

Teoría de circuitos

Adaptado a los grados de ingeniería

Carlos Roldán Porta

Guillermo Escrivá Escrivá

Carlos Roldán Blay



Carlos Roldán Porta
Guillermo Escrivá Escrivá
Carlos Roldán Blay

TEORÍA DE CIRCUITOS

ADAPTADO A LOS GRADOS DE INGENIERÍA

EDITORIAL
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Colección Académica

Para referenciar esta publicación utilice la siguiente cita: Roldán Porta, C.; Escrivá Escrivá, G.; Roldán Blay, C. (2015) *Teoría de circuitos. Adaptado a los grados de ingeniería*. Valencia: Editorial Universitat Politècnica de València

© Carlos Roldán Porta
Guillermo Escrivá Escrivá
Carlos Roldán Blay

© 2015, Editorial Universitat Politècnica de València
Venta: www.lalibreria.upv.es / Ref.: 0453_04_01_20

Imprime: Byprint Percom, S. L.

ISBN: 978-84-9048-378-7
Impreso bajo demanda

Si el lector detecta algún error en el libro o bien quiere contactar con los autores, puede enviar un correo a edicion@editorial.upv.es

La Editorial UPV autoriza la reproducción, traducción y difusión parcial de la presente publicación con fines científicos, educativos y de investigación que no sean comerciales ni de lucro, siempre que se identifique y se reconozca debidamente a la Editorial UPV, la publicación y los autores. La autorización para reproducir, difundir o traducir el presente estudio, o compilar o crear obras derivadas del mismo en cualquier forma, con fines comerciales/lucrativos o sin ánimo de lucro, deberá solicitarse por escrito al correo edicion@editorial.upv.es

Impreso en España

Índice

Prólogo	9
1 Principios básicos de los circuitos eléctricos.....	11
1.1 Alcance y limitaciones de la teoría de circuitos	11
1.2 Magnitudes y unidades utilizadas en teoría de circuitos	12
1.3 Leyes de Kirchhoff.....	14
1.3.1 Elementos de los circuitos	14
1.4 Fuentes de tensión	18
1.5 Fuentes de intensidad	20
1.6 Campos eléctricos en conductores. Resistencias.....	20
1.7 Campo eléctrico en un aislante. Condensadores.....	27
1.8 Campos magnéticos creados por corrientes. Inductancias.....	31
1.9 Elementos en serie y en paralelo	34
1.10 Acoplamiento magnético entre circuitos	39
1.11 El transformador ideal.....	46
1.12 Fuentes dependientes.....	53
1.13 La regla de la sustitución.....	53
2 Análisis de circuitos en régimen temporal.....	63
2.1 Introducción.....	63
2.2 Análisis en el dominio del tiempo. Impedancia y admitancia operacional.....	64
2.3 Circuitos de primer orden.....	67
2.3.1 Respuesta permanente y transitoria.....	70

2.3.2	Respuesta a entrada cero y a estado inicial cero	70
2.4	Circuitos de segundo orden.....	71
2.4.1	Definiciones	71
2.5	Consejos para facilitar el cálculo	76
2.6	Funciones discontinuas.....	78
3	Análisis de circuitos en régimen estacionario senoidal.....	85
3.1	Introducción.....	85
3.2	Análisis de circuitos en régimen estacionario senoidal (RES)	86
3.2.1	¿Qué es el régimen estacionario senoidal?.....	86
3.2.2	Representación de funciones senoidales mediante fasores temporales	86
3.2.3	Análisis de un circuito en RES empleando el método simbólico.....	89
3.2.4	RES en los elementos básicos	90
3.2.5	Impedancia y admitancia complejas	93
3.2.6	Diagrama vectorial	94
3.2.7	Resonancia serie y paralelo	96
3.3	Potencia y energía en RES.....	99
3.3.1	Potencia activa	99
3.3.2	Potencias reactiva y compleja	101
3.3.3	Potencia y energía en los elementos básicos en RES	103
3.3.4	Factor de potencia: importancia y su corrección.....	109
3.3.5	Medida de potencia y energía.....	113
4	Análisis de circuitos por el método de nudos.....	117
4.1	Introducción.....	119
4.2	Ramas y nudos: definiciones	120
4.3	Ramas pasivas: Escritura de sus ecuaciones.....	120
4.4	Ramas generales: ecuaciones.....	122
4.5	Conversión de fuentes.....	125

4.6	Introducción al método de nudos.....	126
4.7	Método de los nudos.....	126
5	Análisis de circuitos por el método de mallas.....	135
5.1	Método de las mallas	135
5.2	Conversión de fuentes: modificación de la geometría.....	142
5.3	Linealidad de los circuitos.....	147
6	Teoremas de los circuitos lineales	149
6.1	Introducción.....	149
6.2	Teorema de superposición	149
6.3	Teorema de Thevenin (Helmholtz-Thevenin)	155
6.4	Teorema de Norton.....	159
6.5	Teorema de Millman	164
6.6	Teorema de Rosen	166
6.7	Teorema de máxima transferencia de potencia	171
6.8	Teorema de Boucherot	175
7	Sistemas trifásicos.....	183
7.1	Introducción.....	183
7.1.1	Generación de sistemas trifásicos	186
7.2	Definiciones y notación	189
7.2.1	Sistemas polifásicos	190
7.3	Utilización de los sistemas trifásicos.....	191
7.3.1	Conexión estrella y triángulo	191
7.3.2	Neutro. Formas de conexión	195
7.4	Fuentes trifásicas. Conversión.....	196
7.5	Análisis de sistemas trifásicos equilibrados	199

