

Bárbara Pascual Plá
Lidia Soler Orts
Antonio Giménez Morera

Aplicación práctica de las matemáticas de operaciones financieras y la contabilidad

EDITORIAL
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Los contenidos de esta publicación han sido revisados por el Departamento de Economía y Ciencias Sociales de la Universitat Politècnica de València

Colección Académica

Para referenciar esta publicación utilice la siguiente cita: Bárbara Pascual Plá, Lidia Soler Orts, Antonio Giménez Morera (2016). *Aplicación práctica de las matemáticas de operaciones financieras y la contabilidad*. Valencia: Universitat Politècnica de València

© Bárbara Pascual Plá
Lidia Soler Orts
Antonio Giménez Morera

© 2016, de la presente edición: Editorial Universitat Politècnica de València
distribución: Telf.: 963 877 012 / www.lalibreria.upv.es / Ref.: 0275_11_01_01

Imprime: Byprint Percom, sl

ISBN: 978-84-9048-437-1
Impreso bajo demanda

Queda prohibida la reproducción, distribución, comercialización, transformación y, en general, cualquier otra forma de explotación, por cualquier procedimiento, de la totalidad o de cualquier parte de esta obra sin autorización expresa y por escrito de los autores.

Impreso en España

Agradecimientos

Hoy ponemos fin a, posiblemente, una de las etapas más importante de nuestras vidas. Dejamos atrás largos días de duro trabajo, de alegría, pero también de frustración. Horas de biblioteca, de investigación, de concentración; y por qué no decirlo, de risas interminables.

Ha sido una gran experiencia que no hemos vivido nosotros solos. Familia y amigos han hecho más llevadera esta aventura. Por eso, no queríamos pasar por alto su apoyo incondicional y queremos decirles:

A nuestra familia, en especial a nuestros padres, gracias infinitas por respaldarnos siempre durante este camino. Gracias por inyectarnos las dosis justas de moral y ánimo en los días en que las fuerzas flojeaban. Pero, ante todo, gracias por darnos el privilegio de formarnos no solo como profesionales, sino como personas.

A nuestros amigos, quienes nos han animado a seguir adelante en todo momento, por sus infinitos consejos y por su dedicación incondicional.

A Fanny por su comprensión.

Y muy especialmente a Tono.

Por último, gracias a todos aquellos quienes, de forma directa o indirecta nos han ayudado a construir este proyecto.

"El secreto de mi éxito está en pagar como si fuera pródigo y en vender como si estuviera en quiebra".

Henry Ford

ÍNDICE

Introducción.....	13
I BLOQUE. MATEMÁTICAS DE LAS OPERACIONES FINANCIERAS	
1. Capital Financiero.....	17
1.1. Definición.....	17
2. Leyes Financieras.....	19
2.1. Definición.....	19
2.2. Propiedades.....	20
3. Leyes Clásicas de Capitalización.....	23
3.1. Capitalización Simple.....	23
3.1.1. Cálculo del capital inicial y final.....	24
3.1.2. Cálculo de los intereses.....	24
3.2. Capitalización Compuesta.....	27
3.2.1. Cálculo del capital inicial y final.....	27
3.2.2. Cálculo de los intereses.....	28
3.2.3. Tantos equivalentes en interés compuesto.....	28
3.3. Comparación entre los sistemas financieros de capitalización.....	30
4. Leyes Clásicas de Descuento.....	33
4.1. Definición.....	33
4.2. Descuento Simple Comercial.....	33
4.2.1. Cálculo de los Descuentos Simples Comerciales.....	34
4.3. Descuento Compuesto.....	36
4.3.1. Cálculo de los Descuentos Compuestos.....	37
4.4. Interés Anticipado.....	38
4.5. Comparación entre el Descuento Compuesto y el Descuento Comercial.....	38
4.6. Cuadro resumen de Leyes Clásicas.....	40
5. Operación Financiera.....	41
5.1. Definición.....	41

5.2. Elementos.....	42
5.3. Reserva matemática.....	43
5.3.1. Tipos de reserva.....	43
5.3.2. Métodos para calcular la reserva matemática.....	43
6. Rentas.....	47
6.1. Concepto.....	47
6.2. Elementos de una renta.....	48
6.3. Clasificación de las rentas.....	49
6.3.1. Según la cuantía de los términos.....	49
6.3.2. Según la disponibilidad de los términos.....	49
6.3.3. Según la duración de las rentas.....	50
6.3.4. Según la amplitud de los intervalos.....	50
6.3.5. Según el momento de valoración de las rentas.....	51
6.3.6. Según la naturaleza de sus elementos.....	52
6.3.7. Según la ley financiera de valoración.....	52
6.3.8. Según la periodicidad del término.....	52
6.4. Rentas Constantes.....	53
6.4.1. Rentas inmediatas y temporales.....	53
6.4.2. Rentas inmediatas y perpetuas.....	54
6.4.3. Rentas diferidas y temporales.....	55
6.4.4. Rentas diferidas y perpetuas.....	56
6.4.5. Rentas anticipadas y temporales.....	56
6.5. Rentas Aritméticas.....	59
6.5.1. Rentas inmediatas y temporales.....	59
6.5.2. Rentas diferidas y temporales.....	61
6.5.3. Rentas diferidas y perpetuas.....	61
6.5.4. Rentas anticipadas y temporales.....	62
6.6. Rentas Geométricas.....	63
6.6.1. Rentas inmediatas y temporales.....	64
6.6.2. Rentas inmediatas y perpetuas.....	66

