



# - DETECCIÓN DE ROTURAS DE DEVANADO AMORTIGUADOR EN MÁQUINAS SÍNCRONAS MEDIANTE ANÁLISIS TRANSITORIO DE LA CORRIENTE -

1. OBJETIVOS DE LA TESIS *Pág. 2*
2. INTRODUCCIÓN *Pág. 5*
3. BASES FÍSICAS DE LA ROTURA *Pág.12*
4. MÉTODO DE ANÁLISIS TRANSITORIO BASADO EN LA DWTP *Pág. 14*
5. GUÍA FÁCIL PARA LA APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA *Pág. 18*
6. EJEMPLOS DE APLICACIÓN DEL MÉTODO DE DIAGNÓSTICO BASADO EN ANÁLISIS TRANSITORIO *Pág. 21*
7. APLICACIÓN DEL NUEVO MÉTODO A MOTORES SÍNCRONOS *Pág. 28*
8. OTRAS HERRAMIENTAS DE PROCESAMIENTO DE SEÑAL *Pág. 34*
9. RESULTADOS *Pág. 39*
10. BIBLIOGRAFÍA *Pág. 40*
11. ANEXOS *Pág. 42*

**Autor: Jesús A. Corral Hernández**

**Directores: José Alfonso Antonino Daviu**

**José Roger Folch**

## 1. OBJETIVOS DE LA TESINA

La presente tesina tiene por objeto extender una nueva metodología de diagnóstico de averías en máquinas eléctricas rotativas, basada en análisis transitorio y anteriormente desarrollada por el grupo de investigación al que pertenecen los profesores directores, al diagnóstico de un nuevo tipo de avería: roturas del devanado amortiguador en motores síncronos. La citada metodología ha sido aplicada con éxito durante estos últimos años al diagnóstico de roturas de barra y otras averías electromecánicas en motores de inducción, los motores eléctricos más utilizados en el ámbito industrial.

La metodología tradicional para el diagnóstico de una amplia gama de averías en dichos motores de inducción está basada en la captura de la corriente demandada por la máquina en régimen permanente y su correspondiente análisis mediante la transformada de Fourier (FFT). El objetivo consiste en detectar, en el espectro resultante, determinados armónicos asociados a la correspondiente avería, que constituyen indicadores fiables de la presencia de la misma. Además, el cómputo de la amplitud de dichos armónicos permite determinar el grado de severidad de la avería.

Aunque dicho método clásico ha dado excelentes resultados, siendo el método más extendido en la industria para el diagnóstico de averías en motores eléctricos, posee notables inconvenientes. Uno de ellos radica en la imposibilidad de aplicar el método para la detección de determinadas averías bajo ciertas condiciones de operación; es el caso, por ejemplo, de la detección de roturas de barras rotóricas cuando la máquina está descargada u operando en condiciones de carga reducida. En dicha situación, los armónicos de avería pueden llegar a solaparse o ubicarse muy próximas a la componente a la frecuencia de red (50 Hz), siendo muy difícil su detección. Por otro lado, determinados fenómenos no asociados con la avería pueden introducir componentes frecuenciales en el espectro de Fourier muy similares a las que introduce la avería, lo cual puede ocasionar errores o confusión en el diagnóstico. Es el caso de oscilaciones en el par de carga (situación bastante frecuente en máquinas accionando molinos, bombas, compresores, etc...) o fluctuaciones en la tensión de suministro. Se puede decir que, en general, dicho método no resulta válido cuando la máquina no opera bajo las condiciones puramente estacionarias para el que está pensado, situación ésta muy frecuente por otro lado en la industria.

Éstos y otros inconvenientes han llevado a varios grupos de investigación (entre los que se encuentra el grupo al que pertenecen los profesores directores de la tesina) a proponer metodologías alternativas de diagnóstico que no se centran en la corriente en régimen permanente, sino en la corriente demandada por la máquina en régimen transitorio y, más concretamente, durante el transitorio de arranque (que es el que

experimenta la máquina durante su proceso de conexión). Se ha comprobado que si se captura la corriente estatórica demandada por la máquina durante tal transitorio y se analiza convenientemente (mediante las herramientas de procesamiento de señal adecuadas) se pueden identificar evoluciones a lo largo del tiempo de determinadas componentes frecuenciales asociadas a la avería. Identificar estas evoluciones o 'firmas' provocadas por la avería en el plano tiempo-frecuencia resulta mucho más fiable para diagnosticar la avería que detectar un simple 'pico' de frecuencia en el espectro de Fourier. En efecto, mientras un pico frecuencial en el espectro FFT puede ser causado por causas ajenas a la avería (como se ha comentado previamente), es mucho más difícil que un fenómeno ajeno a la avería pueda provocar una evolución tan característica en el plano tiempo-frecuencia. En síntesis, la metodología desarrollada permite el diagnóstico correcto de averías en casos en los que la metodología clásica pueda fallar u ofrecer conclusiones de diagnóstico confusas. El método basado en análisis transitorio se ha aplicado con éxito a motores eléctricos de inducción para el diagnóstico de averías como rotura de barras rotóricas o excentricidades. Además, se ha ratificado su validez en una amplia gama de motores de diferentes tamaños (desde pocos kW hasta el orden de MW) y características constructivas diversas.

En cuanto a la herramienta de procesamiento de señal empleada para el análisis de la corriente transitoria (corriente de arranque), son muchas las alternativas posibles ya que, en los últimos años se han desarrollado herramientas avanzadas de análisis tiempo-frecuencia adecuadas para el análisis de señales no estacionarias: transformadas wavelet (Discretas, continuas, wavelet packets...), transformada de Hilbert-Huang, distribuciones de Wigner-Ville y Choi-Williams, etc...

La presente tesina se ha desarrollado en el contexto de una estancia de colaboración de varios meses de duración, realizada por el autor en el Departamento de Ingeniería Eléctrica de la UPV. Durante dicha estancia, el autor, tras familiarizarse con las técnicas de diagnóstico desarrolladas por el grupo ha procedido a la extensión de la metodología de diagnóstico transitoria al diagnóstico de una avería diferente: roturas de devanado amortiguador en motores síncronos. Dicha avería consiste en la rotura de una o varias barras del devanado amortiguador de un motor síncrono.

El devanado amortiguador, como se verá, es un componente que llevan incorporadas muchas máquinas síncronas y que posee funciones varias, algunas de ellas fundamentales en la operación de la misma (permite el arranque del motor síncrono en modo asíncrono, contribuye a amortiguar posibles oscilaciones mecánicas, limita campos armónicos, mejora del comportamiento en cortocircuito...). Se ha documentado que, si bien la rotura del amortiguador no es muy común, sí que existen casos en la bibliografía. En la presente tesina se analizan dichos casos, profundizando en alguno de ellos.

Por otro lado, la base física que rige el fenómeno de rotura del amortiguador es muy similar a la que rige el proceso de rotura de barra rotórica en un motor de inducción, con lo que la metodología de análisis propuesta parece más que justificada. Más teniendo en cuenta que el amortiguador sólo conduce corriente apreciable durante régimen transitorio, ya que en régimen estacionario la corriente en él es nula (debido al principio de operación de la máquina síncrona, en la que la velocidad del rotor es igual la velocidad de sincronismo, a diferencia de la asíncrona).

En la presente tesina se han desarrollado varios ensayos experimentales en los que se procede a obtener la corriente de arranque de un motor síncrono en diferentes condiciones de carga para, posteriormente, aplicar la metodología de diagnóstico propuesta. La herramienta utilizada es la Transformada Wavelet Discreta (o Discrete Wavelet Transform (DWT)), si bien se dedica una sección a comentar otras posibles herramientas que también resultan válidas (Transformada de HilbertHuang...). Los resultados muestran la validez del método propuesto para diagnosticar la avería en motores síncronos y sienta las bases para su futura extensión a otras máquinas síncronas operando en regímenes transitorios.

## 2. INTRODUCCIÓN

Los motores síncronos son mucho menos utilizados en el ámbito industrial que los motores de inducción o asíncronos. Ello es debido, entre otras razones, a su mayor complejidad de construcción y mantenimiento, sus problemas de estabilidad o a la necesidad de sistemas auxiliares que permitan su arranque [1].

A pesar de ello, estos motores constituyen una alternativa interesante en numerosas aplicaciones industriales, especialmente para grandes potencias debido a sus inherentes características. Por ejemplo, los motores síncronos funcionan a velocidad constante, lo cual les hace ideales para ciertos procesos industriales en los que intervienen diferentes motores con relaciones fijas de velocidad (accionamientos polimotóricos, bastante comunes en industrias textil o papelera), así como para accionamiento de generadores.

Además, pueden diseñarse de forma que sus curvas Par-Velocidad se adapten a los requerimientos de la máquina accionada, así como a las características del suministro [2]. A este respecto sus curvas son especialmente adecuadas para accionamiento directo de cargas de gran potencia que funcionan a baja velocidad, tales como son los compresores alternativos. Por si esto fuera poco, su rendimiento es más elevado que el de motores de inducción, característica que les hace muy interesantes para aplicaciones de gran potencia. Finalmente, pueden operar con factores de potencia más elevados, mejorando el factor de potencia de la instalación y reduciendo con ello el coste de la factura eléctrica [3].

Como se ha comentado, uno de los principales problemas de los motores síncronos es que no pueden arrancar por sí mismos, necesitando de sistemas auxiliares que los lleven a velocidad cercana al sincronismo. A este respecto, existen diversos métodos de arranque de motores síncronos, siendo los más usuales [1]:

- 1) Arranque mediante motor auxiliar: se basa en utilizar un motor auxiliar (por ejemplo, un motor de corriente continua o un motor asíncrono) para llevar a la máquina síncrona a la velocidad de sincronismo o a una velocidad próxima a ella.
- 2) Arranque mediante alimentación a frecuencia variable: consiste en incrementar la frecuencia de alimentación progresivamente (desde 0 hasta el valor nominal, 50 Hz) con lo que también lo hará la velocidad.
- 3) Arranque como motor asíncrono

Sin ánimo de ser exhaustivos en la explicación de estos tipos de arranque, dentro de los cuales se presentan varias variantes (información más detallada se puede consultar en [6]), nos centraremos en esta tesina en la tercera de las modalidades anteriores (arranque en modo asíncrono).

En este sentido, cabe destacar que muchas máquinas síncronas disponen de un devanado denominado **amortiguador**. En máquinas síncronas de polos salientes, el devanado amortiguador está formado por barras de aluminio o cobre, las cuales están insertadas axialmente y colocadas en las expansiones polares lo más cerca posible del entrehierro, formando una jaula de ardilla similar a la de un motor de inducción pero incompleta. Los terminales de las barras pueden estar unidos mediante anillos de sección rectangular o mediante láminas de alta conductividad a las que se sueldan las barras [4], [5] (Ver Figura 1). En las máquinas de rotor cilíndrico el propio rotor macizo suele hacer la función de amortiguador. En caso de ser necesario el devanado amortiguador, se dispone mediante pequeñas láminas de cobre o bronce de sección reducida, que se ubican en la parte superior de la ranura [6].



Fig. 1. Devanado amortiguador de un motor síncrono de polos salientes. (Fuente: Internet)

El devanado amortiguador presenta varias funciones, entre las cuales se pueden citar [7]:

- Amortiguación de oscilaciones mecánicas
- Funcionamiento en régimen desequilibrado
- Limitación de campos armónicos
- Mejora del comportamiento en cortocircuito
- Arranque asíncrono

De estas funciones, en esta tesina se estudiará la utilización del devanado amortiguador para permitir el arranque asíncrono del motor de inducción. En efecto, debido a que el devanado amortiguador es, en definitiva, como la jaula de un motor asíncrono, se podría utilizar tal devanado para arrancar la máquina en modo asíncrono, siendo tan solo necesario conectar directamente el devanado estático trifásico a la tensión trifásica de línea correspondiente.

Una vez arrancado, el motor no alcanza la velocidad de sincronismo pero sí una muy próxima (funciona en modo asíncrono). La autosincronización se consigue tras la excitación del inductor, debido a que los campos magnéticos creados por rotor y

estator originan un par sincronizante que, tras algunas oscilaciones, llevan al rotor a velocidad síncrona [6].

Aunque el diseño del devanado amortiguador se realiza teniendo en consideración las fuertes corrientes que se pueden generar para proporcionar el par de arranque necesario, así como su correspondientes efector térmicos, se han reportado casos reales en los que ha tenido lugar la fractura de dicho elemento. Las causas más probables de fallo hay que atribuir las a una construcción deficiente de la jaula del amortiguador o a ciclos de trabajo pesados y muy frecuentes (ciclos pesados de arranque-parada o cambios frecuentes de velocidad).

A pesar de que la probabilidad de ocurrencia de fallo en el amortiguador puede que no sea elevada en algunas aplicaciones, se ha confirmado su presencia por algunos autores en procesos reales con pequeñas maquinas síncronas de polos salientes [8], generadores hidráulicos [9], motores síncronos monofásicos [10] y otros generadores [11].

A título de ejemplo se describe a continuación el ejemplo comentado en [10], relativo a la rotura acontecida en un devanado amortiguador real.

## **2.1. EJEMPLO DE ROTURA EN DEVANADO AMORTIGUADOR REAL**

La planta de generación térmica de EON en Datteln, ubicada en Alemania occidental cerca de Dortmund, entró en operación entre 1964 y 1969 [10]. Sus tres unidades generaban una potencia total de 303 MW suministraban hasta el 20% de la potencia monofásica a 16,7 Hz requerida por el operador ferroviario alemán Deutsche Bahn AG para el funcionamiento de sus trenes. Además, dicha planta estaba encargada del suministro de calefacción del distrito (casi el 50% del suministro total de calefacción requerido en la ciudad de Datteln). En 2011, estaba prevista la sustitución de las unidades 1 a 3 de dicha planta por una nueva unidad, Datteln 4, de generación de alta eficiencia.

Tras muchos años de uso (1969 - 2009), y con los niveles de vibraciones cada vez mayores, el tren de engranajes de la unidad 3 de la planta trabajaba bajo severas limitaciones. Las inspecciones efectuadas sobre el rotor de 110 Toneladas del generador monofásico de 138 MVA (ver Figura 2) pusieron de manifiesto fuertes dependencias de los niveles de vibración con el grado de carga (mayores vibraciones a plena carga y solamente valores aceptables a menores niveles de carga).

Tras tomar varias medidas de vibraciones a diferentes niveles de carga, se concluyó que el devanado amortiguador del rotor estaba dañado. Los responsables de la planta decidieron llevar a cabo varios ensayos (vacío y cortocircuito controlado) para

confirmar si el devanado amortiguador estaba provocando los niveles anormales de vibración. Los resultados de los ensayos confirmaron que el devanado amortiguador era causa probable del nivel de vibraciones, descartando posibles problemas en el devanado de campo.

El propietario de la planta, EON, procedió a buscar una compañía con experiencia en reparación de grandes generadores que pudiera resolver el problema con celeridad. Finalmente se contrató a Sensoplan, una compañía localizada en Hohentengen, Alemania. Sensoplan ya tenía experiencia en la inspección y reparación del sistema amortiguador de una unidad casi idéntica.

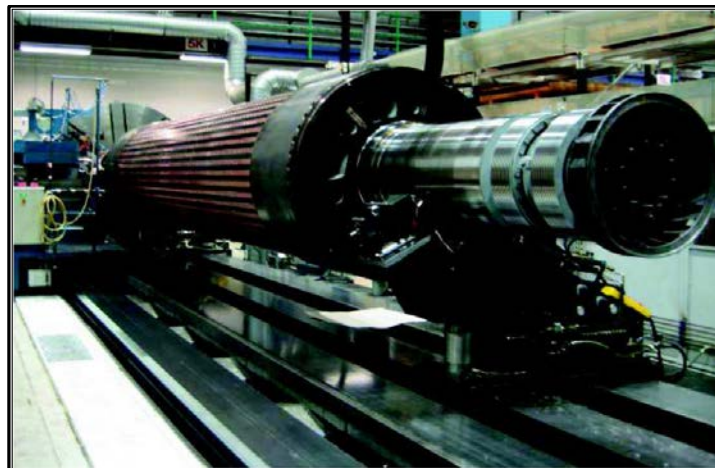


Fig. 2 Rotor de generador monofásico de 138 MVA y 110 Toneladas.

Se descubrió que el anillo de retención y la forja del rotor se habían agrietado y fundido parcialmente. También se apreció un notable sobrecalentamiento de las ranuras. Se detectaron además 14 barras amortiguador rotas (Ver Fig. 3).

La teoría inicial de que el sistema de amortiguación estaba dañado fue confirmada por la inspección del rotor. Los puntos calientes en la zona de los polos, habían causado estrés térmico, el cual a su vez, había producido un momento flector, forzando al rotor a arquearse (Ver Fig. 4).

