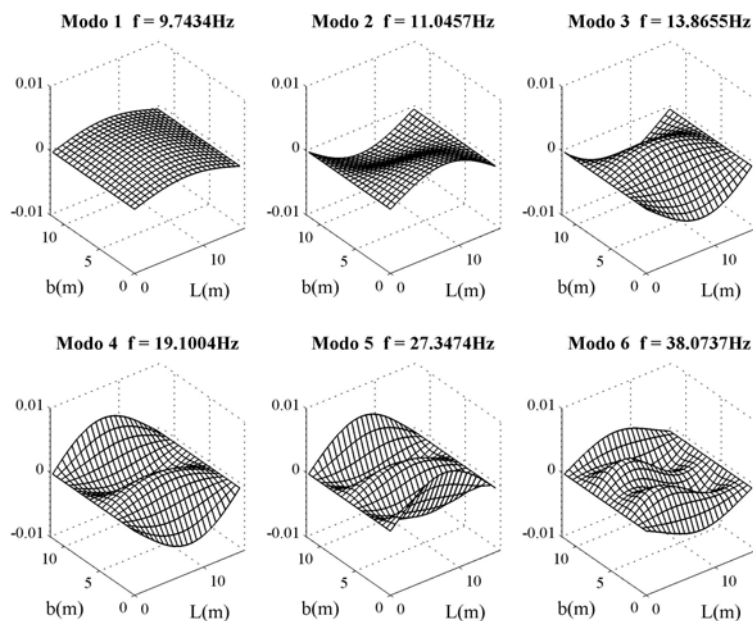


Figura 7.109 Seis primeros modos de vibración del puente Arroyo Bracea II en ausencia de neoprenos

En lo que respecta al modelo con neoprenos, hay seis modos por debajo de 30.5 Hz y un séptimo contenido entre 30.5 y 33 Hz, tal y como se puede comprobar en la Figura 7.110. Finalmente, en los análisis B.CNG.X se ha adoptado una distancia de suavizado nominal L_{rep} igual a la longitud de reparto correspondiente a cuatro traviesas, analizando la sensibilidad de la respuesta dinámica de la estructura ante variaciones de este parámetro al final del apartado. En cuanto al módulo de vía¹⁰², se ha tomado un valor de $3.5 \cdot 10^7$ N/m² en todos los casos.

Una vez realizados los 11 cálculos dinámicos, se ha determinado en cada punto y para cada tipo de análisis la envolvente de aceleración vertical para las diez composiciones de estudio. En la Figura 7.111 se presentan los resultados obtenidos en los puntos C5, C3 y B1. Las gráficas (a)-(b)-(c) muestran la envolvente de aceleraciones en C5 en función de la velocidad de circulación, en ausencia de neoprenos, con neoprenos y entrada/salida de

¹⁰² Entiéndase módulo de vía como la rigidez ante cargas verticales del conjunto carril-placas de asiento-balasto-traviesas.

cargas escalonada, y con neoprenos y entrada/salida de cargas gradual, respectivamente. En cada una de ellas las curvas en trazo de diferente color se corresponden con un número de modos distinto empleado en el cálculo de la respuesta. De igual manera, en las gráficas (d)-(e)-(f) y en las (g)-(h)-(i) se incluyen envolventes de la aceleración máxima en los puntos C3 y B1, respectivamente.

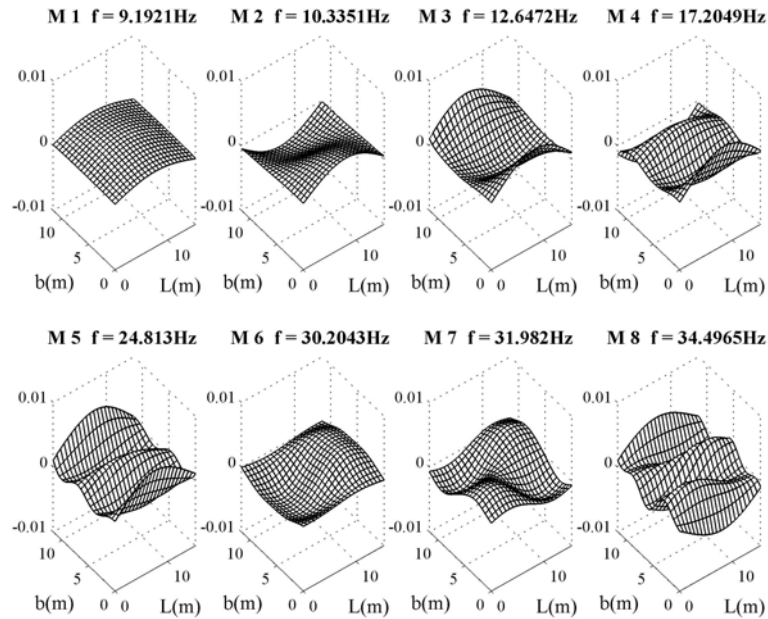


Figura 7.110 Ocho primeros modos de vibración del puente Arroyo Bracea II en presencia de neoprenos

A partir del análisis realizado se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Al introducir los neoprenos en el modelo se reduce la frecuencia natural de todos los modos del tablero. En particular, la frecuencia de los dos primeros disminuye en un 5.7% y un 6.4% respectivamente, reduciéndose en la misma medida las velocidades a las que aparecen fenómenos de resonancia de estos dos modos. En la Figura 7.112 se muestra la aceleración máxima en el punto C3 del tablero en función de la velocidad de paso obtenida a partir de los análisis B.SN.1 y B.CNE.1. Se trata de la respuesta debida al modo fundamental calculada con y sin neoprenos aplicando una entrada/salida de cargas escalonada. Se observa claramente que los máximos de resonancia se trasladan hacia velocidades inferiores al incluir estos elementos, y nuevas situaciones de resonancia, como la debida a la composición HSLM-A8, que en ausencia de neoprenos no se llegan a alcanzar en el rango de velocidades de

estudio, en presencia de éstos sí tienen lugar.

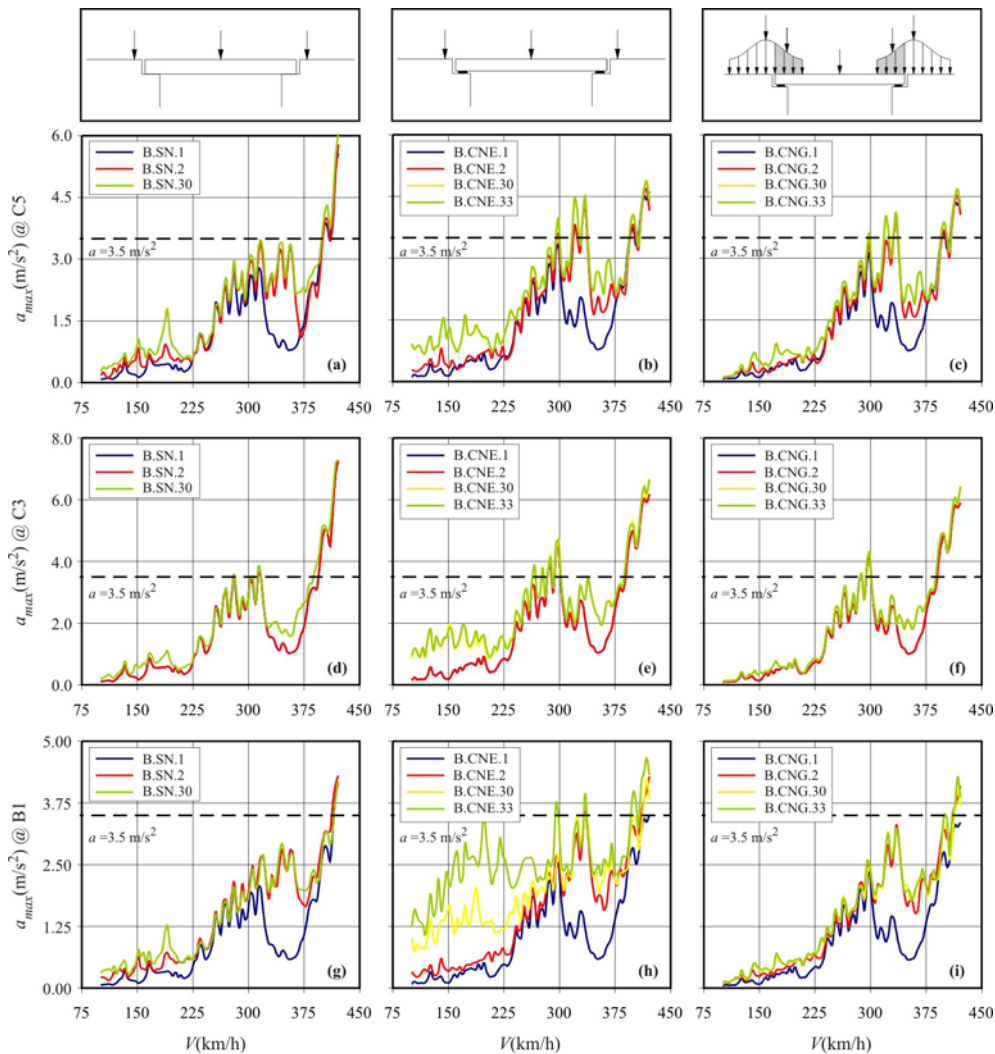


Figura 7.111 Envolvente de aceleraciones vs. velocidad de paso de trenes universales en los puntos C5, C3 y B1

- La inclusión de los neoprenos conlleva una segunda consecuencia: la modificación de la amplitud en resonancia. Esta modificación está relacionada con varios factores: (i) por una parte las velocidades de resonancia de modos distintos varían de forma diferente, por lo que al combinar varias contribuciones modales la amplitud de la respuesta total se modifica; (ii) en segundo lugar la amplitud de las resonancias de cada modo aislado puede aumentar o disminuir a consecuencia de la existencia de situaciones de resonancia y cancelación

que se ven afectadas de forma distinta con la introducción de los neoprenos¹⁰³, y (iii) los modos de vibración, especialmente los de frecuencias elevadas, sufren ciertas alteraciones. La combinación de estos factores dificulta considerablemente predecir a priori en qué sentido se va a modificar la respuesta estructural con la introducción de la rigidez vertical de los apoyos. En la Figura 7.112(b) se ha señalado mediante flechas los máximos más relevantes de la respuesta del modo fundamental que aumentan y los que disminuyen.

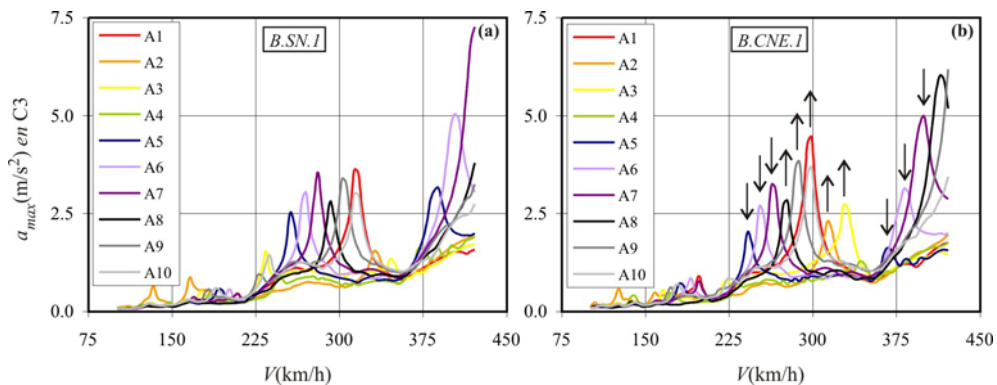


Figura 7.112 Aceleración máxima en C3 vs. velocidad de paso en los casos B.SN.1 y B.CNE.1

- Los apoyos de neopreno ejercen una influencia mucho más notoria, no obstante, sobre la respuesta de modos de frecuencia elevada, especialmente si la aplicación de las cargas a la entrada y salida del tablero se realiza de forma escalonada. Este efecto se puede observar con claridad al comparar las gráficas (g) y (h) de la Figura 7.111. Mientras que la aceleración a cuarto de vano, calculada con el modo fundamental o con los dos primeros modos, se ve relativamente poco afectada por la introducción de los neoprenos, al calcular la respuesta incluyendo hasta el sexto y el séptimo modos en el análisis (B.CNE.30Hz y B.CNE.33Hz, respectivamente) se amplifican de forma importante las resonancias que se producen a velocidades moderadas (por debajo de los 250 km/h). En la Figura 7.113 se ha representado la aceleración

¹⁰³ Según Yang [165] la condición de resonancia en vigas simplemente apoyadas sometidas al paso de cargas móviles y recogida en la ecuación (7.13), se conserva al sustituir los apoyos simples por apoyos elásticos. No obstante debido a la reducción que experimentan las frecuencias naturales del elemento con el cambio de condiciones de contorno, las velocidades de resonancia se reducen de una forma no despreciable. Sin embargo las velocidades a las que se produce el fenómeno de cancelación apenas se ven afectadas por la rigidez de los neoprenos. Por ello es posible que resonancias que en ausencia de neoprenos eran “canceladas” en presencia de éstos no lo sean, y a la inversa.

en B1 en función de la velocidad de paso de las diferentes composiciones del modelo HSLM-A, correspondiente a los casos B.SN.30Hz y B.CNE.30Hz.