7.5.1	Circuito monofásico equivalente.....	200
7.5.2	Potencia y su medida.....	204
7.5.3	Medida de potencia en sistemas equilibrados	207
7.6	Sistemas trifásicos desequilibrados	213
7.6.1	Sistemas sin acoplamiento entre fases: resolución directa	213
7.6.2	Medida de potencia en sistemas desequilibrados.	217
8	Cuestiones y problemas de autoevaluación.....	227
8.1	Cuestiones propuestas.....	227
8.2	Problemas propuestos	248
8.3	Soluciones de los ejercicios propuestos	256
ANEXO 1.	Funciones y ondas	287
A1.1	Formas de onda.....	287
A1.2	Ondas periódicas y valores asociados a las mismas	289
A1.3	Ondas senoidales o sinusoidales	290
ANEXO 2.	Coficiente de inducción mutua.....	293
A2.1	Demostración de la reciprocidad entre inductancias mutuas	293
ANEXO 3.	Teorema de Thevenin generalizado	295
A3.1	Equivalente de Thevenin para un circuito con n terminales	295
Bibliografía	301

Prólogo

El presente libro tiene como objetivo principal desarrollar los aspectos fundamentales teóricos de los circuitos eléctricos y explicar los métodos adecuados para su análisis. El contenido está adaptado en particular a los estudios del actual grado en ingeniería de tecnologías industriales y, en general, a los grados en ingenierías eléctricas, electrónicas y similares. La teoría desarrollada es ilustrada con numerosos ejemplos que facilitan la comprensión de los conceptos introducidos y de los métodos de análisis expuestos.

Este libro contiene la base suficiente para la comprensión y el aprendizaje del funcionamiento de los circuitos eléctricos lineales alimentados en corriente continua, en corriente alterna y en régimen temporal. Asimismo, se ha introducido un capítulo sobre los sistemas trifásicos por su gran importancia en la ingeniería eléctrica.

Se ha empleado en la realización de este libro un enfoque constructivo, de manera que el primer capítulo sienta las bases para los capítulos posteriores, en los cuales se particulariza el uso de los conceptos básicos para diferentes situaciones, introduciendo herramientas y métodos de análisis de gran importancia para los circuitos eléctricos.

Mediante un exhaustivo estudio del presente manual, el lector puede alcanzar los siguientes objetivos:

- Conocer los distintos elementos básicos que componen los circuitos eléctricos lineales, entendiendo su funcionamiento y las ecuaciones de definición de los mismos.
- Ser capaz de realizar tareas de análisis y síntesis de circuitos eléctricos sencillos en cualquier régimen de alimentación.
- Plantear rigurosamente las ecuaciones que definen el comportamiento de los circuitos eléctricos, permitiendo así el cálculo de las magnitudes fundamentales en cualquier elemento del circuito, incluso en circuitos de gran dimensión.

- Comprender y ser capaz de analizar los circuitos en régimen estacionario senoidal y utilizar correctamente los conceptos de potencia activa, reactiva y aparente en esos circuitos, así como la importancia del factor de potencia en este tipo de circuitos.
- Comprender el funcionamiento de los sistemas trifásicos, siendo capaz de llevar a cabo su análisis de una manera efectiva, identificando las principales magnitudes y utilizando las relaciones entre ellas.

Para alcanzar estos objetivos es imprescindible tener claros los conceptos explicados en cada capítulo y comprender y saber resolver todos los ejercicios que se proponen a lo largo del libro.

El lector encontrará muy útiles los libros “Teoría de circuitos: problemas propuestos” y “Análisis y síntesis de redes. Problemas resueltos” de la editorial Universitat Politècnica de València, que se citan en la bibliografía, como complemento al presente texto.

De manera consciente se han dejado fuera de los contenidos numerosos conceptos y elementos que otros libros de teoría de circuitos incluyen (el amplificador operacional, la teoría de cuadripolos, numerosos teoremas, etc), en unos casos por considerar que su estudio se realizará en asignaturas posteriores y en otros porque su inclusión haría incompatible el desarrollo de toda la materia en una asignatura de 2º curso de grado, con limitaciones temporales tan estrechas como las actuales. No obstante, la materia expuesta permite el seguimiento completo desde el principio hasta el final y sienta las bases para futuras asignaturas más tecnológicas.

Carlos Roldán Porta
Catedrático de Ingeniería Eléctrica
Universitat Politècnica de València

Capítulo 1

Principios básicos de los circuitos eléctricos

1.1 Alcance y limitaciones de la teoría de circuitos

La teoría de circuitos es una pequeña parte del electromagnetismo del que deriva tras su simplificación por medio de algunas hipótesis. Las reglas en que se basa la teoría de circuitos tienen validez cuando las dimensiones del circuito son mucho menores que la longitud de onda de los fenómenos electromagnéticos (6.000 km en el aire para 50 Hz por ejemplo). En esas condiciones puede admitirse que la propagación de los fenómenos eléctricos es instantánea, y las dimensiones de los elementos no influyen en su comportamiento, por lo que dichos fenómenos, una vez analizados para cada elemento, se sustituyen por una ecuación integrada que resume las relaciones entre las magnitudes que interesan a la teoría de circuitos (tensiones e intensidades normalmente) y se prescinde de la posición en el espacio de cada elemento o de las dimensiones de éste. Por ello se dice que se estudian circuitos con parámetros concentrados. No debe concluirse que sólo se puede aplicar la teoría de circuitos con muy bajas frecuencias, ya que circuitos con centenares de kHz pueden ser estudiados bajo el enfoque de esta teoría en condiciones adecuadas.

