

**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA**

**DEPARTAMENTO DE MECÁNICA DE LOS MEDIOS CONTINUOS Y TEORÍA  
DE ESTRUCTURAS**



**UNIVERSIDAD  
POLITECNICA  
DE VALENCIA**

**CUANTIFICACIÓN DE LA RADIACIÓN DE LA  
ESTRUCTURA EN SISTEMAS DE CAJA  
CERRADA**

**TESIS DOCTORAL**

**AUTOR: JORGE G. SEGURA ALCARAZ**

**DIRIGIDO POR:**

**JAIME RAMIS SORIANO**

**SALVADOR IVORRA CHORRO**

**Alcoy, 2009**



## RESUMEN

En el presente trabajo se ha realizado una contribución al estudio de la cuantificación de la radiación de las paredes de la estructura en sistemas de caja cerrada, estableciendo una relación de la respuesta vibroacústica de este tipo de sistemas radiantes con las características del material de construcción, tales como el módulo de Young, el amortiguamiento, o la densidad. Desde un punto de vista general, el objeto del trabajo se encuadra dentro de los problemas de interacción dinámica fluido-estructura, por lo que los fundamentos de los procedimientos y modelos presentados son similares a los utilizados en otros dominios de aplicación, como por ejemplo en la construcción, aeronáutica, construcción naval, biología, etc.

Para abordar el problema se plantea el acople mecano-acústico entre los diferentes elementos del sistema radiante. Idealmente, en los sistemas radiantes compuestos de altavoces montados sobre un recinto acústico o caja, las paredes de la caja deberían de ser infinitamente rígidas y con movimiento nulo. Sin embargo, en la realidad la experiencia demuestra que las paredes se comportan como placas vibrantes bajo la acción de las presiones interiores y contribuyen a la radiación final de sonido del sistema, sobre todo en el rango de las bajas frecuencias.

Para conseguir el objetivo propuesto, en primer lugar se han realizado una serie de medidas experimentales sobre unos modelos de caja cerrada con y sin altavoz. En la fase experimental se ha estudiado el comportamiento vibracional de las paredes de la estructura mediante análisis modal y medidas de vibración, y la respuesta sonora del sistema altavoz, aire interior y estructura, acoplado mediante medidas de presión e intensidad acústicas.

A continuación, y en base a los resultados experimentales, se han implementado unos modelos numéricos de un sistema altavoz, aire interior y estructura. Los modelos numéricos implementados son mecánico-acústicos, la parte eléctrica del altavoz se ha sustituido por un a fuerza de excitación armónica.

El primer modelo numérico es tridimensional y se ha hecho especial énfasis en las condiciones de interacción fluido-estructura del sistema, buscando conseguir una simulación de la interacción simultánea de los tres elementos principales entre sí: el aire del interior de la caja, el diafragma del altavoz y las paredes de la caja. Junto al modelo tridimensional se ha implementado otro modelo numérico, en este caso en dos dimensiones, añadiendo el aire del exterior de la caja. De esta forma, se obtiene un acople fluido-estructura-fluido. Con ambos modelos, se ha realizado un estudio paramétrico con el fin de estudiar la influencia que tienen en el sonido radiado por el sistema determinados parámetros intrínsecos del material de la estructura, como la densidad, modulo de Young, o amortiguamiento.

Se concluye que la estructura colorea la respuesta sonora del sistema en todo el rango de frecuencia estudiado, debido a resonancias o vibraciones forzadas de la misma. Por otro lado, el modelo numérico propuesto supone un avance respecto a los presentados hasta el momento, y constituye una herramienta de diseño que permite estudiar de forma rápida y económica la importancia de la estructura y de las propiedades intrínsecas de su material de construcción en la respuesta sonora del sistema acoplado

## RESUM

El present treball s'ha realitzat una contribució a l'estudi de la quantificació de la radiació de les parets de l'estructura en sistemes de caixa tancada, establint una relació de la resposta vibroacústica d'este tipus de sistemes radiants amb les característiques del material de construcció tals com el module de Young, l'amortiment, o la densitat. Des d'un punt de vista general, l'objecte del treball s'enquadra dins dels problemes d'interacció dinàmica fluid-estructura, per la qual cosa els fonaments dels procediments i models presentats, són semblants als utilitzats en altres dominis d'aplicació, com per exemple en la construcció, aeronàutica, construcció naval, biologia, etc.

Per a abordar el problema es planteja l'adapte mecano-acústico entre els diferents elements del sistema radiant. Idealment, en els sistemes radiants compostos d'altaveus muntats sobre un recinte acústic o caixa, les parets de la caixa deurien ser infinitament rígides i amb moviment nul. No obstant en la realitat, l'experiència demostra que les parets es comporten com a plaques vibrants davall l'acció de les pressions interiors, i contribuïxen a la radiació final de so del sistema, sobretot en el rang de les baixes freqüències.

Per a aconseguir l'objectiu proposat, en primer lloc s'han realitzat una sèrie de mesures experimentals sobre uns models de caixa tancada amb i sense altaveu. En la fase experimental s'ha estudiat el comportament vibracional de les parets de l'estructura per mitjà d'anàlisi modal i mesures de vibració, i la resposta sonora del sistema altaveu, aire interior i estructura, adaptat per mitjà de mesures de pressió i intensitat acústiques.

A continuació, i en base als resultats experimentals, s'han implementat uns models numèrics d'un sistema altaveu, aire interior i estructura. Els models numèrics implementats són mecanicoacústics, la part elèctrica de l'altaveu s'ha substituït per un a força d'excitació harmònica.

El primer model numèric és tridimensional i s'ha fet especial èmfasi en les condicions d'interacció fluid-estructura del sistema, buscant aconseguir una simulació de la interacció simultània dels tres elements principals entre si: l'aire de l'interior de la caixa,

el diafragma de l'altaveu, i les parets de la caixa. Al costat del model tridimensional s'ha implementat un altre model numèric en este cas en dos dimensions, afegint l'aire de l'exterior de la caixa, d'esta forma s'obté un adapte fluid-estructura-fluid. Amb estos dos models s'ha realitzat un estudi paramètric a fi d'estudiar la influència que paràmetres intrínsecs del material de l'estructura com la densitat, module de Young, o amortiment tenen en el so radiat pel sistema.

Es conclou que l'estructura acolorix la resposta sonora del sistema en tot el rang de freqüència estudiat, a causa de ressonàncies o vibracions forçades de la mateixa. D'altra banda el model numèric proposat suposa un avanç respecte als presentats fins al moment, i constituïx una ferramenta de disseny que permet estudiar de forma ràpida i econòmica, la importància de l'estructura i de les propietats intrínseques del seu material de construcció, en la resposta sonora del sistema adaptat

## SUMMARY

In the present work a contribution to the study of the quantification of the radiation of the structure walls in systems of closed box has been made, establishing a relation of the vibroacoustic response of this type of radiating systems with the characteristics of the material used, such as the Young modulus, the damping, or the density. From a general point of view, the object of the work fits within the problems of dynamic fluid-structure interaction, so the presented foundations of the procedures and models, are similar to the used in other dominions of application, like the construction, aeronautics, naval construction, Biology, etc.

In order to approach the problem, a mecano-acoustic couple between the different elements from the radiating system is considered. Ideally, in the radiating systems composed of loudspeakers mounted on an acoustic enclosure or box, the walls of the box are considered infinitely rigid with null movement. In the reality, the experience demonstrates that the walls behave like vibrant plates under the action of the inner pressures, and contribute to the final radiation of sound of the system, mainly in the low frequencies range. To obtain the proposed objective, first a series of experimental measures has been made on models of closed box with and without loudspeaker. In the experimental procedure the vibrational behavior of the walls of the structure has been studied by means of modal analysis and measures of vibration. The acoustic response of the systems is evaluated by means of measures of acoustic pressure and intensity.

Next, numerical models of the loudspeaker, inner air and structure have been implemented. The implemented numerical models are mechanical-acoustic, the electrical part of the loudspeaker has been replaced by a harmonic excitation force. The first numerical model is three-dimensional, looking for obtaining a simulation of the simultaneous interaction of the three main elements of the system: the inner air of the box, the diaphragm of the loudspeaker, and the walls of the box. Moreover another numerical model in two dimensions has been implemented, adding the air outside of the box, and obtaining a fluid-structure-fluid couple. With both models a parametric study been made.

In summary the structure colors the sonorous response of the system in all the studied frequency range, due to resonances or forced vibrations of the walls. On the other hand the proposed numerical model supposes an advance with respect to the presented ones until the moment. The model constitutes a design tool that allows to study in an economic form, the importance of the structure in the sonorous response of the system.



## **AGRADECIMIENTOS**

En primer lugar, a mis directores de tesis Jaime Ramis Soriano y Salvador Ivorra Chorro.

Al departamento de Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal, de la Universidad de Alicante, por su confianza y por proporcionarme todo lo necesario para realizar las medidas experimentales.

A Jesús Carbajo y Jorge Francés, por su ayuda y paciencia en la toma de medidas experimentales y en el desarrollo de funciones en Matlab.

A mis compañeros y amigos de la unidad docente de Alcoy, José María Gadea Borrell y Ernesto Juliá Sanchis.

A Raquel y Gabriela.

Y en general, a todas aquellas personas que me han ayudado y apoyado en la elaboración de este trabajo.



<b>RESUMEN.....</b>	<b>i</b>
<b>AGRADECIMIENTOS.....</b>	<b>vii</b>
<b>ÍNDICE.....</b>	<b>ix</b>
<b>TABLA DE SÍMBOLOS.....</b>	<b>xiii</b>
<b>CAPÍTULO I: OBJETO Y ANTECEDENTES.....</b>	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO II: FUNDAMENTOS.....</b>	<b>13</b>
<b>2.1.- Acústica: descriptores.....</b>	<b>15</b>
2.1.1.- La onda acústica.....	15
2.1.2.- Densidad de energía.....	16
2.1.3.- Intensidad sonora.....	17
2.1.4.- Impedancia acústica.....	21
<b>2.2.- Análisis modal.....</b>	<b>24</b>
2.2.1.- Aproximación teórica: el modelo espacial.....	25
2.2.1.1.- Sistemas sin amortiguamiento.....	26
2.2.1.2.- Sistemas con amortiguamiento.....	29
2.2.2.- Aproximación experimental: el modelo de respuesta.....	33
2.2.3.- Estimación de parámetros modales.....	35
2.2.3.1.- Método de Fracciones de Polinomios.....	37
<b>2.3.- El MEF.....</b>	<b>39</b>
2.3.1.- Procedimiento general del método.....	39
2.3.2.- Problemas dinámicos de estructuras.....	43
2.3.3.- Problemas de mecánica de fluidos: Acústica.....	47
2.3.4.- Sistemas acoplados: interacción fluido-estructura.....	48
<b>2.4.- Circuitos de elementos concentrados.....</b>	<b>50</b>
2.4.1.- Necesidad de un recinto acústico.....	50
2.4.2.- Cajón musical.....	54
2.4.3.- Altavoz en pantalla infinita.....	56

2.4.4.- Altavoz en caja cerrada.....	59
<b>2.5.- Conclusiones.....</b>	<b>60</b>
<b>CAPÍTULO III: PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL.....</b>	<b>63</b>
<b>3.1.- Modelos de cajas.....</b>	<b>67</b>
3.1.1.- Caracterización de los materiales.....	68
<b>3.2.- Análisis modal experimental.....</b>	<b>73</b>
3.2.1.- Equipo.....	73
3.2.2.- Procedimiento.....	74
3.2.3.- Resultados.....	82
<b>3.3.- Medidas de vibración forzada.....</b>	<b>85</b>
3.3.1.- Equipo.....	85
3.3.2.- Procedimiento.....	86
3.3.3.- Resultados.....	87
<b>3.4.- Medidas de presión sonora.....</b>	<b>91</b>
3.4.1.- Equipo.....	91
3.4.2.- Procedimiento.....	92
3.4.3.- Resultados.....	93
3.4.3.1.- Espectro sonoro: caja sin altavoz.....	93
3.4.3.2.- Espectro sonoro: caja con altavoz.....	96
<b>3.5.- Medidas de intensidad sonora.....</b>	<b>100</b>
3.5.1.- Equipo.....	100
3.5.2.- Procedimiento.....	101
3.5.3.- Resultados.....	103
<b>3.6.- Conclusiones.....</b>	<b>104</b>
<b>CAPÍTULO IV: MODELO NUMÉRICO.....</b>	<b>109</b>
<b>4.1.- Modelos numéricos.....</b>	<b>113</b>
4.1.1.- Modelo tridimensional.....	113
4.1.2.- Modelo bidimensional.....	115
<b>4.2.- Validación del modelo numérico.....</b>	<b>118</b>

<b>4.3.- Estudio paramétrico.....</b>	<b>135</b>
4.3.1.- Modelo de elementos concentrados.....	135
4.3.2.- Modelo numérico.....	136
<b>4.4- Conclusiones.....</b>	<b>142</b>
<b>CAPÍTULO V: CONCLUSIONES.....</b>	<b>145</b>
<b>5.1.- Conclusiones.....</b>	<b>147</b>
<b>5.2.- Líneas futuras.....</b>	<b>149</b>
<b>ANEXO A: FUNCIONES MATLAB.....</b>	<b>151</b>
<b>REFERENCIAS.....</b>	<b>159</b>



## TABLA DE SÍMBOLOS

$a_i$	<i>Amplitud del movimiento de la coordenada <math>i</math></i>
$\{a\}_s$	<i>Autovector del modo <math>s</math></i>
$[B]_e$	<i>Matriz que depende de las características del elemento finito</i>
$B$	<i>Densidad de flujo en el entrehierro de la bobina</i>
$B_0$	<i>Constante del recinto acústico</i>
$c_0$	<i>Velocidad de sonido</i>
$c$	<i>Amortiguamiento</i>
$c_{cr}$	<i>Amortiguamiento crítico</i>
$[C]$	<i>Matriz de amortiguamiento</i>
$C_0$	<i>Capacitancia</i>
$C_A$	<i>Compliancia acústica</i>
$C_M$	<i>Compliancia mecánica</i>
$C_{AB}$	<i>Compliancia acústica de la caja</i>
$C_{AS}$	<i>Compliancia acústica del altavoz</i>
$C_{MB}$	<i>Compliancia mecánica de la caja</i>
$C_{MS}$	<i>Compliancia mecánica del altavoz</i>
$d$	<i>Diámetro del altavoz</i>
$[D]_e$	<i>Matriz de elasticidad</i>
$e$	<i>Densidad de energía</i>
$e_d$	<i>Espesor del ducto de la caja</i>
$e_g$	<i>Tensión en circuito abierto del generador</i>
$e_j$	<i>Función de error</i>
$E$	<i>Modulo de Young</i>
$E_c$	<i>Energía cinética</i>
$E_p$	<i>Energía potencial</i>
$f$	<i>Fuerza</i>
$\{f^*\}_e^{ext}$	<i>Sistema de fuerzas exteriores en los nodos de un elemento finito</i>
$\{f_0^*\}_e$	<i>Fuerzas nodales debidas a las deformaciones y tensiones iniciales</i>
$\{f^*\}_e$	<i>Fuerzas nodales debidas a las fuerzas exteriores y másicas</i>
$\{f\}_{eM}$	<i>Fuerzas de inercia en un elemento finito</i>

$\{f\}_{eC}$	<i>Fuerzas debidas al amortiguamiento en un elemento finito</i>
$G_{FX}(\omega)$	<i>Densidad del espectro cruzado entre la entrada y la salida</i>
$G_{FF}(\omega)$	<i>Densidad del autoespectro de entrada</i>
$G_{XX}(\omega)$	<i>Densidad del autoespectro de salida</i>
$i$	<i>Intensidad de eléctrica</i>
$I$	<i>Intensidad sonora</i>
$I_m$	<i>Momento de inercia</i>
$k_s$	<i>Rigidez modal modo s</i>
$[k]$	<i>Matriz de rigideces modales</i>
$[k^F]_e$	<i>Matriz de rigidez de un elemento finito de fluido</i>
$[K]$	<i>Matriz de rigidez</i>
$[K_e]$	<i>Matriz de rigidez compleja</i>
$[K^F]$	<i>Matriz de rigidez del fluido</i>
$l$	<i>Longitud</i>
$L_E$	<i>Inductancia de la bobina</i>
$L_p$	<i>Nivel de presión sonora</i>
$L_i$	<i>Nivel de intensidad acústica</i>
$m$	<i>Número total de modos</i>
$m_s$	<i>Masa modal modo s</i>
$[m]$	<i>Matriz de masas modales</i>
$[m]_e$	<i>Matriz de masa de un elemento finito</i>
$[m^F]_e$	<i>Matriz de masa de un elemento finito de fluido</i>
$[M]$	<i>Matriz de masas</i>
$[M^F]$	<i>Matriz de masa del fluido</i>
$M$	<i>Masa</i>
$M_A$	<i>Masa acústica</i>
$M_{AB}$	<i>Masa acústica de la caja</i>
$M_{AS}$	<i>Masa acústica del altavoz</i>
$M_M$	<i>Masa mecánica</i>
$M_{MS}$	<i>Masa mecánica del altavoz</i>
$M_{MB}$	<i>Masa mecánica de la caja</i>
$[N]_e$	<i>Matriz que relaciona los desplazamientos en el elemento finito</i>
$p$	<i>Presión</i>



$p_n$	<i>Coefficiente de ajuste <math>n=0,1,2..2m</math></i>
$P_s$	<i>Polo del modo <math>s</math></i>
$p_0$	<i>Presión de referencia</i>
$Q$	<i>Factor de calidad</i>
$q_n$	<i>Coefficiente de ajuste <math>n=0,1,2..2m-1</math></i>
$r$	<i>Desplazamiento</i>
$[R]$	<i>Matriz de acoplamiento</i>
$R$	<i>Resistencia</i>
$R_A$	<i>Resistencia acústica</i>
$R_E$	<i>Resistencia interna de la bobina</i>
$R_g$	<i>Resistencia interna del generador</i>
$R_{AB}$	<i>Resistencia acústica de la caja</i>
$R_{AS}$	<i>Resistencia acústica del altavoz</i>
$R_M$	<i>Resistencia mecánica</i>
$R_{MB}$	<i>Resistencia mecánica de la caja</i>
$R_{MS}$	<i>Resistencia mecánica del altavoz</i>
$s$	<i>Número del modo</i>
$S$	<i>Superficie</i>
$S_s$	<i>Superficie del altavoz</i>
$t$	<i>Tiempo</i>
$T_{int}$	<i>Trabajo interno</i>
$T$	<i>Periodo</i>
$u$	<i>Velocidad</i>
$\{u\}_e$	<i>Desplazamientos dentro del elemento finito</i>
$\{u^*\}_e$	<i>Desplazamientos de los nodos del elemento finito</i>
$U$	<i>Velocidad volumétrica</i>
$V_B$	<i>Volumen de la caja</i>
$V_0$	<i>Volumen</i>
$\{W\}$	<i>Vector de error</i>
$X$	<i>Inductancia</i>
$y$	<i>Vector desplazamiento y</i>
$Z$	<i>Impedancia acústica específica</i>
$Z_A$	<i>Impedancia acústica</i>

$Z_E$	<i>Impedancia eléctrica del altavoz</i>
$Z_{AB}$	<i>Impedancia acústica de la caja</i>
$Z_{AR}$	<i>Impedancia acústica de radiación</i>
$Z_M$	<i>Impedancia mecánica</i>
$Z_{MOV}$	<i>Impedancia de movilidad del altavoz</i>
$\alpha$	<i>Constante real y positiva</i>
$[\alpha(\omega)]$	<i>Función de respuesta en frecuencia</i>
$\beta$	<i>Constante real y positiva</i>
$\gamma(\omega)$	<i>Función de coherencia</i>
$\delta$	<i>deformación</i>
$\Delta$	<i>Decremento logarítmico</i>
$\{\varepsilon\}_e$	<i>Desplazamientos unitarios del elemento finito</i>
$\{\varepsilon_0\}_e$	<i>Desplazamientos unitarios iniciales del elemento finito</i>
$\eta$	<i>Factor de pérdidas</i>
$\eta_s$	<i>Factor de pérdidas del modo <math>s</math>.</i>
$\lambda$	<i>Longitud de onda</i>
$\lambda_s$	<i>Frecuencia propia compleja del modo <math>s</math></i>
$\mu$	<i>Coefficiente de fricción</i>
$\xi$	<i>Coefficiente de amortiguamiento</i>
$\rho_0$	<i>Densidad</i>
$\{\sigma_e\}$	<i>Estado tensional del elemento finito</i>
$\{\sigma_0\}_e$	<i>Estado tensional inicial del elemento finito</i>
$\{\psi_s\}$	<i>Autovector complejo del modo <math>s</math></i>
$\omega$	<i>Frecuencia angular</i>
$\omega_c$	<i>Frecuencia de corte del altavoz</i>
$\omega_s$	<i>Frecuencias propia del modo <math>s</math></i>
$\phi$	<i>Desfase angular</i>
$\{\phi\}_s$	<i>Modo normal normalizado respecto de la masa</i>
$[\Phi]$	<i>Matriz modal compleja normalizada</i>

# **CAPÍTULO I**

## **OBJETO Y ANTECEDENTES**



*El objeto del presente trabajo de investigación es realizar una contribución al estudio de la cuantificación de la radiación de las paredes de la estructura en sistemas de caja cerrada, estableciendo una relación de la respuesta vibroacústica de este tipo de sistemas radiantes con las características del material de construcción, tales como el módulo de Young, el amortiguamiento o la densidad.*

Desde un punto de vista general, el objeto del trabajo se encuadra dentro de los problemas de interacción fluido-estructura, por lo que los fundamentos de los procedimientos y modelos presentados son similares a los utilizados en otros dominios de aplicación, como por ejemplo en la construcción, aeronáutica, construcción naval, biología, etc.

Para abordar el problema, se plantea el acople mecano-acústico entre los diferentes elementos del sistema radiante. Idealmente, en los sistemas radiantes compuestos de altavoces montados sobre un recinto acústico o caja, las paredes de la caja deberían de ser infinitamente rígidas y con movimiento nulo. Sin embargo, en la realidad la experiencia demuestra que las paredes se comportan como placas vibrantes bajo la acción de las presiones interiores y contribuyen a la radiación final de sonido del sistema, sobre todo en el rango de las bajas frecuencias.

El comportamiento vibroacústico del sistema altavoz-caja puede describirse del siguiente modo [1]:

El altavoz o transductor electroacústico transforma las ondas eléctricas en energía mecánica, y la energía mecánica en energía acústica mediante el movimiento del diafragma. Cuando el diafragma del altavoz entra en movimiento se comporta como un pistón creando un campo de presiones en el aire del exterior y del interior de la caja del altavoz. A determinadas frecuencias, el aire del interior de la caja puede entrar en resonancia creándose una serie de ondas estacionarias, que siguen los patrones de los modos de vibración del aire de la cavidad interior.

Las paredes de la caja no son infinitamente rígidas y pueden vibrar básicamente por dos motivos. Por un lado, las presiones generadas en el interior de la caja pueden provocar una vibración forzada o excitar las resonancias de las paredes. Por otro, el altavoz que

está montado sobre una de las paredes transmite directamente la vibración a la caja, provocando también una vibración forzada de las paredes o excitando resonancias de las mismas.

Los tres elementos principales, altavoz, aire interior y estructura constituyen un sistema totalmente acoplado cuyo comportamiento determina la radiación sonora al exterior.

En el estudio de la vibroacústica del conjunto altavoz –caja acústica, el cono del altavoz es elemento sobre el que se han hecho más investigaciones y, por el contrario la caja y su influencia en el sonido final es el aspecto menos estudiado.

Desde la década de 1950 son numerosos los autores que han intentado describir el comportamiento acoplado o por separado del altavoz, de la caja y del aire interior de la caja. Debido a la dificultad de su geometría y a la interacción entre los elementos, es difícil obtener una solución analítica de la respuesta del conjunto. El uso de métodos numéricos se convirtió desde el principio en la alternativa a los modelos analíticos, sobre todo el Método de los Elementos Finitos y, en menor medida y más recientemente, el Método de los Elementos de Contorno. Las técnicas experimentales más utilizadas han sido la imagen holográfica y el análisis modal con vibrometría láser.

A continuación se comentan cronológicamente las publicaciones más destacables, junto con unos breves comentarios de las aportaciones:

Tappan, P.W. en [2] es el primero en hacer un estudio detallado de las variables que influyen en el comportamiento vibracional de las paredes de las cajas de altavoz, tales como: la forma de las paredes de la caja, el material de la caja, la adopción de barrajes internos, la curvatura de las paredes o el montaje del altavoz. Tras una serie de ensayos experimentales, establece que la influencia de las vibraciones de las paredes de la caja en la radiación del sonido final del conjunto es mayor en el rango de las bajas frecuencias, destacando sobre todo la influencia del primer modo de vibración. Para mitigar las resonancias de las paredes recomienda:

- Utilizar materiales con un alto coeficiente de amortiguamiento, o el uso de láminas amortiguantes y absorbentes del sonido adheridas a la cara interna de las

paredes para limitar la amplitud de la vibración de las mismas cerca de sus resonancias.

- Subir las frecuencias de vibración de las paredes variando la rigidez a flexión de las mismas, mediante el uso de materiales con un mayor Modulo de Young, incrementando espesores de pared, utilizando barrajes internos o variando sus dimensiones.

Plantea un modelo acústico del sistema altavoz-caja, basado en la analogía existente entre un sistema acústico y un circuito eléctrico.

En [3] Iverson, J.K., partiendo del trabajo de Tappan, P.W en [2], realiza una serie de medidas experimentales de la vibración en cajas de altavoces. Iverson, J.K. coincide con Tappan, P.W. en que las mayores vibraciones en las cajas se producen en el rango de las bajas frecuencias, coincidiendo con los primeros modos de vibración de las paredes. Iverson, J.K. afirma que un buen método para prevenir las vibraciones por resonancia es la adopción de barrajes internos. Sin embargo no cree como Tappan, P.W en [2] que los materiales absorbentes del sonido disminuyan la resonancia de las paredes de forma apreciable. Concluye que las resonancias de cada una de las paredes de la caja por separado, bajo la acción de la presión interior, son la principal fuente de vibración del resto de paredes de la caja. Dedicó especial atención a la pared frontal sobre la que va montado el altavoz y comprueba que la variación de su geometría por la colocación del altavoz y la masa del mismo, afecta en gran medida a la frecuencia a sus modos de vibración, pudiendo variar las frecuencias hasta 50 Hz en algunos casos.

Harwood, H.D. y Mathews, R. en [4] hacen un exhaustivo estudio de las propiedades dinámicas de materiales para la construcción de cajas de altavoz. Mediante un montaje experimental, demuestran que el modulo de Young y el amortiguamiento son dependientes de la frecuencia de trabajo del material. En los resultados de su estudio, coinciden con los de Tappan, P.W en [2], y discrepan con los de Iverson, J.K. en [3], pues consideran una buena medida para reducir resonancias de las de la caja el disponer capas de material amortiguante o absorbente en las paredes interiores. Por otro lado, proponen un método que permite comparar el sonido radiado por el altavoz con el sonido radiado por las paredes de la caja.

Frankort, F. [5] es el primero en realizar un estudio analítico completo de la vibración del cono del altavoz discretizando la estructura en varios elementos. En su estudio, el cono de altavoz se contemplaba como en una serie de anillos concéntricos con una masa y rigidez determinadas y, la solución al problema se plantea analíticamente en forma de ecuaciones diferenciales. El estudio de Frankort, F. no tiene en cuenta el acople del cono del altavoz con el aire ni con la estructura de la caja.

Kagawa, Y. et al. emplean en [6] el Método de los Elementos Finitos para estudiar el comportamiento del cono de altavoz acoplado con el aire del exterior de la caja y con el aire del interior de la caja. Proponen un modelo en dos dimensiones, compuesto por una lámina vibrante correspondiente a la sección del cono. Esta lámina se acopla a un lado con el aire de una cavidad limitada en el contorno por paredes totalmente rígidas y un material absorbente y, en el otro, con el aire exterior simulado como un contorno infinito. El estudio determina las frecuencias y modos de vibración del cono del altavoz, estableciendo que por debajo de 500 Hz el cono se comporta como un pistón, así como la distribución del campo de presiones tanto en el interior de la cavidad de la caja como en el exterior. El modelo de Kawaka et al. supone una primera aproximación al problema del acople fluido-estructura en el sistema caja altavoz, sin embargo, no refrenda sus conclusiones experimentalmente y es un modelo en el que no se tienen en cuenta las características dinámicas de la estructura.

Suzuki, K. y Nomoto, I., Aplican el Método de los Elementos Finitos en [7] para construir un modelo de en dos dimensiones del cono del altavoz acoplado con el aire exterior. El modelo de Suzuki, K. y Nomoto, I. es bastante similar al presentado en [6] por Kagawa, Y. et al, pero añade la banda elástica del contorno del cono del altavoz. Los resultados, que se comparan con medidas experimentales, permiten observar las frecuencias y modos de vibración del cono del altavoz, su tensión y deformación al vibrar, el nivel de presión sonora y la potencia sonora. El trabajo corrobora los resultados de Kawaka, Y. et al. en [6], en cuanto a que por debajo de 500 Hz el cono del altavoz trabaja como un pistón.

Sakai, S. et al. en [8] utilizan el Método de los Elementos Finitos para estudiar el comportamiento de las resonancias del aire de la cavidad interior, buscando evitar las ondas estacionarias. El modelo implementado simula el acople entre un pistón circular y



el aire de la caja, considerando los contornos como infinitamente rígidos o totalmente absorbentes. Los autores concluyen que al posicionar el altavoz en las zonas nodales de determinados modos de vibración del aire interior, estos modos y sus ondas de presión estacionarias quedan neutralizados. Proponen una geometría semicilíndrica para la caja del altavoz que, según sus resultados, mitiga la acción de las resonancias del aire interior sin necesidad de utilizar materiales absorbentes.

Ih, J.G. en [9], basándose en la solución de la ecuación de ondas tridimensional mediante la técnica de expansión modal, plantea una formulación paramétrica por la que puede calcular el campo de presiones del aire de la cavidad interior, para cualquier configuración de geométrica de caja y posición de altavoz. El trabajo de Ih, J.G. da un paso adelante respecto del realizado por Sakai, S. y Kagawa, Y. en [8], en la búsqueda de aquellas geometrías que reducen la influencia de las resonancias del aire de la cavidad interior.

Sorokin, S.V. en [10] investiga la resolución del problema numérico que supone el doble acoplamiento fluido-estructura-fluido, mediante el Método de los Elementos Finitos y el Método de los Elementos de Contorno. Propone un algoritmo que denomina Método de las Ecuaciones Integrales de Contorno que permite resolver este tipo de problemas de forma más rápida y eficiente en determinados rangos de frecuencia. Como aplicación simula el sistema acoplado de cono de altavoz-aire interior- caja con una pared flexible (las cinco restantes rígidas) - aire exterior.

Kirkuk, S. M. y Jones, M.A. en [11] estudian las resonancias del aire interior de la caja y su influencia en el cono del altavoz. Comparan la idoneidad del Método de los Elementos Finitos y el Método de los Elementos de Contorno para obtener la distribución de presiones del interior de la caja, comparando cada solución con la obtenida experimentalmente. Los resultados obtenidos respecto de un método al otro solo difieren un 4%. El Método de los Elementos Finitos se aproxima más a los resultados experimentales. Los modelos numéricos de Kirkuk, S. M. y Jones, M.A. contemplan el acople del cono del altavoz con el aire interior, pero consideran las paredes como infinitamente rígidas.

En [12] Skrodozka, E.B. y Sek, A.P. emplean el análisis modal experimental para estudiar el comportamiento vibracional de la pared frontal de la caja donde van montados los altavoces. Como señal de excitación al sistema toman el voltaje enviado a los altavoces. La señal de salida se obtiene mediante vibrometría láser y no con acelerómetros, para no añadir masa a elementos sensibles como el cono de altavoz. Sus resultados, les llevan a afirmar que las vibraciones mayores se observan en el cono del altavoz y que éstas son mucho mayores que las observadas en la pared frontal de la caja; las vibraciones del panel frontal son bajas excepto en las zonas próximas al altavoz de graves donde aumentan de forma considerable. Los resultados coinciden con los de los trabajos de Tappan, P.W.; Iverson, J.K.; Harwood, H.D. y Mathews R, en [2] [3] y [4] respectivamente, afirmando que la amplitud de las vibraciones de las paredes de la caja son mayores en las bajas frecuencias coincidiendo con sus modos primeros modos de vibración.

Runnemalm, A. en [13] aplica la holografía para estudiar las resonancias de las paredes y del aire de la cavidad interior de una caja rectangular. El autor determina con relativa facilidad las frecuencias y modos de vibración del aire la cavidad interior, e interpreta algunos patrones de vibración como combinación de dos o más modos. Por el contrario, las formas modales de las resonancias de la caja son más difíciles de obtener, sobre todo en las medias y altas frecuencias. Los resultados de Runnemalm, A. obtenidos mediante holografía corroboran los estudios anteriores [2], [3], [4] y el más reciente de Skrodozka, E.B. y Sek, A.P en [12]: las resonancias más fuertes de las paredes de la caja se dan en el rango de baja frecuencia.

Skrodozka, E.B. en [14] estudia el comportamiento del cono del altavoz mediante análisis modal. Determina las frecuencias de vibración y las formas modales del cono en tres dimensiones, bajo distintas condiciones de trabajo. Sus resultados experimentales le llevan a establecer que al montar el altavoz en la caja, ésta influye en las frecuencias propias de vibración del cono sobre todo en el rango de las bajas frecuencias. Sin embargo, las formas modales quedan inalteradas. El trabajo experimental de Skrodozka, E.B. confirma la influencia mutua que tienen el altavoz y la caja en su comportamiento vibracional, aunque en este caso su investigación se centra totalmente en el cono del altavoz.

Con posterioridad, Skrodzka, E.B. et al. en [15] profundizan en el análisis modal de altavoces con diafragma cónico y añaden el estudio de altavoces planos. Se vuelve a repetir el trabajo experimental realizado en [14], para determinar la influencia que tiene en los altavoces su montaje en la caja. Los resultados obtenidos por los autores coinciden con los obtenidos en [14].

Karjalainen, M. et al. en [16] caracterizan experimentalmente el comportamiento vibroacústico de una caja de altavoz mediante micrófonos, vibrometría láser y acelerómetros. Tras una revisión de los trabajos anteriores [6], [7], [8] y a partir de los resultados experimentales, implementan tres modelos numéricos utilizando respectivamente el Método de los Elementos Finitos, el Método de los Elementos de Contorno y el Método de las Diferencias Finitas, con el objetivo de comprobar su bondad como herramienta para el diseño de cajas de altavoz. Se simulan dos casos, el primero es el acople fluido-estructura entre el cono del altavoz y el aire interior, y el segundo el acople entre el aire interior y una de las paredes de la caja. Karjalainen, M. et al. no llegan a simular el sistema completo. Concluyen que los tres métodos utilizados ofrecen buenos resultados por debajo de 500-600 Hz.

Bastyr, K.J. y Capone, D.E. en [17] investigan la radiación acústica de las paredes de la caja del altavoz en dos modelos comerciales. Los autores determinan experimentalmente el campo de velocidades de vibración de una serie de puntos equidistantes de las paredes de la caja mediante vibrometría láser. Construyen un modelo numérico de la caja mediante el Método de los Elementos de Contorno, y definen como las velocidades del contorno de las paredes del modelo, los datos obtenidos experimentalmente mediante la vibrometría láser. Con este modelo solo es posible obtener el campo de presiones en el exterior de la caja. Los autores concluyen que la radiación sonora debida a la vibración de las paredes de la caja es importante solo en rango de las bajas frecuencias, coincidiendo con los primeros modos de vibración de las paredes. Estos efectos pueden verse potenciados por un mal diseño del barraje interno de las paredes de la caja, que reduzca las vibraciones a cierta frecuencia pero que las potencie a otra. Los autores coinciden en este aspecto con los trabajos [3], [4], [5], [12] y [13].

Tradicionalmente, el diseño de los sistemas de reproducción de sonido ha sido un proceso iterativo de prueba y error. Basándose en la experiencia y considerando determinados principios elementales de la acústica, se podían construir y modificar prototipos. Esto era debido a que el comportamiento del sistema altavoz –caja, teniendo en cuenta la interacción simultánea de sus tres elementos principales: (el aire del interior de la caja, el diafragma del altavoz y las paredes de la caja) es un problema muy complejo para abordarlo con exactitud mediante modelos analíticos o analogías electroacústicas.

En los últimos años, el desarrollo de la capacidad de procesamiento de las computadoras ha potenciado el uso de los métodos numéricos, en diferentes áreas de la ingeniería y la física. En el presente trabajo de investigación se ha utilizado el Método de los Elementos Finitos (MEF) para implementar los modelos numéricos. El MEF ya ha sido utilizado con éxito en los trabajos [6], [7] y [8] para estudiar el cono del altavoz o las resonancias del aire del interior de la caja. Por otro lado, en los trabajos [11] y [16] se destaca la idoneidad del MEF frente a otros, como el Método de los Elementos de Contorno o el de las Diferencias Finitas, para problemas de sistemas acoplados fluido-estructura en acústica en el rango de las bajas frecuencias.

El modelo de elementos finitos de esta tesis supone un avance respecto al empleado en aportaciones anteriores, porque se consigue simular el comportamiento de todos los componentes del sistema acoplados. En los trabajos [6], [7] y [8] se consideran las paredes de la caja como infinitamente rígidas, por lo que no es posible estudiar su efecto en la respuesta sonora global del sistema. En [16] se hace un intento de simular el acople fluido-estructura, pero solo se consigue con una de las paredes de la caja y no en su totalidad. En [17] utilizando el método de los Elementos de Contorno los autores consiguen acoplar las paredes de la caja con el aire del exterior, sin embargo no contemplan el aire del interior de la caja y la influencia de sus resonancias.

En la parte experimental se ha optado por el análisis modal para determinar las frecuencias y amortiguamientos de los modos de vibración de las paredes de la caja. El análisis modal ya ha sido utilizado anteriormente en los trabajos [12], [14] y [15] para conos y cajas de altavoz. Sin embargo, en esta tesis se han empleado acelerómetros para obtener la salida del sistema y no vibrometría láser. Esta decisión se justifica porque no

se van a hacer mediciones sobre el cono del altavoz sino sobre las paredes de las cajas, donde la masa del acelerómetro utilizado respecto a la masa del modelo es despreciable. Los resultados experimentales del análisis modal se completan con medidas de vibración, presión e intensidad sonora.

Para conseguir el objetivo propuesto, en primer lugar, se han realizado una serie de medidas experimentales sobre unos modelos de caja cerrada con y sin altavoz. En la fase experimental se ha estudiado el comportamiento vibracional de las paredes de la estructura mediante análisis modal y medidas de vibración, y la respuesta sonora del sistema altavoz, aire interior y estructura, acoplado mediante medidas de presión e intensidad acústicas.

A continuación, y en base a los resultados experimentales, se han implementado unos modelos numéricos de un sistema altavoz, aire interior y estructura. Los modelos numéricos implementados son mecánico-acústicos, la parte eléctrica del altavoz se ha sustituido por una fuerza de excitación armónica.

El primer modelo numérico es tridimensional y se ha hecho especial énfasis en las condiciones de interacción fluido-estructura del sistema, buscando conseguir una simulación de la interacción simultánea de los tres elementos principales entre sí: el aire del interior de la caja, el diafragma del altavoz y las paredes de la caja. Junto al modelo tridimensional se ha implementado otro modelo numérico, en este caso en dos dimensiones, añadiendo el aire del exterior de la caja. De esta forma se obtiene un acople fluido-estructura-fluido. Con ambos modelos se ha realizado un estudio paramétrico, con el fin de analizar la influencia en el sonido radiado por el sistema, de parámetros intrínsecos del material de la estructura como la densidad, módulo de Young, o amortiguamiento.

Los contenidos del presente trabajo se han estructurado en cinco capítulos:

- Capítulo 1. Introducción: en el capítulo 1 tras una breve introducción al problema de estudio, se hace una revisión cronológica de las aportaciones anteriores. A continuación se presenta el objeto de la tesis, la justificación de la investigación y de los métodos numéricos y experimentales empleados. El

capítulo se cierra con una breve descripción de la estructura de la tesis por capítulos.

- Capítulo 2. Fundamentos: en el capítulo 2 se revisan los fundamentos teóricos necesarios para abordar el problema de la investigación. El capítulo empieza con la descripción de algunos conceptos básicos de acústica. A continuación se exponen los fundamentos del análisis modal, primero desde el punto de vista teórico o modelo espacial, y luego desde el punto de vista experimental o modelo de respuesta. Seguidamente, se hace una descripción general del MEF y de sus fundamentos para la modelización de problemas de dinámica estructural, dinámica de fluidos y acústica, e interacción de fluido-estructura. El capítulo acaba con una descripción de los circuitos de constantes localizadas utilizados para la modelización de sistemas acústicos.
- Capítulo 3. Procedimiento experimental: en el capítulo 3 se presentan las técnicas experimentales y los equipos utilizados, así como los resultados obtenidos sobre los modelos reales.
- Capítulo 4. Modelo numérico: en el capítulo 4 en base a los resultados experimentales del capítulo 3 se implementan dos modelos numéricos. El primero de ellos es un modelo en tres dimensiones que contempla el altavoz, la caja y el aire de la cavidad interior acoplados. Con este primer modelo se investigan las resonancias de las paredes de la caja y del aire de la cavidad interior, que dan lugar a las llamadas ondas estacionarias. El segundo modelo es en dos dimensiones y añade a los tres elementos ya acoplados, altavoz, caja y aire interior, el aire del exterior de la caja. El modelo en dos dimensiones se utiliza para estudiar el campo de presiones del exterior e interior de la caja. Una vez validados los modelos en base a los resultados experimentales, el capítulo se cierra con un estudio paramétrico para observar la incidencia que tienen las características intrínsecas del material, en las vibraciones de las paredes de la caja y en el campo exterior de presiones.
- Capítulo 5. Conclusiones: conclusiones y líneas futuras

## **CAPÍTULO II**

### **FUNDAMENTOS**





El objetivo del este capítulo es exponer de forma clara y breve los conceptos utilizados en el presente trabajo de investigación.

En primer lugar, se exponen de forma breve algunos conceptos de acústica. La siguiente parte del capítulo, se centra en repasar las bases del análisis modal y de los métodos de extracción de parámetros modales a partir de medidas experimentales. A continuación, se exponen esquemáticamente los fundamentos del MEF, como herramienta de simulación para el cálculo dinámico estructural y la interacción fluido estructura en problemas de acústica.

Para finalizar, se hace una introducción a los modelos de elementos concentrados basados en analogías electroacústicas, muy utilizados en la simulación de sistemas acústicos.

## **2.1.- Acústica: descriptores.**

### 2.1.1.- La onda acústica.

Las ondas acústicas, que producen la sensación de sonido, son una parte de la variedad de perturbaciones de presión que se pueden propagar a través de un fluido compresible. También, hay ondas ultrasónicas e infrasónicas cuyas frecuencias están fuera de los límites de la audición humana, ondas de alta intensidad que pueden producir una sensación más de dolor que de sonido y ondas de choque como las producidas por explosiones o aviones supersónicos [18].

Las ondas acústicas en fluidos son ondas longitudinales, donde las moléculas se mueven de un lado a otro en la dirección de propagación de la onda produciendo zonas adyacentes de compresión y rarefacción. Los fluidos presentan una menor restricción a la deformación que los sólidos, por lo que el cambio de presión que ocurre cuando un fluido se expande o comprime es la única fuerza restauradora capaz de propagar una onda.

En el presente trabajo se asumen las siguientes hipótesis de partida [18] y [19]:

- No se contempla el efecto de las fuerzas gravitacionales.
- El fluido se supone homogéneo, isótropo y perfectamente elástico
- No hay efectos disipadores, como los debidos a la viscosidad o a la conducción de calor.
- Los cambios de densidad sean muy pequeños comparados con su valor de equilibrio.

El gradiente de presión se relaciona con la velocidad del fluido mediante la ecuación [20]:

$$\frac{\partial \{u\}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p \quad (2.1)$$

Donde  $\{u\}$  es la velocidad de la partícula en cada posición,  $\rho_0$  es la densidad del fluido y  $p$  es la presión.

Considerando un caso unidimensional, a partir de la ecuación 2.1, se obtiene la ecuación linealizada de Euler:

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.2)$$

### 2.1.2.- Densidad de energía.

La energía transportada por las ondas acústicas a través de un medio fluido es de dos formas, la energía cinética y la potencial. Si se considera un pequeño elemento de fluido con un volumen lo suficientemente grande para contener millones de moléculas y, por otro lado lo suficientemente pequeño para considerar que las variables acústicas son casi

constantes en todo el elemento de volumen, la energía cinética de ese elemento vendría dada por [21]:

$$E_c = \frac{1}{2} \rho_0 V_0 \{u\}^2 \quad (2.3)$$

Donde  $\rho_0 V_0$  es la masa del elemento.

La energía potencial debida a un cambio de volumen es:

$$E_p = \frac{1}{2} \frac{p^2}{\rho_0 c_0^2} V_0 \quad (2.4)$$

Donde  $c_0$  es la velocidad del sonido en el medio.

La densidad instantánea de energía se obtiene dividiendo por el volumen  $V_0$ , la energía total del elemento:

$$e = \frac{E_c + E_p}{V_0} \quad (2.5)$$

### 2.1.3.- Intensidad sonora.

Las ondas sonoras producen en su desplazamiento zonas de compresión y rarefacción, proporcionando una determinada velocidad de vibración a las partículas de aire que se encuentran a su paso.

