

# Trabajo Fin de Máster

## *OPTIMIZACIÓN DEL REPARTO DE CAUDALES DE SUMINISTRO DE REDES MALLADAS DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA POR BOMBEO CON VARIAS FUENTES DE ABASTECIMIENTO*

**Intensificación: *HIDRÁULICA URBANA***

**Autor:**

*CHRISTIAN LEÓN CELI*

**Director:**

*DR. PEDRO IGLESIAS REY*

**Codirector/es:**

*DR. FRANCISCO MARTÍNEZ SOLANO*

**JUNIO, 2015**



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA

máster en ingeniería  
hidráulica y medio ambiente  
**mihma**

## Resumen del Trabajo de Fin de Máster

Datos del proyecto	
<b>Título:</b> Optimización del reparto de caudales de suministro de redes malladas de distribución de agua por bombeo con varias fuentes de suministro.	
<b>Alumno:</b> Christian Fernando León Celi	<b>E-mail:</b> clnival@yahoo.es
<b>Director:</b> Dr. Pedro Iglesias Rey	
<b>Codirector/es:</b> Dr. Francisco Martínez Solano	

Resumen
<b>En castellano (máximo 2000 palabras)</b>
<p>El crecimiento que presentan los núcleos urbanos hoy en día requiere de unas demandas cada vez mayores tanto de recursos hídricos como de recursos energéticos para su suministro. Desde este punto de vista las ciudades requieren aumentar progresivamente sus fuentes de abastecimiento al mismo tiempo que se optimizan al máximo los consumos energéticos. Uno de los principales problemas que presenta la adición de un nuevo punto de suministro a una red existente es que puede modificar el funcionamiento hidráulico de la misma. Estas modificaciones pueden generar variaciones en el funcionamiento de los sistemas de suministro existentes originando que un sistema originalmente eficiente aunque insuficiente en capacidad pase a ser suficiente pero ineficiente. El objetivo del presente trabajo es definir una metodología de optimización para el reparto de caudales de las fuentes de suministro de una red de distribución mallada de agua por bombeo. De forma genérica se considera que se dispone de un modelo matemático de la red existente razonablemente preciso. A partir de este modelo se analiza el reparto de caudales que debe realizarse desde cada una</p>

de las fuentes de suministro para garantizar las presiones y caudales de suministros necesarios, al mismo tiempo que se busca el mínimo de consumo energético. El método desarrollado parte del concepto de curva de consigna de una determinada red de abastecimiento para con un único punto de suministro. Este concepto es sumamente sencillo de calcular con la ayuda de un modelo matemático. Posteriormente se plantea una metodología válida para generalizar el concepto de curva de consigna para el caso en el que se dispone de múltiples fuentes de suministro. De esta forma, mediante el modelo matemático y el concepto de curva de consigna se puede determinar, para una demanda determinada global de la red y un reparto de dicha demanda entre los diferentes puntos de producción, cuál es el coste energético asociado al suministro considerado. En definitiva, para un reparto del caudal producido se dispone de un coste energético asociado al mismo. El problema de optimización comienza precisamente en este punto. La cuestión es ¿cuál sería el reparto de caudales más adecuado desde cada una de las fuentes de producción para garantizar que el consumo energético global del sistema sea el mínimo posible? El problema de optimización definido utiliza de forma combinada un algoritmo de optimización y un modelo de análisis hidráulico de la red existente. El modelo de análisis es el modelo EPANET de cálculo hidráulico desarrollado por la USEPA y que dispone de una librería que permite su integración con otros modelos o paquetes de análisis. Como función objetivo del problema de optimización se ha planteado la suma de los costes energéticos de bombeo desde cada una de las fuentes de suministro consideradas. El problema planteado en términos de coste energético es de tipo no lineal si se considera la relación que tiene la altura suministrada con el caudal impulsado desde cada fuente. Dicha relación es claramente no lineal debido al comportamiento cuadrático de las pérdidas en los modelos de redes de transporte de agua. Por este motivo como motor de optimización se ha utilizado el clásico algoritmo de Hooke Jeeves. Este algoritmo, originalmente diseñado para la búsqueda y detección de patrones se ha mostrado sumamente eficaz cuando se adapta

para la resolución de este tipo de problemas. La metodología inicialmente desarrollada considera los consumos en los nudos como independientes de los valores de presión en los mismos. Esta forma de representación de los consumos es habitual en la modelización de redes de distribución de agua. La consideración de los consumos como independientes de la presión simplifica notablemente el problema de la determinación de la curva de consigna tanto si se trata de un punto de suministro, como si se trata de un suministro desde diferentes fuentes de producción. No obstante, existen ciertos consumos (como las fugas del sistema) cuya relación con la presión es directa. De esta forma una técnica más sofisticada de representación de la red consiste en representar parte del consumo de la misma como independiente de la presión, y otra parte como dependiente de la presión. La presencia de estos consumos dependientes de la presión complica el cálculo de la curva de consigna. Simplemente para el caso de una única fuente de suministro la determinación de la altura de consigna necesaria para cada uno de los caudales suministrados debe obtenerse de forma iterativa. El problema se complica más aún en el caso de que existan múltiples fuentes de suministro. Por este motivo, la metodología de optimización del reparto de caudales se ha generalizado para el caso de que los consumos sean tanto independientes como dependientes de la presión. Para ello, en el caso de que las demandas de los nudos dependan de los valores de presión en los mismos, se define un método basado en aproximaciones sucesivas que permite determinar el valor de la curva de consigna tanto para una como para varias fuentes de suministro. Una vez se dispone del modelo generalizado de determinación de la curva de consigna para consumos dependientes de la presión, se aplica sobre dicho modelo el motor de optimización basado en el método de Hook Jeeves de forma similar a como se realiza para el caso de consumos independientes de la presión. El resultado final es un modelo compacto, que con dos niveles de iteración internos acaba estableciendo para cada caudal suministrado el reparto del mismo desde cada fuente de suministro minimizando los consumos energéticos. A fin de

validar los resultados de la metodología desarrollada se han analizado diversos casos. En primer lugar se han analizado diversas redes sintéticas en las que poder validar los códigos y la metodología desarrollada. Estas redes disponen de un nivel de sencillez razonable de forma que se ha podido resolver el problema de la optimización tanto mediante el algoritmo desarrollado, como mediante iteraciones sucesivas. Esto ha permitido realizar una comprobación del funcionamiento del modelo de optimización y poder aplicarlo a redes de tamaño mayor. Finalmente se ha aplicado el método a una red real. Se ha partido para ello de una red existente que tiene en la actualidad dos aportes fundamentales y una serie de pozos de bombeo desde los que ocasionalmente se generan aportes en caso de emergencia. La problemática de análisis planteada es si con la capacidad de bombeo actual sería posible seguir suministrando esta población en el caso de un fallo desde uno de los puntos críticos de la red. Desde la perspectiva de la capacidad disponible, parece que el conjunto de pozos pueden llegar a suministrar agua en cantidad suficiente como para atender la demanda. La cuestión es ¿cuáles son los pozos que es más conveniente arrancar en función de la demanda global que tenga el sistema? El modelo desarrollado se ha aplicado para dicha red considerando al mismo tiempo una restricción importante: la capacidad máxima de bombeo de cada uno de los pozos. El resultado final es una regla de gestión del funcionamiento, que dispone la operación del sistema de abastecimiento para poder funcionar en caso de que una de las fuentes de suministro tenga un fallo. Estrategia que además de verificar las condiciones hidráulicas de presión y caudales mínimos, optimiza al mismo tiempo el consumo de energía global del sistema de producción.

**En valenciano (máximo 2000 palabras)**

El creixement que presenten els nuclis urbans hui en dia requerix d'unes demandes cada vegada majors tant de recursos hídrics com energètics per al seu subministrament. Des d'este punt de vista les ciutats requerixen augmentar progressivament les seues fonts d'abastiment al mateix temps que s'optimitzen al màxim el consum energètic. Un

dels principals problemes que presenta l'addició d'un nou punt de subministrament a una xarxa existent es que pot modificar el funcionament hidràulic de la mateixa. Estes modificacions poden generar variacions en el funcionament dels sistemes de subministrament existents originant que un sistema originalment eficient encara que insuficient en capacitat passe a ser suficient però ineficient. L'objectiu del present treball és definir una metodologia d'optimització per al repartiment de cabals de les fonts de subministrament d'una xarxa de distribució mallada d'aigua per bombament. De forma genèrica es considera que es disposa d'un model matemàtic de la xarxa existent raonablement precís. A partir d'este model s'analitza el repartiment de cabals que ha de realitzar-se des de cada una de les fonts de subministrament per a garantir les pressions i cabals de subministraments necessaris, alhora que es busca el mínim consum energètic. El mètode desenrotllat partix del concepte de corba de consigna d'una determinada xarxa d'abastiment amb un únic punt de subministrament. Este concepte és sumament senzill de calcular amb l'ajuda d'un model matemàtic. Posteriorment es planteja una metodologia vàlida per a generalitzar el concepte de corba de consigna per al cas en què es disposa de múltiples fonts de subministrament. D'esta manera, per mitjà del model matemàtic i el concepte de corba de consigna es pot determinar, per a una demanda determinada global de la xarxa i un repartiment de la nomenada demanda entre els diferents punts de producció, quin és el cost energètic associat al subministrament considerat. En definitiva, per a un repartiment del cabal produït es disposa d'un cost energètic associat al mateix. El problema d'optimització comença precisament en este punt. La qüestió és, quin seria el repartiment de cabals més adequat des de cada una de les fonts de producció per a garantir que el consum energètic global del sistema siga el mínim possible? El problema d'optimització definit utilitza de forma combinada un algoritme d'optimització i un model d'anàlisis hidràulic de la xarxa existent. El model d'anàlisis es el model EPANET de càlcul hidràulic desenrotllat per l'USEPA i que disposa d'una llibreria que permet la seua integració amb

altres models o paquets d'anàlisi. Com a funció objectiu del problema d'optimització s'ha plantejat la suma dels costos energètics de bombament des de cada una de les fonts de subministrament considerades. El problema plantejat en termes de cost energètic és de tipus no lineal si es considera la relació que té l'altura subministrada amb el cabal impulsat des de cada font. La nomenada relació és clarament no lineal a causa del comportament quadràtic de les pèrdues en els models de xarxes de transport d'aigua. Per aquest motiu com motor d'optimització s'ha utilitzat el clàssic algoritme d'HOOKE & JEEVES. Este algoritme, originalment dissenyat per a la busca i detecció de patrons s'ha mostrat summament eficaç quan s'adapta per a la resolució d'este tipus de problemes. La metodologia inicialment desenrotllada considera els consums en els nucs com independents dels valors de pressió en els mateixos. Esta forma de representació dels consums és habitual en la modelització de xarxes de distribució d'aigua. La consideració dels consums com a independents de la pressió simplifica notablement el problema de la determinació de la corba de consigna tant si es tracta d'un punt de subministrament, com si es tracta d'un subministrament des de diferents fonts de producció. No obstant això, hi ha certs consums (com les fugues del sistema) on la relació de les quals amb la pressió és directa. D'esta manera una tècnica més sofisticada de representació de la xarxa consistix en representar part del consum de la mateixa com a independent de la pressió, i una altra part com a dependent de la pressió. La presència d'estos consums dependents de la pressió complica el càlcul de la corba de consigna. Simplement per al cas d'una única font de subministrament la determinació de l'altura de consigna necessària per a cada un dels cabals subministrats ha d'obtindre's de forma iterativa. El problema es complica més encara en el cas que existisquen múltiples fonts de subministrament. Per este motiu, la metodologia d'optimització del repartiment de cabals s'ha generalitzat per al cas que els consums siguen tant independents com dependents de la pressió. Per a això, en el cas que les demandes dels nucs depenguen dels valors de pressió en els mateixos, es definix un

mètode basat en aproximacions successives que permet determinar el valor de la corba de consigna tant per a una com per a unes quantes fonts de subministrament. Una vegada es disposa del model generalitzat de determinació de la corba de consigna per a consums dependents de la pressió, s'aplica sobre el nomenat model el motor d'optimització basat en el mètode d'Hook Jeeves de forma semblant a com es realitza per al cas de consums independents de la pressió. El resultat final és un model compacte, que amb dos nivells d'iteració interns acaba establint per a cada cabal subministrat el repartiment del mateix des de cada font de subministrament minimitzant els consums energètics. A fi de validar els resultats de la metodologia desenrotllada s'han analitzat diversos casos. En primer lloc s'han analitzat diverses xarxes sintètiques en què poder validar els codis i la metodologia desenrotllada. Estes xarxes disposen d'un nivell de senzillesa raonable de manera que s'ha pogut resoldre el problema de l'optimització tant per mitjà de l'algoritme desenrotllat, com per mitjà d'iteracions successives. Açò ha permés realitzar una comprovació del funcionament del model d'optimització i poder aplicar-ho a xarxes de grandària major. Finalment s'ha aplicat el mètode a una xarxa real. S'ha partit per a això d'una xarxa existent que té en l'actualitat dos aportacions fonamentals i una sèrie de pous de bombament des dels que ocasionalment es generen aportacions en cas d'emergència. La problemàtica d'anàlisi plantejada és si amb la capacitat de bombament actual seria possible continuar subministrant esta població en el cas d'una fallada des d'un dels punts crítics de la xarxa. Des de la perspectiva de la capacitat disponible, pareix que el conjunt de pous poden arribar a subministrar aigua en quantitat suficient com per a atendre la demanda. La qüestió és quins són els pous que és més convenient arrancar en funció de la demanda global que tinga el sistema? El model desenrotllat s'ha aplicat per a la nomenada xarxa considerant al mateix temps una restricció important: la capacitat màxima de bombament de cada un dels pous. El resultat final és una regla de gestió del funcionament, que disposa l'operació del sistema d'abastiment per a poder funcionar





en el cas que una de les fonts de subministrament tinga una fallada. Estratègia que a més de verificar les condicions hidràuliques de pressió i cabals mínims, optimitza al mateix temps el consum d'energia global del sistema de producció.

**En inglés (máximo 2000 palabras)**

The growth that urban areas have today requires a growing demands of both water resources and energy resources for their delivery. From this point of view cities require progressively increase their supply sources while optimizing the maximum energy consumption. One of the main problems that represent the addition of a new point of supply to an existing network is that it can modify the hydraulic operation thereof. These modifications may generate variations in the operation of existing delivery systems causing that an originally efficient system but with insufficient capacity, it becomes to a sufficient but inefficient system. The aim of this work is to define a methodology for optimizing the distribution of flow rates of the sources of supply of a network of meshed water distribution by pumping. Generically is considered that exist a mathematical model of the existing network with a reasonably accurate. From this model the distribution of flow to be performed from each of the sources of supply to ensure the supply pressures and flow rates required, while the minimum energy consumption is sought is analyzed. The method developed in the concept of setpoint curve of a given supply network for a single delivery point. This concept is extremely easy to calculate with the aid of a mathematical model. Subsequently a valid generalize the concept of setpoint curve for the case in which it has multiple sources of supply methodology arises. Thus, using the mathematical model and the concept of curve setpoint can be determined, for a global fixed network demand and distribution of this demand between the different points of production, which is the energy cost associated with the provision under review. In short, for a deal flow is produced has an energy cost associated with it. The optimization problem begins precisely at this point. The question is what is the most suitable deal from each of the sources of production



would flow to ensure that the overall system power consumption is minimized? The optimization problem defined uses in combination an optimization algorithm and model hydraulic analysis of the existing network. The analysis model is the EPANET hydraulic calculation model developed by the USEPA and has a library that allows integration with other models or analysis packages. As the objective function of the optimization problem has raised the amount of pumping energy costs from each of the sources of supply considered. The problem posed in terms of energy cost is non-linear when considering the relationship of the height provided with flow driven from each source. This relationship is clearly quadratic nonlinear behavior due to losses in the models of water transport networks. Therefore as optimization engine was used Hooke Jeeves classic algorithm. This algorithm, originally designed for search and detection of patterns has been extremely effective when adapted to solve this kind of problems. The methodology developed initially considered consumption at nodes independent of their pressure values. This form of representation of consumption is common in modeling water distribution networks. Considering consumption as pressure independent greatly simplifies the problem of determining the setpoint curve whether it is a supply point, as if it is a supply from different production sources. However, there are certain consumption (as leaks of the system) relative to the pressure which is direct. Thus a more sophisticated technique of representation of the network is to represent part of the consumption of it as independent of pressure, and elsewhere as pressure dependent. The presence of these pressure dependent consumption for calculation of the setpoint curve. Just in the case of a single supply source determining the setpoint height required for each of the supplied flow should be obtained iteratively. The problem is further complicated in the event that there are multiple sources of supply. Therefore, the methodology of flow distribution optimization has been generalized to the case of consumption are both independent and dependent pressure. Therefore, in the event that the demands of the nodes dependent on the pressure values therein,

based on successive approximation for determining the value of the curve setpoint for either one or for multiple power supply method defined . Once it has the generalized model for determining the curve setpoint dependent consumption of the pressure, the optimization engine based on the method of Hook Jeeves similar way as is done for the case of independent consumption is applied to said model pressure. The end result is a compact model with two levels of internal iteration just establishing for each flow supplied sharing the same from each power supply minimizing energy consumption. To validate the results of the methodology developed several cases have been analyzed. First we have analyzed various synthetic networks in which the codes and to validate the methodology developed. These networks have a reasonable level of simplicity so that could solve the problem of the optimization using the algorithm developed or through successive iterations. This has enabled a functional check of the optimization model and it can be applied to larger networks. Finally, the method has been applied to a real network. this match to an existing network that currently has two fundamental contributions and a series of wells pumping from occasional contributions are generated in an emergency It is. It raised the problem of analysis is whether the current pumping capacity would be possible to continue providing this population in the event of a fault from one of the critical points in the network. From the perspective of the available capacity, it seems that all the wells can reach sufficient water supply to meet demand. The question is what are the wells that is more convenient start function in global demand that has the system? The developed model has been applied to the network while considering an important restriction: the maximum pumping capacity of each one of the wells. The outcome is a performance management rule which provides for the operation of the supply system to function if one source of supply has a fault. That strategy also allows to check the hydraulic conditions of pressure and minimum flow rates, while optimizing the overall energy consumption of the production system.

**Palabras clave (máximo 5):** reparto, consigna, bombeo, optimización, redes



**Fecha:** 9 de Junio del 2015

**Fdo. Christian Fernando León Celi**

## ÍNDICE

<b>1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>15</b>
<b>2. ESTADO DEL ARTE .....</b>	<b>21</b>
2.1. OPTIMIZACIÓN DEL RÉGIMEN DE BOMBEO DE UN SISTEMA DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA.....	21
2.1.1. Modelos hidráulicos.....	30
2.1.2. Modelos de predicción de la demanda .....	33
2.1.3. Modelos de optimización .....	34
2.2. MODELACIÓN DE FUGAS.....	49
2.2.1. Metodología 1 .....	52
2.2.2. Metodología 2 .....	52
2.3. USO DE HERRAMIENTAS INFORMÁTICAS .....	57
2.3.1. Consideraciones en EPANET.....	58
2.3.2. TOOLKIT (Módulo de Herramientas) .....	59
2.3.3. OPEN EXCEL XML.....	61
2.4. CARACTERIZACIÓN DE LA CURVA RESISTENTE (CURVA DEL SISTEMA) Y LA CURVA DE CONSIGNA.....	62
2.4.1. Curva resistente (curva del sistema).....	63
2.4.2. Curva de consigna .....	68
2.5. SEMEJANZAS Y DIFERENCIAS ENTRE LA CURVA RESISTENTE Y LA CURVA DE CONSIGNA.....	70
<b>3. METODOLOGÍA PARA LA DETERMINACIÓN DE CURVAS DE CONSIGNA .....</b>	<b>72</b>

3.1.	SIN CONSUMOS DEPENDIENTES DE LA PRESIÓN.....	72
3.1.1.	<i>Para 1 fuente.</i> .....	72
3.1.2.	<i>Para más de una fuente.</i> .....	79
3.2.	CON CONSUMOS DEPENDIENTES DE LA PRESIÓN. ....	92
3.2.1.	<i>Para 1 fuente.</i> .....	92
3.2.2.	<i>Para más de una fuente.</i> .....	98
<b>4.</b>	<b>OPTIMIZACIÓN PARA LA FUNCIÓN DE REPARTO .....</b>	<b>105</b>
4.1.	MÉTODO DE HOOKE & JEEVES.....	105
4.1.1.	<i>El movimiento exploratorio</i> .....	105
4.1.2.	<i>Movimiento de patrón</i> .....	108
4.1.3.	<i>Análisis de sensibilidad del método</i> .....	110
4.2.	VALORACIÓN ENERGÉTICA DE DIFERENTES ALTERNATIVAS DE REPARTO DE CAUDALES.....	115
4.2.1.	<i>Obtención de la función a optimizar</i> .....	115
4.2.2.	<i>Método de la función discreta.</i> .....	119
4.2.3.	<i>Método de la función continua</i> .....	128
4.2.4.	<i>Análisis de sensibilidad del reparto</i> .....	133
<b>5.</b>	<b>CASOS DE ESTUDIO .....</b>	<b>150</b>
5.1.	CASO ACADÉMICO 1 .....	150
5.1.1.	<i>Usando dos fuentes de abastecimiento</i> .....	152

5.1.2.	<i>Usando tres fuentes de abastecimiento</i> .....	157
5.1.3.	<i>Usando cuatro fuentes de abastecimiento</i> .....	160
5.2.	CASO ACADÉMICO 2 .....	163
5.3.	RED COOPERATIVA EL PLANTÍO Y LA CAÑADA .....	168
<b>6.</b>	<b>CONCLUSIONES Y DESARROLLOS FUTUROS</b> .....	<b>175</b>
6.1.	RESPECTO DE LA METODOLOGÍA USADA EN LA CURVA DE CONSIGNA .....	175
6.2.	RESPECTO DEL ALGORITMO DE HOOKE & JEEVES .....	176
6.3.	RESPECTO DE LA APLICACIÓN INFORMÁTICA.....	177
6.4.	RESPECTO DEL ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DEL REPARTO.....	178
6.5.	RESPECTO DE LOS CASOS DE ESTUDIO .....	178
6.6.	DESARROLLOS FUTUROS .....	179
<b>7.</b>	<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>181</b>
<b>8.</b>	<b>ANEXOS</b> .....	<b>186</b>
8.1.	ANEXO 1 .....	186
8.2.	ANEXO 2 .....	190

## 1. Introducción.

La adecuada gestión de las redes de distribución de agua ha sido siempre una constante preocupación, tanto para los proveedores del servicio como para los usuarios. Son variados los campos que se pueden abordar en la búsqueda de una gestión sostenible y sustentable, ya sea mediante la reducción de fugas, reducción de horas de bombeo, creación de sectores hidrométricos, uso de válvulas como elementos de regulación y control, entre otros varios. Por ello contar con herramientas de diseño y análisis que permitan tomar decisiones acertadas, es sin duda, una necesidad latente que se presenta día a día.

Tal como indica (HI & Europump & OIT, 2000) *"... los sistemas de bombeo consumen aproximadamente el 20% de la demanda mundial de energía eléctrica ..."*. En este sentido cualquier paso que se dé para la reducción de ese consumo es importante.

Uno de los inconvenientes en la gestión de redes de distribución, es la inadecuada caracterización de las mismas, lo cual no permite contar con información suficiente que permita tomar decisiones acertadas. Para solventar este problema es necesario contar con un modelo lo suficientemente preciso y validado de la redes de abastecimiento de cada sistema particular, pues no existen dos iguales. No obstante, aun el poseer un modelo requiere de herramientas adicionales que permitan un direccionamiento a la consecución de soluciones óptimas. Al constituir una red de distribución un modelo matemático complejo, que cuenta con gran cantidad de variables, la búsqueda de soluciones óptimas puede requerir del uso de algoritmos de optimización. La aplicación de estos algoritmos es variada, muchos de ellos se usan en la búsqueda de un diseño económico óptimo, o para encontrar el punto óptimo de control de fugas, o solucionar el problema de la eficiencia energética en estaciones de bombeo, estando ligado este último de forma directa a la investigación del presente trabajo.

Una estación de bombeo se encuentra caracterizada fundamentalmente por tres curvas: la curva de la bomba, la curva de rendimiento de la bomba, y la curva resistente del sistema. Sin



embargo, y como se explicará más adelante, la curva resistente del sistema es muy variable y depende en sí de la dinámica de la red de abastecimiento, por lo que como parte del presente trabajo en lugar de usar la curva resistente del sistema se usará la curva de consigna, lo cual permitirá una mejor caracterización del comportamiento de una red de distribución de agua.

Una adecuada gestión nos direcciona a que la curva del sistema de bombeo sea lo más acercada posible a la curva de consigna del sistema. La necesidad de optimización que ocupa la presente investigación parte del hecho de que, dentro de la teoría que abarca la curva de consigna, aún no se ha definido claramente la interacción entre las fuentes de abastecimiento al momento de contar con más de una en la red de distribución de agua. La curva de consigna se puede definir como una curva ideal que representa las variables de altura y caudal proporcionadas por la fuente de suministro de la red en todo momento para que en el punto crítico de la red de distribución siempre exista la presión mínima requerida marcada por las normativas locales, nacionales o internacionales. Comúnmente para el cálculo de la curva de consigna se suele asumir como fijo el caudal que es suministrado por cada una de las fuentes, aunque esto no tiene que ser necesariamente cierto. Este hecho suscita la necesidad de encontrar la curva de consigna óptima para cada fuente de suministro tomando en cuenta la interacción con el resto de fuentes. Se crea entonces un problema de optimización no lineal cuya función abarca la producción de energía mínima necesaria en cada fuente respecto del total demandado por la red cumpliendo a su vez con el requerimiento mínimo de presión del sistema. Al ser desconocida la interacción de las variables la función tampoco es conocida, lo cual requiere encontrar un método de optimización acorde a las condiciones que presenta el problema.

La presente investigación se ha fundamentado en encontrar el óptimo régimen de bombeo que debe seguir cada fuente de abastecimiento dentro de una misma red de distribución de agua. Para ello se debe encontrar el reparto óptimo de caudales que deben ser abastecidos a la red de distribución por dichas fuentes de suministro, considerando el rango de caudales

mínimo y máximo a ser suministrado por cada una de las fuentes de abastecimiento con respecto al caudal total demandado por la población que se sirve de la red, cumpliendo siempre con las solicitudes de presión mínima en los puntos críticos del sistema.

El lograr el reparto óptimo implica llegar al estado de mínima producción de energía específica de cada una de las fuentes de abastecimiento, sin incumplir con las restricciones de presión del sistema. Esta energía estará dada por las variables de caudal suministrado por la fuente ( $Q$ ) y la altura ( $H$ ) necesaria para cumplir con las restricciones de servicio del sistema.

Para poder hallar el punto óptimo, se han investigado dos métodos. El primero, parte de calcular la energía necesaria para todos los repartos posibles que se puedan dar entre las fuentes de suministro, considerando de forma discreta el rango de demandas que se puedan presentar en la red de distribución; por lo que se puede establecer a su vez que el método de búsqueda involucra una función discreta. El segundo método sin embargo, busca encontrar el reparto óptimo mediante un método de optimización no lineal. En este caso se usó el método de Hooke & Jeeves, lo cual es beneficioso, pues se minimiza el tiempo de cálculo además de que la búsqueda del reparto se hace para una función continua de las posibles combinaciones entre fuentes de abastecimiento que puedan llevarse a cabo en función de un único valor de demanda para un determinado periodo de tiempo; no obstante, el rango de caudales para el cual se analiza el reparto, es decir la curva de demanda de la red, se mantiene como una función discreta.

La base teórica del presente trabajo radica en el concepto de la curva de consigna, por ende, se trata de encontrar la curva altura-caudal ( $H$ - $Q$ ) adecuada a cada fuente de suministro de la misma red que produzca la menor necesidad de energía. Dicha curva se puede aplicar además para el análisis de la programación de estaciones de bombeo, para el diseño de nuevos puntos de suministro, para la reducción de fugas, evaluar la capacidad de producción de las plantas de tratamiento, y otras varias utilidades.

Debido a la complejidad y elevada cantidad de cálculos que se deben realizar, fue necesario realizar la programación informática del método de optimización utilizado, por lo que se usaron dos programas: uno para realizar la modelación hidráulica, y otro para poner a prueba el método de optimización. El software usado para modelación de redes de distribución fue EPANET 2.0 (versión en español), el cual a través de su herramienta TOOLKIT fue de gran ayuda al momento de poner a prueba el Método de Hooke & Jeeves, pues permite incorporar nuevos códigos de programación a través de un segundo software, que en este caso fue Visual Studio 2010.

Vale la pena señalar que como parte del camino hacia la optimización del régimen de bombeo, se hace un análisis de sensibilidad de las variables principales involucradas en el problema, esto partiendo de un simple ejemplo desarrollado en EPANET 2.0 y optimizado a través del método discreto usando Visual Studio 2010 tal y como se describe en la sección correspondiente.

Una vez desarrollada la metodología para encontrar el óptimo reparto y que cumpla con la condición de generar el menor consumo de energía, se discutirán los resultados obtenidos de tres casos de estudio usando algunas redes de distribución de agua de ejemplo, adicionalmente se estudiarán dos redes reales, en las que se podrá observar la utilidad de la aplicación desarrollada.

No se puede olvidar que, toda red de abastecimiento abarca un sistema dinámico el cual debe ser reevaluado constantemente en aras de encontrar su punto óptimo de funcionamiento para las condiciones variantes que configuran y condicionan su funcionamiento. Tarquin & Dowdy (1989), indican dos razones importantes por las cuales se debe considerar el ahorro de energía; siendo la primera que, los sistemas de distribución de agua son con frecuencia reconstruidos a través de proyectos de expansión como resultado del crecimiento poblacional y la expansión urbana. Este tipo de cambios desemboca en incompatibilidad operacional del sistema, como combinaciones inadecuadas de bombas, entre otras, contando con un mal

enfoque basado en la optimización de las partes del sistema, en vez de la optimización del mismo como una unidad. La segunda, se refiere a que existen grupos de bombas que suelen estar muchos años en servicio, 20 años o más, aún con un uso normal y adecuadas técnicas de mantenimiento la eficiencia de las bombas decrece al punto en el cual, diferentes procedimientos operacionales pueden significar una considerable reducción o incremento en los costos de bombeo.

De lo hasta aquí mencionado se puede exponer, que el presente trabajo persigue los siguientes objetivos:

- 1.** Proponer una metodología basada en el uso de la curva de consigna, para encontrar el reparto óptimo de caudales de suministro en redes malladas de distribución de agua por bombeo con varias fuentes de abastecimiento, tanto para consumos no dependientes de la presión, como para consumos dependientes de la misma, de tal forma que, se pueda cumplir con los requisitos mínimos de presión indicados ya sea por la normativa local, nacional o internacional.
- 2.** Aplicar un algoritmo de optimización a la metodología propuesta para encontrar el reparto óptimo de caudales, en este caso el método de “Hooke & Jeeves” con la intención de minimizar el tiempo de cálculo, debatiendo a la vez las ventajas y desventajas que involucra el uso de dicho algoritmo.
- 3.** Construir una aplicación informática de tipo académico mediante el software Visual Studio 2010 que permita generalizar y automatizar los cálculos a través de la herramienta del TOOLKIT de EPANET, posibilitando su aplicación a modelos hidráulicos realizados en EPANET. Esto abarcando tanto a la metodología general, sin el uso del algoritmo de optimización como haciendo uso del mismo.
- 4.** Realizar un análisis de sensibilidad de las variables involucradas en la metodología propuesta.



5. Poner en práctica la metodología desarrollada tanto de forma general como aplicando el algoritmo de optimización, en varias redes de estudio tanto de índole académico, como en sistemas reales.
6. Discutir los resultados obtenidos en la aplicación de la metodología desarrollada, a la vez que establecer las pautas necesarias para el desarrollo de futuros trabajos de investigación relacionados con el tema propuesto.

## 2. Estado del arte

### 2.1. Optimización del régimen de bombeo de un sistema de distribución de agua.

Resulta importante mencionar que pese a que la presente investigación no tiene como objetivo principal el reducir los costos de operación de un sistema de bombeo, se podría extrapolar fácilmente su aplicación incorporando a la función objetivo variables de decisión adicionales, como son las tarifas eléctricas, el rendimiento de las bombas, y su tiempo de operación. Debido al enfoque mayormente económico que se da en cada una de las metodologías de optimización, resulta forzoso el tratar esta perspectiva como guía de los pasos que se han realizado y forman parte del problema que nos ocupa.

Antes de hacer un recorrido por los distintos trabajos de investigación realizados con la finalidad de optimización del régimen de bombeo en sistemas de distribución del agua, es conveniente realizar una pequeña cita sobre lo que involucra un sistema de bombeo:

*“... Aunque las bombas son compradas usualmente como componentes individuales que proporcionan un servicio sólo cuando operan como parte de un sistema, la energía y los materiales utilizados dependen del diseño de la bomba, el diseño de la instalación, y la forma en que el sistema es operado. Estos factores son interdependientes, lo que es más, deben ser cuidadosamente adaptados entre sí, y permanecer así durante toda su vida laboral para garantizar los más bajos costos de energía y mantenimiento, vida útil del equipo, y otros beneficios. El precio de compra inicial es una pequeña parte del coste del ciclo de vida de las bombas de alto uso. Si bien los requerimientos de operación a veces pueden prevalecer sobre las consideraciones de costos de energía, una solución óptima es todavía posible.*

*Una mayor comprensión de todos los componentes que conforman el costo total será una oportunidad para reducir drásticamente la energía, operación y costos de*

*mantenimiento. Reducir el consumo de energía y los residuos también tiene importantes beneficios ambientales.*

*Los componentes de un análisis de coste típicamente incluyen los costos iniciales, costos de instalación y puesta en servicio, los costos de energía, costos de operación, costos de mantenimiento y reparación, depreciación, los costes ambientales y costes de desmantelamiento y eliminación... ” (Hydraulic Institute et al., 2000)*

Los intentos por optimizar una red de distribución en régimen de bombeo, se pueden remontar hasta la formulación matemática de las curvas de caracterización de sistemas de bombeo y de la red de distribución. Vitasovic (1986) propone las tres ecuaciones que describen el sistema de bombeo: a) curva de la bomba, b) curva de eficiencia de la bomba, y c) curva del sistema. Estas curvas están claramente divididas en dos grupos, las dos primeras son aquellas que se pueden obtener del fabricante, proviniendo la tercera del sistema de distribución como tal.

Posteriormente podemos encontrar trabajos como el de Yin et al. (1996) en los cuales se habla de la reducción del consumo energético mediante la regulación de los sistemas de bombeo de velocidad fija, a través de la reducción de los ciclos de bombeo, mediante el control del encendido y apagado del sistema.

Más adelante Lingireddy & Wood (1998) además de hablar de los beneficios hidráulicos y económicos que se presentan como resultado de la reducción del consumo energético a través del uso de bombas de velocidad variable (BVV), hablan también de los beneficios asociados a la determinación de la velocidad óptima requerida por las bombas. Algunos se traducen en mantener presiones a niveles mínimos, reducir fugas, controlar de mejor forma el horario de bombeo, un mejor control del llenado y vaciado de tanques manteniendo así la calidad del agua, entre otros. Los ejemplos prácticos que presenta son tres: El primero relaciona las ventajas del uso de las BVV con la reducción de fugas. El segundo ilustra el

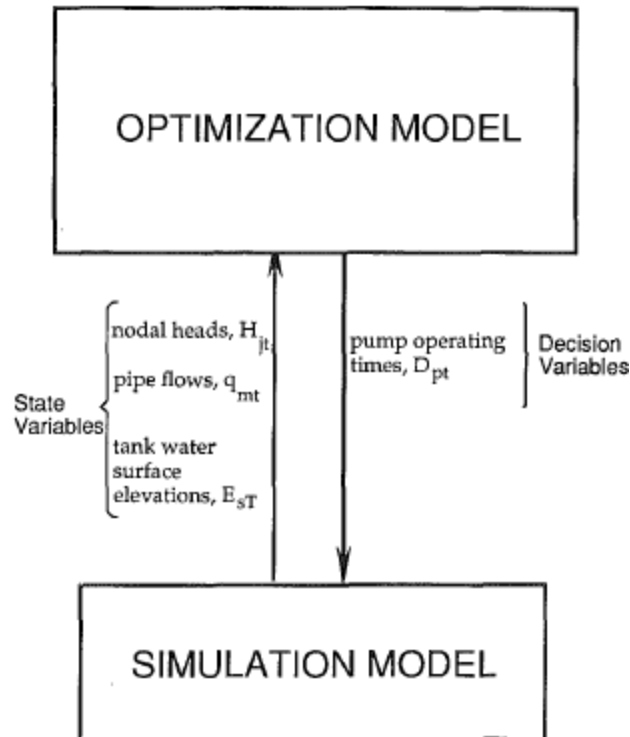
modelo computacional para encontrar la velocidad óptima usando varias fuentes de suministro. El tercer ejemplo demuestra el potencial uso de las BVV en el control de fenómenos transitorios.

Algunos criterios sobre la importancia de encontrar el punto de operación óptima de las estaciones de bombeo ya fueron abordadas por Tarquin & Dowdy (1989), quienes tratan sobre la importancia de encontrar la mejor combinación posible de todas las bombas pertenecientes a una misma estación de bombeo con la finalidad de lograr el mayor ahorro energético posible. No obstante, el trabajo solo abordó una fuente de suministro, tratándose al final del análisis de una impulsión hacia un tanque de almacenamiento, lo cual no incluía de forma directa la interacción de la red de distribución con las fuentes de abastecimiento.

Algunos otros autores han realizado trabajos respecto de modelos de optimización para el diseño de sistemas de distribución, y aunque su enfoque está direccionado hacia el diseño económico de redes de abastecimiento, se puede encontrar algunas propuestas respecto a cómo considerar las estaciones de bombeo en los modelos de optimización. Lansey & Mays (1989) proponen que los sistemas de bombeo pueden ser representados de tres formas: la primera corresponde al uso de un nudo fijo, cuya altura será variable dependiendo de cada patrón de demanda, de esta manera no hay restricción de la carga que pueda tener la bomba; una segunda forma es el usar una curva altura-descarga del sistema; y la última consiste en diseñar cada bomba de forma individual usando curvas típicas como las dadas por el cuerpo de ingenieros de los Estados Unidos, usando como variables de decisión la altura, el caudal y la potencia.

Muchos de los modelos de optimización que se han planteado para tratar los problemas del diseño óptimo de las redes de distribución, se apoyan en un sistema de dos partes, la primera parte se enfoca en resolver aquello concerniente al modelo de optimización como tal, ocupándose la segunda parte de resolver el modelo hidráulico (Figura 1).





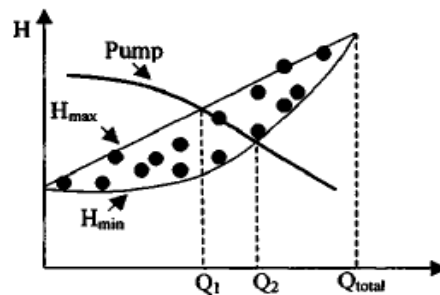
**Figura 1.** Modelo de optimización. (Brion & Mays, 1991)

El enfoque hasta ahora adoptado se basa en la optimización del diseño económico y de la operación de las estaciones de bombeo. Moradi-Jalal & Mariño (2003) hablan de que se deben abarcar tres aspectos en base a las necesidades del sistema: 1) una combinación eficiente del bombeo, 2) una programación y operación eficiente de las bombas, y 3) selección apropiada de las bombas. Los criterios que utiliza son los de menor costo de operación sustentado en el menor consumo de energía anual que se obtiene de la curva de demanda del sistema, que en este caso, es un dato. Una conclusión importante de este trabajo es que la mayor proporción de ahorro de costos respecto de la energía se debe a establecer adecuadas reglas de operación del sistema.

Para que la regulación de un sistema de bombeo pueda ser óptima, su curva de funcionamiento se debe ajustar lo máximo posible a la curva de altura del sistema (o curva

resistente), minimizando así el exceso de altura para cada descarga de la demanda. (García-Serra & Madalena 1992; López-Luque et al. 1995; Martínez & Vela 1993)

Planells Alandi et al. (2005) se refieren a dos importantes factores para el proceso de optimización y diseño de estaciones de bombeo. Uno de ellos es contar con las curvas que gobiernan el sistema, en este caso: la curva de altura máxima ( $H_{max}$ ) y mínima ( $H_{min}$ ) del sistema que limita la operación de la estación de bombeo ( $Q_1$  y  $Q_2$ ; caudales posibles a los que opera el sistema). El otro es contar con la curva de demanda, (Figura 2). Las curvas mínima y máxima dependerán de los puntos de demanda que a su vez dependen del comportamiento de los usuarios.



**Figura 2.** Diagrama Q-H: curva motriz de una bomba, curvas de demanda máxima y mínima. (Planells Alandi et al. 2005)

Una vez que se cuenta con las curvas del sistema es posible seleccionar múltiples combinaciones que satisfagan las condiciones dadas, donde la selección óptima será aquella que minimice los costos de proyecto más los costos de energía, lo cual se convierte en otro proceso de optimización que no se aborda en el trabajo en curso.

Se conoce que la mayor parte del presupuesto que respecta al consumo de energía en abastecimientos de agua corresponde al bombeo, por lo que cualquier intento por reducir el consumo energético orienta a la optimización de los sistemas de bombeo. Para poder lograrlo,

es evidente resolver tres problemas: 1) Bombas ineficientes; 2) Combinación ineficiente de las bombas; y 3) programación ineficiente de las bombas.

En el caso de una sola bomba bastaría con reducir la altura de bombeo al mínimo y reducir el volumen de agua bombeada, o en su defecto aumentar la eficiencia de la bomba (Patton & Horsley, 1980). En general se trata de reducir la potencia consumida, esto combinado con una buena programación acorde a las tarifas eléctricas permitiría lograr una minimización de costos. Cuando se trata de evaluar un sistema existente, es importante poder contar con información que determine el rendimiento del sistema de bombeo y su consumo de energía, con la finalidad de poder tomar decisiones que justifiquen la reparación o el cambio de las bombas. (Aldworth, 1983).

Un elemento importante que influye en el ahorro de energía de una red con un sistema de bombeo es la capacidad de almacenamiento del sistema en tanques de reserva, es así que Ormsbee et al. (1989) propone un modelo de optimización del nivel del tanque de reserva que produzca la mínima energía, en conjunto con una política de bombeo que permita lograr los niveles del tanque deseados. No obstante y como se viene mencionado, no está claro aún cómo se debe dar el reparto de caudales provenientes de las fuentes de suministro tomando en consideración su interacción con el sistema, es decir, de dónde es conveniente que se provea más o menos caudal. Si bien no se analizan todos los elementos que intervienen en el consumo energético de una red (tanques de reserva, curvas de demanda, tarifas eléctricas, etc.), este es un tema que se debe ampliar en un estudio posterior.

La complejidad de los sistemas de abastecimiento se manifiesta en sistemas con demandas crecientes, incorporación de agua de una variedad de fuentes, sistemas envejecidos, necesidad de personal capacitado, altos costos de operación, que crean la necesidad de invertir para mejorar la eficiencia, y contar con sistemas de control apropiados. (Shamir, 1985)

En el modelo se conocen:

1. Longitudes, diámetros, y coeficientes de fricción de las tuberías.
2. Propiedades de las bombas en cada estación de bombeo: altura-caudal y eficiencia-caudal para cada bomba, y sus posibles configuraciones en serie y/o paralelo.
3. Geometría de los reservorios, y sus máximos en mínimos niveles de agua. Estos límites pueden variar durante el día.
4. Patrón de demanda de cada consumo durante el día.
5. Cotas de todos los puntos del sistema.
6. Mínimas y máximas presiones admisibles en ciertos puntos (por ejemplo los puntos de demanda).
7. Variación de los costos de la energía durante el día, también conocido como discriminación horaria.

Un sistema de abastecimiento puede ser tremendamente complejo, de esta manera se pueden dar infinitas combinaciones que permitan llegar al mínimo consumo energético, que se ajuste a la curva resistente del sistema. Sin embargo, un mejor enfoque sería obtener la curva de consigna del sistema, que se basa en encontrar el nudo crítico de la red, en el cual se deben cumplir las restricciones de presión, de esta manera se asegura un mínimo consumo energético, por tanto estas técnicas son complementarias a caracterizar adecuadamente el sistema.

Son muchos los factores que se deben tomar en cuenta al momento de la optimización de un régimen de bombeo:

*“... Para resolver el problema de optimización se debe tomar en cuenta la eficiencia relativa de las bombas, la estructura tarifaria de la electricidad, el patrón consumo demanda durante el periodo de optimización, y la capacidad de reserva disponible en el sistema. La interacción entre los controles de bombeo, el consumo de potencia resultante de las bombas, la presión y el caudal, deberán ser considerados a través de las ecuaciones hidráulicas no lineales de la red y las características de bombeo.*”

*Restricciones ligadas a las cantidades de bombeo de pozos permitidas, la máxima capacidad de las plantas de tratamiento de agua potable, y los máximos y mínimos volúmenes de reserva así como las presiones de las redes se deben tener en cuenta. Además, una programación de los controles de válvulas debe ser obtenida en conjunción con la programación óptima de bombeo... ” (Jowitt & Germanopoulos, 1992)*

En su trabajo Jowitt & Germanopoulos (1992) siguiendo con la optimización de las estaciones de bombeo proponen una metodología de programación lineal, desacoplando el funcionamiento de las bombas de las características hidráulicas no lineales de la red. La interacción de las bombas con la red se soluciona de forma separada usando un modelo de la red en periodo extendido. El modelo da como resultado las variaciones temporales de caudal, presiones y potencia de bombeo en la red para unos controles alternativos de bombeo, mismos que se usarán luego como datos de entrada para la hallar la solución óptima.

Ulanicki et al. (1994) explica que la adecuada selección de una bomba o el lograr una adecuada configuración de una estación de bombeo depende de la interacción que existe entre el sistema de bombeo y al red de distribución, lo cual implica que un buen diseño debería partir de un modelo de red trabajando en condiciones de operación óptimas. En este caso se trata de seleccionar las bombas que mejor se adecúen al funcionamiento del sistema, siguiendo cinco premisas:

1. Las bombas satisfacen los caudales demandados.
2. Las presiones de la red se mantienen dentro de los picos máximos y mínimos.
3. La operación de los volúmenes de reserva es balanceada durante el periodo de operación del sistema (el nivel inicial y final son iguales).
4. Maximizar el flujo de caudales hacia el reservorio para maximizar la flexibilidad de la política de almacenamiento.

5. Reducir al mínimo los costos de operación como resultado de los caudales del reservorio.

El procedimiento propuesto se basa en obtener un conjunto de soluciones viables que cumplan con las premisas mencionadas anteriormente, y que de forma interactiva apoyado en el criterio de un profesional, se pueda escoger una solución robusta, que cumpla con las restricciones del sistema, es decir, de cierta forma se obtiene un frente de Pareto. En este caso, en el ejemplo de aplicación se desprecia la interacción entre los grupos de bombeo, sin embargo, el presente trabajo ratifica la importancia del estudio de dicha interacción, por lo que al igual que otros trabajos realizados anteriormente, la optimización resultante relaciona mayormente las bombas que intervienen dentro de una misma estación de bombeo, siendo relevante claro, la relación que existe con la capacidad de reserva del sistema.

Lansey & Awumah (1994) hablan de que para una buena optimización del bombeo, no basta con considerar solamente los costos de operación, sino que igual de importante o más son los ciclos de encendido y apagado de las bombas. En el modelo de optimización que propone evalúa cada combinación de bombas posible, para cada nivel de demanda, con la finalidad de considerar todas las bombas independientemente de su ubicación, aunque en este caso pueda resultar erróneo ya que en realidad se debería relacionar cada estación de bombeo para el caudal a ser provisto por dicha estación, en función de su área de servicio. Una desventaja del método es que requiere de mucho tiempo de cálculo. Cuando todas las combinaciones de bombas han sido examinadas para cada estado, el menor costo obtenido marca el resultado, y se pasa al próximo estado de carga. Este modelo tiene limitaciones en cuanto a la dimensionalidad de los problemas que se pueden solucionar.

Según Ormsbee & Lansey (1994), para lograr los mínimos costos asociados a una adecuada política de bombeo se requiere de un sistema de control óptimo el cual posee tres elementos importantes: un modelo hidráulico del sistema de abastecimiento, un modelo de predicción de la demanda y un modelo de control óptimo conformado por un modelo de optimización. A

continuación y en concordancia con el presente trabajo se hará una exposición de los elementos mencionados.

### **2.1.1. Modelos hidráulicos**

Ormsbee & Lansey (1994), resaltan la importancia de algún tipo de modelo matemático del sistema de distribución que permita evaluar cualquier política de gestión de bombeo. Algunos modelos aplicables incluyen: balance de masas, regresión, simplificación hidráulica y una simulación hidráulica completa.

En un *modelo de balance de masas* el caudal dentro del sistema es igual a la demanda más la tasa de cambio en la capacidad del almacenamiento del sistema. Una ventaja de los modelos de masas es que la respuesta del sistema se puede determinar de una forma mucho más rápida en comparación a realizar un modelo de simulación. Este tipo de modelos es más apropiado para redes ramificadas que para redes malladas.

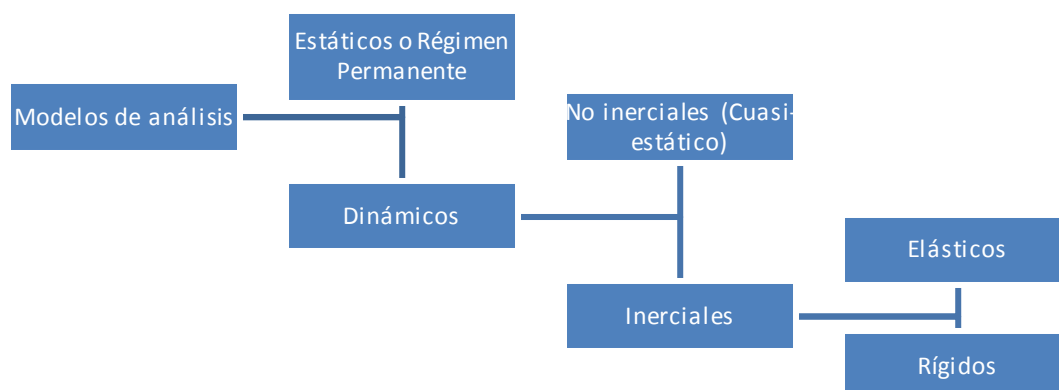
Por otra parte los *modelos de regresión* son más adecuados a la hora de representar la naturaleza no lineal de un sistema hidráulico a través de un conjunto de ecuaciones de regresión no lineal en lugar de usar un modelo de balance de masas. La información requerida para construir este tipo de modelos se puede obtener de algunas formas. Se pueden generar curvas de regresión ejecutando repetidamente un modelo de simulación calibrado para diferentes niveles en los tanques o caudales. Otra forma es usando información de las condiciones actuales de operación del sistema para construir una base de datos que permita relacionar alturas de bombeo, caudales de bombeo, niveles de tanques, y demandas del sistema. Además de la ventaja al proporcionar cierto grado de no linealidad del sistema, poseen un mecanismo eficiente en el tiempo para evaluar su respuesta; la dificultad que presentan es que solo se aplican a un rango dado de demandas. Otra dificultad, es que las curvas que representan el sistema tienen que ser lo suficientemente precisas como para que

no exista un error que pueda ser acumulativo afectando negativamente el algoritmo de optimización y de esta manera se obtengan resultados erróneos.

