

Índice General

Índice General	I
Índices de Figuras y Tablas	XV
Prólogo	XXIII
Agradecimientos.....	XXXIII
Capítulo 1. Introducción a la Tesis.....	1
1.1. Introducción.	1
1.2. Presentación del problema.....	2
1.3. Objetivo de la Tesis.....	6
1.4. Estructura de la Tesis.	7
Capítulo 2. Estado del Arte	9
2.1. Computación de Sistemas Electro-Magnéticos.	9
2.2. Métodos Numéricos en Electromagnetismo: breve revisión histórica.	10
2.2.1. Introducción.	10
2.2.2. Las ecuaciones de Maxwell.....	10

2.2.3.	Resolución de las ecuaciones de Maxwell.....	12
2.2.3.1	<i>Métodos de tipo gráfico.</i>	12
2.2.3.2	<i>Métodos de tipo analógico y prototipos.</i>	12
2.2.3.3	<i>Métodos de tipo analítico.</i>	14
2.3.	Métodos numéricos avanzados.	15
2.3.1.	Breve repaso histórico del desarrollo de los métodos numéricos.	16
2.3.2.	Clasificación de los Métodos Numéricos.	16
2.4.	Métodos numéricos tradicionales para la resolución de problemas de electromagnetismo: Diferencias Finitas y Elementos Finitos.	18
2.4.1.	Breve revisión del Método de las Diferencias Finitas.	18
2.4.2.	Breve revisión del Método de los Elementos Finitos.....	19
2.4.3.	Problemas y limitaciones en los métodos numéricos tradicionales (diferencias finitas y elementos finitos).	20
2.4.3.1	<i>Restricciones técnicas o tecnológicas.</i>	20
2.4.3.2	<i>Restricciones de carácter comercial o económico.</i>	21
2.4.4.	Paquetes de software comerciales basados en Métodos Numéricos clásicos. 21	
2.5.	Principales retos en el desarrollo de los Métodos Numéricos avanzados.....	23
2.5.1.	Retos en la optimización del diseño de dispositivos electromagnéticos.	24
2.6.	Avances Recientes en el desarrollo de Métodos Numéricos.	26
2.7.	Diferentes tipos de problemas electromagnéticos a resolver.	27
2.8.	Objetivos específicos de la tesis.	28
Capítulo 3. Métodos Avanzados de Computación Numérica: <i>Proper Generalized Decomposition</i>		33
3.1.	Introducción.....	33
3.2.	Objetivo del capítulo.	34
3.3.	Retos en simulación numérica.	35
3.4.	<i>Proper Orthogonal Decomposition (POD).</i>	37
3.5.	Operativa y aplicación de la PGD.	39
3.5.1.	Flujograma de operación.	39
3.5.2.	La obtención de los modos.	41

3.5.3. Obtención de los modos para los datos del dominio del problema (datos conocidos a priori).....	41
3.5.3.1 <i>Descomposición Directa en Modos para Casos Simples.</i>	41
3.5.3.2 <i>Descomposición mediante la Singular Value Decomposition (SVD) para Casos Complejos.</i>	49
3.5.4. Obtención de los modos para las variables solución del problema (desconocidas a priori).....	55
3.5.4.1 <i>Inicialización de los modos.</i>	55
3.5.4.2 <i>Cálculo de Modos.</i>	55
3.5.4.3 <i>Síntesis del Procedimiento Operativo de la PGD.</i>	58
3.5.4.4 <i>Claves Operativas de la técnica de la PGD.</i>	59
3.5.4.5 <i>Ecuaciones diferenciales en PGD: aplicación a la Ec. de Poisson.</i>	59
3.5.5. Control del error.....	67
3.5.6. Variaciones paramétricas.	68
3.5.7. Zona de penalización.....	70
3.6. Aplicación de los métodos de resolución propuestos; comparación con los existentes.....	71
3.6.1. Planteamiento del problema a resolver.	71
3.6.2. Aplicación de Diferencias Finitas.	72
3.6.2.1 <i>Caso 1º: N=40.000.</i>	73
3.6.2.2 <i>Caso 2º: N=250.000.</i>	73
3.6.2.3 <i>Caso 3º: N=1.000.000.</i>	74
3.6.3. Aplicación de Elementos Finitos.....	74
3.6.3.1 <i>Caso 1º: N=5.907.</i>	77
3.6.3.2 <i>Caso 2º: N=23.445.</i>	77
3.6.3.3 <i>Caso 3º: N=93.417.</i>	78
3.6.3.4 <i>Caso 4º: N=372.945.</i>	78
3.6.3.5 <i>Caso 5º: N=1.490.337.</i>	79
3.6.4. Aplicación de la PGD.....	79
3.6.4.1 <i>Caso 1º: N=10.000.</i>	79
3.6.4.2 <i>Caso 2º: N=40.000.</i>	80
3.6.4.3 <i>Caso 3º: N=250.000.</i>	80