La teoría de circuitos pierde su validez si la frecuencia de las señales se hace muy grande, ya que la longitud de onda se reduce inversamente con ella y además algunos fenómenos que se desprecian en esta teoría cobran importancia en ese caso. Esto ocurre con los circuitos de telecomunicación actuales por ejemplo.

Por último, en un primer curso de teoría de circuitos se estudian sólo elementos cuya respuesta es lineal, dejando para asignaturas posteriores el estudio de elementos no lineales.

1.2 Magnitudes y unidades utilizadas en teoría de circuitos

Las magnitudes básicas que se utilizan en teoría de circuitos son:

- La tensión eléctrica medida entre dos puntos a lo largo de un camino: La tensión eléctrica (en adelante tensión, $u(t)$) es

$$u_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}, \text{ siendo } \vec{E} \text{ el campo eléctrico}$$

La tensión se mide en voltios. En el caso de campos electrostáticos, el campo es conservativo y deriva de un potencial, por lo que la tensión es igual a la diferencia de potencial entre los puntos A y B ($V_A - V_B$). También ocurre lo mismo en circuitos con corrientes estáticas (corriente continua) en los que los elementos permanecen quietos en el tiempo.

En circuitos donde las corrientes varían con el tiempo, el campo eléctrico incluye dos sumandos, uno conservativo y otro no conservativo debido a la inducción magnética, por lo que la tensión es suma de una diferencia de potencial y una tensión inducida.

Al indicar la tensión entre dos puntos es necesario indicar cuál de ellos es el punto de origen (se marca con un +) y cuál el punto final (se marca, si es necesario, con un -). Al escribir u_{AB} se entenderá que el origen es A (+) y el extremo B (-). Ocasionalmente puede indicarse esto con una flecha que empieza en A y termina (punta de la flecha) en B (esto es un convenio, por lo que otros textos pueden utilizar el convenio opuesto).

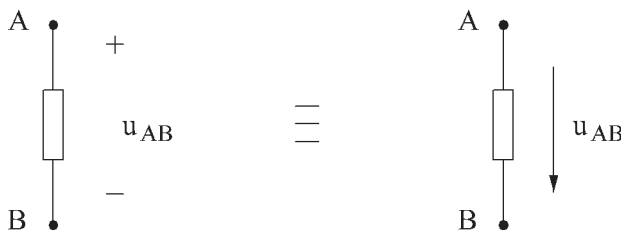


Figura 1.1. Representaciones gráficas de la tensión

- La intensidad de corriente eléctrica (en adelante intensidad, $i(t)$), que es

$$i = \iint_s \vec{\delta} \cdot d\vec{S}, \text{ siendo } \vec{\delta} \text{ la densidad de corriente}$$

Al despreciar las dimensiones de los elementos de los circuitos, las intensidades se consideran confinadas en “hilos” o conductores de carácter ideal, expresando sus propiedades por medio de parámetros concentrados (por ejemplo la resistencia de un conductor).

Al indicar la intensidad debe marcarse el sentido que se ha supuesto como positivo por medio de una flecha. Es el sentido en que se moverían las cargas eléctricas positivas. Un valor numérico negativo (por ejemplo -8 A) indica que el sentido real es el opuesto al que se había supuesto, pero no debe cambiarse éste, sino que se operará con el número negativo en lo sucesivo.

De estas dos magnitudes se obtienen otras como la potencia o la energía. Las principales magnitudes que se utilizarán en este texto son las que indica la tabla siguiente.

Tabla 1.1. Principales magnitudes utilizadas en este texto, con sus símbolos y unidades de medida

Magnitud	Unidad	Símbolo	Otras unidades
Carga (q)	Coulomb	C	
Tensión y diferencia de potencial (u)	Voltio	V	
Fuerza electromotriz de un generador (e)	Voltio	V	
Intensidad de corriente (i)	Ampères o Amperios	A	
Flujo magnético (ϕ)	Weber	Wb	
Resistencia eléctrica (R)	Ohm	Ω	
Capacidad (C)	Faradio	F	μF
Inductancia, inductancia mutua (L, M)	Henrio	H	
Potencia activa (P)	Vatio	W	
Energía (W)	Julio	J	$\text{W}\cdot\text{h}$
Frecuencia (f)	Hercios	Hz	
Pulsación (ω)	Radián/s	s^{-1} o rad/s	
Reactancia e impedancia (X, Z)	Ohm	Ω	
Potencia aparente (S)	Voltamperio	VA	
Potencia reactiva (Q)	Voltamperio reactivo	var	

Convenio: en este texto se utilizarán letras minúsculas para indicar magnitudes variables con el tiempo y mayúsculas para las que sean constantes.

1.3 Leyes de Kirchhoff

Analizar un circuito supone calcular las tensiones y corrientes en los elementos, mientras que se entiende por síntesis de un circuito definir el valor de algún elemento (por ejemplo valor de una resistencia), de forma que la tensión y la intensidad (u otra magnitud) cumplan ciertas condiciones especificadas.

En el análisis de los circuitos eléctricos se utilizan dos axiomas básicos conocidos como leyes de Kirchhoff, cuya validez es general para la mayoría de circuitos, siempre que las dimensiones geométricas de estos sean mucho menores que la longitud de onda de la radiación electromagnética.