En *redes hidráulicas simplificadas* se trata de utilizar un sistema altamente esquematizado, o convertir la hidráulica del sistema en un problema del tipo lineal, lo que se conoce normalmente como un macromodelo.

Los *modelos de simulación hidráulica completa*, modelan la capacidad dinámica no lineal de los sistemas de distribución de agua gobernados por las ecuaciones del estado hidráulico cuasi estático. Intervienen las ecuaciones de conservación de masa y conservación de la energía. Aunque este tipo de modelos son más robustos, requieren de una mayor cantidad de tiempo para su calibración.

Dependiendo de si se considera o no la elasticidad del fluido, así como la elasticidad del material de las tuberías, además de las variaciones del tiempo, los modelos de simulación se pueden clasificar de la siguiente forma (Figura 3):



**Figura 3.** Clasificación de los tipos de modelos (Iglesias, 2001).

En el presente trabajo de investigación, la resolución de la parte correspondiente al modelo hidráulico se hará a través del software EPANET. Este es un programa informático de análisis que permite conocer el comportamiento hidráulico de los distintos elementos que pueden



componer una red de distribución, sea esta ramificada o mallada, a partir de sus características físicas. Se puede modelar líneas de tubería, nudos de demanda dependientes o no de la presión, depósitos de diversas dimensiones y formas, diversas tipologías de válvulas, bombas, entre otros tipos de elementos. Adicionalmente se pueden realizar análisis energéticos, análisis de calidad del agua. Se pueden realizar también análisis de modelos estáticos, así como modelos en periodo extendido introduciendo curvas de comportamiento o patrones a los elementos de interés. Fue desarrollado formalmente por la Agencia de Protección de Medio Ambiente de Estados Unidos (U.S. Environmental Protection Agency) y los resultados más importantes que se obtienen de sus simulaciones son: la presión en los nudos, caudal que circula por las tuberías, nivel de agua en los depósitos, tiempo de permanencia del agua en la red, concentración de sustancias, energía consumida por bombeo, así como sus costos, entre muchos otros. (Rossman, 2000)

Considerando que el software EPANET solo permite hacer dos tipos de análisis: estático y cuasi-estático o en periodo extendido, dejaremos de lado la explicación de los otros modelos.

Para la aplicación del algoritmo de optimización se modelará en estado estático. Un modelo en estado estático se traduce como el comportamiento hidráulico de la red en un determinado instante de tiempo. Por otra parte un modelo cuasi-estático lo que hace en realidad es suponer que las condiciones de contorno varían lentamente el tiempo (demandas, niveles de los tanques, estado de las válvulas, condiciones de trabajo de las bombas, y varios otros). Bajo estas suposiciones, los efectos de la dinámica y de la inercia se consideran despreciables. (Todini, 2011; Giustolisi et al., 2012)

Se puede realizar una analogía del estado estático con una foto instantánea, de esta forma, si se quisiera realizar un análisis en periodo extendido, estaríamos hablando de una secuencia de instantáneas, comprendidas dentro del periodo de simulación.

Al no considerar la capacidad de almacenamiento de la red, ni elementos de calidad del agua, ni ningún otro elemento que varíe en el tiempo, no se requiere emplear un análisis en periodo extendido; no obstante, su uso no se puede descartar del todo ya que los patrones de demanda pueden ser distintos si la red en análisis tiene caracterizados diferentes sectores, lo cual requeriría que se modifique la programación del algoritmo de optimización empleado. No obstante el algoritmo seguirá siendo válido, ya que no se estaría más que analizando escenarios en los cuales la demanda base no varía de la misma forma en toda la red.

### **2.1.2. Modelos de predicción de la demanda**

Para que se pueda desarrollar una política óptima de bombeo, se deben conocer las demandas. Esto no suele ser factible, ya que muy pocas veces se conoce la demanda de un municipio de antemano. No obstante, se puede abordar este problema de tres formas: mediante un enfoque global, proporcional, o distribuido. En un enfoque global, se toma la demanda como un único valor, y se puede combinar con modelos hidráulicos de balance de masa. Los modelos de demanda proporcional tienen un único patrón de demanda que puede variar proporcionalmente a la demanda total del sistema. El enfoque de demanda distribuida es aplicable cuando se realiza la simulación completa de una red, de tal forma que la demanda total de un sistema puede ser distribuida tanto temporalmente como espacialmente en los diversos nudos de la red. Estos últimos modelos comienzan con la predicción de la demanda diaria para luego distribuirla espacialmente entre los nudos de la red y finalmente distribuirla temporalmente a lo largo de un tiempo de operación de 24 horas. (Ormsbee & Lansey, 1994)

Adicionalmente hay que considerar la incertidumbre que proporcionan dos aspectos como son: las fugas y los distintos patrones de demanda presentes en una red. El tener un alto porcentaje de fugas causará que cualquier política de bombeo se aleje del óptimo al pasar desapercibido el caudal fugado dentro del caudal demandado por los usuarios influyendo negativamente las curvas características del sistema aumentando de esta forma los costos energéticos asociados a la operación del bombeo. Por otra parte la dinámica social de los

habitantes de una población o ciudad genera distintos patrones de demanda dentro de una misma red de distribución, los cuales varían con el tiempo y al ser desconocidos impiden la implementación de políticas de regulación que permitan optimizar el sistema de forma general.

### **2.1.3. Modelos de optimización**

El componente final para obtener un sistema de control óptimo consiste en el empleo de modelos de optimización que permitan seleccionar los valores de las variables de decisión que minimizarán el costo total de operación del sistema, a la vez que satisfacen los requerimientos del mismo.

La búsqueda del resultado óptimo implica hallar el mejor resultado, tomando en consideración las limitaciones físicas o de otros tipos que puedan existir dentro de un problema, ya sean económicas, sociales, ambientales, entre otras.

A lo largo de las últimas cuatro décadas se han empleado numerosas técnicas de optimización enfocadas al diseño de menor costo y operación de sistemas de distribución de agua por bombeo, por lo que y de forma general es necesario realizar una clasificación de los mismos. Para ello se citará el trabajo realizado por Ostfeld & Tubaltzev (2008), quienes realizan la siguiente categorización, en función de las investigaciones realizadas por distintos autores:

1. Descomposición: Se trata de descomponer el problema en un problema de programación lineal “interno”, el cual se resuelve para un conjunto de caudales fijos a la vez que los caudales se pueden ir variando en un problema “exterior” mediante técnicas de optimización de gradiente o subgradiente. Están limitados por el número de condiciones de carga a los que se pueden someter, convergencia en óptimos locales, direcciones de flujo fijas en las líneas de tubería, aunque permiten encontrar desdoblamientos de diámetro.

2. Vincular la simulación con programación no lineal: en los cuales se vincula software de simulación de redes, con código de optimización no lineal. Cuenta con dos niveles: el nivel inferior corresponde a la obtención de las variables hidráulicas: flujos, presiones e incluso costos; mientras que en el nivel superior se obtienen las variables de diseño: diámetro de tubo, alturas de bombeo, volúmenes de almacenamiento, y varios otros.
3. Programación no lineal: métodos que utilizan directamente una formulación no lineal. Resuelven simultáneamente los caudales y alturas usando esquemas de optimización general. Se pueden aplicar métodos de penalización exterior, de tal forma que se omiten restricciones. Tiene limitaciones respecto del tamaño del sistema de distribución de agua que puede ser manejado, la necesidad de la intervención del usuario, condiciones respecto del número de cargas, y convergencia en óptimos locales.
4. Métodos que emplean técnicas evolutivas/meta-heurísticas: algoritmos genéticos, optimización tipo colonia de hormigas, algoritmo del salto de rana, entre otros. (Lopez-Ibanez, 2009)
5. Otros métodos: programación dinámica, programación entera. La programación dinámica usada para solucionar problemas de diseño óptimo multidiámetro y multidescarga satisfaciendo las restricciones de presión. Programación entera empleada para resolver problemas de diseño de menor coste de redes ramificadas con un estado de carga.
6. Optimización multiobjetivo: que busca soluciones de compromiso entre un diseño de menor costo y otros objetivos. Se tiene por ejemplo el encontrar el diseño óptimo de una red de distribución de agua versus maximizar la resiliencia de la red. (Vasan & Simonovic, 2010). Otro objetivo que se ha buscado dentro de la optimización en el diseño de las redes de distribución de agua, es la rehabilitación del sistema, que involucran acciones como revestimiento, limpieza o cambio. (Wu & Simpson 2001)

Normalmente las tarifas eléctricas varían a lo largo del día, por lo que es necesario encontrar horarios de bombeo en los cuales el costo sea menor. No obstante, muchas veces, los pasos que se ejecutan para conseguir este objetivo, están enmarcados dentro ideas heurísticas o

reglas preestablecidas. Como bien explica (Bene et al., 2010), la confianza sobre el proceso de optimización depende grandemente de los consumos, o demandas, por lo que se debe poner mucha atención a la obtención de estos datos. Una vez que se han mencionado varios métodos de optimización, conviene profundizar la forma en la que se seleccionan los algoritmos de optimización.

El desarrollo de los algoritmos de optimización ha sido abordado por muchos investigadores, entre los más destacados, Bernoulli, Euler, Lagrange, este último introdujo la optimización de funciones con restricciones; es decir, aquellas funciones en las cuales sus variables se veían restringidas de alguna manera.

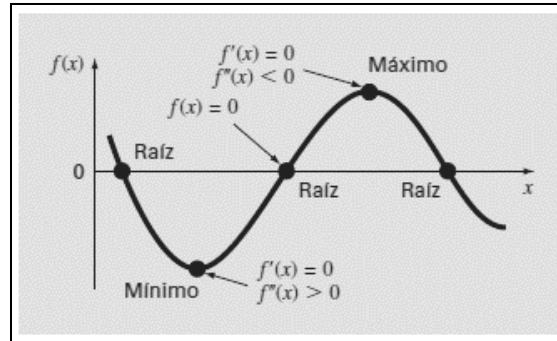
La optimización implica la búsqueda de un valor máximo o mínimo. El óptimo de una función será el punto en donde el gradiente de la curva sea cero, lo que se expresa de la siguiente forma:

$$f'(x) = 0 \quad (1)$$

Si además deseamos saber si el valor encontrado es un máximo o un mínimo, se realiza una segunda derivada de la función  $f'(x)$  en donde:

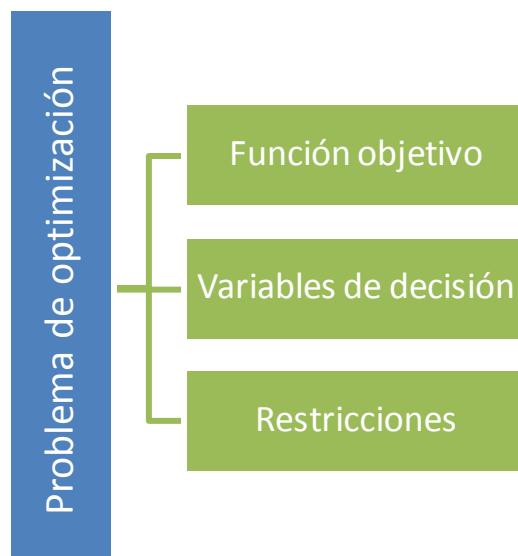
$$\begin{aligned} f''(x) < 0 &= \text{máximo} \\ f''(x) > 0 &= \text{mínimo} \end{aligned} \quad (2)$$

El problema que se presenta, es que no siempre es factible encontrar las derivadas de la función  $f(x)$  de forma analítica (Figura 4), por lo cual se deben realizar otro tipo de aproximaciones.



**Figura 4.** Máximo y mínimo de una función (Chapra y Canale, 2007)

En un contexto general, se puede decir que un problema de optimización está comprendido fundamentalmente por las siguientes partes: función objetivo, variables de decisión, y restricciones tal y como se encuentra esquematizado en la figura 5.



**Figura 5.** Componentes de un problema de optimización

Partiendo de estas tres partes, un problema de optimización se plantea como:

Encuentre  $x$ , que maximice o minimice  $f(x)$ , y que esté sujeto a:

$$\begin{aligned}y_i(x_j) &\leq a_i, & i = 1, 2, 3, 4 \dots \dots m \\z_i(x_j) &= b_i, & i = 1, 2, 3, 4 \dots \dots p \\& & j = 1, 2, 3, 4 \dots \dots n\end{aligned}\tag{3}$$

donde  $x$  se entiende como el vector de diseño con  $n$  dimensiones; y  $f(x)$  es la función objetivo valorada para el vector  $x$ .

Si además el problema contiene restricciones, entonces se dice que el problema está restringido e  $y_i(x)$  son las restricciones de desigualdad;  $z_i(x)$  son las restricciones de igualdad;  $a_i$  y  $b_i$  son constantes; y  $n-p-m$  indican los grados de libertad en los problemas restringidos.

Para obtener una solución se debe cumplir que:

$$p + m \leq n\tag{4}$$

Si,

$$p + m > n\tag{5}$$

Entonces, se dice que el problema está sobre restringido.

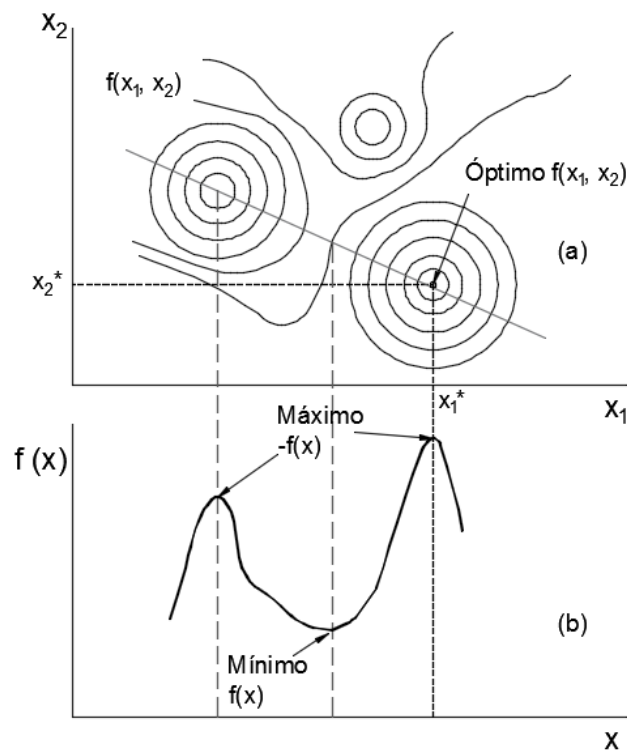
Dependiendo de la forma de  $f(x)$  se puede realizar una clasificación de los tipos de optimización (Tabla 1):

**Tabla 1.** Tipos de optimización según  $f(x)$

$f(x)$	$y_i(x); z_i(x)$	Tipo de Optimización
Lineal		Programación lineal
Cuadrática	Lineal	Programación cuadrática
No lineal	No lineal	Programación no lineal

Una clasificación adicional se puede realizar en base a las dimensiones del problema, de esta forma se puede tener: problemas unidimensionales y multidimensionales.

- Los *problemas unidimensionales*, solo tienen una variable independiente.
- Los *problemas multidimensionales*, tienen dos o más variables independientes.



**Figura 6.** a) Optimización multidimensional; b) Optimización unidimensional.



Como se muestra en la figura 6, tanto en los problemas unidimensionales como multidimensionales la búsqueda está orientada a subir por picos y valles con la intención de encontrar los máximos y los mínimos. No obstante, a diferencia de los procesos unidimensionales, la búsqueda multidimensional no se encuentra limitada en la dirección de búsqueda, sino que se debe seguir la topografía de la función lo cual no siempre es posible, ya que en ocasiones sucede que la búsqueda se queda estancada en mínimos o máximos locales. De ahí que algunos algoritmos de optimización sean más eficientes que otros, al momento de encontrar los óptimos globales de una función.

De acuerdo con Chapra & Canale (2007), se puede englobar la clasificación de los métodos de optimización, mediante la siguiente tabla:

**Tabla 2.** Clasificación de los tipos de optimización

Optimización	Restricciones	Clasificación	Métodos
Unidimensional	Si	No requieren la derivada de la función	Sección dorada
		Requiere la derivada de la función	Interpolación cuadrática
			Método de Newton
Multidimensional no lineal	Si	Búsqueda sin el uso de derivadas	Método Simplex Downhill
			Algoritmo de Hooke & Jeeves
			Método de Rosenbrock
			Método de las direcciones conjugadas
		Usando la derivada primera o métodos del gradiente, usando la derivada segunda	Método del máximo descenso
			Método del gradiente conjugado
			Métodos cuasi Newton
	No		
Métodos de penalización exterior			

			Métodos de penalización interior (barrera)
			Métodos de proyección de gradiente
			Método de gradiente reducido generalizado
			Programación lineal sucesiva
			Programación cuadrática sucesiva
Multidimensional con programación lineal	No		Método gráfico
			Método Simplex

Una red de distribución con varias fuentes de abastecimientos sigue un comportamiento hidráulico no lineal igual que las restricciones a las que se encuentra sometida, por lo que el método de optimización a utilizar se debe enmarcar dentro de los problemas multidimensionales no lineales con restricciones.

Los diferentes métodos orientados a la optimización no lineal con restricciones buscan convertir el problema en uno sin restricciones, para lo cual, se suele añadir las restricciones en la función objetivo creando de esta forma términos de penalización por cada igualdad o desigualdad que se viole, introduciendo de esta forma puntos de búsqueda que no son factibles. Otra forma de hacerlo es linealizando tanto la función objetivo como las restricciones del problema.

Para que una función sea usada computacionalmente, esta debe ser rápida, fácil de obtener y no ocupar mucha memoria.

Encontrar el óptimo global de una función es un problema difícil de solucionar, generalmente se usan dos procedimientos heurísticos: a) encontrar extremos locales partiendo de valores aleatorios de las variables independientes, escogiendo luego el más extremo de ellos, y b) perturbando un extremo local tomando un paso de amplitud finita lejos de él, y observado si la función retorna un mejor valor o siempre el mismo.

Es cierto que no existe algoritmo perfecto y que se debe comparar con otros para tener una mayor certeza de los valores obtenidos. Sin embargo, para efectos del presente trabajo no se realizarán comparaciones con otros algoritmos sino que se escogerá únicamente uno de ellos, por lo que dicha comparación se deberá realizar en futuras investigaciones. Algunos criterios para la elección del algoritmo de optimización se describen a continuación:

- Se debe escoger entre los métodos que solo necesitan la evaluación de la función para ser minimizados o entre aquellos que necesitan la evaluación de la derivada. Aunque los segundos suelen ser más potentes que los primeros, a veces no se justifica el cálculo adicional que suponen. No obstante, siempre que se pueda es mejor realizar el cálculo de la derivada.
- En el caso de problemas multidimensionales se debe considerar los métodos que requieren almacenamiento de  $N^2$  y aquellos que requieren solo del orden  $N$ , en donde  $N$  es el número de dimensiones. Tomando en cuenta que para valores moderados de  $N$ , el tamaño de almacenamiento no es un problema de restricción. (Press et al., 1988)

Finalmente, el método de optimización escogido para la función objetivo que ocupa el presente trabajo es el algoritmo de Hooke & Jeeves, el cual se desarrollará más adelante. Este método se enfoca en resolver problemas multidimensionales de programación no lineal sin restricciones. No obstante pese a la presencia de las mismas, estas se resolverán de forma separada, convirtiéndose así la función objetivo en un problema de optimización no lineal sin restricciones.

#### **2.1.3.1. Costos de operación**

Los costos de operación de un sistema de bombeo tienen principalmente dos componentes: la carga de consumo de energía y la carga de demanda. La carga de consumo de energía depende de las distintas políticas tarifarias a lo largo del día. Por otro lado la carga de demanda representa el costo adicional que deriva de proveer energía excedente relacionado con los

picos de consumo de energía durante un intervalo de tiempo específico. Comúnmente, la mayoría de los algoritmos no consideran la carga de demanda, esto se debe a la gran variabilidad de los horarios que para este tipo de carga se suelen presentar. De forma general se puede decir que la carga de energía de un sistema de bombeo se puede reducir variando tres factores: sea bien la altura de bombeo, el caudal bombeado, o la eficiencia global.

### **2.1.3.2. Restricciones del sistema**

Cuando se habla de restricciones del sistema, se puede tratar de restricciones que obedecen leyes de la física, o requerimientos externos. En lo que respecta al diseño y rehabilitación de sistemas de distribución de agua, se suele tomar como restricción principal el satisfacer las demandas con una presión adecuada. Por ejemplo, una restricción física puede ser el volumen de almacenamiento de un tanque de reserva, configuración de una válvula, la cantidad de agua que puede ser suministrada desde una fuente. En un sistema de distribución de agua las leyes físicas que priman son las de la conservación de la masa y conservación de la energía. En la realidad, se pueden considerar algunos otros elementos complejos como: condiciones de carga múltiple, tipo, tamaño, material de tuberías, diferentes alternativas de rehabilitación (limpieza, revestimiento, cambio), además pueden existir restricciones presupuestarias. Una restricción adicional se puede presentar debido al costo que representa sin duda el mantenimiento de las bombas, que se encuentra dado por el desgaste producido por los ciclos de encendido y apagado de las mismas. Actualmente, este problema se ve reducido por bombas mejor diseñadas y hechas de materiales más resistentes, no obstante continúa siendo un problema a tomar en cuenta en sistemas antiguos. Si se considera condiciones como: demanda múltiple, ampliaciones que se puedan dar durante la vida útil del proyecto, fiabilidad, redundancia de la red, adecuada cantidad y calidad del agua, optimización de capacidad y requerimientos hidráulicos de la red, se agregan un gran número de restricciones, que hacen más complejo el sistema de optimización. (Farmani et al., 2005)

En el caso que corresponde al presente trabajo, las restricciones que se usarán tienen que ver fundamentalmente con el caudal producido y la altura de presión. Por un lado cada fuente de abastecimiento produce un caudal que es proporcional al caudal total, el cual es fijo. Por otra parte la altura de presión de cada una de las fuentes será tal, que se cumpla con la presión mínima requerida para el sistema. Las restricciones se abordarán con mayor profundidad en apartados posteriores.

### **2.1.3.3. Variables de decisión**

Dependiendo de la variable de decisión, la formulación puede ser directa o indirecta. Si utilizamos los tiempos de funcionamiento de las bombas dentro de un determinado intervalo de tiempo se crea una función objetivo que asocia los costos de energía con el tiempo de funcionamiento, por lo que luego el problema puede ser resuelto ya sea utilizando programación lineal o no lineal. Por lo tanto la política de control de bombas resultante puede catalogarse como explícita (discreta) ya que está compuesta de la combinación de bombas requeridas y sus tiempos de funcionamiento.

Por otra parte, se puede utilizar variables de carácter implícito para la formulación del problema, como son el nivel de un tanque de reserva, la altura de descarga o el caudal de descarga del sistema de bombeo. La utilización de estas variables busca encontrar un óptimo estado de funcionamiento con los menores costos asociados durante un periodo de tiempo especificado.

Aunque todo modelo hidráulico de una red depende de una curva de demanda por parte de los usuarios, se puede decir que el rango de consumo es amplio, y por tanto es conveniente comprobar de forma discreta todo el rango a proveer llegando hasta la demanda máxima requerida.

Continuando con los trabajos relacionados con la optimización del régimen de bombeo, Pezeshk & Helweg (1996) hacen una introducción sobre la utilidad de usar nodos de control que sean representativos de toda la red, de tal forma que al cumplirse las presiones en dichos nudos, se asume que el resto de la red estará dentro de las restricciones requeridas en el sistema. La presión será la variable que nos permita saber qué bombas deben estar o no en operación. La función objetivo que usa para encontrar el mínimo costo de bombeo es muy similar a la que se aplica dentro de la metodología de la presente investigación:

$$MIN \sum_{i=1}^I \frac{\gamma(H_i)Q_i}{e_i} \quad (6)$$

- $\gamma$       Peso específico del agua,  
 $H_i$      Altura de bombeo de la bomba  $i$ ,  
 $Q_i$      Caudal de descarga de la bomba  $i$ ,  
 $e_i$      Eficiencia de la bomba  $i$ ;  
 $I$         Número total de bombas en la red de tuberías.

Otra consideración importante que se hace es el darle un peso a cada bomba según la influencia que tenga sobre el nudo de control. No obstante, no queda en claro, cómo determinar exactamente la influencia que existe de cada bomba sobre el nudo crítico, tema que está directamente ligado a obtener el óptimo reparto entre las diversas fuentes de abastecimiento que tiene una red de abastecimiento de agua, y cuya metodología de obtención se explicará más adelante.

McCormick & Powell (2003) presentan un modelo estocástico con el cual se pretende tomar en consideración la incertidumbre al momento de determinar la variabilidad de las demandas futuras, así como considerar además de la energía consumida, la demanda de carga de energía, para de esta forma realizar una optimización de las estaciones de bombeo presentes en el sistema.

Si se toma en cuenta las fugas de agua que se encuentran presentes en una red de distribución, sabemos que como consecuencia, aumentan las demandas y aquella agua adicional posee también una energía adicional, tanto de presión como de velocidad (Colombo & Karney, 2005), resulta aún más que evidente la necesidad de reducir al máximo el consumo de energía del sistema, obteniendo la curva de consigna de cada una de las fuentes, con intención de reducir al mínimo la energía empleada en el sistema.

Como bien lo explica Colombo & Karney (2005), un mayor gasto de energía tiene otro tipo de implicaciones asociadas como son la emisiones de gases de efecto invernadero, la lluvia ácida, entre otros, por lo que resulta del todo ventajoso una mejor caracterización del sistema respecto de las fugas, lo que ayuda a una mejor perspectiva de las redes de cara a su mantenimiento, necesidad de reparación, uso de nuevas tecnologías y muchas más. Existen algunas estrategias a tomarse en cuenta para la reducción de fugas, entre ellas el proveer la presión mínima mediante las estacione de bombeo, que es una de las utilidades de la presente investigación, adicionalmente se pueden introducir tanques de almacenamiento, válvulas reguladoras entre otras, que permitan condicionar las presiones de servicio.

Hoy en día, el diseño de una red de distribución de agua es un problema multi-objetivo que se enfrenta a sin número de situaciones adversas como son: múltiples condiciones de operación, fiabilidad, redundancia, resiliencia, programación de las inversiones (Walski 2001), entre otras, lo que encontrar un óptimo del diseño se vuelve altamente complejo. Al final las funciones que se procuran conseguir son dos: minimizar los costos y maximizar los beneficios, calidad, aceptación.

Giustolisi et al. (2012) habla de la importancia que tiene el optimizar la operación de las redes, lo cual incluye optimizar los sistemas de bombeo. Cuando las tarifas son bajas durante la noche, se reduce a bombear la mayor cantidad de agua durante esas horas. No obstante, se suele obviar el hecho de que al reducir las demandas durante la noche, aumentan las presiones, y por ende las fugas.

El ciclo de bombeo comprende generalmente una semana, con lo cual es posible determinar qué bombas entran o no en funcionamiento de acuerdo a los patrones de demanda. De ahí que se pueda decir que los sistemas de bombeo se pueden optimizar de dos formas. La primera es controlando el estado de encendido/apagado mediante la programación de las bombas en un periodo de tiempo determinado, y la segunda se puede hacer tomando como referencia el nivel de los tanques de reserva del sistema.

Los sistemas de bombeo obedecen a dos restricciones importantes. La primera tiene que ver con abastecer el sistema con la mínima presión requerida, y la segunda hace referencia a mantener los niveles mínimos de reserva del sistema de tal forma que se pueda garantizar la fiabilidad del mismo. (Walski, 1993; Van Zyl et al., 2004).

Algo importante de lo que hacen mención Colombo & Karney (2005), es que el incluir tanques de reserva en el sistema, o tanques de cola, no reducen efectivamente los costos de operación que involucran los sistemas de bombeo, ya que se deja de lado la influencia de las fugas y la distribución espacial del resto de los elementos como son la distribución de las demandas, la ubicación de las bombas y tanques, entre otras, que afectan de forma directa las pérdidas y el consumo de energía.

Giustolisi et al. (2013) explica que la programación del bombeo debe tomar en cuenta las pérdidas, ya que estas serán mayores durante el bombeo de la noche que debido al bombeo por el día.

#### **2.1.3.4. Modelos matemáticos previos**

Como parte de los trabajos orientados a la optimización de la operación de estaciones de bombeo, resulta interesante rescatar la función objetivo propuesta por (Moradi-Jalal & Mariño, 2003):



$$\text{Min}P \cong E_k = \gamma \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \frac{Q_{i,j} H_{i,j} (IQ_j)}{e_{i,j} (H_{i,j}, Q_{i,j})} \Delta t_j \quad (7)$$

$E_k$  Energía total consumida anualmente,

$Q_{i,j}$  Descarga de la bomba i, en el periodo de tiempo j,

$H_{i,j}$  Altura de bombeo i, en el periodo de tiempo j,

$e_{i,j}$  Eficiencia de la bomba i, en el periodo de tiempo j, g

$\Delta t_j$  Intervalo de tiempo sobre la curva demanda-duración,

$IQ_j$  Demanda total, en el periodo de tiempo j,

$\gamma$  Peso específico del agua,

i, j, k Subíndices que denotan la bomba i en la división del histograma de demanda j en el sistema de bombeo de orden k. Esta función se encuentra restringida por:

$$Q_{i,j} H_{i,j} \leq Q_{max_i} \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n Q_{i,j} = IQ_j \quad (9)$$

$$H_{i,j} \leq H_{max_i} \quad (10)$$

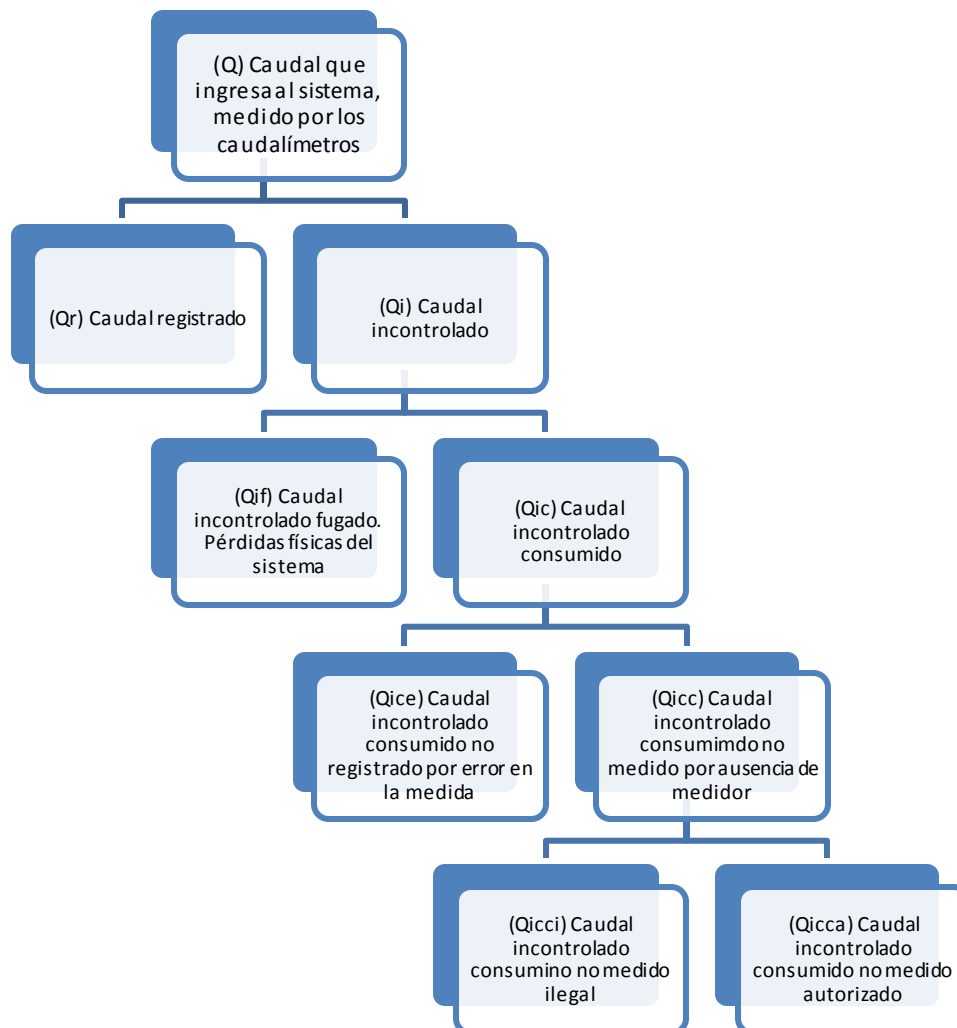
$$H_{i,j} \geq H_{min_i} \quad (11)$$

Esta función objetivo está orientada principalmente a la optimización y la operación del conjunto de bombas que se encuentran dentro de una estación de bombeo, que sufriendo unas ligeras variaciones, resulta muy similar a la función objetivo que permite relacionar diferentes fuentes de abastecimiento o diferentes estaciones de bombeo que abastecen a una misma red.

## 2.2. Modelación de fugas

Las dos variables importantes que intervienen en la obtención de una curva de consigna y que sirven para el cálculo del mejor reparto entre fuentes de caudal a través de la obtención de las curvas de consigna para cada fuente son: la altura de presión y el caudal. Estas dos variables se ven afectadas directamente con aquellos modelos que realizan la simulación de fugas. Esto se debe a la relación de dependencia directa por medio de la cual, al aumentar la presión aumenta el caudal fugado y al reducirse la presión decrece también el caudal. Esto sucede como parte de la dinámica de una red de distribución, en la cual durante el día al haber una mayor demanda por parte de los usuarios, aumentan las pérdidas y disminuye la presión, sin embargo, durante las noches la demanda es menor aumentando así la presión del sistema. Por lo que una adecuada política de gestión de las fugas sería el mantener las presiones mínimas en la red basándonos en el uso de la mínima energía necesaria que debe haber en el sistema para cumplir con las restricciones de presión, que es lo que se persigue en este trabajo de investigación.

Muchos autores asocian el término fuga con el agua no contabilizada de una red, por lo cual para esclarecer el término al que nos referiremos, es necesario hacer mención de la contabilización del agua en una red a través de su balance hídrico, y aunque existen algunos criterios para hacerlo, lo que en realidad se busca es discernir entre las fugas reales y el agua consumida, tal como se muestra en la figura 7.



**Figura 7.** Balance Hídrico Técnico. (AWWA, 1999; Lambert & Hirner, 2000)

Como se puede ver en la clasificación del balance hídrico técnico, cada vez que se use el término fuga, se estará haciendo referencia exclusivamente a las pérdidas físicas del sistema. Las fugas varían de sistema a sistema, pero existe una relación directa con la edad del mismo así como con el estado de conservación, de tal forma que los sistemas que son nuevos tienen un mejor estado de conservación y por tanto alrededor de un 5% de fugas, y los más viejos con un peor estado de conservación tienen un 40% o más. Algunos de los factores más importantes que influyen en el aumento de fugas son las altas presiones de la red, la rotura de tuberías, la falta de un programa de detección de fugas y políticas de control, lo que hace

muy difícil su estimación, por lo que si no se dispone de una información más precisa, se suele asignar uniformemente en todo el sistema. (Walski et al. 2003)

Las pérdidas físicas se deben principalmente a dos aspectos. Por un lado están las fugas por la rotura de tuberías y por otra parte las fugas de fondo. Vistas desde su importancia económica, las fugas por rotura de tuberías son reparables y su duración comprende el intervalo de tiempo entre la rotura y la reparación. Las fugas de fondo son muy difíciles de detectar y por ende su reparación no es económicamente factible. Se deben principalmente a fisuras en las tuberías, corrosión, accesorios mal instalados. De esta forma, aquellos datos que se incluirán en el modelo serán los correspondientes a las fugas de fondo.

Como ya se ha dicho, las fugas son dependientes de la presión y una buena manera de gestionarlas y reducirlas es a través de la gestión de la presión. Aunque una auditoría del agua puede ayudarnos a conocer la cantidad de agua fugada, no se puede saber la localización de las fugas, por lo que es necesario tener un programa de detección de fugas. Para poder gestionar al mínimo la presión del sistema y así reducir las fugas, se debe realizar la modelación de las mismas. Para ello es necesario utilizar emisores de caudal. Los emisores son elementos que relacionan el caudal y la presión que hay inmediatamente aguas arriba de este. La dificultad radica sin duda en cómo determinar los coeficientes y dónde colocarlos. Si el nudo representa un sector, la presión será la presión media del sector. La relación se encuentra dada por la siguiente expresión (May 1994; Walski et al. 2003):

$$Q = K \times P^n \quad (12)$$

- Q (l/s) es el caudal a través del emisor,  
K es el coeficiente emisor  
P (kPa) es la presión media de la zona,  
n es el exponente emisor.

Para pulverizadores y rociadores el exponente emisor tiene un valor de 0,5 (Rossman, 2000). Para estimar el coeficiente emisor (K), existen variadas metodologías, por lo que solo se hará referencia a algunas de ellas.

### 2.2.1. Metodología 1

Este método está basado en Walski et al. (2003). Primero se debe estimar el caudal fugado y la presión media de la zona a ser representada, para luego despejarlo de la ecuación anterior, por lo que, K será igual a:

$$K = \frac{Q}{\sqrt{P}} \quad (13)$$

A pesar de que esta no es una estimación muy precisa debido a que la relación caudal presión no es lineal, el error resulta despreciable. Si solo se usa un nudo para representar las fugas, se le debe asignar el coeficiente emisor calculado, pero si son varios nudos, el coeficiente a asignar a cada nudo se estima de la siguiente forma:

$$K_n = \frac{K}{N} \quad (14)$$

K es el coeficiente emisor general

N representa el número de nudos con fugas

$K_n$  es el coeficiente emisor a asignar a cada nudo.

### 2.2.2. Metodología 2

Considerando una distribución uniforme del caudal  $q_k$  de las fugas de fondo a lo largo de la tubería (Germanopoulos, 1985; Germanopoulos & Jowitt, 1989) estas pueden ser representadas de la siguiente forma:

$$q_k = \beta_k l_k (P_k)^{\alpha_k} \text{ si } P_k \geq 0 \quad (15)$$

$$q_k = 0 \text{ si } P_k \leq 0 \quad (16)$$

$P_k$  Es la presión media en la tubería calculada como la media de la presión entre el nudo inicial (i) y final de la tubería (j)

$l_k$  Es la longitud de la tubería.

$\beta_k$  y  $\alpha_k$  Son parámetros del modelo de fugas de fondo, que se explicarán más adelante.

Existen varias maneras en que las fugas se pueden asignar a los nudos, una es por ejemplo repartirla igualmente entre los nudos de conexión de la tubería, es decir el nudo de inicio (i) y el nudo final (j); algunos otros prefieren repartirlas de forma proporcional a la presión de los nudos i y j, (Ainola et al., 2000). En todo caso, usando cualquiera de los criterios mencionados, el caudal fugado ( $q_k$ ) de las tuberías conectadas al nudo i y que será asignado al nudo ( $q_i$ ), se puede expresar de la siguiente forma:

$$q_i = \sum_k \frac{1}{2} q_k = \frac{1}{2} \sum_k \beta_k l_k (P_k)^{\alpha_k} , \text{ o} \quad (17)$$

$$q_i = \sum_k \frac{P_i}{P_i + P_j} q_k = \frac{P_i}{2} \sum_k \beta_k l_k (P_k)^{\alpha_k - 1} , \quad (18)$$

Donde,

$$P_k = \frac{P_i + P_j}{2} \quad (19)$$

Como se dijo anteriormente, las pérdidas físicas se deben tanto a las roturas de tuberías, como a las fugas de fondo, hasta ahora solo se ha considerado las fugas de fondo, por lo que considerar las roturas implica reescribir las expresiones anteriores de la siguiente forma (Giustolisi et al., 2013):

$$q_k = \beta_k l_k (P_k)^{\alpha_k} + C_k (P_k)^{0.5} \text{ si } P_k \geq 0 \quad (20)$$

$$q_k = 0 \text{ si } P_k \leq 0 \quad (21)$$

$C_k$  es un coeficiente dependiente de la suma de los coeficientes de los caudales relacionados con las roturas a lo largo de las tuberías.

Las otras ecuaciones pueden también ser rescritas como sigue:

$$q_i = \sum_k \frac{1}{2} q_k = \frac{1}{2} \sum_k \beta_k l_k (P_k)^{\alpha_k} + C_k (P_k)^{0.5}, \text{ o} \quad (22)$$

$$q_i = \sum_k \frac{P_i}{P_i + P_j} q_k = \frac{P_i}{2} \sum_k \beta_k l_k (P_k)^{\alpha_k - 1} + C_k (P_k)^{-0.5} \quad (23)$$

### 2.2.2.1. El factor $\beta_k$ y $\alpha_k$

Ya sea que las fugas se den por rotura, permeabilidad en las juntas y accesorios, todas se deben principalmente al deterioro de las tuberías, por lo que  $\beta_k$  es un parámetro de la tubería. Después de haberse realizado algunos estudios (Shamir & Howard, 1979; Kleiner & Rajani, 2001; Walski & Pelliccia, 1982; Kleiner & Rajani, 2002; Kettler & Goulter, 1985; Berardi et al., 2005), se ha visto que las variables que influyen en el aumento de las roturas de las tuberías son: la edad de las tuberías, el diámetro, el material, y la longitud.

La variable  $\alpha$  como explica May (1994) puede ser estimada como parte de dos componentes, el primero relacionado con las pérdidas por rotura a través de un área constante, en donde  $\alpha = 0.5$ , el segundo relacionado con las fugas de fondo con un área que cambia linealmente con la presión, en donde  $\alpha = 1 + 0.5 = 1.5$ ; por tanto el valor de  $\alpha$  del modelo de fugas dependerá tanto de las fugas por roturas, como de las fugas de fondo, y puede determinar por medio de una calibración del modelo, o analizando sus componentes (Giustolisi et al.,

2008). Algunos autores le asignan a  $\alpha$  otros valores, tal y como se describe en la siguiente tabla:

**Tabla 3.** Valores para el parámetro  $\alpha$

$\alpha$	Autores
1.18	Jowitt & Xu 1990; Vairavamoorthy & Lumbers (1998)
0.5-2.5	Lambert (2001)

Se suelen utilizar valores altos de  $\alpha$  en las tuberías plásticas debido a que son propensas a las roturas de tipo longitudinal. (Giustolisi et al., 2008).

Según Lambert (2001), se puede decir que  $\beta$  se encuentra ligado al número de roturas por unidad de longitud de tubería, y  $\alpha$  depende del tipo de fuga.

Un problema a resolver para la modelación de fugas en EPANET sería el uso de la presión media de la tubería, ya que de hecho cada coeficiente emisor se asigna a cada nudo, y depende solo de la presión que hay en él, por lo que Iglesias-Rey et al. (2014) ha realizado una simplificación de la expresión de Germanopoulos encontrando que la siguiente equivalencia es válida para un cierto rango de caudales:

$$q_k \approx \frac{\beta_k l_k}{2^{\alpha_k}} (P_i + P_j)^{\alpha_k} \approx \frac{\beta_k l_k}{2} (P_i^{\alpha_k} + P_j^{\alpha_k}) \quad (24)$$

Lo que se quiere demostrar con ello, es que el binomio de la expresión puede ser equivalente dentro de ciertos valores, por lo que:

$$(P_i + P_j)^{\alpha_k} \approx (P_i^{\alpha_k} + P_j^{\alpha_k}) \quad (25)$$

Si ahora se reescribe la ecuación, obtenemos lo siguiente:



$$\left(1 + \frac{P_j}{P_i}\right)^{\alpha_k} \approx \left(1^{\alpha_k} + \frac{P_j^{\alpha_k}}{P_i^{\alpha_k}}\right) \quad (26)$$

Si  $x = \frac{P_j}{P_i}$ , entonces:

$$(1 + x)^{\alpha_k} \approx 1 + x^{\alpha_k} \quad (27)$$

En este caso, x simbolizaría la caída de presión en la tubería. Si ahora relacionamos los dos binomios de la siguiente forma:

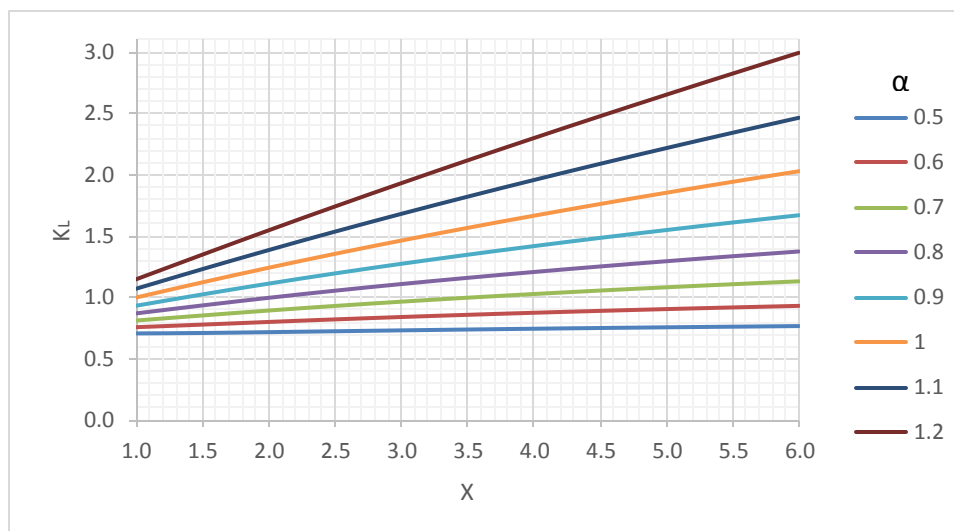
$$K_L = \frac{(1 + x)^{\alpha_k}}{1 + x^{\alpha_k}} \quad (28)$$

Con la intención de realizar una representación gráfica de  $K_L$  asignaremos valores a  $\alpha^k$  desde 0.5 a 1.2, en intervalos de 0.1 y a x desde 1 a 6 en intervalos de 0.5. En la tabla 4 se encuentra representada la variación de K para distintos valores de x y  $\alpha$ . De la misma forma, los valores de la tabla se han graficado en la figura 8.

**Tabla 4.** Valores de  $K_L$  para distintos  $\alpha$

x	Valores de $\alpha$							
	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	1.1	1.2
<b>1.00</b>	0.707	0.758	0.812	0.871	0.933	1.000	1.072	1.149
<b>1.50</b>	0.711	0.779	0.854	0.936	1.025	1.124	1.232	1.350
<b>2.00</b>	0.717	0.801	0.894	0.998	1.113	1.243	1.387	1.548
<b>2.50</b>	0.725	0.822	0.931	1.055	1.196	1.356	1.537	1.742
<b>3.00</b>	0.732	0.841	0.966	1.110	1.275	1.464	1.682	1.932
<b>3.50</b>	0.739	0.859	0.998	1.160	1.349	1.567	1.822	2.118
<b>4.00</b>	0.745	0.876	1.028	1.208	1.419	1.667	1.958	2.300
<b>4.50</b>	0.751	0.891	1.057	1.253	1.486	1.762	2.090	2.478

<b>5.00</b>	0.757	0.905	1.083	1.296	1.550	1.854	2.218	2.653
<b>5.50</b>	0.762	0.919	1.108	1.336	1.611	1.943	2.343	2.825
<b>6.00</b>	0.767	0.932	1.132	1.375	1.670	2.029	2.465	2.995



**Figura 8.** Representación de la caída de presión en una tubería.

Se puede ver que dependiendo del exponente  $\alpha$  y de la caída de presión, las diferencias pueden ser más apreciables (Figura 8), siendo mayores cuando  $\alpha$  y la caída de presión  $x$  son altos. Es importante considerar que caídas de presión de 6 veces en una tubería se dan en escasas ocasiones, por lo cual la relación establecida será válida dentro de un cierto rango de caudales y para ciertos valores de  $\alpha$ .

### 2.3. Uso de herramientas informáticas

Como se ha dicho antes, el software que se usará para la modelación y resolución del problema hidráulico de la red que se encuentre en análisis será EPANET 2.0, dentro del cual el modelo debe cumplir ciertos requisitos que permitan aplicar el método de optimización de Hooke & Jeeves el cual se profundizará más adelante

El presente texto no tiene como objetivo profundizar en las herramientas y utilidades que EPANET proporciona, para lo que debe usarse el manual del software en sí, sino más bien que se hará una descripción de las partes que interesan y sirven al desarrollo de la metodología en la obtención del mejor reparto entre fuentes de abastecimiento de una misa distribución de agua.

Una de las grandes ventajas asociadas a EPANET es su herramienta de programación TOOLKIT, la cual permite interactuar de una forma más avanzada con el software. Esto quiere decir que es posible programar y en su defecto automatizar los cálculos que se requieran en el modelo hidráulico; incluso se pueden potenciar las capacidades del programa convirtiéndolo en una herramienta de diseño, optimización, control, administración de información, lo que sin duda demuestra su gran utilidad.

La obtención de resultados se exportará a Excel a través de la herramienta OPEN EXCEL XML. (Office 2010)

### **2.3.1. Consideraciones en EPANET**

La demanda base de los nudos se variará a través del uso del factor de demanda. Como ya se mencionó anteriormente, el modelo es del tipo estático por lo cual no se asignan patrones de demanda a los nudos.

En caso de que se esté utilizando consumos dependientes de la presión, se pueden definir un valor del coeficiente emisor para cada nudo de demanda, según se considere en el modelo.