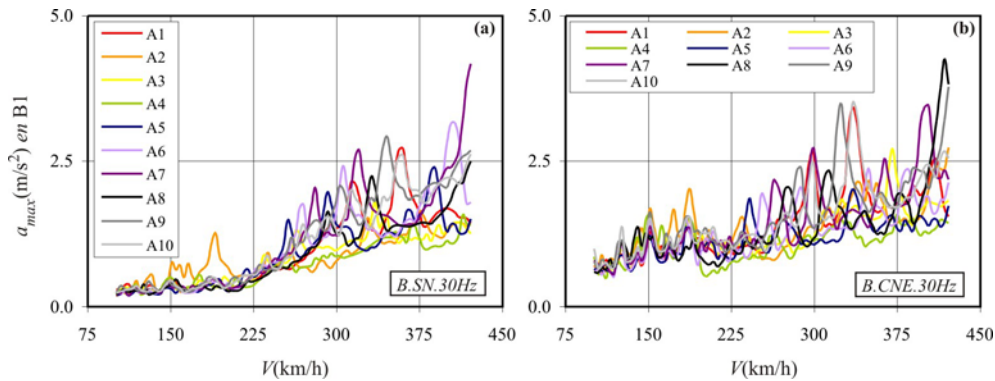


Figura 7.113 Aceleración máxima en B1 vs. velocidad de paso en los casos B.SN.30Hz y B.CNE.30Hz

- Al suavizar la entrada y salida de cargas en el puente en modelos con neoprenos, disminuye la respuesta máxima de forma generalizada, tal y como se deriva de la comparación entre las gráficas (b)-(c), (e)-(f) o (h)-(i) de la Figura 7.111. No obstante es importante remarcar que esta reducción no afecta por igual a todas las contribuciones modales, sino que afecta mucho más acusadamente a las vibraciones de mayor frecuencia. Para ilustrar este fenómeno en la Figura 7.114 se ha representado la envolvente de aceleraciones de los trenes universales en el punto B1 debida a (a) la contribución del modo fundamental, (b) la de los dos primeros modos, (c) la de modos por debajo de 30.5 Hz y (d) la de modos de frecuencia inferior a 33 Hz. En cada una de las gráficas se compara el resultado obtenido a partir del modelo con neoprenos y entrada/salida de cargas escalonada, con el del modelo también con neoprenos pero con una entrada/salida de cargas gradual. Se observa claramente cómo en el caso de las gráficas (a) y (b), en el que la aceleración se calcula a partir de la contribución de modos de baja frecuencia, la reducción en la respuesta debida al reparto de las cargas no es excesivamente importante. No obstante, a medida que se incluyen en el cálculo los modos 3º, 4º, 5º y 6º como en la gráfica (c), y especialmente el 7º como en la gráfica (d), el efecto del suavizado es considerable, especialmente en el caso de las resonancias que tienen lugar a velocidades moderadas
- Finalmente en lo referente a la distancia L_{rep} que se toma para realizar el suavizado de cargas en las proximidades de los estribos, inicialmente igual a la longitud de reparto asociada a cuatro traviesas (2.4 m), se ha disminuido a 1.8 m (tres traviesas) y aumentado a 3.0 m (cinco traviesas) con el fin de comprobar la sensibilidad de la respuesta ante este parámetro. Los resultados

corresponden con lo que cabría esperar: en el caso **B.CNS.30Hz** la aceleración máxima debida al paso del A9 a 421.2 km/h aumenta de 6.44 a 6.52 m/s² al reducir L_{rep} de cuatro a tres traviesas, y disminuye a 6.36 m/s² al incrementar L_{rep} a cinco traviesas. Se trata de variaciones moderadas que indican que puede tomarse un valor próximo a los dos metros, entre tres y cuatro traviesas, dependiendo de si se desea realizar un cálculo en mayor o menor medida conservador. La diferencia entre ambos máximos en este caso es del 1.24%.

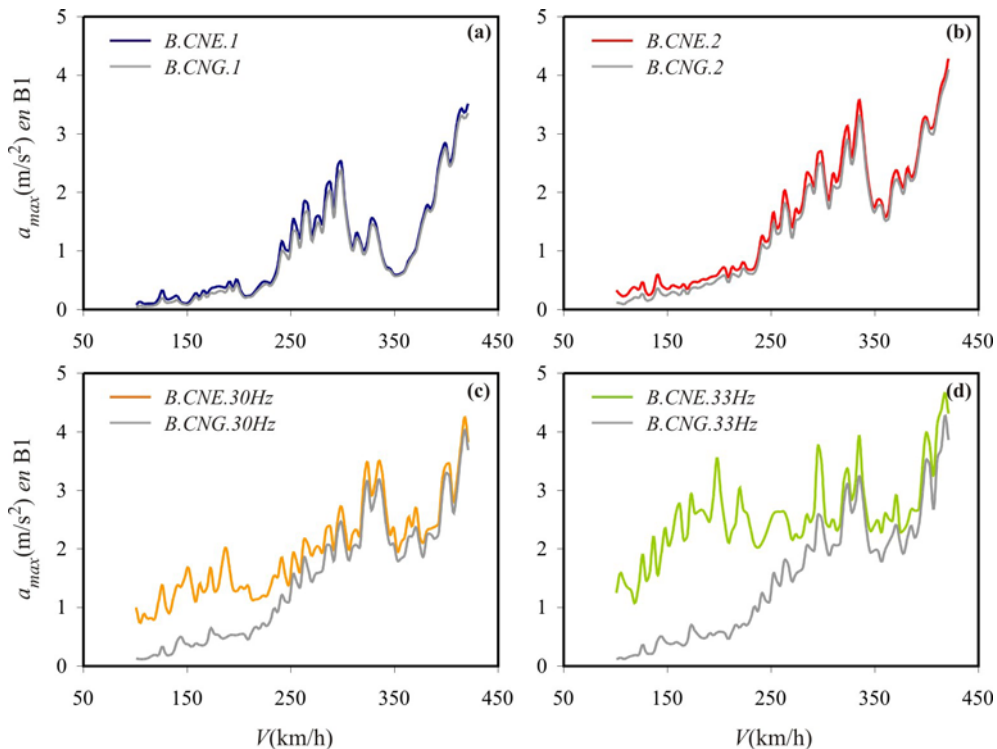


Figura 7.114 Aceleración máxima en B1 vs. velocidad de paso. Efecto del suavizado de cargas

7.9.2. Puente sobre el Río Guadiana

A continuación se analiza la evolución de la respuesta dinámica del puente sobre el Río Guadiana con la introducción de los apoyos de neopreno en el modelo. La Tabla 7.33 recoge la definición de los distintos tipos de análisis que se llevan a cabo, así como la denominación utilizada. El modelo con neoprenos empleado en los casos **G.CNE.X** y **G.CNG.X** es el modelo del tablero calibrado y descrito en el apartado 7.6.3. En cuanto a los análisis sin neoprenos (**G.SN.X**), se han realizado con el mismo modelo de placa ortótropa pero sustituyendo el apoyo elástico por uno simple a lo largo de los bordes de la

placa situados sobre los estribos. La casilla rayada de la Tabla 7.33 señala el tipo de análisis realizado en los cálculos dinámicos del apartado 7.6.4.

	Modo 1	Modo 1 + Modo 2	Modos hasta 30.5 Hz	Modos hasta 33 Hz
Sin neoprenos	G.SN.1	G.SN.2 ← (coincide con)		G.SN.33Hz
Con neoprenos/escalón	G.CNE.1	G.CNE.2 ← (coincide con)		G.CNE.33Hz
Con neoprenos/gradual	G.CNG.1	G.CNG.2 ← (coincide con)		G.CNG.33Hz

Tabla 7.33 Tipos de análisis. Nomenclatura empleada en el caso del puente sobre el Río Guadiana

Las figuras 7.115 y 7.116 muestran los tres primeros modos de vibración del tablero con y sin neoprenos. En ambas situaciones sólo dos modos, el primero de flexión y el primero de torsión, cuentan con una frecuencia inferior a 30.5 Hz, por lo que los análisis de la segunda y tercera columna de la Tabla 7.33 coinciden. En los casos G.SN.33Hz, G.CNE.33Hz y G.CNG.33Hz se ha incluido el tercer modo de flexión transversal, pese a que en el primer caso su frecuencia exceda ligeramente los 33 Hz. Finalmente, en los análisis G.CNG.X se ha adoptado una distancia de suavizado nominal L_{rep} igual a la longitud de reparto correspondiente a cuatro traviesas, analizando la sensibilidad de la respuesta dinámica de la estructura ante variaciones de este parámetro al final del apartado. En cuanto al módulo de vía, se ha considerado un valor de $3.5 \cdot 10^7$ N/m² en todos los casos.

En los nueve escenarios que recoge la Tabla 7.33 se ha realizado el cálculo dinámico de la estructura sometida a la circulación de los diez trenes del modelo HSLM-A en el mismo intervalo de velocidades considerado en el apartado 7.6.4, esto es [100.8, 302.4] km/h con un paso de velocidades de 3.6 km/h, obteniéndose para cada tren y velocidad de circulación la respuesta máxima del tablero en los 25 puntos de postproceso habituales. Finalmente, en cada punto y para cada velocidad se ha determinado la envolvente de la respuesta de todas las composiciones analizadas.

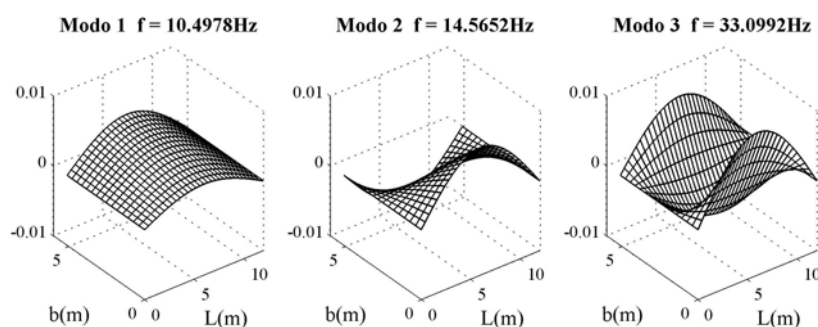


Figura 7.115 Tres primeros modos de vibración del tablero en ausencia de neoprenos

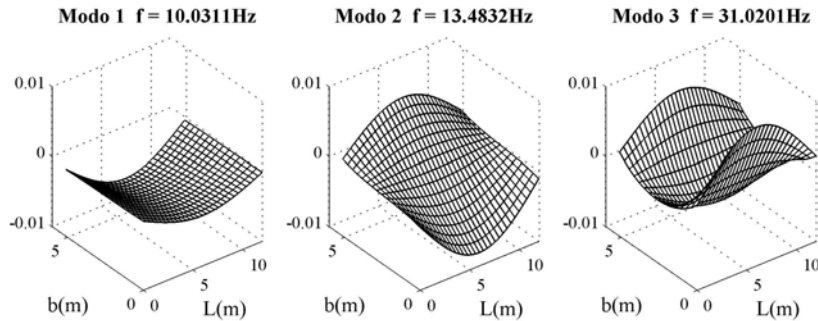


Figura 7.116 Tres primeros modos de vibración del tablero en presencia de neoprenos

En la Figura 7.117 se han representado envolventes de aceleración vertical en tres puntos distintos del tablero. Las gráficas (a)-(b)-(c) de esta figura muestran la respuesta envolvente en C5 en función de la velocidad, calculada con el modelo sin neoprenos, con neoprenos y entrada/salida de cargas escalonada, y con neoprenos y entrada/salida de cargas gradual, respectivamente. Las curvas en trazos azul, rojo y verde que aparecen en cada gráfica se corresponden con la participación en la respuesta de uno, dos y tres modos de vibración, respectivamente. De igual manera, en las gráficas (d)-(e)-(f) y en las (g)-(h)-(i) se muestran envolventes de la aceleración máxima en los puntos C3 y B5, respectivamente.

Algunas de las conclusiones que se derivan del análisis realizado se resumen a continuación:

- La introducción de los apoyos de neopreno da lugar, al igual que se comprobó en el ejemplo anterior, a una reducción de las frecuencias naturales del tablero que se cifra en este caso en un 4.45%, 7.43% y 6.28% para los modos primero, segundo y tercero, respectivamente, porcentajes en los que se ven afectadas las velocidades de resonancia correspondientes. En la Figura 7.118 se muestra la aceleración máxima en el punto C5 debida a la circulación de cada composición, teniendo en cuenta la contribución del modo fundamental del tablero exclusivamente. En la figura se compara (a) la respuesta obtenida a partir del modelo sin neoprenos (G.SN.1) y (b) la calculada mediante el modelo con neoprenos y entrada/salida de cargas escalonada (G.CNE.1).
- La inclusión de los neoprenos conlleva a su vez la modificación de las amplitudes en resonancia debido a la alteración de las formas modales, y a la existencia de situaciones de resonancia y cancelación que se ven afectadas de manera distinta con la introducción de la rigidez de los apoyos. En la Figura 7.118(b) se ha señalado mediante flechas los máximos más relevantes de la respuesta del modo fundamental que aumentan y los que disminuyen.