En estas condiciones, la densidad de energía sonora viene dada según 2.5 por:

$$e = \frac{\rho_0 \{u\}^2}{2} + \frac{p^2}{2\rho_0 c_0^2} \quad (2.6)$$

Donde  $\rho_0$  es la densidad del fluido y  $c_0$  la velocidad del fluido en el medio.

Se define la intensidad sonora en una dirección como el flujo de energía  $dE$  que atraviesa la unidad de superficie normal  $\{dS\}$ , en dicha dirección, en la unidad de tiempo  $dt$  [22], [23] y [24].

$$\{I\} = \frac{dE}{dt \{dS\}} \quad (2.7)$$

La energía proporcionada por una fuerza  $\{f\}$  a la partícula del fluido en unidad de tiempo es:

$$\frac{dE}{dt} = \{f\}^T \frac{\{dr\}}{dt} = p \{dS\}^T \{u\} \quad (2.8)$$

Donde  $p$  es la presión sonora,  $\{dr\}$  es la distancia y  $\{u\}$  la velocidad de las partículas en la dirección de  $\{dr\}$ . Sustituyendo la expresión 2.7 en 2.8, la intensidad sonora instantánea en una dirección  $\{n\}$  viene dada por:

$$I_n = \frac{p \{dS\} \{u\}^T \{n\}}{\{dS\}} = p u_n \quad (2.9)$$

La intensidad sonora puede considerarse compuesta por una componente activa y otra reactiva. Antes de definir la dualidad de la intensidad sonora en términos de componentes activo y reactivo, merece la pena definir los conceptos más generales de campo activo y reactivo. Campo activo es aquél donde existe flujo de energía mientras que campo reactivo es la antítesis de éste, es decir, la energía puede moverse hacia fuera, pero siempre volverá, estableciéndose un fenómeno oscilatorio en la movilidad de la energía, que puede ser comparado con el comportamiento de un muelle o el de un circuito eléctrico formado por una bobina y un condensador.

Es frecuente encontrar campos que aglutinan ambas características, de forma que si hacemos la excepción del caso de las ondas planas progresivas, la intensidad puede ser descompuesta en dos componentes [22]:

- Intensidad activa: Este término está relacionado con la componente de la velocidad en fase con la presión, conociéndose de forma común como intensidad sonora. Se caracteriza por tener una media temporal diferente de cero y está relacionada con el transporte local neto de energía acústica.
- Intensidad reactiva: Se relaciona con la componente de la velocidad que se encuentra en cuadratura de fase con respecto a la presión. Sus principales características son tener una media temporal nula y se relaciona con el transporte local oscilatorio de energía.

La diferencia entre intensidad activa y reactiva puede resultar más clara si se toma como ejemplo un tubo acabado por un extremo con una muestra de material absorbente y por el otro con un pistón ideal que vibra, creando un campo sonoro de una única frecuencia en el interior del tubo. Pueden considerarse tres casos:

- El material colocado en el extremo del tubo es totalmente absorbente, por lo que no hay onda reflejada, esto implica que la presión y la velocidad están en fase. Así se obtiene únicamente intensidad activa dirigida hacia el extremo del tubo, que si se integra en el tiempo da un valor positivo constante.
- El material es parcialmente absorbente, existe onda reflejada pero ésta es de menor amplitud que la incidente. En función del material concreto que colocamos, la velocidad estará desfasada con respecto a la presión un determinado número de grados, dando como resultado intensidad activa con la misma dirección que antes pero con menor magnitud y un componente reactivo que oscila de derecha a izquierda y viceversa, con una media temporal nula.
- La terminación del tubo es rígida, hay una onda reflejada de idéntica magnitud a la incidente. La presión y la velocidad están desfasadas  $90^\circ$ , por lo que la intensidad es completamente reactiva y su media temporal es nula.

Generalmente, la presión y la velocidad no están en fase y, por lo tanto, sus valores máximos y mínimos no se alcanzan de forma simultánea. Para una frecuencia determinada las dos componentes de la intensidad sonora están relacionadas,

respectivamente, con las componentes de la velocidad de la partícula en fase (activa) o en cuadratura (reactiva) con la presión sonora.

Para representar el desfase entre la velocidad y la presión se utiliza una notación compleja. De esta forma, la presión pasa a ser una magnitud compleja, donde solo tiene sentido su parte real, y la velocidad tiene dos componentes, una en fase con la presión y otra en cuadratura.

En un caso unidimensional la presión viene dada por:

$$p(x, t) = P(x) \exp[j(\omega t + \phi_p(x))] \quad (2.10)$$

Donde  $P(x)$  es la amplitud de la presión y  $\phi_p(x)$  es la fase (ambas dependen de la posición)  $\omega$  es la frecuencia angular y  $t$  es el tiempo.

Para calcular la intensidad hay que conocer la velocidad, ésta puede relacionarse con el gradiente de presión mediante la ecuación linealizada de Euler 2.2.

El gradiente de presión se puede calcular a partir de la expresión 2.10:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \left[ \left( \frac{dP(x)}{dx} \right) + j(P(x) \frac{d\phi_p(x)}{dx}) \right] \exp[j(\omega t + \phi_p(x))] \quad (2.11)$$

A partir de las ecuaciones 2.2 y 2.11 se obtiene la velocidad:

$$u(x, t) = -\frac{j}{\omega \rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} = \left( -\frac{1}{\omega \rho_0} \right) \left[ j \frac{dP(x)}{dx} - P(x) \frac{d\phi_p(x)}{dx} \right] \exp[j(\omega t + \phi_p(x))] \quad (2.12)$$

La intensidad sonora pasa a ser una magnitud compleja con las dos componentes antes definidas, intensidad activa e intensidad reactiva:

$$I_x(x, t) = I_a(x, t) + jI_r(x, t) \quad (2.13)$$

Siendo:

$$I_a(x,t) = \left(\frac{P(x)}{\omega\rho_0}\right) \left[ \frac{dP(x)}{dx} \sin(2(\omega t + \phi_p(x))) + P(x) \frac{d\phi_p(x)}{dx} \cos(2(\omega t + \phi_p(x))) \right] \quad (2.14)$$

$$I_{re}(x,t) = \left(j\frac{P(x)}{\omega\rho_0}\right) \left[ P(x) \frac{d\phi_p(x)}{dx} \sin(2(\omega t + \phi_p(x))) - \frac{dP(x)}{dx} \cos(2(\omega t + \phi_p(x))) \right] \quad (2.15)$$

Cuando se calcula el promedio de la intensidad sonora, puesto que el promedio de la intensidad reactiva es nulo, ésta resulta ser el promedio temporal de la intensidad activa.

#### 2.1.4.- Impedancia acústica.

Se define la impedancia acústica como el cociente complejo entre la presión acústica  $p$ , supuesta uniforme sobre toda una superficie, y la velocidad de volumen  $U$  o flujo a través de dicha superficie.

La impedancia puede expresarse de distintas formas:

- Impedancia acústica: es el cociente entre la presión  $p$  y la velocidad volumétrica  $U$ .

$$Z_A = \frac{p}{U} \quad (2.16)$$

Se usa para estudiar problemas de radiación de superficies vibrantes. Dada una superficie  $S$ , se verifica que:

$$Z_A = \frac{P}{uS} \quad (2.17)$$

Donde  $u$  es la velocidad de una partícula de fluido.

- Impedancia mecánica de radiación: se define como el cociente entre la fuerza  $F$  y la velocidad de la partícula  $u$ .

$$Z_M = \frac{F}{u} = \frac{Z_A}{S} \quad (2.18)$$

- Impedancia acústica específica: definida como el cociente entre la presión  $p$  y la velocidad  $u$  de la partícula en un punto.

$$Z = \frac{p}{u} \quad (2.19)$$

Es una propiedad característica del medio y del tipo de ondas que se propagan a través del mismo. Esta magnitud es útil para estudiar ondas acústicas que se transmiten de un medio a otro. Por tanto, la impedancia acústica específica se define para un punto del medio, al dar el valor tanto de la presión acústica como de la velocidad de la partícula en el mismo punto. Se emplea para estudiar la relación entre las ondas acústicas y las fuentes que las producen.

En general, la impedancia es una magnitud compleja, que puede estar formada por una parte real  $R$ , denominada resistencia del medio, y una imaginaria  $X$  que a su vez tendrá contribuciones tipo inductivo  $M$  y tipo capacitivo  $C$ . Según la siguiente ecuación:

$$Z = R + jX = R + j\left(\omega M - \frac{1}{\omega C_0}\right) \quad (2.20)$$

Si hablamos de la impedancia acústica  $Z_A$ , el término  $M_A$  es la inercancia de un sistema acústico. La inercancia representa la inercia que ofrece el medio para responder ante una presión aplicada, y se asocia con la masa de aire acelerado por una fuerza que desplaza el gas sin apenas compresión. Se representa por la masa de un fluido contenido en un tubo suficientemente corto para que las partículas puedan suponerse que se mueven en fase, cuando actúa sobre ellas una presión sonora.

$C_A$  es la compliancia de un sistema acústico, y se representa por un volumen cerrado con su elasticidad asociada.  $R_A$  es la resistencia en un sistema acústico, siendo el elemento característico de que informa de la disipación de energía, debiéndose a varios factores como por ejemplo a las fuerzas de viscosidad de un fluido.



Por otro lado, en la impedancia  $Z_M$  de un sistema mecánico, la masa vendrá dada por  $M_M$ .  $R_M$  es la resistencia debida a las fuerzas de fricción viscosas. La compliancia  $C_M$  de un sistema mecánico proviene de las fuerzas elásticas de tipo resorte.

El sistema altavoz-caja presenta componentes de diferente naturaleza: eléctrica, mecánica y acústica. Todos estos componentes interactúan entre sí influyendo en la respuesta final del transductor. Para facilitar el análisis, es frecuente representar los componentes mecánicos y acústicos mediante sus equivalentes eléctricas, y representar todo el sistema como un solo circuito eléctrico equivalente [24]. En este circuito, los componentes acústicos y mecánicos se representan mediante componentes eléctricos concentrados: resistencias, condensadores e inductancias.

En la tabla 2.1 se muestran las analogías entre los componentes eléctricos, mecánicos y acústicos, para un circuito electroacústico con una analogía tipo impedancia.

<i>Magnitudes</i>	<i>Analogía tipo impedancia</i>	
	<i>Mag. Mecánicas</i>	<i>Mag. Acústicas</i>
<i>Eléctricas</i>		
<i>F.e.m. E</i>	<i>Fuerza F</i>	<i>Presión acústica p</i>
<i>Carga q</i>	<i>Desplazamiento r</i>	<i>Variación de volumen V</i>
<i>Impedancia Z</i>	<i>Impedancia <math>Z_M</math></i>	<i>Impedancia <math>Z_A</math></i>
<i>Corriente I</i>	<i>Velocidad lineal u</i>	<i>Velocidad volumétrica U</i>
<i>Inductancia L</i>	<i>Masa <math>M_M</math></i>	<i>Inertancia <math>M_A</math></i>
<i>Resistencia R</i>	<i>Resistencia <math>R_M</math></i>	<i>Resistencia <math>R_A</math></i>
<i>Capacitancia C</i>	<i>Compliancia <math>C_M</math></i>	<i>Compliancia <math>C_A</math></i>

Tabla 2.1. Analogías mecánicas y acústicas.

## 2.2.- Análisis modal.

El análisis modal es el proceso para determinar las características dinámicas de un sistema en forma de frecuencias propias, formas modales y factores de amortiguamiento. Una forma modal es un patrón de deformación que la estructura toma al vibrar en resonancia a una determinada frecuencia propia. El amortiguamiento está relacionado con la capacidad interna de la estructura de disipar la energía que recibe de una acción dinámica [25].

El análisis modal puede tener dos aproximaciones:

- Teórica: mediante la aplicación de la segunda ley de Newton a un sistema con  $n$  grados de libertad, se puede crear un modelo matemático de su movimiento vibratorio, también conocido como modelo espacial. Este modelo es función de la geometría, de las condiciones de contorno y de características como la masa, rigidez y amortiguamiento del sistema.
- Experimental: mediante las Funciones de Respuesta en Frecuencia, en adelante FRF. Mediante las FRF obtenidas a partir de la relación entre la respuesta y excitación dinámica entre dos puntos de un sistema, se llega a lo que se conoce como modelo de respuesta. Con la aplicación de los métodos de extracción de parámetros modales a un conjunto de FRF, se obtienen las características dinámicas del sistema.

En este trabajo se asumen las siguientes hipótesis para el análisis modal teórico:

- Linealidad: la respuesta del sistema es siempre proporcional a la excitación. En general, las estructuras presentan un comportamiento lineal para pequeños movimientos. Este comportamiento se ve afectado cuando las deformaciones se hacen grandes y aumentan los efectos de segundo orden.
- Reciprocidad: se cumple el Teorema de la Reciprocidad de Maxwell-Betti: "El trabajo realizado por un sistema de fuerzas  $B$  que sufre un desplazamiento

provocado por un sistema de fuerzas A, es igual al trabajo realizado por el sistema de fuerzas A cuando el desplazamiento es provocado por el sistema de fuerzas B".

- Invariancia en el tiempo: las características dinámicas del sistema no cambian con el tiempo.

Además de las anteriores, en un análisis modal experimental se asumen también las siguientes hipótesis:

- Superposición: las FRF medidas en un mismo punto del sistema no depende del tipo de excitación.
- Homogeneidad: las FRF medidas en un mismo punto del sistema no dependen del nivel de excitación.

### 2.2.1.- Aproximación teórica: el modelo espacial.

Un sistema mecánico continuo puede ser descrito como un sistema discreto en el que cada una de sus partes puede tener varias posibilidades de movimiento denominadas grados de libertad, que dependen de las condiciones de contorno del sistema. Cada una de estas partes queda definida por su masa, rigidez y amortiguamiento, que se ordenan de forma matricial en las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento del sistema.

La ecuación diferencial del movimiento para un sistema con múltiples grados de libertad definido por sus matrices de masa, rigidez y amortiguamiento, se obtiene de la aplicación directa de la segunda ley de Newton:

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = \{f(t)\} \quad (2.21)$$

Donde  $[M]$ ,  $[C]$  y  $[K]$  son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez del sistema de dimensiones  $n \times n$ , siendo  $n$  el número de partes en las que se ha discretizado el

sistema. Los términos  $\{y\}$ ,  $\{\dot{y}\}$ ,  $\{\ddot{y}\}$  y  $\{f(t)\}$  son vectores  $nx1$  que representan la aceleración, velocidad, desplazamiento y la fuerza actuante, respectivamente.

### 2.2.1.1.- Sistemas sin amortiguamiento.

La aproximación al problema vibratorio, sin tener en cuenta el amortiguamiento, permite simplificar los cálculos y llegar a conclusiones que serán validas más adelante cuando se resuelva la ecuación del movimiento, tal y como aparece en 2.15.

Para la determinación de las frecuencias propias es necesario determinar el movimiento del sistema en vibración libre con  $\{f(t)\} = \{0\}$ :

$$[M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = \{0\} \quad (2.22)$$

Si el amortiguamiento en la estructura es relativamente pequeño no afecta al cálculo de las frecuencias propias y formas modales, éste es un caso muy habitual en estructuras de edificación. A lo largo de este trabajo, se determinará este valor experimentalmente para las estructuras analizadas. Por lo tanto, el efecto de la amortiguación se desprecia cuando se determinan las frecuencias propias y formas modales [26].

Sin la matriz de amortiguamiento la ecuación 2.22 queda del siguiente modo:

$$[M]\{\ddot{y}\} + [K]\{y\} = \{0\} \quad (2.23)$$

La ecuación diferencial 2.23 tiene una solución de la forma:

$$\{y(t)\} = a_i \text{sen}(\omega t - \phi) \quad (2.24)$$

Donde  $a_n$  es la amplitud del movimiento de la coordenada  $i$ ,  $\omega$  es frecuencia angular y  $\phi$  el desfase angular.

Sustituyendo la ecuación 2.23 en 2.24 se llega al siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$([K] - \omega^2 [M]) \{a\} = \{0\} \quad (2.25)$$

Para que este sistema de ecuaciones no presente una solución trivial, el determinante de los coeficientes de  $\{a\}$  debe ser nulo:

$$|[K] - \omega^2 [M]| = 0 \quad (2.26)$$

Los resultados de la ecuación que se obtienen al resolver el determinante de 2.26, conocidos como autovalores, son  $\omega_s^2$  cuyas raíces son las *frecuencias propias*  $\omega_s$  del sistema. Los correspondientes autovectores  $\{a\}_s$  para cada valor de  $\omega_s^2$ , son los *modos normales* que contienen la información de las formas modales. La ordenación en una matriz de los modos normales constituye la matriz modal del sistema  $[a]$ , que es de orden  $n \times n$ .

Los modos normales poseen la importante propiedad de ser ortogonales respecto de las matrices de masa y rigidez del sistema. A partir de ésta propiedad, se puede deducir que dado un modo normal cualquiera  $\{a\}_s$ :

$$\{a\}_s^T [M] \{a\}_s = m_s \quad (2.27)$$

$$\{a\}_s^T [K] \{a\}_s = k_s \quad (2.28)$$

Donde  $m_s$  es la masa modal y  $k_s$  es la rigidez modal del modo normal  $\{a\}_s$ . La frecuencia angular  $\omega_s$  para el modo normal  $\{a\}_s$ , puede obtenerse como si se tratara del movimiento de un sistema de un solo grado de libertad:

$$\omega_s = \sqrt{\frac{k_s}{m_s}} \quad (2.29)$$

A partir de las ecuaciones 2.27 y 2.28 se pueden obtener las matrices diagonales de masa y rigidez modales para todo el sistema:

$$[a]^T [M][a] = [m] = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & m_n \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

$$[a]^T [K][a] = [k] = \begin{pmatrix} k_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & k_n \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

Las frecuencias propias del sistema se obtendrán a partir de las matrices de masa y rigidez modales, según:

$$[\omega^2] = [k][m]^{-1} \quad (2.32)$$

Gracias a la propiedad de la matriz modal de diagonalizar las matrices de la ecuación de movimiento 2.23, es posible desacoplar cada una de las ecuaciones, de forma que un sistema con múltiples grados de libertad se convierta en otro formado por una combinación de sistemas de un grado de libertad.

Los vectores  $\{a\}_s$  no son únicos, es decir, que la ecuación 2.23 se satisface para los valores de  $\{a\}_s$  y cada uno de sus múltiplos. Esto hace que sea conveniente normalizarlos. Es frecuente que los modos normales se normalicen mediante la matriz de masa modal, como se expresa en la ecuación 2.33:

$$\{\phi\}_s = \frac{1}{\sqrt{m_s}} \{a\}_s \quad (s = 1, 2, \dots, n) \quad (2.33)$$

Donde cada vector  $\{\phi\}_s$  es un modo normal normalizado respecto de la masa. La matriz  $[a]$  se puede reescribir en función de la ecuación 2.33, obteniéndose la matriz modal normalizada:

$$[\phi] = [m]^{-1/2} [a] \quad (2.34)$$

Con la matriz modal normalizada del sistema, y teniendo en cuenta las propiedades de ortogonalidad, se puede llegar a dos nuevas ecuaciones:

$$[\phi]^T [M] [\phi] = [I] \quad (2.35)$$

$$[\phi]^T [K] [\phi] = [\omega^2] \quad (2.36)$$

La matriz modal normalizada es, a diferencia de la matriz modal, única para un sistema de múltiples grados de libertad. Las matrices  $[\phi]$  y  $[\omega^2]$  constituyen el *modelo modal* sistema, que se ha obtenido a partir del *modelo espacial* en función de las matrices de masa y rigidez del sistema  $[M]$  y  $[K]$ .

#### 2.2.1.2.- Sistemas con amortiguamiento.

El amortiguamiento puede definirse como el mecanismo de disipación de energía que todo sistema mecánico posee, y que hace que la vibración disminuya con el tiempo hasta detenerla por completo. La cantidad de amortiguamiento depende fundamentalmente de la estructura del material, de la velocidad de vibración y de la frecuencia. En función del amortiguamiento, los sistemas pueden clasificarse como:

- Sistemas con amortiguamiento crítico  $c = c_{cr}$  es el amortiguamiento límite. Al alcanzarse, el movimiento no resulta oscilatorio y la amplitud del desplazamiento inicial decrece exponencialmente con el tiempo hasta llegar a cero.
- Sistemas subamortiguados  $c < c_{cr}$ : El amortiguamiento es inferior al crítico. El movimiento resultante es oscilatorio y la amplitud del desplazamiento, va disminuyendo en cada ciclo hasta llegar a cero.
- Sistemas sobreamortiguados  $c > c_{cr}$ : El amortiguamiento es superior al crítico. El movimiento no resulta oscilatorio, la amplitud del desplazamiento decrece exponencialmente hasta llegar a cero, de forma más lenta que en el caso anterior.

Los sistemas reales son en general subamortiguados. El coeficiente de amortiguamiento se define como el cociente entre el amortiguamiento del sistema y su amortiguamiento crítico correspondiente:

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} \tag{2.37}$$

Existen diferentes formas de expresar el amortiguamiento, en la tabla 2.2 se muestran algunas de ellas y sus relaciones entre sí.

<i>Medida</i>	<i>Coef de amortiguamiento</i>	<i>Factor de pérdidas</i>	<i>Decremento logarítmico</i>	<i>Factor de calidad</i>
<i>Coef de amortiguamiento</i>	$\xi$	$\frac{\eta}{2}$	$\frac{\Delta}{2\pi}$	$\frac{1}{2Q}$
<i>Factor de pérdidas</i>	$2\xi$	$\eta$	$\frac{\Delta}{\pi}$	$\frac{1}{Q}$
<i>Decremento logarítmico</i>	$2\pi\xi$	$\pi\eta$	$\Delta$	$\frac{\pi}{Q}$
<i>Factor de calidad</i>	$\frac{1}{2\xi}$	$\frac{1}{\eta}$	$\frac{\pi}{\Delta}$	$Q$

Tabla 2.2.- Relaciones entre diferentes formas de expresar el amortiguamiento.

La inclusión del amortiguamiento en la ecuación del movimiento libre, tal y como se presenta en 2.22, añade cierta complejidad al problema.

La aproximación más sencilla, para tener en cuenta el amortiguamiento, es suponer un amortiguamiento proporcional también conocido como amortiguamiento de Rayleigh. El amortiguamiento proporcional asume que, la matriz de amortiguamiento es una combinación lineal de las matrices de masa y rigidez del sistema  $[M]$  y  $[K]$ :

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \tag{2.38}$$



Donde  $\alpha$  y  $\beta$  son constante reales y positivas. La adopción del amortiguamiento proporcional simplifica el problema, al poder diagonalizar la matriz de amortiguamiento junto con las matrices de masa y rigidez mediante las propiedades de ortogonalidad de la matriz modal. De esta forma se pueden desacoplar las ecuaciones del movimiento de igual forma que en el caso del sistema sin amortiguamiento. Hay que resaltar que la matriz modal para el caso de un sistema con amortiguamiento proporcional, es idéntica a la del sistema desamortiguado y, por lo tanto, los modos siguen siendo normales.

Sin embargo en la práctica no hay ninguna razón para suponer que el amortiguamiento de un sistema sea proporcional. En general, los sistemas mecánicos presentan un amortiguamiento no proporcional, con unos modos complejos y no normales [27] y [28]. Cuando un sistema presenta modos normales, todas las partes del sistema se mueven en fase o con una diferencia de fase de  $180^\circ$  y las formas modales para cada frecuencia tienen líneas fijas nodales o de movimiento nulo. Por el contrario, cuando los modos son complejos, la diferencia de fase entre partes del sistema puede ir variando, dando lugar a formas modales con líneas nodales no estacionarias. Los dos principales modelos de amortiguamiento no proporcional son el viscoso y el estructural [29].

Considerando un amortiguamiento no proporcional de tipo estructural, la matriz de amortiguamiento puede ser expresada como la parte imaginaria de una matriz de rigidez compleja:

$$K_c = [K] + j[C] \quad (2.39)$$

Sustituyendo la expresión 2.39 en la ecuación 2.23 de movimiento del sistema, se obtiene:

$$[M]\{\ddot{y}\} + j[C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = \{0\} \quad (2.40)$$

La ecuación diferencial 2.41 tiene una solución de la forma:

$$\{y(t)\} = \{Y\}e^{j\lambda t} \quad (2.41)$$

Al igual que en el sistema desamortiguado, se llega a un problema de autovalores y autovectores:

$$|[K_c] - \lambda^2[M]| = \{0\} \quad (2.42)$$

Los autovalores resultan complejos:

$$\lambda_s^2 = \omega_s^2 (1 + j\eta_s) \quad (s = 1, 2, \dots, n) \quad (2.43)$$

Donde  $\lambda_s$ ,  $\omega_s$ , y  $\eta_s$  son, respectivamente, la frecuencia propia compleja, la frecuencia de resonancia normal (sin amortiguamiento) y el factor de pérdidas del modo  $s$ .

Por otro lado, los correspondientes autovectores  $\{\psi_s\}$ , para cada valor de  $\lambda_s$ , también son complejos. La agrupación de estos vectores, para un orden ascendente de  $\lambda_s$ , da lugar a la matriz modal compleja  $[\psi]$ .

Los modos complejos también poseen las propiedades de ortogonalidad, por lo que se cumplen las siguientes relaciones donde la matriz de masa se considera como compleja con parte imaginaria nula:

$$[\psi]^T [M] [\psi] = [m] \quad (2.44)$$

$$[\psi]^T [K_c] [\psi] = [k] \quad (2.45)$$

$$[\lambda^2] = [k][m]^{-1} \quad (2.46)$$

Las matrices de masa y rigidez modales obtenidas también resultan complejas. Por las mismas razones que en el sistema desamortiguado, es conveniente normalizar la matriz modal compleja respecto de la masa modal:

$$[\Phi] = [m]^{-1/2} [\psi] \quad (2.47)$$

Donde  $[\Phi]$  es la matriz modal compleja normalizada.

Haciendo uso de nuevo de las propiedades de ortogonalidad con la matriz modal compleja normalizada, se llega a las expresiones:

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] = [I] \quad (2.48)$$

$$[\Phi]^T [K] [\Phi] = [\lambda^2] \quad (2.49)$$

Pese a que en la práctica los sistemas suelen presentar modos complejos, bajo determinadas circunstancias, puede considerarse que los modos son normales [30]:

- Cuando el sistema presenta un amortiguamiento muy pequeño.
- Si el mecanismo de amortiguamiento del sistema se distribuye en éste de forma regular, de la misma manera que la inercia o la masa sin mecanismos de amortiguación concentrados.
- Cuando la densidad modal en un determinado rango de frecuencia es baja y no se dan modos con frecuencias propias muy próximas.

La obtención de los modos normales a partir de los modos complejos, tanto de forma analítica como experimental, es continuo objeto de investigación en el análisis modal [31] y [32].

### 2.2.2.- Aproximación experimental: el modelo de respuesta.

El modelo analítico del apartado anterior, es una de las dos posibles aproximaciones al problema del movimiento vibratorio de un sistema. Cuando se parte de medidas experimentales, se utiliza el conocido como modelo de respuesta.

El modelo de respuesta se basa en la relación entre la respuesta vibracional de un punto del sistema y la excitación en este mismo punto o en otro del sistema [33]. Esta relación

se conoce como función de respuesta en frecuencia o directamente FRF [34]. La combinación de excitaciones y respuestas en diferentes puntos dan lugar a un conjunto de FRF que normalmente se ordenan de forma matricial.

La expresión de la matriz de FRF para un sistema con amortiguamiento es la siguiente:

$$[\alpha(\omega)] = ([K_c] - \lambda^2 [M])^{-1} \quad (2.50)$$

La matriz de las FRF está normalmente expresada en función de los parámetros modales del sistema: la matriz modal  $[\Phi]$  normalizada y los autovalores  $\lambda_s$  del sistema. Multiplicando la expresión 2.50 por la matriz modal y su traspuesta, se llega a la expresión:

$$[\Phi]^T [\alpha(\omega)] [\Phi] = [\Phi]^T ([K_c] - \lambda^2 [M])^{-1} [\Phi] \quad (2.51)$$

Utilizando las propiedades de ortogonalidad de 2.48 y 2.49 en la expresión 2.51, se llega a:

$$[\alpha(\omega)] = [(\lambda_s^2 - \omega^2)^{-1}] = \begin{pmatrix} \alpha_{11}(\omega) & \alpha_{12}(\omega) & \dots & \alpha_{1N}(\omega) \\ \alpha_{21}(\omega) & \alpha_{22}(\omega) & \dots & \alpha_{2N}(\omega) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{N1}(\omega) & \alpha_{N2}(\omega) & \dots & \alpha_{NN}(\omega) \end{pmatrix} \quad (2.52)$$

Cada término  $\alpha_{ij}(\omega)$ , es una FRF, que representa el cociente entre el desplazamiento del punto  $i$  bajo una fuerza de excitación en el punto  $j$ . Debido al Teorema de la Reciprocidad, la matriz FRF es simétrica y por lo tanto, los términos  $\alpha_{ij}(\omega)$  y  $\alpha_{ji}(\omega)$  son iguales.

Para un punto, la expresión de la FRF es:

$$\alpha_{ij}(\omega) = \sum_{s=1}^m \frac{\phi_{ir} \phi_{jr}}{\lambda_s^2 - \omega^2} = \frac{\phi_{i1} \phi_{j1}}{\lambda_1^2 - \omega^2} + \frac{\phi_{i2} \phi_{j2}}{\lambda_2^2 - \omega^2} + \frac{\phi_{i3} \phi_{j3}}{\lambda_3^2 - \omega^2} + \dots + \frac{\phi_{im} \phi_{jm}}{\lambda_m^2 - \omega^2} \quad (2.53)$$

Donde  $m$  es el número de modos. En la ecuación 2.53 se puede ver claramente que, cada FRF de un determinado punto tiene en cuenta la contribución individual de cada uno de los modos.

Se denomina polos a aquellos valores que anulan los denominadores de la ecuación 2.53, y el valor de éstos coincide con el de los autovectores  $\lambda_i$ . Los polos contienen información sobre cada frecuencia propia y su amortiguamiento y son parámetros globales del sistema, que se encuentran en el denominador de cada término  $\alpha_{ij}(\omega)$  de la matriz FRF. Los términos del numerador reciben el nombre de residuos y contienen información sobre las formas modales. Los residuos son parámetros locales del sistema y son diferentes para cada término  $\alpha_{ij}(\omega)$  de la matriz FRF. En un análisis modal experimental nunca se mide la matriz de FRF completa, pero para determinar correctamente los parámetros modales del sistema, sobre todo las formas modales, es necesario medir al menos una fila o una columna de la matriz de FRF.

Cuando el punto donde se mide el desplazamiento es fijo y el punto de excitación es móvil se obtienen filas de la matriz de FRF, es el caso de ensayos con martillos de impacto calibrados como fuentes de excitación. Por el contrario, cuando el punto de excitación es fijo y el punto de medida es móvil se obtienen columnas de la matriz de FRF, como en el caso de ensayos con vibradores como fuentes de excitación.

### 2.2.3.- Estimación de parámetros modales.

En general, los métodos de determinación de parámetros pueden dividirse en dos grandes grupos:

a) Los métodos que se basan en modelos matemáticos que se ajusten a las FRF medidas experimentalmente. De estos modelos matemáticos se extraen los parámetros modales.

Son numerosas las investigaciones y estudios que tienen por objeto la determinación de los parámetros modales mediante modelos matemáticos o "curve fitting" sobre las FRF, obtenidas experimentalmente [35]. Cada método de estimación de parámetros modales mediante esta técnica puede clasificarse en función de sus características, según [36]:

- Dominio de la frecuencia o dominio del tiempo: Las FRF para sistemas de múltiples grados de libertad se obtienen en el dominio de la frecuencia. Es posible trabajar en el dominio del tiempo con la llamada la Función de Respuesta al Impulso o FRI.
- Múltiples grados de libertad o único grado de libertad: La respuesta dinámica de un sistema está representada por la contribución de cada uno de los modos. Los métodos basados en un único grado de libertad estiman los parámetros modales de cada modo de forma individual. Esto es correcto cuando dentro de una banda de frecuencias de interés solo hay un modo importante, lo que suele ocurrir en sistemas con modos muy desacoplados o separados entre sí.

Por el contrario, los métodos de múltiples grados de libertad estiman los parámetros modales de varios modos de forma simultánea, teniendo en cuenta la influencia de cada modo dentro de la banda de frecuencias de interés.

- Estimaciones locales o globales: Los métodos que estiman los parámetros modales de forma local se aplican cada vez a una única FRF. Por otro lado, los métodos de estimación globales manejan varias o todo el conjunto de FRF al mismo tiempo.

La tabla 2.3 muestra algunos de los métodos de estimación de parámetros modales más utilizados [29].

<i>Método</i>	<i>Dominio</i>	<i>G.D.L.</i>
<i>LSCE</i>	<i>Tiempo</i>	<i>M.G.D.L</i>
<i>ITD</i>	<i>Tiempo</i>	<i>M.G.D.L</i>
<i>Peak-Picking</i>	<i>Frecuencia</i>	<i>U.G.D.L.</i>
<i>Circle Fit</i>	<i>Frecuencia</i>	<i>U.G.D.L.</i>
<i>RFP</i>	<i>Frecuencia</i>	<i>M.G.D.L</i>

*Tabla 2.3.- Métodos de estimación de parámetros modales; LCSE (Least Squares Complex Exponential), ITD (Ibrahim Time Domain), RPF (Racional Fractional Polynomial).*

b) Los métodos basados en balances energéticos y en la propagación de las ondas. Estos métodos se utilizan para obtener parámetros de vibración y ruido en sistemas con alta densidad modal o en altas frecuencias.

Entre estos métodos, destacan el SEA (Statistical Energy Análisis) y el PIM (Power Input Method).

En el presente trabajo se han utilizado el método de determinación de parámetros modales RPF (Racional Fractional Polynomial).

### 2.2.3.1.- Método de Fracciones de Polinomios.

El Método de fracciones de polinomios (RPF) [37] y [38] permite la estimación simultánea de la frecuencia, el amortiguamiento y las formas modales de los modos de vibración del sistema. Como se indica en la tabla 2.3, trabaja en el dominio de la frecuencia. El modelo matemático utilizado para el ajuste de cada FRF es un cociente de polinomios:

$$\alpha_{ij\text{mod}}(\omega) = \frac{\sum_{n=0}^{2m-1} p_n(j\omega)^n}{\sum_{n=0}^{2m} q_n(j\omega)^n} \quad (2.54)$$

Donde  $m$  es el número de modos. El problema de ajuste consiste en encontrar los coeficientes ( $p_n, n=0, \dots, 2m-1$ ) y ( $q_n, n=0, \dots, 2m$ ) que minimicen una función de error dada por la diferencia entre la FRF analítica  $\alpha_{ij\text{mod}}(\omega)$  y la experimental  $\alpha_{ij}(\omega)$ , en el rango de frecuencia de interés:

$$e_j = \frac{\sum_{n=0}^{2m-1} p_n(j\omega)^n}{\sum_{n=0}^{2m} q_n(j\omega)^n} - \alpha_{ij}(\omega) \quad (2.55)$$

Puesto que la ecuación 2.55 no es una función lineal de los coeficientes  $p_n$  y  $q_n$ , se define una nueva función de error:

$$e'_j = e_j \sum_{n=0}^{2m} q_n (j\omega)^n \quad (2.56)$$

Haciendo que  $q_{2m}=1$ , se llega a:

$$e'_j = \sum_{n=0}^{2m-1} p_n (j\omega)^n - \alpha_{ij}(\omega) \left[ \sum_{n=0}^{2m-1} q_n (j\omega)^n + (j\omega)^{2m} \right] \quad (2.57)$$

Para cada valor de la frecuencia se define un vector de error:

$$\{W\} = \begin{Bmatrix} e'_1 \\ e'_2 \\ \dots \\ e'_j \end{Bmatrix} \quad (2.58)$$

Mediante la minimización de la función de error definida por:

$$J = \{W^*\}^T \{W\} \quad (2.59)$$

Donde  $\{W^*\}^T$  es el vector transpuesto de los valores complejos conjugados de  $\{W\}$ . Con esta ecuación se obtienen los coeficientes de los polinomios de numerador y denominador  $p_n$  y  $q_n$ .

Las raíces de los polinomios del denominador son los polos del sistema y contienen la información acerca de las frecuencias propias y su respectivo amortiguamiento:

$$\omega_s = \frac{P_s}{2\pi} ; \quad \xi_r = \frac{Real(P_s)}{|P_s|} \quad (2.60)$$

El cociente de polinomios de 2.55 se puede expandir en una serie de fracciones parciales, cuyos pares complejos conjugados son los residuos.

El Método de Fracciones de Polinomios ha sido implementado en Matlab mediante una serie de funciones, cuyo listado se encuentra en el anexo A.



### 2.3.- El MEF.

El MEF es un método numérico muy generalizado para la resolución de diversos problemas de física. El método se basa en dividir un sistema continuo en una serie de particiones, denominadas elementos finitos.

Los orígenes del MEF se remontan a la década de 1950 y fueron impulsados por los avances en el análisis estructural de la industria aeronáutica. Durante esta década, se hacen grandes avances en la formulación matricial de problemas estructurales, hasta que en 1956 Turner, Clough, Martin y Topp [39] publican el que es considerado como el primer artículo sobre el Método de los Elementos Finitos. En la década de 1960, el MEF se generalizó para la solución aproximada de problemas de análisis de tensión, flujo de fluidos y transferencia de calor. La evolución del MEF ha ido en paralelo a la de la capacidad computacional de los ordenadores, surgiendo en la década de 1970 los primeros programas comerciales específicos del MEF como ANSYS, MARC, NASTRAN, SAP...etc. En la actualidad, la investigación continúa y cada vez se busca la aplicación del MEF en más áreas de la física, debido a la analogía entre las ecuaciones diferenciales que gobiernan problemas de diferente entidad.

#### 2.3.1.- Procedimiento general del método.

A continuación se describen de forma breve los pasos de un análisis elástico genérico con el MEF [40], [41] y [42]:

1) El primer paso es la discretización del sistema en partes no intersectantes entre sí, denominadas elementos finitos. En esta fase, se fragmenta la estructura continua del sistema, de forma que se reemplaza un sistema con infinitos grados de libertad por otro con un número finito. El tamaño, la forma, y las características del elemento elegido determinan, en gran medida, la validez de la solución obtenida. Los elementos están conectados entre sí por los nodos situados en sus contornos. Los desplazamientos de estos nodos son las incógnitas del problema  $\{u^*\}_e$ .

2) Cada tipo de elemento está definido por las llamadas funciones, de forma que son de tipo polinómico, y que establecen las relaciones de deformación dentro del elemento en función de los desplazamientos nodales  $\{u^*\}_e$ . Las funciones de forma se ordenan dentro de una matriz  $[N]_e$  la cual define los desplazamientos  $\{u\}_e$  dentro del elemento finito, en función de los desplazamientos nodales del elemento  $\{u^*\}_e$ :

$$\{u\}_e = [N]_e \{u^*\}_e \quad (2.61)$$

Las deformaciones unitarias del elemento  $\{\mathcal{E}\}_e$  vienen dadas en función de los desplazamientos de los nodos:

$$\{\mathcal{E}\}_e = [B]_e \{u^*\}_e \quad (2.62)$$

Donde  $[B]_e$  es una matriz que depende de las características del elemento elegido.

3) El estado tensional del elemento  $\{\sigma_e\}$  se obtiene a partir de las deformaciones mediante la matriz de elasticidad  $[D]_e$ , que contiene las propiedades elásticas del material del elemento. El material puede estar sujeto a deformaciones iniciales  $\{\mathcal{E}_0\}_e$ , como las debidas a cambios de temperatura o retracciones. Conviene suponer también que, al comienzo del análisis el cuerpo puede estar sometido a un sistema conocido de tensiones residuales  $\{\sigma_0\}_e$ . Admitiendo un comportamiento elástico lineal, la relación entre tensiones y deformaciones es de la forma:

$$\{\sigma_e\} = [D]_e (\{\mathcal{E}\}_e - \{\mathcal{E}_0\}_e) + \{\sigma_0\}_e \quad (2.63)$$

4) Se determina un sistema de fuerzas concentradas  $\{f^{*}\}_e^{ext}$  en los nodos del elemento, que es estáticamente equivalente a las tensiones en el contorno  $\{\sigma\}_e$  y a las fuerzas másicas que actúan sobre el elemento  $\{m\}_e$ . El procedimiento más sencillo para determinar la ecuación de equilibrio entre las fuerzas nodales, las tensiones actuantes en el contorno y las fuerzas másicas es utilizar el Principio de los Trabajos Virtuales.

Mediante este método se impone un desplazamiento virtual a los nodos y se iguala el trabajo exterior de las fuerzas nodales al interior, efectuado por las tensiones y las fuerzas másicas.

Si  $\delta\{u^*\}_e$  es un desplazamiento virtual de los nodos del elemento, según las expresiones 2.61 y 2.62, los desplazamientos y deformaciones del elemento vendrán dadas por:

$$\delta\{u\}_e = [N]_e \delta\{u^*\}_e \quad (2.64)$$

$$\delta\{\varepsilon\}_e = [B]_e \delta\{u^*\}_e \quad (2.65)$$

En función de las expresiones 2.64 y 2.65, el trabajo interior efectuado por las tensiones y las fuerzas másicas será:

$$T_{int} = \delta\{\varepsilon\}_e^T \{\sigma\}_e - \delta\{u\}_e^T \{m\}_e = \delta\{u^*\}_e^T \left( [B]_e^T \{\sigma\}_e - [N]_e^T \{m\}_e \right) \quad (2.66)$$

El trabajo exterior de las fuerzas nodales es igual a la suma de los productos de las componentes de cada una de las fuerzas por sus correspondientes desplazamientos:

$$T_{ext} = \delta\{u^*\}_e^T \{f^*\}_e^{ext} \quad (2.67)$$

Igualando los trabajos interior y exterior de las expresiones 2.66 y 2.67 sobre el volumen de un solo elemento, se obtiene:

$$\delta\{u^*\}_e^T \{f^*\}_e^{ext} = \delta\{u^*\}_e^T \left( \int_{V_e} [B]_e^T \{\sigma\}_e dv - \int_{V_e} [N]_e^T \{m\}_e dv \right) \quad (2.68)$$

Puesto que la expresión 2.68 es válida para cualquier desplazamiento virtual:

$$\{f^*\}_e^{ext} = \int_{V_e} [B]_e^T \{\sigma\}_e dv - \int_{V_e} [N]_e^T \{m\}_e dv \quad (2.69)$$

Sustituyendo en 2.69 el valor de la tensión de la expresión 2.63 se llega a:

$$\{f^*\}_e^{ext} = \{u^*\}_e \int_{V_e} [B]_e^T [D]_e [B]_e dv - \int_{V_e} [B]_e^T [D]_e \{\epsilon_0\}_e dv + \int_{V_e} [B]_e^T [D]_e \{\sigma_0\}_e dv - \int_{V_e} \{N\}_e^T \{m\}_e dv \quad (2.70)$$

Que de forma reducida y reordenando los sumandos, se puede escribir como:

$$[k]_e \{u^*\}_e = \{f^*\}_e + \{f_0^*\}_e \quad (2.71)$$

Donde  $[k]_e = \int_{V_e} [B]_e^T [D]_e [B]_e dv$  es la matriz de rigidez del elemento. En el término

$$\{f_0^*\}_e = \int_{V_e} [B]_e^T [D]_e \{\epsilon_0\}_e dv - \int_{V_e} [B]_e^T [D]_e \{\sigma_0\}_e dv \quad \text{cada sumando representa,}$$

respectivamente, a las fuerzas debidas a las deformaciones iniciales y a las tensiones iniciales.

Por último,  $\{f^*\}_e = \{f\}_e^{ext} + \int_{V_e} \{N\}_e^T \{m\}_e dv$  son las fuerzas nodales equivalentes. La

ecuación 2.71 constituye la ecuación de equilibrio estático del elemento.

5) Una vez obtenidos los desplazamientos nodales del elemento  $\{u^*\}_e$  mediante la resolución de la ecuación 2.71, se pueden calcular las tensiones en cualquier punto del elemento mediante la ecuación 2.63.

En estos cinco pasos, se han planteado las bases del método para un elemento aislado, sin embargo, es posible generalizar el proceso a todo un sistema continuo discretizado en  $n$  elementos. La matriz global del sistema se obtiene ensamblando las matrices de rigidez de todos los elementos en coordenadas globales:

$$[K] = \sum_{i=1}^n [k]_e \quad (2.72)$$

De la misma forma, se obtendrían los vectores  $\{f^*\}$  y  $\{f_0^*\}$  para todo el sistema. De este modo, la ecuación de equilibrio 2.71 para un solo elemento queda del siguiente modo para todo el sistema:

$$[K]\{u^*\} = \{f^*\} + \{f_0^*\} \quad (2.73)$$

Una vez calculados los desplazamientos de los nodos del sistema, es posible conocer las deformaciones unitarias y las tensiones en cualquier punto del sistema.

### 2.3.2.- Problemas dinámicos de estructuras.

En el apartado anterior, se ha expuesto el procedimiento general del MEF aplicado a problemas estáticos. Puesto que en el presente trabajo es fundamental el estudio de la mecánica vibracional de sistemas estructurales y de fluidos, se exponen a continuación los fundamentos del MEF para problemas dinámicos [40], [41] y [42].

La cantidad de problemas dinámicos en los que el tiempo interviene como variable es muy amplia. Como ejemplos más destacados se puede mencionar la conducción de calor en régimen transitorio, la propagación de ondas en fluidos y el comportamiento dinámico de estructuras.

Cuando los desplazamientos de un cuerpo varían en función del tiempo, entran en juego la inercia y el amortiguamiento generando fuerzas adicionales.