La primera ley de Kirchhoff dice que la suma de las intensidades que entran a **una región cerrada** del espacio es 0:

$$\sum_k i_k = 0, \text{ k: conjunto de elementos que entran a una región cerrada.}$$

Al aplicar la ley hay que incluir tanto las intensidades de conducción como de desplazamiento. Esta ley es consecuencia del principio de conservación de la carga.

La segunda ley de Kirchhoff dice que la suma de las tensiones a lo largo de un **camino cerrado** es 0:

$$\sum_k u_k = 0, \text{ k: conjunto de elementos que forman un camino cerrado.}$$

El sentido en el que se recorre el camino es arbitrario, así como el sentido de las tensiones que se consideran positivas. De forma habitual se considera sentido horario para recorrer el camino cerrado y tensiones positivas las que se encuentran con el signo + primero.

De esta ley se desprende que la tensión entre dos puntos de un circuito no depende del camino que se elija para evaluarla.

1.3.1 Elementos de los circuitos

Como se verá, los circuitos están formados por elementos que cumplen ciertas relaciones entre sus intensidades y sus tensiones.

Cuando se quiera hacer referencia a un elemento cualquiera, sin especificar sus características, se indicará como una caja con dos terminales, y se hará referencia a él como un dipolo.

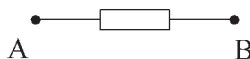


Figura 1.2. Elemento arbitrario de un circuito

Ejemplo 1: Aplicación de la primera ley de Kirchhoff

En el siguiente circuito, calcule I_1 , I_2 e I_3 .

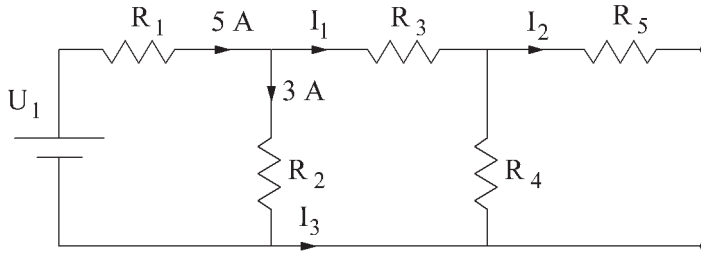


Figura 1.3. Esquema eléctrico del circuito

Solución

Para el cálculo de la intensidad I_1 , se aplica la primera ley de Kirchhoff en el nudo que muestra la Figura 1.4.

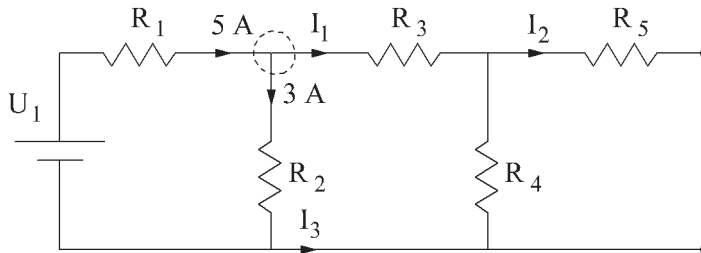


Figura 1.4. Aplicación de la primera ley de Kirchhoff para obtener I_1

En este caso se observa que entra al nudo una intensidad de 5 A y salen de él una intensidad de 3 A y la intensidad I_1 . Por lo tanto, la ecuación correspondiente a la primera ley de Kirchhoff para este nudo es la siguiente

$$5 + (-3) + (-I_1) = 0$$

de donde se deduce que $I_1 = 2$ A.

El cálculo de I_3 se puede llevar a cabo análogamente, aplicando la primera ley de Kirchhoff tal como se muestra en la Figura 1.5.

En la figura se observa que a la región marcada entran las intensidades I_1 e I_3 . Por tanto, aplicando la primera ley de Kirchoff a dicha región cerrada

$$I_1 + I_3 = 0$$

de donde se deduce que $I_3 = -2$ A.

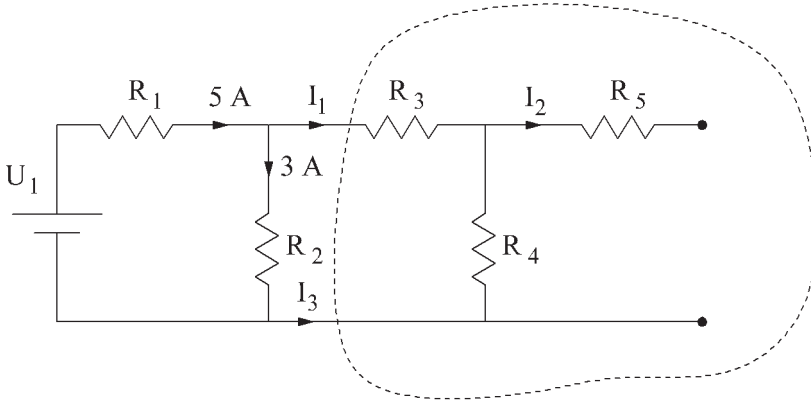


Figura 1.5. Aplicación de la primera ley de Kirchoff para obtener I_3

Finalmente, el valor de I_2 , se obtiene aplicando la primera ley de Kirchoff de la siguiente manera.

