



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

Evaluación del desplazamiento vertical de estaciones GNSS producido por la carga hidrológica a partir del análisis espectral y filtrado de las series temporales GNSS, GRACE y GLDAS

Luis Ros Valiente

Tesis Doctoral dirigida por
Dr. Ángel Esteban Martín Furones y Dra. Ana Belén Anquela Julián

Departamento de Ingeniería Cartográfica, Geodesia y Fotogrametría

12 de enero de 2016

Dedicado a mi esposa Raquel, a mis padres Maribel y Luis, y a mi hermano Fernando. Uno es la suma de lo mejor de las personas que le aman y le rodean.

Agradecimientos

Quisiera agradecer a los directores de esta tesis, los profesores Dr. Martín y Dra. Anquela, todo el apoyo prestado durante estos años de estudios de Doctorado. Sin su paciencia, constancia y ánimo no habría sido posible realizar esta tesis.

Resum

Paraules clau: Sèries temporals, GNSS, GRACE, GLDAS, anàlisi espectral

En aquesta tesi doctoral es presenta un mètode de filtrat de sèries temporals d'altura GNSS a partir dels desplaçaments verticals derivats de les variacions de càrrega sobre l'escorça terrestre obtingudes a partir del models mensuals de geopotencial de la missió GRACE. Aquestes variacions estan provocades principalment per les variacions hidrològiques estacionals tal i com es pot comprovar a partir del model hidrològic GLDAS. Aquest mètode es basa en l'anàlisi espectral, que permet manipular les sèries temporals tant en el domini del temps com en el domini de les freqüències.

Per a comprovar la validesa del mètode s'han utilitzat dades de 66 estacions de referència pertanyents a l' *IGS Core Network*. Aquestes dades són les solucions setmanals de coordenades obtingudes per l' *1^a campanya de reprocessat de dades IGS*. D'altra banda també s'han utilitzat dades nivell-2 de la missió GRACE, proporcionats per GFZ i que cobreixen un període de temps de més d'11 anys, per a generar la sèries temporals de càrrega hidrològica i làmina d'aigua en cadascuna de les estacions de referència analitzades. Finalment també s'han utilitzat dades mensuals de contingut d'aigua en superfície generades per GLDAS, a partir dels quals també s'han generat sèries temporals en les estacions de referència.

Mitjançant l'anàlisi dels espectres d'amplitud dels quatre tipus de sèries temporals, es detecta un senyal amb freqüència propera a 1 cicle per any que es troba present en les sèries temporals d'altura el·lipsoidal, càrrega hidrològica GRACE, làmina d'aigua GRACE i contingut d'aigua en superfície GLDAS. Com el senyal es troba present tant en les sèries temporals de làmina d'aigua i contingut d'aigua en superfície, es confirma que el seu origen és el cicle hidrològic. Per tant les variacions observades en les sèries temporals d'altura el·lipsoidal i càrrega hidrològica poden ser explicades, si més no en part, per les variacions hidrològiques.

La tècnica de filtrat espectral presentada en aquesta tesi es basa en la detecció i aïllament del senyal anual en les sèries temporals de càrrega hidrològica. Aquest procés es fa en el domini de les freqüències mitjançant la Transformació Discreta de Fourier (DFT) feta amb els algorismes de la Transformada Ràpida de Fourier (FFT). Gràcies a la propietat de linealitat de les transformades de Fourier, el senyal anual aïllat és restat de les sèries temporals d'altura el·lipsoïdal, que es troba també en el domini de les freqüències. La sèrie temporal resultant és la sèrie temporal d'altures el·lipsoïdals sense el senyal anual de la càrrega hidrològica.

Després de fer el filtrat espectral amb les estacions de referència, es demostra que a les estacions en àrees amb una important activitat hidrològica, les sèries temporals d'altura GNSS redueixen el seu error quadràtic mitjà ponderat (WRMS) un 18% en mitjana, amb casos destacables que superen el 25%. Altres paràmetres com la correlació entre l'altura el·lipsoïdal i la càrrega hidrològica abans i després del filtrat també mostren una important variació, passant d'un 53.9% al 15.0%. En àrees on les variacions hidrològiques no són tan clarament observades per GNSS ni per GRACE, com per exemple en illes, zones costaneres o deserts, no hi ha reducció de WRMS, ni la resta de paràmetres indiquen una millora en les sèries temporals d'altura el·lipsoïdal després del filtrat.

Resumen

Palabras clave: Series temporales, GNSS, GRACE, GLDAS, análisis espectral

En esta tesis doctoral se presenta un método de filtrado de series temporales de altura GNSS a partir de los desplazamientos verticales derivados de las variaciones de carga sobre la corteza terrestre obtenidas a partir de los modelos geopotenciales mensuales de la misión GRACE. Estas variaciones de carga vienen provocadas, principalmente, por las variaciones estacionales hidrológicas tal como se comprueba a partir del modelo hidrológico GLDAS. El método de filtrado se basa en el análisis espectral, que permite manipular las series temporales tanto en el dominio del tiempo como de las frecuencias.

Para comprobar la validez del método se han utilizado datos de 66 estaciones de referencia pertenecientes al *IGS Core Network*. Estos datos son las soluciones semanales de coordenadas obtenidas por la *1ª campaña de reprocesado de datos IGS*. Por otro lado también se han utilizado datos nivel-2 de la misión GRACE proporcionados por GFZ y que cubren un periodo de tiempo de más de 11 años, para generar la series temporales de carga hidrológica y lámina de agua en cada una de las estaciones de referencia analizadas. Por último también se han utilizado datos mensuales de contenido de agua en superficie generados por GLDAS a partir de los cuales también se han generado series temporales en las estaciones de referencia.

Mediante el análisis de los espectros de amplitudes de los cuatro tipos de series temporales se detecta una señal con frecuencia cercana a 1 ciclo por año que se encuentra presente en las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica GRACE, lámina de agua GRACE y contenido de agua en superficie GLDAS. Como la señal se encuentra presente tanto en las series temporales de lámina de agua y contenido de agua en superficie, se confirma que su origen es el ciclo hidrológico. Por tanto las variaciones observadas en las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica pueden ser explicadas, al menos en parte, por las variaciones hidrológicas.

La técnica de filtrado espectral presentada en esta tesis se basa en la detección y aislado de la señal anual en las series temporales de carga hidrológica. Este proceso se realiza en el dominio de las frecuencias mediante la Transformación Discreta de Fourier (DFT) realizada con los algoritmos de la Transformada Rápida de Fourier (FFT). Gracias a la propiedad de linealidad de las transformadas de Fourier, la señal anual aislada es restada de las series temporales de altura elipsoidal también en el dominio de las frecuencias. La serie temporal resultante es la serie temporal de alturas elipsoidales sin la señal anual de la carga hidrológica.

Tras realizar el filtrado espectral con las estaciones de referencia se demuestra que en las estaciones en áreas con una importante actividad hidrológica las series temporales de altura GNSS reducen su error medio cuadrático ponderado (WRMS) un 18% en promedio, con casos destacables que superan el 25%. Otros parámetros como la correlación entre altura elipsoidal y carga hidrológica antes y después del filtrado también muestran una importante variación, pasando de un 53.9% al 15.0%. En áreas donde las variaciones hidrológicas no son tan claramente observadas por GNSS ni por GRACE, como por ejemplo en islas, zonas costeras o desiertos, no hay reducción de WRMS, ni el resto de parámetros indican mejora en las series temporales de altura elipsoidal tras el filtrado.

Abstract

Key words: Time series, GNSS, GRACE, GLDAS, spectral analysis

In this thesis it is introduced a method to filter GNSS height time series from vertical displacements derived from load variations in the Earth's surface, obtained from the monthly geopotential coefficients from the GRACE mission. These load variations are originated mainly by the seasonal hydrological variations as it can be confirmed from the hydrological GLDAS model. This filtering method is based on spectral analysis techniques that allow the manipulation of time series in both time and frequency domains.

To test this method data from 66 IGS Core Network reference stations have been used. The origin of the GNSS data are the weekly solutions provided by the First Data Reprocessing Campaign carried out by IGS. Monthly level-2 data from GRACE Mission provided by GFZ, with a time-span of more than 11 years, have been used to generate hydrological load and equivalent water thickness monthly time series at every reference station from which GNSS data are available. In addition, soil water content time series have also been created from monthly GLDAS data.

With the periodograms of the four time series datasets a signal with frequency close to 1 cycle per year is detected in the GNSS height, load, equivalent water thickness and GLDAS time series. As this signal has the same frequency in the equivalent water thickness and GLDAS time series it is confirmed that its origin is the hydrological cycle. Therefore the variations observed in the GNSS height and load time series can be explained, at least part of it, by these hydrological variations.

The spectral filtering technique introduced in this thesis is based on the detection and isolation of the annual signal in the load time series from GRACE data. This process is done in the frequency domain by using the Discrete Fourier Transform (DFT) with the Fast Fourier Transform (FFT) algorithm. Using the linearity property of the DFT, the isolated annual signal from the load time series is subtracted from the DFT of the GNSS height time series in the frequency domain. The new

time series in the frequency domain is the GNSS height without the annual signal generated by the hydrological variations in the GNSS reference station area.

After testing the spectral filter with times series dataset from 66 reference stations, it is demonstrated that for stations in areas with important hydrological activity the GNSS height time series reduce their WRMS by 18 % on average, with some special cases where WRMS reduction is higher than 25 %. Other parameters like GNSS height vs. GRACE load correlation before and after the filtering process show a reduction of the correlation from 53.9 % to 15.0 % In areas where the hydrological variations are not clearly detected by GNSS and GRACE, like islands, coasts or deserts, there is no WRMS reduction, and other parameters do not show any improvement in the GNSS height time series after the filtering process.

Índice general

Resum	VII
Resumen	IX
Abstract	XI
Índice general	1
Índice de figuras	17
Índice de tablas	21
1 Introducción y objetivos	23
1.1 Introducción	23
1.2 Objetivos	26
1.3 Estructura de la tesis	27
2 Fundamentos teóricos del análisis espectral de series temporales	29
2.1 Series temporales y funciones periódicas	29
2.2 Series de Fourier	32
2.3 La transformada de Fourier	34

2.4 Consideraciones sobre el análisis espectral.	37
2.4.1 Propiedades de la transformada de Fourier	37
2.4.2 Teorema de muestreo de Nyquist-Shannon	38
2.4.3 Pérdida de información en el análisis espectral	42
3 Series temporales de datos geodésicos e hídricos	61
3.1 Series temporales de altura elipsoidal	61
3.1.1 Origen de los datos de altura elipsoidal	61
3.1.2 Disponibilidad y acceso a los datos de altura elipsoidal	66
3.2 Datos de carga hidrológica y lámina de agua a partir de GRACE	68
3.2.1 El proyecto GRACE	68
3.2.2 Los datos de gravedad GRACE empleados en este trabajo.	70
3.2.3 Estimación de la carga hidrológica y la lámina de agua con GRACE	72
3.2.4 Desarrollo del software para la obtención de datos de carga hidrológica y lámina de agua	79
3.3 Contenido de agua en superficie GLDAS	82
3.3.1 Los sistemas LDAS	82
3.3.2 El sistema GLDAS	83
3.3.3 Disponibilidad de datos de contenido de agua en superficie a partir de GLDAS	84
4 Estrategia de análisis y cálculo	87
4.1 Introducción	87
4.2 Preparación de las series temporales	88
4.2.1 Preparación de los datos GNSS	88
4.2.2 Preparación de los datos de carga hidrológica GRACE	94
4.2.3 Preparación de los datos de lámina de agua GRACE	96
4.2.4 Preparación de los datos de contenido de agua en superficie GLDAS	97
4.2.5 Comparación inicial de series temporales	98
4.3 Transformada de Fourier de las series temporales	104
4.3.1 Influencia de la duración de las series temporales en el análisis espectral	106
4.4 Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal	115
4.5 Inversa de la transformada de Fourier de las series temporales de altura elipsoidal	119

5	Discusión de resultados	123
5.1	Resultados globales	123
5.2	Estaciones con reducción de WRMS inferior a 0%	125
5.3	Estaciones con reducción de WRMS entre 0% y 10%	139
5.4	Estaciones con reducción de WRMS superior al 10%	142
6	Conclusiones	155
6.1	Metodología propuesta	155
6.2	Resultados obtenidos	157
	Apéndice	161
A	Resultados individuales por estación	161
A.1	Introducción	161
A.2	ALIC	162
A.3	ARTU	164
A.4	ASPA	166
A.5	AUCK	168
A.6	BJFS	170
A.7	BOGT	172
A.8	BRAZ	174
A.9	BRFT	176
A.10	BRMU	178
A.11	CEDU	180
A.12	CHUR	182
A.13	COCO	184
A.14	CONZ	186
A.15	CRO1	188
A.16	DARW	190
A.17	DGAR	192
A.18	DRAO	194
A.19	GLPS	196
A.20	GOLD	198

A.21 GUAM	200
A.22 HOB2	202
A.23 HOFN	204
A.24 IISC	206
A.25 IRKT	208
A.26 ISPA	210
A.27 KARR	212
A.28 KERG	214
A.29 KOKB	216
A.30 KOUC	218
A.31 LHAZ	220
A.32 LPGS	222
A.33 MAC1	224
A.34 MAS1	226
A.35 MBAR	228
A.36 MCIL	230
A.37 MKEA	232
A.38 MQZG	234
A.39 NKLG	236
A.40 NOT1	238
A.41 NRIL	240
A.42 PARC	242
A.43 PDEL	244
A.44 PIMO	246
A.45 POL2	248
A.46 POLV	250
A.47 QAQ1	252
A.48 RAMO	254
A.49 RBAY	256
A.50 REUN	258
A.51 SCH2	260
A.52 STJO	262
A.53 SUTH	264

A.54	THTI	266
A.55	THU3	268
A.56	TIDB	270
A.57	TIXI	272
A.58	TNML	274
A.59	TOW2	276
A.60	TRO1	278
A.61	TSKB	280
A.62	UNSA	282
A.63	USNO	284
A.64	WHIT	286
A.65	WSRT	288
A.66	YEBE	290
A.67	YIBL	292
Bibliografía		295

Índice de figuras

2.1.	Con las muestras tomadas (círculos azules) no es posible reconstruir la señal $f(t)$ (línea roja) ya que existen otras señales, como por ejemplo la representada por la línea discontinua azul, que también coinciden con las muestras.	39
2.2.	Con un número de muestras suficiente (círculos azules) es posible la reconstrucción (línea discontinua azul) la señal $f(t)$ (línea roja) de forma inequívoca.	40
2.3.	Señal observada durante 2 unidades de tiempo tomando muestras a una velocidad de 12 muestras por unidad de tiempo.	44
2.4.	Espectro de amplitudes de las dos componentes de la señal observada y la propia señal observada a partir de las muestras tomadas durante 2 unidades de tiempo a 12 muestras por unidad de tiempo.	45
2.5.	Señal observada durante 10 unidades de tiempo tomando muestras a una velocidad de 12 muestras por unidad de tiempo.	46
2.6.	Espectro de amplitudes de las dos componentes de la señal observada y la propia señal observada a partir de las muestras tomadas durante 10 unidades de tiempo a 12 muestras por unidad de tiempo.	47
2.7.	Señal observada durante 10 unidades de tiempo tomando muestras a una velocidad de 52 muestras por unidad de tiempo.	49
2.8.	Espectro de amplitudes de las dos componentes de la señal observada y la propia señal observada a partir de las muestras tomadas durante 10 unidades de tiempo a 52 muestras por unidad de tiempo.	50
2.9.	Ejemplo de ventana de filtrado triangular.	55
2.10.	Ejemplo de ventana de filtrado triangular.	56

2.11.	Ejemplo de ventana de filtrado Tukey.	57
2.12.	Ejemplo de ventana de filtrado Tukey.	58
2.13.	Ejemplo de ventana de filtrado Gauss.	59
2.14.	Ejemplo de ventana de filtrado Gauss.	60
3.1.	Distribución de las estaciones de referencia GNSS de la red <i>IGS Core Network</i>	66
3.2.	Errores por grado del fichero filtrado DDK5 correspondiente al mes de enero de 2009 para los centros de cálculo GFZ y JPL. . .	74
3.3.	Valor acumulado sobre la anomalía de gravedad que proporciona el fichero de coeficientes geopotenciales correspondiente a enero de 2009.	77
3.4.	Errores por grado del fichero filtrado DDK5 correspondiente al mes de enero de 2009 para los centros de cálculo GFZ y JPL. . .	78
3.5.	Información del contenido de agua en la superficie terrestre en mayo de 2012 obtenida a partir de los datos GLDAS (<i>TELLUS GLDAS AND WATER CONTENT IMAGES. Ver. 1. PO.DAAC,CA,USA.</i>).	85
4.1.	Desplazamientos de las estación BRAZ en sus componentes horizontales y vertical.	90
4.2.	Desplazamientos de las estación CONZ en sus componentes horizontales y vertical.	91
4.3.	Ejemplo del efecto que genera la tendencia lineal de una serie temporal en su espectro de amplitudes.	93
4.4.	Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica en la estación BRAZ.	95
4.5.	Series temporales en BRAZ representadas en el dominio del tiempo y en el dominio de las frecuencias como espectros de amplitudes.	99
4.6.	Series temporales en ALIC representadas en el dominio del tiempo y en el dominio de las frecuencias como espectros de amplitudes.	100
4.7.	Espectros de amplitudes superpuestos de todas las estaciones de referencia mostrados en decibelios con respecto a una señal de referencia con amplitud de 0.010 metros.	102

4.8.	Espectros de amplitudes superpuestos de todas las estaciones de referencia mostrados en decibelios con respecto a una señal de referencia con amplitud de 0.200 metros.	103
4.9.	Ejemplos de espectros de amplitudes aplicando la técnica <i>zero padding</i> con la transformada de Fourier.	107
4.10.	Ejemplos de espectros de amplitudes aplicando la técnica <i>zero padding</i> con la transformada de Fourier en la estación de referencia BRAZ.	108
4.11.	Series temporales en BRAZ representadas en el dominio del tiempo y en el dominio de las frecuencias como espectros de amplitudes.	109
4.12.	Correlación cruzada de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica en la estación BRAZ.	110
4.13.	Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal de duración variable en BRAZ.	112
4.14.	Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal de duración variable en ALIC.	114
4.15.	Comparación de los espectros de amplitudes de altura elipsoidal, carga hidrológica GRACE y de nuevo altura elipsoidal con la carga hidrológica GRACE filtrada en la estación BRAZ.	117
4.16.	Comparación de los espectros de potencia de altura elipsoidal, carga hidrológica GRACE y de nuevo altura elipsoidal con la carga hidrológica GRACE filtrada en la estación BRAZ.	118
4.17.	Correlación cruzada de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica en la estación BRAZ antes y después del filtrado.	120
4.18.	Comparación de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica GRACE y de nuevo altura elipsoidal con la carga hidrológica GRACE filtrada en la estación BRAZ.	121
5.1.	Mapa con la posición geográfica de las estaciones analizadas. . . .	124
5.2.	Espectros de amplitudes superpuestos de todas las estaciones de referencia mostrados en decibelios con respecto a una señal de referencia con amplitud de 0.010 metros.	126
5.3.	Estaciones con Δ WRMS inferior a 0%.	128

5.4.	Errores en altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE en las estaciones con Δ WRMS inferior a 0%.	129
5.5.	Correlaciones cruzadas de las series temporales de altura elipsoidal antes y después del filtrado con la serie temporal de carga hidrológica en ALIC.	134
5.6.	Estación COCO.	136
5.7.	Estación KARR.	137
5.8.	Estación THTI.	138
5.9.	Estaciones con Δ WRMS entre 0% y 10%.	140
5.10.	Errores en altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE en las estaciones con Δ WRMS entre 0% y 10%.	141
5.11.	Estaciones con Δ WRMS superior a 10%.	147
5.12.	Errores en altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE en las estaciones con Δ WRMS superior al 10%.	148
A.1.	Series temporales en ALIC con Δ WRMS=-10.113%.	162
A.2.	Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en ALIC con Δ WRMS=-10.113%.	163
A.3.	Series temporales en ARTU con Δ WRMS=22.081%.	164
A.4.	Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en ARTU con Δ WRMS=22.081%.	165
A.5.	Series temporales en ASPA con Δ WRMS=1.084%.	166
A.6.	Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en ASPA con Δ WRMS=1.084%.	167
A.7.	Series temporales en AUCK con Δ WRMS=-7.744%.	168
A.8.	Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en AUCK con Δ WRMS=-7.744%.	169
A.9.	Series temporales en BJFS con Δ WRMS=12.077%.	170
A.10.	Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en BJFS con Δ WRMS=12.077%.	171

A.11. Series temporales en BOGT con $\Delta\text{WRMS}=2.944\%$	172
A.12. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en BOGT con $\Delta\text{WRMS}=2.944\%$	173
A.13. Series temporales en BRAZ con $\Delta\text{WRMS}=30.616\%$	174
A.14. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en BRAZ con $\Delta\text{WRMS}=30.616\%$	175
A.15. Series temporales en BRFT con $\Delta\text{WRMS}=25.214\%$	176
A.16. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en BRFT con $\Delta\text{WRMS}=25.214\%$	177
A.17. Series temporales en BRMU con $\Delta\text{WRMS}=-3.855\%$	178
A.18. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en BRMU con $\Delta\text{WRMS}=-3.855\%$	179
A.19. Series temporales en CEDU con $\Delta\text{WRMS}=5.912\%$	180
A.20. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en CEDU con $\Delta\text{WRMS}=5.912\%$	181
A.21. Series temporales en CHUR con $\Delta\text{WRMS}=24.538\%$	182
A.22. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en CHUR con $\Delta\text{WRMS}=24.538\%$	183
A.23. Series temporales en COCO con $\Delta\text{WRMS}=-13.841\%$	184
A.24. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en COCO con $\Delta\text{WRMS}=-13.841\%$	185
A.25. Series temporales en CONZ con $\Delta\text{WRMS}=13.275\%$	186
A.26. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en CONZ con $\Delta\text{WRMS}=13.275\%$	187
A.27. Series temporales en CRO1 con $\Delta\text{WRMS}=10.140\%$	188
A.28. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en CRO1 con $\Delta\text{WRMS}=10.140\%$	189
A.29. Series temporales en DARW con $\Delta\text{WRMS}=21.487\%$	190
A.30. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en DARW con $\Delta\text{WRMS}=21.487\%$	191

A.31. Series temporales en DGAR con Δ WRMS=12.485 %	192
A.32. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en DGAR con Δ WRMS=12.485 %	193
A.33. Series temporales en DRAO con Δ WRMS=11.873 %	194
A.34. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en DRAO con Δ WRMS=11.873 %	195
A.35. Series temporales en GLPS con Δ WRMS=2.679 %	196
A.36. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en GLPS con Δ WRMS=2.679 %	197
A.37. Series temporales en GOLD con Δ WRMS=18.231 %	198
A.38. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en GOLD con Δ WRMS=18.231 %	199
A.39. Series temporales en GUAM con Δ WRMS=-9.534 %	200
A.40. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en GUAM con Δ WRMS=-9.534 %	201
A.41. Series temporales en HOB2 con Δ WRMS=2.134 %	202
A.42. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en HOB2 con Δ WRMS=2.134 %	203
A.43. Series temporales en HOFN con Δ WRMS=-3.589 %	204
A.44. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en HOFN con Δ WRMS=-3.589 %	205
A.45. Series temporales en IISC con Δ WRMS=27.631 %	206
A.46. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en IISC con Δ WRMS=27.631 %	207
A.47. Series temporales en IRKT con Δ WRMS=17.102 %	208
A.48. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en IRKT con Δ WRMS=17.102 %	209
A.49. Series temporales en ISPA con Δ WRMS=2.587 %	210
A.50. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en ISPA con Δ WRMS=2.587 %	211

A.51. Series temporales en KARR con Δ WRMS=-23.195 %.	212
A.52. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en KARR con Δ WRMS=-23.195 %.	213
A.53. Series temporales en KERG con Δ WRMS=2.214 %.	214
A.54. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en KERG con Δ WRMS=2.214 %.	215
A.55. Series temporales en KOKB con Δ WRMS=-5.249 %.	216
A.56. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en KOKB con Δ WRMS=-5.249 %.	217
A.57. Series temporales en KOUC con Δ WRMS=3.239 %.	218
A.58. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en KOUC con Δ WRMS=3.239 %.	219
A.59. Series temporales en LHAZ con Δ WRMS=-2.295 %.	220
A.60. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en LHAZ con Δ WRMS=-2.295 %.	221
A.61. Series temporales en LPGS con Δ WRMS=1.806 %.	222
A.62. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en LPGS con Δ WRMS=1.806 %.	223
A.63. Series temporales en MAC1 con Δ WRMS=-4.710 %.	224
A.64. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en MAC1 con Δ WRMS=-4.710 %.	225
A.65. Series temporales en MAS1 con Δ WRMS=-4.103 %.	226
A.66. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en MAS1 con Δ WRMS=-4.103 %.	227
A.67. Series temporales en MBAR con Δ WRMS=0.156 %.	228
A.68. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en MBAR con Δ WRMS=0.156 %.	229
A.69. Series temporales en MCIL con Δ WRMS=-7.550 %.	230
A.70. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en MCIL con Δ WRMS=-7.550 %.	231

A.71. Series temporales en MKEA con Δ WRMS=-3.002 %.	232
A.72. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en MKEA con Δ WRMS=-3.002 %.	233
A.73. Series temporales en MQZG con Δ WRMS=-5.745 %.	234
A.74. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en MQZG con Δ WRMS=-5.745 %.	235
A.75. Series temporales en NKLG con Δ WRMS=2.610 %.	236
A.76. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en NKLG con Δ WRMS=2.610 %.	237
A.77. Series temporales en NOT1 con Δ WRMS=13.068 %.	238
A.78. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en NOT1 con Δ WRMS=13.068 %.	239
A.79. Series temporales en NRIL con Δ WRMS=25.399 %.	240
A.80. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en NRIL con Δ WRMS=25.399 %.	241
A.81. Series temporales en PARC con Δ WRMS=6.036 %.	242
A.82. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en PARC con Δ WRMS=6.036 %.	243
A.83. Series temporales en PDEL con Δ WRMS=-5.170 %.	244
A.84. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en PDEL con Δ WRMS=-5.170 %.	245
A.85. Series temporales en PIMO con Δ WRMS=-4.099 %.	246
A.86. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en PIMO con Δ WRMS=-4.099 %.	247
A.87. Series temporales en POL2 con Δ WRMS=16.305 %.	248
A.88. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en POL2 con Δ WRMS=16.305 %.	249
A.89. Series temporales en POLV con Δ WRMS=28.520 %.	250
A.90. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en POLV con Δ WRMS=28.520 %.	251

A.91. Series temporales en QAQ1 con Δ WRMS=-1.992 %.	252
A.92. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en QAQ1 con Δ WRMS=-1.992 %.	253
A.93. Series temporales en RAMO con Δ WRMS=18.323 %.	254
A.94. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en RAMO con Δ WRMS=18.323 %.	255
A.95. Series temporales en RBAY con Δ WRMS=-2.502 %.	256
A.96. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en RBAY con Δ WRMS=-2.502 %.	257
A.97. Series temporales en REUN con Δ WRMS=1.092 %.	258
A.98. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en REUN con Δ WRMS=1.092 %.	259
A.99. Series temporales en SCH2 con Δ WRMS=4.230 %.	260
A.100. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en SCH2 con Δ WRMS=4.230 %.	261
A.101. Series temporales en STJO con Δ WRMS=8.630 %.	262
A.102. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en STJO con Δ WRMS=8.630 %.	263
A.103. Series temporales en SUTH con Δ WRMS=1.764 %.	264
A.104. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en SUTH con Δ WRMS=1.764 %.	265
A.105. Series temporales en THTI con Δ WRMS=-50.295 %.	266
A.106. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en THTI con Δ WRMS=-50.295 %.	267
A.107. Series temporales en THU3 con Δ WRMS=-3.348 %.	268
A.108. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en THU3 con Δ WRMS=-3.348 %.	269
A.109. Series temporales en TIDB con Δ WRMS=1.493 %.	270
A.110. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en TIDB con Δ WRMS=1.493 %.	271

A.111. Series temporales en TIXI con Δ WRMS=5.467 %.	272
A.112. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en TIXI con Δ WRMS=5.467 %.	273
A.113. Series temporales en TNML con Δ WRMS=-6.815 %.	274
A.114. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en TNML con Δ WRMS=-6.815 %.	275
A.115. Series temporales en TOW2 con Δ WRMS=15.117 %.	276
A.116. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en TOW2 con Δ WRMS=15.117 %.	277
A.117. Series temporales en TRO1 con Δ WRMS=3.188 %.	278
A.118. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en TRO1 con Δ WRMS=3.188 %.	279
A.119. Series temporales en TSKB con Δ WRMS=6.924 %.	280
A.120. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en TSKB con Δ WRMS=6.924 %.	281
A.121. Series temporales en UNSA con Δ WRMS=5.390 %.	282
A.122. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en UNSA con Δ WRMS=5.390 %.	283
A.123. Series temporales en USNO con Δ WRMS=13.235 %.	284
A.124. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en USNO con Δ WRMS=13.235 %.	285
A.125. Series temporales en WHIT con Δ WRMS=13.986 %.	286
A.126. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en WHIT con Δ WRMS=13.986 %.	287
A.127. Series temporales en WSRT con Δ WRMS=16.827 %.	288
A.128. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en WSRT con Δ WRMS=16.827 %.	289
A.129. Series temporales en YEBE con Δ WRMS=14.454 %.	290
A.130. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en YEBE con Δ WRMS=14.454 %.	291

A.131. Series temporales en YIBL con Δ WRMS=14.283%	292
A.132. Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en YIBL con Δ WRMS=14.283%	293

Índice de tablas

2.1. Tabla de frecuencias y amplitudes de espectro de amplitudes de la señal B (figura 2.6).	48
2.2. Tabla de frecuencias y amplitudes de espectro de amplitudes de la señal B (figura 2.8).	51
2.3. Resumen de errores en la definición de amplitudes de una señal con frecuencia 1 ciclo por unidad de tiempo observada durante 10 unidades de tiempo.	52
3.1. Ejemplo de datos de una solución semanal GNSS de la 1 ^a Campaña de Reprocesado de datos IGS.	67
3.2. Ejemplo de datos GNSS en forma de serie temporal para una estación.	68
3.3. Resumen de la preparación de los datos GRACE.	78
3.4. Tabla de polinomios.	79
3.5. Formato de archivo con los coeficientes de geopotencial.	81
3.6. Ejemplo de un fichero mensual con datos de contenido de agua en superficie a partir de GLDAS.	86
4.1. Ejemplo de la serie temporal de datos GNSS en la estación BRAZ.	88
4.2. Parámetros básicos del elipsoide de referencia GRS-80.	89
4.3. Ejemplo de la serie temporal de datos de carga hidrológica GRACE en la estación BRAZ.	94
4.4. Ejemplo de la serie temporal de errores de carga hidrológica GRACE en la estación BRAZ.	95

4.5. Ejemplo de la serie temporal de datos de lámina de agua GRACE en la estación BRAZ.	96
4.6. Ejemplo de la serie temporal de datos de contenido de agua en superficie GLDAS en la estación BRAZ.	97
4.7. Amplitudes máximas y sus respectivas frecuencias en las series temporales de altura elipsoidal de duración variable en BRAZ.	111
4.8. Amplitudes máximas y sus respectivas frecuencias en las series temporales de carga hidrológica GRACE de duración variable en BRAZ.	113
4.9. Amplitudes máximas y sus respectivas frecuencias en las series temporales de altura elipsoidal de duración variable en ALIC.	113
4.10. Amplitudes máximas y sus respectivas frecuencias en las series temporales de carga hidrológica GRACE de duración variable en ALIC.	115
5.1. Resumen con el resultado global de reducción de WRMS en las estaciones tratadas.	124
5.2. Información básica de las series temporales de altura elipsoidal en las estaciones de referencia con reducción de WRMS inferior a 0%.	130
5.3. Amplitudes de las señales con frecuencia anual de las series temporales en las estaciones de referencia con reducción de WRMS inferior a 0%.	131
5.4. Correlación entre series temporales en las estaciones de referencia con reducción de WRMS inferior a 0%.	132
5.5. Resultados tras el filtrado de las series temporales de altura elipsoidal en las estaciones de referencia con reducción de WRMS inferior a 0%.	133
5.6. Información básica de las series temporales de altura elipsoidal en las estaciones de referencia con reducción de WRMS entre 0% y 10%.	143
5.7. Amplitudes de las señales con frecuencia anual de las series temporales en las estaciones de referencia con reducción de WRMS entre 0% y 10%.	144
5.8. Correlación entre series temporales en las estaciones de referencia con reducción de WRMS entre 0% y 10%.	145

5.9. Resultados tras el filtrado de las series temporales de altura elipsoidal en las estaciones de referencia con reducción de WRMS entre 0% y 10%.	146
5.10. Información básica de las series temporales de altura elipsoidal en las estaciones de referencia con reducción de WRMS superiores a 10%.	151
5.11. Amplitudes de las señales con frecuencia anual de las series temporales en las estaciones de referencia con reducción de WRMS superiores a 10%.	152
5.12. Correlación entre series temporales en las estaciones de referencia con reducción de WRMS superiores a 10%.	153
5.13. Resultados tras el filtrado de las series temporales de altura elipsoidal en las estaciones de referencia con reducción de WRMS superiores a 10%.	154

Capítulo 1

Introducción y objetivos

En este capítulo se hace una introducción de este trabajo, mostrando el estado del arte en este campo de investigación y las referencias más importantes utilizadas para fundamentar el trabajo. También se explica cuál es el objetivo que se pretende alcanzar con el trabajo de y qué líneas de investigación se van a seguir.

1.1 Introducción

La redistribución de masas atmosféricas, criosféricas, hidrológicas y oceánicas en la Tierra así como sus interacciones generan deformaciones tanto horizontales como verticales en la Tierra sólida (Liu y col. 2014) que pueden ser medidos con técnicas espaciales de observación geodésica como GNSS (Hofmann-Wellenhof y col. 2007), VLBI (Sovers y col. 1998) y SLR (Schillak 2004).

Además de variaciones geométricas, la redistribución de masas en la Tierra también genera variaciones en su campo gravitatorio. En las últimas décadas se han desarrollado o se están desarrollando sistemas de medición para determinar el campo gravitatorio de la Tierra como las misiones CHAMP (Reigber y col. 2002), GRACE (Tapley y col. 2004a), GOCE (Drinkwater y col. 2006) o la continuación de la misión GRACE con *GRACE Follow-On* (Flechtner y col. 2014). Mientras que GOCE está demostrando ser especialmente útil para proporcionar información relacionada con el campo gravitatorio estático de la Tierra, los datos proporcionados por la misión GRACE han supuesto un gran avance en la mejora del conocimiento de las variaciones temporales del campo gravitatorio de la Tierra relacionados con variaciones en la distribución de masas. Han sido numerosos los trabajos publicados a partir de los datos de la misión GRACE, algunos de los cuales son especialmente

destacables y han servido como referencia para la realización de este trabajo, como por ejemplo Seo y col. 2006, Velicogna y col. 2006b, Schmidt y col. 2006, Velicogna y col. 2006a, Chen y col. 2007, Dam y col. 2007, Han y col. 2008, Schmidt y col. 2008, Ramillien y col. 2008, Syed y col. 2008, Klees y col. 2008, Rodell y col. 2009, Tregoning y col. 2009b, Watson y col. 2009, Sasgen y col. 2010, Tesmer y col. 2011, Purcell y col. 2011, Pereira y col. 2012, Fu y col. 2012a, Joodaki y col. 2012, Vey y col. 2013, Chew y col. 2014 o Liu y col. 2014 por citar algunos.

Muchos de estos trabajos desarrollados gracias a los datos proporcionados por la misión GRACE están directamente relacionados con la investigación sobre el cambio climático y sus efectos en la hidrología de la Tierra como la pérdida de masa helada en los polos, el aumento del nivel del mar, cambios en la salinidad de los océanos o variaciones en las reservas de aguas continentales. Una de las causas más importantes de los desplazamientos de posición y variaciones del campo gravitatorio terrestre son los cambios que sufren las reservas hidrológicas en las distintas regiones del planeta. El intercambio de agua entre los sistemas que forman los océanos, atmósfera, criosfera y los continentes es precisamente una de las áreas de investigación más importante de las Ciencias de la Tierra. Los continentes son un componente complejo en el sistema de intercambio hidrológico, ya que están sometidos a procesos de recarga hidrológica (a través de precipitaciones en forma de lluvia o nieve), almacenamiento y descarga hidrológica (escorrentía y evapotranspiración) que varían tanto geográficamente como temporalmente (Davis y col. 2004). Además de los procesos hidrológicos naturales, la acción humana también genera un impacto directo, como por ejemplo mediante la construcción de grandes presas para el almacenamiento de masas de agua, o mediante la explotación de acuíferos para el consumo de agua (Chew y col. 2014).

El hecho de que dos técnicas de observación independientes como GNSS y GRACE sean sensibles a las variaciones de masa en la Tierra permite contrastar y validar la información que proporcionan una y otra. Sobre esta cuestión se han realizado trabajos en los que se demuestra la alta correlación que existe entre los datos obtenidos por GNSS en forma de desplazamientos de la posición de estaciones de referencia y las variaciones de masa observadas con los datos proporcionados por la misión GRACE, como por ejemplo Tesmer y col. 2011, Fu y col. 2012b, Fu y col. 2012a o Chew y col. 2014. Algunos de los primeros trabajos en los que se realizaron comparaciones entre desplazamientos observados por GNSS y variaciones de masa detectadas a partir de datos GRACE mostraban correlación sólo en las regiones donde las señales relacionadas con las variaciones eran más fuertes, como por ejemplo en Davis y col. 2004 donde se demostraba que en la región del Amazonas existe una alta correlación entre las señales detectadas por GNSS y las detectadas con datos GRACE. En Dam y col. 2007 se realizó una comparación de variaciones de desplazamientos de series temporales GNSS y GRACE con estaciones de referencia en Europa pero la relación entre los desplazamientos observados y las variaciones de carga hidrológica no eran concluyentes y se asociaron a errores en el

procesado de los datos GNSS como el modelado erróneo de las mareas oceánicas. Trabajos como Ray y col. 2008 o Bogusz y col. 2015 confirman que las señales anuales detectadas en las series temporales de datos GNSS, especialmente en la componente vertical, tienen una componente relacionada con errores sistemáticos como el año draconítico GPS y periodo Chandler. Sin embargo la componente de carga hidrológica en las señales anuales detectadas en las series temporales GNSS sigue siendo la de mayor influencia.

En Tregoning y col. 2009b se realiza una nueva comparación entre series temporales obtenidas a partir de datos GNSS y datos GRACE en forma de carga hidrológica. En este caso se hace uso de datos GNSS que han sido reprocesados para intentar minimizar los errores de procesado sugeridos por Dam y col. 2007. En este trabajo también se resta la deformación observada por GRACE de las series temporales de altura elipsoidal. En aproximadamente la mitad de las estaciones analizadas no se consigue reducir el WRMS de las series temporales de altura elipsoidal, concluyendo que errores específicos en las estaciones de referencia como los efectos *multipath* o errores en la realización de los marcos de referencia utilizados son el origen dominante en las señales detectadas y que no han podido ser eliminadas. En otros trabajos como Horwath y col. 2010 también se realiza un proceso de análisis similar entre series temporales GNSS y GRACE, empleando igualmente series temporales de datos GNSS reprocesadas y datos de carga hidrológica derivados de GRACE aunque aportando conclusiones similares. En Tesmer y col. 2011 también se realiza otra comparación entre series temporales de datos GNSS y datos GRACE. En este caso los autores obtienen resultados mejores que en trabajos anteriores ya que consiguen encontrar correlaciones de más del 50 % entre las series temporales de datos mensuales GNSS y GRACE en el 60 % de las estaciones analizadas. También consiguen reducir el WRMS de las series temporales de altura elipsoidal un 14 % de media en aproximadamente el 80 % de las estaciones de referencia analizadas. La mayoría de las estaciones donde no se consigue obtener resultados positivos están situadas en islas o en zonas muy próximas al mar donde las señales geofísicas detectas por GNSS y GRACE son muy débiles.

El análisis espectral de series temporales de datos GNSS y GRACE se ha utilizado en trabajos como Ray y col. 2008, Tregoning y col. 2009a, Tregoning y col. 2011 o Bogusz y col. 2015 para analizar la información proporcionadas por las series temporales desde el dominio de las frecuencias mediante el uso de la transformada discreta de Fourier. Una de las mayores ventajas que aporta trabajar con series temporales en el dominio de las frecuencias es la facilidad para identificar y discriminar señales correspondientes a distintas frecuencias y que pueden tener un origen distinto. Por ejemplo, es posible diferenciar señales relacionadas con el desplazamiento tectónico de otras señales con origen estacional como sería el caso de las variaciones hidrológicas (Goudarzi y col. 2013). Las herramientas que aporta el análisis espectral como por ejemplo la representación gráfica de las series temporales en forma de espectros de potencias o espectros de amplitudes (Sánchez 1992),

así como las herramientas de procesamiento de datos como convolución y filtrado (Harris 1978) son especialmente destacables. En contrapartida, el requisito necesario es disponer de series temporales de datos con duración y velocidad de muestreo suficientes como para poder utilizar las herramientas del análisis espectral de forma eficiente.

Precisamente uno de los problemas que han tenido trabajos en los que se realizan comparaciones de series temporales GNSS y GRACE como los mencionados anteriormente ha sido la limitación en los datos disponibles, tanto GNSS como, especialmente GRACE (Tesmer y col. 2011). Gracias a la extensión de la vida útil de los satélites de la misión GRACE actualmente se puede contar con datos mensuales de gravedad de forma casi continua desde principios de 2002 hasta prácticamente la actualidad. Esta información, combinada con los datos GNSS registrados por estaciones de referencia en todo el mundo desde 1994, como por ejemplo la red de estaciones de referencia del *International GNSS Service* (Dow y col. 2009), y que actualmente pueden ser reprocesados para obtener series temporales consistentes y homogéneas (Rudenko y col. 2013), suponen una herramienta muy útil al servicio de la comunidad científica para mejorar las investigaciones relacionadas con la variación del campo gravitatorio terrestre originado por fenómenos de redistribución de masas.

1.2 Objetivos

El objetivo general de este trabajo es avanzar en el análisis combinado de series temporales de datos GNSS y GRACE mediante el uso de técnicas de análisis espectral de series temporales. Para ello en este trabajo se desarrolla un método de filtrado espectral con el fin de eliminar de la componente vertical de las series temporales de datos GNSS las señales de origen hidrológico que generan desplazamientos verticales.

Los datos de las series temporales empleados corresponderán, por un lado, a la *1ª campaña de reprocesado de datos IGS*, que proporcionan soluciones continuas y homogéneas de las posiciones de las estaciones de referencia del IGS desde el año 1996; también se emplearán datos de gravedad de la misión GRACE, con los que se obtendrán series temporales de carga hidrológica y lámina de agua en cada una de las estaciones de referencia analizadas; y por último también se emplearán datos de contenido de agua en superficie obtenidos por las simulaciones de GLDAS. Con la información disponible en los cuatro tipos de series temporales se espera comprobar la existencia de señales anuales cuyo origen es estacional tal y como ya se ha hecho en trabajos precedentes como Dam y col. 2007, Tregoning y col. 2009b o Tesmer y col. 2011.

Sin embargo la aportación principal de la tesis con respecto a trabajos previos radica en el uso de series temporales GRACE que cubren un período superior a 10 años y en la eliminación del efecto periódico anual en el dominio de las frecuencias en vez de en el dominio del espacio (ajustando una curva periódica anual de más o menos términos).

Este objetivo principal se cumplirá a partir de la consecución de los siguientes objetivos específicos:

- Análisis y preparación de las series temporales de datos GNSS.
- Análisis y preparación de los ficheros geopotenciales mensuales procedentes de la misión GRACE.
- Análisis y preparación de los ficheros mensuales del modelo hidrológico GLDAS.
- Generación del software necesario para la obtención de los desplazamientos verticales mensuales de carga sobre la corteza terrestre y de lámina de agua a partir de los ficheros de coeficientes geopotenciales GRACE.
- Generación del software necesario para la obtención automática en cada estación GNSS de todos los ficheros y gráficas con los espectros de amplitudes y potencias, así datos numéricos asociados.
- Análisis de los datos obtenidos y obtención de las correspondientes conclusiones.

1.3 Estructura de la tesis

Esta tesis consta de 6 capítulos y un apéndice que se describen a continuación y que van cubriendo los objetivos específicos que deben llevar a la consecución del objetivo general planteado en el apartado 1.2:

El capítulo 1 corresponde a la introducción del trabajo. En él se realiza una revisión del estado del arte del ámbito de investigación en el que se ha desarrollado esta tesis así como una descripción de los trabajos precedentes. También se exponen los objetivos que se pretenden alcanzar con esta tesis.

El tratamiento de series temporales y el análisis espectral de las mismas es una parte fundamental de este trabajo como se explica en el apartado 1.2. Por ello en el capítulo 2 se realiza una recapitulación de los fundamentos teóricos y conceptos matemáticos relacionados con las series de Fourier, las transformadas de Fourier así como algunos conceptos y propiedades a tener en cuenta en el análisis espectral de las series temporales.

Como se ha mencionado en el apartado 1.2, esta investigación se desarrolla empleando datos de series temporales de altura elipsoidal GNSS y carga hidrológica obtenida a partir de GRACE. También se emplean datos de lámina de agua a partir de GRACE y datos de contenido de agua en superficie derivados de GLDAS. En el capítulo 3 se hace una descripción detallada de estos cuatro tipos de datos empleados, haciendo especial hincapié en su origen, características principales, motivación para su empleo en este trabajo y preparación previa de los mismos.

En el capítulo 4 se hace una descripción detallada del método de análisis y cálculo y filtrado espectral seguido en esta tesis con los datos descritos en el capítulo 3. Cada etapa del proceso de cálculo es debidamente justificada a partir de los fundamentos teóricos expuestos en el capítulo 2 y en referencias de trabajos previos realizados por otros autores.

Los resultados obtenidos tras el proceso de filtrado espectral expuestos en el capítulo 4 son detallados en el capítulo 5. Junto con la exposición de resultados también se hace una descripción y justificación de los mismos en base a los fundamentos teóricos y las referencias bibliográficas existentes.

En el capítulo 6 se realiza una exposición de las conclusiones obtenidas en este trabajo. Las conclusiones hacen referencia a la metodología desarrollada, a los datos empleados con la misma y a los resultados obtenidos.

Por último, en el apéndice A se completa los resultados expuestos en el capítulo 5 con los resultados individuales para cada una de las estaciones de referencia analizadas en este trabajo.

Capítulo 2

Fundamentos teóricos del análisis espectral de series temporales

El tratamiento de series temporales y el análisis espectral de las mismas es fundamental de este trabajo como se explica en el apartado 1.2. Por ello en este capítulo se realiza una recapitulación de los fundamentos teóricos y conceptos matemáticos relacionados con las series de Fourier, las transformadas de Fourier así como algunos conceptos y propiedades a tener en cuenta en el análisis espectral de las series temporales.

Las referencias bibliográficas utilizadas en los puntos 2.1, 2.2, 2.3 de este capítulo se pueden encontrar en Sánchez 1992, Moral 2000, Marín Molina 2001, INE 2012 y Falk y col. 2006.

2.1 Series temporales y funciones periódicas

Una serie temporal X es una secuencia de datos u observaciones de un determinado fenómeno medidos a lo largo del tiempo y ordenados cronológicamente, y comúnmente denotada como $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$.

Esta serie temporal puede ser descrita por una función matemática $Y(t)$ cuya variable es el tiempo. Los resultados Y_t de la función $Y(t)$ son aproximaciones a los valores reales de la serie X . El grado de precisión de dichas aproximaciones depende de varios factores, entre ellos la propia precisión en la observación de la serie temporal X o la propia definición de la función $Y(t)$ utilizada para describir X .

Precisamente el conocimiento de la función matemática $Y(t)$ que describe con la mayor precisión posible una serie temporal $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ es una herramienta muy importante en el estudio de fenómenos geofísicos y geodinámicos en ciencias de la Tierra como la Geofísica o la Geodesia. Cuanto mejor se pueda describir un determinado fenómeno geofísico o geodinámico mejor se podrán entender sus causas originarias y sus consecuencias actuales y futuras.

Supongamos que la serie temporal $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ tiene una o varios componentes de estacionalidad con una periodicidad T definidas para un tiempo de referencia. Bajo esta suposición, la función $Y(t)$ que se busca para describir la serie temporal X tendrá que tener necesariamente la característica de ser periódica.

Se considera que una función $Y(t)$ es periódica en el periodo $T, \forall T > 0$ cuando dicha función se repite transcurrido ese periodo T , es decir:

$$Y(t + T) = Y(t) \quad (2.1)$$

Las funciones trigonométricas como seno y coseno son las formas más simples a partir de las cuales se puede construir una función matemática que describa una serie temporal periódica:

$$Y(t) = A \cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \theta\right) \quad (2.2)$$

Sabiendo que la frecuencia de una señal es $\omega = \frac{2\pi}{T}$, tenemos que:

$$Y(t) = A \cos(\omega t + \theta) \quad (2.3)$$

donde A es la amplitud y θ es la fase o desplazamiento en el origen. Por tanto, con estos tres elementos básicos (frecuencia ω , amplitud A y fase θ) podemos definir perfectamente una función periódica. El reto es precisamente llegar a conocer esos tres elementos.

Partiendo del conocimiento de la trigonometría básica, sabemos que el coseno de la suma de dos ángulos es:

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) - \operatorname{sen}(\alpha)\operatorname{sen}(\beta) \quad (2.4)$$

por tanto:

$$Y(t) = A \cos(\omega t + \theta) = A \cos(\omega t) \cos \theta - A \operatorname{sen}(\omega t) \operatorname{sen} \theta \quad (2.5)$$

donde se introduce dos constantes $a = A\cos\theta$ y $b = -A\sin\theta$, resultando:

$$Y(t) = a\cos(\omega t) + b\sin(\omega t) \quad (2.6)$$

Teniendo en cuenta la identidad Pitagórica:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \quad (2.7)$$

entonces se deduce que:

$$a^2 + b^2 = A^2\cos^2\theta + A^2\sin^2\theta = A^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = A^2 \quad (2.8)$$

por tanto:

$$\pm A = \sqrt{(a^2 + b^2)} \quad (2.9)$$

Como la amplitud A de una señal es siempre una cantidad no negativa, se deduce finalmente que la amplitud de una función periódica definida por la ecuación (2.6) es siempre:

$$A = \sqrt{(a^2 + b^2)} \quad (2.10)$$

Finalmente, el ángulo de fase θ quedaría definido según:

$$\theta = \begin{cases} \arctan\left(\frac{-b}{a}\right) & \text{si } a > 0 \\ \arctan\left(\frac{-b}{a}\right) - \pi & \text{si } a < 0 \text{ y } b > 0 \\ \arctan\left(\frac{-b}{a}\right) - \pi & \text{si } a < 0 \text{ y } b \leq 0 \\ \frac{-\pi}{2} & \text{si } a = 0 \text{ y } b > 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{si } a = 0 \text{ y } b < 0 \\ \text{Irresoluble} & \text{si } a = 0 \text{ y } b = 0 \end{cases} \quad (2.11)$$

Por último, dado que las funciones trigonométricas seno y coseno pueden ser representadas con números complejos a partir de la fórmula de Euler:

$$e^{i\alpha} = \cos\alpha + i\sin\alpha \quad (2.12)$$

tendríamos que:

$$\cos\alpha = \frac{e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}}{2} \quad (2.13)$$

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}}{2i} \quad (2.14)$$

por lo que la ecuación (2.6) expresada en forma de notación compleja quedaría:

$$Y(t) = a \frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2} - b \frac{e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}}{2i} \quad (2.15)$$

2.2 Series de Fourier

Lo explicado hasta ahora es válido para una sencilla función periódica como la descrita en la ecuación (2.6). El problema es que la serie temporal $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ puede ser de tal complejidad que para describirla con precisión se requiera una ecuación mucho más compleja. La solución a este problema nos la dan las series de Fourier, que permiten aproximar a una función $Y(t)$ continua en el periodo de tiempo T y periódica, otra función $f(t)$ formada por una combinación infinita de funciones sinusoidales de la forma:

$$Y(t) \sim f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(\omega_n t) + b_n \operatorname{sen}(\omega_n t)) \quad (2.16)$$

siendo:

$$\omega_n = \frac{2\pi n}{T} \quad (2.17)$$

El problema consiste ahora en determinar los coeficientes de Fourier a_n y b_n . Para ello, gracias a Euler, se sabe que para un período T y su correspondiente frecuencia $\omega = \frac{2\pi}{T}$, para cada $n = 1, 2, \dots$ se tiene:

$$\int_0^T \cos(n\omega t) \cos(m\omega t) dt = \int_0^T \operatorname{sen}(n\omega t) \operatorname{sen}(m\omega t) dt = \begin{cases} 0 & \text{si } m \neq n \\ \frac{T}{2} & \text{si } m = n \end{cases} \quad (2.18)$$

y también:

$$\int_0^T \cos(n\omega t) \operatorname{sen}(m\omega t) dt = 0 \quad (2.19)$$

De modo que si se multiplica la serie de Fourier $f(t)$ expresada en la ecuación (2.16) por $\cos(m\omega t)$ para $m = 1, 2, \dots$ y se integra sobre el periodo T se obtiene que:

$$\begin{aligned} & \int_0^T f(t)\cos(m\omega t)dt = \\ & = a_0 \int_0^T \cos(m\omega t)dt + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \int_0^T \cos(n\omega t)\cos(m\omega t)dt + b_n \int_0^T \sin(n\omega t)\cos(m\omega t)dt \right] \end{aligned} \quad (2.20)$$

resultando finalmente:

$$\int_0^T f(t)\cos(m\omega t)dt = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{T}{2} \quad (2.21)$$

Haciendo un cambio de variable tal que:

$$a_m = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \quad (2.22)$$

llegaríamos a:

$$\int_0^T f(t)\cos(m\omega t)dt = a_m \frac{T}{2} \quad (2.23)$$

por lo que el coeficiente buscado sería:

$$a_m = \frac{2}{T} \int_0^T f(t)\cos(m\omega t)dt \quad (2.24)$$

para $m = 1, 2, \dots$. De lo que se deduce que, volviendo a la variable a_n original tendríamos:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t)\cos(n\omega t)dt \quad (2.25)$$

para $n = 1, 2, \dots$, que era el coeficiente buscado. La solución particular a_0 para la que $n = 0$ es inmediata a partir de la expresión general de a_n y rápidamente se llega a:

$$a_0 = 2 \tag{2.26}$$

Para el cálculo de b_n se realiza un razonamiento similar. En este caso se multiplica la serie de Fourier por $\text{sen}(m\omega t)$ para $m = 1, 2, \dots$ y se integra sobre el periodo T , llegando a concluir que

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \text{sen}(n\omega t) dt \tag{2.27}$$

para $n = 1, 2, \dots$

2.3 La transformada de Fourier

Según lo ya visto en las ecuaciones (2.12), (2.13), (2.14) y (2.15), podríamos reescribir la serie de Fourier de la ecuación (2.6) en su forma compleja, es decir:

$$Y(t) \sim f(t) = \frac{a_0}{2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} [(a_n - ib_n)e^{i\omega_n t} + (a_n + ib_n)e^{-i\omega_n t}] \tag{2.28}$$

$$Y(t) \sim f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2}(a_n - ib_n)e^{i\omega_n t} \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2}(a_n + ib_n)e^{-i\omega_n t} \right] \tag{2.29}$$

Haciendo ahora los siguientes cambios de variable:

$$c_0 = \frac{1}{2}a_0 \tag{2.30}$$

$$c_n = \frac{1}{2}(a_n - ib_n) \tag{2.31}$$

$$c_{-n} = \frac{1}{2}(a_n + ib_n) \tag{2.32}$$

se puede reescribir la ecuación (2.29) con la forma:

$$Y(t) \sim f(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [c_n e^{i\omega_n t}] + \sum_{n=1}^{\infty} [c_{-n} e^{-i\omega_n t}] \tag{2.33}$$

y finalmente, si se extiende el sumatorio desde $-\infty$ hasta ∞ , la serie de Fourier se podría expresar en su forma exponencial:

$$Y(t) \sim f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} c_n e^{i\omega_n t} \quad (2.34)$$

A partir de las ecuaciones (2.25) y (2.25) se puede llegar a obtener los coeficientes complejos c_n :

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-i\omega_n t} dt \quad (2.35)$$

para $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Si la función buscada $Y(t)$ no fuera periódica no se cumpliría una de las dos condiciones para que $Y(t)$ pueda ser aproximada con una serie de Fourier $f(t)$. Sin embargo, y de nuevo gracias a Euler, se puede resolver este problema si se considera una función no periódica como una función con período infinito. De esta forma la serie se representa como una integral cuya variable de integración es una frecuencia que se desplaza de forma constante, en lugar de representarse como una serie en la que sus términos son múltiplos de la frecuencia fundamental $0, \omega, 2\omega, 3\omega, \dots$

$$Y(t) \sim f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} c_n e^{i\omega_n t} = \sum_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-i\omega_n t} dt \right] e^{i\omega_n t} \quad (2.36)$$

Teniendo en cuenta ahora que $\omega_n = n\omega$ son las frecuencias presentes en la señal definida por la función, entonces podemos establecer que:

$$\Delta\omega_n = \omega_n - \omega_{n-1} = \omega = \frac{2\pi}{T} \quad (2.37)$$

es el intervalo entre dos frecuencias consecutivas, por lo que:

$$Y(t) \sim f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-i\omega_n t} dt \right] e^{i\omega_n t} \Delta\omega_n \quad (2.38)$$

Si ahora se define para $\omega \in \mathbb{R}$:

$$F(\omega) = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (2.39)$$

entonces la ecuación (2.38) puede reformularse como:

$$f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} F(\omega_n) e^{i\omega_n t} \Delta\omega_n \quad (2.40)$$

Si T es un valor muy grande se puede considerar el sumatorio de la ecuación (2.40) como una suma de Riemann de la integral impropia, es decir:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega \approx \frac{1}{2\pi} \sum_{-\infty}^{\infty} F(\omega_n) e^{i\omega_n t} \Delta\omega_n = f(t) \quad (2.41)$$

por tanto, si $T \rightarrow \infty$ y:

$$F(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{i\omega t} dt \quad (2.42)$$

entonces la ecuación (2.40) quedará con la forma:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega_n) e^{i\omega_n t} d\omega_n \quad (2.43)$$

que es la representación de la integral de Fourier de la función $f(t)$. Si además $f(t)$ satisface las condiciones de Dirichlet para la integral de Fourier, entonces la transformada de Fourier $F(\omega_n)$ para cada $\omega \in \mathbb{R}$ se define como:

$$F(\omega_n) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{i\omega_n t} dt \quad (2.44)$$

La transformada de Fourier permite la representación en el dominio continuo de las frecuencias de la función $f(t)$. La representación de la transformada de Fourier se hace habitualmente con la notación $F(f)$.

Por tanto, si tenemos una serie temporal $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ que puede ser descrita por una función $Y(t)$, siendo $f(t)$ la serie de Fourier que se aproxima a $Y(t)$ con representación en el dominio del tiempo, la función $F(\omega_n)$ es la transformada

de Fourier de la función $f(t)$ que representa esta función en el dominio de las frecuencias de modo que:

$$F(\omega_n) = F_T \{f(t)\} \quad (2.45)$$

es la transformación directa de la función $f(t)$, y:

$$f(t) = F_T^{-1} \{F(\omega_n)\} \quad (2.46)$$

es la transformación inversa.

De esta forma, y resumiendo lo expuesto hasta ahora, una serie temporal $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ se puede representar como un conjunto de pares (t, x_t) denominada representación en el dominio del tiempo, o, asumiendo una cierta pérdida de información, como un conjunto de pares $(\omega_n, a_n^2 + b_n^2)$ denominado periodograma o espectro de potencias, en el que para cada frecuencia ω_n se puede conocer la amplitud $\sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ de la señal.

2.4 Consideraciones sobre el análisis espectral

2.4.1 Propiedades de la transformada de Fourier

Como ya se ha visto en 2.2 y 2.3 existe una relación directa entre la transformada de Fourier y las series de Fourier. Aunque no se ha desarrollado en este trabajo, también existe una estrecha relación entre la transformada de Fourier y la transformada de Laplace. Es por esto precisamente por lo que muchas de las propiedades de la transformada de Fourier son las mismas que las de la transformada de Laplace o las series de Fourier.

La propiedad de *linealidad* de las transformadas de Fourier es de especial importancia en el desarrollo de este trabajo. Esta propiedad a su vez implica que la transformada de Fourier posee las propiedades de *homogeneidad* y *aditiva* (Smith 1997).

La propiedad de *homogeneidad* implica que un cambio de escala de la amplitud de una señal en el dominio del tiempo también produce un cambio de escala de igual magnitud en las amplitudes representadas en el dominio de las frecuencias. O dicho de otra forma, si $f(t)$ es una serie de Fourier y $F(\omega) = F_T \{f(t)\}$ es su transformada de Fourier, entonces para toda constante k que cumpla $\forall k \in \mathbb{C}$ se verifica que $kF(\omega) = F_T \{kf(t)\}$.

Por otro lado, la propiedad *aditiva* de la transformada de Fourier significa que la adición en un dominio implica la adición en el otro dominio. Es decir, si $f(t)$ y $g(t)$ son dos series de Fourier en el dominio del tiempo cuyas transformadas de Fourier son $F(\omega)$ y $G(\omega)$, entonces se cumple que $f(t) + g(t) = F(\omega) + G(\omega)$.

La propiedad de *linealidad* se puede expresar por tanto de la siguiente forma: sean dos funciones $f(t)$ y $g(t)$ que verifican las condiciones de Dirichlet para la integral de Fourier, y dados también dos números complejos a y b se verifica que:

$$F_T \{af(t) + bg(t)\} = aF_T \{f(t)\} + bF_T \{g(t)\} \quad (2.47)$$

Como se ha dicho antes, las implicaciones de esta propiedad son muy interesantes para este trabajo ya que abre la posibilidad a trabajar con combinaciones de series temporales tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de las frecuencias. Por ejemplo, supongamos que $f(t)$ y $g(t)$ se combinan de forma que $f(t) + g(t) = h(t)$. Según la propiedad de *linealidad* de la transformada de Fourier (2.47),

$$F_T \{f(t) + g(t)\} = F_T \{h(t)\} \quad (2.48)$$

de modo que:

$$F_T \{f(t)\} + F_T \{g(t)\} = F_T \{h(t)\} \quad (2.49)$$

Supongamos que sabiendo que $f(t) + g(t) = h(t)$ y conocidos $h(t)$ y $g(t)$ se quiere obtener $f(t)$. Operando en el dominio del tiempo es sencillo obtener $f(t)$ haciendo $f(t) = h(t) - g(t)$. Con las transformadas de Fourier de las funciones $f(t)$, $g(t)$ y $h(t)$ sería también posible ya que a partir de (2.49) se tendría:

$$F_T \{f(t)\} = F_T \{h(t)\} - F_T \{g(t)\} \quad (2.50)$$

Como se verá más adelante, la propiedad de *linealidad* de la transformada de Fourier es realmente útil cuando se trabaja en el análisis espectral de series temporales.

2.4.2 Teorema de muestreo de Nyquist-Shannon

Una de las cuestiones más importantes a resolver cuando se trabaja con señales continuas y periódicas es determinar con precisión cuál es el número de muestras discretas suficiente con el cual se puede reconstruir dicha señal de forma inequívoca.

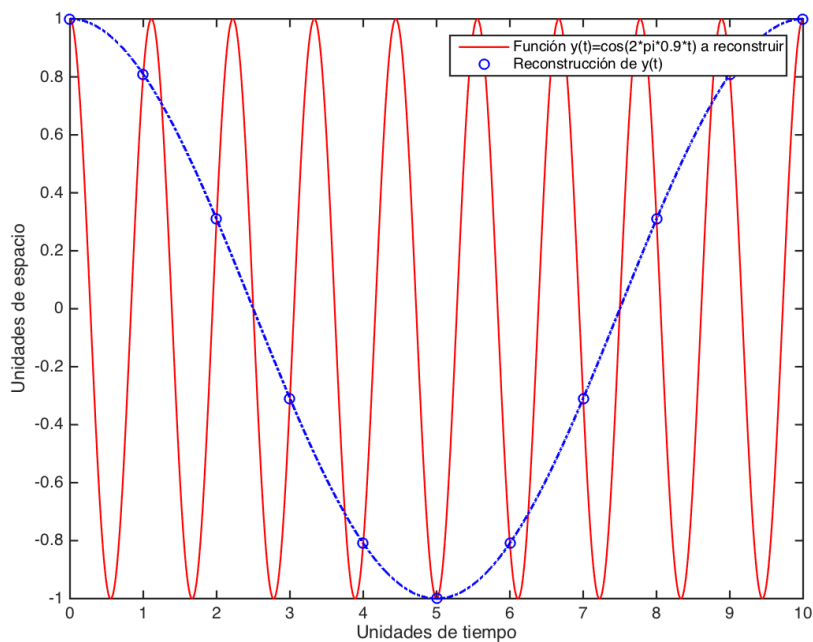


Figura 2.1: Con las muestras tomadas (círculos azules) no es posible reconstruir la señal $f(t)$ (línea roja) ya que existen otras señales, como por ejemplo la representada por la línea discontinua azul, que también coinciden con las muestras.

Como se muestra en el ejemplo de la figura 2.1, supongamos que tenemos una sencilla señal continua y periódica de amplitud 1 unidad de espacio y frecuencia 0,9 ciclos por unidad de tiempo, definida por la ecuación $y(t) = \cos(2\pi \frac{9}{10}t)$.

Para reconstruir la señal $y(t)$ tenemos una serie de muestras que han sido tomadas a intervalos de 1 unidad de tiempo. Como se ve en la figura 2.1, las muestras coinciden exactamente con la señal definida por $y(t)$. Sin embargo la función $z(t) = \cos(2\pi \frac{1}{10}t)$ que define otra señal periódica de amplitud 1 unidad de espacio y frecuencia 0,1 ciclos por unidad de tiempo también coincide exactamente con las muestras tomadas. Por tanto es evidente que no podemos saber si las muestras tomadas corresponden a la señal $y(t)$ o a $z(t)$ puesto que coinciden con las dos.

En 1928 Harry Nyquist (Nyquist 1928) ya planteaba la relación de proporcionalidad que existe entre la velocidad de muestreo de una señal y el ancho de banda de la misma en un sistema de comunicación telegráfica. En concreto se planteaba que se puede reconstruir una señal a partir de una muestra discreta de datos cuya tasa de muestreo es, al menos, el doble de la frecuencia máxima de la señal.

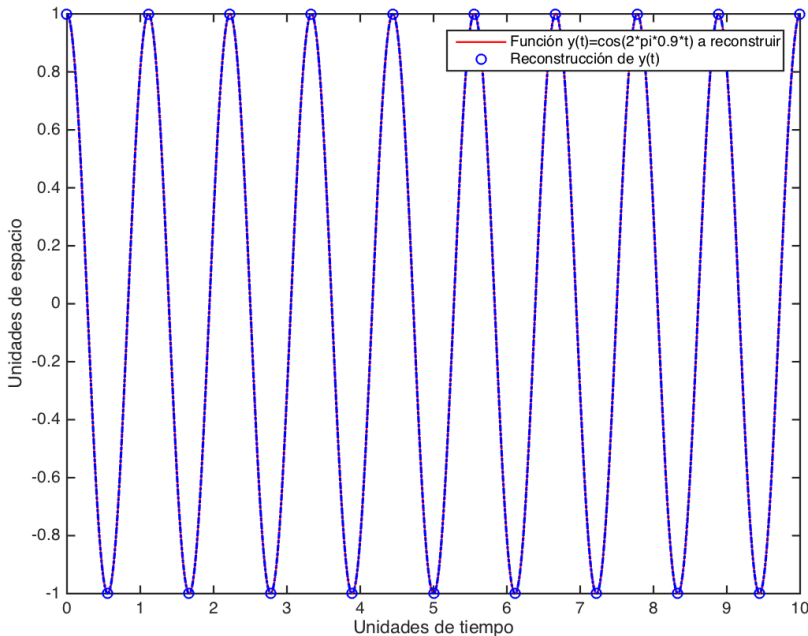


Figura 2.2: Con un número de muestras suficiente (círculos azules) es posible la reconstrucción (línea discontinua azul) la señal $f(t)$ (línea roja) de forma inequívoca.

Este planteamiento se desarrolló matemáticamente y se le dio mayor relevancia en el campo de las telecomunicaciones con la publicación del trabajo de Claude E. Shannon en 1949 (Shannon 1949). En este trabajo se desarrolla la idea de Nyquist en forma del siguiente teorema: Si una función $f(t)$ no contiene frecuencias mayores que W ciclos por unidad de tiempo, dicha función $f(t)$ está completamente determinada si se conoce sus muestras cada $\frac{1}{2}W$ unidades de tiempo.

El desarrollo matemático que se hace en Shannon 1949 es el siguiente:

Partiendo de la ecuación de la integral de Fourier (ecuación (2.43)) y del planteamiento anterior se puede establecer que:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{i\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-2\pi W}^{2\pi W} F(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (2.51)$$

ya que $F(\omega) = 0$ fuera de la banda W . Haciendo:

$$t = \frac{n}{2W} \quad (2.52)$$

donde $\forall n \in \mathbb{Z}$, entonces se obtiene:

$$f\left(\frac{n}{2W}\right) = \frac{1}{2\pi} \int_{-2\pi W}^{2\pi W} F(\omega)e^{i\omega \frac{n}{2W}} d\omega \quad (2.53)$$

que es la expansión del coeficiente n en la serie de Fourier de la función $F(\omega)$ para el intervalo comprendido entre $-W$ y W . Por tanto las muestras $f\left(\frac{n}{2W}\right)$ determinan los coeficientes de Fourier en la expansión de $F(\omega)$ y en consecuencia la propia $F(\omega)$ también es determinada, ya que $F(\omega) = 0 \forall \omega > W$, y para $\omega \leq W$ la función $F(\omega)$ está completamente definida y sus coeficientes de Fourier también lo están.

Como ya se sabe (ver ecuaciones (2.45) y (2.46)) una función $f(t)$ puede ser conocida si su transformada de Fourier $F(\omega)$ también lo es, por lo tanto se concluye que conocidas las muestras de una función $f(t)$, dicha función $f(t)$ puede ser determinada completamente ya que sólo hay una función cuya transformada de Fourier $F(\omega)$ está limitada en la banda W y que además pasa por las muestras separadas $\frac{1}{2}W$ unidades de tiempo. Dicha función $f(t)$ puede ser reconstruida a partir de las muestras mediante la interpolación:

$$g(t) = \frac{\text{sen}2\pi Wt}{2\pi Wt} \quad (2.54)$$

El desarrollo matemático de la función $f(t)$ a partir de x_n muestras y conociendo la función de interpolación de la ecuación (2.54) sería:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n \frac{\text{sen}2\pi Wt - n}{2\pi Wt - n} \quad (2.55)$$

La función de interpolación tiene las particularidades siguientes:

- $g(t) = 1$ cuando $t = 0$
- $g(t) = 0$ cuando $t = \frac{n}{2W}$
- El espectro $F_T(g(t))$ es constante en toda la banda W
- El espectro $F_T(g(t)) = 0$ fuera de la banda W

Otra forma de expresar las ideas anteriores es la siguiente: si $f(t)$ se limita dentro del intervalo de tiempo T y las muestras son tomadas cada $\frac{1}{2}W$ unidades de tiempo, entonces habrá un total de $2TW$ muestras en el intervalo. Por tanto también se puede definir una función $f(t)$ a partir del número de muestras $2TW$ si dicha función $f(t)$ está limitada en el intervalo T y las muestras fuera de dicho intervalo son 0.

Esta idea planteada por Nyquist y Shannon se conoce hoy en día como el Teorema de muestreo de Nyquist-Shannon y es considerado un teorema fundamental en la teoría de la información.

2.4.3 Pérdida de información en el análisis espectral

Otra cuestión importante a tener en consideración en el análisis espectral de series temporales es la pérdida de información que se produce, también conocido en la literatura como *spectral leakage*, ya que este fenómeno puede tener consecuencias importantes en los resultados de los análisis y las conclusiones que se extraigan de los mismos.

Como explica Harris 1978, en el tratamiento o procesado de señales hay dos conceptos muy importantes que hay que saber diferenciar: *detección* y *estimación*. Por un lado *detección* consiste en determinar si una determinada señal se encuentra presente en la muestra de observaciones realizadas mientras que, por otro lado, *estimación* consiste en obtener los parámetros que definen esa señal detectada. Tanto la *detección* como la *estimación* pueden verse afectas por errores que, en gran parte pueden estar originados por el efecto de *spectral leakage*.

El efecto de *spectral leakage* está relacionado con el hecho de que cuando se observa una señal continua para analizar se imponen necesariamente dos tipos de limitaciones:

1. El truncado de una señal continua de duración infinita a un tiempo de observación finito.
2. El muestreo de una señal continua en el tiempo en observaciones discretas.

Estas dos limitaciones y sus efectos se pueden explicar mediante ejemplos gráficos que facilitan su comprensión.

1. El truncado de una señal continua de duración infinita a un tiempo de observación finito

Veamos por un lado el efecto que supone el truncamiento de una señal de duración infinita a un tiempo de observación finito. Supongamos que tenemos una señal que ha sido observada tomando 12 muestras por unidad de tiempo. Esta señal observada se compone a su vez de dos señales cosenoidales llamadas señal A y señal B. La señal A tiene una amplitud de 1 unidad de espacio y una frecuencia de 0.2 ciclos por unidad de tiempo. La señal B tiene igualmente una amplitud de 1 unidad de espacio y una frecuencia de 1 ciclo por unidad de tiempo. Por tanto la señal observada tendría la forma $f(t) = \cos(2\pi\frac{1}{5}t) + \cos(2\pi t)$.

Como se aprecia en la figura 2.3, tenemos la señal continua de la cual se han tomado muestras durante 2 unidades de tiempo a una velocidad de 12 muestras por unidad de tiempo. La componente de la señal A sólo tiene definidos $\frac{2}{5}$ de ciclo, mientras que la señal B tiene definidos 2 ciclos completos.

Los espectros de amplitudes de las señales vistas en la figura 2.3 se ven en la figura 2.4. El espectro de amplitudes de la señal A muestra un pico de amplitud 1.477 unidades de espacio en la frecuencia 0. Obviamente esto es una incoherencia ya que sabemos que la señal A tiene una amplitud de 1 unidad de espacio y una frecuencia de $\frac{1}{5}$ ciclos por unidad de tiempo, sin embargo la serie observada no tiene una duración suficiente como para recuperar de forma precisa el espectro de amplitudes de la señal.

Por otro lado, el espectro de amplitudes de la señal B muestra un pico de amplitud 1.01 unidades de espacio en la frecuencia de 1 ciclo por unidad de tiempo. La definición en este caso es mucho mejor que en la de la señal A pero sigue siendo una aproximación a la amplitud teórica de 1 unidad de espacio que ya se conoce para la señal B.

Finalmente el espectro de amplitudes de la señal observada, que sería la suma de la señal A y la señal B, hereda la información de los espectros de amplitudes de

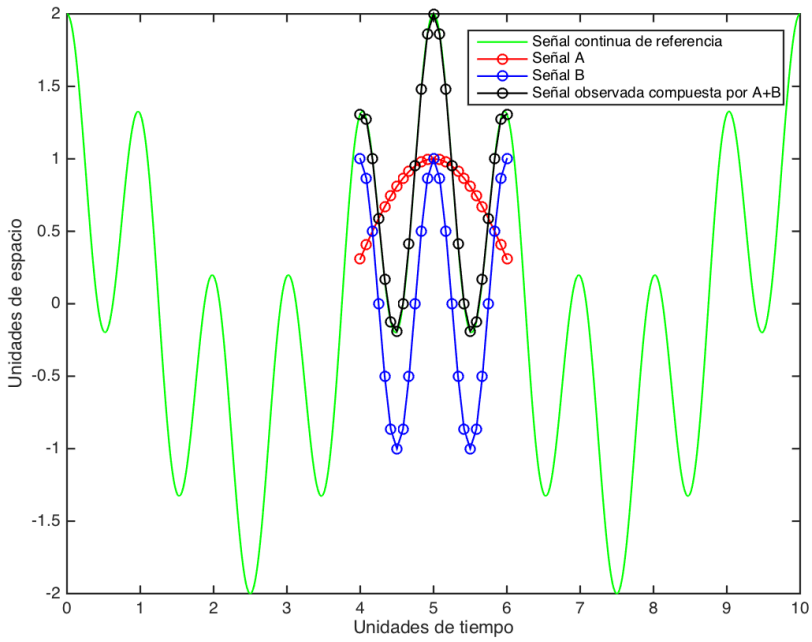


Figura 2.3: Señal observada durante 2 unidades de tiempo tomando muestras a una velocidad de 12 muestras por unidad de tiempo.

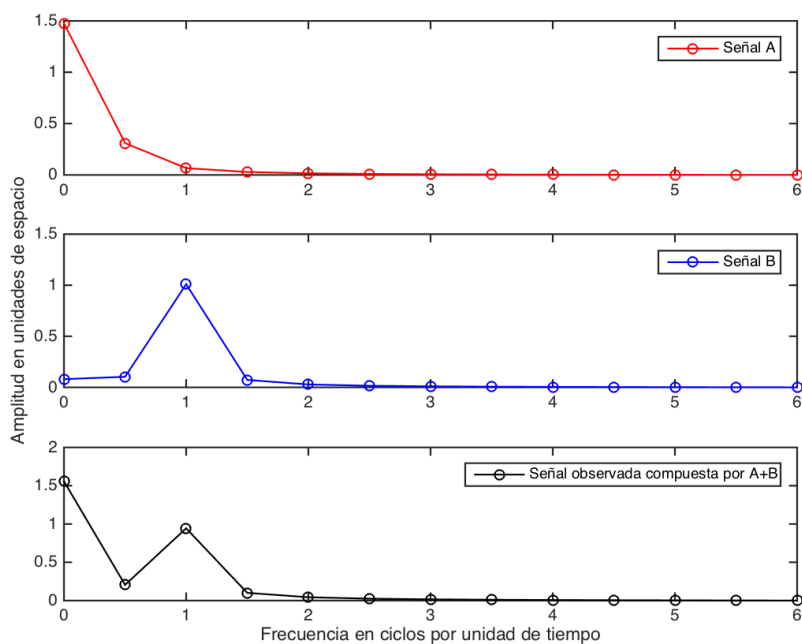


Figura 2.4: Espectro de amplitudes de las dos componentes de la señal observada y la propia señal observada a partir de las muestras tomadas durante 2 unidades de tiempo a 12 muestras por unidad de tiempo.

dichas señales ya que la transformada de Fourier de la señal observada es igual a la suma de las transformadas de Fourier de las señales A y B según lo visto en 2.4.1. En este caso en la frecuencia de 1 ciclo por unidad de tiempo la amplitud es de 0.9435 unidades de espacio y, en la frecuencia de 0 ciclos por unidad de tiempo la amplitud es de 1.557 unidades de espacio.

Ahora se repite de nuevo el ejemplo anterior, con la única diferencia que en este caso la señal ha sido observada durante 10 unidades de tiempo. En la figura 2.5 se ve claramente que tanto la señal A como la señal B están definidas completamente durante varios ciclos completos ya que el tiempo de observación es superior a la duración de los ciclos completos de las dos señales.