Como fuentes de abastecimiento o producción de agua de las que se sirve la red, tendremos dos tipos de elementos que las representarán: embalses y nudos. Estos dos elementos representan en sí mismos estaciones de bombeo o bombas cuya altura de bombeo equivale a la altura de la curva de consigna, cuya obtención se desarrollará más adelante.

Los *embalses* constarán de un solo dato que es la altura, para el caso que nos ocupa representa la altura de bombeo necesaria en el sistema para cumplir con las restricciones de mínima presión.

Los *nudos*, representados como fuentes de abastecimiento tendrán signo negativo en la demanda, lo que indica que es un punto a través del cual ingresa caudal. Adicionalmente se deberá contar con la información de sus respectivas cotas. Otro aspecto a tomar en cuenta es que en los nudos considerados como fuentes no se deben ingresar coeficientes emisores, ni patrones de demanda.

Dentro de las opciones hidráulicas de EPANET hay dos variables de decisión importantes que se tienen en cuenta dentro del proceso de cálculo del algoritmo. La primera es el factor de demanda, la cual nos permitirá definir los diferentes escenarios de simulación, en los cuales se obtendrán puntos de la curva de consigna permitiendo de esta forma realizar el análisis para obtener el mejor reparto entre las fuentes de abastecimiento.

La otra variable, es la del exponente emisor, la cual solo se variará en el caso en el cual se consideren consumos dependientes de la presión, de cualquier modo siempre conservará el valor por defecto que es de 0.5.

### **2.3.2. TOOLKIT (Módulo de Herramientas)**

Es una librería de enlace dinámico DLL (Dynamic Link Library) que contiene código que se ejecuta cuando lo solicita un programa por parte del sistema operativo y que permite personalizar EPANET. Aunque se puede usar a través de distintos lenguajes de programación C/C++, Delphi Pascal, o cualquier otro que permite el uso de funciones de una DLL, el lenguaje que ha usado por simplicidad es el Visual Basic, esto a través de Visual Studio 2010, el cual es un desarrollador de aplicaciones.

Adicionalmente se debe crear un módulo en Visual Studio denominado Epanet2.vb el cual contiene las funciones del TOOLKIT para poder realizar la programación.

Se usan funciones para abrir, calcular y cerrar el proceso de cálculo, que no serán explicadas en detalle, para lo cual se deberá recurrir al manual correspondiente. De forma general, las funciones de interés que están dentro del alcance del trabajo son:

- **Abrir y cerrar el módulo de herramientas.**- Se abre primero un fichero de entrada de EPANET, con extensión INP, una vez realizadas las simulaciones se debe cerrar el fichero para liberar la memoria. ENopen, para abrir el módulo de herramientas, así como el fichero de datos de entrada a EPANET y ENclose para cerrar ficheros y liberar memoria.
- **Recuperar y fijar los parámetros de la red.**- Son varias las funciones que se pueden utilizar para recuperar y fijar las características y modo de operación de la red en estudio. Todas las funciones que se usan para fijar parámetros empiezan con el prefijo ENset (Ej. ENsetnodevalue, ENsetoption) para fijar los parámetros del sistema que se desee. Si se desea recuperar información se debe usar el prefijo ENget (Ej. ENgetnodeindex, ENgetnodevalue). Los valores que pueden recuperarse o fijarse se describen en la siguiente tabla.

*Tabla 5. Comandos de TOOLKIT para los nudos y las líneas de EPANET*

Nudos		Líneas	
Comando	Recupera	Comando	Recupera
EN_DEMAND	Demanda	EN_FLOW	Caudal
EN_HEAD	Altura piezométrica	EN_VELOCITY	Velocidad del flujo
EN_PRESSURE	Presión	EN_HEADLOSS	Pérdida de carga
EN_QUALITY	Calidad del agua	EN_STATUS	Estado de la líneas

- **Ejecutar la simulación hidráulica.** Al momento de ejecutar la simulación hidráulica, se usará ENSolveH, siempre que se vaya a hacer un análisis completo en periodo extendido.

También se puede usar la secuencia de funciones ENopenH-ENinitH-ENrunH-ENnextH-ENcloseH para realizar la simulación hidráulica paso a paso y que es más conveniente al momento de realizar muchas ejecuciones de forma eficiente. (Rossman, 2000)

### 2.3.3. OPEN EXCEL XML

Una herramienta adicional que se utilizará para la presentación de los resultados es el generador de libros de Excel 2010 mediante el SDK de Open XML 2.0., de esta forma una vez que se hayan realizado los respectivos cálculos, se presentarán los resultados en un archivo con extensión xls.

El formato de Open XML, está orientado a aplicaciones de Office, en este caso Excel. Para explicar de forma general su funcionamiento, se deben conocer que las hojas de Excel tienen información en XML (eXtensible Markup Language-‘Lenguaje de marcas extensible’) que les permite representar las hojas de cálculo de las que se conforman.

De forma muy general, la manipulación de archivos Open XML se puede resumir en los siguientes pasos:

1. Abrir/crear un paquete Open XML
2. Abrir/crear las partes del paquete
3. Analizar el XML de las partes que debe manipular
4. Manipular el XML a su conveniencia.
5. Guardar la parte
6. Volver a empaquetar el documento.

Crear archivos Open XML requiere de un conocimiento profundo de programación, además de manejar detalles de formato que son necesarios expresar en una hoja Excel. Sin embargo, una forma de evitar esta necesidad es mediante el uso de la aplicación Open XML SDK 2.0, en la cual se pueden manejar archivos Open XML con formato.

Se trata entonces de generar simplemente un informe a partir de una plantilla creada en Excel con un determinado formato, en la cual se actualizarán los valores de los resultados, cada vez que se ejecute el algoritmo de optimización a través del TOOLKIT de EPANET.

El proceso que se realiza mediante Open XML SDK 2.0 es el siguiente:

1. Se crea una copia del archivo que servirá como plantilla.
2. Se le asigna un nombre
3. Se abre el nuevo archivo para su edición.
4. Modifica los valores de las celdas de la hoja de cálculo
5. Guarda los cambios y cierra el documento.

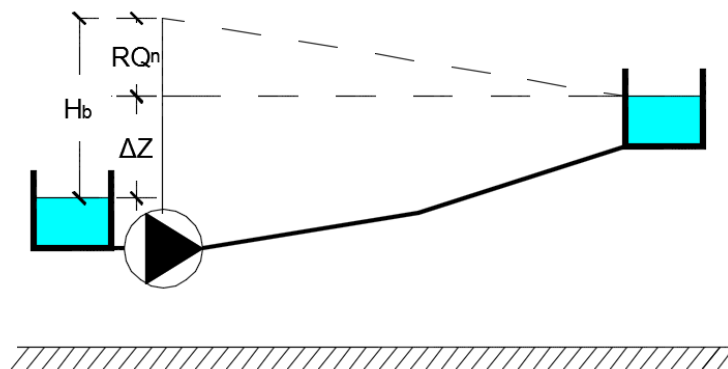
Una descripción más profunda de su uso se pueden encontrar en la referencia Office (2010).

## **2.4. Caracterización de la curva resistente (curva del sistema) y la curva de consigna**

Durante la redacción del estado del arte, muchas son las referencias que hablan sobre la necesidad de la obtención de la curva del sistema, o curva resistente del sistema, como herramienta hacia la obtención de una correcta política de bombeo. Sin embargo, no se ha encontrado una definición clara de lo que es una curva resistente. Por otra parte, siendo que el presente trabajo de investigación involucra el uso de la curva de consigna de un sistema como marco teórico referencial para encontrar los esquemas de producción más adecuados de las diferentes fuentes de suministro que puedan estar presentes dentro de una red de distribución, es necesario abordar estos dos conceptos y diferenciarlos de forma que se puedan evitar confusiones sobre el tema, por lo que a continuación se procederá a desarrollar de la forma más clara posible la conceptualización de estos de estos dos elementos: curva del sistema (curva resistente) y curva de consigna.

### 2.4.1. Curva resistente (curva del sistema)

La curva resistente de un sistema es aquella que se forma como resultado de representar la altura de presión necesaria en cabecera (fuente de suministro, estación de bombeo) para entregar un determinado caudal en un punto, o puntos de demanda, venciendo las pérdidas de energía necesarias para que el flujo pueda ponerse en movimiento. En una red real, la distribución espacial de los puntos de demanda puede ser muy variada, de tal forma que cada vez que cambie la configuración de la demanda en la red y por ende la forma en la que el agua recorre la red de distribución también cambiará la curva de resistente, es decir, se puede tener un número  $n$  de curvas resistentes en un mismo sistema. Evidentemente si se cuenta con un modelo hidráulico de la red lo suficientemente realista, el cual posea datos sobre los consumos de caudal, se podrán fabricar curvas resistentes para la demanda mínima, media y máxima de la red, que son las curvas del sistema que se suelen usar para optimizar el funcionamiento de los sistemas de bombeo.



**Figura 9.** Esquema de una aducción por bombeo

En el caso de un sistema simple como el que se muestra en la figura 9, donde se muestran dos depósitos A y B, de forma general, se tiene que la altura de bombeo se puede representar mediante la siguiente expresión:

$$H_b = \Delta z + RQ^n \quad ( 29 )$$



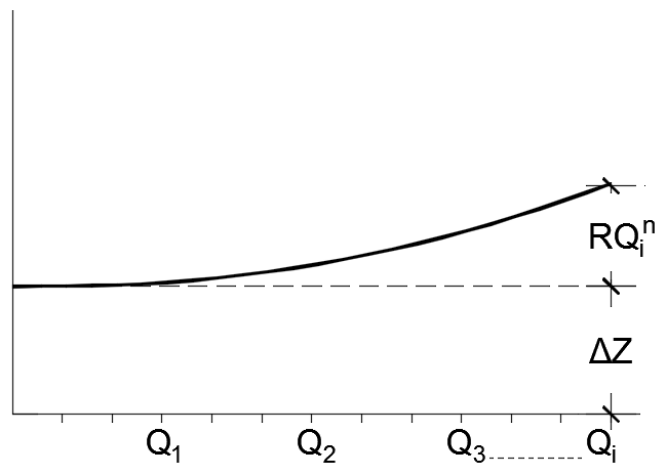
$$R = \frac{8fL}{\pi^2 D^5 g} \quad (30)$$

$H_b$  Es la altura de bombeo.

$\Delta z$  Es el desnivel entre depósitos.

R Es el factor resistente de la línea de tubería. Depende de los elementos de la ecuación de pérdidas que involucra de forma directa las características físicas del sistema (rugosidad, fricción- $f$ , longitud- $L$ , diámetro- $D$ , radio hidráulico, pendiente, gravedad- $g$ ). Se asumirá constante, siendo  $n$  el exponente de la ecuación de pérdidas que se asume igual a 2 (puede estar entre 1 y 2), por tanto esta vendría a ser la curva resistente del sistema.

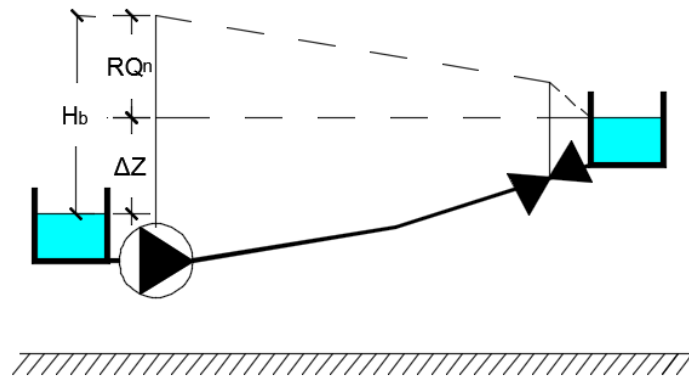
Al tener el sistema una única configuración, la curva resistente sería única, y estaría representada por la figura 10.



**Figura 10.** Curva resistente del sistema de la figura 9.

En la realidad, en una red de distribución tenemos consumos que son dependientes de la presión, esto quiere decir, que a una mayor presión el caudal inyectado aumenta, y viceversa. Introduciremos ahora una válvula antes del depósito (Figura 11), lo cual nos permitirá

acercarnos al funcionamiento de una red de abastecimiento y representar de cierta forma un grifo por el cual un usuario obtiene un determinado caudal.



**Figura 11.** Esquema de una aducción por bombeo con válvula

Esto creará una pérdida de presión adicional ( $\Delta H$ ) que deberá ser vencida antes de entregar el caudal demandado, y que estará dada por:

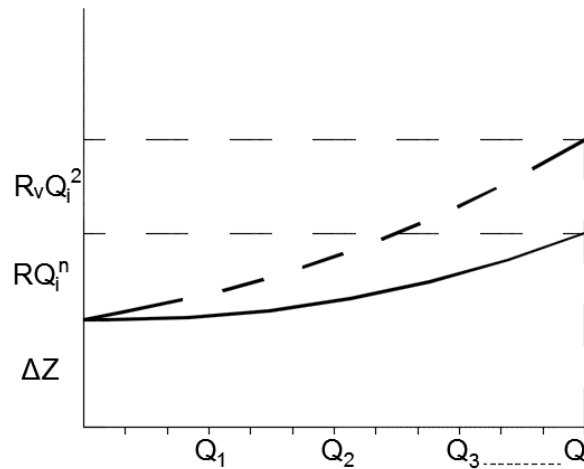
$$\Delta H = R_v Q^2 \quad (31)$$

$R_v$  Representa la resistencia generada en la válvula, y que puede variar dependiendo del comportamiento de la demanda por parte de los usuarios, en cuanto a requerimientos de caudal y presión se refiere.

Si reescribimos la ecuación del sistema, considerando un valor de  $n$  de 2, esta quedaría de la siguiente forma:

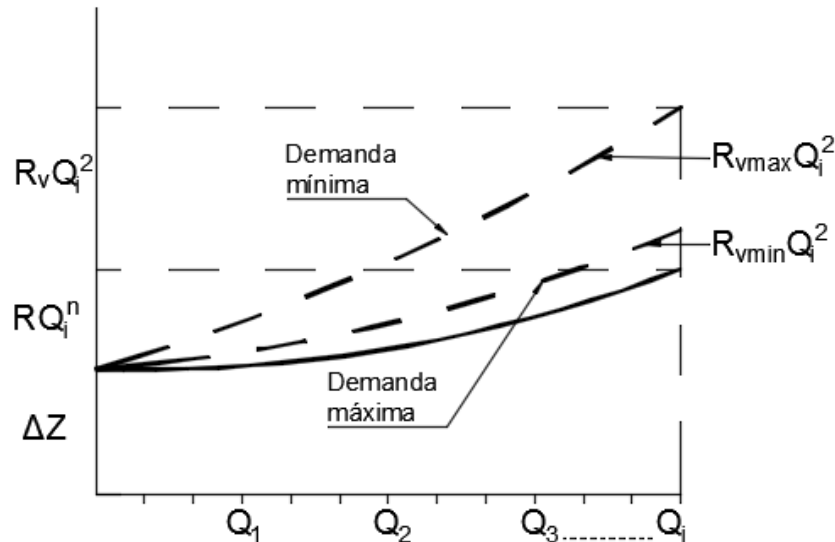
$$H_b = \Delta z + RQ^2 + R_v Q^2 \quad (32)$$

De esta forma, la curva resistente del sistema con una válvula, quedará representado mediante la Figura 12.



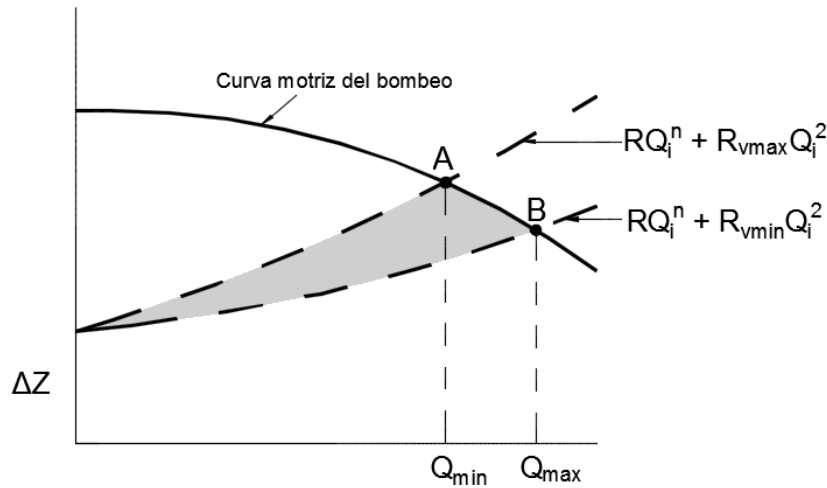
**Figura 12.** Curva resistente del sistema por bombeo con válvula vs sistema sin válvula

Vale la pena recalcar, que cuanto mayor es el caudal demandado, mayor es la importancia del término resistente de la válvula frente al término resistente por pérdidas de la tubería, y al ser más pronunciada la curva el caudal demandado se podrá entregar únicamente mientras exista la energía suficiente en cabecera para vencer las pérdidas impuesta en el sistema. Si la demanda aumenta y no existe la energía suficiente, los usuarios tenderán a reducir la resistencia del sistema en los elementos administrados por ellos, es decir mediante la regulación de las válvulas (grifos), reduciendo así la pendiente de la curva. No obstante siempre habrá un término resistente. Se puede concluir entonces que asociado al funcionamiento de una red siempre habrá una curva de máxima resistencia (mínima demanda) y de menor resistencia (máxima demanda), tal y como se muestra en la figura 13. No obstante, no hay que olvidar que si no existiese el segundo término resistente generado por las válvulas, la curva siempre tendría la forma que se presenta en la figura 10.



**Figura 13.** Curvas resistentes máxima y mínima

Si introdujésemos ahora la curva motriz del sistema de bombeo, podríamos definir el rango de operación del mismo, que según como se muestra en la figura 14, iría desde el punto A hasta el B. Es así que un sistema puede tener  $n$  curvas resistentes dependiendo de la configuración del sistema y del comportamiento de los usuarios frente a las demandas. Es comprensible que con el tiempo, y como resultado del cambio del patrón de demandas, ampliaciones del sistema, envejecimiento de la infraestructura, y muchos otros factores, el rango de operación definido por las curvas del sistema cambiará, lo cual conlleva sin duda a una reevaluación periódica del sistema, ratificando así la necesidad de contar con un modelo hidráulico confiable que permita predecir el comportamiento de la red. Evidentemente, una red mallada es mucho más compleja al sistema presentado y no se ha pretendido allanar el tema en profundidad, sino más bien dar una visión general y comprensible de lo que son las curvas de consigna del sistema.



**Figura 14.** Rango de operación del sistema de bombeo, con respecto a las demandas del sistema

#### 2.4.2. Curva de consigna

La curva de consigna se puede definir como una curva teórica de la red, que indica la mínima energía necesaria proporcionada como altura de presión que debe existir en cabecera (depósito, estación de bombeo), para que el sistema cumpla con las restricciones de presión impuestas en todos los nudos de demanda. Se puede interpretar a la curva de consigna como la curva motriz ideal del sistema, representada por las variables de altura de presión en función del caudal, para que empleando la mínima energía se cumplan las restricciones de presión de la red.

Si asumimos que la presión mínima es equivalente al término resistente generado por la válvula, el último punto de la curva de consigna que puede ser satisfecho estará dado por la intersección entre la curva motriz del sistema (bombeo o depósito) y la curva resistente para la demanda máxima. A partir de ahí sabemos que para un menor caudal se requiere una menor energía, no obstante sabemos las curvas motrices proporcionadas por un sistema de bombeo o por un depósito no funcionan así, por ende tenemos un exceso de energía, y por ende un sistema con un rendimiento deficiente. Partiendo del esquema de la figura 11 y poniendo lo anteriormente dicho en términos de una ecuación se obtendría que, la restricción

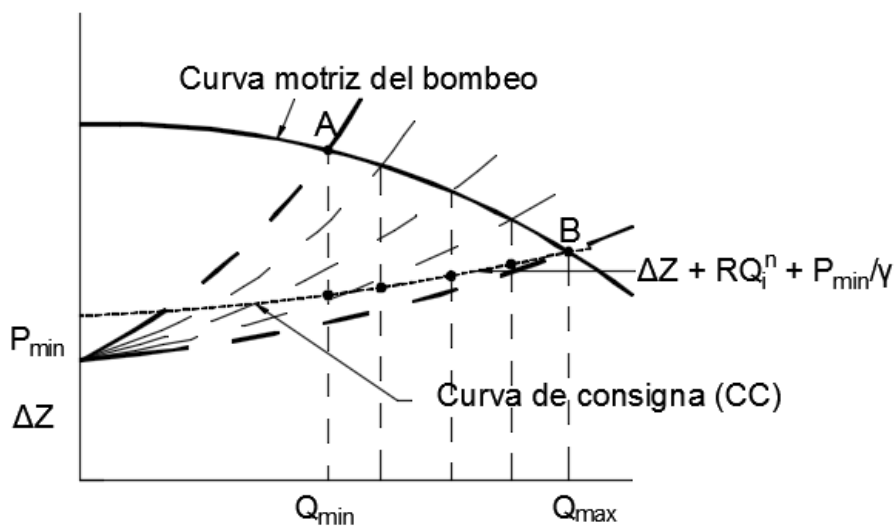
de presión o presión mínima estaría dada por la mínima resistencia que debe tener la válvula para un caudal  $i$ , en este caso el valor sería fijo y estaría impuesto por las condiciones de servicio:

$$\frac{P_{min}}{\gamma} = R_v Q_i^2 \quad (33)$$

Si reformulamos la ecuación del sistema de la figura 11, esta quedaría de la siguiente manera:

$$H_{bi} = \Delta z + R Q_i^2 + \frac{P_{min}}{\gamma} \quad (34)$$

Si ahora representamos gráficamente la curva de consigna frente a las curvas resistentes del sistema del mismo ejemplo anterior, obtendremos lo siguiente:



**Figura 15.** Obtención de la curva de consigna.

Se puede recalcar que en la figura 15, el punto B es la intersección de las tres curvas: motriz, resistente y de consigna. Se puede ver que debido a las características de la curva de consigna (CC), esta se constituye como una herramienta muy útil de regulación a la que se debería tratar de ajustar la curva motriz del sistema. Si añadimos además a la gráfica la curva de la figura 10,

que representa el sistema de la figura 9, en donde no existe el término resistente generado por la válvula, se puede observar que la curva de consigna y la curva resistente son paralelas tal como se muestra en la figura 16, con lo cual se cumple que para la curva de consigna existe la menor resistencia de la red de distribución.

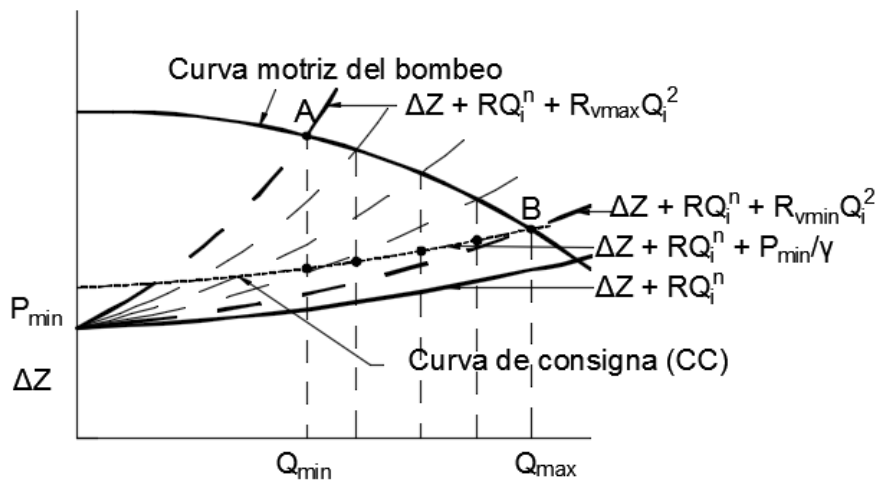


Figura 16. Curvas del sistema: motriz, resistente, de consigna.

Vale recalcar que el rendimiento del sistema será tanto mayor cuanto más próxima esté la curva motriz de la curva de consigna.

## 2.5. Semejanzas y diferencias entre la curva resistente y la curva de consigna.

Considerando la confusión que suele causar el uso de estas curvas, se ha creído conveniente insistir nuevamente sobre los puntos que asemejan y diferencian cada curva.

En cuanto a sus semejanzas podemos resumir lo siguiente:

- Ambas curvas representan la altura y el caudal necesarios en la red de distribución, para que el flujo llegue a todos los puntos de consumo.
- Ninguna de las curvas depende del sistema de bombeo, sino que dependen de las características de la red.

- La obtención de los dos tipos de curvas requiere de contar con un modelo hidráulico que represente adecuadamente la realidad del sistema.

Como principales diferencias tenemos que:

- Pueden existir  $n$  curvas del sistema dependiendo del comportamiento de la demanda por parte de los usuarios, las cuales siempre estarán entre el rango comprendido por la demanda máxima y mínima de la red, mientras que solo existe una curva de consigna, la cual no variará mientras no cambien las características físicas del sistema.
- Al ser variables las curvas del sistema, no son las más adecuadas para la optimización de los sistemas de bombeo, ya que el rendimiento del sistema nunca será el óptimo. Por el contrario, al ser de cierta forma la curva de consigna la que menor resistencia genera en el sistema conforme a las restricciones de presión del mismo, es óptima para el mejoramiento de las políticas de bombeo.



### 3. Metodología para la determinación de curvas de consigna

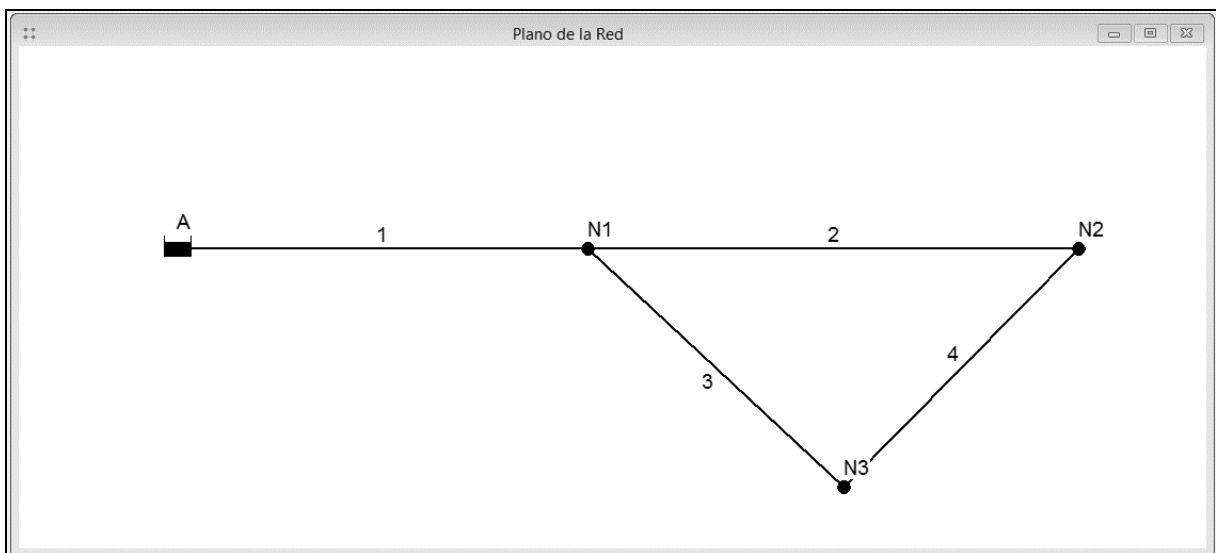
Siempre que se conozca el reparto de caudales por medio del cual se abastece la red de suministro de agua, las curvas de consigna de los distintos puntos de cabecera se pueden obtener de forma relativamente fácil, tomando en consideración si los consumos son dependientes o no de la presión, así como el número de fuentes de abastecimiento.

#### 3.1. Sin consumos dependientes de la presión.

##### 3.1.1. Para 1 fuente.

##### 3.1.1.1. *Ejemplo de cálculo 1.*

Al considerarse la CC importante dentro de la investigación que atañe al presente trabajo, se hace necesario detallar el procedimiento que se puede seguir para la obtención de la misma. Para ello partiremos de una red mallada con una fuente de abastecimiento (A), tal como la que se muestra en la figura 17. El cálculo hidráulico se realizará usando EPANET. Los caudales usados no son dependientes de la presión, es decir son fijos.



**Figura 17.** Red ejemplo 1

Los nudos y las líneas de tubería se detallan en las siguientes tablas:

**Tabla 6.** Características de los nudos de la Red ejemplo 1

ID_Nudo	Cota (m)	Caudal (L/s)
<b>A</b>	130	-
<b>N1</b>	82	55
<b>N2</b>	82	55
<b>N3</b>	82	55

**Tabla 7.** Características de las líneas de la Red ejemplo 1

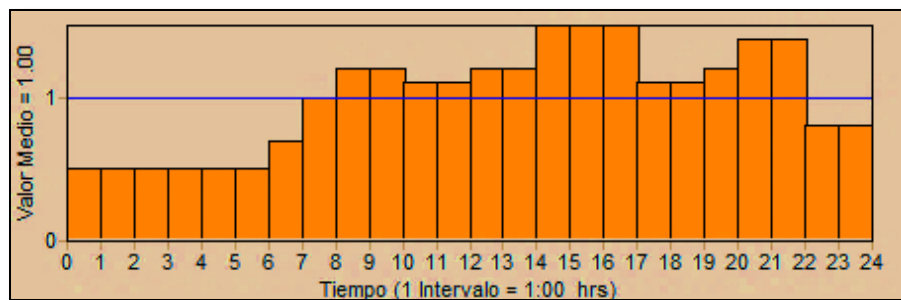
ID_Línea	Nudo Inicial	Nudo Final	L (m)	D (mm)	Rugosidad (mm)
<b>1</b>	A	N1	3000	450	0.1
<b>2</b>	N1	N2	5000	200	0.1
<b>3</b>	N1	N3	1000	350	0.1
<b>4</b>	N3	N4	5000	250	0.1

Contamos además con un único patrón de demanda que está asociado a los tres nudos de la red. El patrón de demanda se ha definido para un periodo de 24 horas en intervalos de una hora, tal y como se muestra en la tabla a continuación.

**Tabla 8.** Patrón de demanda de los nudos de la red.

Tiempo	Factor	Tiempo	Factor
1:00	0.5	13:00	1.2
2:00	0.5	14:00	1.2
3:00	0.5	15:00	1.5

4:00	0.5	16:00	1.5
5:00	0.5	17:00	1.5
6:00	0.5	18:00	1.1
7:00	0.7	19:00	1.1
8:00	1	20:00	1.2
9:00	1.2	21:00	1.4
10:00	1.2	22:00	1.4
11:00	1.1	23:00	0.8
12:00	1.1	0:00	0.8



**Figura 18.** Patrón de demanda de la red del ejemplo 1

Del patrón de consumo, se puede deducir que el mínimo caudal demandado corresponde a 0.5 del caudal medio, siendo el caudal medio de 165 L/s, el caudal mínimo requerido será de 62.5 L/s. Por otra parte la demanda máxima será de 1.5 veces el caudal medio, es decir, de 247.5 L/s. Por lo tanto el rango de caudales requerido para la red se encontrará entre esos dos valores, no obstante, siendo el objetivo la obtención de la curva de consigna de tipo didáctico, se procederá a obtener la curva de consigna para todo el rango de caudales que van desde (0.1 a 1.5) del caudal medio, en intervalos de 0.1.

Para comenzar con la obtención de la curva de consigna, es necesario asignar al depósito una altura de partida, la cual representa la energía necesaria para vencer las pérdidas del sistema y poder entregar el caudal demandado con una cierta presión, en este caso la altura dada al

depósito A ( $H_A$ ), será de 130 m. Fijaremos las restricciones de presión para una presión mínima de 35 mca. Para poder abarcar todo el rango de caudales deseado un camino a seguir, es obviar el uso del patrón de demanda en los nudos de la red, es decir, el análisis será de tipo estático modificando para ello solamente el factor de demanda (FD), empezando por 0.1. Otra forma de hacerlo sería el realizar un análisis en periodo extendido fabricando un patrón de demanda para  $n$  escenarios o intervalos de tiempo, que abarque el rango de caudales deseado, y que luego se asignará a los nudos de la red.

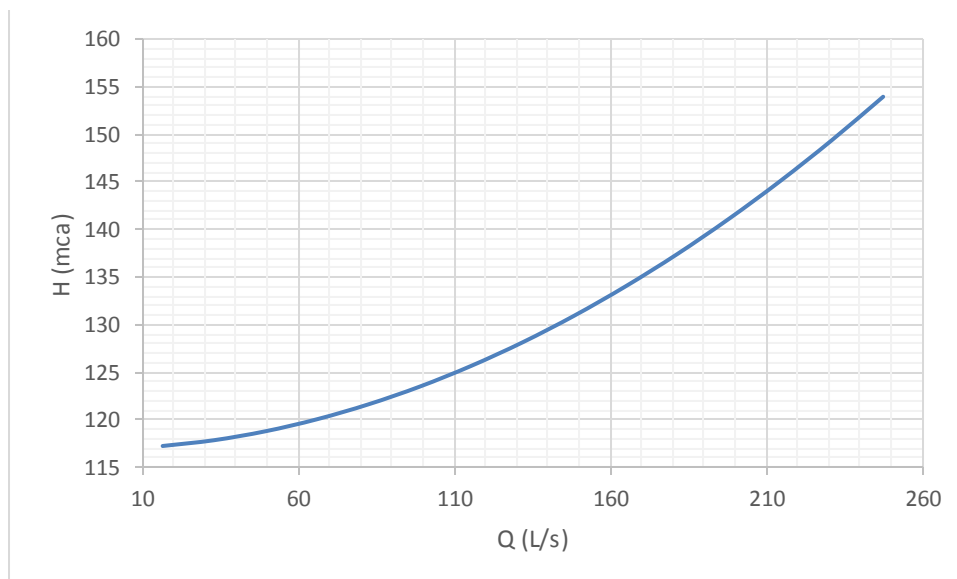
Una vez que se tiene el modelo hidráulico preparado se ejecuta el análisis, obteniendo de esta manera las presiones con las que llega el caudal a cada nudo de demanda. Los resultados de las presiones (nudos N1, N2, N3) obtenidas para cada factor de demanda se presentan en la tabla 9. Posteriormente, se determina la presión mínima ( $P_{min}$ ) a la vez que se evalúa el nudo crítico de la red, que en este caso es el Nudo N2, no obstante, no hay que olvidar que el nudo crítico puede variar en función del caudal demandado. Se estima luego el déficit o exceso de presión ( $\Delta P$ ) en dicho nudo, respecto de la presión mínima requerida ( $P_{min} = 35$  mca), bajo la premisa de que una vez que el nudo crítico cumpla con las restricciones de presión, entonces el resto de nudos también cumplirán. El valor que se obtiene del cálculo del déficit o excedencia se resta o suma a la altura inicial colocada en el depósito, de esta forma obtendremos la altura de presión necesaria en cabecera ( $H_{consigna}$ ) para que en el nudo crítico exista la solicitud mínima de presión.

**Tabla 9.** Obtención de la curva de consigna de la red ejemplo 1, con consumos no dependientes de la presión

Depósito			PRESIÓN EN LOS NUDOS						
Escenario (j)	$H_A$ (m)	FD	$Q_{inyectado}$ (L/s)	N1 (mca)	N2 (mca)	N3 (mca)	$P_{mín}$ (m)	$\Delta P$	$H_{consigna}$ (m)
1	130	0.1	16.5	47.92	47.75	47.89	47.75	-12.75	117.25
2	130	0.2	33.0	47.72	47.14	47.61	47.14	-12.14	117.86
3	130	0.3	49.5	47.4	46.20	47.18	46.2	-11.2	118.8
4	130	0.4	66.0	46.98	44.94	46.6	44.94	-9.94	120.06

5	130	0.5	82.5	46.45	43.37	45.88	43.37	-8.37	121.63
6	130	0.6	99.0	45.81	41.5	45.01	41.5	-6.5	123.5
7	130	0.7	115.5	45.07	39.32	44	39.32	-4.32	125.68
8	130	0.8	132.0	44.22	36.84	42.84	36.84	-1.84	128.16
9	130	0.9	148.5	43.27	34.05	41.55	34.05	0.95	130.95
10	130	1.0	165.0	42.21	30.96	40.11	30.96	4.04	134.04
11	130	1.1	181.5	41.05	27.58	38.53	27.58	7.42	137.42
12	130	1.2	198.0	39.79	23.89	36.81	23.89	11.11	141.11
13	130	1.3	214.5	38.42	19.91	34.95	19.91	15.09	145.09
14	130	1.4	231.0	36.95	15.63	32.95	15.63	19.37	149.37
15	130	1.5	247.5	35.37	11.05	30.8	11.05	23.95	153.95

Si realizamos ahora la representación gráfica de la altura de consigna ( $H_{consigna}$ ) vs el caudal inyectado a la red ( $Q_{inyectado}$ ), se obtendrá la curva de consigna que se muestra en la figura 19.



**Figura 19.** Curva de consigna de la red Ejemplo 1

Es importante mencionar que en el ejemplo la altura de consigna ( $H_{consigna}$ ) representa la altura piezométrica que debe haber en cabecera, no obstante, si se conoce la cota ( $H_{cot}$ ) de cabecera se puede calcular la altura de presión  $P_{cab}$  que debe haber en cabecera restando dicho valor, de tal forma que:

$$HP_{cab} = H_{consigna} - H_{cot} \quad (35)$$

De esta manera la Curva de Consigna estará dada por la representación de  $HP_{cab}$  y Q.

Siempre que se cuente con un modelo hidráulico fiable, el proceso para la obtención de la curva de consigna se puede resumir en los siguientes pasos (Iglesias Rey et al., 2007):

1. Asignar una altura cualquiera al depósito de cabecera ( $H_{Cab}$ ) con la cual se empezarán a realizar los cálculos.
2. Asignar al caudal a los N nudos de demanda según el escenario j a ser analizado, de tal forma que la sumatoria de cada uno de ellos ( $Q_i$ ) dé como resultado el caudal total demandado para ese escenario ( $QTD_j$ ). Entiéndase por escenario, los distintos valores que puede tomar la demanda total de la red para un intervalo de tiempo definido.

$$QTD_j = \sum_{i=1}^N Q_i(j) \quad (36)$$

3. Determinar el nudo crítico de la red para cada uno de los escenarios (j) analizados, es decir el que tenga la mínima presión ( $P_{j,MIN}$ ).

$$P_{j,MIN} = \min(P_i); i = 1, \dots, N \quad (37)$$

4. Calcular la necesidad o exceso de carga ( $\Delta H_j$ ) del nudo crítico en el escenario correspondiente ( $P_{j,MIN}$ ) respecto de la restricción mínima de presión requerida por la red ( $p_{k,min}$ ).

$$\Delta H_j = p_{k,min} - P_{j,MIN} \quad (38)$$

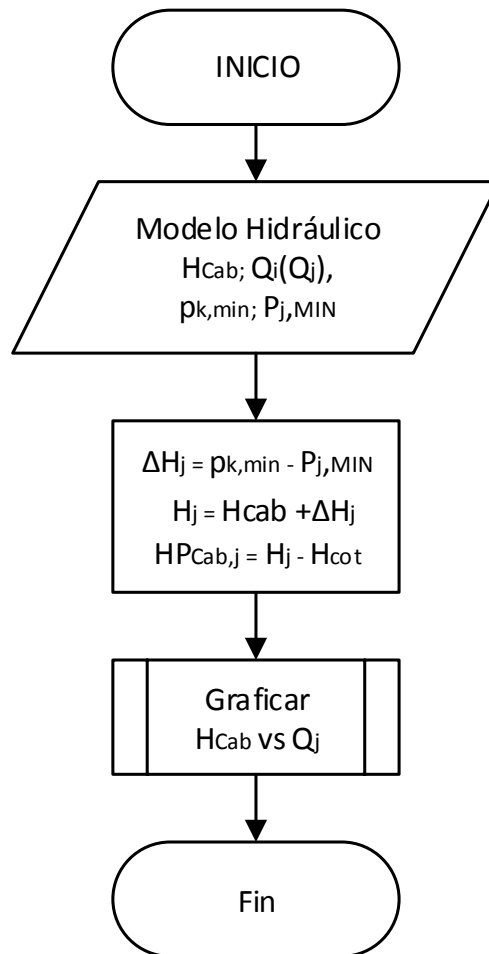
5. Si los nudos de consumo no son dependientes de la presión, entonces la altura de consigna para cada escenario ( $H_j$ ) se obtendrá directamente de corregir la altura asignada al depósito.

$$H_j = H_{Cab} + \Delta H_j = H_{Cab} + (p_{k,min} - P_{j,MIN}) \quad (39)$$

6. Si se conoce la cota de cabecera ( $H_{cot}$ ) se obtendrá para cada escenario  $j$  la altura de presión en cabecera, la cual se convertirá en la altura de consigna a representar.

$$HP_{Cab,j} = H_j - H_{cot} \quad (40)$$

Si por el contrario, los nudos son dependientes de la presión, el proceso se vuelve iterativo hasta que la corrección sea mínima o nula. El proceso indicado, solo es de utilidad cuando tenemos una fuente de abastecimiento, cuando el número de fuentes es mayor, el proceso tiene algunas variaciones que se explicarán detalladamente en la sección de metodología para la obtención de la curva de consigna con más de una fuente de abastecimiento. El procedimiento se puede resumir en el siguiente flujograma (Figura 20):



**Figura 20.** Flujograma para la obtención de la curva de consigna para una red de distribución con una fuente de suministro, con consumos no dependientes de la presión.

### 3.1.2. Para más de una fuente.

Pese a que el procedimiento es bastante similar al realizado para la obtención de la curva de consigna con una sola fuente de abastecimiento, el problema a resolver se traduce en que ahora se tiene más de un nudo que influirá en los caudales y la presión de la red de distribución. El procedimiento a seguir se basa en el hecho de que en el modelo hidráulico los nudos pueden ser de demanda o de presión. Sin embargo un nudo también puede ser representado como fuente de caudal cuando el consumo tiene signo negativo, por lo que solo una fuente se representará como embalse, el resto se representarán como nudos. A



continuación se realizará una descripción de los pasos a seguir para la obtención de la curva de consigna en caso de contar con más de una fuente, cuya aplicación solo se podrá seguir una vez se cuente con un modelo hidráulico con las características explicadas anteriormente en la sección de EPANET.

1. De la misma forma que se hizo anteriormente, se asigna una altura cualquiera al depósito de cabecera ( $H_{Cab}$ ), las otras fuentes de abastecimiento que deben estar localizadas en el modelo deben tener su cota correspondiente.
2. Así mismo, se asignan los caudales a los nudos de consumo ( $Q_i$ ) de tal forma que su sumatoria de como resultado el caudal total demandado por la red ( $QTD_j$ ) para el escenario a ser analizado (Ecuación 36).
3. Una vez definida la demanda total, y establecido el escenario de análisis, se procede a fijar los caudales ( $Qf_n$ ) abastecidos por las demás fuentes de suministro, en función del número de fuentes (Nf) y las condiciones de servicio del sistema, de tal forma que la sumatoria de los mismos sea igual al caudal demandado por los nudos de consumo para el escenario de análisis  $j$ .

$$Qf_n = -x_n QTD_j \quad (41)$$

$n = 1 \dots Nf-1$  (Nf, número de fuentes)

$j = 1 \dots Ne$  (Ne, número total de escenarios considerados)

Donde  $-x_n$  es la proporción fija del caudal total demandado por la red a ser abastecido por la fuente  $n$ . Su signo negativo indica que se trata de una inyección de caudal. Como no puede ser de otra manera, la sumatoria del reparto de caudal de todas las fuentes completará el cien por ciento de la demanda total de la red.

$$Q_j = \sum_{n=1}^{Nf-1} Qf_n + Q_{cab} \quad (42)$$

Para evitar confusiones entre las fuentes representadas como nudos y el depósito, llamaremos al caudal proveniente del depósito  $Q_{cab}$

4. Se procede ahora a la determinación del nudo crítico de la red ( $P_{j,MIN}$ ) para cada el escenario en análisis.
5. Igual que se hizo en el procedimiento anterior, se calcula la necesidad o excedencia de carga  $\Delta H_j$  del nudo crítico, respecto de la sollicitación de presión mínima requerida (Ecuación 37).
6. Para corregir la altura de consigna asumida inicialmente en cada una de las fuentes, bastará con corregir únicamente la altura del depósito, sumándole el valor obtenido en el ítem anterior, tomando siempre en cuenta que los consumos no sean dependientes de la presión (Ecuación 38). Luego de esto se procederá a realizar un nuevo análisis y a obtener las alturas de presión de cada una de las fuentes; sin embargo, se puede corregir directamente la altura de presión de cada fuente realizando además la suma de la necesidad, o la resta de la excedencia de presión del nudo crítico, según corresponda a las alturas de presión obtenidas en el análisis para cada una de las fuentes de suministro ( $Pf_{n,j}$ ), en cada escenario.

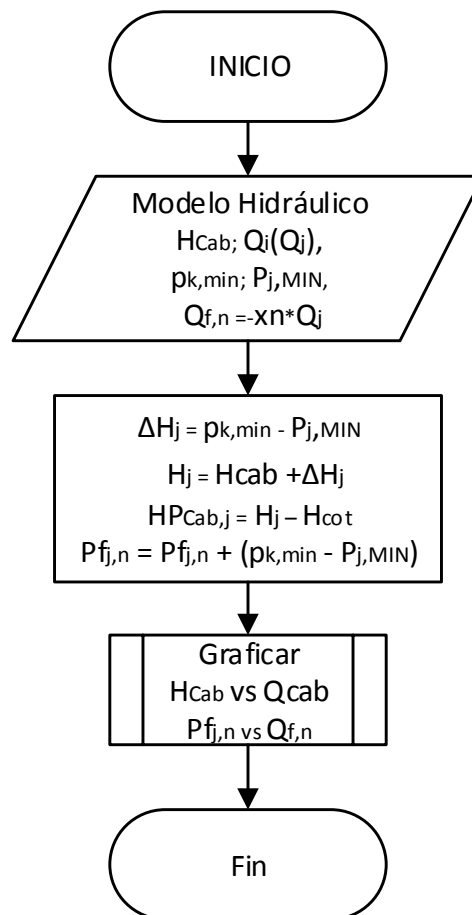
$$Pf_{n,j} = Pf_{n,j} + (p_{k,min} - P_{j,MIN}) \quad (43)$$

$$n = 1, \dots, Nf-1$$

7. Una vez realizada la corrección de cada una de las fuentes, la curva de consigna estará dada tanto por la altura de presión obtenida para cada fuente de abastecimiento, así como por el caudal repartido por la misma en cada escenario. Igual que se explicó

anteriormente, al hablar de altura de presión, se debe restar la altura geométrica a la altura piezométrica del depósito. Finalmente, la curva de consigna del depósito estará dada por las variables  $HP_{Cab,j}$  vs  $Q_{Cab}$  mientras que la curva de cada una de las fuentes restantes se obtendrá de las variables  $Pf_{n,j}$  vs  $Qf_{n,j}$ .

El flujograma de este proceso se representa a continuación (Figura 21):



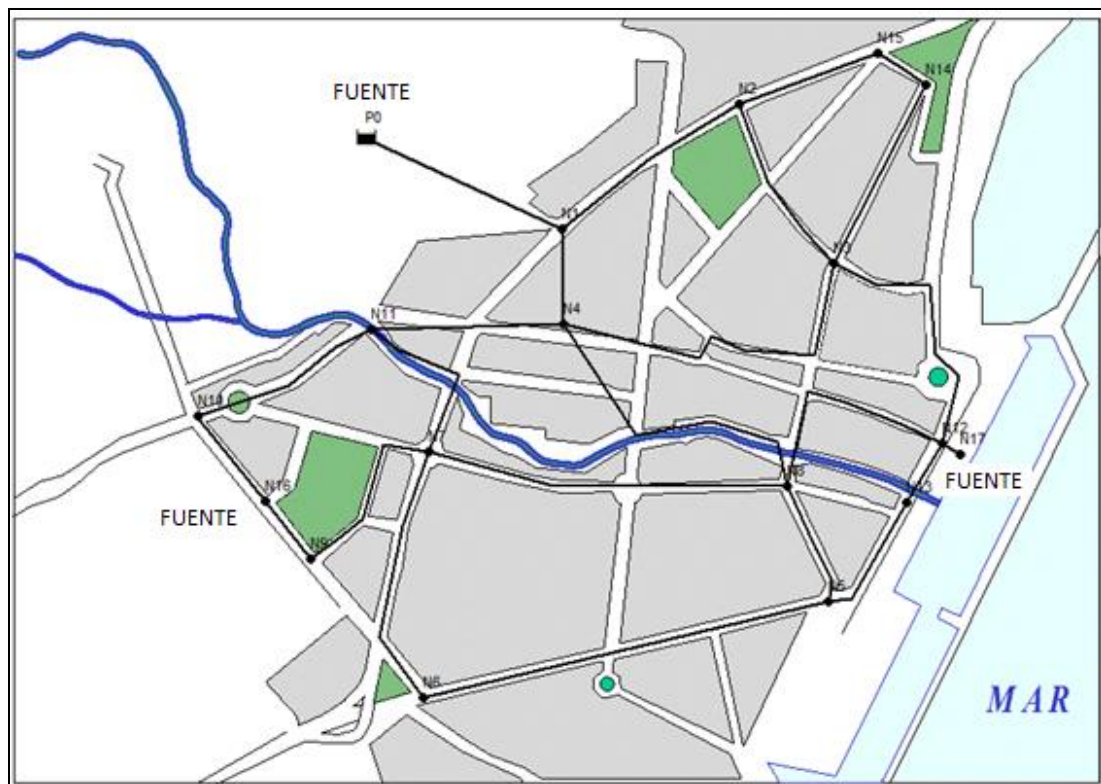
**Figura 21.** Flujograma para la obtención de la curva de consigna para una red de distribución con más de una fuente de suministro, con consumos no dependientes de la presión.

**3.1.2.1. Ejemplo de cálculo 2, para la obtención de una curva de consigna para más de una fuente de abastecimiento.**

Para poner en práctica el procedimiento señalado en el apartado anterior, se procederá a utilizar una pequeña red modelada en EPANET (Figura 22). En este caso las fuentes de abastecimiento serán tres, y estarán representadas de la siguiente forma:

1. Primera fuente de abastecimiento: Depósito P0.
2. Segunda fuente de abastecimiento: Nudo N16.
3. Tercera fuente de abastecimiento: Nudo N17.

