

Morfología de tableros aligerados de canto constante postesados para puentes carreteros y ferroviarios

VÍCTOR YEPES (*), JULIÁN ALCALÁ (**), JAIME DÍAZ (***) y FERNANDO GONZÁLEZ-VIDOSA (*)

RESUMEN En el trabajo se aborda una caracterización estadística de una muestra de 82 tableros reales tipo losa pretensada de canto constante para carreteras y ferrocarriles. El objetivo principal es encontrar fórmulas de predimensionamiento con el mínimo número de datos posible que permita mejorar el diseño previo de estas estructuras. Para ello se ha realizado un análisis exploratorio y otro multivariante de las variables geométricas determinantes, de las cuantías de materiales y del coste de los tableros. Los modelos de regresión han permitido deducir que el canto queda bien explicado por la luz y el aligeramiento exterior. El canto es la variable que mejor explica el coste por unidad de superficie de tablero en losas para carreteras (51,9%), mientras que en las de ferrocarriles sólo lo explica en un 23,4%, por lo que se necesitan más variables para su explicación. La luz principal y los voladizos bastan para el diseño previo de losas para carreteras; si además se incluye el número de vanos y la longitud total, se pueden predimensionar las losas de ferrocarril, con errores razonables en la estimación económica.

POST-STRESSED CONSTANT DEPTH BEAM CONCRETE ROAD AND RAILWAY BRIDGE VOIDED DECKS MORPHOLOGY

ABSTRACT In the work a study to statistically characterise 82 prestressed concrete bridge decks of real flyovers of constant depth are treated. The main objective of the study is to find design formulae with the least number of data so as to improve the preliminary design of this type of structures. The study performs an exploratory analysis and a multivariate analysis of the geometrical variables, the amount of materials and the cost for voided decks. The regression models have allowed predicting the depth of the deck as a function of the span and the external void. The depth is the variable that better explains (51.9%) the cost per unit surface of the deck in road bridges, while for railway decks this variable only explains in the order of 23.4%, what implies more independent variables. The main span and the external void together with the internal void of the road deck with the number of spans and the total length in the case of the railway deck are enough to find the preliminary design of the slab with reasonable accuracy for the economic assessment of the design.

Palabras clave: Puentes pretensados, Puentes carreteros, Puentes ferroviarios, Análisis multivariante, Predimensionamiento económico.

Keywords: Prestressed concrete bridge decks, Road bridges, Railway bridges, Multivariate analysis, Economic preliminary design.

1. INTRODUCCIÓN

Las redes de comunicación terrestre por carretera o por ferrocarril demandan un volumen importante de estructuras de

hormigón. La inversión española en obras lineales ha provocado la construcción anual de varios centenares de puentes y pasos superiores, además de otras estructuras como muros de contención de tierras, marcos o bóvedas para pasos inferiores. Así, el Ministerio de Fomento a través de distintos organismos y entes públicos (Dirección General de Carreteras, Dirección General de Ferrocarriles, ADIF y SEITT) licitaron 8.983 y 12.134 millones de euros, respectivamente, en los años 2007 y 2008 (SEOPAN, 2009) para obras de carreteras y ferrocarriles. En el caso del sector ferroviario, la construcción de nuevas líneas de alta velocidad ha supuesto un impulso importante a la innovación tecnológica y a la normativa (Corres *et al.* 2004). Cifras referidas a varias obras indican que el coste de los viaductos y pasos superiores suponen entre el 5 y el 15% de los costes totales. Estudios realizados por nuestro

(*) Doctor Ingeniero de Caminos. Profesor Titular de Universidad. ICITECH. Departamento de Ingeniería de la Construcción. Universidad Politécnica de Valencia. España.

(**) Doctor Ingeniero de Caminos. Profesor Colaborador. ICITECH. Departamento de Ingeniería de la Construcción. Universidad Politécnica de Valencia. España.

(***) Ingeniero de Caminos. Investigador de Postgrado. ICITECH. Departamento de Ingeniería de la Construcción. Universidad Politécnica de Valencia. España.

grupo de investigación (Yepes *et al.* 2008; Payá *et al.* 2008; Perea *et al.* 2008; Carbonell *et al.* 2007, Martínez *et al.* 2010) indican la posibilidad de reducir los costes económicos en al menos un 5% si se optimizan estas estructuras. Ello supondría un ahorro anual que puede superar fácilmente los 50 millones de euros en estas obras lineales. En consecuencia, cualquier intento por mejorar los criterios de diseño de estas estructuras queda plenamente justificado.

Los tableros losa construidos "in situ" mediante cimbra se utilizan para luces cortas y medias, en torno a 30 m, pero que pueden alcanzar los 50 ó 60 m. Esta tipología, según indica Manterola (2006) representa un compromiso entre la facilidad constructiva y las condiciones resistentes. La supresión de juntas, la reducción de momentos flectores principales cuando el tablero es continuo y una mayor libertad en forma y en la colocación de las pilas son algunas de las ventajas de estas estructuras frente a las prefabricadas de vigas. Los puentes losa suelen proyectarse en tramos continuos hiperestáticos, en hormigón pretensado casi siempre. El encofrado normalmente se fabrica para cada tablero, por lo que se adaptan a cualquier trazado, prestándose a diseños más cuidados. La estética constituye, además, un aspecto importante, pues con frecuencia son las únicas obras visibles para el usuario que circula bajo ellas.

El proyecto de estas estructuras suele estar bastante industrializado, adoptándose criterios de diseño que muchas veces son similares entre sí, cuando no idénticos. Esta repetición de formas dota de personalidad propia a determinadas vías de comunicación terrestre, haciendo que en muchos casos se pueda reconocer una autovía observando alguno de sus pasos superiores. Así, en la autovía A-23, una tipología similar de tablero se repite en 31 ocasiones en el tramo que discurre por la provincia de Teruel.

Esta reiteración en los diseños justifica la importancia de un buen predimensionamiento. En efecto, el diseño tradicional de las estructuras constituye un proceso iterativo que se inicia con la definición de unas dimensiones y unos materiales fruto de la experiencia del proyectista y de las reglas sancionadas por la práctica. A continuación se analiza la estructura a partir de los principios de la resistencia de materiales y disciplinas afines, de modelos de comportamiento de los materiales y de las prescripciones de la normativa vigente. El proyecto concluye cuando, tras varios ajustes y correcciones, queda garantizada su seguridad y funcionalidad. Con todo, la corrección del diseño y la economía alcanzada depende fuertemente de la maestría del ingeniero. Una forma de abordar este proceso tedioso de mejora es automatizar, en la medida de lo posible, el proceso de toma de decisiones. Así, por ejemplo, Aparicio *et al.* (1996) aportan un software de diseño automático de puentes de carretera que permite efectuar diversos diseños completos de toda la estructura para diferentes tipologías de tableros, pilas y estribos.

Los medios actuales de cálculo, junto con la experiencia recientemente acumulada en obras similares, permiten al proyectista disponer de un conjunto de herramientas susceptibles de mejorar el método de prueba y error antes descrito. En efecto, la disponibilidad de ordenadores de elevada potencia y bajo coste, junto con el desarrollo de técnicas basadas en la inteligencia artificial, han permitido un avance significativo en el diseño de estructuras óptimas (Sarma y Adeli, 1998). Sin embargo, la optimización de estructuras requiere un intenso trabajo de investigación y programación para extraer conclusiones aplicables a casos reales. Una forma que tiene el ingeniero de acercarse al diseño de estructuras óptimas es que se difundan fórmulas de predimensionamiento económico derivadas de trabajos de optimiza-

ción previos (Yepes *et al.*, 2008). La otra vía consiste en aprovechar la experiencia subyacente en las realizaciones recientes.

En este artículo, se presenta un estudio realizado sobre una muestra de tableros losa postesados de canto constante reales de los que se pretende extraer información útil para mejorar los diseños, comparando las soluciones empleadas en carreteras y ferrocarriles. Las mayores cargas soportadas por las estructuras destinadas al tráfico ferroviario hacen que su diseño difiera sensiblemente respecto al caso de las carreteras, por lo que el objetivo fundamental del artículo será extraer información diferenciada para cada uno de los casos.

El artículo se estructura de la siguiente forma: en primer lugar se realiza una descripción estadística previa de las variables que definen los puentes losa; a continuación se procede a un análisis multivariante de dichas variables, estudiando para ello las correlaciones lineales y estableciendo regresiones lineales múltiples para explicar las variables de respuesta más importantes; seguidamente, a la vista de los resultados anteriores, se propone un esquema para el predimensionamiento de estas estructuras; por último se aportan las principales conclusiones del trabajo.

