

# UNIVERSIDAD POLITECNICA DE VALENCIA.

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODESIA Y FOTOGRAMETRÍA.

---



## **TESIS DOCTORAL**

Analisis y ajuste de modelos de geoide.  
Observación y cálculo de la red gravimétrica de  
tercer orden en la Provincia de Valencia

**AUTOR:**

D. ANGEL MARTÍN FURONES

**DIRECTORES:**

Dr. D. FRANCISCO GARCÍA GARCÍA  
Dr. D. JOSE LUIS BERNÉ VALERO

VALENCIA, Noviembre de 2000

*A mi familia y,  
especialmente para Ana*

## **AGRADECIMIENTOS**

En primer lugar quisiera agradecer a mis tutores, los Doctores D. Francisco García García y D. Jose Luís Berné Valero toda su ayuda y atención.

Agradezco especialmente a Ana toda su colaboración y apoyo.

Al profesor Erricos C. Pavlis por cederme los coeficientes de los modelos globales OSU89b y OSU91a y por enviarme bibliografía.

A D. Julio Faustino por toda la información facilitada sobre las redes de nivelación y sus discusiones sobre el tema.

Por los consejos dados sobre gravimetría práctica al Profesor Janusz Sledzinski.

Por cedernos el microgravímetro G301 y el modelo de geoide IBERGEO95 al Director del IGN Jose A. Canas y a Jose L. Caturla ( a este último también por los números geopotenciales de las redes de nivelación).

Al Profesor Manuel Chueca por las conversaciones sobre el ajuste de las redes gravimétricas.

A todos mis compañeros de Departamento que han conseguido que las horas dedicadas hayan sido más amenas y constructivas

Por último quisiera dar las gracias a toda la gente que me ha ayudado en un momento u otro en la presente tesis, que no es poca.

Si no hubiese sido por todos vosotros esta tesis nunca hubiera visto la luz.

---

**ÍNDICE**

<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b>	1
<b>ÍNDICE DE TABLAS</b>	4
<b>LISTADO DE SÍMBOLOS Y ABREVIATURAS</b>	7
<b>RESUMEN/SUMMARY</b>	9
<b>1 INTRODUCCIÓN.</b>	10
1.1 Aspectos Generales.....	10
1.2 Aspectos Particulares.....	10
<b>2 OBJETIVOS.</b>	12
<b>3 MARCO DE REFERENCIA HISTÓRICO.</b>	14
3.1 Redes de Nivelación.....	14
3.1.1 Breve historia de las redes de nivelación en España.....	14
3.1.1.1 Red de Nivelación de Precisión (NP).....	14
3.1.1.2 Red de Nivelación de Alta Precisión (NAP).....	19
3.1.1.3 Redes de Nivelación Geodésica (NG).....	21
3.1.2 Trabajos actuales relacionados con las redes de nivelación.....	22
3.2 Gravimetría y Redes gravimétricas.....	23
3.2.1 Breve historia de la gravimetría.....	24
3.2.2 Breve historia de la gravimetría en España.....	28
3.2.3 Breve historia de las redes gravimétricas mundial y peninsular.....	31
3.3 Modelos de geoide utilizables en la Comunidad Valenciana.....	35
3.3.1 Modelos globales.....	35
3.3.1.1 OSU89b.....	37
3.3.1.2 OSU91a.....	38
3.3.1.3 EGM96.....	39
3.3.1.4 GPM98.....	40
3.3.2 Modelos continentales Europeos.....	42
3.3.2.1 EGG97.....	43
3.3.3 Modelos regionales sobre la Península.....	44
3.3.3.1 IBERGEO95.....	45
3.3.4 Comparación entre los diferentes modelos de geoide.....	47

3.4	Redes geodésicas GPS.....	47
<b>4</b>	<b>FUNDAMENTOS TEÓRICOS Y METODOLÓGICOS.</b>	<b>51</b>
4.1	Redes de nivelación.....	51
4.1.1	Perdurabilidad de las señales.....	51
4.1.2	Fiabilidad de las redes de nivelación.....	51
4.1.3	Precisión entre diferentes redes de nivelación.....	52
4.2	Redes gravimétricas.....	52
4.2.1	Necesidad de determinación de redes gravimétricas modernas.....	52
4.2.2	Métodos modernos de determinación de redes gravimétricas.....	53
4.2.3	Fases para el establecimiento, observación y cálculo de una red gravimétrica.....	54
4.2.3.1	Elección de los vértices, monumentación.....	54
4.2.3.2	Elaboración de las reseñas.....	55
4.2.3.3	Elección y calibración del instrumental.....	57
4.2.3.4	Metodología de observación de una red gravimétrica.....	58
4.2.3.5	Correcciones sistemáticas a las observaciones.....	60
4.2.3.5.1	Mareas terrestres.....	60
4.2.3.5.2	Movimiento del Polo.....	68
4.2.3.5.3	Altura del gravímetro.....	70
4.2.3.5.4	Influencia de la Presión atmosférica y sus variaciones sobre el gravímetro.....	70
4.2.3.6	Errores accidentales. Parametrización de la función de deriva.....	72
4.2.3.7	Cálculo y ajuste de una red gravimétrica.....	73
4.2.3.7	Optimización de una red gravimétrica.....	75
4.3	Métodos de control y ajuste de modelos de geoide.....	76
4.3.1	Cálculo de un modelo de geoide global sobre el sistema WGS84.....	77
4.3.2	Control y ajuste de modelos de geoide mediante puntos GPS/nivel....	80
4.3.2.1	Obtención de la ondulación del geoide de forma directa.....	80
4.3.2.2	Comparación de las ondulaciones del geoide con las GPS/nivel....	81
4.3.2.3	Métodos de ajuste de los modelos de geoide a los puntos GPS/niv	81
4.4	Conclusiones. Líneas de investigación abiertas.....	83
<b>5</b>	<b>REDES DE NIVELACIÓN Y GRAVIMETRÍA.</b>	<b>85</b>
5.1	Análisis de las redes de nivelación.....	85
5.1.1	Estado actual de las redes de nivelación en la Comunidad	

Valenciana.....	85
5.1.2 Precisión entre diferentes redes de nivelación.....	88
5.1.3 Conclusiones sobre las redes de nivelación.....	91
5.2 Establecimiento de una red gravimétrica de tercer orden en la Provincia de Valencia.....	92
5.2.1 Estado actual de la Red Gravimétrica Peninsular en la Comunidad Valenciana.....	92
5.2.2 Necesidad de una nueva determinación.....	93
5.2.3 Fases para el establecimiento, observación y cálculo de una red gravimétrica de tercer orden en la Provincia de Valencia.....	93
5.2.3.1 Elección de los vértices, monumentación.....	93
5.2.3.2 Elaboración de reseñas.....	95
5.2.3.3 Elección y calibración del instrumental.....	96
5.2.3.4 Metodología de observación.....	98
5.2.3.5 Correcciones a los observables.....	102
5.2.3.6 Parametrización de la función de deriva. Establecimiento de la tolerancia.....	103
5.2.3.7 Desarrollo del método de ajuste.....	109
5.2.3.8 Sistema de optimización de la red gravimétrica.....	114
<b>6 ANÁLISIS Y AJUSTE DE LOS DIFERENTES MODELOS DE GEOIDE.</b>	<b>116</b>
6.1 Detección de deformaciones locales de modelos de geoide. Control de modelos mediante puntos GPS/Gravedad.....	116
6.1.1 Obtención de la perturbación de la gravedad observada.....	117
6.1.2 Predicción de la perturbación de la gravedad a partir de los modelos de geoide.....	118
6.1.3 Aplicación del método al levante Español.....	125
6.2 Análisis y ajuste de los modelos de geoide sobre puntos GPS/Niv./Grav...	131
6.2.1 Obtención de la ondulación del geoide de forma directa.....	131
6.2.1.1 Observación de la altitud geométrica.....	133
6.2.1.2 Observación de la gravedad.....	133
6.2.1.3 Obtención de la cota ortométrica.....	134
6.2.1.4 Observación de la altura elipsoidal.....	135
6.2.1.5 Obtención de la ondulación del geoide de forma directa. Precisiones.....	138
6.2.2 Análisis de los diferentes modelos de geoide mediante los puntos	

GPS/nivelación/gravedad observados.....	139
6.2.3 Ajuste a los puntos GPS/nivelación/gravedad de los modelos de Geoide analizados.....	142
<b>7 CONCLUSIONES.</b>	146
<b>8 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.</b>	148
8.1 Artículos científicos.....	148
8.2 Libros y monografías técnicas.....	160
8.3 Tesis doctorales.....	163
8.4 Páginas WEB.....	163
<b>ANEXO I EJEMPLO DE CÁLCULO DE REDES GRAVIMÉTRICAS.</b>	164

**INDICE DE FIGURAS**

3.1	Regla de madera utilizada para las medidas del nivel del mar antiguamente.	15
3.2	Clavo de nivelación NP1 en el ayuntamiento de Alicante.	15
3.3	Líneas fundamentales de la red de nivelación NP.	16
3.4	Red de nivelación NP definitiva al finalizar la primera época.	17
3.5	Placa ovalada situada sobre la señal NP en la estación de ferrocarril de Almansa.	18
3.6	Red de nivelación de alta precisión NAP observada.	20
3.7	Red de nivelación observada entre 1925 y 1984.	22
3.8	Distribución de las observaciones gravimétricas contenidas en la base de datos GRAVIMET	30
3.9	Ubicación de los puntos de medición absoluta de la gravedad pertenecientes a la red IGSN71.	33
3.10	Red gravimétrica peninsular apoyada sobre IGSN71.	35
3.11	Modelo global OSU89b en la Comunidad Valenciana sobre el elipsoide WGS84.	38
3.12	Modelo global OSU91a en la Comunidad Valenciana sobre el elipsoide WGS84.	39
3.13	Modelo global EGM96 para la Comunidad Valenciana sobre el elipsoide WGS84.	40
3.14	Modelo global GPM98CR, hasta orden 360 sobre la Comunidad Valenciana.	41
3.15	Modelo global GPM98CR, hasta orden 720 sobre la Comunidad Valenciana.	42
3.16	Modelo continental EGG97 para la Comunidad Valenciana sobre el elipsoide GRS80.	44
3.17	Modelo IBERGEO95 para la península Ibérica.	46
3.18	Modelo IBERGEO95 para la Comunidad Valenciana sobre el elipsoide GRS80.	46
3.19	Red Iberia 95 de orden cero.	50
4.1	Reseña recomendada por la IGC para los vértices gravimétricos.	56
4.2	Modelo de reseña para la red gravimétrica alemana.	56
4.3	Modelo de reseña para la red gravimétrica española.	56
4.4	Ejemplo de libreta de campo.	59
4.5	La fuerza gravitatoria de la Luna (o el Sol) se divide en dos componentes, llamados $f_{EM}$ y $f_{PM}$ cuya diferencia es responsable de la fuerza de marea terrestre $\Delta f$ .	61
4.6	Representación gráfica del movimiento del polo.	68
4.7	Recta de regresión entre la presión del aire y las observaciones de gravedad	

con el gravímetro absoluto JILAG-3 en la estación de Hannover .	71
4.8 Función de deriva compuesta por el factor lineal (recta de regresión $a+bt$ ) más la señal aleatoria $S_i$ .	73
4.9 Cámara cenital perteneciente al Instituto de Geodesia y Fotogrametría de Zürich.	77
5.1 Líneas de nivelación de cualquier época que discurren por la Comunidad Valenciana.	85
5.2 Reseña de la señal de nivelación NP-1540.	86
5.3 Situación de los puntos donde se han comparado redes de nivelación de distinto tipo.	88
5.4 Puntos de la Red Gravimétrica Peninsular que se situaron sobre la Provincia de Valencia (azul), en naranja el nombre del itinerario de su determinación.	92
5.5 Puntos elegidos para formar parte de la red gravimétrica de tercer orden de la Provincia de Valencia.	94
5.6 Ejemplo de las reseñas elaboradas para la Red Gravimétrica de Tercer Orden de la provincia de Valencia.	95
5.7 Gravímetro LCR D203.	96
5.8 Gravímetro LCR G301.	96
5.9 Localización de los puntos donde se comprobó el buen funcionamiento de los gravímetros. Línea de 3 km de longitud situada al Norte de la ciudad de Valencia. El punto T ha desaparecido.	97
5.10 Situación de los puntos donde se efectuó la comprobación del buen funcionamiento de los gravímetro. Izquierda: Estación de Requena, Derecha: Almansa.	98
5.11 A: Primer y Sexto itinerario.	99
5.11 B: Segundo itinerario.	99
5.11 C: Tercer itinerario.	99
5.11 D: Cuarto itinerario.	99
5.11 E: Quinto itinerario.	100
5.11 F: Séptimo itinerario.	100
5.11 G: Octavo itinerario.	100
5.11 H: Noveno itinerario.	100
5.12 Metodología operativa de observación: toma de datos con los dos gravímetros a la vez.	101
5.13 Material complementario de campo para la observación gravimétrica.	102
5.14 A: Función deriva y recta de regresión ajustada para el modelo D203 el día 4	

de Noviembre de 1998.	103
5.14 B: Función deriva y recta de regresión ajustada para el modelo D203 el día 5 de Noviembre de 1998.	104
5.14 C: Función deriva y recta de regresión ajustada para el modelo D203 el día 9 de Noviembre de 1998.	104
5.14 D: Función deriva y recta de regresión ajustada para el modelo D203 el día 10 de Noviembre de 1998.	105
5.14 E: Función deriva y recta de regresión ajustada para el modelo D203 el día 11 de Noviembre de 1998.	105
5.14 F: Función deriva y recta de regresión ajustada para el modelo D203 el día 13 de Noviembre de 1998.	106
5.15 A: Función deriva y recta de regresión ajustada para el modelo G301 el día 22 de Enero de 2000.	106
5.15 B: Función deriva y recta de regresión ajustada para el modelo G301 el día 14 de Marzo de 2000.	107
5.15 C: Función deriva y recta de regresión ajustada para el modelo G301 el día 24 de Marzo de 2000.	107
5.16 Red gravimétrica de la Provincia de Valencia.	111
6.1 Definición de Perturbación de la gravedad $\delta g = g_P - \gamma_P$ .	117
6.2 Definición de la integral de Poisson.	120
6.3 Efecto de un punto situado sobre la superficie terrestre ( $Q$ ), y su correspondiente punto condensado ( $Q_0$ ) sobre el punto de cálculo $P$ .	123
6.4 Situación de los puntos donde se han obtenido las perturbaciones de la gravedad.	125
6.5 Localización de las deformaciones locales de geoide.	130
6.6 Situación de los puntos elegidos para el análisis y ajuste de los modelo de geoide a partir de observables GPS/nivelación/gravedad.	132
6.7 Ubicación de los puntos GPS/Nivelación/Gravedad y de los vértices de la red de cuarto Orden de la Comunidad Valenciana que han servido para dotar de marco de referencia a la red GPS.	136
6.8 Red GPS observada.	137
6.9 Comparación entre los modelos de geoide EGG97 e IBERGEO95 ajustados sobre la zona de ajuste.	145
I1 Localización sobre la provincia de Valencia de los puntos observados.	164
I2 Descripción y sentido de los itinerarios seguidos en la fase de observación.	165

**INDICE DE TABLAS**

3.1	Lugares de medición absoluto y valor de los puntos de la red IGSN71.	33
3.2	Ubicación y valores de los puntos de la red gravimétrica IGSN71 situados en España.	34
3.3	Comparación entre los diferentes modelos de geoide en la Comunidad Valenciana.	47
5.1	Resumen de los puntos de nivelación encontrados de las diferentes redes de nivelación. La revisión de 1992 fue efectuada por D. Julio Faustino, Director de la delegación del IGN en Valencia.	87
5.2	Situación, señal y precisión a priori de los puntos de nivelación comparados en la línea Sagunto-Castellón-Tarragona.	89
5.3	Situación, señal y precisión a priori de los puntos de nivelación comparados en la línea Albacete-Valencia.	90
5.4	Situación, señal y precisión a priori de los puntos de nivelación comparados en la línea Sagunto-Teruel.	91
5.5	Valores de gravedad obtenidos en diferentes fechas sobre los puntos de comprobación de un itinerario.	97
5.6	Valores de gravedad obtenidos en diferentes fechas sobre los puntos de comprobación de Requena y Almansa.	98
5.7	Tolerancia y cierre para cada uno de los itinerarios y gravímetro.	109
5.8	Deriva y su desviación típica obtenida del primer ajuste para cada uno de los itinerarios y gravímetro.	112
5.9	Factor de calibración y su desviación típica obtenidos del primer ajuste para cada instrumento.	112
5.10	Valores de la gravedad definitivos y desviaciones típicas de los vértices que componen la red gravimétrica de la Provincia de Valencia. Todas las unidades están en mgal.	113
5.11	Criterios de optimización para la repetición de cada uno de los itinerarios observados.	115
6.1	Nombre, coordenadas y gravedad de los puntos estudiados.	126
6.2	Residuos para los modelos globales de geoide. Unidades en miligales.	127
6.3	Resumen estadístico para los residuos calculados con los diferentes modelos globales sin considerar los puntos donde existe deformación local de geoide. Unidades en miligales.	127
6.4	Efecto de la topografía sobre los puntos de cálculo. Unidades en miligales.	128
6.5	Residuos para los modelos IBERGEO95 y EGG97 considerando la topografía	

y sin considerarla. Unidades en miligales.	129
6.6 Resumen estadístico para los residuos calculados con los diferentes modelos globales sin considerar los puntos donde existe deformación local de geoide. Unidades en miligales.	130
6.7 Localización de las deformaciones locales	130
6.8 Nombre y código de los puntos estudiados	133
6.9 Valor de la gravedad para los puntos. Unidades en miligales, sistema de referencia IGSN71.	134
6.10 Cota geométrica, número geopotencial y altitud ortométrica de los puntos estudiados.	134
6.11 Diferencia de número geopotencial y de cota ortométrica entre puntos pertenecientes a la misma red de nivelación.	135
6.12 Coordenadas WGS84 de los vértices de la red de Cuarto Orden de la Comunidad Valenciana utilizados en la observación GPS.	136
6.13 Coordenada en el sistema WGS84 de los puntos estudiados y error medio cuadrático de las mismas	138
6.14 Ondulación del geoide observada sobre los puntos de cálculo y su error.	138
6.15 Ondulación del geoide relativo observada sobre los ejes de cálculo y su error.	139
6.16 Ondulación del geoide de los modelos analizados sobre los puntos de estudio.	140
6.17 Resumen estadístico del análisis de los diferentes modelos de geoide sobre los puntos GPS/Nivelación/gravedad.	140
6.18 Diferencias de ondulación de geoide para los modelos analizados sobre los ejes observados.	141
6.19 Resumen estadístico del análisis de los diferentes modelos de geoide sobre los puntos GPS/Nivelación/gravedad en relativo y sobre los ejes estudiados.	141
6.20 Estimador de peso unidad a posteriori obtenido en cada uno de los ajustes efectuados sobre los puntos en valor absoluto.	142
6.21 Valores de las incógnitas y precisión de las mismas para cada uno de los modelos ajustados sobre los puntos en valor absoluto.	143
6.22 Resumen estadístico de los residuos obtenidos a posteriori en el ajuste de los diferentes modelos de geoide sobre los puntos GPS/Nivelación/gravedad en valor absoluto.	143
6.23 Estimador de peso unidad a posteriori obtenido en cada uno de los ajustes efectuados sobre los puntos en valor relativo.	144
6.24 Valores de las incógnitas y precisión de las mismas para cada uno de los modelos ajustados sobre los puntos en valor relativo.	144

6.25	Resumen estadístico de los residuos obtenidos a posteriori en el ajuste de los diferentes modelos de geoide sobre los puntos GPS/Nivelación/gravedad en valor relativo.	144
------	---	-----

## **LISTADO DE SÍMBOLOS Y ABREVIATURAS**

CIO	Conventional International Origin.
CSIC	Centro Superior de Investigaciones Científicas.
DMA	Defence Mapping Agency.
ED50	European Datum 1950.
EGG97	European Gravimetric Geoid 1997.
EGM96	Earth Gravitational Model 1996.
ETRS	European Terrestrial Reference System.
EVS2000	European Vertical System 2000.
GEM	Goddard Earth Model.
GEOMED	GEOide del MEDiterráneo.
GPM98	Global Potential Model 1998.
GPS	Global Positioning System.
GRS80	Geodetic Reference system 1980.
GSFC	Goddard Space Flight Center.
IAG	International Association of Geodesy.
IAU	International Astronomy Union.
IBERGE095	IBERian GEOid 1995.
IERS	International Earth Rotation Service.
ICC	Institut Cartogràfic de Catalunya.
ICRF	International Celestial Reference Frame.
ICRS	International Celestial Reference System.
IfE	Institut für Erdmessung.
IFOGNET	Iberian First Order Gravity NET.
IGC	Instituto Geografico e Cadastral.
IGN	Instituto Geográfico Nacional.
IGS	International Geodynamic Service.
IGSN71	International Gravimetry Standardization Net 1971.
IPCC	Instituto Português de Cartografia e Cadastro.
ITRF	International Terrestrial Reference Frame.
ITRS	International Terrestrial Reference System.
IUGG	International Union of Geodesy and Geophysics.
JILA	Joint Institute for Laboratory Astrophysics.
L&C	Lacoste and Romberg.
MTN	Mapa Topográfico Nacional.
NAP	Nivelación de Alta Precisión.

NAPF	Nivelación de Alta Precisión por Ferrocarril.
NG	Nivelación Geodésica.
NIMA	National Imagery and Mapping Agency.
NNSS	Navy Navigation Satellite System.
NOAA	National Oceanic and Atmospheric Administration.
NP	Nivelación de Precisión.
OSU89b	Ohio State University 1989.
OSU91a	Ohio State University 1991.
REDGRAES	RED GRAvimétrica ESpañola.
REGENTE	REd GEodésica Nacional por Técnicas Espaciales.
RETRIG	REajuste de la TRIanGulación Europea.
REUN55	Red Europea Unificada de Nivelación 1955.
RGFE73	Red Gravimétrica Fundamental Española 1973.
RNAP98	Red de Nivelación de Alta Precisión 1998.
ROI	Red de Orden Inferior.
UB91	Universitat de Barcelona 1991.
UCM	Universidad Complutense de Madrid.
UELN	Unified European Levelling Network.
WGS84	World Geodetic System 1984.

## RESUMEN

En la presente memoria de tesis se presenta la investigación desarrollada sobre el análisis y ajuste de modelos de geoide.

La zona elegida para el estudio está comprendida en la Comunidad Valenciana, por lo que se investigarán las posibilidades de análisis y ajuste a las características locales del campo de gravedad de los diferentes modelos de geoide utilizables en la comunidad: modelos globales como el OSU89b, OSU91a, EGM96 o el GPM98, el modelo continental Europeo EGG97 y el modelo regional sobre la Península Ibérica IBERGEO95.

Para ello, en primer lugar, se ha realizado una investigación rigurosa sobre las redes de nivelación que atraviesan la Comunidad Valenciana atendiendo a su existencia, estado y precisiones. Así mismo se ha desarrollado una red gravimétrica de tercer orden sobre la Provincia de Valencia, con una nueva metodología de ajuste.

A continuación se ha desarrollado un método para la detección de deformaciones locales de geoide utilizando observables GPS/gravedad, se ha procedido al análisis de los modelos mediante puntos GPS/gravedad y GPS/nivelación/gravedad y, posteriormente se han ajustado los modelos de geoide a puntos GPS/nivelación/gravedad.

Finalmente se han transformado los modelos de geoide de alta resolución investigados a geoides con grandes posibilidades prácticas de utilización en la zona de estudio con valores de error medio de  $0.07\text{ m}$  tanto en valor absoluto como en relativo (considerando distancias máximas de  $20\text{-}30\text{ Km}$ ).

## SUMMARY

The present investigation deals with geoid analysis and fit in computation.

The studied area is situated in the Valencian region, therefore the geoid models to analyse and to fit at the local gravity field characteristics are global models such as OSU89b, OSU91a, EGM96 and GPM98, the EGG97 European continental model and the IBERGEO95 Iberian regional model.

An important part of the investigation is devoted to the existence, condition and accuracy of the levelling lines which can be found through the studied area and to the development of a third order gravimetric network on the Valencian Province with a new adjustment procedure.

Secondly, a tool for local geoid deformations determination has been developed by means of GPS/gravimetric observations, the analysis of geoid models have been carried out by means of GPS/gravimetric and GPS/levelling/gravimetric observations and the geoid models have been fit at GPS/levelling/gravimetric points.

Finally the results serve as a basis for the high resolution geoid models improvement with useful practical applications in the studied area providing accuracies about  $0.07\text{ m}$  both absolute and relative sense (over maximum distances of  $20\text{-}30\text{ Km}$ ).

## **1 INTRODUCCIÓN**

### **1.1 ASPECTOS GENERALES**

Los objetivos fundamentales de la ciencia, entendida como un conjunto sistemático de conocimientos sobre la realidad observable obtenidos mediante el método de investigación científico, son básicamente cuatro (Sierra 1996), (Santiago 1997): Analizar, explicar, predecir y actuar. El primer objetivo de la ciencia es saber o entender cómo es la realidad, qué elementos la forman y cuáles son sus características. Después de conocer cómo es la realidad, su segundo objetivo es explicarla, parametrizarla y establecer cómo se relacionan las distintas partes. La consecución de estos dos primeros objetivos permitirá alcanzar los dos siguientes de naturaleza práctica; se estará, entonces, en condiciones de prever los acontecimientos que tendrán lugar en el sector de la realidad investigada y, en su caso, posibilitará la actuación sobre la misma para lograr transformar esa realidad e influir en ella con mayor o menor grado, dominando esa realidad y haciéndola útil para el servicio del hombre.

Dado que la ciencia y sus aplicaciones técnicas ocupan en el mundo actual una posición cada vez más importante como fuente de información y, sobre todo, de actuación, puede entenderse fácilmente la, cada vez mayor, importancia de la investigación científica para la humanidad, entendida como toda aquella actividad humana de carácter cualificado y método elaborado, orientada a encontrar un conocimiento verídico sobre una determinada cuestión, aunque hoy en día, la investigación presenta tantas facetas, adopta tantas formas y persigue objetivos tan diferentes que cualquier definición de la misma sea incompleta e imperfecta (Primo Yúfera 1994).

Ese método elaborado o método científico será la fuente de la que se alimenta la investigación científica como tal, y se concreta en un conjunto de trámites, fases o etapas (normalmente documentación, investigación empírica y exposición de resultados) que llevarán a descubrir o ampliar la realidad que nos rodea, es decir, se estará en disposición de dar respuesta a los cuatro objetivos fundamentales que la ciencia plantea.

Dentro de este ámbito la Universidad es una institución fundamental desde el punto de vista de la actividad investigadora, generadora de nuevos conocimientos sin los que la innovación tecnológica terminaría por estancarse.

La investigación en la Universidad Española constituye una actividad relativamente reciente, la aprobación de la Ley de Reforma Universitaria en 1983 y la Ley de Fomento y Coordinación General de la Investigación Científica y Técnica de 1986 consagran definitivamente el modelo de Universidad actual, estableciendo la doble dimensión de estas instituciones como centros docentes y centros de investigación (Bricall 2000).

### **1.2 ASPECTOS PARTICULARES**

Dentro del ámbito que se desarrolla en la presente Tesis, la Geodesia ha estado ligada a la investigación estableciendo etapas significativas a lo largo de la historia de la humanidad, desde el estudio de la posición de las estrellas como único medio de orientación a los modernos métodos por satélite, teniendo siempre como objetivo básico el conocimiento de la realidad de nuestro planeta, concretándolo en dos aspectos fundamentales: la determinación de la forma y dimensiones de la tierra y la representación y posterior aplicación ingenieril de la superficie terrestre sobre mapas y planos con alto grado de precisión.

La Geodesia Física es la parte de la Geodesia que utiliza las leyes físicas y observaciones (normalmente gravedad) para la determinación de la figura de la tierra, bien de la superficie física o bien de una superficie equipotencial del campo de la gravedad terrestre llamado geoide.

Si eliminamos los trabajos e investigaciones de carácter puramente local, todos los proyectos geodésicos de precisión necesitarán que los efectos del campo gravitatorio terrestre sean tenidos en cuenta, por lo que la geodesia física constituye una de las ramas en mayor grado de investigación en la geodesia moderna, con gran importancia práctica si se tiene en cuenta las enormes posibilidades geodésicas que ofrecerá la técnica GPS combinada con el conocimiento preciso del geoide para la determinación de altitudes.

Ante la inexistencia de un modelo de geoide local del alta precisión en la Comunidad Valenciana, se debe abordar el proyecto de su desarrollo y cálculo, pero la existencia de modelos de geoide de alta resolución que cubren el territorio hace que la investigación se haya redireccionado al análisis y ajuste de los modelos existentes sobre el campo gravitatorio local, cuestión mucho menos investigada en la literatura actual, con el fin último de obtener un modelo de geoide ajustado y utilizable en su mayoría de aplicaciones prácticas a la zona investigada.

Surge así la presente investigación, cuya memoria puede dividirse en tres partes fundamentales:

- A) La primera, constituida por el segundo capítulo, con el planteamiento claro y definido de los objetivos perseguidos.
- B) La segunda, constituida por los capítulos tres y cuatro que recogen los aspectos históricos y los fundamentos teóricos y metodológicos básicos existentes sobre las cuestiones tratadas respectivamente.
- C) Y la tercera, constituida por los capítulos cinco y seis, donde se expone la investigación realizada sobre las redes de nivelación y gravimetría (capítulo cinco) y la realizada sobre el análisis y ajuste de los diferentes modelos de geoide al campo gravitatorio local (capítulo seis).

Finalmente se presentan las conclusiones de la presente investigación destacando las aportaciones personales más relevantes del autor de esta memoria.

El Anexo I muestra un ejemplo de cálculo para una pequeña red gravimétrica dado que el algoritmo de ajuste es nuevo.

## 2 OBJETIVOS

La presente tesis se ha centrado en el tratamiento de los problemas derivados del análisis y ajuste de modelos de geoide sobre una determinada zona a estudiar. La zona elegida ha sido la Comunidad Valenciana y, concretamente, la provincia de Valencia, por lo que los modelos de geoide que deberán ser analizados y ajustados serán todos aquellos que contengan a la Comunidad Valenciana dentro de su definición, así los modelos de geoide que pueden investigarse pueden ser globales (OSU89b, OSU91a, EGM96 y GPM98), el modelo continental Europeo EGG97 y el modelo regional para la Península Ibérica IBERGEO95, definiendo así el primer objetivo de esta tesis:

### ***I Análisis y comprobación de los modelos de geoide utilizables en la Comunidad Valenciana.***

Actualmente las técnicas GPS constituyen una potente herramienta para el cálculo de las alturas elipsoidales, si se desea utilizar esta herramienta para la obtención de cotas ortométricas se deberá pasar por el conocimiento de un modelo de geoide con garantías de precisión, con esta metodología se establecerá una primera forma de comprobación y análisis de los diferentes modelos de geoide observando la altura elipsoidal y la gravedad sobre puntos de nivelación y comparando la ondulación del geoide obtenida directamente con la ondulación de los modelos; pero la utilización práctica de la técnica pasará por el ajuste de los modelos de geoide a puntos de control GPS/Nivelación/Gravedad, por lo que como segundo objetivo se planteará:

### ***II Ajuste de los modelos de geoide a puntos GPS/Nivelación/Gravedad.***

Centrándonos sobre la provincia de Valencia, para la consecución de este último objetivo se deberá controlar la bondad de la red de nivelación existente y de las redes gravimétricas, por lo que se convertirán en objetivos:

### ***III Análisis de las redes de nivelación en la provincia de Valencia atendiendo a su existencia, estado y errores previsibles.***

### ***IV Establecimiento de una red gravimétrica de tercer orden en la provincia de Valencia.***

Con todo se podrán controlar perfectamente los puntos de nivelación, de gravedad y las redes GPS, pero no así las ondulaciones del geoide, que pueden poseer algún error de carácter local que pueden llevar a un ajuste irreal de los modelos de geoide, por lo tanto otro de los objetivos a lograr será:

### ***V Desarrollo de técnicas para la detección de deformaciones locales de geoide.***

Este último objetivo se llevará a cabo mediante puntos GPS/Gravedad, datos utilizables también para la consecución del primero de los objetivos.

Con todo esto no solo se estará creando una base de datos utilizable como banco de pruebas y de contraste de diferentes modelos de geoide, sino que se estará empezando a crear la infraestructura necesaria para abordar y resolver el problema de determinación de un geoide local de alta precisión en la Comunidad Valenciana, con lo que estaremos cumpliendo el último de los objetivos de la presente investigación:

### ***VI Pasos preliminares para la determinación de un geoide local de alta precisión en la Comunidad Valenciana.***

El cumplimiento de estos objetivos deberá llevar al desarrollo de técnicas y metodologías específicas para cada uno de los problemas que se planteen, técnicas y metodologías que deberán abordarse y resolverse con el mayor rigor posible atendiendo al carácter científico que todo trabajo de investigación debe poseer.

### **3 MARCO DE REFERENCIA HISTÓRICO**

Para poder acometer cualquier actividad se hace necesaria una búsqueda y reflexión sobre los antecedentes existentes para intentar abordar y resolver los objetivos planteados contando con el conocimiento necesario para tal fin.

En este caso se hace necesaria una breve reseña del desarrollo histórico sobre las redes de nivelación, la gravimetría y las redes gravimétricas, sobre la elaboración de modelos de geoide utilizables en la Comunidad Valenciana y, por último, sobre las redes geodésicas GPS.

#### **3.1 REDES DE NIVELACIÓN**

Las redes de nivelación de precisión constituyen el armazón fundamental sobre el que se sustenta la altimetría de un territorio. Las cotas de estos puntos se derivan por arrastre desde un punto altimétrico fundamental único para todo el territorio. Así, se entenderá por red de nivelación a la formada por una serie de marcas o construcciones efectuadas sobre el terreno (generalmente en forma de clavos o planchas) con el fin de determinar sobre ellas, de modo lo más preciso, permanente y accesible posible, la diferencia de altitud con respecto al nivel medio del mar que cada país adopte como origen o datum vertical; la destrucción de tales señales está penalizada por la ley, (Ley 11/1975, de 12 de marzo, sobre señales Geodésicas y Geofísicas y Real Decreto 2421/1978, de 2 de Junio de 1978 donde se aprueba el Reglamento de la ley anterior), siendo numerosas las aplicaciones de estas redes en los campos de la Geodesia, Cartografía, Topografía, Fotogrametría, Ingeniería civil, Geofísica, Geodesia física, control de deformaciones, geodinámica, etc.

Para la monumentación, observación y cálculo de las redes de nivelación, el Instituto Geográfico Nacional (IGN) dispone de una serie de normas de extendido uso basadas en la experiencia acumulada durante todos estos años y que se convierten en guía básica para la realización de cualquier trabajo de nivelación de precisión (IGN 1986 a), (IGN 1986 b).

##### **3.1.1 Breve historia de las redes de nivelación en España**

Se pueden distinguir tres tipos de redes de nivelación en España: la Red llamada *Nivelación de Precisión* (NP), observada entre 1871 y 1922, la red *Nivelación de Alta Precisión* (NAP), observada entre 1925 y 1974, y la red *Nivelación Geodésica* (NG), observada entre 1975 y la década de los ochenta, cada una de ellas con una exigencia diferente en cuanto a precisión y metodología, debido, sobre todo, a la aparición de aparatos cada vez más precisos. A continuación se pasa a describir brevemente cada una de estas redes.

###### **3.1.1.1 Red de Nivelación de Precisión (NP)**

Como resultado de las conclusiones alcanzadas en la reunión de la Asociación Internacional de Geodesia (IAG) que tuvo lugar en Berlín en 1867 se iniciaron en todos los países pertenecientes a dicha asociación los trabajos de nivelación de precisión, cuya finalidad consistía en dar altitud geométrica a una serie de puntos distribuidos y convenientemente señalizados por cada país (Martín 1976); los primeros países que realizaron nivelaciones de precisión fueron Francia y el Reino Unido.

En España, el encargado de realizar el plan general que debería regir los trabajos fue el General Ibañez de Íbero perteneciente al, por entonces, Instituto Geográfico y Catastral. Los aspectos generales contemplados fueron los siguientes:

Como punto de altitud cero o de origen de la nivelación se adoptó el correspondiente al nivel medio del mar en Alicante, ya que el mar Mediterráneo sería la zona más tranquila y, por tanto, menos variable al ser un mar casi cerrado. Para determinar esta cota cero, se eligió un punto del puerto convenientemente resguardado y, con una regla de madera, se realizaron cuatro lecturas diarias de la distancia entre el mar y dicho punto (figura 3.1). Estas lecturas se realizaron siempre a las mismas horas: 9, 12, 15, 18 durante un periodo superior a dos años, concretamente desde el 1 de Julio de 1870 hasta el 30 de Julio de 1872, resultando una altura del nivel medio del mar sobre el cero de la escala de madera, que se hacía coincidir con el punto situado en tierra, de *0.43 metros*.



**Figura 3.1:** Regla de madera utilizada para las medidas del nivel del mar antiguamente.



**Figura 3.2:** Clavo de nivelación NP1 en el ayuntamiento de Alicante.

Para tener una referencia estable y duradera de estas mediciones se realizó un doble itinerario de nivelación de precisión entre este punto y la señal NP1, situada en el primer peldaño de la escalera del Ayuntamiento de Alicante (figura 3.2), obteniéndose para el punto NP1 una altitud sobre el nivel medio del mar de *3.409 m*.

Sin embargo, se estimó que el punto altimétrico fundamental debería encontrarse más centrado con respecto al resto de la nación, por lo que a partir de la NP1 se dio cota a la NP26, situada en el Observatorio Astronómico de Madrid. Para ello se realizó una doble nivelación de precisión levantada en los dos sentidos opuestos por operadores diferentes, enlazando la ida y la vuelta formando anillos de *1000 a 1400 metros*. La cota así obtenida para la señal NP26 fue de *625.562 m*.

Para darle estabilidad se relacionó altimétricamente con otras señales que se colocaron en el Museo Nacional de Pinturas (NPM), en la Puerta de Alcalá (NPA), en el Palacio Real (NPP) y en el Ayuntamiento de Madrid (NPC), constituyendo el llamado polígono de Madrid, nivelado con sumo cuidado, de manera que cualquier variación en alguna de las señales fuese atestiguada por las otras cuatro.

Con fin de determinar el nivel medio del mar y controlar sus oscilaciones, el plan contemplaba la instalación de tres mareógrafos con sus correspondientes equipos meteorológicos. Éstos estarían distribuidos por las tres costas Españolas (Mediterráneo, Atlántico y Cantábrico). La primera estación instalada fue la de Alicante que, con un mareógrafo ADIE, comenzó a funcionar el 1 de Marzo de 1874. A continuación se estableció la de Santander con un mareógrafo del mismo tipo, que entró en servicio el 1 de Julio de 1876. Finalmente se instaló una tercera estación en Cádiz dotada con un mareógrafo REITZ, empezando sus observaciones el 1 de Octubre de 1880.

Una de las finalidades de la red de nivelación de precisión fue el de interconectar estos mareógrafos con el fin de obtener las diferencias de altitud existentes entre las tres costas españolas.

Las líneas fundamentales que, en principio, componían esta red son las siguientes (figura 3.3):

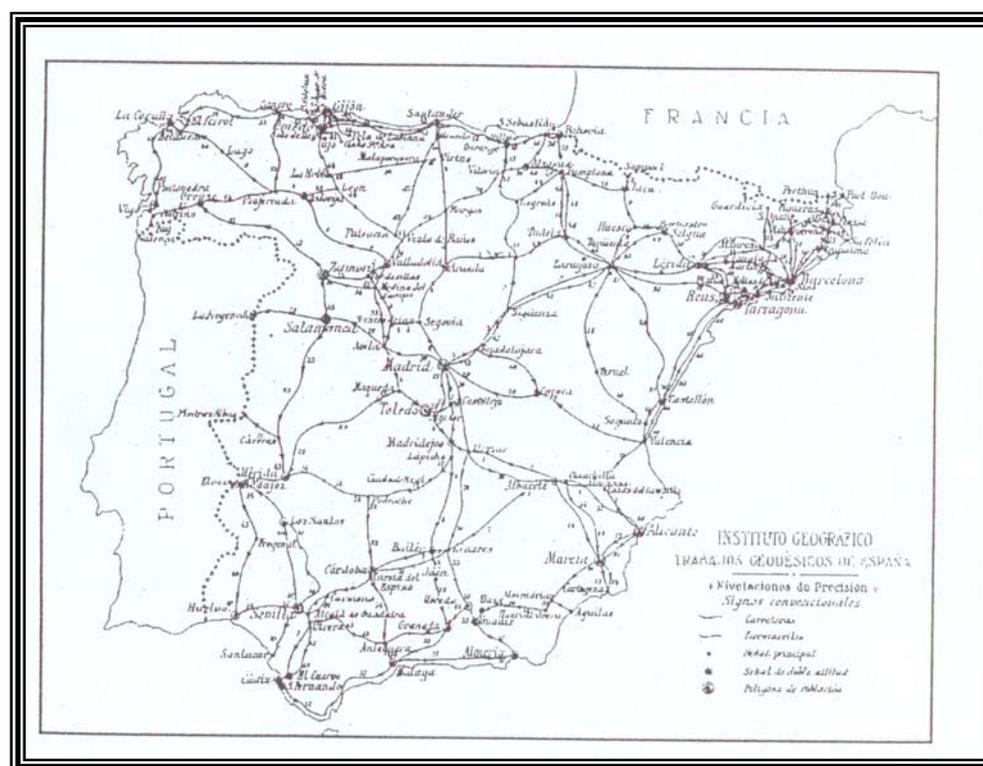
- 3 Alicante-Madrid-Ávila-Valladolid-Santander.
- 3 Madrid-Calatayud-Zaragoza-Lérida-Barcelona-Gerona-Port Bou.
- 3 Madrid-Linares-Córdoba-Sevilla-Cádiz.
- 3 Segovia-Zamora-León-Lugo-La Coruña.
- 3 Ávila-Cáceres-Mérida-Badajoz.
- 3 Sigüenza-San Sebastián-Irún.
- 3 Bailén-Granada-Málaga.
- 3 Ávila-Salamanca-La Fregeneda.



Este esc con el fin de llevar a cabo el levantamiento geodésico de primer orden. De este modo se obtuvo un conjunto de polígonos que permitió controlar los resultados.

Los itinerarios se conducen, según el orden de preferencia establecido, por las carreteras generales, carreteras provinciales, líneas ferroviarias, caminos vecinales carreteros y caminos de herradura.

Otro de los objetivos lógicos fue el de obtener, al menos, dos puntos de unión con las naciones vecinas, pudiendo así comparar los trabajos de nivelación respectivos. La definitiva configuración de la red de Nivelación de Precisión se puede ver en la figura 3.4.



**Figura 3.4:** Red de nivelación NP definitiva al finalizar la primera época (Giménez et al. 1996).

Las señales permanentes empleadas en la materialización de la red se dividen en dos categorías: las principales y las secundarias.

Las señales principales se encuentran a una distancia inferior de 25 kilómetros unas de otras. Se materializan mediante una pieza de bronce fundida, de forma cilíndrica de 10 cm de longitud y 3 cm de diámetro, terminada en un extremo por un disco o placa circular de 8 cm de diámetro y 6 mm de espesor. En ella van grabadas la iniciales NP y el número de orden que corresponda con la red general.

Las señales secundarias o de paso se situaban cada kilómetro y se materializaban por medio de clavos de bronce, cuya espiga tiene 10 cm de longitud y 1 cm de diámetro, con

una sólida cabeza de 1.5 cm de diámetro y 1 cm de espesor, que se encajaban de modo que su cabeza enrasase con la piedra.

Por encima de las señales principales, sobre todo en las estaciones de ferrocarril y edificios públicos, se empotra en la fachada una gran placa ovalada, con una línea horizontal saliente y un número que indica la altitud sobre el nivel del mar referida a dicha línea horizontal (Gonzalez-Pumariega 1998), figura 3.5.



**Figura 3.5:** Placa ovalada situada sobre la señal NP en la estación de ferrocarril de Almansa.

Para establecer la metodología de la observación, en un principio se niveló un polígono experimental cerca de Madrid obteniendo así la normativa de aplicación a las observaciones a realizar.

Cumpliendo con estas normas se iniciaron los trabajos de campo el día 12 de Agosto de 1871 en el tramo Madrid-Aranjuez, correspondiente a la línea Alicante-Madrid.

El instrumental utilizado estaba formado por dos niveles de anteojo de 40 aumentos con nivel independiente de la casa Kern y cuatro miras de madera de pinabete de tres metros de longitud con nivel esférico y plancheta para el suelo.

La observación de la red de nivelación de precisión se prolongó hasta el 1 de Enero de 1922 debido a que, a petición de RENFE, se nivelaron muchas líneas férreas que no estaban previstas en el plan.

El error kilométrico admisible es de 5 mm, fijándose por tanto el cierre de un polígono, o de la doble nivelación de una línea de  $K$  kilómetros en menos de  $5\sqrt{K}$  mm. Si se superaba esta tolerancia se realizaba una tercera nivelación.

Con los resultados así obtenidos se publicó en 1925 el llamado *Catálogo de altitudes de las señales metálicas de la Red*, que contiene las altitudes geométricas obtenidas directamente del arrastre de cota mediante nivelación geométrica, sin que se hubiera realizado ningún tipo de corrección o compensación por carecer en aquella época de los medios técnicos adecuados. Debido a esta falta de compensación se da la circunstancia de que los nudos de la red poseen tantas cotas como líneas pasan por él, las mayores diferencias se localizan en señales distantes del origen (la NP1), o en aquellas poblaciones, a pesar de estar relativamente cerca de la señal origen, cuyos recorridos efectuados para llegar eran muy diferentes. Algunas de las mayores discrepancias se encuentran en la NP-

1298 de Almería (0.554 m) y en la NP-264 de Molins de Rei (Barcelona), (0.543 m) (Giménez 1998).

De forma paralela a los trabajos de nivelación se realizaron continuas observaciones en los mareógrafos de Alicante, Santander y Cádiz, con el fin de controlar el nivel medio del mar. Como consecuencia de ellas, junto con las redes de nivelación observadas y que conectaban estas estaciones, se llegó al siguiente resultado:

- 3 Altitud del nivel medio del mar en Alicante: 0.000 m.
- 3 Altitud del nivel medio del mar en Santander: 0.610 m.
- 3 Altitud del nivel medio del mar en Cádiz: 0.396 m.

Según esto el Océano Atlántico, y, sobre todo, la parte del Cantábrico, estaría más elevado que el Mediterráneo. Se ha de tener en cuenta que estos resultados estarán afectados de los errores propios de la nivelación realizada, y que para distancias tan largas pueden ser considerables (15-20 cm).

Para finalizar se puede decir que la Red de Nivelación de Precisión está formada por 92 líneas, la mitad de las cuales discurren por carreteras y la otra mitad por vías férreas, 12 polígonos de población y varios ramales a vértices geodésicos. Esto da un total de 16611 Km. El número de señales colocadas fue de 18025, de las cuales 2714 eran principales.

### **3.1.1.2 Red de Nivelación de Alta Precisión (NAP)**

En la XVII Conferencia de la Asociación Geodésica Internacional, que se celebró en Hamburgo en 1912 (Vallbuena et al. 1996), se establecieron los errores admisibles en los trabajos de nivelación, incluyéndose una nueva categoría: La Nivelación de Alta Precisión (NAP). Ésta se definió como toda línea, grupo de líneas o red, nivelada dos veces en sentidos opuestos (ida y vuelta) y en fechas distintas, y cuyo error accidental probable por kilómetro fuese igual o inferior a 1.5 milímetros. Este reajuste se debió, sobre todo, a la aparición de nuevos y más precisos aparatos de observación, teniendo su máximo exponente en los equipos que usan retículo en cuña, micrómetro y mira con lámina invar.

Como consecuencia de estas resoluciones adoptadas, los distintos países miembros comenzaron, antes o después, nuevos trabajos altimétricos en los que se consiguiera la precisión requerida.

En España, fue en 1922, cuando se acabó la red NP, cuando se comenzaron a estudiar las nuevas normas aplicables a la NAP. Así, en 1925 se redactó el *Proyecto de Nivelaciones de Alta Precisión para la Península* elaborado por los ingenieros Cifuentes y Gil Salinas (pertenecientes al Instituto Geográfico y Catastral) (Martín 1976). Los puntos fundamentales de este plan de actuación son los siguientes:

La red proyectada constaba de un total de 11000 Km de los cuales 7500 discurrían por vías férreas y solo 3500 por carreteras. Esto era debido a que las pendientes son más uniformes en las líneas de ferrocarril, por lo que se facilitaría la observación. Además las señales colocadas estarían mejor vigiladas por el personal de RENFE.

El esquema de la red propiamente dicho estaba compuesto por una serie de polígonos cerrados, designados con letra mayúscula y una serie de polígonos abiertos en las

fronteras Francesa y Portuguesa. El perímetro medio de los polígonos era de 700 kilómetros.

En esta red estaban incluidas todas las capitales de provincia excepto Ávila, Granada, Murcia y Soria, muchos vértices de primer orden y varias estaciones en las que el valor de gravedad era conocido.

La pretensión inicial consistía en observar la red proyectada en un plazo corto de tiempo (diez o quince años) con el fin de que los resultados obtenidos fuesen lo más homogéneos posible. Sin embargo, la observación se comenzó en 1925 y se dio por finalizada en 1974, tras una serie de modificaciones y ampliaciones del proyecto inicial, que vinieron impuestas por las nuevas necesidades que iban apareciendo con el transcurso de los años (Martín 1976).

De este modo, la red finalmente observada consta de 24 polígonos interiores y 11 fronterizos (6 con Portugal y 5 con Francia), que dan lugar a un total de 11256 kilómetros nivelados, figura 3.6.



Figura 3.6: Red de nivelación de alta precisión NAP observada. ([Http://www.geo.ign.es](http://www.geo.ign.es))

Finalmente comentar que como complemento de la red proyectada en un principio se ideó establecer una red de mareógrafos, concretamente 13, distribuidos por la costa cada 300 Km. Las localidades elegidas fueron: Port Bou, Tarragona, Sagunto, Alicante, Almería, Málaga, Cádiz, Huelva, Vigo, La Coruña, Gijón, Santander y San Sebastián. El punto de altitud cero continuó siendo el mismo que la red anterior para poder comparar los resultados obtenidos.

Al igual que la NP, las señales que se emplearon fueron principales y secundarias, las primeras consistían en clavos de 11 cm de longitud terminados en forma de casquete esférico, donde iban grabadas las iniciales NAP , seguida de un número de tres cifras del 000 al 999 o, en algunos casos, NAPF si la línea discurría por el ferrocarril.

Las señales secundarias consistían en unos clavos metálicos de 7 cm de longitud terminados en una cabeza semiesférica sin numeración alguna. Se distribuían en grupos de dos o tres clavos, cada 2 kilómetros aproximadamente dependiendo de la existencia de puntos con estabilidad garantizada.

Las normas de observación dictadas fueron muy similares a las establecidas para la red NP, pero al ser la tolerancia mucho menor, deberían tomarse mayores precauciones en cuanto a un correcto estacionamiento en el punto medio, la longitud de las niveladas debería ser menor, etc, (Cifuentes 1947).

Sin embargo, la mejora de precisión pretendida está más relacionada con el instrumental empleado que con la metodología de observación seguida, puesto que se emplearon miras de invar y niveles Wild N3 (niveles automáticos), que presentan numerosas ventajas con respecto al material utilizado en redes anteriores.

En 1954 se celebró en Roma un congreso de la Asociación Internacional de Geodesia (IAG) en el que se decidió que todos los cálculos y compensaciones de las redes se hicieran en cotas geopotenciales dejando a cada país plena libertad para que eligiese el sistema de altitudes que mejor se adaptase a sus características y necesidades.

En el año 1955 se realizó una primera compensación general de la red NAP Española, en cota geopotencial, de lo observado hasta entonces, con motivo de la REUN-55 (Compensación Europea de todas las redes de Nivelación), obteniéndose un error kilométrico de *1.56 mm*.

Posteriormente, una vez finalizada la observación de la red, se efectuó una nueva compensación y se obtuvo un error kilométrico de *1.37 mm*.

### **3.1.1.3 Redes de Nivelación Geodésica (NG)**

En el año 1975 se reanudan los trabajos de nivelación en España comenzando por la zona S.E. de la península debido a su pobreza de líneas y por ser una de las más activas desde un punto de vista tectónico (Giménez 1998).

En estos nuevos trabajos se intentan seguir las líneas antiguas de la NP o de la NAP, utilizándose prácticamente las mismas técnicas pero con aparatos todavía más precisos.

A partir de esta fecha las líneas son llamadas *Líneas de Nivelación Geodésica (NG)* y a continuación una letra mayúscula de la A a la Z.

La nivelación de las líneas deja de efectuarse a mediados de los años 80, después de nivelar la isla de Tenerife (1983), coincidiendo con la introducción del GPS.

A partir de ese momento únicamente se han efectuado líneas entre puntos medidos con GPS, polígonos de población, estaciones mareográficas y se han repetido secciones concretas de la red de nivelación por alguna causa justificada.

En la figura 3.7 podemos ver la totalidad de las redes de nivelación observadas entre 1925 y 1984.

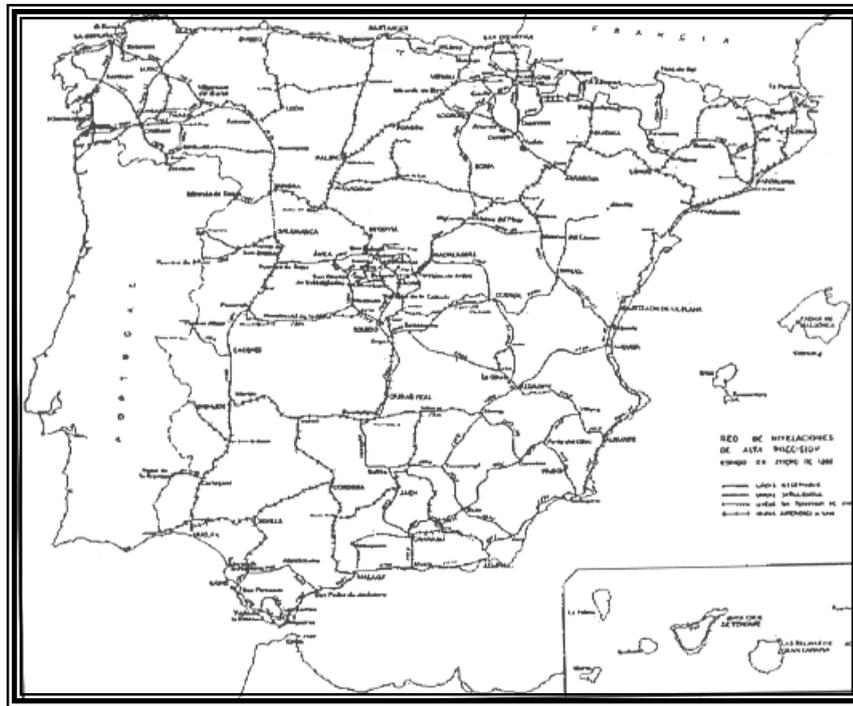


Figura 3.7: Red de nivelación observada entre 1925 y 1984. (Giménez 1998).

### 3.1.2 Trabajos actuales relacionados con las redes de nivelación

Durante el año 1997 el área de geodesia del IGN realizó los trabajos relacionados con las redes de nivelación que a continuación se destacan (Barbadillo 1999):

- Red de nivelación de las Canarias a cargo del IGN.
- Recopilación, validación y carga en soporte magnético de la información relativa a las redes peninsulares NAP como primer paso para la creación de una base de datos de nivelación.

En 1999 el IGN comenzó un proyecto para el enlace geodésico entre España y Francia financiado por el CNIG y la Unión Europea. Dentro de este proyecto se contempla el enlace entre las diferentes redes de nivelación, trabajos que deberán terminar en el año 2001 (Barbadillo 2000).

Para la inclusión de la red española de alta precisión dentro de la Red Europea Unificada de Nivelación (UENL) se realizó, en 1999, un nuevo ajuste de la misma por parte del IGN, dotando de nuevos números geopotenciales ajustados a los 59 nodos de las 81 líneas de nivelación (10555 Km totales de nivelación), el resultado final se ha llamado Sistema de Referencia Altimétrico RNAP98 ([http://www.gfy.ku.dk/~iag/Spain\\_bi.htm](http://www.gfy.ku.dk/~iag/Spain_bi.htm)). La UENL tiene por objetivo establecer un datum vertical europeo con precisión de un decímetro, unificando las diferentes redes de nivelación y estableciendo como punto fundamental de referencia Amsterdam, para concluir en el futuro Sistema Vertical Europeo (EVS2000) que constará de estaciones permanentes GPS, la red UENL, el geoide

europeo gravimétrico y medidas de mareógrafos a lo largo de las costas Europeas (Adam et al. 1999 a).

### 3.2 GRAVIMETRIA Y REDES GRAVIMÉTRICAS

Todos los cuerpos terrestres son atraídos por la fuerza de gravedad, la aceleración asociada es llamada aceleración de la gravedad siendo una cantidad variable con el tiempo y la localización y siendo dependiente de la distribución interna de las masas terrestres, de la fuerza centrífuga, de la atmósfera y de la interacción de la tierra con los cuerpos celestes, especialmente el Sol y la Luna.

La gravedad contiene información sobre el lugar de medición (utilidad geodésica), sobre la distribución de las masas en el interior de la tierra (utilidad geofísica), y, en caso de medidas repetidas en el tiempo, sobre variaciones temporales en la corteza terrestre (utilidad geodinámica), ya que la distribución de masas está sujeta a variaciones en el tiempo.

Algunas de las utilidades de la gravimetría y de las redes gravimétricas son:

- ✓ *Metrología*: Cualquier científico que estudie las fuerzas y sus cantidades derivadas necesitará conocer la aceleración de la gravedad. El campo de la mecánica podría ser el más relacionado con este problema metroológico [Torge 1989a], [Torge 1989b].
- ✓ *Astronáutica y navegación por satélite*: En estas disciplinas el conocimiento del campo gravitatorio es necesario para el cálculo de las órbitas de los satélites naturales (astronáutica y cosmología) y artificiales (navegación por satélite –GPS–) (Leik 1990), (Seeber 1993).
- ✓ *Oceanografía*: Cada vez es mayor el interés en la obtención de información sobre la circulación oceánica, desarrollada a partir de modelos de circulación global donde se deberá conocer el geoide global para deducir la topografía de la superficie oceánica (Balmino 1986), (Nerem et al. 1995), (Rapp 1996).

Será necesaria la gravimetría en las estaciones mareográficas para eliminar el efecto del movimiento vertical de la superficie terrestre en las determinaciones del nivel medio del mar (aspecto en fuerte relación con estudios sobre el cambio climático), (Baker 1993), (Zerbini 1998).

- ✓ *Geofísica y Prospecciones Geofísicas*: El campo gravitatorio externo es un reflejo de las variaciones de densidad internas del planeta, con las medidas gravimétricas podemos sondear la corteza terrestre, interpretar esos valores de gravedad y relacionarlos con los cuerpos y procesos geológicos (Delgado 1985); podemos hacernos así una idea del relieve gravimétrico con los correspondientes mapas de anomalías Bouguer y relacionarlos con las grandes estructuras geológicas e isostáticas (Hipkin et al. 1994). Con todo esto la gravimetría nos puede ayudar en las prospecciones o búsquedas de materiales, donde su mayor campo de aplicación recaerá en la búsqueda de depósitos de hidrocarburos (gas y petróleo esencialmente (Paterson et al. 1985)) y minerales (Bell 1998), teniendo en cuenta que cuanto mayor diferencia de densidad exista entre las rocas encajantes y el cuerpo buscado, con mayor éxito puede ser utilizada la prospección gravimétrica. Con esta misma filosofía la gravimetría es usada en Ingeniería Civil y en arqueología al ser un método no destructivo de búsqueda y más barato que los métodos de prospección sísmica (Friedrich et al. 1996), (Padín et al. 1999).
- ✓ *Geología*: El interés de la gravimetría sobre la geología radica en el mismo principio que sobre la geofísica: la gravimetría es capaz de reflejar las desigualdades de

densidad de las rocas en profundidad, por lo que permiten deducir variaciones litológicas y características estructurales, complementando así la información obtenida con la geología de superficie (Casas et al. 1987). Además puede permitir la correlación entre recientes movimientos tectónicos, sísmicos, volcánicos, variaciones hidrogeológicas, etc con cambios anormales en los valores gravimétricos (Di Filippo et al. 1994).

- ✓ *Geodinámica*: Cambios de gravedad continuos con el tiempo, puestos en evidencia a partir de mediciones repetidas en los mismos puntos, muestran información importante sobre desplazamientos de masas terrestres de carácter global, regional o local. De esta forma se puede investigar procesos tectónicos, compensaciones isostáticas postglaciares, compactación de sedimentos, etc, (Ekman et al. 1987), (Torge 1989 a), (Ekman 1989); pero el campo donde más se está investigando actualmente es en la predicción de terremotos y actividad volcánica cuyos efectos suelen venir precedidos de cambios en los valores de gravedad causados por procesos internos de desplazamientos geodinámicos (Torge 1889 a), (Becker et al. 1992), (Boedeker 1992), (Christie 1994).
- ✓ *Ingeniería Civil*: La gravimetría será una herramienta muy eficaz en obras de ingeniería para el establecimiento de un único marco de referencia altimétrico, imprescindible si la obra conecta países vecinos, (Hipkin et al. 1994), y ayudará al estudio de las ubicaciones idóneas de las cimentaciones sin necesidad de realizar catas (Sharma 1997), (Yule et al. 1998), etc.
- ✓ *Geodesia*: Actualmente, si eliminamos las observaciones puramente locales, todas las medidas geodésicas de precisión necesitan que los efectos de la gravedad y del campo gravitatorio deban ser tenidos en cuenta. La definición de un Datum vertical al que referir las alturas no podrá definirse de otra manera que no sea a partir de medidas gravimétricas (determinación de modelos globales de geoide), lo que lleva a que las medidas altimétricas deban estar acompañadas de medidas gravimétricas para estar referidas a un mismo y único datum vertical (Hotine 1969), (Heiskanen et al. 1985), (Vanicek et al.1986), (Sjöberg 1990), (Rapp 1993).

### 3.2.1 Breve historia de la gravimetría

El desarrollo de la gravimetría ha ido fuertemente ligado al avance de la tecnología necesaria para su aplicación y a los objetivos, cada vez más influyentes, que con ella perseguían las disciplinas geodésicas y geofísicas, lo que ha llevado, en los últimos 300 años, a la continua cobertura de los continentes y océanos con medidas gravimétricas de mayor precisión.

Siguiendo a Torge (Torge 1989 a), (Torge 1989 b), se podrían definir dos etapas fundamentales dentro de la gravimetría, la primera de ellas recorrería la historia hasta el siglo XX donde se establecen los principios teóricos y se realizan mediadas con péndulos y el siglo XX, donde el continuo avance tecnológico provoca la aparición de nuevos instrumentos de medición y la generalización de la gravimetría como herramienta de prospección geofísica.

- *Primera etapa*: Establecimiento de los principios teóricos y primeras medidas (siglos XVI, XVII y XVIII).

En el siglo XVI, Galileo-Galilei (1564-1642) efectuó las primeras medidas de la aceleración de la gravedad, Kepler (1571-1630), con sus leyes abrió el camino para que Newton (1642-1727) dedujese la ley de gravitación universal y obtuvo el primer valor para la constante de gravitación universal mediante cálculos considerando el

período de la luna (Spiridónov 1986), deduciendo que la tierra debía ser achatada por los polos, valor que no pudo ser comprobado mediante un experimento en condiciones terrestres hasta 1798, por el físico inglés Cavendish (1713-1810).