Las fuerzas de inercia pueden expresarse, en función de la aceleración para un elemento dado, mediante el principio de d'Alambert [40]:

$$\{f\}_{e_M} = -\rho_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{u(t)\}_e \quad (2.74)$$

Las componentes de estas fuerzas tienen las mismas direcciones que las de los desplazamientos y, en general, se expresan por unidad de volumen, por lo que el término  $\rho_0$  es la densidad. La fuerza nodal equivalente viene dada por:

$$\{f^*\}_{eM} = -\int_{v_e} [N]_e^T \rho_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{u(t)\}_e dv \quad (2.75)$$

Sustituyendo en 2.75 la relación 2.64, la fuerza debida a la inercia en un elemento queda en función de los desplazamientos nodales:

$$\{f^*\}_{eM} = -\int_{v_e} [N]_e^T \rho_0 [N]_e \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{u(t)^*\}_e dv \quad (2.76)$$

De esta última expresión se deduce que la matriz de masa para un elemento viene dada por:

$$[m]_e = \int_{v_e} [N]_e^T \rho_0 [N]_e dv \quad (2.77)$$

La matriz de masa del elemento de la ecuación 2.77, se denomina matriz de masa consistente, y considera la masa como uniformemente distribuida en el elemento. En este trabajo, y dada la naturaleza de los elementos elegidos para discretizar los volúmenes, se han utilizado matrices de masa consistentes.

En los primeros intentos de tratamiento de los problemas dinámicos, la masa de cada elemento solía considerarse como concentrada en los nodos, lo que siempre daba lugar a una matriz diagonal, aunque en la realidad la masa no esté concentrada. Para muchos métodos, de cálculo la utilización de matrices concentradas resulta más conveniente y económica, sobre todo con el empleo de elementos sencillos.

La matriz de masa consistente global se obtendrá mediante el ensamblaje de cada una de las submatrices:

$$[M] = \sum_{i=1}^n [m]_e \quad (2.78)$$

Las fuerzas debidas al amortiguamiento, tal y como se vio en el apartado 2.2.1.2, se deben a pérdidas de energía relacionadas con el rozamiento durante el movimiento vibratorio. Si se considera un amortiguamiento lineal viscoso  $\mu$ , las fuerzas por unidad de volumen debidas al amortiguamiento vendrán dadas, según el principio de d'Alambert, por:

$$\{f\}_{eC} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \{u(t)\}_e \quad (2.79)$$

Donde  $\mu$  es un coeficiente que representa las pérdidas por fricción.

Las fuerzas equivalentes debidas al amortiguamiento se obtienen de la expresión:

$$\{f^*\}_{eC} = -\int_{v_e} [N]_e^T \mu \frac{\partial}{\partial t} \{u(t)\}_e dv \quad (2.80)$$

Teniendo en cuenta la relación 2.64, entre los desplazamientos de los nodos del elemento con el desplazamiento de los puntos del interior de éste, se obtiene:

$$\{f^*\}_{eC} = -\int_{v_e} [N]_e^T \mu [N]_e \frac{\partial}{\partial t} \{u(t)^*\}_e dv \quad (2.81)$$

De la ecuación 2.81 se obtiene la matriz de amortiguamiento consistente de un elemento:

$$\{c\}_e = \int_{v_e} [N]_e^T \mu [N]_e dv_e \quad (2.82)$$

La matriz de amortiguamiento consistente global se obtiene de la misma forma que la de la de masa o rigidez:

$$[C] = \sum_{i=1}^n [c]_e \quad (2.83)$$

Para el presente trabajo se ha empleado el programa de elementos finitos Ansys. Es conveniente que, llegados a este punto, se describa el tratamiento que hace el programa del amortiguamiento. El programa contempla la matriz de amortiguamiento global compuesta por los siguientes términos [43]:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] + \left(\frac{\xi}{\pi f}\right)[K] + \sum_{j=1}^M \beta_j [K_j] + \sum_{k=1}^N [C_k] \quad (2.84)$$

Donde  $\alpha$  es una constante que multiplica a la matriz de masa,  $\beta$  es una constante que multiplica a la matriz de rigidez,  $\xi$  es amortiguamiento a una determinada frecuencia,  $\beta_j$  es una constante que multiplica a la matriz de rigidez por tipo de elemento y  $[C_k]$  es la matriz de amortiguamiento que en algunos tipos de elementos se puede definir como una característica propia, por ejemplo en un elemento tipo muelle.

En función de las constantes introducidas, que son compatibles y acumulables, la matriz de amortiguamiento quedará definida de una forma u otra. En este trabajo, los valores del amortiguamiento, utilizados en los modelos de elementos finitos, se han determinado a partir de los datos experimentales de amortiguamiento obtenidos mediante un análisis modal previo o en base a estudios existentes.

Con las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez, la ecuación de movimiento es análoga a 2.21, pero en función de los desplazamientos de los nodos de los elementos que constituyen las incógnitas del problema.

$$[M]\{\ddot{u}^*\} + [C]\{\dot{u}^*\} + [K]\{u^*\} = \{f^{ext}(t)\} \quad (2.85)$$

Con la ecuación anterior, pero considerando el sistema en vibración libre y fijando unas condiciones de contorno, se determinan las frecuencias propias y sus respectivas formas modales.

$$[M]\{\ddot{u}^*\} + [C]\{\dot{u}^*\} + [K]\{u^*\} = 0 \quad (2.86)$$



### 2.3.3.- Problemas de mecánica de fluidos: Acústica.

En este apartado se presentan brevemente las ecuaciones que definen el comportamiento de un fluido para modelización de problemas de acústica, mediante el MEF[40]. Como hipótesis de partida se contemplan las siguientes:

- La densidad del fluido varía solo ligeramente y puede suponerse constante.
- Las velocidades son lo suficientemente pequeñas como para omitir los efectos convectivos.
- Los efectos viscosos del fluido son despreciables.

La presión en un elemento discreto del fluido puede expresarse, en función de las presiones de los nodos del elemento, mediante las funciones de forma.

$$\{p\}_e = [N]_e \{p^*\}_e \quad (2.87)$$

Donde  $[N]_e$  es la matriz de funciones de forma del elemento acústico seleccionado y  $\{p^*\}_e$  es el vector de presiones en los nodos del elemento. La ecuación del movimiento del medio discretizado puede expresarse como:

$$[M^F] \{p^*\} + [K^F] \{p^*\} = 0 \quad (2.88)$$

Donde la matriz de masa global consistente del fluido se obtiene ensamblado las matrices masa de cada uno de los elementos  $n$ , en los que se ha discretizado el fluido:

$$[M^F] = \sum_{i=1}^n [m^F]_e \quad (2.89)$$

Siendo la matriz de masa de un elemento del fluido:

$$\{m^F\}_e = \frac{I}{c_0^2} \int_{v_e} [N]_e^T [N] dv_e \quad (2.90)$$

Del mismo modo se obtiene la matriz de rigidez global del fluido:

$$[K^F] = \sum_{i=1}^n [k^F]_e \quad (2.91)$$

Siendo la matriz de rigidez de un elemento del fluido:

$$\{k^F\}_e = \int_{v_e} \nabla [N]_e^T \nabla [N] dv_e \quad (2.92)$$

La ecuación 2.88 es análoga a la 2.86 pero, en este caso, para fluidos acústicos. Con esta ecuación y en base a unas determinadas condiciones de contorno, es posible obtener las frecuencias propias y sus respectivas formas modales.

#### 2.3.4.- Sistemas acoplados: interacción fluido-estructura.

Cuando dos o más sistemas físicos interactúan entre sí, de tal forma que resulta imposible obtener la solución independiente de cualquiera de los sistemas por separado sin obtener la solución simultánea de los restantes, estamos ante lo que se denomina un sistema acoplado [40], [44]. El problema de la interacción fluido-estructura es muy amplio y cubre un gran espectro de casos. En este trabajo se contempla un acoplamiento entre el fluido y la estructura, donde los desplazamientos tanto en la estructura como en el fluido son pequeños.

En la interfase entre el sólido y el fluido, se asume como hipótesis fundamental que las velocidades normales están prescritas. Considerando el gradiente de presión en la dirección normal a la estructura, la relación entre la presión y la velocidad del fluido, viene dada por la ecuación mostrada en 2.1.

La interacción de la estructura y el fluido en la interfase de unión, hace que las presiones del fluido generen desplazamientos en la estructura que se traducen en

tensiones. A su vez, los desplazamientos en la estructura dan lugar a presiones en el fluido. Las ecuaciones que gobiernan el acople del fluido con la estructura poseen los dos grados de libertad, desplazamientos y presiones, que serán comunes en la interfase de ambos.

Si se añaden a la ecuación de movimiento para la estructura 2.85 las fuerzas debidas a la presión del fluido en la interfase, se obtiene:

$$[M]\{\ddot{u}^*\} + [C]\{\dot{u}^*\} + [K]\{u^*\} = \{f^{ext}(t)\} + \{f^{pres}(t)\} \quad (2.93)$$

Donde  $\{f^{pres}(t)\}$  es un vector que representa la carga de presión debida al fluido en la interfase.

Por otro lado, en la ecuación de movimiento del fluido 2.88, aparece la matriz de acoplamiento  $[R]$ , cuya función es el acoplamiento en la interfase entre fluido y estructura.

$$[M^F]\{\ddot{p}^*\} + [K^F]\{\dot{p}^*\} + \rho_0[R]\{\ddot{u}^*\} = 0 \quad (2.94)$$

La matriz  $[R]$  relaciona la carga de presión del fluido en la estructura con las presiones del fluido:

$$\{f^{pres}(t)\} = [R]\{p\} \quad (2.95)$$

Si se escriben en una sola expresión las ecuaciones 2.93 y 2.94, teniendo en cuenta la relación 2.95, se obtiene la siguiente expresión que gobierna el comportamiento del sistema acoplado fluido-estructura:

$$\begin{bmatrix} [M] & [0] \\ [\rho[R^T]] & [M^F] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}^*\} \\ \{\ddot{p}^*\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}^*\} \\ \{\dot{p}^*\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K] & [-R] \\ [0] & [K^F] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u^*\} \\ \{p^*\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f^{ext}(t)\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (2.96)$$

## 2.4.- Circuitos de elementos concentrados.

### 2.4.1.- Necesidad de un recinto acústico.

Los cálculos de la potencia radiada, presión, rendimiento, etc. para un altavoz se determinan considerando el altavoz montado en una pantalla infinita, al objeto de anular el fenómeno conocido como cortocircuito acústico, que provoca una notable cancelación de los tonos de frecuencias bajas.

Si se observa el comportamiento de un altavoz desnudo, es decir, radiando libremente y sin montar en ningún tipo de recinto, la razón del pobre rendimiento se comprende fácilmente, si se tiene en cuenta que un altavoz radia energía sonora no solo por la parte anterior del cono sino también por la posterior. Este hecho, en lugar de mejorar los resultados y aumentar el volumen sonoro, como en principio puede parecer natural, es contraproducente, pues las ondas acústicas generadas por estas dos caras, anterior y posterior, están en oposición de fase y sus efectos se anulan parcialmente.

Si en un instante dado el cono se desplaza hacia adelante, provocará una sobrepresión en el aire situado en la parte anterior. Al mismo tiempo, el aire en contacto con la parte posterior del cono sufre una depresión. Se comprende que el frente de presión original en la cara anterior, que avanza en todas las direcciones con la velocidad de propagación del sonido, rodee el contorno del altavoz, alcance la cara posterior y anule la depresión que en ésta cara tiene lugar. Es decir, la depresión en la cara posterior resulta ser un pozo para la onda producida en la cara anterior.

La situación se repite en el semiperiodo siguiente, es decir, la cara anterior será el pozo para la onda generada por la cara posterior. También, es evidente que la presión y depresión están solamente separadas por las propias dimensiones del diafragma. Este fenómeno tiene lugar fundamentalmente en bajas frecuencias, hasta aproximadamente 500 Hz, que es cuando el altavoz es omnidireccional.

Por otro lado, el tiempo que está presente cada onda es  $T/2$ , siendo  $T(s)$  el periodo de la señal impuesta al altavoz. En las bajas frecuencias el periodo es mayor y el fenómeno de

cancelación se produce con mayor facilidad. Por tanto, el tiempo disponible para esta cancelación es de  $T/2$ . En este tiempo, la perturbación generada por la cara anterior tiene que recorrer una distancia que es aproximadamente igual al diámetro del altavoz:

$$d = c_0 \frac{T}{2} = \frac{\lambda}{2} = \frac{c_0}{2\omega_c} \quad (2.97)$$

Donde  $d(m)$  es el diámetro del altavoz,  $T(s)$  es el periodo,  $c_0(m/s)$  es la velocidad del sonido,  $\lambda(m)$  es la longitud de onda y  $\omega_c (Hz)$  es la frecuencia de corte.

De la ecuación anterior, se deduce que la frecuencia de corte que nos impone el altavoz  $\omega_c$  nos viene dada por:

$$\omega_c = \frac{c_0}{2d} \quad (2.98)$$

El límite inferior del altavoz desnudo viene impuesto por la frecuencia de corte en vez de la frecuencia de resonancia mecánica, con lo que se pueden perder bastantes tonos graves. La frecuencia de corte  $\omega_c$  se puede desplazar hacia los márgenes de frecuencias bajas con tal de elegir un altavoz de mayor diámetro. Esto se hace a efectos de evitar el cortocircuito acústico. Habitualmente, en lugar de elegir un altavoz de gran diámetro, lo que se hace es montar el altavoz en un recinto acústico como los mostrados en la figura 2.1 [45].

La primera opción sería la adopción de un baffle infinito, como el de la figura 2.1 a). Esta solución buscaría evitar el encuentro de las ondas sonoras de sobrepresión y depresión, mediante la ubicación del altavoz a través de una pared o pantalla de dimensiones infinitas.

Puesto que en la práctica un baffle infinito es imposible, se puede montar el altavoz en un panel rígido de grandes dimensiones como se indica en la figura 2.1 b).

En la figura 2.1 c), se propone otra solución encerrando el altavoz en una caja abierta por detrás, que es lo que se hace en los receptores de radio, televisión y en las pantallas acústicas de los antiguos tocadiscos en los que el altavoz iba alojado en la tapa. Aunque hay cierta mejoría, esta solución no permite la reproducción correcta de las frecuencias bajas.

La figuras 2.1 d), f), h) e i), muestra la siguiente solución: una caja abierta por un lado y con el altavoz colocado en el lado opuesto de la abertura. Este tipo de caja se comporta de forma muy aproximada a una pantalla plana finita, en la que la longitud de la misma coincide con la distancia entre el altavoz y el borde abierto.

El principal defecto de estas cajas, aparte de su respuesta deficiente a baja frecuencia, es que si la caja no tiene dimensiones grandes, para una frecuencia tal que la profundidad de la caja coincida con un cuarto de la longitud de onda, actúa como un tubo resonante, apareciendo un máximo de radiación por la parte posterior del altavoz a esta frecuencia y sus múltiplos.

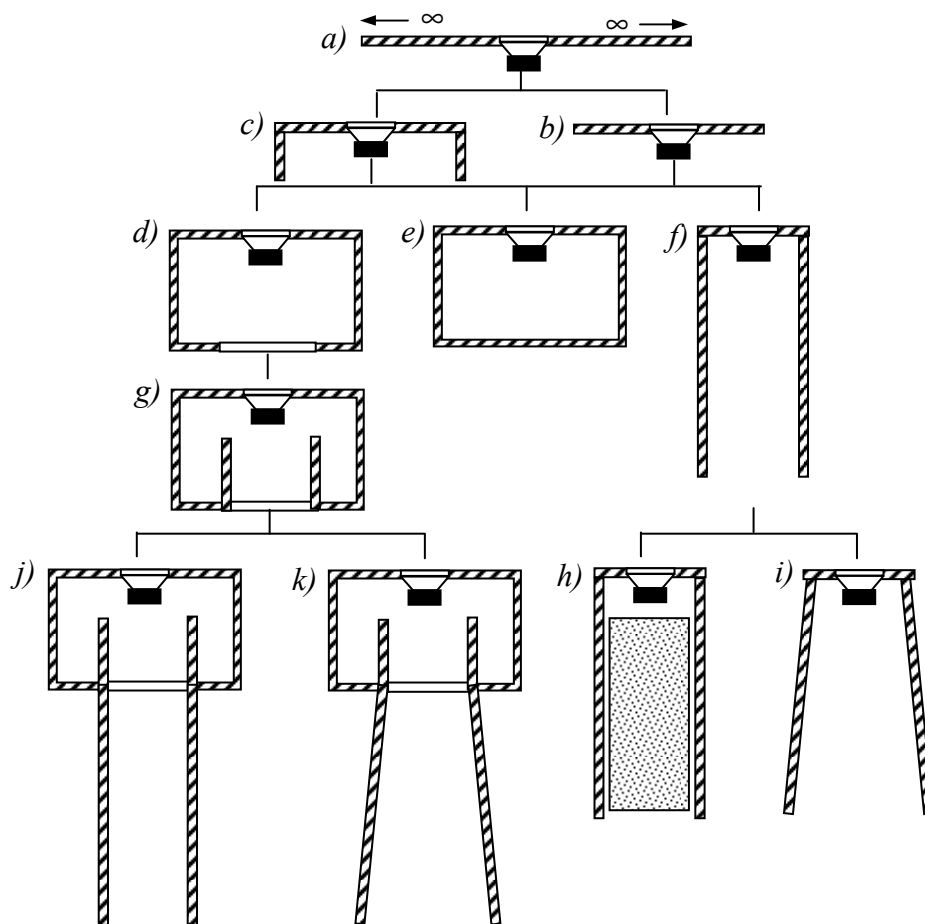


Figura 2.1. Recintos acústicos

El sonido emitido a esta frecuencia por la parte posterior se encuentra en fase con el de la cara principal, lo que se traduce en un pico muy acusado de respuesta. En la mayoría de las cajas de este tipo, esta frecuencia aparece entre los 100 y los 200 Hz, y la radiación de salida resultante produce un "boom" característico que afecta desfavorablemente a la naturalidad del sonido. Por lo tanto, para evitar este defecto, la profundidad de la caja debe ser pequeña, aunque esto en parte afecte a la reproducción de los graves.

En la figuras 2.1 g) ,j) y k), se muestra el sistema conocido como reflector de bajos o "Bass Reflex".

Estas cajas se construyen realizando una o varias ventanas en la caja, que permiten recuperar parte de la energía acústica que se encuentra en su interior. Se consigue reducir el valor de la frecuencia de resonancia, mejorando notablemente la respuesta en bajas frecuencias. Del volumen de la caja y del área de las ventanas dependerá la frecuencia de resonancia del baffle. A la ventana se accede a través de un tubo, cuyas dimensiones han de ser tales que consigan que la frecuencia de resonancia de la ventana sea la misma que la del altavoz. A esta frecuencia el sonido sale reforzado, al estar en fase con el sonido original.

En un intento de construir un baffle perfecto, sin los inconvenientes de orden práctico que presenta el baffle finito y el infinito, se recurre a montar el altavoz en la parte delantera de una caja cerrada, tal y como se muestra en la figura 2.1 e). En este montaje, se consigue una total separación entre las dos ondas generadas por el altavoz, pero por desgracia ello se logra a costa de modificar de forma poco conveniente las condiciones de trabajo del altavoz. La razón es que si a efectos prácticos se elige una caja pequeña para montar el altavoz, la masa de aire que contiene la caja está sometida a sobrepresiones y depresiones mucho mayores que las del aire donde se encuentra ubicada la caja.

Si se tiene en cuenta la potencia de funcionamiento y la potencia admisible del altavoz sin montar, y se relacionan éstas con las del funcionamiento del sistema altavoz- caja cerrada, se puede comprobar que el aumento de la rigidez del sistema móvil reducirá los desplazamientos del cono para una misma potencia de entrada en la bobina móvil. En

otras palabras, se precisa mayor potencia para producir el mismo nivel de presión sonora, por lo que la eficiencia disminuye.

Otro problema que se presenta en las cajas cerradas, es la aparición de modos de resonancia en el aire encerrado en la caja. La causa originaria de estas resonancias es la aparición de ondas estacionarias entre las paredes opuestas, como consecuencia de su reflexión e interferencias. Por Ello, se forman entre las paredes máximos y mínimos de las velocidades de las partículas del aire y, por supuesto, de sus presiones asociadas. Las frecuencias de los modos de vibración para una determinada cavidad son en teoría infinitos, y vienen dados por la expresión [18]:

$$\omega_{n_x, n_y, n_z} = \frac{c_0}{2} \sqrt{\left(\frac{n_x}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{l_z}\right)^2} \quad (2.99)$$

Donde  $\omega_{n_x, n_y, n_z}$  (Hz) son las frecuencias de los modos de vibración del aire del recinto,  $l_x, l_y, l_z$  (m) son las dimensiones del recinto en la dirección  $x, y, z$  respectivamente y  $n_x, n_y, n_z$  pueden tomar los valores 0,1,2...etc. y definen el número del modo.

Para eliminar los efectos de estos modos, se suelen utilizar materiales absorbentes de poros abiertos, ubicados en los lugares de la caja donde la velocidad es máxima. Sería pues interesante rellenar toda la caja con este tipo de material, sin perjuicio de la disminución del volumen del aire encerrado en la caja. Aunque la solución más extendida es recubrir alguna o todas las caras interiores, del material absorbente a efecto de construir una pequeña cámara anecoica.

#### 2.4.2.- Cajón musical.

Para el estudio de la influencia de la estructura en el comportamiento vibroacústico del sistema acoplado, es interesante empezar con el estudio de un sistema simple formado por una cavidad y una entrada a dicha cavidad en forma de cuello: el resonador de Helmholtz [46]. En la figura 2.2, se muestra el circuito equivalente de este sistema.



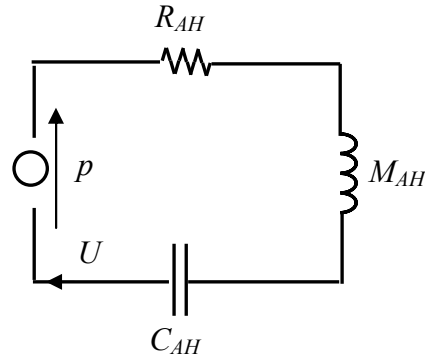


Figura 2.2. Circuito equivalente del resonador de Helmholtz.

Donde  $M_{AH}$  es inercia del cuello del resonador,  $R_{AH}$  es resistencia y  $C_{AH}$  es la compliancia del resonador asociada al volumen cerrado en la cavidad.

El siguiente paso sería el cajón musical, que es un instrumento rítmico utilizado en la música popular y cuya forma es la de un paralelepípedo hueco. En la cara posterior posee un orificio que se conecta al exterior mediante un ducto circular. Su funcionamiento se asimila a un resonador de Helmholtz acoplado a una placa vibrante, la placa frontal, que se excita de forma manual. En el cajón musical hay dos elementos principales, una pared de la estructura y el aire de la cavidad interior.

En la figura 2.3 se muestra el circuito equivalente del cajón musical. En este modelo propuesto por Llimpe Quintanilla, C.E. et al. en [47], se contempla el primer modo de resonancia de la placa frontal mediante un pistón de área, masa, compliancia y resistencia equivalente, capaz de radiar la misma presión sonora que la placa real.

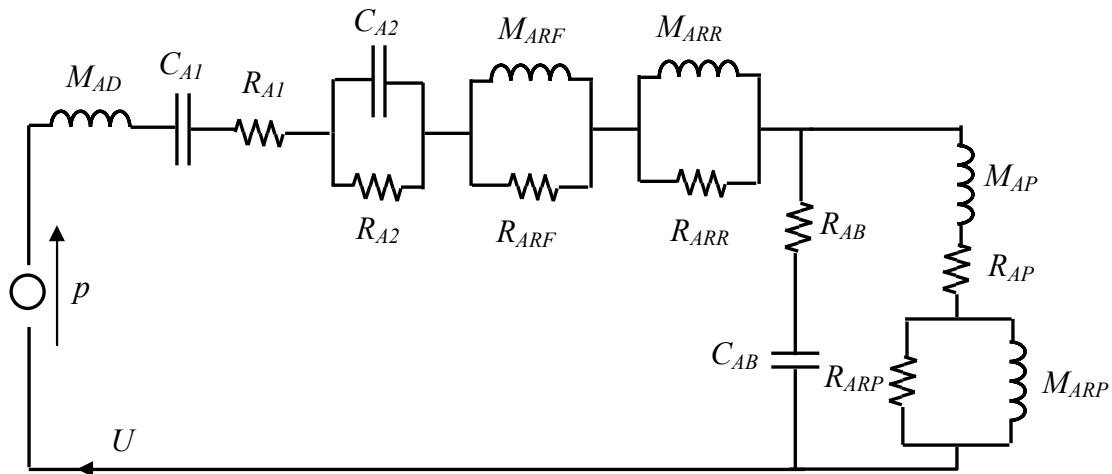


Figura 2.3. Circuito equivalente del cajón musical.

Donde  $M_{AD}$  es la masa acústica de la placa frontal,  $C_{A1}$  y  $C_{A2}$  son las compliancias acústicas de la placa frontal,  $R_{A1}$  y  $R_{A2}$  son las resistencias acústicas de la placa frontal,  $M_{ARF}$  y  $R_{ARF}$  son la reactancia y la resistencia de radiación frontal correspondiente al primer modo de la placa frontal,  $M_{ARR}$  y  $R_{ARR}$  son la reactancia y la resistencia de radiación posterior correspondiente al primer modo de la placa frontal,  $C_{AB}$  es la compliancia acústica correspondiente al volumen de la caja,  $R_{AB}$  es la resistencia acústica debida a las pérdidas dentro de la caja,  $R_{AP}$  es la resistencia acústica debida a las pérdidas dentro del ducto y  $M_{ARP}$  y  $R_{ARP}$  son la reactancia y la resistencia acústica de radiación del ducto, incluyendo la parte frontal y posterior.

El circuito equivalente de Llimpe Quintanilla, C.E. et al, es capaz de simular la respuesta en baja frecuencia del cajón musical, reflejando en la respuesta de presión del sistema el primer modo del resonador y de la placa frontal.

#### 2.4.3.- Altavoz en pantalla infinita.

La impedancia eléctrica total del altavoz en pantalla infinita, se puede obtener como suma de dos términos [48], [49]:

$$Z_{ET} = Z_E + Z_{MOV} \quad (2.100)$$

Donde  $Z_E$  se refiere a la impedancia eléctrica pura del transductor y  $Z_{MOV}$ , llamada impedancia mocional, representa el efecto eléctrico de los elementos mecánicos que forman parte del altavoz, así como el de la impedancia de radiación.

$Z_{MOV}$  estará compuesta de la impedancia mecánica propia del transductor  $Z_M$  y la impedancia de carga, constituida en este caso por la radiación del diafragma del altavoz  $Z_{MR}$ .

Para obtener la impedancia mecánica de radiación,  $Z_{MR}$  ( $\Omega_{mec}$ ), el altavoz se supone siempre montado sobre una pantalla o baffle de extensión, tal que separe la radiación de la cara anterior de la cara posterior. En estas condiciones, el diafragma del altavoz a bajas frecuencias puede suponerse equivalente a un pistón radiando montado sobre una pantalla infinita y de diámetro  $d(m)$ . Es posible asignar una impedancia de radiación a

cada cara de la membrana,  $Z_{MR1}$  y  $Z_{MR2}$ , pero generalmente suele tomarse la misma para las dos caras, de modo que la impedancia de radiación total será el doble que la de una cara. La impedancia mecánica  $Z_M(\Omega_{mec})$  propia del transductor depende sobre todo del diafragma y de la bobina móvil. El diafragma tiene una suspensión elástica que puede representarse como suma de una compliancia  $C_{MS}(m/N)$  y una resistencia mecánica  $R_{MS}(\Omega)$ . Además, el diafragma y la bobina móvil presentan al movimiento una oposición debida a su masa  $M_{MS}(kg)$ . La impedancia mecánica, por tanto, será la suma de los tres efectos: masa, elasticidad y resistencia.

La impedancia eléctrica del altavoz  $Z_E(\Omega)$  es la suma de la inductancia de arrollamiento de la bobina  $L_E(H)$ , y su correspondiente resistencia eléctrica  $R_E(\Omega)$ , más la resistencia interna del generador  $R_g(\Omega)$ .

En el circuito de la figura 2.4, se muestra el Modelo Electro-mecánico-acústico de un altavoz de bobina móvil. Puesto que los modelos numéricos propuestos en el presente trabajo son mecánico-acústicos, se ha remarcado esta parte del circuito.

El motor, o la transformación electro-mecánica, se modela por un girador de relación  $Bl:1$ . La transformación mecánico-acústica se modela por un transformador de relación  $S_s:1$ , siendo  $S_s$  el área efectiva del diafragma del altavoz. Aplicando la ecuación 2.18, la impedancia acústica de radiación para una cara del altavoz será:

$$Z_{AR} = Z_{MR} S_s^2 \tag{2.101}$$

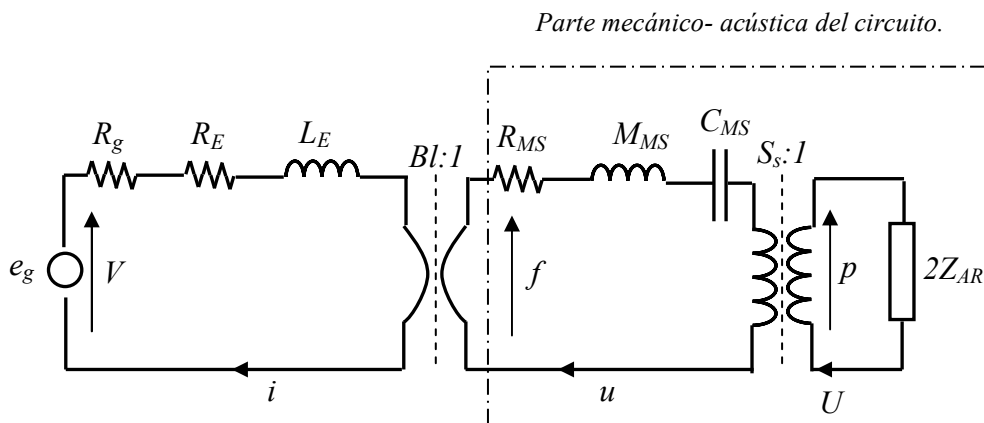


Figura 2.4. Circuito equivalente del altavoz.

Donde  $e_g(V)$  es la tensión en circuito abierto del generador,  $B$  (*Weber/m<sup>2</sup>*) es la densidad de flujo en el entrehierro,  $l$  (*m*) es la longitud del hilo de la bobina del altavoz,  $i$  (*A*) es la corriente eléctrica en la bobina,  $f(N)$  es la fuerza generada en el transductor por la corriente eléctrica,  $u$  (*m/s*) es la velocidad de la bobina móvil y  $S_s$  (*m<sup>2</sup>*) es el área del diafragma del altavoz.

La parte eléctrica del circuito anterior se puede eliminar incluyéndola dentro de la parte mecánica del circuito, tal y como se muestra en la figura 2.5:

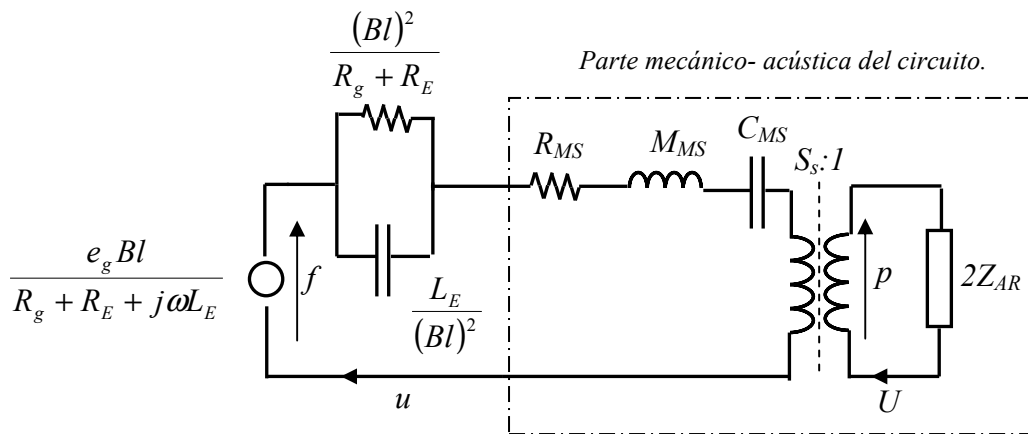


Figura 2.5. Circuito equivalente del altavoz.

Si en el circuito de la figura 2.5 se prescindie de la parte eléctrica, se llega al representado en la figura 2.6, que es un circuito con todas las magnitudes acústicas.

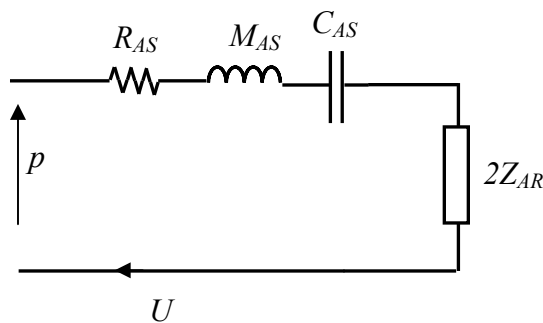


Figura 2.6. Circuito equivalente del altavoz sin componentes eléctricos

Los valores de los elementos del circuito se asumen que son independientes de la frecuencia en este rango.

2.4.4.- Altavoz en caja cerrada.

Si en el ducto del cajón musical se instala un altavoz se obtiene un nuevo sistema, el altavoz en caja cerrada. Partiendo del circuito de la figura 2.6, en el que todas las magnitudes son acústicas, se puede llegar al circuito de la figura 2.7 donde se incluye el efecto de la caja cerrada, sustituyendo una de las impedancias de radiación del diafragma por la impedancia debida al efecto de la caja cerrada, a la que se denomina  $Z_{AB}$ .

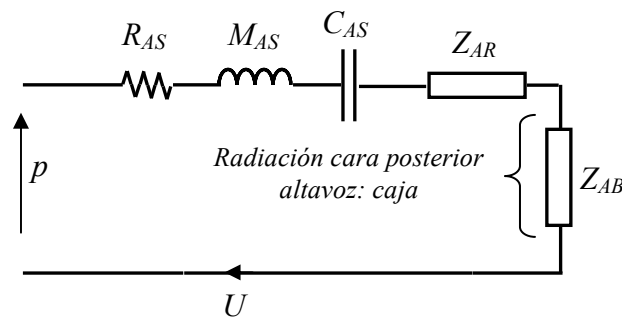


Figura 2.7. Circuito equivalente del altavoz con caja cerrada.

Tanto en el caso del circuito equivalente del cajón musical de la figura 2.3 como en el del altavoz en caja cerrada de la figura 2.7, el aire interior de la caja se considera como una impedancia. La impedancia acústica de la caja se estudia considerando la caja cerrada como un "tubo cerrado".

En este sentido, se puede demostrar que si la profundidad de la caja es menor que  $\lambda/8$ , siendo  $\lambda$  la longitud de onda correspondiente a la menor frecuencia que se quiere transmitir por el altavoz (aproximadamente la frecuencia de resonancia del altavoz), la impedancia acústica  $Z_{AB}$  vendrá dada por:

$$Z_{AB} = R_{AB} + jX_{AB} = R_{AB} + j\left(\omega M_{AB} - \frac{1}{\omega C_{AB}}\right) \quad (2.102)$$

Siendo:

$$C_{AB} = \frac{V_B}{\gamma p_o} = \frac{V_B}{\rho_o c_o^2} \quad (2.103)$$

$$M_{AB} \approx \frac{B_o \rho_o}{\pi \frac{d}{2}} \quad (2.104)$$

$$R_{AB} = 0 \text{ en cajas sin revestimiento absorbente.} \quad (2.105)$$

Donde  $\gamma$  puede tomarse 1.4 para el aire en compresión adiabática,  $p_o$  (Pa) es la presión de referencia,  $c_o$  (m/s) es la velocidad del sonido en el medio,  $V_B$  (m<sup>3</sup>) es el volumen de la caja,  $B_o$  es una constante que viene dada en función de las dimensiones de la caja y  $S_s$  es el área del altavoz.

## 2.5.- Conclusiones.

En el capítulo 2 se han expuesto, de forma breve, los fundamentos teóricos de los métodos experimentales y técnicas numéricas que se han empleado en el presente trabajo. Los contenidos se han presentado de forma sencilla y directa, sin profundizar demasiado en la materia, enfocando los conceptos a los objetivos del presente trabajo.

En lo que respecta a los modelos basados en analogías mecánicas y acústicas, se puede decir que presentan ciertas carencias para representar el comportamiento vibracional del sistema acoplado:

- Los modelos de elementos concentrados, solamente permiten establecer cuál es la interacción entre los elementos, para dar lugar a los primeros modos del sistema acoplado.
- Los modelos de elementos concentrados solamente tienen en cuenta el aire del interior de la caja, mediante una impedancia que contempla el volumen, la masa

y el posible contorno absorbente. Sin embargo, el modelo no puede representar la forma de dicho volumen y su comportamiento dinámico dentro de un recinto cerrado. Por este motivo, no se contemplan los modos de vibración del mismo, que se traducen en ondas estacionarias a determinadas frecuencias en el interior del recinto acústico.

- Los modelos de elementos concentrados no contemplan en su totalidad las características dinámicas de la estructura del recinto acústico, solo pueden incluir los primeros modos. Aunque se tiene la evidencia de que las paredes vibran y, por tanto, radian contribuyendo en la respuesta en frecuencia del sistema, sobre todo en el rango de las bajas frecuencias.

Resumiendo, se puede afirmar que, los tres puntos anteriores limitan el uso de este tipo de modelos al rango de las bajas frecuencias, porque no son capaces de representar la interacción entre los modos superiores de las partes interactuantes principales: altavoz, aire de la cavidad interior y estructura del recinto acústico.





## **CAPÍTULO III**

### **PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL**



Tal y como se expuso en el capítulo 1 del presente trabajo, la respuesta sonora del sistema altavoz-caja viene dada por el acople de los distintos elementos que lo conforman: altavoz, aire interior y estructura.

El objetivo del siguiente capítulo es mostrar el proceso seguido para cuantificar experimentalmente el comportamiento vibracional de la estructura, relacionándolo con la respuesta sonora del sistema. Para conseguir este objetivo, se ha estudiado la respuesta vibroacústica del sistema, aplicando una serie de técnicas experimentales a unos modelos reales de cajas acústicas con y sin altavoz. Las bases teóricas referentes a cada técnica experimental han sido expuestas en el capítulo 2.

Antes de construir el modelo real de caja cerrada, se ha realizado un análisis modal numérico previo mediante el MEF, con el objeto de determinar a priori la geometría de la estructura y las condiciones de contorno más adecuadas, para llevar a cabo las diferentes medidas experimentales.

En la primera fase de medidas experimentales se estudia únicamente la estructura del sistema. Para ello, se aplica en primer lugar la técnica del análisis modal experimental a los modelos de caja utilizados. De esta manera, se obtienen los modos de vibración propios de la estructura, o resonancias, y sus factores amortiguamiento. A continuación, se toman una serie de medidas de vibración sobre una rejilla de puntos en las paredes de la caja, enviando una señal de ruido blanco altavoz. Con estas medidas se identifican las frecuencias propias y forzadas en la estructura, debidas al acoplamiento fluido-estructura y altavoz estructura. Estas medidas experimentales se restringen en frecuencia al rango de 0 a 200 Hz, donde se encuentran los primeros modos de vibración de la caja, que son los que más contribuyen a la respuesta sonora del conjunto, en este rango de frecuencia.

La segunda fase de medidas experimentales se lleva a cabo dentro de una cámara anecoica, donde se toman una serie de medidas de presión e intensidad acústica.

En primer lugar, se toman medidas de presión de los modelos de caja sin el altavoz y con distintas aperturas del orificio de la cara frontal. Las cajas se comportan como un

resonador de Helmholtz, que varía su frecuencia fundamental en función de la apertura del ducto de la cara frontal.

A continuación, se monta el altavoz en la caja y, con la misma señal de ruido blanco enviada al altavoz utilizada en las medidas de vibración, se obtienen otra serie de medidas de presión. En estas medidas de presión, pueden ser identificadas frecuencias propias de la caja cerrada y frecuencias propias del aire interior.

El rango de las medidas de presión en las cajas con y sin altavoz, se restringe a las frecuencias de 0 a 1000 Hz. Dentro de este intervalo de frecuencias, se encuentran hasta 200 Hz los primeros modos de la caja, y de 200 a 1000 Hz los primeros modos del aire interior. A partir de los 1000 Hz, la densidad modal aumenta y el altavoz deja de comportarse como un pistón.

Para finalizar, se utiliza una sonda de intensimetría acústica para realizar una serie de mediciones direccionales sobre las caras laterales, frontal y trasera del modelo, utilizando la misma señal de ruido blanco que en los casos anteriores.

### 3.1.- Modelos de cajas.

Como modelos de cajas cerradas se han utilizado dos cajas de idénticas dimensiones, una de tablero de fibras de madera de densidad media (DM o MDF) y otra de Polimetilmetacrilato (PMMA). La figura 3.1 muestra las dimensiones para los modelos de caja ensayados.

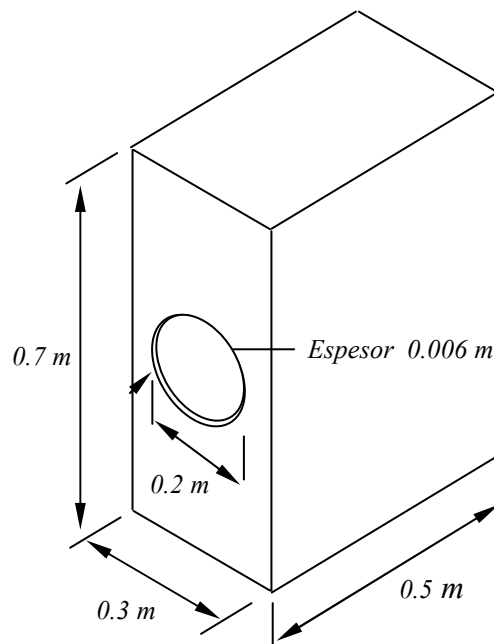


Figura 3.1. Dimensiones de los modelos de caja cerrada utilizados.

La elección de dos materiales diferentes, para unas mismas dimensiones de la cavidad interior, permite la comparativa de resultados de cada procedimiento experimental, remarcando la influencia del material de la caja en el comportamiento vibroacústico del sistema, de forma independientemente de las resonancias del aire interior. El altavoz para ambos modelos es un Beyma de 8 pulgadas modelo 8BR40 [50].

La determinación de las condiciones de contorno para los modelos en las pruebas experimentales, es una parte fundamental del planteamiento inicial previo a cualquier medida experimental. En este trabajo, las condiciones de contorno para todas las medidas y procedimientos experimentales han sido las mismas. Se ha optado por unas condiciones de contorno libres para todos los modelos, porque estas condiciones son

fácilmente reproducibles en los modelos numéricos de elementos finitos, que se presentan en el capítulo 4.

Una primera opción, para conseguir estas condiciones de contorno libres, sería sujetar con bandas elásticas los modelos, pero esta opción se rechazó por su ser muy aparatosa y poco práctica. Se optó por apoyar los modelos sobre un material con un bajo módulo de Young, en concreto, un material textil espumado. Se realizaron medidas con los dos sistemas, dando resultados prácticamente idénticos. La figura 3.2 muestra unas imágenes con las dos opciones de condiciones de contorno estudiadas.

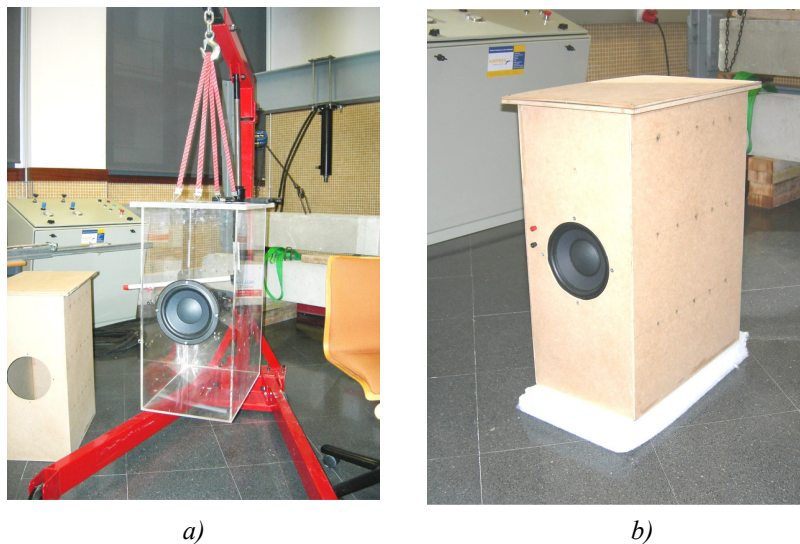


Figura 3.2. Condiciones de contorno libres de los modelos.

### 3.1.1.- Caracterización de los materiales.

Para determinar el módulo de Young y el amortiguamiento de los materiales utilizados en la construcción de los modelos de cajas, se ensayan dos probetas de DM y PMMA, según la norma ASTM E 756-98 [51].

Las probetas, de 0.006x0.02x0.23 m, se empotran en un extremo y se dejan libres en el opuesto, donde se coloca un acelerómetro que capta la respuesta del sistema. La excitación se realiza mediante un martillo calibrado. Para cada material se determinan tres FRF y se calcula la media.

