



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA



ESCUELA TÉCNICA
SUPERIOR INGENIEROS
INDUSTRIALES VALENCIA

Curso Académico:

Índice

1. INTRODUCCIÓN.....	9
1.1. Motivación	9
1.2. Objetivos del Trabajo	10
2. ESTADO DEL ARTE	11
2.1. VISIÓN ARTIFICIAL	11
2.2. ROBÓTICA.....	18
2.2.1. Uso del Manipulador Industrial.....	18
2.2.2. Cinemática de robots. Estudio de la cinemática directa	18
2.2.3. Tabla de Parámetros Denavit & Hartenberg	19
3. MEDICIÓN DE OBJETOS BASADOS EN SISTEMAS DE VISIÓN.....	23
3.1. Simulador del manipulador industrial.....	23
3.2. Utilización de cámara para detección de características de los objetos	24
3.3. Objeto.....	26
4. FILTRADO DE SEÑAL. EL FILTRO DE KALMAN	29
4.1. Introducción a los sistemas lineales.....	29
4.2. Propiedades del filtro de Kalman	32
4.3. Ejemplo académico del filtro de Kalman.....	33
4.3.1. Implementación del código	34
4.3.2. Resultados gráficos del modelo fijo definido en apartado 4.3	37
4.3.3. Experiencias.....	39
4.3.3.1. Desconfianza del sensor	39
4.3.3.2. Desconfianza del modelo	42
5. SISTEMA PARA LA MEJORA DE METROLOGIA BASADA EN VISIÓN ARTIFICIAL.....	45
5.1. Descripción del MEKF y MAM	45
5.2. Estudio del MEKF y MAM. Análisis de los resultados.....	45
5.2.1. Resultados con población de 100 datos. Uso del MAM.	46
5.2.2. Resultados sin población. Uso del MEKF	52
5.2.3. Análisis de los resultados. Comparación entre ambos métodos	58

6. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS.....	61
REFERENCIAS.....	63
ANEXOS.....	65
Anexo A. Especificaciones técnicas del Robot KR 6 R900 sixx (KR Agilus)	65
Anexo B. Cálculo de cinemática directa mediante convención DH	67

Índice de Figuras

Figura 1: Campos industriales.	9
Figura 2: MMC y software de aplicación.....	12
Figura 3: Sistema de escáner mediante luz blanca y software de aplicación	13
Figura 4: Equipo “Optiv Classic”	14
Figura 5: Sistema Laser Tracker y software de aplicación.....	15
Figura 6: Sistema de Brazo de medición portátil y software de aplicación.	16
Figura 7: Sistemas de visión “In-Sight” y software de aplicación.	17
Figura 8: Sensor de visión “Checker” y software de aplicación.	17
Figura 9: Manipulador industrial KR Agilus 6 R900 sixx.	18
Figura 10: Sistemas de referencia del robot KR Agilus.....	19
Figura 11: Simulador manipulador industrial con herramienta Simulink.	24
Figura 12: Simulador del manipulador industrial con la cámara incorporada en su extremo.....	25
Figura 13: Simulación de objeto de medidas ideales.....	25
Figura 14: Visión del objeto a través de la cámara, en milímetros.....	26
Figura 15: Visión del objeto desde la cámara aplicando ruido blanco, en milímetros.	27
Figura 16: Definición por bloques del espacio de estados.....	29
Figura 17: Sistema Lineal Multivariable.	30
Figura 18: Representación de sistema lineal.....	31
Figura 19: Representación de sistema lineal con presencia de entradas estocásticas.....	32
Figura 20: Forma de operar del filtro de Kalman.	33
Figura 21: Ejemplo 1. Resultado estimado con 5 iteraciones.	35
Figura 22: Ejemplo 1. Resultado estimado con 10 iteraciones.	36
Figura 23: Ejemplo 1. Resultado estimado con 50 iteraciones.	36
Figura 24: Ejemplo 1. Posición de x, y, z estimadas en cada iteración.....	37
Figura 25: Ejemplo 1. Error de estimación de medida.	38
Figura 26: Ejemplo 2. Resultado estimado con 5 iteraciones.	40

Figura 27: Ejemplo 2. Resultado estimado con 10 iteraciones.	40
Figura 28: Ejemplo 2. Resultado estimado con 500 iteraciones.	41
Figura 29: Ejemplo 2. Resultado estimado con 5000 iteraciones.	41
Figura 30: Ejemplo 3. Resultado estimado con 5 iteraciones.	42
Figura 31: Ejemplo 3. Resultado estimado con 10 iteraciones.	43
Figura 32: Resultados con población para varianza 0.5.	46
Figura 33: Resultados con población para varianza 1.	48
Figura 34: Resultados con población para varianza 2.	50
Figura 35: Resultados sin población para varianza 0.5.	52
Figura 36: Resultados sin población para varianza 1.	54
Figura 37: Resultados sin población para varianza 2.	56
Figura 38: Especificaciones técnicas KR Agilus.1.....	65
Figura 39: Especificaciones técnicas KR Agilus.2.....	66

Índice de Tablas

Tabla 1: Tabla de parámetros DH.....	20
Tabla 2: Tabla de valores de q_i	23
Tabla 3: Tabla de resultados con población para varianza 0.5.	47
Tabla 4: Tabla de resultados con población para varianza 1.	49
Tabla 5: Tabla de resultados con población para varianza 2.	51
Tabla 6: Tabla de resultados sin población para varianza 0.5.....	53
Tabla 7: Tabla de resultados sin población para varianza 1.....	55
Tabla 8: Tabla de resultados sin población para varianza 2.....	57
Tabla 9: Tabla de mejores resultados obtenidos en cada estudio.....	59

RESUMEN

El presente Trabajo Final de Grado proporciona una solución al problema de la medición de objetos (productos industriales) mediante el uso de cámaras y algoritmos de visión artificial. Para ello se propone una nueva metodología basada en el uso de manipuladores industriales que minimice el error en la medición de piezas.

El trabajo desarrollado se encuentra enmarcado dentro de los siguientes campos de estudio generales: visión artificial, robótica, automatización de sistemas y procesos industriales. Es por ello que se ha tenido que dedicar varias horas al aprendizaje de técnicas básicas utilizadas normalmente en cada uno de estos campos, como por ejemplo filtrado de Kalman o visión artificial.

Los aportes del presente Trabajo Final de Grado son:

- Desarrollo de una plataforma de simulación de una célula robotizada para la medición de objetos por visión artificial en Matlab.
- Modelado de un robot industrial, Kuka Agilus R900 sixx en Matlab utilizando Robotic Toolbox, Corke (2011).
- Modelado de una cámara industrial, OMRON 5 MP, en Matlab. El modelo está basado en el conocido y ampliamente utilizado "Pin Hole" model de cámaras sin distorsión.
- Modelado de objetos 3D en Matlab.
- Desarrollo e implementación de un algoritmo de disminución del error de medida basado en la Media Aritmética.
- Desarrollo e implementación de un algoritmo de disminución del error de medida basado en filtrado de Kalman.
- Comparativa, en simulación, de las mejoras obtenidas frente a los procedimientos actuales utilizados en industria.
- Comparativa, en simulación, de las mejoras de cada una de las propuestas de este trabajo.
- Conclusiones y trabajos futuros.

Palabras clave: Metrología industrial, visión artificial, robot manipulador, convención DH, modelado de robots, sistemas lineales, espacio de estados, filtrado de señal, filtro de Kalman.

1. INTRODUCCIÓN

El presente documento describe el Trabajo de Fin de Grado realizado por Cristian Cazorla García, alumno de Grado de Ingeniería de Tecnologías Industriales (GITI) en la Universidad Politécnica de Valencia, dirigido por el profesor Leopoldo Armesto Ángel del Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática, y tutelado por el investigador J. Ernesto Solanes Galbis del Instituto de Diseño y Fabricación.

El desarrollo del trabajo se enmarca dentro de los campos de la robótica industrial, visión artificial, filtrado de señal y programación, tal y como se escenifica en la Figura 1. Se hará uso de conocimientos básicos de estos cuatro campos de investigación para así aplicarlos en el campo de la metrología industrial y desarrollar el sistema objeto del presente trabajo, para reducir el error de medición en productos industriales.

Debido a los errores introducidos por los sensores empleados en la medición de objetos en procesos industriales, éste sigue siendo un campo de estudio que tiene mucha demanda dentro de la industria. Es por ello que muchas empresas demandan un sistema que pueda disminuir el error de medición de una forma robusta y fiable, para así garantizar la calidad del producto final.

1.1. Motivación

Viendo la amplia demanda de un sistema que sea capaz de resolver el problema de medición de piezas en entornos industriales, el presente trabajo tiene como motivación principal proporcionar una solución basada en visión artificial y robótica.

Con este trabajo, se le permite al alumno consolidar los conocimientos aprendidos durante el transcurso del Grado así como adquirir nuevos conocimientos particulares de otros campos de investigación, que luego podrán ser utilizados a lo largo de su vida laboral como Ingeniero,

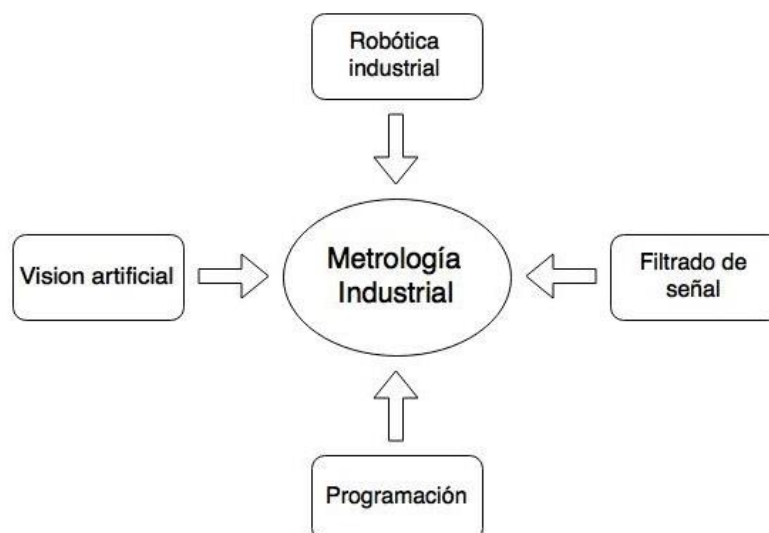


Figura 1: Campos industriales.

permitiéndole así tener herramientas potentes para la resolución de problemas cotidianos en industria.

Por último, este trabajo permitirá obtener la titulación de Grado en Ingeniería de Tecnologías Industriales (GITI) y obtener el título de graduado, para posteriormente acceder al Máster Universitario en Ingeniería Industrial (MUII).

1.2. Objetivos del Trabajo

El presente trabajo tiene los siguientes objetivos:

- Estudio y aprendizaje de técnicas básicas de robótica: modelado geométrico de robots.
- Estudio y aprendizaje de técnicas básicas de visión artificial: modelado y calibración de cámaras, extracción de características, etc.
- Estudio y aprendizaje de técnicas básicas de filtrado de señales: filtro de Kalman.
- Aprendizaje de la herramienta Matlab/ Simulink para la elaboración de simuladores.
- Diseño de una plataforma de simulación basada en una célula industrial robotizada.
- Desarrollo e implementación de un algoritmo de disminución del error de medida basado en la Media Aritmética.
- Desarrollo e implementación de un algoritmo de disminución del error de medida basado en filtrado de Kalman.

2. ESTADO DEL ARTE

A continuación se hablará de la visión artificial y de la robótica. Estos dos temas conjuntamente, son la base para la elaboración de los siguientes apartados y de la elaboración del presente trabajo.

2.1. VISIÓN ARTIFICIAL

En el desarrollo de este apartado, se realizará una breve introducción de las aplicaciones actuales de la visión artificial, concretamente en el sector de la metrología y medición de piezas industriales.

Como es bien sabido, cada vez son más las nuevas tecnologías que se utilizan en distintos sectores para la medición de piezas. Un sector importante es el automovilístico, en el cual se emplean instrumentos extremadamente caros y sofisticados para la correcta medición de piezas. Muchos de estos equipos requieren de una calibración perfecta, una posición y orientación determinada de la pieza, y unas condiciones ambientales concretas de iluminación, vibraciones, temperatura, etc. Es decir, son muchos los factores que afectan a la hora de obtener las medidas de la pieza, y por tanto en muchas ocasiones se reduce la fiabilidad de los resultados obtenidos, pues incluso el más mínimo error en cualquiera de dichos factores se maximiza cuando existen errores en el resto de factores, por pequeño que sea.

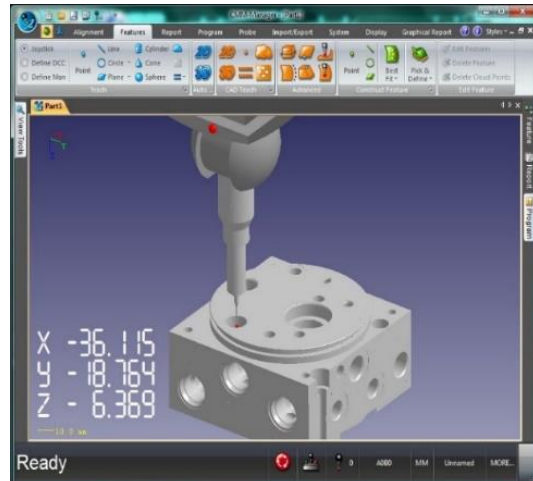
Un ejemplo de un sistema de medición empleado durante décadas son las MMC (Máquinas de Medición por Coordenadas), las cuales tienen todavía una aplicación directa en el sector de la automoción, en tareas como la inspección de elementos que requieren de muy alta precisión, ya sean cajas de cambio o engranajes, para la medición de carrocerías de gran envergadura, etc.

Estos equipos (ver Figura 2) presentan el inconveniente principal de que requieren contacto con la pieza, pues funcionan mediante palpadores, mediante los cuales el operario va describiendo el contorno del objeto, mientras se envían las coordenadas de la pieza a una computadora para así poder medirla. Esto hace que se ralentice el proceso de medición, además de que se puedan generar errores en medición de piezas cuyos materiales sean blandos o deformables. Además, tiene otros inconvenientes, pues requiere de un acondicionamiento especial de las instalaciones y no es transportable.

Una tecnología que se está propagando por muchos sectores industriales, dados los resultados que se obtienen, es la visión artificial. El objetivo de la visión artificial es programar un computador para que interprete una escena o las características de una imagen. Esta nueva tecnología adquiere imágenes sin contacto alguno, haciendo uso únicamente de sensores.



a) Máquina de medición por coordenadas.



b) Software de MMC.

Figura 2: MMC y software de aplicación.

Son muchas las aplicaciones industriales de los sistemas de visión artificial. Entre ellas se puede encontrar la inspección de los productos industriales para detección de grietas o defectos superficiales, el guiado de robots, lectura de datos, orientación y posicionamiento de objetos, el control de tráfico, etc.

Otra aplicación de gran interés, y en la cual se basa este trabajo, es la metrología. Como ya se sabe, la metrología es la ciencia que se ocupa de los sistemas de medidas. Con la visión artificial se puede alcanzar una precisión por debajo de la centésima de milímetro, lo que hace que su desarrollo sea de gran utilidad en multitud de sectores, pues hace posible el control de distancias, determinar el número de estrías, radios o ángulos de una pieza industrial con gran precisión, obteniendo las magnitudes físicas del objeto para poder verificar posteriormente si se cumplen los patrones exigidos para dicha pieza.

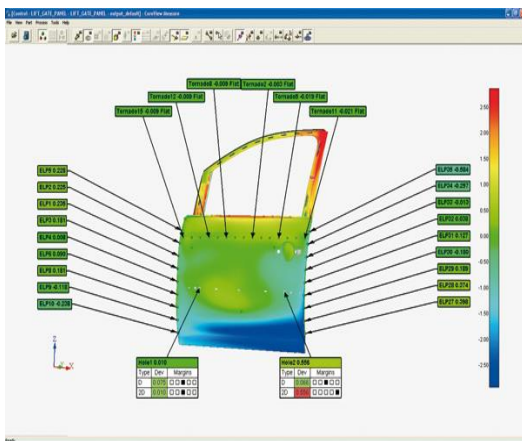
Una industria importante en este campo es la industria automovil. En este sector las especificaciones de los productos son muy exigentes, y con el uso de esta tecnología se pueden extraer las cotas de una pieza con gran precisión.

Una empresa que trabaja en el sector de la medición es "Hexagon Metrology", la cual se dedica a la metrología dimensional, y comercializa con máquinas de medición tridimensional por coordenadas, software de medición, y todo tipo de servicios en el ámbito de la medición bidimensional y tridimensional.