El desarrollo físico y matemático de esta época es impresionante, nombres como los de Gauss (1777-1855), Euler (1707-1783), Vening-Meinesz (1887-1966) y las escuelas inglesa: Green (1793-1841), Taylor (1685-1731), Pratt (1809-1871), Airy (1801-1892), Stokes (1819-1903) y francesa: Bouguer (1698-1758), Clairaut (1713-1758), Lagrange (1736-1831), Fourier (1768-1830), Poisson (1781-1840), Laplace (1749-1827), Legendre (1752-1833), fundamentaron y extendieron la teoría del potencial lo que completó las herramientas matemáticas necesarias para la utilización de las medidas gravimétricas.

Hasta el siglo XX el instrumento de medida fue el péndulo, y en las primeras décadas del siglo XIX se desarrollaron técnicas de medición e instrumental para uso en campo (péndulo reversible de Kater (1818)), siendo a finales del siglo XIX cuando el Austriaco R. von Sternek construyó su péndulo extendiendo las medidas de gravedad relativas. Eötvös (1848-1919), introdujo entre 1890 y 1892 el péndulo de torsión, perfeccionando la balanza de torsión que lleva su nombre, la cual permite medir pequeñas variaciones en el gradiente y curvatura de las superficies equipotenciales del campo gravitatorio terrestre.

- *Segunda etapa:* A continuación se recogerán algunos aspectos importantes sobre el desarrollo de la gravimetría en el siglo XX que pueden ayudar a definir un marco de desarrollo histórico dividido en décadas.

PRIMERA MITAD DEL SIGLO XX: Desarrollo de balanzas de torsión y de gravímetros, así como de levantamientos gravimétricos regionales con propósitos geofísicos.

#### PRIMERA DÉCADA

- √ Sistema de Gravedad de Viena (1900).
- √ Fórmula de gravedad normal de Helmert (1901).
- 1900-1909** √ Se comienza utilizar la balanza de torsión desarrollada por R. von Eötvös (1896) para observaciones en campo (1908).
- √ J. F. Hayford: trabajos sobre el modelo de Pratt de isostasia y sobre el elipsoide terrestre (1909).
- √ Sistema de Gravedad de Potsdam (1909).

#### SEGUNDA DÉCADA

- √ M. P. Rudzki publica *Physik der Erde* (1911).
- √ A. Wegener: Teoría de la deriva continental (1912).
- √ W. Schweydar es el primero en estudiar las mareas terrestres debidas a los efectos gravitacionales de la luna y el sol mediante gravímetros bifilares (1914).
- 1910-1919** √ W. Bowie: investigaciones sobre isostasia (1917).
- √ W. Schweydar: primeras mediciones con balanza de torsión en domos salinos en el norte de Alemania (1918).
- √ Se hace extensivo el uso de balanzas de torsión en la prospección petrolífera.
- √ Se crea la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica, IUGG (1919).

### TERCERA DÉCADA

- √ En los comienzos de esta década se incrementan las mediciones con péndulo relativo gracias a la instrumentación de Sterneck.
- √ F. A. Vening-Meinesz realiza las primeras observaciones en océanos sobre plataformas móviles (1921).
- √ W. H. Heiskanen: investigaciones sobre el modelo de Airy de isostasia (1924).
- 1920-1929** √ Domo salino de Nash (Tejas, EE.UU.): primer campo petrolífero descubierto con métodos geofísicos (1924).
- √ Hasta finales de esta década fueron descubiertos 16 domos salinos por medio de exploraciones con balanzas de torsión que dieron como resultado el descubrimiento de hidrocarburos.
- √ Los datos del elipsoide obtenidos por J. F. Hayford en 1909 fueron adoptados para el Elipsoide Internacional de Referencia por la asociación Internacional de Geodesia (IAG) en 1924.
- √ W. H. Heiskanen: determinación de fórmulas de gravedad normal a partir de datos gravimétricos, incluyendo elipsoides triaxiales (1924).

### CUARTA DÉCADA

- √ F. A. Vening-Meinesz: investigaciones sobre isostasia (1931).
- √ H. Jeffreys propone la determinación del geoide gravimétrico (1931).
- √ Comienzan a fabricarse los primeros modelos de gravímetros estáticos o de resorte elástico: F. Holweck y P. Lejay (1930); O. H. Truman (1930); A. Schuleusener (1934).
- 1930-1939** √ R. A. Hirvonen realiza el primer cálculo del geoide a partir de valores gravimétricos (1934).
- √ A. Guillet propone la idea del método de caída libre para mediciones gravimétricas (1938).
- √ Aparecen gravímetros basados en la astatización: A. Graf (1938); A. Hoyt (1938); L. J. B. LaCoste (1939).
- √ En la prospección petrolífera el empleo de gravímetros estáticos desplaza casi totalmente a las balanzas de torsión.

### QUINTA DÉCADA

- √ La cantidad de observaciones gravimétricas se incrementa considerablemente: N. F. Shuravlev dispone de más de 10000 valores (1940).
- √ Comienzan a formularse los fundamentos teóricos de la gravimetría aplicada: L. L. Nettleton (1940); S. Hammer (1945).
- √ L. L. Nettleton edita el libro *Geophysical Prospecting for Oil* (1940).
- 1940-1949** √ Desde 1940 se utilizan gravímetros submarinos posicionados en el fondo marino para el estudio de las plataformas continentales.
- √ Ch. Volet realiza la primera medición por el método de caída libre con una precisión de 1 mGal (1946).
- √ Se evalúan los datos gravimétricos observados a nivel mundial, encontrándose discrepancias y distribución bastante heterogénea: C. Morelli (1946); R. A. Hirvonen (1948).
- √ S. P. Worden desarrolla el gravímetro con muelle de cuarzo (1948).

SEGUNDA MITAD DEL SIGLO XX: Desarrollo de instrumentos de caída libre para las mediciones absolutas; mediciones en plataformas móviles; gravímetro superconductor; y realización de levantamientos gravimétricos de alta precisión con fines geodésicos, geofísicos y geodinámicos.

#### SEXTA DÉCADA

- √ G. P. Woollard demuestra la validez de los gravímetros de resorte, usando un gravímetro tipo Worden, para medir grandes diferencias de gravedad (1950).
- √ Desde el comienzo de esta década se renuevan las redes gravimétricas nacionales.
- √ A partir de 1957 se generaliza la utilización de gravímetros marinos, quedando obsoletas las mediciones pendulares en los submarinos: A. Graf (1957); L. J. B. LaCoste (1959).
- 1950-1959** √ W. A. Heiskanen tiene a su disposición unos 170000 valores de gravedad (1957).
- √ A partir de los comienzos de 1958 el análisis orbital de los satélites artificiales proporcionan información de las componentes de longitud de onda larga del campo gravífico terrestre.
- √ Se realizan las primeras mediciones con gravímetros aeroportados, en aviones (1959).

#### SÉPTIMA DÉCADA

- √ Desde el comienzo de esta década, gracias al desarrollo de los ordenadores, se aumentan las posibilidades de modelización de la distribución de las masas terrestres respecto a los datos gravimétricos observados (problema inverso).
- √ A partir de 1960 es posible reobservar con gravímetros más modernos en diversas regiones del planeta: determinación de variaciones locales de gravedad (geodinámica, ingeniería).
- √ Teoría de expansión del suelo oceánico: R. S. Dietz (1961); H. H. Hess (1962).
- √ Z. Fajklewicz introduce el concepto de la *microgravimetría* (1963), entendido actualmente como mediciones con precisión de un microgal.
- 1960-1969** Comienzan a utilizarse gravímetros en sondeos.
- √ Basándose en el principio del interferómetro de Michelson se obtienen precisiones de  $\pm 0.1 \mu\text{ms}^{-1}$  para una región: A. Sakuma (1963); J. E. Faller (1963).
- √ A. H. Cook realiza mediciones gravimétricas con el método de ascenso y caída libre, experimento simétrico (1965).
- √ Teoría de la tectónica de placas: D. P. McKenzie y R. L. Parker (1967); W. J. Morgan (1968).
- √ Se empiezan a desarrollar los gravímetros superconductivos: W. A. Jr. Prothero y J. M. Goodkind (1968), basados en que la fuerza de gravedad actuante sobre una masa testigo es compensada por una fuerza magnética controlada.
- √ Primeras mediciones gravimétricas en la Luna: Apolo 11 (1969).
- √ Publicación del libro *Physical Geodesy* por Heiskanen y Moritz (1969).

## OCTAVA, NOVENA Y DÉCIMA DÉCADAS

**Desde  
1970  
hasta  
nuestros  
días.**

- √ Esta etapa supone el fin de las mediciones absolutas por medio de péndulos.
- √ Importante desarrollo tecnológico y metrológico tanto en los gravímetros absolutos como relativos.
- √ A partir de 1970 son operativos gravímetros absolutos transportables.
- √ Desde los 70 LaCoste-Romberg empieza a fabricar gravímetros con precisión de varios microgales: microgravímetros.
- √ La Asociación Internacional de Geodesia (IAG) propone un nuevo sistema de referencia: *IGSN 71 (International Gravimetry Standardization Net 1971)*, por lo que el Sistema de Gravedad de Potsdam deja de ser válido en 1971.
- √ Se desarrolla a partir de la década de los 80 los gradiómetros superconductores. A partir de los 90 se utilizan en los satélites artificiales.
- √ U. S. Defense Mapping Agency cuenta con más de 11 millones de valores de gravedad observados.
- √ Desde 1986 se vienen realizando experimentos con balanzas de torsión en aviones.
- √ Se progresa en el estudio de variaciones temporales de la gravedad, estableciéndose redes de alta precisión, fundamentalmente con gravímetros LaCoste-Romberg, y con gravímetros superconductivos se obtiene mejoras de precisión notables.

### 3.2.2 Breve historia de la gravimetría en España

En España los estudios sobre la determinación de la gravedad fueron iniciados en 1877 por el geodesta C. Joaquin Barraquer con las observaciones realizadas con un péndulo de inversión tipo Repsold, en el entonces edificio del Instituto Geográfico y Estadístico, siendo él mismo quien entre 1882-1883 realizó, con cuatro péndulos del mismo tipo, la primera determinación absoluta de la gravedad en la biblioteca del Observatorio Astronómico de Madrid (Sans Huelin 1946), (Sans Huelin et al. 1948), (Mezcua et al. 1996).

Posteriormente, en el período comprendido entre 1892 y 1897, se observaron las estaciones de Pamplona, La Coruña, San Fernando, Barcelona, Valencia y Granada por distintos geodestas, obteniendo un total de 8 estaciones con gravedad absoluta conocida. Por aquella época comenzaron a generalizarse en diversos países las observaciones relativas gracias al perfeccionamiento en la construcción de los péndulos que permitía asegurar su longitud. Encargado en 1901 el Ingeniero Geógrafo D. José Galbis de estudiar la cuestión, presentó una memoria en la que propugnaba la sustitución de las determinaciones absolutas por las relativas. Como consecuencia de esto, se propuso la adquisición de un equipo pendular Sterneke, que se recibió en el Instituto en 1903, en cuyo año tuvo lugar la primera campaña de medidas relativas, observadas por el Ingeniero Galbis en varios puntos de la costa Sur, (Sans Huelin et al. 1948).

En el primitivo proyecto de observaciones relativas españolas se distribuyeron las estaciones a lo largo de los principales meridianos y paralelos, proyecto que se amplió más tarde a la instalación de estaciones en las islas Baleares, Canarias, región Norte de Marruecos e isla de Alborán. Con todo esto hacia 1920 se disponía de 93 estaciones pendulares en toda España y 4 en Portugal que permitieron la realización, por Sans

Huelin, del primer estudio de anomalías aire-libre y Bouguer en la Península Ibérica; posteriormente se publicó el mapa de anomalías isostáticas de una parte de la Península Ibérica para el mismo número de estaciones.

Hasta el año 1943 se observó anualmente una campaña por el procedimiento de relativas, excepto los años 1910, 1911, 1913, 1925, 1937, 1938, y 1939 (Sans Huelin 1946), llegando a un total de 208 al final del año 1949, en las que van incluidas cuatro observaciones realizadas en Portugal en el año 1923 y la observación en el Observatorio Astronómico de París en 1933, con ocasión del enlace gravimétrico internacional Madrid-París París-Madrid; estas 208 estaciones sirvieron a Huelin y Lozano para estudiar, bajo diferentes expresiones de la gravedad normal, las anomalías de Bouguer de la Península Ibérica, (Sans Huelin et al. 1948). El resultado de este trabajo concluye en la gran similitud de las anomalías así obtenidas, siendo las correspondientes al elipsoide de Helmert de 1901 con el que se obtiene la menor anomalía media cuadrática para toda la Península, este mismo trabajo establece una interpretación isostática de las anomalías en función de la topografía sobre 48 estaciones de las que se disponía de mapas, a escala conveniente, con curvas de nivel y se presentan los resultados en 5 mapas de anomalías Bouguer para las distintas gravedades normales a escala 1:3.000.000.

En 1943 se comenzó en la provincia de Huelva la determinación rápida de valores de la gravedad utilizando el gravímetro electromecánico Askania núm. 25, adquirido por el Instituto Geográfico en 1942, y cuya utilización se centró casi exclusivamente en la medición de perfiles gravimétricos en aquellas zonas en que se justificaba su investigación detallada debido al interés minero que presentaba, en cuyo caso se situaba la provincia Onubense. A pesar de este nuevo método de medida rápida de la gravedad subsistió siempre la medida con péndulos para el conocimiento preciso de la gravedad en las estaciones principales.

Posteriormente, durante los años sesenta, se producen unas campañas de observación relativa con gravímetros que incrementan notablemente el número de observaciones. El objetivo existente detrás de este aumento de observaciones se encuentra dentro de un proyecto consistente en publicar los mapas de anomalías de Bouguer para las distintas provincias a escala 1:200.000. En 1961 Lozano publica el mapa de la corrección topo-isostática en la España Peninsular según la teoría de Airy-Heiskanen con un espesor de corteza de 20 y 30 Km. En 1964 este mismo autor realiza un estudio de Anomalías aire-libre y Bouguer-Isostática para España a escala 1:2.000.000 (IGN 1972).

Más adelante, debido al espectacular incremento de observaciones realizadas, se publica el avance de un futuro mapa de anomalías a escala 1:2.000.000 en el que se utilizan 236 valores de gravedad para España, 43 para Portugal y 21 para el sur de Francia (IGN 1972). También se utiliza, como gravedad normal, la fórmula de Cassini, basada en el elipsoide de Hayford, y mediante tablas de conversión se obtienen las anomalías con relación al sistema 1967, teniendo en cuenta la nueva observación de la gravedad en el datum fundamental de Postdam, (IGN 1972).

Debido a que el número de observaciones siguió aumentando de forma continua durante la década de los setenta, el Instituto Geográfico Nacional realizó un avance del mapa gravimétrico y posteriormente, en la VII Reunión de la Comisión Internacional de Gravimetría celebrada en París en 1974, se presentó un adelanto, correspondiente al cuarto noroccidental de la Península Ibérica, del futuro mapa de Anomalías de Bouguer a escala 1:1.000.000 en cuatro hojas. En esa publicación se anuncia también el proyecto de edición de los mapas gravimétricos a escala 1:500.000 en nueve hojas, que cubrirían todo el territorio peninsular, que no ha llegado a ultimarse.

En la década de los setenta se ve claro la necesidad de homogeneización de los datos gravimétricos, por lo que se establece la Red Gravimétrica Fundamental en 1973 de la que se hablará en el apartado 3.2.3. Una vez establecida la red el incremento de observaciones fue espectacular, produciéndose una importante densificación de observaciones en todo el territorio, en especial sobre las Islas Canarias y Baleares (Alonso 1974), (Sevilla et al. 1974), (Casas et al. 1979), empezando a desarrollarse proyectos para la determinación de las componentes de marea para la península Ibérica (Torroja et al. 1974), (Ortiz et al. 1974), (Vieira et al. 1981), (Vieira 1981), (Torroja et al. 1981)

A principios de los ochenta se elabora, por parte del IGN, una base de datos de señales gravimétricas que tiene como misión ofrecer al usuario una información total y rápida de la gravimetría de una determinada zona de investigación. De esta forma se puede almacenar toda la información existente en los archivos del IGN que haya sido observada por el mismo instituto o por otras empresas u organismos públicos que lo hayan ofrecido.

El avance informático aconsejó la renovación de la base de datos y en 1983 se introdujo en soporte Microsoft Access y se la llamó GRAVIMET. Los datos que aparecen en esta base de datos corresponden a las observaciones realizadas por el IGN desde 1960 y que han podido ser homogeneizadas gracias a la Red Gravimétrica Fundamental de España de 1973; el total de registros en Diciembre de 1995 era de 32.976, figura 3.8.



**Figura 3.8:** Distribución de las observaciones gravimétricas contenidas en la base de datos GRAVIMET (Mezcua et al.1996).

Con esta base de datos se han elaborado los mapas de anomalías de Bouguer refinada y Aire-Libre a escala 1:1.000.000 publicadas por el IGN en 1996, con equidistancia de las isolinéas de 2 mgals (Mezcua et al. 1996), así como diferentes estudios e investigaciones para el establecimiento de un geoide de precisión en la península Ibérica. (Gil 1993), (Sevilla, 1995), (Sevilla 1997).

Actualmente cualquier usuario puede adquirir los valores en formato digital de esa base de datos comprándolos al IGN.

Hoy en día los trabajos gravimétricos realizados en España se refieren principalmente a estudios sobre la observación, análisis y determinación de los parámetros de las ondas de marea (Camacho et al. 1990), (Toro et al. 1993), (Arnosó et al. 2000), (Venedikov et al. 2000), estudios geodinámicos y oceanográficos a partir del registro de datos gravimétricos continuos (Arnosó et al. 1998 a), (Arnosó et al. 1998 b), (Vieira et al. 1998 a), estudios y campañas gravimétricas de carácter regional, como la campaña REGENTE (Barbadillo et al. 1996), o de carácter local en Islas o zonas sísmicas (Bastos et al. 1998), (Camacho et al. 1998), (Montesinos et al. 1998), (Vieira et al. 1998 b), (Camacho et al. 2000) y campañas microgravimétricas (Camacho et al. 1996).

Las directrices de avance actuales del IGN pasan por el establecimiento de un servicio gravimétrico en Toledo y por la adquisición de un gravímetro absoluto.

### **3.2.3 Breve historia de las redes gravimétricas mundial y peninsular**

En cuanto a la historia de las redes gravimétricas se puede decir que empezó en 1862 cuando la IAG (Asociación Internacional de Geodesia) incluyó las medidas gravimétricas y el estudio del campo gravitatorio en su programa científico, con este empujón se desarrollaron nuevos instrumentos y se aumentaron las medidas, llegando a las 1400, aproximadamente en todo el mundo, en 1900 (Torge 1997).

El desarrollo de aparatos precisos que miden diferencias de gravedad relativas puso en evidencia la escasa precisión de las determinaciones de gravedad absolutas de las estaciones sobre las que se apoyaban, con lo que la necesidad de un único sistema de referencia con precisión suficiente resultó obvio.

El principio básico para el establecimiento de tal sistema de referencia fue establecido por F.R. Helmert, quien fue director de la IAG Central Bureau en Berlín (luego llamado Postdam) en 1886, y que se definió como la medida de gravedad absoluta con gran precisión en un único punto (o unos pocos) y referir a este punto el resto de medidas relativas hasta obtener así una cobertura mundial. Surgió así el sistema gravimétrico de Viena, adoptado en la XIII conferencia general de la IAG celebrada en París en 1900, basado en la medida absoluta de la gravedad en el Instituto Geográfico Militar de Viena llevada a cabo en 1884 y que fue considerado el punto con determinación más precisa de los conocidos hasta el momento; así se refirieron las 1400 estaciones de que antes se hablaba a este punto fundamental, la mayoría de esas 1400 estaciones habían sido observadas con péndulos relativos.

Helmert enseguida supuso un error sistemático en la medida de Viena de unos 15-20 mgal por comparación con los valores de gravedad absolutos observados en Postdam. Como consecuencia Helmert inició una nueva determinación absoluta de la gravedad en Postdam entre 1898 y 1904 usando 5 péndulos reversibles que dio como resultado un valor de  $g=981274 \pm 3 \text{ mgal}$  conectando un total de 2700 estaciones observadas con péndulos relativos a ese punto e introduciendo así el sistema Postdam, adoptado por la IAG en su XVI asamblea general celebrada en Londres en 1909.

Este sistema fue el usado como referencia para los trabajos gravimétricos hasta las postrimerías de la década de los 60. A pesar de esto, el sistema Postdam tiene el grave problema de que únicamente existe ese punto como fundamental y, por tanto, no hay una definición clara de una red gravimétrica mundial de estaciones de referencia, con lo que las posteriores redes gravimétricas continentales, nacionales y regionales van perdiendo precisión a medida que se alejan de ese punto fundamental. Por otro lado el valor de

gravedad de Postdam fue sospechoso de poseer un error sistemático de 15-20 mgal a partir de mediciones absolutas realizadas en otros puntos que se conectaban con él a finales de la década de los 40, lo cual transfería errores de la misma magnitud a las redes apoyadas en él. Tomándose la decisión, a finales de los 40, de que el valor en Postdam no era aceptable, y, sobretodo, que podía ser mejorado gracias a los nuevos péndulos reversibles y gravímetros absolutos de caída libre, que se fueron desarrollando a lo largo de los años 50 y 60.

Después de algunos intentos más o menos fructíferos de unificación y desarrollo para el establecimiento de una red gravimétrica, como el European Calibration System 1962 (Boedecker et al. 1986), que comprendía 27 estaciones europeas con errores entre 0.05 y 0.26 mgal conectadas con Postdam, y la absoluta necesidad de un marco de referencia mundial, surgió la International Gravity Standardization Net 1971 (IGSN71) adoptada en la XV asamblea general de la IUGG (International Union of Geodesy and Geophysics), celebrada en Moscú en 1971.

Esta red supuso la obtención de 1854 estaciones de gravedad conocidas distribuidas por todo el mundo (500 puntos primarios y los demás excentros de las propias estaciones) derivados de un ajuste mínimo cuadrático a partir de 10 medidas de gravedad absoluta sobre 8 estaciones distribuidas por todo el globo, observadas con gravímetro absoluto transportable de caída libre construido por Hammond y Faller y con precisión de 10-50  $\mu$ gales (Torge 1989 a). Los lugares de medición y su valor de gravedad se detallan en la tabla 3.1 y la figura 3.9 (Hammond et al. 1971).

Estas mediciones supusieron la primera vez que valores de gravedad absoluta eran observados y comparados en el mismo lugar (las medidas absolutas se repitieron en Colombia y Massachusetts), la primera vez que se realizaban medidas absolutas transportando el gravímetro transoceánicamente y la primera de las series de determinaciones absolutas sobre la línea de calibración Norteamericana (Hammond et al. 1971). Estos 8 valores absolutos de la gravedad, así como el valor corregido de gravedad absoluta para Postdam: *980260.0 mgal* (Caturra 1992) constituyen los puntos fundamentales de la red gravimétrica mundial IGSN71.

Para efectuar la calibración de los gravímetros relativos a utilizar se efectuaron 1200 conexiones con péndulos relativos mostrando una concordancia de  $2 \cdot 10^{-5}$  con los valores absolutos. Finalmente se realizaron aproximadamente 24000 mediciones relativas con los gravímetros calibrados para cubrir esta red de 1854 estaciones; los gravímetros relativos más usados fueron los modelo Lacoste&Romberg (con una precisión de 30-50  $\mu$ gal aproximadamente), aunque gravímetros Western, Noth-American y Askania fueron utilizados, en particular en la región Euro-Africana (con precisiones de 50-100  $\mu$ gal).

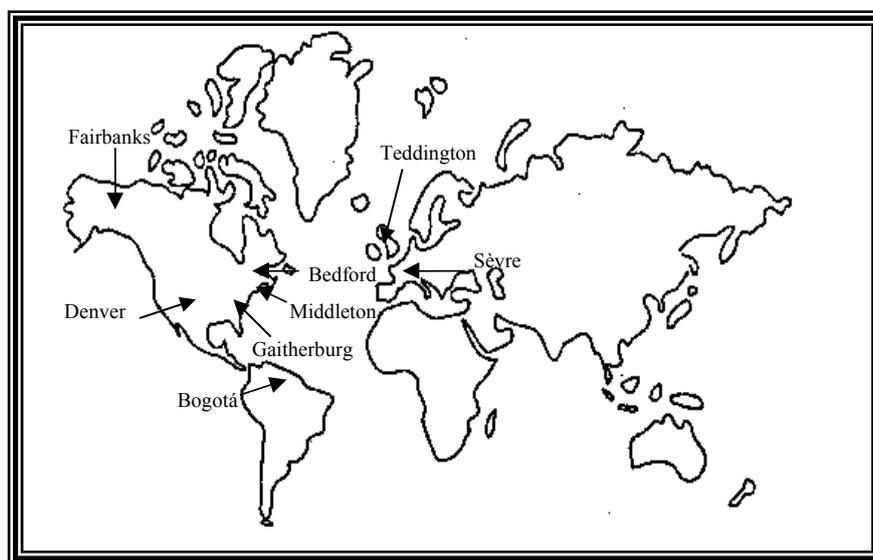
La precisión media de la red obtenida después del ajuste es de alrededor de 0.1 mgal, aunque existen zonas, como por ejemplo el centro de Europa, con errores de 0.01 mgal y con una precisión relativa del conjunto de la red mundial entorno a 0.01 mgal sobretodo en las líneas de calibración. La precisión de esta red es de dos órdenes de magnitud mejor que el sistema de referencia de Postdam, con una corrección media a los valores determinados por ese sistema de  $-14 \text{ mgal} \pm 0.03 \text{ mgal}$  (Casas et al. 1987), (Torge 1997).

Este sistema de referencia fue adoptado inmediatamente como estándar para todas las redes gravimétricas nacionales de referencia (Boedecker et al. 1986), (Haller et al. 1988) (Sevilla et al. 1990), (Charles et al. 1994), (Subiza et al. 1997), extendiéndose finalmente hasta el Este de Europa, Rusia y China. La calidad del sistema de referencia IGSN71 ha sido testificada en numerosas ocasiones, especialmente a través de medidas absolutas de la gravedad en puntos de la propia red o enlazados a ella con gravimetría

relativa de precisión (Xingli et al. 1986), (Haller et al. 1988), (Torge et al. 1994), (Subiza et al. 1997).

**Tabla 3.1:** Lugares de medición absoluto y valor de los puntos de la red IGSN71 (Hammond et al. 1971).

LUGAR DE MEDICION	VALOR EN MILIGALES
National Bureau of Standards, Gaitherburg, Maryland, Washington, EEUU.	980102.394±0.055
National Physical Laboratory, Teddington, Inglaterra.	981181.930±0.042
Bureau International des Poids et Mesures, Sèvres, Francia.	980925.960±0.041
Air Force Cambridge Research Laboratories, Bedford, Massachusetts, EEUU.	980378.671±0.042
Geophysics Institute, University of Alaska, Fairbanks, EEUU.	982234.953±0.042
Universidad Nacional de Colombia, Bogota.	977390.015±0.087
University of Denver, Colorado, EEUU.	979597.708±0.042
Scott Laboratory of Physics, Wesleyan University, Middleton, Connecticut, EEUU.	980305.306±0.041



**Figura 3.9:** Ubicación de los puntos de medición absoluta de la gravedad pertenecientes a la red IGSN71.

Las estaciones situadas en España pertenecientes a la IGSN71 se pueden ver en la tabla 3.2 (Caturla 1992).

**Tabla 3.2:** Ubicación y valores de los puntos de la red gravimétrica IGSN71 situados en España (Caturla 1992).

Número	Lugar	Valor de la gravedad	Error Estandar
14503 A	Madrid	979966.52	0.023
B		66.32	0.025
C		55.61	0.021
J		84.14	0.024
K		84.11	0.021
L		77.18	0.035
M		92.51	0.019
N		81.35	0.019
18012 J	Barcelona	980306.23	0.025
L		06.39	0.027
10966 K	Rota	979851.31	0.099
P		48.69	0.101
14492 J	Mallorca	980163.10	0.033
K		61.75	0.036

En 1973 fue establecida la Red Gravimétrica Española de Primer Orden (REDGRAES) (Sevilla et al. 1990), (Gil, 1993), o Red Gravimétrica Fundamental Española 1973 (RGFE73), (Caturla, 1992), establecida por las medidas efectuadas por equipos conjuntos del Instituto Geográfico Nacional y la Defense Mapping Agency Topographic Center (DMATC), actualmente (DMA) de los EEUU, apoyándose en los puntos de la IGSN71 de Barcelona J y Madrid C, quedando fuera del ajuste Rota y Mallorca debido al elevado error en dichas estaciones.

Las observaciones fueron realizadas siguiendo itinerarios previamente planificados, con medidas repetidas de ida y vuelta según el esquema ABCDDCBA y en algunos casos repeticiones adicionales sobre todo en estaciones en reposo. Se emplearon cuatro gravímetros Lacoste&Romberg modelo G, en concreto los números 41, 69, 115 y 301. Las medidas fueron hechas por lectura visual del dial del instrumento y anotación manual en el estadillo de campo. Cada medida consistió en dos lecturas consecutivas para cada gravímetro; sin embargo, en los estadillos no consta que las lecturas fueran efectuadas con el gravímetro orientado en ninguna dirección en concreto, tampoco existen medidas de la altura del instrumento ni datos de presión y temperatura, aunque sí se indica la hora de la medición (Gil, 1993). El transporte de los gravímetros se realizó en automóvil en la Península Ibérica y en avión para los enlaces con las islas baleares. La latitud y longitud de estas estaciones fueron tomadas de la cartografía disponible y las altitudes de las estaciones proceden de diversas fuentes, desde nivelaciones de precisión de vértices de la NP y NAP a interpolación en los mapas topográficos.

Los datos de observación recogidos fueron procesados por la DMATC y los resultados fueron comunicados al IGN. En 1991-1992 los resultados fueron revisados por el Instituto de Astronomía y Geodesia (IAG) con el fin de preparar el banco de datos de anomalías gravimétricas del que se hablaba en el apartado 3.2.2, y cuya principal finalidad era su utilización para la determinación del geoide gravimétrico (Sevilla et al. 1990 a), (Gil, 1993), como resultado de ese análisis se detectaron posibles errores en los cálculos de la REDGRAES y la falta de un análisis estadístico de la misma. Por otro lado la red gravimétrica Portuguesa de primer orden fue establecida en 1973 por el Instituto Geográfico e Cadastral apoyándose en el vértice de la IGSN71 Lisboa A y las conexiones entre España y Portugal fueron realizadas entre 1973 y 1976, a pesar de esto no se había

realizado un ajuste global, necesario si se desea obtener un geoid de precisión para la Península Ibérica, así que se procedió a un ajuste conjunto dando lugar a la red gravimétrica de primer orden de la Península (IFOGNET), (Sevilla et al. 1990 a).

Como resumen se puede decir que IFOGNET consta de 136 estaciones contando los excentros, (79 en España y 57 en Portugal), repartidas en 67 itinerarios con 1906 observaciones y 1283 estaciones repetidas, observadas con ocho gravímetros Lacoste&Romberg modelo G: números 41, 59, 69, 86, 103, 115, 301 y 307 y con una desviación estándar de  $0.022 \text{ mgal}$  figura 3.10.



Figura 3.10: Red gravimétrica Española apoyada sobre IGSN71. (<http://www.geo.ign.es>).

### 3.3 MODELOS DE GEOIDE UTILIZABLES EN LA COMUNIDAD VALENCIANA

Los modelos de geoides utilizables en la Comunidad Valenciana pueden tener carácter global (OSU89b, OSU91a, EGM96 y GPM98), continental (EGG97), o regional (IBERGE095), por lo que a continuación se detallan los elementos históricos que han llevado a la consecución de los mismos diferenciando tres clases naturales: modelos globales, continentales y regionales.

#### 3.3.1 Modelos globales

Un modelo geopotencial global es aquel que representa el potencial gravitatorio en sus largas longitudes de onda a partir de sus coeficientes armónicos esféricos del potencial (Rapp 1994 a).

Dubovskii fue el primero en calcularlos, obteniendo 2 expresiones hasta orden 6 en 1937 (Rapp 1997 b), en 1941-1943 Jeffreys usó anomalías aire-libre sobre celdas de  $10^{\circ} \times 10^{\circ}$  para determinar, a partir de un ajuste mínimo cuadrático, coeficientes hasta

grado 4. En 1952 Zhongolovich llegó a grado 8 basándose en análisis de bloque de  $10^{\circ} \times 10^{\circ}$  estimados a partir de aproximadamente 26000 anomalías de gravedad. En 1969 Rapp describió el análisis de una cobertura global de  $5^{\circ} \times 5^{\circ}$  para llegar a un modelo de grado 8.

A partir de ese momento la era del cálculo a partir de datos puramente terrestres pasó a un segundo plano debido a la escasa cobertura y a la gran posibilidad de información que los satélites artificiales empezaban a ofrecer en este aspecto, cambiando el hasta entonces punto de vista que consideraba a la gravedad como una función puntual hacia un punto de vista en el que el campo gravitatorio era visto como una función continua (Rapp 1986). Así el Smithsonian Astrophysical Observatory desarrolló sus modelos SE II y SE III donde se combinaban por primera vez información terrestre con información satélite, el SE II llegaba hasta orden 16 y el SE III hasta orden 18.

La metodología desarrollada por Kaula en 1966 para combinar datos de satélite y terrestres gracias a las relaciones de ortogonalidad con el fin de obtener una solución conjunta se ha seguido usando hasta nuestros días (con pequeñas modificaciones); otra técnica de resolución fue desarrollada por Rapp en 1969 basada en la combinación de los datos terrestres y de satélite a través de ecuaciones normales con los coeficientes del potencial como incógnitas y utilizando técnicas de cuadratura en las matrices (Rapp 1989).

En 1972 la NASA en colaboración con el Goddard Space Flight Center (GSFC) desarrolló el primer modelo GEM basado en observaciones de satélite únicamente hasta orden 12 y, posteriormente, construyó el modelo GEM-2 hasta orden 16 combinando anomalías de gravedad de una cobertura de  $5^{\circ} \times 5^{\circ}$  con los datos satélite utilizando la técnica de cuadratura, así nacieron los modelos GEM.

El modelo GEM-10B de 1981 estaba completo hasta orden 36 utilizando ya datos de altimetría de satélite a partir de 200 pasadas del satélite GEOS-3. El modelo GEM-10C se completó hasta orden 180 utilizando una cobertura global de datos altimétricos y gravimétricos de  $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ , donde los grados 2 a 36 se formaron a partir de los del modelo GEM-10B y los coeficientes 37 a 180 a partir de métodos de cuadratura.

En estos momentos en Europa se desarrollaron los modelos GRIM-1 y GRIM-2 a partir de datos combinados.

A finales de los 70 y principios de los 80 se desarrolló una formulación más rigurosa para el tratamiento del problema, se mejoraron las mediciones satélite introduciendo datos de nuevos satélites (SEASAT y TOPEX/POSEIDON fundamentalmente) y se mejoró y amplió el número de medidas terrestres adicionales.

En 1988 la NASA/GSFC desarrolló el modelo GEM-T1 hasta orden 36 basado únicamente en datos y medidas satélite.

Ya a principio de los 80 empezaron a aparecer los primeros modelos OSU (Ohio State University), el primero fue el OSU81 desarrollado en 1981 completo hasta orden 180 y basado en 42585 medidas terrestres, 37905 valores determinados a partir del satélite altimétrico SEASAT y los coeficientes, como primera aproximación en el desarrollo, de anteriores modelos hasta orden 36 (Rapp 1997 b).

En 1985 nuevas técnicas para la combinación de datos se desarrollaron (soluciones combinadas), que, junto al desarrollo de las computadoras, llevaron a Wenzel al desarrollo del modelo GPM-2 hasta orden 200.

En 1986 Rapp y Cruz describieron el primer desarrollo hasta orden 360 creando una cobertura de 30'X30' de datos gravimétricos y altimétricos (OSU86E y OSU86F).

Así llegamos al desarrollo de los modelos OSU89a y OSU89b que se describen a continuación con más detalle por ser utilizados en la presente tesis, siendo los más comunes hasta la fecha para el cálculo de geoides locales.

### 3.3.1.1 OSU89b

Desarrollado en 1989 por la Ohio State University en colaboración con la U.S. Air Force y la NASA (Rapp et al. 1990 a), (Rapp et al. 1990 b), constituye un modelo de geopotencial hasta grado y orden 360, basado en el modelo satélite GEM-T2 (Marsh et al. 1990) hasta orden 50 combinado con una malla de 30' de anomalías de gravedad provenientes de numerosas fuentes terrestres y de anomalías derivadas de altimetría de satélite (sobre todo de las misiones GEOS3 y SEASAT) hasta completar el modelo.

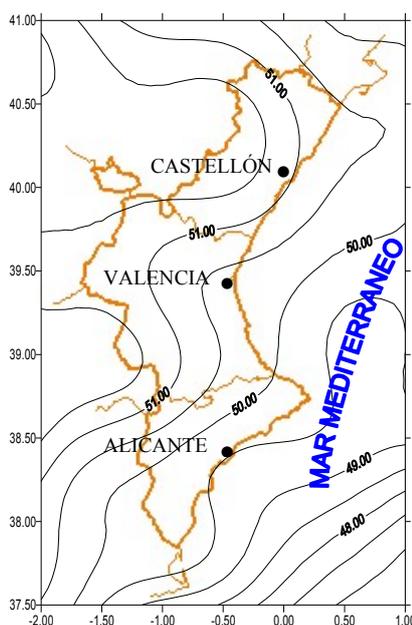
Por aquella época se disponían de más y mejores datos gravimétricos en aquellas zonas que ya disponían de ellos como EEUU, Canadá y Europa, así como de África, América central, Japón, Países Escandinavos, etc, aún así existieron grandes huecos sin datos (Asia, Groenlandia, Partes del Pacífico y del Índico), que fueron rellenados a partir de las predicciones del modelo GEM-T2, dando como resultado la solución OSU89a, o a partir de las predicciones del modelo GEM-T2 hasta orden 36, completado con un modelo topográfico-Isostático basado en el modelo del terreno digital global ETOPO5' hasta orden 360, dando lugar a la solución OSU89b.

Los parámetros elipsoidales a los que la solución de los coeficientes responde son los mismos que para el sistema de referencia GRS80:

$$\begin{aligned} GM &= 3986004.36 \cdot 10^8 \text{ m}^3/\text{sg}^2 & a &= 6378137 \text{ m} \\ \omega &= 7.292115 \cdot 10^{-5} \text{ rd/sg} & 1/f &= 298.257222101 \end{aligned}$$

Evidentemente la precisión del modelo variará con la zona dependiendo de la existencia o no de datos que hayan formado parte para el cálculo de los coeficientes (Rapp 1996), pero efectuando una estimación sobre todas las desviaciones típicas de los coeficientes calculados se llega a un error de  $0.536 \text{ m}$  por comisión y un error de  $0.18 \text{ m}$  por omisión.

La figura 3.11 nos muestra el modelo global OSU89b en la Comunidad Valenciana sobre el elipsoide WGS84.



**Figura 3.11:** Modelo global OSU89b en la Comunidad Valenciana sobre el elipsoide WGS84.

### 3.3.1.2 OSU91a

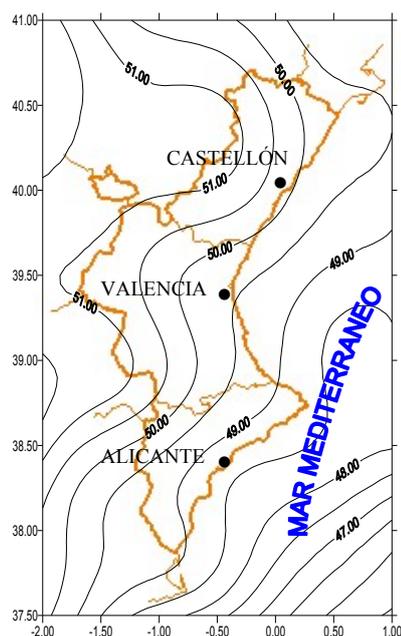
Siguiendo con las líneas de investigación abiertas con el cálculo de la solución OSU89, en 1991 la Ohio State University en colaboración con la DMA y la NASA desarrollan el modelo OSU91, basado en las mismas ideas que el anterior (Rapp 1996), pero desarrollado sobre la solución satélite JGM-3 hasta orden 70 e incluyendo información sobre China, la Unión soviética, Sudamérica, Groenlandia etc. Siguen existiendo zonas sin datos (Antártida, región amazónica, región ártica, partes de África, etc) que son rellenadas a partir del modelo satélite completado con un modelo topográfico-isostático basado en el modelo digital del terreno global JGP95E45' utilizando predicción mínimo cuadrática. La altimetría de satélite había mejorado considerablemente debido a nuevas misiones como la GEOSAT.

Los principales parámetros elipsoidales a los que la solución de los coeficientes responde son:

$$\begin{aligned} GM &= 3986004.415 \cdot 10^8 \text{ m}^3/\text{sg}^2 & a &= 6378136.3 \text{ m} \\ \omega &= 7.292115 \cdot 10^{-5} \text{ rd/sg} & \overline{C}_{20} &= -484.1654767 \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

El error por comisión se estima en  $0.487 \text{ m}$ . (Rapp 1996) y el de omisión en  $0.18 \text{ m}$ .

La figura 3.12 nos muestra el modelo global OSU91a en la Comunidad Valenciana sobre el elipsoide WGS84.



**Figura 3.12:** Modelo global OSU91a en la Comunidad Valenciana sobre el elipsoide WGS84.

### 3.3.1.3 EGM96

Desarrollado en 1996 por la NASA en colaboración con la DMA y la Ohio State University siguiendo las directrices de los anteriores modelos (Pavlis 1997), (Lemoine et al. 1998), supuso un gran avance en las determinaciones de los modelos geopotenciales ya que se basa en el nuevo modelo satélite EGM96S determinado a partir de medidas a más de 40 satélites, incorpora datos de gravedad aerotransportada sobre el Ártico y Groenlandia, datos gravimétricos y altimétricos de diferentes satélites (sobretudo de la nueva misión TOPEX/POSEIDON y ERS-1) cuya incorporación no envuelve cuestiones sobre los sistemas de referencia, una base de datos gravimétrica con más de 4000 fuentes y un renovado modelo topográfico global JGP95E para el relleno de aquellas áreas vacías (Sur del Pacífico y Sur del Océano Índico). El cálculo se realizó utilizando un ajuste mínimo cuadrático hasta el orden 70, una combinación diagonal de bloques de ecuaciones normales hasta el orden 359 y fórmulas de cuadratura para llegar al orden 360.

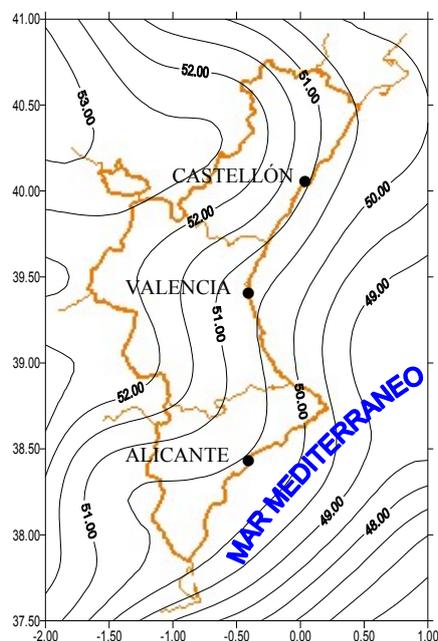
Los principales parámetros elipsoidales a los que la solución de los coeficientes responde son (Smith et al. 1990), ([ftp://cddisa.gsfc.nasa.gov/pub/egm96/general\\_info](ftp://cddisa.gsfc.nasa.gov/pub/egm96/general_info)), (Lemoine et al. 1998):

$$\begin{aligned} GM &= 3986004.415 \cdot 10^8 \text{ m}^3/\text{sg}^2 & a &= 6378136.46 \text{ m} \\ \omega &= 7.292115 \cdot 10^{-5} \text{ rd/sg} & 1/f &= 298.25765 \end{aligned}$$

El error por comisión se estima en  $0.421 \text{ m}$ . (Pavlis 1997) y el de omisión en  $0.18 \text{ m}$ .

En esta solución todos los datos de gravedad en los que se identificó claramente su sistema de referencia fueron transformados a WGS84 usando transformaciones propias de la NIMA (Pavlis 1998).

En la figura 3.13 se puede ver el modelo EGM96 para la Comunidad Valenciana sobre el elipsoide WGS84.



**Figura 3.13:** Modelo global EGM96 para la Comunidad Valenciana sobre el elipsoide WGS84.

#### 3.3.1.4 GPM98

En 1998 el *Institut für Erdmessung (IfE)* de la Universidad de Hannover como centro operativo de cálculo de la *International Association of Geodesy (IAG)* para la comisión de determinación del geoides y bajo la dirección del profesor *Wenzel* calculó la solución GPM98 para los coeficientes del potencial gravitatorio.

Dicha solución parte de una cobertura mundial de  $5' \times 5'$  de anomalías aire-libre llegando a un grado en el desarrollo de 1800, lo que quiere decir que se disponen de 3243 millones de coeficientes y una resolución espacial aproximada de 10 Km (Wenzel 1998 a).

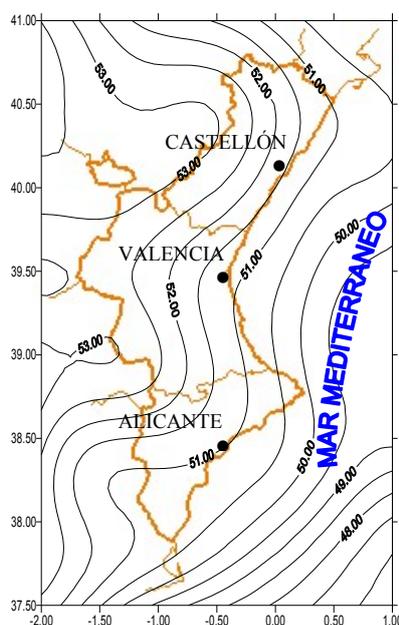
En mayo de 1998 se disponían de 21477 millones de bloques de  $5' \times 5'$  de anomalías de gravedad aire-libre medias, lo que dejaba únicamente un 2.66% de la tierra sin cobertura de datos. Para los océanos se utilizaron anomalías de gravedad derivadas de satélites altimétricos (en concreto de las misiones GEOS3, SEASAT y ERS1). Más del 75% de la información se consideró de alta resolución y fiabilidad (Wenzel 1998 a) y fueron reducidas al sistema de referencia WGS84.

Para el cálculo se emplearon los armónicos de la solución EGM96 hasta grado 20 y del grado 20 al 1800 se utilizó un método iterativo con fórmulas integrales armónico esféricas (Wenzel 1998 a), (Wenzel 1998 b), limitando la serie a este orden debido a la pérdida de precisión numérica en las expresiones recursivas para el cálculo de las funciones de Legendre (Paul 1978), (Wenzel 1998 b).

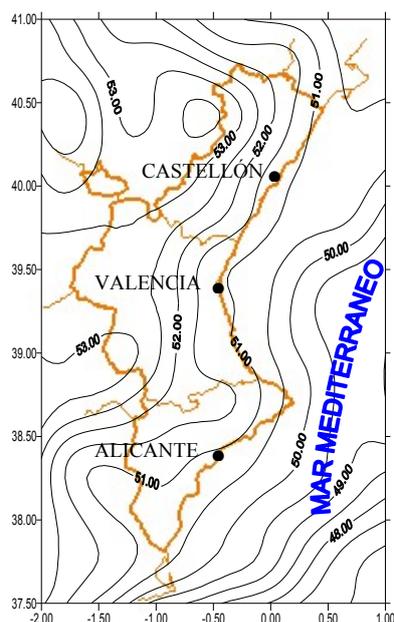
Para la comprobación del modelo se utilizaron tres fuentes de datos diferentes: un total de 195 puntos GPS/nivelación distribuidos por todo el mundo llegando a un error medio cuadrático de 5-9 cm después de un ajuste con tres parámetros (lo cual supone una mejora muy grande con respecto a modelos anteriores (12-27 cm con los modelos OSU91a y EGM96), anomalías aire-libre no usadas en el cálculo del modelo y predichas con los diferentes modelos globales muestran un factor de mejora aproximado de 3.6 a favor del modelo GPM98 frente a los modelos OSU91a y EGM96, y, por último, datos procedentes de observaciones con balanzas de torsión en el sudeste del estado de Ohio muestran que únicamente el modelo geopotencial GPM98 es el único en aproximar sus predicciones a las observaciones de las segundas derivadas del potencial anómalo. Este modelo parece responder muy bien en el centro de Europa (zona donde se incorporaron más y mejores datos), y no tan bien en el resto del globo (Grafarend 2000 comunicación privada).

Los modelos calculados son el GPM98A, donde para la reducción de las anomalías de gravedad se utilizó el modelo EGM96 como modelo aproximado, para los modelos GPM98B y GPM98C el modelo aproximado fue el GPM98A, en este trabajo se utiliza la versión GPM98CR, igual al GPM98C pero cortado hasta grado y orden 720 (Wenzel 1999, comunicación privada) con un total de 519841 coeficientes.

En la figura 3.14 podemos ver el modelo GPM98CR hasta orden 360 para la Comunidad Valenciana y en la figura 3.15 el mismo modelo pero hasta orden 720 sobre la Comunidad Valenciana.



**Figura 3.14:** Modelo global GPM98CR, hasta orden 360 sobre la Comunidad Valenciana.



**Figura 3.15:** Modelo global GPM98CR, hasta orden 720 sobre la Comunidad Valenciana.

### 3.3.2 Modelos continentales Europeos

Las determinaciones de modelos de geoide en Europa empezaron sobre 1900, basados en cálculos a partir de desviaciones de la vertical o en balanzas de torsión (Torge et al. 1998). La primera determinación a gran escala la obtuvo Wolf en 1949 utilizando 100 desviaciones de la vertical sobre el centro de Europa, con el objetivo de obtener un modelo de geoide apropiado para reducir las triangulaciones medidas a un elipsoide de referencia. La primera determinación gravimétrica se obtuvo también en 1949 por Tanni usando 100 anomalías isostáticas medias ( $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ ,  $5^{\circ} \times 5^{\circ}$ ). La precisión relativa de estos modelos era de unos pocos metros debido a la escasez de los datos.

La IAG financió la empresa de la mejora continua del modelo de geoide en Europa, empezando por el famoso modelo de Bomford (en 1954), que incluía a la península Ibérica, hasta la última versión obtenida por Levallois y Monge en 1978 con más de 1000 medidas de desviaciones de la vertical y una precisión relativa de 1 a 3 metros.

Al final de los años 60 el posicionamiento por satélite comenzó a exigir mejoras en los modelos de geoide para conseguir transformar las alturas elipsoidales a ortométricas.

En 1982 el *Institut für Erdmessung (IfE)* de la Universidad de Hannover calculó el (quasi)geoide EGG1, utilizando una cobertura de  $6' \times 10'$  anomalías aire-libre medias (104000 valores) y 12000 valores de fuera de Europa sobre una malla de  $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ , utilizando el modelo satélite GEM9, hasta orden 20, para eliminar las largas longitudes de onda del potencial de las anomalías de gravedad; obteniendo el modelo una resolución final de  $20 \times 20$  Km, este modelo no incluía a la península Ibérica.

Cuando el sistema GPS se hizo totalmente operativo se empezó a plantear la determinación de un modelo de geoide de alta precisión que cubriera toda Europa, en 1990 el *Institut für Erdmessung (IfE)*, de la Universidad de Hannover empezó con el cálculo

de un (quasi)geoide gravimétrico de alta resolución para toda Europa y áreas marinas vecinas operando como centro de cálculo de la comisión para la determinación del geoide de la *International Association of Geodesy (IAG)* (Torge et al. 1998), (EGG97 reference manual)

### 3.3.2.1 EGG97

Siguiendo la línea de investigación marcada a principios de los 90, en 1997 se presentó el modelo europeo EGG97 (European Gravimetric Geoid/Quasigeoid) en la Asamblea científica de la IAG celebrada en Río de Janeiro (Denker et al. 1997).

Las fuentes de datos para la obtención del modelo sobre un área de 25°N-77°N, 35°W-67.4°E fueron:

- Modelo global EGM96 hasta orden 50 ya que a partir de ese orden se consideró de mayor precisión los datos de gravedad recogidos.
- 2.7 millones de datos gravimétricos resultando una cobertura, como mínimo, de un punto cada 10 km para todos los países europeos. Para la obtención de datos gravimétricos marinos se utilizaron datos procedentes de la misión ERS-1.
- 700 millones de alturas topográficas obteniendo un modelo digital del terreno con resolución final de 7.5" X 7.5".

Las técnicas de cálculo utilizadas fueron:

- Técnica eliminar-restaurar (Albertella et al. 1994).
- Corrección por modelo digital del terreno utilizando técnicas espectrales (FFT) (Schwarz et al. 1990), (Sideris 1994).
- Resolución de la integral de Stokes combinando técnicas mínimo cuadráticas para obtener una malla de anomalías de gravedad residuales (Sideris 1995), (De min 1995) y técnicas espectrales (1D-FFT) (Haagmans et al. 1993) para la resolución de la integral sobre el quasigeoide según la teoría de Molodensky (Heiskanen et al. 1985).

Los valores de la gravedad y topográficos han sido reducidos a sistemas comunes (GRS80 para las coordenadas horizontales, IGSN71 para los datos de gravedad, UELN para las alturas topográficas y WGS84 para los valores de gravedad normal). El modelo, que estará referido a un elipsoide ideal (tierra media), fue referenciado al sistema GRS80 añadiendo una corrección de  $-0.50$  m (constante cero) a las ondulaciones del geoide (EGG97 reference manual); también se aplicó una corrección para llevar el sistema libre de mareas, usado en la solución EGM96, al sistema mareas cero (*zero-tide*).

Así, finalmente, los valores de ondulación se refieren al sistema *zero-tide* y al GRS80.

La precisión del modelo final dependerá de la buena cobertura de datos que ha entrado a formar parte de la solución en una zona concreta, esta precisión se puede cifrar en  $\pm 1-5$  cm para distancias entre 10-100 km y  $\pm 5-20$  cm para distancias del orden de 100-1000 km (Torge et al. 1998), (Denker 1998).

Errores en las longitudes de onda medias y largas del modelo, encontradas a partir de comparaciones con líneas GPS/nivelación, llevan a una precisión relativa del modelo EGG97 de 0.1-1 ppm. (Torge et al. 1998); (Denker 1998), (EGG97 reference manual).

En la figura 3.16 se puede ver el modelo EGG97 para la Comunidad Valenciana sobre el sistema GRS80.

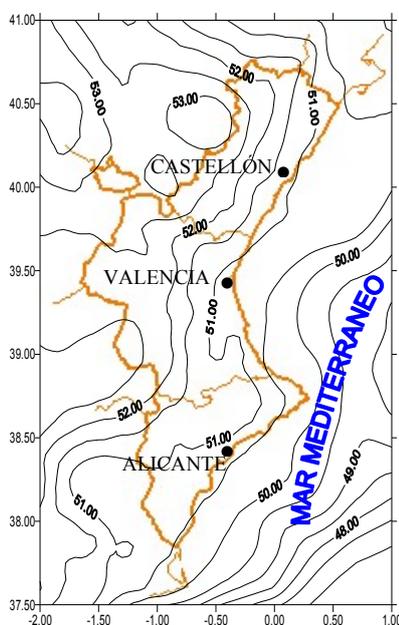


Figura 3.16: Modelo continental EGG97 para la Comunidad Valenciana sobre el elipsoide GRS80.

### 3.3.3 Modelos regionales sobre la península

Los primeros estudios encaminados a la determinación del geoide en la península Ibérica se centraron en determinaciones astrogeodésicas sobre Portugal (Sevilla et al. 1979), (Núñez 1981) (Sevilla et al. 1988), (Núñez et al. 1988), (Sevilla et al. 1990 b), estudiando diferentes métodos: aproximación lineal de Helmert, aproximación polinómica y predicción mínimo cuadrática con el correspondiente análisis estadístico de los resultados y detección de errores groseros.

Por esas mismas fechas (finales de los 80) el número de datos gravimétricos era ya suficiente como para empezar a plantearse la solución gravimétrica utilizando, en principio, el método de colocación mínimo cuadrática, (Moritz 1980), (Gil et al. 1988). La primera determinación se realizó en una zona del centro peninsular ( $40^{\circ} N$  a  $42^{\circ} N$  y  $-5^{\circ} W$  a  $-3^{\circ} W$ ) en 1991 (Sevilla et al. 1991), (Sevilla 1995).

El primer geoide gravimétrico usando colocación fue el de Portugal, calculado en 1992 y donde no se utilizó un modelo digital del terreno para su determinación (Sevilla et al. 1992), (Sevilla 1995).

El geoide del centro Peninsular fue refinado teniendo en cuenta los efectos terreno gracias a un mejor modelo digital del terreno proporcionado por la Defense Mapping Agency Aerospace Center, utilizando la técnica del modelo residual del terreno (Forsberg et al. 1981), (Gil 1993), (Gil et al. 1993), (Sevilla 1995).

La primera determinación de un geoide gravimétrico en la Península Ibérica y regiones colindantes se obtuvo en 1994 utilizando la técnica clásica de resolución de la integral de Stokes (Sevilla 1994).

Una nueva determinación del geoide gravimétrico de alta precisión fue realizada en 1995 dando lugar al IBERGEO95 (Sevilla 1995), modelo de geoide utilizado en la presente tesis y que se pasa a describir con mayor detenimiento en el apartado 3.3.3.1.

Actualmente se han presentado varias determinaciones de geoide que afectan a zonas concretas de la Península realizadas por diferentes grupos de trabajo, entre ellas se pueden citar el modelo de geoide local para Cataluña (UB91) (Andreu et al. 1992), (Colomina 1992), el modelo de geoide para el Mediterráneo (GEOMED) (Sevilla et al. 1990 c), modelo de geoide de alta resolución para el estrecho de Gibraltar (Sevilla et al. 1997), modelo de geoide sobre Andalucía Oriental (Gil et al. 1999), (Gil et al. 2000), diversos modelos para las Islas Canarias (Sevilla et al. 1999 a), (Staller et al. 2000), (Sanchez 2000), para la zona del Atlántico Nororiental (Rodríguez et al. 2000), etc.

### 3.3.3.1 IBERGEO95

En 1995 el profesor M.J. Sevilla del Instituto de Astronomía y Geodesia (UCM-CSIC), calculó el modelo regional para la península Ibérica IBERGEO95 apoyado sobre el sistema de referencia GRS80. Esta solución fue calculada a partir de los siguientes datos (Sevilla 1995):

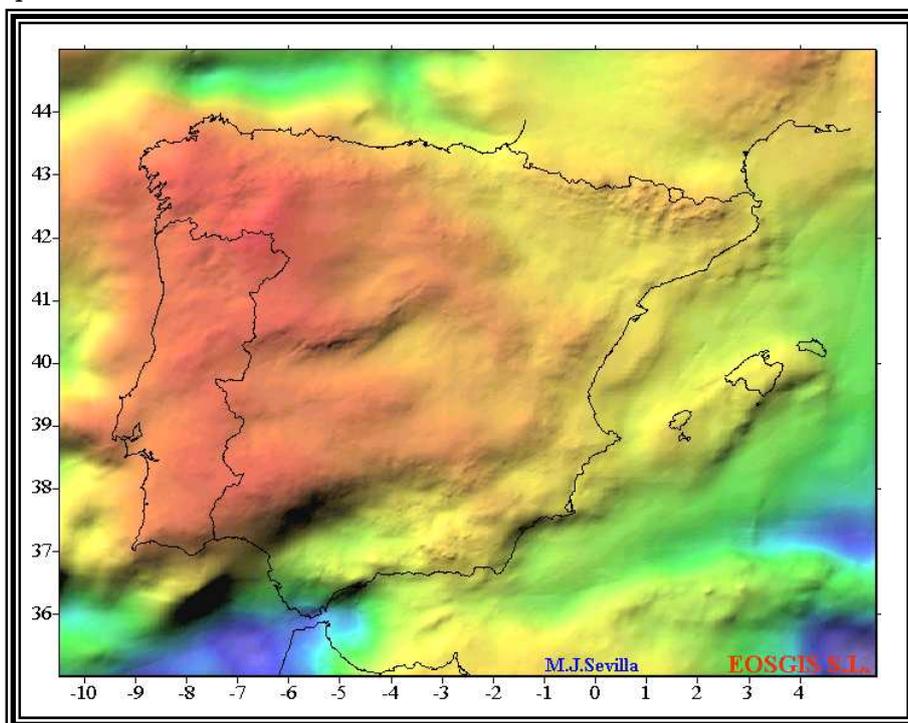
- Modelo global OSU91a hasta orden 360.
- 186813 valores de gravedad para la península y sus áreas vecinas de diversas fuentes: base gravimétrica Española procedente del Instituto de Astronomía y Geodesia (IAG) y el Instituto Geográfico Nacional (IGN), base gravimétrica Portuguesa procedente del Instituto Geográfico e Cadastral (IGC), datos gravimétricos del mar mediterráneo procedentes del grupo de trabajo GEOMED, datos marinos y terrestres de la Defence Map Agency (DMA) y datos marinos de la NOAA.
- Modelo digital del terreno obtenido a partir de la digitalización del mapa 1:200000 con correcciones geométricas y altimétricas, junto con el modelo global ETOPO5' para las áreas exteriores a la península Ibérica.

Finalmente, para el cálculo, se utilizaron las siguientes técnicas:

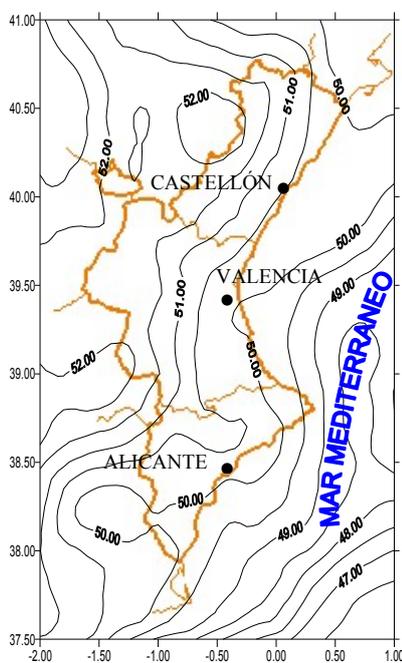
- Técnica eliminar-restaurar.
- Utilización del segundo método de condensación de Helmert (Vanicek et al 1987), (Wang et al. 1990), (Martinec et al. 1993).
- Resolución de la integral de Stokes sobre las anomalías reducidas mediante la 1D-FFT.
- Cálculo del efecto indirecto (Wichiencharoen 1982), (Sideris et al. 1995).

La comparación llevada a cabo con puntos GPS/nivelación muestran que los errores absolutos se encuentran siempre por debajo de los 30 centímetros y que, en todo caso, la precisión relativa es del orden de 1 ppm. (Sevilla 1995), (Sevilla 1998, comunicación privada).

En la figura 3.17 se puede ver el modelo IBERGEO95 para la Península, y en la figura 3.18 se puede ver el modelo IBERGEO95 particularizado para la Comunidad de Valencia sobre el elipsoide GRS80.



**Figura 3.17:** Modelo IBERGEO95 para la península Ibérica, en azul las cotas más bajas y en rojizo las más altas. <http://www.eogis.com/IBERGEO95.html>.



**Figura 3.18:** Modelo IBERGEO95 para la Comunidad Valenciana sobre el elipsoide GRS80.

### 3.3.4 Comparación entre los diferentes modelos de geoide

Una vez se disponen de los datos de todos los modelos de geoide se puede efectuar una tabla comparativa entre los mismos sobre el área definida en las figuras anteriores, es decir, sobre la Comunidad Valenciana, de forma que se pueda ver cuales son las diferencias encontradas entre un modelo y otro, tabla 3.3.