La figura 3.3 muestra el esquema y una imagen del montaje utilizado. Las características del equipo empleado se detallan en el punto 3.2.1. La numeración corresponde a los siguientes elementos: 1.- Probeta, 2.- tarjeta de adquisición de datos, 3.- acelerómetro, 4.- martillo y 5.- PC.

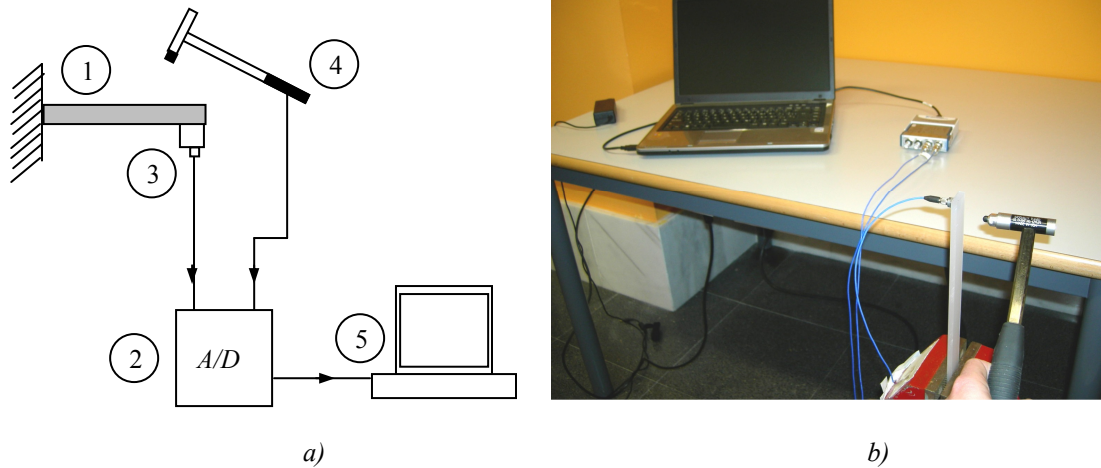


Figura 3.3. Montaje experimental para la determinación del módulo de Young según ASTM E 756-98.

El factor de pérdidas se calcula por modo mediante la ecuación:

$$\eta = \frac{\Delta\omega_s}{\omega_s} \quad (3.1)$$

Donde  $\eta$  es el factor de pérdidas,  $\omega_s(\text{Hz})$  es la frecuencia de resonancia del modo  $s$  y  $\Delta\omega_s(\text{Hz})$  es el ancho de banda para cada modo a -3 dB.

El modulo de Young se calcula por modo según:

$$E = \frac{12 \cdot \rho_0 \cdot l^4 \cdot \omega_s^2}{H^2 \cdot C_s^2} \quad (3.2)$$

Donde  $E(\text{pa})$  es el módulo de Young del material,  $\rho_0(\text{kg/m}^3)$  es la densidad,  $l(\text{m})$  es la longitud de la probeta,  $H(\text{m})$  es el espesor de la probeta y  $C_s$  es un coeficiente

adimensional por modo  $s$ , que para los tres primeros modos toma el valor de  $C_1 = 0.55959$ ,  $C_2 = 3.5069$  y  $C_3 = 9.8194$ .

En la figura 3.4, se muestran las FRF obtenidas para cada material.

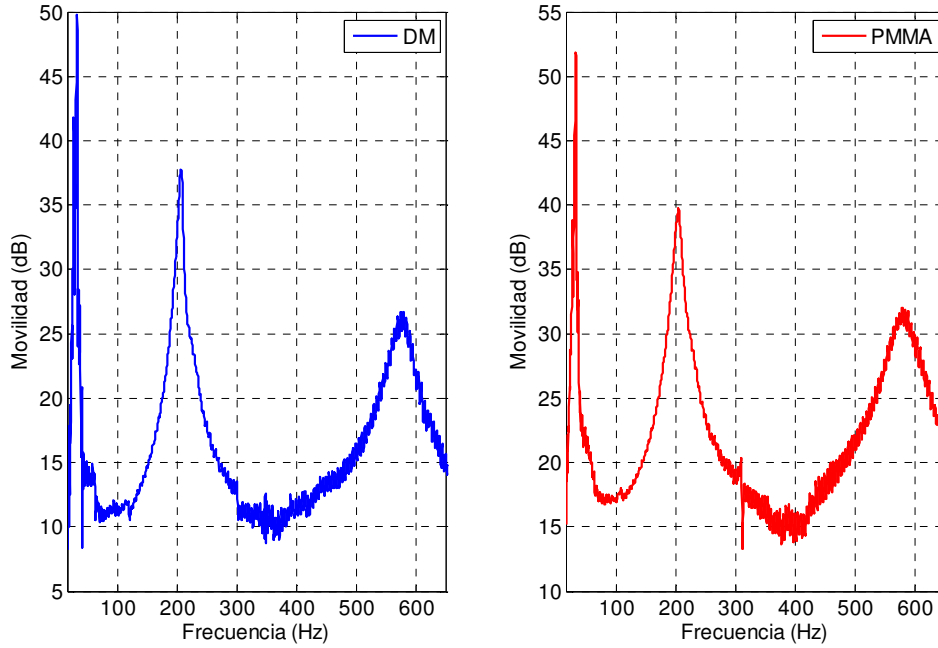


Figura 3.4. FRF para las probetas de DM y PMMA.

En la tabla 3.1 se muestran los resultados obtenidos para cada material mediante el ensayo dinámico.

	DM			PMMA		
	$\omega_s(\text{Hz})$	$E \text{ (MPa)}$	$\eta$	$\omega_s(\text{Hz})$	$E \text{ (MPa)}$	$\eta$
1º Frecuencia	31.33	2543.84	0.071	31.00	3429.80	0.107
2º Frecuencia	206.00	2791.95	0.065	203.60	3688.05	0.104
3º Frecuencia	573.00	2763.43	0.112	578.00	3716.83	0.142
Media		2699.74	0.082		3611.56	0.117

Tabla 3.1. Resultados de la caracterización dinámica del material.



Utilizando las mismas probetas, el módulo de Young del DM y del PMMA también se puede determinar con un ensayo de flexión, basándose en conceptos definidos por la resistencia de materiales.

Una carga puntual en el extremo libre de una barra empotrada-libre de sección constante, produce una flecha en el extremo libre que se puede determinar por la ecuación [52]:

$$\delta = \frac{fl^3}{3EI_m} \quad (3.3)$$

Donde  $\delta(m)$  es la deformación en el extremo libre,  $f(N)$  es la carga aplicada, en este caso 1.06,  $l(m)$  es la longitud de la barra,  $E(Pa)$  es el modulo de Young e  $I_m(m^4)$  es el momento de inercia de la sección transversal de la barra.

Despejando en la expresión 3.3 se obtiene el modulo de Young:

$$E = \frac{fl^3}{3\delta I_m} \quad (3.4)$$

La figura 3.5 muestra una imagen del montaje experimental utilizado para la determinación del modulo de Young mediante el ensayo de flexión.



Figura 3.5. Montaje experimental para la determinación del módulo de Young mediante ensayo de flexión.

En la tabla 3.2, se presentan los resultados obtenidos para cada material en el ensayo estático.

	<i>DM</i>		<i>PMMA</i>	
	<i>Deformación(m)</i>	<i>E (MPa)</i>	<i>Deformación(m)</i>	<i>E (MPa)</i>
<i>Medida 1</i>	<i>0.0040</i>	<i>2484.3</i>	<i>0.0032</i>	<i>3105.4</i>
<i>Medida 2</i>	<i>0.0041</i>	<i>2423.7</i>	<i>0.0032</i>	<i>3105.4</i>
<i>Medida 3</i>	<i>0.0041</i>	<i>2423.7</i>	<i>0.0031</i>	<i>3205.6</i>
<i>Media</i>		<i>2443.9</i>		<i>3138.8</i>

*Tabla 3.2. Resultados de la caracterización estática del material.*

Los resultados del modulo de Young, obtenidos con cada metodología, difieren sobre un 10 – 15% entre sí, por lo que se utiliza como dato de cálculo la media de ambos. La densidad del material se obtiene mediante el pesado de las probetas en una báscula de precisión.

En la tabla 3.3, se muestran los valores obtenidos en la caracterización. Los datos se han cotejado con una base de datos de características de materiales [57], de donde se ha tomado el coeficiente Poisson.

	<i>DM</i>	<i>PMMA</i>
<i>Modulo de Young (MPa)</i>	<i>2571</i>	<i>3375</i>
<i>Coficiente de Poisson</i>	<i>0.32</i>	<i>0.30</i>
<i>Densidad(kg/m<sup>3</sup>)</i>	<i>870</i>	<i>1150</i>

*Tabla 3.3. Características de los materiales utilizados para las cajas.*

### 3.2.- Análisis modal experimental.

#### 3.2.1.- Equipo.

El equipo utilizado para el análisis modal, es el siguiente:

- Martillo de impacto calibrado PCB ICP modelo 086C01, con las características de la tabla 3.4.

<i>Sensibilidad(mV/N)</i>	<i>11.2</i>
<i>Rango(N pk)</i>	<i>+/- 440</i>
<i>Masa del martillo(kg)</i>	<i>0.10</i>

*Tabla 3.4 Características del martillo.*

- Acelerómetro piezoeléctrico uniaxial PCB ICP modelo 352C42, con las características de la tabla 3.5.

<i>Sensibilidad(mV/g)</i>	<i>100</i>
<i>Rango de frecuencia(Hz)</i>	<i>1 - 9000</i>
<i>Peso(kg)</i>	<i>0.0028</i>

*Tabla 3.5 Características del acelerómetro.*

- Tarjeta de adquisición de datos National Instruments modelo USB 9233, con cuatro canales de entrada y una resolución de 24 bits.
- Funciones de Matlab [53], creadas al efecto para la obtención de las FRF y tratamiento de la señales sobre las capacidades de las cajas de herramientas: Data Acquisition Toolbox™ y Signal Processing Toolbox™. El texto de la función para la obtención de las FRF se encuentra en el anexo A.
- PC convencional.

En la figura 3.6, se muestra, de forma esquemática, el montaje utilizado para la toma de medidas en el análisis modal experimental. La numeración corresponde a los siguientes elementos: 1.- modelo de caja, 2.- tarjeta de adquisición de datos, 3.- acelerómetro, 4.- martillo y 5.- PC.

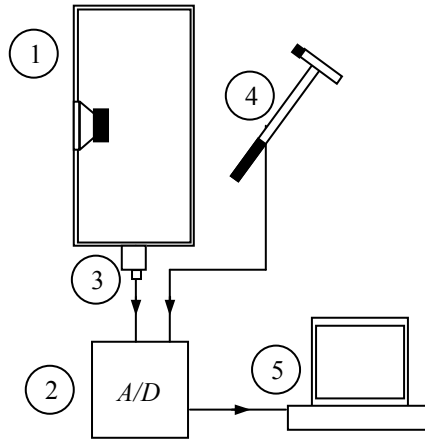


Figura 3.6 Esquema del montaje experimental utilizado para el análisis modal.

### 3.2.2.- Procedimiento.

El análisis modal experimental es el método empleado para determinar los parámetros modales: frecuencias naturales, factores de amortiguamiento y modos o formas modales de vibración para un sistema. En este trabajo, se ha empleado el método experimental de la FRF, cuyos fundamentos teóricos e hipótesis están contemplados en el capítulo 2 del presente trabajo.

Para determinar las características del sistema a partir de la FRF, es necesario conocer la señal de entrada o excitación, para establecer si los polos de la respuesta son realmente del sistema. A la hora de elegir el método más conveniente de excitación de la estructura, hay que considerar el margen de frecuencias de interés, la energía requerida para excitar los modos y el posible amortiguamiento de la estructura.

La excitación de la estructura en el presente trabajo se ha realizado mediante un martillo calibrado o de impacto, de tipo piezoeléctrico. Este martillo posee un transductor de fuerza que detecta la fuerza aplicada sobre la estructura. Por otro lado,

dispone de una serie de puntas y masas intercambiables, que sirven para variar el nivel de la fuerza aplicada y el rango de frecuencias excitadas, respectivamente.

Las ventajas del martillo calibrado es que, a diferencia del vibrador o "shaker", no afecta a la dinámica de la estructura al no estar en contacto permanente con la misma, no introduciendo restricciones al movimiento en algún punto o, masa adicional [54], [55]. También, hay que destacar su facilidad de aplicación en cualquier punto de la estructura. En cuanto a desventajas, la excitación del sistema mediante el martillo de impacto tiene un alto componente humano, y se requiere cierta práctica para obtener unos resultados precisos.

El martillo calibrado produce una señal de impulso, cuya duración en el tiempo es mucho menor que el periodo asociado a la mayor frecuencia de interés. El auto espectro de la señal de impulso es prácticamente uniforme o constante en amplitud en el rango de frecuencias de interés.

Para registrar la salida del sistema, se ha empleado un acelerómetro de tipo piezoeléctrico. El acelerómetro debe estar en todo momento unido al modelo, siendo inevitable que aporte cierta masa al sistema. Para el presente trabajo, el acelerómetro utilizado aporta al sistema una masa concentrada no mayor de 1/1000 del peso total del modelo, por lo que se puede suponer despreciable su efecto en la respuesta vibracional del sistema.

Sobre las paredes de los modelos se ha marcado una rejilla de puntos, donde se tomarán las medidas de respuesta o salidas de aceleración del sistema. En total hay 55 puntos repartidos entre las cuatro caras verticales de la caja. En cada una de las caras verticales de la caja la entrada del sistema o, punto de golpeo, se ha fijado en una posición determinada.

En la figura 3.7, se muestran en rojo los puntos de repuesta de cada cara y en azul aquellos en los que se produce la excitación. La rejilla de puntos en la cara lateral izquierda es idéntica a la de la cara lateral derecha, pero con el intervalo de puntos 31-45.

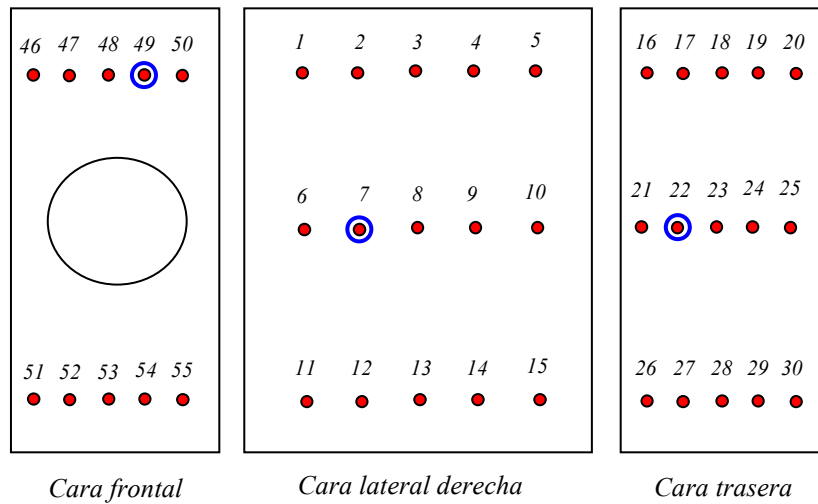


Figura 3.7. Puntos de entrada y salida del sistema.

En la figura 3.8, se muestran unas imágenes del acelerómetro y del martillo, sobre la rejilla de puntos de excitación y respuesta.

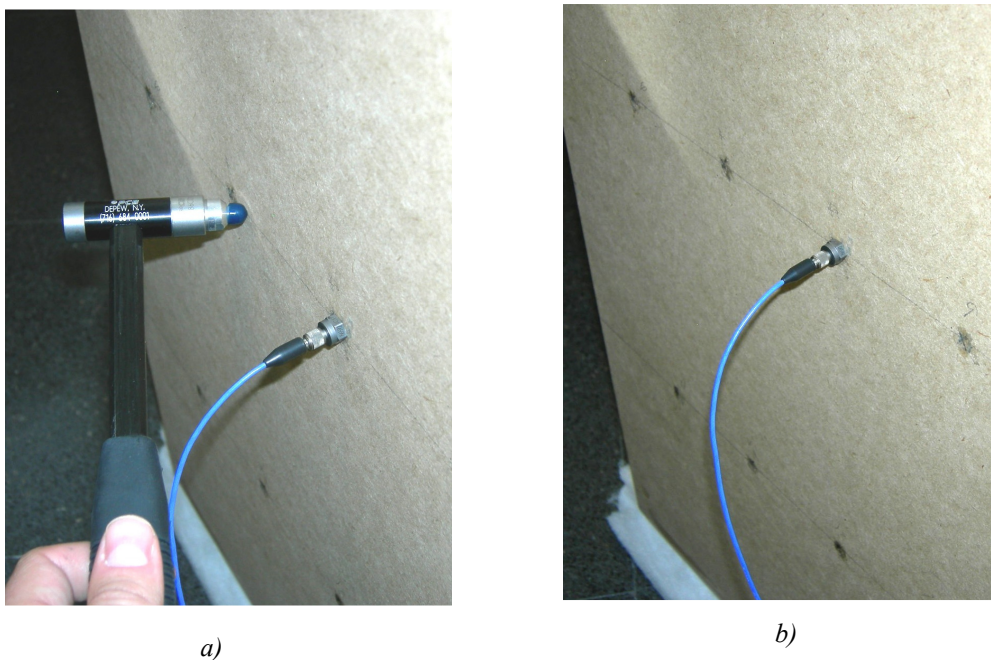


Figura 3.8. Martillo, acelerómetro y rejilla de puntos de excitación y respuesta.

En la figura 3.9, se observa la señal de excitación proporcionada por el martillo, para el punto 8 del modelo de caja de DM. La gráfica muestra claramente que es una señal de tipo impulsivo, con un periodo de  $T= 0.007s$ . El autoespectro de la señal de impulso es

bastante plano dentro del rango de frecuencias de interés pero, sin embargo, se aleja de la línea recta de la señal impulsiva.

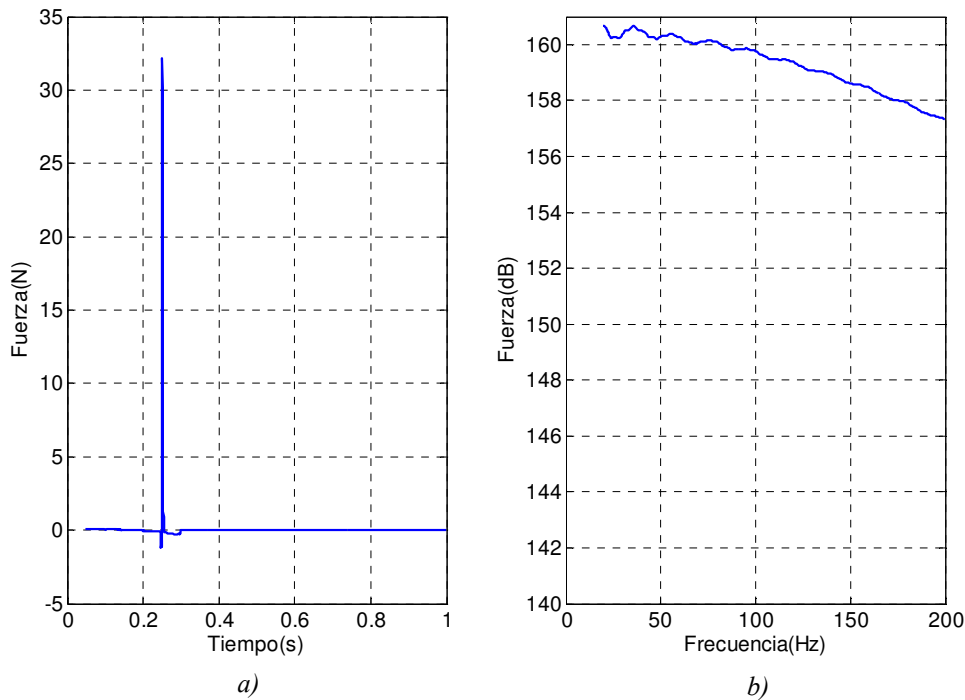


Figura 3.9. Señal de entrada en tiempo-amplitud y en frecuencia-amplitud.

La figura 3.10 muestra la señal de salida proporcionada por el acelerómetro en el punto 8 del modelo de caja de DM, para la señal de entrada en el mismo punto mostrada en la figura 3.9.

La elección del punto de excitación en cada una de las caras es fundamental. Se ha de elegir un punto que no este situado sobre una línea nodal, o de movimiento nulo, de ningún modo de vibración. De lo contrario aquellos modos de vibración que posean dicha línea nodal, no serán excitados. Tras un tanteo previo, se ha decidido excitar la estructura en el punto 7 para la cara lateral derecha, en el punto 37 para la cara lateral izquierda, en el punto 22 para la cara trasera y en el punto 49 para la delantera.

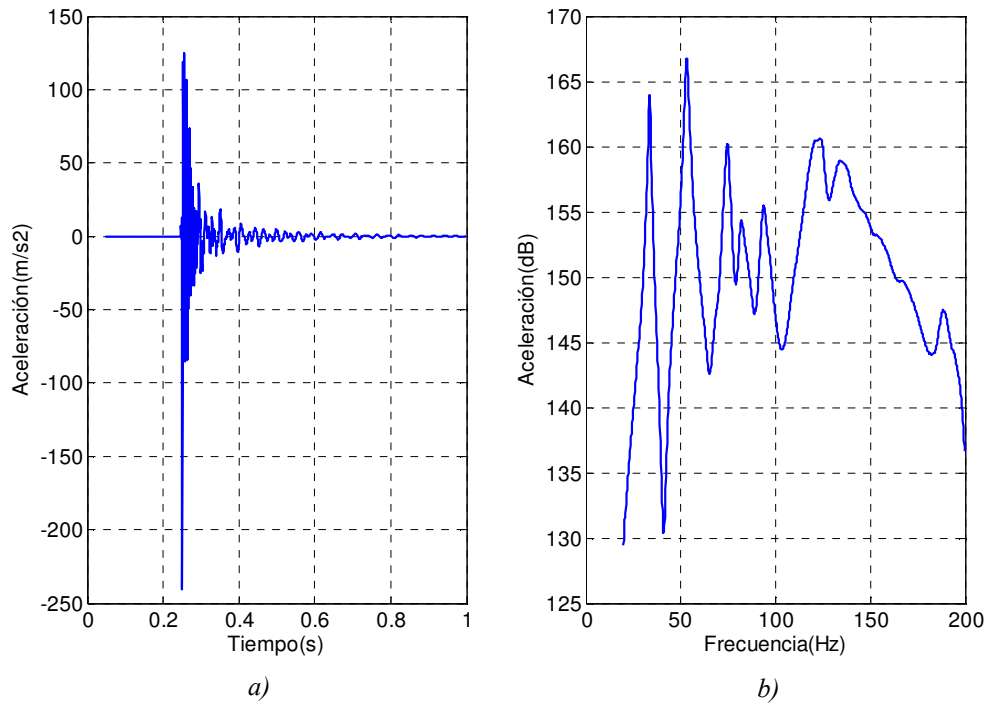


Figura 3.10. Señal de salida en tiempo-amplitud y en frecuencia-amplitud.

Dado el carácter impulsivo de la señal de entrada y salida, tanto a la señal del martillo como a la del acelerómetro, se les ha aplicado una ventana rectangular, con el objetivo de eliminar el ruido de fondo.

En cada punto, se han tomado 3 medidas cuya media se utilizará para hacer la FRF. En total, se han realizado 165 medidas de entrada- salida que una vez promediadas, han dado lugar a 55 FRF, una por cada punto.

Para la aceptación o rechazo de cada FRF se ha empleado la función de coherencia que establece la relación entre la señal de entrada al sistema y la respuesta del mismo.

$$\gamma(\omega)^2 = \frac{|G_{FX}(\omega)|^2}{G_{FF}(\omega)G_{XX}(\omega)} \quad (3.5)$$

Donde  $G_{FX}(\omega)$  es la densidad del espectro cruzado entre la entrada y la salida,  $G_{FF}(\omega)$  es la densidad del autoespectro de entrada y  $G_{XX}(\omega)$  es la densidad del autoespectro de salida.



La coherencia es un indicador de la calidad de las medidas, ya que comprueba la linealidad existente entre las señales de entrada y salida. Si la entrada y salida están totalmente correlacionadas para una frecuencia específica, significa que la salida es únicamente resultado de la entrada, en este caso  $\gamma(\omega)^2=1$ .

La figura 3.11 muestra la función de coherencia y la FRF correspondiente. La FRF de la figura 3.11 b) se acepta pues hay una buena correlación entre señales de entrada y salida a partir de 20 Hz.

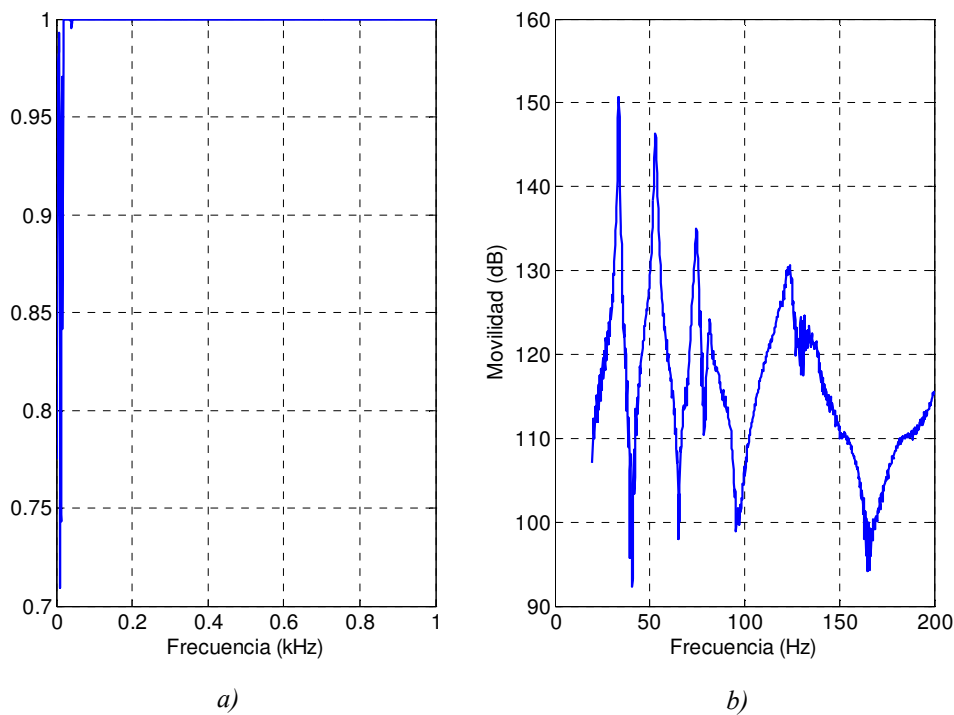


Figura 3.11. Gráficas de coherencia y movilidad del punto 8, caja DM.

En las figuras 3.12 y 3.13, se muestran las 15 FRF obtenidas para la cara lateral derecha de la caja de DM y PMMA, respectivamente.

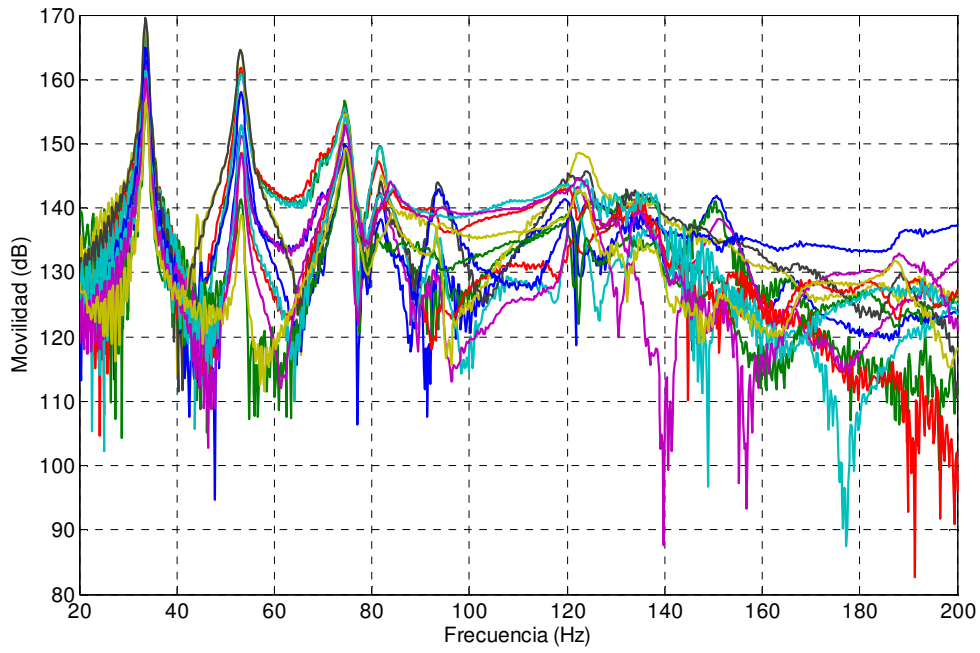


Figura 3.12. 15 FRF cara lateral derecha, caja DM.

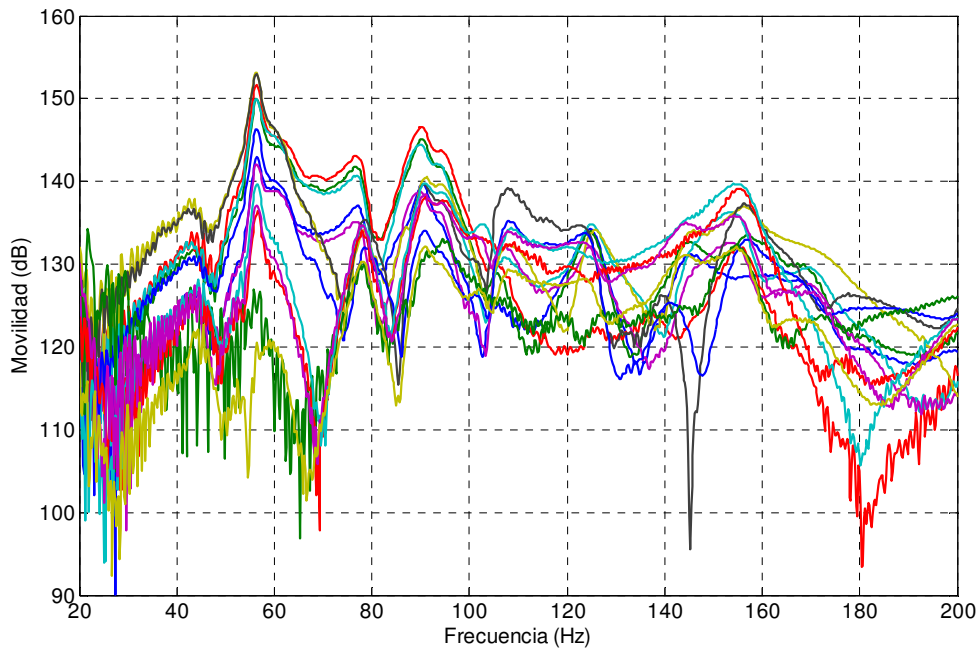


Figura 3.13. 15 FRF cara lateral derecha, caja PMMA.

En las figuras 3.14 y 3.15, se muestran las 15 FRF obtenidas para la cara trasera de la caja de DM y PMMA, respectivamente.

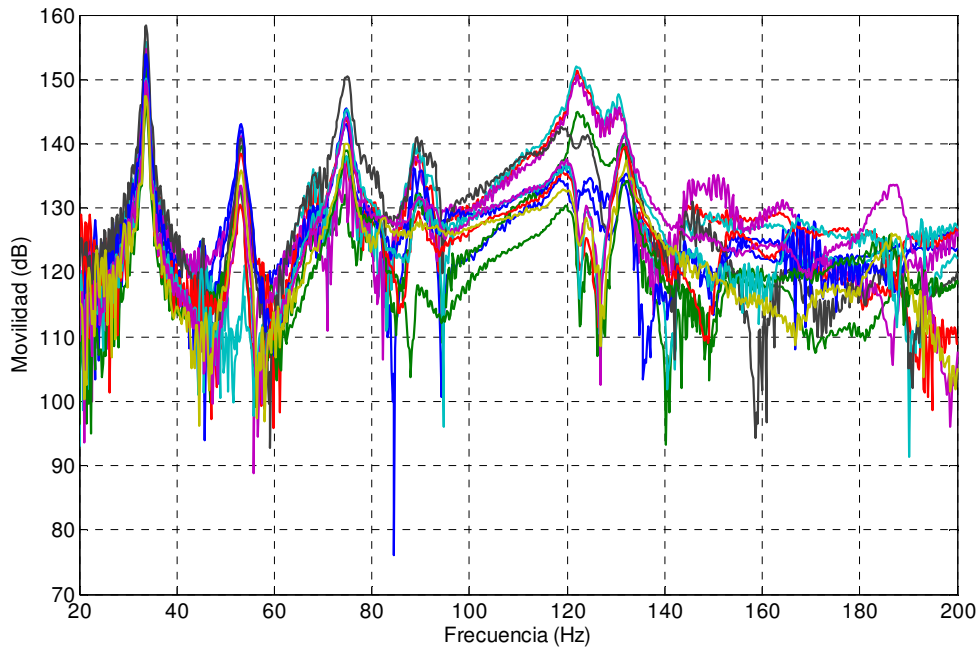


Figura 3.14. 15 FRF cara trasera, caja DM.

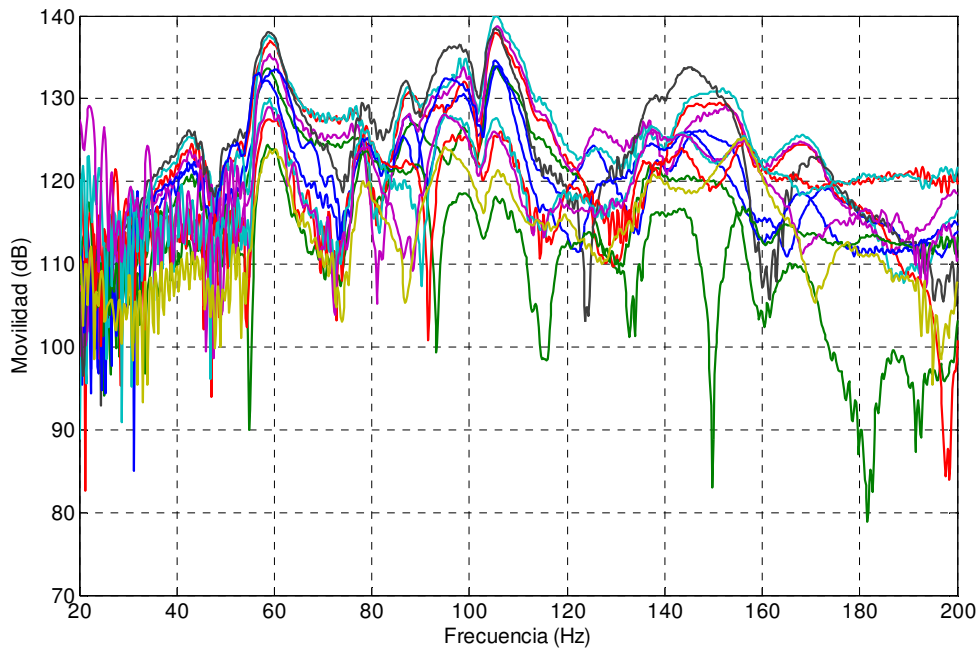


Figura 3.15. 15 FRF cara trasera, caja PMMA.

En las figuras 3.12, 3.13, 3.14 y 3.15, se puede apreciar que no todas las FRF contienen todas las frecuencias propias del sistema. Esto es debido a la existencia de puntos donde se capta la señal de salida, que pueden ser líneas nodales para algunos modos.

Sobre cada una de las 55 FRF se ha ajustado una curva, a partir de la cual se extraerán los parámetros modales: frecuencias naturales y factores de amortiguamiento, en el rango de frecuencias de interés. El método de ajuste elegido es el RFP (Rational Fraction Polynomials), cuyas bases se explican en el apartado 2.2.3.1 del capítulo 1 del presente trabajo.

En la figura 3.16 se muestra, a modo de ejemplo, el ajuste de la FRF para el punto 8 de la caja de DM. En este caso, se acepta la curva de ajuste como válida. A partir de la curva de ajuste se obtienen los polos y residuos del sistema.

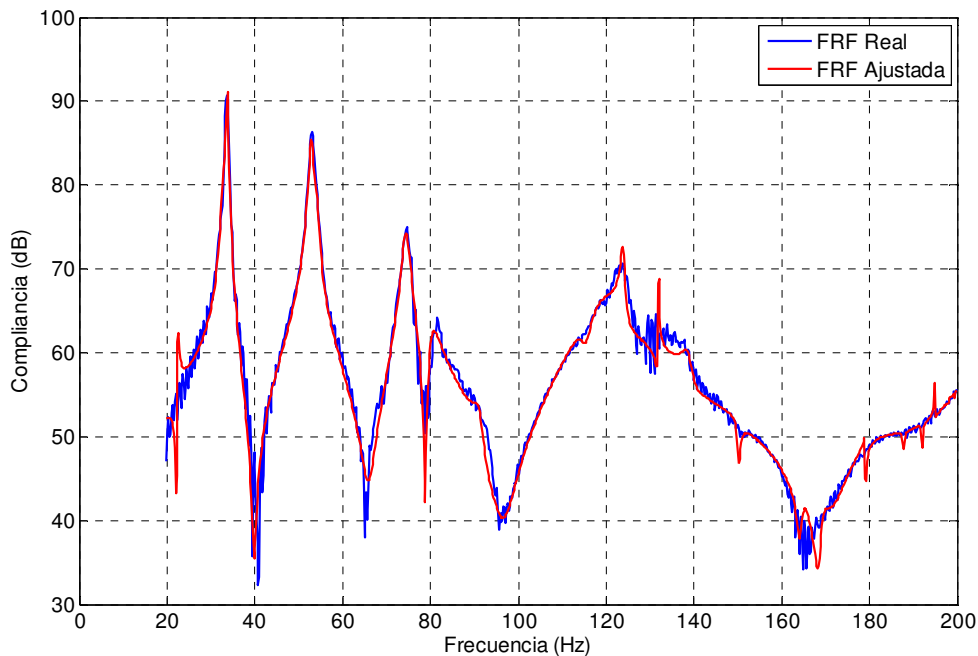


Figura 3.16. Curva de ajuste para la FRF, del punto 8, caja DM.

Las frecuencias propias y los coeficientes de amortiguamiento se extraen directamente de los polos de la curva ajustada. Puesto que el ajuste se ha realizado para cada FRF por separado, en el cálculo del coeficiente de amortiguamiento por modo, se ha tomado la media del obtenido en todas las curvas para dicho modo.

### 3.2.3.- Resultados.

Los resultados para el análisis modal se presentan de forma tabular para cada una de las caras verticales de la caja. Las frecuencias propias y sus coeficientes de

amortiguamiento, para las caras laterales de las cajas de DM y PMMA, se indican en la tabla 3.6.

<i>Modo n°</i>	<i>Frecuencias propias (Hz)</i>		<i>Amortiguamiento <math>\zeta</math></i>	
	<i>DM</i>	<i>PMMA</i>	<i>DM</i>	<i>PMMA</i>
1	33.4	-	0.047	-
2	52.9	42.2	0.017	0.120
3	75.0	56.4	0.025	0.031
4	84.0	77.2	0.027	0.029
5	96.4	90.3	0.015	0.025
6	119.2	103.5	0.013	0.027
7	123.3	107.8	0.014	0.018
8	150.7	124.2	0.012	0.016
9	186.1	143.8	0.010	0.013
10	190.0	155.2	0.013	0.017

Tabla 3.6. Resultados del análisis modal para las caras laterales de la cajas de DM y PMMA.

Las frecuencias propias y sus coeficientes de amortiguamiento para las caras traseras de las cajas de DM y PMMA, se indican en la tabla 3.7.

<i>Modo n°</i>	<i>Frecuencias propias (Hz)</i>		<i>Amortiguamiento <math>\zeta</math></i>	
	<i>DM</i>	<i>PMMA</i>	<i>DM</i>	<i>PMMA</i>
1	33.8	42.3	0.040	0.100
2	53.6	59.2	0.015	0.036
3	74.6	78.8	0.027	0.025
4	89.4	87.2	0.023	0.027
5	122.2	98.4	0.013	0.019
6	133	105.2	0.014	0.015
7	145	125.0	0.010	0.017
8	185	145.0	0.011	0.012

Tabla 3.7. Resultados del análisis modal para la cara trasera de la caja DM y PMMA.

Las frecuencias propias y sus coeficientes de amortiguamiento, para las caras delanteras de las cajas de DM y PMMA, se indican en la tabla 3.8.

<i>Modo n°</i>	<i>Frecuencias propias (Hz)</i>		<i>Amortiguamiento <math>\xi</math></i>	
	<i>DM</i>	<i>PMMA</i>	<i>DM</i>	<i>PMMA</i>
<i>1</i>	<i>25.5</i>	<i>35.1</i>	<i>0.043</i>	<i>0.110</i>
<i>2</i>	<i>45.4</i>	<i>48.3</i>	<i>0.018</i>	<i>0.032</i>
<i>3</i>	<i>68.3</i>	<i>68.3</i>	<i>0.024</i>	<i>0.028</i>
<i>4</i>	<i>80.7</i>	<i>81.3</i>	<i>0.026</i>	<i>0.031</i>
<i>5</i>	<i>115.1</i>	<i>89.2</i>	<i>0.011</i>	<i>0.022</i>
<i>6</i>	<i>128.4</i>	<i>98.4</i>	<i>0.015</i>	<i>0.011</i>
<i>7</i>	<i>137.9</i>	<i>117.3</i>	<i>0.008</i>	<i>0.015</i>
<i>8</i>	<i>175.8</i>	<i>137.1</i>	<i>0.009</i>	<i>0.013</i>

*Tabla 3.8. Resultados del análisis modal para la cara delantera de la caja DM y PMMA.*

### 3.3.- Medidas de vibración forzada.

#### 3.3.1.- Equipo.

El equipo utilizado para las medidas de vibración es el siguiente:

- Acelerómetro piezoeléctrico uniaxial Brüel & Kjær modelo Miniature DeltaTron 4519-002, con las características de la tabla 3.9.

<i>Sensibilidad(mV/g)</i>	<i>10</i>
<i>Rango de frecuencia(Hz)</i>	<i>1 - 20000</i>
<i>Peso(kg)</i>	<i>0.0016</i>

*Tabla 3.9. Características del acelerómetro.*

- Tarjeta de adquisición de datos Harmonie de cuatro canales.
- Software de adquisición de señal y análisis de datos DBfa de 01dB.
- Funciones de Matlab, creadas al efecto sobre las capacidades de la caja de herramientas Signal Processing Toolbox™.
- PC convencional.

En la figura 3.17, se muestra de forma esquemática el montaje utilizado para la toma de medidas de vibración. La numeración corresponde a los siguientes elementos: 1.- modelo de caja, 2.- tarjeta de adquisición de datos, 3.- acelerómetro, 4.- amplificador y 5.- PC.

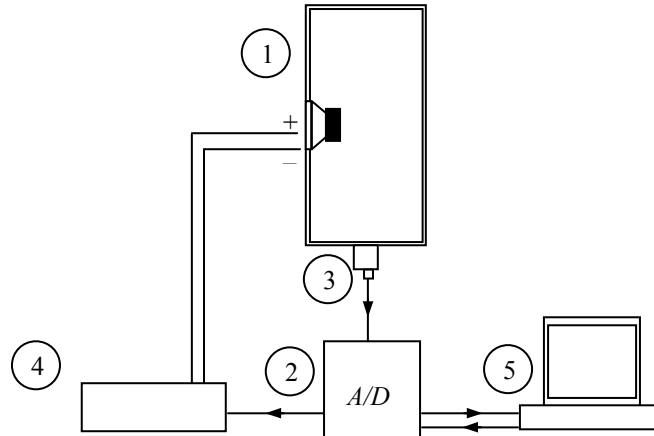


Figura 3.17. Esquema del montaje experimental para las medidas de vibración.

### 3.3.2.- Procedimiento.

Una vez conocidos los resultados del análisis modal, el siguiente paso es conocer que modos de vibración se excitan cuando el sistema está trabajando en condiciones de servicio.

Para simular unas condiciones de servicio, se le ha enviado al altavoz una señal de ruido blanco. El ruido blanco, es una señal aleatoria que se caracteriza porque sus valores de señal en dos instantes de tiempo diferentes, no guardan correlación estadística. Recibe su nombre de la luz blanca que presenta estas características. Como consecuencia de ello, su densidad espectral de potencia (PSD) es una constante y su gráfica es plana. Esto implica que la señal contiene todas las frecuencias y, todas ellas, tienen la misma potencia. La amplitud de la señal se controla mediante el voltaje enviado a los bornes de la bobina del altavoz, teniendo en cuenta las características del altavoz se fija la tensión en 2.58 V, para conseguir una potencia de 1 W a 1 m.

El tiempo de la señal de ruido blanco de excitación se ha fijado en 10 segundos. En la figura 3.18 a), se muestra la señal de ruido blanco utilizada en tiempo amplitud y, en la 3.18 b), la PSD de esta señal de ruido blanco. La gráfica de la PSD no es perfectamente plana, debido a que para estimarla se ha utilizado un registro de señal de longitud finita, en concreto de 480000 muestras. Cuanto más largo es el registro de ruido blanco analizado, más se parece el estimador de la PSD a una recta perfectamente plana. Sin



embargo, dentro del rango a estudiar (0-1000 Hz), se puede considerar la señal como plana.