2. DESCRIPCIÓN ESTADÍSTICA DE LAS VARIABLES

La muestra objeto de análisis está formada por un total de 82 tableros postesados aligerados de canto constante y sección en "ala de gaviota" correspondientes a puentes realmente ejecutados en España; de ellos, 21 son tableros de ferrocarril y 61 de carreteras. Estas estructuras fueron diseñadas por seis oficinas de proyectos de ámbito nacional. La información se ha elaborado a partir de una base de datos de puentes de las que se ha conseguido la documentación original (Díaz, 2009). En un trabajo previo se aplicó el análisis multivariante a 87 tableros losa reales, macizos y aligerados, empleados exclusivamente en carreteras (Yepes *et al.*, 2009).

Las variables manejadas en la definición de cada losa han sido las siguientes: (1) longitud total del puente, (2) número de vanos, (3) anchura del tablero, (4) luz principal, (5) canto del tablero, (6) número de apoyos por pila, (7) número de apoyos en estribo, (8) cuantía de hormigón, (9) cuantía de armadura activa, (10) cuantía de armadura pasiva, (11) aligeramiento exterior -voladizo- y (12) aligeramiento interior. Las longitudes se miden en metros y las cuantías de material se expresan por metro cuadrado de tablero: hormigón y aligeramientos (m^3/m^2), aceros (kg/m^2). Además, se ha calculado el ratio de armadura pasiva en kg por m^3 de hormigón. En la Figura 1 se han representado las variables geométricas que delimitan la sección de una losa aligerada con voladizos.

Se ha utilizado el paquete SPSS 17 para el tratamiento y análisis estadístico de los datos. En las Tablas 1 y 2 se recogen los estadísticos muestrales básicos: media, coeficiente de variación (relación entre la media y la desviación típica), valor mínimo, valor máximo y percentiles 25, 50 y 75. Seguidamente se examinan las variables más importantes y se comparan con recomendaciones procedentes de distintas fuentes.

2.1. ANÁLISIS DE LAS PRINCIPALES VARIABLES GEOMÉTRICAS

A continuación se estudian las luces máximas, el canto de la losa y la esbeltez. La descripción estadística del resto de variables como son la longitud total del puente, el número de vanos o el número de apoyos en pilas y estribos queda reflejada en las Tablas 1 y 2.

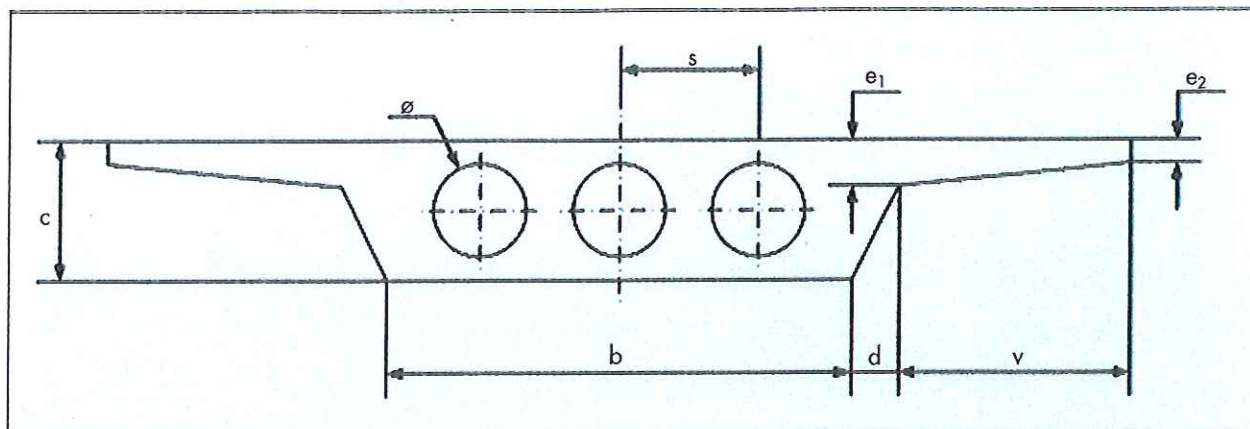


FIGURA 1. Sección tipo de tablero de puente losa en "ala de gaviota" y aligeramientos.

a) Luces máximas

Los rangos de luces habituales para los pasos superiores en carreteras oscila entre los 10 y 45 m, según la Dirección General de Carreteras (DGC, 2000), recomendándose por razones económicas que por debajo de 18 m se ejecuten con hormigón armado, y por encima de 20 m con pretensado. En el caso de los ferrocarriles, Sobrino y Gómez (2004) indican que para la losa aligerada de hormigón postesado, las luces adecuadas se encuentran entre 20 y 35 m.

Las Tablas 1 y 2 representan valores de losas de tramos continuos (sólo se recoge un caso de vano único en una losa ferroviaria de 22,00 m y dos casos de 22,18 y 26,25 m en aligerada). El mayor rango de variación de las luces corres-

ponde a las losas para carreteras, con variaciones que oscilan entre los 18,00 m y los 45,00 m. Estas soluciones presentan una luz media próxima a 30 m, un 14,3% superior a las ferroviarias, comprobándose que son significativamente diferentes (nivel de confianza del 95% de la prueba *t* de Student suponiendo las varianzas distintas). Tanto el valor medio como los valores máximos de la luz principal de las losas para carreteras son claramente superiores a la de los ferrocarriles, hecho explicable por la mayor carga soportada por el segundo tipo de estructuras. Así, el 26,2% de las losas para carreteras superan 35 m, sin necesidad de variar el canto o disponer cartelas, mientras que ninguna de las ferroviarias supera esa cifra.

Losas aligeradas	media	C.V.	mín.	máx.	P. 25	P. 50	P. 75
Longitud total (m)	110,39	55,6%	22,00	312,90	86,10	110,00	120,00
Número vanos	4,71	54,6%	1	13	4	4	5
Anchura tablero (m)	12,70	37,5%	6,00	28,50	8,96	14,00	14,00
Luz principal (m)	26,22	17,4%	19,00	34,20	23,00	25,00	30,00
Canto tablero (m)	1,62	16,4%	1,14	2,14	1,45	1,60	1,80
Luz / canto	16,28	11,5%	13,13	21,67	15,52	16,03	17,12
Apoyos pila	1,90	28,4%	0	3	2	2	2
Apoyos estribo	2,05	10,6%	2	3	2	2	2
Hormigón (m ³ /m ²)	0,91	13,9%	0,57	1,12	0,84	0,90	1,01
Armadura activa (kg/m ²)	25,79	32,1%	11,67	41,95	20,36	24,83	30,74
Armadura pasiva (kg/m ²)	86,54	28,0%	43,42	166,80	73,90	81,30	96,84
Armadura pasiva (kg/m ²)	76,94	19,4%	46,77	100,44	68,53	75,79	87,91
Aligeramiento exterior (m ³ /m ²)	0,42	42,1%	0,03	0,76	0,36	0,44	0,51
Aligeramiento interior (m ³ /m ²)	0,29	28,6%	0,13	0,47	0,24	0,29	0,33
Coste del tablero (€/m ²)	387,70	12,9%	266,20	461,70	364,90	385,10	429,95

TABLA 1. Descripción de las variables de las losas de ferrocarril, de una muestra de 21 individuos.

Losas aligeradas	media	C.V.	mín.	máx.	P. 25	P. 50	P. 75
Longitud total (m)	91,87	60,7%	22,18	300,20	60,50	72,00	92,40
Número vanos	3,79	47,0%	1	12	3	3	4
Anchura tablero (m)	11,42	24,5%	7,60	23,00	9,90	11,00	12,45
Luz principal (m)	29,97	20,6%	18,00	45,00	25,00	31,00	35,48
Canto tablero (m)	1,25	14,2%	0,85	1,75	1,13	1,25	1,32
Luz / canto	23,93	12,0%	18,46	30,40	21,74	23,33	26,39
Apoyos pila	1,70	36,2%	0	4	1	2	2
Apoyos estribo	2,20	26,0%	2	4	2	2	2
Hormigón (m ³ /m ²)	0,65	17,3%	0,44	0,97	0,56	0,66	0,71
Armadura activa (kg/m ²)	22,64	28,9%	11,17	38,16	17,99	21,99	26,85
Armadura pasiva (kg/m ²)	102,50	23,0%	66,81	187,08	85,92	100,87	109,87
Armadura pasiva (kg/m ²)	64,92	14,9%	42,80	92,91	57,76	65,27	69,91
Aligeramiento exterior (m ³ /m ²)	0,40	30,8%	0,12	0,74	0,31	0,39	0,47
Aligeramiento interior (m ³ /m ²)	0,20	24,2%	0,11	0,33	0,16	0,20	0,24
Coste del tablero (€/m ²)	314,10	15,2%	228,72	436,36	276,67	317,27	346,73

TABLA 2. Descripción de las variables de las losas para carreteras, de una muestra de 61 individuos.