**Tabla 3.3:** Comparación entre los diferentes modelos de geoide en la Comunidad Valenciana.

MODELOS COMPARADOS	MEDIA	EMC	MAX.	MIN.
OSU89b-OSU91a	0.696 m	0.219 m	1.085 m	0.182 m
OSU89b-EGM96	-0.317 m	0.497 m	0.891 m	-1.267 m
OSU89b-GPM98CR	-0.902 m	0.588 m	0.557 m	-2.479 m
OSU89b-EGG97	-0.722 m	0.444 m	0.318 m	-1.783 m
OSU89b-IBERGE095	-0.008 m	0.418 m	1.079 m	-1.028 m
OSU91a-EGM96	-1.014 m	0.331 m	-0.112 m	-1.759 m
OSU91a-GPM98CR	-1.599 m	0.424 m	-0.422 m	-2.777 m
OSU91a-EGG97	-1.419 m	0.311 m	-0.678 m	-2.279 m
OSU91a-IBERGE095	-0.705 m	0.301 m	0.083 m	-1.561 m
EGM96-GPM98CR	-0.585 m	0.203 m	-0.142 m	-1.238 m
EGM96-EGG97	-0.405 m	0.225 m	0.158 m	-1.232 m
EGM96-IBERGE095	0.308 m	0.255 m	1.234 m	-0.420 m
GPM98CR-EGG97	0.179 m	0.199 m	0.710 m	-0.370 m
GMP98CR-IBERGE095	0.893 m	0.262 m	1.718 m	0.329 m
EGG97-IBERGE095	-0.714 m	0.171 m	-0.297 m	-1.517 m

Como puede verse en la tabla 3.3 las diferencias entre los modelos de geoide es elevada, por lo tanto, antes de elegir un determinado modelo se hace totalmente necesario el análisis de los mismos para elegir cual de ellos es el que se aproxima en mejor medida al campo gravitatorio local y, posteriormente, se hace necesario el ajuste de los mismos para obtener un modelo de geoide utilizable en la zona de trabajo.

### 3.4 REDES GEODESICAS GPS

Finalizada la segunda guerra mundial, Europa se encontró con el problema de no poseer un sistema de referencia geodésico único, y de carecer de medios de cálculo para el tratamiento de todos los datos, así, el Servicio Cartográfico de los Estados Unidos (AMS), solicitó a todas las naciones de Europa Occidental la remisión de todas las observaciones geodésicas y coordenadas nacionales de sus redes fundamentales, con lo que, a finales de los 40, y gracias a un tratamiento en bloques, empleando el método de observaciones condicionales incluyendo como condiciones las bases y acimutes Laplace medidos a finales del siglo pasado (Morencos et al. 1974), se materializó la red europea occidental (RE50), apoyada en el sistema geodésico de referencia ED50 (Ruiz 1991), (Cid et al. 1999), (Rodríguez et al. 1999), red geodésica que, actualmente, se considera como oficial en España.

Por lo que a España se refiere formaron parte de esa compensación 285 vértices de la antigua red fundamental, la base de Madrilejos, los lados procedentes de las bases auxiliares de Lugo, Vich, Olite, Cartagena y Arcos de la Frontera y los acimutes Laplace obtenidos en los vértices Montjuic, Lérida, Madrid, Reducto, San Fernando, Desierto y Tetica, a continuación se dotó de coordenadas a los 288 vértices de primer orden restantes compensado por variación de coordenadas los datos antiguos de la antigua red de primer orden; el segundo (unos 2.000 vértices) y el tercer orden (unos 10.000), se obtuvieron por simple transformación de coordenadas del sistema antiguo al nuevo sistema de referencia geodésico, sin compensación alguna pero con parámetros de

transformación locales. Actualmente se distinguen únicamente red de primer orden y red de orden inferior (ROI).

Inmediatamente se comenzaron los trabajos de análisis de los resultados obtenidos, encontrándose que los defectos de forma, escala y orientación de la red originaban unos errores sistemáticos no eliminados que llevaba a cualquier vértice a una precisión media de unos pocos metros en el centro de Europa y más de 10 en el Sur de Europa (Cid et al. 1999). Para unificar esta tarea, la Asociación Internacional de Geodesia (IAG) constituye en su asamblea Internacional de Roma de 1954 la Subcomisión para el Reajuste de la triangulación Europea (RETrig) (Adam et al. 1999 b), encargada del análisis del ED50 y de sus sucesivas mejoras a medida que se encontrasen disponibles más y mejores datos, obteniendo las soluciones transitorias ED77 y ED79 (Núñez et al. 1981).

En este momento se empezó a tener en cuenta los datos satélite:

Desde el lanzamiento del primer satélite artificial, el SPUTNIK-1, el 4 de Octubre de 1958, la geodesia por satélite se ha desarrollado de forma insospechada, la determinación de coordenadas sobre el elipsoide o sobre un sistema de referencia tridimensional se hace mucho más sencilla, precisa, veloz, simple y económica que empleando las clásicas técnicas basadas en medidas geodésicas terrestres con la ventaja sobre estas de posibilitar el enlace geodésico entre continentes e islas bajo un sistema de referencia único para todo el planeta (Seeber 1993), (Strang et al. 1997).

El primer sistema de constelaciones diseñado y lanzado para la determinación de posición terrestre fue el sistema NNSS (Navy Navigation Satellite System) de los Estados Unidos o sistema DOPPLER. Este sistema utiliza la constelación TRANSIT (que dispone de un total de 13 satélites) sobre la que se realizan medidas de desplazamiento Doppler; fue desarrollada a partir de un diseño de 1958 para la ayuda a la navegación de navíos y, sobre todo, para ser utilizados por submarinos atómicos lanzadores de misiles (Núñez et al. 1992).

La determinación de un nuevo datum europeo se obtuvo gracias, sobre todo, a la campaña European Doppler Campaign (EDOC-2), llevada a cabo con 37 determinaciones sobre 15 países (Anderle 1986), a la inclusión de observaciones interferométricas de muy larga base (VLBI) sobre radio fuentes extragalácticas y distanciometría láser sobre satélites (SLR), dando como resultado la solución ED87 por parte de la comisión RETrig, que mostraba distorsiones de 10 metros en la Península Ibérica, tal como era de esperar. Con esto la RETrig dio por finalizada su labor.

En 1987, la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica (IUGG) y la Unión Astronómica Internacional (IAU) crearon el Servicio Internacional de rotación de la tierra (IERS), organismo encargado de proporcionar a la comunidad científica internacional sistemas y marcos de referencias, estableciendo los sistemas de referencia celeste y terrestre internacionales (ICRS y ITRS) y los marcos de referencia celeste y terrestre internacionales (ICRF e ITRF). ITRS queda definido por un conjunto de coordenadas y velocidades sobre estaciones (actualmente unas 240 repartidas por todo el mundo), que materializan el marco ITRF gracias a mediciones VLBI, SLR y distanciometría láser sobre la Luna (LLR) con precisión centimétrica sobre un marco de referencia tridimensional geocéntrico (Rodríguez et al. 1999). A partir de entonces, cada año, IERS calcula una nueva solución global teniendo en cuenta los movimientos de las placas tectónicas e incluyendo, además, observaciones GPS desde 1993 (el GPS fue desarrollado por Estados Unidos para mejorar el sistema militar TRANSIT y se basa en la constelación NAVSTAR, sustituyendo los días de observación doppler de las emisiones TRANSIT por solo alguna hora de recepción con GPS).

Durante los meses de Junio a Septiembre de 1992, tuvo lugar una campaña GPS para prueba del Servicio Internacional GPS para geodinámica (IGS), declarado oficialmente establecido por la IAG en 1993. El IGS opera en estrecha colaboración con el IERS, teniendo como objetivo primario el proporcionar un servicio que soporte, a través de datos GPS, las actividades de investigación geodésica y geofísica, para lo cual recopila, archiva y distribuye conjuntos de observables GPS de la necesaria precisión. Dispone al efecto de una amplia red de Estaciones Permanentes GPS (EPGPS), distribuidas por toda la tierra y coincidentes muchas de ellas con estaciones IERS.

Pronto la comunidad científica europea exigió un moderno y preciso sistema de Referencia Terrestre Europeo (ETRS). Para definirlo, en 1987, el comité europeo de Responsables de la Cartografía Oficial (CERCO) y la IAG constituyeron sendos organismos, el grupo de trabajo VIII (WG VIII) y la subcomisión EUREF, estos grupos recomendaron en 1990 que las coordenadas ITRF89 de las 36 estaciones IERS europeas definieran el Marco de Referencia Terrestre Europeo 1989 (ETRF 89), el cual rota con la parte estable de la placa euroasiática y es coincidente con ITRS en la época 1989.0.

En mayo de 1989 y con el fin de densificar la inicial red de 36 estaciones que constituyen la ETRF, se observó una amplia campaña GPS en Europa Occidental y Meridional, EUREF GPS 89, con el objetivo de dotar de coordenadas ETRF a 93 estaciones GPS (11 de ellas en España, 3 en la islas Baleares y 2 sobre Portugal) (Adam et al. 1999 b), (Rodríguez et al. 1999).

En 1991, durante la fase de cálculo, quedó aceptado que el elipsoide asociado al marco ETRF fuera el GRS80 (Moritz 1980) para el cálculo de latitudes, longitudes y alturas elipsoidales (el elipsoide GRS80 es idéntico, a propósitos prácticos, con el WGS84 (Rodríguez et al. 1980), (Pavlis 1998)).

Finalizada la campaña EUREF GPS 89 se empezaron con las campañas para la unificación con ETRF 89 por parte de muchas naciones. Así los dos organismos geodésicos peninsulares (IGN e Instituto Portugués de Cartografía e Cadastro (IPCC)) acordaron llevar a cabo una campaña GPS bajo la denominación de IBERIA95, observada en Mayo de 1995, y con un total de 39 estaciones (12 Portuguesas y 39 españolas), homogéneamente distribuidas por toda la península y coincidentes varias de ellas con estaciones EUREF89. El resultado final se obtuvo en ITRF96, realizándose una transformación para convertir las coordenadas al sistema ETRF89, obteniendo finalmente una solución con una calidad de 1 centímetro para la época de observación ETRF89 (Caturra et al. 1996), (Rodríguez et al. 1998), (Rodríguez et al. 1999), ([Http://www.geo.ign.es](http://www.geo.ign.es)). Esta red constituye actualmente la red de orden cero de la Península Ibérica, figura 3.19.

En los últimos años, vista la creciente necesidad de los usuarios GPS se decidió el establecimiento, por parte del IGN, de una red basada en la tecnología GPS, lo que dio lugar al proyecto Red Geodésica Nacional por Técnicas Espaciales (REGENTE).

REGENTE quedará perfectamente enlazada con la red de referencia europea ETRF89 por medio de la red ibérica de orden cero IBERIA95, y quedará constituida por un total de 1.200 vértices en la Península y Baleares, uno por cada hoja de Mapa Topográfico Nacional (MTN) 1:50.000, lo cual supone una distancia de 20 a 25 Km entre cada punto REGENTE, y donde, al menos, un 10% de la red lo constituyan clavos de la red de nivelación de alta precisión (Barbadillo et al.1996), ([Http://www.geo.ign.es](http://www.geo.ign.es)).

La campaña regente, cuya observación empezó en 1994, se ha dividido en varios bloques, estando previsto la finalización de la observación en el año 2000.



Figura 3.19: Red Iberia 95 de orden cero (<http://www.geo.ign.es>).

El IGN finalizó en 1993 la red ROI (Cid et al. 1999), constituida por 10944 vértices materializados sobre el terreno y homogéneamente distribuidos por el territorio nacional, con una densidad media de 2.4 vértices por cada 100 Km<sup>2</sup> y utilizando como sistema geodésico de referencia el ED50.

En los últimos 10 años, distintas comunidades autónomas del territorio español, a través de sus propias áreas o institutos cartográficos, han densificado las anteriores redes hasta el límite del cuarto orden geodésico pero con metodologías clásicas. La Comunidad Valenciana, entre 1994 y 1995, estableció, observó y calculó su propia red por encargo de la Conselleria de Medio Ambiente, pero en este caso utilizando tecnologías GPS y software de producción; se implantaron un total de 1521 vértices con distancias medias entre vértices de 3.5-4 Km y con coordenadas sobre el sistema ETRF89 (a través de la red REGENTE de Castellón y Norte de Valencia) y RE50 (para lo que se utilizó la red RPO y ROI como marco de referencia); la solución obtenida partía de dos bloques, el bloque Norte y el bloque Sur con una zona de solape entre ambos (Núñez et al.1998). Trabajos actuales han confirmado la precisión de la red de cuarto orden de la Comunidad Valencia en el sistema de referencia ETRF89 (Berné et al. 2000). En estos momentos se pretende realizar una compensación conjunta con la totalidad del proyecto REGENTE.

## **4 FUNDAMENTOS TEORICOS Y METODOLOGICOS**

Una vez repasados algunos elementos históricos se deben abordar los fundamentos teóricos y metodológicos que darán una primera aproximación sobre las problemáticas existentes y el tratamiento otorgado hasta el momento a cada una de ellas; este estudio será el principal de toda investigación, ya que indicará los pasos a seguir o a desarrollar.

En este capítulo, por tanto, se hace un breve estudio de la problemática que pueden generar las redes de nivelación, y se repasan los fundamentos teóricos y metodológicos tanto de las redes gravimétricas como de los métodos de análisis y ajuste de modelos de geode a una zona local.

### **4.1 REDES DE NIVELACIÓN**

La principal problemática de las redes de nivelación sobre la Comunidad Valenciana atiende a su perdurabilidad en el tiempo y conservación, a su fiabilidad y a la homogeneidad entre las diferentes redes observadas y calculadas en diferentes épocas.

#### **4.1.1 Perdurabilidad de las señales**

Muchos de los puntos de las redes de nivelación fueron materializados hace muchos años (apartado 3.1) y, lo que es más grave, es previsible la desaparición de un gran porcentaje de las señales debido a las acciones humanas, ya que la mayoría de las señales se situaban sobre vías de comunicación que han sufrido constantes mejoras; en este sentido, las líneas de nivelación que podrían resultar más perjudicadas son aquellas situadas inicialmente a lo largo de caminos, que luego se han transformado en carreteras, o en carreteras que han sido progresivamente mejoradas; por el contrario las líneas que discurren por vías férreas deben resistir, en principio, mejor el paso del tiempo al sufrir estas menos modificaciones y contar con estaciones cada pocos kilómetros, que son edificios en los que las señales rara vez pueden desaparecer al estar al cuidado del personal de RENFE. Entre esas acciones humanas también se deben incluir derrumbamientos del lugar de ubicación, remodelado de suelos y paredes de los edificios donde se situaban, etc.

#### **4.1.2 Fiabilidad de las redes de nivelación**

Se debe tener una idea clara sobre la fiabilidad que ofrecen las redes de nivelación en cuanto al valor de las cotas o desniveles que las reseñas de los puntos de nivelación nos muestran al transcurrir unos años desde su observación.

En este sentido son los factores geológicos los que más influyen a este tipo de construcciones; los factores geológicos a los que nos referimos pueden ser tanto de origen superficial (compactación de sedimentos o fenómenos hidráulicos) como de origen profundo (origen tectónico/geodinámico).

Estudios realizados (Giménez et al. 1996), (Giménez 1998), sugieren que los factores geológicos, con el paso del tiempo, tienen una influencia apreciable en las altitudes inicialmente establecidas para las señales debido a los movimientos verticales de la corteza terrestre.

Dicho efecto se manifiesta fundamentalmente en posicionamiento absoluto, es decir, con respecto al datum altimétrico establecido, pero también en relativo, ya que las deformaciones corticales no serán uniformes a lo largo de los tramos nivelados.

En este sentido resulta especialmente interesante, por su proximidad geográfica, el estudio realizado por profesores de la facultad de Geología de la Universidad de Barcelona con el Institut Cartogràfic de Catalunya (ICC) (Giménez et al. 1996), (Giménez 1998), donde se analizan las deformaciones corticales de Cataluña. Como conclusiones más importantes se demuestra que hay tramos puntuales pertenecientes a una línea de nivelación que ha experimentado un desplazamiento vertical relativo de la corteza de más de 4 mm/año, es decir, de más de 4 cm en tan solo 10 años.

Bien es verdad que éstos son casos excepcionales, no superándose en la mayoría de los tramos estudiados el milímetro anual de desplazamiento. Sin embargo, aunque así sea, al transcurrir 25 años (edad no considerada excesiva para una red de nivelación) ya estamos hablando de discrepancias de más de 2 cm en relativo, lo cual da al traste con la precisión inicialmente prevista para la red.

#### **4.1.3 Precisión entre diferentes redes de nivelación**

A causa de la desaparición de las señales se hace necesario recurrir a puntos pertenecientes a diferentes redes para completar cualquier tipo de estudio o investigación de carácter regional. El problema de mezclar puntos de diferentes redes es que cada uno lleva asociado un determinado error kilométrico y, lo más importante, fueron observados en momentos y circunstancias diferentes a lo largo de este siglo, por lo que podemos estar apoyándonos en puntos con carácter poco homogéneo, al menos en valor absoluto, hecho ya observado en otros países (Christie 1994).

### **4.2 REDES GRAVIMÉTRICAS**

La problemática que presenta la red gravimétrica es muy similar a la de la red de nivelación en cuanto a perdurabilidad y fiabilidad, pero, en este caso, se ha optado por abordar el estudio, implantación, observación y compensación de una red gravimétrica de tercer orden, al menos en la provincia de Valencia.

#### **4.2.1 Necesidad de determinación de redes gravimétricas modernas**

Actualmente las medidas gravimétricas absolutas no conllevan un coste tan alto y se han seguido efectuando durante las últimas dos décadas; si volvemos a revisar el número de estaciones absolutas sobre las que se basa el sistema IGSN71 nos daremos cuenta que son extremadamente pocas, figura 3.9, por lo que se deberá buscar un sistema de referencia mundial basado en muchas más medidas absolutas sobre las que poder referenciar más tarde todas las medidas relativas.

Otra razón importante para el nuevo establecimiento de redes gravimétricas en la actualidad es que con ellas podremos observar cambios gravimétricos en los puntos de observación antiguos debido a movimientos geodinámicos, lo cual nos lleva a la clara conclusión de que los valores observados hace 20 años y que actualmente se siguen utilizando pueden haber cambiado.

Una consecuencia indirecta del establecimiento de la Red Gravimétrica Española hace 20 años ha sido la desaparición de algunos vértices, con lo que se debe pensar en un nuevo establecimiento y una mayor y óptima densificación de puntos, ya que la actual es escasa para trabajos locales.

Existe un proyecto de unificación de redes nacionales a nivel Europeo basado en determinaciones de gravedad absoluta (llevadas a cabo para fines diferentes y que constituyen ya cerca de cuatro decenas) y a las que se refieren el resto de redes gravimétricas nacionales, intentando unificar las diferentes redes gravimétricas de

diferentes países, que puede dar lugar a un único datum gravimétrico europeo (Boedecker et al. 1986), (Boedecker et al. 1992), (Boedecker et al. 1994), (Reinhart et al. 1998), si este proyecto ve la luz se deberán referir a él las nuevas redes nacionales que deberán ser reobservadas ya que de nada servirá todo el esfuerzo realizado si lo que se hace es enlazar las antiguas observaciones a este nuevo marco de referencia.

#### 4.2.2 Métodos modernos de determinación de redes gravimétricas

En 1970 la gravimetría empezó a sufrir un cambio drástico, aparecieron gravímetros absolutos fácilmente transportables y con precisiones de 5 a 10  $\mu$ gal llegando a precisiones de 1-2  $\mu$ gal en estaciones con buenas condiciones para las medidas gravimétricas.

Los gravímetros de medición absoluta se caracterizan por los estándares de longitud y tiempo como partes fundamentales de su sistema, en este sentido la tecnología moderna permite el control de la longitud mediante interferometría láser y la utilización de relojes de rubidio como base temporal. Observando diferencias de longitud y tiempo de una masa conocida en caída libre se puede extraer el valor de la gravedad para ese punto independientemente de cualquier sistema de referencia externo local, regional o global, constituyendo así medidas absolutas que constituirán las llamadas redes de orden cero (Cross 1982), (Schmitt 1982a), (Rodríguez et al. 1999).

Alrededor de 25 gravímetros absolutos están actualmente en uso por todo el mundo, entre ellos, los más utilizados son los de las series JILA (Joint Institute for Laboratory Astrophysics, Boulder, Col.) y FG5 (Migro-g Solutions Inc., Arvada, Cal.), (Torge 1997).

Como consecuencia de este progreso tecnológico, dos estrategias se pueden emplear para la determinación de redes gravimétricas:

**La primera** de ellas se basa en la combinación de medidas absolutas y relativas, eligiendo la situación de los vértices absolutos de forma óptima y uniformemente distribuida por el área donde se desea plantear la red; ejemplos de esta manera de proceder los encontramos en las modernas redes de Suecia (Haller et al. 1988) constituida por 25 vértices, cuatro de ellos absolutos; la red de China (Xingli et al. 1986) constituida por 54 vértices 8 de ellos absolutos; la red Británica (Charles et al. 1994) constituida por 58 vértices 4 de ellos absolutos; la red alemana (Ritcher et al. 1997), constituida por 30 estaciones 6 de ellas absolutas; la red unificada de la república Checa, Eslovaquia y Hungría (Géza et al. 1994) y los intentos de unificación con el fin de obtener una red europea conjunta (Boedecker et al. 1994).

**La segunda** de las estrategias es la de realizar las redes gravimétricas con medidas absolutas únicamente, estrategia que presenta un inmejorable futuro a medida que haya más instrumentos disponibles en el mercado. Esta estrategia deberá ser empleada en redes de grandes dimensiones donde el esfuerzo en realizar medidas relativas es demasiado elevado, los ejemplos más claros los constituyen la red fundamental de Sur América (Torge et al. 1994), donde se establecieron 22 estaciones absolutas con el gravímetro JILAG-3: 6 en Venezuela, 7 en Brasil, 3 en Uruguay y 6 en Argentina; la *International Absolute Gravity Basestation Network* (IAGBN), propuesta por la IAG para investigaciones geodinámicas y la *German Gravity Base Net* 1994 (Torge 1997), compuesta por 30 estaciones observadas con el FG5-101. Actualmente un buen número de instituciones poseen un gravímetro absoluto y no hay más que contratarlos para que efectúen las medidas oportunas, hay que resaltar que entre estas instituciones no se encuentra ninguna española.

### 4.2.3 Fases para el establecimiento, observación y cálculo de una red gravimétrica

Son muchos los aspectos que se deben tener en cuenta a la hora de plasmar una red gravimétrica; se pueden encontrar desde problemas de implantación de los vértices hasta problemas teóricos importantes como lo son las correcciones por mareas y movimiento del polo, cuya solución no deja de ser un compromiso entre la ciencia conocida y las precisiones requeridas, pasando por la accesibilidad de los vértices, planificación de las brigadas en campo, etc. A continuación se intenta detallar cada uno de estos aspectos a tener en cuenta para llevar a cabo una implantación correcta que asegure la utilidad de una red gravimétrica al menos durante 20-25 años.

#### 4.2.3.1 Elección de los vértices, monumentación

Las principales características de los vértices que componen una red gravimétrica son:

- ✓ *Accesibilidad:* Los puntos deben ser accesibles con la mayor facilidad, a ser posible el transporte hasta el vértice se hará en coche y por carreteras en buen o muy buen estado, de ello depende que el gravímetro llegue en condiciones idóneas para comenzar las lecturas en el menor tiempo posible.
- ✓ *Geología:* Los vértices se situarán sobre roca, evitando ubicaciones sobre material sedimentario y de relleno, y procurando situarla en zonas geológicamente estables para evitar variaciones bruscas o continuas del valor de la gravedad, debidas a movimientos tectónicos, volcánicos, sedimentarios, isostáticos, etc.
- ✓ *Hidrogeología:* Este aspecto es de los más importantes a tener en cuenta en la etapa de planificación de una red gravimétrica; variaciones en los niveles de aguas subterráneas, ríos y pantanos llevan consigo una variación elevada en el volumen de agua, variación de masa que provocará una variación del valor de gravedad de un vértice situado en las cercanías de dichos elementos; se deberán estudiar, por tanto, los correspondientes mapas hidrogeológicos para evitar estas posibles variaciones. Actualmente las causas hidrogeológicas son consideradas como la causa de mayor incertidumbre en los valores finales (Harnisch 1992), (Di Filippo et al. 1994), (Kroner 2000).
- ✓ *Sismicidad:* En fuerte relación con las causas geológicas se encuentra la de sismicidad, lógicamente los vértices se deberán situar en zonas de baja o muy baja sismicidad si deseamos que pequeños sismos no afecten a los valores de gravedad. Se deberá, además, evitar la posible microsismicidad producida en puntos cercanos a importantes vías de comunicación, grandes fábricas o cercanos a la costa.
- ✓ *Distribución de puntos:* En esta fase se procurará que los vértices se encuentren distribuidos de forma lo más homogénea y óptima posible sobre la zona donde se quiere situar la red gravimétrica; en redes nacionales, se procurará que los vértices se encuentren a una distancia aproximada de 100 Km lo que supone una hora más o menos en coche (Charles et al. 1994), llegando al límite de 200, 250 Km o el espacio suficiente para observar en un punto e ir y volver al punto más cercano en un solo día (Haller et al. 1988), (Ritcher et al. 1997). En el caso de redes regionales existe el ejemplo de la red gravimétrica de Catalunya (Casas et al. 1987), donde se ha situado un vértice en cada capital de comarca, dando una densidad media de 1 punto cada 13.5 Km<sup>2</sup>.

- ✓ *Valor de gravedad representativo de la zona.* El vértice se situará en un punto representativo de la zona en la que se implantará el mismo, por lo tanto evitaremos zonas elevadas y profundas (que, además, suelen poseer difícil acceso), y se procurará que en los primeros 20-50 m alrededor del vértice el terreno sea lo más llano posible para evitar efectos diferenciales de la topografía.
- ✓ *Coordenadas conocidas.* Las coordenadas del vértice deberán ser conocidas con la máxima precisión posible, en el caso del establecimiento de una red gravimétrica fundamental (que constará de pocos puntos), será necesario el conocimiento de su situación: latitud-longitud, para poder calcular correctamente la corrección por mareas terrestres, y altitud, que será el parámetro fundamental de las posteriores densificaciones si se desea obtener un buen cartografiado de anomalías Bouguer o aire-libre. Actualmente se empieza a recurrir a las técnicas GPS para determinar los parámetros latitud y longitud de las estaciones (Kääriäinen et al. 1997).
- ✓ *Excentros.* Será necesario el establecimiento de 2 ó 3 vértices excéntricos con valor de gravedad conocida, a una distancia de 0.1...10 Km y con diferencias de gravedad menores a 10 mgal (Boedecker et al. 1981), (Torge, 1989 a), (Ritcher et al.1997) del principal, con el fin de tener posibilidad de verificar la integridad de los vértices fundamentales de la red principal.

Por lo general el lugar elegido para la red fundamental suelen ser edificios públicos antiguos sobre los que no se prevén variaciones constructivas (iglesias, ayuntamientos, monumentos, etc), normalmente situados en zonas pobladas alejadas de las calles principales, lo que facilitará enormemente su accesibilidad (Doergé et al. 1977), (Torge, 1989 a), (Ritcher et al. 1994) incrustando una placa o tornillo que materializará el vértice.

En el caso de observaciones con *gravímetros absolutos*, las condiciones para el establecimiento de los vértices nos lleva a la implantación y monumentación de pilares apoyados sobre roca en edificios con las siguientes características: habitación de, al menos, 2 x 3 m<sup>2</sup> y mayor de 2 m de altura, pilar monumentado alejado al menos 0.6 m de la pared, temperatura estable (un buen valor serán 20°C) cuyos cambios no sobrepasen los 3°C, humedad menor del 90%, con tomas de electricidad suficientes y estabilizadores de corriente (Ritcher et al. 1997), (Diethard Ruess,1999, comunicación privada).

#### 4.2.3.2 Elaboración de reseñas

La *International Gravity Commission* posee un grupo de trabajo, el grupo II llamado *World Gravity Standards* que promueve, entre otros fines, la creación de una red gravimétrica homogénea de carácter mundial, lo cual lleva a establecer unas directrices en cuanto a la forma de implementar y observar una red de este carácter (referida, sobre todo a bases absolutas), (Boedecker 1988), donde también se establecen las directrices para las reseñas de las estaciones gravimétricas, aconsejando el modelo que se muestra en la figura 4.1.

International Absolute Gravity Basestation Network (IAGBN)			
Station Location:		Country:	
$\phi =$	$\lambda =$	$H =$	$g =$
Overview / Access / Outside View / Topo Map			
Remarks / Station Identity / Contact			
Detailed Sketch (North? Station Marker?) / Photograph			
Date / Author			

**Figura 4.1:** Reseña recomendada por la IGC para los vértices gravimétricos (Boedecker 1988).

Los siguientes modelos son ejemplos de reseña extraídos de la red gravimétrica alemana (Doergé et al. 1977), figura 4.2 y de la Red Gravimétrica Fundamental Española, figura 4.3.

GRAVITY STATION DESCRIPTION			
COUNTRY Fed. Rep. of Germany	STATION DESIGNATION MÜNICH B	STATION TYPE	
STATE PROVINCE Bayern	NEAREST CITY München	LATITUDE 48° 10.0' N	LONGITUDE 10.5' E
POSITION REFERENCE D.S.K.	STATION ELEVATION 511.00 m	ACCURACY	
<p>DESCRIPTION München-Nymphenburg, "Landesamt für Maß und Gewicht", Franz-Schrank-Str. 9, basement. The station is monumented with a plate "Deutsches Scherenetz". Stability on concrete floor good. Attention: Mass of water in tank variable. i. o. B. 17981 B DSK: 7835/16PS DO: 9905-63</p>			
<p>DIAGRAM</p> <p>The diagram shows a floor plan with a tower on the left, a bench in the center, a door on the right, and a window and water tank at the bottom. Dimensions are provided: 1.3m between tower and bench, 2.5m between bench and door, 11.0m between door and window, and 1.5m between window and water tank. A north arrow is present.</p>			

**Figura 4.2:** Modelo de reseña para la red gravimétrica alemana (Doergé et al. 1977).

GRAVITY STATION DESCRIPTION	STATION TYPE	STATION DESIGNATION
COUNTRY España	Base Nacional	Tortosa B
STATE PROVINCE Tarragona	CITY Tortosa	
LATITUDE 40° 45' 50"	LONGITUDE 0° 31' 40"	ELEVATION 10,7 m.
GRAVITY STATION MARK Chapa metálica	AGENCY/ORGANIZ. I.G.C.	RECEPTION B.D.
POSITION REFERENCE Magna	POSITION SOURCE IGC	SOURCE DESIGNATION 1:50,000 hoja 522
ELEVATION REFERENCE Nivelación Precisión	ELEVATION SOURCE IGC	SOURCE DESIGNATION NF 1.510
<p>DESCRIPTION Situada a 15 m. de la placa gravimétrica y entre las puertas de "malidas" y "Jefe de Estación" En la Estación de P.C. en la fachada de anión que es la Est. entre la primera puerta contando a partir del Sur y la segunda que es el puesto de periódicos y a unos 15 m. de la placa del IGC</p>		
<p>DIAGRAM/PHOTOGRAPH</p> <p>The diagram shows a street view with a building facade. A vertical line indicates the station location, with a scale from 0 to 100 meters. A photograph shows the building facade with a sign that says "TORTOSA".</p>		
DATE OF PHOTO 1973	RECORDED BY A. Elvezo	AGENCY IGC
IPC FORM 115-29		DATE 7-6-73

**Figura 4.3:** Modelo de reseña para la red gravimétrica española.

### 4.2.3.3 Elección y calibración del instrumental

Antes de la observación de una red gravimétrica es fundamental y necesaria la elección del instrumental adecuado y proceder al estudio y calibración del mismo.

El instrumental elegido dependerá del objetivo perseguido, pero para redes fundamentales deberá ser lo más preciso y exacto posible, los gravímetros absolutos actuales presentan precisiones entorno a  $1-10 \mu gal$  (Hallet et al. 1988), (Torge 1997) independientemente del modelo utilizado y en cuanto a los gravímetros relativos el mercado actual trabaja mayormente con modelos Lacoste&Romberg cuya precisión llega a rondar los mismos valores que los absolutos. Debemos, por otro lado, tener en cuenta que investigaciones actuales han demostrado que precisiones del orden de  $1-10 \mu gal$  solo se pueden conseguir usando varios gravímetros en la misma campaña (Meurers 1994).

En cuanto a los *gravímetros absolutos* estos necesitan de un control regular de sus estándares de longitud y tiempo, y su calibración y puesta a punto se efectúa mediante la evaluación de múltiples observaciones en un mismo punto, medidas en puntos de gravedad conocida y, la más utilizada, medidas simultáneas de diferentes gravímetros absolutos en el mismo lugar (Baldi et al. 1994), (Amalvit et al. 1997), (Torge 1997).

En cuanto a los *gravímetros relativos*, en primer lugar, deberán ser estudiados con el fin de poder determinar las dependencias del mismo en cuanto a la presión del aire, temperatura, campos magnéticos, comportamiento de la deriva instrumental, etc con lo que estaremos estableciendo las diferentes respuestas y las características y errores propios de cada uno de los instrumentos que formarán parte en la campaña (Torge 1989 a); en segundo lugar los gravímetros deberán ser calibrados. En este caso la calibración será necesaria ya que estos instrumentos de medida relativa dependen de una fuerza elástica para la medición de la gravedad, generalmente un muelle, por lo que las constantes físicas del sistema, los parámetros geométricos y los parámetros del sistema de lectura pueden variar con el tiempo, lo cual lleva a una variación del factor de calibración, factor por el que deberemos multiplicar la medida en el sistema de lectura para obtener los valores de gravedad. Será, por tanto, necesaria la evaluación periódica de la estabilidad de la función de calibración para medidas de alta precisión (Meurers 1994), en especial antes y después de una campaña de medición.

Dicha calibración se puede llevar a cabo en la propia fábrica del instrumento (Valliant 1991), aunque también se puede efectuar en laboratorios especializados y en campo. La calibración se basará en observar la respuesta del aparato ante variaciones de gravedad conocidas con lo cual podremos ajustar esa función de calibración, en laboratorio las variaciones de gravedad las provocará una variación en la inclinación del instrumento, o por una variación de la masa interna sometida a la acción de la gravedad (Torge 1989 a), (Torge 1989 b), (Valliant 1991) y en campo debemos acudir a las llamadas *líneas de calibración* que consisten en comparar las medidas del gravímetro con líneas donde la gravedad sea conocida en unos determinados puntos y cuya diferencia de gravedad sea suficiente como para poder calibrar los diversos intervalos del rango del gravímetro. Estos puntos de gravedad absoluta conocida pueden ser puntos de la IGSN71, o puntos establecidos con gravimetría absoluta (Charles et al. 1994), aunque actualmente los incrementos a los factores de calibración se utilizan como incógnitas en el posterior ajuste de la red y se determinan mediante un ajuste mínimo cuadrático, siempre que diferentes instrumentos hayan medido los mismos itinerarios (Boedecker et al. 1986), (Haller et al. 1988), (Torge 1989 a), (Sevilla et al. 1990 a), (Boedecker 1992), (Gil 1993), (Boedecker et al. 1994), (Charles et al. 1994), (Géza et al. 1994), (Hipkin et al. 1994), (Ritcher et al. 1997), (Subiza et al. 1997).

El problema importante que presentan las líneas de calibración es que las variaciones naturales de los valores de gravedad pueden ser interpretados como la necesidad de un reajuste de los factores de calibración del instrumento (Meurers 1994).

Una vez se han elegido los aparatos a utilizar y se ha comprobado su buen funcionamiento mediante calibración, se está en disposición de empezar a observar la red gravimétrica.

#### **4.2.3.4 Metodología de observación de una red gravimétrica**

La observación de la red gravimétrica se convertirá en el aspecto más importante de todos los tratados, ya que es fundamental la adquisición de unos buenos observables si queremos que posteriormente el ajuste llegue a las precisiones deseadas (Chueca et al. 1996 c).

La toma de *gravedad absoluta* se llevará a cabo mediante la observación continua de valores de gravedad sobre la estación durante 10-24 horas para cada toma, siendo recomendable dos tomas, lo que da lugar a un total aproximado de 1500-3600 medidas de gravedad en cada estación (Hammond et al. 1971), (Torge et al. 1994), (Richter et al. 1997), aunque actualmente el mercado empieza a ofrecer gravímetros absolutos portables de pequeño tamaño y peso para trabajar en campo, garantizando precisiones de 10  $\mu$ gal en tan solo diez minutos de observación (<http://www.microgsolutions.com>); normalmente el valor de la gravedad calculado será para una altura determinada (la del elemento sensible del gravímetro absoluto), por lo que se deberá medir el gradiente vertical de cada estación para referir el valor de gravedad al vértice situado en la monumentación.

En cuanto a las medidas de *gravedad relativas* se debe tener en cuenta que antes de la salida a campo se debe planificar perfectamente el trabajo para obtener un diseño de red adecuado y optimizado, teniendo en cuenta que cada punto debe relacionarse con, al menos, otros tres de la red y que cada itinerario debe efectuarse, al menos, por dos gravímetros diferentes para así obtener una buena contrastación de los resultados. Aquí es donde entra en juego el diseño optimizado de redes atendiendo a variables como tiempo de observación de cada uno de los itinerarios y accesibilidad para ir de un punto a otro (Chueca et al. 1995).

Las brigadas de campo serán la parte esencial para que la red culmine con éxito, las personas que se encarguen de observar deberán estar adecuadamente adiestradas en el manejo de los gravímetros y deberán atender a unas normas de observación claras y definidas:

1. El gravímetro deberá ser transportado con sumo cuidado, tanto en coche como a pie, procurando que se desestabilice lo menos posible durante el trayecto; se procurarán cajas forradas de material espumoso donde se introducirá la del gravímetro, con el fin de que el transporte en coche afecte lo menos posible al aparato.
2. Una vez llegados al punto de observación se orientará el aparato siempre a una misma dirección, (por lo general el Norte, haciéndose indispensable una brújula), se nivelará y se soltará el muelle, dejando reposar el gravímetro 5-10 minutos para que se estabilice.
3. Una vez estabilizado procederemos a la lectura girando el tornillo de compensación siempre en el mismo sentido hasta alcanzar una lectura fiable sobre el cero (nivel de compensación).



1994), ABABCBC (Di Filippo et al. 1994), esta forma de observar se utiliza para controlar la deriva del gravímetro, aunque si el aparato utilizado es un Lacoste&Romberg, podemos utilizar un esquema mucho más rápido del tipo ABCDA ya que este tipo de aparatos posee una función deriva mucho más modelizable *a priori* como así lo demuestran estudios previos hechos con este tipo de instrumental (la deriva se puede asimilar a una recta de regresión para intervalos de observación cortos, por ejemplo un día), (Boedecker et al. 1981), (Sledzinski, 1999, comunicación privada).

Una vez efectuada la toma de datos se debe proceder a su correcta clasificación y ordenación o, incluso, a su introducción en una base de datos adecuada para su posterior procesamiento.

#### 4.2.3.5 Correcciones sistemáticas a las observaciones

Una observación geodésica se debe situar en un sistema de referencia único, el sistema de referencia natural es el geocéntrico, cuya precisión es del orden de  $10^{-6} m$ , si las observaciones efectuadas no superan esta precisión, podremos situarlas en este sistema de referencia sin ningún problema. Sin embargo, esto cambió drásticamente a partir de 1970 debido a dos razones (Moritz 1984 b):

- La primera fue la medida de la gravedad absoluta, realizada en París por Sakuma, donde se alcanzó una precisión de  $1 \mu gal = 10^{-8} m/sg^2$ .
- La segunda fueron las medidas láser a satélites (SLR) y la interferometría de muy larga base (VLBI) con las que se llega a precisiones de 5 cm en distancias de 5000 km, es decir,  $0.01 ppm = 10^{-8} m$ .

Estas precisiones se alcanzan hoy día en muchas partes del mundo y en muchas disciplinas, por lo que surge la necesidad de disponer de sistemas de referencia con una precisión comparable.

Hasta una precisión de  $10^{-6} m$  la tierra puede considerarse rígida; los efectos de la no rigidez están por debajo de esta precisión pero para un orden superior es necesario tener en cuenta estos efectos. Las principales desviaciones de la tierra real respecto del modelo ideal son producidas fundamentalmente por las mareas terrestres, movimientos del polo y movimientos de placas tectónicas.

Dicho esto se verá claramente que a las observaciones gravimétricas de alta precisión se las debe corregir de todos los sistematismos conocidos, no solo los anteriores, sino también los instrumentales y los propios de la observación; la modelización de alguno de estos efectos es complicada y los efectos locales difíciles de estudiar (Torge 1989 a), (Gil, 1993), por lo que nos referiremos únicamente a los que la *International Gravity Commission* recomienda (Boedecker 1988): mareas terrestres, movimiento del polo, altitud del gravímetro sobre la marca de la estación e influencia de la presión atmosférica y sus variaciones sobre el gravímetro.

##### 4.2.3.5.1 Mareas terrestres

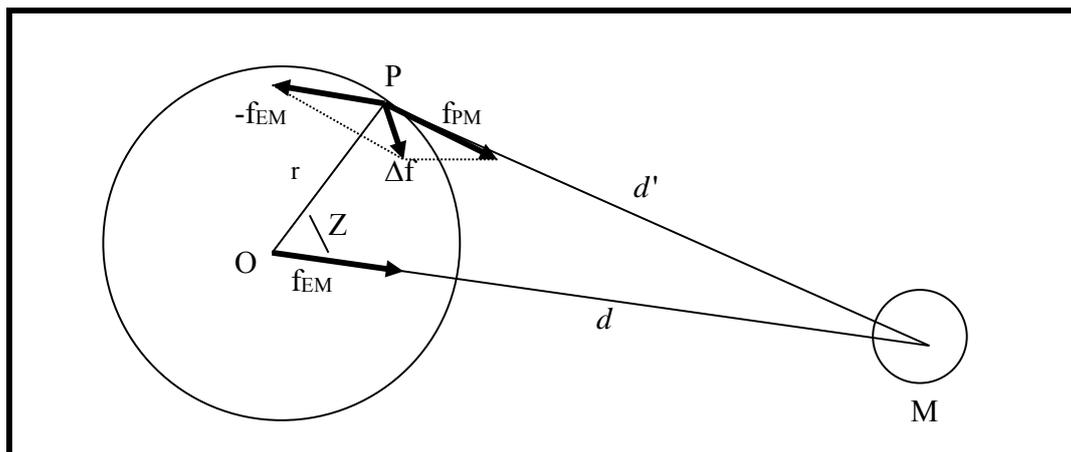
Debemos independizar las medidas gravimétricas del tiempo, lo cual nos obliga a eliminar el efecto que el Sol y la Luna poseen sobre los puntos medidos en el momento de la medición (mareas terrestres).

La tierra, por lo general, no cumple las condiciones de ser perfectamente fluida y deformable ni tampoco las de ser perfectamente rígida e indeformable, por lo que el efecto

de las mareas (solares y lunares) debe notarse también en las zonas cubiertas por los continentes originando las llamadas mareas terrestres.

Las deformaciones de marea producidas en un punto de la tierra tienen su explicación en la diferencia existente entre la magnitud y dirección de estas fuerzas aplicadas en un punto de la superficie terrestre y las aplicadas en el centro de la tierra (Sevilla 1989), (Schrama 1996). Si la tierra fuera perfectamente rígida no se deformaría, al no serlo se deforma y lo hace en la dirección del astro perturbador. Los efectos de marea y sus amplitudes pueden calcularse a partir de los elementos orbitales del Sol y la Luna. Por lo tanto deberemos atender a las variaciones que producen estos astros sobre las medidas gravimétricas (podríamos llamarle efecto directo) y a las variaciones producidas sobre el planeta, que también producirán variaciones en la aceleración de la gravedad y dirección de la vertical (efecto indirecto), es decir debemos considerar la acción externa sobre el punto tal y como se producirían si no existieran las fuerzas internas que lo mantienen unido a la tierra y la fuerza de estas masas sobre la tierra aplicadas a su centro de gravedad, que hacen que la tierra se mueva como un todo.

Por tanto el potencial de marea (tanto para el Sol como para la Luna) será la diferencia entre el potencial creado por el cuerpo perturbador en dicho punto y el creado por el mismo cuerpo en el centro de la tierra trasladado al punto considerado, figura 4.5.



**Figura 4.5:** La fuerza gravitatoria de la Luna (o el Sol) se divide en dos componentes, llamados  $f_{EM}$  y  $f_{PM}$  cuya diferencia es responsable de la fuerza de marea terrestre  $\Delta f$ .

El desarrollo de fórmulas de trabajo se hará a partir de las leyes de Newton (Hotine 1969), (Heiskanen et al. 1985), y de su desarrollo en polinomios de Legendre (Heiskanen et al. 1985), (Blekely 1996), donde, para el caso de la Luna se desprecian los términos superiores a  $n=3$ , ya que, la relación  $r/d$  es del orden de  $1/60$  (para  $n=4$  resulta una influencia de  $6.1 \cdot 10^{-5}$  mgal en la gravedad (Sevilla 1989)); y para el caso del Sol, donde la relación  $r/d$  es del orden de  $1/23500$ , se pueden despreciar términos de orden superior a  $n=2$ .

El potencial de marea  $U$ , a través de su gradiente, da lugar a la fuerza de marea cuya componente vertical  $\partial U / \partial r$  representará la variación de la intensidad de la gravedad debida al fenómeno de marea, que, para la Luna, responderá a la expresión:

$$g_L = \frac{\partial U_L}{\partial r} = GM_T \mu_L \left[ \frac{r}{d^3} (3 \cos^2 Z_L - 1) + \frac{3}{2} \frac{r^2}{d^4} (5 \cos^3 Z_L - 3 \cos Z_L) \right] \quad (4.1)$$

Siendo  $M_T$  la masa de la tierra,  $G$  la constante de gravitación universal,  $\mu_L$  la relación entre masas terrestre y lunar  $\mu_L = M_L/M_T$ , valores proporcionados por la astronomía (IGN 2000),  $r$  será el radio medio terrestre o semieje mayor del elipsoide de referencia,  $d$  la distancia entre el centro de la tierra y el centro de la Luna y  $Z_L$  el ángulo  $POM$ , figura 4.5.

La parte debida al Sol será:

$$g_S = \frac{\partial U_S}{\partial r} = GM_T \mu_S \frac{r}{d^3} (3 \cos^2 Z_S - 1) \quad (4.2)$$

Sumando (4.1) y (4.2) obtenemos la componente vertical total,  $dg$ , mediante la expresión:

$$dg = g_L + g_S \quad (4.3)$$

Así, el potencial de marea viene expresado en una serie de polinomios de Legendre sobre la variable  $\cos Z$ , pero esa variable no se presta bien a un desarrollo analítico si se pretende estudiar el potencial y la fuerza de marea en función del tiempo, puesto que la distancia cenital geocéntrica es una coordenada respecto de un sistema de referencia horizontal en el que no se refleja la periodicidad del fenómeno; por lo tanto se deberá cambiar el sistema de referencia, pasando a un sistema ecuatorial con origen en el centro de masas de la tierra, en el que las coordenadas de la estación serán su longitud  $\lambda$  y latitud geocéntrica  $\psi$  y las coordenadas del astro perturbador van a ser el ángulo horario  $H$  y la declinación  $\delta$ .

Estas coordenadas, a su vez, son funciones del tiempo, simbólicamente (Moritz 1984):

$$\begin{aligned} \delta &= f_1(t) \\ H &= f_2(t) \end{aligned} \quad (4.4)$$

En estas condiciones se puede desarrollar el potencial gravitatorio producido por los astros perturbadores como una serie de armónicos esféricos dependientes del tiempo (Cartwright et al. 1971), (Wahr 1981), (Moritz 1984), (Sevilla 1989):

$$V(\theta, \lambda, t) = g_a \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left( \frac{d}{r} \right)^n C_n^m(t) Y_n^m(\theta, \lambda) \quad (4.5)$$

Donde:

$t$  es el tiempo universal medido en días solares desde el 1 de Enero de 1900.

$\theta$  es la colatitud del punto de cálculo.

$\lambda$  es la longitud del punto de cálculo.

$g_a = \frac{GM_E}{a^2} = 9.798529 \frac{m}{Sg^2}$  es la aceleración de la gravedad en el ecuador siendo  $M_E$

la masa de la tierra.

$Y_n^m$  son los armónicos esféricos trasladados al dominio de las frecuencias:

$$Y_n^m(\theta, \lambda) = (-1)^m \left[ \frac{2n+1}{4\pi} \cdot \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \right]^{\frac{1}{2}} P_n^m(\cos \theta) e^{im\lambda} \quad (4.6)$$

Donde:

$$P_n^m(X) = \frac{(1-X^2)^{\frac{m}{2}}}{2^n n!} \cdot \frac{d^{n+m}}{d_x^{n+m}} \cdot (X^2 - 1)^n \quad (4.7)$$

Los términos  $C_n^m(t)$  dependen exclusivamente de la posición instantánea del Sol y la Luna. Para hallar solución a estos coeficientes hay que definir unas variables función del tiempo que describan el movimiento del astro perturbador y, en segundo lugar, hay que relacionar dichas variables con las funciones de las coordenadas astronómicas del Sol y la Luna, (la distancia geocéntrica  $r$ , la declinación  $\delta$  y el ángulo horario local  $H$ ), y expresar el resultado en suma de ondas puramente sinusoidales.

Las variables que describen el movimiento del astro o argumentos fundamentales (Melchior 1983) son la longitud media de la Luna ( $S$ ), longitud media del Sol ( $h$ ), longitud media del perigeo lunar ( $P$ ), longitud media del nodo ascendente de la órbita de la Luna ( $N'$ ) y la longitud media del perigeo Solar ( $P_s$ ), además, para relacionar las posiciones de los astros y de la estación se utilizan las variables tiempo lunar medio ( $\tau$ ) y tiempo solar medio ( $\sigma$ ).

La expresión  $C_n^m$  se desarrollará de la forma (Cartwright et al. 1971):

$$C_n^m(t) = \sum_s H_s \frac{\cos}{\sin} \mathcal{G}_s \quad (4.8)$$

Siendo:

$$\mathcal{G}_s = 2\pi f_s t + \phi_s \quad (4.9)$$

La fase de la correspondiente onda y  $H_s$  su amplitud.

Análisis clásicos (Cartwright et al. 1971) han demostrado que la utilización de cosenos es apropiada para  $(m+n)$  par y senos para  $(m+n)$  impar.

Entonces el problema se traslada a relacionar las variables que describen el movimiento del astro perturbador y efectuar el desarrollo en ondas sinusoidales. Es decir hay que encontrar relaciones del tipo:

$$\mathcal{G}_s = 2\pi f_s t + \phi_s = K_1 \tau + K_2 S + K_3 h + K_4 P + K_5 N' + K_6 P_s \quad (4.10)$$

$$\mathcal{G}_s = \sum_{r=1}^6 K_r^{(s)} (2\pi f_r t + \phi_r)$$

Donde se deben aplicar las propiedades de ortogonalidad para obtener las séxtuplas válidas o con sentido. Si además se calculan las efemérides con precisión a partir de datos que cubran 18 años y se desarrollan los polinomios de Legendre en términos de los elementos de las efemérides, se pueden obtener valores para las amplitudes de las ondas.

Estas ondas tendrán un carácter u otro dependiendo del término  $K_1$ , si  $K_1=0$  se trata de ondas de baja frecuencia o anuales, si  $K_1=1$  se trata de ondas diurnas,  $K_1=2$  de ondas semidiurnas y  $K_1=3$  terciodiurnas; además, los valores de  $\phi_r$  y  $f_r$  son conocidos para cada  $K_r$ .

El primer desarrollo válido fue publicado por Doodson en 1921 (Melchior 1983), (Sevilla 1989), utilizando expresiones algebraicas, pero con el avance de las computadoras en los años 70 hizo el problema accesible a una determinación mínimo cuadrática, llevada a cabo por Cartwright, Edden y Tayler donde se verifica, actualiza y amplía el trabajo de Doodson (Cartwright et al. 1971), (Cartwright et al. 1973); este nuevo trabajo contiene 505 constituyentes de marea y se conoce como el desarrollo Cartwright-Tayler-Edden. Este desarrollo es el recomendado por la Asociación Internacional de Geodesia (IAG, 1983, resolución número 16), (Rapp 1983). Este trabajo está basado en las constantes astronómicas de 1964 pero no se esperan cambios significantes en los valores de las amplitudes si se utilizan constantes más recientes.

Actualmente el mejor análisis sobre un modelo de tierra elipsoidal, con rotación, elástica y con una reología interna determinada es el descrito por Wahr (Wahr 1981), donde, para obtener los efectos de las mareas terrestres sobre las medidas de gravedad se llega a la expresión:

$$\delta g = -\frac{2}{r_0} H_n^m \cdot 10^2 g_a \cdot Y_n^m G_n^m \quad (4.11)$$

Donde:

$$G_n^m = G_0 + \frac{G_+ Y_{n+2}^m}{Y_n^m} + \frac{G_- Y_{n-2}^m}{Y_n^m} \quad (4.12)$$

$$r_0 = 6371 \text{ Km}$$

$$g_a = 9.79859 \frac{m}{Sg^2}$$

$Y_n^m$  son los armónicos esféricos (ecuación 4.6).

$G_0$ ,  $G_+$  y  $G_-$  son los componentes aparentes de factor gravimétrico, parámetros conocidos a partir de la elección de un modelo de tierra estructural basado en los datos sísmológicos más recientes de la época que proporcionaron la visión elástica de la tierra, dotándola de compensación hidrostática, núcleo viscoso, manto sólido, discontinuidades en profundidad, etc.

En el caso de una tierra esférica sin rotación  $G_+=G_-=0$  y  $G_0=1-(3/2)k + h$  siendo  $k$  y  $h$  los números de Love.

La IAG (Rapp 1983) recomienda el uso del modelo Gilbert y Dziewonski de 1975 (Wahr 1981).

Por último  $H_n^m$  en la ecuación (4.11) corresponde directamente a las amplitudes de los coeficientes del desarrollo de Cartwright-Tayler-Edden.

Actualmente se ha demostrado que esta teoría no se ajusta completamente a los datos observados, pero es suficiente para las precisiones requeridas en la modelización de las mareas terrestres y es el mayormente utilizado aunque ya existan nuevos desarrollos mucho más completos con 12935 componentes de onda que incluyen el potencial de la Luna hasta orden 6, el del Sol hasta orden 3 y la influencia de los planetas Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno hasta orden 2, y que alcanzan precisiones menores al nanogal ( $0.01 \text{ nm/sg}^2$ ), (Wenzel 1998 a), (Wenzel 1998 b).

Debido al hecho de que la tierra no es completamente rígida, los efectos del Sol y la Luna provocarán una cierta deformación no solo en la tierra, sino en todas las componentes (ondas) de marea, por consiguiente, si deseamos que los valores que se obtengan teóricamente se acerquen a la realidad habrá que introducir unos determinados factores de corrección que deberán ser obtenidos gracias a la experiencia y que dependerán de la propia tierra; las correcciones de mareas terrestres más precisas se calculan en estaciones permanentes de mareas terrestres (Vieira 1989) considerando el análisis armónico de los registros de gravímetro de donde se pueden deducir los factores de amplitud gravimétrica  $\delta_0$ , y diferencias de fase  $\alpha_0$  de las ondas diurnas y semidiurnas en que se puede descomponer el potencial de mareas terrestres (Ducarme et al. 1980), (Boedecker et al. 1986), donde se puede ver que para valores en los parámetros de  $\alpha_0=0$  y  $\delta_0=1.164$  se obtienen precisiones menores de  $10 \text{ } \mu\text{gal}$  con las mareas observadas. Por tanto si  $g_m$  es la gravedad medida en un punto y  $g_c$  su valor corregido de mareas terrestres, obtenemos la relación:

$$g_c = g_m + 1.164 \delta g \quad (4.13)$$

Siendo  $1.164$  ese factor de corrección que tiene en cuenta la elasticidad de la tierra.

Para finalizar debemos tener en cuenta las consideraciones de Honkasalo (Honkasalo 1964): las correcciones hechas hasta este momento suponen situar al Sol y a la Luna en el infinito, lo que hace que la corrección por mareas terrestres sea cero solo si consideramos la suma de su efecto sobre toda la superficie terrestre, de esta forma la corrección del efecto periódico sistemático producido por las mareas terrestres no será cero en una determinada estación, por lo que la corrección de tal efecto periódico no será natural; se deberá, por tanto, considerar la parte sistemática (constante) de la corrección por mareas terrestres, que dependerá únicamente de la latitud y cuya suma para el sol y la luna corresponderá a (Honkasalo 1964):

$$\delta g \left( \frac{M_o}{S_o} \right) = 0.037 (1 - 3 \sin^2 \psi) \text{ mgal} \quad (4.14)$$

Y restaurarla de los cálculos definitivos (siendo  $\psi$  la latitud geocéntrica en la ecuación anterior), es decir, Honkasalo sugiere que la parte permanente de deformación debe ser restaurada. Así, en la constitución de la red gravimétrica mundial IGSN71, los valores de gravedad ajustados contienen la corrección para las mareas gravimétricas con una particularidad: primero se redujeron los datos de todas las mareas, incluyendo las mareas permanentes que dependen solamente de la latitud, y después se volvió a aplicar esta última corrección, es decir, los resultados publicados contienen una parte de las mareas terrestres (que no ha sido eliminada), aquella parte constante con el tiempo (se le suma el resultado de la ecuación (4.14)). En esta última expresión se incluyen tanto la

parte directa de atracción que afecta a las medidas gravimétricas como la parte constante indirecta de deformación terrestre permanente (Haller et al. 1988). A los valores de gravedad así obtenidos se les llama **valores medios de gravedad**, y al geoide correspondiente **geoide medio** (Ekman 1989).

La altura del geoide medio sobre el geoide totalmente corregido de mareas será, según esta teoría de  $-26\text{ cm}$  en los polos (Ekman 1989), pero cálculos posteriores utilizando la integral de Stokes produjeron un resultado erróneo de  $72\text{ cm}$  (Heikkinen 1979). Esto se debe al hecho de que la gravedad media incluye también la atracción permanente causada por las masas situadas fuera del geoide (las del sol y la luna); para evitar este problema Heikkinen (Heikkinen 1979), sugiere corregir totalmente de mareas las medidas gravimétricas, de forma que se obtiene un geoide que responderá exclusivamente al campo gravitatorio y centrífugo, dando lugar a la llamada **gravedad totalmente corregida de marea** y al **geoide totalmente corregido de marea o non-tidal geoid** en la literatura inglesa (Ekman 1989), (Lemoine et al. 1998)

Pero si se elimina la parte constante de deformación terrestre, se deben cambiar los momentos de inercia terrestre, la velocidad de rotación y, por tanto, su fuerza centrífuga, ya que se está variando la forma de la tierra (Ekman 1989). Además esta última consideración asume que la deformación permanente de la tierra debido a las mareas terrestres es elástica. En 1980 Groten (Groten 1980), rebatiendo las ideas de Heikkinen (Heikkinen 1979), sugiere que esa parte estacionaria en realidad no lo es debido a varias causas: oceánicas, atmosféricas, heterogeneidad lateral de la topografía y geología y deceleración de la Tierra que provocará una aceleración de la luna en su órbita, cambiando la distancia Tierra-Luna; todo esto hará que, en un periodo de millones de años, la parte estacionaria de deformación de la Tierra y sus superficies equipotenciales debido a las mareas terrestres cambie y no se podrá aplicar la ecuación (4.14), es decir, el efecto indirecto debido a la deformación permanente que sufre la tierra debido a los astros perturbadores no podrá ser eliminada ya que no se conocen los factores adecuados, además esta eliminación supondría una violación de la realidad física, ya que si se elimina la componente permanente de la tierra se cambiará también su forma, por lo que se deberán cambiar los valores de otros parámetros geodésicos y físicos (momentos de inercia, velocidad angular, fuerza centrífuga) para mantener la consistencia (Poutamen et al. 1996). En otras palabras, las desviaciones de la tierra de un estado elástico perfecto son poco conocidas (Wahr 1981) incluyendo el problema de la separación de esta deformación permanente de la tierra de otras deformaciones de carácter planetario como rotacionales, fuerzas convectivas, deformaciones postglaciares, etc, y, por tanto, Groten sugiere la utilización de la expresión:

$$c = 1.16(F_{ver} - (F_{ver})_{med}) + (F_{ver})_{med} = F_{ver} + 0.16(F_{ver} - (F_{ver})_{med}) \quad (4.15)$$

Para calcular el término correctivo total para las mareas terrestres aplicadas a las medidas gravimétricas, donde  $F_{ver}$  es la componente vertical de la corrección, ecuación (4.11) y  $(F_{ver})_{med}$  es la componente de marea permanente, ecuación (4.14).

En mayo de 1982, la asamblea general de la IAG celebrada en Tokio recoge la sugerencia de Groten en sus resoluciones número 9 y 16 (Boedecker 1988) y recomienda que la parte constante directa del efecto de las mareas terrestres debe ser eliminada de las medidas de gravedad, pero no así el efecto indirecto de deformación terrestre, es decir se debe utilizar la ecuación (4.15). Los valores de gravedad así reducidos se llaman valores de **gravedad cero** y al modelo de geoide obtenido a partir de los mismos **geoide cero**.

Para el caso del desarrollo actual de la tierra elástica según la teoría de Wahr, la parte constante con el tiempo corresponderá a  $n=2$  y  $m=0$  del desarrollo (4.5):

$$\delta f_c = -\frac{2}{r_o} H_2^0 \cdot 10^2 g_a Y_2^0 G_2^0 \quad (4.16)$$

Expresión de la que únicamente debemos considerar la parte directa que afectará a la medida de la gravedad, pero donde se debe retener la parte indirecta; la corrección a utilizar sobre las medidas gravimétricas corregidas del efecto total de mareas terrestres  $g_E(P)$ , para llegar a obtener la medida de la gravedad considerando la parte constante sobre la medida gravimétrica  $\overline{g_E(P)}$  será:

$$\overline{g_E(P)} = g_E(P) - \delta \overline{g} \quad (4.17)$$

Donde:

$$\overline{\delta g} = -\frac{2}{r_o} H_2^0 \cdot 10^2 g_a Y_2^0 G_2^0 - \delta g \quad (4.18)$$

Siendo  $\delta g$  el efecto constante para la tierra rígida, elástica y con rotación que se podrá evaluar mediante (Rapp 1983):

$$\delta g = -\frac{2}{r_o} H_2^0 \cdot 10^2 g_a \frac{1}{2} \left[ 3 \cos^2 \theta - 1 + \varepsilon \left( -9 \cos^2 \theta + 6 \cos^2 \theta + \frac{1}{3} \right) \right] \quad (4.19)$$

Donde  $\varepsilon$  es el achatamiento polar.

Usando los coeficientes numéricos de la teoría de Wahr y las amplitudes del desarrollo Cartwright-Tayler-Edden, se llega a la expresión para la ecuación (4.18):

$$\overline{\delta g} = -4.83 + 15.73 \sin^2 \psi - 1.59 \sin^4 \psi \quad \mu gal \quad (4.20)$$

Siendo  $\psi$  la latitud geocéntrica.

Esta última expresión eliminará únicamente la parte indirecta de deformación de la corrección de mareas terrestres a aplicar, es decir, una vez aplicada la corrección de mareas totalmente la deformación constante de la tierra permanecerá.

Como se puede comprobar  $0.16(F_{ver})_{ave} \approx \overline{\delta g}$ .

De acuerdo con la resolución número 15 de la IAG aprobada en la Asamblea General de 1979 en Camberra, los efectos por marea deben ser considerados en todas las medidas geodésicas (Yurkina et al. 1986), por lo que deberemos aplicar la corrección (4.14) a las estaciones de la red IGSN71 y luego (4.20) de acuerdo con la última resolución de la IAG.