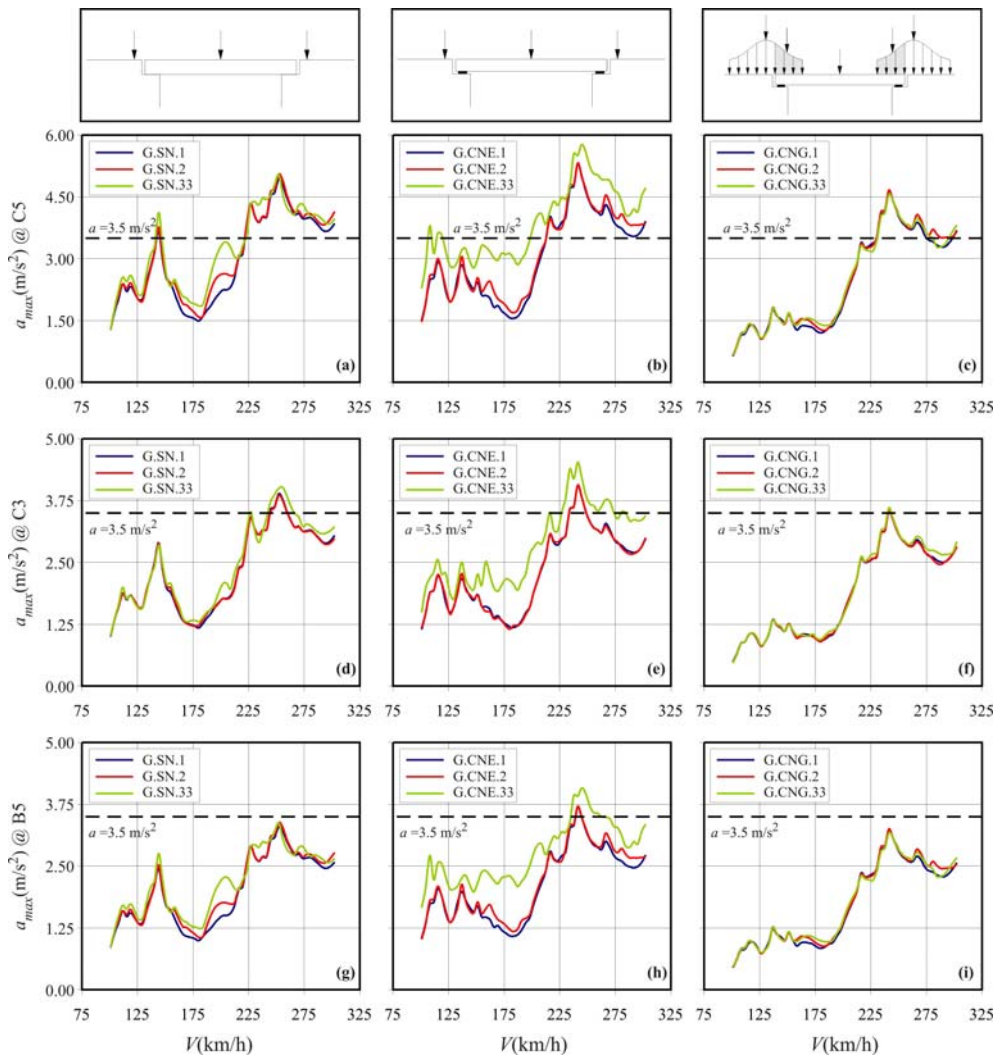


Figura 7.117 Envolvente de aceleraciones vs. velocidad de paso de trenes universales en los puntos C5, C3 y B5

- Al igual que se pudo comprobar en el ejemplo anterior la introducción de los neoprenos da lugar a un incremento importante de la respuesta de los modos de frecuencia elevada, si la aplicación de las cargas en las proximidades de los estribos no se realiza de forma gradual. Ello se puede detectar al comparar las graficas (a)-(b), (d)-(e) y (g)-(h) de la Figura 7.117. Mientras que con el modelo sin neoprenos la introducción del tercer modo modifica poco la respuesta en los tres puntos, en presencia de éstos existe una diferencia importante entre la respuesta debida a los modos de flexión y torsión (curva roja) y la asociada con los tres primeros modos (curva verde), especialmente a velocidades

moderadas. Para visualizar este fenómeno, separando el efecto de cada composición, en la Figura 7.119 se muestra la aceleración máxima en el punto B5 calculada con los tres primeros modos de vibración en ausencia de neoprenos (G.SN.30Hz) y en presencia de éstos, con una aplicación de cargas escalonada (G.CNE.30Hz).

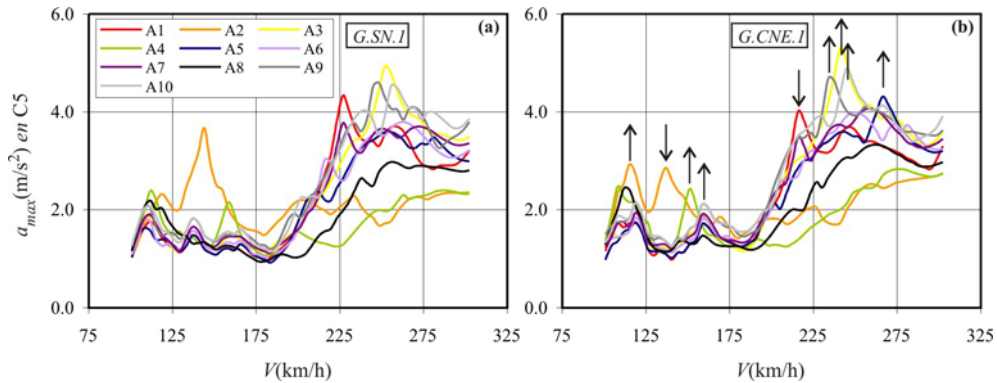


Figura 7.118 Aceleración máxima en C5 vs. velocidad de paso en los casos G.SN.1 y G.CNE.1

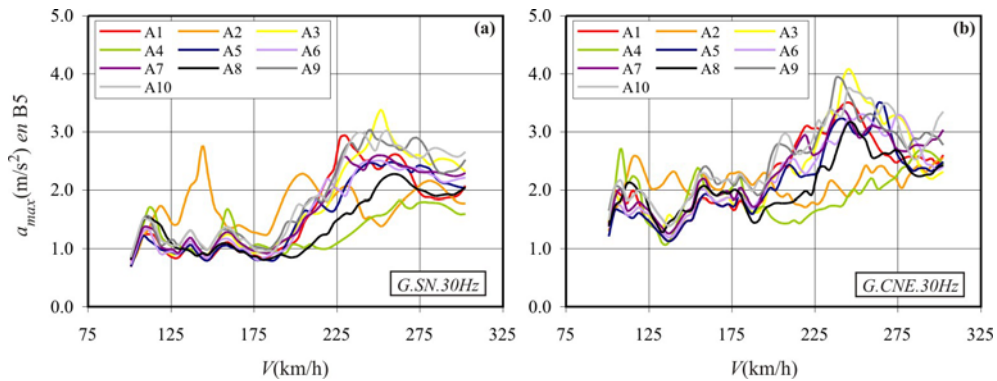


Figura 7.119 Aceleración máxima en B5 vs. velocidad de paso en los casos G.SN.30Hz y G.CNE.30Hz

- Finalmente, al suavizar la entrada y salida de cargas en el puente, disminuye la respuesta en todos los casos, tal y como se deriva de la comparación entre las gráficas (b)-(c), (e)-(f) y (h)-(i) de la Figura 7.117. De nuevo se observa que esta reducción no afecta por igual a todas las contribuciones modales, sino que se reduce en mayor medida la respuesta debida al tercer modo que a los dos primeros. En la Figura 7.120 se ha representado la envolvente de aceleraciones en los puntos C5 y B5 calculada empleando el modelo de tablero con neoprenos, comparando la aplicación de cargas escalonada con la modificada por el algoritmo de suavizado. Las gráficas (a), (b) y (c) muestran la aceleración máxima en C5 debida a la contribución de uno, dos y tres modos

de vibración, respectivamente. Del mismo modo, las gráficas (d), (e) y (f) muestran la respuesta en el punto B5.

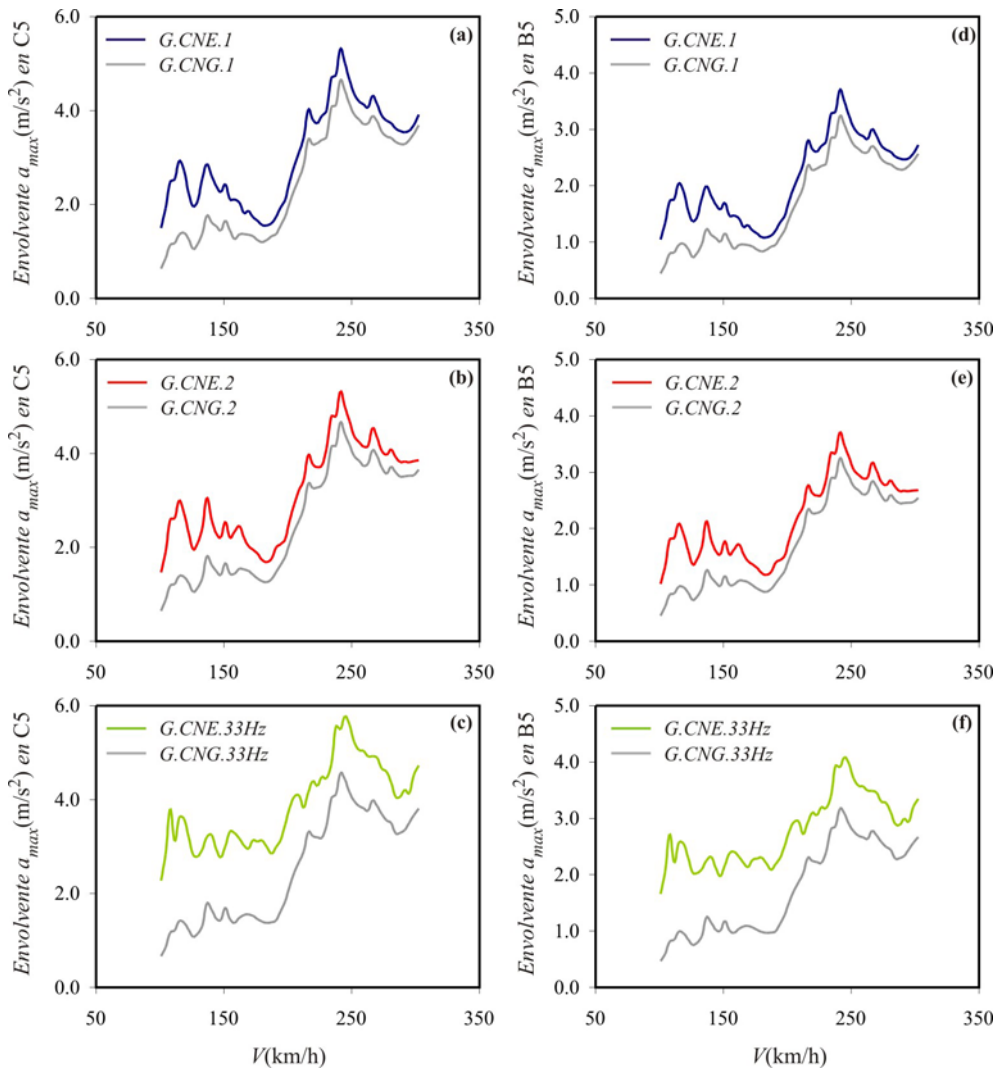


Figura 7.120 Aceleración máxima en C5 y B5 vs. velocidad de paso. Efecto del suavizado de cargas en función del número de modos considerados en el análisis

- En el puente sobre el Río Gadiana las aceleraciones máximas se reducen en mayor medida que en el ejemplo anterior con el suavizado, especialmente en el caso de los dos primeros modos. Ello es debido a que al contar la estructura actual con una luz inferior (11.93 frente a 15.25 m), influye significativamente el efecto de la reducción de la carga resultante durante los periodos de entrada y salida del puente, lo cual afecta a una longitud total de

$2 \times L_{rep} = 4.8$ m (aproximadamente un 40% de la luz, frente a un 31.5% en el puente Arroyo Bracea II). Puesto que la contribución del modo de torsión es reducida, debido a que se trata de un tablero de vía única con una relación ancho/luz inferior a la del puente anterior, la diferencia entre las gráficas (a) y (b) no es demasiado importante. Finalmente, al introducir el tercer modo de vibración en el cálculo, la respuesta aumenta considerablemente, especialmente a velocidades moderadas, y el efecto del suavizado es patente. Similares conclusiones se extraen del análisis del comportamiento en el punto B5 mostrado en las gráficas (d), (e) y (f) de la misma figura.

- La sensibilidad de la respuesta del puente sobre el Río Guadiana a la longitud de reparto L_{rep} es superior a la del puente Arroyo Bracea II, debido a que la proporción de la luz durante la cual la resultante de cada carga se ve reducida por el suavizado, cobra mayor importancia con la reducción de ésta. En este caso al reducir la distancia L_{rep} de cuatro a tres traviesas, aumenta la aceleración máxima, que tiene lugar en C3 al paso de la composición HSLM-A3, de 4.66 a 4.88 m/s^2 , lo que supone un incremento de un 4.7% (frente a un 1.24% en el ejemplo anterior), mientras que al aumentar esta distancia a cinco traviesas se reduce la aceleración máxima hasta 4.47 m/s^2 , lo que implica una reducción del 4.1% frente a un 1.24%, calculado en el caso del puente Arroyo Bracea II. Las variaciones, no obstante, siguen siendo poco significativas resultando adecuado adoptar un valor de la longitud de reparto próximo a los dos metros.

7.10. Conclusiones

Este séptimo capítulo de la Tesis se ha dedicado al cálculo dinámico y reacondicionamiento de dos puentes isostáticos reales pertenecientes a la red ferroviaria de viajeros española: el puente Arroyo Bracea II y el puente sobre el Río Guadiana. El primero de ellos está situado en la línea de Alta Velocidad Madrid-Córdoba y cuenta con un tablero de vía doble y 45° de esviaje. El segundo pertenece a la línea convencional Madrid-Alcázar de San Juan-Jaén, y está compuesto por dos tableros de vía única estructuralmente independientes. Para cada una de las estructuras se ha calibrado un modelo de losa ortótropa, partiendo de datos extraídos de sendos informes de resultados de campañas experimentales.

Tras calibrar el modelo numérico y haciendo uso del código de elementos finitos **DYNARET**, implementado en el marco de la Tesis, se ha llevado a cabo el cálculo dinámico de ambos tableros siguiendo las prescripciones de la actual Instrucción de Acciones española. Puesto que uno de los objetivos principales de la Tesis Doctoral es comprobar la viabilidad técnica del reacondicionamiento propuesto, se ha considerado un posible acondicionamiento del tramo de línea en el que se encuentran los puentes a 350 km/h, en el caso del puente

Arroyo Bracea II, y a 250 km/h en el del puente sobre el Río Guadiana. Por tratarse de velocidades superiores a los 220 km/h se ha evaluado el comportamiento dinámico de ambas estructuras ante la circulación del Tren Universal-A y, adicionalmente, se ha analizado su repuesta debida a ocho composiciones europeas de Alta Velocidad.

En las condiciones de explotación descritas, y pese a haberse obtenido coeficientes de impacto inferiores a la unidad en ambas estructuras, ninguno de los dos tableros verifica el Estado Límite de Servicio ligado a la seguridad del tráfico, superando la aceleración vertical máxima el umbral de 3.5 m/s^2 establecido en puentes de vía sobre balasto. En particular en el puente Arroyo Bracea II la máxima aceleración alcanza 6.44 m/s^2 , y en el puente sobre el Río Guadiana 5.31 m/s^2 , debiéndose este comportamiento deficiente en ambos casos a la resonancia del modo fundamental.