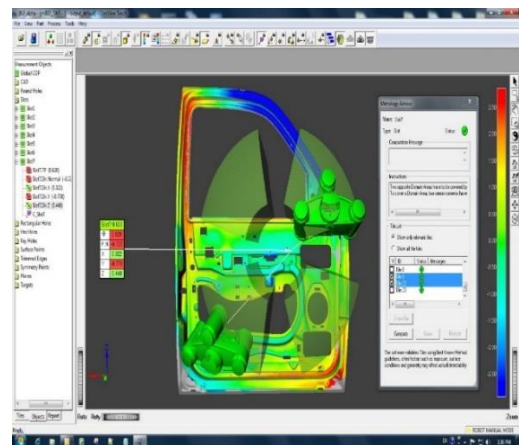
Algunos ejemplos de las tecnologías que se emplean en esta empresa para la medición haciendo uso de la visión artificial son:



a) Sistema "Cognitens WLS400A".



b) Software 2D para sistemas de luz blanca.



c) Software 3D para sistemas de luz blanca.

Figura 3: Sistema de escáner mediante luz blanca y software de aplicación

1) Sistemas de escáner mediante luz blanca

El sistema de medición con luz blanca adquiere abundante información dimensional a partir de los objetos medidos independientemente de su tamaño, complejidad o características geométricas. Esta técnica supera las condiciones ambientales, tales como vibraciones y cambios de temperatura o de iluminación, nombradas anteriormente como principal fuente de errores. Además, haciendo uso de la tecnología de la visión estereoscópica digital de luz blanca, se pueden generar datos en 3D. El equipo "Cognitens WLS400A" (ver Figura 3) está diseñado para la medición automatizada en 2D y 3D.

2) Sistemas de medición óptica

A grandes rasgos, es una máquina de medición por coordenadas (MMC) basada en visión artificial. El equipo "Optiv Classic" (ver Figura 4), proporciona mediciones en 3D de alta precisión

con tolerancias de producción muy ajustadas. La estructura de la máquina tiene amortiguadores de vibraciones, para evitar la distorsión de la medida. Incluye un LED coaxial de iluminación con luz superior, LED de luz posterior y luz por LED multisegmento anular. Se puede acoplar con distintos sensores:

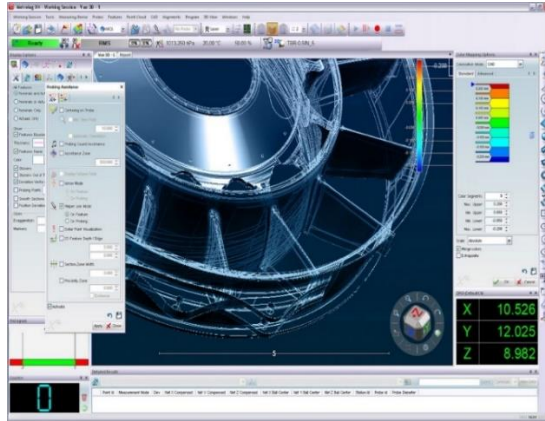
- Sensor "Vision": Es un sensor de medición mediante el procesamiento de imágenes. Mide las características más pequeñas y de menor tolerancia sin contacto alguno con la pieza, en zonas donde no podría registrarse mediante el palpador, o zonas sensibles a la palpación mecánica. Para ello se proyecta el objeto de medición a través del objetivo en una cámara matricial (cámara CCD). Las señales ópticas se convierten en una imagen digital y se transmite al procesamiento de imágenes del software de medición "PC-DMIS Vision" para el cálculo de los puntos de medición. Este sensor logra la máxima precisión óptica mediante sus ópticas de diseño telecéntrico. La ventaja especial de este principio es que el tamaño de objeto o de imagen (de la escala de imagen) permanece constante también en caso de modificaciones de la distancia de trabajo (de la posición del objeto o de la imagen) dentro de la zona telecéntrica. De este modo, la distorsión de las ópticas telecéntricas es mucho menor que en las ópticas que no lo son.
- Sensor cromático de luz blanca (CWS): es un sensor de escaneo de alto rendimiento. Se basa en el principio de medición confocal y trabaja con un escaneo de profundidad cromático. En el escaneo de profundidad, una óptica especial utiliza la refracción dependiente de la longitud de onda de la luz blanca para realizar mediciones de distancia. La resolución del sistema también depende de la intensidad de luz que es reflejada por la superficie de la pieza.



Figura 4: Equipo "Optiv Classic"



a) Sistema "Leica Absolute Tracker".



b) Software 3D para sistemas de medición con láser.

Figura 5: Sistema Laser Tracker y software de aplicación.

3) Sistema Laser Tracker

Los sistemas Laser Tracker han estado a la vanguardia de la tecnología de seguimiento por láser durante las últimas décadas. Estos sistemas se caracterizan por su precisión, fiabilidad y durabilidad en el sector de las máquinas de medición de coordenadas portátiles. La empresa anteriormente nombrada "Hexagon Metrology" ha seguido desarrollando estos sistemas, consiguiendo precisiones de hasta 80 μm a una distancia de 80m.

Estos equipos se utilizan frecuentemente en automoción para ajustar y comprobar la maquinaria o utillajes de fabricación.

El "Leica Absolute Tracker AT960 " (ver Figura 5) es portátil y robusto. Ofrece mediciones dinámicas a gran velocidad, es una solución completa con seis grados de libertad para palpar, escanear o realizar inspecciones de forma automática, así como por supuesto, medir con reflector.

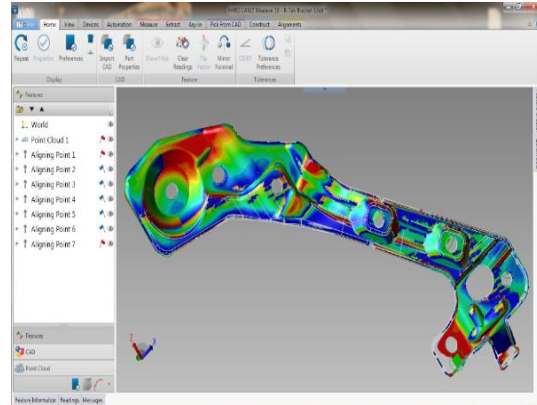
4) Brazos de medición portátiles

Los brazos de medición portátiles permiten tomar medidas directamente en el entorno de fabricación. Estos pueden equiparse con palpadores de distintas longitudes y cabezales de escaneo para medir puntos de difícil acceso ya sea de modo óptico o por contacto. Estas máquinas de medición se están integrando cada vez más en todos los sectores industriales, especialmente en el de la automoción.

Un ejemplo de estos sistemas de medición es el "Romer Absolute Arm" (ver Figura 6), con escáner láser incorporado, es una MMC portátil que permite la medición 3D con o sin contacto. Esta máquina lleva incorporado el sistema láser CMS 108, con el cual no se requiere ajuste manual de la potencia del láser ya que el control es automático punto a punto, el cual se adapta a tiempo real al color y a los brillos de la superficie.



a) Sistema "Romer Absolute Arm".



b) Software 2D "CAM2 Measure" para laser de brazo de medición portátil.

Figura 6: Sistema de Brazo de medición portátil y software de aplicación.

Otra empresa que trabaja en el sector de la medición es "Cognex", la cual utiliza la visión artificial para la automatización de procesos de manufactura e identificación industrial.

Mediante los equipos que dispone, es capaz de realizar montajes de productos con detección de errores, detección de defectos en superficies de acero, papel y plástico, identificación y rastreo de piezas, guiado de robots, medición de piezas y otras tareas de fabricación.

Dos de los equipos de visión de los que hace uso la empresa son los sistemas de visión "In-Sight" y los sensores de visión "checker".

1) Sistemas de visión "In-Sight"

Estos sistemas de visión (ver Figura 7) son capaces de inspeccionar, identificar y guiar piezas. Son sistemas de visión autónomos y de alta calidad que combinan herramientas de visión avanzadas con adquisición y procesamiento de imágenes a alta velocidad.

El software empleado para estos productos es el "In-Sight Explorer" (ver Figura 7), el cual mediante la interfaz diseñada "EasyBuilder", hace posible y sencillo el uso de 22 herramientas de visión para inspeccionar la pieza. De entre las 22 herramientas se encuentran la localización de piezas de manera confiable y precisa, el reconocimiento y validación de caracteres, lectura de códigos industriales, detección de defectos, inspección de color, etc. Entre ellas está también la medición de piezas, donde utiliza herramientas geométricas para realizar mediciones de alta precisión incluso ante cambios en la orientación de la pieza o en el nivel de iluminación.

Además mediante "Cognex Connect" se garantiza que los sistemas de visión se pueden comunicar con cualquier marca o modelo de robot que se utilice.



a) Cognex In-Sight 5000.



b) Medición con software "In-Sight explorer".

Figura 7: Sistemas de visión "In-Sight" y software de aplicación.



a) Sensor Cognex Checker 4G7X.



b) Medición con software "Cognex Designer 2.0".

Figura 8: Sensor de visión "Checker" y software de aplicación.

2) Sensores de visión "Checker"

Este sensor de visión (Ver Figura 8) es un todo en uno con cámara integrada, procesador, iluminación y óptica capaz de detectar e inspeccionar hasta 6.000 piezas por minuto.

El modelo "4G7X" de la serie 4G incluye sensor de localización de piezas y sensor de inspección, necesarios para detectar la presencia del objeto, su posición y determinar sus medidas, asegurando una precisión alta en un elevado rango de temperaturas de ambiente, humedad, vibraciones, y demás factores que dificultan la medición.

Un software muy empleado en sistemas de visión y sensores de visión es el "Cognex Designer 2.0" (ver Figura 8) para aplicaciones de visión 2D y 3D.



Figura 9: Manipulador industrial KR Agilus 6 R900 sixx.

2.2. ROBÓTICA

En este apartado se explicará el proceso de modelado del manipulador industrial empleado, conocidos los parámetros geométricos del mismo, para calcular la cinemática directa. De este modo, se podrá conocer en todo momento la posición y la orientación del efector final del robot, con respecto al sistema de referencia de la base. El procedimiento a seguir será el método sistemático de Denavit & Hartenberg.

2.2.1. Uso del Manipulador Industrial

El manipulador industrial con el que se trabajará es el robot modelo “KR Agilus 6 R900 sixx” de “Kuka Robots” (ver Figura 9). Las características principales, que se definen en el nombre del modelo son, su capacidad máxima de carga de 6 kg, el alcance aproximado de un radio de 901 mm y el número de ejes, 6. (Ver más especificaciones técnicas en Anexo A).

Todas las articulaciones del robot manipulador son rotacionales, es decir, los eslabones giran en torno a un eje solidario al eslabón anterior, por lo que la variable independiente en cada articulación será el ángulo de articulación (θ_i), que se definirá más adelante, esto es:

$$q_i = \theta_i \quad (1)$$

2.2.2. Cinemática de robots. Estudio de la cinemática directa

A continuación se realizará un estudio de la cinemática directa del brazo de robot. La cinemática es la ciencia que estudia la geometría del movimiento del robot manipulador (posición, velocidad y aceleración) con respecto a un sistema de coordenadas de referencia fijo, sin tener en cuenta las fuerzas o momentos que se originan en el movimiento.

Tal y como indica Craig (2004) la cinemática directa es el problema geométrico y estático que aborda el cálculo de la posición y orientación del efector final del robot manipulador con respecto a la base fija a partir de los valores de las variables de articulación. La cinemática inversa aborda el problema contrario, pues se ocupa de encontrar los valores de los componentes articulados siendo conocida la posición y orientación del efector final. En este trabajo se calculará y se hará uso únicamente de la cinemática directa.

Para abordar el problema de la cinemática directa de manipuladores industriales, se empleará el método elaborado por Denavit y Hartenberg (1955), un método sistemático y generalizado que, haciendo uso del álgebra matricial, es capaz de describir y representar la geometría de los elementos del robot con respecto a un sistema de referencia fijo. Mediante este sistema, se establece un sistema de coordenadas ligado a cada eslabón del robot manipulador, permitiendo pasar de un sistema de coordenadas a otro mediante cuatro transformaciones básicas que dependen únicamente de las características geométricas de cada eslabón. Estas transformaciones consisten en una serie de traslaciones y rotaciones que permiten relacionar los sistemas de referencia de los distintos eslabones, con el objetivo final de relacionar el sistema de referencia del efector final con el de la base fija. En el Anexo B se incluye un resumen de la resolución paso a paso de la cinemática directa.

2.2.3. Tabla de Parámetros Denavit & Hartenberg

A partir de las especificaciones técnicas del robot manipulador “KR Agilus”, y siguiendo las pautas establecidas para la selección de los sistemas de referencia definidas en la obra de Spong y Vidyasagar (1989). Aplicando este proceso (descrito en el Anexo B) al robot empleado, se establecen los sistemas de referencia (ver Figura 10).

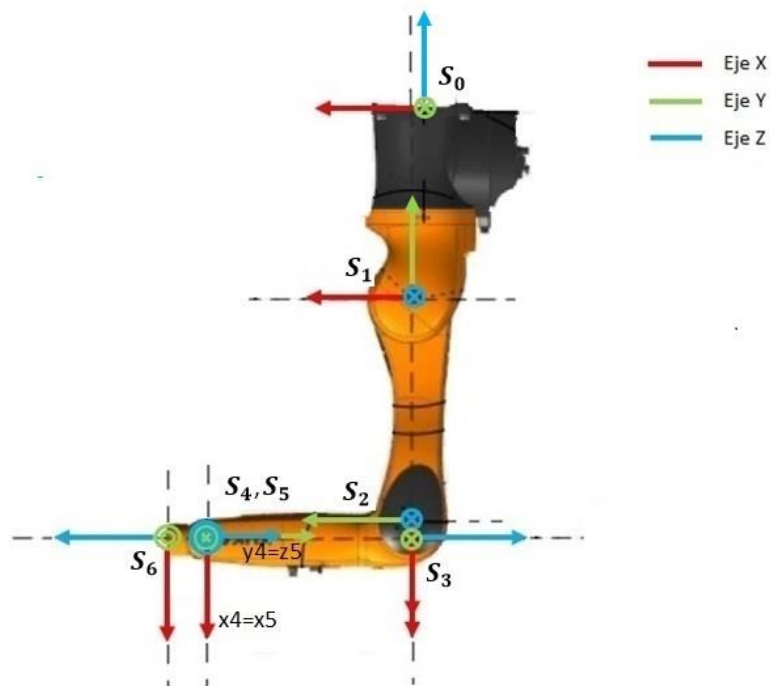


Figura 10: Sistemas de referencia del robot KR Agilus.

Articulación	$\theta_i(^{\circ})$	$d_i(\text{mm})$	$a_i(\text{mm})$	$\alpha_i(^{\circ})$
1	$q_1 + 180$	-400	25	90
2	$q_2 - 90$	0	455	0
3	$q_3 + 0$	0	0	90
4	$q_4 + 0$	-420	0	90
5	$q_5 + 0$	0	0	-90
6	$q_6 + 0$	-80	0	180

Tabla 1: Tabla de parámetros DH.

Una vez establecidos los sistemas de referencia de cada articulación, se pueden obtener los cuatro parámetros de la convención DH (θ_i , d_i , a_i , α_i) para cada eslabón del manipulador, que dependen únicamente de las características geométricas del eslabón y de las articulaciones que le unen con el anterior y el posterior eslabón.

A continuación se definen brevemente dichos parámetros, definidos por Jazar (2010):

- *Longitud del elemento* (a_i): Es a la distancia a lo largo del eje x_i que va desde la intersección del eje z_{i-1} con el eje x_i hasta el origen del sistema i -ésimo, en el caso de articulaciones rotacionales. En el caso de articulaciones prismáticas, se calcula como la distancia más corta entre los ejes z_{i-1} y z_i .
- *Torsión del elemento* (α_i): Es el ángulo de separación del eje x_{i-1} y el eje z_i , medido en un plano perpendicular al eje x_i , utilizando la regla de la mano derecha.
- *Distancia de articulación* (d_i): Es la distancia a lo largo del eje z_{i-1} desde el origen del sistema de coordenadas $(i-1)$ -ésimo hasta la intersección del eje z_{i-1} con el eje x_i . Se trata de un parámetro variable en articulaciones prismáticas.
- *Ángulo de articulación* (θ_i): Es el ángulo que forman los ejes x_{i-1} y x_i medido en un plano perpendicular al eje z_{i-1} , utilizando la regla de la mano derecha. Se trata de un parámetro variable en articulaciones rotacionales.