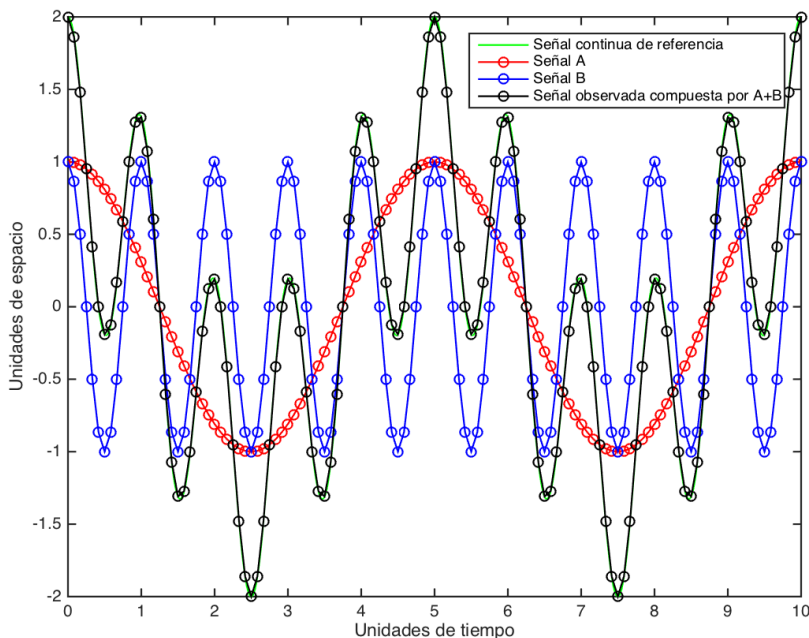


Figura 2.5: Señal observada durante 10 unidades de tiempo tomando muestras a una velocidad de 12 muestras por unidad de tiempo.

La figura 2.6 muestra los espectros de amplitudes en este nuevo ejemplo con una mejor definición que en el caso anterior. Ahora el espectro de amplitudes de la señal A muestra un pico de amplitud 1.004 unidades de espacio en la frecuencia 0.2 ciclos por unidad de tiempo, lo cual es muy próximo a la teórica amplitud de 1 unidad de espacio que ya conocemos para la señal A en esa misma frecuencia.

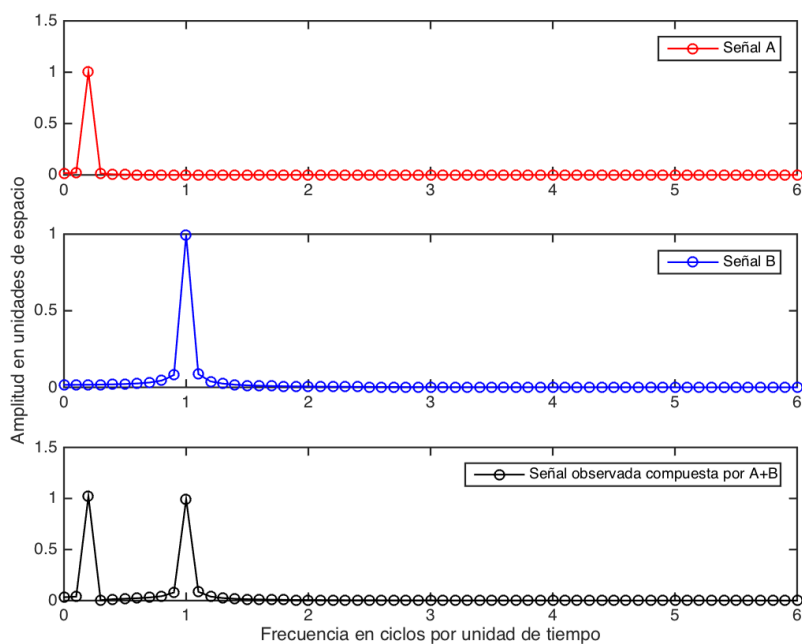


Figura 2.6: Espectro de amplitudes de las dos componentes de la señal observada y la propia señal observada a partir de las muestras tomadas durante 10 unidades de tiempo a 12 muestras por unidad de tiempo.

En el caso de la señal B el espectro sigue mostrando el pico en la frecuencia de 1 ciclo por unidad de tiempo y con una amplitud de 0.9929 unidades de espacio. Aunque en el ejemplo con la muestra observada durante 2 unidades de tiempo de duración visto en las figuras 2.3 y 2.4 la señal B queda definida con cierta precisión, en este caso se ve que la amplitud se aproxima aún más a la amplitud teórica de 1 unidad de espacio.

Por último, el espectro de amplitudes de la señal observada, que es una composición de las señales A y B muestra también los dos picos en las frecuencias de 0.2 ciclos y 1 ciclo. En este caso las amplitudes son de 1.021 y 0.9922 unidades de espacio respectivamente. Como se ve son aproximaciones más cercanas que en el caso anterior a las amplitudes teóricas de 1 unidad de espacio que cada pico debería tener.

2. El muestreo de una señal continua en el tiempo en observaciones discretas

Siguiendo con el mismo ejemplo planteado en el punto anterior, si se presta un poco de atención en el espectro de amplitudes de la señal B en la figura 2.6 se aprecia que en las frecuencias contiguas a la frecuencia de 1 ciclo por unidad de tiempo también tienen un valor de amplitud distinto de 0 unidades de espacio. En la tabla 2.1 están detallados los valores exactos de amplitudes para estas frecuencias y se aprecia claramente que estas amplitudes se aproximan a 0 cuanto más se alejan las frecuencias de la frecuencia de la señal. Lógicamente esto no coincide con la señal B teórica ya conocida, que se sabe se compone únicamente de una única frecuencia.

Frecuencia (en ciclos por unidad de tiempo)	Amplitud (en unidades de espacio)
0.7	0.0317
0.8	0.0443
0.9	0.0806
1.0	0.9929
1.1	0.0858
1.2	0.0391
1.3	0.0245

Tabla 2.1: Tabla de frecuencias y amplitudes de espectro de amplitudes de la señal B (figura 2.6).

Ahora se va a repetir el ejemplo anterior en exactamente las mismas condiciones excepto en la velocidad de la toma de muestras. En este caso en lugar de tener 12 muestras por unidad de tiempo se va a incrementar la velocidad de muestreo hasta 52 muestras por unidad de tiempo. En la figura 2.7¹ se ve de nuevo la representación de las señales A y B que a su vez componen la señal observada.

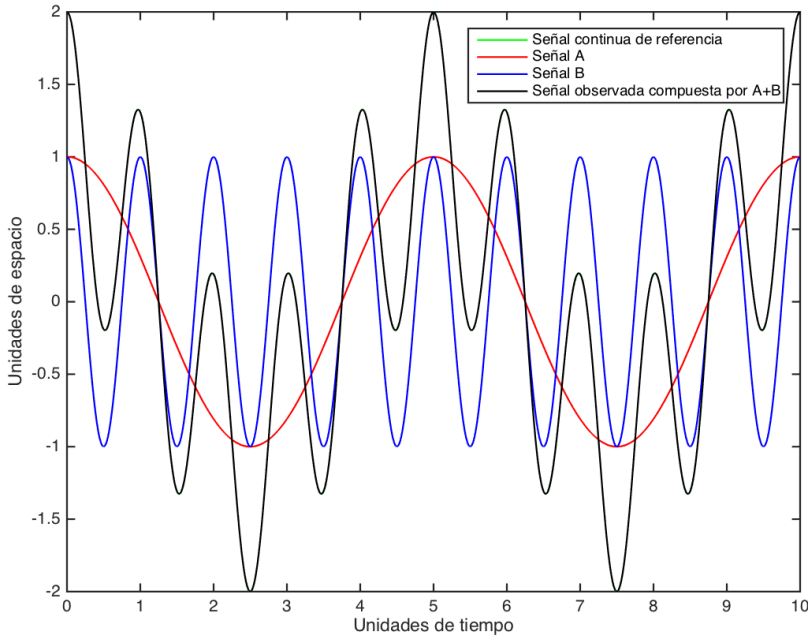


Figura 2.7: Señal observada durante 10 unidades de tiempo tomando muestras a una velocidad de 52 muestras por unidad de tiempo.

En la figura 2.8² se encuentran los espectros de amplitudes de las señales A, B así como la señal observada. Gráficamente se aprecia una definición mayor de las frecuencias y sus respectivas amplitudes.

En la tabla 2.2 se muestran los valores de amplitud para las frecuencias contiguas a la frecuencia de 1 ciclo por unidad de tiempo. En este caso la frecuencia correspondiente a 1 ciclo por unidad de tiempo coincide totalmente con la amplitud teórica de 1 unidad de espacio. Las frecuencias contiguas siguen teniendo valores

¹Debido al elevado número de muestras se han eliminado de los gráficos las marcas del muestro representadas en las figuras 2.3 y 2.5 por pequeños círculos.

²Debido al elevado número de muestras se han eliminado de los gráficos las marcas del muestro representadas en las figuras 2.4 y 2.6 por pequeños círculos.

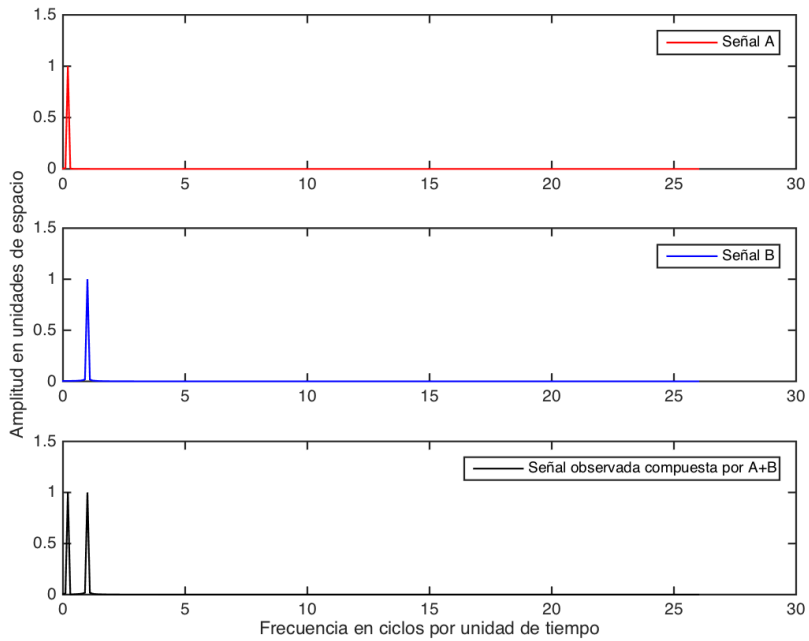


Figura 2.8: Espectro de amplitudes de las dos componentes de la señal observada y la propia señal observada a partir de las muestras tomadas durante 10 unidades de tiempo a 52 muestras por unidad de tiempo.

de amplitud distintos de 0, aunque en este caso son menores que anteriormente. Esto significa que las amplitudes de las frecuencias contiguas a la frecuencia de la señal principal se aproximan más rápidamente a 0 a medida que se alejan de la frecuencia de dicha señal principal.

Frecuencia (en ciclos por unidad de tiempo)	Amplitud (en unidades de espacio)
0.7	0.0075
0.8	0.0106
0.9	0.0199
1.0	1.0000
1.1	0.0187
1.2	0.0088
1.3	0.0056

Tabla 2.2: Tabla de frecuencias y amplitudes de espectro de amplitudes de la señal B (figura 2.8).

3. Reducción del *spectral leakage*

De lo visto hasta ahora queda claro que la pérdida de información en la transformada de Fourier o *spectral leakage* está causado principalmente por el truncado de una señal continua de duración infinita a un tiempo de observación finito, y el muestreo de una señal continua en el tiempo en observaciones discretas. En ambos casos existen formas de reducir el *spectral leakage* aunque en ningún caso se va a eliminar completamente ya que por definición es imposible. El objetivo en todo caso será hacer que la pérdida de información en la transformada de Fourier suponga un error tolerable.

En el caso del *spectral leakage* producido por el muestreo de una señal continua en el tiempo en observaciones discretas, la solución es sencilla: aumentar la velocidad de muestreo de la señal. Como se ha visto en las figuras 2.6 y 2.8, así como en las tablas 2.1 y 2.2, el mero hecho de haber aumentado la frecuencia de muestro de 12 observaciones por unidad de tiempo a 52 observaciones por unidad de tiempo ha permitido que la amplitud de la frecuencia de 1 ciclo por unidad de tiempo esté definida con muy alta precisión tanto en la señal B aislada como en la señal observada de la que forma parte. En este caso concreto la mejora en la precisión es de 0.71 % aproximadamente. Este valor de mejora de precisión se mantiene constante independientemente de la amplitud de la señal B tal y como se ve en la tabla 2.3.

Amplitud A en $A\cos(2\pi t)$ (en unidades de tiempo)	Amplitud medida con 12 observaciones por unidad	Error	Amplitud medida con 52 observaciones por unidad	Error
0.010	0.009929	0.71 %	0.0100	0.00 %
1.000	0.992900	0.71 %	1.0000	0.00 %
2.000	1.986000	0.70 %	2.0010	0.05 %
10.000	9.928000	0.71 %	10.0000	0.00 %

Tabla 2.3: Resumen de errores en la definición de amplitudes de una señal con frecuencia 1 ciclo por unidad de tiempo observada durante 10 unidades de tiempo.

La selección del número de muestras por unidad de ciclo que se desea tomar para realizar el análisis espectral de una señal tiene efectivamente una relación directa con la precisión en el análisis espectral. Por tanto lo recomendable es tomar el mayor número de muestras posible dentro de las limitaciones técnicas posibles del sistema de tomas de muestras.

Por otro lado, el *spectral leakage* causado por el truncado de una señal continua de duración infinita a un tiempo de observación finito puede ser atenuado mediante el uso de ventanas de filtrado.

Una ventana de filtrado no es más que una función de ponderación que se aplica sobre la muestra de datos tomada de una señal continua e infinita para reducir el *spectral leakage* asociado al proceso de truncado la señal continua e infinita en un periodo de tiempo finito. Para ello las ventanas de filtrado reducen el tamaño de las discontinuidades entre la señal *encajada* en el periodo de observación finito con la señal continua e infinita. Esto se consigue haciendo que las derivadas en los puntos próximos a los límites de la muestra de la señal tiendan a cero de forma más o menos suave Harris 1978.

En Harris 1978 se demuestra la equivalencia entre la ventana de filtrado en el dominio de tiempo y la convolución en el dominio de las frecuencias de forma que dada una función periódica $f(t)$ representada como una integral de Fourier tal que:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{-i\omega nT} \quad (2.56)$$

donde n es el número de muestras y T el tiempo de observación de la señal. Y dada otra función $W(\omega)$ que es una ventana de filtrado en forma de transformada de Fourier tal que:

$$W(\omega) = \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} w(nT)e^{+i\omega nT} \quad (2.57)$$

se llega a:

$$F_W(\omega) = F(\omega) * W(\omega) \quad (2.58)$$

Por tanto es equivalente aplicar las ventanas de filtrado en el dominio de las frecuencias como una convolución entre su transformada de Fourier y la transformada de Fourier de la señal observada, o en el dominio del tiempo como una función de ponderación sobre la señal observada. Por ejemplo, si de la señal $f(t)$ se toman n muestras para formar una serie temporal X tal que $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, y de la función ventana $w(t)$ se hace el mismo proceso de forma que $W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$, entonces se tiene que:

$$X_{W_i} = x_i w_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (2.59)$$

donde X_{W_i} sería la serie temporal ponderada con la ventana utilizada.

El uso de las ventanas de filtrado tiene como inconveniente la reducción de las amplitudes de las señales que aparecen en los espectros. La explicación de este efecto se puede hacer con un ejemplo sencillo. Supóngase una serie temporal de altura elipsoidal observada por GPS únicamente formada por una señal cosenoidal de tipo $y(t) = A \cos(2\pi\omega t)$, con amplitud $A_{altura} = 0,015$ metros, frecuencia $\omega = 1$ ciclos por año, y de la cual se han tomado muestras a una velocidad de 12 muestras por año. Supóngase otra serie temporal de carga hidrológica GRACE, idéntica a la de altura elipsoidal con la excepción de que su amplitud es $A_{carga} = 0,005$ metros.

Si se realiza un filtrado en el dominio de las frecuencias como el que se plantea en este trabajo, la serie temporal de altura elipsoidal resultante tendrá una amplitud $A_{altura} = 0,010$ pues la componente de carga hidrológica habrá sido eliminada completamente (recuérdese que se trata de un ejemplo con datos sintéticos, no reales).

Si se prueba a utilizar una ventana de filtrado de tipo triangular, las series temporales se verán afectadas tal y como se representa en la figura 2.9. El espectro de amplitudes de dichas series temporales en la figura 2.10 (a) con ventana de filtrado muestra que las amplitudes se han reducido un 50.00% en las dos series temporales al emplear la ventana de filtrado. Tras realizar el filtrado espectral de la serie temporal de alturas elipsoidal con los datos de carga hidrológica GRACE se muestra en 2.10 (b) que, cuando no se utiliza ventana de filtrado, el resultado

del filtrado espectral es efectivamente lo ya predicho, es decir una serie temporal de altura elipsoidal con amplitud $A_{altura} = 0,010$ constante en toda la serie. Si se utiliza ventana de filtrado, la serie temporal de altura elipsoidal sigue afectada por la ventana de filtrado, por lo que la amplitud no es constante y solo alcanza el valor de 0.010 metros en el centro de la serie. Por ello se puede deshacer el efecto de la función ventana mediante la división los elementos de la serie temporal de altura elipsoidal filtrada por los elementos del vector ventana con la siguiente ecuación:

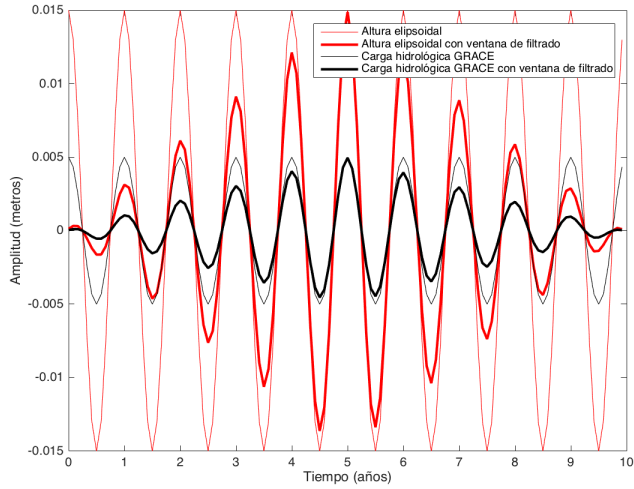
$$x_i = \frac{X_{Wi}}{w_i} \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (2.60)$$

Este proceso funciona correctamente a excepción de las discontinuidades en los extremos, donde los valores de la ventana de triángulo son 0 o muy pequeños, lo que genera errores numéricos.

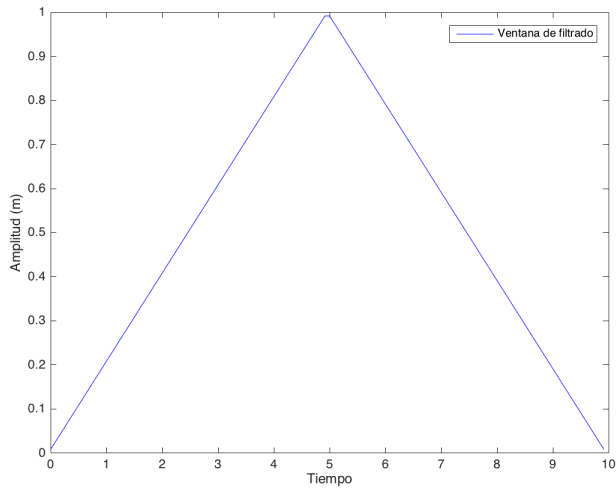
En las figuras 2.11 y 2.12 se muestra el mismo proceso. En este caso la reducción de las amplitudes es del 25.60 % con respecto a las amplitudes teóricas. Esto es debido a que la ventana Tukey con $\alpha = 0,5$ afecta únicamente a las amplitudes en los extremos de la serie temporal (figuras 2.11 (a) y (b)). Al igual que antes, al deshacer el efecto de la ventana se generan discontinuidades en los extremos de la serie temporal.

Por último, aplicando la ventana de Gauss se obtiene un resultado similar tal y como se puede apreciar en las figuras 2.13 y 2.14. La diferencia es que las amplitudes en este caso se reducen un 50.87 % con respecto a los valores teóricos.

Existen numerosos diseños de ventanas de filtrado para aplicarlos a señales antes de someterlas a la transformada discreta de Fourier. La elección de una u otra es una decisión que depende principalmente del objetivo que se desee alcanzar con el uso de la misma. En este trabajo el análisis de las amplitudes de las señales presentes en las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, así como contenido de agua en superficie GLDAS es de gran importancia por lo que es necesario disponer de espectros de amplitudes con la información lo más precisa posible. Existen formas de recuperar la pérdida de energía que conlleva el uso de ventanas de filtrado, como por ejemplo se hace en Schwarz y col. 1994, aunque en este trabajo se ha decidido no emplear ninguna ventana de filtrado garantizar la información obtenida respecto a las amplitudes de las señales en las series temporales.

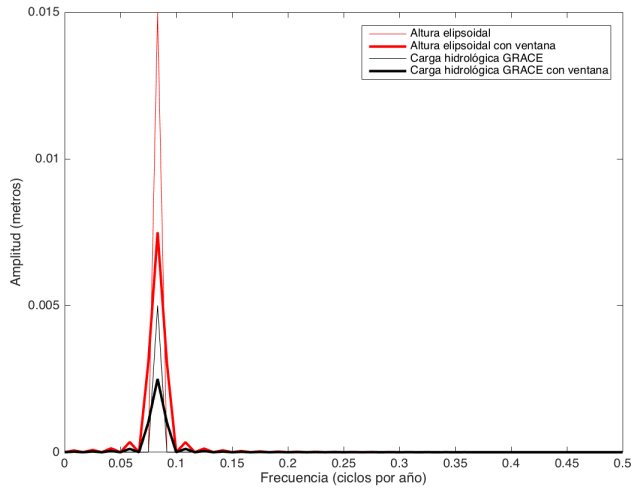


(a) Series temporales de altura elipsoidal sintéticas con y sin ventana de filtrado.

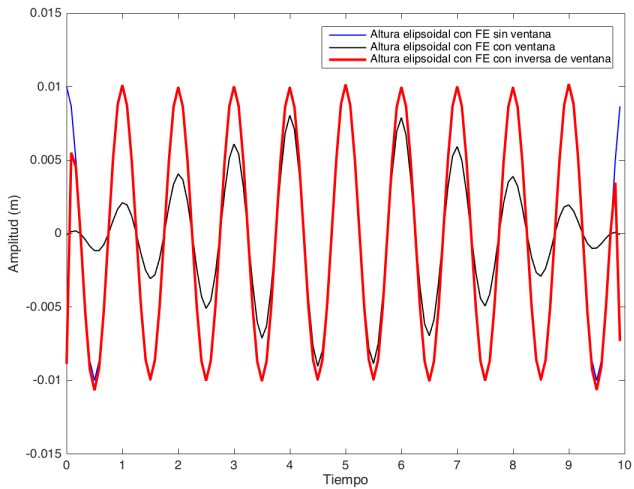


(b) Ventana de triángulo.

Figura 2.9: Ejemplo de ventana de filtrado triangular.

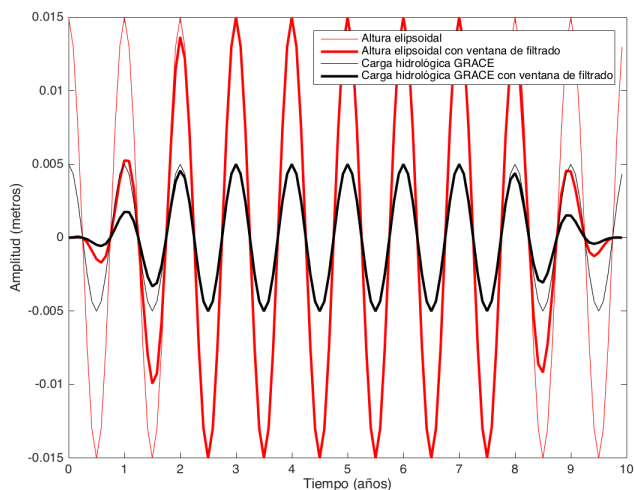


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica con y sin ventana de filtrado.

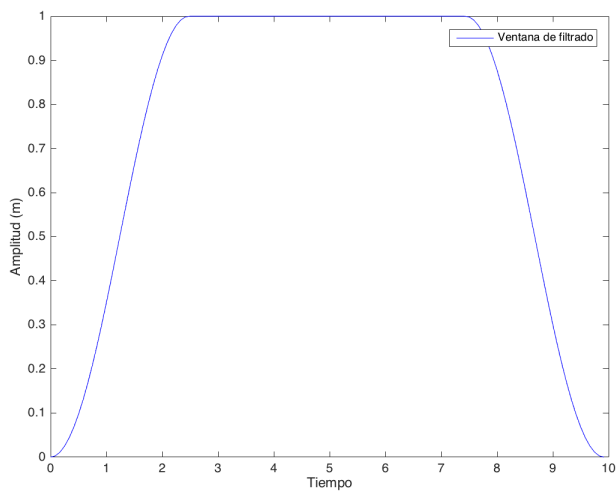


(b) Series temporales de altura elipsoidal sintéticas con y sin ventanas de filtrado y tras el filtrado espectral de la carga hidrológica.

Figura 2.10: Ejemplo de ventana de filtrado triangular.

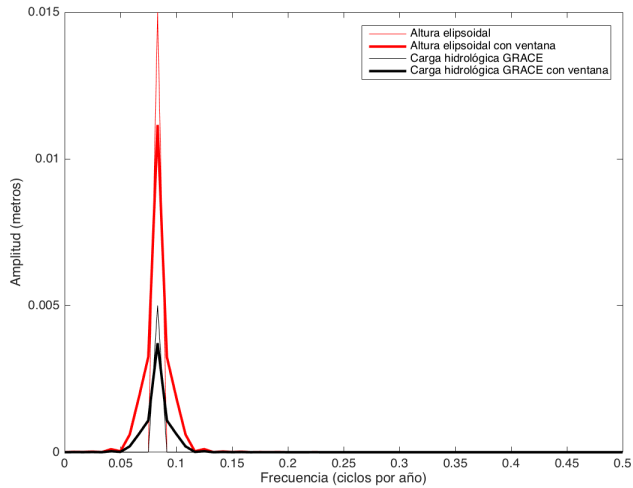


(a) Series temporales de altura elipsoidal sintéticas con y sin ventana de filtrado.

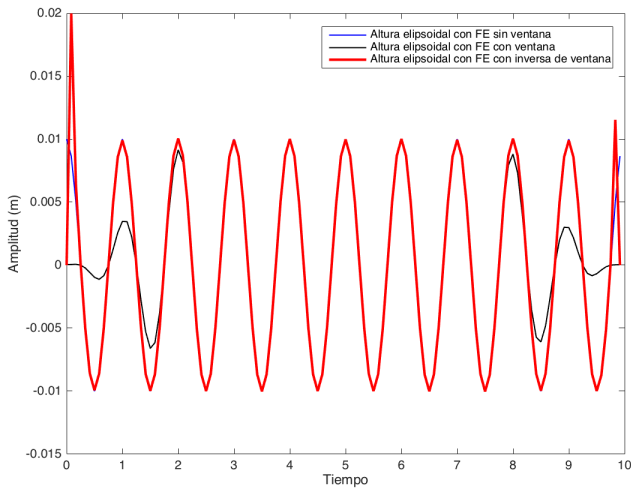


(b) Ventana de Tukey con $\alpha = 0,5$.

Figura 2.11: Ejemplo de ventana de filtrado Tukey.

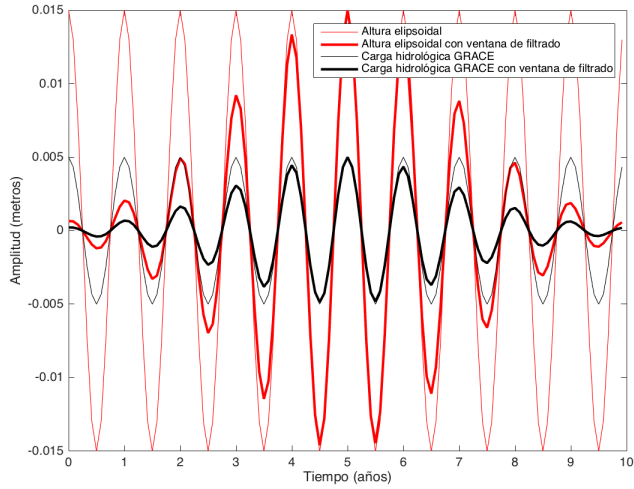


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica con y sin ventana de filtrado.

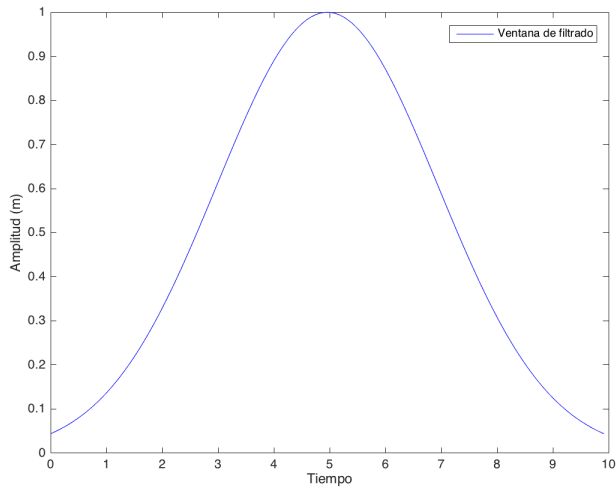


(b) Series temporales de altura elipsoidal sintéticas con y sin ventanas de filtrado y tras el filtrado espectral de la carga hidrológica.

Figura 2.12: Ejemplo de ventana de filtrado Tukey.

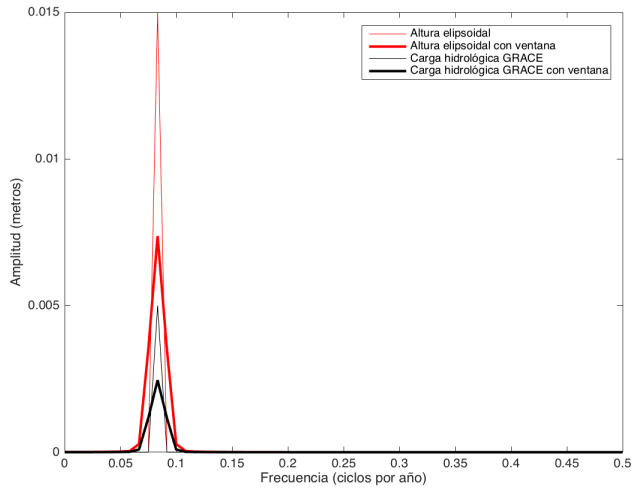


(a) Series temporales de altura elipsoidal sintéticas con y sin ventana de filtrado.

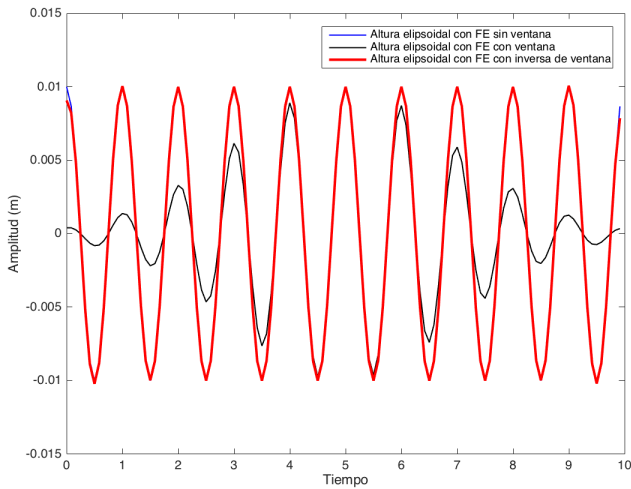


(b) Ventana de Gauss con $\alpha = 2,5$.

Figura 2.13: Ejemplo de ventana de filtrado Gauss.



(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica con y sin ventana de filtrado.



(b) Series temporales de altura elipsoidal sintéticas con y sin ventanas de filtrado y tras el filtrado espectral de la carga hidrológica.

Figura 2.14: Ejemplo de ventana de filtrado Gauss.

Capítulo 3

Series temporales de datos geodésicos e hídricos

Como se ha mencionado en el apartado 1.2, esta investigación se desarrolla empleando datos de series temporales de altura elipsoidal GNSS y carga hidrológica obtenida a partir de GRACE. También se emplean datos de lámina de agua a partir de GRACE y datos de contenido de agua en superficie derivados de GLDAS. En este capítulo se hace una descripción detallada de estos cuatro tipos de datos empleados, haciendo especial hincapié en su origen, características principales, motivación para su empleo en este trabajo y preparación previa de los mismos.

3.1 Series temporales de altura elipsoidal

3.1.1 Origen de los datos de altura elipsoidal

Los sistemas de referencia geodésicos son imprescindibles para referir sobre éstos las observaciones y parámetros geodésicos de forma única y global. El seguimiento y control de procesos físicos y geodinámicos a nivel global que requieran posicionamiento preciso requiere el empleo de marcos de referencia estables y precisos que permitan referir los datos sobre un datum preciso y estable a largo plazo. No está demás recordar los conceptos geodésicos de *sistema de referencia*, *marco de referencia* y *datum* (Sideris 2008) antes de seguir avanzando en este trabajo:

- Un *sistema de referencia* define las constantes, convenciones, modelos y parámetros que sirven de fundamento para la representación matemática de cantidades físicas y geométricas. El sistema Cartesiano tridimensional, con origen en el geocentro de la Tierra, orientación ecuatorial, de escala métrica y solidario con la rotación de la Tierra es un ejemplo de *sistema de referencia*.
- Un *marco de referencia* materializa física y matemáticamente un *sistema de referencia*. Por ejemplo vértices geodésicos o estaciones de referencia (GNSS, VLBI, etcétera) son elementos físicos que materializan un *sistema de referencia* junto con las coordenadas calculadas a partir de las observaciones geodésicas realizadas desde los mismos siguiendo las definiciones del *sistema de referencia*.
- Por último, el *datum geodésico* fija de forma inequívoca la relación entre el *marco de referencia* y el *sistema de referencia* mediante un conjunto de parámetros, como por ejemplo las coordenadas del origen del *sistema de referencia*, la dirección de los ejes del mismo o la escala de la unidad de distancia.

Por tanto, como los sistemas de referencia geodésicos son la base de cualquier estudio geodésico relacionado con la geodinámica y el cambio global, se recomienda el empleo del sistema de referencia terrestre internacional (ITRS)¹ y sus correspondientes marcos de referencia (Collilieux y col. 2011).

El *International Earth Rotation and Reference Systems Service* (IERS) es el organismo encargado de definir los parámetros del ITRS así como de proporcionar las distintas materializaciones del mismo a través de los sucesivos marcos de referencia ITRF². Dichos marcos de referencia son actualizados de forma regular para incluir nuevas estaciones de referencia de observación de datos espaciales, así como nuevos métodos de procesado de datos o modelos de información que permitan mejorar las soluciones obtenidas.

Las series temporales de coordenadas ITRF se pueden considerar como funciones lineales del tiempo que permiten modelar los efectos de la tectónica de placas, así como movimientos más rápidos como los producidos por los terremotos y que generan discontinuidades en dichas series temporales. Para aplicaciones como el estudio la redistribución de masas es esencial que el ITRF conserve su definición a lo largo del tiempo, lo que significa que el origen del marco de referencia vigente en cada momento es una media ponderada de los valores del centro de masas de la Tierra registrados a lo largo del tiempo. Ésta es una propiedad fundamental para aplicaciones como por ejemplo el estudio de la variación del nivel del mar tanto a nivel regional como global (Collilieux y col. 2011).

¹Del inglés *International Terrestrial Reference System*.

²Disponibles a través de <http://itrf.ensg.ign.fr>.

Los sucesivos marcos de referencia ITRF se obtienen mediante la combinación de cuatro técnicas de geodesia espacial organizadas en cuatro servicios científicos dependientes de la Asociación Internacional de Geodesia (IAG) y reconocidos por el IERS como Centros Técnicos (Altamimi y col. 2011):

- Sistema de Posicionamiento Global (GPS/GNSS), dependiente del *International GNSS Service* (IGS)³ (Dow y col. 2009).
- Interferometría de Muy Larga Base (VLBI), dependiente del *International VLBI Service* (IVS)⁴ (Schlüter y col. 2007).
- Distanciometría por Láser a Satélites (SLR), dependiente del *International Laser Ranging Service* (ILRS)⁵ (Pearlman y col. 2002).
- Determinación de Órbitas y Radio-posicionamiento por Satélite (DORIS), dependiente del *International DORIS Service* (IDS)⁶ (Willis y col. 2010).

Uno de los inconvenientes que es posible encontrar al trabajar con series temporales de coordenadas de grandes periodos de tiempo es su inconsistencia debido a cambios en las metodologías o criterios en el procesado de los datos a lo largo de dichos periodos de tiempo. En el caso de IGS, los datos de las estaciones de referencia GNSS han sido procesados acorde a los criterios y procedimientos establecidos en cada momento para obtener los productos derivados de ellos como por ejemplo las soluciones semanales de coordenadas. Dichos criterios y procedimientos han evolucionado a lo largo del tiempo, estableciendo diversas versiones de los mismos en diferentes épocas. Esto hace que las series temporales de coordenadas GNSS se vean afectadas por discontinuidades producidas por cambios en los criterios de procesado de datos, lo que supone un problema de inconsistencia que puede afectar al estudio de la evolución de series temporales de coordenadas GNSS (Rudenko y col. 2013).

Para minimizar o eliminar los problemas de inconsistencia en las series temporales de coordenadas GNSS, en este trabajo se ha decidido emplear series temporales de coordenadas obtenidas a partir de la *1ª campaña de reprocesado de datos IGS*⁷. Gracias al IGS y a decenas de organismos colaboradores, están a disposición del público los datos de observaciones GNSS de forma continua de cientos de estaciones de referencia GNSS en todo el mundo desde el año 1994, además de múltiples productos derivados a partir de los mismos, entre ellos las coordenadas de las propias estaciones de referencia. Esta campaña de reprocesado de datos ha sido realizada por el propio IGS y sus organismos colaboradores y consiste en el

³<http://www.igs.org>

⁴<http://ivsc.gsfc.nasa.gov>

⁵<http://ilrs.gsfc.nasa.gov>

⁶<http://ids-doris.org>

⁷<http://acc.igs.org/reprocess.html>

reprocesado de los datos registrados por las estaciones de la red mundial de estaciones de referencia IGS desde el año 1994. El objetivo de la campaña era obtener un conjunto de productos procesados de forma consistente con los últimos criterios y metodologías de procesamiento de datos GNSS de forma que dichos productos pudieran ser comparables en todo el periodo de tiempo registrado.

Algunos criterios más importantes de procesamiento de datos empleados en esta campaña de procesamiento son los siguientes:

- Empleo de modelos de calibración absoluta de los centros de fase de las antenas transmisoras de los satélites GPS y de antenas receptoras de las estaciones de referencia.
- Empleo de marco de referencia IGS05 (alineado con ITRF2005).
- Empleo de las convenciones IERS 2003 especificadas en McCarthy y col. 2004 y sus actualizaciones⁸

El resultado de esta campaña de procesamiento de datos son productos similares a los ya generados y publicados por IGS históricamente, con la ventaja que en este caso todos ellos han sido obtenidos siguiendo la misma metodología y criterios de procesamiento. Estos productos se resumen en:

- Información diaria de órbitas y relojes de los satélites y estaciones de seguimiento.
- Información diaria de los parámetros de rotación de la Tierra.
- Información semanal de las coordenadas de las estaciones de referencia.

Una de las grandes contribuciones de la *1ª campaña de procesamiento de datos IGS* ha sido la definición del nuevo marco de referencia ITRF2008⁹. Tras el procesamiento de datos, toda la información fue remitida a IERS para su empleo en la definición del nuevo marco de referencia ITRF2008 (Rebischung y col. 2012) en combinación con los datos de las otras técnicas espaciales empleadas en la definición de los marcos de referencia ITRF.

Para este trabajo la importancia de las series temporales de coordenadas GNSS de la *1ª campaña de procesamiento de datos IGS* reside, precisamente, en que se trata del primer conjunto de series temporales de coordenadas GNSS de la red mundial de estaciones de referencia IGS con homogeneidad en la metodología de cálculo empleada y que además aportan un alto grado de precisión. Esto permite considerar las series temporales como continuas y libres de discontinuidades originadas

⁸<http://62.161.69.131/iers/convupdt/convupdt.html>

⁹Más información sobre ITRF2008 disponible en http://itrf.ensg.ign.fr/ITRF_solutions/2008/ITRF2008.php

por diferentes criterios de procesamiento, como por ejemplo los diferentes marcos de referencia adoptados en cada época, o los modelos de calibración del centro de fase de las antenas.

Como este trabajo se centra en el estudio de las variaciones verticales de posición de las estaciones de referencia GNSS de la red IGS en relación a los datos GRACE, un aspecto de especial relevancia a tener en cuenta es la consideración de los modelos de desplazamiento de posiciones empleados en la *1ª campaña de reprocesado de datos IGS*. Como se mencionó anteriormente, la *1ª campaña de reprocesado de datos IGS* utiliza como referencia las convenciones IERS 2003 especificadas en McCarthy y col. 2004 y sus actualizaciones. En los capítulos 4 y 7 de dicho documento se considera la inclusión de correcciones de posiciones basadas en los siguientes modelos:

- Mareas terrestres.
- Carga oceánica.
- Desplazamiento del eje de rotación de la Tierra.
- Carga atmosférica.
- Desplazamiento del geocentro de la Tierra.

En la nota técnica de Ray y col. 2007 se hace la aclaración con respecto a McCarthy y col. 2004 que los desplazamientos de las estaciones de referencia no generados por los modelos mencionados anteriormente no deben ser empleados para corregir las posiciones de las estaciones empleadas como soluciones para los marcos de referencia. Por tanto desplazamientos generados por efectos como las variaciones de carga hidrológica en la superficie de la Tierra no son eliminados de las series temporales de coordenadas de la *1ª campaña de reprocesado de datos IGS*, y por tanto deben estar presentes en las mismas. Esta recomendación también ha sido empleada en otros trabajos en los que se ha realizado el reprocesado de datos GNSS históricos, como por ejemplo en Rudenko y col. 2013. El hecho de que la formación relativa a las variaciones de desplazamiento producidos por los cambios de la carga hidrológica no haya sido eliminada de las series temporales GNSS es de gran importancia. Esto permite tener la seguridad de que la comparación entre desplazamientos verticales de estaciones de referencia de series temporales de coordenadas GNSS y los datos de carga hidrológica derivados de GRACE se puede realizar de forma consistente, siempre y cuando los datos GRACE sean preparados de forma adecuada tal y como se explica a lo largo del apartado 3.2.

3.1.2 Disponibilidad y acceso a los datos de altura elipsoidal

De todo el conjunto de estaciones de referencia de la red mundial de IGS, para este trabajo se ha seleccionado un subconjunto de 86 estaciones denominado *IGS Core Network*. Este subconjunto de estaciones surge con la necesidad de eliminar los efectos producidos por la falta de homogeneidad en la densidad de la red principal de IGS si ésta fuera utilizada en su totalidad para obtener las soluciones semanales de la red. Tal y como se explica en Rebischung y col. 2012, una forma de eliminar este efecto es utilizar una red que, a pesar de tener un número menor de estaciones de referencia que la original, están distribuidas de una forma más homogénea por todo el planeta lo que permite utilizarlas para alinear las soluciones semanales IGS con el marco de referencia.

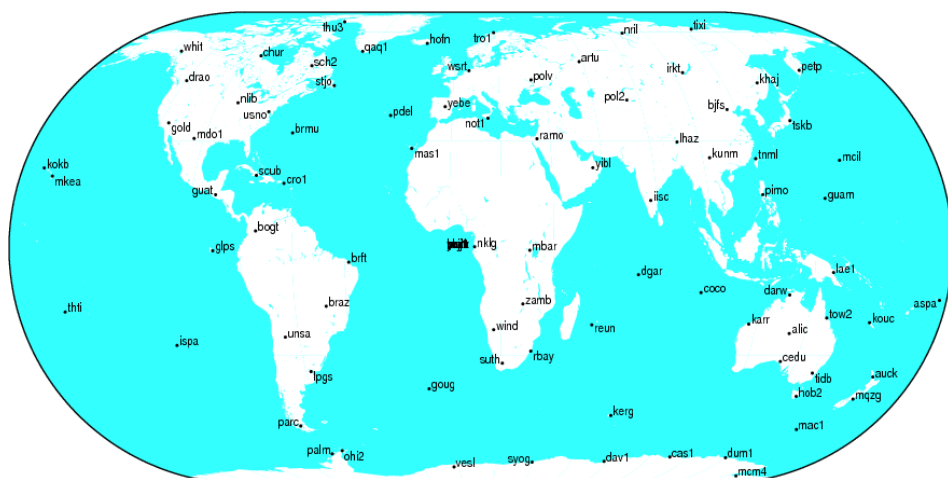


Figura 3.1: Distribución de las estaciones de referencia GNSS de la red *IGS Core Network*.

Las soluciones de la 1ª campaña de reprocesado de datos IGS están disponibles en los servidores FTP que aparecen en <https://igs.cb.jpl.nasa.gov/components/prods.html>, empleados para albergar los datos brutos GNSS de la red IGS y los productos generados a partir de los mismos.

En el caso particular de este trabajo los datos se han descargado del servidor FTP del *Institut National de l'Information Géographique et Forestière* de Francia¹⁰ disponible en <ftp://igs.eng.ign.fr/pub/igs/products/>. La carpeta `products` se encuentra organizada con subdirectorios correspondientes a las semanas GPS

¹⁰<http://www.ign.fr>

para las que existen datos de la red mundial de IGS. En cada uno de los subdirectorios hasta la semana GPS 1631 existe otro subdirectorio denominado **repro1**, que es donde se encuentran las soluciones semanales de la *1ª campaña de reprocesado de datos IGS*. A partir de la semana GPS 1632 los datos se encuentran disponibles directamente en el subdirectorio de la semana GPS ya que éstos no proceden de la campaña de reprocesado si no del procesado semanal normal, que se realiza con los mismos criterios utilizados en campaña de reprocesado.

La información utilizada son los ficheros **SSC** con las coordenadas de las soluciones semanales. De cada fichero se extrae del bloque de coordenadas la información relativa a las coordenadas cartesianas geocéntricas X , Y y Z de cada estación, así como las desviaciones típicas calculadas de cada componente σX , σY y σZ como en el ejemplo de tabla 3.1.

```
(...)  
+SOLUTION/ESTIMATE  
*Index _Type_ Code Pt Soln _Ref_Epoch__ Unit S __Estimated Value____ _Std_Dev____  
 1 STAX 0194 A 1 02:177:43200 m 2 -.3766965428196773E+7 .1117311E-1  
 2 STAY 0194 A 1 02:177:43200 m 2 .32118771558279311E+7 .9610604E-2  
 3 STAZ 0194 A 1 02:177:43200 m 2 .40083343149385373E+7 .1104439E-1  
 4 STAX ABER A 1 02:177:21600 m 2 .34662722854305590E+7 .4314712E-2  
 5 STAY ABER A 1 02:177:21600 m 2 -.1259042674841261E+6 .1865573E-2  
 6 STAZ ABER A 1 02:177:21600 m 2 .53346624105979195E+7 .6167542E-2  
 7 STAX ADE1 A 1 02:177:75588 m 2 -.3939182132686522E+7 .3326443E-2  
 8 STAY ADE1 A 1 02:177:75588 m 2 .34670753210613281E+7 .2948656E-2  
 9 STAZ ADE1 A 1 02:177:75588 m 2 -.3613220688902229E+7 .2868848E-2  
(...)
```

Tabla 3.1: Ejemplo de datos de una solución semanal GNSS de la 1ª Campaña de Reprocesado de datos IGS.

Mediante unas rutinas básicas programadas en C específicamente para este trabajo, esta información se descarga y se ordena automáticamente y de forma individualizada para cada estación. Con ello se genera un nuevo fichero por cada estación donde la primera columna es la semana GPS a la que corresponde la solución semanal, las columnas 2, 3 y 4 corresponden a las coordenadas cartesianas geocéntricas X , Y y Z , y las columnas 5, 6 y 7 corresponden a las desviaciones típicas σX , σY y σZ de cada componente tal y como se muestra en la tabla 3.2

Estos ficheros individuales para cada estación son la fuente de información que posteriormente se emplea con **MATLAB** para realizar en el análisis de las series temporales tal y como se detalla en el capítulo 4.

```
(...)  
1102 4115014.0811 -4550641.5449 -1741443.9982 0.0009 0.0010 0.0005  
1103 4115014.0777 -4550641.5400 -1741443.9969 0.0009 0.0010 0.0005  
1104 4115014.0803 -4550641.5431 -1741443.9978 0.0006 0.0007 0.0004  
1105 4115014.0768 -4550641.5382 -1741443.9961 0.0006 0.0007 0.0003  
1106 4115014.0784 -4550641.5398 -1741443.9960 0.0006 0.0007 0.0003  
1107 4115014.0754 -4550641.5361 -1741443.9966 0.0008 0.0009 0.0005  
1108 4115014.0780 -4550641.5391 -1741443.9960 0.0006 0.0007 0.0004  
1109 4115014.0775 -4550641.5392 -1741443.9956 0.0006 0.0006 0.0003  
1110 4115014.0781 -4550641.5385 -1741443.9936 0.0006 0.0007 0.0003  
1111 4115014.0784 -4550641.5386 -1741443.9949 0.0007 0.0008 0.0004  
(...)
```

Tabla 3.2: Ejemplo de datos GNSS en forma de serie temporal para una estación.

3.2 Datos de carga hidrológica y lámina de agua a partir de GRACE

3.2.1 El proyecto GRACE

La misión GRACE (*Gravity Recovery and Climate Experiment*)¹¹ es un proyecto de colaboración desarrollado por las agencias espaciales de Estados Unidos (NASA) y Alemania (DLR) (Tapley y col. 2004b). El objetivo del proyecto consiste en obtener información del campo gravitatorio terrestre con una resolución espacial desde 400 kilómetros hasta 40,000 kilómetros cada 30 días.

El proyecto GRACE utiliza dos satélites gemelos (denominados GRACE A y GRACE B) puestos en órbita el 17 de marzo de 2002. Los satélites siguen órbitas casi circulares alrededor de la Tierra a una altura de aproximadamente 500 kilómetros y con plano de inclinación de 89.5°. Los satélites siguen la misma trayectoria y están separados uno de otro por una distancia de aproximadamente 220 kilómetros. Para conocer esta distancia de separación, los satélites incorporan un sistema de medición por microondas de banda K para realizar mediciones de distancia entre ellos de forma muy precisa y constante. Además cada satélite incorpora receptores GPS, y sensores de actitud y acelerómetros de alta precisión (Tapley y col. 2004b) para la observación y registro de fuerzas no gravitatorias que afectan a su posición. Esta información es utilizada para eliminar dichas fuerzas no gravitatorias de los datos observados por los satélites.

El funcionamiento de la misión GRACE se basa en el principio de que los flujos de masas de aire y agua son variables en periodos de tiempo que oscilan desde unas pocas horas hasta décadas, y estas variaciones producen a su vez variaciones en el campo gravitatorio terrestre. Las variaciones del campo gravitatorio generan pequeñas perturbaciones en las trayectorias de los satélites GRACE, que a su vez

¹¹<http://www.csr.utexas.edu/grace/>

son percibidas con gran precisión por los sensores que llevan a bordo, especialmente por el sistema de medición de distancia entre los satélites. Una revolución sobre la Tierra de los satélites GRACE se completa en 90 minutos, pero los datos de aproximadamente un mes se acumulan para calcular las desviaciones del campo gravitatorio terrestre respecto a un campo gravitatorio estático o medio.

Toda la información captada por los sensores de los satélites GRACE es enviada a los centros de proceso de datos en tierra para ser combinadas de forma precisa junto con otros datos como la distanciometría láser entre estaciones de referencia en tierra y los satélites GRACE (*Satellite Laser Ranging* o SLR). Los centros de proceso de datos son *University of Texas - Center for Space Research* (UT-CSR), en Estados Unidos, *Jet Propulsion Laboratory* (JPL), en Estados Unidos, y *GeoForschungsZentrum* (GFZ), en Alemania.

Los datos GRACE generados por los centros de proceso de datos son generalmente clasificados en tres niveles en función de los siguientes criterios:

- Nivel-1A (*Level-1A*): Está formado por los datos brutos convenientemente calibrados y clasificados con marcadores temporales. Estos datos provienen directamente de la información captada por los sensores de los satélites GRACE que no son distribuidos a los usuarios finales, sino que son utilizados únicamente por los centros de proceso de datos.
- Nivel-1B (*Level-1B*): Los datos de nivel-1A son procesados y editados para generar productos con datos a 1 y 5 segundos. Estos productos incluyen, entre otros, distancias entre los satélites GRACE A y GRACE B, datos de aceleración, información de las órbitas, etcétera, y son los que forman el nivel-1B.
- Nivel-2 (*Level-2*): Están formados por estimaciones mensuales del campo de gravedad terrestre en forma de coeficientes de armónicos esféricos. Estos datos han sido obtenidos tras procesar los datos de nivel-1B.

Tanto los datos de nivel-1B como los de nivel-2 son accesibles al público a través de los distintos centros de proceso de datos tras haber sido convenientemente validados. En la web del *International Centre for Global Earth Models* (ICGEM)¹² se puede acceder y descargar de forma gratuita esta información además de otros productos derivados de estos datos.

Gracias los datos proporcionados por la misión GRACE, científicos de distintas disciplinas en todo el mundo han podido observar por primera vez la redistribución de masas de los océanos (Chambers y col. 2004), la evolución de la cobertura de hielo en Groenlandia y Antártida (Velicogna y col. 2006b), los cambios en las reservas hídricas en regiones de todo el mundo (Schmidt y col. 2006, Rodell y col.

¹²Página web disponible en <http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/>

2009), especialmente en el Amazonas, así como cambios gravitatorios producidos como consecuencia de eventos sísmicos a gran escala (Han y col. 2006, Han y col. 2008). También se han podido observar y estudiar la relación entre los cambios de masa helada y los esquemas de circulación atmosférica a nivel mundial (Sasgen y col. 2010), así como su contribución al cambio del nivel medio del mar (Jacob y col. 2012), mareas oceánicas en mares cubiertos con capa de hielo (Mayer-Gürr y col. 2012), o los cambios a gran escala de la presión en el fondo oceánico y su relación con la variación de la circulación del aire en la atmósfera (Boening y col. 2011).

Los centenares de trabajos e investigaciones realizados utilizando como base la información proporcionada por la misión GRACE y su aportación al conocimiento y estudio de las Ciencias de la Tierra, justifican sobradamente la necesidad de disponer de un sistema de observación del campo de la gravedad terrestre por satélite tal y como desde el año 2002 ha realizado la misión GRACE. Inicialmente la misión GRACE estaba concebida con una vida útil de 5 años, pero la robustez de los satélites y los instrumentos abordo, así como las operaciones mantenimiento y gestión de baterías de los mismos han podido alargar su vida útil mucho más de lo esperado inicialmente. La misión *GRACE Follow-On* o GRACE-FO es un proyecto que pretende dar continuidad a la misión GRACE mediante la puesta en órbita de dos nuevos satélites GRACE similares a los actuales pero que además incorporan un sistema de medición láser de distancias entre los satélites que proporcionará observaciones 50 veces más precisas que el actual sistema de medición por microondas de banda K (Flechtner y col. 2014). De esta forma las observaciones de gravedad de los mismos podrán ser una continuación de las obtenidas hasta ahora por la misión GRACE y además con un mayor grado de precisión, lo que permitirá avanzar en investigaciones como los ejemplos citados anteriormente.

3.2.2 Los datos de gravedad GRACE empleados en este trabajo

Como se explica en el apartado 3.2.1, los productos de nivel-2 consisten en ficheros de datos mensuales en forma de coeficientes geopotenciales (o coeficientes de Stokes), hasta un determinado grado y orden. Generalmente también se proporciona la información de los errores en la determinación de dichos coeficientes¹³. Estos modelos tendrán un desarrollo hasta grado y orden entre 50 y 120 ya que no es posible resolver las altas frecuencias del campo gravitatorio terrestre a la altura a la que se encuentra el satélite. Debido a esto, los errores por comisión en la determinación de los coeficientes van aumentando y se hacen importantes a partir del grado 40-50 como se explica en el apartado 3.2.3.

Las desviaciones del campo gravitatorio mensual con respecto al campo gravitatorio medio de la Tierra son las que se pueden relacionar con los diferentes procesos

¹³Tanto JPL como GFZ sí que proporcionan los datos de error de los coeficientes, sin embargo esta información no está en los datos de nivel-2 producidos por UT-CSR.

geofísicos en la Tierra y los Océanos como se explica en el apartado 3.2.1. A pesar de esto, variaciones no relacionadas con los efectos de marea pero que tienen que ver con variaciones en la presión atmosférica, variaciones en la carga del fondo oceánico debido a las corrientes oceánicas o cambios de salinidad y eventos grandes de precipitación, provocan cambios gravitatorios a escalas sub-mensuales. Si no se corrigen estos efectos adecuadamente en los observables GRACE se obtendrán unos valores medios mensuales del campo gravitatorio erróneos, reduciendo su precisión. Con el objetivo de usar toda la capacidad de las medidas de la misión GRACE, estas señales de alta frecuencia son eliminadas de los observables a través de los modelos correspondientes (Swenson y col. 2003). Para ello se utilizan los modelos GRACE *Atmosphere and Ocean Dealiasing Level-1B Product* (AOD1B). Estos modelos se basan en las medidas de presión, temperatura y humedad recogidos cada seis horas para el análisis atmosférico por parte del *European Centre for Medium Range Weather Forecasts* (ECMWF), y en las presiones del fondo oceánico calculadas por el *Ocean Model for Circulation and Tides* (OMCT) (Dobslaw y col. 2013). El modelo consistente con el modelo GRACE R05 es el AOD1B R05, la información detallada sobre su cálculo se puede encontrar en *AOD1B Product Description Document for Product Release 05 (Rev. 4.2, May 20, 2014)*.

Como se explica en el apartado 3.1.1 de este trabajo, estos efectos no están corregidos en las soluciones semanales GNSS producidas por la *1ª campaña de procesamiento de datos IGS*, por lo que para que los datos GNSS sean consistentes con los datos GRACE se debe añadir de nuevo este efecto a los datos GRACE a partir de los ficheros mensuales AOD1B, tal como se hace en Tesmer y col. 2011, Fu y col. 2012b o Liu y col. 2014. En este trabajo se han utilizado los ficheros mensuales `.glo` que suman, en un desarrollo armónico esférico, los efectos sobre el potencial gravitatorio de la variabilidad de las masas atmosféricas y la contribución de las variaciones de la columna de agua oceánica sobre el fondo oceánico. La información y descarga de los ficheros se puede encontrar en la web <http://www.gfz-potsdam.de/en/aod1b/>. Diferentes análisis para comprobar la precisión del modelo se pueden encontrar en Dobslaw y col. 2013.

Por otro lado, los términos de grado 1 en el desarrollo armónico esférico de los ficheros geopotenciales GRACE no aparecen ya que las soluciones GRACE se refieren al centro de masas terrestre (Davis y col. 2004, Tesmer y col. 2011). En cambio los datos GNSS sí que son referidos con respecto al centro de la figura de la Tierra, materializado por el centro del marco de referencia terrestre internacional (ITRF). Por tanto se deben incorporar los coeficientes de grado 1, derivados de la técnica *Satellite Laser Ranging* (SLR), a los ficheros geopotenciales GRACE. La relación entre las variaciones del centro de masas ΔX_{CM} , ΔY_{CM} y ΔZ_{CM} , y los términos de grado 1 de los coeficientes geopotenciales $\Delta C_{1,1}$, $\Delta S_{1,1}$ y $\Delta C_{1,0}$ se puede establecer en la siguientes ecuaciones (Swenson y col. 2008, Liu y col. 2014):

$$\Delta X_{CM} = \sqrt{3}R\Delta C_{1,1} \quad (3.1)$$

$$\Delta Y_{CM} = \sqrt{3}R\Delta S_{1,1} \quad (3.2)$$

$$\Delta Z_{CM} = \sqrt{3}R\Delta C_{1,0} \quad (3.3)$$

Donde R es el valor medio para el radio terrestre. Para el cálculo de las correcciones se han utilizado los valores proporcionados por el *UT-CSR Monthly Geocenter RL-05* obtenidos a partir de medidas de distanciometría láser a los satélites (SLR).

Por último también se deben reemplazar los coeficientes $C_{2,0}$ de los ficheros mensuales de coeficientes geopotenciales por los coeficientes calculados a partir de observaciones SLR (Cheng y col. 2004) ya que los coeficientes calculados a partir de los observables GRACE presentan una variabilidad excesivamente elevada (Wahr y col. 2006, Cheng 2012). Estos valores se pueden encontrar en la *GRACE technical note n° 7* disponible en ftp://podaac.jpl.nasa.gov/allData/grace/docs/TN-07_C20_SLR.txt.

3.2.3 Estimación de la carga hidrológica y la lámina de agua con GRACE

Debido a la decreciente sensibilidad de los sensores de los satélites GRACE a las cortas longitudes de onda del campo gravitatorio debido a su menor altura, los resultados obtenidos con GRACE se deben entender como valores medios en un área de unos cientos de kilómetros de lado. Esta resolución espacial se puede aproximar de forma sencilla por con la expresión $\frac{20000}{n}$ km (Swenson y col. 2003), siendo n el grado máximo del desarrollo armónico esférico. Así, un desarrollo hasta grado y orden 40 como el usado en este trabajo representa la media de los valores calculados respecto a un área de 500x500 km. Esto es importante si deseamos correlacionar la información GRACE respecto a variaciones hidrológicas, donde se necesita utilizar masas de agua muy grandes y homogéneas para que los resultados sean comparables, pero es menos crítico cuando se compara con la carga sobre la corteza terrestre, ya que ésta se mueve, en general, de forma solidaria en áreas de mucha extensión.

Como se menciona en los puntos anteriores, los coeficientes geopotenciales contienen las variaciones del campo gravitatorio producidas por los siguientes fenómenos geofísicos:

- Fluctuaciones atmosféricas.
- Efectos tectónicos y geodinámicos.
- Variaciones en las masas de agua (agua del subsuelo, humedad del suelo, nieve o hielo y masas oceánicas).

También contienen los errores propios de las medidas efectuadas y producidos en el proceso de cálculo y obtención de los coeficientes, así como errores en las correcciones atmosféricas y oceánicas aplicadas a los observables. Desafortunadamente no existe ningún procedimiento para poder separar, de los coeficientes geopotenciales, los efectos atmosféricos de los diferentes efectos provocados por las variaciones de masa de agua, y éstos, a su vez, de los efectos tectónicos y geodinámicos. Por tanto los coeficientes geopotenciales se deben entender como expresiones de la variación de la gravedad a lo largo de la vertical que une el centro terrestre con los satélites GRACE. En cualquier caso, los efectos tectónicos y geodinámicos se expresarán como variaciones más o menos lineales de la variación de la gravedad, por lo que las variaciones periódicas se podrán asimilar a variaciones en las masas de agua con bastante acierto.

A partir de los coeficientes geopotenciales, la lámina de agua se podrá calcular con la expresión (Wahr y col. 1998):

$$Lam.Agua = \frac{KM_{\oplus}\rho_{cont.}}{r\gamma 3\rho_{agua}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{2n+1}{1+k_n} [(\bar{C}_{n,m}\cos(m\lambda) + \bar{S}_{n,m}\sen(m\lambda))\bar{P}_{n,m}\cos(\theta)] \quad (3.4)$$

Donde K es la constante de gravitación universal y M_{\oplus} la masa de la Tierra, r es el radio del vector geocéntrico del punto de cálculo, γ es el valor de la gravedad normal del punto de cálculo, $\rho_{cont.}$ es un valor medio de la densidad terrestre ($5517 \frac{kg}{m^3}$), ρ_{agua} es la densidad del agua ($1000 \frac{kg}{m^3}$) y k_n son los números de Love de deformación elástica que se pueden extraer a partir de un modelo terrestre determinado, $\bar{C}_{n,m}$ y $\bar{S}_{n,m}$ son los coeficientes de geopotencial totalmente normalizados, y $\bar{P}_{n,m}$ los polinomios de Legendre totalmente normalizados. Para los cálculos en este trabajo se han utilizado los valores que produce el modelo terrestre PREM (*Preliminary Reference Earth Model*) y que se pueden encontrar en la tabla 1 de Wahr y col. 1998.

Si calculamos este valor de forma secuencial a partir de los ficheros mensuales de los coeficientes geopotenciales obtendremos la variación de agua mensual.

De igual manera se puede obtener la carga que se produce sobre la corteza terrestre según la siguiente expresión (Dam y col. 2007, Purcell y col. 2011, Tesmer y col. 2011):

$$dr = R \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{h_n}{1+k_n} [(\bar{C}_{n,m}\cos(m\lambda) + \bar{S}_{n,m}\sen(m\lambda))\bar{P}_{n,m}\cos(\theta)] \quad (3.5)$$

Donde R es el radio medio terrestre y h_n son los números de Love correspondientes al desplazamiento vertical debido a la elasticidad terrestre (Han y col. 1995).

Los coeficientes obtenidos a partir de los observables GRACE aumentan mucho su error por comisión a medida que se aumenta el grado, en la figura 3.2 se puede ver, en negro, el error por grado para el mes de enero de 2009 obtenido por el centro de cálculo GFZ calculado según la expresión (3.6) (Lemoine y col. 1997):

$$\sigma_{\Delta g}^2 = \left(\frac{KM_{\oplus}}{a^2} \right)^2 \sum_{n=0}^M (n-1)^2 \sum_{m=0}^n (\overline{\sigma}_{C_{n,m}}^2 + \overline{\sigma}_{S_{n,m}}^2) \quad (3.6)$$

Siendo a el semieje mayor del elipsoide utilizado en la definición del modelo, M el grado máximo de los coeficientes, y $\overline{\sigma}_{C_{n,m}}^2$ y $\overline{\sigma}_{S_{n,m}}^2$ son las varianzas de los errores por comisión de los coeficientes armónicos esféricos totalmente normalizados.

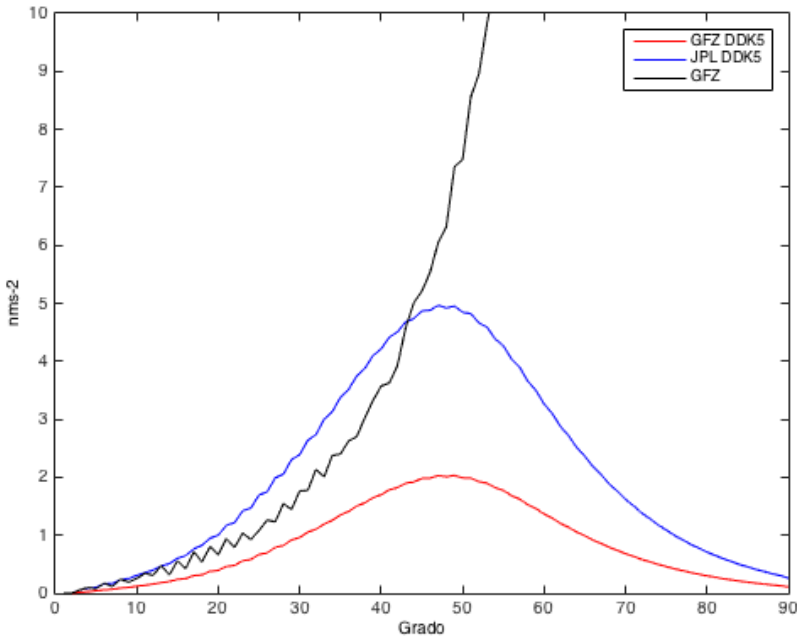


Figura 3.2: Errores por grado del fichero filtrado DDK5 correspondiente al mes de enero de 2009 para los centros de cálculo GFZ y JPL.

Truncar la serie hasta un determinado grado y orden para evitar esos errores no sería la mejor solución ya que estaríamos eliminado la información que esas longitudes de onda proporcionan a la solución final. Con el objetivo de reducir los errores en los coeficientes de grado elevado sin tener que eliminarlos de los cálculos

se puede aplicar una función ventana Gaussiana como factor de multiplicación o peso (W_n) sobre los coeficientes, de manera que, gradualmente, se vaya disminuyendo la señal a medida que aumenta el grado y, por tanto, el error. Por tanto la ecuación (3.5) quedaría expresada de la siguiente forma (Dam y col. 2007):

$$dr = R \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{h_n}{1+k_n} [W_n(\bar{C}_{n,m} \cos(m\lambda) + \bar{S}_{n,m} \sin(m\lambda)) \bar{P}_{n,m} \cos(\theta)] \quad (3.7)$$

Esta función ventana se fija a un radio de entre 400 y 500 kilómetros como un compromiso entre el intento de minimizar los errores GRACE y el suavizado de la solución que produce un filtrado de este tipo. Si se fija a un radio de 500 kilómetros querrá decir que el pico de la campana de Gauss que sirve de filtro se encuentra en el grado $n = 40$.

La función Gaussiana más usada es la de Jekely (Jekeli 1981) donde:

$$W_0 = \frac{1}{2\pi} \quad (3.8)$$

$$W_1 = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1+e^{2b}}{1-e^{2b}} - \frac{1}{b} \right] \quad (3.9)$$

$$W_{n+1} = \frac{-2n+1}{b} W_n - W_{n-1} \quad (3.10)$$

siendo:

$$b = \frac{\ln(2)}{(1 - \cos(\frac{r}{a}))} \quad (3.11)$$

y a es el radio medio terrestre y $r = 500$ kilómetros.

Un buen número de métodos se han propuesto para suavizar los datos GRACE (Swenson y col. 2002, Swenson y col. 2006 y Swenson y col. 2011) y un análisis entre algunos de ellos se puede encontrar en Werth y col. 2009.

Este filtrado se puede establecer desde el mismo momento en el que se calculan los coeficientes geopotenciales, de forma que es posible trabajar directamente con ficheros de coeficientes originales y con ficheros de coeficientes ya filtrados. Por ejemplo, los productos que ofrecen tanto GFZ como JPL incluyen los ficheros originales mensuales (hasta grado y orden 90) junto con 8 filtrados no isotrópicos que ofrecen resultados equivalentes al uso del filtrado Gaussiano anterior con diferentes

radios, de manera que los productos DDK1 corresponden a un radio de filtrado de 1350 km, DDK2 a 900 km, DDK3 a 660 km, DDK4 a 600, DDK5 a 500, DDK6 a 450, DDK7 a 350 y DDK8 a 330 (Kusche 2007, Kusche y col. 2009, Werth y col. 2009).

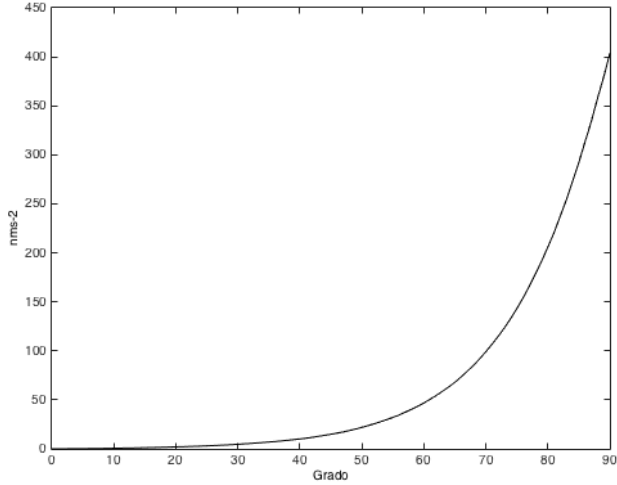
Para la realización de este trabajo se ha decidido utilizar el modelo DDK5 ya que el filtrado de Gauss con radio de 500 km es un buen compromiso entre la reducción de los errores GRACE mediante la elección de un radio elevado y un suavizado lo menor posible haciendo el radio lo más pequeño posible (500 km se ha usado como valor en los trabajos de, por ejemplo, Swenson y col. 2006 y Dam y col. 2007).

En la figura 3.2 se pueden ver los errores por grado del fichero filtrado DDK5 del mes de enero de 2009 para los centros de cálculo GFZ y JPL. Como se puede comprobar el fichero GFZ (Dahle y col. 2013) presenta menor error por lo que, en adelante, únicamente se trabajará con los productos de este centro de cálculo.

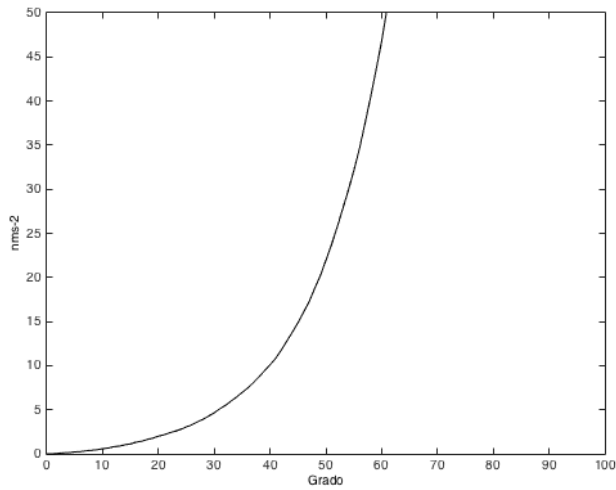
Para confirmar la decisión de utilizar los ficheros DDK5 se ha obtenido como ejemplo las figuras 3.3 (a) y (b), que muestran el valor acumulado sobre la anomalía de gravedad que proporciona el fichero de coeficientes geopotenciales correspondiente a enero de 2009. En estas gráficas se observa que el valor acumulado a partir del grado y orden 40 pasa a ser mayor de 10 nms^{-2} . Por tanto, si se tiene en cuenta que la resolución teórica de los acelerómetros de los satélites GRACE es de 1 nms^{-2} , aumentada hasta los 0.1 nms^{-2} gracias a las pocas vibraciones del satélite, la alta estabilidad de la temperatura, gran estabilidad del voltaje del sistema y muy pequeño sesgo de la aceleración, considerar como límite el grado 40 es una decisión razonable.

En la figura 3.4 se puede ver el valor acumulado de los errores para el mismo mes utilizando el fichero filtrado DDK5. Como se puede apreciar, el valor acumulado apenas pasa de los 10 nms^{-2} , pero el error introducido desde el grado 40 hasta el 90 es de 4.9 nms^{-2} , este valor es elevado, por lo que se ha decidido utilizar los ficheros DDK5 pero truncar la solución hasta grado y orden 40 asumiendo que la pérdida de señal gravitatoria debido a la no consideración de los grados altos queda compensada con la eliminación del error que, aún filtrados, introducen esos altos grados en la solución.

Las características más importantes que resumen la preparación de los datos gravimétricos GRACE se resumen en la tabla 3.3.



(a) Rango de 0 nms^{-2} a 450 nms^{-2} .



(b) Rango de 0 nms^{-2} a 50 nms^{-2} ..

Figura 3.3: Valor acumulado sobre la anomalía de gravedad que proporciona el fichero de coeficientes geopotenciales correspondiente a enero de 2009.

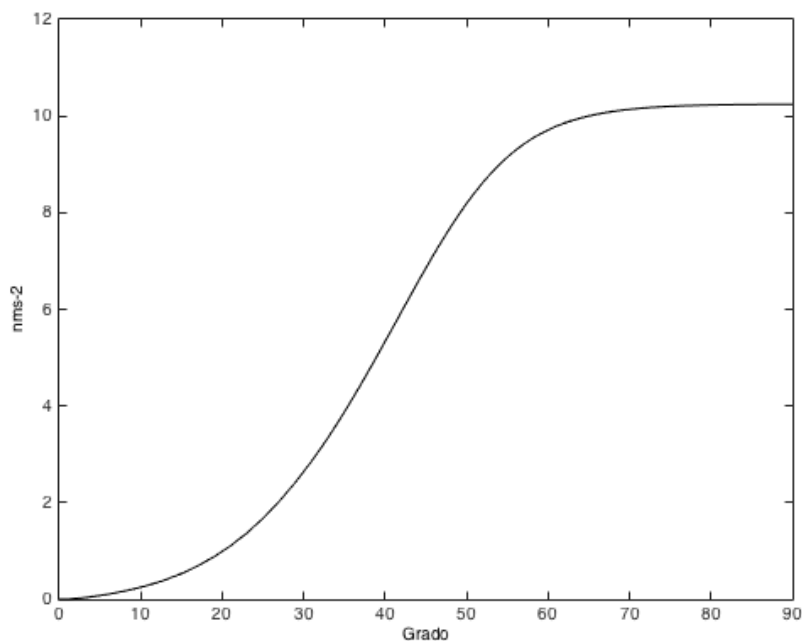


Figura 3.4: Errores por grado del fichero filtrado DDK5 correspondiente al mes de enero de 2009 para los centros de cálculo GFZ y JPL.

Origen	Datos nivel-2 de GFZ.
Tipología	Coefficientes geopotenciales y estimación de error.
Señales de altas frecuencias	Recuperadas con los modelos AOD1B R05 de GFZ.
Coefficientes $C_{1,0}$	Recuperados con los datos <i>Monthly Geocenter RL-05</i> de UT-CSR.
Coefficientes $C_{2,0}$	Recuperados con los datos SLR.
Desarrollo máximo	Grado y orden 40.
Números de Love	Definidos en el <i>Preliminary Reference Earth Model</i> de Wahr y col. 1998.
Filtrado	Modelo DDK5 de filtrado no isotrópico en origen (radio 500 km).

Tabla 3.3: Resumen de la preparación de los datos GRACE.

3.2.4 Desarrollo del software para la obtención de datos de carga hidrológica y lámina de agua

Conociendo las coordenadas geocéntricas del punto de cálculo (r, θ, λ) , y el fichero con los coeficientes del potencial anómalo, es fácil calcular el polinomio representado por las ecuaciones (3.4) y (3.5) utilizando las fórmulas de recurrencia para el cálculo de las funciones de Legendre totalmente normalizadas mostradas en la siguiente ecuación (Tscherning y col. 1983, Torge y col. 2001):

$$\bar{P}_{n,m}(t) = \left[\frac{(2n+1)(2n-1)}{(n+m)(n-m)} \right]^{\frac{1}{2}} t \bar{P}_{n-1,m}(t) - \left[\frac{(2n+1)(n+m-1)(n-m-1)}{(2n-3)(n+m)(n-m)} \right]^{\frac{1}{2}} \bar{P}_{n-2,m}(t) \quad (3.12)$$

Donde $t = \cos\theta$.

Con esta expresión se resuelve un polinomio a partir del conocimiento de los dos anteriores de cada una de las columnas de la tabla 3.4.

$\frac{n}{m}$	0	1	2	3
0	1	-	-	-
1	$\sqrt{3}t$	$\sqrt{3}(1-t^2)^{\frac{1}{2}}$	-	-
2	$\frac{1}{2}\sqrt{5}(3t^2-1)$	$\sqrt{15}(1-t^2)^{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2}\sqrt{15}(1-t^2)$	-
3	$\frac{1}{2}\sqrt{7}(5t^3-3t)$	$\sqrt{\frac{21}{8}}(5t^2-1)(1-t^2)^{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{7}\frac{1}{2}\sqrt{15}t(1-t^2)$	$\sqrt{\frac{35}{8}}(1-t^2)^{\frac{3}{2}}$

Tabla 3.4: Tabla de polinomios.

Faltando para completar la tabla los elementos de la diagonal y el elemento siguiente al de la diagonal. Para el cálculo de éste último, y a partir de la propia ecuación 3.12, se llega a la ecuación 3.13.

$$\bar{P}_{n,n-1}(t) = (2n+1)^{\frac{1}{2}} t \bar{P}_{n-1,n-1}(t) \quad (3.13)$$

Ya que no existirán en este caso $\bar{P}_{n-2,n-1}(t)$.