La presión mínima de servicio ( $p_{k,min}$ ) será de 45 mca, las pérdidas se calcularán a través de la fórmula de Darcy-Weisbach, la rugosidad se asumirá de 0.1.



**Figura 22.** Red Ejemplo 2

Las características de los nudos y de las líneas de la red se especifican en la tabla 10 y tabla 11 respectivamente. La rugosidad de todas las tuberías es de 0.1 mm

*Tabla 10. Características de los nudos de la red ejemplo 2.*

ID_Nudo	Cota (m)	Caudal (L/s)	ID_Nudo	Cota (m)	Caudal (L/s)
<b>N1</b>	8	5	<b>N10</b>	7	5
<b>N2</b>	8	4	<b>N11</b>	7	10
<b>N3</b>	5	3	<b>N12</b>	5	5
<b>N4</b>	8	4	<b>N13</b>	4	2
<b>N5</b>	4	3	<b>N14</b>	3	10
<b>N6</b>	2	8	<b>N15</b>	3	15
<b>N7</b>	5	7	<b>N16</b>	4	-
<b>N8</b>	6	10	<b>N17</b>	0	-
<b>N9</b>	2	9	<b>P0</b>	8	-

*Tabla 11. Características de las líneas de la red ejemplo 2.*

ID_Línea	Nudo Inicial	Nudo Final	L (m)	D (mm)
<b>1</b>	N1	N2	200	150
<b>2</b>	N2	N3	150	100
<b>3</b>	N3	N4	150	100
<b>4</b>	N4	N1	200	200
<b>5</b>	N5	N6	200	60
<b>6</b>	N7	N8	400	80
<b>7</b>	N6	N7	300	60
<b>8</b>	N8	N5	300	80
<b>9</b>	N8	N4	250	150
<b>10</b>	N7	N9	300	100



<b>11</b>	N10	N11	300	100
<b>12</b>	N9	N16	125	100
<b>13</b>	N11	N7	300	80
<b>14</b>	N11	N4	250	150
<b>15</b>	N8	N12	250	80
<b>16</b>	N5	N13	100	60
<b>17</b>	N3	N12	98	60
<b>18</b>	N3	N14	300	80
<b>19</b>	N14	N15	500	80
<b>20</b>	N2	N15	400	100
<b>21</b>	N1	P0	1500	250
<b>22</b>	N16	N10	125	100
<b>23</b>	N12	N13	52	60
<b>24</b>	N17	N12	1	2000

Una vez que se cuenta con el modelo, y se han asignado los caudales a los nudos de consumo, podemos determinar el caudal medio diario demandado por la red ( $Q_j$ ), que en este caso será de 100 l/s. En la tabla correspondiente a los datos de los nudos, se podrá observar que los únicos nudos que no tienen demanda son aquellos considerados como fuentes de suministro.

Las tres fuentes de suministro de las que consta el presente ejercicio tendrán el siguiente reparto:

- Depósito  $P0 = 40\% \times QTD_j$ .
- Nudo  $N16 = 25\% \times QTD_j$ .
- Nudo  $N17 = 35\% \times QTD_j$ .

Una vez fijado el reparto, se analizarán diez escenarios en los cuales el factor de demanda de la red estará dentro del rango (0.15-1.5) en incrementos de 0.15, donde 1.5 sería la demanda máxima que se espera de la red.

Para evitar el tener que calcular el caudal a asignar a cada nudo en cada escenario, se asignará la demanda base directamente a los nudos de la red, de esta forma, solo será necesario modificar el factor de demanda en las opciones hidráulicas de EPANET, de tal manera que el primer factor será de 0.15, esto quiere decir que la demanda total de la red en el primer escenario será de 15 l/s.

Es necesario ahora calcular el reparto de caudal que será abastecido desde cada fuente, en este primer escenario, por lo que del porcentaje fijado anteriormente para cada fuente resulta lo siguiente:

- Depósito  $P0 = 40\% \times 15 \text{ l/s} = 6 \text{ l/s}$
- Nudo  $N16 = 25\% \times 15 \text{ l/s} = 3.75 \text{ l/s}$
- Nudo  $N17 = 35\% \times 15 \text{ l/s} = 5.25 \text{ l/s}$

Para asignar este caudal a los nudos fuente, solo se necesita colocar signo negativo a los caudales de las demandas de los nudos, modelándose de esta forma el nudo como una fuente de suministro. Es importante mencionar, que si no se estuviese modificando el factor de demanda (FD) en EPANET, se deberían asignar a los nudos N16 y N17 los valores calculados, no obstante, el FD afecta también la inyección de las fuentes, por lo que los valores que se asignan son los resultantes de dividir el caudal a asignar a la fuente para el factor

No se ha asignado el caudal de inyección al depósito, debido a que este siempre proveerá el caudal restante demandado por la red y que no sea inyectado a través de ningún nudo. Como en el procedimiento de una fuente, se le asigna una altura inicial al depósito, que en este caso será de 50 m, sin olvidar que su cota topográfica es de 8 m. Es necesario ahora, ejecutar el

análisis del modelo con la finalidad de determinar el nudo crítico de la red, en este caso será el nudo N2. (Tabla 12)

*Tabla 12. Determinación del nudo crítico de la red*

ID Nudo	Demanda	Presión
	l/s	m
Conexión N1	0.75	41.89
Conexión N2	0.6	41.85
Conexión N3	0.45	44.85
Conexión N4	0.6	41.88
Conexión N5	0.45	45.87
Conexión N6	1.2	47.55
Conexión N7	1.05	44.82
Conexión N8	1.5	43.88
Conexión N9	1.35	47.88
Conexión N10	0.75	42.93
Conexión N11	1.5	42.87
Conexión N12	0.75	45.43
Conexión N13	0.3	46.17
Conexión N14	1.5	46.39
Conexión N15	2.25	46.4
Conexión N16	-3.75	46
Conexión N17	-5.25	50.43
Embalse P0	-6	0

Si seguimos el procedimiento del apartado anterior tendremos lo siguiente:

$$\Delta H_j = p_{k,min} - P_{j,MIN}$$



$$\Delta H_1 = 45 - 41.85 = 3.15 \text{ m}$$

Por tanto, la nueva altura del depósito será la siguiente:

$$H_j = H_{Cab} + \Delta H_j = H_{Cab} + (p_{k,min} - P_{j,MIN})$$

$$H_1 = 50 + 3.15 = 53.15 \text{ m}$$

La altura de presión en las fuentes se puede calcular de forma directa usando las expresiones indicadas:

$$Pf_{j,Nf} = Pf_{j,Nf} + (p_{k,min} - P_{j,MIN})$$

$$Pf_{1,N16} = 46 + 3.15 = 49.15 \text{ m}$$

$$Pf_{1,N17} = 50.43 + 3.15 = 53.58 \text{ m}$$

Para comprobarlo, podemos cambiar la altura del depósito en EPANET, y realizar nuevamente el análisis de presiones, (Tabla 13).

**Tabla 13.** Comprobación de la obtención de la presión mínima en el nudo crítico

ID Nudo	Demanda	Presión
	l/s	m
<b>Conexión N1</b>	0.75	45.04
<b>Conexión N2</b>	0.6	45
<b>Conexión N3</b>	0.45	48
<b>Conexión N4</b>	0.6	45.03
<b>Conexión N5</b>	0.45	49.02
<b>Conexión N6</b>	1.2	50.7
<b>Conexión N7</b>	1.05	47.97
<b>Conexión N8</b>	1.5	47.03
<b>Conexión N9</b>	1.35	51.03

<b>Conexión N10</b>	0.75	46.08
<b>Conexión N11</b>	1.5	46.02
<b>Conexión N12</b>	0.75	48.58
<b>Conexión N13</b>	0.3	49.32
<b>Conexión N14</b>	1.5	49.54
<b>Conexión N15</b>	2.25	49.55
<b>Conexión N16</b>	-3.75	49.15
<b>Conexión N17</b>	-5.25	53.58
<b>Embalse P0</b>	-6	0

Se puede notar que los valores provenientes de los resultados de EPANET coinciden con los calculados, y esta vez el nudo crítico (N2), cumple con la presión mínima requerida de 45 mca. Finalmente, en este primer escenario los primeros puntos obtenidos de las tres curvas de consigna son:

- Del depósito P0

$$HP_{Cab,j} = H_j - H_{cot}$$

$$HP_{Cab,1} = 53.15 - 8 = 65.15 \text{ m}$$

$$Q_{Cab} = -6 \text{ l/s}$$

- De la fuente N16

$$Pf_{1,N16} = 49.15 \text{ m vs } Q_{f,N16} = -3.75 \text{ l/s}$$

- De la fuente N17

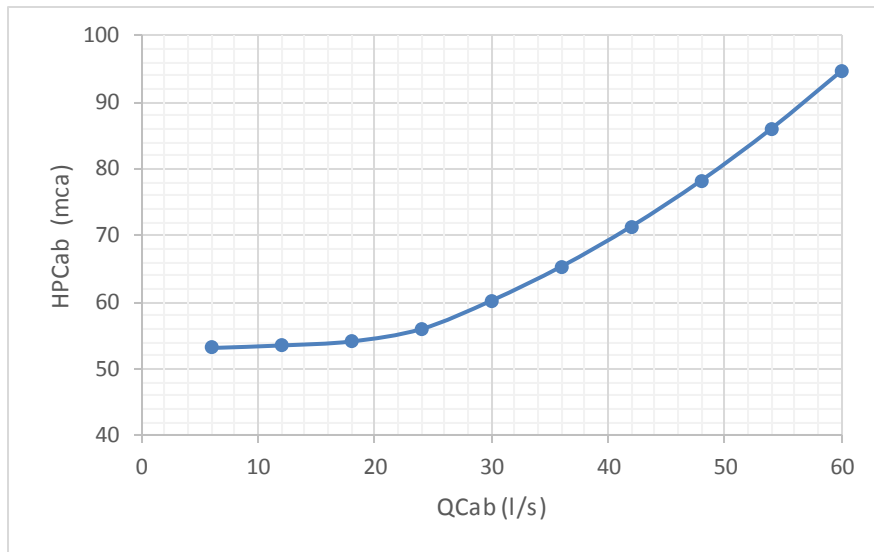
$$Pf_{1,N17} = 53.58 \text{ m vs } Q_{f,N17} = -5.25 \text{ l/s}$$

Si realizamos el mismo procedimiento para todos los escenarios, obtendremos los resultados que se muestran en la tabla 14.

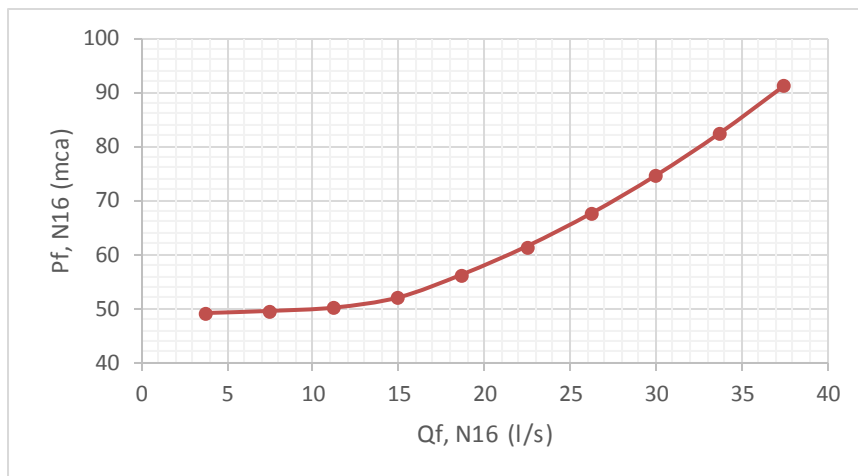
**Tabla 14.** Puntos para las curvas de consigna de las tres fuentes de la red: P0, N16, N17. (Con consumos no dependientes de la presión)

j	FD	CC P0				CC N16		CC N17	
		Qj (l/s)	Pmin (m)	HPCab (mca)	Qcab (l/s)	PfN16 (mca)	Qf,N16 (l/s)	PfN17 (mca)	Qf,N17 (l/s)
1	0.15	15	41.85	53.15	-6	49.15	-3.75	53.58	-5.25
2	0.3	30	41.47	53.53	-12	49.54	-7.5	55.11	-10.5
3	0.45	45	40.87	54.13	-18	50.16	-11.25	57.58	-15.75
4	0.6	60	39.01	55.99	-24	52.05	-15	62.02	-21
5	0.75	75	34.76	60.24	-30	56.35	-18.75	69.55	-26.25
6	0.9	90	29.64	65.36	-36	61.53	-22.5	78.67	-31.5
7	1.05	105	23.63	71.37	-42	67.62	-26.25	89.38	-36.75
8	1.2	120	16.74	78.26	-48	74.6	-30	101.68	-42
9	1.35	135	8.98	86.02	-54	82.47	-33.75	115.57	-47.25
10	1.5	150	0.34	94.66	-60	91.23	-37.5	131.03	-52.5

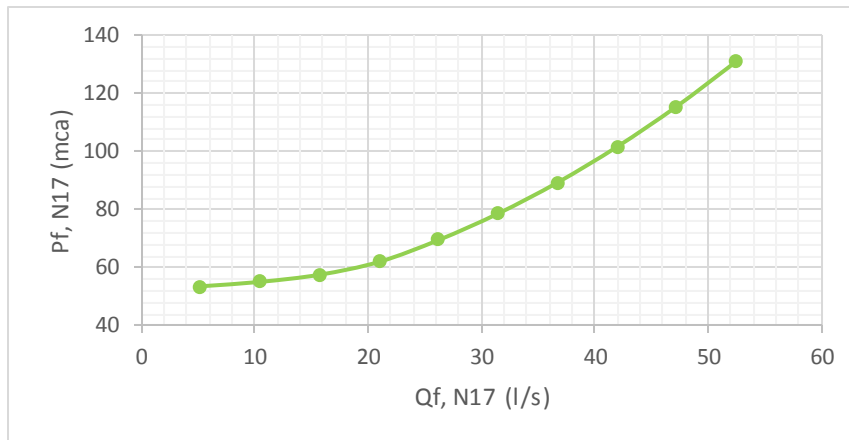
Las gráficas de las curvas de consigna, se presentan a continuación (Figura 23, 24 y 25):



**Figura 23.** Curva de consigna de la fuente P0, consumos no dependientes de la presión



**Figura 24.** Curva de consigna de la fuente N16, consumos no dependientes de la presión



**Figura 25.** Curva de consigna de la fuente N17, consumos no dependientes de la presión

## 3.2. Con consumos dependientes de la presión.

### 3.2.1. Para 1 fuente.

Si se tuviese consumos dependientes de la presión, es decir, si en la modelación utilizáramos coeficientes emisores, el procedimiento sería bastante similar, con la única diferencia que sería necesario ajustar varias veces más la altura del depósito, ya que cada vez que la ajustáramos cambiaría el caudal demandado y por ende la presión, cayendo por lo tanto en un proceso iterativo, que finaliza cuando el nudo crítico cumple con la restricción de presión. Esto se debe realizar para cada escenario de carga.

Con la intención de clarificar cualquier duda que se pudiese presentar en la inclusión de los pasos referidos en el párrafo anterior, se procederá a describir los pasos a seguirse:

1. Asignar la altura de cabecera ( $H_{Cab}$ ).
2. Asignar los caudales ( $Q_i$ ) a los nudos de la red para el escenario  $j$ , y calcular el caudal demandado por la red ( $QTD_j$ ). (Ecuación 36)
3. Determinar la presión en el nudo crítico ( $P_{j,MIN}$ ).
4. Calcular la necesidad o exceso de carga del nudo crítico ( $\Delta H_j$ ).
5. Se calcula ahora la corrección a realizarse en la altura del depósito ( $H_j$ ).

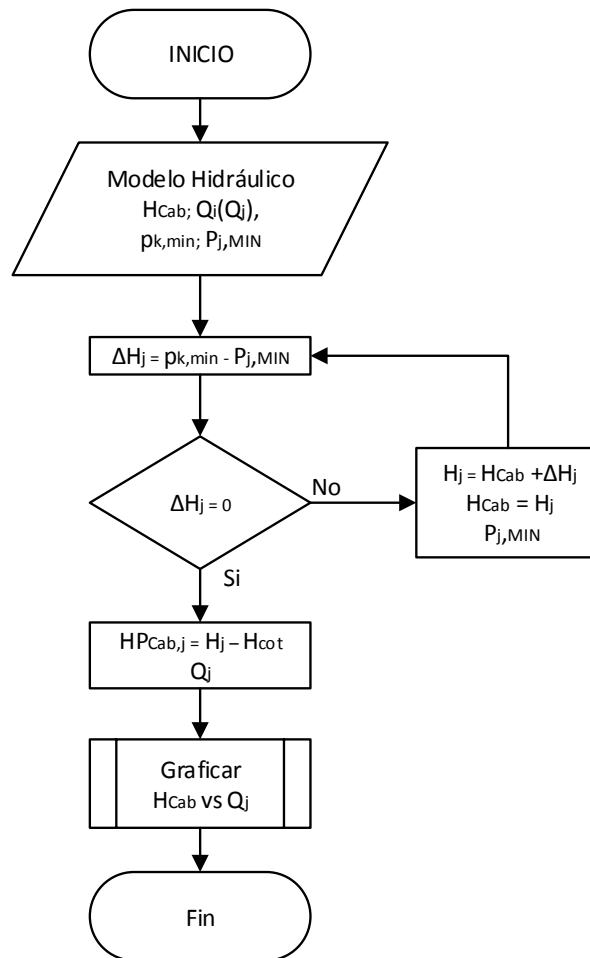
6. Al tener consumos dependientes de la presión, comienza un proceso iterativo, por el cual se asume la altura en cabecera como la altura calculada en el paso anterior, de forma que:

$$H_{Cab} \approx H_j \quad (44)$$

Se repite entonces el procedimiento desde el punto 1, no obstante al ejecutarse el paso 2, no es necesario asignar los caudales a los nudos nuevamente, sino que simplemente se debe recalcular el caudal total demandado por la red, ya que al cambiar la altura de presión cambiará el caudal demandado. El procedimiento se repite hasta que la corrección dada por la necesidad o exceso de carga del nudo crítico sea cero, o un valor muy cercano según la precisión que se desee lograr. No hay que olvidar que el proceso iterativo se da para cada escenario en análisis.

7. Antes de pasar a otro escenario se calcula la altura de presión en cabecera ( $HP_{Cab,j}$ ), a la cual corresponderá el caudal demandado por la red ( $Q_j$ ) para el escenario j, en análisis.

Si añadimos los pasos adicionales al flujograma presentado anteriormente, se obtiene lo siguiente (Figura 26):

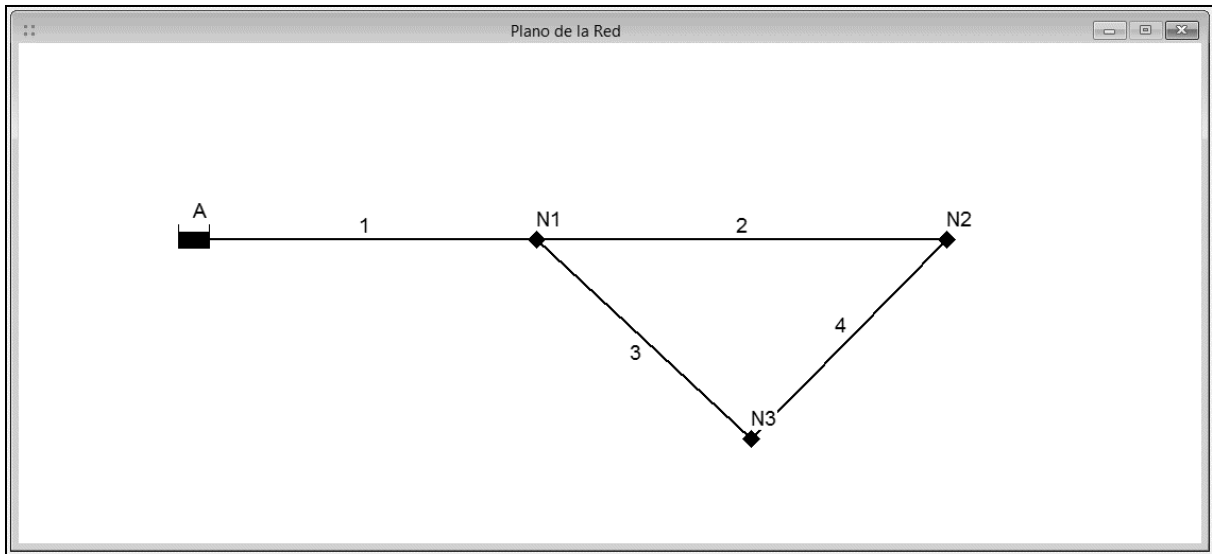


**Figura 26.** Flujograma para la obtención de la curva de consigna para una red de distribución con una fuente de suministro, con consumos dependientes de la presión.

### 3.2.1.1. Ejemplo de cálculo 3

Si continuamos con el ejemplo utilizado para encontrar la curva de consigna de una red con una fuente y con consumos fijos, incluiremos dos nuevos valores que se asumirán para considerar consumos dependientes de la presión. El primero corresponde al coeficiente emisor que se asignará a todos los nudos de la red con un valor de 0.8, el segundo será el valor del exponente emisor, el cual tiene un valor de 0.5.

Una vez que se han asignado los coeficientes emisores, EPANET representa los nudos como superficies cuadradas (Figura 27), en lugar de las superficies circulares que indican los consumos fijos.



*Figura 27. Red ejemplo 1, con consumos dependientes de la presión*

Una vez que se ha preparado el modelo, tomando como la altura inicial del depósito igual al ejemplo 1 de 130 mca, y una presión mínima de 35 mca, se procede a realizar el análisis de la red, para cada escenario, obteniendo los resultados que se muestran en la tabla 15 que se presenta a continuación.



**Tabla 15.** Cálculo de la curva de consigna de la Red ejemplo 1, con consumos dependientes de la presión

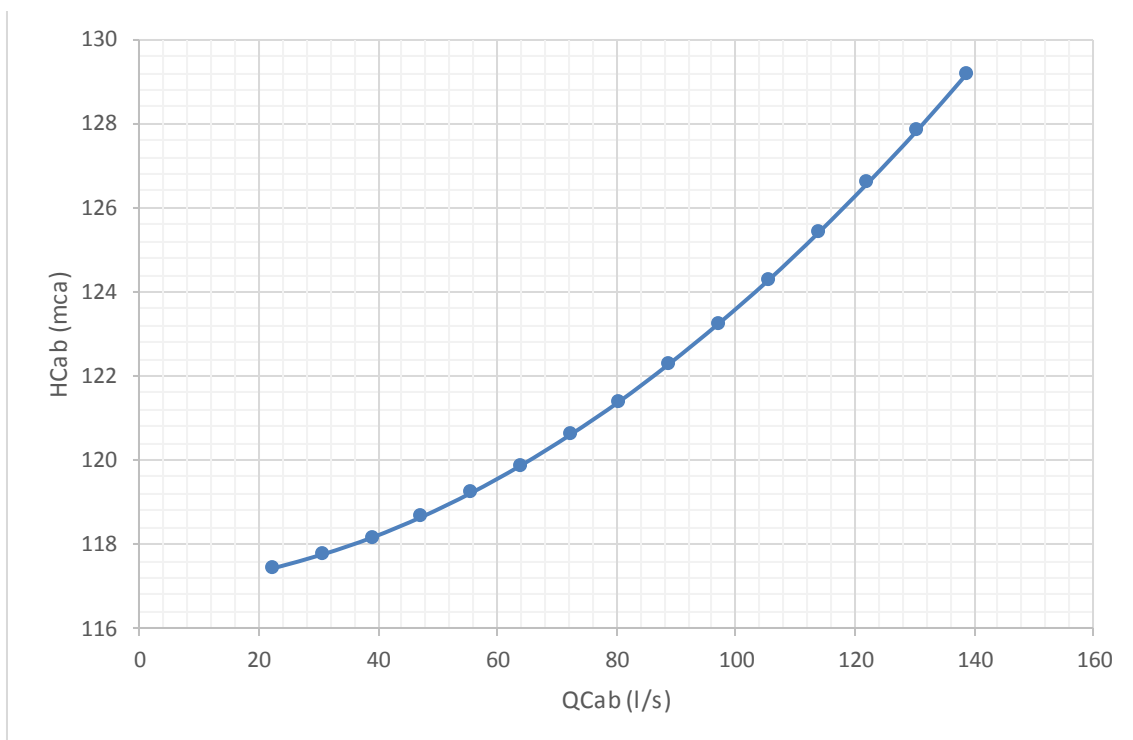
Escenario	Dep. A	PRESIÓN EN LOS NUDOS							H consigna A (m)
	H (m)	FD	Q real inyec. (L/s)	N1 (mca)	N2 (mca)	N3 (mca)	Pmín (m)	$\Delta P$	
1	130.00	0.1	24.82	47.83	47.49	47.77	47.49	-12.49	117.51
	117.51		22.5	35.37	35.08	35.32	35.08	-0.08	117.43
	117.43		22.48	35.29	35.00	35.24	35.00	0	117.43
2	130.00	0.2	33.04	47.72	47.14	47.61	47.14	-12.14	117.86
	117.86		30.78	35.61	35.1	35.52	35.1	-0.1	117.76
	117.76		30.76	35.51	35.00	35.42	35.00	0	117.76
3	130.00	0.3	41.24	47.57	46.71	47.42	46.71	-11.71	118.29
	118.29		39.07	35.89	35.12	35.75	35.12	-0.12	118.17
	118.17		39.04	35.78	35.01	35.64	35.01	-0.01	118.16
	118.16		39.04	35.77	35.00	35.63	35.00	0	118.16
4	130.00	0.4	49.44	47.4	46.21	47.18	46.21	-11.21	118.79
	118.79		47.36	36.24	35.14	36.04	35.14	-0.14	118.65
	118.65		47.33	36.1	35.00	35.9	35.00	0	118.65
5	130.00	0.5	57.63	47.21	45.63	46.91	45.63	-10.63	119.37
	119.37		55.66	36.63	35.15	36.35	35.15	-0.15	119.22
	119.22		55.63	36.48	35.00	36.2	35.00	0	119.22
6	130.00	0.6	65.81	46.98	44.97	46.61	44.97	-9.97	120.03
	120.03		63.96	37.07	35.16	36.71	35.16	-0.16	119.87
	119.87		63.93	36.91	35.00	36.55	35.00	0	119.87
7	130.00	0.7	73.98	46.73	44.24	46.27	44.24	-9.24	120.76



	120.76		72.27	37.55	35.16	37.11	35.16	-0.16	120.6
	120.6		72.24	37.39	35.00	36.95	35.00	0	120.6
8	130.00	0.8	82.14	46.46	43.43	45.9	43.43	-8.43	121.57
	121.57		80.58	38.08	35.16	37.54	35.16	-0.16	121.41
	121.41		80.55	37.92	35.01	37.38	35.01	-0.01	121.4
	121.40		80.55	37.91	35.00	37.37	35.00	0	121.4
9	130.00	0.9	90.3	46.16	42.55	45.49	42.55	-7.55	122.45
	122.45		88.9	38.66	35.16	38.01	35.16	-0.16	122.29
	122.29		88.87	38.5	35.00	37.85	35.00	0	122.29
10	130.00	1.0	98.44	45.83	41.6	45.04	41.6	-6.6	123.4
	123.40		97.22	39.28	35.15	38.51	35.15	-0.15	123.25
	123.25		97.19	39.13	35.00	38.36	35.00	0	123.25
11	130.00	1.1	106.58	45.48	40.58	44.56	40.58	-5.58	124.42
	124.42		105.55	39.95	35.13	39.05	35.13	-0.13	124.29
	124.29		105.52	39.82	35.01	38.92	35.01	-0.01	124.28
	124.28		105.52	39.81	35.00	38.91	35.00	0	124.28
12	130.00	1.2	114.71	45.1	39.48	44.05	39.48	-4.48	125.52
	125.52		113.88	40.66	35.12	39.63	35.12	-0.12	125.4
	125.40		113.86	40.55	35.00	39.51	35.00	0	125.4
13	130.00	1.3	122.83	44.7	38.32	43.51	38.32	-3.32	126.68
	126.68		122.21	41.41	35.09	40.23	35.09	-0.09	126.59
	126.59		122.19	41.33	35.00	40.14	35.00	0	126.59
14	130.00	1.4	130.94	44.28	37.08	42.93	37.08	-2.08	127.92
	127.92		130.55	42.22	35.06	40.87	35.06	-0.06	127.86
	127.86		130.54	42.16	35.01	40.82	35.01	-0.01	127.85
	127.85		130.54	42.15	35.00	40.81	35.00	0	127.85

15	130	1.5	139.04	43.83	35.78	42.31	35.78	-0.78	129.22
	129.22		138.89	43.05	35.02	41.54	35.02	-0.02	129.2
	129.2		138.89	43.03	35.00	41.52	35.00	0	129.2

Si se toma los datos de altura y caudal podremos graficar la curva de consigna del depósito A como se muestra en la figura 28.



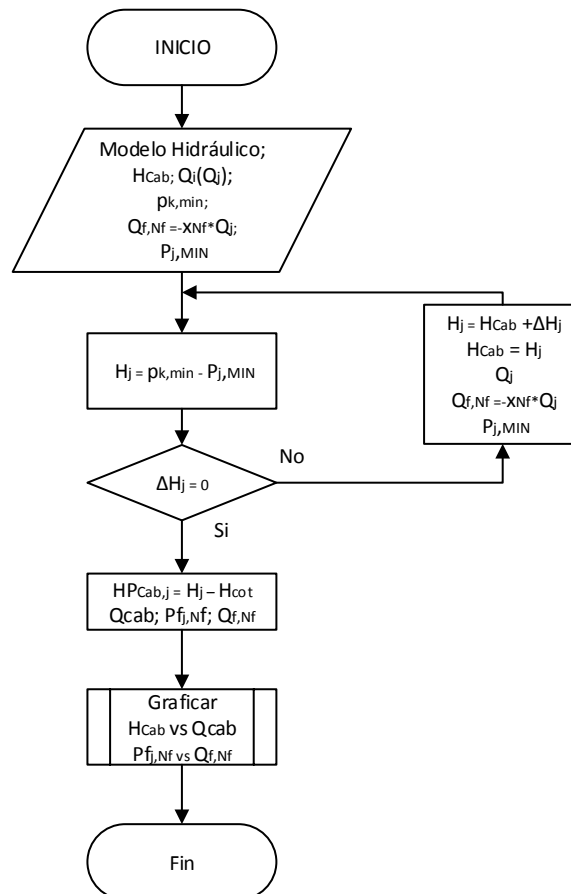
**Figura 28.** Curva de consigna de la red Ejemplo 1, con consumos dependientes de la presión

### 3.2.2. Para más de una fuente.

Cuando se tiene consumos dependientes de la presión en redes en donde existe más de una fuente de abastecimiento el procedimiento resulta bastante similar al de una fuente, con la diferencia de que el reparto debe repetirse en cada iteración en función del cálculo del caudal total demandado por la red. Esto se podrá entender de mejor manera a través de los siguientes pasos:

1. Se introduce la altura de cabecera ( $H_{Cab}$ ).
2. Se asignan los caudales a los nudos ( $Q_i$ ) y se determina la demanda total de la red ( $Q_j$ ) para el escenario j.
3. Se procede a fijar el reparto de caudales ( $Q_{f,Nf}$ ) para todas las fuentes (Nf).
4. Se determina la presión en el nudo crítico. ( $P_{j,MIN}$ ).
5. Se calcula el déficit o excedencia de carga en el nudo crítico ( $\Delta H_j$ ).
6. Como se indicó ya en el procedimiento para consumos no dependientes de la presión, pese a que se cuenta con más de una fuente, se realiza la corrección de carga solo en la fuente simbolizada por un depósito ( $H_j$ ), ya que la otra vendrá dada.
7. Como parte del proceso iterativo que supone el usar consumos dependientes de la presión, se asume la altura del depósito, la que se obtuvo en el paso anterior (Ecuación 44).
8. Al cambiar la altura en cabecera, es necesario realizar nuevamente el reparto de caudales, por lo que se debe calcular el nuevo caudal demandado por la red, de tal forma que se pueda conocer el caudal suministrado por cada fuente ( $Q_{f,Nf}; Q_{Cab}$ ). Se debe tener en cuenta que el reparto de caudal en las fuentes se tomará como un porcentaje fijo del caudal total demandado por la red. El proceso iterativo del escenario j terminará cuando la presión en el nudo crítico sea igual a la presión de referencia mínima que debe prestar la red, de tal forma que el déficit o excedencia de carga sea cero.
9. Los datos representativos de la curva de consigna estarán dados en el caso del depósito, por la altura de presión ( $HP_{Cab,j}$ ) y el caudal suministrado ( $Q_{Cab}$ ), en tanto que el resto de fuentes se representarán por la presión en el nudo ( $P_{f_j,Nf}$ ) y el caudal de reparto para dicha fuente ( $Q_{f,Nf}$ ). La curva tendrá tantos puntos como escenarios (j) se analicen.

El flujograma del proceso es el siguiente:



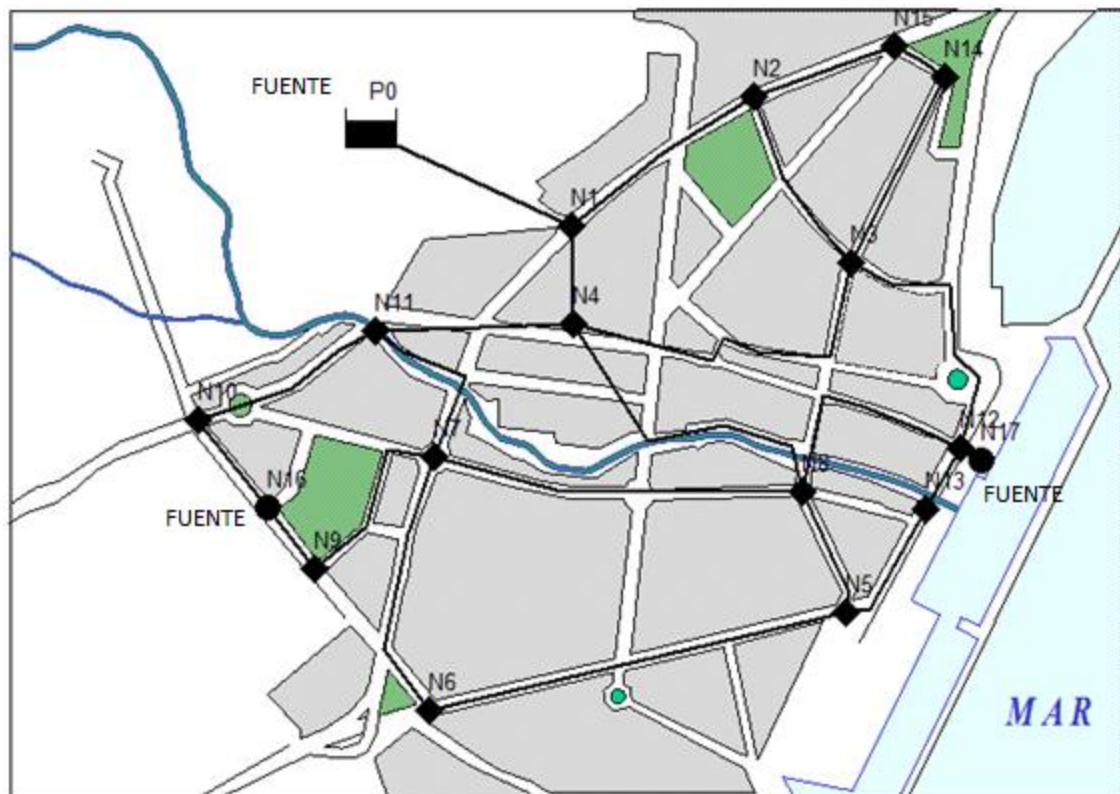
**Figura 29.** Flujograma para la obtención de la curva de consigna para una red de distribución con más de una fuente de suministro, con consumos dependientes de la presión.

### 3.2.2.1. Ejemplo de cálculo 4

De igual forma a como se hizo cuando se habló de la obtención de la curva de consigna para consumos dependientes de la presión de una fuente, se procederá a retomar el *ejemplo de cálculo 2*.

El coeficiente emisor que se asignará a los nudos de la red será de 0.8 y su exponente emisor tendrá un valor de 0.5. Una vez asignados los valores la red con consumos dependientes de la

presión será como la que se muestra en la figura 30. En esta se puede ver que los únicos nudos que no poseen coeficientes emisores, son aquellos que servirán como fuente de suministro.



**Figura 30.** Red Ejemplo 2, con consumos dependientes de la presión

El inicio de la iteración estará marcado siempre por valores arbitrarios, en este caso se asumen los mismos que se usaron para el ejemplo de consumos no dependientes de la presión, es decir, la altura del depósito inicial será de 50 m, la inyección inicial de caudal de la fuente N16 será el 25% de la demanda total de la red para el escenario en análisis, que depende del factor de demanda, y el caudal inyectado por la fuente N17 será del 35% de la demanda total de la red.

Si solo se realiza el análisis para el factor de demanda de 0.15, es decir, el escenario uno, los resultados serían los siguientes:

**Tabla 16.** Cálculo de la curva de consigna para el escenario 1 de la red ejemplo 2, para consumos dependientes de la presión.

j	CAUDAL DE FUENTES						PRESIÓN DE FUENTES				
	Hcab (m)	FD	Qj (l/s)	N16 (l/s)	N17 (l/s)	P0 (l/s)	N16 (mca)	N17 (mca)	Pmín (m)	ΔP (m)	Hj (m)
<b>1</b>	50	0.15	78.96	3.75	5.25	69.96	28.92	34.24	24.26	20.74	70.74
	70.74		103.74	19.74	27.64	56.36	59.76	68.09	47.61	-2.61	68.13
	68.13		105.57	25.93	36.31	43.33	64.23	77.79	50.11	-5.11	63.02
	63.02		102.48	26.39	36.95	39.14	60.59	74.85	46.89	-1.89	61.13
	61.13		100.82	25.62	35.87	39.33	58.23	71.83	45.14	-0.14	60.99
	60.99		100.5	25.2	35.29	40.01	57.69	70.9	44.81	0.19	61.18
	61.18		100.59	25.13	35.17	40.29	57.76	70.88	44.89	0.11	61.29
	61.29		100.68	25.15	35.21	40.32	57.87	71.01	44.98	0.02	61.31
	<b>61.31</b>		<b>100.7</b>	<b>25.17</b>	<b>35.24</b>	<b>40.29</b>	<b>57.91</b>	<b>71.07</b>	<b>45</b>	<b>0</b>	<b>61.31</b>

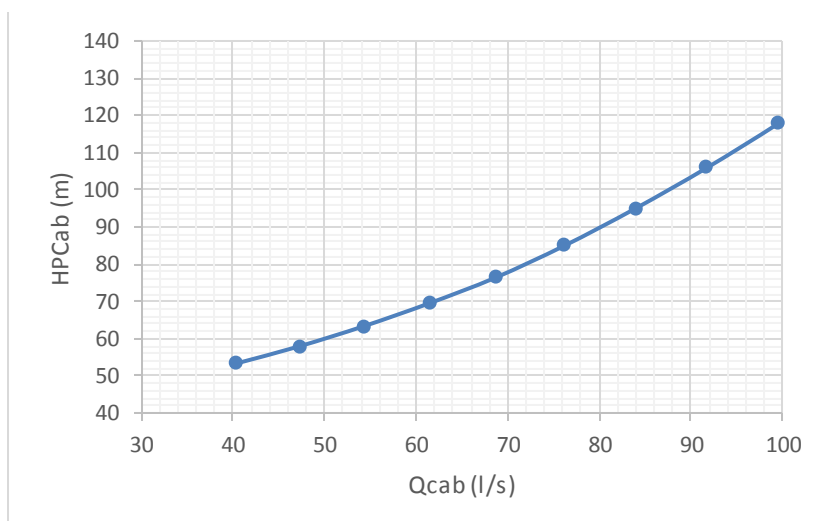
De los resultados para este primer escenario se puede observar que el proceso iterativo puede volverse extenso al momento de encontrar el punto de convergencia en donde se produzca la mínima presión para los porcentajes fijos de caudal que suministra cada fuente. El resto de los resultados obtenidos para los diez escenarios se muestran en el Anexo 1; no obstante se ha construido una tabla que resumen los mismos y que se muestra a continuación:

**Tabla 17.** Tabla resumen de los puntos de la curva de consigna de la red ejemplo 2, con consumos dependientes de la presión, para cada una de las fuentes de abastecimiento: P0, N16, N17

FD	PRESIÓN EN LAS FUENTES				CAUDAL EN LAS FUENTES		
	Hj (m)	HPCab (m)	Pf,N16 (mca)	Pf,N17 (m)	Qcab (l/s)	Qf,N16 (l/s)	Qf,N17 (l/s)
<b>0.15</b>	61.31	53.31	57.91	71.07	40.29	25.17	35.24
<b>0.3</b>	65.97	57.97	62.72	79.98	47.25	29.5	41.31
<b>0.45</b>	71.37	63.37	68.32	90.45	54.29	33.92	47.49
<b>0.6</b>	77.52	69.52	74.68	102.43	61.43	38.39	53.74
<b>0.75</b>	84.42	76.42	81.79	115.92	68.67	42.89	60.05

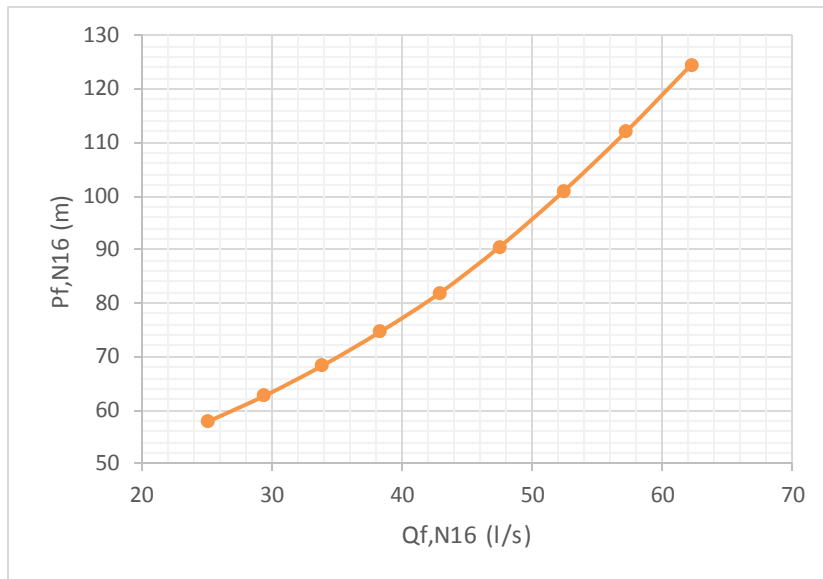
<b>0.9</b>	93	85	90.65	132.17	76.19	47.61	66.65
<b>1.05</b>	102.93	94.93	100.87	150.75	83.9	52.44	73.42
<b>1.2</b>	113.89	105.89	112.14	171.24	91.72	57.31	80.23
<b>1.35</b>	125.87	117.87	124.48	193.77	99.58	62.25	87.14
<b>1.5</b>	138.89	130.89	137.87	218.24	107.53	67.22	94.1

De esta forma se obtienen las curvas de consigna de cada una de las tres fuentes que abastecen la red (Figura 31, 32 y 33):

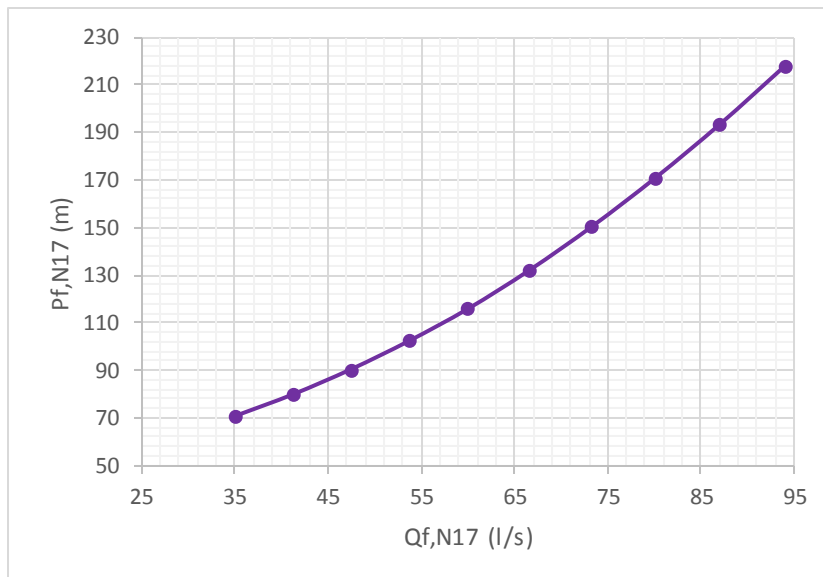


**Figura 31.** Curva de consigna de la fuente P0, con consumos dependientes de la presión





**Figura 32.** Curva de consigna de la fuente N16, con consumos dependientes de la presión.



**Figura 33.** Curva de consigna de la fuente N17, con consumos dependientes de la presión.

## **4. Optimización para la función de reparto**

### **4.1. Método de Hooke & Jeeves**

Como ya se había mencionado anteriormente, básicamente existen dos tipos de métodos: aquellos que requieren de la evaluación de la función, y consecuentemente de sus derivadas y aquellos que no necesitan dicha información y se basan en la experimentación con la función.

Hooke & Jeeves, (1961) proponen un método que busca tanto en dirección positiva como en dirección negativa por cada una de las variables que componen la función objetivo, por lo que, para un problema multidimensional de  $N$  dimensiones, se necesitarán por lo menos  $N$  direcciones de búsqueda, cada vez que se obtiene un mejor valor de la función, la dirección de búsqueda se desplaza en dicha dirección.

En cuanto a la búsqueda que realiza el método, se puede decir, que se realiza a través de dos movimientos: uno exploratorio, y otro de heurística de patrones.

#### **4.1.1. El movimiento exploratorio**

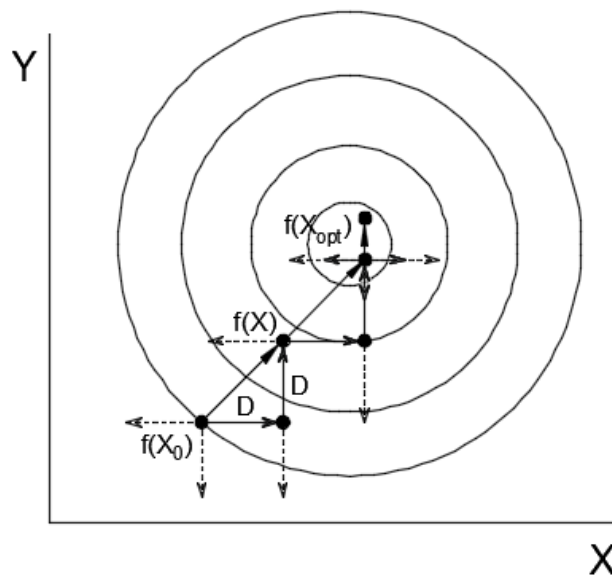
Consiste en realizar una búsqueda a partir de un punto de partida o punto actual  $X_0(N)$  con  $N$  variables, para el cual se evalúa la función  $f(X_0)$ . Se necesita además asignar una longitud de paso ( $D$ ), a través de la cual se modificará una variable a la vez, tanto en dirección positiva como en dirección negativa con la intención de obtener una mejor posición, es decir, un valor menor de la función.

Una vez que se han modificado todas las variables, se realiza una comparación con el punto de partida o punto actual; si el nuevo punto encontrado es mejor al punto de partida, la búsqueda ha sido exitosa. Si no se ha logrado encontrar un mejor valor de  $X$ , es necesario emplear otro parámetro adicional, conocido como error o parámetro de control de parada

(E), el cual se comparará con el valor R, que resulta del producto de la longitud de paso por el cuadrado del número de variables.

$$R = D * N^{0.5} \quad (45)$$

Si R es menor o igual que E, se ha llegado a la máxima aproximación posible al óptimo de la función. Por el contrario si es mayor, se debe modificar la longitud de paso dividiéndola por el factor de aceleración de búsqueda ( $\alpha$ ), que suele tomarse con un valor de 2, esto con la intención de realizar una nueva búsqueda, y de esta forma encontrar el óptimo. Este tipo de búsqueda se puede representar mediante la figura 34:



**Figura 34.** Movimiento de exploración, las líneas discontinuas representan las direcciones de búsqueda, y las líneas continuas simbolizan el camino seguido.

En el siguiente flujograma se muestra la realización del movimiento exploratorio (Figura 35).