Esto produjo un desequilibrio en el rotor del generador, que era altamente dependiente de la corriente amortiguador y por lo tanto, a la corriente del estator. Altas corrientes de estator en maquinas monofásicas provocan grandes corrientes amortiguador que provocan una mayor disipación de potencia en la grietas de las barras amortiguadoras.

Esto da como resultado puntos de altas temperaturas, los cuales crean mayores desequilibrios y aumentos en los niveles de vibración. Este es precisamente el comportamiento que se observó durante la operación del generador.





Fig. 3. Jaula de amortiguación; 14 barras amortiguadoras rotas.



Fig. 4. Vista del área del rotor después de quitar el anillo de retención.

## **2.2. OTROS CASOS REPORTADOS**

Hasta ahora, escasas publicaciones han abordado la monitorización de fallos en motores síncronos y, más concretamente el problema de fallos en devanado amortiguador.

H. C. Karmaker y M. Chunting [11], [12] proponen un método de diagnóstico de roturas de barras amortiguadoras en grandes motores síncronos de polos salientes, a través del uso de una sonda de flujo.

No obstante, esta técnica resulta compleja, requiriendo además de un sensor de flujo adicional que ha de ser instalado (cuestión no siempre posible en la industria).

La base del método propuesto radica en que la presencia de barras amortiguadoras rotas en el rotor de máquinas síncronas de polos salientes cambia el flujo del entrehierro y la distribución de la corriente entre las barras amortiguador durante la aceleración desde el reposo a la velocidad nominal. Las sondas de flujo se fijaron a la superficie perforada del estator para la medida de la forma de onda del flujo del entrehierro. Estas sondas especiales fueron construidas a base de un alambre fino magnético. Se incluyeron simulaciones realizadas mediante análisis temporal de elementos finitos.

En referencia al análisis de barras rotas amortiguador en grandes máquinas síncronas de polos salientes, P. Neti, A.B. Dehkordi y A.M. Gole [8], presentaron una técnica basada en la identificación de componentes particulares de frecuencia en el espectro de Fourier de corriente en régimen permanente. Dichos autores analizaron las componentes subarmónicas, (30, 90 Hz, etc.) en las corrientes del estator, de cara a comprobar su viabilidad para detectar fallos en el rotor como las roturas de barras del amortiguador o fallos entre las espiras del devanado de la máquina. No obstante la técnica propuesta presenta deficiencias como que ciertas componentes como el tercer armónico (180 HZ) están afectadas en mayor medida por el desequilibrio del voltaje del estator, incluso para una máquina sana. Además, esta técnica no distingue entre las componentes debido a rotura de barras y las causadas por otros tipos de fallos, como son las excentricidades.

J. Bacher [13] propone un método para la diagnosis del fallo basado en la medida de las diferencias de los voltajes entre los polos en el campo creado por el bobinado. La idea principal de este método es la separación de los voltajes del campo del bobinado de acuerdo con su polaridad para determinar así la diferencia de tensiones de cada polo. Por otra parte, la diferencia de voltaje depende también de la posición de la barra amortiguador rota, así como de la distribución del campo del bobinado. Para verificar las barras en la posición media de cada polo, son necesarias bobinas de medida de cada polo, porque el voltaje inducido debido a la rotura es pequeño y el campo del bobinado está próximo al defecto. El campo del bobinado debe dividirse en una parte con todos los polos positivos y otra con todos los negativos. La diferencia de los dos voltajes medidos se puede analizar con un osciloscopio convencional de dos canales. Una desventaja del método es que no todas las barras amortiguador pueden detectarse, porque el campo del devanado y el fallo están fijados al rotor. El número de barras que pueden ser detectadas depende de las ranuras del rotor, de los pares de polos y del diseño del campo del bobinado.

Autores como M.M. Rahimian, K. Butler-Purry [14], han presentado varios modelos de máquinas síncronas, los cuales son aptos para simular la presencia del fallo anteriormente mencionado.

G.B. Kliman [15], patentó un método de detección de barras rotas en motores síncronos y de inducción basado en el análisis de la amplitud de la corriente en el transitorio de arranque, cuando el motor alcanza aproximadamente la mitad del régimen.

El presente documento propone un método alternativo para el diagnóstico de fallos en devanados amortiguadores en motores síncronos, el cual mostró resultados satisfactorios cuando se aplicó a la monitorización del rotor de motores de inducción.

Dicho método está basado en la captura de la corriente de arranque del estator y su posterior análisis para situar las evoluciones características de los armónicos del transitorio relacionados con cada fallo particular en el mapa de tiempo-frecuencia.

A diferencia de algunas técnicas anteriormente mencionadas, el método propuesto está basado en el análisis de la corriente que puede ser medida con métodos no invasivos, sin instalación de equipamiento adicional, el cual podría interferir con el modo de operación normal de la máquina. Más específicamente, la corriente que se considera es la del estator demandada por la máquina durante el transitorio de arranque, esto es, cuando el amortiguador está conduciendo una corriente apreciable y la máquina se comporta como asíncrona.

Después, la forma de onda de esta corriente no estacionaria es analizada mediante las adecuadas herramientas de descomposición Tiempo – Frecuencia, (TFD), para seguir las evoluciones características de los transitorios cuyas componentes están relacionadas con los fallos. Dichas componentes conducirán a los patrones característicos, constituyendo indicadores seguros del fallo, incluso en condiciones sin carga.

Además, estos patrones pueden servir como base para el desarrollo de parámetros para la cuantificación del nivel de fallo en la máquina.

El método propuesto podría proveer información adicional relevante, facilitando el diagnóstico del fallo, incluso si otras faltas o fenómenos están presentes en la máquina. Los resultados aquí expuestos prueban la viabilidad de esta técnica para la monitorización de los devanados de amortiguador.

### 3. BASES FÍSICAS DE LA ROTURA

El efecto de una barra rota en una maquina de inducción se puede estudiar como la superposición de dos configuraciones: la máquina en buen estado más la máquina con una fuente de corriente en la barra rota, (corriente de fallo) [16]. La corriente de fallo es igual a la corriente que fluye a través de la misma barra en buen estado, pero en dirección opuesta de modo que el total de la corriente a través de la barra es cero.

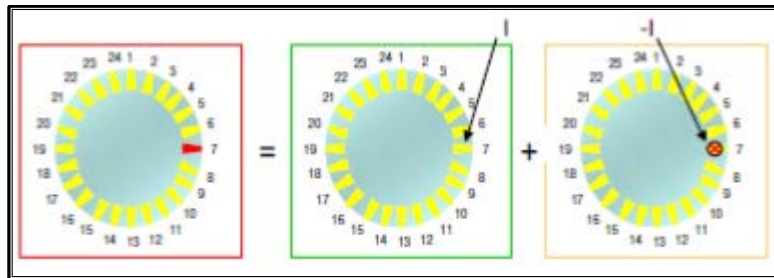


Fig. 5. Máquina con una barra rota = Máquina en buen estado + Máquina con una fuente de corriente con valor  $-I$  en la barra rota.

La corriente de fallo fluye a través de los anillos de corto circuito y del resto de las barras de la jaula, originando un campo magnético en el entrehierro. La forma de onda de la densidad de flujo causada por el campo del fallo es una onda bipolar cuadrada, cuya amplitud y composición espectral cambian con el tiempo.

El campo del fallo, el cual está superpuesto al campo normal de la máquina en buen estado, causa alteraciones en su comportamiento; más específicamente, induce armónicos de corriente en los devanados del estator. La detección de estos armónicos en el espectro de Fourier de la corriente en régimen transitorio es la base del método clásico para el diagnóstico de rotura de barras en motores de inducción.

Las principales componentes de las bandas laterales inducidas por el campo del fallo en la corriente del estator vienen dadas, como se adelantó en la introducción, por la expresión:

$$f_b = (1 \pm 2 \cdot s) \cdot f$$

(Banda lateral inferior, signo negativo. Banda lateral superior, signo positivo).

Estas, son las usadas normalmente en los entornos industriales para el diagnóstico de asimetrías del rotor.

Siguiendo una aproximación análoga, una barra de amortiguador rota en un motor síncrono, cambia la distribución de la corriente original en la máquina. En máquinas síncronas, las perturbaciones en la corriente del estator, (por ejemplo, armónicos inducidos causados por la rotura de barras), serán significativas durante las operaciones transitorias.

Al igual que ocurre en motores de inducción, cuando el motor síncrono se arranca directamente de la red, mediante la acción del devanado de amortiguación, el deslizamiento cambia entre 1, (cuando la maquina se conecta), y cerca de 0, (cuando el arranque ha finalizado, justo antes de la sincronización).

La frecuencia de la componente de la banda lateral inferior, (LSC), cambiará entre la frecuencia de suministro,  $f = 50$  Hz con  $s = 1$ , 0 Hz con  $s = \frac{1}{2}$  y cerca de  $f$ , cuando  $s \approx 0$ . Esto nos conduce a una variación característica en el mapa tiempo – frecuencia, el cual constituye un indicador fiable para el diagnostico de una barra rota del amortiguador. En la figura 6 se describe esta variación particular, la cual fue obtenida de la simulación del arranque de una maquina síncrona trifásica con  $p = 2$  :

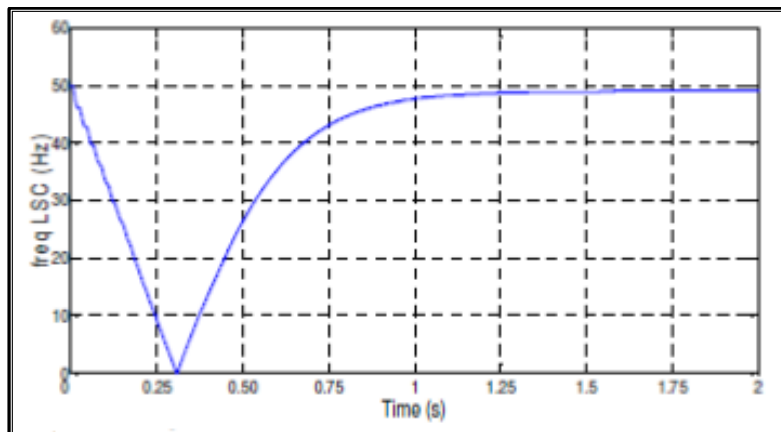


Fig. 6. Evolución tiempo – frecuencia durante el arranque para el LSC.

#### 4. MÉTODO DE ANÁLISIS TRANSITORIO BASADO EN LA DWT

El método propuesto de diagnóstico se basa en los filtros paso-banda realizados mediante DWT [17].

La teoría Wavelet establece que cualquier señal muestreada,  $\mathbf{s}$  ( $\mathbf{s1}, \mathbf{s2}, \dots, \mathbf{sN}$ ), puede ser aproximada mediante el sumatorio de una señal de aproximación y algunas señales de detalle,  $\mathbf{dj}$ , de acuerdo con:

$$s(t) = \sum_i \alpha_i^n \cdot \varphi_i^n(t) + \sum_{j=1}^n \sum_i \beta_i^j \cdot \psi_i^j(t) = a_n + d_n + \dots + d_1$$

$\alpha_i, \beta_i$ , son los coeficientes de la función de escalado y el coeficiente de la Wavelet respectivamente.  $\phi(t), \psi(t)$ , son la función de escalado al nivel  $n$  y la función de escalado al nivel  $j$  respectivamente.  $n$  es el nivel de descomposición.

$a_n$  es la señal de aproximación al nivel  $n$ , y  $d_j$  es la señal de detalle al nivel  $j$ .

Cada señal está asociada con una cierta banda de frecuencia. Si  $f_s$ , (en muestras por segundo), es la frecuencia de muestreo para capturar  $\mathbf{s}$ , entonces el detalle  $\mathbf{dj}$  contiene la información a cerca de las componentes de la señal cuyas frecuencias están incluidas en el intervalo:

$$[2^{-(j+1)} \cdot f_s, 2^{-j} \cdot f_s] \text{ Hz.}$$

La señal de aproximación  $a_n$  incluye las componentes de baja frecuencia de la señal, que pertenecen al intervalo:

$$[0, 2^{-(n+1)} \cdot f_s] \text{ Hz.}$$

En la siguiente figura podemos ver el proceso de filtrado realizado por la DWT:

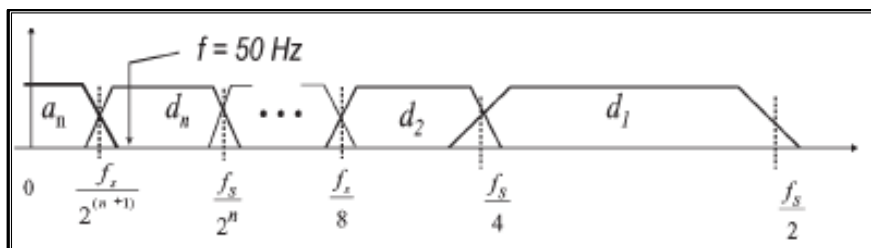


Fig. 7. Proceso de filtrado realizado por la DWT

Los patrones asociados hacen posible un diagnóstico fiable de los fallos ya que la evolución transitoria particular de cada componente es muy poco probable que sea causada por otros fenómenos diferentes de ese fallo. Por otra parte, los patrones permiten la discriminación entre los fallos a través de las diferentes formas de onda que aparecen en las señales de las Wavelets.

Una ventaja importante de la metodología es la clara relación que puede establecerse entre las oscilaciones que aparecen en las señales de las Wavelets resultantes del análisis y el fenómeno físico que tiene lugar en la máquina, cosa no siempre posible con algunos de los métodos basados en transitorios.

El enfoque propuesto es adecuado no sólo para el arranque transitorio, sino también para los transitorios que impliquen cambios en el deslizamiento.

De hecho, una nueva aportación de este trabajo es la aplicación de esta metodología para el diagnóstico de las asimetrías del rotor utilizando el transitorio de la corriente al conectar.

Como se ha explicado, la rotura de las barras del rotor provoca componentes armónicos en la corriente del estator. El principal de estos armónicos, (componente de la banda lateral izquierda), tiene una frecuencia dada por:

$$f_{Ls} = |f \cdot (1 - 2s)|$$

Durante el arranque, el deslizamiento varía desde un valor igual a 1 al principio hasta un valor cercano a 0 en régimen permanente. De esta forma, si el proceso no es demasiado rápido, la frecuencia para este armónico, (**f<sub>Ls</sub>**), cambia desde la frecuencia fundamental hasta 0, y otra vez hasta la frecuencia fundamental. La evolución de este armónico mediante la descomposición Tiempo – Frecuencia se estudia con la herramienta DWT.

#### **4.1. ALGUNAS CONSIDERACIONES ACERCA DE LOS PARÁMETROS DWT**

Hay que hacer algunas consideraciones acerca de los diferentes parámetros de la descomposición de la DWT, como el tipo de Wavelet madre, el orden de la Wavelet madre o el número de niveles de descomposición.

Las señales Wavelet actúan como filtros no ideales, extrayendo las componentes de la señal incluidas dentro de una cierta banda de frecuencia, que pueden superponerse parcialmente con los de las bandas adyacentes.

En este sentido, se observó que cuando se usa una Wavelet Daubechies de alto orden para la descomposición de la señal, el solapamiento era menor que usando una de bajo orden. En otras palabras, las Wavelets de alto orden se comportan más como filtros ideales, un hecho que ayuda a evitar parcialmente la superposición entre bandas de frecuencia.

Finalmente, el número de niveles de descomposición  $n_d$ , está relacionado con la frecuencia de muestreo  $f_s$  de la señal que está siendo analizada.

Este parámetro debe ser tomado en el sentido de que la DWT proporciona al menos 3 señales de alto nivel, (dos detalles y una aproximación), con bandas de frecuencias por debajo de la frecuencia de alimentación  $f$ .

Se aplica la siguiente condición:

$$n_d \geq n_f + 2$$

siendo  $n_f$  el nivel de detalle que contiene la frecuencia de alimentación, el cual puede ser calculado mediante:

$$2^{-(n_d+1)} \cdot f_s < f$$

Esta condición significa que el límite más bajo de la banda de frecuencia del nivel de detalle  $n_f$  es más bajo que la frecuencia de alimentación.

Así tenemos:

$$(n_d > \log(f_s/f)/\log(2) + 1) \text{ (integer).}$$



#### **4.2. DEFINICIÓN DE LOS PARÁMETROS DE CUANTIFICACIÓN ADIMENSIONALES**

El análisis previo cualitativo muestra que las oscilaciones que se reflejan de las componentes de fallo aparecen en una o varias señales Wavelet.

Estas oscilaciones llevan a incrementar la energía de las señales Wavelet implicadas, las cuales pueden ser usadas como base para definir los parámetros para la cuantificación de la severidad del fallo.

Una expresión general para el cálculo de los parámetros no dimensionales basados en los incrementos de la energía de una señal Wavelet es:

$$\gamma_{w_n} \text{ (in decibels)} = 10 \cdot \log \left[ \frac{\sum_{j=Nb}^{Ns} \dot{v}_j^2}{\sum_{j=Nb}^{Ns} [w_n(j)]^2} \right]$$

donde **w<sub>n</sub> (j)** es el elemento **j** de la señal de la Wavelet afectado por el fallo (detalle o aproximación de orden **n**).

