



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA




Escuela Técnica Superior de Ingeniería del Diseño

TRABAJO FIN DE GRADO EN INGENIERÍA AEROESPACIAL

MODELADO Y SIMULACIÓN DE ESTRUCTURAS AERODINÁMICAS PARA EL DISEÑO DE SISTEMAS DE CONTROL DE VUELO

AUTOR: JUAN ANTONIO ZARAGOZA ASENSIO

TUTOR: LUÍS SEMPERE PAYÁ

Curso Académico: 2015-16

RESUMEN

Los controles automáticos tienen una intervención cada vez más importante en la vida diaria, desde los simples controles que hacen funcionar un tostador automático hasta los complicados sistemas de control necesarios en vehículos espaciales, sistemas de pilotajes de aviones, etc.

Por ello, este Trabajo Fin de Grado se centrará en un tema donde la acción de un sistema de control automático es primordial, el guiado de proyectiles.

En primer lugar se expondrán las diferentes ecuaciones y explicaciones necesarias para comprender todo lo que involucra el sistema de control de vuelo de un misil, así como las técnicas numéricas utilizadas y el método de adjuntos, utilizado en sistemas lineales que varían con el tiempo.

Después, se diseñará e implementará una aplicación con interfaces gráficas de usuario (GUI) y funciones con el programa informático MATLAB, que será la herramienta principal del trabajo. La aplicación permitirá libertad al usuario para modificar los parámetros de diseño y las condiciones de vuelo que intervienen en el guiado del misil, desde su geometría hasta la ganancia del autopiloto.

Será posible observar de forma sencilla y concreta cómo afectan las superficies de control del misil al armazón del mismo. También se podrá calcular la respuesta de tres tipos de sistemas de control de vuelo: en lazo abierto, con *rate gyro* y con autopiloto de tres lazos. Además se pondrá en práctico el método de adjuntos en dos sistemas: el *homing loop* por navegación proporcional con un único retraso y el sistema de control de vuelo con autopiloto de tres lazos.

Por último, se mostrará un ejemplo práctico en el que usar esta aplicación, acompañado por un estudio de la situación y las conclusiones que se puedan obtener. El ejemplo se centra en un misil concreto operando a dos altitudes muy diferentes.

Palabras clave: Diseño, MATLAB, GUI, Control de vuelo.

Contenido

Índice de figuras	7
Capítulo 1: Introducción.....	11
1.1 Objetivos del Trabajo Fin de Grado.....	13
1.2 La herramienta informática MATLAB.....	14
1.2.1 GUI de MATLAB	14
1.3 “Tactical and Strategic Missile Guidance”	16
Capítulo 2: Marco teórico	17
2.1. Métodos numéricos	19
2.1.1. Transformadas de Laplace y ecuaciones diferenciales	19
2.1.2. Integración numérica de las ecuaciones diferenciales.....	19
2.2. Fundamentos del guiado de misiles tácticos	21
2.2.1. Navegación proporcional	21
2.2.2. Simulación de navegación proporcional en dos dimensiones	21
2.2.3. Linealización	23
2.3 Método de adjuntos y homing loop.....	25
2.3.1. Homing loop	25
2.3.2. Constante de tiempo en el sistema de guiado	25
2.3.3. Cómo construir un adjunto	26
2.4 Representación del armazón del misil con funciones de transferencia	28
2.4.1. Ecuaciones de fuerza y momento	28
2.4.2. Linealización del armazón	30
2.5 Introducción al diseño de control de vuelo	34
2.5.1. Sistema de control de vuelo en lazo abierto.....	34
2.5.2. Interacciones en el sistema de guiado	36
2.5.3. Sistema de control de vuelo con rate gyro	36
2.5.4. Función de transferencia en lazo abierto.....	38
2.5.5. Verificación en el dominio tiempo de los resultados en lazo abierto.....	40
2.6 Autopiloto de tres lazos	41
2.6.1. Configuración del autopiloto de tres lazos	41
2.6.2. Análisis en lazo abierto.....	42
2.6.3. Análisis en lazo cerrado.....	43
2.6.4. Análisis del sistema de guiado	47

Capítulo 3: Manual de usuario	49
3.1 Menú principal	51
3.2 Missile Airframe	52
3.3 Flight Control Design	60
3.3.1. Autopiloto de tres lazos	64
3.4 Method of Adjointns	69
3.4.1. Single-lag proportional navigation homing loop.....	69
3.4.2. Three-loop autopilot	71
3.5. Resumen.....	76
Capítulo 4: Caso de aplicación	79
4.1. Planteamiento	80
4.2. Desarrollo	81
4.2.1. Modelado del armazón	81
4.2.2. Diseño del sistema de control de vuelo	89
4.2.3. Método de adjuntos.....	100
Conclusiones	109
Presupuesto	111
1. Desarrollo del trabajo.....	113
2. Material y herramientas empleadas	115
3. Presupuesto general.....	116
Bibliografía	117

Índice de figuras

Figura 1.1.1: Ventana de inicio rápido de una GUI en MATLAB.	14
Figura 1.1.2: Interfaz para crear una GUI de forma interactiva.....	15
Figura 2.1.1: El armazón del misil Lark	21
Figura 2.1.2. Sistema misil-objetivo en dos dimensiones.....	22
Figura 2.1.3. Modelo para la Linealización	24
Figura 2.2.1. Ejemplo de un <i>homing loop</i> de guiado con navegación proporcional	25
Figura 2.2.2. <i>Homing loop</i> por navegación proporcional con un solo retraso.	26
Figura 2.2.3. Adjunto del <i>homing loop</i>	27
Figura 2.3.1. Misil controlado por cola	28
Figura 2.3.2. Diagrama de bloques del armazón linealizado	32
Figura 2.4.1. Diagrama de bloques conceptual de un sistema de control de vuelo.....	34
Figura 2.4.2. Sistema de control de vuelo en bucle abierto	35
Figura 2.4.3. Homing loop con sistema de control de vuelo en bucle abierto	36
Figura 2.4.4. Sistema de control de vuelo con rate gyro	37
Figura 2.4.5. Sistema de control de vuelo con rate gyro con la dinámica del actuador.....	38
Figura 2.4.6. Modelo en lazo abierto del sistema de control de vuelo con rate gyro	39
Figura 2.5.1. Sistema de control de vuelo con autopiloto de tres lazos.....	41
Figura 2.5.2. Representación en lazo abierto del piloto de tres lazos.....	42
Figura 2.5.3. Modelo adjunto del <i>homing loop</i> con sistema de control de vuelo	48
Figura 3.1.1. Menú principal.....	51
Figura 3.2.1. Parámetros de la geometría del misil	52
Figura 3.2.2. Diámetro del misil.....	52
Figura 3.2.3. Longitud del misil.....	52
Figura 3.2.4. Longitud del morro	53
Figura 3.2.5. Cuerda en la raíz de las alas.....	53
Figura 3.2.6. Cuerda en la punta de las alas	53
Figura 3.2.7. Altura de las alas	53
Figura 3.2.13. Evolución de la aceleración del misil a lo largo del tiempo	55
Figura 3.2.14. Evolución del ángulo de ataque del misil a lo largo del tiempo	55
Figura 3.2.15. Evolución del ángulo de ataque del misil a lo largo del tiempo	56
Figura 3.2.16. Evolución del ángulo de ataque del misil a lo largo del tiempo	56
Figura 3.2.17. Comparación de la aceleración del misil entre el método lineal y el no lineal ...	57
Figura 3.2.18. Comparación de la aceleración para dos longitudes diferentes con el método no lineal.....	57
Figura 3.2.19. Comparación de la aceleración para dos longitudes diferentes con el método lineal.....	58
Figura 3.2.20. Evolución de los parámetros lineales con respecto a la altura para una velocidad fija.....	58
Figura 3.2.21. Ventana de “Geometria.m”	59
Figura 3.3.1. Condiciones de vuelo	60
Figura 3.3.2. Respuesta del sistema de control de vuelo en lazo abierto para una aceleración de 10 g.....	61
Figura 3.3.3. Respuesta del sistema de control de vuelo con rate gyro para una ganancia de 0.15.....	61

Figura 3.3.5. Propiedades del actuador	62
Figura 3.3.6. Diagrama de Bode con el lazo abierto en el sistema de control de vuelo con rate gyro.....	62
Figura 3.3.7. Frecuencia <i>crossover</i> de la respuesta con el lazo abierto.....	63
Figura 3.3.8. Retardo de 0.01 segundos en el sistema de control de vuelo con rate gyro	63
Figura 3.3.9. Respuesta del sistema a un retardo de 0.01 segundos	63
Figura 3.3.10. Botón para	64
Figura 3.3.11. Ventana de la interfaz “Flight_Control_System.m”	64
Figura 3.3.12. Tiempo de vuelo de 2 segundos	64
Figura 3.3.13. Parámetros lineales del autopiloto de tres lazos.....	65
Figura 3.3.14. Respuesta del sistema de control de vuelo con autopiloto de tres lazos.....	65
Figura 3.3.15. Aceleración para una constante de tiempo de 0.5 segundos y para una de 0.3 segundos	66
Figura 3.3.16. Diagrama de Bode con el lazo abierto en el sistema de control de vuelo con el autopiloto de tres lazos.....	66
Figura 3.3.17. Retraso de 0.015 segundos.....	67
Figura 3.3.18. Respuesta del sistema a un retardo de 0.015 segundos	67
Figura 3.3.19. Ventana de la interfaz “Three_Loop_Autopilot.m”	68
Figura 3.4.1. Opciones en las que emplear el método de adjuntos	69
Figura 3.4.2. Parámetros de entrada	69
Figura 3.4.3. Evolución temporal de la miss distance debido a la maniobra del objetivo	70
Figura 3.4.4. Evolución temporal de la miss distance debido al error de rumbo.....	70
Figura 3.4.5. Ventana de la interfaz “Adjoints.m”	71
Figura 3.4.6. Parámetros de entrada del modelo con autopiloto de tres lazos	72
Figura 3.4.7. Botón para ejecutar “Spectral_Density.m”	72
Figura 3.4.8. Interfaz de “Spectral_Density.m”	73
Figura 3.4.9. Opciones para graficar	73
Figura 3.4.10. Ventana para introducir el time to go	74
Figura 3.4.11. Desviación estándar de la miss distance respecto a la pendiente de radar.....	74
Figura 3.4.12. Interfaz de “Adjoint_Homing_Loop.m”	75
Figura 3.5.1. Mapa conceptual con todos los programas de la aplicación.....	77
Figura 4.1.1. Un misil Bisnovat R-40	80
Figura 4.2.1. Modelado del armazón del misil.....	81
Figura 4.2.2. Ángulo de ataque a 10000 pies y 50000 pies de altura	81
Figura 4.2.3. Aceleración del misil a 10000 pies y 50000 pies de altura	82
Figura 4.2.4. Aceleración del misil a 10000 pies de altura	82
Figura 4.2.5. Aceleración del misil a 50000 pies de altura	83
Figura 4.2.6. Aceleración y ángulo de ataque del misil a 10000 pies calculados con el método lineal y el no lineal.....	84
Figura 4.2.7. Aceleración y ángulo de ataque del misil a 50000 pies calculados con el método lineal y el no lineal.....	85
Figura 4.2.8. Frecuencia natural del armazón y $M\delta$ con respecto a la altitud	86
Figura 4.2.9. Amortiguamiento del armazón y $T\alpha$ con respecto a la altitud.....	87
Figura 4.2.10. Frecuencia cero del armazón y $M\alpha$ con respecto a la altitud.....	88
Figura 4.2.11. Ganancia de la aceleración aerodinámica $K1$ con respecto a la altitud	88

Figura 4.2.13. Respuesta del sistema de control de vuelo en lazo abierto a 10000 pies (izquierda) y a 50000 pies (derecha).....	89
Figura 4.2.14. Respuesta del sistema de control de vuelo con rate gyro a 10000 pies (izquierda) y para 50000 pies (derecha) para una ganancia de 0.01	90
Figura 4.2.15. Diagrama de Bode y frecuencias crossover para una altura de 10000 pies y ganancia 0.01	90
Figura 4.2.16. Diagrama de Bode y frecuencias crossover para una altura de 50000 pies y ganancia 0.01	91
Figura 4.2.17. Respuesta del sistema de control de vuelo con rate gyro a un retardo de 0.015 segundos a 10000 pies y ganancia 0.01	92
Figura 4.2.18. Respuesta del sistema de control de vuelo con rate gyro a un retardo de 0.015 segundos a 50000 pies y ganancia 0.01	92
Figura 4.2.19. Respuesta del sistema de control de vuelo con rate gyro a 10000 pies (izquierda) y para 50000 pies (derecha) para una ganancia de 0.1	93
Figura 4.2.20. Diagrama de Bode y frecuencias crossover para una altura de 10000 pies y ganancia 0.1	94
Figura 4.2.21. Diagrama de Bode y frecuencias crossover para una altura de 50000 pies y ganancia 0.1	94
Figura 4.2.22. Respuesta del sistema de control de vuelo con rate gyro a un retardo de 0.015 segundos a 50000 pies y ganancia 0.1	95
Figura 4.2.23. Respuesta del sistema de control de control de vuelo con autopiloto de tres lazos a una frecuencia <i>crossover</i> de 50 rad/s (izquierda) y de 100 rad/s (derecha) a 10000 pies	96
Figura 4.2.24. Diagrama de Bode y frecuencia crossover de la ganancia para una altura de 10000 pies y frecuencia <i>crossover</i> deseada de 50 rad/s.....	97
Figura 4.2.25. Diagrama de Bode y frecuencia crossover de la ganancia para una altura de 10000 pies y frecuencia <i>crossover</i> deseada de 100 rad/s.....	97
Figura 4.2.26. Respuesta del sistema de control de vuelo con autopiloto de tres lazos a 10000 pies de altura y con una frecuencia crossover de 50 rad/s (izquierda) y 100 rad/s (derecha) con un retardo de 0.01 segundos.	98
Figura 4.2.27. Respuesta del sistema de control de control de vuelo con autopiloto de tres lazos a una frecuencia <i>crossover</i> de 50 rad/s (izquierda) y de 100 rad/s (derecha) a 50000 pies	98
Figura 4.2.28. Diagrama de Bode y frecuencia crossover de la ganancia para una altura de 50000 pies y frecuencia <i>crossover</i> deseada de 50 rad/s.....	99
Figura 4.2.29. Diagrama de Bode y frecuencia crossover de la ganancia para una altura de 50000 pies y frecuencia <i>crossover</i> deseada de 100 rad/s.....	99
Figura 4.2.30. Respuesta del sistema de control de vuelo con autopiloto de tres lazos a 50000 pies de altura y con una frecuencia crossover de 50 rad/s (izquierda) y 100 rad/s (derecha) con un retardo de 0.01 segundos.	100
Figura 4.2.31. Densidad espectral de cada fuente de error	101
Figura 4.2.32. Error en la miss distance respecto a la pendiente de radomo a 10000 pies.....	101
Figura 4.2.33. Error en la miss distance respecto a la pendiente de radomo a 50000 pies.....	102
Figura 4.2.34. Error en el fin rate respecto a la pendiente de radomo a 10000 pies.....	102
Figura 4.2.35. Error en el fin rate respecto a la pendiente de radomo a 50000 pies.....	103

Figura 4.2.36. Error en aceleración comandada respecto a la pendiente de radomo a 10000 pies	103
Figura 4.2.37. Error en aceleración comandada respecto a la pendiente de radomo a 50000 pies	104
Figura 4.2.38. Error en miss distance respecto al time to go para un tiempo de vuelo de 2 segundos y a 10000 pies	104
Figura 4.2.39. Error en miss distance respecto al time to go para un tiempo de vuelo de 5 segundos y a 50000 pies	105
Figura 4.2.40. Error en fin rate respecto al time to go para un tiempo de vuelo de 2 segundos y a 50000 pies	105
Figura 4.2.41. Error en fin rate respecto al time to go para un tiempo de vuelo de 2 segundos y a 10000 pies	106
Figura 4.2.42. Error en aceleración comandada respecto al time to go para un tiempo de vuelo de 2 segundos y a 10000 pies	106
Figura 4.2.43. Error en aceleración comandada respecto al time to go para un tiempo de vuelo de 2 segundos y a 50000 pies	107

Capítulo 1: Introducción

1.1	Objetivos del Trabajo Fin de Grado.....	13
1.2	La herramienta informática MATLAB.....	14
1.2.1	GUI de MATLAB	14
1.3	“Tactical and Strategic Missile Guidance”	16

1.1 Objetivos del Trabajo Fin de Grado

El objetivo principal de este Trabajo Fin de Grado (TFG) es la consecución del título del Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales mediante la realización de un proyecto que abarque conocimientos relativos a varias ramas de entre las asignaturas que se han visto en la titulación. Durante el mismo se aplicarán sobre todo conceptos de la asignatura de primer curso “Informática”, pero también de control automático, mecánica de vuelo y vibraciones, entre otros.

También se persigue mejorar una gran cantidad de competencias, como razonar y tomar decisiones de manera crítica y autónoma, desarrollar la creatividad y las habilidades de programación en Matlab y, por último, mejorar la capacidad de transmitir los conocimientos y resultados a cualquier tipo de público.

Para ello, se pretende llevar a cabo la elaboración de una interfaz gráfica de usuario, conocida también como GUI (del inglés *Graphical User Interface*), mediante el programa MATLAB. Con esta interfaz se podrán visualizar diversos datos y resultados acerca del sistema de control de vuelo de una estructura aerodinámica. Con la ayuda del “Manuel de usuario” que se expone en un capítulo posterior, el usuario será capaz de sacar el máximo partido al programa, ya sea con objetivo docente o para usarlo en el ámbito profesional.

1.2 La herramienta informática MATLAB

MATLAB (abreviatura de *MATrix LABORatory*, “laboratorio de matrices”) es una herramienta de software matemático que ofrece un entorno de desarrollo integrado con un lenguaje de programación propio. Está disponible para las plataformas Unix, Windows, Mac OS X y GNU/Linux.

Las aplicaciones de MATLAB se desarrollan en un lenguaje de programación propio. Este lenguaje es interpretado, y puede ejecutarse tanto en el entorno interactivo, como a través de un archivo de script (archivos *.m). Este lenguaje permite operaciones de vectores y matrices, funciones, cálculo lambda, y programación orientada a objetos. También provee funciones para visualizar datos en 2D y 3D.

La plataforma de MATLAB está optimizada para resolver problemas de ingeniería y científicos. El lenguaje de MATLAB, basado en matrices, es una forma muy natural para expresar las matemáticas computacionales. Los gráficos integrados facilitan la visualización de los datos y la obtención de información a partir de ellos.

Millones de ingenieros y científicos de todo el planeta utilizan esta herramienta para analizar y diseñar los sistemas y productos que transforman nuestro mundo. MATLAB está presente en sistemas de seguridad activa de automóviles, naves espaciales interplanetarias, dispositivos, dispositivos de monitorización de la salud, redes eléctricas inteligentes y redes móviles LTE. Se utiliza para aprendizaje automático, procesamiento de señales, procesamiento de imágenes, visión artificial, comunicaciones, finanzas computacionales, diseño de control, robótica y muchos otros campos.

1.2.1 GUI de MATLAB

Las GUI (también conocidas como interfaces gráficas de usuario o interfaces de usuario) permiten un control sencillo (con uso de ratón) de las aplicaciones de software, lo cual elimina la necesidad de aprender un lenguaje y escribir comandos a fin de ejecutar una aplicación.

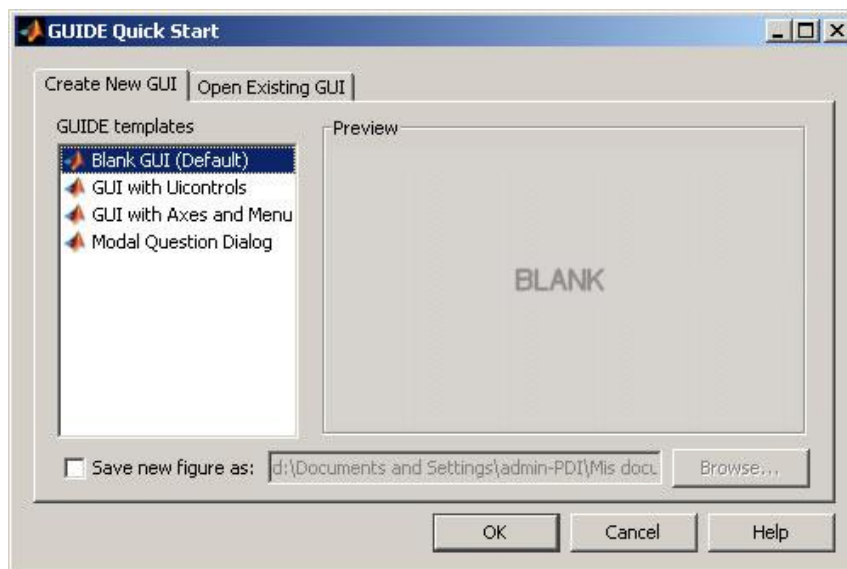


Figura 1.1.1: Ventana de inicio rápido de una GUI en MATLAB.

Las apps de MATLAB son programas autónomos de MATLAB con un frontal gráfico de usuario GUI que automatizan una tarea o un cálculo. Por lo general, la GUI incluye controles tales como menús, barras de herramientas, botones y controles deslizantes. Muchos productos de MATLAB, como Curve Fitting Toolbox, Signal Processing Toolbox y Control System Toolbox, incluyen apps con interfaces de usuario personalizadas. También es posible crear apps personalizadas propias, incluidas las interfaces de usuario correspondientes, para que otras personas las utilicen.

Existen dos formas de creación de una GUI:

- ➔ De forma interactiva. GUIDE (entorno de desarrollo de GUI) proporciona herramientas para diseñar interfaces de usuario para Apps personalizadas. Mediante el editor de diseño de GUIDE, es posible diseñar gráficamente la interfaz de usuario. GUIDE genera entonces de manera automática el código de MATLAB para construir la interfaz, el cual se puede modificar para programar el comportamiento de la app.