A partir de las definiciones y de las especificaciones técnicas del robot "KR Agilus" utilizado (ver Anexo A), se puede obtener la tabla de parámetros DH (ver Tabla 1).

A través de estos parámetros, y realizando las transformaciones pertinentes especificadas en la obra de Fu, González y Lee (1987), se obtiene la matriz de transformación homogénea T_{06} :

$$T_{06} = \begin{bmatrix} R_{06} & O_{06} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 445 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -935 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Esta matriz expresa la orientación (mediante la submatriz 3x3 de rotación, R_{06}) y la posición (mediante submatriz 3x1 de traslación, O_{06}) del extremo del robot, o efector final, en función de sus coordenadas articulares, quedando resuelto el problema cinemático directo.

3. MEDICIÓN DE OBJETOS BASADOS EN SISTEMAS DE VISIÓN

A lo largo de este apartado se describirá el código empleado para simular el manipulador industrial empleado en el desarrollo del trabajo. Se podrá comprobar cómo Matlab genera el simulador del robot en conjunto con la cámara, y como a través de ésta, se visualiza el objeto definido a medir. Para la realización de esta simulación se hace uso de la librería definida por Corke (2011) para un robot de 6 ejes en la aplicación empleada Matlab.

3.1. Simulador del manipulador industrial

Para el desarrollo del algoritmo, se generará un simulador del manipulador industrial empleado. Para ello se hará uso de la herramienta Simulink, que es un entorno de programación visual para la simulación de modelos y sistemas. Simulink funciona sobre el entorno de programación de Matlab.

Como posición inicial del manipulador se define la que se muestra en la Figura 11. El manipulador se encuentra anclado en su extremo base al techo, y el enlace 2 forma un ángulo de -90° (el signo negativo hace referencia al movimiento positivo y negativo de las articulaciones, previamente definidas en las especificaciones técnicas del manipulador) con el enlace 3. El enlace 5 Forma un ángulo de 90° con el enlace 6 o efector final, de tal manera que este último tiene como posición inicial una visión en perpendicular de la superficie del suelo.

Los valores que corresponden a las variables independientes de cada articulación para tomar la forma inicial descrita anteriormente son los que se muestran en la Tabla 2. Posteriormente, implementando el algoritmo mediante estos valores, se da lugar a la simulación del manipulador industrial dado en la Figura 11.

q_i	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6
Ángulo Inicial ($^\circ$)	0	-90	0	0	90	0

Tabla 2: Tabla de valores de q_i .

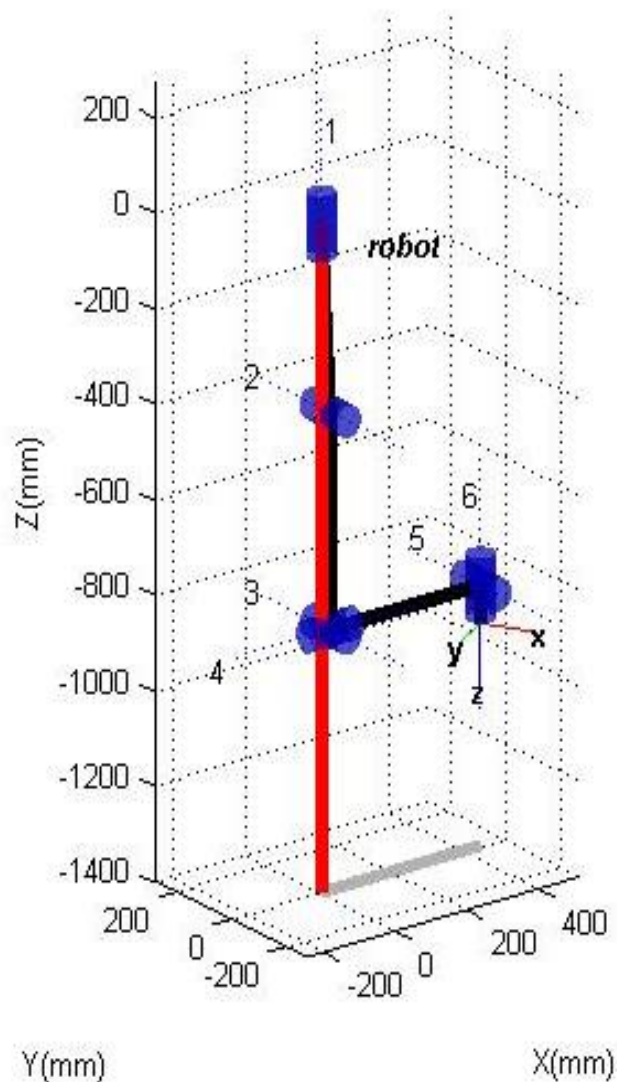


Figura 11: Simulador manipulador industrial con herramienta Simulink.

3.2. Utilización de cámara para detección de características de los objetos

Para la visualización de los objetos a medir, se hará uso de una cámara de visión artificial, concretamente "OMRON 5 MP". Para la implementación de la cámara en Matlab se tendrán que definir las siguientes características de la misma:

- *Posición del centro de proyección de la cámara:* Corresponde al centro de la lente de la cámara, dado por dos coordenadas en píxeles (U_0, V_0).
- *Resolución de imagen:* Este parámetro se refiere al nivel de detalle y definición que puede observarse en la imagen y lo hace mediante dos números enteros. El primero de ellos es la cantidad de columnas de píxeles que hay en la imagen mientras que el segundo es el número de filas de píxeles.
- *Distancia Focal:* Se define como la distancia del centro de la lente al plano de imagen o foco.

La cámara estará situada en el extremo efector final del manipulador industrial, en la posición

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 50 \end{pmatrix} \text{ con respecto al efector final del robot.}$$

Introduciendo la posición y los parámetros de la cámara en Matlab, se implementa el código. De esta manera se genera la simulación del robot manipulador, incluyendo la cámara en su efector final (ver Figura 12).

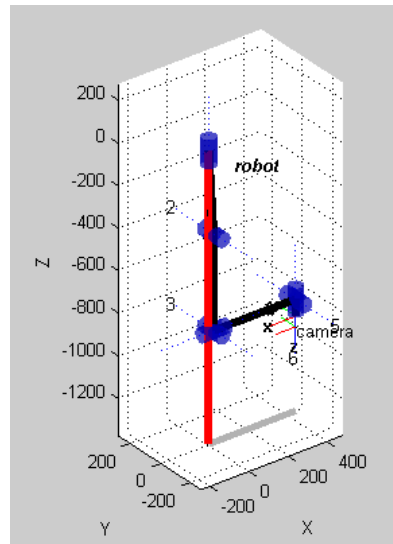
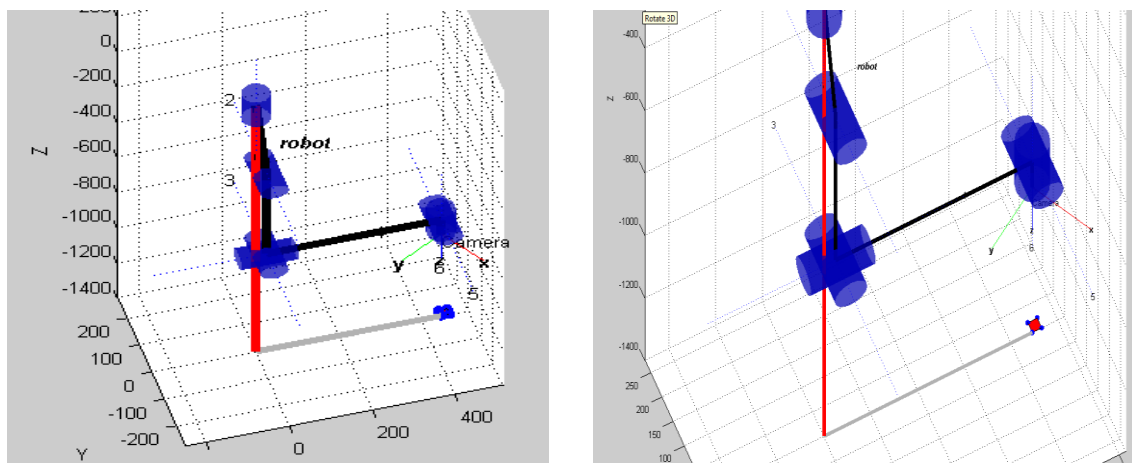


Figura 12: Simulador del manipulador industrial con la cámara incorporada en su extremo.



a) Simulador de manipulador en posición inicial enfocando al objeto a medir.

b) Simulador de manipulador en posición inicial enfocando al objeto a medir.

Figura 13: Simulación de objeto de medidas ideales

3.3. Objeto

Para realizar las comprobaciones de medida del simulador, se situará un objeto en el plano XY de medidas ideales conocidas (ver Figura 13).

El objeto que se tomará para la realización de las pruebas de medición es un cuadrado de tamaño 20x20 mm (ver Figura 14).

Como bien se sabe, las medidas de este objeto son ideales, sin tener en cuenta los procesos estocásticos (ruidos) que se generan durante la medición y que distorsionan la medida proporcionada.

En la Figura 15 se muestra qué ocurre si se aplica un ruido estocástico blanco de distribución Gaussiana, de media cero y varianza 0.5 a cada punto. Tal y como se observa, el objeto se ha deformado ante la presencia de un ruido estocástico gaussiano interviniendo en el sistema. Se puede comprobar como las medidas del objeto distorsionado distan de las medidas reales de nuestro objeto ideal.

Es por ello por lo que hay que se pretende establecer un nuevo sistema para reducir esta distorsión. Esto es posible mediante el filtro de Kalman.

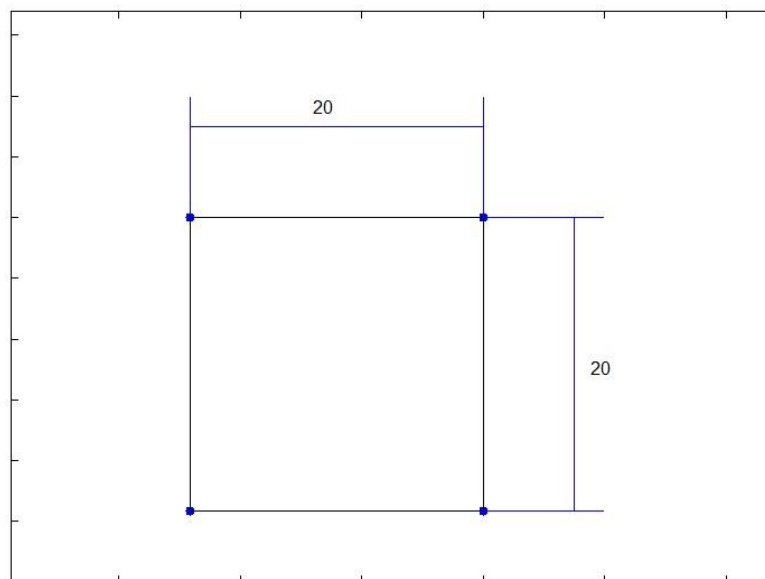


Figura 14: Visión del objeto a través de la cámara, en milímetros.

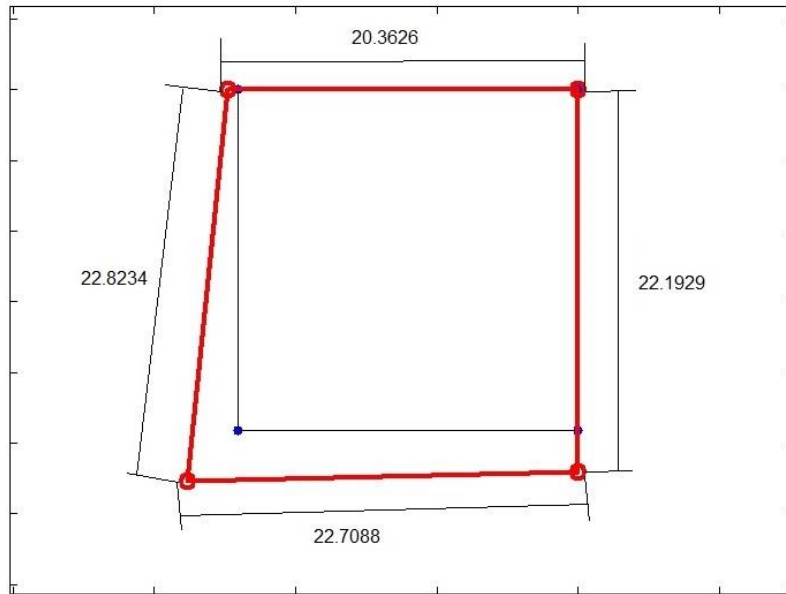


Figura 15: Visión del objeto desde la cámara aplicando ruido blanco, en milímetros.

4. FILTRADO DE SEÑAL. EL FILTRO DE KALMAN

A continuación, se realizará una breve introducción a los sistemas lineales y a los modelos de estado para dar paso al filtro de Kalman, donde se introducirá brevemente las funciones y la forma del filtro, y se realizará un programa para el entendimiento del mismo.

4.1. Introducción a los sistemas lineales

Primero se comenzará la elaboración del presente apartado definiendo los conceptos de estado, vector de estado y espacio de estado, definiciones básicas para el entendimiento de los apartados que se presentan posteriormente.

Jamshid, Tarock y Shafai (1992) definen el estado $x(t_0)$ de un sistema en el instante t_0 , como la cantidad mínima de información necesaria que, junto al valor de la entrada $u(t)$ dada para $t \geq t_0$, proporciona el valor de cualquier variable del sistema en cualquier otro instante posterior, es decir, determina la salida $y(t)$ para cada instante de tiempo $t \geq t_0$. Es decir, es el conjunto más pequeño de variables que permiten predecir la evolución del sistema conocidas las entradas.

La definición de vector de estado $x(t)$ queda muy clara en la obra anteriormente citada, Jamshid, Tarock y Shafai (1992) definen el vector de estado como un vector de tamaño $n \times 1$ cuyos elementos son las variables de estado del sistema, es decir:

$$x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)] \quad (3)$$

El espacio de estados (ver Figura 16) es el espacio vectorial en el que toma valores el vector de estado $x(t)$, es decir, incluye todos los posibles estados de un sistema dinámico. Cada estado corresponde a un punto del espacio de estado.

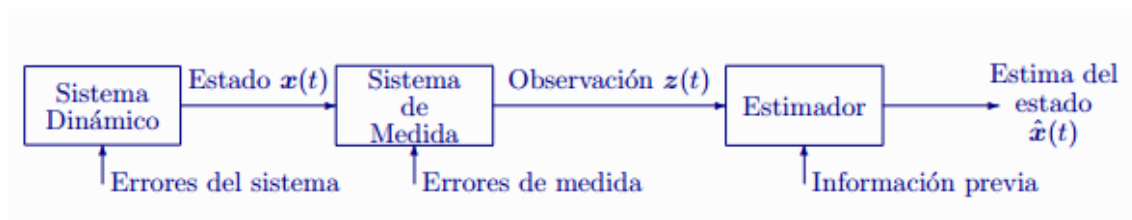


Figura 16: Definición por bloques del espacio de estados.

Chen (1999) determina que las ecuaciones dinámicas de un sistema finito y continuo, que definen el modelo de estado son dos, la *ecuación diferencial con dinámica del estado* (o *ecuación de estado*) (4) y la *ecuación de salida* (5):

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)) \quad (4)$$

$$y(t) = g(t, x(t), u(t)) \quad (5)$$

Las ecuaciones (4) y (5) engloban un conjunto de n -ecuaciones diferenciales de primer orden que describen el comportamiento dinámico de un sistema no lineal.

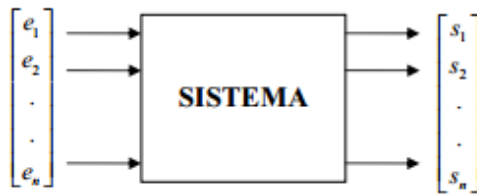


Figura 17: Sistema Lineal Multivariable.

Dimensiones de los vectores:

- n : número de variables de estado, dimensión de $x(t)$.
- p : número de entradas, dimensión de $u(t)$.
- q : número de salidas, dimensión de $y(t)$.

