

Resumen

El tema essencial d'aquesta memòria és l'estudi de les H-matrius tal com van ser introduïdes per Ostrowski i més endavant ampliadés i desenvolupades per diferents autors.

En aqueix estudi es destaquen tres vessants: 1) la determinació iterativa o automàtica de les H-matrius, 2) les propietats inherents a les H-matrius i 3) les matrius relacionades amb les H-matrius.

Les H-matrius adquireixen cada vegada major rellevància a causa que sorgeixen en nombroses aplicacions tant en la ciència Matemàtica com en la Indústria. Entre aqueixes aplicacions podem citar les següents: 1) en la discretització de certes equacions parabòliques no-lineals, 2) en la resolució de sistemes d'equacions lineals, assegurant la seua presència la convergència de mètodes iteratius clàssics i 3) en la resolució de problemes de contorn lliure en Anàlisi de Fluids.

És de summa importància observar que algunes matrius esdevenen en H-matrius per l'acció d'alguna operació matricial sobre elles. Tal és el cas de l'operació matricial coneguda com a Producte de Hadamard, és a dir, el producte element a element de dues matrius. Si aquest producte es realitza entre els elements d'una matriu i els elements de la seua matriu inversa trasposada, llavors la matriu producte, denominada Matriu Combinada, pot ser una H-matriu sota determinades condicions de la matriu original i, a més, la matriu combinada està vinculada a aplicacions molt importants com el Guany Relatiu en processos químics o la relació entre els valors propis de la matriu original i els elements d'una matriu diagonalitzable. A més, atès que la suma de cada fila i de cada columna d'una matriu combinada és exactament igual a 1, en aquells casos en què la matriu combinada siga no negativa, $C(A)$ és una matriu doblement estocàstica i per tant pot ser de gran utilitat en Estadística i Probabilitat.

La memòria està estructurada per capítols de la següent manera. En cadascun d'ells es presenten les aportacions de la mateixa.

En el Capítol 1, després de la introducció, es dona la notació i es def neixen els conceptes bàsics i, a més, s'enuncien els resultats previs d'àmbit general desenvolupats per altres autors i que van a ser utilitzats en gran part de la memòria.

En el Capítol 2 es presenten i analitzen diferents algorismes que han sigut proposats amb l'objectiu de determinar quan una matriu donada és o no és una H-matriu. Es posa l'accent en l'estudi d'aquells algorismes que han resultat ser els més eficients i en la part més rellevant d'aquest capítol es presenta un nou algorisme de menor cost computacional que els anteriors i mes senzill de programar, que resulta ser una aportació a la literatura dels algorismes per a la determinació o identificació de les H-matrius, així com del seu caràcter i també determina els blocs diagonals irreductibles.

En el Capítol 3 s'estudia àmpliament la matriu combinada d'H-matrius no singulars i s'obtenen també nous i importants resultats sobre les propietats de la matriu combinada d'H-matrius. Es demostra que la matriu combinada d'una H-matriu de la classe invertible és també H-matriu de la mateixa classe. A més, es prova que la matriu combinada d'una H-matriu de la classe mixta no singular és també H-matriu.

En el Capítol 4 es calcula la matriu combinada de matrius diagonalment dominants equipotents. En particular, es demostra que la matriu combinada d'una H-matriu, denominada DmP és sempre una H-matriu de la classe mixta però singular. Per a altres H-matrius que no són DmP es prova que la seua matriu combinada és H-matriu de la classe invertible. Es conjectura que totes les H-matrius de la classe mixta que no són DmP tenen aquesta última propietat.

En el Capítol 5 s'arreglen, a manera de resum, els principals assoliments aconseguits durant el desenvolupament d'aquesta memòria i, a més, s'enumeren els treballs sobre els quals ja s'està treballant i s'esbossen algunes de les principals línies de recerca per al futur pròxim.