6.6.3. Rentas diferidas y perpetuas	67
6.6.4. Rentas anticipadas y temporales	68
6.7. Cuadro-Resumen Rentas.....	69
7. Alternativas de Financiación.....	71
7.1. Estudio y cálculo de los productos financieros.	71
7.1.1. Préstamos.....	71
7.1.2. Póliza de crédito.....	87
7.1.3. Leasing.....	94
7.1.4. Renting.....	104
7.1.5. Factoring.....	108
8.Situaciones reales de Financiación.....	113
II BLOQUE. CONTABILIDAD FINANCIERA	
9. Marco Legal de la Contabilidad.....	119
9.1. Introducción.	119
9.2. Usuarios de la información contable.....	120
9.3. Normalización contable.....	122
9.3.1. Plan General de Contabilidad (PGC).....	122
9.4. Las cuentas del Plan General de Contabilidad.	126
9.5. Principios Contables.....	167
9.6. Criterios de Valoración.	168
10.Patrimonio Contable	171
10.1. Definición.....	171
10.2. Masa Patrimonial de Activo.....	172
10.3. Masa Patrimonial del Pasivo Exigible.....	174
10.4. Masa del Patrimonio Neto.....	174
10.5. Balance de Situación.	175
10.6. Esquema resumen del Patrimonio Contable.....	176
11. Metodología y Técnica de Representación Contable.....	177
11.1. Terminología de las cuentas.....	177
11.2. Funcionamiento de las cuentas.....	178

11.3. Libros de Contabilidad.	179
11.4. Cuentas Anuales.	180
12. Contabilidad del Impuesto sobre el Valor Añadido	191
12.1. Impuesto sobre el Valor Añadido.	191
12.2. Tratamiento contable del Impuesto sobre el Valor Añadido.	192
12.3. Contabilización del IVA Soportado.	193
12.4. Contabilización del IVA Repercutido.	194
12.5. Liquidación del IVA a Hacienda Pública.	194
13. Fondo de Maniobra	195
13.1. Definición.	195
14. Alternativas de Financiación	197
14.1. Contabilización de los productos financieros más utilizados.	197
14.1.1. Préstamos.	197
14.1.2. Póliza de crédito.	199
14.1.3. Leasing.	203
14.1.4. Factoring.	212
III BLOQUE. APLICACIÓN PRÁCTICA	
15. Empresa Ficticia BALIS, S.L.	217
Apertura.	220
Gestión	222
Contabilización: compras y gastos	222
Contabilización: ventas e ingresos	231
Contabilización: acreedores y deudores por operaciones de tráfico.	239
Contabilización: inmovilizado	247
Contabilización: capital y reservas	256
Contabilización: empréstitos, pasivo exigible a largo plazo	261
Contabilización: liquidación IVA.	268
Contabilización: provisiones	276
Contabilización: impuestos	280
Cierre.	284

Contabilización: regularización IVA	284
Contabilización: regularización de deudas.....	285
Contabilización: ajustes por periodificación.....	287
Contabilización: existencias.....	288
Contabilización: amortizaciones	299
Contabilización: provisiones.....	307
Contabilización: deterioro del valor.....	309
Contabilización: impuesto de sociedades.....	313
Contabilización: libro mayor.....	316
Contabilización: balance de comprobación.....	325
Contabilización: asiento de regularización	329
Contabilización: asiento de cierre	331
Formulación de las cuentas anuales	333
Conclusión	349
Referencias Bibliográficas	351

ÍNDICE - TABLAS

Tabla 3.1. Uniformidad de unidades.	25
Tabla 3.2. Comparación de leyes clásicas de capitalización.	30
Tabla 3.3. Comparación capitalización simple y compuesta 30	30
Tabla 4.4. Comparación de descuentos.	39
Tabla 5.5. Cuadro-Resumen Leyes Clásicas.	40
Tabla 6.6. Cuadro- Resumen Rentas.	69
Tabla 7.7. Método Americano.	74
Tabla 7.8. Fondo de Constitución.	75
Tabla 7.9. Fondo del Préstamo.	76
Tabla 7.10. Método Francés.	80
Tabla 7.11. Términos variables en progresión geométricas.	82
Tabla 7.12. Términos variables en progresión aritmética.	84
Tabla 7.13. Método de cuota de amortización constante.	86
Tabla 7.14. Diferencias Leasing Financiero-Operativo.	97
Tabla 7.15. Cuadro de amortización leasing.	100
Tabla 9.16. Clasificación de los usuarios de la información contable.	121
Tabla 10.17. Masas patrimoniales.	172
Tabla 10.18. Modelo de Balance de Situación.	175
Tabla 12.19. Operaciones IVA.	192
Tabla 11.20. Vida útil del activo inmovilizado.	248
Tabla 11.21. Cuentas para cancelar la cuenta (129) Resultado del ejercicio.	259
Tabla 11.22. Cuadro de amortización.	263
Tabla 15.23. Tabla de amortización para elementos comunes.	300
Tabla 15.24. Tabla de amortización para elementos específicos.	301
Tabla 15.25. Cuentas anuales y fecha de realización.	333