Por último, los elementos de la diagonal se calculan mediante la recurrencia expresada en la ecuación 3.14

$$\bar{P}_{n,n}(t) = \sqrt{\frac{(2n+1)}{2n}} (1-t^2)^{\frac{1}{2}} \bar{P}_{n-1,n-1}(t) \quad (3.14)$$

Donde se deben considerar los valores iniciales $\bar{P}_{0,0}(t) = 1$ y $\bar{P}_{1,1}(t) = \sqrt{3}(1-t^2)^{\frac{1}{2}}$.

En la obtención del elemento de la diagonal, dado que depende del de la diagonal anterior, y éste, a su vez, del anterior, se puede construir un algoritmo de recurrencia sencillo para encontrar el valor del elemento n, n de la diagonal. Este algoritmo tendrá un sentido ascendente (de grado 1 a grado n) a partir del elemento $\bar{P}_{1,1}$ que es conocido.

Para ello, en primer lugar se le asigna a la variable $\bar{P}_{n,n}$ el valor conocido de $\bar{P}_{1,1}$, es decir $\bar{P}_{n,n} = \bar{P}_{1,1}$.

A partir de aquí se actualiza el valor de $\bar{P}_{n,n}$ de forma recurrente mediante el algoritmo:

for $i = 2$ to n

$$\bar{P}_{n,n} = \sqrt{\frac{(2i+1)}{2i}}(1-t^2)\bar{P}_{n,n} \quad (3.15)$$

next i

El seguimiento de este esquema de trabajo obliga a modificar las ecuaciones (3.4) y (3.5) que, de la forma en que están escritas, funcionarían por filas según la tabla 3.4. Las ecuaciones modificadas para trabajar por columnas son las siguientes:

$$Lam.Agua = \frac{KM_{\oplus}\rho_{cont.}}{r\gamma 3\rho_{agua}} \sum_{m=0}^M \left[\sum_{n=m}^M \frac{2n+1}{1+k_n} (\bar{C}_{n,m} \bar{P}_{n,m} \cos(\theta) \cos(m\lambda) + \right. \quad (3.16)$$

$$\left. + \sum_{n=m}^M \frac{2n+1}{1+k_n} \bar{S}_{n,m} \bar{P}_{n,m} \cos(\theta) \sin(m\lambda) \right] \quad (3.17)$$

Siendo M el grado máximo de desarrollo del polinomio, en este caso 40.

Expresiones que se pueden programar de forma sencilla si el archivo donde se escriben los coeficientes del modelo geopotencial global se ordena de la forma mostrada en la tabla 3.5.

El software desarrollado para la resolución secuencial de la lámina de agua o de la carga para todo el período de estudio, se basa en la realización de modificaciones sobre el software POTGLO, desarrollado en el Departamento de Ingeniería Cartográfica, Geodesia y Fotogrametría por el Director de esta tesis. Este programa ya ha sido utilizado en trabajos como Martín y col. 2005, Núñez y col. 2008 o

Grado m	Orden n	Coefficiente $\overline{C}_{n,m}$	Coefficiente $\overline{S}_{n,m}$
0	0	Valor $\overline{C}_{n,m}$	Valor $\overline{S}_{n,m}$
1	0	Valor $\overline{C}_{n,m}$	Valor $\overline{S}_{n,m}$
2	0	Valor $\overline{C}_{n,m}$	Valor $\overline{S}_{n,m}$
(...)	(...)	Valor $\overline{C}_{n,m}$	Valor $\overline{S}_{n,m}$
40	1	Valor $\overline{C}_{n,m}$	Valor $\overline{S}_{n,m}$
1	1	Valor $\overline{C}_{n,m}$	Valor $\overline{S}_{n,m}$
2	1	Valor $\overline{C}_{n,m}$	Valor $\overline{S}_{n,m}$
3	1	Valor $\overline{C}_{n,m}$	Valor $\overline{S}_{n,m}$
(...)	(...)	Valor $\overline{C}_{n,m}$	Valor $\overline{S}_{n,m}$
40	1	Valor $\overline{C}_{n,m}$	Valor $\overline{S}_{n,m}$
2	2	Valor $\overline{C}_{n,m}$	Valor $\overline{S}_{n,m}$
3	2	Valor $\overline{C}_{n,m}$	Valor $\overline{S}_{n,m}$
(...)	(...)	Valor $\overline{C}_{n,m}$	Valor $\overline{S}_{n,m}$
40	2	Valor $\overline{C}_{n,m}$	Valor $\overline{S}_{n,m}$
(...)	(...)	Valor $\overline{C}_{n,m}$	Valor $\overline{S}_{n,m}$
40	40	Valor $\overline{C}_{n,m}$	Valor $\overline{S}_{n,m}$

Tabla 3.5: Formato de archivo con los coeficientes de geopotencial.

Martín y col. 2010, y se puede descargar de forma gratuita de la página web del Departamento en <http://www.upv.es/entidades/DICGF/>.

Dentro de las modificaciones, al margen de la obtención de forma secuencial de los valores de lámina de agua o de carga para todos los meses de estudio, se ha considerado la suma de los valores de los coeficientes de los ficheros AOD1B a los valores de los coeficientes geopotenciales y la inclusión del término uno del desarrollo armónico esférico y el cambio del coeficiente $\overline{C}_{2,0}$ utilizando los valores obtenidos a partir de la técnica SLR, tal como se resume en la tabla 3.3.

3.3 Contenido de agua en superficie GLDAS

3.3.1 Los sistemas LDAS

La componente de superficie terrestre del ciclo hidrológico es un factor fundamental que interviene en los procesos atmosféricos y climatológicos en la Tierra. El conocimiento de la variabilidad de los ciclos hídricos y energéticos, tanto a nivel espacial como temporal, es crítico para comprender la interacción entre la superficie terrestre y la atmósfera así como el impacto de los procesos en la superficie terrestre en el clima. Debido a la gran importancia para las predicciones meteorológicas y climatológicas que tiene conocimiento preciso de estos procesos de interacción, muchos centros de predicción meteorológica que utilizan modelos numéricos de predicción meteorológica (NWP)¹⁴ han incorporado en sus metodologías de trabajo los modelos de superficie. Sin embargo, los errores de los modelos numéricos de predicción meteorológica en relación a las estimaciones de acumulación de agua y energía en la superficie terrestre, han derivado en estimaciones y predicciones incorrectas respecto a la acumulación de agua y energía en el suelo así como los procesos relacionados (NASA 2015).

Para evitar estas deficiencias, una metodología en desarrollo por parte de la NASA es la implementación del sistema de asimilación de datos terrestres (LDAS)¹⁵, que consiste en un modelo de superficie terrestre desvinculado de los modelos atmosféricos y ajustado con observaciones reales. Por tanto, una característica importante es que el modelo LDAS no está afectado por los errores generados por los modelos numéricos de predicción meteorológica. En el desarrollo del LDAS se utilizan los esquemas de transferencia entre la vegetación y la atmósfera (SVATS)¹⁶ desarrollados por NOAA (*National Oceanic and Atmospheric Administration*, Estados Unidos), NASA/GSFC (*NASA's Goddard Space Flight Center*, Estados Unidos), NCAR (*National Center for Atmospheric Research*, Estados Unidos) y las universidades de Princeton y Washington (Estados Unidos) con resolución de 0.25° a

¹⁴Del inglés *Numerical Weather Prediction*.

¹⁵Del inglés *Land Data Assimilation System*.

¹⁶Del inglés *Surface Vegetation Atmosphere Transfer Schemes*.

escala global. En el sistema LDAS se han utilizado datos desde enero de 1979 y continua ejecutándose prácticamente en tiempo real con los datos de precipitaciones, observaciones de satélites y de radares y los datos de los modelos de predicción numérica. Los parámetros del modelo de superficie terrestre son derivados de mapas existentes de alta resolución con información de la cobertura y la vegetación del suelo en todo el planeta. Los resultados del sistema LDAS pueden ser utilizados en aplicaciones relacionadas con el análisis de recursos hídricos, modelos numéricos de predicción meteorológica, estudios sobre los ciclos hídricos y energéticos en la superficie terrestre, así como base para la interpretación de observaciones tomadas tanto desde tierra como por satélites. Eventualmente las observaciones (tanto en tierra como por satélite) como la humedad del suelo, la temperatura o la cobertura de nieve, así como la información de los flujos de transferencia de energía y agua como la evaporación o la temperatura también se pueden utilizar para validar y ajustar las predicciones realizadas por el LDAS.

3.3.2 El sistema GLDAS

El Sistema Global de Asimilación de Datos del Suelo o GLDAS¹⁷ es el proyecto de la NASA dentro del desarrollo del sistema LDAS para la generación de un sistema de información de los estados del suelo como son la humedad o la temperatura, así como sus flujos de transferencia de masa, energía y momento con la atmósfera (Rodell y col. 2004) a nivel global. Esta información es de gran importancia y utilidad para un mejor entendimiento y predicción de la climatología y meteorología en la Tierra, lo cual tiene un impacto directo en áreas fundamentales para las personas como la producción agrícola o la prevención de inundaciones entre muchos otros.

Tal y como se expone en Rodell y col. 2004, GLDAS utiliza varios modelos del suelo junto con observaciones tomadas en tierra o de forma remota a través de satélites o sistemas de radares. Actualmente los modelos de suelo empleados por GLDAS son¹⁸:

- Modelo *Common Land* (CLM).
- Modelo *Mosaic*.
- Modelo NOAH (*National Centers for Environmental Prediction/Oregon State University/Air Force/Hydrologic Research Lab*).
- Modelo *Variable Infiltration Capacity* (VIC).

Además de los modelos de suelo, GLDAS utiliza entre otros parámetros como:

¹⁷Del inglés *Global Land Data Assimilation System*.

¹⁸Para más información ver la nota técnica de GLDAS de mayo de 2015 disponible en <ftp://hydro1.sci.gsfc.nasa.gov/data/s4pa/GLDAS/README.GLDAS2.pdf>

- Mapas de clasificación de la vegetación.
- Mapas de clasificación y composición del suelo.
- Modelos de elevaciones y pendientes a partir de mapas topográficos.
- Temperatura y humedad de la superficie terrestre observada remotamente.
- Cobertura de nieve en la superficie terrestre.
- Modelos de previsión meteorológica.
- Información de precipitaciones obtenida por satélites.
- Radiación solar.

Toda la información es procesada mediante las herramientas informáticas desarrolladas en el proyecto GLDAS, proporcionando como resultado un histórico de información que incluye tanto datos observados como simulaciones.

Los datos proporcionados por GLDAS están disponibles en forma de mallas de coordenadas geográficas con resoluciones de 1° y 0.25° , cubriendo todas las masas de tierra firme de la superficie terrestre al norte de los 60° de latitud sur.

Como en el caso de LDAS mencionado en 3.3.1, el intervalo de tiempo cubierto por los datos utilizados por GLDAS empieza el 1 de enero de 1979 hasta la actualidad. Los datos se encuentran disponibles con resolución temporal de 15 minutos.

Una de las características importantes de GLDAS es que los modelos de suelo utilizados incluyen distintas capas a diferentes profundidades. Las profundidades máximas dependen de los modelos pero en ningún caso superan los 3.5 metros de profundidad. Esto significa que la información de la hidrología subterránea no está presente en su totalidad en los datos proporcionados por GLDAS lo cual debe tenerse en cuenta en las comparaciones con las datos de lámina de agua derivados de GRACE.

3.3.3 Disponibilidad de datos de contenido de agua en superficie a partir de GLDAS

En este trabajo se emplean los datos de contenido de agua en superficie obtenidos a partir de las simulaciones generadas por GLDAS. En concreto se ha seleccionado la simulación de contenido de agua en superficie generada con el modelo de suelo NOAH 2.7.1 (Rodell y col. 2007). Esta información está disponible en mallas de resolución de $1^\circ \times 1^\circ$ y comprenden el periodo de tiempo desde 1979 hasta la actualidad. La resolución temporal es mensual. Debido a que el sistema no es capaz de simular las masas y los flujos de hielo las regiones de la Antártida y

Groenlandia están excluidas (Syed y col. 2008) tal y como se representa en la imagen de ejemplo de 3.5.

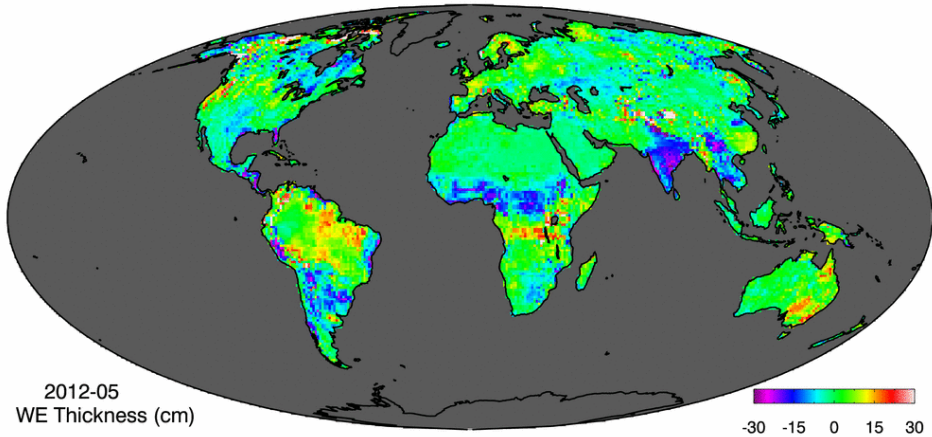


Figura 3.5: Información del contenido de agua en la superficie terrestre en mayo de 2012 obtenida a partir de los datos GLDAS (*TELLUS GLDAS AND WATER CONTENT IMAGES. Ver. 1. PO.DAAC, CA, USA.*).

Los datos con las soluciones mensuales están disponibles para su descarga en forma de ficheros de texto, aptos para ser leídos por MATLAB, a través del servidor FTP ftp://podaac-ftp.jpl.nasa.gov/allData/tellus/L3/gldas_monthly/ascii/. El periodo de datos disponibles en este caso comprende desde enero de 2001 hasta la actualidad.

El ejemplo de la tabla 3.6 es un fichero de texto con la solución mensual de contenido de agua en superficie de febrero de 2001. El fichero está organizado en forma de malla de coordenadas geográficas de resolución $1^\circ \times 1^\circ$ en el que la primera columna representa la longitud, la segunda columna la latitud y la tercera el valor de contenido de agua en centímetros. En las zonas donde el modelo no tiene información de contenido de agua en superficie (superficies marina, Antártida y Groenlandia) el valor de referencia es 32767.0 cm.

Estos ficheros son pre-procesados para convertirlos en matrices de texto ordenadas por filas y columnas, donde las filas representan las latitudes, las columnas las longitudes y los elementos de la matrices representan el valor de contenido de agua en superficie. Estas ficheros en forma de matriz son los que posteriormente se importan en MATLAB para el procesamiento de las series temporales.

```
HDR AKHFORMAT016 NHEADER_ROWS=19
HDR THIS_FILE=/acc1/vzraid2/vz11/zqu/data/GLDAS/matlab/data/ascii/2001/GLDAS_NOAH10_M.A200102.totalH2O.txt
HDR VARIABLE=TOTAL WATER CONTENT, GLDAS_NOAH
HDR UNIT=cmH2O
HDR TIME_MEAN_REMOVED=/acc1/vzraid2/vz11/zqu/NOAH_sums/GLDAS_NOAH10SUBP_3H.Aavg_2003_2007.txt
HDR TIME_YMD=2001-02-16 T 00:00:00
HDR DAYS_FROM_2002_01_01=-319
HDR LON1_NLONS_DLON= 0.50 360 1.00
HDR LAT1_NLATS_DLAT= -89.50 180 1.00
HDR CENTER/RELEASE=GLDAS_NOAH10SUBP_3H.A
HDR POSTPROCESS1=1_MONTH_AVG-5_YEAR_AVG
HDR FillValue=32767.0
HDR POSTPROCESS2=NONE
HDR FILTER=NONE
HDR FILTER_PARAMS_WIDTH_KM=NONE
HDR FILTER_PARAMS_MAXDEG=NONE
HDR MASK=LAND ONLY (GODDARD) + PERMAFROST REMOVED (NC SI)
HDR FORMAT=(f7.2,1x,f6.2,1x,f9.3) ; LON LAT VALUE
HDR DATE_CREATION=2014-02-20 T 20:54:12
0.50 -89.50 32767.000
1.50 -89.50 32767.000
2.50 -89.50 32767.000
(...)
29.50 10.50 15.958
30.50 10.50 19.733
31.50 10.50 20.920
(...)
```

Tabla 3.6: Ejemplo de un fichero mensual con datos de contenido de agua en superficie a partir de GLDAS.

Capítulo 4

Estrategia de análisis y cálculo

En este capítulo se hace una descripción detallada del método de análisis y cálculo seguido en esta tesis con los datos descritos en el capítulo 3. Cada etapa del proceso de cálculo es debidamente justificada a partir de los fundamentos teóricos expuestos en el capítulo 1.2 o las referencias de trabajos previos resumidos en la introducción del capítulo 1.

4.1 Introducción

La estrategia de cálculo que se describe en este capítulo tiene como objetivo eliminar en la medida de lo posible la influencia que producen las variaciones de carga hidrológica en las alturas elipsoidales observadas por GNSS en estaciones de referencia utilizadas en este trabajo. Las variaciones de carga hidrológica están producidas por la acumulación de agua tanto en la superficie terrestre como en el subsuelo, lo que produce desplazamientos de masa verticales, tanto ascendentes como descendentes. Estos movimientos son perceptibles por dos técnicas de observación independientes como son el GNSS y GRACE, lo que permite comparar las observaciones de ambas técnicas y minimizar la influencia de errores sistemáticos inherentes a las técnicas de observación.

Para ello se emplea el análisis espectral como herramienta básica de trabajo ya que al transformar las series temporales al dominio de las frecuencias es posible determinar patrones de señales comunes que obedecen a un mismo fenómeno físico como el descrito anteriormente. El proceso que se describe con detalle en los siguientes puntos, se puede resumir de forma esquemática en las siguientes etapas:

1. Preparación de las series temporales para que tengan periodos de observación y frecuencias de muestreo comunes.
2. Eliminación de las tendencias lineales en las series temporales.
3. Identificación de patrones de señales comunes en las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE mediante análisis de espectros de amplitudes y potencias así como correlaciones cruzadas y comparación con las series temporales de lámina de agua GRACE y contenido de agua en el suelo GLDAS.
4. Filtrado de las señales comunes identificadas de las series temporales de altura elipsoidal aplicando la propiedad de *linealidad* de las transformadas de Fourier.
5. Evaluación de las series temporales de altura elipsoidal filtradas comparándolas con las originales mediante estimadores como la reducción del error medio cuadrático ponderado ($\Delta WRMS$).

4.2 Preparación de las series temporales

4.2.1 Preparación de los datos GNSS

Los datos GNSS se importan en forma de fichero de texto individuales para cada estación. Cada fichero consta de 7 columnas en las que se encuentra la información relativa a la solución semanal de la 1ª Campaña de Reprocesado de datos IGS de dicha estación. En concreto las columnas se organizan de la siguiente forma: número de semana GPS, coordenadas X , Y y Z cartesianas geocéntricas y estimación de errores σX , σY y σZ .

En la tabla 4.1 se muestra fragmento de ejemplo con datos GNSS correspondientes a la estación BRAZ (Brasilia, Brasil).

```
(...)  
1287 4115014.0797 -4550641.5608 -1741443.9582 0.0005 0.0005 0.0003  
1288 4115014.0789 -4550641.5597 -1741443.9578 0.0005 0.0005 0.0003  
1289 4115014.0813 -4550641.5614 -1741443.9575 0.0005 0.0005 0.0003  
1290 4115014.0811 -4550641.5626 -1741443.9569 0.0005 0.0006 0.0003  
1291 4115014.0820 -4550641.5622 -1741443.9570 0.0005 0.0005 0.0003  
1292 4115014.0823 -4550641.5636 -1741443.9565 0.0005 0.0006 0.0003  
(...)
```

Tabla 4.1: Ejemplo de la serie temporal de datos GNSS en la estación BRAZ.

El proceso inmediato es la transformación de las coordenadas cartesianas geocéntricas a formato geodésico (latitud, longitud y altura elipsoidal). También se realiza la transformación de los errores de las coordenadas cartesianas geocéntricas para expresarlos en forma de errores de coordenadas geográficas. Este proceso se hace mediante el empleo de la matriz jacobiana de las funciones que expresan las transformaciones correspondientes entre las coordenadas cartesianas geocéntricas y coordenadas geográficas tal y como se expresa en la ecuación (4.1) (García-Asenjo y col. 2005).

$$\begin{pmatrix} d\varphi \\ d\lambda \\ dh \end{pmatrix} = J f_{X,Y,Z}^{\varphi,\lambda,h} \begin{pmatrix} dX \\ dY \\ dZ \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

En los procesos de transformación de coordenadas y errores se emplean los parámetros del elipsoide GRS-80 especificados en las convenciones IERS 2003 (McCarthy y col. 2004) e IERS 2010 (Petit y col. 2010) y detallados en la tabla 4.2.

Parámetro	Valor
Semieje mayor	$a = 6378137,0000$
Factor de achatamiento	$f = \frac{1}{298,257222101}$

Tabla 4.2: Parámetros básicos del elipsoide de referencia GRS-80.

El siguiente paso consiste en la corrección de los intervalos de tiempo en los que no existe información. Para ello se realiza una simple interpolación lineal con las épocas anterior y posterior. La intención de este proceso es únicamente rellenar los espacios de datos perdidos correspondientes a periodos cortos de tiempo para hacer que las series temporales sean regulares. De esta forma se podrá realizar posteriormente el análisis espectral aplicando técnicas de cálculo de la transformada de Fourier. La interpolación en casos donde la información perdida es de varios meses o años no resulta una herramienta útil para el análisis espectral y es preferible eliminar esa parte de la serie temporal antes que utilizarla en el análisis espectral.

Aunque este trabajo se centra en la componente vertical de las posiciones, para la representación gráfica de las series temporales las coordenadas geográficas se transforman a coordenadas planas en el horizonte local tal y como se muestra en la figura 4.1. Esto aporta mayor información sobre el comportamiento tridimensional de la estación de referencia analizada a lo largo del periodo de observación. Existen casos, como por ejemplo la estación CONZ (Concepción, Chile) representado en la figura 4.2 en el que se ve claramente que la serie temporal tiene discontinuidades.

Casos como éste son generalmente debidos a actividad sísmica en la región de la estación de referencia. La discontinuidad de CONZ se justifica por el terremoto sucedido el 27 de febrero de 2010¹, con epicentro a sólo 105 kilómetros al Concepción (Chile).

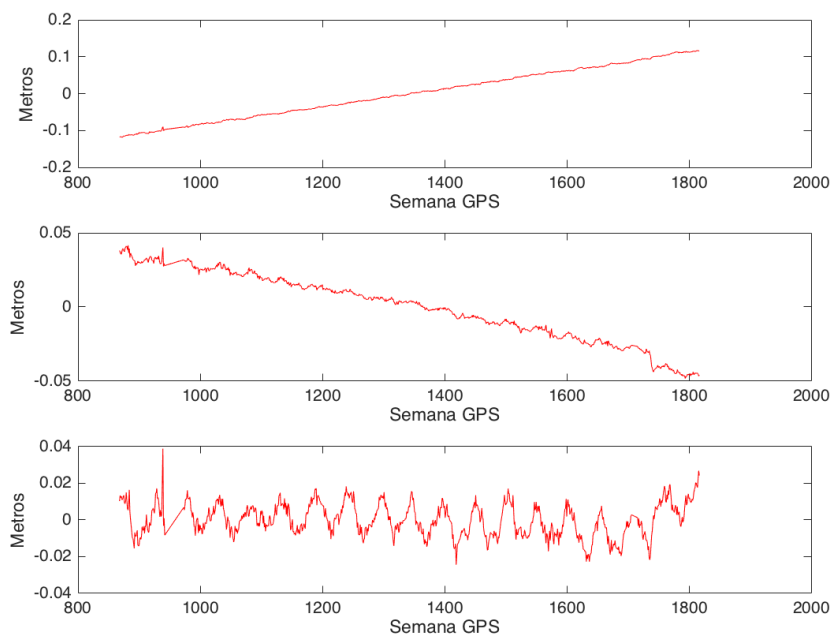


Figura 4.1: Desplazamientos de la estación BRAZ en sus componentes horizontales y vertical.

El paso siguiente en la preparación de los datos GNSS consiste en realizar el muestreo de las series temporales de altura elipsoidal para hacerlas comparables con las series temporales de carga hidrológica GRACE, lámina de agua GRACE y contenido de agua en superficie GLDAS. Como ya se explicó en el capítulo 3, los datos GNSS a partir de los que se obtiene las series temporales de altura elipsoidal contienen observaciones semanales, mientras que los datos derivados de GRACE y GLDAS empleados en este trabajo están disponibles de forma mensual.

Para realizar el muestreo de la series temporales de altura elipsoidal se toma como referencia la semana que contiene el día 15 de cada mes ya que se asume que tanto

¹Más información disponible en <http://earthquake.usgs.gov/earthquakes/eqinthenews/2010/us2010tfn/>.

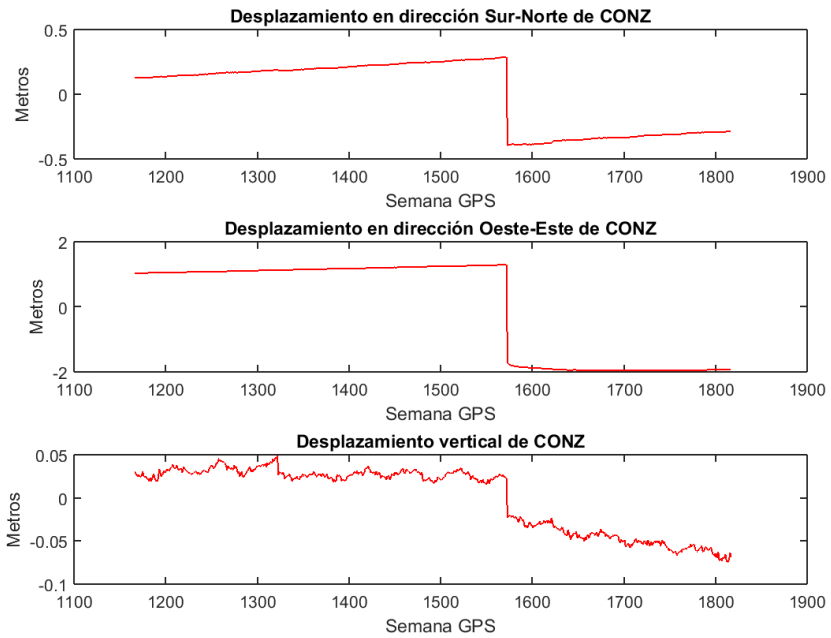


Figura 4.2: Desplazamientos de las estación CONZ en sus componentes horizontales y vertical.

los datos mensuales derivados de GRACE como los de GLDAS están referidos a la época media de cada mes. A partir de aquí se aplica la siguiente media móvil:

$$h_m = \frac{h_{s-2} + 2h_{s-1} + 4h_s + 2h_{s+1} + h_{s+2}}{10} \quad (4.2)$$

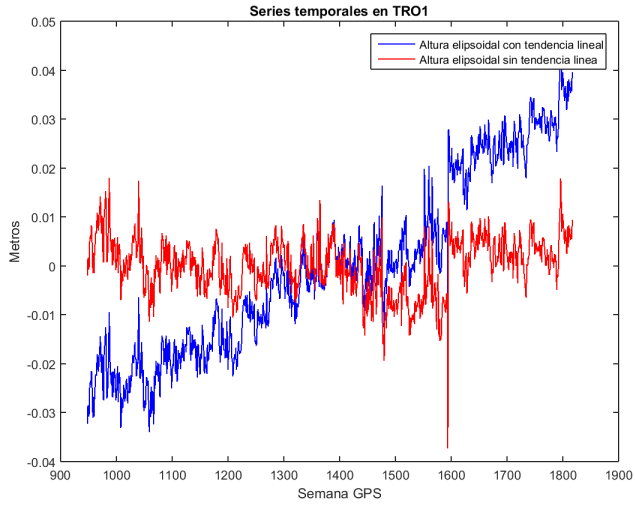
donde h_m es el valor medio de altura elipsoidal para el mes, h_s es el valor de altura elipsoidal de la semana central del mes obtenido de la serie temporal, h_{s-1} y h_{s+1} son los valores de alturas elipsoidales de las semanas anterior y posterior a la semana central del mes, y así sucesivamente.

A continuación, y para facilitar el proceso de análisis de las series temporales de las coordenadas GNSS, todas las series se centran en el valor medio de la serie. El proceso consiste simplemente en calcular la media aritmética de la serie y restarla a cada uno de los elementos de la misma.

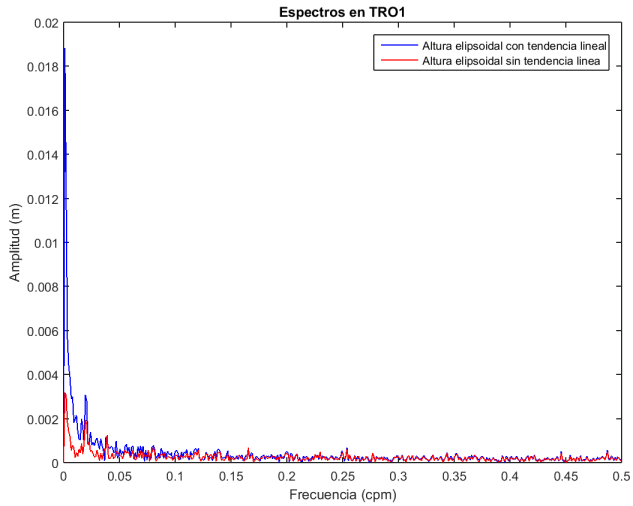
El último proceso en la preparación de datos GNSS consiste en la determinación de la tendencia lineal de las series temporales de altura elipsoidal. Este proceso se realiza mediante un ajuste por Mínimos Cuadrados de una función lineal del tipo $y(x) = ax + b$. Este es un paso importante para el posterior análisis espectral ya que las tendencias lineales de las series temporales son asimiladas como frecuencias de señales de un periodo muy largo, generalmente asociadas a fenómenos tectónicos o al rebote post-glacial, lo cual produce picos de amplitud muy elevados en frecuencias muy cerca de 0 (Goudarzi y col. 2013).

Para explicar este efecto se observan las figuras 4.3 que pertenecen a la estación TRO1 en Noruega, fuertemente afectada por el rebote post-glacial. Como se puede ver, la tendencia lineal que se observa en la figura 4.3 (a) se traduce en una señal con frecuencia muy próxima 0 y con una gran amplitud.

En este punto es importante recordar que, como se explica en el capítulo 1, los objetivos del trabajo se centran en el análisis de las variaciones periódicas de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE, no en el análisis de variaciones temporales lineales. Por tanto la eliminación de las tendencias lineales de las series temporales de altura elipsoidal (también carga hidrológica GRACE, lámina de agua GRACE y contenido de agua en superficie GLDAS como se describe en los siguientes puntos) no afecta a los mencionados objetivos.



(a) Series temporales de altura elipsoidal en la estación TRO1 con y sin tendencia lineal.



(b) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal en TRO1 con y sin tendencia lineal.

Figura 4.3: Ejemplo del efecto que genera la tendencia lineal de una serie temporal en su espectro de amplitudes.

4.2.2 Preparación de los datos de carga hidrológica GRACE

Al igual que en el caso de los datos GNSS, los datos de carga hidrológica son importados a partir de ficheros individualizados para cada estación de referencia tal y como se explica en el capítulo 3. En este caso los ficheros de datos únicamente contienen dos columnas y tiene la forma del ejemplo siguiente mostrado en la tabla 4.3.

```
(...)  
2007.2485 -12.27818020  
2007.3306 -12.28046700  
2007.4155 -12.28340610  
2007.4976 -12.28593900  
2007.5825 -12.28893800  
2007.6673 -12.29311770  
(...)
```

Tabla 4.3: Ejemplo de la serie temporal de datos de carga hidrológica GRACE en la estación BRAZ.

La primera columna corresponde a la época del dato de carga hidrológica GRACE en años decimales. Como los datos de carga hidrológica GRACE están disponibles de forma mensual se ha convenido referir los datos a la época central de cada mes. La segunda columna corresponde a los datos de carga hidrológica GRACE de la estación en metros. Las variaciones de la carga hidrológica GRACE son opuestas a las variaciones de altura elipsoidal, por ello y para facilitar la interpretación gráfica, las series temporales de carga hidrológica GRACE son representadas con signo opuesto al compararlas con las series temporales de altura elipsoidal. En la figura 4.4 se muestra un ejemplo de con la serie temporales de altura elipsoidal de BRAZ comparadas con la carga hidrológica GRACE son el signo original y el opuesto.

De igual modo se importan los ficheros individualizados por estación con la estimación de los errores de carga hidrológica GRACE a lo largo del período de observación. El formato de los ficheros es similar al de los datos de carga hidrológica GRACE como se puede ver en el ejemplo de la tabla 4.4.

El procesado previo de los datos de carga hidrológica GRACE y sus errores es más sencillo que en el caso de los datos GNSS. En este caso el proceso se inicia con la interpolación lineal de algunas épocas para las que no hay datos GRACE disponibles. Este proceso de interpolación se aplica tanto a los valores de carga como a los errores.

En segundo lugar se hace un centrado de las series temporales de carga hidrológica GRACE sobre el valor medio de las mismas. Este proceso se hace únicamente con los valores de carga, no así con sus errores.

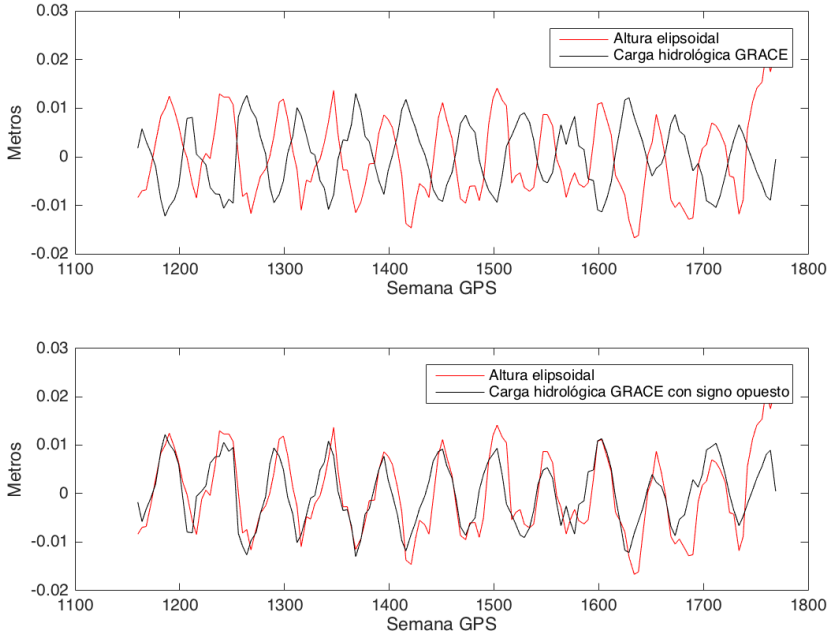


Figura 4.4: Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica en la estación BRAZ.

```
(...)  
2007.2485 -0.00003370  
2007.3306 -0.00003230  
2007.4155 -0.00003160  
2007.4976 -0.00003060  
2007.5825 -0.00003570  
2007.6674 -0.00003950  
(...)
```

Tabla 4.4: Ejemplo de la serie temporal de errores de carga hidrológica GRACE en la estación BRAZ.

Por último se procede a eliminar la tendencia lineal de las series temporales de carga hidrológica mediante un proceso de ajuste por Mínimos Cuadrados de una función lineal del tipo $y(x) = ax + b$ con el fin de eliminar su influencia durante la fase de análisis espectral de las series temporales.

4.2.3 Preparación de los datos de lámina de agua GRACE

Los datos de lámina de agua GRACE también están organizados en forma de ficheros individuales por cada estación de referencia con datos mensuales. Los ficheros contienen dos columnas y siguen el siguiente mostrado en el ejemplo de la tabla 4.5.

```
(...)  
2007.2485 -505.60550000  
2007.3306 -505.67210000  
2007.4155 -505.76760000  
2007.4976 -505.81090000  
2007.5825 -505.85450000  
2007.6674 -505.93850000  
(...)
```

Tabla 4.5: Ejemplo de la serie temporal de datos de lámina de agua GRACE en la estación BRAZ.

La primera columna corresponde a la época del dato de lámina de agua en años decimales. Al igual que con los datos de carga hidrológica están disponibles de forma mensual se ha convenido referir los datos a la época central de cada mes. La segunda columna corresponde a los datos de lámina de agua de la estación en metros.

La preparación de los datos de lámina de agua GRACE es idéntica que en el caso de los datos de carga hidrológica GRACE, excepto por la diferencia de que en este caso no se emplean los datos de error de las series temporales de lámina de agua GRACE. Los pasos seguidos son:

1. Interpolación lineal de las épocas en las cuales no hay datos GRACE (las mismas épocas que también son interpoladas en la carga hidrológica GRACE).
2. Centrado de las series de lámina de agua GRACE sobre el valor medio de cada una de las series.
3. Eliminación de la tendencia lineal a partir del ajuste por Mínimos Cuadrados de una función lineal del tipo $y(x) = ax + b$.

En la figura 4.5 se muestra el ejemplo del a estación BRAZ con la serie temporal de lámina de agua GRACE comparada con el resto de series temporales disponibles.

4.2.4 Preparación de los datos de contenido de agua en superficie GLDAS

Tal y como se explica en el capítulo 3, las series temporales de contenido de agua en superficie tiene su origen en las simulaciones generadas por GLDAS. Al igual que las series temporales derivadas de GRACE, los datos de contenido de agua en superficie GLDAS son organizados en forma de ficheros individuales por cada estación con datos mensuales. Las soluciones mensuales de contenido de agua en superficie derivadas de GLDAS vienen dadas en formato de matrices en ficheros de texto donde las columnas representan las longitudes y las filas las latitudes. A partir de las coordenadas geográficas medias obtenidas para cada estación de referencia a analizar según lo visto en el punto 4.2.1, se realiza un proceso de interpolación lineal en dos dimensiones con el que se generan nuevos ficheros de texto específicos para cada estación de referencia con las series temporales de contenido de agua en superficie GLDAS. El formato de dichos ficheros se muestra en el ejemplo de la tabla 4.6.

```
(...)  
2007.2485 4.25000000  
2007.3306 -1.45000000  
2007.4155 -7.89000000  
2007.4976 -13.04000000  
2007.5825 -16.55000000  
2007.6674 -19.38000000  
(...)
```

Tabla 4.6: Ejemplo de la serie temporal de datos de contenido de agua en superficie GLDAS en la estación BRAZ.

La primera columna sigue correspondiendo a la época del dato de contenido de agua en superficie en años decimales. La segunda columna está formada por los datos mensuales de contenido de agua en superficie en centímetros.

A diferencia de los datos derivados de GRACE o las series temporales de altura elipsoidal, las series temporales de contenido de agua en superficie están completas y no es necesario recuperar épocas perdidas mediante interpolación lineal. Por tanto los pasos a seguir en la preparación de las series temporales de contenido de agua en superficie GLDAS son los siguientes:

1. Conversión de los valores de contenido de agua en superficie GLDAS de centímetros a metros.

2. Centrado de las series de contenido de agua en superficie GLDAS sobre el valor medio de cada una de las series.
3. Eliminación de la tendencia lineal a partir del ajuste por Mínimos Cuadrados de una función lineal del tipo $y(x) = ax + b$.

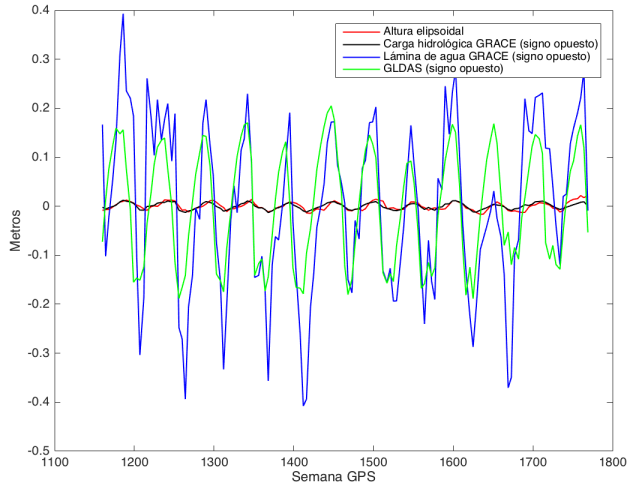
4.2.5 Comparación inicial de series temporales

Siguiendo el ejemplo de referencia de la estación BRAZ utilizado en este capítulo, en la figura 4.5 (a) se muestra la comparación gráfica de la serie temporal de contenido de agua en superficie con el resto de series temporales en el dominio del tiempo. En la figura 4.5 (b) se muestra otra comparación gráfica de las series temporales en la estación BRAZ, pero en este caso en el dominio de las frecuencias como espectros de amplitudes. De la observación de las dos figuras se puede determinar que:

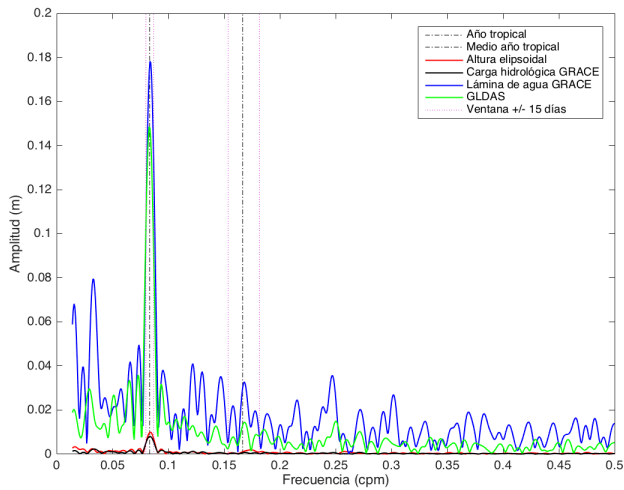
1. Las cuatro señales tienen un picos de amplitud muy próximos a la frecuencia $\frac{1}{12}$ ciclos por mes, es decir, las cuatro series temporales muestran claramente una señal de periodo anual que es visible también en el dominio del tiempo.
2. La amplitud de la señales anual de lámina de agua GRACE es superior a la señal anual de contenido de agua en superficie GLDAS. Esto es explicable por el hecho de que los modelos de superficie empleados por GLDAS no contienen información hidrológica en profundidades inferiores a los 3 metros aproximadamente tal y como se explica en el capítulo 3, mientras que la información de lámina de agua obtenida a partir de datos GRACE sí que contiene esta información.

En casos como la estación de referencia ALIC (Alice Springs, Australia), donde al contrario que en BRAZ la actividad hidrológica es mucho menor, este comportamiento de las series temporales se mantiene de forma similar aunque a menor escala. Las figuras 4.6 son un ejemplo en el que claramente se puede apreciar que, a pesar de la menor actividad hidrológica (las amplitudes de lámina de agua GRACE y contenido de agua en superficie GLDAS son menores), las señales anuales siguen siendo claramente perceptibles.

Aunque BRAZ y ALIC son dos ejemplos puntuales, se puede hacer una comparación similar a partir de los gráficos superpuestos de los espectros de amplitudes de altura elipsoidal (figura 4.7 (a)), carga hidrológica GRACE (figura 4.7 (b)), lámina de agua GRACE (figura 4.8 (a)) y contenido de agua en superficie GLDAS (figura 4.8 (b)) de todas las estaciones. De la observación de las cuatro figuras se puede apreciar claramente que en los cuatro tipos de series temporales existe una señal de frecuencia anual que claramente es superior al resto de señales en las series temporales. De esta forma se confirma que el origen de la señal anual detectada en las series temporales de carga hidrológica GRACE tiene que ser hidrológico ya

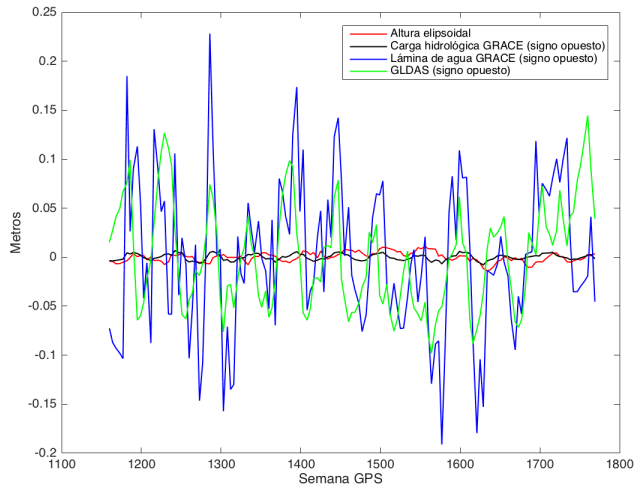


(a) Comparación de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica GRACE, lámina de agua GRACE y contenido de agua en superficie GLDAS en la estación BRAZ.

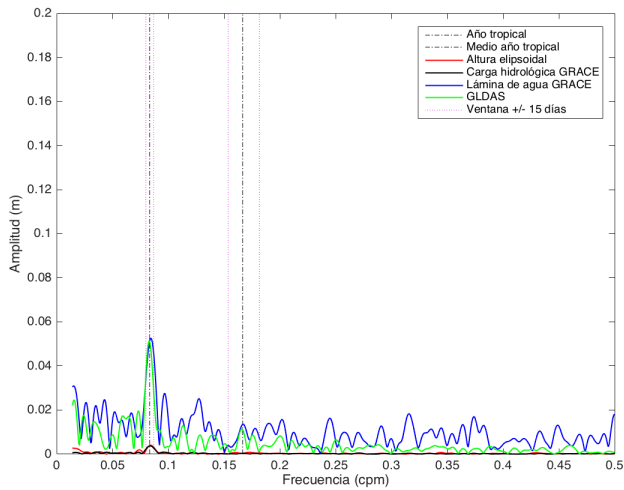


(b) Comparación de los espectros de amplitudes de altura elipsoidal, carga hidrológica GRACE, lámina de agua GRACE y contenido de agua en superficie GLDAS en la estación BRAZ.

Figura 4.5: Series temporales en BRAZ representadas en el dominio del tiempo y en el dominio de las frecuencias como espectros de amplitudes.



(a) Comparación de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica GRACE, lámina de agua GRACE y contenido de agua en superficie GLDAS en la estación ALIC.



(b) Comparación de los espectros de amplitudes de altura elipsoidal, carga hidrológica GRACE, lámina de agua GRACE y contenido de agua en superficie GLDAS en la estación ALIC.

Figura 4.6: Series temporales en ALIC representadas en el dominio del tiempo y en el dominio de las frecuencias como espectros de amplitudes.

que las series temporales de contenido de agua en superficie a partir de GLDAS así lo corrobora.

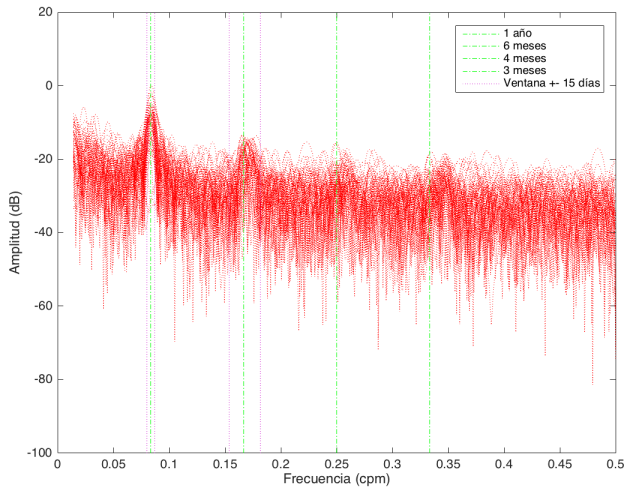
Además de las señales anuales debido a las variaciones hidrológicas, las señales anuales detectadas en las series temporales de altura elipsoidal (figura 4.7 (a)) contienen otras señales cuyo origen no es hidrológico. Como se señala en Ray y col. 2008, en las series temporales GPS existe una anomalía en forma de señal periódica con 1.040 ciclos por año que no es observable en su totalidad por otras técnicas como VLBI o SLR, ni tampoco es explicable en su totalidad por los efectos de la carga geofísica debidos a la presión atmosférica, presión del fondo oceánico o variaciones en las reservas hidrológicas continentales. La hipótesis que se propone en Ray y col. 2008 es que dicha señal es consecuencia de errores sistemáticos en la observación GNSS ya que coincide con el ciclo de repetición de la constelación GPS o año draconítico GPS.

El periodo Chandler o bamboleo Chandler es otra componente que también puede tener influencia en las señales anuales detectadas en las series temporales de altura elipsoidal. En Collilieux y col. 2007 se han detectado varias señales situadas entre las frecuencias 0.75 ciclos por año y 0.90 ciclos por año, presentes en GNSS, SLR y VLBI. En Bogusz y col. 2015 se propone que estas señales sean consecuencia del periodo Chandler, que tendría más influencia en islas y zonas costeras.

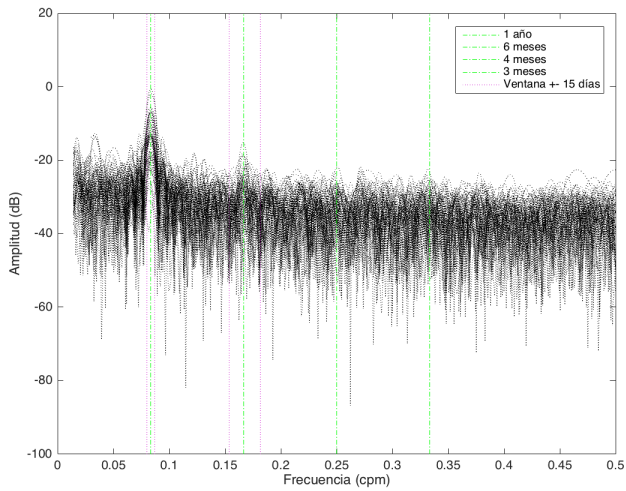
De los tres tipos de componentes que estarían presentes en las señales anuales detectadas en las series temporales de altura elipsoidal, las variaciones relacionadas con ciclos hidrológicos o el año tropical son las que tendría una mayor influencia, llegando hasta los 8 milímetros. El año draconítico tendría una influencia de hasta 2 milímetros, mientras que el periodo Chandler estaría entorno a 1 milímetro (Bogusz y col. 2015).

Como se explica a lo largo de esta sección, los datos de series temporales empleados en este trabajo tienen una resolución mensual, lo que fuerza a utilizar también datos de resolución mensual con las series temporales de datos GNSS. Por este motivo es previsible que las señales anuales detectadas en los espectros de amplitudes de series temporales de altura elipsoidal sean una combinación de componentes con origen hidrológico, con origen en el año draconiano GPS y con origen en el periodo Chandler.

Además de la señal anual, en los espectros de amplitudes de altura elipsoidal de la figura 4.7 (a) también se aprecia una segunda señal que coincide con la frecuencia de 1 ciclo cada 6 meses. Esta señal es un alias de la señal anual visible (Ray y col. 2008 y Bogusz y col. 2015) cuya amplitud es proporcional a dicha señal anual. En los espectros de amplitudes de las series temporales de carga hidrológica y lámina de agua GRACE (figuras 4.7 (b) y 4.8 (a)) también se puede apreciar ligeramente su presencia, al igual que en el caso del contenido de agua en superficie GLDAS (figura 4.8 (b)).

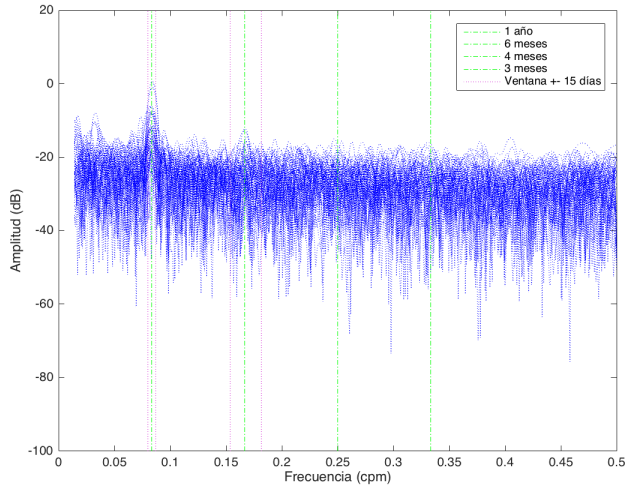


(a) Altura elipsoidal.

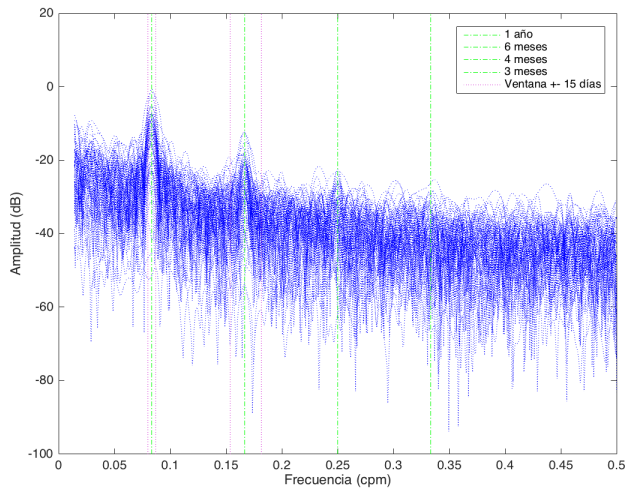


(b) Carga hidrológica GRACE.

Figura 4.7: Espectros de amplitudes superpuestos de todas las estaciones de referencia mostrados en decibelios con respecto a una señal de referencia con amplitud de 0.010 metros.



(a) Lámina de agua GRACE.



(b) Contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura 4.8: Espectros de amplitudes superpuestos de todas las estaciones de referencia mostrados en decibelios con respecto a una señal de referencia con amplitud de 0.200 metros.

4.3 Transformada de Fourier de las series temporales

La Transformada Rápida de Fourier o FFT² es un algoritmo de cálculo de la Transformada de Fourier Discreta o DFT³. El algoritmo empleado por MATLAB se basa en el trabajo desarrollado por Cooley y col. 1965 y su posterior implementación en forma de algoritmos de cálculo para aplicaciones informáticas por Frigo y col. 1998⁴.

Con la función `fft` de MATLAB se puede calcular la transformada de Fourier Y de un vector x que representa a una serie temporal. La sintaxis del comando es `Y=fft(x,N)`, donde N es el número de elementos del vector transformada de Fourier Y . Si no se especifica ningún valor (mediante la sintaxis `Y=fft(x)`) por defecto MATLAB asigna a N el valor del número de elementos del vector x .

Para una mejor comprensión del proceso, los vectores con las transformadas de Fourier de las series temporales pueden ser representados gráficamente en forma de espectros de amplitudes. Como se explica en el capítulo 2, cada elemento del vector de la transformada de Fourier de una serie temporal representa la frecuencia de una señal $s_k(t)$ contenida en dicha serie con la forma:

$$s_k(t) = A_k \cos(\omega_k t + \theta_k) \quad (4.3)$$

donde A_k es la amplitud de la señal, ω_k es la frecuencia y θ_k es la fase inicial. Por tanto, conocidos los elementos complejos del vector de la transformada de Fourier de la serie temporal, la amplitud A_k de la señal $s_k(t)$ se puede obtener como:

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad (4.4)$$

La figura 4.5 (b) muestra los espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica GRACE, lámina de agua GRACE y contenido de agua en superficie GLDAS en la estación BRAZ. En las figuras 4.11 se muestra solamente el detalle de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE con sus errores, junto con sus espectros de amplitudes.

Si la serie temporal definida por x , con N elementos tiene una frecuencia de muestreo ω_s , entonces las frecuencias en la transformada de Fourier estarán espaciadas entre ellas a intervalos de $\frac{\omega_s}{N}$. Aquellas señales en la serie temporal definida por x cuyas frecuencias coincidan con los nichos de frecuencia⁵ separados intervalos de

²Del inglés *Fast Fourier Transform*

³Del inglés *Discrete Fourier Transform*

⁴<http://www.fftw.org>

⁵Traducción libre del concepto *frequency bins* habitual en la literatura escrita en inglés.

$\frac{\omega_s}{N}$ podrán ser resueltas con precisión, es decir, se podrá conocer con precisión su amplitud, fase o potencia.

Sin embargo ocurre lo contrario con las señales cuyas frecuencias no coinciden con los mencionados nichos de frecuencia de la transformada de Fourier Y , y por tanto sus amplitudes no pueden ser estimadas con precisión ya que la energía de estas señales se diluye en las frecuencias contiguas.

La técnica *zero padding* permite minimizar este problema y puede ser utilizada para mejorar la definición de las amplitudes de las señales presentes en una serie temporal. El principio es relativamente sencillo y consiste en calcular la transformada de Fourier del vector x utilizando un número de elementos M que sea un número entero y múltiplo del tamaño del vector x definido anteriormente como N . Es decir, $M = aN$ siendo a un número mayor que 1 y M un número entero.

De esta forma en la práctica se consigue reducir el intervalo de frecuencias (pasando de $\frac{\omega_s}{N}$ a $\frac{\omega_s}{M}$) o separación de los nichos de frecuencias en la transformada de Fourier Y . Por tanto habrá un mayor número de señales en x que podrán ser definidas con precisión siempre y cuando estén dentro del grupo de señales que pueden ser resueltas a partir del número de muestras y frecuencia de muestreo de la serie temporal. Es importante recordar que la técnica de *zero padding* no incrementa la resolución de frecuencias de señales que pueden ser detectadas, ya que el número de muestras sigue siendo el mismo en la serie temporal y la frecuencia mínima detectable sigue cumpliendo los criterios del teorema de Nyquist-Shannon como se explica en el capítulo 2. La utilidad de esta técnica reside en obtener una mayor precisión en la definición de las amplitudes de las señales que como se verá posteriormente se representan mediante gráficos de espectros de amplitudes.

La técnica de *zero padding* se puede explicar de forma sencilla con un ejemplo como el las figuras 4.9 (a) y (b). Supóngase que se tiene una sencilla serie temporal sintética de alturas elipsoidales definida por la ecuación $y(t) = A\cos(2\pi\omega t)$, que ha sido observada durante 10 años con una observación por mes. La amplitud de la señal es $A = 0,010$ metros, y la frecuencia de la señal es $\omega = 0,95$ años por ciclo, lo que representaría un ciclo cada 11,4 meses.

Se puede observar en 4.9 (a) que si no se aplica *zero padding* la definición de la amplitud de la señal pierde precisión porque la energía de la señal no se concentra en ninguno de nichos de frecuencias definidos por el muestreo de la serie temporal. La amplitud observada es de aproximadamente 6,5 milímetros metros en lugar de los 10,0 milímetros teóricos, lo que supone una diferencia de aproximadamente el 35%.

Aplicando la técnica de *zero padding* con un factor de 10 ($M = 10N$, siendo N el número de elementos de la serie temporal), se puede comprobar en la figura 4.9 (b) que la amplitud de la señal que corresponde con la frecuencia 0,95 años por

ciclo sí que coincide con el valor teórico de 10,0 milímetros. Sin embargo, tanto en el gráfico 4.9 (a) como en 4.9 (b) se puede ver que los picos no coinciden con la frecuencia teórica de 0,95 años por ciclo, ya que como se dijo antes *zero padding* no mejora la resolución de las frecuencias.

En la figura 4.10 se muestra un ejemplo de la serie temporal de alturas elipsoidales en la estación BRAZ, sobre la que se ha calculado los espectros de amplitudes a partir de transformadas de Fourier sin *zero padding* y con *zero padding*.

El cálculo de la transformada rápida de Fourier se realiza de forma sistemática en cada estación de referencia analizada. De cada una de las cuatro series temporales analizadas por estación (altura elipsoidal, carga hidrológica GRACE, lámina de agua GRACE y contenido de agua en superficie GLDAS) se obtiene como resultado un vector con el mismo número de elementos que la serie temporal que le da origen y cuyos elementos están formados por números complejos con la forma $a + bi$.

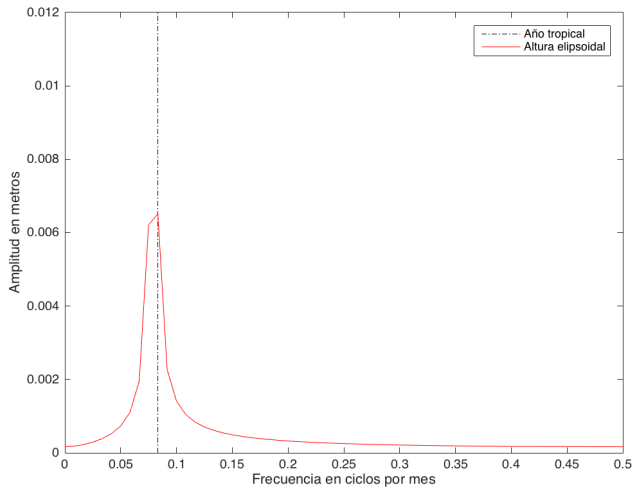
En la figura 4.12 se muestra gráficamente el análisis de correlaciones cruzadas entre la altura elipsoidal y la carga hidrológica. Como se aprecia, las amplitudes máximas que corresponden con señales anuales de las series temporales, se dan en el centro del gráfico, lo que significa que no hay prácticamente diferencia temporal o retraso entre entre dichas señales y confirma lo ya visto en las representaciones gráficas en el dominio del tiempo (figura 4.11 (a)) y en el dominio de las frecuencias (figura 4.11 (b)).

El proceso de cálculo de transformadas de Fourier se aplica de forma sistemática a las series temporales de todas las estaciones de referencia analizadas. Esto da lugar al siguiente paso en el análisis que consiste en el filtrado.

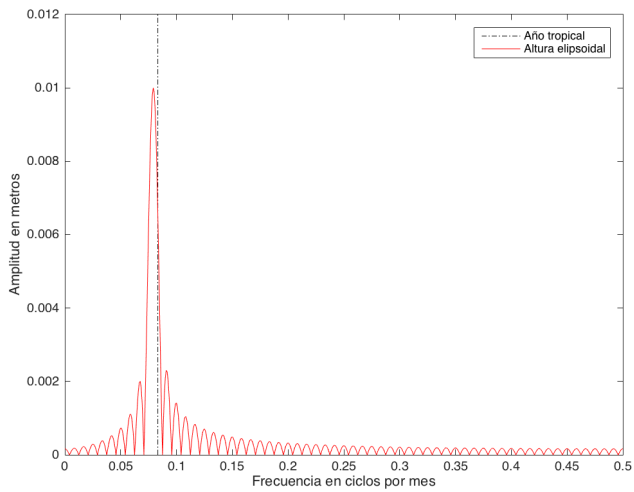
4.3.1 Influencia de la duración de las series temporales en el análisis espectral

En el capítulo 2 se explica con un ejemplo sencillo la influencia que tiene el truncado de una señal continua de duración infinita a un tiempo de observación finito. Se demuestra que a mayor tiempo de observación, la definición espectral de la señal mejora. A continuación se hace una demostración con datos reales correspondientes a las estaciones de referencia BRAZ y ALIC que permite entender cómo afecta la duración de una serie temporal a la definición de dicha serie temporal en el dominio de las frecuencias. En este caso las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE de BRAZ y ALIC se han recortado para formar nuevas series con duración entre 2 y 11 años. Con cada una de estas series se ha calculado la transformada de Fourier para obtener los espectros de amplitudes que se muestran en los gráficos de las figuras 4.13 y 4.14.

En las tablas 4.7 y 4.8 se muestra analíticamente las amplitudes máximas detectadas en la serie temporal de alturas elipsoidales y carga hidrológica GRACE

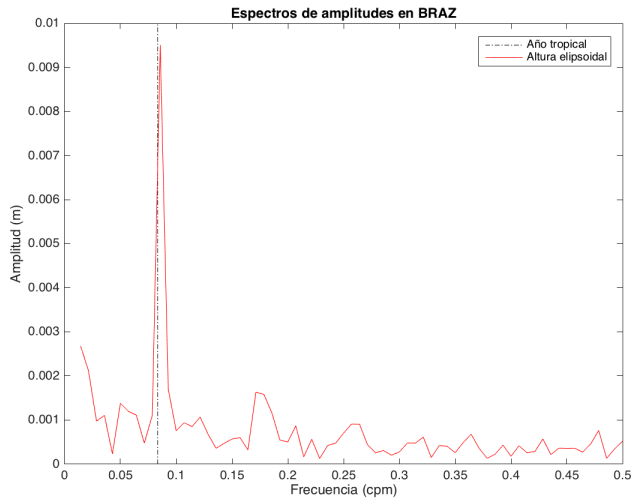


(a) Espectro de amplitudes calculado a partir de la transformada de Fourier con de la serie temporal de alturas elipsoidales sin *zero padding*.

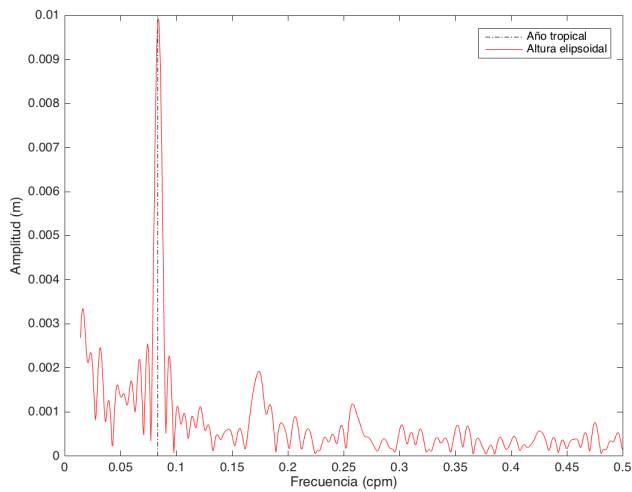


(b) Espectro de amplitudes calculado a partir de la transformada de Fourier con de la serie temporal de alturas elipsoidales con *zero padding* con un factor $\times 10$.

Figura 4.9: Ejemplos de espectros de amplitudes aplicando la técnica *zero padding* con la transformada de Fourier.

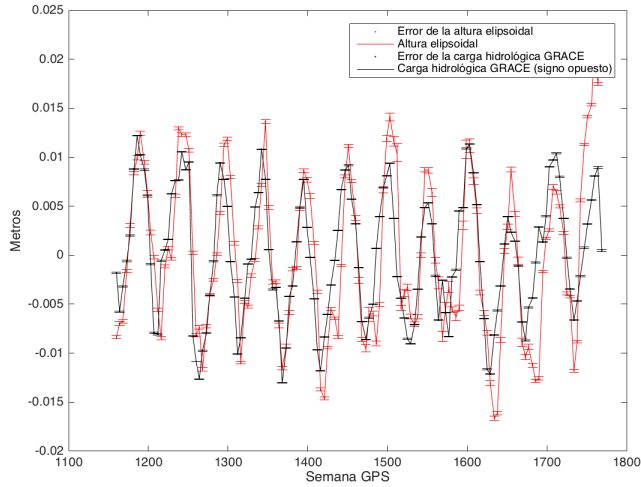


(a) Espectro de amplitudes de BRAZ calculado a partir de la transformada de Fourier con de la serie temporal de alturas elipsoidales sin *zero padding*.

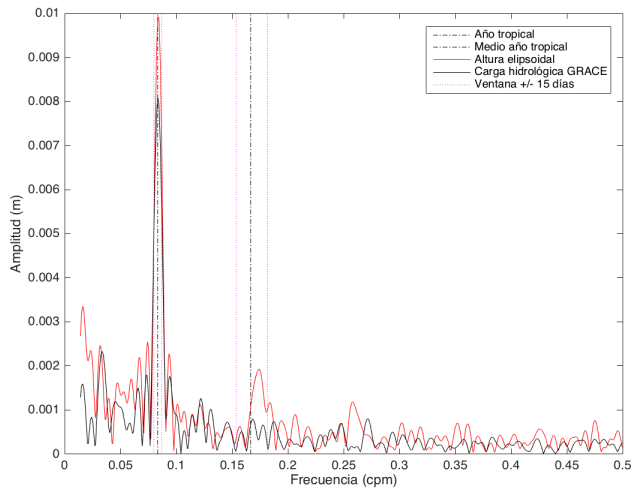


(b) Espectro de amplitudes de BRAZ calculado a partir de la transformada de Fourier con de la serie temporal de alturas elipsoidales con *zero padding* con un factor $\times 10$.

Figura 4.10: Ejemplos de espectros de amplitudes aplicando la técnica *zero padding* con la transformada de Fourier en la estación de referencia BRAZ.



(a) Detalle de la comparación de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE en la estación BRAZ.



(b) Detalle de la comparación de los espectros de amplitudes de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE en la estación BRAZ.

Figura 4.11: Series temporales en BRAZ representadas en el dominio del tiempo y en el dominio de las frecuencias como espectros de amplitudes.

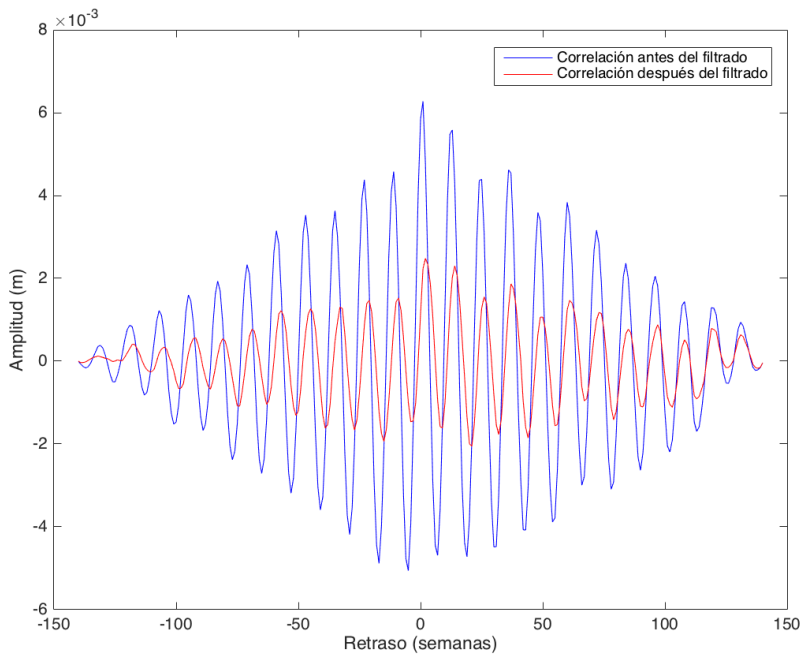


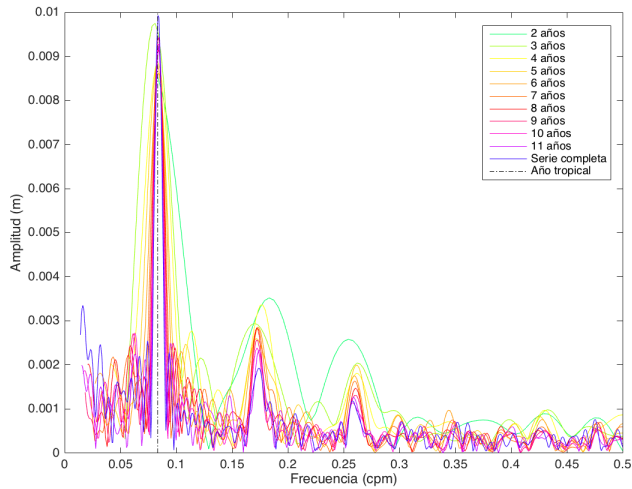
Figura 4.12: Correlación cruzada de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica en la estación BRAZ.

de la estación de referencia BRAZ y su frecuencia. Igualmente, las tablas 4.9 y 4.10 muestran las amplitudes máximas detectadas en la serie temporal de alturas elipsoidales y carga hidrológica GRACE de la estación de referencia ALIC y su frecuencia.

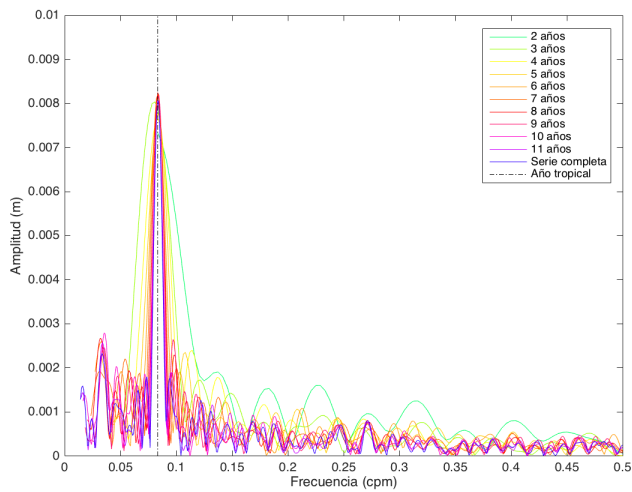
Como se aprecia tanto en las figuras 4.13 y 4.14 como en las tablas 4.7, 4.8, 4.9 y 4.10, la convergencia de los espectros de amplitudes alcanza una estabilidad suficiente cuando las series temporales tienen duraciones de más de 8 ó 9 años, tanto en el caso de las alturas elipsoidales observadas por GNSS como la carga hidrológica GRACE. Además este comportamiento es similar en estaciones de referencia con comportamientos tan diferentes como BRAZ y ALIC como se explica en el capítulo 5. El hecho de poder contar con series temporales de larga duración de datos GNSS y especialmente GRACE, permite eliminar incertidumbres en el análisis espectral de series temporales, derivadas del empleo de series con duración insuficiente. En otras palabras, gracias al empleo de series temporales de larga duración, la definición de las transformadas de Fourier de dichas series es mayor. Por tanto cualquier operación en la que se empleen las transformadas de Fourier, como por ejemplo el filtrado que se explica en el apartado 4.4, tendrá necesariamente mayor precisión.

Duración de la serie	Amplitud máxima (mm)	Frecuencia (ciclos por mes)
2 años	8.7	$\frac{1}{12,6}$
3 años	9.7	$\frac{1}{12,3}$
4 años	8.9	$\frac{1}{12,0}$
5 años	8.8	$\frac{1}{12,0}$
6 años	8.6	$\frac{1}{12,0}$
7 años	9.1	$\frac{1}{12,0}$
8 años	9.1	$\frac{1}{11,8}$
9 años	9.4	$\frac{1}{11,8}$
10 años	9.3	$\frac{1}{11,9}$
11 años	9.2	$\frac{1}{11,9}$
Serie completa (11.6 años)	9.9	$\frac{1}{11,9}$

Tabla 4.7: Amplitudes máximas y sus respectivas frecuencias en las series temporales de altura elipsoidal de duración variable en BRAZ.



(a) Series temporales de altura elipsoidal de duración variable en BRAZ representadas como espectros de amplitudes.



(b) Series temporales de carga hidrológica GRACE de duración variable en BRAZ representadas como espectros de amplitudes.

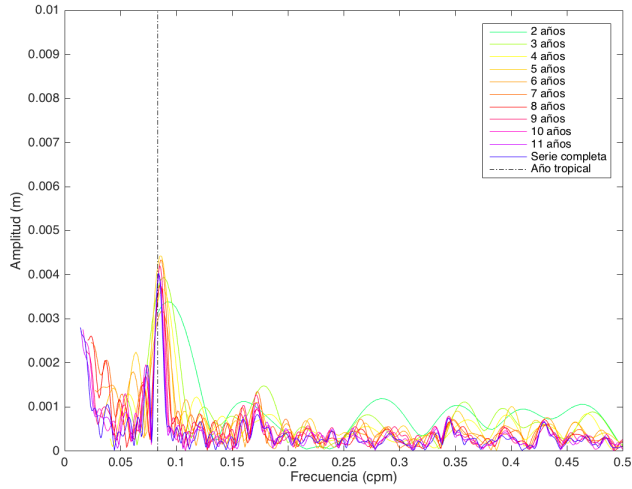
Figura 4.13: Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal de duración variable en BRAZ.

Duración de la serie	Amplitud máxima (mm)	Frecuencia (ciclos por mes)
2 años	7.4	$\frac{1}{12,6}$
3 años	8.0	$\frac{1}{12,3}$
4 años	7.7	$\frac{1}{12,0}$
5 años	7.8	$\frac{1}{12,0}$
6 años	8.0	$\frac{1}{12,0}$
7 años	8.2	$\frac{1}{12,0}$
8 años	8.2	$\frac{1}{12,0}$
9 años	8.2	$\frac{1}{11,8}$
10 años	8.0	$\frac{1}{12,0}$
11 años	8.1	$\frac{1}{12,0}$
Serie completa	8.1	$\frac{1}{11,9}$

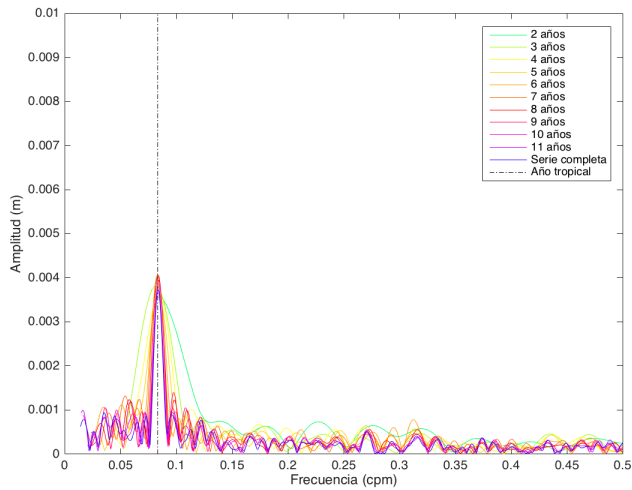
Tabla 4.8: Amplitudes máximas y sus respectivas frecuencias en las series temporales de carga hidrológica GRACE de duración variable en BRAZ.

Duración de la serie	Amplitud máxima (mm)	Frecuencia (ciclos por mes)
2 años	3.4	$\frac{1}{10,9}$
3 años	3.9	$\frac{1}{11,2}$
4 años	3.7	$\frac{1}{11,4}$
5 años	4.4	$\frac{1}{11,7}$
6 años	3.2	$\frac{1}{11,4}$
7 años	4.3	$\frac{1}{11,6}$
8 años	3.8	$\frac{1}{11,7}$
9 años	4.2	$\frac{1}{11,7}$
10 años	4.0	$\frac{1}{11,9}$
11 años	4.0	$\frac{1}{11,8}$
Serie completa (11.6 años)	4.0	$\frac{1}{11,8}$

Tabla 4.9: Amplitudes máximas y sus respectivas frecuencias en las series temporales de altura elipsoidal de duración variable en ALIC.



(a) Series temporales de altura elipsoidal de duración variable en ALIC representadas como espectros de amplitudes.



(b) Series temporales de carga hidrológica GRACE de duración variable en ALIC representadas como espectros de amplitudes.

Figura 4.14: Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal de duración variable en ALIC.

Duración de la serie	Amplitud máxima (mm)	Frecuencia (ciclos por mes)
2 años	3.6	$\frac{1}{12,6}$
3 años	3.8	$\frac{1}{12,3}$
4 años	3.6	$\frac{1}{12,0}$
5 años	3.6	$\frac{1}{12,0}$
6 años	3.9	$\frac{1}{12,0}$
7 años	4.1	$\frac{1}{12,0}$
8 años	4.1	$\frac{1}{12,0}$
9 años	4.0	$\frac{1}{11,8}$
10 años	3.9	$\frac{1}{12,0}$
11 años	3.7	$\frac{1}{12,0}$
Serie completa	3.7	$\frac{1}{11,9}$

Tabla 4.10: Amplitudes máximas y sus respectivas frecuencias en las series temporales de carga hidrológica GRACE de duración variable en ALIC.