b) Canto de la losa

La regla generalmente aceptada de disponer un canto que sea un veinticincoavo de la luz principal (Manterola, 2006) debe matizarse en función del uso y características específicas de cada losa. Para la DGC (2000), la economía en la construcción aconseja que, a partir de 1,20 m de canto, sea preferible un aligeramiento interior a una losa maciza. En las Tablas 1 y 2 se observa que en los tableros para carreteras, el 27,9% presentan un canto inferior a 1,20 m, cosa que ocurre en un solo puente ferroviario. El canto medio del tablero de ferrocarril es un 29,5% superior al de las carreteras, lo cual se explica por la mayor carga. Además, estos los valores medios son significativamente distintos, con un nivel de confianza mínimo del 95% para la prueba *t* de Student.

c) Esbeltez

Para las losas empleadas en carreteras, la DGC (2000) recomienda una esbeltez entre 1/22 y 1/30, independientemente del aligeramiento; pudiéndose alcanzar 1/40 en losas macizas sin voladizos, si bien a costa de mayor armadura, siendo muy flexibles y con mucha vibración. Corres *et al.* (2004) indican que la esbeltez para puentes de ferrocarril rectos está entre 1/13 y 1/15. Ello se debe a que la carga muerta y la sobrecarga es del orden de tres veces mayor y las exigencias sobre su deformación son también mayores (Manterola *et al.* 1999). En las Tablas 1 y 2 se observa que las losas para carreteras son, en media, dos tercios más esbeltas que las ferroviarias (1/24 frente a 1/16, respectivamente); esa diferencia se ha podido constatar con la prueba *t* de Student al nivel de confianza del 95%. Las losas ferroviarias analizadas no son más esbeltas de 1/22, mientras que el 29,5% de las losas para carreteras es menos esbelta que dicho valor. Sólo existe un caso para los tableros carreteros donde la esbeltez supera el ratio de 1/30.

2.2. ANÁLISIS DE LOS RATIOS DE MATERIALES

A continuación se estudian las cuantías de hormigón, de armadura activa y de armadura pasiva referida a la unidad de superficie del tablero. La descripción de los aligeramientos, interior y exterior, se detalla en las Tablas 1 y 2.

a) Cuantía de hormigón

La cuantía media de hormigón por cada m² de tablero en el caso losas para carreteras es de 0,65 m³, lo cual está dentro del rango recomendado por la DGC (2000), que oscila entre 0,55 y 0,70 m³. Para las losas aligeradas de ferrocarril, Sobrino y Gómez (2004) proponen un ratio medio de 0,83, algo inferior al obtenido en nuestra muestra, que es de 0,91. Los datos recogidos indican que se requiere, en media, un 40% más de cuantía de hormigón para el caso de los ferrocarriles (medias significativamente diferentes con un nivel de confianza del 95%). El 21,3% de las losas para carreteras presenta una cuantía inferior a 0,55, mientras que el 29,5% supera la cifra de 0,70. En ningún caso el ratio de hormigón para losas ferroviarias es inferior a 0,55, sobrepasando 20 tableros de los 21 analizados la cifra de 0,70.

b) Cuantía de acero de pretensado

Para la DGC (2000), resulta frecuente disponer entre 10 y 25 kg de armadura activa por cada m² de tablero en carreteras. Sobrino y Gómez (2004) documentan un ratio de 25,0 kg/m² para el caso de los ferrocarriles. Los datos de la muestra indican una cuantía media de 22,64 kg/m² para carreteras y 25,79 kg/m² para ferrocarriles. Sin embargo, no se puede decir que sean diferencias estadísticamente significativas con un nivel de confianza de, al menos, el 95%. Un 32,8% de las usadas para carreteras presenta una cuantía superior a 25 kg/m² mientras que el 47,6% de las ferroviarias supera dicho ratio. Nunca se ha bajado de los 10 kg/m².

c) Cuantía de acero para armar

La DGC (2000) considera apropiada una cuantía entre 70 y 100 kg de armadura pasiva por cada m³ de hormigón en los tableros para carreteras. Este rango es razonable para el caso de los ferrocarriles, pues el valor medio de 86,54 kg/m³ entra en dicha horquilla. Estas previsiones se quedan cortas en relación con los puentes carreteros, pues presentan, de media, un 18,4% más de cuantía que las ferroviarias. Sin embargo, la prueba *t* no aporta motivos para rechazar la hipótesis nula de que ambas medias sean iguales con una confianza del 95%. Sólo el

19,0% de las losas ferroviarias necesitan un ratio de armadura pasiva inferior a 70 kg/m^3 , y otro 19,0% supera los 100 kg/m^3 . Apenas dos losas para carreteras se encuentran por debajo de 70 kg/m^3 , mientras que el 50,8% supera el ratio de 100 kg/m^3 .

Resulta razonable pensar que la armadura pasiva se ve más influenciada por las condiciones de apoyo, que condicionan los esfuerzos de flexión transversal y de torsión, que por la luz (DGC, 2000). Esta relación se ha visto confirmada en el caso de losas ferroviarias (ver Figura 2), donde la armadura pasiva se correlaciona fuertemente con el número de apoyos en el estribo. Sin embargo, el análisis estadístico realizado en las losas de carreteras no ha detectado correlaciones significativas con dichas variables (ver Figura 3). La justificación puede venir, en éste último caso, por el hecho de que el proyectista trate de apoyar el tablero de forma que los esfuerzos citados se reduzcan al mínimo.

Además, la cuantía de acero para armar necesaria por unidad de superficie del tablero es una magnitud de gran interés a efectos de predimensionamiento. En el estudio presentado por Sobrino y Gómez (2004) se indica un ratio de 85 kg/m^2 para las losas aligeradas ferroviarias, valor algo superior a los $76,94 \text{ kg/m}^2$ obtenidos en nuestra muestra. Las medias reflejadas en las Tablas 1 y 2 no son significativamente diferentes con la prueba *t* al 95% de confianza. Tampoco se ha constatado ninguna correlación significativa de esta variable con otras, en especial con la luz máxima (ver Figuras 2 y 3). Por esta razón, dentro de los rangos del estudio, se puede utilizar un valor medio de 65 kg/m^2 para el caso de puentes carreteros y de 77 kg/m^2 para los ferroviarios.

2.3. ANÁLISIS DEL COSTE DEL TABLERO

La valoración del coste del tablero supone la suma de los productos de todos los costes unitarios de obra por su medición. Para extraer conclusiones homogéneas de la muestra, se ha considerado un coste de 3 €/kg para la armadura activa, incluyendo las vainas, su colocación y la parte proporcional de anclajes y operaciones de tesado. Para las armaduras pasivas totalmente colocadas se ha tomado un coste medio de 1 €/kg . Se ha estimado un coste medio de 65 €/m^3 para el hormigón del tablero, fabricado, transportado y colocado. El importe del aligeramiento

interior es similar al del hormigón que desplaza cuando se tiene en cuenta la materia prima, la colocación y las barras pasivas que hay que disponer para evitar que floten, es decir, 65 €/m^3 . Se puede considerar, sin grandes errores, que el coste del hormigón, armaduras y aligeramientos se encuentra en una proporción de 3 a 2 con el resto de los costes del tablero, lo cual permite el cómputo del coste total. El coste medio superficial del tablero de ferrocarril, de $387,70 \text{ €/m}^2$, es un 23,4% superior al de carreteras, según se muestra en las Tablas 1 y 2; además, las medias son distintas con un nivel de confianza del 95%. Estos valores sólo son adecuados para el rango de luces de la muestra.

3. ANÁLISIS MULTIVARIANTE DE LAS VARIABLES

Seguidamente se realiza un análisis multivariante de las relaciones simultáneas entre las variables definidas para cada una de las muestras de puentes losa. Para ello se estudian las correlaciones lineales entre las variables y se efectúa una regresión lineal múltiple para explicar las variables de respuesta más importantes.

3.1. CORRELACIÓN ENTRE LAS VARIABLES

En primer lugar, interesa cuantificar la relación lineal existente entre cualesquiera dos variables. Para ello se utiliza el coeficiente de correlación de Pearson *R*, cuyo valor oscila entre -1 y 1 , anulándose cuando no existe relación (ver Draper y Smith, 1999). En las Figuras 2 y 3 se han representado las relaciones entre variables con *R* superior a $0,500$ en valor absoluto, siempre y cuando su significación bilateral hubiese sido, al menos, de $0,05$ en el test de hipótesis que determina si dichos coeficientes no son nulos. Se observa en la Figura 2 que en la muestra de los puentes ferroviarios analizados, existen ocho variables relacionadas linealmente entre sí, siendo los vínculos más fuertes los de la longitud total del puente con el número de vanos, la del aligeramiento exterior con la luz principal, la del canto del tablero con la luz principal. En las losas para carreteras (ver Figura 3), se aprecian tres grupos de variables, siendo las relaciones más fuertes las correspondientes a la luz principal y el canto del tablero por un lado, y a la longitud total del puente y el número de vanos por otro.