ÍNDICE - GRÁFICAS

Gráfico 2.1. Ley Financiera.	19
Gráfico 2.2. Ley Financiera de Capitalización.	20
Gráfico 2.3. Ley de descuento.	20
Gráfico 3.4. Comparación capitalización simple y compuesta.	31
Gráfico 7.5. Préstamo Simple.	72

ÍNDICE - FIGURAS

Figura 3.1. Capitalización y contra capitalización.	24
Figura 6.2. Operación financiera-prestación.	42
Figura 6.3. Operación financiera-contraprestación.	42
Figura 6.4. Esquema de una renta tipo.	47
Figura 6.5. Rentas constantes.	49
Figura 6.6. Renta constante unitaria.	49
Figura 6.7. Rentas prepagables.	49
Figura 6.8. Rentas pospagables.	50
Figura 6.9. Rentas momento de valoración.	52
Figura 6.10. Renta constante inmediata y temporal valor actual pospagable.	53
Figura 6.11. Renta constante inmediata y temporal valor final pospagable.	53
Figura 6.12. Renta constante inmediata y temporal valor actual prepagable.	54
Figura 6.13. Renta constante inmediata y temporal valor final prepagable.	54
Figura 6.14. Renta constante diferida y temporal valor actual pospagable.	55
Figura 6.15. Renta constante anticipada y temporal valor final pospagable.	57
Figura 6.16. Renta constante anticipada y temporal valor final prepagable.	57
Figura 6.17. Renta aritmética.	59
Figura 6.18. Renta geométrica.	63
Figura 7.19. Préstamos.	71
Figura 7.20. Operación Leasing.	95
Figura 7.21. Operación Factoring.	109
Figura 10.22. Tipos de inmovilizado.	173
Figura 10.23. Elementos integrantes del activo corriente.	173
Figura 10.24. Esquema-Resumen del patrimonio contable.	176
Figura 12.25. Tratamiento contable del IVA.	193
Figura 13.26. Fondo de maniobra.	195

Introducción

La idea principal de este manual es servir de apoyo y guía para aquellos que inician sus conocimientos en las matemáticas de operaciones financieras y la contabilidad financiera. Se ha prestado especial atención a la exposición clara de los diversos términos, tanto matemáticos como contables, acompañándolos de ejemplos para una mayor comprensión, teniendo en cuenta la relación que guardan estas dos disciplinas.

Este manual es esencialmente práctico, se presenta dividido en tres bloques claramente diferenciados. El primer bloque se dedica a las matemáticas de operaciones financieras, la explicación teórica va acompañada de ejemplos, además del cálculo de algunos de los productos financieros más utilizados hoy en día.

El segundo bloque se dedica a los fundamentos de la contabilidad financiera, se definen y clasifican las cuentas, ubicándolas adecuadamente en el balance de situación, de acuerdo a lo establecido en el Plan General de Contabilidad, con sus denominaciones y codificaciones. (Apartado 10.3.1. Plan General de Contabilidad)

Por último, en el tercer bloque se plantea el caso de una empresa ficticia a partir de la cual se analizará el proceso contable que permitirá la elaboración de las cuentas anuales, tales como el *Balance de Situación*, la *Cuenta de Pérdidas y Ganancias* y un *estado que refleje los cambios en el Patrimonio Neto del ejercicio*.

Así planteado, el objetivo que persigue este manual es hacer más fácil la comprensión de los cálculos matemáticos y la contabilización de los mismos, con el fin de agilizar la comprensión y aplicación de estas dos disciplinas al estudiante, al mismo tiempo que ofrece una ayuda como libro de consulta en la incorporación al mercado laboral, ya que en el libro se muestran las operaciones más habituales que se realizan casi diariamente en una empresa.

BLOQUE I

**MATEMÁTICAS DE
LAS OPERACIONES
FINANCIERAS**

Capítulo 1

Capital Financiero

1.1. Definición.

Las operaciones financieras están constituidas, en general, por intercambios de capitales de cuantías diferentes con vencimientos también distintos. Por tanto, al tratarse de intercambios no simultáneos de capitales nace la necesidad de definir el concepto de capital financiero.

Se define como la medida de un activo, sin importar que por su naturaleza se considere real o financiero, calificándose por su cuantía y por su vencimiento o momento de disponibilidad.

El capital financiero se identifica por los siguientes componentes:

C: representa la cuantía del capital en unidades monetarias.

t: indica el momento de vencimiento o disponibilidad del capital.

En cualquier operación financiera es necesaria la existencia de un acuerdo de voluntades entre los sujetos económicos, reflejado en un contrato mercantil, con un tipo de interés y con un criterio de valoración o ley financiera.