**Ns** es el número de las muestras de la señal hasta que las oscilaciones relacionadas con fallos desaparecen en la señal de la Wavelet, (por lo general al final del transitorio).

**Nb** se selecciona de tal manera que las oscilaciones que aparecen en la señal de Wavelet debido a los efectos frontera y fenómenos electromagnéticos transitorios se evitan. Por lo tanto, **Nb** es el número de las muestras entre el origen de la señal y el fin de estas oscilaciones.

## 5. GUÍA PARA LA APLICACIÓN FÁCIL DE LA METODOLOGÍA

La siguiente figura muestra un esquema con los pasos que deben seguirse con el fin de aplicar la metodología basada en DWT para el diagnóstico de fallos electromecánicos:

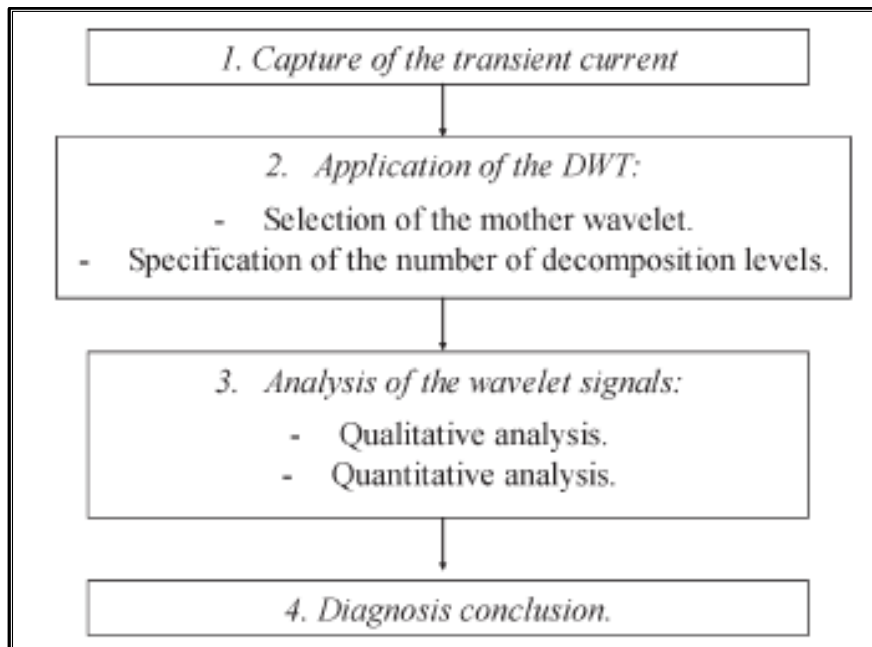


Fig. 8. Proceso de aplicación de la metodología DWT

Cada paso se detalla a continuación:

### 1- Captura de la Corriente Transitoria

El primer paso a realizar consiste en la captura de la corriente transitoria que se utilizará como base para el diagnóstico. Una de las ventajas de la metodología es su carácter no invasivo, ya que la medición de la corriente no requiere interferencia con la operación normal de la máquina. Además, se trata de un valor fácil de medir con un equipo muy sencillo, por ejemplo, el usual ya existente con transformador de corriente montado en el circuito de alimentación del motor, una derivación, y un osciloscopio digital.

Se debe considerar, al capturar la señal transitoria, que la frecuencia de muestreo  $f_s$  juega un papel importante. Tomando en cuenta el criterio de Nyquist, una frecuencia de muestreo muy alta no es obligatoria para la aplicación del método, ya que la mayoría de las componentes de fallos importantes suelen estar en la región de baja frecuencia.

Frecuencias de muestreo de 2 o 5 kmuestras /s (estándar en los dispositivos de adquisición de datos) permiten un buen análisis y resolución, proporcionando dos conjuntos diferentes de límites de la banda de frecuencia.

Una observación práctica es que, debido al filtrado no ideal llevado a cabo por las señales Wavelet, se recomienda no establecer los límites de la banda de la señal Wavelet que contienen la frecuencia fundamental  $f$ , muy cerca de esta frecuencia.

Por lo general, frecuencias de muestreo con múltiplos diádicos de alrededor de 40 Hz, (por ejemplo, 5.000 muestras/s) son recomendadas para la aplicación del método.

## 2- Aplicación de la DWT

En este trabajo, se utiliza el paquete de herramientas MatlabWavelet .

- Selección de la Wavelet Madre:

Un paso importante es la selección de la Wavelet Madre para llevar a cabo el análisis. La Wavelet madre seleccionada se relaciona con los coeficientes de los filtros utilizados en el proceso de filtrado inherente a la DWT.

Es recomendable realizar la DWT con un Wavelet Madre de orden superior, esto es, una Wavelet con un filtro asociado a un gran número de coeficientes. Si se utiliza una Wavelet de orden inferior, la respuesta de frecuencia empeora, y la superposición entre las bandas de frecuencias adyacentes, (que se muestra en la figura), aumenta:

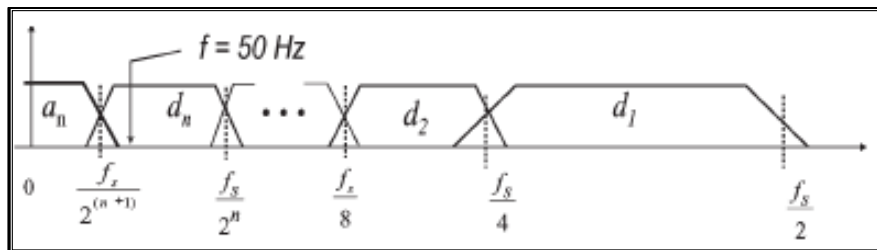


Fig. 9. Proceso de filtrado realizado por la DWT

- Especificación del Número de Niveles de Descomposición:

El número de niveles de descomposición está determinado por las componentes de baja frecuencia que se seleccionan. Cuanto más bajas sean las componentes en frecuencia que se extraen, mayor será el número de niveles de descomposición de la DWT.

### **3- Análisis de las Señales Wavelet**

El siguiente paso a realizar consiste en el estudio de las señales Wavelet resultantes de la DWT.

#### **- Análisis Cualitativo:**

El objetivo del análisis cualitativo es detectar la presencia de patrones característicos causados por la evolución de las componentes de fallo dependientes del deslizamiento durante el transitorio a través de las oscilaciones que aparecen en las señales de las Wavelet. Este paso se compone de tres fases:

Primera: la evolución se justifica tanto en amplitud como en frecuencia.

Segunda: determinación de las bandas de frecuencia a través de las cuales las componentes de fallo relacionadas evolucionan. Conociendo las bandas de frecuencia a través de las cuales evolucionan las componentes, se puede detectar la presencia de las componentes de fallos relacionados a través de las oscilaciones que aparecen en las señales Wavelet que cubren esas bandas.

Tercera: determinación del tipo de fallo, dependiendo del patrón característico que provienen de las oscilaciones en las señales Wavelet.

#### **- Análisis Cuantitativo:**

Una vez que el estado de la máquina ha sido preliminarmente diagnosticado con el análisis cualitativo identificando los patrones característicos, se recomienda calcular los parámetros cuantificables definidos para el correspondiente fallo. A pesar de las alertas basadas en parámetros cuantitativos no son tan confiables como la identificación de un patrón característico, tienen la ventaja de ser mucho más fáciles de implementar.

### **4- Conclusión del Diagnóstico**

Una vez que los patrones cualitativos asociados a un fallo en particular se han detectado y la gravedad fallo ha sido cuantificada, la conclusión de diagnóstico puede ser alcanzado.

Una automatización del proceso de diagnóstico se puede lograr con las modernas técnicas de inteligencia artificial, como las redes neuronales, la lógica "fuzzy", o los algoritmos genéticos. Con ellas se podrían reconocer automáticamente los patrones y calcular los indicadores cuantificables, proporcionando una conclusión respecto al estado de la máquina.

## 6. EJEMPLOS DE APLICACIÓN DEL MÉTODO DE DIAGNÓSTICO BASADO EN ANÁLISIS TRANSITORIO

Los experimentos han sido desarrollados para aplicar el método propuesto a máquinas de inducción industriales.

Para los ensayos se han empleado motores a los que se han provocado roturas en distintas barras del rotor perforando agujeros en las mismas.

Las principales características de estos motores son las siguientes:

Conexión en Estrella.

Frecuencia Nominal: 50 Hz.

Un: 400 V

Pn: 1.1 kW

Pares de Polos: 2

I<sub>1n</sub>: 2.7 A

n<sub>n</sub>: 1.410 r/min

s<sub>n</sub>: 0.06

Numero de barras rotas: 28

La Carga es un motor de Corriente Continua con las siguientes características:

Velocidad: 2.000–3.000 rpm

Voltaje Nominal: 220 V

Potencia Nominal: 3 kW

Pares de Polos: 1

Corriente de Excitación: 0,4 A

Corriente de Armadura : 13,6 A

Dicha carga ha sido acoplada mediante un sistema de correas y poleas para que ambas máquinas estén acopladas a distintas tasas de velocidad.

Las medidas de la corriente del primario han sido tomadas durante el transitorio de arranque y en el estado estacionario para los diferentes casos.

La frecuencia de muestreo usada para la captura de señales fué de 5.000 muestras/s.

La DWT de la corriente de arranque con 8 niveles de descomposición fué realizada usando MATLAB Wavelet Toolbox y la Daubechies-40 como Wavelet madre.

La siguiente tabla muestra las bandas de frecuencia que corresponden a las señales Wavelet de alto orden resultantes del análisis:

Level	Frequency band
<i>d7</i>	19.53 – 39.06 Hz
<i>d8</i>	9.76 – 19.53 Hz
<i>a8</i>	0 – 9.76 Hz

Fig. 11. Bandas de frecuencia correspondientes a las señales Wavelet de alto orden

El análisis de Fourier de la corriente en estado permanente fue también realizado usando MATLAB, con una resolución de frecuencia de 0,2 Hz.

Ambos métodos se comparan en los distintos casos.

En los siguientes casos, **(A, B, C)** [18], tanto con el método clásico como con el nuevo método, se llegan básicamente a las mismas conclusiones y en el caso **C**, incluso el nuevo método puede complementar al enfoque clásico para alcanzar un diagnóstico más exacto:

**A. Maquina sana con carga total. (s = 0.06)**

**B. Maquina con carga y con 2 barras rotas del rotor. (s = 0.015)**

**C. Maquina sin carga y acoplada, con 1 barra rota del rotor. (s = 0.01)**

Ahora nos centraremos en los 3 siguientes casos, **(D, E, F)**, en los que el nuevo método y el enfoque clásico pueden llevarnos a conclusiones opuestas:

#### D. Máquina sin carga y desacoplada, con 1 barra rota del rotor. ( $s = 0.001$ )

En el análisis de la Transformada de Fourier, (FFT), las componentes de la banda lateral asociadas con las barras rotas del rotor no aparecen. La razón es que la máquina está desacoplada y el deslizamiento es muy bajo y las componentes de la banda lateral se superponen a la frecuencia de suministro:

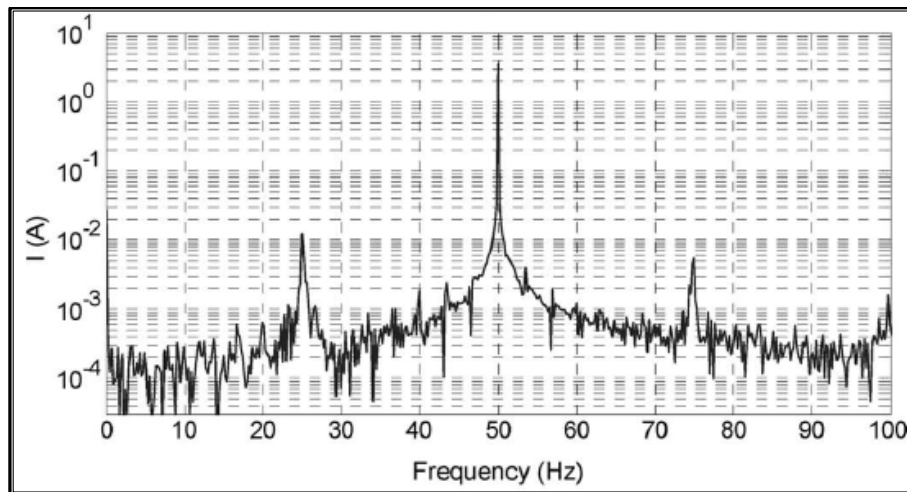


Fig. 12. Análisis de la corriente en estado estacionario a 390 V mediante FFT

De otro lado, las variaciones de las señales Wavelet, no completan el patrón para barras rotas. Esto es debido a que al estar la máquina sin carga, el proceso de arranque es demasiado rápido y el transitorio electromagnético inicial se superpone a las fluctuaciones de la rotura de la barra:

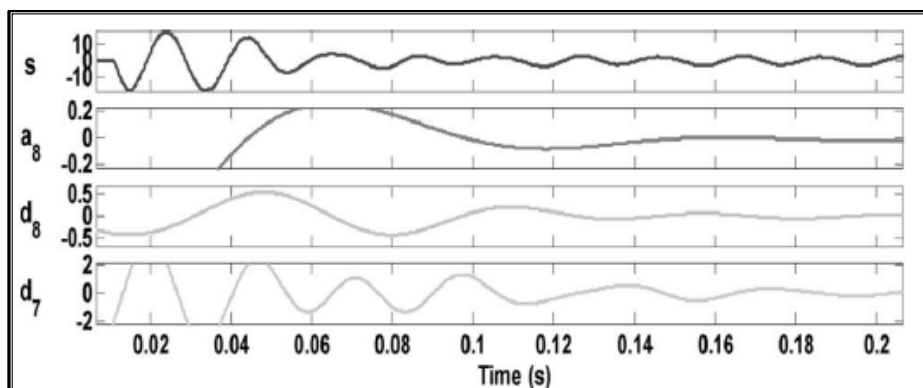


Fig. 13. Variaciones de las señales Wavelet en el caso D.

Sin embargo, este problema puede ser evitado fácilmente incrementando la duración de este transitorio, por ejemplo, arrancando la máquina con un voltaje más reducido. Para lograrlo, en este caso, la máquina se ha alimentado con 88 V.

En la siguiente figura vemos claramente como ahora las fluctuaciones completan el patrón de rotura de barras:

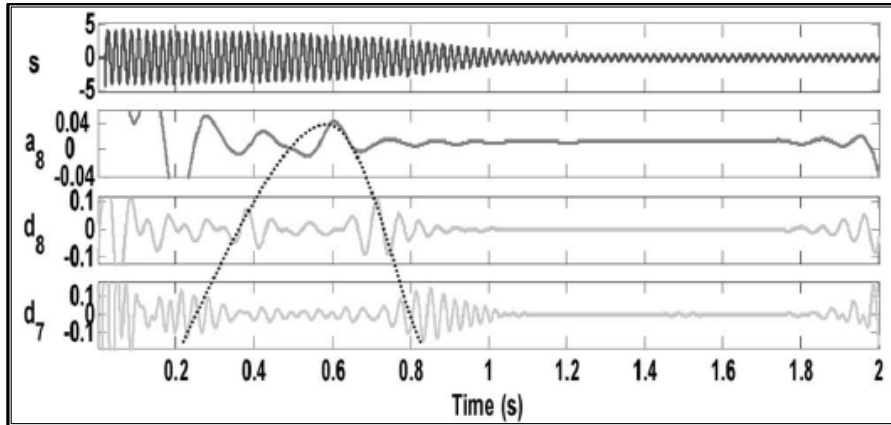


Fig. 14. Variaciones de las señales Wavelet en el caso D alimentando el motor en el arranque a 88 V.

