

# Resumen

El ámbito de esta tesis es el de la teoría abstracta de grupos finitos. Todos los grupos que consideremos serán finitos. Por ello, la palabra «grupo» se entenderá como sinónima de «grupo finito». Decimos que un subgrupo  $H$  de un grupo  $G$  es *solitario* cuando ningún otro subgrupo de  $G$  es isomorfo a  $H$ . Un subgrupo normal  $H$  de un grupo  $G$  se dice *normal solitario* cuando ningún otro subgrupo normal de  $G$  es isomorfo a  $H$ . Un subgrupo normal  $N$  de un grupo  $G$  se dice que es *solitario para cocientes* cuando ningún otro subgrupo normal  $K$  de  $G$  da un cociente isomorfo a  $G/N$ . Los subgrupos solitarios, los subgrupos normales solitarios y los subgrupos solitarios para cocientes han sido recientemente estudiados por autores como Thévenaz [Thé93], quien bautizó los subgrupos solitarios como *subgrupos fuertemente característicos*, Kaplan y Levy [KL09, Lev14], Tărnăuceanu [Tăr12b, Tăr12a] y Atanasov y Foguel [AF12].

El objeto de este proyecto de tesis doctoral es el de profundizar en el análisis de estas propiedades de inmersión de subgrupos, afinando en el conocimiento de sus propiedades reticulares, obteniendo propiedades generales en relación con clases de grupos y analizando grupos en los que los miembros de algunas familias destacadas de subgrupos satisfacen estas propiedades de inmersión.

Los resultados básicos de teoría de grupos que se utilizan en la memoria aparecen en el capítulo 1. Entre ellos, comentamos algunos resultados sobre grupos resolubles, superresolubles, nilpotentes, clases de grupos y grupos  $p$ -resolubles y  $p$ -nilpotentes para un primo  $p$ . En el capítulo 2 presentamos los conceptos básicos sobre estas propiedades de inmersión, así como algunos resultados básicos que satisfacen.

El capítulo 3 está dedicado al estudio de propiedades reticulares de estos tipos de subgrupos. En este capítulo se profundiza en el estudio de los retículos de subgrupos solitarios y solitarios para cocientes lle-

vado a cabo por Kaplan y Levy [KL09] y por Tărnăuceanu [Tăr12b] y se comprueba que, a pesar de que estos retículos constan de subgrupos normales, no son subretículos del retículo de subgrupos normales. También comprobamos que el conjunto de subgrupos normales solitarios no constituye un retículo, lo que motiva la introducción del concepto de subgrupo subnormal solitario como herramienta más adecuada para tratar propiedades reticulares.

En el capítulo 4 estudiamos con profundidad las relaciones entre estas propiedades de inmersión y clases de grupos. Observamos que los subgrupos subnormales solitarios se comportan bien respecto de radicales de clases de Fitting y que los residuales para formaciones son subgrupos solitarios para cocientes. Esto permite mejorar algunos resultados sobre subgrupos solitarios para cocientes. También estudiamos condiciones en que los radicales respecto de clases de Fitting son subgrupos solitarios para cocientes y los residuales respecto de formaciones son subgrupos solitarios. Por último, nos planteamos la cuestión natural de si los subgrupos solitarios o subnormales solitarios pueden verse como radicales para clases de Fitting adecuadas o si los subgrupos solitarios para cocientes son residuales para clases de Fitting adecuadas. Damos una respuesta negativa a esta cuestión.

El capítulo 5 está dedicado al estudio de grupos cuyos subgrupos minimales son solitarios, es decir, grupos con un único subgrupo de orden  $p$  para cada primo  $p$  divisor de su orden. Damos una clasificación completa de estos grupos y hacemos algunas observaciones sobre problemas relacionados.

Nuestras aportaciones a esta línea de investigación aparecen en el artículo [ERLssb], aceptado para su publicación en *Communications in Algebra*, cuyos resultados aparecen principalmente en los capítulos 3 y 4, y en [ERLssa], aceptado para su publicación en *Journal of Algebra and its Applications*, cuyos resultados aparecen principalmente en el capítulo 5. También han sido presentados en el IX Encuentro en Teoría de Grupos [ERL12], en el Seminario Predoc de la Universitat de València [LC13] y en el X Congreso Internacional de Investigación Científica organizado por la Universidad Autónoma de Santo Domingo [ERL14].