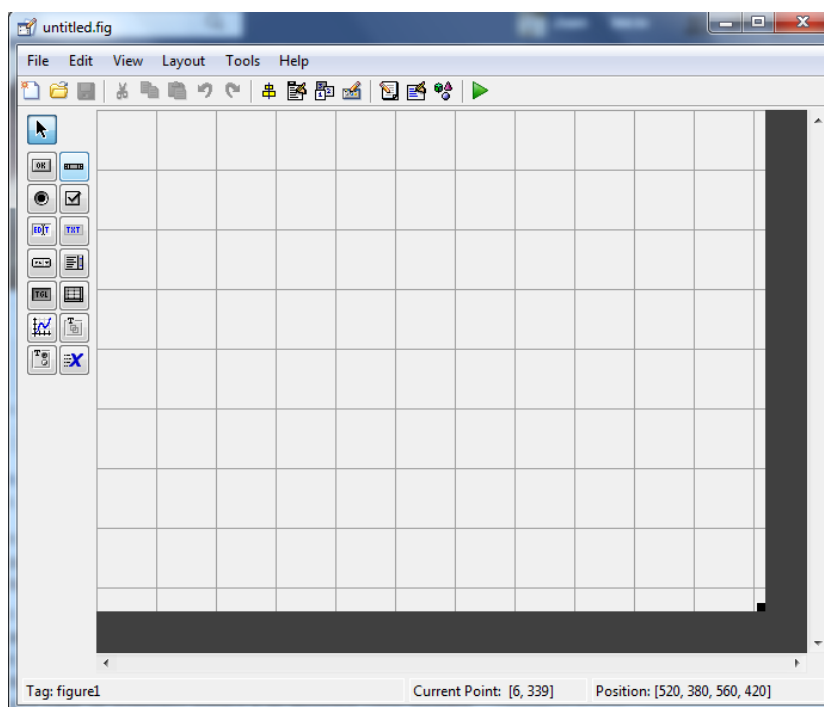


Figura 1.1.2: Interfaz para crear una GUI de forma interactiva.

- ➔ De forma programática. A fin de ejercer un mayor control sobre el diseño y el desarrollo, también se puede crear código de MATLAB que defina las propiedades y los comportamientos de todos los componentes. MATLAB contiene funcionalidad integrada que le ayudará a crear la GUI para su app de forma programática. Cabe la posibilidad de agregar cuadros de diálogo, controles de interfaz de usuario (como botones y controles deslizantes) y contenedores (como paneles y grupos de botones).

1.3 “Tactical and Strategic Missile Guidance”

Este TFG está ampliamente influenciado por el libro *Tactical and Strategic Missile Guidance* de Paul Zarchan. Este libro contiene las fórmulas y bases teóricas utilizadas para la creación de la interfaz gráfica de usuario.

El autor intenta sentar las bases para los nuevos retos de hoy en día relativos al guiado de misiles tácticos y estratégicos. Los principios de guiado de ambos tipos de misiles son presentados en un lenguaje común. Las fórmulas matemáticas, los argumentos y ejemplos presentados en el texto pretenden ser claros para que los diseñadores trabajando en el campo táctico sean capaces de entender y apreciar la dificultad del problema estratégico y viceversa. Hay numerosos ejemplos que ilustran los conceptos presentados en el texto.

Ha sido necesario el estudio de siete de los capítulos para la perfecta comprensión de las variables, herramientas y procedimientos necesarios para el correcto cálculo en los distintos sistemas de control de vuelo que se proponen. Estos capítulos son:

Capítulo 1. Técnicas Numéricas.

Capítulo 2. Fundamentos del Guiado de un Misil Táctico.

Capítulo 3. Método de Adjuntos y el Homing Loop.

Capítulo 22. Representación del Armazón de un Misil con Funciones de Transferencia.

Capítulo 23. Introducción al Diseño de Control de Vuelo.

Capítulo 24. Piloto Automático de Tres Lazos.

Capítulo 2: Marco teórico

2.1. Métodos numéricos	19
2.1.1. Transformadas de Laplace y ecuaciones diferenciales	19
2.1.2. Integración numérica de las ecuaciones diferenciales.....	19
2.2. Fundamentos del guiado de misiles tácticos	21
2.2.1. Navegación proporcional	21
2.2.2. Simulación de navegación proporcional en dos dimensiones	21
2.2.3. Linealización	23
2.3 Método de adjuntos y homing loop.....	25
2.3.1. Homing loop	25
2.3.2. Constante de tiempo en el sistema de guiado.....	25
2.3.3. Cómo construir un adjunto	26
2.4 Representación del armazón del misil con funciones de transferencia	28
2.4.1. Ecuaciones de fuerza y momento	28
2.4.2. Linealización del armazón	30
2.5 Introducción al diseño de control de vuelo	34
2.5.1. Sistema de control de vuelo en lazo abierto.....	34
2.5.2. Interacciones en el sistema de guiado	36
2.5.3. Sistema de control de vuelo con rate gyro	36
2.5.4. Función de transferencia en lazo abierto.....	38
2.5.5. Verificación en el dominio tiempo de los resultados en lazo abierto.....	40
2.6 Autopiloto de tres lazos	41
2.6.1. Configuración del autopiloto de tres lazos	41
2.6.2. Análisis en lazo abierto.....	42
2.6.3. Análisis en lazo cerrado.....	43
2.6.4. Análisis del sistema de guiado	47

2.1. Métodos numéricos

Los métodos numéricos introducidos en este capítulo envuelven el uso de la transformada de Laplace para manipular y representar ecuaciones diferenciales e integración numérica para resolver estas ecuaciones diferenciales. Estos métodos forman la base de todos los métodos numéricos usados en este trabajo.

2.1.1. Transformadas de Laplace y ecuaciones diferenciales

Los métodos de transformación son útiles porque hay ciertas operaciones en un dominio que son diferentes y, a menudo, más simples que operar en otro dominio. Por ejemplo, en ingeniería de sistemas de control las transformadas de Laplace son usadas como un método eficaz para resolver ecuaciones diferenciales lineales, por lo que se emplea el dominio s en vez del dominio tiempo.

Si definimos $F(s)$ como la transformada de Laplace de $f(t)$, entonces la transformada de Laplace tiene la siguiente definición:

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) * e^{st} * dt$$

Con esta definición es fácil mostrar que una suma en el dominio tiempo es también una suma en el dominio s .

$$L[f_1(t) \pm f_2(t)] = F_1(s) \pm F_2(s)$$

Otra vez, usando la definición de la transformada de Laplace, es fácil mostrar que la derivación en el dominio tiempo es equivalente a la multiplicación de frecuencia en el dominio s . La transformada de Laplace de la derivada n -ésima de una función viene dada por

$$L\left(\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right) = s^n * F(s) - s^{n-1} * f(0) - s^{n-2} * \frac{df(0)}{dt} - \dots$$

Donde $f(0)$ es la condición inicial de $f(t)$.

Las transformaciones de Laplace pueden ser usadas también para convertir la relación entrada-salida de una ecuación diferencial en una función de transferencia. Diferentes funciones de transferencia se desarrollarán en apartados posteriores.

2.1.2. Integración numérica de las ecuaciones diferenciales

Existen numerosas técnicas de integración para resolver ecuaciones diferenciales. Sin embargo, se usará en este trabajo el método de Runge-Kutta de segundo orden debido a que es simple de entender, fácil de programar y, lo más importante, proporciona respuestas precisas para todos los ejemplos trabajados.

El procedimiento de integración numérica de Runge-Kutta de segundo orden es sencillo de exponer. Dada una ecuación diferencial de primer orden de la forma

$$\dot{x} = f(x, t)$$

Donde t es el tiempo. Encontramos una relación de recurrencia para x como una función del tiempo. Con este método, el valor de x en el siguiente intervalo de integración h viene dado por

$$x_{K+1} = x_K + \frac{h * f(x, t)}{2} + \frac{h * f(x, t + h)}{2}$$

Donde el subíndice K representa el último intervalo y $K + 1$ representa el nuevo intervalo. De la expresión precedente podemos ver que el nuevo valor de x es simplemente el nuevo valor de x más un término proporcional a la derivada evaluada en el momento t y otro término con la derivada evaluada en el momento $t + h$.

El tamaño del paso de integración h debe ser lo suficientemente pequeño para proporcionar respuestas lo suficientemente precisas.

Al igual que con las funciones de transferencia, en los apartados posteriores se tratarán varios ejemplos donde se utiliza el método de Runge-Kutta de segundo orden.

2.2. Fundamentos del guiado de misiles tácticos

El misil Lark (**Figura 2.1.1.**), que tuvo su primera prueba exitosa en Diciembre de 1950, fue el primer misil en usar navegación proporcional. Desde entonces, el guiado por navegación proporcional ha sido usado en virtualmente todos los radares tácticos y misiles guiados por infrarrojos y televisión del mundo.



Figura 2.1.1: El armazón del misil Lark

La popularidad de esta ley de guiado se debe a su sencillez, efectividad y facilidad de implementación.

2.2.1. Navegación proporcional

Teóricamente, la ley de guiado por navegación proporcional proporciona una aceleración comandada, perpendicular a la línea de visión instantánea entre el misil y el objetivo, que es proporcional a un índice y a la velocidad de acercamiento o *closing velocity*. Matemáticamente, la ley de guiado puede mostrarse como

$$a_m = N' * V_c * \dot{\lambda}$$

Donde a_m es la aceleración comandada (en ft/s^2), N' una constante sin unidades elegida por el diseñador (normalmente en el intervalo de 3 a 5) conocida como el índice de navegación efectiva, V_c la *closing velocity* entre el misil y el objetivo (en ft/s), y λ el ángulo de la línea de visión (en radianes). El punto indica la derivada temporal del ángulo de la línea de visión.

2.2.2. Simulación de navegación proporcional en dos dimensiones

Para entender mejor cómo funciona la navegación proporcional, consideremos el sistema de la **Figura 2.1.2.** donde el misil y el objetivo son masa puntual. Usando este sistema de coordenadas podemos integrar los componentes de aceleración y velocidad entre las direcciones 1 y 2 sin preocuparnos por términos adicionales debidos al efecto de Coriolis. Se asume que tanto misil como objetivo vuelan a una velocidad constante. Además, los efectos gravitacionales y de resistencia han sido eliminados para simplificar.

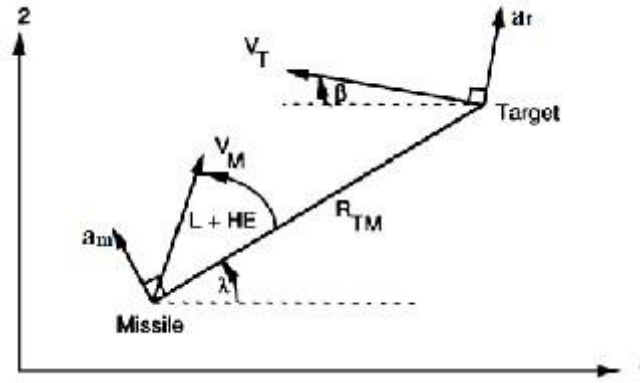


Figura 2.1.2. Sistema misil-objetivo en dos dimensiones

El misil, con velocidad V_M , está orientado a un ángulo $L + HE$ con respecto a la línea de visión. El ángulo L es conocido como el ángulo principal del misil. El ángulo principal del misil es teóricamente el ángulo correcto para que el misil colisione con el objetivo sin necesidad de más aceleración comandada. El ángulo HE es conocido como el error de rumbo y presenta una desviación inicial del misil.

La línea de visión es la línea imaginaria que une al misil con el objetivo. Esta línea crea un ángulo λ con respecto a la referencia fijada, y la longitud de la línea de visión es un valor denotado por R_{TM} . La intención es que este valor sea lo más pequeño posible (a poder ser cero). El punto de máxima aproximación entre el misil y el objetivo tiene el nombre de *miss distance*.

La *closing velocity* V_c está definida como el índice negativo del cambio de la distancia desde el misil al objetivo, o

$$V_c = -\dot{R}_{TM}$$

Por tanto la *closing velocity* será cero cuando R_{TM} alcance un mínimo. La aceleración comandada deseada a_m , que se calcula con la ley de guiado por navegación proporcional, es perpendicular a la línea de visión instantánea.

En el modelo propuesto en la **Figura 2.1.2.**, el objetivo puede maniobrar evasivamente con una aceleración a_T . Como esta aceleración es perpendicular al vector de velocidad del objetivo, la velocidad angular del objetivo se puede expresar como

$$\dot{\beta} = \frac{a_T}{V_T}$$

Donde V_T es la magnitud de la velocidad del objetivo.

Para las siguientes demostraciones se usarán subíndices 1 y 2, estos subíndices harán referencia a la proyección en cada una de las dos direcciones del sistema de coordenadas.

Podemos ver, usando trigonometría, que el ángulo de la línea de visión se puede expresar como

$$\lambda = \tan^{-1} \frac{R_{TM2}}{R_{TM1}}$$

Además, teniendo en cuenta que la aceleración es igual a la derivada temporal de la velocidad y ésta, a su vez, es igual a la derivada temporal de la distancia, podemos obtener la expresión del índice de la línea de visión.

$$\dot{\lambda} = \frac{R_{TM1}V_{TM2} - R_{TM2}V_{TM1}}{R_{TM}^2}$$

Con el teorema de Pitágoras podemos definir la distancia misil-objetivo dependiendo de las proyecciones vertical y horizontal.

$$R_{TM} = (R_{TM1}^2 + R_{TM2}^2)^{\frac{1}{2}}$$

Al ser la *closing velocity* el índice de cambio negativo de la separación entre el misil y el objetivo, puede ser obtenida derivando la ecuación anterior

$$V_c = -\dot{R}_{TM} = \frac{-(R_{TM1}V_{TM1} + R_{TM2}V_{TM2})}{R_{TM}}$$

El ángulo principal del misil teórico puede ser calculado aplicando el teorema del seno, resultando

$$L = \sin^{-1} \frac{V_T * \sin(\beta + \lambda)}{V_M}$$

Debido al error inicial en el ángulo del rumbo del misil (que es lo que hace necesario que haya un sistema de guiado), la velocidad inicial del misil puede expresarse como

$$V_{M1}(0) = V_M * \cos(L + HE + \lambda)$$

$$V_{M2}(0) = V_M * \sin(L + HE + \lambda)$$

Todas estas ecuaciones anteriores son esenciales para crear un modelo completo misil-objetivo en dos dimensiones.

2.2.3. Linealización

Es esencial para el análisis, el entendimiento y desarrollo de relaciones de diseño para temporalmente apartarse de la simulación no lineal y desarrollar un modelo más simple. La Linealización del modelo puede ser fácilmente satisfecha si se definen nuevas variables relativas como se muestra en la **Figura 2.1.3.**. Tenemos que y es la separación vertical relativa entre el misil y el objetivo perpendicular a la referencia fijada.

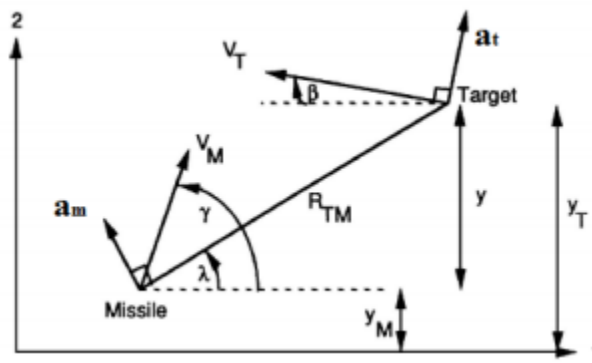


Figura 2.1.3. Modelo para la Linealización

Para ángulos pequeños (cercanos a un caso de alcance o de colisión frontal), los términos cosenos son aproximadamente la unidad, por lo que la aceleración relativa se puede escribir como

$$\ddot{y} = a_T - a_M$$

De la misma forma, el ángulo de la línea de visión resultará

$$\lambda = y/R_{TM}$$

Para un caso de colisión frontal, la *closing velocity* puede ser aproximadamente

$$V_c = V_M + V_T$$

Mientras que en un caso de alcance se puede definir la *closing velocity* como

$$V_c = V_M - V_T$$

Se puede linealizar también la ecuación que liga la distancia misil-objetivo con el tiempo.

$$R_{TM} = V_c * (t_F - t)$$

Donde t es el momento actual y t_F el tiempo total de vuelo. La cantidad $t_F - t$ es el tiempo que queda hasta el final del vuelo. La *miss distance* linealizada será entonces la separación relativa entre el misil y el objetivo y al final del vuelo, o

$$Miss = y(t_F)$$

Esto es una aproximación. Sin embargo, se trata de una aproximación muy precisa como se verá posteriormente.

La Linealización del modelo es importante debido a que con un modelo lineal, se pueden emplear poderosos métodos computarizados como el método de los adjuntos (descrito en el apartado 2.3.) para analizar el sistema de guiado del misil en una única ejecución del programa. Con este método, los errores son generados automáticamente y se puede alcanzar un diseño del sistema de guiado balanceado.

2.3 Método de adjuntos y homing loop

El método de adjuntos ha sido históricamente la principal herramienta de diseño y análisis computarizada usada en el diseño de sistemas de guiado de misiles tácticos. Se basa en la respuesta de impulso del sistema y puede ser usada para analizar sistemas lineales variantes en el tiempo como el *homing loop* del misil.

Con este método, la proyección de rendimiento exacta de cualquier variable en un momento específico y la información de cómo todos los términos de perturbación contribuyen en el rendimiento están disponibles.

2.3.1. Homing loop

Es conveniente tomar las ecuaciones linealizadas del apartado 2.2.3. y dibujar un diagrama de bloques (como el que se muestra en la **Figura 2.2.1.**). Este tipo de diagrama de bloques se conoce como *homing loop* porque está dibujado como un sistema de control realimentado. En él, la aceleración del misil es sustraída de la aceleración del misil para formar una aceleración relativa. Después de dos integraciones obtenemos la posición relativa, la cual al final del vuelo será la *miss distance*.

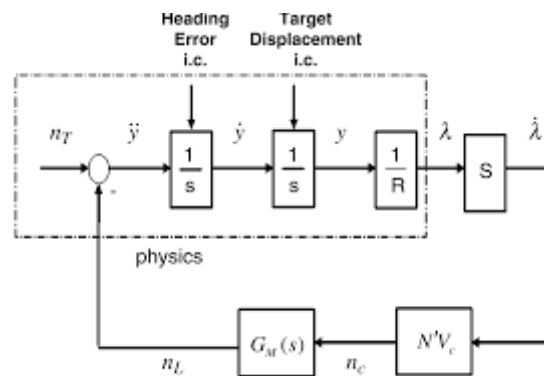


Figura 2.2.1. Ejemplo de un *homing loop* de guiado con navegación proporcional

El rastreador o *seeker* del misil, que en la **Figura 2.2.1.** está representado como un derivador perfecto, pretende localizar al objetivo. El *seeker* toma la derivada del ángulo de la línea de visión y proporciona una medida del índice de la línea de visión.

El filtro de ruido debe procesar la medida del índice con ruido de la línea de visión del *seeker* y provee una medida de la misma variable pero sin ruido. Después se genera una orden de guiado, basada en la ley de guiado por navegación proporcional, desde la salida del filtro de ruido. En misiles aerodinámicos tácticos, el sistema de control de vuelo (representado por $G_M(s)$ en la **Figura 2.2.1.**) debe provocar que el misil maniobre de tal forma que la aceleración alcanzada n_L concuerde con la aceleración deseada n_c .

2.3.2. Constante de tiempo en el sistema de guiado

En el análisis del *homing loop* el misil siempre golpea al objetivo. La fuerza de la navegación proporcional es tal que, en ausencia de efectos de saturación de la aceleración, la *miss distance* cero puede ser alcanzada si no hay retrasos dentro del *homing loop*. Si la dinámica del sistema de control de vuelo fuera modelado con un único retraso, o

$$\frac{n_L}{n_c} = \frac{1}{1 + sT}$$

Donde T es la constante de tiempo del sistema de control de vuelo. Esta constante tiene una gran influencia en la *miss distance*.

Anotar también que la aceleración relativa \dot{y} que vemos en la **Figura 2.2.1.** puede ser representada como

$$\dot{y} = n_T - n_L$$

2.3.3. Cómo construir un adjunto

Para todos los sistemas lineales deterministas existe un sistema adjunto que puede ser construido a partir del sistema original, dado un diagrama de bloques, aplicando las siguientes normas:

1. Convertir todas las entradas del sistema en impulsos
2. Sustituir t por $t_F - t$ en los argumentos de todos los coeficientes que varíen con el tiempo.
3. Invertir la dirección de todas las señales, redefiniendo los nudos como cruce sumador y viceversa.

En la **Figura 2.2.2.** tenemos el ejemplo hecho en Simulink (una herramienta de MATLAB) de una *homing loop* por navegación proporcional con un único retraso, donde una perturbación con forma de escalón por la maniobra del objetivo ha sido convertida en una entrada de un pulso por el uso de un integrador extra. Además, un error de rumbo inicial se ha convertido en otra entrada de un pulso. La salida es la *miss distance*, que es lo mismo que el valor de $y(t_F)$.

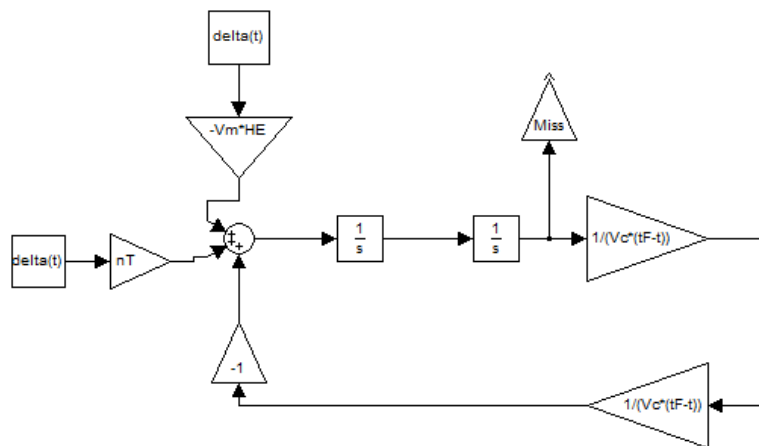


Figura 2.2.2. Homing loop por navegación proporcional con un solo retraso.

El adjunto del sistema presentado anteriormente se muestra a continuación en la **Figura 2.2.3.** como ejemplo de la construcción de un sistema con el método de los adjuntos. Vemos que la salida (la *miss distance*) se convierte en la entrada de un pulso del sistema y las dos entradas

originales se transforman en dos salidas. Una simulación del adjunto nos proporcionaría el valor de y como función del tiempo de vuelo $y(t_F)$. Esto significa que con una simulación del adjunto obtenemos la *miss distance* debido a la maniobra del objetivo y al error de rumbo inicial para varios tiempos de vuelo – todo ello en una sola ejecución.