### E. Máquina sana con carga total, ( $s = 0.033$ ), y con fluctuaciones periódicas en el voltaje de alimentación.

El espectro obtenido usando la FFT para el análisis de la corriente en estado estacionario en este caso (Fig. 15), es bastante similar al que se puede obtener para una máquina cargada con dos barras rotas y  $S = 0,015$  del caso B (Fig. 16):

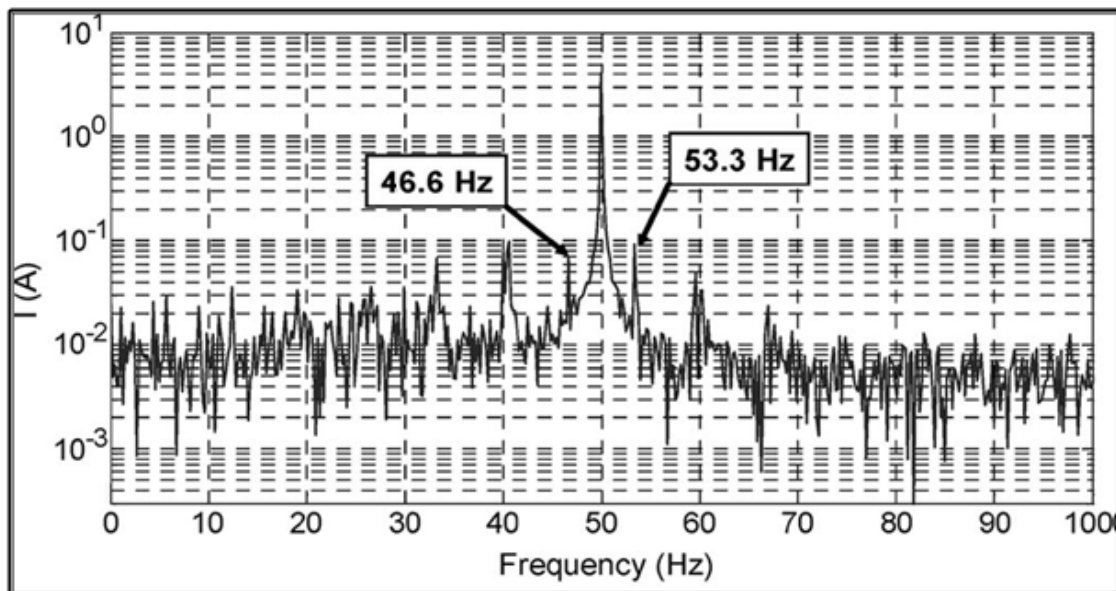


Fig. 15. Análisis de la corriente en estado estacionario mediante FFT de una máquina sana (caso E)



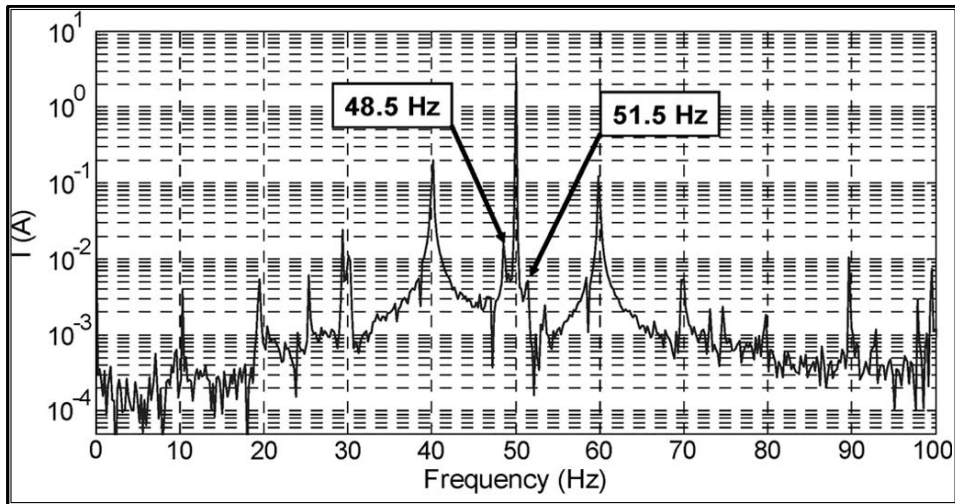


Fig. 16. Análisis de la corriente en estado estacionario mediante FFT de una máquina con 2 barras rotas

Este análisis puede proporcionar un mal diagnóstico de la rotura del rotor.

Pero por otro lado, las oscilaciones que pueden ser vistas en las señales obtenidas con la DWT no cumplen con el patrón de rotura, lo que nos permite descartar la existencia de este fallo (Fig. 17):

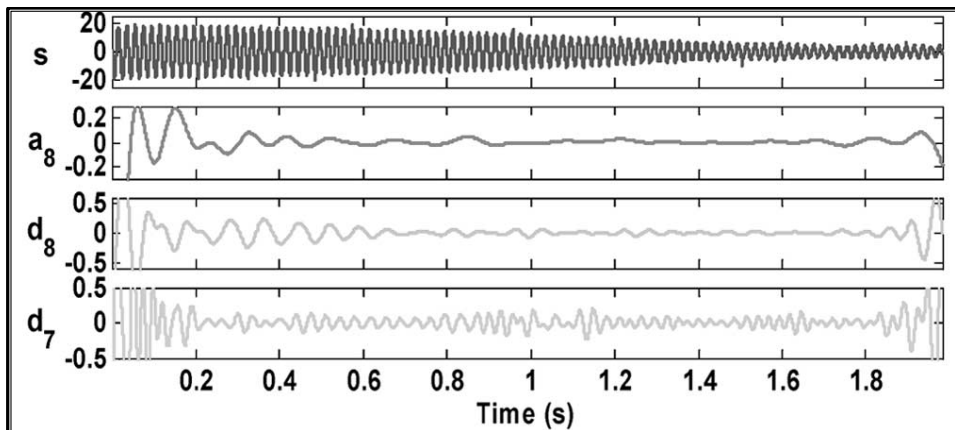


Fig. 17. Análisis Wavelet de la corriente de arranque de una máquina sana (caso E).

#### F. Máquina sana con carga y fluctuaciones de par de baja frecuencia.

Durante el test, la fluctuación de par está simulada mediante la conmutación a “on” y “off” sucesivamente del devanado de excitación de la máquina de corriente continua que actúa como carga.

En el test, el par de la carga varía cíclicamente entre 0 y el par nominal, con una frecuencia de 3,3 Hz.

En estas condiciones, una pareja de armónicos aparecen en la corriente de estator, cuyas frecuencias son muy similares a las de los armónicos de la banda lateral izquierda en una máquina con un fallo.

El análisis en estado estacionario, mostrado en la siguiente figura, puede llevarnos a un mal diagnóstico de la rotura de la barra del rotor:

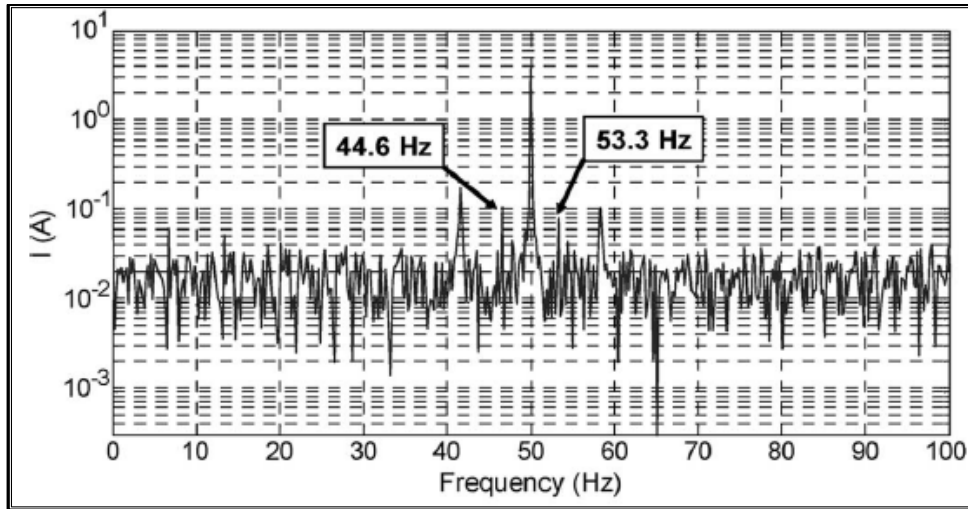


Fig. 18. Análisis de la corriente en estado estacionario mediante FFT de una máquina sana (caso F)

Sin embargo, el diagnóstico erróneo es rechazado cuando analizamos las componentes de la DWT, las cuales no muestran el patrón característico a dicho fallo:

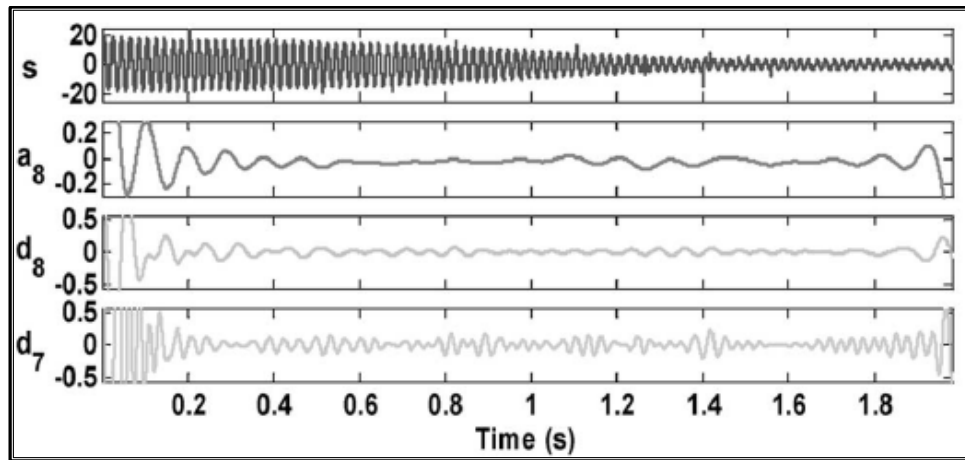


Fig. 19. Análisis Wavelet de la corriente de arranque de una máquina sana (caso F).

## **6.1. DISCUSIÓN PRÁCTICA ACERCA DE LA APLICACIÓN DEL MÉTODO**

La aplicación del método requiere una mínima duración del tiempo de arranque, porque se necesitan varios periodos para cada señal Wavelet y poder así identificar el patrón característico de la rotura de una barra.

Como guía, con tiempos de arranque por encima de 0,5 seg. el método es adecuado, pero su aplicación es difícil si dicho tiempo de arranque es menor.

En comparación con el análisis de Fourier, el método no requiere acoplar carga a la máquina, pero sí que es necesario un mínimo factor de inercia en el grupo para que el tiempo de arranque sea suficiente.

Pero en la práctica este hecho no es importante, ya que las máquinas con bajo tiempo de arranque, (y consiguientemente con bajo factor de inercia y par resistente pequeño), tienen poco riesgo de sufrir roturas de barras.

Con respecto a la aplicación del método a las máquinas alimentadas mediante controladores electrónicos, el enfoque funciona a la perfección cuando se usa un arrancador suave porque aumenta el tiempo de arranque (esto produce un patrón más claro).

Además, los armónicos de la corriente producidos por el arrancador suave son principalmente de órdenes que son múltiplos de la frecuencia de alimentación y en consecuencia, no tienen ninguna influencia en las señales de alto orden, (baja frecuencia), utilizadas para el diagnóstico.

El método no es directamente aplicable a los motores alimentados por inversores, en cuyo caso, la puesta en marcha se realiza con una frecuencia variable y el deslizamiento mantiene valores bajos a lo largo de todo el proceso.

Por ello, la evolución de la banda lateral izquierda del armónico es completamente diferente de la descrita en Apartado 2, y su frecuencia se mantiene siempre cerca de la frecuencia fundamental.

En cualquier caso, para las bajas inercias antes comentadas, estos casos tienen un interés relativo, porque los motores impulsados por inversores o arrancadores suaves por lo general se someten a un ligero estrés térmico y mecánico durante el arranque y, por tanto, tienen una baja probabilidad de sufrir rotura de barras.

## 7. APLICACIÓN DEL NUEVO MÉTODO A MOTORES SÍNCRONOS

El método propuesto de diagnóstico fue aplicado para la monitorización de un rotor cilíndrico de una máquina síncrona con la jaula de amortiguación dañada.

Se trata de una máquina trifásica de 4 polos, cuyas características se muestran en la siguiente tabla:

### CARACTERÍSTICAS DE LA MÁQUINA ENSAYADA

Rated Power	5 KVA
Rated voltage	380/220 V (Y/ $\Delta$ )
Rated current	7.5/13 A
Number of phases	3
Cos ( $\varphi$ )	0.8
Rated speed	1500
Number of pole pairs	2
Rated frequency	50 Hz
Insulation	Class B
Maximum excitation voltage	50 V
Maximum excitation current	8 A
Damper cage:	
Number of copper bars	36 bars
Diameter of the copper bars	4 mm



Fig. 20. Máquina síncrona testeada y laboratorio de ensayos

Se forzó la asimetría del amortiguador previamente, mediante la rotura de barras antes de soldarlas otra vez.



Fig. 21. Motores y osciloscopio empleados en los ensayos

Además, se llevaron a cabo diversas simulaciones mediante un modelo simplificado de la máquina implementándolo en Matlab. Se registraron corrientes en condiciones de funcionamiento tanto con fallo como en ausencia del mismo.

Se procedió a la aplicación de dos alternativas basadas en aproximaciones DWT para la corriente simulada en una máquina síncrona en buen estado.

Las siguientes figuras describen la aplicación de la doble metodología para el caso simulado de la máquina sin carga en condiciones de funcionamiento sin fallo:

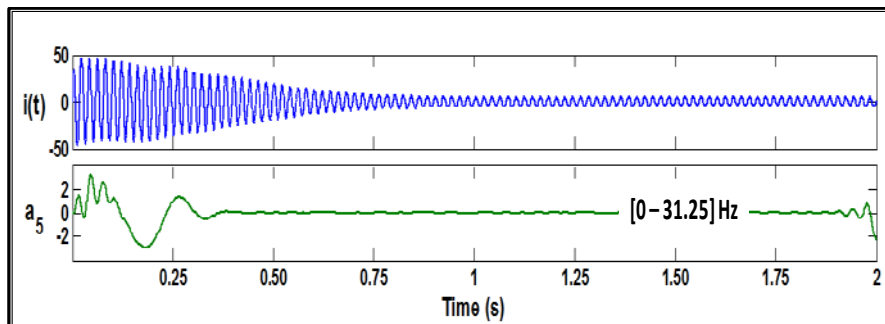


Fig. 22. Metodología a): aproximación basada en la señal Wavelet

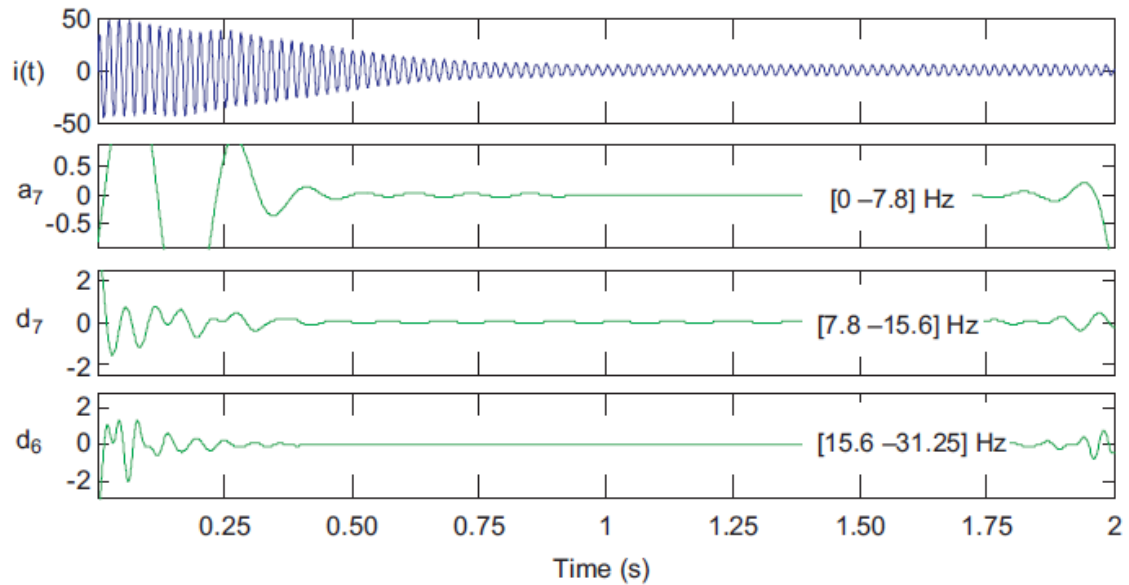


Fig. 23. Metodología **b)**: aproximación basada en las señales Wavelet de alto nivel

Ambas aproximaciones en las dos anteriores figuras tienen bajas amplitudes después de las oscilaciones iniciales, debido al transitorio electromagnético y los efectos de frontera. Este hecho indica la ausencia de la LSC y por tanto del fallo en la máquina.

Las corrientes de arranque experimentales fueron capturadas también para el arranque del motor síncrono bajo condiciones de variación de carga.

Se utilizaron diferentes índices de muestreo para la captura de señales; partiendo de que este factor influye en los límites de frecuencia cubiertos por cada señal Wavelet, el número de niveles de descomposición fueron correspondientemente seleccionados para aplicar las aproximaciones anteriormente mencionadas, (de acuerdo con la detección de transitorios de las componentes de fallo dependientes del deslizamiento basadas en la DWT).