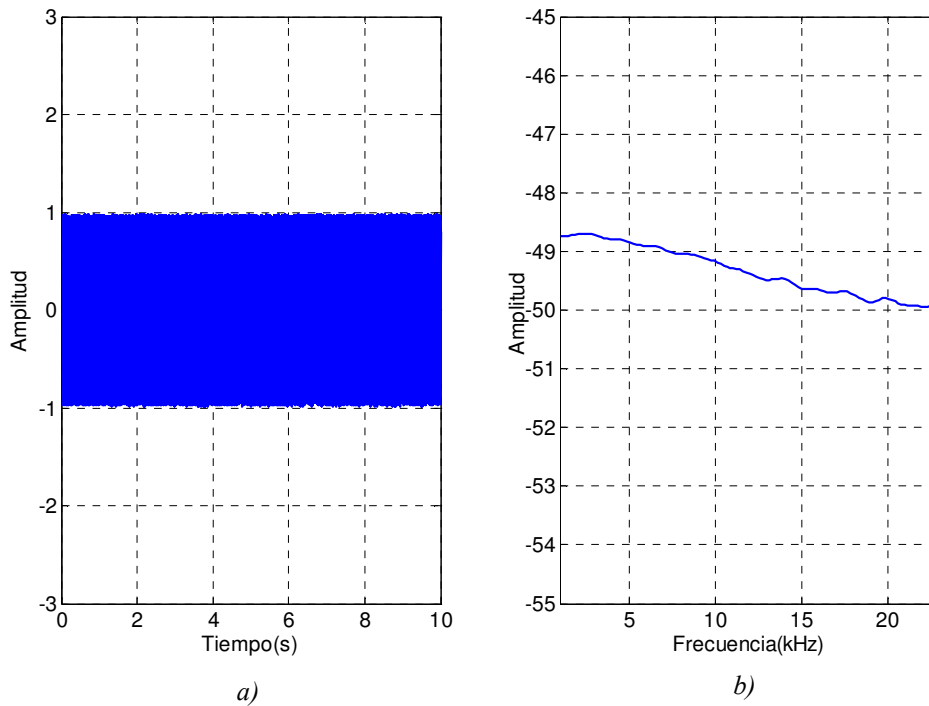


Figura 3.18. Ruido blanco de la señal de excitación.

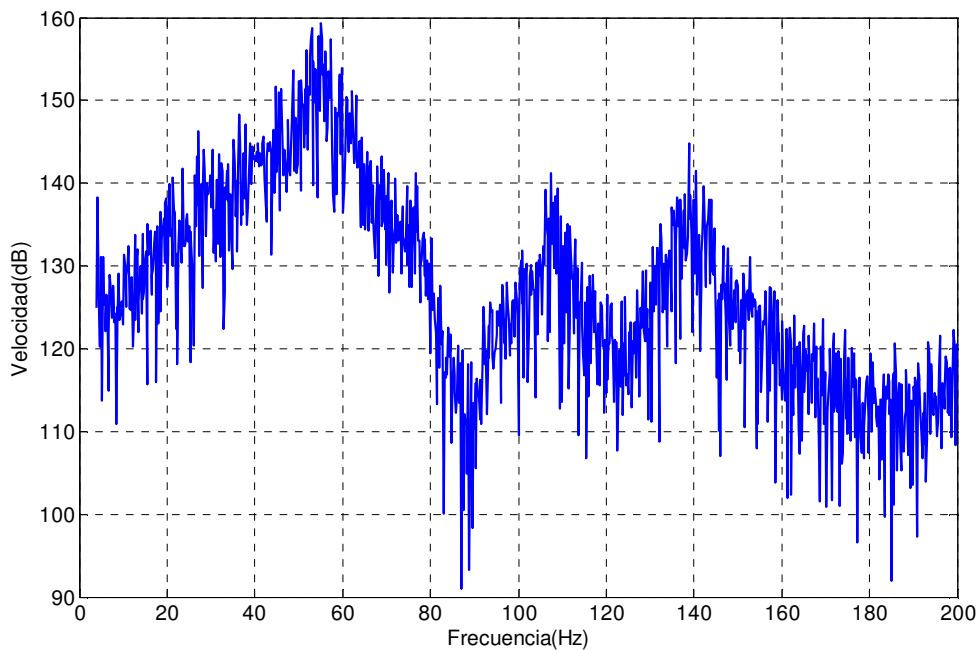
Sobre cada uno de los puntos de la rejilla de la figura 3.4, se capta la vibración de las cajas mediante un acelerómetro. Por cada punto se realizan tres medidas, tomándose como la aceleración del punto la media de las mismas. En total, se obtienen 55 medidas de aceleración por cada caja. Las señales obtenidas se integran para obtener la velocidad de vibración, y se hace una media de ésta para cada cara, en los dos modelos de cajas. Con esta media y utilizando la transformada de Fourier, se obtiene el espectro de velocidad media para cada cara.

### 3.3.3.- Resultados.

En las figuras 3.19, 3.20 y 3.21, se muestran las señales de velocidad en frecuencia, de la media de todos los puntos de la cara derecha, trasera y la frontal de la caja de DM cuando se envía al altavoz la señal de ruido blanco. En estas figuras, es fácil observar como la estructura ha coloreado la señal de ruido blanco de entrada, quedando reflejado en las señales de salida su comportamiento dinámico. Se distinguen con claridad bandas

de mayor velocidad, que se corresponden en frecuencia con zonas de relativa densidad modal. Las caras laterales y trasera de la estructura, vibran con mayor amplitud de la velocidad entre las bandas de frecuencia de 50-55, 90-115 y 130-140 Hz. Por otro lado, en la cara frontal de la estructura, hay bandas de mayor amplitud de la velocidad en las bandas de frecuencia de 80-95, 110-115 y 120-130 Hz. En todas estas bandas de frecuencia, se han encontrado en el análisis modal frecuencias propias, que o bien caen dentro de la banda o están muy próximas.

En la tablas 3.10. y 3.11., se indican las bandas de frecuencia de mayor amplitud de velocidad en las cajas de DM y PMMA, respectivamente, relacionándolas con las frecuencias propias encontradas en el apartado 3.2.2, en dichas bandas o próximas a éstas.



*Figura 3.19. Media de velocidad de la cara derecha de la caja de DM.*

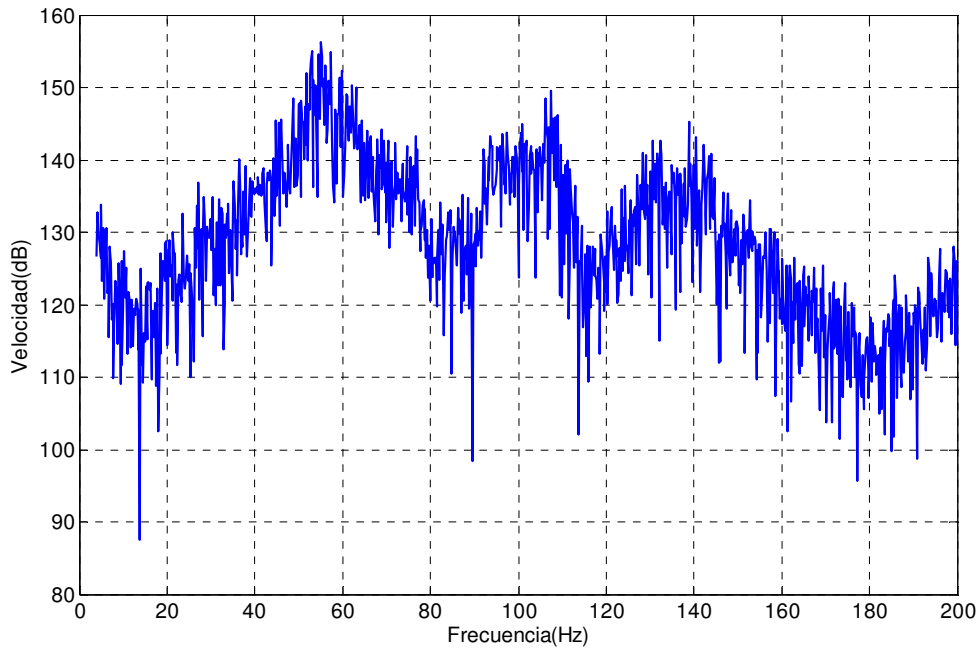


Figura 3.20. Media de la velocidad de la cara trasera de la caja de DM.

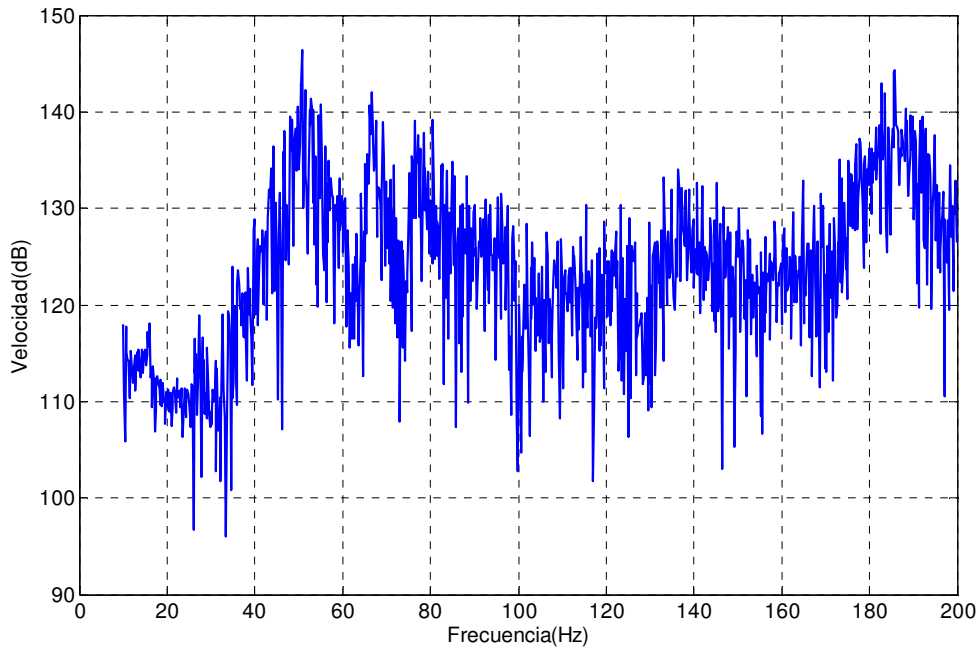


Figura 3.21. Media de velocidad de la cara frontal de la caja de DM.

<i>Cara</i>	<i>Banda de Frec.(Hz)</i>	<i>Velocidad(dB)</i>	<i>Frec. propias(Hz)</i>
<i>Laterales</i>	50-55	150-160	52.9
	90-120	120-140	84.0, 96.4, 119.2
	125-145	120-145	123.4, 150.7
<i>Trasera</i>	50-70	140-155	53.6, 74.6
	90-115	130-150	89.4, 122.2
	130-145	140-145	133, 145
<i>Delantera</i>	40-80	130-145	45.4, 68.3, 80.7
	120-130	120-135	115.1, 128.4
	180-200	130-145	175.8

*Tabla 3.10. Resumen de medidas de vibración en la caja de DM.*

<i>Cara</i>	<i>Banda de Frec. (Hz)</i>	<i>Velocidad(dB)</i>	<i>Frec. propias(Hz)</i>
<i>Laterales</i>	40-70	145-155	42.2, 56.4
	90-115	120-135	93.3, 103.5, 107.8
	130-140	120-140	124.2, 143.8
<i>Trasera</i>	50-55	140-150	42.3, 59.2
	90-115	135-145	87.2, 98.4
	130-140	130-145	125, 145
<i>Delantera</i>	45-80	130-145	48.3, 81.3
	100-140	120-135	98.4, 117.3, 137.1

*Tabla 3.11. Resumen de medidas de vibración en la caja de PMMA.*

### 3.4.- Medidas de presión sonora.

#### 3.4.1.- Equipo.

El equipo utilizado para las medidas de presión sonora es el siguiente:

- Micrófono omnidireccional G.R.A.S. modelo 40AF, con las características de la tabla 3.12.

<i>Sensibilidad(mV/pa)</i>	<i>50</i>
<i>Rango de frecuencia(Hz)</i>	<i>5 Hz – 10000 Hz (<math>\pm 1.0</math> dB)</i>
<i>Voltaje de polarización(V)</i>	<i>200</i>
<i>Capacitancia(pF)</i>	<i>17</i>

*Tabla 3.12. Características del micrófono.*

- Tarjeta de adquisición de datos Harmonie de cuatro canales.
- Software de adquisición de señal y análisis de datos DBfa de 01dB.
- Funciones de Matlab, creadas al efecto sobre las capacidades de la caja de herramientas Signal Processing Toolbox.
- PC convencional.

En la figura 3.22, se muestra de forma esquemática el montaje utilizado para la toma de medidas de vibración. La numeración corresponde a los siguientes elementos: 1.- modelo de caja, 2.- tarjeta de adquisición de datos, 3.- micrófono, 4.- amplificador y 5.- PC.

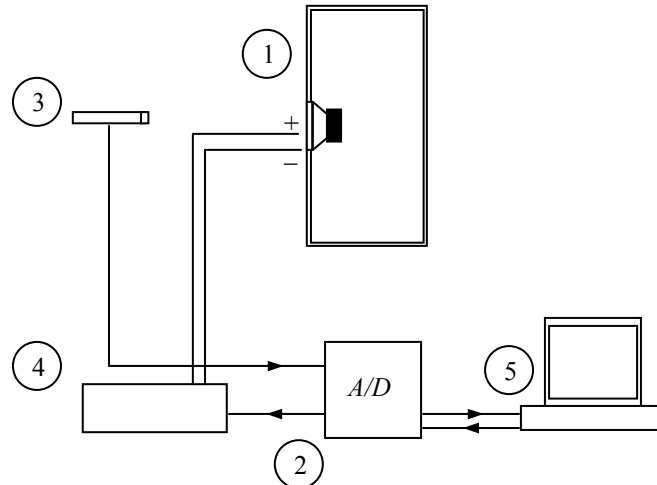


Figura 3.22. Esquema del montaje experimental utilizado para las medidas de presión sonora.

### 3.4.2.- Procedimiento.

Para realizar las medidas de presión sonora, se han colocado los modelos de caja en una cámara anecoica, para evitar las reflexiones del sonido. Sobre la línea centroidal de la cara delantera de los modelos y a una distancia de 1 m, se coloca un micrófono omnidireccional con el que se captará la señal de salida.

Las primeras medidas se realizan a los modelos de cajas sin altavoz. A las cajas se les aplica una excitación impulsiva en la pared lateral derecha, y se toman medidas de presión para diferentes aperturas del ducto de la cara frontal. La experiencia se repite introduciendo en el interior de las cajas un material poroso que recubre toda la superficie interior. El objetivo de estas medidas, es realizar una primera aproximación cualitativa al problema del acople entre el aire interior y la estructura.

A continuación, se monta el altavoz en cada una de las cajas. Se utiliza la misma señal de ruido blanco, con el mismo voltaje de 2.58 V entre bornes del altavoz, que en las medidas de vibración, para obtener unas medidas de presión sonora del sistema completo con el altavoz, la caja y el aire de la cavidad interior. En la figura 3.23, se muestran unas imágenes de los modelos en la cámara anecoica, a la izquierda la caja de PMMA sin altavoz y con material poroso, y a la derecha la caja de DM con el altavoz.

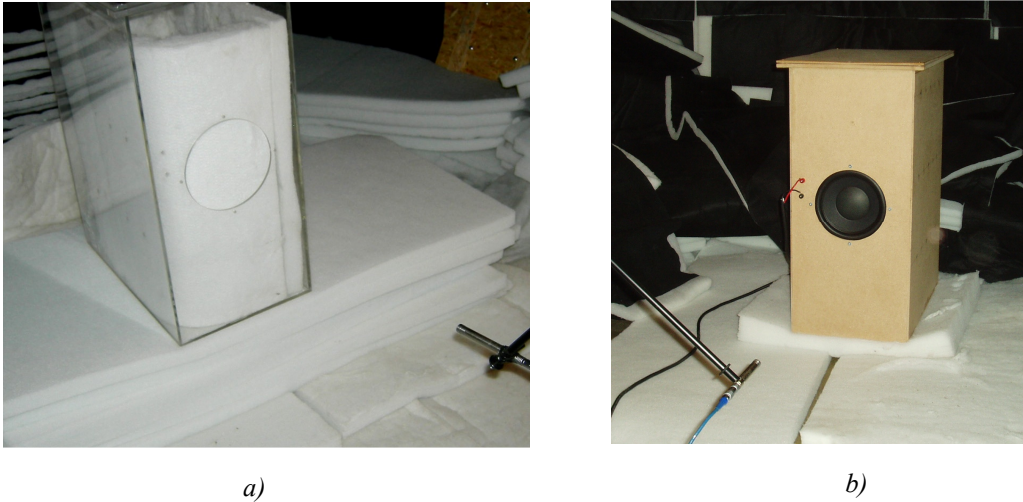


Figura 3.23. Montaje para la toma de medidas de presión sonora, con y sin el altavoz, en la cámara anecoica.

### 3.4.3.- Resultados.

#### 3.4.3.1.- Espectro sonoro: caja sin altavoz.

Con la variación de la apertura del ducto, se puede apreciar una variación en la frecuencia del resonador, que viene dada por la siguiente ecuación:

$$\omega = \frac{c_0}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{V_B l_d}} \quad (3.6)$$

$$l_d = e_d + \frac{8d}{3\pi} \quad (3.7)$$

Donde  $\omega(\text{Hz})$  es la frecuencia del resonador,  $S(\text{m}^2)$  es el área de la apertura del ducto,  $V_B(\text{m}^3)$  es el volumen de la caja y  $e_d(\text{m})$  es el espesor de la apertura del ducto.

Para las dimensiones de los modelos de caja utilizados y según la ecuación 3.6, la frecuencia del primer modo de resonancia del aire interior es aproximadamente de 362.24 Hz.

En las figuras 3.24 y 3.25, 3.26 y 3.27, se muestran las gráficas de la respuesta en frecuencia obtenidas para las cajas de DM y PMMA, respectivamente, sin y con el material poroso, para distintas aperturas del ducto de la cara delantera. Las gráficas 3.24 b) y 3.25 b), 3.26 b) y 3.27 b) de las correspondientes figuras, muestran una ampliación de la zona de frecuencia próxima a 362.24 Hz, que es aproximadamente la frecuencia fundamental del resonador.

En primer lugar, se observa que al disponer el material poroso en la caja hay una disminución de la amplitud del nivel de presión sonora, para cualquier apertura del ducto de la cara delantera. Esta disminución de amplitud, viene acompañada de una disminución del factor de calidad de los valores pico de la señal.

Por otro lado, como se puede observar en las gráficas 3.24 b) y 3.25 b), 3.26 b) y 3.27 b), se producen variaciones de la frecuencia fundamental del resonador, con las variaciones del área de la apertura del ducto. Estas variaciones son más marcadas cuando no hay material poroso en la caja que atenúe las resonancias del aire interior.

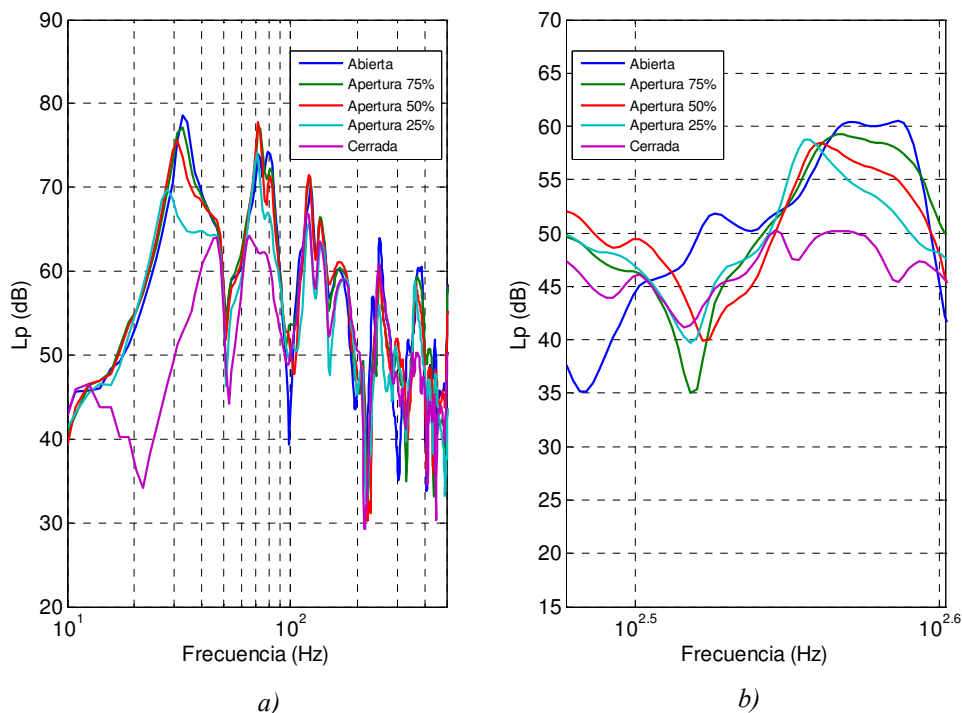


Figura 3.24.  $L_p$  en la caja de DM para distintas aperturas del ducto delantero, sin material absorbente.



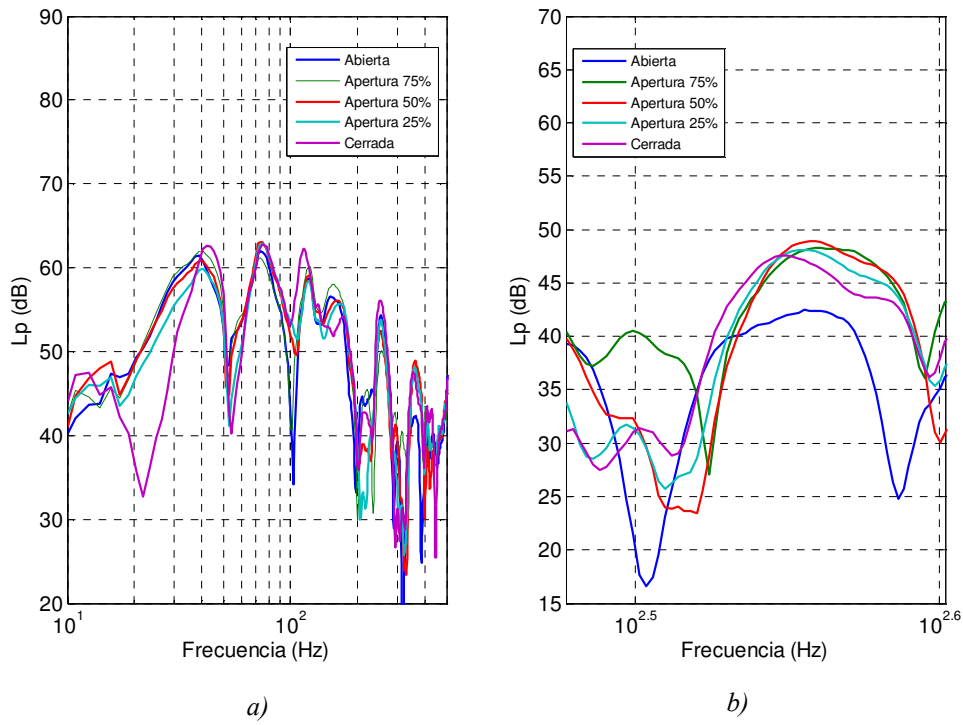


Figura 3.25.  $L_p$  en la caja de DM para distintas aperturas del ducto delantero, con material absorbente.

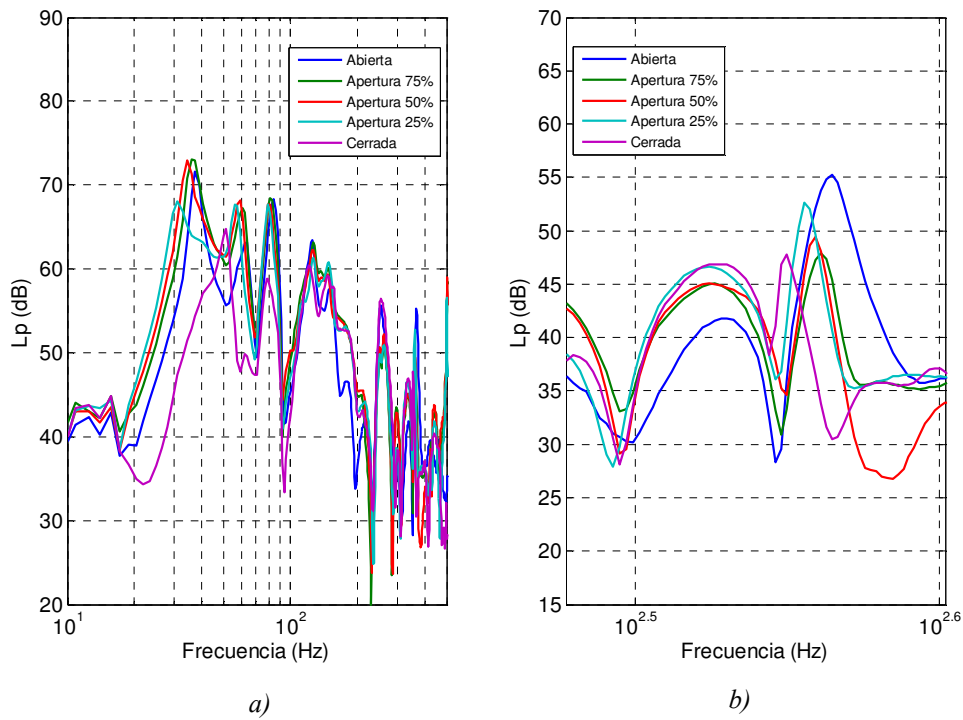


Figura 3.26.  $L_p$  en la caja de PMMA para distintas aperturas del ducto delantero, sin material absorbente.

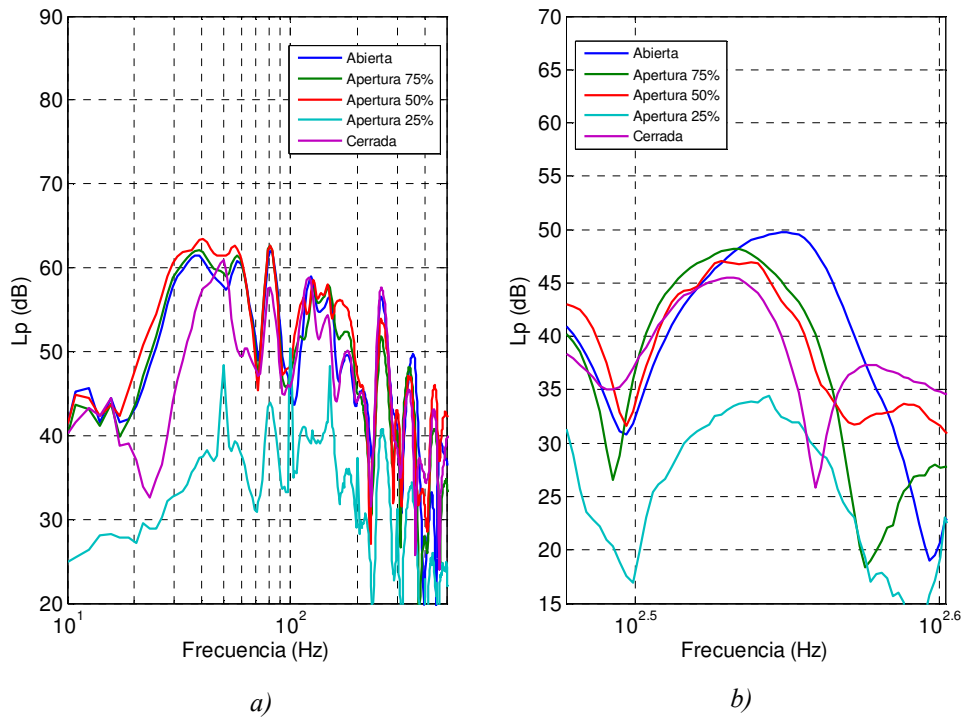


Figura 3.27.  $L_p$  en la caja de PMMA para distintas aperturas del ducto delantero, con material absorbente.

### 3.4.3.2.- Espectro sonoro: caja con altavoz.

En las figuras 3.28 y 3.29, se muestran las gráficas del nivel de presión sonora y el espectro de potencia de las señales de presión obtenidas para los modelos de caja de DM y PMMA, respectivamente. En cada una de las gráficas, se distinguen claramente dos bandas de frecuencia diferenciadas, una de 0 a 250 Hz y otra de 250 a 1000 Hz, donde se pueden encontrar tanto frecuencias propias de la caja como del aire interior.

En la primera de las bandas, de 0 a 250 Hz, la señal queda coloreada principalmente por los modos de vibración de la caja, ya que el primer modo de vibración del aire interior se encuentra a 245 Hz. Tanto para la caja de DM como para la de PMMA, se observa una zona de mayor amplitud en el espectro en la banda de frecuencia de 50-150 Hz, que coincide con una zona de relativa densidad modal de las caras de las cajas. Para la caja de DM la mayor amplitud se encuentra alrededor de los 100 Hz, mientras que en la caja de PMMA está sobre los 80 Hz.

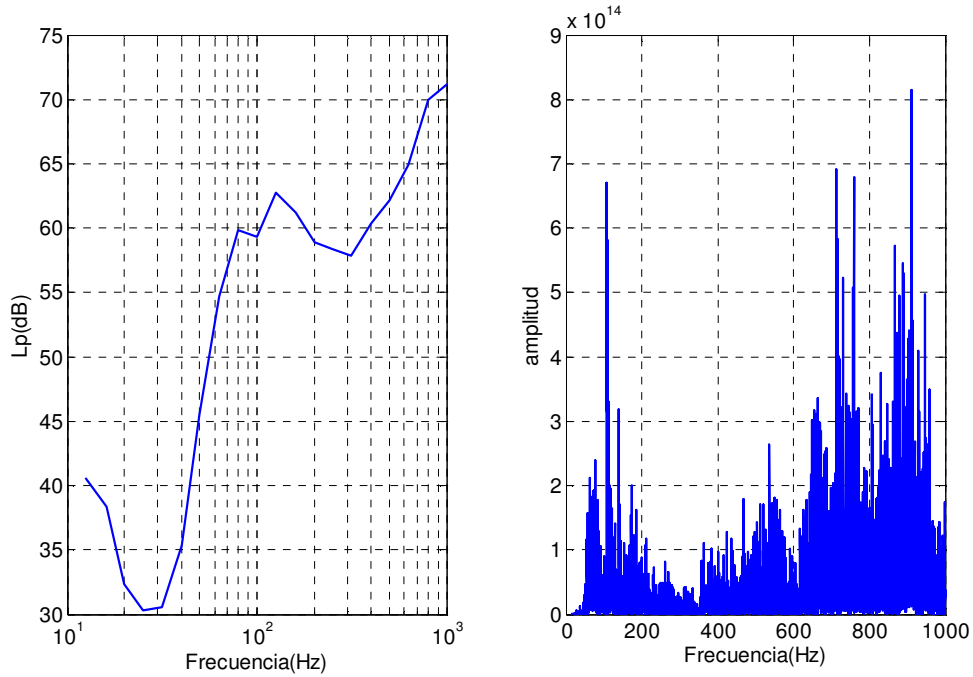


Figura 3.28.  $L_p$  y potencia espectral de la señal de presión de la caja de DM.

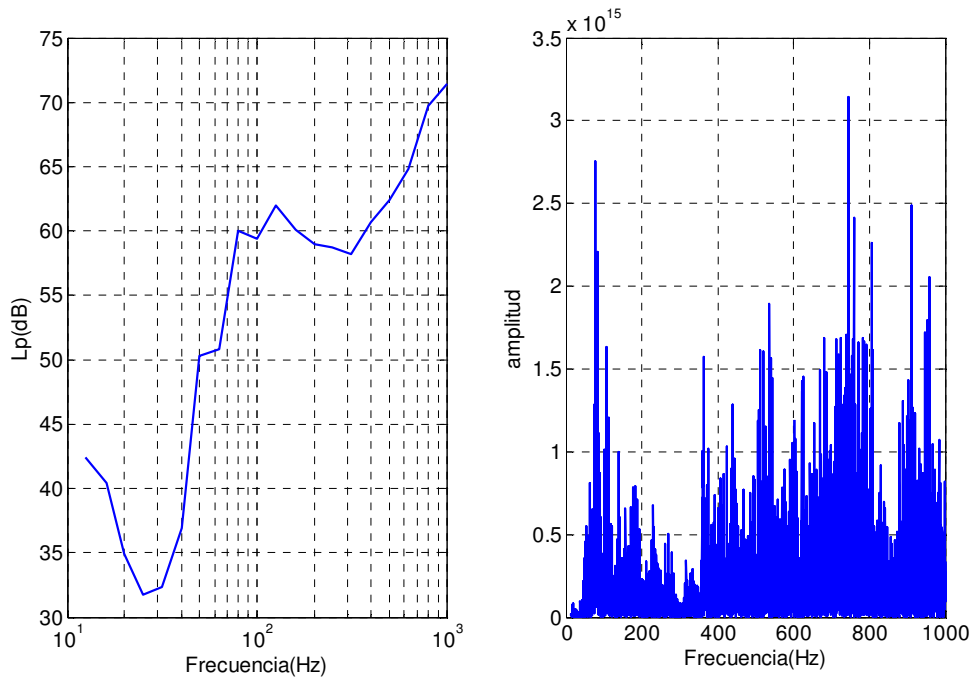


Figura 3.29.  $L_p$  y potencia espectral de la señal de presión de la caja de PMMA.

En la banda de frecuencia de 250 a 1000 Hz, el espectro presenta multitud de picos con una mayor amplitud, que pueden coincidir con frecuencias propias del aire interior. Tanto para la caja de DM como para la de PMMA, cabe destacar que la mayor amplitud de la banda se da a las frecuencias de 758 y 911 Hz.

Para poder identificar mejor posibles resonancias de la estructura y del aire interior de la cavidad, dentro del espectro de la señal de presión, en las tablas 3.13, 3.14 y 3.15 se han presentado los resultados de forma tabular.

En las tablas 3.13 y 3.14, se indican los picos de amplitud de presión encontrados en la banda de frecuencia de 0-250 Hz, para las cajas de DM y PMMA, respectivamente. Para cada pico de presión se ha determinado su amplitud en decibelios. En la misma tabla, se muestran las frecuencias propias obtenidas con el análisis modal del apartado 3.2. Las frecuencias propias se presentan por separado para las caras delantera, trasera y laterales, para facilitar la interpretación de los resultados.

<i>Medidas de presión</i>		<i>Frecuencias propias (Hz)</i>		
<i>Frecuencia(Hz)</i>	<i>Presión(dB)</i>	<i>C. laterales</i>	<i>C. trasera</i>	<i>C. delantera</i>
63.0	45.2	52.9	53.6	68.3
76.5	45.7	75.0	75.6	80.7
107.4	50.2	84.0	89.4	-
111.8	47.1	96.4	-	-
138.9	46.9	119.2	122.2	115.0
169.5	43.8	-	-	128.4
174.5	44.9	150.7	-	-
185.4	44.0	186.1	185.0	175.8

Tabla 3.13. Resumen de las medidas de presión 0-250 Hz de la caja de DM.

<i>Medidas de presión</i>		<i>Frecuencias propias(Hz)</i>		
<i>Frecuencia(Hz)</i>	<i>Presión(dB)</i>	<i>C. laterales</i>	<i>C. trasera</i>	<i>C. delantera</i>
63.0	44.5	56.4	53.6	68.3
77.0	49.8	77.2	75.6	80.7
84.0	48.8	84.0	89.4	-
106.2	47.5	96.4	-	-
111.2	46.2	119.2	122.2	115.0
138.8	45.4	123.3	133.0	128.4
157.2	43.6	150.7	145.0	-
183.2	44.4	186.1	185.0	-

Tabla 3.14. Resumen de las medidas de presión 0-250 Hz de la caja de PMMA.

En la tabla 3.15, se indican los picos de amplitud de presión encontrados en la banda de frecuencia 250-1000 Hz. Para cada pico de presión se ha determinado su amplitud en decibelios. En la misma tabla, se muestran las frecuencias propias teóricas del aire del interior de la caja, calculadas con la expresión 2.99.

<i>Frecuencias propias teóricas</i>		<i>Medidas de presión caja DM</i>		<i>Medidas de presión caja PMMA</i>	
<i>Modo</i>	<i>Freq(Hz)</i>	<i>Frecuencia(Hz)</i>	<i>Presión(dB)</i>	<i>Frecuencia(Hz)</i>	<i>Presión(dB)</i>
1,0,0	245.71	-	-	-	-
0,1,0	344.00	364.1	42.3	363.7	47.3
1,1,0	422.74	-	-	439.2	45.5
2,0,0	492.42	467.0	44.6	511.1	47.4
0,0,1	573.33	534.2	46.1	536.5	48.1
2,1,0	599.86	-	-	602.3	46.1
1,0,1	623.76	634.3	44.4	625.6	47.0
0,1,1	668.61	662.7	47.2	679.4	47.6
0,2,0	688.00	686.1	46.0	686.8	47.1
1,1,1	712.33	713.1	50.3	713.2	47.6
1,2,0	730.56	730.3	49.1	725.0	47.6
0,2,0	737.14	740.1	47.2	743.8	50.4
2,0,1	755.12	758.1	50.3	758.8	49.3
3,0,1	813.45	806.3	47.2	806.0	48.9
2,1,1	829.78	828.1	47.6	828.4	45.0
2,2,0	845.48	-	-	-	-
0,2,1	895.57	887.2	49.3	888.8	46.5
1,2,1	928.67	911.6	51	911.2	49.3
3,0,1	933.85	-	-	-	-

Tabla 3.15. Resumen de las medidas de presión de 250-1000 Hz, en las cajas de DM y PMMA.

### 3.5.- Medidas de intensidad sonora.

#### 3.5.1.- Equipo.

El equipo utilizado para las medidas de intensidad sonora es el siguiente:

- Sonda p-p Brüel & Kjær modelo 3548.
- Par de micrófonos Brüel & Kjær modelo 4181. Los micrófonos están emparejados, para que tengan una respuesta en amplitud y fase prácticamente idéntica. En la tabla 3.16, se muestran las características de los micrófonos utilizados.

<i>Sensibilidad(mV/pa)</i>	<i>11.9</i>
<i>Rango de frecuencia(Hz)</i>	<i>20 Hz – 10000 Hz</i>
<i>Voltaje de polarización(V)</i>	<i>200</i>
<i>Capacitancia(pF)</i>	<i>19.4</i>

*Tabla 3.16. Características de los micrófonos utilizados en la sonda de intensidad acústica.*

- Tarjeta de adquisición de datos Sinfonie III.
- Software de adquisición de señal y análisis de datos DBfa de 01dB.
- Funciones de Matlab, creadas al efecto sobre las capacidades de la caja de herramientas Signal Processing Toolbox™.
- PC convencional.

En la figura 3.30, se muestra de forma esquemática el montaje utilizado para la toma de medidas de intensidad acústica. La numeración corresponde a los siguientes elementos: 1.- modelo de caja, 2.- tarjeta de adquisición de datos, 3.- sonda intensimétrica, 4.- amplificador y 5.- PC.

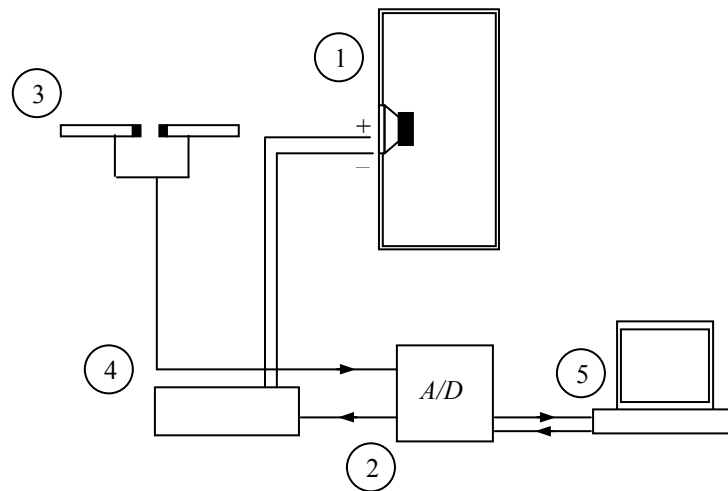


Figura 3.30. Esquema del montaje experimental utilizado para las medidas de intensidad sonora.

### 3.5.2.- Procedimiento.

En el apartado 2.1.3 del capítulo 2 del presente trabajo, se ha definido la intensidad sonora como el producto de la presión y la velocidad de las partículas. La intensidad sonora se calcula a partir del promedio de la presión sonora en el tiempo, multiplicada por la velocidad de partícula obtenida del gradiente de presión.

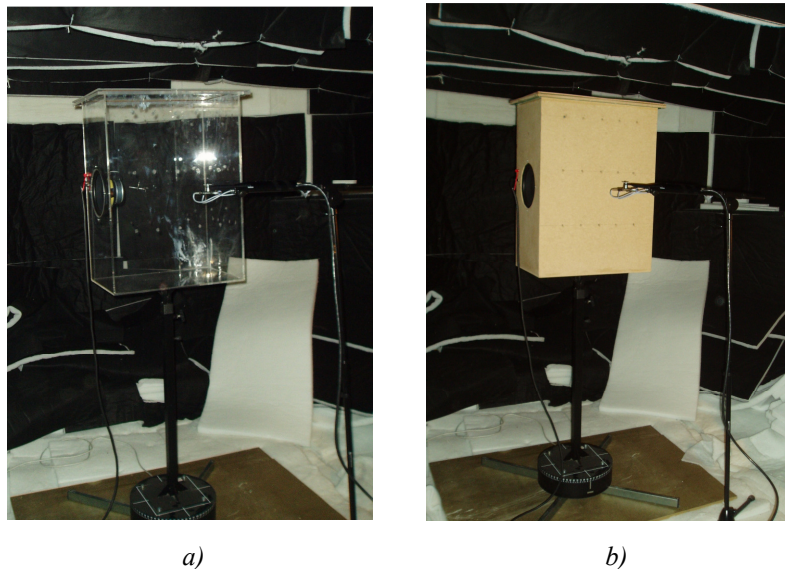
En un sistema de medida de la intensidad, se hace necesaria la presencia de dos transductores: uno que aporte información de presión y otro de velocidad. Esta configuración de medida es conocida como método p-v. Sin embargo, existe otra posibilidad de obtener la intensidad únicamente mediante transductores de presión, en el que la velocidad se obtiene de manera indirecta a partir de la presión, mediante la ecuación 2.1. Esta configuración es conocida como método p-p.

En el presente trabajo, se ha utilizado el método o configuración p-p. Una sonda p-p es un sistema mecánico, que soporta dos micrófonos de alta calidad nominalmente idénticos. El sistema de soporte tiene que diseñarse de forma que se minimice la difracción del campo sonoro a un grado aceptable y se evite que vibre al rango de frecuencias de medida, con una velocidad comparable a la velocidad de partículas del campo.

Los transductores utilizados en una sonda p-p tienen que ser necesariamente micrófonos de condensador de gran calidad y altamente estables. Existen diversas configuraciones posibles para la disposición de los micrófonos en la sonda: frontal, lateral, tándem y opuestos. Para el presente trabajo, se ha optado por una configuración frontal. Este tipo de configuración permite que la distancia mínima entre micrófonos sea menor, lo que es fundamental, ya que este parámetro está relacionado con el rango de frecuencia de la medida.

El patrón directivo adecuado para los micrófonos de la sonda p-p tiene que ser el omnidireccional, de manera que la combinación de las directividades de ambos micrófonos confiera a la sonda una característica bidireccional, que permita determinar la dirección del sonido. Es muy importante que la respuesta al impulso de los micrófonos utilizados en la sonda sea idéntica. Ya que diferencias en las respuestas de los micrófonos, sobre todo en el caso de la fase, pueden dar lugar a un error en la estimación de la intensidad.

En la figura 3.31, se muestran unas imágenes del montaje utilizado para la toma de medidas de intensidad acústica.



*Figura 3.31. Montaje para la toma de medidas de intensidad sonora con las cajas de DM y PMMA.*

Las medidas de intensidad sonora se han realizado, al igual que las de presión sonora, con los modelos de cajas en una cámara anecoica. Al altavoz se le envía la misma señal



de ruido blanco que en el caso de las medidas de vibración y presión sonora, pero en este caso, con una tensión entre bornes del altavoz de 7 V.

Se han realizado medidas de intensidad sonora sobre las caras laterales, frontal y trasera de los dos modelos de caja, DM y PMMA. La sonda se ha colocado sobre la línea centroidal de cada cara a medir y a una distancia de 0.25 m.

### 3.5.3.- Resultados.

En la cara delantera de ambos modelos, la intensidad sonora es prácticamente idéntica. Debido a la presencia del altavoz, no es posible apreciar la contribución del material de la estructura en la señal de la intensidad sonora. En las caras laterales y trasera, se observa que la intensidad sonora de la caja de DM siempre está por encima de la caja de PMMA.

En la gráfica 3.32, se muestran las gráficas de intensidad sonora para las caras delanteras, laterales y traseras de los dos modelos de cajas ensayados, DM y PMMA.

