

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE VALENCIA

ESCUELA POLITECNICA SUPERIOR DE GANDIA

Master en Ingeniería Acústica

---



UNIVERSIDAD  
POLITECNICA  
DE VALENCIA



ESCUELA POLITECNICA  
SUPERIOR DE GANDIA

# “Caracterización y simulación de cerámicas piezoeléctricas”

**TESIS DE MASTER**

Autor:

***Jorge Enrique Otero Vega***

Director/es:

***D. Juan Martínez Mora***

***D. Ivan Felis Eguix***

***GANDIA, 7 de Septiembre 2015***

# **Caracterización y simulación de cerámicas piezoeléctricas**

Autor : Jorge Enrique Otero Vega

Director 1 : Juan Martínez Mora

Director 2 : Ivan Felis Enguix

Resumen. – Este trabajo desarrolla un estudio sobre la caracterización de materiales piezoeléctricos y su comportamiento en cerámicas PZT. Se evalúa el método de la impedancia para caracterizar medidas de frecuencia de resonancia y anti resonancia, que a su vez son utilizadas para resolver coeficientes que definen las matrices de comportamiento piezoeléctrico. A partir de estas, se generan modelos por medio de el método de los elementos finitos en COMSOL Multyphasic y cuyos resultados se comparan con las mediciones realizadas en laboratorio. Como resultado se evalúa entonces, a impedancia de las cerámicas en su comportamiento en frecuencia, además de proponer incertidumbre de diferentes parámetros que podrían o no, cambiar el comportamiento frecuencial o de impedancia de dichos materiales.

Abstract. – This paper develops a study about the characterization of piezoelectric materials and their behavior in PZT ceramics. The method evaluated is the impedance measurements to characterize resonance frequency and anti resonance, which are used to solve the matrix coefficients that define piezoelectric behavior. From these, the models are generated by means of the finite element method in COMSOL Multyphasic and the results are compared with laboratory measurements. As a result, it is then evaluated, to impedance ceramics in their frequency behavior, and proposing various uncertainty parameters may or may not, change the impedance or frequency behavior of such materials.

Autor: Jorge Enrique Otero Vega    email: jorotve@epsg.upv.es

Fecha de entrega: 7 de Septiembre 2015

## ÍNDICE

|   |           |
|---|-----------|
| <b>I. Introducción y Objetivos</b> .....  | <b>5</b>  |
| <b>II. El efecto Piezoeléctrico</b> .....   | <b>7</b>  |
| II.1. Introducción: del cuarzo al PZT .....   | 7         |
| II.2. Propiedades generales del PZT .....   | 8         |
| II.3. Nomenclatura de las magnitudes físicas en piezoelectricidad.....                | 9         |
| II.4. Coeficientes piezoeléctricos .....  | 11        |
| II.5. Modos de vibración .....  | 13        |
| II.6. Velocidad de propagación .....  | 17        |
| II.7. Ecuaciones piezoeléctricas .....  | 18        |
| <b>III. Determinación de la matriz completa de coeficientes piezoeléctricos</b> ..... | <b>23</b> |
| III.1. Protocolo de medición.....   | 23        |
| III.2. Montaje experimental.....  | 25        |
| III.3. Cerámicas y geometrías empleadas.....  | 28        |
| III.4. Obtención de las frecuencias de resonancia.....                                | 29        |
| III.5. Obtención de los componentes de la matriz.....                                 | 31        |
| III.6. Obtención de la velocidad del sonido en modo espesor con eco-impulso .....     | 34        |
| <b>IV. Simulación de cerámicas piezoeléctricas</b> .....                              | <b>36</b> |
| IV.1. Método de los elementos finitos .....   | 36        |
| IV.2. Modelo de simulación COMSOL Multiphysics .....                                  | 36        |
| IV.3. Geometrías y Mallado .....  | 38        |
| IV.4. Pérdidas.....   | 40        |
| IV.5. Impedancia eléctrica .....  | 41        |
| <b>V. Resultados experimentales y análisis de las simulaciones</b> .....              | <b>42</b> |
| V.1. Curvas de impedancia (módulo, fase, parte real e imaginaria) .....               | 42        |
| V.2. Coeficientes de acoplamiento electromecánico y coeficiente de frecuencia.....    | 49        |
| V.3. Coeficientes piezoeléctricos .....   | 51        |
| V.4. Influencia de la incertidumbre.....  | 52        |
| <b>VI. Resultados experimentales y análisis de la caracterización</b> .....           | <b>58</b> |
| VI.1 Coeficientes de acoplamiento electromecánico .....                               | 58        |
| VI.1 Velocidad el sonido.....   | 60        |

|   |           |
|---|-----------|
| <b>VI. Conclusiones</b> .....                       | <b>61</b> |
| <b>VII. Bibliografía</b> .....                      | <b>62</b> |
| <b>ANEXOS</b> .....                                 | <b>65</b> |
| Gráfica Disco PIC 151 Modo Radial .....             | 65        |
| Gráfica Disco PIC 151 Modo Espesor .....            | 66        |
| Gráfica Disco PIC 155 Modo Radial .....             | 67        |
| Gráfica Disco PIC 155 Modo Espesor .....            | 68        |
| Gráfica Cilindro PIC 151 Modo Longitudinal .....    | 69        |
| Gráfica Cilindro PIC 155 Modo Longitudinal .....    | 70        |
| Gráfica Placa PIC 155 Modo Transversal .....        | 71        |
| Gráfica Placa PIC 151 Modo Transversal .....        | 72        |
| Influencia de la incertidumbre.....                 | 73        |
| Influencia del electrodo .....                      | 74        |
| Influencia de la geometría .....                    | 77        |
| Influencia de las pérdidas .....                    | 81        |
| Influencia del mallado .....                        | 85        |
| Coefficientes de las matrices piezoeléctricas ..... | 86        |
| Datasheet Wayne Werr Electronics 6500P .....        | 87        |
| Características PIC 151 fabricante .....            | 88        |
| Características PIC 155 fabricante .....            | 89        |
| Características PIC 255 fabricante .....            | 90        |

## **I. INTRODUCCIÓN y OBJETIVOS**

A principios del siglo XIX el hombre desarrolla en gran medida su potencial en descubrimientos en el campo de la física del sonido. Entre estos grandes descubrimientos se encuentra el de la piezoelectricidad que dio pie, sin lugar a duda, a grandes avances en materias militares, médicas, ingenieriles, espacial, entre otras. Estos avances han llevado al fenómeno piezoeléctrico a estar en constante evolución, a ser visto como una disciplina indispensable y con grandes recursos para explotar, y a apoyarse en esta para realizar grandes revelaciones científicas.

Este TFM se desarrolla dentro del grupo de Acústica Aplicada a la Detección de Astropartículas de la UPV que, entre sus nuevas líneas de investigación, colabora en los detectores de búsqueda de materia oscura PICO. Estos detectores utilizan sensores piezoeléctricos para discriminar la señal acústica emitida por las burbujas en el interior de un fluido sobrecalentado debido al retroceso nuclear producido por una interacción de una partícula. Una correcta discriminación de eventos depende fuertemente de las propiedades del sensor completo así como de las propiedades y radiopureza de las cerámicas piezoeléctricas.

Este trabajo pretende estudiar los fenómenos piezoeléctricos desde la caracterización de los materiales piezoeléctricos hasta la simulación de su comportamiento electro-mecánico para, con ello, seguir colaborando en el desarrollo de los sensores radiopuros para las futuras versiones de PICO. Para ello, se han establecido los siguientes objetivos:

### **Objetivos principales:**

- Establecer un método para la obtención de los parámetros que caracterizan un material piezoeléctrico cualquiera.
- Contrastar las simulaciones de cerámicas piezoeléctricas con medidas experimentales, ya sea utilizando los parámetros del fabricante como los obtenidos experimentalmente.

### **Objetivos Secundarios:**

- Tener una visión clara del efecto piezoeléctrico, desde su fenomenología hasta las ecuaciones que rige dicho efecto, pasando por la correcta identificación y relación de los parámetros presentes, con un propósito didáctico, para posteriores estudios en el tema.
- Establecer los límites de aplicabilidad de las simulaciones, variando distintas variables (mayado, pérdidas, geometría) y viendo su efecto en los resultados.
- Identificar las condiciones geométricas que deben tener las cerámicas para que su forma de vibrar (modo de vibración) sea el deseado.

- Estar en condiciones de caracterizar y simular cerámicas piezoeléctricas radiopuras, facilitadas por VirginiTech, para el detector PICO-250.

Con todo, el contenido de este TFM se estructura como sigue:

- Capítulo II: se hace una recopilación de la extensa teoría piezoeléctrica, adaptada a nuestros propósitos, con una visión didáctica. Aquí mostraremos los parámetros y las ecuaciones que son útiles para el posterior estudio de caracterización y simulación.
- Capítulo III: se explica el protocolo a seguir para la obtención de todos los parámetros vistos anteriormente siguiendo la normativa DIN EN 50324.
- Capítulo IV: se expone el método de simulación FEM para obtener la impedancia eléctrica de las cerámicas.
- Capítulo V: se muestran los resultados de las simulaciones de cada una de las cerámicas estudiadas (5 geometrías de 3 materiales PZT diferentes, fabricados por PICeramics), y contrastamos las impedancias obtenidas con las medidas experimentales.
- En el Capítulo VI se muestran los resultados de la caracterización de dichas cerámicas y se contrasta con los valores del fabricante.

## II. EL EFECTO PIEZOELÉCTRICO

### II.1 Introducción: del cuarzo al PZT

La *piezoelectricidad* es la habilidad que tienen ciertos materiales cristalinos para desarrollar una carga eléctrica proporcional a una tensión mecánica aplicada.

En 1880 Jaques y Pierre Curie descubrieron cierta particularidad en materiales minerales, de modo que al realizar una fuerza mecánica sobre un cristal de cuarzo, el cristal se veía eléctricamente polarizado; tensión y compresión generaban voltaje de polaridad opuesta, y el voltaje era proporcional a la fuerza aplicada sobre el mismo. Más tarde, también determinaron que, de manera inversa, cuando el material era expuesto a un campo eléctrico, este experimentaba una fuerza elástica que lo hacía alargar o encoger de acuerdo a la polaridad y fuerza del campo. Estos comportamientos fueron denominados como *efecto piezoeléctrico directo* y *efecto piezoeléctrico inverso* respectivamente.

Al principio del siglo XX los únicos materiales utilizados para la fabricación de cerámicas piezoeléctricas eran materiales naturales como el *cuarzo* y la *turmalina* dado su buen funcionamiento y compatibilidad piezoeléctrica.

A mediados del siglo XX los elementos naturales fueron reemplazados por otro tipo de materiales fabricados por el hombre a base de distintos materiales que mejoraban considerablemente sus cualidades, tales como mejores coeficientes piezoeléctricos, facilidad de fabricación en formas y tamaños, mecánicamente más fuertes y robustos, químicamente inertes y completamente inafectable por cambios atmosféricos de humedad. Una de las principales piezas piezoeléctricas fue la estructura del cristal *perovskite*, que consiste en una pequeña unidad de ion metálico tetravalente, usualmente titanio o zirconio. Los descubrimientos iniciales se iniciaron con *titanato de bario* ( $\text{BaTiO}_3$ ), aunque otras cerámicas también exhibieron buenas propiedades.

Posteriormente en 1944, diferentes estudios demostraron que el *titanato zirconato de plomo* (PZT) demostraba gran sensibilidad y operación en altas temperaturas, mayores que los materiales  $\text{BaTiO}_3$ . Entonces, el PZT reemplazó a la mayoría de aplicaciones en las que se requerían elementos piezoeléctricos.

## II.2 Propiedades generales del PZT

Un elemento cerámico está organizado en finas masas de cristales. Una cerámica típica contiene  $10^9$  o  $10^{12}$  granos por  $\text{cm}^3$ . Por encima de la temperatura crítica, el punto de Curie, cada cristal perovskite en cada grano del elemento exhibe una simetría cúbica con arreglo de cargas negativas y positivas (Figura 1a) y por debajo de la temperatura de Curie el materia se comporta con una estructura tipo rombo o tetragonal que depende de la composición del material (Figura 1b).

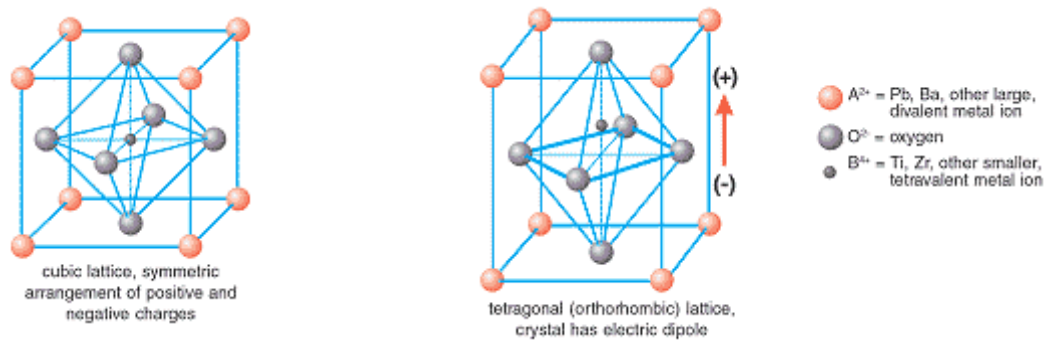


Figura 1a. Por encima de la temperatura de Curie se forma una simetría cúbica. Figura 1b. Por debajo de la temperatura de Curie se forma una simetría de rombo o tetragonal.

El elemento cerámico es polarizado por exposición a un gran campo de corriente directa (usualmente, pero no exclusivamente) y a una temperatura alta por debajo del punto de Curie [1]. Por medio de esta polarización el dominio está casi alineado con la dirección del campo eléctrico a la que es sometida, sin embargo cuando el campo eléctrico es retirado varios dipolos está bloqueados en esta posición aunque no todo se encuentran siempre estrictamente en la dirección del campo al que fue sometido como se muestra en la figura 2.

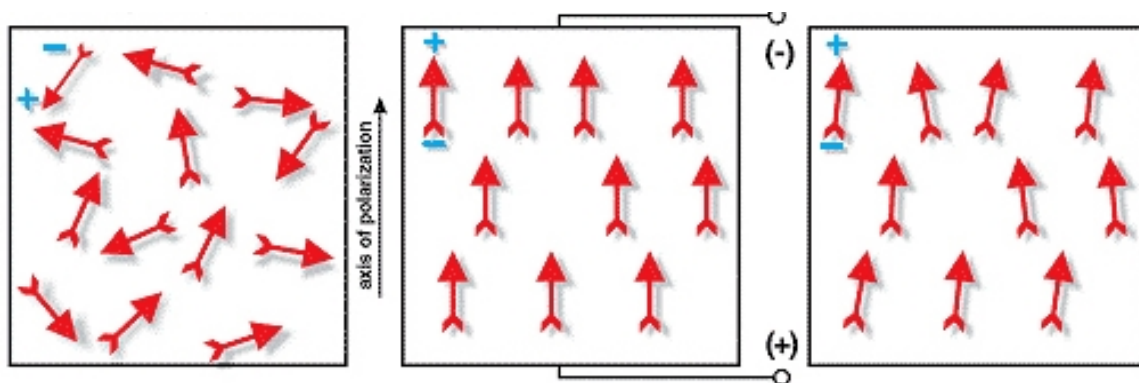


Figura 2. Reorganización de los dipolos luego de ser sometidos a un intenso campo eléctrico



Este proceso logra sobre el material una polarización y una deformación permanentes. Una compresión o tensión mecánica en una cerámica polarizada cambia los momentos del dipolo creando a su vez un voltaje de salida. Una compresión del elemento a lo largo de la dirección de polarización o una tensión perpendicular a la dirección de polarización, genera voltaje de polaridad similar a la tensión de polarización. Si la tensión es aplicada a lo largo de la dirección de polarización o el elemento es comprimido perpendicularmente en la dirección de polarización, la polaridad del voltaje es opuesta a la tensión de polarización (figura 3), por lo tanto el elemento cerámico convierte la energía mecánica de tensión o compresión en energía eléctrica [1].

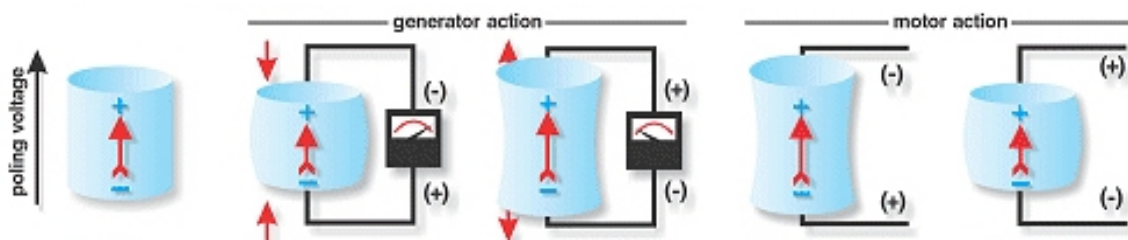


Figura 3. La compresión de un elemento piezoeléctrico polarizado según la dirección de esta tensión provoca un voltaje. Y un voltaje aplicado sobre la cerámica crea una deformación en la cerámica.

Si se aplica un voltaje de la misma polaridad que la dirección de polarización sobre el piezoeléctrico, paralela a la dirección de polarización el elemento se estirara y su diámetro se hace menor y si se aplica un voltaje inverso que la dirección de polarización el elemento será más pequeño por lo que su diámetro aumentara. Si se aplica un voltaje alterno sobre la cerámica el disco cambara constantemente su radio según la frecuencia del voltaje que se aplique, en este caso la energía eléctrica es convertida en energía mecánica. Este principio es adaptado para motores piezoeléctricos, generadores de sonido o ultrasonido entre otros.

### II.3 Nomenclatura de las magnitudes físicas en piezoeléctricos

Dado que una cerámica piezoeléctrica es anisotrópica, las constantes físicas se relacionan con ambas direcciones con la que es aplicada la fuerza mecánica o eléctrica. Consecuentemente cada constante generalmente tiene dos subíndices que se refieren a la dirección de las dos cantidades relacionadas como presión (fuerza sobre el elemento cerámico / área de la superficie del elemento cerámico) y tensión (Cambio en la longitud del elemento / longitud original del elemento). La dirección del eje positivo de la polarización usualmente se hace coincidir con el eje Z en un sistema rectangular de X, Y y Z (figura 4).

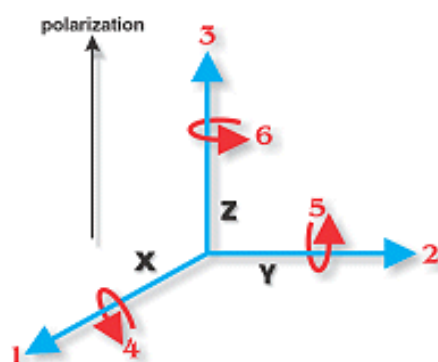


Figura 4. Sistema Ortogonal donde se muestran las coordenadas de polarización de una cerámica piezoeléctrica.

Las direcciones X, Y y Z están representadas por los subíndices 1, 2, 3 respectivamente, y la rotación sobre cada uno de estos ejes están representados por los subíndices 4, 5, 6 respectivamente. Un superíndice indica que la cantidad se mantiene constante. Por ejemplo:

- $\epsilon_{11}^T$  es la permitividad para el desplazamiento dieléctrico en la dirección 1 y un campo eléctrico en dirección 1 sobre una tensión constante,
- $\epsilon_{33}^T$  es la permitividad para el desplazamiento dieléctrico en dirección 3 y campo eléctrico en dirección 3 sobre una tensión constante.

## II.4 Coeficientes piezoeléctricos

En este apartado se definen cada una de las magnitudes físicas que son de interés para entender el comportamiento piezoeléctrico, es decir, las magnitudes que posteriormente serán utilizadas en las ecuaciones correspondientes al efecto piezoeléctrico (Apartado II.8), y son implementadas mediante elementos finitos en la Sección IV.

**Factor de acoplamiento electromecánico (k):** coeficiente que mide la raíz cuadrada de la fracción de la energía mecánica convertida en energía eléctrica en cada ciclo o viceversa. El resto simplemente se almacena elástica o eléctricamente durante cada ciclo o disipación. No debe ser considerado como una medida de eficiencia pues la eficiencia de conversión de potencia de un transductor bien cargado depende de la expresión  $k^2/(k^2 + D)$ , donde  $D$  es el factor de disipación en el lado de entrada (disipación dieléctrica en caso de transmisión de sonido). Son constantes adimensionales extremadamente útiles como una referencia o caracterización de una cerámica piezoeléctrica. En general, su expresión matemática para una geometría cualquiera viene dada a partir de las frecuencias de resonancia y antiresonancia por:

$$k = \sqrt{1 - \left(\frac{f_r}{f_a}\right)^2} \quad (1)$$

En el Apartado II.5 mostraremos las expresiones concretas para cada modo de vibración en las que pueden vibrar cierto tipo de geometrías estándar polarizadas convenientemente.

**Constante de carga piezoeléctrica (d):** polarización generada por unidad de fuerza mecánica (T) aplicada al material piezoeléctrico o la fuerza mecánica (S) experimentada por un material piezoeléctrico por unidad de campo eléctrico aplicado [3]. Unidades: [C/N] ó [m/V]

**Permitividad o Constante dieléctrica ( $\epsilon$ ):** desplazamiento dieléctrico debido a un campo eléctrico.  $\epsilon^T$  es la permitividad en deformación constante,  $\epsilon^S$  es la permitividad en tensión constante. El primer subíndice para  $\epsilon$  indica del desplazamiento dieléctrico, el segundo índice es la dirección del campo eléctrico.

**Voltaje piezoeléctrico constante (g):** campo eléctrico generado por unidad de tensión mecánica aplicada o, de otro modo, fuerza mecánica experimentada por el desplazamiento eléctrico aplicado. El primer subíndice indica la dirección del campo eléctrico generado en el material, o la dirección que fue aplicado el desplazamiento eléctrico; el segundo subíndice

indica la dirección del desplazamiento o la fuerza inducida, respectivamente [3]. Unidades: [V/N].

**Compliancia elástica (s):** Es la deformación producida en un material piezoeléctrico por unidad de tensión aplicada. Es un valor recíproco al módulo de Young.  $S^D$  es la compliancia sobre un constante desplazamiento eléctrico y  $S^E$  es la compliancia sobre un campo eléctrico constante. El primer subíndice indica la dirección de la deformación, mientras que el segundo subíndice indica la dirección de la tensión.

**Factor de calidad mecánico ( $Q_m$ ):** es una representación numérica adimensionales que describe la cualidad de la cerámica como un oscilador armónico o caracteriza la claridad del espectro de resonancia electromecánico [3].

**Constantes de frecuencia (N):** es el producto de la frecuencia de resonancia y las dimensiones lineales que rigen la resonancia,  $N = f_{\text{frecuencia modos}} \cdot D_{\text{geometria}}$ . Esta constante describe la relación entre las dimensiones de la geometría con su respectiva frecuencia de resonancia y, en algunos modos, está directamente relacionado con la velocidad del sonido en la misma dirección. El subíndice indica la correspondiente dirección de la oscilación.

**Coefficiente de deformación piezoeléctrica (e):** Capacidad del material para deformarse en acción de una tensión eléctrica. En el efecto piezoeléctrico directo representa la densidad de carga generada por una fuerza aplicada al material [20].

## II. 5 Modos de vibración

Los modos de vibración en cerámicas piezoeléctricas, es decir, la forma de vibrar ante la aplicación de un voltaje eléctrico o viceversa son función de su geometría y propiedades electromecánicas. Los modos posibles de vibración difieren según la dirección de la vibración, la dirección del campo magnético y la geometría en la que oscila (Longitudinal, Transversal, Plana, espesor, cizalla).

Cada cerámica presenta al menos dos modos de vibración: una vibración en la frecuencia de resonancia ( $f_r$ ) y otra en antiresonancia ( $f_a$ ), que pueden visualizarse mediante una medida de la impedancia eléctrica en circuito abierto de la cerámica, tal como indica la Figura 5.

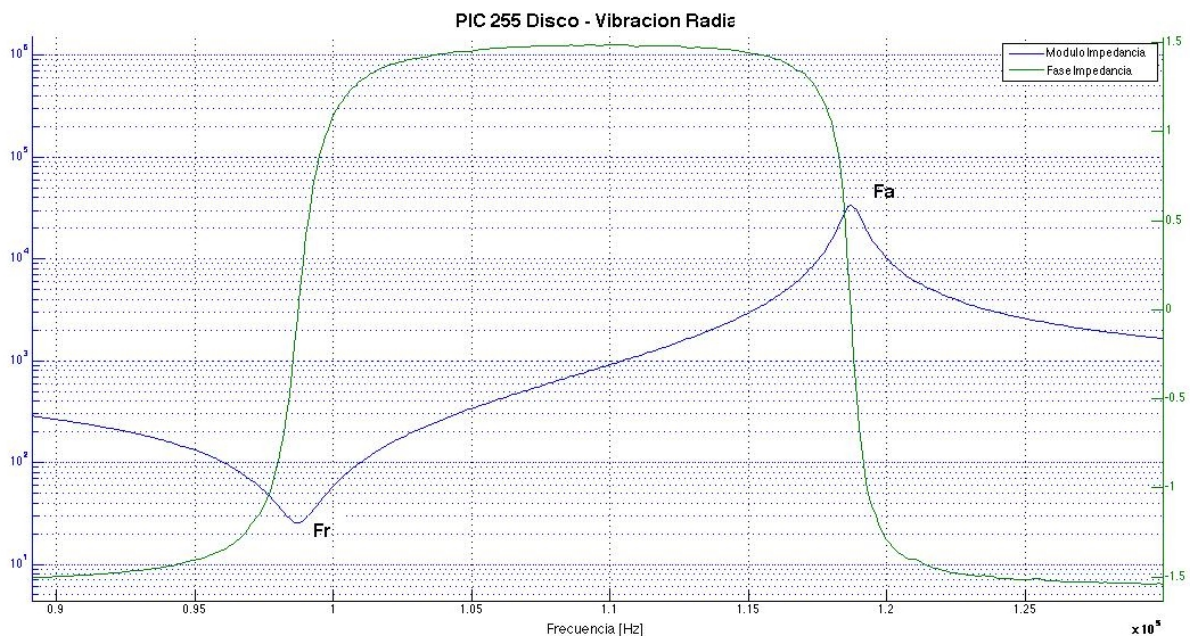


Figura 5 Frecuencia de resonancia ( $f_r$ ) y antiresonancia ( $f_a$ ) del módulo de la impedancia (rojo) y su fase (verde) de una cerámica PZT 255 tipo disco, que caracteriza el modo de vibración radial.

Los modos de vibración se expresan mediante subíndices en cada magnitud física que caracteriza la cerámica en dicho movimiento (constante piezoeléctrica  $k$ , permitividad eléctrica, constante de carga piezoeléctrica  $d$ , compliancia elástica  $s$ , etc), cuyo significado físico será explicado en el siguiente apartado.

Los modos de vibración están relacionados directamente con cada uno de los subíndices de la *matriz característica piezoeléctrica*. El primer índice indica la dirección en la que se aplica el campo eléctrico sobre la cerámica mientras que el segundo subíndice describe la dirección en la que se produce la vibración mecánica.

**Vibración Longitudinal:** está representado por la vibración 33 que se mide en aquellas cerámicas cilíndricas que cumplan la condición que el diámetro debe ser 2.5 veces más pequeño que el largo [17]. (Tabla 1).



Figura 6. Vibración longitudinal, la flecha roja indica el vector de polarización de la cerámica y la flecha negra el modo de vibración.

Factor de acoplamiento mecánico:

$$k_{33} = \sqrt{\frac{\pi f_{33R}}{2f_{33A}} \cdot \cot\left(\frac{\pi f_{33R}}{2f_{33A}}\right)} \quad (2)$$

$$N_{33} = f_a \cdot L_{\text{Largo Cilindro}} \quad (3)$$

**Vibración Transversal:** está representado por la vibración 31 que se mide en aquellas placas que cumplan con la condición donde el ancho y el espesor deben ser menos que el largo dividido en 5. La excitación en la cerámica se lleva a cabo en la dirección 3 (z) mientras la vibración se forma como una onda estacionaria en la dirección 1 (x, a lo largo de la placa).

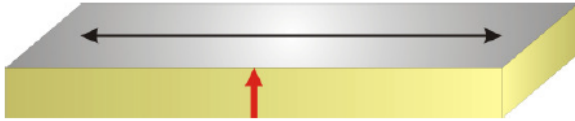


Figura 7. Vibración Transversal, la flecha roja indica el vector de polarización de la cerámica y la flecha negra el modo de vibración.

Factor de acoplamiento mecánico:

$$k_{31} = \sqrt{\frac{\pi f_{31A}}{2f_{31A}} \cdot \frac{1}{\frac{\pi f_{31A}}{2f_{31A}} - \tan\left(\frac{\pi f_{31A}}{2f_{31A}}\right)}} \quad (4)$$

$$N_{31} = f_a \cdot L_{\text{Largo Placa}} \quad (5)$$

**Vibración Radial o Plana:** se mide en aquellas cerámicas tipo disco que cumplan con la condición donde el diámetro sea diez veces más grande que el espesor del disco, esta vibración se da desde el centro del disco hacia el exterior [17].

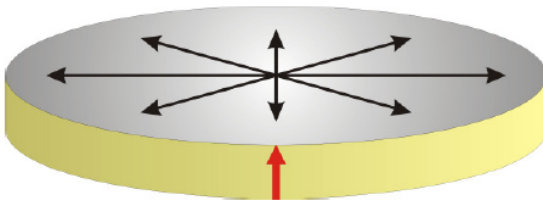


Figura 8. Vibración Radial, la flecha roja indica el vector de polarización de la cerámica y la flecha negra el modo.

Factor de acoplamiento mecánico:

$$k_p = \sqrt{2.51 \frac{f_{PA} - f_{PR}}{f_{PA}} - \left(\frac{f_{PA} - f_{PR}}{f_{PA}}\right)^2} \quad (6)$$

$$N_p = f_r \cdot D_{\text{Diámetro}} \quad (7)$$

**Vibración Espesor:** se mide en platos o discos planos cuyo diámetro sea 10 veces más grande que el espesor de la cerámica [9]. La correcta medición de este modo de vibración es a menudo más compleja que en los modos mencionados anteriormente, ya que mayores vibraciones en el modo radial puede superponer la vibración tipo espesor. La vibración de la cerámica se hace en la dirección 3 (paralelo a la dirección de polarización) lo que genera un estiramiento y adelgazamiento del espesor.

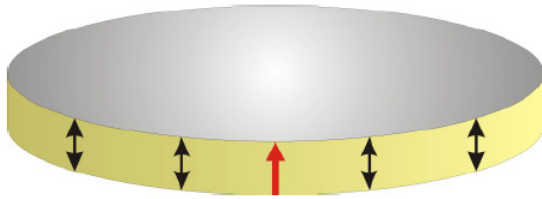


Figura 9. Vibración Espesor, la flecha roja indica el vector de polarización de la cerámica y la flecha negra el modo de vibración.

Factor de acoplamiento mecánico:

$$k_t = \sqrt{\frac{\pi f_{tR}}{2f_{tA}} \cdot \cot\left(\frac{\pi f_{tR}}{2f_{tA}}\right)} \quad (8)$$

$$N_t = f_a \cdot T_{Espesor} \quad (9)$$

**Vibración en Cizalla:** una correcta medición de este tipo de vibración se realiza en láminas que tengan una relación de 3.5 entre su anchura y espesor con el largo de la misma [9]. Si bien no se produce una vibración armónica en la dirección 31 pero puede existir un acoplamiento dada la oscilación en cizalla. La oscilación se realiza en dirección de cizallamiento en la dirección 3. Dado que la vibración es de forma de cizalla se conoce como la dirección 5.



Figura 10. Vibración Cizalla, la flecha roja indica el vector de polarización de la cerámica y la flecha negra el modo de vibración.

Factor de acoplamiento mecánico:

$$k_{15} = \sqrt{\frac{\pi f_{15R}}{2f_{15A}} \cdot \cot\left(\frac{\pi f_{15R}}{2f_{15A}}\right)} \quad (10)$$

$$N_{15} = f_a \cdot T_{Espesor} \quad (11)$$

Los modos de vibración según su geometría caracterizan ciertas constantes piezoeléctricas o mecánicas según sea el caso se muestran en la tabla 1:

| Modo de Vibración Piezoeléctrico |             |          |                              |  |  |
|----------------------------------|-------------|----------|------------------------------|--|--|
| Modo de Vibración                | Dimensiones |          | Constantes Calculadas        |  |  |
|                                  | L-Largo;    | W-Ancho; | T - Espeso                   | Piezoeléctricas  | Mecánicas                              |
| Vibración Transversal            |             |          | $T, W < L/5$                 | $k_{31}, d_{31}, g_{31}, \epsilon_{33}^T$                  | $s_{11}^D, s_{11}^E, Q_{31}$           |
| Modo Radial - Plana              |             |          | $D > 10T$                    | $k_p, \epsilon_{33}^S, \epsilon_{33}^T$                    | $\sigma^E, s_{12}^E, Q_p$              |
| Modo Espesor                     |             |          | $D > 10T$                    | $k_t, \epsilon_{33}^S$                                     | $c_{33}^D, c_{33}^E, s_{13}^E, Q_p$    |
| Modo Longitudinal                |             |          | $D < L/2.5$                  | $k_{33}, d_{33}, g_{33}, \epsilon_{33}^T$                  | $s_{33}^D, s_{33}^E, Q_{33}$           |
| Modo Cizalla                     |             |          | $L > 3.5(T, W)$              | $k_{15}, d_{15}, g_{15}, \epsilon_{11}^T, \epsilon_{11}^S$ | $c_{55}^D, s_{55}^D, s_{55}^E, Q_{15}$ |
| Dirección de polarización        |             |          | Dirección de desplazamientos |  |  |

Tabla 1. Clasificaciones del modo de vibración según la geometría de la cerámica, la dirección de polarización y la dirección de desplazamientos [9]



## II. 6 Velocidad de propagación

Cuando un movimiento oscilatorio (onda elástica) se produce en un sólido homogéneo, isótropo (medio continuo) e infinito, éste se propaga como dos ondas independientes; en una el desplazamiento es en la misma dirección de propagación (onda longitudinal), y en la otra el desplazamiento es perpendicular a la dirección de propagación (onda transversal).

Por su parte, las ondas que se propagan en sólidos finitos cuya longitud de onda es grande, comparada con alguna de las dimensiones geométricas predominantes en dicho cuerpo (ondas longitudinales en cilindros, ondas perpendiculares a las caras de placas, etc), son fundamentalmente diferentes a las que se propagan en medios infinitos en todas direcciones pues, en ellas, prevalece una dirección o modo de propagación.

En el caso de un sólido finito cristalino, la velocidad del sonido en cada dirección está estrechamente relacionado con la estructura cristalina del mismo, es decir, con los coeficientes de las matrices que determinan la simetría del cristal, y pueden adoptar formas complejas. Para el caso que nos ocupa, mostraremos las expresiones de las velocidades de las ondas elásticas que se producen en piezoeléctricos en cada uno de los modos de vibración que hemos visto en el apartado X. Estas expresiones son:

$$v_{13}^E = 2N_{13} \quad (12) \qquad v_{33}^D = 2N_{33} \quad (13)$$

$$v_{15}^D = \sqrt{\frac{c_{55}^D}{\rho}} \quad (14) \qquad v_t^D = \sqrt{\frac{c_{33}^D}{\rho}} \quad (15)$$

Donde:

- $\rho$  es la densidad del sólido.
- $N$  es la contante de frecuencia del modo correspondiente correspondiente.
- $c$  es el componente de la matriz de elasticidad correspondiente al modo en cuestión.

En la sección VI.2 hemos obtenido explícitamente la velocidad del sonido transversal ( $v_t$ ) de tres discos de cerámicas piezoeléctricas distintas mediante la técnica del ecoimpulo. Con ello, validaremos la expresión (15) con los resultados obtenidos, avanzando así en la comprensión del comportamiento de las vibraciones en cerámicas piezoeléctricas.

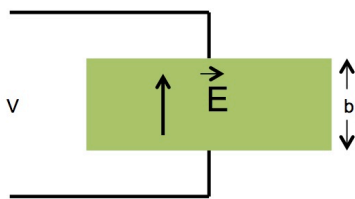
## II. 7 Ecuaciones Piezoeléctricas

Una vez introducidos los coeficientes que caracterizan el efecto piezoeléctrico, así como los modos de vibración más característicos, vamos a mostrar las ecuaciones que rigen dicho efecto y que relaciona cada una de las magnitudes físicas que varían.

### Ecuaciones escalares independientes

Dado que existen dos efectos presentes en una cerámica piezoeléctrica (inverso y directo), cada uno de esos efectos está caracterizado por ecuaciones que relacionan las deformaciones y tensiones que se producen en el material piezoeléctrico.

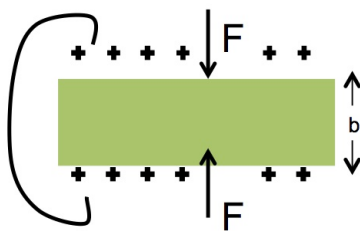
- Efecto piezoeléctrico inverso: al inducir una diferencia de potencia eléctrica entre las superficies (electrodos) de un material piezoeléctrico, se genera un campo eléctrico  $E$  que es proporcional a la tensión  $\sigma$  dentro del disco y depende de una constante piezoeléctrica  $e$ .



$$\sigma = -eE \quad (16)$$

Figura 11. Efecto piezoeléctrico Inverso.

- Efecto piezoeléctrico directo: relaciona la deformación del material debido a fuerzas externas que actúan sobre el mismo. Esta deformación unitaria  $S$  está acompañada por una polarización dieléctrica del material representada por el desplazamiento eléctrico  $D$ .



$$D = eS \quad (17)$$

Figura 12. Efecto piezoeléctrico directo.