Como conclusión decir que acotaciones numéricas (Sevilla 1989) muestran que la variación total máxima de la componente vertical de marea es de  $0.241 \text{ mgal}$ .

#### 4.2.3.5.2 Movimiento del polo

La variación del vector de rotación con respecto a la tierra constituye el movimiento del polo, que no se debe confundir con la variación del mismo vector respecto al espacio inercial donde se sitúa la tierra, lo que constituye la precesión y nutación (Vanicek et al. 1986).

El polo describe a lo largo del tiempo una trayectoria libre que es una curva más o menos circular de radio  $6\text{ m}$  y periodo de aproximadamente 430 días provocado por una pequeña diferencia entre el eje de rotación y el eje de máxima inercia debido al carácter deformable de la tierra (redistribuciones interiores de las masas terrestres (Lambeck 1986), efectos del rebote postglaciar en Canadá y Fenoscandia (Ekman 1989), movimientos tectónicos y variaciones atmosféricas, etc); superpuesta a ésta se encuentran las oscilaciones forzadas provocadas por la influencia del Sol y la Luna con una magnitud de  $60\text{ cm}$  (Moritz 1984 b), figura 4.6.

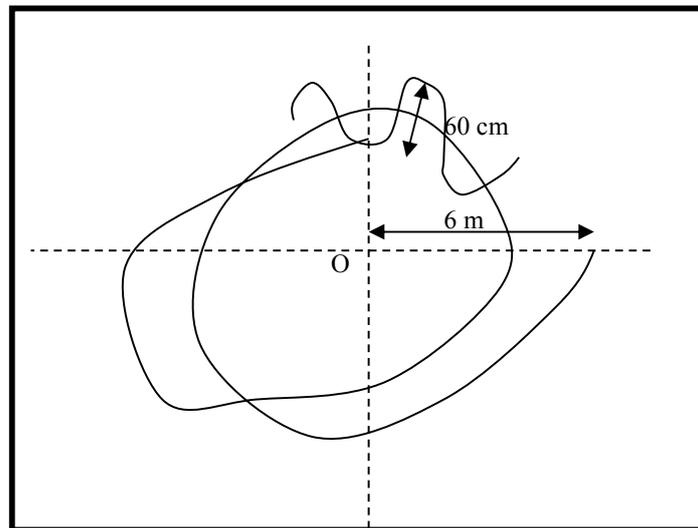


Figura 4.6: Representación gráfica del movimiento del polo.

Así, lo más indicado es tomar como eje  $Z$  de referencia el origen o centro ( $O$ ) de los círculos de movimiento libre, quedando así definido el eje  $Z$  de un modo convencional, a este centro se le denomina Origen Internacional Convencional (*CIO Conventional International Origin*), y las coordenadas esféricas del polo real estarán referidas a este origen CIO, cuyo eje  $X$  será el meridiano de Greenwich y el eje  $Y$  situado hacia el Oeste en su sentido positivo formando  $90^\circ$ , constituyendo el sistema de referencia IERS (International Earth Rotation Service).

Basándonos en el conocimiento de las características físicas del movimiento del polo, éste se puede descomponer en tres partes (Chao 1985):

$$\text{Movimiento del polo} = (\text{movimiento secular}) + (\text{movimiento anual}) + (\text{movimiento Chadleriano})$$

El movimiento secular (de largo período) puede ser tratado por un término lineal. Los movimientos anuales son provocados por el transporte de masas atmosféricas, las variaciones de energía solar recibidas, etc, por lo que deberá ser tratado como una onda cuya amplitud varía cada año y cuyo período es de 365.24 días. Los movimientos Chadlerianos responden a la oscilación libre del polo que corresponde a la componente Euleriana de la nutación de un cuerpo rígido; aunque la naturaleza física de sus

variaciones con el tiempo no son del todo conocidas se pueden tratar como oscilaciones que responden a causas aleatorias y no aleatorias y cuyo periodo es de 14 meses o 435 días aproximadamente.

El modelo matemático empleado en la predicción del movimiento polar atendiendo a lo anteriormente dicho se puede establecer por (Chao 1985):

$$x(t) = A + Bt + C_a \cos\left(\frac{2\pi t}{P_a} + \phi_a\right) + C_c \cos\left(\frac{2\pi t}{P_c} + \phi_c\right) \quad (4.21)$$

Con una expresión igual para  $y(t)$ . Donde  $A+Bt$  representa el movimiento secular, y las dos componentes sinusoidales representan los movimientos anuales y Chadlerianos respectivamente (donde  $C$  representará la amplitud de la onda,  $P$  el periodo y  $\phi$  la fase angular). Los parámetros reales  $A$ ,  $B$ ,  $C_a$ ,  $P_a$ ,  $\phi_a$ ,  $C_c$ ,  $P_c$ ,  $\phi_c$ , se determinan para las predicciones de cada año a partir de las observaciones de años anteriores (Zhu 1981), (Chao 1985), (Torge et al. 1987), (<ftp://maia.usno.navy.mil>), siendo, en un principio 6 años el periodo idóneo (Chao 1985) por ser el periodo de recurrencia o coincidencia entre los movimientos anuales y Chadlerianos y donde los parámetros  $P_a$ , y  $P_c$ , correspondientes a los periodos anuales y Chadlerianos respectivamente, pueden ser fijados a los valores conocidos (365.25 y 435 días) obteniendo la solución “periodo-fijo” o, por el contrario, también se pueden determinar en el ajuste, solución “periodo-flotante” (Chao 1985).

Actualmente la predicción para un año es realizada por la IERS, boletín A, e introducida en su correspondiente Web (<ftp://maia.usno.navy.mil>), con un intervalo de un día. Las principales características de esta solución son la consideración de periodos fijos ya que la solución “periodo-flotante” parece no ser adecuada (McCarthy 1988), y la consideración de, únicamente, dos años de observación y la eliminación de los periodos largos de la predicción ya que 2 años de observación proporcionan una buena descripción del movimiento del polo y resulta un periodo sensible a cambios en el movimiento que pueden ocurrir en tiempos relativamente cortos (se sensibiliza el modelo para posibles cambios físicos).

El método utilizado (McCarthy et al. 1991 a), (McCarthy et al. 1991 b) se basa en obtener información sobre la posición del polo a partir de medidas interferométricas (VLBI), medidas láser a satélites (SLR-Satellite Laser Ranging), medidas láser a la Luna (LLR-Lunar Laser Ranging), Astrometría óptica, etc. Con estos datos se genera un splin cúbico con diferentes pesos dependiendo de la precisión de cada uno de los datos, de manera que interpolamos la posición del polo para cada día de esos dos años, finalmente mediante un ajuste mínimo cuadrático se ajustan la elipse anual y el círculo Chadleriano introduciendo una posible deriva debida al ruido, donde, una vez halladas las constantes se puede extrapolar la posición del polo para los siguientes 365 días con una precisión por debajo de los 0.03 segundos.

El movimiento del polo provoca un cambio en la fuerza centrífuga y, por tanto, un cambio en la gravedad del orden de  $5 \mu gal$ , por lo que se debe corregir referenciando las mediadas a una posición media del polo (polo CIO). Se recomienda (Boedecker 1988) el uso de la expresión (Wahr 1985):

$$\delta g = 1.164 * 10^8 \omega^2 a 2 \sin \phi \cos \phi (X \cos \lambda - Y \sin \lambda) \mu gal \quad (4.22)$$

Donde  $X$  e  $Y$  son las coordenadas del polo referidas al sistema IERS en radianes,  $\omega$  es la velocidad angular de rotación terrestre igual a  $7292115 * 10^{-11} \text{ rd/sg}$ ,  $a$  es el semieje

mayor terrestre igual a  $6378136\text{ m}$  y  $\phi$ ,  $\lambda$  son las coordenadas geográficas de la estación de observación.

El máximo valor que alcanzará el movimiento del polo se puede cifrar en 0.8 segundos (Wahr 1985), lo que supone que la máxima variación de la gravedad por el movimiento del polo será de  $15\ \mu\text{gal}$ , si se determina el movimiento del polo con una precisión de 0.03 segundos se estarán cometiendo errores entorno a  $0.2\ \mu\text{gal}$  que resultarán despreciables.

Actualmente no se recomiendan reducciones debidas a la variación en la velocidad de rotación terrestre, ya que estos efectos no exceden de  $1 \cdot 10^{-8}$  para periodos anuales y sub-anales.

#### **4.2.3.5.3 Altura del gravímetro**

Normalmente el aparato toma el valor de gravedad a una determinada altura sobre la marca o vértice al que queremos dar valor de gravedad, por lo tanto deberemos reducir la medida de gravedad observada a la marca de referencia.

Un valor teórico de esta variación de la gravedad con la altura al aire libre es de  $0.3086\ \text{mgal}/\text{m}$  (Heiskanen et al. 1985), pero este valor puede variar hasta un 20% si nos encontramos cerca del suelo (Boedecker 1988) como así lo han demostrado experiencias prácticas (Haller et al. 1988), (Becker et al. 1995), convirtiéndose, incluso, en un valor no lineal para vértices situados en el interior de construcciones (Charles et al. 1995). Para corregir este sistematismo se debe medir la altura del instrumento y observar el gradiente vertical con el mismo.

En aparatos absolutos, el valor de gravedad se suele dar a  $0.80\ \text{m}$  del suelo y también se observa el valor del gradiente vertical, con lo que únicamente debemos efectuar una sencilla regla de tres.

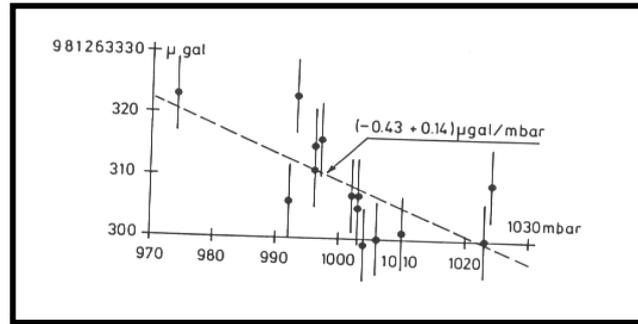
Para gravimetría relativa deberemos ser muy precisos en la medición de la altura del instrumento, ya que, por ejemplo, una variación de  $1\ \text{cm}$  produce una variación aproximada en la medida gravimétrica de  $3\ \mu\text{gal}$ , además deberemos observar el gradiente vertical ya que una variación del 10% en el valor del gradiente vertical con respecto al teórico provocará cambios del orden de  $0.03\ \text{mgal}/\text{metro}$ , que para alturas normales de la gravimetría relativa ( $25\text{-}30\ \text{cm}$ ), supone una variación en la gravedad de  $0.007\text{-}0.01\ \mu\text{gal}$ , errores que se deben tener en cuenta y corregir adecuadamente.

Para observarlo correctamente se empezaron utilizando plataformas de 3 metros de altura y de 5 a 7 repeticiones (Thyssen-Bornemisza et al. 1956), lo cual creaba limitaciones e inestabilidades debido a las condiciones atmosféricas, sobre todo de viento. Actualmente, y gracias a la precisión que un gravímetro relativo L&R posee, las experiencias (Wang et al. 1996) han demostrado que alturas de 1 a 1.2 metros y 3 repeticiones son suficientes para conseguir precisiones entorno a  $1\text{-}2\ \mu\text{gal}/\text{m}$ , siempre y cuando se utilice un trípode con garantías de estabilidad.

#### **4.2.3.5.4 Influencia de la presión atmosférica y sus variaciones sobre el gravímetro**

Suponiendo que los cambios de presión no afecten al interior del gravímetro (que debe estar convenientemente sellado), los efectos de las variaciones de presión en las observaciones de gravedad son de dos clases: variaciones de la densidad del aire y, por tanto, variaciones de la fuerza de atracción de la atmósfera sobre el gravímetro y deformaciones de la corteza debido a estas variaciones de presión, por lo que las

correcciones a dichas variaciones se determinarán empíricamente. Estas experiencias demuestran que existe una variación de aproximadamente de  $-0.3 \mu\text{gal}/\text{mbar}$  a medida que aumenta la presión (Boedecker et al. 1981), (Torge et al. 1987), figura 4.7, lo cual supone que para variaciones de presión de  $10 \text{ hPa}$  sobre un valor normal (variaciones, por otro lado, habituales) existirán variaciones de  $3-4 \mu\text{gal}$  por lo que debemos reducir las medidas gravimétricas de este efecto reduciendo la presión de la estación a una presión normal aplicando ese factor de  $-0.30 \mu\text{gal}/\text{mbar}$ .



**Figura 4.7:** Recta de regresión entre la presión del aire y las observaciones de gravedad con el gravímetro absoluto JILAG-3 en la estación de Hannover (Torge et al. 1987).

La resolución n° 9 de la IAG (Boedecker 1988), recomienda el uso de la expresión:

$$\delta g = 0.30 * 10^{-10} \delta p \text{ [ms}^2\text{]} \quad (4.23)$$

Para homogeneizar (corregir) las medidas y colocarlas en una situación de presión constante, donde:

$$\delta p = (p_a - p_n) \text{ [Pa]} \quad (4.24)$$

Siendo  $p_a$  la presión observada en Pascales y  $p_n$  la presión normal que tomará el valor de (Boedecker et al. 1981):

$$p_n = 1.01325 * 10^5 \left( 1 - \frac{0.0065H}{288.15} \right)^{5.2559} \text{ [Pa]} \quad (4.25)$$

Siendo  $H$  la altura del punto de observación en metros.

Para cálculos posteriores puede ser interesante eliminar toda la masa de la atmósfera o situarla por debajo del geoide (recordemos que el geoide será una solución en la que se supone no existen masas por encima de él). Existe una fórmula de trabajo basada en tablas correctivas extraídas de estudios teóricos sobre la atracción debida a cambios de masa atmosférica con la altura (Ecker et al. 1969), (Moritz 1984c), (Rapp et al. 1990b) y que presenta los valores tabulados de esas tablas (Sevilla 1995), (Sideris et al. 1995):

$$\delta g = 0.8658 - 9.724 * 10^{-5} H + 3.482 * 10^{-9} H^2 \text{ [mgal]} \quad (4.26)$$

Siendo  $H$  la altura de la estación en metros y cuyo valor siempre se sumará a la medida de gravedad (eliminamos toda la masa atmosférica, por lo que se observará mayor gravedad hacia el interior).

#### 4.2.3.6 Errores accidentales. Parametrización de la función de deriva

Existen una serie de errores accidentales que afectarán a una medida gravimétrica, en este apartado nos referiremos exclusivamente a los modelos Lacoste&Romberg por ser los más utilizados, entre estos errores accidentales podemos destacar (Torge 1984 a), (Torge 1984 b), (Wang et al. 1996) cambios accidentales en el voltaje, variaciones de temperatura durante la lectura, de presión y del campo magnético, errores accidentales de lectura y de verticalidad en el estacionamiento, factores accidentales debidos a un mal transporte, fluctuaciones en el nivel hidrogeológico, etc, como se puede ver la mayoría de ellos son de difícil modelización, constituyendo, en número, un error aproximado en las lecturas de 20 a 30  $\mu\text{gal}$  para un modelo L&C (debido a que el error de lectura se puede cifrar en 3-5  $\mu\text{gal}$ ) aunque este valor variará dependiendo del propio gravímetro y se debe evaluar en laboratorio.

Todos estos errores se engloban habitualmente dentro de la *deriva* que proviene, esencialmente, del continuo envejecimiento del resorte, lo que provoca una pérdida progresiva de las tensiones del mismo y a la que se añaden todos los efectos accidentales que antes se comentaban, que provocan que las lecturas en un mismo punto con un intervalo de tiempo entre las medidas no coincidan. Este será el llamado error de cierre en gravimetría.

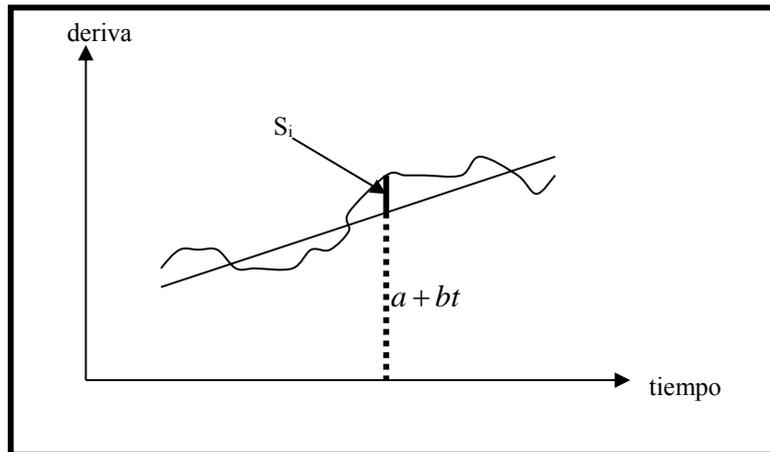
Experiencias prácticas (Boedecker et al. 1981) muestran que la función deriva para un gravímetro Lacoste&Romberg puede ser modelizada mediante una función lineal para periodos de observación cortos (6-8 horas) tanto en laboratorio como en campo.

Con todo debemos considerar que la función deriva es una señal aleatoria en la que únicamente la parte lineal se puede parametrizar en función del tiempo ( $t$ ) ya que es la única con sentido físico, es decir, la deriva cumplirá con la ecuación (Boedecker et al. 1986):

$$d_i = a + bt_i + s_i \quad (4.27)$$

Siendo  $a$  y  $b$  son los parámetros a determinar, donde el parámetro  $a$  tendrá valores diferentes para cada día (la deriva es una función lineal no cíclica), y el parámetro  $b$ , que podemos entender como la variación de las lecturas debido a la deriva, puede ser el mismo para un largo periodo de observaciones (varios meses), (Boedecker et al. 1986), y  $S_i$  será la señal aleatoria con el tiempo que es desconocida y será fruto de los diferentes errores accidentales de que antes se hablaba (Moritz 1980), figura 4.8.

Se ha visto que estos errores, los que producen la señal aleatoria  $S_i$ , no podrán ser modelados y, por lo tanto, deberán ser convenientemente introducidos en el posterior ajuste bajo la forma del peso correspondiente.



**Figura 4.8:** Función de deriva compuesta por el factor lineal (recta de regresión  $a+bt$ ) más la señal aleatoria  $S_i$ .

#### 4.2.3.7 Cálculo y ajuste de una red gravimétrica

La elaboración de una red gravimétrica exigirá la obtención de unos observables a lo largo de una serie de itinerarios cerrados, sobre los vértices que han de constituir la red, una vez obtenidos estos observables debemos linealizarlos para obtener el correspondiente modelo matemático adecuado para aplicar el algoritmo Gauss-Markov de compensación mínimo cuadrática (Chueca et al. 1997 c) y obtener así el ajuste de la red con toda la batería de tests estadísticos de control de una red en cuanto a detección de errores groseros, fiabilidad externa, interna, etc. (Chueca et al. 1997 c).

Para el correcto establecimiento del modelo matemático, se planteará el problema de la siguiente manera:

Sabemos que el modelo matemático responderá a la expresión:

$$O + r = C + dC \quad (4.28)$$

Donde el valor observado  $O$  más un residuo  $r$  será igual al valor calculado  $C$  más un diferencial de cálculo  $dC$ .

El valor observado corresponderá a la lectura efectuada en el gravímetro multiplicada convenientemente por el factor de calibración que el fabricante proporciona para cada aparato y corregida de los sistematismos que se han visto en el apartado 4.2.3.5, que no dependen de la lectura obtenida.

El valor calculado corresponderá, para una lectura  $i$ :

$$g_i = f_{cal}(Lect)_i + C_{sis} + (a_0 + b_1 t_i) \quad (4.29)$$

Donde  $f_{cal}$  es el factor de calibración que el fabricante proporciona,  $Lect$  es la lectura sin corrección de sistematismos,  $C_{sis}$  son las correcciones sistemáticas y  $a_0$ ,  $b_1$  son las constantes de la función de deriva. En esta ecuación se eliminan componentes como los

errores periódicos, de difícil ajuste dado que deberían considerarse como sistematismos (Xingli et al. 1986), parámetros de orientación y de temperatura, que deberán considerarse como errores accidentales y reducibles mediante una metodología de trabajo adecuada (Boedecker et al. 1981), etc.

Para hallar el término  $dC$  debemos derivar esta última expresión respecto de las variables que se consideren puedan ser ajustadas; la primera de ellas será el factor de calibración que el fabricante nos proporciona, ya que con el paso del tiempo estos valores pueden haber variado, y si no se ha efectuado una correcta calibración estas variaciones pueden ser calculadas en el ajuste, así:

$$\frac{\partial g_i}{\partial f_{cal}} = (Lect)_i \quad (4.30)$$

Los siguientes parámetros sobre los que se deberá derivar son los procedentes de la recta de regresión que formará la deriva (una para cada itinerario):

$$\begin{aligned} \frac{\partial g_i}{\partial a_0} &= 1, \\ \frac{\partial g_i}{\partial b_1} &= t_i \end{aligned} \quad (4.31)$$

Así:

$$dC = \delta F_{cal} (Lect)_i + \delta a_0 + \delta b_1 (t_i) \quad (4.32)$$

Y para un observable relativo, es decir  $g_j - g_i$ :

$$dC_i^j = \delta F_{cal} (Lect_j - Lect_i) + \delta b_1 (t_j - t_i) \quad (4.33)$$

Por lo tanto la ecuación relativa a introducir en la matriz de diseño será (Torge 1989 a), (Torge 1989 b):

$$(\Delta O_i^j - \Delta C_i^j) + r_{ij} = \delta F_{cal} (Lect_j - Lect_i) + \delta b_1 (t_j - t_i) \quad (4.34)$$

Donde el valor observado serán las diferencias de lecturas observadas multiplicadas por el factor de calibración que propone el fabricante y corregida de sistematismos y el valor calculado será la diferencia de valores aproximados para los valores de la gravedad de los vértices.

Los valores  $Lect_j - Lect_i$  serán las lecturas pasadas a miligales mediante los factores de calibración que proporciona el fabricante sin corregir de sistematismos, de manera que hallaremos un único  $\delta F_{cal}$  para todos los rangos de lectura del aparato, convirtiéndolo en un factor de escala.

Lo único que nos queda por establecer será el peso de las observaciones:

$$P = \frac{\sigma_o^2}{\sigma_i^2} \quad (4.35)$$

Donde  $\sigma_o^2$  será el estimador de la varianza de peso unidad, normalmente uno y  $\sigma_i^2$  será el cuadrado de la desviación típica de la observación.

Pero falta todavía individualizar el ajuste para valores concretos de gravedad (variaciones a los valores aproximados de gravedad introducidos); algunos autores proponen buscar las derivadas de la gravedad sobre la función (4.29) (Boedecker et al. 1986), (Sevilla et al. 1990 a), (Charles et al 1994), (Ritcher et al. 1997):

$$\frac{\partial F}{\partial g_i} = 1 \quad (4.36)$$

Con lo que se trabajará con la ecuación de observación:

$$(\Delta O_i^j - \Delta C_i^j) + r_{ij} = \delta F_{cal} (Lect_j - Lect_i) + \delta b_1 (t_j - t_i) + \delta g_p - \delta g_i \quad (4.37)$$

Donde  $\delta g_p$  y  $\delta g_i$  son las variaciones a los valores de gravedad ajustados. Esto presenta el grave problema de romper con la independencia de las variables a determinar (el factor de calibración y las variaciones de gravedad introducidas ahora no son linealmente independientes), como solución se propone la introducción de pseudo-observaciones del tipo (Boedecker et al. 1986), (Sevilla et al. 1990 a):

$$\delta F_{cal} = r \quad (4.38)$$

También llamadas ecuaciones de gravímetro de referencia, ya que ponderando esta ecuación más o menos (pensando en que se trabajan con varios gravímetros), se ajustará la red más o menos a un determinado gravímetro llamado de referencia.

#### 4.2.3.7 Optimización de una red gravimétrica

El objetivo de toda optimización es el de lograr mejorar la precisión obtenida con el menor coste posible (en tiempo, dinero o medios). Una de las maneras de trabajar consiste en intentar mejorar la información de que disponemos densificando la red observada con nuevos datos, nuevas observaciones, a este problema, dentro de los problemas de diseño, se le conoce con el nombre de problema de diseño de orden 3, PD3 (Chueca et al. 1995).

El método que se emplea se puede resumir como sigue (Torge 1989 b): Supongamos que la red gravimétrica que queremos optimizar tiene  $K$  puntos y que por razones económicas solo podemos realizar un número de conexiones (medidas relativas)  $S$  limitadas de las  $K(K-1)/2$  posibles.

En primer lugar podemos realizar un primer ajuste con  $K+1$  mediciones (solo un grado de libertad), o diseñar una red consistente y homogénea con un mínimo de observaciones, y obtener los valores resultantes de la matriz cofactor de criterio de las variables o parámetros a posteriori  $Q_{xx}$ , que responde a la expresión:

$$Q_{XX} = (A^T P A)^{-1} \quad (4.39)$$

Si seguimos el método empleado para la resolución del PD3, se trata de ver como mejora la precisión de la red agregando observables, de uno en uno o por un grupo de ellos (un itinerario más), hasta alcanzar el nivel de optimización deseado, de acuerdo con las precisiones exigidas y el menor coste posible. En este sentido podremos utilizar las fórmulas que este problema de diseño en particular genera, de manera que no nos veamos obligados a realizar todo el ajuste para cada observable que vamos introduciendo, para eso, podemos utilizar la expresión (Chueca et al. 1995):

$$Q_{XX} = Q_{XX1} + DQ_{XX} \quad (4.40)$$

Donde  $Q_{XX1}$  corresponderá a la solución de partida y  $DQ_{XX}$  corresponderá a la modificación de la matriz de criterio inicial debida a la incorporación de los nuevos observables, cuya solución viene dada por:

$$DQ_{XX} = -Q_{XX1} A_2^T (P_2^{-1} + A_2 Q_{XX1} A_2^T)^{-1} A_2 Q_{XX1} \quad (4.41)$$

Donde la expresión entre paréntesis, en el caso de un solo observable, corresponde a un escalar.

Una vez halladas las matrices cofactor debemos elegir un criterio para saber qué diseño es más óptimo que otro, para ello se utilizan diferentes soluciones (Schmitt 1982b), (Wimmer 1982), el más sencillo de utilizar consiste en ver que matriz presenta un sumatorio de autovalores mínimo o, simplemente, que matriz presenta menor traza, con lo cual estaremos tratando de minimizar errores en todas las direcciones del hiperelipsoide de error. En el caso de redes gravimétricas existe un parámetro fundamental a tener en cuenta, y es el tiempo de observación, el cual puede llevar a descartar un observable que mejore el diseño de la red, pero cuya mejora no es lo bastante grande como para justificar el esfuerzo que conlleva su observación. Con este planteamiento diremos que, partiendo de una matriz cofactor inicial  $Q_{XX0}$ , diremos que una configuración que lleva a  $Q_{XX1}$ , es mejor que otra que lleva a  $Q_{XX2}$ , cuando:

$$\frac{Tr(Q_{XX0}) - Tr(Q_{XXi})}{C_i} = \text{máx.} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.42)$$

Siendo  $C_i$  el tiempo necesario para realizar la observación/es adicional/es.

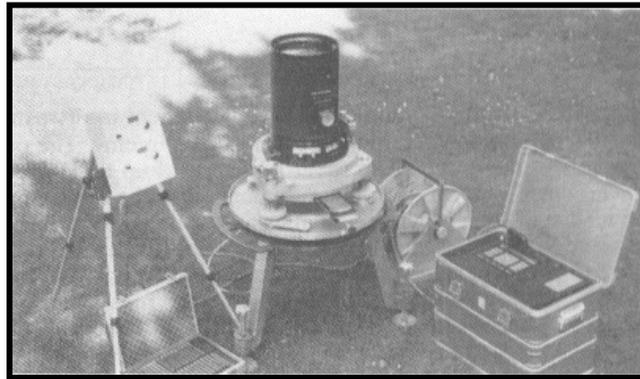
### 4.3 MÉTODOS DE CONTROL Y AJUSTE DE MODELOS DE GEOIDE

Una de las principales labores a realizar con un modelo de geoide después de su determinación es la comprobación del mismo con datos independientes a los de su propio cálculo; esta comprobación se hace necesaria ya que los modelos de geoide gravimétricos suelen ser susceptibles de poseer sistematismos y deformaciones debido a errores en los coeficientes del modelo global utilizado, una mala cobertura de anomalías de gravedad sobre la zona de cálculo, datos de gravedad de diferentes fuentes y, por tanto, de difícil unificación, modelos digitales del terreno poco precisos, con escasa resolución e insuficientes para la zona de determinación, consideración errónea de las densidades, diferencias entre los datums utilizados (modelo global, anomalías de gravedad y modelo digital del terreno), interpolación deficiente del campo gravitatorio, etc (Forsberg 1990), (Duquenne et al. 1994), (Hipkin et al. 1994b), (Tsuei et al. 1994), (Jiang et al. 1996), (Forsberg 1997), (Forsberg 1998), (Duquenne 1999); con esta comprobación se estará en la certeza de haber calculado un buen modelo de geoide, faltará aún ajustarlo para la

zona de cálculo ya que de nada servirá haber hecho el esfuerzo de determinación y haber calculado un modelo de geoide donde se han introducido sistematismos – a veces inevitables- si no se puede, a posteriori, ajustar este modelo a una determinada zona; empleando la terminología que la aerotriangulación fotogramétrica nos proporciona, se puede decir que debemos realizar la *orientación absoluta* del modelo de geoide calculado (Birardi et al. 1995).

Usualmente esta comprobación y ajuste se efectúa a partir de puntos GPS/nivelación, por lo tanto, en primer lugar, se deberán referenciar todos los modelos de geoide disponibles al sistema utilizado por el GPS, sistema compatible con el utilizado para el EGG97 y para el IBERGEO95, pero no así para los modelos globales.

Otro método de comprobación es utilizando desviaciones de la vertical: actualmente la observación de las coordenadas astronómicas en los puntos de control se realiza a través de fotografías cenitales a estrellas, figura 4.9, y su posterior procesamiento en un monocomparador fotogramétrico para obtener así las coordenadas astronómicas definitivas (Sevilla 1980), (Sevilla 1981), (Sevilla et al. 1982), (Bürki 1985).



**Figura 4.9:** Cámara cenital perteneciente al Instituto de Geodesia y Fotogrametría de Zürich (Bürki et al. 1991).

El error esperado en la observación con esta técnica es de  $0.5$  a  $1''$  (Sevilla 1981), (Colomina 1992). Estudios realizados por el autor de esta tesis (Martín et al. 1998) sobre el territorio de Cataluña utilizando el modelo local UB91 (Andreu et al. 1992) y los modelos globales OSU89b y EGM96, han comprobado la validez del método, pero para la obtención de las coordenadas astronómicas por fotografías cenitales a estrellas se hace necesaria la colaboración con entidades que dispongan de tal instrumental y se debe tener en cuenta la accesibilidad de la cámara a la hora de elegir los vértices sobre los que se va a observar; todo ello convierte a este método en un proceso largo y bastante caro económicamente hablando.

#### **4.3.1 Cálculo de un modelo de geoide global sobre el sistema WGS84**

Las anomalías de gravedad utilizadas en el desarrollo de los modelos globales se refieren al elipsoide sin ningún tipo de corrección topográfica (Rapp et al. 1990 b), se trata, por lo tanto, de una resolución según la teoría de Molodensky (obtención de la anomalía de altura  $\zeta$ ), pero directamente sobre el elipsoide ( $\zeta_0$ ), por lo que, en primer lugar debemos llevar la anomalía de altura a su correspondiente posición sobre el terreno según:

$$\zeta_P = \zeta_o + \frac{\partial \zeta}{\partial h} h \quad (4.43)$$

En esta corrección  $h$  se sustituye por  $H$  sin errores significativos (Rapp 1997 a), ya que el coeficiente a considerar es del orden de  $10^{-4}$  y las diferencias entre  $h$  y  $H$  no suelen sobrepasar los 50 metros.

La segunda corrección es llevar estas anomalías de altura a su valor para la ondulación del geode según (Heiskanen et al. 1985):

$$N = \zeta_P + \frac{\Delta g_B}{\gamma} H \quad (4.44)$$

Donde  $\Delta g_B$  es la anomalía de Bouguer sobre  $P$ ,  $H$  es la altura ortométrica de  $P$  y  $\bar{\gamma}$  es el valor medio de la gravedad normal entre el elipsoide y el teluroide para el punto  $P$ .

Así la obtención de la ondulación del geode se puede calcular según:

$$N = \zeta_o + C_1 + C_2 \quad (4.45)$$

Siendo:

$$\begin{aligned} \zeta_o &= \frac{T}{\gamma_o} \\ C_1 &= \frac{\partial \zeta}{\partial h} H + \frac{\partial \zeta}{\partial \gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial h} H \\ C_2 &= \frac{\Delta g_B}{\gamma} H \end{aligned} \quad (4.46)$$

Donde  $T$  es el valor del potencial anómalo calculado a partir de los coeficientes del modelo geopotencial correspondiente según:

$$T = \frac{GM}{r_o} \left[ \sum_{n=2}^M \left( \frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \bar{\theta}) \right] \quad (4.47)$$

La necesidad del segundo término correctivo en  $C_1$  ha sido considerada ya por algunos autores (Rapp 1997 a) aunque su influencia en los cálculos posteriores pueda llegar a ser despreciable (de orden centimétrico), muy por debajo de las precisiones globales de un modelo de este tipo.

La implementación de estos términos correctivos puede ser llevada a cabo calculando los valores de  $C_1$  y  $C_2$  sobre una malla global, como valores medios de celdas de un tamaño específico y hallar un desarrollo armónico esférico en coeficientes, de la misma forma que para los propios coeficientes del modelo geopotencial, y sumar esta corrección a los valores de  $\zeta_o$ . Estos coeficientes correctivos han sido calculados (Rapp 1997 a), y el archivo puede encontrarse en <http://164.214.2.59/grandG/wgs-84/egm96.html>.

Para transformar las ondulaciones obtenidas con un modelo global (referidas a su propio elipsoide de cálculo) a ondulaciones sobre el elipsoide y sistema de referencia WGS84 debemos considerar, en primer lugar la posición relativa de los elipsoides y

realizar una transformación si fuese necesario; los modelos globales utilizados son consistentes respecto al sistema ITRF91 (Pavlis 1998), que difiere del sistema ITRF92 a niveles inferiores a los 2 cm, igual que la diferencia entre los sistemas ITRF92 e ITRF94, llegando a concluir que los modelos globales se mantienen constantes a través del tiempo sobre las determinaciones ITRF (hablamos siempre considerando las precisiones que puede ofrecer un modelo global de geode). El sistema WGS84 es consistente con el ITRF91 considerando la precisión de definición de ambos sistemas, por lo que se puede concluir (Pavlis 1998) que no es necesaria una transformación entre elipsoides de referencia; de todas formas se ha realizado una transformación siete parámetros entre los sistemas EGM96 y ITRF94 sobre un total de 24 estaciones distribuidas por todo el mundo llegando a la conclusión de que los orígenes de ambos sistemas coinciden en el entorno centimétrico y que existe un cambio de escala entre ellos de  $1.5 \pm 0.4$  ppm para pasar del sistema EGM96 al ITRF94 (Pavlis 1998), reafirmando la conclusión de que no es necesaria dicha transformación para los niveles de precisión que se están barajando (el cambio de escala supondrá una variación de 0.15 mm para un valor de ondulación de 100 m).

Las coordenadas GPS utilizadas en todo este trabajo se refieren al marco Europeo (ETRF89), sistema consistente con el ITRF96 al nivel centimétrico (Rodríguez et al. 1999), por lo que tampoco es necesaria ninguna transformación.

Además de los cambios de sistemas de referencia se debe tener en cuenta que los valores adoptados para los parámetros  $GM$  y  $a$ , usados para escalar los coeficientes de la solución armónico esférica, son diferentes a los WGS84, así, poniendo como ejemplo el modelo EGM96, estos valores son:

$$\begin{aligned} GM_{EGM96} &= 368600.4415 \text{ km}^3\text{sg}^{-2} \\ GM_{WGS84} &= 398600.4418 \text{ km}^3\text{sg}^{-2} \\ a_{EGM96} &= 6378136.300 \text{ m} \\ a_{WGS84} &= 6378137.000 \text{ m} \end{aligned}$$

Por tanto se debe efectuar la siguiente corrección sobre cada uno de los coeficientes  $C$ ,  $S$  de orden  $n$  del modelo geopotencial para escalarlos y así obtener los coeficientes de acuerdo al sistema WGS84 (Pavlis 1998), (Smith et al. 1999):

$$\{C, S\}_{WGS84} = \{C, S\}_{EGM96} \frac{GM_{EGM96}}{GM_{WGS84}} \left( \frac{a_{EGM96}}{a_{WGS84}} \right)^n \quad (4.48)$$

Las pruebas efectuadas sobre una malla global de ondulaciones del geode calculadas sobre los dos elipsoides (Pavlis 1998) arrojan los resultados estadísticos siguientes en cuanto a la diferencia entre las dos soluciones:

$$\text{Min.} = -1.6 \text{ mm}, \quad \text{Max.} = 1.0 \text{ mm}, \quad \text{EMC} = 0.7 \text{ mm}$$

Por lo que, debido a las precisiones que ofrecen los modelos globales, se puede considerar este incremento de escala sin consecuencias prácticas para los cálculos finales y extrapolar esta conclusión a los modelos OSU89 y OSU91.

Lo que sí se debe considerar con extremada precaución es que la solución geopotencial no considera coeficiente cero en el desarrollo, y, debido a que la sensibilidad de los coeficientes de un modelo gravitacional al sistema de referencia se limita a los primeros términos en grado y orden del desarrollo, se hace imprescindible la consideración de esta ondulación cero (que será una constante global que se deberá

sumar a  $N$ , ecuación (4.45)) para llevar definitivamente la solución geopotencial al elipsoide WGS84; para calcular esta constante se puede emplear la fórmula (Heiskanen et al. 1985):

$$\zeta_{cero} = \delta a - \frac{1}{3} a \delta f \quad (4.49)$$

Donde  $\delta a$  y  $\delta f$  son las variaciones entre los valores de radio ecuatorial y achatamiento polar del elipsoide de referencia ideal adoptados en cada una de las soluciones globales anteriores y los valores para el elipsoide de referencia al que se refiere el sistema WGS84. Así el valor de esta constante será cero para el modelo OSU89b ya que los parámetros de su elipsoide de referencia prácticamente coinciden con los valores del sistema WGS84,  $-0.68 m$  para el OSU91a y de  $-0.53 m$  para el EGM96 (Lemoine et al. 1988).

Para finalizar este apartado se debe considerar que el sistema de referencia al que se refieren los modelos globales, al menos el OSU89b, OSU91a y EGM96 es aquel totalmente libre de mareas (incluyendo el efecto directo e indirecto de deformación constante), (Rapp et al. 1990 b), (Pavlis 1997), (Lemoine et al. 1998). Como se sabe, apartado 4.2.3.5, se pueden considerar tres tipos de tratamiento para la marea permanente y, por tanto, existirán tres tipos de geoide: totalmente libre de mareas  $N_L$ , geoide medio  $N_M$  y geoide cero  $N_C$ , para pasar de un sistema a otro se pueden utilizar las fórmulas (Ekman 1988), (Lemoine et al. 1998):

$$\begin{aligned} N_M - N_C &= 9.9 - 29.6 \sin^2 \varphi \quad cm \\ N_C - N_L &= k(9.9 - 29.6 \sin^2 \varphi) \quad cm \\ N_M - N_L &= (1+k)(9.9 - 29.6 \sin^2 \varphi) \quad cm \end{aligned} \quad (4.50)$$

Donde  $k$  es el número de Love, usualmente  $0.3$  (Melchior 1983). Para las latitudes de la zona de trabajo ( $37^\circ N$ ,  $41^\circ N$ ), estas diferencias no sobrepasan los 2-4 centímetros, por lo que se pueden despreciar considerando las precisiones que los modelos globales proporcionan (Smith, <http://www.ngs.noaa.gov>).

### 4.3.2 Control y ajuste de modelos de geoide mediante puntos GPS/nivelación

#### 4.3.2.1 Obtención de la ondulación del geoide de forma directa

Mediante la conocida relación  $h=H+N$  (Heiskanen et al. 1985), se puede obtener la ondulación del geoide de forma directa observando sobre un mismo punto la altura elipsoidal y la ortométrica. Actualmente el valor más preciso de alturas ortométricas se puede determinar sobre los vértices de las redes de nivelación cuyo datum vertical se refiere al punto cero del que parten las líneas de nivelación tomadas, punto que será diferente para cada país (Rapp 1994 b); si se toman medidas de gravedad en estos puntos y con las cotas de las reseñas, se pueden calcular los números geopotenciales de los diferentes vértices elegidos aplicando la conocida fórmula (Zakatov 1981), (Heiskanen et al. 1984):

$$C_B = C_A + g_m \delta n_A^B \quad (4.51)$$

Donde  $g_m$  será la gravedad media entre los puntos  $A$  y  $B$ ,  $C_A$  será el número geopotencial conocido de partida y  $\delta n_A^B$  es la diferencia de desnivel entre los dos puntos.

Una vez hallado el número geopotencial se calcularán las cotas ortométricas siguiendo la formulación de Helmert mediante la conocida expresión:

$$H_A = \frac{C_A}{g_A + 0.0424H_A} \quad (4.52)$$

Ecuación de segundo grado fácilmente resoluble en  $H_A$ .

Bastará observar la altura elipsoidal sobre estos puntos para obtener de forma directa la ondulación del geoide, esta altura elipsoidal se puede observar mediante técnicas GPS, que nos la darán referida al elipsoide WGS84, por lo tanto obtendremos la ondulación del geoide sobre este elipsoide.

#### 4.3.2.2 Comparación de las ondulaciones del geoide con las GPS/nivelación

Para poder comparar la observación directa de la ondulación del geoide con los datos de los modelos de geoide, es necesario que este modelo se sitúe sobre el elipsoide WGS84. El hecho de trabajar sobre este sistema es crucial ya que de esta forma evitamos la transformación de los observables GPS a otro sistema, transformación que podría dar al traste con la precisión buscada.

La principal discrepancia entre las ondulaciones de geoide observadas y modelo se encuentra en que el datum vertical utilizado por el modelo de geoide es global mientras que el de la altimetría utilizada para el cálculo de la ondulación directa es un datum vertical local definido por el nivel medio del mar en un determinado punto de la costa, por lo tanto este será el primer sistematismo a tener en cuenta a la hora de intentar comparar las ondulaciones. A pesar de este sistematismo se puede decir que, en relativo, las diferencias de ondulación deben ser muy parecidas, del orden de 1-2 ppm de discrepancia, si deseamos concluir que nos encontramos ante un modelo de geoide sin sistematismos (Engelis et al. 1985), (Kearsley 1988), (Mainville et al. 1990).

Llegados a este punto, se debe tener en cuenta que este método no cuenta sólo con los sistematismos o deformaciones del modelo de geoide, sino que además contará con los errores en los puntos GPS/nivelación: errores en las medidas de las alturas de antena GPS, errores troposféricos e ionosféricos en las medidas GPS y, como no, errores en las líneas de nivelación que usualmente no son conocidos de antemano y que son de difícil modelización como se ha podido ver en el apartado 4.1.2.

#### 4.3.2.3 Métodos de ajuste de los modelos de geoide a los puntos GPS/nivelación

Como ya se ha indicado, los modelos de geoide utilizados son, en su mayor parte, gravimétricos; estos modelos suelen presentar una buena precisión relativa en el sentido de las diferencias relativas de ondulación del geoide, pero su posición absoluta es, generalmente, pobre debido a la introducción de sistematismos debidos a las causas expuestas en la introducción del apartado 4.3 y, sobre todo, a la diferencia de datums verticales entre los diferentes modelos de geoide y la altimetría local.

Por el contrario, los datos GPS/nivelación poseen una gran precisión en cuanto a posición absoluta pero una pobre resolución ya que son pocos los puntos en los que se podrá obtener el valor de la ondulación de forma directa, principalmente debido al gran esfuerzo que conlleva realizar la nivelación de precisión con una densidad de puntos aceptable.

En consecuencia los dos tipos de datos pueden ser combinados: se puede ajustar un modelo del geode (que posee una buena posición relativa y resolución) a los puntos GPS/nivelación (que poseen una buena precisión absoluta) y obtener así un modelo combinado que aumenta las posibilidades de utilización para cualquier usuario del geode o del GPS. En otras palabras, los puntos GPS/nivelación constituirán los puntos de apoyo para realizar la *orientación absoluta* del modelo de geode o puntos ajustados (Birardi et al. 1995).

Existen, básicamente, dos métodos para realizar este ajuste, el primero de ellos se basa en una transformación general de siete parámetros del tipo:

$$\begin{Bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 1+s & \alpha & -\beta \\ -\alpha & 1+s & \gamma \\ \beta & -\gamma & 1+s \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} \quad (4.53)$$

Que representa una traslación, una rotación y un cambio de escala (Mainville et al. 1992). Este modelo siete parámetros se simplifica a uno de cuatro parámetros de Helmert ya que se supone que el error en el modelo de geode, en una primera aproximación, es invariante con respecto a rotaciones del sistema de ejes coordenados (Mainville et al. 1992), (Forsberg 1997), esto es así ya que un desplazamiento paralelo del elipsoide de referencia con respecto al centro de la tierra queda expresado en la ondulación del geode por la adición de un armónico esférico de primer grado de la altitud del geode a la fórmula de Stokes generalizada (Heiskanen et al. 1985), el datum al que se refieren los puntos GPS/nivelación difieren precisamente en un tal desplazamiento de un sistema geocéntrico al que se refiere el modelo de geode; a pesar de esto, este tipo de regresión no debe entenderse como una transformación de coordenadas rigurosa, únicamente se busca que los parámetros absorban los errores del modelo de geode. Así la fórmula a utilizar será (Heiskanen et al 1985), (Mainville et al. 1992), (Jiang et al. 1995), (Tsuei et al. 1994), (Forsberg 1997), (Forsberg 1998):

$$N_{ajustada} = N_{modelo} + \Delta X \cos \varphi \cos \lambda + \Delta Y \cos \varphi \sin \lambda + \Delta Z \sin \varphi + Rk \quad (4.54)$$

Donde  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$  son los valores incógnita para la traslación,  $k$  es el valor incógnita para la escala y  $R$  es un valor del radio medio terrestre para la zona, que puede ser calculado mediante la fórmula (Zakatov 1981):

$$R = \sqrt{MN} \quad (4.55)$$

Siendo  $M$  el radio de curvatura meridiana para un punto de latitud media de la zona de cálculo y  $N$  el radio de curvatura del primer vertical para el mismo punto.

El segundo de los métodos es una regresión polinómica que en su caso más simple se transforma en una regresión plana; este método es más adecuado y realista que el método anterior para el caso de ajustes locales (Jiang et al. 1996); así, para el caso de ajuste a un plano, la fórmula a utilizar es (Forsberg 1997), (Vermeer 1998), (Duquenne 1998), (Duquenne 1999):

$$N_{ajustada} = N_{modelo} + a_1(\varphi - \varphi_o) + a_2 \cos \varphi_o (\lambda - \lambda_o) + a_3 \quad (4.56)$$

Donde  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  son los coeficientes a determinar en el ajuste mínimo cuadrático y  $\varphi_o$ ,  $\lambda_o$  son valores medios de la latitud y longitud de la zona de ajuste, con lo que, idealmente,

estamos aplicando sobre este punto giros en los dos ejes coordenados, uno en la dirección S-N y otro en la dirección W-E, y un desplazamiento constante sobre la vertical que llevarán la ondulación modelo a la ondulación ajustada.

El problema es elegir el modelo de ajuste adecuado: en principio siempre serán fórmulas de dos variables, pero en ellas se pueden introducir tantos grados como se quieran (pueden llegar a grado nueve (Sevilla 1999 b), o fórmulas polinómicas más complejas (Mojzes et al. 1988)) y buscar aquel que minimice más los residuos, siempre y cuando se tenga un número suficientes de puntos de control para resolver el sistema.

En relación con esta última idea, para resolver el ajuste, por cualquiera de los dos métodos, es necesario conocer en unos determinados puntos la ondulación del geode ajustada (GPS/nivelación), en principio, cabría pensar que un número elevado de puntos resolvería el sistema más eficazmente, pero la práctica demuestra que con un pequeño número de puntos se llegan a buenos resultados (Sideris et al. 1995).

#### **4.4 CONCLUSIONES. LINEAS DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO ABIERTAS**

En cuanto a las redes de nivelación, tal como ha quedado establecido en el apartado 4.1, y dada su gran utilidad para la comprobación y ajuste de los modelos de geode, se hace necesario abordar algún tipo de investigación para determinar su calidad en cuanto a los problemas de perdurabilidad, fiabilidad y precisión entre diferentes redes.

Así pues un primer estudio deberá consistir en comprobar la existencia de las señales de las diferentes líneas de nivelación de cualquier época en la Comunidad Valenciana. Y un segundo estudio deberá consistir en observar la diferencia de nivel existente entre puntos cercanos y pertenecientes a diferentes redes y compararla con la de las reseñas, de esta manera se obtendrá una idea clara de la homogeneidad de diferentes redes de nivelación en la Comunidad Valencian. En cuanto a la fiabilidad de las cotas no queda más remedio que fiarse de las reseñas a no ser que se disponga del presupuesto necesario para reobservar las diferentes líneas de nivelación.

En cuanto a las redes gravimétricas, al igual que con las redes de nivelación se deberá comprobar la existencia de las señales que todavía se puedan encontrar en el territorio Valenciano o cercano a él. Como ya se ha dicho, se ha optado por la implantación de una red gravimétrica de tercer orden por lo que se deberán estudiar, abordar, desarrollar y resolver todos los aspectos que se exponían en el apartado 4.2.3 del presente capítulo.

En cuanto a esta determinación los aspectos donde más se debe profundizar corresponderán al estudio y determinación de los lugares óptimos de implantación según los condicionantes impuestos en el apartado 4.2.3.1, se deberá proceder a un estudio exhaustivo del material utilizado (gravímetros), se deberá desarrollar una función de tolerancia (básica en cualquier tipo de determinación topo-geodésica si deseamos efectuar una compensación), se deberá realizar un replanteamiento del sistema de compensación para evitar romper con la linealidad de las incógnitas y así evitar la introducción de pseudo-observaciones, se deberá reformular el tema relacionado con los pesos de las ecuaciones (hecho hasta el momento muy subjetivo en la literatura estudiada), y se deberá desarrollar un nuevo sistema de optimización ya que el seguido hasta el momento hace necesaria la introducción de los valores de gravedad de las diferentes observaciones de los diferentes itinerarios (cosa bastante complicada por lo general y que puede llevar a optimizaciones erróneas).

Por último, en cuanto al control y ajuste de los modelos de geoide, se deberán colocar todos los modelos sobre el sistema de referencia WGS84 y estudiar las posibilidades de control y ajuste que se nos pueda generar en la provincia de Valencia a partir de las diferentes redes de nivelación y observaciones con GPS y Gravimetría.

Con este último aspecto estaremos eliminando las deformaciones de carácter sistemático de los modelos de geoide, para completar el análisis se deberá desarrollar una metodología adecuada para la detección de deformaciones locales sobre la que no influyan las deformaciones de carácter general; esto es así ya que los errores en las redes de nivelación, gravimetría y GPS se pueden controlar con bastante seguridad, pero no así los errores locales de un determinado modelo de geoide, es decir, si sobre un punto de control GPS/nivelación/gravedad existe una deformación local del geoide estaremos procediendo a un ajuste general del modelo irreal, por lo que se debe desarrollar alguna técnica de, al menos, detección de esa deformación local, técnica que deberá ser independiente de los posibles sistematismos que pueda tener en su conjunto el modelo de geoide.

Estas serán las principales líneas de investigación y desarrollo abiertas en la presente tesis que se han tratado de resolver lo más eficaz y rigurosamente posible.

## 5 REDES DE NIVELACIÓN Y GRAVIMETRÍA

### 5.1 ANALISIS DE LAS REDES DE NIVELACIÓN

Tal como se ha apuntado en las líneas de investigación abiertas en el final del capítulo anterior se deberá saber cuantos puntos de nivelación hay actualmente en la Comunidad Valenciana y cual es la precisión de las diferentes redes entre sí, aspectos que son abordados a continuación.

#### 5.1.1 Estado actual de las redes de nivelación en la Comunidad Valenciana

Las redes de nivelación que transcurren por la comunidad Valenciana se pueden ver en la figura 5.1:



**Figura 5.1:** Líneas de nivelación de cualquier época que discurren por la Comunidad Valenciana.

Como ya se ha dicho una de las primeras investigaciones a realizar consistirá en comprobar la existencia y estado actual de los puntos de nivelación en la Comunidad Valenciana, particularizando, especialmente, en la provincia de Valencia.

En cuanto a esta revisión, comentar las dificultades para la localización de muchos de los puntos, dificultades ya encontradas por otros autores (Batres 1998), ya que las señales se pueden encontrar en carreteras y estaciones de ferrocarril abandonadas, escondidas debajo de elementos como bancos o papeleras en las estaciones de ferrocarril o simplemente cubiertas por asfalto procedente de la reparación de la capa de rodadura de la carretera sobre la que discurre la correspondiente línea de Nivelación.

Otro problema grave encontrado es que diferentes líneas se han hecho pasar por los mismos sitios, por lo que nos podemos encontrar con reseñas, en la mayoría de los casos sin fecha, como la que se muestra en la figura 5.2, perteneciente a la NP-1540, señal que, como se lee en la reseña, hace juego con las NAPF-197 y 198, con lo cual no sabremos si la altitud proporcionada aparte pertenece a observaciones de la primera época (NP) o a observaciones de la segunda época (NAPF), o, tan siquiera, si la línea NAPF niveló de nuevo el vértice NP aprovechando su monumentación o es el dato de la NP original.

Provincia de <i>Valencia</i>	NIVELACIONES DE ALTA PRECISIÓN
PARTIDO JUDICIAL DE <i>Sagunto</i>	SECCIÓN _____
Reseña de la señal <i>N.P.1540</i>	Altitud _____
La señal definitiva constituida por <i>un clavo con la inscripción</i> <i>N.P.1540 montada verticalmente en la</i> <i>Estación de los Pinos, del J.C. de Valen-</i> <i>cia a Barcelona</i>	
Está situada en <i>un sillar al pie de la fachada principal</i> <i>del punto a la puerta de la sala de espera de</i> <i>el J.C. de</i>	
en el término municipal de <i>Sagunto</i>	propiedad del <i>Estado</i>
vecino de _____	
Dista de la población de _____	
Esta señal constituye un grupo de señales principales con las <i>N.A.P.F. 197 y 198. se</i> <i>hace el juego del conjunto.</i>	
Se entregó comunicación al Alcalde de _____	
para su custodia con fecha _____ de _____ de 19 _____	

Figura 5.2: Reseña de la señal de nivelación NP-1540

Así pues un primer estudio ha consistido en comprobar la existencia de las señales de las diferentes líneas de nivelación de cualquier época en la Comunidad Valenciana, los resultados de dicha investigación se resumen en la tabla 5.1, donde la revisión de 1992 fue realizada por D. Julio Faustino, Técnico del IGN.

**Tabla 5.1:** Resumen de los puntos de nivelación encontrados de las diferentes redes de nivelación. La revisión de 1992 fue efectuada por D. Julio Faustino, Director de la Delegación del IGN en Valencia.

<b>LINEA</b>	<b>TIPOS</b>	<b>REVISION DE 1992</b>	<b>REVISION DE 1998/2000</b>
VALENCIA-ALICANTE	NAP NGM NGJ	TOTAL: 171 SEÑALES ENCONTRADAS: 91, 53% DESAPARECIDAS: 80, 47%	TOTAL: 171 SEÑALES ENCONTRADAS: 76, 44% DESAPARECIDAS: 95, 56%
VALENCIA-CASAS DEL CAMPILLO	NP	NO REVISADA	TOTAL PTOS. PPALES.: 9 ENCONTRADAS: 3, 33.3% DESAPARECIDAS: 6, 66.6%
VALENCIA-REQUENA-VILLATOYAS	NGN NP	TOTAL: 80 SEÑALES ENCONTRADAS: 32, 40% DESAPARECIDAS: 48, 60%	TOTAL: 80 SEÑALES ENCONTRADAS: 20, 25% DESAPARECIDAS: 60, 75%
REQUENA-PUENTE DE CONTRERAS	NP	TOTAL: 7 SEÑALES ENCONTRADAS: 0, 0% DESAPARECIDAS: 7, 100%	
VALENCIA-SAGUNTO	NGN	TOTAL: 10 SEÑALES ENCONTRADAS: 6, 60% DESAPARECIDAS: 4, 40%	TOTAL: 10 SEÑALES ENCONTRADAS: 5, 50% DESAPARECIDAS: 5, 50%
SAGUNTO-BARRACAS (LINEA TERUEL)	NAP NGO NP	TOTAL: 68 SEÑALES ENCONTRADAS: 58, 85% DESAPARECIDAS: 10, 15%	TOTAL: 68 SEÑALES ENCONTRADAS: 48, 70% DESAPARECIDAS: 20, 30%
SAGUNTO-CASTELLON-ALCANAR	NP NAPF	TOTAL: 108 SEÑALES ENCONTRADAS: 24, 22% DESAPARECIDAS: 84, 78%	TOTAL: 108 SEÑALES ENCONTRADAS: 17, 16% DESAPARECIDAS: 91, 84%
ALICANTE-VILLENA	NGJ NGM NAP NP	TOTAL: 55 SEÑALES ENCONTRADAS: 19, 34% DESAPARECIDAS: 36, 66%	
VILLENA-LIMITE DE PROVINCIA ALBACETE	NGM	TOTAL: 11 SEÑALES ENCONTRADAS: 0, 0% DESAPARECIDAS: 11, 100%	
ALICANTE-LIMITE DE PROVINCIA MURCIA (DIRECCION CARTAGENA)	NGJ NGM	TOTAL: 119 SEÑALES ENCONTRADAS: 51, 43% DESAPARECIDAS: 68, 57%	
POLIGONO DE ALICANTE	NP NGJ NAP NAPF	TOTAL: 22 SEÑALES ENCONTRADAS: 17, 77% DESAPARECIDAS: 5, 23%	
CASTELLON-MONROYO	NP	TOTAL: 16 SEÑALES ENCONTRADAS: 7, 44% DESAPARECIDAS: 9, 56%	
VILLENA-VENTA DEL OLIVO	NGJ NGM	TOTAL: 15 SEÑALES ENCONTRADAS: 8, 53% DESAPARECIDAS: 7, 47%	
ALICANTE- MURCIA	NP	NO REVISADA	

La revisión efectuada en 1992 muestra una desaparición de 369 los 682 puntos de nivelación revisados, lo que supone que un porcentaje del 54% del total de las señales ha desaparecido. La revisión efectuada entre 1998/2000 sobre líneas comunes muestra un aumento del 10% de señales desaparecidas, por lo que el total de señales desaparecidas asciende a 420 señales de las 691 totales, lo que supone que un 60% del total de las

señales ha desaparecido. La conclusión de esta primera investigación es clara: las redes de nivelación se encuentran en una condición muy precaria, necesitando una nueva determinación para toda la Comunidad Valenciana partiendo del mareógrafo de Alicante, si se mantiene el ritmo de desaparición actual, **en 25 años habrán desaparecido más del 90% de las señales.**

### 5.1.2 Precisión entre diferentes redes de nivelación

A causa de la desaparición de las señales se hace necesario recurrir a puntos pertenecientes a diferentes redes para completar cualquier tipo de estudio o investigación de carácter regional. El problema de mezclar puntos de diferentes redes es que cada uno lleva asociado un determinado error kilométrico y, lo más importante, fueron observados en momentos diferentes a lo largo de este siglo, por lo que podemos estar apoyándonos en puntos con carácter poco homogéneo, al menos en valor absoluto, hecho ya observado en otros países (Christie 1994).

Para resolver esta duda la segunda de las investigaciones sobre las redes de Nivelación en la Comunidad Valenciana consiste en observar la diferencia de nivel existente entre puntos cercanos y pertenecientes a diferentes redes y compararla con la de las reseñas, de esta manera obtenemos una idea clara de la homogeneidad entre diferentes redes de nivelación de la comunidad.

La situación de los puntos elegidos para esta comparación se muestra en la figura 5.3, la observación entre los puntos de diferentes redes de nivelación no debe superar en ningún momento el kilómetro y medio, realizándose itinerarios de ida y de vuelta, además, la mitad de las comparaciones se han hecho a partir de una sola nivelada ya que los puntos no se hallaban situados a más de 50 metros entre sí, lo cual hace que el error debido a la observación del desnivel sea despreciable.



Figura 5.3: Situación de los puntos donde se han comparado redes de nivelación de distinto tipo.

**Línea Sagunto-Castellón-Tarragona.**

La comparación aquí se realiza entre las redes NP y NAPF, concretamente en la estación de Castellón y de Benicassim, donde prácticamente coinciden las señales, y entre la estación y la iglesia de Vinarós, donde se ha efectuado una nivelación de 1525 metros.

Para determinar la precisión absoluta de los puntos a priori recurrimos a la conocida expresión (Chueca et al. 1997b):

$$\sigma_{abs} = e_K \sqrt{K} \quad (5.1)$$

Expresión con la que obtenemos la precisión absoluta a partir del error kilométrico de cada una de las redes y de su distancia al origen (Alicante) en kilómetros, tabla 5.2.

**Tabla 5.2:** Situación, señal y precisión a priori de los puntos de nivelación comparados en la línea Sagunto-Castellón-Tarragona.

SITUACION	SEÑAL	$e_k$ (mm)	Dist. Alicante (K)	$\sigma_{abs}$ (cm)
CASTELLON	NP-1500	5	267	8.1
CASTELLON	NAPF-172	1.5	267	2.4
BENICASSIM	NP-1501	5	280	8.3
BENICASSIM	NAPF-167	1.5	280	2.5
VINAROS	NP-304	5	350	9.3
VINAROS	NAPF-126	1.5	350	2.8

La diferencia de nivel observada entre los puntos de Castellón es de 0.697 metros, mientras que la diferencia de cota existente según las reseñas era de 0.906 metros, es decir, hay una discrepancia de 20.9 centímetros, cuando, según la tabla anterior, la diferencia máxima existente entre estos dos puntos debería ser de 8.4 centímetros como mucho, es decir, parece que ambas redes estén desplazadas unos 12.5 centímetros.

Ante tal discrepancia, la primera comprobación realizada consistió en certificar que ninguna de las dos señales se había movido de su situación original. Esto tiene fácil comprobación en el caso de la NP-1500, puesto que sobre ella existe la placa identificativa ovalada, con lo que se puede observar la diferencia entre la cota de la señal según reseña y la cota indicada en la placa y ver que estas coinciden, como es el caso.

La comprobación en el caso de la señal NAPF-172 es menos concluyente, puesto que lo único que pudo hacerse fue consultar al jefe de estación, sin que pudiera despejar la duda, y realizar una inspección ocular según la cual no parecía haber sufrido desplazamiento alguno.

La única forma de comprobar tal discrepancia es buscar puntos donde vuelvan a coincidir ambas redes, realizar la observación del desnivel y compararlo con el de las reseñas.

Así, en la estación de Benicassim, la diferencia de nivel observada fue de 0.386 metros, mientras que la indicada según reseñas debía ser de 0.614 metros, existiendo, por tanto, una diferencia de 22.8 centímetros cuando debía ser de 8.6 centímetros como máximo.

El dato interesante es que, según esto, la diferencia entre ambas redes aumenta en 1.9 centímetros en 13 kilómetros, lo cual resulta coherente con la precisión de cada línea:

- Error estimado en el desnivel NAPF-172 (Castellón) y NAPF-167(Benicàssim):

$$\sigma = 1.5\sqrt{13} = 5.4 \text{ mm}$$

- Error estimado en el desnivel NP-1500 (Castellón) y NP-1501 (Benicàssim):

$$\sigma = 5\sqrt{13} = 18 \text{ mm}$$

Error cuya componente cuadrática da, precisamente, 1.9 centímetros.