Tras analizar con detenimiento la respuesta oscilatoria en la plataforma de vía se ha proyectado un sistema de reacondicionamiento adecuado a cada una de las estructuras. Seguidamente se ha realizado el cálculo dinámico de los puentes reacondicionados cuyos resultados más relevantes se resumen a continuación

- En el primer caso, la máxima aceleración se reduce de 6.44 a 3.45 m/s^2 con una fuerza máxima en el FVD más crítico de 23.5 kN , valor muy inferior a la capacidad de los amortiguadores existentes hoy en día en el mercado y a la resistencia a punzonamiento de la losa, y una tensión máxima en las vigas auxiliares muy por debajo de la máxima admisible.
- En el puente sobre el Río Guadiana, por otra parte, la máxima aceleración se reduce de 5.31 a 3.33 m/s^2 , experimentando el FVD más castigado una fuerza máxima de 10 kN , y asegurando el máximo nivel de esfuerzos previstos en las vigas auxiliares pretensadas la compresión de las secciones en todo momento.
- En ambos casos se ha determinado el valor máximo y mínimo esperable de las reacciones verticales de las vigas auxiliares a efectos de dimensionar los dispositivos de anclaje.

Se ha comprobado numéricamente el grado de aproximación entre las constantes óptimas de los amortiguadores, obtenidas analíticamente a partir del procedimiento desarrollado en los Capítulos 5 y 6, y los valores óptimos reales concluyéndose que

- Las expresiones de las tasas de amortiguamiento óptimas, formuladas en el caso armónico considerando sólo los modos de flexión y torsión del tablero y en ausencia de amortiguamiento estructural, predicen bien los valores óptimos en un caso real, en el que intervienen numerosos factores adicionales como son la contribución de un mayor número de modos de vibración, la presencia de los apoyos de neopreno y amortiguamiento estructural, y la excitación

ferroviaria.

- Se ha verificado que la diferencia en la respuesta estructural en términos de desplazamientos y aceleraciones entre el caso óptimo analítico y el óptimo real es inferior al 1.15% en todos los casos analizados, siendo la diferencia en la fuerza máxima prevista en los FVD en ambas situaciones inferior al 10%.

Debido a que la presencia de los FVD acopla el sistema de ecuaciones de movimiento en coordenadas modales, se ha comprobado numéricamente que el número de modos de vibración incluido en el análisis de ambos tableros, garantiza la convergencia de las amplitudes modales de frecuencia inferior a 30 Hz, cuya contribución se ha tenido en cuenta a la hora de obtener la respuesta dinámica de la estructura reacondicionada.

El alcance de la posible deformación local en la losa de reparto ante la fuerza puntual ejercida por el amortiguador, no tenida en cuenta en los análisis dinámicos previos, ha sido investigado los puentes reales analizados, y en un escenario ampliado de estructuras y reacondicionamientos esperables. A partir de los resultados obtenidos se ha concluido que

- La deformabilidad local prevista la conexión del amortiguador con la losa de reparto no da lugar a una pérdida de eficacia significativa del sistema de reacondicionamiento.
- Si ello llegara a cobrar importancia se podrían incluir sistemas sencillos de reparto de carga y de rigidización del área afectada que darían solución al problema.

Los resultados de un estudio de viabilidad económico, llevado a cabo en el contexto del PI 80021/A04 e incluidos en un apartado de este capítulo, muestran que

- Los presupuestos de ejecución material del reacondicionamiento en las dos estructuras analizadas son inferiores a los costes de una posible sustitución de tablero.
- En puentes de luces cortas con tableros independientes para cada vía la diferencia entre el coste del reacondicionamiento y la sustitución se reduce, pero en un elevado número de casos podría resultar económicamente beneficioso.
- La sustitución podría requerir el cierre temporal de la línea, lo que supondría un coste adicional elevado y de difícil cuantificación. Por el contrario, la instalación de los sistemas de reacondicionamiento se llevaría a cabo en la cara inferior del tablero, sin afectar en absoluto a las circulaciones, constituyendo una clara ventaja desde el punto de vista operativo.
- Teniendo en cuenta estos factores, aún en los casos en que el presupuesto del reacondicionamiento fuese similar o superior al de la sustitución, es probable que la primera opción pudiera resultar, en conjunto, más económica que la

segunda.

Finalmente, y al margen del estudio de viabilidad del reacondicionamiento, se ha analizado la repercusión de introducir en el modelo numérico la rigidez de los apoyos de neopreno, la influencia en tal caso de suavizar la entrada y salida de ejes en el tablero, y la correlación de los efectos mencionados con la participación de los distintos modos de vibración. De este estudio se han extraído, entre otras, las siguientes conclusiones:

- La consideración de la rigidez vertical de los apoyos de neopreno da lugar a una reducción de las frecuencias naturales del tablero y, consecuentemente, de las velocidades de resonancia.
- Adicionalmente la presencia de estos elementos conlleva una modificación de las amplitudes en resonancia del tablero debido a la alteración que sufren los modos de vibración, y a la existencia de posibles situaciones de resonancia y cancelación que se ven afectadas de manera distinta con la rigidez de los apoyos. Puesto que la variación en la respuesta vertical del tablero no es despreciable ni fácilmente predecible a priori, se considera recomendable la introducción de la rigidez de estos elementos en el modelo numérico.
- La introducción de los neoprenos da lugar a un incremento importante de la respuesta de modos de frecuencia elevada si la aplicación de las cargas en las proximidades de los estribos no se realiza de forma gradual. Se considera necesario incluir el algoritmo de suavizado en el cálculo dinámico en presencia de estos elementos, ya que en caso contrario se puede incurrir en predicciones de la respuesta dinámica de la estructura poco realistas. Al suavizar la entrada y salida de cargas en el puente disminuye la respuesta del tablero, especialmente la relacionada con contribuciones modales de frecuencia elevada.
- Por último se ha analizado la sensibilidad de la respuesta de los tableros analizados ante la distancia L_{rep} , que se toma para distribuir la entrada y salida de cargas, modificando su valor nominal, igual a la distancia de reparto asociada a cuatro traviesas, a tres y a cinco traviesas. La respuesta máxima en ambos casos presenta una relación inversa con este parámetro. No obstante en el puente sobre el Río Guadiana su influencia es superior a la del puente Arroyo Bracea II, ya que la proporción de la luz durante la cual la resultante de cada carga se reduce por el suavizado es mayor cuanto menor es la luz del puente. En cualquier caso se trata de variaciones moderadas que indican que puede tomarse un valor próximo a los dos metros, entre tres y cuatro traviesas, dependiendo de si se desea realizar un cálculo en mayor o menor medida conservador.

8

Conclusiones y desarrollos futuros

En este último capítulo se resume el trabajo desarrollado en el marco de la Tesis y se exponen las conclusiones más relevantes derivadas de éste. Asimismo se destacan las tareas realizadas que han constituido aportaciones originales e innovadoras. Finalmente, se plantean posibles líneas de estudio, que podrían completar y ampliar algunos aspectos de interés relativos al cálculo dinámico y reacondicionamiento de puentes de ferrocarril.

El trabajo realizado ha estado orientado en dos direcciones complementarias: (i) el estudio de la viabilidad técnica del sistema de reacondicionamiento en su aplicación a la mejora del comportamiento dinámico de puentes de ferrocarril, y (ii) el desarrollo de una metodología de proyecto del mismo. El estudio de viabilidad técnica necesariamente conlleva la implementación de modelos avanzados de cálculo que permitan predecir de forma realista la respuesta de la estructura, habiendo constituido la programación del código **DYNARET** una parte importante del trabajo realizado. En segundo lugar, el desarrollo de metodologías de proyecto ha supuesto un esfuerzo desde un punto de vista analítico, tratando de simplificar al máximo el problema para extraer los parámetros que, en esencia, gobiernan la respuesta del sistema conjunto. En este contexto se inscriben las tareas realizadas y los resultados obtenidos que se presentan a continuación.

8.1. Resumen del trabajo realizado

De acuerdo con los objetivos planteados en el capítulo primero, las tareas desarrolladas durante la realización de la Tesis Doctoral han sido las siguientes:

- Análisis del Estado del Conocimiento en el ámbito de la Dinámica de Puentes de Ferrocarril, centrado en el efecto de la circulación de cargas verticales sobre puentes isostáticos. El estudio realizado incluye una breve síntesis de la evolución del Cálculo de Puentes desde sus orígenes y de los avances experimentados por la disciplina en las últimas décadas.
- Estudio del Estado del Conocimiento en el campo de la aplicación de técnicas de Control Pasivo a la reducción de oscilaciones verticales excesivas en puentes de ferrocarril. Se han recopilado algunas de las propuestas que diferentes autores han presentado en los últimos años, comentándose el comportamiento dinámico de las estructuras analizadas previo al reacondicionamiento, las luces de los puentes de estudio, el rango de velocidades considerado y la efectividad de los sistemas propuestos.
- Análisis comparativo entre elementos de disipación de distinta naturaleza, y selección del amortiguador fluido-viscoso como núcleo del sistema de reacondicionamiento propuesto. Descripción del principio de funcionamiento y especificaciones técnicas de un modelo concreto, el FVD con sello laberíntico, cuya elevada vida útil lo hace idóneo para la aplicación que se plantea.

- Concepción de una estructura auxiliar que, instalada bajo el tablero, transforme las oscilaciones de éste en movimiento relativo entre extremos de los amortiguadores, permitiendo así la disipación de energía y consecuente reducción de las vibraciones verticales bajo la plataforma de vía. Aplicación del sistema de reacondicionamiento propuesto al caso concreto de tableros de vigas isostáticos, tipología habitual en puentes de luces medias-cortas, susceptibles de experimentar fenómenos de resonancia y un comportamiento dinámico deficiente.
- Estudio del comportamiento dinámico del puente reacondicionado sometido a excitación armónica siguiendo un planteamiento analítico bidimensional. Determinación de los parámetros adimensionales que gobiernan el comportamiento dinámico del sistema, y realización de un estudio paramétrico de la respuesta del tablero en función de éstos. Formulación de una metodología de proyecto en función de la tasa de amortiguamiento global requerida para reducir la respuesta del puente a niveles admisibles. Obtención de expresiones analíticas explícitas que, bajo ciertas hipótesis simplificadoras, proporcionan las constantes de los amortiguadores que minimizan la respuesta del tablero en resonancia.
- Programación de un código numérico para la simulación del comportamiento dinámico de puentes reacondicionados sometidos a la circulación de composiciones ferroviarias, aplicable a tableros de vía única, centrada y sin esviaje, en los que la respuesta se debe fundamentalmente a la contribución de modos de flexión recta. En este caso el comportamiento, tanto del tablero como del conjunto de vigas auxiliares, se ha modelizado mediante sendas vigas B-E simplemente apoyadas, estando la flexión de ambas acoplada por una serie de elementos viscosos lineales.
- Comprobación, haciendo uso del código implementado, de que las expresiones analíticas desarrolladas en el caso armónico bidimensional predicen acertadamente las dimensiones de las vigas auxiliares, y las constantes de los amortiguadores óptimos en una situación de tráfico real.
- Estudio del comportamiento del tablero reacondicionado en el caso armónico empleando un modelo analítico tridimensional, asimilando el comportamiento de la estructura al de una placa delgada ortótropa. Determinación de los parámetros adimensionales que gobiernan el movimiento del sistema, y realización de un estudio paramétrico de la respuesta en función de éstos. Obtención de expresiones analíticas explícitas de las constantes de los FVD que, bajo ciertas hipótesis simplificadoras, minimizan la máxima respuesta de la estructura principal en resonancia.
- Programación de un código numérico para el cálculo dinámico de tableros

reacondicionados de vía múltiple, descentrada o en presencia de esviaje, en los que la contribución de modos de vibración tridimensionales, como el primero de torsión o flexión transversal, tenga una importancia considerable. El comportamiento del tablero se ha simulado, en este caso, mediante un modelo de elementos finitos con comportamiento de placa ortótropa. Las vigas auxiliares se representan a través de vigas B-E simplemente apoyadas y, de nuevo, un conjunto de elementos fluido-viscosos lineales relacionan el movimiento vertical de nodos de la placa con secciones correspondientes de las vigas auxiliares. En el citado modelo numérico se ha incluido la rigidez vertical de los apoyos de neopreno del tablero debido a la influencia que, como se ha podido comprobar, pueden ejercer sobre la respuesta dinámica de la estructura.

- Calibración del modelo numérico tridimensional implementado para reproducir, de forma ajustada, el comportamiento estático y dinámico de dos puentes de vigas isostáticos pertenecientes a la red ferroviaria de viajeros española, partiendo de sendos informes de resultados de campañas experimentales. Realización del cálculo dinámico de ambas estructuras de paso, según lo establecido en la actual Instrucción Acciones, considerando un posible acondicionamiento de las líneas respectivas a velocidades de explotación superiores a las actuales.
- Dimensionado del sistema de reacondicionamiento más adecuado para cada uno de los puentes, aplicando los procedimientos desarrollados en el análisis armónico simplificado, que permita reducir el nivel de aceleraciones verticales por debajo del umbral admisible. En cada caso se han determinado tanto los esfuerzos experimentados por las vigas auxiliares y los amortiguadores, como las cargas introducidas en la estructura original a consecuencia del reacondicionamiento. Comprobación de la adecuación de las expresiones analíticas desarrolladas en el caso armónico simplificado en situaciones de tráfico realistas.
- Estudio detallado en dos y tres dimensiones de la deformación local en el punto de conexión de los amortiguadores con la losa de reparto. Evaluación de la pérdida de efectividad de la solución propuesta en los puentes reales calculados y en un conjunto amplio de estructuras y reacondicionamientos esperables.
- Estimación del coste del reacondicionamiento propuesto y comparación con el de la sustitución del tablero en los dos puentes reales analizados.
- Análisis de la influencia que tiene la introducción en el modelo numérico de la rigidez vertical de los neoprenos sobre la respuesta dinámica del puente, y valoración, en dicho caso, de la necesidad de emplear un algoritmo de

suavizado de la entrada y salida de cargas.