La ecuación para el efecto piezoeléctrico directo solo es válida si la cerámica piezoeléctrica está eléctricamente cortocircuitada. Además,

### Ecuaciones tensoriales independientes

En general, se debe considerar que los esfuerzos y deformaciones en la cerámica pueden suceder en varias direcciones perpendiculares indicados en los ejes X, Y y Z, así como en direcciones arbitrarias. Además, los cambios en tensión y desplazamiento eléctrico en las tres dimensiones ortogonales causadas por los efectos de acoplamiento cruzado debido a las tensiones eléctricas y mecánicas aplicadas. Las matrices (tensores) que relacionan entonces la constante piezoeléctrica con el campo eléctrico y la deformación toman la forma:

- Efecto piezoeléctrico inverso:

$$[\sigma] = [e] \cdot \vec{E} \quad \leftrightarrow \quad \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{21} & e_{31} \\ e_{12} & e_{22} & e_{32} \\ e_{13} & e_{23} & e_{33} \\ e_{14} & e_{24} & e_{34} \\ e_{15} & e_{25} & e_{35} \\ e_{16} & e_{26} & e_{36} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \quad (18)$$

Nota: por condiciones de simetría, el tensor de esfuerzos tiene tan sólo 6 componentes independientes.

- Efecto piezoeléctrico directo:

$$\vec{D} = [e] \cdot [S] \quad \leftrightarrow \quad \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} & e_{14} & e_{15} & e_{16} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} & e_{24} & e_{25} & e_{26} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & e_{34} & e_{35} & e_{36} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{pmatrix} \quad (19)$$

Como vemos, ambos efectos, directo e inverso, están relacionados a través del tensor e. Por ello, es posible expresar las ecuaciones del efecto piezoeléctrico de forma explícita mediante la relación que existe entre la deformación y el campo eléctrico que se le aplica a un material PZT.

### Conjunto completo de ecuaciones piezoeléctricas

El acoplamiento de las propiedades elásticas, dieléctricas y electromecánicas de un material piezoeléctrico se representan como unas ecuaciones de estado acopladas en notación matricial que se pueden visualizar de cuatro maneras diferentes:

$$\begin{aligned} S &= s^E T + dE \\ D &= dT + \varepsilon^T E \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{(Forma - d)} \\ \end{array} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} S &= s^D T + gD \\ E &= -gT + \beta^T T \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{(Forma - g)} \\ \end{array} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} T &= C^E S - eE \\ D &= eS + \varepsilon^S E \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{(Forma - e)} \\ \end{array} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} T &= C^D S - hD \\ E &= -hS + \beta^S D \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{(Forma - h)} \\ \end{array} \quad (23)$$

*S: Elongación mecánica. T: Tensión mecánica.*

*D: Desplazamiento Eléctrico. E: Campo eléctrico*

El superíndice T y E denota que la constante dieléctrica ( $\varepsilon$ ) y la constante elástica (s) son medidas sobre condiciones de tensión constante y campo eléctrico constante respectivamente y T representa la tensión a la cual el material piezoeléctrico es sometido.

Una cerámica piezoeléctrica solo tiene un tipo de matriz piezoeléctrica independientemente de la simetría de los cristales constitutivos. La cerámica es inicialmente isotrópica, esta isotropía es destruida con la dirección de polarización. En la dirección perpendicular a la dirección de polarización, el material es transversalmente isotrópico. Los elementos de simetría están en un eje de rotación de orden infinito en dirección al eje de polarización, y un conjunto finito de planos paralelos al eje polar como planos de reflexión. Con todo, las matrices que describen las constantes piezoeléctricas están dadas como:

$$\begin{array}{cccccc} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(s_{11} - s_{12}) \end{array} \quad \begin{array}{cccccc} \varepsilon_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 & d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \quad (24)$$

El número de elementos independientes de esta matriz depende de la estructura cristalina del material. Una matriz característica de un material PZT policristalino polarizado tiene 10 variables independientes, mientras que una de cristal de cuarzo mono cristalina tiene 26 miembros independientes debido a su anisotropía.

Para poder describir de forma más general las ecuaciones piezoeléctricas, se necesitara definir 18 constantes piezoeléctricas para las matrices en las ecuaciones del efecto piezoeléctrico directo e inverso.

Efecto Piezoeléctrico Inverso  
(Tensión – Carga)

$$\{S\} = [s^E]\{T\} + [d^t]\{E\}$$

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{21}^E & s_{22}^E & s_{23}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{31}^E & s_{32}^E & s_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66}^E = 2(s_{11}^E - s_{12}^E) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{32} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{24} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (25)$$

Efecto Piezoeléctrico Directo  
(Deformación – Carga)

$$\{D\} = [d]\{T\} + [\varepsilon^T]\{E\}$$

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{24} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (26)$$

El efecto piezoeléctrico inverso, deformación-carga, es el que implementaremos en las simulaciones pues se emplean un potencial eléctrico sobre un electrodo de las mismas características que la empleada en las medidas de laboratorio. Este potencial generara una deformación en la cerámica que será mostrada en el apartado V.I para cada vibración evaluada.

### Contribución piezoeléctrica a la constante elástica

Los fenómenos piezoeléctricos causan un incremento en la rigidez del material. Si un material piezoeléctrico esta sujeto a una deformación  $S$ , esta deformación tendrá dos efectos en el mismo. Como primera parte este generará una tensión  $T$  al cual será proporcional a la deformación mecánica  $T_e=cS$ . [1] Como segundo efecto generará una polarización  $D=eS$ , esta polarización un campo eléctrico interno en el material  $E_p$ .

$$E_p = \frac{eS}{\varepsilon} \quad (27)$$

Este campo eléctrico, u origen piezoeléctrico, produce una fuerza en contra de la deformación de la estructura eléctrica del material, creando una tensión. Esta tensión así como la de origen elástico, esta en contra de la deformación del material. Consecuentemente la tensión como consecuencia de la deformación será:

$$T = T_e + T_p = cS + \frac{e^2}{\varepsilon}S = \left(c + \frac{e^2}{\varepsilon}\right)S = \bar{c}S \quad (28)$$

Por lo tanto, la constante  $\bar{c}$  es la constante de rigidez piezoeléctrica, la cual incluye el aumento en el valor de la constante elástica debido al efecto piezoeléctrico.

### Contribución piezoeléctrica a la constante dieléctrica

Cuanto un campo eléctrico ( $E$ ) externo es aplicado entre dos electrodos donde existe una constante dieléctrica  $\varepsilon$  en el material, un desplazamiento eléctrico es creado alrededor de esos electrodos, generando una densidad de carga superficial  $\sigma = \sigma_o + \sigma_p$ . El cual es de magnitud  $D = \varepsilon E$ . Si ese material es piezoeléctrico, el campo eléctrico  $E$  produce una deformación  $S_p = dE$ . [1] Esta deformación de origen piezoeléctrico aumenta la densidad de carga de la superficie debido la polarización del material en una cantidad dada por:  $D = eS$ . Debido a que el campo eléctrico se mantiene constante, la polarización piezoeléctrica aumenta el desplazamiento eléctrico de cargas libres alrededor del electrodo en la misma magnitud. Por tanto el desplazamiento total estará dado por:

$$D = \varepsilon E + P_p = \varepsilon E + edE = \bar{\varepsilon}E \quad (29)$$

Donde  $\bar{\varepsilon}$  es la constante dieléctrico efectiva la cual incluye la distribución piezoeléctrica.

### **III. DETERMINACIÓN DE LA MATRIZ COMPLETA DE COEFICIENTES PIEZOELÉCTRICOS**

#### **III.1 Protocolo de medición**

La determinación de los coeficientes piezoeléctricos de la matriz se realiza en base a la normativa estándar DIN EN 50324-02 [25] en la que se emplearán cerámicas previamente polarizadas y con geometrías definidas. Según este estándar, se emplean 5 geometrías de un mismo material piezoeléctrico debidamente polarizadas (que caracterizan 5 modos de vibración claramente diferenciados) en las cuales se miden las frecuencias de resonancia ( $f_r$ ) y antiresonancia ( $f_a$ ) con un analizador de impedancias, cuando éstas vibran de forma libre. A partir de cada una de ellas, se obtienen los correspondientes factores de acoplamiento ( $k$ ) mediante las ecuaciones (2, 4, 6, 8 y 10). Paralelamente, mediante cada una de las frecuencias de resonancia y antiresonancia, así como con las medidas de cada geometría (ancho, largo, espesor, radio) y la densidad del material, existen relaciones entre ellas para obtener cada uno de los coeficientes que conforman las matrices piezoeléctricas (25) a (26). Dichas relaciones las podemos obtener en el estándar comentado así como en otras publicaciones [25, 26, 27].

En la figura 13 se muestra de modo esquemático el protocolo que establece la normativa DIN EN 50324-02 para la obtención del conjunto completo de coeficientes piezoeléctricos, partiendo de las cinco geometrías estandarizadas.

En los siguientes apartados mostraremos el montaje experimental realizado para la obtención de las frecuencias de resonancia y antiresonancia, así como la relación matemática que existe entre éstas y todo el conjunto de coeficientes piezoeléctricos. Posteriormente, en la sección IV mostraremos los resultados obtenidos al caracterizar tres materiales piezoeléctricos distintos PIC151, PIC155 y PIC255, y compararemos los resultados con los valores dados por el fabricante.

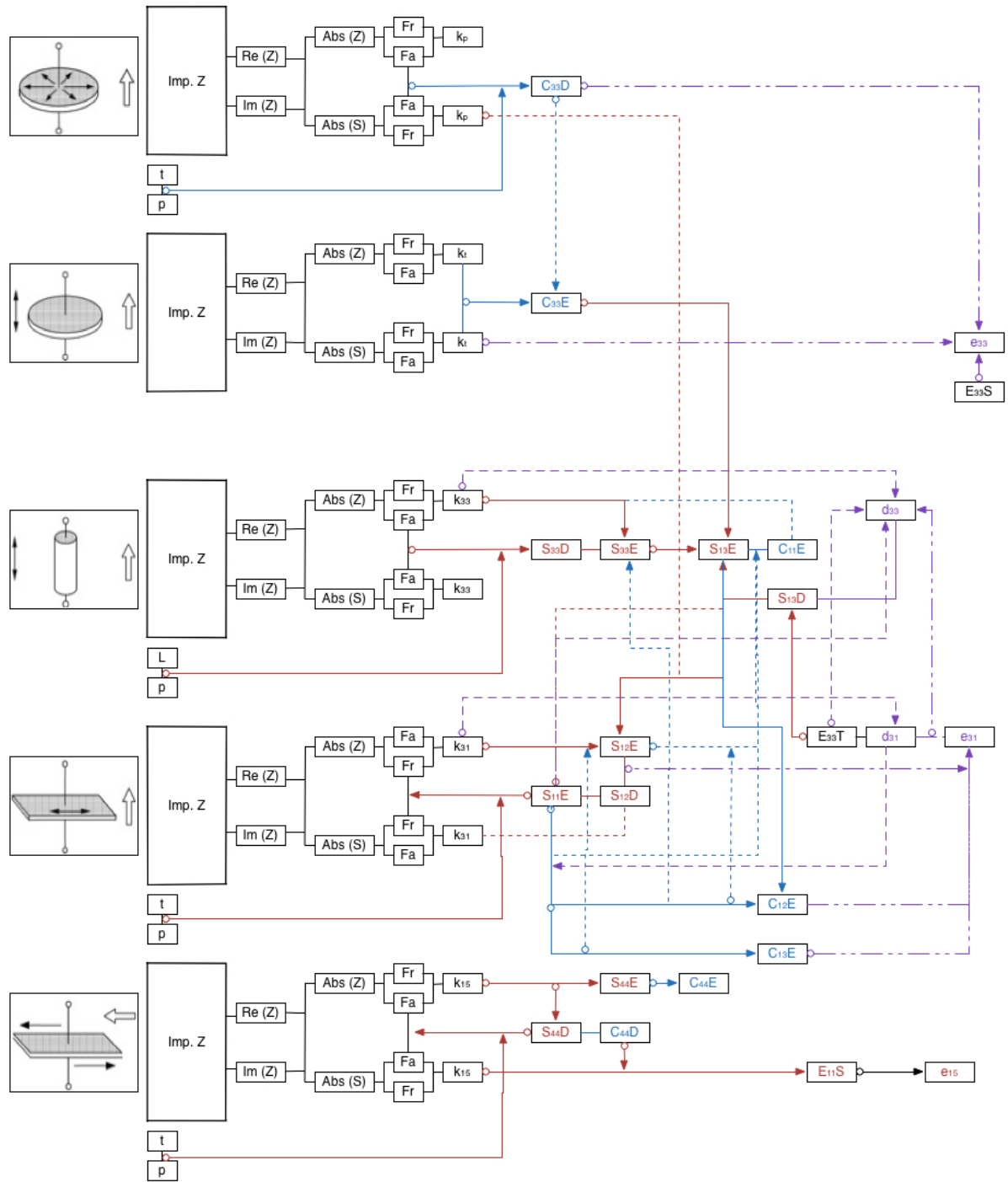


Figura 13. Método de la impedancia.  $L$  (longitud),  $\rho$  (densidad),  $t$  (espesor). Los índices en rojo, azul y violeta son los empleados en las matrices que usa COMSOL para determinar el comportamiento del material.



### III. 2 Montaje experimental

Para realizar la medición es necesario contar con un ordenador capaz de medir los resultados por medio de un analizador de impedancias. En la figura 14 se observa el esquema básico del analizador de impedancias Wayner Kerr Electronics 6500P.

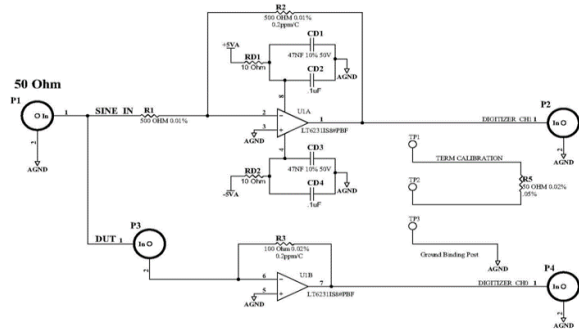
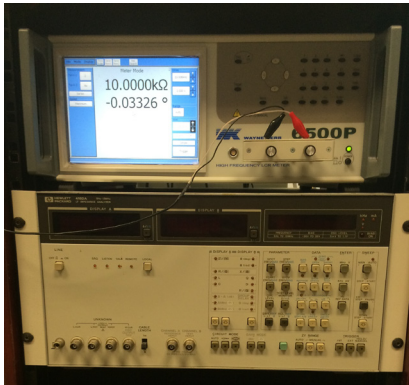


Figura 14. Esquema de medición de la impedancia de un módulo Wayne Kerr Electronics 6500P

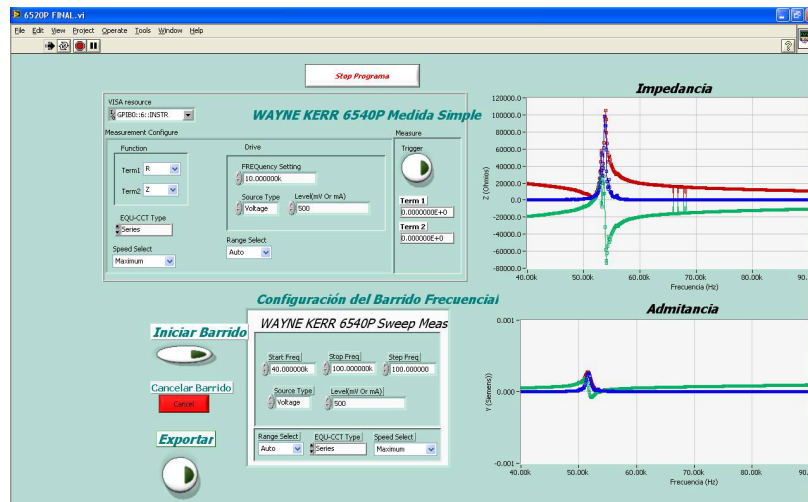


Figura 15. Software del analizador de impedancias en el laboratorio

Como complemento al analizador de impedancias, se empleó un dispositivo básico de medida que se utiliza para fijar las cerámicas piezoeléctricas y poder situar de la manera más libre posible la cerámica mientras se realizan las mediciones. Este dispositivo evita el contacto con alguna superficie que queda modificar las deformaciones presentes en cada cerámica (figura 16).

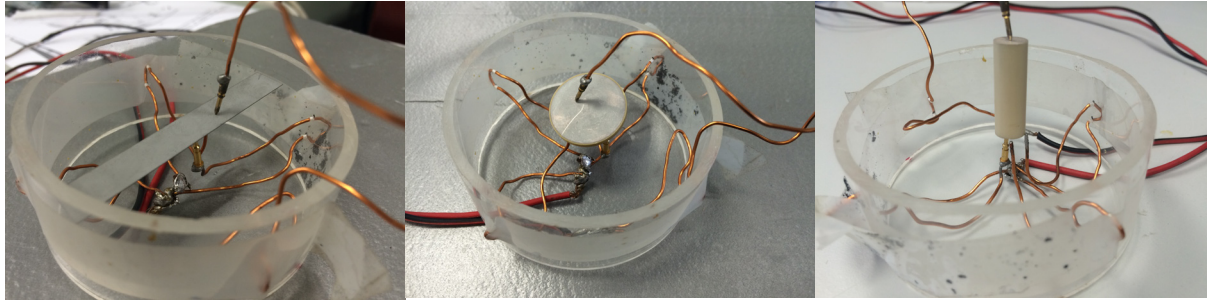


Figura 16. Dispositivo de sujeción para mediciones de cerámicas piezoeléctricas

### Medición en baja frecuencia

La constante dieléctrica en baja frecuencia ( $K = \epsilon'/\epsilon_0$ ) y las pérdidas ( $D = \epsilon''/\epsilon'$ ) de cerámicas piezoeléctricas y ferroeléctricas, se encuentran entre las más importantes propiedades de los materiales piezoeléctricos [2]. Usualmente estos parámetros son medidos con discos de electrodos con ayuda de instrumentación comerciales para ingeniería. Para buenos aislantes,  $K$  no varía mucho desde dc en ondas de micro frecuencia. En ferroeléctricos y especialmente en piezoeléctricos polarizados, existe una fuerte dependencia de  $K$  en frecuencia. En bajas frecuencias una conductividad no uniforme entrega un aumento en la polarización interfacial la cual contribuye a una eficiencia en las la constante dieléctrica y las pérdidas. Este efecto es fuertemente dependiente de la frecuencia, pero no esta intrínsecamente relacionado con los efectos ferroeléctricos o piezoeléctricos pero es frecuentemente encontrado en ferroeléctricos solo como otros pequeños imperfectos del dieléctrico.

Una importante contribución a la dependencia de la frecuencia de la capacitancia de cerámicas ferroeléctricas polarizadas es hecha por el efecto piezoeléctrico. La medición convencional a 1 kHz consigue una constante dieléctrica ( $K^T$ ) libre la cual incluye un componente piezoeléctrico.  $K^T$  Es para la mayoría aunque no para todas las cerámicas, un mayor  $K$  se encuentra en las cerámicas no polarizadas. Por encima de todo se encuentra la frecuencia de resonancia elástica y su mayor armónico, y se puede observar la constante  $K^S$ . Aquí en la región de resonancia, la capacitancia eléctrica es sobrecargada por la admitancia de la parte mecánica del circuito equivalente (Figura 17).

Una comparación entre la constante dieléctrica sin y con carga podría ser un buen inicio para medidas de factores de acoplo si ambas constantes dieléctricas pudiesen medirse en la misma frecuencia. Desafortunadamente, una efectiva sujeción de para una constante piezoeléctrica es imposible debido al poco espesor de una cerámica disco. Con un disco de 1 mm sería

necesario realizar mediciones en frecuencias superiores a 10 kHz para conseguir una correcta medición del  $K^S$  libre de contribuciones debidas a la resonancia elástica, aunque existe una sustancial variación entre 1 kHz y 10 kHz debido a varias causas no piezoeléctricas.

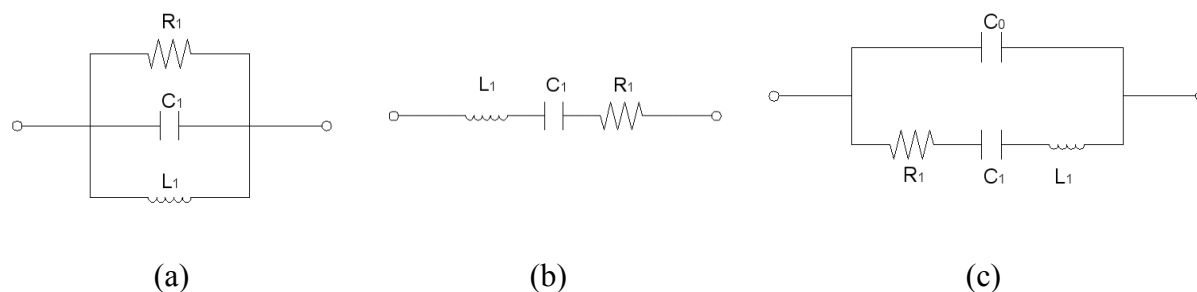


Figura 17. Circuito equivalente cerca de la frecuencia de resonancia (c), Los elementos  $L$ ,  $C$ ,  $R$  son masa, la compliancia elástica y el amortiguamiento mecánico es transformado en magnitud eléctrica debido al efecto piezoeléctrico.  $C_0$  es la capacitancia en ausencia de deformación mecánica en la frecuencia de resonancia. (a) Circuito equivalente en frecuencia de anti resonancia, (b) Circuito equivalente en frecuencia de resonancia, y (c) Circuito equivalente en los dos estados de resonancia.

En las proximidades de cada resonancia, la capacitancia medida sufre cambios violentos con frecuencia y existe una pobre relación entre la constante dieléctrica libre. La relación entre la constante dieléctrica libre y sujeta a una frecuencia dada es relacionada con la constante de acoplamiento piezoeléctrico.

### Medición en alta frecuencia

En muestras polarizadas de cerámicas piezoeléctricas, campos de alta conducción aumentan la efectividad de la constante dieléctrica, y también incremento de las pérdidas. El incremento de las pérdidas es importante ya que el calor generado eléctricamente puede dañar el conjunto del transductor o la cerámica. Los materiales pueden ser comparados por medio de las mediciones de  $K$  y  $D$  realizadas a varios niveles a frecuencias por debajo de resonancia en condiciones isotérmicas. Estas mediciones son convenientes hacerlas en 1000 Hz o cerámicas delgadas [2]. Las conexiones deben hacerse directamente con puente de Schering, sin divisores de tensión o condensadores de bloqueo. En los materiales varía ampliamente su dependencia de  $K$  y  $D$  en el campo de la conducción.

### III. 3 Cerámicas y geometrías empleadas

Para el desarrollo de este proyecto se emplearan materiales de la compañía PIC Ceramic, específicamente PIC 151, PIC 155 y PIC 255. Estos materiales están basadas en una modificación del Titanato Zirconato de Plomo (PZT) y el titanato de bario. Las propiedades de los materiales están clasificadas de acuerdo al estándar europeo DIN EN 50324 pero, de forma adicional, una serie de modificaciones han sido adaptadas según la variedad de la aplicación. Las propiedades y características generales se muestran en la tabla 2. Estos valores son los entregados por el fabricante de las cerámicas.

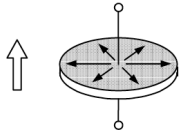
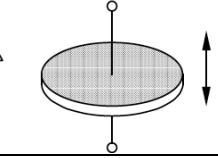
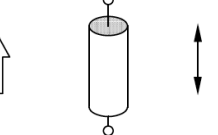
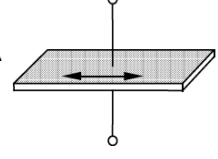
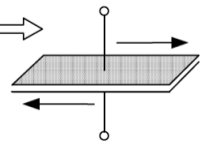
| Geometría Disco   | Frecuencia de resonancia [kHz]  |   |   |
|---|---|---|---|
|   | PIC 151   | PIC 155   | PIC 255   |
|    | $k_p$ : 0,663<br>$N_p$ :1915<br>Diámetro: 25 mm<br>Espesor: 2 mm<br>Fr: 79,92 kHz                   | $k_p$ : 0,588<br>$N_p$ :1998<br>Diámetro: 25 mm<br>Espesor: 2 mm<br>Fr: 79,92 kHz                   | $k_p$ : 0,620<br>$N_p$ :2000<br>Diámetro: 20 mm<br>Espesor: 2 mm<br>Fr: 100 kHz                     |
|   | $k_t$ : 0,528<br>$N_t$ :2118<br>Diámetro: 25 mm<br>Espesor: 2 mm<br>Fa: 1,059 MHz                   | $k_t$ : 0,480<br>$N_t$ :2154<br>Diámetro: 25 mm<br>Espesor: 2 mm<br>Fa: 1,077 MHz                   | $k_t$ : 0,441<br>$N_t$ :2118<br>Diámetro: 25 mm<br>Espesor: 2 mm<br>Fa: 1 MHz                       |
|  | $K_{33}$ : 0,697<br>$N_{33}$ :1817<br>Diametro: 10 mm<br>Espesor: 3 mm<br>Fa: 181,70 kHz            | $K_{33}$ : 0,657<br>$N_{33}$ :1784<br>Diametro: 26 mm<br>Espesor: 9 mm<br>Fa: 68,61 kHz             | $K_{33}$ : 0,691<br>$N_{33}$ :1710<br>Diametro: 3 mm<br>Espesor: 7,1 mm<br>Fa: 240,84 kHz           |
|  | $K_{31}$ : 0,382<br>$N_{31}$ :1384<br>Largo: 25 mm<br>Ancho: 5 mm<br>Espesor: 1 mm<br>Fa: 55,36 kHz | $K_{31}$ : 0,348<br>$N_{31}$ :1412<br>Largo: 25 mm<br>Ancho: 4 mm<br>Espesor: 2 mm<br>Fa: 56,48 kHz | $K_{31}$ : 0,351<br>$N_{31}$ :1420<br>Largo: 20 mm<br>Ancho: 3 mm<br>Espesor: 1 mm<br>Fa: 71,00 kHz |
|  | -   | -   | $K_{15}$ : 0,661<br>$N_{15}$ :1125<br>Largo: 7 mm<br>Ancho: 6 mm<br>Espesor: 0.75 mm<br>Fa:1,5 MHz  |

Tabla 2. Frecuencias de resonancia dependientes de la geometría para cada material piezoeléctrico según valores de fabricante.

En el apartado V de resultados, se mostraran los valores obtenidos en los distintos coeficientes utilizando el método de la resonancia, y lo se compararán con los valores esperados de fabricante y los hallados mediante simulaciones numéricas.

### III. 4 Obtención de las frecuencias de resonancia

La frecuencia de resonancia y anti resonancia se obtiene con claridad a partir del modulo de la impedancia y su fase caracterizadas de manera eficaz con el método del análisis de la impedancia cumpliendo con la normativa internacional. Los Cuerpos elásticos (cerámica) mueven numerosas resonancias donde la más pronunciada ocurre cuando el cuerpo cerámico se puede acomodar a media longitud de onda. El efecto piezoeléctrico es un camino conveniente para excitar cada onda elástica y permitir observar la interacción entre la resonancia mecánica con el comportamiento eléctrico. Esto se muestra de manera clara en el circuito equivalente idealizado mostrado en la figura 14c, donde el valor de  $L$  y  $C_1$  son tales que la frecuencia de resonancia  $f_r$ , las impedancias  $2\pi f_r C_1$  y  $-1/2\pi f_r C_1$  están en oposición de signo pero igual en magnitud, y la impedancia total solo se da por la resonancia mecánica  $R$ , la cual es bastante mas pequeña. Este componente mecánico esta sin embargo, en paralelo con la capacitancia eléctrica  $C_0$ . La frecuencia de mínima impedancia o resonancia,  $f_r$  es la de una onda estacionaria en condiciones de máximo desplazamiento. Para frecuencias por debajo de  $f_r$  el componente mecánico viene inductivo. Cuando las impedancias en serie de este componente vienen opuestas e igual a la impedancia de  $C_0$ , la impedancia del cristal alcanza un máximo desde el flujo de corriente en las dos componentes. Esta condición de resonancia paralela, no obstante, presenta carga constante en el cristal. La frecuencia de máxima impedancia o anti resonancia  $f_a$ , esta por lo tanto como una onda estacionaria en condiciones de circuito abierto [17]. La relación entre la frecuencia de resonancia o anti resonancia y la compliancia elástica estará dada por:

$$2f_r \cdot l = \frac{1}{\sqrt{\rho s^E}}; \quad 2f_r \cdot l = \frac{1}{\sqrt{\rho s^D}} \quad (30)$$

Donde  $l$  son las dimensiones controladas y  $\rho$  es la densidad. Si se combinan las ecuaciones (34 – 38) con la anterior ecuación (42) se puede deducir que las frecuencias de resonancia y anti resonancia deberán estar relacionadas por una ecuación de la siguiente forma:

$$\frac{f_a^2 - f_r^2}{f_a^2} = p \frac{s^E - s^D}{s^E} = pk^2 = \frac{c_1}{c_0 + c_1} \quad (31)$$

Un adimensional factor de forma  $p$  debe ser insertado dado que una no uniforme distribución de amplitud y resonancia actúa ya sea como corto circuito o circuito abierto. En una resonancia unidimensional  $p$  tiene el valor de Este toma otro valor  $8/\pi^2 \approx 0.80$  para otras tipo de formas de cerámica. La influencia de la resistencia en serie  $R$  sobre las frecuencias de

resonancia y anti resonancia pueden ser ignorados. Para modos piezoeléctricos robustos ( $k = 0.3$ ), y un razonable factor de disipación mecánica bajo ( $D_M = 1/Q_M < 0.02$ ) [17] estos efectos pueden ser despreciados. Existen, sin embargo, otras limitaciones en relación con la variación del circuito equivalente y la ecuación (43) que son inconvenientes a tener en cuenta para  $k > 0.4$ . La cerámica mas llamativa para llevar este tipo de mediciones con resultados bastante confiables son aquellas que presentar forma de disco, debido a que en esta es fácilmente preparada y muestra con gran fuerza los modos excitados (figura 15). El producto de la frecuencia de resonancia  $f_r$  y el diámetro del disco ( $d$ ) puede ser denominada frecuencia constante del disco y se puede tomar como una constante característica del material. Esta depende principalmente de la compliancia  $s_{11}^E$  y ligeramente el radio de Poisson  $\sigma$ .

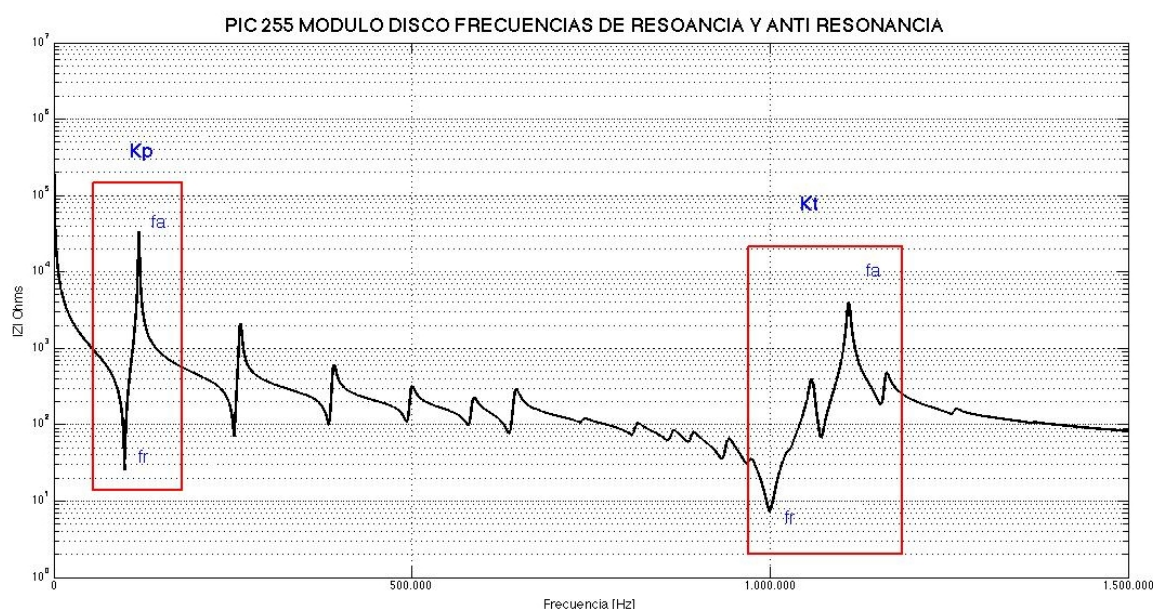


Figura 18. Módulo de la impedancia por una cerámica PIC 255 en forma de disco. Se pueden apreciar en los rectángulos rojos las frecuencias de resonancia para el modo radial ( $kp$ ) y modo espesor ( $kt$ ).

La forma práctica de obtener la frecuencia de resonancia radial de un disco piezoeléctrico, basta simplemente con conectar la salida de un generador de onda a un amperímetro y tomar la frecuencia a la cual la corriente es máxima desde el ajuste del generador. La frecuencia de anti resonancia ocurre cuando la corriente es mínima. El generador de señales debe tener un muy baja distorsión en baja frecuencia para realizar mediciones de resonancia y anti resonancia con precisión. Sin embargo la normativa ANSI-IEEE Standar 176-1987, sugiere como un método fiable el uso del método del análisis de impedancia por medio de un analizador de impedancia haciendo uso del circuito equivalente (figura 17 - C).

### III. 5 Obtención de las componentes de la matriz

Después de realizar las pertinentes medidas de impedancia para hallar las frecuencias de resonancia y antiresonancia que caracterizan a los materiales y geometrías ya mencionados, y que se muestran en la tabla 2, es necesario calcular aquellos valores que representan la matriz característica de un material [17].

Existe una relación directa entre la frecuencia de resonancia, antiresonancia y la geometría de las cerámicas con algunos de los coeficientes de las matrices:

$$s_{11}^E = \frac{1}{4\rho f_{31A}^2 t_{31}^2} \quad (32) \qquad s_{33}^D = \frac{1}{4\rho f_{33A}^2 l_{33}^2} \quad (33)$$

$$s_{44}^D = \frac{1}{4\rho f_{15A}^2 t_{15}^2} \quad (34) \qquad c_{33}^D = \frac{1}{4\rho f_{PA}^2 t_P^2} \quad (35)$$

Donde:

- $f_{31A}$  : frecuencia de antiresonancia para el modo transversal.
- $f_{33A}$  : frecuencia de antiresonancia para el modo longitudinal.
- $f_{15A}$  : frecuencia de antiresonancia para el modo cizalla.
- $f_{PA}$  : frecuencia de antiresonancia para el modo radial del disco.
- $t_{31}$  : espesor de la placa.
- $l_{33}$  : largo del cilindro.
- $t_P$  : espesor del disco.
- $t_{15}$  : espesor de la placa.
- $\rho$ : densidad del material.