De igual forma sucede en Vinarós, donde la diferencia de nivel observada es de 16.32 metros, mientras que la indicada en las reseñas es de 16.605 metros, existiendo, por tanto, una diferencia de 0.285 metros, cuando debería ser de 9.7 centímetros como máximo.

Si analizamos estos datos al igual que en el caso de Benicàssim, vemos que la diferencia entre ambas redes aumenta entre Benicàssim y Vinarós 5.7 centímetros en 70 kilómetros, valor coherente con las precisiones respectivas de cada una de las líneas (en este caso de 5.4 centímetros).

A la vista de los resultados parece lógico pensar que ambas redes presentan una discrepancia en valor absoluto. Simplemente como hipótesis, se dirá que la diferencia hallada parece difícilmente achacable a la red de nivelación de precisión NP, puesto que consiste en una única línea que tiene su origen directamente en Alicante (olvidándonos de que fue observada hace casi un siglo). Por el contrario, la red de nivelación de alta precisión de ferrocarriles (NAPF) parece que parte de Sagunto, pudiendo tener la cota de partida un error inicial de 8-10 centímetros si corresponde a una señal NP de dicha localidad, lo cual explicaría las discrepancias obtenidas.

### Línea Albacete-Valencia.

La comparación aquí se realiza entre la red antigua NP y la NGN, concretamente en la localidad de Chiva, donde el punto NP-440 se halla en la iglesia y el NGN-355 en el ayuntamiento, separados por 290 metros de distancia, tabla 5.3.

**Tabla 5.3:** Situación, señal y precisión a priori de los puntos de nivelación comparados en la línea Albacete-Valencia.

SITUACION	SEÑAL	$e_k (mm)$	Dist. Alicante (K)	$\sigma_{abs} (cm)$
CHIVA	NP-440	5	206	7.1
CHIVA	NGN-355	1.5	206	2.1

La diferencia de desnivel observada ha sido de 2.518 m, mientras que las reseñas indican que la separación entre los puntos debe ser de 2.557 m, es decir, existe una diferencia de 3.9 cm, totalmente tolerable a la vista de los errores previsibles que los puntos poseen.

### Línea Sagunto-Teruel.

La comprobación en esta línea se realizó entre las NGO y NAP y entre las líneas NGO y NP. La comprobación para el caso NGO-NAP se llevó a cabo en las estaciones de Gilet, Segorbe y Barracas gracias a una sola nivelada. La comparación entre las líneas NP y NGO se realizó en el ayuntamiento de Segorbe, lugar donde prácticamente coinciden el punto NP-394 y el NGO-163, tabla 5.4.

**Tabla 5.4:** Situación, señal y precisión a priori de los puntos de nivelación comparados en la línea Sagunto-Teruel.

SITUACION	SEÑAL	$e_k$ (mm)	Dist. Alicante (K)	$\sigma_{abs}$ (cm)
ESTIVELLA	NGO-182	1.5	202	2.1
ESTIVELLA	NAP-393	1.5	202	2.1
SEGORBE	NGO-167	1.5	230	2.2
SEGORBE	NAP-052	1.5	230	2.2
BARRACAS	NGO-139	1.5	265	2.4
BARRACAS	NAP-056	1.5	265	2.4
SEGORBE	NP-394	5	230	7.5
SEGORBE	NGO163	1.5	230	2.2

Para la comparación entre las líneas NGO y NAP se obtuvieron los siguientes resultados: en Gilet la diferencia observada fue de  $0.127$  m mientras que según las reseñas debería ser de  $0.126$  m, en Segorbe la diferencia observada fue de  $0.05$  m mientras que según las reseñas debería ser de  $0.02$  m, y en Barracas la diferencia observada fue de  $0.147$  m mientras que según las reseñas debería ser de  $0.167$  m. Según estos resultados todas las comparaciones entran dentro de las tolerancias admisibles, por lo que, en principio, las redes NAP y NGO se pueden utilizar conjuntamente.

La comparación entre NP y NGO se ha realizado en Segorbe, como ya se ha comentado, así la diferencia de nivelación observada es de  $0.347$  m mientras que las reseñas arrojan una diferencia de  $0.398$  m, resultando una diferencia de  $5.1$  cm, totalmente dentro de las tolerancias previsibles para los puntos de las líneas ( $7.8$  cm).

#### 5.1.3 Conclusiones sobre las redes de nivelación

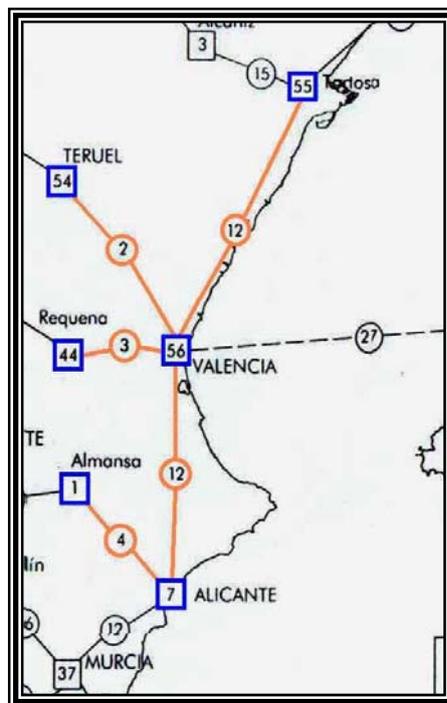
De las comparaciones efectuadas se puede extraer como conclusión directa que la línea NAPF no puede utilizarse en valor absoluto en comparación con las demás redes (aunque sí se podría utilizar en valor relativo); las líneas modernas, en concreto la NAP con la NGO, parece que, en principio, pueden ser comparadas en valor absoluto (como cabía esperar) y, según las comparaciones hechas en Chiva y Segorbe, la red antigua puede utilizarse en conjunto con las redes modernas con la precisión que la red NP ofrece (esta última afirmación debe entenderse con sumo cuidado, y no se debe generalizar, ya que la red antigua es susceptible de movimientos locales que pueden afectar individualmente a cada uno de los puntos).

## 5.2 ESTABLECIMIENTO DE UNA RED GRAVIMÉTRICA DE TERCER ORDEN EN LA PROVINCIA DE VALENCIA

Tal como se ha expuesto en los objetivos de la tesis y en las conclusiones del cuarto capítulo se ha decidido abordar la implantación de una red gravimétrica de tercer orden sobre la provincia de Valencia como primer paso para el establecimiento de un modelo de geoide local de precisión sobre la comunidad Valenciana y dotar de la infraestructura necesaria a la Comunidad para realizar estudios de carácter geofísico, geológico, geodésico y geodinámico.

### 5.2.1 Estado actual de la Red Gravimétrica Peninsular en la Comunidad Valenciana

En la figura 5.4 se pueden apreciar que los puntos de la red gravimétrica Peninsular que se encuentran sobre la Comunidad Valenciana son escasos, únicamente Valencia, Requena y Alicante, encontrándose cerca los puntos de Teruel, Almansa y Tortosa.



**Figura 5.4:** Puntos de la Red Gravimétrica Peninsular que se situaron sobre la Provincia de Valencia y cercanías (azul), en naranja el nombre del itinerario de su determinación.

Después de una revisión visual de los puntos, únicamente existen actualmente los de Tortosa, Requena y Alicante, el resto han desaparecido por obras (Estadio de Mestalla para el punto de Valencia, modificación de la estación de tren para el de Almansa y rehabilitación de la casa de cultura sobre el que se hallaba el de Teruel).

## 5.2.2 Necesidad de una nueva determinación

Tal como ha quedado patente en el epígrafe anterior, únicamente existen tres puntos de la red gravimétrica original como referencia para los trabajos de gravimetría en la comunidad, si tenemos en cuenta que los valores de la gravedad de esos puntos fueron observados hace más de 25 años y que uno de los objetivos perseguidos es obtener una red suficientemente densa para fines geofísicos, geológicos, geodésicos y geodinámicos se entiende que una de las principales líneas de actuación sea, precisamente, el establecimiento de una red gravimétrica moderna y densa.

## 5.2.3 Fases para el establecimiento, observación y cálculo de una red gravimétrica de Tercer Orden en la Provincia de Valenciana

Para llevar a cabo esta red se deberán seguir los pasos estudiados en el apartado 4.2.3 del capítulo anterior, dando solución a toda la problemática que se pueda presentar en cada uno de los pasos que lleven a la implantación de la red.

### 5.2.3.1 Elección de los vértices, monumentación

En primer lugar se debe pensar en la localización para los posibles puntos, la primera idea es la de situarlos en lugares con monumentación existente: Vértices de las redes de nivelación, vértices geodésicos, etc o construir una adecuada monumentación y situarlos en lugares que cumplan los requisitos expuestos en el apartado 4.2.3.1, dotando, además, a la red de una buena densificación.

Los *vértices de redes de nivelación* en España discurren por vías de comunicación (carreteras o ferrocarril), por lo que pueden ser una fuente importante de microsismicidad, además muchos de ellos han desaparecido o su futuro es incierto.

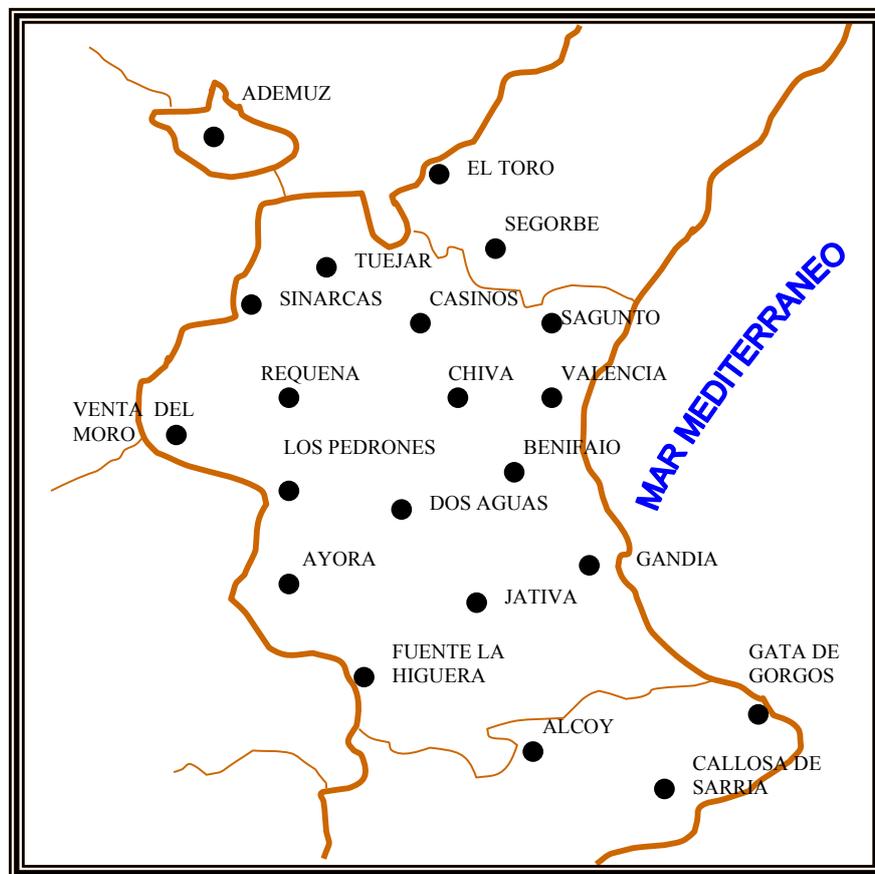
Los *vértices geodésicos* poseen la ventaja de que se sitúan sobre zonas estables de roca y poseen una muy buena monumentación, esta monumentación suele ser de hormigón armado, por lo que la orientación del gravímetro deberá ser siempre en la misma dirección en todas las observaciones (práctica que deberemos emplear siempre cualquiera que sea el vértice), para evitar posibles errores accidentales debidos al campo magnético generado por esa armadura. El problema que presentan los vértices geodésicos es que, por definición, se sitúan en zonas elevadas y, por lo general, cercanas al borde montañoso, por lo que pueden corresponder a valores de gravedad no representativos de la zona, con grandes variaciones topográficas en los primeros metros alrededor del vértice, y, sobre todo, de difícil acceso.

Si la elección es la de *efectuar la monumentación de los vértices* en aquellas zonas que más nos interesen, la solución adoptada, por lo general, suele ser la de construir un pequeño dado de hormigón sobre el terreno sobre el que se efectuarán las medidas, o si el terreno lo permite, incrustación de una placa o tornillo que materializará el vértice. Siguiendo la forma de actuar de otras redes (Doergé et al. 1977), (Torge, 1989 a), (Ritcher et al. 1994) la solución adoptada ha sido elegir para la localización edificios públicos antiguos sobre los que no se prevén variaciones constructivas (iglesias, ayuntamientos, monumentos, etc), por lo general situados en zonas pobladas alejadas de las calles principales, lo que facilitará enormemente su accesibilidad.

Una vez decidida la localización concreta se han estudiado las distintas posibilidades de ubicación de vértices atendiendo a los criterios expuestos en el apartado 4.2.3.1 del capítulo anterior; pronto se llega a la conclusión de que la solución final deberá ser un compromiso entre los condicionantes físicos y la accesibilidad, por lo que situar los vértices sobre poblaciones supone una buena solución. Así, los vértices, se han colocado

en iglesias y ayuntamientos en su mayoría, situándose sobre roca, procurando no situar ninguno cerca de barrancos, presas, grandes ríos o margales, y separando en lo posible los puntos de las vías muy transitadas o carreteras principales para evitar la microsismicidad. Debido al objetivo de establecer una red suficientemente densa, algunos puntos se han debido colocar en zonas de riesgo sísmico (aunque siempre sea bajo) y geológicamente menos estable que lo que cabría esperar para una red de este tipo (aunque se puede pensar también que serán precisamente estos puntos los que nos ayuden más en futuras conclusiones geológicas y geodinámicas cuando se reobserve la red).

Después de muchas distribuciones estudiadas y de hablar con los correspondientes párrocos, alcaldes o alguaciles, la distribución final de la red se muestra en la figura 5.5.

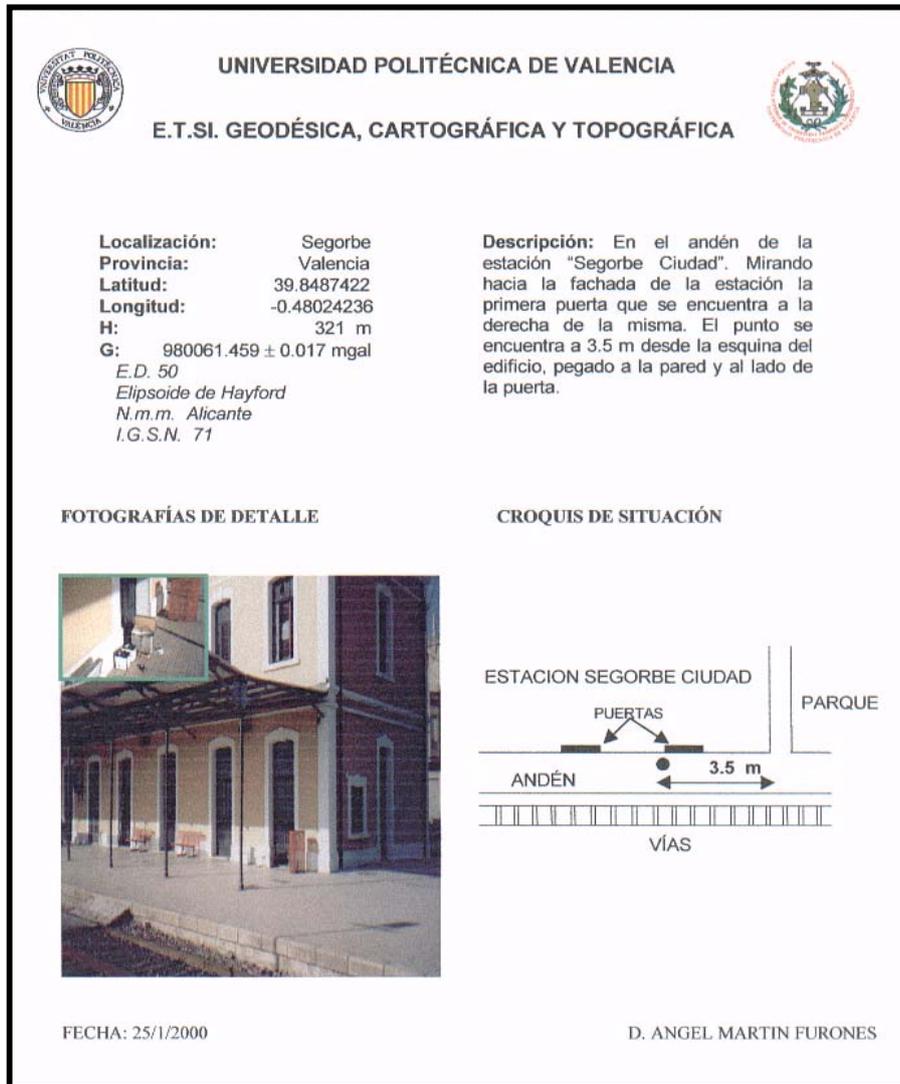


**Figura 5.5:** Puntos elegidos para formar parte de la red gravimétrica de tercer orden de la Provincia de Valencia.

Donde se puede decir, como resumen, que estará constituida por 21 puntos, 12 situados en iglesias, 5 en ayuntamientos, 2 en estaciones de ferrocarril (uno de ellos el de Requena de la red gravimétrica Peninsular), 1 en una ermita y uno en la Universidad Politécnica de Valencia.

### 5.2.3.2 Elaboración de reseñas

En la figura 5.6 se muestra un ejemplo de las reseñas efectuadas donde las coordenadas se han extraído de la cartografía digital a escala 1:10.000 perteneciente al Instituto Cartográfico Valenciano sobre el sistema ED50 y datum el nivel medio del mar en Alicante.

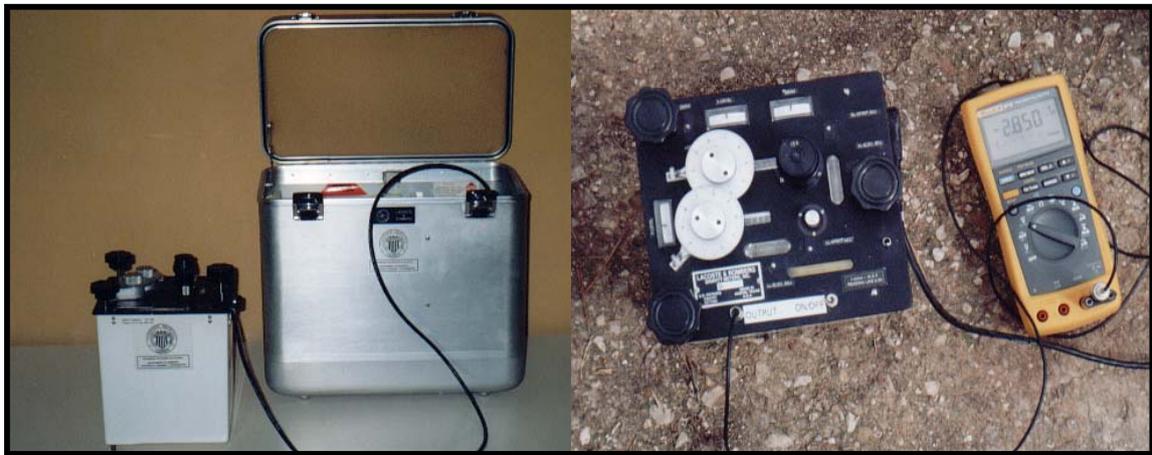


**Figura 5.6:** Ejemplo de las reseñas elaboradas para la Red Gravimétrica de Tercer Orden de la provincia de Valencia.

### 5.2.3.3 Elección y calibración del Instrumental

La Escuela de Ingeniería Técnica Topográfica de la Universidad Politécnica de Valencia posee un gravímetro relativo de la casa Lacoste&Romberg, modelo D203, figura 5.7. Tal como se ha explicado, será necesaria la comprobación y calibración del instrumental utilizado para cerciorarse de su buen funcionamiento.

En Valencia no se dispone de ninguna red de calibración ni de ningún laboratorio especializado para tal fin, por lo que el modelo D203 se llevó a la Universidad de Hannover en Agosto de 1999, donde se comprobó sobre las líneas de calibración en latitud y en altura que poseen; como resultado no se observó ningún desajuste sobre los valores iniciales del fabricante, por lo que el gravímetro se encuentra en perfecto estado operacional.



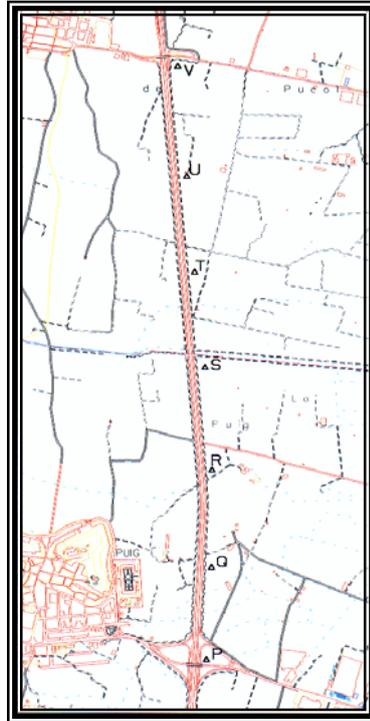
**Figura 5.7:** Gravímetro LCR D203.

Pero, según se ha dicho, es necesaria la utilización de varios gravímetros para llegar a alcanzar buenas precisiones (Meurers 1994), por lo que se ha utilizado el gravímetro relativo de la casa Lacoste&Romberg G301 perteneciente al Instituto Geográfico Nacional y cedido para estas observaciones figura 5.8.



**Figura 5.8:** Gravímetro LCR G301.

Para comprobar el buen funcionamiento del gravímetro G301 se hicieron unas mediciones sobre puntos previamente observados con el gravímetro D203; la primera de ellas se realizó sobre una línea de 3 kilómetros situada al Norte de la ciudad de Valencia, donde ya se habían realizado medidas gravimétricas en 1997 (Berné et al. 1999) sobre 7 puntos, figura 5.9, en esta comprobación se han realizado medidas con el modelo G301 y también con el D203 sobre 6 de los puntos por desaparición de uno de ellos:



**Figura 5.9:** Localización de los puntos donde se comprobó el buen funcionamiento de los gravímetros. Línea de 3 km de longitud situada al Norte de la ciudad de Valencia. El punto T ha desaparecido.

En la tabla 5.5 se muestran los resultados obtenidos, donde se puede ver la constancia en el tiempo de los valores del modelo D203, tal como había certificado la Universidad de Hannover y el buen funcionamiento del modelo G301 en valores relativos de la gravedad pequeños, considerando las precisiones que los instrumentos poseen:

**Tabla 5.5:** Valores de gravedad obtenidos en diferentes fechas sobre los puntos de comprobación de un itinerario.

INCREMENTO OBSERVADO	FECHA: 12/12/97	FECHA: 26/3/00	
	MODELO D203	MODELO D203	MODELO G301
P-Q	1.469 mgal.	1.481 mgal.	1.473 mgal.
Q-R	-0.326 mgal.	-0.315 mgal.	-0.329 mgal.
R-S	-0.376 mgal.	-0.374 mgal.	-0.348 mgal.
S-U	0.188 mgal.	0.183 mgal.	0.184 mgal.
U-V	-0.238 mgal.	-0.233 mgal.	-0.248 mgal.

Para comprobar el buen funcionamiento del gravímetro G301 sobre un incremento de gravedad más grande se procedió de la misma forma que en la prueba anterior; se buscaron 2 puntos que ya habían sido observados con anterioridad por el gravímetro D203, y se repitieron las medidas con los dos gravímetros, los puntos son, en este caso, los pertenecientes al punto de la red Gravimétrica Peninsular de Requena y un punto situado en Almansa (más o menos donde se supone debería estar otro punto de la mencionada red) figuras 5.4 y 5.10.



**Figura 5.10:** Situación de los puntos donde se efectuó la comprobación del buen funcionamiento de los gravímetros. Izquierda: Estación de Requena, Derecha: Almansa.

En la tabla 5.6 se muestran los resultados obtenidos, donde se puede llegar a las mismas conclusiones que en la tabla 5.5.

**Tabla 5.6:** Valores de gravedad obtenidos en diferentes fechas sobre los puntos de comprobación de Requena y Almansa.

INCREMENTO OBSERVADO	FECHA: 20/1/96	FECHA: 2/4/00	FECHA: 23/3/00
	MODELO: D203	MODELO: D203	MODELO: G301
REQUENA-ALMANSA	-53.693 mgal.	-53.683 mgal.	-53.685 mgal.

A pesar de los buenos resultados obtenidos se ha decidido la observación de los itinerarios con los dos gravímetros a la vez y al mismo tiempo como mecanismo de control sobre los propios gravímetros.

#### 5.2.3.4 Metodología de observación

En primer lugar se han establecido los itinerarios a observar con la premisa de que cada itinerario se debe observar en una jornada de trabajo (7-8 horas) para no dejar sin baterías el instrumental y así poder realizar un cierre de cada itinerario con garantías, con esta condición los itinerarios y las conexiones finales entre puntos establecidos pueden verse en la figura 5.11, donde el primero de los itinerarios se debió repetir por un cierre del modelo G301 fuera de tolerancia, y el noveno se hizo únicamente con el modelo D203 con el fin de unir mediante observación los puntos de Fuente la Higuera y Játiva.

La forma de observación ha seguido el esquema A,B,C,D,...,A.

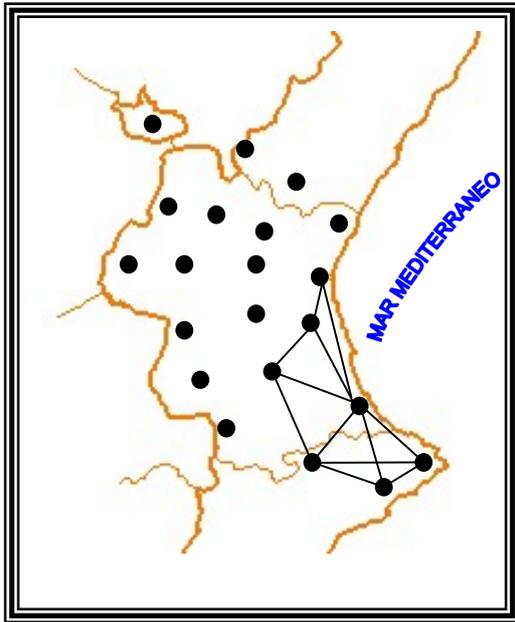


Figura 5.11 A: Primer y Sexto itinerario.

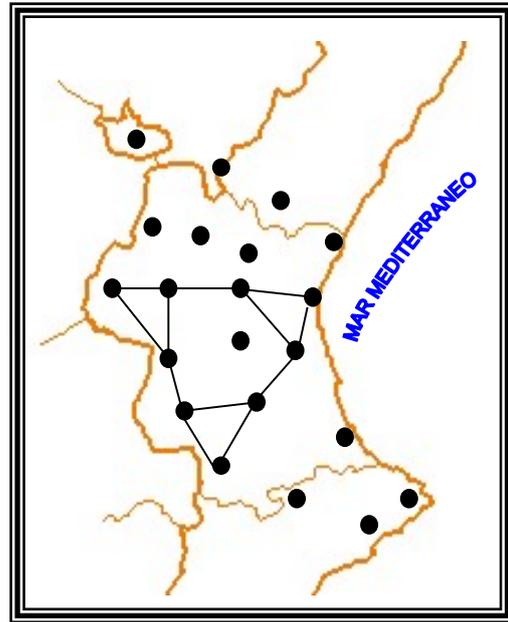


Figura 5.11 B: Segundo itinerario.

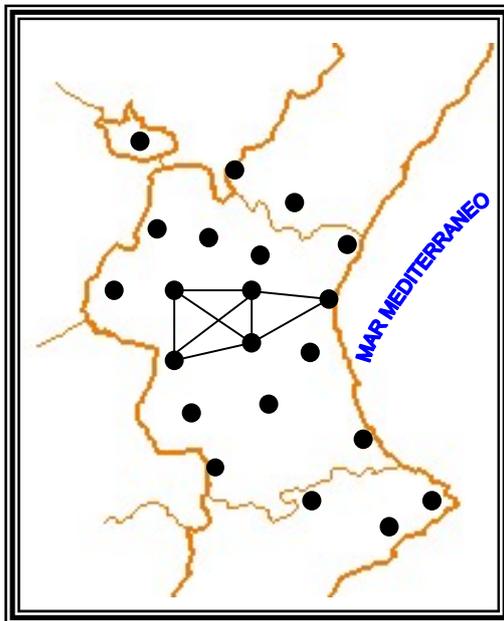


Figura 5.11 C: Tercer itinerario.

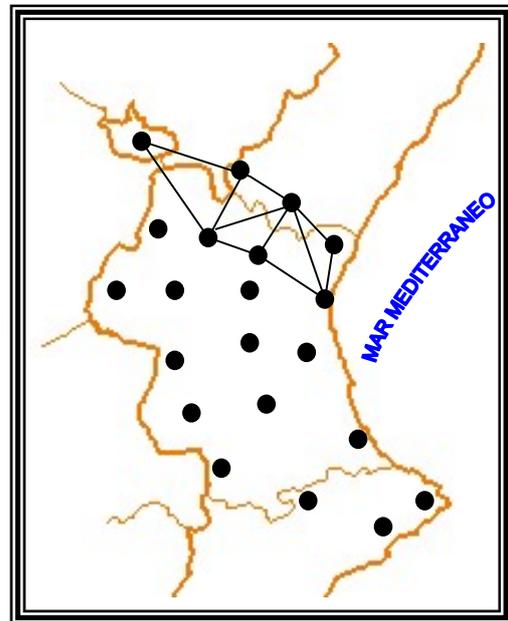


Figura 5.11 D: Cuarto itinerario.

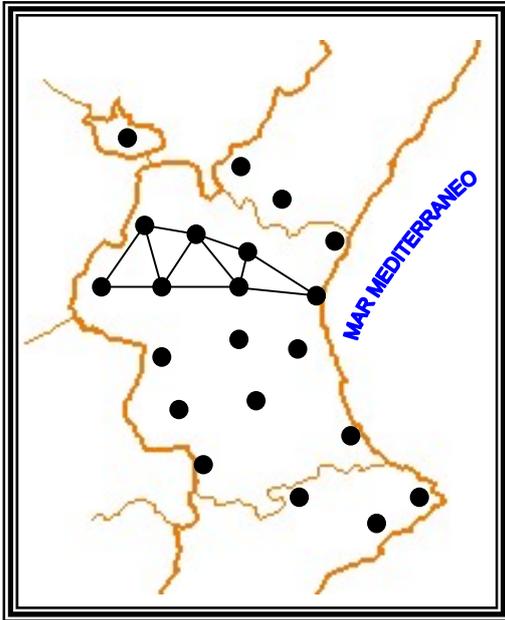


Figura 5.11 E: Quinto itinerario.

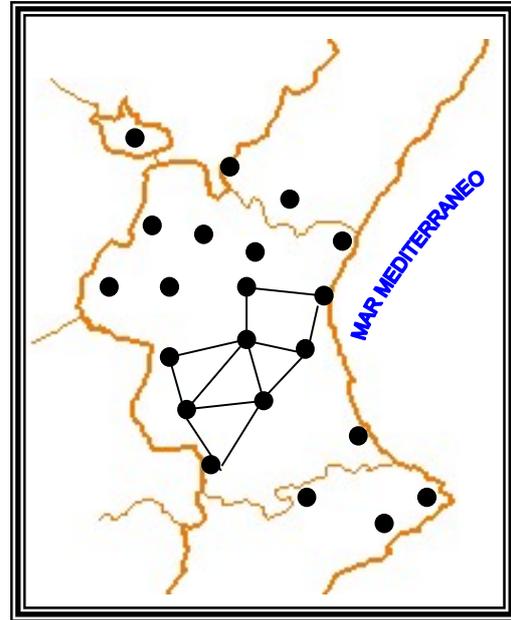


Figura 5.11 F: Séptimo itinerario.

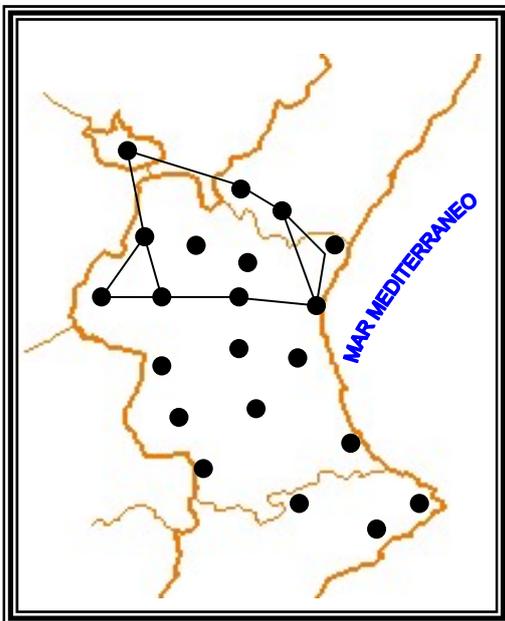


Figura 5.11 G: Octavo itinerario.

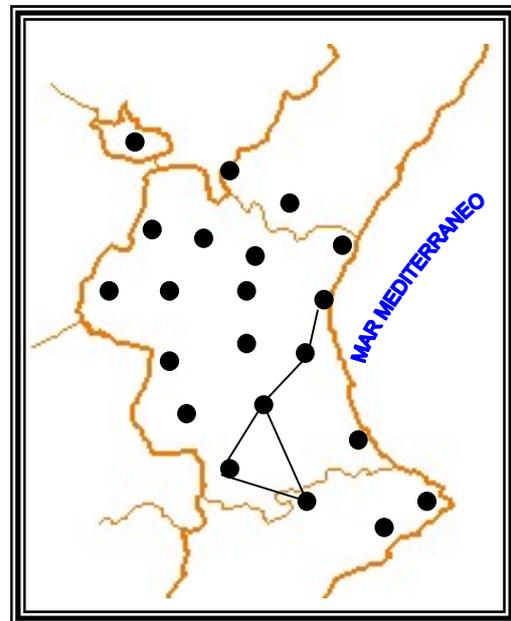


Figura 5.11 H: Noveno itinerario.

En total, por tanto, se han realizado 9 itinerarios con un total de 189 mediciones relativas entre las conexiones establecidas, cada punto de la red se conecta, al menos, con otros tres, y se ha llegado a un máximo de 10 observaciones distintas para algún tramo de la red.

Para la observación se han seguido rigurosamente los pasos establecidos en el apartado 4.2.3.4 del capítulo anterior: transporte lo más cuidadoso posible, orientación al Norte, reposo de 5-10 minutos antes de empezar las lecturas, toma de las lecturas necesarias hasta obtener tres válidas, toma de hora, presión y temperatura en cada lectura y medida de la altura de instrumento.

Como ya se ha comentado se ha decidido la toma de datos con los dos gravímetros trabajando juntos para un mejor control de los mismos y de los itinerarios efectuados, figura 5.12.



**Figura 5.12:** Metodología operativa de observación: toma de datos con los dos gravímetros a la vez.

Para la toma de datos atmosféricos se han utilizado dos barómetros y un termómetro electrónico, se ha tomado la hora con un reloj digital comprobando su buen estado antes y después de cada itinerario y se ha medido la altura del instrumento sobre sus cuatro lados en cada estación de cada uno de los itinerarios con un flexómetro, siendo la media de esas cuatro lecturas la altura definitiva del gravímetro, figura 5.13.



**Figura 5.13:** Material complementario de campo para la observación gravimétrica.

### 5.2.3.5 Correcciones a los observables

Una vez realizados los itinerarios se ha procedido a la transformación de las lecturas a valores de gravedad utilizando las tablas que proporcionan los fabricantes y, posteriormente se ha procedido a la corrección sistemática de las observaciones por los efectos explicados en el apartado 4.2.3.5 del capítulo anterior. Siendo éstas las siguientes:

#### **Mareas terrestres.**

Para la predicción de la componente de marea se ha utilizado el programa eterna en su versión 3.32 que incluye el desarrollo de las ondas de marea más completo (12.935 componentes de onda), (Wenzel 1998 a), (Wenzel 1998 b).

Desde 1990 se dispone de los valores de los factores de amplitud y desfases en la Península Ibérica de las principales ondas componentes de la marea terrestre (Camacho et al. 1990), basadas en las observaciones continuas desde 1974 en 19 estaciones distribuidas homogéneamente por la Península, se han aplicado estas componentes al cálculo de mareas efectuado ya que no se dispone de ningún cálculo más moderno sobre la Península y no es de esperar variaciones en un intervalo de tiempo transcurrido desde su cálculo hasta nuestros días (Sevilla 2000, comunicación privada); de esta forma se han obtenido unas correcciones más adecuadas a las características reológicas y geológicas de la Península.

Por último se han corregido las observaciones del efecto directo sobre la medida de gravedad provocado por la componente de marea permanente pero se ha mantenido el efecto indirecto de deformación terrestre tal como aconseja la propia IAG.

#### **Movimiento del polo.**

Se han referido las medidas al polo medio utilizando los valores que la propia IERS introduce en su página de acceso por Internet y utilizando la formulación recomendada por la IAG, tal como se ha visto en el apartado 4.2.3.5 del capítulo anterior.

#### **Efectos atmosféricos.**

Todas las medidas se han referido a una atmósfera teórica de presión constante utilizando la formulación recomendada por la IAG.

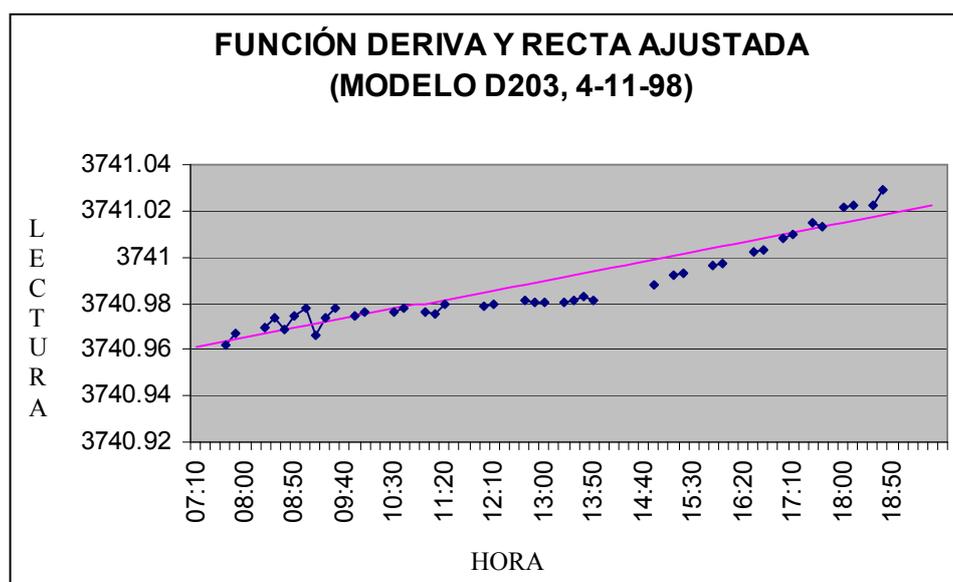
### Altura del gravímetro.

Se han reducido las observaciones al suelo gracias a la medida de la altura del aparato y aplicando el gradiente teórico de 0.3086 miligales por metro (Heiskanen et al. 1985), (Torge 1989 a).

#### 5.2.3.6 Parametrización de la función de deriva. Establecimiento de la tolerancia

Para el establecimiento de una tolerancia se debe fijar algún valor de la deriva existente en cada uno de los gravímetros, el estudio de la misma se ha realizado de la siguiente forma: en condiciones de laboratorio (temperatura y humedad constantes), se ha procedido a la lectura del valor de gravedad de forma continua, si a las lecturas obtenidas les quitamos el efecto de las mareas y se dibuja el resultado en una gráfica se podrá ver si la deriva resultante es o no es lineal y se podrá ajustar, por tanto, una recta o curva de manera conveniente.

Para el modelo L&R D203 se estudió la deriva en condiciones de laboratorio durante seis días en el mes de Noviembre de 1998, en la figura 5.14 se pueden ver los valores de gravedad observados (función deriva) y la recta de regresión ajustada a cada uno de los días, donde se puede apreciar claramente que sigue una componente lineal, con una variación media (pendiente media de las rectas ajustadas) de  $5 \mu\text{gal}/\text{hora}$ .

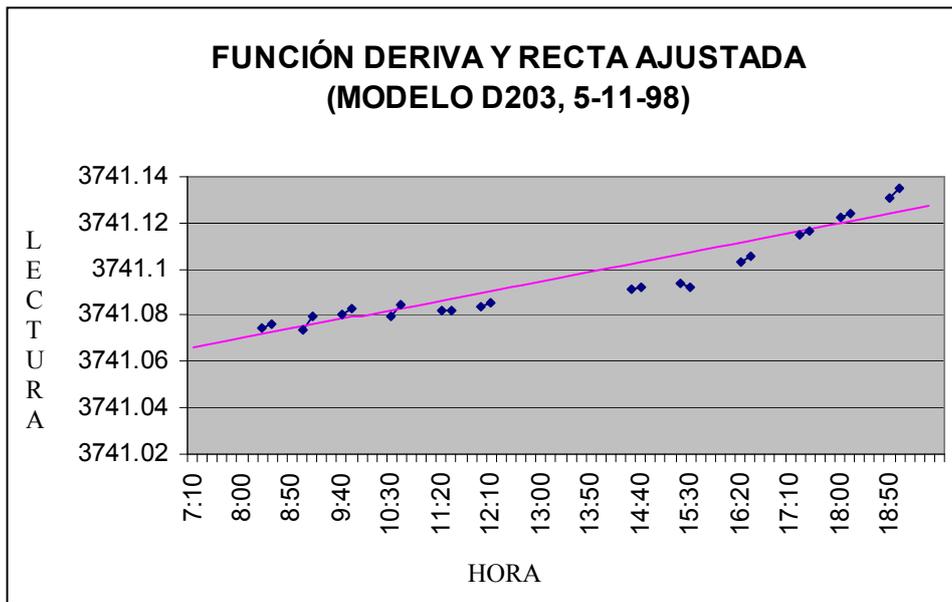


**Figura 5.14 A:** Función deriva y recta de regresión ajustada para el modelo D203 el día 4 de Noviembre de 1998.

Recta ajustada:  $Y=0.005*t+3740.925$

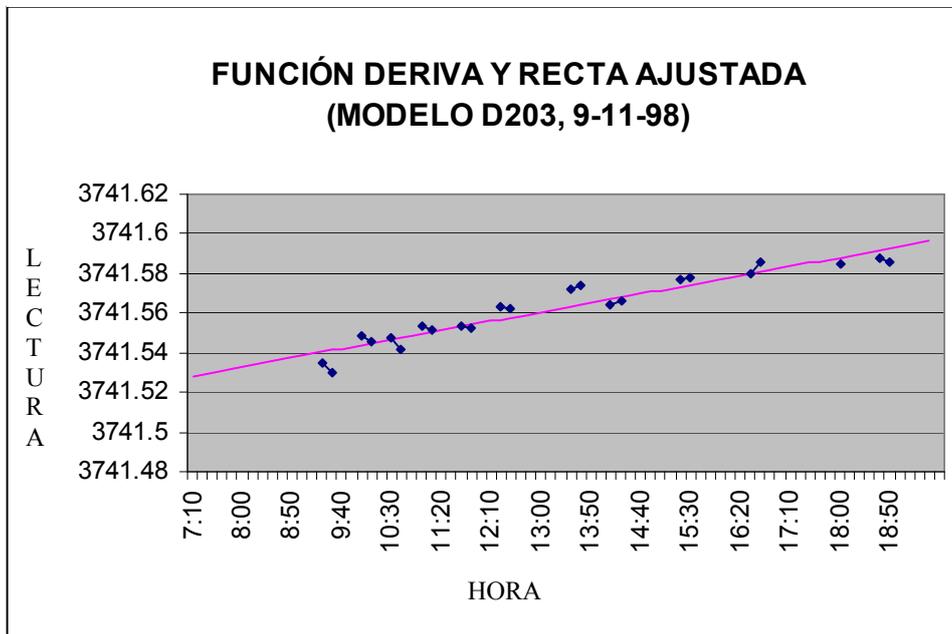
Residuo máximo= 0.010 mgal.

Media de los residuos= 0.005 mgal.



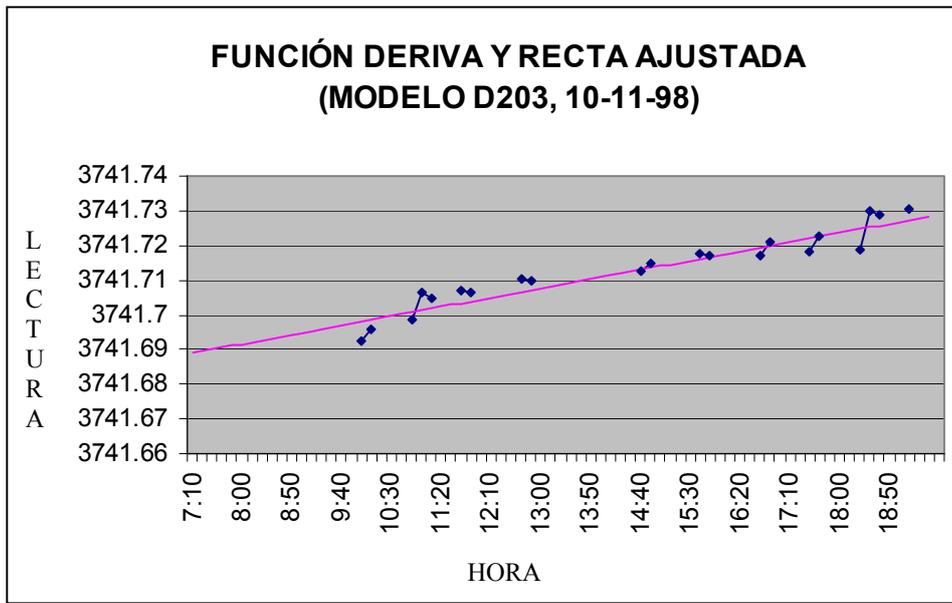
**Figura 5.14 B:** Función deriva y recta de regresión ajustada para el modelo D203 el día 5 de Noviembre de 1998.

Recta ajustada:  $Y=0.005*t+3741.030$   
 Residuo máximo= 0.013 mgal.  
 Media de los residuos= 0.005 mgal.



**Figura 5.14 C:** Función deriva y recta de regresión ajustada para el modelo D203 el día 9 de Noviembre de 1998.

Recta ajustada:  $Y=0.0055*t+3741.489$   
 Residuo máximo= 0.011 mgal.  
 Media de los residuos= 0.004 mgal.

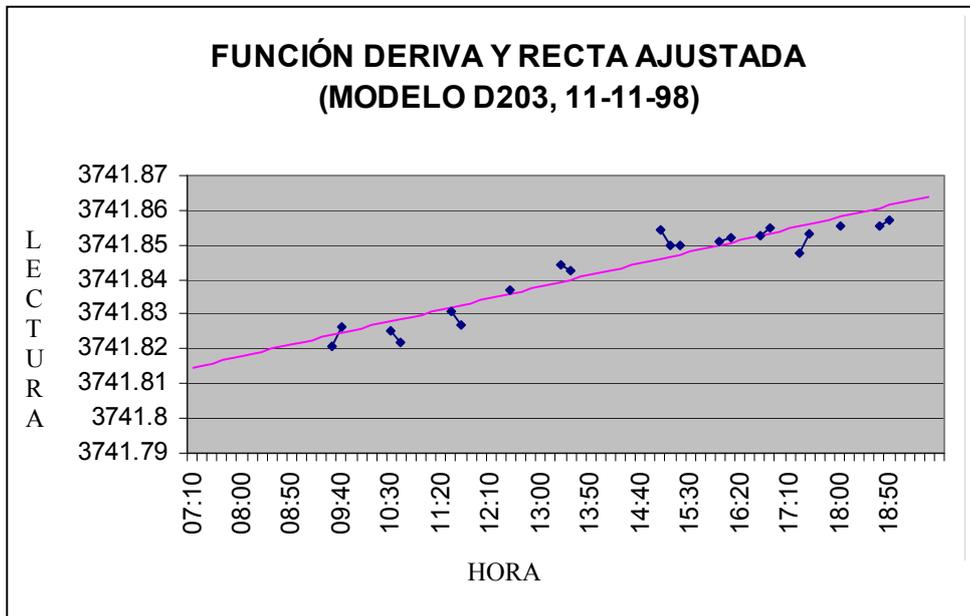


**Figura 5.14 D:** Función deriva y recta de regresión ajustada para el modelo D203 el día 10 de Noviembre de 1998.

Recta ajustada:  $Y=0.0032*t+3741.666$

Residuo máximo= 0.006 mgal.

Media de los residuos= 0.002 mgal.

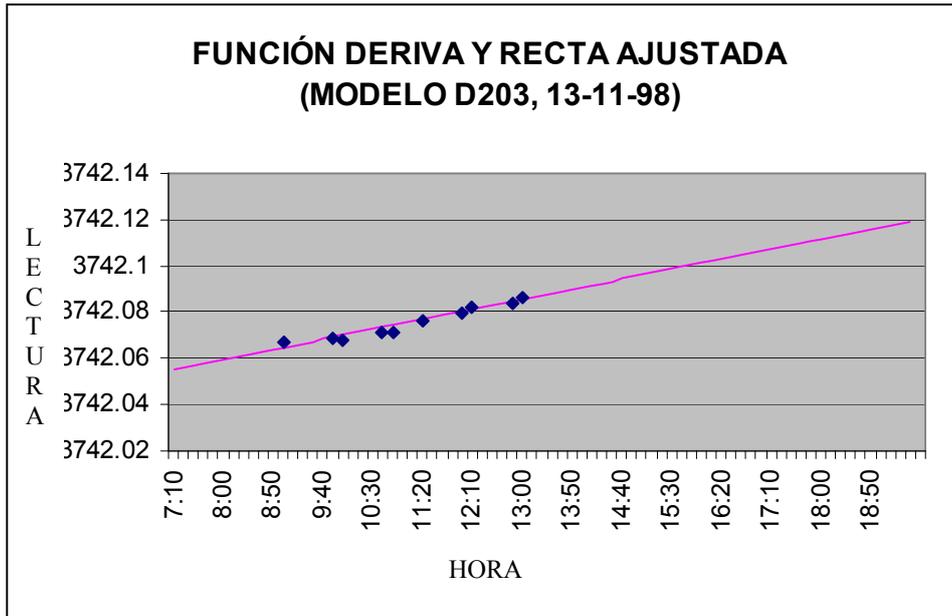


**Figura 5.14 E:** Función deriva y recta de regresión ajustada para el modelo D203 el día 11 de Noviembre de 1998.

Recta ajustada:  $Y=0.004*t+3741.786$

Residuo máximo= 0.007 mgal.

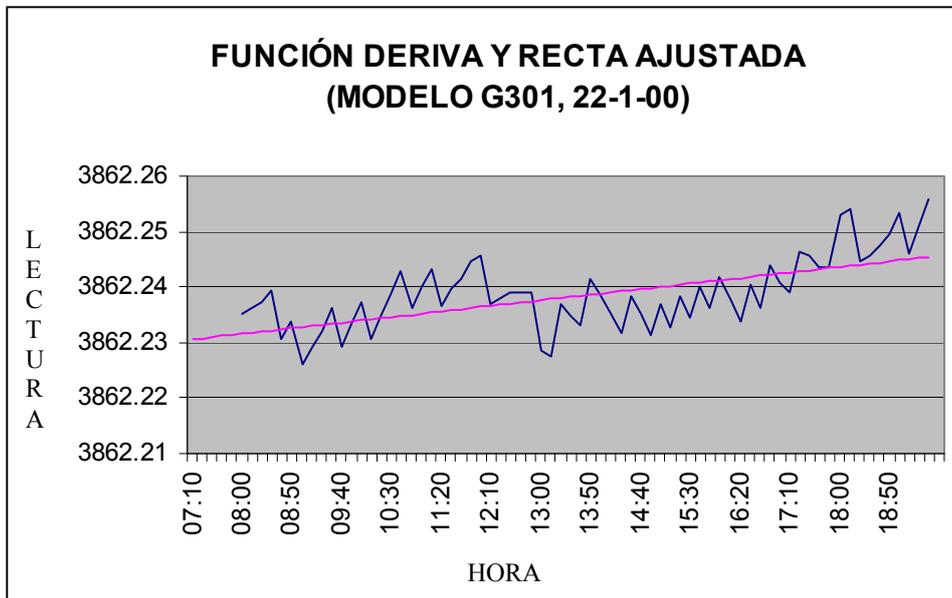
Media de los residuos= 0.003 mgal.



**Figura 5.14 F:** Función derivada y recta de regresión ajustada para el modelo D203 el día 13 de Noviembre de 1998.

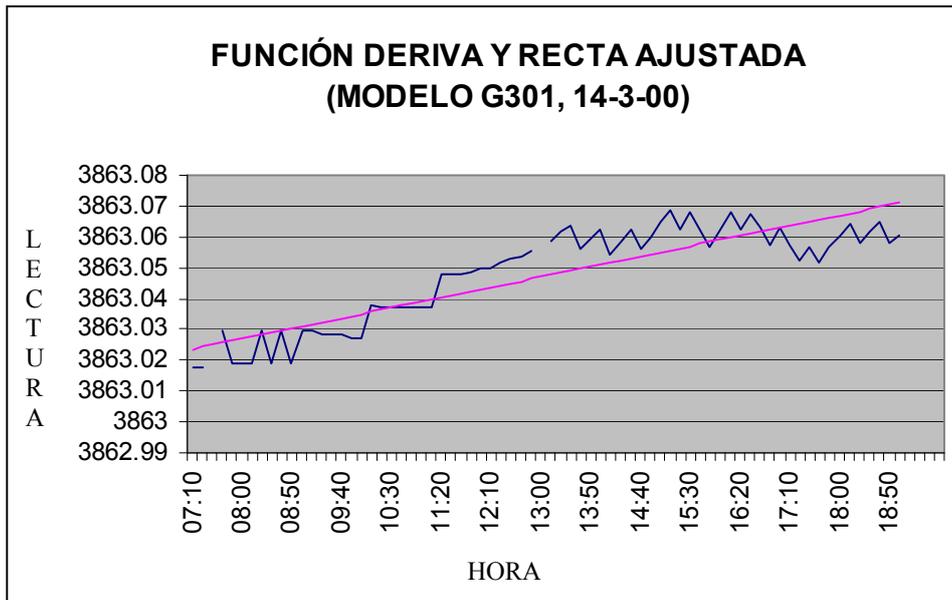
Recta ajustada:  $Y=0.0052*t+3742.018$   
 Residuo máximo= 0.002 mgal.  
 Media de los residuos= 0.001 mgal.

Para el modelo G301 se ha procedido de la misma forma anotando los valores durante tres días del mes de Enero y Marzo de 2000. Las gráficas para este modelo durante esos tres días y los valores de la recta de regresión ajustada se pueden ver en la figura 5.15.



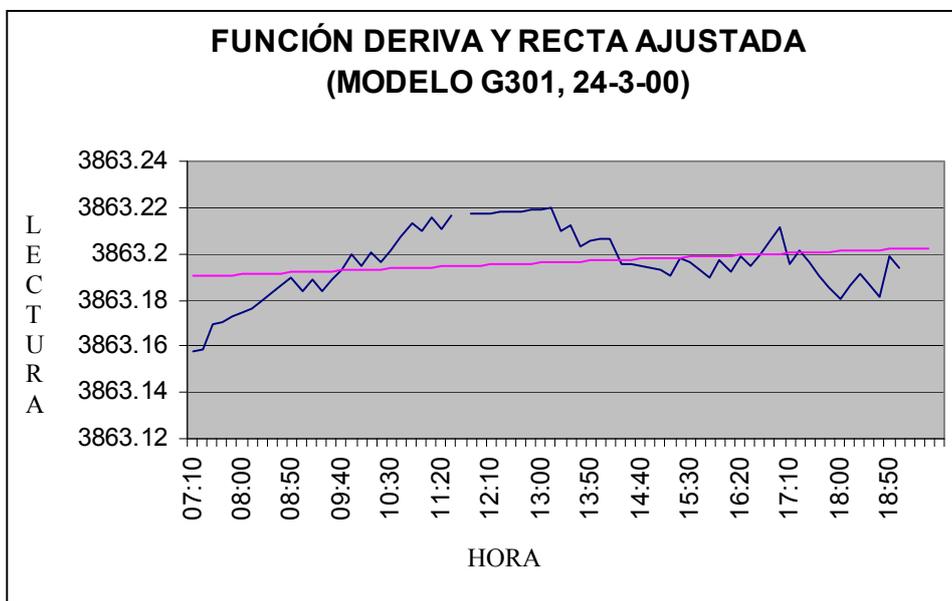
**Figura 5.15 A:** Función derivada y recta de regresión ajustada para el modelo G301 el día 22 de Enero de 2000.

Recta ajustada:  $Y=0.0012*t+3862.222$   
 Residuo máximo= 0.010 mgal.  
 Media de los residuos= 0.004 mgal.



**Figura 5.15 B:** Función deriva y recta de regresión ajustada para el modelo G301 el día 14 de Marzo de 2000.

Recta ajustada:  $Y=0.004*t+3862.995$   
 Residuo máximo= 0.014 mgal.  
 Media de los residuos= 0.006 mgal.



**Figura 5.15 C:** Función deriva y recta de regresión ajustada para el modelo G301 el día 24 de Marzo de 2000.

Recta ajustada:  $Y=0.001*t+3863.183$   
 Residuo máximo= 0.032 mgal.  
 Media de los residuos= 0.011 mgal.

Como valor medio se puede extraer, para el modelo G301, una variación media (pendiente media de las rectas ajustadas) de  $2\mu\text{gal}/\text{hora}$ .

Estas condiciones serían las de deriva dentro de un laboratorio, condiciones que variarán cuando pasamos a realizar una observación en campo pero de donde se puede seguir concluyendo que seguirá comportándose mayormente como lineal y será resuelta en el ajuste posterior.

Con este parámetro ya conocido (aunque sea en condiciones de laboratorio), se está en disposición de incluirlo a la hora de establecer una función de tolerancia tipo (Chueca et al. 1997b). Esta tolerancia se puede establecer como sigue (Martín et al. 1999), (Martín et al. 2000):

$$T \leq X\mu\text{gal}\sqrt{n} + b*t \quad (5.2)$$

Siendo  $X$  el error accidental producido para cada observación y para cada instrumento (apartado 4.2.3.6 del capítulo anterior),  $n$  el número de vértices visitados en un itinerario,  $b$  la variación debida únicamente a factores de deriva relacionados con la relajación del sistema (dato que se acaba de obtener en laboratorio) y  $t$  el tiempo de observación total en horas.

Considerando que  $20\mu\text{gal}$  es el error accidental a priori en una observación (apartado 4.2.3.6) y considerando un error de lectura de  **$5\mu\text{gal}$**  para el modelo D203 y de  **$10\mu\text{gal}$**  para el modelo G301, se puede decir que el valor de  $X$  para el modelo D203 es de  **$25\mu\text{gal}$**  y para el modelo G301 de  **$30\mu\text{gal}$** .

Así, una vez calculados todos los itinerarios y corregidos de mareas, movimiento del polo, presión atmosférica y altura se procede al cálculo de su error de cierre y al cálculo de la tolerancia según la ecuación anterior, de forma que únicamente serán susceptibles de ser compensados aquellos itinerarios que entren dentro de la tolerancia teórica establecida; con esta forma de actuar, únicamente el primer itinerario efectuado por el modelo G301 no entró en tolerancia, tal y como ya se ha comentado, por lo que se decidió volver a efectuar el itinerario con los dos gravímetros de nuevo para obtener sobrerredundancias, tabla 5.7.

**Tabla 5.7:** Tolerancia y cierre para cada uno de los itinerarios y gravímetro.

ITINERARIO	GRAVÍMETRO	TOLERANCIA (mgal.)	CIERRE (mgal.)
1	D203	0.128	0.071
	G301	0.108	0.236
2	D203	0.129	0.034
	G301	0.115	0.057
3	D203	0.096	0.078
	G301	0.087	0.064
4	D203	0.120	0.093
	G301	0.104	0.050
5	D203	0.119	0.033
	G301	0.104	0.017
6	D203	0.117	0.013
	G301	0.103	0.019
7	D203	0.127	0.123
	G301	0.111	0.004
8	D203	0.133	0.128
	G301	0.116	0.021
9	D203	0.102	0.076

### 5.2.3.7 Desarrollo del método de ajuste

Siguiendo los pasos establecidos en el capítulo anterior, se deberá desarrollar un nuevo modelo matemático de compensación o nueva metodología de resolución (Martín et al. 1999), (Martín et al. 2000), para ello podemos retomar el ajuste sobre la ecuación (4.34), donde las variables a considerar son linealmente independientes y, por tanto, sistema perfectamente resoluble sin mayores problemas por el planteamiento clásico de ajuste mínimo cuadrático.

Lo único que queda por establecer será el peso de las observaciones (Chueca et al. 1996 a):

$$P = \frac{\sigma_o^2}{\sigma_i^2} \quad (5.3)$$

Donde  $\sigma_o^2$  será el estimador de la varianza de peso unidad, normalmente uno y  $\sigma_i^2$  será el cuadrado de la desviación típica de la observación, que, en este caso particular, vendrá representada por el valor:

$$\sigma_i = e_a \sqrt{2} \quad (5.4)$$

Siendo  $e_a$  el error accidental achacable a cada aparato, llamado  $X$  en el apartado anterior. Los valores de los pesos para cada uno de estos instrumentos, considerando un error accidental de 25  $\mu$ gal para el gravímetro D203 y de 30  $\mu$ gal para el G301, será:

$$P_{D203} = 800$$

$$P_{G301} = 555$$

Una vez hecho el ajuste y comprobado que todas las variables estadísticas y de control de observables son aceptables, obtendremos el valor ajustado de los parámetros de deriva para cada uno de los itinerarios y del parámetro general de factor de calibración.

Debemos ahora proceder al cálculo y ajuste de los valores de  $g_j$  y  $g_i$  que son los valores finales que se deben obtener.

Para ello se procederá a un nuevo ajuste. En este segundo ajuste se trabajará directamente con los valores relativos de gravedad donde se intentará individualizar cada uno de ellos para obtener unas correcciones finales a los valores aproximados.

Los valores observados serán las diferencias relativas de gravedad para cada tramo del itinerario corregidas de los sistematismos conocidos a priori y, además, corregidas del factor de calibración y del parámetro de deriva calculados en el ajuste inicial, con lo cual corregimos al observable de todos los sistematismos y errores conocidos.

El valor calculado vendrá dado ahora por:

$$C = g_j - g_i \quad (5.5)$$

Por tanto, las diferenciales con respecto a los parámetros a ajustar serán:

$$\frac{\partial C}{\partial g_j} = 1, \quad (5.6)$$

$$\frac{\partial C}{\partial g_i} = -1$$

Y las ecuaciones a aplicar en el ajuste serán del tipo:

$$\delta g_j - \delta g_i = O - C + r \quad (5.7)$$

Siendo  $O$  el vector de observables relativos corregidos de sistematismos y errores (incluidos los de factor de calibración y deriva) y  $C$  la resta de los valores aproximados de gravedad del tramo correspondiente.