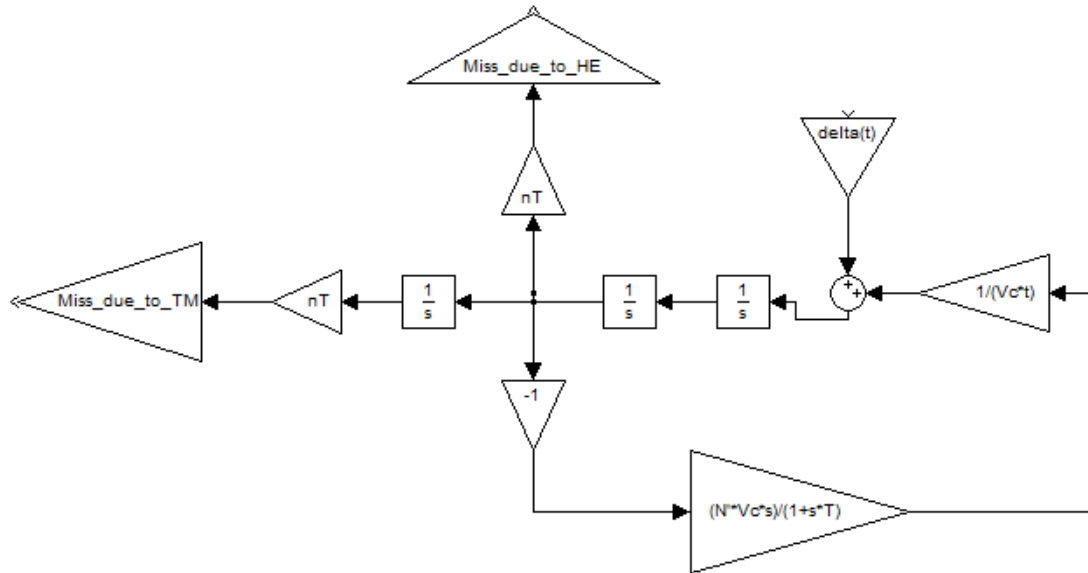


Figura 2.2.3. Adjunto del *homing loop*

2.4 Representación del armazón del misil con funciones de transferencia

En este apartado se mostrará cómo las ecuaciones de fuerza y momento no lineales determinan la respuesta del armazón del misil a las deflexiones de la superficie de control. Además, buscaremos una forma de linealizar estas ecuaciones para crear funciones de transferencia. Estas funciones de transferencia es el primer paso necesario para el diseño del autopiloto.

2.4.1. Ecuaciones de fuerza y momento

En la **Figura 2.3.1.** tenemos un típico misil controlado por cola. Este tipo de misiles generan sustentación moviendo la superficie de control. La cola se puede desviar sobre lo que se llama línea bisagra o *hinge line* mediante un índice de aleta o *fin rate* δ para ayudar al misil a alcanzar un ángulo de ataque α .

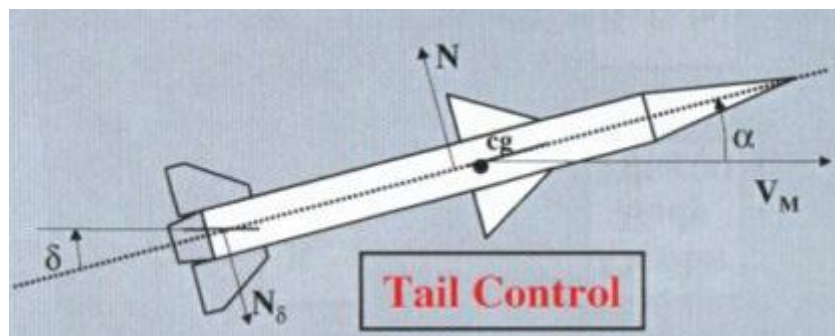


Figura 2.3.1. Misil controlado por cola

El cuerpo del misil junto a las alas provoca aceleración adicional. La fuerza normal actúa en el centro de presiones (cg en la **Figura 2.3.1.**). La ecuación de fuerza normal se puede expresar como

$$F_N = Q * S_{ref} * C_N$$

Donde C_N es el coeficiente de fuerza normal, Q es la presión dinámica, y S_{ref} es la superficie de referencia. La presión dinámica y la superficie de referencia vienen dadas por

$$Q = 0.5 * \rho * V_M^2$$

$$S_{ref} = \frac{\pi * d^2}{4}$$

Donde ρ es la densidad del aire en unidades de *slug/ft³*, V_M es la velocidad del misil en unidades de *ft/s*, y d es el diámetro del misil en pies.

Hay un total de cuatro fuerzas actuando sobre el misil. Estas fuerzas son en la cola, en las alas, en el cuerpo y en el morro del misil. La fuerza total es la suma de estas fuerzas individuales. Cada una de ellas actúa en su propio centro de presión. Los centros de presión para el cuerpo, alas y morro se denotan como X_{CPB} , X_{CPW} y X_{CPN} , respectivamente. La fuerza que actúa en la

cola lo hace en la línea bisagra X_{HL} . Obviando efectos de interferencias, el coeficiente de fuerza normal puede ser aproximadamente

$$C_N = 2\alpha + \frac{1.5S_{PLAN}\alpha^2}{S_{ref}} + \frac{8S_W\alpha}{\beta S_{ref}} + \frac{8S_T(\alpha + \delta)}{\beta S_{ref}}$$

Donde α es el ángulo de ataque, δ es la desviación de la superficie de control, y S_W , S_T y S_{PLAN} son las superficies exterior de alas, cola y cuerpo, respectivamente. Estas superficies las tomamos como trapecios o triángulos en el caso de las alas y la cola, y de un cilindro para el cuerpo del misil. Aplicando las sencillas fórmulas de geometría podemos calcular sus valores.

El factor β en la ecuación del coeficiente de fuerza normal es una velocidad normalizada y para vuelos supersónicos que viene dada por

$$\beta = \sqrt{Mach^2 - 1}$$

El número de Mach es simplemente la velocidad del misil dividido por la velocidad del sonido. Aunque la velocidad del sonido depende de la altitud, asumiremos para simplificar que es siempre 1000 pies por segundo. Multiplicando la fuerza por su *moment arm* (distancia perpendicular desde el eje a la línea de acción de la fuerza) se obtiene el momento o

$$M = F_N * \text{Moment Arm}$$

Entonces el coeficiente de momento puede ser aproximadamente

$$C_M = 2\alpha * \frac{(X_{CG} - X_{CPN})}{d} + \frac{1.5S_{PLAN}\alpha^2}{S_{ref}} * \frac{(X_{CG} - X_{CPB})}{d} + \frac{8S_W\alpha}{\beta * S_{ref}} * \frac{(X_{CG} - X_{CPW})}{d} + \frac{8S_T(\alpha + \delta)}{\beta * S_{ref}} * \frac{(X_{CG} - X_{HL})}{d}$$

Los centros de presiones del morro, cuerpo y alas pueden ser aproximados analíticamente.

Asumimos también que el centro de gravedad del misil es aproximadamente el centro del misil.

$$X_{CG} = 0.5 * L$$

Siendo L la longitud total del misil.

El momento total M en el misil puede ser expresado en términos del coeficiente de momento de acuerdo a

$$M = QS_{ref}dC_M$$

Ahora tenemos suficiente información para expresar las aceleraciones normal y angular en el misil en función de la configuración de la geometría del misil. La aceleración normal se puede expresar como

$$n_B = \frac{F_N * g}{W} = \frac{gQS_{ref}C_N}{W}$$

Donde W es el peso del misil. La aceleración angular que actúa en el misil puede ser expresada en términos del momento de acuerdo a

$$\ddot{\theta} = \frac{M}{I_{yy}} = \frac{QS_{ref}dC_M}{I_{yy}}$$

Donde I_{yy} es el momento de inercia del misil. Suponiendo el cuerpo del misil como un cilindro, sólo hay que aplicar la fórmula del momento de inercia de este cuerpo geométrico para hallarlo.

Finalmente, el ángulo de ataque puede expresarse en función del ángulo del cuerpo del misil θ y el ángulo de la trayectoria de vuelo γ .

$$\alpha = \theta - \gamma$$

Derivando todos los términos y teniendo en cuenta que el ángulo de la trayectoria de vuelo puede expresarse en función de la aceleración deseada del misil:

$$\dot{\alpha} = \dot{\theta} - \dot{\gamma} = \dot{\theta} - \frac{\dot{n}_L}{V_M}$$

Si asumimos que el ángulo de ataque es pequeño, la aceleración perpendicular a la velocidad n_L es aproximadamente la misma que la aceleración perpendicular al cuerpo n_B . Entonces la derivada del ángulo de ataque puede ser expresado como

$$\dot{\alpha} = \dot{\theta} - \dot{\gamma} = \dot{\theta} - \frac{\dot{n}_B}{V_M}$$

En las siguientes explicaciones asumiremos siempre que $n_L = n_B$.

2.4.2. Linealización del armazón

Examinando los coeficientes de fuerza y momento se nos revela que asumiendo que la velocidad del misil y la altura son constantes, las ecuaciones son casi lineales excepto por el término cuadrático del ángulo de ataque en ambas ecuaciones. Con la condición de velocidad y altura constantes podemos linealizar asumiendo que cada ecuación es lineal en ángulo de ataque y desviación de aleta. Esto significa que el coeficiente de fuerza normal es aproximadamente

$$C_N = f(\alpha, \delta) \approx C_{N\alpha}\alpha + C_{N\delta}\delta$$

Un método para encontrar $C_{N\alpha}$ y $C_{N\delta}$ es simplemente dividir los términos con ángulo de ataque en C_N por α para obtener $C_{N\alpha}$ y después dividir el término con desviación de aleta por δ para obtener $C_{N\delta}$ resultando

$$C_{N\alpha} = 2 + \frac{1.5S_{PLAN}\alpha}{S_{ref}} + \frac{8S_W}{\beta S_{ref}} + \frac{8S_T}{\beta S_{ref}}$$

$$C_{N\delta} = \frac{8S_T}{\beta S_{ref}}$$

El coeficiente de momento puede ser linealizado de la misma forma.

$$C_M = f(\alpha, \delta) \approx C_{M\alpha}\alpha + C_{M\delta}\delta$$

Introducimos ahora el uso de dos variables que son Z_α y Z_δ . Estas variables son dependientes de los coeficientes de fuerza alfa y delta.

$$Z_\alpha = \frac{-gQS_{ref}C_{N\alpha}}{WV_M}$$

$$Z_\delta = \frac{-gQS_{ref}C_{N\delta}}{WV_M}$$

Podemos expresar la derivada del ángulo de la trayectoria de vuelo o índice de viraje $\dot{\gamma}$ de la siguiente forma:

$$\dot{\gamma} \approx \frac{n_L}{V_M} = -Z_\alpha\alpha - Z_\delta\delta$$

Igual que antes, podemos encontrar $C_{M\alpha}$ y $C_{M\delta}$ dividiendo por α o por δ según corresponda.

$$C_M = 2 * \frac{(X_{CG} - X_{CPN})}{d} + \frac{1.5S_{PLAN}\alpha}{S_{ref}} * \frac{(X_{CG} - X_{CPB})}{d} + \frac{8S_W}{\beta S_{ref}} * \frac{(X_{CG} - X_{CPW})}{d} + \frac{8S_T}{\beta S_{ref}} * \frac{(X_{CG} - X_{HL})}{d}$$

$$C_M = \frac{8S_T}{\beta S_{ref}} * \frac{(X_{CG} - X_{HL})}{d}$$

Ahora podemos añadir dos nuevas variables, M_α y M_δ , que dependen de los coeficientes de momento alfa y delta.

$$M_\alpha = \frac{QS_{ref}dC_{M\alpha}}{I_{yy}}$$

$$M_\delta = \frac{QS_{ref}dC_{M\delta}}{I_{yy}}$$

La aceleración angular del misil linealizada se puede expresar como

$$\ddot{\theta} = \frac{M}{I_{yy}} = M_\alpha\alpha + M_\delta\delta$$

Contando con que la derivada del ángulo de ataque viene dada por $\dot{\alpha} = \dot{\theta} - \dot{\gamma}$ podemos decir que

$$\dot{\alpha} = \dot{\theta} + Z_\alpha\dot{\alpha} + Z_\delta\delta$$

Hay que mencionar que M_α y Z_α no son constantes en el modelo linealizado pero varían con el ángulo de ataque. Estos parámetros aerodinámicos son evaluados normalmente en un ángulo de ataque *trim*. La estructura se considera que está en *trim* cuando el momento es cero ($C_M = 0$).

En la **Figura 2.3.2.** se muestran las ecuaciones del armazón linealizadas representadas como un diagrama de bloques. Los dos integradores del diagrama indican que se trata de un sistema de segundo orden. Es importante anotar que este diagrama asume que la *fin deflection* a la entrada tiene como unidad el grado mientras que la aceleración a la salida está en ges.

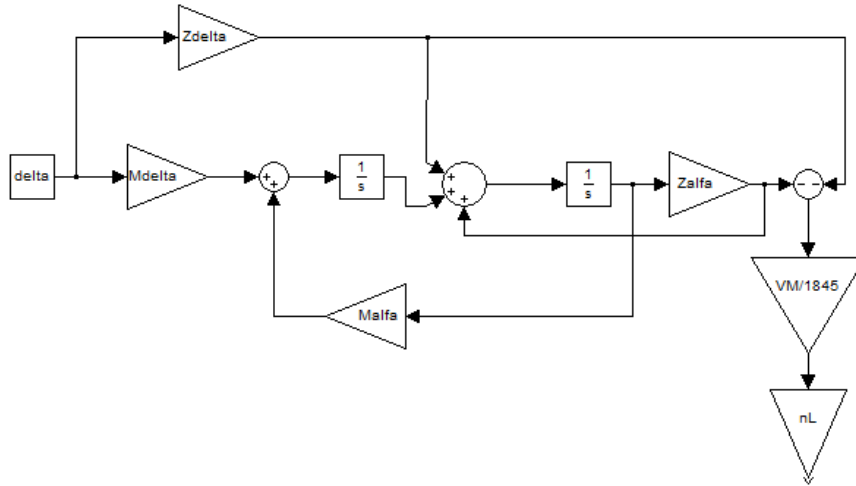


Figura 2.3.2. Diagrama de bloques del armazón linealizado

Después de algo de algebra, el diagrama de bloques de la **Figura 2.3.2.** se puede representar como una función de transferencia.

$$\frac{n_L}{\delta} = \frac{K_1 * (1 - \frac{s^2}{\omega_z^2})}{(1 + \frac{2\varepsilon_{AF}}{\omega_{AF}} * s + \frac{s^2}{\omega_{AF}^2})}$$

Donde

$$K_1 = \frac{-V_M * [M_\alpha Z_\delta - Z_\alpha M_\delta]}{1845 M_\alpha}$$

$$\omega_z = \frac{[M_\alpha Z_\delta - Z_\alpha M_\delta]}{Z_\delta}$$

$$\omega_{AF} = \sqrt{-M_\alpha}$$

$$\varepsilon_{AF} = \frac{Z_\alpha \omega_{AF}}{2 M_\alpha}$$

Igualmente, la función de transferencia que liga el índice de cabeceo o *pitch rate* del misil con la *fin deflection* puede ser escrita, mirando la **Figura 2.3.2.** como:

$$\frac{\dot{\theta}}{\delta} = \frac{K_3 * (1 + T_\alpha s)}{(1 + \frac{2\varepsilon_{AF}}{\omega_{AF}} * s + \frac{s^2}{\omega_{AF}^2})}$$

Donde

$$K_3 = \frac{-[M_\alpha Z_\delta - Z_\alpha M_\delta]}{M_\alpha} = \frac{1845K_1}{V_M}$$

$$T_\alpha = \frac{M_\delta}{M_\alpha Z_\delta - Z_\alpha M_\delta}$$

2.5 Introducción al diseño de control de vuelo

El propósito del sistema de control de vuelo es convertir la aceleración comandada del misil n_c generada por la ley de guiado en una aceleración alcanzada n_L . El sistema de control de vuelo debe mejorar las características de la respuesta con respecto al armazón del misil sin ningún otro sistema más (trabajado en el apartado anterior).

El armazón del misil es solo una parte del sistema de control de vuelo. Matemáticamente podemos pensar en el armazón como una función de transferencia cuya entrada es la *fin deflection* δ de la cola y cuya salida es la aceleración alcanzada n_L . El autopiloto es otra parte del sistema de control de vuelo y es el mecanismo que convierte la aceleración comandada n_c en *fin deflection* comandada δ_c . El actuador entonces toma la salida eléctrica del autopiloto y mueve las superficies de control del misil (en nuestro caso la cola, pero podría ser las alas o los canards) a través de la desviación angular apropiada δ en respuesta a la *fin deflection* comandada.

En este apartado se verá como el sistema de control de vuelo interactúa con el resto del sistema de guiado y como influencia la actuación del sistema. Después se investigará una simple forma donde los principios de realimentación pueden ser usados para mejorar la respuesta del sistema de control de vuelo.

En la **Figura 2.4.1.** tenemos el ejemplo conceptual del diagrama de bloques de un sistema de control de vuelo.

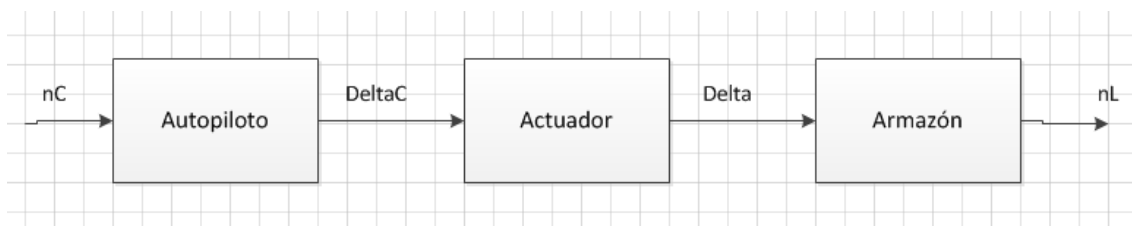


Figura 2.4.1. Diagrama de bloques conceptual de un sistema de control de vuelo

2.5.1. Sistema de control de vuelo en lazo abierto

El sistema de control más simple posible es el sistema en lazo abierto mostrado en la **Figura 2.4.2.**. En este diagrama, en el que el armazón es tratado como una función de transferencia y la dinámica del actuador se ha eliminado, el autopiloto es simplemente una ganancia que pretende cancelar la ganancia aerodinámica del armazón. En estado estacionario la aceleración alcanzada del misil coincidirá con la aceleración comandada siempre y cuando la ganancia del autopiloto puede ser cambiada con las condiciones de vuelo. El autopiloto en lazo abierto es el más barato de todos los autopilotos debido a que no requiere de un *rate gyro* o de un acelerómetro.

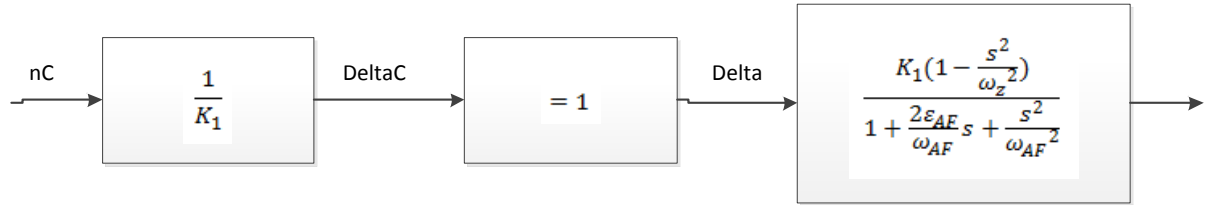


Figura 2.4.2. Sistema de control de vuelo en bucle abierto

Recordando las ecuaciones del coeficiente de fuerza normal y la de la fuerza normal podemos resolver el coeficiente en el *trim* de acuerdo a

$$C_{NTRIM} = y_1\alpha_{TRIM} + y_2\alpha_{TRIM}^2 + y_3\delta_{TRIM}$$

Donde

$$y_1 = 2 + \frac{8S_w}{\beta S_{ref}} + \frac{8S_T}{\beta S_{ref}}$$

$$y_2 = \frac{1.5S_{PLAN}}{S_{ref}}$$

$$y_3 = \frac{8S_T}{\beta S_{ref}}$$

Retomando la ecuación del coeficiente del momento y sabiendo que en el *trim* el momento es cero se puede escribir la ecuación del coeficiente como:

$$0 = y_4\alpha_{TRIM} + y_5\alpha_{TRIM}^2 + y_6\delta_{TRIM}$$

Donde

$$y_4 = \frac{2 * (X_{CG} - X_{CPN})}{d} + \frac{8S_w * (X_{CG} - X_{CPW})}{\beta S_{ref}d} \pm \frac{8S_T * (X_{CG} - X_{HL})}{\beta S_{ref}d}$$

$$y_5 = \frac{1.5S_{PLAN} * (X_{CG} - X_{CPB})}{S_{ref}d}$$

$$y_6 = \frac{8S_T * (X_{CG} - X_{HL})}{\beta S_{ref}d}$$

Ahora tenemos dos ecuaciones con dos incógnitas. Las dos ecuaciones se pueden reducir a una ecuación cuadrática permitiéndonos resolverla para el ángulo de ataque en el *trim*.

$$\alpha_{TRIM} = \frac{-p_3 + \sqrt{p_3^2 + 4p_2C_{NTRIM}}}{2p_2}$$

Donde

$$p_2 = y_2 - \frac{y_3y_5}{y_6}$$

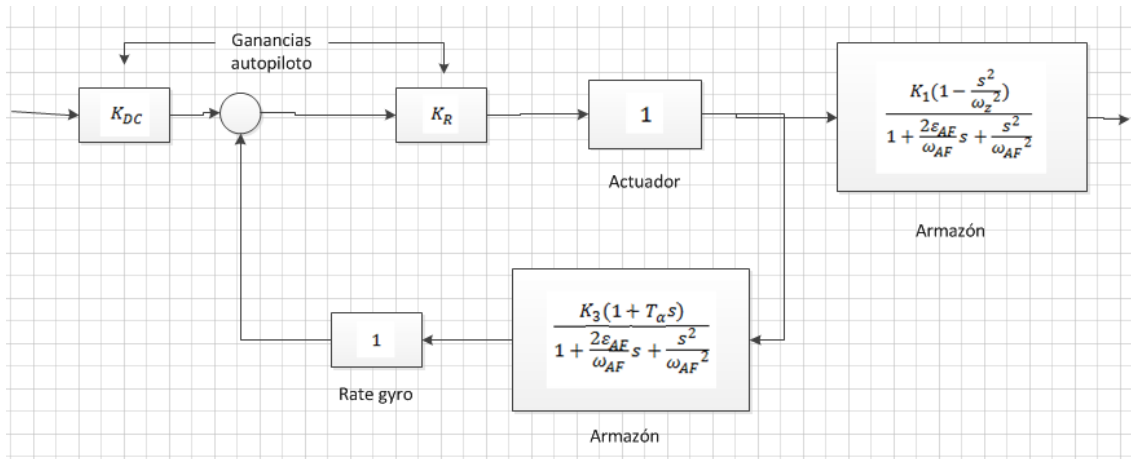


Figura 2.4.4. Sistema de control de vuelo con rate gyro

La función de transferencia puede ser obtenida de la **Figura 2.4.4.** después de algunas manipulaciones algebraicas:

$$\frac{n_L}{n_c} = \frac{K_{DC}K_1K_R}{1 - K_RK_3} * \left\{ \frac{1 - \frac{s^2}{\omega_z^2}}{1 + \frac{2\epsilon_{AF}}{\omega_{AF}} - K_RK_3T_\alpha * s + \frac{s^2}{\omega_{AF}^2 * (1 - K_RK_3)}} \right\}$$

Para conseguir que la aceleración alcanzada coincida con la comandada en estado estacionario, podemos ver de la ecuación anterior que la ganancia K_{DC} debe ser

$$K_{DC} = \frac{1 - K_RK_3}{K_1K_R}$$

Debido a que el denominador del sistema de control de vuelo es una función cuadrática, podemos encontrar la frecuencia natural equivalente ω y el amortiguamiento ϵ formando la siguiente ecuación:

$$1 + \frac{2\epsilon}{\omega} * s + \frac{s^2}{\omega^2} = 1 + \frac{2\frac{\epsilon_{AF}}{\omega_{AF}} - K_RK_3T_\alpha}{1 - K_RK_3} * s + \frac{s^2}{\omega_{AF}^2 * (1 - K_R * K_3)}$$

Despejando la frecuencia y el amortiguamiento se obtiene:

$$\omega = \omega_{AF} * \sqrt{1 - K_R * K_3}$$

$$\epsilon = \frac{\omega}{2} * \left[\frac{\frac{2\epsilon_{AF}}{\omega_{AF}} - K_RK_3T_\alpha}{1 - K_RK_3} \right]$$

Vemos que la ganancia K_R influencia tanto la frecuencia como el amortiguamiento del sistema de control de vuelo.