Los factores de acoplamiento ( $k$ ) se relacionan con las constantes elásticas en circuito abierto y cerrado de la forma:

$$s_{44}^D = s_{44}^E(1 - k_{15}^2) \quad (36) \qquad s_{33}^D = s_{33}^E(1 - k_{33}^2) \quad (37)$$

$$s_{11}^D = s_{11}^E(1 - k_{31}^2) \quad (38) \qquad s_{12}^D = s_{12}^E(1 - k_{31}^2 s_{11}^E) \quad (39)$$

$$c_{33}^E = c_{33}^D(1 - k_t^2) \quad (40)$$

Las características de la matriz que faltan se pueden calcular de acuerdo a la propuesta por el esquema de Helke [17]:

$$\varepsilon_{33}^S = \varepsilon_{33}^T [(1 - k_t^2)(1 - k_p^2)] \quad (41) \quad \varepsilon_{11}^S = \varepsilon_{11}^T (1 - k_{15}^2) \quad (42)$$

$$\beta_{33}^T = \frac{1}{\varepsilon_{33}^T} \quad (43) \quad \beta_{11}^T = \frac{1}{\varepsilon_{11}^T} \quad (44)$$

$$\beta_{33}^S = \frac{1}{\varepsilon_{33}^S} \quad (45) \quad \beta_{11}^S = \frac{1}{\varepsilon_{11}^S} \quad (46)$$

$$c_{44}^D = \frac{1}{s_{44}^D} \quad (47) \quad s_{44}^E = \frac{s_{44}^D}{1 - k_{15}^2} \quad (48)$$

$$c_{44}^E = \frac{1}{s_{44}^E} \quad (49) \quad s_{12}^E = -s_{11}^E \left(1 - \frac{2k_{31}^2}{k_p^2}\right) \quad (50) \quad s_{11}^D = s_{11}^E (1 - k_{31}^2) \quad (51)$$

$$s_{33}^E = \frac{1}{1 - k_{33}^2} \quad (52) \quad c_{33}^E = c_{33}^D (1 - k_t^2) \quad (53) \quad s_{33}^E = \frac{1}{1 - k_{33}^2} \quad (54)$$

$$s_{13}^E = -\sqrt{\frac{1}{2} \left[ s_{33}^E (s_{11}^E + s_{13}^E) - \frac{s_{11}^E + s_{12}^E}{c_{33}^E} \right]} \quad (55) \quad s_{66}^E = 2(s_{11}^E - s_{12}^E) \quad (56) \quad s_{66}^D = 2(s_{11}^D - s_{12}^D) \quad (57)$$

$$d_{31} = -k_{31} \sqrt{\varepsilon_{33}^T s_{11}^E} \quad (56) \quad d_{33} = k_{33} \sqrt{\varepsilon_{33}^T s_{33}^E} \quad (57) \quad d_{15} = k_{15} \sqrt{\varepsilon_{11}^T s_{44}^E} \quad (58)$$

$$g_{31} = \frac{d_{31}}{\varepsilon_{33}^T} \quad (58) \quad g_{33} = \frac{d_{33}}{\varepsilon_{33}^T} \quad (59) \quad g_{31} = \frac{d_{15}}{\varepsilon_{11}^T} \quad (60)$$

$$s_{13}^D = s_{13}^E - \frac{d_{31} d_{33}}{\varepsilon_{33}^T} \quad (61) \quad c_{11}^E = \frac{(s_{11}^E s_{33}^E - s_{13}^E)^2}{(s_{11}^E - s_{12}^E) [s_{33}^E (s_{11}^E + s_{12}^E) - 2s_{13}^E]} \quad (62)$$

$$c_{12}^E = \frac{(s_{13}^E - s_{12}^E s_{33}^E)}{(s_{11}^E - s_{12}^E) [s_{33}^E (s_{11}^E + s_{12}^E) - 2s_{13}^E]} \quad (63) \quad c_{13}^E = \frac{-s_{13}^E}{s_{33}^E (s_{11}^E + s_{12}^E) - 2s_{13}^E} \quad (64)$$

$$c_{66}^E = \frac{c_{11}^E - c_{12}^E}{2} \quad (65) \quad c_{11}^D = \frac{(s_{11}^D s_{33}^D - s_{13}^D)^2}{(s_{11}^D - s_{12}^D) [s_{33}^D (s_{11}^D + s_{12}^D) - 2s_{13}^D]} \quad (66)$$

$$c_{12}^D = \frac{(s_{13}^D - s_{12}^D s_{33}^D)}{(s_{11}^D - s_{12}^D) [s_{33}^D (s_{11}^D + s_{12}^D) - 2s_{13}^D]} \quad (67) \quad c_{13}^D = \frac{-s_{13}^D}{s_{33}^D (s_{11}^D + s_{12}^D) - 2s_{13}^D} \quad (68)$$

$$c_{66}^D = \frac{c_{11}^D - c_{12}^D}{2} \quad (69)$$

$$e_{31} = d_{31} (c_{11}^E + c_{12}^E) + d_{33} c_{13}^E \quad (70) \quad e_{33} = k_t \sqrt{\varepsilon_{33}^S c_{33}^D} \quad (71) \quad e_{15} = k_t \sqrt{\varepsilon_{11}^S c_{44}^D} \quad (72)$$

$$h_{31} = \frac{e_{31}}{\varepsilon_{33}^S} \quad (73) \quad h_{33} = \frac{e_{33}}{\varepsilon_{33}^S} \quad (74) \quad h_{15} = \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}^S} \quad (75)$$

Dada las relaciones de simetría que existe entre las matrices, se pueden adicionar los siguientes elementos [17]:



$$\begin{aligned}
 c_{21}^E &= c_{12}^E & c_{22}^E &= c_{11}^E & c_{31}^E &= c_{13}^E & c_{32}^E &= c_{13}^E \\
 c_{23}^E &= c_{13}^E & c_{55}^E &= c_{44}^E & c_{21}^D &= c_{12}^D & c_{22}^D &= c_{11}^D \\
 c_{31}^D &= c_{13}^D & c_{32}^D &= c_{13}^D & c_{23}^D &= c_{13}^D & c_{55}^D &= c_{44}^D
 \end{aligned}$$

(76)

$$\begin{aligned}
 s_{21}^E &= s_{12}^E & s_{22}^E &= s_{11}^E & s_{31}^E &= s_{13}^E & s_{32}^E &= s_{13}^E \\
 s_{23}^E &= s_{13}^E & s_{55}^E &= s_{44}^E & s_{21}^D &= s_{12}^D & s_{22}^D &= s_{11}^D \\
 s_{31}^D &= s_{13}^D & s_{32}^D &= s_{13}^{1D} & s_{23}^D &= s_{13}^D & s_{55}^D &= s_{44}^D
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d_{24} &= d_{15} & d_{32} &= d_{31} & g_{24} &= g_{15} & g_{32} &= g_{31} \\
 e_{24} &= e_{15} & e_{32} &= e_{31} & h_{24} &= h_{15} & h_{32} &= h_{31} \\
 \varepsilon_{22}^T &= \varepsilon_{11}^T & \varepsilon_{22}^S &= \varepsilon_{11}^S
 \end{aligned}$$

Con las ecuaciones anteriores se pueden calcular 12 elementos de la matriz de propiedades, sin embargo sólo 10 son independientes entre sí. Para definir una matriz de propiedades coherentes se debe cumplir las siguientes condiciones [17]:

$$c^E = \frac{1}{s^E} \quad (77) \qquad c^D = \frac{1}{s^D} \quad (78) \qquad \beta^T = \frac{1}{\varepsilon^T} \quad (79)$$

$$\beta^S = \frac{1}{\varepsilon^S} \quad (80) \qquad d = g\varepsilon^T = es^E \quad (81) \qquad e = h\varepsilon^S = dc^E \quad (82)$$

$$g = d\beta^T = hs^D \quad (83) \qquad h = e\beta^S = gc^D \quad (84) \qquad Y = \frac{1}{s} \quad (85)$$

Los componentes con los más altos errores debido a la inversión de la matriz son:  $s_{13}$ ,  $c_{13}$ ,  $s_{12}$  y  $c_{12}$  [17]. Por ello, en rigor, la obtención del conjunto completo de coeficientes de las matrices piezoeléctricas necesita de un algoritmo de minimización del error de las expresiones anteriores (41) a (85) que excede del contenido de un trabajo de Trabajo Fin de Máster. Aun así, el método que seguido anteriormente es válido para obtener los valores generales.

### III. 6 Obtención de la velocidad del sonido en modo espesor con eco-impulso

Aunque la velocidad del sonido en la cerámica puede ser estimada, para cada modo de vibración, según las ecuaciones (90) a (92) del Apartado X.X, hemos contrastado dichos resultados mediante una medida directa de la velocidad del sonido en el caso de las cerámicas tipo disco en modo espesor. Para ello se ha utilizado la técnica del eco-impulso. Esta técnica consiste en la medición de la diferencia de tiempos ( $\Delta t$ ) entre cada uno de los ecos que se reciben al emitir en la superficie de una muestra planoparalela cada uno de los impulsos emitidos. Con ello, y conociendo el espesor de la muestra ( $d$ ), podemos obtener la velocidad de propagación en dicho medio mediante la expresión:  $v = 2d/\Delta t$ .

En la Figura 19 se muestra una de las señales registradas con un osciloscopio para el caso de la cerámica disco PIC255. En este caso, se ha registrado a partir del segundo pico, para evitar interferencias de la señal enviada.

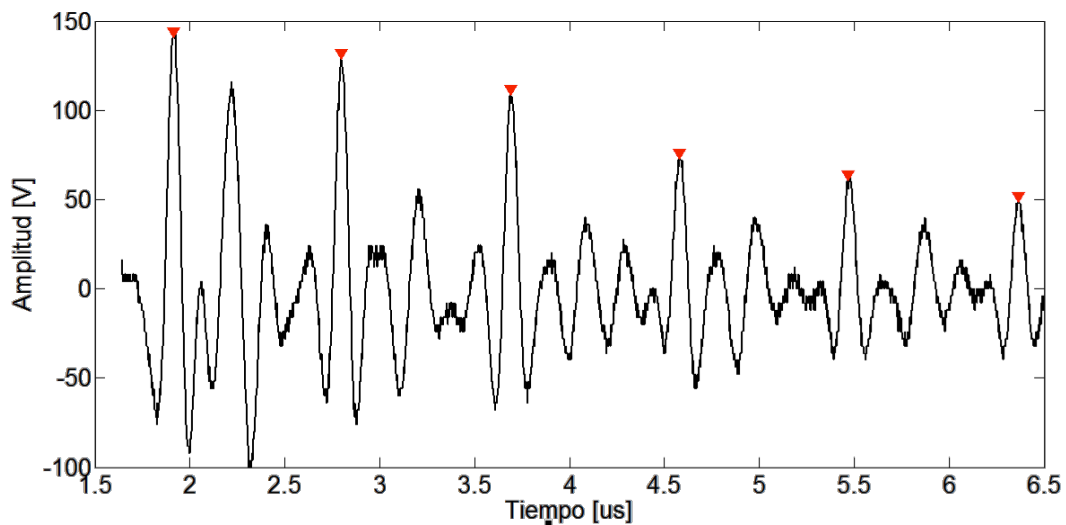


Figura 19. Medida de eco-impulso para obtener la velocidad del sonido en las cerámicas modo espesor.

#### IV. SIMULACIÓN DE CERÁMICAS PIEZOELÉCTRICAS

La simulación de cerámicas piezoeléctricas conlleva una metodología cronológica que se debe cumplir para realizar de manera correcta el análisis de los resultados presentados por COMSOL. Estos procesos son independientes unos de otros por lo que se debe prestar a todo tipo de detalles según la etapa a desarrollar.

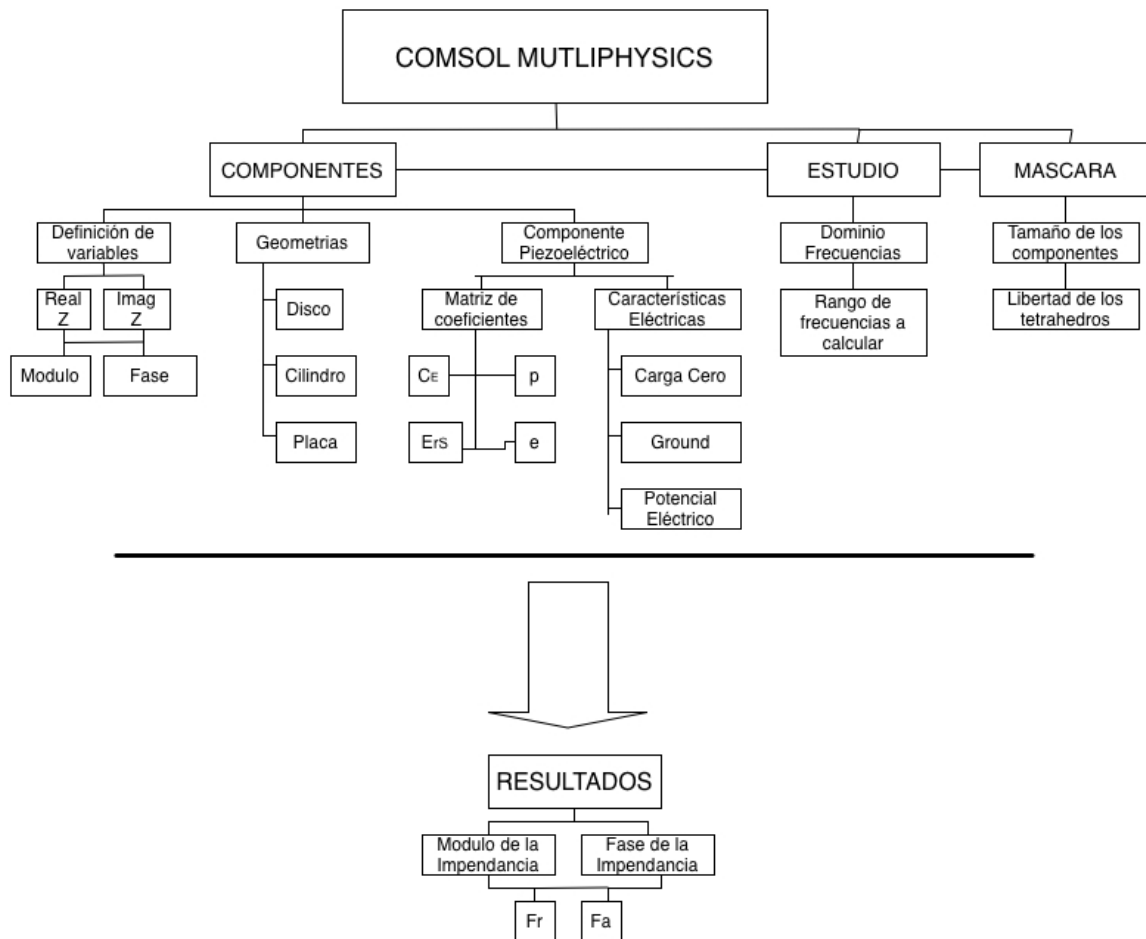


Figura 20. Diagrama de bloques del proceso de simulación para cerámicas piezoeléctricas.  $C_E$  (coeficientes de la matriz de elasticidad),  $p$  (densidad del material),  $Er_S$  (Permitividad),  $e$  (Constantes dieléctricas)

En la gráfica 20 se muestra de manera general el modelo de simulación para cerámicas piezoeléctricas. Este esquema puede seguirse para simular cualquier tipo de cerámica agregando detalles de geometría, tamaño de malla y rango de frecuencias en que se desea realizar la simulación. Los resultados serán archivos de texto donde se almacenan valores de frecuencia, admitancia e impedancia o cualquier otra variable que se haya iniciado dentro de los componentes.

#### IV.1 Método de los elementos finitos

Introducido en 1950 en la industria aeronáutica, el método de los elementos finitos (FEM) emergió como uno de los más poderosos métodos numéricos hasta ahora ideado. Consiste en una aproximación de ecuaciones diferenciales para problemas continuos, es decir, en transformar un problema continuo en un modelo discreto aproximado para su análisis [24].

#### IV.2 Modelo de simulación COMSOL Multiphysics

COMSOL Multiphysics es una plataforma de software multipropósito, basado en métodos numéricos avanzados (método de elementos finitos), que puede modelar virtualmente una gran variedad de fenómenos físicos que se puedan describir con ecuaciones diferenciales parciales (PDE).

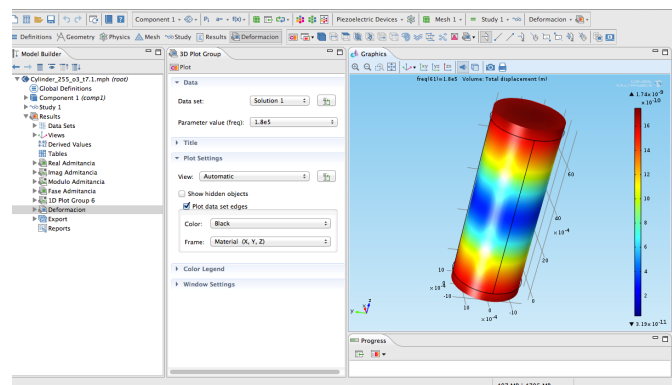


Figura 21. Interfaz gráfica COMSOL Multiphysics

Como parámetro de entrada para caracterizar los materiales piezoeléctricos, es necesario introducir los coeficientes de las matrices que relacionan lo mecánico con lo eléctrico en las ecuaciones constitutivas del efecto piezoeléctrico de la forma en que están implementadas en COMSOL.

Study 1, Frequency Domain

$$\mathbf{s} - \mathbf{S}_0 = \mathbf{c}_E : (\boldsymbol{\epsilon} - \boldsymbol{\epsilon}_0) - \mathbf{e}^T \cdot \mathbf{E}$$

$$\mathbf{D} - \mathbf{D}_f = \mathbf{e} : (\boldsymbol{\epsilon} - \boldsymbol{\epsilon}_0) + \boldsymbol{\epsilon}_S \cdot \mathbf{E}$$

*Ecuaciones constitutivas que implementa COMSOL*

Donde:

- $\mathbf{T}$  Coeficiente calculada a tensión [ $N/m^2$ ]
- $\mathbf{S}$  Deformación
- $\mathbf{D}$  Desplazamiento eléctrico [ $C/m^2$ ]

- $E$  Campo eléctrico [ $V/m$ ]
- $c^E$  Constante de rigidez elástica - campo eléctrico [ $N/m^2$ ]
- $e$  Constante piezoeléctrica [ $C/m^2$ ]
- $\varepsilon^S$  Constante de permitividad – deformación [ $F/m$ ]

Una vez calculados los coeficientes que describen el comportamiento del material, se pueden ingresar a COMSOL dentro de la matriz correspondiente. Sin embargo debido a simetrías en las matrices sólo son necesarios ciertas componentes para realizar las simulaciones:

$$c^E = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{21}^E & c_{31}^E & 0 & 0 & 0 \\ c_{12}^E & c_{22}^E & c_{32}^E & 0 & 0 & 0 \\ c_{13}^E & c_{23}^E & c_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66}^E \end{bmatrix}$$

Matriz de elasticidad

$$p = \text{densidad} [kg/m^3]$$

Densidad del material

$$e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{51} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{42} & 0 & 0 \\ e_{13} & e_{23} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriz de acoplo tensorial

$$\varepsilon_{relative}^S = \begin{bmatrix} \varepsilon_{r11}^S & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{r11}^S & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{r11}^S \end{bmatrix}$$

Matriz de permitividad

La distribución de cargas sobre las superficies de la cerámica se deben seleccionar de acuerdo al eje de polarización del material piezoeléctrico.

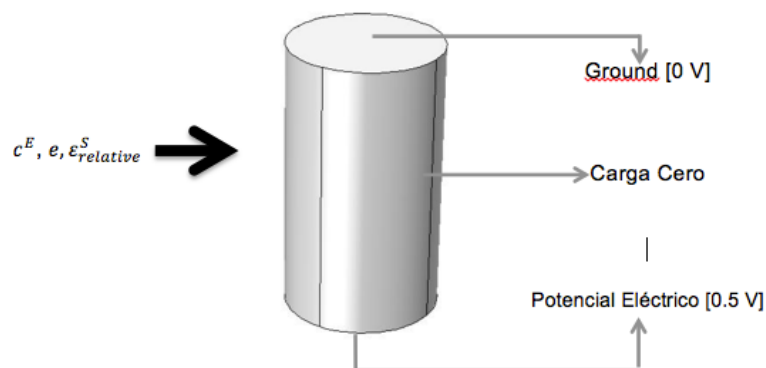



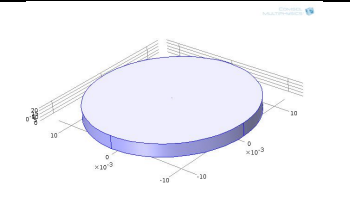
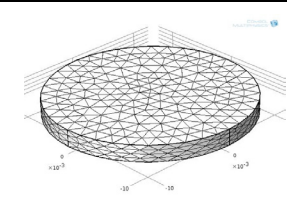

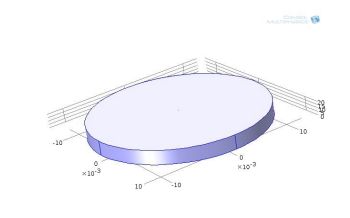
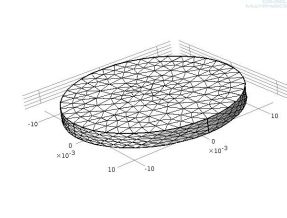

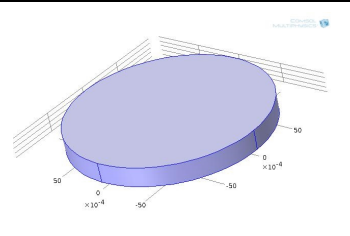
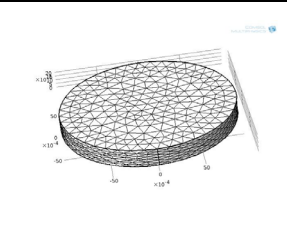
Figura 22. Características de las superficies del modelo en COMSOL


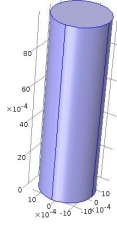
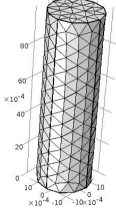

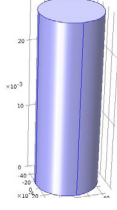
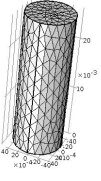
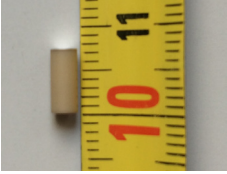
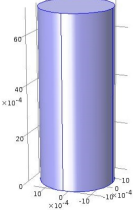
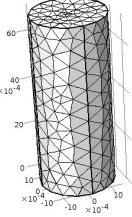
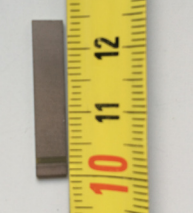
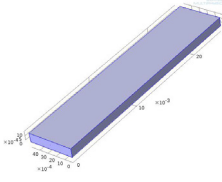
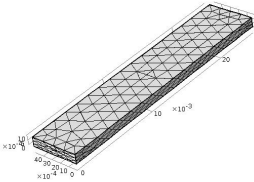
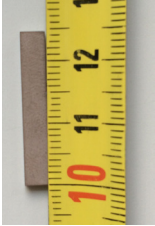
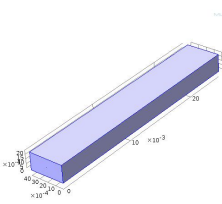
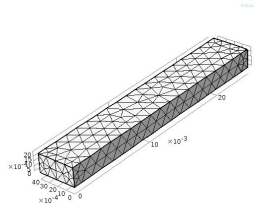
### IV. 3 Geometrías y Mallado

Las geometrías empleadas para caracterizar los coeficientes de la matriz piezoeléctrica, dependen de las dimensiones de cada uno de las cerámicas. En la siguiente tabla se muestran cada uno de las formas evaluadas en su imagen real como el modelo generado en COMSOL. Las características del mallado dependen de las dimensiones de la superficie en la cual se desea evaluar el movimiento, el mallado debe estar controlado como regla general por:

$$\Delta x = \lambda/8 \quad (86)$$

En la Tabla 3 se muestran las características de cada una de las mallas así como las dimensiones físicas de cada cerámica piezoeléctrica.

| <b>PIC 151 DISCO</b>  |   |  |                                    |                                       |
|---|---|--|------------------------------------|---------------------------------------|
| Diámetro: 20 mm    Espesor: 2 mm  |   |  | <b>Mallado (mm)</b>                |                                       |
|   |   |   | Radial<br>X: 1,5<br>Y: 1,5<br>Z: 1 | Espesor<br>X: 1,5<br>Y: 1,5<br>Z: 0,2 |
| <b>PIC 155 DISCO</b>  |   |  |                                    |                                       |
| Diámetro: 25 mm    Espesor: 2 mm  |   |  | <b>Mallado (mm)</b>                |                                       |
|  |  |  | Radial<br>X: 1,5<br>Y: 1,5<br>Z: 1 | Espesor<br>X: 1,5<br>Y: 1,5<br>Z: 0,2 |
| <b>PIC 255 DISCO</b>  |   |  |                                    |                                       |
| Diámetro: 20 mm    Espesor: 2 mm  |   |  | <b>Mallado (mm)</b>                |                                       |
|  |  |  | Radial<br>X: 1,5<br>Y: 1,5<br>Z: 1 | Espesor<br>X: 1,5<br>Y: 1,5<br>Z: 0,2 |

| <b>PIC 151 CILINDRO</b>   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| Diámetro: 3 mm    Espesor: 10 mm  |   |  | <b>Mallado (mm)</b>                        |
|    |    |    | Longitudinal<br>X: 0,8<br>Y: 0,8<br>Z: 0,3 |
| <b>PIC 155 CILINDRO</b>   |   |  |  |
| Diámetro: 9 mm    Espesor: 26 mm  |   |  | <b>Mallado (mm)</b>                        |
|    |    |    | Longitudinal<br>X: 0,8<br>Y: 0,8<br>Z: 0,3 |
| <b>PIC 255 CILINDRO</b>   |   |  |  |
| Diámetro: 3 mm    Espesor: 7,1 mm   |   |  | <b>Mallado (mm)</b>                        |
|  |  |  | Longitudinal<br>X: 0,8<br>Y: 0,8<br>Z: 0,3 |
| <b>PIC 151 PLACA</b>  |   |  |  |
| Largo: 25 mm  | Ancho: 5 mm   | Espesor: 7,1 mm  | <b>Mallado (mm)</b>                        |
|  |  |  | Transversal<br>X: 1,5<br>Y: 1,5<br>Z: 0,3  |
| <b>PIC 155 PLACA</b>  |   |  |  |
| Largo: 25 mm  | Ancho: 4 mm   | Espesor: 2 mm  | <b>Mallado (mm)</b>                        |
|  |  |  | Transversal<br>X: 1,5<br>Y: 1,5<br>Z: 0,3  |


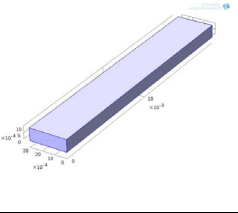
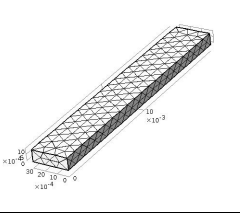
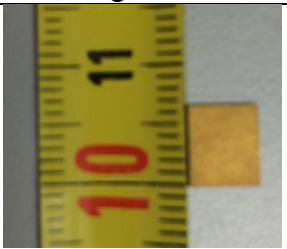
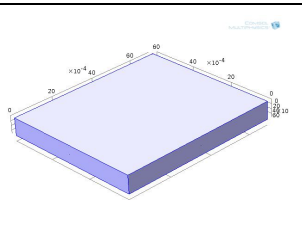
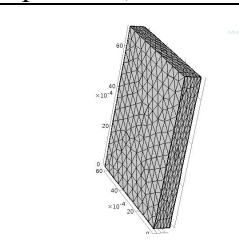
| PIC 255 PLACA   |   |  |  |
|---|---|--|--|
| Largo: 20 mm  | Ancho: 3 mm   | Espesor: 1 mm  | Mallado (mm)                             |
|  |  |  | Transversal<br>X: 1<br>Y: 1<br>Z: 0,3    |
| PIC 255 PLACA   |   |  |  |
| Largo: 7 mm   | Ancho: 6 mm   | Espesor: 0,75 mm   | Mallado (mm)                             |
|  |  |  | Cizalla<br>X: 0.75<br>Y: 0.75<br>Z: 0,15 |

Tabla 3. Medidas y gráficas de las cerámicas piezoeléctricas según el material.

#### IV.4 Pérdidas

También se deben tener en cuenta para todos los modelados, los valores de pérdidas mecánicas y eléctricas que son propias del material. Estas se rigen por las siguientes expresiones:

$$n_{cE} = \frac{1}{Q_m} \quad (87)$$

$$n_{\varepsilon S} = \tan \phi \quad (88)$$

Donde:

- $n_{cE}$  Pérdidas mecánicas.
- $Q_m$  Factor de pérdidas mecánicas (tomado del fabricante).
- $n_{\varepsilon S}$  Pérdidas dieléctricas.
- $\tan \phi$  Factor de desplazamiento dieléctrico (tomado del fabricante)



Las relaciones de las pérdidas mecánicas y dieléctricas se encuentran referenciadas en la tabla 6. Estos valores establecidos se emplean para todas las simulaciones de acuerdo al material empelado, una relación del cambio de estos factores se describirá en los apartados posteriores cuando se evalúa la influencia de las pérdidas en las frecuencias de resonancia y anti resonancia de cada geometría.

| <b>Material</b> | <b>Pérdidas Mecánicas<br/>(<math>n_{cE}</math>)</b> | <b>Pérdidas dieléctricas<br/>(<math>n_{eS}</math>)</b> |
|-----------------|---|--|
| PIC 151         | 0,0113  | 0,0157   |
| PIC 155         | 0,0125  | 0,0185   |
| PIC 255         | 0,0125  | 0,02   |

Tabla 4. Factores de pérdidas mecánicas y dieléctricas para los materiales PIC151, PIC155 y PIC255

#### IV.5 Impedancia eléctrica

De entre la amplia gama de “outputs” o variables de salida que podemos calcular en COMSOL, ninguna es exactamente la impedancia o la admitancia eléctricas. Aun así, podemos calcularla a partir de la densidad de carga superficial ( $J_n$ ) que obtiene la simulación en uno de los electrodos hacia el interior de la cerámica, y de la diferencia de potencial ( $V = 0,5 V$ ) con que la hemos excitado, mediante la siguiente expresión:

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{V}{\int_S J_n ds} \quad (89)$$

Donde  $I$  es la intensidad de corriente a través del electrodo y la integral se extiende a toda la superficie  $S$  del electrodo. Definida de esta forma, la impedancia queda como un número complejo del que podemos obtener su módulo, fase, parte real e imaginaria, y compararla directamente con las medidas experimentales, tal como hacemos en la Sección V.

## V. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y ANÁLISIS DE LAS SIMULACIONES

### V.1 Curvas de impedancia (módulo, fase, parte real e imaginaria)

El método del analizador de impedancias permite obtener de manera fiable para la mayoría de las geometrías, un valor para la frecuencia de resonancia y anti resonancia en cada material. En este apartado se comparan los resultados obtenidos para los modos de vibración radial, espesor, longitudinal, transversal y cizalla entre las medidas realizadas en el laboratorio y las simulaciones realizadas en COMSOL. Se mostraran resultados para la impedancia en su parte real, imaginaria, modulo y fase en función de la frecuencia, así como la deformación producida por la frecuencia de resonancia y anti resonancia en cada cerámica evaluada. Se presenta solo los resultados para el PIC255, esto se debe a que es el único material con todas las cerámicas necesarias para evaluar sus componentes matriciales, coeficientes  $k$  y  $N$ , pues en los demás no hay placas de vibración cizalla para realizar mediciones en estas. Los resultados para las demás cerámicas exceptuando el modo cizalla se encuentran como anexos.

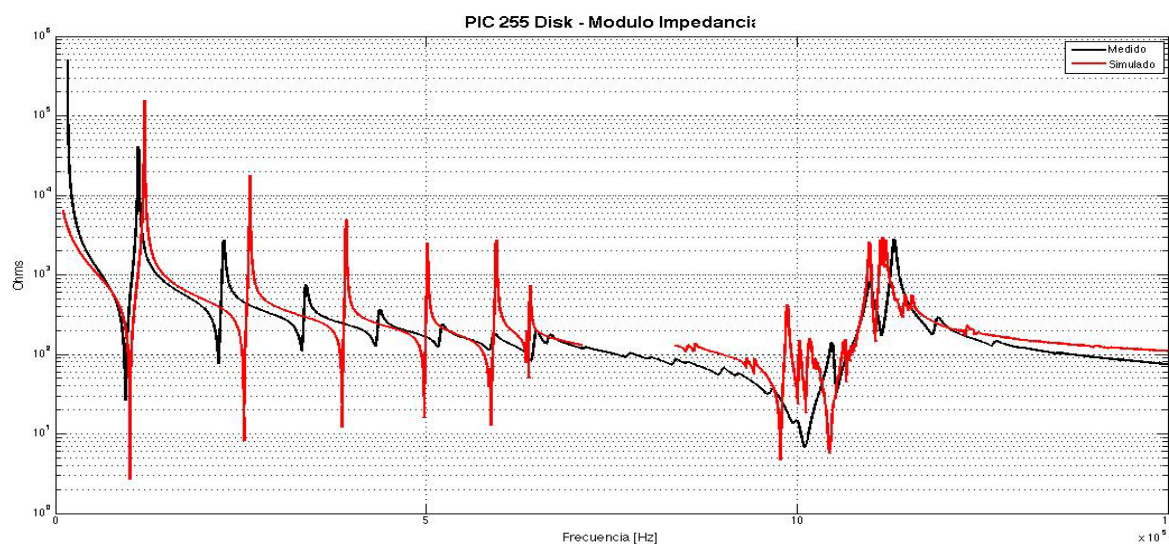


Figura 23. Valor absoluto de la Impedancia eléctrica del Disco 255. En rojo, resultados de la simulación y en negro, resultados de las medidas experimentales.

En la grafica anterior se muestra la medida realizada por el método de la impedancia contra la simulación en COMSOL para el disco PIC255.

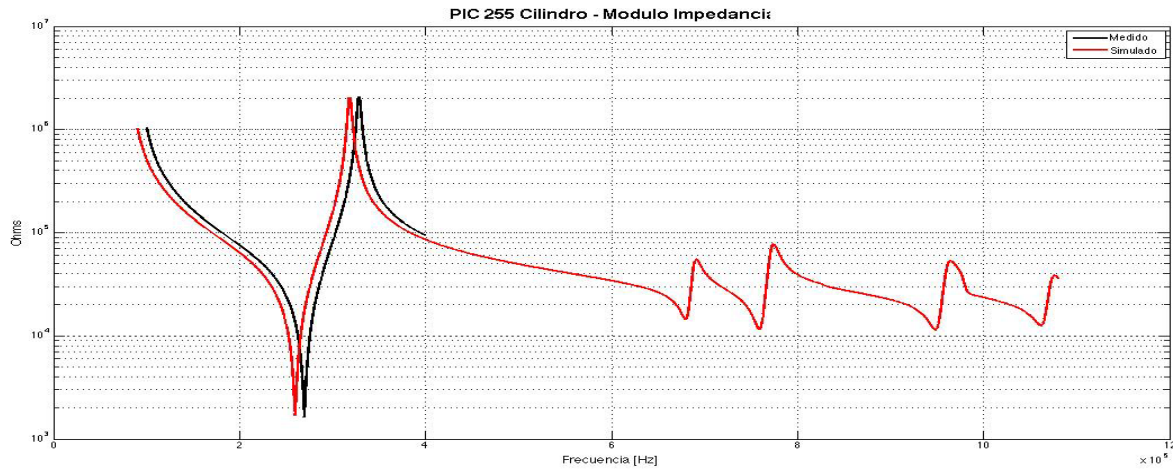


Figura 24. Módulo de la Impedancia eléctrica Cilindro 255

Para el cilindro 255 solo se evaluaron valores cercanos a la frecuencia de resonancia pues los demás modos vibratorios no aportan información importante al análisis de los coeficientes de las matrices.

En la siguiente gráfica se muestra la medida obtenida con el analizador de impedancias para la placa PIC255 contra la simulación por elementos finitos. Aunque el rango se muestra hasta 1.5 Mhz solo es relevante la información a baja frecuencia debido a la polarización de la placa que caracteriza los coeficientes 33.

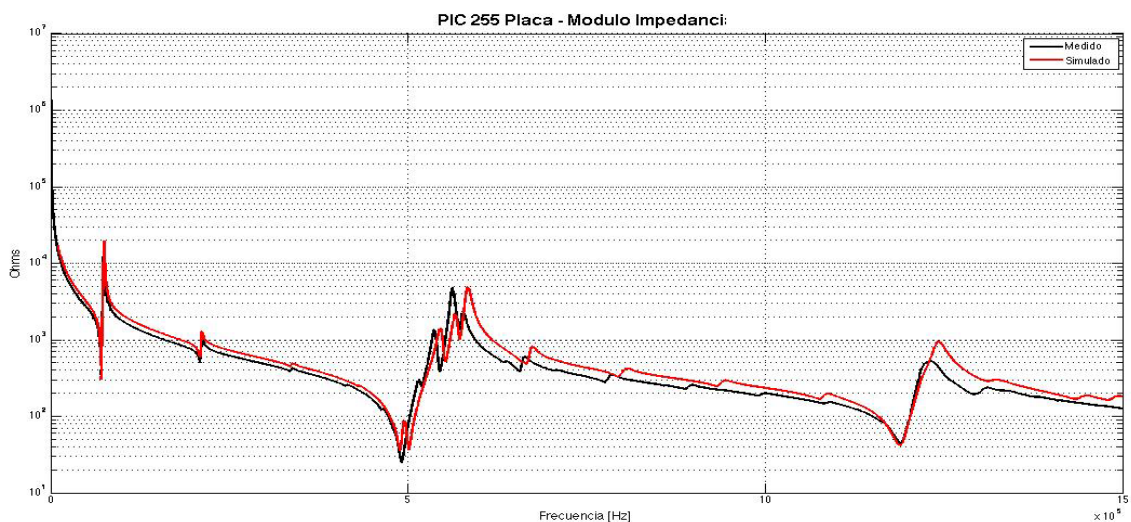
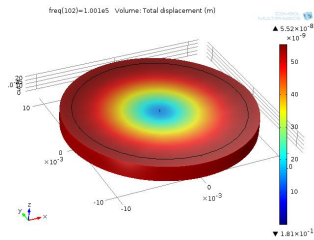


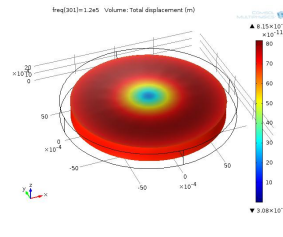
Figura 25. Módulo de la Impedancia eléctrica Placa 255

A continuación, se muestra en detalle el comportamiento de cada uno de los modos obtenidos.

### Disco PIC 255 Modo Radial



Vibración Radial en la frecuencia de resonancia



Vibración Radial en la frecuencia de anti resonancia

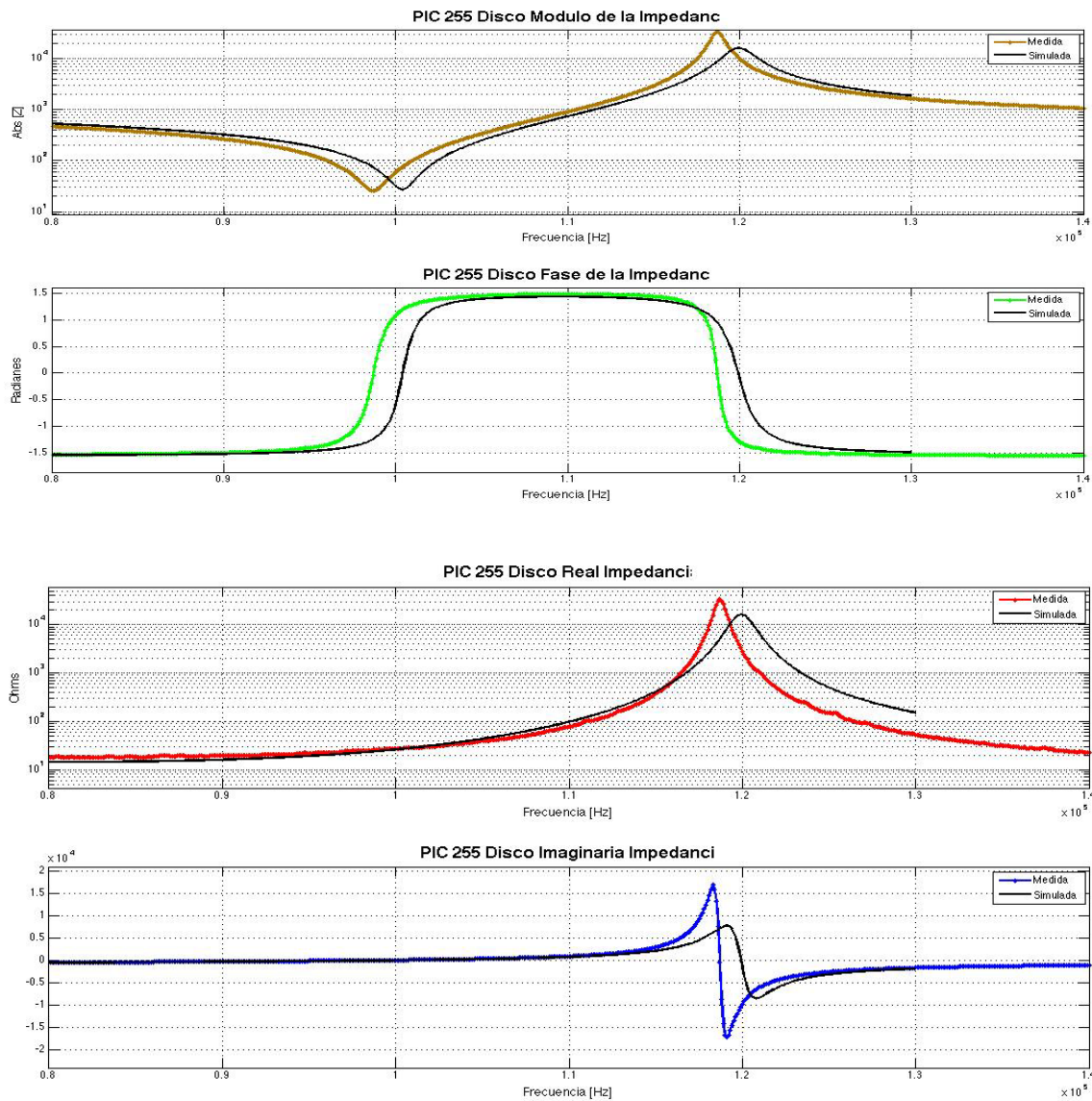
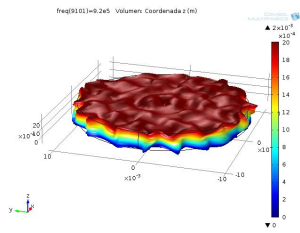


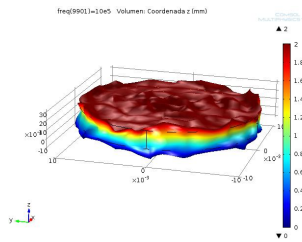
Figura 26. Arriba módulo de la impedancia (medida y simulada), abajo parte real e imaginaria de la impedancia (medido y simulado), para el modo radial

Se observa de manera clara en las gráficas de modulo y fase, la influencia de la frecuencia de resonancia y anti resonancia sobre la deformación del disco en el modo radial.