3.6.4.4	Caso 4°: $N=1.000.000$	81
3.6.4.5	Caso 5°: $N=100.000.000$	81
3.6.4.6	Caso 6°: $N=400.000.000$	82
3.6.5.	Comparativas de evolución de tiempo de cálculo.....	82
3.6.6.	Conclusiones prácticas.....	84
3.7.	Visualización.....	86
3.7.1.	Software de visualización: ParaView.....	86
3.7.2.	Formato para el almacenamiento de datos: PXDMF.....	87
3.7.2.1	El formato XDMF.....	87
3.7.2.2	Adaptación del formato XDMF a métodos de separación de variables como POD y PGD: el formato PXDMF.....	88
3.8.	Conclusiones del capítulo. Ventajas y limitaciones de la PGD.....	89
Capítulo 4. Formulación Discreta de la PGD.....		93
4.1.	Introducción.....	93
4.2.	Objetivos del capítulo.....	94
4.3.	Formulación discreta de la PGD.....	95
4.3.1.	Formulación discreta de la PGD para la ecuación de la difusión, con una dimensión espacial y una dimensión temporal.....	95
4.3.1.1	La discretización basada en un malla unidimensional regular.....	97
4.3.1.2	Términos sin derivadas: Matriz M	98
4.3.1.3	Términos relacionados con la segunda derivada: Matriz K	98
4.3.1.4	Términos relacionados con la primera derivada: Matriz C	99
4.3.2.	Formulación discreta de la PGD para la ecuación de la difusión, con una dimensión espacial y una dimensión temporal, y coeficientes variables.....	99
4.3.2.1	Parámetro variable en el término en derivadas parciales de 2° orden.....	99
4.3.2.2	Parámetro variable en el término sin derivar.....	102
4.4.	Formulación discreta mediante la PGD de la Ecuación de la Difusión Unidimensional para el Potencial Vector Magnético.....	103
4.4.1.	Formulación para el Potencial Vector Magnético en Caso Unidimensional.....	103
4.4.2.	Resolución de la ecuación diferencial planteada.....	104
4.4.2.1	Introducción de diferentes materiales.....	105

4.5.	Solución de la Ecuación de la Difusión para el Potencial Vector Magnético considerando dimensiones adicionales.	106
4.5.1.	Dimensión espacial y temporal.	107
4.5.1.1	<i>Cálculo de los modos iniciales.</i>	108
4.5.1.2	<i>Criterio de convergencia para el caso con una dimensión espacial más la temporal.</i>	112
4.5.1.3	<i>Generalizando para el cálculo de los modos n-ésimos.</i>	112
4.5.2.	Desarrollos para dimensiones adicionales.....	115
4.6.	Conclusiones.	115
Capítulo 5. Modelización de Conductores de Corriente mediante PGD: Conductor Aislado.....		117
5.1.	Introducción.	117
5.1.1.	Breve Estado del Arte.	117
5.1.2.	Fenomenología asociada. Hipótesis simplificadoras, concepto de inductancia interna y el efecto pelicular o ‘skin effect’.	121
5.1.2.1	<i>Hipótesis de partida para el problema a analizar.</i>	121
5.1.2.2	<i>Inductancia interna de un conductor.</i>	121
5.1.2.3	<i>Efecto ‘skin’ o pelicular.</i>	124
5.1.3.	Objetivo y justificación del capítulo.	127
5.2.	Modo de operación. Formulación matemática básica para la modelización mediante la PGD.	129
5.2.1.	Modo de operación: Alimentación por corriente y por tensión.....	129
5.2.2.	Formulación general básica para la aplicación.....	130
5.2.3.	Hipótesis simplificadoras: formulación según tipos de problema a resolver.	132
5.2.3.1	<i>Problema Dinámico.</i>	133
5.2.3.2	<i>Problema Cuasiestático.</i>	133
5.2.3.3	<i>Problema Estático o Estacionario.</i>	134
5.2.4.	Descripción del problema. Formulación específica a considerar en la programación.	135
5.3.	Validación del método de cálculo basado en la PGD para el conductor de corriente aislado.	137