4.4 Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal

En esta fase del proceso de análisis el objetivo es aislar la señal anual de la serie temporal de la carga hidrológica para eliminarla de la serie temporal de altura elipsoidal. Hay que recordar que, como se explica en el capítulo 3, los datos GRACE han sido previamente tratados, por lo que las amplitudes de las señales presentes en las series temporales de datos de carga hidrológica y lámina de agua GRACE podría verse parcialmente reducidas. Una forma de compensar esa reducción de amplitudes es el empleo de un factor de escalado que, para estudios hidrológicos, permita un ajuste de la predicción de lámina de agua GRACE a partir de la predicción de modelos hidrológicos como por ejemplo GLDAS (Velicogna y col. 2006b y Chen y col. 2007). En cualquier caso el modelo hidrológico de GLDAS no deja de ser una aproximación a la realidad a partir de simulaciones tal y como se explica en el capítulo 3, por lo que el ajuste podría no ser coherente en algunas zonas (Chen y col. 2007). Además no hay que olvidar que los modelos hidrológicos de GLDAS contienen información relativa al subsuelo hasta unos 3 metros de profundidad, por lo la información relativa a las masas de agua subterráneas no son consideradas. Por otro lado tampoco existe la posibilidad de hacer ese ajuste directamente sobre la carga hidrológica GRACE (que es la que se emplea para filtrar los datos de altura elipsoidal) al no considerar, en este trabajo, ningún modelo para la misma.

Por tanto, en este trabajo, el proceso de filtrado de la altura elipsoidal a partir de datos de carga hidrológica GRACE se realiza sin aplicar ningún tipo de escalado

ni ajuste sobre éstos últimos más allá de lo detallado en el capítulo 3. Para realizar el proceso de filtrado se establece un rango o tramo de frecuencias que es el que va a ser aislada. O dicho de otro forma, partiendo de la frecuencia central de 1 ciclo cada 12 meses, se establece un rango hacia la izquierda y hacia la derecha del espectro de amplitudes. El límite izquierdo es de 1 ciclo cada 16 meses, mientras que el derecho es de 1 ciclo cada 8 meses.

Por tanto el vector de la transformada de Fourier de la serie temporal de carga hidrológica se transforma en otro vector cuyos elementos son 0 excepto cuando la frecuencia ω está comprendida en el intervalo $(\frac{1}{16}, \frac{1}{8})$. La selección de los límites del intervalo es en base a minimizar el efecto de pérdida de información espectral o *spectral leakage* ya que, según se expone en el capítulo 2 la potencia espectral de una señal se diluye en las frecuencias adyacentes en función del número de muestras de la señal y el tiempo de observación que abarcan las mismas.

El vector con el tramo de filtrado es posteriormente sumado⁶ elemento a elemento al vector de la transformada de Fourier de la serie temporal de altura elipsoidal. Esto es posible gracias a la propiedad de linealidad de la transformada de Fourier como se detalla en el capítulo 2 de este trabajo. Los elementos del vector de la transformada de Fourier de la altura elipsoidal a los que se les suma valores 0 no son alterados, sin embargo los elementos a los que se les suma valores distintos de 0 (que son aquellos en los que la frecuencia ω está comprendida en el intervalo $(\frac{1}{16}, \frac{1}{8})$ en el vector de la transformada de Fourier de la carga hidrológica) sí que lo son, lo cual afecta tanto a la amplitud A de la señales en esas frecuencias como a los ángulos de fase θ .

En la figura 4.15 se ve gráficamente el proceso de filtrado ya que se muestran los espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal antes y después del filtrado así como el espectro de amplitudes de la carga hidrológica. También se aprecia cómo el filtrado realizado afecta únicamente en los límites del tramo de filtrado seleccionado y las frecuencias adyacentes debido al efecto del *spectral leakage*.

Por otro lado mencionar que el tramo de filtrado que aparece en la figura 4.15 y sucesivas está limitado por dos líneas azules verticales que corresponden a las frecuencias $\frac{1}{16}$ y $\frac{1}{8}$, es decir 4 meses antes y después de la frecuencia de 1 ciclo por año ó $\frac{1}{12}$. Nótese que dichas líneas azules gráficamente no son simétricas con respecto a la línea que representa la frecuencia $\frac{1}{12}$, lo cual no es un error en la representación gráfica sino una consecuencia natural al trabajar con representaciones en el dominio de las frecuencias.

⁶Recuérdese que las variaciones de la carga hidrológica GRACE son opuestas a las oscilaciones de la altura elipsoidal, aunque para las representaciones gráficas se ha invertido el signo tal y como se explica en 4.2.2.

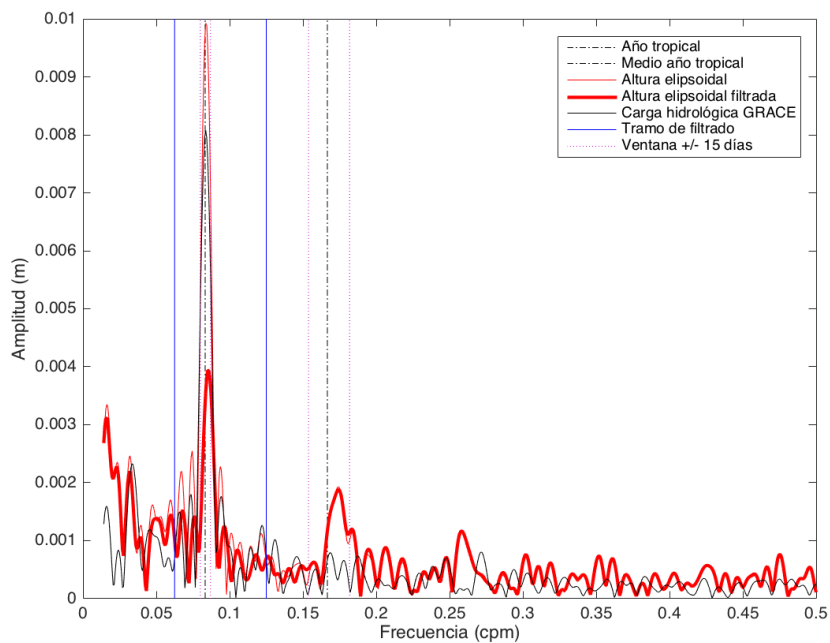


Figura 4.15: Comparación de los espectros de amplitudes de altura elipsoidal, carga hidrológica GRACE y de nuevo altura elipsoidal con la carga hidrológica GRACE filtrada en la estación BRAZ.

Por último, la figura 4.16 también representa el filtrado mostrado con los espectros de potencias de las series temporales. En este caso, al igual que en la figura 4.15, se aprecia claramente la reducción de la potencia de las señales de la serie temporal de altura elipsoidal comprendidas en el intervalo de frecuencias en el intervalo $(\frac{1}{16}, \frac{1}{8})$.

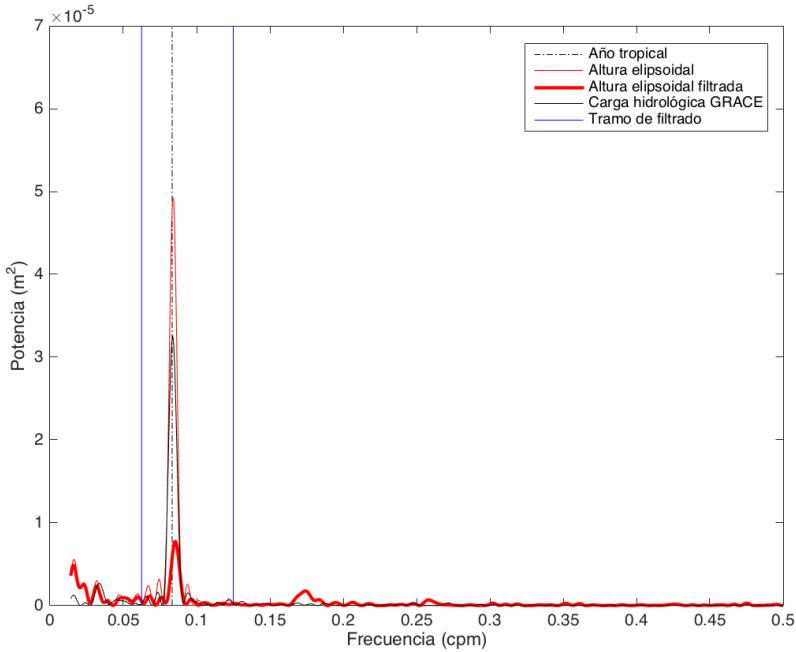


Figura 4.16: Comparación de los espectros de potencia de altura elipsoidal, carga hidrológica GRACE y de nueva altura elipsoidal con la carga hidrológica GRACE filtrada en la estación BRAZ.

Este proceso de filtrado se aplica de forma sistemática a todas las estaciones de referencia analizadas, ya que de cada una de ellas se dispone de toda la información necesaria.

4.5 Inversa de la transformada de Fourier de las series temporales de altura elipsoidal

El proceso de retorno de la serie temporal de altura elipsoidal al dominio del tiempo se hace empleando la función inversa de la transformada de Fourier. Al igual que en el caso de la transformada directa de Fourier, la transformada inversa de Fourier está implementada en **MATLAB** empleando los algoritmos de Transformada Rápida de Fourier desarrollados por Cooley y col. 1965 y posteriormente implementados por Frigo y col. 1998.

El comando de **MATLAB** con el que se realiza la inversa de la transformada de Fourier de un vector Y para obtener un vector x es $x=iff(Y,N)$, donde N es el número de elementos del vector Y con que el se calculará la inversa de la transformada de Fourier.

En este punto del proceso de cálculo, la inversa de la transformada de Fourier se aplica sobre el vector de la transformada de Fourier de la serie temporal de altura elipsoidal que ha sido filtrado con la carga hidrológica. De esta forma se obtiene la serie temporal de alturas elipsoidales representada en el dominio del tiempo con lo que se puede realizar su comparación directa con la serie original.

En el capítulo 5 se detallan los resultados obtenidos fruto de la comparación entre las series de alturas elipsoidales filtradas y las series originales en cada una de las estaciones. Entre otros parámetros se comprueba que la media de la serie temporal filtrada es igual que la media original, lo que indica que la serie temporal no ha sufrido variaciones a nivel interanual. Otros parámetros a tener en cuenta son las diferencias entre las desviaciones típicas de las series originales y las series filtradas, además de la comparación entre las amplitudes máximas de las señales anuales de la series originales y las filtradas.

Un parámetro interesante que da una idea de la eficacia del filtrado son las correlaciones iniciales entre las series de altura elipsoidal originales y las series temporales de carga hidrológica, y su comparación con las correlaciones posteriores al filtrado entre las series de altura elipsoidal filtradas y las series de carga hidrológica. La figura 4.17 se aprecia claramente cómo la correlación cruzada entre la serie temporal de altura elipsoidal y la carga hidrológica se reduce tras la acción del filtrado.

En la figura 4.18 se puede comparar gráficamente la nueva serie temporal de altura elipsoidal filtrada con la serie original. En este caso se aprecia que las periodos de la señal anual han sido suavizados sin, aparentemente, afectar a otras componentes con frecuencias distintas a las filtradas.

Por último un valor que da una buena idea del nivel de mejora o no que supone el filtrado es el análisis de la reducción de la media cuadrática ponderada o WRMS.

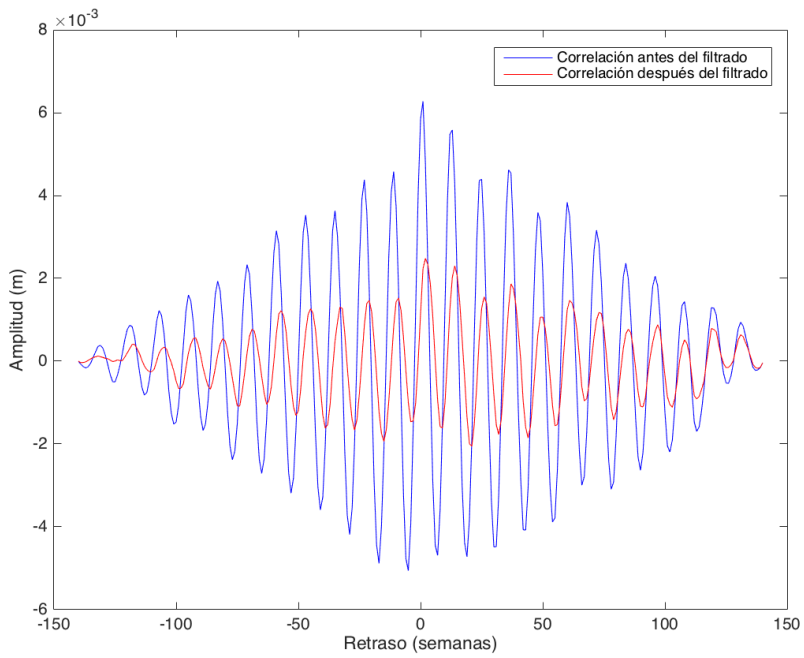


Figura 4.17: Correlación cruzada de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica en la estación BRAZ antes y después del filtrado.

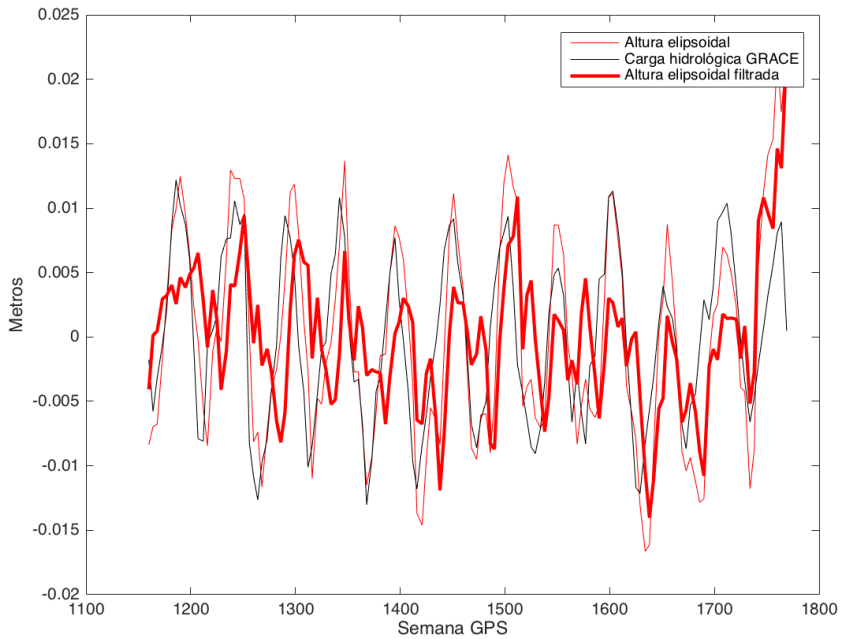


Figura 4.18: Comparación de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica GRACE y de nueva altura elipsoidal con la carga hidrológica GRACE filtrada en la estación BRAZ.

La reducción del WRMS se calcula mediante la fórmula (4.5) (Dam y col. 2007, Tesmer y col. 2011).

$$\Delta WRMS = \frac{WRMS_{GPS} - WRMS_{GPS-GRACE}}{WRMS_{GPS}} \quad (4.5)$$

$WRMS_{GPS}$ corresponde a la dispersión de la media cuadrática de la serie temporal de altura elipsoidal de una estación de referencia dada con respecto a la media ponderada, mientras que $WRMS_{GPS-GRACE}$ corresponde a la serie temporal de altura elipsoidal filtrada carga hidrológica GRACE según lo explicado en 4.4.

La dispersión de la media cuadrática de una serie temporal con respecto a la media ponderada de dicha serie se define según las ecuaciones 4.6 y 4.7 (Dixon 1991):

$$WRMS = \sqrt{\frac{\frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \hat{x})^2}{\sigma_i^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2}}} \quad (4.6)$$

$$\hat{x} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\sigma_i^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2}} \quad (4.7)$$

donde n es el número de elementos de la serie temporal de considerada, x_i es el elemento i de la serie temporal, en este caso los valores de altura elipsoidal, \hat{x} es la media ponderada de todos los valores la serie temporal y, finalmente, σ_i es la desviación típica de cada uno de los elementos de la serie temporal. Las desviaciones σ_i empleadas para calcular $WRMS_{GPS}$ y $WRMS_{GPS-GRACE}$ corresponden a los errores de altura elipsoidal calculados según lo descrito en 4.2.1.

En el caso de la estación BRAZ que se utiliza como ejemplo en este capítulo, la reducción del WRMS tras aplicar el filtrado de la carga elipsoidal GRACE según lo descrito en 4.4 es de 35.2%. En el capítulo 5 se da cuenta detallada de los resultados específicos de cada una de las estaciones a partir de los parámetros mencionados anteriormente y como se ve la estación BRAZ es una de las que presenta resultados de reducción de WRMS más altos.

Capítulo 5

Discusión de resultados

Los resultados obtenidos tras el proceso de análisis y cálculo expuestos en el capítulo 4 son detallados en este capítulo. Junto con la exposición de resultados también se hace una descripción y justificación de los mismos en base a los fundamentos teóricos y las referencias bibliográficas existentes. También se establecen diversas hipótesis que deberán ser comprobadas en posteriores trabajos.

5.1 Resultados globales

En total se han analizado y procesado los datos de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica, lámina de agua y contenido de agua en superficie de 68 estaciones de referencia pertenecientes a la red *IGS Core Network*. De ellas dos estaciones (Goug y ZAMB) han sido excluidas posteriormente del análisis por no contar con información GNSS suficiente. Las 66 estaciones restantes, mostradas en la figura 5.1 han sido procesadas satisfactoriamente y de ellas se han obtenido resultados válidos para realizar un análisis de los mismos.

Del total de las 66 estaciones procesadas hay 21 en las que la reducción de WRMS es negativa tras aplicar el filtrado (7% de promedio). En otras 21 estaciones la reducción del WRMS está comprendida entre 0% y 10% tras el filtrado. En 16 estaciones la reducción tras el filtrado es de entre 10% y 20%, y finalmente, 8 estaciones la reducción del WRMS es superior al 20% tras aplicar el filtrado. En la tabla 5.1 se resume los resultados globales de reducción de WRMS en las estaciones analizadas.

Como ya se hizo en el capítulo 4, las figuras 5.2 (a) y (b) muestran los espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal de todas las estaciones

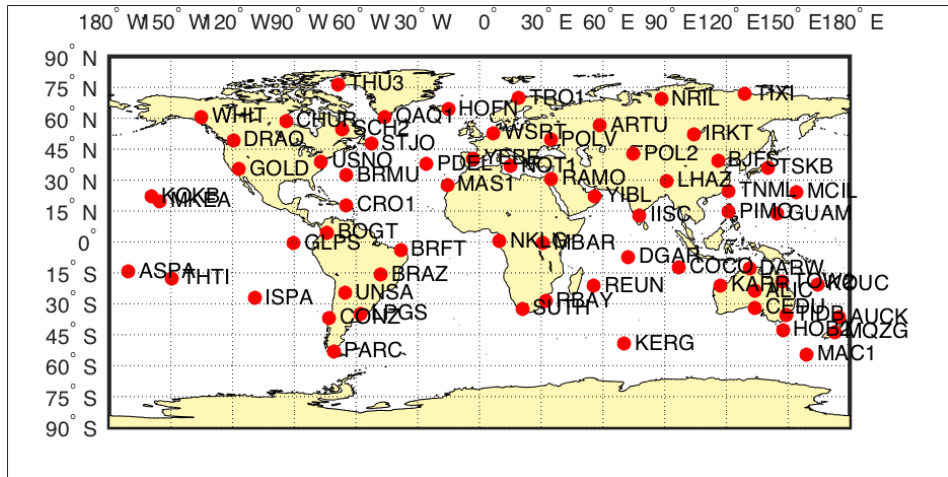


Figura 5.1: Mapa con la posición geográfica de las estaciones analizadas.

$\Delta_{WRMS} < 0\%$	$0\% \leq \Delta_{WRMS} < 10\%$	$10\% \leq \Delta_{WRMS} < 20\%$	$20\% \leq \Delta_{WRMS}$	Total
21	21	16	8	66

Tabla 5.1: Resumen con el resultado global de reducción de WRMS en las estaciones tratadas.

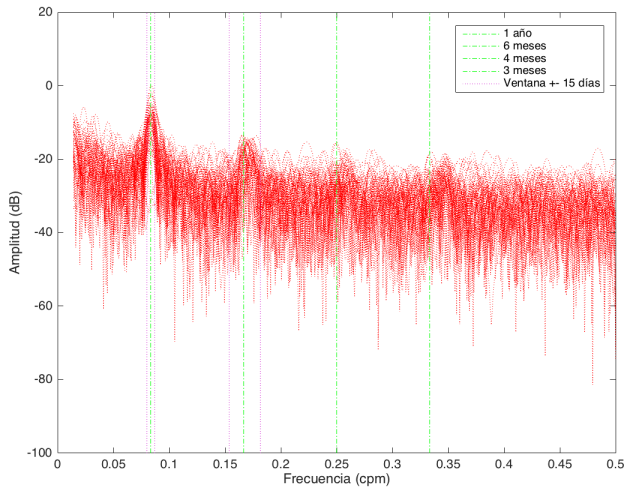
superpuestos. En este caso, para facilitar la comparación se muestra en la figura 5.2 (a) los espectros de amplitudes de las series originales y en la figura 5.2 (b) los de las series ya filtradas. Como se puede apreciar ambas figuras son prácticamente iguales a excepción de la región frecuencia de $\frac{1}{12}$ ciclos por mes, donde la señal anual ha sido atenuada ligeramente. Esto es explicable por el número de estaciones de referencia donde la reducción de WRMS ha sido significativa es prácticamente un tercio del total de estaciones como se ve en detalle en los siguientes apartados de este capítulo.

El hecho de que las señales anuales no hayan quedado completamente eliminadas tras el filtrado es previsible como ya se adelantaba en el capítulo 4. Las hipótesis que explican la señal anual que queda en las series temporales de altura elipsoidal tras aplicar el filtrado son:

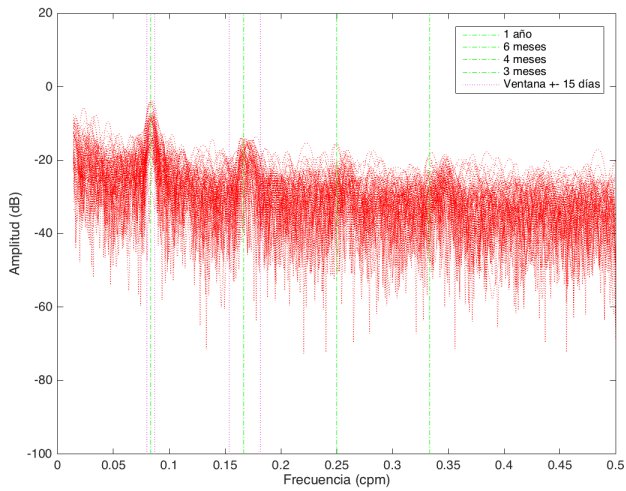
1. La señal anual detectada incluye, además de la componente de carga hidrológica, la componente relacionada con el año draconítico GPS y el periodo Chandler. Debido a que los datos empleados tienen una frecuencia de muestreo de 1 mes, no es posible discriminar el ciclo del año draconítico GPS (aproximadamente 350 días), o el periodo Chandler (entre 0.75 y 0.90 ciclos por año según Bogusz y col. 2015) de el ciclo de año tropical (365.25 días).
2. Como se explica en los capítulos 3 y 4, los datos GRACE han sido sometidos a un proceso de filtrado antes de obtener con ellos los datos de carga hidrológica GRACE. Este proceso de filtrado reduce en parte las amplitudes de las señales presentes en las series temporales de carga hidrológica GRACE. Por tanto el filtrado es previsible que el filtrado aplicado sobre las series temporales de altura elipsoidal sea de menor intensidad.
3. Las soluciones GRACE únicamente aportan una solución para las largas longitudes de onda (que son las de mayor envergadura) del campo gravitatorio terrestre. Sin embargo las medias y cortas longitudes de ondas del campo gravitatorio no pueden ser resueltas por lo que aunque no hubiera otras influencias en la señal anual detectada, es previsible que tras el filtrado siempre quedará un residuo debido a esas medias y cortas longitudes de onda del campo gravitatorio terrestre no resueltas.

5.2 Estaciones con reducción de WRMS inferior a 0 %

Partiendo de una clasificación de estaciones según la reducción de WRMS resumida en la tabla 5.1, se analiza en primer lugar las estaciones en las que la reducción de WRMS tras el filtrado es negativa, lo que significaría que el filtrado no ha supuesto una mejora en las series temporales de altura elipsoidal.



(a) Altura elipsoidal.



(b) Altura elipsoidal filtrada.

Figura 5.2: Espectros de amplitudes superpuestos de todas las estaciones de referencia mostrados en decibelios con respecto a una señal de referencia con amplitud de 0.010 metros.

La distribución geográfica de estas estaciones con reducción WRMS negativo se muestra en figura 5.3 (a). En las tablas 5.2, 5.3, 5.4 y 5.5 se exponen los resultados específicos para cada una de las estaciones citadas.

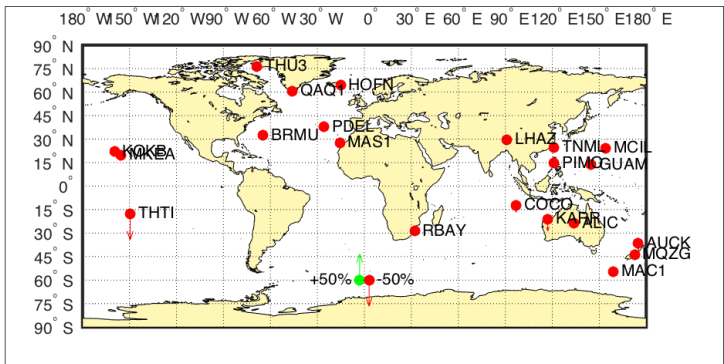
Como se puede apreciar contrastando la información de las tablas 5.2, 5.3, 5.4 y 5.5 con el mapa de la figura 5.3 (a), la mayoría de las estaciones en las que la reducción WRMS es negativa son estaciones situadas en islas o en zonas costeras. De las 21 estaciones en este grupo 10 tienen una reducción de WRMS entre 0% y -5%, 7 tienen una reducción de WRMS entre -5% y -10%, y 4 tienen una reducción de WRMS inferior a -10%, teniendo dos de ellas valores especialmente bajos. Más adelante se proporciona información específica sobre estas estaciones con valores de reducción de WRMS especialmente bajos.

Por otro lado, en estas estaciones las amplitudes de las señales anuales de la carga hidrológica son muy pequeñas, al igual que las amplitudes de las señales anuales de la altura elipsoidal, que son de un orden muy parecido. De hecho, en la tabla 5.3 se puede ver que las amplitudes mencionadas tienen un promedio de 2.7 mm en el caso de la altura elipsoidal y 2.0 mm en el caso de la carga hidrológica.

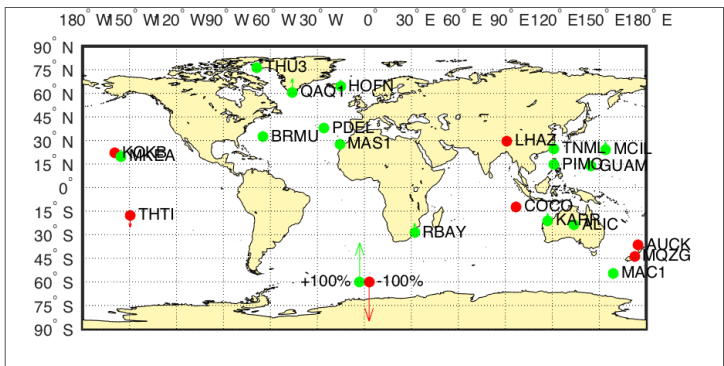
Por otro lado, en la figura 5.4 (a) y en la tabla 5.2 se muestra los valores de error medio de altura elipsoidal para cada una de las estaciones de referencia con reducción del WRMS inferior a 0%. En la figura 5.4 (b) aparecen representados los errores de las series temporales de altura elipsoidal de estas estaciones en forma de serie temporal. En la misma figura y en la tabla 5.2 también se encuentran la información de los errores relativos a las series temporales de carga hidrológica GRACE en cada una de las estaciones. Como se puede ver tanto en el gráfico como en la tabla antes referidos, los valores de error de la carga hidrológica GRACE son del orden de ± 0.1 mm en la mayoría de los casos.

Como se puede apreciar, en general las estaciones de referencia tienen un error medio en las alturas elipsoidales de ± 0.7 mm. La estación PDEL (Ponta Delgada, Portugal) (A.43) es la única excepción con un error medio en la serie temporal de altura elipsoidal ligeramente superior, en este caso de ± 1.7 mm. A pesar de estos errores aparentemente tan bajos, hay que tener en cuenta que las amplitudes de las señales de frecuencia anual (tabla 5.3) de las series temporales de altura elipsoidal en estas mismas estaciones tienen un valor medio de 2.7 mm.

Por otro lado, si se comprueban los valores de RMS medios de las alturas elipsoidales antes del filtrado (tabla 5.2) y después (tabla 5.5) se puede apreciar que éstos pasan de 4.1 mm a 4.4 mm, lo que indica un empeoramiento en de las series temporales. Comprobando los valores medios de correlación entre altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE antes y después del filtrado (tablas 5.4 y 5.5 respectivamente) se confirma este empeoramiento al pasar de una correlación media del 8.844% a -16.066%.

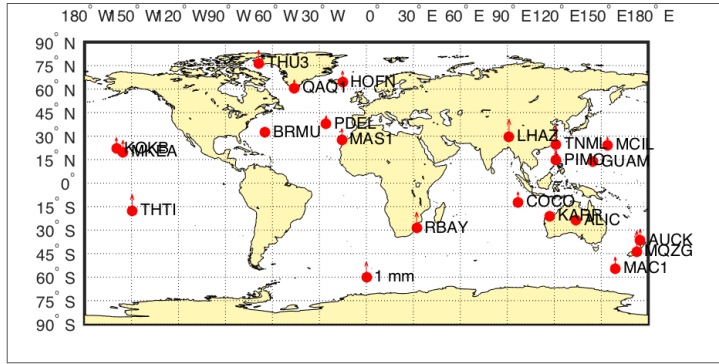


(a) Reducción de WRMS.

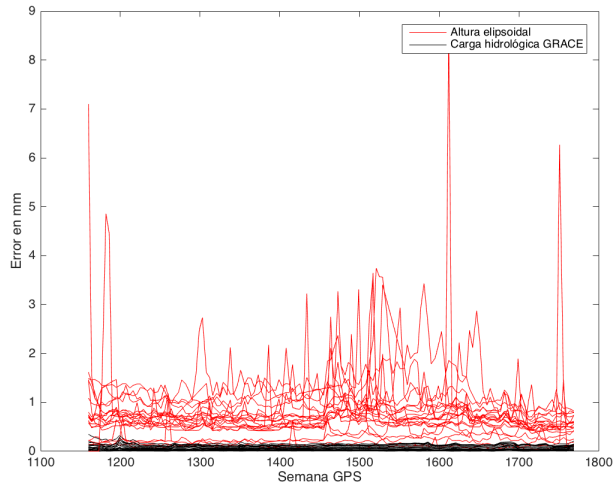


(b) Correlaciones entre series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE de las estaciones con Δ WRMS inferior a 0% antes del filtrado.

Figura 5.3: Estaciones con Δ WRMS inferior a 0%.



(a) Estaciones con Δ WRMS inferior a 0 % y su error medio en altura elipsoidal.



(b) Errores de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE de las estaciones con Δ WRMS inferior a 0 %.

Figura 5.4: Errores en altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE en las estaciones con Δ WRMS inferior a 0 %.

Estación	Semana GPS inicial	Semana GPS final	Épocas analizadas	RMS de la altura elip. pre-filtrado (mm)	Error medio de la altura elip. pre-filtrado (mm)	RMS de la carga hidr. GRACE (mm)	Error medio de la carga hidr. GRACE (mm)
ALIC	1160	1769	141	4.9	± 0.1	3.2	± 0.0
AUCK	1160	1769	141	3.8	± 0.7	1.8	± 0.0
BRMU	1160	1769	141	3.8	± 0.1	1.9	± 0.1
COCO	1160	1769	141	4.1	± 0.7	2.2	± 0.0
GUAM	1160	1769	141	4.1	± 0.3	1.8	± 0.1
HOFN	1160	1769	141	5.2	± 0.7	1.9	± 0.2
KARR	1160	1769	141	4.1	± 0.3	3.7	± 0.0
KOKB	1160	1769	141	4.8	± 0.7	2.2	± 0.0
LHAZ	1160	1769	141	5.0	± 1.1	2.0	± 0.0
MAC1	1160	1769	141	2.9	± 0.7	1.4	± 0.0
MAS1	1160	1769	141	3.7	± 0.7	2.0	± 0.1
MCIL	1200	1769	131	2.9	± 0.5	2.1	± 0.1
MKEA	1160	1769	141	3.9	± 0.8	2.3	± 0.0
MQZG	1160	1769	141	4.3	± 1.3	1.6	± 0.0
PDEL	1160	1769	141	2.6	± 0.5	2.1	± 0.1
PIMO	1160	1769	141	4.5	± 0.6	2.4	± 0.1
QAQ1	1160	1769	141	4.2	± 0.5	2.8	± 0.0
RBAY	1160	1650	113	4.1	± 1.0	1.6	± 0.0
THTI	1160	1769	141	3.7	± 1.0	3.7	± 0.0
THU3	1160	1769	141	5.0	± 0.8	3.1	± 0.0
TNML	1160	1769	141	3.4	± 1.2	1.7	± 0.1
Prom.	-	-	-	4.1	± 0.7	2.3	± 0.1

Tabla 5.2: Información básica de las series temporales de altura elipsoidal en las estaciones de referencia con reducción de WRMS inferior a 0%.

Estación	Altura elipsoidal (mm)	Carga hidrológica GRACE (mm)	Lámina de agua GRACE (mm)	Contenido de agua en superficie GLDAS (mm)
ALIC	4.0	3.7	52.6	51.4
AUCK	3.2	1.3	35.8	14.2
BRMU	1.1	1.0	30.2	20.5
COCO	2.4	1.6	22.4	24.6
GUAM	2.1	1.1	18.1	31.1
HOFN	3.9	2.0	36.2	32.9
KARR	4.0	4.6	27.9	47.4
KOKB	2.1	2.5	18.9	0.9
LHAZ	6.0	0.7	26.7	17.5
MAC1	1.6	1.0	24.5	32.7
MAS1	1.3	2.0	33.3	9.3
MCIL	1.8	1.8	28.7	18.0
MKEA	1.1	2.6	14.8	3.0
MQZG	3.3	0.8	30.4	15.5
PDEL	0.6	1.3	21.9	72.1
PIMO	3.5	2.3	23.0	37.5
QAQ1	4.3	2.9	80.8	41.7
RBAY	3.5	1.1	25.2	40.4
THTI	2.4	4.0	85.8	107.6
THU3	3.1	2.4	26.4	10.7
TNML	1.7	0.8	25.9	31.5
Promedio	2.7	2.0	32.8	31.5

Tabla 5.3: Amplitudes de las señales con frecuencia anual de las series temporales en las estaciones de referencia con reducción de WRMS inferior a 0%.

Estación	Altura elipsoidal-carga hidrológica GRACE (%)	Altura elipsoidal-contenido de agua en superficie GLDAS (%)	Lámina de agua GRACE-contenido de agua en superficie GLDAS (%)
ALIC	15.278	-45.457	41.863
AUCK	-14.137	31.854	-13.855
BRMU	6.411	-12.144	-5.876
COCO	-6.880	-25.265	-7.473
GUAM	3.896	-10.509	-3.708
HOFN	17.636	-10.097	27.714
KARR	19.142	12.565	18.334
KOKB	-12.896	-21.683	-2.704
LHAZ	-9.592	-3.336	25.383
MAC1	11.464	-20.273	-3.856
MAS1	12.037	-48.063	-7.576
MCIL	19.930	-4.663	-32.129
MKEA	17.795	-33.027	4.990
MQZG	-8.744	28.101	9.173
PDEL	7.332	8.596	4.729
PIMO	3.035	55.947	1.544
QAQ1	35.803	-21.549	19.521
RBAY	25.178	-23.974	5.632
THTI	-31.553	-36.801	62.706
THU3	57.365	17.415	21.005
TNML	17.222	-7.257	-15.711
Promedio	8.844	-8.077	7.129

Tabla 5.4: Correlación entre series temporales en las estaciones de referencia con reducción de WRMS inferior a 0%.

Estación	Reducción de la amplitud de la señal anual en la serie temporal de altura elipsoidal (mm)	RMS de la altura elipsoidal post-filtrado (mm)	Correlación altura elipsoidal-carga hidrológica GRACE post-filtrado(%)	Reducción WRMS (%)
ALIC	-0.5	5.2	-32.311	-10.113
AUCK	-0.4	4.1	-32.111	-7.744
BRMU	-0.1	4.0	-7.176	-3.855
COCO	-1.3	4.7	-24.528	-13.841
GUAM	-0.0	4.3	-9.092	-9.534
HOFN	-0.1	5.4	-4.750	-3.589
KARR	-1.7	5.1	-42.987	-23.195
KOKB	-0.1	5.1	-42.590	-5.249
LHAZ	-0.1	5.1	-17.113	-2.295
MAC1	0.1	2.9	-3.809	-4.710
MAS1	-0.2	3.9	-19.256	-4.103
MCIL	-0.6	3.1	-7.530	-7.550
MKEA	-0.4	4.0	-19.535	-3.002
MQZG	-0.3	4.5	-18.723	-5.745
PDEL	0.2	2.7	-14.807	-5.170
PIMO	-0.3	4.8	-23.855	-4.099
QAQ1	-0.1	4.3	-2.015	-1.992
RBAY	-0.0	4.1	11.309	-2.502
THTI	-3.7	5.5	-62.303	-50.295
THU3	-0.4	5.2	34.485	-3.348
TNML	-0.2	3.5	1.315	-6.815
Promedio	-0.5	4.4	-16.066	-8.512

Tabla 5.5: Resultados tras el filtrado de las series temporales de altura elipsoidal en las estaciones de referencia con reducción de WRMS inferior a 0 %.

Una excepción a lo antes mencionado sobre la situación de las estaciones de referencia en zonas próximas al mar es la estación ALIC (Alice Springs, Australia) (A.2), que pese a estar situada en medio del continente australiano muestra un comportamiento parecido al de estaciones de referencia en islas o zonas costeras. La explicación de esta particularidad es que Alice Springs se encuentra en una zona de clima desértico con muy pocas precipitaciones al año¹, por lo que al igual que en las zonas costeras, las amplitudes de las señales anuales de la carga hidrológica también son muy pequeñas. En la figura 5.5 el gráfico de correlaciones cruzadas entre series temporales de altura elipsoidal antes y después del filtrado con la serie temporal de carga hidrológica de muestra que, aunque existe cierto nivel de correlación entre las señales, ésta es muy baja y tras el filtrado no hay una diferencia significativa.

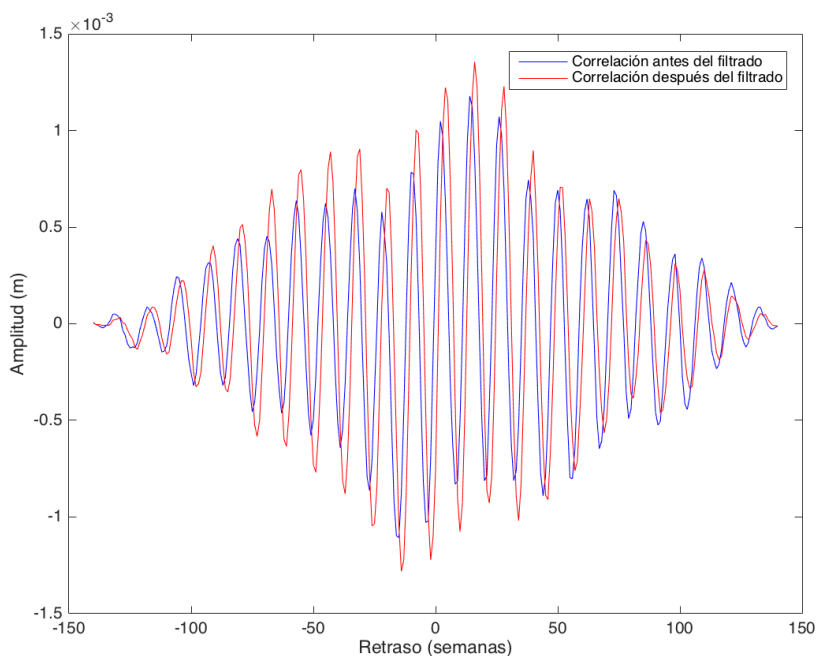


Figura 5.5: Correlaciones cruzadas de las series temporales de altura elipsoidal antes y después del filtrado con la serie temporal de carga hidrológica en ALIC.

Otro punto interesante a destacar es la relación existente entre la correlación previa al filtrado entre las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica

¹La información climatológica de Alice Springs se puede consultar en la web del Servicio Meteorológico Australiano en <http://www.bom.gov.au>

GRACE. En la tabla 5.4 se encuentran dichos valores de correlación, que en el caso de las estaciones con reducción de WRMS negativa suelen ser más bajos. En la figura 5.3 (b) se representa el mapa de estas estaciones con la representación gráfica de dicha correlación.

Las estaciones que peor resultado de reducción WRMS presentan son COCO² (Cocos, Australia), KARR³ (Karratha, Australia) y THTI⁴ (Papeete, Polinesia Francesa) con valores significativamente más bajos que el resto. De la comprobación de las reseñas de estas estaciones no se deduce ningún elemento significativo que justifique estos resultados. Viendo los gráficos y resultados producidos durante el análisis de los datos de las series temporales, se aprecia que precisamente estas estaciones son las que tienen valores de correlación entre altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE más bajos (ver tabla 5.4, figuras 5.6, 5.7 y 5.8, y apéndices A.13, A.27 y A.54). Los resultados de las estaciones COCO y THTI coinciden con los obtenidos por Tesmer y col. 2011, en los que también se encuentra una baja correlación entre las series temporales junto con una reducción de WRMS negativa aunque no se aporta ninguna justificación especial.

Por último, añadir que el valor medio cuadrático o RMS de las series temporales de altura elipsoidal antes y después del filtrado y de carga hidrológica GRACE que aparece en las tablas 5.2, 5.5, 5.6, 5.9, 5.10 y 5.13 se calcula mediante la ecuación (5.1)⁵ (Paulter y col. 2004):

$$x_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2} \quad (5.1)$$

donde N es el número de elementos de la serie temporal y x_i son los sucesivos elementos de la misma. Como referencia, se puede demostrar que el valor RMS de una señal senoidal simple del tipo $y(t) = A \operatorname{sen}(2\pi\omega t)$ es $\frac{A}{\sqrt{2}}$, siendo A la amplitud de dicha señal. Por tanto, suponiendo una señal del tipo $y(t)$ con una amplitud $A = 0,010$ metros, su valor RMS es 0.007 metros.

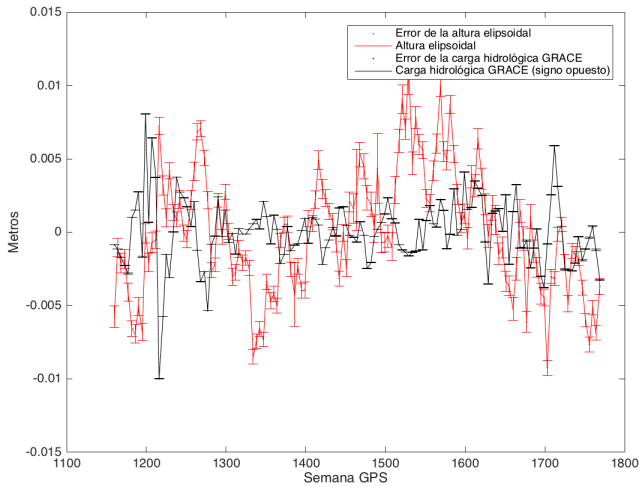
Con respecto a los errores medios de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE, éstos han sido calculados como promedio de los valores de error de cada uno de los elementos de las respectivas series temporales. En el caso de errores de las series temporales de altura elipsoidal, éstos han sido calculados mediante propagación de errores a partir de las estimaciones de error de las coordenadas cartesianas geocéntricas según se explica en el capítulo 3. Los errores de carga hidrológica GRACE son calculados a partir de los errores por

²Reseñas disponibles en <https://igscb.jpl.nasa.gov/network/site/coco.html>.

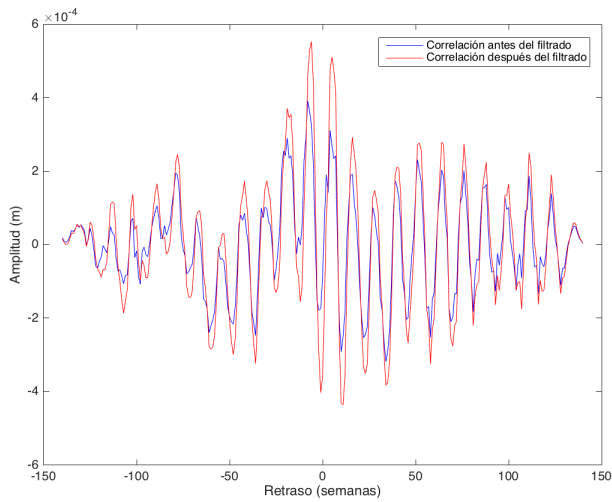
³Reseñas disponibles en <https://igscb.jpl.nasa.gov/network/site/karr.html>.

⁴Reseñas disponibles en <https://igscb.jpl.nasa.gov/network/site/thti.html>.

⁵En **MATLAB** el valor RMS de una serie temporal X se obtiene con el comando `rms(X)`.

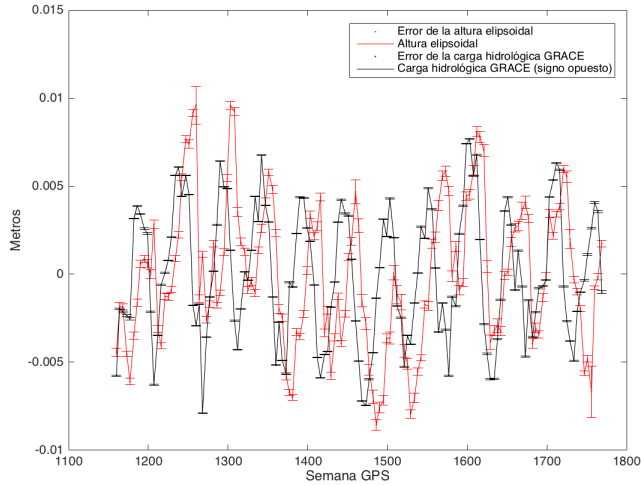


(a) Comparación de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

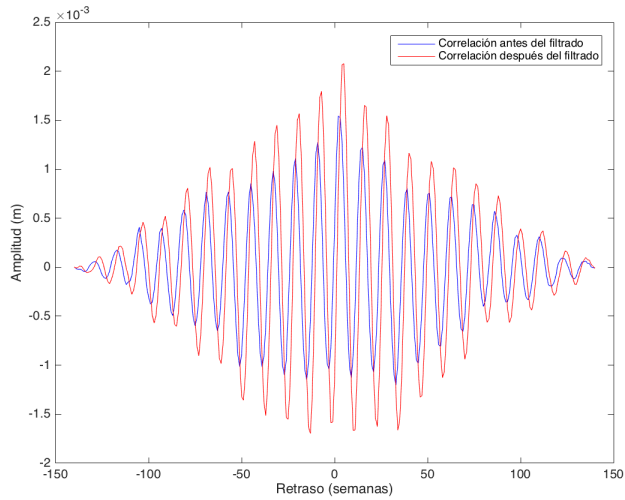


(b) Correlación cruzada de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE antes y después del filtrado.

Figura 5.6: Estación COCO.

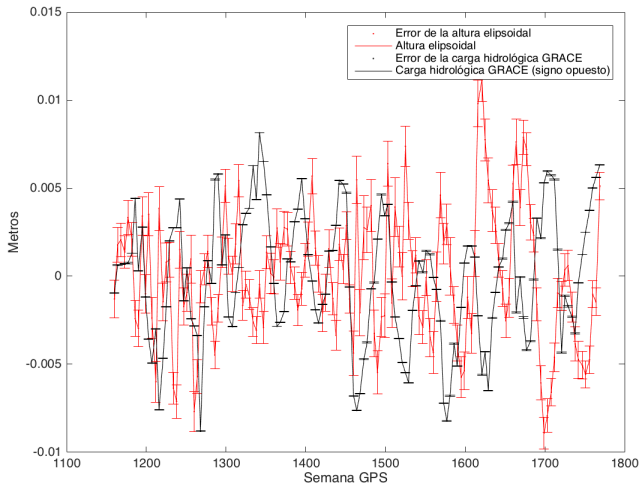


(a) Comparación de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

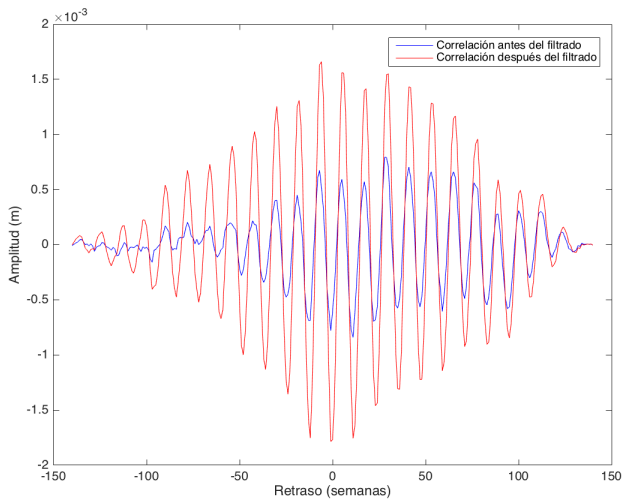


(b) Correlación cruzada de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE antes y después del filtrado.

Figura 5.7: Estación KARR.



(a) Comparación de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



(b) Correlación cruzada de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE antes y después del filtrado.

Figura 5.8: Estación THTI.

comisión obtenidos de los ficheros de coeficientes geopotenciales de GFZ con los que se calcula la carga hidrológica GRACE.

La correlación entre las distintas series temporales mostradas en las tablas 5.4 es calculada empleando el coeficiente de correlación de Pearson que da una medida de la dependencia lineal entre dos variables aleatorias, en este caso dos series temporales. Para ello se emplea la ecuación 5.2⁶:

$$\rho(X, Y) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left[\left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_X} \right) \left(\frac{y_i - \bar{y}}{\sigma_Y} \right) \right] \quad (5.2)$$

donde X e Y son dos series temporales de duración común y con mismo número de elementos N , x_i e y_i son los elementos de dichas series, \bar{x} e \bar{y} son las medias de dichas series temporales y , σ_X y σ_Y sus desviaciones típicas.

Los coeficientes de correlación son representados como valores entre -1 y 1, donde -1 indica que existe correlación inversa y 1 correlación directa. También se pueden representar como valores en porcentaje entre -100% y 100% tal y como se hace en las tablas y gráficos de este trabajo.

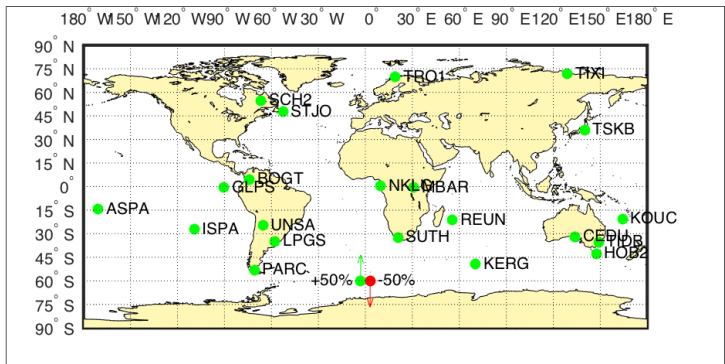
5.3 Estaciones con reducción de WRMS entre 0% y 10%

Siguiendo con la clasificación de estaciones según la reducción de WRMS resumida en la tabla 5.1, a continuación se detallan los resultados obtenidos en las estaciones en las que tras el filtrado de las alturas elipsoidales las reducciones del WRMS oscilan entre 0% y 10%.

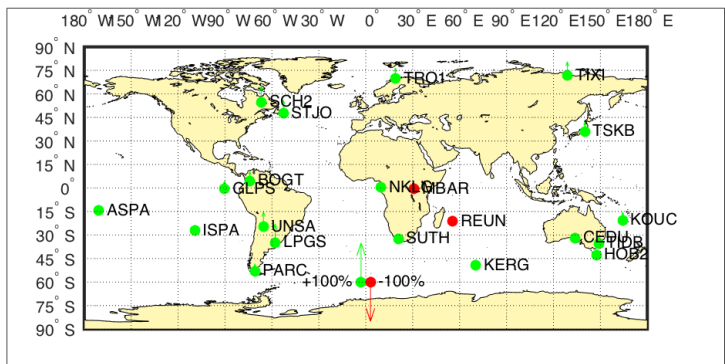
En las figuras 5.9 (a) y (b) se muestran los mapas con las posiciones geográficas de estas estaciones de referencia así como la representación gráfica de la reducción de WRMS (figura 5.10 (a)) y de la correlación entre altura elipsoidal antes del filtrado (figura 5.10 (b)). En ambos gráficos se puede apreciar que en general a menor correlación antes del filtrado menor es la reducción del WRMS tras éste.

En las tablas 5.6, 5.7, 5.8 y 5.9 se detallan los resultados completos de este conjunto de estaciones. Aunque en este caso la reducción de WRMS sí que tiene valores positivos, en general los valores son bajos. Esto es explicable porque, como en el caso de las estaciones con reducción WRMS inferior a 0%, en la mayoría de los casos las amplitudes de las señales anuales de las series temporales de carga hidrológica GRACE (ver tabla 5.7) tienen valores bajos (1.5 mm de promedio). Estos valores son hasta cierto punto similares a las amplitudes de las señales anuales de las series temporales de altura elipsoidal (3.3 mm de promedio) que, sin embargo,

⁶En MATLAB la correlación lineal entre dos series temporales X e Y se calcula con el comando `corrcoef(X, Y)`.

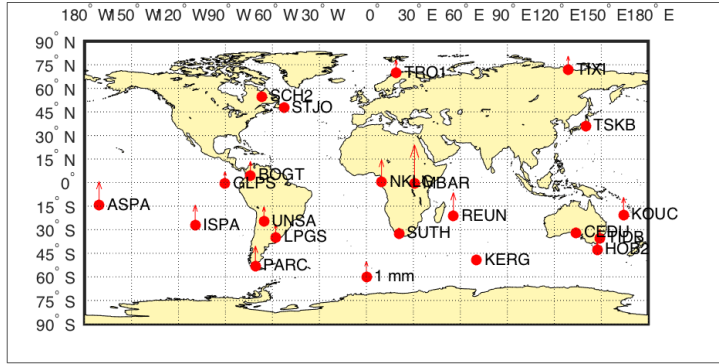


(a) Reducción de WRMS.

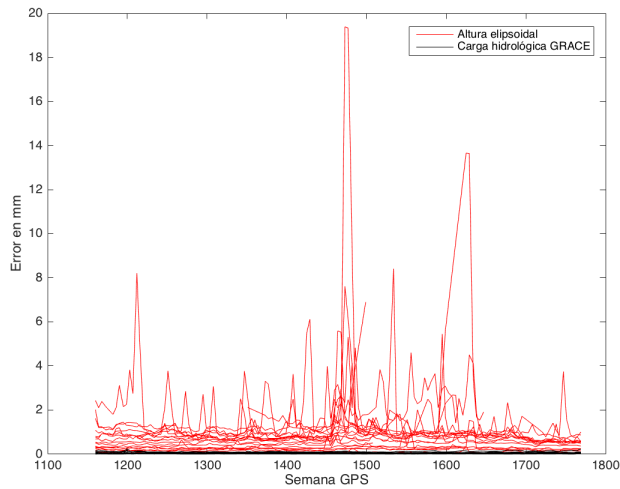


(b) Mapa con la posición geográfica de las estaciones con Δ WRMS entre 0% y 10% y la correlación entre altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE antes del filtrado.

Figura 5.9: Estaciones con Δ WRMS entre 0% y 10%.



(a) Estaciones con Δ WRMS entre 0% y 10% y su error medio en altura elipsoidal.



(b) Errores de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE de las estaciones con Δ WRMS entre 0% y 10%.

Figura 5.10: Errores en altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE en las estaciones con Δ WRMS entre 0% y 10%.

en este caso son algo superiores a las que se obtienen con el grupo de estaciones con reducción WRMS inferior al 0 %.

Por otro lado, en la figura 5.10 (a) y en la tabla 5.6 se muestra los valores de error medio de altura elipsoidal para cada una de las estaciones de referencia con reducción del WRMS entre 0 % y 10 %. En la figura 5.10 (b) y en la tabla 5.6 se muestra la información relativa a los errores de las series temporales de altura elipsoidal de estas estaciones. Destaca la estación MBAR (Mbarara, Uganda) (A.35) cuyo error medio de la altura elipsoidal es de ± 2.5 mm, más del doble el error medio de la mayoría de estaciones de este grupo.

En la figura 5.10 (b) y en la tabla 5.6 también se encuentra la información de los errores relativos a las series temporales de carga hidrológica GRACE en cada una de las estaciones. Como se puede ver tanto en el gráfico como en la tabla antes referidos, los valores de error de la carga hidrológica GRACE son del orden de ± 0.1 mm en la mayoría de los casos.

De la información disponible en las tablas 5.6 y 5.9 es destacable que los valores RMS medios de las series temporales de altura elipsoidal pasan de 4.5 mm a 4.3 mm tras el filtrado. No es una diferencia muy significativa, sin embargo las correlaciones medias entre altura elipsoidal y carga hidrológica antes y después del filtrado (tablas 5.8 y 5.9) pasan de 18.850 % a -0.925 %, lo cual sí que demuestra una reducción significativa de la señal anual detectada en las series temporales de altura elipsoidal con el filtrado espectral.

Por tanto desde el punto de vista de los errores de las series temporales de altura elipsoidal y las amplitudes de las señales anuales, también es justificable el hecho de que la reducción WRMS en estas estaciones siga siendo un valor cercano a 0 % por la relación entre las bajas amplitudes de las señales anuales de las series temporales de altura elipsoidal y los errores de dichas series.

5.4 Estaciones con reducción de WRMS superior al 10 %

Por último se muestran a continuación los resultados de las estaciones de referencia con las que se ha obtenido una reducción del WRMS superior al 10 %. De este grupo de 24 estaciones, 8 de ellas superan el 20 % de reducción de WRMS. En las figuras 5.11 (a) y (b) se muestran las posiciones geográficas de este grupo de estaciones de referencia así como los valores de reducción WRMS y correlación entre series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica antes del filtrado.

En las tablas 5.10, 5.11, 5.12 y 5.13 están los resultados específicos obtenidos tras el análisis y filtrado de este grupo de estaciones. Atendiendo a estos datos se puede comprobar que en este caso las amplitudes de las señales anuales de las series temporales de carga hidrológica GRACE son algo mayores al del resto

Estación	Semana GPS inicial	Semana GPS final	Épocas analizadas	RMS de la altura elip. pre-filtrado (mm)	Error medio de la altura elip. pre-filtrado (mm)	RMS de la carga hydr. GRACE (mm)	Error medio de la carga hydr. GRACE (mm)
ASPA	1160	1500	79	2.6	±1.5	1.4	±0.1
BOGT	1340	1769	99	9.4	±0.9	2.8	±0.0
CEDU	1160	1769	141	3.8	±0.2	1.7	±0.0
GLPS	1210	1460	58	1.9	±0.8	1.9	±0.1
HOB2	1160	1769	141	2.7	±0.5	1.4	±0.0
ISPA	1260	1769	118	4.5	±1.3	1.3	±0.0
KERG	1160	1769	141	3.8	±0.1	1.4	±0.0
KOUC	1350	1769	97	4.1	±1.1	1.7	±0.1
LPGS	1160	1769	141	6.8	±0.8	2.3	±0.0
MBAR	1360	1650	67	2.6	±2.5	2.5	±0.0
NKLG	1160	1769	141	4.7	±1.4	2.5	±0.1
PARC	1180	1520	78	4.1	±1.3	1.4	±0.0
REUN	1160	1769	141	6.5	±1.5	1.6	±0.0
SCH2	1160	1769	141	5.8	±0.3	2.7	±0.0
STJO	1160	1769	141	2.6	±0.3	1.8	±0.1
SUTH	1160	1510	81	3.3	±0.4	1.4	±0.0
TIDB	1160	1769	141	4.5	±0.6	1.4	±0.0
TIXI	1160	1769	141	5.3	±0.9	3.2	±0.0
TRO1	1160	1769	141	4.9	±0.8	2.4	±0.1
TSKB	1160	1620	106	5.7	±0.2	1.9	±0.1
UNSA	1160	1769	141	4.3	±0.9	3.0	±0.0
Prom.	-	-	-	4.5	±0.9	2.0	±0.0

Tabla 5.6: Información básica de las series temporales de altura elipsoidal en las estaciones de referencia con reducción de WRMS entre 0% y 10%.

Estación	Altura elipsoidal (mm)	Carga hidrológica GRACE (mm)	Lámina de agua GRACE (mm)	Contenido de agua en superficie GLDAS (mm)
ASPA	0.8	0.5	27.8	11.6
BOGT	5.2	3.0	82.6	38.0
CEDU	3.6	1.3	20.0	18.6
GLPS	1.4	2.0	31.3	13.2
HOB2	2.6	0.7	28.1	48.7
ISPA	4.6	0.8	16.4	44.5
KERG	2.3	0.4	19.0	42.3
KOUC	3.9	1.7	32.1	66.7
LPGS	4.0	1.1	48.8	20.2
MBAR	1.5	1.0	26.2	39.5
NKLG	2.2	2.1	44.3	55.2
PARC	3.4	1.0	29.4	44.3
REUN	2.8	0.5	14.9	44.1
SCH2	3.1	3.2	65.1	83.7
STJO	1.9	1.7	48.1	82.8
SUTH	3.7	0.6	33.4	9.6
TIDB	4.3	0.6	22.3	14.5
TIXI	4.8	2.1	21.9	11.5
TRO1	2.1	2.7	31.2	63.4
TSKB	7.3	1.3	28.9	55.1
UNSA	3.2	3.5	55.3	64.0
Promedio	3.3	1.5	34.6	41.5

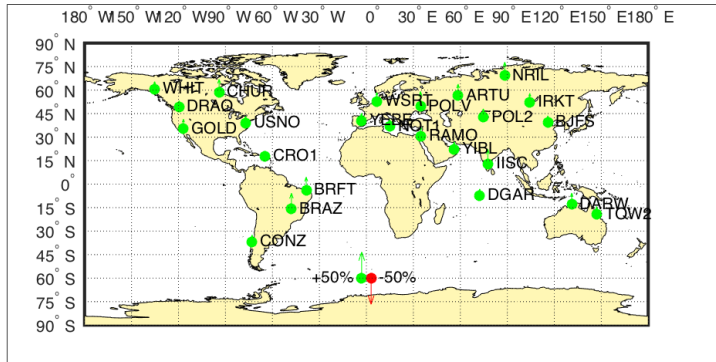
Tabla 5.7: Amplitudes de las señales con frecuencia anual de las series temporales en las estaciones de referencia con reducción de WRMS entre 0% y 10%.

Estación	Altura elipsoidal- carga hidrológica GRACE (%)	Altura elipsoidal- contenido de agua en superficie GLDAS (%)	Lámina de agua GRACE- contenido de agua en superficie GLDAS (%)
ASPA	9.770	1.182	-5.947
BOGT	23.647	1.040	9.876
CEDU	6.490	2.093	-13.317
GLPS	21.194	4.118	-10.498
HOB2	15.260	-23.378	-9.288
ISPA	7.911	66.410	6.100
KERG	1.661	-2.127	-1.724
KOUC	20.869	32.197	18.591
LPGS	48.159	73.359	50.579
MBAR	-10.605	-11.220	43.636
NKLG	11.418	-25.029	32.846
PARC	19.235	31.140	21.444
REUN	-1.756	16.649	2.034
SCH2	40.644	28.977	53.745
STJO	34.021	46.251	-2.345
SUTH	3.337	39.717	1.192
TIDB	18.300	-44.450	-13.518
TIXI	35.726	23.924	-3.065
TRO1	27.575	19.690	28.387
TSKB	24.633	-86.357	-10.917
UNSA	38.357	28.959	26.660
Promedio	18.850	10.626	10.689

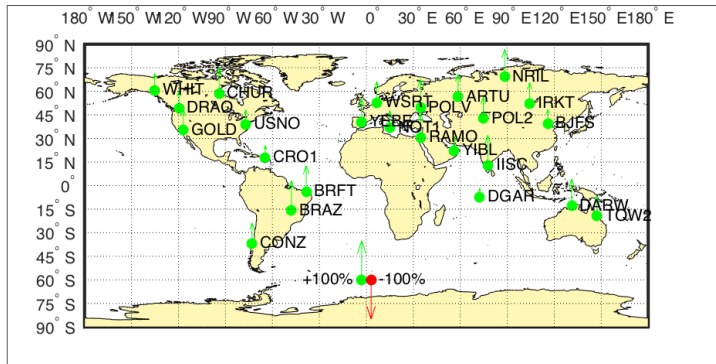
Tabla 5.8: Correlación entre series temporales en las estaciones de referencia con reducción de WRMS entre 0 % y 10 %.

Estación	Reducción de la amplitud de la señal anual en la serie temporal de altura elipsoidal (mm)	RMS de la altura elipsoidal post-filtrado (mm)	Correlación altura elipsoidal-carga hidrológica GRACE post-filtrado (%)	Reducción WRMS (%)
ASPA	0.1	2.6	3.540	1.084
BOGT	2.4	9.0	5.792	2.944
CEDU	0.5	3.7	-13.535	5.912
GLPS	0.9	1.7	-38.545	2.679
HOB2	0.3	2.6	-2.392	2.134
ISPA	0.5	4.4	-1.330	2.587
KERG	0.2	3.8	-5.192	2.214
KOUC	0.7	3.9	-3.372	3.239
LPGS	0.7	6.7	39.804	1.806
MBAR	-0.1	2.7	-21.734	0.156
NKLG	-0.2	4.8	-11.448	2.610
PARC	0.7	3.8	9.354	6.036
REUN	0.5	6.5	-6.445	1.092
SCH2	1.3	5.6	4.360	4.230
STJO	0.7	2.4	0.397	8.630
SUTH	0.2	3.3	-6.271	1.764
TIDB	0.2	4.4	10.405	1.493
TIXI	0.9	5.1	21.358	5.467
TRO1	0.5	4.8	-6.402	3.188
TSKB	0.7	5.3	15.313	6.924
UNSA	1.2	4.0	-13.090	5.390
Promedio	0.6	4.3	-0.925	3.409

Tabla 5.9: Resultados tras el filtrado de las series temporales de altura elipsoidal en las estaciones de referencia con reducción de WRMS entre 0% y 10%.

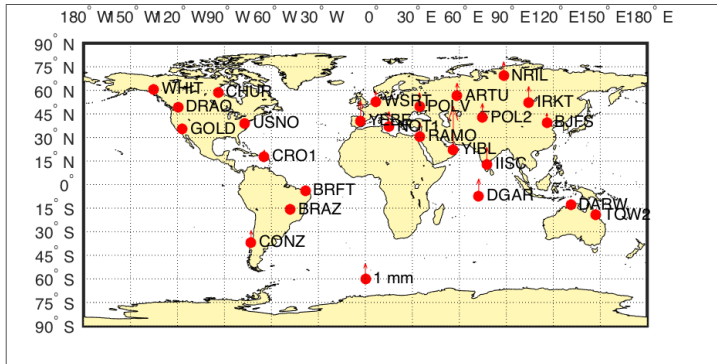


(a) Reducción de WRMS.

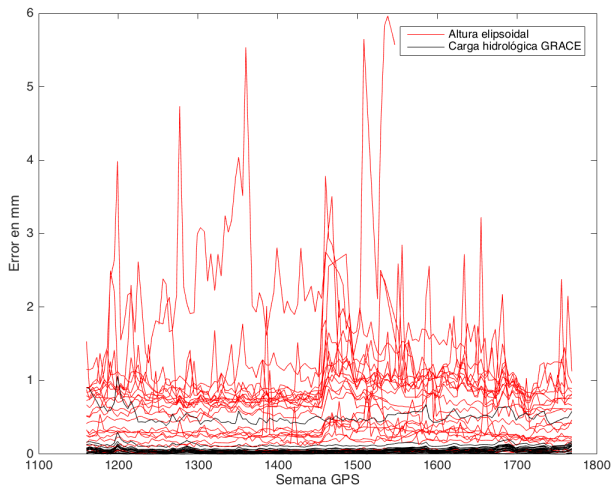


(b) Correlaciones entre series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE de las estaciones con Δ WRMS superior a 10 % antes del filtrado.

Figura 5.11: Estaciones con Δ WRMS superior a 10 %.



(a) Estaciones con $\Delta WRMS$ superior al 10% y su error medio en altura elipsoidal.



(b) Errores de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE de las estaciones con $\Delta WRMS$ superior al 10%.

Figura 5.12: Errores en altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE en las estaciones con $\Delta WRMS$ superior al 10%.

de estaciones mostradas en los puntos 5.2 y 5.3. En este caso el promedio de las amplitudes de dichas señales anuales es de 3.4 mm, algo superior a lo mostrado por los grupos de estaciones vistos hasta ahora. Igualmente las amplitudes de las señales anuales de las series temporales de altura elipsoidal también son superiores a los grupos de estaciones analizadas hasta ahora (4.6 mm de promedio).

En los mapas de las figuras 5.11 (a) y (b) se aprecia claramente que en este caso las estaciones están, generalmente, situadas en zonas continentales y alejadas de zonas marinas. También se puede apreciar cómo en este caso las correlaciones previas al filtrado entre las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica son superiores a las que se obtiene con los otros dos grupos de estaciones de referencia.

Las figuras 5.12 (a) y (b) muestran los errores de altura elipsoidal y de carga hidrológica GRACE. Las estaciones de referencia de este grupo tienen un error medio de altura elipsoidal de menos de ± 0.7 mm, algo inferior a los dos grupos de estaciones anteriores. El error medio de la carga hidrológica GRACE sigue teniendo valores por debajo de ± 0.1 mm en la mayoría de las estaciones de este grupo. Destaca en este sentido la estación WSRT (Westerbork, Holanda) (A.65) por ser la que tiene un mayor error medio en la serie temporal de carga hidrológica GRACE, con ± 0.5 mm, siendo la estación con mayor error de las 66 analizadas.

Comparando los errores de altura elipsoidal con las amplitudes máximas de las señales anuales de estas estaciones, se puede ver que en este caso las amplitudes son en promedio superiores a las de los grupos de estaciones mostradas en los puntos 5.2 y 5.3. En concreto en este caso la amplitud media de las señales anuales de las series temporales de altura elipsoidal es de 4.6 mm. La estación con una mayor amplitud en la señal anual es BRAZ, con 9.9 mm y con sólo ± 0.2 mm de error. La estación que peor resultado presenta en este grupo es YIBL (Yibal, Omán) (A.67), con una amplitud de sólo 3.5 mm y un error de ± 2.8 mm.

Al igual que en los grupos de estaciones anteriores, con las tablas 5.10 y se puede comprobar que en este caso los valores medios de RMS de las series temporales de altura elipsoidal antes y después del filtrado pasan de 4.7 mm a 3.8 mm. Esto indica ya una mejora significativa en las series temporales de altura elipsoidal que se confirma claramente al observar que la correlación media entre altura elipsoidal y carga hidrológica antes y después del filtrado (tablas 5.12 y) se ha reducido considerablemente, pasando de 53.86 % a 15.05 %.

De todas las estaciones se puede destacar la estación BRAZ, ya utilizada en el capítulo 4 como ejemplo durante la descripción y justificación del proceso de cálculo y análisis, que tiene una reducción de WRMS del 30.6 % tras el análisis espectral y el filtrado. Esta estación de referencia está sometida a importantes desplazamientos verticales a causa de las variaciones de la carga hidrológica tal y como también fue comprobado por Rudenko y col. 2013. Otras estaciones que también destacan por tener un valor de reducción de WRMS alto son ARTU (Arti, Rusia)

(A.3), con 22.1 %; BRFT (Eusebio, Brasil) (A.9), con 25.2 %; CHUR (Churchill, Canada) (A.12), con 24.4 %; DARW (Darwin, Australia) (A.16), con 21.5 %; IISC (Bangalore, India) (A.24), con 27.6 %; NRIL (Norilsk, Rusia) (A.41), con 25.5 %; y POLV (Poltava, Ucrania) (A.46) con 28.5 %.

Estación	Semana GPS inicial	Semana GPS final	Épocas analizadas	RMS de la altura elip. pre-filtrado (mm)	Error medio de la altura elip. pre-filtrado (mm)	RMS de la carga hidr. GRACE (mm)	Error medio de la carga hidr. GRACE (mm)
ARTU	1160	1769	141	6.9	±0.8	3.7	±0.1
BJFS	1160	1769	141	4.5	±0.6	1.9	±0.0
BRAZ	1160	1769	141	8.3	±0.2	6.5	±0.0
BRFT	1400	1769	85	4.2	±0.2	3.0	±0.1
CHUR	1160	1769	141	4.6	±0.3	3.8	±0.0
CONZ	1175	1540	84	5.3	±0.8	2.2	±0.0
CRO1	1160	1769	141	4.1	±0.4	2.1	±0.0
DARW	1160	1769	141	5.6	±0.0	7.2	±0.0
DGAR	1160	1769	141	3.3	±1.1	1.7	±0.1
DRAO	1160	1769	141	4.3	±0.1	3.2	±0.0
GOLD	1160	1769	141	3.9	±0.3	2.4	±0.0
IISC	1160	1769	141	5.5	±1.1	3.7	±0.1
IRKT	1160	1769	141	6.8	±1.0	2.5	±0.0
NOT1	1160	1769	141	3.2	±1.0	2.3	±0.1
NRIL	1160	1769	141	5.2	±0.9	3.9	±0.1
POL2	1160	1769	141	4.0	±0.9	2.3	±0.0
POLV	1270	1710	101	4.9	±0.9	4.0	±0.0
RAMO	1160	1769	141	4.4	±0.9	2.2	±0.0
TOW2	1160	1640	111	3.6	±0.4	1.9	±0.1
USNO	1160	1769	141	3.0	±0.2	2.6	±0.0
WHIT	1160	1769	141	5.2	±0.3	3.8	±0.1
WSRT	1160	1769	141	3.2	±0.7	2.1	±0.5
YEBE	1160	1769	141	3.4	±1.3	2.3	±0.1
YIBL	1250	1550	69	4.2	±2.8	2.1	±0.0
Prom.	-	-	-	4.7	±0.7	3.1	±0.1

Tabla 5.10: Información básica de las series temporales de altura elipsoidal en las estaciones de referencia con reducción de WRMS superiores a 10 %.

Estación	Altura elipsoidal (mm)	Carga hidrológica GRACE (mm)	Lámina de agua GRACE (mm)	Contenido de agua en superficie GLDAS (mm)
ARTU	7.4	4.4	39.0	81.9
BJFS	5.0	1.2	25.9	54.6
BRAZ	9.9	8.1	178.2	148.5
BRFT	4.3	3.3	49.2	74.0
CHUR	4.4	4.5	76.9	72.4
CONZ	5.4	2.0	96.2	166.3
CRO1	2.8	2.1	50.7	22.7
DARW	5.8	9.3	214.5	184.9
DGAR	3.1	1.2	12.2	60.8
DRAO	5.1	3.7	31.9	37.8
GOLD	4.0	2.4	50.8	34.8
IISC	5.6	4.4	79.5	89.1
IRKT	8.2	2.8	37.9	70.4
NOT1	2.6	2.3	37.5	86.5
NRIL	4.6	4.5	95.2	72.8
POL2	3.3	2.1	40.6	60.8
POLV	5.2	5.2	100.2	103.2
RAMO	4.1	2.4	27.0	5.7
TOW2	3.6	1.8	20.3	20.8
USNO	2.0	2.1	50.0	72.2
WHIT	4.7	5.0	79.2	113.4
WSRT	3.0	2.3	17.6	70.5
YEBE	2.3	1.9	53.0	88.4
YIBL	3.5	2.2	14.6	1.1
Promedio	4.6	3.4	61.6	74.7

Tabla 5.11: Amplitudes de las señales con frecuencia anual de las series temporales en las estaciones de referencia con reducción de WRMS superiores a 10 %.

Estación	Altura elipsoidal- carga hidrológica GRACE (%)	Altura elipsoidal- contenido de agua en superficie GLDAS (%)	Lámina de agua GRACE- contenido de agua en superficie GLDAS (%)
ARTU	58.855	58.385	59.474
BJFS	35.996	25.010	-2.286
BRAZ	76.757	39.630	73.884
BRFT	66.688	59.439	45.015
CHUR	66.361	64.958	64.799
CONZ	52.826	70.264	70.005
CRO1	31.339	-2.456	0.137
DARW	68.906	54.432	84.370
DGAR	22.512	46.586	12.814
DRAO	44.893	38.627	34.767
GOLD	52.772	60.113	32.643
IISC	76.222	48.966	51.819
IRKT	53.435	53.036	20.319
NOT1	43.953	24.664	6.888
NRIL	70.190	44.021	39.723
POL2	55.497	56.269	31.905
POLV	73.307	61.102	60.278
RAMO	61.824	45.031	-2.611
TOW2	50.456	16.471	14.315
USNO	37.427	44.084	38.782
WHIT	42.716	32.650	71.347
WSRT	53.720	44.640	11.335
YEBE	59.205	54.798	39.180
YIBL	36.781	21.934	-10.660
Promedio	53.860	44.277	35.343

Tabla 5.12: Correlación entre series temporales en las estaciones de referencia con reducción de WRMS superiores a 10 %.

Estación	Reducción de la amplitud de la señal anual en la serie temporal de altura elipsoidal (mm)	RMS de la altura elipsoidal post-filtrado (mm)	Correlación altura elipsoidal-carga hidrológica GRACE post-filtrado (%)	Reducción WRMS (%)
ARTU	3.0	5.5	24.275	22.081
BJFS	1.2	4.0	25.022	12.077
BRAZ	6.4	5.4	23.171	30.616
BRFT	2.4	3.2	26.479	25.214
CHUR	3.3	3.5	8.480	24.538
CONZ	1.7	4.6	35.546	13.275
CRO1	1.9	3.7	3.968	10.140
DARW	2.3	4.7	-47.361	21.487
DGAR	0.9	3.0	2.633	12.485
DRAO	1.3	3.7	-7.908	11.873
GOLD	1.9	3.1	27.562	18.231
IISC	3.4	4.1	37.035	27.631
IRKT	2.1	5.6	34.153	17.102
NOT1	2.1	2.8	1.847	13.068
NRIL	4.0	4.0	22.543	25.399
POL2	1.8	3.5	29.251	16.305
POLV	4.2	3.5	14.188	28.520
RAMO	2.3	3.5	33.960	18.323
TOW2	1.5	3.1	28.619	15.117
USNO	1.6	2.7	0.504	13.235
WHIT	1.5	4.7	-21.093	13.986
WSRT	1.4	2.7	14.242	16.827
YEBE	1.1	3.0	30.846	14.454
YIBL	1.5	3.6	13.005	14.283
Promedio	2.3	3.8	15.040	18.178

Tabla 5.13: Resultados tras el filtrado de las series temporales de altura elipsoidal en las estaciones de referencia con reducción de WRMS superiores a 10 %.