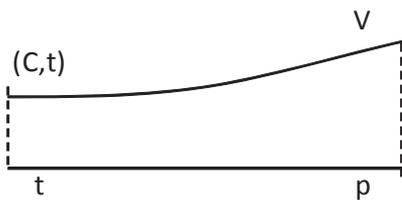
Capítulo 2

Leyes Financieras

2.1. Definición.

La ley financiera es una función F , mediante la cual dado un capital (C, t) se puede calcular su capital financiero equivalente en un momento del tiempo p llamado punto de aplicación o de referencia.

$$V = F(C, t; p)$$



V = Ley financiera de valoración
 C = Capital
 t = Tiempo
 p = Punto de aplicación o de referencia

Gráfico 2.1. Ley Financiera. Fuente: Elaboración propia

Según la relación existente entre t y p se obtienen dos clasificaciones:

- Para todo $t < p$, la ley financiera se denomina Ley Financiera de Capitalización y se representa por $L(t; p)$. En este caso, si se tiene una unidad en t y se

calcula su equivalente en un punto de aplicación p posterior, su valor debe ser mayor que 1.

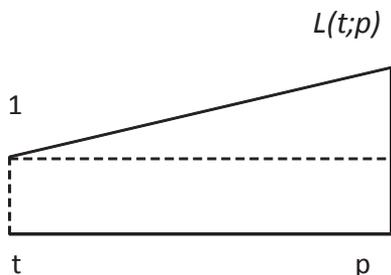


Gráfico 2.2. Ley Financiera de Capitalización. Fuente: Elaboración propia

- Por el contrario para $t > p$, se tiene una ley de descuento y se representa por $A(t;p)$. En este caso, si dada una unidad en t queremos anticipar ese capital, la cuantía deberá ser menor que 1.

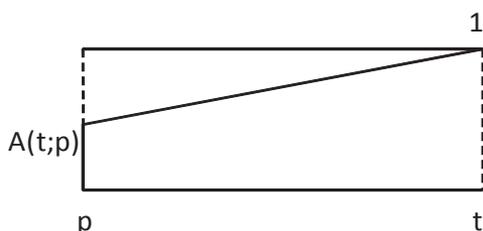


Gráfico 2.3. Ley de descuento. Fuente: Elaboración propia

2.2. Propiedades.

Las leyes financieras de capitalización o de descuento respectivamente deben cumplir las siguientes propiedades:

1. Positividad

La ley debe ser siempre positiva: $F(1, t; p) = F(t; p) > 0$

2. Principio de linealidad

La aplicación del principio de equivalencia financiera a la ecuación $V = F(C, t, p)$ exige que la función F sea homogénea y de grado uno respecto del capital.

$$V = F(C, t; p) = C \cdot F(1, t; p) = C \cdot V(t; p) = C \cdot F(t; p)$$

3. Propiedad reflexiva de la equivalencia de capitales.

Cuando coincide el punto de aplicación con el vencimiento, es decir, $t=p$, la función toma el valor uno.

La función reflexiva nos permite escribir:

$$\begin{aligned} \text{Si } t = p \quad V = F(C, t, p) = F(C, p, p) = C \\ F(t, t) = F(p, p) = 1 \end{aligned}$$

4. Continuidad de la función financiera respecto a t y p .

Para todo el valor de " t ", existe un valor de C_t

5. Principio de subestimación de los capitales futuros respecto de los actuales de igual cuantía.

La admisión de este principio obliga a que la función financiera $F(t, p)$ sea:

Creciente con respecto al punto de aplicación " p ". A mayores valores de p , el valor del desplazamiento de un capital al punto de referencia es mayor, es decir, cuanto más tiempo pase se generarán más intereses.

Decreciente respecto al tiempo " t ". A mayor vencimiento, el capital se encuentra más próximo respecto a p (si p es de vencimiento posterior a esos tiempos) y se generan menos intereses. Si p es anterior a los vencimientos, a mayor vencimiento mayores descuentos o menores cuantías.

Por tanto, definimos una ley financiera como un acuerdo entre las partes que intervienen en una operación financiera, sobre el modelo que se va a emplear para valorar o mover el dinero en el tiempo. Para ello deberemos conocer qué ley financiera se va a aplicar, ya que ésta determina la fórmula que hay que aplicar para hacerlo.

Capítulo 3

Leyes Clásicas de Capitalización

3.1. Capitalización Simple.

Recibe la denominación de capitalización simple, la ley financiera según la cual los intereses de cada periodo de capitalización no se agregan al capital en el momento de calcular los intereses del periodo siguiente, por lo que los intereses se calculan sólo sobre el principal.

Además, son no acumulativos, por lo que los intereses no serán productivos, es decir, no son capaces de producir más intereses a lo largo de la duración de la operación.

La capitalización simple se suele utilizar para periodos inferiores a un año.

Utilizaremos las siguientes denominaciones:

C_0 : Capital inicial o efectivo.

C_n : Capital final o montante.

n : duración de la operación.

i : tipo de interés anual en tanto por 1.

$$C_0 = \frac{C_n}{1 + ni}$$

3.1.1. Cálculo del capital inicial y final.

En función del momento en el que queramos calcular la operación, utilizaremos un tanto de capitalización o contra capitalización.