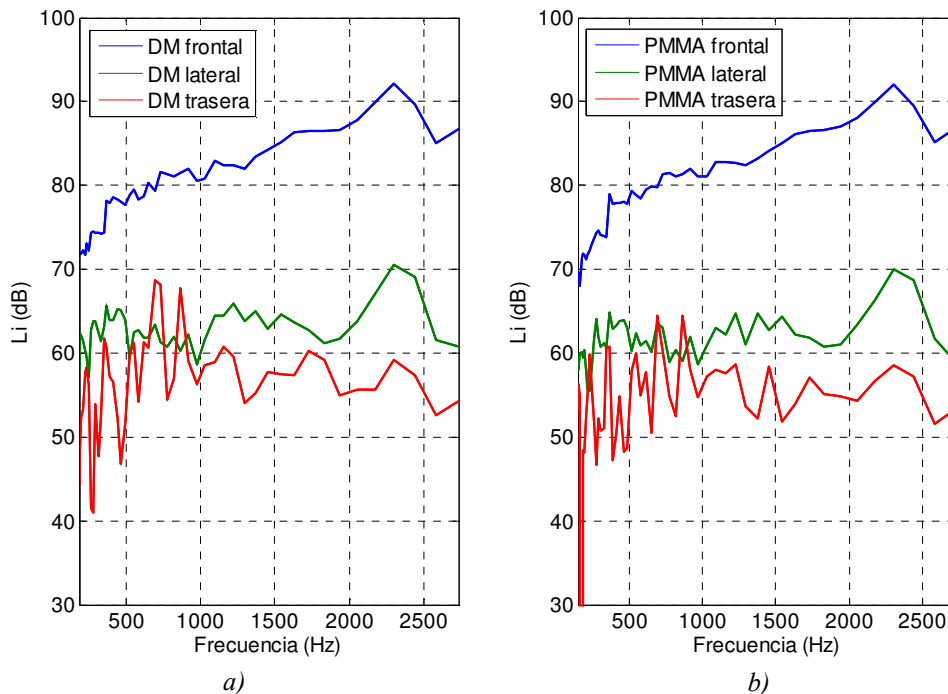


Figura 3.32. Li en las caras de las cajas de DM y PMMA.

En la figura 3.33, se muestra una comparativa del nivel de intensidad sonora para cada cara de la caja con los dos materiales utilizados, DM y PMMA.

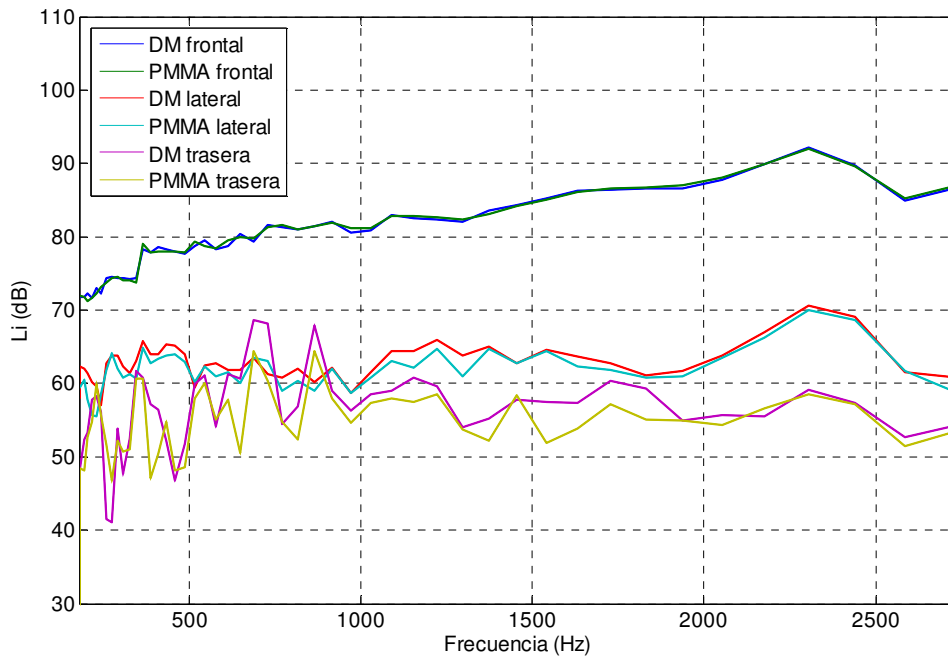


Figura 3.33. Comparativa de  $L_i$ , en las caras de las cajas de DM y PMMA.

El análisis de los resultados del ensayo permite apreciar picos de mayor intensidad sonora en ambas cajas, a las frecuencias de 344.8, 434, 546.4, 687.9, 817.5 y 917.3 Hz, próximos a las siguientes frecuencias de resonancia teóricas del aire interior, mostradas en la tabla 3.15 del apartado 3.4.3.2, de: 344.0, 422.7, 573.3, 688.0, 813.15 y 928.6 Hz.

### 3.6.- Conclusiones.

Las diferencias en los resultados de las distintas medidas experimentales para cada modelo de caja, DM y PMMA, permiten afirmar que las características intrínsecas del material de construcción influyen en la respuesta vibroacústica del sistema acoplado.

La correcta elección de la dimensiones de los modelos reales, ha permitido diferenciar en qué manera contribuyen las resonancias de la estructura y las vibraciones forzadas de la misma, debidas a las ondas estacionarias del aire de la cavidad interior, en la respuesta vibroacústica del sistema.

El estudio de las cajas sin altavoz demuestra, de una forma cualitativa, la influencia del aire del interior de la caja en la respuesta sonora del sistema.

- En primer lugar, al introducir el material poroso, las ondas estacionarias del interior de la caja se amortiguan, produciendo una disminución del nivel de presión sonora del sistema.
- Por otro lado, hay claras variaciones en la respuesta sonora del sistema al aumentar o disminuir la superficie de apertura del ducto de la cara delantera de las cajas. Esto es debido a la variación de la frecuencia de resonancia del aire interior.

Al incorporar el altavoz a la caja, se distinguen dos zonas en la repuesta sonora del sistema: una a baja frecuencia de 0 a 200 Hz, donde predominan en la respuesta sonora del sistema las resonancias de las paredes de la caja, y otra de 200 a 1000 Hz, donde la respuesta sonora queda coloreada por las vibraciones forzadas de las paredes de la caja, debidas a los modos propios del aire de la cavidad interior.

En el rango de frecuencia de 0 a 200 Hz se puede afirmar que:

- En base a los resultados del análisis modal experimental, la respuesta dinámica de la estructura de ambos modelos es diferente, y está caracterizada por una alta densidad modal. Tanto la caja de DM como la de PMMA, tienen entre 8 y 10 modos en el rango de frecuencia de 0 a 200 Hz, para cada una de sus caras. Las caras, donde va montado el altavoz, ven afectado su comportamiento dinámico con variaciones en sus frecuencias de resonancia. En este aspecto, los resultados coinciden con los trabajos de Iverson, J.K. en [3] y de Skrodozka, E.B. y Sek, A.P. en [12].
- Mediante las medidas de vibración, se ha determinado que las paredes de la estructura de los dos modelos estudiados, presentan mayores amplitudes de vibración a determinadas frecuencias, próximas a sus respectivas frecuencias naturales de vibración.

Para estas mismas frecuencias, las señales de presión sonora presentan máximos locales de presión, lo que implica que las resonancias de la estructura colorean de forma inequívoca la respuesta sonora del sistema acoplado.

Se concluye que, es en el rango de las bajas frecuencias, donde se produce la mayor contribución de las resonancias de la estructura a la respuesta sonora del sistema, y que ésta depende del material de construcción. Sin embargo, son varios los modos excitados y no únicamente el fundamental en las paredes de la estructura. En este aspecto, los resultados suponen un avance respecto los trabajos de Tappan, P.W., Iverson J.K., Harwood, H.D. y Mathews R., en [2], [3] y [4], respectivamente.

En el rango de frecuencia de 200 a 1000 Hz se puede afirmar que:

- Los resultados de las medidas de presión sonora confirman los resultados teóricos de la ecuación 2.99: el aire del interior de la caja presenta una alta densidad modal, con más de 20 modos en el intervalo de frecuencias de 340 a 1000 Hz.

Los resultados de las medidas de presión e intensidad sonora, demuestran que la estructura está sometida a vibraciones forzadas a determinadas frecuencias, que coinciden con las de los modos propios de vibración del aire del interior de la cavidad.

- La direccionalidad de los resultados de las medidas de intensidad sonora, remarcan la influencia del material de la estructura en la respuesta sonora del sistema. Los resultados obtenidos para las caras laterales y trasera, indican que en estas caras, la caja construida con DM contribuye más al campo sonoro radiado que la construida con PMMA.

Por otro lado, las señales de intensidad sonora para las caras delanteras de ambos modelos de cajas, DM y PMMA, son prácticamente idénticas. Esto implica que son independientes del material de construcción y que, por lo tanto, la contribución de las caras delanteras a la respuesta sonora del sistema, respecto a

la del altavoz es baja. En este aspecto, los resultados corroboran el trabajo de Skrodozka, E.B. y Sek, A.P. en [12].

Se concluye que, las vibraciones forzadas en la estructura, debidas a las resonancias del aire interior de la caja, aparecen en la respuesta del sistema a partir de aproximadamente 350 Hz en ambos modelos, con diferencias de amplitud según el material de construcción. Hay que destacar que, los máximos locales de presión debidos a vibraciones forzadas pueden presentar una amplitud igual o mayor que los debidos a las resonancias de la estructura, lo que contradice las conclusiones de Runnemalm, A. en [13].



## **CAPÍTULO IV**

### **MODELO NUMÉRICO**





El objetivo del presente capítulo es desarrollar unos modelos numéricos de las cajas reales, que permitan simular el comportamiento vibroacústico del sistema, relacionándolo con las propiedades intrínsecas de los materiales de construcción de la estructura.

En este capítulo, se aplica el MEF al análisis dinámico de los componentes del sistema altavoz caja-cerrada. Las bases teóricas de los análisis contemplados se han descrito en el capítulo 2.

Se ha considerado implementar dos modelos numéricos de elementos finitos. Uno tridimensional con acople fluido-estructura entre la caja, el pistón y aire interior de la caja, enfocado a estudiar el comportamiento vibracional de la caja en baja frecuencia, de 0 a 200-250 Hz. Este modelo se complementa con otro bidimensional, con acople fluido-estructura-fluido entre la caja, el pistón, el aire interior y el exterior a la caja, para el estudiar el efecto que tienen en la presión sonora radiada por el sistema, la caja y las resonancias del aire interior, en la banda de frecuencia de 0 a 1000 Hz. Los modelos numéricos son puramente mecánico-acústicos, se ha sustituido la parte eléctrica por una fuerza armónica que excita la membrana que simula el diafragma del altavoz. En la figura 4.1 se muestra el circuito de elementos concentrados que equivaldría al modelo numérico propuesto.

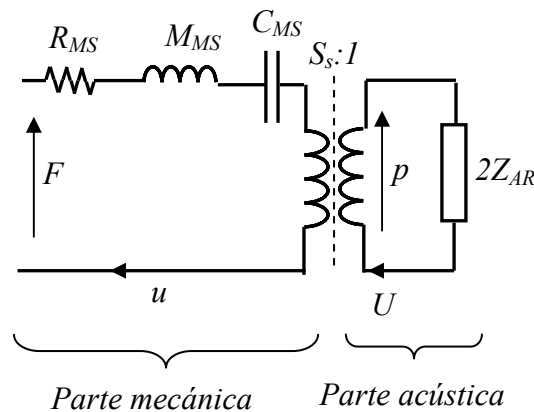


Figura 4.1. Analogía mecánico- acústica.

Para validar los resultados de los modelos de elementos finitos implementados, se comparan los resultados numéricos con los resultados de los modelos reales obtenidos en el capítulo 3.

A continuación, utilizando los modelos numéricos, se realiza un estudio paramétrico para estudiar la influencia que tiene la variación de las características intrínsecas del material de construcción, en el comportamiento vibroacústico del sistema.

Los modelos implementados suponen una aproximación al problema, en la que por fuerza deben simplificarse determinados parámetros de entrada, como la geometría del altavoz o algunas de sus características dinámicas como el amortiguamiento del diafragma.

En un análisis de elementos finitos, la exactitud del resultado es muy sensible a la densidad del mallado. En un análisis dinámico, la densidad de la malla está relacionada con el rango de frecuencia asumible en la simulación, cuando más alta es la frecuencia más refinada debe de ser la malla. Es recomendable que por longitud de onda se den al menos 6 elementos en la malla. Con la expresión 4.1 es posible obtener el tamaño de elemento adecuado:

$$l = \frac{c_0}{6\omega} \quad (4.1)$$

Donde  $l(m)$  es la longitud mínima del elemento,  $c_0 (m/s)$  es la velocidad de la onda en el medio y  $\omega(Hz)$  es la frecuencia máxima a simular.

Otro aspecto importante en un análisis de elementos finitos son las condiciones de contorno. Los resultados son muy sensibles a las variaciones en las condiciones de contorno, por esto todos los modelos del presente capítulo se calculan con unas condiciones de contorno libres, como las descritas para la toma de medidas experimentales del capítulo 3.

El programa utilizado para implementar los modelos numéricos es Ansys [43], que está muy extendido y cuyas primeras versiones datan de 1970. Ansys es un software de propósito general de elementos finitos, capaz de solucionar una amplia variedad de problemas multifísicos.

#### 4.1.- Modelos numéricos.

##### 4.1.1.- Modelo tridimensional.

El modelo tridimensional tiene en cuenta el acople entre los tres elementos principales del sistema: la caja, el diafragma y el aire del interior de la caja. Alrededor del diafragma, que se ha implementado como un disco plano, se ha dispuesto una corona circular de material elástico para contemplar la compliancia del altavoz. El sistema formado por el disco plano y la corona circular de material elástico, se comporta como un pistón rígido en el rango de frecuencia estudiado.

Para la discretización del diafragma, la compliancia y la caja, se han empleado elementos estructurales tetraédricos tridimensionales de 10 nodos con tres grados de libertad por nodo: desplazamiento en X, desplazamiento en Y y desplazamiento en Z. Este tipo de elemento se adapta bien a las geometrías irregulares. La figura 4.2 muestra el esquema del elemento utilizado para el mallado de las partes estructurales del modelo.

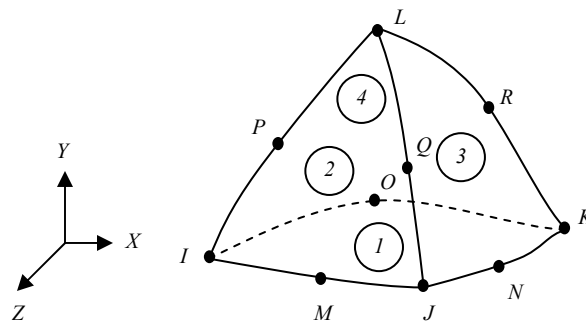


Figura 4.2. Elementos tetraédricos tridimensionales de 10 nodos.

El fluido del interior de la caja se ha mallado mediante elementos tetraédricos de 8 nodos. En las interfases, los elementos que están en contacto con el diafragma, la compliancia y la caja, es decir con las partes estructurales, tienen 4 grados de libertad por nodo: desplazamiento en X, desplazamiento en Y, desplazamiento en Z y presión. Esto permite la transmisión de esfuerzos entre la estructura y el fluido. Por otro lado, aquellos elementos situados en el interior de la cavidad de la caja, que no tienen contacto con ninguna parte estructural, solamente poseen la presión como grado de

libertad en sus nodos. La figura 4.3 muestra el esquema del elemento utilizado para el mallado de las partes de fluido del modelo. El elemento permite crear mallados mediante cubos o tetraedros. El mallado del modelo tridimensional se ha realizado mediante tetraedros.

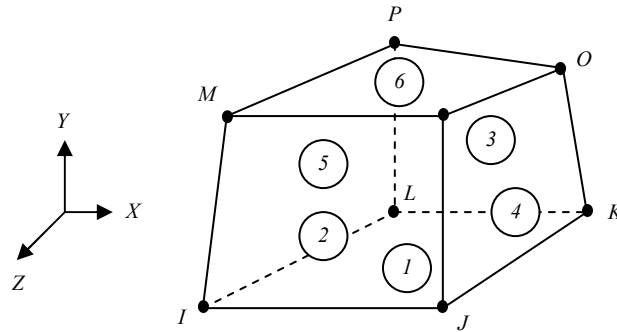


Figura 4.3. Elementos cúbicos tridimensionales de 8 nodos.

A cada elemento se le han asignado las propiedades del material correspondiente en función de su situación en el modelo, bien como elemento estructural o como fluido. La tabla 4.1 muestra las características de los materiales empleadas en los modelos. Para el DM y el PMMA se han utilizan los datos de la caracterización del apartado 3.1.1. Para el diafragma y la suspensión elástica se han utilizado las referencias [4] y [14].

	Caja		Diafragma	Suspensión	
	DM	PMMA		elástica	Aire
Modulo de Young (MPa)	2571	3375	1180		-
Coefficiente de Poisson	0.3	0.3	0.3	0.45	-
Amortiguamiento $\xi$	4.1 %	5.8 %	2.5%	2.5%	-
Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	870	1150	110	600	1.21
Velocidad en el medio (m/s)	-	-	-	-	344

Tabla 4.1. Propiedades de los materiales para la estructura, altavoz y aire.

En la figura 4.4 se muestra el modelo tridimensional antes y después del mallado.

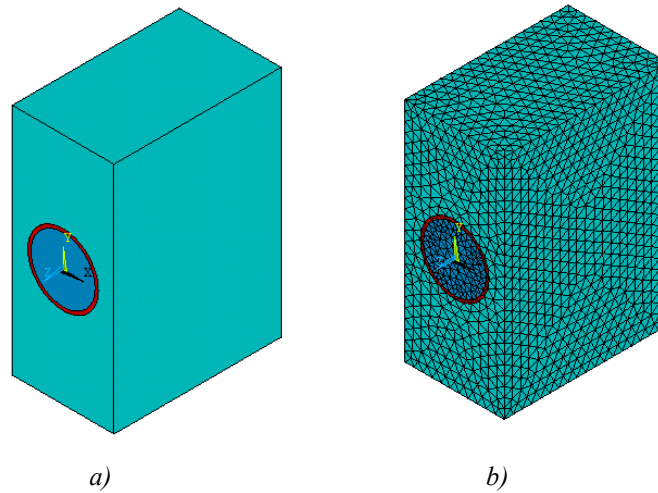


Figura 4.4. Modelo numérico tridimensional antes y después del mallado.

#### 4.1.2.- Modelo bidimensional.

En el modelo en dos dimensiones, se simula el acople fluido-estructura-fluido entre el aire del interior de la caja, los componentes estructurales ( diafragma, compliancia, caja) y el aire del exterior de la caja. La bidimensionalidad constituye una simplificación del modelo, que lleva implícitas ciertas limitaciones de entrada para reflejar el comportamiento del modelo real.

Para la discretización del diafragma, la compliancia y la caja, se han empleado elementos estructurales cuadrados de 8 nodos con dos grados de libertad por nodo: desplazamiento en X y desplazamiento en Y. La figura 4.5 muestra el esquema del elemento utilizado para el mallado de las partes estructurales del modelo.

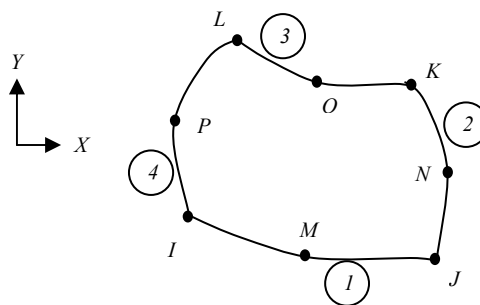


Figura 4.5. Elementos cuadrados bidimensionales de 8 nodos.

El fluido del interior y del exterior de la caja se ha mallado mediante elementos bidimensionales cuadrados y triangulares, de 4 y 3 nodos respectivamente. Los elementos cuyos nodos están en contacto con el diafragma, la compliancia y la caja, es decir, con las partes estructurales, tienen 3 grados de libertad por nodo: desplazamiento en X, desplazamiento en Y y presión. Esto permite la transmisión de esfuerzos entre la estructura y el fluido, primero desde el aire del interior de la caja a la estructura y luego desde ésta al aire circundante a la misma.

Los elementos del fluido situados en el interior o exterior de la cavidad de la caja, que no tienen contacto con ninguna parte estructural, solamente poseen la presión como grado de libertad en sus nodos.

La figura 4.6 muestra el esquema del elemento utilizado para el mallado de las partes de fluido del modelo.

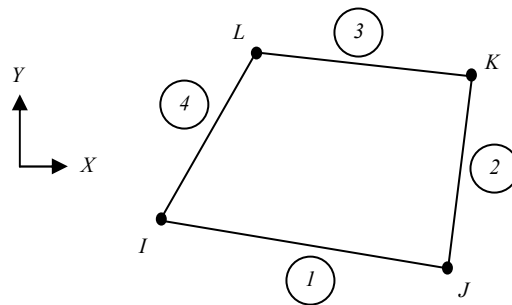


Figura 4.6. Elementos cuadrados bidimensionales de 4 nodos.

En el modelo bidimensional, para simular la propagación de la onda en un medio infinito, se ha dispuesto un contorno circular al aire exterior con una serie de elementos lineales de 2 nodos y con la presión como único grado de libertad. Estos elementos absorben las ondas de presión, evitando reflexiones hacia atrás en el dominio fluido, simulando el efecto de un dominio exterior que se extiende al infinito.

En la figura 4.7, se muestra el elemento lineal utilizado en el modelo bidimensional para definir el contorno de absorción infinita.

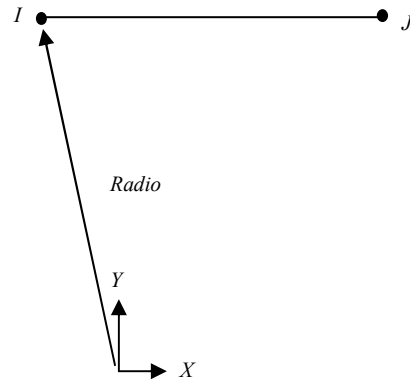


Figura 4.7. Elementos lineales del contorno infinito.

Al igual que en el modelo tridimensional, a cada elemento se le han asignado las propiedades del material correspondiente, mostradas en la tabla 4.1, en función de su situación en el modelo, bien como elemento estructural o del fluido. Los elementos que forman parte del contorno infinito tienen las propiedades del aire.

En la figura 4.8, se muestra el modelo bidimensional antes del mallado. A la izquierda se muestra la caja, compliancia y el diafragma, junto con las dos interfases para el acople entre el fluido y la estructura. A la derecha se muestra el sistema completo al añadir el aire interior y exterior a la caja.

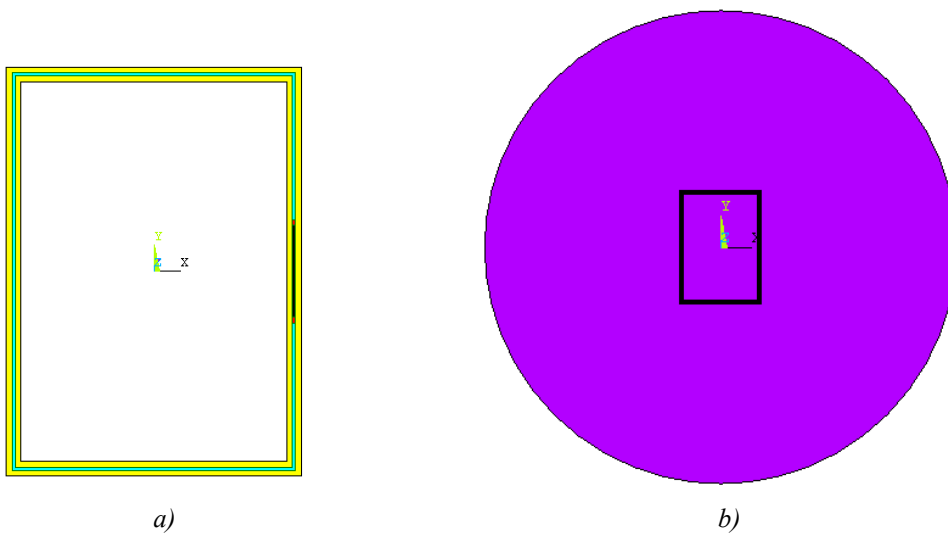


Figura 4.8. Geometría del modelo numérico bidimensional.

En la figura 4.9 a) se muestra un detalle del mallado del modelo bidimensional, mientras que en la figura 4.9 b) se muestra el modelo completo mallado, con aire interior, caja, diafragma, compliancia, aire exterior y el contorno infinito.

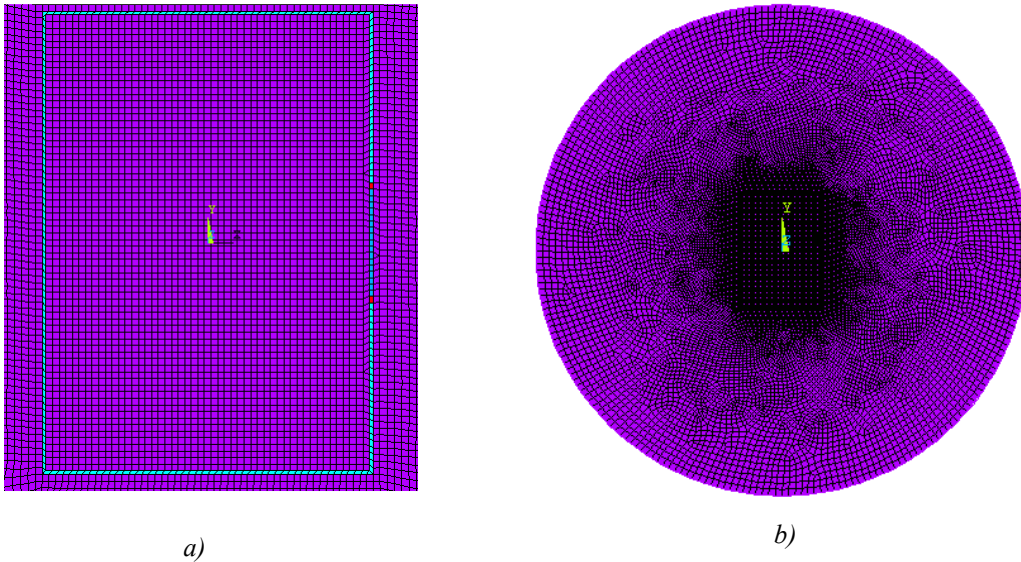


Figura 4.9. Modelo numérico bidimensional mallado.

#### 4.2.- Validación del modelo.

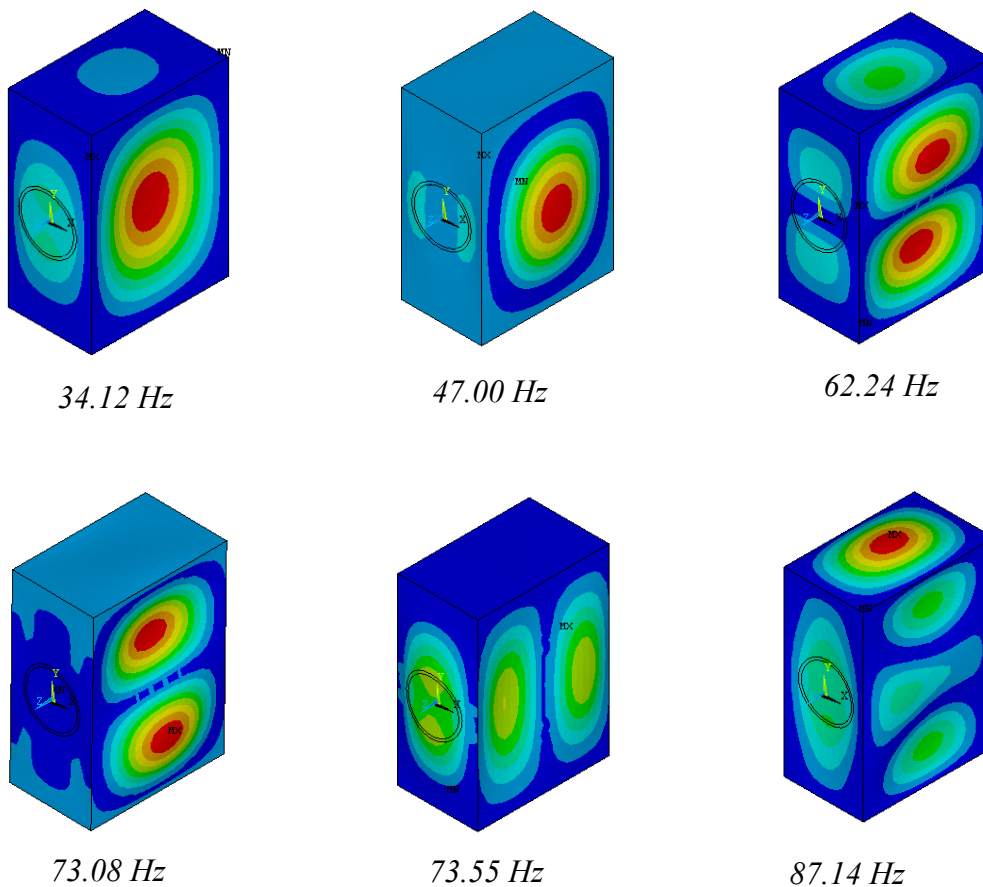
Para validar el modelo numérico, se comparan sus resultados con los obtenidos experimentalmente en el capítulo 3.

En primer lugar, se cotejan los resultados numéricos de un análisis modal de la estructura y del aire interior sin acoplar, con resultados experimentales y teóricos, para comprobar que el modelo numérico refleja el comportamiento dinámico de su homólogo real. Para la obtención de las frecuencias y modos de vibración, se ha realizado con el método de Block-Lanzos. Este método utiliza el algoritmo Sparse Matrix y está especialmente recomendado para grandes modelos con un elevado número de frecuencias propias. Los modos de vibración se han normalizado a amplitud máxima unidad. El cálculo de los valores y autovalores es normal, sin tener en cuenta el amortiguamiento, por lo que los modos estimados son reales.



A continuación, se considera el sistema acoplado. El movimiento del cono del altavoz se consigue mediante la aplicación de una fuerza armónica perpendicular a la membrana que simula el diafragma. Los resultados de las velocidades medias de vibración en función de la frecuencia para cada pared de la caja, se comparan con los obtenidos experimentalmente mediante acelerómetros. Los resultados de la presión sonora del sistema fuera de la caja, se comparan con los obtenidos de forma experimental mediante micrófonos en la cámara anecoica.

En la figura 4.10 y 4.11, se muestran las formas modales y sus respectivas frecuencias propias, obtenidas numéricamente en el conjunto caja, pistón y compliancia, para las cajas de DM y PMMA respectivamente, en el rango de frecuencia de 0-250 Hz.



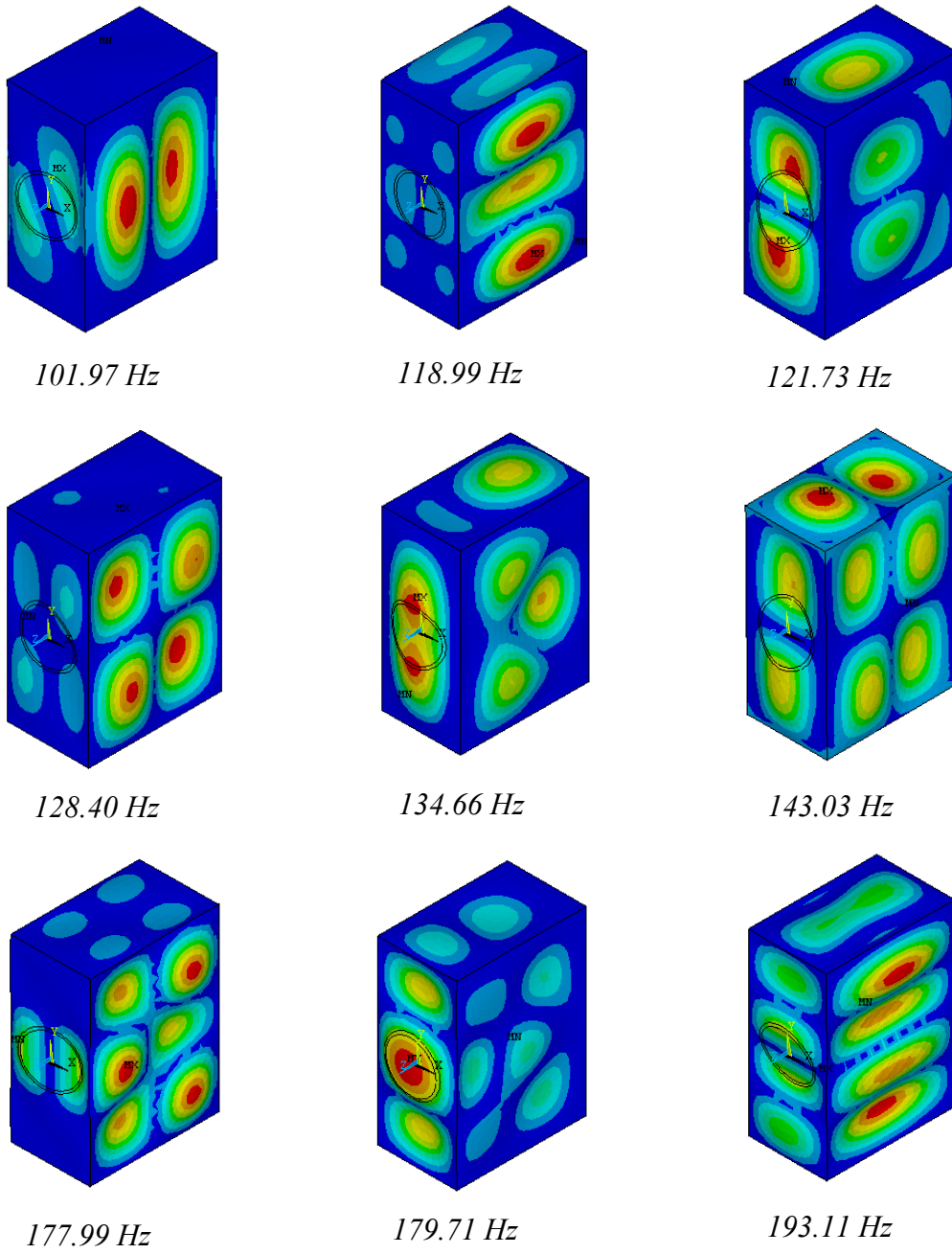
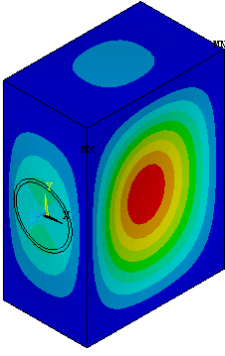
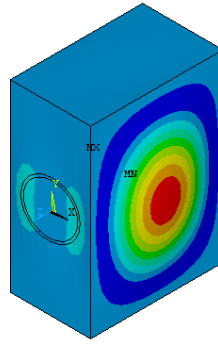


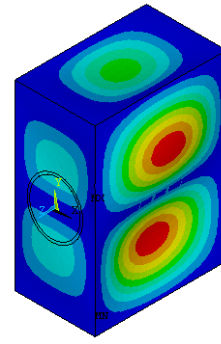
Figura 4.10. Simulación de las frecuencias y modos de vibración numéricos, en el modelo de caja de DM.



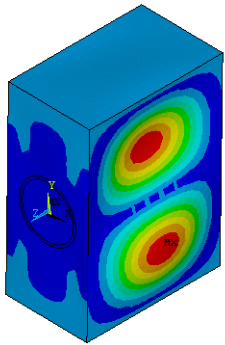
32.60 Hz



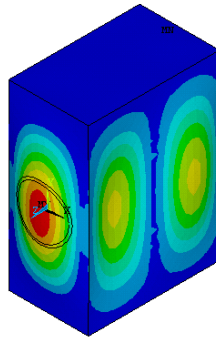
45.24 Hz



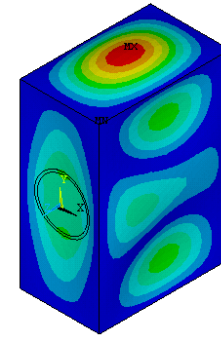
59.42 Hz



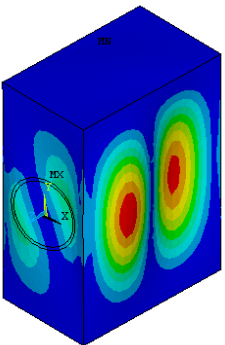
70.01 Hz



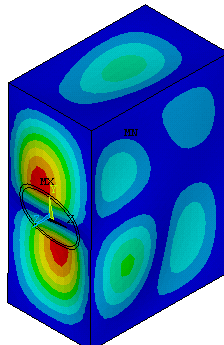
70.61 Hz



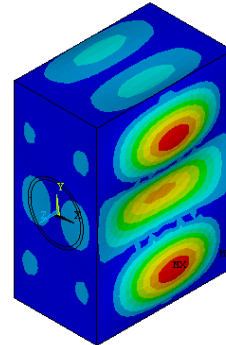
82.21 Hz



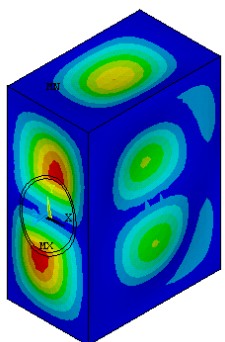
98.13 Hz



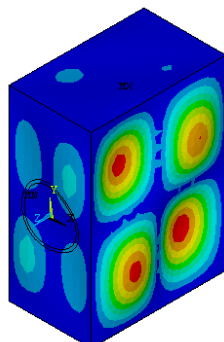
98.25 Hz



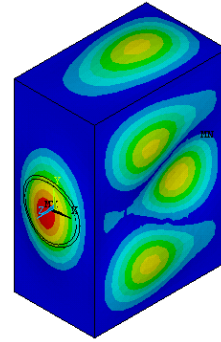
113.35 Hz



116.22 Hz



122.31 Hz



125.31 Hz

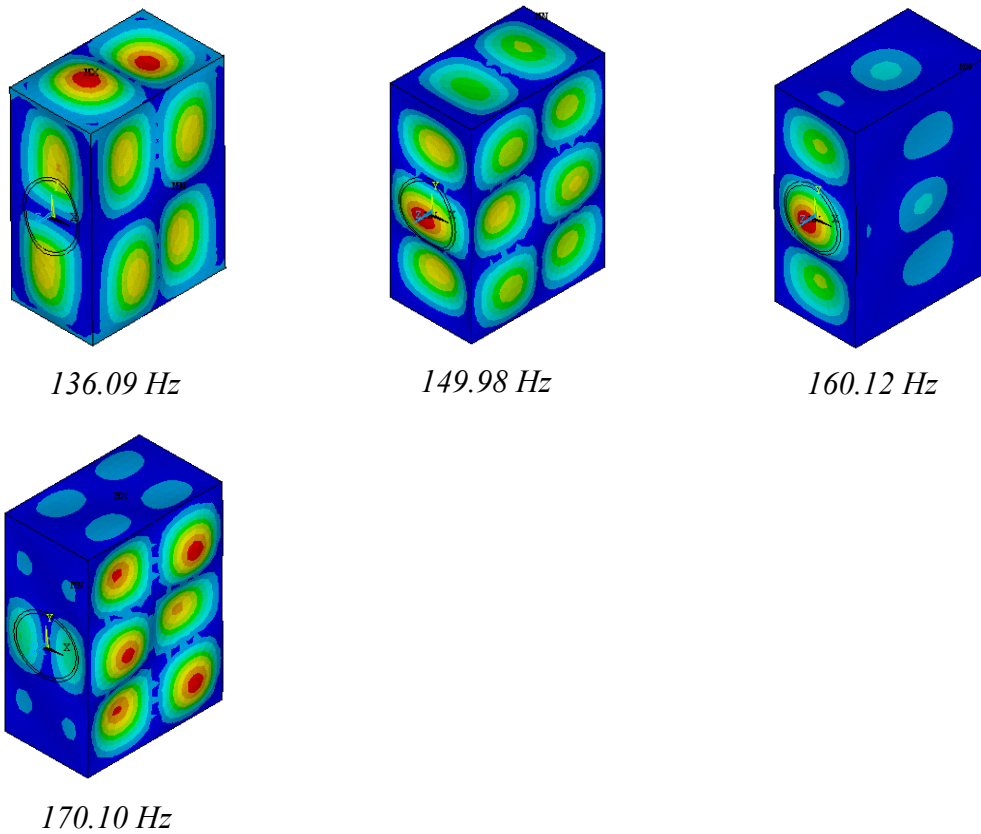


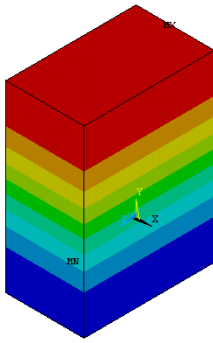
Figura 4.11. Simulación de las frecuencias y modos de vibración numéricos, en el modelo de caja de PMMA.

La tabla 4.2 muestra la comparativa entre resultados experimentales y numéricos de frecuencias propias para los dos modelos de cajas cerradas. Se han relacionado las frecuencias propias experimentales obtenidas para cada una de las caras de las cajas, con sus correspondientes numéricas a partir de las formas modales de éstas últimas.

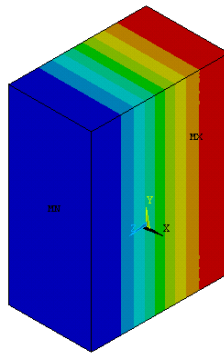
En la figura 4.12, se muestran las formas modales y sus respectivas frecuencias propias, obtenidas numéricamente para el aire del interior de la caja, en el rango de frecuencia de 0-1000 Hz. Las formas modales coinciden con los patrones de las ondas estacionarias en el interior de la caja.

Modo n°	<i>Frecuencias propias (Hz)</i>							
	<i>Experimentales</i>						<i>Numéricas</i>	
	<i>Caras laterales</i>		<i>Cara trasera</i>		<i>Cara delantera</i>		<i>DM</i>	<i>PMMA</i>
	<i>DM</i>	<i>PMMA</i>	<i>DM</i>	<i>PMMA</i>	<i>DM</i>	<i>PMMA</i>		
1	33.4	-	33.8	-	30.5	-	34.12	32.60
2	52.9	42.2	53.6	43.2	46.3	40.2	47.00	45.24
3	-	56.4	-	59.2	64.1	57.1	62.24	59.42
4	75.0	77.2	-	78.8	-	-	73.08	70.01
5	-	-	74.6	-	74.3	75.3	73.55	70.61
6	84.0	90.3	89.4	-	85.1	-	87.14	82.21
7	96.4	103.5	-	-	90.2	-	101.97	98.13
8	119.2	-	-	98.4	-	90.4	118.99	98.25
9	-	107.8	122.2	-	119.2	-	121.73	113.35
10	123.3	-	-	105.2	-	95.7	128.40	116.23
11	-	124.2	134.6	125.31	130.1	-	134.66	122.32
12	150.7	-	145.9	-	140.2	118.3	143.03	125.31
13	186.1	143.8	-	-	-	-	177.99	136.09
14	-	-	185.0	145.3	175.7	138.4	179.71	149.98
15	190.0	-	-	-	-	155.2	193.11	160.12
16		155.2		-		-	-	170.10

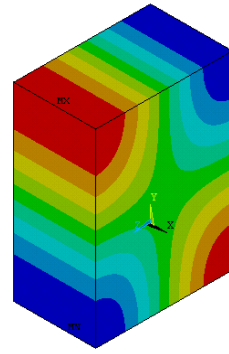
Tabla 4.2. Comparativa de resultados numéricos y experimentales de las cajas cerradas.



