

# Índice General

Justificación y objetivos	xi
<b>1 Control predictivo basado en modelos</b>	<b>1</b>
1.1 La metodología del control predictivo	1
1.1.1 Predictor	5
1.1.2 Función de coste	7
1.1.3 Optimizador	10
1.2 Evolución del MPC	11
1.3 El control predictivo y la industria	16
<b>2 El controlador GPC y la SVD</b>	<b>19</b>
2.1 Controlador Predictivo Generalizado (GPC)	20
2.2 Formulación como un problema LS	24
2.2.1 ¿Por qué aparece el problema del mal condicionamiento en control predictivo?	26
2.3 La descomposición en valores singulares	28
2.4 Cálculo del controlador GPC vía SVD	30
2.5 Análisis de Componentes Principales	33
2.5.1 Las componentes principales y el controlador GPC	34
2.5.2 Relación entre los Componentes Principales y el factor de ponderación de la acción de control	39
2.6 Resumen	47

<b>3</b>	<b>El controlador PC-GPC</b>	<b>49</b>
3.1	El parámetro NPC . . . . .	49
3.1.1	Ejemplo: Control de un proceso de 5° orden . . . . .	53
3.2	Extensión al caso multivariable . . . . .	62
3.2.1	Ejemplo: Control de un proceso MIMO . . . . .	63
3.3	Criterios de selección . . . . .	69
3.3.1	Porcentaje de índice minimizado (PIM) . . . . .	69
3.3.2	Porcentaje de índice residual (PIR) . . . . .	70
3.3.3	Cota superior para la 2-norma del vector de acciones de control . . . . .	70
3.3.4	Cota superior para el primer cambio de la acción de control . . . . .	72
3.3.5	Criterios estadísticos . . . . .	72
3.3.6	Validación cruzada . . . . .	74
3.3.7	Criterio multiobjetivo . . . . .	75
3.4	Ejemplo SISO . . . . .	76
3.5	Ejemplo MIMO . . . . .	84
3.6	Resumen . . . . .	94
<b>4</b>	<b>PC-GPC con restricciones</b>	<b>103</b>
4.1	Formulación con restricciones . . . . .	105
4.2	Ejemplos . . . . .	107
4.2.1	Ejemplo SISO: Control de un doble integrador . . . . .	107
4.2.2	Ejemplo MIMO: Control de un fraccionador de petróleo . . . . .	108
4.3	Resumen . . . . .	114
<b>5</b>	<b>Análisis de robustez del PC-GPC</b>	<b>117</b>
5.1	Incertidumbre y robustez . . . . .	118
5.2	Funciones de sensibilidad . . . . .	119
5.3	Teorema de la pequeña ganancia (SGT) . . . . .	121
5.4	Modelado de las incertidumbres . . . . .	122

5.4.1	Incertidumbres aditivas . . . . .	123
5.4.2	Incertidumbres multiplicativas . . . . .	125
5.5	S y T como medidas de robustez . . . . .	127
5.6	GPC, controlador de dos grados de libertad . . . . .	129
5.6.1	Análisis de robustez del GPC . . . . .	132
5.7	Análisis de robustez del PC-GPC . . . . .	138
5.7.1	Extensión al caso multivariable . . . . .	141
5.8	Resumen . . . . .	144
<b>6</b>	<b>Diseño de GPC estable con componentes principales</b>	<b>147</b>
6.1	CRHPC . . . . .	149
6.2	Cálculo del CRHPC con SVD . . . . .	158
6.2.1	Obtención de la solución particular . . . . .	159
6.2.2	Obtención de la solución homogénea . . . . .	160
6.3	PC-GPC estable . . . . .	161
6.4	GPC <sup>∞</sup> . . . . .	165
6.4.1	GPC <sup>∞</sup> con componentes principales . . . . .	173
6.5	PC-GPC estable como LS . . . . .	173
6.6	Ejemplos . . . . .	174
6.7	Resumen . . . . .	198
<b>7</b>	<b>Conclusiones y trabajos futuros</b>	<b>203</b>
7.1	Conclusiones . . . . .	203
7.2	Trabajos futuros . . . . .	205
<b>A</b>	<b>GPC-MIMO</b>	<b>207</b>
A.1	Modelo de predicción MIMO . . . . .	207
A.1.1	Interpretación matricial del modelo de predicción . . . . .	214
A.2	Obtención del controlador . . . . .	219
A.2.1	Estructuración de la acción de control: horizonte de control	223