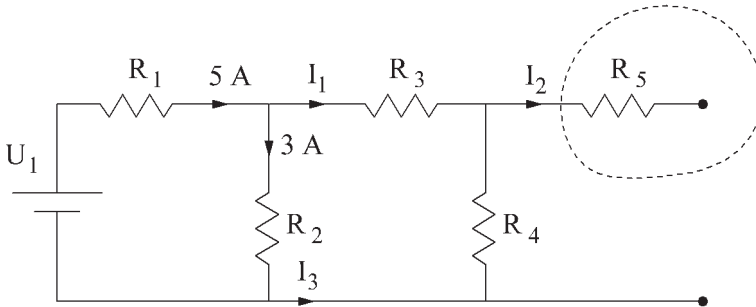


Figura 1.6. Aplicación de la primera ley de Kirchoff para obtener I_2

Dado que en la región señalada únicamente entra la intensidad I_2 , se deduce que

$$I_2 = 0$$

Ejemplo 2: Aplicación de la segunda ley de Kirchhoff

En el siguiente circuito, calcule U_1 y U_2 .

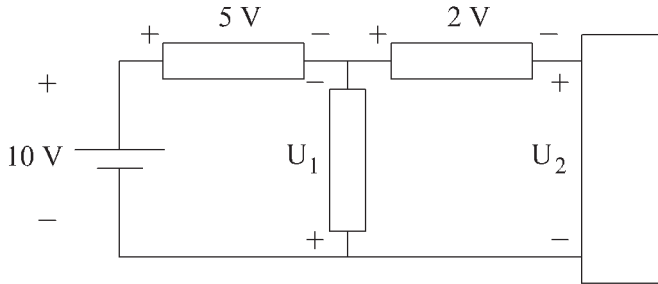


Figura 1.7. Esquema eléctrico del circuito

Solución

Para calcular las tensiones U_1 y U_2 se aplica la segunda ley de Kirchhoff en los caminos cerrados 1 y 2, según los sentidos que se indican.

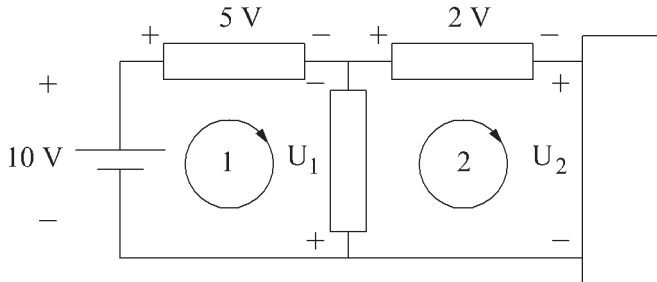


Figura 1.8. Aplicación de la segunda ley de Kirchhoff para obtener U_1 y U_2

Al aplicar la 2ª ley de Kirchhoff en el camino 1, se obtiene la siguiente ecuación

$$(-10)+5+(-U_1)=0$$

de donde se deduce que $U_1 = -5$ V.

Del mismo modo, aplicando la segunda ley de Kirchhoff en el camino 2, se obtiene la siguiente ecuación

$$U_1+2+U_2=0$$

por lo que $U_2 = 3$ V.

1.4 Fuentes de tensión

A los sistemas capaces de crear una fuerza electromotriz (*fem*) se les conoce como fuentes o generadores de tensión.

Hay muchos fenómenos que dan lugar a la aparición de *fem*, por ejemplo:

- Interacción entre conductores y campos magnéticos variables o entre conductores móviles y campos magnéticos fijos, como los generadores rotativos y motores.
- Pares electroquímicos, como las pilas o baterías.
- El aumento de la temperatura en una unión de dos metales.
- El efecto Hall.
- La interacción de la luz con metales (efecto fotoeléctrico) o semiconductores (efecto fotovoltaico).
- Acciones mecánicas sobre un cristal.

Si una fuente de tensión real se encuentra en circuito abierto, de forma que no pueda circular intensidad, la *fem* coincide con la tensión entre sus bornes. Sin embargo, cuando circula intensidad, la tensión disminuye (Figura 1.9). La *fem* se dirige siempre del $-$ al $+$, mientras que la tensión se toma de $+$ a $-$.

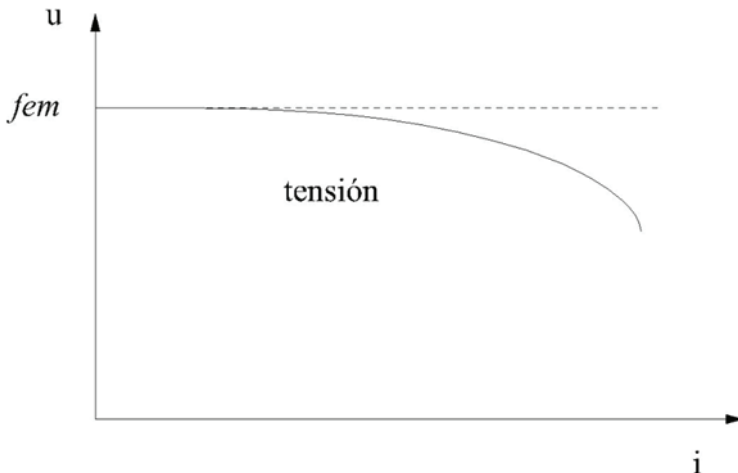


Figura 1.9. Diferencia de potencial en bornes de una fuente de tensión cuando circula intensidad

Para el análisis de los circuitos lineales es de gran utilidad considerar fuerzas electromotrices independientes de la intensidad, lo cual lleva a introducir el concepto de fuente ideal de tensión, como un elemento que proporciona una *fem* independiente de la intensidad, e igual a la tensión en circuito abierto entre sus bornes. Por ejemplo, una fuente de $fem = 100 \text{ V}$ dirigida de $-$ a $+$ tendría una tensión de 100 V (de $+$ a $-$).