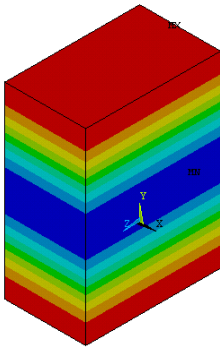
245.73 Hz



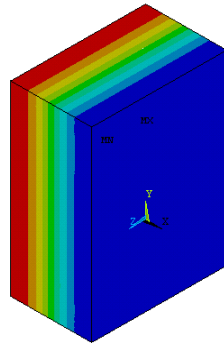
344.05 Hz



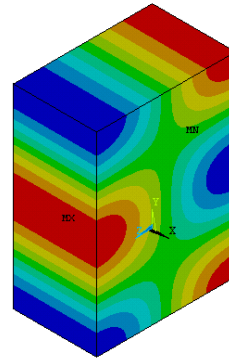
423.34 Hz



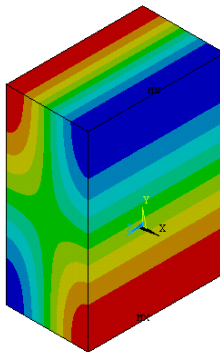
492.83 Hz



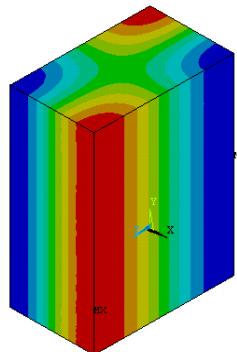
575.69 Hz



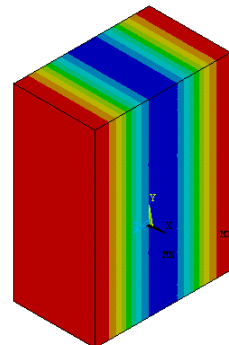
601.06 Hz



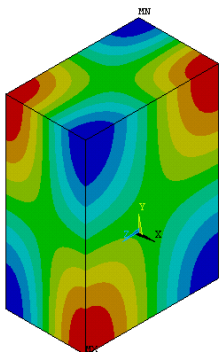
626.00 Hz



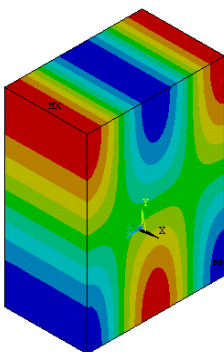
670.89 Hz



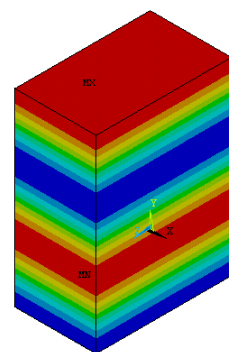
689.81 Hz



714.42 Hz



732.65 Hz



739.20 Hz

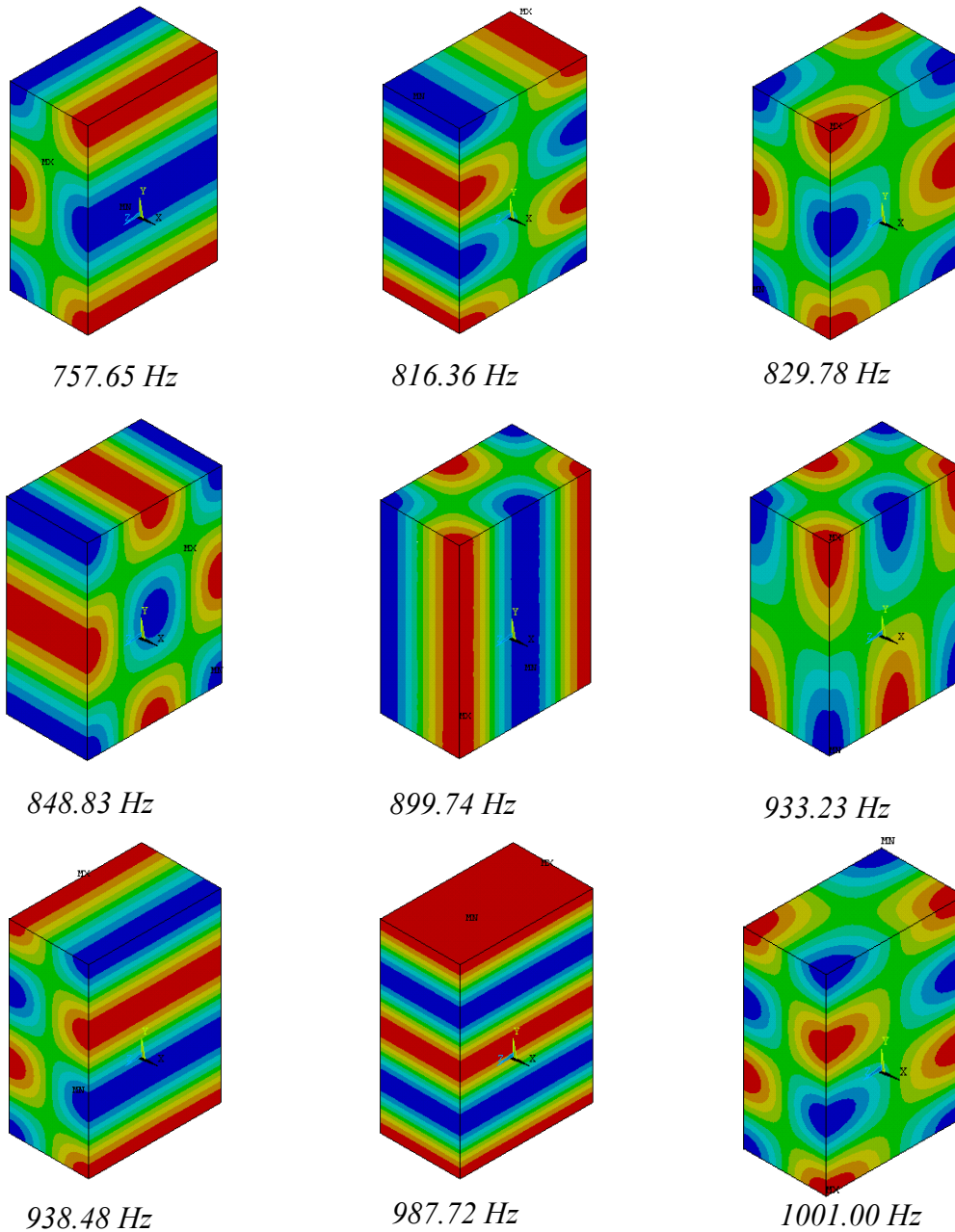


Figura 4.12. Simulación de las frecuencias y modos de vibración numéricos, para el aire del interior de la caja.

La tabla 4.3, muestra la comparativa entre resultados numéricos y teóricos, obtenidos mediante la ecuación 2.99.

En el análisis modal de la estructura y del aire interior de las cajas por separado, la comparativa de resultados numéricos, experimentales y teóricos de las tablas 4.2 y 4.3, muestra la bondad del modelo numérico tridimensional, para reproducir el comportamiento dinámico real de las partes del sistema sin acoplar.

<i>Nodos</i>		<i>Frecuencias propias (Hz)</i>	
<i>Número</i>	$n_y, n_z, n_x$	<i>Teóricas</i>	<i>Numéricas</i>
1	1,0,0	245.71	245.73
2	0,1,0	344.00	344.05
3	1,1,0	422.74	423.34
4	2,0,0	492.42	492.83
5	0,0,1	573.33	575.69
6	2,1,0	599.86	601.06
7	1,0,1	623.76	626.00
8	0,1,1	668.61	670.89
9	0,2,0	688.00	689.81
10	1,1,1	712.33	714.42
11	1,2,0	730.56	732.65
12	3,0,0	737.14	739.20
13	2,0,1	755.12	757.65
14	3,1,0	813.45	816.36
15	2,1,1	829.78	827.75
16	2,2,0	845.48	848.83
17	0,2,1	895.57	899.74
18	1,2,1	928.67	933.23
19	3,0,1	933.85	938.48
20	4,0,0	982.85	987.72
21	3,1,1	995.20	1001.00

Tabla 4.3. Comparativa de resultados numéricos y teóricos, para el aire de la cavidad interior.

El siguiente paso es acoplar en un mismo modelo la estructura y el fluido, incorporando el amortiguamiento de los materiales de construcción de las cajas y de los componentes del altavoz. En la figura 4.13, se muestra una comparativa de la velocidad media de la cara lateral de la caja de DM, entre la señal experimental obtenida en el capítulo 3 y la señal simulada, obtenida mediante el modelo numérico tridimensional del sistema acoplado.

El modelo numérico presenta las mismas bandas de frecuencia con mayor amplitud de la velocidad a 50-55, 90-115 y 130-140 Hz, que el modelo real. La amplitud de la



velocidad en la señal simulada es prácticamente igual a la de la señal real, excepto en la banda de frecuencia de 90-120 Hz, donde es unos 10 dB superior.

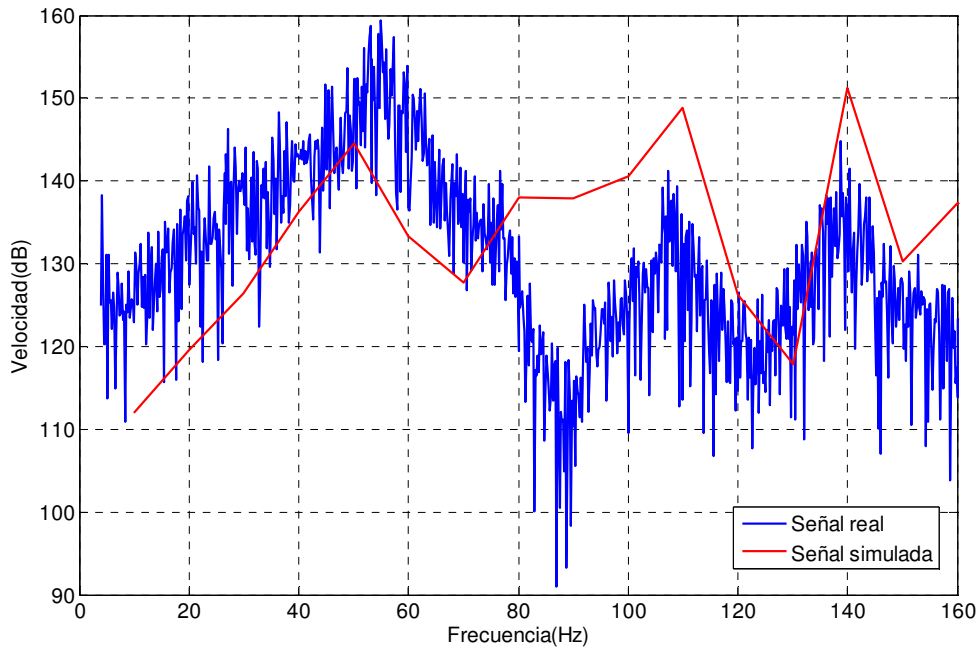


Figura 4.13. Velocidad media en la cara derecha de la caja de DM: señal real frente a señal simulada.

En la figura 4.14 a) y b), se muestran las deformaciones en la estructura de DM a las frecuencias de 50 y 70 Hz, respectivamente, cuando el sistema está acoplado.

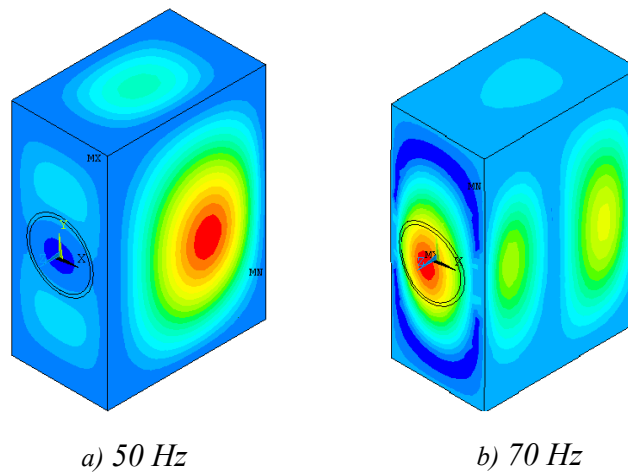


Figura 4.14. Simulación de la deformada de la estructura de DM con el fluido acoplado.

Puede verse con claridad que, las deformaciones de la estructura coinciden en los picos de mayor amplitud de la velocidad con alguna forma modal de la estructura. En la figura

4.14 a) se observa que, la deformada de la estructura a 50 Hz es muy parecida a la forma modal calculada con el modelo numérico a 47 Hz. En la figura 4.14 b), la deformada de la estructura a 70 Hz es muy parecida a la forma modal calculada con el modelo numérico a 75 Hz.

En la figura 4.15, se muestra una comparativa de la velocidad media de la cara lateral de la caja de PMMA, entre la señal experimental obtenida en el capítulo 3 y la señal simulada, obtenida mediante el modelo numérico tridimensional del sistema acoplado.

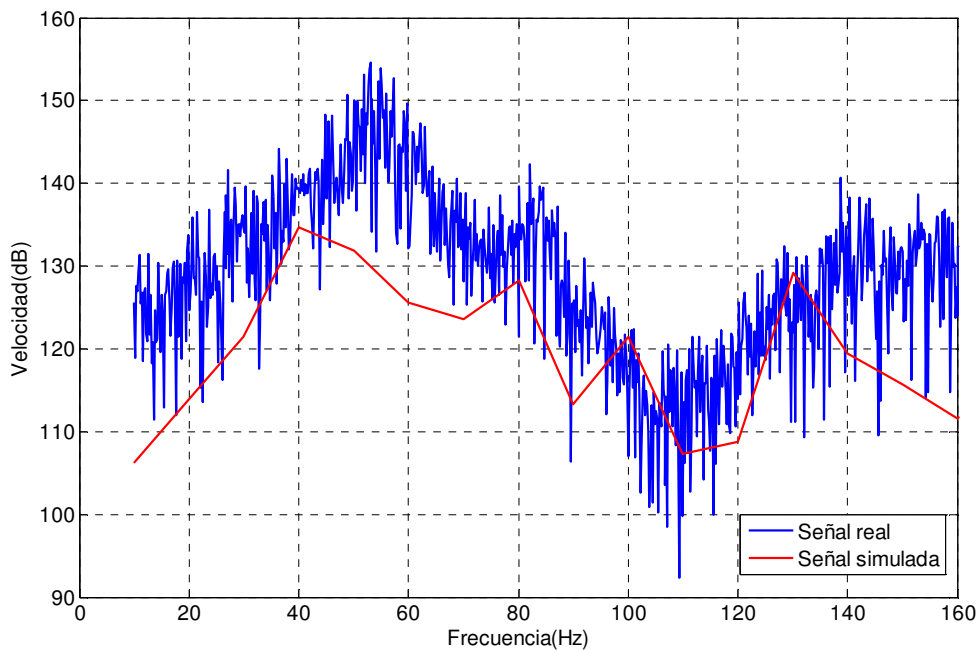
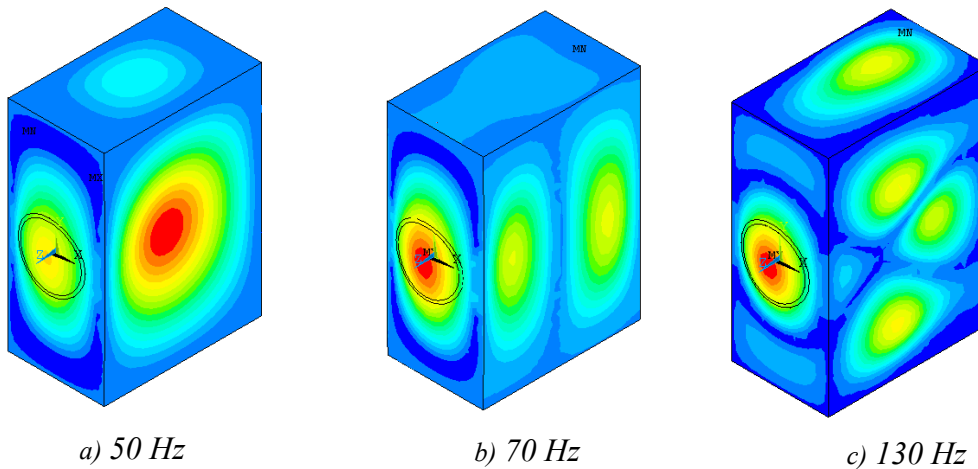


Figura 4.15. Velocidad media en la cara derecha de la caja de PMMA: señal real frente a señal simulada.

Considerando el PMMA como material de la estructura, el modelo numérico también consigue simular con bastante aproximación el comportamiento de la estructura en el sistema acoplado. Las caras laterales presentan aproximadamente los mismos picos de velocidad en las bandas de 40-60, 60-70, 90-100 y 130-140 Hz. La amplitud de la velocidad en la señal simulada es prácticamente igual a la de la señal real, con desviaciones máximas de 0-5 dB.

En la figura 4.16 a), b) y c), se muestran las deformaciones en la estructura de DM con el fluido interior acoplado, a las frecuencias de 50, 70 y 130 Hz, respectivamente.



*Figura 4.16. Simulación de la deformada de la estructura de PMMA con el fluido acoplado.*

En este caso, también se observa que las deformaciones de la estructura coinciden, en los picos de mayor amplitud de la velocidad, con alguna forma modal de la estructura. En la figura 4.16 a) se observa que, la deformada de la estructura a 50 Hz es muy similar a la forma modal calculada con el modelo numérico a 45.24 Hz. En la figura 4.16 b) se observa que, la deformada de la estructura a 70 Hz es muy similar a la forma modal calculada con el modelo numérico a 70.61 Hz. En la figura 4.16 c) se observa que, la deformada de la estructura a 130 Hz es muy similar a la forma modal calculada con el modelo numérico a 125.31 Hz.

Una vez comprobada la validez del modelo numérico tridimensional, para simular el comportamiento vibracional de la estructura con el fluido acoplado en baja frecuencia, a continuación, se comprobará la bondad del modelo bidimensional, para estudiar el campo sonoro en el exterior de la caja y la influencia en el mismo de las vibraciones forzadas de las paredes de la estructura, debidas a las resonancias del aire de la cavidad interior.

En la figura 4.17 se muestra para la caja de DM, una comparativa del nivel de presión sonora a un metro del centro del altavoz, entre la señal experimental obtenida en el

capítulo 3 y la señal simulada obtenida mediante el modelo numérico bidimensional DM.

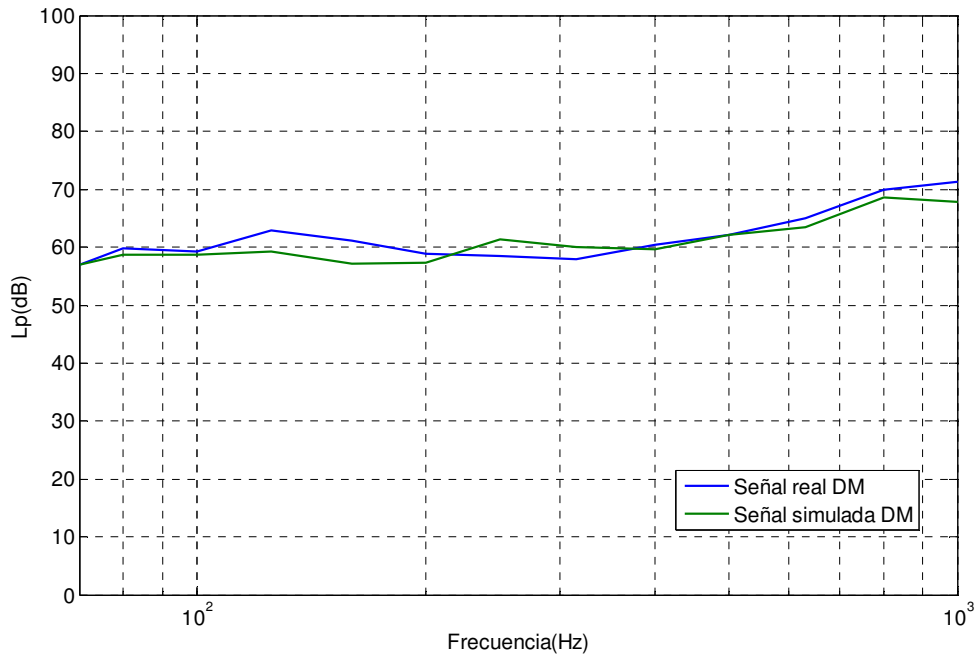


Figura 4.17. *Lp de la caja de DM: señal real frente a señal simulada.*

En la figura 4.18 se muestra para la caja de PMMA, una comparativa del nivel de presión sonora a un metro del centro del altavoz, entre la señal experimental obtenida en el capítulo 3 y la señal simulada obtenida mediante el modelo numérico bidimensional,.

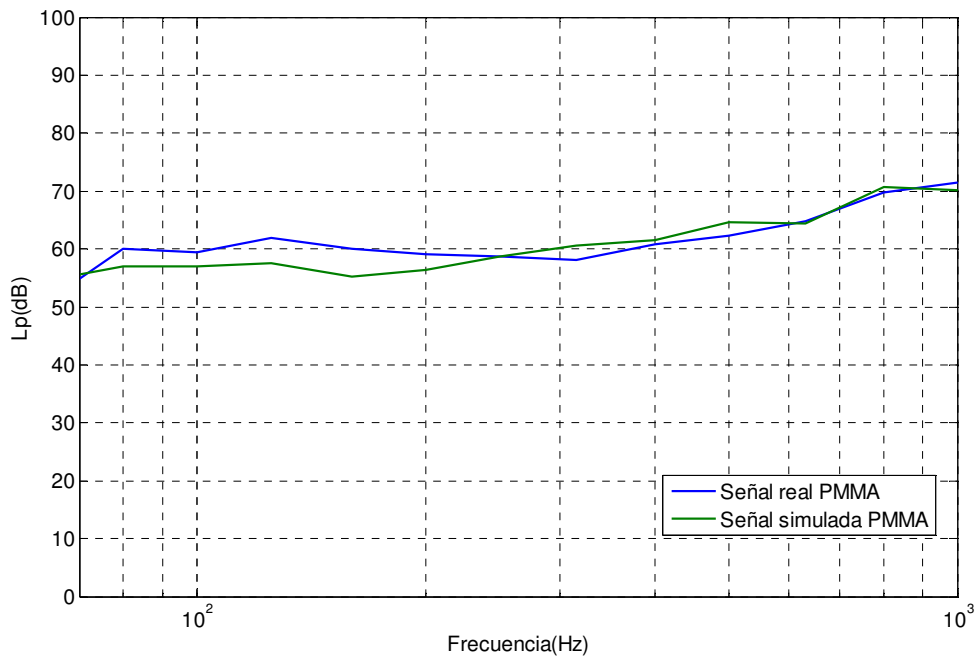


Figura 4.18. *Lp de la caja de PMMA: señal real frente a señal simulada.*

Como se ha comentado en el punto 4.1.2., el modelo numérico bidimensional tiene ciertas carencias y limitaciones de entrada. Al estar construido en dos dimensiones, no puede contemplar por definición los modos tridimensionales de la caja y del aire del interior de la caja. Esto provoca que, las señales simuladas en las figuras 4.17 y 4.18 no puedan proporcionar información, de los modos de vibración de las paredes laterales de las cajas, ni de los del aire de la cavidad interior, perpendiculares al plano del modelo. Los únicos modos de vibración del aire de la cavidad interior susceptibles de ser excitados, en el modelo numérico bidimensional, son los  $n_y$  y  $n_z$ .

Pese a esta limitación en las gráficas 4.17 y 4.18, se puede observar que la señal simulada tanto para el modelo de DM como para el de PMMA, se aproxima cualitativamente a la señal real a partir de 70 Hz.

Un análisis más detallado de la distribución interior y exterior de presiones en el modelo numérico bidimensional en función de la frecuencia, permite comprobar la influencia de la vibración forzada de las paredes de la estructura, debida a los modos de vibración del aire de la cavidad interior, en el nivel de presión sonora radiado.

En la figura 4.19, se muestra la distribución de presiones en el interior y el exterior de la caja a la frecuencia de 340 Hz, que está muy próxima a 344 Hz que es la correspondiente a el modo del aire interior 0,1,0. En la figura 4.20, se muestra la distribución de presiones en el interior y el exterior de la caja a la frecuencia de 500 Hz, que está muy próxima a 492.83 Hz que es la correspondiente al modo del aire interior 2,0,0. En la figura 4.21, se muestra la distribución de presiones en el interior y el exterior de la caja a la frecuencia de 590 Hz, que está muy próxima a 599.86 Hz que es la correspondiente al modo del aire interior 2,1,0. En la figura 4.22, se muestra la distribución de presiones en el interior y el exterior de la caja a la frecuencia de 700 Hz, que está muy próxima a 688.00 Hz que es la correspondiente al modo del aire interior 0,2,0. En la figura 4.23, se muestra la distribución de presiones en el interior y el exterior de la caja a la frecuencia de 840 Hz, que está muy próxima a 845.48 Hz que es la correspondiente al modo del aire interior 2,2,0. En la figura 4.24, se muestra la distribución de presiones en el interior y el exterior de la caja a la frecuencia de 990 Hz, que está muy próxima a 982.85 Hz que es la correspondiente al modo del aire interior 4,0,0.

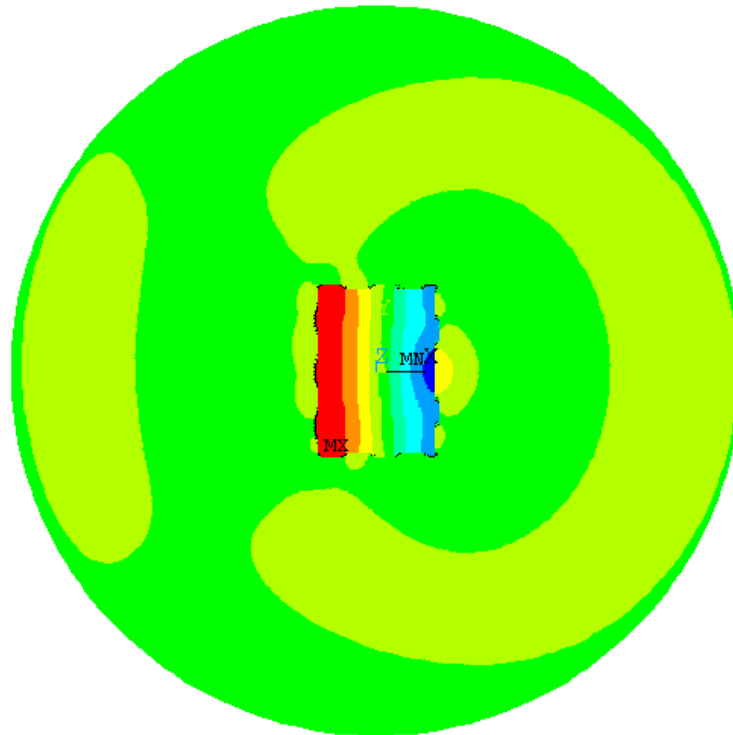


Figura 5.19. Simulación del campo de presiones en el interior y exterior de la caja a la frecuencia de 340 Hz.

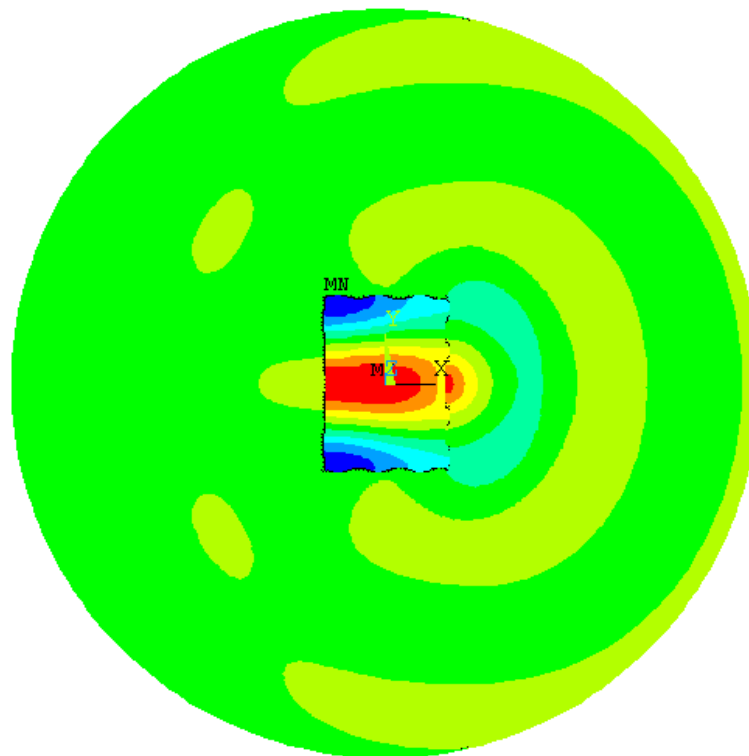
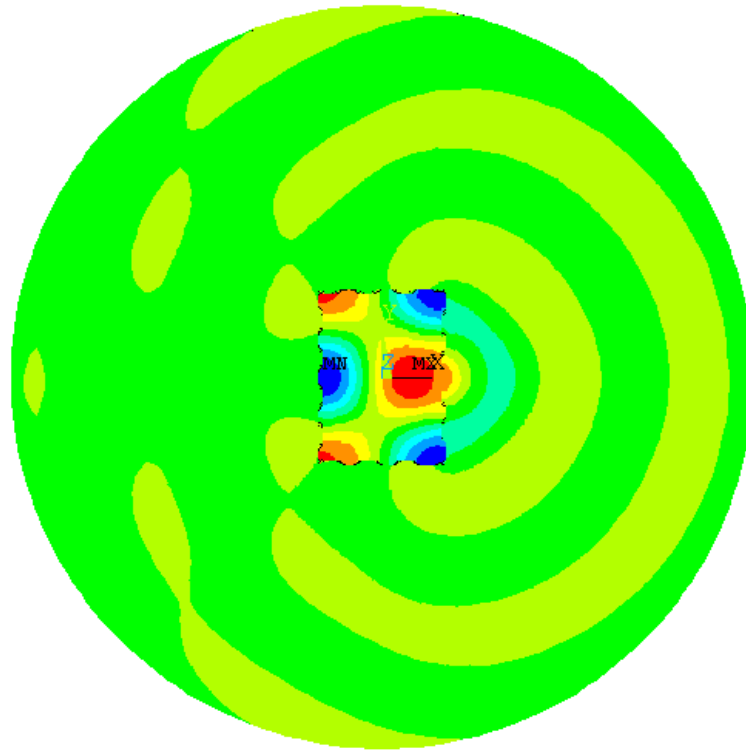
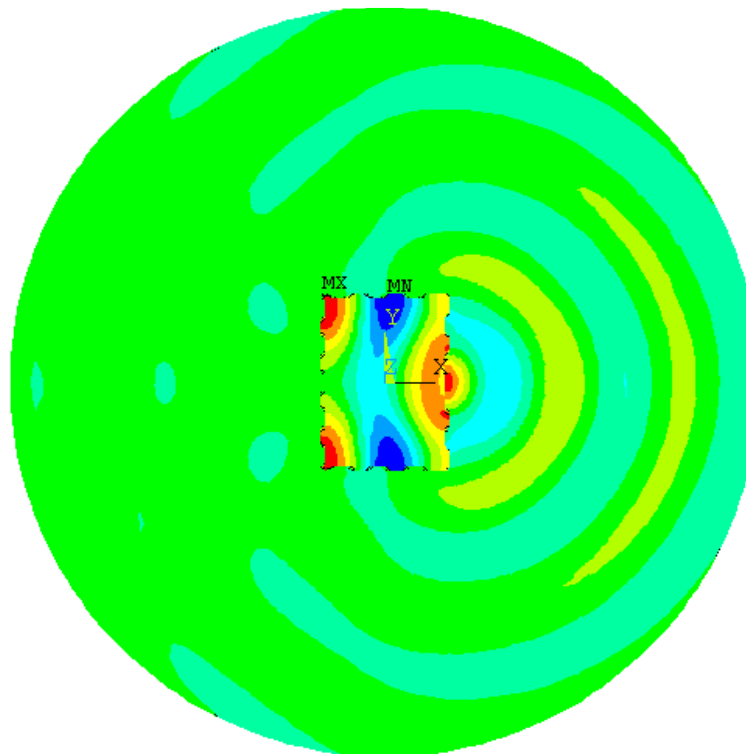


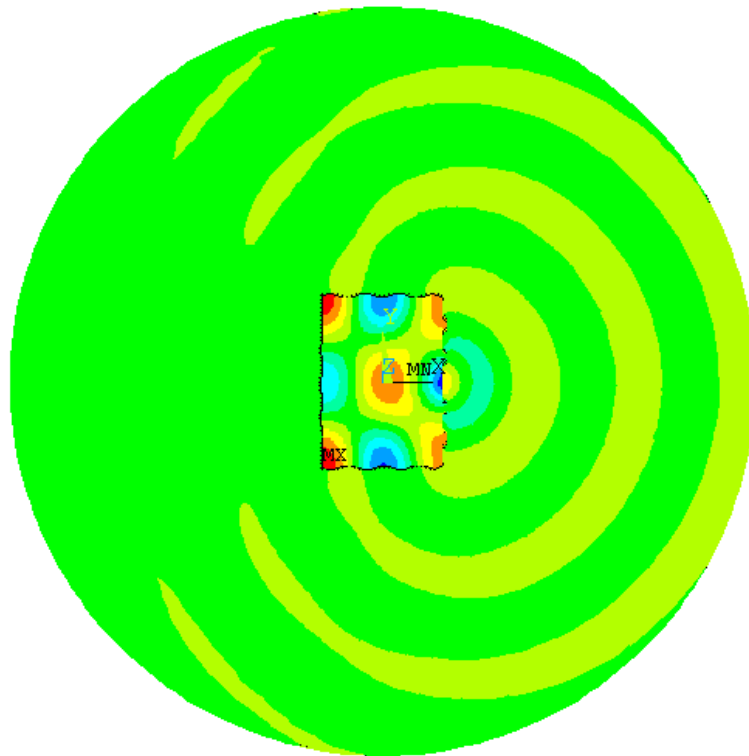
Figura 4.20. Simulación del campo de presiones en el interior y exterior de la caja a la frecuencia de 500 Hz.



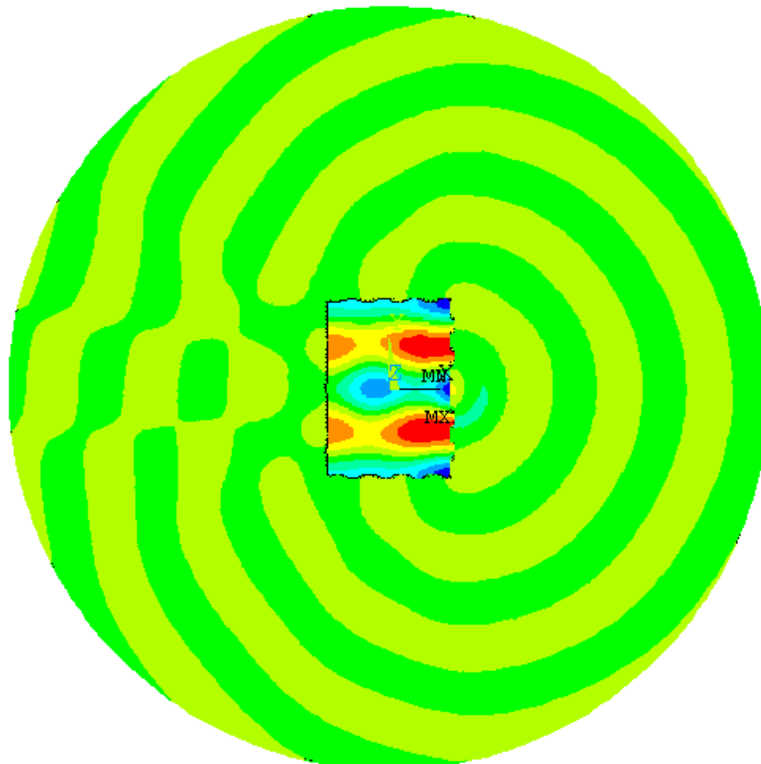
*Figura 4.21. Simulación del campo de presiones en el interior y exterior de la caja a la frecuencia de 590 Hz.*



*Figura 4.22. Simulación del campo de presiones en el interior y exterior de la caja a la frecuencia de 700 Hz.*



*Figura 4.23. Simulación del campo de presiones en el interior y exterior de la caja a la frecuencia de 840 Hz.*



*Figura 4.24. Simulación del campo de presiones en el interior y exterior de la caja a la frecuencia de 990 Hz.*



### 4.3.- Estudio paramétrico.

Una vez comprobada la validez del modelo numérico, mediante la comparación de sus resultados con los experimentales, se han realizado una serie de simulaciones, con el objetivo de estudiar la influencia de la estructura en la respuesta vibroacústica del sistema acoplado.

#### 4.3.1.- Modelo de elementos concentrados.

Partiendo del circuito de elementos concentrados del altavoz en caja cerrada mostrado en la figura 2.5, se han realizado una serie de simulaciones variando determinados parámetros relacionados con el altavoz y la caja.

En la figura 4.25, se muestra la influencia de la variación de la resistencia y de la masa del altavoz sobre la función de transferencia del sistema.

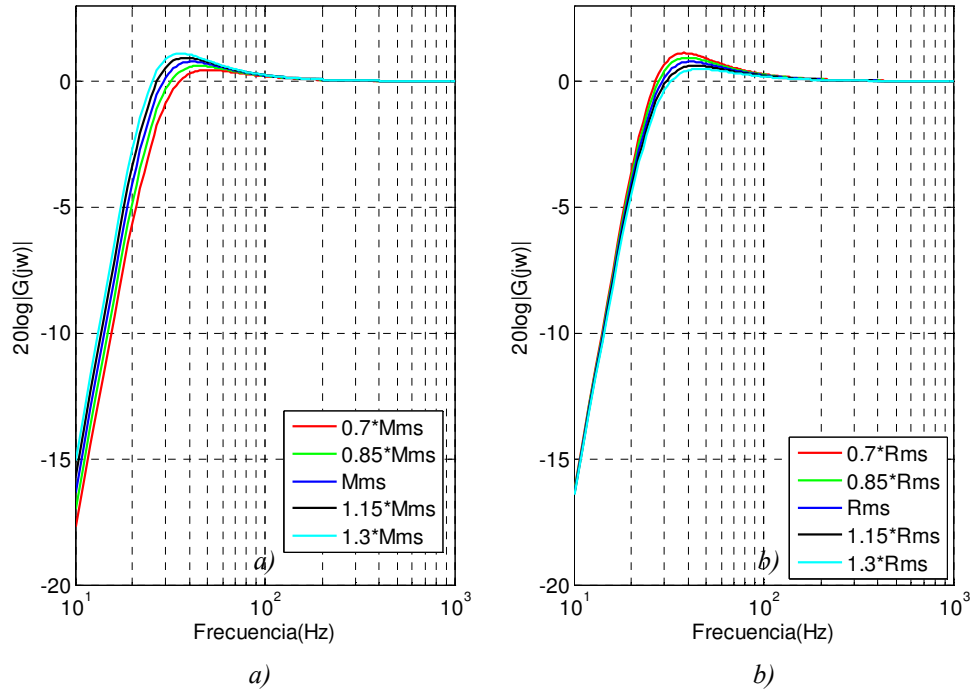


Figura 4.25. Simulación de la función de transferencia con la variación de  $M_{MS}$  y  $R_{MS}$ .

En la figura 4.26, se muestra la influencia de la variación de la compliancia del altavoz y de la caja sobre la función de transferencia del sistema.

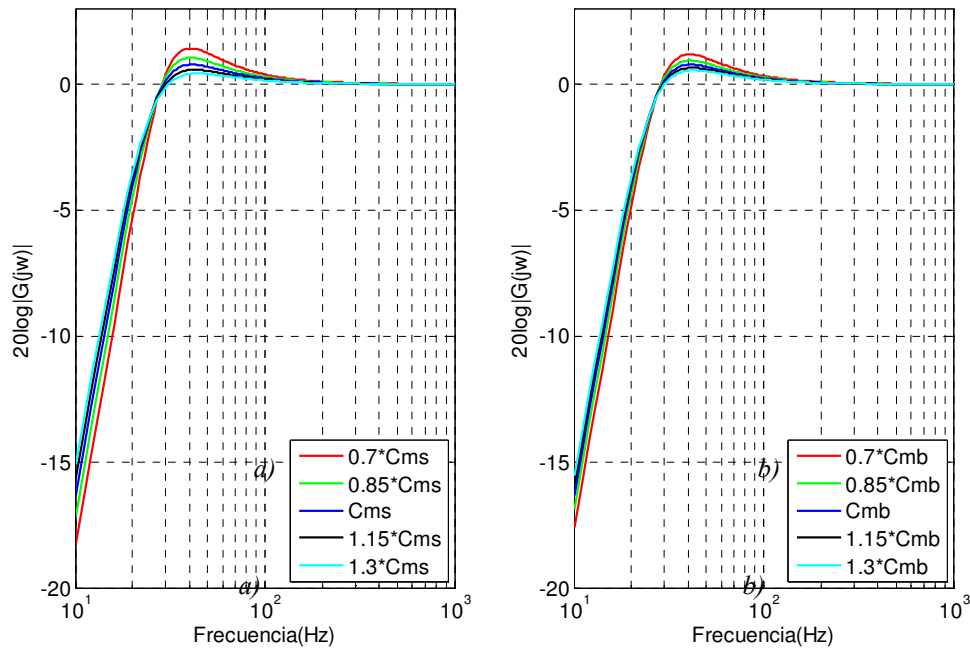


Figura 4.26. Simulación de la función de transferencia con la variación de  $C_{MS}$  y  $C_{MB}$ .

#### 4.3.2.- Modelo numérico.

Con el modelo numérico, también se han realizado una serie de simulaciones, variando las características intrínsecas del material de construcción de la caja, con el objetivo de estudiar la influencia de la estructura en la radiación sonora del sistema acoplado.

Partiendo de las características del DM, se han ido variando los valores de la densidad, el modulo de Young y el amortiguamiento, manteniendo el resto de parámetros fijos.

Aparte de los parámetros propios del material, también se ha estudiado la influencia que tienen en la respuesta del sistema otros parámetros relacionados con el altavoz, como la masa móvil del transductor o la compliancia del mismo. También, se ha estudiado el efecto que produce la adopción de materiales absorbentes en las paredes interiores de la caja. En la figura 4.27, se muestra la variación del nivel de presión sonora del sistema acoplado, a un metro del centro del altavoz, para distintas densidades del material de construcción de la caja.

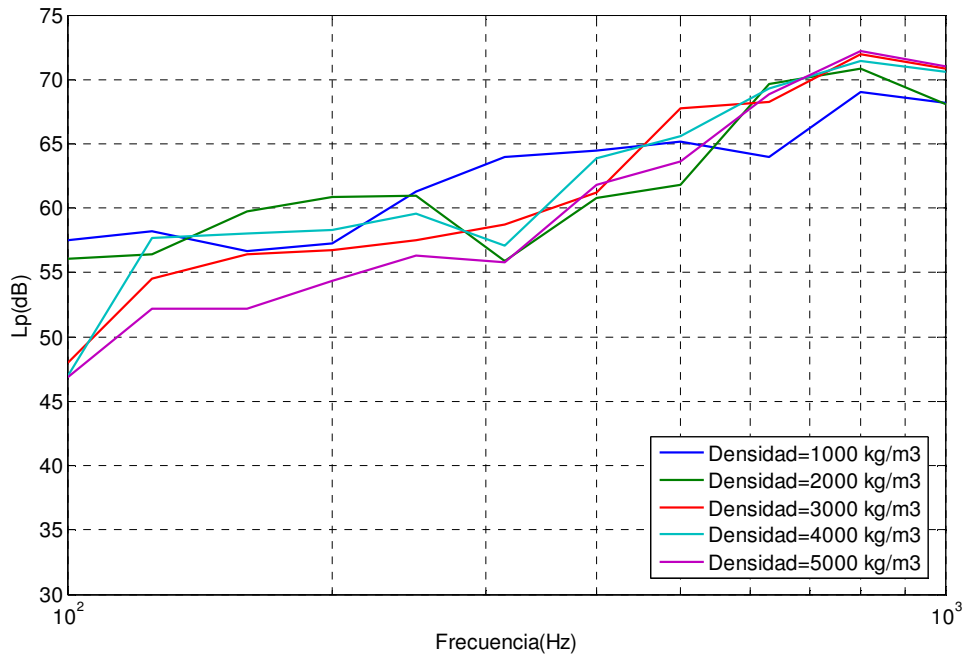


Figura 4.27. Simulación de la variación de  $L_p$  con la densidad de la caja.

En las figuras 4.28 y 4.29, se muestra respectivamente, la variación del nivel de presión sonora a un metro del centro del altavoz, y la velocidad de vibración de las caras laterales del sistema acoplado, para distintos valores del modulo de Young del material de construcción de la caja.

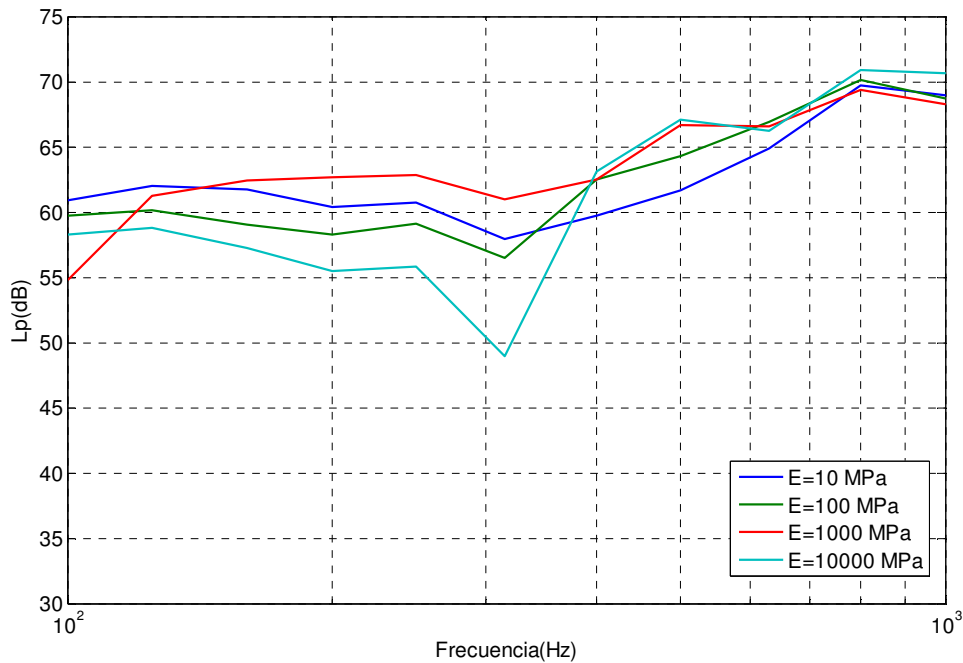


Figura 4.28. Simulación de la variación de  $L_p$  con el modulo de Young de la caja.