Capítulo 6

Conclusiones

En este capítulo se realiza una exposición de las conclusiones obtenidas en este trabajo. Estas conclusiones se enmarcan en dos grupos principales: por un lado sobre los resultados obtenidos, y por otro lado sobre la validez de la metodología propuesta y la proposición de nuevas líneas de investigación a partir de lo realizado en el presente trabajo.

6.1 Metodología propuesta

En este trabajo se propone una técnica de filtrado espectral de las series temporales de altura elipsoidal a partir de la carga sobre la corteza terrestre que se deduce de la misión GRACE. El origen de esta carga, tal como se ha podido comprobar con el análisis de la información del modelo GLDAS y su comparación con la variación de lámina de agua que se puede predecir a partir de la información de la misión GRACE, es mayoritariamente producto de variaciones hidrológicas. Gracias al análisis espectral y al poder trabajar con las series temporales de origen como son los datos GNSS, los datos GRACE y los datos GLDAS, es posible detectar señales comunes en las cuatro series temporales que puedan ser consecuencia de un mismo fenómeno geofísico. Tal sería el caso de la variación de la acumulación de agua en la superficie y en el subsuelo y la consecuente respuesta elástica de la superficie terrestre en forma de desplazamientos verticales.

El procedimiento de filtrado espectral, desarrollado en los capítulos 3 y 4 y fundamentado en los conceptos teóricos expuestos en el capítulo 2, se resume en las siguientes etapas:

1. Obtención de series temporales de altura elipsoidal a partir de datos GNSS consistentes a lo largo de todo el periodo de observación de datos, es decir,

con las mismas metodologías y criterios de procesado de los datos como es el caso de la 1ª campaña de reprocesado de datos IGS (apartado 3.1), que ha sido la fuente de los datos GNSS empleados en este trabajo.

2. Obtención de series temporales de datos de carga hidrológica y lámina de agua a partir de los coeficientes de geopotenciales de los modelos DDK5 proporcionados por el centro de cálculo de datos GRACE GFZ. Para ello se recupera las señales de altas frecuencias a partir de los modelos AOD1B R05, los coeficientes $C_{1,0}$ y $C_{2,0}$, limitando el desarrollo máximo hasta grado y orden 40 (apartado 3.2).
3. Obtención de series temporales de datos de contenido de agua en superficie a partir de las mallas de datos $1^\circ \times 1^\circ$ generadas por las simulaciones del sistema GLDAS (apartado 3.3.3).
4. Procesado de las cuatro series temporales para establecer un periodo de observación y una velocidad de muestreo de las mismas común, así como eliminación de las tendencias lineales de las series temporales y centrado en los valores medios de cada una de ellas (apartado 4.2).
5. Cálculo de las transformadas discretas de Fourier mediante los algoritmos de FFT y obtención de los espectros de amplitudes de las series temporales aplicando la técnica de *zero padding* para conservar los valores de amplitud con precisión (apartado 4.3).
6. Identificación de la señal anual en los espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, así como contenido de agua en superficie GLDAS. Corroboración del origen hidrológico de dicha señal al estar presente en las cuatro series temporales que proceden de tres orígenes independientes (GNSS, GRACE y GLDAS), descartando que su origen sean errores sistemáticos de observación o cálculo de las mismas. Este proceso se realiza mediante el análisis de los espectros de amplitudes de las series temporales y el cálculo de correlaciones cruzadas entre las series temporales para confirmar la coincidencia de las señales en frecuencia y amplitud (apartado 4.3).
7. Aislado de la señal anual detectada en la serie temporal de carga hidrológica GRACE en el dominio de las frecuencias, para su posterior eliminación de la serie temporal de altura elipsoidal mediante la resta de los elementos complejos de las correspondientes transformadas de Fourier. El proceso se basa en la propiedad de *linealidad* de las transformadas de Fourier (apartado 4.4).
8. Transformación inversa de Fourier de las series temporales de altura elipsoidal tras el proceso de filtrado para retornar al dominio del tiempo. Análisis de la efectividad del proceso de filtrado mediante la comparación de las am-

plitudes de las señales anuales antes y después del filtrado, valores RMS de las series temporales de altura elipsoidal antes y después del filtrado, correlación entre series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica antes y después del filtrado, y por último, reducción del WRMS en la serie temporal de altura elipsoidal filtrada (apartado 4.5).

Esta metodología se ha aplicado con los datos de 66 estaciones de referencia de la red mundial del *International GNSS Service*.

6.2 Resultados obtenidos

Los resultados obtenidos detallados en el capítulo 5 demuestran que la metodología de filtrado propuesta es efectiva en casos con circunstancias concretas y definidas. Aunque en el capítulo 5 se hace una clasificación de las estaciones de referencia en tres grupos en base a los resultados de reducción WRMS obtenidos, también se puede considerar una clasificación en dos grupos dependiendo de si el resultado de reducción de WRMS obtenido es mayor de 10 % o no, considerando que una reducción de WRMS mayor de 10 % es significativa.

En general, en los casos en los que la reducción de WRMS es inferior a 10 % (o incluso inferior a 0 %) (apartados 5.2 y 5.3), se puede concluir que el filtrado espectral de las series temporales de altura elipsoidal a partir de datos de carga hidrológica GRACE no es efectivo. Los motivos son principalmente las bajas amplitudes de las señales anuales presentes tanto en las series temporales de carga hidrológica como altura elipsoidal debido a que la mayoría de estas estaciones se encuentran en zona muy próximas al mar (islas o zonas continentales costeras) donde los efectos de la carga hidrológica son menos perceptibles. También se encuentran casos en los que las estaciones de referencia, aún estando en zonas alejadas del mar, registran una actividad hidrológica muy limitada que apenas es perceptible mediante la observación GNSS o mediante la observación GRACE.

Por otro lado, los casos donde la técnica de filtrado espectral desarrollada en este trabajo resultan más favorables (apartado 5.4) son precisamente las estaciones de referencia situadas en zonas donde la actividad hidrológica es alta y es claramente perceptible tanto por GRACE como por las observaciones GNSS en forma de desplazamientos verticales con periodicidad anual. Estas estaciones, tras el filtrado, muestran una reducción del WRMS por encima del 10 %. La mayoría de estas estaciones tienen en común valores relativamente altos de amplitudes de las señales anuales presentes en las series temporales de carga hidrológica GRACE (más de 3 milímetros) y altura elipsoidal (más de 4 milímetros). Además los valores de correlación entre dichas series temporales antes del filtrado también son altos, situándose en la mayoría de los casos en valores superiores al 50 %.

Sin embargo, incluso en los casos donde se han obtenido resultados más favorables, las señales anuales presentes en las serie temporales de alturas elipsoidales no han sido eliminadas completamente. Las hipótesis desarrolladas en este trabajo que parecen justificar este efecto están detalladas en el apartado 5.1, y se resumen en:

1. La velocidad de muestreo de las series temporales empleadas es de una observación por mes. Esto hace que la señal anual detectada tenga una componente que sea atribuible a los efectos de la carga, pero también otra parte relacionada con al año draconítico GPS y el periodo Chandler, que no están presentes en la carga hidrológica GRACE lo que impide su eliminación.
2. Los datos GRACE han sido sometidos a un filtro no isotrópico de radio de 500 km. Este proceso de filtrado hace que las amplitudes de las señales presentes en las series temporales de carga hidrológica y lámina de agua, calculadas con los datos GRACE, puedan ser suavizadas. Se podría emplear GLDAS para ajustar o escalar la lámina de agua y tratar de recuperar esa información perdida, pero este ajuste podría no aportar resultados coherentes dependiendo de la región. Por otro lado los datos empleados para realizar el filtrado son los de carga hidrológica y no lámina de agua.
3. Las soluciones de la primera misión GRACE aportan una solución para las largas longitudes de onda del campo gravitatorio terrestre. Las señales con longitudes de onda cortas o medias no pueden ser resueltas correctamente lo que hace que las señales anuales detectadas también tengan un residuo debido a esa información perdida.

De acuerdo con los resultados obtenidos, la metodología de filtrado espectral expuesta en este trabajo puede ser empleada con resultados positivos cuando las estaciones de referencia de las que se dispone datos de carga hidrológica GRACE y altura elipsoidal en forma de series temporales reúnen las siguientes características:

1. Las amplitudes de las señales anuales en el caso de las series temporales de altura elipsoidal son mayores de 3 milímetros, y en el caso de las series temporales de carga hidrológica mayores de 2 milímetros.
2. La correlación entre las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica en las estaciones de referencia son del 50 % o superiores.
3. La reducción de WRMS en las series temporales de altura elipsoidal tras aplicar el filtrado espectral es superior al 10 % y la reducción de las amplitudes de las señales anuales es mayor de 2 milímetros.
4. La duración de las series temporales (ver apartado 4.3) tanto de altura elipsoidal como de carga hidrológica GRACE es superior a 10 años, lo que permi-

te calcular con precisión las transformadas de Fourier y obtener los espectros de amplitudes con mayor definición.

Para ello es imprescindible el uso de datos de gravedad obtenidos por satélite como los proporcionados por la misión GRACE. La necesidad de contar con series temporales de datos gravimétricos de alta precisión en todo el planeta, así como disponer de ellos con una alta resolución tanto espacial como temporal. La misión *GRACE Follow-On*¹ tiene prevista la puesta en órbita de dos nuevos satélites en 2017 que reemplacen a los actuales satélites de la misión GRACE, lo que permitirá dar continuidad a las observaciones de gravedad que la misión GRACE realiza desde el año 2002 hasta, sorprendentemente, la actualidad.

Con los nuevos satélites de la misión GRACE-FO, con instrumentación de medición abordo de los mismos más precisa, junto con las continuas mejoras en el procesado de la información enviada a los centros de proceso de datos GRACE, es previsible la obtención de modelos gravitatorios hasta grado y orden 80 ó 90 con una alta precisión. Esta precisión probablemente incluso superará a la que actualmente se obtiene en modelos gravitatorios de grado y orden inferior. En definitiva, gracias a la nueva misión GRACE-FO previsiblemente se podrá definir con precisión longitudes de onda del campo gravitatorio más cortas de las que hasta ahora se podía obtener con la misión GRACE de forma precisa, lo cual será de gran utilidad para los cientos de trabajos de investigación científica que se desarrollan empleando datos GRACE.

En la metodología desarrollada en este trabajo, los datos de gravedad de la misión GRACE-FO es de esperar que aporten mayor precisión en las series temporales de carga hidrológica, de forma que las señales anuales presentes puedan contener información más precisa que puede ser utilizada para filtrar las series temporales de altura elipsoidal.

Por otro lado, para la realización de este trabajo también ha sido imprescindible contar con series temporales de datos GNSS de periodos de tiempo los más amplios posible, y siempre procesados de forma consistente para evitar discontinuidades en los datos generadas por cambios de metodología y criterios en el procesado de los mismos. Los datos proporcionados por la *1ª campaña de reprocesado de datos IGS* han sido fundamentales en este trabajo. Es previsible que las nuevas campañas de reprocesado de datos, como la actual *2ª campaña de reprocesado de datos IGS*², así como nuevos criterios de procesado de datos geodesia espacial (GNSS, VLBI, SLR y DORIS) ayuden a mejorar la precisión de las series temporales de coordenadas en las estaciones de referencia, eliminando errores sistemáticos como por ejemplo los derivados del año draconítico GPS.

¹Información sobre la misión *GRACE Follow-On* disponible en <http://gracefo.jpl.nasa.gov/mission/>.

²Información disponible en <http://acc.igs.org/reprocess2.html>.

Por tanto, por todo lo ya expuesto hasta este punto se puede concluir que en este trabajo se ha desarrollado un protocolo de empleo de datos de carga hidrológica y lámina de agua GRACE, así como de contenido de agua en superficie GLDAS, que permite reducir en las series temporales de altura elipsoidal de estaciones GNSS los efectos producidos por las variaciones relacionadas con la carga hidrológica. Este método se ha demostrado efectivo empleando los datos GNSS y GRACE actualmente disponibles, por lo que es de esperar que en el futuro, con datos de mejor calidad, esta metodología sea aún más efectiva.

Apéndice A

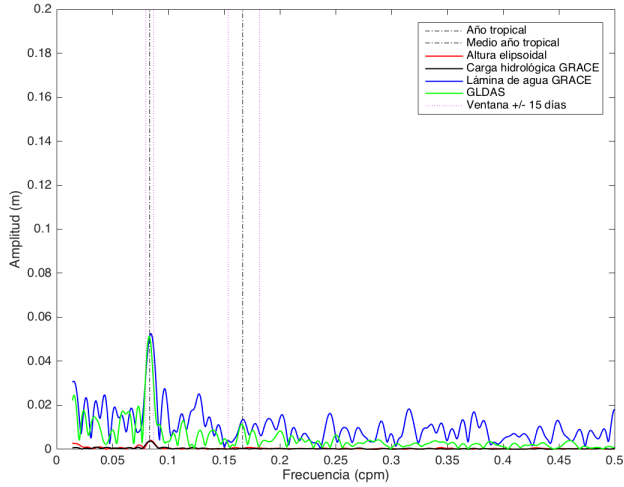
Resultados individuales por estación

A.1 Introducción

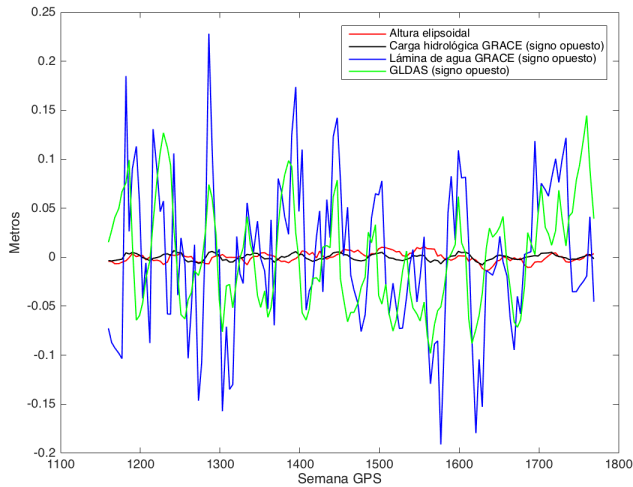
En este apéndice se presentan los resultados individuales del filtrado de las series temporales de altura elipsoidal de las estaciones analizadas. Para cada estación se muestran los gráficos de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica GRACE, lámina de agua GRACE y contenido de agua en superficie GLDAS representadas en el dominio del tiempo y en el dominio de las frecuencias como espectros de amplitudes.

También se muestran las series temporales de altura elipsoidal antes y después del filtrado junto con la carga hidrológica GRACE, tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de las frecuencias como espectros de amplitudes. Esto permite comprobar con detalle los resultados obtenidos con la metodología de filtrado espectral para cada una de las estaciones y detallados en el capítulo 5.

A.2 ALIC

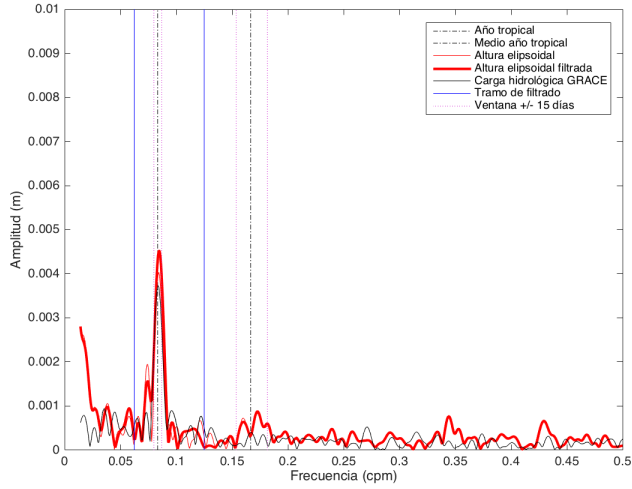


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

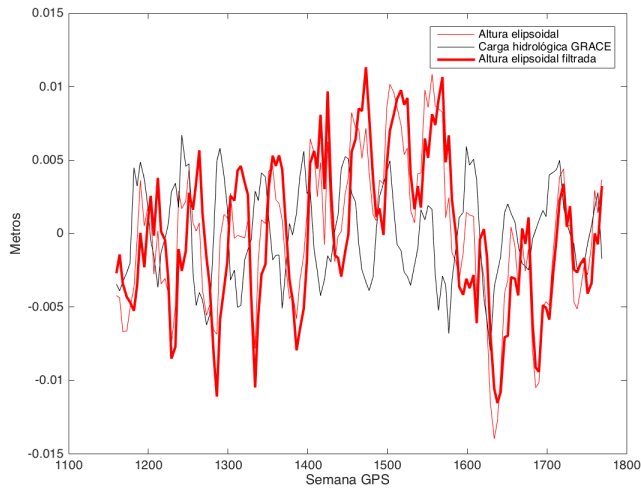


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.1: Series temporales en ALIC con $\Delta\text{WRMS}=-10.113\%$.



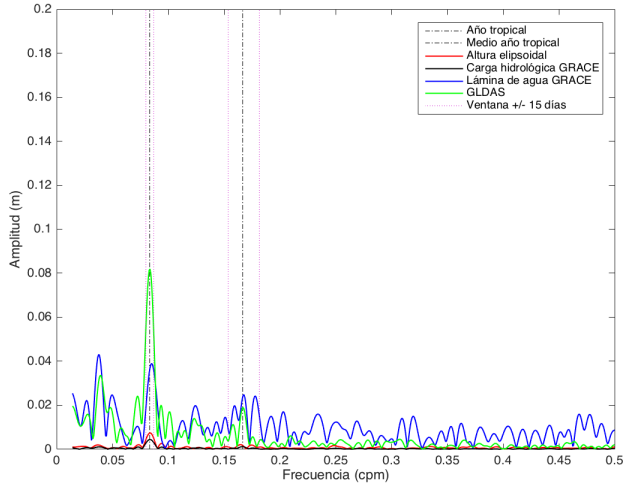
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



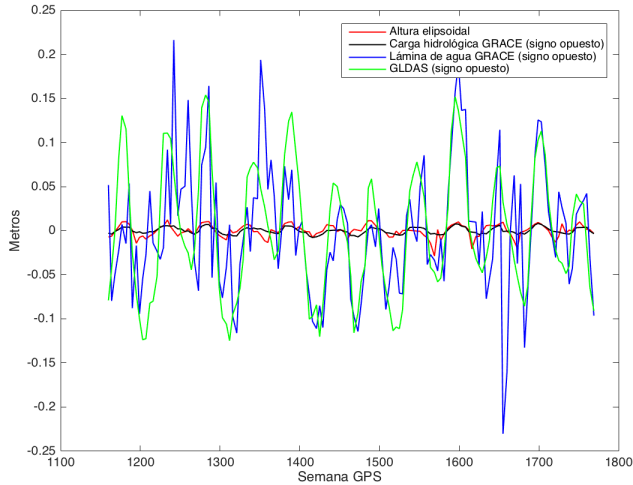
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.2: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en ALIC con $\Delta\text{WRMS}=-10.113\%$.

A.3 ARTU

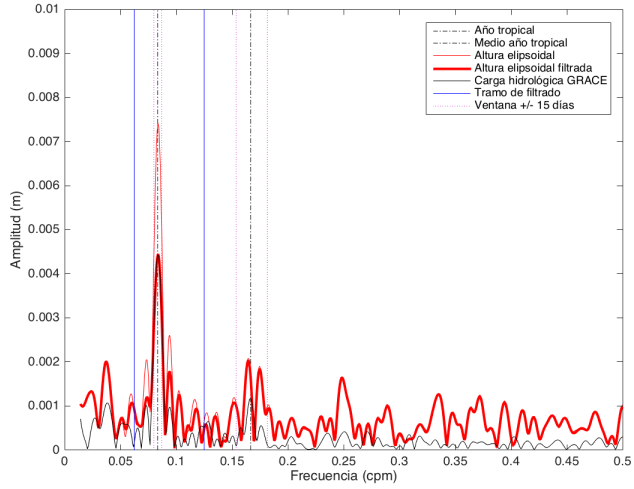


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

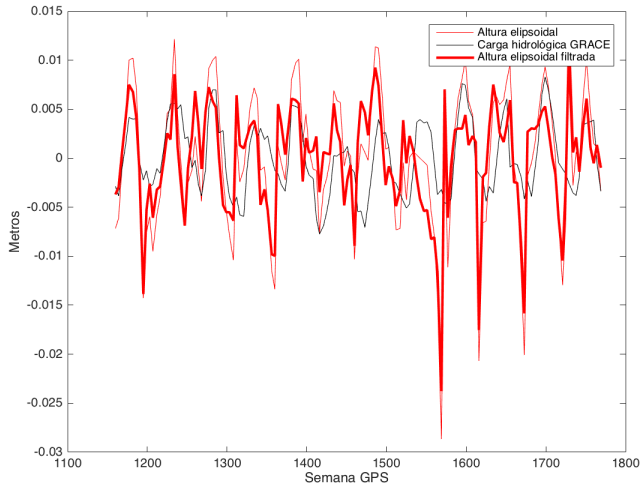


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.3: Series temporales en ARTU con $\Delta WRMS=22.081\%$.



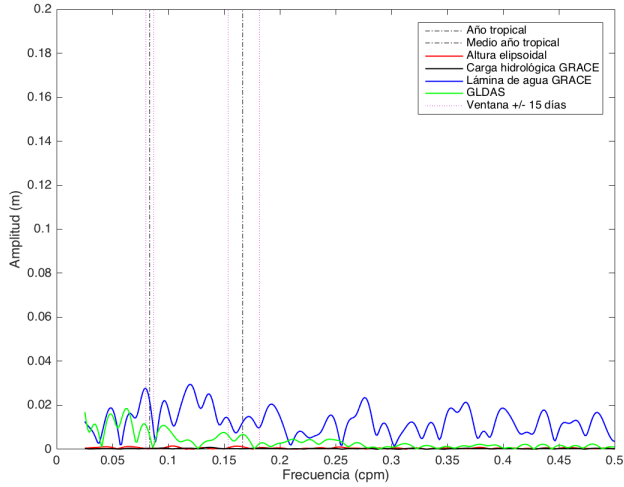
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



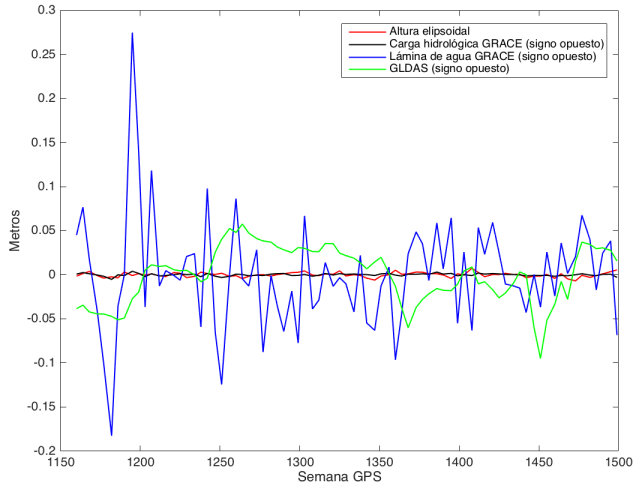
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.4: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en ARTU con $\Delta WRMS=22.081\%$.

A.4 ASPA

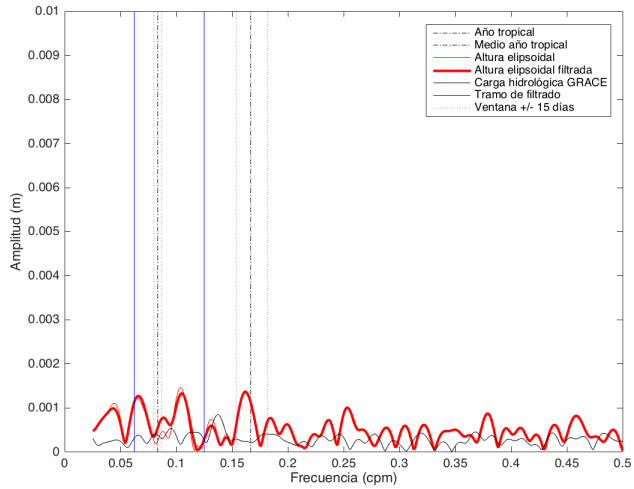


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

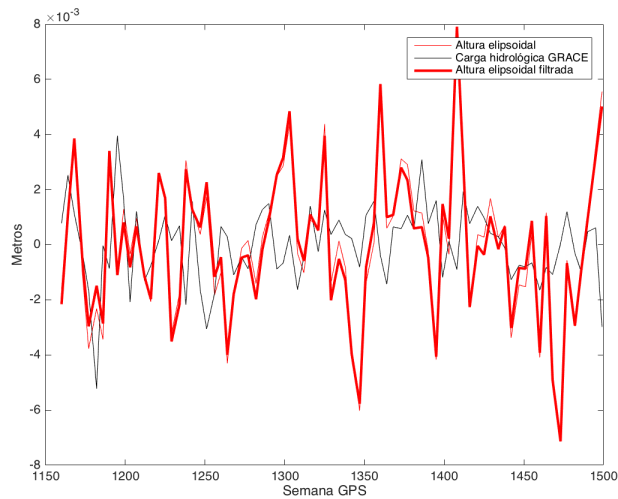


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.5: Series temporales en ASPA con $\Delta WRMS=1.084\%$.



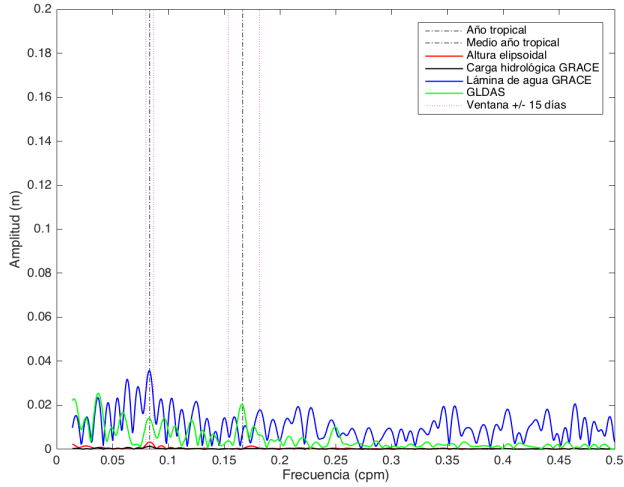
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



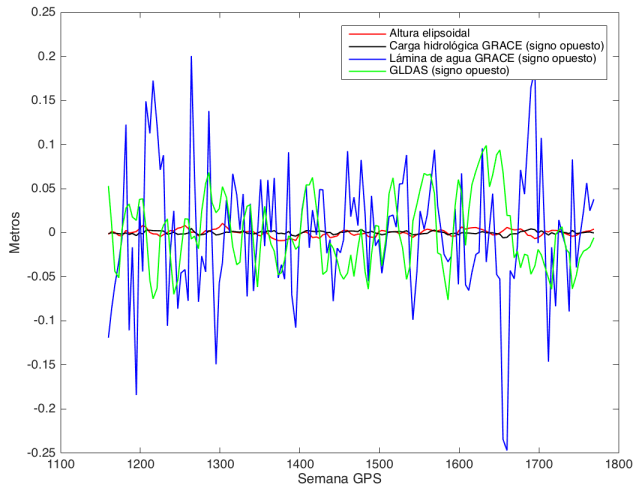
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.6: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en ASPA con $\Delta\text{WRMS}=1.084\%$.

A.5 AUCK

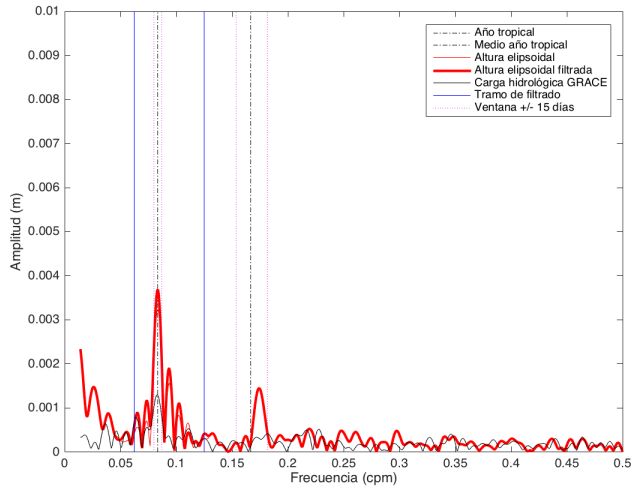


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

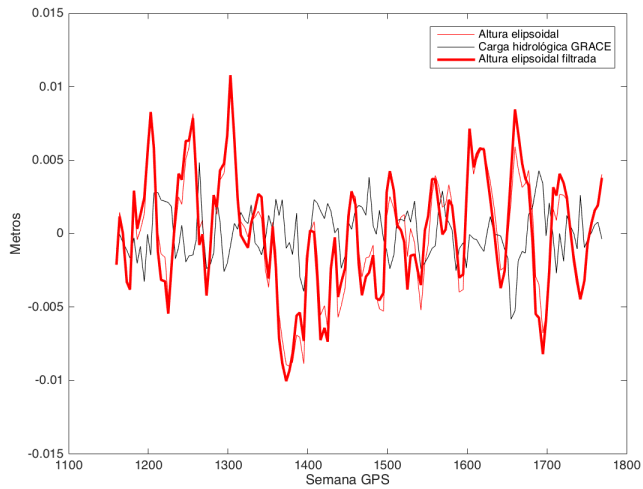


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.7: Series temporales en AUCK con $\Delta WRMS = -7.744\%$.



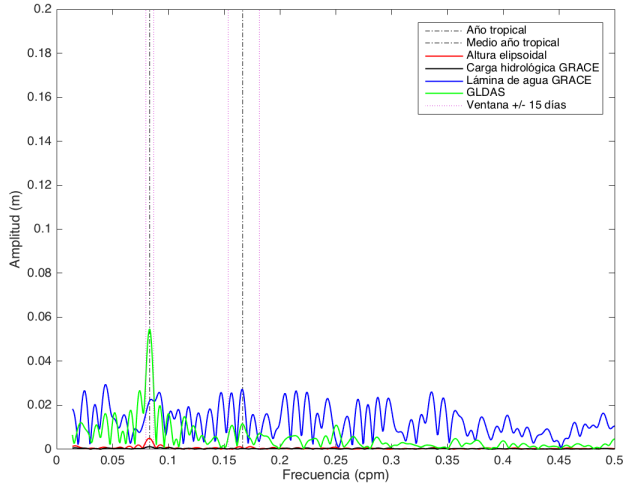
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



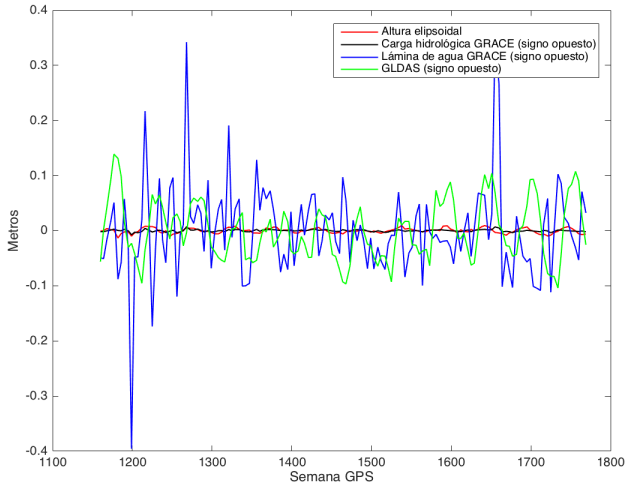
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.8: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en AUCK con $\Delta WRMS = -7.744\%$.

A.6 BJFS

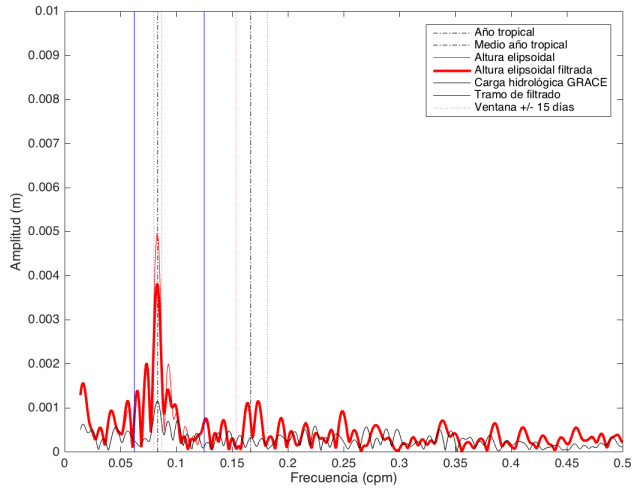


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

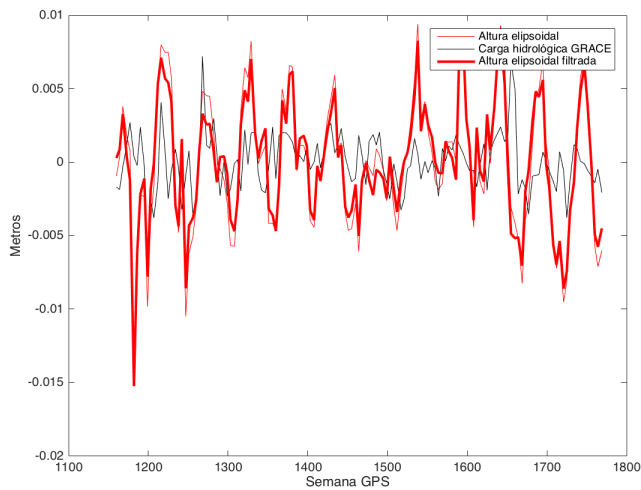


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.9: Series temporales en BJFS con $\Delta WRMS=12.077\%$.



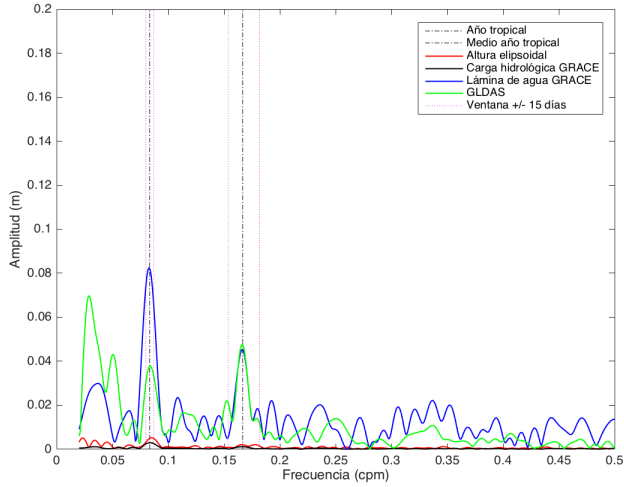
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



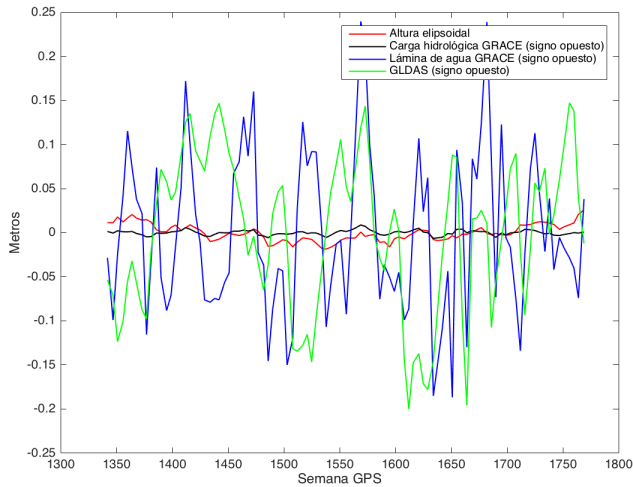
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.10: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en BJFS con $\Delta WRMS=12.077\%$.

A.7 BOGT

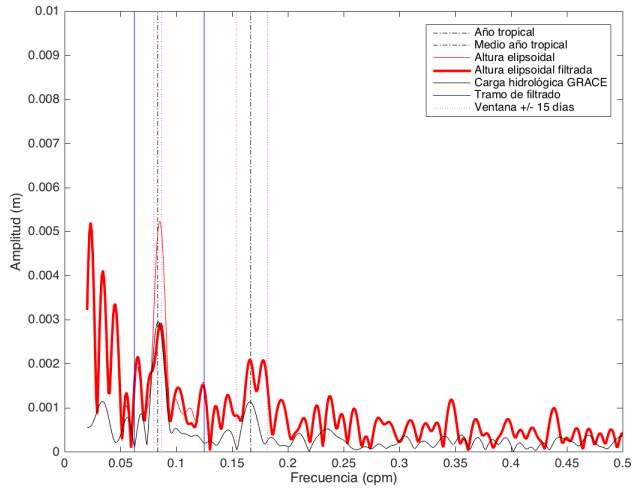


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

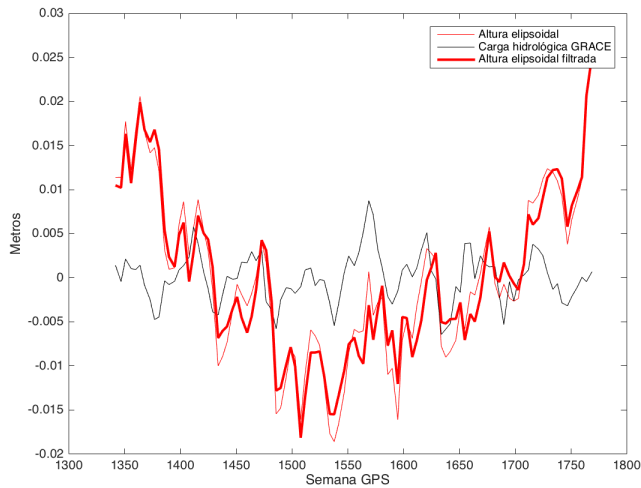


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.11: Series temporales en BOGT con $\Delta WRMS=2.944\%$.



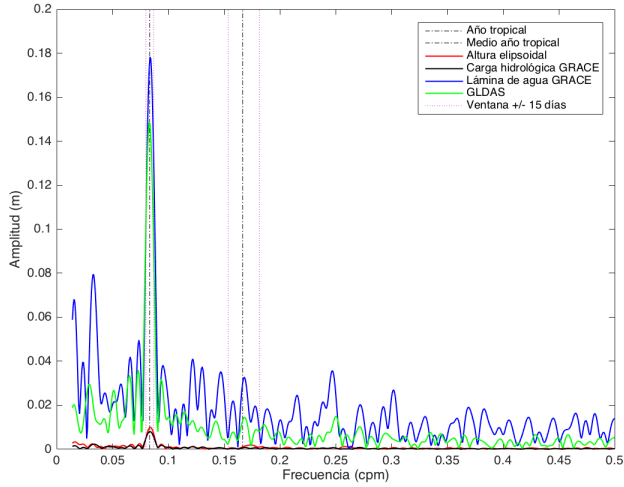
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



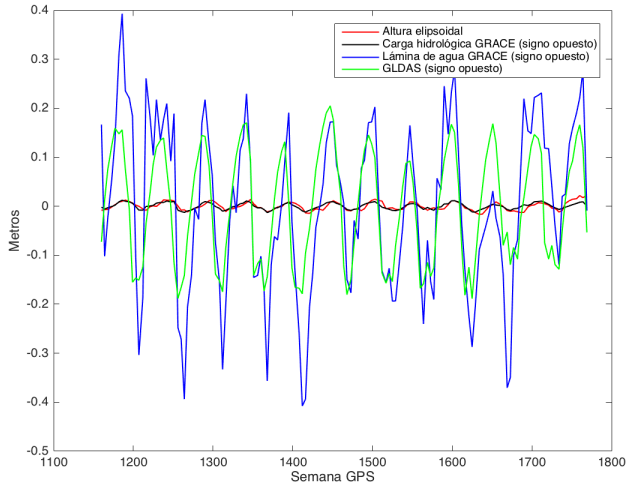
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.12: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en BOGT con $\Delta WRMS=2.944\%$.

A.8 BRAZ

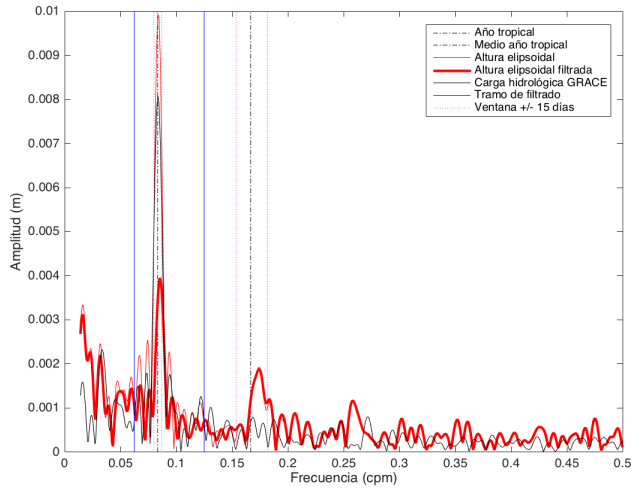


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

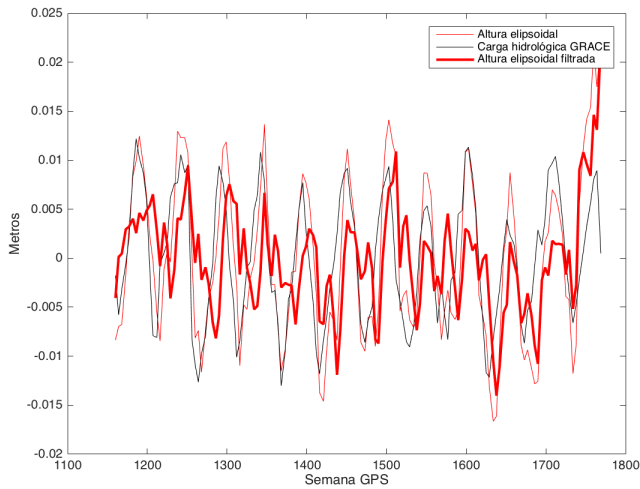


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.13: Series temporales en BRAZ con $\Delta\text{WRMS}=30.616\%$.



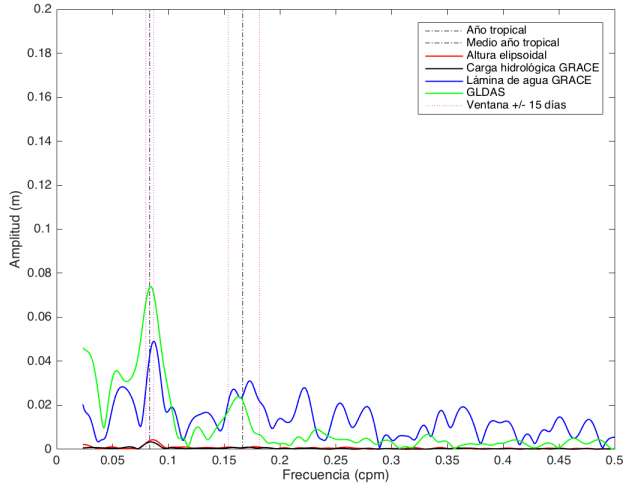
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



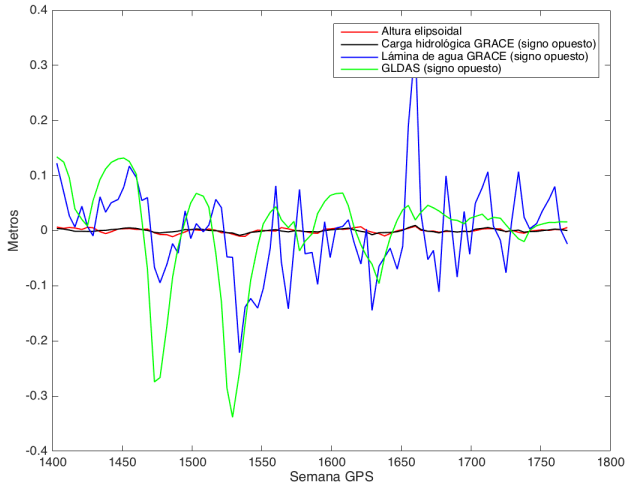
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.14: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en BRAZ con $\Delta WRMS=30.616\%$.

A.9 BRFT

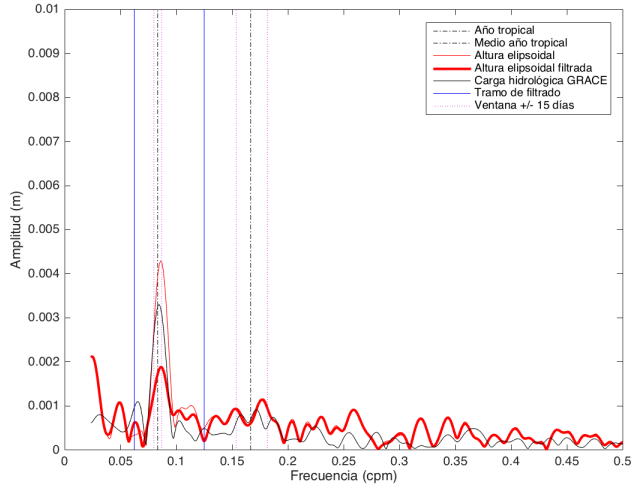


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

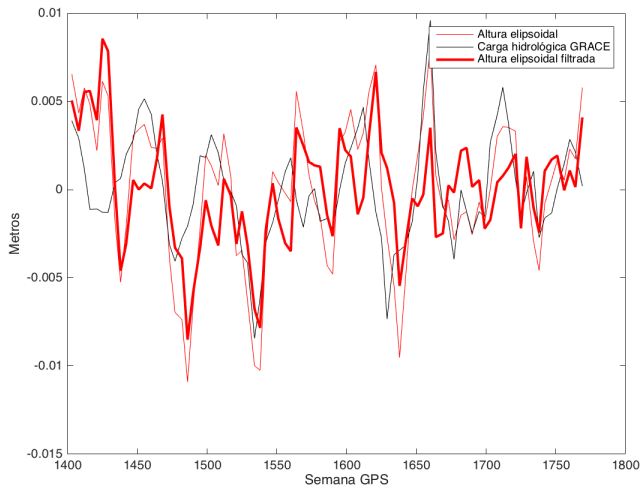


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.15: Series temporales en BRFT con $\Delta WRMS=25.214\%$.



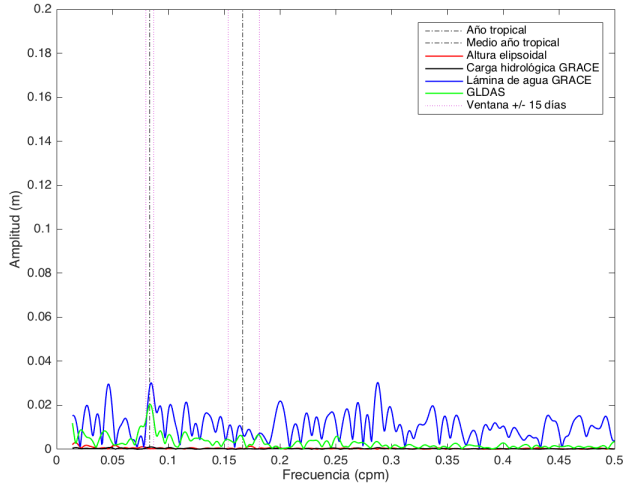
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



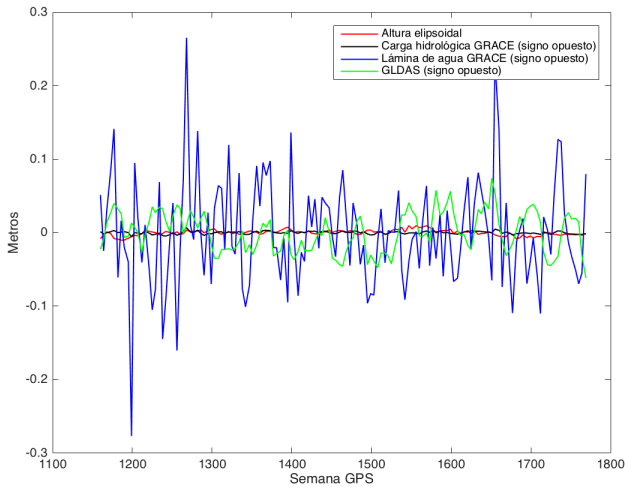
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.16: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en BRFT con $\Delta WRMS=25.214\%$.

A.10 BRMU

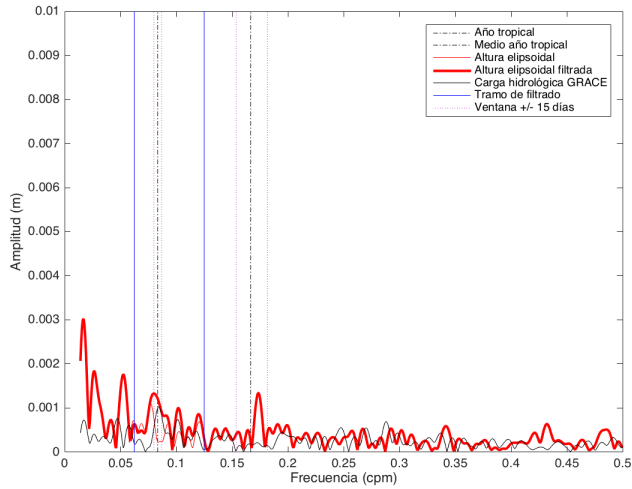


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

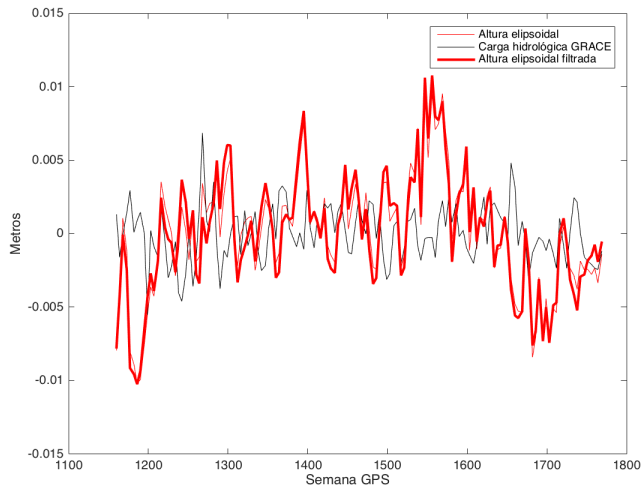


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.17: Series temporales en BRMU con $\Delta WRMS = -3.855\%$.



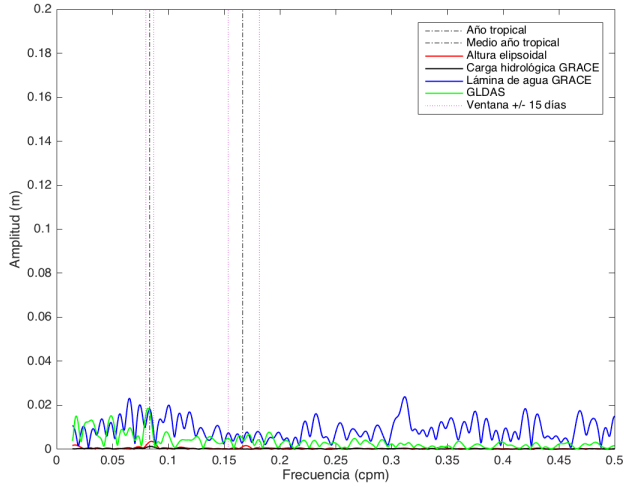
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



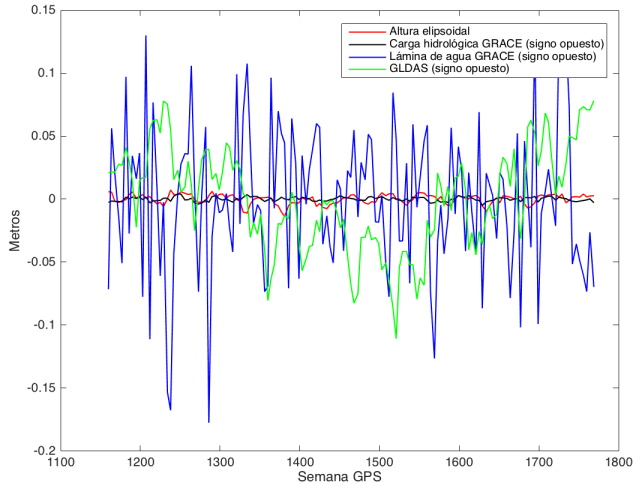
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.18: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en BRMU con $\Delta WRMS=3.855\%$.

A.11 CEDU

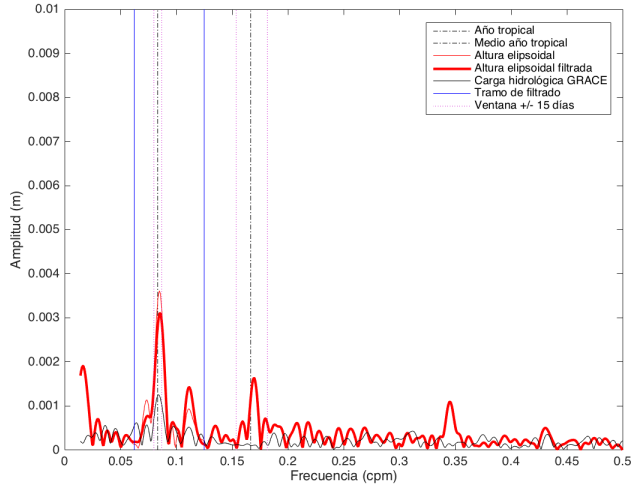


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

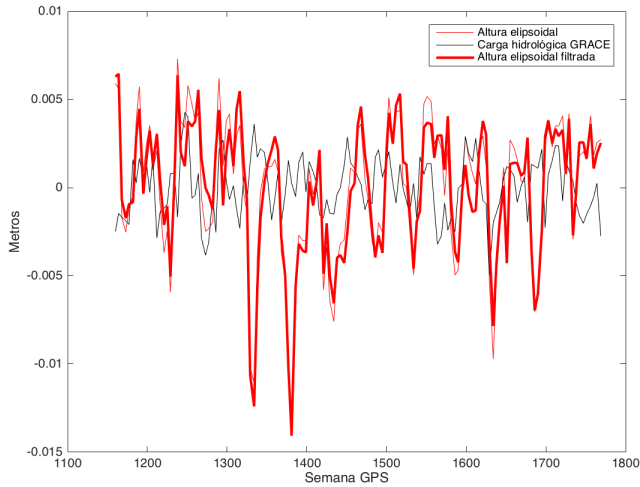


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.19: Series temporales en CEDU con $\Delta\text{WRMS}=5.912\%$.



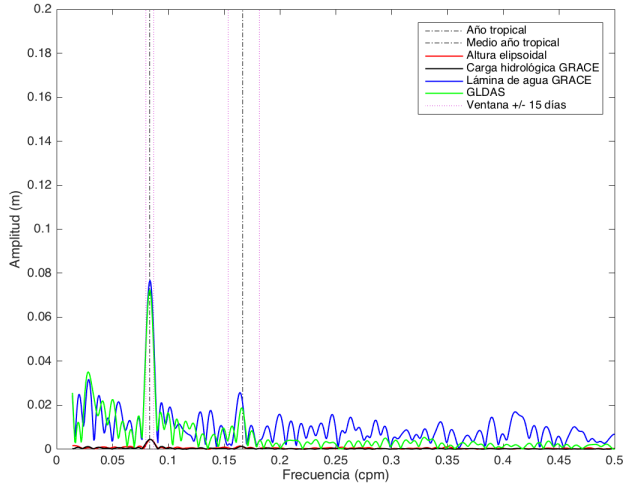
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



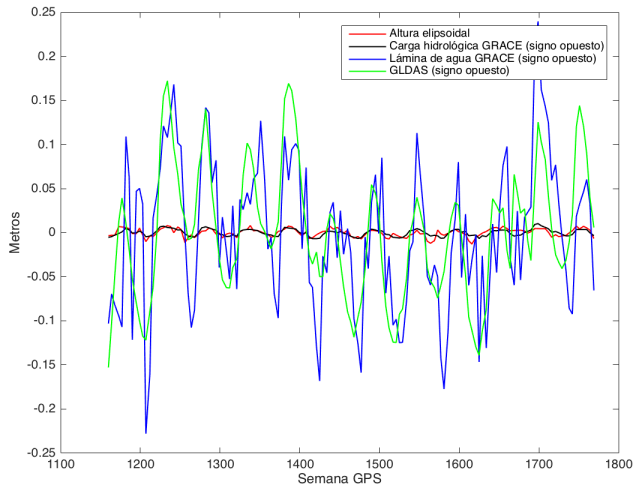
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.20: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en CEDU con $\Delta\text{WRMS}=5.912\%$.

A.12 CHUR

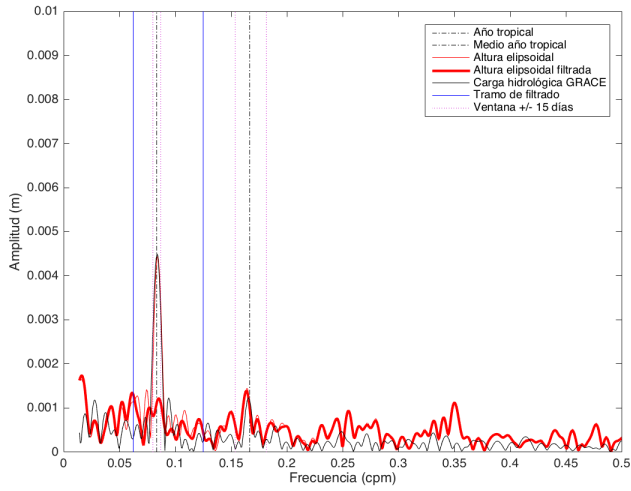


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

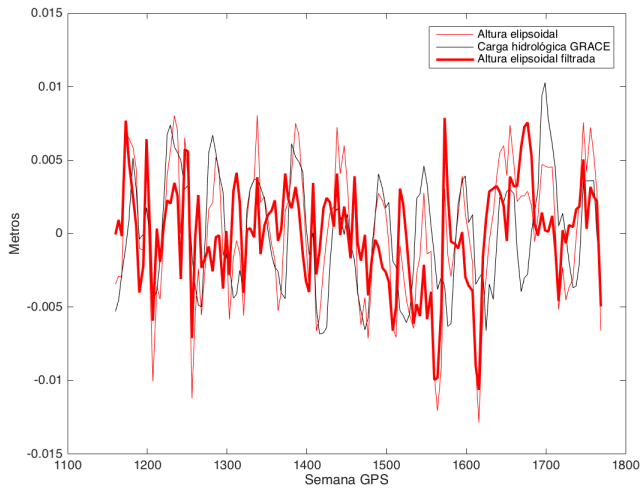


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.21: Series temporales en CHUR con $\Delta WRMS=24.538\%$.



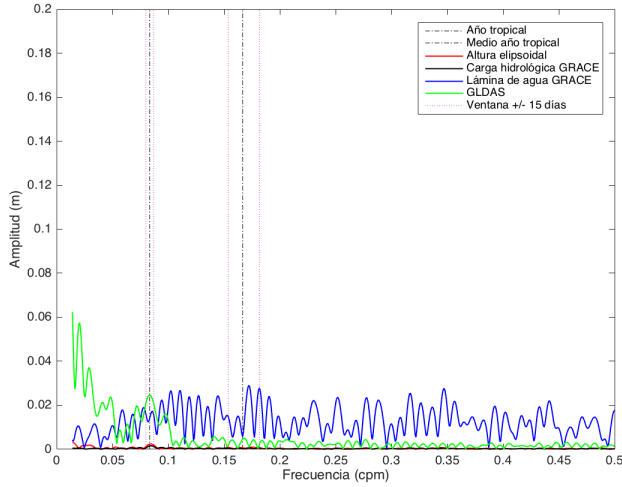
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



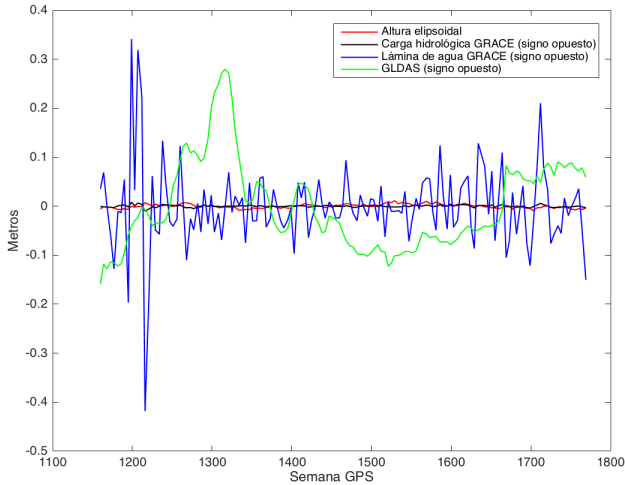
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.22: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en CHUR con $\Delta WRMS=24.538\%$.

A.13 COCO

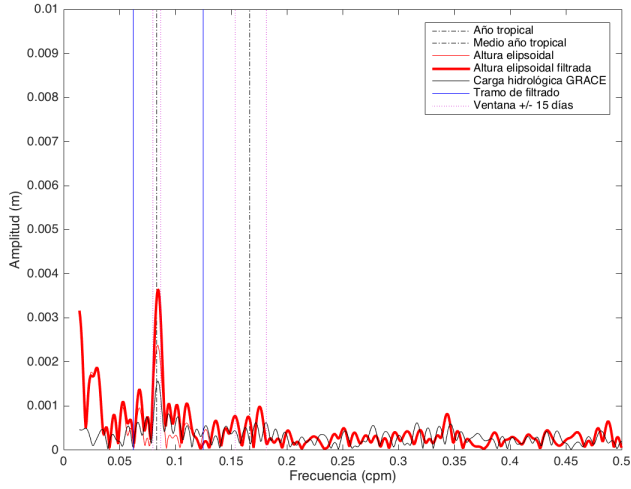


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

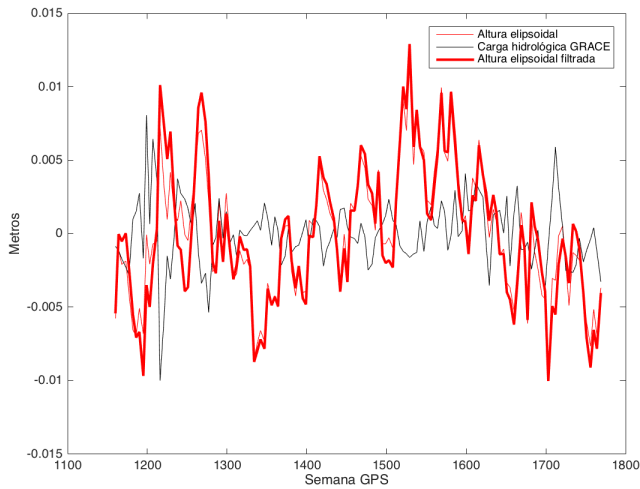


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.23: Series temporales en COCO con $\Delta WRMS = -13.841\%$.



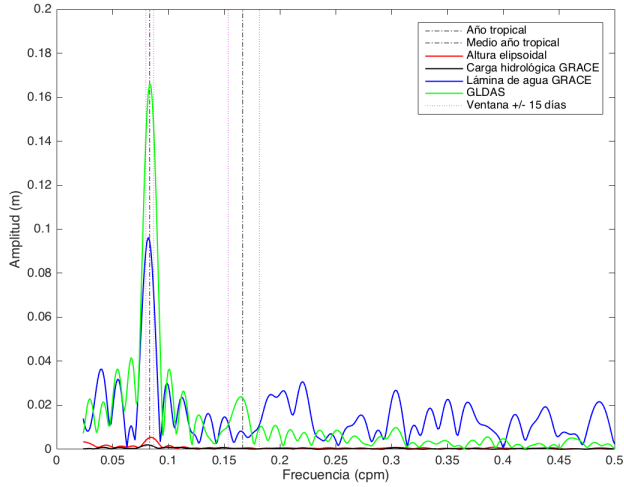
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



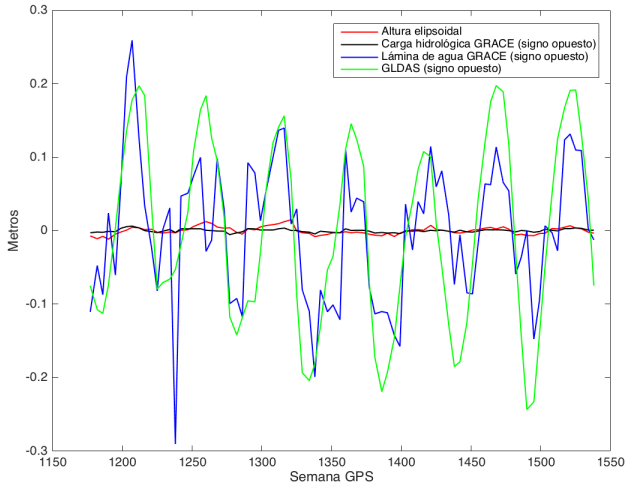
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.24: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en COCO con $\Delta WRMS = -13.841\%$.

A.14 CONZ

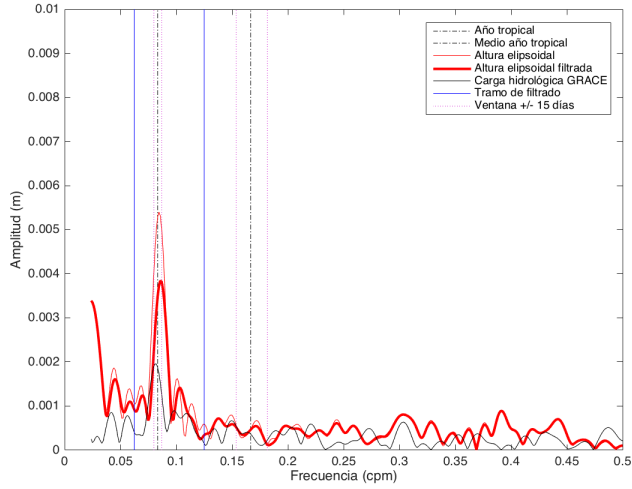


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

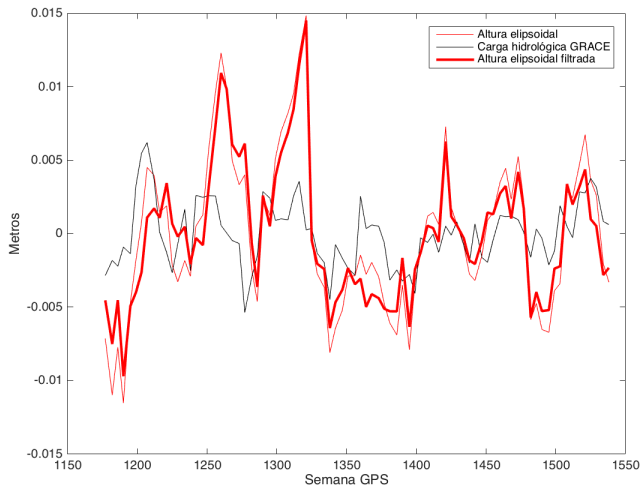


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.25: Series temporales en CONZ con $\Delta WRMS=13.275\%$.



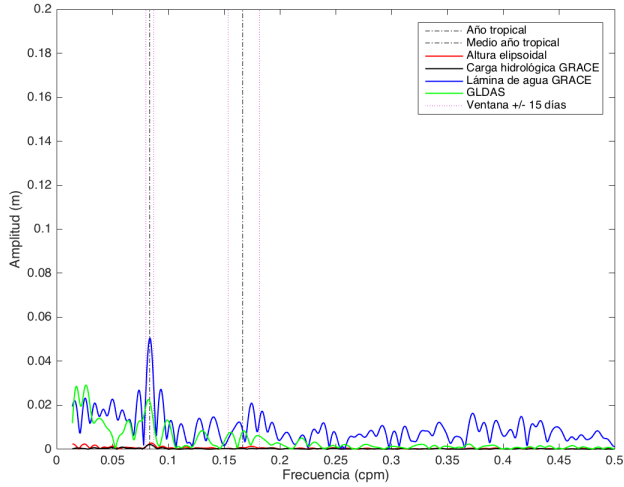
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



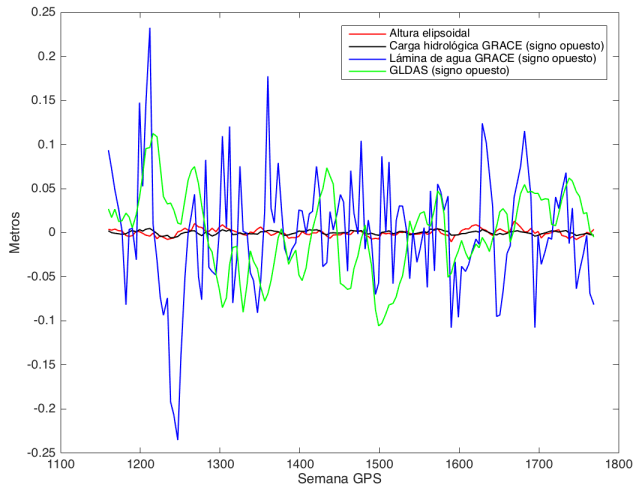
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.26: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en CONZ con $\Delta WRMS=13.275\%$.

A.15 CRO1

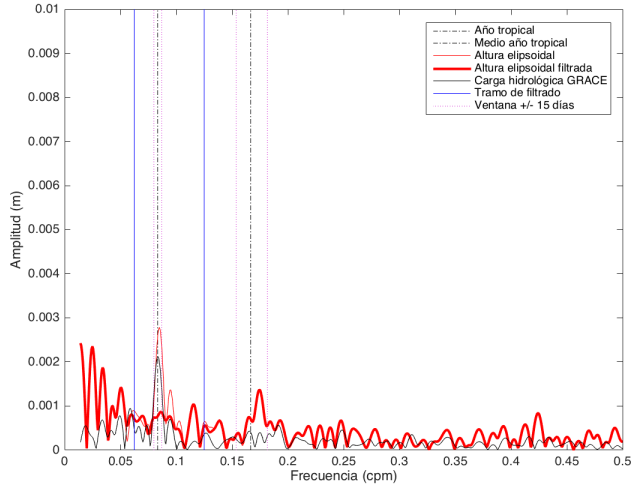


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

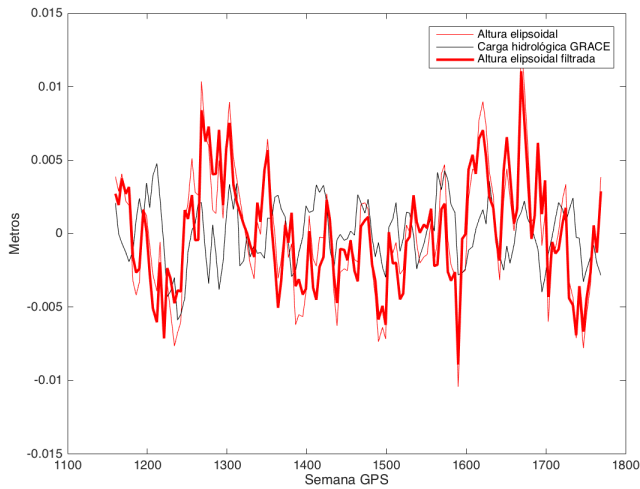


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.27: Series temporales en CRO1 con $\Delta\text{WRMS}=10.140\%$.



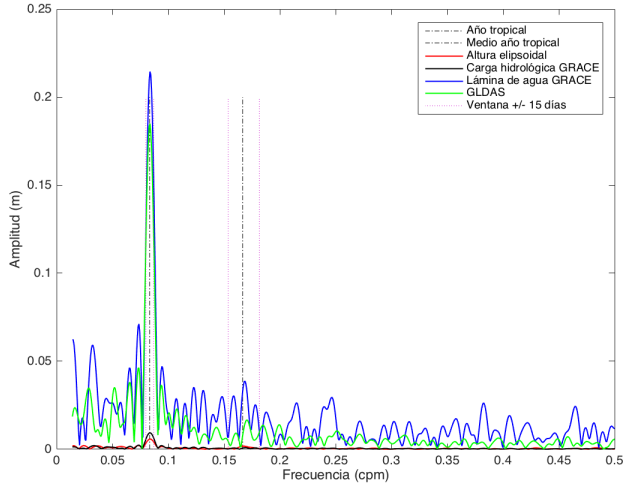
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



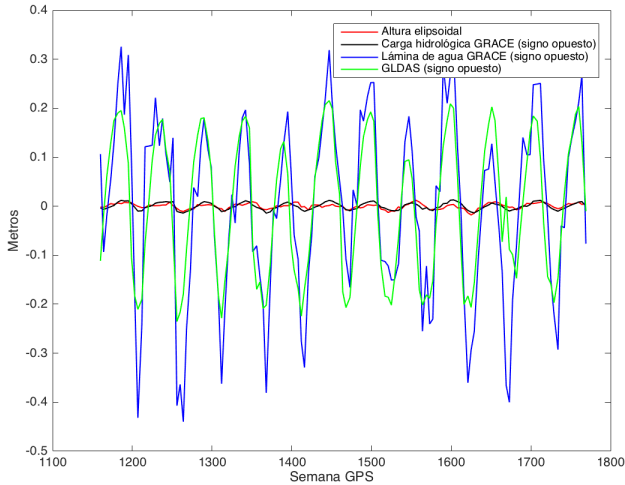
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.28: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en CRO1 con $\Delta\text{WRMS}=10.140\%$.

A.16 DARW

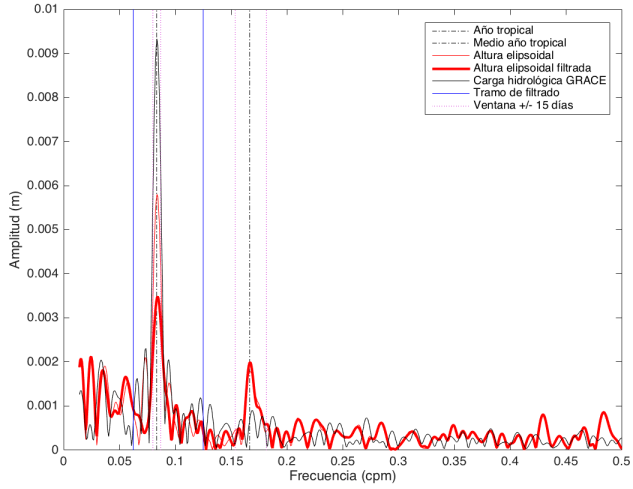


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

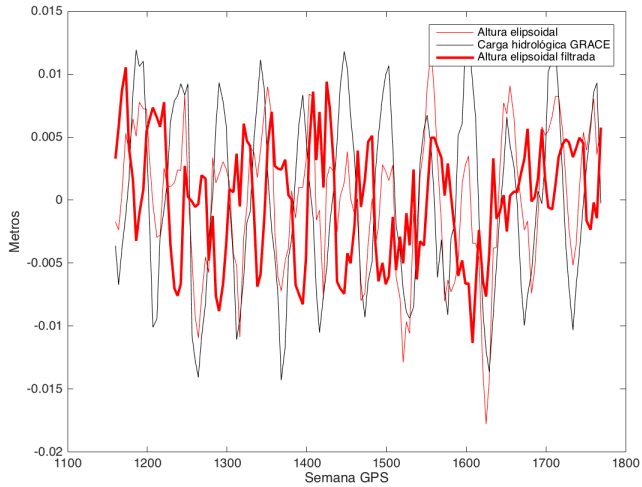


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.29: Series temporales en DARW con $\Delta WRMS=21.487\%$.



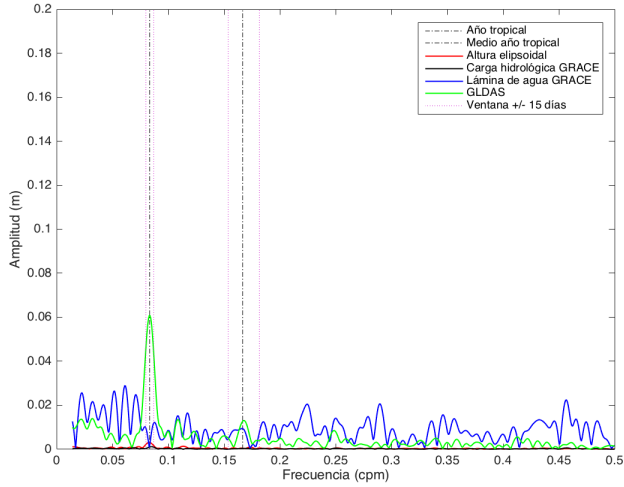
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



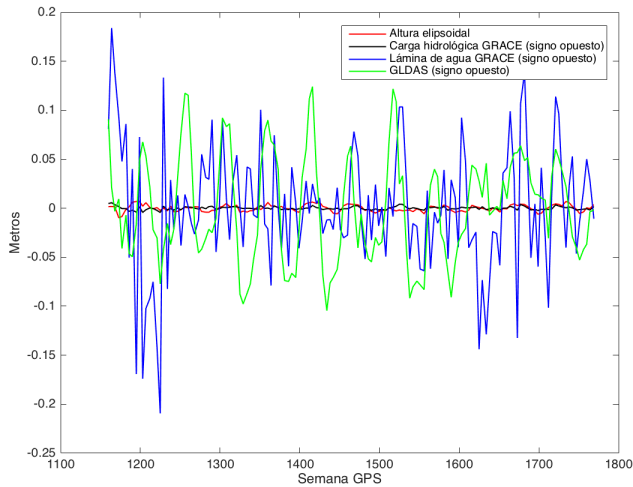
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.30: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en DARW con $\Delta WRMS=21.487\%$.

A.17 DGAR

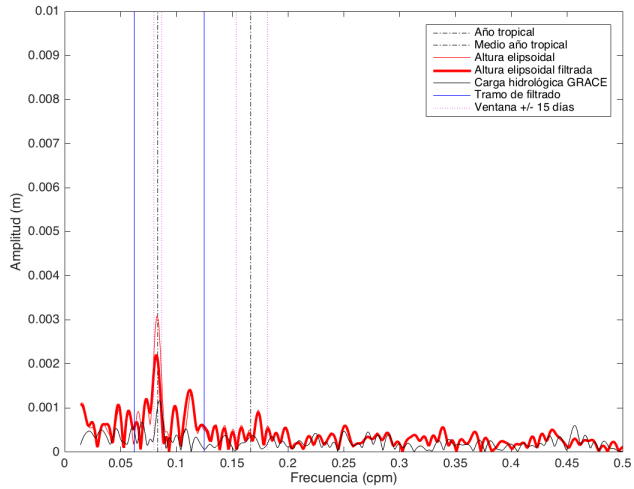


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

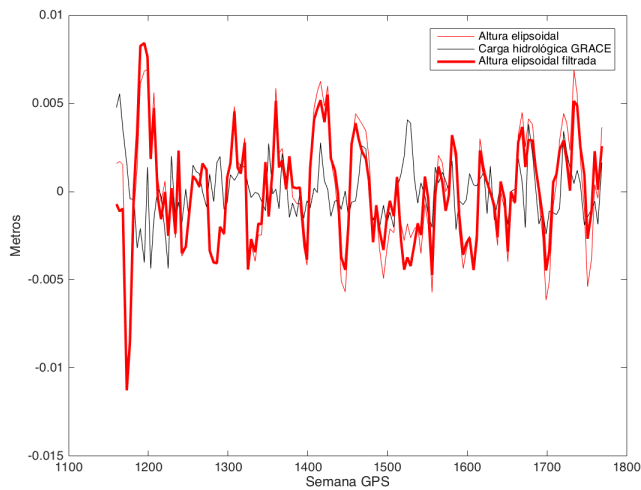


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.31: Series temporales en DGAR con $\Delta WRMS=12.485\%$.