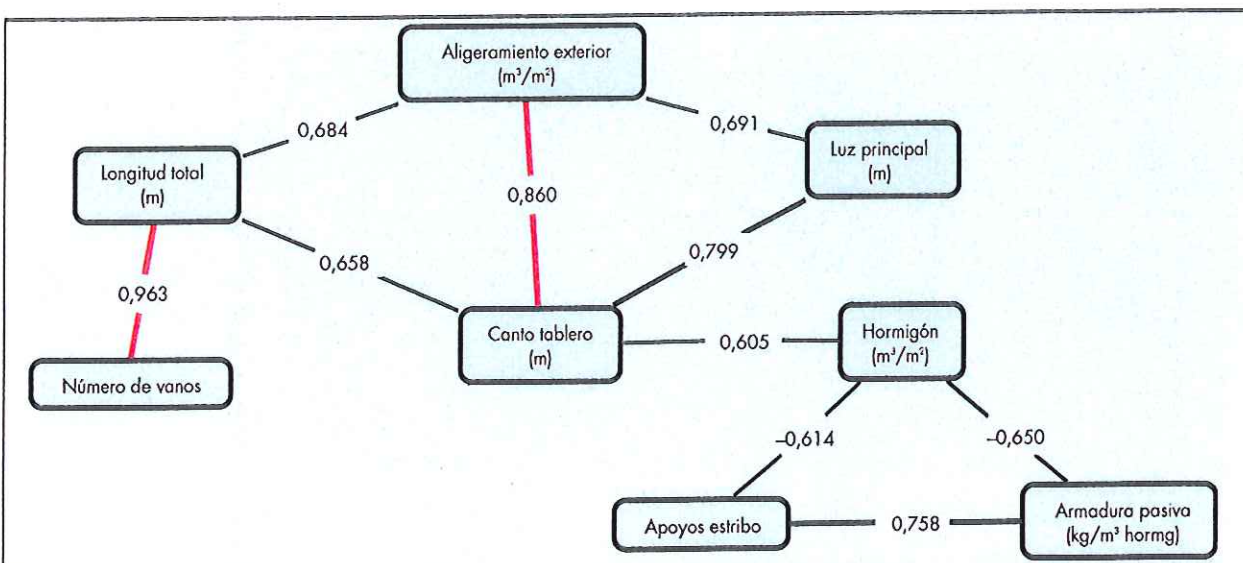


FIGURA 2. Agrupamiento de variables de un tablero pretensado aligerado de ferrocarril con $R > 0,500$ en valor absoluto a un nivel de significación bilateral de $0,05$.

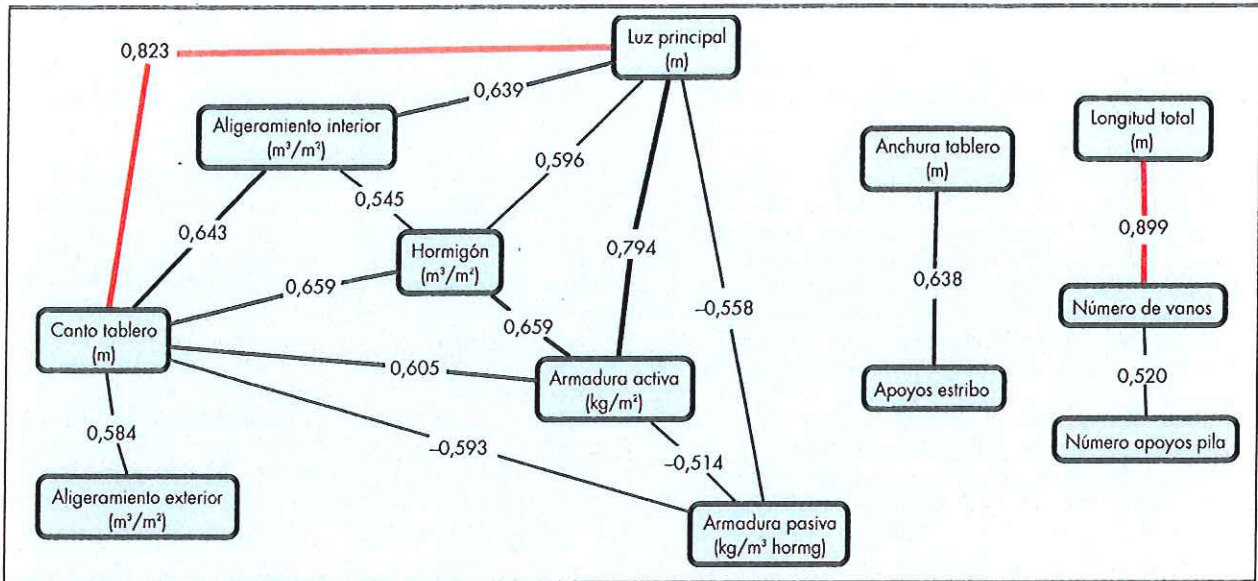


FIGURA 3. Agrupamiento de variables de un tablero pretensado aligerado para carreteras con $R > 0,500$ en valor absoluto a un nivel de significación bilateral de 0,05.

3.2. MODELOS DE REGRESIÓN MÚLTIPLE

A continuación, se realiza un análisis de regresión lineal múltiple entre las variables que definen los tableros. Ello permitirá establecer las relaciones necesarias para el predimensionamiento de este tipo de estructuras. Los modelos lineales se ajustan por mínimos cuadrados de forma que la variable de respuesta se encuentre explicada al máximo posible por un conjunto de variables independientes. La bondad del ajuste se evalúa mediante el coeficiente de determinación R^2 , que se interpreta como la proporción de variación de la variable de respuesta explicada mediante el modelo de regresión lineal (ver Draper y Smith, 1999).

El proceso se inicia intentando explicar cada variable de respuesta en función de aquella variable independiente con la que presenta una mayor correlación. Con todo, es posible explicar un mayor porcentaje de la variabilidad aplicando modelos de

regresión múltiple aditiva. El objetivo es aumentar el coeficiente de regresión agregando variables independientes explicativas. Para ello se procede mediante el método *stepwise* de pasos sucesivos (ver Hocking, 1976), consistente en introducir las variables una por una y comprobar si la variable permanece o sale del modelo. Se toma como criterio de inclusión en el modelo un incremento en la varianza explicada significativo al 5% ($F=0,05$), mientras que para excluir una variable se considera un decremento del 10% ($F=0,10$). La primera variable que se introduce es la que tiene el coeficiente de correlación de Pearson R más alto. Posteriormente se recalculan todas las correlaciones eliminando la influencia de aquella que ya ha entrado en el modelo, y se introduce la siguiente con mayor R ; de esta forma se consigue que las variables que entren sean independientes de las que ya figuran en el modelo.

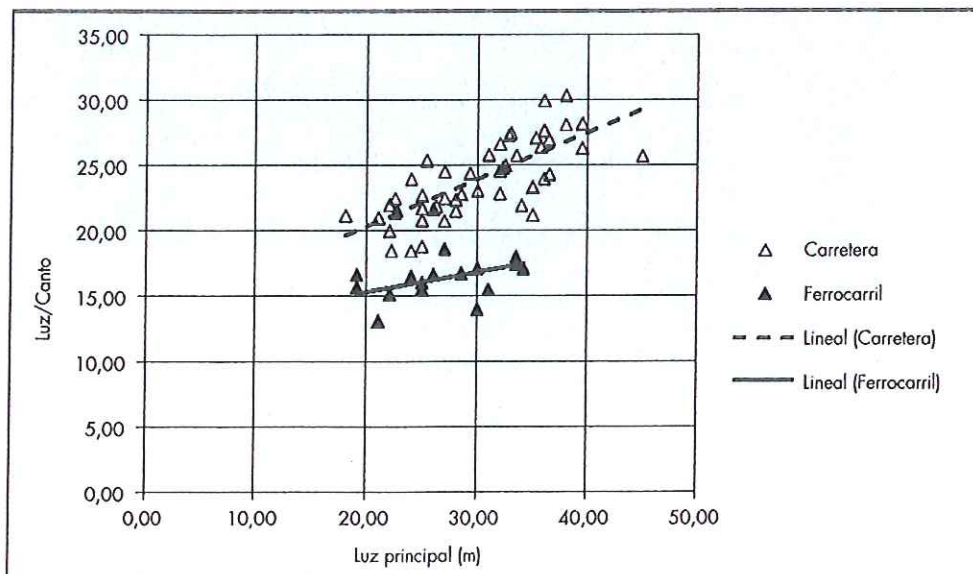


FIGURA 4. Relación luz/canto respecto a la luz principal de un puente losa pretensado.