5.3.1. Conceptos matemáticos necesarios para la obtención de las expresiones analíticas con el fin de la validación del método.....	137
5.3.2. Validación del método de cálculo mediante la PGD para un Conductor Circular.....	139
5.3.2.1 Solución analítica para la modelización del efecto Pelicular en un conductor circular.....	139
5.3.2.2 Comparación de los resultados analíticos con los resultados obtenidos mediante PGD para el Efecto Pelicular en un conductor circular:.....	141
5.3.3. Validación del método de cálculo mediante PGD para un Conductor Rectangular.....	146
5.3.3.1 Solución analítica para la modelización del efecto Pelicular en un conductor rectangular.....	146
5.3.3.2 Comparación de los resultados analíticos con los resultados obtenidos mediante PGD para el Efecto Pelicular en un conductor rectangular.....	148
5.4. Aplicación de la PGD al conductor de corriente aislado.....	149
5.4.1. Aplicación de la PGD a la modelización de fenómenos de Resistencia e Inductancia en el conductor de corriente circular aislado.....	150
5.4.1.1 Planteamiento del problema.....	150
5.4.1.2 Representación separada de la sección transversal de un conductor circular para la aplicación de la PGD.....	152
5.4.1.3 Representación separada de la densidad de corriente en la sección transversal de un conductor circular para la aplicación de la PGD.....	153
5.4.1.4 Cálculo de la Resistencia e Inductancia interna de un conductor circular en el Caso Estacionario.....	154
5.4.1.5 Cálculo de la Resistencia e Inductancia interna de un conductor circular en el Caso Cuasi-estacionario.....	155
5.4.1.6 Cálculo de la Resistencia e Inductancia interna de un conductor circular en el Caso de Altas Frecuencias.....	157
5.4.1.7 Cálculos de Resistencia, Inductancia interna e Inductancias parciales del conductor circular.....	158
5.4.1.8 Análisis de los resultados.....	159
5.4.2. Aplicación de la PGD a la modelización de fenómenos de Resistencia e Inductancia en el conductor de corriente rectangular aislado.....	160
5.4.2.1 Planteamiento del problema.....	160

5.4.2.2	<i>Representación separada de la sección transversal de un conductor rectangular para la aplicación de la PGD.</i>	161
5.4.2.3	<i>Representación separada de la densidad de corriente en la sección transversal de un conductor rectangular para la aplicación de la PGD.</i>	161
5.4.2.4	<i>Cálculo de la Resistencia e Inductancia interna de un conductor rectangular en el Caso Estacionario.</i>	161
5.4.2.5	<i>Cálculo de la Resistencia e Inductancia interna de un conductor rectangular en el Caso Cuasi-estacionario.</i>	162
5.4.2.6	<i>Cálculo de la Resistencia e Inductancia interna de un conductor rectangular en el Caso de corrientes a Alta Frecuencia.</i>	164
5.4.2.7	<i>Comparativa de conductores variando sección y frecuencia.</i>	165
5.4.2.8	<i>Cálculos de Resistencia, Inductancia interna e Inductancias parciales del conductor rectangular.</i>	166
5.4.2.9	<i>Análisis de los resultados.</i>	166
5.4.3.	<i>Análisis paramétrico en Tiempo y Frecuencia.</i>	167
5.4.3.1	<i>Resolución de un problema paramétrico con la frecuencia como parámetro.</i>	167
5.5.	<i>Ventajas obtenidas con la aplicación de la PGD.</i>	169
5.6.	<i>Conclusiones y aportaciones del capítulo.</i>	170
5.7.	<i>Futuros trabajos.</i>	171
Capítulo 6. Modelización de Sistemas Multiconductor mediante la PGD: Conductores paralelos		173
6.1.	<i>Introducción.</i>	173
6.1.1.	<i>Breve Estado del Arte.</i>	173
6.1.2.	<i>Fenomenología asociada: efecto Proximidad.</i>	175
6.1.3.	<i>Objetivo y justificación del capítulo.</i>	176
6.2.	<i>Modo de operación. Formulación matemática básica para la modelización mediante la PGD.</i>	176
6.2.1.	<i>Formulación básica para la aplicación.</i>	177
6.2.2.	<i>Hipótesis simplificadoras.</i>	177
6.2.3.	<i>Descripción y formulación específica del problema.</i>	177
6.2.3.1	<i>Sistema en Corriente Continua: Cálculo de la inductancia total de un sistema de 2 conductores.</i>	177