---

A.2.2	Horizontes de control diferentes para cada entrada . . . .	225
A.2.3	Horizontes de predicción diferentes para cada salida . . . .	225
A.2.4	Horizonte de predicción distinto para cada salida y ho- rizonte de control distinto para cada entrada . . . . .	227
A.3	Formulación polinomial del controlador . . . . .	228
A.3.1	Función de transferencia de bucle cerrado . . . . .	231
<b>B</b>	<b>Sistemas de ecuaciones mal condicionados</b>	<b>235</b>
<b>C</b>	<b>Pseudoinversas y sistemas de ecuaciones</b>	<b>239</b>
C.1	Solución de mínima norma que minimiza $\ \mathbf{x}\ _2$ . . . . .	239
C.2	Solución de mínima norma que minimiza $\ A\mathbf{x} - \mathbf{b}\ _2$ . . . . .	242
C.3	Pseudoinversa o inversa generalizada . . . . .	244
C.4	Algunas propiedades de los valores singulares . . . . .	245

# Índice de Figuras

1.1 Metodología general del MPC . . . . .	4
1.2 Estructura general de un modelo. . . . .	5
2.1 Evolución del número de condición para un proceso multivariable 2 × 2 . . . . .	32
2.2 Interpretación geométrica de la descomposición SVD de la matriz $G$ . . . . .	37
3.1 Si el modelo es igual al proceso, el control es adecuado. . . . .	54
3.2 Si proceso y modelo no coinciden, el bucle cerrado es inestable. . . . .	55
3.3 El bucle cerrado es inestable, incluso utilizando un polinomio $T(z^{-1}) = (1 - 0.9z^{-1})^2$ . . . . .	55
3.4 Con el controlador PC-GPC, el bucle cerrado es estable, para la misma discrepancia entre proceso y modelo. . . . .	57
3.5 Representación gráfica de las columnas 3, 5, 7 y 8 de la tabla 3.1. . . . .	58
3.6 Comparación de las respuestas usando 2,3,4 y 5 componentes . . . . .	59
3.7 Comparación entre el uso del factor $\beta$ y la selección de componentes principales . . . . .	60
3.8 El factor $\beta$ puede influir sólo sobre las últimas componentes . . . . .	62
3.9 Control de la columna de destilación propuesta por Wood and Berry con análisis de componentes principales. . . . .	65
3.10 Acciones de control para 4, 5 y 8 componentes. . . . .	66
3.11 Para $N_u = 2$ , el problema se plantea como una minimización sobre una circunferencia . . . . .	71
3.12 Selección para el 95% de índice minimizado. . . . .	77

3.13	La selección se realiza cuando no se aprecia disminución en PR. . . . .	79
3.14	Se seleccionan aquellas componentes que producen $\ \Delta u\ _2 \leq 0.25$ . . . . .	80
3.15	Se seleccionan aquellas componentes que producen $ \Delta u_1  \leq 0.0048$ . . . . .	81
3.16	Se eliminan todos los componentes por debajo del valor singular medio. . . . .	82
3.17	La intersección de las dos curvas determina el número de compo- nentes. . . . .	83
3.18	Se utiliza una variación del 15% en los parámetros del modelo. . . . .	85
3.19	Salida en bucle cerrado cuando se usan más componentes y el modelo es distinto al proceso . . . . .	86
3.20	El mínimo del índice multiobjetivo para $w_1 = 1$ , $w_2 = 1$ y $w_3 = 1$ , resulta al elegir 5 componentes. . . . .	87
3.21	El mínimo del índice multiobjetivo para $w_1 = 2$ , $w_2 = 1$ y $w_3 = 0.5$ , resulta al elegir 6 componentes. . . . .	88
3.22	Se selecciona el mayor número de componentes que produce un $PIM \leq 98\%$ . . . . .	90
3.23	Control con el PC-GPC que produce un $PIM \leq 98\%$ . . . . .	91
3.24	Porcentaje de residuo. La selección se realiza cuando no se aprecia disminución en PR. . . . .	92
3.25	Control con el PC-GPC que incluye 50 componentes . . . . .	93
3.26	Norma euclídea de los incrementos futuros de las acc. de control. . . . .	94
3.27	Control con el PC-GPC que produce $\ \Delta u\ _2 \leq 10$ . . . . .	95
3.28	Selección de componentes que generan la primera acción de control menor que $5 \times \Delta u_{ss}$ . . . . .	96
3.29	Valores singulares. Se incluyen los componentes asociados a valores singulares por encima de su valor medio. . . . .	96
3.30	Control con el PC-GPC para el criterio del valor singular medio. . . . .	97
3.31	Valores singulares para las dos matrices.El análisis paralelo produce la inclusión de muy pocas componentes. . . . .	98
3.32	Control con el PC-GPC diseñado con 5 componentes. . . . .	99