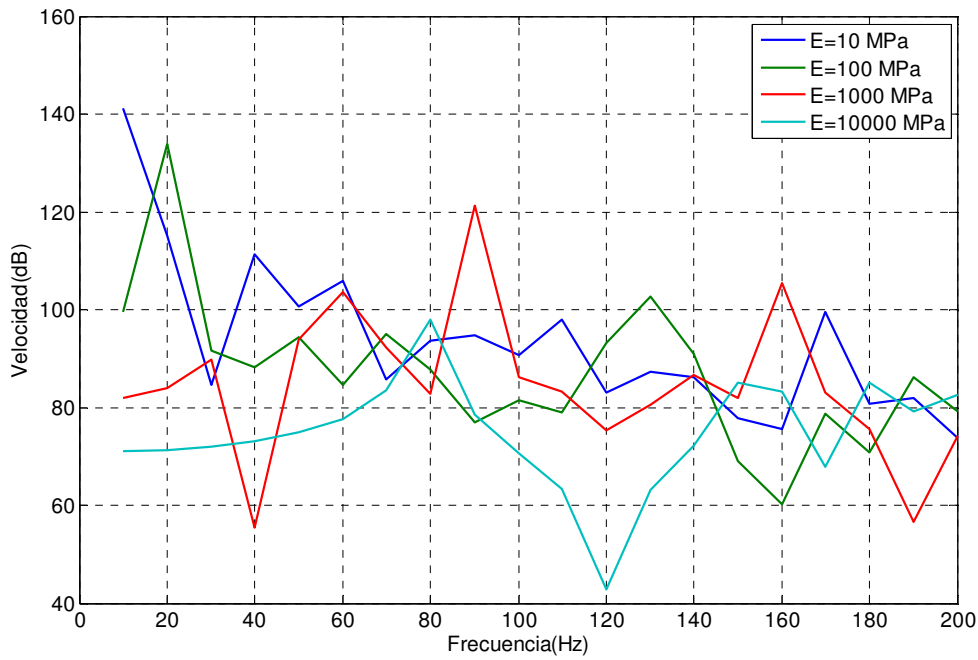


Figura 4.29. Simulación de la variación de la velocidad de vibración con el modulo de Young de la caja.

En la figura 4.30, se muestra la variación del nivel de presión sonora del sistema acoplado, a un metro del centro del altavoz, para distintos valores del coeficiente de amortiguamiento del material de la caja.

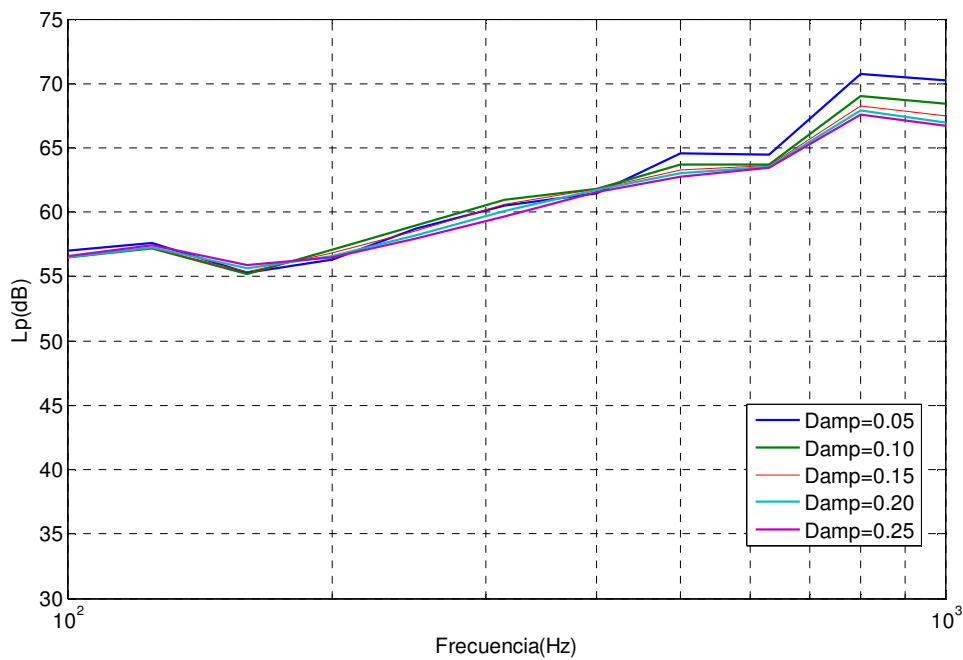


Figura 4.30. Simulación de la variación de Lp con el amortiguamiento de la caja.

Para simular el uso de materiales absorbentes del sonido en las caras interiores de las paredes de la caja, se han variado las propiedades de los elementos de fluido del modelo, adyacentes a la estructura. Estos elementos han sido modificados, tal y como plantea Juliá, E. en [56], para simular un material poroso que limita la reflexión de las ondas de presión.

En la figura 4.32, se muestra la variación del nivel de presión sonora a un metro del centro del altavoz, del sistema acoplado, cuando se coloca un material poroso de 0.015 m de espesor, en la cara interior de las paredes de la caja. La gráfica 4.32 a) muestra la comparación de respuestas sonoras simuladas en tercios de octava, mientras que la gráfica la gráfica 4.32 b) muestra la Transformada de Fourier.

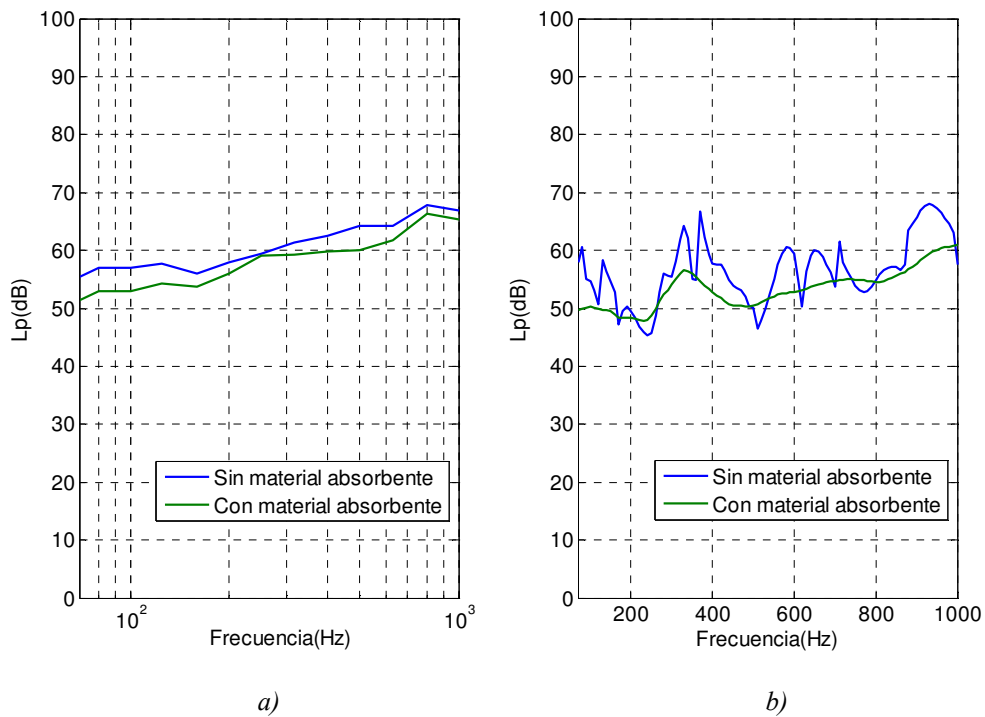


Figura 4.32. Simulación de la variación de  $L_p$  con la colocación de un material poroso de 0.015m de espesor, en el interior de la caja.

En las figuras 4.33 y 4.34, se muestra respectivamente, la variación del nivel de presión sonora a un metro del centro del altavoz, y la velocidad de vibración de las caras laterales del sistema acoplado, para distintos valores de la masa móvil del altavoz.

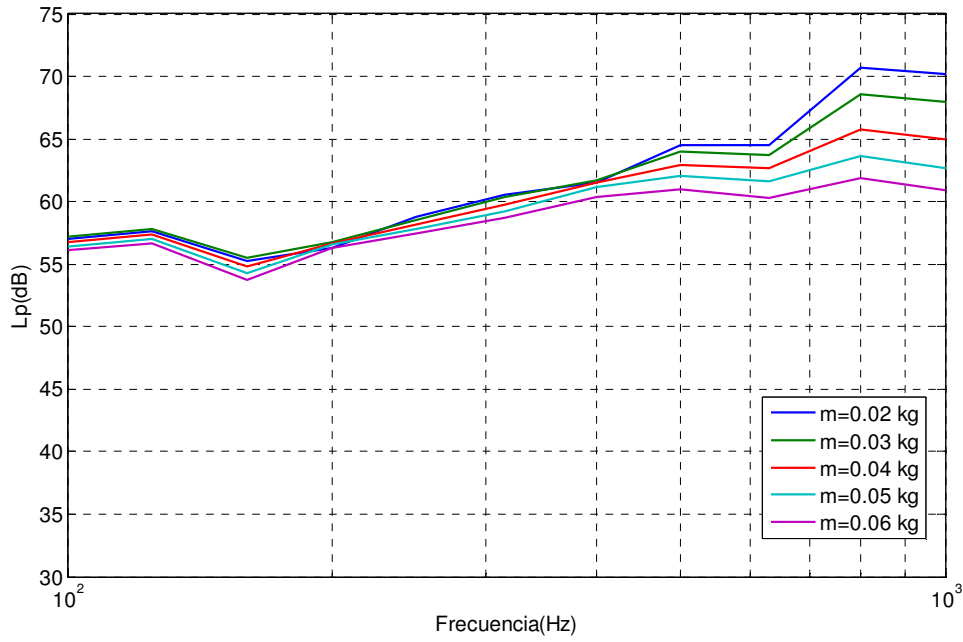


Figura 4.33. Simulación de la variación de  $L_p$  con la masa móvil del altavoz.

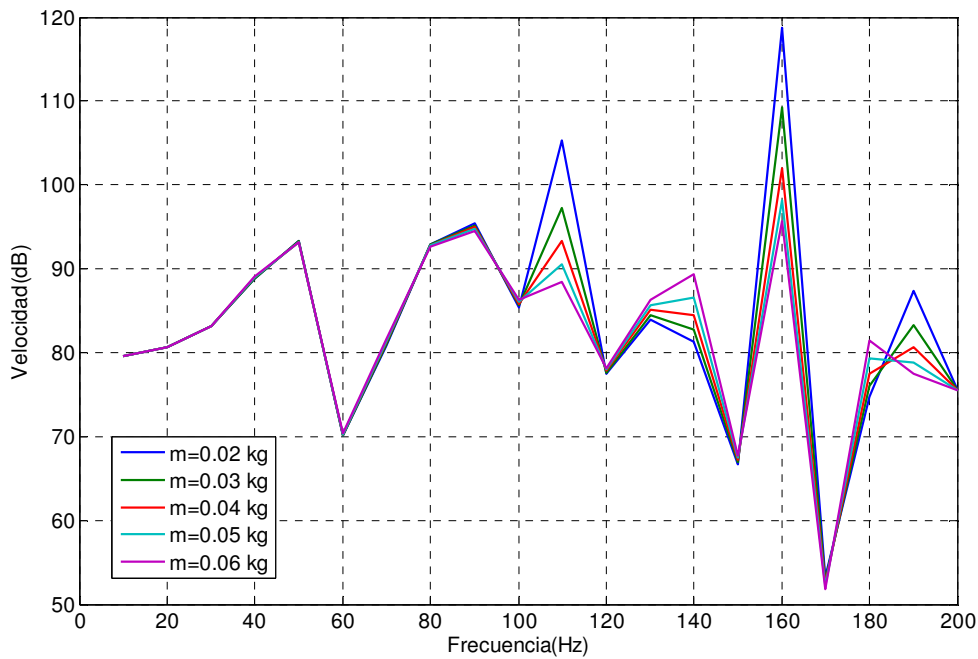


Figura 4.34. Simulación de la variación de la velocidad de vibración con la masa móvil del altavoz.

En las figuras 4.35 y 4.36, se muestra respectivamente, la variación del nivel de presión sonora a un metro del centro del altavoz, y la velocidad de vibración de las caras laterales del sistema acoplado, para distintos valores de la compliancia del altavoz.

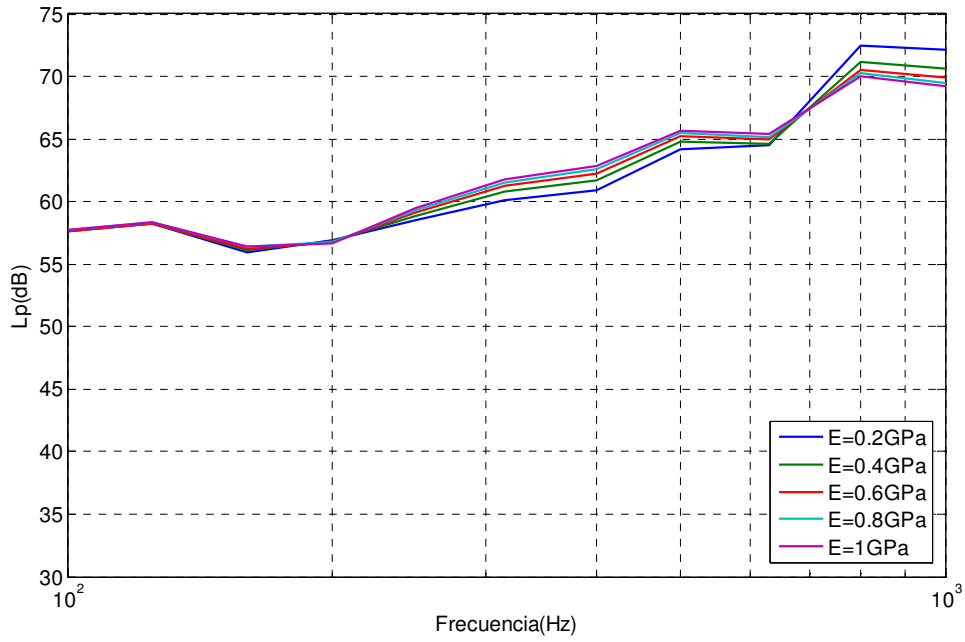


Figura 4.35. Simulación de la variación de  $L_p$  con la compliancia del altavoz.

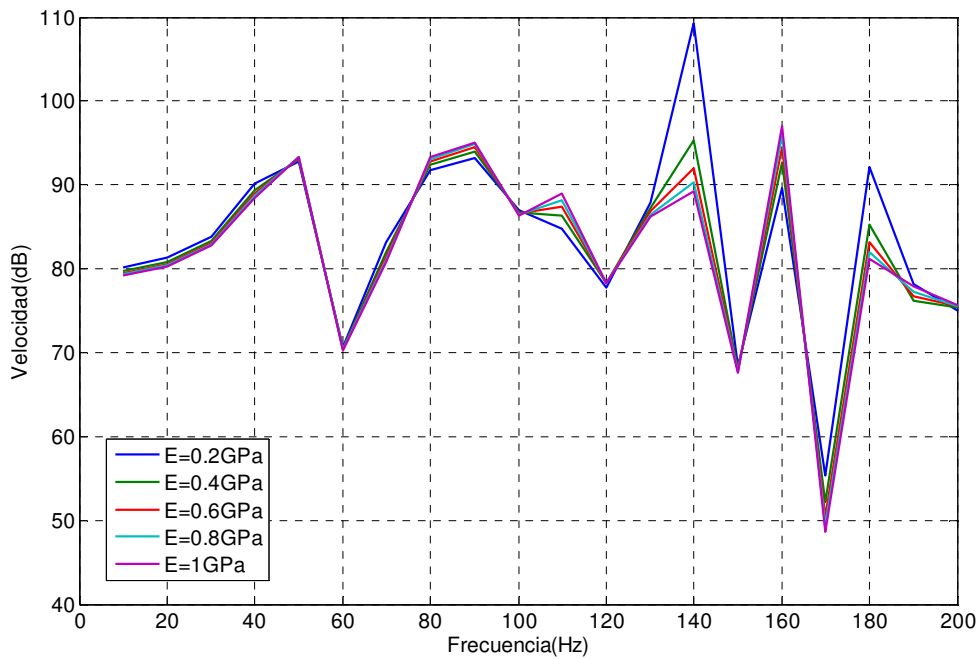


Figura 4.36. Simulación de la variación de la velocidad de vibración con la compliancia del altavoz.

#### 4.4.- Conclusiones.

Se puede afirmar que los modelos numéricos, una vez validados en base a los resultados experimentales, pueden simular el comportamiento de sus homólogos reales de forma cualitativa y cuantitativa, en algunos casos:

- El análisis modal numérico efectuado de la estructura con distintos materiales y del aire de la cavidad interior, como elementos individuales sin acoplar, presenta unos resultados de frecuencias propias y formas modales muy próximas cuantitativa y cualitativamente, a los obtenidos para los modelos reales mediante técnicas experimentales o analíticas.
- Por otro lado, en el sistema acoplado, la comparación entre la respuesta real y simulada presenta algunas diferencias de tipo cuantitativo, en determinados rangos de frecuencia. El modelo bidimensional, de 0 a 70 Hz, se aleja de la respuesta real, siendo a partir de entonces cuando sus resultados empiezan a aproximarse, cualitativa y cuantitativamente, a la señal experimental.

Los resultados del modelo numérico confirman los resultados del capítulo 3, en cuanto a la alta densidad modal de la estructura y del aire de la cavidad, en el rango de frecuencias estudiado.

El modelo numérico consigue reflejar la diferencia de presión sonora entre la caja de DM y de PMMA, confirmando su sensibilidad para simular cambios en la respuesta sonora del sistema debidos al material de la estructura. Los resultados del modelo numérico se corresponden con los resultados experimentales, pues la amplitud de la respuesta sonora simulada es mayor en la caja de DM que en la de PMMA.

A partir de los resultados del estudio paramétrico realizado mediante los modelos numéricos, se puede afirmar que:

- Las variaciones en la densidad de la estructura influyen en la respuesta sonora del sistema acoplado en las bajas frecuencias, donde las resonancias de las



paredes de la estructura son más importantes. A partir de 500-600 Hz, la señal se estabiliza y la densidad del material de la caja pierde influencia en el nivel de presión sonora del sistema.

- Las variaciones en el módulo de Young de la estructura, también tienen una marcada influencia en la respuesta sonora del sistema acoplado en las bajas frecuencias, debido a las resonancias de la estructura. Al igual que ocurría con la densidad, a partir de 500 Hz, las contribuciones de las resonancias de la caja pierden relevancia frente a las vibraciones forzadas de la estructura, debidas a las ondas estacionarias.

Por otro lado, el estudio de las vibraciones de las paredes de la estructura con la variación del módulo de Young indica que, al aumentar este último las frecuencias de resonancia de la estructura también aumentan. Concluyéndose que la variación de la rigidez de la estructura, aumentado la rigidez del material o disponiendo barrajes internos, no elimina las resonancias de la caja sino que las desplaza en frecuencia, por lo que el problema no se soluciona pudiendo incluso agravarse. Estos resultados están en concordancia con las investigaciones de Bastar, K.J. y Capone, D.E. en [17].

- Un aumento en el amortiguamiento de las paredes de la caja, implica una disminución del nivel de presión sonora proporcional al amortiguamiento. La introducción del amortiguamiento en la simulación se ha efectuado en base a la ecuación 2.84, de tal forma que su incidencia sea mayor con el aumento de la frecuencia.
- A partir de 250 o 300 Hz, la disposición de material poroso en el interior de la caja produce una variación del nivel de presión sonora, y suaviza la respuesta del sistema acoplado. Esto es debido a que el material poroso atenúa la formación de ondas estacionarias en el aire del interior de la caja, impidiendo las vibraciones forzadas de las paredes de la caja y su consiguiente radiación sonora en este rango de frecuencia.

- El aumento de la masa móvil del altavoz produce en general una disminución del nivel de presión sonora. A partir de 400 Hz, el efecto se acentúa y se produce un marcado descenso del nivel de presión sonora, junto con una variación en las amplitudes de vibración de las paredes de la estructura. Esto hecho puede explicarse considerando que, el aumento de la masa para una misma fuerza de excitación disminuye la velocidad del movimiento y, por lo tanto, el nivel de presión sonora.
- El aumento del modulo de Young de la compliancia del altavoz, empieza a tener efecto a partir de 200 Hz. Produce un aumento del nivel de presión sonora hasta 600 Hz donde el efecto se invierte, provocando una disminución del nivel de presión sonora de 600 a 1000 Hz.

Se concluye que, los modelos numéricos presentados, con sus simplificaciones de entrada y limitaciones, pueden constituir una herramienta flexible de diseño que permite estudiar, de forma rápida y económica, la importancia de la estructura y de las propiedades intrínsecas de su material de construcción, en la respuesta sonora del sistema acoplado.

## **CAPÍTULO V**

### **CONCLUSIONES**



## 5.1.- Conclusiones.

En el presente trabajo de investigación, se ha realizado una contribución al estudio de la influencia que tienen la estructura y su material de construcción, en el campo sonoro radiado por los sistemas de altavoz-caja cerrada. Para ello, se han utilizado diferentes técnicas experimentales y se ha implementado un modelo numérico mediante el MEF. De los resultados y análisis realizados, se pueden extraer las siguientes conclusiones generales:

- El comportamiento vibroacústico del sistema depende, en gran medida, de las dimensiones y geometría de la estructura, que condicionan el comportamiento dinámico de las paredes de la caja y del aire de la cavidad interior. Es recomendable realizar un prediseño para separar, en un mismo rango de frecuencia, las vibraciones de las paredes debidas a las resonancias de la estructura de las forzadas debidas a las resonancias del aire de la cavidad interior, puesto que de lo contrario pueden producirse acoples entre ambas.
- Son los primeros modos de vibración de la estructura, y no solo el fundamental, los que más influyen en la respuesta sonora del sistema en las bajas frecuencias. Al aumentar el número del modo con la frecuencia, la forma modal respectiva presenta una superficie vibrante en fase menor, por lo que también disminuye su contribución al campo sonoro del sistema.
- Las vibraciones forzadas de la estructura, debidas a las resonancias del aire interior de la cavidad, se reflejan en la repuesta sonora del sistema con amplitudes que pueden ser incluso superiores a las de las resonancias de la estructura.
- Para atenuar la influencia de las resonancias de la estructura en el campo sonoro radiado por el sistema, hay que optar por materiales con un coeficiente de amortiguamiento mayor o por la adopción de láminas amortiguantes adheridas a las caras interiores de la estructura.

Para atenuar la influencia de las vibraciones forzadas de las paredes de la estructura en la respuesta sonora del sistema, es más conveniente actuar sobre las ondas estacionarias del aire interior de la cavidad que las provoca. La solución más conveniente es el uso de materiales absorbentes del sonido que conviertan el interior de la caja en una pequeña cámara anecoica, que impida las reflexiones y, por lo tanto, la formación de ondas estacionarias.

En general, lo ideal sería combinar las dos soluciones: materiales amortiguantes contra las resonancias de la estructura y absorbentes del sonido para atenuar las resonancias del aire interior.

- La influencia de la densidad y del módulo de Young del material de la estructura en la respuesta sonora del sistema es incuestionable, sobre todo, en las bajas frecuencias donde se encuentran los primeros modos de la estructura. Las variaciones en la densidad o módulo de Young no eliminan las resonancias de las paredes de la estructura, sino que simplemente las desplazan en frecuencia, por lo que no constituyen en sí mismas una solución al problema.

La principal aportación del autor al estudio del problema de la radiación de la estructura en sistemas de caja cerrada es el desarrollo de un modelo numérico basado en el MEF, que puede contemplar el acople entre los modos superiores de los elementos principales del sistema: altavoz, aire de la cavidad interior y estructura del recinto acústico. El modelo numérico presentado supone un paso adelante respecto a los modelos numéricos presentados por otros autores en [6], [7], [8], [11], [16] y [17].

Los modelos numéricos, presentados en este trabajo, destacan por su potencialidad. Los modelos tienen muchas posibilidades de desarrollo, tanto en el grado de detalle geométrico, como en su capacidad para simular las leyes de comportamiento de los materiales de los componentes individuales que constituyen el sistema acoplado.

Se concluye que, los modelos numéricos presentados constituyen una herramienta flexible de análisis que permite calcular la respuesta en frecuencia de las diferentes partes del sistema, en miles de puntos y en función de múltiples variables. Por otro lado, permite múltiples formas de representación de dichas variables, como por ejemplo,

gráficos en dos y tres dimensiones del campo de velocidades o de presiones del sistema acoplado. Los modelos numéricos presentados pueden proporcionar más información en la fase de diseño, que los modelos basados en circuitos de elementos concentrados.

## 5.2.- Líneas futuras.

El presente trabajo deja abiertas nuevas vías de estudio sobre el problema de la cuantificación de la radiación de la estructura en sistemas de caja cerrada.

Desde el punto de vista experimental, a juicio del autor, se debe profundizar más en el estudio del amortiguamiento de la estructura y en el empleo de otras técnicas experimentales:

- La determinación del amortiguamiento por modo de vibración, solo informa de la capacidad de la estructura para disipar energía en las proximidades de las resonancias. Para sistemas como el estudiado, que trabajan en un rango de frecuencia determinado, sería de interés determinar el amortiguamiento del sistema mediante otros métodos, como el Power Input Method (PIM) [57] o el Statistical Energy análisis (SEA) [58].
- Para el estudio del campo sonoro y de la velocidad de vibración de las paredes de la estructura, podría aplicarse la técnica de Holografía de Campo Cercano (NAH) [59]. Esta técnica utiliza una matriz de micrófonos situados en un plano paralelo y cercano a las paredes de la estructura, para obtener una imagen en dos dimensiones del campo de presiones y velocidades.

Por otro lado, el modelo numérico presentado ofrece múltiples posibilidades de desarrollo:

- En opinión del autor, el siguiente desarrollo del modelo numérico sería la unión de los modelos, en dos y tres dimensiones implementados en el presente trabajo, en un único modelo tridimensional que contemplara de forma espacial el acople

completo del sistema: fluido-estructura-fluido. Este modelo tridimensional podría contemplar una mejora de la geometría del altavoz más próxima a la real.

- Junto con la evolución del modelo a las tres dimensiones, se podría proceder a una parametrización total de las propiedades de los materiales y geometría del mismo. La definición totalmente paramétrica del modelo, permitiría estudiar la influencia en el campo sonoro del sistema acoplado de diferentes geometrías de la estructura. Por otro lado, la definición paramétrica del modelo permite el uso de algoritmos de optimización, que pueden ser utilizados para modificar las propiedades y geometría del modelo, en busca de una respuesta vibroacústica concreta del sistema.

Otra línea de actuación podría ser el estudio de las diferencias en las respuestas sonoras del sistema, según el material de construcción, desde el punto de vista de la percepción sensorial, aplicando los llamados criterios psicoacústicos [60], [61]. Este enfoque permitiría relacionar las magnitudes físicas, obtenidas mediante los ensayos experimentales, con la respuestas físicas y psicológicas del oyente.



**ANEXO A**

**FUNCIONES MATLAB**



La función FRF.m se ha implementado para controlar la tarjeta de adquisición de datos NI USB 9233, captar las señales del acelerómetro y del martillo y obtener la función de transferencia con Matlab.

FRF.m

```
function FRF(Fs)

% Fs frecuencia de muestreo
%

ai = analoginput('nidaq','Dev1');
addchannel(ai, 0:1);
ai.Channel(1).ChannelName='mart';
ai.Channel(2).ChannelName='accel';

ai.SampleRate = Fs
ai.SamplesPerTrigger = 20000;

set(ai, 'TriggerChannel', ai.Channel(1))
set(ai, 'TriggerType', 'Software')
set(ai, 'TriggerCondition', 'Rising')
set(ai, 'TriggerConditionValue', 0.05)
set(ai, 'TriggerDelayUnits', 'Samples')
set(ai, 'TriggerDelay', -500)

start(ai);
wait(ai, 35);
datos= getdata(ai);
m = datos(:,1);
a = datos(:,2);
a1=detrend(a);
m1=detrend(m);

a2=a1/0.0102; %dividir señal por la constante del acelerómetro
m2=m1/0.0112; %dividir señal por la constante del martillo

N=length(a); %N=length of the signal
t=[0:N-1]/Fs; %tiempo
```

```

% datos de medida acelerómetro

figure(1)
clf
subplot(2,1,1); plot(t,m1)
grid
xlabel('tiempo (s)')
ylabel('Amplitude (V)')
title('Señal de salida en t - V');
subplot(2,1,2); plot(t,a1)
grid
xlabel('tiempo (s)')
ylabel('Amplitude (V)')
title('Señal de salida en t-V');

%Creacion de una ventana rectangular para la señal del martillo

p = length(m2);
m2r = zeros(size(1:p));
r=400;
j=0.3*Fs;
for i = r:j; m2r(i) = m2(i); end

%Creacion de una ventana rectangular para la señal del acelerómetro

p = length(a2);
a2r = zeros(size(1:p));
r=400;
j=2*Fs;
for i = r:j ; a2r(i) = a2(i); end

figure(2)
clf
subplot(2,1,1); plot(t,m2r)
grid
xlabel('tiempo (s)')
ylabel('Amplitude (N)')
title('Señal de salida en t - N');
subplot(2,1,2); plot(t,a2r)
grid

```

```

xlabel('tiempo (s)')
ylabel('Amplitude (m/s2)')
title('Señal de salida en t-(m/s2)');

% Integracion de la señal de aceleración para conseguir la velocidad

vel=cumtrapz(a2)/Fs;
detrend_vel=detrend(vel); % quita el DCOffset
velr=cumtrapz(a2r)/Fs;
detrend_velr=detrend(velr); % quita el DCOffset

% funciones de transferencia con velocidad y aceleración

[G2,F2]= tfe(m2r,a2r,N,Fs); % FRF aceleracion señal recortada y
nartillo recortado
[G3,F3]= tfe(m2r,detrend_velr,N,Fs); %FRF velocidad señal recortada
con martillo recortado
[Cohe,F] = COHERE(m2r,a2r,Fs); %coherencia martillo y velocidad
recortada
a=length(F2)
b=length(F)

V1=fft(detrend_velr);length (V1)
F1=fft(m2r);length (F1)

subplot(3,1,3);
plot (F,Cohe)
grid
xlabel('frecuencia (Hz)')
title('funcion de coherencia')

figure(4)
plot (F2,20*log10(G3))
grid
xlabel('frecuencia (Hz)')
ylabel('Amplitude (dB)')
title('funcion de transferencia')

```

Las siguientes funciones `rpf.m` y `ortogonal.m` se han utilizado para la extracción de parámetros modales de las FRF experimentales, mediante el método Rational Fraction Polynomial.

### `rpf.m`

```
function [alpha,modal_par]=rpf(rec,omega,N)

[r,c]=size(omega);
if r<c
    omega=omega.';
end
[r,c]=size(rec);
if r<c
    rec=rec.';
end

nom_omega=max(omega);
omega=omega./nom_omega;

m=2*N-1;
n=2*N;

[phimatrix,coeff_A]=orthogonal(rec,omega,1,m);
[thetamatrix,coeff_B]=orthogonal(rec,omega,2,n);

[r,c]=size(phimatrix);
Phi=phimatrix(:,1:c);
[r,c]=size(thetamatrix);
Theta=thetamatrix(:,1:c);
T=sparse(diag(rec))*thetamatrix(:,1:c-1);
W=rec.*thetamatrix(:,c);
X=-2*real(Phi'*T);
G=2*real(Phi'*W);

d=-inv(eye(size(X))-X.'*X)*X.'*G;
C=G-X*d;
D=[d;1];
```

```

for n=1:length(omega),
    numer=sum(C.'.*Phi(n,:));
    denom=sum(D.'.*Theta(n,:));
    alpha(n)=numer/denom;
end

A=coeff_A*C;
[r,c]=size(A);
A=A(r:-1:1).';
B=coeff_B*D;
[r,c]=size(B);
B=B(r:-1:1).';

[R,P,K]=residue(A,B);
[r,c]=size(R);
for n=1:(r/2),
    Residuos(n,1)=R(2*n-1);
    Polos(n,1)=P(2*n-1);
end
[r,c]=size(Residuos);
Residuos=Residuos(r:-1:1)*nom_omega;
Polos=Polos(r:-1:1)*nom_omega;
freq=abs(Polos);
damp=-real(Polos)./abs(Polos);

Ai=-2*(real(Residuos).*real(Polos)+imag(Residuos).*imag(Polos));
Bi=2*real(Residuos);
const_modal=complex(Ai,abs(Polos).*Bi);
    Ci=abs(const_modal);
    Oi=angle(const_modal).*(180/pi);

modal_par=[freq, damp, Ci, Oi];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

## Ortogonal.m

```

function [P,coeff]=orthogonal(rec,omega,phitheta,kmax)

if phitheta==1
    q=ones(size(omega));

```

```

elseif phitheta==2
    q=(abs(rec)).^2;
else
    error('phitheta must be 1 or 2.')
end

R_minus1=zeros(size(omega));
R_0=1/sqrt(2*sum(q)).*ones(size(omega));
R=[R_minus1,R_0];
coeff=zeros(kmax+1,kmax+2);
coeff(1,2)=1/sqrt(2*sum(q));

for k=1:kmax,
    Vkm1=2*sum(omega.*R(:,k+1).*R(:,k).*q);
    Sk=omega.*R(:,k+1)-Vkm1*R(:,k);
    Dk=sqrt(2*sum((Sk.^2).*q));
    R=[R,(Sk/Dk)];
    coeff(:,k+2)=-Vkm1*coeff(:,k);
    coeff(2:k+1,k+2)=coeff(2:k+1,k+2)+coeff(1:k,k+1);
    coeff(:,k+2)=coeff(:,k+2)/Dk;
end

R=R(:,2:kmax+2);
coeff=coeff(:,2:kmax+2);

i=sqrt(-1);
for k=0:kmax,
    P(:,k+1)=R(:,k+1)*i^k;
    jk(1,k+1)=i^k;
end
coeff=(jk'*jk).*coeff;

```



## **REFERENCIAS**



- [1] Borwick, J. *LOUDSPEAKER AND HEADPHONE HANDBOOK*, Focal Press, 2001.
- [2] Tappan, P.W. LOUDSPEAKER ENCLOSURE WALLS. *Journal of the Audio Engineering Society*, Vol 10(3), 1962, pp. 224-231.
- [3] Iverson, J.K. THE THEORY OF LOUDSPEAKER CABINET RESONANCES. *Journal of the Audio Engineering Society*, Vol 21(3), 1973, pp. 177-180.
- [4] Harwood, H.D.; Mathews, R. *FACTORS IN THE DESIGN OF LOUDSPEAKER CABINETS*. BBC Research Department, 1977.
- [5] Frankort, F. VIBRATION PATTERNS AND RADIATION BEHAVIOR OF LOUDSPEAKER CONES. *Journal of the Audio Engineering Society*, Vol 26(9), 1978, pp. 609-622.
- [6] Kagawa, Y. et al. FINITE ELEMENT APPROACH TO A COUPLED STRUCTURAL ACOUSTIC RADIATION SYSTEM WITH APPLICATION TO A LOUDSPEAKER. *Journal of sound and Vibration*, Vol 69, 1980, pp. 229-243.
- [7] Suzuki, K.; Nomoto, I. COMPUTERIZED ANALYSIS AND OBSERVATION OF THE VIBRATION MODES OF A LOUDSPEAKER. *Journal of the Audio Engineering Society*, Vol 30, 1982, pp. 96-106.
- [8] Sakai, S. et al. ACOUSTIC FIELD IN AN ENCLOSURE AND ITS EFFECTS ON SOUND-PRESSURE RESPONSES OF A LOUDSPEAKER. *Journal of the Audio Engineering Society*, Vol 32(4), 1984, pp. 218-227.
- [9] Ih, J.G. WAVE ACOUSTIC ACTION INSIDE RECTANGULAR LOUDSPEAKER CABINETS. *Journal of the Audio Engineering Society*, Vol 39(12), 1991, pp. 945-955.
- [10] Sorokin, S.V. ANALYSIS OF VIBRATIONS OF A SPATIAL ACOUSTIC SYSTEM BY THE BOUNDARY INTEGRAL EQUATIONS METHOD. *Journal of Sound and Vibration*, Vol 180(4), 1991, pp. 657-667.

- [11] Kirkuk, S. M y Jones, M.A. COMPUTATIONAL METHODS FOR THE ACOUSTIC MODAL ANALYSIS OF AN ENCLOSED FLUID WITH APPLICATION TO A LOUDSPEAKER CABINET. *Applied Acoustics*, Vol 48(4), 1996, pp. 275-299.
- [12] Skrodozka, E.B. y Sek, A.P. VIBRATION PATTERNS OF THE FRONT PANEL OF THE LOUDSPEAKER SYSTEM: MEASUREMENT CONDITIONS AND RESULTS. *Journal of the Acoustic Society of Japan*, Vol 19(4), 1998, pp. 249-252.
- [13] Runnemalm, A. STANDING WAVES IN A RECTANGULAR SOUND BOX RECORDED BY TV HOLOGRAPHY. *Journal of Sound and Vibration*, Vol 244(4), 1999, pp. 689-707.
- [14] Skrodozka, E.B. AN INFLUENCE OF AN ENCLOSURE OF MODAL BEHAVIOUR OF LOUDSPEAKERS. *Journal of the Acoustic Society of Japan*, Vol 20(4), 1999, pp. 261-270.
- [15] Skrodozka, E.B. y Sek, A.P. COMPARISON OF MODAL PARAMETERS OF LOUDSPEAKERS IN DIFFERENT WORKING CONDITIONS. *Applied Acoustics*, Vol 60(3), 2000, pp. 267-277.
- [16] Karjalainen, M. et al. COMPARISON OF NUMERICAL SIMULATION MODELS AND MEASURED LOW-FREQUENCY BEHAVIOUR OF LOUDSPEAKER ENCLOSURES. *Journal of the Audio Engineering Society*, Vol 49(12), 2001, pp. 1148-1166.
- [17] Bastyr, K.J. y Capone, D.E. ON THE ACOUSTIC RADIATION FROM A LOUDSPEAKER'S CABINET. *Journal of the Audio Engineering Society*, Vol 51(4), 2003, pp. 234-241.
- [18] Recuero Lopez, M. *INGENIERÍA ACÚSTICA*. Paranifo, 1999.
- [19] Filippi, P. et al. *ACOUSTICS: BASIC PHYSICS, THEORY AND METHODS*. Academic Press, 1999.

[20] Fahy, F. y Walter, J. *FUNDAMENTALS OF NOISE AND VIBRATION*. E & FN Spon, 1998.

[21] Kinsler. *FUNDAMENTOS DE ACÚSTICA*. Limusa, 1995.

[22] Fahy, F. *SOUND INTENSITY*, E & FN Spon, 1995.

[23] Machimbarrena Gutiérrez, M. ESTUDIO COMPARATIVO DEL AISLAMIENTO SONORO POR LOS MÉTODOS DE PRESIÓN Y DE INTENSIDAD. Tesis Doctoral, Universidad de Valladolid. 1999.

[24] Pueo Ortega, B. y Roma Romero, M. *ELECTROACÚSTICA: ALTAVOCES Y MICROFONOS*, Pearson Education, 2003.

[25] Paz, M. *DINÁMICA ESTRUCTURAL: TEORÍA Y CÁLCULO*, Reverté, 2000.

[26] Ewins, D.J. *MODAL TESTING, THEORY, PRACTICE, AND APPLICATION*. Research Studies Press Ltd, 2000.

[27] Adhikari, S. y Woodhouse, J. IDENTIFICATION OF DAMPING: PART I, VISCOUS DAMPING. *Journal of Sound and Vibration*, Vol 243(1), 2001, pp. 43-61.

[28] Adhikari, S. y Woodhouse, J. IDENTIFICATION OF DAMPING: PART II, NON-VISCOUS DAMPING. *Journal of Sound and Vibration*, Vol 243(1), 2001, pp. 62-88.

[29] He, J. y Fu, Z.F, *MODAL ANALYSIS*, Butterworth Heinemann, 2001.

[30] "Brüel & Kjaer" [en línea] disponible en Web: <http://www.bksv.com/> [consulta: 14 febrero de 2008].

[31] Balmés, E. NEW RESULTS ON THE IDENTIFICATION OF NORMAL MODES FROM EXPERIMENTAL COMPLEX MODES. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol 11(2), 1997, pp. 229-243.

- [32] Adhikari, S. OPTIMAL COMPLEX MODES AND AN INDEX OF DAMPING NON-PROPORTIONALITY. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol 18, 2004, pp. 1-27.
- [33] Avitabile, P. EXPERIMENTAL MODAL ANALYSIS: A SIMPLE NON-MATHEMATICAL PRESENTATION. *Sound and Vibration*, January 2001, pp. 1-11.
- [34] Avitabile, P. TEACHING EXPERIMENTAL STRUCTURAL DYNAMICS. *Sound and Vibration*, November 2007, pp. 14-21.
- [35] Iglesias, A.M. INVESTIGATING VARIOUS MODAL ANALYSIS EXTRACTION TECHNIQUES TO ESTIMATING DAMPING RATIO. Master Thesis. Virginia Tech. 2000.
- [36] Lee, M. y Richardson, M. H. DETERMINING THE ACCURACY OF MODAL PARAMETER ESTIMATION METHODS. *10° IMAC Conference*, Orlando, 1992.
- [37] Richardson, M. H. y Formenti, D. L. PARAMETER ESTIMATION FROM FREQUENCY RESPONSE MEASUREMENTS USING RATIONAL FRACTION POLYNOMIALS. *1° IMAC Conference*, Orlando, 1982.
- [38] Richardson, M. H. y Formenti, D. L. GLOBAL CURVE FITTING OF FREQUENCY RESPONSE MEASUREMENTS USING THE RATIONAL FRACTION POLYNOMIAL METHOD. *3° IMAC Conference*, Orlando, 1985.
- [39] Turner, M.J. et al. STIFFNESS AND DEFLECTION ANALYSIS OF COMPLEX STRUCTURES, *J. Aero. Sci.*, Vol 23, 1956, pp. 805-823.
- [40] Zienkiewicz, O.C. y Taylor, R.L. *EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS*, McGraw Hill, 1994.
- [41] Oñate, E. *CÁLCULO DE ESTRUCTURAS POR EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS*. CIMNE, 1992.

- [42] Vazquez, M. y Lopez, E. *EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS APLICADO AL ANÁLISIS ESTRUCTURAL*. Noela, 2001.
- [43] "ANSYS Theory Reference" [en línea] disponible en Web: [http://www1.ansys.com/customer/content/documentation/90/ansys/a\\_thry90.pdf](http://www1.ansys.com/customer/content/documentation/90/ansys/a_thry90.pdf). [consulta: 10 enero de 2008].
- [44] Zienkiewicz, O.C. y Bettess, P. FLUID-STRUCTURE DYNAMIC INTERACTION AND WAVE FORCES. INTRODUCTION TO NUMERICAL TREATMENT, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol (13), 1978, pp. 1-16.
- [45] Jordan, E.J. MULTIPLE-ARRAY LOUDSPEAKER SYSTEM, *Wireless World*, Marzo 1971, pp. 2-6.
- [46] Beranek, L., *ACOUSTICS*, Amer Inst of Physics, 1986.
- [47] Quintanilla, Ll. et al. ESTUDIO PRELIMINAR TEÓRICO-EXPERIMENTAL DE LAS CARACTERÍSTICAS ACÚSTICAS DEL CAJÓN PERUANO, *31º Congreso Nacional de Acústica -TECNIACÚSTICA*, Madrid, 2000.
- [48] Small, R. H. CLOSED BOX LOUDSPEAKER SYSTEMS: PART I: ANALISIS. *Journal of the Audio Engineering Society*, vol. 20(10), 1972, pp. 798-808.
- [49] Small, R. H. CLOSED BOX LOUDSPEAKER SYSTEMS: PART II: SYNTHESIS. *Journal of the Audio Engineering Society*, vol.21(1), 1973, pp. 11-18.
- [50] "Beyma" [en línea] disponible en Web: <http://profesional.beyma.com/pdf/8BR40.pdf> [consulta: 4 abril de 2008].
- [51] ASTM E 756-98. STANDARD TEST METHOD FOR MEASURING VIBRATION-DAMPING PROPERTIES OF MATERIALS. *American Society for Testing and Materials Standards*, 1998.
- [52] Ortiz Berrocal, L. *RESISTENCIA DE MATERIALES*. McGraw-Hill, 2007.

[53] "Matlab" [en línea] disponible en Web: <http://www.mathworks.es/products/matlab/> [consulta: 10 octubre de 2008].

[54] ISO 7636-2:1990, VIBRATION AND SHOCK EXPERIMENTAL DETERMINATION OF MECHANICAL MOBILITY - PART 2: MEASUREMENTS USING SINGLE-POINT TRANSLATION EXCITATION WITH AN ATTACHED VIBRATION EXCITER. *International Organization for Standardization*, 1990.

[55] ISO 7636-5:1994, VIBRATION AND SHOCK EXPERIMENTAL DETERMINATION OF MECHANICAL MOBILITY - PART 5: MEASUREMENTS USING IMPACT EXCITATION WITH AN EXCITER WHICH IS NOT ATTACHED TO THE STRUCTURE. *International Organization for Standardization*, 1994.

[56] Juliá Sanchis, E. MODELIZACIÓN, SIMULACIÓN Y CARACTERIZACIÓN ACÚSTICA DE MATERIALES PARA SU USO EN ACÚSTICA ARQUITECTÓNICA. Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Valencia. 2008.

[57] Carfagni, M. y Pierini, M. DETERMINING THE LOSS FACTOR BY THE PCRWER INPUT METHOD (PIM), PART 2: EXPERIMENTAL INVESTIGATION WITH IMPACT HAMMER EXITATION. *Journal of Vibration and Acoustics*. vol 121, pp. 422-428.

[58] Lyon, R. H. *STATISTICAL ENERGY ANALYSIS OF DYNAMICAL SYSTEMS*, M.I.T. Press, 1975.

[59] Escuder Silla, E. ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO ACÚSTICO DE ESTRUCTURAS MULTICAPA MEDIANTE NAH. Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Valencia. 2007.

[60] Zwicker E. y Fastl, H.: *PSYCHOACOUSTICS. FACTS AND MODELS*, Springer, 1999.

[61] Aures, W. BERECHNUNGSVERFAHREN FÜR DEN WOHLKLANG BELIEBIGER SCHALLSIGNALE, *Acustica*, vol 59, 1985, pp. 286.