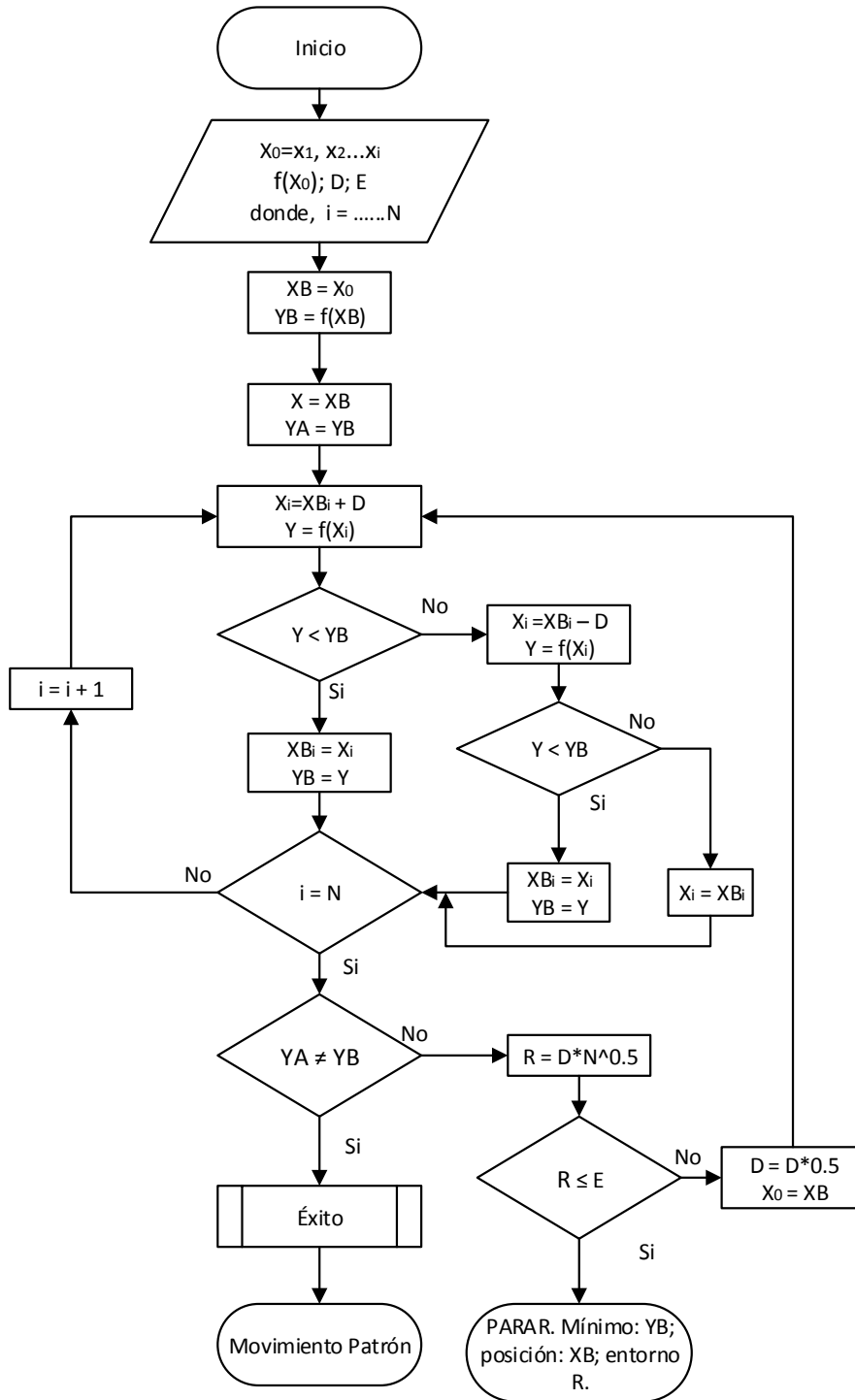


Figura 35. Movimiento de exploración.

#### 4.1.2. Movimiento de patrón

Este es un movimiento de salto, el cual utiliza el mejor punto anterior ( $X_0$ ), conjuntamente con el mejor punto actual ( $XB$ ), para saltar hacia un nuevo punto de búsqueda ( $X$ ), que no necesariamente puede conducir a una mejor solución.

El patrón de salto que se usa es el siguiente:

$$X = X_0 + \alpha(XB - X_0) \quad (46)$$

$\alpha$  es un factor de aceleración de búsqueda, generalmente se usa un valor de 2.

Por lo que podemos reescribir la expresión anterior de la siguiente forma:

$$X = 2XB - X_0 \quad (47)$$

Para el salto realizado, evaluamos nuevamente la función  $f(X)$ , si el movimiento ha empeorado el mejor valor obtenido, tomamos como punto de partida el último mejor punto y empezamos nuevamente con el movimiento de exploración; caso contrario, adoptamos el nuevo punto como punto de partida, y procedemos a evaluar si es necesario realizar un nuevo movimiento patrón o se debe volver a la etapa de exploración. Si unimos ambos movimientos, el flujograma del proceso será como el que se muestra a continuación (Figura 36):

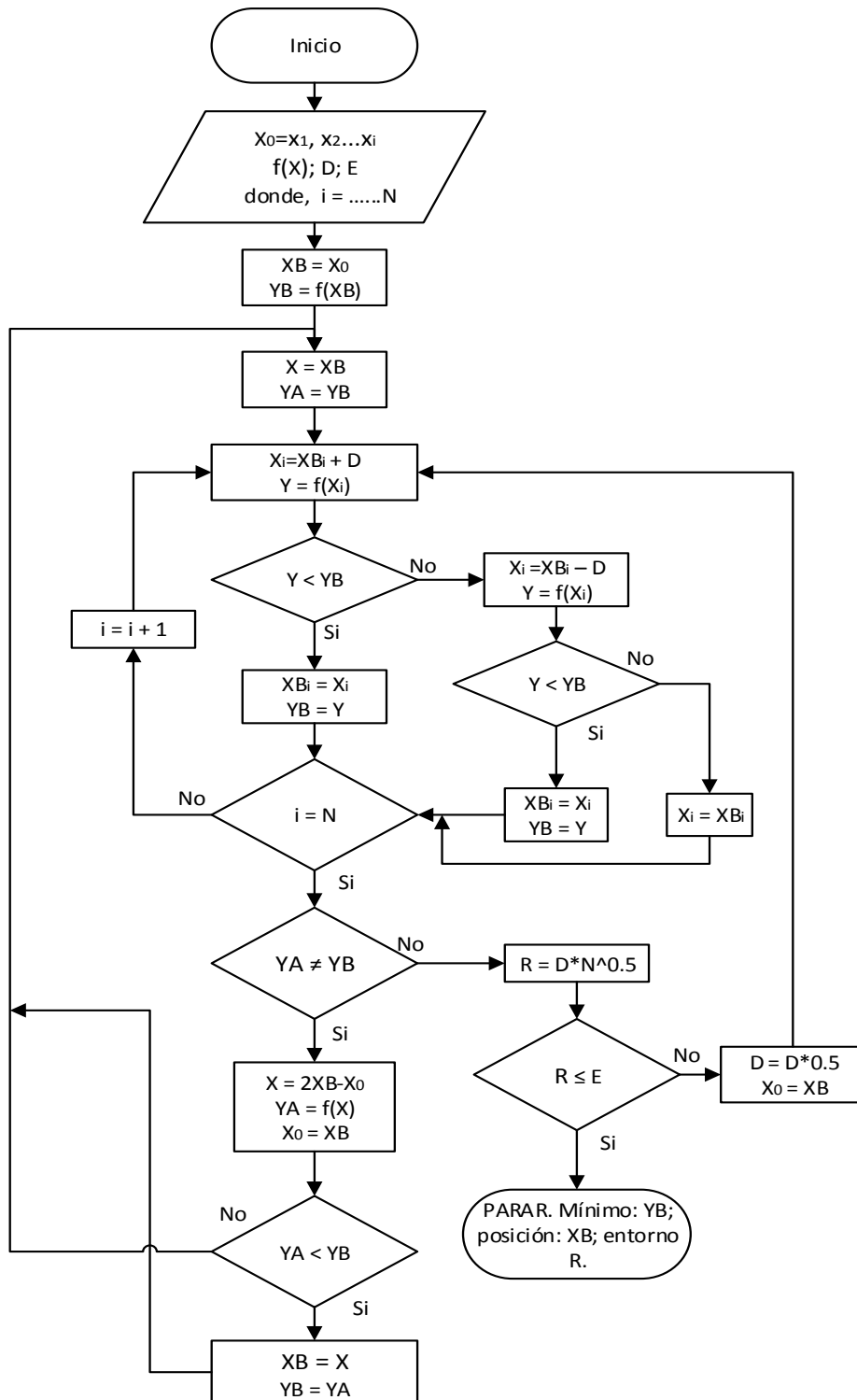


Figura 36. Método de Hooke & Jeeves. Movimiento de exploración y movimiento de patrón.

Como se muestra en la figura 36 los parámetros iniciales necesarios para el desarrollo del método de Hooke & Jeeves son los siguientes:

**Tabla 18.** Parámetros del método de Hooke & Jeeves

<b>Simbología</b>	<b>Descripción del parámetro</b>
<b><math>f(X)</math></b>	Función a minimizar
<b><math>N</math></b>	Número de variables de la función
<b><math>E</math></b>	Factor de control de parada
<b><math>D</math></b>	Longitud de paso inicial
<b><math>X(0) = (X_1(0), X_2(0), \dots, X_N(0))</math></b>	Punto inicial

Una gran desventaja del método, es que al reducir su paso de búsqueda, se puede encontrar en un “valle” en el cual los movimientos de búsqueda no conseguirán mejorar la función, por lo que se puede quedar atrapado en mínimos locales. No obstante, y como se podrá ver más adelante, al limitar el espacio de búsqueda de la función, su efectividad aumenta considerablemente.

#### 4.1.3. Análisis de sensibilidad del método

Una vez que se ha explicado la parte teórica sobre el tipo de búsqueda que se realiza con el método de Hooke & Jeeves, conviene tener un conocimiento más profundo sobre cómo afectan los parámetros que en este intervienen.

Principalmente, se analizarán los parámetros que pueden ser modificados por el usuario, ya que por ejemplo, el número de variables de la función dependerá del problema, mientras los demás corresponden al algoritmo en sí mismo. Estos son:

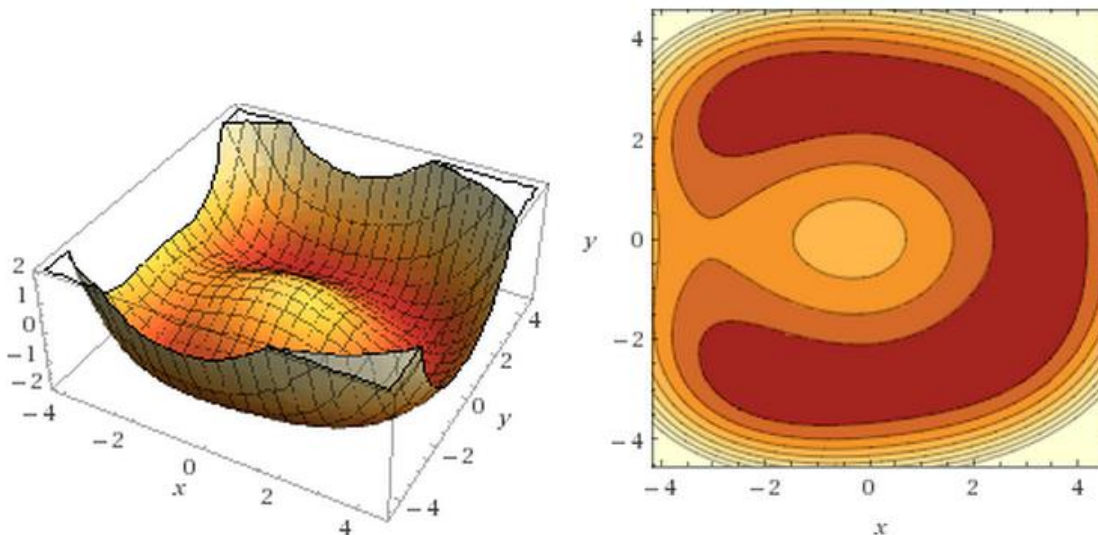
- Factor de control de parada ( $E$ ).
- Longitud de paso inicial ( $D$ ).
- Punto inicial de partida.

Para poder realizar el análisis, se usará la función de prueba de Himmelblau:

$$f(x, y) = -0.01 * [200 - (x^2 + y^2 - 11)^2 - (x + y^2 - 7)^2] \quad (48)$$

La cual tiene cuatro mínimos con valor de -2 situados en (-1.5616; 2.9260), (2.5616; 2.1068), (2.5615; -2.1068) y (1.5616; -2.9260).

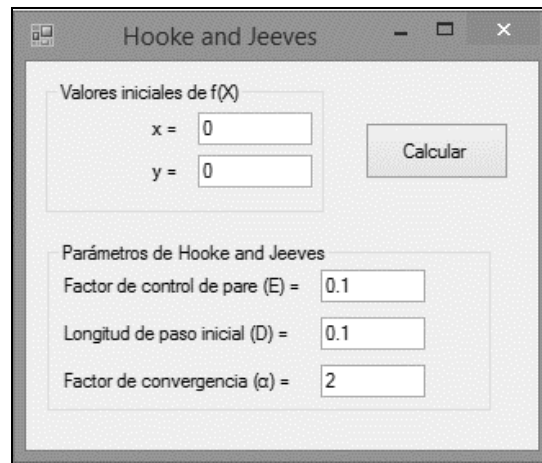
De forma gráfica podremos apreciar la forma tridimensional de la función así como su forma bidimensional en la siguiente figura (Figura 37):



**Figura 37.** Forma gráfica de la función de prueba (Wolframalpha, 2015)

Con la finalidad de realizar el análisis de sensibilidad y siguiendo los flujogramas correspondientes al proceso iterativo, se ha elaborado un programa en Visual Studio 2010, en lenguaje NET, cuya interfaz gráfica se muestra en la figura 38:





**Figura 38.** Interfaz del Software elaborado para el algoritmo de optimización de Hooke & Jeeves

Como escenario base, se asumirán los siguientes valores de los parámetros:

**Tabla 19.** Parámetros de partida asumidos para el algoritmo de Hooke & Jeeves

Parámetros	Valor
<b>N</b>	2
<b>E</b>	0.1
<b>D</b>	0.1
<b>X(0) = ( X; Y )</b>	(0; 0)

El punto de partida, como se puede ver en la gráfica de la función de prueba, está en una posición aproximadamente equidistante con respecto a los cuatro mínimos que posee la función.

#### 4.1.3.1. Factor de control de parada (E)

Si ejecutamos el software desarrollado (Figura 38), variando el factor de control de parada (E) se obtienen los siguientes resultados:

**Tabla 20.** Obtención del mínimo variando el factor de parada (E)

<b>E</b>	<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Min f</b>	<b>Error</b>	<b>Iteraciones</b>
<b>0.1</b>	2.4500	2.2000	-1.99891094	0.00108906	10
<b>0.01</b>	2.55625	2.1125	-1.99999634	3.6603E-06	27
<b>0.001</b>	2.56133	2.1070	-1.99999999	8.2625E-09	37
<b>0.0001</b>	2.56157	2.1067	-2.0	6.6500E-11	45

Se puede ver, que el método se acercó al mínimo de la función correspondiente a la posición (2.5616; 2.1068), estando más cercanos aquellos con un E menor a 0.001. No obstante, también aumentó el número de iteraciones, por lo que no es conveniente abusar de la precisión que se puede obtener con este factor, y que sin embargo es de relevancia al momento de hallar una mejor convergencia.

#### 4.1.3.2. Longitud de paso (D)

Igual a como se hizo anteriormente, se tomará como escenario inicial el de la tabla 19, de esta manera se puede saber cómo alcanzar una mejor convergencia, sin aumentar el número de iteraciones variando solamente la longitud de búsqueda desde un valor de 10 hasta uno de 0.001. Se debe tomar en consideración que mientras la longitud de búsqueda es más pequeña el método corre el riesgo de terminar prematuramente, dependiendo de si la función cae en un valle.

**Tabla 21.** Obtención del mínimo variando la longitud de paso (D)

<b>D</b>	<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Min f</b>	<b>Error</b>	<b>Iteraciones</b>
<b>10</b>	2.5781	2.1094	-1.99989986	0.00010014	16
<b>1</b>	2.6875	2.0000	-1.99852768	0.00147232	12
<b>0.1</b>	2.4500	2.2000	-1.99891094	0.00108906	18
<b>0.01</b>	2.5699	2.1000	-1.9999938	6.20100E-06	55
<b>0.001</b>	2.5609	2.1069	-1.99999996	3.55050E-08	201

Los resultados de la Tabla 21, muestran que al disminuir la longitud de búsqueda mejora la convergencia, sin embargo aumenta número de iteraciones, por lo que tampoco se debe

abusar de este factor. Longitudes grandes como muy pequeñas son contraproducentes, por lo que en este caso, es conveniente elegir un valor medio, en función de la precisión de los resultados que se requiera.

#### 4.1.3.3. *Posición inicial o punto de partida*

Tomando en cuenta que la función de prueba posee cuatro mínimos, es conveniente analizar si el método es capaz de encontrar los tres mínimos restantes, para lo cual se variará el punto inicial de búsqueda. Los resultados obtenidos se presentan en la siguiente tabla:

*Tabla 22. Obtención del mínimo variando el punto de partida (X,Y)*

(X, Y)	X	Y	Min f	Error	Iteraciones
<b>0;0</b>	2.45	2.2	-1.99891094	0.00108906	18
<b>-0.5;0</b>	-1.6	2.9	-1.99963000	0.00037000	23
<b>0;0.5</b>	2.55	2.1	-1.99990744	9.2562E-05	18
<b>0;-0.5</b>	2.55	-2.1	-1.99990744	9.2562E-05	18

Como se puede observar, ha sido posible encontrar los cuatro mínimos de la función problema, por tanto el algoritmo es efectivo mientras se encuentra en la cercanía del mínimo, lo cual resulta de utilidad para la presente investigación, ya que mediante el uso de restricciones ese espacio de búsqueda puede limitarse, tal y como se verá más adelante.

#### 4.1.3.4. *Recomendaciones de los valores de los parámetros a utilizar*

Del análisis realizado, se puede ver que sin requerir mayor precisión, el método nos puede acercar bastante al óptimo. No obstante, es importante recordar que este método tiene problemas con óptimos locales, por lo que es bastante eficaz siempre que la función no posea demasiados mínimos locales, en cuyo caso, se puede optar por cambiar el punto inicial de búsqueda, ya que el método tenderá a encontrar el mínimo más cercano.

En cuanto a los parámetros de control de parada (E) y longitud de paso (D) se puede observar que mientras mayor precisión que se desee, su valores deberán ser más pequeños. En el

problema que ocupa la presente investigación, no se requiere mayor precisión que la de dos decimales, en cuanto que al hablar de caudales demandados en una red de distribución de agua, no se suelen usar decimales, sino que más bien se opta por el uso de números enteros. Esto hace que con respecto al parámetro  $E$  se pueda usar un valor de 0.01. El valor de  $D$  resultará de la prueba y error como resultado de los diferentes cálculos que se realicen.

Como se había mencionado anteriormente, el método de Hooke & Jeeves será más eficaz si se limita la zona de búsqueda, lo cual, como se verá más adelante se puede realizar mediante restricciones.

En el problema que ocupa la presente investigación, hay dos restricciones importantes que se consideran. La primera es de igualdad, en la cual la presión del nudo crítico debe ser igual a un determinado valor, que se define de forma externa. La otra es del tipo aritmético, y se aplica a las fuentes de la red, por medio de la cual el reparto no puede ser mayor a uno, ni puede ser nulo, además de que no puedo haber fuentes con reparto negativo.

## **4.2. Valoración energética de diferentes alternativas de reparto de caudales.**

### **4.2.1. Obtención de la función a optimizar**

Para realizar la valoración energética del reparto de caudales es necesario en primer lugar obtener la función objetivo, en este caso, la función que se va a minimizar. Su obtención se basa en la metodología para obtener la curva de consigna para redes de distribución con más de una fuente de suministro.

Tal y como se vio en el capítulo 3, la curva de consigna representa la mínima energía que se debe emplear en una red para cumplir con los requisitos de presión deseados. En ese caso se vio como se podía obtener la curva de consigna cuando el reparto de caudales estaba fijado previamente. No obstante, el problema se presenta cuando lo que se quiere conocer

precisamente es el reparto de caudales. Si se retoma el ejemplo 2 descrito en el apartado 3.1.2.1 en el cual se asignó el siguiente reparto:

- Depósito  $P0 = 40\% \times QTD_j$ .
- Nudo  $N16 = 25\% \times QTD_j$ .
- Nudo  $N17 = 35\% \times QTD_j$ .

Se puede notar que, al ser el reparto de caudales la incógnita, cualquiera de las fuentes puede tomar un valor entre 0 y 100%, siempre y cuando no existan restricciones exteriores de suministro.

El problema para encontrar cual es el reparto adecuado se puede abordar de dos formas:

- a) La primera es probando todas las combinaciones posibles de repartos de caudal entre las fuentes de suministro, dentro de un conjunto finito de posibilidades, es decir, de forma discreta.
- b) La segunda es utilizando un algoritmo de optimización que permita encontrar el mejor reparto sin la necesidad de probar todas las combinaciones posibles entre las distintas fuentes, es decir, de forma continua.

Para poder poner en práctica los dos métodos mencionados, es necesario en primer lugar plantear la función a minimizar, la cual no expresa más que la suma de las energías que inyecta cada fuente a través del caudal y la altura, como se hace normalmente en un régimen de bombeo. Esta expresión ya se mencionó en la problemática, no obstante se vuelve a presentar de nuevo:

Función objetivo:

$$f(x)_{c,j} = \sum_{n=1}^{Nf-1} (x_{n,c} QTD_j * Pf_{n,j}^c) + (1 - \sum_{n=1}^{Nf-1} x_{n,c}) * QTD_j * HP_{Cab,j}^c \quad (49)$$

$$n = 1, \dots, Nf-1$$

$$j = 1, \dots, Ne$$

$$c = 1, \dots, Nc$$

$x_{n,c}$  Proporción de caudal que suministra la fuente  $n$  a la red, respecto de la combinación  $c$  de todas las fuentes.

$QTD_j$  Es el caudal total demandado por la red para el escenario de análisis  $j$

$Pf_{n,j}^c, HP_{Cab,j}^c$  Alturas de presión de las  $Nf$  fuentes de suministro en el escenario  $j$ , para cada combinación  $c$ .

$Nf$  Número de fuentes de suministro que hay en la red de distribución.

$Ne$  Número de escenarios a considerarse.

$Nc$  Número de combinaciones de las fuentes de suministro.

Sabiendo que:

$$Qf_{n,j}^c = x_{n,c} QTD_j \quad (50)$$

$$Q_{Cab,j}^c = (1 - \sum_{n=1}^{Nf-1} x_{n,c}) * QTD_j \quad (51)$$

La expresión 49 se puede reescribir de la siguiente forma:

$$\text{Min } f(x)_{c,j} = \sum_{n=1}^{Nf-1} Qf_{n,j}^c * Pf_{n,j}^c + Q_{Cab,j}^c * HP_{Cab,j}^c \quad (52)$$

$$n = 1, \dots, Nf-1$$

$$j = 1, \dots, Ne$$

$$c = 1, \dots, Nc$$

$Qf_{n,j}^c$  Caudal suministrado por la fuente n, para la combinación de fuentes c, en el escenario j.

$Pf_{n,j}^c$  Altura de presión de la fuente de suministro n, para la combinación de fuentes c, en el escenario j.

$Q_{Cab,j}^c$  Caudal suministrado por la fuente de cabecera, para la combinación c, en el escenario j.

$HP_{Cab,j}^c$  Altura de presión de la fuente de cabecera, para la combinación c, en el escenario j.

$Nf$  Número de fuentes de suministro que hay en la red de distribución.

$Ne$  Número de escenarios a considerarse.

$Nc$  Número de combinaciones.

Esta función está sometida a algunas restricciones exteriores de tipo físicas, y que limitarán el espacio de búsqueda del óptimo:

a) La suma del reparto de caudales entre todas las fuentes siempre será igual a 1

$$\sum_{n=1}^{Nf} x_{n,c} = 1 \quad (53)$$

- b) El caudal proporcionado por cada fuente podrá tomar un valor mínimo de cero y un valor máximo de uno, con lo cual el rango de búsqueda de la función siempre será positivo y estará entre cero y uno.

$$0 \leq x_n \leq 1 \quad (54)$$

- c) Existen restricciones adicionales que corresponden al modelo hidráulico, y que se distinguen de la siguiente forma: a) Restricciones de conservación de caudal y conservación de energía, b) Restricciones del altura, y c) restricciones de no negatividad.

Algunas consideraciones adicionales que hay que tomar en cuenta son que las combinaciones de repartos obtenidas, serán las mismas en todos los escenarios  $j$ . Adicionalmente el caudal demandado  $QTD$  por la red será el mismo para todas las combinaciones, siempre que se trate de consumos no dependientes de la presión, caso contrario variará conforme se vea afectada la presión en el sistema.

Una vez definida la función objetivo, a continuación se tratará sobre las metodologías abordadas para su resolución.

#### **4.2.2. Método de la función discreta.**

Como ya se mencionó, el encontrar el mínimo de la función dentro de un conjunto de posibilidades finito, implica probar múltiples combinaciones de repartos de caudal para las distintas fuentes de suministro, lo cual quiere decir, que mientras mayor precisión se requiera, el conjunto de combinaciones a probar será mayor.

Esto se complica aún más, cuando se tienen un número mayor de fuentes de suministro, que resulta en el incremento exponencial del número de combinaciones. Se debe recordar que, solo se pueden probar aquellas combinaciones que cumplan con las restricciones de la función, por tanto, el conjunto se vuelve un poco menor, pero aun así puede alcanzar un gran



tamaño. En adición, tendremos que minimizar tantas funciones como escenarios analicemos, así como combinaciones por cada uno de los escenarios.

Para conocer el número de combinaciones a evaluar, primero es necesario determinar los valores de reparto que cada fuente puede asumir, así como el número de fuentes de abastecimiento de la red. Para explicarlo mejor se procederá a realizar el cálculo de las combinaciones en el caso de existir dos fuentes de suministro ( $N_f = 2$ ), para ello se asume que cada reparto  $x$ , podrá valer entre 0 y 10 con incrementos de 0.1. Por ejemplo, si se asume que una fuente no suministra caudal entonces su reparto será  $x_1 = 0$  y la segunda fuente tendrá un reparto de  $x_2 = 1$ , si esto se hace para el total de intervalos se obtiene la siguiente tabla:

**Tabla 23.** *Combinaciones posibles para dos fuentes*

ID_Combinación	$x_1$	$x_2 = 1-x_1$
1	0	1
2	0.1	0.9
3	0.2	0.8
4	0.3	0.7
5	0.4	0.6
6	0.5	0.5
7	0.6	0.4
8	0.7	0.3
9	0.8	0.2
10	0.9	0.1
11	1	0

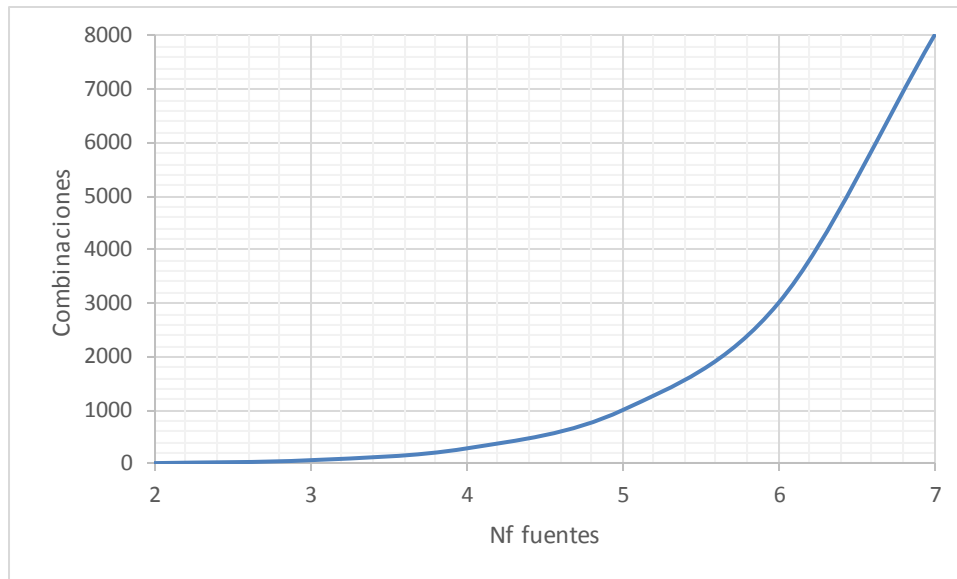
De la tabla 23 se puede deducir que el número de combinaciones posibles es de 11, sin embargo, partiendo las mismas consideraciones pero para un total de tres fuentes de suministro, se tendrá que el número de combinaciones será mucho mayor. El cálculo de combinaciones se puede hacer mediante programación, o sumando las combinaciones de las

fuentes anteriores cada vez que se añade una nueva fuente, tal y como se muestra en la siguiente tabla:

**Tabla 24.** Cálculo de combinaciones en función del número de fuentes para incrementos de 0.1

Valores de x	(Nf) fuentes de suministro					
	2	3	4	5	6	7
0	1	0	0	0	0	0
0.1	1	1	0	0	0	0
0.2	1	2	1	0	0	0
0.3	1	3	3	1	0	0
0.4	1	4	6	4	1	0
0.5	1	5	10	10	5	1
0.6	1	6	15	20	15	6
0.7	1	7	21	35	35	21
0.8	1	8	28	56	70	56
0.9	1	9	36	84	126	126
1	1	10	45	120	210	252
		11	55	165	330	462
			66	220	495	792
				286	715	1287
					1001	2002
						3003
<b><math>\Sigma T(\text{combinaciones}) =</math></b>	11	66	286	1001	3003	8008

Graficando el número de combinaciones en función del número de fuentes (NF) (Figura 39), se observa que mientras mayor es el número de fuentes, las combinaciones posibles se vuelven exponenciales, esto sin tomar en cuenta que se pueden considerar incrementos más pequeños del reparto del caudal para cada fuente.



**Figura 39.** Número de fuentes frente al número de combinaciones

El número de combinaciones supone los cálculos únicamente para un escenario. Para saber cuántos escenarios se analizarán ( $N_e$ ), se debe definir además el factor máximo de demanda ( $FD_{max}$ ), el factor de demanda mínimo ( $FD_{min}$ ) y el incremento de la demanda ( $\Delta FD$ ). El  $FD_{min}$  nunca podrá valer cero, puesto que sino no habría demanda y no sería necesario realizar ninguna optimización; en cambio el incremento del factor de demanda se ha procurado elegir de tal forma que el número de intervalos entre el  $MinFD$  y el  $MaxFD$  sea entero, de esta forma se evita complicar más el problema. El número de escenarios ( $N_e$ ) vendrá dado por:

$$\frac{FD_{max} - FD_{min}}{\Delta FD} + 1 = \text{Número de escenarios } (N_e) \quad (55)$$

Finalmente, la evaluación de la función de optimización estará dada por una matriz de dimensiones  $N_c \times N_e$ , que puede ser de un tamaño considerable, razón que justifica la necesidad de automatizar los cálculos.

Continuar con el desarrollo de la metodología para obtener el mejor reparto del caudal para varias fuentes de suministro, supone algunas modificaciones al procedimiento ya desarrollado anteriormente para la obtención de la curva de consigna para más de una fuente, considerando a la vez consumos no dependientes como dependientes de la presión. Dicho procedimiento, se cita a continuación:

1. Al implementar el TOOLKIT de EPANET para efectos de programación es necesario definir el ID de la fuente que será representada como embalse de la red.
2. Se debe asignar además, una altura arbitraria al depósito  $H_{Cab}$ , sin olvidar que al representar este una estación de bombeo es necesario conocer la cota del mismo.
3. Seguidamente, se debe determinar el ID de los nudos que representarán las otras fuentes de abastecimiento.
4. Una vez identificadas las fuentes de suministro, se debe definir si se va a emplear o no, consumos dependientes de la presión, en cuyo caso se deberán añadir tanto el coeficiente emisor de los nudos, como el exponente emisor de los mismos, considerando que estos no se deben asignar a los nudos que representan fuentes.
5. Se debe elegir el escenario de análisis  $j$ , esto quiere decir que debemos asignar el factor de demanda (FD) para el cual se va a realizar el análisis.
6. Se debe definir la presión mínima requerida  $p_{k,min}$  con la que deberá cumplir el nudo crítico de la red.
7. Se procede a calcular el caudal total demandado ( $QTD_j$ ), para el escenario  $j$ , como resultado de la sumatoria de las demanda de cada uno de los nudos de la red ( $Q_i$ ). (Ecuación 36), exceptuando por supuesto aquellos nudos que representan fuentes de suministro.
8. Se procede a asignar el caudal de reparto ( $Qf_{n,j}^c$ ) a ser suministrado por cada una de las  $n$  fuentes para el escenario  $j$ , y para la combinación  $c$ . Se debe considerar que el reparto solo se asignará a las fuentes representadas por nudos:

$$Qf_{n,j}^c = x_{n,c} QTD_j; i = 1, \dots, N \text{ y } c = 1, \dots, Nc \quad (56)$$

9. Una vez que se ha preparado el modelo hidráulico con toda la información, se ejecuta el análisis hidráulico con la finalidad de obtener las presiones en los nudos y de esta forma determinar el nudo crítico.

$$P_{j,MIN}^c = \min(P_i); i = 1, \dots, N \text{ y } c = 1, \dots, Nc \quad (57)$$

10. Conocido el nudo crítico se procede a calcular el déficit o excedencia de presión que pueda existir para la combinación c del escenario j.

$$\Delta H_{c,j} = p_{k,min} - P_{j,MIN}^c; j = 1 \dots, Ne; \text{ y } c = 1, \dots, Nc \quad (58)$$

11. A continuación calculamos la corrección que es necesaria realizar a la altura de la fuente representada como embalse  $H_{c,j}$ .

$$H_{c,j} = H_{Cab} + \Delta H_{c,j} = H_{Cab} + p_{k,min} - P_{j,MIN}^c \quad (59)$$

12. Luego de calcular la corrección de la altura del embalse, asignamos a este la nueva altura, y se procede a realizar un nuevo análisis del sistema. Cuando los consumos son dependientes de la presión, es necesario determinar nuevamente el caudal total demandado por la red, esto con los valores del análisis anterior y así poder calcular nuevamente el reparto. Al final el procedimiento sucede de forma iterativa.

$$H_{Cab} \approx H_{c,j} \quad (60)$$

13. Una vez cumplida la restricción de presión ya no es necesario realizar correcciones a la altura en cabecera  $H_{Cab}$ , por lo que se procede a determinar las alturas de presión de todas las fuentes, incluyendo la fuente representada como embalse, así como los caudales que abastece cada una, es decir, se deben obtener del modelo hidráulico los valores de las siguientes variables:  $HP_{Cab,j}^c$ ;  $Pf_{n,j}^c$ ;  $Q_{Cab,j}^c$ ;  $Qf_{n,j}^c$ . En donde la altura de presión de la fuente representada por el embalse, será el resultado de la diferencia de su altura piezométrica y la cota.

$$HP_{Cab,j}^c = H_{c,j} - H_{cot} \quad (61)$$

14. Se procede ahora a determinar el valor de la función objetivo para el escenario j y la combinación c:

$$f(x)_{c,j} = \sum_{n=1}^{Nf-1} (Qf_{n,j}^c * Pf_{n,j}^c) + Q_{Cab,j}^c * HP_{Cab,j}^c; \quad (62)$$

$$n = 1, \dots, Nf-1$$

$$j = 1, \dots, Ne$$

$$c = 1, \dots, Nc$$

15. Al finalizar el análisis para la primera combinación de reparto, se procede a evaluar las siguientes hasta completar las Nc combinaciones.

16. Los valores que se obtienen de la función para cada una de las combinaciones deberán ser analizados en busca del mínimo, con la intención de conocer cuál es la combinación óptima del reparto que produce la menor energía, por tanto el óptimo del escenario j será:

$$Opt_j = \min f(x)_c \quad (63)$$

17. Todo el procedimiento se repite para cada escenario j.
18. Finalmente, se procede a la representación gráfica de los valores obtenidos, para lo cual por facilidad, todos los valores obtenidos de la función se convertirán en valores unitarios, teniendo el valor de uno el óptimo de cada escenario.

Las gráficas que se obtendrán son dos, la primera representará la proporción de caudal suministrado por la fuente en el escenario j respecto del caudal total demandado vs el valor unitario de la función; la segunda gráfica, estará dada por el valor de la proporción del caudal suministrado en el escenario j respecto del caudal total demandado en la red vs el reparto de caudal de la fuente.

El proceso se puede resumir mediante el flujograma de la figura 40. Para poner en práctica el flujograma se ha elaborado un programa en lenguaje Visual Basic, usando Visual Studio 2010.

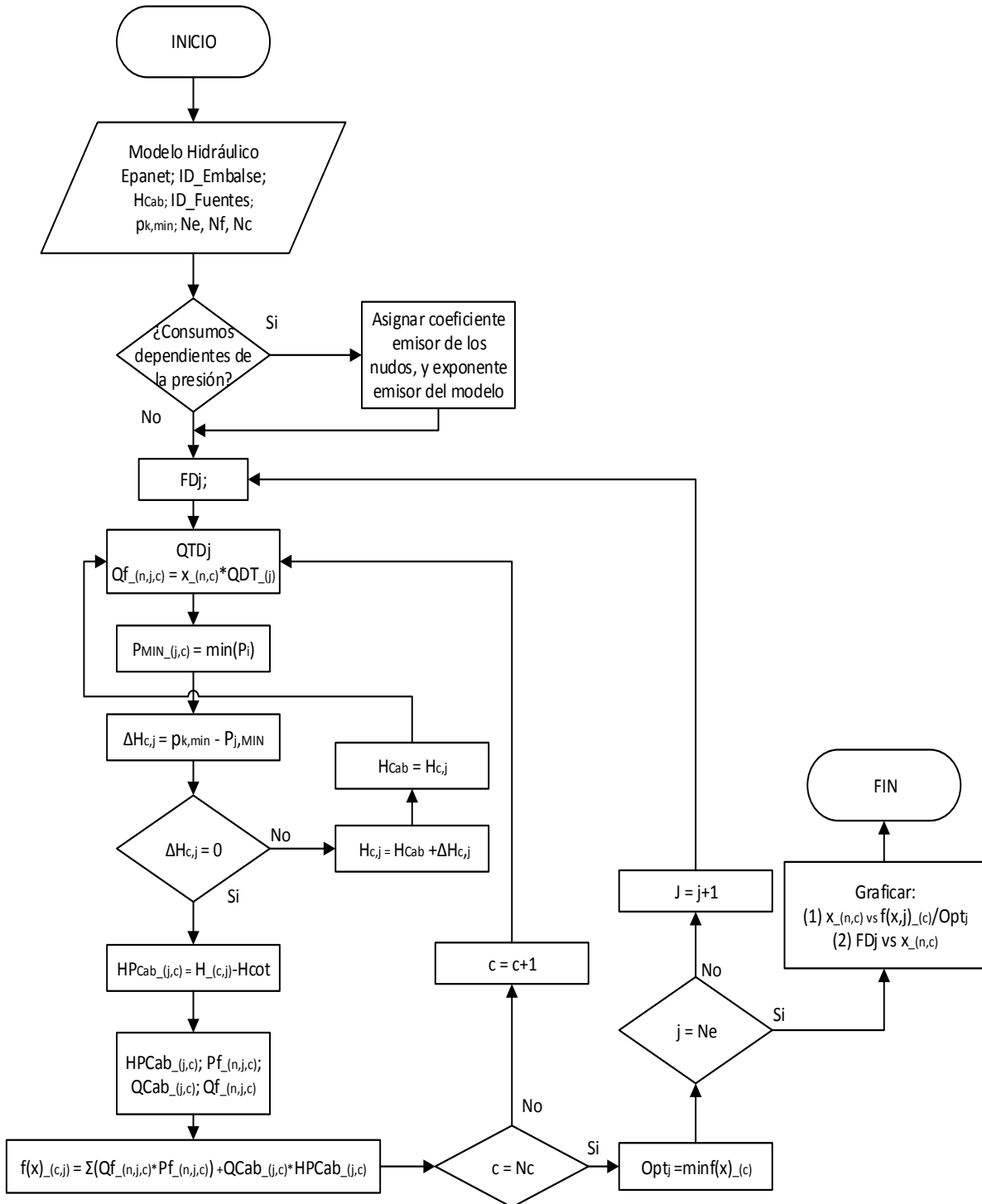


Figura 40. Esquema general de optimización del reparto siguiendo un procedimiento discreto.



### 4.2.3. Método de la función continua

En el caso anterior, el realizar un análisis de la función de forma discreta, implica el calcular su valor para un cierto número de combinaciones de reparto, el cual aumenta según el número de fuentes de abastecimiento que tenga la red de distribución. Si se requiere una mayor precisión, el número de combinaciones aumentará, lo cual resulta en un mayor tiempo de cálculo. Al hablar de la continuidad de la función lo que se busca es tener una mayor precisión, sin tener que calcular su valor para todas las combinaciones posibles, por lo que una manera de hacerlo es aplicando un algoritmo de optimización, en este caso el Método de Hooke & Jeeves, mediante el cual, la búsqueda del óptimo se reduce a unas cuantas iteraciones.

#### 4.2.3.1. *Aplicación del método de Hooke & Jeeves a la optimización del reparto de caudales*

Pese a que la mayoría de la metodología a aplicar es bastante similar a lo explicado en la metodología de la función discreta, los cambios realizados para poder aplicar el método de Hooke & Jeeves se podrán notar en los pasos que describen su procedimiento, y que se citan a continuación.

- a) Como primer paso, se deben definir los parámetros del método de Hooke & Jeeves con los que se va a realizar la optimización. De los resultados del análisis de sensibilidad se asumirán los valores de la Tabla 25.

**Tabla 25.** *Parámetros iniciales del método de Hooke & Jeeves*

Parámetros	Valor	Descripción
<b>Nf</b>	-	Depende del número de fuentes de suministro
<b>E</b>	0.001	Factor de control de parada
<b>D</b>	0.1	Longitud de paso

---

<b>x(0)</b>	(0,0,..., 1)	Punto inicial en forma vectorial. Inicialmente, a las fuentes representadas por nudos se les asignará un reparto nulo.
-------------	--------------	--

---

- b) Así mismo, además de contar con el modelo hidráulico, se deberá definir la información necesaria para realizar la evaluación de la función.

**Tabla 26.** Parámetros hidráulicos del modelo definir.

Parámetros	Descripción
<b>ID_Embalse</b>	Identificación del embalse
<b>HCab</b>	Altura piezométrica inicial del embalse
<b>Hcot</b>	Cota a la que está el embalse, o de aspiración según el sistema de bombeo que representa
<b>Nf</b>	Número de fuentes de suministro
<b>pk,min</b>	Presión mínima de referencia
<b>FDMax</b>	Factor de demanda máximo
<b>FDMin</b>	Factor de demanda mínimo
<b>ΔFD</b>	Incremento del factor de demanda

- c) Dependiendo del número de fuentes, se asume un punto inicial de búsqueda que corresponde a un reparto de caudal, hecho de forma proporcional para todas las fuentes, el cual servirá como un punto de búsqueda inicial al método de Hooke & Jeeves.
- d) Si se posee consumos dependientes de la presión, es necesario además, asignar al modelo los valores correspondientes a: coeficiente emisor, y exponente emisor.

- e) Antes de empezar a aplicar el método de Hooke & Jeeves es necesario definir el número de escenarios para los cuales se va a realizar el análisis, con lo cual cada escenario consta de un factor de demanda distinto.
- f) Como primer parte del método de Hooke & Jeeves se realiza una primera evaluación de la función (Ecuación 62) para el punto de búsqueda inicial, es decir el primer reparto asumido. Cada vez que se evalúe la función se procederá a:
- Determinar el caudal total demandado por la red. (Ecuación 36)
  - Asignar el reparto de caudales en función del reparto asignado por el Método de Hooke & Jeeves. (Ecuación 56)
  - Determinar el nudo crítico de la red. (Ecuación 57)
  - Calcular la diferencia entre la presión mínima de referencia y la presión obtenida en el nudo crítico de la red. (Ecuación 58)
  - Realizar la corrección de la altura de cabecera, correspondiente a la fuente representada por el embalse, y realizar nuevamente el análisis del sistema, hasta que la corrección sea nula, o cumpla con la tolerancia permitida. (Ecuación 59)
  - Obtener el valor de la función de optimización (Ecuación 62).
- g) Seguidamente, se inicializa el movimiento exploratorio del algoritmo de optimización, para lo cual se añade una restricción adicional, la cual limita en cierta forma el espacio de búsqueda del reparto. El valor máximo de reparto que una fuente de abastecimiento puede asumir es de 1, es decir el 100%, correspondiendo el valor mínimo a cero lo que se entiende como que la fuente no reparte ningún caudal, asumiendo el reparto del caudal restante, las demás fuentes de abastecimiento. Por lo tanto, se debe cumplir la siguiente expresión.

$$0 \leq x_n \leq 1; n = 1, \dots, Nf \quad (64)$$

- h) Cada vez que se realice un movimiento exploratorio, es necesario reevaluar el valor de la función.
- i) Una vez que se han terminado de explorar todas las direcciones respecto del reparto para cada una de las fuentes de abastecimiento, se debe decidir si es conveniente empezar el movimiento patrón del método de Hooke & Jeeves, o si se realiza una vez más el movimiento exploratorio, pero variando la longitud de paso de la búsqueda. Esta condición estará sujeta a si se ha encontrado o no un mejor valor para la función de reparto.
- j) Si se inicia con el movimiento exploratorio, se generará un nuevo punto de búsqueda, luego de lo cual se procederá nuevamente a evaluar la función. Si el valor obtenido con el nuevo punto, no es mejor que el generado por el anterior, se inicia nuevamente el movimiento exploratorio tomando el punto anterior como punto de partida. Si por el contrario, el nuevo punto genera un mejor resultado para la función de reparto, será este el punto de partida con el cual se empezará una vez más el movimiento exploratorio.
- k) El proceso es iterativo, y se realiza hasta que ya no es posible generar mejores resultados para la función de reparto, en cuyo caso el proceso finaliza siempre y cuando se cumpla con la condición de parada. En caso contrario, la búsqueda continúa para una longitud de paso menor.
- l) Se registran los datos de caudal, altura de presión y mejor combinación de reparto del óptimo de la función para el escenario analizado.
- m) El proceso se realiza para todos los escenarios requeridos, variando el factor de demanda.
- n) Finalmente se construyen las gráficas requeridas, en este caso será la proporción del reparto de cada fuente en función de la proporción de caudal total demandado para el escenario j, respecto del máximo caudal demandado por la red al finalizar el análisis.

El flujograma general del proceso se puede encontrar de forma detallada en el Anexo 2. A continuación se procede a presentarla de forma esquemática a través de figura 41.

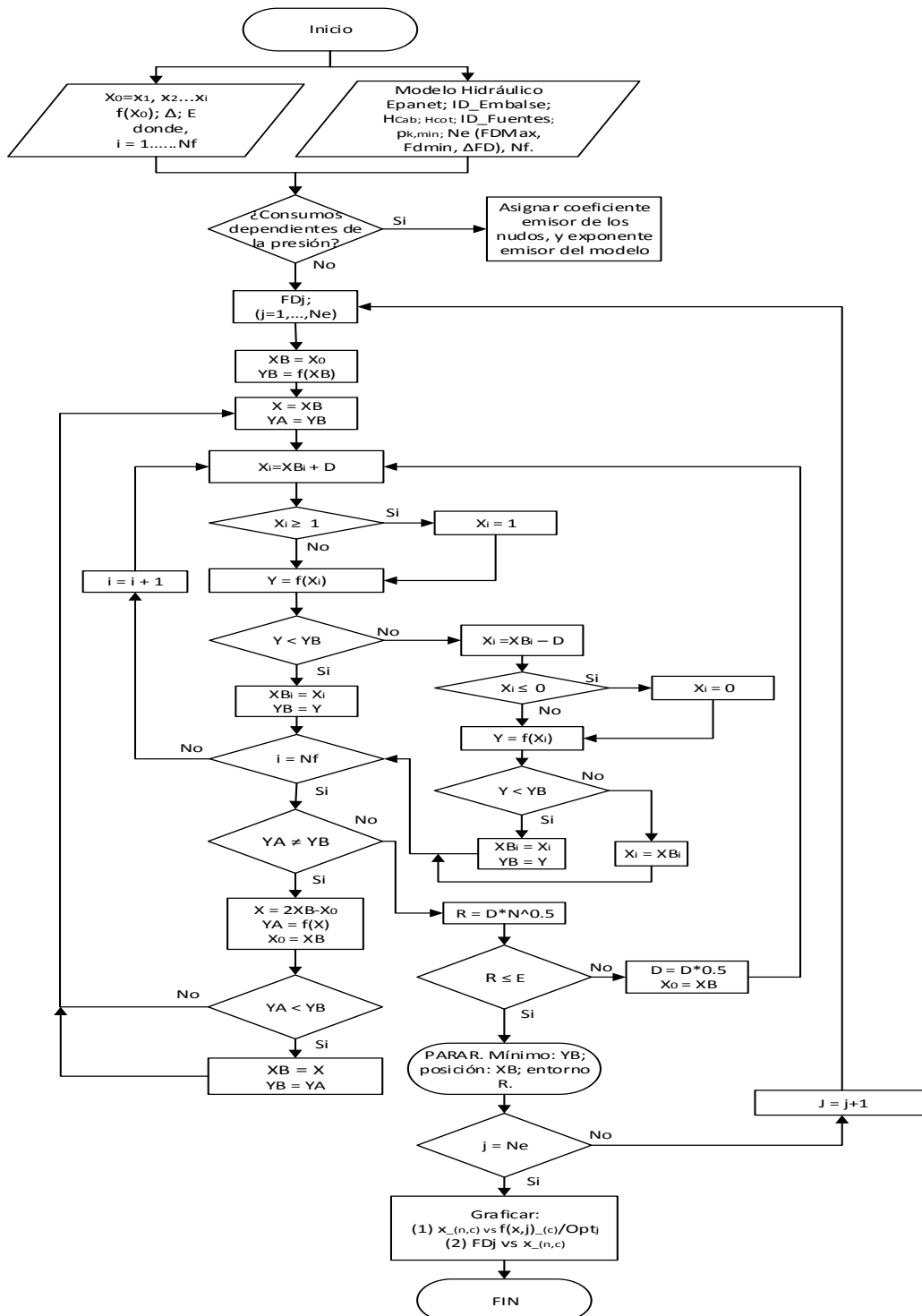
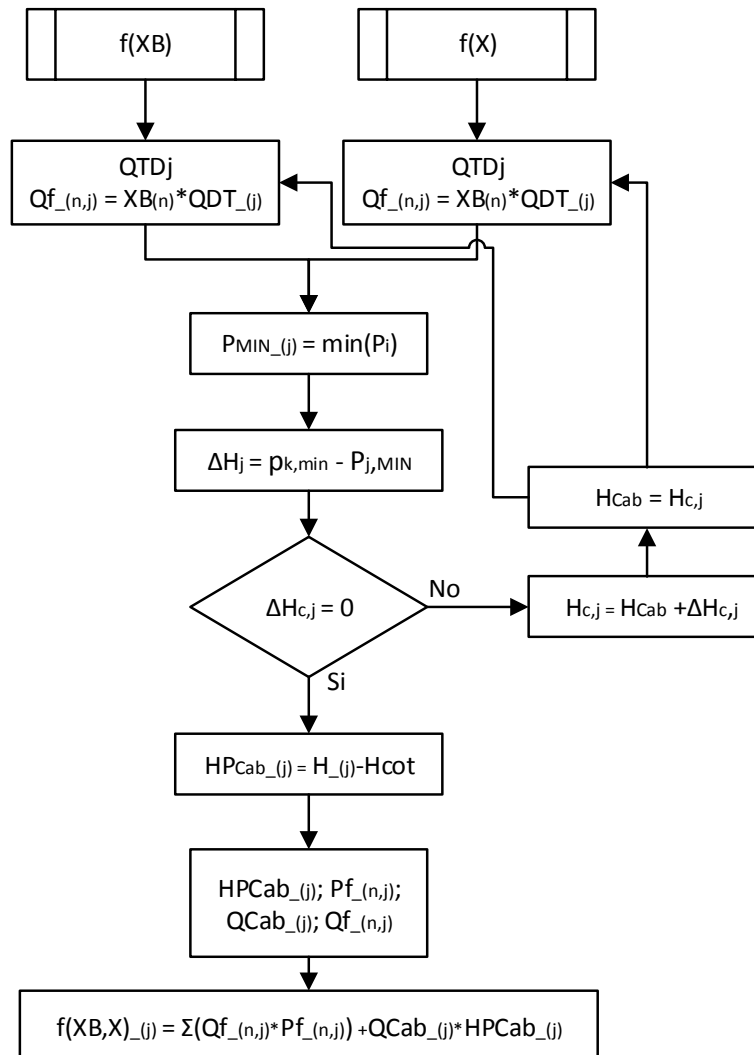


Figura 41. Método de optimización de reparto de caudales de la función continua aplicando el algoritmo de Hooke & Jeeves

Dentro del flujograma general que se presenta en la figura 41, es necesario realizar la evaluación de la función con la intención de realizar el óptimo, dicha evaluación se ve reflejada en la figura 42, presentada seguidamente:

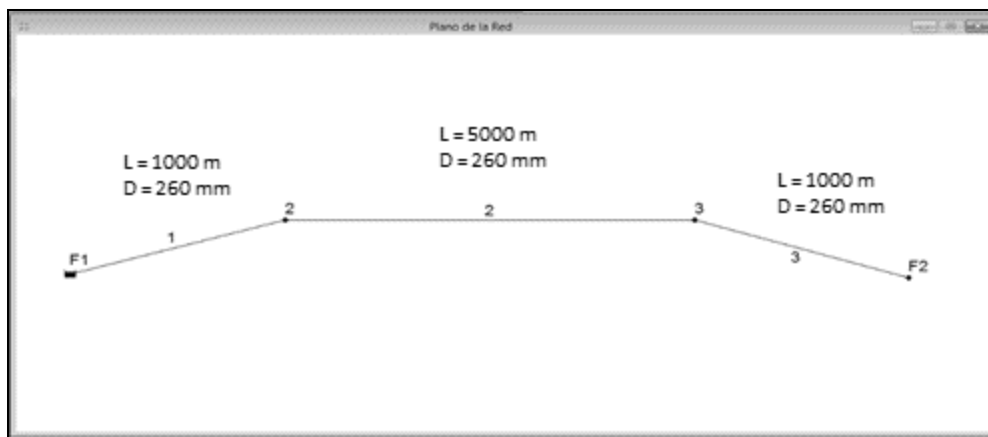


**Figura 42.** Evaluación de la función de optimización.

#### 4.2.4. Análisis de sensibilidad del reparto

Para entender de una forma más profunda cuáles son las variables que influyen en la obtención del reparto óptimo, se propone una red simple como la que se muestra en la figura

43. Esta red consta de dos fuentes de suministro (F1 y F2) y dos nudos de consumo. Como escenario inicial, las dos fuentes se encuentran colocadas a la misma cota y están de forma equidistante con respecto a los nudos de demanda. Ambos nudos de consumo tienen la misma cota y la misma demanda.