A continuación se define el sistema lineal. Un sistema es lineal si la salida del sistema sigue los cambios que se producen en la entrada (ver Figura 17), es decir, para ser considerado un sistema lineal, ha de cumplir necesariamente dos propiedades:

- 1) Si las entradas son multiplicadas por una constante, las salidas también son multiplicadas por la misma constante.
- 2) Los sistemas lineales se caracterizan por el hecho de que se puede aplicar el *Principio de Superposición*, que dice lo siguiente: Si un sistema tiene más de una variable de entrada, se puede obtener la salida total del sistema como la suma de las salidas parciales, que resultan de aplicar cada entrada por separado, tomando las demás entradas nulas.

$$S_{total} = S_1 + S_2 + \dots + S_n \quad (6)$$

$$S_{total} = FT_1|_{e_2, \dots, e_n=0} * e_1 + FT_2|_{e_1, e_3, \dots, e_n=0} * e_2 + \dots + FT_n|_{e_1, \dots, e_{n-1}=0} * e_n \quad (7)$$

Los sistemas lineales son aquellos que están representados por ecuaciones diferenciales lineales, en las que la variable dependiente y todas sus derivadas son de primer grado, es decir, la potencia de todo término función de la variable dependiente es uno y además los coeficientes de todos los términos son constantes (ecuaciones diferenciales lineales invariantes en el tiempo), o si son variables, solo dependen de la variable independiente tiempo $-t-$ (ecuaciones diferenciales lineales variante en el tiempo).

Realizando las transformaciones pertinentes de las ecuaciones (4) y (5) en base a las propiedades de los sistemas lineales (condiciones de linealidad), Chen (1999) expone el conjunto de ecuaciones (*ecuaciones de espacio de estado n -dimensional* o *ecuaciones de estado*) aplicables a todo sistema lineal, quedando éstas de la siguiente forma:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (8)$$

$$y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t) \quad (9)$$

Si además el sistema lineal es también invariante en el tiempo, el modelo de estado quedaría:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (10)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (11)$$

Discretizando el sistema anterior, quedaría de la forma:

$$\dot{x}(k + 1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (12)$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k) \quad (13)$$

Donde,

- $\dot{x}(k + 1)$ es el vector que contiene las derivadas de las variables de estado de orden n .
- $x(k)$ es el *vector de estado*, que contiene las variables de estado del sistema, de dimensión $n \times 1$.
- $y(k)$ es el *vector de salida*, de dimensión $p \times 1$.
- $u(k)$ es la *señal de entrada del sistema*, de dimensión $q \times 1$.
- $-A-$ es la *matriz de transición de estados* o *matriz del sistema*. Esta matriz reúne las constantes, parámetros o características físicas o dinámicas del sistema, de dimensión $n \times n$.
- $-B-$ es la *matriz de entrada* o *matriz de control*. Es una matriz de constantes de la señal de entrada, de dimensión $n \times p$.
- $-C-$ es la *matriz de salida* o *matriz de observación*, de dimensión $q \times n$.
- $-D-$ es la *matriz de transmisión directa*. Refleja cómo afecta la entrada directamente en la salida, de dimensión $q \times p$. En este trabajo, como en muchas aplicaciones, esta matriz se considera nula.

Rugh (1996) indica en su obra la ventaja de poder describir los sistemas físicos mediante ecuaciones de estado (ecuaciones (8) y (9)), pues de esta manera, se pueden caracterizar las propiedades del sistema en términos de propiedades de matrices de coeficientes. De esta forma, con el estudio de la ecuación (8) se pueden obtener características comunes de los diversos entornos físicos. En la Figura 18 se representa gráficamente la salida $y(k)$ con respecto a la entrada $u(k)$ en un sistema lineal discreto.

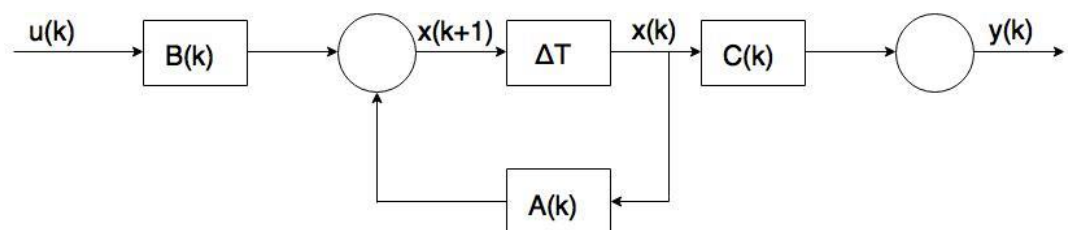


Figura 18: Representación de sistema lineal.

4.2. Propiedades del filtro de Kalman

Grewal y Andrews (2001) describen el Filtro de Kalman como un algoritmo que sirve para estimar los estados de un sistema dinámico lineal cuando éste está perturbado por un ruido blanco, mediante mediciones linealmente relacionadas con el estado.

Es un algoritmo de procesamiento de datos óptimo recursivo; óptimo porque minimiza un criterio determinado e incorpora toda la información que se le suministra para determinar el filtrado, recursivo porque no precisa mantener los datos previos.

El objetivo del Filtro de Kalman es estimar los datos de una forma óptima, de forma que se minimice el índice del error cuadrático medio. En las Figuras 19 y 20 se representa la forma de un sistema lineal alterado por ruidos en el modelo y en la medida, de manera que su evolución es expresada en espacio de estados por:

Ecuación del proceso:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k \quad (14)$$

Ecuación de medida:

$$y_k = Cx_k + v_k \quad (15)$$

Siendo:

x_k : Estado

y_k : Salida

w_k : Proceso estocástico asociado al modelo. Se trata de un ruido blanco de distribución gaussiana de valor promedio nulo y con varianza igual a Q_k en el estado k.

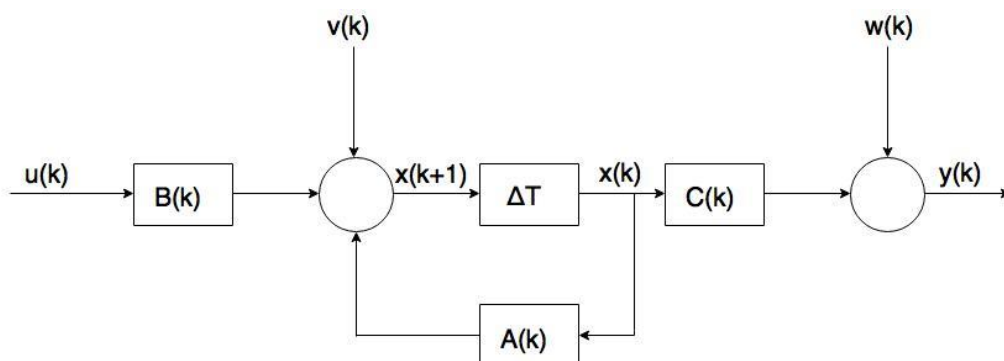


Figura 19: Representación de sistema lineal con presencia de entradas estocásticas.

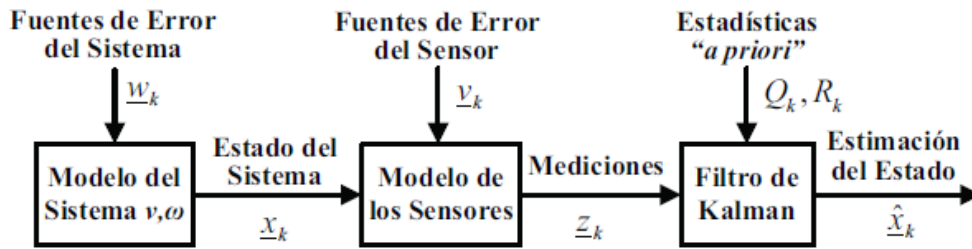


Figura 20: Forma de operar del filtro de Kalman.

v_k : Proceso estocástico asociado a la medida. Se trata de un ruido blanco de distribución gaussiana de valor promedio nulo y con varianza igual a R_k en el estado k .

Q_k y R_k reciben el nombre de matrices de covarianza asociadas al modelo y a la medida, respectivamente. Ambas son diagonales y por tanto simétricas.

A, B, C: matrices determinísticas que definen la dinámica del sistema.

Tal y como se observa en el artículo de Kalman (1960), el algoritmo tiene dos pasos que son ejecutados de forma iterativa. El primero es de *predicción* y el segundo de *corrección* o *actualización del estado*.

Las ecuaciones que rigen el Filtro de Kalman para unas determinadas condiciones iniciales \hat{x}_{k-1}^- y P_{k-1} son las siguientes

1) Ecuaciones de predicción.

$$\hat{x}_k^- = A\hat{x}_{k-1}^- + Bu_k \text{ - Predicción del estado (estimación a priori)} \quad (16)$$

$$\hat{P}_k^- = A P_{k-1} A^T + Q \text{ - Predicción de la matriz de covarianza (covarianza del error asociada a la estimación a priori)} \quad (17)$$

2) Ecuaciones de corrección.

$$\hat{y}_k = y_k - C\hat{x}_k^- \text{ - actualización de la medición} \quad (18)$$

$$K_k = P_k^- C^T (C P_k^- C^T + R)^{-1} \text{ - cálculo del valor de ganancias. Ganancia de Kalman} \quad (19)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k \hat{y}_k \text{ - estimación a posteriori} \quad (20)$$

$$P_k = (I - K_k C) P_k^- \text{ - covarianza del error asociada a la estimación a posteriori} \quad (21)$$

4.3. Ejemplo académico del filtro de Kalman

A continuación se desarrollará un ejemplo para explicar el filtro de Kalman, definido en el punto anterior.

4.3.1. Implementación del código

Implementación de un programa en Matlab que devuelva la posición de un punto situado en el espacio XYZ.

El modelo empleado es para un sistema lineal invariante, discreto y estocástico, alterado por un ruido blanco gaussiano de media 0 y una desviación típica de 0,01 mm, tanto en la medida como en el modelo o proceso. Interpretaremos que el punto está estático en el espacio, y que no se ve alterado por factores externos.

Planteamiento del problema: Estimación del estado $x \in \mathbb{R}_n$ del proceso descrito en el tiempo a partir de un conjunto de medidas $z \in \mathbb{R}_m$. Las condiciones iniciales son las siguientes:

- Situación real del punto: $y_k = \begin{pmatrix} 15 \\ 21 \\ 2 \end{pmatrix}$
- Estado inicial: $\hat{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- Matriz de covarianza del error: $P_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- Matriz de covarianza de ruido de modelo: $Q_k = \begin{pmatrix} 0,01^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0,01^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0,01^2 \end{pmatrix}$
- Matriz de covarianza de ruido de medida: $R_k = 0,01^2$
- Matrices de transición de estados A y H : $A = H = I_{3 \times 3}$.
- Entrada: $u(k) = 0$. Se interpreta que la entrada en el sistema proceso es nula.
- n =número de iteraciones.

De esta manera, el modelo elegido queda inicialmente de la forma:

Ecuación del proceso:

$$x_{k+1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + w_k \quad (22)$$

Ecuación de medida:

$$y_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + v_k \quad (23)$$

A continuación se muestra la implementación del código en Matlab con las condiciones previamente definidas:

Tras la implementación del código, se realizarán una serie de pruebas con la herramienta matemática Matlab. El objetivo será comprobar la eficacia del Filtro de Kalman modificando el número de iteraciones (variable -n-) y comparar los resultados obtenidos en cada una de ellas.

-Prueba 1: Número de iteraciones $n=5$.

En la Figura 21, el punto azul representa la posición real del punto en las coordenadas $\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} 15 \\ 21 \\ 2 \end{pmatrix}$ y el triángulo rojo es la posición del punto estimado $\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} 13.8528 \\ 19.8528 \\ 0.8528 \end{pmatrix}$ tras el proceso del Filtro de Kalman.

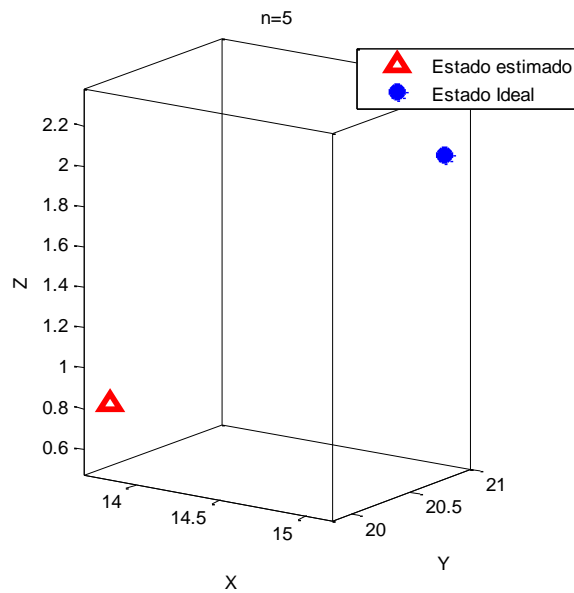


Figura 21: Ejemplo 1. Resultado estimado con 5 iteraciones.

-Prueba 2: Número de iteraciones $n=10$.

En la Figura 22 se observa la nueva posición estimada $\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$ = $\begin{pmatrix} 14.9334 \\ 20.9334 \\ 1.9334 \end{pmatrix}$.

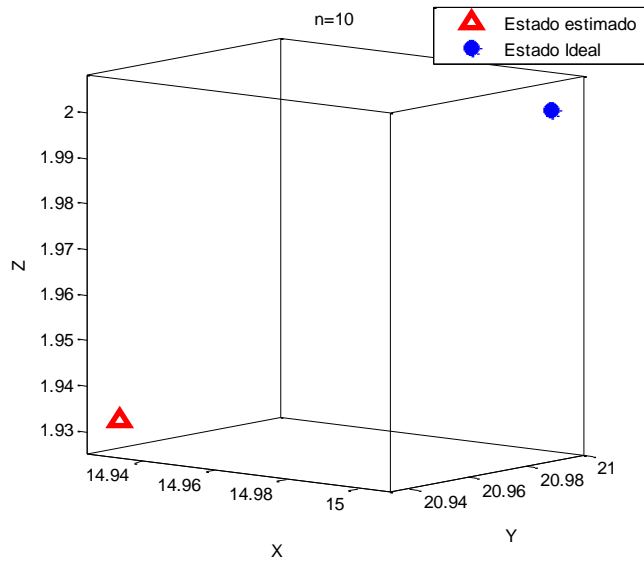


Figura 22: Ejemplo 1. Resultado estimado con 10 iteraciones.

-Prueba 3: Número de iteraciones n=50.

Tal y como se observa en la Figura 23, basta con 50 iteraciones para que la estimación sea prácticamente exacta a la posición real.

El resultado de la posición estimada por el Filtro de Kalman es $\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15.0000 \\ 21.0000 \\ 2.0000 \end{pmatrix}$.

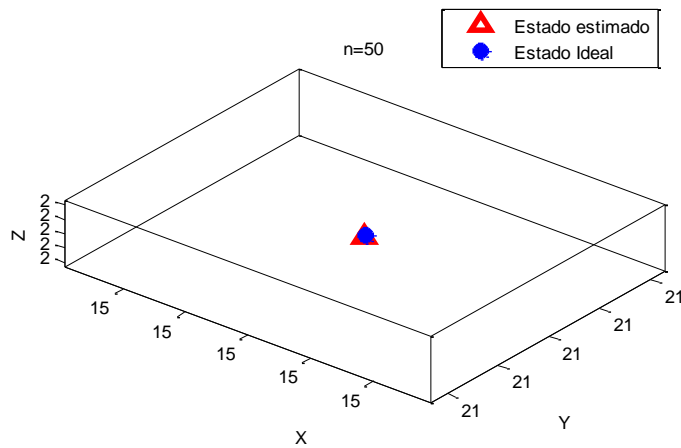


Figura 23: Ejemplo 1. Resultado estimado con 50 iteraciones.

4.3.2. Resultados gráficos del modelo fijo definido en apartado 4.3

Las pruebas en este apartado se realizarán para $n=15$ iteraciones. Si implementamos el código en Matlab, la posición final estimada por el código es $\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14.9961 \\ 20.9961 \\ 1.9961 \end{pmatrix}$. Como se aprecia, no se llega a conseguir el punto ideal $\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 21 \\ 2 \end{pmatrix}$ por milésimas de mm.

4.3.2.1. Gráficas del estado estimado en cada iteración

En este apartado se observará gráficamente como se aproxima el estado estimado al estado ideal a lo largo del proceso iterativo.

En la Figura 24 se observa el progreso de las coordenadas x , y , z del estado estimado. Como se puede apreciar, conforme se desarrolla el proceso iterativo, se aproximan a 15, 21 y 2, respectivamente, que son las coordenadas de nuestro estado ideal.