Para hacer el sistema de control de vuelo más realista, se puede implementar el modelo simplificado de un actuador (como se muestra en la **Figura 2.4.5.**). El actuador tiene una

frecuencia natural y un amortiguamiento concretos. Aunque lo cierto es que la inclusión del actuador tiene muy poco efecto en la respuesta del sistema de control de vuelo, la dinámica del actuador marca un límite superior en la ganancia del autopiloto que se puede alcanzar para que el sistema no se vuelva inestable.

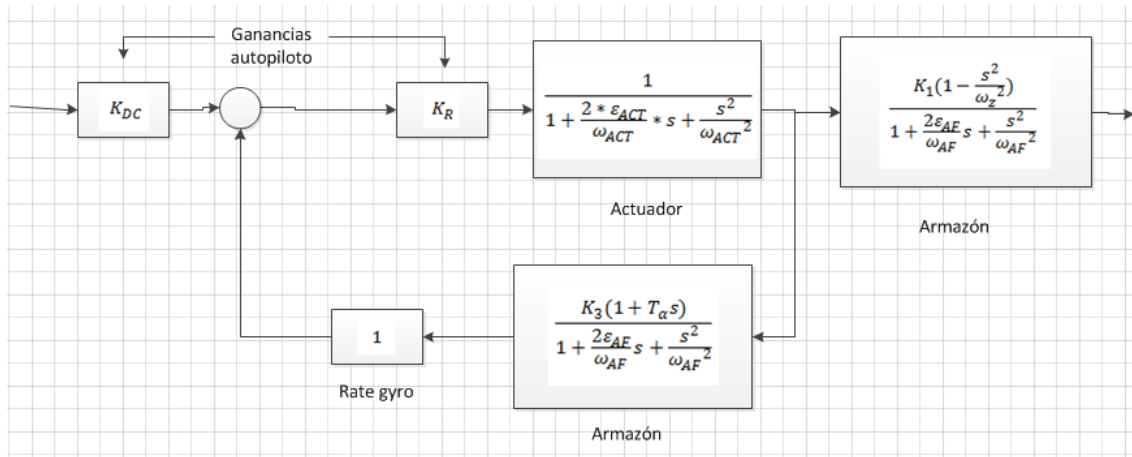


Figura 2.4.5. Sistema de control de vuelo con rate gyro con la dinámica del actuador

2.5.4. Función de transferencia en lazo abierto

Hemos visto como es posible obtener información valiosa en el dominio tiempo de las ecuaciones diferenciales. Sin embargo, hay información adicional disponible de la función de transferencia de los sistemas en lazo abierto, la cual se encuentra en el dominio frecuencia. El concepto de función de transferencia en lazo abierto es la base del análisis de los sistemas de control con realimentación clásicos. La estabilidad relativa y la robustez pueden ser determinadas a partir de un análisis de la magnitud y fase de una respuesta en frecuencia en lazo abierto e, incluso más importante, el diseñador puede determinar a partir de él que cambios son necesarios de realizar para alcanzar los objetivos del diseño. La función de transferencia en lazo abierto es la función de transferencia alrededor del lazo cuando éste está roto en un punto. Aunque el lazo puede romperse en cualquier lugar, normalmente se rompe en series con algunos parámetros cuyo valor el diseñador puede controlar para alcanzar una característica deseada.

Con la función de transferencia en lazo abierto se pueden encontrar otras cantidades que son muy importantes. Por ejemplo, el margen de ganancia (gm) es el valor de la ganancia adicional requerida en la rotura del lazo (asumiendo que la fase permanece constante) para causar inestabilidad mientras el margen de fase ϕ_{pm} es cantidad de pérdida de fase necesaria en la rotura del lazo (asumiendo que la ganancia permanece constante) para causar inestabilidad. Además de estos márgenes, las frecuencias *crossover* también son de alto interés. La frecuencia *crossover* de la ganancia ω_{CR} es la frecuencia a la que la magnitud en lazo abierto es la unidad o cero dB, mientras que la frecuencia *crossover* de la fase ω_{180} es la frecuencia a la que la fase en lazo abierto es -180 grados. Estas frecuencias indican la frecuencia de la oscilación resultante en el dominio tiempo que debería tener el sistema para ser inestable debido al aumento en la ganancia o a la pérdida de fase.

Se muestra como ejemplo el sistema de la **Figura 2.4.5.** pero con el lazo roto a la entrada del actuador, como se muestra en la **Figura 2.4.6.** El lazo está roto aquí porque el diseñador puede controlar la ganancia del autopiloto K_R . De la definición de función de transferencia en lazo abierto podemos expresar $HG(s)$ como

$$HG(s) = \frac{-K_3 K_R (1 + T_\alpha s)}{\left[1 + \frac{2\varepsilon_{ACT}}{\omega_{ACT}} * s + \frac{s^2}{\omega_{ACT}^2}\right] * \left[1 + \frac{2\varepsilon_{AF}}{\omega_{AF}} * s + \frac{s^2}{\omega_{AF}^2}\right]}$$

Reescribiendo en el dominio frecuencia, la función quedaría:

$$HG(j\omega) = \frac{-K_3 K_R (1 + T_\alpha j\omega)}{\left[1 + \frac{2\varepsilon_{ACT}}{\omega_{ACT}} * j\omega - \frac{\omega^2}{\omega_{ACT}^2}\right] * \left[1 + \frac{2\varepsilon_{AF}}{\omega_{AF}} * j\omega - \frac{\omega^2}{\omega_{AF}^2}\right]}$$

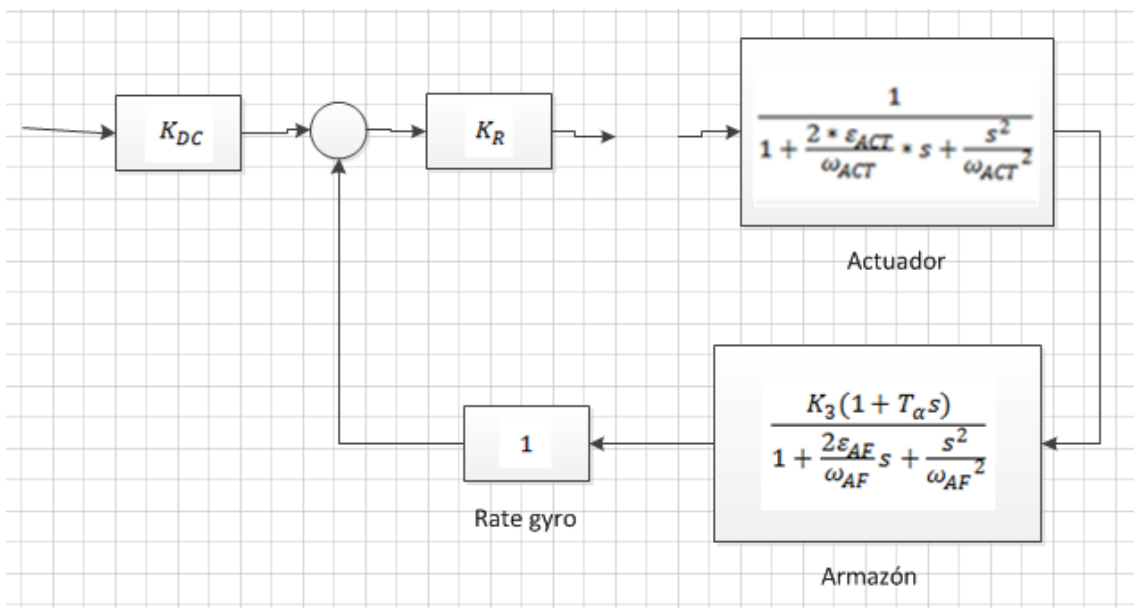


Figura 2.4.6. Modelo en lazo abierto del sistema de control de vuelo con rate gyro

La magnitud y la fase de la función de transferencia se muestran a continuación:

$$|HG(j\omega)| = -K_3 * K_R * \sqrt{\frac{1 + T_\alpha^2 \omega^2}{\left[\left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_{ACT}^2}\right]^2 + \left[\frac{2\omega\varepsilon_{ACT}}{\omega_{ACT}}\right]^2\right] * \left[\left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_{AF}^2}\right]^2 + \left[\frac{2\omega\varepsilon_{AF}}{\omega_{AF}}\right]^2\right]}}$$

$$\angle HG(j\omega) = \tan^{-1} \omega T_\alpha - \tan^{-1} \left[\frac{\frac{2 * \omega \varepsilon_{ACT}}{\omega_{ACT}}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{ACT}^2}} \right] - \tan^{-1} \left[\frac{\frac{2 * \omega \varepsilon_{AF}}{\omega_{AF}}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{AF}^2}} \right]$$

Entonces la ganancia en lazo abierto y la fase se pueden expresar en magnitudes convencionales.

$$Ganancia = 20 \log_{10} |HG(j\omega)| \quad (dB)$$

$$Fase = 57.3 \angle HG(j\omega) \quad (\text{grados})$$

La forma más útil de representar estos resultados es en un diagrama de Bode, donde la magnitud en decibelios y la fase en grados se muestran respecto a la frecuencia en una escala logarítmica.

2.5.5. Verificación en el dominio tiempo de los resultados en lazo abierto

Podemos ilustrar el concepto de margen de fase observando primero que un retraso ideal puede ser representado como una función de transferencia:

$$DELAY = e^{-sT}$$

Convirtiendo esta representación al dominio de frecuencia compleja obtenemos que

$$DELAY(j\omega) = e^{-j\omega T} = \cos \omega T - j \sin \omega T$$

Entonces la magnitud y la fase del retraso ideal serán

$$|DELAY(j\omega)| = (\cos^2 \omega T + \sin^2 \omega T)^{\frac{1}{2}} = 1$$

$$\angle DELAY(j\omega) = \tan^{-1} \left[\frac{\sin \omega T}{\cos \omega T} \right] = -\omega T$$

En definitiva, un retraso ideal se puede representar en el dominio frecuencia como una función de transferencia de magnitud la unidad y una pérdida de fase pura.

2.6 Autopiloto de tres lazos

En este apartado veremos que añadiendo un acelerómetro al sistema de control de vuelo podemos seleccionar independientemente el amortiguamiento del sistema, la constante de tiempo y la frecuencia *crossover* en lazo abierto. Controlando el amortiguamiento aseguraremos que el sistema de guiado no sea totalmente sensible a los efectos de la pendiente de radomo a altas alturas. Seleccionado la constante de tiempo podemos elegir una actuación adecuada contra las maniobras del objetivo. Finalmente, controlando la frecuencia *crossover* en lazo abierto tendremos un diseño robusto que no es completamente sensible a la dinámica de altas frecuencias sin modelar.

2.6.1. Configuración del autopiloto de tres lazos

En la **Figura 2.5.1.** aparece el diagrama de bloque del sistema de control de vuelo con el autopiloto de tres lazos. En el sistema el *rate gyro* proporciona la información del *body rate* en el autopiloto mientras que el acelerómetro devuelve la información de la aceleración alcanzada. Para simplificar, se asume que la localización del acelerómetro está en el centro de gravedad del misil así que la aceleración medida es la aceleración real. Las tres ganancias del autopiloto K_A , ω_I y K_R se deben escoger para satisfacer los criterios del diseñador y la ganancia K_{DC} se calcula a partir de las otras ganancias así que la aceleración alcanzada coincidirá con la aceleración comandada.

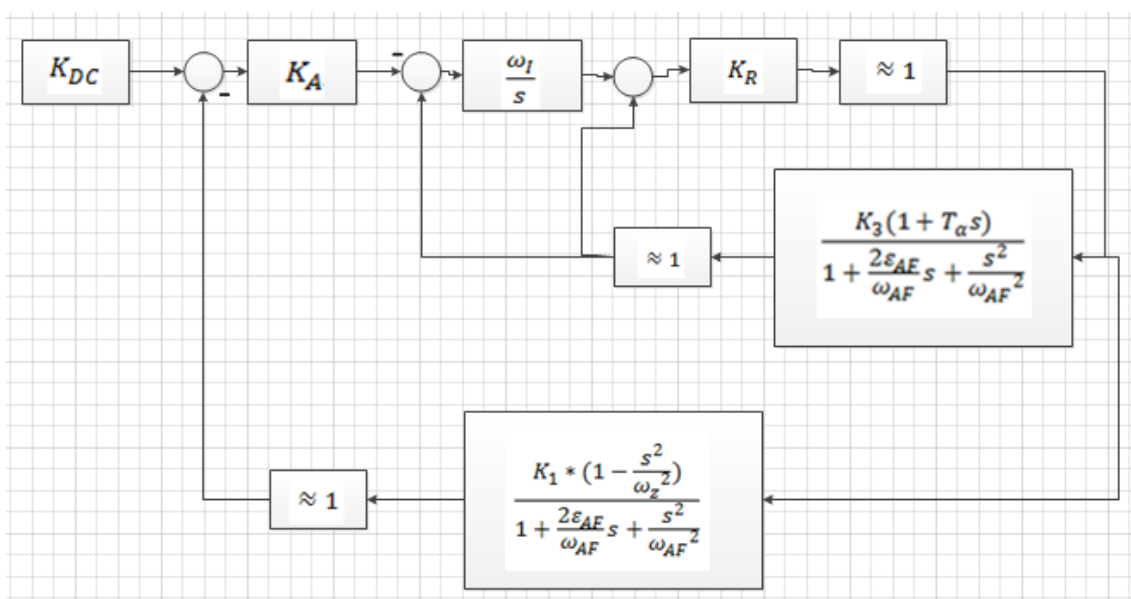


Figura 2.5.1. Sistema de control de vuelo con autopiloto de tres lazos

Un ejemplo de una metodología especialmente útil en selección de ganancia es escoger la frecuencia *crossover* en lazo abierto para que así muchos problemas de estabilidad se puedan evitar. Además, la constante de tiempo del sistema de control de vuelo dominante se puede seleccionar así que la velocidad de respuesta se puede alcanzar con el objetivo de golpear a los objetivos maniobrando. Finalmente, una amortiguación adecuada se puede elegir por el diseñador para aliviar problemas potenciales de acople de radomo.

2.6.2. Análisis en lazo abierto

Debido a que la frecuencia *crossover* en lazo abierto no tiene significado en el dominio tiempo, primero debemos desplazarnos al dominio frecuencia para ver como las ganancias del autopiloto influyen a la frecuencia *crossover*. La **Figura 2.5.2.** muestra el autopiloto de tres lazos con la rotura del lazo justo antes del actuador. Por inspección de la **Figura 2.5.2.** podemos escribir una expresión para la función de transferencia en lazo abierto $HG(s)$ como

$$HG(s) = -\frac{y}{x} = -K_R * \left[G_3 + \frac{G_3 \omega_I}{s} + \frac{G_1 K_A \omega_I}{s} \right]$$

Donde G_1 y G_3 son variables de las funciones de transferencia del armazón que se derivaron en el apartado 2.4. y vienen dadas por

$$G_1 = \frac{n_L}{\delta} = \frac{K_1 * (1 - \frac{s^2}{\omega_z^2})}{(1 + \frac{2\varepsilon_{AF}}{\omega_{AF}} * s + \frac{s^2}{\omega_{AF}^2})}$$

$$G_3 = \frac{\dot{\theta}}{\delta} = \frac{K_3 * (1 + T_\alpha s)}{(1 + \frac{2\varepsilon_{AF}}{\omega_{AF}} * s + \frac{s^2}{\omega_{AF}^2})}$$

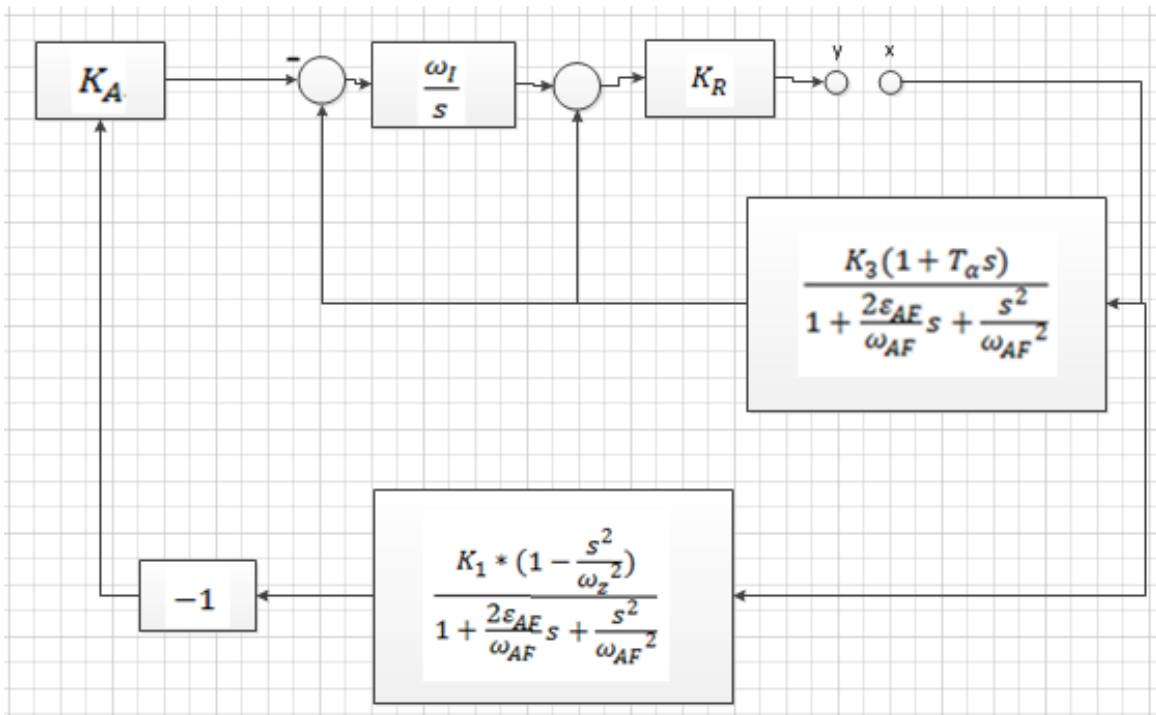


Figura 2.5.2. Representación en lazo abierto del piloto de tres lazos

Después de mucha álgebra podemos escribir la función de transferencia en lazo abierto de forma simplificada:

$$HG = -K_0 * \frac{(1 + \frac{2\varepsilon_0}{\omega_0} s + \frac{s^2}{\omega_0^2})}{s(1 + \frac{2\varepsilon_{AF}}{\omega_{AF}} * s + \frac{s^2}{\omega_{AF}^2})}$$

Donde la ganancia K_0 viene dada por

$$K_0 = K_R \omega_I K_A * \left(\frac{K_3}{K_A} + K_1 \right)$$

Si definimos

$$K_c = \frac{K_3}{K_A K_1}$$

Podemos expresar los coeficientes del numerador en términos de las ganancias del autopiloto y los parámetros aerodinámicos de acuerdo a:

$$\frac{2\varepsilon_0}{\omega_0} = \frac{\frac{K_c}{\omega_I} + K_c T_\alpha}{1 + K_c}$$

$$\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{-\frac{1}{\omega_z^2} + \frac{K_c T_\alpha}{\omega_I}}{1 + K_c}$$

Si definimos la ganancia intermedia K como $K = K_R \omega_I K_A$, podemos decir que:

$$K_0 = K_R \omega_I K_A * \left(\frac{K_3}{K_A} + K_1 \right) = K * (K_1 K_c + K_1) = K K_1 * (1 + K_c)$$

Si asumimos que la frecuencia *crossover* está por encima de la dinámica del armazón, podemos aproximar la magnitud de la frecuencia *crossover* en lazo abierto a la unidad para obtener

$$1 \approx \frac{-\frac{K_0 \omega_{CR}^2}{\omega_0^2}}{\omega_{CR} \frac{\omega_{CR}^2}{\omega_{AF}^2}} = \frac{-K_0 \omega_{AF}^2}{\omega_{CR} \omega_0^2}$$

Resolviendo para la frecuencia *crossover* en lazo abierto obtenemos

$$\omega_{CR} = \frac{-K_0 \omega_{AF}^2}{\omega_0^2}$$

De la ecuación precedente podemos observar que la frecuencia *crossover* en lazo abierto es una función dependiente de la aerodinámica y de las ganancias del autopiloto.