**Figura 43.** Red de prueba para el análisis de sensibilidad del reparto.

Respecto de los parámetros hidráulicos se ha considerado una rugosidad de 0.1, la fórmula de pérdidas empleada será la de Darcy-Weisbach.

Los datos de los nudos de la red se encuentran descritos en la siguiente tabla.

**Tabla 27.** Descripción de los nudos de la red

ID Nudo	Cota	Demanda Base
	m	LPS
Conexión 2	10	50
Conexión 3	10	50
Conexión F2	0	0
Embalse F1	0	-

Las variables para las cuales se realizará el análisis de sensibilidad son las siguientes:

- a) Longitud de tuberías
- b) Demandas
- c) Cotas de los nudos de demanda
- d) Cotas de las fuentes de suministro
- e) Presión mínima de referencia
- f) Rugosidad
- g) Diámetro

Para realizar el análisis se empleará el método por el cual se evalúa la función de optimización de forma discreta, el cual ha sido programado en Microsoft Visual Studio 2010 y cuya interface se muestra en la figura 44. Los valores de los parámetros empleados son los siguientes:

**Tabla 28.** Parámetros para la aplicación del método de optimización de forma discreta

Parámetro	Valor	Descripción
<b>pk,min</b>	35	Presión mínima de referencia
<b>FDmax</b>	1	Factor de demanda máximo
<b>FDmin</b>	0.1	Factor de demanda mínimo
<b>DeltaFD</b>	0.1	Incremento del Factor de demanda
<b>Incremento x_(n,c)</b>	0.1	Incremento para el reparto

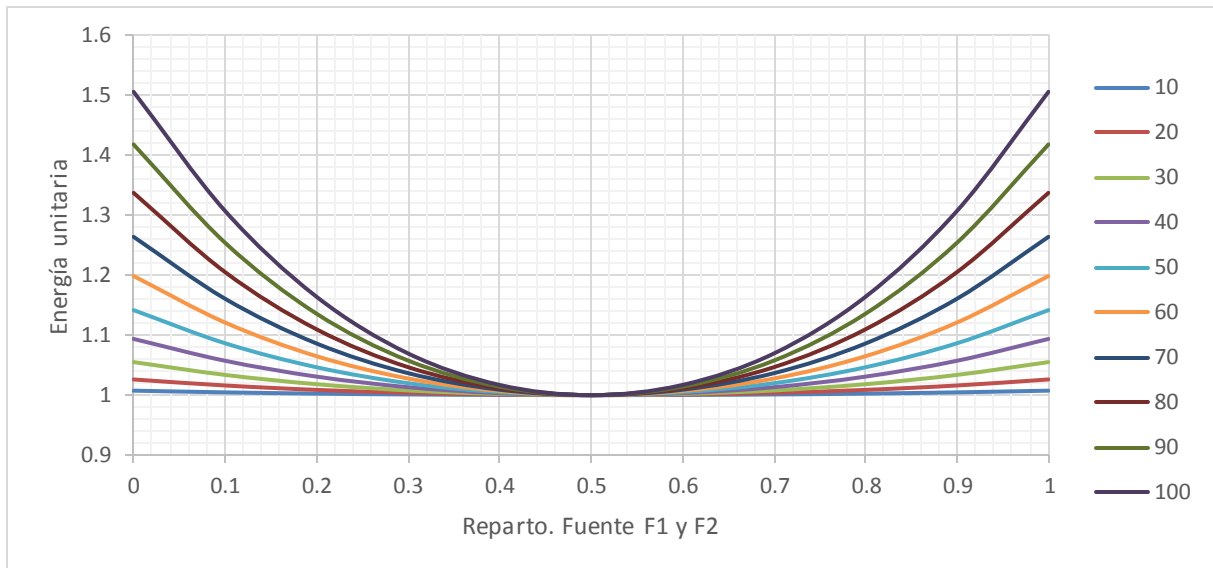


Parámetro	Valor
ID_Embalse	F1
Altura en cabecera (HCab)	45
Cota Embalse (Hcot)	0
Número de fuentes (Nf)	2
pk_min	35
FDmax	1
FDmin	0.1
Incremento de FD	0.1
Incremento para $x_{(n,c)}$	0.1

**Figura 44.** Valores de los parámetros empleados para el método de la función continua.

El análisis de sensibilidad se realizará para consumos no dependientes de la presión. En el caso de los consumos dependientes de la presión, su influencia podrá ser observada en los casos de estudio que se presentarán más adelante.

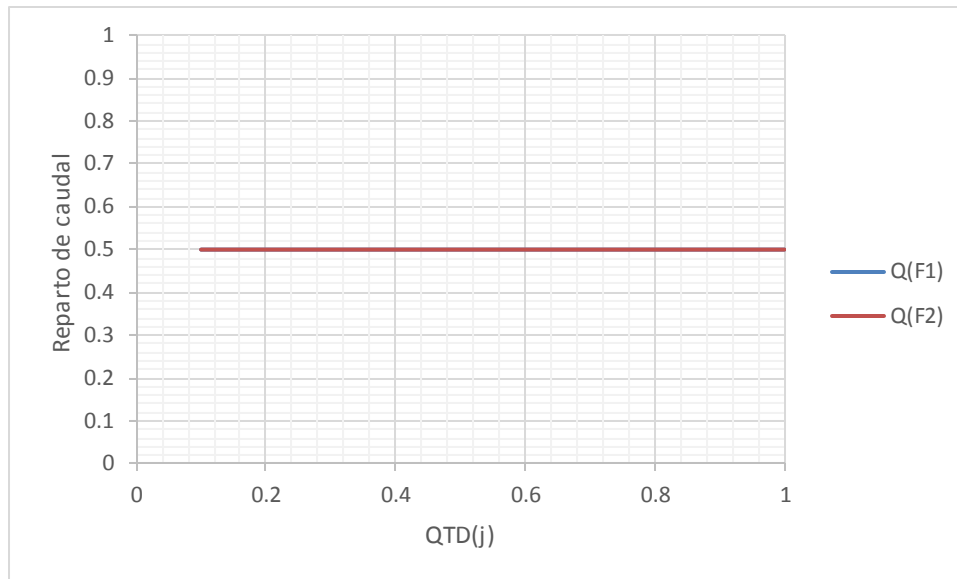
El mejor reparto obtenido para este escenario inicial, se encuentra representado en la figura siguiente (Figura 45):



**Figura 45.** Reparto obtenido para la fuente F1 y F2, para el rango discreto de caudales de 10-100 l/s.

Como se puede observar en la gráfica de reparto de las dos fuentes F1 y F2, respecto del consumo energético, el sistema se encuentra equilibrado de tal forma que el reparto ideal de caudal que deberá ser suministrado por cada una de las fuentes, es del 50% del caudal total demandado en cada uno de los escenarios analizados.

Si se grafica ahora el reparto de caudales para ambas fuentes (Figura 46), se puede corroborar que para este caso en particular el reparto se mantiene constante para los diferentes caudales demandados.



**Figura 46.** Reparto óptimo de caudales para las fuentes: F1 y F2, respecto de la fracción de caudal demandado.

#### 4.2.4.1. Longitud de tuberías

El modificar las longitudes de las tuberías supone dos casos:

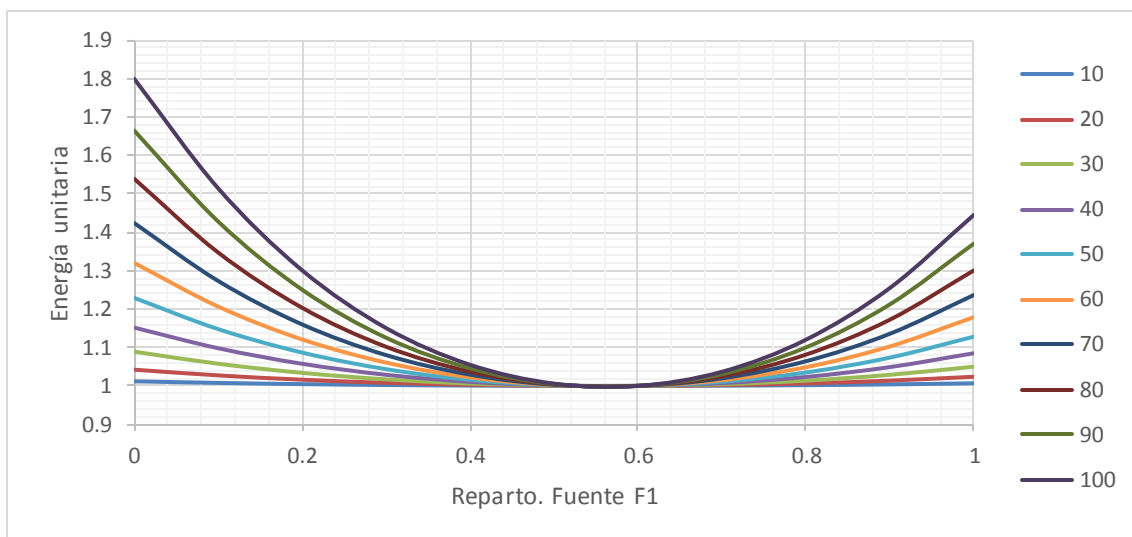
1. El aumentar o disminuir la distancia entre puntos de consumo.
2. El aumentar o disminuir la distancia entre las fuentes de suministro con respecto a los nudos de consumo.

El primer caso supone que al aumentar la longitud de la línea 2, el reparto se mantendrá invariable, pues las fuentes de suministro se mantendrán equidistantes, esto implica que el reparto de energía seguirá siendo del 50% para cada fuente.

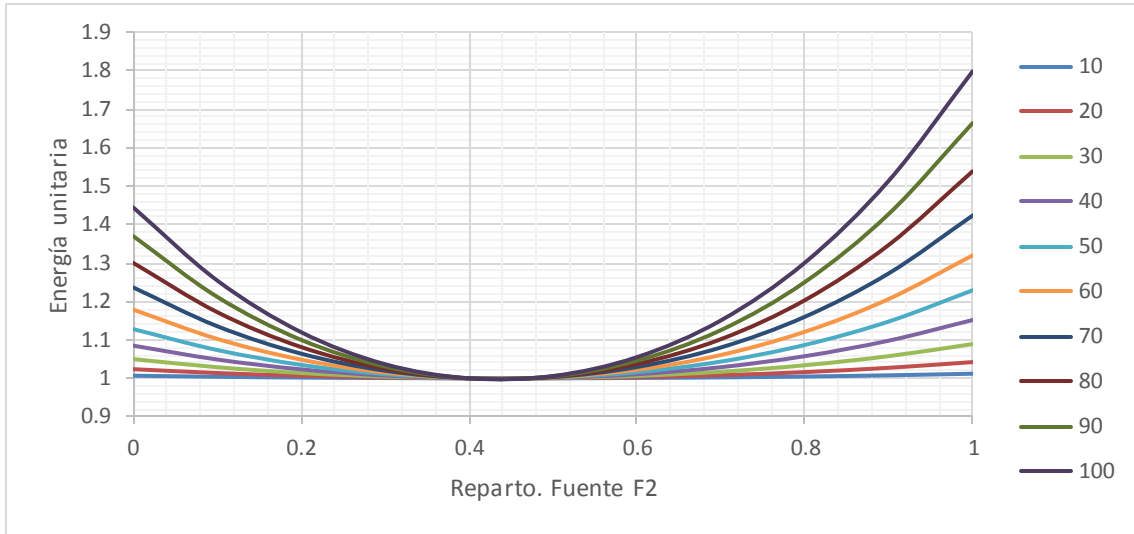
En lo que corresponde al segundo caso, se ha modificado la longitud línea 3 para cuatro alternativas: 2000 m, 2500 m, 3000 m y 5000 m. Hasta 2000 m el reparto permaneció igual al mostrado en la figura (Figuran 45), no obstante, a partir de ahí, para el resto de longitudes probadas el reparto cambió, siendo del 60% para la fuente F1 (Figura 47) y del 40% para la fuente F2 (Figura 48). Sin embargo, en lo que respecta a las diferentes demandas, se mantuvo

constante tal y como se puede observar en la figura 49. Se ha de notar que mientras más lejos se encuentre la fuente de abastecimiento, el mayor reparto se asigna a aquella fuente que esté más cercana. Evidentemente, las pérdidas a vencer son menores y por tanto se necesita de menor energía. La influencia de la ubicación de la fuente es sin duda un factor a considerar, sin embargo, que esté más o menos cerca de su ubicación real no tiene gran influencia. Hay que tomar en cuenta que se está utilizando el método discreto, que para efectos de este análisis de sensibilidad, cuenta con la precisión suficiente, por lo tanto siempre que se requiera mayor exactitud se utilizará el método de Hooke & Jeeves.

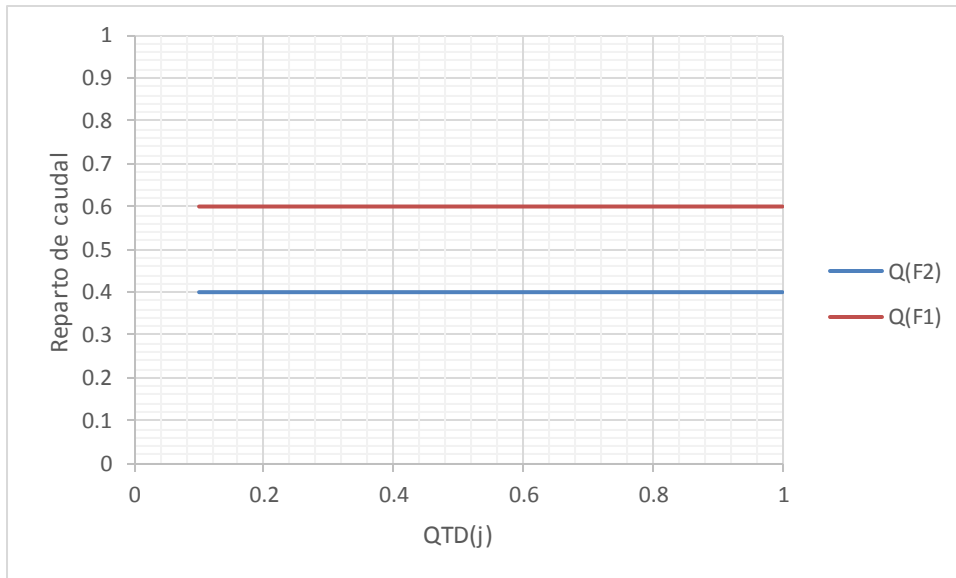
Como todas las alternativas a partir de 2500 m tienen gráficas similares, solo se presentarán las correspondientes a ese caso:



**Figura 47.** Reparto óptimo para la fuente F1. Longitud línea 3: 2500m, 3000m y 5000m.



**Figura 48.** Reparto óptimo para la fuente F2. Longitud línea 3: 2500m, 3000m y 5000m.



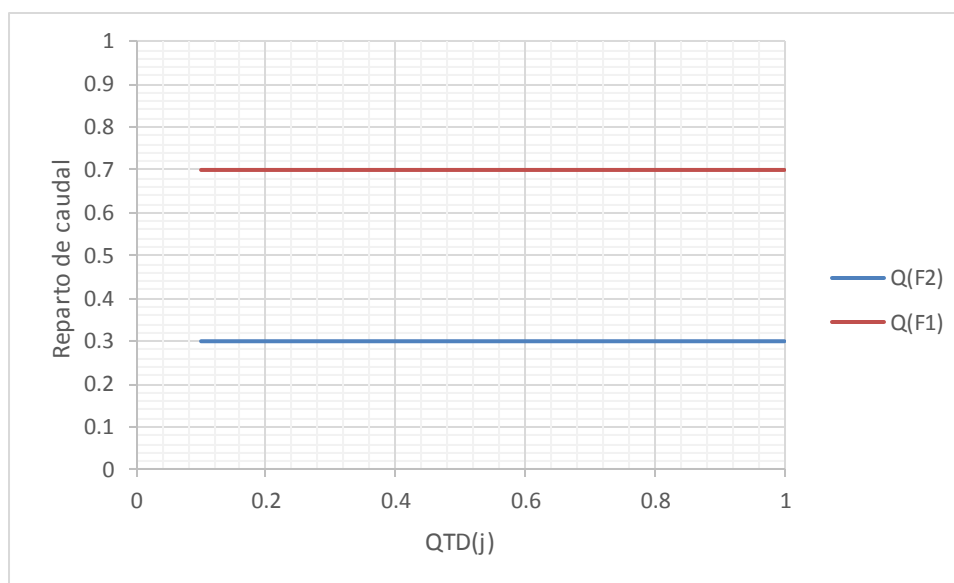
**Figura 49.** Reparto óptimo para las fuentes F1 y F2, respecto de la fracción de caudal demandado.

**4.2.4.2. Demanda**

Para realizar el análisis de la demanda, se variará el caudal de uno de los nudos de consumo, en este caso será el nudo 3. Para esto, se asume que la zona que podría representar este nudo se queda con demanda nula en primera instancia e irá variando hasta un 200% de su demanda

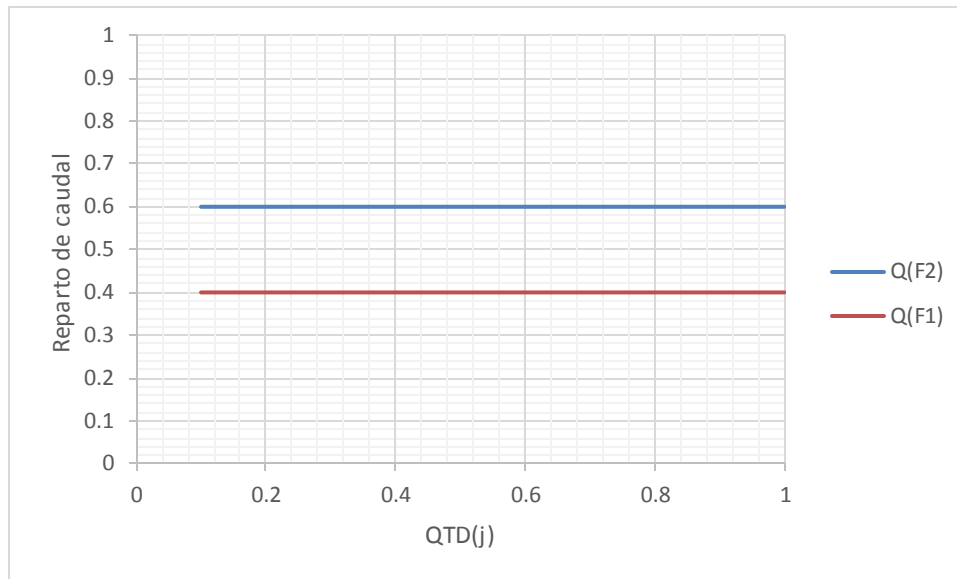
actual, lo cual no es común, no obstante, servirá para mostrar si existen grandes variaciones en el reparto.

Cuando el nudo N3 tiene una demanda de cero, el reparto varía con respecto al escenario inicial, pero se mantiene constante respecto del rango de caudales suministrado, es decir, que aunque la proporción del reparto varía, este se mantiene constante para las distintas demandas de caudal (Figura 50). En este caso la fuente F1 deberá suministrar el 70% del caudal total demandado, y la fuente F2, deberá abastecer lo restante. Lógicamente, e igual que cuando se analizó la variación de las longitudes, resultará más factible asumir un mayor reparto a la fuente que se encuentre más próxima al nudo de consumo 2.



**Figura 50.** Reparto óptimo para las fuentes F1 y F2, respecto de la fracción de caudal demandado, para caudal de demanda del nudo 3,  $Q = 0$  l/s.

Cuando se tiene un incremento del 100% de la demanda en el nudo N3 también existen variaciones en el reparto, tal y como se muestra en la figura 51, en la cual el reparto es del 40% para la fuente F1 y del 60% para la fuente F2, asumiendo de esta forma la mayor parte del reparto la fuente que se encuentra más cercana.



**Figura 51.** Reparto óptimo para las fuentes F1 y F2, respecto de la fracción de caudal demandado, para caudal de demanda del nudo 3,  $Q = 100$  l/s.

Para un incremento del 200% el reparto se mantiene igual a la figura anterior, por lo tanto se puede asumir que para pequeñas variaciones de caudal el reparto no varía mayormente. De lo visto hasta aquí, se puede decir que aunque el caudal es un factor de influencia en el reparto su variación debe ser significativa para que el reparto se vea afectado. Por otra parte que los nudos de la red presenten distintas demandas, puede ser causa de variación en el reparto, y deberá complementarse con un estudio adicional, ya que el presente trabajo no aborda ese tema.

#### 4.2.4.3. Cotas

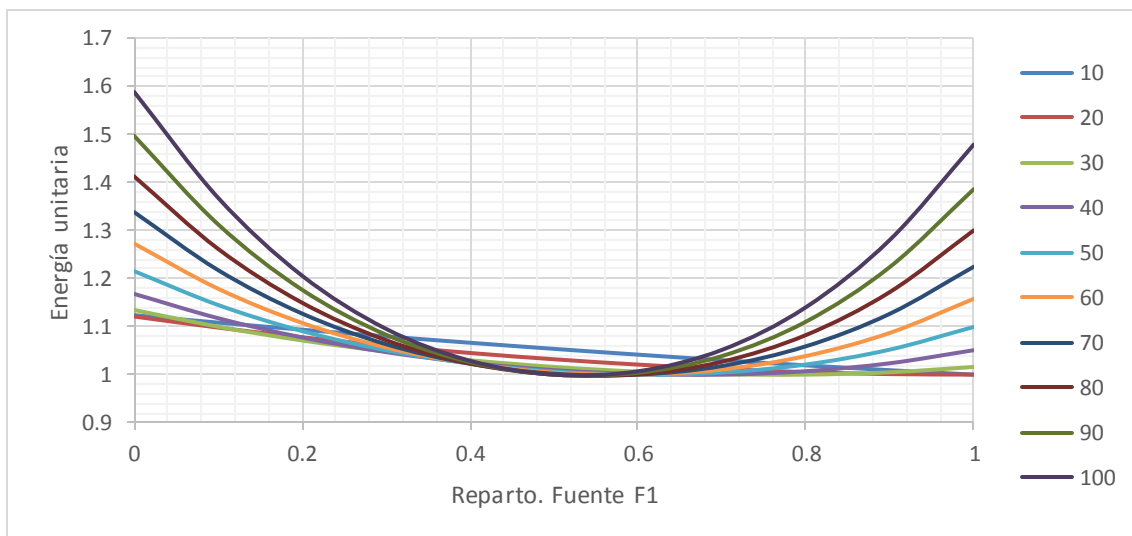
En lo que respecta a la variación de las cotas se pueden dar dos casos:

- Variación de las cotas de los nudos de consumo, y
- Variación de las cotas de las fuentes de suministro

El primer caso es más improbable que suceda, pues las variaciones de las cotas de los nudos de consumo implican una variación de la topografía, lo cual no es común, por tanto es más posible que se pueda realizar un análisis sobre la ubicación de la fuente de suministro.

Para su análisis se procederá a incrementar la cota de la fuente F1, representada por el embalse. Se han analizado cuatro escenarios: 5 m, 10 m, 45 m, este último para observar la tendencia del reparto al incrementar la energía potencial de una de las fuentes.

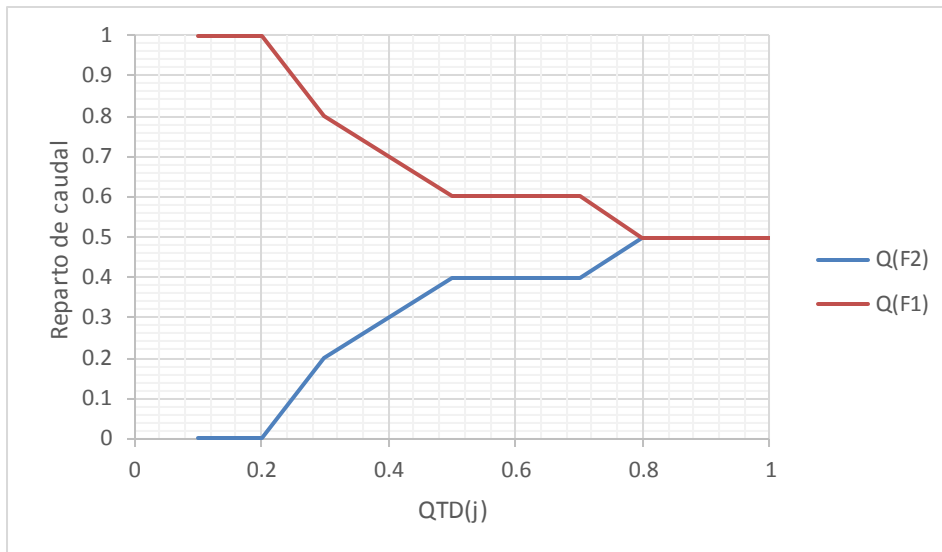
Al asignar una cota de cinco metros a la fuente F1, se puede observar (Figura 52) que el reparto para la demanda de 10 l/s y 20 l/s, es nulo, ya que el 100% es asumido por la fuente F1. Esto se debe a que al aumentar la energía potencial, se reduce la energía de presión de la fuente, y por ende se puede asumir una mayor cantidad del reparto con un menor uso de energía.



**Figura 52.** Reparto óptimo de la fuente F1. Cota = 5 m

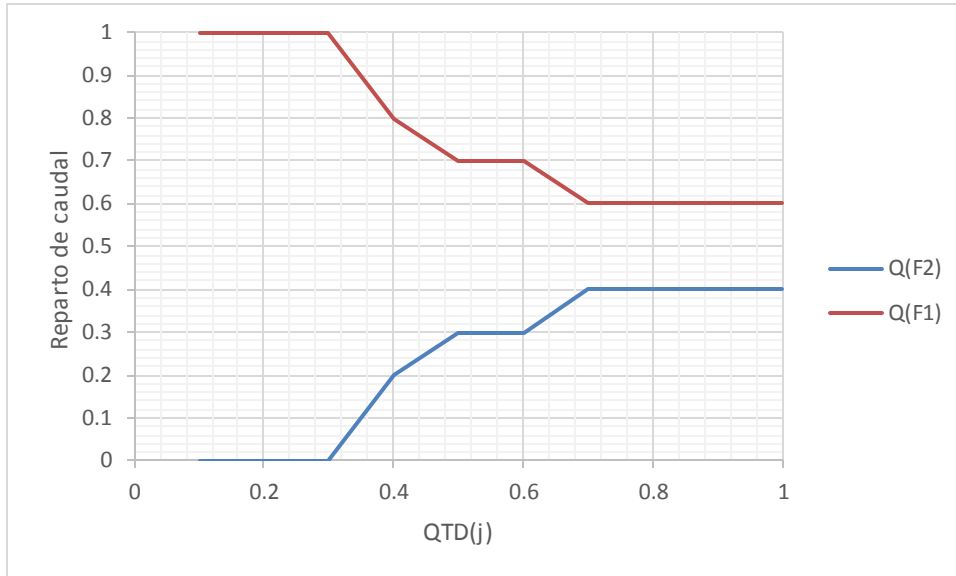
La gráfica de la energía unitaria en función del reparto para la fuente F2, será el contrario de la figura 53, por lo tanto, para tener una mejor visión de lo que sucede conviene graficar el reparto obtenido para las dos fuentes en función de la fracción del caudal total demandado en cada escenario.



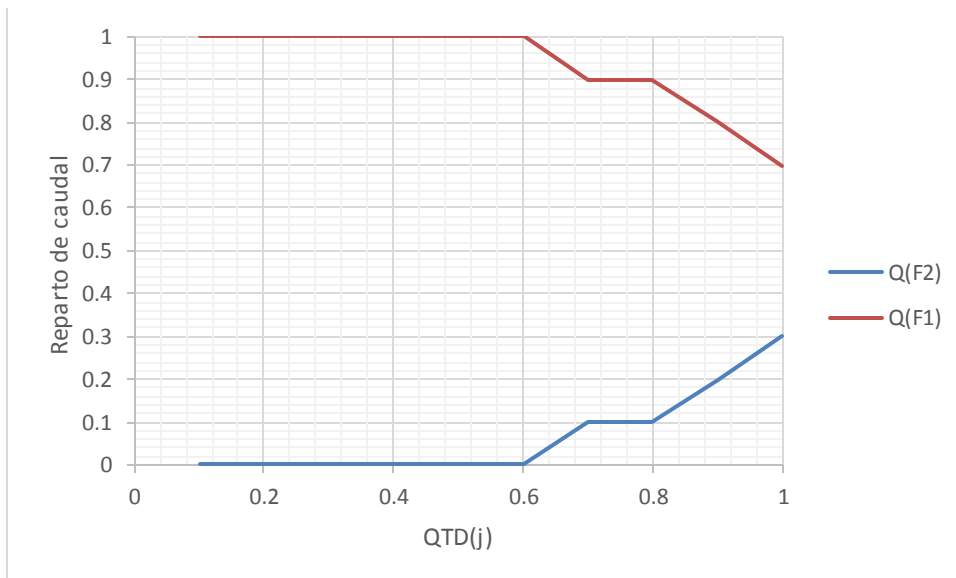


**Figura 53.** Reparto óptimo para las fuentes F1 y F2, respecto de la fracción de caudal demandado. Con una cota de 5m en F1.

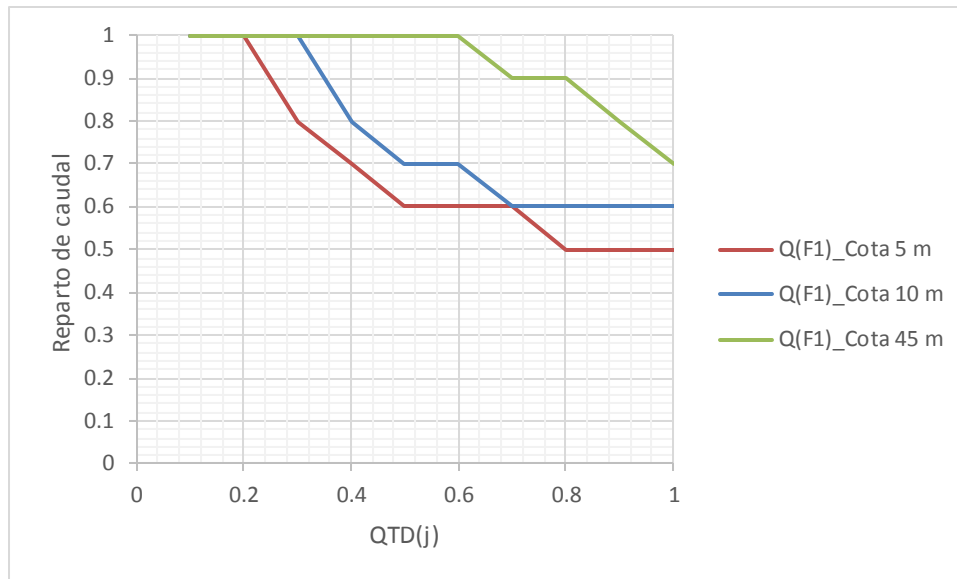
Se puede ver que a medida que aumenta el caudal demandado, el reparto va cambiando hasta volverse más uniforme. Si ahora le asignamos a la fuente F1 una cota de 10 m (Figura 54) y luego de 45 m (Figura 55), se verá que cada vez la fuente F1 puede asumir una mayor proporción del reparto ya que la fuente requiere de menor energía para cumplir con los requisitos mínimos de presión, hasta el punto de poder asumir la totalidad del caudal demandado, tal y como se muestra en la figura 56.



**Figura 54.** Reparto óptimo para las fuentes F1 y F2, respecto de la fracción de caudal demandado. Con una cota de 10 m en F1.



**Figura 55.** Reparto óptimo para las fuentes F1 y F2, respecto de la fracción de caudal demandado. Con una cota de 45 m en F1.



**Figura 56.** Caudal de reparto asumido por la fuente 1, en función de distintas cotas.

De los resultados obtenidos se puede deducir que la cota de las fuentes es una variable muy sensible pues afecta directamente a la altura de presión, que en este caso es un término que forma parte de la función de optimización. Por tanto el reparto será muy variable en función de la energía potencial que posea cada fuente de suministro.

#### **4.2.4.4. Presión mínima de referencia.**

Para la evaluación de la presión mínima de referencia se analizaron tres alternativas, en las cuales se asumieron los siguientes valores: 25 mca, 30 mca y 40 mca. En todos los casos el reparto se mantiene constante, similar al mostrado en la figura 46, esto se debe principalmente a que las fuentes de suministro aumentan o disminuyen la energía por igual según se requiera, por tanto esta variable no influye de forma significativa en la variación del reparto.

#### **4.2.4.5. Rugosidad**

Se realizó un análisis para varios escenarios, en los cuales se asignó dos casos:

- Una rugosidad distinta a cada tubería, y
- Una rugosidad de 0.015 a todas las tuberías

Para cada uno de los casos, el resultado fue muy similar al presentado en el escenario inicial, por ende no es una variable que tenga mayor influencia en el reparto, siempre y cuando se trate de consumos no dependientes de la presión, ya que de otra forma, la magnitud de las pérdidas se puede volver sustancial y por ende cobrar importancia respecto de la energía necesaria para llegar el reparto de caudal óptimo.

#### **4.2.4.6. Diámetro**

Para estudiar la sensibilidad que produce el cambio de diámetro se plantea lo siguiente:

- Variar el diámetro de todas las líneas de tubería al mismo tiempo.
- Modificar el diámetro de la tubería que une los nudos de consumo;
- Modificar el diámetro de la tubería que una las fuentes de suministro con los nudos de consumo.

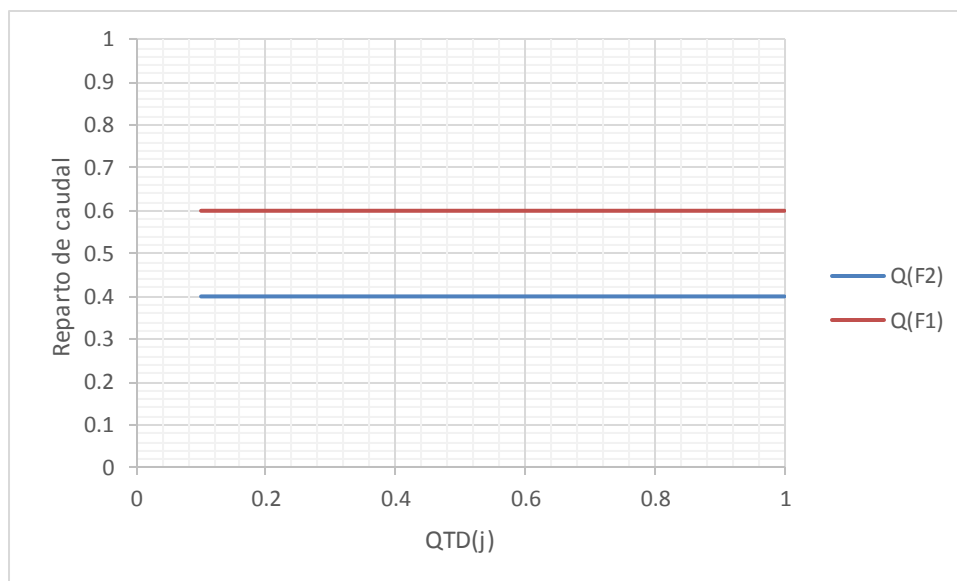
Si se varía el diámetro de todas las tuberías a la vez por el mismo valor, sucederá lo mismo que cuando se hizo el análisis de la presión mínima de referencia  $p_{k,min}$ , es decir, el cambio será proporcional, con lo cual el reparto se mantendrá similar al del escenario base. Por tanto, para poder analizar su influencia sobre el reparto se analizarán los dos casos restantes. En ambos casos se empleará tanto un diámetro mayor como un diámetro menor.

Si en primera instancia asignamos a la línea 2 un diámetro de 300 mm y luego uno de 210 mm se obtiene que el reparto se presenta igual al de la figura 46, lo que se entiende ya que si elimináramos la línea dos, el caudal permanecería repartido por igual.

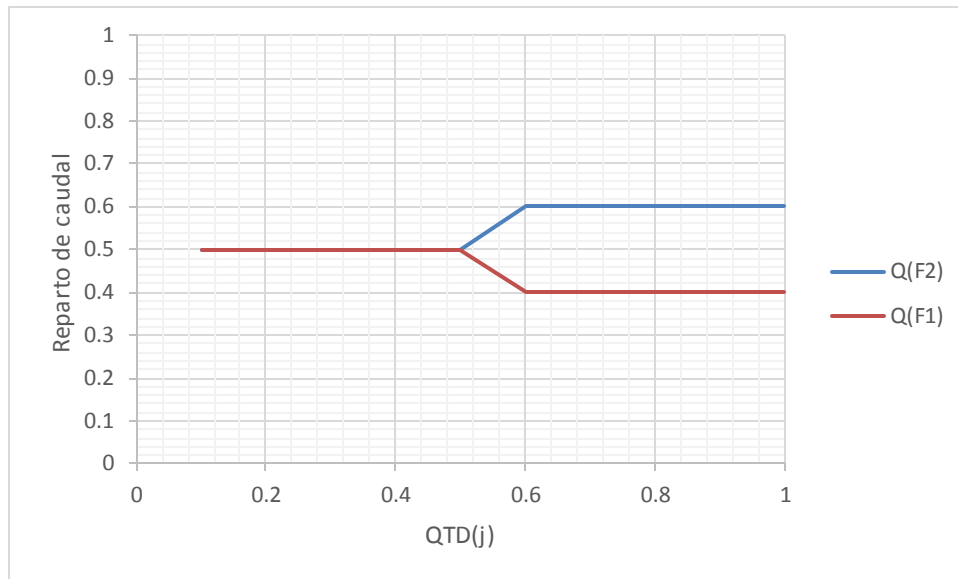
Si ahora, cambiamos el diámetro de la línea 3 asignando a esta un valor de 210mm, se puede observar que el reparto cambia, asumiendo la mayor cantidad la fuente F1 (Figura 57). Esto

es debido a que, al reducir el diámetro de la línea 3, aumentan las pérdidas, por ende, el inyectar un mayor caudal a través de la fuente F1 equivale a un menor consumo energético. Al aumentar el diámetro de la línea 3 ( $D = 350 \text{ mm}$ ), se puede observar que se producen cambios en el reparto, de tal forma que para caudales pequeños el reparto se mantiene constante, y para una mayor demanda el reparto varía (Figura 58), asumiendo una mayor cantidad del mismo la fuente F2, esto debido a que las pérdidas en la línea 3 se ven minoradas.

Resulta entonces que, al variar el diámetro de las líneas de tubería que inyectan caudal a la red, se afecta directamente la altura de presión, lo que causa que exista una mayor variación en las curvas de reparto.



**Figura 57.** Reparto óptimo para las fuentes F1 y F2. Con Línea 3  $D = 210\text{mm}$



**Figura 58.** Reparto óptimo para las fuentes F1 y F2. Con Línea 3 D = 350 mm

## 5. Casos de estudio

A continuación se procederá a realizar la optimización de tres redes de abastecimiento. Las dos primeras corresponden a casos académicos, siendo la tercera un caso real.

La primera red se usará como caso de comparación, y se analizará tanto usando el método discreto, como aplicando el algoritmo de Hooke & Jeeves. La segunda y tercera red se analizarán solamente utilizando el algoritmo de Hooke & Jeeves.

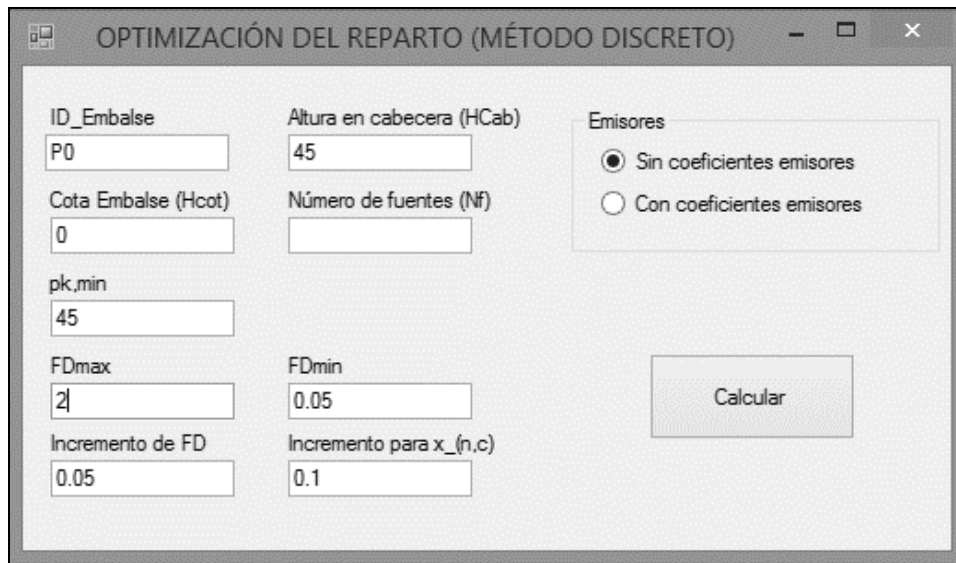
Una consideración adicional en los casos académicos, es que su análisis se realizará tanto para consumos no dependientes, como dependientes de la presión. Para ello se utilizará un exponente emisor de 0.5 y se les asignará a todos los nudos un coeficiente emisor de 0.8.

### 5.1. Caso académico 1

La red que se usará para este caso, ya ha sido presentada como parte del ejemplo de cálculo 2 de la sección 3.1.2.1, en la cual se obtuvo su curva de consigna para un caso específico. A continuación se procederá a realizar su optimización en los siguientes casos:

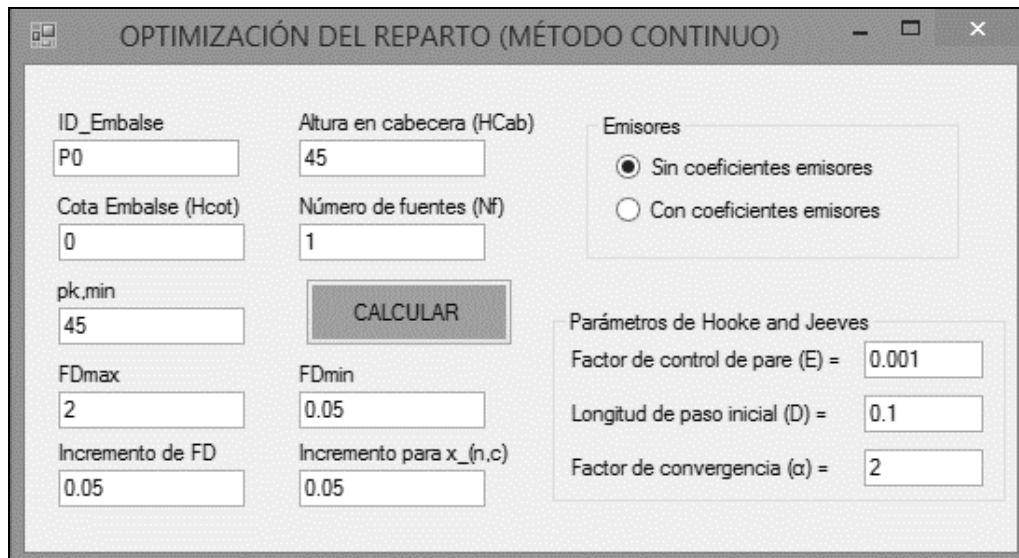
- Usando dos fuentes de suministro. ( $N_f = 2$ )
- Usando tres fuentes de suministro. ( $N_f = 3$ )
- Usando cuatro fuentes de suministro. ( $N_f = 4$ )

Para optimizar la función de tipo discreta, se usarán los datos que se muestran en la figura 59 que corresponde a la interface del programa desarrollado en Visual Studio. Se puede observar que se ha asumido un incremento del factor de demanda de 0.05, así como un incremento para  $x_{(n,c)}$  de 0.01, con la finalidad de poder realizar una mejor comparación con el método de la función continua.



**Figura 59.** Valores de los parámetros asumidos para el uso del método de la función discreta.

Al momento de usar el algoritmo de Hooke & Jeeves con el método de la función continua, se asumirán los parámetros que se muestran en la figura 60.