3.33	Índice multicriterio para $w_1 = w_2 = w_3 = 1$ . A partir de la componente 60 no se observa mejoría el índice multiobjetivo. . . .	100
3.34	Control con el PC-GPC diseñado con el criterio multiobjetivo. . . .	101
4.1	Ventaja del uso de restricciones en el CPBM. . . . .	104
4.2	El GPC y el PC-GPC ofrecen unas prestaciones similares cuando no existen restricciones. . . . .	109
4.3	GPC con QP y PC-GPC con QP cuando existen restricciones. . . .	110
4.4	Control sin restricciones con el GPC multivariable y $\lambda = 1$ . . . . .	112
4.5	Control sin restricciones con el PC-GPC multivariable y 18 componentes. . . . .	113
4.6	Control con restricciones con el GPC multivariable ( $\lambda = 1$ ). . . . .	115
4.7	Control con restricciones con el PC-GPC multivariable (18 comp.).	116
5.1	Especificaciones para el controlador respecto a estabilidad y prestaciones. . . . .	119
5.2	Diagramas de bloques para con controladores de uno y dos grados de libertad. . . . .	120
5.3	Diagrama para el SGT. . . . .	121
5.4	Estructura de interconexión $M\Delta$ . . . . .	122
5.5	Incertidumbre aditiva. . . . .	124
5.6	Incertidumbre multiplicativa. . . . .	125
5.7	Incertidumbre multiplicativa a la salida. . . . .	126
5.8	Incertidumbre multiplicativa inversa a la salida. . . . .	128
5.9	Representación en diagrama de bloques del GPC lineal. . . . .	130
5.10	El GPC como controlador de dos grados de libertad. . . . .	131
5.11	Influencia del horizonte de predicción $N_2$ en la estabilidad robusta. . .	133
5.12	Influencia del horizonte de control $N_u$ en la estabilidad robusta. . .	134
5.13	Influencia del factor de ponderación de la acción de control en la estabilidad robusta. . . . .	136
5.14	Influencia del parámetro $t_f$ del polinomio de filtrado $T$ en la estabilidad robusta. . . . .	137

5.15	Influencia del orden $n$ del polinomio de filtrado $T$ en la estabilidad robusta. . . . .	139
5.16	Influencia de las componentes principales en la estabilidad robusta. . . . .	140
5.17	La condición suficiente del SGT se cumple para 2 componentes. . . . .	142
5.18	Respuesta en bucle cerrado para distintas componentes principales. . . . .	144
5.19	Funciones de sensibilidad para el proceso $2 \times 2$ según se eliminan componentes principales. . . . .	145
6.1	Restricción terminal. . . . .	149
6.2	Respuestas para un GPC y un CRHPC diseñados con los mismos parámetros. . . . .	176
6.3	Respuesta del proceso ante un escalón unitario. . . . .	177
6.4	Control con un CRHPC. . . . .	178
6.5	Control con un CRHPC para el proceso con retardo. . . . .	180
6.6	Control con un PC-GPC estable diseñado de 0 a 9 componentes. . . . .	181
6.7	Control con el PC-GPC diseñado con 4 componentes. . . . .	182
6.8	2-norma del vector de acciones de control en función de las componentes. . . . .	183
6.9	Salida en bucle cerrado para 2 componentes. . . . .	184
6.10	Índice de coste para 2 componentes. . . . .	184
6.11	Comparación: PC-GPC estable con 2 componentes y un CRHPC con $\lambda = 10$ . . . . .	185
6.12	PIM para el proceso multivariable $3 \times 3$ . . . . .	187
6.13	Salida en bucle cerrado para 70 componentes. . . . .	187
6.14	Acciones de control para 70 componentes. . . . .	188
6.15	Índice de coste para 70 componentes. . . . .	188
6.16	Salida en bucle cerrado para 70 componentes y factores $\alpha$ iguales. . . . .	189
6.17	Acciones de control para 70 componentes y factores $\alpha$ iguales. . . . .	190
6.18	Magnitud del vector de acciones generado para las primeras 70 componentes. . . . .	190
6.19	Salida en bucle cerrado para 45 componentes. . . . .	191



---

6.20	Acciones de control para 45 componentes. . . . .	191
6.21	Índice de coste para 45 componentes. . . . .	192
6.22	La magnitud del vector de incrementos de control no supera el límite establecido. . . . .	192
6.23	Control con el $GPC^\infty$ . . . . .	194
6.24	Control con el $PC-GPC^\infty$ para distintos componentes. . . . .	195
6.25	Control con el $PC-GPC^\infty$ utilizando un método de mínimos cuadrados ponderado. . . . .	197
6.26	Comparación del control con CRHPC y con un $PC-GPC$ estable. . .	199
A.1	Diagrama de bloques para el controlador GPC multivariable. . . . .	232
B.1	Ejemplo de un sistema de dos ecuaciones. . . . .	236
C.1	Representación de la ecuación en el plano $x_1x_2$ . . . . .	240