Tablero	Modelo	R^2	Coefficientes	Error típico	Límite inferior	Límite superior
Carreteras	1 Constante Luz principal (m)	0,592	13,205 0,358	1,183 0,039	10,837 0,281	15,573 0,435

TABLA 3. Regresión lineal para la relación luz/canto en tablero aligerado para carreteras. Límites superior e inferior de confianza de los coeficientes del 95%.

a) Análisis de la relación entre el canto y la luz

La Figura 4 representa la relación luz/canto respecto a la luz principal. Los coeficientes de determinación resultantes, a un nivel de significación mínimo del 0,05, son $R^2 = 0,592$ en losas para carreteras y $R^2 = 0,132$ en losas de ferrocarril. Para el primer caso, el coeficiente R^2 permite un modelo de regresión simple (ver Tabla 3), siendo preferible para el caso de los ferrocarriles una predicción basada en el valor medio de la población antes que en función de la luz.

Lo anterior justifica el uso de otro modelo capaz de predecir mejor el canto de la losa. En primer lugar, se analiza la relación estadística entre el canto y la luz. La proporcionalidad existente entre ambas variables se puede comprobar en la Figura 5, tanto para tableros carreteros o ferroviarios. En ambos casos, el enfoque del análisis de la varianza, para un nivel de confianza del 95%, prueba la significación de la regresión por mínimos cuadrados, es decir, que para predecir el canto de un tablero es mejor un modelo lineal referido a la luz principal que el propio valor medio del canto. El coeficiente R^2 es de 0,677 en losas para carreteras y de 0,638 en el caso de ferrocarriles. Sin embargo, como se va a ver a continuación, es posible mejorar la predicción del canto empleando otras variables.

En la Tabla 4 se resumen los modelos de regresión resultantes para el canto. Las variables explicativas del 81,9% de la variabilidad del canto de una losa de ferrocarril son el aligeramiento exterior (voladizos) y la luz principal. En el caso de las carreteras, el 82,3% de la variabilidad del canto se explica con la luz principal, el aligeramiento exterior y el aligeramiento interior. Se comprueba que el modelo de regresión múltiple explica un 14,6% más la variabilidad del canto en los tableros carreteros, y un 28,4% más en el caso de los ferrovia-

rios. En todos los casos, un aumento de los aligeramientos y de la luz principal conlleva un incremento en el canto.

Para establecer un orden de magnitud de la eficacia de los modelos lineales obtenidos, se ha confrontado el canto del tablero previsto respecto al real. Para ello se ha calculado la discrepancia de ambos valores respecto al dato real. En el caso de las losas ferroviarias, la diferencia media relativa ha sido del 5,3%, existiendo una desviación máxima detectada del 26,6%. En el caso de las losas para carreteras, estos errores relativos han sido del 4,4% y del 17,1%, respectivamente.

b) Análisis de la cuantía de hormigón

Seguidamente se analizan los modelos de regresión lineal que pudieran explicar la cuantía de hormigón. Se sigue para ello el mismo método de los pasos sucesivos, adjuntándose en la Tabla 5 los resultados obtenidos. El canto del tablero empleado en ferrocarriles apenas explicaría el 36,6% de la cuantía de hormigón; sin embargo, si se añade como variable explicativa el aligeramiento exterior, la explicación sube al 68,3%. En el caso de las losas para carreteras, el canto modula el 43,5% de la incertidumbre de la cuantía de hormigón, que sube al 92,5% en cuanto se añade el efecto del aligeramiento exterior. Se ve, por tanto, que el hormigón necesario se incrementa con el canto de la losa y disminuye con la magnitud de los voladizos. Además, los coeficientes que determinan los modelos presentan prácticamente los mismos valores, independientemente de que se traten de losas para carreteras o ferrocarriles.

Se puede realizar una comprobación de las cuantías de hormigón inferidas por los modelos respecto a los reales. En los tableros de ferrocarril, la diferencia media entre el valor real y el del modelo de mayor R^2 , respecto al valor real ha sido del 6,7%, mientras que la mayor de las discrepancias en-

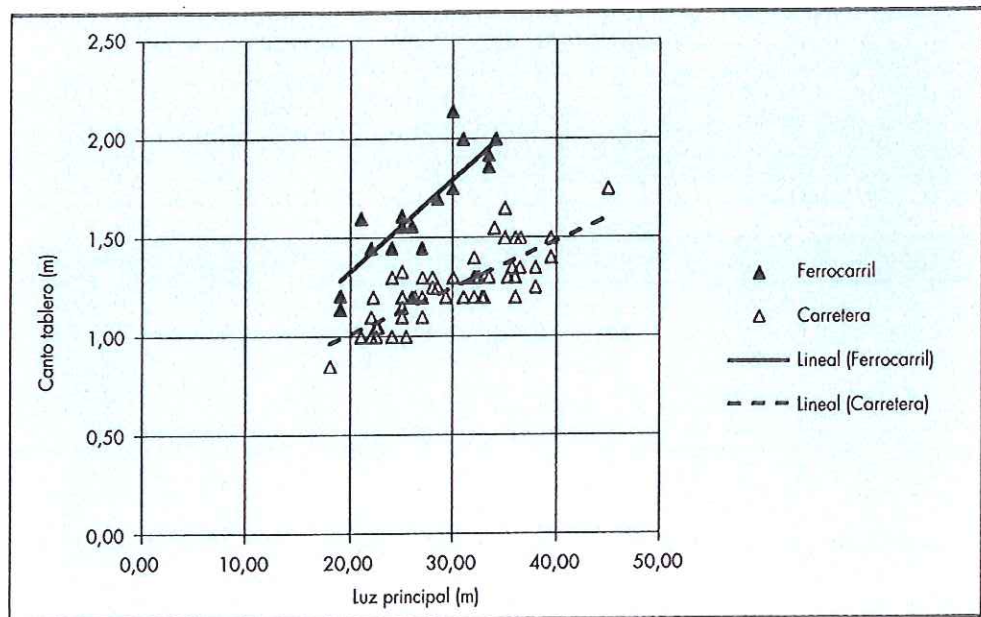


FIGURA 5. Relación entre la luz principal y el canto del tablero.

Tablero	Modelos	R ²	Coefficientes	Error típico	Límite inferior	Límite superior
Ferrocarriles	1 Constante Alig. ext. (m ³ /m ²)	0,739	1,078 1,287	0,080 0,175	0,911 0,920	1,244 1,655
	2 Constante Alig. ext. (m ³ /m ²) Luz principal (m)		0,819	0,651 0,882 0,023	0,166 0,208 0,008	0,303 0,446 0,006
Carreteras	1 Constante Luz principal (m)	0,677		0,541 0,024	0,065 0,002	0,411 0,019
	2 Constante Luz principal (m) Alig. ext. (m ³ /m ²)		0,760	0,466 0,020 0,450	0,059 0,002 0,092	0,348 0,016 0,248
	3 Constante Luz principal (m) Alig. ext. (m ³ /m ²) Alig. int. (m ³ /m ²)	0,823		0,383 0,013 0,575 1,256	0,054 0,002 0,092 0,279	0,274 0,008 0,391 0,698

TABLA 4. Modelos de regresión lineal para el canto del tablero. Confianza del 95% para los límites superior e inferior.

contradas ha sido del 20,7%. En el caso de las losas para carreteras, dichos errores medios relativos al valor real se han reducido al 3,2% y 25,5%, respectivamente, lo cual es concordante con un mejor valor del coeficiente de determinación.

c) Análisis de la cuantía de armadura activa

La DGC (2000) indica una dependencia lineal entre la cuantía de acero activo por unidad de superficie del tablero y la luz. Esta dependencia la sugiere Sobrino y Gómez (2004) para las losas ferroviarias, indicando que el ratio necesario, expresado en kg/m², es del 95% de la luz expresada en metros. Tal y como se puede apreciar en la Figura 6, el coeficiente de regresión R² obtenido para las losas para carreteras es del 63%. Sin embargo, la explicación de esta cuantía por la luz en las losas ferroviarias es solo del 6,5%, lo cual obliga a buscar modelos explicativos alternativos que incorporen nuevas variables.

En la Tabla 6 figuran los modelos de regresión obtenidos siguiendo el método de incorporar variables por pasos sucesivos. La cuantía de armadura activa necesaria por unidad de superficie de tablero de ferrocarriles puede ser explicada en un 59,9% con el número de vanos, la longitud total del puente y la cuantía de aligeramiento interior. Si bien un aumento en la longitud total incrementa la armadura activa, un aumento en el número de vanos o en el aligeramiento interior, la bajan. En el caso de losas para carreteras, si bien la luz y el canto aumentan la cuantía de armadura activa, mayores voladizos y aligeramientos interiores la disminuyen, explicando estos cuatro factores el 74,9% de la variabilidad. Del análisis de es-

tos modelos se comprueba que, si bien en las losas para carreteras, con sólo la luz se explica una parte considerable de la armadura activa, en el caso de los ferrocarriles deberemos añadir variables para obtener mayor información.