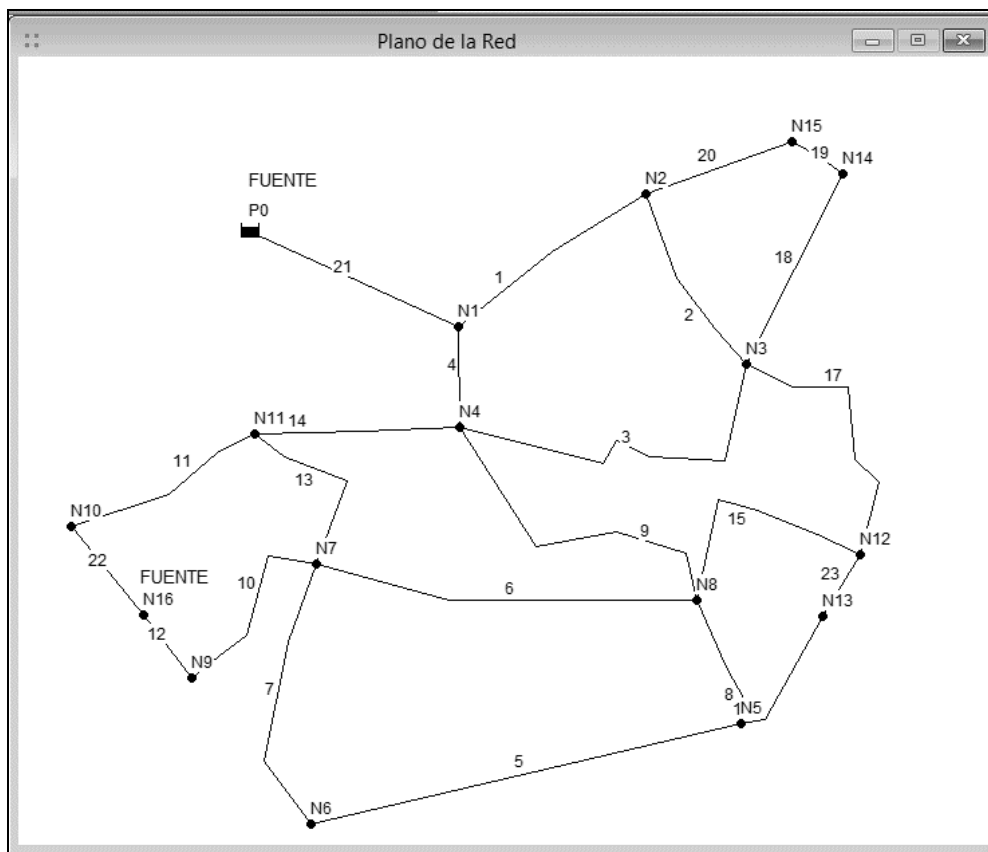


**Figura 60.** Valores de los parámetros asumidos para el uso del método de la función continua.



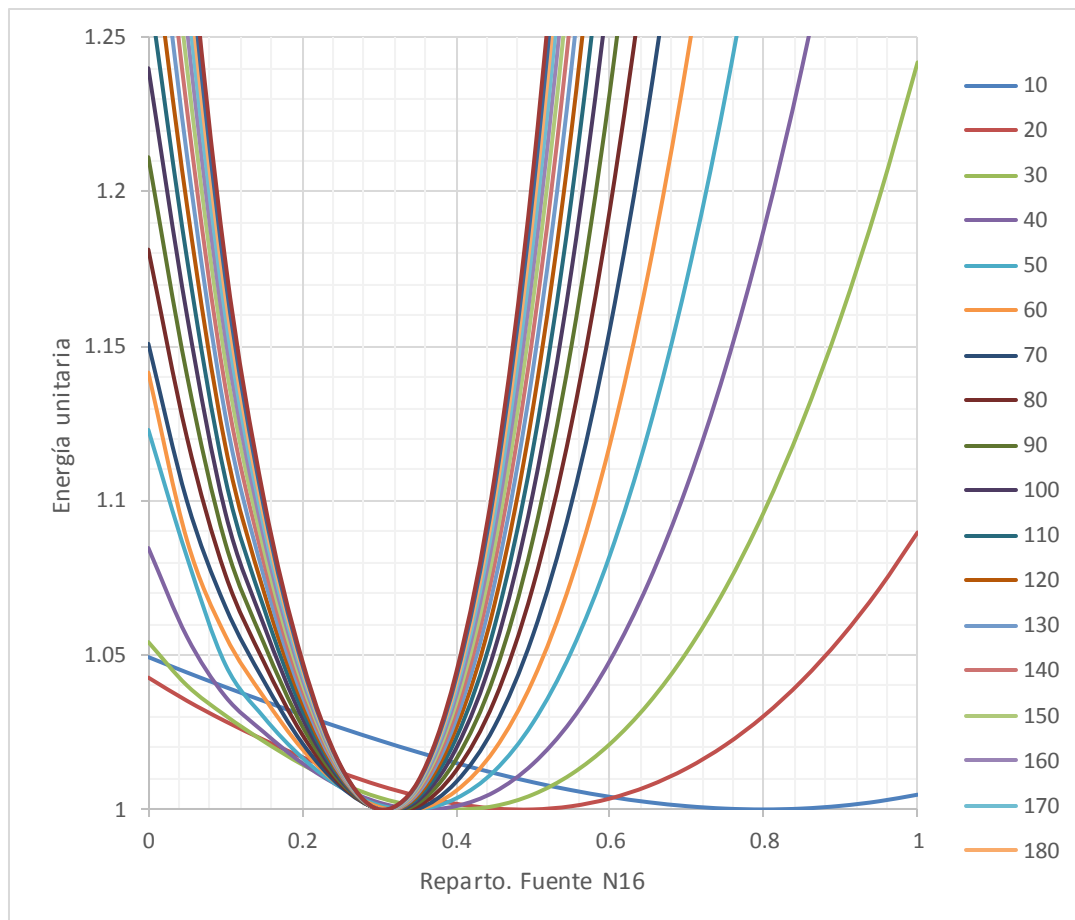
### 5.1.1. Usando dos fuentes de abastecimiento

La red es la que se muestra en la figura 61. Los datos correspondientes a los nudos y las líneas de tuberías ya han sido presentados en el apartado 3.1.2.1



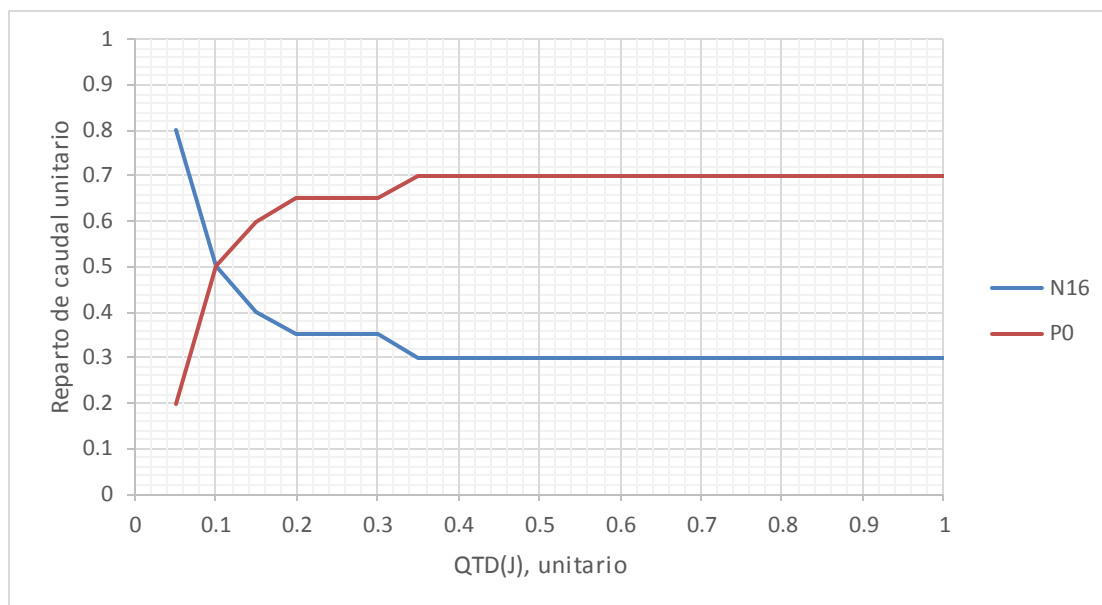
**Figura 61.** Red Caso académico 1, con dos fuentes de suministro P0 y N16

En este caso las dos fuentes de abastecimiento están dadas por los nudos: P0 y N16. Si realizamos la optimización del reparto para consumos no dependientes de la presión, utilizando el método de la función discreta, se obtiene el siguiente reparto (Figura 62).



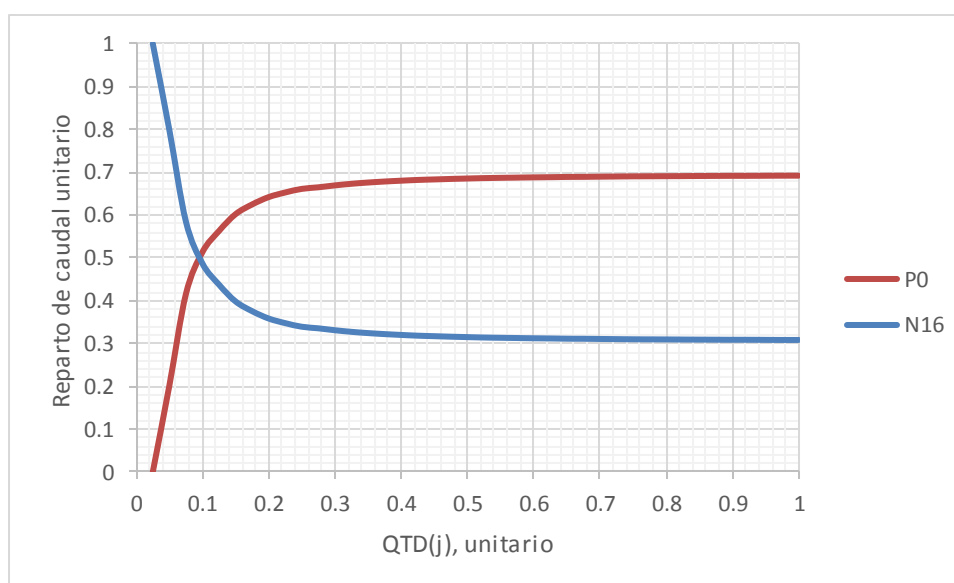
**Figura 62.** Mejor reparto obtenido para la fuente N16, en función de las distintas demandas.

Se puede observar que para las primeras demandas la mayor cantidad del reparto la asume la fuente N16, empezando en una proporción de 0.8 del caudal total demandado, y a medida que la demanda de caudal aumenta, el caudal suministrado por esta fuente va disminuyendo hasta estabilizarse en una proporción de 0.3. Obviamente el resto del caudal lo suministrará la fuente P0. Si graficamos únicamente los datos del mejor reparto obtendremos la siguiente figura 63:



**Figura 63.** Reparto óptimo para las fuentes N16 y P0, respecto de la fracción de caudal demandado, para consumos no dependientes de la presión y usando el método de la función discreta.

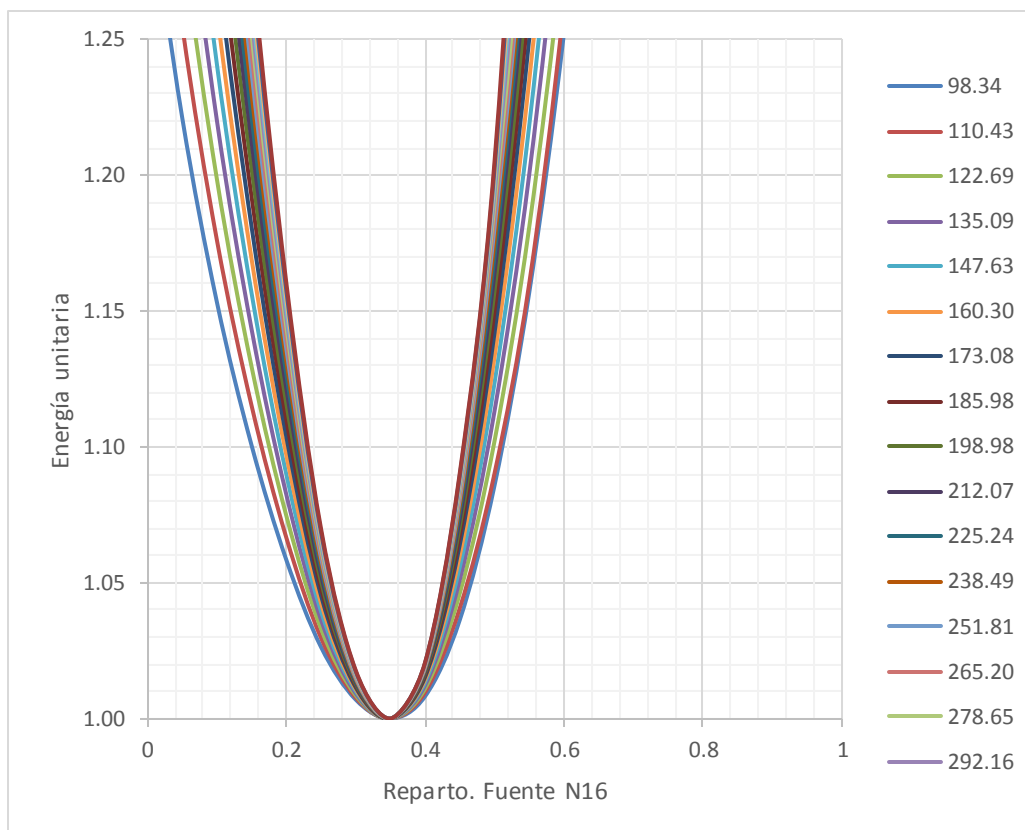
Al aplicar el algoritmo de Hooke & Jeeves se obtiene directamente el reparto óptimo, que se muestra a continuación (Figura 64):



**Figura 64.** Reparto óptimo para las fuentes N16 y P0, respecto de la fracción de caudal demandado. (Método de Hooke & Jeeves)

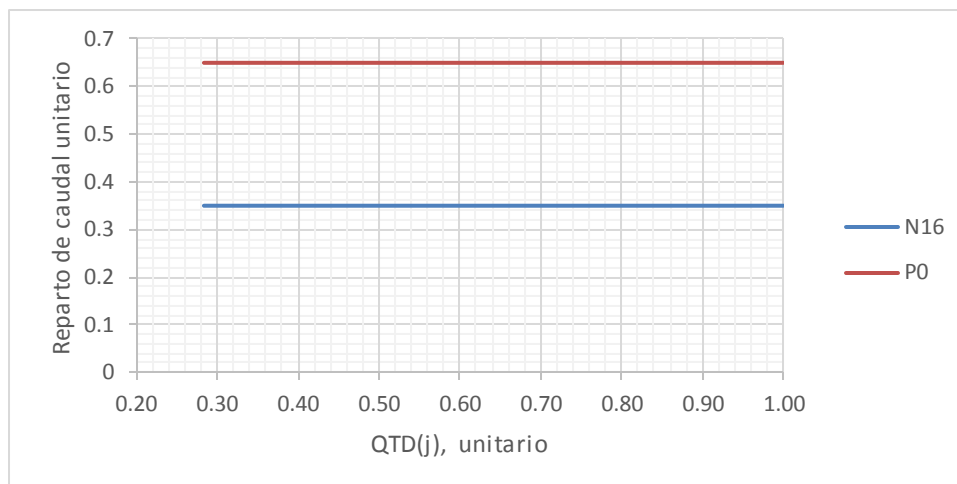
Si contrastamos ambas figuras se puede observar que aunque los resultados son similares, al utilizar la función de forma continua, se puede conocer el reparto con una mayor precisión.

Si ahora se analiza la red empleando el método de la función discreta, pero para consumos dependientes de la presión, se observará que el reparto se encuentra mucho más definido (Figura 65). Si lo comparamos con la figura obtenida para consumos no dependientes de la presión (Figura 62), se puede notar que a partir de los 90 l/s el reparto se vuelve constante, por lo tanto, siendo que para consumos dependientes de la presión el menor caudal supera los 90 l/s el reparto es constante, suministrando la fuente N16 la proporción de 0.35 y la fuente P0 el otro 0.65.



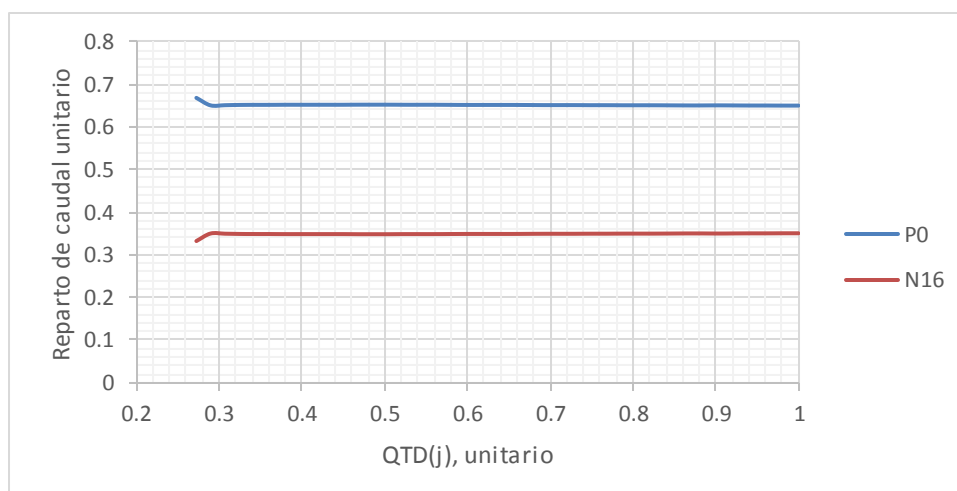
**Figura 65.** Mejor reparto obtenido para la fuente N16, en función de las distintas demandas. Para consumos dependientes de la presión.

Al ser el reparto constante, la gráfica del reparto para las dos fuentes será una línea con pendiente cero (Figura 66).



**Figura 66.** Reparto óptimo para las fuentes N16 y P0, respecto de la fracción de caudal demandado, para consumos dependientes de la presión.

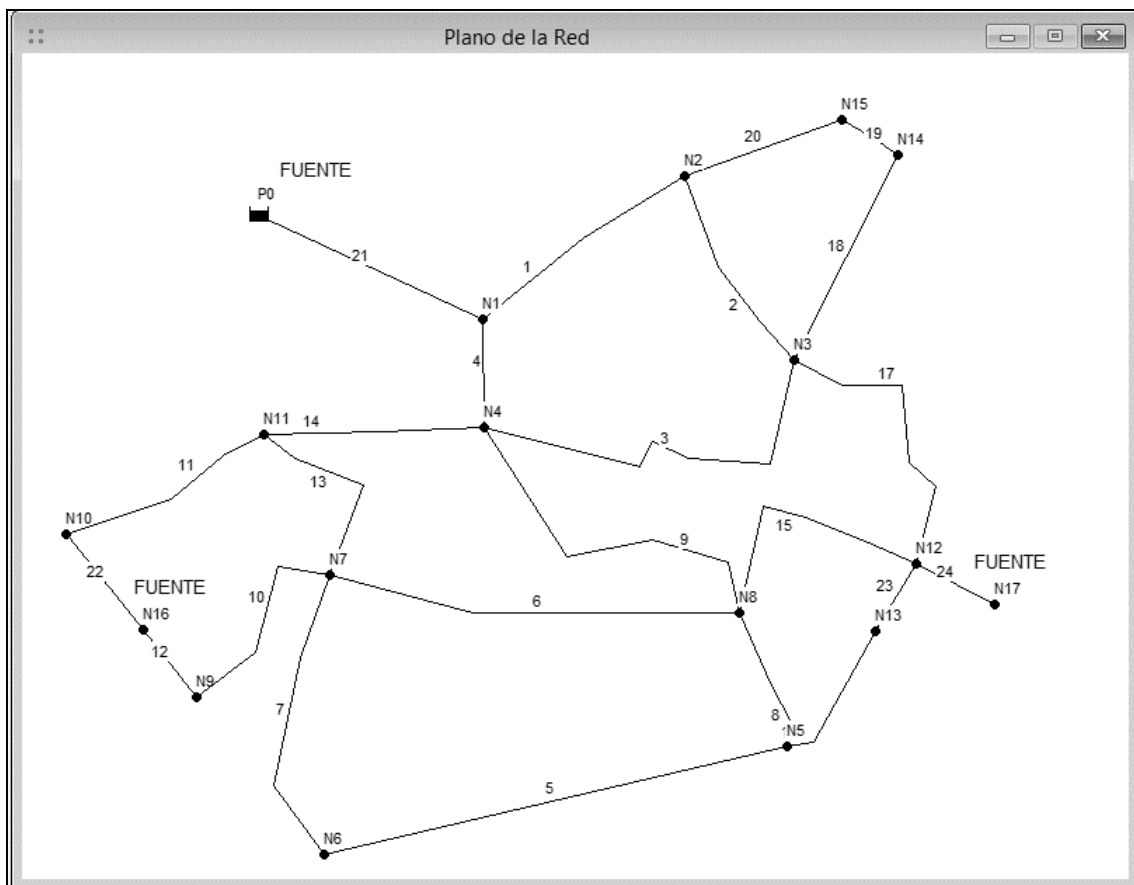
Al emplear el algoritmo de Hooke & Jeeves, los resultados son muy similares, salvo para la fracción por debajo de 0.30, que se atribuye a la mayor exactitud que posee el algoritmo de optimización.



**Figura 67.** Reparto óptimo para las fuentes N16 y P0, respecto de la fracción de caudal demandado, para consumos dependientes de la presión, aplicando el algoritmo de Hooke & Jeeves.

### 5.1.2. Usando tres fuentes de abastecimiento

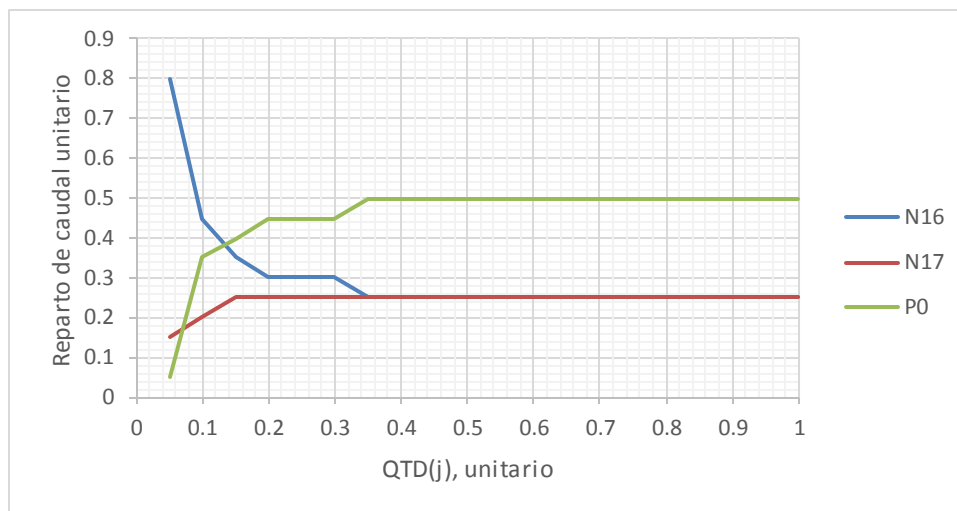
A la red anterior se le ha añadido una fuente adicional (Figura 68). Esta fuente adicional se representa mediante el nudo N17 (a la cota 0 m), que se conecta con la red a través de una tubería de pérdidas despreciables (Línea 24).



**Figura 68.** Red Caso académico 1, con tres fuentes de suministro P0, N16 y N17

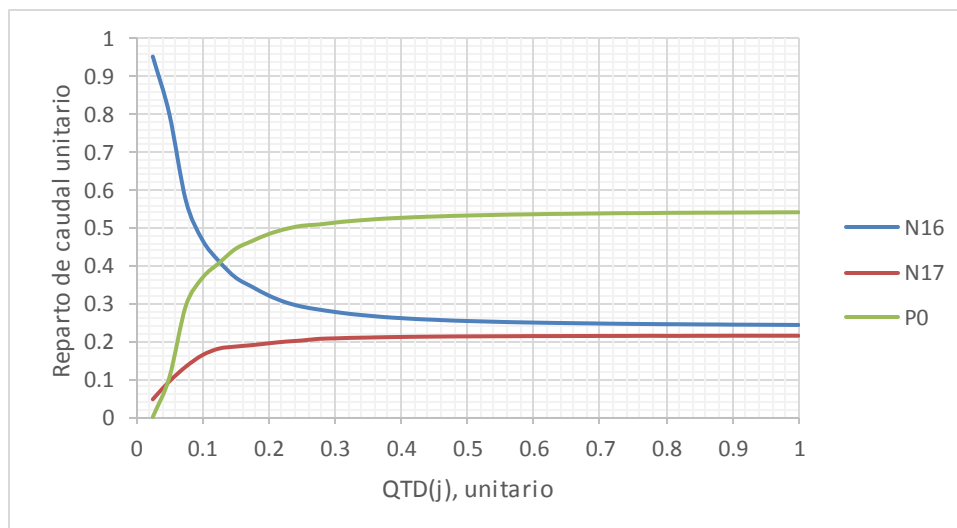
Debido a que al existir tres fuentes de abastecimiento el problema se vuelve de tres dimensiones, resulta difícil obtener la gráfica que representa la energía unitaria. Por lo tanto se presentará únicamente la figura en la que se indican los repartos óptimos para las fuentes de abastecimiento consideradas. Al aplicar el método de la función discreta (Figura 69) se

observa que al igual que sucedió al emplear dos fuentes de suministro, a medida que aumenta el caudal demandado el reparto se torna constante.



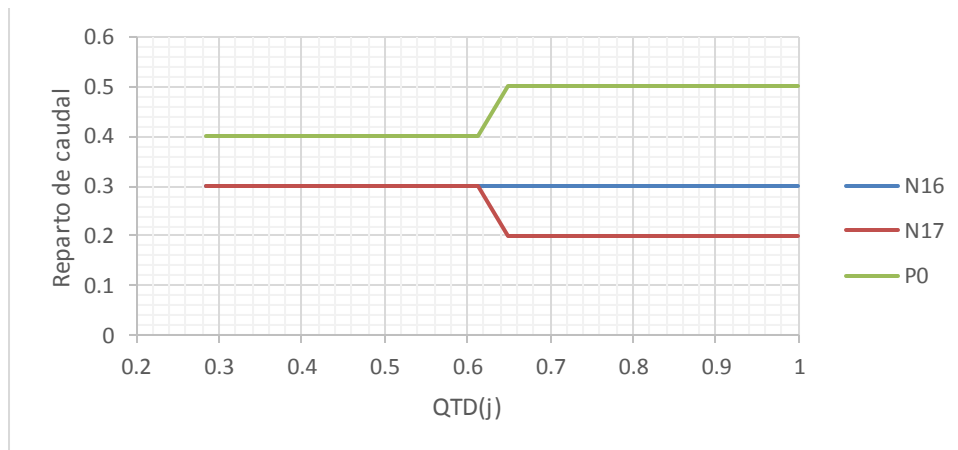
**Figura 69.** Reparto óptimo para las fuentes N17, N16 y P0, respecto de la fracción de caudal demandado, para consumos no dependientes de la presión.

Igualmente, se procede a aplicar el algoritmo de optimización de Hooke & Jeeves, de lo que se obtiene (Figura 70):

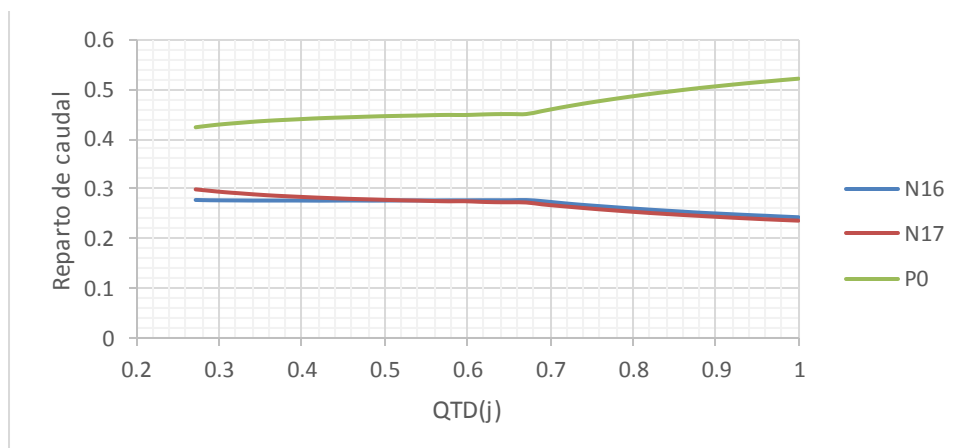


**Figura 70.** Reparto óptimo para las fuentes N17, N16 y P0, respecto de la fracción de caudal demandado, para consumos no dependientes de la presión. Empleando el algoritmo de Hooke & Jeeves.

Se puede constatar que al poder considerar la función de optimización de tipo continua se obtiene una idea más precisa del reparto de caudales de las distintas fuentes de suministro. Si aplicamos ambos métodos para consumos dependientes de la presión obtenemos las gráficas de la figura 71 y la figura 72, en donde se aprecian los errores que se deben al considerar la función de optimización de una forma discreta. En este caso, el reparto se encuentra mucho más definido, considerando que los caudales demandados son mucho mayores a los que existen cuando no se consideran las fugas.



**Figura 71.** Reparto óptimo para las fuentes N17, N16 y P0, respecto de la fracción de caudal demandado, para consumos dependientes de la presión.

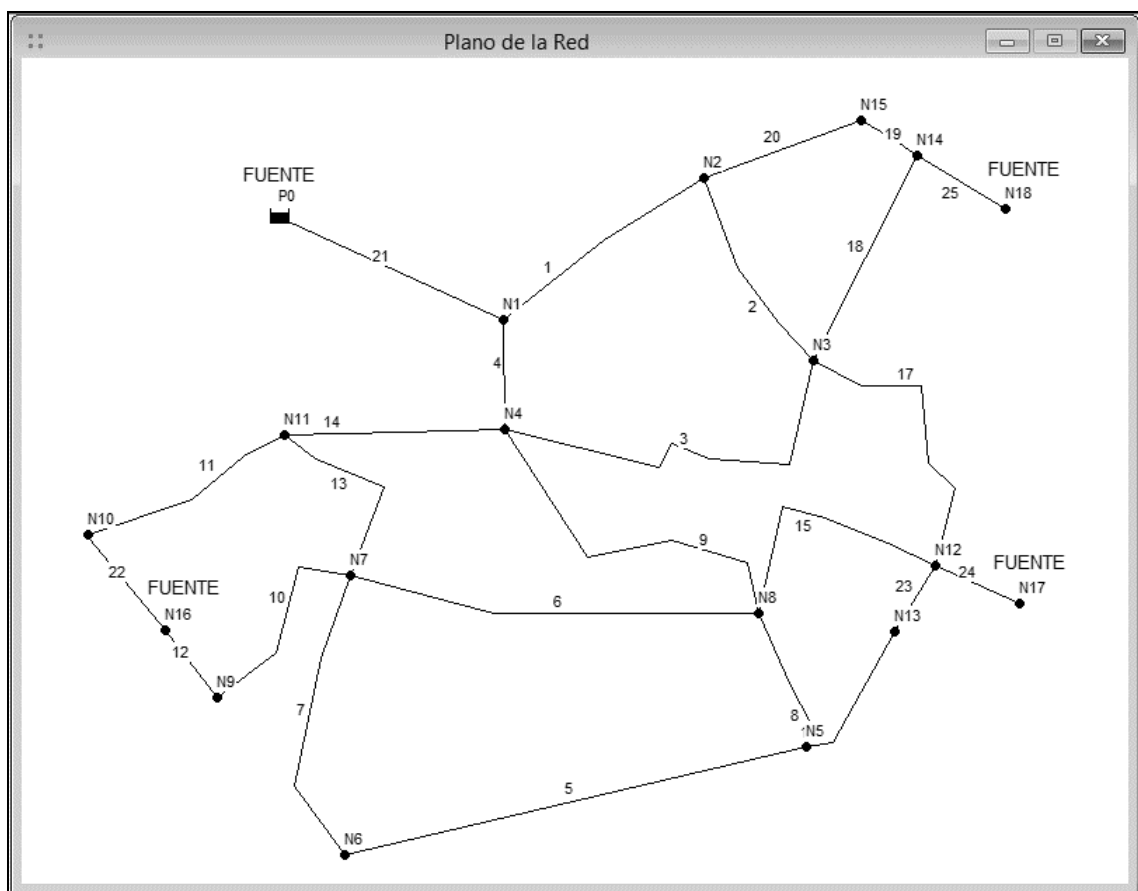


**Figura 72.** Reparto óptimo para las fuentes N17, N16 y P0, respecto de la fracción de caudal demandado, para consumos dependientes de la presión. Empleando el algoritmo de Hooke & Jeeves.



### 5.1.3. Usando cuatro fuentes de abastecimiento

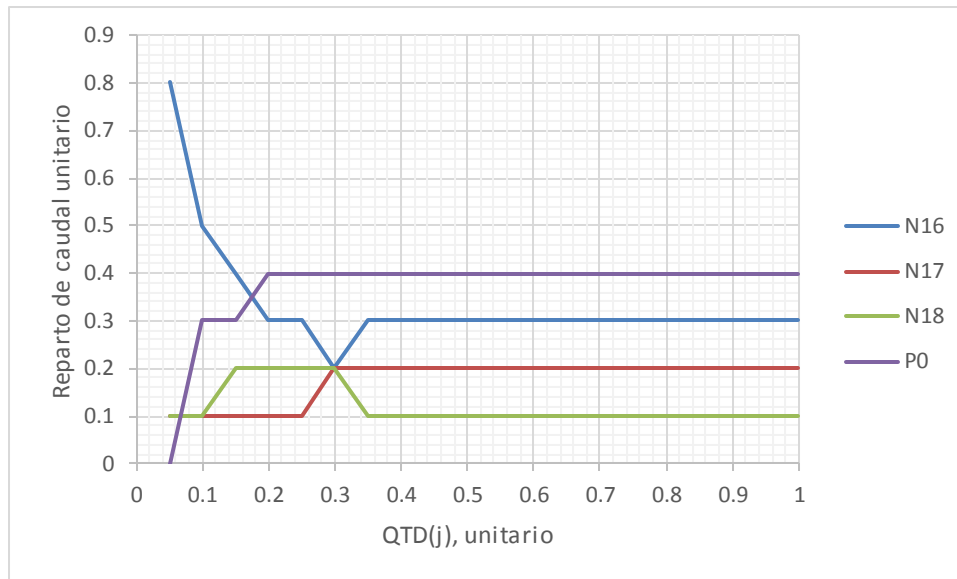
Se ha considerado una cuarta fuente N18, enlazada a través de la línea 25, con pérdidas despreciables. La cota del nudo N18 es de cero metros. La red se muestra en la siguiente figura 73:



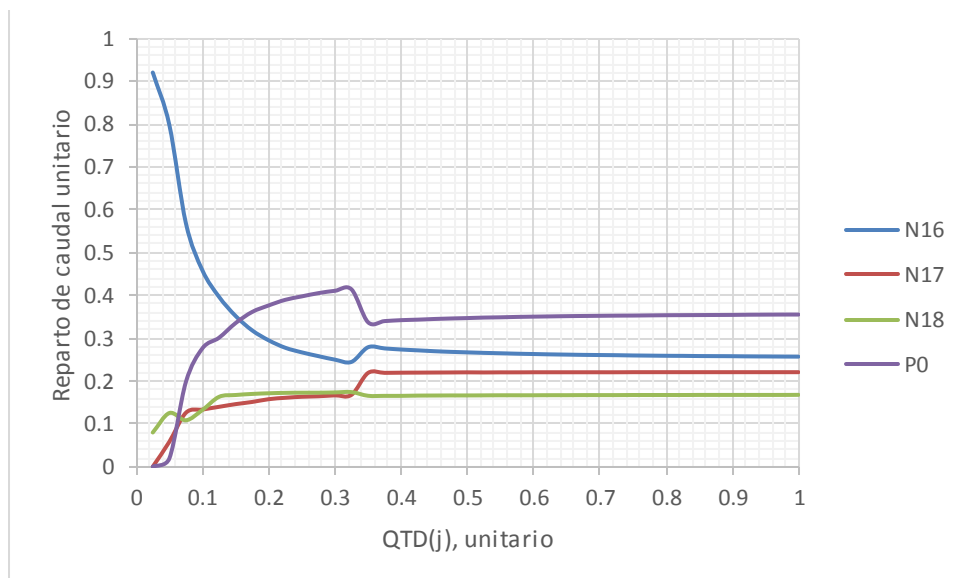
**Figura 73.** Red Caso académico 1, con cuatro fuentes de suministro P0, N16, N17 y N18

Al realizar la optimización, sea bien por el método de la función discreta (Figura 74), o el método de la función continua (Figura 75), se obtiene que el mayor reparto lo asume la fuente P0 con una proporción de 0.4, en segundo lugar la fuente N16 con una proporción de 0.3, en tercer lugar la fuente N17 con una proporción de 0.2, asumiendo el 0.1 restante la fuente N18. Si se contrastan ambos métodos se observan los errores por redondeo que pueden existir en

el reparto. Existen además variaciones un tanto extrañas que se presentan para el caudal total demandado entre el rango 0.3 y 0.4, que se atribuyen a la inestabilidad del nudo crítico, es decir, que este varía dependiendo de la demanda total de la red.

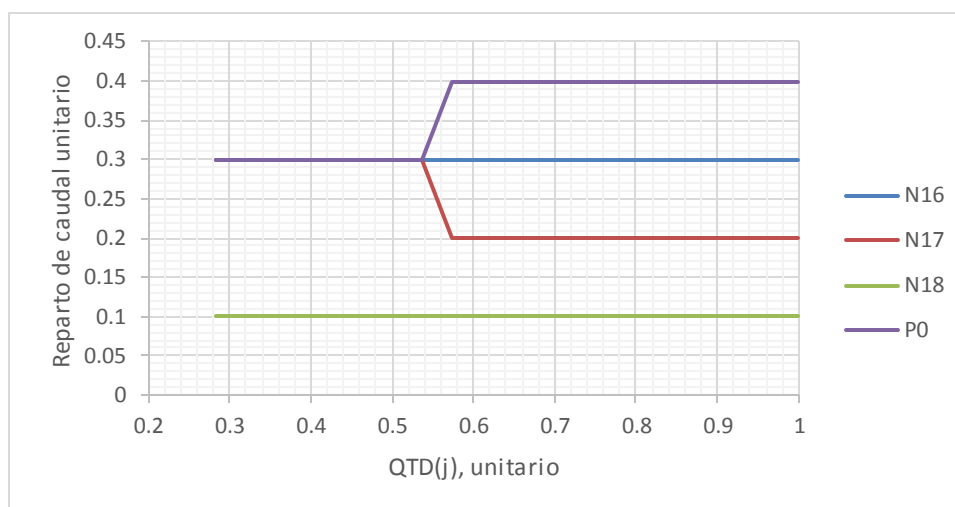


**Figura 74.** Reparto óptimo para las fuentes N16, N17, N18 y P0, respecto de la fracción de caudal demandado, para consumos no dependientes de la presión.

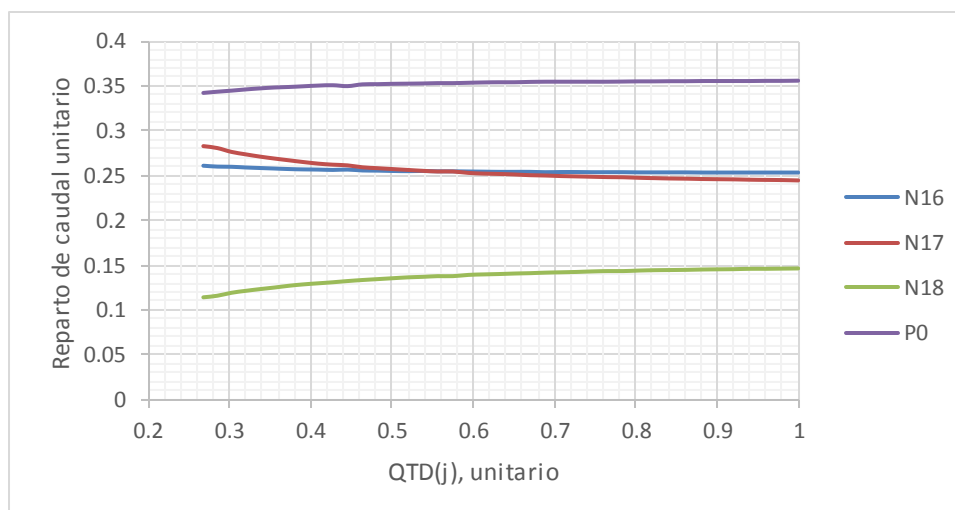


**Figura 75.** Reparto óptimo para las fuentes N18, N16, N17 y P0, respecto de la fracción de caudal demandado, para consumos no dependientes de la presión. Empleando el algoritmo de Hooke & Jeeves.

Para consumos dependientes de la presión (Figura 77), el reparto que asume la fuente N16 es del 0.25 de la demanda total, la fuente N17 tiene la misma proporción que la fuente N16, y la fuente N18 se mantiene cerca del 0.15, tomando el 0.35 restante la fuente P0. En este caso el comportamiento de la red es más estable, ya que aunque existen variaciones en el reparto, estas se producen de una manera más progresiva respecto del de la figura 75.



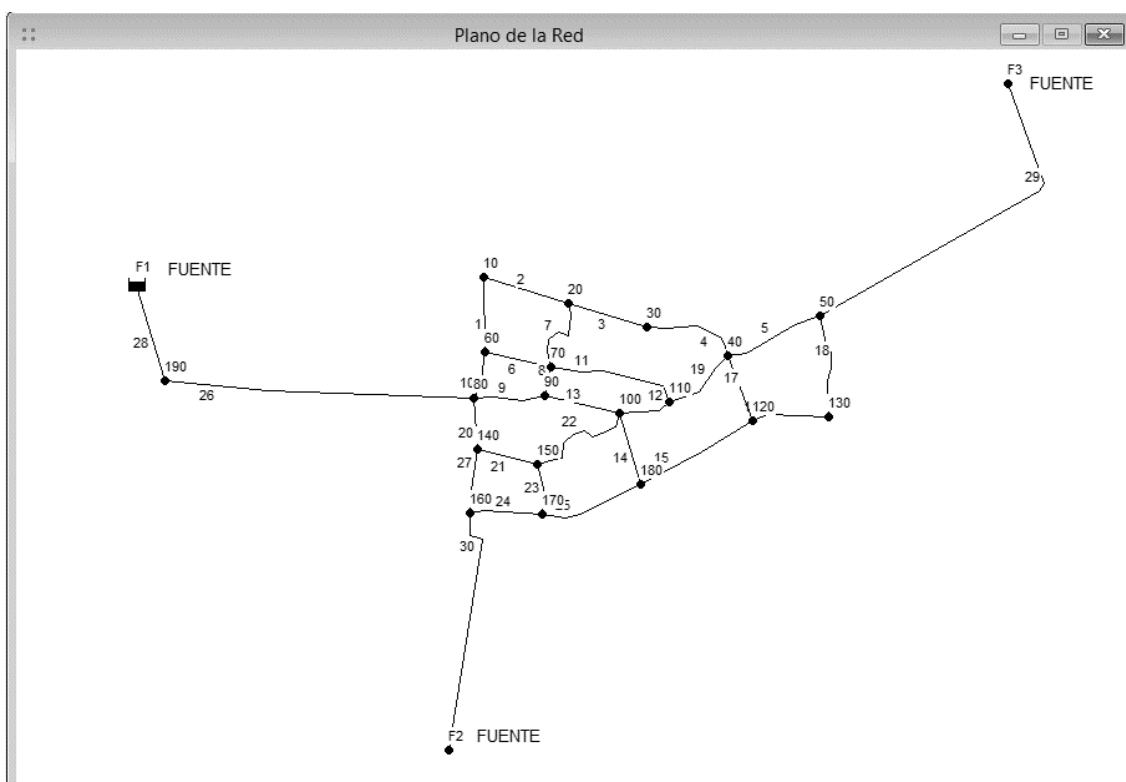
**Figura 76.** Reparto óptimo para las fuentes N16, N17, N18 y P0, respecto de la fracción de caudal demandado, para consumos dependientes de la presión.



**Figura 77.** Reparto óptimo para las fuentes N18, N16, N17 y P0, respecto de la fracción de caudal demandado, para consumos dependientes de la presión. Empleando el algoritmo de Hooke & Jeeves.

## 5.2. Caso académico 2

La siguiente red de análisis se muestra en la figura 78, su análisis se realizará tanto para consumos no dependientes como para consumos dependientes de la presión.



**Figura 78.** Red Caso académico 2. Con tres fuentes de suministro.

Para el cálculo de pérdidas se utilizará la ecuación de Darcy-Weisbach. Las características de los nudos y de las líneas de la red, se presentan en las siguientes tablas:

**Tabla 29.** Caso académico 2. Descripción de los nudos de la red

ID Nudo	Cota	Demanda Base
	m	l/s
<b>Conexión 10</b>	9	11.9
<b>Conexión 20</b>	7	7.4

<b>Conexión 30</b>	5	10.3
<b>Conexión 40</b>	7.5	4.6
<b>Conexión 50</b>	10	17.5
<b>Conexión 60</b>	9.6	5.1
<b>Conexión 70</b>	8	4.9
<b>Conexión 80</b>	9.9	11
<b>Conexión 90</b>	7.8	3.7
<b>Conexión 100</b>	6	7.5
<b>Conexión 110</b>	5.3	6.3
<b>Conexión 120</b>	7.5	9.4
<b>Conexión 130</b>	8.5	9.6
<b>Conexión 140</b>	9.6	8.8
<b>Conexión 150</b>	7.8	5.3
<b>Conexión 160</b>	10	13.8
<b>Conexión 170</b>	7.8	4.3
<b>Conexión 180</b>	6	8.4
<b>Conexión 190</b>	6	4.4
<b>Conexión F3</b>	0	0
<b>Conexión F2</b>	0	0
<b>Embalse F1</b>	45	No Disponible

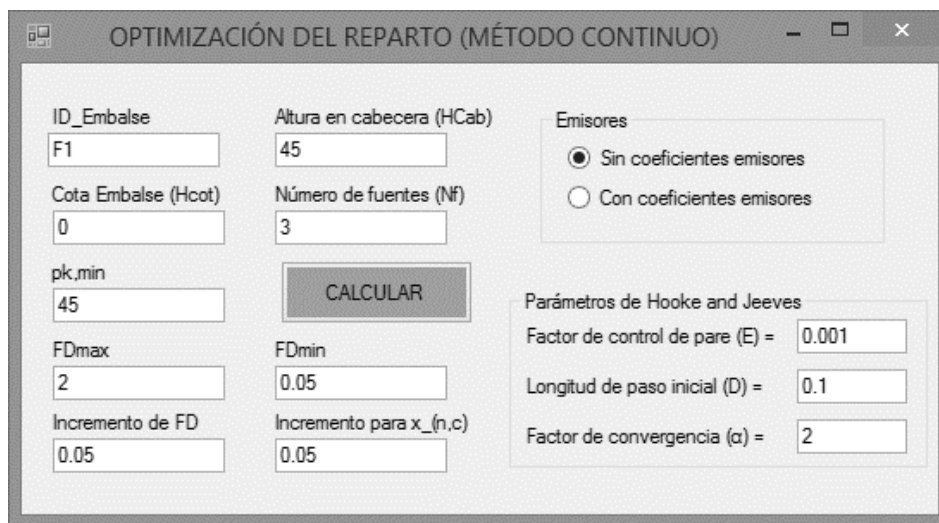
*Tabla 30. Caso académico 2. Descripción de las líneas de la red*

ID Línea	Longitud	Diámetro	Rugosidad
	m	mm	mm
<b>Tubería 1</b>	253.3	199.2	0.03
<b>Tubería 2</b>	301.9	148.4	0.03
<b>Tubería 3</b>	260.8	199.2	0.03



<b>Tubería 4</b>	345.1	123	0.03
<b>Tubería 5</b>	342.3	148.4	0.03
<b>Tubería 6</b>	211.1	148.4	0.03
<b>Tubería 7</b>	301.8	199.2	0.03
<b>Tubería 8</b>	113.5	199.2	0.03
<b>Tubería 9</b>	216.0	250	0.10
<b>Tubería 10</b>	146.9	199.2	0.03
<b>Tubería 11</b>	459.6	199.2	0.03
<b>Tubería 12</b>	142.1	150	0.10
<b>Tubería 13</b>	306.7	199.2	0.03
<b>Tubería 14</b>	223.0	148.4	0.03
<b>Tubería 15</b>	438.6	148.4	0.03
<b>Tubería 16</b>	268.1	148.4	0.03
<b>Tubería 17</b>	191.9	199.2	0.03
<b>Tubería 18</b>	391.5	123	0.03
<b>Tubería 19</b>	268.2	148.4	0.03
<b>Tubería 20</b>	169.3	250	0.10
<b>Tubería 21</b>	239.9	250	0.10
<b>Tubería 22</b>	384.8	123	0.03
<b>Tubería 23</b>	165.8	148.4	0.03
<b>Tubería 24</b>	262.0	199.2	0.03
<b>Tubería 25</b>	354.6	148.4	0.03
<b>Tubería 26</b>	1047.5	498	0.03
<b>Tubería 27</b>	204.9	199.2	0.03
<b>Tubería 28</b>	150.0	498	0.10
<b>Tubería 29</b>	2000.0	199.2	0.03
<b>Tubería 30</b>	1300.0	199.2	0.03

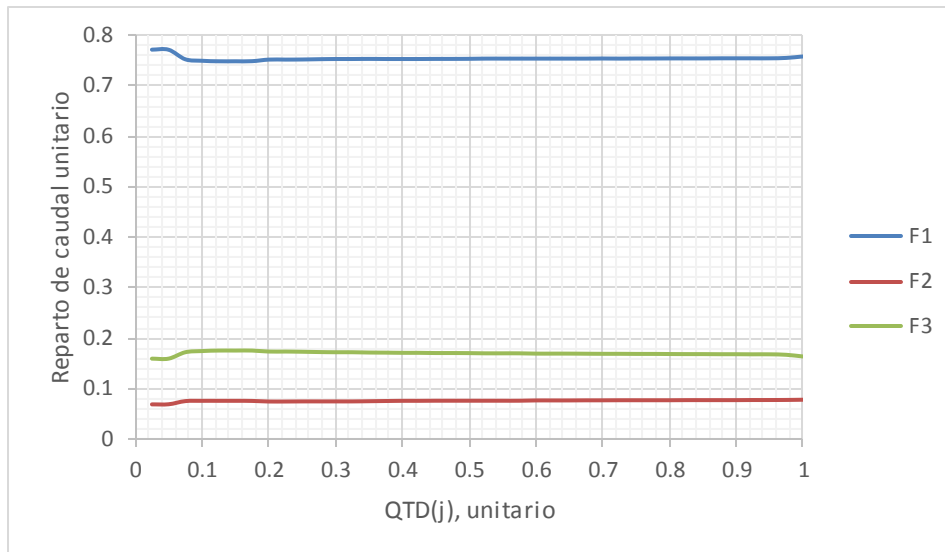
Ya que en el caso académico 1 se comprobó el funcionamiento del método de la función discreta y el método de la función continua, la optimización del reparto del caso académico 2 se realizará únicamente utilizando el método de la función continua. La presión de referencia buscada es igual al caso anterior, es decir,  $p_{kmin} = 45$  mca. Los valores de los demás parámetros empleados en el método se pueden observar en la figura siguiente (Figura 79):



OPTIMIZACIÓN DEL REPARTO (MÉTODO CONTINUO)	
ID_Embalse	F1
Altura en cabecera (HCab)	45
Cota Embalse (Hcot)	0
Número de fuentes (Nf)	3
pk_min	45
FDmax	2
Incremento de FD	0.05
Incremento para $x_{(n,c)}$	0.05
<b>CALCULAR</b>	
<b>Emisores</b>	
<input checked="" type="radio"/> Sin coeficientes emisores	
<input type="radio"/> Con coeficientes emisores	
<b>Parámetros de Hooke and Jeeves</b>	
Factor de control de pare (E) =	0.001
Longitud de paso inicial (D) =	0.1
Factor de convergencia ( $\alpha$ ) =	2

**Figura 79.** Caso académico 2. Valores de los parámetros asumidos para el uso del método de la función continua.

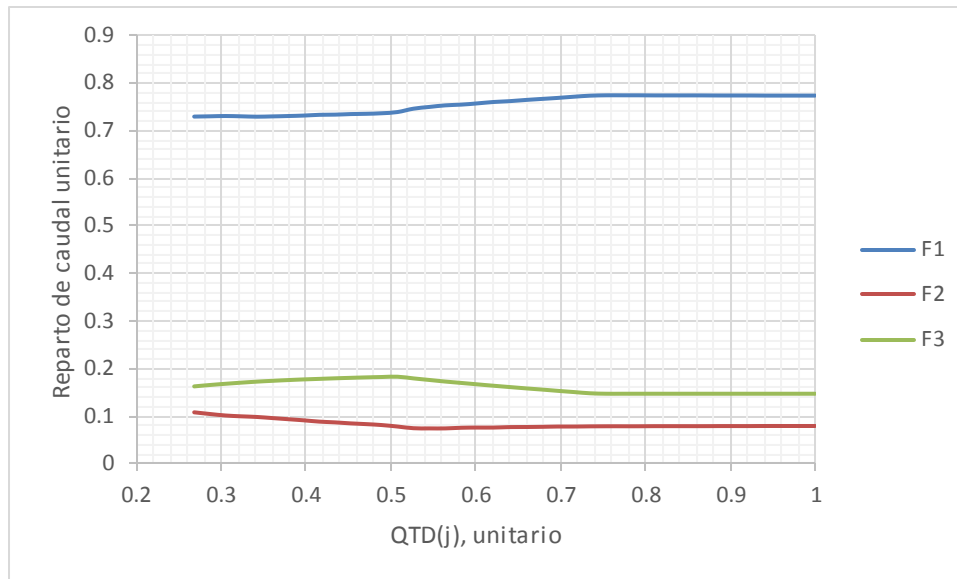
El punto inicial necesario para el algoritmo de Hooke & Jeeves, parte de asumir que en un primer escenario todo el reparto es suministrado por la fuente F1. Una vez que se ha realizado la optimización se obtiene que el reparto se mantiene relativamente constante a lo largo del incremento de la demanda, por lo que la red en análisis se encuentra equilibrada. La menor energía es producida por la fuente F1 y la fuente F3, que son las que asumen la mayor cantidad del reparto, asumiendo el suministro restante la fuente F2.