2.6.3. Análisis en lazo cerrado

Ahora podemos volver al dominio tiempo para completar el diseño del autopiloto. Es posible reescribir la relación entre la desviación de la superficie de control y la aceleración comandada en términos de la función de transferencia en lazo abierto:

$$\frac{\delta}{n_c'} = \frac{-K_A K_R \frac{\omega_I}{S}}{1 + HG}$$

La relación entre la aceleración a la salida y la entrada comandada se puede obtener mediante la regla de la cadena:

$$\frac{n_L}{n_c'} = \frac{\delta}{n_c'} * \frac{n_L}{\delta} = \frac{-K_A K_R \frac{\omega_I}{S}}{1 + HG} * \frac{K_1 * (1 - \frac{S^2}{\omega_z^2})}{(1 + \frac{2\varepsilon_{AF}}{\omega_{AF}} * S + \frac{S^2}{\omega_{AF}^2})}$$

Operando tenemos que la función de transferencia tiene la siguiente forma:

$$\frac{n_L}{n_c'} = \frac{K_A K_R \omega_I K_1 * (1 - \frac{S^2}{\omega_z^2})}{K_0 (1 + \tau S) * [1 + \frac{2\varepsilon S}{\omega} + \frac{S^2}{\omega^2}]}$$

Para que esto sea posible se deben cumplir las siguientes igualdades:

$$\begin{aligned} \frac{2\varepsilon}{\omega} + \tau &= \frac{2\varepsilon_0}{\omega_0} - \frac{1}{K_0} \\ \frac{1}{\omega^2} + \frac{2\varepsilon\tau}{\omega^2} &= \frac{1}{\omega_0^2} - \frac{2\varepsilon_{AF}}{\omega_{AF} K_0} \\ \frac{\tau}{\omega^2} &= -\frac{1}{\omega_{AF}^2 K_0} \end{aligned}$$

Además, ya hemos derivado una expresión para la frecuencia *crossover* en lazo abierto ($\omega_{CR} = \frac{-K_0 \omega_{AF}^2}{\omega_0^2}$). Estas cuatro ecuaciones tienen cuatro incógnitas. Para unas condiciones de vuelo dada sabemos la aerodinámica de ω_{AF} y ε_{AF} .

Si expresamos la función de transferencia del autopiloto con el denominador con tres polos y especificamos los parámetros lineales del sistema como son la constante de tiempo deseada τ , el amortiguamiento ε , y la frecuencia *crossover* en lazo abierto del sistema de control de vuelo, las incógnitas son ω , ε_0 , ω_0 , y K_0 . Como tenemos cuatro ecuaciones, hay suficiente información para resolver estas cuatro incógnitas.

Si resolvemos la cuarta ecuación para K_0 y sustituimos en la segunda ecuación, tendremos

$$\frac{1}{\omega^2} + \frac{2\varepsilon\tau}{\omega^2} = \frac{1}{\omega_0^2} * (1 + \frac{2\varepsilon_{AF}\omega_{AF}}{\omega_{CR}})$$

También podemos sustituir K_0 en la tercera ecuación obteniendo

$$\frac{\tau}{\omega^2} = \frac{1}{\omega_{CR}\omega_0^2}$$

Sustituyendo este resultado en la ecuación anterior tenemos que:

$$\frac{1}{\omega^2} + \frac{2\varepsilon\tau}{\omega^2} = \frac{\omega_{CR}\tau}{\omega^2} * (1 + \frac{2\varepsilon_{AF}\omega_{AF}}{\omega_{CR}})$$

En esta última ecuación todos los términos son conocidos a excepción de ω . Resolviendo podemos obtener su valor:

$$\omega = \frac{\tau\omega_{CR} * \left(1 + \frac{2\varepsilon_{AF}\omega_{AF}}{\omega_{CR}}\right) - 1}{2\varepsilon\tau}$$

Desde que conocemos que $\frac{\tau}{\omega^2} = \frac{1}{\omega_{CR}\omega_0^2}$ podemos despejar ω_0 .

$$\omega_0 = \frac{\omega}{\sqrt{\tau\omega_{CR}}}$$

Sustituyendo los resultados que se acaban de obtener en la primera de las ecuaciones, se puede despejar ε_0 .

$$\varepsilon_0 = 0.5\omega_0 * \left[\frac{2\varepsilon}{\omega} + \tau - \frac{\omega_{AF}^2}{\omega_{CR}\omega_0^2}\right]$$

Recordando que

$$\frac{2\varepsilon_0}{\omega_0} = \frac{\frac{K_c}{\omega_I} + K_c T_\alpha}{1 + K_c} = a_1$$

$$\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{-\frac{1}{\omega_z^2} + \frac{K_c T_\alpha}{\omega_I}}{1 + K_c} = a_2$$

Se necesita resolver K_c y eliminar ω_I . Ordenando ambas ecuaciones, multiplicando la primera por T_α en ambos lados de la igualdad y eliminando T_α de la segunda ecuación tenemos:

$$a_2 * (1 + K_c) - a_1 T_\alpha (1 + K_c) = -\frac{1}{\omega_z^2} - T_\alpha^2 K_c$$

Despejando K_c y sustituyendo a_1 y a_2 obtenemos que:

$$K_c = \frac{-\frac{\omega_0^2}{\omega_z^2} - 1 + 2\varepsilon_0\omega_0 T_\alpha}{1 - 2\varepsilon_0\omega_0 T_\alpha + \omega_0^2 T_\alpha^2}$$

Como sabemos que $K_c = \frac{K_3}{K_A K_1}$, la ganancia K_A será:

$$K_A = \frac{K_3}{K_c K_1}$$

También podemos despejar ω_I de la ecuación $\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{-\frac{1}{\omega_z^2} + \frac{K_c T_\alpha}{\omega_I}}{1 + K_c}$ obteniendo:

$$\omega_I = \frac{T_\alpha K_c \omega_0^2}{1 + K_c + \frac{\omega_0^2}{\omega_z^2}}$$

Recordando que $\frac{\tau}{\omega^2} = \frac{1}{\omega_{CR}\omega_0^2}$ podemos despejar K_0 .

$$K_0 = -\frac{\omega^2}{\tau\omega_{AF}^2}$$

Como $K_0 = KK_1 * (1 + K_c)$ se puede invertir la ecuación para resolver K .

$$K = \frac{K_0}{K_1 * (1 + K_c)}$$

Siendo $K = K_R\omega_I K_A$ podemos resolver la ganancia final K_R obteniendo que:

$$K_R = \frac{K}{\omega_I K_A}$$

Finalmente, para conseguir que la ganancia del sistema de control de vuelo valga la unidad en la función de transferencia de lazo cerrado tenemos que definir:

$$\frac{K_{DC}K_A K_R \omega_I K_1}{K_0} = 1$$

Despejando de la ecuación anterior y sustituyendo valores obtenemos que $K_{DC} = 1 + K_c$, lo cual simplificado se queda en:

$$K_{DC} = 1 + \frac{1}{K_A V_M}$$

Ahora tenemos la información suficiente para simular el sistema de control de vuelo de tres lazos con el algoritmo de ganancia del autopiloto que acabamos de derivar. Se incluye también la dinámica del actuador para comprobar la robustez de las ganancias del autopiloto. El actuador está modelado como una función de transferencia de segundo orden como:

$$\frac{\delta}{\delta_c} = \frac{1}{1 + \frac{2\varepsilon_{ACT}}{\omega_{ACT}}s + \frac{s^2}{\omega_{ACT}^2}}$$

Teniendo en cuenta la dinámica del actuador, la función de transferencia en lazo abierto se calcula de la siguiente manera:

$$HG_{actuador} = \frac{-K_0 * (1 + \frac{2\varepsilon_0}{\omega_0}s + \frac{s^2}{\omega_0^2})}{s * (1 + \frac{2\varepsilon_{AF}}{\omega_{AF}}s + \frac{s^2}{\omega_{AF}^2}) * (1 + \frac{2\varepsilon_{ACT}}{\omega_{ACT}}s + \frac{s^2}{\omega_{ACT}^2})}$$

Por lo que el módulo y la fase de la función de transferencia en lazo abierto se puede escribir como

$$|HG_{actuador}| = \frac{-K_0}{\omega} \sqrt{\frac{(1 - \frac{\omega}{\omega_0})^2 + (\frac{2\varepsilon_0\omega}{\omega_0})^2}{\left[\left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_{ACT}^2} \right]^2 + \left[\frac{2\varepsilon_{ACT}}{\omega_{ACT}} \right]^2 \right] * \left[\left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_{AF}^2} \right]^2 + \left[\frac{2\varepsilon_{AF}}{\omega_{AF}} \right]^2 \right]}}$$

$$\phi = -90 + 57.3 * \left[\tan^{-1} \left[\frac{\frac{2\varepsilon_0\omega}{\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} \right] - \tan^{-1} \left[\frac{\frac{2 * \omega\varepsilon_{ACT}}{\omega_{ACT}}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{ACT}^2}} \right] - \tan^{-1} \left[\frac{\frac{2 * \omega\varepsilon_{AF}}{\omega_{AF}}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_{AF}^2}} \right] \right]$$

Estando el módulo expresado en dB y la fase en grados.

2.6.4. Análisis del sistema de guiado

El sistema de guiado con el sistema de control de vuelo tiene la parte del armazón representado por la función de transferencia derivada en el apartado 2.4. y el autopiloto de tres lazos modelado en conjunto con un actuador ideal de segundo orden. En este modelo hay cuatro fuentes de error aleatorias que provocan *miss distance*: ruido blanco semiactivo, ruido blanco de centelleo, ruido blanco independiente y maniobra uniformemente distribuida del objetivo. Los parámetros del armazón y las ganancias del autopiloto en el sistema de control de vuelo están en función de las condiciones de vuelo. En este modelo asumimos que la velocidad del misil y la altitud son constantes.

El adjunto del *homing loop* aparece en la **Figura 2.5.3.** En el diagrama del adjunto se muestran las salidas de *miss distance* debidas a las cuatro fuentes de error aleatorias. Las densidades espectrales de cada fuente de error se puede calcular de acuerdo a:

$$\phi_{RN} = 2T_{RN}\sigma_{RN}^2$$

$$\phi_{GL} = 2T_{GL}\sigma_{GL}^2$$

$$\phi_{FN} = 2T_{FN}\sigma_{FN}^2$$

$$\phi_{n_T} = \frac{n_T^2}{t_F}$$

Siendo T el período con que el error entra en el sistema de guiado y σ la desviación estándar de cada error. Recordamos que n_T es la aceleración del objetivo y t_F el tiempo de vuelo.

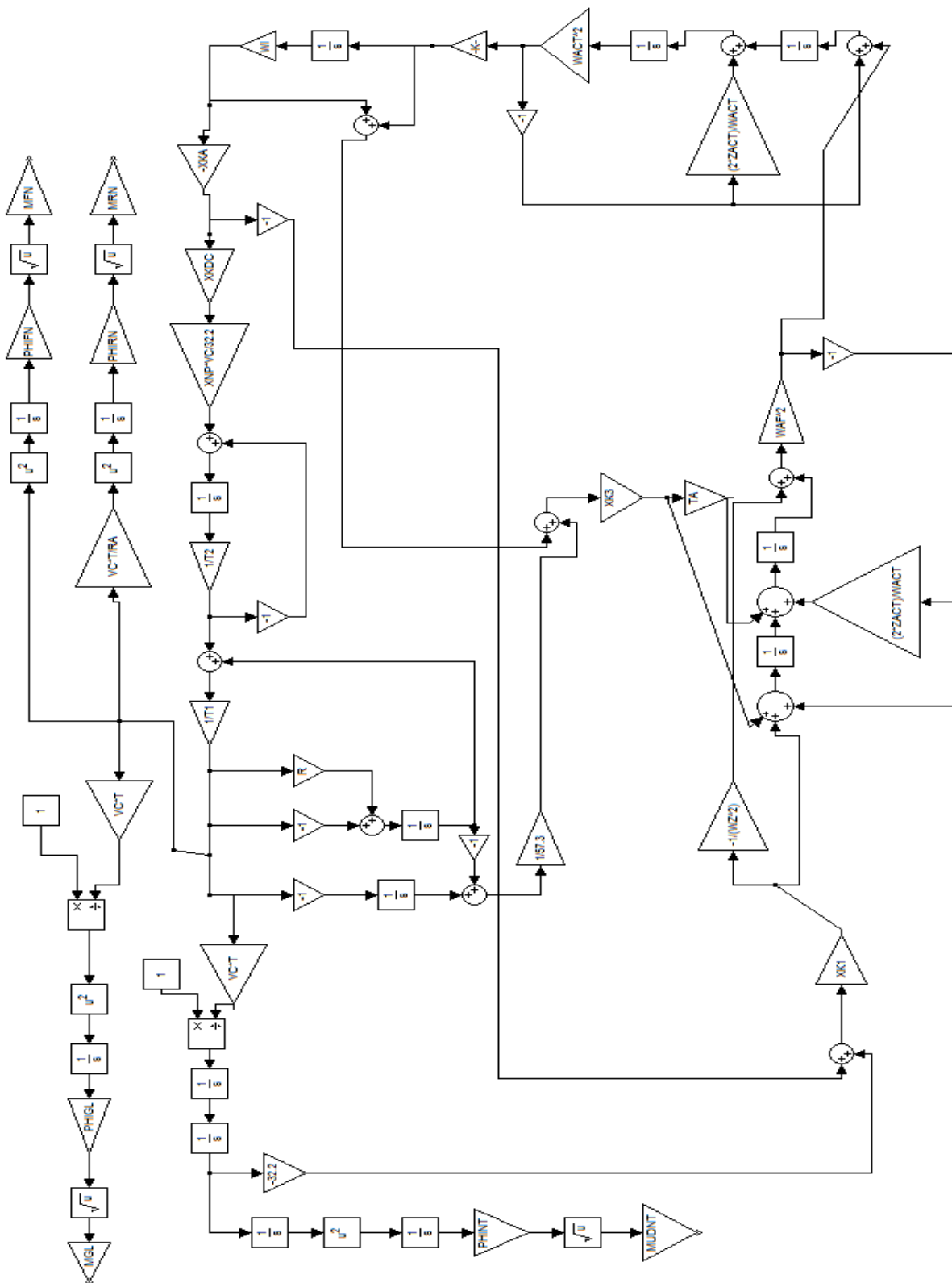


Figura 2.5.3. Modelo adjunto del homing loop con sistema de control de vuelo

Capítulo 3: Manual de usuario

3.1 Menú principal	51
3.2 Missile Airframe	52
3.3 Flight Control Design	60
3.3.1. Autopiloto de tres lazos	64
3.4 Method of Adjointns	69
3.4.1. Single-lag proportional navigation homing loop.....	69
3.4.2. Three-loop autopilot	71
3.5. Resumen.....	76

3.1 Menú principal

El menú principal del programa de Matlab lo encontramos en el fichero “menu_principal.m”. En esta interfaz tenemos tres opciones: “Missile Airframe”, “Flight Control Design” y “Method of Adjoints”.

- “Missile Airframe”. Representación del cuerpo del misil con funciones de transferencia. Hay que escoger primero esta opción para continuar con las simulaciones de “Flight Control Design”.
- “Flight Control Design”. Introducción al diseño del control de vuelo.
- “Method of Adjoints”. Dos ejemplos de uso del método de adjuntos.



Figura 3.1.1. Menú principal

3.2 Missile Airframe

Seleccionando esta opción ejecutamos el fichero "Geometria.m", una nueva interfaz de usuario. Lo primero que tendremos que hacer es elegir las dimensiones que queremos para nuestro misil a través de los sliders o introduciendo el valor directamente en el espacio de texto. La unidad de longitud que utilizaremos es el pie (ft).

Body		Wings		Tail	
d	1 Ft	Crw	6.45 Ft	Crt	2.15 Ft
L	20 Ft	Ctw	1.75 Ft	Ctt	0.8 Ft
Nose		hw	2 Ft	ht	2.15 Ft
Ln	3.15 Ft	xw (%)	50		

Figura 3.2.1. Parámetros de la geometría del misil

Para ello fijaremos una serie de variables que se especifican a continuación:

- Diámetro del misil, d.

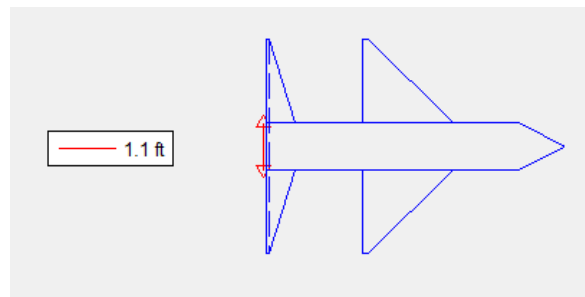


Figura 3.2.2. Diámetro del misil

- Longitud del misil, L.

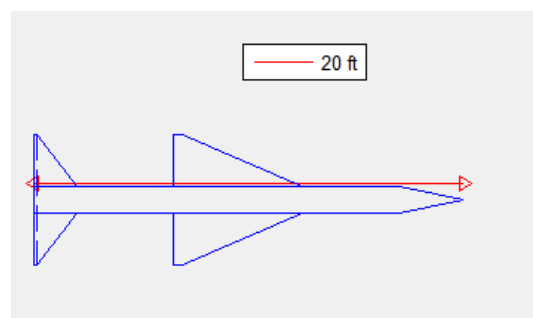


Figura 3.2.3. Longitud del misil

- Longitud del morro del misil, Ln.

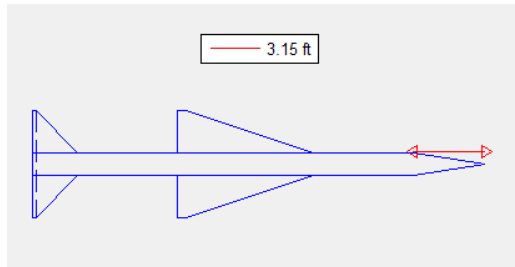


Figura 3.2.4. Longitud del morro

- Cuerda en la raíz de las alas, C_{rw} .

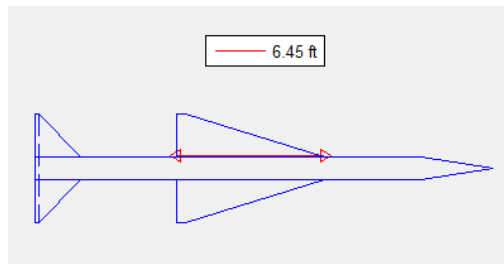


Figura 3.2.5. Cuerda en la raíz de las alas

- Cuerda en la punta de las alas, C_{tw} .

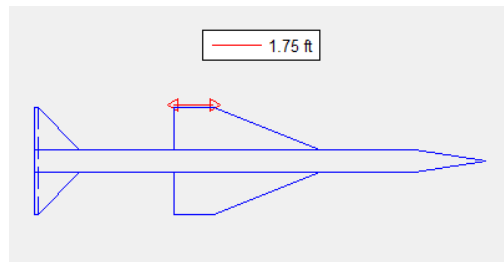


Figura 3.2.6. Cuerda en la punta de las alas

- Altura de las alas, h_w .

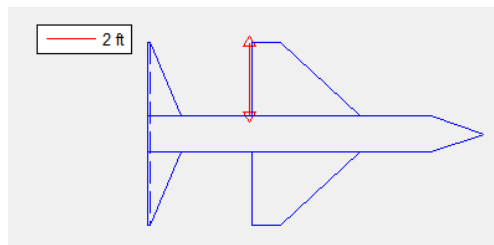


Figura 3.2.7. Altura de las alas

- Posición de las alas en porcentaje, x_w (100% coloca las alas pegadas a la cola y 0% al morro).

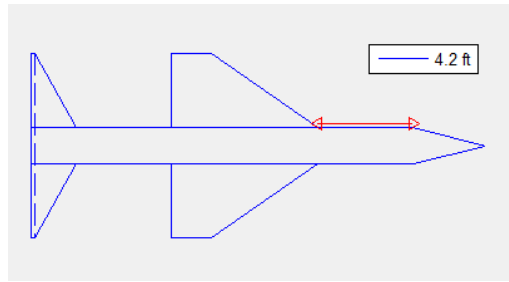


Figura 3.2.8. Distancia desde el final del morro hasta el inicio de las alas

- Cuerda en la raíz de la cola, Crt.

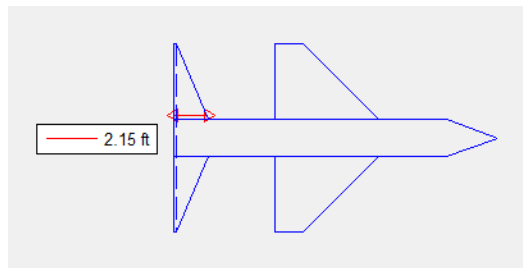


Figura 3.2.9. Cuerda en la raíz de la cola

- Cuerda en la punta de la cola, Ctt.

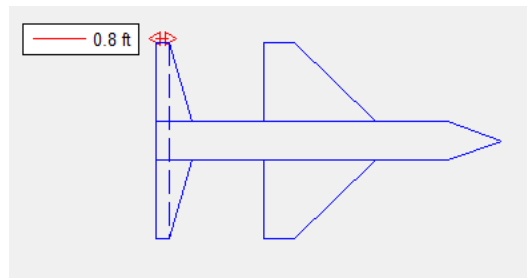


Figura 3.2.10. Cuerda en la punta de la cola

- Altura de la cola, ht.

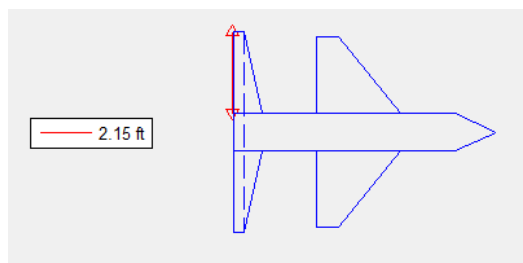


Figura 3.2.11. Altura de la cola

Para dibujar el misil se ha utilizado la función *airframe* cuyas entradas son las medidas de todas las variables anteriormente expuestas.

Una vez que tengamos seleccionadas todas las dimensiones del misil que queramos, tenemos que darle otros atributos. Estos atributos son el peso (en libras), la velocidad (en pies/segundo), la *fin deflection* de la cola (en grados) y la altura a la que está el misil (en pies).

Conditions		
Weight	<input type="text" value="1000"/>	Lbs
Speed	<input type="text" value="3000"/>	Ft/s
Fin deflection	<input type="text" value="5"/>	Deg
Height	<input type="text" value="0"/>	Ft

Figura 3.2.12. Condiciones de vuelo

Ahora podemos ver cómo reacciona el misil ante estas características. Tenemos una gráfica donde se puede representar el ángulo de ataque y la aceleración del misil a lo largo del tiempo. Es decir, las dimensiones del objeto, su peso, velocidad, altura a la que vuela y deflexión del alerón provocan unas oscilaciones que la propia superficie del misil acaba amortiguando.