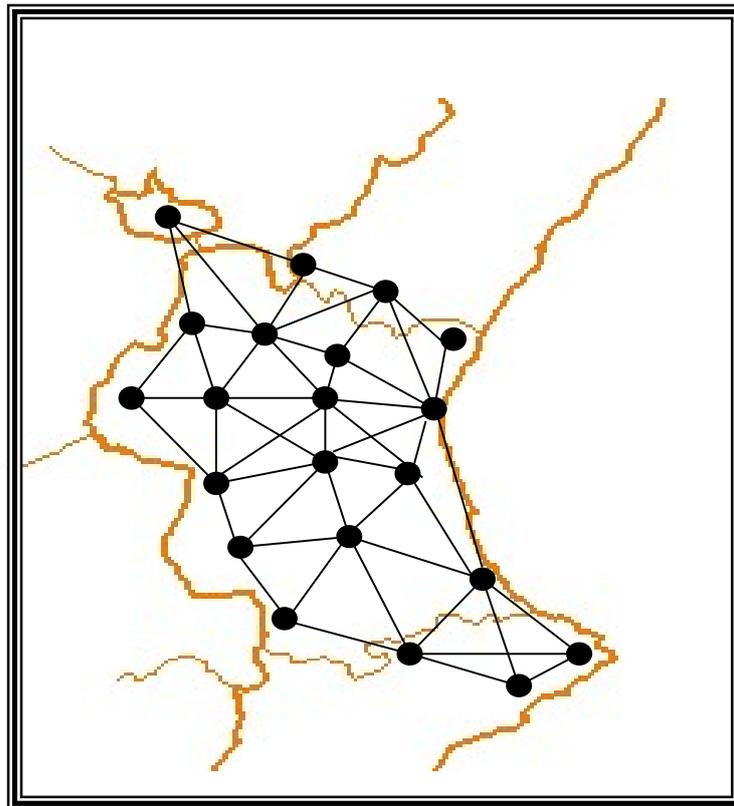
Al haber tramos medidos varias veces, para obtener una matriz de diseño linealmente independiente en (5.7), esos tramos se promediarán utilizando el concepto de media ponderada, ya que los tramos habrán sido observados con diferentes gravímetros, de diferente precisión:

$$M = \frac{m_1 P_1 + m_2 P_2 + \dots + m_n P_n}{P_1 + P_2 + \dots + P_n} \quad (5.8)$$

Siendo el peso total a aplicar a cada una de las ecuaciones (5.7) en el segundo ajuste la suma de los pesos de los tramos individualizados que componen una fila en la matriz de diseño.

Debido a la novedad del ajuste se procedió a una primera comprobación del método sobre un pequeño polígono de prueba situado en el Provincia de Valencia que sirvió como primera aproximación para el establecimiento de las directrices principales a seguir posteriormente en el proyecto sobre toda la red gravimétrica, los resultados y una pequeña explicación del polígono de prueba se pueden encontrar en el ANEXO I.

Para llegar al ajuste definitivo de la red sobre la Provincia de Valencia, en primer lugar será necesaria la consideración de un valor aproximado de gravedad para los puntos a determinar (valor calculado), en este caso se ha procedido al cálculo de los itinerarios con el programa comercial de la propia casa Lacoste&Romberg: Gravmaster™ (Lacoste&Romberg 1992), (Geotools and L&C 1999), adoptado como valor aproximado para los valores de gravedad la media obtenida de cada uno de los itinerarios desechando los valores extremos, lo cual lleva a un proceso de limpieza en el que se han desechado un total de 46 observables, quedado, finalmente, una red formada por 143 observables, figura 5.16.



**Figura 5.16:** Red gravimétrica de Tercer Orden de la Provincia de Valencia.

El primer ajuste arroja un estimador de la desviación típica de peso unidad de **1.12809**, los valores para las incógnitas de deriva se pueden ver en la tabla 5.8.

**Tabla 5.8:** Deriva y su desviación típica obtenida del primer ajuste para cada uno de los itinerarios y gravímetro.

ITINERARIO	MODELO	DERIVA	DESVIACION TIPICA
1	D203	-0.015703	0.005851
1	G301	0.005914	0.003617
2	D203	-0.022897	0.009959
2	G301	0.007070	0.005609
3	D203	0.048330	0.030257
3	G301	0.002997	0.009720
4	D203	0.005810	0.004869
4	G301	0.003943	0.004898
5	D203	0.003549	0.003883
5	G301	0.002566	0.004703
6	D203	-0.007533	0.005309
6	G301	-0.003124	0.003998
7	D203	0.006652	0.004837
7	G301	-0.006077	0.005596
8	D203	-0.026413	0.008651
8	G301	0.023536	0.014521
9	D203	0.004959	0.007924

Los incrementos a los factores de calibración se pueden ver en la tabla 5.9.

**Tabla 5.9:** Factor de calibración y su desviación típica obtenidos del primer ajuste para cada instrumento.

MODELO	$\Delta$ FACTOR DE CALIBRACION	DESVIACION TIPICA
D203	-0.0000496	0.0000695
G301	-0.0001019	0.0000701

El valor de calibración obtenido para el modelo G301 concuerda con los obtenidos por otros autores para este mismo aparato en otros trabajos:  $-0.00014112 \pm 0.000048$  (Sevilla et al. 1990 a),  $-0.00013938 \pm 0.000042$  (Gil 1993).

Obtenidos estos valores se pasa a la resolución definitiva de los valores de la gravedad de los puntos según teoría expuesta, obteniendo un sistema de 49 ecuaciones como medias ponderadas; para la resolución del sistema se ha considerado como valor de gravedad absoluta conocida el de Requena (Sevilla et al. 1990 a); el estimador de la desviación típica de la medida de peso unidad a posteriori resulta de **0.99029**, el resultado definitivo de los valores de gravedad para los puntos junto con su desviación típica se pueden ver en la tabla 5.10. Un valor medio de la desviación para toda la red es de  $\pm 0.018$  mgal.

**Tabla 5.10:** Valores de la gravedad definitivos y desviaciones típicas de los vértices que componen la red gravimétrica de la Provincia de Valencia. Todas las unidades están en mgal.

VÉRTICE	VALOR APROXIMADO	CORRECCIÓN	VALOR DEFINITIVO	DESVIACIÓN TÍPICA
VALENCIA	980114.449	-0.0185	980114.430	0.014
GANDÍA	980085.528	-0.0363	980085.492	0.018
GATA DE GORGOS	980055.035	-0.0452	980054.990	0.019
CALLOSA DE SARRIÁ	979995.918	-0.0443	979995.873	0.021
ALCOY	979896.025	-0.0484	979895.976	0.018
JÁTIVA	980038.400	-0.0498	980038.35	0.016
BENIFAIÓ	980098.353	-0.0355	980098.317	0.015
CHIVA	980035.553	-0.0277	980035.525	0.012
REQUENA	979934.452			
VENTA DEL MORO	979925.562	0.0284	979925.590	0.015
LOS PEDRONES	979926.317	-0.0235	979926.293	0.015
AYORA	979927.298	-0.0535	979927.244	0.017
FUENTE LA HIGUERA	979915.573	-0.0597	979915.514	0.020
DOS AGUAS	980005.237	-0.0189	980005.218	0.015
SAGUNTO	980136.393	-0.0133	980136.380	0.021
SEGORBE	980061.472	-0.0129	980061.459	0.017
EL TORO	979903.138	0.0081	979903.146	0.022
ADEMUZ	979921.129	-0.0038	979921.426	0.024
TUEJAR	979966.428	-0.0005	979966.427	0.015
CASINOS	980037.838	-0.0254	980037.812	0.017
SINARCAS	979897.359	0.0031	979897.363	0.017

Al considerar como vértice de gravedad conocida uno de la Red Gravimétrica Fundamental Ibérica estaremos cometiendo un error debido a que esta gravedad, en realidad, no es absoluta, y estará sujeta a un Error Medio Cuadrático ( $0.017 \text{ mgal}$  en el caso del punto de Requena (Sevilla et al 1990 a)), además, como ya se ha comentado, este valor de gravedad fue observado hace más de 25 años y puede haber variado; con todo esto estaremos introduciendo un sistematismo en la red que deberá ser convenientemente corregido observado la gravedad de forma absoluta en alguno o algunos de los puntos de la red.

Se debe comentar que también se ha realizado la compensación con el sistema que propone la ecuación (4.37), para los 143 observables finales y añadiendo las ecuaciones de gravímetro, para que el resultado final resulte coherente con los valores para los factores de calibración se debe ponderar la ecuación de gravímetro del modelo D203 con un valor de 1.600 millones y para el modelo G301 1.100 millones, ponderación totalmente injustificable.

Finalmente se ha procedido a contrastar la compatibilidad estadística de los estimadores a priori y a posteriori de las varianzas del observable de peso unidad mediante el test  $F$  de Snedecor, bajo la hipótesis nula de igualdad estadística de varianzas:  $H_0 : \sigma_o^2 = \overline{\sigma_o^2}$ , donde  $\sigma_o^2$  es la varianza de peso unidad a priori, y que se ha fijado en uno, y  $\overline{\sigma_o^2}$  es la varianza de peso unidad a posteriori obtenida del ajuste. De esta forma se estará comprobando que las precisiones a priori dadas por la matriz de covarianzas  $Q_{VV} = \sigma_o^2 P^{-1}$ , son consistentes con las precisiones obtenidas en el proceso de ajuste.

Admitiremos la hipótesis nula si  $\overline{\sigma_0^2}$  cumple con la relación:

$$F_{n-m,\infty,1-\alpha} < \overline{\sigma_0^2} < F_{n-m,\infty,\alpha} \quad (5.9)$$

Donde  $n-m$  son los grados de libertad y  $\alpha$  es el nivel de significación del test.

Fijando el nivel de significación en  $0.01$ , los resultados del test para los dos ajustes son:

$$0.717 < 1.272 < 1.346$$

Para el primer ajuste y:

$$0.501 < 0.980 < 1.703$$

Para el segundo, aceptando en ambos casos la hipótesis nula de igualdad estadística de varianzas.

### 5.2.3.8 Sistema de optimización de la red gravimétrica

Este nuevo método de ajuste permite una optimización sencilla, si se quieren añadir nuevos enlaces se trabajará sobre la matriz de diseño  $A$  del segundo ajuste, matriz compuesta únicamente por ceros y unos lo que simplifica enormemente el problema al no tener que introducir valores aproximados de la gravedad para los enlaces a considerar; si lo que se desea es observar de nuevo un itinerario que ya ha sido observado y, por tanto, convenientemente introducido en la matriz de diseño  $A$  del segundo ajuste, se trabajará únicamente con la matriz de pesos del segundo ajuste.

La operación de optimización de la red se convierte en una operación de muy sencilla aplicación siendo tremendamente útil y rápida con los criterios de optimización que se explicaron en el apartado 4.2.3.7 aplicando la fórmula (4.42).

Para el caso de la Red Gravimétrica de tercer orden de la Provincia de Valencia se puede decir que los itinerarios establecidos son los más óptimos teniendo en cuenta que estos no deben superar las  $10$  horas de observación y teniendo en cuenta la distribución de las carreteras de la Provincia y su orografía con lo que la mejora de la red pasará por la repetición de los itinerarios; esto lleva a trabajar únicamente modificando la matriz de pesos  $P$  del segundo ajuste para la optimización de la red.

Así se ha elaborado la tabla 5.11 con los datos de la traza de la matriz  $Q_{xxi}$  de criterio calculada añadiendo a la red cada uno de los itinerarios y donde se muestra también el tiempo que se tardaría en recorrer cada uno de los itinerarios. Al trabajar únicamente con la matriz de pesos se ha supuesto que el itinerario se observaría con un gravímetro de precisión, tipo Lacoste and Romberg modelo D, lo cual supone añadir un valor de  $800$  (peso obtenido en el apartado 5.2.3.7 para este tipo de precisiones) en cada uno de los enlaces estudiados.

Como se puede ver en la misma tabla y aplicando el criterio de optimización establecido por la ecuación (4.42) (teniendo en cuenta que la traza de la matriz de criterio original, es decir,  $Q_{xx0}$ , es  $0.0067$ ) será la repetición del itinerario 8 el que consiga maximizar la función y, por tanto, el que se debería repetir para la obtención de mejores resultados en la red.

**Tabla 5.11:** Criterios de optimización para la repetición de cada uno de los itinerarios observados.

ITINERARIO	TRAZA $Q_{XXI}$	TIEMPO <sub>I</sub>
1=6	0.0064	9.5 h
2	0.0060	10.0 h
3	0.0060	6.2 h
4	0.0061	9.0 h
5	0.0060	9.0 h
7	0.0063	9.7 h
8	0.0058	8.5 h
9	0.0066	10.0 h

Pero estudiando con más detalle la optimización se puede ver que la precisión media de la red añadiendo este itinerario será de  $\pm 0.017$  mgal, valor que se puede obtener calculando la media de las desviaciones típicas de la diagonal de la matriz de criterio  $Q_{XXI}$ , lo cual lleva a pensar que la ganancia en precisión, que es mínima, no justifica el esfuerzo de la reobservación del itinerario, por lo que quedará establecida la Red Gravimétrica de tercer orden la Provincia de Valencia con los datos ya observados.

## 6 ANÁLISIS Y AJUSTE DE LOS DIFERENTES MODELOS DE GEOIDE

El análisis de los diferentes modelos de geoide tiene por objetivo la cuantificación de los mismos para encontrar aquel que más se aproxime al campo gravitatorio local de una zona en particular, de esta forma se estará en disposición de adoptar aquel que mejor se ajuste al área de trabajo o estudio.

Es este caso la zona donde se deben analizar estos modelos (globales, continentales y regionales) es la de la Comunidad Valenciana y, sobre todo, la provincia de Valencia, lugar en que más se han centrado los estudios e investigaciones.

El análisis pasará por el establecimiento de una serie de valores observados y su comparación con los que se predicen a partir de un determinado modelo de geoide; estos observables pueden ser cantidades físicas como las desviaciones de la vertical (Martín et al. 1998) o cantidades geométricas como la propia ondulación del geoide.

La obtención de la ondulación del geoide de forma directa con medidas GPS/nivelación/gravedad se convertirá en el principal método de análisis ya que, en un segundo paso, pueden ser utilizadas estas observaciones para proceder al ajuste de los diferentes modelos al campo gravitatorio local tal como se veía en el apartado 4.3. Con esta metodología se pueden controlar los errores en los puntos GPS/nivelación/gravedad, pero no tendremos ningún control sobre las propias ondulaciones del geoide, por lo que si efectuamos un ajuste considerando algún punto en el que exista deformación local del geoide se estará procediendo a un ajuste irreal. Para solucionar este problema se deberá plantear e investigar algún método de detección de deformaciones locales de geoide y obtener así la certeza de que el ajuste se está haciendo sobre puntos con garantías de precisión.

Para la obtención de esas deformaciones locales de geoide se ha investigado y desarrollado una metodología sobre puntos GPS/gravedad, observando la perturbación de la gravedad y comparándola con la que se predice a partir de los diferentes modelos de geoide, de esta forma se estarán, además, analizando los diferentes modelos de geoide para encontrar aquel que más se ajuste al campo gravitatorio de la zona de estudio en particular, comparando la perturbación de la gravedad observada con la que se puede predecir a partir de cada uno de los modelos de geoide.

Así pues, lo primero que se abordará en el presente capítulo es el análisis de los diferentes modelos de geoide a partir de observables GPS/gravedad y la detección de deformaciones locales de geoide a partir de los mismos para pasar, posteriormente al análisis y ajuste de los modelos a observables GPS/nivelación/gravedad.

### 6.1 DETECCIÓN DE DEFORMACIONES LOCALES DE MODELOS DE GEOIDE. CONTROL DE MODELOS MEDIANTE PUNTOS GPS/GRAVEDAD

El observable que se utiliza como parámetro de control en esta comparación es la perturbación de la gravedad. La perturbación de la gravedad se define como la resta de la gravedad real medida en un punto y la gravedad normal sobre ese mismo punto (Heiskanen et al. 1985), (Moritz 1980), figura 6.1:

$$\delta g = g_p - \gamma_p \quad (6.1)$$

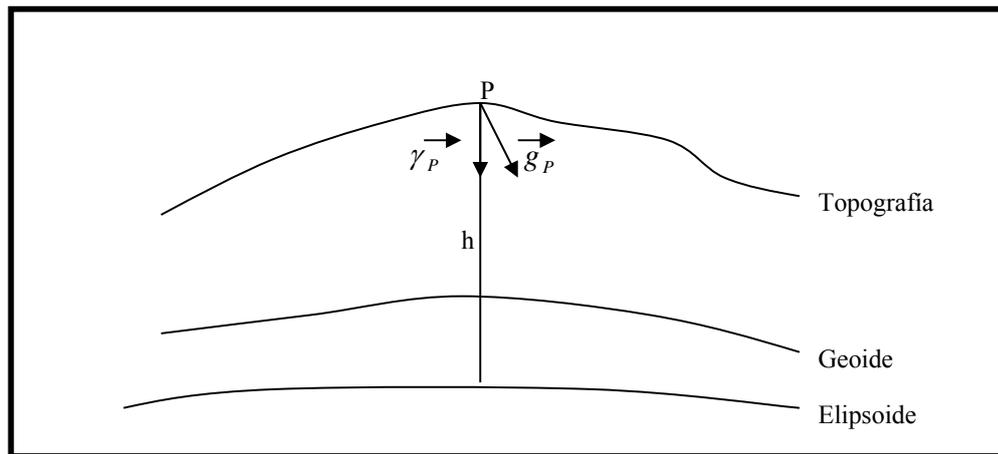


Figura 6.1: Definición de Perturbación de la gravedad  $\delta g = g_P - \gamma_P$

Si observamos la gravedad,  $g_P$ , sobre puntos con coordenadas sobre el sistema WGS84 procedentes de observación con GPS, podremos conocer el valor de la gravedad normal,  $\gamma_P$ , ya que el valor de la altura elipsoidal del punto,  $h$ , es conocido; con esto obtendremos la perturbación de la gravedad,  $\delta g$ , observada, restará obtener la misma cantidad predicha a partir de los modelos de geoide para comenzar las comparaciones.

### 6.1.1 Obtención de la perturbación de la gravedad observada

El dato fundamental en este tipo de determinaciones es la gravedad, para ello se deben utilizar gravímetros relativos ya que su manejo y posibilidades de desplazamiento son muy superiores a la de los gravímetros absolutos, en este caso se ha utilizado el gravímetro relativo Lacoste&Romberg D 203 perteneciente al Departamento de Ingeniería Cartográfica, Geodesia y Fotogrametría de la Universidad Politécnica de Valencia; el hecho de utilizar gravímetros relativos exige que las medidas estén referidas a un datum gravimétrico global, igual al que se ha utilizado en las determinaciones de los distintos modelos de geoide, este datum gravimétrico es el IGSN71 ya que las medidas de gravedad se han arrastrado del punto *Valencia* perteneciente a la red gravimétrica de la Provincia de Valencia, apartado 5.2. Este punto ha sido calculado a partir del valor de gravedad de *Requena* perteneciente a la red gravimétrica Peninsular, por lo que en las medidas gravimétricas realizadas para la obtención de la perturbación de la gravedad estaremos cometiendo un error debido a la propia observación y al valor erróneo de gravedad absoluta del punto del que se parte, por ello se puede cifrar la precisión de estas observaciones en el entorno de  $0.03 \text{ mgal}$ .

Si observamos la gravedad sobre puntos con coordenadas WGS84, procedentes de observación con técnicas GPS, conoceremos el valor de la altura elipsoidal del punto de cálculo, restará, por tanto, obtener la gravedad normal a esa altura. Dicha cantidad puede ser obtenida a partir de un desarrollo en serie de Taylor con respecto a la altura  $h$  (Torge 1989 a):

$$\gamma(\varphi, h) = \gamma_o + \left( \frac{\partial \gamma}{\partial h} \right)_o h + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2} \right)_o h^2 + \dots \quad (6.2)$$

Donde la cantidad  $\gamma_o$  se refiere a la gravedad normal sobre el elipsoide de referencia y puede ser calculada mediante la fórmula de Somigliana (Heiskanen et al. 1984). Las cantidades  $\partial\gamma/\partial h$  y  $\partial^2\gamma/\partial h^2$  pueden ser calculadas mediante un desarrollo hasta el orden de  $f^2$ , siendo  $f$  el achatamiento polar terrestre, de la forma (Torge 1989 a):

$$\left(\frac{\partial\lambda}{\partial h}\right)_o = -\frac{2\gamma_o}{a}\left(1+f-2f\sin^2\varphi+\frac{3}{2}f^2-2f^2\sin^2\varphi+\frac{1}{2}f^2\sin^4\varphi\right)-2\omega^2 \quad (6.3)$$

$$\left(\frac{\partial^2\gamma}{\partial h^2}\right)_o = \frac{6\gamma_o}{a^2(1-f\sin^2\varphi)^2} \quad (6.4)$$

Una de las ventajas de este método es que no es necesaria una gran precisión en la medida de la coordenada  $h$ , ya que una variación de 10 centímetros en alturas elipsoidales de 1000 metros llevan a una variación de tan sólo  $0.03 \text{ mgal}$  en la gravedad normal, igual al valor de precisión que se puede esperar de la observación gravimétrica.

### 6.1.2 Predicción de la perturbación de la gravedad a partir de los modelos de geoide

La predicción de la perturbación de la gravedad se hará de distinta manera si se habla de un modelo global (OSU89b, OSU91a, EGM96, o GPM98CR), o de un modelo continental (EGG97) o regional (IBERGEO95).

La predicción de la perturbación de la gravedad se puede hacer de forma directa a partir de los coeficientes de un modelo global utilizando la expresión (Heiskanen et al. 1985), (Gil 1993), (Sünkel 1996):

$$\delta g = -\frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{\partial(W-U)}{\partial r} = \delta g_{CERO} + \frac{GM}{r_p^2} \left[ \sum_{n=2}^{\infty} (n+1) \left(\frac{a}{r_p}\right)^n \sum_{m=0}^n (\delta \overline{C}_{nm} \cos m\lambda_p + \delta \overline{S}_{nm} \sin m\lambda_p) \overline{P}_{nm}(\cos \overline{\theta}_p) \right] \quad (6.5)$$

Donde :

$r_p = r_o + h$ , siendo  $r_o$  el radio elipsoidal geocéntrico del punto de cálculo.

$\overline{\theta}_p$  es la colatitud geocéntrica del punto de cálculo.

Y, donde:

$$\delta \overline{C}_{20} = \overline{C}_{20} - \overline{C}_{20_{ref}}, \quad \delta \overline{C}_{40} = \overline{C}_{40} - \overline{C}_{40_{ref}}, \quad \delta \overline{C}_{60} = \overline{C}_{60} - \overline{C}_{60_{ref}}, \quad \delta \overline{C}_{80} = \overline{C}_{80} - \overline{C}_{80_{ref}}$$

$$\delta \overline{C}_{mn} = \overline{C}_{mn} \quad \text{si } (m,n) \neq (2,0), (4,0), (6,0), (8,0) \quad ; \quad \delta \overline{S}_{mn} = \overline{S}_{mn}, \quad \forall (m,n)$$

El subíndice *ref* indica que esos coeficientes están evaluados con los parámetros del elipsoide de referencia adoptado, cuyos valores se suelen adoptar hasta un desarrollo ( $m, 0$ ) adecuado, por ejemplo 8, (Moritz 1984 c). La varianza grado o error por comisión para un grado en un modelo global sobre la perturbación de la gravedad se puede cifrar según (Lemoine et al. 1998):

$$\sigma_{\delta g, n}^2 = \left(\frac{GM}{a\gamma}\right)^2 (n+1)^2 \left(\frac{a^2}{R^2}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (\overline{\sigma C_{nm}} + \overline{\sigma S_{nm}})^2 \quad (6.6)$$

Lo cual nos lleva a un error por comisión de  $14.187 \text{ mgal}$  para el modelo OSU89b,  $14.146 \text{ mgal}$  para el OSU91a y de  $11.098 \text{ mgal}$  para el EGM96 si efectuamos la suma sobre todos los grados del modelo.

De la misma forma que se obtenían las constantes cero para las ondulaciones de geoide en el apartado 3.3.1 del capítulo anterior, se pueden extraer las constantes cero para las anomalías de gravedad mediante (Heiskanen et al. 1985):

$$\Delta g_{\text{cero}} = \delta\gamma_a - \frac{1}{3}\gamma_a \delta f \quad (6.7)$$

Donde  $\delta\gamma_a$  será la variación de la gravedad en el ecuador entre el sistema ideal menos el del elipsoide de referencia adoptado (WGS84). El valor obtenido para esta constante será de  $0 \text{ mgal}$  para el modelo OSU89b,  $0.163 \text{ mgal}$  para el modelo OSU91a y de  $0.209 \text{ mgal}$  para el modelo EGM96.

Por último la constante cero para la perturbación de la gravedad se puede calcular mediante (Heiskanen et al. 1985):

$$\delta g_{\text{cero}} = \frac{2}{a} \delta W - \Delta g_{\text{cero}} \quad (6.8)$$

Donde  $\delta W$  será la diferencia de potencial entre el valor adoptado como mejor estimación para el potencial de la tierra y el valor del potencial que genera el elipsoide de referencia adoptado (WGS84), en este caso (Lemoine et al. 1998) el valor de la constante cero para la perturbación de la gravedad del modelo OSU89b y OSU91a es de  $0.000 \text{ mgal}$  y para el modelo EGM96 de  $-0.046 \text{ mgal}$ .

Si lo que pretendemos es predecir la cantidad con un modelo continental o regional, basado en la técnica eliminar-restaurar (Forsberg et al 1981), (Albertella et al. 1994), (Sideris et al. 1995), se procederá de la siguiente manera:

- 1) Definiremos una malla lo suficientemente amplia en la que también aplicaremos la técnica eliminar-restaurar. Esta malla tendrá un espaciado en latitud y longitud correspondiente con la resolución del modelo de geoide utilizado, en este caso particular se ha utilizado tanto para el modelo EGG97 como para el IBERGEO95 un mallado de  $1.5 \times 1.5$  minutos sobre un área que va desde los  $35^{\circ}45' N$  a los  $43^{\circ}45' N$  en latitud y  $-9^{\circ}30' W$  a  $4^{\circ}30' E$  en longitud (área sobre la que está determinado el modelo IBERGEO95), de esta forma aseguramos que el error cometido por el hecho de no considerar el total de la malla (error que se producirá únicamente en el caso del modelo EGG97) sea mínimo, y, por supuesto, mucho menor de  $0.03 \text{ mgal}$ .

- 2) Sobre los nodos de esa malla se calculará la ondulación del geoides global utilizado en la definición del geoides sobre el que estamos trabajando, es decir, el OSU91a en el caso del IBERGEO95 y el EGM96 en el caso del EGG97.
- 3) Sobre los nodos de esa malla calcularemos también la ondulación del modelo de geoides continental (EGG97) y regional (IBERGEO95).
- 4) Eliminaremos la contribución de las largas longitudes de onda sobre el modelo de geoides sin más que restar las ondulaciones del geoides global antes calculadas:

$$N_{res} = N_{modelo} - N_{global} \quad (6.9)$$

- 5) Calcularemos el potencial anómalo para  $N_{res}$  a partir de la fórmula de Bruns:

$$T_{res} = N_{res} \cdot \gamma_0 \quad (6.10)$$

- 6) A la cantidad  $T_{res}$  le podemos aplicar ahora la integral de Poisson de la siguiente manera: Si una función armónica  $H$  está dada en la superficie de la tierra, entonces, como aproximación esférica, los valores de  $H$  fuera de la tierra pueden calcularse por la fórmula integral de Poisson, figura 6.2:

$$H_p = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \frac{r^2 - R^2}{d^3} H d\sigma \quad (6.11)$$

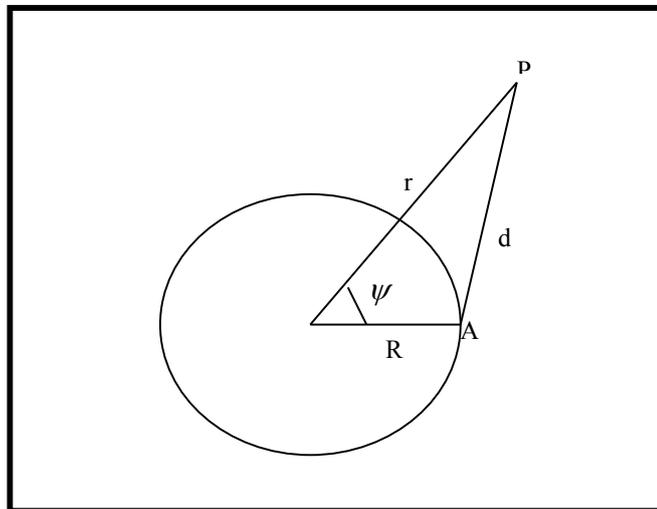


Figura 6.2: Definición de la integral de Poisson.

Donde:

$$d = \sqrt{r^2 + R^2 - 2Rr \cos \psi} \quad (6.12)$$

$$\cos \psi = \cos \bar{\theta}_p \cos \bar{\theta}_A + \sin \bar{\theta}_p \sin \bar{\theta}_A \cos(\lambda_A - \lambda_p) \quad (6.13)$$

Siendo A, el punto variable integral.

En las soluciones al problema del potencial gravitatorio terrestre se eliminan los términos de grado cero y uno, el grado cero bajo la hipótesis de que el potencial generado por el geoide y el elipsoide terrestre es el mismo y el grado uno bajo la hipótesis de que el origen de coordenadas del elipsoide de referencia coincide con el centro de gravedad terrestre (Heiskanen et al. 1985), (Jekeli 1999), con lo que la integral de Poisson quedará:

$$H_p = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \left( \frac{r^2 - R^2}{d^3} - \frac{1}{r} - \frac{3R}{r^2} \cos \psi \right) H d\sigma \quad (6.14)$$

Sustituyendo  $H$  (cuyo único requisito es que sea una función armónica) por  $T_{res}$ , función armónica por definición, la integral quedará de la forma:

$$T_{pres} = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} \left( \frac{r^2 - R^2}{d^3} - \frac{1}{r} - \frac{3R}{r^2} \cos \psi \right) T_{res} d\sigma \quad (6.15)$$

Donde  $T_{res}$  estará dado sobre la superficie del geoide, cantidad ya calculada en el paso anterior. Lo único que nos queda es encontrar la derivada radial del núcleo de la integral anterior para hallar la perturbación de la gravedad sobre  $P$ , cuya solución será:

$$\delta g_{pres} = -\frac{\partial T_{res}}{\partial r} = -\frac{R}{4\pi} \int_{\lambda'=0}^{2\pi} \int_{\varphi'=0}^{\pi} (M1 - M2 - M3) T_{res} \cos \bar{\varphi}' d\varphi' d\lambda' \quad (6.16)$$

Donde la comilla representa al punto variable integral y donde:

$$M1 = \frac{\partial \left( \frac{r^2 - R^2}{d^3} \right)}{\partial r} = \frac{1}{d^5} (5R^2 r - r^3 - Rr^2 \cos \psi - 3R^3 \cos \psi) \quad (6.17)$$

$$M2 = \frac{\partial \left( \frac{1}{r} \right)}{\partial r} = -\frac{1}{r^2} \quad (6.18)$$

$$M3 = \frac{\partial \left( \frac{3R}{r^2} \cos \psi \right)}{\partial r} = -\frac{6R \cos \psi}{r^3} \quad (6.19)$$

Siendo  $r = r_0 + h$  con  $r_0$  como radio elipsoidal geocéntrico del punto de cálculo y  $R$  el radio medio local tomado como:  $R = \sqrt{MN}$  sobre el punto medio de la malla de cálculo.

Esta integral se resolverá numéricamente de la forma:

$$\delta g_{P_{res}} = -\frac{R\Delta\varphi\Delta\lambda}{4\pi} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N K(r, \psi)_{ij,p} T_{resij} \cos \overline{\varphi'_{ij}} \quad (6.20)$$

$$K(r, \psi) = M1 - M2 - M3 \quad (6.21)$$

Donde el doble sumatorio recorrerá todos los puntos de la malla creada en el paso anterior y  $\Delta\varphi, \Delta\lambda$  corresponderán al incremento en latitud y longitud de los puntos de la malla expresados en radianes.

Otros autores resuelven la integral de Poisson anterior mediante técnicas FFT (Fast Fourier Transform), (Zhang et al. 1993), (Zhang 1995), estas técnicas se introdujeron en la geodesia física para resolver más eficaz y rápidamente las integrales que se generaban, (Schwarz et al. 1990), (Sideris 1994), (Sideris et al. 1995), actualmente, con el avance de las computadoras no es necesario el uso de tales técnicas para la resolución de las integrales en áreas locales, de esta forma evitamos problemas inherentes al propio cálculo mediante transformadas rápidas de Fourier como los de *aliasing, leakage y zero padding* (Brigham 1974), (Papoulis 1977), (Sideris 1994).

- 7) La técnica eliminar-restaurar exige la consideración de la topografía en sus dos fases: eliminación del efecto de la misma sobre las medidas gravimétricas y restauración de las mismas mediante el efecto indirecto.

Si la solución adoptada se basa en el segundo método de condensación de Helmert, el efecto de la topografía se calcula considerando la influencia de la topografía situada por encima y por debajo del punto de cálculo (topografía residual sobre la lámina de Bouguer) y la posterior consideración del efecto indirecto (Vanicek et al. 1987), (Wang et al. 1990), (Martinec et al. 1993), (Wichiencharoen 1982).

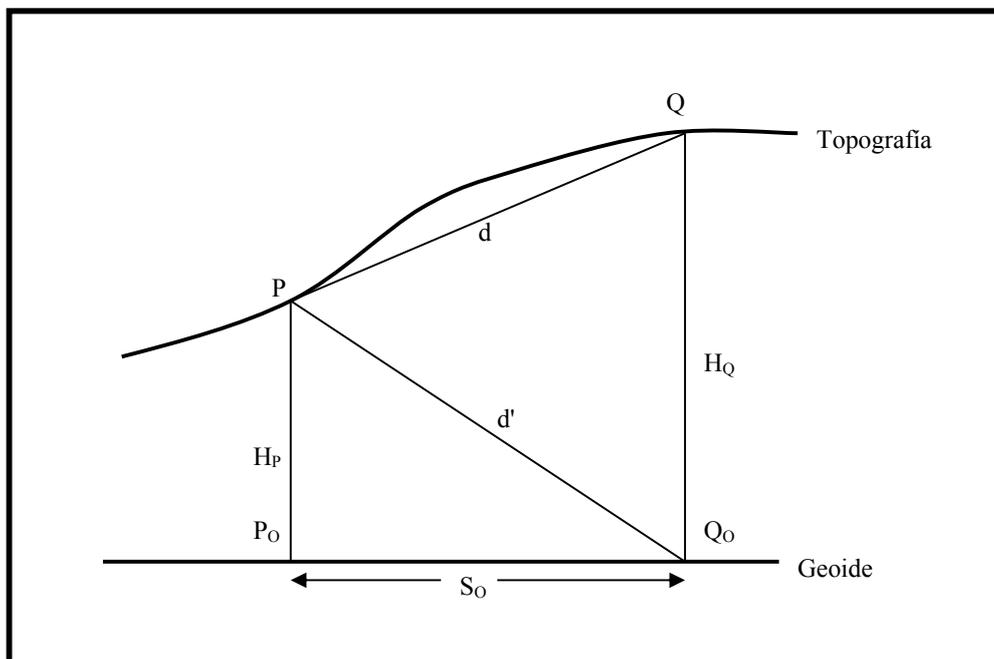
En esta investigación se está trabajando al revés, por lo que, en primer lugar, se deberá eliminar el efecto indirecto de las ondulaciones del modelo de geoide tratado; el problema es que para eliminarlo se deberá poseer un modelo digital del terreno de toda la zona donde el modelo esté definido, es más, se necesitará el modelo digital del terreno utilizado en el cálculo del propio geoide con el fin de asegurar los resultados, este hecho es de práctica imposible para un usuario cualquiera, por lo que se ha actuado de la siguiente manera: se ha introducido un sistematismo en los modelos IBERGEO95 y EGG97 siguiendo la ecuación (4.56) sobre el punto central de cálculo ( $39^{\circ}45' / -2^{\circ}30'$ ) de la malla de forma que sobre ese punto el sistematismo introducido es de 0.5 metros y para los puntos extremos de 1.5 m (efecto mayor que lo que realmente aporta el efecto indirecto real); con estos nuevos modelos se ha procedido al cálculo de la perturbación de la gravedad siguiendo los pasos anteriores, los resultados obtenidos tanto para el IBERGEO95 como para el EGG97 muestran una discrepancia con los obtenidos sin la consideración del efecto indirecto que apenas sobrepasa el milígal (valor que, en realidad, será mucho menor si consideramos que el

efecto indirecto es una cantidad centimétrica (Tóth et. al 2000), y, por tanto, mucho menor que la considerada en esta prueba), por lo que podemos concluir que la no consideración del efecto indirecto no va a suponer ninguna variación sobre las conclusiones que se alcancen. Por otro lado, y más importante, se puede concluir también que **la técnica desarrollada no es sensible a deformaciones de carácter general de los modelos de geoide** y que, por tanto, **será una herramienta útil para la detección de deformaciones locales**.

En segundo lugar la predicción de la perturbación de la gravedad debida a la topografía debe considerar el efecto de la topografía condensada y de la propia topografía sobre el punto de cálculo. El efecto de la topografía condensada se dividirá en el efecto de la capa Bouguer condensada sobre el punto de cálculo y el efecto del resto de la masa topográfica sobre el mismo punto (Vanicek et al. 1987), (Wang et al. 1990), (Martinec et al. 1993) figura 6.3:

$$\text{Capa de Bouguer condensada} = 2\pi G\rho H_p \quad (6.22)$$

$$\text{Topografía condensada} = G\rho H_p \iint_E \frac{(H - H_p)}{(d')^3} dE \quad (6.23)$$



**Figura 6.3:** Efecto de un punto situado sobre la superficie terrestre ( $Q$ ), y su correspondiente punto condensado ( $Q_0$ ) sobre el punto de cálculo  $P$ .

El efecto de la topografía sobre el punto de cálculo se dividirá también en el efecto de la capa de Bouguer y el efecto de la topografía (Moritz 1980), (Heiskanen et. al 1984):

$$\text{Capa de Bouguer} = 2\pi G\rho H_p \quad (6.24)$$

$$\text{Efecto de la topografía} = \frac{1}{2} G\rho \iint_E \frac{(H - H_p)^2}{(S_o)^3} dE \quad (6.25)$$

La eliminación de las masas condensadas significará una disminución en la gravedad sobre el punto de cálculo, mientras que la reposición de la capa de Bouguer un aumento y la reposición del terreno una disminución (el efecto de quitar las masas topográficas es siempre positivo (Heiskanen et al. 1984), por lo tanto su restauración será negativa), por lo que el efecto de las masas topográficas (tanto condensadas como repuestas) se deberá evaluar de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \text{Efecto terreno total} &= -\text{Capa Bouguer condensada} - \text{Topografía condensada} + \text{Capa} \\ &\text{Bouguer} - \text{Topografía} = -\text{Topografía condensada} - \text{Topografía}. \end{aligned}$$

Para la resolución numérica de tal efecto se han construido una serie de modelos digitales del terreno a partir de cartografía digital a escala 1/10000 centrados sobre cada uno de los puntos abarcando una distancia de 20 Km aproximadamente sobre el punto (distancia a partir de la cual los efectos topográficos residuales son de escasa influencia para los objetivos marcados (Andreu et al. 1992)) con un mallado de 100 X 100 metros.

La resolución numérica de las integrales planteadas será de la forma:

$$\text{Top. Condensada} = G\rho H_p \Delta X \Delta Y \sum_{i=1}^{i=20\text{Km}} \sum_{j=1}^{j=20\text{Km}} \frac{(H_{ij} - H_p)}{\left((X - X_p)^2 + (Y - Y_p)^2 + H_p^2\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (6.26)$$

$$\text{Topografía} = \frac{1}{2} G\rho \Delta X \Delta Y \sum_{i=1}^{i=20\text{Km}} \sum_{j=1}^{j=20\text{Km}} \frac{(H_{ij} - H_p)^2}{\left((X - X_p)^2 + (Y - Y_p)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (6.27)$$

Donde se ha trabajado con distancias planas.

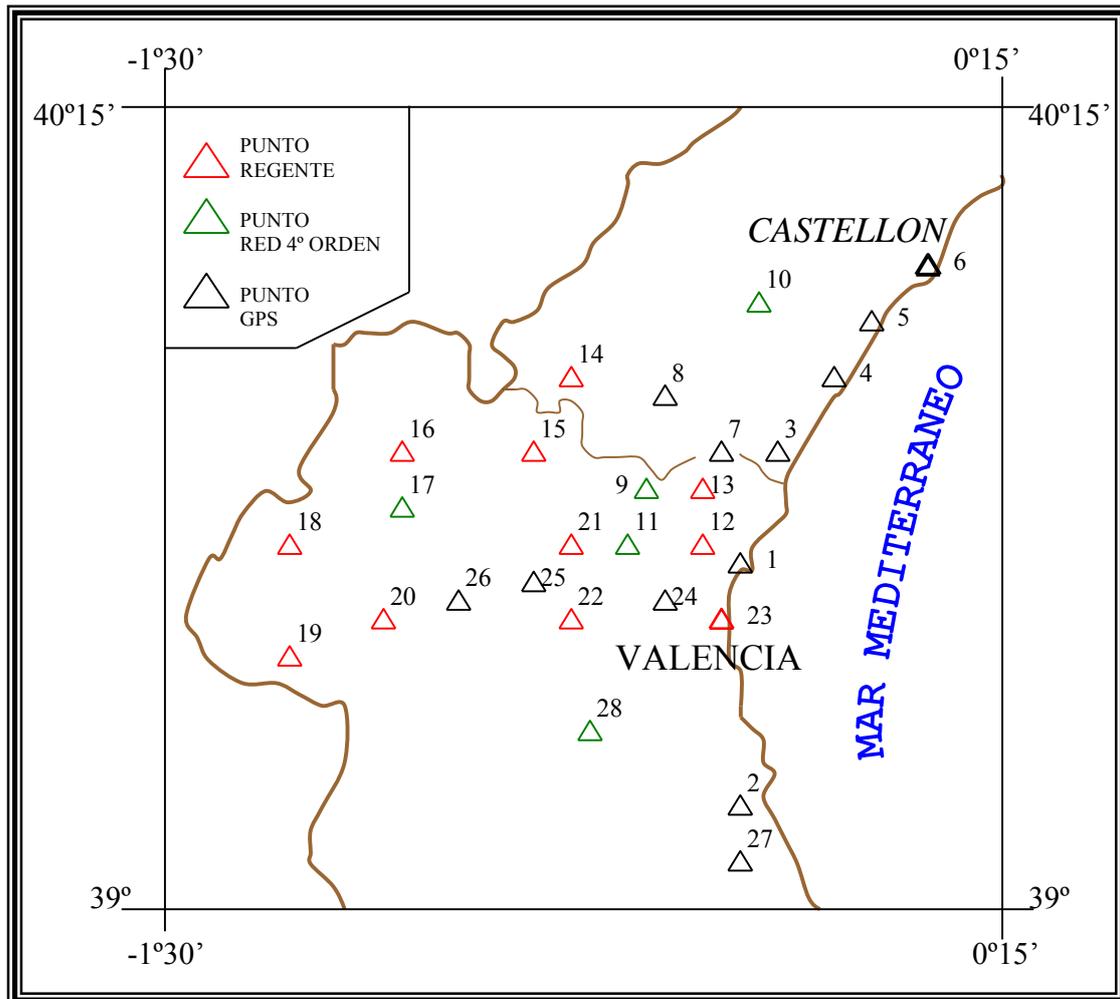
- 8) Una vez calculada la perturbación de la gravedad residual  $\delta g_{res}$  (paso 6) y el efecto de la topografía  $\delta g_{top.}$  (paso 7), solo nos queda restaurar la contribución del modelo global  $\delta g_{mod\ elo\ global}$  y obtener la perturbación de la gravedad que pasaremos a comparar con los datos observados:

$$\delta g = \delta g_{res} + \delta g_{mod\ elo\ global} - \delta g_{Top.} - \delta g_{Top\ Condensada} \quad (6.28)$$

De esta forma queda establecida la teoría para la obtención de la perturbación de la gravedad a partir de cualquier modelo de geoide y, lo que es más importante, **se ha dado con la técnica adecuada para la detección de deformaciones locales de geoide.**

### 6.1.3 Aplicación del método al levante Español

La observación de gravedad se ha hecho sobre vértices de la red REGENTE con coordenadas WGS84, sobre los puntos de nivelación donde se ha observado con GPS para la comprobación de los modelos de geoide mediante la técnica GPS/nivelación/ gravedad, y sobre vértices pertenecientes a la red de cuarto orden de la Comunidad Valenciana, apartado 3.4, en total se disponen de un total de 28 puntos distribuidos homogéneamente sobre una zona de  $1^{\circ} \times 1^{\circ}$  aproximadamente según muestra la figura 6.4:



**Figura 6.4:** Situación de los puntos donde se han obtenido las perturbaciones de la gravedad.

En la tabla 6.1 se pueden ver el número y nombre del vértice así como sus coordenadas en el sistema WGS84, su altura sobre este elipsoide en metros y su valor de gravedad en miligales referida al sistema IGSN71 corregida de marea, de deriva y de masa atmosférica, ya que cualquier modelo de geoide es una solución libre de las masas terrestres, entre ellas la atmósfera (Sideris et al. 1995), (Sevilla 1995), ecuación (4.26).

**Tabla 6.1:** Nombre, coordenadas y gravedad de los puntos estudiados.

NÚM	NOMBRE	LATITUD	LONGITUD	ALT. ELIPS.	GRAVEDAD
1	PUIG	39.58670667	359.7065428	53.947	980143.363
2	SUECA	39.19472864	359.7041929	54.185	980110.583
3	LOS VALLES	39.71920139	359.7605876	60.750	980149.637
4	MONCOFAR	39.81662075	359.8358672	68.632	980153.043
5	ALMAZORA	39.95450653	359.9233370	95.585	980154.714
6	CASTELLON	39.98826372	359.9527121	88.290	980156.042
7	ALGAR DEL PALANCIA	39.77217230	359.6322083	254.893	980100.182
8	SEGORBE	39.84745052	359.5177391	373.788	980062.358
9	REBALSADORES	39.69843069	359.5502177	851.718	979963.681
10	NEVERA	39.85951522	359.7092049	906.649	979972.997
11	TOS PELAT	39.63717397	359.4509018	275.902	980068.648
12	PICAIO	39.64431475	359.6848745	423.028	980059.571
13	CASTELLET	39.77633849	359.6141116	423.359	980061.693
14	MAZORNAL	39.99850556	359.2810335	1164.899	979886.072
15	UMBRÍAS	39.78076148	359.2728707	938.774	979921.510
16	BUENA LECHE	39.81016519	358.9333246	1072.859	979882.111
17	PICO ROPE	39.62119108	359.0202021	1191.241	979846.355
18	ATALAYA DEL SABIN.	39.56848551	358.6446093	972.878	979959.318
19	CABEZA DE FRAILE	39.40545377	358.6739912	738.602	979927.173
20	CORRAL TRILLERO	39.44091234	358.9120776	882.371	979916.186
21	PARIDERA	39.58548578	359.3159681	317.152	980048.359
22	MUELA DE POTA	39.45844391	359.3778902	303.634	980045.095
23	FARO	39.43710041	359.6976291	62.516	980109.960
24	QUART DE POBLET	39.47777149	359.5244752	107.533	980101.225
25	CHIVA	39.47281397	359.2823611	324.739	980035.776
26	BUÑOL	39.43007063	359.1961724	543.172	979989.791
27	FAVARA	39.12480190	359.7108854	57.685	980107.795
28	AUSTIN	39.19319583	359.1937241	608.379	979957.268

En la tabla 6.2 se muestran los residuos (perturbación de la gravedad observada menos perturbación de la gravedad calculada en miligales), según teoría expuesta para los modelos globales utilizados.

La forma de evaluación ha sido la siguiente: se ha procedido a calcular la media y el error medio cuadrático para cada una de las columnas de residuos, así, aquellos puntos que sobrepasen en más de  $4-5 \text{ mgal}$ . ese error medio cuadrático han sido considerados como puntos erróneos o puntos donde existe una **deformación local del modelo de geoide**, ya que la observación GPS y gravimétrica poseen una buena precisión y el único dato al que se le puede achacar el valor tan elevado del residuo es a la ondulación del geoide (única cantidad que faltaría por controlar). De esta forma los puntos *9,10,17,18* y *20* son considerados como puntos donde existe una deformación local para todos los modelos de geoide global hasta orden 360, es decir, para el OSU89b, OSU91a, EGM96 y GPM98AR (se llamará así a la solución GPM98CR hasta grado 360), para el modelo GPM98CR, hasta grado 720, los puntos donde se puede considerar que existe una deformación local son el 8, 9, 10, 12, 17 y 18. Una vez localizados estos puntos de deformación local se ha elaborado la tabla estadística 6.3, tabla comparativa sin la intervención de los mismos que nos dará una idea sobre **qué modelo se ajusta en mejor medida al campo gravitatorio local**, donde se puede ver que los modelos OSU89b y OSU91a se comportan de forma similar, las estadísticas mejoran un poco para el modelo EGM96 (siempre dentro de las precisiones que estos modelos pueden alcanzar, tal y como se veía en el apartado 6.1.2 al hablar de los errores por comisión de estos modelos

globales de geoides), pero donde se puede ver que los modelos que mejor se ajustan al campo gravitatorio local son el GPM98AR y, sobretodo, el GPM98CR, debido a su mayor resolución.

**Tabla 6.2:** Residuos para los modelos globales de geoides. Unidades en miligales.

NÚM	Residuo OSU89b	Residuo OSU91a	Residuo EGM96	Residuo GPM98AR	Residuo GPM98CR
1	2.478	3.995	-1.627	3.512	12.227
2	3.066	4.901	3.017	5.150	-2.097
3	-9.547	-8.182	-12.369	-6.297	-10.621
4	-18.354	-17.082	-19.450	-13.004	-16.823
5	-25.455	-24.219	-24.760	-19.187	-5.025
6	-29.496	-28.238	-28.526	-23.480	-5.611
7	-6.826	-5.530	-10.207	-4.786	-12.862
8	-20.444	-19.237	-24.166	-20.221	-30.129
9	54.577	55.934	49.818	54.426	54.891
10	52.422	53.617	50.642	56.214	51.797
11	-5.918	-4.547	-11.970	-8.274	0.805
12	24.603	26.045	20.585	25.980	30.254
13	6.120	7.409	2.622	7.849	-0.329
14	24.459	25.454	19.006	18.810	12.128
15	28.400	29.592	21.317	22.125	17.574
16	26.218	27.005	16.017	13.052	9.153
17	55.527	56.318	45.480	44.403	32.431
18	98.699	98.766	90.335	90.024	86.886
19	6.277	6.411	-3.264	-2.649	9.495
20	44.351	44.810	33.993	33.275	23.333
21	-3.984	-2.736	-11.435	-9.260	-1.887
22	3.165	4.472	-2.920	-0.204	6.224
23	-10.551	-8.880	-14.024	-10.106	-5.452
24	-5.174	-3.673	-10.171	-6.225	6.911
25	-0.907	0.247	-8.155	-6.373	-5.938
26	22.727	23.698	14.906	15.645	6.558
27	4.227	6.083	4.786	6.553	4.512
28	16.701	17.563	12.125	10.032	4.141
<b>MEDIA</b>	12.452	13.214	7.200	9.892	9.733
<b>EMC</b>	28.452	28.225	26.854	25.805	23.641

**Tabla 6.3:** Resumen estadístico para los residuos calculados con los diferentes modelos globales sin considerar los puntos donde existe deformación local de geoides. Unidades en miligales.

MODELO	MEDIA	EMC	MAXIMA	MINIMA
OSU89b	1.382	16.378	28.400	-29.496
OSU91a	2.632	16.283	29.592	-28.238
EGM96	-2.985	14.755	21.317	-28.526
GPM98AR	-0.059	13.319	25.980	-23.480
GPM98CR	2.101	9.734	23.333	-16.823

Para el cálculo con los modelos EGG97 e IBERGEO95 se ha procedido según teoría expuesta; en primer lugar, en la tabla 6.4, se puede ver el efecto de la topografía en miligales, donde se muestra el valor para cada uno de los puntos considerados de la capa de Bouguer, el valor de la topografía y, por último, el valor de la topografía condensada.

Los valores de la topografía y de la topografía condensada serán los que posteriormente se deban usar para el cálculo de la predicción de la perturbación de la gravedad con los modelos EGG97 e IBERGEO95.

**Tabla 6.4:** Efecto de la topografía sobre los puntos de cálculo. Unidades en miligales.

NÚM	NOMBRE	BOUGUER	TOPOGRAFÍA	TOPOG. COND.
1	PUIG	0.417	0.060	0.054
2	SUECA	0.446	0.109	0.127
3	LOS VALLES	1.173	0.335	0.338
4	MONCOFAR	2.046	0.094	-0.014
5	ALMAZORA	5.085	0.021	0.070
6	CASTELLON	4.267	0.068	-0.008
7	ALGAR DEL PALANCIA	22.835	0.380	0.338
8	SEGORBE	36.094	0.695	1.021
9	REBALSADORES	89.853	8.012	-22.209
10	NEVERA	95.895	11.783	-27.735
11	TOS PELAT	25.236	0.906	-3.733
12	PICAIO	45.185	14.883	-20.369
13	CASTELLET	41.737	4.571	-10.457
14	MAZORNAL	124.496	1.381	-8.247
15	UMBRÍAS	99.028	3.363	-14.268
16	BUENA LECHE	114.470	3.173	-15.762
17	PICO ROPE	127.100	16.533	-26.887
18	ATALAYA DEL SABIN.	103.280	0.736	-5.303
19	CABEZA DE FRAILE	76.649	0.824	-5.197
20	CORRAL TRILLERO	92.986	1.718	-9.938
21	PARIDERA	29.652	1.267	-5.216
22	MUELA DE POTA	28.086	1.226	-5.645
23	FARO	1.421	1.043	-1.791
24	QUART DE POBLET	6.418	0.017	-0.008
25	CHIVA	30.696	0.489	0.961
26	BUÑOL	55.045	1.487	1.638
27	FAVARA	0.839	0.004	0.522
28	AUSTIN	62.354	1.222	-2.992

De la misma forma que se hacía para los modelos globales, en la tabla 6.5 se pueden ver los residuos obtenidos para cada uno de los modelos, separados en dos cálculos, el primero considerando la topografía y el segundo sin considerarla; siguiendo la forma de evaluación planteada anteriormente se ha considerado que los puntos erróneos o puntos donde existe una **deformación local del modelo de geoide**, son aquellos que sobrepasan en  $4-5 \text{ mgal}$ . el error medio cuadrático, de esta forma se puede ver que los puntos donde existe deformación local del geoide son el *9,10, 17* y *18* para los dos modelos si no consideramos la topografía y los mismos puntos a excepción del *17* para el EGG97 si se tiene en cuenta la topografía en los cálculos. Con esto se puede llegar a concluir que **no es necesaria la intervención de la topografía para la detección de deformaciones locales grandes**, sobre todo debido a que los puntos donde se encuentra esta deformación poseen un residuo demasiado elevado como para que sea posible su recuperación considerando únicamente con la topografía.

Para encontrar el modelo que mejor se ajuste al campo gravitatorio local se ha procedido a la eliminación de los puntos de deformación local y a la elaboración de la tabla 6.6 donde se muestra el resumen estadístico para los modelos IBERGEO95 y EGG97, tanto con la consideración de la topografía como sin la consideración de la misma, como se puede ver, en este caso, los resultados mejoran mucho si la topografía es

considerada, llegando a la conclusión de que **los modelos de geoides IBERGEO95 y, sobretodo, EGG97 son los que mejor se ajustan a la zona de estudio**, tal y como era de esperar.

**Tabla 6.5:** Residuos para los modelos IBERGEO95 y EGG97 considerando la topografía y sin considerarla. Unidades en miligales.

NUM.	RES. IBERGEO95 SIN TOPOGRAFIA	RES. IBERGEO95 CON TOPOGRAFIA	RES. EGG97 SIN TOPOGRAFIA	RES. EGG97 CON TOPOGRAFIA
1	7.728	7.842	4.504	4.618
2	4.692	4.928	-1.601	-1.365
3	-1.395	-0.722	-7.412	-6.739
4	-5.825	-5.745	-9.686	-9.606
5	-8.160	-8.069	-7.769	-7.678
6	-12.342	-12.282	-12.529	-12.469
7	-1.102	-0.384	-10.185	-9.467
8	-15.035	-13.319	-22.835	-21.119
9	55.387	41.190	42.174	27.977
10	59.444	43.492	45.880	29.928
11	-1.270	-4.097	-1.763	-4.590
12	28.631	23.145	21.669	16.183
13	11.534	5.648	2.167	-3.719
14	16.772	9.906	10.246	3.380
15	20.801	9.896	17.005	6.100
16	21.925	9.336	19.103	6.514
17	40.359	30.005	28.815	18.461
18	85.605	81.038	86.734	82.167
19	-2.477	-6.850	6.575	2.202
20	21.528	13.308	21.537	13.317
21	-1.784	-5.733	-0.671	-4.620
22	3.038	-1.381	4.007	-0.412
23	-3.188	-3.936	-3.488	-4.236
24	-2.054	-2.045	-1.023	-1.014
25	-8.139	-6.689	-7.19	-5.740
26	5.037	8.162	3.601	6.726
27	2.810	3.336	-5.358	-4.832
28	16.161	14.391	6.072	4.302
<b>MEDIA</b>	12.095	8.370	8.163	4.438
<b>EMC</b>	23.170	19.894	21.785	18.766

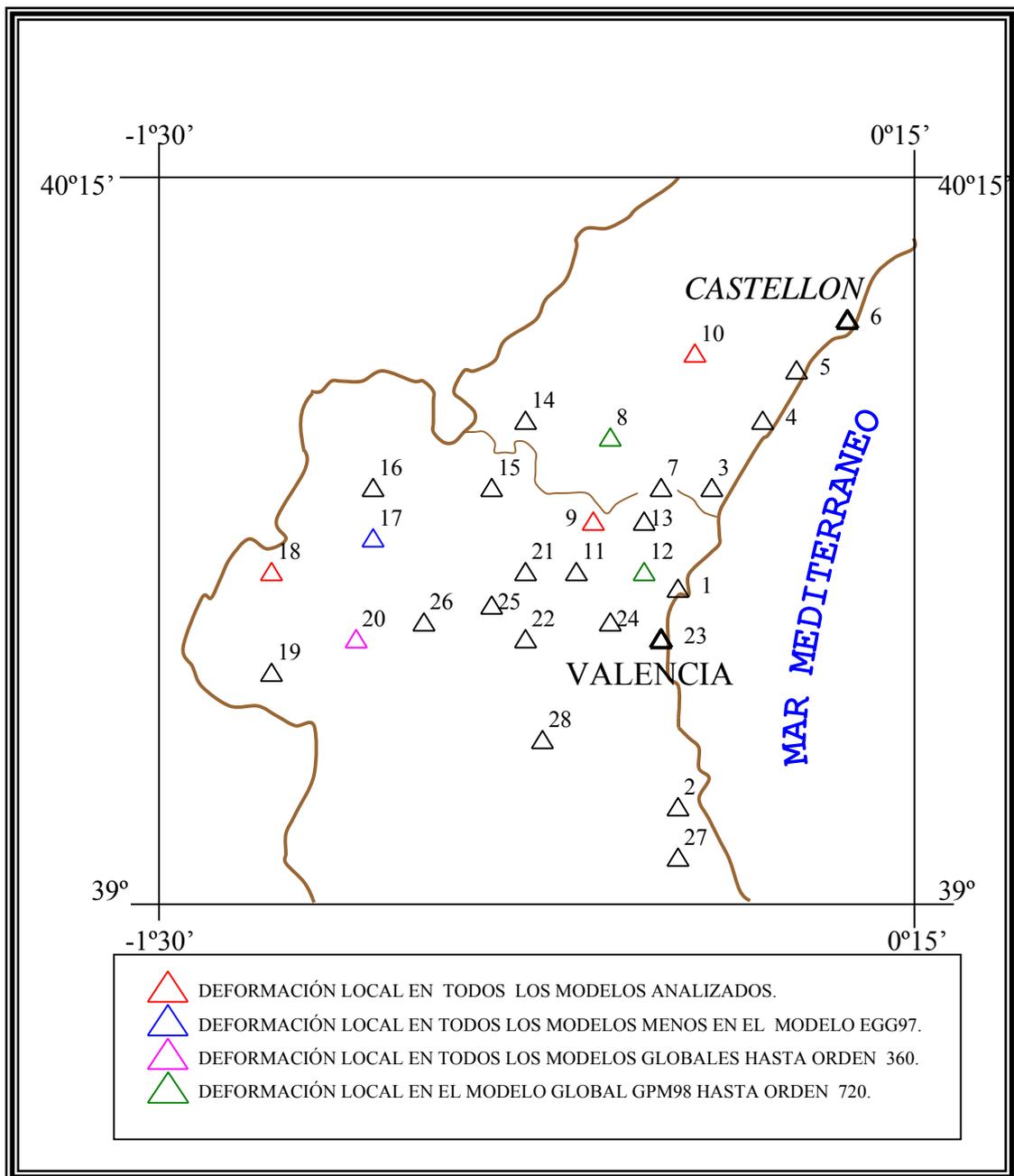
**Tabla 6.6:** Resumen estadístico para los residuos calculados con los diferentes modelos globales sin considerar los puntos donde existe deformación local de geoides. Unidades en miligales.

MODELO	MEDIA	E.M.C.	MAXIMA	MINIMA
IBERGEO95 SIN TOPOGRAFIA	4.078	11.494	28.631	-15.035
IBERGEO95 CON TOPOGRAFIA	1.610	8.958	23.145	-13.319
EGG97 SIN TOPOGRAFIA	1.040	10.976	21.669	-22.835
EGG97 CON TOPOGRAFIA	-0.632	8.882	16.183	-21.119

A modo de resumen se puede decir que los puntos 9, 10 y 18 son considerados **deformación local para todos los modelos de geoides analizados**, los puntos 17 y 20 son considerados **deformación local en los modelos globales hasta orden 360**, los puntos 8, 12 y 17 son considerados **deformación local para el modelo global GPM98CR hasta orden 720** y el punto 17 es considerado **deformación local para el IBERGEO95**, tabla 6.7 y figura 6.5.

**Tabla 6.7:** Localización de las deformaciones locales

MODELO	DEFORMACION LOCAL SITUADA EN LOS PUNTOS
OSU89b	9, 10, 17, 18, 20
OSU91a	9, 10, 17, 18, 20
EGM96	9, 10, 17, 18, 20
GPM98AR	9, 10, 17, 18, 20
GPM98CR	8, 9, 10, 12, 17, 18
EGG97	9, 10, 18
IBERGE095	9, 10, 17, 18



**Figura 6.5:** Localización de las deformaciones locales de geoides.

La deformación encontrada en el punto 20 parece estar relacionada con la resolución de los modelos de geoide ya que únicamente se ha encontrado como tal para los modelos de geoide globales hasta orden 360, modelos que únicamente son capaces de recuperar hasta las longitudes de onda de un grado del campo gravitatorio.

Los puntos 8, 12 y 17 han sido encontrados como deformación para unos modelos y para otros no, por lo que la explicación a tales discrepancias se podría relacionar con la metodología utilizada para el cálculo de los propios modelos de geoide: una mala cobertura de los datos de gravedad o datos de gravedad de diferentes fuentes y, por tanto, de difícil unificación, consideración errónea de las densidades, diferencias entre los datums utilizados (modelo global, anomalías de gravedad y modelo digital del terreno), interpolación deficiente del campo gravitatorio, etc.