La ecuación de definición de una fuente de tensión como la de la Figura 1.10 es $u(t) = e(t) \text{ V}$.

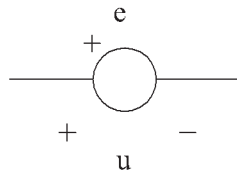


Figura 1.10. Fuente de tensión, definición

Si una fuente ideal de tensión de $fem = e \text{ V}$ es recorrida por una intensidad de $i \text{ A}$ como en la Figura 1.11, la potencia generada vale

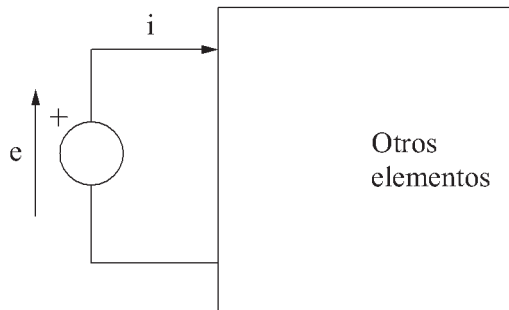


Figura 1.11. Fuente de tensión

$$p = e \cdot i \text{ W.}$$

Por ser capaz de generar potencia, aportando energía al circuito, la fuente es un elemento activo, frente a otros elementos que solo pueden consumir o intercambiar potencia, pero sin una generación neta de energía eléctrica, y que se denominan pasivos.

Aunque la fuente ideal de tensión, al igual que otros elementos ideales, no tenga existencia física, su concepto es de gran utilidad para el estudio de los circuitos.

1.5 Fuentes de intensidad

La fuente de intensidad es un elemento activo que se caracteriza por impulsar las cargas eléctricas hasta conseguir una corriente determinada por una función externa (i_g). La fuente ideal de intensidad es un concepto de gran utilidad para resumir el funcionamiento de algunos dispositivos reales. La figura siguiente muestra una fuente ideal de intensidad de $i_g = 10 \text{ A}$ alimentando a una resistencia R .

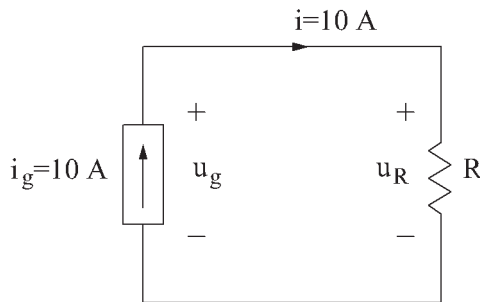


Figura 1.12. Fuente de intensidad

La ecuación de definición de una fuente de intensidad como la de la Figura 1.13 es $i(t) = i_g(t) \text{ A}$.

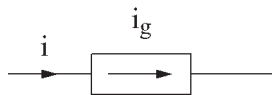


Figura 1.13. Fuente de intensidad

1.6 Campos eléctricos en conductores. Resistencias

Supóngase un alambre de longitud $l \text{ m}$, sección uniforme $S \text{ m}^2$, construido por un material de resistividad $\rho \Omega \cdot \text{m}$.

Si a lo largo del mismo se crea un campo eléctrico uniforme \vec{E} (se supone conservativo), de forma que entre sus extremos aparezca una tensión (diferencia de potencial) u :

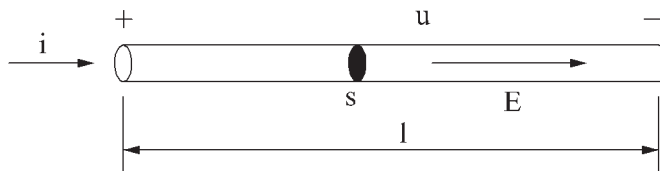


Figura 1.14. Campo eléctrico en un conductor

$$u = \int_l \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (1.1)$$

en el conductor, el campo produce un movimiento (aparente) de las cargas positivas, de forma que aparezca una densidad de corriente proporcional a este (el factor de proporcionalidad ρ es una propiedad de cada material y se llama resistividad):

$$\vec{E} = \rho \cdot \vec{J}$$

Admitiendo que las cargas se distribuyen de manera uniforme en cualquier sección transversal del conductor, se puede poner:

$$\vec{J} = \frac{i}{s} \vec{l}_u$$

siendo i la intensidad y \vec{l}_u el versor en la dirección del campo, la cual coincide con $d\vec{l}$.

Sustituyendo en la ecuación (1.1) se tiene:

$$u = \int_l \rho \frac{i}{s} \vec{l}_u \cdot d\vec{l} = \frac{\rho \cdot l}{s} \cdot i = R \cdot i \quad (1.2)$$

Esta es la ecuación de definición de la resistencia ($u = R \cdot i$), es decir, la relación $u(t) = f(i(t))$.

Esta fórmula constituye la conocida ley de Ohm, que indica que hay una proporcionalidad entre la tensión que se aplica a un conductor y la intensidad que circula, siendo la constante de proporcionalidad la resistencia R del conductor (Ω).

Aunque se ha supuesto que ρ es una constante, este parámetro varía con la temperatura de los materiales. En este texto no se tendrá en cuenta este fenómeno.