La Daubechies-44 se utilizó en todos los análisis para reducir el solapamiento entre las bandas de frecuencia adyacentes. En cada análisis DWT mostrado, la banda de frecuencia cubierta por cada señal Wavelet de acuerdo con el filtrado diádico comentado anteriormente, se especifica al lado de esa señal.

A continuación se describe los resultados de aplicar ambas aproximaciones DWT a la corriente de arranque del motor síncrono con carga completa. La frecuencia de muestreo fué 800 muestras/Segundo.

Aplicación de las dos alternativas de aproximación DWT al motor síncrono con amortiguador dañado y carga completa:

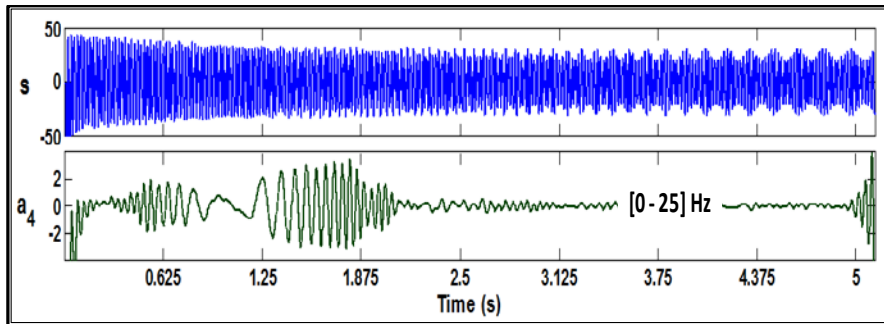


Fig. 24. Metodología a): aproximación basada en la señal Wavelet

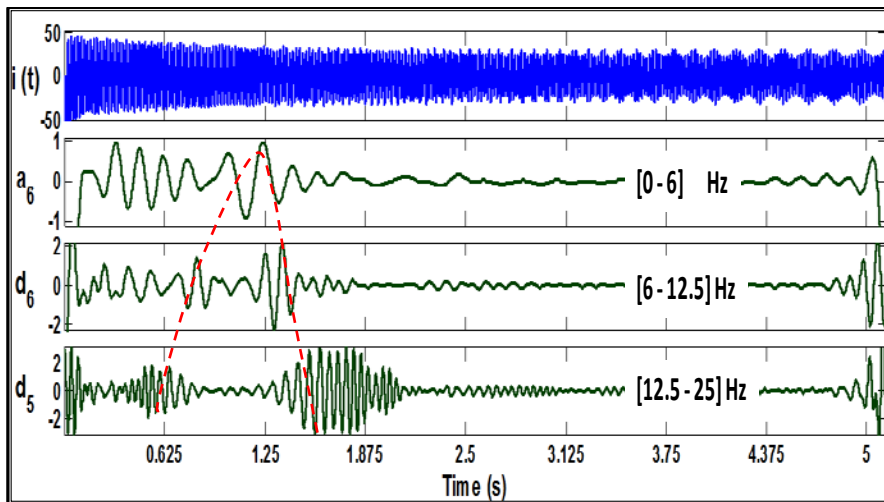


Fig. 25. Metodología b): aproximación basada en las señales Wavelet de alto nivel

El patrón característico con forma de “ $\Lambda$ ” provocado por la evolución del transitorio de la LSC se puede observar claramente en las señales Wavelet de alto nivel en la figura 25, (metodología b). Por otro lado, la señal de aproximación en la figura 24 (metodología a), refleja aproximadamente la forma de onda de la LSC durante su evolución dentro del rango de frecuencias cubierto por dicha señal.

Las figuras siguientes son análogas a las anteriores, pero para el caso del arranque de la máquina sin carga. La frecuencia de muestreo es de 2.000 muestras/segundo para este caso.

Aplicación de las dos alternativas de aproximación DWT al motor síncrono con amortiguador dañado sin carga:

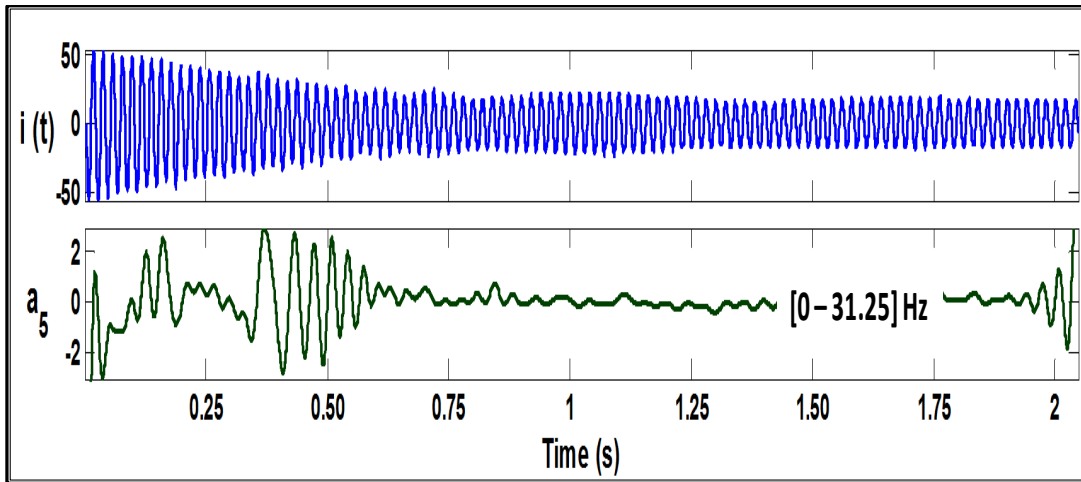


Fig. 26. Metodología a): aproximación basada en la señal Wavelet

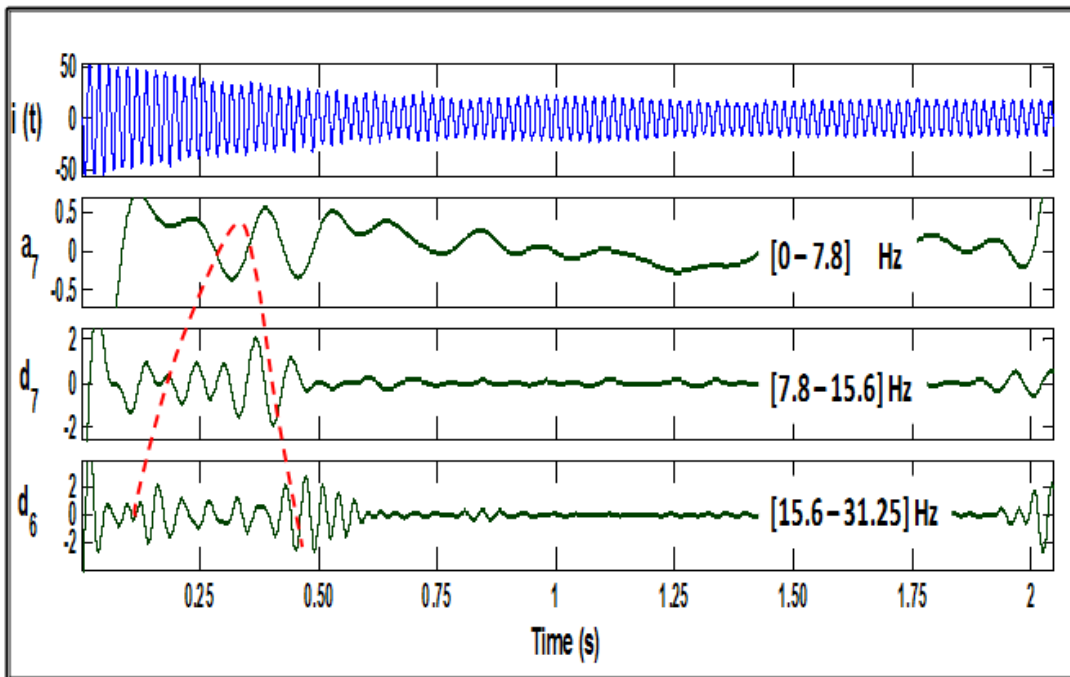


Fig. 27. Metodología b): aproximación basada en las señales Wavelet de alto nivel

Se pueden observar patrones bastante similares al caso con amortiguador dañado y carga completa, causados por la evolución de la LSC, siendo en este caso la duración del arranque mucho más corto.



Si la aproximación clásica basada en la FFT de la corriente en régimen estacionario se aplica en este último caso, la detección de la barra rota no sería posible, debido al bajo valor del deslizamiento, incluso antes del sincronismo, lo cual provoca el solapamiento entre los armónicos de la banda lateral y la componente fundamental, como se observa en la siguiente figura:

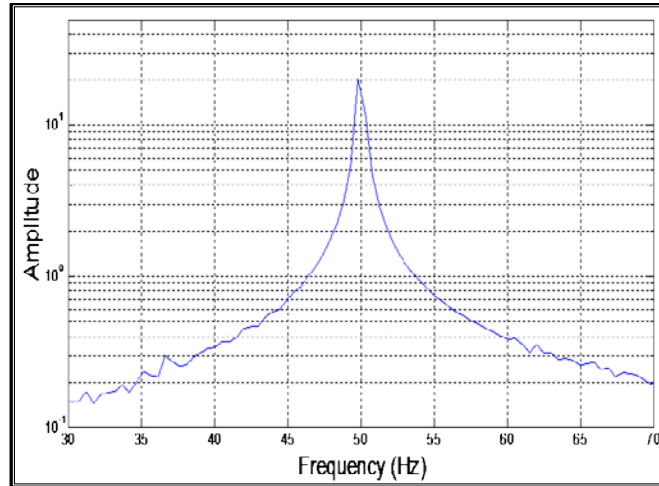


Fig. 28. FFT de la corriente en estado permanente para el motor síncrono sin carga con el amortiguador dañado

Las anteriores gráficas prueban por tanto, la validez de la metodología basada en la DWT para una valoración cualitativa de la presencia del fallo en la máquina.

El siguiente escenario consistiría en el cálculo de la cuantificación de los parámetros antes descritos para conocer el grado de fallo de la máquina.

En la siguiente tabla se muestra una cuantificación de indicadores para los casos de fallo y de funcionamiento correcto:

Condition	Parameter based on approximation signal (dB)	Parameter based on detail signal (dB)
Healthy unloaded machine	36.01	42.29
Unloaded faulty machine	25.84	27.16
Loaded faulty machine	25.09	26.16

Es interesante remarcar la alta sensibilidad de ambos indicadores para la cuantificación del grado de fallo, incluso en condiciones sin carga, presentando un decremento substancial en dB en comparación con los valores correspondientes para condiciones de buen funcionamiento.

## 8. OTRAS HERRAMIENTAS DE PROCESAMIENTO DE SEÑAL

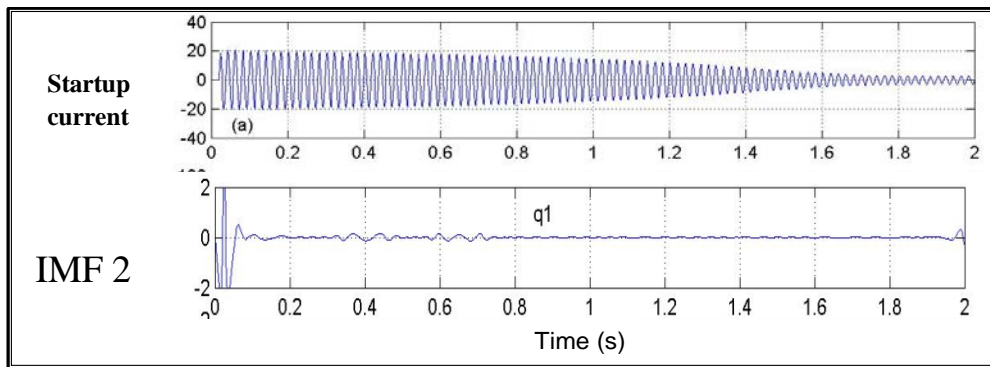
La Transformada Wavelet Discreta (DWT) utilizada en puntos previos para el diagnóstico de la rotura del amortiguador, no es la única herramienta de análisis tiempo-frecuencia existente. Han sido numerosas las herramientas de esta naturaleza utilizadas en la literatura para análisis de señales transitorias, desde la Short Time Fourier Transform (STFT), hasta otros tipos de transformada wavelet (Continuous Wavelet transform (CWT), Wavelet Packets (WP), etc...), pasando por la transformada de Hilbert (HT), transformada de Hilbert-Huang (HHT), distribuciones de Wigner-Ville (WVD) y Choi-Williams (CWD), etc...Cada herramienta particular ofrece sus propias ventajas e inconvenientes. Estas herramientas permiten una descomposición de la señal analizada en el plano tiempo-frecuencia, extrayendo, por tanto la evolución temporal de componentes frecuenciales presentes en la señal analizada.

Por todo ello, del mismo modo que se ha empleado la DWT para la extracción de las evoluciones de las componentes de avería (armónico lateral inferior) de cara a diagnosticar la presencia de rotura en amortiguador, puede también utilizarse cualquiera de las herramientas previas.

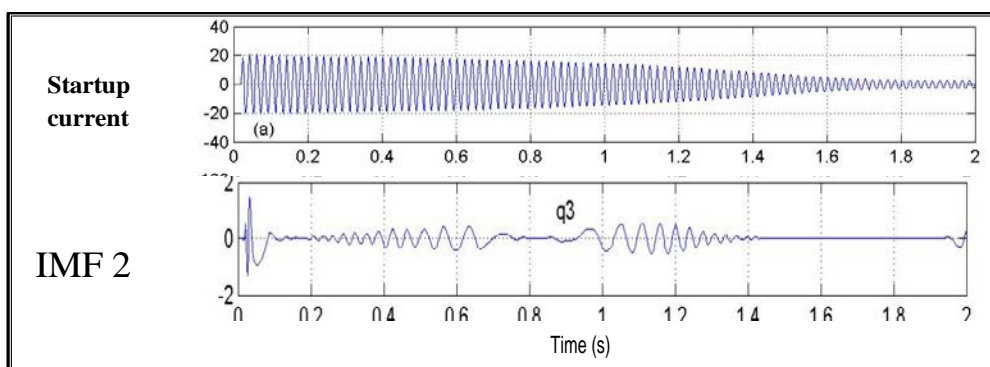
En esta tesina, además de la DWT antes comentada, se ha aplicado de forma preliminar la transformada de Hilbert-Huang (HHT) sobre las señales de corriente de arranque para el motor síncrono anteriormente descrito. Se trata ésta de una herramienta de vanguardia empleada en el ámbito de la ingeniería nuclear para detectar fallos en reactores.

Sin entrar en detalles sobre la operación de esta transformada, diremos que descompone la señal original en una serie de señales, denominadas Intrinsic Mode Functions (IMFs), aplicando un algoritmo conocido como Empirical Mode Decomposition (EMD). La HHT efectúa un filtrado adaptativo de la señal original, de forma que cada IMF refleja la evolución temporal de las componentes de la señal original incluidas en una determinada banda de frecuencia. Para conocer la banda de frecuencias asociada a cada IMF, es preceptivo computar el espectro de Hilbert-Huang, que es una representación tiempo-frecuencia de cada IMF.

Para aclarar conceptos, la Figura 29 muestra la aplicación de la Transformada de Hilbert-Huang, para dos casos: un motor de inducción de 1,1 kW en estado sano (Fig. 29 (a)) y el mismo motor de inducción con una barra rota (Fig. 29. (b)). La diferencia entre las señales resultantes del análisis entre los casos de máquina sana y máquina averiada es evidente, correspondiendo las diferencias a la evolución de las componentes de falta durante el arranque.



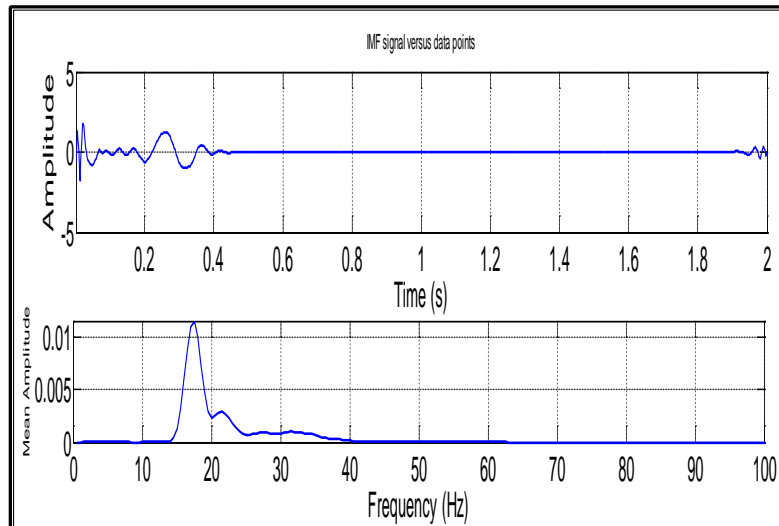
(a)



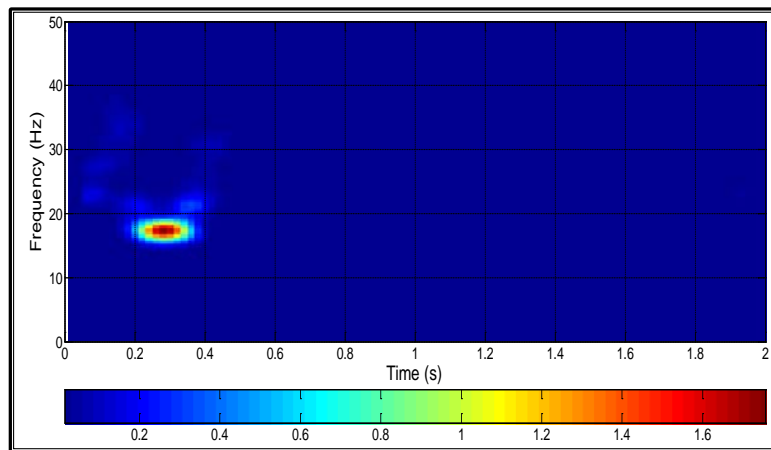
(b)

Fig.29. Transformada de Hilbert-Huang (HHT) de la señal de corriente de arranque para; a) Motor de inducción.  
b) Motor con una barra rota.