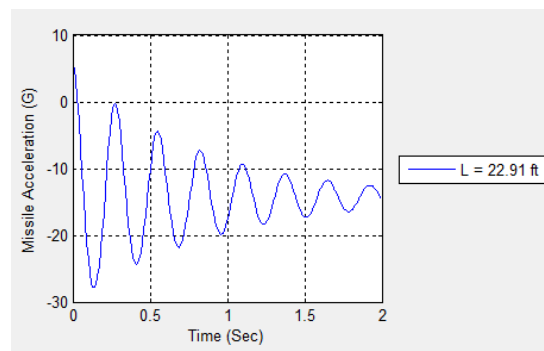


Figura 3.2.13. Evolución de la aceleración del misil a lo largo del tiempo

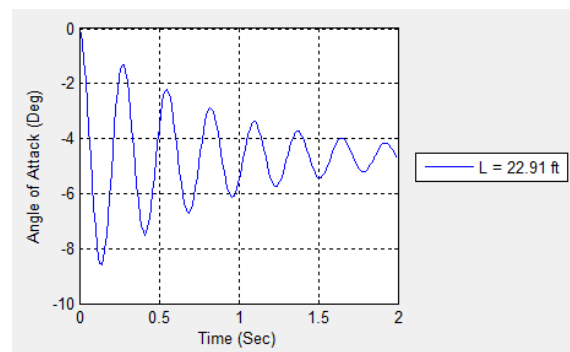


Figura 3.2.14. Evolución del ángulo de ataque del misil a lo largo del tiempo

La evolución del ángulo de ataque y la aceleración a lo largo del tiempo (**Figura 3.2.13** y **Figura 3.2.14.**) la podemos calcular a través de unas ecuaciones un tanto complicadas y difíciles de aplicar desarrolladas en el capítulo 2. Por ello, asumiendo que la velocidad del misil y la altura son constantes, se pueden linealizar estas ecuaciones como he visto en el capítulo anterior.

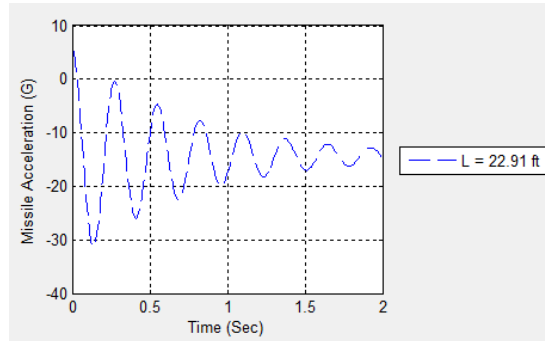


Figura 3.2.15. Evolución del ángulo de ataque del misil a lo largo del tiempo

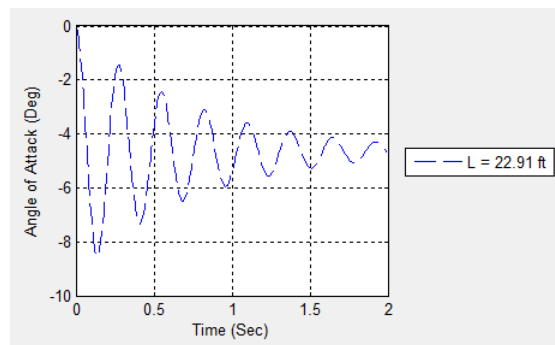


Figura 3.2.16. Evolución del ángulo de ataque del misil a lo largo del tiempo

Es por ello que el programa nos permite visualizar tanto el resultado usando el método no lineal (con la función *results.m*), como el lineal (con la función *results_lineal.m*). El resultado se puede apreciar en la **Figura 3.2.15.** y en la **Figura 3.2.16.**), así como una comparación de ambos para así comprobar que la diferencia entre ambos es ínfima (**Figura 3.2.17.**).

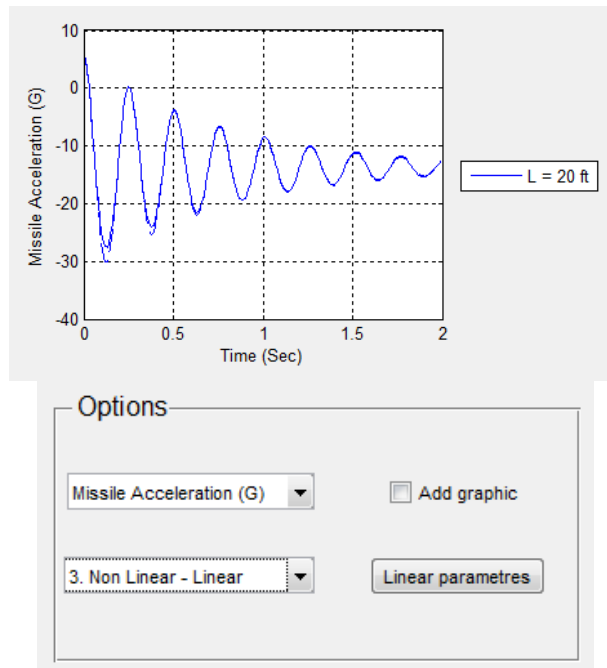


Figura 3.2.17. Comparación de la aceleración del misil entre el método lineal y el no lineal

También podemos comparar entre mismos métodos (lineal o no lineal) para diferentes dimensiones o condiciones del misil (por ejemplo, para ver cómo afecta la longitud del misil o su peso en el ángulo de ataque y la aceleración), para ello simplemente tenemos que marcar la opción "Add graphic", que evoca a la función *add_graphic.m*. En la **Figura 3.2.18.** y **Figura 3.2.19.** vemos un ejemplo gráfico de esto.

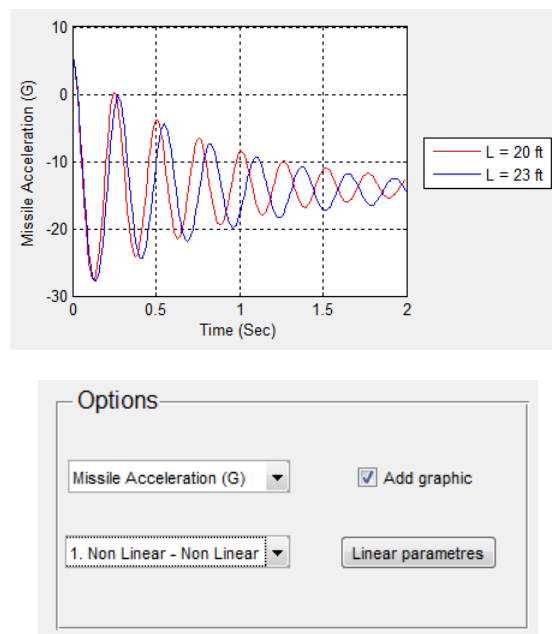


Figura 3.2.18. Comparación de la aceleración para dos longitudes diferentes con el método no lineal

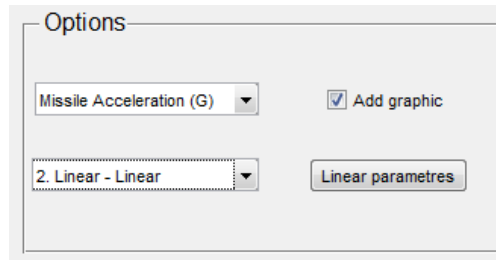
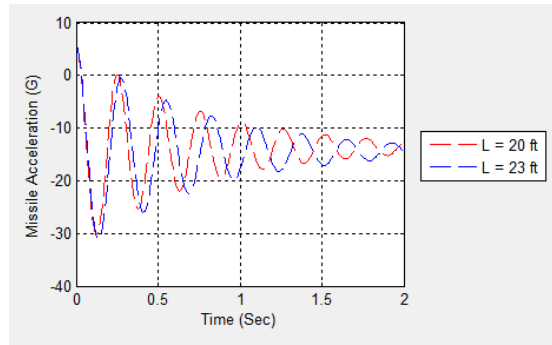


Figura 3.2.19. Comparación de la aceleración para dos longitudes diferentes con el método lineal

Por último, sabemos que las funciones de transferencia tienen varios parámetros esenciales. Estos parámetros son la frecuencia natural, el coeficiente de amortiguamiento, el coeficiente M_α (si es positivo indica que el misil es inestable), el coeficiente M_δ (si el valor es muy alto dificulta la elección de actuadores que funcionen con el sistema de control de vuelo), la constante de tiempo de tasa de giro del misil T_α , la frecuencia de cero y la ganancia aerodinámica de aceleración K_1 . Pulsando en el botón “Linear parameters” podemos ver la evolución de estos parámetros respecto a la altitud para la velocidad del misil elegida anteriormente (**Figura 3.2.20**). La función de Matlab que consigue esto se llama *linear_parametres.m*.

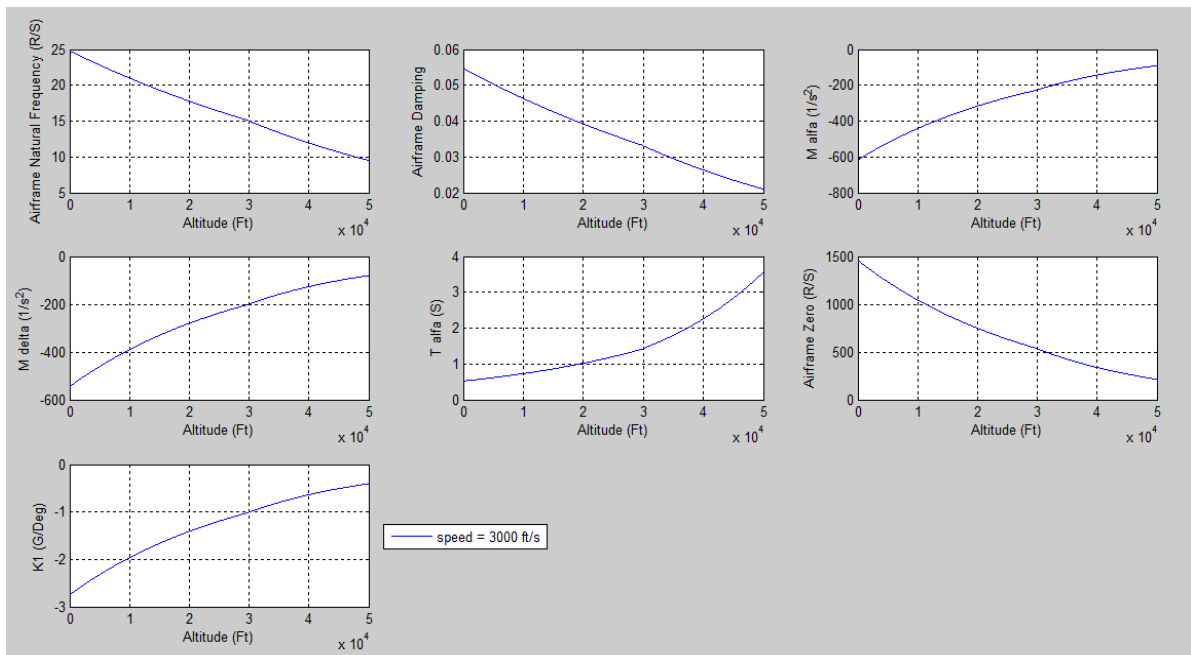


Figura 3.2.20. Evolución de los parámetros lineales con respecto a la altura para una velocidad fija

En la **Figura 3.2.21.** se muestra una imagen de toda la ventana de esta parte de la aplicación.

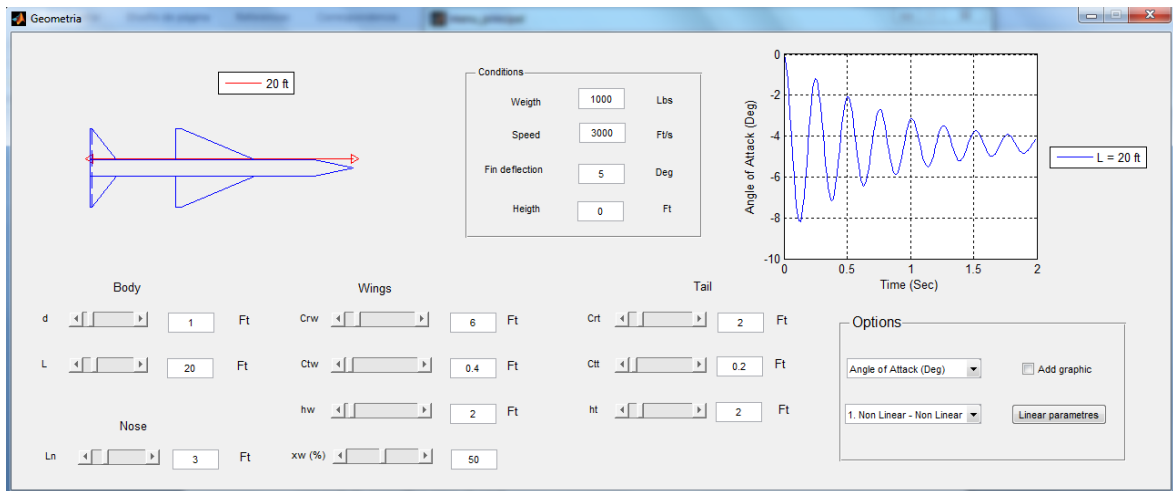


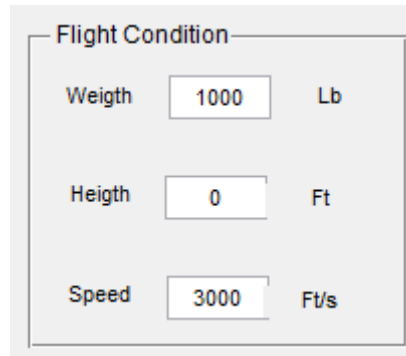
Figura 3.2.21. Ventana de "Geometria.m"

3.3 Flight Control Design

Esta opción pone en ejecución el programa “Flight_Control_System.m”, que se trata de otra GUI. Esta interfaz sirve como introducción al diseño de un control de vuelo. Se muestran tres tipos de sistemas diferentes: el sistema en lazo abierto, con rate gyro y de tres lazos.

Se podrá observar mediante gráficas la respuesta de estos sistemas ante una aceleración comandada específica para el misil.

Además de las dimensiones del misil fijadas en la opción anterior, otros factores influyentes son el peso del misil (en libras), la altura de operación (en pies) y la velocidad (en ft/s).



The image shows a MATLAB GUI titled "Flight Condition". It contains three rows of input fields. The first row is labeled "Weigth" (with a typo) and has a text box containing "1000" followed by the unit "Lb". The second row is labeled "Heigth" (with a typo) and has a text box containing "0" followed by the unit "Ft". The third row is labeled "Speed" and has a text box containing "3000" followed by the unit "Ft/s".

Figura 3.3.1. Condiciones de vuelo

En primer lugar tenemos el sistema de control de vuelo en lazo abierto, que es el más sencillo. Se podrá introducir la aceleración comandada en ges para ver la evolución de la aceleración alcanzada durante dos segundos, a la vez que se compara con la aceleración comandada (para ello se utiliza la función “open_loop.m”). En la **Figura 3.3.2.** se muestra un ejemplo para una aceleración de 10 ges.

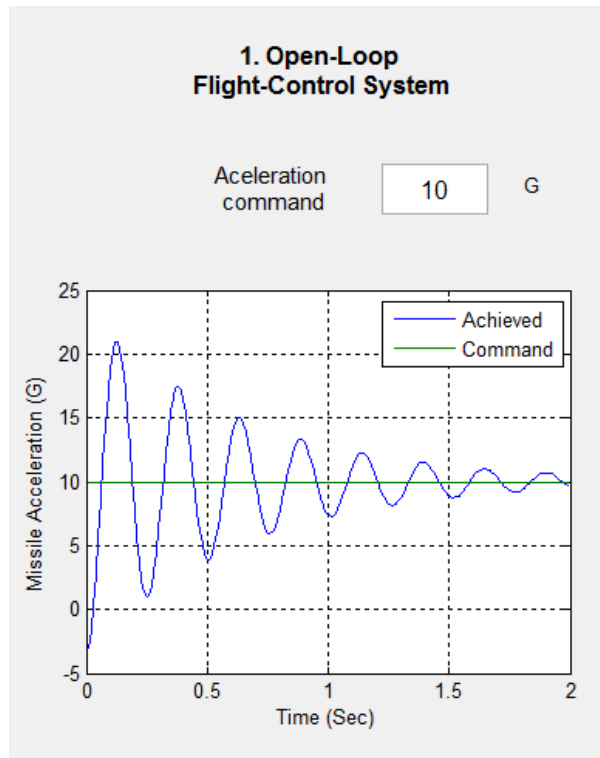


Figura 3.3.2. Respuesta del sistema de control de vuelo en lazo abierto para una aceleración de 10 ges

Siguiendo según la complejidad del sistema, el siguiente es el sistema de control de vuelo con *rate gyro*. En esta parte se podrá introducir el valor de la ganancia del autopiloto K_R (se muestra un ejemplo en la **Figura 3.3.3.**) y observar la evolución de la aceleración alcanzada con respecto a un tiempo de 2 segundos. Añadir que se sigue tomando como aceleración comandada la introducida para el caso del sistema en lazo abierto. La función encargada de realizar estos cálculos es “rate_gyro.m”.

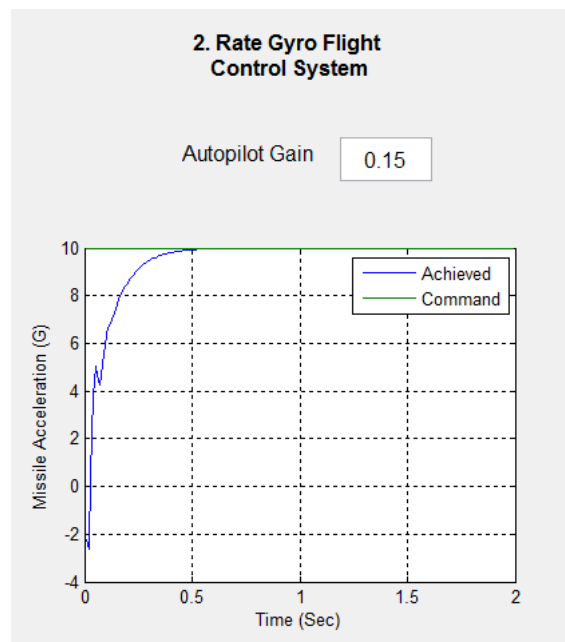


Figura 3.3.3. Respuesta del sistema de control de vuelo con rate gyro para una ganancia de 0.15

También, en este sistema se añade la dinámica del actuador, por lo que se deberá dar un valor a la frecuencia natural y a la amortiguación de éste, en la **Figura 3.3.4.** se muestra una imagen con los valores típicos.

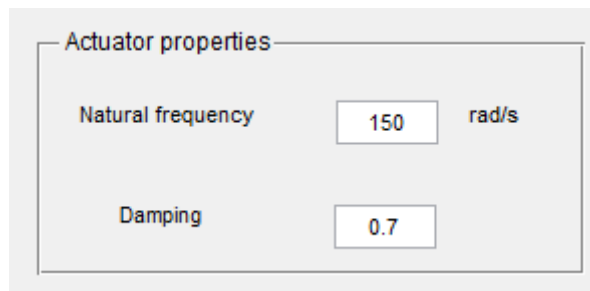


Figura 3.3.5. Propiedades del actuador

Al ser el sistema con *rate gyro* un sistema más completo, también se tiene la posibilidad de visualizar el diagrama de Bode cuando el sistema con *rate gyro* tiene el lazo roto justo antes del actuador. Para visualizar el diagrama bastará con pulsar el botón "Open-loop Bode response" que se muestra en la **Figura 3.3.6.** y se ejecutará la función "bode_plot.m".

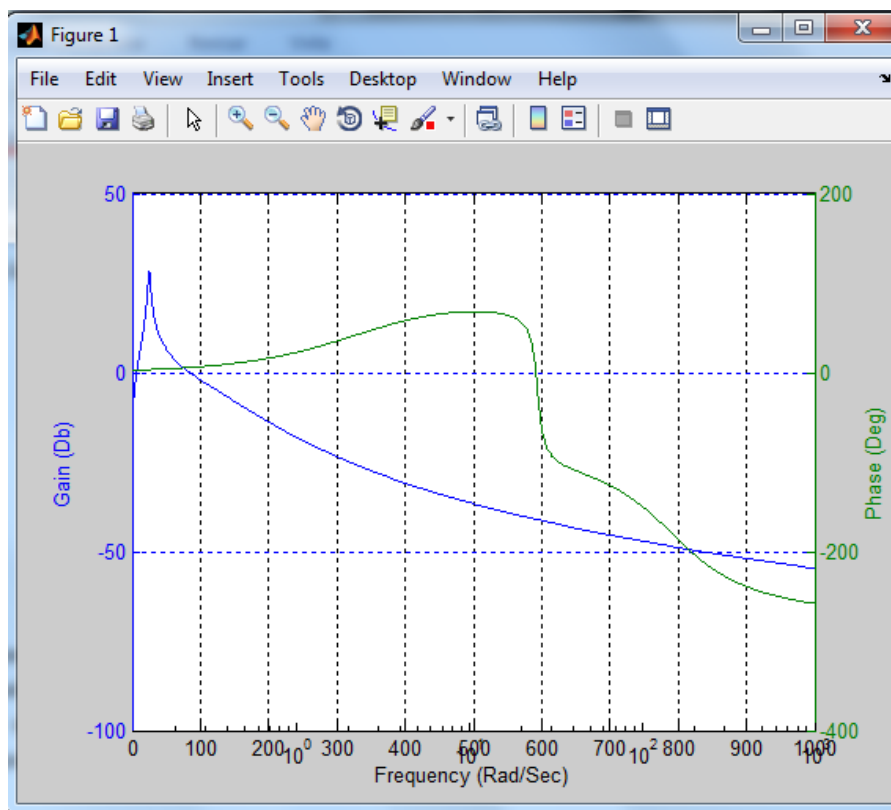


Figura 3.3.6. Diagrama de Bode con el lazo abierto en el sistema de control de vuelo con *rate gyro*

Además se mostrará una ventana emergente con el valor de frecuencia *crossover* (ver **Figura 3.3.7.**).

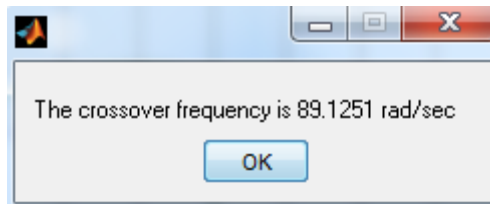


Figura 3.3.7. Frecuencia *crossover* de la respuesta con el lazo abierto.

Es también posible introducir un retardo al sistema para ver como éste reacciona (Figura 3.3.8.).