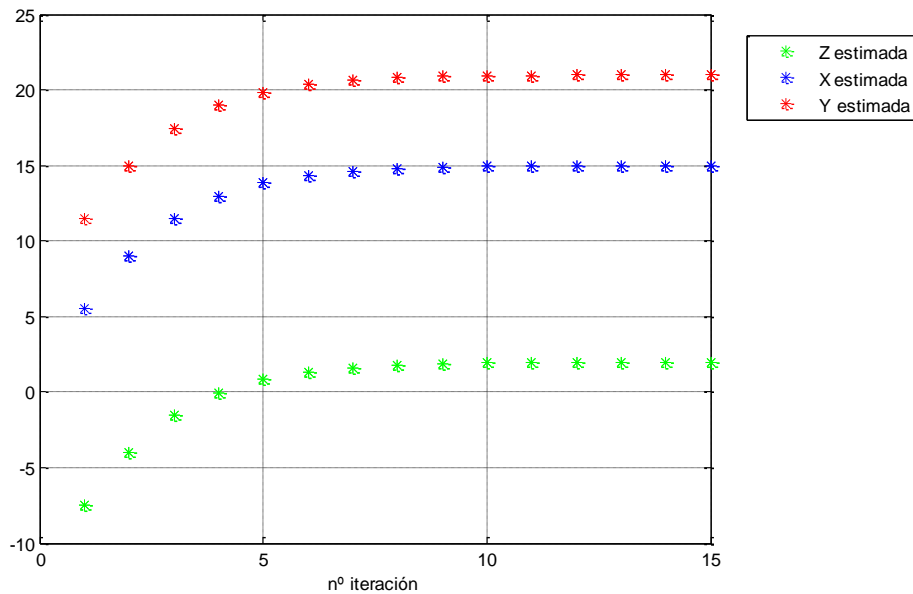


Figura 24: Ejemplo 1. Posición de x , y , z estimadas en cada iteración.

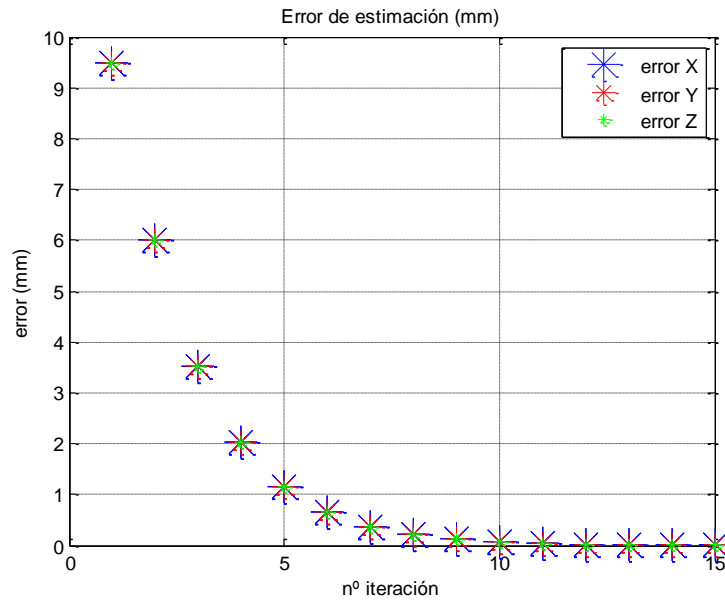
4.3.2.2. Gráficas del error estimado en cada iteración

En las figuras que se muestran a continuación, se observa el error de la posición del estado estimado con respecto al ideal, tanto en mm como en porcentaje, para cada iteración del proceso del filtro de Kalman.

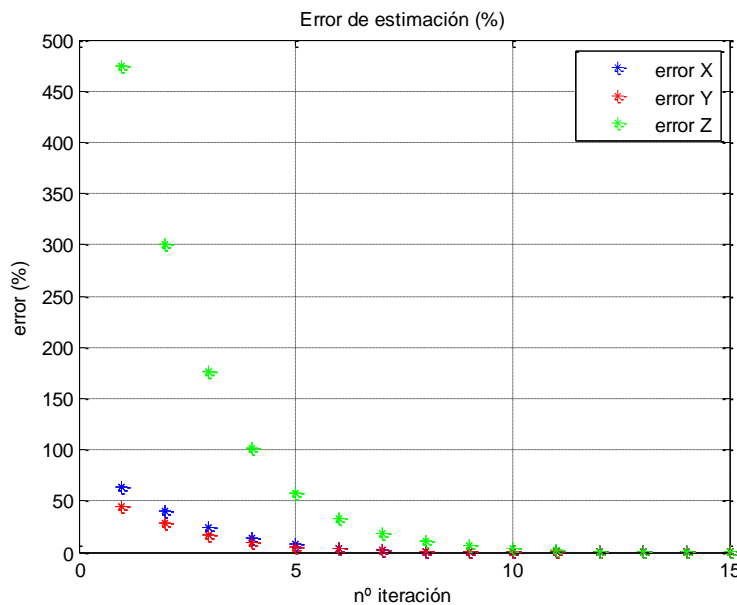
En la Figura 25 se observa como para cada iteración, el error de estimación en mm es el mismo tanto para la posición x , y como z del vector del estado ideal.

Se aprecia como en la primera iteración se tiene un error de 9.5mm, y conforme se va dando el proceso iterativo de Kalman, el error se va aproximando a cero, hasta la última iteración establecida, en la cual se tiene un error de 0.0039mm.

Posteriormente, en la Figura 25 se puede observar la progresiva disminución del error porcentual conforme se desarrolla el filtro



a) Ejemplo 1. Error de estimación de medida en mm.



b) Ejemplo 1. Error de estimación de medida en %

Figura 25: Ejemplo 1. Error de estimación de medida.

4.3.3. Experiencias

Haciendo uso del ejemplo previamente definido, se van a realizar a continuación dos pruebas modificando la varianza del ruido de proceso y de medida Q_k y R_k .

En la primera prueba, se supondrá que el modelo utilizado es adecuado, pero no es adecuado el sistema de medición empleado.

En la segunda prueba, supondremos que el modelo empleado no es tan eficaz, pero contamos con un correcto sistema de medida.

Se procederá como anteriormente, realizando cada una de las pruebas con distintas iteraciones, para obtener el número de iteraciones necesarias para una correcta estimación de la medida.

4.3.3.1. Desconfianza del sensor

En este caso la desviación típica, y por tanto la varianza del ruido de proceso w_k será menor, mientras que la varianza del ruido de medida v_k será mayor.

Tomamos como datos iniciales los del ejemplo definido en el apartado 4.3, modificando únicamente los valores de la desviación de ambos ruidos.

Para el ruido de proceso tomaremos una desviación típica de 0.001 mm mientras que para el ruido de medida se supondrá una desviación típica de 0.1 mm.

Se modifican los valores indicados en el algoritmo de Matlab, de la siguiente forma, dejando el resto del código como previamente se ha comentado.

desv_medida=0.1;

desv_modelo=0.001;

Los resultados obtenidos para este caso son:

-Prueba 1: Número de iteraciones $n=5$.

La estimación obtenida de la posición del punto tras el proceso del Filtro de Kalman, mostrada en la Figura 26, es $\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.3397 \\ 8.3397 \\ -10.6603 \end{pmatrix}$. Como se puede observar, el error de medida es mucho mayor que en el ejemplo anteriormente visto para el número de iteraciones dadas.

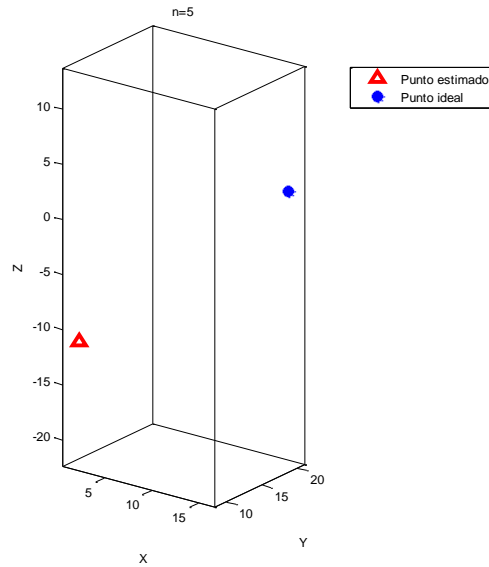


Figura 26: Ejemplo 2. Resultado estimado con 5 iteraciones.

-Prueba 2: Número de iteraciones $n=10$.

En este caso (ver Figura 27), la posición estimada es $\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.3565 \\ 8.3565 \\ -10.6435 \end{pmatrix}$. Se aprecia que casi no varía con respecto a los resultados obtenidos con 5 iteraciones. En este caso, dado que la varianza de la medida es más elevada, se requerirán muchas más iteraciones para llegar al resultado deseado.

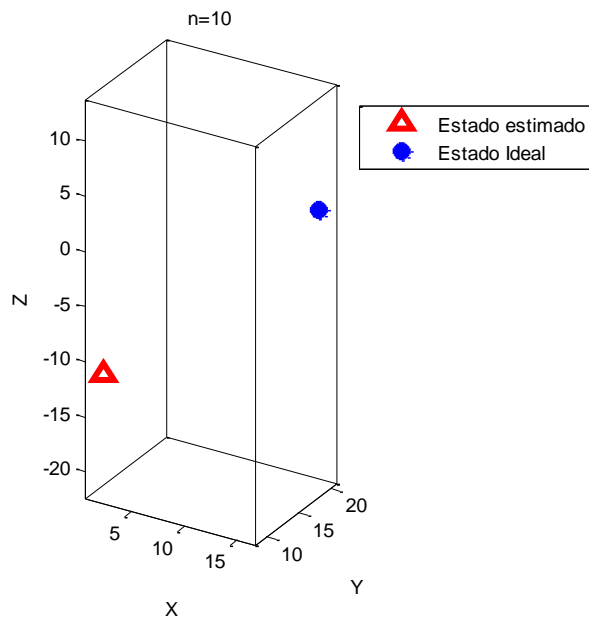


Figura 27: Ejemplo 2. Resultado estimado con 10 iteraciones.

-Prueba 3: Número de iteraciones $n=500$.

El resultado ahora obtenido $\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13.5959 \\ 19.5959 \\ 0.5959 \end{pmatrix}$ sí se aproxima a la posición real deseada (ver Figura 28), pero aún existe error de medida que se pretende disminuir.

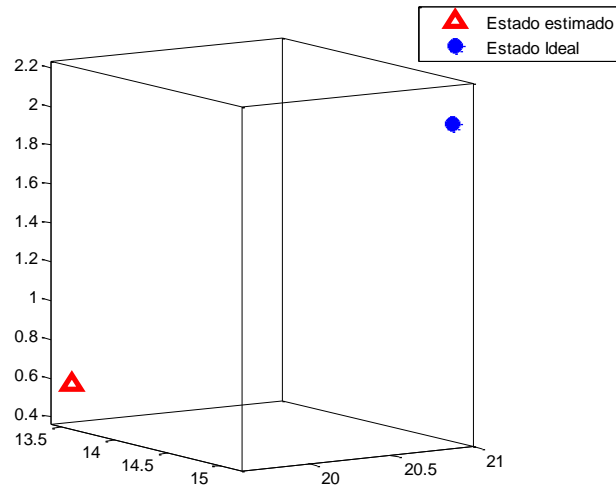


Figura 28: Ejemplo 2. Resultado estimado con 500 iteraciones.

-Prueba 4: Número de iteraciones $n=5000$.

Finalmente, en la Figura 29 se puede observar como con 5000 iteraciones se obtiene al fin el resultado prácticamente exacto esperado, $\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15.0000 \\ 21.0000 \\ 2.0000 \end{pmatrix}$.

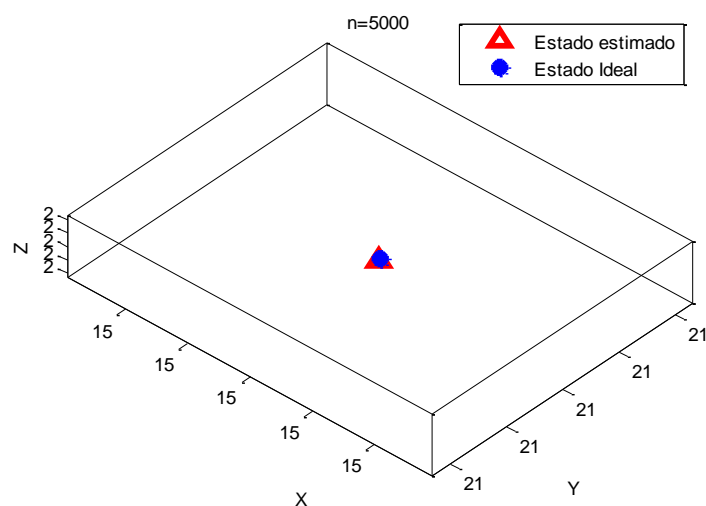


Figura 29: Ejemplo 2. Resultado estimado con 5000 iteraciones.

4.3.3.2. Desconfianza del modelo

En este caso la desviación típica del ruido de proceso w_k será mayor, mientras que la varianza del ruido de medida v_k será menor.

Se tomarán ahora los siguientes datos; para el ruido de proceso se determinará una desviación típica de 0.1 mm mientras que para el ruido de medida se supondrá una desviación típica de 0.01 mm.

Se modifican los valores indicados en el algoritmo de Matlab, de la siguiente forma, dejando el resto del programa como previamente se ha comentado.

`desv_medida=0.01;`

`desv_modelo=0.1;`

Los resultados obtenidos para este caso son:

-Prueba 1: Número de iteraciones $n=5$.

En este caso, aunque la posición obtenida estimada es ya la deseada $\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15.0000 \\ 21.0000 \\ 2.0000 \end{pmatrix}$, se puede observar en la Figura 30 como la posición no es exactamente igual, debido al número de decimales con el que se trabaja.

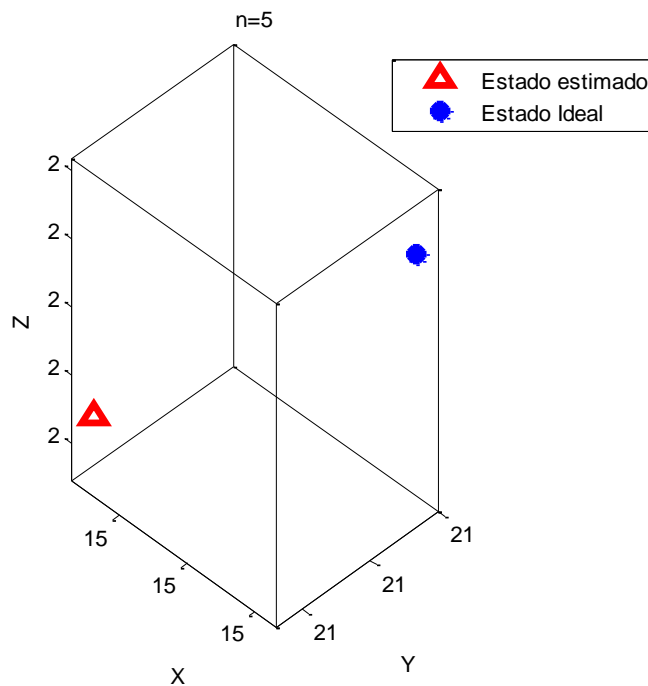


Figura 30: Ejemplo 3. Resultado estimado con 5 iteraciones.

-Prueba 2: Número de iteraciones $n=10$.

Finalmente, con tan solo 10 iteraciones se observa como el punto estimado ya está situado casi exactamente en la posición real esperada (Ver Figura 31).

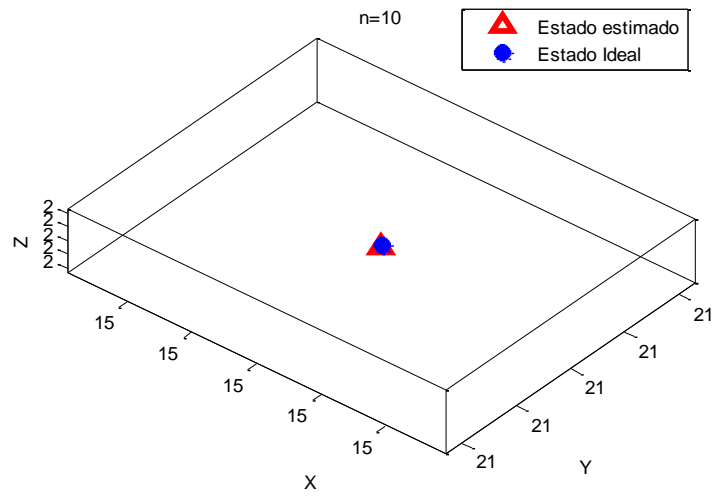


Figura 31: Ejemplo 3. Resultado estimado con 10 iteraciones.

