

# Índice

	<i>Página</i>
<b>1 El problema de la reducción de modelos. Conceptos fundamentales</b>	<b>1</b>
1.1 Introducción	1
1.1.1 Objetivos y justificación	2
1.1.2 Estructura de la Tesis	3
1.2 Conceptos básicos de álgebra lineal	4
1.2.1 Notación	4
1.2.2 Valores y vectores propios	5
1.2.3 Subespacios invariantes y deflactantes	7
1.2.4 Valores y vectores singulares	8
1.2.5 Condicionamiento y estabilidad numérica	9
1.3 Conceptos básicos del análisis y diseño de sistemas lineales de control (SLC)	10
1.3.1 El modelo del espacio de estados	10
1.3.2 Estabilidad	12
1.3.3 Controlabilidad y Estabilizabilidad	12
1.3.4 Observabilidad y Detectabilidad	13
1.3.5 Realizaciones minimales	14
1.3.6 Las matrices Gramian y los valores singulares de Hankel de un SLC	14
	<i>Página</i>

---

1.4 El problema de la reducción de modelos	15
1.4.1 Planteamiento del problema	15
1.4.2 Importancia de la reducción de modelos	16
1.4.3 Métodos utilizados para la reducción de modelos	17
<b>2 Métodos de truncamiento en el espacio de estados</b>	<b>19</b>
2.1 Introducción	19
2.2 Realizaciones balanceadas	22
2.2.1 Sistemas en lazo abierto	22
2.2.2 Sistemas en lazo cerrado	27
2.3 Método de Schur	31
2.4 Conclusiones	33
<b>3 Métodos para la resolución de las ecuaciones de Lyapunov</b>	<b>35</b>
3.1 Introducción	35
3.2 Condicionamiento del problema	37
3.3 Método de Bartels-Stewart	39
3.4 Método de Hammarling	43
3.4.1 Resolución de las ecuaciones de Lyapunov en tiempo continuo	43
3.4.1.1 Valores propios reales	45
3.4.1.2 Valores propios complejos	47
3.4.2 Resolución de las ecuaciones de Lyapunov en tiempo discreto	49
3.4.2.1 Valores propios reales	51
3.4.2.2 Valores propios complejos	53
3.5 Método de la función signo matricial	56
3.5.1 La función signo matricial y la ecuación de Lyapunov	56
3.5.2 Análisis de perturbaciones del método de la función signo matricial	59

*Página*

---

3.5.3 Aceleración de la convergencia: escalado e iteración de Halley	60
3.5.4 Iteraciones localmente convergentes	62
3.5.5 Algoritmo para resolver la ecuación de Lyapunov	62
3.5.6 Algoritmo para resolver la ecuación de Lyapunov para el factor de Cholesky	65
3.5.7 Algoritmos para resolver la ecuación de Lyapunov generalizada	67
3.5.8 Algoritmo para resolver ecuaciones de Lyapunov acopladas	69
3.5.9 Algoritmo para resolver la ecuación de Lyapunov en tiempo discreto	71
3.6 Conclusiones	72
<b>4 Arquitecturas y algoritmos paralelos</b>	<b>75</b>
4.1 Introducción	75
4.2 Arquitecturas de altas prestaciones	76
4.2.1 Clasificación de las arquitecturas	76
4.2.2 Metodologías de programación	78
4.2.3 Prestaciones de los algoritmos paralelos	79
4.3 Multicomputadores	80
4.3.1 Distribución de datos	80
4.3.2 Comunicaciones	84
4.3.3 Librerías de comunicaciones PVM y MPI	86
4.3.4 Núcleos computacionales paralelos (ScaLAPACK)	87
4.4 Computadores paralelos	90
4.4.1 Alliant FX/80	90
4.4.2 SGI PowerChallenge	92
4.4.3 Cray T3D	94
4.4.4 IBM SP2	95
	<i>Página</i>
4.5 Conclusiones	97

---

<b>5 Algoritmos paralelos para resolver la ecuación de Lyapunov</b>	<b>99</b>
5.1 Introducción	99
5.2 Paralelización del método de Hammarling	100
5.2.1 Dependencia de datos en el algoritmo de Hammarling	101
5.2.2 Multiprocesadores con memoria compartida	104
5.2.2.1 Algoritmos de grano fino para procesadores superescalares	105
5.2.2.2 Algoritmos de grano medio para procesadores vectoriales	109
5.2.3 Multiprocesadores con memoria distribuida	115
5.2.3.1 Algoritmos de frente de onda	115
5.2.3.2 Algoritmos de frente de onda adaptativos	123
5.2.3.3 Algoritmos cíclicos	125
5.2.3.4 Algoritmos cíclicos modificados	135
5.2.3.5 Algoritmos cíclicos frente de onda	137
5.3 Paralelización del método de la función signo matricial	142
5.3.1 Ejemplo de paralelización con el ScaLAPACK: Factorización LU	143
5.3.2 Algoritmo para la solución de la ecuación de Lyapunov	147
5.3.3 Algoritmo para obtener el factor de Cholesky de la ecuación de Lyapunov	149
5.3.4 Algoritmo para resolver la ecuación de Lyapunov generalizada	150
5.3.5 Algoritmo para resolver ecuaciones de Lyapunov acopladas	152
5.3.6 Análisis teórico de los algoritmos	153
5.4 Conclusiones	155
<b>6 Análisis de los resultados experimentales</b>	<b>157</b>
6.1 Introducción	157
	<i>Página</i>
6.2 Método de Hammarling	158
6.2.1 Multiprocesadores con memoria compartida	158

---

6.2.2 Multiprocesadores con memoria distribuida	166
6.2.2.1 Algoritmos de frente de onda	166
6.2.2.2 Algoritmos de frente de onda adaptativos	170
6.2.2.3 Algoritmos cíclicos	172
6.2.3 Análisis de resultados	177
6.3 Método de la función signo matricial	178
6.3.1 Análisis de la fiabilidad numérica	179
6.3.2 Ecuación de Lyapunov generalizada	183
6.3.3 Ecuaciones de Lyapunov generalizadas acopladas	188
6.3.4 Análisis de resultados	193
6.4 Conclusiones	197
<b>7 Conclusiones y líneas futuras</b>	<b>199</b>
7.1 Conclusiones	199
7.1.1 Reducción de modelos: truncamiento en el espacio de estados	199
7.1.2 Métodos para la resolución de las ecuaciones de Lyapunov	200
7.1.3 Computadores de altas prestaciones	201
7.1.4 Algoritmos paralelos basados en el método de Hammarling	201
7.1.5 Algoritmos paralelos basados en la función signo matricial	203
7.2 Publicaciones en el marco de la Tesis	204
7.3 Líneas futuras de investigación	204
7.4 Agradecimientos	205
<b>Bibliografía</b>	<b>207</b>