## Disco PIC 255 Modo Espesor



Vibración Espesor en la frecuencia de resonancia evaluada sobre el eje de polarización (Z)



Vibración Espesor en la frecuencia de anti resonancia evaluada sobre el eje de polarización (Z)

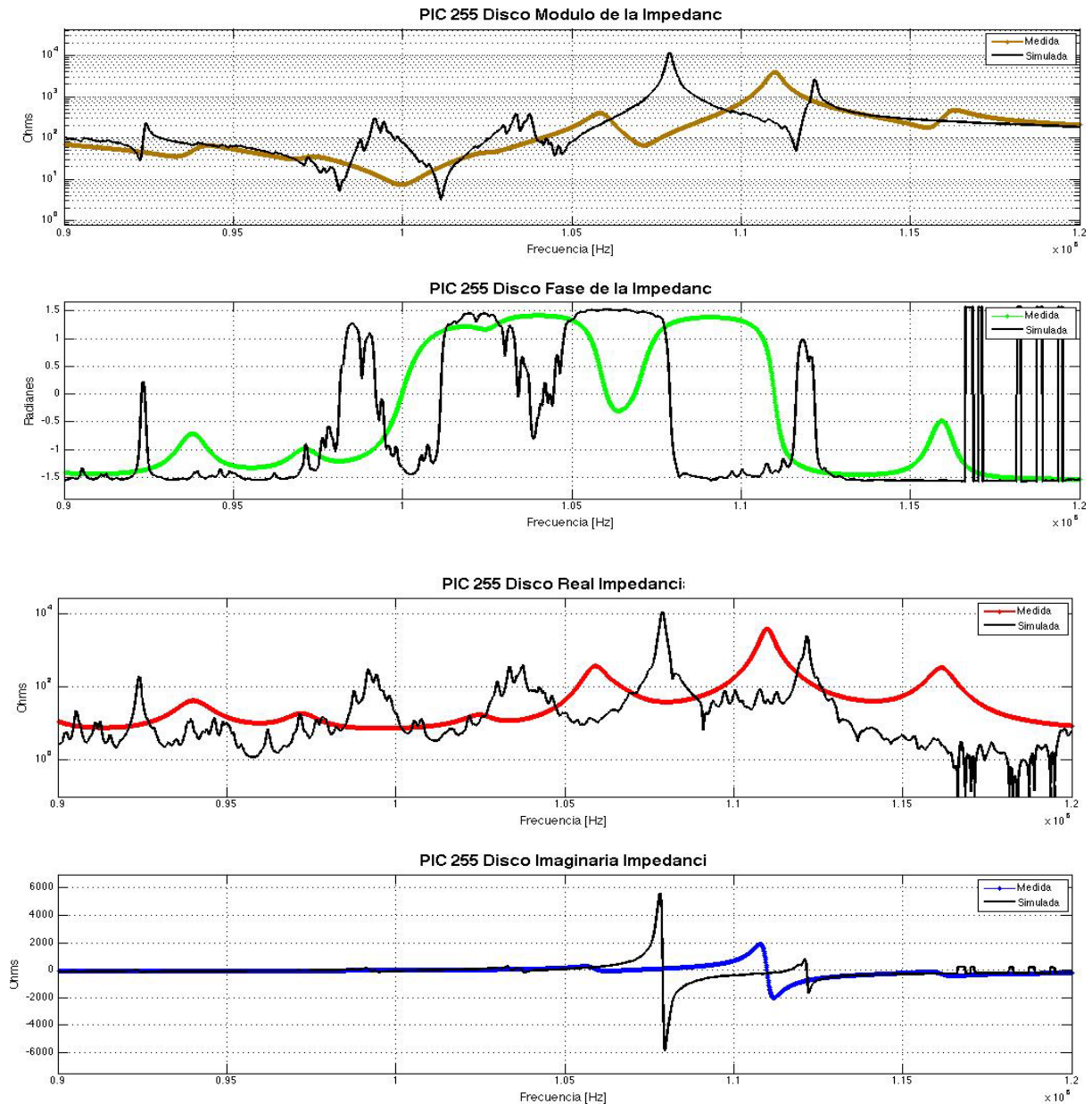


Figura 27. Arriba módulo de la impedancia (medida y simulada), abajo parte real e imaginaria de la impedancia (medido y simulado), para el modo espesor

Las vibraciones en alta frecuencia deforman de manera menos uniforme la geometría del cilindro. Estos cambios son notorios en la gráfica de la parte real de la impedancia.

### Cilindro PIC 255 Modo Longitudinal

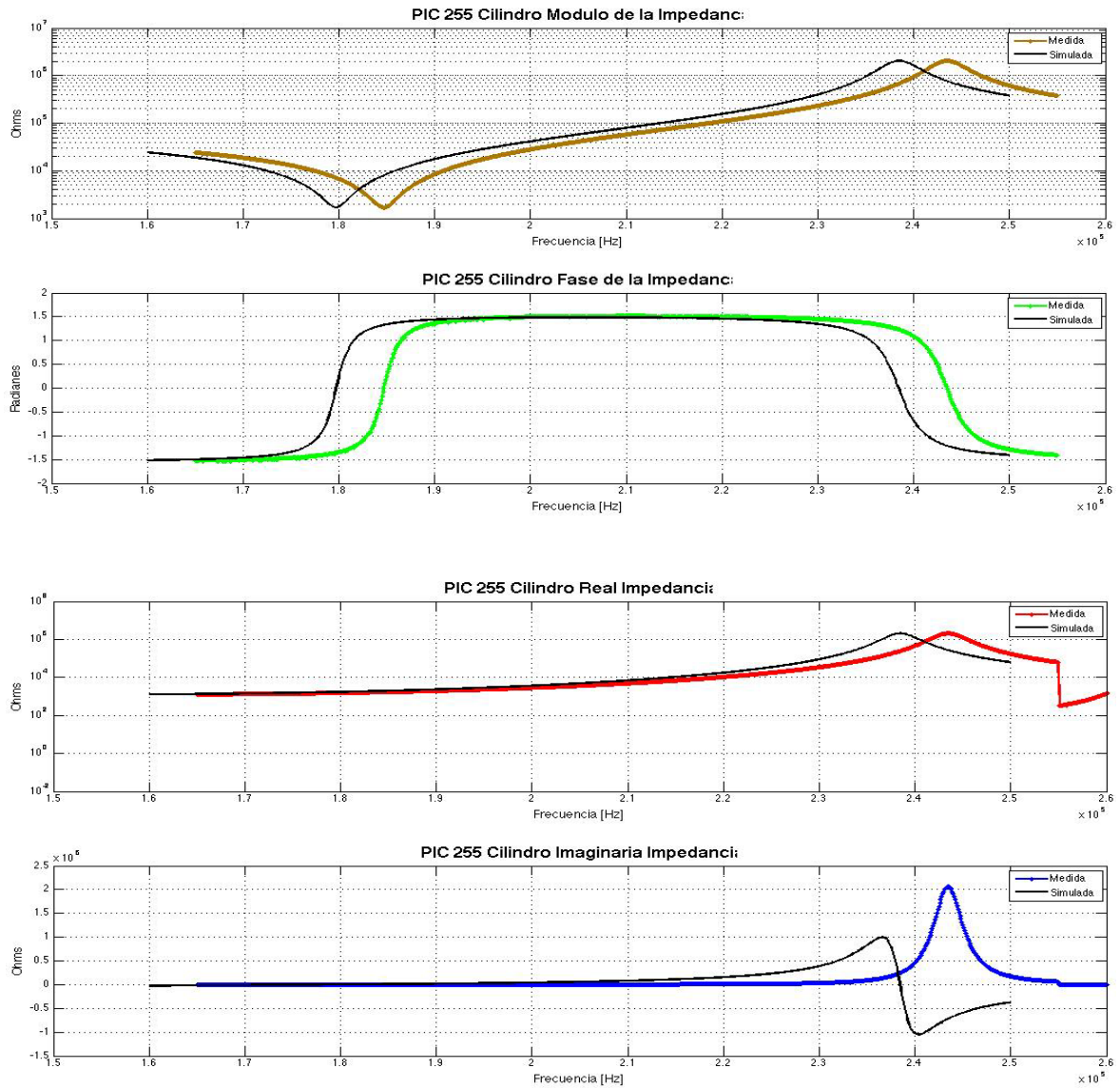
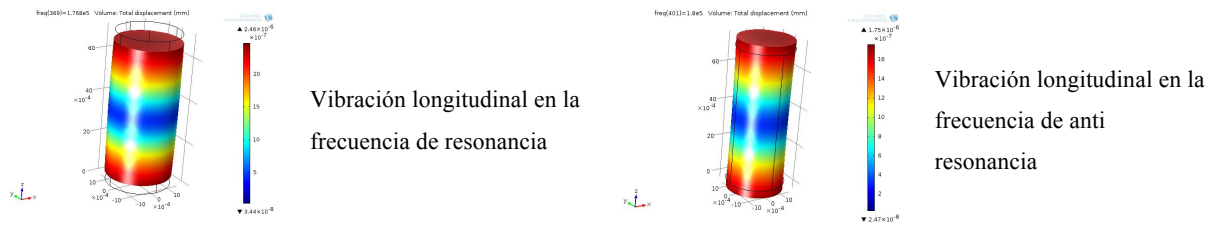
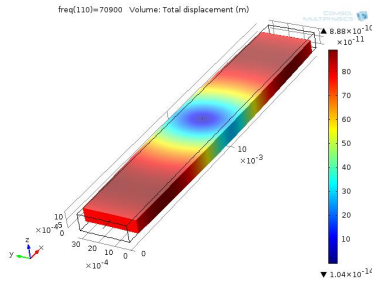


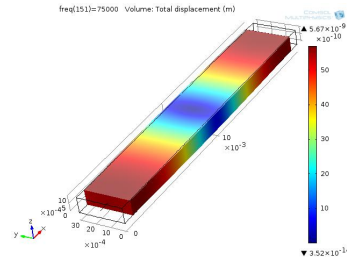
Figura 28. Arriba módulo de la impedancia (medida y simulada), abajo parte real e imaginaria de la impedancia (medido y simulado), para el modo longitudinal

Modulo, fase, parte real e imaginaria de la impedancia para el cilindro PIC255. Se analizan la simulación contra la medida tomada en laboratorio y en la parte superior la deformación presente en la misa.

### Placa PIC 255 Modo Transversal



Vibración Transversal en la frecuencia de resonancia



Vibración Transversal en la frecuencia de anti resonancia

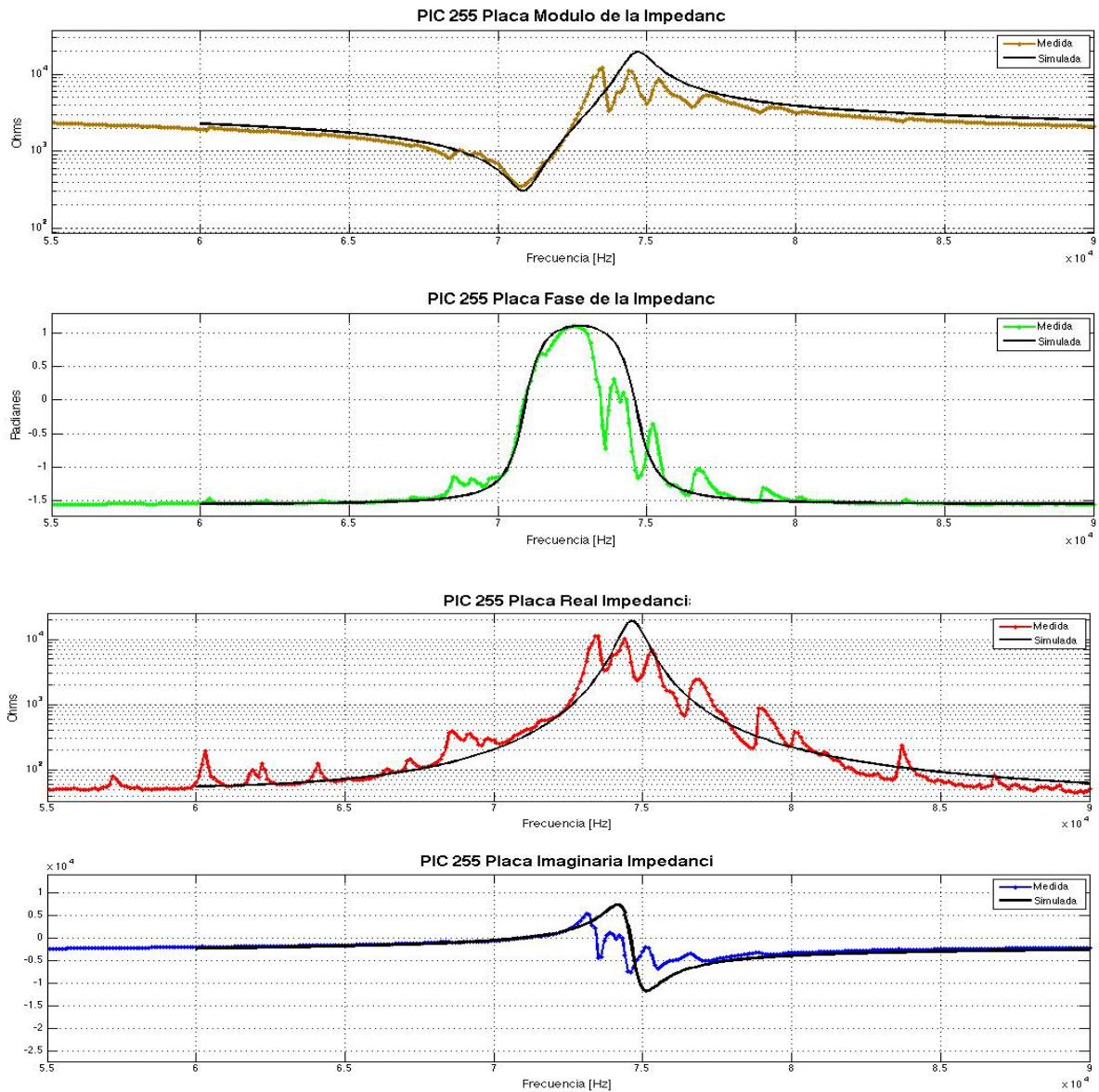
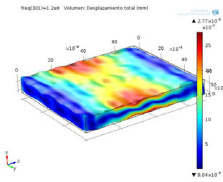


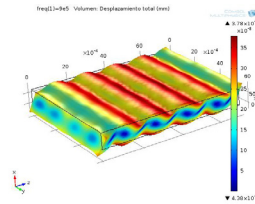
Figura 29. Arriba módulo de la impedancia (medida y simulada), abajo parte real e imaginaria de la impedancia (medido y simulado), para el modo transversal

En la parte superior se muestran la deformación en la dirección 33, así como graficas de la frecuencia de resonancia y anti resonancia vistas en el modulo, fase, parte real e imaginaria de la impedancia

### Cilindro PIC 255 Modo Cizalla



Vibración cizalla en la frecuencia de resonancia vista sobre el eje Z



Vibración cizalla en la frecuencia de resonancia vista sobre el eje Z

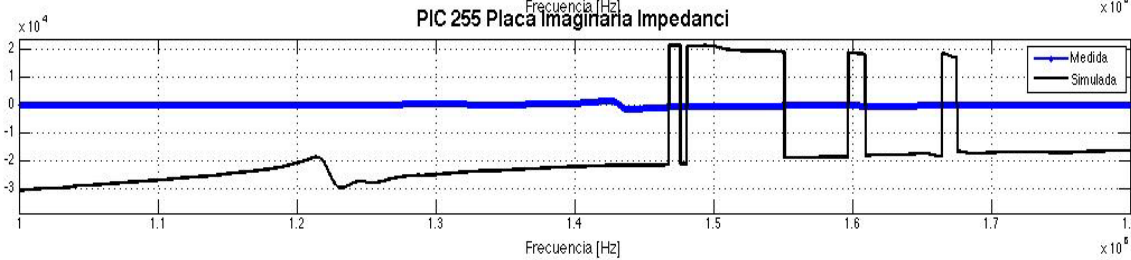
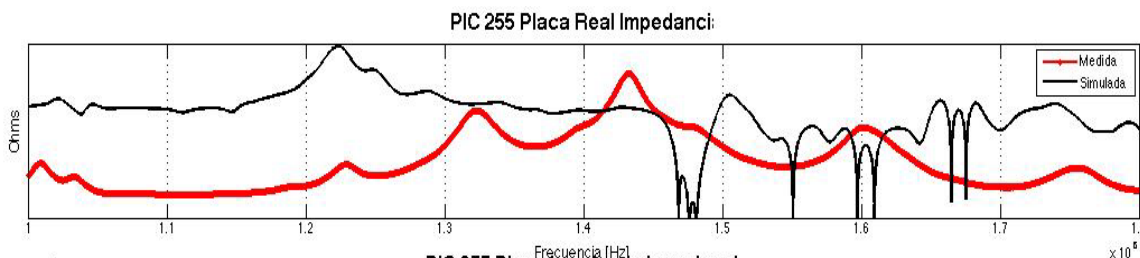
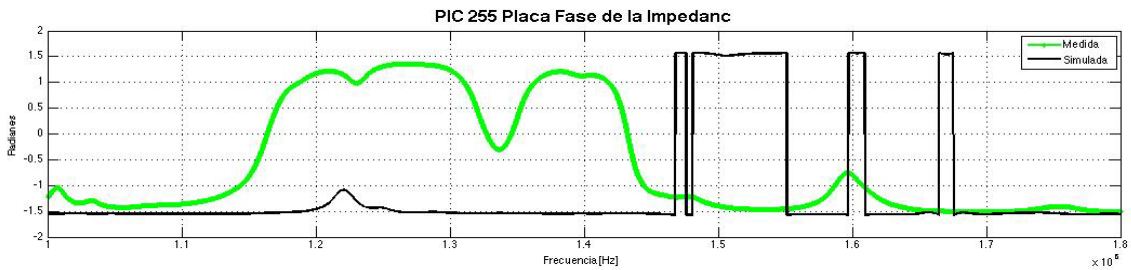
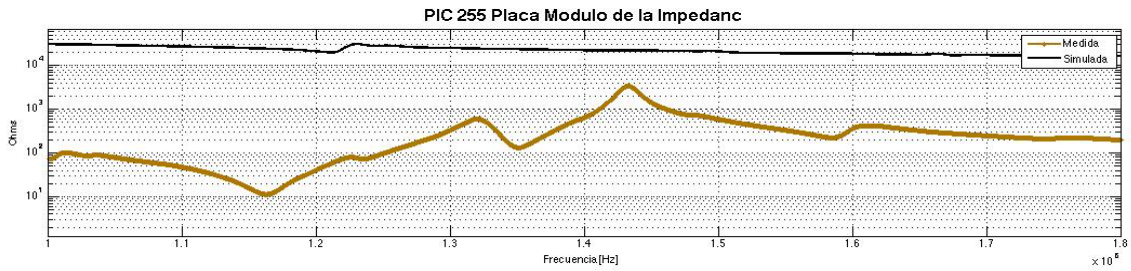


Figura 30. Resultados de la caracterización (Azul) y los entregados por COMSOL (Rojo) para una cerámica tipo disco 255 modo cizalla

La vibración tipo cizalla presenta unas deformaciones complejas pues su eje de polarización es 15 lo que lleva a vibraciones en espesor y superficie significativas. En la fase de la impedancia se observa claramente los cambios de fase bruscos debido a las deformaciones en los 3 ejes (X, Y y Z) que aportan cambios significativos a las resonancias.



## V.2 Coeficiente de acoplamiento electromecánico y Coeficiente de frecuencia

Luego de obtener las matrices que resuelven el comportamiento mecánico y eléctrico de los materiales y haber realizado las simulaciones de cada cerámica para cada material, es posible determinar los coeficientes de acoplamiento electromecánico y utilizarlo a manera de factor característico de las cerámicas piezoeléctricas.

| Material | Geometría | Coeficientes de acoplamiento electromecánico |       |       |       |       |
|----------|-----------|--|-------|-------|-------|-------|
|          |           | kp   | kt    | k33   | k31   | k15   |
| PIC 151  | Disco     | 0,676  | 0,643 | -     | -     | -     |
|          | Cilindro  | -  | -     | 0,726 | -     | -     |
|          | Placa     | -  | -     | -     | 0,383 | -     |
| PIC 155  | Disco     | 0,601  | 0,579 | -     | -     | -     |
|          | Cilindro  | -  | -     | 0,677 | -     | -     |
|          | Placa     | -  | -     | -     | 0,349 | -     |
| PIC 255  | Disco     | 0,619  | 0,564 | -     | -     | -     |
|          | Cilindro  | -  | -     | 0,695 | -     | -     |
|          | Placa     | -  | -     | -     | 0,346 | -     |
|          | Placa     | -  | -     | -     | -     | 0,689 |

Tabla 5. Factores de acoplamiento electromecánico para los materiales PIC151, PIC155 y PIC255 según datos del fabricante

En la tabla 5 se encuentran los índices de acoplamiento electromecánico que entregan una relación numérica de la capacidad de la cerámica para convertir energía eléctrica en mecánica y viceversa. Estos valores se pueden tomar para caracterizar la cerámica pero no pueden ser usados para valorar la propiedad de convertir energía de estos pues según su aplicación representan o no el buen desarrollo de las mismas. Estos coeficientes son los resueltos en las

simulaciones por elementos finitos, y serán comparados con los del fabricante y los halados en el laboratorio en el siguiente apartado.

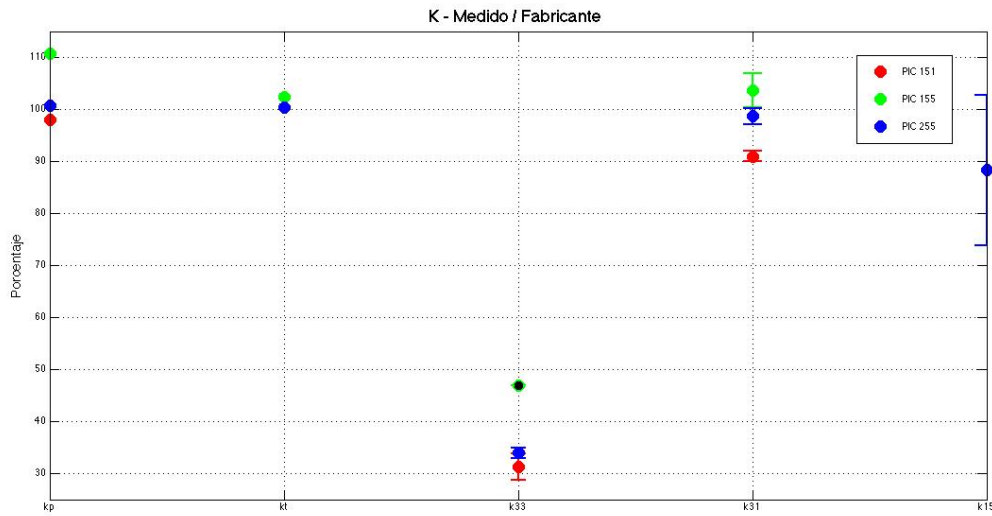


Figura 31. Relación del coeficiente de acoplamiento electromecánico entre las mediciones de las cerámicas y los valores de fabricante

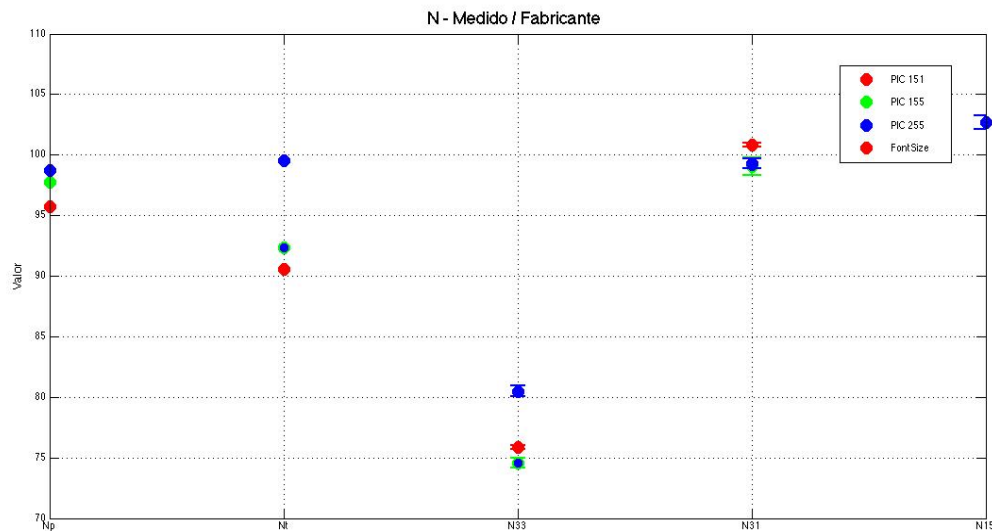


Figura 32. Relación del coeficiente de frecuencia de las mediciones y los valores del fabricante

Las graficas anteriores muestran los coeficientes de acoplamiento electromecánico para cada una de las 3 medidas realizadas en laboratorio. Los valores del coeficiente para los modos radial, espesor, transversal y cizalla se encuentran con diferencias menores al 10%. Para el modo longitudinal este valor de coeficiente k<sub>33</sub> tiene diferencias mayores al 10%.

### V.3 Coeficientes piezoeléctricos

Los valores calculados difieren según el material que se desee simular, sin embargo estos son independientes de la geometría de la cerámica piezoeléctrica. Los valores calculados para los materiales PIC 151, PIC 155 y PIC 255 se muestran en la tabla 5.

| Coeficiente       | PIC 151    |            | PIC 155    |            | PIC 255    |            |
|-------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
|                   | Calculados | Fabricante | Calculados | Fabricante | Calculados | Fabricante |
| $c_{11}^E$        | 1,070E+11  | 1,076E+11  | 1,072E+11  | 1,108E+11  | 1,2083E+11 | 1,230E+11  |
| $c_{12}^E$        | 6,300E+12  | 6,312E+12  | 6,313E+10  | 6,326E+10  | 7,455E+10  | 7,67E+10   |
| $c_{13}^E$        | 6,385E+12  | 6,385E+12  | 6,886E+10  | 6,896E+10  | 6,794E+10  | 7,025E+10  |
| $c_{33}^E$        | 1,012E+11  | 1,004E+11  | 1,108E+11  | 1,108E+11  | 9,493E+10  | 9,711E+10  |
| $c_{44}^E$        | 1,924E+10  | 1,962E+10  | 1,911E+11  | 1,909E+10  | 2,223E+10  | 2,226E+10  |
| $c_{66}^E$        | 2,211E+10  | 2,224E+10  | 2,379E+10  | 2,380E+10  | 2,314E+10  | 2,315E+10  |
| $e_{31}$          | -9,50      | -9,60      | -5,75      | -5,60      | -7,27      | -7,15      |
| $e_{33}$          | 15,10      | 13,02      | 14,13      | 12,80      | 14,17      | 13,70      |
| $e_{15}$          | 12,00      | 12,20      | 10,28      | 10,30      | 11,91      | 11,90      |
| $\epsilon_{11}^S$ | 1110       | 1110       | 873        | 873        | 1008       | 930        |
| $\epsilon_{33}^S$ | 852        | 852        | 680        | 680        | 822        | 857        |

Tabla 6. Comparativa entre los valores del fabricante y los valores calculados necesarios para definir las matrices que caracterizan el comportamiento de un material piezoeléctrico

Una vez definido los valores de la matriz que aplica para todas las geometrías de cada material, es necesario agregar un valor de potencial eléctrico que funcione a manera de fuente que envía la señal a la cerámica piezoeléctrica justo donde se encuentran los electrodos.

Por defecto en cada modelo COMSOL ofrece la posibilidad de controlar la malla por la física, sin embargo para este proyecto todos los datos de malla introducido fueron de forma manual, esto es debido a que en los modos radiales no es necesario emplear mallas tan pequeñas en comparación con el modo espesor. Las características de la malla empleada para cada cerámica cada uno de los modos ( $k_p$ ,  $k_t$ ) se encuentran en la tabla 7.

## V. 4 Influencia de la incertidumbre

### Influencia de la Geometría

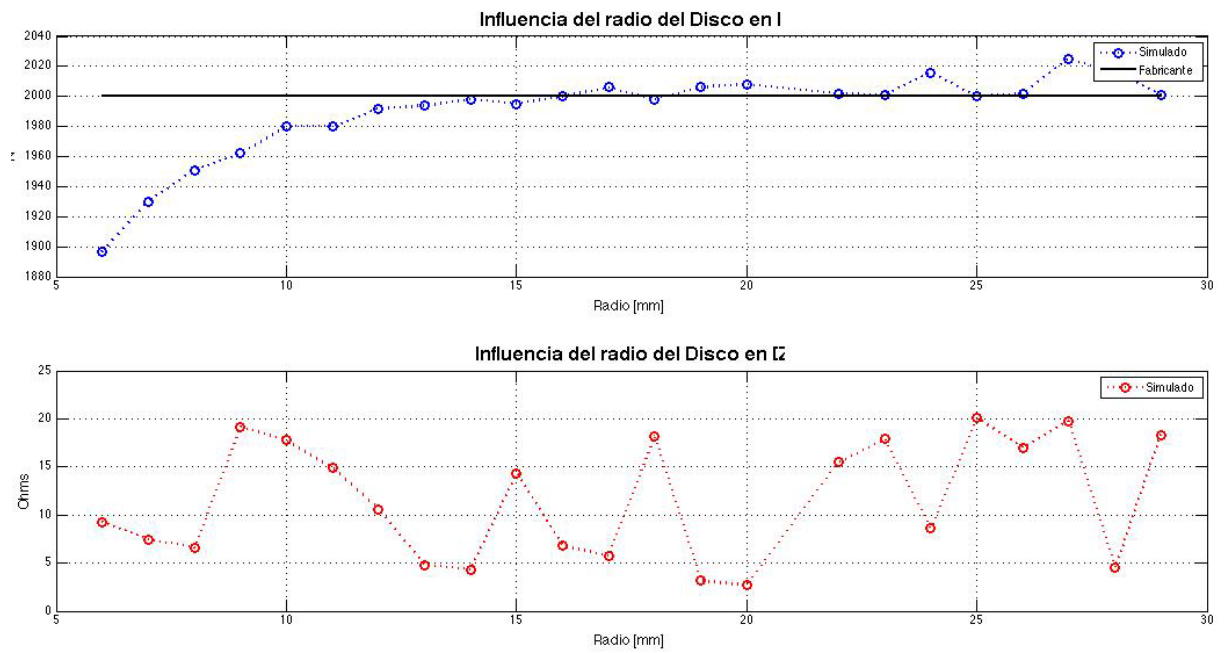


Figura 33. Influencia de la geometría en el modo radial. Coeficiente de frecuencia y valor de la impedancia

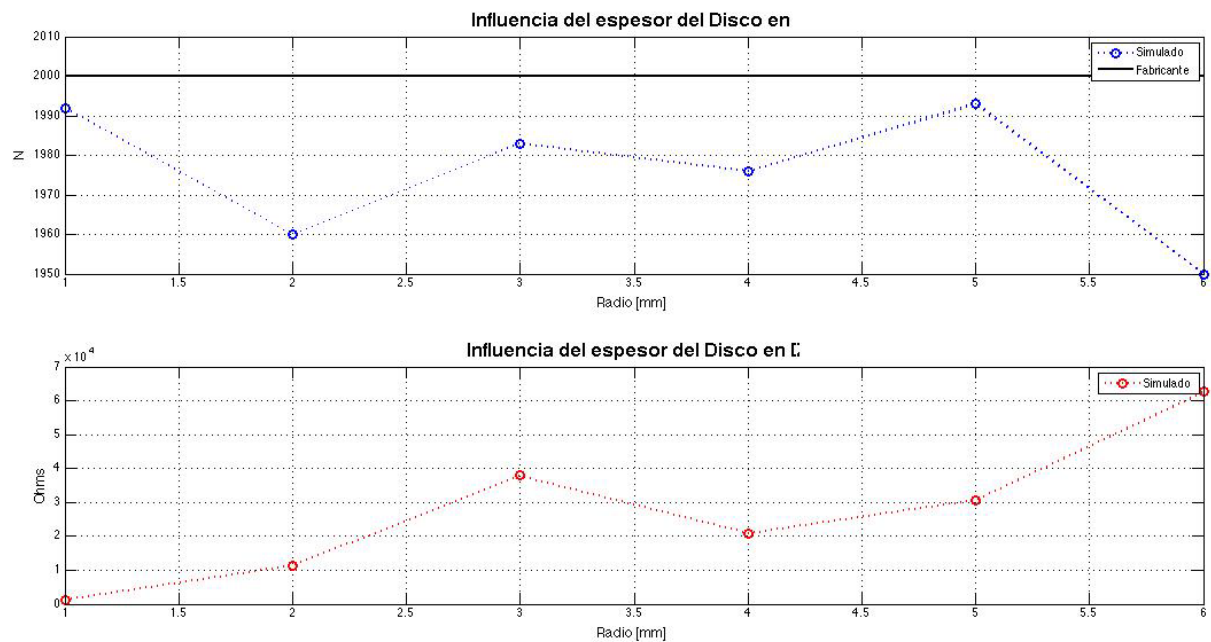


Figura 34. Influencia de la geometría en el modo espesor. Coeficiente de frecuencia y valor de la impedancia

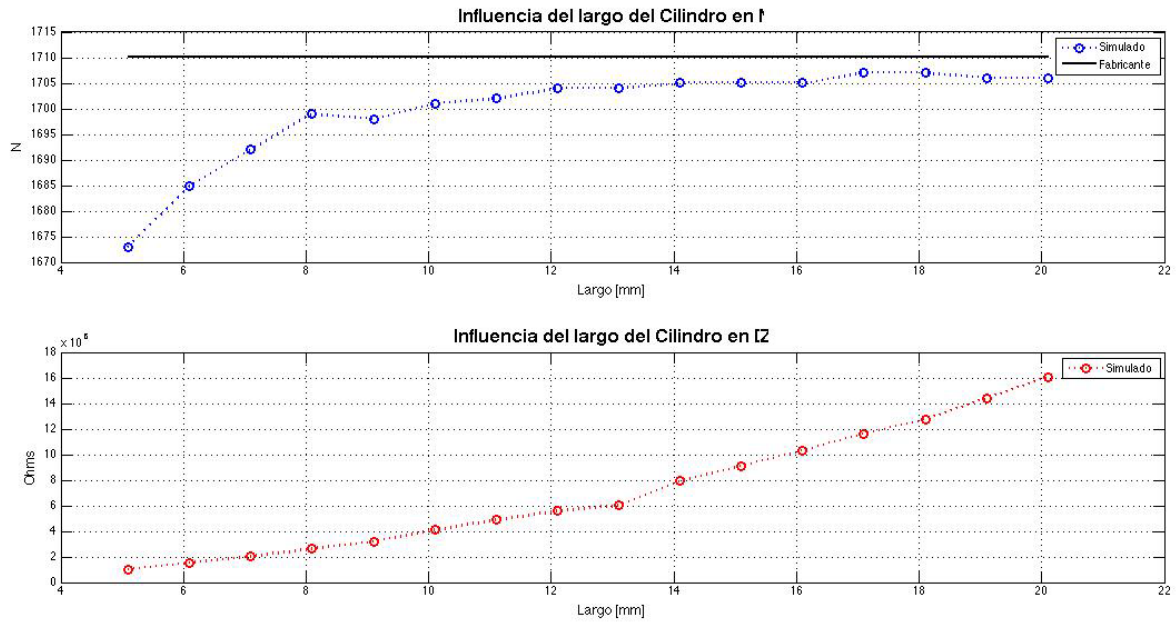


Figura 35. Influencia de la geometría en el modo longitudinal. Coeficiente de frecuencia y valor de la impedancia