**Figura 80.** Reparto óptimo para las fuentes F1, F2 Y F3, respecto de la fracción de caudal demandado, para consumos no dependientes de la presión. Empleando el algoritmo de Hooke & Jeeves

Si ahora realizamos un análisis considerando consumos dependientes de la presión (Figura 81), con un exponente emisor de 0.5 y un coeficiente emisor global de 0.8, se obtiene que la red pierde su equilibrio al menos para las demandas de cauda iniciales, ya que el reparto se vuelve variable al incremento de demanda hasta que alcanza una proporción de 0.7 del caudal total demandado, luego de lo cual la red recupera su equilibrio, por lo que el reparto se torna constante. Como ya se había mencionado anteriormente, el desequilibrio de la red se puede presentar por la variación de la posición del nudo crítico, en función de la variación de la demanda.

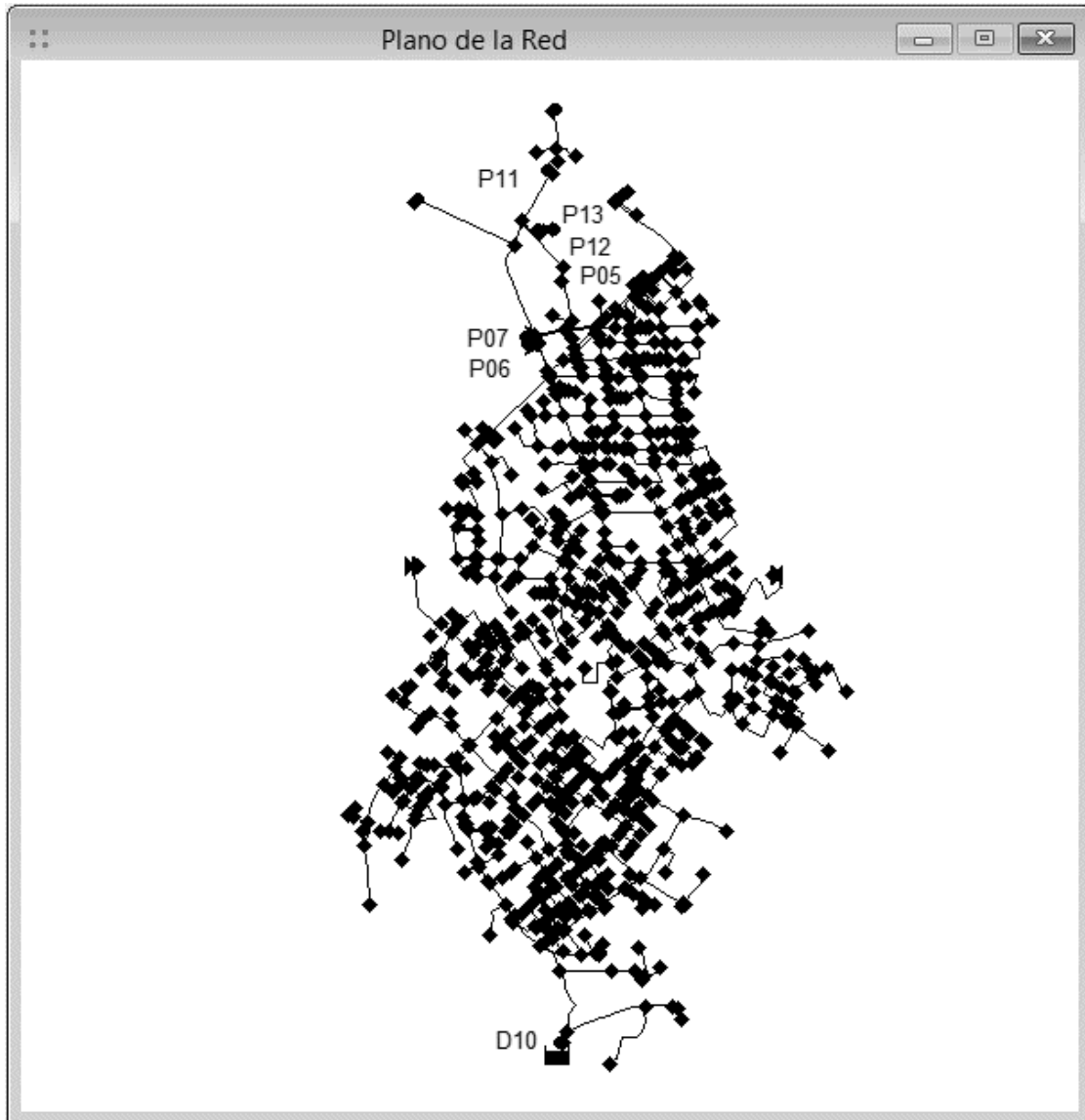




**Figura 81.** Reparto óptimo para las fuentes F1, F2, F3, respecto de la fracción de caudal demandado, para consumos dependientes de la presión. Empleando el algoritmo de Hooke & Jeeves.

### 5.3. Red Cooperativa el Plantío y la Cañada

Como caso práctico se analizará uno de los sectores de la red de distribución de la Cooperativa el Plantío y la Cañada, la cual posee dos fuentes de suministro principales así como una serie de pozos que abastecen el sistema. Específicamente se pretende saber qué sucede con parte de la red cuando falla una de las fuentes de suministro, por lo cual la red se ha subdividido en dos partes, siendo la red de análisis la que se presenta en la siguiente figura 82.



**Figura 82.** Red Sur Cooperativa el Plantío y la Cañada

Las fuentes de suministro consideradas para la red de la figura 82, se describen en la siguiente tabla:

**Tabla 31.** Fuentes de suministro de la red sur Cooperativa el Plantío y la Cañada

ID_Fuente	Nombre	Descripción
P05	Nuevo Pou Ricos	Pozo
P06	Plantío 1	Pozo
P07	Plantío 2	Pozo
P11	Pou del Pla 1	Pozo
P12	Pou del Pla 2	Pozo
P13	Pou del Pla 3	Pozo
D10	Río	Río

Como se puede observar, las fuentes de suministro están conformadas por un total de 6 pozos y un río. Existen pozos fuera de los descritos que no se han considerado en el análisis debido a que unos no se encuentran operativos y otros ya se han incluido dentro de los descritos en la tabla anterior.

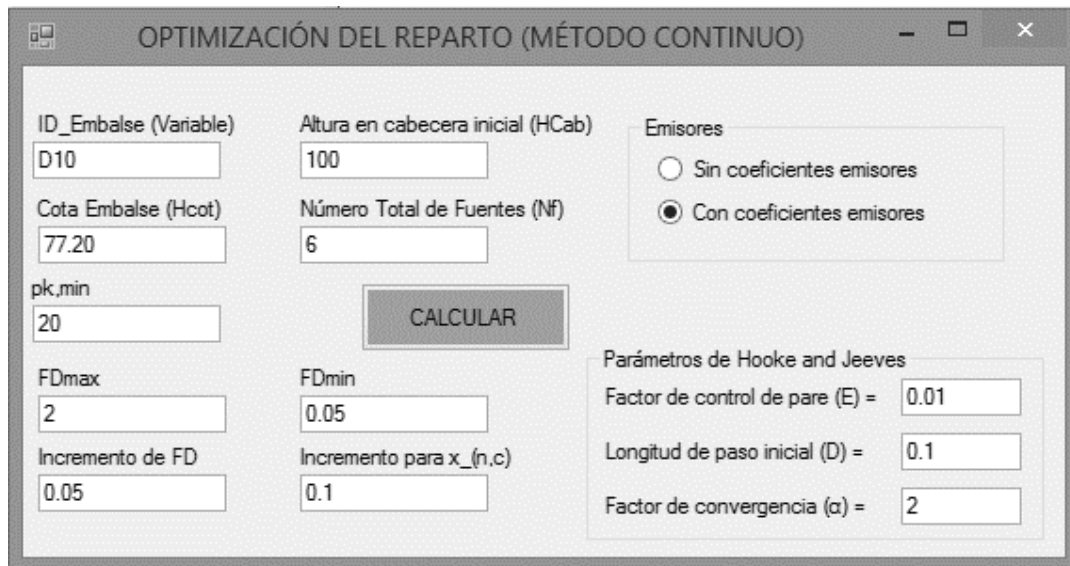
Igual a como se hizo en los casos de estudio anteriores, la ecuación usada para el cálculo de pérdidas que se emplea es la de Darcy-Weisbach. De forma general se puede decir que la red consta de los siguientes elementos:

**Tabla 32.** Descripción de la configuración general de la red de estudio real.

<b>Número de nudos</b>	<b>1032</b>
<b>Número de embalses</b>	<b>1</b>
<b>Número de tuberías</b>	<b>1095</b>

Los consumos de la red son dependientes de la presión, por lo que se respetarán los coeficientes emisores que ya están ingresados en el modelo. La presión mínima de referencia

$p_{k,min}$  así como el resto de parámetros usados para la modelación de la red, se muestran en la siguiente figura 83 (interface del programa desarrollado en Visual Studio):



**Figura 83.** Parámetros de modelación para la optimización del reparto de la red: Cooperativa El Plantío y la Cañada.

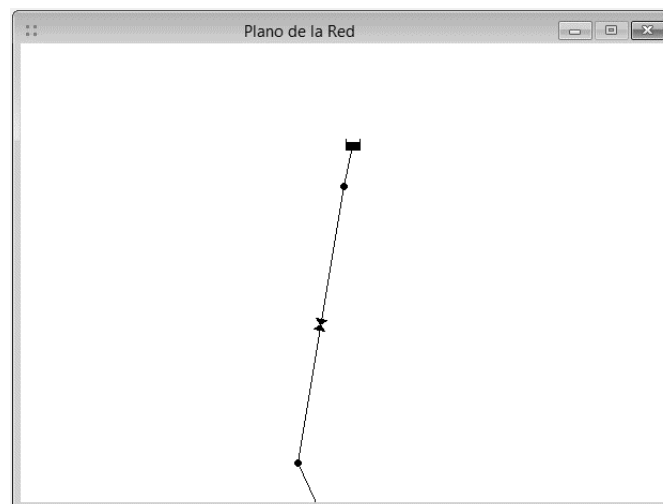
Para conocer qué sucede con las fuentes de suministro, se ha considerado el caudal máximo de bombeo de cada pozo y de abastecimiento del río así como las cotas de la lámina de agua a la que se realiza el bombeo, de esta forma se introduce el gasto energético asociado a cada fuente. La información considerada se presenta en la tabla siguiente:

**Tabla 33.** Características de caudal y cota de los pozos.

ID	Qmax (l/s)
P05	9
P06	3
P07	7
P11	17

<b>P12</b>	15
<b>P13</b>	15
<b>D10</b>	80

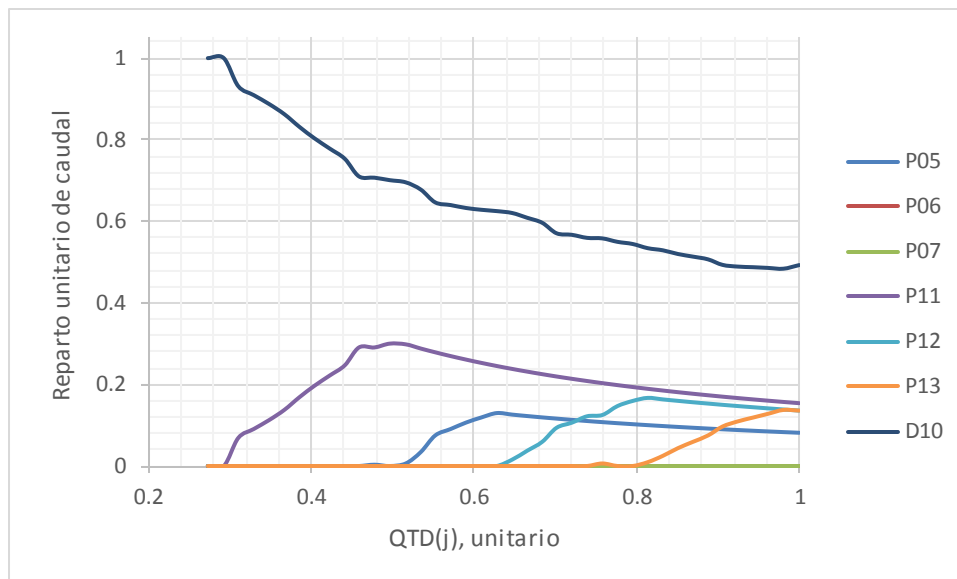
Para considerar la capacidad máxima de bombeo en el modelo se realizó un análisis fuente a fuente. Esto quiere decir que una vez ejecutada la optimización y alcanzada la capacidad máxima de bombeo de cualquiera de las fuentes, se fijaba su caudal en el modelo de EPANET ejecutándose una nueva optimización pero sin considerar aquellas fuentes con caudal de suministro fijo. Obviamente los datos de la nueva optimización serán válidos únicamente a partir de donde se alcanzó el límite de una de las fuentes en la simulación anterior. Para fijar el caudal se usó un embalse con una altura muy grande unido al pozo mediante una válvula reductora de caudal con consigna igual a la capacidad máxima del pozo, tal y como se muestra en la figura 84.



**Figura 84.** Método para fijar el caudal máximo de bombeo de la fuente de suministro

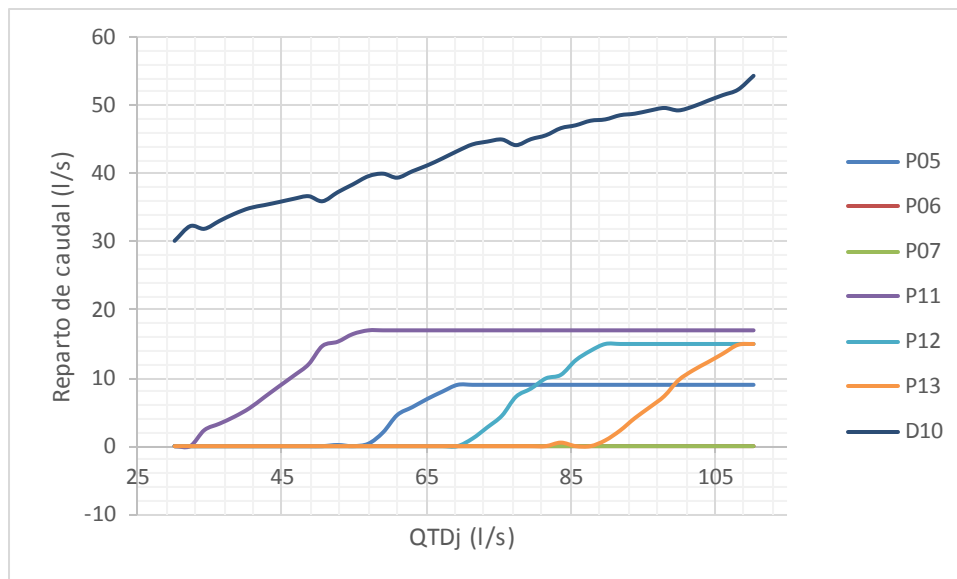
Una vez realizado el análisis se obtiene la gráfica de la figura 85 la cual sigue el mismo formato de las presentadas anteriormente. En esta gráfica se observa cómo a medida que crece la demanda el reparto alcanza un límite y no crece más, al contrario parece decrecer. No obstante hay que tomar en cuenta que se están representando proporciones, por tanto al

existir una mayor demanda un valor fijo de caudal suministrado representa una menor proporción. A pesar de ello se nota que las fuentes de suministro se van sumando al reparto progresivamente. En un primer instante el río (D10) del cual también se realiza un bombeo asume todo el reparto, debido a que implica un menor coste energético, posteriormente se suman progresivamente las fuentes P11, P05, P12 y P13, no interviniendo ninguna otra.



**Figura 85.** Reparto unitario óptimo para las fuentes D10, P05, P06, P07, P11, P12, Y P13, respecto de la fracción de caudal total demandado para consumos dependientes de la presión. Empleando el algoritmo de Hooke & Jeeves.

Con la intención de clarificar los resultados obtenidos se obtiene además la gráfica con los valores de caudal suministrados, como se muestra en la figura 86.



**Figura 86.** Reparto óptimo de caudales para las fuentes D10, P05, P06, P07, P11, P12, Y P13, respecto del caudal total demandado para consumos dependientes de la presión. Empleando el algoritmo de Hooke & Jeeves.

En esta figura se hace más evidente como a medida que los pozos alcanzan su capacidad máxima de bombeo se van sumando al reparto el resto de pozos. Como es de esperar la fuente del río (D10) asume la mayor parte del reparto y participa durante todo el proceso al ser la fuente que tiene menos consumo energético.

La optimización del reparto lograda no muestra solo la situación energética más económica pues tiene como valor agregado el indicar el funcionamiento programado de las fuentes de suministro. Adicionalmente muestra aquellas que no conviene que participen o que no son necesarias.

## 6. Conclusiones y desarrollos futuros.

### 6.1. Respecto de la metodología usada en la curva de consigna

El concepto de curva de consigna involucra intrínsecamente el hecho de cumplir con los requisitos de presión de una red de distribución con un mínimo de energía inyectada desde las fuentes de suministro. Por ello la utilización de este concepto y su aplicación en una función de optimización ha permitido encontrar las condiciones ideales de distribución de caudales en una red de distribución de agua con sistemas de inyección directa a red. En definitiva, la metodología desarrollada permite determinar la altura de presión de cada una de las fuentes y su rango de caudales de funcionamiento. Estas dos variables son los parámetros característicos con los que se gestionan los sistemas de bombeo, de ahí su evidente aplicación en este campo.

Por otra parte, la utilización del concepto de curva de consigna sin un motor de optimización asociado implica realizar un volumen cuantioso de cálculos. El alcance de estos cálculos se encuentra definido por la matriz de dimensiones ( $N_c \times N_e$ ), en la que  $N_c$  es el número de combinaciones de reparto de caudales y  $N_e$  el número de escenarios diferentes analizados. Esto implica un tiempo de cálculo considerable que es inmanejable a la hora de hacerlo paso a paso por lo que la automatización de los cálculos es más que necesaria.

Una alternativa a la rapidez en la realización de los cálculos es automatizar estos mediante el desarrollo de una aplicación en Visual Studio que utilice el TOOLKIT de EPANET. De esta forma una aplicación informática puede encontrar el óptimo de la función con una mayor velocidad y de forma relativamente precisa. Esta búsqueda depende en gran medida de los parámetros de búsqueda y al mismo tiempo el tiempo computacional de cálculo queda lejos de ser óptimo. Por ello, como aportación significativa del presente trabajo se ha desarrollado un algoritmo de optimización.



## 6.2. Respetto del algoritmo de Hooke & Jeeves

La función de optimización así como las restricciones de la que es objeto son fundamentales a la hora de encontrar un algoritmo que sea de utilidad al momento de hallar la convergencia de la función para el reparto óptimo de caudales de una red de distribución de agua.

Por un lado la variable dependiente de la función es la altura de presión. Esta altura depende asimismo del caudal suministrado desde la misma. La altura de presión en sí, depende de las características propias del modelo hidráulico, y su cálculo no puede realizarse directamente de forma analítica, sino que se realiza a través del software EPANET. En definitiva, dado que la relación entre la altura de presión y el caudal es variable para cada una de las redes se ha tenido que desarrollar un modelo de optimización basado en el hecho de que la evaluación de la derivada de la función objetivo no era sencilla. Asimismo, cada fuente de suministro a optimizar añade una dimensión al problema lo que convierte el problema en un problema de optimización multidimensional.

Por otra parte, se encuentran las restricciones de la función en sí que son adicionales a las que debe cumplir el modelo hidráulico de la red. Estas restricciones que controlan la forma en que se debe hacer el reparto y que obedecen a singularidades físicas limitan el espacio de búsqueda de la función. Además no hay que olvidar que el comportamiento de algunas restricciones no es lineal.

Por tanto el algoritmo de optimización tiene que permitir optimizar una función desconocida multidimensional con restricciones cuyo comportamiento no es lineal. De ahí que se haya optado por aplicar el algoritmo de Hooke & Jeeves que a través de la revisión bibliográfica existente se ha mostrado como uno de los más adecuados para este tipo de problemas. El trabajo se ha centrado de forma específica en el modelo de optimización de Hooke & Jeeves, habiéndose dejado de lado otros potenciales modelos de optimización. Sin duda, como parte

de los desarrollos futuros de este trabajo habría que destacar la utilización de otros modelos de optimización para la resolución del problema.

### **6.3. Respetto de la aplicación informática**

Como ya se ha mencionado anteriormente el volumen de cálculo resulta inmanejable a la hora de realizar el procedimiento de optimización paso a paso pues involucra una matriz de cálculos delimitada por el número de combinaciones y el número de escenarios a analizar. A esto hay que añadir el hecho de si se analizan o no los consumos dependientes de la presión. Cuando se trata de consumos no dependientes de la presión, el encontrar el nudo crítico y su posterior ajuste respecto de las necesidades de presión de la red se puede hacer fácilmente, basta con asignar al embalse de cabecera una mayor o menor altura según sea necesario. No obstante, cuando se trata de consumos dependientes de la presión un solo ajuste no es suficiente, ya que la variación del caudal desencadena un proceso iterativo y un aumento en el tiempo de cálculo.

A este problema se presentan dos soluciones: la primera, que corresponde a automatizar los cálculos y evaluar todas las combinaciones posibles de reparto de caudal para la función con lo cual el encontrar el óptimo se reduce a obtener el mínimo valor de esta. No obstante, evaluar la función tratando de abarcar el mayor número de posibilidades causa un gasto innecesario de tiempo de cálculo computacional. La segunda opción implica la automatización de los cálculos pero a través de un algoritmo de optimización lo cual permite reducir al mínimo el tiempo de cálculo a la vez que aumenta la efectividad y la precisión al momento de encontrar el valor óptimo energético que debe emplear cada fuente para suministrar el caudal requerido sin dejar de lado los requisitos de presión.

Contando con las dos partes fundamentales del problema: software para la automatización del método de optimización (Visual Studio y TOOLKIT de EPANET), y software para la

resolución del modelo hidráulico (EPANET), resulta relativamente factible encontrar el reparto óptimo de caudales.

#### **6.4. Respecto del análisis de sensibilidad del reparto**

Como ya se dijo, las dos variables fundamentales que influyen en la obtención del reparto óptimo son el caudal que suministra cada fuente y la altura de presión con la que cuenta la fuente para hacerlo.

Aunque ambas variables influyen de forma directa en la menor o mayor cantidad de reparto que debe asumir una fuente de abastecimiento, la altura de presión es la de mayor influencia ya que significa variaciones de mayor magnitud frente a aquellas que pudiera presentar el caudal suministrado. El que una fuente posea más o menor altura de presión influirá directamente en su capacidad de asumir una mayor o menor cantidad del reparto.

Las variaciones de demanda tendrán influencia siempre y cuando se deban a la modelación de consumos dependientes de la presión, ya que de esta manera la altura de presión se deberá modificar en función de los requisitos de presión y por ende el reparto cambiará.

Por otra parte la capacidad de suministro máxima de cada fuente jugará un papel importante a la hora de conocer que fuentes participan en el reparto. Aunque esta característica no se ha programado se la puede considerar de la forma indicada en el ejemplo de la red de distribución de la Cooperativa el Plantío y la Cañada.

#### **6.5. Respecto de los casos de estudio**

El haber realizado el análisis de dos ejemplos académicos permite entender algunos de los escenarios de aplicación para el algoritmo de optimización con varias fuentes, con consumos dependientes y no dependientes de la presión, usando o no el algoritmo de Hooke & Jeeves,

de tal forma que se pueden apreciar algunas de las variaciones de reparto que cabe esperar dentro de determinadas condiciones. Algunas de las cuestiones a responder son:

- ¿Qué fuente es la que asume la mayor cantidad de reparto?
- ¿Cuál es la influencia de la ubicación de la misma respecto del consumo energético de la red?
- ¿Cuál es la influencia de los consumos dependientes de la presión?

Sin embargo, no hay que olvidar que estos son más bien casos ideales por lo que el reto verdadero consiste en su aplicación en un modelo real. En este caso se ha utilizado un sector de la red de distribución de la Cooperativa el Plantío y la Cañada en el cual se pueden apreciar de mejor manera las limitaciones físicas a las que debe estar sujeto el algoritmo.

Algunas de esas limitaciones son: la capacidad máxima de suministro de las distintas fuentes, la energía potencial de la que dispone cada fuente entendida como la cota de bombeo real, la adecuada determinación y modelación del nudo crítico de la red y algunos otros elementos de influencia que aún no se han tomado en cuenta: válvulas, depósitos, sistemas de bombeo, tarifas eléctricas, costos de operación y mantenimiento, patrones de demanda variables, etc.

Del análisis realizado se puede rescatar un valor añadido a la sola obtención del reparto óptimo debido a la posibilidad de regulación que se puede dar a las fuentes de suministro al conocer cuando son necesarias y cuando no.

## **6.6. Desarrollos futuros**

Dentro de la optimización del reparto existen aspectos que faltan por estudiar algunos de los cuales ya han sido mencionados. Por una parte se puede considerar el comparar el algoritmo de optimización de Hooke & Jeeves con otros de similares características que pueden ser más eficientes.

Factores como el coste energético así como la influencia de la política tarifaria en el reparto del caudal son aspectos que necesitan ser estudiados. Otro factor de influencia que se debería tomar en cuenta son los depósitos de regulación que ayudarían a reducir la energía de inyección necesaria en las fuentes de suministro influyendo de forma directa el reparto de caudal.

Tampoco se ha incluido el caso en el que existan variaciones espaciales de las curvas de demanda, lo cual podría realizarse en un estudio posterior.

A futuro se puede estudiar la aplicación de esta metodología para realizar de forma conjunta tanto el diseño económico de las redes de distribución como la regulación de los sistemas de bombeo. De esta forma al mismo tiempo que se diseña la red se generan los horarios de bombeo, se define la estrategia para la reducción de fugas, se planifica la sectorización de las redes o la conformación de distritos hidrométricos a través de su influencia en el reparto de caudales.

## 7. Referencias bibliográficas

- Ainola, L., Koppel, T., Tiiter, T. & Vassiljev, A., 2000. Water Network Model Calibration Based on Grouping Pipes with Similar Leakage and Roughness Estimates. *Proceedings of the Joint Conference on Water Resource Engineering and Water Resource Planning and Management*, 104, p.197.
- Aldworth, G.A., 1983. Energy-saving pump selection. *J. Amer. Water Works Assoc.*, 75(10), pp.496–501.
- American Water Works Association, (AWWA), 1999. Water audits and leak detection. , pp.M36–1999.
- Bene, J.G., Selek, I. & Hös, C., 2010. Neutral Search Technique for Short-Term Pump Schedule Optimization. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 136(1), pp.133–137.
- Berardi, L., Savic, D.A. & Giustolisi, O., 2005. Investigation of burst-prediction formulas for water distribution systems by evolutionary computing. *Proceedings of Computer and Control in Water Industry (CCWI)*, 2, pp.275–280.
- Brion, L.M. & Mays, L.W., 1991. Methodology for Optimal Operation of Pumping Stations in Water Distribution Systems. *Journal of Hydraulic Engineering*, 117(11), pp.1551–1569.
- Chapra, S.C. & Canale, R.P., 2007. *Métodos numéricos para ingenieros* Quinta edi., México, D.F.: McGraw-Hill.
- Colombo, A.F. & Karney, B.W., 2005. Impacts of Leaks on Energy Consumption in Pumped Systems with Storage. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 131(2), pp.146–155.
- Farmani, R. et al., 2005. Self-Adaptive Fitness Formulation for Evolutionary Constrained Optimization of Water Systems. *J. Comput. Civ. Eng.*, 19, pp.212–216.
- García-Serra, J. & Madalena, M., 1992. La inyección directa a red con grupos de velocidad fija y variable. In Valencia: Curso de ingeniería hidráulica aplicada a los sistemas de distribución de agua.
- Germanopoulos, G., 1985. A technical note on the inclusion of pressure dependent demand and leakage terms in water supply network models. *Civil Engineering Systems*, pp.171–179.
- Germanopoulos, G. & Jowitt, P.W., 1989. Leakage reduction by excessive pressure minimization in a water supply network. *Instn. Civ. Engrs.*, 87(2), pp.195–214.
- Giustolisi, O., Berardi, L. & Laucelli, D., 2012. Generalizing WDN simulation models to variable tank levels. *J. Hydroinf.*, 14(3), pp.562–573.

- Giustolisi, O., Laucelli, D. & Berardi, L., 2013. Operational Optimization: Water Losses versus Energy Costs. *Journal of Hydraulic Engineering*, 139(4), pp.410–423.
- Giustolisi, O., Savic, D. & Kapelan, Z., 2008. Pressure-Driven Demand and Leakage Simulation for Water Distribution Networks. *J. Hydraul. Eng.*, 134(5), pp.626–635.
- Hooke, R. & Jeeves, T.A., 1961. Direct search solution of numerical and statical problems. *Journal of the ACM*, 8(April), pp.212–229.
- Hydraulic Institute, Europump and US Department of Energy's Office of Industrial Technologies (OIT), 2000. *Pump life cycle costs: A guide to LCC analysis for pumping systems*,
- Iglesias, P., 2001. *Modelo general de análisis de redes hidráulicas a presión en régimen transitorio*. Universidad Politécnica de Valencia.
- Iglesias Rey, P.L., Martínez, F. Javier, Fuertes, Vicente & López, Gonzalo, 2007. Utilización de la curva de consigna de un abastecimiento de agua para determinar el régimen de explotación más eficiente. *Tecnología del agua*, 286(Julio), pp.50–55.
- Iglesias-Rey, P.L., Martínez-Solano, F.J., Meliá, D. Mora, Martínez-Solano, P.D., 2014. BBLAWN: A Combined Use of Best Management Practices and an Optimization Model Based on a Pseudo-Genetic Algorithm. *Procedia Engineering*, 89, pp.29–36.
- Jowitt, P.W. & Germanopoulos, G., 1992. Optimal pump scheduling in water-supply networks., 118(4), pp.406–422.
- Jowitt, P.W. & Xu, C., 1990. Optimal Valve Control in Water Distribution Networks. *J. Water Resour. Plan. and Manage.*, 126(July/August), pp.455–472.
- Kettler, A.J. & Goulter, I.C., 1985. An analysis of pipe breakage in urban water distribution networks. *Can. J. Civ. Eng.*, 12, pp.286–293.
- Kleiner, Y. & Rajani, B.B., 2001. Comprehensive review of structural deterioration of water mains: Statistical models. *Urban Water*, 3(3), pp.121–150.
- Kleiner, Y. & Rajani, B.B., 2002. Forecasting Variations and Trends in Water-Main Breaks. *J. Infrastr. Sys.*, 8(4), pp.122–131.
- Lambert, A. & Hirner, W., 2000. Losses from water supply systems: standard terminology and recommended performance measures.
- Lambert, A.O., 2001. What do we know about Pressure: Leakage Relationships in Distribution Systems? *IWA Conference on System Approach to Leakage Control and Water Distribution Systems Management*.

- Lansey, K.E. & Awumah, K., 1994. Optimal pump operations considering pump switches. *J. Water Resour. Plann.*, 120(1), pp.17–35.
- Lansey, K.E. & Mays, L.W., 1989. Optimization model for water distribution system desing. *J. Hydr. Engrg.*, 115, pp.1401–1418.
- Lingireddy, S. & Wood, D.J., 1998. Improved Operation of Water Distribution Systems Using Variable-Seed Pumps. *J. Energy Eng.*, 124(3), pp.90–103.
- Lopez-Ibanez, M., 2009. Operational optimisation of water distribution networks. , (November). Available at: <http://researchrepository.napier.ac.uk/3044/>.
- López-Luque, R., Reca, J., Camacho, E., Roldán, J., & Alcaide, M., 1995. Valoración energética y diseño óptimo de impulsiones con caudal variable. *Ingeniería del Agua*, , 2.
- Martínez, F. & Vela, A., 1993. Regulación de estaciones de bombeo. *Curso de diseño hidráulico de redes de riego*.
- May, J., 1994. Pressure dependent leakage. *World Water & Environmental Engineering Management*, (October).
- McCormick, G. & Powell, R.S., 2003. Optimal Pump Scheduling in Water Supply Systems with Maximum Demand Charges. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 129(5), pp.372–379.
- Moradi-Jalal, M. & Mariño, M.A., 2003. Optimal Design and Operation of Irrigation Pumping Stations. *J. Irrig. Drain Eng.*, 129(3), pp.149–154.
- Office, 2010. Generar libros de Excel 2010 mediante el SDK de Open XML 2.0. Available at: [https://msdn.microsoft.com/es-es/library/office/hh180830\(v=office.14\).aspx](https://msdn.microsoft.com/es-es/library/office/hh180830(v=office.14).aspx) [Accessed April 19, 2015].
- Ormsbee, L.E., Walski, T.M., Chase, D.V., & Sharp, W.W., 1989. Methodology for improving pump operation efficiency. *J. Water Resour. Plann.*, 115, pp.148–164.
- Ormsbee, L.E. & Lansey, K.E., 1994. Optimal Control of water supply pumping systems. *J. Water Resour. Plan. Manage.*, 120(2), pp.237–252.
- Ostfeld, A. & Tubaltzev, A., 2008. Ant colony optimization for least-cost design and operation of pumping water distribution systems. *Journal of Water Resources Planning and Management-Asce*, 134(2), pp.107–118. Available at: <Go to ISI>://000253466700003.
- Patton, J.L. & Horsley, M.B., 1980. Curbing the distribution energy appetite. *J. Amer. Water Works Assoc.*, 72(6), pp.314–320.



- Pezeshk, S. & Helweg, O.J., 1996. Adaptive Search Optimization in reducing pump operating costs. *Water Resour. Plann. Manage.*, 122, pp.57–63.
- Planells Alandi, P., Carrión, Pérez, P., Ortega Álvarez, J.F., Moreno Hidalgo, M. A., & Tarjuelo, J. M., 2005. Pumping Selection and Regulation for Water-Distribution Networks. *J. Irrig. Drain Eng.*, 131(June), pp.273–281.
- Press, W.H., Teukolsky, S.A, Vetterling, W.T., & Flannery, B.P., 1988. *Numerical Recipes in C. The art of Scientific Computing* Second Edi., Cambridge University.
- Rossman, L.A., 2000. *Epanet 2 User Manual*, CINCINNATI, OH 45268.
- Shamir, U., 1985. Computer applications for real-time operation of water distribution systems. *ASCE, Com. App. in Water Res.*, pp.379–390.
- Shamir, U. & Howard, C.D.D., 1979. An analytic approach to scheduling pipe replacement. *J. Am. Water Works Assn.*, 117(5), pp.248–258.
- Tarquin, B.A.J. & Dowdy, J., 1989. Optimal pump operation in water distribution. *Journal of Hydraulic Engineering*, 115(2), pp.158–168.
- Todini, E., 2011. Extending the global gradient algorithm to unsteady flow extended period simulations of water distribution systems. *J. Hydroinf.*, 13(2), pp.167–180.
- Ulanicki, B., Rance, J. P., Davis, D. & Chen, S., 1994. Computer-Aided Optimal pump selection for water distributions Networks. , 119(5), pp.542–562.
- Vairavamorthy, K. & Lumbers, J., 1998. Leakage Reduction in Water Distribution Systems: Optimal Valve Control. *J. Hydr. Eng.*, 124(9), pp.1146–1154.
- Van Zyl, J.E., Savic, D.A. & Walters, G.A., 2004. Operational Optimization of Water Distribution Systems Using a Hybrid Genetic Algorithm. *J. Water Res. Plan. Manage.*, 130(2), pp.160–170.
- Vasan, A. & Simonovic, S.P., 2010. Optimization of Water Distribution Network Design Using Differential Evolution. *J. Water Resour. Plann. Manage.*, 136, pp.279–287.
- Vitasovic, Z.Z., 1986. *An integrated control strategy for the activated sludge process*. Available at: [/citations?view\\_op=view\\_citation&continue=/scholar%3Fhl%3Des%26as\\_sdt%3D0,5%26scilib%3D1%26scioq%3DOPTIMUM%2BSIMULATION%2BAND%2BCONTROL%2BOF%2BFIXED-SPEED%2BPuMPING%2BSTATIONS%2B&citilm=1&citation\\_for\\_view=pgfkZZwAAAJ:u5HHmVD\\_uO8C&hl=es&oi=p](#) [Accessed April 19, 2015].
- Walski, T.M., Chase, D.V., Savic, D. A., Grayman, W., Beckwith, S., & Koelle, E., 2003. *Advanced Water Distribution Modeling and Management*, Bentley Institute Press.



- Walski, T.M., 2001. The wrong paradigm—Why water distribution optimization doesn't work. *J. Water Resour. Plan. Manage.*, 127(4), pp.203–205.
- Walski, T.M., 1993. Tips for Saving Energy in Pumping Operations. *J. Am. Water Works Assn.*, 85(7), pp.49–53.
- Walski, T.M. & Pelliccia, A., 1982. Economics analysis of water main breaks. *J. Am. Water Works Assn.*, 74(3), pp.140–147.
- Wolframalpha, 2015. Función de prueba. Available at: [http://www.wolframalpha.com/input/?i=f%28x%2Cy%29%3D-0.01\\*%5B200-%28x%5E2%2By%5E2-11%29%5E2-%28x%2By%5E2-7%29%5E2+%5D](http://www.wolframalpha.com/input/?i=f%28x%2Cy%29%3D-0.01*%5B200-%28x%5E2%2By%5E2-11%29%5E2-%28x%2By%5E2-7%29%5E2+%5D) [Accessed April 19, 2015].
- Wu, Z.Y. & Simpson, A.R., 2001. Competent Genetic-Evolutionary Optimization of Water Distribution Systems. *J. Comput. Civ. Eng.*, 15(April), pp.89–101.
- Yin, M., Andrews, J. & Stenstrom, M., 1996. Optimum Simulation and Control of Fixed-Speed Pumping Stations. *Journal of Environmental Engineering*, 122(3), pp.205–211.

## 8. Anexos

### 8.1. Anexo 1

Resultados del ejemplo de cálculo realizado en la sección 3.2.2.1

**Tabla 34.** Tabla del cálculo de la curva de consigna para la red ejemplo 2, con consumos dependientes de la presión, para cada uno de los escenarios considerados.

j	Hcab (m)	FD	Qj (l/s)	CAUDAL DE FUENTES			PRESIÓN DE FUENTES			Pmín (m)	ΔP (m)	Hj (m)
				N16 (l/s)	N17 (l/s)	P0 (l/s)	N16 (mca)	N17 (mca)				
1	50	0.15	78.96	3.75	5.25	69.96	28.92	34.24	24.26	20.74	70.74	
	70.74		103.74	19.74	27.64	56.36	59.76	68.09	47.61	-2.61	68.13	
	68.13		105.57	25.93	36.31	43.33	64.23	77.79	50.11	-5.11	63.02	
	63.02		102.48	26.39	36.95	39.14	60.59	74.85	46.89	-1.89	61.13	
	61.13		100.82	25.62	35.87	39.33	58.23	71.83	45.14	-0.14	60.99	
	60.99		100.5	25.2	35.29	40.01	57.69	70.9	44.81	0.19	61.18	
	61.18		100.59	25.13	35.17	40.29	57.76	70.88	44.89	0.11	61.29	
	61.29		100.68	25.15	35.21	40.32	57.87	71.01	44.98	0.02	61.31	
	61.31		100.7	25.17	35.24	40.29	57.91	71.07	45	0	61.31	
2	50	0.3	91.93	7.5	10.5	73.93	28.11	34.16	20.99	24.01	74.01	
	74.01		119.03	22.98	32.17	63.88	61.3	71.92	45.4	-0.4	73.61	
	73.61		122.97	29.76	41.66	51.55	69.04	86.2	50.14	-5.14	68.47	
	68.47		120.36	30.74	43.04	46.58	66.2	84.73	47.43	-2.43	66.04	
	66.04		118.45	30.09	42.13	46.23	63.48	81.39	45.42	-0.42	65.62	
	65.62		117.9	29.61	41.46	46.83	62.58	79.97	44.84	0.16	65.78	
	65.78		117.92	29.48	41.26	47.18	62.54	79.78	44.86	0.14	65.92	
	65.92		118.02	29.48	41.27	47.27	62.66	79.89	44.95	0.05	65.97	
	65.97		118.06	29.5	41.31	47.25	62.72	79.98	45	0	65.97	
3	50	0.45	104.62	11.25	15.75	77.62	27.34	33.46	17.34	27.66	77.66	
	77.66		134.3	26.15	36.62	71.53	62.94	76.2	42.9	2.1	79.76	
	79.76		140.44	33.57	47.01	59.86	74.29	95.56	49.99	-4.99	74.77	
	74.77		138.48	35.11	49.15	54.22	72.57	96.06	47.97	-2.97	71.8	
	71.8		136.4	34.62	48.47	53.31	69.6	92.61	45.75	-0.75	71.05	
	71.05		135.61	34.1	47.74	53.77	68.32	90.69	44.93	0.07	71.12	
	71.12		135.53	33.9	47.46	54.17	68.1	90.22	44.84	0.16	71.28	
	71.28		135.61	33.88	47.43	54.3	68.2	90.28	44.92	0.08	71.36	



	71.36		135.68	33.9	47.46	54.32	68.29	90.39	44.99	0.01	71.37
	71.37		135.7	33.92	47.49	54.29	68.32	90.45	45	0	71.37
4	50	0.6	117.19	15	21	81.19	26.66	33.6	13.64	31.36	81.36
	81.36		149.35	29.3	41.02	79.03	64.49	80.75	39.96	5.04	86.4
	86.4		157.86	37.34	52.27	68.25	79.76	105.58	49.52	-4.52	81.88
	81.88		156.76	39.47	55.25	62.04	79.62	108.7	48.45	-3.45	78.43
	78.43		154.61	39.19	54.86	60.56	76.58	105.44	46.15	-1.15	77.28
	77.28		153.59	38.65	54.11	60.83	74.9	103.04	45.06	-0.06	77.22
	77.22		153.39	38.4	53.75	61.24	74.47	102.24	44.83	0.17	77.39
	77.39		153.46	38.35	53.69	61.42	74.52	102.22	44.9	0.1	77.49
	77.49		153.52	38.36	53.71	61.45	74.62	102.34	44.97	0.03	77.52
	77.52		153.55	38.38	53.73	61.44	74.67	102.4	45	0	77.52
	77.52		153.56	38.39	53.74	61.43	74.68	102.43	45.01	-0.01	77.51
5	50	0.75	129.63	18.75	26.25	84.63	26.05	34.81	10	35	85
	85		164.12	32.41	45.37	86.34	65.86	85.47	36.58	8.42	93.42
	93.42		175.13	41.03	57.44	76.66	85.34	116.1	48.66	-3.66	89.76
	89.76		175.13	43.78	61.3	70.05	87.24	122.52	48.83	-3.83	85.93
	85.93		173.06	43.78	61.3	67.98	84.39	119.87	46.58	-1.58	84.35
	84.35		171.84	43.27	60.57	68	82.36	117.08	45.25	-0.25	84.1
	84.1		171.48	42.96	60.14	68.38	81.66	115.91	44.86	0.14	84.24
	84.24		171.5	42.87	60.02	68.61	81.62	115.71	44.87	0.13	84.37
	84.37		171.57	42.88	60.02	68.67	81.73	115.82	44.95	0.05	84.42
			84.42		171.61	42.89	60.05	68.67	81.79	115.92	45
6	50	0.9	141.88	22.5	31.5	87.88	25.52	36.93	6.48	38.52	88.52
	88.52		178.58	35.47	49.66	93.45	67.02	90.31	32.76	12.24	100.76
	100.76		192.24	44.65	62.5	85.09	90.93	127.01	47.39	-2.39	98.37
	98.37		193.54	48.06	67.28	78.2	95.38	137.42	48.79	-3.79	94.58
	94.58		191.83	48.38	67.74	75.71	93.2	136.04	46.44	-1.44	93.14
	93.14		190.77	47.96	67.14	75.67	91.38	133.51	45.27	-0.27	92.87
	92.87		190.44	47.69	66.77	75.98	90.7	132.38	44.95	0.05	92.92
	92.92		190.4	47.61	66.65	76.14	90.59	132.12	44.94	0.06	92.98
	92.98		190.43	47.6	66.64	76.19	90.61	132.11	44.98	0.02	93
			93		190.45	47.61	66.65	76.19	90.65	132.17	45
7	50	1.05	153.8	26.25	36.75	90.8	25.11	39.95	3.17	41.83	91.83
	91.83		192.66	38.45	53.83	100.38	67.86	95.07	28.5	16.5	108.33
	108.33		209.11	48.16	67.43	93.52	96.42	138.12	45.66	-0.66	107.67



	107.67		211.95	52.28	73.18	86.49	103.96	153.26	47.95	-2.95	104.72
	104.72		211.04	52.98	74.18	83.88	103.24	154.1	46.45	-1.45	103.27
	103.27		210.16	52.76	73.87	83.53	101.76	152.24	45.39	-0.39	102.88
	102.88		209.8	52.54	73.55	83.71	101.04	151.1	45.02	-0.02	102.86
	102.86		209.73	52.45	73.43	83.85	100.84	150.74	44.96	0.04	102.9
	102.9		209.74	52.44	73.41	83.89	100.85	150.71	44.98	0.02	102.92
	102.92		209.75	52.44	73.41	83.9	100.86	150.72	44.99	0.01	102.93
	102.93		209.76	52.44	73.42	83.9	100.87	150.75	45	0	102.93
8	50	1.2	165.08	30	42	93.08	25.1	43.97	0.08	44.92	94.92
	94.92		206.26	41.27	57.78	107.21	68.24	99.48	23.82	21.18	116.1
	116.1		225.73	51.56	72.19	101.98	101.73	149.26	42.9	2.1	118.2
	118.2		230.6	56.44	79.01	95.15	113.33	170.37	47.17	-2.17	116.03
	116.03		230.53	57.65	80.71	92.17	114.38	174.1	46.53	-1.53	114.5
	114.5		229.81	57.64	80.69	91.48	113.26	173.02	45.57	-0.57	113.93
	113.93		229.4	57.46	80.44	91.5	112.47	171.88	45.11	-0.11	113.82
	113.82		229.26	57.35	80.29	91.62	112.17	171.37	44.98	0.02	113.84
	113.84		229.24	57.31	80.24	91.69	112.11	171.24	44.97	0.03	113.87
	113.87		229.25	57.31	80.23	91.71	112.12	171.22	44.98	0.02	113.89
	113.89		229.26	57.31	80.23	91.72	112.14	171.24	45	0	113.89
9	50	1.35	175.86	33.75	47.25	94.86	25.62	48.95	-2.09	47.09	97.09
	97.09		219.02	43.97	61.55	113.5	67.82	103.21	17.99	27.01	124.1
	124.1		242.03	54.76	76.65	110.62	106.66	160.01	39.26	5.74	129.84
	129.84		249.35	60.51	84.71	104.13	123.29	188.46	46.33	-1.33	128.51
	128.51		250.22	62.34	87.28	100.6	126.55	195.92	46.67	-1.67	126.84
	126.84		249.65	62.56	87.57	99.52	125.88	195.82	45.78	-0.78	126.06
	126.06		249.18	62.41	87.37	99.4	124.99	194.64	45.21	-0.21	125.85
	125.85		249	62.29	87.21	99.5	124.57	193.97	45.01	-0.01	125.84
	125.84		248.97	62.25	87.16	99.56	124.47	193.79	44.98	0.02	125.86
	125.86		248.97	62.25	87.14	99.58	124.48	193.76	44.99	0.01	125.87
	125.87		248.97	62.25	87.14	99.58	124.48	193.77	45	0	125.87
10	50	1.5	187.51	37.5	52.5	97.51	26.01	54.22	-6.59	51.59	101.59
	101.59		232.97	46.88	65.63	120.46	69.24	109.33	12.79	32.21	133.8
	133.8		259.09	58.25	81.54	119.3	113.27	173.37	36.24	8.76	142.56
	142.56		268.41	64.77	90.68	112.96	134.45	208.72	45.58	-0.58	141.98
	141.98		270.06	67.11	93.94	109.01	139.76	219.7	46.77	-1.77	140.21
	140.21		269.63	67.51	94.51	107.61	139.52	220.57	45.98	-0.98	139.23



139.23	269.13	67.41	94.36	107.36	138.58	219.41	45.33	-0.33	138.9
138.9	268.9	67.29	94.2	107.41	138.06	218.61	45.05	-0.05	138.85
138.85	268.83	67.23	94.11	107.49	137.88	218.27	44.98	0.02	138.87
138.87	268.84	67.22	94.1	107.52	137.86	218.23	44.99	0.01	138.88
138.88	268.84	67.22	94.1	107.52	137.86	218.23	44.99	0.01	138.89
138.89	268.85	67.22	94.1	107.53	137.87	218.24	45	0	138.89

8.2. Anexo 2

Flujograma general del proceso de optimización de repartos.