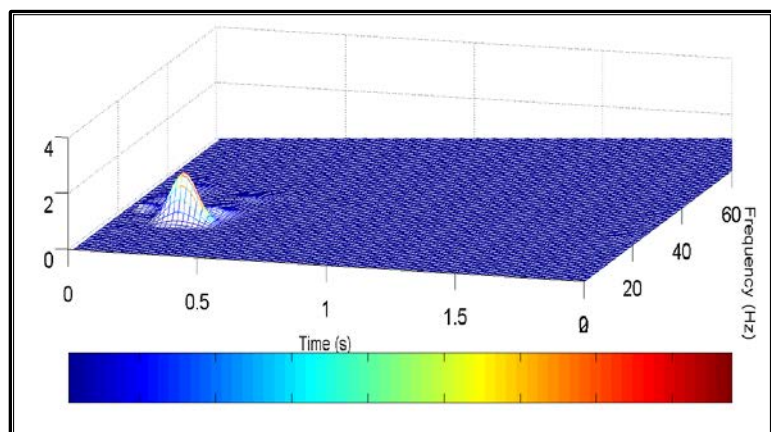
La transformada HHT fué aplicada a los motores síncronos comentados en el epígrafe previo para la detección de roturas en el amortiguador. La Figura 30 muestra los resultados de aplicar la HHT sobre la corriente de arranque de un motor síncrono (arrancado con el devanado amortiguador). En este caso, la señal fué obtenida mediante simulación con un modelo realizado a tal efecto.



(a)



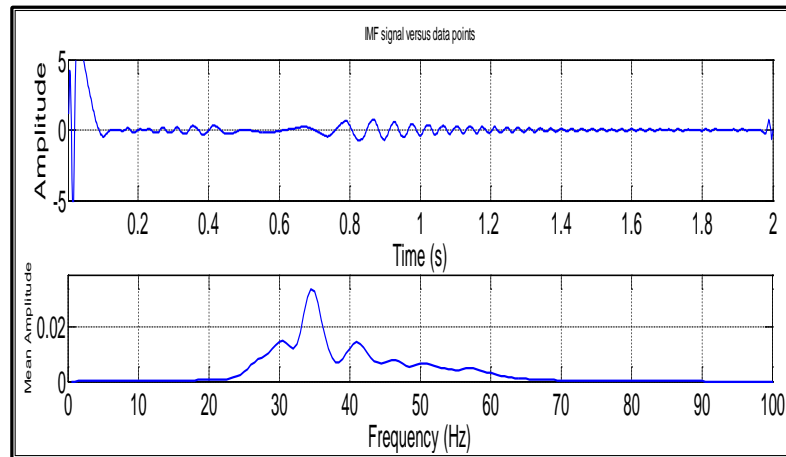
(b)



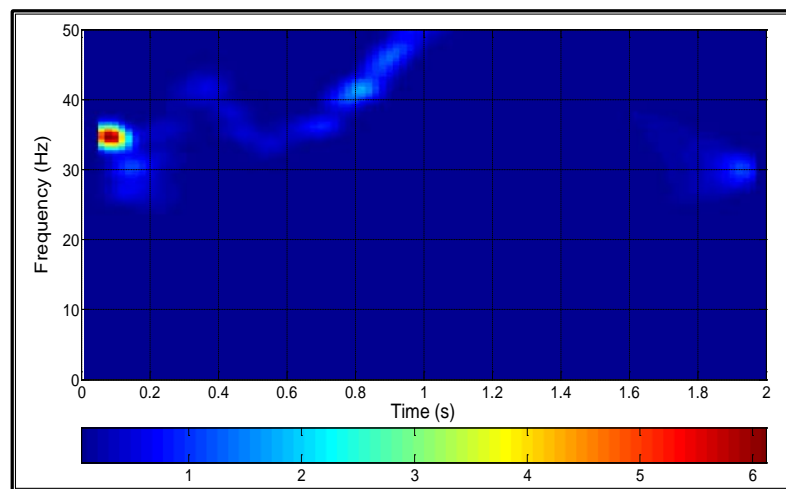
(c)

Fig. 30. Motor sano (simulaciones): (a) Forma de onda del IMF2 (arriba) y espectro marginal del IMF2 (abajo), (b) Espectro de Hilbert-Huang en 2-D del IMF2 y (c) Espectro de Hilbert-Huang en 3-D del IMF2.

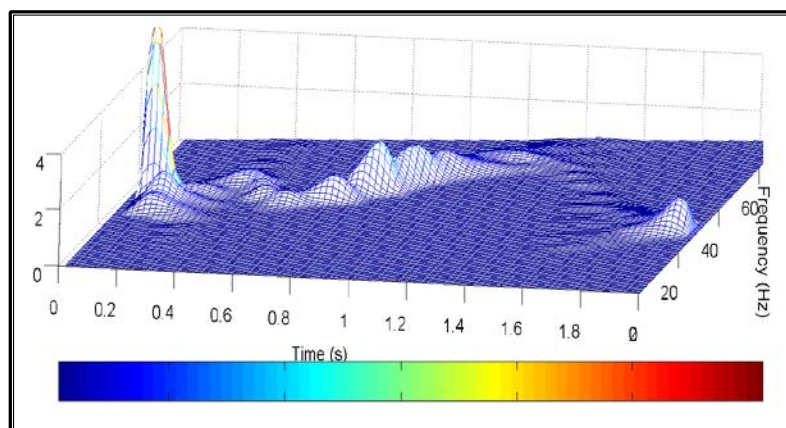
Las Figuras 31 y 32 muestran los análisis HHT de dos de los motores síncronos de laboratorio. Uno de ellos con el amortiguador ligeramente dañado (Fig. 31) y otro muy dañado (Fig. 32).



(a)



(b)



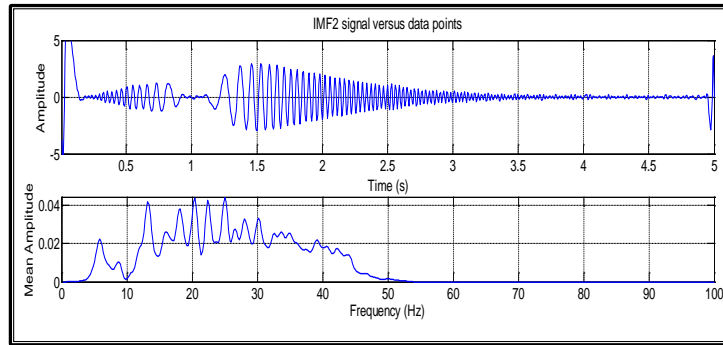
(c)

Fig. 31. Motor con el amortiguador ligeramente dañado (experimental): (a) Forma de onda del IMF2 (arriba) y espectro marginal del IMF2 (abajo), (b) Espectro de Hilbert-Huang en 2-D del IMF2 y (c) Espectro de Hilbert-Huang en 3-D del IMF2.

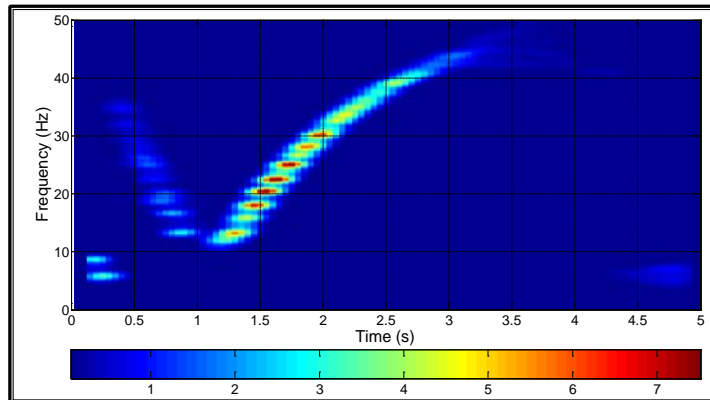
Se aprecia como, mientras el motor está ligeramente dañado, la IMF2 se mantiene casi nula (Fig. 31), a medida que el nivel de daño en el amortiguador aumenta, se va apreciando una forma de onda cada vez más característica en dicho IMF (Fig. 32.b y Fig. 32.c) que se corresponde con la evolución temporal del armónico lateral inferior.

Si se computa el espectro de Hilbert-Huang, bien en 2-D, bien en 3-D, se puede apreciar el patrón característico en forma de V causado por la evolución frecuencial del armónico lateral durante el arranque. Este es tanto más evidente cuando mayor es el daño en el amortiguador.

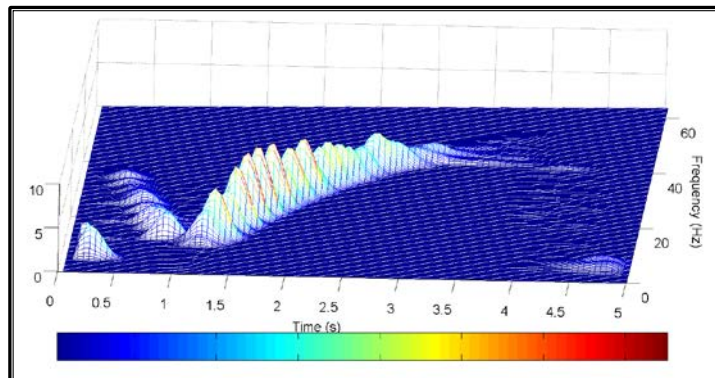
Por tanto, la HHT constituye una excelente alternativa para el diagnóstico de la avería, proporcionando claros patrones que sirven para diagnosticar el fallo, bien a través de los IMF2 o bien a partir del espectro de HH.



(a)



(b)



(c)

Fig. 32. Motor con el amortiguador seriamente dañado (experimental): (a) Forma de onda del IMF2 (arriba) y espectro marginal del IMF2 (abajo), (b) Espectro de Hilbert-Huang en 2-D del IMF2 y (c) Espectro de Hilbert-Huang en 3-D del IMF2.

## 9. CONCLUSIONES

La DWT (Transformada Wavelet Discreta) y la HHT, basada en el método EMD, se aplican en este documento para diagnosticar la presencia de barras rotas de amortiguación en motores síncronos.

Se ha remarcado la importancia de monitorizar cada elemento en máquinas síncronas, proporcionando diversas referencias para la detección de los fallos en devanados de amortiguación de motores y generadores.

La técnica propuesta aprovecha las ventajas del hecho de que corrientes considerables fluyen a través del devanado amortiguador únicamente durante las operaciones transitorias de la máquina. Si la jaula del amortiguador se rompe, componentes relacionadas con el fallo aparecerán en la corriente del estator.

La información de estas componentes del transitorio mediante el uso de las TFD adecuadas (herramientas de descomposición tiempo-frecuencia), proporcionan indicadores concluyentes para el diagnóstico del fallo.

La técnica propuesta está basada en una doble perspectiva: cualitativa (reconocimiento de patrones característicos) y cuantitativa (cálculo de parámetros adimensionales para cuantificar la severidad del fallo).

Esto presenta importantes ventajas en comparación con el análisis FFT de corriente en régimen permanente. Primero, porque en régimen permanente no hay corrientes significantes que fluyan a través de la jaula de amortiguación y por tanto no hay tampoco componentes significantes inducidas en el devanado del estator. Segundo, porque incluso si la corriente de régimen permanente es capturada antes del sincronismo, la técnica FFT no serviría para detectar los picos relacionados con el fallo en condiciones de baja carga o sin carga.

## 10. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Martín Riera Guasp, José Roger Folch. “Máquinas Síncronas”. 1997. Ed. UPV.
- [2] H.W. Beaty, J.L. Kirtley, Jr. *Electric Motor Handbook*, McGraw-Hill Book Company, 1998, Ch. 5, Pg. 157.
- [3] E.V. Gilliland, *Synchronous motors-Part I*, The Industrial Electrician’s Notebook, Kilowatt Classroom, Article 0019, 2004.
- [4] J. Antonino-Daviu, J. Rusek, M. Riera-Guasp, J. Roger-Folch, and V. Climente, “Case histories in large motors: Diagnosis of electromechanical faults through extraction of characteristic components during the startup,” in *Proc. 6th IEEE Int. Symp. SDEMPED*, Krakow, Poland, Sep. 2007, pp. 161–166.
- [5] H.A. Toliyat, G.B. Kliman, *Handbook of Electric Motors*. Marcel Dekker Inc, 2004, ch.5.
- [6] M. Pineda-Sánchez, J. Roger-Folch, J. Pérez-Cruz, M. Riera-Guasp, R. Puche-Panadero, J. Antonino-Daviu, and J. Pons-Llinares, “Calculation of winding inductances via magnetic vector potential, discrete convolution and fast Fourier transform,” *Electr. Rev.*, vol. 5, pp. 109–113, 2010.
- [7] J. A. Antonino-Daviu, M. Riera-Guasp, J. R. Folch, and M. Pilar Molina Palomares, “Validation of a new method for the diagnosis of rotor bar failures via wavelet transform in industrial induction machines,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 42, no. 4, pp. 990–996, Jul./Aug. 2006.
- [8] P. Neti, A.B. Dehkordi, A.M. Gole, “A New Robust Method To Detect Rotor Faults in Salient-Pole Synchronous Machines Using Structural Asymmetries,” *Industry Applications Society Annual Meeting*, 2008. IAS '08.IEEE , vol., no., pp.1-8, 5-9 Oct. 2008.
- [9] V. V. Kuzmin and A. N. Vakulenko, “Hydrogenerator poles damage by electrical erosion-pattern cause, diagnostics and failure prevention”, presented at the Conf. Int. Grands Reseaux Electriques Session, Zagreb, Croatia, 2006.
- [10] G. Ebi, “Ageing generator rotor: Refurbishment or removal from service?” *Power Engineering International Magazine*, vol. 17, no.5 May 2009.
- [11] H. C. Karmaker and M. Chunting, “Improving the starting performance of Large salient-pole synchronous machines,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 40, no. 4, pp. 1920–1928, Jul. 2004.



- [12] H. C. Karmaker, "Broken damper bar detection studies using flux probe measurements and time-stepping finite element analysis for salient-pole synchronous machines," in *Proc. Symp. Diagnostics Electr. Mach., Power Electron. Drives*, Aug. 2003, pp. 193–197.
- [13] J. Bacher, "Detection of Broken Damper Bars of a Turbo Generator by the Field Winding.," *Renewable Energy and Power Quality Journal*, no. 2, April 2004.
- [14] M.M. Rahimian, K. Butler-Purry, "Modeling of synchronous machines with damper windings for condition monitoring," in *Proc. of IEE International Electric Machines and Drives Conference, 2009. IEMDC'09*, pp.577-584, 3-6 May 2009.
- [15] G.B. Kliman, "Transient rotor fault detection in induction and synchronous motors," U.S. Patent 5 030 917, July 9, 1991.
- [16] J. Antonino-Daviu, J. Roger-Folch, J. Pons-Llinares, M. Pineda-Sánchez, R.B.Pérez, C. Charlton-Pérez, "Application of the Empirical Mode Decomposition to condition monitoring of damper bars in synchronous motors."
- [17] M. Riera-Guasp, *Member, IEEE*, Jose A. Antonino-Daviu, *Member, IEEE*, M. Pineda-Sanchez, *Member, IEEE*, R. Puche-Panadero, and J. Perez-Cruz, "General Approach for the Transient Detection of Slip-Dependent Fault Components Based on the Discrete Wavelet Transform", Dec. 2008.
- [18] J. A. Antonino-Daviu, M. Riera-Guasp, J. R. Folch, and M. Pilar Molina Palomares, "Validation of a new method for the diagnosis of rotor bar failures via wavelet transform in industrial induction machines," *IEEE Trans. Ind. Applications*, vol. 42, pp. 990-996, 2006.
- [19] Joaquín López Herraiz, Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear Universidad Complutense de Madrid, Román Pérez Enríquez, Centro de Geociencias, UNAM. "Wavelets, concepto y aplicaciones para el análisis de señales". Octubre 2004.