Para comprobar la eficacia de los modelos lineales aplicados, se ha evaluado la diferencia relativa existente entre la cuantía de armadura activa real y la prevista. Para el caso de las losas ferroviarias, el error medio entre la predicción y la realidad ha sido del 17,0% respecto al valor real, mientras que la mayor de las discrepancias detectadas es de una magnitud del 68,5%. Si se atienden a los tableros para carreteras, la discrepancia media ha sido del 12,0% respecto al valor real, mientras que la máxima diferencia ha sido del 32,8%. Estos valores son concordantes con los coeficientes de determinación R² de los modelos.

d) Análisis del coste del tablero

Como se comprueba a continuación, existe una clara diferencia de costes entre las losas empleadas para ferrocarriles y para carreteras. En la Figura 7 se ha representado la relación entre el coste del tablero y la luz principal. Si bien el coeficiente R² del modelo lineal explica sólo el 23,4% de la variabilidad en las losas ferroviarias, lo cierto es que la luz explica el 51,9% en las de carreteras (ver Tabla 7). Ambas rectas presentan pendientes muy similares, lo cual impide su cruce en los rangos habituales, y su separación indica, a los precios unitarios empleados en este trabajo, que existe una diferencia aproximada de coste algo superior a 100 euros por metro cuadrado de tablero.

Tablero	Modelos	R ²	Coefficientes	Error típico	Límite inferior	Límite superior
Ferrocarriles	1 Constante Canto tablero (m)	0,366	0,443 0,289	0,143 0,087	0,144 0,107	0,742 0,472
	2 Constante Canto tablero (m) Alig. ext. (m ³ /m ²)		0,683	0,042 0,741 -0,787	0,140 0,124 0,186	-0,253 0,480 -1,178
Carreteras	1 Constante Canto tablero (m)	0,435		0,126 0,421	0,079 0,062	-0,031 0,296
	2 Constante Canto tablero (m) Alig. ext. (m ³ /m ²)		0,925	0,041 0,742 -0,795	0,029 0,028 0,041	-0,017 0,685 -0,877

TABLA 5. Modelos de regresión lineal para la cuantía de hormigón (m³/m²). Límites superior e inferior de confianza de los coeficientes del 95%.

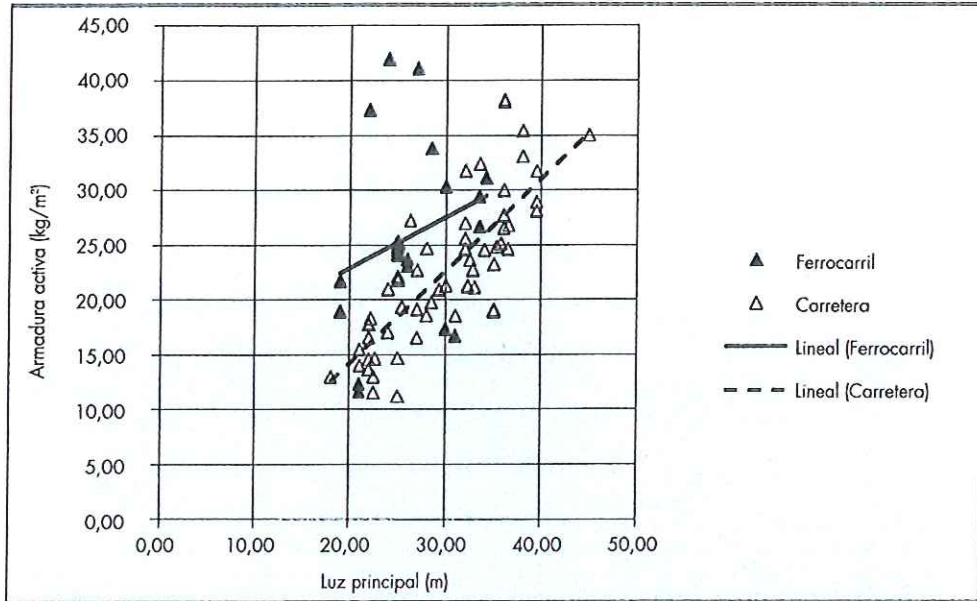


FIGURA 6. Relación entre la luz principal y la cuantía de armadura activa.

Tablero	Modelos	R ²	Coefficientes	Error típico	Límite inferior	Límite superior
Ferrocarriles	1 Constante Número de vanos	0,223	32,947 -1,519	3,472 0,650	25,679 -2,880	40,215 -0,158
	2 Constante Número de vanos Longitud total	0,422	32,478 -6,604 0,221	3,084 2,124 0,089	26,000 -11,067 0,034	38,957 -2,141 0,408
	3 Constante Número de vanos Longitud total Alig. int. (m ³ /m ²)	0,599	43,720 -7,142 0,256 -43,669	4,883 1,832 0,077 15,950	33,417 -11,007 0,093 -77,320	54,022 -3,278 0,419 -10,019
Carreteras	1 Constante Luz principal (m)	0,630	-2,595 0,842	2,569 0,084	-7,735 0,674	2,544 1,010
	2 Constante Luz principal (m) Alig. ext. (m ³ /m ²)	0,677	-0,509 0,938 -12,528	2,528 0,086 4,340	-5,569 0,766 -21,216	4,552 1,110 -3,840
	3 Constante Luz principal (m) Alig. ext. (m ³ /m ²) Alig. int. (m ³ /m ²)	0,723	2,151 1,169 -16,520 -40,047	2,510 0,109 4,249 12,907	-2,875 0,950 -25,029 -65,893	7,177 1,387 -8,012 -14,201
	4 Constante Luz principal (m) Alig. ext. (m ³ /m ²) Alig. int. (m ³ /m ²) Canto tablero (m)	0,749	-3,285 0,986 -24,693 -57,894 14,211	3,300 0,129 5,304 14,435 5,893	-9,896 0,726 -35,318 -86,812 2,406	3,325 1,245 -14,068 -28,976 26,016

TABLA 6. Modelos de regresión lineal para la cuantía de armadura activa (kg/m²). Límites superior e inferior de confianza de los coeficientes del 95%.

El coste de las losas de ferrocarril puede explicarse mejor si se introduce, tal y como se muestra en la Tabla 7, los aligeramientos interiores, puesto que R² sube al 58,5%. Una explicación del 81,9%, requiere la participación de la luz principal, el aligeramiento interior, el número de vanos y la longitud total, incrementando el coste sólo la última de las variables mencionadas. El modelo de regresión múltiple explica el 75,9% de la incertidumbre del coste en la losa para carreteras utilizando cuatro variables independientes. En este caso, la luz principal y el canto del tablero contribuirían al incremento de coste,

mientras que los voladizos y el aligeramiento interior lo disminuirían.

Tras realizar una comparación entre los valores de coste real de los tableros respecto a los deducidos con los modelos lineales que proporcionan un mayor R² se comprueba que la diferencia media de los costes respecto al real ha sido del 4,8%, mientras que el mayor error detectado ha sido de un 15,4% para los tableros ferroviarios. En el caso de los tableros para carreteras, la discrepancia media respecto a la real ha sido del 6,3% y el mayor error ha sido 14,1%. En la Figura 8 se han representado los puntos de coste real y estimado.

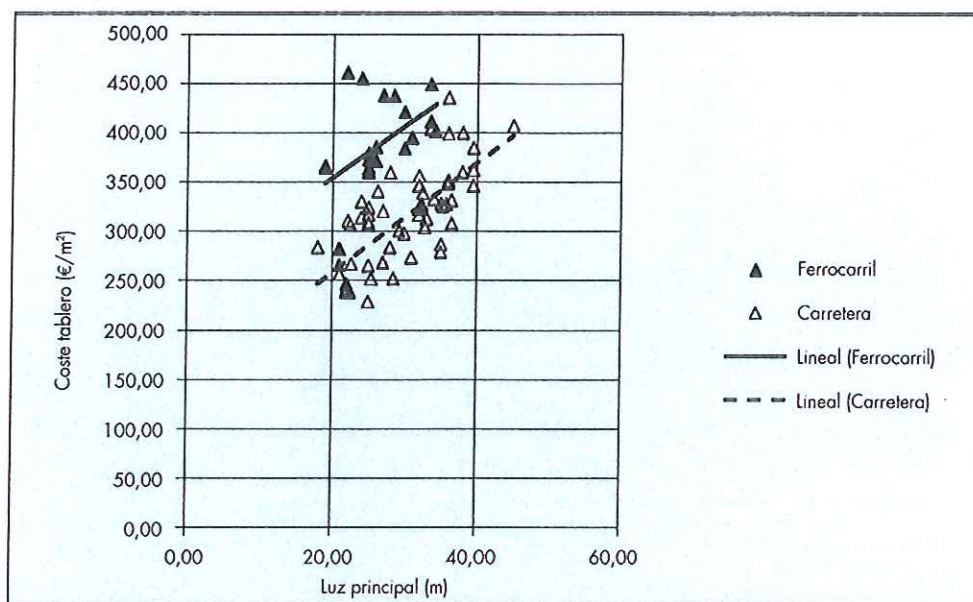


FIGURA 7. Relación entre la luz principal y el coste del tablero.