5. SISTEMA PARA LA MEJORA DE METROLOGIA BASADA EN VISIÓN ARTIFICIAL

Una vez elaborado el algoritmo, mediante el programa Matlab, se pasa a describir su funcionamiento, realizando posteriormente las pruebas pertinentes para comprobar la efectividad del mismo. Una vez obtenidos los resultados del programa, se analizarán y se emplearán mediante dos métodos de estimación distintos, comprobando cuál de los métodos se aproxima más a la solución esperada, y en qué medida éste lo consigue. El algoritmo empleado en el primero método será el "*Metrology based on Extended Kalman Filter (MEKF)*", y el segundo código corresponde al "*Metrology based on Arithmetic Mean (MAM)*".

5.1. Descripción del MEKF y MAM

El algoritmo desarrollado consiste en un simulador de un robot manipulador, el cual incluye en su efector final una cámara (ver apartados 3.1 y 3.2). En un espacio determinado hay situado un objeto, con forma cuadrada y cuyo lado mide 20mm (ver apartado 3.3).

Inicialmente se introduce el número de imágenes que se quiere tomar del objeto, de esta manera, el robot se moverá a tantas posiciones como se establezcan. El movimiento del robot es aleatorio, de tal forma que éste se moverá hasta que la cámara de su efector final visualice completamente el objeto a medir, instante en el cual captará una imagen.

Con la información obtenida en la imagen tomada, el algoritmo es capaz de devolver la medida del lado del objeto cuadrado (del cual se conocen las medida ideales), con una pequeña variación, pues la medida que nos devuelve el robot esta distorsionada por un ruido blanco gaussiano de media 0 mm y varianza variable que se genera aleatoriamente (la varianza se modifica para realizar distintos estudios, entre 0.5 mm^2 , 1 mm^2 y 2 mm^2). De esta forma, el algoritmo continúa sucesivamente hasta captar el número de imágenes solicitadas.

El programa almacena las $-n-$ medidas de las $-n-$ imágenes, de forma que el siguiente paso es trabajar con estas medidas para tratar de conseguir los resultados deseados, esto es, minimizar al máximo el error de medición.

5.2. Estudio del MEKF y MAM. Análisis de los resultados

A continuación se hará uso de las medidas generadas por el algoritmo para obtener un resultado final. El resultado final se obtendrá mediante dos sistemas de cálculo distintos.

En primer lugar, mediante el uso del algoritmo MAM se estudiarán los datos teniendo en cuenta una población de 100 datos. Seguidamente, con el algoritmo MEKF se analizarán los datos sin tener en cuenta población, para un único dato. En ambos métodos se aplicará el filtro de Kalman en cada medida obtenida para comparar la efectividad del filtro Finalmente se compararán ambos métodos para determinar cuál es el método más efectivo en función de los resultados obtenidos experimentalmente.

Para el estudio de ambos métodos, se toman diversas imágenes (10, 20, 30, etc. hasta un máximo de 150 imágenes), en el primer método (en el que se tiene en cuenta una población) se repite el

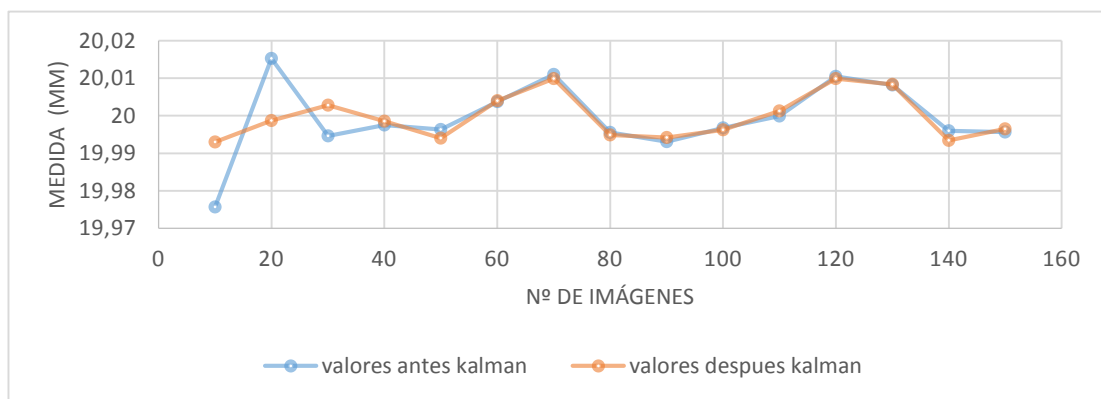
proceso 100 veces, en el segundo se estudiarán los resultados que se obtengan en la primera iteración, sin tener en cuenta población.

El estudio se realizará para resultados obtenidos generando un ruido blanco gaussiano (de media cero) y para distintos valores de varianza: 0.5, 1 y 2. Se podrán visualizar los resultados mediante una tabla en la cual en la primera columna se indica el número de imágenes tomadas con la cámara, en la segunda se muestra la media aritmética de todas las imágenes obtenidas (con o sin población, según el método), y en la tercera se calcula la diferencia entre la medida ideal (20mm) y la obtenida. La tercera y cuarta columna muestra los resultados tras aplicar el filtro de Kalman a las medidas obtenidas del objeto (media aritmética y diferencia con medida ideal, respectivamente).

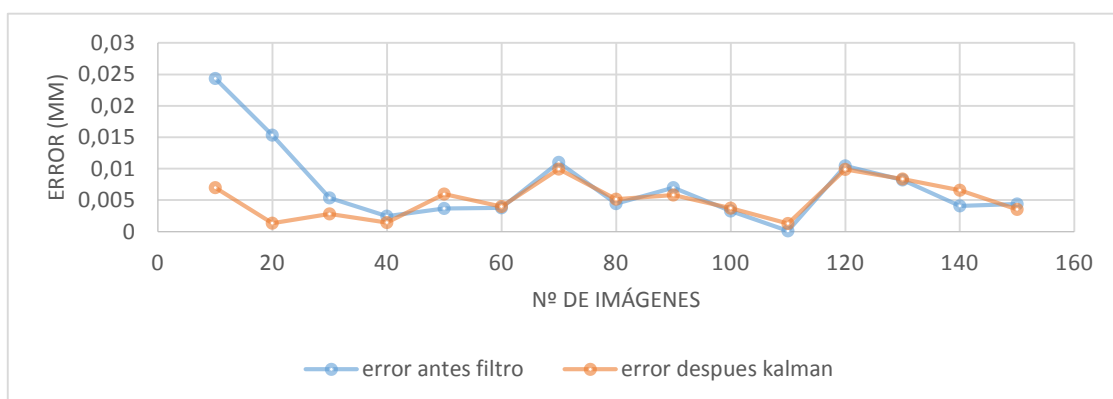
5.2.1. Resultados con población de 100 datos. Uso del MAM.

A continuación se analizarán los resultados obtenidos teniendo en cuenta para el estudio una población de 100 datos.

Se analizan primero los resultados obtenidos tras aplicar un ruido blanco de varianza 0.5 mm^2 (ver Tabla 3).



a) Gráfica de medidas con población para varianza 0.5.



b) Gráfica de error con población para varianza 0.5.

Figura 32: Resultados con población para varianza 0.5.

Nº imágenes	Media (mm)	Error (mm)	Media Filtro (mm)	Error Filtro (mm)
10	19.975654	0.024346	19.993016	0.006984
20	20.015324	0.015324	19.998689	0.001311
30	19.994653	0.005347	20.002817	0.002817
40	19.997560	0.002440	19.998577	0.001423
50	19.996315	0.003685	19.994042	0.005958
60	20.003751	0.003751	20.003969	0.003969
70	20.010989	0.010989	20.009928	0.009928
80	19.995554	0.004446	19.994860	0.005140
90	19.993037	0.006963	19.994165	0.005835
100	19.996725	0.003275	19.996262	0.003738
110	19.999881	0.000119	20.001272	0.001272
120	20.010460	0.010460	20.009875	0.009875
130	20.008181	0.008181	20.008366	0.008366
140	19.995941	0.004059	19.993445	0.006555
150	19.995616	0.004384	19.996499	0.003501

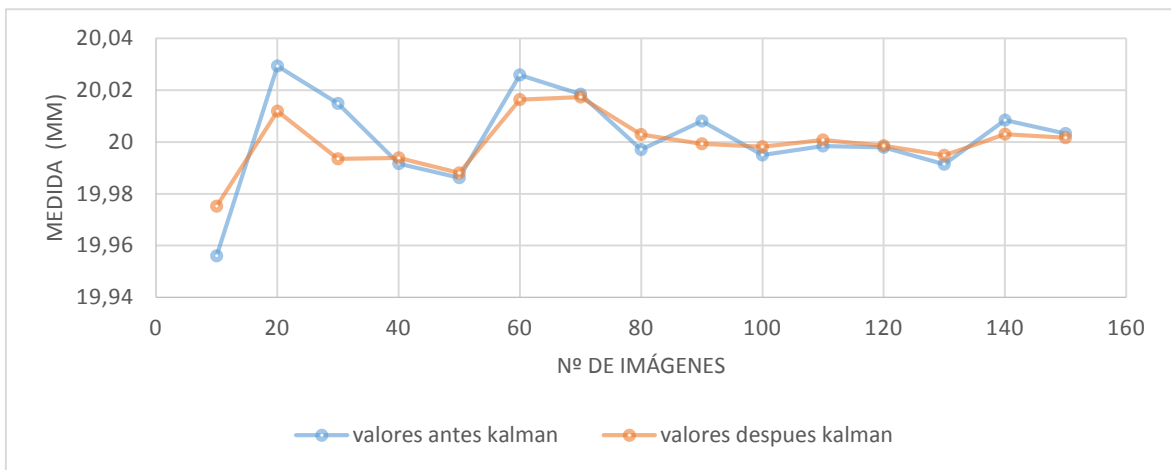
Tabla 3: Tabla de resultados con población para varianza 0.5.

En la Figura 32 se observa como a partir de 20 imágenes se obtiene una medida con un error absoluto de 0.01mm. Se aprecia que no hay una aproximación continua sino que existen saltos en

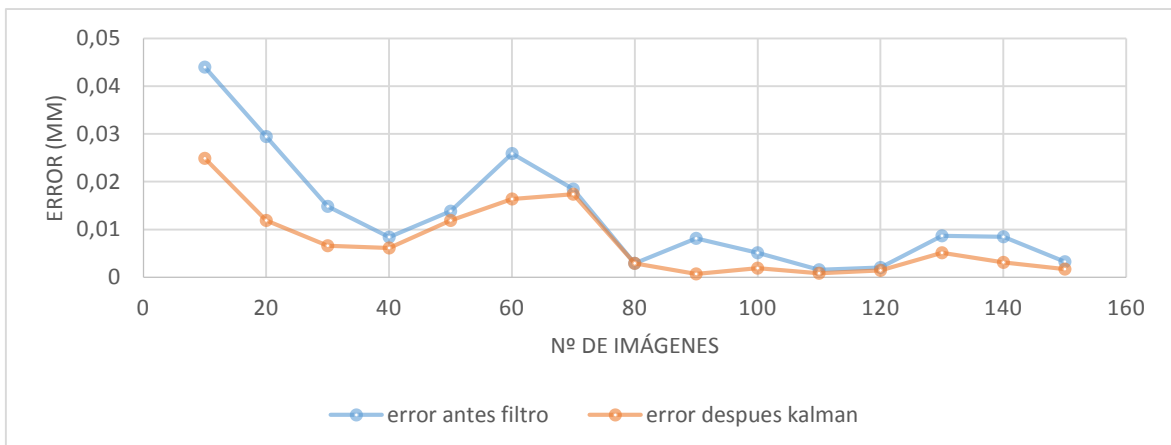
algunos puntos como en 70 y 120 imágenes. Además se puede ver como el filtro de Kalman hace un mayor efecto en los puntos de mayor error (10 y 20 imágenes); tras aplicar el filtro se obtienen medidas con un error por debajo 0.01mm, mientras que antes de aplicar el filtro presentaban un error de más del doble.

A la vista de los resultados se puede concluir que, para una varianza de 0.5^2 mm^2 , el sistema alcanza su saturación en 20 imágenes, a partir de ahí, se observan continuas oscilaciones de error, aunque siempre por debajo de un error de 0.01mm.

A continuación, en la Tabla 4, se analizan los resultados obtenidos tras aplicar un ruido blanco de varianza 1 mm^2 :



a) Gráfica de medidas con población para varianza 1.



b) Gráfica de error con población para varianza 1.

Figura 33: Resultados con población para varianza 1.

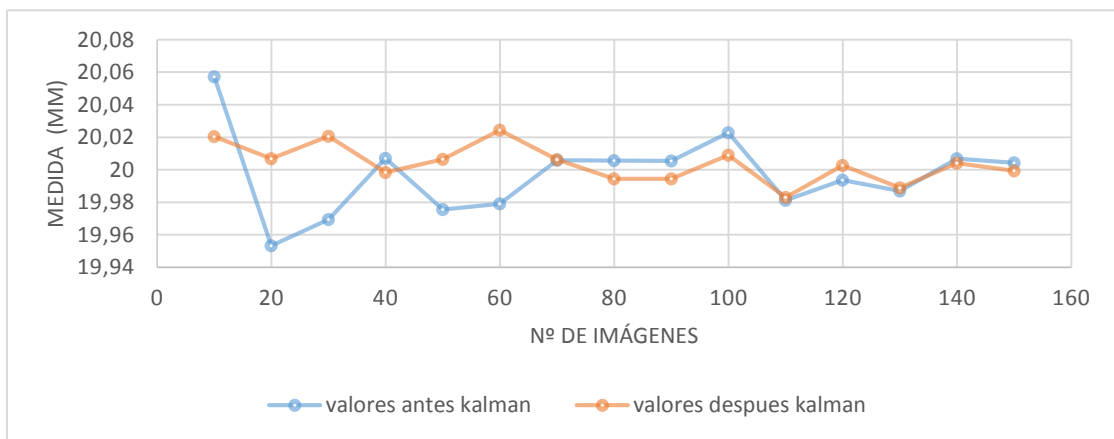
Nº imágenes	Media (mm)	Error (mm)	Media Filtro (mm)	Error Filtro (mm)
10	19.956009	0.043991	19.975147	0.024853
20	20.029406	0.029406	20.011869	0.011869
30	20.014829	0.014829	19.993440	0.006560
40	19.991625	0.008375	19.993862	0.006138
50	19.986204	0.013796	19.988109	0.011891
60	20.025863	0.025863	20.016379	0.016379
70	20.018412	0.018412	20.017377	0.017377
80	19.997106	0.002894	20.002918	0.002918
90	20.008143	0.008143	19.999326	0.000674
100	19.994922	0.005078	19.998134	0.001866
110	19.998438	0.001562	20.000826	0.000826
120	19.998001	0.001999	19.998573	0.001427
130	19.991329	0.008671	19.994860	0.005140
140	20.008490	0.008490	20.003067	0.003067
150	20.003203	0.003203	20.001707	0.001707

Tabla 4: Tabla de resultados con población para varianza 1.

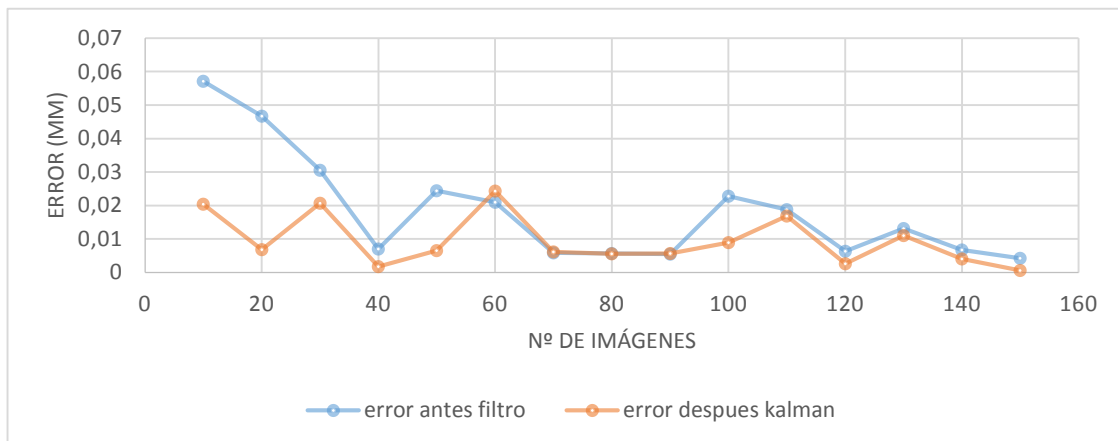
Analizando la Figuras 33, se puede observar que a partir de 80 imágenes se obtienen medidas con un error absoluto inferior a 0.01mm. Como en el caso anterior hay oscilaciones del error aunque éstas se suavizan y se aproximan a la medida ideal tras pasar el filtro de Kalman.