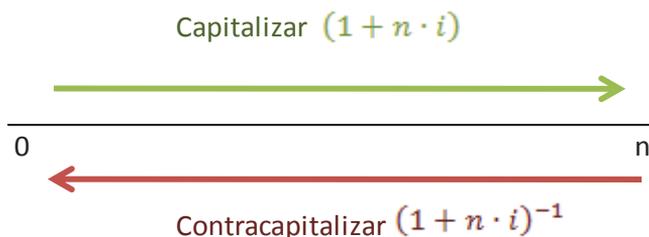


Figura 3.1. Capitalización y contra capitalización. Fuente: Elaboración propia

- Capital inicial o efectivo.

$$C_0 = C_n (1 + ni)^{-1}$$

- Capital final o montante.

$$C_n = C_0 (1 + ni)$$

3.1.2. Cálculo de los intereses.

Los intereses siempre se calculan sobre el capital inicial, y por tanto, siempre son proporcionales.

$$I = C_0 \cdot n \cdot i$$

Aplicaremos esta fórmula siempre que el tipo de interés i y el tiempo n se refieren al mismo periodo de capitalización, es decir, a la misma unidad de tiempo. Por regla general, cuando no se especifique el tiempo, el tipo de interés i se entenderá anual.

Uniformidad de unidades

En los casos en los que el tipo de interés y la duración no estén expresados en la misma unidad de tiempo, se procederá a la uniformidad de las unidades.

i = tanto efectivo anual

i^m = tanto efectivo periodal

m = frecuencia de fraccionamiento o número de veces que está incluido el i^m en el i .

$$i^m = \frac{i}{m}$$

Tabla 3.1. Uniformidad de unidades.

Frecuencia	Tanto efectivo periodal
m=1	$i^1 = i$ anual
m=2	$i^2 =$ semestral = bianual
m=3	$i^3 =$ cuatrimestral
m=4	$i^4 =$ trimestral
m=6	$i^6 =$ bimestral
m=12	$i^{12} =$ mensual
m=24	$i^{24} =$ quincenal = bimensual
m=360	$i^{360} =$ diario comercial
m=365	$i^{365} =$ diario natural
m= 0,5	$i^{0,5} =$ bienal

Fuente: Elaboración propia

- Para calcular el tipo de interés anual desde un tipo de interés equivalente de un periodo fraccionado. Aplicaremos la siguiente fórmula:

$$\frac{i \rightarrow i^m}{i = i^m \cdot m}$$

- Para calcular un tipo de interés equivalente de un periodo fraccionado a partir de un tipo de interés anual. Aplicaremos la siguiente fórmula:

$$\frac{i^m \rightarrow i}{i^m = \frac{i}{m}}$$

Ejemplos:*Ejemplo 1*

Calcular el valor final o montante que se obtendrá al invertir 3.000 euros, a un tanto del 3% anual durante cinco años en capitalización simple.

$$C_n = C_o (1 + ni)$$

$$C_o = 3.000$$

$$i = 3\% = 0,03$$

$$n = 5 \text{ años}$$

$$C_n = 3000 (1 + 0,03 \cdot 5) = 3.450$$

Ejemplo 2

Determinar los intereses que produce una imposición de 3.000 euros que se han colocado en una entidad de crédito durante 220 días en capitalización simple, en los siguientes supuestos:

$$C_0 = 3000$$

$$n = 220 \text{ días}$$

$$I = C_0 \cdot n \cdot i$$

a.- Si el tanto es el 5% anual.

$$I = 3000 \cdot \frac{220}{360} \cdot 0,05 = 91,66$$

b.- Si el tanto es el 3% semestral.

$$i^2 = 3\%$$

$$i = i^m \cdot m = 0,03 \cdot 2 = 0,06 \text{ anual}$$

$$i^{360} = \frac{0,06}{360} = 0,0001666 \text{ diario}$$

$$I = 3000 \cdot 220 \cdot 0,0001666 = 110$$

c.- Si el tanto es el 0,5% mensual.

$$i^{12} = 0,5\%$$

$$i = 0,005 \cdot 12 = 0,06$$

$$I = 3000 \cdot \frac{220}{360} \cdot 0,06 = 110$$

d.- Si el tanto es el 0,000164384% diario.

$$I = 3000 \cdot 220 \cdot 0,000164284 = 108,42$$

3.2. Capitalización Compuesta.

Recibe la denominación de capitalización compuesta, la ley financiera según la cual los intereses de cada periodo de capitalización se agregan al capital para calcular los intereses del periodo siguiente. Por tanto, son acumulativos por lo que los tipos de interés son productivos.

La capitalización compuesta se suele utilizar para periodos superiores a un año.

$$n=0 \quad C_0$$

$$n=1 \quad C_1=C_0+C_0 \cdot i=C_0 \cdot (1+i)$$

$$n=2 \quad C_2=C_1+C_1 \cdot i=C_1 \cdot (1+i)=C_0 \cdot (1+i) \cdot (1+i)=C_0 \cdot (1+i)^2$$

$$n=3 \quad C_3=C_2+C_2 \cdot i=C_2 \cdot (1+i)=C_0 \cdot (1+i)^2 \cdot (1+i)=C_0 \cdot (1+i)^3$$

·
·

y así sucesivamente.

Utilizaremos las siguientes denominaciones:

C₀: Capital inicial o efectivo.

C_n: Capital final o montante.

n: duración de la operación.

i: tipo de interés anual en tanto por 1.

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n}$$

3.2.1. Cálculo del capital inicial y final.

En función del momento en el que queramos calcular la operación, utilizaremos un tanto de capitalización o contra-capitalización.