Tablero	Modelos	R ²	Coefficientes	Error típico	Límite inferior	Límite superior
Ferrocarriles	1 Constante Luz principal (m)	0,234	248,307 5,316	58,667 2,206	125,496 0,698	371,119 9,933
	2 Constante Luz principal (m) Alig. int. (m ³ /m ²)	0,585	286,421 8,185 -394,644	45,434 1,823 101,137	190,968 4,355 -607,125	381,873 12,016 -182,162
	3 Constante Luz principal (m) Alig. int. (m ³ /m ²) Número de vanos	0,730	304,760 8,419 -335,585 -7,570	38,169 1,514 84,876 2,501	224,230 5,224 -534,658 -12,846	385,291 11,614 -176,511 -2,294
	4 Constante Luz principal (m) Alig. int. (m ³ /m ²) Número de vanos Longitud total (m)	0,819	537,358 -2,491 -215,546 -72,990 2,914	89,033 4,098 87,356 23,439 1,040	348,616 -11,178 -400,733 -122,679 0,710	726,100 6,195 -30,359 -23,301 5,119
Carreteras	1 Constante Luz principal (m)	0,519	146,651 5,587	21,435 0,701	103,760 4,185	189,541 6,990
	2 Constante Luz principal (m) Alig. ext. (m ³ /m ²)	0,665	173,724 6,835 -162,549	18,826 0,640 32,322	136,039 5,554 -227,249	211,409 8,116 -97,848
	3 Constante Luz principal (m) Alig. ext. (m ³ /m ²) Canto tablero (m)	0,726	109,724 4,076 -224,345 137,357	24,762 0,966 34,129 38,323	60,139 2,142 -292,687 60,617	159,309 6,010 -156,003 214,097
	4 Constante Luz principal (m) Alig. ext. (m ³ /m ²) Canto tablero (m) Alig. int. (m ³ /m ²)	0,759	100,923 4,514 -279,212 196,591 -283,038	23,688 0,929 38,075 42,301 103,624	53,470 2,652 -355,486 111,851 -490,622	148,376 6,375 -202,938 281,331 -75,453

TABLA 7. Modelos de regresión lineal para el coste del tablero (€/m²). Límites superior e inferior de confianza de los coeficientes del 95%.

4. PREDIMENSIONAMIENTO DE LOSAS

Los modelos de regresión lineal expuestos ofrecen criterios de dimensionamiento previo de losas empleando el mínimo número de variables necesario para obtener la máxima información posible. En el caso del tablero ferroviario, las variables necesarias son la luz principal y el aligeramiento exterior

para obtener tanto el canto del tablero como el ratio de hormigón. Además, se requeriría el curso del número de vanos, la longitud total y el aligeramiento interior para llegar a conocer la armadura activa. El resto de valores desconocidos se podrían tomar de las medias contenidas en las Tablas 1 y 2. En la Figura 9 se representan las relaciones entre dichas variables, indicándose el coeficiente de regresión R².

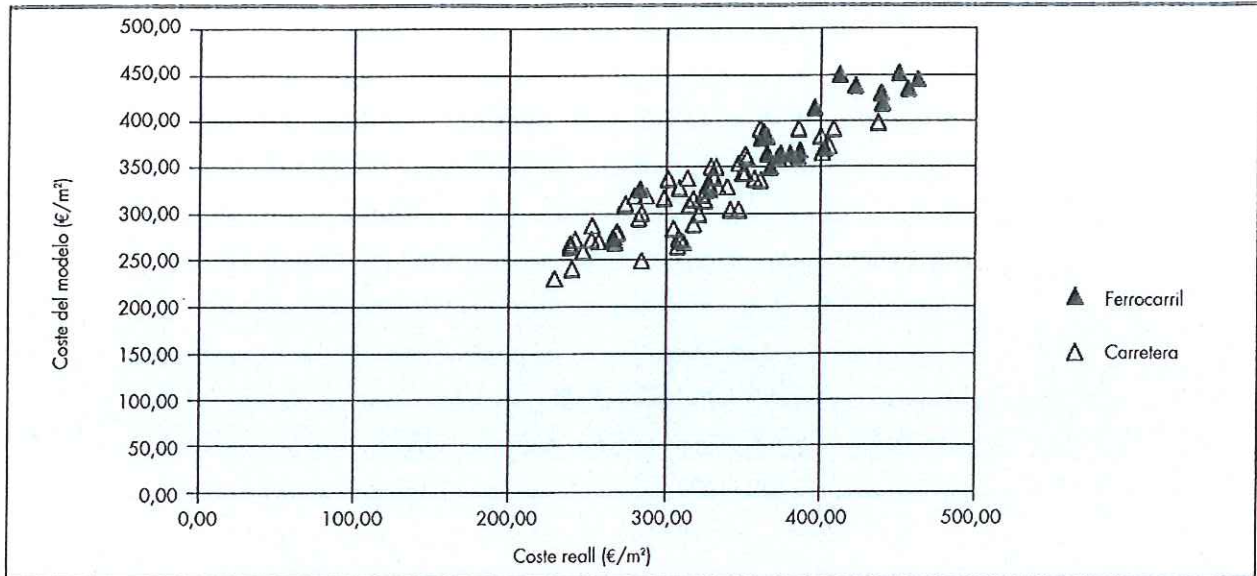


FIGURA 8. Relación entre el coste real y el estimado por el modelo para las losas de ferrocarril y de carreteras.

Procediendo de forma análoga, se han representado en la Figura 10 las relaciones de predimensionamiento entre las variables para el caso de una losa pretensada aligerada para pasos de carreteras. Aquí, partiendo de la luz principal y de los aligeramientos interior y exterior, se puede establecer el canto del tablero y las cuantías de hormigón y armadura activa. El resto de datos necesarios, como el caso de la cuantía de la armadura pasiva, se toman de los valores medios de las Tablas 1 y 2.

Para ilustrar mediante un ejemplo el predimensionamiento de un caso particular, se comprueba el caso común de un paso superior para carreteras de 30 m de luz, tomando como valores medios $0,20 \text{ m}^3/\text{m}^2$ de aligeramiento interior y $0,40 \text{ m}^3/\text{m}^2$ de aligeramiento exterior (ver Tabla 2), la cuantía de armadura activa estimada según el modelo lineal múltiple de la Tabla 6 es de $22,66 \text{ kg}/\text{m}^3$, frente a los $21,25 \text{ kg}/\text{m}^3$ de uno de los casos reales. El canto del tablero se estima, según la Tabla 4, en 1,25 m, frente a los 1,30 m del tablero real. El hormigón necesario sería, según la Tabla 5, de $0,65 \text{ m}^3/\text{m}^2$, frente a la realidad de $0,67 \text{ m}^3/\text{m}^2$. Para la cuantía de armadura pasiva se toma un valor medio de $64,92 \text{ kg}/\text{m}^2$, según la Tabla 2. Por último, el coste estimado (Tabla 7) es de $314,58 \text{ €/m}^2$, frente al coste real de $298,41 \text{ €/m}^2$, es decir, un error relativo del 5,4%. Este ejemplo indica que la predicción se ajusta razonablemente bien a los valores reales.

5. CONCLUSIONES

Criterios de prediseño que recojan la experiencia acumulada en la construcción de tableros pretensados aligerados de puentes para carreteras y ferrocarriles pueden suponer una ayuda al proyectista de este tipo de estructuras que se repiten frecuentemente en las redes de comunicación terrestre. El análisis de 21 losas destinadas al paso de ferrocarriles y otras 61 losas para carreteras, con sección en ala de gaviota y de canto constante, muestra que sus luces principales medias son de 26,22 m y 29,97 m, respectivamente, correspondiendo los valores extremos del rango de variación a los tableros para carreteras, que oscilan entre los 18,00 m y 45,00 m de una losa maciza y los 45,00 m. La esbeltez media de la losa de carreteras (1/24) es, aproximadamente, dos tercios superior al de la de ferrocarriles (1/16). El canto, la cuantía de hormigón, la de armadura activa y la armadura pasiva por unidad de superficie del tablero para carreteras presentan valores medios de 1,25 m, $0,65 \text{ m}^3/\text{m}^2$, $22,64 \text{ kg}/\text{m}^2$ y $64,92 \text{ kg}/\text{m}^2$, respectivamente, que son un 29,5%, un 40,0%, un 14,3% y un 18,5% inferiores a los valores correspondientes a las losas de ferrocarril. El coste medio por unidad de superficie del tablero para carreteras es de $314,20 \text{ €/m}^2$, un 23,4% inferior al de ferrocarriles.