Tal y como se observa, la saturación esta vez se alcanza en 80 imágenes, a partir de ahí se obtienen resultados con error inferior a 0.01mm, obteniendo la mejor aproximación en 110 imágenes.

Por último se analizan en la Tabla 5 los resultados obtenidos aplicando un ruido blanco de varianza 2 mm^2 :



a) : Gráfica de medidas con población para varianza 2.



b) Gráfica de error con población para varianza 2.

Figura 34: Resultados con población para varianza 2.

Visualizando la Figura 34, sí se consigue obtener un error inferior a 0.1mm en la mayoría de puntos a partir de 70 imágenes, no obstante se observa que en 100, 110 y 130 imágenes se obtiene un error superior, aunque tras aplicar el filtro de Kalman el error se minimizar. Por tanto, para una varianza de 2 mm^2 no se puede determinar un punto a partir del cual esto se cumpla.

Nº imágenes	Media (mm)	Error (mm)	Media Filtro (mm)	Error Filtro (mm)
10	20.057162	0.057162	20.020371	0.020371
20	19.953344	0.046656	20.006864	0.006864
30	19.969464	0.030536	20.020651	0.020651
40	20.006997	0.006997	19.998286	0.001714
50	19.975552	0.024448	20.006501	0.006501
60	19.979049	0.020951	20.024349	0.024349
70	20.005867	0.005867	20.006172	0.006172
80	20.005653	0.005653	19.994387	0.005613
90	20.005442	0.005442	19.994371	0.005629
100	20.022767	0.022767	20.008966	0.008966
110	19.981247	0.018753	19.983102	0.016898
120	19.993651	0.006349	20.002654	0.002654
130	19.986901	0.013099	19.989001	0.010999
140	20.006738	0.006738	20.004093	0.004093
150	20.004250	0.004250	19.999378	0.000622

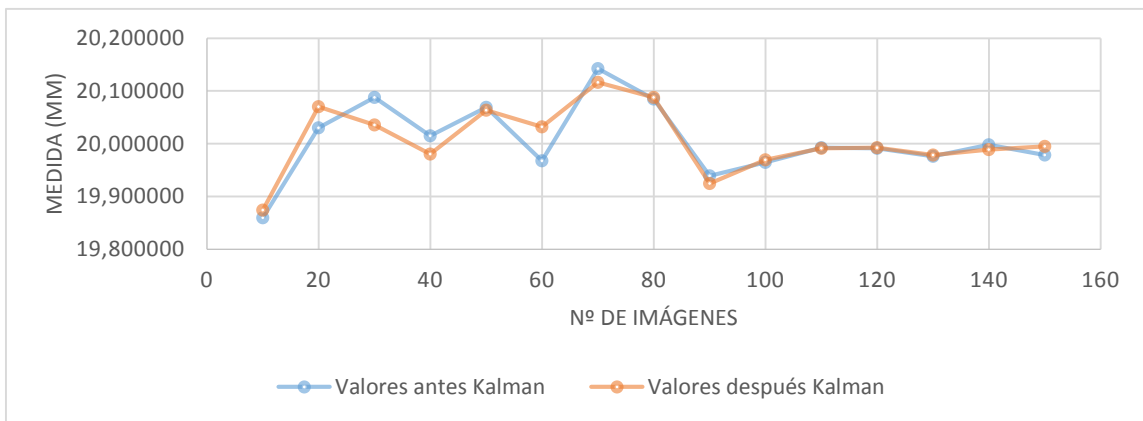
Tabla 5: Tabla de resultados con población para varianza 2.

Finalmente, comparando los resultados obtenidos en los 3 estudios anteriores, se puede concluir en que existen grandes diferencias según la varianza del ruido que se aplica al sistema. Esto es fundamental puesto que, para una tolerancia de error en la medida de 0.1mm, si la varianza del ruido que existe en el sistema es de 0.5 mm^2 , se podrán obtener resultados que cumplan las exigencias con tan solo tomar 20 imágenes, mientras que si se cuenta con una varianza de 1 mm^2 se obtendrán buenos resultados a partir de 80 imágenes; finalmente para una varianza de 2 mm^2 no se puede asegurar obtener la tolerancia exigida en la medida de la pieza en el estudio realizado.

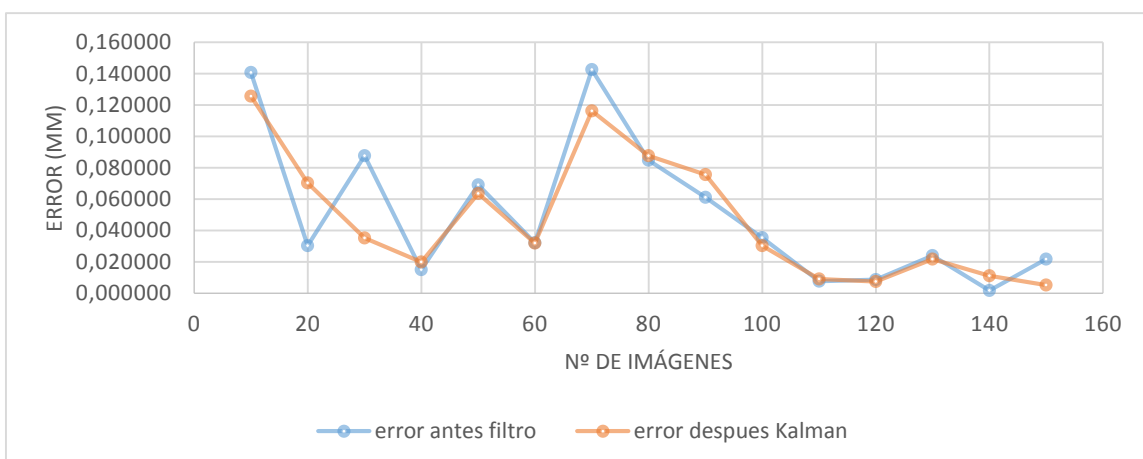
5.2.2. Resultados sin población. Uso del MEKF

A continuación se pueden observar los resultados obtenidos mediante el algoritmo sin tener en cuenta población para el estudio.

En la Tabla 6 se pueden analizar los resultados obtenidos aplicando ruido blanco de varianza 0.5 mm^2 :



a) Gráfica de medidas sin población para varianza 0.5.



a) Gráfica de error sin población para varianza 0.5.

Figura 35: Resultados sin población para varianza 0.5.

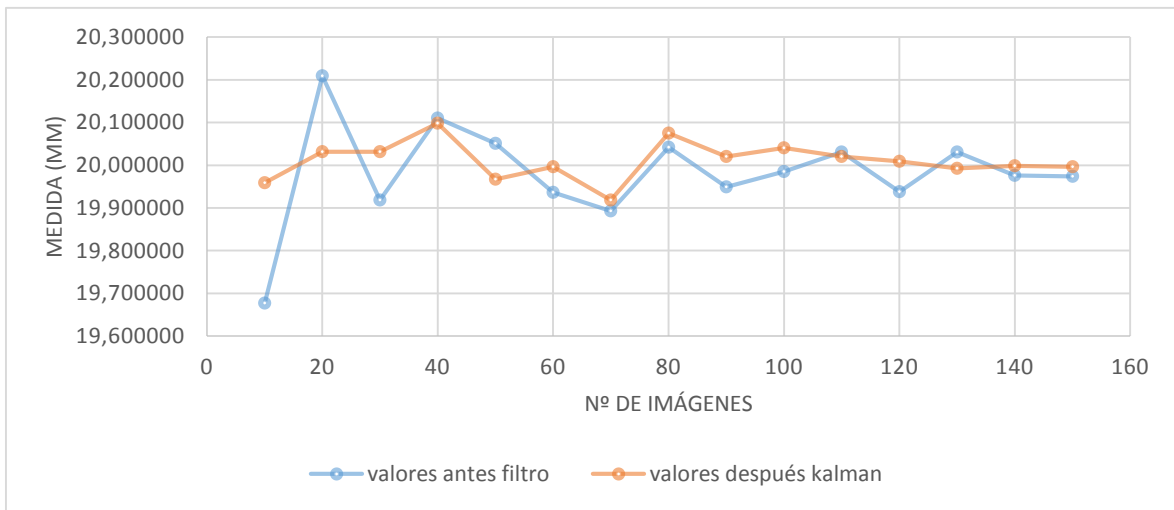
Nº imágenes	Media (mm)	Error (mm)	Media Filtro (mm)	Media Error (mm)
10	19.859324	0.140676	19.874331	0.125669
20	20.030350	0.030350	20.070322	0.070322
30	20.087722	0.087722	20.035284	0.035284
40	20.014956	0.014956	19.980170	0.019830
50	20.069006	0.069006	20.063529	0.063529
60	19.967882	0.032118	20.031881	0.031881
70	20.142675	0.142675	20.116293	0.116293
80	20.084862	0.084862	20.087670	0.087670
90	19.938854	0.061146	19.924282	0.075718
100	19.964624	0.035376	19.969645	0.030355
110	19.992291	0.007709	19.990966	0.009034
120	19.991350	0.008650	19.992552	0.007448
130	19.976119	0.023881	19.978242	0.021758
140	19.998187	0.001813	19.988862	0.011138
150	19.978307	0.021693	19.994761	0.005239

Tabla 6: Tabla de resultados sin población para varianza 0.5.

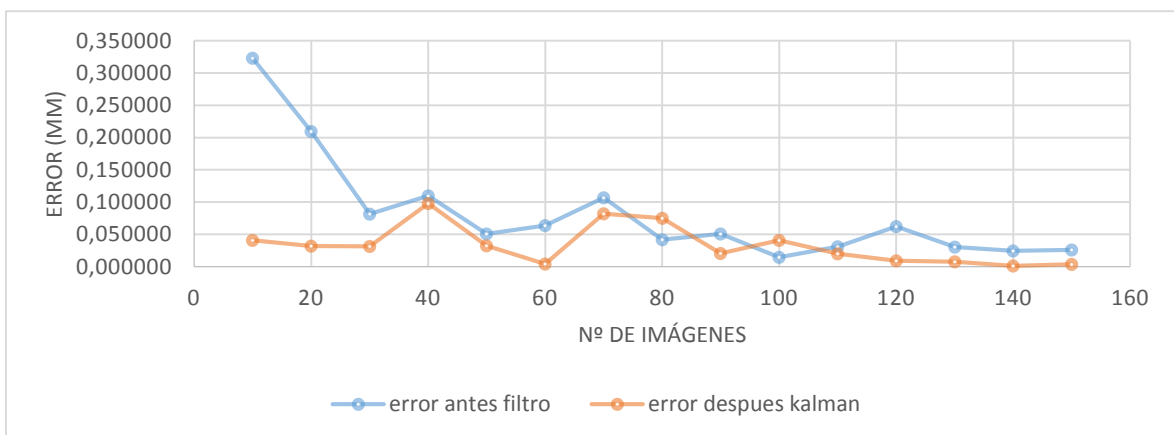
Tal y como se observa en la Figura 35, la tendencia es a reducir el error, obteniendo un error absoluto inferior a 0.02mm. Durante todo el proceso, y hasta que se realizan 110 imágenes, se aprecia cierta inestabilidad, pero a partir de este punto el proceso se estabiliza. Se aprecian picos de inestabilidad, por ejemplo, en 70 imágenes, que se obtiene un error similar al obtenido con 10 imágenes.

Se aprecia como el filtro de Kalman tiende a suavizar ligeramente la curva de errores y trata de minimizarlos al máximo. No obstante, se aprecian puntos en los que el filtro no mejora los resultados.

A continuación se analizan los resultados obtenidos tras aplicar un ruido blanco de varianza 1 mm^2 (ver Tabla 7):



a) Gráfica de medidas sin población para varianza 1.



b) Gráfica de medidas sin población para varianza 1.

Figura 36: Resultados sin población para varianza 1.

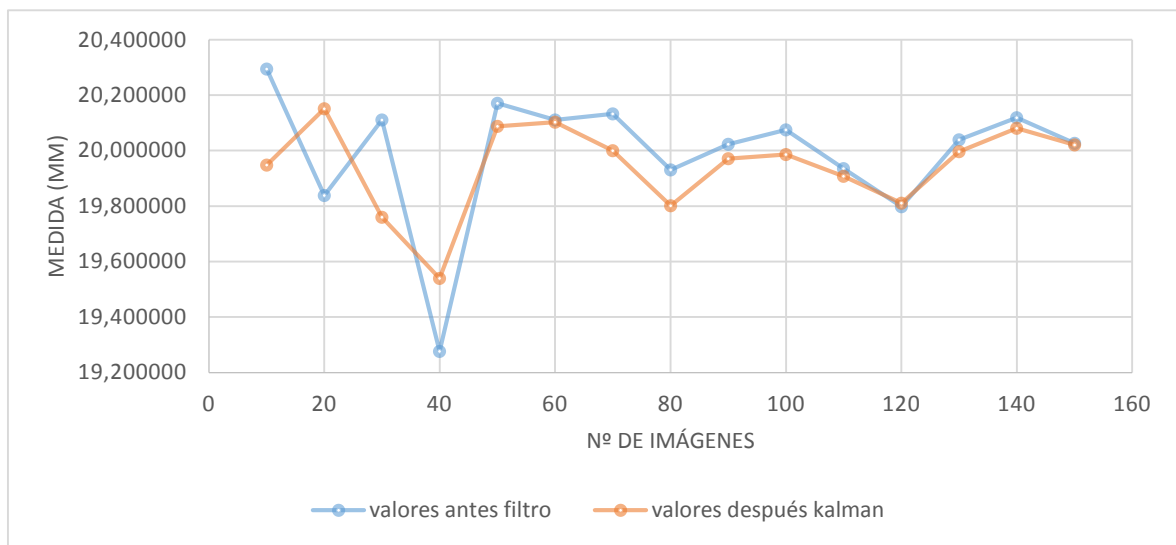
Nº imágenes	Media (mm)	Error (mm)	Media Filtro (mm)	Media Error (mm)
10	19.676854	0.323146	19.959019	0.040981
20	20.209281	0.209281	20.031853	0.031853
30	19.918306	0.081694	20.031643	0.031643
40	20.109927	0.109927	20.097815	0.097815
50	20.050979	0.050979	19.967398	0.032602
60	19.936359	0.063641	19.996030	0.003970
70	19.893217	0.106783	19.918185	0.081815
80	20.041988	0.041988	20.074848	0.074848
90	19.949217	0.050783	20.020574	0.020574
100	19.985290	0.014710	20.040795	0.040795
110	20.030924	0.030924	20.019887	0.019887
120	19.937853	0.062147	20.009132	0.009132
130	20.030631	0.030631	19.992439	0.007561
140	19.975738	0.024262	19.998773	0.001227
150	19.973960	0.026040	19.996150	0.003850

Tabla 7: Tabla de resultados sin población para varianza 1.

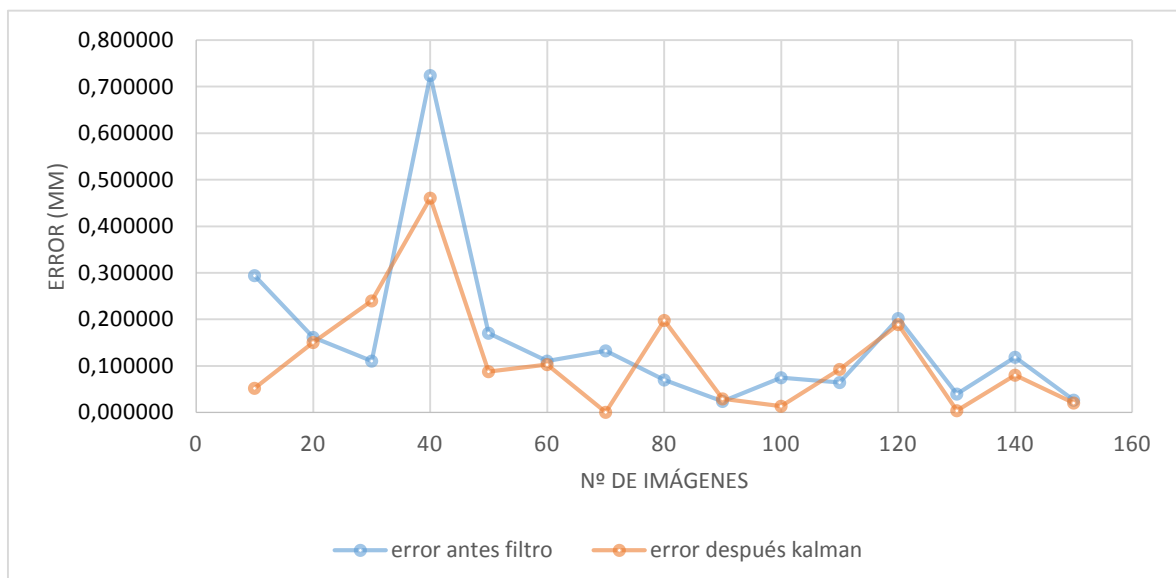
En la Figura 36 se observa como para 10 imágenes se obtiene un error máximo de medida de 0.3mm, pero progresivamente se va suavizando, estabilizándose a partir de 80 imágenes y proporcionando medidas con un error por debajo de 0.5mm.