En la ecuación (1.1) se ha omitido el efecto que la variación del campo magnético creado por la intensidad produce sobre la tensión. Por esto, la fórmula (1.2) solo es válida, de manera estricta, para el caso de intensidad constante (lo cual se conoce normalmente como corriente continua). Cuanto mayor sea la variación de la intensidad con el tiempo, más error se comete al utilizar la expresión (1.2), ya que entonces la tensión no coincidiría con la diferencia de potencial.

Al pasar de un punto de mayor potencial a otro de menor potencial las cargas pierden energía eléctrica que se transforma en calor. La potencia que se pierde en el conjunto del conductor es:

$$p = u \cdot i = R \cdot i^2 = \frac{u^2}{R} \quad (1.3)$$

lo cual constituye la ley de Joule.

En cualquier elemento, la potencia instantánea absorbida es $p(t) = u(t) \cdot i(t)$ en W (con i entrando por el + de u).

La energía absorbida $w(t) = \int p(t) \cdot dt$ medida en J. Como es mayor o igual a cero, es un elemento pasivo.

Las resistencias reales (una estufa por ejemplo) tienen asignada una potencia máxima (potencia nominal), ya que si consumen más potencia se calientan excesivamente y se destruyen (se queman). Por tanto, también tienen asignados los valores máximos (nominales) de U o I .

Ejemplo 3: Aplicación de las leyes de Kirchoff

Sea el circuito de la Figura 1.15. Calcula U_4 , I_g e I_4 , sabiendo que $U_g = 20$ V, $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 2 \Omega$ y $R_4 = 2 \Omega$. El símbolo utilizado para la fuente indica que es de corriente continua. En este símbolo, la placa grande es + y la otra es -.

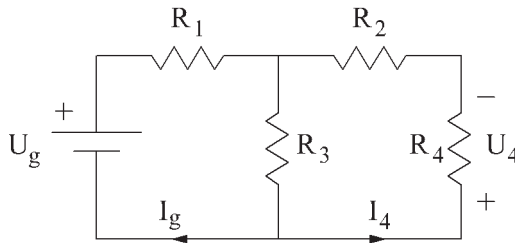


Figura 1.15. Esquema eléctrico del circuito

Solución

Para resolver el circuito solo se van a utilizar las ecuaciones de definición de los elementos y la primera y segunda ley de Kirchoff. Se sabe que es una fuente de tensión continua ideal y su ecuación de definición es $U_g = 20$ V (la tensión no depende de la intensidad que circule por el elemento). Para cualquiera de las resistencias del circuito, la ecuación de definición es $U_i = R_i I_i$, considerando las polaridades de la tensión y el sentido de la intensidad según la Figura 1.16.

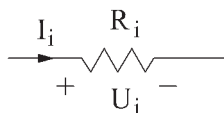


Figura 1.16. Ecuación de definición de una resistencia

Para resolver el circuito (calcular cualquier intensidad o tensión en cualquier elemento) se definen un conjunto de variables, por ejemplo, I_1 , I_2 e I_3 (en el que se eligen los sentidos de forma arbitraria, Figura 1.17).

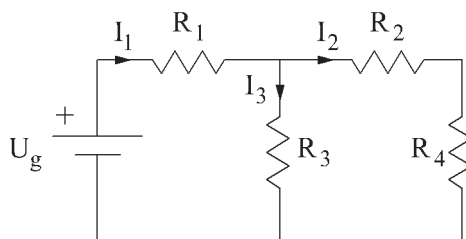


Figura 1.17. Esquema eléctrico del circuito

Para calcular las incógnitas definidas se necesita plantear 3 ecuaciones independientes. Para ello se elige:

- 1) Primera ley de Kirchhoff en el nudo A: se define una región cerrada y se plantea que “la suma de las intensidades entrantes a dicha zona cerrada es igual a cero” (Figura 1.18).

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad (1.4)$$

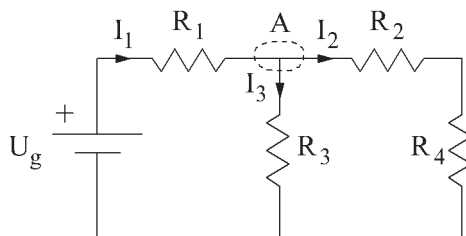


Figura 1.18. Aplicación de la primera ley de Kirchhoff en la región indicada

- 2) Segunda ley de Kirchhoff en el camino cerrado que se indica en la Figura 1.19. Para plantearla, se consideran como positivas las tensiones con la polaridad (+) en el sentido en el que se recorre la malla:

$$U_1 + U_2 - U_4 - U_g = 0$$

Indicando dicha ecuación en función de las incógnitas elegidas (se utiliza la ecuación de definición de las resistencias) se obtiene:

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 - (-I_2 R_4) - U_g = 0 \quad (1.5)$$

