

# Resumen

La presente memoria “Medidas fuertemente mezclantes y subconjuntos invariantes en dinámica lineal” se estructura en tres partes. En el Capítulo 0 se introducen la notación, definiciones y resultados básicos que se necesitarán a lo largo de la tesis. La primera parte consta de dos capítulos, los Capítulos 1 y 2, donde estudiamos la relación entre el Criterio de Hiper-ciclicidad Frecuente y la existencia de medidas de probabilidad borelianas fuertemente mezclantes. La segunda parte la compone el Capítulo 3, donde centramos nuestra atención en el estudio de la hiper-ciclicidad frecuente de los  $C_0$ -semigrupos de traslación. En la última parte, consistente en los Capítulos 4 y 5, estudiamos propiedades dinámicas que satisfacen los sistemas dinámicos lineales autónomos y no autónomos sobre ciertos subconjuntos invariantes. A continuación proporcionamos una breve descripción de cada capítulo:

En el Capítulo 1, construimos medidas de probabilidad borelianas fuertemente mezclantes y  $T$ -invariantes con soporte total para operadores definidos en  $F$ -espacios que satisfacen el Criterio de Hiper-ciclicidad Frecuente. Además, proporcionamos ejemplos de operadores que verifican este criterio y mejoramos el resultado en el caso de operadores backward shifts unilaterales y caóticos con la obtención de medidas exactas. Los contenidos de este capítulo han sido publicados en [88] y [12].

En el Capítulo 2, demostramos que el Criterio de Hiper-ciclicidad Frecuente para  $C_0$ -semigrupos, obtenido por Mangino y Peris en [82], asegura la existencia de medidas invariantes fuertemente mezclantes con soporte total. Proporcionaremos diversos ejemplos que ilustran este resultado y que varían desde el modelo de nacimiento y muerte hasta la ecuación de Black-Scholes. Todos los resultados de este capítulo han sido publicados en [86].

En el Capítulo 3, centramos nuestra atención en uno de los  $C_0$ -semigrupos más importantes, el semigrupo traslación. Inspirados en el trabajo de Bayart y Ruzsa [22] que caracteriza la hiperciclicidad frecuente de los operadores backward shifts con pesos, caracterizamos los semigrupos traslación frecuentemente hipercíclicos en los espacios  $C_0^p(\mathbb{R})$  y  $L_p^p(\mathbb{R})$ . En primer lugar, repasamos los resultados ya existentes sobre la dinámica de los semigrupos traslación. A continuación, obtenemos una caracterización de la hiperciclicidad frecuente para operadores pseudo-shifts con pesos en función de los mismos, que se usará más tarde para caracterizar el  $C_0$ -semigrupo traslación en  $C_0^p(\mathbb{R})$ . Finalmente, estudiamos el caso de  $L_p^p(\mathbb{R})$ . También estableceremos una analogía entre el estudio de la hiperciclicidad frecuente para el semigrupo traslación en  $L_p^p(\mathbb{R})$  y el operador backward shift en espacios de sucesiones con pesos. Los contenidos de este capítulo han sido incluidos en [81].

En el Capítulo 4 hemos estudiado la hiperciclicidad, el caos de Devaney y las propiedades de tipo mezclante tanto en el sentido topológico como en el medible para operadores definidos en espacios vectoriales topológicos que presentan subconjuntos invariantes. Hemos establecido relaciones entre el hecho de que un operador satisfaga las propiedades dinámicas sobre ciertos subconjuntos invariantes y que las satisfaga sobre la envoltura lineal cerrada del propio subconjunto o sobre la unión de subconjuntos invariantes. Además, proporcionamos condiciones sobre el operador (o  $C_0$ -semigrupo), que aseguren que al restringirlo sobre el subconjunto invariante, satisface ciertas propiedades dinámicas. En particular, centraremos nuestra atención en el caso de operadores positivos y semigrupos positivos definidos en retículos, y el cono positivo. Los contenidos de este capítulo han sido publicados en [85].

En el último capítulo, motivados por el trabajo de Balibrea y Oprocha [4], donde obtuvieron resultados sobre propiedades mezclantes y caos para sistemas discretos no autónomos sobre compactos, estudiamos propiedades mezclantes para sistemas dinámicos lineales no autónomos sobre ciertos subconjuntos invariantes. Todos los resultados de este capítulo han sido publicados en [87].