6.2.3.2	<i>Sistema en Corriente Alterna: Cálculo de la inductancia total de un sistema de 2 conductores.....</i>	178
6.3.	Validación del método de cálculo basado en la PGD para sistemas de varios conductores: Dos Conductores Rectangulares.	179
6.3.1.	Solución analítica para la modelización de efectos Pelicular y Proximidad en dos conductores rectangulares.....	179
6.3.2.	Comparación de los resultados analíticos con los resultados obtenidos mediante PGD para los Efectos Pelicular y en dos conductores rectangulares.	181
6.4.	Aplicación de la PGD a sistemas de varios conductores de corriente.	182
6.4.1.	Aplicación de la PGD a la modelización de fenómenos de la inductancia en un sistema de dos conductores circulares.....	183
6.4.1.1	<i>Planteamiento del problema.....</i>	183
6.4.1.2	<i>Representación separada de la sección transversal de varios conductores circulares para la aplicación de la PGD.....</i>	183
6.4.1.3	<i>Representación separada de la densidad de corriente en la sección transversal de varios conductores circulares para la aplicación de la PGD.</i>	184
6.4.1.4	<i>Cálculo de la Resistencia.....</i>	184
6.4.1.5	<i>Cálculo de la Inductancia total.....</i>	184
6.4.1.6	<i>Modelización de la Distribución del vector potencial magnético A_z y la densidad de corrientes en los conductores.....</i>	185
6.4.2.	Aplicación de la PGD a la modelización de fenómenos de la inductancia en un sistema de dos conductores rectangulares.....	189
6.4.2.1	<i>Planteamiento del problema.....</i>	189
6.4.2.2	<i>Representación separada de la sección transversal de varios conductores rectangulares para la aplicación de la PGD.....</i>	190
6.4.2.3	<i>Representación separada de la densidad de corriente en la sección transversal de varios conductores rectangulares para la aplicación de la PGD.</i>	190
6.4.2.4	<i>Cálculos de Resistencia e Inductancias parciales.</i>	190
6.4.2.5	<i>Modelización de la Distribución del vector potencial magnético y de la distribución de la densidad de corriente.</i>	193
6.5.	Conclusiones.....	199
6.6.	Futuros trabajos.	199
Capítulo 7.	Modelización de Sistemas de Puesta a Tierra mediante la PGD.....	201