Para los puntos 9, 10 y 18 donde se ha encontrado una deformación en todos los modelos de geoide analizados, la única explicación posible a estas deformaciones locales es de carácter geológico, los puntos donde se han detectado estas deformaciones corresponderán a zonas en las que exista una variación elevada de la función de densidad con respecto al valor medio de  $2.67 \text{ gr/cm}^3$  considerado en la elaboración de todos los modelos de geoide, de esta forma la gravedad observada debe variar en gran medida con la gravedad normal que se puede predecir para esos puntos. Estas variaciones deben ser de carácter local (contacto de sectores geoestructurales, fallas, estructuras locales internas, etc.), todo parece indicar que se ha observado una gravedad mayor de lo que, teóricamente, cabría esperar, por lo que se puede decir que en estos puntos existe un exceso de masa (de densidad) que ha provocado la deformación generada.

Para concluir el análisis de los modelos de geoide con esta metodología, y a la vista de los resultados ofrecidos por la tablas 6.3 y 6.6, en las que se excluyen los puntos donde se ha detectado deformación local, se puede concluir que los modelos globales hasta orden 360 se comportan de forma similar, con errores entorno a los  $14-18 \text{ mgal}$ , el modelo GPM98CR hasta grado y orden 720 reduce estos errores hasta los  $10-12 \text{ mgal}$ , y que los modelos que mejor se ajustan al campo gravitatorio local son el IBERGEO95 y, sobretodo, el EGG97, que llegan hasta los  $8-10 \text{ mgal}$  de error en sus predicciones (estos dos últimos considerando el efecto de la topografía).

## **6.2 ANÁLISIS Y AJUSTE DE LOS MODELOS DE GEOIDE SOBRE PUNTOS GPS/NIVELACIÓN/GRAVEDAD**

A continuación se pasará al análisis de los diferentes modelos de geoide estudiados basándonos en puntos GPS/nivelación/gravedad. Para ello se han buscado puntos de las diferentes redes de nivelación de la Comunidad Valenciana dandoles gravedad con el fin de obtener la correspondiente cota ortométrica y GPS para obtener la cota elipsoidal.

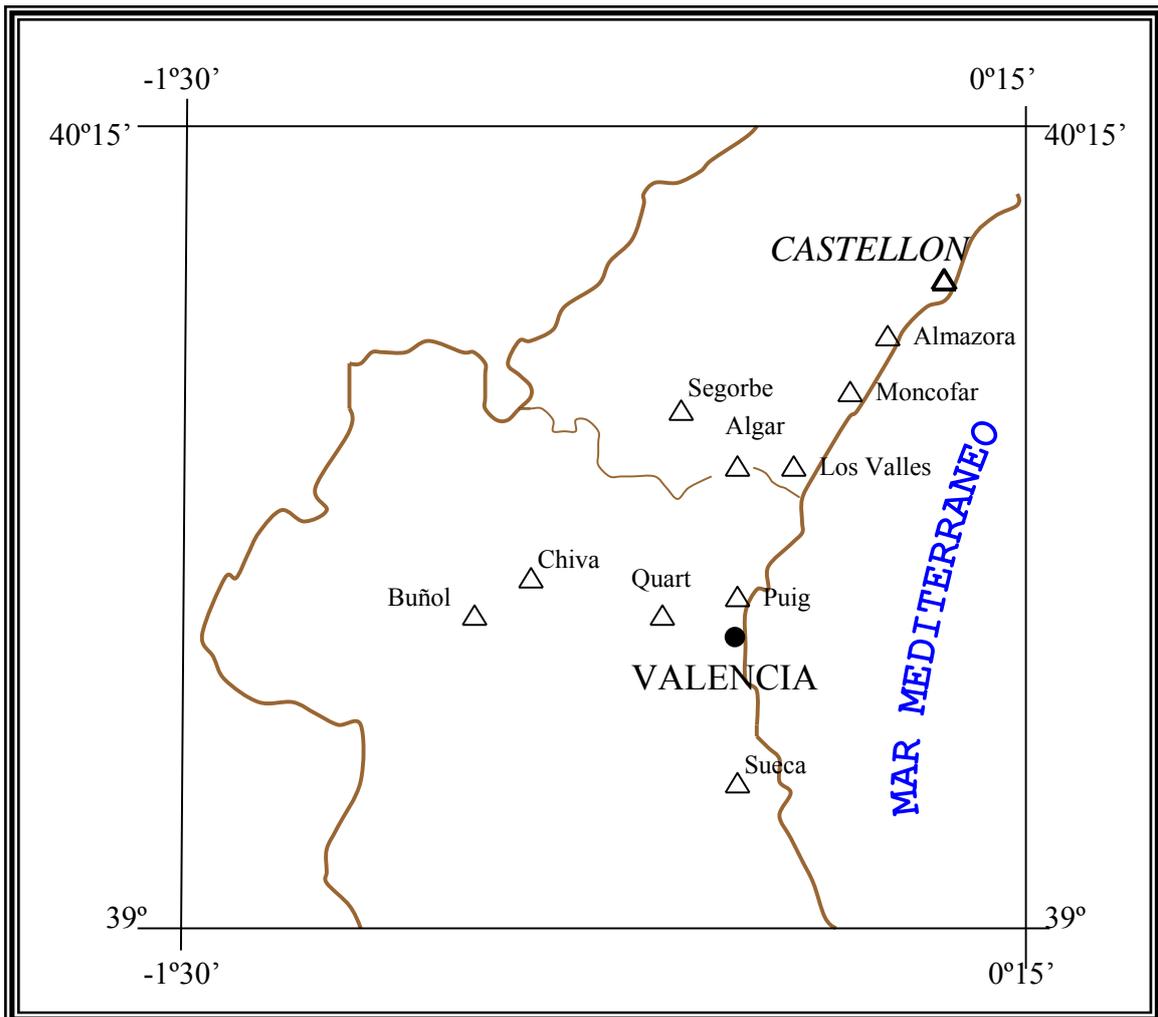
Una vez echas las comparaciones se ha procedido al ajuste de los modelos de geoide a estos puntos GPS/nivelación/gravedad con el fin de obtener un modelo de geoide que responda mejor a las características de la zona de estudio. Este ajuste se hará sobre los puntos que no presenten deformación local de geoide tal como se ha visto en el apartado anterior, hecho que ocurrirá únicamente con el punto de Segorbe para el modelo global GPM98 de orden 720.

### **6.2.1 Obtención de la ondulación del geoide de forma directa**

Para la elección de los vértices de nivelación sobre los que se debe observar con GPS y gravímetro se ha hecho imprescindible todo el trabajo e investigación realizadas sobre las redes de nivelación, tanto en lo referente a la existencia de puntos como en lo referente a la fiabilidad entre diferentes redes de nivelación, ya que, debido a la gran desaparición de

puntos y la escasez de líneas de nivelación existentes, es preciso la mezcla con vértices de diferentes redes, observadas en distintas épocas con distintos instrumentales y precisión.

La situación de los puntos elegidos se muestra en el figura 6.6, puntos que ya han sido estudiados y considerados en el apartado anterior como puede verse, habiéndose efectuado la elección de los mismos de forma que se planteen dos direcciones, una N-S, aproximadamente, y otra E-W, aproximadamente, para ver el comportamiento de los modelos en ambas direcciones (en principio los modelos pueden presentar alguna inclinación siguiendo alguna dirección, por lo que, de no observar en esa dirección, el sistematismo podría pasar por alto).



**Figura 6.6:** Situación de los puntos elegidos para el análisis y ajuste de los modelo de geoide a partir de observables GPS/nivelación/gravedad.

Para la obtención de la cota ortométrica (H) es necesaria la observación de alturas geométricas (nivelación) y gravedad (Heiskanen et al 1985), (Vanicek et al 1986). Para la obtención de la altura elipsoidal será necesaria la observación de la misma con técnicas GPS (Leick 1990), (Seeber 1993).

### 6.2.1.1 Observación de la altitud geométrica

Como ya se ha dicho será obligado seguir las líneas de nivelación si queremos evitar tener que hacerlas, lo cual lleva a la evaluación en las líneas impuestas por la nivelación; además, dado la extensión de proyecto, y debido a la desaparición de las señales de nivelación el trabajo deberá apoyarse sobre líneas observadas en diferentes épocas y a mezclar los datos de nivelación de las diferentes líneas lo cual puede llevar a graves errores de interpretación si no se ha realizado un profundo estudio de las mismas. Así los puntos elegidos, un total de once, y su correspondiente código se pueden ver en la tabla 6.8. Como puede apreciarse las líneas sobre la que se ha debido trabajar corresponden a 5 denominaciones diferentes de líneas de nivelación, por lo que la comprobación de la fiabilidad entre ellas se convierte en un parámetro fundamental.

**Tabla 6.8:** Nombre y código de los puntos estudiados

PUNTO	CODIGO
SUECA	NGM-91
PUIG	NGM-137
LOS VALLES	NP-1540
MONCOFAR	NAPF-188
ALMAZORA	NP-1546
CASTELLÓN	NAPF-172
ALGAR DEL PALANCIA	NAP-403
SEGORBE	NAP-052
QUART DE POBLET	NGN-340
CHIVA	NGN-355
BUÑOL	NGN-362

### 6.2.1.2 Observación de la Gravedad

Para dotar de altitud ortométrica a todos los puntos se deben efectuar las correspondientes medidas gravimétricas sobre los mismos con el objetivo de corregir la falta de paralelismo entre las superficies equipotenciales y dotar de un significado físico concreto (el de altitud sobre el nivel medio del mar en Alicante) a los valores de desnivel que poseen los puntos de las redes de nivelación.

La gravedad se ha observado utilizando el gravímetro relativo Lacoste&Romberg D 203 perteneciente a la Escuela de Ingeniería Técnica Topográfica, Geodesia y Cartografía de la Universidad Politécnica de Valencia. Las observaciones partieron del vértice *Valencia* perteneciente a la red gravimétrica de tercer orden de la Provincia de Valencia, apartado 5.2,

Los valores de la gravedad obtenidos se han corregido de mareas, de deriva y de masa atmosférica, obteniendo los resultados que se pueden ver en la tabla 6.9.

**Tabla 6.9:** Valor de la gravedad para los puntos. Unidades en miligales, sistema de referencia IGSN71.

PUNTO	GRAVEDAD
SUECA	980110.583
PUIG	980143.363
LOS VALLES	980149.637
MONCOFAR	980153.043
ALMAZORA	980154.714
CASTELLÓN	980156.042
ALGAR DEL PALANCIA	980100.182
SEGORBE	980062.358
QUART DE POBLET	980101.225
CHIVA	980035.776
BUÑOL	979989.791

### 6.2.1.3 Obtención de la cota ortométrica

Con las medidas de gravedad y con las cotas de las reseñas, se pueden calcular los números geopotenciales de los diferentes vértices elegidos: partiendo del punto NGM-137 (Puig) que posee número geopotencial conocido (Caturla 1997, comunicación privada) con lo que se puede dar cota geopotencial al resto de los puntos.

Debido a que la línea NAPF no puede ser comparada en valor absoluto con el resto de las líneas, como ha quedado de manifiesto en el apartado 5.1.2, podemos referir el valor del punto NAPF-172 situado en la estación de Castellón a la red NP gracias a una nivelación efectuada sobre el punto NP-1500, situado a escasos 20 metros de distancia del NAPF-172, y utilizar el desnivel relativo entre los puntos NAPF-172 y NAPF-188 (situado en la estación de Moncofar), para situar este último punto en el datum definido por la red NP, de esta forma todos los puntos observados pueden utilizarse en valor absoluto, los resultados quedan resumidos en la tabla 6.10.

**Tabla 6.10:** Cota geométrica, número geopotencial y altitud ortométrica de los puntos estudiados.

PUNTO	COTA GEOMETRICA	NUMERO GEOPOTENCIAL	ALTURA ORTOMETRICA
SUECA	3.988 m	3.9428 u.g.p.	4.022 m
PUIG	3.701 m	3.6615 u.g.p.	3.736 m
LOS VALLES	10.492 m	10.3177 u.g.p.	10.527 m
MONCOFAR	18.257 m	17.9285 u.g.p.	18.291 m
ALMAZORA	45.416 m	44.5484 u.g.p.	45.450 m
CASTELLÓN	38.097 m	37.3748 u.g.p.	38.131 m
ALGAR DEL PALANCIA	204.080 m	200.0573 u.g.p.	204.117 m
SEGORBE	322.527 m	316.1435 u.g.p.	322.570 m
QUART DE POBLET	57.327 m	56.2215 u.g.p.	57.363 m
CHIVA	273.899 m	268.4808 u.g.p.	273.947 m
BUÑOL	491.875 m	482.1050 u.g.p.	491.940 m

Para evitar tener que referenciar unas redes de nivelación a otras lo cual puede llevar a errores de interpretación y de posterior ajuste, lo lógico sería trabajar en relativo considerando únicamente puntos pertenecientes a una misma red de nivelación, así aseguramos en gran medida el trabajo, ya que el desnivel entre puntos es bastante fiable (a excepción de algún tipo de movimiento de carácter local, totalmente desconocido de antemano); considerando este último razonamiento los ejes obtenidos y sus valores

relativos de cota geométrica, número geopotencial y cota ortométrica se pueden ver en la tabla 6.11.

**Tabla 6.11:** Diferencia de número geopotencial y de cota ortométrica entre puntos pertenecientes a la misma red de nivelación.

EJE	TIPO DE LINEA DE NIVELACIÓN	DIFERENCIA DE NUMERO GEOPOTENCIAL	DIFERENCIA DE COTA ORTOMÉTRICA
SUECA-PUIG	NGM	-0.2812 u.g.p.	-0.287 m
VALLES-ALMAZORA	NP	34.2308 u.g.p.	34.924 m
MONCOFAR-CASTELLÓN	NAPF	19.4462 u.g.p.	19.840 m
ALGAR DEL P.-SEGORBE	NAP	116.0876 u.g.p.	118.447 m
QUART DE P.-CHIVA	NGN	211.8457 u.g.p.	216.572 m
CHIVA-BUÑOL	NGN	213.6192 u.g.p.	217.976 m

#### 6.2.1.4 Observación de la altura elipsoidal

Para la observación de la altura elipsoidal se ha utilizado instrumental GPS, que nos dará los resultados en el sistema WGS84, el mismo que el de los modelos de geoides utilizados posteriormente.

La observación se realizó utilizando cinco equipos de doble frecuencia, tres de ellos de la marca Leica (modelo system 300) y los otros dos de la casa Trimble (modelo 4000 ST).

El método empleado para la observación fue el estático relativo ya que es el que ofrece mejores precisiones en redes geodésicas de líneas base relativamente largas, como es el caso ya que la longitud promedio de las líneas base fue de 20-30 kilómetros. La observación se realizó teniendo en cuenta una serie de reglas:

- Cada estación deberá ser ocupada por lo menos dos veces bajo condiciones diferentes para identificar errores graves.
- Estaciones adyacentes deberán ser ocupadas simultáneamente, ya que las ambigüedades se resuelven mejor trabajando con distancias cortas.
- Un determinado número de líneas base deberán ser observadas dos veces para controlar la exactitud de la red.
- La medida de la altura de la antena deberá hacerse varias veces y en sectores distintos alrededor del perímetro de la misma, tomando la media como valor definitivo asegurando la precisión del dato.

Así se realizaron un total de once sesiones de hora y media cada sesión obteniendo finalmente 50 líneas base válidas.

Un aspecto importante es que debemos apoyarnos en vértices con coordenadas sobre el sistema WGS84 para evitar la transformación entre los sistemas ED50 y WGS84, la cual puede diluir la precisión requerida, para ello nos hemos apoyado en vértices de la red de cuarto orden de la Comunidad Valenciana dotados de estas coordenadas, apartado 3.4.

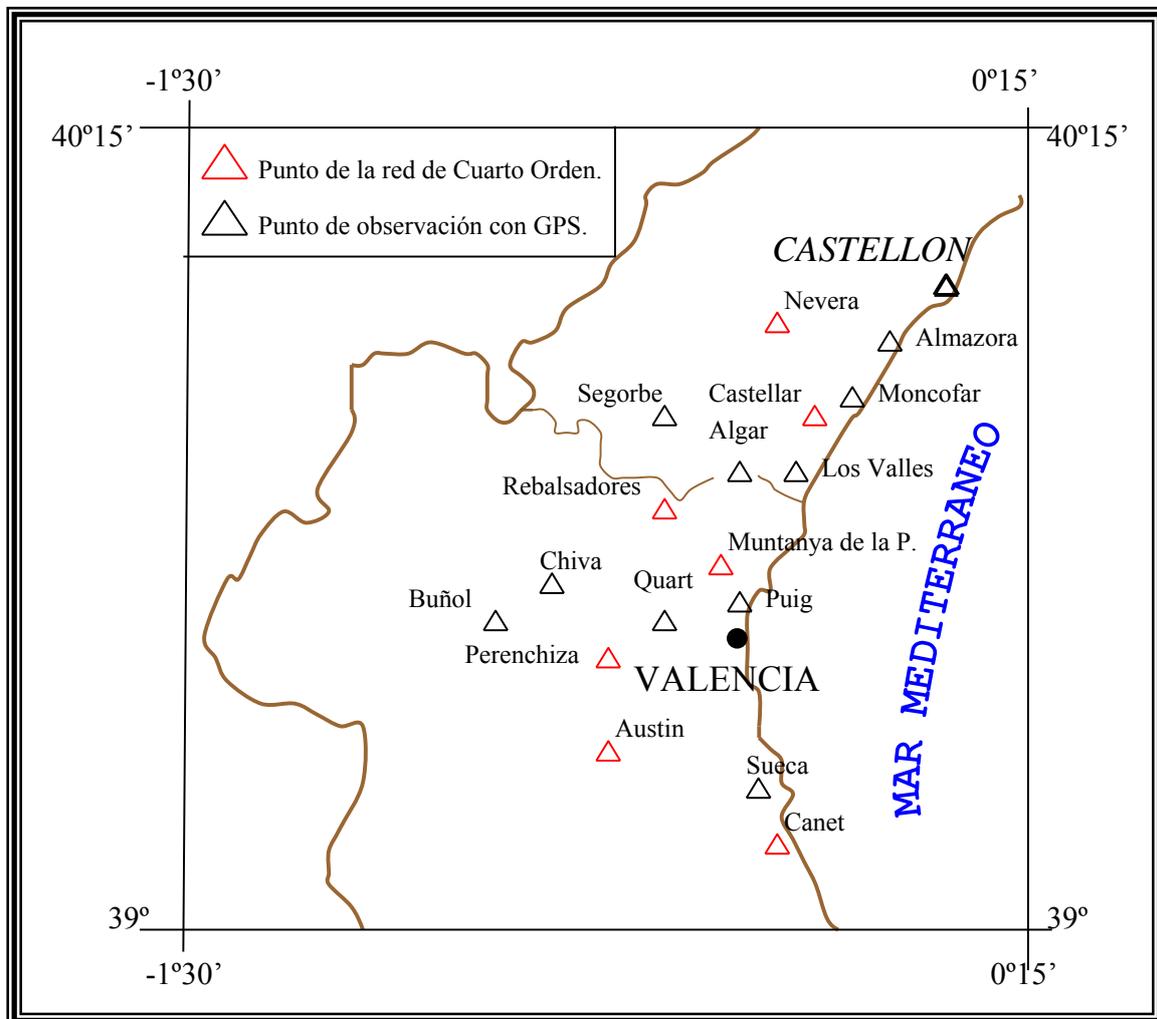
Las coordenadas de los vértices utilizados para dotar de marco de referencia a la red GPS se muestran en la tabla 6.12.

**Tabla 6.12:** Coordenadas WGS84 de los vértices de la red de Cuarto Orden de la Comunidad Valenciana utilizados en la observación GPS.

VÉRTICE	X	Y	Altura elips.
REBALSADORES	718653.844	4397396.189	851.718
MUNTANYA DE LA PATÀ	731409.923	4385810.716	106.417
NEVERA	731745.723	4415677.939	906.649
CASTELLAR	739355.972	4407510.601	165.7020
AUSTIN	689450.177	4340508.624	608.379
CANET	732755.870	4336731.299	55.931
PERENCHIZA	709301.113	4367260.43	380.994

La precisión planimétrica de estos vértices ronda los 2-3 cm. y la altimétrica los 3-4 cm.

En la figura 6.7 se pueden ver los vértices fijos y los puntos de nivelación donde se ha observado gravedad, y en la figura 6.8 la red GPS observada con los vectores utilizados.



**Figura 6.7:** Ubicación de los puntos GPS/Nivelación/Gravedad y de los vértices de la red de cuarto Orden de la Comunidad Valenciana que han servido para dotar de marco de referencia a la red GPS.

Al emplear para la observación de la red equipos de distintos fabricantes y tener que realizar el cálculo de forma conjunta en un mismo Software, se impuso la utilización de los ficheros de intercambio RINEX, formato universal para el intercambio de datos GPS tomados con diferentes equipos.

La compensación de la red se hizo utilizando el software de la casa Trimble: GPSurvey v. 2.35. La información almacenada en los equipos Leica no puede ser procesada directamente por el software utilizado, por lo que deberá ser descargada en el software propio de la marca Leica (Ski) y salvada como RINEX, para, posteriormente cargarlos como archivos RINEX en el GPSurvey.

Para la obtención de la red como ligada se han debido eliminar 10 observables de altura. Las coordenadas definitivas de la red como ligada, así como las desviaciones típicas de cada una de las coordenadas se muestran en la tabla 6.13.

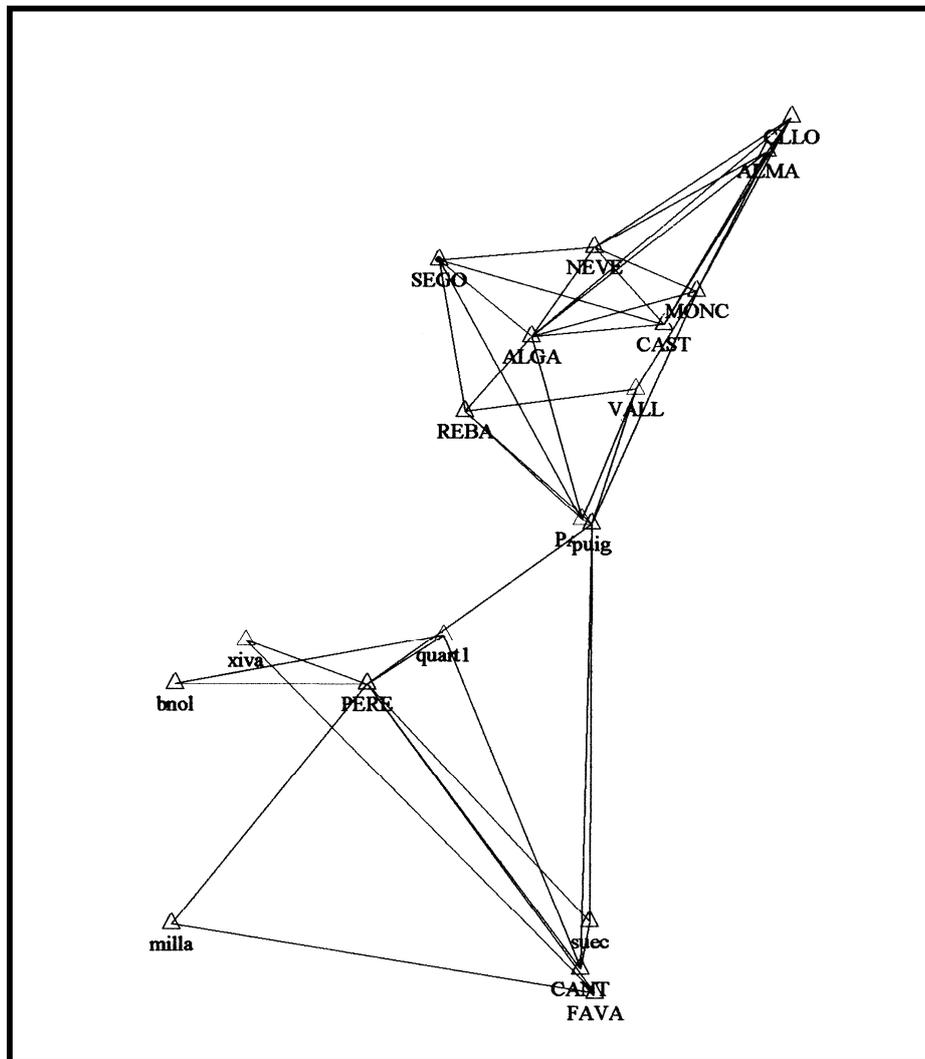


Figura 6.8: Red GPS observada.

**Tabla 6.13:** Coordenadas en el sistema WGS84 de los puntos estudiados y error medio cuadrático de las mismas.

Vértice		Coordenadas	Error cuadrático	Vértice		Coordenadas	Error Cuadrático
Algar Del Palancia	Y.	4405785.245	0.005	Puig	Y.	4385387.161	0.005
	X.	725443.969	0.005		X.	732432.911	0.005
	h.	254.893	0.006		h.	53.947	0.009
Almazora	Y.	4426800.913	0.007	Segorbe	Y.	4413859.483	0.007
	X.	749719.884	0.007		X.	715403.482	0.007
	h.	95.585	0.011		h.	373.788	0.012
Castellón	Y.	4430631.206	0.008	Los Valles	Y.	4400236.332	0.007
	X.	752105.404	0.008		X.	736622.268	0.007
	h.	88.290	0.012		h.	60.750	0.011
Moncofar	Y.	4411252.483	0.007	Sueca	Y.	4341870.398	0.006
	X.	742733.096	0.007		X.	733535.252	0.006
	h.	68.632	0.009		h.	54.185	0.007
Quart de Poblet	Y.	4372839.931	0.009	Chiva	Y.	4371733.888	0.012
	X.	717134.622	0.009		X.	696321.645	0.011
	h.	107.533	0.011		h.	324.739	0.015
Buñol	Y.	4366805.262	0.015				
	X.	689022.854	0.011				
	h.	543.172	0.012				

### 6.2.1.5 Obtención de la ondulación del geoide de forma directa. Precisiones

Con los resultados anteriores se pueden obtener las ondulaciones del geoide de la forma  $N=h-H$ , y la precisión de los mismos, ya que esta responderá a la expresión:

$$\sigma_N = \sqrt{\sigma_h^2 + \sigma_H^2} \quad (6.29)$$

Donde  $\sigma_h$  es la precisión obtenida en la observación de la altura elipsoidal mediante GPS y  $\sigma_H$  será la precisión obtenida en la cota ortométrica, precisión totalmente asumida por las líneas de nivelación ya que el error en gravimetría es despreciable en comparación con los errores de nivelación (Vanicek et al. 1986), este valor se ha calculado a partir del error kilométrico a priori de cada una de las redes de nivelación considerada y su distancia al punto origen, en este caso Alicante; de esta manera se puede construir la tabla 6.14 donde se pueden ver los errores cometidos en cada una de las cantidades observadas y, por tanto, el error en la ondulación del geoide obtenida de forma directa.

**Tabla 6.14:** Ondulación del geoide observada sobre los puntos de cálculo y su error.

PUNTO	H	.h	N	$\sigma_H$ (mm)	$\sigma_h$ (mm)	$\sigma_N$ (mm)
SUECA	4.022 m	54.185 m	50.163 m	16.8	7.5	18.4
PUIG	3.736 m	53.947 m	50.211 m	20.4	9.1	22.3
LOS VALLES	10.527 m	60.750 m	50.223 m	70.7	11.1	71.5
MONCOFAR	18.291 m	68.632 m	50.341 m	84.4	9.8	84.9
ALMAZORA	45.450 m	95.585 m	50.135 m	75.9	11.6	76.7
CASTELLON	38.131 m	88.290 m	50.159 m	76.9	12.8	77.9
ALGAR PAL.	204.117 m	254.893 m	50.776 m	21.6	6.5	22.5
SEGORBE	322.570 m	373.788 m	51.218 m	22.3	12.2	25.4
QUART DE P.	57.363 m	107.533 m	50.170 m	20.6	11.7	23.7
CHIVA	273.947 m	324.739 m	50.792 m	22.4	15.2	27.0
BUÑOL	491.940 m	543.172 m	51.232 m	23.7	15.9	28.5

Como se puede extraer de la tabla 6.14, los errores cometidos en la determinación de la ondulación de forma directa son bastante elevados, debido sobretodo a los errores inherentes de la propia red de nivelación, para ganar un poco más de precisión se podría trabajar en relativo siguiendo la idea expuesta en el apartado anterior, de esta forma los errores debidos a la nivelación perderían su carácter *absoluto*, entendido como arrastrado desde el punto cero (Alicante), y solamente se consideraría el error entre cada pareja de puntos de una misma línea, el error para una diferencia de ondulación entre dos puntos vendría dado por:

$$\sigma_{\Delta N_i^2} = \sqrt{\sigma_{h1}^2 + \sigma_{h2}^2 + \sigma_{\Delta H}^2} \quad (6.30)$$

Con lo que se puede construir la tabla 6.15 donde se muestran las variaciones de ondulación observadas y la precisión de esta observación relativa sobre los ejes considerados en la tabla 6.11.

**Tabla 6.15:** Ondulación del geoide relativo observada sobre los ejes de cálculo y su error.

EJE	$\Delta N$	$\sigma_{\Delta H}$ (mm)	$\sigma_{\Delta N}$ (mm)
SUECA-PUIG	-0.048 m	11.5	16.5
VALLES-ALMAZORA	-0.088 m	27.6	31.9
MONCOFAR-CASTELLÓN	-0.182 m	7.0	17.6
ALGAR DEL P.-SEGORBE	0.442 m	5.4	14.8
QUART DE P.-CHIVA	0.622 m	8.8	21.1
CHIVA-BUÑOL	0.440 m	7.9	23.3

Como puede verse en la tabla 6.15 la precisión de los futuros puntos de ajuste es mucho mayor (excepto el eje NP), por lo que los resultados finales serán mucho más fiables si nos apoyamos en determinaciones relativas.

### 6.2.2 Análisis de los diferentes modelos de geoide mediante los puntos GPS/nivelación/gravedad observados

Con la ondulación del geoide calculada de forma directa restará únicamente efectuar la predicción de la ondulación sobre los puntos de los diferentes modelos de geoide analizados; en la tabla 6.16 se muestran estos valores de ondulación referidos al sistema WGS84 para los modelos globales y GRS80 para el IBERGEO95 y EGG97 (la pequeña diferencia entre ambos sistemas no influye en los cálculos).

**Tabla 6.16:** Ondulación del geoides de los modelos analizados sobre los puntos de estudio.

PUNTO	N <sub>GPS/NIV</sub>	N <sub>OSU89b</sub>	N <sub>OSU91a</sub>	N <sub>EGM96</sub>	N <sub>GPM98A</sub>	N <sub>GPM98C</sub>
SUECA	50.163 m	50.236 m	49.481 m	50.432 m	50.923 m	50.973 m
PUIG	50.211 m	50.532 m	49.809 m	50.805 m	51.189 m	51.091 m
LOS VALLES	50.223 m	50.785 m	50.064 m	51.014 m	51.375 m	51.395 m
MONCOFAR	50.341 m	50.942 m	50.215 m	51.103 m	51.459 m	51.461 m
ALMAZORA	50.135 m	51.098 m	50.368 m	51.193 m	51.579 m	51.382 m
CASTELLON	50.159 m	51.106 m	50.373 m	51.183 m	51.583 m	51.343 m
ALGAR PAL.	50.776 m	50.989 m	50.300 m	51.325 m	51.707 m	51.781 m
SEGORBE	51.218 m	51.240 m	50.583 m	51.667 m	52.089 m	52.229 m
QUART DE P.	50.170 m	50.433 m	49.741 m	50.835 m	51.265 m	51.135 m
CHIVA	50.792 m	50.569 m	49.938 m	51.153 m	51.646 m	51.708 m
BUÑOL	51.232 m	50.629 m	50.019 m	51.260 m	51.785 m	51.965 m

PUNTO	N <sub>IBERGEO95</sub>	N <sub>EGG97</sub>
SUECA	50.041 m	50.853 m
PUIG	50.266 m	51.033 m
LOS VALLES	50.441 m	51.268 m
MONCOFAR	50.496 m	51.286 m
ALMAZORA	50.564 m	51.267 m
CASTELLON	50.570 m	51.270 m
ALGAR PAL.	50.741 m	51.643 m
SEGORBE	51.071 m	52.002 m
QUART DE P.	50.287 m	51.004 m
CHIVA	50.763 m	51.497 m
BUÑOL	51.032 m	51.791 m

Ahora es fácil calcular los residuos en cada uno de los puntos y para cada uno de los modelos analizados (*ondulación observada menos ondulación modelo*) y obtener el resumen estadístico de los mismos tal como se muestra en la tabla 6.17. Se debe tener en cuenta que para el modelo GPM98C hasta orden 720 no se ha considerado el punto Segorbe, ya que ha sido detectada una deformación local para el mismo y para este modelo en particular en el apartado 6.1.

**Tabla 6.17:** Resumen estadístico del análisis de los diferentes modelos de geoides sobre los puntos GPS/Nivelación/gravedad

	N <sub>GPS/NIV</sub> - N <sub>OSU89b</sub>	N <sub>GPS/NIV</sub> - N <sub>OSU91a</sub>	N <sub>GPS/NIV</sub> - N <sub>egm96</sub>	N <sub>GPS/NIV</sub> - N <sub>gpm98AR</sub>	N <sub>GPS/NIV</sub> - N <sub>GPM98CR</sub>	N <sub>GPS/NIV</sub> - N <sub>IBERGEO95</sub>	N <sub>GPS/NIV</sub> - N <sub>EGG97</sub>
MEDIA	-0.285 m	0.411 m	-0.595 m	-1.016 m	-1.003 m	-0.077 m	-0.863 m
EMC	0.451 m	0.417 m	0.297 m	0.256 m	0.164 m	0.203 m	0.173 m
MAXIMO	0.603 m	1.213 m	-0.028 m	-0.553 m	-0.733 m	-0.429 m	-0.559 m
MINIMO	-0.963 m	-0.233 m	-1.058 m	-1.444 m	-1.247 m	-0.147 m	-1.132 m

Como puede desprenderse de la tabla 6.17, y analizando los valores del error medio cuadrático obtenido, los modelos globales OSU89b y OSU91a poseen una precisión pobre que ronda los *0.40-0.45 m*, mejor precisión se puede encontrar en los otros dos modelos globales hasta orden 360, es decir, en el EGM96 y en el GPM98A, rondando los *0.25-0.30 m*, evidentemente los modelos que mejor se ajustan al campo gravitatorio local son los de alta resolución, es decir el GPM98C, el IBERGEO95 y el EGG97, rondando los *0.15-0.20 m*, es especial el IBERGEO95 debido a su valor medio, que no llega a 0.10 m, mientras

que los otros modelos de alta resolución rondan el metro. La evaluación práctica del modelo EGG97 sobre los puntos GPS/Nivelación/Gravedad, muestra una discrepancia en las largas y medias longitudes de onda elevada, resultado ya encontrado por otros autores analizando el mismo modelo por el mismo método en otras zonas de Europa (Denker et al. 1997).

Siguiendo la metodología empleada quedará efectuar el análisis en relativo de los ejes elegidos que pueden verse en la tabla 6.15, así, procediendo de la misma forma, en la tabla 6.18 pueden verse los valores de estas diferencias de ondulación para cada uno de los modelos analizados y sobre cada uno de los ejes observados.

**Tabla 6.18:** Diferencias de ondulación de geoide para los modelos analizados sobre los ejes observados

EJE	$\Delta N_{GPS/NIV}$	$\Delta N_{OSU89b}$	$\Delta N_{OSU91a}$	$\Delta N_{EGM96}$
SUECA-PUIG	-0.048 m	0.225 m	0.328 m	0.373 m
VALLES-ALMAZORA	-0.088 m	0.123 m	0.304 m	0.179 m
MONCOFAR-CASTELLÓN	-0.182 m	0.074 m	0.158 m	0.080 m
ALGAR DEL P.-SEGORBE	0.442 m	0.330 m	0.283 m	0.342 m
QUART DE P.-CHIVA	0.622 m	0.139 m	0.197 m	0.318 m
CHIVA-BUÑOL	0.440 m	0.270 m	0.081 m	0.107 m

EJE	$\Delta N_{GPM98AR}$	$\Delta N_{GMP98CR}$	$\Delta N_{IBERGE095}$	$\Delta N_{EGG97}$
SUECA-PUIG	0.266 m	0.118 m	0.225 m	0.180 m
VALLES-ALMAZORA	0.204 m	-0.013 m	0.123 m	-0.001 m
MONCOFAR-CASTELLÓN	0.124 m	-0.118 m	0.074 m	-0.016 m
ALGAR DEL P.-SEGORBE	0.382 m	0.448 m	0.330 m	0.359 m
QUART DE P.-CHIVA	0.381 m	0.573 m	0.476 m	0.493 m
CHIVA-BUÑOL	0.139 m	0.257 m	0.269 m	0.294 m

De la misma forma se pueden obtener los residuos para cada uno de los ejes entre el valor observado y el predicho para cada uno de los modelos y hacer un estudio estadístico de los mismos para obtener los parámetros de decisión que ayudará al análisis de los modelos. El resumen estadístico se puede ver en la tabla 6.19, donde no se ha considerado el eje Algar del Palancia-Segorbe para el modelo global GPM98CR, de grado 720, ya que ha sido detectada una deformación local del modelo en el punto Segorbe, tal como se veía en el apartado 6.1.

**Tabla 6.19:** Resumen estadístico del análisis de los diferentes modelos de geoide sobre los puntos GPS/Nivelación/gravedad en relativo y sobre los ejes estudiados.

	$\Delta N_{GPS/NIV-}$ $\Delta N_{OSU89b}$	$\Delta N_{GPS/NIV-}$ $\Delta N_{OSU91a}$	$\Delta N_{GPS/NIV-}$ $\Delta N_{EGM96}$	$\Delta N_{GPS/NIV-}$ $\Delta N_{GPM98AR}$	$\Delta N_{GPS/NIV-}$ $\Delta N_{GMP98CR}$	$\Delta N_{GPS/NIV-}$ $\Delta N_{IBERG.95}$	$\Delta N_{GPS/NIV-}$ $\Delta N_{EGG97}$
MEDIA	-0.043 m	-0.027 m	-0.035 m	-0.051 m	-0.068 m	-0.051 m	-0.026 m
EMC	0.276 m	0.351 m	0.295 m	0.262 m	0.169 m	0.196 m	0.152 m
MAXIMO	0.483 m	0.425 m	0.333 m	0.301 m	0.183 m	0.171 m	0.146 m
MINIMO	-0.273 m	-0.392 m	-0.421 m	-0.314 m	-0.306 m	-0.273 m	-0.228 m

Por comparación con la tabla 6.17 se puede ver una mejora de todos los modelos si se comparan los **valores medios**, donde, para el caso del análisis en relativo, ninguno de los modelos sobrepasa los *0.10 m.*; con más detalle se puede observar que todos los modelos globales de grado 360 presentan una precisión en relativo entorno a los *0.25-0.35 m*, algo

mejor que la comparación en absoluto; los modelos de alta resolución, GPM98CR, IBERGEO95 y EGG97 presentan una precisión en relativo entorno a los 0.15-0.20 m, igual que en el análisis en valor absoluto, mostrándose, en este caso, el modelo EGG97 como aquel que se ajusta mejor al campo gravitatorio local. Con estos resultados se muestra que lo único que se ha conseguido con el análisis en relativo es quitar el carácter de error absoluto procedente de la diferencia de Datums verticales entre los modelos de geoide y las redes de nivelación Españolas, lo cual mejora las medias pero mantiene la precisión de los modelos tal y como cabría esperar.

### 6.2.3 Ajuste a los puntos GPS/Nivelación/Gravedad de los modelos de geoide analizados

A continuación se deberá tratar el ajuste a los puntos GPS/nivelación/gravedad donde se ha obtenido la ondulación del geoide de forma directa a los modelos estudiados; al tratarse de una zona local el método de ajuste apropiado es el polinómico, tal como se ha justificado en el apartado 4.3.2.3, adoptando una superficie de grado uno (un plano); en primer lugar se realiza un ajuste sobre los puntos en valor absoluto.

El ajuste realizado se basa en el algoritmo mínimo cuadrático donde el término independiente lo compone el parámetro *ondulación observada menos ondulación modelo* obtenido para cada uno de los modelos tal como indica la ecuación (4.56). La elección de los pesos deberá estar de acuerdo con la precisión de la diferencia a ajustar, por lo tanto deberá ser la composición cuadrática del error obtenido en la observación de la ondulación del geoide para cada uno de los puntos (tabla 6.14) y la precisión del modelo del geoide para la zona de estudio, para cuantificar esta precisión se ha tomado el error medio cuadrático de cada uno de los modelos obtenido en la tabla 6.17. Como ya se ha comentado, el punto Segorbe no se deberá tener en cuenta en el ajuste del modelo GPM98CR, ya que ha sido detectada una deformación local del modelo de geoide en el mismo, apartado 6.1. Las tablas 6.20, 6.21 y 6.22 muestran los resultados del ajuste, donde se pueden ver, respectivamente, el estimador de peso unidad a posteriori obtenido en cada uno de los ajustes, los valores obtenidos para las incógnitas junto a su desviación típica a posteriori, y el resumen estadístico de los residuos obtenidos después del ajuste.

**Tabla 6.20:** Estimador de peso unidad a posteriori obtenido en cada uno de los ajustes efectuados sobre los puntos en valor absoluto.

	OSU89b	OSU91a	EGM96	GPM98AR	GPM98CR	IBERGEO95	EGG97
$\overline{\sigma}_o$	0.3035	0.3285	0.4762	0.5452	0.4723	0.6548	0.4009

Si se efectúa el análisis estadístico *F de Snedecor* sobre el estimador de peso unidad a posteriori, se aceptará la hipótesis nula de igualdad de estadísticos (apartado 5.2.3.7), ya que, en todos los ajustes este parámetro estará comprendido entre los valores teóricos de:

$$0.2053 < \overline{\sigma}_o < 2.529$$

**Tabla 6.21:** Valores de las incógnitas y precisión de las mismas para cada uno de los modelos ajustados sobre los puntos en valor absoluto.

MODELO	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$\sigma_{a1}$	$\sigma_{a2}$	$\sigma_{a3}$
OSU89b	-0.42015	-2.06812	-0.28500	0.21717	0.28704	0.04161
OSU91a	-0.51489	-1.76970	-0.41206	0.21791	0.28800	0.04172
EGM96	-0.51896	-1.00914	-0.59503	0.22554	0.29822	0.04333
GPM98AR	-0.41740	-0.85031	-1.01570	0.22262	0.29451	0.04292
GPM98CR	-0.44360	-0.30067	-1.00710	0.13927	0.17926	0.02602
IBERGE095	-0.25759	-0.67613	-0.07530	0.21259	0.28114	0.04127
EGG97	-0.32122	-0.58341	-0.86199	0.11154	0.14776	0.02176

**Tabla 6.22:** Resumen estadístico de los residuos obtenidos a posteriori en el ajuste de los diferentes modelos de geoide sobre los puntos GPS/Nivelación/gravedad en valor absoluto.

	$N_{\text{GPS/NIV-}}^{\text{OSU89b}}$	$N_{\text{GPS/NIV-}}^{\text{OSU91a}}$	$N_{\text{GPS/NIV-}}^{\text{Egm96}}$	$N_{\text{GPS/NIV-}}^{\text{Gpm98AR}}$	$N_{\text{GPS/NIV-}}^{\text{GPM98CR}}$	$N_{\text{GPS/NIV-}}^{\text{NIBERGE095}}$	$N_{\text{GPS/NIV-}}^{\text{NEGG97}}$
MEDIA	0.000 m	0.000 m	0.000 m	0.000 m	0.000 m	0.000 m	0.000 m
EMC	0.117 m	0.117 m	0.121 m	0.120 m	0.067 m	0.115 m	0.061 m
MAXIMO	0.238 m	0.233 m	0.254 m	0.230 m	0.110 m	0.148 m	0.109 m
MINIMO	-0.147 m	-0.153 m	-0.148 m	-0.143 m	-0.110 m	-0.135 m	-0.083 m

Como puede verse en la tabla 6.22 y en comparación con la tabla 6.17, **la mejora de los modelos de geoide es significativa**, todos los modelos globales de orden 360 presentan la misma precisión, *0.11-0.12 m*, al igual que el modelo IBERGEO95, la mejor precisión la logran los modelos GPM98CR y EGG97, cuya precisión ronda los *0.06-0.07 m* sobre la zona de cálculo, ajustándose en gran medida al campo gravitatorio local siempre sobre el sistema de referencia WGS84.

Como ya se ha comentado en más de una ocasión, para reducir los errores en los puntos es conveniente trabajar en relativo y, por tanto realizar el ajuste de esa forma, en este caso la formulación a emplear en el ajuste, o ecuación de observación será:

$$\Delta N_{\text{Ajustada}}^{21} = \Delta N_{\text{Modelo}}^{21} + a_1(\varphi_2 - \varphi_1) + a_2 \cos \varphi_o(\lambda_2 - \lambda_1) \quad (6.31)$$

Con lo que obtendríamos los dos coeficientes de giro del ajuste; la elección de los pesos deberá estar de acuerdo con la precisión de la diferencia a ajustar, por lo tanto, tal como se hacía en el ajuste sobre los puntos en valor absoluto, deberá ser la composición cuadrática del error obtenido en la observación de la ondulación del geoide para cada uno de los ejes (tabla 6.15) y la precisión del modelo del geoide para la zona de estudio, para cuantificar esta precisión se ha tomado el error medio cuadrático de cada uno de los ejes obtenido en la tabla 6.19. Como ya se ha comentado, el eje Algar del Palancia-Segorbe no se deberá tener en cuenta en el ajuste del modelo GPM98CR, ya que ha sido detectada una deformación local del modelo de geoide en el punto Segorbe, apartado 6.1. Las tablas 6.23, 6.24 y 6.25 muestran los resultados del ajuste, donde se pueden ver, respectivamente, el estimador de peso unidad a posteriori obtenido en cada uno de los ajustes, los valores obtenidos para las incógnitas junto a su desviación típica a posteriori, y el resumen estadístico de los residuos obtenidos después del ajuste.

**Tabla 6.23:** Estimador de peso unidad a posteriori obtenido en cada uno de los ajustes efectuados sobre los puntos en valor relativo.

	OSU89b	OSU91a	EGM96	GPM98AR	GPM98CR	IBERGE095	EGG97
$\overline{\sigma}_o$	0.3478	0.2744	0.4083	0.3680	0.8068	0.3605	0.5146

Si se efectúa el análisis estadístico *F de Snedecor* sobre el estimador de peso unidad a posteriori, apartado 5.2.3.7, se aceptará la hipótesis nula de igualdad de estadísticos, ya que, en todos los ajustes este parámetro estará comprendido entre los valores teóricos de:

$$0.07421 < \overline{\sigma}_o < 3.3380$$

**Tabla 6.24:** Valores de las incógnitas y precisión de las mismas para cada uno de los modelos ajustados sobre los puntos en valor relativo.

MODELO	$a_1$	$a_2$	$\sigma_{a1}$	$\sigma_{a2}$
OSU89b	-0.41244	-1.57653	0.20961	0.30031
OSU91a	-0.76708	-1.79855	0.21064	0.30162
EGM96	-0.82968	-1.20936	0.26278	0.37648
GPM98AR	-0.74117	-1.12323	0.21013	0.30161
GPM98CR	-0.48531	-0.45772	0.31411	0.47230
IBERGE095	-0.60899	-0.79083	0.15425	0.22126
EGG97	-0.44391	-0.57132	0.17135	0.24595

**Tabla 6.25:** Resumen estadístico de los residuos obtenidos a posteriori en el ajuste de los diferentes modelos de geoide sobre los puntos GPS/Nivelación/gravedad en valor relativo.

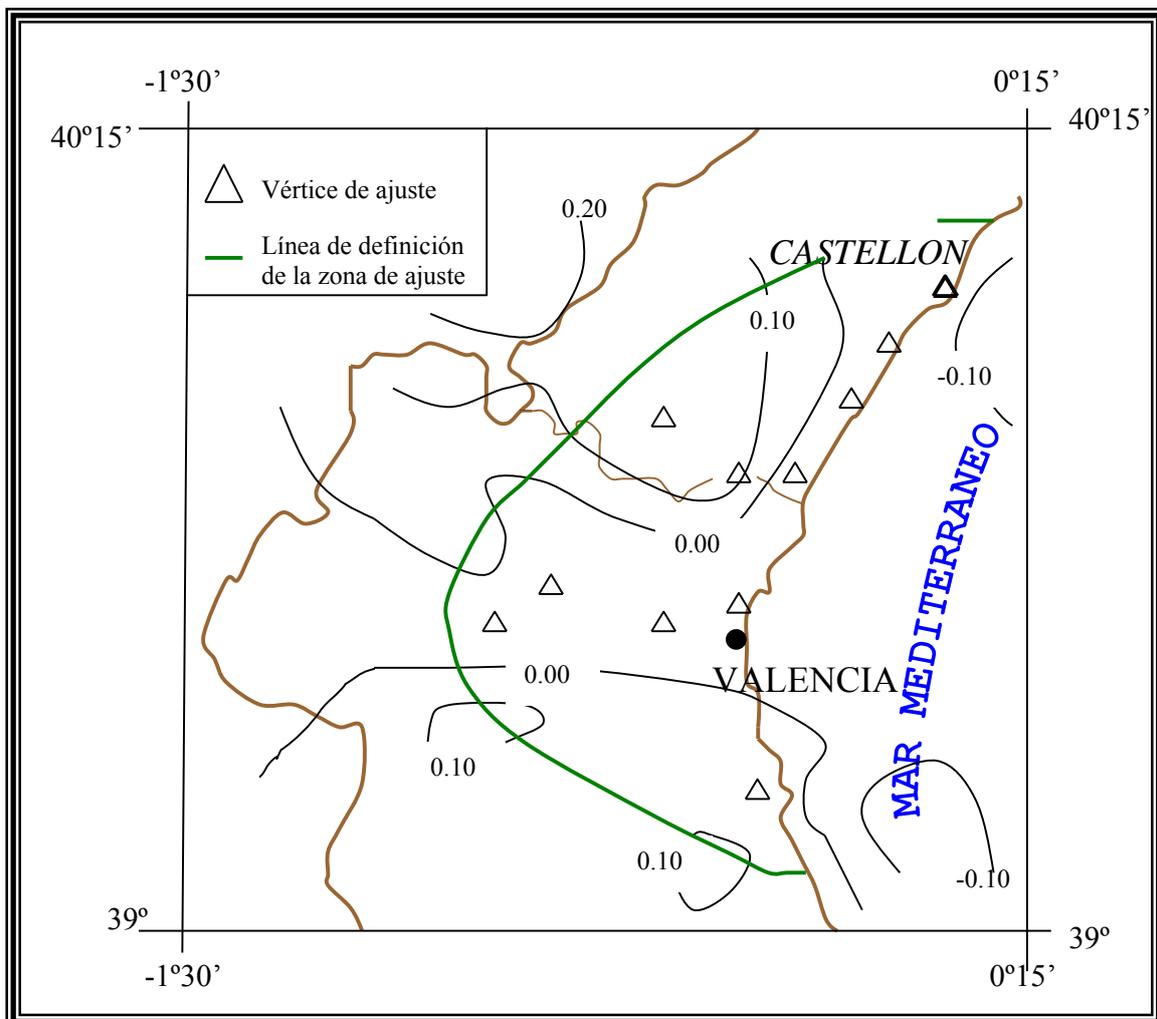
	$N_{\text{GPS/NIV-}}^{\text{NOSU89b}}$	$N_{\text{GPS/NIV-}}^{\text{NOSU91a}}$	$N_{\text{GPS/NIV-}}^{\text{N}_{\text{egm96}}}$	$N_{\text{GPS/NIV-}}^{\text{N}_{\text{gpm98AR}}}$	$N_{\text{GPS/NIV-}}^{\text{N}_{\text{gpm98CR}}}$	$N_{\text{GPS/NIV-}}^{\text{N}_{\text{IBERGE095}}}$	$N_{\text{GPS/NIV-}}^{\text{N}_{\text{EGG97}}}$
MEDIA	-0.024 m	-0.036 m	-0.050 m	-0.024 m	-0.020 m	-0.013 m	-0.021 m
EMC	0.075 m	0.070 m	0.084 m	0.075 m	0.106 m	0.056 m	0.061 m
MAXIMO	0.074 m	0.033 m	0.067 m	0.047 m	0.169 m	0.059 m	0.055 m
MINIMO	-0.142 m	-0.172 m	-0.193 m	-0.172 m	-0.122 m	-0.076 m	-0.108 m

Como se puede ver en la tabla 6.25 y en comparación con la tabla 6.19, **la mejora en todos los modelos de geoide es significativa**, pasando a una precisión en torno a los *0.07-0.09 m* para los modelos globales de grado 360, y de *0.05-0.06 m* para los modelos de alta resolución IBERGEO95 y EGG97; el modelo que presenta peor ajuste, a pesar de su resolución, es el modelo global GPM98C, esto puede explicarse debido a la eliminación de uno de los ejes (el que incluía el punto de Segorbe), por lo que los coeficientes de giro del ajuste pueden haber quedado poco definidos, tal como se puede ver en las desviaciones típicas de estos parámetros después del ajuste de la tabla 6.24, a pesar de ello la mejora del modelo con respecto a la tabla 6.19 es notable.

Si tenemos en cuenta el valor de las medias obtenidas en la tabla 6.25, además del error medio cuadrático, la precisión obtenida por los modelos de geoide ajustados de forma relativa será mejor, en la mayoría de los casos, que la obtenida de forma absoluta de la tabla 6.22, destacando la **gran mejora que se produce en el modelo IBERGEO95 pasando a trabajar de forma relativa**.

De esta forma, se puede concluir diciendo que para el ámbito de actuación se ha conseguido una mejora de cualquier modelo de geoide tanto de forma absoluta como de forma relativa (considerando distancias relativas hasta un máximo de 20-30 Km) muy elevada, y si nos centramos en los modelos de alta resolución, sobre todo el IBERGEO95 y el EGG97, se ha conseguido, en valor absoluto, pasar de la precisión original del modelo de 0.20-0.30 m para el IBERGEO95 y 1-1.10 m para el EGG97 a 0.11-0.12 m y 0.06-0.07 m respectivamente, resultando una mejora considerable la del modelo continental Europeo; en relativo se ha pasado de precisiones de 0.20-0.25 m para el IBERGEO95 y de 0.15-0.20 m para el EGG97 a valores de error de 0.06-0.08 m para ambos modelos, resultando una mejora considerable con respecto al modelo original, trabajando siempre sobre el sistema de referencia WGS84.

Retomando la idea del apartado 3.3.4, si se efectúa ahora la comparación entre los modelos de geoide ajustados se deberá encontrar poca diferencia entre los mismos para la zona de ajuste, de este modo, tal como se puede ver en la figura 6.9, si comparamos los modelos que se han ajustado en mejor medida al campo gravitatorio local, es decir el EGG97 y el IBERGEO95, y efectuamos la comparación, las diferencias entre ellos no deberá sobrepasar los 0.10-0.15 m sobre la zona de ajuste.



**Figura 6.9:** Comparación (en metros) entre los modelos de geoide EGG97 e IBERGEO95 ajustados sobre la zona de análisis.

## 7 CONCLUSIONES

Para terminar la presente investigación se presentan las conclusiones alcanzadas, indicando las aportaciones personales más relevantes, apoyando cada una de las conclusiones con los datos y resultados obtenidos a través de toda la investigación. Estas conclusiones serán:

- © La revisión de las redes de nivelación sobre la Comunidad Valenciana muestra en ellas un deterioro elevado, que se materializa en un 10% de las señales perdidas en los últimos 8 años, alcanzando un nivel de más del 60% de señales desaparecidas en total, tal como muestran los resultados de la tabla 5.1.
- © La comparación de las diferentes líneas de nivelación entre sí muestra una buena homogeneidad entre las mismas exceptuando la línea NAPF investigada, tal como se muestra en el apartado 5.1.2. Esta conclusión debe ser entendida con sumo cuidado, ya que esto es así, únicamente, para los puntos analizados, no se debe extrapolar de forma generalizada la conclusión ya que los puntos de nivelación son susceptibles de movimientos locales de forma individualizada, en especial se ha de tener extremo cuidado con la consideración en este sentido de la red NP.
- © Se ha desarrollado una función de tolerancia para los itinerarios gravimétricos basada en un profundo conocimiento de la función de deriva particular de cada instrumento, ecuación 5.2; con lo que se pueden desechar de forma más rigurosa itinerarios con un mal cierre y mejorar de esta forma el posterior ajuste.
- © Se ha desarrollado un nuevo método de ajuste y optimización para redes gravimétricas, tal como se puede ver en los apartados 5.2.3.7 y 5.2.3.8 respectivamente, que proporcionan una visión más realista de la problemática que envuelve a este tipo de determinaciones.
- © Se ha establecido una red gravimétrica de tercer orden sobre la Provincia de Valencia suficientemente precisa y densa para posteriores estudios de carácter geológico, geofísico, geodésico y geodinámico, figura 5.16.
- © Se ha desarrollado un nuevo método de detección de deformaciones locales de geoide y de análisis de los mismos basado en observables GPS/Gravedad en el que no es necesario la inclusión de un modelo digital del terreno para la búsqueda de deformaciones locales elevadas, tal como se ha demostrado en el apartado 6.1.
- © El análisis de los modelos de geoide comparándolos con observaciones GPS/Nivelación/Gravedad y GPS/Gravedad, muestra que los modelos de alta resolución, en especial el IBERGEO95 y, sobre todo, el EGG97 son los que más se ajustan al campo gravitatorio local.
- © Se ha procedido al ajuste de los diferentes modelos de geoide a puntos GPS/Nivelación/Gravedad en valor absoluto, pasando, para los modelos de alta resolución, de precisiones del orden del metro para los modelos GPM98CR de grado 720 y EGG97 y de 0.25-0.30 m para el IBERGEO95 a precisiones entorno a los 0.06-0.07 m para los modelos GPM98CR y EGG97 y entorno a los 0.10-0.11 m para el IBERGEO95, siempre bajo el sistema de referencia WGS84.
- © El ajuste de los modelos de geoide en relativo arroja una mejora de los mismos elevada, pasando de 0.15-0.20 m para todos los modelos de alta resolución a 0.06-

0.08 m para los modelos IBERGEO95 y EGG97 y entorno a los 0.10-0.11 m para el GPM98CR, siempre bajo el sistema de referencia WGS84.

Para finalizar se recomiendan las directrices que las futuras investigaciones en estos campos pueden seguir, basadas en las conclusiones que se desprenden de la presente investigación.

- © Será necesario abordar en breve un proyecto de nivelación de alta precisión sobre la Comunidad Valenciana, ya que, si se mantiene el ritmo actual, en 25 años habrán desaparecido más del 90% de las señales.
- © Para la obtención de una red gravimétrica sobre toda la Comunidad Valenciana será necesario el estudio y desarrollo de la misma sobre las Provincias de Castellón y Alicante, tal como se ha hecho en la presente investigación para la de Valencia, así como la determinación de valores absolutos de la gravedad que conviertan a la red en una red de orden uno.
- © Para el análisis y detección de deformaciones locales de geoide será necesaria la continuación de observaciones de gravedad sobre toda la Comunidad Valenciana en puntos REGENTE y vértices de la red de cuarto orden de la Comunidad Valenciana, obteniendo así las áreas puntuales que puedan resultar problemáticas para futuras determinaciones del geoide.
- © Sería recomendable emprender una campaña GPS/Gravedad sobre puntos de nivelación en las provincias de Alicante, norte de Castellón y Oeste de Valencia antes de que las señales desaparezcan y obtener así una buena base de datos para el ajuste actual y futuro de los modelos de geoide que actualmente existen y que puedan ser desarrollados.

## 8 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

### 8.1 ARTÍCULOS CIENTÍFICOS

- Adam et al. (1999 a): *Status and development of the European Height Systems*. Geodesy beyond 2000. The challenges of the first decade. International Association of Geodesy Symposia. Vol. 121. Ed Springer-Verlag, pp 47-54.
- Adam et al. (1999 a): *The European Reference System coming of age*. Geodesy beyond 2000. The challenges of the first decade. International Association of Geodesy Symposia. Vol. 121. Ed Springer-Verlag, pp 47-54.
- Albertella A., Sansó F. (1994): *A compendium of physical geodesy*. International school for the determination and use of the geoid. Lecture notes. Milán, pp 1-70.
- Alonso F. (1974): *Mapas gravimétricos de las Islas Baleares y de las islas de Lanzarote y Fuerteventura*. I Asamblea Nacional de Geodesia y Geofísica. Comunicaciones, pp 247-254.
- Anderle R.J. (1986): *Doppler Satellite measurements and their interpretation*. Space Geodesy and Geodynamics. Ed. By Joel Anderson and Anny Cazenave. Academic Press, pp 113-167.
- Amalvict M., Hinderer J. (1997): *Comparisons between absolute (AG) and superconducting (SG) gravimeters*. Geodesy on the move. Gravity, Geoid, Geodynamics and Antarctica. IAG scientific assembly, Rio de Janeiro. Ed. Springer-Verlag, pp 24-29.
- Arnosó J., Vieira R., Vélez E., Martín-Dávila J. (1998 a): *Estudio de oscilaciones locales de la vertical en la bahía de Cádiz a partir de 8 meses de registro digital de dos niveles electrónicos*. I Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Comunicaciones. En CD.
- Arnosó J., Vieira R., Vélez E., Van Ruymbeke M. (1998 b): *Efectos de carga y atracción oceánica en las observaciones de marea gravimétrica en Lanzarote*. I Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Comunicaciones. En CD.
- Arnosó J., Fernández J., Vélez E.J., Vieira R. (2000): *Observaciones de marea gravimétrica en el teide (Tenerife, Islas Canarias)*. II Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Resúmenes, pp 91-92.
- Baldi P., Casula G., Focardi S., Palmonari F., Cerutti G., De Maria P., Marson I. (1994): *Intercomparison of IMGCA absolute and GWR superconducting gravimeters*. Gravity and Geoid. Joint Symposium of the International Gravity Commission and the International Geoid Commission. Symposium n°113, Graz, Austria. Ed. Springer-Verlag, pp 27-36.
- Baker T.F. (1993): *Absolute sea level measurements, climate change and vertical crustal movements*. Global and planetary change n°8, pp 149-159.
- Balmino G., Rapp R.H., Peltier W.R. (1986): *The global Gravity field*. Space Geodesy and Geodynamics. Edited by Allen Joel Anderson and Anny Cozenave. Academic Press Inc. London, pp 19-75.
- Barbadillo A., Quirós R. (1996): *Proyecto REGENTE. Una nueva Red Geodésica Nacional*. Física de la tierra. Geodesia y Geofísica. N° 8, pp 23-38.