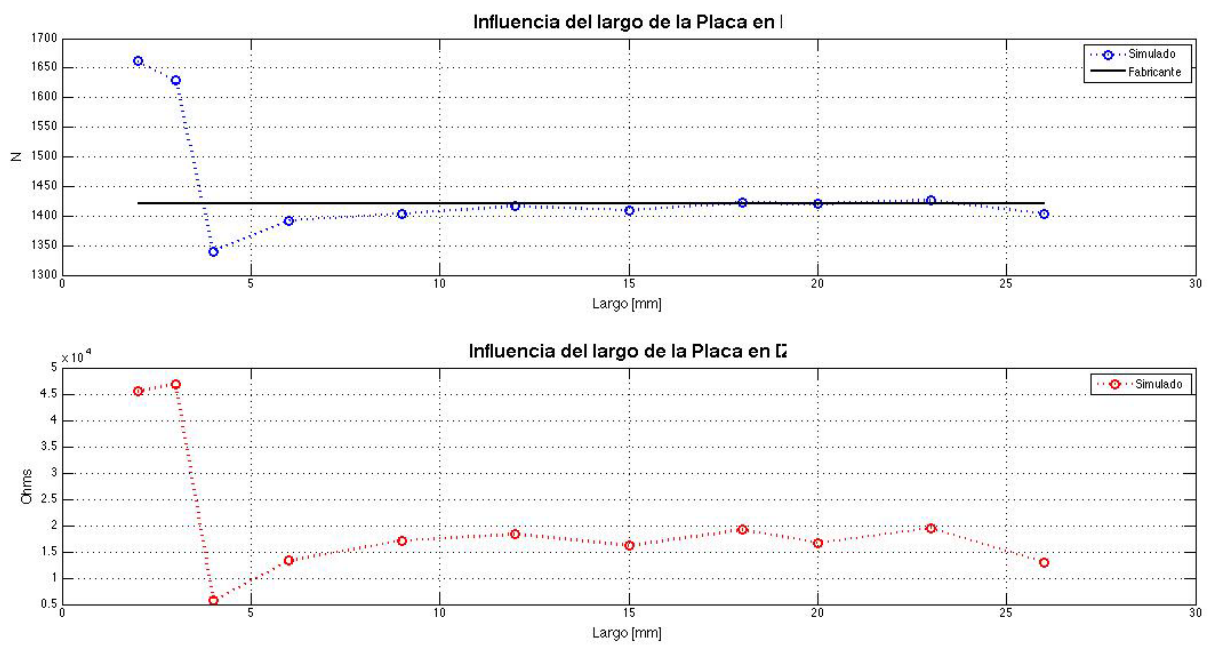


Figura 36. Influencia de la geometría en el modo transversal. Coeficiente de frecuencia y valor de la impedancia

### Influencia de las pérdidas mecánicas y dieléctricas

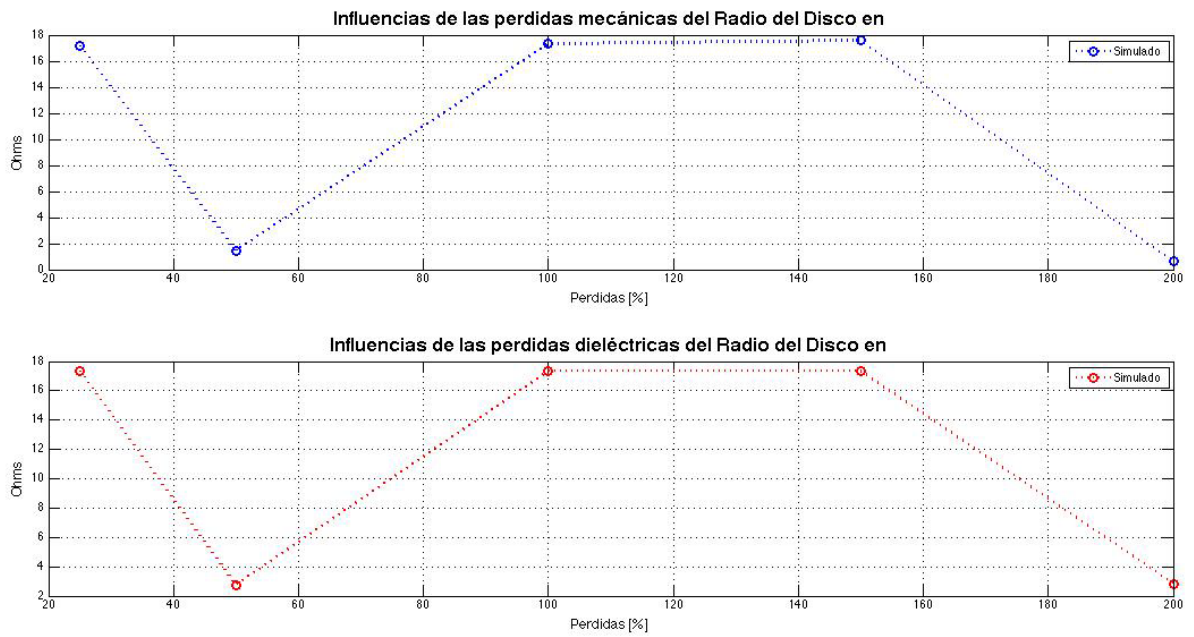


Figura 37. Influencia de las pérdidas mecánicas y dieléctricas en el modo radial. Valor de la impedancia

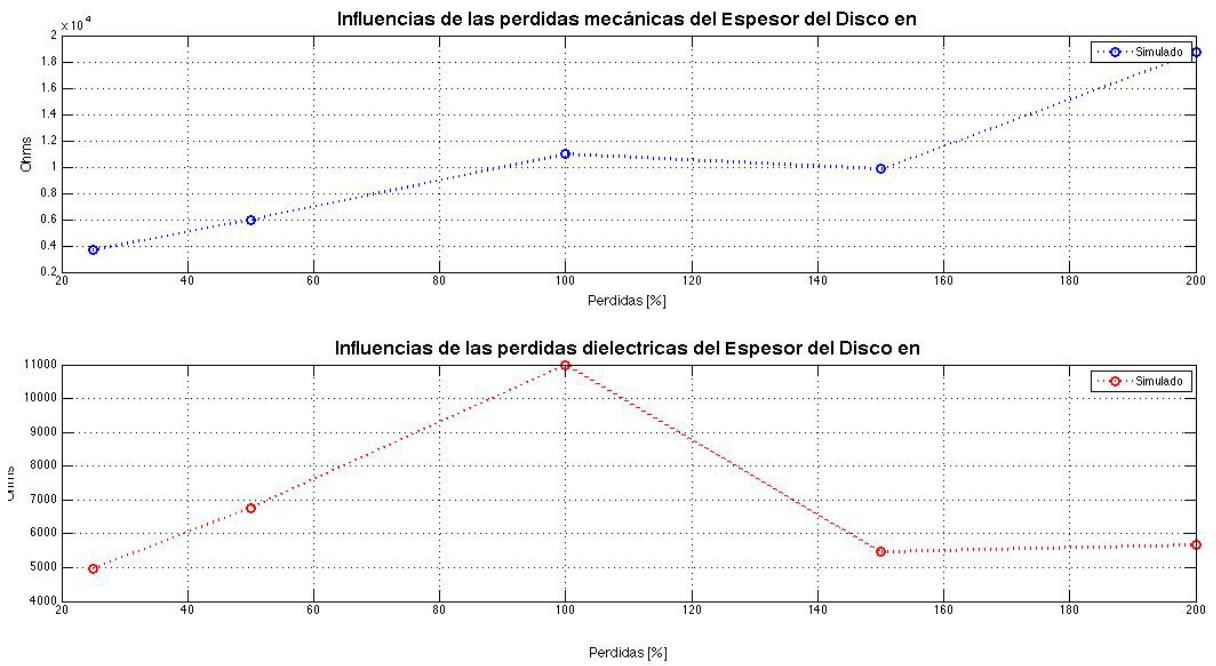


Figura 38. Influencia de las pérdidas mecánicas y dieléctricas en el modo espesor. Valor de la impedancia

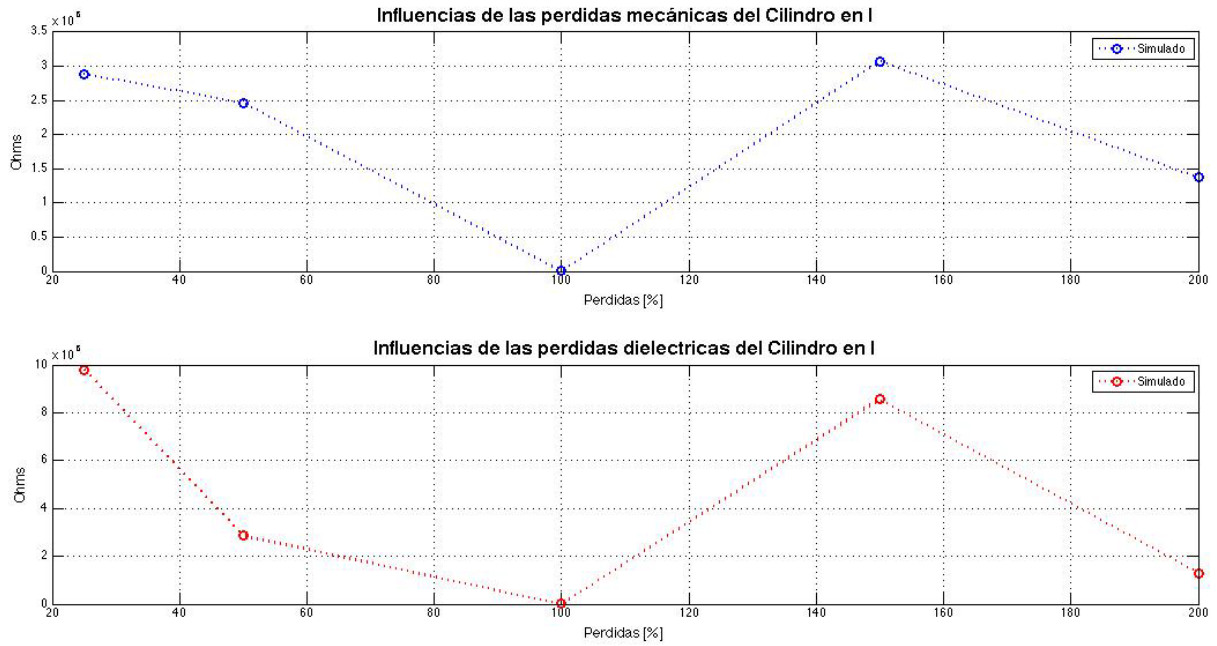


Figura 39. Influencia de las pérdidas mecánicas y dieléctricas en el modo longitudinal. Valor de la impedancia

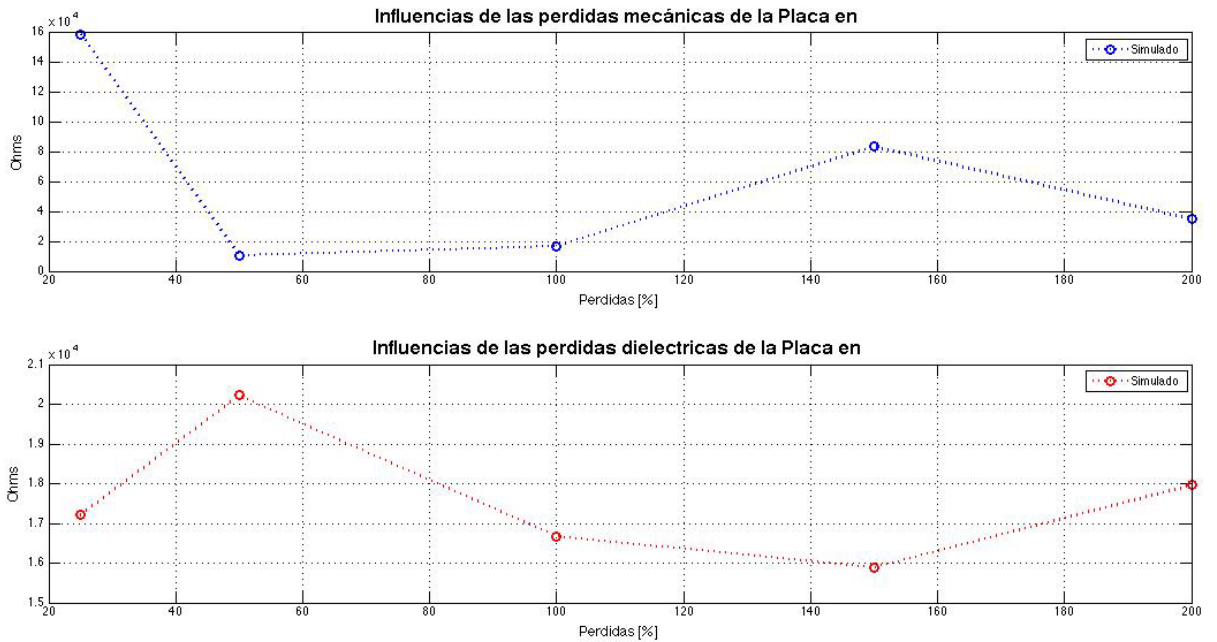


Figura 40. Influencia de las pérdidas mecánicas y dieléctricas en el modo radial. Valor de la impedancia

## Influencia del tamaño del electrodo

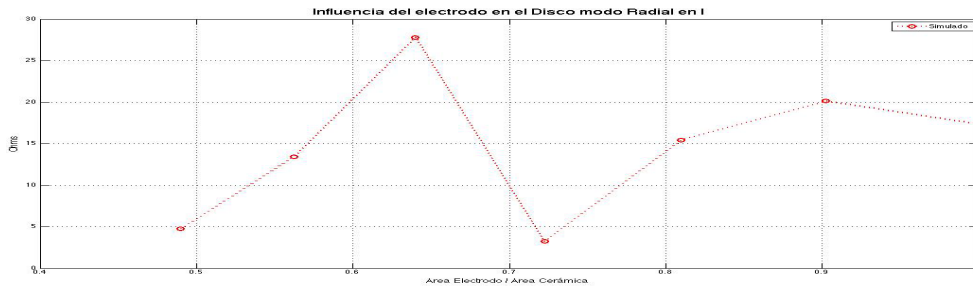


Figura 41. Influencia del tamaño del electrodo en el modo radial. Valor de la impedancia

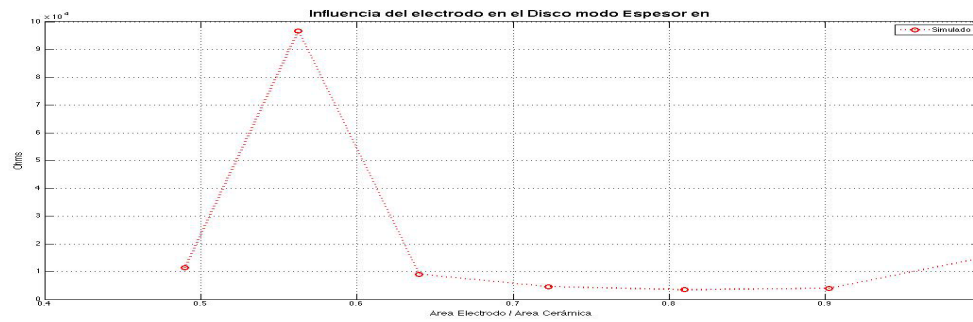


Figura 42. Influencia del tamaño del electrodo en el modo espesor. Valor de la impedancia

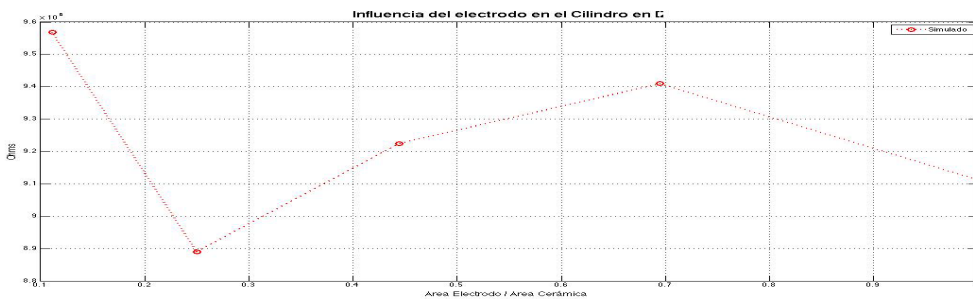


Figura 43. Influencia del tamaño del electrodo en el modo longitudinal. Valor de la impedancia

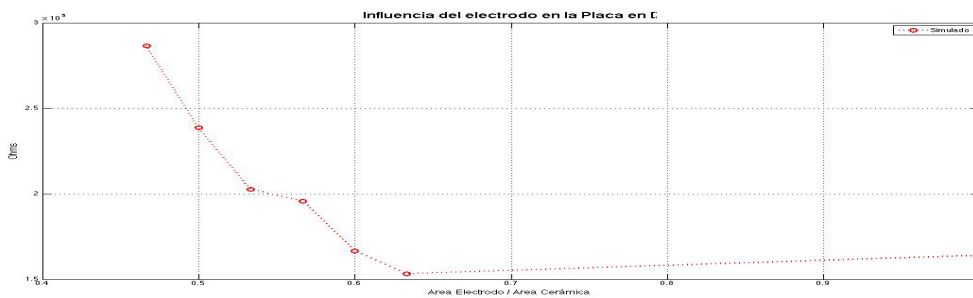


Figura 44. Influencia del tamaño del electrodo en el modo transversal. Valor de la impedancia



## Influencia del tamaño de la malla

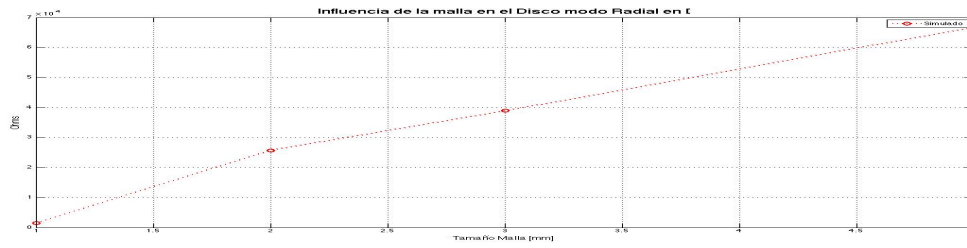


Figura 45. Influencia del tamaño de la malla en el modo radial. Valor de la impedancia

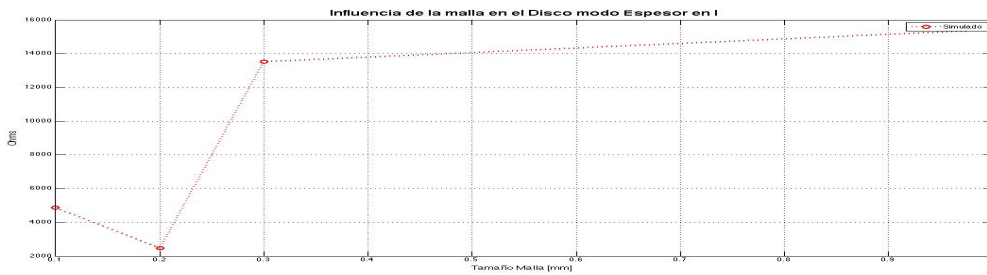


Figura 46. Influencia del tamaño de la malla en el modo espesor. Valor de la impedancia

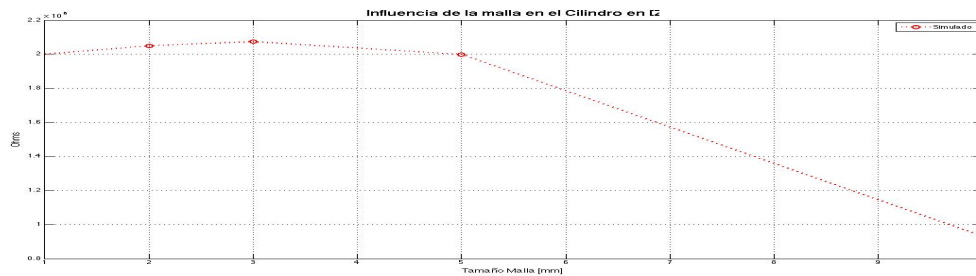


Figura 47. Influencia del tamaño de la malla en el modo longitudinal. Valor de la impedancia

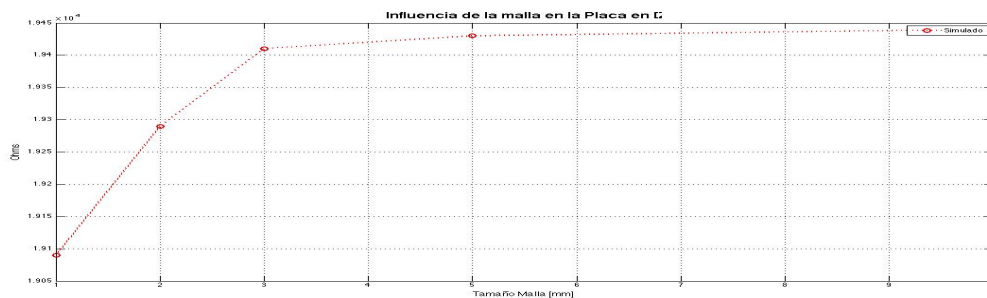


Figura 48. Influencia del tamaño de la malla en el modo transversal. Valor de la impedancia

## VI. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y ANÁLISIS DE LA CARACTERIZACIÓN

### VI.1 Coeficientes de acoplamiento electromecánico

Por medio del método de la impedancia se han realizado caracterizaciones de los materiales por medio de las cerámicas piezoeléctricas. Como resultado se obtuvieron los valores de los coeficientes de acoplamiento electromecánico que se presentan como.

| Material | Geometría | Fabricante |       | Simulación |       | Medidas      |       |
|----------|-----------|------------|-------|------------|-------|--------------|-------|
|          |           | kp         | kt    | kp         | kt    | kp           | kt    |
| PIC 151  | Disco     | 0,663      | 0,528 | 0,676      | 0,643 | 0,651        | 0,539 |
|          |           | k33        |       | k33        |       | k33          |       |
|          | Cilindro  | 0,697      |       | 0,726      |       | <b>0,238</b> |       |
|          |           | k31        |       | k31        |       | k31          |       |
|          | Placa     | 0,382      |       | 0,383      |       | 0,350        |       |
|          |           | k31        |       | k31        |       | k31          |       |
| PIC 155  | Disco     | 0,588      | 0,480 | 0,601      | 0,579 | 0,649        | 0,491 |
|          |           | k33        |       | k33        |       | k33          |       |
|          | Cilindro  | 0,657      |       | 0,677      |       | <b>0,312</b> |       |
|          |           | k31        |       | k31        |       | k31          |       |
|          | Placa     | 0,348      |       | 0,349      |       | 0,349        |       |
|          |           | k31        |       | k31        |       | k31          |       |
| PIC 255  | Disco     | 0,620      | 0,471 | 0,619      | 0,564 | 0,621        | 0,471 |
|          |           | k33        |       | k33        |       | k33          |       |
|          | Cilindro  | 0,691      |       | 0,695      |       | <b>0,242</b> |       |
|          |           | k31        |       | k31        |       | k31          |       |
|          | Placa     | 0,351      |       | 0,346      |       | 0,351        |       |
|          |           | K15        |       | K15        |       | K15          |       |
| Placa    | 0,661     |            | 0,689 |            | 0,628 |              |       |
|          | K15       |            | K15   |            | K15   |              |       |

Tabla 7. Factores de acoplamiento electromecánico para los materiales PIC151, PIC155 y PIC255

En la tabla 7 se muestran los resultados de los factores de acoplamiento electro mecánico donde se comparan entre los datos entregados por el fabricante, los valores hallados en el laboratorio y los calculados con las simulaciones en COMSOL. Los valores que se encuentran

en rojo señalan aquellos índices que tienen una diferencia mayor al 10% comparados con los simulados y caracterizados. Estas diferencias son notorias para el coeficiente de acoplamiento electromecánico para la geometría cilíndrica en los 3 materiales evaluados y son debidas a las frecuencias de resonancia y anti resonancia de cada uno de ellos. El hecho que la geometría cilíndrica no resuene con el ancho de banda adecuado hace que este factor no se aproxime al entregado por el fabricante. Tampoco existe una relación entre la geometría y el resultado del coeficiente de acoplamiento electromecánico como se muestra en el apartado de incertidumbre, por lo que este factor es independiente del largo del cilindro.

Dado que los resultados del factor de acoplamiento para la geometría tipo cilindro no son concluyentes, se pueden asumir este valor de fabricante para así corroborar los coeficientes de la matrix de comportamiento piezoeléctrico a partir de las medidas realizadas en laboratorio.

| PIC 255     |            |            |                   |            |            |
|-------------|------------|------------|-------------------|------------|------------|
| Coeficiente | Calculados | Fabricante | Coeficiente       | Calculados | Fabricante |
| $c_{11}^E$  | 1,337E+11  | 1,230E+11  | $e_{31}$          | -6,60      | -7,15      |
| $c_{12}^E$  | 6,189E+10  | 7,67E+10   | $e_{33}$          | 15,93      | 13,70      |
| $c_{13}^E$  | 6,120E+10  | 7,025E+10  | $e_{15}$          | 11,30      | 11,90      |
| $c_{33}^E$  | 9,364E+10  | 9,711E+10  | $\epsilon_{11}^S$ | 929        | 930        |
| $c_{44}^E$  | 2,003E+10  | 2,226E+10  | $\epsilon_{33}^S$ | 822        | 857        |
| $c_{66}^E$  | 2,242E+10  | 2,315E+10  |                   |            |            |

Tabla 8. Valores del fabricante y los valores calculados necesarios para definir las matrices que caracterizan el comportamiento de un material piezoeléctrico a partir de las medidas en el laboratorio

## VI. 2 Velocidad del sonido

Una vez obtenidos cada uno de los coeficientes que caracterizan las cerámicas piezoeléctricas, vamos a calcular la velocidad del sonido en el modo espesor de las cerámicas tipo disco según el valor esperado, ecuación (92), tanto a partir de los valores del fabricante como los calculados en este trabajo. Además, se comparan las velocidades del sonido obtenidas mediante la técnica del eco-impulso, tal como se ha descrito en el Apartado III.6. Los resultados se muestran en la Tabla X, así como la desviación porcentual de los valores respecto de los obtenido con eco-impulso.

| <b>Velocidad del sonido [m/s], modo espesor</b> |                                     |   |                            |
|---|-------------------------------------|---|----------------------------|
|   | <b>A partir de datos fabricante</b> | <b>A partir de coeficientes de este TFM</b> | <b>Técnica eco-impulso</b> |
| <b>PIC disco ...255</b>                         | 3954,9                              | 4668,5 (+18%)                               | 4491,2 (+16%)              |
| <b>PIC disco ...155</b>                         | 4307,8                              | 4784,9 (+11%)                               | 4480,4 (+4%)               |
| <b>PIC disco ...151</b>                         | 4235,4                              | 4670,0 (+10%)                               | 4499,5 (+6%)               |

| <b>Velocidad del sonido [m/s], modo espesor</b> |                            |                                     |   |
|---|----------------------------|-------------------------------------|---|
|   | <b>Técnica eco-impulso</b> | <b>A partir de datos fabricante</b> | <b>A partir de coeficientes de este TFM</b> |
| <b>PIC disco ...255</b>                         | 4491,2                     | 3954,9 (-12%)                       | 4668,5 (+4%)                                |
| <b>PIC disco ...155</b>                         | 4480,4                     | 4307,8 (-4%)                        | 4784,9 (+7%)                                |
| <b>PIC disco ...151</b>                         | 4499,5                     | 4235,4 (-6%)                        | 4670,0 (+4%)                                |

Tabla 9. Valores de la velocidad del sonido a partir de datos del fabricante y por medio del eco impulso con datos de este TFM y del fabricante.

Vemos que, tomando como referencia los valores de fabricante, tanto los resultados obtenidos con nuestros coeficientes se desvían entorno al 10%

$$v_{t,255}^D = \sqrt{\frac{c_{33}^D}{\rho}} = \sqrt{\frac{1,220 \cdot 10^{11}}{7800}} = 3954,87 \text{ m/s} \quad (90) \quad v_{t,155}^D = \sqrt{\frac{c_{33}^D}{\rho}} = \sqrt{\frac{1,440 \cdot 10^{11}}{7760}} = 4307,75 \text{ m/s} \quad (91)$$

$$v_{t,151}^D = \sqrt{\frac{c_{33}^D}{\rho}} = \sqrt{\frac{1,392 \cdot 10^{11}}{7760}} = 4235,35 \text{ m/s} \quad (92)$$

## **VII. CONCLUSIONES**

- El método de la impedancia DIN EN 50324 para la obtención de los parámetros que caracterizan una cerámica piezoeléctrica a partir de las medidas de impedancia ha dado buenos resultados en la mayoría de coeficientes obtenidos, salvo en el caso del parámetro  $k_{33}$ , correspondiente a las medidas con el cilindro. Esto puede deberse a que su longitud no cumple suficientemente lo establecido por otros autores [X,X,X] para hallar correctamente dicho valor. También existe un error fruto de la inversión de matrices, tal como se ha expuesto en el Apartado III.6. Como allí se comenta, la solución en este caso debe pasar por un algoritmo de minimización del error que puede ser un tema específico para posteriores trabajos.
- La simulación de materiales piezoeléctricos mediante el método de elementos finitos utilizando el software COMSOL Multiphysics presenta resultados que, en general, reproducen fielmente el comportamiento de una cerámica piezoeléctrica. Aun así, las altas frecuencias presentan ciertas desviaciones que deben ser estudiadas pormenorizadamente al requerir un gran muestreo y, por consiguiente, grandes tiempos de cálculo.
- Las geometrías tipo placa en cualquiera de los materiales piezoeléctricos evaluados presentan las mejores características piezoeléctricas cuando se comparan los modelos generados en COMSOL y las mediciones realizadas en el laboratorio, por lo que para aplicaciones de baja frecuencia serán fiables este tipo de cerámicas. En aplicaciones de alta frecuencia se recomiendan emplear geometrías tipo cilindro, y específicamente el material PIC155, como se mostro en las comparativas del coeficiente de frecuencia, nivel de la magnitud de la impedancia, y su frecuencia de resonancia en simulación y medición.
- Este trabajo podrá ser empleado como modelo de caracterización y simulación de cerámicas piezoeléctricas, pues se muestra de manera clara los componentes necesarios para completar las matrices del comportamiento piezoeléctrico del material cerámico a partir de los pocos valores dados por el fabricante y gracias a simetrías en las matrices. Los pasos aquí descritos para el modelado de cerámicas piezoeléctricas son los básicos en una simulación por elementos finitos y su comportamiento depende del tipo de cerámica, sus características eléctricas, mecánicas y geométricas. Además este trabajo podrá servir de apoyo en la asignatura de ultrasonidos pues evalúa temas implementados en dicha asignatura y que son necesarios para comprender el amplio mundo de la piezoelectricidad.

## VIII. BIBLIOGRAFÍA

### Sobre piezoelectricidad

- [1] Arnau, Antonio. *Piezoelectric Transducers and Applications*, pp.1-38 y pp.98-116
- [2] B. Jaffe, W. R. Cook Jr, H. Jaffe. *Piezoelectric Ceramics*. pp. 1-52. Año, 1971.
- [3] APC International. *Piezoelectric Ceramics: principles and applications*. Año, 2005.
- [4] Brissaud, Michel. *Transducer on Ultrasonics*. Cap. Caracterization of Piezoceramics, pp.603-617
- [5] S.Y.Lin. *Coupled Vibration Analysis Of Piezoelectric Ceramic Disk Resonators*, Journal of Sound And Vibration (1998), Article N°. sv981750
- [6] Stewart Sherrit, J. Masys, Harvey D. Wiederick, Binu K. Mukherjee. *Determination of the Reduced Matrix of the Piezoelectric, Dielectric, and Elastic Material Constants for Piezoelectric Material With C Symmetry*. Año, 2011
- [7] NEC/TOKIN. *Piezoelectric Ceramics*. Vol. 5. Año, 2013.
- [8] Kim, Jina. L, Griosso Benjamin. K, Kim Jeong. Sam, Ha, Dong. J, Inma, Daniel. *Electrical Modeling of Piezoelectric Ceramics for Analysis and Evaluation of Sensory Systems*. IEEE, Sensors Applications Symposium. Año, 2008.
- [9] Ferroperm Piezoceramics. *High quality Components and Materials for the Electric Industry*.
- [10] Donea, Jean. Huerta, Antonio. *Finite Element Methods for Flow Problems*. pp. 1-41. Año, 2003.
- [11] Pardo. L, Jiménez. R, García. A, Brebot. K, Leighton. G, Huang. Z. *Impedance measurements for determination of the elastic and piezoelectric coefficients of films*. Published in *Advances in Applied Ceramics: Structural, Functional and Bioceramics*. Año, 2010.
- [12] Uchino. Kenji. *Introduction to Piezoelectric Actuators and Transducers*. International Center for Actuators and Transducer, Penn State University. Año, 2003.

- [13] Stewart. Mark, Cain. Markys, Gee. Mark. *Piezoelectric displacement in ceramics*. Año, 1999.
- [14] Morgan Electro Ceramics. *Measurement of piezoelectric coupling in ODD ceramics shapes*.
- [15] Piezoelectric Ceramic Products (PIC). *Fundamentals, Characteristics and Applications*.
- [16] J.-M. Liu, B. Pan, H.L.W Chan, S.N. Zhu, Y.Y. Zhu, Z.G Liu. *Piezoelectric Coefficient measurement of piezoelectric thin films: an overview*. Material Chemistry and physics. Año, 2002.
- [17] Dr. Ing. Timo Sholehwar. *Caracterización de la estructura y las relaciones de las propiedades de los materiales piezoeléctricos PZT*. Año, 2010.
- [18] T.L. Jordan, Z. Ounaies. *Piezoelectric Ceramics Characterization*. NASA ICASE report N°. 2001-28. Año 2001.
- [19] *Spanker Piezoceramics PVT. LTD. General Information*.
- [20] Manfred Hoflich, Santiesban. *Desenvolupament d'un node sensor sense fils autoaliment. Módul Piezo-Magnetic*.
- [21] Nellya N. Rogacheva. *Theory of Piezoelectric shells and plates*.
- [22] N. Cheeke J. David. *Fundamentals and Applications of Ultrasonics Waves*
- [23] Kuttruff. Heinrich. *Ultrasonics Fundamentals and Applications*

### **Sobre el método de los elementos finitos.**

- [24] T. Anderson, M. A. E. Andersen, O. C. Thomsen. *Simulation of Piezoelectric Transformers with COMSOL*. Año, 2012.
- [25] O. C Zienkiewicz, R. L Taylor. *El método de los elementos finitos*. Pp 1-106. Año, 1994

- [26] Valero, Fias, Eduardo. *El método de los elementos finitos (MEF ó FEM)*. Cap, pp. 144-352.
- [27] Jiménez Rodríguez, Rafael Manuel. *Estudio y Simulación por elementos finitos del comportamiento de discos cerámicos*. Universidad Politécnica de Cataluña.
- [28] Popovici. Dorina, Constantinescu. Florin, Maricar. Mihai, Hantila Ioan. Florena, Nitescu. Miruna, Gherghe. Alexandru. *Modeling and Simulation of Piezoelectric Devices*.
- [29] Nygren Wollert. Morten. *Finite Element Modeling of Piezoelectric Ultrasonic Transducers*.

#### **Sobre la normativa internacional sobre Piezoeléctricidad.**

- [30] *IEEE Standar on Piezoelectricity. Standars Commities of the IEEE Ultrasonics, Ferroelectricity Control Society*. Año, 1987.
- [31] *IEEE Standars on Piezoelectric Crystals – The piezoelectric Vibrator: Definitions and Methods of Measurement*. Año, 1957.
- [32] *IEEE Standars on Piezoelectric Crystals: Determination of the Elastic, Piezoelectric, and Dielectric Constants – The Electromechanical Coupling Factor*. Año, 1958.