## **11. ANEXOS**

**- Análisis de señales mediante Transformada Wavelet Discreta -**

### **ÍNDICE**

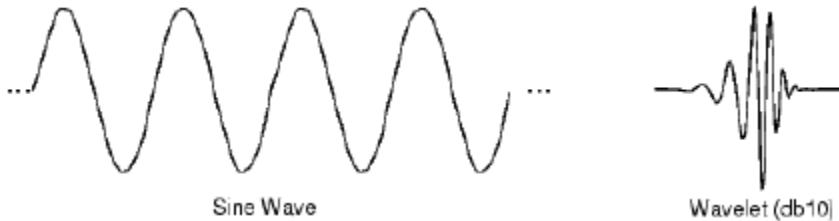
**1. INTRODUCCIÓN. Pág. 43**

**2. DWT. TRANSFORMADA WAVELET DISCRETA. Pág. 48**

**3. VENTAJAS Y DESVENTAJAS DE LA TRANSFORMADA WAVELET. Pág. 56**

## 1. INTRODUCCIÓN

- Una wavelet es una onda de duración efectiva limitada que tiene un valor promedio cero [19].

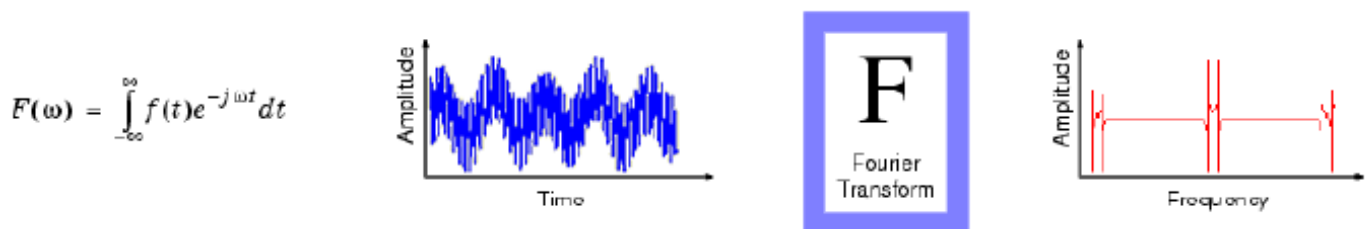


- Mientras que el análisis de Fourier consiste en descomponer una señal en funciones de senos de varias frecuencias, el análisis de wavelets consiste en descomponer una señal en versiones escaladas móviles de la wavelet original (“madre”).

- Sólo viendo wavelets y senoides se puede ver intuitivamente que las señales con cambios bruscos se pueden analizar mejor con una wavelet irregular.

### Transformada de Fourier

Es una técnica matemática para transformar nuestra visión de la señal de una base temporal a una base de frecuencias.

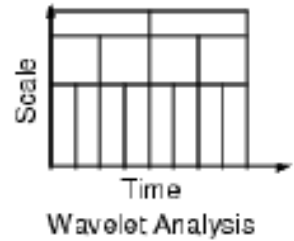
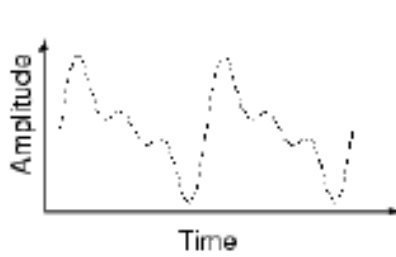


Para muchas señales, el análisis de Fourier es muy útil, debido al contenido de frecuencias en la señal. Entonces, para qué otra técnica como wavelets.

Porque, al transformar al dominio de frecuencias, la información temporal se pierde. Es decir, es imposible decir cuándo ocurrió un evento particular.

Ahora bien, si las propiedades de la señal no cambian mucho con el tiempo, esto es, si la señal es estacionaria, no importa mucho. Sin embargo, las señales más interesantes son no estacionarias, pues presentan tendencias, cambios bruscos, y comienzos y terminaciones de eventos, para los cuales el análisis de Fourier NO es adecuado.

Este problema, que se soluciona parcialmente mediante la introducción de una ventana, no es suficiente, a menos que sea variable, tal como es el caso de wavelets:

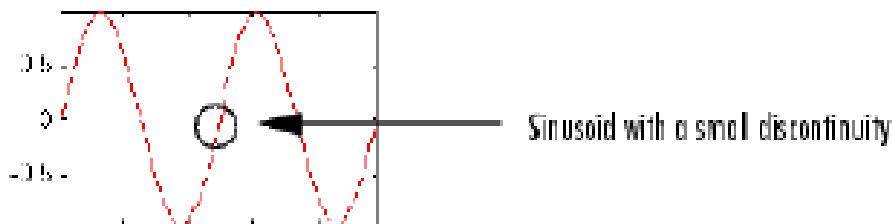


$$C(\text{scale}, \text{position}) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi(\text{scale}, \text{position}, t)dt$$

**C** es la suma sobre toda la señal multiplicada por versiones móviles, escaladas, de la función wavelet  $\psi$ . La **C** se llama transformada continua de wavelet (CWT). Nótese que el análisis de wavelet no utiliza una región de tiempo-frecuencia, sino una de tiempo-escala.

¿Qué puede hacer el análisis de wavelets?

La ventaja más grande es su habilidad para realizar análisis local, es decir, analizar un área localizada de una señal más grande. Veamos un ejemplo:



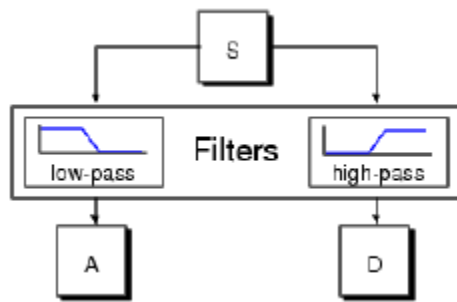
Una gráfica de los coeficientes de Fourier muestra sólo un espectro plano con dos picos que representan una sola frecuencia. Sin embargo, una gráfica de los coeficientes de wavelets muestran claramente la localización exacta, en el tiempo, de la discontinuidad.

### La transformada de wavelets discreta (DWT)

Sirve para agilizar el proceso, sin tanta memoria requerida, y además se ha encontrado que la eficiencia se puede mantener utilizando escalas diádicas (escalas y posiciones en potencias de 2). Una manera de implementar la DWT es utilizando filtros, lo que lleva a la transformada rápida de wavelets; una caja a la que entra una señal y de la que salen coeficientes.

- Para muchas señales, el contenido de bajas frecuencias (“aproximación”, de gran escala) es el más importante. Es el que le da a la señal su identidad. Las altas frecuencias son los “detalles”, de pequeña escala.

- El proceso básico se ve así:



- El análisis de Fourier de una señal (supongamos temporal) permite determinar sus frecuencias, pero a costa de perder la información de tipo temporal sobre la señal (no dice cuando aparece cada frecuencia).

- Lo que se puede hacer es subdividir la pieza en trozos, y analizar cada trozo. Esto nos da una información rudimentaria sobre el orden temporal en el que se dan las frecuencias. Este tipo de análisis se conoce como la transformada de Gabor (aplicar una ventana a los datos). Sin embargo, este tipo de análisis es imperfecto.

Consideremos la transformación lineal y continua de una función  $s(t)$  dada por:

$$S(a, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_a^*(t - \tau) \cdot s(t) \cdot dt$$

[\* indica complejo conjugado]

El número de wavelets existentes es enorme. En general conviene usar aquel cuya forma se adecúe mejor al tipo de señal con la que se trabaja. Hay wavelets continuas/discretas, con/sin soporte compacto, suaves/con discontinuidades, ortogonales/biortogonales..

Algunos wavelets tienen expresiones analíticas. Otros en cambio se obtienen mediante fórmulas de recurrencia.

El análisis de wavelets:

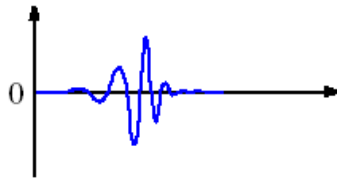
- Nos da información sobre el espectro de frecuencias en función del tiempo.
- La resolución espectral de una frecuencia  $f$  es:  $\Delta f \propto f$
- La resolución temporal de esta frecuencia es:  $\Delta t \propto 1/f (\Rightarrow \Delta t \cdot \Delta f = cte)$ .

Tal como se ha visto, una transformada de wavelets de una función  $s(t)$  viene dada por:

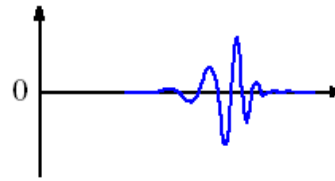
$$S(a, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi^* \left( \frac{t - \tau}{a} \right) \cdot s(t) \cdot dt$$

El término " $\tau$ " nos da las traslaciones y el término " $a$ " las dilataciones de la wavelet.

## TRASLACIONES

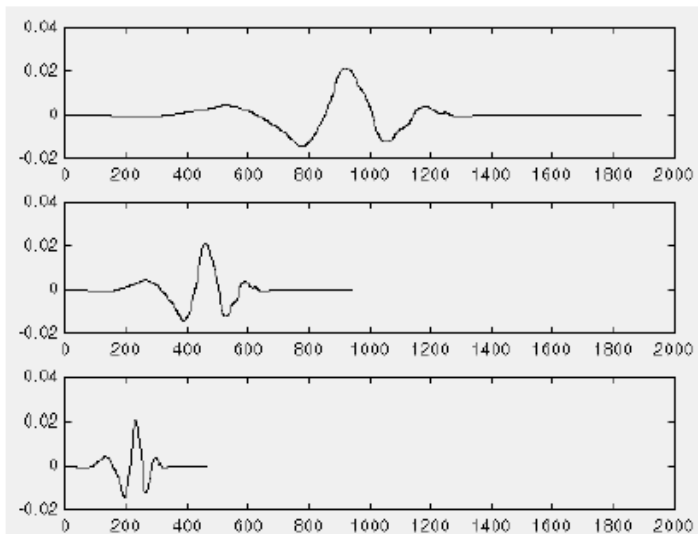


Wavelet function  
 $\psi(t)$



Shifted wavelet function  
 $\psi(t-k)$

## DILATACIONES



$$f(t) = \psi(t) \quad ; \quad a = 1$$

$$f(t) = \psi(2t) \quad ; \quad a = \frac{1}{2}$$

$$f(t) = \psi(4t) \quad ; \quad a = \frac{1}{4}$$

Es decir, la señal  $s(t)$  se muestra empleando versiones (wavelets) del wavelet madre (dilatados y trasladados) estudiando punto a punto para qué dilataciones y traslaciones la señal  $s(t)$  y el wavelet son más similares.

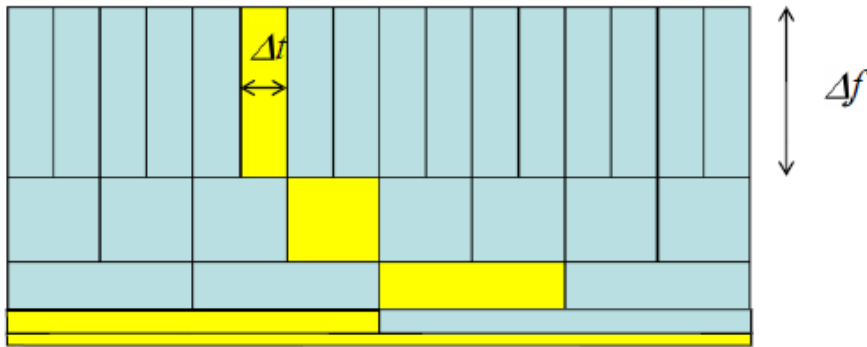
Como es lógico, la frecuencia de la señal  $s(t)$  estudiada está íntimamente relacionada con la escala "a" del wavelet.

Por otro lado, el que el análisis sea local, es lo que le da a la transformada de wavelets sus interesantes propiedades.

$$S(a, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi^* \left( \frac{t-\tau}{a} \right) \cdot s(t) \cdot dt$$

## Representación gráfica de los coeficientes de la transformada discreta de Wavelets

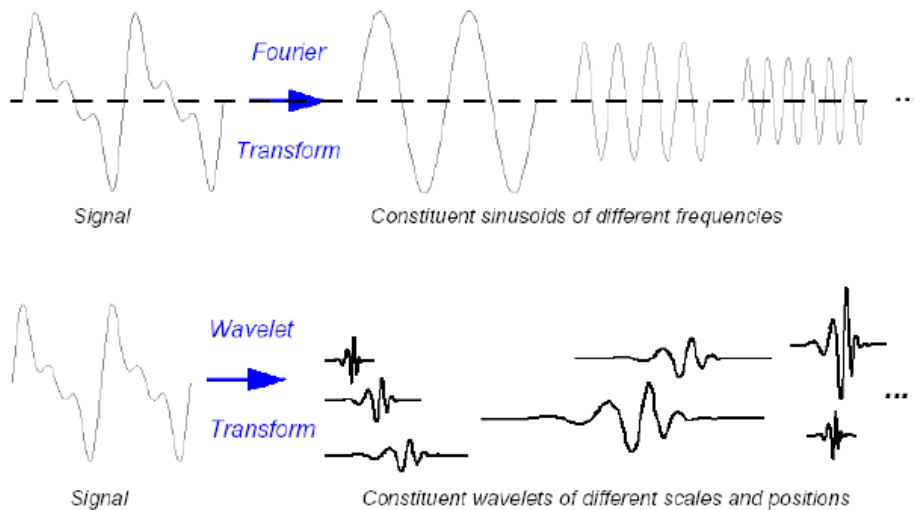
- Esta forma de descomponer una señal es bastante natural: los eventos de baja frecuencia suelen durar en el tiempo, mientras que los eventos de frecuencia alta suelen ser breves.



Resultado del análisis con wavelets:

Es posible seguir las frecuencias dominantes en el tiempo.

## FOURIER vs WAVELETS: Descomposición de una señal en “ondas”



## 2. DWT; TRANSFORMADA WAVELETS DISCRETA

- Partimos de la definición indicada de la transformada:

$$S(a, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi^* \left( \frac{t - \tau}{a} \right) \cdot s(t) \cdot dt$$

- El trabajar con transformaciones de wavelets discretas es una práctica habitual. Esto se debe a su eficacia computacional y a que normalmente se trabaja con señales de datos discretos. Lo más común a la hora de discretizar la transformada de Wavelets continua es emplear la rejilla diádica. [Tomar  $a = 2^i$ ]. En este caso, la transformada viene dada por:

$$S(2^i, \tau) = \frac{1}{\sqrt{2^i}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* \left( \frac{t - \tau}{2^i} \right) \cdot s(t) \cdot dt$$

- Cada  $i$  se denomina octava o escala, y consiste en cada uno de los niveles en los que se descompone la señal. Las escalas bajas tienen en cuenta las frecuencias bajas y las escalas altas, las frecuencias mayores.

- Cuando se usan wavelets ortonormales (Desde el punto de vista de las funciones de cuadrado integrable L2), lo habitual es usar un procedimiento denominado "decimation" (=diezmar). Consiste en descomponer la señal en un número de coeficientes proporcional a la escala analizada.

Esto hace que la señal tenga distinto número de coeficientes en cada escala. Físicamente esto refleja el hecho de que las frecuencias menores de una señal necesitan menos coeficientes para ser representadas. Una Transformada de Wavelet diezmada es:

$$S(2^i, 2^i \cdot n) = \frac{1}{\sqrt{2^i}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* \left( \frac{t}{2^i} - n \right) \cdot s(t) \cdot dt$$

- Ahora el paso de obtener la versión Discretizada y Diezmada de la Transformada de Wavelet (DWT) es sencillo:

$$\hat{S}(2^i, 2^i \cdot n) = \frac{1}{\sqrt{2^i}} \cdot \sum_k \Psi^* \left( \frac{k}{2^i} - n \right) \cdot s(k)$$



- Definimos la familia de wavelets asociadas a un wavelet madre dado y las obtenidas mediante las siguientes traslaciones y expansiones:

$$\Psi_n^i(t) \equiv \frac{1}{\sqrt{2^i}} \cdot \Psi\left(\frac{t}{2^i} - n\right)$$

- Con esto, la DWT diezmada queda:

$$\hat{S}(2^i, 2^i \cdot n) = \sum_k \Psi_n^{i*}(k) \cdot s(k)$$

### **Función de Escala Madre**

- Toda transformada de wavelets viene determinada (como mínimo) por dos funciones (o las dos series de coeficientes (filtros) que caracterizan a estas funciones): Una función de escala madre y un wavelet madre.