- Capital inicial o efectivo.

$$C_0 = C_n (1+i)^{-n}$$

Si se quiere conocer el tipo de interés "i", se aplicará la siguiente fórmula:

$$i = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}} - 1$$

- Capital final o montante.

$$C_n = C_0 (1 + i)^n$$

Si se quiere conocer el tiempo “n”, se aplicará la siguiente fórmula:

$$n = \frac{\ln\left(\frac{C_n}{C_0}\right)}{\ln(1 + i)}$$

3.2.2. Cálculo de los intereses.

Los intereses de un periodo se acumulan al capital para calcular los intereses del periodo siguiente.

$$I = C_n - C_0$$

$$I = C_0 \cdot (1 + i)^n - C_0$$

$$I = C_0[(1 + i)^n - 1]$$

Aplicaremos esta fórmula siempre que el tipo de interés i y el tiempo n se refieren al mismo periodo de capitalización, es decir, que están expresados en la misma unidad de tiempo. Por regla general, cuando no se especifique el tiempo, el tipo de interés i se entenderá anual.

3.2.3. Tantos equivalentes en interés compuesto.

En los casos en los que el tipo de interés y la duración no están expresos en la misma unidad de tiempo, se procederá a la uniformidad de las unidades.

A. Tantos efectivos “i”

i = tanto efectivo anual

i^m = tanto efectivo periodal

$$(1 + i)^1 = (1 + i^m)^m$$

Para pasar de un tipo de interés periodal a un tipo de interés anual, aplicaríamos la siguiente fórmula:

$$i = (1 + i^m)^m - 1$$

Para pasar de un tipo de interés anual a un tipo de interés periodal, aplicaríamos la siguiente fórmula:

$$i^m = \sqrt[m]{1 + i} - 1$$

Para convertir un tipo de interés periodal a otro tipo de interés periodal, aplicaríamos la siguiente fórmula:

$$i^k = \sqrt[k]{(1 + i^m)^m} - 1$$

B. Tantos nominales “ j^m ”

Con este *tanto equivalente* no podemos calcular una operación, lo tenemos que pasar al tipo de interés “ i ”.

$$\overline{j^m \rightarrow i^m}$$

$$i^m = \frac{j^m}{m}$$

Ejemplos:

Ejemplo 1

Determinar el tiempo durante el que estuvo colocado un capital de 3.000 u.m., al tipo del 5% de interés compuesto anual si alcanzó un montante de 5.050,25 u.m.

¿ n ?

$C_0 = 3.000$

$i = 0,05$

$C_n = 5.050,25$

$$C_n = C_0 (1 + i)^n \rightarrow \ln \frac{C_n}{C_0} = \ln(1 + i)^n$$

$$\ln \frac{5.050,25}{3.000} = n \cdot \ln(1,05)$$

$$n = \frac{\ln\left(\frac{5.050,25}{3.000}\right)}{\ln(1,05)} = 10,67 \approx 11 \text{ años}$$

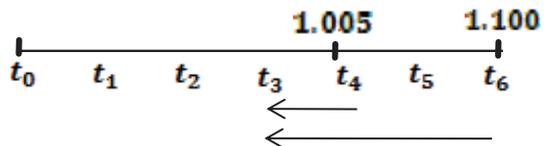
Ejemplo 2

Comprobar si los capitales (1005, t_4) y (1100, t_6) son equivalentes en el momento t_3 , y si lo son en cualquier otro momento, por ejemplo en t_0 ; si el tipo de valoración es el 5% anual en capitalización compuesta.

$i = 0,05$

$X_A = 1005 (1+0,05)^{-1} = 957$

$X_B = 1100 (1+0,05)^{-3} = 909$



No son equivalentes en t_3 , y por tanto, no son equivalentes en ningún otro punto.

3.3. Comparación entre los sistemas financieros de capitalización.

En la siguiente tabla, podremos observar las diferencias más importantes entre las dos leyes clásicas de capitalización:

Tabla 3.2. Comparación de leyes clásicas de capitalización.

CAPITALIZACIÓN SIMPLE	CAPITALIZACIÓN COMPUESTA
Se suele utilizar a corto plazo.	Se suele utilizar a largo plazo.
Los intereses son no acumulativos, es decir, no productivos.	Los intereses son acumulativos, es decir, productivos.
Los intereses son proporcionales al tiempo y siempre se calculan respecto al capital inicial de la operación (C_0)	La capitalización compuesta es independiente del punto de aplicación p.
Se suele utilizar en cuentas corrientes, pólizas de crédito, etc.	Se suele utilizar en las operaciones como amortización de préstamos y constitución de capital, entre otros.