## ANEXOS

Se presentan anexos para la incertidumbre de la geometría, el mallado, el tamaño del electrodo y las pérdidas mecánicas y dieléctricas para cada uno de los materiales piezoeléctricos. Además se encuentran las graficas del modulo, fase parte real e imaginaria para los materiales PIC 151 y PIC 155

### Disco PIC 151 Modo Radial

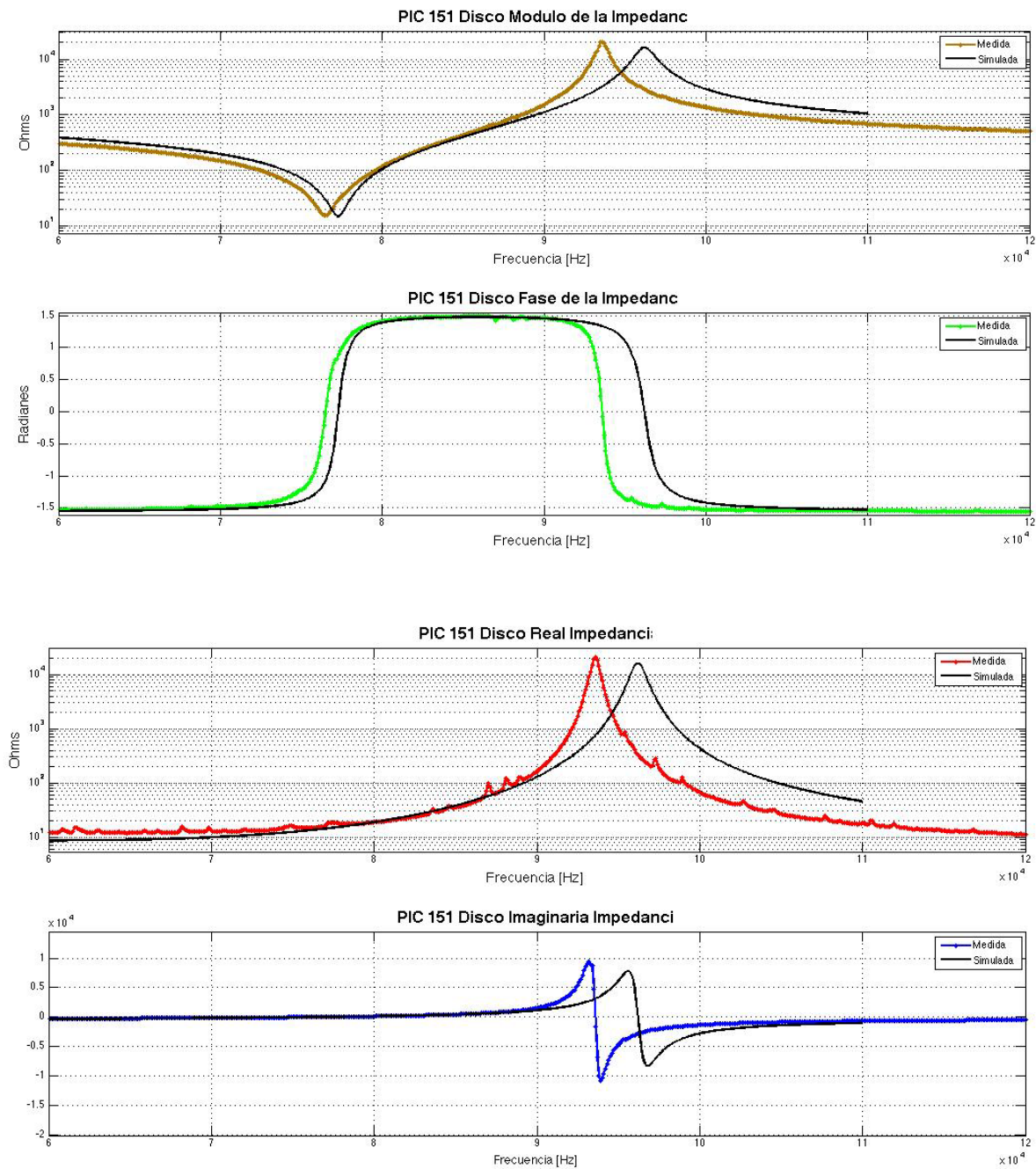


Figura 49. Arriba módulo de la impedancia (medida y simulada), abajo parte real e imaginaria de la impedancia (medido y simulado), para el modo radial

Disco PIC 151 Modo Espesor

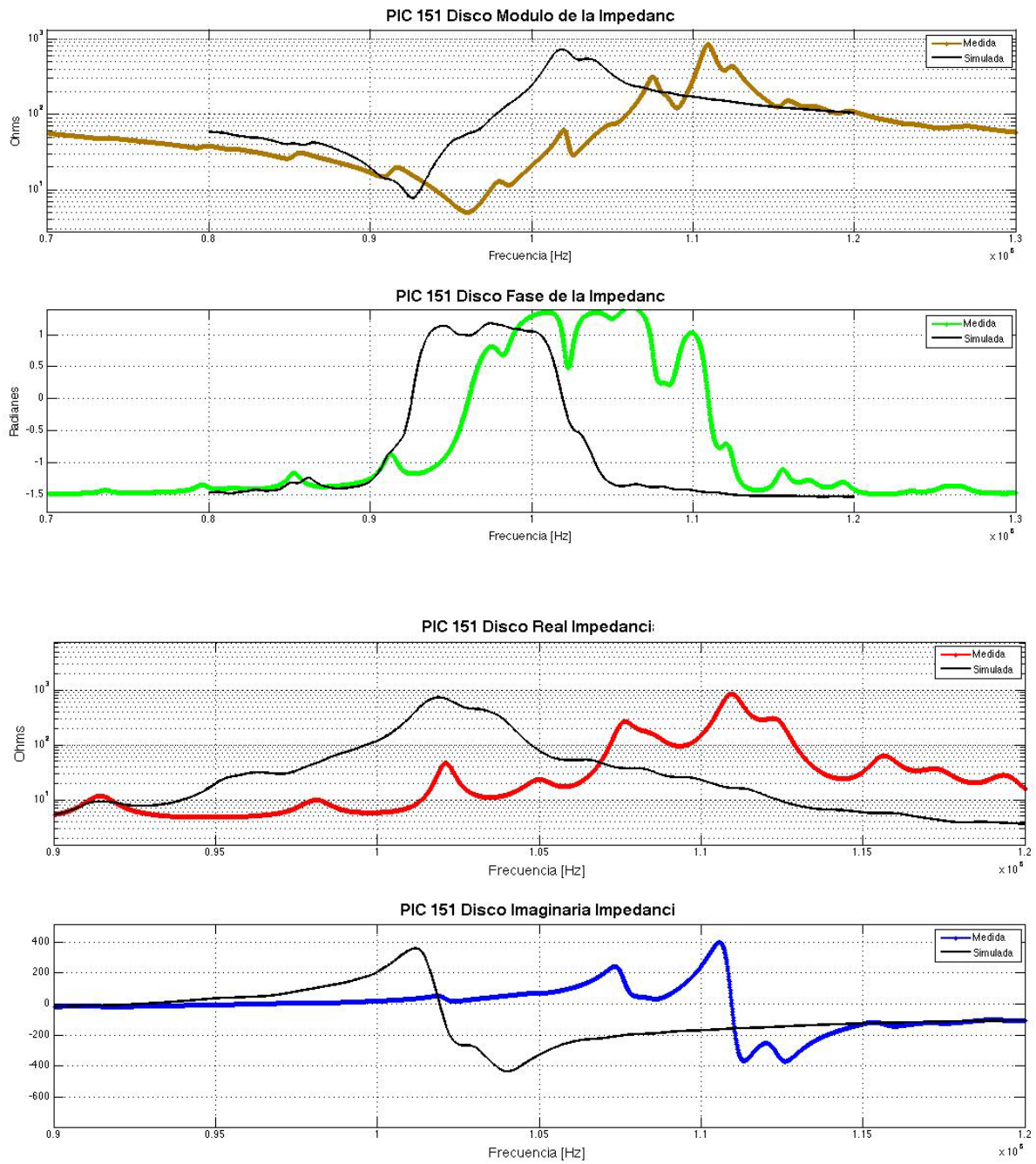


Figura 50. Arriba módulo de la impedancia (medida y simulada), abajo parte real e imaginaria de la impedancia (medido y simulado), para el modo espesor

### Disco PIC 155 Modo Radial

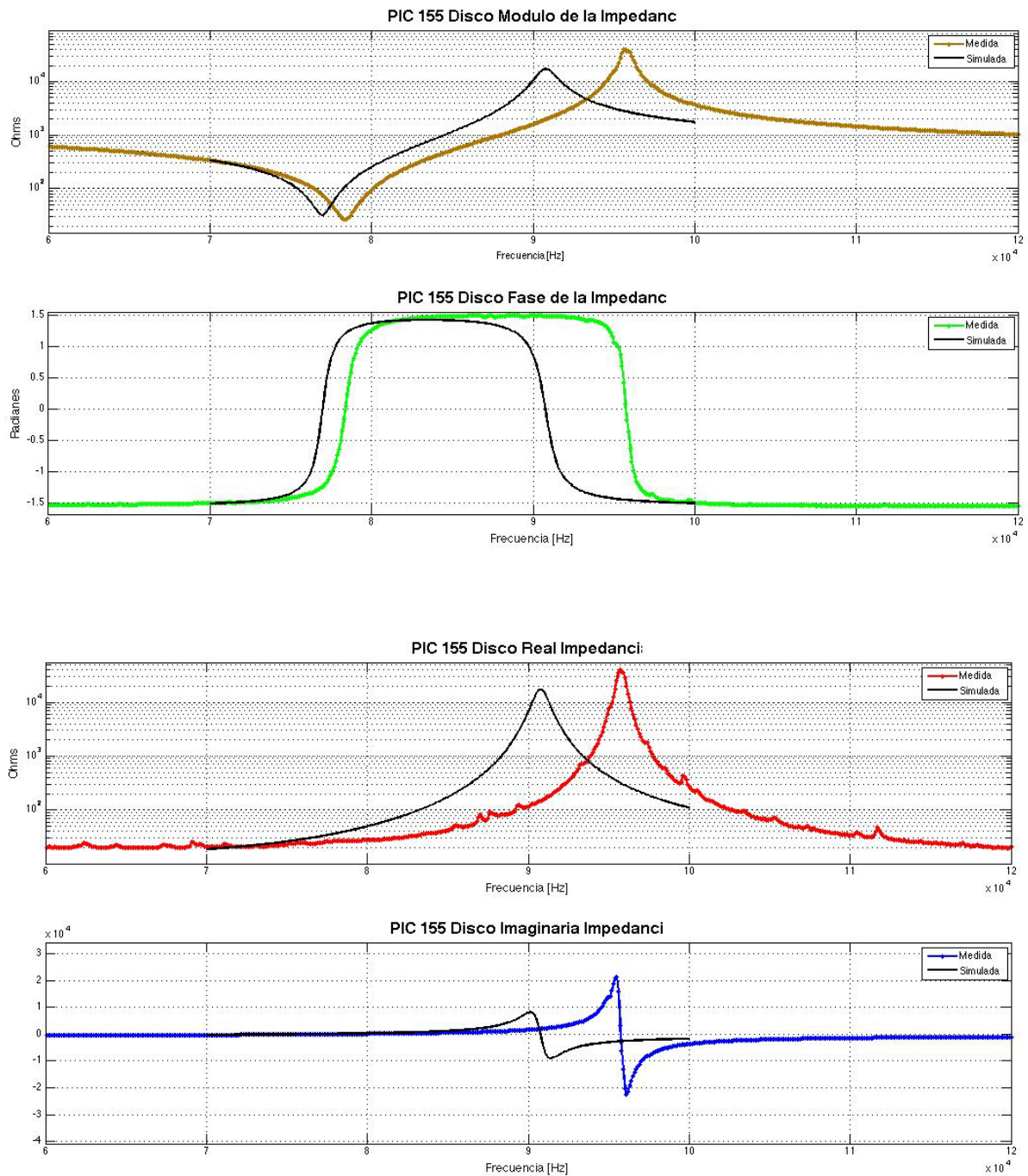


Figura 51. Arriba módulo de la impedancia (medida y simulada), abajo parte real e imaginaria de la impedancia (medido y simulado), para el modo radial

### Disco PIC 155 Modo Espesor

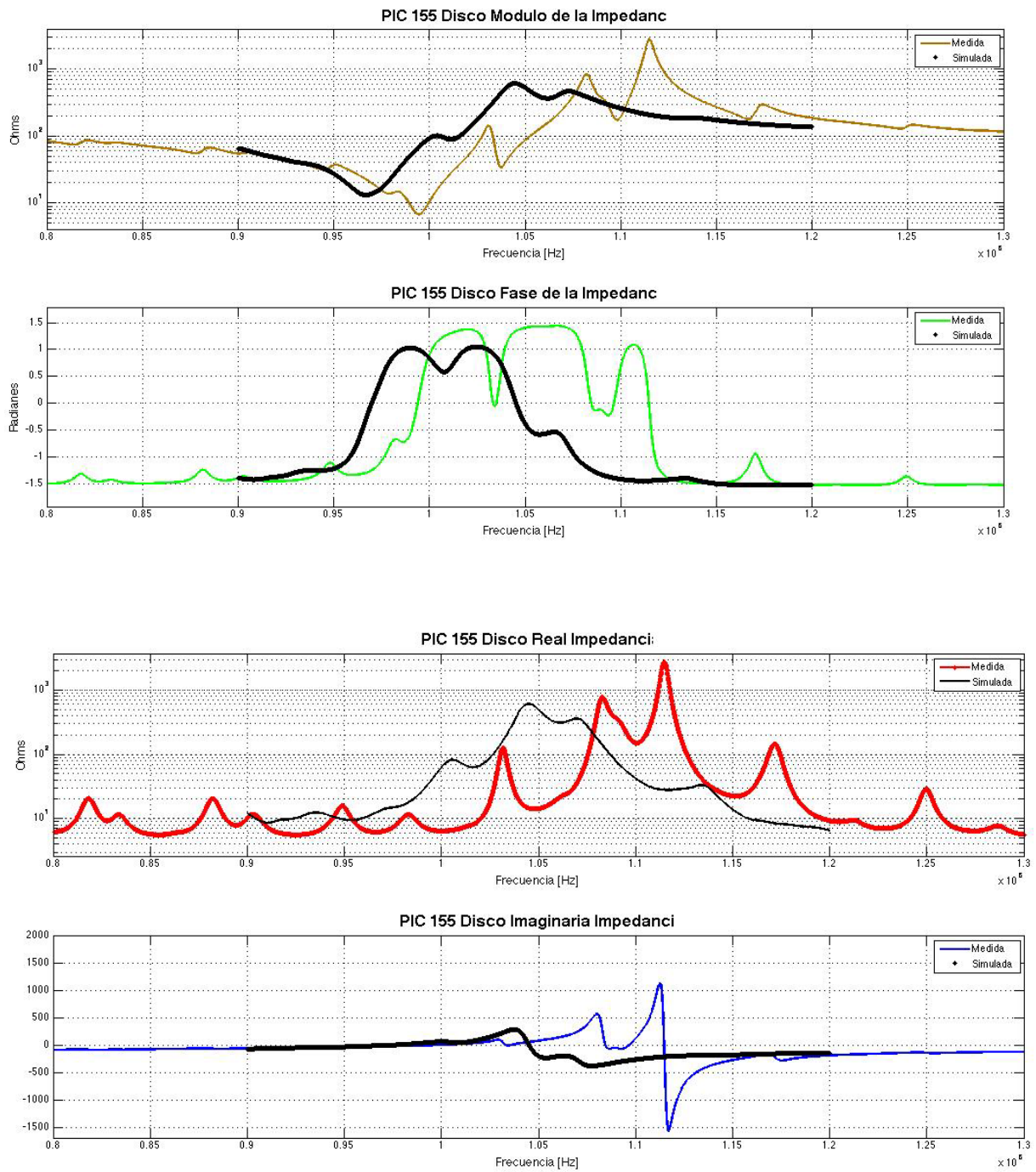


Figura 52. Arriba módulo de la impedancia (medida y simulada), abajo parte real e imaginaria de la impedancia (medido y simulado), para el modo espesor

### Cilindro PIC 151 Modo Longitudinal

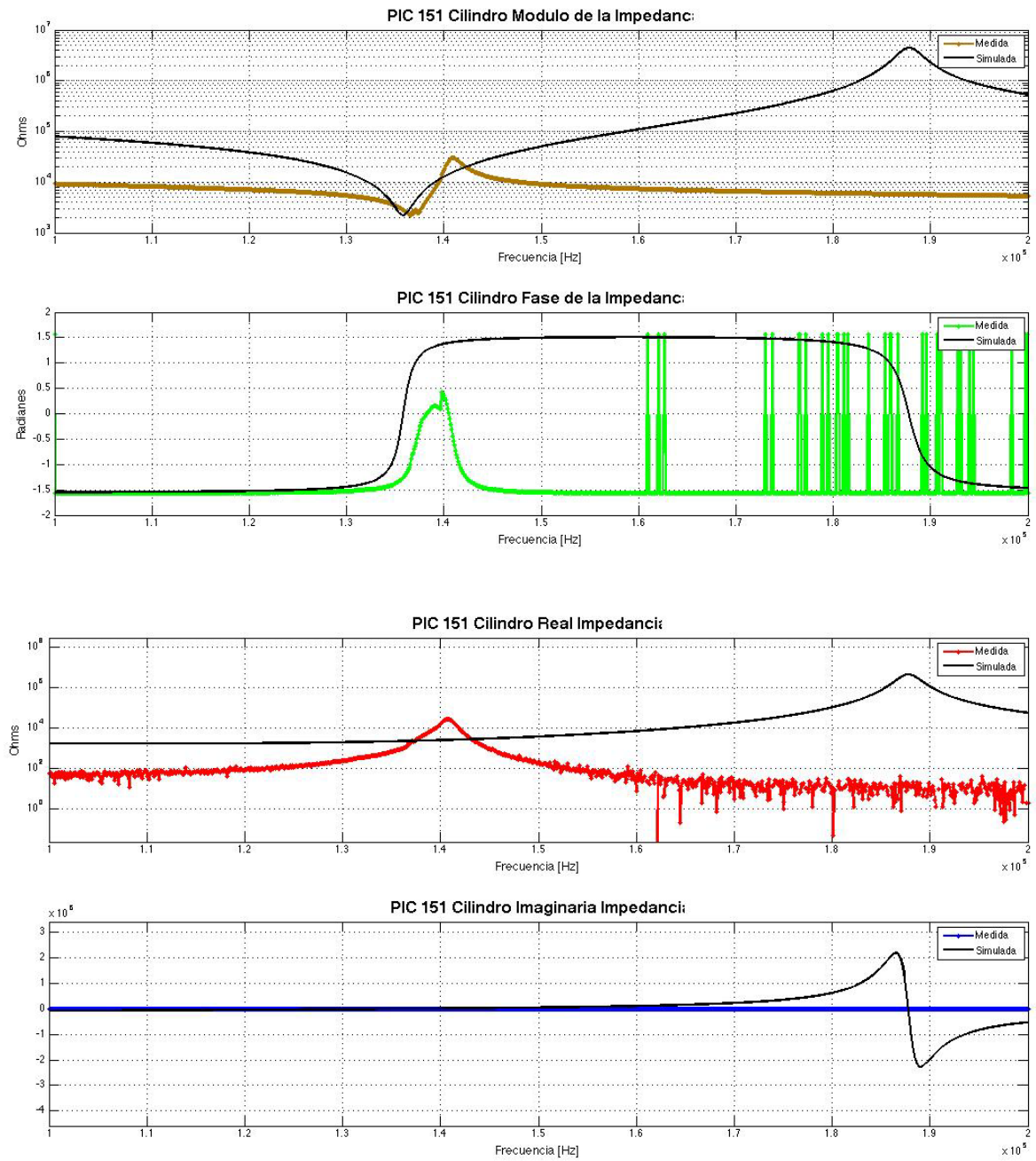


Figura 53. Arriba módulo de la impedancia (medida y simulada), abajo parte real e imaginaria de la impedancia (medido y simulado), para el modo longitudinal

### Cilindro PIC 155 Modo Longitudinal

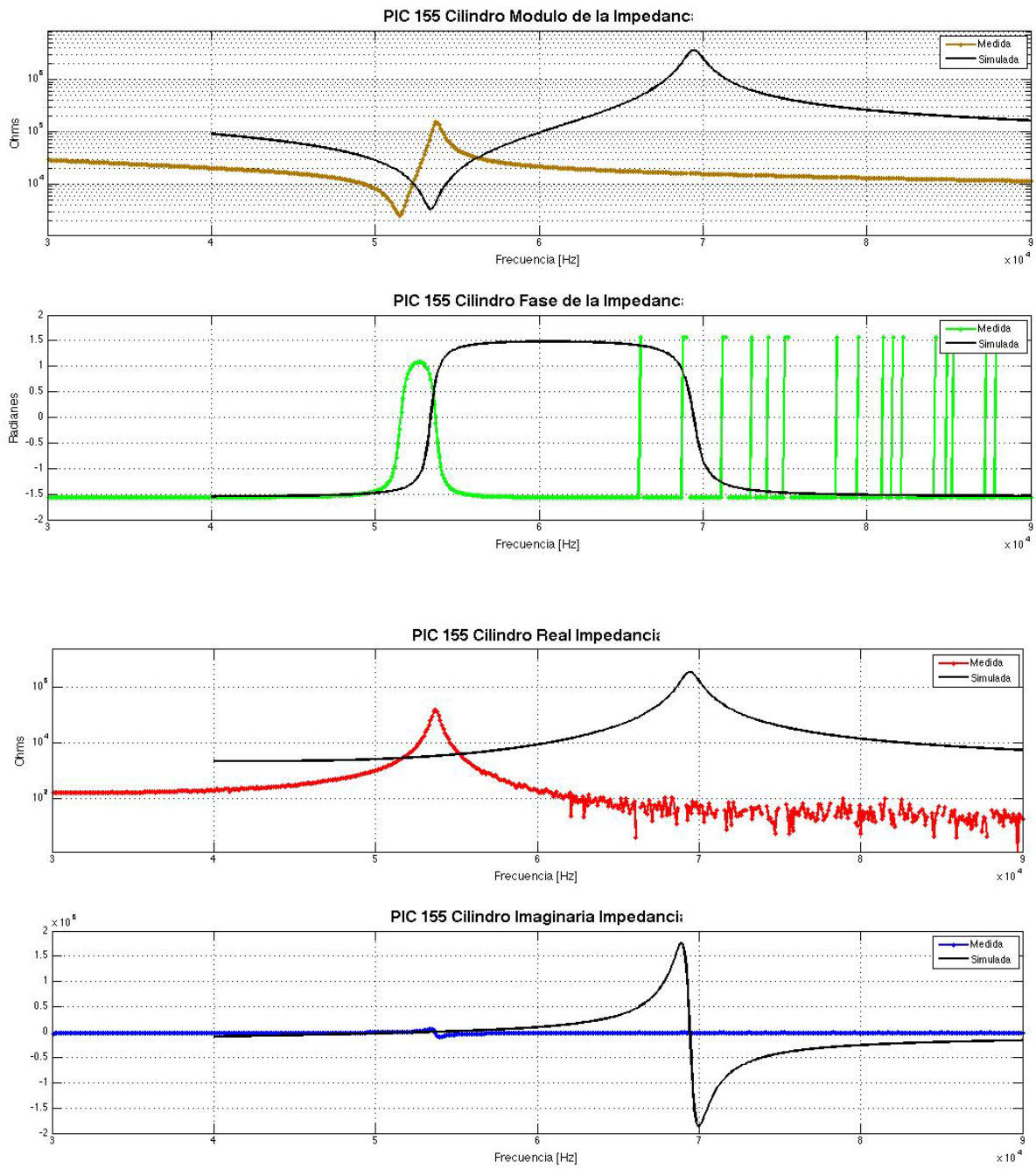


Figura 54. Arriba módulo de la impedancia (medida y simulada), abajo parte real e imaginaria de la impedancia (medido y simulado), para el modo longitudinal

## Placa PIC 155 Modo Transversal

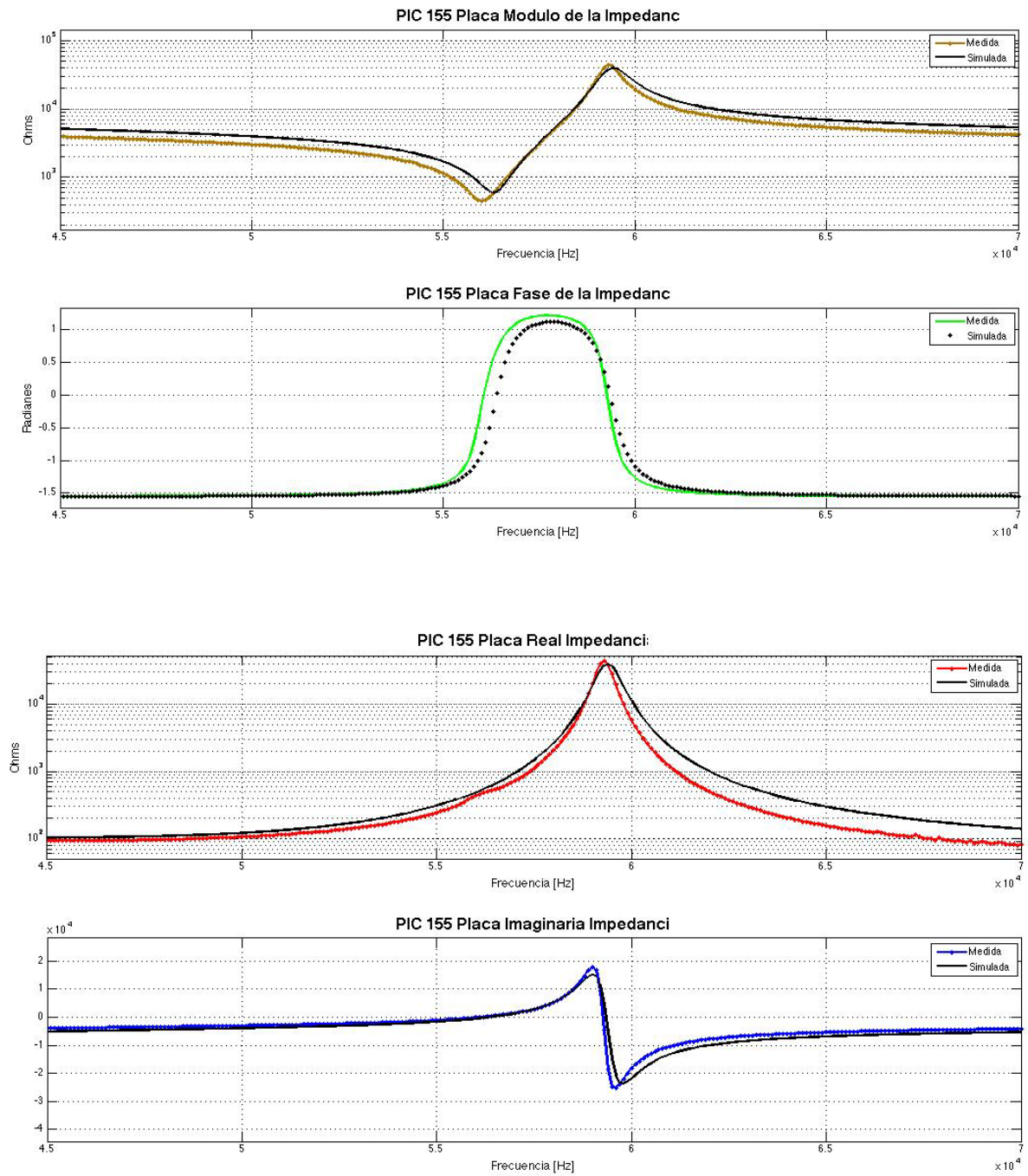


Figura 55. Arriba módulo de la impedancia (medida y simulada), abajo parte real e imaginaria de la impedancia (medido y simulado), para el modo transversal

### Placa PIC 151 Modo Transversal

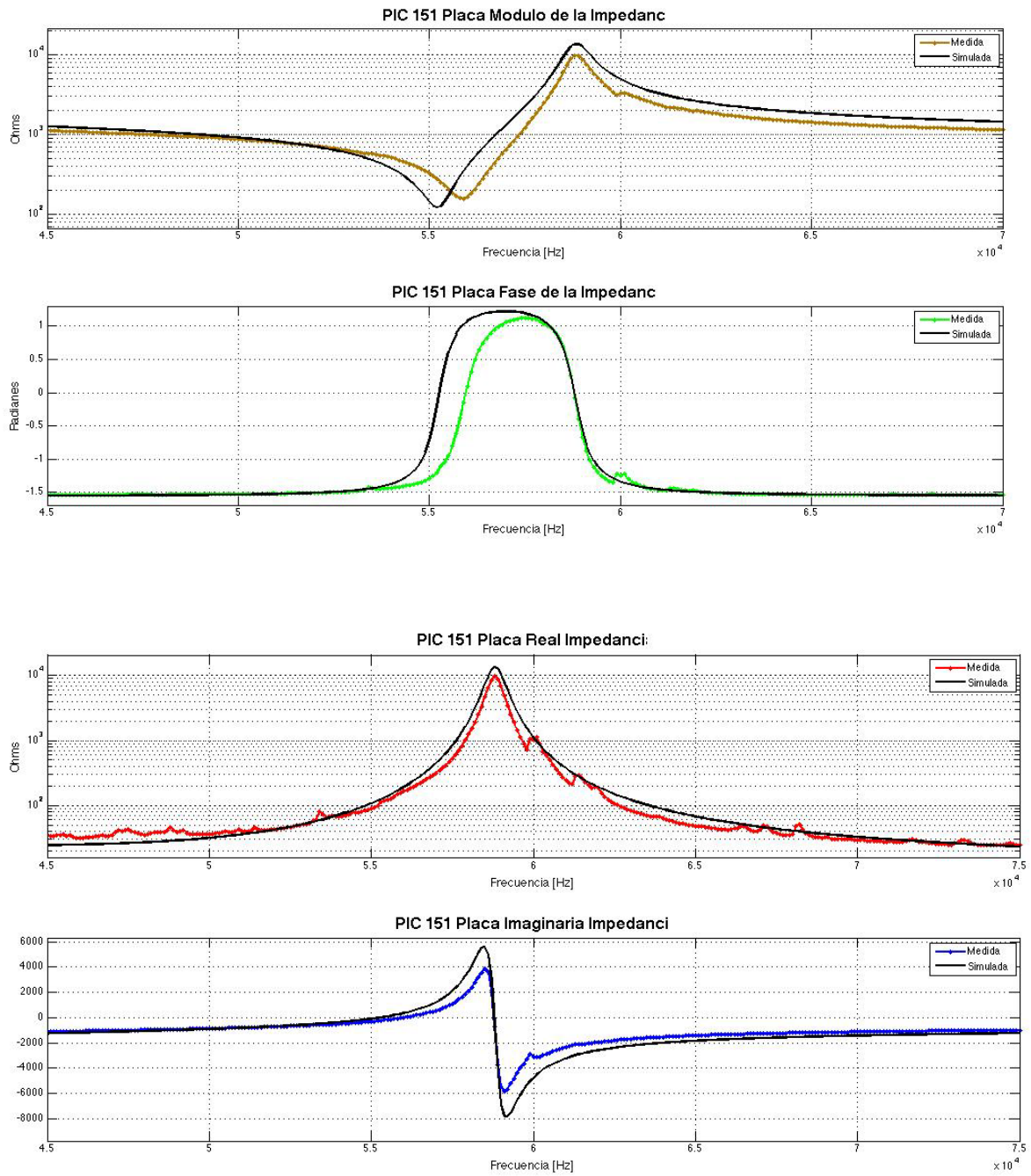


Figura 56. Arriba módulo de la impedancia (medida y simulada), abajo parte real e imaginaria de la impedancia (medido y simulado), para el modo transversal



## **Influencia de la incertidumbre**

Existen ciertos factores que llevan a resultados no fiables o que carecen de veracidad. Estos, son producto de un variado número de errores que son arrastrados desde las geometrías, las soluciones en las matrices de comportamiento piezoeléctrico, o incluso en el momento en el que los materiales cerámicos son puestos en el gran campo eléctrico para su polarización.

En este apartado se mostrará de manera gráfica la influencia en los modelos de COMSOL de los tamaños de las geometrías, el empleo o no de un dieléctrico con menores medidas que la superficie en la que se aplica el campo eléctrico, la influencia de tener mayores o menores pérdidas mecánicas y dieléctricas, además del tamaño de la malla para cada uno de las cerámicas. Debido a que los factores de acoplamiento piezoeléctrico dependen de las geometrías, deformaciones y la dirección en que fueron cargadas las cerámicas piezoeléctricas, solo fue posible representar todos los valores para el material PIC255.

Los resultados se presentarán como la fase de la impedancia y la parte real de la admitancia. Esto porque en la fase se muestra con claridad el cambio de fase debido a la frecuencia de resonancia y anti resonancia de las cerámicas piezoeléctricas. Cabe destacar que las simulaciones contra las medidas de laboratorio en el modo longitudinal no coinciden con claridad para los materiales PIC 155 y PIC 151, este comportamiento solo se puede explicar por los resultados debido al método de la resonancia para esta geometría o a las pequeñas deformaciones que se presentan en el material que conllevan a un ancho de banda corto en comparación con lo esperado.

## Influencia del electrodo

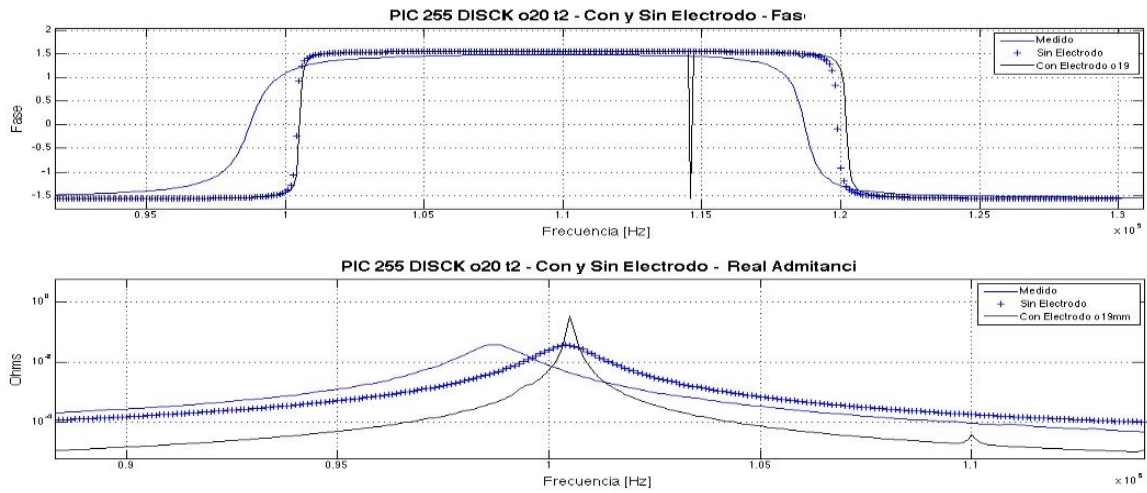


Figura 57. Fase, Real Admitancia y desplazamiento total a la frecuencia de resonancia y anti resonancia en la vibración radial.

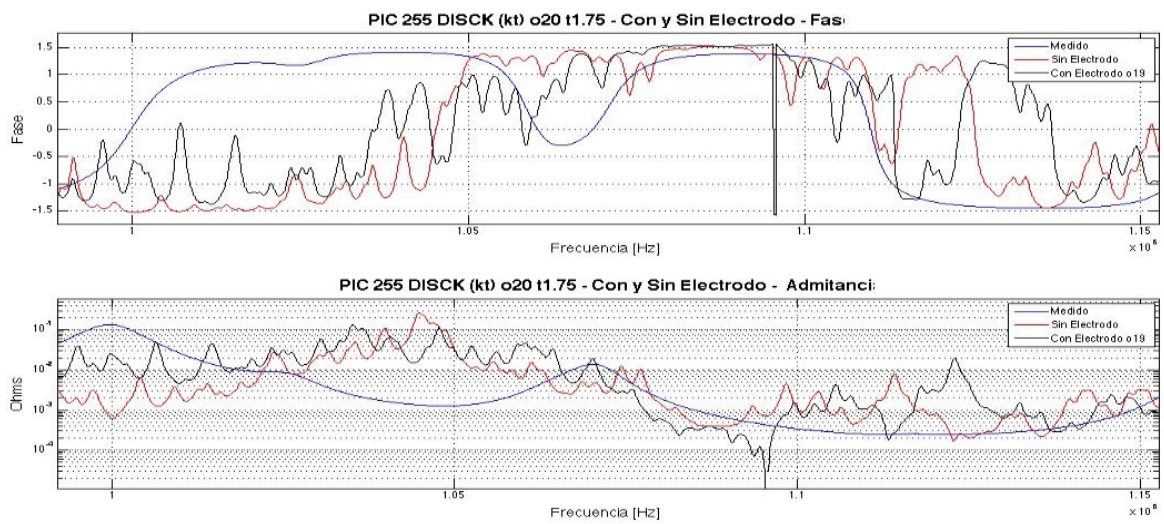


Figura 57. Desplazamiento total a la frecuencia de resonancia y anti resonancia en la vibración espesor

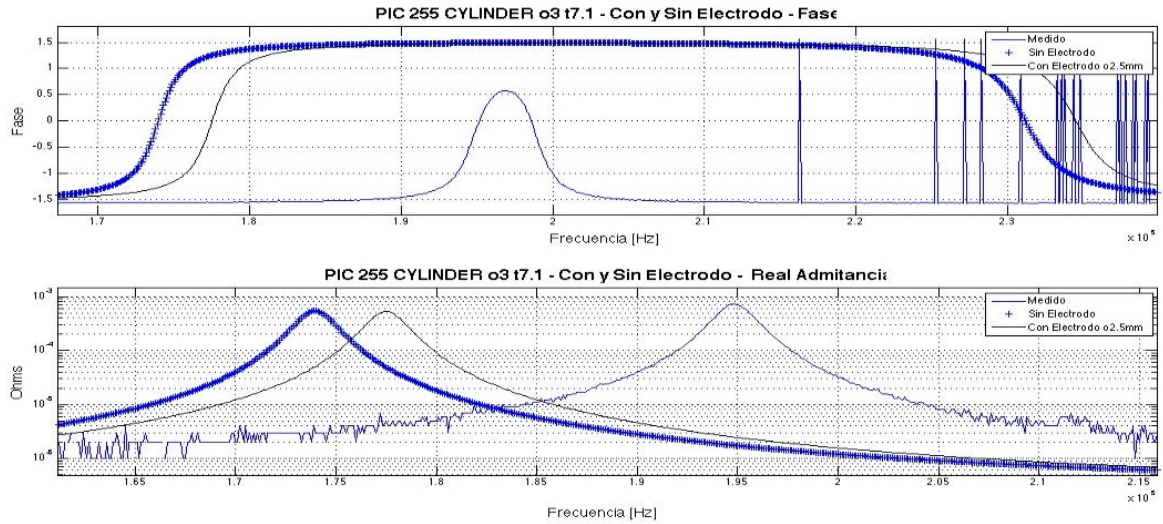


Figura 58. Desplazamiento total a la frecuencia de resonancia y anti resonancia en la vibración longitudinal.

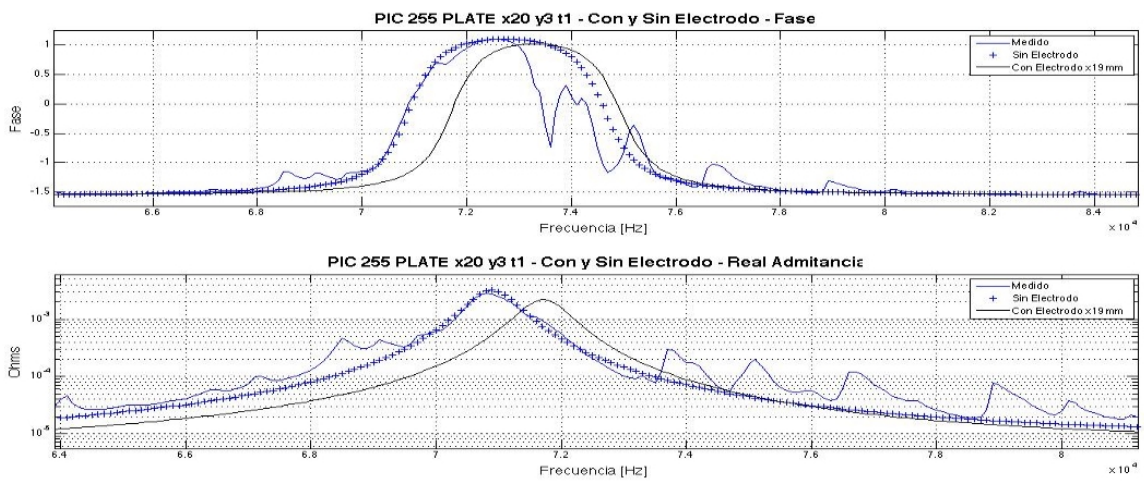


Figura 59. Desplazamiento total a la frecuencia de resonancia y anti resonancia en la vibración transversal.