8.2. Aportaciones originales

De entre las investigaciones llevadas a cabo en el ámbito de la presente Tesis Doctoral, cabe destacar las siguientes como aportaciones originales e innovadoras:

- Concepción del sistema de reacondicionamiento constituido por un conjunto de vigas auxiliares, simplemente apoyadas en los estribos del puente o sobre ménsulas ancladas a éste, permitiendo la introducción de los FVD y su conexión con la losa.
- Formulación analítica del problema dinámico del tablero reacondicionado en el caso armónico bidimensional, y resolución en régimen permanente en términos de las relaciones adimensionales que definen el reacondicionamiento. Estudio paramétrico de la respuesta en resonancia del primer modo de flexión del tablero, y obtención del requisito de frecuencia mínima que deben cumplir las vigas auxiliares para asegurar la efectividad de la solución propuesta.
- Desarrollo de una metodología de proyecto de las vigas auxiliares, a partir del nivel de amortiguamiento global requerido en la estructura para alcanzar un comportamiento dinámico admisible. Obtención de las constantes de los elementos de disipación óptimos a partir de las características del tablero y de las vigas auxiliares.
- Formulación analítica adimensional del tablero reacondicionado ante excitación armónica empleando un modelo tridimensional. Determinación de los parámetros que gobiernan el comportamiento dinámico del sistema, y estudio paramétrico de la respuesta del tablero en resonancia en función de éstos. Obtención del requisito de frecuencia mínima que deben cumplir las vigas auxiliares para asegurar la efectividad de la solución propuesta.
- Desarrollo de expresiones analíticas explícitas de las constantes de los amortiguadores fluido-viscosos que minimizan la respuesta en resonancia de los modos fundamentales bajo carga armónica. Propuesta de una metodología para la selección de las constantes óptimas de los dispositivos en un determinado rango de velocidades de cálculo.
- Estudio de la viabilidad técnica del sistema de reacondicionamiento propuesto a través del cálculo dinámico y reacondicionamiento de modelos calibrados de puentes reales. Comprobación detallada de la transmisión del movimiento de la estructura principal a los amortiguadores sin pérdidas importantes relacionadas con la deformación local de la losa en su conexión con los dispositivos.
- Análisis de la repercusión de introducir en el modelo numérico la rigidez

vertical de los apoyos de neopreno originales del tablero, y de la influencia, en tal caso, de suavizar la entrada y salida de ejes, así como de la correlación de estos efectos con la participación de los distintos modos de vibración de la estructura principal.

8.3. Conclusiones

A partir del trabajo realizado durante el desarrollo de esta Tesis, y tras el análisis de los resultados obtenidos pueden extraerse las siguientes conclusiones generales:

- Frente a soluciones tradicionales para mejorar el comportamiento dinámico de puentes de ferrocarril existentes ante nuevos requerimientos de tráfico, como un posible recedido de la losa o la sustitución del tablero, se plantea la alternativa de aumentar externamente el nivel de amortiguamiento mediante el reacondicionamiento con amortiguadores fluido-viscosos. Se ha propuesto una configuración concreta, que transforma el movimiento vertical de la losa en movimiento relativo entre extremos de los dispositivos, consiguiendo de este modo disipar energía y atenuar en gran medida la respuesta resonante.
- Se propone el uso del FVD como núcleo del sistema de reacondicionamiento frente a otras técnicas de Control Pasivo ya que (i) los FVD disipan energía en un espectro amplio de frecuencias de excitación y no sólo en resonancia de la estructura en la que se instalan, por lo que no presentan inconvenientes relacionados con la desintonización, (ii) su comportamiento es estable y predecible, viéndose poco afectado por condicionantes medioambientales, y (iii) gracias a su compacidad cuentan con una capacidad de disipación específica muy elevada. Además, (iv) existe hoy en día en el mercado un tipo de amortiguador fluido-viscoso con *sello laberíntico*, que cuenta con un cierre sin partes mecánicas confiriéndole una vida útil muy elevada. Ello lo hace muy conveniente para la aplicación que se plantea.
- La solución propuesta podría ser idónea en estructuras existentes que, ante nuevos requerimientos de tráfico, experimentaran un comportamiento dinámico deficiente, resultando en muchos casos más económica que una posible rigidización o sustitución del tablero, especialmente si se tienen en cuenta los costes asociados al cierre de línea que necesariamente contraen las soluciones clásicas. Asimismo este sistema podría dar solución al problema de niveles de amortiguamiento estructural insuficientes detectados en puentes nuevos durante la prueba de carga previa a su puesta en servicio.
- Las oscilaciones verticales que aparecen en puentes de luces medias-cortas, simplemente apoyados ante la circulación de composiciones ferroviarias,

pueden ser reducidas significativamente mediante el sistema de reacondicionamiento propuesto. A través de diferentes ejemplos se ha mostrado cómo es posible limitar niveles de aceleración vertical considerablemente elevados a valores admisibles, sin superar la capacidad de los FVD comerciales, los esfuerzos máximos admisibles en las vigas auxiliares, ni agotar la resistencia a punzonamiento de la losa de reparto.

- Para que el sistema de reacondicionamiento reduzca de forma efectiva la respuesta del tablero, la frecuencia de las vigas auxiliares deberá ser superior a la máxima frecuencia de la estructura cuya contribución se desea reducir. En cuanto a su colocación en la sección transversal, la reducción de la respuesta alcanzada asociada a cierto modo de vibración será tanto mayor cuanto más se aproximen los FVD a puntos de la losa de máxima amplitud modal.
- En una determinada estructura cada conjunto de vigas auxiliares está asociado con un nivel máximo de amortiguamiento que se puede introducir de forma externa, ya que existe un valor óptimo de las constantes de los FVD que minimiza la respuesta del tablero en resonancia, aumentando dicho nivel con la frecuencia y la masa de las vigas. Se deberá seleccionar el menor tamaño de éstas que junto a los FVD de constantes óptimas den lugar a la respuesta del puente deseada.
- Las expresiones analíticas de las tasas de amortiguamiento externas óptimas para desplazamientos y aceleraciones desarrolladas en el caso armónico simplificado, predicen de forma razonablemente ajustada los valores óptimos reales mientras la máxima respuesta del tablero en el rango de velocidades de estudio tenga lugar en situación de resonancia. La diferencia entre la respuesta del tablero en resonancia asociada a los amortiguadores óptimos analíticos y a los reales es mínima.
- Se ha analizado el comportamiento dinámico de dos puentes isostáticos reales pertenecientes a la red ferroviaria de viajeros española: el puente Arroyo Bracea II y el puente sobre el Río Guadiana, siguiendo las prescripciones de la actual Instrucción de Acciones IAPF-07 y considerado un posible acondicionamiento del tramo de línea en el que se encuentran a 350 km/h y a 250 km/h, respectivamente. En estas condiciones de explotación, y pese a haberse obtenido coeficientes de impacto inferiores a la unidad en ambas estructuras, ninguno de los dos tableros verifica el Estado Límite de Servicio ligado a la seguridad del tráfico, superando la aceleración vertical máxima el umbral de 3.5 m/s^2 establecido en puentes de vía sobre balasto.
- En las dos estructuras analizadas ha sido posible reducir la aceleración máxima a niveles admisibles con el sistema de reacondicionamiento propuesto sin exceder la carga máxima de los amortiguadores con sello laberíntico

existentes hoy en día en el mercado, la resistencia a punzonamiento de la losa, ni la tensión máxima admisible en las vigas auxiliares.

- A falta de estudios más detallados, se puede concluir que la deformabilidad local en el punto de conexión de los amortiguadores con la losa de reparto, no da lugar a una pérdida de eficacia significativa del sistema de reacondicionamiento. En caso de que la flecha local cobrara importancia, se podría instalar un sistema de reparto de la carga puntual y/o de rigidización del área de la losa afectada.
- La introducción de la rigidez vertical de los apoyos de neopreno en el modelo numérico tiene dos consecuencias fundamentales: (i) un descenso de las frecuencias naturales de la estructura y consecuentemente de las velocidades de resonancia, y (ii) una modificación de las amplitudes del tablero en resonancia debido a la alteración que sufren los modos de vibración, y a la existencia de situaciones de resonancia y cancelación que se ven afectadas de manera distinta con la rigidez de los apoyos. Puesto que la variación en la respuesta vertical del tablero no es despreciable ni fácilmente predecible a priori, se considera recomendable la introducción de la rigidez de estos elementos en el modelo numérico.
- Cuando se introduce en el modelo numérico la rigidez vertical de los neoprenos se produce un fenómeno transitorio en la respuesta que puede aumentar artificialmente la participación de modos de vibración de frecuencias elevadas. Es necesario incluir, en presencia de estos elementos, un algoritmo de suavizado en el cálculo dinámico que reproduzca el efecto de reparto de los carriles, traviesas y capa de balasto a la entrada y salida de las cargas, ya que en caso contrario se puede incurrir en predicciones de la respuesta dinámica poco realistas.

8.4. Líneas de investigación propuestas

Durante el desarrollo de los trabajos que constituyen esta Tesis, se han identificado una serie de líneas de estudio que podrían completar el trabajo realizado y aportar conclusiones de interés relacionadas con la investigación llevada a cabo hasta el momento. Entre dichas líneas cabe destacar las siguientes propuestas:

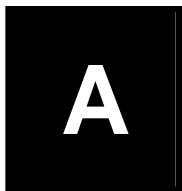
- Análisis experimental de un prototipo del reacondicionamiento. La evolución natural del trabajo presentado hasta el momento es la construcción y realización de una campaña experimental sobre de un prototipo de tablero reacondicionado. Podría tratarse de de un puente a escala 1:2, de unos 7 m compuesto por un tablero de dos vigas y losa de reparto en el que se deberían

reproducir situaciones de resonancia con amplitudes de unos $2\div 3$ mm, empleando para ello un excitador de tipo armónico. El estudio experimental permitiría analizar algunos aspectos constructivos relevantes como son el tipo de conexiones entre los distintos elementos, la correcta transmisión del movimiento a los FVD, la deformabilidad local que experimenta la losa en el punto de conexión y la activación de los dispositivos. Este podría ser el paso previo a un posible reacondicionamiento de una estructura existente en condiciones de servicio.

- Análisis de condiciones de resonancia y cancelación en placas apoyadas sobre neoprenos. Tradicionalmente se han empleado modelos de viga simplemente apoyada para el cálculo dinámico de los puentes isostáticos. En este tipo de modelos no se tiene en cuenta la presencia de apoyos elásticos o neoprenos en los estribos, tendencia que se ha extendido a los modelos de emparrillado y de placa ortótropa. En los puentes isostáticos de luces cortas, la presencia de estos apoyos modifica significativamente la aparición/cancelación de resonancias, además de su amplitud, como se ha mostrado en el Capítulo 7. Este efecto ha sido analizado desde un punto de vista analítico por algunos autores [165] empleando modelos de viga. Se considera de gran interés analizar dicho fenómeno en mayor profundidad, empleando modelos tridimensionales para poder llegar a conclusiones definitivas acerca de en qué condiciones es necesario tener en cuenta los neoprenos en el cálculo dinámico de puentes de ferrocarril.
- Modelización de las vigas discretas en el cálculo dinámico de tableros de vigas isostáticos. En el caso de tableros de tipologías propias de luces cortas que cuenten con un número reducido de vigas, el modelo de losa ortótropa puede resultar inadecuado. Se propone transformar el modelo bidimensional implementado en esta Tesis Doctoral en uno compuesto por una placa isótropa conectada a elementos viga discretos. La unión entre ambos elementos requiere de la presencia de los gdl de deformación en el propio plano de la placa, lo cual es fácilmente incorporable al elemento finito LCCT12 empleado hasta el momento, según se ha detallado en el Capítulo 4. Se pretende analizar en qué condiciones es necesario el uso de estos modelos frente a los de losa ortótropa, tanto en lo referente al cálculo dinámico como al procedimiento de calibración.
- Aplicación de elementos viscoelásticos al reacondicionamiento de puentes de ferrocarril. El reacondicionamiento mediante amortiguadores viscoelásticos viene utilizándose desde hace décadas en otros ámbitos de la ingeniería civil y estructural. Un ejemplo de su aplicación se tenía en las Torres Gemelas de Nueva York, donde ayudaban a mitigar las constantes vibraciones provocadas

por el viento. Su uso podría resultar interesante en la aplicación que se plantea debido al posible menor coste en comparación con los FVD con sello laberíntico, y a su geometría en forma de lámina o parche, susceptible de ser instalada en configuraciones más versátiles. El desarrollo de nuevos materiales viscoelásticos con cada vez mejores propiedades ambientales podría hacer de este tipo de EDP una alternativa prometedora.

- Proyecto de puentes nuevos con FVD. La solución propuesta se ha orientado hacia el reacondicionamiento de tableros existentes que, bien por haber sufrido un deterioro con el paso del tiempo o bien debido a un aumento de la velocidad de explotación del tramo de línea en el que se encuentran, pueden experimentar vibraciones indeseables. Se propone como línea a desarrollar la posible aplicación del Control Pasivo a puentes nuevos de diferentes tipologías. Se plantea investigar la alternativa de aumentar el amortiguamiento estructural mediante FVD, y estudiar en qué rango de luces ello podría resultar ventajoso frente a las soluciones habituales en Alta Velocidad.

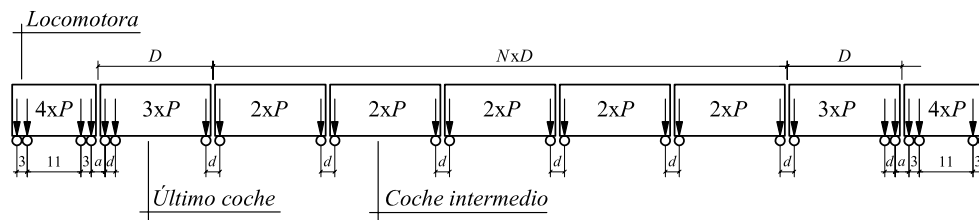


Trenes de cargas para el cálculo dinámico

En este anexo se definen los modelos de cargas puntuales que han sido empleados en los cálculos dinámicos a los que se ha hecho referencia a lo largo de la Tesis Doctoral. En el apartado A1 se ha incluido la definición del Tren Dinámico Universal-A, y en el apartado A2 se definen los modelos de cargas puntuales de algunas composiciones de Alta Velocidad existentes en la actualidad en Europa.