Los modelos de regresión han permitido deducir que, independientemente de que sea para carreteras o ferrocarriles, el

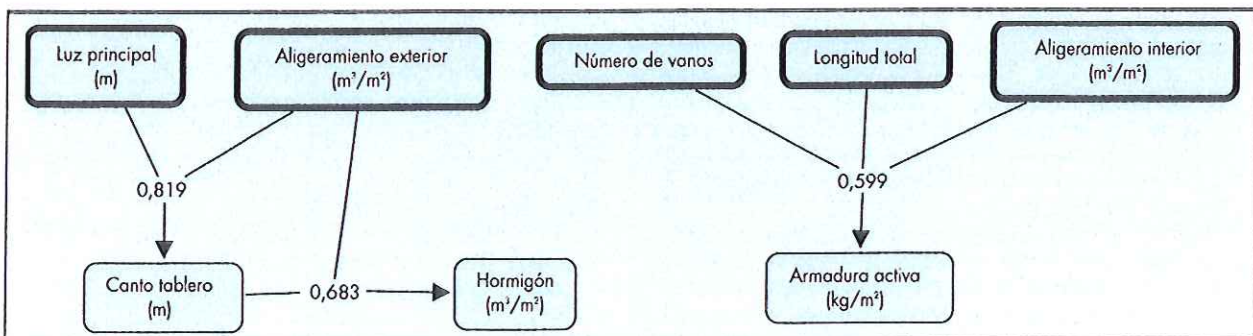


FIGURA 9. Predimensionamiento para losa de ferrocarril, con indicación del coeficiente R^2 .

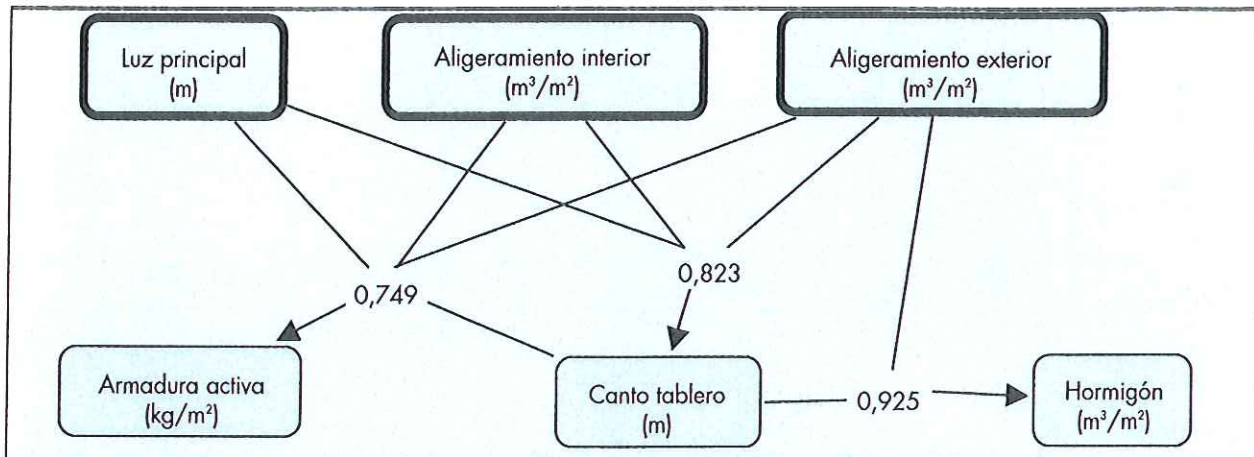


FIGURA 10. Predimensionamiento para losa aligerada para carreteras, con indicación del coeficiente R^2 .

canto queda bien explicado por la luz principal y el aligeramiento proporcionado por los voladizos, mientras que la cuantía de hormigón por unidad de superficie lo es por el canto y los voladizos. La armadura activa en losas para carreteras queda bien explicada por la luz principal y los aligeramientos; en cambio, para la de ferrocarriles se precisan otras variables como el número de vanos o la longitud total de la estructura.

La luz principal es la primera de las variables que inciden en el coste por unidad de superficie de losa. En el caso de las de carreteras queda mejor explicada con esta variable (51,9%) que en las de ferrocarriles (23,4%), lo cual implica la inclusión de nuevas variables independientes para alcanzar un mejor resultado en la inferencia. Además, se ha constatado que la proporcionalidad en el incremento del coste por unidad de superficie del tablero con la luz principal es constante tanto para las losas de carreteras como para la de ferrocarriles, por lo que se deduce una diferencia de coste entre ambas de poco más de 100 €/m², a favor de los tableros para carreteras. Por último, los modelos de regresión múltiple permiten el prediseño de losas dentro de los rangos de la muestra, con errores medios razonables en la estimación económica, del 4,8% de error medio relativo al valor real en las losas ferroviarias y del 6,3% en las de carreteras. La luz principal, los voladizos y el aligeramiento interior son las magnitudes mínimas necesarias para predimensionar una losa para carreteras; mientras que para los ferrocarriles se precisaría, además, conocer el número de vanos y la longitud total de la estructura.

6. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo de la Universidad Politécnica de Valencia (Proyecto PAID-06-09) y a la Generalitat Valenciana (Proyecto GV/2010/086).

7. REFERENCIAS

- Aparicio, A C.; Casas, J.R.; Ramos, G. (1996). Computer aided design of prestressed concrete highway bridges. *Computers & Structures*, 60(6): 957-969.
- Carbonell, A.; Alcalá, J.; González-Vidosa, F.; Yepes, V. (2007). Optimización heurística de bóvedas de hormigón armado para pasos de carreteras. *Ingeniería Civil*, 145: 79-88.
- Corres, H.; Romo, J.; Pérez, A. (2004). Puentes de ferrocarril. Bases de proyecto, concepción y posibilidades tipológicas. *Revista de Obras Públicas*, 151(3445): 91-102.
- Díaz, F.J. (2009). *Análisis multifactorial del diseño de realizaciones de tableros de puentes*. Trabajo de investigación CST/GPRC-12. Departamento de Ingeniería de la Construcción. Universidad Politécnica de Valencia.
- Dirección General de Carreteras (2000). *Obras de paso de nueva construcción. Conceptos Generales*. Ed. Ministerio de Fomento, Madrid.
- Draper, N.; Smith, H. (1999). *Applied Regression Analysis*. 3th edition, Wiley, New York.
- Hocking, R. (1976). The Analysis and Selection of Variables in Linear Regression. *Biometrics*, 32: 1-49.
- Manterola, J. (2006). *Puentes. Apuntes para su diseño, cálculo y construcción*. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Colección Escuelas, Madrid.
- Manterola, J.; Astiz, M.A.; Martínez, A. (1999). Puentes de ferrocarril de alta velocidad. *Revista de Obras Públicas*, 146(3386): 43-77.
- Martínez, F.J.; González-Vidosa, F.; Hospitaler, A.; Yepes, V. (2010). Heuristic optimization of RC bridge piers with rectangular hollow sections. *Computers & Structures*, 88: 375-386.
- Monleón (2002). *Cuadernos de concepción de puentes*. Universidad Politécnica de Valencia.
- Payá, I.; Yepes, V.; González-Vidosa, F.; Hospitaler, A. (2008). Multiobjective Optimization of Reinforced Concrete Building Frames by Simulated Annealing. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 23: 596-610.
- Perea, C.; Alcalá, J.; Yepes, V.; González-Vidosa, F.; Hospitaler, A. (2008). Design of Reinforced Concrete Bridge Frames by Heuristic Optimization. *Advances in Engineering Software*, 39(8): 676-688.
- Sarma, K.C.; Adeli, H. (1998). Cost optimization of concrete structures. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 124(5): 570-578.
- SEOPAN (2007). *Informe económico 2008*. Disponible en internet: <http://www.seopan.es/ficheros/32990d65ea0509b23a873e76df3b4939.pdf>, consultado el 1 de febrero de 2010.
- Sobrino, J.A.; Gómez, M.D. (2004). Aspectos significativos de cálculo en el proyecto de puentes de ferrocarril. *Revista de Obras Públicas*, 151(3445): 7-18.
- Yepes, V.; Alcalá, J.; Perea, C.; González-Vidosa, F. (2008). A Parametric Study of Optimum Earth Retaining Walls by Simulated Annealing. *Engineering Structures*, 30(3): 821-830.
- Yepes, V.; Díaz, J.; González-Vidosa, F.; Alcalá, J. (2009). Statistical Characterization of Prestressed Concrete Road Bridge Decks. *Revista de la Construcción*, 8(2): 95-108.