- Barbadillo A. (1999): *Red Española de Nivelación. Trabajos actuales en el IGN*. I asamblea hispano-portuguesa de Geodesia y Geofísica. Comunicaciones. En CD.
- Barbadillo A. (2000): *Enlace Geodésico entre España y Francia. Proyecto INTERREG-II*. II asamblea hispano-portuguesa de Geodesia y Geofísica. Resúmenes de las ponencias, pp 81-82.
- Bastos L., Lázaro C., Makinen J., Kakkuri J., Hein G., Alves M., Vieira R. (1998): *Campanhas gravimétricas nas açores*. I Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Comunicaciones. En CD.
- Batres F. (1998): *Comentario sobre el estado de los clavos de la nivelación de precisión*. Topografía y Cartografía. Vol XV n° 89, pp 43-45.
- Becker M., Groten E., Müller K., Gehlich U., Araneda M. (1992): *Evaluation of microgravimetry for Southern central Andes recent crustal movement determination*. Geodesy and Physics of the Earth. 7<sup>th</sup> International Symposium "Geodesy and Physics of the Earth", Symposium n°112. Ed. Springer-Verlag, pp 181-184.
- Becker M. et al. (1995): *Microgravimetric measurements at the 1994 International comparison of Absolute Gravimeters*. Metrología, vol 32, n° 3, pp 145-152.
- Bell R.E. (1998): *Gradiometría de la Gravedad*. Investigación y Ciencia. Agosto, pp 50-55.
- Berné J.L., García F., Martín A., Anquela A.B. (1999): *Metodología para la obtención de redes de nivelación geodésicas*. I asamblea hispano-portuguesa de geodesia y geofísica. Comunicaciones. En CD.
- Berné J.L., García F., García-Asenjo L., Hernández D., Anquela A.B. (2000): *Situación y perspectivas de la red geodésica de cuarto orden de la Comunidad Valenciana*. II Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Resúmenes, pp 27-28.
- Birardi G., Santarsiero D., Tuffiaro D., Surace L. (1995): *Setting-up local "mapping geoids" with the aid of GPS/LEV traverses. Applications to the geoids of Sardinia and Calabria*. Journal of Geodesy n° 70, pp 98-109.
- Boedecker G., Ritscher B. (1981): *The new gravity base net 1976 of the Federal Republic of Germany (DSGN 76)*. Bulletin Géodésique, n° 55, pp 250-266.
- Boedecker G., Poitevin C. (1986): *Unified European gravity network UEGN status report*. Bureau Gravimétrique International. Bulletin d'Information n°59, Toulouse, pp 133-143.
- Boedecker G. (1988): *International absolute gravity basestation network (IAGBN) absolute gravity observations, data processing standards and station documentation*. Bureau Gravimétrique International. Bulletin d'Information n°63, Toulouse, pp 51-57.
- Boedecker G. (1992): *The International absolute gravity basestation network (IAGBN): status 1992*. Geodesy and Physics of the Earth. 7<sup>th</sup> International Symposium "Geodesy and Physics of the Earth", Symposium n°112. Ed. Springer-Verlag, pp 61-62.
- Boedecker G., Marson I., Wenzel H. (1994): *The adjustment of the Unified European Gravity Network 1994 (UEGN94)*. Joint symposium of the International Gravity

- Comission and the International Geoid Comission, Symposium n°113, Graz, Austria. Ed. Springer-Verlag, pp 82-91.
- Bürki B., Marti U. (1991): *The swiss geoid computation: A status report. Determination of the geoid. Present and future.* IAG symposia n° 116. Ed. Springer-Verlag, pp 220-229.
- Camacho A.G., Vieira R. (1990): *Predicción de la corrección de marea en la Península Ibérica.* Física de la Tierra n° 2, pp 87-110.
- Camacho A.G., Montesinos F.G., Vieira R. (1996): *Detección gravimétrica de anomalías del subsuelo en una zona urbana afectada por hundimientos.* Física de la tierra. Geodesia y Geofísica. N° 8, pp 91-115.
- Camacho A.G., Montesinos F.G., Vieira R., Nunes J.C., Alves M.C., França Z. (1998): *Un estudio gravimétrico de la isla de pico (Azores).* I Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Comunicaciones. En CD.
- Camacho A.G., Montesinos F.G., Vieira R., Vélez E. (2000): *Estudio gravimétrico de una zona de anomalía sísmica (Sao Sebastiao, Isla de Terceira).* II Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Resúmenes, pp 99-100.
- Cartwright D.E., Tayler R.J. (1971): *New computations of the tide-generating potential.* Geophysics. J.R. astr. Soc. n°23, pp 45-74.
- Cartwright D.E., Edden A.C. (1973): *Corrected tables of tidal harmonics.* Geophysics. J.R. astr. Soc. n°33, pp 253-264.
- Casas A., Roca J.L. (1979): *Gravimetría en la Isla de Menorca.* III Asamblea Nacional de Geodesia y Geofísica. Comunicaciones, pp 77-91.
- Caturla J.L. (1992): *Resumen de la gravimetría en España.* Revista Mapping, n° extraordinario de Septiembre, pp 48-49.
- Caturla J.L., Agria J. (1996): *El proyecto IBERIA95.* Física de la Tierra. Geodesia y Geofísica. N° 8, pp 13-22.
- Chao B.F. (1985): *Predictability of the earth's polar motion.* Bulletin Géodésique n° 59, pp 81-93.
- Charles K., Hipkin R.G. (1994): *British precise gravity network 1993.* Joint symposium of the International Gravity Comission and the International Geoid Comission, Symposium n°113, Graz, Austria. Ed. Springer-Verlag, pp 39-45.
- Charles K., Hipkin R. (1995): *Vertical gradient and datum height corrections to absolute gravimeter data and the effect of structured fringe residual.* Metrologia, vol 32, n° 3, pp 193-200.
- Christie R.R. (1994): *A new geodetic heighting strategy for Great Britain.* Survey Review, Vol 32 n° 252, pp 328-343.
- Colomina I. (1992): *Estado actual y perspectivas de la determinación del geode en Cataluña.* Primera semana Cartográfica de Barcelona, Jornadas Topocartográficas.

- Cross P.A. (1982): Computer aided design of geodetic networks. Proceedings of the International Symposium on geodetic networks and computations of the International Association of Geodesy, Munich. Volume III. Ed. By Rudolf-Sigl, pp 13-21.
- De min E. (1995): *A comparison of Stoke's numerical integration and collocation, and a new combination technique*. Bulletin Géodésique n° 69, pp 223-232.
- Denker H., Torge W. (1997): *The European gravimetric quasigeoid EGG97- An IAG supported continental enterprise*. Geodesy on the move. Gravity, geoid, geodynamics and Antarctica. IAG Scientific Assembly, Rio de Janeiro, Brasil. Ed. Springer-Verlag, pp 249-254.
- Denker H. (1998): *Evaluation and improvement of the EGG97 quasigeoid model for Europe by GPS and leveling data*. Second continental workshop on the geoid in Europe. Reports of the Finnish Geodetic Institute 98:4, pp 53-61.
- Di Filippo M., Ruspandini T., Toro B. (1994): *Gravity variations in microgravity networks in central Italy*. Joint Symposium of the international Gravity Commission. Symposium n°113, Granz, Austria. Ed. Springer-Verlag, pp 56-63.
- Ducarme B., Poitevin C., Loodts J. (1980): *Precise tidal corrections for high precision gravity measurements*. Bureau Gravimétrique International. Bulletin d'Information n°46, Toulouse, pp 48-70.
- Duquenne H., Jiang Z., Lemarié C. (1994): *Geoid determination and levelling by GPS: some experiments on a test network*. Gravity and Geoid. Joint Symposium of the International Gravity Commission and the International Geoid Commission. Symposium n°113, Graz, Austria. Ed. Springer-Verlag, pp 559-568.
- Duquenne H. (1998): *QGF98, a new solution for the quasigeoid in France*. Second continental workshop on the geoid in Europe. Reports of the Finnish Geodetic Institute n° 98:4, pp 251-255.
- Duquenne H. (1999): *Comparison and combination of a gravimetric quasigeoid with a levelled GPS data set by statistical analysis*. Physics and Chemistry of the Earth (A). Vol. 24 n° 1, pp 79-83.
- Ecker E., Mittenmayer E. (1969): *Gravity corrections for the influence of the atmosphere*. Bolletino di geofisica teorica ed applicata. Vol XI, n° 41-42, pp 70-80.
- Ekman M., Mäkinen J., Midtsundstad A., Remmer O. (1987): *Gravity chance and land uplift in Fennoscandia 1966-1984*. Bulletin Géodésique n° 61, pp 60-64.
- Ekman M. (1989): *Impacts of geodynamic phenomena on systems for height and gravity*. Bulletin Géodésique n°63, pp 281-296.
- Engelis T., Rapp R.H., Bock Y. (1985): *Measuring ortometric height differences with GPS and Gravity data*. Manuscripta Geodaetica n° 10, pp 187-194.
- Forsberg R., Tscherning C.C. (1981): *The use of height data in gravity field aproximation by collocation*. Journal of Geophysical Research. Vol. 86 B9, pp 7843-7854.

- Forsberg R. (1990): *A new high-resolution geoid of the nordic area*. Determination of the geoid. Present and Future. International Association of Geodesy, Symposia n° 106. Ed. Springer-Verlag, pp 446-458.
- Forsberg R. (1997): *Geoid information and GPS – a review and nordic status*. International school for the determination and use of the geoid. Rio de Janeiro.
- Forsberg R. (1998): *Geoid tailoring to GPS with example of a 1-cm geoid of Denmark*. Second continental workshop on the geoid in Europe. Reports of the Finnish Geodetic Institute n° 98:4, pp 191-197.
- Friedrich J., Gerstenecker C., Gürkan O. (1996): *Gravimetric examination of Hagia Sophia's subsurface structure*. Journal of Geodesy n°70, pp 645-651.
- Géza C., Gábor S., Klobusiak M., Kovácik J., Olejnik S., Träger L. (1994): *Unified gravity network of the Czech Republic, Slovakia and Hungary*. Gravity and Geoid, Joint symposium of the international gravity commission. Symposium n° 113, Graz, Austria. Ed. Springer-Verlag, pp 72-81.
- Gil A.J., Sevilla M.J., Rodríguez G. (1993): *Geoid determination in central Spain from gravity and heigh data*. Bulletin Géodésique n° 67, pp 41-50.
- Gil A.J., Ruiz A.M., Rodríguez G., Lacy C. (1999): *Análisis de la bondad del GPS en nivelación*. I Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Comunicaciones, en CD.
- Gil A.J., Biagi L., Lacy C., Rofríguez G. (2000): *Cálculo del geoide a partir de gravimetría y datos GPS en Andalucía Oriental*. II Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Resúmenes, pp 85-86.
- Giménez J., Goula X., Suriñach E., Fleta J. (1996): *Utilització d' anivellaments topogràfics de precisió per a la quantificació de deformacions verticals a Catalunya*. Terra, vol. XV n° 28, pp 31-39.
- Gonzalez-Pumariega P. (1998): *Breve reseña sobre las históricas planchas de nivelación*. Topografía y Cartografía. Vol XV, n° 87, pp 19-24.
- Groten E. (1980): *A remark on M. Heikkinen's paper "on the Honkasalo term in tidal corrections to gravimetric observations"*. Bulletin Géodésique n°54, pp 221-223.
- Haagmans R.H.N., De Min E., Van Gelderen M. (1993): *Fast evaluation of convolutions integrals on the sphere using 1D-FFT and a comparison with existing methods for Stokes' integral*. Manuscripta Geodaetica vol. 18, pp 227-241.
- Haller L.A., Ekman M. (1988): *The fundamental gravity network of Sweden*. Bureau Gravimétrique International. Bulletin d' Information n°63, Toulouse, pp 75-92.
- Hammond J.A., Faller J. E. (1971): *Results of absolute gravity determinations at a number of different sites*. Journal of Geophysical Research. Vol 76, n°32, pp 7850-7854.
- Harnisch G. (1992): *systematic errors affecting the acuracy of high precision gravity measurements*. Geodesy and Physics of the Earth. Geodetic contributions to Geodynamics, IAG symposium n° 112. Ed. Springer-Verlag, pp 200-204.

- Heikkinen M. (1979): on the Honkasalo term in tidal corrections to gravimetric observations. *Bulletin Géodésique* n°53, pp 239-245.
- Hipkin R.G., Kirby J.F., Charles K. (1994): *British and French gravity datums connected via the channel tunnel*. Gravity and Geoid. Joint Symposium of the International Gravity Commission and the International Geoid Commission. Symposium n°113, Graz, Austria. Ed. Springer-Verlag, pp 64-71.
- Hipkin R.G. (1994): *How close are we to a centimetric geoid?*. Gravity and Geoid. Joint Symposium of the International Gravity Commission and the International Geoid Commission. Symposium n°113, Graz, Austria. Ed. Springer-Verlag, pp 529-538.
- Honkasalo T. (1964): *On the tidal gravity correction*. *Bolletino di geofisica teorica ed applicata*. Vol VI, n° 21, pp34-36.
- Jekeli C. (1999): *An analysis of vertical deflections derived from high-degree spherical harmonic models*. *Journal of Geodesy* n° 73, pp 10-22.
- Jiang Z., Duquenne H. (1996): *On the combined adjustment of a gravimetrically determined geoid and GPS levelling stations*. *Journal of Geodesy* n° 70, pp 505-514.
- Kearsley A.H.W. (1988): The determination of the geoid ellipsoid separation for GPS levelling. *The Australian Surveyor*, vol. 34 n° 1, pp 11-18.
- Kroner C. (2000): *Hydrological effects in the gravity data of the Geodynamic observatory Moxa*. European Geophysical Society. XXV General Assembly.
- Lambeck K. (1988): *The earth's variable rotation: some geophysical causes*. The Earth's rotation and reference frames for geodesy and geodynamics. IAU symposium n° 128, pp 1-20.
- Mainville A., Forsberg R., Sideris M.G. (1992): *Global Positioning system testing of geoids computed from geopotential models and local gravity data: A case Study*. *Journal of Geophysical Research*, Vol. 97 B7, pp 11137-11147.
- Marson I., et al. (1995): *Fourth International comparison of Absolute gravimeters*. *Metrologia*, n° 32, pp 137-144.
- Martín A., Termens A., Colomina I. (1998): *Comparación del geoide UB91 con DEFLEX'91, DEFLEX'94 y modelo global EGM96*. I asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Comunicaciones. En CD.
- Martín A., Padín J., García F., Berné J.L., Anquela A.B., Canas J. (1999): *Redes gravimétricas en la Comunidad Valenciana. Presente y futuro*. XXVII reunión bienal de la Real Sociedad Española de Física. Resúmenes de las comunicaciones. Tomo II, pp 543.
- Martín A., Padín J., García F. (2000): *Establecimiento de una red gravimétrica en la Comunidad Valenciana. Fase preliminar*. II Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Resúmenes, pp 77-78.
- Martinec Z., Matyska C., Grafarend E.W., Vanicek P. (1993): *On Helmert's 2<sup>nd</sup> condensation method*. *Manuscripta geodaetica* n° 18, pp 417-421.

- Martín-Peña M. (1976): *La nivelación de precisión en España*. II asamblea nacional de Geodesia y Geofísica. Tomo 1, comunicaciones, pp 181-196.
- Marsh J.G., Lerch F.J., Putney B.H., et al. (1990): *The GEM-T2 gravitational model*. Journal of Geophysical Research, vol. 95 B13, pp 22043-22071.
- McCarthy D. (1988): *Predicting Earth orientation*. The Earth's rotation and reference frames for geodesy and geodynamics. IAU symposium n° 128, pp 275-280.
- McCarthy D., Luzum B.J. (1991 a): *Prediction of earth orientation*. Bulletin Géodésique n° 65, pp 18-21.
- McCarthy D., Luzum B.J. (1991 b): *Combination of precise observations of the orientation of the Earth*. Bulletin Géodésique n° 65, pp 22-27.
- Meurers B. (1994): *Problems of gravimeter calibration in high precision gravimetry*. Gravity and Geoid. Joint Symposium of the International Gravity Commission and the International Geoid Commission. Symposium n°113, Graz, Austria. Ed. Springer-Verlag, pp 19-26.
- Mojzes M., Janák J. (1998): *Gravimetric model of Slovak quasigeoid*. Second continental workshop on the geoid in Europe. Reports of the Finnish Geodetic Institute n° 98:4, pp 277-280.
- Montesinos F.G., Camacho A.G., Vieira R., Arnoso J., Gil E. (1998): *Estudio gravimétrico en la isla de Fuerte Ventura (Islas Canarias)*. I Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Comunicaciones. En CD.
- Morencos J., Vidal G. (1974): *La compensación de las redes geodésicas fundamentales de España y Portugal dentro del proyecto RETRIG*. I Asamblea Nacional de Geodesia y Geofísica. Comunicaciones, pp 5-33.
- Moritz H. (1984 a): *Rotación de la tierra*. Cursos de Geodesia superior. Cursos y seminarios n°1. Instituto Geográfico Nacional. Instituto de Astronomía y Geodesia. Madrid, pp 45-90.
- Moritz H. (1984 b): *Sistemas de referencia en Geodesia*. Cursos de Geodesia superior, cursos y seminarios n° 1. IGN. IAG. Madrid, pp 1-44.
- Moritz H. (1984 c): *Geodetic Reference System 1980*. Bulletin Géodésique n° 58, pp 187-192.
- Nerem R.S., Klosko S.M., Pavlis N.K. (1995): *Applications of global gravity field models in geodesy and oceanography*. Global gravity field and its temporal variation. IAG Symposia n° 116. Ed. Springer-Verlag, pp 1-11.
- Núñez A. (1981): *Una nota sobre la determinación astrogeodésica del geoide en Portugal*. IV Asamblea Nacional de Geodesia y Geofísica. Comunicaciones, pp 237-253.
- Núñez A., Regidor J., Martínez F. (1981): *Estudio estadístico de los residuales del bloque Ibérico II (versión ED-79)*. IV Asamblea Nacional de Geodesia y Geofísica. Comunicaciones, pp 207-235.
- Núñez A., Staller A. (1998): *Contraste de los sistemas EUREF, ED50, ED87, Pico de las Nieves, REGENTE y REGCAN95, con distintos trabajos geodésicos efectuados en*

- España. I Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Comunicaciones. En CD.*
- Ortiz R., Vieira R. (1974): *Sistema de detección y registro de información aplicado a la instrumentación de una estación de Mareas Terrestres. I Asamblea Nacional de Geodesia y Geofísica. Comunicaciones, pp 181-186.*
- Padín J., García F., Martín A. (1999): *Historical landmark surveys using microgravimetric methods. XXIV General Assembly of the European Geophysical Society. The Hague, The Netherlands.*
- Paterson N.R., Reeves C.V. (1985): *Applications of gravity and magnetic surveys: the State-of-the-art in 1985. Geophysics, vol. 50 n° 12, pp 2558-2594.*
- Paul M.K. (1978): *Recurrence relations for integrals of associated Legendre functions. Bulletin Géodésique n° 52, pp 177-190.*
- Poutanen M., Vermeer M., Mäkinen J. (1996): *The permanent tide in GPS positioning. Journal of geodesy, n° 70, pp 449-504.*
- Pavlis N.K. (1997): *Development and applications of geopotential models. Second International School for the determination and use of the geoid, Rio de Janeiro, Brasil.*
- Pavlis E.C. (1998): *On the reference frames inherent in the recent geopotential models. Second continental workshop on the geoid in Europe. Reports of the Finnish Geodetic Institute n° 98:4, pp 29-39.*
- Rapp R.H. (1983): *Tidal gravity computations based on recommendations of the standard earth tide committee. Bulletin d'Informations Mareas Terrestres n°89, pp 5814-2819.*
- Rapp R.H. (1986): *The gravity field of the earth and prospects for improvement of its determination. Space geodesy and Geodynamics. Ed. By Allen Joel Anderson and Anny Cozenave, Academic Press, pp 55-74.*
- Rapp R.H. (1989): *Combination of Satellite, Altimetric and Terrestrial Gravity data. Theory of Satellite Geodesy and Gravity field determination. F. Sansò y R. Rummel editores, Ed. Springer-Verlag, pp 261-284.*
- Rapp R.H., Pavlis N.K. (1990 a): *OSU89A/B potential coefficient models. Determination of the geoid. Present and Future. International Association of Geodesy symposia n° 106. Ed. Springer-Verlag, pp 7-9.*
- Rapp R. H., Pavlis N.K. (1990 b): *The development and analysis of geopotential coefficient models to spherical harmonic degree 360. Journal of Geophysical Research. Vol 95, n° B13, pp 21885-21911.*
- Rapp R.H. (1994 a): *The use of potential coefficient models in computing geoid undulations. International School for the determination and use of the geoid. Lecture notes, Milán, pp 71-99.*
- Rapp R.H. (1994 b): *Separation between reference surfaces of selected vertical datums. Bulletin Géodésique n°69, pp 26-31.*

- Rapp R.H. (1996): *Global models for the 1 cm geoid. Present status and near term prospects*. International summer school of theoretical geodesy. Como, Italy.
- Rapp R.H. (1997 a): *Use of potential coefficient models for geoid undulation determinations using a spherical harmonic representation of the height anomaly/geoid undulation difference*. Journal of Geodesy n° 71, pp 282-289.
- Rapp R.H. (1997 b): *Past and future developments in geopotential modelling*. Geodesy on the move. Gravity, geoid, geodynamics and Antarctica. IAG Scientific Assembly, Rio de Janeiro, Ed. Springer-Verlag, pp 58-78.
- Reinhart E., Ritcher B., Wilmes H., Erker E., Rüess D., Kakkuri J., Mäkinen J., Marson I., Sledzinski J. (1998): *UNIGRAGE, a project for the unification of gravity systems in central Europe*. Second continental workshop on the geoid in Europe. Reports of the Finnish Geodetic Institute, 98:4, pp 95-98.
- Ritcher B., Wilmes H., Franke A., Reinhart E., Torge W. (1997): *The german gravity base net 1994 (DSGN 1994)*. Geodesy on the move. Gravity, Geoid, Geodynamics and Antarctica. IAG scientific assembly, Rio de Janeiro. Ed. Springer-Verlag, pp 37-44.
- Rodríguez E., Caturla J.L., Ribeiro H. (1998): *El proyecto IBERIA95*. I Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Comunicaciones. En CD.
- Rodríguez G., Sevilla M.J. (2000): *Determinación de un geoide altimétrico en el Atlántico Nororiental con datos ERS-2*. II asamblea hispano-portuguesa de geodesia y geofísica. Resúmenes, pp 109-110.
- Sanchez J.A. (2000): *Determinación del geoide de las Islas Canarias mediante GPS nivelación*. II asamblea hispano-portuguesa de geodesia y geofísica. Resúmenes, pp 73-74.
- Sasagawa G.S., Klopping F., Vandam T.M. (1995): *Analysis of data from the 1994 International comparison of Absolute Gravimeters with a single computational protocol*. Metrologia, n° 32, pp 185-192.
- Schmitt G. (1982 a): *Optimal design of geodetic networks*. Proceedings of the International Symposium on geodetic networks and computations of the International Association of Geodesy, Munich. Volume III. Ed. By Rudolf-Sigl, pp 7-12.
- Schmitt G. (1982 b): *Optimization of geodetic networks*. Proceedings of the International Symposium on geodetic networks and computations of the International Association of Geodesy, Munich. Volume III. Ed. By Rudolf-Sigl, pp 148-154.
- Schwarz K.P., Sideris M.G., Forsberg R. (1990): *The use of FFT techniques in physical geodesy*. Geophysical Journal International, vol. 100, pp 485-514.
- Sevilla M.J., Parra R. (1974): *Gravimetría en Lanzarote*. I Asamblea Nacional de Geodesia y Geofísica. Comunicaciones, pp 239-246.
- Sevilla M.J., Núñez A. (1979): *Estudio de errores en la nivelación astrogeodésica*. III Asamblea Nacional de Geodesia y Geofísica. Comunicaciones, pp 23-35
- Sevilla M.J. (1980): *Determinación de la latitud y de la longitud por fotografías cenitales de estrellas*. Universidad Complutense de Madrid. Facultad de Ciencias Matemáticas, n° 111, pp 1-9.

- Sevilla M.J. (1981): *Programas de cálculo para la determinación de la dirección de la vertical por fotografías cenitales de estrellas*. Técnica topográfica nº 37, pp 10-32.
- Sevilla M.J., Núñez A. (1988): *Determinación Astrogeodésica del geoide por mínimos cuadrados*. VI Asamblea nacional de Geodesia y Geofísica. Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo. Comisión Nacional de Geodesia y Geofísica.
- Sevilla M.J. (1989): *Teoría de Mareas Terrestres*. V curso de Geodesia Superior. Cursos y seminarios del Instituto de Astronomía y Geodesia. Nº4, pp 87-202.
- Sevilla M.J., Núñez A. (1990 a): *Ajuste y análisis estadístico de ondulaciones del geoide obtenidos por métodos astrogeodésicos*. Física de la Tierra, nº2, Ed. Universidad Complutense de Madrid, pp 55-86.
- Sevilla M.J., Gil A.J., Romero P. (1990 b): *Adjustment of the first order gravity Net in the Iberian Peninsula*. Bureau Gravimétrique International, Bulletin d'information nº66, Toulouse, France, pp 21-54.
- Sevilla M.J., Rodríguez G., Otero J., Gil A., Zamorano P., Romen P. (1990 c): *GEOMED. Gravity data validation. Status report*. Determination of the geoid. Present and future. International Association of Geodesy. Symposia nº 106. Ed. Springer-Verlag, pp 468-475.
- Sevilla M.J., Gil A.J., Sansò F. (1991): *The gravimetric geoid in Spain: First results*. Determination of the geoid, present and future. IAG Symposia nº 106. Ed. Springer-Verlag, pp 276-285.
- Sevilla M.J., Rodríguez Velasco G. (1992): *Determinación preliminar de un geoide gravimétrico en Portugal*. Proceedings of the International conference on cartography and Geodesy. Maracaibo (Venezuela). Ed. Sevilla, Henneberg y Vieira. Instituto de Astronomía y Geodesia. Madrid, pp 221-235.
- Sevilla M.J. (1994): *Ibergeo 1994a. Determinación del geoide Ibérico*. Topografía y Cartografía. Vol. XI, nº 61, pp 9-25.
- Sevilla M.J. (1995): *A new gravimetric Geoid in the Iberian Peninsula*. New Geoids in the World. Bulletin Gravimétrique international, Bulletin d'information nº 77, pp 163-180.
- Sevilla M.J. (1997): *A high-resolution gravimetric geoid in the strait of Gibraltar*. Journal of Geodesy nº71, pp 402-410.
- Sevilla M.J. (1999 a): *Consideraciones geológicas y geodinámicas sobre el geoide de las Islas Canarias*. I asamblea hispano-portuguesa de geodesia y geofísica. Comunicaciones, en CD.
- Sevilla M.J. (1999 b): *El geoide ibérico IBERGEO95 integrado en la red GPS IBERIA95*. I asamblea hispano-portuguesa de geodesia y geofísica.
- Sideris M.G. (1994): *Geoid determination by FFT techniques*. International school for the determination and use of the geoid, Milan, pp 165-229.
- Sideris M.G., Bin S. (1995): *A new, high-resolution geoid for Canada and part of the U.S. by the 1D-FFT method*. Bulletin Géodésique nº 69, pp92-108.

- Sideris M.G. (1995): *Fourier geoid determination with irregular data*. Journal of Geodesy n° 70, pp 2-12.
- Smith D.A., Small H.J., (1999): *The CARIB97 high-resolution geoid height model for the caribbean sea*. Journal of Geodesy n° 73, pp 1-9.
- Staller A., Núñez A. (2000): *Recuperación del sistema Pico de las Nieves e implantación del sistema WGS-84 en las Islas Canarias*. II asamblea hispano-portuguesa de geodesia y geofísica. Resúmenes, pp 51-52.
- Subiza W.H., Torge W., Timmen L. (1997): *The national Gravimetric network of Uruguay*. Geodesy on the move. Gravity, Geoid, Geodynamics and Antarctica. IAG scientific Assembly. Rio de Janeiro. Brazil, pp 51-57.
- Sünkel H. (1996): *GBVP-classical solutions and implementation*. International summer school of theoretical geodesy, Como, Italia.
- Thyssen-Bornemisza S., Stackler W.F. (1956): *Observation of the vertical gradient of gravity in the field*. Geophysics, vol XXI, n° 3, pp 771-779.
- Torge W., Röder R.H., Schnüll M., Wenzel H.G. (1987): *First results with the transportable absolute gravity meter JILAG-3*. Bulletin Géodésique n° 61, pp 161-176.
- Torge W. (1989 b): *Fundamentos, métodos y problemas de la gravimetría*. V curso de Geodesia Superior. Cursos y seminarios del Instituto de Astronomía y Geodesia. N°4, pp 3-83.
- Torge W., Timmen L., Röder R.H., Schnüll M. (1994): *Large scale absolute gravity control in South America-JILAG-3 campaigns 1998-1991*. Joint symposium of the International Gravity Commission and the International Geoid Commission, Symposium n°113, Graz, Austria. Ed. Springer-Verlag, pp 46-55.
- Torge W. (1997): *The changing role of gravity reference networks*. Geodesy on the move. Gravity, Geoid, Geodynamics and Antarctica. IAG Scientific Assembly. Rio de Janeiro, Brazil. Ed. Springer-Verlag, pp 1-10.
- Torge W., Denker H. (1998): *The European Geoid. Development over more than 100 years and present status*. Second continental workshop on the geoid in Europe. Reports of the Finnish Geodetic Institute 98:4, pp 47-52.
- Torroja J.M., Vieira R., Ortiz R. (1974): *La estación de mareas terrestres del valle de los caídos*. I Asamblea Nacional de Geodesia y Geofísica. Comunicaciones, pp 171-180.
- Torroja J.M., Vieira R. (1981): *Informe sobre el desarrollo del programa de investigación sobre mareas terrestres en el último sienio*. IV Asamblea Nacional de Geodesia y Geofísica. Comunicaciones, pp 101-106.
- Toro C., Venedikov A.P., Vieira R. (1993): *Study of the sensibility variations of the earth tide records*. Física de la tierra: Geodesia marina y geoide, N° 5, pp 61-69.
- Tóth G., Rózsa S., Andritsanos V.D., Adam J., Tziavos I.N. (2000): *Towards a cm-geoid for Hungary: recent efforts and results*. Physics and chemistry of the earth (A), Vol. 25 n° 1, pp 47-52.

- Tsuei G.C., Arabelos D., Forsberg R., Sideris M.G., Tziavos I.N. (1994): *Geoid computations in Taiwan*. Gravity and Geoid. Joint Symposium of the International Gravity Commission and the International Geoid Commission. Symposium n°113, Graz, Austria. Ed. Springer-Verlag, pp 446-458.
- Vallbuena J.L., Vara M.D. (1996): *Instrumentación y metodología empleadas en las técnicas altimétricas (I)*. Topografía y Cartografía. Vol XIII, n° 74 Mayo-Junio, pp 12-25.
- Vanicek P., Kleusberg A. (1987): *The Canadian-geoid-Stokesian approach*. Manuscripta Geodaetica n° 12, pp 86-98.
- Venedicov A., Arnoso J., Vieira R. (2000): *Application of a Statistical in the tidal data processing*. II Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Resúmenes, pp 93-94.
- Vermeer M. (1998): *The geoid as a product*. Second continental workshop on the geoid in Europe. Reports of the Finnish Geodetic Institute n° 98:4, pp 63-69.
- Vieira R. (1981): *La microred de mareas gravimétricas del sistema central*. IV Asamblea Nacional de Geodesia y Geofísica. Comunicaciones, pp 97-100.
- Vieira R., Lambas F., Giménez E. (1981): *Modificaciones realizadas en un gravímetro Lacoste and Romberg modelo G para su utilización en registro continuo de gravedad*. IV Asamblea Nacional de Geodesia y Geofísica. Comunicaciones, pp 89-93.
- Vieira R. (1989): *Instrumentación y análisis de Mareas Terrestres*. V curso de Geodesia Superior. Cursos y seminarios del Instituto de Astronomía y Geodesia. N°4, pp 205-302.
- Vieira R., Sevilla M.J., Agria J., Koll H., Forjaz V.H., Bastos L. (1998 a): *Colaboración del Instituto de Astronomía y Geodesia con instituciones portuguesas en estudios sobre el geoide, determinaciones absolutas y relativas de la gravedad y mareas gravimétricas*. I Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Comunicaciones. En CD.
- Vieira R., Arnoso J., Vélez E., Hernández O. (1998 b): *Diez años de registro continuo de la gravedad en el laboratorio de Geodinámica de Lanzarote*. I Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica. Comunicaciones. En CD.
- Wahr J.M. (1981): *Body tides on an elliptical, rotating, elastic and oceanless earth*. Geophysics. J.R. astr. Soc. n°64, pp 677-703.
- Wahr J.M. (1985): *Deformation induced by polar motion*. Journal of Geophysical Research, vol. 90, n° B11, pp 9363-9368.
- Wang Y.M., Rapp R.H. (1990): *Terrein effects on geoid undulation computations*. Manuscripta Geodaetica n° 15, pp 23-29.
- Wenzel G. (1998 a): *Format and structure for the exchange of high precision tidal data*. [www.ife.uni-hannover.de/~Wenzel/format/format.html](http://www.ife.uni-hannover.de/~Wenzel/format/format.html).
- Wenzel G. (1998 b): *The nanogal software: earth tide data processing package Eterna 3.3*. [www.ife.uni-hannover.de/~Wenzel/eterna33/eterna33.html](http://www.ife.uni-hannover.de/~Wenzel/eterna33/eterna33.html).

- Wenzel G. (1998 c): *Ultra high degree geopotential model GPM3E97A to degree 1800 tailored to Europe*. Second continental workshop on the geoid in Europe. Reports of the Finnish Geodetic Institute 98:4, pp 71-80.
- Wimmer H. (1982): *Second order design of geodetic networks by an iterative approximation of a given criterion matrix*. Proceedings of the International Symposium on geodetic networks and computations of the International Association of Geodesy, Munich. Volume III. Ed. By Rudolf-Sigl, pp 112-127.
- Xingli S., Houtza H., Zhangwei H. (1986): *On the adjustment of national gravity fundamental network in China*. Bureau Gravimétrique International. Bulletin d'information n° 59, Toulouse, pp 129-132.
- Yule D., Sharp M., Butler (1998): *Microgravity investigation of foundation conditions*. Geophysics, vol. 63 n° 1, pp 95-103.
- Yurkina M.I., Simon Z., Zeman A. (1986): *Constant part of the Earth tides in the earth figure theory*. Bulletin Géodésique n°60, pp 339-343.
- Zerbini (1998): *Sea Level fluctuations: Geophysical interpretation and environmental impact (SELF)*. <http://biudc.nbi.ac.uk/psmsl/gb1/self.html>.
- Zhang C., Blais J.A.R. (1993): *Recovery of gravity disturbances from satellite altimetry by FFT techniques: a syntetic study*. Manuscripta Geodaetica n° 18, pp 158-170.
- Zhang C. (1995): *A general formula and its inverse formula for gravimetric transformations by use of convolution and deconvolution techniques*. Journal of geodesy n° 70, pp 51-64.
- Zhu S.Y. (1982): *Prediction of polar motion*. Bulletin Géodésique n° 56, pp 258-273.

## 8.2 LIBROS Y MONOGRAFÍAS TÉCNICAS

- Andreu M.A., Simò C. (1992): *Determinació del geoide UB91 a Catalunya*. Institut Cartogràfic de Catalunya, monografia tècnica n° 1. 103 pp.
- Blakely R. (1996): *Potential theory in Gravity and Magnetic applications*. Cambridge University Press. 441 pp.
- Bricall J.M. (2000): Informe Universidad 2000. 484 pp.
- Brigham E.O. (1974): *The Fast Fourier Transform*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey. 251 pp.
- Bürki B. (1985): *Die operationelle bestimmony von lotabweichungen mit erläuterungen zur transportablen zenitkamera TZK3 des IGP und zum computergestützten auswertesystem*. Bericht des IGP, vol. 91. Institut für Geodäsie und Photogrammetrie ETH, Zürich. 174 pp.
- Casas A., Torné M., Banda E. (1987): *Mapa gravimètric de Catalunya 1:500.000*. Servei Geològic de Catalunya n°1. 135 pp.
- Chueca M., Herráez J., Berné J.L. (1995): *Ampliación de redes topográficas y locales. Cuestiones de diseño*. Servicio de publicaciones de la Universidad Politécnica de Valencia. SPUPV-95.274. 243 pp.

- Chueca M., Herráez J., Berné J.L. (1996 a): *Tratado de topografía. Tomo 1: Teoría de errores e instrumentación*. Ed. Paraninfo. 522 pp.
- Chueca M., Herráez J., Berné J.L. (1996 b): *Tratado de topografía. Tomo 2: Métodos topográficos*. Ed. Paraninfo. 746 pp.
- Chueca M., Herráez J., Berné J.L. (1996 c): *Tratado de topografía. Tomo 3: Redes topográficas y locales*. Ed. Paraninfo. 448 pp.
- Cid R., Ferrer S. (1999): *Geodesia Geométrica, Física y por Satélite*. Ministerio de Fomento, Instituto Geográfico Nacional. 565 pp.
- Cifuentes M. (1947): *Nivelaciones de Alta Precisión. Trabajos efectuados en la frontera con Portugal para enlazar las redes de "nivelaciones de Alta Precisión" de los dos países*. Dirección General del Instituto Geográfico y Cadastral. 37 pp.
- Delgado R. (1985): *Gravimetría*. ED. Científico-técnica. Ciudad de La Habana. Cuba. 322 pp.
- Doergé W., Reinhart E., Boedecker G. (1997): *Das "international Gravity Standardization Net 1971 (IGSN71)" in der Bundesrepublik Deutschland. (Transformation des Deutschen Schwerenetzes 1962 und stationsbeschreibungen des IGSN71)*. Deutsche Geodätische kommission. Bei der Bayerischen akademie der wissenschaften. Pub n° 225, Munich. 19 pp.
- Geotools and Lacoste&Romberg (1999): *Gravmaster™ user's guide. Gravity processing software*. Austin, Texas. 82 pp.
- Gil A.J., Sevilla M.J., Rodríguez G. (1988): *Aplicaciones de la colocación y estudios del geoide*. Instituto de Astronomía y Geodesia. Publicación n° 163. 39 pp.
- Giménez J. (1998): *Quantificació de les deformacions verticals recents a l'est de la Península Ibèrica a partir d'anivellaments topogràfics de Precisió*. Institut Cartogràfic de Catalunya. Monografies Tècniques n° 5. 363 pp.
- Heiskanen W.A., Moritz H. (1985): *Geodesia Física*. Instituto Geográfico Nacional. Instituto de Astronomía y Geodesia. Madrid. 371 pp.
- Hobson E.W. (1955): *The Theory of spherical and ellipsoidal harmonics*. Cambridge University Press. 500 pp.
- Hotine M. (1969): *Mathematical Geodesy*. ESSA monograph n° 2 U.S. Department of Commerce, Washington D.C. 416 pp.
- Instituto Geográfico Nacional (1986 a): *Instrucciones para los trabajos de señalización en nivelaciones de precisión*. Instrucción técnica n° 3.1. Servicio de geodesia. 6 pp.
- Instituto Geográfico Nacional (1986 b): *Instrucciones para los trabajos de señalización en nivelaciones de precisión*. Instrucción técnica n° 3.2. Servicio de geodesia. 25 pp.
- Instituto Geográfico Nacional (1972): *Avance del mapa gravimétrico de la Península Ibérica a escala 1:2.000.000*. Subdirección general de geofísica. Sección de gravimetría y mareas terrestres. 30 pp.

- Instituto Geográfico Nacional (2000): *Anuario del observatorio astronómico 2000*. I.G.N. Ministerio de fomento. 331 pp.
- Kääriäinen J., Mäkinen J. (1997): *The 1979-1996 gravity survey and results of the gravity survey of Finland 1945-1996*. Publications of the Finnish Geodetic Institute, n° 125. 24 pp.
- Lacoste&Romberg (1992): *Instruction manual model G and D Gravity Meters*. Austin, Texas. 130 pp.
- Leick A. (1990): *GPS Satellite Surveying*. J. Wiley and sons, New York. 537 pp.
- Lemoine F.G., et al. (1998): *The development of the joint NASA GSFC and the national imagery and mapping Agency (NIMA)*. NASA technical memorandum. NASA/TP-1998-206861. 532 pp.
- Melchior P. (1983): *The tides of the planet earth*. Pergamon Press, Oxford. 640 pp.
- Mezcua J., Gil A., Benarroch R. (1996): *Estudio gravimétrico de la Península Ibérica y Baleares*. Instituto Geográfico Nacional. 7 pp.
- Moritz H. (1980): *Advanced physical geodesy*. Ed. Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe. 499 pp.
- Núñez A., Sevilla M.J., Agria J.M. (1988): *Determinación Astrogeodésica del geoide de Portugal*. Instituto de Astronomía y Geodesia. Publicación n° 167. 28 pp.
- Núñez A., Valbuena J.L., Velasco J. (1992): *GPS. La nueva era de la topografía*. Ediciones Ciencias Sociales. 236 pp.
- Papoulis A. (1977): *Signal Analysis*. McGraw-Hill, New York. 308 pp.
- Primo Yúfera E. (1994): *Introducción a la investigación científica y tecnológica*. Alianza editorial. 399 pp.
- Rodríguez E., Caturla J.L.(1999): *IBERIA95, Red Peninsular de orden cero*. Instituto Geográfico Nacional. Publicación técnica n°30. 67 pp.
- Ruiz M. (1991): *Manual de Geodesia y Topografía*. Proyecto Sur Ediciones. 246 pp.
- Sans Huelin G. (1946): *Prontuario de Gravimetría Práctica*. Instituto Geográfico y Catastral. 118 pp.
- Sans Huelin G., Lozano L. (1948): *Las determinaciones de la gravedad en España y el elipsoide terrestre más aproximado al geoide que se deduce de aquéllas*. Dirección General del Instituto Geográfico y Catastral. 27 pp.
- Santiago A., Torres M. (1997): *Guía para elaborar la tesis*. Ed. McGraw-Hill. 111 pp.
- Schrama E. (1996): *Satellite Altimetry, Ocean Dynamics and the Marine Geoid*. Lecture notes of summer School. Delft University of Technology. Faculty of Geodetic Engineering. Section FMR. The Netherlands. 64 pp.
- Seeber G. (1993): *Satellite Geodesy*. Walter de Gruyter. Berlín. 531 pp.

- Sevilla M.J., Romero P. (1982): *Aplicación del método de colocación a la reducción de placas de fotografías de estrellas*. Universidad Complutense de Madrid. Facultad de Ciencias Matemáticas, nº 124. 16 pp.
- Sharma P.U. (1997): *Environmental and Engineering Geophysics*. Cambridge University Press. 475 pp.
- Sierra R: (1996): *Tesis doctorales y trabajos de investigación científica*. Ed Paraninfo. 497 pp.
- Sjöberg L.E. (1990): *Physical Geodesy*. Department of Geodesy, The Royal institute of technology. Trita Geod 2009. Stockholm. 71 pp.
- Spiridónov O. (1986): *Constantes físicas universales*. Editorial MIR. 160 pp.
- Strang G., Borre K. (1997): *Linear Algebra, Geodesy and GPS*. Wellesley-Cambridge Press. 624 pp.
- Torge W. (1989 a): *Gravimetry*. Walter de Gruyter, Berlín-New York. 465 pp.
- Vanicek P., Krakiwsky E.J. (1986): *Geodesy: The concepts*. 2<sup>nd</sup> edition, North-Holland. 697 pp.
- Wang Z.C., Jiang Z.W., et al. (1996): *Microgravimetry*. Science Press, Beijing, China. 146 pp.
- Zakatov P.S. (1981): *Curso de Geodesia superior*. Editorial Mir. 635 pp.

### 8.3 TESIS DOCTORALES

- Gil A.J. (1993): *Determinación gravimétrica del Geoide. Aplicaciones*. Tesis Doctoral. Universidad Complutense de Madrid. Facultad de ciencias Matemáticas, Dpto. de Astronomía y Geodesia. 157 pp.
- Wichiencharoen C. (1982): *The indirect effects on the computation of geoid undulation*. Tesis Doctoral, The Ohio State University. 92 pp.

### 8.4 PÁGINAS WEB

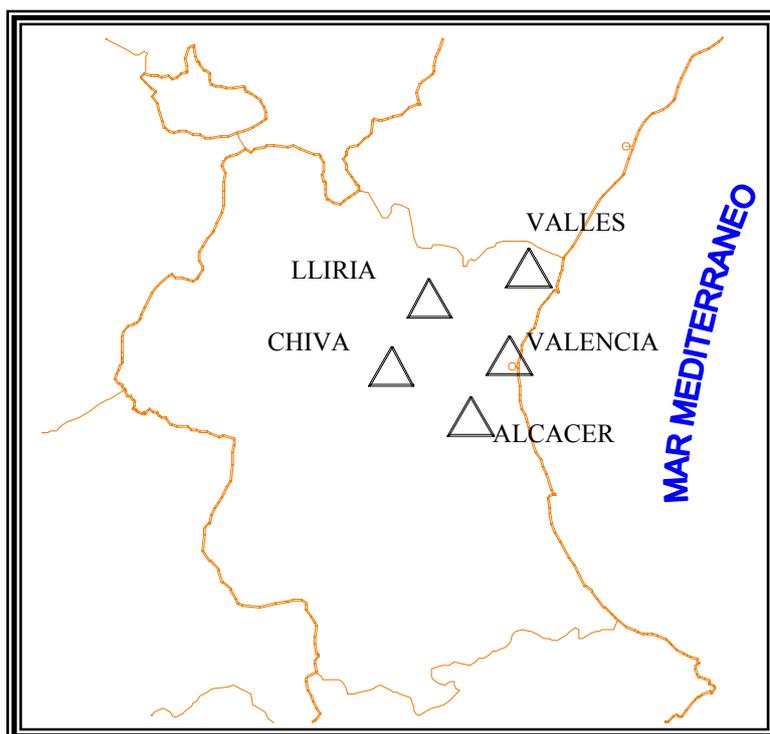
- <ftp://maia.usno.navy.mil/ser7>.
- <ftp://cddisa.gsfc.nasa.gov/pub/egm96/general-info/readme.egm96>.
- <Http://www.eosgis.com/IBERGE095.html>.
- [Http://www.gfy.ku.dk/~iag/spain\\_bi.htm](Http://www.gfy.ku.dk/~iag/spain_bi.htm).
- <Http://www.geo.ign.es/servidor/geod/ibe95/>.
- <Http://www.microgsolutions.com>.
- <Http://www.ngs.noaa.gov>.

## ANEXO I: EJEMPLO DE CÁLCULO DE REDES GRAVIMÉTRICAS

Debido a la novedad del método de ajuste, tal como se ha explicado en el apartado 5.2.3.7, se ha procedido a observar una pequeña red gravimétrica y aplicarlo para ver su conveniencia a este tipo de problemática. Para ello se han elegido 5 puntos situados en la provincia de Valencia, concretamente en los municipios de Alcacer, Chiva, Liria, la estación ferroviaria de Los Valles y la Universidad Politécnica de Valencia (punto enlazado a la red IGSN71 mediante gravimetría relativa), y se han realizado cuatro itinerarios observados con el gravímetro L&C n°203 y detallados en las figuras I1 e I2.

Una vez procesadas las observaciones de los itinerarios con los programas correspondientes (Lacoste&Romberg 1992), (Geotools and L&C 1999), se adopta como valores aproximados los de la media de gravedad de los cuatro itinerarios sobre los puntos observados.

Para el primer ajuste se obtienen un total de 14 ecuaciones con 5 incógnitas (los cuatro valores de deriva instrumental y el parámetro general de factor de calibración). El error a priori para cada tramo se establece de  $40 \mu gal$  para que todos los itinerarios puedan entrar en tolerancia ya que no se ha corregido a los observables de movimiento de polo, ni de atmósfera, ni de altura del instrumento, lo cual nos da un peso de 300 para cada observable.



**Figura I1:** Localización sobre la provincia de Valencia de los puntos observados.

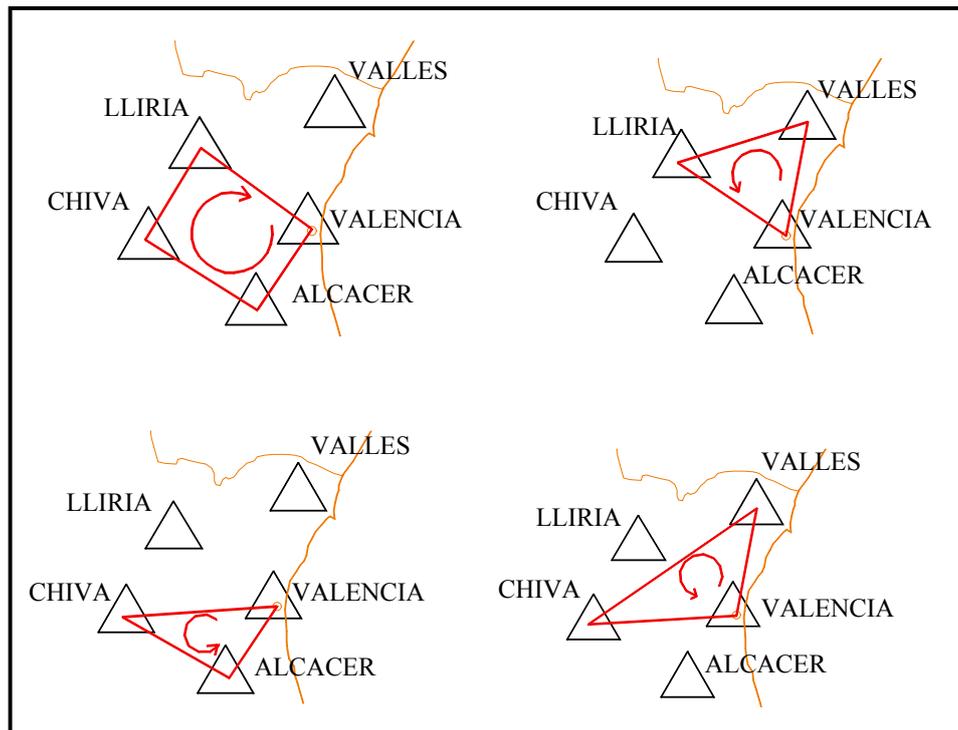


Figura I2: Descripción y sentido de los itinerarios seguidos en la fase de observación de la red.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

**VARIABLES O PARÁMETROS (correcciones a los valores aproximados)**

-0.00468  
 -0.0189  
 -0.0638  
 -0.0148  
 0.000099

Los cuatro primeros valores corresponderán a los parámetros de deriva y el último al de corrección del factor de calibración (uno a priori).

**RESIDUOS.**

0.0508  
 -0.0906  
 0.0466  
 0.0996  
 -0.0400  
 -0.0016  
 0.0589  
 -0.0724  
 -0.0175  
 -0.0228  
 0.0417  
 0.0046  
 0.0247  
 -0.0313

**Varianza de la medida de peso ud.** = 1.26  
**Desv. típica de la medida de peso ud.** = 1.12

**Matriz varianza-cov de las variables o Parámetros.**

+00.000553 +00.000001 +00.000006 +00.000000 +00.000000  
+00.000001 +00.000330 +00.000002 +00.000000 +00.000000  
+00.000006 +00.000002 +00.001257 +00.000000 +00.000000  
+00.000000 +00.000000 +00.000000 +00.000940 +00.000000  
+00.000000 +00.000000 +00.000000 +00.000000 +00.000000

\*\*\*\*\* **COMPROBACIONES DE LOS OBSERVABLES.** \*\*\*\*\*

**Comprobaciones de REDUNDANCIAS.**

Ob.	Peso.	Cofactor.	Redundancia.
1	+300	+00.002930	+00.87
2	+300	+00.002602	+00.78
3	+300	+00.002822	+00.84
4	+300	+00.002798	+00.83
5	+300	+00.001634	+00.49
6	+300	+00.002183	+00.65
7	+300	+00.001595	+00.47
8	+300	+00.002314	+00.69
9	+300	+00.001377	+00.41
10	+300	+00.002253	+00.67
11	+300	+00.002295	+00.68
12	+300	+00.001993	+00.59
13	+300	+00.001311	+00.39
14	+300	+00.001886	+00.56

Suma de Redundancias = +09

Concluyendo que *todos los observables están bien controlados.*

Comprobaciones de Error grosero (**TEST DE BAARDA**).

Ob.	Residuo.(r)	Error cuad.( $\sigma_r$ )	Variable de Baarda ( $w=r/\sigma_r$ ).
1	+00.050877	+00.060749	+00.837497
2	-00.090681	+00.057252	-01.583887
3	+00.046681	+00.059624	+00.782917
4	+00.099684	+00.059361	+01.679288
5	-00.044001	+00.045372	-00.969782
6	-00.001655	+00.052443	-00.031564
7	+00.058928	+00.044819	+01.314785
8	-00.072449	+00.053990	-01.341895
9	-00.017518	+00.041643	-00.420659
10	-00.022871	+00.053268	-00.429350
11	+00.041794	+00.053770	+00.777276
12	+00.004680	+00.050099	+00.093433
13	+00.024742	+00.040635	+00.608891
14	-00.031326	+00.048746	-00.642639

Comprobaciones de **Fiabilidad interna de la red.**

Valor de  $\delta$  para el nivel de significación  $\alpha=0.001$ , y potencia  $\beta=0.80$  del test.

Valor de  $\delta = 4.12$

Observ.	$\sigma_c$	sqr(ri).	Mínimo error detectable. ( $\nabla_{oi}$ )	Parámetro de Homogeneidad $\mu Ni$ .
1	+00.022524	+00.937626	+00.100653	+04.468730
2	+00.030330	+00.883656	+00.143818	+04.741663
3	+00.025351	+00.920266	+00.115427	+04.553026
4	+00.025962	+00.916204	+00.118731	+04.573215
5	+00.046251	+00.700289	+00.276732	+05.983243
6	+00.038045	+00.809431	+00.196943	+05.176475
7	+00.046786	+00.691767	+00.283383	+06.056946
8	+00.035817	+00.833302	+00.180095	+05.028186
9	+00.049635	+00.642735	+00.323572	+06.519012
10	+00.036881	+00.822172	+00.187955	+05.096251
11	+00.036146	+00.829906	+00.182496	+05.048759
12	+00.041083	+00.773251	+00.222618	+05.418676
13	+00.050463	+00.627186	+00.337126	+06.680632
14	+00.042679	+00.752373	+00.237686	+05.569044

Comprobaciones de **Fiabilidad Externa de la red.**

Ob.	sqr(1-ri).	Parámetro de Homogeneidad $\mu EXi$ .
1	+00.347644	+01.553529
2	+00.468136	+02.219746
3	+00.391291	+01.781558
4	+00.400711	+01.832540
5	+00.713859	+04.271195
6	+00.587214	+03.039703
7	+00.722120	+04.373842
8	+00.552817	+02.779668
9	+00.766088	+04.994139
10	+00.569237	+02.900978
11	+00.557902	+02.816713
12	+00.634099	+03.435979
13	+00.778869	+05.203340
14	+00.658737	+03.668536

**Vectores de fiabilidad externa:**

Observable ... ( 1 )

Variable o Parámetro 1... +00.012425

Variable o Parámetro 2... -00.000044

Variable o Parámetro 3... -00.000182

Variable o Parámetro 4... -00.000009

Variable o Parámetro 5... -00.000019

## Observable ... ( 2 )

Variable o Parámetro 1... +00.018976  
Variable o Parámetro 2... -00.000410  
Variable o Parámetro 3... -00.001685  
Variable o Parámetro 4... -00.000079  
Variable o Parámetro 5... -00.000173

## Observable ... ( 3 )

Variable o Parámetro 1... +00.014348  
Variable o Parámetro 2... +00.000279  
Variable o Parámetro 3... +00.001147  
Variable o Parámetro 4... +00.000053  
Variable o Parámetro 5... +00.000117

## Observable ... ( 4 )

Variable o Parámetro 1... +00.015492  
Variable o Parámetro 2... +00.000273  
Variable o Parámetro 3... +00.001124  
Variable o Parámetro 4... +00.000052  
Variable o Parámetro 5... +00.000115

## Observable ... ( 5 )

Variable o Parámetro 1... +00.070920  
Variable o Parámetro 2... -00.000119  
Variable o Parámetro 3... -00.000489  
Variable o Parámetro 4... -00.000023  
Variable o Parámetro 5... -00.000050

## Observable ... ( 6 )

Variable o Parámetro 1... +00.001222  
Variable o Parámetro 2... +00.031228  
Variable o Parámetro 3... +00.001624  
Variable o Parámetro 4... +00.000076  
Variable o Parámetro 5... +00.000166

## Observable ... ( 7 )

Variable o Parámetro 1... -00.003027  
Variable o Parámetro 2... +00.050697  
Variable o Parámetro 3... -00.004021  
Variable o Parámetro 4... -00.000188  
Variable o Parámetro 5... -00.000413

## Observable ... ( 8 )

Variable o Parámetro 1... +00.001214  
Variable o Parámetro 2... +00.026461  
Variable o Parámetro 3... +00.001612  
Variable o Parámetro 4... +00.000075  
Variable o Parámetro 5... +00.000165

## Observable ... ( 9 )

Variable o Parámetro 1... -00.003416  
 Variable o Parámetro 2... -00.001105  
 Variable o Parámetro 3... +00.119046  
 Variable o Parámetro 4... -00.000213  
 Variable o Parámetro 5... -00.000466

## Observable ... ( 10 )

Variable o Parámetro 1... +00.002133  
 Variable o Parámetro 2... +00.000690  
 Variable o Parámetro 3... +00.050071  
 Variable o Parámetro 4... +00.000132  
 Variable o Parámetro 5... +00.000290

## Observable ... ( 11 )

Variable o Parámetro 1... +00.000723  
 Variable o Parámetro 2... +00.000234  
 Variable o Parámetro 3... +00.055275  
 Variable o Parámetro 4... +00.000045  
 Variable o Parámetro 5... +00.000098

## Observable ... ( 12 )

Variable o Parámetro 1... +00.001237  
 Variable o Parámetro 2... +00.000400  
 Variable o Parámetro 3... +00.001643  
 Variable o Parámetro 4... +00.064617  
 Variable o Parámetro 5... +00.000168

## Observable ... ( 13 )

Variable o Parámetro 1... -00.006035  
 Variable o Parámetro 2... -00.001953  
 Variable o Parámetro 3... -00.008019  
 Variable o Parámetro 4... +00.091070  
 Variable o Parámetro 5... -00.000823

## Observable ... ( 14 )

Variable o Parámetro 1... +00.002994  
 Variable o Parámetro 2... +00.000968  
 Variable o Parámetro 3... +00.003978  
 Variable o Parámetro 4... +00.061406  
 Variable o Parámetro 5... +00.000408

Como se puede ver los resultados obtenidos son óptimos. Se procede ahora al cálculo de los observables corregidos de los factores hallados en el primer ajuste y al cálculo del segundo ajuste que nos dará, finalmente, las correcciones para los valores de gravedad aproximados. Se obtienen, un total de 9 ecuaciones (9 tramos independientes) con 4 incógnitas, ya que el valor de la gravedad en el punto Universidad politécnica de Valencia será conocido. Los resultados del ajuste son:

**VARIABLES O PARÁMETROS (correcciones a los valores aproximados)**

-0.0805  
 -0.0260  
 -0.0258  
 -0.0738

Correcciones a los valores aproximados de gravedad sobre Alcacer, Chiva, Liria y Valles respectivamente en *mgal*.

**RESIDUOS.**

0.0126  
 -0.0055  
 0.0471  
 0.0710  
 0.0336  
 0.0224  
 0.0613  
 0.0373  
 -0.0165

**Varianza de la medida de peso ud.** = 1.29

**Desv. típica de la medida de peso ud.** = 1.14

**Matriz varianza-cov de las variables o PARÁMETROS.**

+00.001123 +00.000468 +00.000359 +00.000207  
 +00.000468 +00.000992 +00.000359 +00.000338  
 +00.000359 +00.000359 +00.001079 +00.000359  
 +00.000207 +00.000338 +00.000359 +00.001253

Cuyas unidades son *mgal*<sup>2</sup>.

\*\*\*\*\* **COMPROBACIONES DE LOS OBSERVABLES.** \*\*\*\*\*

**Comprobaciones de REDUNDANCIAS.**

Ob.	Peso.	Cofactor.	Redundancia.
1	+600	+00.000799	+00.479797
2	+600	+00.000757	+00.454545
3	+300	+00.002289	+00.686868
4	+600	+00.000833	+00.5
5	+300	+00.002188	+00.656565
6	+600	+00.000698	+00.419191
7	+300	+00.002087	+00.626262
8	+600	+00.000900	+00.540404
9	+300	+00.002121	+00.636363

Suma de Redundancias = +05

Concluyendo que todos los observables están bien controlados.

Comprobaciones de Error grosero (**TEST DE BAARDA**).

Ob.	Residuo.(r)	Error cuad.( $\sigma$ )	Variable de Baarda ( $w=r/\sigma$ ).
1	+00.011268	+00.032184	+00.350111
2	-00.005552	+00.031326	-00.177225
3	+00.047121	+00.054458	+00.865269
4	+00.071039	+00.032854	+02.162200
5	+00.033639	+00.053243	+00.631804
6	+00.022408	+00.030083	+00.744872
7	+00.061316	+00.052000	+01.179153
8	+00.037362	+00.034156	+01.093867
9	-00.016501	+00.052418	-00.314788

Comprobaciones de **Fiabilidad interna de la red**.

Valor de  $\delta$  para el nivel de significacion  $\alpha=0.001$ , y potencia  $\beta=0.80$  del test.

Valor de  $\delta = 4.12$

Ob.	$\sigma_c$	sqr(ri).	Mínimo error detectable.( $\nabla_{oi}$ )	Parámetro de Homogeneidad $\mu Ni$ .
1	+00.033512	+00.692674	+00.202715	+06.049017
2	+00.034315	+00.674199	+00.213265	+06.214774
3	+00.036770	+00.828775	+00.185896	+05.055651
4	+00.032854	+00.707106	+00.194684	+05.925554
5	+00.038508	+00.810287	+00.199126	+05.171004
6	+00.035410	+00.647450	+00.229160	+06.471538
7	+00.040171	+00.791367	+00.212691	+05.294631
8	+00.031499	+00.735121	+00.179539	+05.699735
9	+00.039624	+00.797724	+00.208125	+05.252442

Comprobaciones de **Fiabilidad Externa de la red**.

Ob.	sqr(1-ri).	Parámetro de Homogeneidad $\mu EXi$ .
1	+00.721250	+04.362855
2	+00.738548	+04.589915
3	+00.559581	+02.829048
4	+00.707106	+04.19
5	+00.586032	+03.030377
6	+00.762107	+04.932009
7	+00.611340	+03.236823
8	+00.677935	+03.864050
9	+00.603022	+03.167342

**Vectores de fiabilidad externa:**

Observable ... ( 1 )

Variable o Parámetro 1... +00.105453

Variable o Parámetro 2... +00.044024

Variable o Parámetro 3... +00.033785

Variable o Parámetro 4... +00.019452

## Observable ... ( 2 )

Variable o Parámetro 1... -00.064626  
Variable o Parámetro 2... +00.051700  
Variable o Parámetro 3... +00  
Variable o Parámetro 4... +00.012925

## Observable ... ( 3 )

Variable o Parámetro 1... -00.004694  
Variable o Parámetro 2... -00.027227  
Variable o Parámetro 3... +00.030982  
Variable o Parámetro 4... +00.000938

## Observable ... ( 4 )

Variable o Parámetro 1... -00.032447  
Variable o Parámetro 2... -00.032447  
Variable o Parámetro 3... -00.097342  
Variable o Parámetro 4... -00.032447

## Observable ... ( 5 )

Variable o Parámetro 1... -00.035199  
Variable o Parámetro 2... -00.005028  
Variable o Parámetro 3... +00.033187  
Variable o Parámetro 4... +00.007039

## Observable ... ( 6 )

Variable o Parámetro 1... +00.021990  
Variable o Parámetro 2... +00.035878  
Variable o Parámetro 3... +00.038193  
Variable o Parámetro 4... +00.133098

## Observable ... ( 7 )

Variable o Parámetro 1... +00.007519  
Variable o Parámetro 2... +00.001074  
Variable o Parámetro 3... +00.035448  
Variable o Parámetro 4... -00.044042

## Observable ... ( 8 )

Variable o Parámetro 1... +00.038990  
Variable o Parámetro 2... +00.082515  
Variable o Parámetro 3... +00.029923  
Variable o Parámetro 4... +00.028109

## Observable ... ( 9 )

Variable o Parámetro 1... +00.012613  
Variable o Parámetro 2... +00.031534  
Variable o Parámetro 3... +00  
Variable o Parámetro 4... -00.044148

Resultados aceptables lo cual nos lleva a adoptar este método como el apropiado para el ajuste de este tipo de redes siendo más riguroso que los empleados hasta el momento en otros trabajos.