A1. Tren Dinámico Universal

El Tren Dinámico Universal a emplear en el cálculo dinámico de puentes situados en líneas interoperables de Alta Velocidad, definido en el EC1 [33], comprende dos familias de trenes con longitudes de coches variables, el Tren Dinámico Universal-A y el Tren Dinámico Universal-B. El primero de ellos, cuya definición se ha incluido en este apartado, es de aplicación en el caso de tableros continuos, simplemente apoyados de longitud determinante mayor o igual a 7 m. Se compone de diez trenes de cargas puntuales, estando cada uno de ellos formado por dos locomotoras y un cierto número de coches de pasajeros, con cargas iguales en todos los ejes, según se muestra en la Figura A.1.



Tren Universal	N	D(m)	d(m)	a(m)	P(kN)
A1	18	18	2	3.525	170
A2	17	19	3.5	3.525	200
A3	16	20	2	3.525	180
A4	15	21	3	3.525	190
A5	14	22	2	3.525	170
A6	13	23	2	3.525	180
A7	13	24	2	3.525	190
A8	12	25	2.5	3.525	190
A9	11	26	2	3.525	210
A10	11	27	2	3.525	210

Figura A.1 Configuración del Tren Dinámico Universal-A

A2. Trenes reales de Alta Velocidad

TALGO 350

k	P_k (kN) ¹⁰⁴	D_k (m) ¹⁰⁵	k	P_k (kN)	D_k (m)
1	170	0.000	21	170	181.600
2	170	2.650	22	170	184.250
3	170	11.000	23	170	192.600
4	170	13.650	24	170	195.250
5	170	19.125	25	170	200.725
6	170	28.095	26	170	209.695
7	170	41.235	27	170	222.835
8	170	54.375	28	170	235.975
9	170	67.515	29	170	249.115
10	170	80.655	30	170	262.255
11	170	93.795	31	170	275.395
12	170	106.935	32	170	288.535
13	170	120.075	33	170	301.675
14	170	133.215	34	170	314.815
15	170	146.355	35	170	327.955
16	170	155.325	36	170	336.925
17	170	160.800	37	170	342.400
18	170	163.450	38	170	345.050
19	170	171.800	39	170	353.400
20	170	174.450	40	170	356.050

Tabla A.1 Modelo de cargas puntuales del Talgo-350 (RENFE serie 102)

¹⁰⁴ Carga por eje

¹⁰⁵ Distancia desde el k -ésimo eje a la cabeza de la composición

VIRGIN EXPRESS

k	P_k (kN)	D_k (m)	k	P_k (kN)	D_k (m)
1	170	0.000	23	170	136.500
2	170	2.700	24	170	139.200
3	170	17.000	25	170	143.400
4	170	19.700	26	170	146.100
5	170	23.900	27	170	160.400
6	170	26.600	28	170	163.100
7	170	40.900	29	170	167.300
8	170	43.600	30	170	170.000
9	170	47.800	31	170	184.300
10	170	50.500	32	170	187.000
11	170	64.800	33	170	191.200
12	170	67.500	34	170	193.900
13	170	71.700	35	170	208.200
14	170	74.400	36	170	210.900
15	170	88.700	37	170	215.100
16	170	91.400	38	170	217.800
17	170	95.600	39	170	232.100
18	170	98.300	40	170	234.800
19	170	112.600	41	170	239.000
20	170	115.300	42	170	241.700
21	170	119.500	43	170	256.000
22	170	122.200	44	170	258.700

Tabla A.2 Modelo de cargas puntuales del Virgin Express

EUROSTAR 373/1

k	P_k (kN)	D_k (m)	k	P_k (kN)	D_k (m)
1	170	0.000	25	170	195.095
2	170	3.000	26	170	198.095
3	170	14.000	27	170	213.795
4	170	17.000	28	170	216.795
5	170	20.275	29	170	232.495
6	170	23.275	30	170	235.495
7	170	38.975	31	170	251.195
8	170	41.975	32	170	254.195
9	170	57.675	33	170	269.895
10	170	60.675	34	170	272.895
11	170	76.375	35	170	288.595
12	170	79.375	36	170	291.595
13	170	95.075	37	170	307.295
14	170	98.075	38	170	310.295
15	170	113.775	39	170	325.995
16	170	116.775	40	170	328.995
17	170	132.475	41	170	344.695
18	170	135.475	42	170	347.695
19	170	151.175	43	170	363.395
20	170	154.175	44	170	366.395
21	170	169.875	45	170	369.670
22	170	172.875	46	170	372.670
23	170	188.575	47	170	383.670
24	170	191.575	48	170	386.670

Tabla A.3 Modelo de cargas puntuales del Eurostar 373/1

ETR-Y

k	P_k (kN)	D_k (m)	k	P_k (kN)	D_k (m)
1	187	0.000	25	120	149.900
2	187	3.000	26	120	152.900
3	187	12.000	27	120	168.900
4	187	15.000	28	120	171.900
5	120	19.400	29	120	176.000
6	120	22.400	30	120	179.000
7	120	38.400	31	120	195.000
8	120	41.400	32	120	198.000
9	120	45.500	33	120	202.100
10	120	48.500	34	120	205.100
11	120	64.500	35	120	221.100
12	120	67.500	36	120	224.100
13	120	71.600	37	120	228.200
14	120	74.600	38	120	231.200
15	120	90.600	39	120	247.200
16	120	93.600	40	120	250.200
17	120	97.700	41	120	254.300
18	120	100.700	42	120	257.300
19	120	116.700	43	120	273.300
20	120	119.700	44	120	276.300
21	120	123.800	45	187	280.700
22	120	126.800	46	187	283.700
23	120	142.800	47	187	292.700
24	120	145.800	48	187	295.700

Tabla A.4 Modelo de cargas puntuales del ETR-Y

INTER CITY EXPRESS 2 (ICE-2)

k	P_k (kN)	D_k (m)	k	P_k (kN)	D_k (m)
1	195	0.000	29	112	177.710
2	195	3.000	30	112	180.210
3	195	11.460	31	112	196.710
4	195	14.460	32	112	199.210
5	112	19.310	33	112	204.110
6	112	21.810	34	112	206.610
7	112	38.310	35	112	223.110
8	112	40.810	36	112	225.610
9	112	45.710	37	112	230.510
10	112	48.210	38	112	233.010
11	112	64.710	39	112	249.510
12	112	67.210	40	112	252.010
13	112	72.110	41	112	256.910
14	112	74.610	42	112	259.410
15	112	91.110	43	112	275.910
16	112	93.610	44	112	278.410
17	112	98.510	45	112	283.310
18	112	101.010	46	112	285.810
19	112	117.510	47	112	302.310
20	112	120.010	48	112	304.810
21	112	124.910	49	112	309.710
22	112	127.410	50	112	312.210
23	112	143.910	51	112	328.710
24	112	146.410	52	112	331.210
25	112	151.310	53	195	336.060
26	112	153.810	54	195	339.060
27	112	170.310	55	195	347.520
28	112	172.810	56	195	350.520

Tabla A.5 Modelo de cargas puntuales del ICE2

TGV

k	P_k (kN)	D_k (m)	k	P_k (kN)	D_k (m)
1	170	0.000	31	170	237.590
2	170	3.000	32	170	240.590
3	170	14.000	33	170	251.590
4	170	17.000	34	170	254.590
5	163	20.275	35	163	257.865
6	163	23.275	36	163	260.865
7	170	38.975	37	170	276.565
8	170	41.975	38	170	279.565
9	170	57.675	39	170	295.265
10	170	60.675	40	170	298.265
11	170	76.375	41	170	313.965
12	170	79.375	42	170	316.965
13	170	95.075	43	170	332.665
14	170	98.075	44	170	335.665
15	170	113.775	45	170	351.365
16	170	116.775	46	170	354.365
17	170	132.475	47	170	370.065
18	170	135.475	48	170	373.065
19	170	151.175	49	170	388.765
20	170	154.175	50	170	391.765
21	170	169.875	51	170	407.465
22	170	172.875	52	170	410.465
23	170	188.575	53	170	426.165
24	170	191.575	54	170	429.165
25	163	207.275	55	163	444.865
26	163	210.275	56	163	447.865
27	170	213.550	57	170	451.140
28	170	216.550	58	170	454.140
29	170	227.550	59	170	465.140
30	170	230.550	60	170	468.140

Tabla A.6 Modelo de cargas puntuales del TGV

THALYS

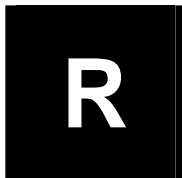
k	P_k (kN)	D_k (m)	k	P_k (kN)	D_k (m)
1	170	0.000	27	170	200.190
2	170	3.000	28	170	203.190
3	170	14.000	29	170	214.190
4	170	17.000	30	170	217.190
5	163	20.275	31	163	220.465
6	163	23.275	32	163	223.465
7	170	38.975	33	170	239.165
8	170	41.975	34	170	242.165
9	170	57.675	35	170	257.865
10	170	60.675	36	170	260.865
11	170	76.375	37	170	276.565
12	170	79.375	38	170	279.565
13	170	95.075	39	170	295.265
14	170	98.075	40	170	298.265
15	170	113.775	41	170	313.965
16	170	116.775	42	170	316.965
17	170	132.475	43	170	332.665
18	170	135.475	44	170	335.665
19	170	151.175	45	170	351.365
20	170	154.175	46	170	354.365
21	163	169.875	47	163	370.065
22	163	172.875	48	163	373.065
23	170	176.150	49	170	376.340
24	170	179.150	50	170	379.340
25	170	190.150	51	170	390.340
26	170	193.150	52	170	393.340

Tabla A.7 Modelo de cargas puntuales del THALYS

AVE

k	P_k (kN)	D_k (m)	k	P_k (kN)	D_k (m)
1	172.1	0.000	27	172.1	200.150
2	172.1	3.000	28	172.1	203.150
3	170.7	14.000	29	170.7	214.150
4	170.7	17.000	30	170.7	217.150
5	131.6	20.280	31	131.6	220.430
6	131.6	23.280	32	131.6	223.430
7	161.9	38.980	33	161.9	239.130
8	161.9	41.980	34	161.9	242.130
9	169.2	57.680	35	169.2	257.830
10	169.2	60.680	36	169.2	260.830
11	167.9	76.380	37	167.9	276.530
12	167.9	79.380	38	167.9	279.530
13	160.5	95.080	39	160.5	295.230
14	160.5	98.080	40	160.5	298.230
15	167.9	113.780	41	167.9	313.930
16	167.9	116.780	42	167.9	316.930
17	169.2	132.480	43	169.2	332.630
18	169.2	135.480	44	169.2	335.630
19	161.9	151.180	45	161.9	351.330
20	161.9	154.180	46	161.9	354.330
21	131.6	169.880	47	131.6	370.030
22	131.6	172.880	48	131.6	373.030
23	170.7	176.160	49	170.7	376.310
24	170.7	179.160	50	170.7	379.310
25	172.1	190.160	51	172.1	390.310
26	172.1	193.160	52	172.1	393.310

Tabla A.8 Modelo de cargas puntuales del AVE (RENFE serie 100)



Referencias Bibliográficas

- [1] Abu-Hilal M., *Dynamic response of a double Euler-Bernoulli beam due to a moving constant load*. Journal of Sound and Vibration 297(3-5,6), 477-491, 2006.
- [2] Administrador de Infraestructuras Ferroviarias, *Infraestructura. Alta Velocidad*. <http://www.adif.es/infraestructura/index.html>, [Consulta: 21 julio 2008].
- [3] Aida T., Green R., Hosogi Y., *Dynamic behaviour of railway bridges under unsprung masses of a multi-vehicle train*. Journal of Sound and Vibration 142(2), 245-260, 1990.
- [4] Akin J.E., Mofid M., *Numerical solution for response of beam with moving mass*. Journal of Structural Engineering 115, 120-131, 1987.
- [5] Anderson E., Bai Z., Bischof C., Blackford S., Demmel J., Dongarra J., Du Croz J., Greenbaum A., Hammarling S., McKenney A., Sorensen D., *LAPACK Users' Guide*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1999.
- [6] Au F.T.K., Cheng Y.S., Cheung Y.K., *Vibration analysis of bridges under moving vehicles and trains: an overview*. Progress in Structural Engineering and Materials 3, 299-304, 2001.
- [7] Au F.T.K., Wang J.J., Cheung Y.K., *Impact study of cable-stayed bridge under railway traffic using various models*. Journal of Sound and Vibration 240(3), 447-465, 2001.
- [8] Álvarez R., *Interacción dinámica vehículo-vía-estructura en puentes de ferrocarril*. Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid, 1984.
- [9] Alvin K., de la Fuente H.M., Haugen B., Felippa C.A., *Membrane triangles with corner drilling freedoms. I. The EFF element*. Finite Elements in Analysis and Design 12, 163-187, 1992.
- [10] Ayre R.S., Ford G., Jacobsen L.S., *Transverse vibration of a two-span beam under the action of a moving constant force*. Journal of Applied Mechanics 17(1), 1-12, 1950.
- [11] Biggs J.M., Suer H.S., Louw J.M., *The vibration of simple span highway bridges*. Proceedings of the ASCE Structural Division, 1957.
- [12] Biggs J.M., *Introduction to structural dynamics*. Mc Graw-Hill, Nueva York, 1964.