- La función de escala madre tiene la importante propiedad de:

$$\phi(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \sqrt{2} \cdot h_k \cdot \phi(2t - k)$$

- Hay que hacer notar que en esta expresión  $k$  toma valores discretos  $k=0,1..N-1$ , mientras que  $t$  es una variable continua. A partir de esta función madre se puede derivar de manera similar a su familia asociada de funciones de escala:

$$\phi_n^i(t) \equiv \frac{1}{\sqrt{2^i}} \cdot \phi\left(\frac{t}{2^i} - n\right)$$

- Para unos coeficientes  $h_k$  dados es relativamente sencillo construir la función de escala madre. Partiendo de una función inicial e iterando según la relación, obtendremos  $f(t)$ .

- NOTA: La familia de funciones de escala forman una base ortonormal de  $L_2$ .

## Filtros Pasa-Alto y Pasa-Bajo

- Una vez definida la función de escala madre, el wavelet viene dado por:

$$\Psi(t) \equiv \sum_{k=0}^{N-1} \sqrt{2} \cdot g_k \cdot \phi(2t - k)$$

- Son los coeficientes  $h_k$  y  $g_k$  (denominados filtros pasa-bajo y filtro pasa-alto) los que determinan la función de escala madre y el wavelet. En muchos casos, "Los filtros discretos son más fundamentales que los propios wavelets".

- Por tanto, dados unos coeficientes  $h_k$  y  $g_k$  tendremos ya bien definidos tanto la función madre como los wavelets. A estos coeficientes se les imponen una serie de condiciones que caracterizan las propiedades de los wavelets que se obtendrán. Si se es excesivamente restrictivo, la única solución que se obtiene es la del wavelet de Haar. Según se van relajando condiciones aparece una amplia variedad de wavelets.

## Creación de Wavelets

- Para unos coeficientes  $h_k$  y  $g_k$  podemos crear las funciones de escala y wavelet madre correspondientes. En la práctica no es necesario y basta con trabajar con los coeficientes (filtros).

- FUNCIÓN DE ESCALA MADRE DE DAUBECHIES DE ORDEN 4:  
Viene definida por los coeficientes:

$$\begin{array}{l} h(0) = \frac{1 + \sqrt{3}}{4 \cdot \sqrt{2}} ; h(1) = \frac{3 + \sqrt{3}}{4 \cdot \sqrt{2}} \\ h(2) = \frac{3 - \sqrt{3}}{4 \cdot \sqrt{2}} ; h(3) = \frac{1 - \sqrt{3}}{4 \cdot \sqrt{2}} \end{array}$$

- Partimos de una función de escala inicial (por ejemplo, la función escalón) e iterando con la ecuación:

$$\phi(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \sqrt{2} \cdot h_k \cdot \phi(2t - k)$$

iremos obteniendo la nueva función de escala.

- Con la función de escala y  $g_k$ , es fácil obtener el wavelet madre:

$$\Psi(t) \equiv \sum_{k=0}^{N-1} \sqrt{2} \cdot g_k \cdot \phi(2t - k)$$

## Descomposición de una señal en Wavelets y Funciones de Escala

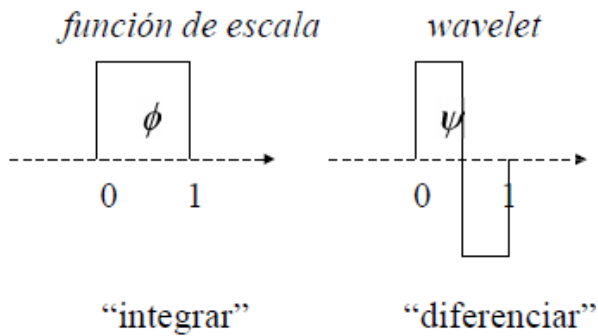
Sea una señal  $f(t)$  formada por  $N = 8$  puntos. Esto nos lleva a tener  $M=3$  escalas de descomposición de la señal ( $2^3 = 8$ ): Como la función de escala madre forma una base de  $L^2$ , podemos hacer el desarrollo:

$$f(t) = \sum_{i=0}^7 s_i^{[0]} \cdot \phi_i^{[0]}(t)$$

Cada par de funciones de escala de un cierto nivel  $k$ ,  $f_{2i}^k$  y  $f_{2i+1}^k$ , se pueden escribir como la suma de una función de escala de nivel  $k+1$  y wavelet de nivel  $k+1$ :

Ejemplo con el wavelet de Haar, (=Daubechies de orden 1).

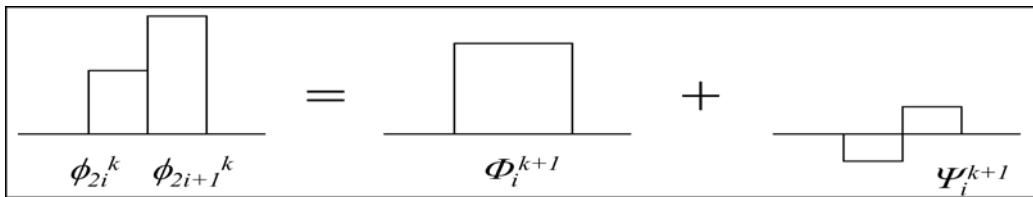
La función de escala recoge la información “suave” de la función y el wavelet los “detalles” de esa escala.



Sea una señal  $f(t)$  formada por  $N = 8$  puntos. Esto nos lleva a tener  $M=3$  escalas de descomposición de la señal ( $2^3 = 8$ ): Como la función de escala madre forma una base de  $L^2$ , podemos hacer el desarrollo:

$$f(t) = \sum_{i=0}^7 s_i^{[0]} \cdot \phi_i^{[0]}(t)$$

Cada par de funciones de escala de un cierto nivel  $k$ ,  $f_{2i}^k$  y  $f_{2i+1}^k$ , se pueden escribir como la suma de una función de escala de nivel  $k+1$  y wavelet de nivel  $k+1$ :



**ESCALA 0**

$$f(t) = \left[ \sum_{i=0}^7 s_i^{[0]} \cdot \phi_i^{[0]}(t) \right]$$



**ESCALA 1**

$$f(t) = \sum_{i=0}^3 d_i^{[1]} \cdot \psi_i^{[1]}(t) + \left[ \sum_{i=0}^3 s_i^{[1]} \cdot \phi_i^{[1]}(t) \right]$$



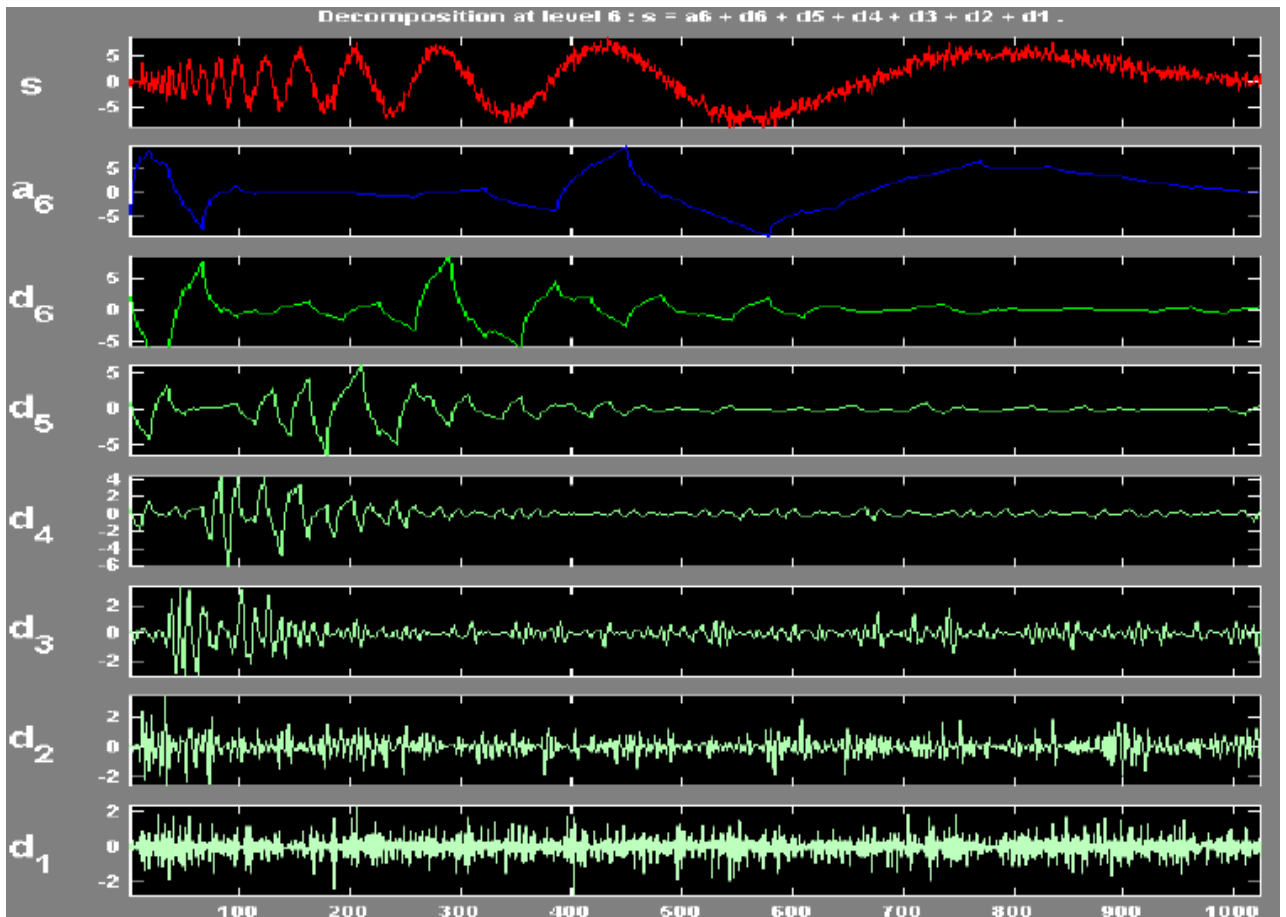
**ESCALA 2**

$$f(t) = \sum_{i=0}^3 d_i^{[1]} \cdot \psi_i^{[1]}(t) + \sum_{i=0}^1 d_i^{[2]} \cdot \psi_i^{[2]}(t) + \left[ \sum_{i=0}^1 s_i^{[2]} \cdot \phi_i^{[2]}(t) \right]$$



**ESCALA 3**

$$f(t) = \sum_{i=0}^3 d_i^{[1]} \cdot \psi_i^{[1]}(t) + \sum_{i=0}^1 d_i^{[2]} \cdot \psi_i^{[2]}(t) + d_0^{[3]} \cdot \psi_0^{[3]}(t) + s_0^{[3]} \cdot \phi_0^{[3]}(t)$$



Los coeficientes de la transformada a distintas escalas vienen dados por las relaciones (convolución circular):

$$s_i^{[j]} = \sum_{k=2i}^{2i+L-1} h(k-2i) \cdot s_k^{[j-1]}$$

$$d_i^{[j]} = \sum_{k=2i}^{2i+L-1} g(k-2i) \cdot s_k^{[j-1]}$$

Por supuesto, hay que definir en este proceso a distintas escalas, los valores de la escala inicial. En este caso, debemos saber los valores de  $s_i^{[0]}$ . Como trabajamos con señales discretas  $s(i)$ ,  $i = 1..N$ , una posible elección es tomar directamente:  $s_i^{[0]} = s(i)$ .

NOTA: La ventaja de usar como valores iniciales directamente los de la función consiste en que no requiere trabajar con la función de escala directamente sino sólo con los coeficientes. , aunque según las definiciones anteriores, habría que hacer:

$$s_i^{[0]} = \sum_k \phi(k-i) \cdot s(k)$$

Implementación de la transformada y convolución circular:

$$s_i^{[j]} = \sum_{k=2i}^{2i+L-1} h(k-2i) \cdot s_k^{[j-1]}$$

$$d_i^{[j]} = \sum_{k=2i}^{2i+L-1} g(k-2i) \cdot s_k^{[j-1]}$$

ESCALA 1

ESCALA 0

s0	=	h0	h1	h2	h3												s0		
d0		g0	g1	g2	g3													s1	
s1				h0	h1	h2	h3												s2
d1				g0	g1	g2	g3												s3
s2						h0	h1	h2	h3										s4
d2						g0	g1	g2	g3										s5
s3								h0	h1	h2	h3								s6
d3								g0	g1	g2	g3								s7
																s0			
																s1			

**Transformada Wavelets Discreta Inversa**

Implementación de la transformada INVERSA, (convolución circular):

$$s_i^{[j-1]} = \sum_{k=(i-L+2)/2}^{i/2} h(i-2k) \cdot s_k^{[j]} + \sum_{k=(i-L+2)/2}^{i/2} g(i-2k) \cdot d_k^{[j]}$$

ESCALA 0

ESCALA 1

														s3				
														d3				
s0	=	h2	g2	h0	g0												s0	
s1		h3	g3	h1	g1													d0
s2				h2	g2	h0	g0											s1
s3				h3	g3	h1	g1											d1
s4						h2	g2	h0	g0									s2
s5						h3	g3	h1	g1									d2
s6								h2	g2	h0	g0							s3
s7								h3	g3	h1	g1							d3

### Transformada Wavelets Discreta: Conclusiones

$$\begin{aligned}
 f(x) &= s_0^3 \cdot \phi_0^3(x) + d_0^3 \cdot \Psi_0^3(x) + d_0^2 \cdot \Psi_0^2(x) + d_1^2 \cdot \Psi_1^2(x) + d_0^1 \cdot \Psi_0^1(x) \\
 &\quad + d_1^1 \cdot \Psi_1^1(x) + d_2^1 \cdot \Psi_2^1(x) + d_3^1 \cdot \Psi_3^1(x) \\
 f(x) &= s_0^3 \cdot \frac{1}{\sqrt{8}} \cdot \phi\left(\frac{x}{8}\right) + d_0^3 \cdot \frac{1}{\sqrt{8}} \cdot \Psi\left(\frac{x}{8}\right) + d_0^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{4}} \cdot \Psi\left(\frac{x}{4}\right) \\
 &\quad + d_1^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{4}} \cdot \Psi\left(\frac{x}{4} - 1\right) + d_0^1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \Psi\left(\frac{x}{2}\right) + d_1^1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \Psi\left(\frac{x}{2} - 1\right) \\
 &\quad + d_2^1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \Psi\left(\frac{x}{2} - 2\right) + d_3^1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \Psi\left(\frac{x}{2} - 3\right)
 \end{aligned}$$

$s_0^0$	$s_0^1$	$s_0^2$	$s_0^3$	$s_0^4$	$s_0^5$	$s_0^6$	$s_0^7$
$s_1^0$	$s_1^1$	$s_1^2$	$s_1^3$	$d_1^0$	$d_1^1$	$d_1^2$	$d_1^3$
$s_2^0$	$s_2^1$	$d_2^0$	$d_2^1$				
$s_3^0$	$d_3^0$						

### **3. VENTAJAS Y DESVENTAJAS DE LA TRANSFORMADA DE WAVELETS**

#### **Ventajas de la Transformada de Wavelets**

- El análisis de wavelets está especialmente indicado para señales con pulsos o intermitencias: sucesos que ocurren de manera no periódica. Para estas señales, Fourier da muy poca información, al perder casi toda información temporal.
- Fourier es “inestable” frente a señales de tipo intermitentes: si añadimos un impulso localizado en el tiempo a una señal, todo el espectro de Fourier se verá afectado, mientras que solo algunos coeficientes de wavelets se modificarán.
- Cuando un sistema es lineal y los modos de vibración son modos propios del sistema, el análisis de Fourier proporciona mucha información sobre los mismos. Pero si no es así, la descomposición en modos propios no da información interesante, ya que mezcla la información de los varios modos de oscilación.
- Al estudiar sistemas no lineales que no tienen modos propios, ninguna descomposición global en el espíritu del análisis de Fourier tendrá éxito. Uno se debe limitar a una expansión local en modos, que es lo que hace el análisis de wavelets (como un desarrollo tipo Taylor).
- La Transformada Discreta de Wavelets presenta además claras ventajas frente a su contrapartida de Fourier:
  - Más rápida desde el punto de vista computacional:  $O(N)$  [DWT], frente a  $O(N\log N)$  [FFT] para una muestra de  $N$  datos.
  - En muchos casos proporciona un mejor ajuste a los datos con menos coeficientes. (Permitiendo una mejor compresión de los datos que los métodos basados en Fourier).
  - Las técnicas de filtrado de ruido basadas en wavelets dan mejores resultados.

#### **Desventajas de la Transformada de Wavelets**

- Es una técnica reciente. Aunque en los últimos años se ha hecho un gran esfuerzo por darle todo el rigor matemático que tiene la transformada de Fourier y unificar métodos y notaciones, el ritmo de aparición de publicaciones sobre el tema hace que no sea tarea fácil.
- No permite realizar algunos cálculos como los relacionados con la convolución o la modulación de una señal.