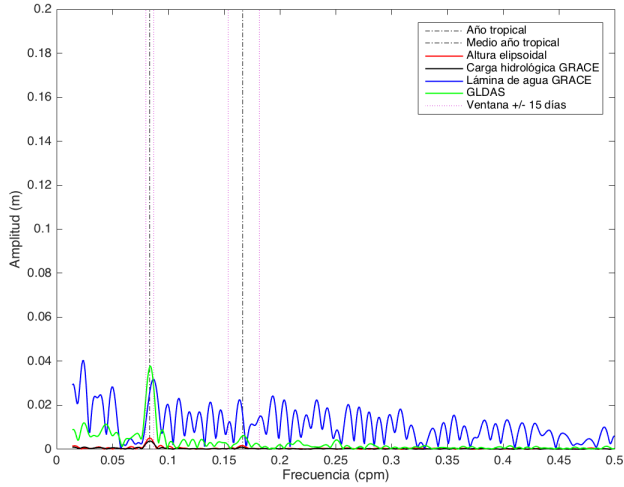
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



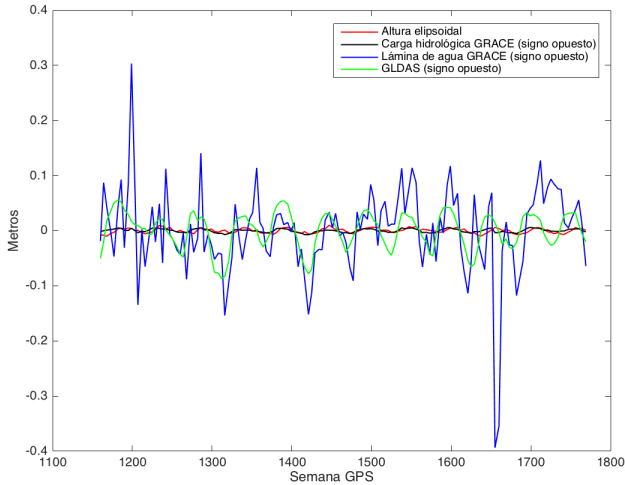
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.32: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en DGAR con $\Delta WRMS=12.485\%$.

A.18 DRAO

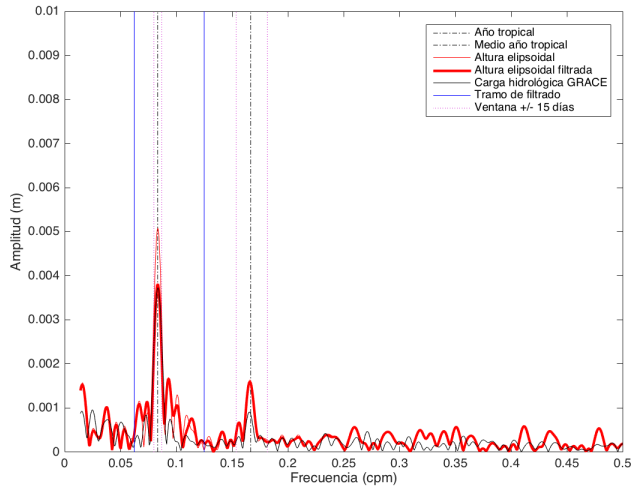


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

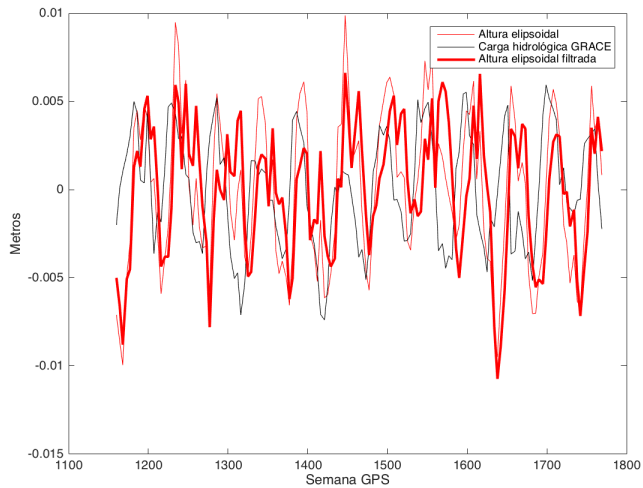


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.33: Series temporales en DRAO con $\Delta WRMS=11.873\%$.



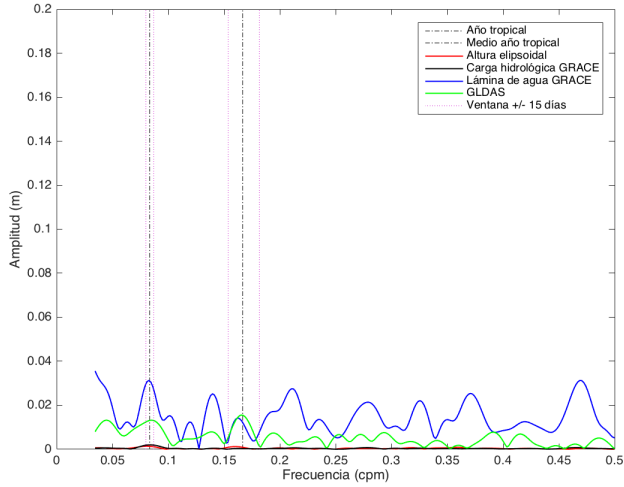
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



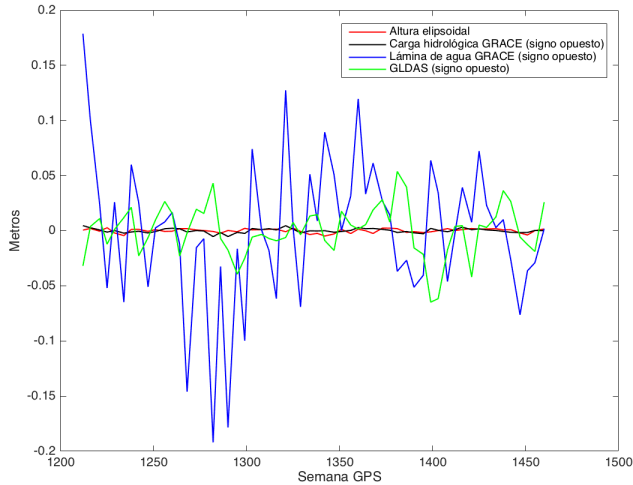
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.34: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en DRAO con $\Delta WRMS=11.873\%$.

A.19 GLPS

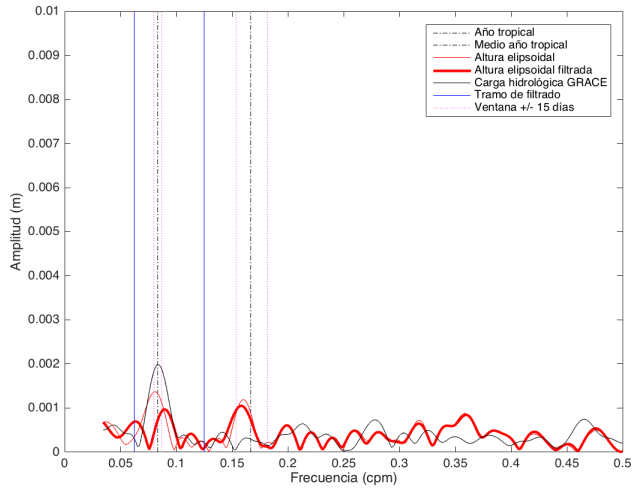


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

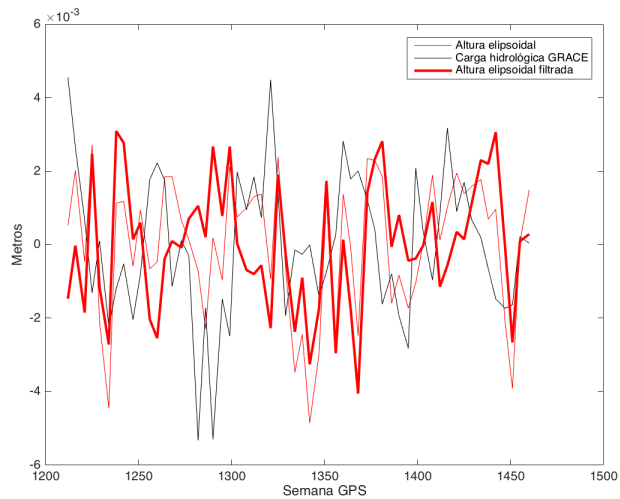


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.35: Series temporales en GLPS con $\Delta WRMS=2.679\%$.



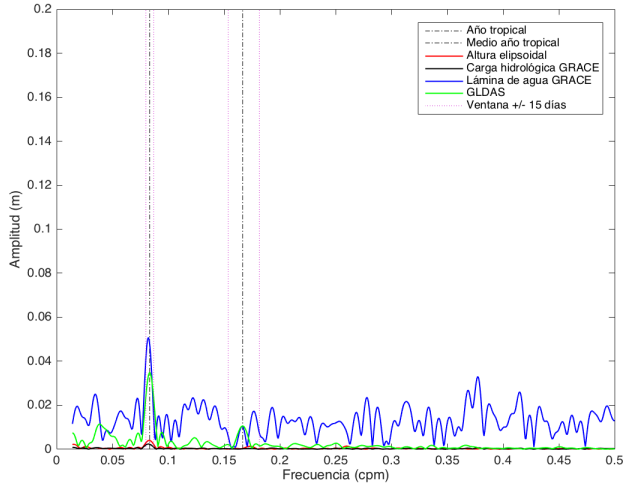
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



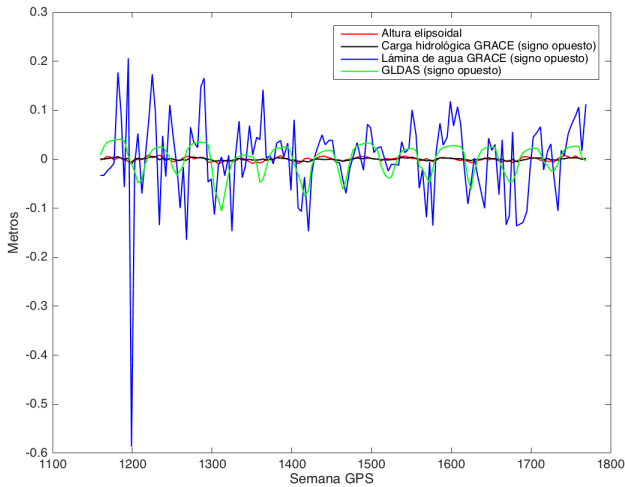
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.36: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en GLPS con $\Delta\text{WRMS}=2.679\%$.

A.20 GOLD

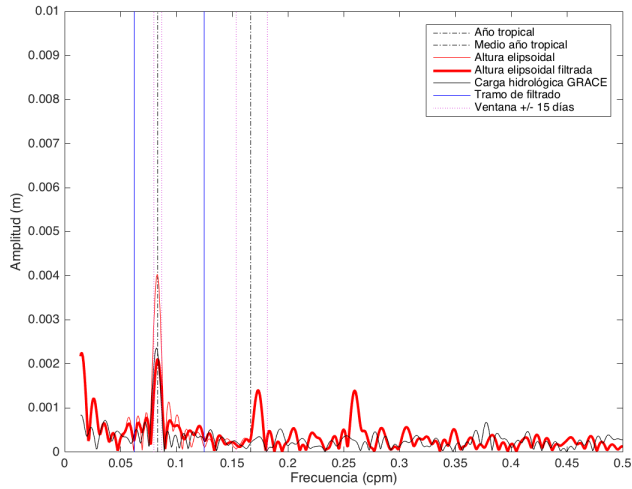


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

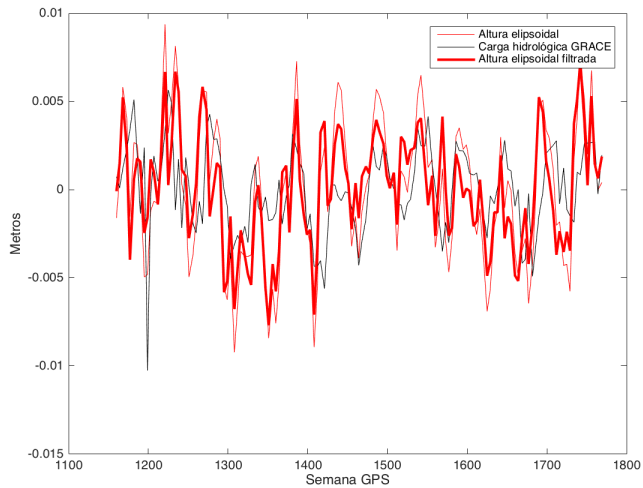


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.37: Series temporales en GOLD con $\Delta\text{WRMS}=18.231\%$.



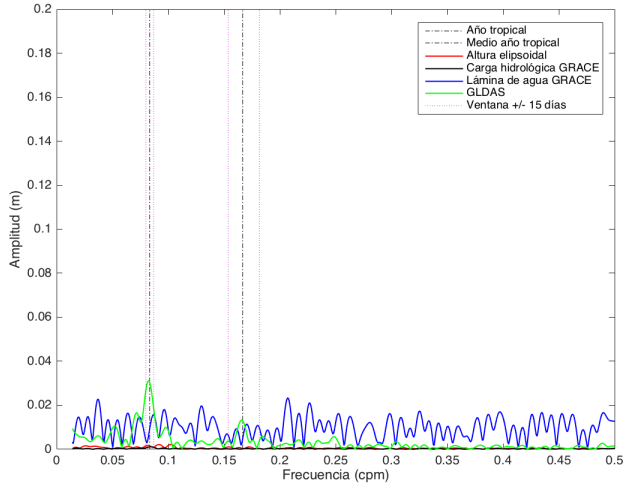
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



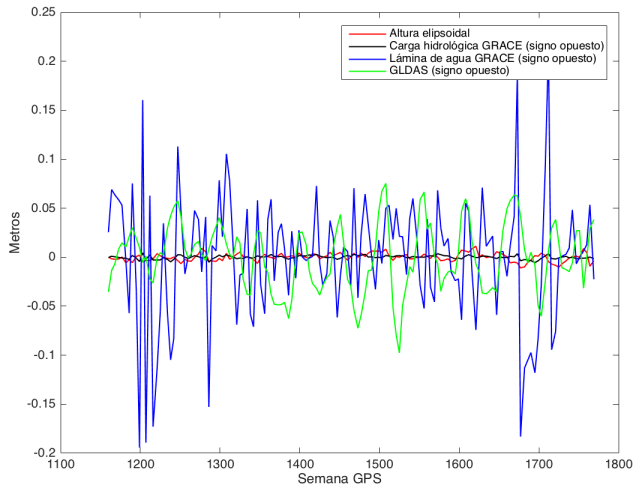
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.38: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en GOLD con $\Delta WRMS=18.231\%$.

A.21 GUAM

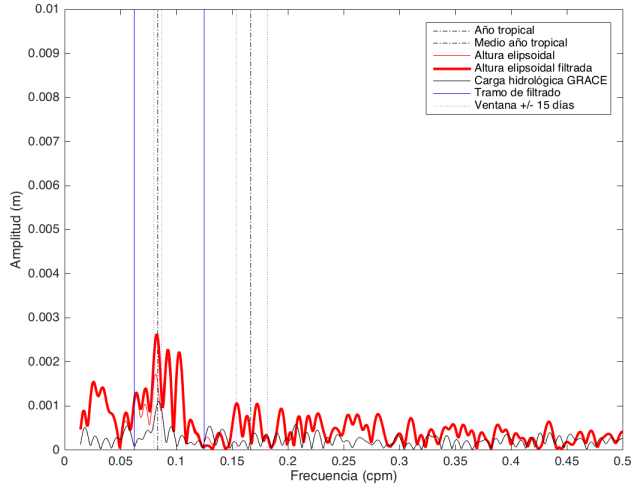


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

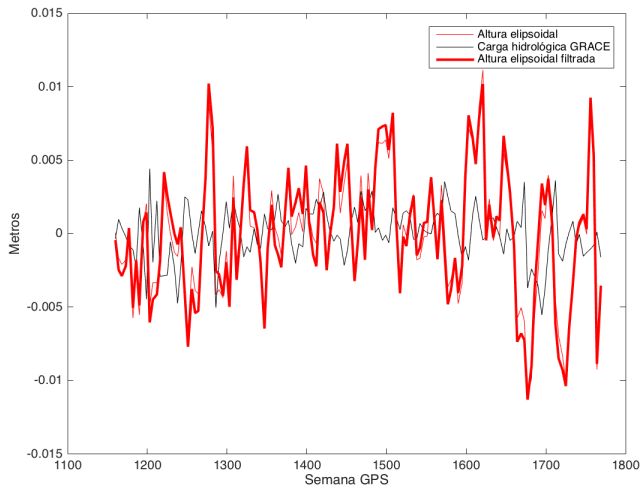


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.39: Series temporales en GUAM con $\Delta WRMS = -9.534\%$.



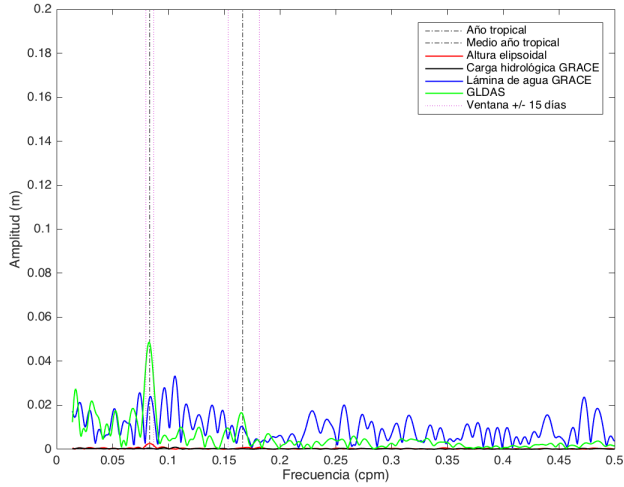
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



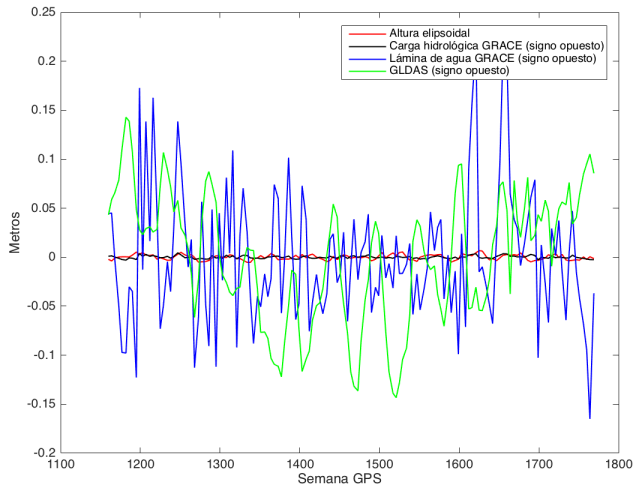
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.40: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en GUAM con $\Delta\text{WRMS}=-9.534\%$.

A.22 HOB2

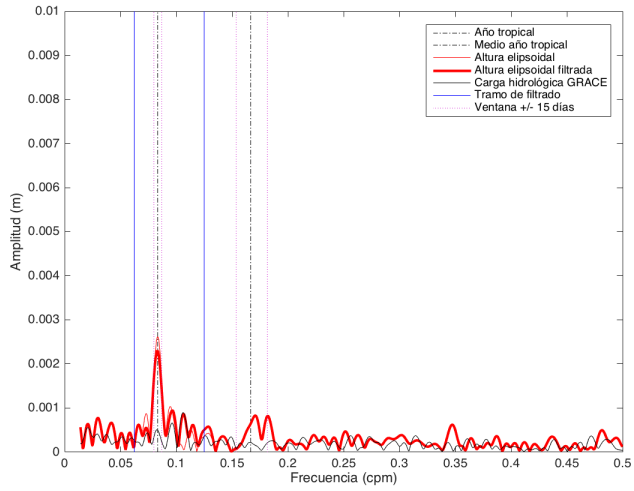


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

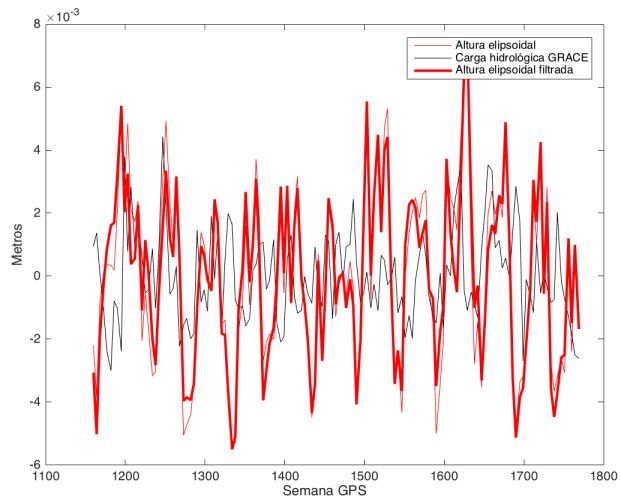


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.41: Series temporales en HOB2 con $\Delta\text{WRMS}=2.134\%$.



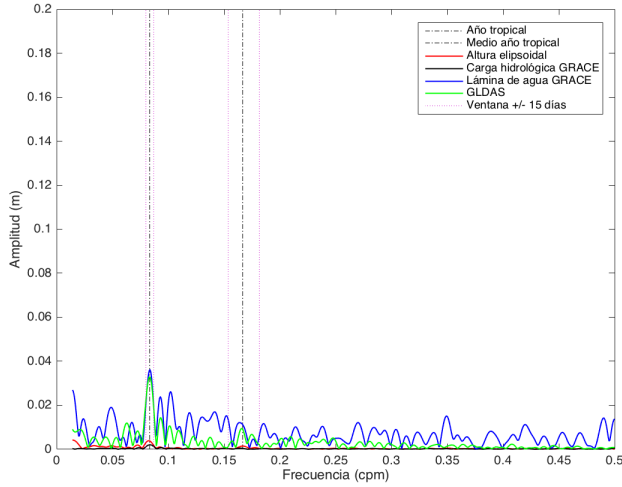
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



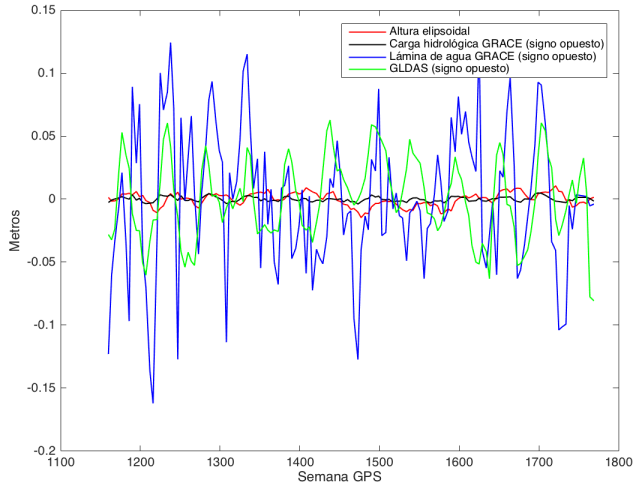
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.42: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en HOB2 con $\Delta\text{WRMS}=2.134\%$.

A.23 HOFN

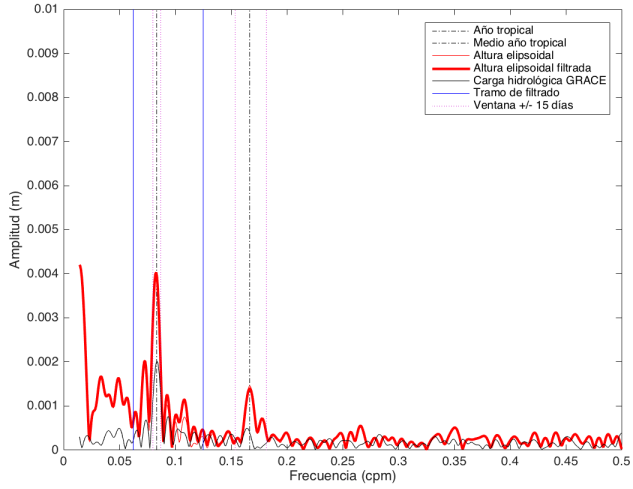


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

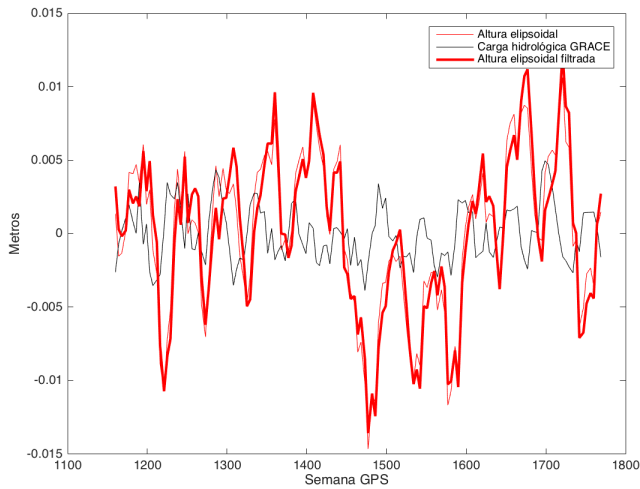


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.43: Series temporales en HOFN con $\Delta WRMS = -3.589\%$.



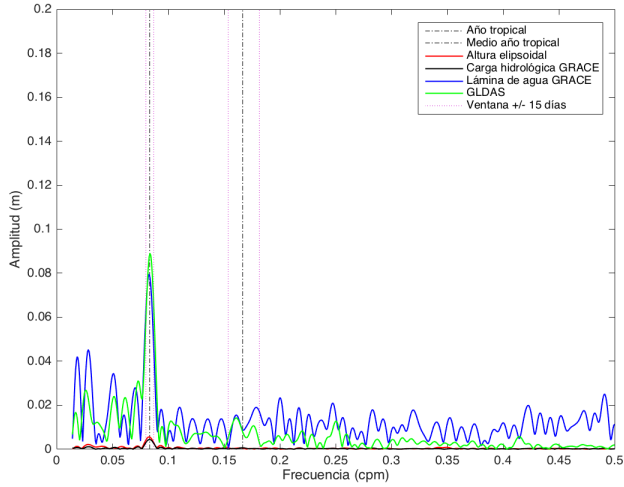
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



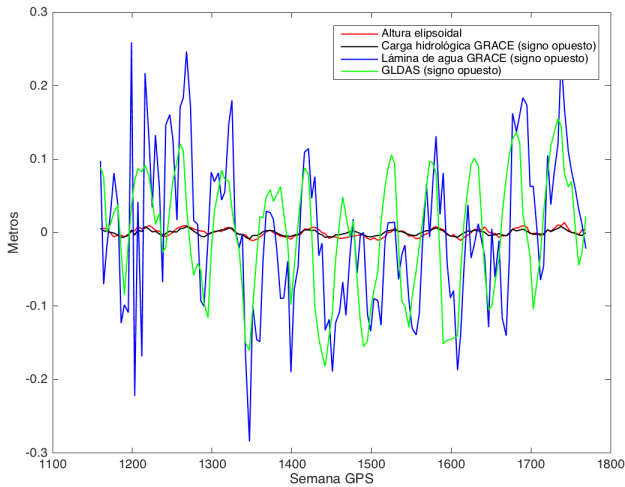
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.44: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en HOFN con $\Delta WRMS = -3.589\%$.

A.24 IISC

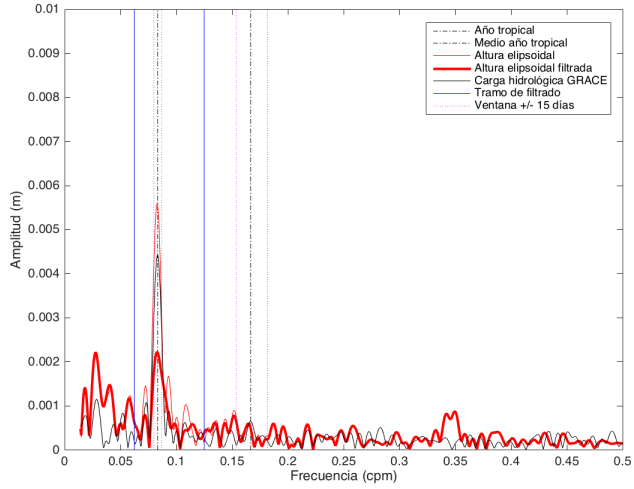


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

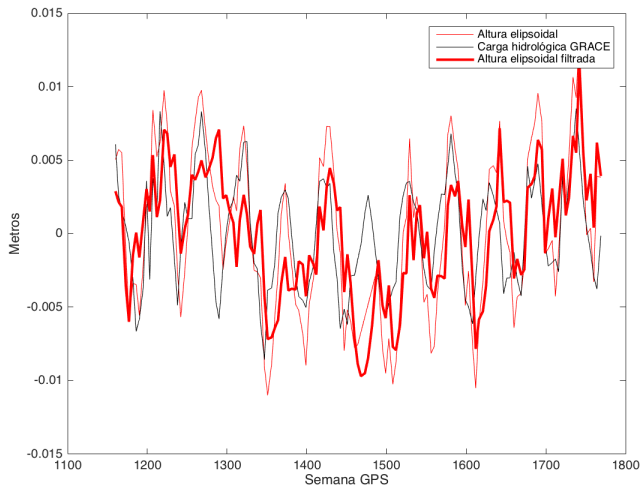


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.45: Series temporales en IISC con $\Delta WRMS=27.631\%$.



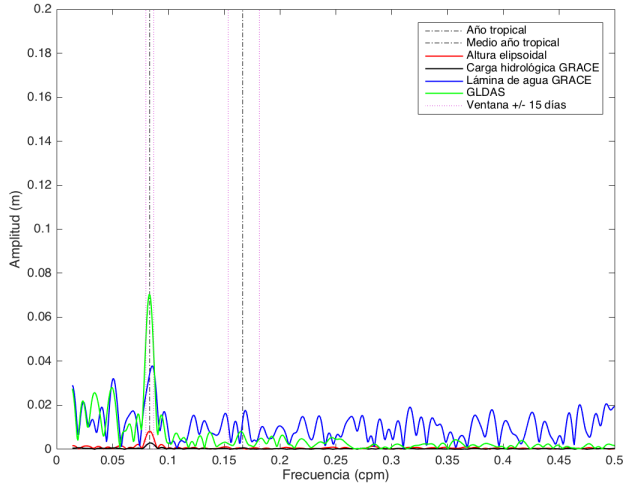
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



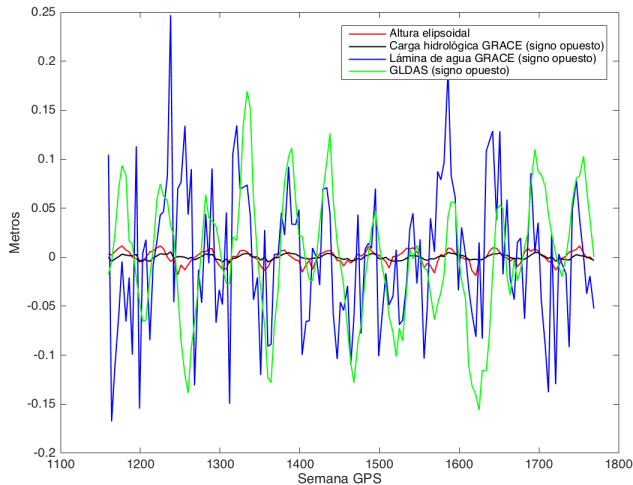
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.46: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en IISC con $\Delta\text{WRMS}=27.631\%$.

A.25 IRKT

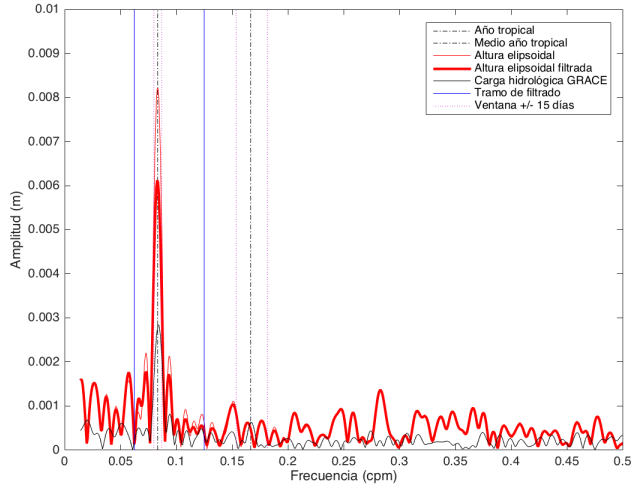


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

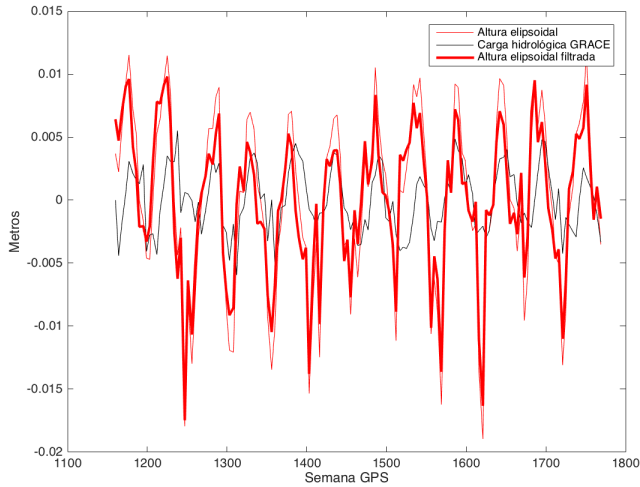


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.47: Series temporales en IRKT con $\Delta\text{WRMS}=17.102\%$.



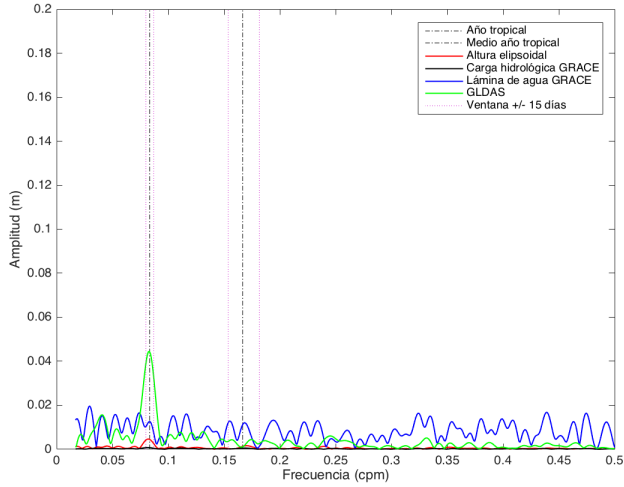
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



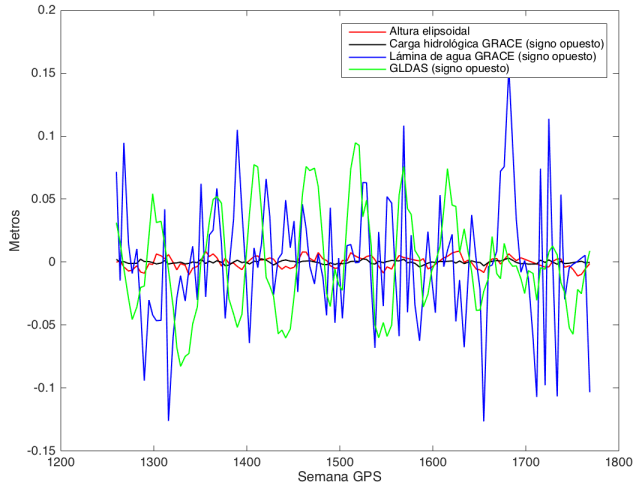
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.48: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en IRKT con $\Delta WRMS=17.102\%$.

A.26 ISPA

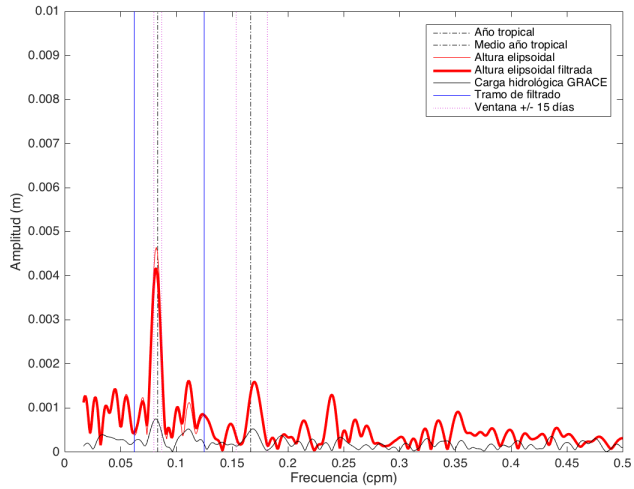


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

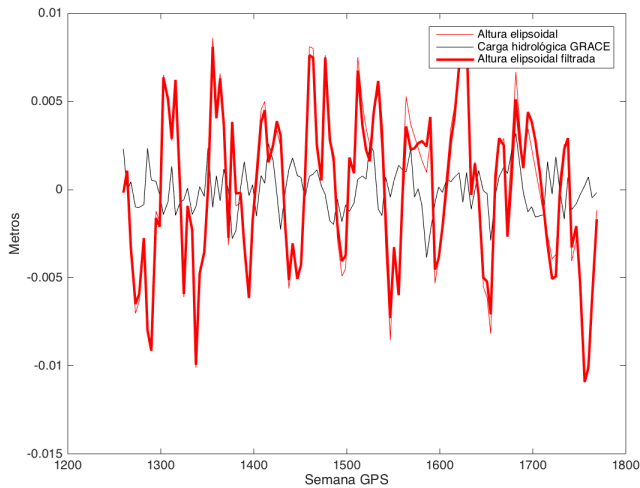


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.49: Series temporales en ISPA con $\Delta WRMS=2.587\%$.



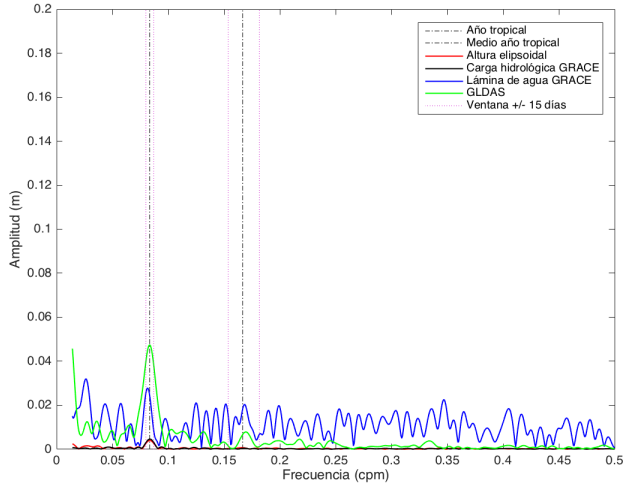
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



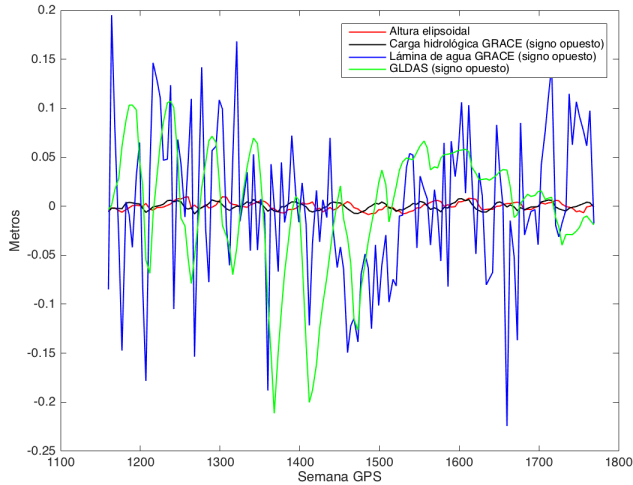
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.50: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en ISPA con $\Delta WRMS=2.587\%$.

A.27 KARR

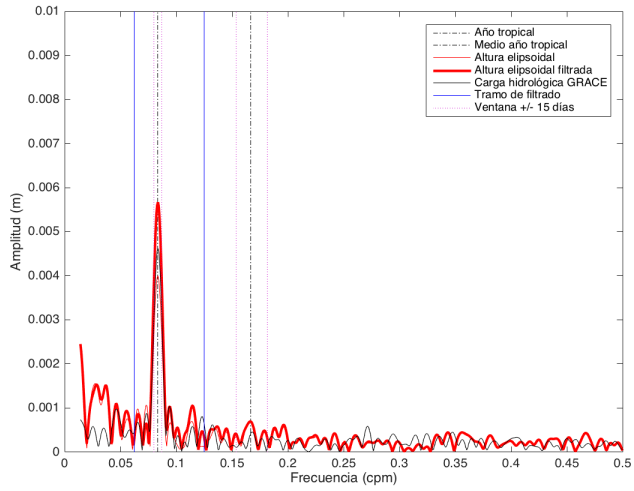


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

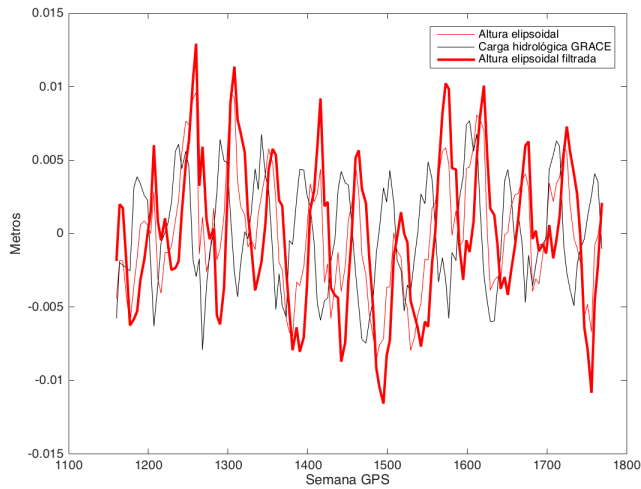


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.51: Series temporales en KARR con $\Delta WRMS = -23.195\%$.



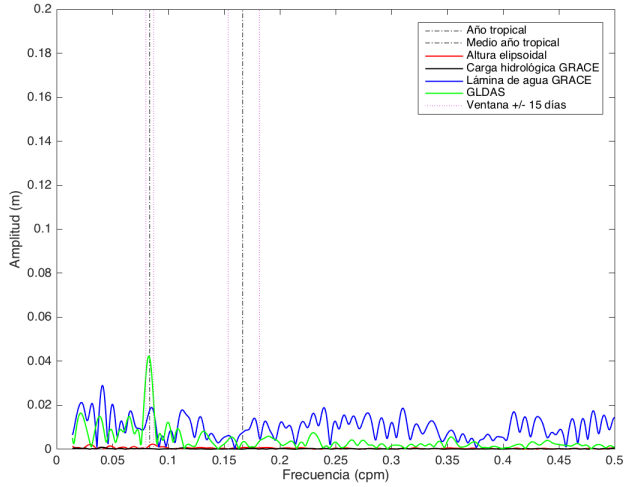
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



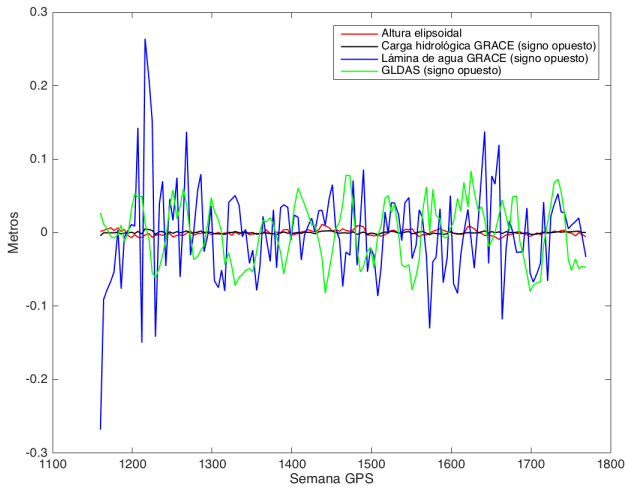
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.52: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en KARR con $\Delta WRMS = -23.195\%$.

A.28 KERG

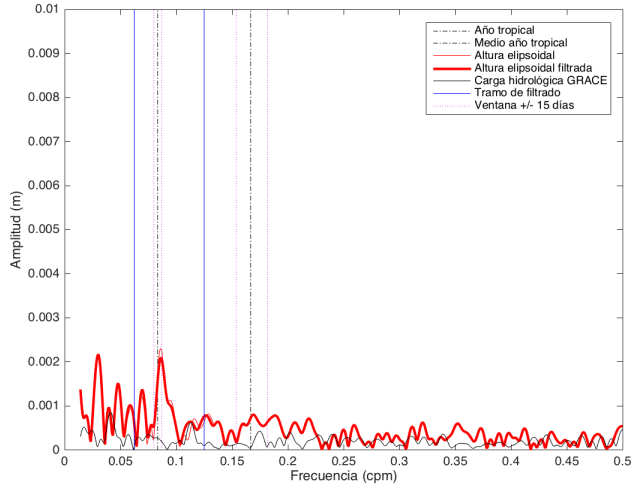


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

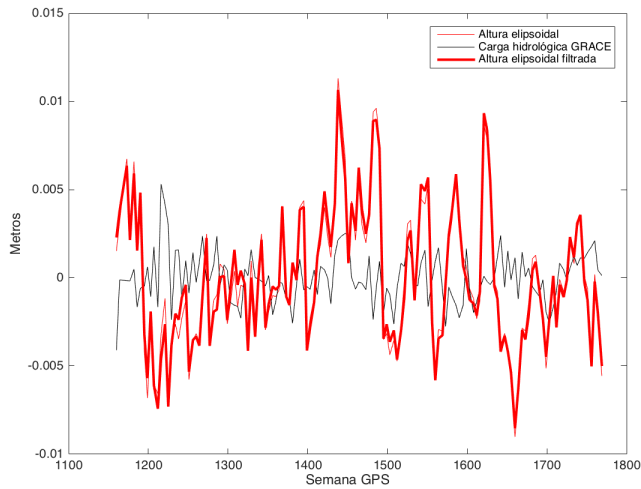


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.53: Series temporales en KERG con $\Delta WRMS=2.214\%$.



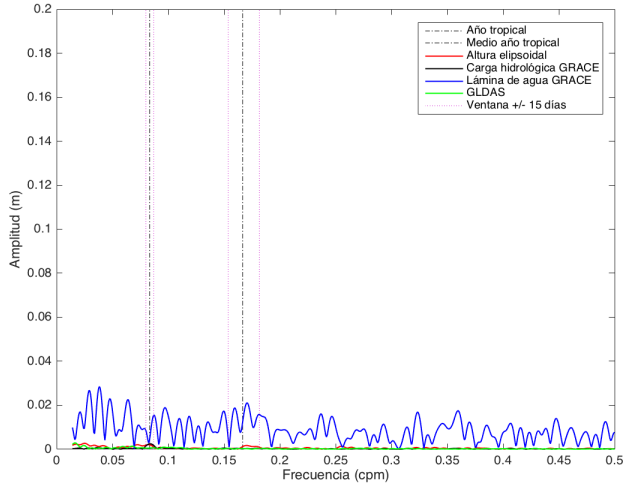
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



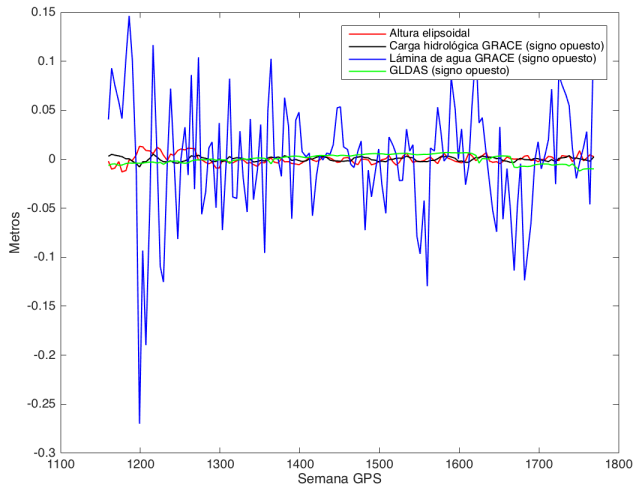
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.54: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en KERG con $\Delta WRMS=2.214\%$.

A.29 KOKB

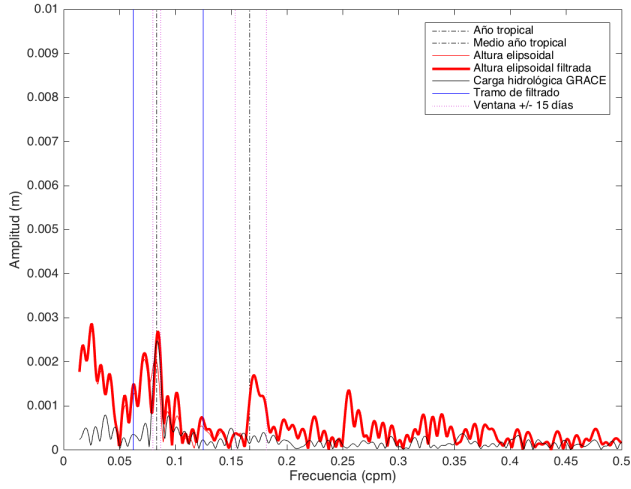


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

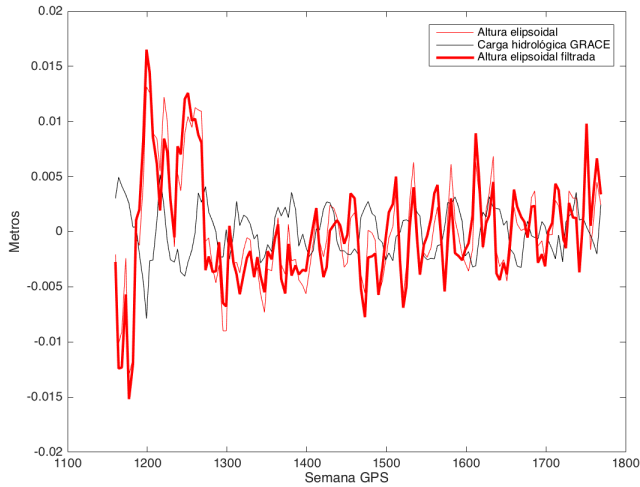


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.55: Series temporales en KOKB con Δ WRMS=-5.249%.



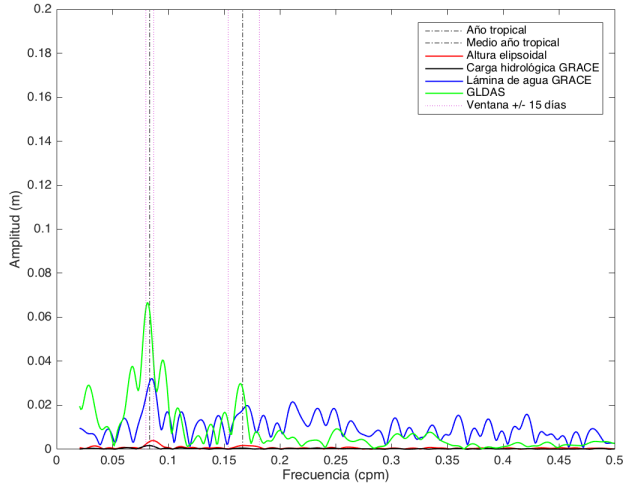
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



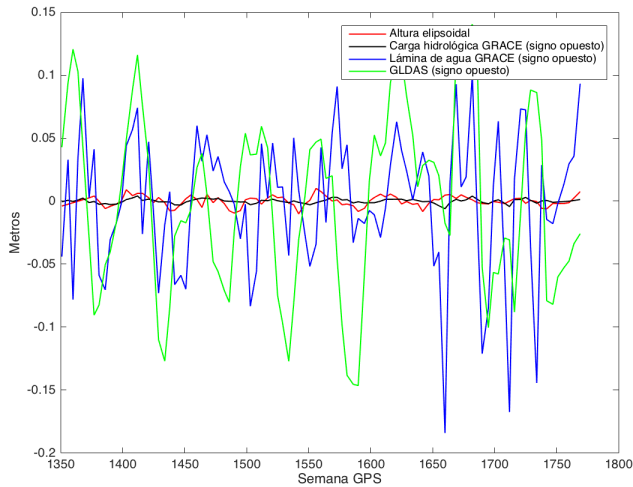
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.56: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en KOKB con $\Delta WRMS = -5.249\%$.

A.30 KOUK

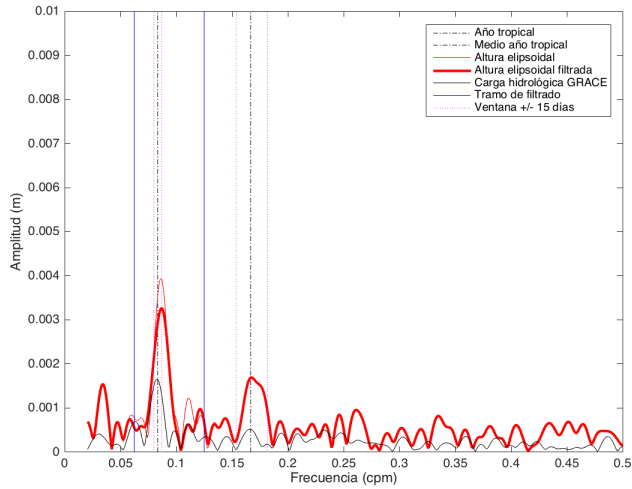


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

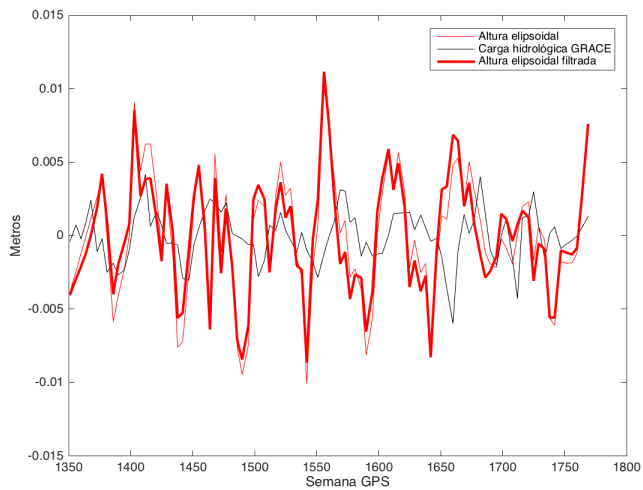


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.57: Series temporales en KOUK con $\Delta WRMS=3.239\%$.



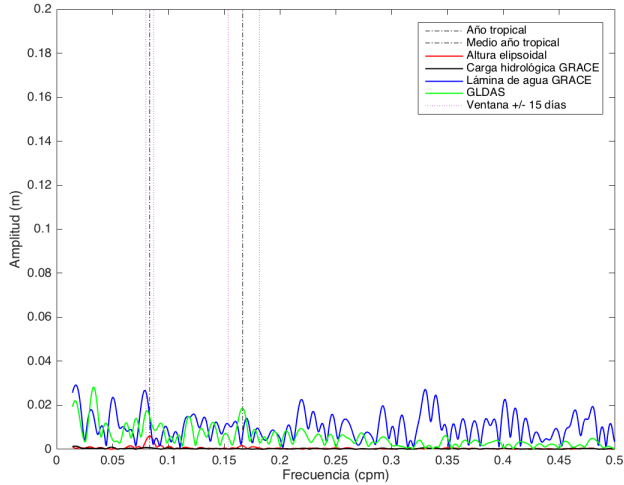
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



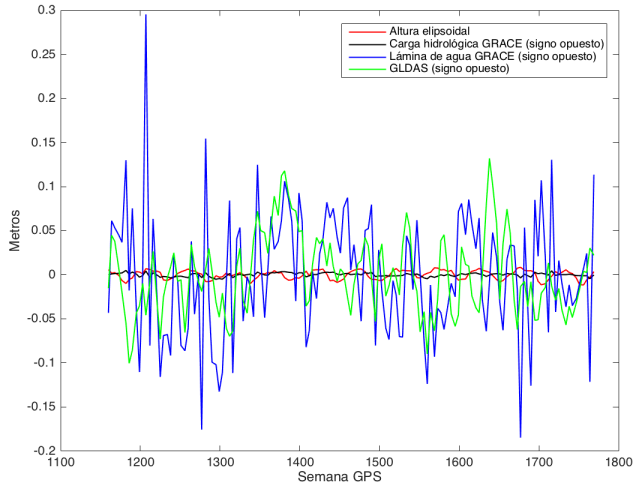
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.58: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en KOUC con $\Delta WRMS=3.239\%$.

A.31 LHAZ

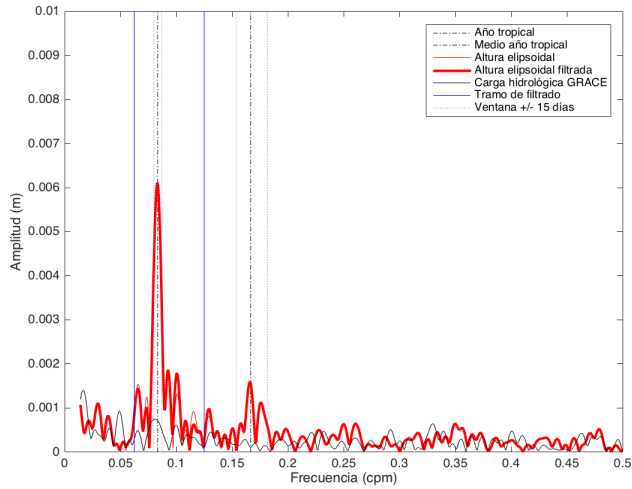


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

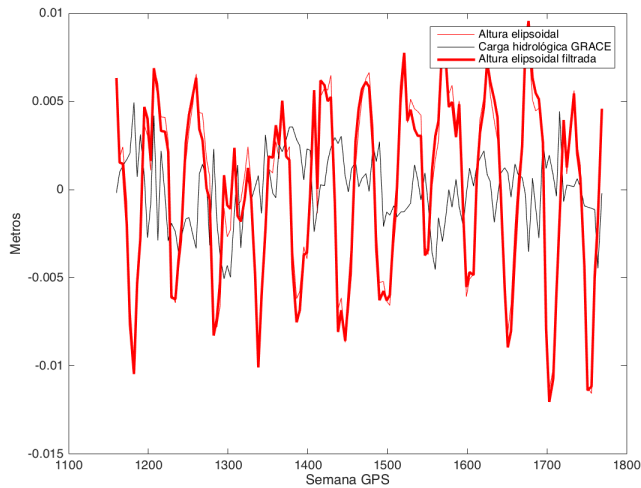


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.59: Series temporales en LHAZ con $\Delta WRMS = -2.295\%$.



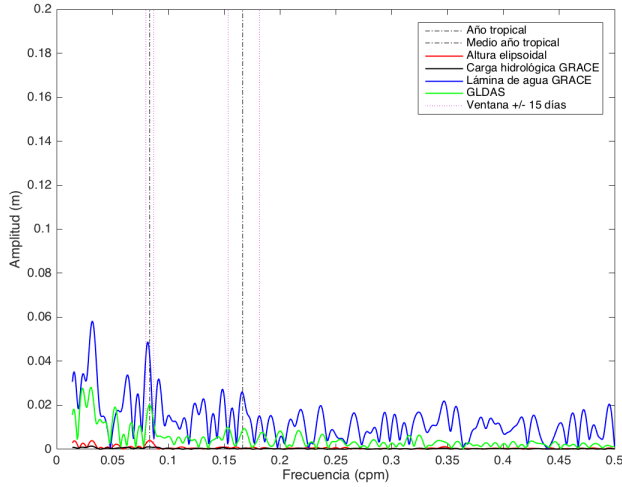
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



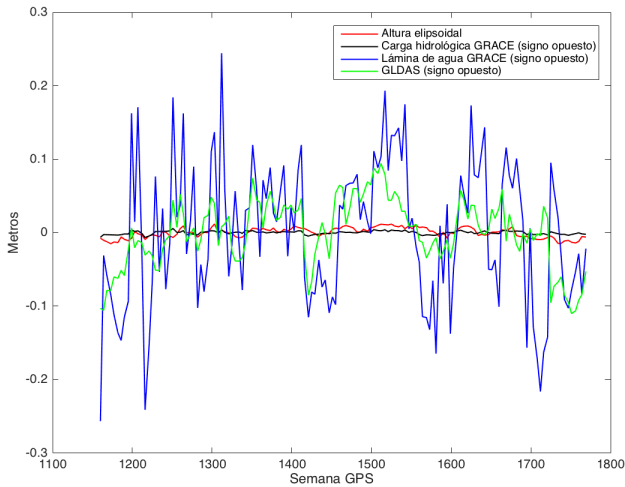
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.60: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en LHAZ con $\Delta\text{WRMS}=-2.295\%$.

A.32 LPGS

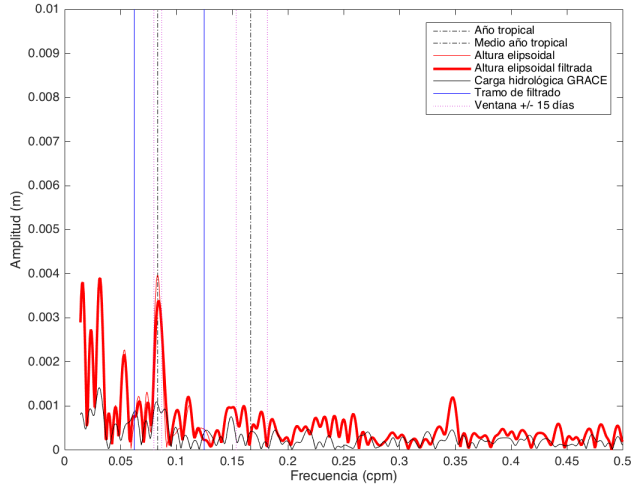


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

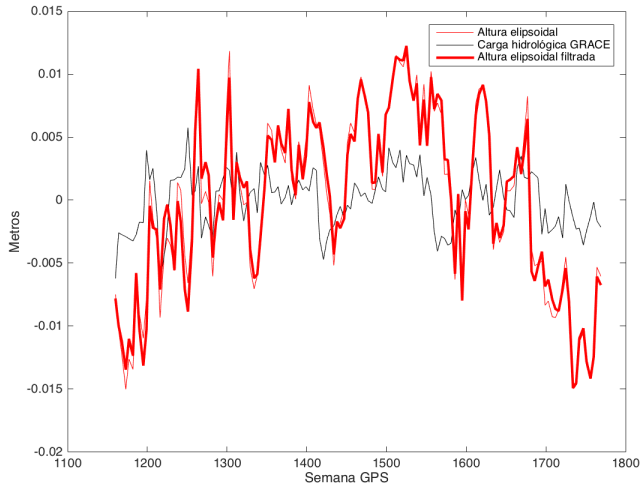


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.61: Series temporales en LPGS con $\Delta WRMS=1.806\%$.



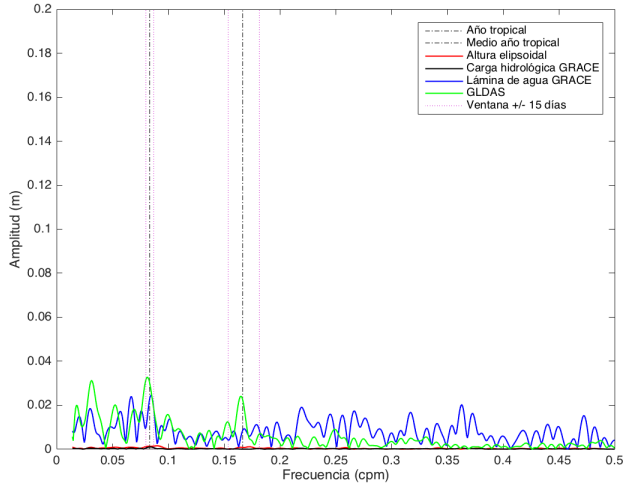
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



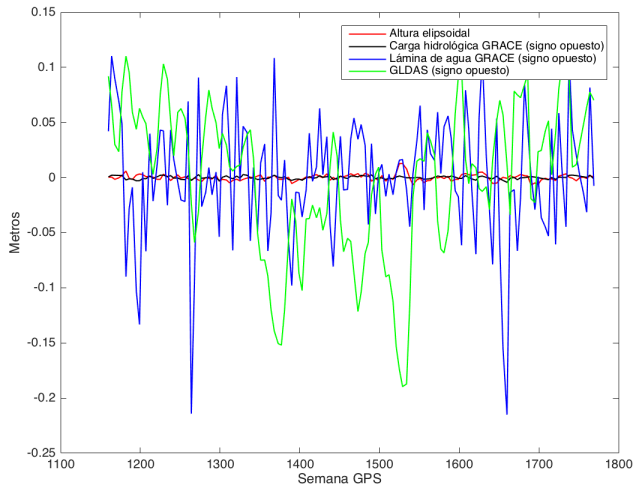
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.62: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en LPGS con $\Delta\text{WRMS}=1.806\%$.

A.33 MAC1

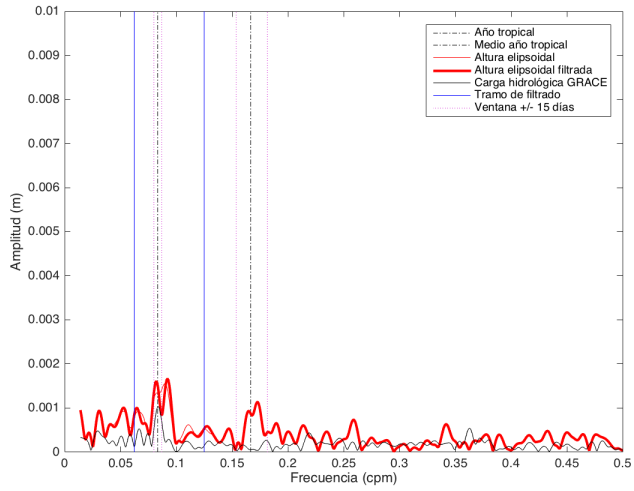


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

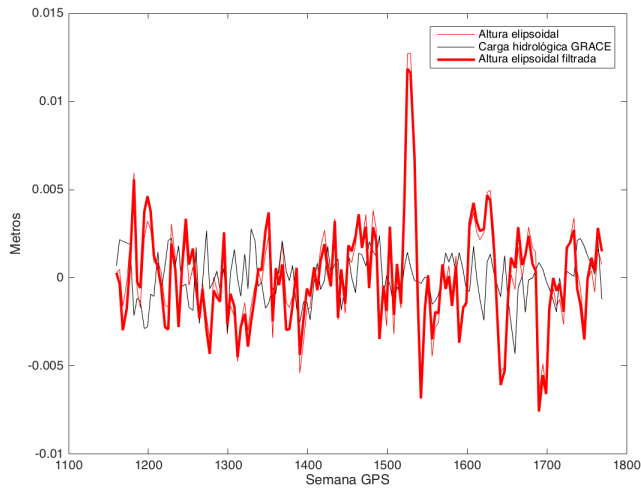


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.63: Series temporales en MAC1 con $\Delta\text{WRMS}=-4.710\%$.



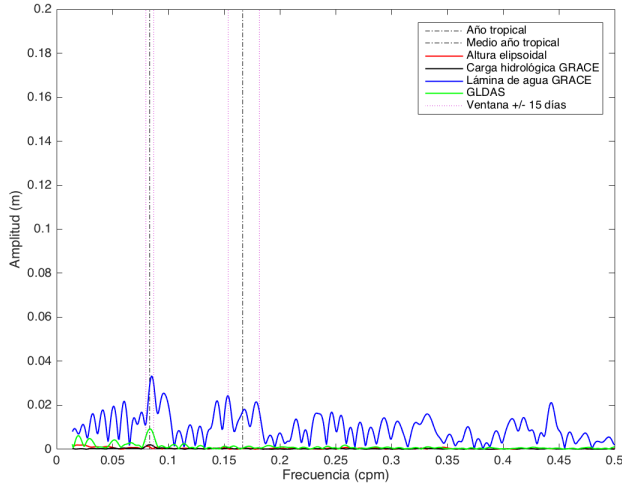
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



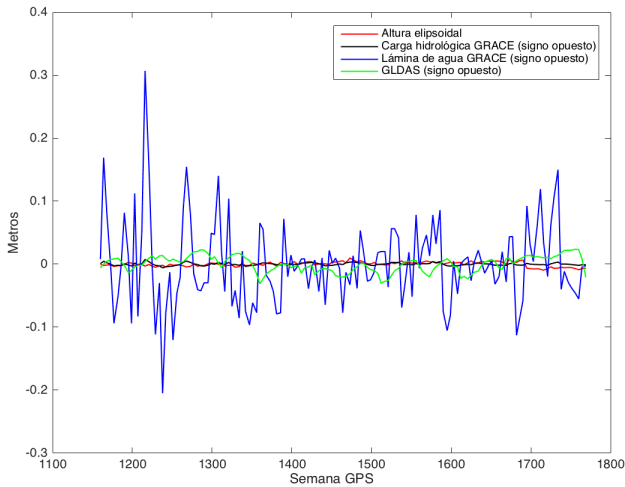
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.64: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en MAC1 con $\Delta\text{WRMS}=-4.710\%$.

A.34 MAS1

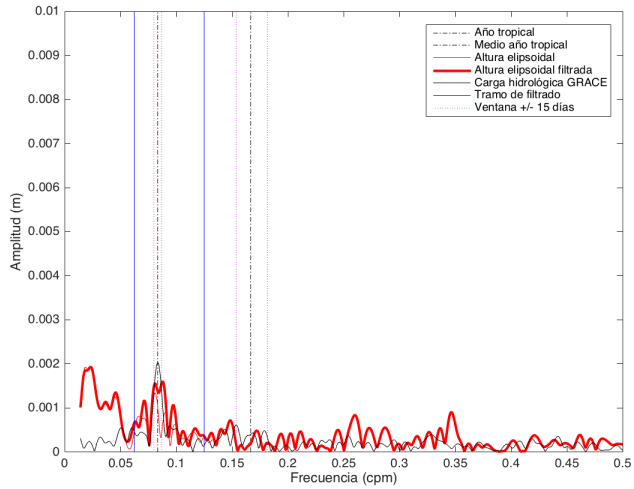


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

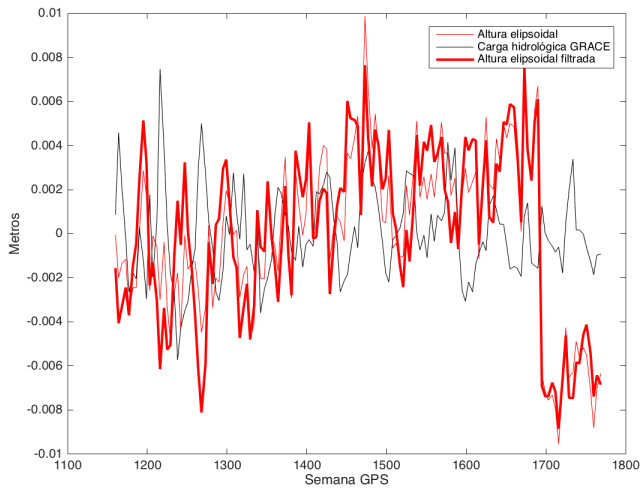


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.65: Series temporales en MAS1 con $\Delta WRMS = -4.103\%$.



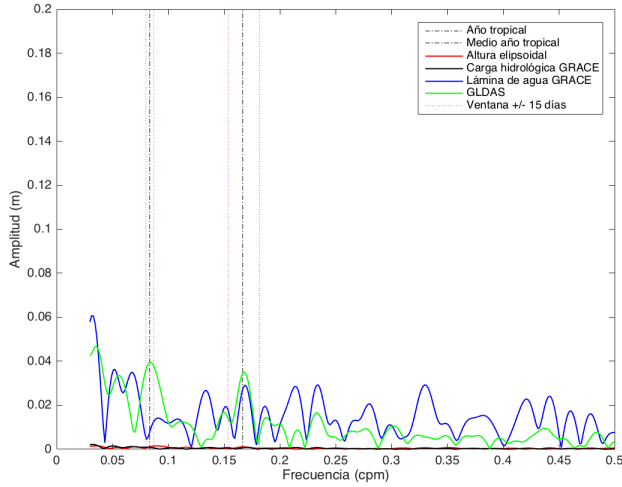
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



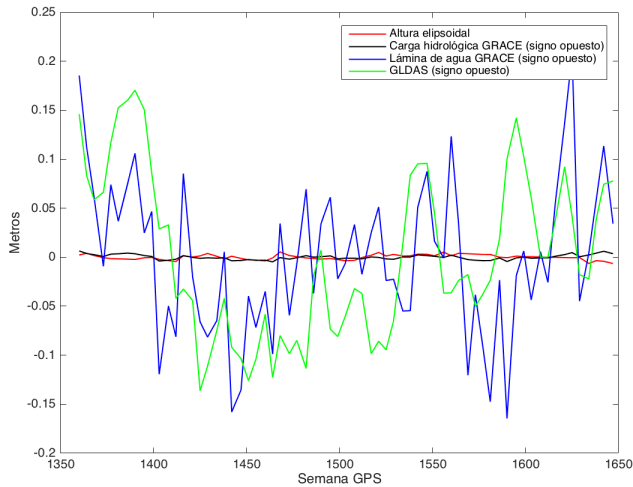
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.66: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en MAS1 con $\Delta\text{WRMS}=-4.103\%$.

A.35 MBAR

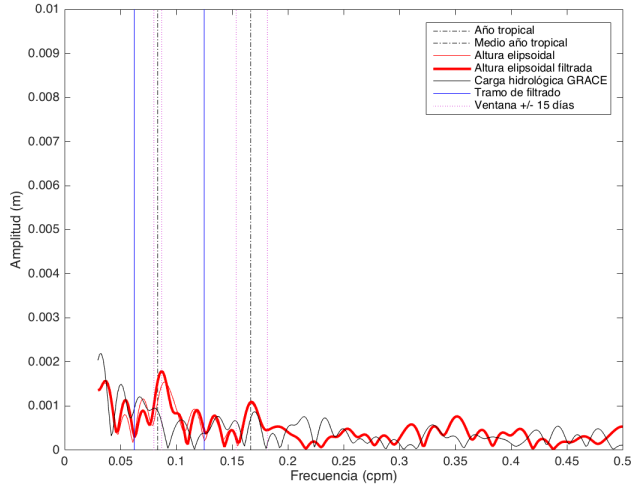


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

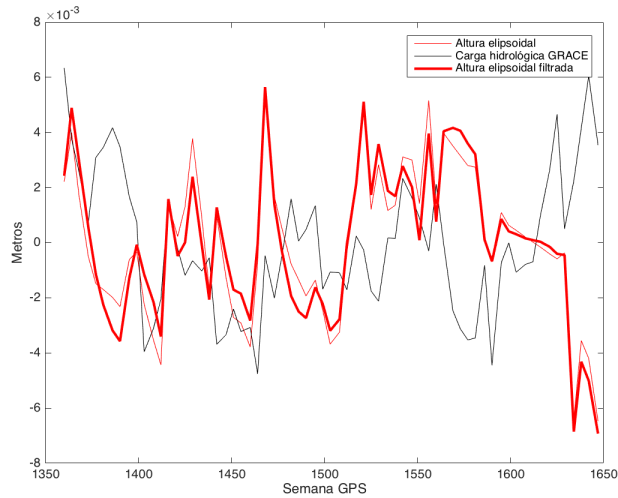


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.67: Series temporales en MBAR con $\Delta WRMS=0.156\%$.



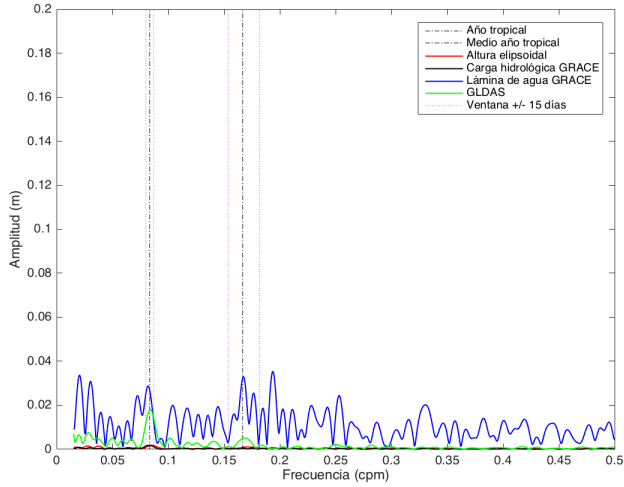
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



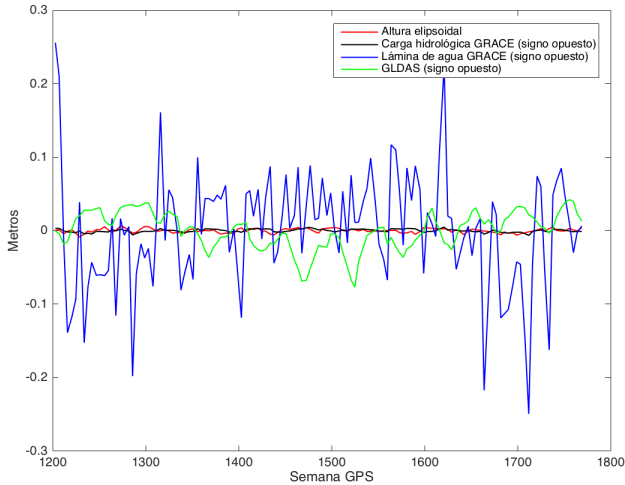
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.68: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en MBAR con $\Delta WRMS=0.156\%$.

A.36 MCIL

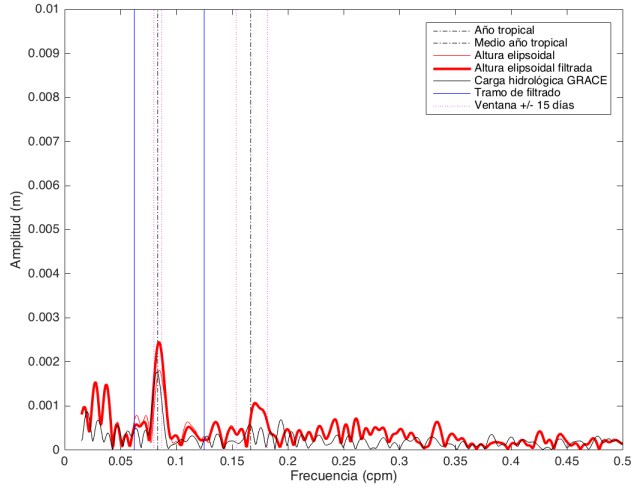


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

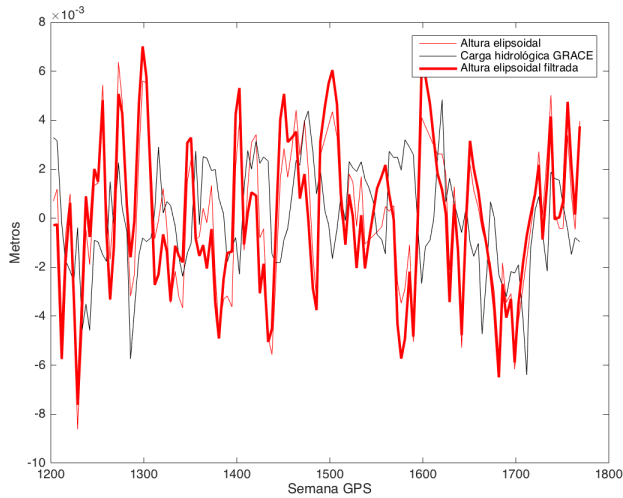


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.69: Series temporales en MCIL con $\Delta WRMS = -7.550\%$.