7.1.	Introducción.	201
7.2.	Breve Estado del Arte.....	203
7.2.1.	Clasificación general de Modelado de Electrodo de puesta a tierra para simulaciones transitorias y cuasiestáticas.	204
7.2.2.	Evolución histórica de las técnicas para la determinación de las variables electromagnéticas.	204
7.2.3.	Enfoque Analítico.	205
7.2.3.1	<i>Métodos Integrales Analíticos.</i>	205
7.2.4.	Enfoque Numérico.	205
7.2.4.1	<i>Métodos basados en la modelización de Circuitos.</i>	206
7.2.4.2	<i>Métodos basados en la modelización de Líneas por Parámetros Distribuidos.</i>	206
7.2.4.3	<i>Métodos basados en la Teoría de Campos Electromagnéticos.</i>	207
7.3.	Niveles de complejidad en la aplicación de los métodos numéricos a la modelización de fenómenos de Puesta a Tierra.	209
7.3.1.	Diferentes problemas en función del tipo de corriente de defecto a tierra. ...	210
7.3.1.1	<i>Problema Estático (Corriente Continua).</i>	210
7.3.1.2	<i>Problema Cuasiestático (Frecuencia Constante, 50-60 Hz).</i>	211
7.3.1.3	<i>Problema Dinámico (Transitorio).</i>	211
7.3.2.	Tipos de problemas en función de la complejidad en la definición del terreno en el que se sitúan los electrodos de puesta a tierra.	211
7.3.3.	Tipos de problema en función de la complejidad en la definición del electrodo o malla de puesta a tierra.	214
7.3.3.1	<i>Primer Nivel: Redes de una dimensión.</i>	214
7.3.3.2	<i>Segundo Nivel: Redes de dos dimensiones.</i>	215
7.3.3.3	<i>Tercer Nivel: Redes de tres dimensiones.</i>	216
7.4.	Formulación matemática básica para la modelización. Aplicación de la PGD y Resultados de la simulación.	218
7.4.1.	Introducción.	218
7.4.2.	Formulación del problema.	218
7.4.3.	Limitaciones en la aplicación de métodos numéricos tradicionales.	220
7.4.4.	Aplicación de la PGD al análisis de redes de puesta a tierra.	222

7.4.4.1	Introducción de la composición del terreno simplificada para la aplicación de la PGD.....	224
7.4.4.2	Descomposición de mallados de tierra tridimensionales simplificada para la aplicación de la PGD.....	225
7.5.	Validación del método de cálculo mediante la PGD.....	230
7.5.1.	Resistencia de Puesta a Tierra de una Pica vertical.....	230
7.5.2.	Resistencia de Puesta a Tierra de una malla cuadrada enterrada en un suelo con dos capas de diferentes conductividades.....	231
7.6.	Resultados de simulación de Sistemas de Puesta a Tierra mediante PGD.....	233
7.6.1.	Simulación de la distribución de potencial de puesta a tierra de una pica vertical de 2 metros de longitud (Figura 7.16).....	233
7.6.2.	Simulación de la distribución de potencial de puesta a tierra de una placa vertical enterrada (Figura 7.17).....	233
7.6.3.	Resistencia de Puesta a Tierra de una malla cuadrada enterrada en un suelo con dos capas de diferentes conductividades.....	234
7.6.4.	Resistencia de Puesta a Tierra de una Malla compleja formada por cable enterrado y picas verticales.....	236
7.7.	Ventajas de la aplicación de la PGD y trabajos futuros.....	238
7.8.	Conclusiones.....	239
Capítulo 8.	Conclusiones de la Tesis.....	241
8.1.	Introducción.....	241
8.2.	Aplicación de la Proper Generalized Decomposition al análisis de equipos electromagnéticos.....	241
8.3.	Aplicación de la PGD a Sistemas de Conductores eléctricos.....	246
8.3.1.	Ventajas e Inconvenientes observados.....	246
8.3.2.	Futuros trabajos.....	247
8.4.	Aplicación de la PGD a Sistemas de Puesta a Tierra.....	248
8.4.1.	Ventajas e Inconvenientes observados.....	248
8.4.2.	Futuros trabajos.....	248
Anexo I.	Programación.....	251
1.1.	Introducción.....	251

1.2. Programas desarrollados durante el Capítulo 3 sobre los Métodos Avanzados de Computación Numérica para la introducción a la <i>Proper Generalized Decomposition</i>	251
1.2.1. Programa basado en Diferencias Finitas.	252
1.2.2. Programa basado en Elementos Finitos.	253
1.2.3. Programa basado en la PGD.	254
1.2.3.1 <i>Función auxiliar para la formación de las matrices que componen los diferentes términos del sistema de ecuaciones a resolver</i>	257
1.3. Programas desarrollados durante los Capítulos 5 y 6 sobre Modelización de Conductores de Corriente mediante PGD.	257
1.3.1. Conductores Circulares: Conductor Aislado o Dos Conductores.	257
1.3.2. Conductores Rectangulares: Conductor Aislado o Dos Conductores.	264
1.3.3. Funciones auxiliares utilizados por los programas anteriores.	270
1.3.3.1 <i>Función 'dominio'</i> :	270
1.3.3.2 <i>Función 'M'</i> :	271
1.3.3.3 <i>Función 'K'</i> :	271
1.3.3.4 <i>Función 'JE'</i> :	271
1.3.3.5 <i>Función 'ematrix'</i> :	271
1.3.3.6 <i>Función 'circulo'</i> :	272
1.3.3.7 <i>Función 'DosCirculos'</i> :	272
1.3.3.8 <i>Función 'SumRo'</i> :	273
1.3.3.9 <i>Función 'IntIFunction'</i> :	273
1.3.3.10 <i>Función 'FirstD'</i> :	274
1.4. Programas desarrollados durante el Capítulo 7 sobre Modelización de Sistemas de Puesta a Tierra mediante la PGD.	275
1.4.1. Código base desarrollado para la modelización de problemas de puesta a tierra en 3 dimensiones.	275
1.4.2. Función auxiliar para la formación de las matrices que componen los diferentes términos del sistema de ecuaciones a resolver.	282
Anexo II: Formulación matemática básica para la modelización	283
2.1. Introducción.	283