Fuente: Elaboración propia

Para comparar cómo evolucionaría el dinero en el tiempo en ambas alternativas, interés simple e interés compuesto, podemos observar la siguiente tabla:

Tabla 3.3. Comparación capitalización simple y compuesta

Año	Capitalización Simple	Capitalización Compuesta
0	100	100
1	$100(1 + 0,12 * 1) = 112$	$100(1 + 0,12)^1 = 112$
2	$100(1 + 0,12 * 2) = 124$	$100(1 + 0,12)^2 = 125,44$
3	$100(1 + 0,12 * 3) = 136$	$100(1 + 0,12)^3 = 140,49$
4	$100(1 + 0,12 * 4) = 148$	$100(1 + 0,12)^4 = 157,35$
.	.	.
t	$100(1 + 0,12 * t) = C_0(1 + rt)$	$100(1 + 0,12)^t = C_0(1 + r)^t$

Fuente: Elaboración propia

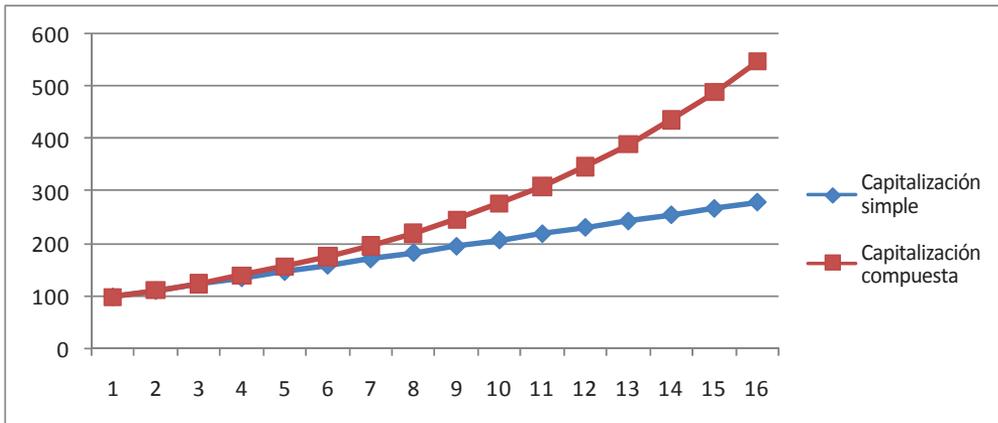


Gráfico 3.4. Comparación capitalización simple y compuesta. Fuente: Elaboración propia

Capítulo 4

Leyes Clásicas de Descuento

4.1. Definición.

Las leyes de descuento se caracterizan principalmente por el valor negativo de la variable n , ya que el punto de proyección del capital se encuentra ahora en el pasado. Al contrario de lo que ocurría en las leyes clásicas de capitalización, al descontar un capital financiero el capital equivalente deberá ser de menor cuantía que el capital proyectado, ya que la ley financiera debe ser decreciente con respecto a la variable n .

4.2. Descuento Simple Comercial.

Se suele utilizar en operaciones a corto plazo como descuento de efectos, activos financieros a corto plazo, etc.

Estas operaciones se deben a la necesidad de los acreedores de anticipar los cobros pendientes antes del vencimiento de éstos acudiendo a los intermediarios financieros.

Los descuentos son no acumulativos, es decir, son no productivos.

Es la única ley financiera cuya duración es finita.

OPERACIÓN FINANICERA PURA

El descuento simple comercial queda definido por la siguiente expresión matemática:

$$E = N(1 - d \cdot n)$$

N = Nominal de la operación cuyo cobro se desea anticipar.

E = Efectivo que cobramos anticipadamente.

d = tasa de descuento.

n= Duración, es decir, periodo de tiempo entre el cobro y el vencimiento de la operación que se descuenta.

OPERACIÓN FINANCIERA CON CARACTERÍSTICAS COMERCIALES

El descuento simple comercial queda definido por la siguiente expresión matemática:

$$E = N(1 - d \cdot n) - C - G - T$$

C = Comisión

G = Cualquier gasto monetario

T = Timbre

4.2.1. Cálculo de los Descuentos Simples Comerciales.

Uniformidad de unidades

En los casos en los que el tipo de interés y la duración no están expresados en la misma unidad de tiempo, se procederá a la uniformidad de las unidades.

d= tanto de descuento (anual)

d^m= tanto de descuento periodal

m= frecuencia de fraccionamiento o número de veces que está incluido el **d^m** en el **d**.

$$d^m = \frac{d}{m}$$

Al coincidir la expresión de esta ley con la de capitalización simple, el razonamiento sobre la modificación del parámetro **d** al cambiar las unidades de medida del tiempo es $d^{(m)} = \frac{d}{m}$, es decir, $d = i^*$, por lo que el tanto de descuento y el periodo deben de estar referidos a la misma unidad.

Ejemplos:*Ejemplo 1*

Una entidad financiera descuenta un efecto de nominal de 500.000 euros que vence en 90 días, cobra una comisión del 0,40% s/nominal y un timbre de 2.800 euros. Calcule el efectivo recibido por el cliente en los siguientes casos:

- a) Si el tanto de descuento es el 7% anual.
 b) Si el tanto de descuento es el 3,5% semestral.

a) $N=500.000$

$n=90$ días

$d=0,07$

$G=0,004 \cdot 500.000 = 2.000$

$T=2.800$

$$E = N \left(1 - \frac{d}{360} \cdot n \right) - C - G - T =$$

$$500.000 \left(1 - \frac{0,07}{360} \cdot 90 \right) - 2.000 - 2.800 = 486.450\text{€}$$

b) $N=10.000$

$n=150$ días

$d^2=0,035 \rightarrow d=0,035 \cdot 2 = 0,07$

$G=0,004 \cdot 500.000 = 2.000$

$T=2.800$

$$E = N \left(1 - \frac{d}{360} \cdot n \right) - C - G - T =$$

$$500.000 \left(1 - \frac{0,07}{360} \cdot 90 \right) - 2.000 - 2.800 = 486.450\text{€}$$