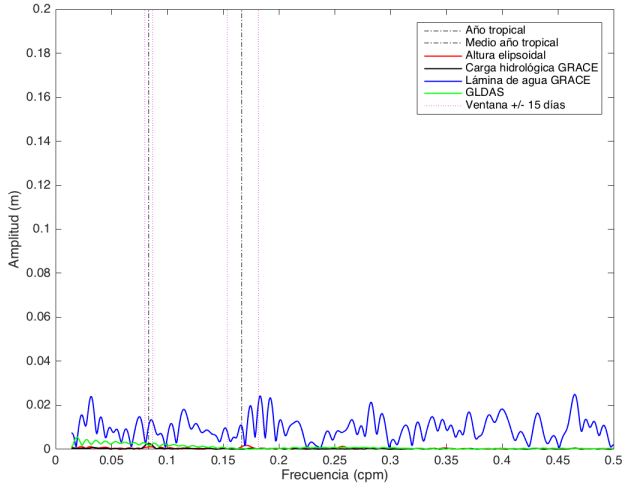
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



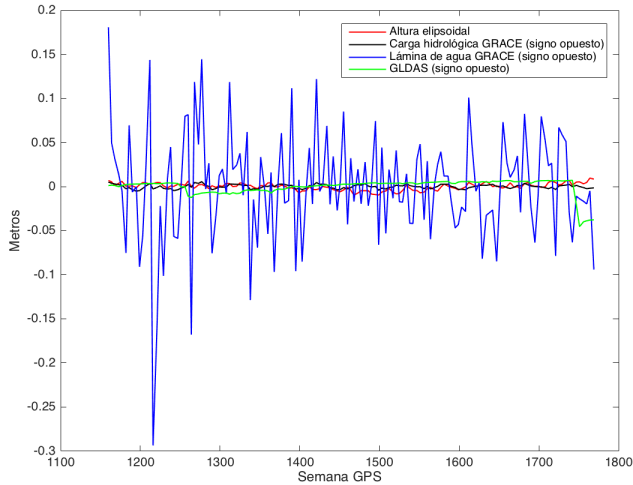
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.70: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en MCIL con $\Delta\text{WRMS} = -7.550\%$.

A.37 MKEA

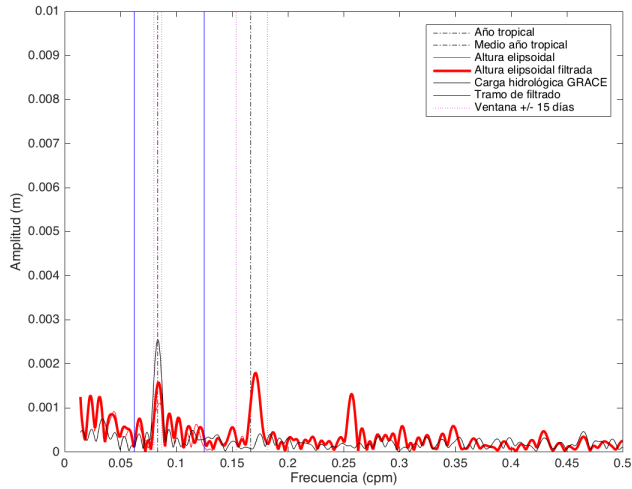


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

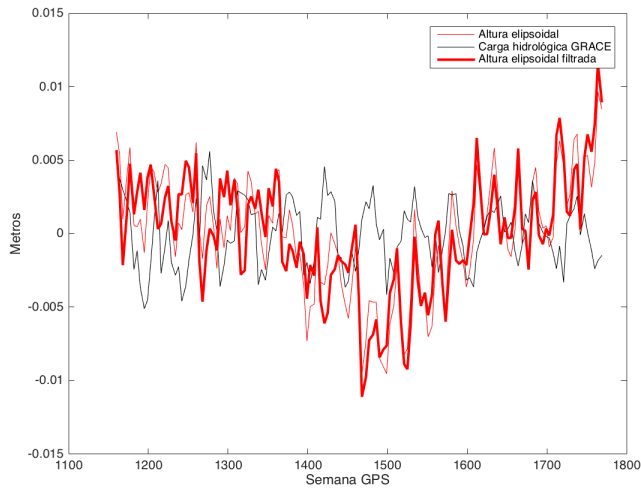


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.71: Series temporales en MKEA con $\Delta WRMS = -3.002\%$.



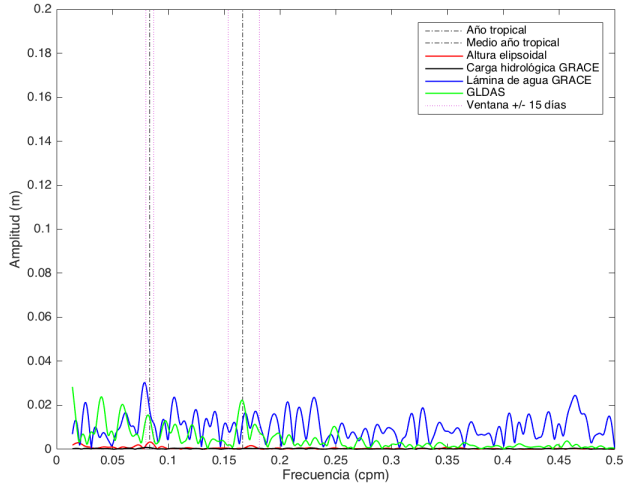
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



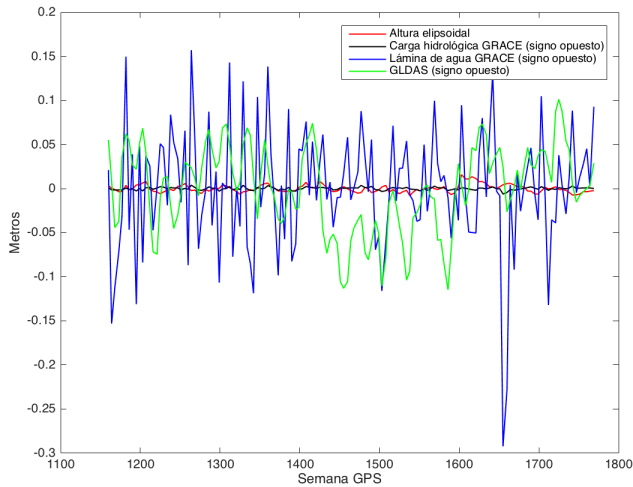
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.72: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en MKEA con $\Delta\text{WRMS}=3.002\%$.

A.38 MQZG

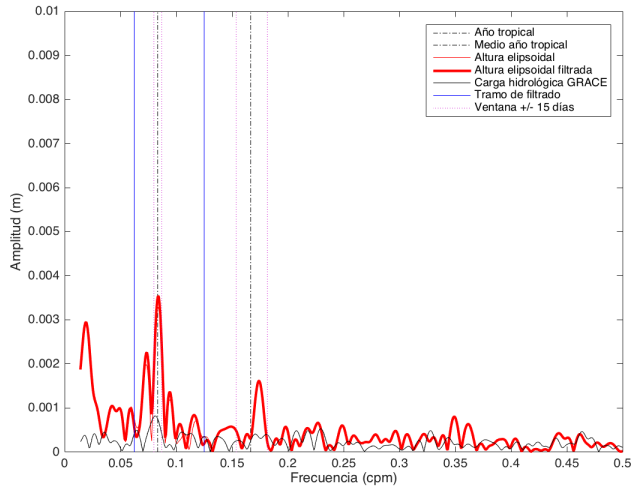


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

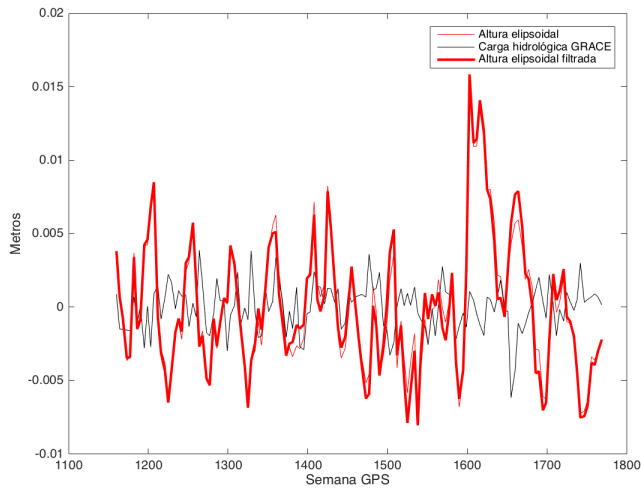


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.73: Series temporales en MQZG con Δ WRMS=-5.745%.



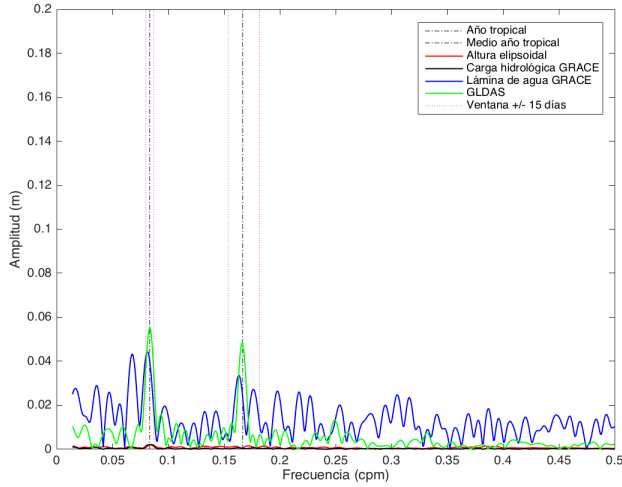
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



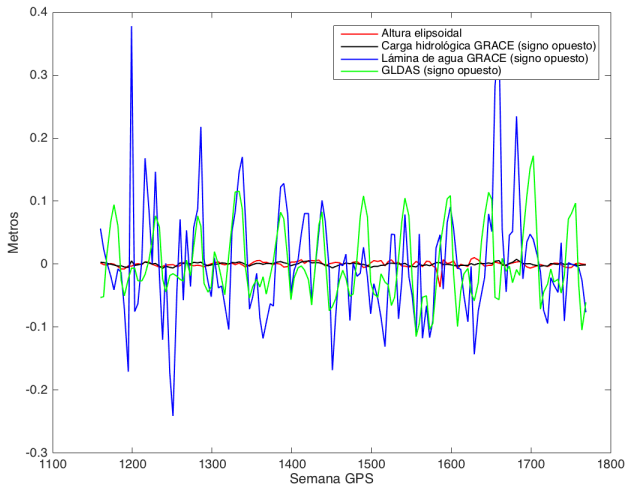
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.74: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en MQZG con $\Delta WRMS=5.745\%$.

A.39 NKLK

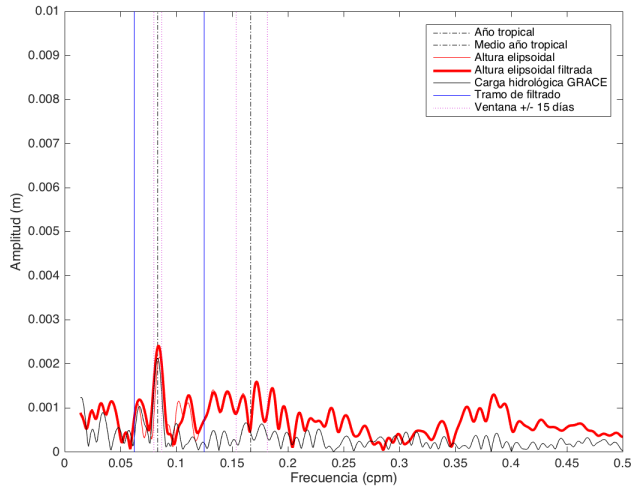


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

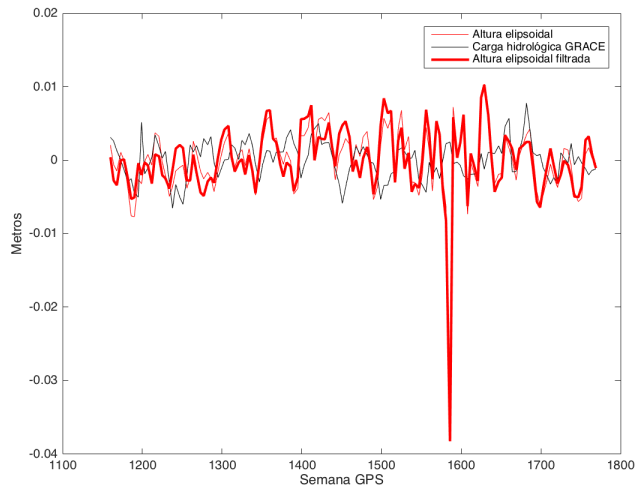


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.75: Series temporales en NKLK con $\Delta\text{WRMS}=2.610\%$.



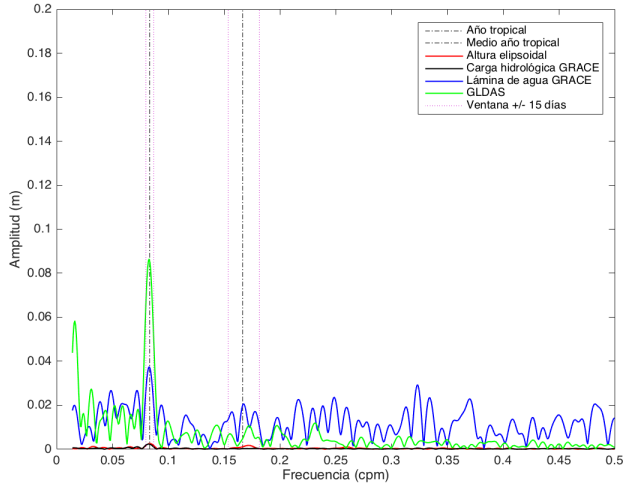
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



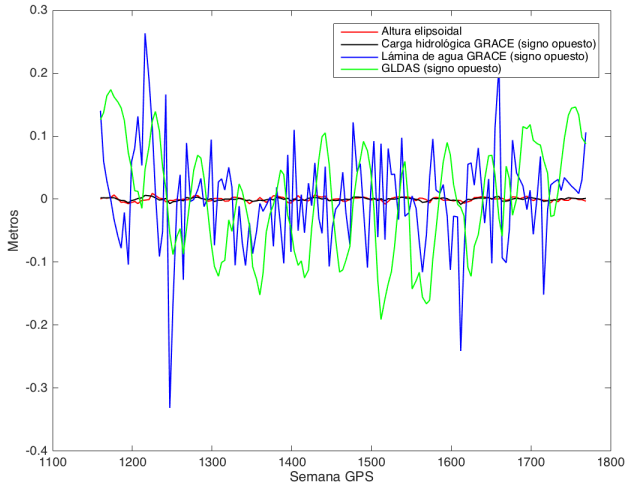
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.76: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en NKLK con $\Delta\text{WRMS}=2.610\%$.

A.40 NOT1

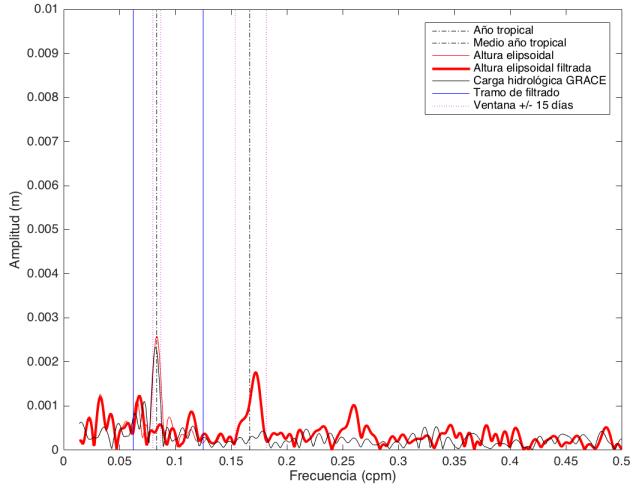


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

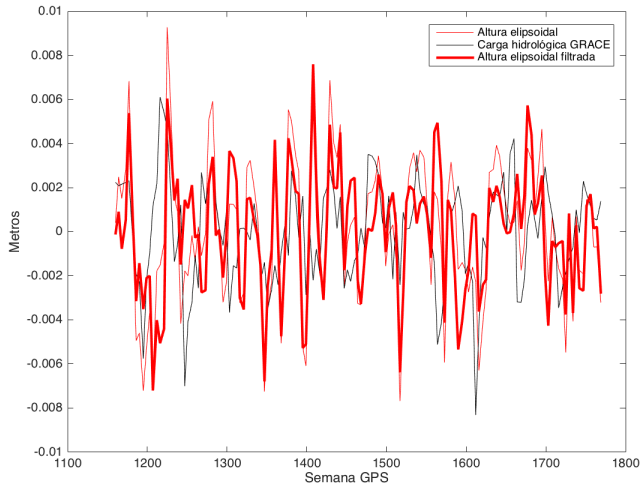


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.77: Series temporales en NOT1 con Δ WRMS=13.068 %.



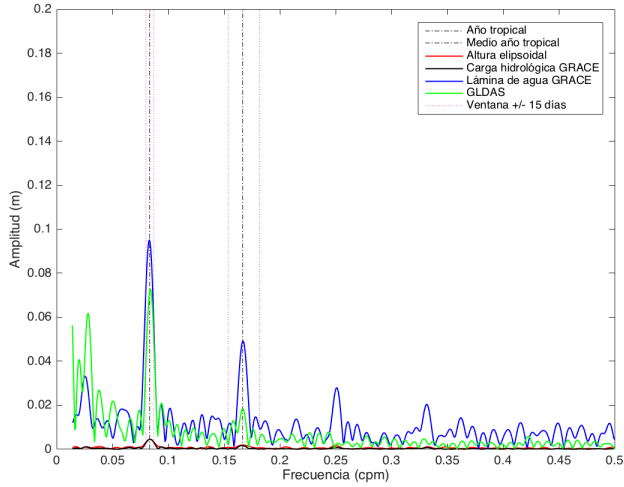
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



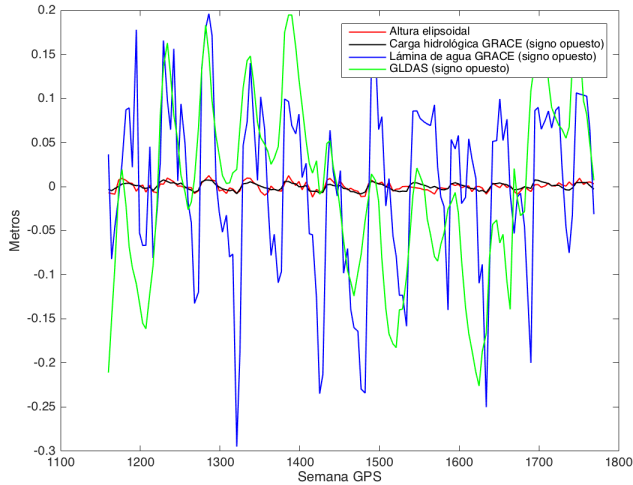
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.78: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en NOT1 con $\Delta\text{WRMS}=13.068\%$.

A.41 NRIL

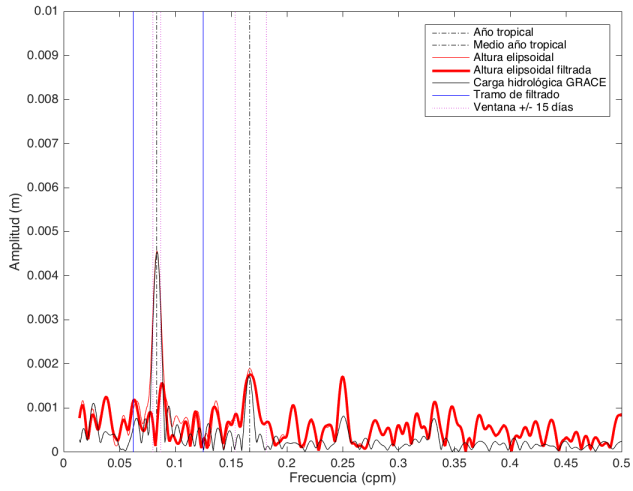


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

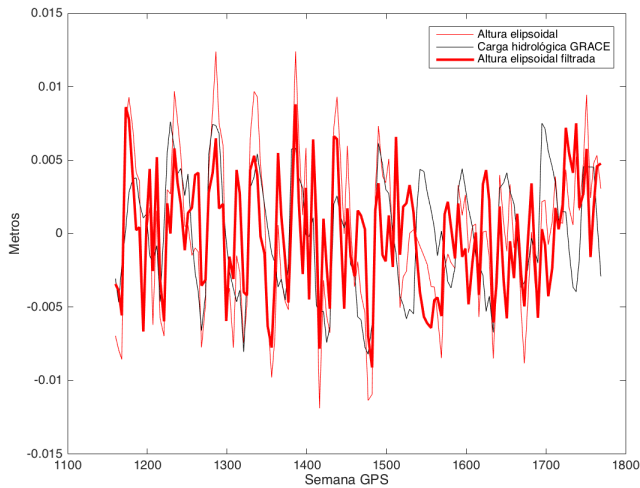


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.79: Series temporales en NRIL con $\Delta WRMS=25.399\%$.



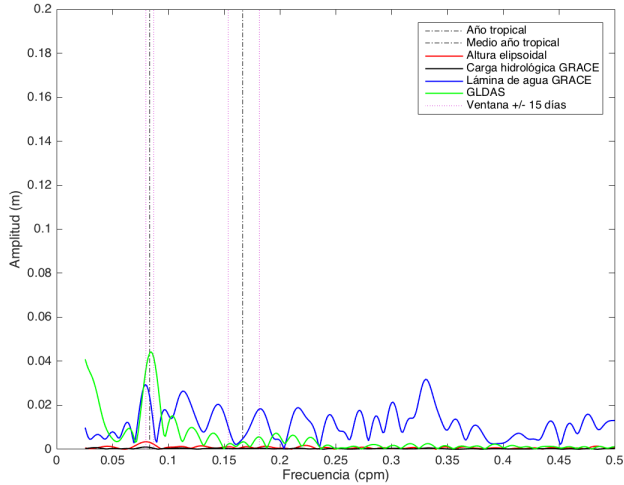
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



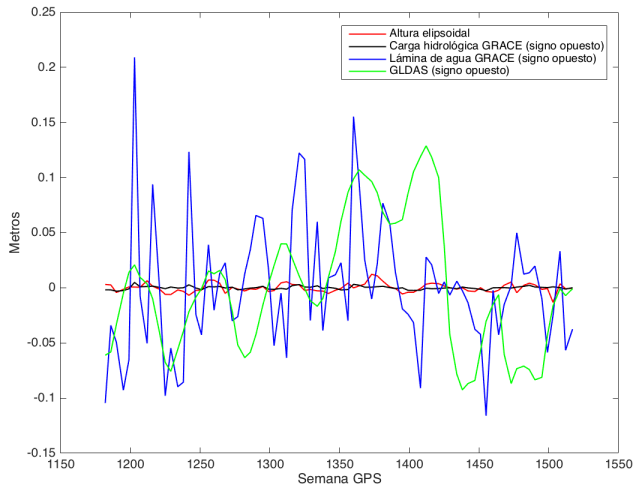
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.80: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en NRIL con $\Delta WRMS=25.399\%$.

A.42 PARC

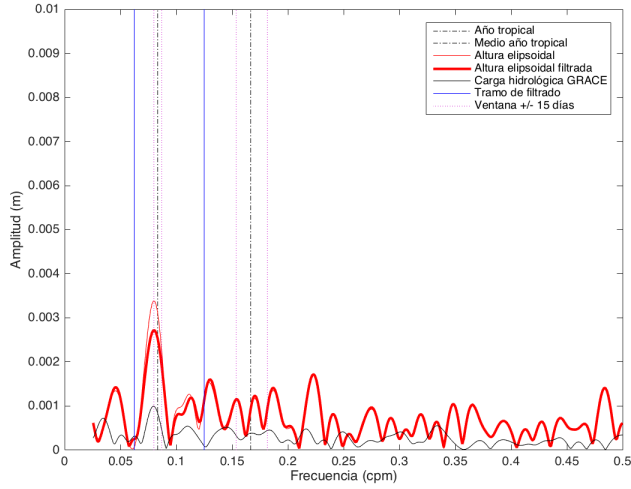


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

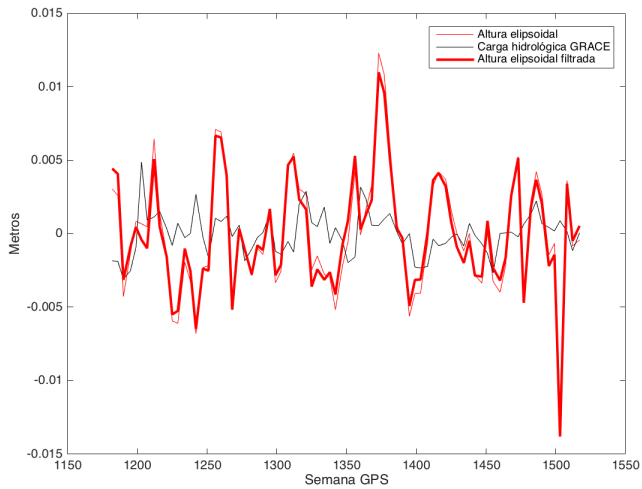


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.81: Series temporales en PARC con $\Delta\text{WRMS}=6.036\%$.



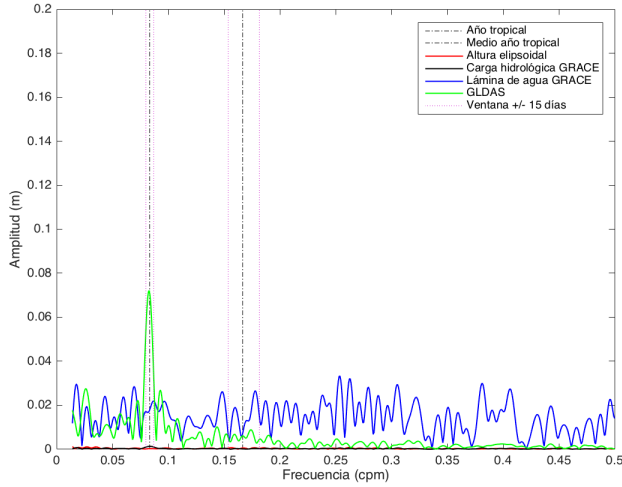
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



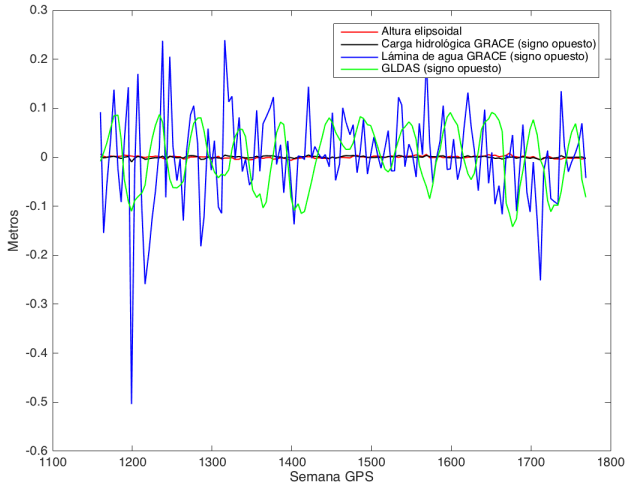
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.82: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en PARC con $\Delta WRMS=6.036\%$.

A.43 PDEL

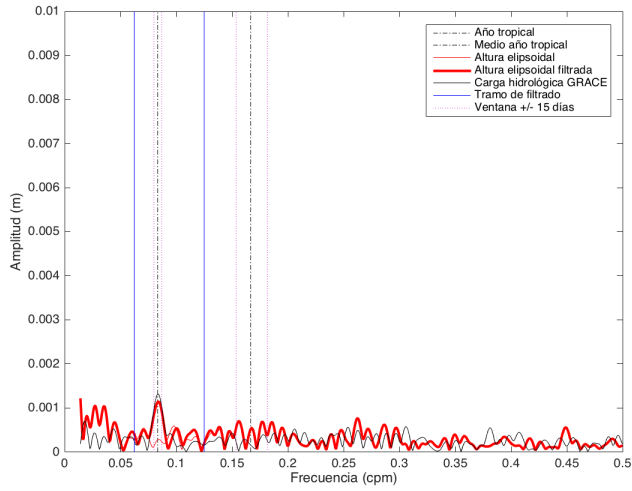


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

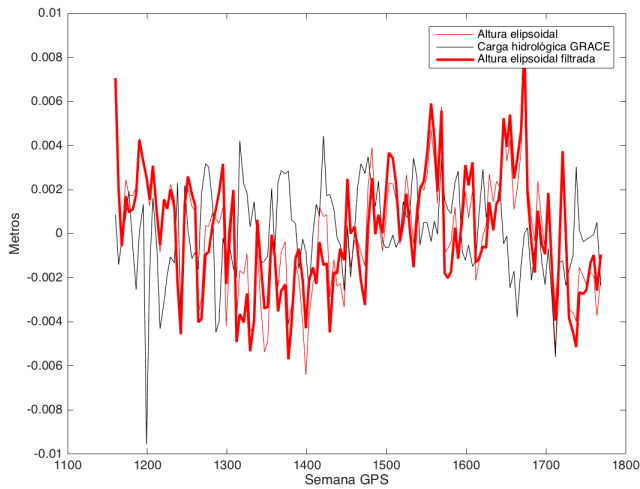


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.83: Series temporales en PDEL con $\Delta WRMS = -5.170\%$.



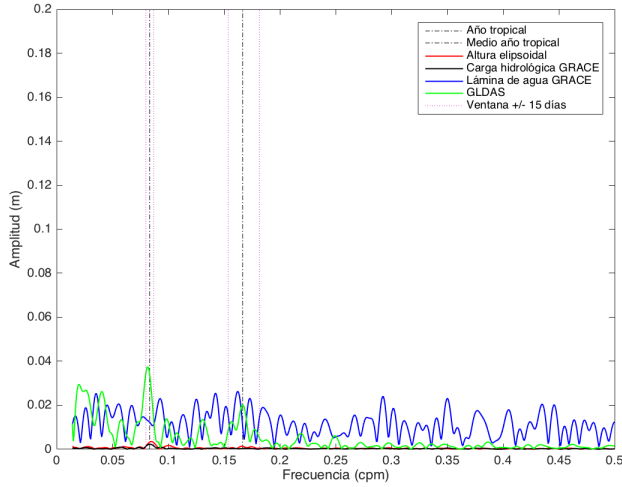
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



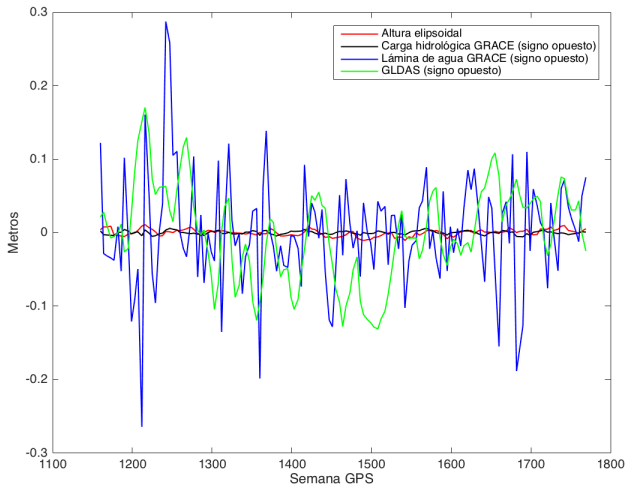
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.84: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en PDEL con $\Delta\text{WRMS}=-5.170\%$.

A.44 PIMO

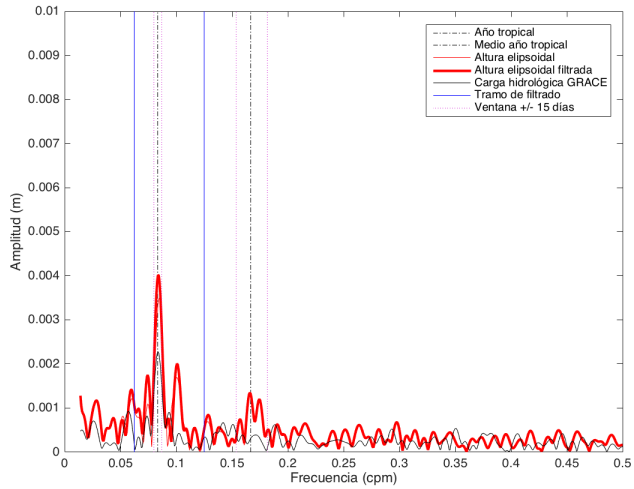


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

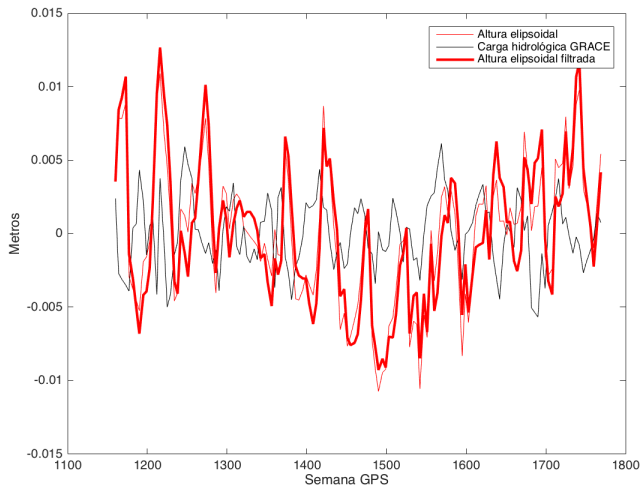


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.85: Series temporales en PIMO con $\Delta WRMS = -4.099\%$.



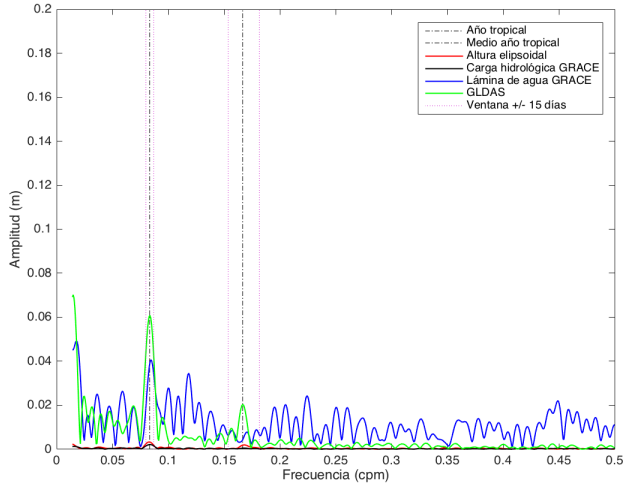
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



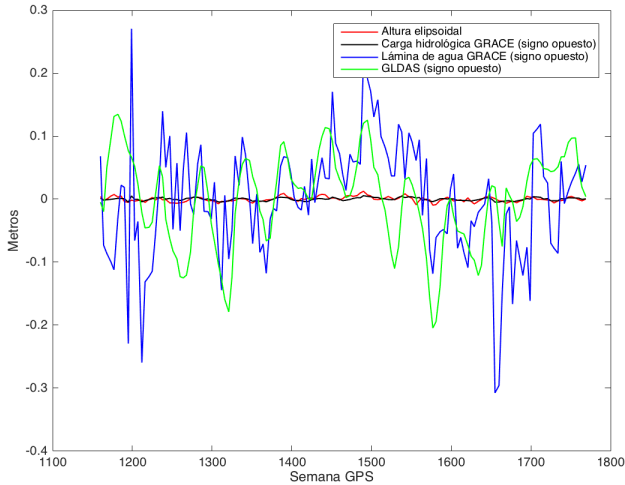
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.86: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en PIMO con $\Delta\text{WRMS}=-4.099\%$.

A.45 POL2

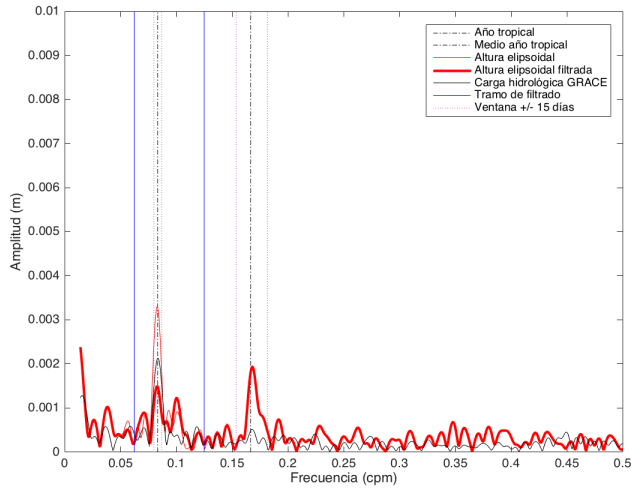


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

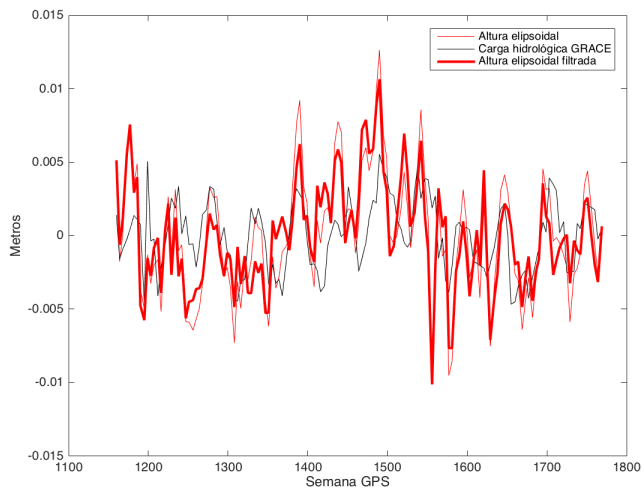


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.87: Series temporales en POL2 con $\Delta WRMS=16.305\%$.



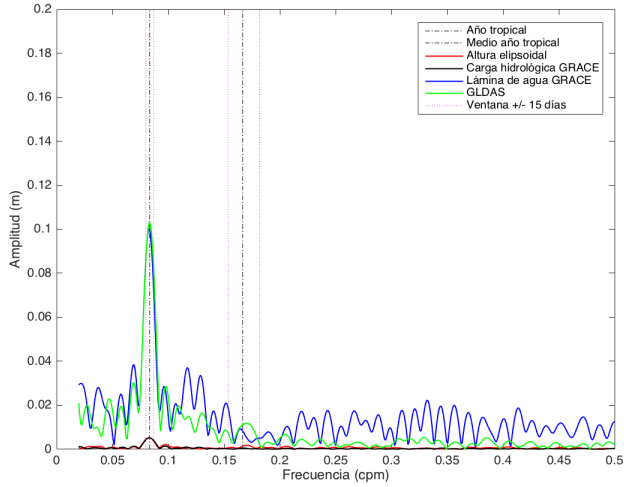
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



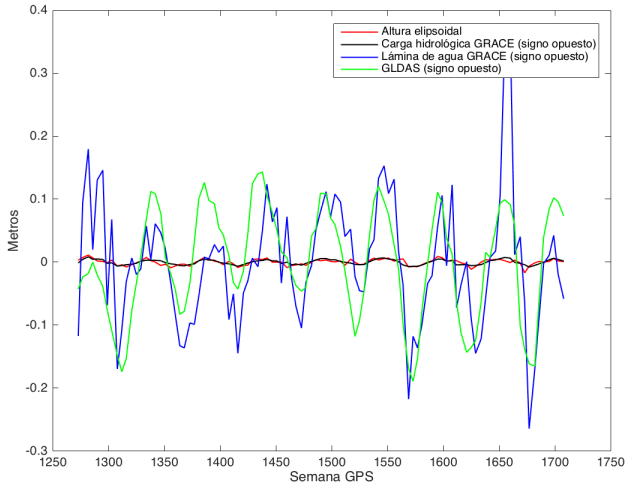
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.88: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en POL2 con $\Delta\text{WRMS}=16.305\%$.

A.46 POLV

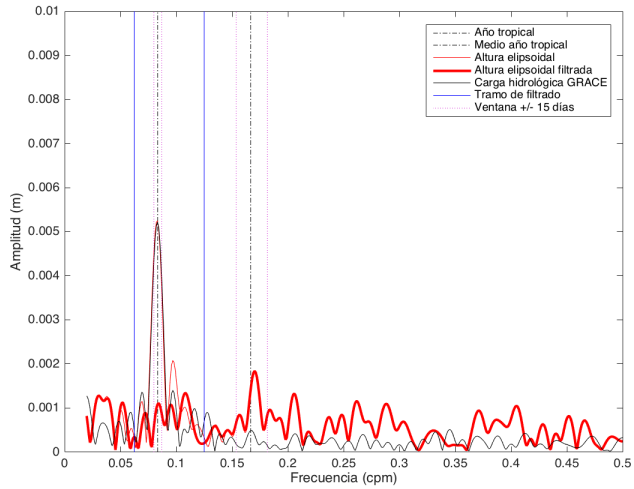


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

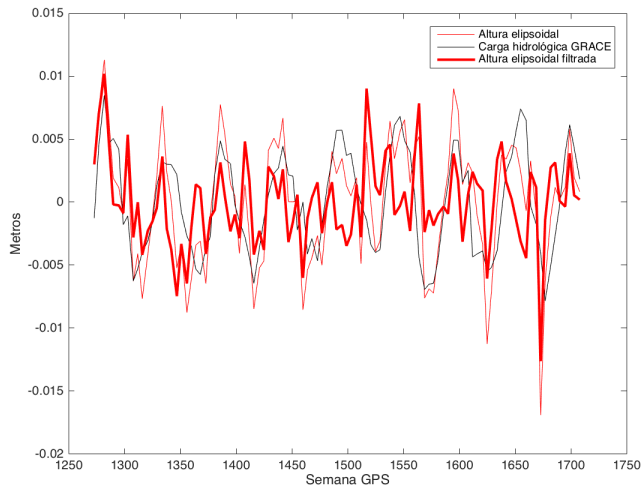


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.89: Series temporales en POLV con $\Delta WRMS=28.520\%$.



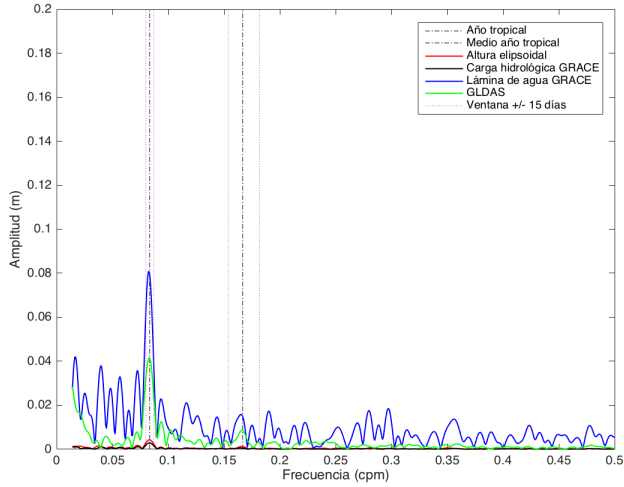
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



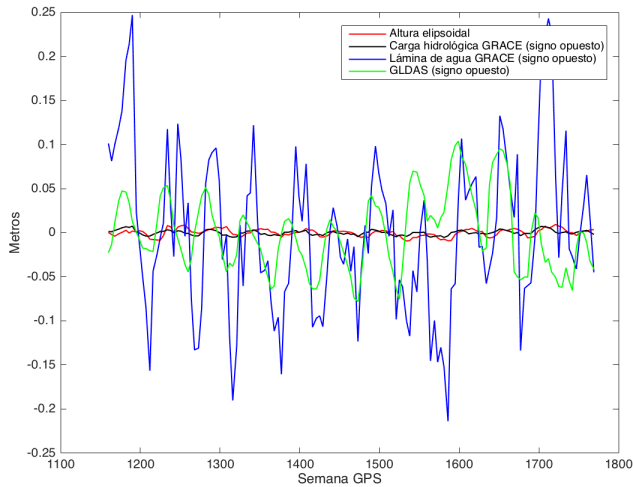
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.90: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en POLV con $\Delta\text{WRMS}=28.520\%$.

A.47 QAQ1

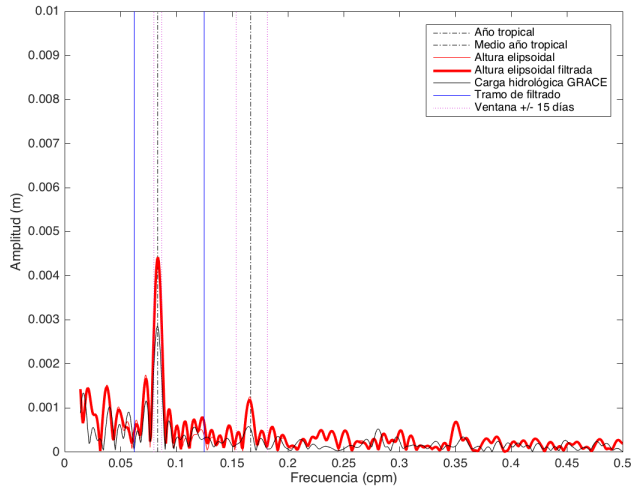


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

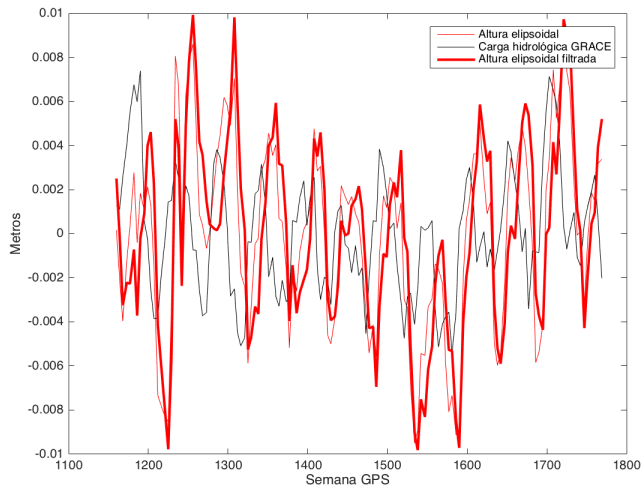


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.91: Series temporales en QAQ1 con $\Delta WRMS = -1.992\%$.



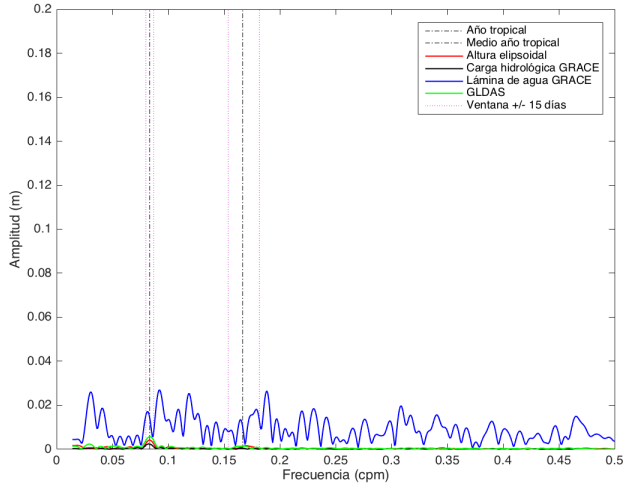
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



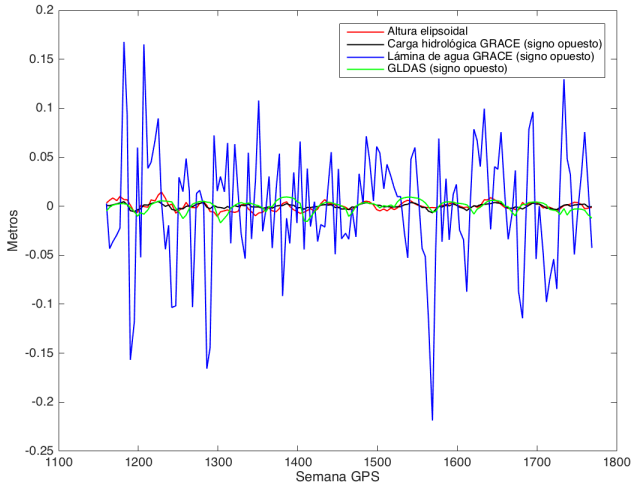
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.92: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en QAQ1 con $\Delta\text{WRMS}=-1.992\%$.

A.48 RAMO

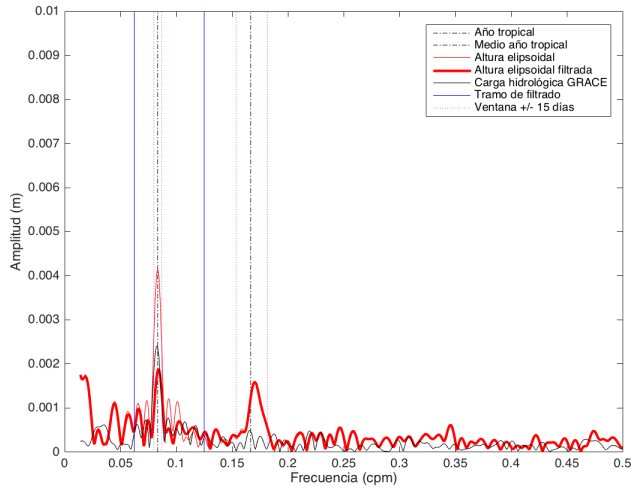


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

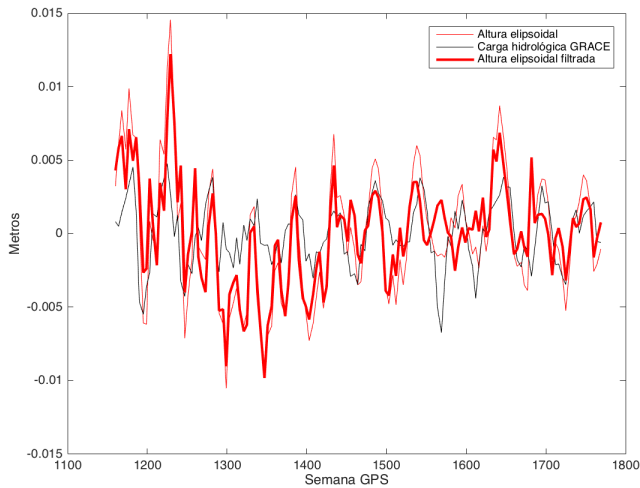


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.93: Series temporales en RAMO con $\Delta WRMS=18.323\%$.



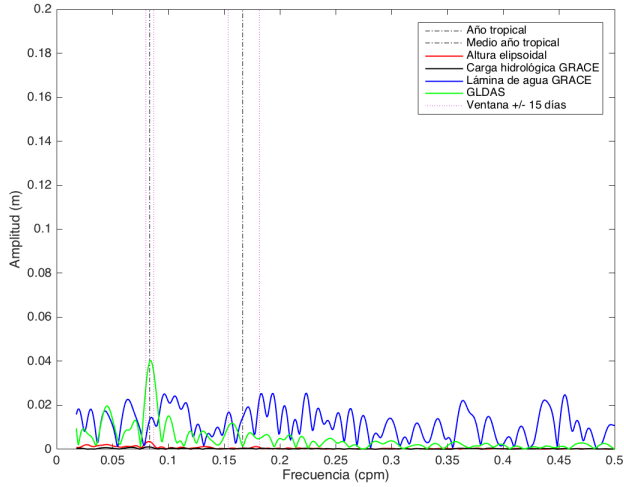
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



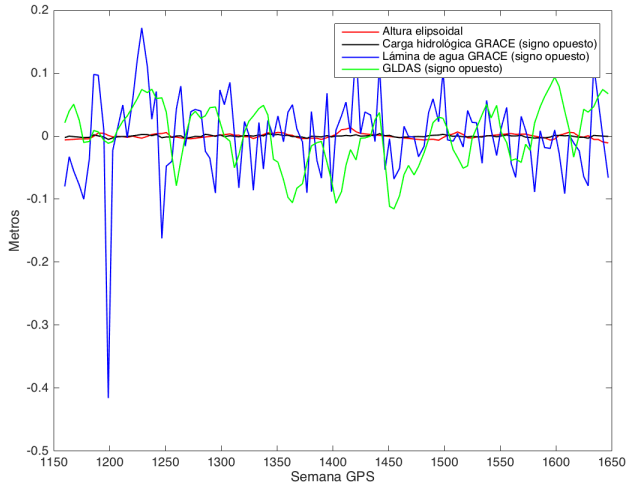
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.94: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en RAMO con $\Delta WRMS=18.323\%$.

A.49 RBAY

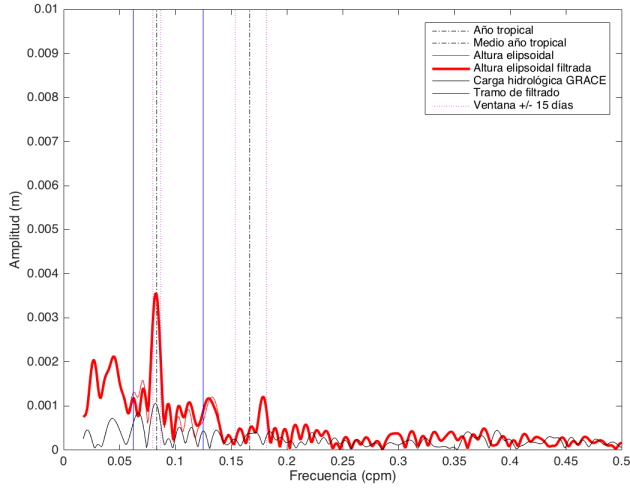


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

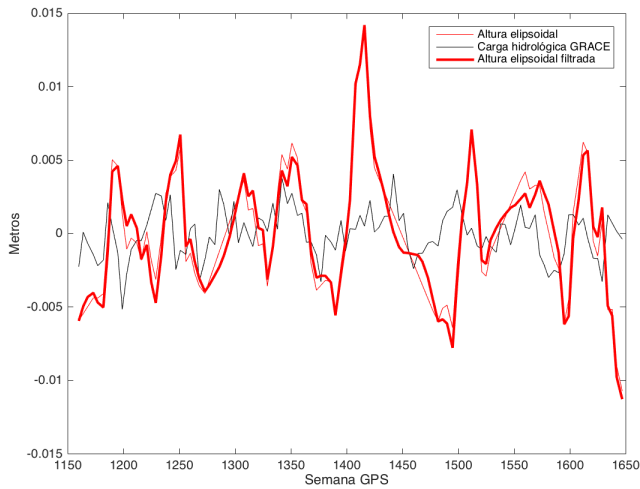


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.95: Series temporales en RBAY con $\Delta\text{WRMS}=-2.502\%$.



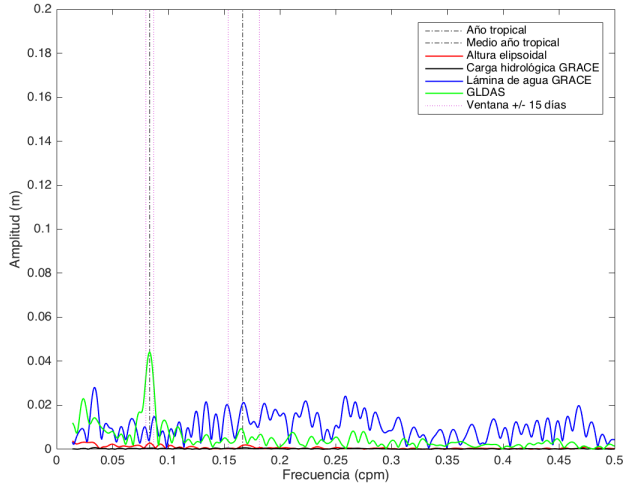
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



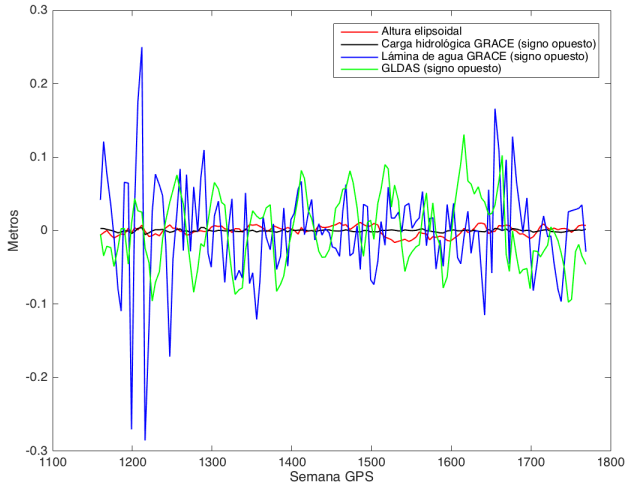
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.96: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en RBAY con $\Delta\text{WRMS} = -2.502\%$.

A.50 REUN

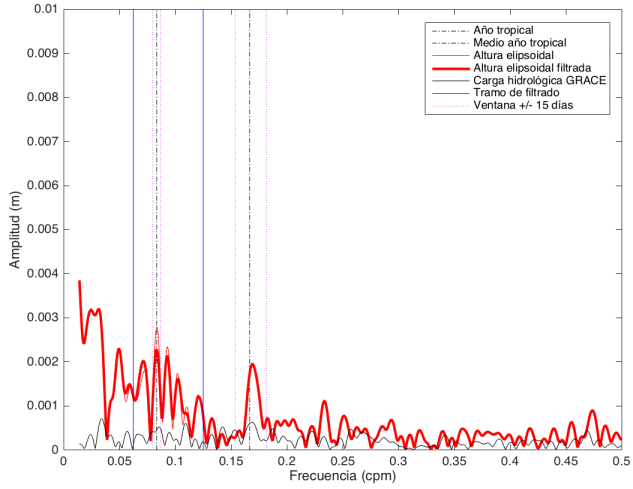


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

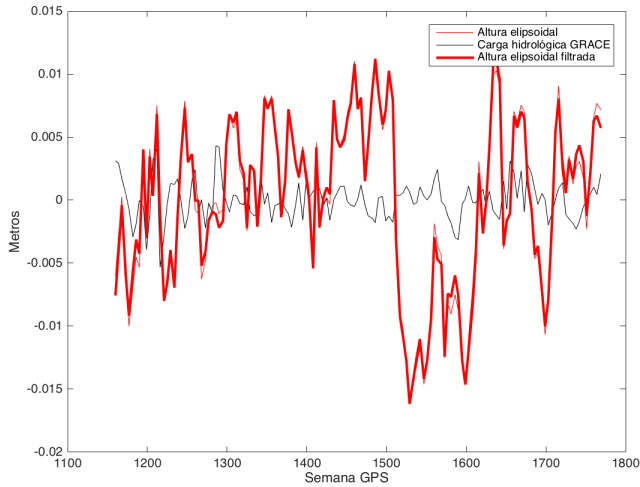


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.97: Series temporales en REUN con $\Delta WRMS=1.092\%$.



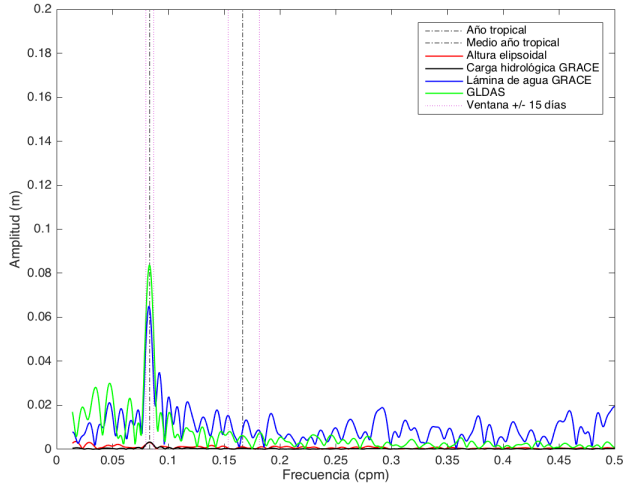
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



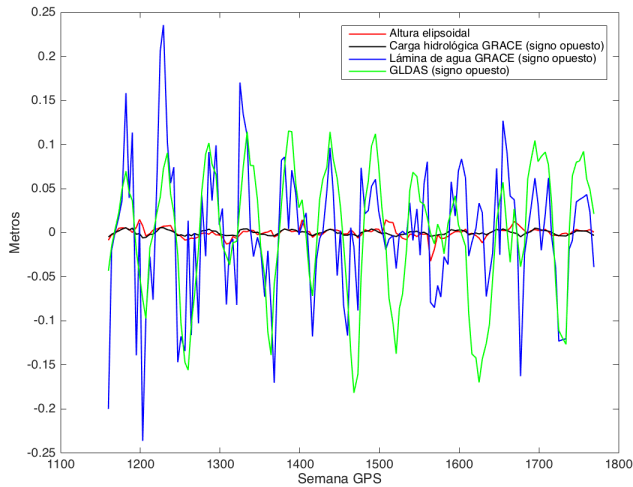
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.98: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en REUN con $\Delta\text{WRMS}=1.092\%$.

A.51 SCH2

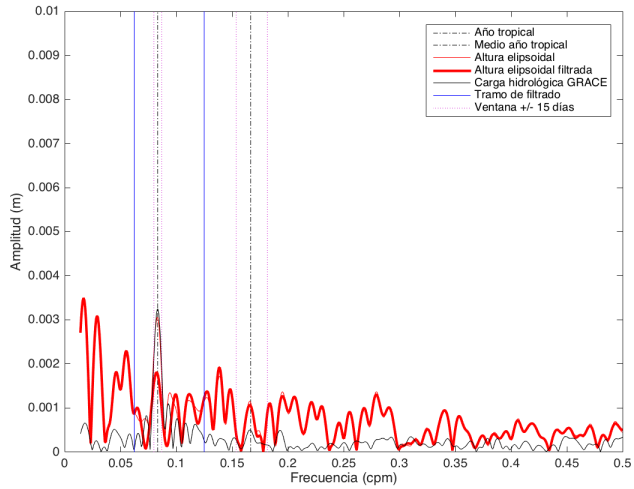


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

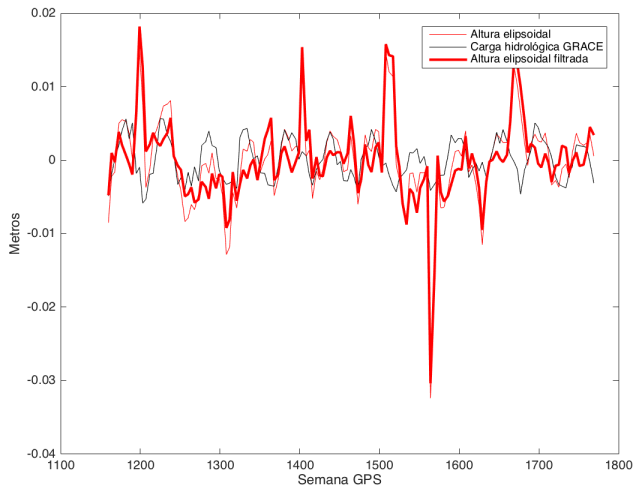


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.99: Series temporales en SCH2 con $\Delta\text{WRMS}=4.230\%$.



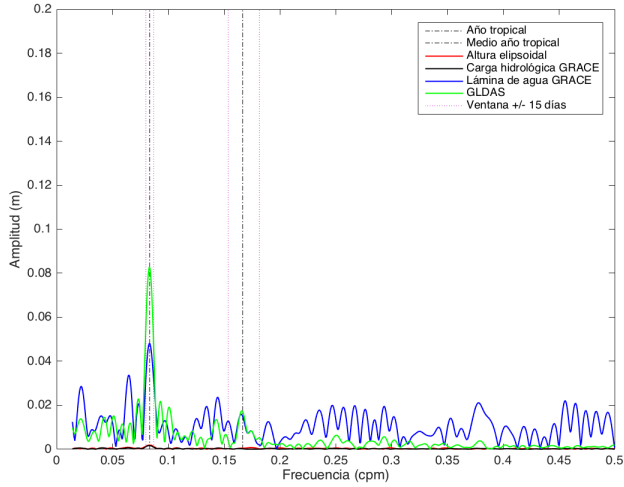
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



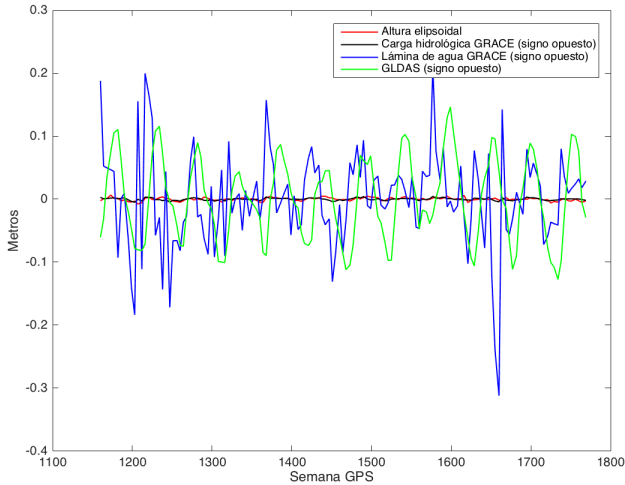
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.100: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en SCH2 con $\Delta\text{WRMS}=4.230\%$.

A.52 STJO

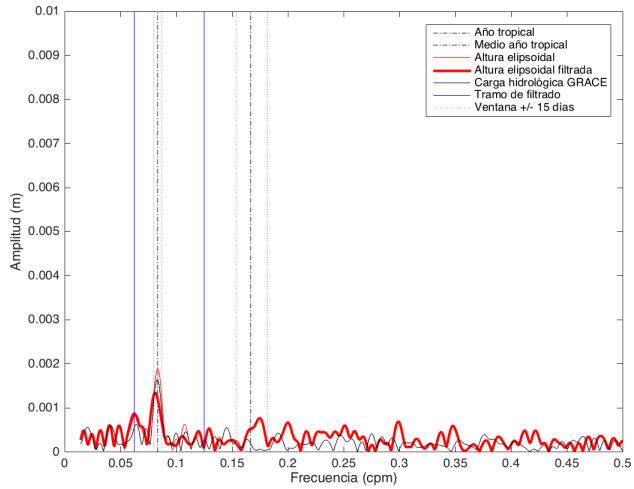


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

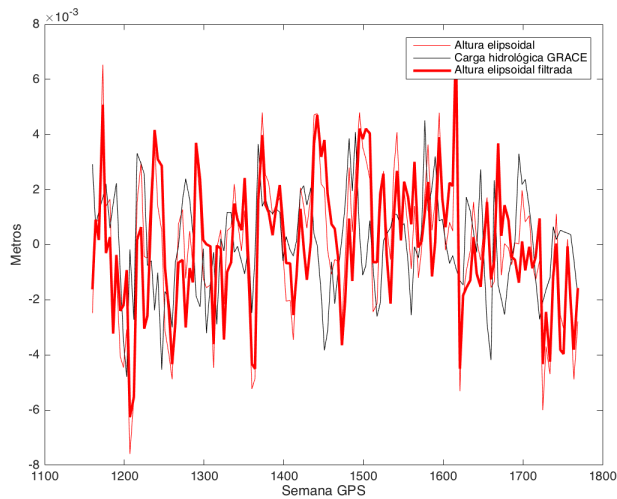


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.101: Series temporales en STJO con Δ WRMS=8.630%.



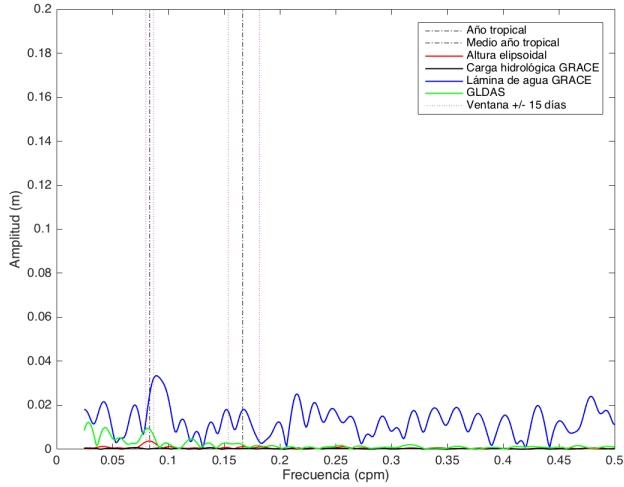
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



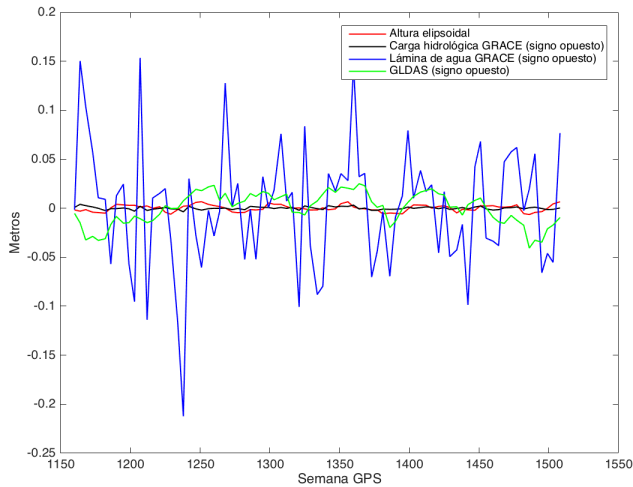
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.102: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en STJO con $\Delta WRMS=8.630\%$.

A.53 SUTH

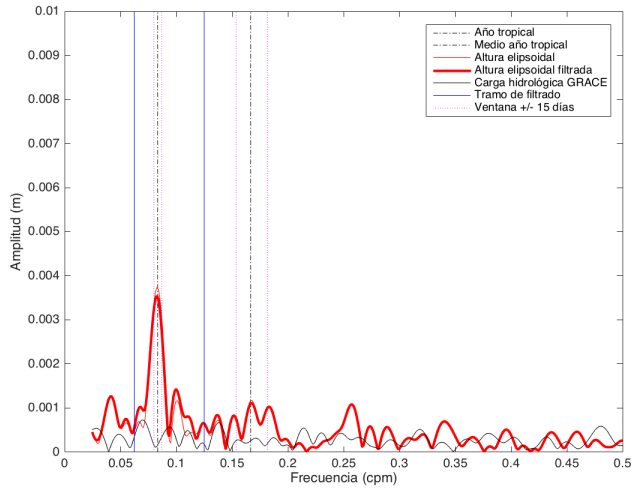


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

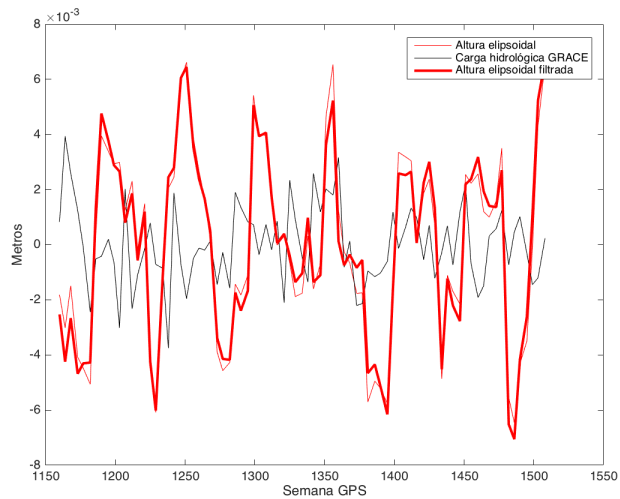


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.103: Series temporales en SUTH con Δ WRMS=1.764 %.



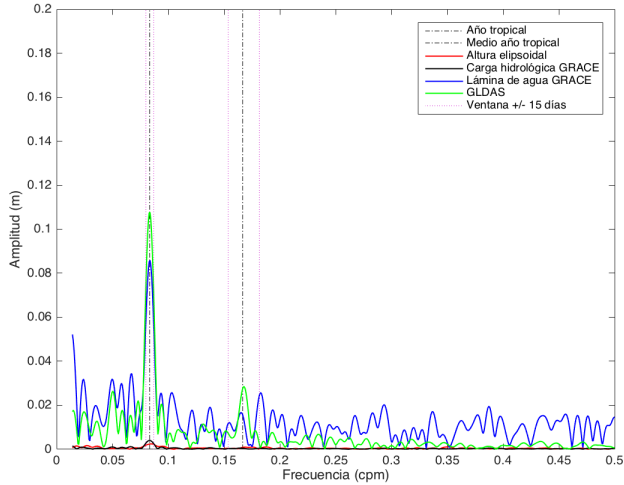
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



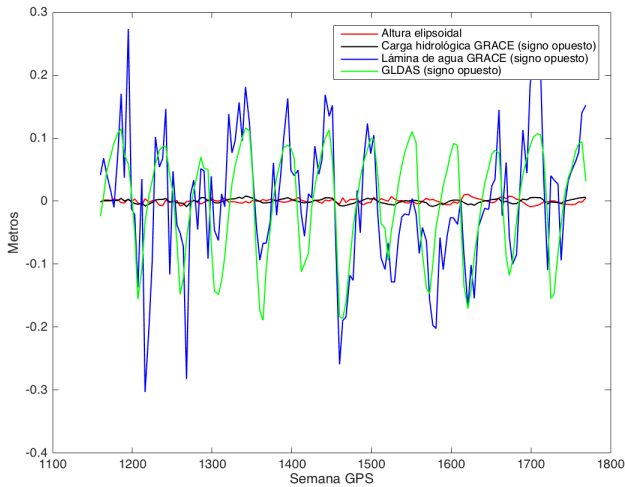
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.104: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en SUTH con $\Delta WRMS=1.764\%$.

A.54 THTI

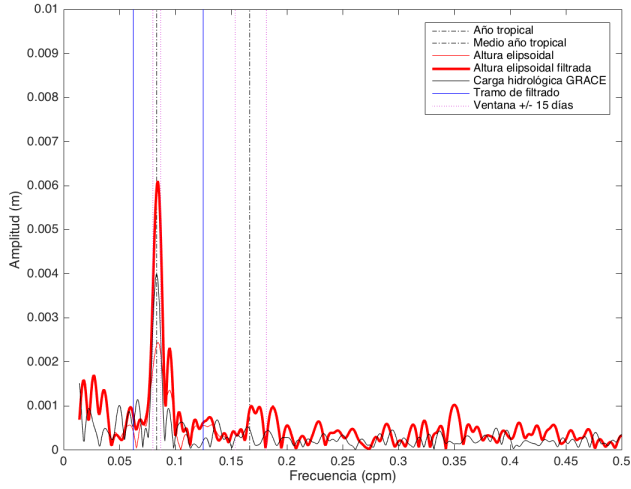


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

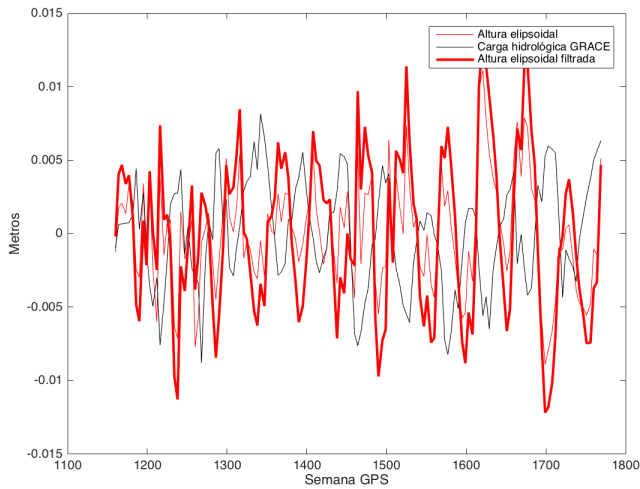


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.105: Series temporales en THTI con $\Delta\text{WRMS}=-50.295\%$.



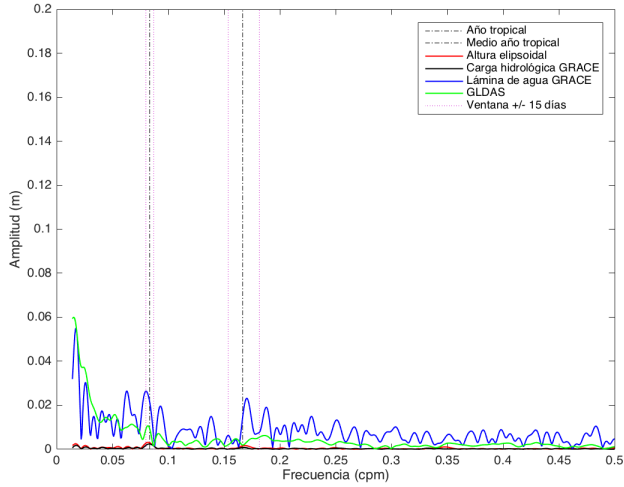
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



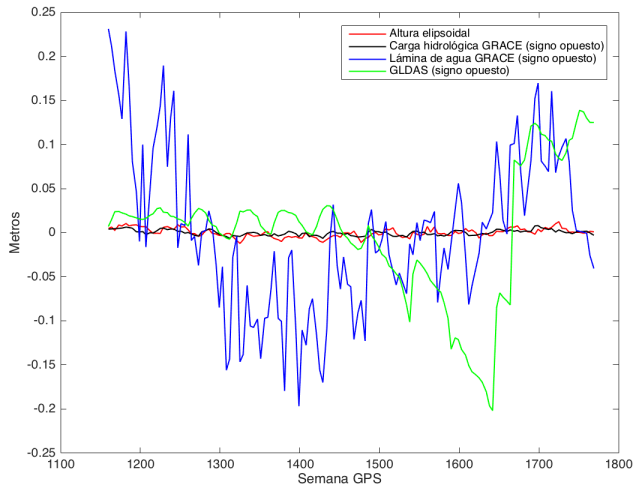
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.106: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en THTI con $\Delta\text{WRMS} = -50.295\%$.

A.55 THU3

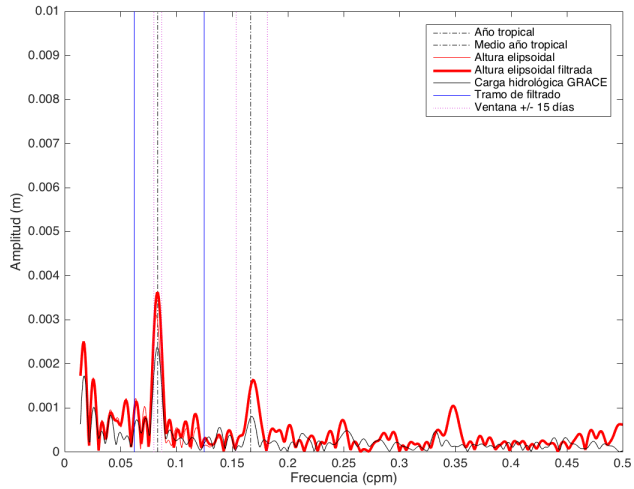


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

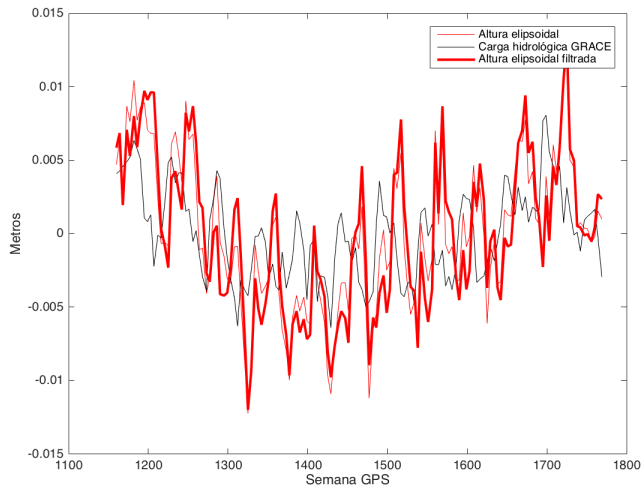


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.107: Series temporales en THU3 con $\Delta WRMS = -3.348\%$.