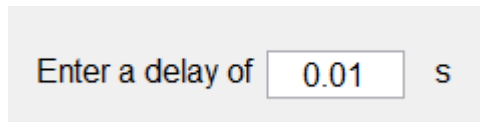


Figura 3.3.8. Retardo de 0.01 segundos en el sistema de control de vuelo con rate gyro

Una vez que introducimos el valor del retardo, se ejecuta la función “rate_gyro_delay.m”, que representa la aceleración a lo largo de 1 segundo para visualizar como afecta este retardo al modelo (se muestra un ejemplo en la Figura 3.3.9).

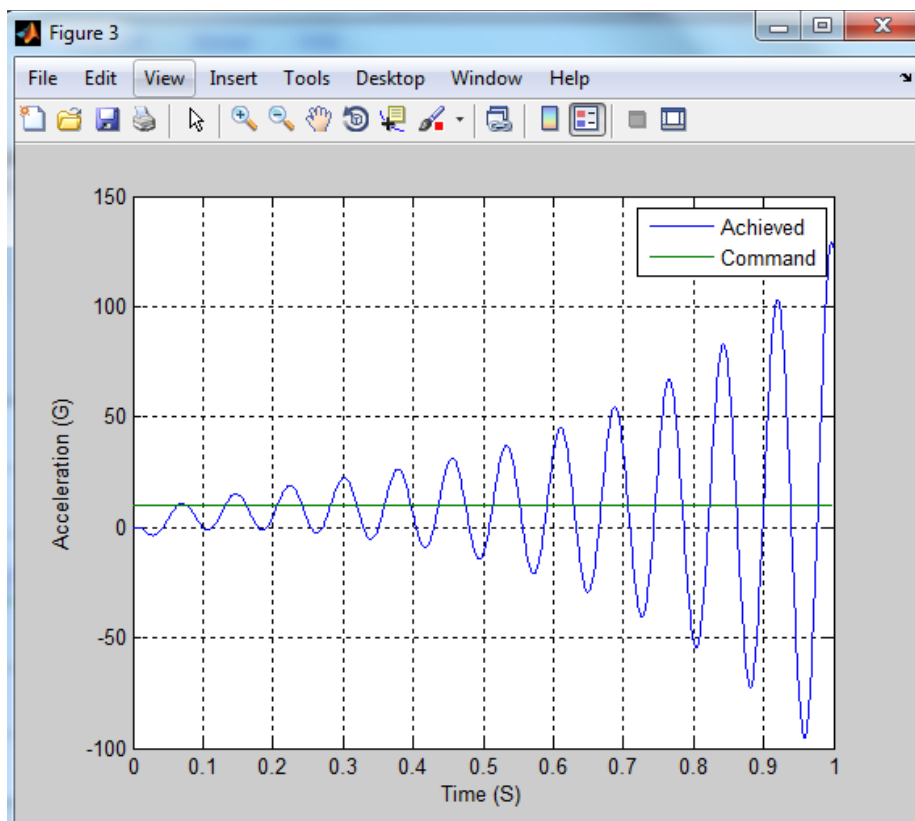


Figura 3.3.9. Respuesta del sistema a un retardo de 0.01 segundos

El sistema en lazo abierto y el sistema con *rate gyro* sirven como introducción para el sistema con autopiloto de tres lazos, que es el más complejo y eficaz que se va a mostrar. Para entrar al diseño de este modelo habrá que pulsar en el botón “Design” (que se muestra en la Figura 3.3.10.). Este botón ejecuta el programa “Three_Loop_Autopilot.m”, una nueva GUI.

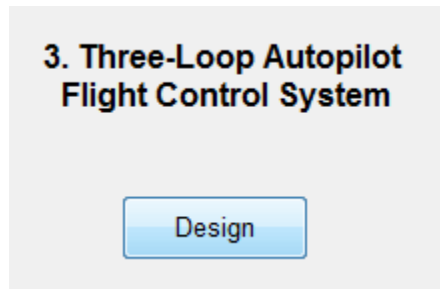


Figura 3.3.10. Botón para

Antes de explicar el modo de usar la siguiente GUI, se muestra en la **Figura 3.3.11.** una vista global de la nueva parte de la aplicación explicada.

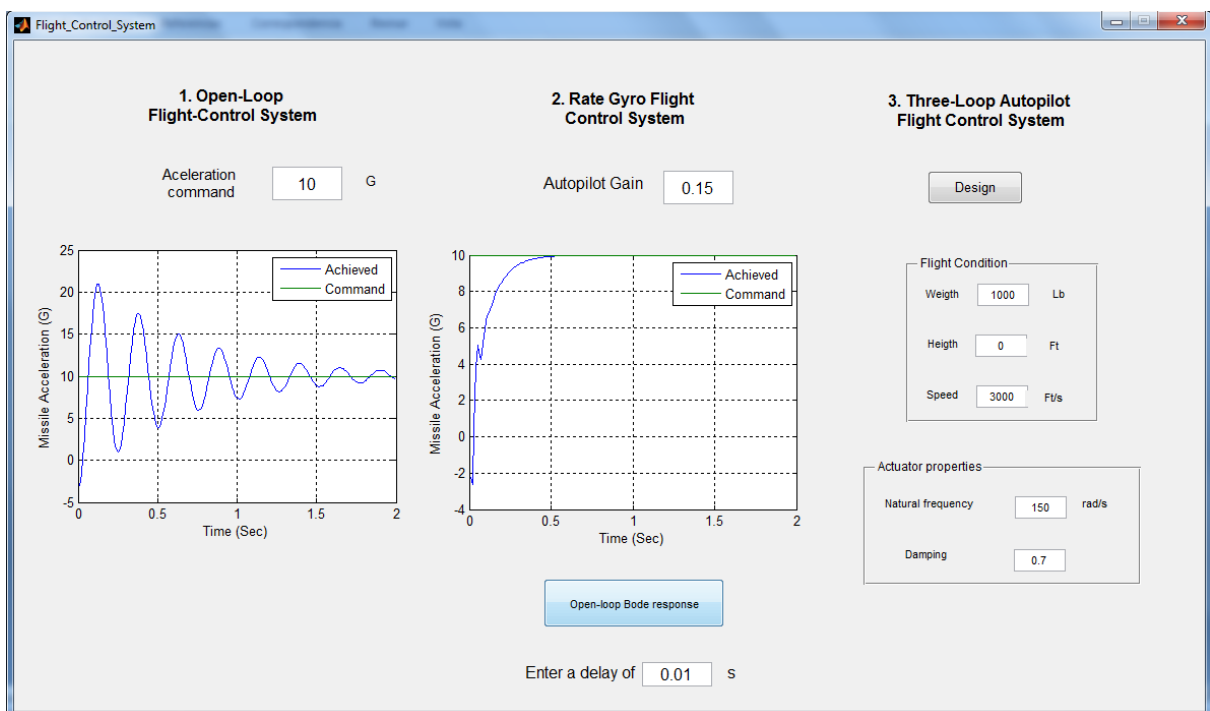


Figura 3.3.11. Ventana de la interfaz "Flight_Control_System.m"

3.3.1. Autopiloto de tres lazos

Al abrirse la nueva interfaz, el primer paso es introducir el tiempo de vuelo en segundos (Figura 3.3.12.).

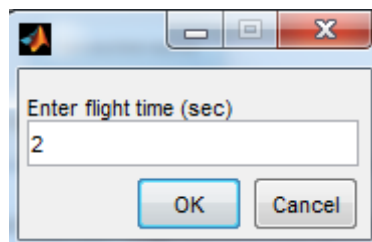


Figura 3.3.12. Tiempo de vuelo de 2 segundos

Una vez hecho esto, podemos seleccionar la frecuencia *crossover* del lazo abierto, la amortiguación del autopiloto (que no tiene por qué ser la misma que la del actuador) y la constante de tiempo (ver **Figura 3.3.13**). Se tomarán las propiedades del actuador introducidas en la interfaz anterior, así como los valores de velocidad, altura y peso del misil.

Crossover frequency
50 rad/sec

Time constant
0.3 sec

Damping
0.7

Figura 3.3.13. Parámetros lineales del autopiloto de tres lazos

Al seleccionar estos parámetros, se ejecuta la función “three loop.m”, la cual grafica la evolución de la aceleración con respecto al tiempo de vuelo para este modelo. En la **Figura 3.3.14**. se muestra un ejemplo.

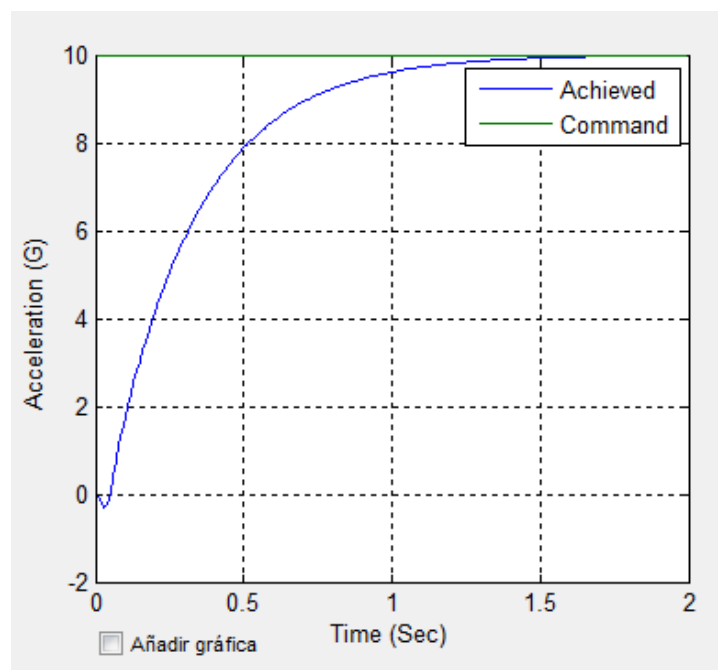


Figura 3.3.14. Respuesta del sistema de control de vuelo con autopiloto de tres lazos

Existe la opción de comparar dos gráficas entre sí cambiando uno de los tres parámetros cada vez (se muestra un ejemplo cambiando la constante de tiempo en la **Figura 3.3.15.**). Al marcar la opción “Añadir gráfica” hacemos esto posible.

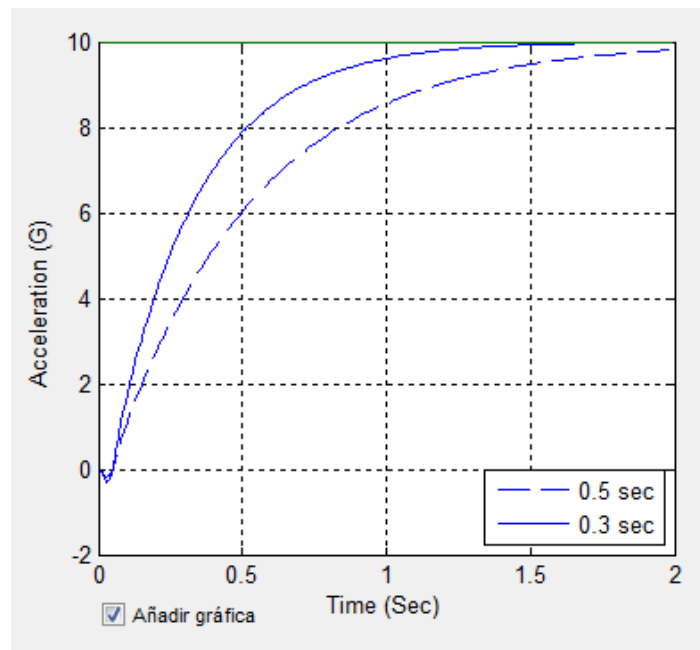


Figura 3.3.15. Aceleración para una constante de tiempo de 0.5 segundos y para una de 0.3 segundos

De la misma forma, se muestra el diagrama de Bode con el lazo abierto para el modelo (**Figura 3.3.16.**).

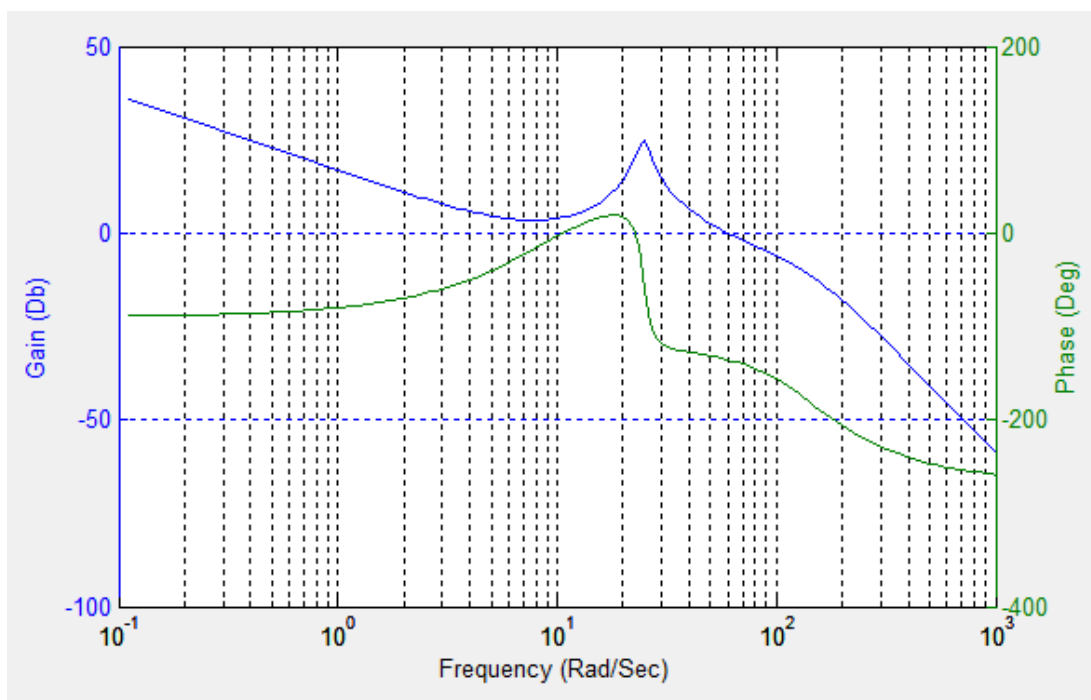


Figura 3.3.16. Diagrama de Bode con el lazo abierto en el sistema de control de vuelo con el autopiloto de tres lazos

Al igual que con el sistema con *rate gyro* es posible introducir un retardo en el modelo (**Figura 3.3.17.**)

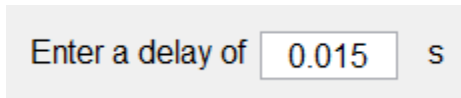


Figura 3.3.17. Retraso de 0.015 segundos

Introduciendo el valor del retardo se ejecutará la función “three_loop_delay.m”, y se mostrará una gráfica con la respuesta a este retardo (**Figura 3.3.18.**).

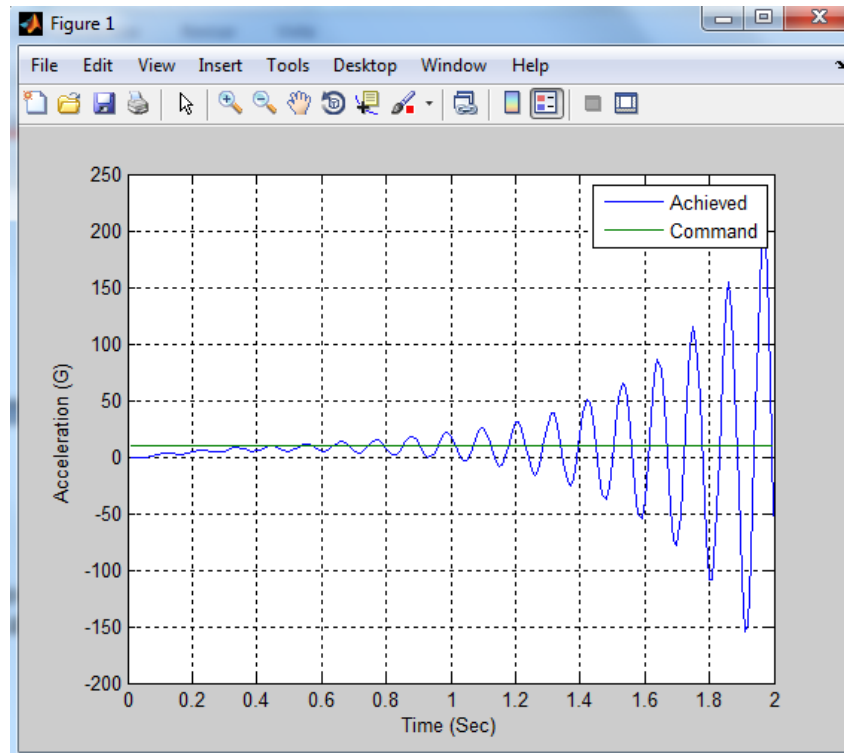


Figura 3.3.18. Respuesta del sistema a un retardo de 0.015 segundos

Para terminar se muestra en la **Figura 3.3.19.** una imagen de la ventana de la aplicación “Three_Loop_Autopilot.m”.

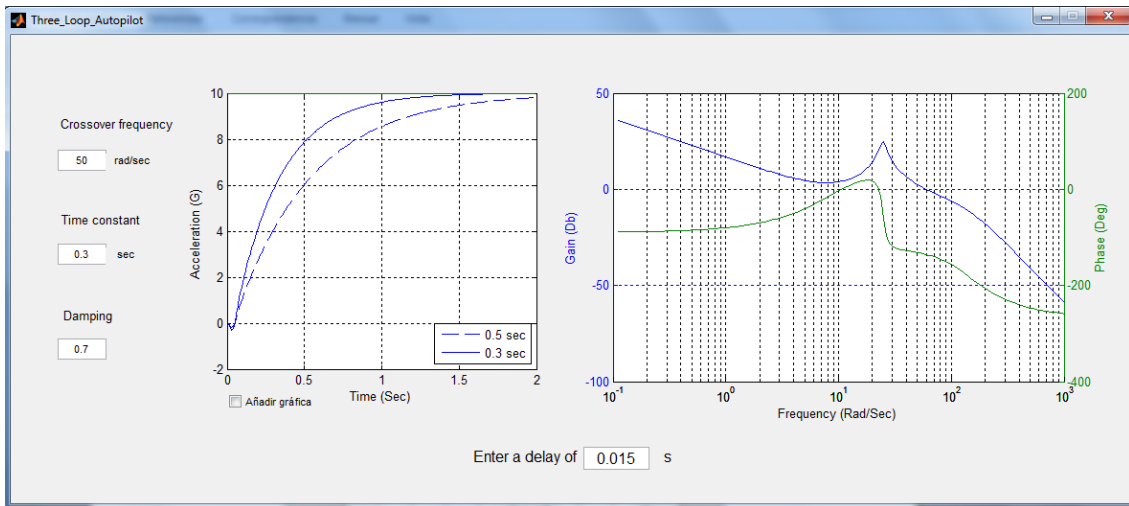


Figura 3.3.19. Ventana de la interfaz "Three_Loop_Autopilot.m"

3.4 Method of Adjoint

Seleccionando en “menu_principal.m” la opción “Method of Adjoint”, se nos abrirá la ventana que se muestra en la **Figura 3.4.1.** en la que tendremos dos opciones en las que utilizar el método de adjuntos: el *homing loop* por navegación proporcional con un solo retraso y el autopiloto con tres lazos.

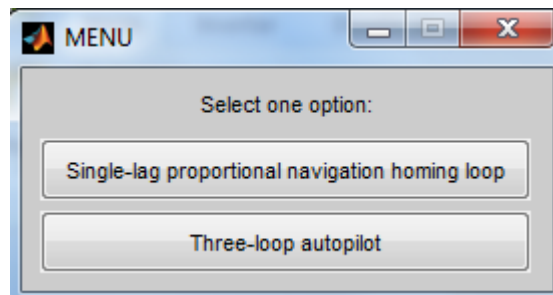
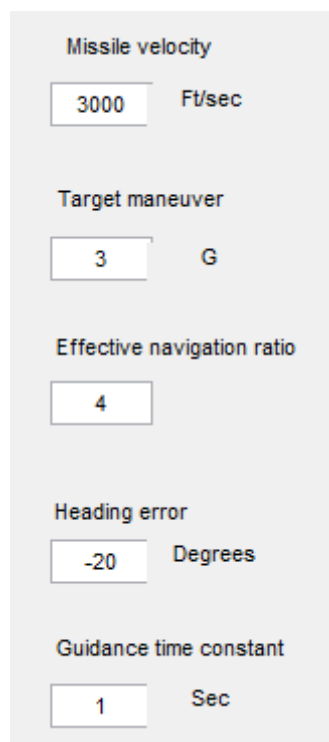


Figura 3.4.1. Opciones en las que emplear el método de adjuntos

3.4.1. Single-lag proportional navigation homing loop

Escogiendo la primera opción se ejecutará el programa “Adjoint.m”, que simulará el adjunto de un *homing loop* por navegación proporcional con un solo retraso. Las variables que se pueden definir por el usuario son (ver **Figura 3.4.2.**): la velocidad del misil (en pies por segundo), la aceleración de la maniobra evasiva del objetivo (en ges), el índice de navegación efectiva, el error de rumbo inicial (en grados) y el constante de tiempo de guiado (en segundos).



Missile velocity	3000	Ft/sec
Target maneuver	3	G
Effective navigation ratio	4	
Heading error	-20	Degrees
Guidance time constant	1	Sec

Figura 3.4.2. Parámetros de entrada

Se puede graficar dos tipos de errores (en pies) a lo largo de 10 segundos: la *miss distance* debida a la maniobra del objetivo y la debida al error de rumbo, según la opción que se escoja (ver **Figura 3.4.3.** y **Figura 3.4.4.**). La función encarga de esto se llama “miss_adjoint.m”.