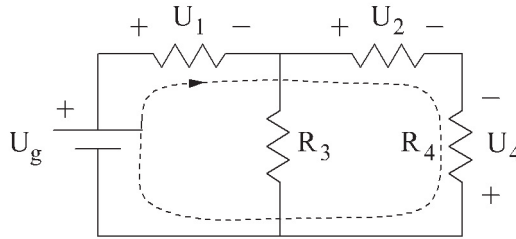


Figura 1.19. Aplicación de la segunda ley de Kirchoff en el camino indicado

Obsérvese que I_2 entra por el $-$ en R_4 , por lo que $U_4 = -I_2 R_4$

- 3) Segunda ley de Kirchoff en el camino cerrado que se indica en la Figura 1.20. Para ello se deciden como positivas las tensiones con la polaridad (+) en el sentido que se recorre la malla

$$U_1 + U_3 - U_g = 0$$

por lo que

$$I_1 R_1 + I_3 R_3 - U_g = 0 \quad (1.6)$$

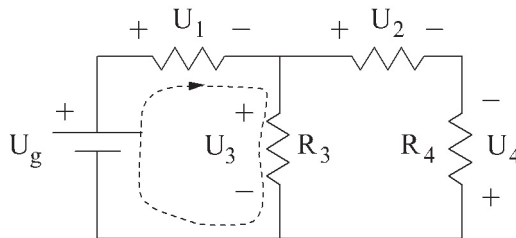


Figura 1.20. Aplicación de la segunda ley de Kirchoff en el camino indicado

Por lo que resolviendo el sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas se tiene que:

$$I_1 = 3,75 \text{ A}, I_2 = 1,25 \text{ A}, I_3 = 2,50 \text{ A}.$$

Entonces es inmediato calcular (por la ecuación de definición en R_4), $U_4 = -I_2 R_4 = -2,50 \text{ V}$.

Además, $I_g = I_1 = 3,75 \text{ A}$ e $I_4 = -I_2 = -1,25 \text{ A}$, como se deduce de aplicar la primera ley de Kirchhoff en las regiones definidas en la Figura 1.21.

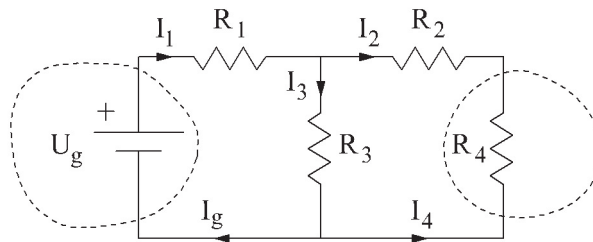


Figura 1.21. Aplicación de la primera ley de Kirchhoff en las regiones indicadas

Ejemplo 4

Halla el valor de R para que consuma una potencia de 100W . Datos: $E = 100 \text{ V}$, $R_1 = 5 \Omega$.

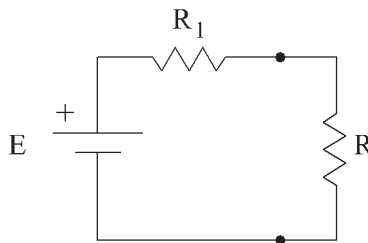


Figura 1.22. Esquema eléctrico del circuito

Solución

Tomando

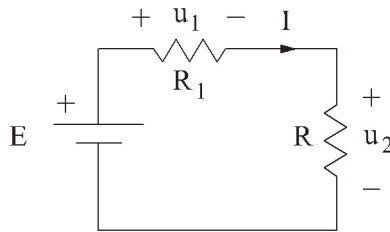


Figura 1.23. Tensiones en las resistencias

Se obtiene

$$I = \frac{100}{5 + R}$$

Y la potencia consumida por R será:

$$P = R \cdot I^2 = \frac{R \cdot 10000}{(5 + R)^2} = 100 \text{ W}$$

Resolviendo la ecuación se obtiene el valor $R = 89,72 \Omega$.

Definiendo el rendimiento como la potencia útil (la que consume la resistencia R) dividida por la generada en la fuente, el rendimiento de este circuito será:

$$\eta = \frac{P_u}{P_g} = \frac{100}{E \cdot I} = \frac{100}{100 \cdot I} = \frac{100}{100 \cdot 1,0557} = 0,947$$

$$\text{o sea } \eta = 94,7\%$$

Ejemplo 5

Halle el valor de R para que consuma la máxima potencia posible. Halle el valor de dicha potencia y el rendimiento del circuito. Datos: $E = 100 \text{ V}$, $R_1 = 5 \Omega$.

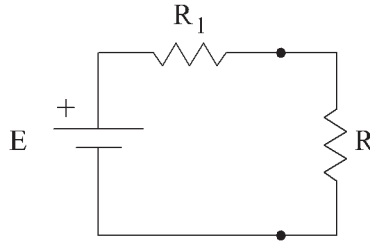


Figura 1.24. Esquema eléctrico del circuito

Procediendo como en el ejemplo anterior

$$P = \frac{R \cdot 10000}{(5 + R)^2} \text{ W}$$

Para buscar el máximo de esta función se hará $\frac{dP}{dR} = 0$.

El resultado es $R = 5 \Omega$, con lo que $I = 10 \text{ A}$ y $P_u = 5 \cdot 10^2 = 500 \text{ W}$. El rendimiento es del 50%.

1.7 Campo eléctrico en un aislante. Condensadores

Un dieléctrico o aislante ideal es una sustancia cuya conductividad es nula. Si se tienen dos placas planas conductoras paralelas de área $A \text{ m}^2$, separadas una distancia d mucho menor que las dimensiones de las placas y cargadas de manera uniforme, en el medio existente entre las placas aparecerá un campo eléctrico que vamos a admitir uniforme y por tanto un vector desplazamiento dado por:

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E}$$

siendo ϵ la permitividad del medio dieléctrico. Por el teorema de Gauss se puede obtener el valor que tendrá el módulo de dicho vector desplazamiento:

$$D = \sigma = \frac{q}{A}$$

Si el campo no varía con el tiempo, la única consecuencia que producirá será un almacenamiento de energía en el dieléctrico.

Para seguir leyendo haga click aquí