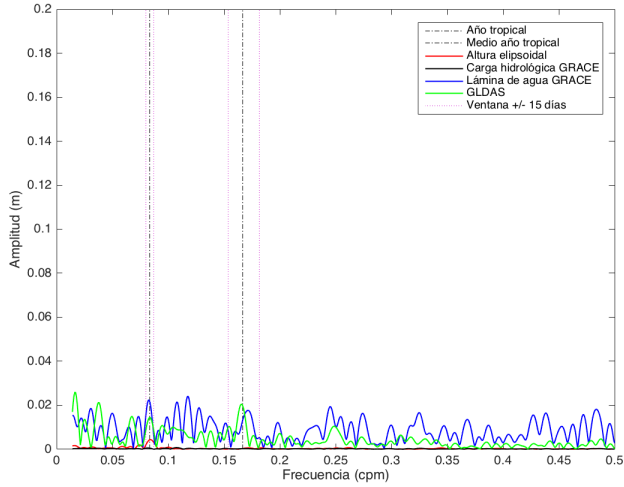
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



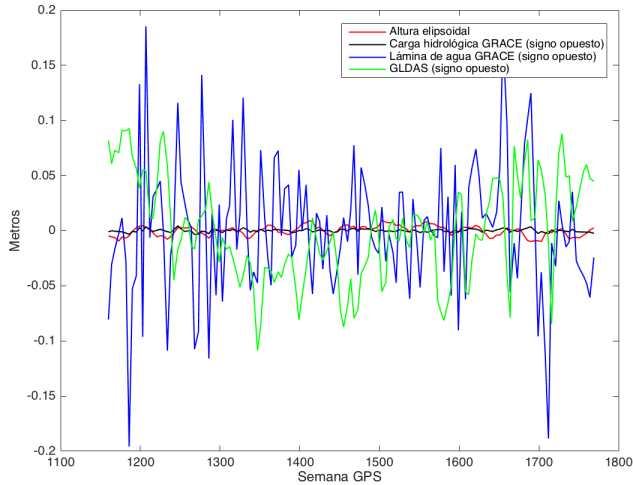
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.108: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en THU3 con $\Delta\text{WRMS}=-3.348\%$.

A.56 TIDB

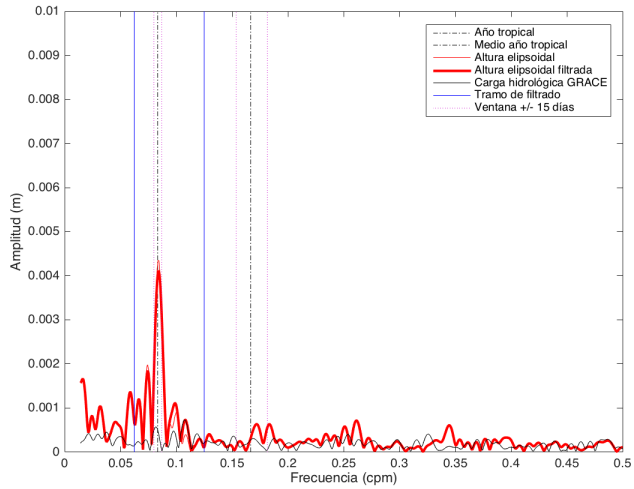


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

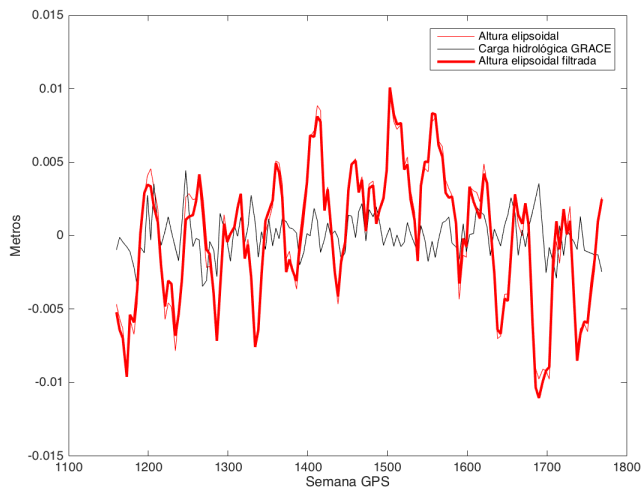


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.109: Series temporales en TIDB con $\Delta\text{WRMS}=1.493\%$.



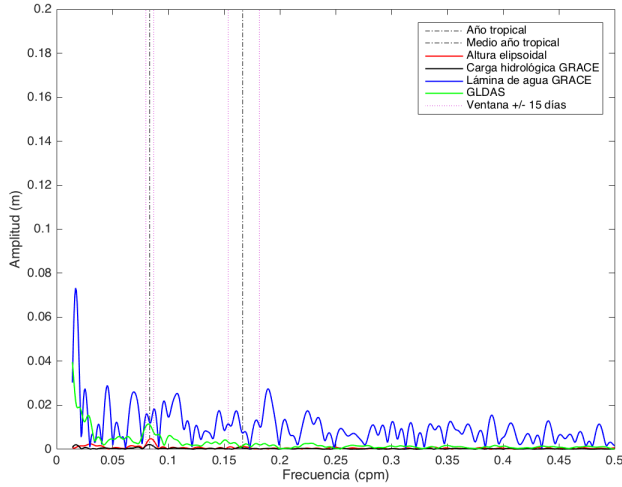
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



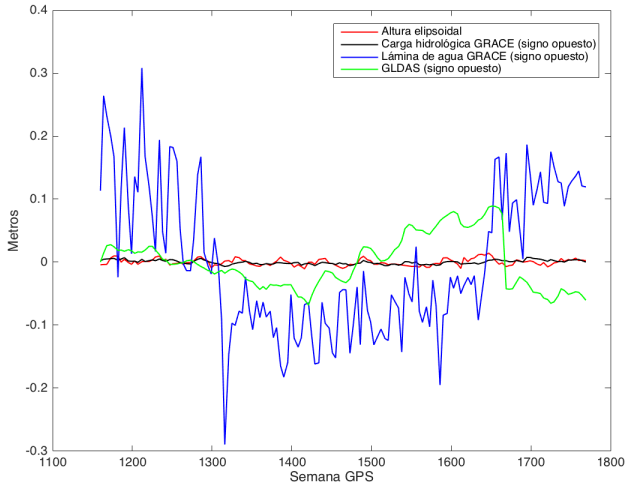
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.110: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en TIDB con $\Delta WRMS=1.493\%$.

A.57 TIXI

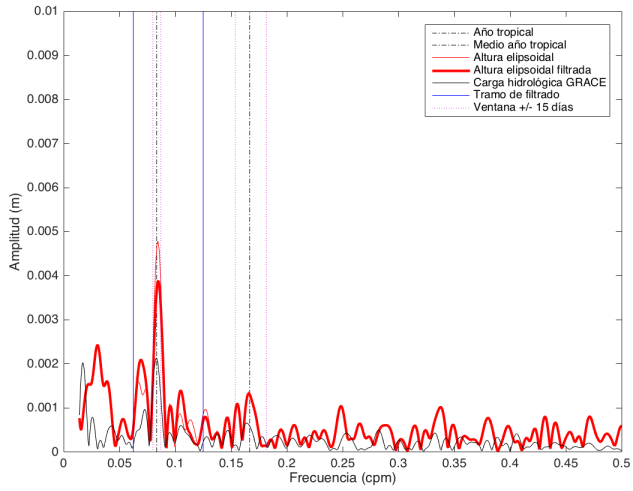


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

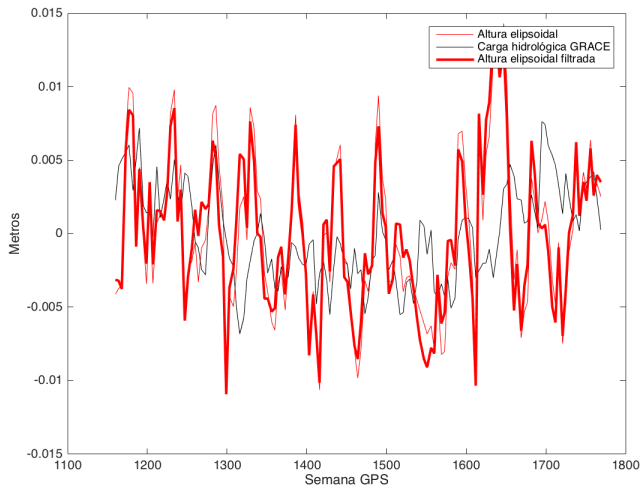


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.111: Series temporales en TIXI con $\Delta\text{WRMS}=5.467\%$.



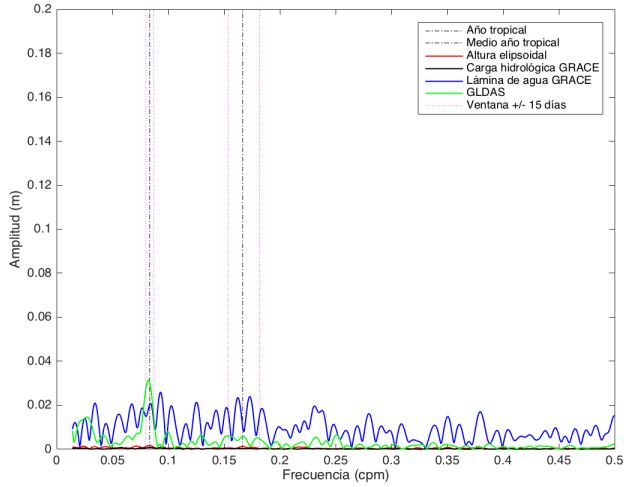
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



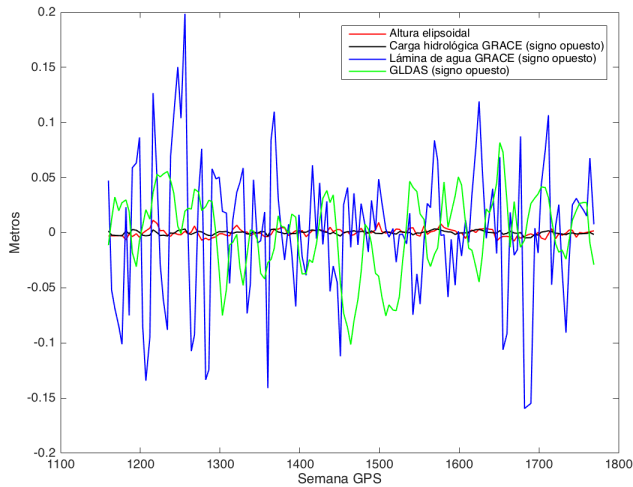
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.112: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en TIXI con $\Delta WRMS=5.467\%$.

A.58 TNML

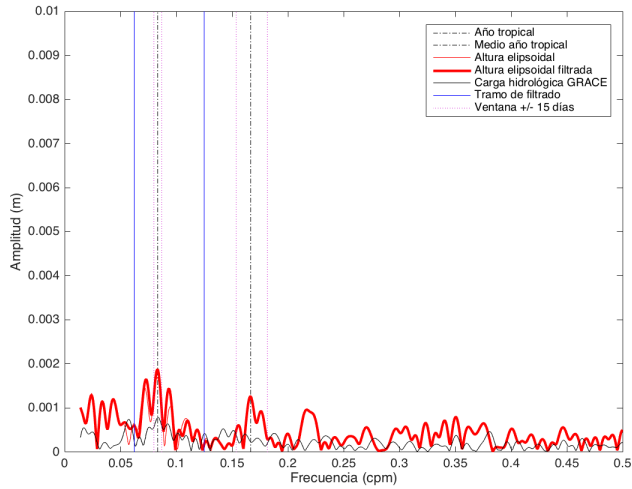


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

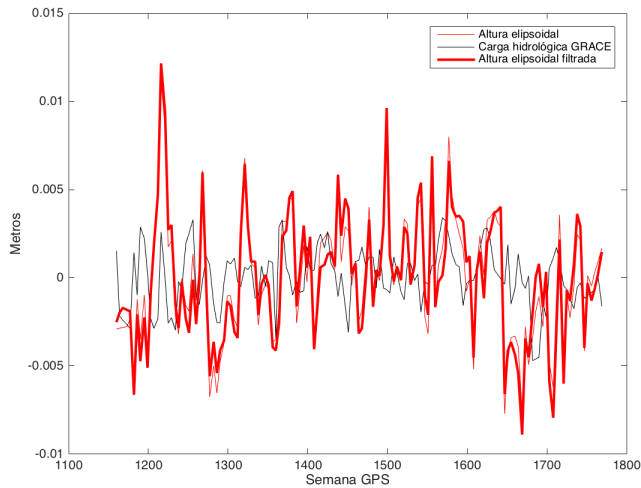


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.113: Series temporales en TNML con $\Delta\text{WRMS}=-6.815\%$.



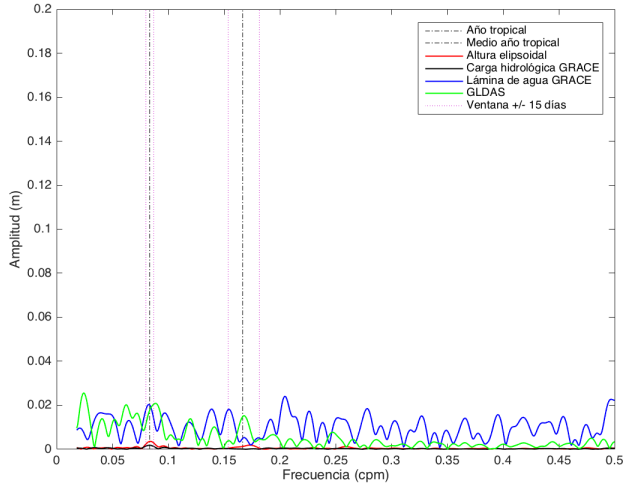
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



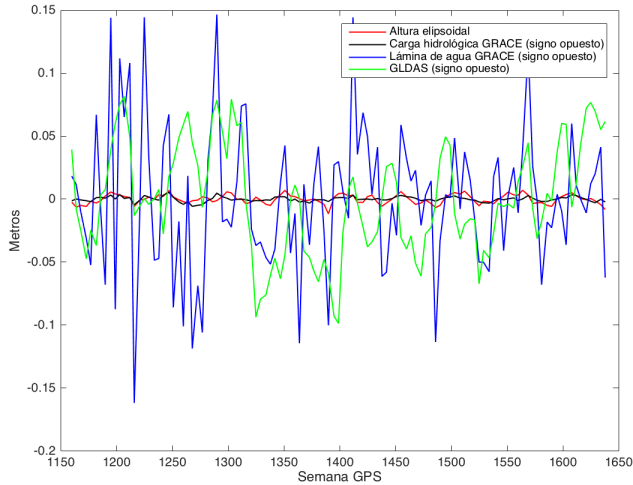
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.114: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en TNML con $\Delta WRMS=6.815\%$.

A.59 TOW2

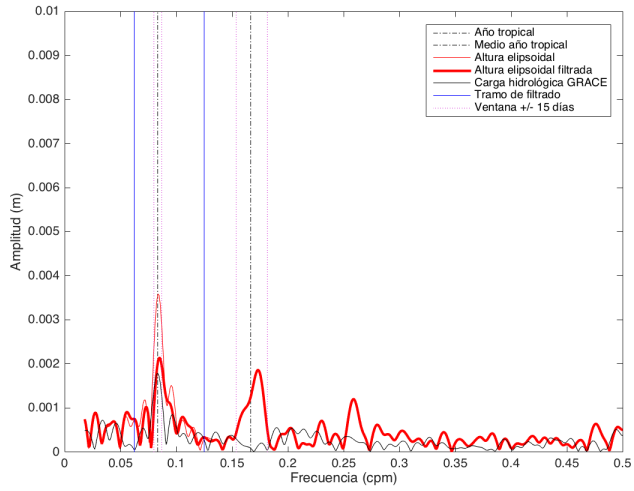


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

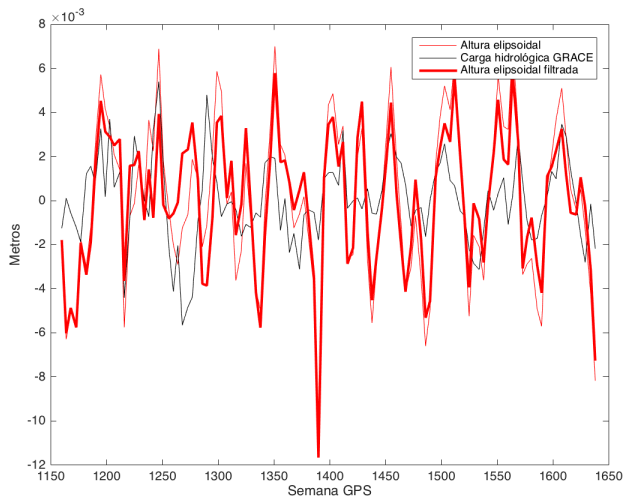


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.115: Series temporales en TOW2 con $\Delta\text{WRMS}=15.117\%$.



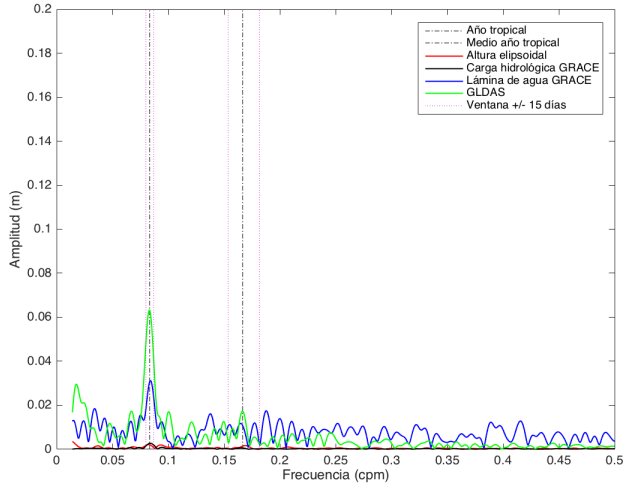
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



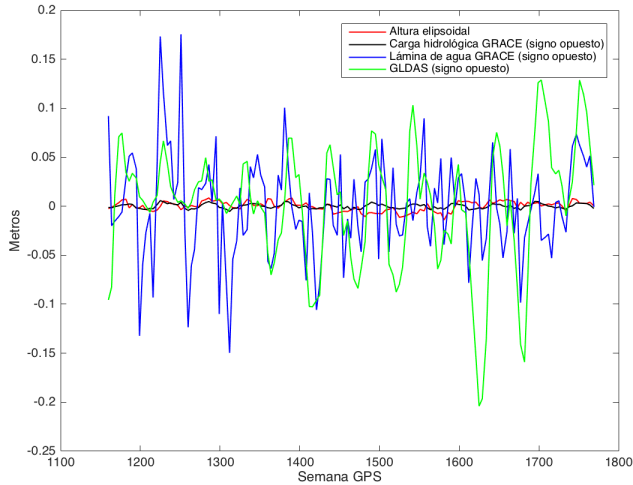
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.116: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en TOW2 con $\Delta WRMS=15.117\%$.

A.60 TRO1

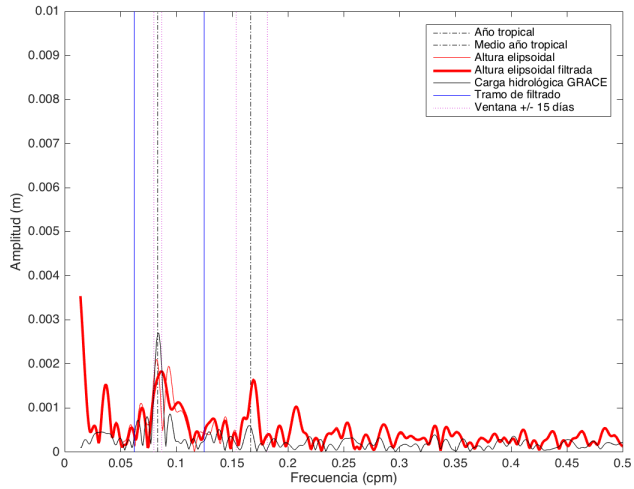


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

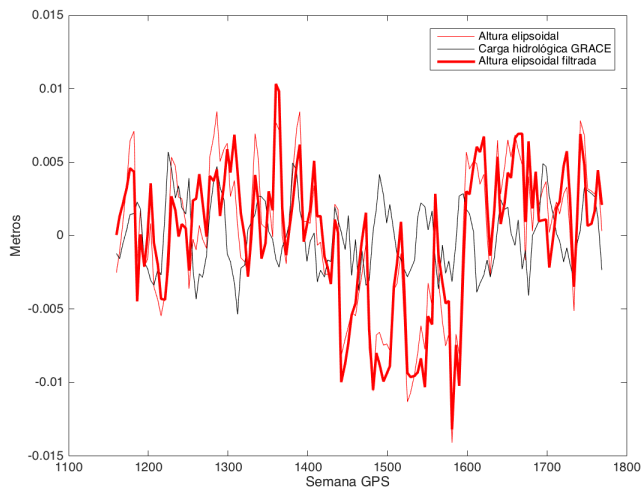


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.117: Series temporales en TRO1 con Δ WRMS=3.188 %.



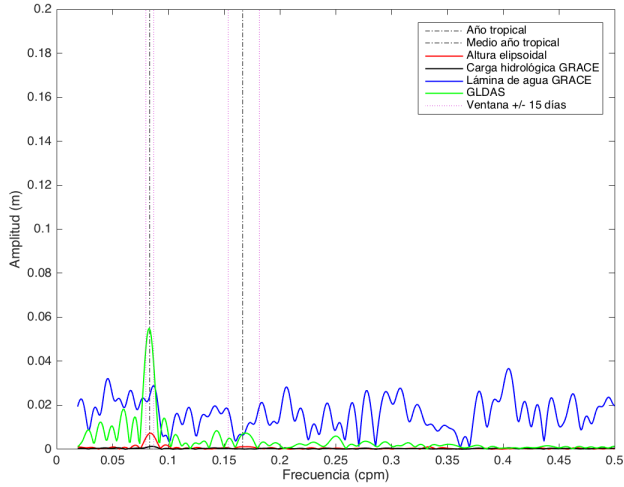
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



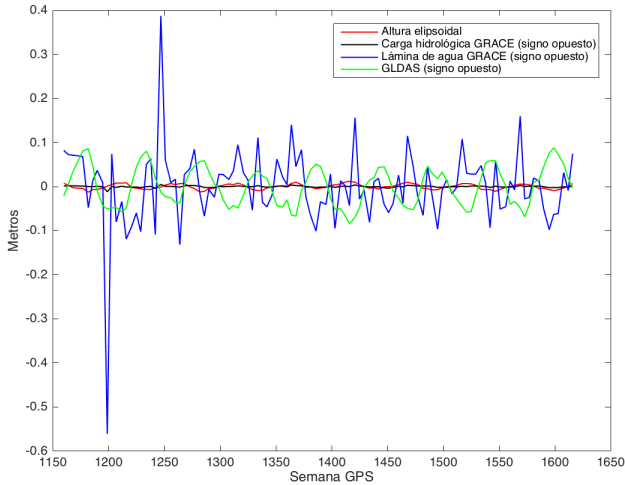
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.118: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en TRO1 con $\Delta\text{WRMS}=3.188\%$.

A.61 TSKB

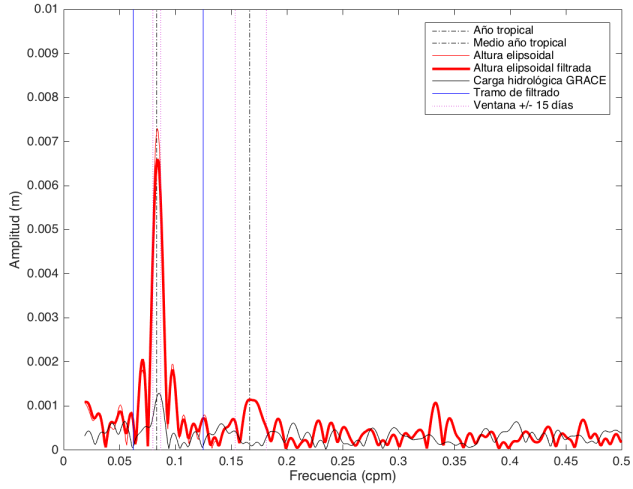


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

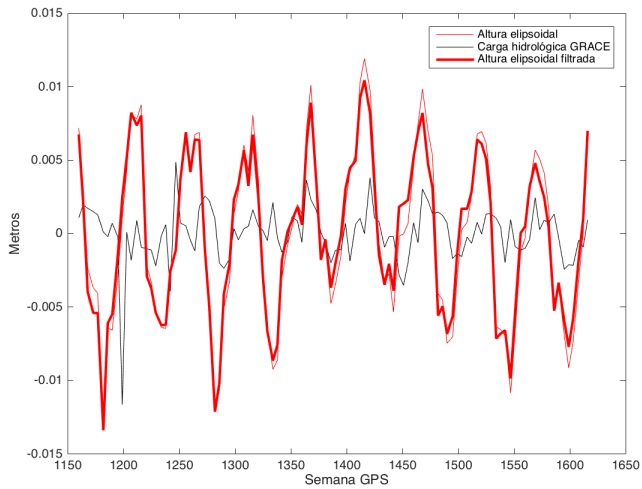


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.119: Series temporales en TSKB con Δ WRMS=6.924 %.



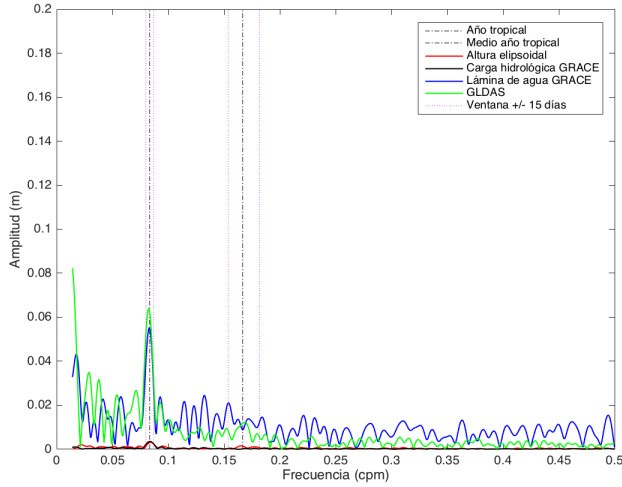
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



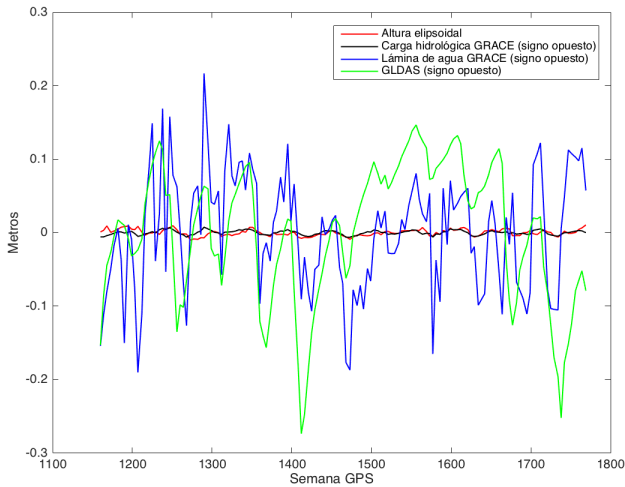
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.120: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en TSKB con $\Delta\text{WRMS}=6.924\%$.

A.62 UNSA

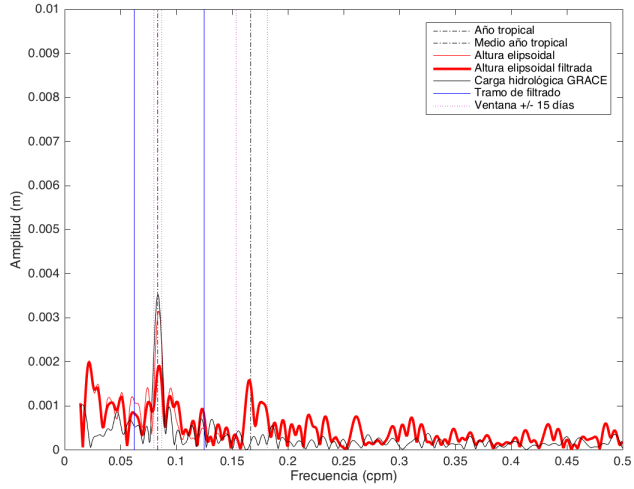


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

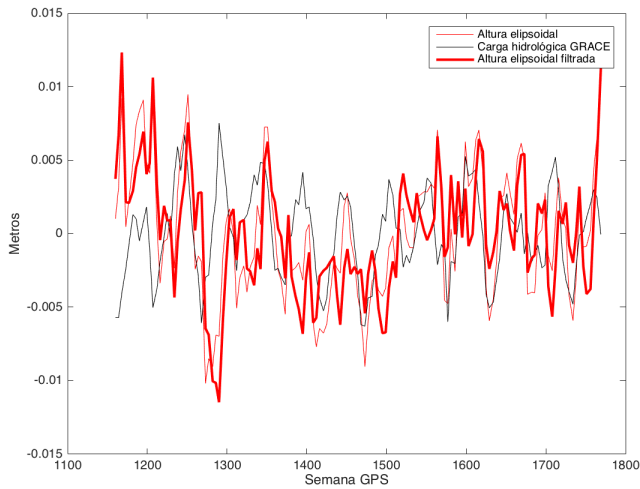


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.121: Series temporales en UNSA con $\Delta\text{WRMS}=5.390\%$.



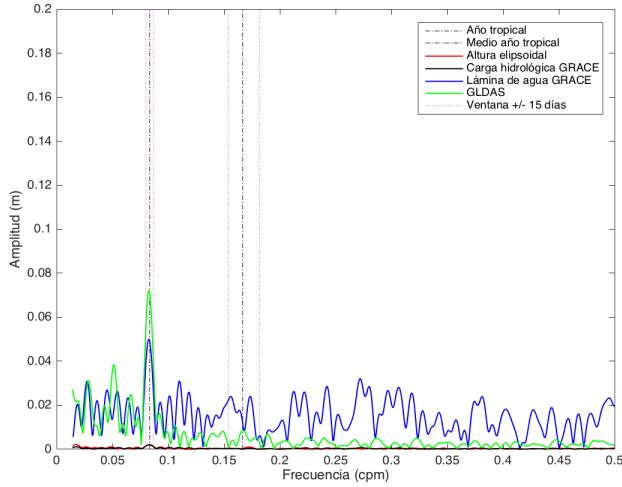
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



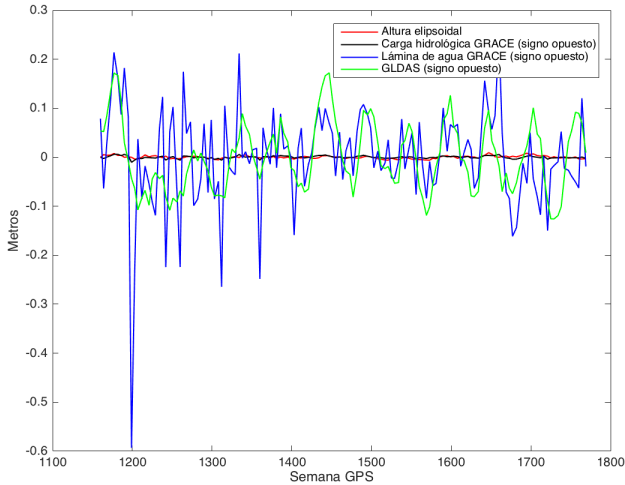
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.122: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en UNSA con $\Delta\text{WRMS}=5.390\%$.

A.63 USNO

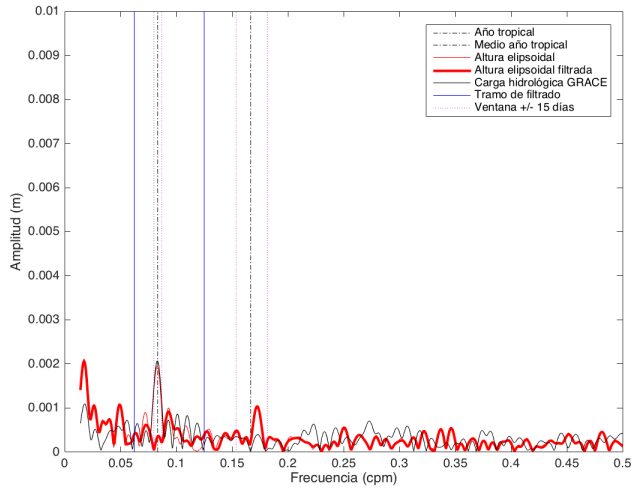


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

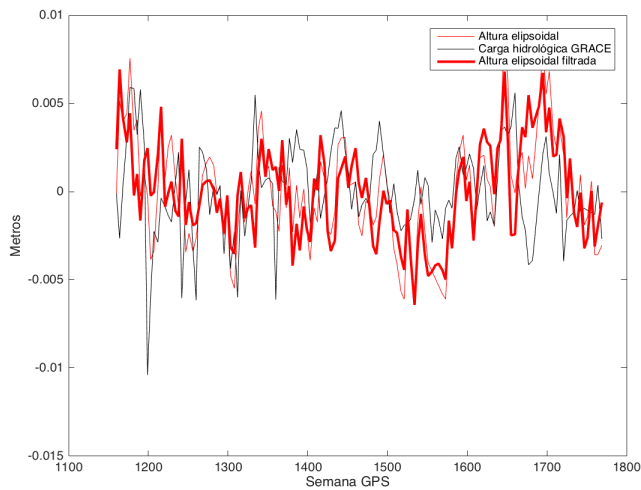


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.123: Series temporales en USNO con $\Delta WRMS=13.235\%$.



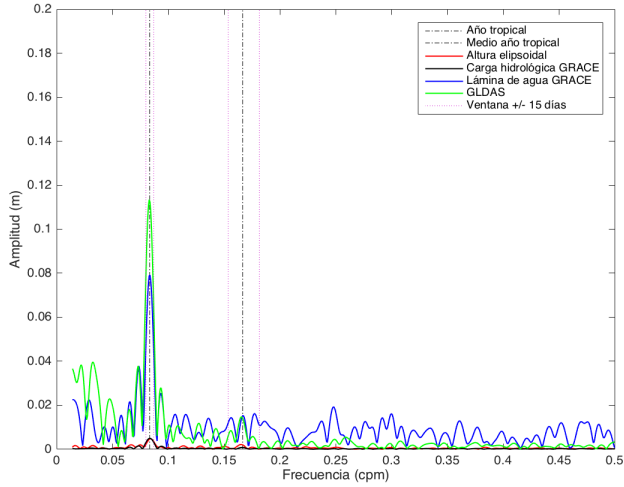
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



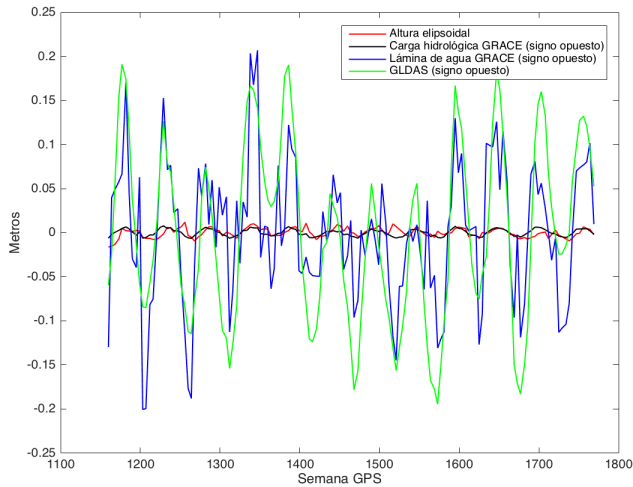
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.124: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en USNO con $\Delta\text{WRMS}=13.235\%$.

A.64 WHIT

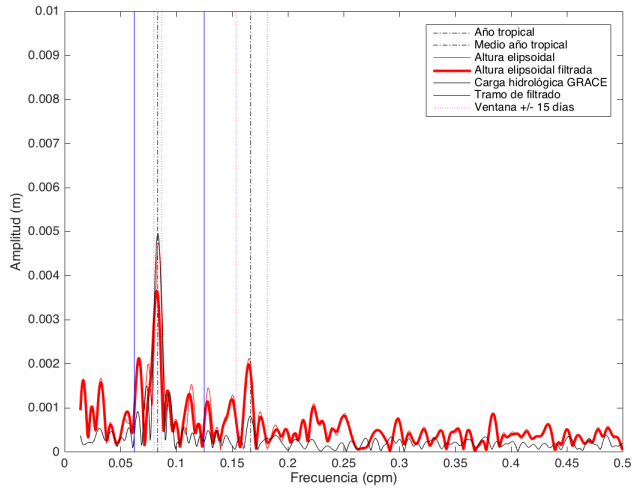


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

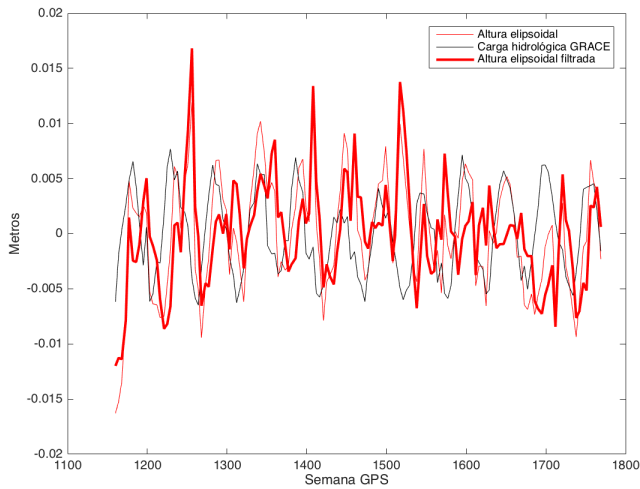


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.125: Series temporales en WHIT con $\Delta WRMS=13.986\%$.



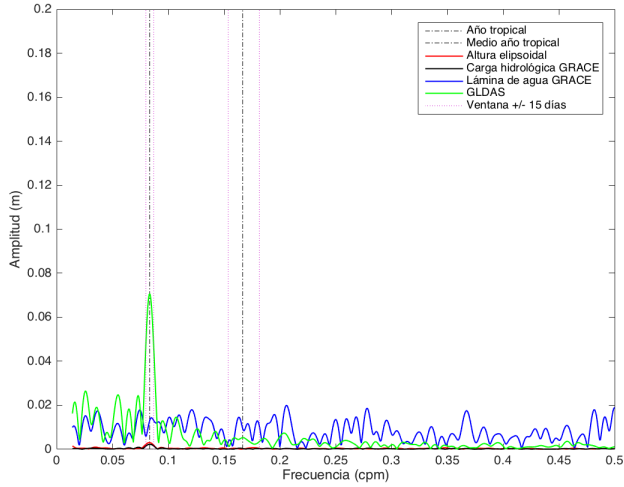
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



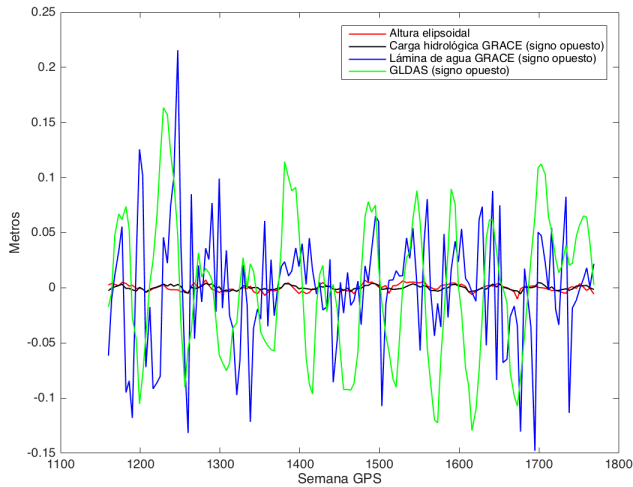
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.126: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en WHIT con $\Delta WRMS=13.986\%$.

A.65 WSRT

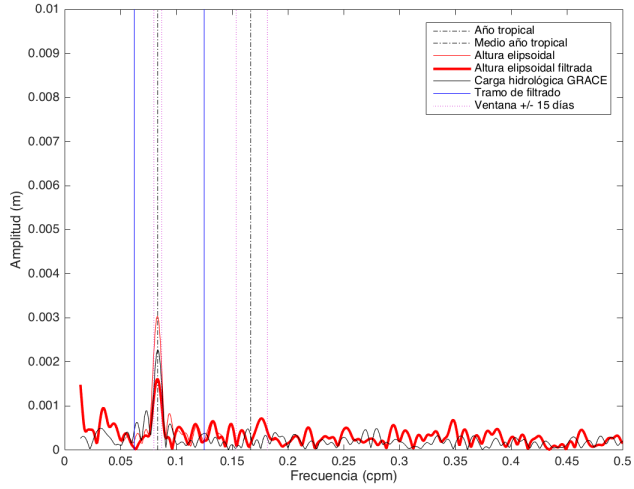


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

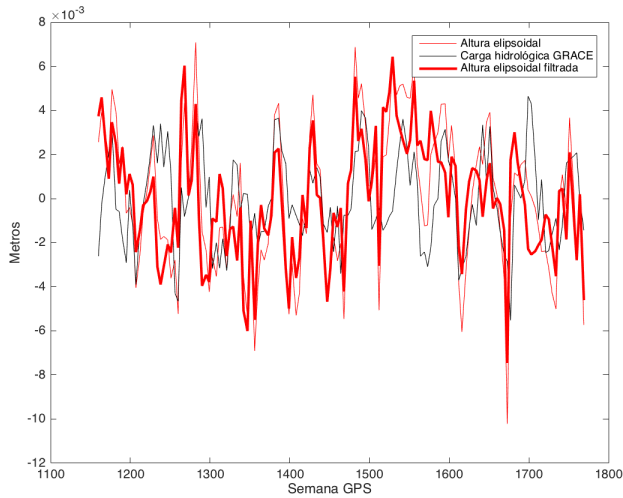


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.127: Series temporales en WSRT con $\Delta WRMS=16.827\%$.



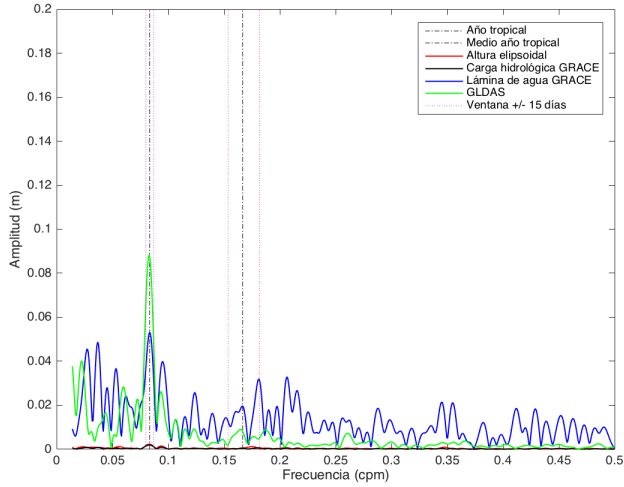
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



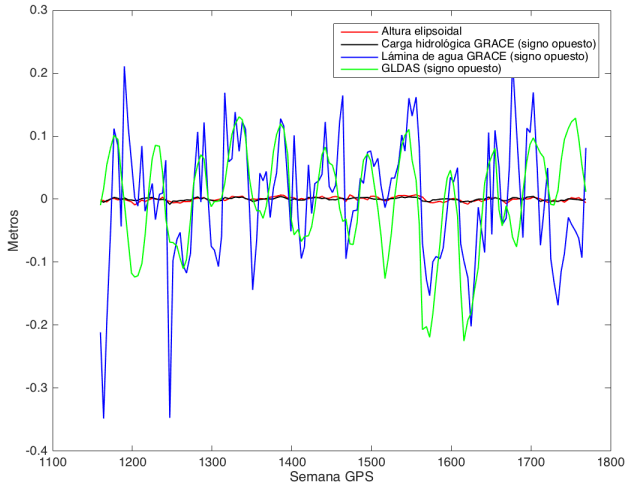
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.128: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en WSRT con $\Delta WRMS=16.827\%$.

A.66 YEBE

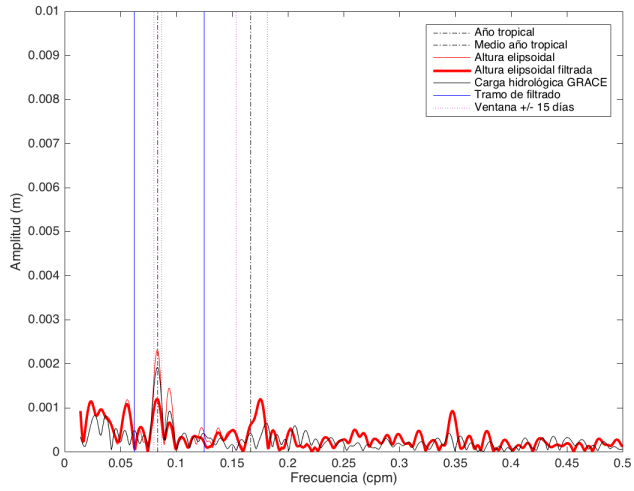


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

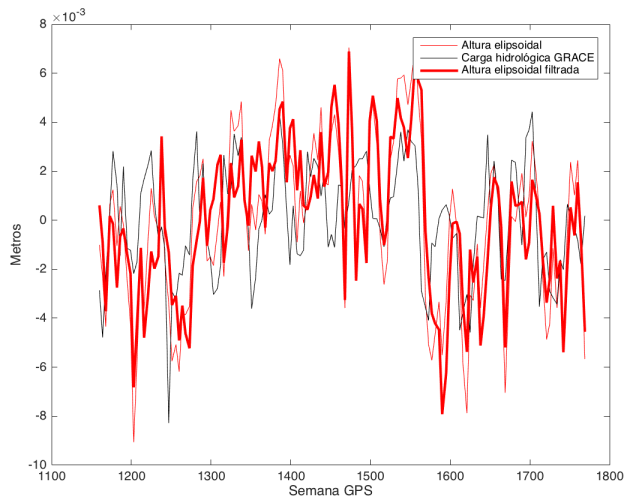


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.129: Series temporales en YEBE con Δ WRMS=14.454 %.



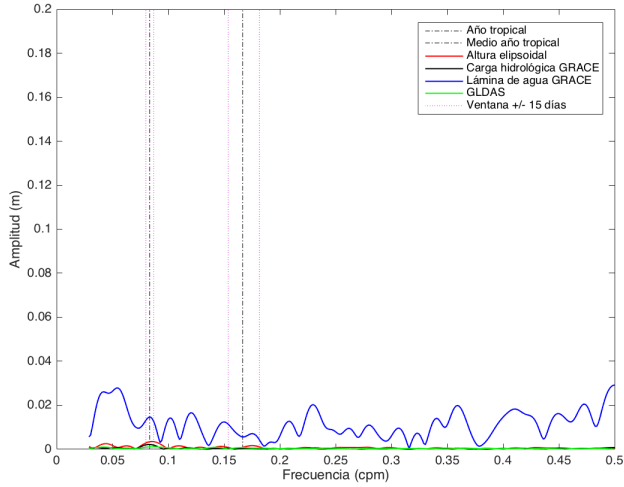
(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



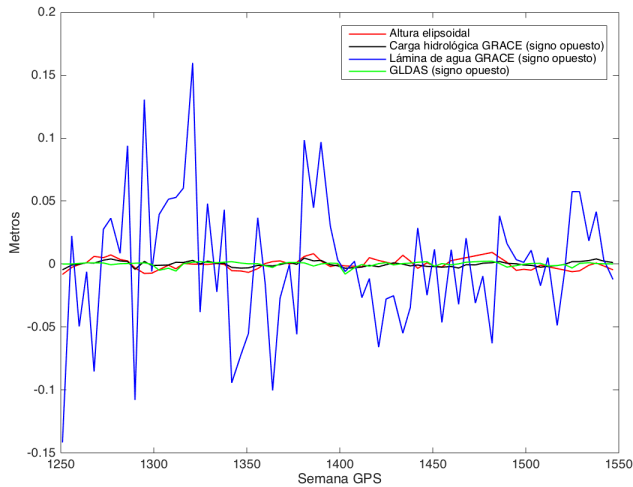
(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.130: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en YEBE con $\Delta\text{WRMS}=14.454\%$.

A.67 YIBL

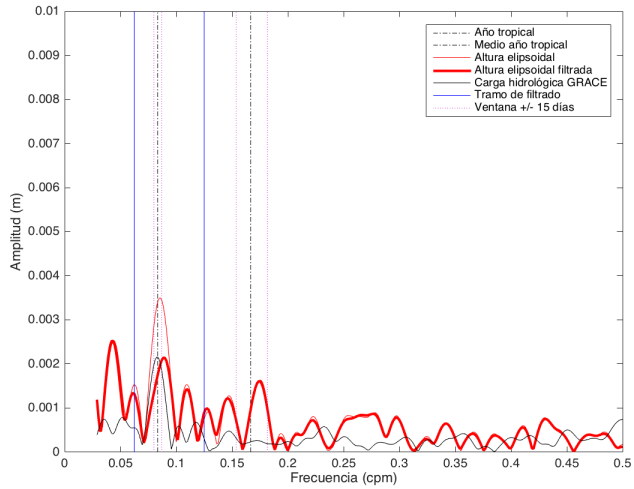


(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

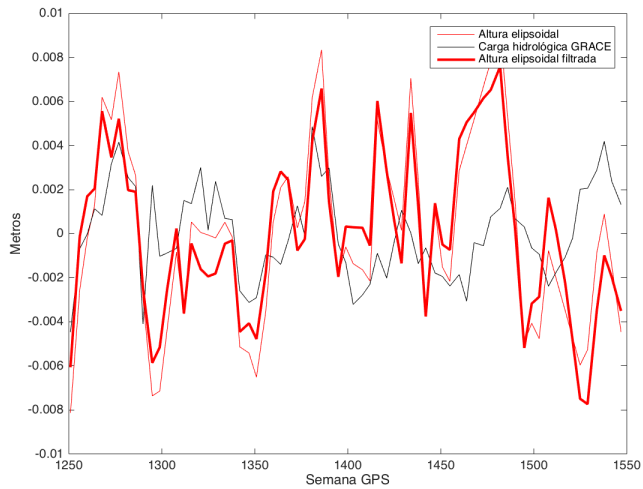


(b) Series temporales de altura elipsoidal, carga hidrológica y lámina de agua GRACE, y contenido de agua en superficie GLDAS.

Figura A.131: Series temporales en YIBL con Δ WRMS=14.283 %.



(a) Espectros de amplitudes de las series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.



(b) Series temporales de altura elipsoidal y carga hidrológica GRACE.

Figura A.132: Filtrado de la serie temporal de altura elipsoidal a partir de la carga hidrológica en YIBL con $\Delta\text{WRMS}=14.283\%$.

Bibliografía

- 2010., GLDAS. *TELLUS GLDAS AND WATER CONTENT IMAGES. Ver. 1. PO.DAAC,CA,USA.* (Vid. pág. 85).
- Altamimi, Z., X. Collilieux y L. Métivier (2011). “ITRF2008: an improved solution of the international terrestrial reference frame”. En: *Journal of Geodesy* 85.8, págs. 457-473. ISSN: 0949-7714. DOI: 10.1007/s00190-011-0444-4 (vid. pág. 63).
- Boening, C., T. Lee y V. Zlotnicki (2011). “A record-high ocean bottom pressure in the South Pacific observed by GRACE”. En: *Geophysical Research Letters* 38.4. L04602. ISSN: 1944-8007. DOI: 10.1029/2010GL046013 (vid. pág. 70).
- Bogusz, J. y A. Klos (2015). “On the significance of periodic signals in noise analysis of GPS station coordinates time series”. En: *GPS Solutions*, págs. 1-10. ISSN: 1080-5370. DOI: 10.1007/s10291-015-0478-9 (vid. págs. 25, 101, 125).
- Chambers, D.P., J. Wahr y R.S Nerem (2004). “Preliminary observations of global ocean mass variations with GRACE”. En: *Geophysical Research Letters* 31.13. L13310. ISSN: 1944-8007. DOI: 10.1029/2004GL020461 (vid. pág. 69).
- Chen, J.L., C.R. Wilson, J.S. Famiglietti y M. Rodell (2007). “Attenuation effect on seasonal basin-scale water storage changes from GRACE time-variable gravity”. En: *Journal of Geodesy* 81.4, págs. 237-245. ISSN: 0949-7714. DOI: 10.1007/s00190-006-0104-2 (vid. págs. 24, 115).
- Cheng, M. (2012). *Degree 2 and geocenter variations from satellite laser ranging.* GGFC Workshop, Viena (vid. pág. 72).
- Cheng, M. y B.D. Tapley (2004). “Variations in the Earth’s oblateness during the past 28 years”. En: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 109.B9. B09402. ISSN: 2156-2202. DOI: 10.1029/2004JB003028 (vid. pág. 72).

- Chew, C. y E. Small (2014). “Terrestrial water storage response to the 2012 drought estimated from GPS vertical position anomalies”. En: *Geophysical Research Letters* 41.17. 2014GL061206, págs. 6145-6151. ISSN: 1944-8007. DOI: 10.1002/2014GL061206 (vid. pág. 24).
- Collilieux, X., Z. Altamimi, D. Coulot, J. Ray y P. Sillard (2007). “Comparison of very long baseline interferometry, GPS, and satellite laser ranging height residuals from ITRF2005 using spectral and correlation methods”. En: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 112.B12. B12403. ISSN: 2156-2202. DOI: 10.1029/2007JB004933 (vid. pág. 101).
- Collilieux, X., L. Métivier, Z. Altamimi, T. van Dam y J. Ray (2011). “Quality assessment of GPS reprocessed terrestrial reference frame”. En: *GPS Solutions* 15.3, págs. 219-231. ISSN: 1080-5370. DOI: 10.1007/s10291-010-0184-6 (vid. pág. 62).
- Cooley, J.W. y J.W. Tukey (1965). “An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series”. En: *Mathematics of Computation* 19.90, págs. 297-301. ISSN: 00255718, 10886842 (vid. págs. 104, 119).
- Dahle, C., F. Flechtner, C. Gruber, D. König, R. König, G. Michalak y K.H. Neumayer (2013). *GFZ GRACE level-2 processing standards document for level-2 product release 0005*. Deutsches GeoForschungsZentrum GFZ (vid. pág. 76).
- Dam, T. van, J. Wahr y D. Lavallée (2007). “A comparison of annual vertical crustal displacements from GPS and Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) over Europe”. En: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 112.B3. B03404. ISSN: 2156-2202. DOI: 10.1029/2006JB004335 (vid. págs. 24-26, 73, 75, 76, 122).
- Davis, J.L., P. Elósegui, J.X. Mitrovica y M.E. Tamisiea (2004). “Climate-driven deformation of the solid Earth from GRACE and GPS”. En: *Geophysical Research Letters* 31.24. L24605. ISSN: 1944-8007. DOI: 10.1029/2004GL021435 (vid. págs. 24, 71).
- Dixon, T.H. (1991). “An introduction to the global positioning system and some geological applications”. En: *Reviews of Geophysics* 29.2, págs. 249-276. ISSN: 1944-9208. DOI: 10.1029/91RG00152 (vid. pág. 122).
- Dobslaw, H., F. Flechtner, I. Bergmann-Wolf, C. Dahle, R. Dill, S. Esselborn, I. Sasgen y M. Thomas (2013). “Simulating high-frequency atmosphere-ocean mass variability for dealiasing of satellite gravity observations: AOD1B RL05”.

- En: *Journal of Geophysical Research: Oceans* 118.7, págs. 3704-3711. ISSN: 2169-9291. DOI: 10.1002/jgrc.20271 (vid. pág. 71).
- Dow, J.M., R.E. Neilan y C. Rizos (2009). “The International GNSS Service in a changing landscape of Global Navigation Satellite Systems”. En: *Journal of Geodesy* 83.3-4, págs. 191-198. ISSN: 0949-7714. DOI: 10.1007/s00190-008-0300-3 (vid. págs. 26, 63).
- Drinkwater, M.R., R. Haagmans, D. Muzi, A. Popescu, R. Floberghagen, M. Kern y M. Fehringer (2006). “The GOCE gravity mission: ESA’s first core Earth explorer”. En: *Proceedings of the 3rd international GOCE user workshop*. European Space Agency Noordwijk, The Netherlands, págs. 6-8 (vid. pág. 23).
- Falk, M., F. Marohn, R. Michel, D. Hofmann, M. Macke, B. Tewes y P. Dinges (2006). *A First Course on Time Series Analysis : Examples with SAS* (vid. pág. 29).
- Flechtner, F., H. Dobslaw y E. Fagiolini. *AOD1B Product Description Document for Product Release 05 (Rev. 4.2, May 20, 2014)* (vid. pág. 71).
- Flechtner, F., P. Morton, M. Watkins y F. Webb (2014). “Status of the GRACE Follow-On Mission”. En: *Gravity, Geoid and Height Systems*. Ed. por Urs Marti. Vol. 141. International Association of Geodesy Symposia. Springer International Publishing, págs. 117-121. ISBN: 978-3-319-10836-0. DOI: 10.1007/978-3-319-10837-7_15 (vid. págs. 23, 70).
- Frigo, M. y S.G. Johnson (1998). “FFTW: an adaptive software architecture for the FFT”. En: *Acoustics, Speech and Signal Processing, 1998. Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on*. Vol. 3, 1381-1384 vol.3. DOI: 10.1109/ICASSP.1998.681704 (vid. págs. 104, 119).
- Fu, Y. y J.T. Freymueller (2012a). “Seasonal and long-term vertical deformation in the Nepal Himalaya constrained by GPS and GRACE measurements”. En: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 117.B3. B03407. ISSN: 2156-2202. DOI: 10.1029/2011JB008925 (vid. pág. 24).
- Fu, Y., J.T. Freymueller y T. Jensen (2012b). “Seasonal hydrological loading in southern Alaska observed by GPS and GRACE”. En: *Geophysical Research Letters* 39.15. L15310. ISSN: 1944-8007. DOI: 10.1029/2012GL052453 (vid. págs. 24, 71).
- García-Asenjo, L. y D. Hernández (2005). *Geodesia*. Universitat Politècnica de València (vid. pág. 89).

- Goudarzi, M.A., M. Cocard, R. Santerre y T. Woldai (2013). “GPS interactive time series analysis software”. En: *GPS Solutions* 17.4, págs. 595-603. ISSN: 1080-5370. DOI: 10.1007/s10291-012-0296-2 (vid. págs. 25, 92).
- Han, D. y J. Wahr (1995). “The viscoelastic relaxation of a realistically stratified earth, and a further analysis of postglacial rebound”. En: *Geophysical Journal International* 120.2, págs. 287-311. DOI: 10.1111/j.1365-246X.1995.tb01819.x. eprint: <http://gji.oxfordjournals.org/content/120/2/287.full.pdf+html> (vid. pág. 73).
- Han, S.C., C.K. Shum, M. Bevis, C. Ji y C.Y. Kuo (2006). “Crustal Dilatation Observed by GRACE After the 2004 Sumatra-Andaman Earthquake”. En: *Science* 313.5787, págs. 658-662. DOI: 10.1126/science.1128661. eprint: <http://www.sciencemag.org/content/313/5787/658.full.pdf> (vid. pág. 70).
- Han, S.C. y F.J. Simons (2008). “Spatiospectral localization of global geopotential fields from the Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) reveals the coseismic gravity change owing to the 2004 Sumatra-Andaman earthquake”. En: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 113.B1. B01405. ISSN: 2156-2202. DOI: 10.1029/2007JB004927 (vid. págs. 24, 70).
- Harris, F.J. (1978). “On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform”. En: *Proceedings of the IEEE* 66.1, págs. 51-83. ISSN: 0018-9219. DOI: 10.1109/PROC.1978.10837 (vid. págs. 26, 42, 52).
- Hofmann-Wellenhof, B., H. Lichtenegger y E. Wasle (2007). *GNSS—global navigation satellite systems: GPS, GLONASS, Galileo, and more*. Springer Science & Business Media (vid. pág. 23).
- Horwath, M., A. Rülke, M. Fritsche y R. Dietrich (2010). “Mass Variation Signals in GRACE Products and in Crustal Deformations crustal deformation from GPS: A Comparison”. En: *System Earth via Geodetic-Geophysical Space Techniques*. Ed. por F.M. Flechtner, T. Gruber, A. Güntner, M. Manda, M. Rothacher, T. Schöne y J. Wickert. Advanced Technologies in Earth Sciences. Springer Berlin Heidelberg, págs. 399-406. ISBN: 978-3-642-10227-1. DOI: 10.1007/978-3-642-10228-8_34 (vid. pág. 25).
- INE (2012). *Análisis espectral y ajuste estacional*. Instituto Nacional de Estadística de España (vid. pág. 29).

- Jacob, T., J. Wahr, W.T. Pfeffer y S. Swenson (2012). “Recent contributions of glaciers and ice caps to sea level rise”. En: *Nature* 482.7386, págs. 514-518 (vid. pág. 70).
- Jekeli, C. (1981). *Alternative methods to smooth the Earth's gravity field* (vid. pág. 75).
- Joodaki, G. y H. Nahavandchi (2012). “Mass loss of the Greenland ice sheet from GRACE time-variable gravity measurements”. En: *Studia geophysica et geodaetica* 56.1, págs. 197-214. DOI: 10.1007/s11200-010-0091-x (vid. pág. 24).
- Klees, R., X. Liu, T. Wittwer, B.C. Gunter, E.A. Revtova, R. Tenzer, P. Ditmar, H.C. Winsemius y H.H.G. Savenije (2008). “A Comparison of Global and Regional GRACE Models for Land Hydrology”. En: *Surveys in Geophysics* 29.4-5, págs. 335-359. ISSN: 0169-3298. DOI: 10.1007/s10712-008-9049-8 (vid. pág. 24).
- Kusche, J. (2007). “Approximate decorrelation and non-isotropic smoothing of time-variable GRACE-type gravity field models”. En: *Journal of Geodesy* 81.11, págs. 733-749. ISSN: 0949-7714. DOI: 10.1007/s00190-007-0143-3 (vid. pág. 76).
- Kusche, J., R. Schmidt, S. Petrovic y R. Rietbroek (2009). “Decorrelated GRACE time-variable gravity solutions by GFZ, and their validation using a hydrological model”. En: *Journal of Geodesy* 83.10, págs. 903-913. ISSN: 0949-7714. DOI: 10.1007/s00190-009-0308-3 (vid. pág. 76).
- Lemoine, F.G., D.E. Smith, L. Kunz, R. Smith, E.C. Pavlis, N.K. Pavlis, S.M. Klosko, D.S. Chinn, M.H. Torrence, R.G. Williamson, C.M. Cox, K.E. Rachlin, Y.M. Wang, S.C. Kenyon, R. Salnan, R. Trimmer, R.H. Rapp y R.S. Nerem (1997). “The Development of the NASA GSFC and NIMA Joint Geopotential Model”. En: *Gravity, Geoid and Marine Geodesy*. Ed. por J. Segawa, H. Fujimoto y S. Okubo. Vol. 117. International Association of Geodesy Symposia. Springer Berlin Heidelberg, págs. 461-469. ISBN: 978-3-642-08328-0. DOI: 10.1007/978-3-662-03482-8_62 (vid. pág. 74).
- Liu, R., J. Li, H.S. Fok, C.K. Shum y Z. Li (2014). “Earth Surface Deformation in the North China Plain Detected by Joint Analysis of GRACE and GPS Data”. En: *Sensors* 14.10, págs. 19861-19876. DOI: 10.3390/s141019861 (vid. págs. 23, 24, 71).
- Martín, A., A.B. Anquela, J. Padín y J.L. Berné (2005). “Detection of Local Geoid Deformations by Gravity Disturbances from GPS/Gravimetric Observations”.

- En: *Studia Geophysica et Geodaetica* 49.1, págs. 43-62. ISSN: 0039-3169. DOI: 10.1007/s11200-005-1625-5 (vid. pág. 80).
- Martín, A., A.B. Anquela, J. Padín y J.L. Berné (2010). “Ability of the EGM2008 high degree geopotential model to calculate a local geoid model in Valencia, Eastern Spain”. En: *Studia Geophysica et Geodaetica* 54.3, págs. 347-366. ISSN: 0039-3169. DOI: 10.1007/s11200-010-0021-y (vid. pág. 82).
- Marín Molina, J. (2001). *Análisis matemático*. Universitat Politècnica de València (vid. pág. 29).
- Mayer-Gürr, T., R. Savcenko, W. Bosch, I. Daras, F. Flechtner y C. Dahle (2012). “Ocean tides from satellite altimetry and GRACE”. En: *Journal of Geodynamics* 59-60. Mass Transport and Mass Distribution in the System Earth, págs. 28 -38. ISSN: 0264-3707. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jog.2011.10.009> (vid. pág. 70).
- McCarthy, D.D. y G. Petit (2004). *IERS conventions (2003)*. Inf. téc. DTIC Document (vid. págs. 64, 65, 89).
- Moral, J. (2000). “Introducción al tratamiento de series temporales mediante filtros”. Tesis doct. Universidad Autónoma, Madrid (vid. pág. 29).
- NASA (2015). *Land Data Assimilation Systems* (vid. pág. 82).
- Nyquist, H. (1928). “Certain Topics in Telegraph Transmission Theory”. En: *American Institute of Electrical Engineers, Transactions of the* 47.2, págs. 617-644. ISSN: 0096-3860. DOI: 10.1109/T-AIEE.1928.5055024 (vid. pág. 40).
- Núñez, M.A., A. Martín, J.A. Gili y A.B. Anquela (2008). “High-precision geoid determination in small areas: A case study in Doñana National Park (Spain)”. En: *Studia Geophysica et Geodaetica* 52.3, págs. 361-380. ISSN: 0039-3169. DOI: 10.1007/s11200-008-0026-y (vid. pág. 80).
- Paulter, N.G., D.R. Larson y J.J. Blair (2004). “The IEEE standard on transitions, pulses, and related waveforms, Std-181-2003”. En: *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on* 53.4, págs. 1209-1217. ISSN: 0018-9456. DOI: 10.1109/TIM.2004.831470 (vid. pág. 135).
- Pearlman, M.R., J.J. Degnan y J.M. Bosworth (2002). “The International Laser Ranging Service”. En: *Advances in Space Research* 30.2, págs. 135 -143. ISSN: 0273-1177. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0273-1177\(02\)00277-6](http://dx.doi.org/10.1016/S0273-1177(02)00277-6) (vid. pág. 63).

- Pereira, A., S. Miranda, M.C. Pacino y R. Forsberg (2012). "Water Storage Changes from GRACE Data in the La Plata Basin". En: *Geodesy for Planet Earth*. Ed. por S. Kenyon, M.C. Pacino y U. Marti. Vol. 136. International Association of Geodesy Symposia. Springer Berlin Heidelberg, págs. 613-618. ISBN: 978-3-642-20337-4. DOI: 10.1007/978-3-642-20338-1_75 (vid. pág. 24).
- Petit, G. y B. Luzum (2010). *IERS conventions (2010)*. Inf. téc. DTIC Document (vid. pág. 89).
- Purcell, A., A. Dehecq, P. Tregoning, E.K. Potter, S.C. McClusky y K. Lambeck (2011). "Relationship between glacial isostatic adjustment and gravity perturbations observed by GRACE". En: *Geophysical Research Letters* 38.18. L18305. ISSN: 1944-8007. DOI: 10.1029/2011GL048624 (vid. págs. 24, 73).
- Ramillien, G., J.S. Famiglietti y J. Wahr (2008). "Detection of Continental Hydrology and Glaciology Signals from GRACE: A Review". En: *Surveys in Geophysics* 29.4-5, págs. 361-374. ISSN: 0169-3298. DOI: 10.1007/s10712-008-9048-9 (vid. pág. 24).
- Ray, J., Z. Altamimi, T. van Dam y T. Herring (2007). *Principles for conventional contributions to modeled station displacements* (vid. pág. 65).
- Ray, J., Z. Altamimi, X. Collilieux y T. van Dam (2008). "Anomalous harmonics in the spectra of GPS position estimates". En: *GPS Solutions* 12.1, págs. 55-64. ISSN: 1080-5370. DOI: 10.1007/s10291-007-0067-7 (vid. págs. 25, 101).
- Rebischung, P., J. Griffiths, J. Ray, R. Schmid, X. Collilieux y B. Garayt (2012). "IGS08: the IGS realization of ITRF2008". En: *GPS Solutions* 16.4, págs. 483-494. ISSN: 1080-5370. DOI: 10.1007/s10291-011-0248-2 (vid. págs. 64, 66).
- Reigber, C., H. Lühr y P. Schwintzer (2002). "CHAMP mission status". En: *Advances in Space Research* 30.2, págs. 129-134. ISSN: 0273-1177. DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/S0273-1177\(02\)00276-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0273-1177(02)00276-4) (vid. pág. 23).
- Rodell, M., P.R. Houser, U. Jambor, J. Gottschalck, K. Mitchell, C.J. Meng, K. Arsenault, B. Cosgrove, J. Radakovich, M. Bosilovich, J.K. Entin, J.P. Walker, D. Lohmann y D. Toll (2004). "The Global Land Data Assimilation System". En: *Bulletin of the American Meteorological Society* 85.3, págs. 381-394. DOI: 10.1175/BAMS-85-3-381 (vid. pág. 83).
- Rodell, M. y H.K. Beaudoin (2007). *Noah Land Surface Model L4 Monthly 1.0 x 1.0 degree, version 001*. Inf. téc. Greenbelt, Maryland, USA: Goddard Earth Sciences Data e Information Services Center (GES DISC) (vid. pág. 84).

- Rodell, M., I. Velicogna y J.S. Famiglietti (2009). "Satellite-based estimates of groundwater depletion in India". En: *Nature* 460.7258, págs. 999-1002 (vid. págs. 24, 69).
- Rudenko, S., N. Schön, M. Uhlemann y G. Gendt (2013). "Reprocessed height time series for GPS stations". En: *Solid Earth* 4.1, págs. 23-41. DOI: 10.5194/se-4-23-2013 (vid. págs. 26, 63, 65, 149).
- Sasgen, I., H. Dobslaw, Z. Martinec y M. Thomas (2010). "Satellite gravimetry observation of Antarctic snow accumulation related to ENSO". En: *Earth and Planetary Science Letters* 299.3-4, págs. 352 -358. ISSN: 0012-821X. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.epsl.2010.09.015> (vid. págs. 24, 70).
- Schillak, S. (2004). "Analysis of the process of the determination of station coordinates by the satellite laser ranging based on results of the Borowiec SLR station in 1993.5-2000.5. Part 1: Performance of the satellite laser ranging". En: *Artificial Satellites* 39, págs. 217-263 (vid. pág. 23).
- Schlüter, W. y D. Behrend (2007). "The International VLBI Service for Geodesy and Astrometry (IVS): current capabilities and future prospects". En: *Journal of Geodesy* 81.6-8, págs. 379-387. ISSN: 0949-7714. DOI: 10.1007/s00190-006-0131-z (vid. pág. 63).
- Schmidt, R., P. Schwintzer, F. Flechtner, C. Reigber, A. Güntner, P. Döll, G. Ramillien, A. Cazenave, S. Petrovic, H. Jochmann y J. Wunsch (2006). "GRACE observations of changes in continental water storage". En: *Global and Planetary Change* 50.1?2, págs. 112 -126. ISSN: 0921-8181. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.gloplacha.2004.11.018> (vid. págs. 24, 69).
- Schmidt, R., F. Flechtner, U. Meyer, K.H. Neumayer, C. Dahle, R. König y J. Kusche (2008). "Hydrological Signals Observed by the GRACE Satellites". En: *Surveys in Geophysics* 29.4-5, págs. 319-334. ISSN: 0169-3298. DOI: 10.1007/s10712-008-9033-3 (vid. pág. 24).
- Schwarz, K.P., Y.C. Li y M. Wei (1994). "The spectral window for airborne gravity and geoid determination". En: *Proceedings of the International Symposium on Kinematic Systems in Geodesy, Geomatics and Navigation, Banff, AB, Canada*. Vol. 30, págs. 445-456 (vid. pág. 54).
- Seo, K.W., C.R. Wilson, J.S. Famiglietti, J.L. Chen y M. Rodell (2006). "Terrestrial water mass load changes from Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE)". En: *Water Resources Research* 42.5. W05417. ISSN: 1944-7973. DOI: 10.1029/2005WR004255 (vid. pág. 24).

- Shannon, C.E. (1949). "Communication in the Presence of Noise". En: *Proceedings of the IRE* 37.1, págs. 10-21. ISSN: 0096-8390. DOI: 10.1109/JRPROC.1949.232969 (vid. pág. 41).
- Sideris, M.G (2008). *Observing Our Changing Earth: Proceedings of the 2007 IAG General Assembly, Perugia, Italy, July 2-13, 2007*. Vol. 133. Springer Science & Business Media (vid. pág. 61).
- Smith, S.W. (1997). *The scientist and engineer's guide to digital signal processing*. California Technical Pub. San Diego (vid. pág. 37).
- Sovers, O.J., J.L. Fanselow y C.S. Jacobs (1998). "Astrometry and geodesy with radio interferometry: experiments, models, results". En: *Rev. Mod. Phys.* 70 (4), págs. 1393-1454. DOI: 10.1103/RevModPhys.70.1393 (vid. pág. 23).
- Swenson, S. y J. Wahr (2002). "Methods for inferring regional surface-mass anomalies from Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) measurements of time-variable gravity". En: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 107.B9. 2193, ETG 3-1-ETG 3-13. ISSN: 2156-2202. DOI: 10.1029/2001JB000576 (vid. pág. 75).
- Swenson, S., J. Wahr y P.C.D. Milly (2003). "Estimated accuracies of regional water storage variations inferred from the Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE)". En: *Water Resources Research* 39.8. 1223. ISSN: 1944-7973. DOI: 10.1029/2002WR001808 (vid. págs. 71, 72).
- Swenson, S. y J. Wahr (2006). "Post-processing removal of correlated errors in GRACE data". En: *Geophysical Research Letters* 33.8. L08402. ISSN: 1944-8007. DOI: 10.1029/2005GL025285 (vid. págs. 75, 76).
- Swenson, S., D. Chambers y J. Wahr (2008). "Estimating geocenter variations from a combination of GRACE and ocean model output". En: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 113.B8. B08410. ISSN: 2156-2202. DOI: 10.1029/2007JB005338 (vid. pág. 71).
- Swenson, S. y J. Wahr (2011). "Estimating signal loss in regularized GRACE gravity field solutions". En: *Geophysical Journal International* 185.2, págs. 693-702. DOI: 10.1111/j.1365-246X.2011.04977.x. eprint: <http://gji.oxfordjournals.org/content/185/2/693.full.pdf+html> (vid. pág. 75).
- Syed, T.H., J.S. Famiglietti, M. Rodell, J. Chen y C.R. Wilson (2008). "Analysis of terrestrial water storage changes from GRACE and GLDAS". En: *Water Re-*

- sources Research* 44.2. W02433. ISSN: 1944-7973. DOI: 10.1029/2006WR005779 (vid. págs. 24, 85).
- Sánchez, M.D. (1992). “Estimación del espectro en modelos aleatorios.” Tesis doct. Universidad Complutense de Madrid, Facultad de Ciencias Matemáticas (vid. págs. 25, 29).
- Tapley, B.D., S. Bettadpur, J.C. Ries, P.F. Thompson y M.M. Watkins (2004a). “GRACE Measurements of Mass Variability in the Earth System”. En: *Science* 305.5683, págs. 503-505. DOI: 10.1126/science.1099192. eprint: <http://www.sciencemag.org/content/305/5683/503.full.pdf> (vid. pág. 23).
- Tapley, B.D., S. Bettadpur, M. Watkins y C. Reigber (2004b). “The gravity recovery and climate experiment: Mission overview and early results”. En: *Geophysical Research Letters* 31.9. L09607. ISSN: 1944-8007. DOI: 10.1029/2004GL019920 (vid. pág. 68).
- Tesmer, V., P. Steigenberger, T. van Dam y T. Mayer-Gürr (2011). “Vertical deformations from homogeneously processed GRACE and global GPS long-term series”. En: *Journal of Geodesy* 85.5, págs. 291-310. ISSN: 0949-7714. DOI: 10.1007/s00190-010-0437-8 (vid. págs. 24-26, 71, 73, 122, 135).
- Torge, W. y J. Müller (2001). *Geodesy*. 3rd edition. Walter de Gruyter (vid. pág. 79).
- Tregoning, P. y C. Watson (2009a). “Atmospheric effects and spurious signals in GPS analyses”. En: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 114.B9. B09403. ISSN: 2156-2202. DOI: 10.1029/2009JB006344 (vid. pág. 25).
- Tregoning, P., C. Watson, G. Ramillien, H. McQueen y J. Zhang (2009b). “Detecting hydrologic deformation using GRACE and GPS”. En: *Geophysical Research Letters* 36.15. L15401. ISSN: 1944-8007. DOI: 10.1029/2009GL038718 (vid. págs. 24-26).
- Tregoning, P. y C. Watson (2011). “Correction to Atmospheric effects and spurious signals in GPS analyses”. En: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 116.B2. B02412. ISSN: 2156-2202. DOI: 10.1029/2010JB008157 (vid. pág. 25).
- Tscherning, C.C., R.H. Rapp y C. Goad (1983). “A comparison of methods for computing gravimetric quantities from high degree spherical harmonic expansions”. En: *Manuscr Geod* 8, págs. 249-272 (vid. pág. 79).

- Velicogna, I. y J. Wahr (2006a). "Acceleration of Greenland ice mass loss in spring 2004". En: *Nature* 443.7109, págs. 329-331 (vid. pág. 24).
- (2006b). "Measurements of Time-Variable Gravity Show Mass Loss in Antarctica". En: *Science* 311.5768, págs. 1754-1756. DOI: 10.1126/science.1123785. eprint: <http://www.sciencemag.org/content/311/5768/1754.full.pdf> (vid. págs. 24, 69, 115).
- Vey, S., H. Steffen, J. Müller y J. Boike (2013). "Inter-annual water mass variations from GRACE in central Siberia". En: *Journal of Geodesy* 87.3, págs. 287-299. ISSN: 0949-7714. DOI: 10.1007/s00190-012-0597-9 (vid. pág. 24).
- Wahr, J., M. Molenaar y F. Bryan (1998). "Time variability of the Earth's gravity field: Hydrological and oceanic effects and their possible detection using GRACE". En: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 103.B12, págs. 30205-30229. ISSN: 2156-2202. DOI: 10.1029/98JB02844 (vid. págs. 73, 78).
- Wahr, J., S. Swenson e I. Velicogna (2006). "Accuracy of GRACE mass estimates". En: *Geophysical Research Letters* 33.6. L06401. ISSN: 1944-8007. DOI: 10.1029/2005GL025305 (vid. pág. 72).
- Watson, C.S., P. Tregoning, K. Fleming, R.J. Burgette, W.E. Featherstone, J. Awange, M. Kuhn y G. Ramillien (2009). "Assessment of 3D hydrologic deformation using GRACE and GPS". En: (vid. pág. 24).
- Werth, S., A. Güntner, R. Schmidt y J. Kusche (2009). "Evaluation of GRACE filter tools from a hydrological perspective". En: *Geophysical Journal International* 179.3, págs. 1499-1515. DOI: 10.1111/j.1365-246X.2009.04355.x. eprint: <http://gji.oxfordjournals.org/content/179/3/1499.full.pdf+html> (vid. págs. 75, 76).
- Willis, P., H. Fagard, P. Ferrage, F.G. Lemoine, C.E. Noll, R. Noomen, M. Otten, J.C. Ries, M. Rothacher, L. Soudarin, G. Tavernier y J.J. Valette (2010). "The International DORIS Service (IDS): Toward maturity". En: *Advances in Space Research* 45.12. DORIS: Scientific Applications in Geodesy and Geodynamics, págs. 1408 -1420. ISSN: 0273-1177. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.asr.2009.11.018> (vid. pág. 63).