2.2.	Formulación matemática básica para la modelización. Análisis de las ecuaciones diferenciales que rigen el comportamiento.	283
2.2.1.	Ecuaciones Constitutivas o de Comportamiento de los Materiales.	284
2.2.2.	Ecuaciones de Maxwell.	284
2.2.2.1	Primera ecuación de Maxwell. Teorema de Ampère.	284
2.2.2.2	Segunda ecuación de Maxwell.	285
2.2.2.3	Tercera ecuación de Maxwell.	286
2.2.2.4	Cuarta ecuación de Maxwell.	286
2.2.3.	Ecuación de Continuidad Eléctrica.	287
2.2.4.	Potenciales.	288
2.2.4.1	Potencial vector magnético A	288
2.2.4.2	Potencial escalar magnético ψ	289
2.2.4.3	Potencial vector eléctrico T	289
2.2.4.4	Potencial escalar eléctrico U	290
2.2.5.	Normas (Gauge conditions).	290
2.2.5.1	Norma de Coulomb.	290
2.2.6.	Ecuación de Difusión del Campo Magnético.	291
2.2.6.1	Formulación en H	291
2.2.6.2	Formulación en $A-U$	292
2.2.6.3	Formulación en $T-\Psi$	293
2.2.7.	Condiciones de Contorno para el problema en particular.	294
Anexo III: Métodos Numéricos Tradicionales en Electromagnetismo.		297
3.1.	Introducción.	297
3.2.	Métodos numéricos tradicionales (Diferencias Finitas y Elementos Finitos) para la resolución de problemas de electromagnetismo.	297
3.2.1.	Las Condiciones de Contorno del problema.	297
3.2.2.	Métodos basados en Diferencias Finitas.	298
3.2.2.1	Matriz término independiente C	299
3.2.2.2	Matriz derivada primera B	300
3.2.2.3	Matriz derivada segunda A	300

3.2.3. Métodos basados en Elementos Finitos (Finite Elements Methode-FEM) .	301
Anexo IV: Formulación Básica para el Desarrollo de la PGD	305
4.1. Formulación discreta de la PGD.....	305
4.1.1.1 <i>La discretización basada en un malla unidimensional regular.</i>	305
4.1.1.2 <i>Términos sin derivadas: Matriz M.</i>	307
4.1.1.3 <i>Términos relacionados con la segunda derivada: Matriz K.</i>	308
4.1.1.4 <i>Términos relacionados con la primera derivada: Matriz C.</i>	310
4.2. Introducción de parámetros en la ecuación: matrices paramétricas de integración.....	312
4.2.1. Matrices $K\mu$	312
4.2.2. Matrices $M\mu$	313
4.2.3. Matrices $M\sigma$	313
4.3. Criterio de Convergencia para el proceso iterativo del Cálculo de Modos.	314
4.4. Solución de la Ecuación de la Difusión para el Potencial Vector Magnético considerando dimensiones adicionales.	316
4.4.1. Dos dimensiones espaciales.	316
4.4.2. Dos dimensiones espaciales y temporal.	319
4.4.3. Dos dimensiones espaciales y frecuencia en RES.....	322
Anexo V: Referencias Bibliográficas.....	329
5.1. Referencias bibliográficas.	329