- [13] Bleich F., *Theorie und Berechnung der Eisernen Brücken*. Springer, 1924.
- [14] Chatterjee P.K., Datta T.K., Surana C.S., *Vibration of suspension bridges under vehicular movement*. Journal of Structural Engineering 120(3), 681-703, 1994.
- [15] Chatterjee P.K., Datta T.K., *Dynamic analysis of arch bridges under travelling loads*. International Journal of Solids and Structures 32(11), 1585-1594, 1995.
- [16] Choo J.F., Koh H.M., Kang S.C., Kim B.S., *Vibration control of long-span High-Speed railway bridges under periodic moving loading using viscoelastic damper*. IABSE Symposium "Structures for high-speed railway transportation", 2003.
- [17] Chu K.H., Garg V.K., Dhar C.L., *Railway-bridge impact: simplified train and bridge model*. Journal of the Structural Division 105, 1823-1844, 1979.
- [18] Chu K.H., Garg V.K., Wiriyachai A., *Dynamic interaction of railway train and bridges*. Vehicle System Dynamics 9, 207-236, 1980.
- [19] CITEF, *Informe sobre resultado de registros en puente sobre Río Guadiana P.K. 160+000, Línea Madrid-Cádiz, tramo Alcázar de San Juan-Manzanares*, 2005 (no publicado).
- [20] Clough R.W., Tocher J.L., *Finite element stiffness matrices for analysis of plate bending*. Proceedings of the Conference on Matrix Methods in Structural Mechanics, Air Force Institute of Technology Wright Patterson, Ohio, 1965.
- [21] Constantinou M.C., Symans M.D., Tsopelas P., Taylor D.P., *Fluid Viscous Dampers in applications of seismic energy dissipation and seismic isolation*. Proc. ATC 17-1 on Seismic Isolation, Energy Dissipation and Active Control 2, 581-591, 1993.
- [22] Constantinou M.C., Symans M.D., *Experimental study of seismic response of buildings with supplemental fluid dampers*. Structural Design of Tall Buildings 2, 93-132, 1993.
- [23] Constantinou M.C., Tsopelas P., Hammel W., Sigaher A.N., *Toggle-brace-damper seismic energy dissipation systems*. Journal of Structural Engineering 127(2), 105-112, 2001.
- [24] Cusens A.R., Pama R.P., *Bridge deck analysis*. John Wiley & Sons, 1975.

- [25] Das A.K., Dey S.S., *Effects of tuned mass dampers on random response of bridges*. Computers and Structures 43(4), 745-750, 1992.
- [26] Den Hartog J.P., *Advanced strength of materials*. Dover, 1987.
- [27] Den Hartog J.P., *Mechanical vibrations*, Dover, 1985.
- [28] Diana G., Cheli F., *Dynamic interaction of railway systems with large bridges*. Vehicle System Dynamics 18, 71-106, 1989.
- [29] Domínguez J., *Dinámica de puentes de ferrocarril para alta velocidad: métodos de cálculo y estudio de la resonancia*. Tesis Doctoral, E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, 2001.
- [30] Dugush Y.A., Eisenberger M., *Vibrations of non-uniform continuous beams under moving loads*. Journal of Sound and Vibration 254(5), 911-926, 2002.
- [31] Esmailzadeh E., Ghorashi M., *Vibrations of beams traversed by uniform partially distributed moving masses*. Journal of Sound and Vibration 184(1), 9-17, 1995.
- [32] European Committee for Standardisation (CEN), *Eurocode: Basis of structural design. Annex A2: Application for bridges*. Final PT Draft EN 1990 prAnnex A2 (pre-European Standard), 2002.
- [33] European Committee for Standardisation (CEN), *Eurocode 1: Actions on structures. Part 2: Traffic loads on bridges*, Final Draft prEN 1991-2 (pre-European Standard), 2002.
- [34] European Rail Research Institute, *Déformations admissibles des ponts métalliques et des ponts mixtes pour des vitesses $V > 160$ km/h*. ERRI D-190, 1993.
- [35] European Rail Research Institute, *PontsRails pour vitesses > 200 km/h. Rapport final*. ERRI D-214/RP9, 2000.
- [36] Felippa C.A., *Refined finite element analysis of linear and nonlinear two-dimensional structures*. Tesis Doctoral, Universidad de California, Berkeley, 1966.
- [37] Felippa C.A., Militello C., *Membrane triangles with corner drilling freedoms. II. The ANDES element*. Finite Elements in Analysis and Design 12, 189-201, 1992.

- [38] Felippa C.A., Alexander S., *Membrane triangles with corner drilling freedoms. III. Implementation and performance evaluation*. Finite Elements in Analysis and Design 12, 203-239, 1992.
- [39] Felippa C.A., *A study of optimal membrane triangles with drilling freedoms*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 192, 2125-2168, 2003.
- [40] Fitzpatrick T., *Linking London: The Millenium Bridge*. The Royal Academy of Engineering, Londres, 2001.
- [41] Fleming J.F., Romualdi J.P., *Dynamic response of highway bridges*. ASCE, Journal of the Structural Division 87, 31-61, 1961.
- [42] Fryba L., *Vibration of solids and structures under moving loads*. Thomas Telford, 1972.
- [43] Fryba L., *Dynamics of railway bridges*. Thomas Telford, 1996.
- [44] Fryba L., *A rough assessment of railway bridges for high speed trains*. Engineering Structures 23, 548-556, 2001.
- [45] Fryba L., *Dynamic behaviour of bridges due to high-speed trains*. Departamento de Engenharia Civil da FEUP, Workshop Bridges for High-Speed Railways, 137-158, Porto, 2004.
- [46] Fryba L., *Dynamics of bridges under moving loads. Past, present and future*. Departamento de Engenharia Civil da FEUP, Workshop Dynamics of High-Speed Railway Bridges, 25-44, Porto, 2005.
- [47] Gbadeyan J.A., Oni T., *Dynamic behaviour of beams and rectangular plates under moving loads*. Journal of Sound and Vibration 182(5), 677-695, 1995.
- [48] Genin J., *Curved bridge response to a moving vehicle*, Journal of Sound and Vibration 81(4), 469-475, 1982.
- [49] Greco A., Santini A., *Dynamic response of a flexural non-classically damped continuous beam under moving loadings*. Computers & Structures 80, 1945-1953, 2002.
- [50] Guyon Y., *Calcul des ponts larges à poutres multiples solidarisiées par des entretoises*. Annales des Ponts et Chaussées 24, 683-718, 1946.

- [51] Hayashikawa T., Watanabe N., *Dynamic behaviour of continuous beams with moving loads*. Journal of the Engineering Mechanics Division-ASCE 107(1), 229-246, 1981.
- [52] Hayashikawa T., Watanabe N., *Suspension bridge response to moving loads*. Journal of the Engineering Mechanics Division-ASCE 108, 1051-1066, 1982.
- [53] Hayashikawa T., *Effects of shear deformation and rotary inertia on suspension bridge response under moving loads*. Transactions of the Japan Society of Civil Engineers 15, 126-129, 1985.
- [54] Henchi K., Fafard M., Dhatt G., Talbot M., *Dynamic behaviour of multi-span beams under moving loads*. Journal of Sound and Vibration 199(1), 33-50, 1997.
- [55] Henchi K., Fafard M., Talbot M., Dhatt G., *An efficient algorithm for dynamic analysis of bridges under moving vehicles using a coupled modal and physical components approach*. Journal of Sound and Vibration 212(4), 663-683, 1998.
- [56] Hillerborg A., *Dynamic influences of smoothly running loads on simply supported girders*. Institutionen for Brobyggnad, Royal Polytechnical School, Publication Nr. 4, Stockholm, 1951.
- [57] Holzapfel, G.A., *Nonlinear solid mechanics: a continuum approach for engineering*. Wiley, Nueva York, 2000.
- [58] Huber W.H., *Die grundlagen einer rationellen berenchnung der Kreuzweise bewehrten eisenbettonplatten*. Z. Osterr. Ing. U. Architektur Ver. 66, 30, p.557, 1914.
- [59] Huffington N.J., Hoppmann W.H., *On the transverse vibrations of rectangular orthotropic plates*. Journal of Applied Mechanics 25, 389-395, 1958.
- [60] Hughes M., *Rail 300*. Aldaba Ediciones, 1988.
- [61] Humar J.L., Kashif A.H., *Dynamic response analysis of slab-type bridges*. Journal of Structural Engineering 121(1), 48-62, 1995.
- [62] Humar J.L., *Dynamics of structures*. Balkema Publishers, 2002.
- [63] Hunley J.B., *Impact in Steel railway bridges*. AREA Proceedings, American Railway Engineering Association 37, 1936.

- [64] Ichikawa M., Miyakawa Y., Matsuda A., *Vibration analysis of the continuous beam subjected to a moving mass*. Journal of Sound and Vibration 230(3), 493-506, 2000.
- [65] Inglis C.E., *Mathematical treatise on vibration of railway bridges*. Cambridge University Press, London, 1932.
- [66] Instituto Técnico de Materiales y Construcciones INTEMAC, *Informe de resultados y conclusiones de las actividades de inspección técnica y prueba de carga realizadas en la estructura del "Puente 3, P.K. 26+456, del tramo Mascaraque-El Emperador sobre el arroyo Bracea"*. Peticionario: Dirección General de Infraestructura del Transporte, Ministerio de Transportes, Turismo y Comunicaciones, 1991.
- [67] Irving R.S., *Integers, polynomials and rings*. Springer, Nueva York, 2004.
- [68] Jeffcott H.H., *On the vibrations of beams under the action of moving loads*. Philosophical Magazine, serie 7, 8(48), 66-97 1929.
- [69] Klasztorny M., Langer J., *Dynamic response of single-span beam bridges to a series of moving loads*. Earthquake Engineering and Structural Dynamics 19, 1107-1124, 1990.
- [70] Kolousek V., *Dynamics of civil engineering structures. Part II - Continuous beams and frame systems*. SNTL, Praga, 1967.
- [71] Kwon H.C., Kim, M.C., Lee, I.W., *Vibration control of bridges under moving loads*. Computers and Structures 66(4), 473-480, 1998.
- [72] Lee D., *Bridge bearings and expansion joints*. EFN SPON, England, 1994.
- [73] Lee E.H., *On a "paradox" in beam vibration theory*. Quarterly Journal of Applied Mathematics 10, 290-292, 1952.
- [74] Lee S.Y., *Dynamic behaviour of long-span box girder bridges subjected to moving loads: Numerical analysis and experimental verification*. International Journal of Solids and Structures 42(18), 5021-5035, 2005.
- [75] Leissa A., *Vibration of plates*. Acoustical Society of America, 1993.
- [76] Lévy M., *Sur l'équilibre élastique d'une plaque rectangulaire*. Comptes Rendus 129, 535-539, 1899.

- [77] Li J., Su M., Fan L., *Vibration control of railway bridges under high-speed trains using multiple tuned mass dampers*. Journal of Bridge Engineering 10(3), 312-320, 2005.
- [78] Magrab E.B., *Vibration of a rectangular plate carrying a concentrated mass*. Journal of Applied Mechanics 35, 411-412, 1968.
- [79] Manterola, J., *Puentes. Apuntes para su diseño, cálculo y construcción*. Servicio de Publicaciones del Colegio de Caminos, Canales y Puertos, 2006.
- [80] Marchesiello C., Fasana A., Garibaldi L., Piombo B., *Dynamics of multi-span continuous straight bridges subject to multi-degrees of freedom moving vehicle excitation*. Journal of Sound and Vibration 224(3), 541-561, 1999.
- [81] Martínez-Castro A.E., Museros P., Castillo-Linares A., *Semi-analytic solution in the time domain for non-uniform multi-span Bernoulli-Euler beams traversed by moving loads*. Journal of Sound and Vibration 294, 278-297, 2006.
- [82] Martínez-Rodrigo M.D., Romero M.L., *An optimum retrofit strategy for moment resisting frames with nonlinear viscous dampers for seismic applications*. Engineering Structures 25, 913-925, 2003.
- [83] Martínez-Rodrigo M.D., Museros P., Romero M.L., *Supplemental viscous damping determination in High-Speed railway bridges for vertical acceleration reduction*. Proceedings of the 5th International PhD Symposium in Civil Engineering, FIB, 2004.
- [84] Martínez-Rodrigo M.D., Museros P., *Atenuación de vibraciones resonantes en vigas sometidas al paso de cargas móviles mediante reacondicionamiento con disipadores fluido-viscosos*. Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería, SEMNI, 2005.
- [85] Martínez-Rodrigo M.D., Museros P., *A numerical assessment of the use of fluid viscous dampers to reduce the resonance response of High-Speed railway bridges*. Proceedings of the 10th International Conference on Civil, Structural and Environmental Engineering Computing, 2005.
- [86] Martínez-Rodrigo M.D., Museros P., *Numerical investigation of the performance of multi-track High-Speed railway bridges under resonant conditions retrofitted with fluid viscous dampers*. Proceedings of the 8th International Conference on Computational Structures Technology, 2006.