Durante todo el proceso se aprecia como el filtro de Kalman reduce el error de medida, obteniendo, en la mayoría de las iteraciones, resultados con error inferior a 0.05mm, incluso con el mínimo de imágenes tomadas con que se realiza el estudio.

Por último, en la Tabla 8, se analizan los resultados obtenidos aplicando un ruido blanco de varianza 2 mm^2 :



a) Gráfica de medidas sin población para varianza 2.



b) Gráfica de error sin población para varianza 2.

Figura 37: Resultados sin población para varianza 2.

Nº imágenes	Media (mm)	Error (mm)	Media Filtro (mm)	Error Filtro (mm)
10	20.294240	0.294240	19.947773	0.052227
20	19.838794	0.161206	20.150691	0.150691
30	20.110886	0.110886	19.760112	0.239888
40	19.276272	0.723728	19.539582	0.460418
50	20.170543	0.170543	20.087945	0.087945
60	20.110655	0.110655	20.102931	0.102931
70	20.132466	0.132466	20.000395	0.000395
80	19.930183	0.069817	19.801837	0.198163
90	20.023625	0.023625	19.970775	0.029225
100	20.074856	0.074856	19.986274	0.013726
110	19.935614	0.064386	19.907535	0.092465
120	19.797875	0.202125	19.811208	0.188792
130	20.039484	0.039484	19.996088	0.003912
140	20.118921	0.118921	20.080415	0.080415
150	20.026928	0.026928	20.020470	0.020470

Tabla 8: Tabla de resultados sin población para varianza 2.

A la vista de los resultados mostrados en la Figura 37, se observa una inestabilidad en las medidas obtenidas durante todo el proceso. Se aprecian picos de errores de hasta 0.7 mm en 40 imágenes, y no se puede determinar ningún punto a partir del cual el sistema se estabilice proporcionando un error mínimo.

En este apartado, el filtro de Kalman reduce el error consiguiendo reducirlo por debajo de 0.1mm a partir de 90 imágenes (a excepción de 120 imágenes, que se obtiene un error de casi 0.2mm).

Finalmente, y comparando los resultados obtenidos en los 3 estudios anteriores, se puede concluir en que la varianza es determinante en el funcionamiento y estabilidad del sistema, observándose grandes diferencias entre aplicar un ruido de varianza 0.5 o un ruido con varianza 2.

Se puede afirmar además que, para obtener medidas con una tolerancia admisible de 0.1mm, para una varianza de 0.5 se requerirá un mínimo de 20 imágenes (aunque en 70 imágenes se obtiene un error de casi 0.15, este dato se podría considerar un dato anómalo, o *glitch*). Para asegurar esta tolerancia con una varianza de 1, se tendrán que tomar por lo menos 30 imágenes, mientras que para una varianza de 2, no se puede asegurar obtener el error establecido en el estudio realizado.

5.2.3. Análisis de los resultados. Comparación entre ambos métodos

Comparando ahora los dos métodos empleados para obtener la medida del objeto, se puede concluir en que se obtienen mejores resultados cuando se cuenta con una población. Este resultado es lógico puesto que, hacer uso de una población significa hacer uso del conocimiento sobre los estudios anteriores.

En los resultados obtenidos sin población, influye gravemente el factor “suerte”, es decir, la media total es más vulnerable ante la presencia de un ruido más fuerte. Sin embargo, cuando se cuenta con una población, este factor “suerte” se reduce, pues si el estudio se realiza un determinado número de veces (en este caso se cuenta con una población de 100 datos), los resultados que han sido afectados por un ruido más fuerte, se suavizan con los resultados en los que no ha habido presencia de este tipo de ruidos.

En la *Tabla 9* se muestran los mejores resultados obtenidos en cada uno de los 6 estudios realizados, indicando para cada estudio, la medida obtenida, el error de medición y el número de imágenes que se ha tenido que tomar para obtenerlo, tanto antes, como después de aplicar el filtro de Kalman.

Población	Varianza (mm^2)	Medida (mm)	Error (mm)	Número de imágenes	Medida Kalman (mm)	Error Kalman (mm)	Número de imágenes
100	0.5	19.999781	0.000219	110	20.000172	0.000172	110
100	1	19.998438	0.001562	110	19.999326	0.000674	90
100	2	20.004250	0.004250	150	19.999378	0.000622	150
NO	0.5	19.998187	0.001813	140	19.994761	0.005239	150
NO	1	19.985290	0.014710	100	19.998773	0.001227	140
NO	2	20.023625	0.023625	90	20.000395	0.000395	70

Tabla 9: Tabla de mejores resultados obtenidos en cada estudio.

A la vista de los resultados visibles en la Tabla 9, el mejor resultado (20.000172 mm) es el que se obtiene con varianza 0.5, haciendo uso de una población de 100 datos, y habiendo aplicado el filtro de Kalman a las medidas obtenidas.

El resultado es el esperado pues, la mejor medida se obtiene aplicando un ruido con la varianza más baja empleada en el análisis, y por tanto la varianza que menos distorsiona la medida obtenida a través de la cámara. Además, el resultado corresponde también al estudio realizado con población, lo que resulta lógico, tal y como se ha comentado anteriormente. Por último este resultado se ha obtenido tras aplicarse el filtro de Kalman a las medidas obtenidas, lo cual es razonable puesto que, el objetivo del filtro de Kalman es el de estimar el estado (en este caso la medida) teniendo en cuenta el ruido que existe en la obtención del mismo.

6. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

El presente trabajo aporta una solución al problema de medición de productos industriales basada en la combinación de sensores de visión artificial y robots industriales.

Durante el transcurso del documento se han presentado dos propuestas para la reducción del error en la medición de los sensores de visión: la primera basada en la media aritmética y la segunda basada en el filtrado de Kalman.

Los resultados obtenidos han demostrado que, aunque las dos propuestas proporcionan mejoras en la medida de objetos, la técnica basada en filtrado de Kalman produce mejores estimaciones que la basada en la media aritmética.

Para la obtención de los resultados se ha tenido que diseñar e implementar un simulador basado en la librería de Peter Corke, Corke (2011), desarrollado en Matlab/Simulink.

Por último, como trabajo futuro se pretende implementar los algoritmos propuestos en la célula robotizada situada en el Instituto de Diseño y Fabricación de la Universidad Politécnica de Valencia.

REFERENCIAS

- CHEN, C.T. (1999). *“Linear System Theory and Design” (3rd Ed.)*. Oxford University Press
- COGNEX. (2015). Recuperado de: <http://www.cognex.com/products/machine-vision/>
- CORKE, P. (2011). *“Robotics, Vision and Control: Fundamental Algorithms in Matlab”*. Alemania: Springer.
- CRAIG, J.J. (2004). *“Introduction to Robotics: Mechanics and Control”*. (3ª Edición) Estados Unidos de América: Pearson-Prentice Hall.
- DENAVIT, J. y HARTENBERG, R.S. (1955), “A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices”. *Transactions of the ASME - Journal of Applied Mechanics*, 22, 215-221.
- FU, K.S., GONZÁLEZ, R.C. y LEE, C.S.G. (1987). *“Robotics: Control, Sensing, Vision and Intelligence”*. Estados Unidos de América: McGraw-Hill.
- GREWAL, M.S. (2001). *“Kalman Filtering: Theory and Practice Using Matlab”*. John Wiley & Sons, Inc.
- HEXAGON METROLOGY. (2015). Recuperado de: www.hexagonmetrology.es/Productos_98.htm#VXLSD8_tmko
- JAMSHIDI, M., TAROKH, M. y SHAFI, B. (1992). *“Computer-Aided Analysis and Design of Linear Control Systems”*. New Jersey: Prentice Hall.
- JAZAR, R. (2010). *“Theory of Applied Robotics: Kinematics, Dynamics and Control”*. (2ª Edición) Alemania: Springer.
- KALMAN, R. E. (1960). *“A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems”*. *Transactions of the ASME - Journal of Basic Engineering*, 82, 35-45.
- KUKA. (2015). Recuperado de: www.kuka.es
- RUGH, W.J. (1996). *“Linear System Theory” (2ª Edición)* Estados Unidos de América: Prentice Hall.
- SPONG, M.W. y VIDYASAGAR, M. (1989). *“Robot Dynamics and Control”*. Nueva York: John Wiley & Sons.

ANEXOS

Anexo A. Especificaciones técnicas del Robot KR 6 R900 sixx (KR Agilus)

KR 6 R900 SIXX (KR AGILUS)

El *KR 6 R900 sixx* tiene una capacidad máxima de carga de 6kg y un alcance de aprox. 901mm. El KR AGILUS ha sido concebido para velocidades de trabajo especialmente elevadas.

Cargas:

- Carga: 6kg

Zona de trabajo:

- Máximo alcance: 901mm

Otros datos y modelos:

- Número de ejes: 6
- Repetibilidad: $< \pm 0.03\text{mm}$
- Peso: 52kg
- Posiciones de montaje: Suelo, techo y pared
- Unidades de Control: KR C4 Compact
- Clase de protección: IP 54

En las Figuras 38 y 39 se muestran las cotas y los límites de las articulaciones del robot *KR Agilus* empleado.

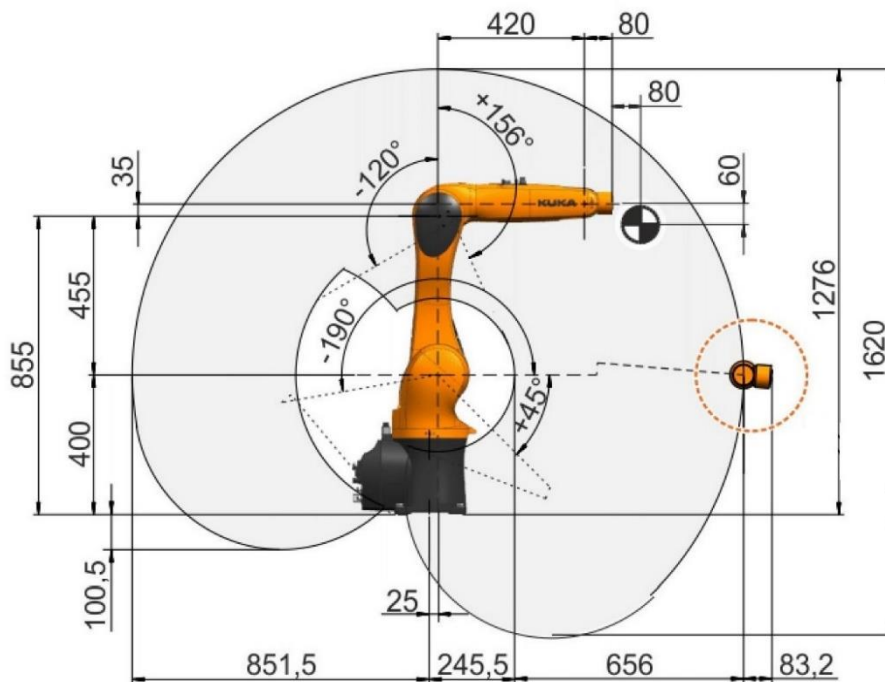


Figura 38: Especificaciones técnicas KR Agilus.1

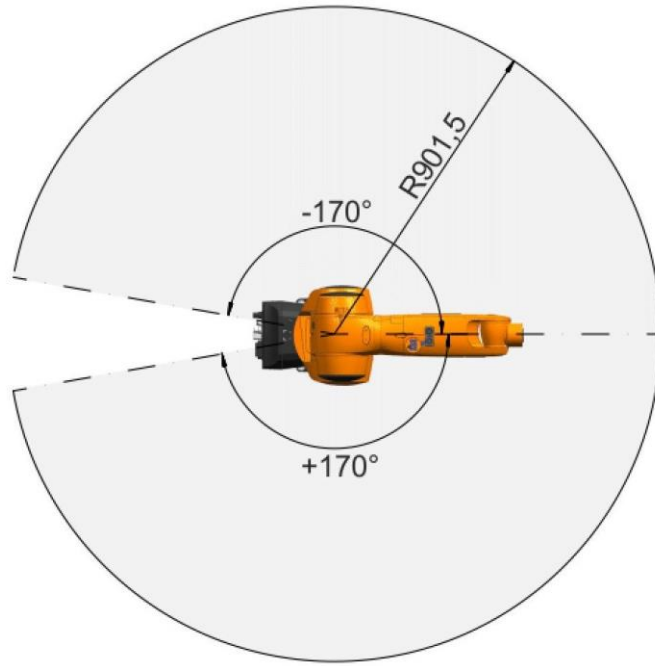


Figura 39: Especificaciones técnicas KR Agilus.2

Anexo B. Cálculo de cinemática directa mediante convención DH

A continuación se mostrará cuáles son, en resumen, los pasos para el cálculo de la cinemática directa mediante la convención Denavit-Hartenberg, tal y como describen en su obra Spong y Vidyasagar (1989).

Se trata de un proceso sistemático cuyo objetivo es describir la estructura cinemática de una cadena articulada formada por articulaciones con un grado de libertad (rotacionales y traslacionales).

Para ello, inicialmente se asigna a cada articulación un Sistema de Referencia Local con origen en un punto O_i y ejes ortonormales $\{X_i, Y_i, Z_i\}$ (Pasos 1 a 6) para posteriormente, calcular la matriz de transformación homogénea que relaciona la posición y orientación del efector final con la base (Pasos 7 a 9).

Los pasos a seguir son:

Paso 1: Localizar y situar los ejes de cada articulación Z_0, Z_1, \dots, Z_{n-1} .

Paso 2: Se establece el Sistema de Referencia Base $\{S_0\}$, fijo e inmóvil, dado por los ejes $\{X_0, Y_0, Z_0\}$, y anclado a un punto fijo O_0 de la base sobre la que está montada toda la estructura de la cadena.

A partir del paso 3 y hasta el paso 5, es un proceso iterativo para $i = 1, \dots, n - 1$ donde n es el número de articulaciones.

Paso 3: Se localiza el origen O_i donde la normal común a Z_i y Z_{i-1} intersecta a Z_i . Si Z_i intersecta a Z_{i-1} , se sitúa O_i en la intersección. Si Z_i y Z_{i-1} son paralelos, se sitúa O_i en alguna posición adecuada a lo largo del eje Z_i .

Paso 4: Se sitúa el eje X_i a lo largo de la normal común entre Z_{i-1} y Z_i sobre O_i , o en la dirección normal al plano $Z_{i-1} - Z_i$ si Z_{i-1} y Z_i intersectan.

Paso 5: Se sitúa el eje Y_i aplicando la regla de la mano derecha.

Paso 6: Se establece el Sistema de Referencia del efector final $\{S_n\}$, dado por los ejes $\{X_n, Y_n, Z_n\}$. Asumiendo que la articulación n -ésima es rotacional, se sitúa $Z_n = a$ en la dirección Z_{n-1} . Se establece el origen O_n adecuadamente a lo largo de Z_n , preferiblemente en el centro de la pinza o en el extremo de la punta de cualquier herramienta que el manipulador pueda estar llevando. Se sitúa $Y_n = s$ en la dirección del cierre de la pinza y $X_n = n$ como $s \times a$. Si la herramienta no es una pinza simple, se colocan X_n e Y_n de forma que cumplan la regla de la mano derecha.

Paso 7: Se elabora una tabla de los parámetros DH.

Paso 8: Se calculan las matrices de transformación homogénea A_i sustituyendo los parámetros calculados en el paso anterior en la siguiente ecuación:

$$A_i = Rot_{Z,\theta_i} \cdot Trans_{Z,d_i} \cdot Trans_{X,a_i} \cdot Rot_{X,\alpha_i}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_i) & -\sin(\alpha_i) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i)\cos(\alpha_i) & \sin(\theta_i)\sin(\alpha_i) & a_i\cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i)\cos(\alpha_i) & -\cos(\theta_i)\sin(\alpha_i) & a_i\sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Paso 9: Se calcula la matriz de transformación homogénea T_{0n} Esta matriz proporciona la posición y orientación del Sistema de Referencia del efector final con coordenadas de la base:

$$T_{0n} = A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_n \quad (25)$$