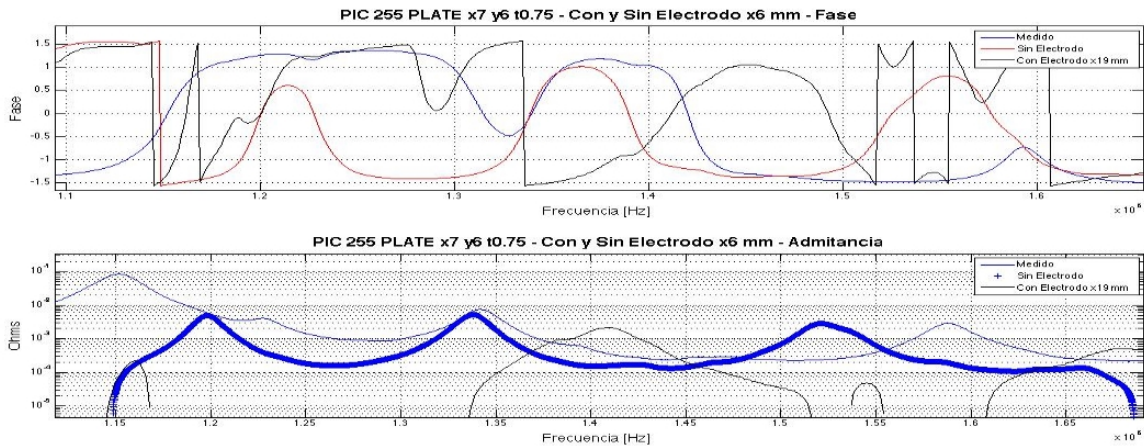


Figura 60. Desplazamiento total a la frecuencia de resonancia y anti resonancia en la vibración Cizalla.

### Comentarios:

En la gráfica 47 se puede observar la influencia de tener o no en el modelo una superficie que actué como electrodo. Los cambios en frecuencia son drásticos, pero los cambios en amplitud debido al electrodo son notables, sin embargo al tener en la simulación una superficie actuando como electrodo, el resultado en amplitud de la frecuencia de resonancia se aleja un poco de los resultados obtenidos con el analizador de impedancias.

En cada una de las gráficas (24-27) pueden apreciar las deformaciones del material en cada uno de los modos de resonancia y anti resonancia para cada geometría. Allí la influencia de la excitación sobre la superficie modifica o no el volumen del material de acuerdo a la frecuencia en la que sea excitado. Por ejemplo, en la gráfica 24 se observa que para la vibración radial la deformación que ocurre cerca de la frecuencia de resonancia hace que la cerámica tipo disco aumente su radio mientras que para frecuencias cercanas a la de anti resonancia el diámetro de la cerámica disminuya. Sin embargo este comportamiento no ocurre para todos los casos, pues para el modo de vibración 31 el material se altera en su forma modificándose en los ejes X, Y y Z.

Dado que las frecuencias sugeridas por el fabricante y medidas par el disco PIC255 no coincidían de manera correcta, el espesor de la cerámica fue modificado de acuerdo a la frecuencia de resonancia medida para hacer coincidir los valores de la matriz dependientes de la frecuencia de resonancia y anti resonancia. En la gráfica 28 se muestra la fase y la parte real de la admitancia donde se puede observar la diferencia en frecuencia con la geometría propuesta por el fabricante.

**Influencia de la geometría**

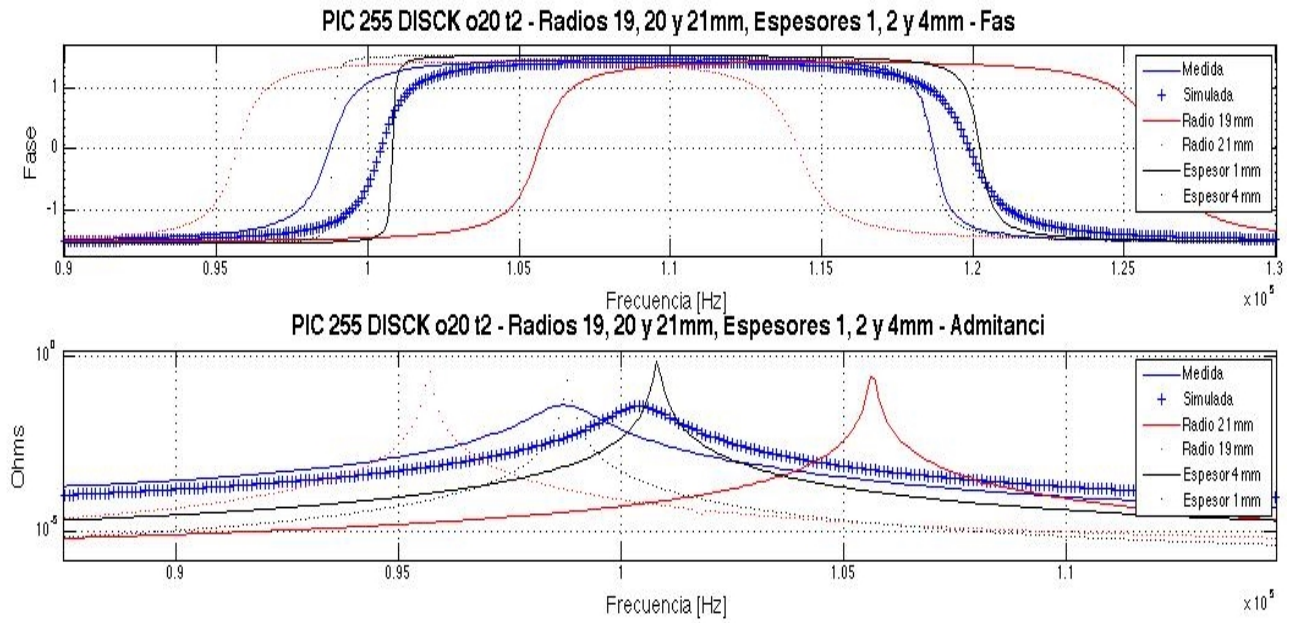


Figura 61. Cambios de la geometría en la vibración radial

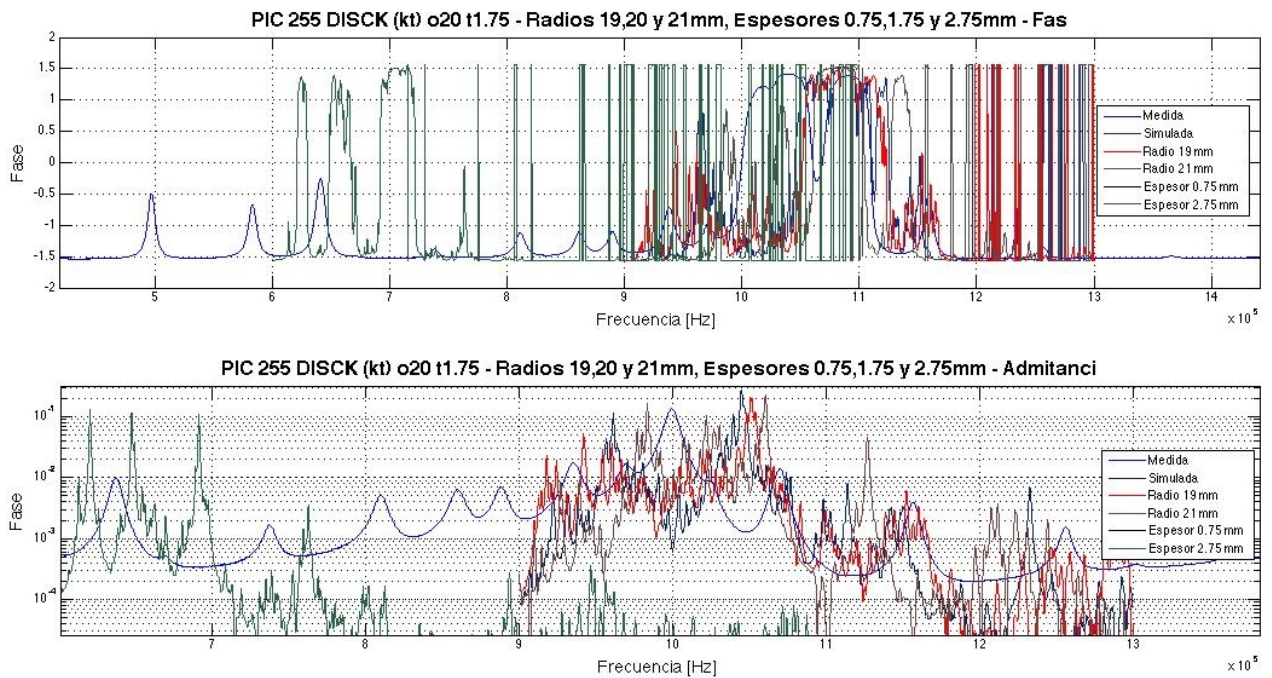


Figura 62. Cambios de la geometría en la vibración espesor

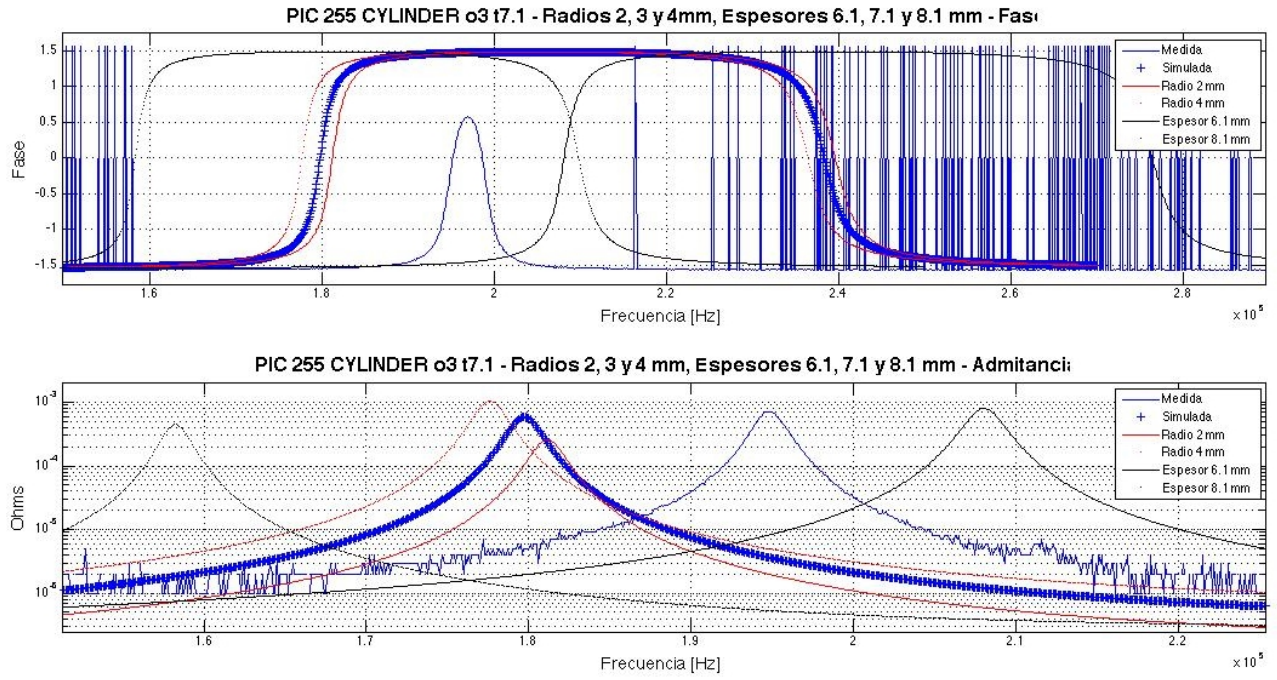


Figura 63. Cambios de la geometría en la vibración longitudinal

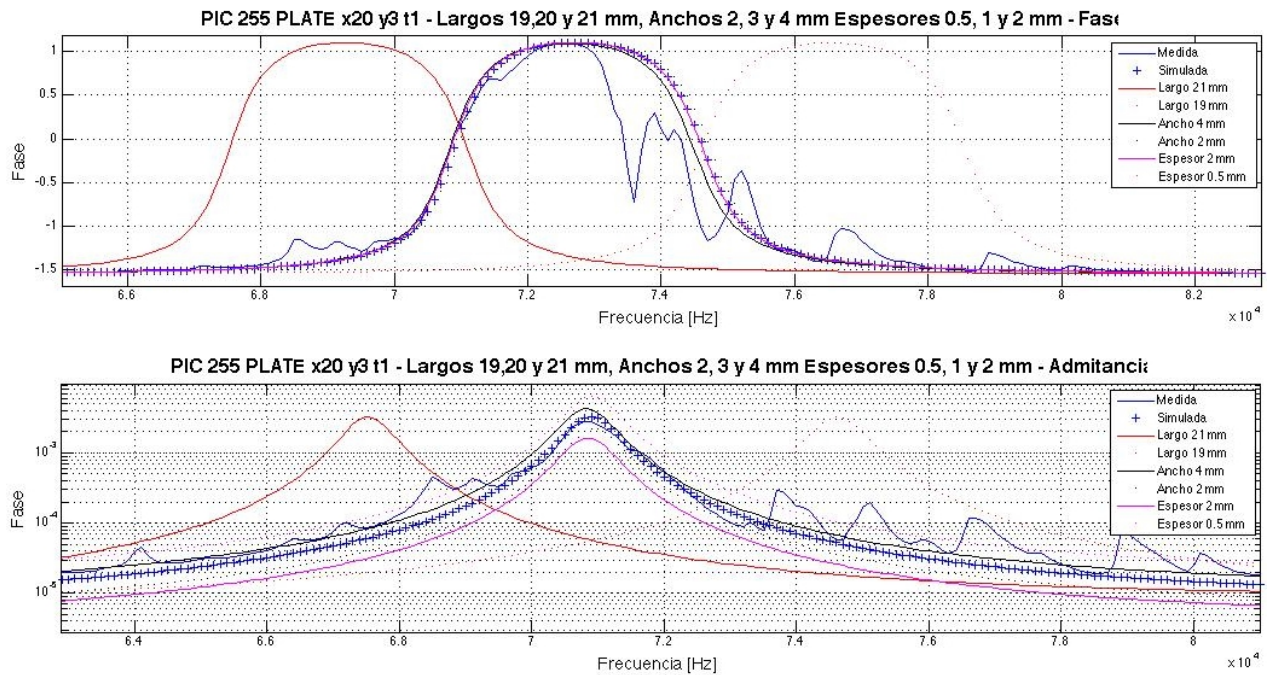


Figura 64. Cambios de la geometría en la vibración Transversal

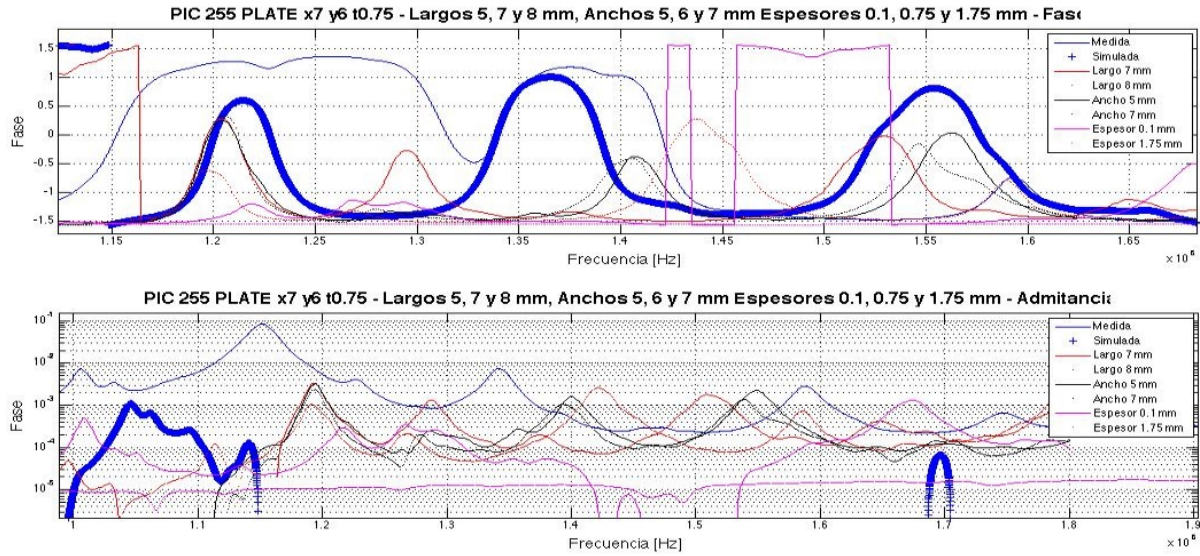


Figura 65. Cambios de la geometría en la vibración Cizalla

### Comentarios:

Como se puede observar en las gráficas anteriores, la geometría tiene una gran influencia en la frecuencia de resonancia para cada modo de vibración. Aunque la modificación de una no influye la respuesta en frecuencia de la otra, es decir, para la geometría tipo disco, al modificar el diámetro de la placa la frecuencia de resonancia varia en el modo radial pero si se modifica el espesor este no influye sobre la frecuencia de resonancia al del modo radial, el mismo caso sucede en el otro sentido en el modo de vibración tipo espesor.

En la figura 66 se muestra a manera de resumen los cambios que genera la modificación de la geometría en las vibraciones radial, espesor y longitudinal. En esta gráfica solo se muestran las vibraciones que presentan cambios significativos en el valor de amplitud de la admitancia por lo tanto, los modos de vibración transversal y cizalla no presentan cambios considerables en las amplitudes de la admitancia.

Par evaluar los cambios producidos debido a la geometría en los modos de vibración transversal y cizalla, la gráfica 67 muestra estos cambios producidos en la constante de frecuencia N haciendo comparativa con los valores del fabricante, de los resultados medidos en el laboratorio y de los valores calculados a través de los modelos en COMSOL.

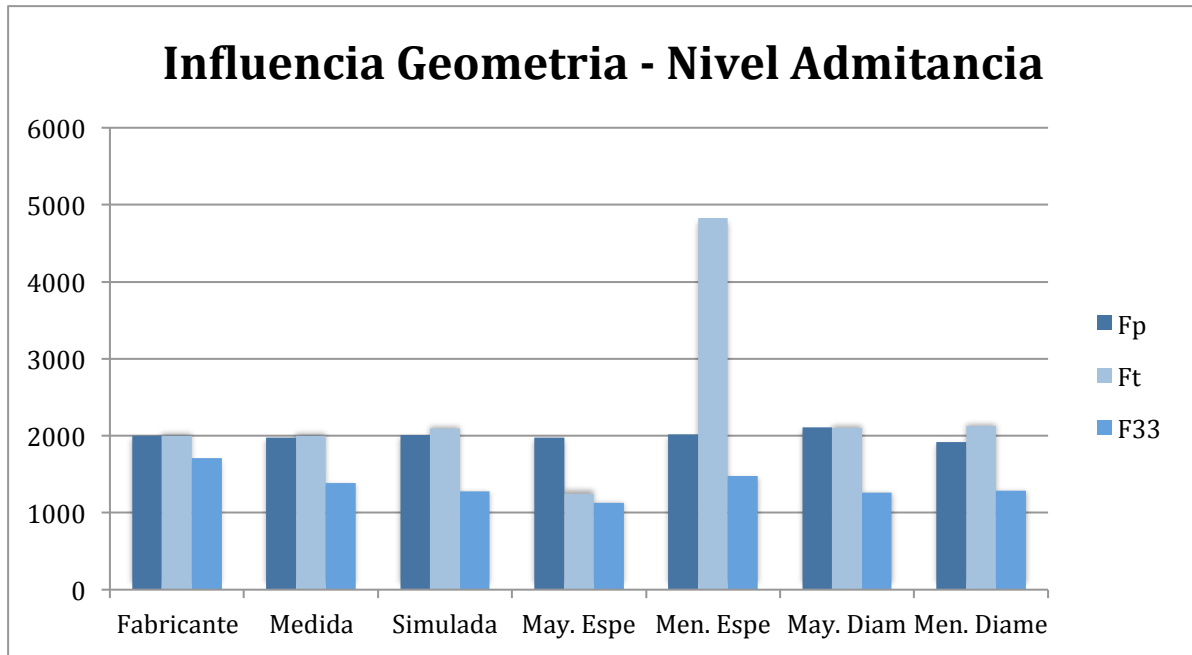


Figura 66. Influencia de la geometría en el nivel de la admitancia para los modos radial, espesor y longitudinal

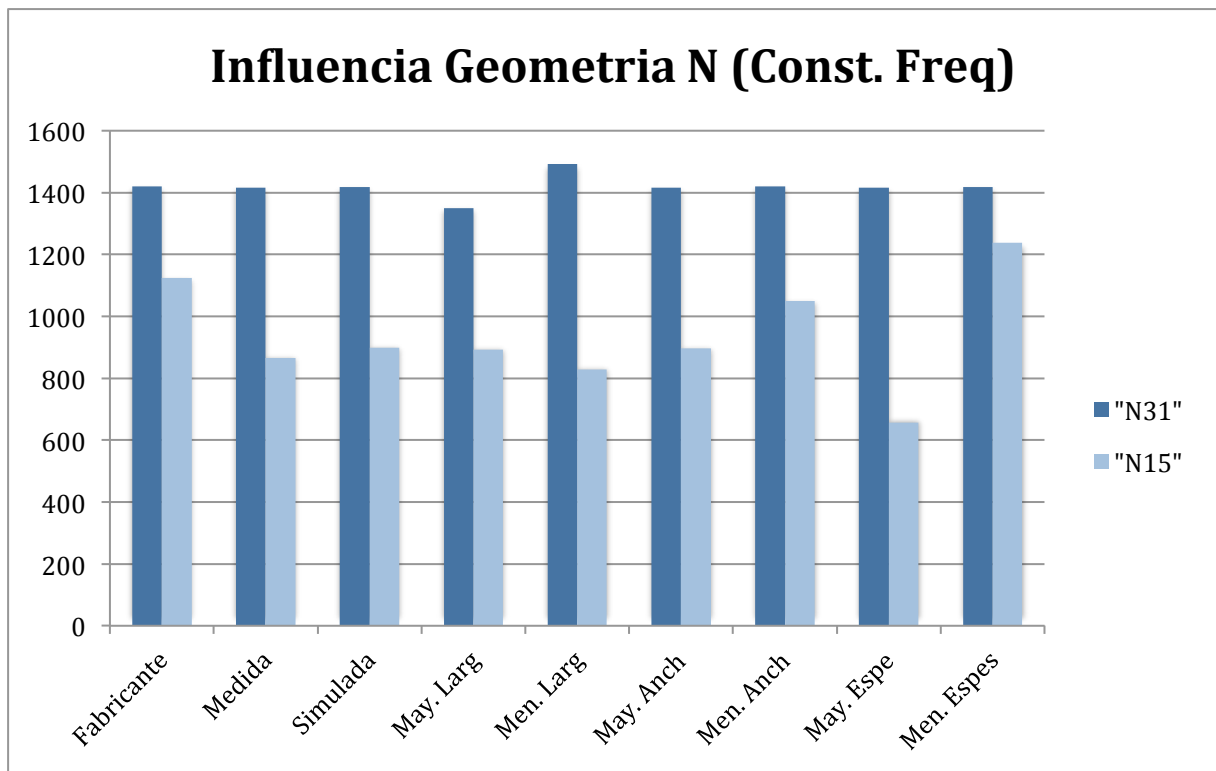


Figura 67. Influencia de la geometría en el coeficiente de frecuencia para los modos de vibración transversal y cizalla



## Influencia de las pérdidas

Las pérdidas mecánicas y dieléctricas se tendrán en cuenta en este apartado, la manera en la que estas influyen en la frecuencia de resonancia de cada geometría y la amplitud de esta según sean las modificaciones. Los valores evaluados para las perdidas mecánicas y dieléctricas en las simulaciones fueron del doble y de la mitad de las que sugiere el fabricante.

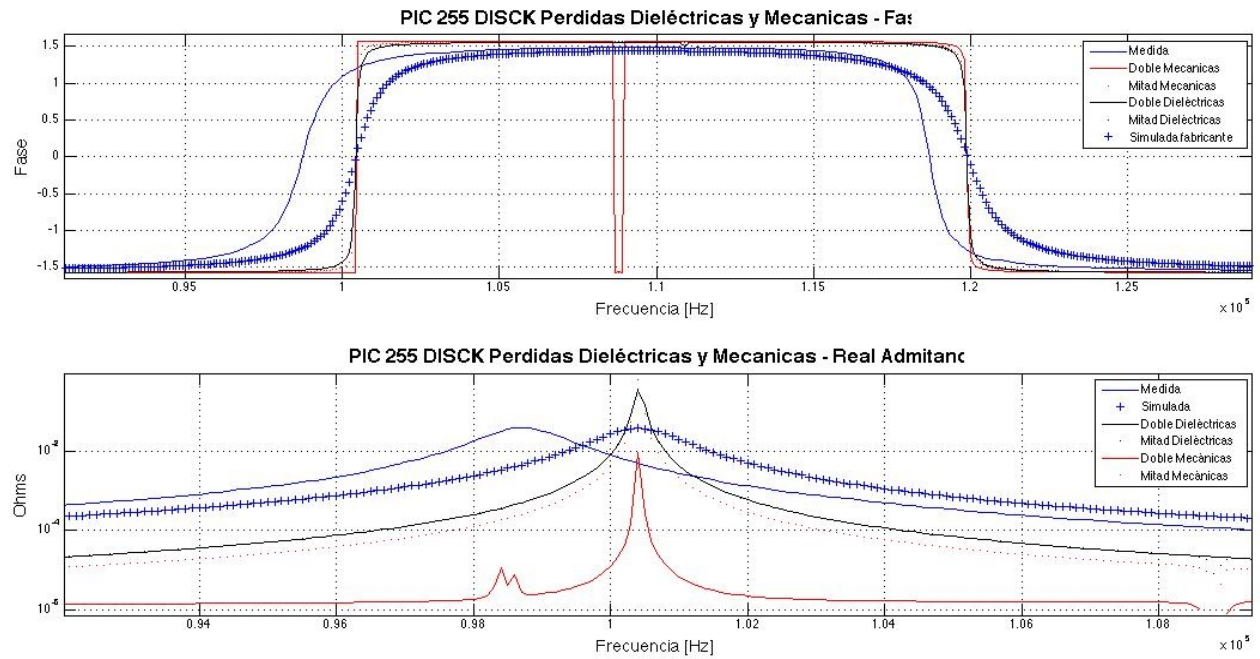


Figura 68. Cambios de las pérdidas en la vibración radial

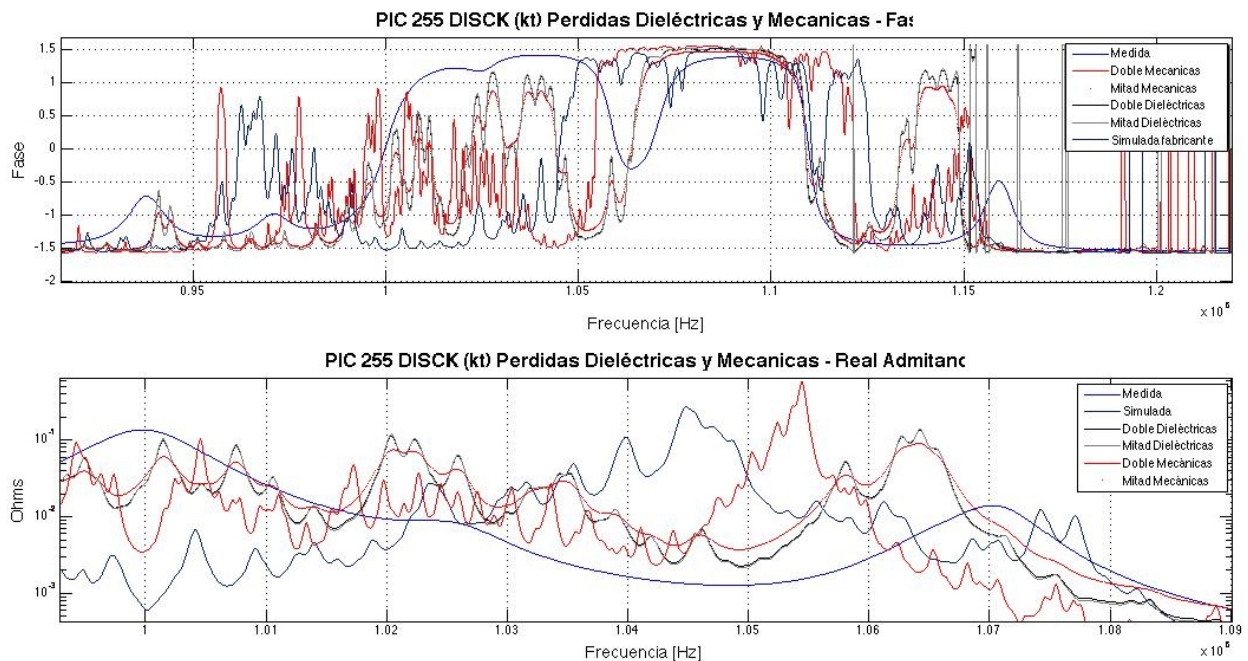


Figura 69. Cambios de las pérdidas en la vibración espesor

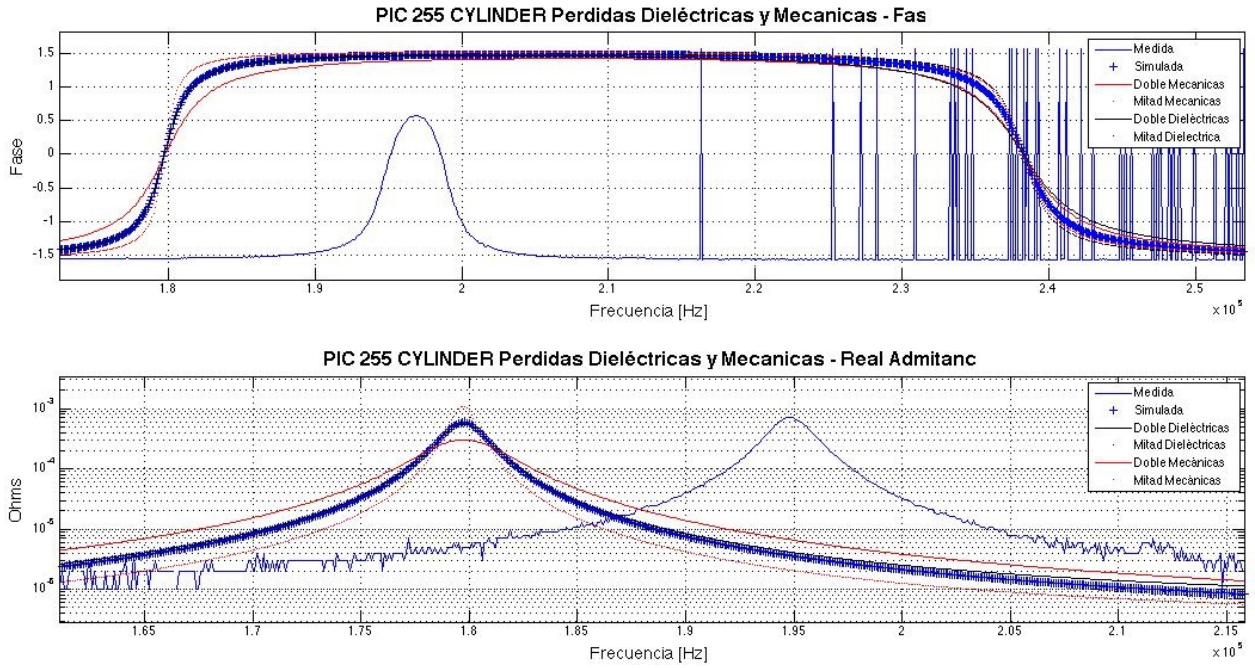


Figura 70. Cambios de las pérdidas en la vibración longitudinal

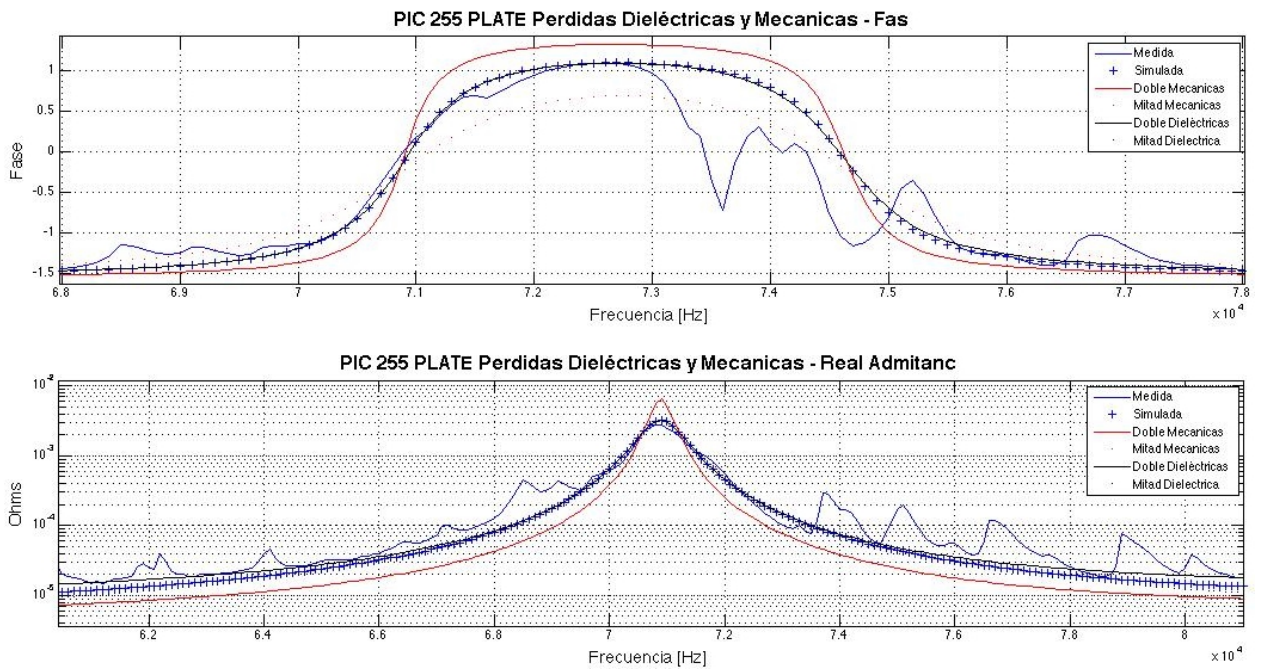


Figura 71. Cambios de las pérdidas en la vibración Transversal

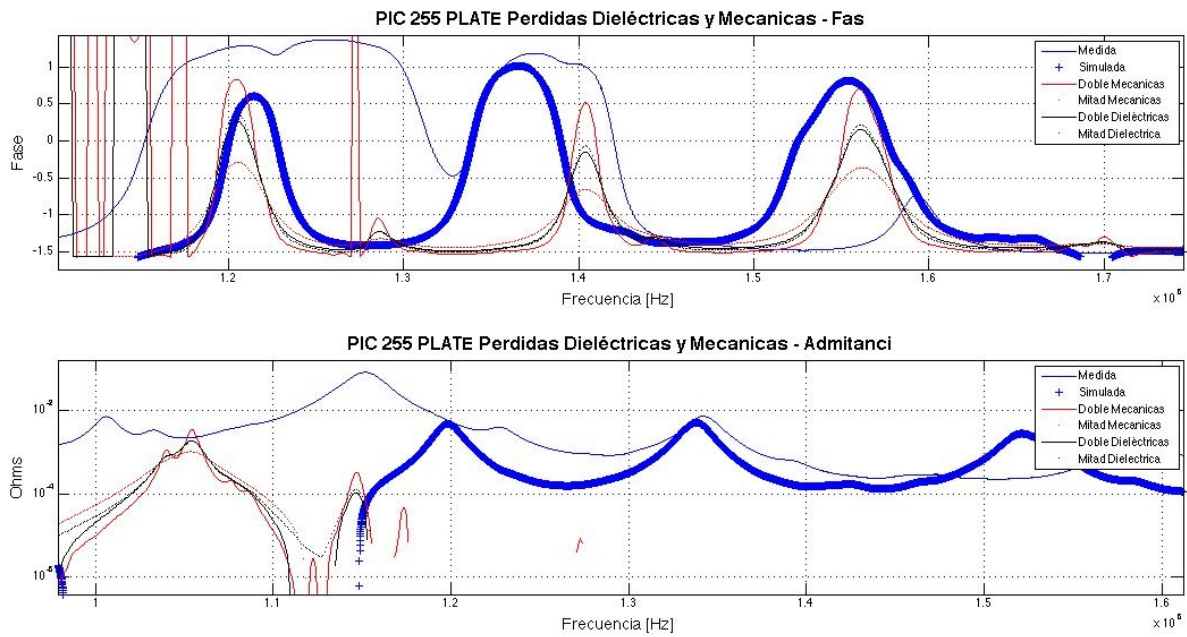


Figura 72. Cambios de las pérdidas en la vibración Cizalla

El valor de las pérdidas mecánicas y dieléctricas influye sobre el ancho de banda en la frecuencia de resonancia y la pendiente de la frecuencia de resonancia y anti resonancia, sin embargo no presenta cambios apreciables en la propia frecuencia de resonancia.

En la gráfica 72 se muestra a manera de resumen la influencia que tiene sobre la amplitud de la admitancia el valor que se asignan para las simulaciones las pérdidas mecánicas y dieléctricas. Se muestra en dos gráficas debido al rango de valores que se presentan para los diferentes modos de vibración.