- [87] Martínez-Rodrigo M.D., Moliner E., Museros P., *Vertical vibration control of multi-track High-Speed railway bridges under resonant conditions retrofitted with fluid viscous dampers*. Proceedings of the 2006 International Conference on Modal Analysis, Noise and Vibration Engineering, 2006.
- [88] Martínez-Rodrigo M.D., Lavado J., Nasarre J., *Retrofit of real high-speed railway bridges using fluid viscous dampers. Technical feasibility assessment through 3D numerical analyses*. COMPDYN 2007 Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, 2007.
- [89] Martínez-Rodrigo M.D., Lavado J., Nasarre J., Museros P., *Vibration control of railway bridges under High-Speed traffic: 3D analytical optimization and numerical validation*. EURODDN 2008, Proceedings of the 7th European Conference on Structural Dynamics, 2008.
- [90] Martínez-Rodrigo M.D., Doménech A., Lavado J., Nasarre J., *Passive energy dissipation systems applied to High-Speed railway bridges: a modal approach*. ISMA 2008, Proceedings of the 2008 International Conference on Modal Analysis, Noise and Vibration Engineering, 2008.
- [91] Massonet C., *Méthode de calcul des ponts à poutres multiples tenant compte de leur résistance à la torsion*. Publ. IABSE 10, 147-182, 1950.
- [92] Maunder L., *On the work of a force crossing a beam*. Quarterly Journal of Applied Mathematics, 17(4), 437-440, 1960.
- [93] Mead D.J., *Passive vibration control*. Wiley, 2000.
- [94] Minsili L.S., Tieyi Z., He X., Manguelle D.E., *Design and vibration control by friction dampers in truss bridges*. 2nd International Conference on Construction in developing countries: Challenges facing the construction industry in developing countries, 2002.
- [95] Ministerio de Obras Públicas y Transportes, *Instrucción relativa a las acciones a considerar en el proyecto de puentes de ferrocarril*. Ministerio de Obras Públicas y Transportes, 1975.
- [96] Ministerio de Fomento, *Instrucción sobre las inspecciones técnicas en los puentes de ferrocarril (ITPF-05)*. Ministerio de Fomento, 2005.
- [97] Ministerio de Fomento, *Instrucción sobre las acciones a considerar en el*

- proyecto de puentes de ferrocarril (IAPF-07)*. Ministerio de Fomento, 2007.
- [98] Monleón S., *Curso de puentes vol. 2*. Servicio Publicaciones Universidad Politécnica de Valencia, Ref. 90.067, 1990.
- [99] Museros P., Alarcón E., *Importancia de la interacción vehículo-estructura en el cálculo dinámico de puentes isostáticos de ferrocarril para líneas de Alta Velocidad*. V Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería, SEMNI, 2002.
- [100] Museros P., *Interacción vehículo-estructura y efectos de resonancia en puentes isostáticos de ferrocarril para líneas de alta velocidad*. Tesis Doctoral, E.T.S. Ingenieros Industriales, Universidad Politécnica de Madrid, 2002.
- [101] Museros P., *An investigation on the importance of train-bridge interaction at resonance*. Proceedings of the sixth international conference on Computational Structures Technology, 2002.
- [102] Museros P., *Advances in the analysis of short span railway bridges for high-speed lines*. Computers & Structures 80, 2121-2132, 2002.
- [103] Museros P., Alarcón E., *Influence of the second bending mode on the response of high-speed bridges at resonance*. Journal of Structural Engineering 131, 405–415, 2005.
- [104] Museros P., Martínez-Rodrigo M.D., *Vibration control of simply supported beams under moving loads using fluid viscous dampers*. Journal of Sound and Vibration 300, 292-315, 2007.
- [105] Museros Romero P., Martínez-Rodrigo M.D., Moliner Cabedo E., Lavado Rodríguez J., Castillo Linares A., *Adaptación de puentes existentes a los nuevos requerimientos de tráfico*. Jornadas Técnicas: Ingeniería para Alta Velocidad. Veinte años de experiencia en España, Fundación Caminos de Hierro, 2007.
- [106] Museros P., Martínez-Rodrigo M.D., Moliner E., Lavado J., Nasarre J., Castillo-Linares A., *Elementos de disipación pasiva aplicados al reacondicionamiento y al proyecto de puentes de ferrocarril: Estudio de viabilidad técnica y económica, y desarrollo de modelos analíticos de cálculo*. Informe de primera anualidad del Proyecto financiado por el Ministerio de Fomento 80021/A04, 2006 (no publicado).
- [107] Museros P., Martínez-Rodrigo M.D., Moliner E., Lavado J., Nasarre J., Castillo-

- Linares A., *Elementos de disipación pasiva aplicados al reacondicionamiento y al proyecto de puentes de ferrocarril: Estudio de viabilidad técnica y económica, y desarrollo de modelos analíticos de cálculo*. Informe final del Proyecto financiado por el Ministerio de Fomento 80021/A04, 2008 (no publicado).
- [108] Ng S.F., Kulkarni G.G., *On the transverse free vibrations of beam-slab type highway bridges*. Journal of Sound and Vibration 21, 249-261, 1972.
- [109] Nowacki W., *Dynamics of Elastic Systems*. John Wiley & Sons, 1963.
- [110] Olivetto G., Santini A., Tripodi E., *Complex modal analysis of a flexural vibrating beam with viscous end conditions*. Journal of Sound and Vibration 200(3), 327-345, 1997.
- [111] Olsson M., *On the fundamental moving load problem*, Journal of Sound and Vibration 145, 299-307, 1991.
- [112] Office de Recherches et d'Essais, Union Internationale des Chemins de Fer, *Question D23: Détermination des effets dynamiques dans les ponts*. Rapport N° 16, 1970.
- [113] Oniszczuk Z., *Free transverse vibrations of elastically connected simply supported double-beam complex system*. Journal of Sound and Vibration 232(2), 387-403, 2000.
- [114] Oniszczuk Z., *Forced transverse vibrations of an elastically connected complex simply supported double-beam system*. Journal of Sound and Vibration 264, 273-286, 2003.
- [115] Pesterev A.V., Bergman L.A., *Response of elastic continuum carrying moving linear oscillator*. Journal of Engineering Mechanics 123(8), 878-889, 1997.
- [116] Pesterev A.V., Bergman L.A., *A contribution to the moving mass problem*. Journal of Vibration and Acoustics 120, 824-826, 1998.
- [117] Pesterev A.V., Bergman L.A., *An improved series expansion of the solution to the moving oscillator problem*. Journal of Vibration and Acoustics 122, 54-61, 2000.
- [118] Pesterev A.V., Yang B., Bergman L.A., *Response of elastic continuum carrying multiple moving oscillator*. Journal of Engineering Mechanics 127(3), 260-265, 2001.

- [119] Pesterev A.V., Yang B., Bergman L.A., Tan C.A., *Revisiting the moving force problem*. Journal of Sound and Vibration 261(1), 75-91, 2003.
- [120] Pesterev A.V., Yang B., Bergman L.A., Tan C.A., Tsao T.C., Yang B., *On asymptotics of the solution of the moving oscillator problem*. Journal of Sound and Vibration 260(3), 519-536, 2003.
- [121] Raske T.F., Schlack A.L. Jr, *Dynamic response of plates due to moving loads*. The Journal of the Acoustical Society of America 42(3), 625-635, 1967.
- [122] Piszcek K., *Possibility of dynamic stability loss under moving concentrated loads*. Archivum Mechaniki Stosowanij 10, 195-209, 1959.
- [123] Reddy J.N., *Theory and analysis of elastic plates*. Taylor & Francis, 1999.
- [124] Ribakov Y., Reinhorn A.M., *Design of amplified structural damping using optimal considerations*. Journal of Structural Engineering 129(10), 1422-1427, 2003.
- [125] Robinson S.W. *Vibration of bridges*. ASCE Transactions 16(351), 42-65, 1887.
- [126] Sadiku S., Leipholz H.H.E., *On the dynamics of elastic systems with moving concentrated mass*. Ingenieur Archives 57, 223-242, 1987.
- [127] Samartín Quiroga, A.F., *Cálculo de estructuras de puentes de hormigón*. Rueda, 1983.
- [128] Savin E., *Dynamic amplification factor and response spectrum for the evaluation of vibrations of beams under successive moving loads*. Journal of Vibration and Acoustics 248(2), 267-288, 2001.
- [129] Soong T.T., Dargush G.F., *Passive energy dissipation systems in Structural Engineering*. Wiley, 1997.
- [130] Stanistic M.M., Euler J.A., Montgomery S.T., *On a theory concerning the dynamic behaviour of structures carrying moving mass*. Ingenieur Archives 43, 295-305, 1974.
- [131] Stokes G.G., *Mathematical and physical papers Vol. 2*. Cambridge, 1847.
- [132] Taheri M.R., Ting E.C., Kukreti A.R. *Vehicle-guideway interactions: A literature review*. The Shock and Vibration Digest 22(6), 3-9, 1990.

- [133] Taheri M.R., Ting E.C., *Dynamic response of plates to moving loads: Finite Element method*. Computers & Structures 34(3), 509-521, 1990.
- [134] Taylor Devices Inc., <http://www.taylordevices.com>, [Consulta: 08 octubre 2008].
- [135] Taylor D.P., Lee D.A., *Frictionless hydraulic damper and damper-snubber*. United States Patent number 4.638.895, 1987.
- [136] Taylor D.P., Lee D.A., *Frictionless damper*. United States Patent number 4.815.574, 1989.
- [137] The University of Tennessee, *LAPACK - Linear Algebra Package*. <http://www.netlib.org/lapack/index.html>, [Consulta: 10 noviembre 2008].
- [138] Timoshenko S.P., *Vibration of bridges*. American Society of Mechanical Engineers Transactions 53, 1928.
- [139] Timoshenko S.P., *Vibration problems in engineering*. Van Nostrand, 1937.
- [140] Timoshenko S.P., Woinowsky-Krieger S., *Theory of plates and shells*. Mc Graw Hill, 1959.
- [141] Ting E.C., Genin J., Ginsberg J.H., *A general algorithm for moving mass problems*. Journal of Sound and Vibration 33(1), 49-58, 1974.
- [142] Turneure, F.E., *Report of committee on impact*. American Railway Engineering Association Proceedings 12, 1911.
- [143] Union Internationale des Chemins de Fer, *Code UIC 702-0. Schema de charges a prendre en consideration dans le calcul des ouvrages sous rail sur les lignes internationales*. 2ª Ed., 1974.
- [144] Union Internationale des Chemins de Fer, *Code UIC 776-1R. Charges a prendre en consideration dans le calcul des ponts-rails*. 3ª Ed., 1979.
- [145] Ugural A.C., *Stresses in plates and shells*. Mc Graw Hill, 1999.
- [146] Vu H.V., *Distributed dynamic vibration absorbers*. Tesis Doctoral, Universidad de Michigan, Ann Arbor, 1987.
- [147] Vu H.V., Ordóñez A.M., Karnopp B.H., *Vibration of a double-beam system*. Journal of Sound and Vibration 229(4), 807-822, 2000.

- [148] Wang T.L., Garg V.K., Chu K.H., *Railway bridge-vehicle interaction studies with new vehicle model*. Journal of Structural Engineering 117(7), 2099-2115, 1991.
- [149] Wang J.F., Lin C.C., Chen B.L., *Vibration suppression for high-speed railway bridges using tuned mass dampers*. International Journal of Solids and Structures 40, 465-491, 2003.
- [150] Warburton G.B., *Comments on paper "On the transverse free vibrations of beam-slab type highway bridges"*. Journal of Sound and Vibration 24(3), 411-417, 1972.
- [151] Willis R., *Appendix to the report of the commissions appointed to inquire into the application of iron to railway structures*. H.M. Stationery Office, 1849.
- [152] Wiriychai A., Chu K.H., Garg V.K., *Bridge impact due to wheel and track irregularities*. Journal of Engineering Mechanics 108(4), 648-666, 1982.
- [153] Wu J.S., Dai C.W., *Dynamic response of multispan nonuniform beam due to moving loads*. Journal of Structural Engineering 113(3), 458-474, 1987.
- [154] Wu J.S., Lee M.L., Lai T.S., *The dynamic analysis of a flat plate under a moving load by the finite element method*. Journal for Numerical Methods in Engineering 24, 743-762, 1987.
- [155] Wu Y.S., Yang Y.B., Yau J.D., *Three-dimensional analysis of train-rail-bridge interaction problems*. Vehicle System Dynamics 36(1), 1-35, 2001.
- [156] Xia H., Zhang N., De Roek G., *Dynamic analysis of high speed railway bridge under articulated trains*. Computers & Structures 81(26), 2467-2478, 2003.
- [157] Xia H., Zhang N., *Dynamic analysis railway bridge under high-speed trains*. Computers & Structures 83(23), 1891-1901, 2005.
- [158] Xia H., Zhang N., Guo W.W., *Analysis of resonance mechanism and conditions of train-bridge system*. Journal of Sound and Vibration 297, 810-822, 2006.
- [159] Yagiz N., Sakman L.E., *Vibrations of a rectangular bridge as an isotropic plate under a traveling full vehicle model*. Journal of Vibration and Control 12(1), 83-98, 2006.
- [160] Yang F., Fonder G.A., *Dynamic response of cable-stayed bridges under*

- moving loads*. Journal of Engineering Mechanics 214(7), 741-747, 1998.
- [161] Yang Y.B., Liao S.S., Lin B.H., *Impact formulas for vehicles moving over simple and continuous beams*. Journal of Structural Engineering 121(11), 1644-1650, 1995.
- [162] Yang Y.B., Yau J.D., Hsu L.C., *Vibration of simple beams due to trains moving at high speeds*. Engineering Structures 19, 936-944, 1997.
- [163] Yang Y.B., Yau J.D., *Vehicle-bridge interaction element for dynamic analysis*. Journal of Structural Engineering 123, 1512-1518, 1997.
- [164] Yang Y.B., Wu C.M., *Dynamic response of a horizontally curved beam subjected to vertical and horizontal moving loads*. Journal of Sound and Vibration 242(3), 519-537, 2001.
- [165] Yang Y.B., Yau J.D., Wu Y.S., *Vehicle-bridge interaction dynamics with applications to high-speed railways*. World Scientific Publishing, 2004.
- [166] Yau J.D., Yang Y.B., Kuo S.R., *Impact response of high speed rail bridges and riding comfort of rail cars*. Engineering Structures 21(9), 836-844, 1999.
- [167] Yau J.D., Yang Y.B., *Vibration reduction for cable-stayed bridges travelled by high-speed trains*. Finite Elements in Analysis and Design 40, 341-359, 2004.
- [168] Yau J.D., Yang Y.B., *A wideband MTMD system for reducing the dynamic response of continuous truss bridges to moving train loads*. Engineering Structures 26, 1795-1807, 2004.
- [169] Yau J.D., Yang Y.B., *Vertical accelerations of simple beams due to successive loads travelling at resonant speeds*. Journal of Sound and Vibration 289(1), 210-228, 2006.
- [170] Zhang N., Xia H., Guo W., *Vehicle-bridge interaction analysis under high-speed trains*. Journal of Sound and Vibration 309(3), 407-425, 2008.
- [171] Zhu X.Q., Law S.S., *Dynamic load on continuous multi-lane bridge deck from moving vehicles*. Journal of Sound and Vibration 251(4), 697-716, 2002.
- [172] Zhu X.Q., Law S.S., *Dynamic behaviour of orthotropic rectangular plates under moving loads*. Journal of Engineering Mechanics 129(1), 79-87, 2003.