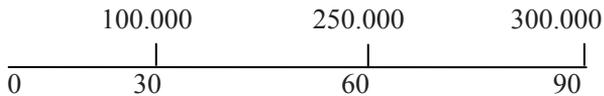
Ejemplo 2

Una entidad de crédito ha efectuado el descuento de los siguientes efectos:

Nominales	Días
100.000€	0
250.000€	60
300.000€	90

Si el tanto de descuento simple comercial es el 7% anual, determinar:

- a) El importe del descuento efectuado por la Entidad.



$$E = 100.000 \left(1 - \frac{0,07}{360} \cdot 30\right) + 250.000 \left(1 - \frac{0,07}{360} \cdot 60\right) + 300.000 \left(1 - \frac{0,07}{360} \cdot 90\right) \\ = 641.250$$

- b) El valor efectivo de la remesa de efectos.

$$D = N - E = 650.000 - 641.250 = 8.750$$

4.3. Descuento Compuesto.

Se suele utilizar en operaciones a largo plazo. Es una operación inversa a la de capitalización.

En la ley de descuento compuesto el descuento es acumulativo, es decir es productivo, lo que significa que:

A medida que se generan se restan del capital de partida para producir nuevos intereses en el futuro.

Los intereses de cualquier periodo siempre los genera el capital del periodo anterior, al tanto de interés vigente en dicho período.

En estas operaciones el punto de partida es un capital futuro conocido (C_n), es decir, el nominal, cuyo vencimiento se quiere adelantar.

Expresión matemática para el cálculo del descuento compuesto:

$$E = N(1 - d)^n$$

N = Nominal de la operación cuyo cobro se desea anticipar.

E = Efectivo que cobramos anticipadamente.

d = tasa de descuento.

n = Duración, es decir, periodo de tiempo entre el cobro y el vencimiento de la operación que se descuenta.

4.3.1. Cálculo de los Descuentos Compuestos.

Uniformidad de unidades

En los casos en los que el tipo de interés y la duración no están expresadas en la misma unidad de tiempo, se procederá a la uniformidad de las unidades.

Tantos de descuentos efectivos

d = tanto de descuento anual

d^m = tanto de descuento periodal

$$(1 - d)^1 = (1 - d^m)^m$$

Para pasar de un tipo de interés periodal a un tipo de interés anual, aplicaríamos la siguiente fórmula:

$$d = 1 - (1 - i^m)^m$$

Para pasar de un tipo de interés anual a un tipo de interés periodal, aplicaríamos la siguiente fórmula:

$$d^m = 1 - \sqrt[m]{1 - d}$$

Tantos de descuentos nominales o anuales “ d^m ”

Con este tanto equivalente no podemos calcular una operación, por tanto lo tenemos que pasar al tanto de descuento “ d ”.

$$\frac{f^m \rightarrow d^m}{m} \quad d^m = \frac{f^m}{m}$$

Ejemplos:

Ejemplo 1

Sabiendo que el valor descontado de una letra de cambio de nominal 1.500€ y vencimiento a 15 meses es de 1.320€, determinar el tanto de descuento anual aplicado si la ley financiera utilizada ha sido el descuento compuesto.

$$E = N(1 - d)^n 1.320 = 1.500(1 - d)^{\frac{15}{12}} = 0,097211251$$

Ejemplo 2

Se desea anticipar, mediante descuento bancario, el cobro de una letra de cambio de 3.500€ con vencimiento dentro de 8 meses. Sabiendo que el tanto de descuento anual que aplica el banco es del 8%, determinar el valor descontado utilizando la ley financiera del descuento compuesto.

$$E = N(1 - d)^n E = 3.500(1 - 0,08)^{\frac{8}{12}} = 3.310,75$$

4.4. Interés Anticipado.

En ocasiones se plantean operaciones en las que el prestamista cobra los intereses por anticipado, es decir, en el mismo momento en que tiene lugar la operación.

Interés efectivo = i

Interés efectivo anticipado = i^*

La fórmula del interés anticipado para el Descuento Simple Comercial que emplearemos es la siguiente:

$$i = \frac{i^*}{1 - i^*} = i = \frac{d}{1 - d}$$

La fórmula del interés anticipado para el Descuento Compuesto que emplearemos es la siguiente:

$$i = \frac{i^*}{1 - i^* \cdot n} = i = \frac{d}{1 - d \cdot n}$$

Aunque no debemos olvidar que el tipo de interés (en la capitalización) y el tipo de interés anticipado (en el descuento) se parecen pero no son iguales. Responden al mismo principio financiero, es decir, valoración de capitales en el tiempo, pero difieren en cuanto al momento del tiempo en que se hacen líquidos. Con un tipo de interés del 10% no es lo mismo recibir 0,1 euros por cada euro invertido al principio que al final del periodo.

4.5. Comparación entre el Descuento Compuesto y el Descuento Comercial.

En este apartado trataremos de efectuar la comparación entre el sistema financiero de descuento compuesto y el sistema financiero de descuento simple suponiendo que los parámetros d e i coinciden, aunque su interpretación financiera sea diferente.

Para seguir leyendo haga click aquí