

Resumen

El tema esencial de esta memoria es el estudio de las H-matrices tal y como fueron introducidas por Ostrowski y más adelante ampliadas y desarrolladas por diferentes autores.

En ese estudio se destacan tres vertientes: 1) la determinación iterativa o automática de las H-matrices, 2) las propiedades inherentes a las H-matrices y 3) las matrices relacionadas con las H-matrices.

Las H-matrices adquieren cada vez mayor relevancia debido a que surgen en numerosas aplicaciones tanto en la ciencia Matemática como en la Industria. Entre esas aplicaciones podemos citar las siguientes: 1) en la discretización de ciertas ecuaciones parabólicas no lineales, 2) en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, asegurando su presencia la convergencia de métodos iterativos clásicos y 3) en la resolución de problemas de contorno libre en Análisis de Fluidos.

Es de suma importancia observar que algunas matrices devienen en H-matrices por la acción de alguna operación matricial sobre ellas. Tal es el caso de la operación matricial conocida como Producto de Hadamard, es decir, el producto elemento a elemento de dos matrices. Si este producto se realiza entre los elementos de una matriz y los elementos de su matriz inversa traspuesta, entonces la matriz producto, denominada Matriz Combinada, puede ser una H-matriz bajo determinadas condiciones de la matriz original y, además, la matriz combinada está vinculada a aplicaciones muy importantes como la Ganancia Relativa en procesos químicos o la relación entre los valores propios de la matriz original y los elementos de una matriz diagonalizable. Además, dado que la suma de cada fila y de cada columna de una matriz combinada es exactamente igual a 1, en aquellos casos en que la matriz combinada sea no negativa, $C(A)$ es una matriz doblemente estocástica y por tanto puede ser de gran utilidad en Estadística y Probabilidad.

La memoria está estructurada por capítulos de la siguiente manera. En cada uno de ellos se presentan las aportaciones de la misma.

En el Capítulo 1, luego de la introducción, se da la notación y se definen los conceptos básicos y, además, se enuncian los resultados previos de ámbito general desarrollados por otros autores y que van a ser utilizados en gran parte de la memoria. En el Capítulo 2 se presentan y analizan diferentes algoritmos que han sido propuestos con el objetivo de determinar cuándo una matriz dada es o no es una H-matriz. Se hace hincapié en el estudio de aquellos algoritmos que han resultado ser los más eficientes y en la parte más relevante de este capítulo se presenta un nuevo algoritmo de menor costo computacional que los anteriores y más sencillo de programar, que resulta ser un aporte a la literatura de los algoritmos para la determinación o identificación de las H-matrices, así como de su carácter y también determina los bloques diagonales irreducibles.

En el Capítulo 3 se estudia ampliamente la matriz combinada de H-matrices no singulares y se obtienen también nuevos e importantes resultados sobre las propiedades de la matriz combinada de H-matrices. Se demuestra que la matriz combinada de una H-matriz de la clase invertible es también H-matriz de la misma clase. Además, se prueba que la matriz combinada de una H-matriz de la clase mixta no singular es también H-matriz.

En el Capítulo 4 se calcula la matriz combinada de matrices diagonalmente dominantes equipotentes. En particular, se demuestra que la matriz combinada de una H-matriz, denominada DmP es siempre una H-matriz de la clase mixta pero singular. Para otras H-matrices que no son DmP se prueba que su matriz combinada es H-matriz de la clase invertible. Se conjetura que todas las H-matrices de la clase mixta que no son DmP tienen esta última propiedad.

En el Capítulo 5 se recogen, a modo de resumen, los principales logros alcanzados durante el desarrollo de esta memoria y, además, se enumeran los trabajos sobre los cuales ya se está trabajando y se esbozan algunas de las principales líneas.