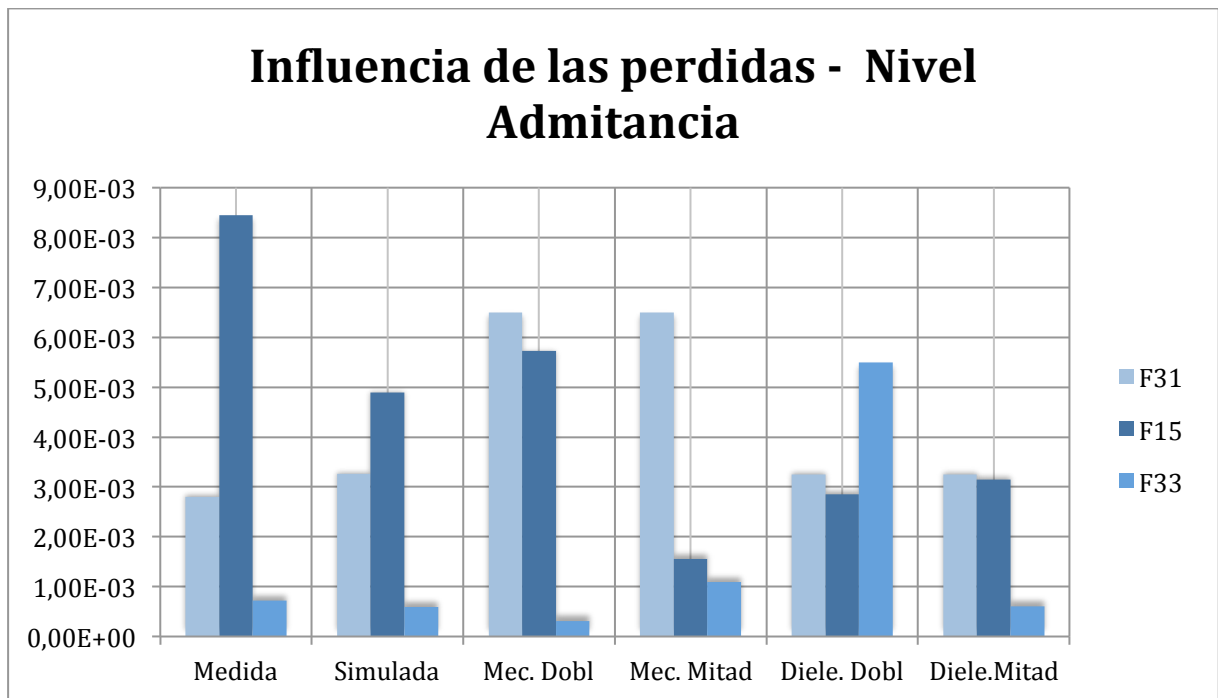
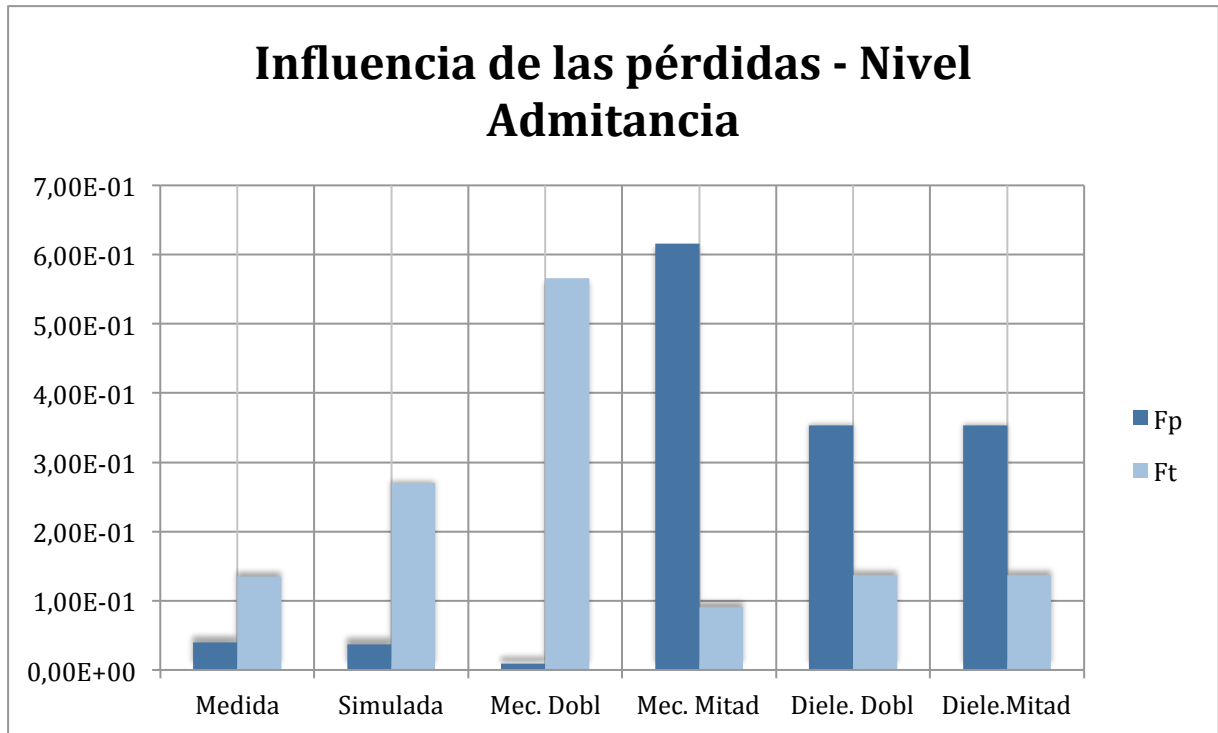


Figura 73. Influencia de las pérdidas mecánicas y dieléctricas en el nivel de la admitancia

### Influencia del mallado

El tipo y tamaño de la malla está relacionado con la frecuencia en la que se desarrolla la resonancia.

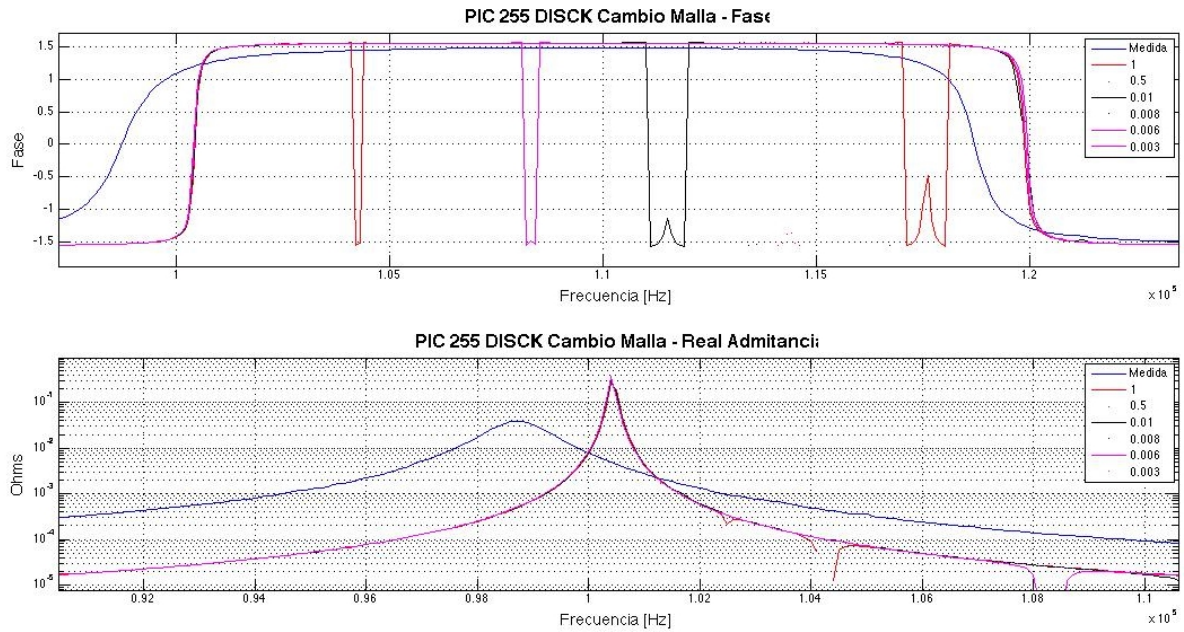


Figura 73. Cambios de la malla en la vibración radial

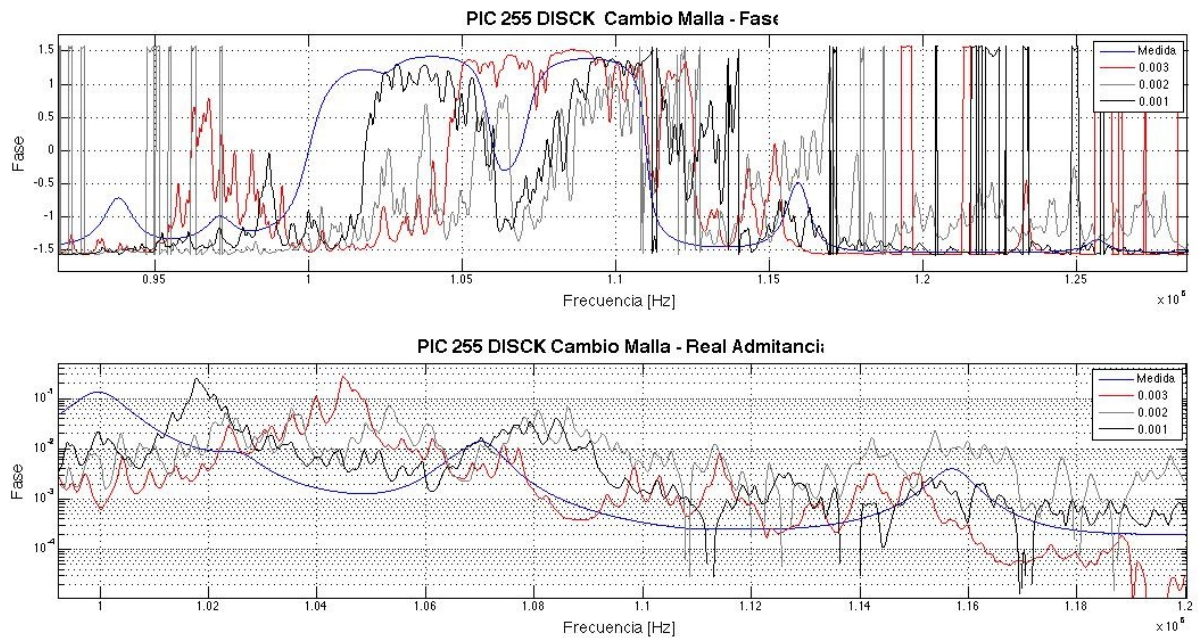


Figura 74. Cambios de la malla en la vibración espesor

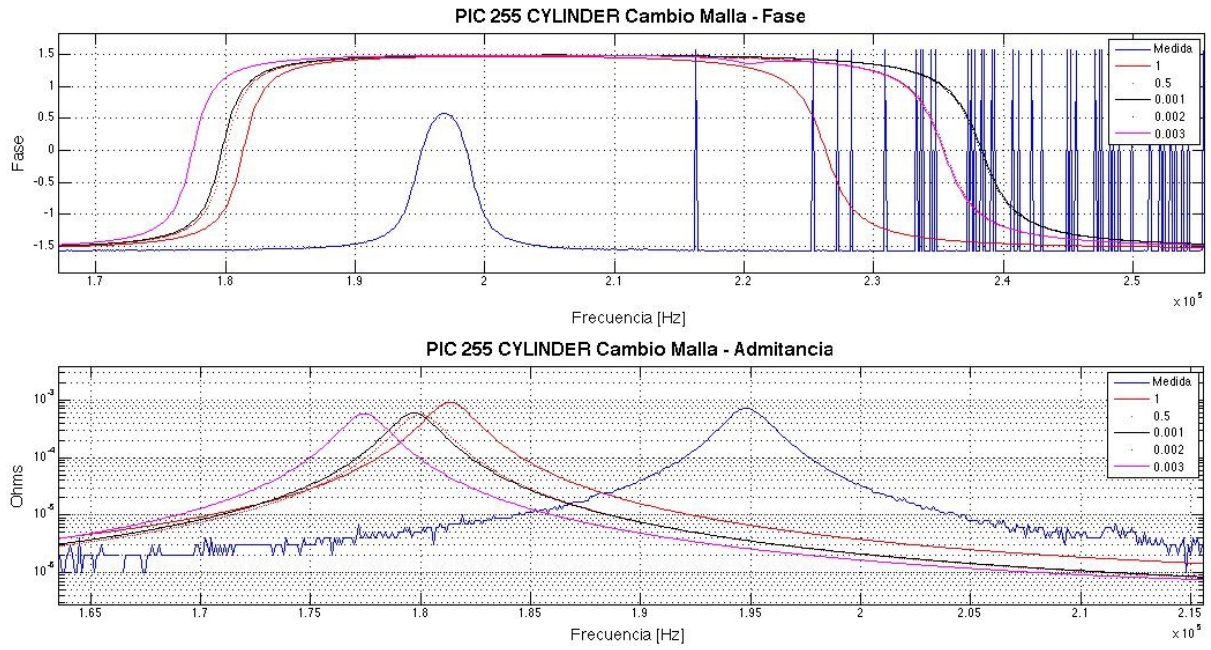


Figura 75. Cambios de la malla en la vibración longitudinal

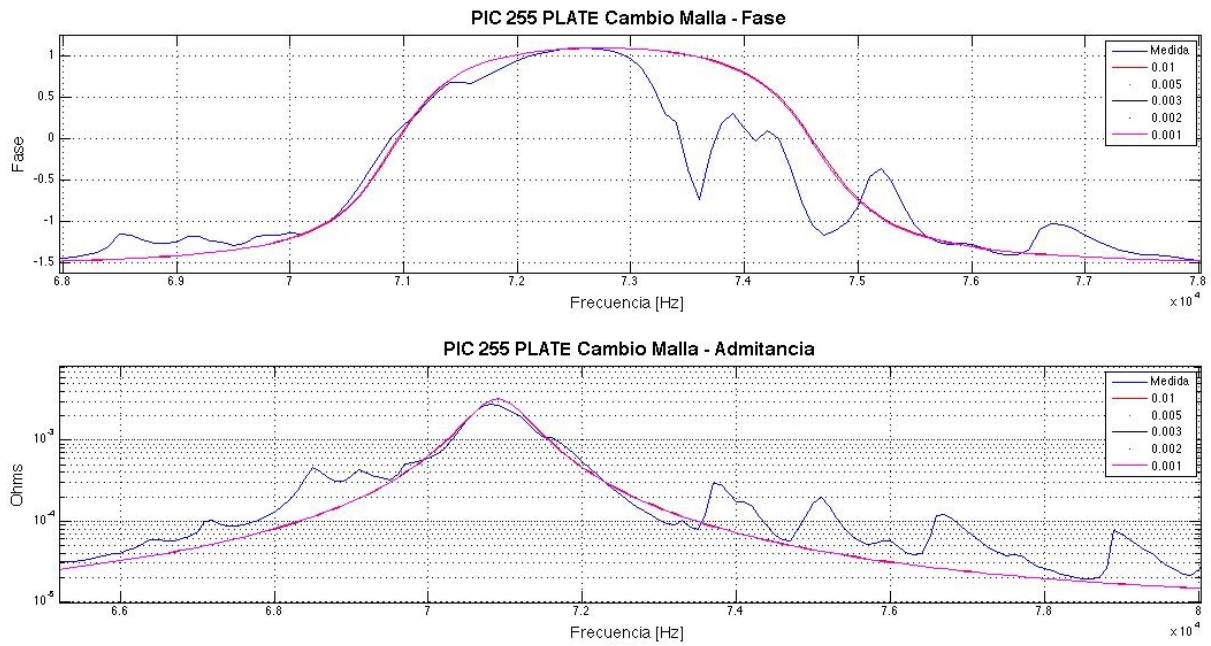


Figura 76. Cambios de la malla en la vibración Transversal

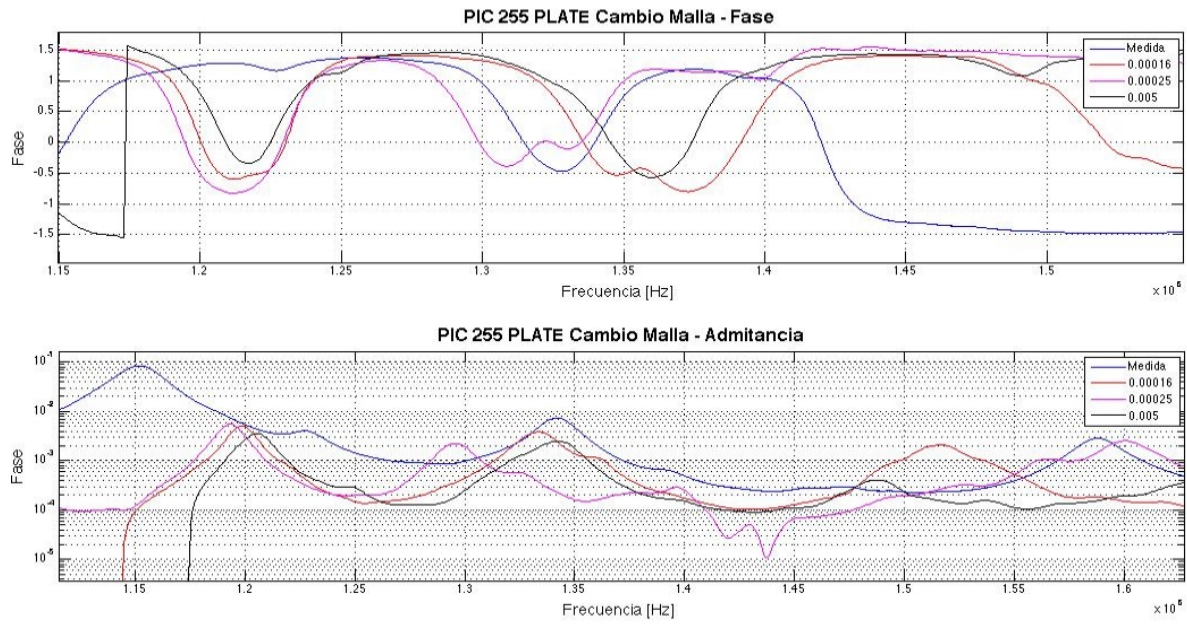


Figura 77. Cambios de la malla en la vibración cizalla

La malla tiene como requerimiento de tamaño que se pueda desarrollar al menos 1 longitud de onda en la frecuencia de resonancia, a partir de allí los resultados varían poco aunque significativamente a medida que se reduce el tamaño de la malla, sin embargo existe un punto para el cual los resultados no varían sin importar lo pequeña que sea la malla. Esto conlleva una mejora en los tiempos de cálculo pues las simulaciones que son de pequeñas superficies en altas frecuencias conllevan tiempos altos de cálculo.

En la gráfica 78 se muestra a manera de resumen la influencia en el valor de la admitancia los cambios que se producen al modificar el tamaño de la malla según el modo de vibración que se desee analizar.

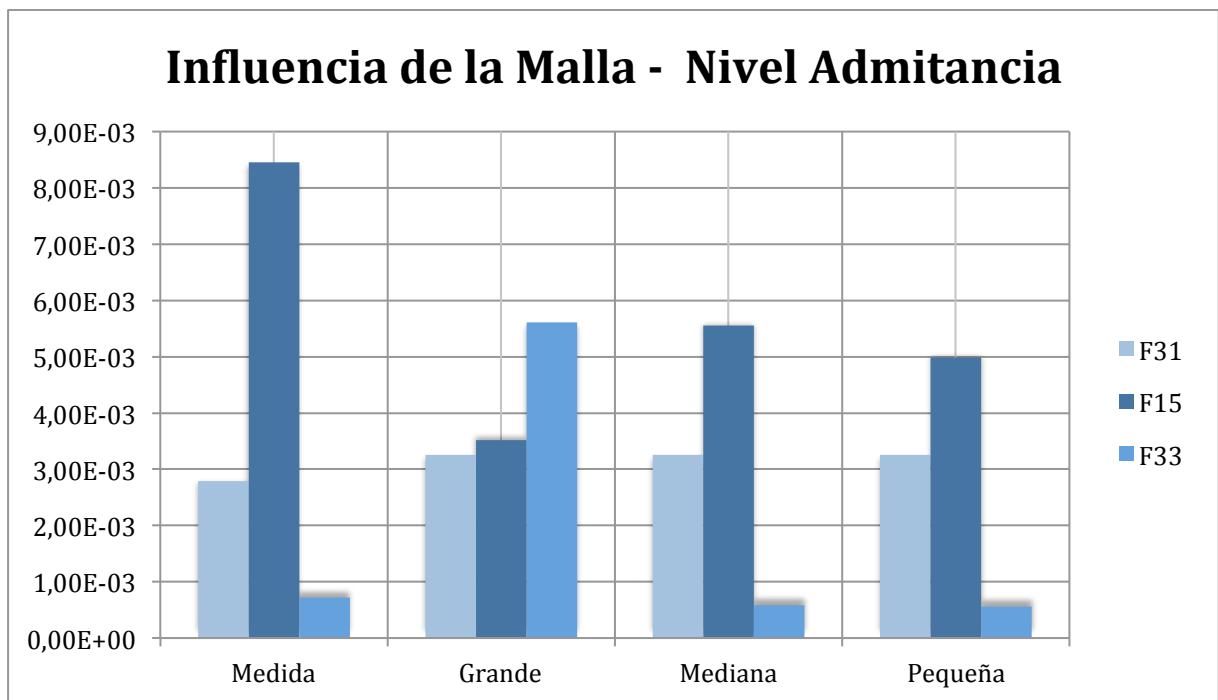
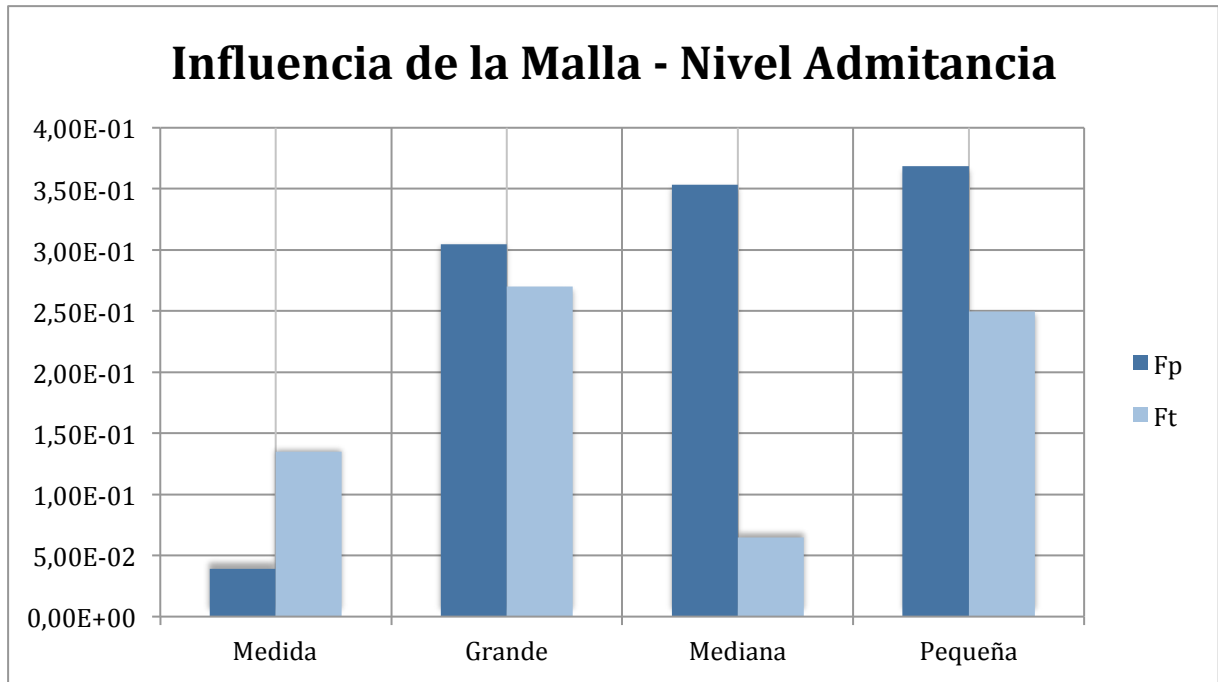


Figura 78. Influencia de la malla en el valor de la admitancia para cada uno de los modos de vibración



### Coeficientes de la matrices piezoeléctricas

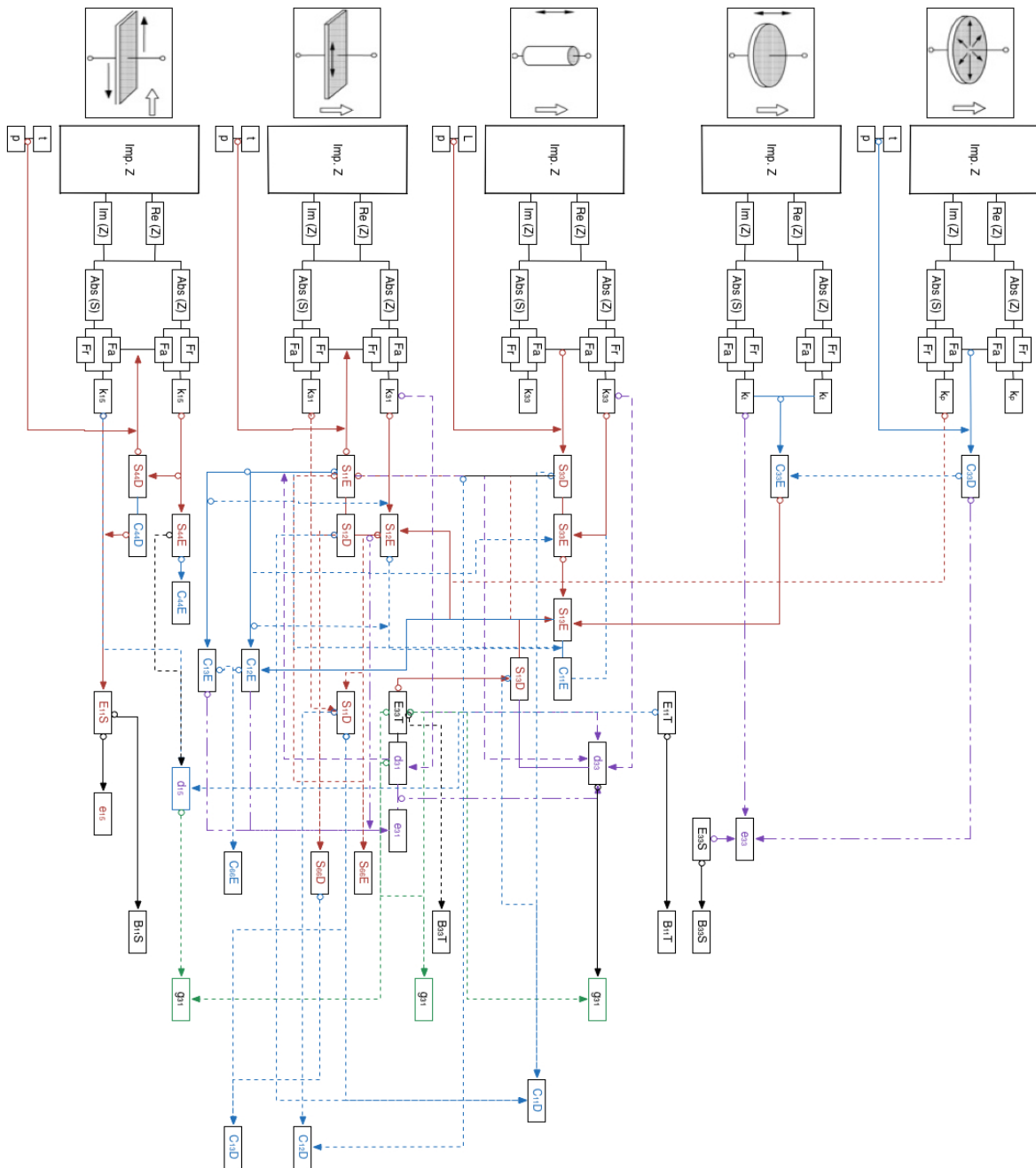


Figura 79. Relación de los coeficientes de la matrices que describen el comportamiento piezoeléctrico de un material PZT

PIC 151 Características

| Complete material data set PIC151 |                   |            |             |                  |           |
|-----------------------------------|-------------------|------------|-------------|------------------|-----------|
| Coefficient                       | Unit              | Value      | Coefficient | Unit             | Value     |
| Density                           | kg/m <sup>3</sup> | 7,76E+03   | N1          | Hzm              | 1384      |
|                                   |                   |            | N3          | Hzm              | 1817      |
| Qm                                |                   | 88         | N5          | Hzm              | 1050      |
|                                   |                   |            | Np          | Hzm              | 1915      |
| ε 11T                             |                   | 1936       | Nt          | Hzm              | 2118      |
| ε 33T                             |                   | 2109       |             |                  |           |
| ε 11S                             |                   | 1110       | d31         | m/V              | -2,14E-10 |
| ε 33S                             |                   | 852        | d33         | m/V              | 4,23E-10  |
| tan δ                             |                   | 15,7E-3    | d15         | m/V              | 6,10E-10  |
|                                   |                   |            |             |                  |           |
| k31                               |                   | 0,382      | g31         | Vm/N             | -1,15E-02 |
| k33                               |                   | 0,697      | g33         | Vm/N             | 2,18E-02  |
| k15                               |                   | 0,653      | g15         | Vm/N             | 3,65E-02  |
| kp                                |                   | 0,663      |             |                  |           |
| kt                                |                   | 0,528      | e31         | N/Vm             | -9,60     |
|                                   |                   |            | e33         | N/Vm             | 15,10     |
| Poisson (σ)                       |                   | 0,34       | e15         | N/Vm             | 12,00     |
|                                   |                   |            |             |                  |           |
| s11E                              | m <sup>2</sup> /N | 1,683E-11  | c11E        | N/m <sup>2</sup> | 1,076E+11 |
| s33E                              | m <sup>2</sup> /N | 1,900E-11  | c33E        | N/m <sup>2</sup> | 1,004E+11 |
| s55E                              | m <sup>2</sup> /N | 5,096E-11  | c55E        | N/m <sup>2</sup> | 1,962E+11 |
| s12E                              | m <sup>2</sup> /N | -5,656E-12 | c12E        | N/m <sup>2</sup> | 6,312E+10 |
| s13E                              | m <sup>2</sup> /N | -7,107E-12 | c13E        | N/m <sup>2</sup> | 6,385E+10 |
| s44E                              | m <sup>2</sup> /N | 5,096E-11  | c44E        | N/m <sup>2</sup> | 1,962E+10 |
| s66E                              | m <sup>2</sup> /N | 4,497E-11  | c66E        | N/m <sup>2</sup> | 2,224E+10 |
|                                   |                   |            |             |                  |           |
| s11D                              | m <sup>2</sup> /N | 1,436E-11  | c11D        | N/m <sup>2</sup> | 1,183E+11 |
| s33D                              | m <sup>2</sup> /N | 9,750E-11  | c33D        | N/m <sup>2</sup> | 1,392E+11 |
| s55D                              | m <sup>2</sup> /N | 2,924E-11  | c55D        | N/m <sup>2</sup> | 3,420E+10 |
| s12D                              | m <sup>2</sup> /N | -8,112E-12 | c12D        | N/m <sup>2</sup> | 7,376E+10 |
| s13D                              | m <sup>2</sup> /N | -2,250E-12 | c13D        | N/m <sup>2</sup> | 4,436E+10 |
| s44D                              | m <sup>2</sup> /N | 2,924E-11  | c44D        | N/m <sup>2</sup> | 3,420E+10 |
| s66D                              | m <sup>2</sup> /N | 4,497E-11  | c66D        | N/m <sup>2</sup> | 2,224E+10 |

PIC 155 Características

| Complete material data set PIC155 |                   |            |             |                  |           |
|-----------------------------------|-------------------|------------|-------------|------------------|-----------|
| Coefficient                       | Unit              | Value      | Coefficient | Unit             | Value     |
| Density                           | kg/m <sup>3</sup> | 7,76E+03   | N1          | Hzm              | 1412      |
|                                   |                   |            | N3          | Hzm              | 1784      |
| Qm                                |                   | 80         | N5          | Hzm              | 1028      |
|                                   |                   |            | Np          | Hzm              | 1998      |
| ε 11Tr                            |                   | 1498       | Nt          | Hzm              | 2154      |
| ε 33Tr                            |                   | 1350       |             |                  |           |
| ε 11Sr                            |                   | 873        | d31         | m/V              | -1,54E-10 |
| ε 33Sr                            |                   | 680        | d33         | m/V              | 3,07E-10  |
| tan δ                             |                   | 18,5E-3    | d15         | m/V              | 5,39E-10  |
|                                   |                   |            |             |                  |           |
| k31                               |                   | 0,348      | g31         | Vm/N             | -1,29E-02 |
| k33                               |                   | 0,657      | g33         | Vm/N             | 2,57E-02  |
| k15                               |                   | 0,646      | g15         | Vm/N             | 4,06E-02  |
| kp                                |                   | 0,588      |             |                  |           |
| kt                                |                   | 0,480      | e31         | N/Vm             | -5,60     |
|                                   |                   |            | e33         | N/Vm             | 12,80     |
| Poisson (σ)                       |                   | 0,30       | e15         | N/Vm             | 10,30     |
|                                   |                   |            |             |                  |           |
| s11E                              | m <sup>2</sup> /N | 1,617E-11  | c11E        | N/m <sup>2</sup> | 1,108E+11 |
| s33E                              | m <sup>2</sup> /N | 1,780E-11  | c33E        | N/m <sup>2</sup> | 1,108E+11 |
| s55E                              | m <sup>2</sup> /N | 5,237E-11  | c55E        | N/m <sup>2</sup> | 1,909E+10 |
| s12E                              | m <sup>2</sup> /N | -4,842E-12 | c12E        | N/m <sup>2</sup> | 6,326E+10 |
| s13E                              | m <sup>2</sup> /N | -7,050E-12 | c13E        | N/m <sup>2</sup> | 6,896E+10 |
| s44E                              | m <sup>2</sup> /N | 5,237E-11  | c44E        | N/m <sup>2</sup> | 1,909E+10 |
| s66E                              | m <sup>2</sup> /N | 4,202E-11  | c66E        | N/m <sup>2</sup> | 2,380E+10 |
|                                   |                   |            |             |                  |           |
| s11D                              | m <sup>2</sup> /N | 1,421E-11  | c11D        | N/m <sup>2</sup> | 1,146E+11 |
| s33D                              | m <sup>2</sup> /N | 1,010E-11  | c33D        | N/m <sup>2</sup> | 1,440E+11 |
| s55D                              | m <sup>2</sup> /N | 3,048E-11  | c55D        | N/m <sup>2</sup> | 3,281E+10 |
| s12D                              | m <sup>2</sup> /N | -6,800E-12 | c12D        | N/m <sup>2</sup> | 6,701E+10 |
| s13D                              | m <sup>2</sup> /N | -3,100E-12 | c13D        | N/m <sup>2</sup> | 5,575E+10 |
| s44D                              | m <sup>2</sup> /N | 3,048E-11  | c44D        | N/m <sup>2</sup> | 3,281E+10 |
| s66D                              | m <sup>2</sup> /N | 4,202E-11  | c66D        | N/m <sup>2</sup> | 2,380E+10 |

PIC 255 Características

| Material coefficients PIC255 |                   |            |             |                  |           |
|------------------------------|-------------------|------------|-------------|------------------|-----------|
| Coefficient                  | Unit              | Value      | Coefficient | Unit             | Value     |
| Density                      | kg/m <sup>3</sup> | 7,80E+03   | N1          | Hzm              | 1420      |
| Qm                           |                   | 80         | N3          | Hzm              | 1710      |
|                              |                   |            | N5          | Hzm              | 1125      |
| ε 11Tr                       |                   | 1649       | Np          | Hzm              | 2000      |
| ε 33Tr                       |                   | 1750       | Nt          | Hzm              | 2000      |
| ε 11Sr                       |                   | 930        |             |                  |           |
| ε 33Sr                       |                   | 857        | d31         | m/V              | -1,74E-10 |
|                              |                   |            | d33         | m/V              | 3,94E-10  |
| β 11T                        | Vm/As             | 6,85E+07   | d15         | m/V              | 5,35E-10  |
| β 33T                        | Vm/As             | 6,45E+07   |             |                  |           |
| β 11S                        | Vm/As             | 1,21E+08   | g31         | Vm/N             | -1,13E-02 |
| β 33S                        | Vm/As             | 1,32E+08   | g33         | Vm/N             | 2,54E-02  |
|                              |                   |            | g15         | Vm/N             | 3,66E-02  |
| tan δ                        |                   | 20,0E-3    |             |                  |           |
|                              |                   |            | e31         | N/Vm             | -7,15     |
| k31                          |                   | 0,351      | e33         | N/Vm             | 13,70     |
| k33                          |                   | 0,691      | e15         | N/Vm             | 11,90     |
| k15                          |                   | 0,661      |             |                  |           |
| kp                           |                   | 0,620      | h31         | N/As             | -9,43E+08 |
| kt                           |                   | 0,471      | h33         | N/As             | 1,81E+09  |
|                              |                   |            | h15         | N/As             | 1,45E+09  |
| Poisson (σ)                  |                   | 0,36       |             |                  |           |
|                              |                   |            |             |                  |           |
| s11E                         | m <sup>2</sup> /N | 1,590E-11  | c11E        | N/m <sup>2</sup> | 1,230E+11 |
| s33E                         | m <sup>2</sup> /N | 2,097E-11  | c33E        | N/m <sup>2</sup> | 9,711E+10 |
| s55E                         | m <sup>2</sup> /N | 4,492E-11  | c55E        | N/m <sup>2</sup> | 2,226E+10 |
| s12E                         | m <sup>2</sup> /N | -5,699E-12 | c12E        | N/m <sup>2</sup> | 7,670E+10 |
| s13E                         | m <sup>2</sup> /N | -7,376E-12 | c13E        | N/m <sup>2</sup> | 7,025E+10 |
| s44E                         | m <sup>2</sup> /N | 4,492E-11  | c44E        | N/m <sup>2</sup> | 2,226E+10 |
| s66E                         | m <sup>2</sup> /N | 4,319E-11  | c66E        | N/m <sup>2</sup> | 2,315E+10 |
|                              |                   |            |             |                  |           |
| s11D                         | m <sup>2</sup> /N | 1,393E-11  | c11D        | N/m <sup>2</sup> | 1,298E+11 |
| s33D                         | m <sup>2</sup> /N | 1,096E-11  | c33D        | N/m <sup>2</sup> | 1,220E+11 |
| s55D                         | m <sup>2</sup> /N | 2,532E-11  | c55D        | N/m <sup>2</sup> | 3,949E+10 |
| s12D                         | m <sup>2</sup> /N | -7,660E-12 | c12D        | N/m <sup>2</sup> | 8,345E+10 |
| s13D                         | m <sup>2</sup> /N | -2,945E-12 | c13D        | N/m <sup>2</sup> | 5,729E+10 |
| s44D                         | m <sup>2</sup> /N | 2,532E-11  | c44D        | N/m <sup>2</sup> | 3,949E+10 |
| s66D                         | m <sup>2</sup> /N | 4,319E-11  | c66D        | N/m <sup>2</sup> | 2,315E+10 |