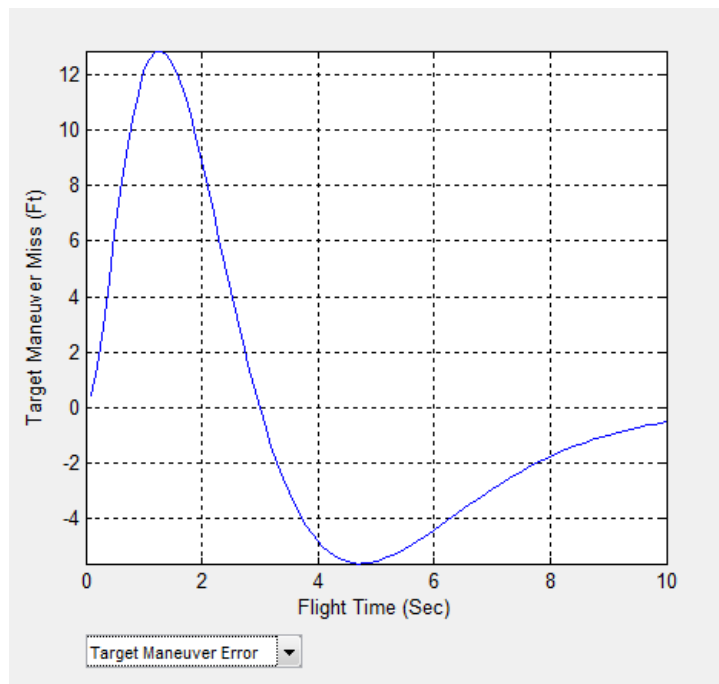


Figura 3.4.3. Evolución temporal de la miss distance debido a la maniobra del objetivo

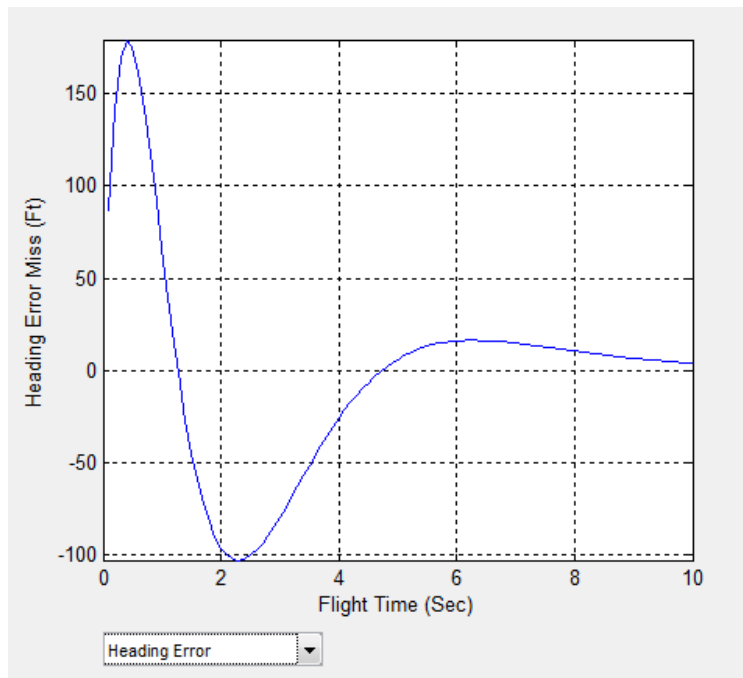


Figura 3.4.4. Evolución temporal de la miss distance debido al error de rumbo

Por último, en la **Figura 3.4.5.** se muestra una imagen de la ventana de la aplicación “Adjoints.m”.

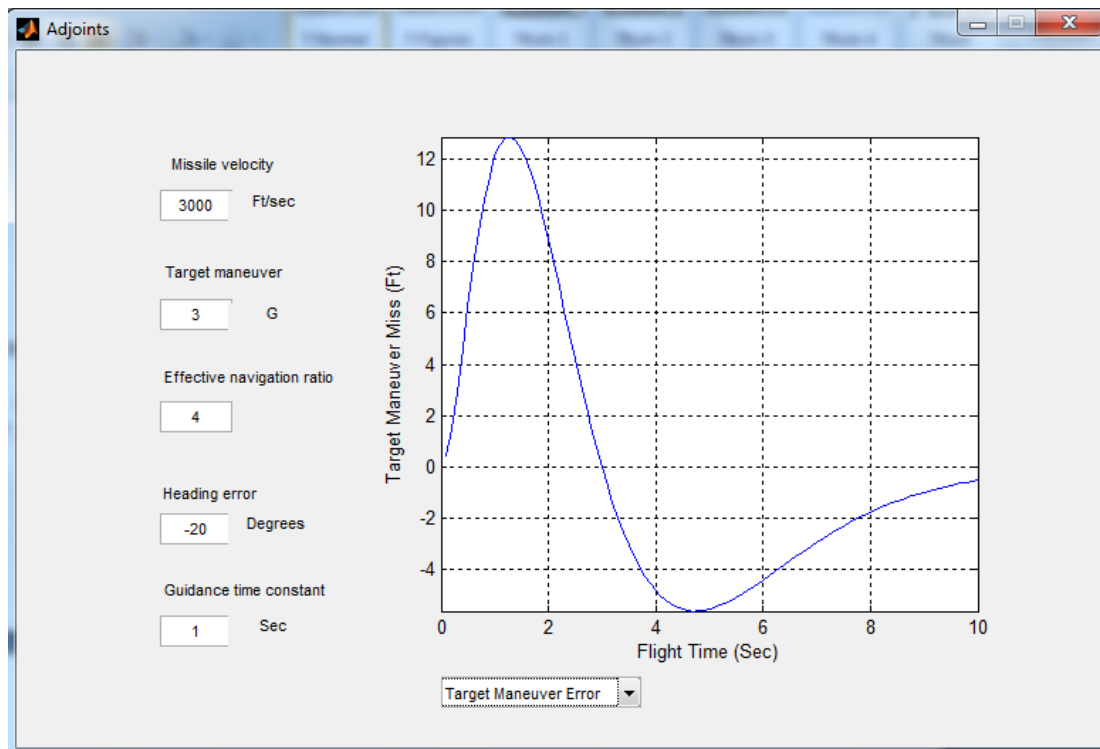


Figura 3.4.5. Ventana de la interfaz “Adjoints.m”

3.4.2. Three-loop autopilot

Eligiendo esta opción se ejecuta el programa “Adjoint_Homing_Loop.m”, donde se simula el adjunto de un sistema de control de vuelo con autopiloto de tres lazos. Los parámetros de entrada del modelo son (Figura 3.4.6.): la velocidad de acercamiento y la velocidad del misil en pies por segundo, las dos constantes de tiempo en segundos, el índice de navegación efectiva, la frecuencia natural en radianes por segundo y el amortiguamiento del actuador, la altitud de operación en pies, el peso del misil en libras y el tiempo de vuelo en segundos.

Name	Description	Value	
Vc	Closing velocity	4000	ft/s
Vm	Missile speed	5000	ft/s
T1	Seeker track loop time constant	0.1	s
T2	Noise filter time constant	0.15	s
N'	Effective navigation ratio	3	
Wact	Actuator natural frequency	150	rad/s
Zact	Actuator damping	0.7	
Alt	Altitude	5000	ft
Wgt	Weight	3000	lb
TF	Flight time	5	s

Figura 3.4.6. Parámetros de entrada del modelo con autopiloto de tres lazos

Si se pulsa el botón “Spectral Density of the error sources” (**Figura 3.4.7.**), se ejecuta el programa “Spectral_Density.m” y se abre una nueva ventana como la que se muestra en la **Figura 3.4.8.** en la que podremos elegir el periodo y la desviación estándar de las cuatro fuentes de error que intervienen para así calcular la densidad espectral.

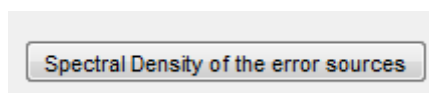


Figura 3.4.7. Botón para ejecutar “Spectral_Density.m”

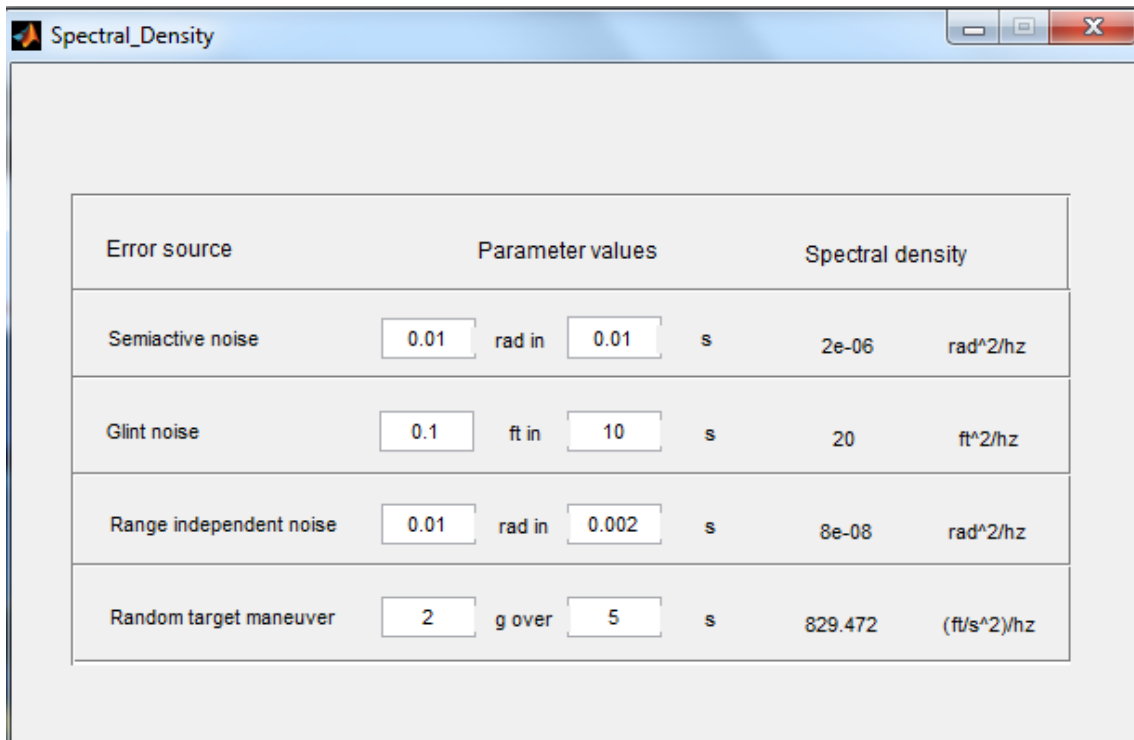


Figura 3.4.8. Interfaz de "Spectral_Density.m"

El objetivo de esta interfaz es graficar tres variables (ver **Figura 3.4.9.**): la desviación estándar de la *miss distance* (en pies), la desviación estándar del *fin rate* y la desviación estándar de la aceleración comandada (en ges). Según la opción que se elija, estas variables se comparan con la pendiente de radomo (para un *time to go* específico salvo en el caso de la *miss distance*, ya que es para *time to go* igual a 0) o con el *time to go* (fijando entonces una pendiente de radomo).

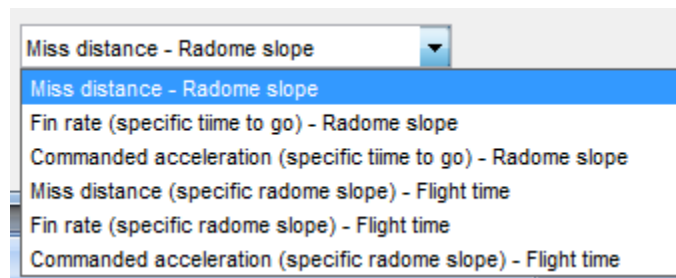


Figura 3.4.9. Opciones para graficar

En la **Figura 3.4.10** se puede ver como es la ventana en la que tenemos que introducir por teclado el *time to go*, siendo igual para cuando haya que introducir la pendiente de radomo.

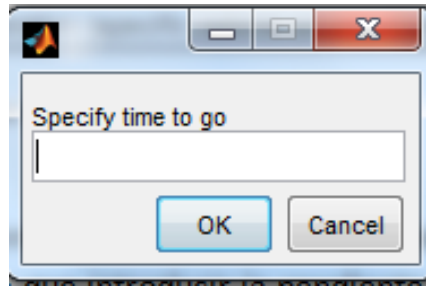


Figura 3.4.10. Ventana para introducir el time to go

En la **Figura 3.4.11.** se muestra como ejemplo una gráfica con el caso de la *miss distance* y la pendiente de radomo. Se observa la contribución de cada tipo de error así como el error total. La función que realiza los cálculos y las gráficas es "Adjoint_Simulation_HL.m".

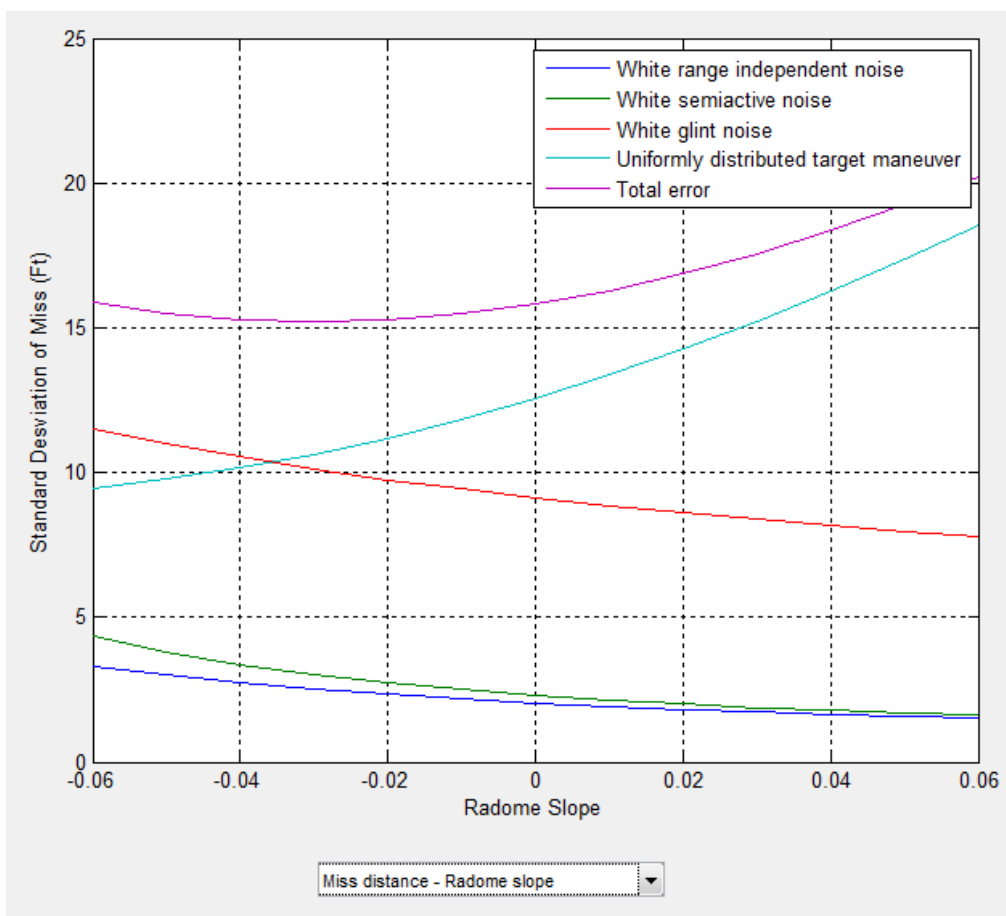


Figura 3.4.11. Desviación estándar de la miss distance respecto a la pendiente de radomo

Para acabar, en la **Figura 3.4.12.** se puede observar la ventana de la aplicación "Adjoint_Homing_Loop.m".

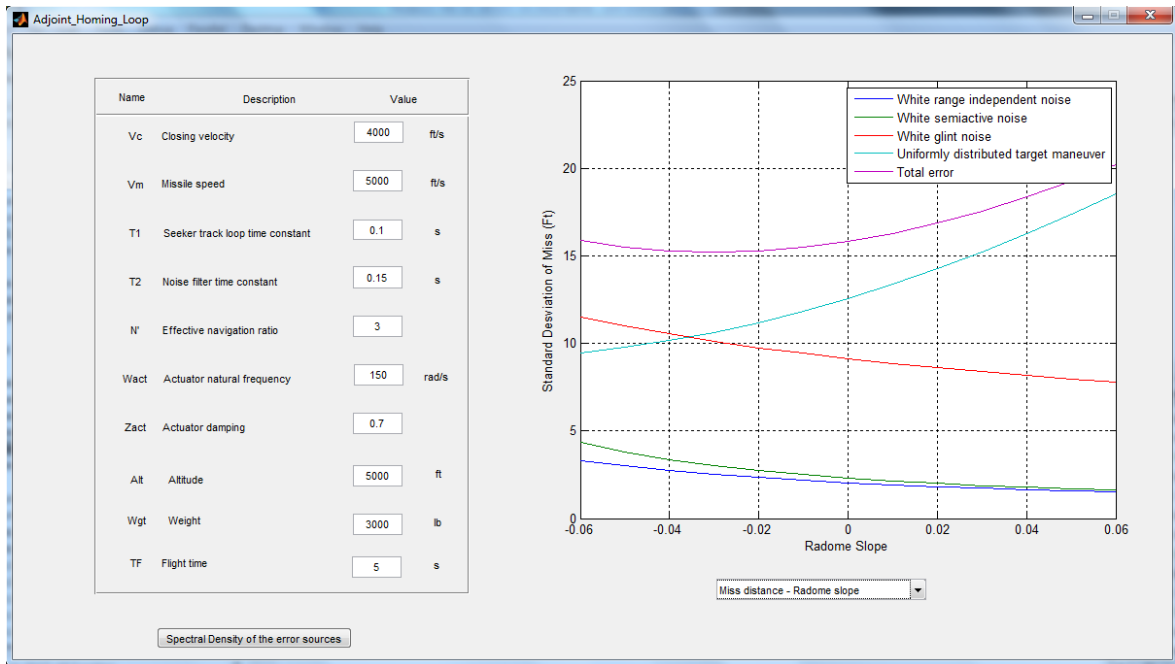


Figura 3.4.12. Interfaz de “Adjoint_Homing_Loop.m”

3.5. Resumen

Para facilitar la comprensión de todos los programas anteriormente explicados, en la **Figura 3.5.1.** se facilita un mapa conceptual relacionando y explicando brevemente las funciones e interfaces implicadas en la aplicación.

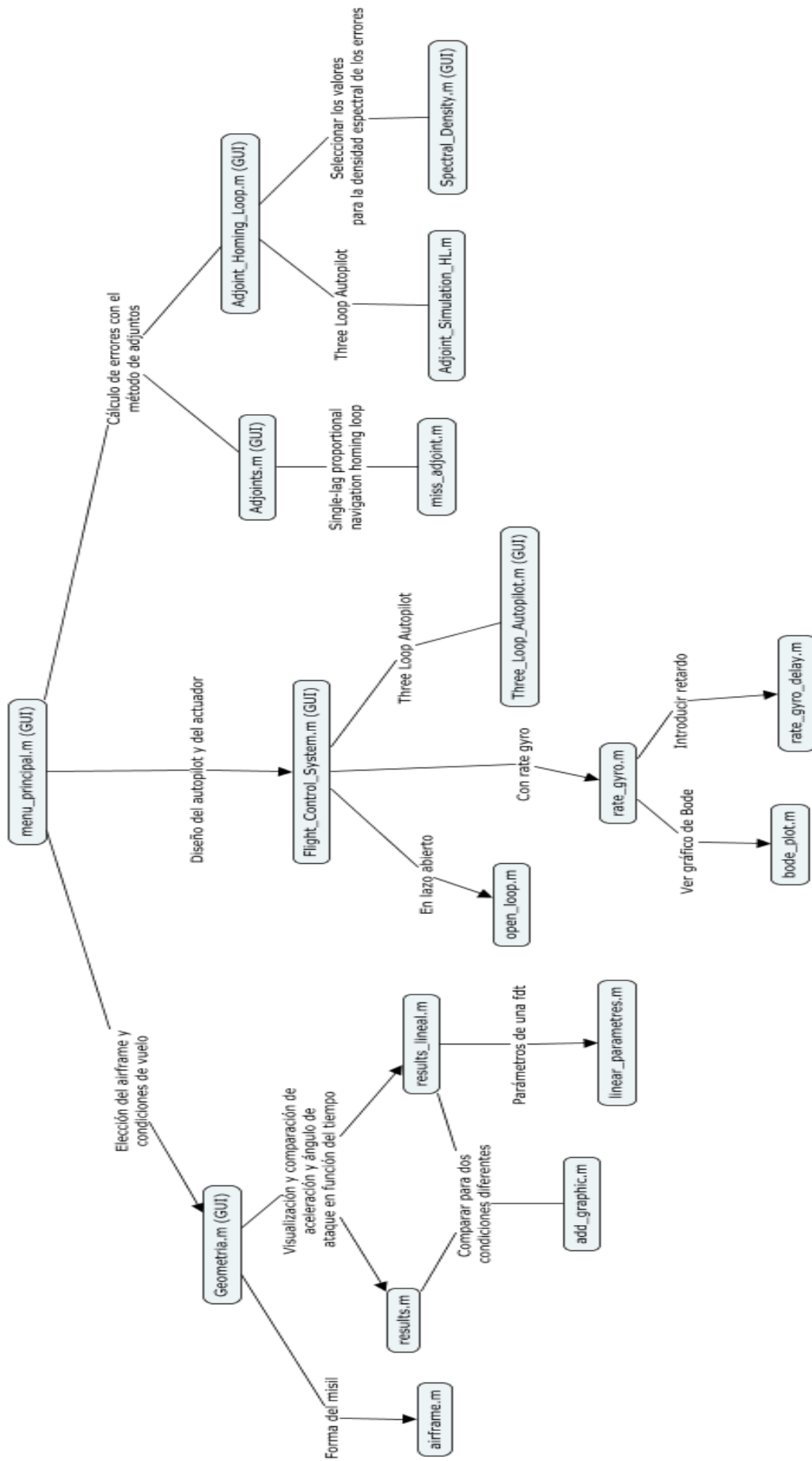


Figura 3.5.1. Mapa conceptual con todos los programas de la aplicación

Capítulo 4: Caso de aplicación

4.1. Planteamiento	80
4.2. Desarrollo	81
4.2.1. Modelado del almacón	81
4.2.2. Diseño del sistema de control de vuelo	89
4.2.3. Método de adjuntos.....	100

4.1. Planteamiento

Para probar la utilidad del software realizado se propone el siguiente caso práctico. Se tomará como objeto de estudio el misil soviético Bisnovat R-40, el misil aire-aire más grande del mundo en producción y uso (ver **Figura 4.1.1.**).



Figura 4.1.1. Un misil Bisnovat R-40

Se trata de un misil de 1000 lb de peso, cuya velocidad de operación se encuentra alrededor de los 5000 pies por segundo, y que puede volar a unas grandes alturas. Supondremos que su geometría se puede aproximar a la forma planteada en el programa realizado con MATLAB y que se controla por cola.

Datos geométricos:

- Longitud, 20 pies.
- Diámetro, 1 pies.
- Cuerda de la cola en la raíz, 9 pies.
- Cuerda de la cola en la punta, 1 pie.
- Envergadura de la cola, 4.75 pies. (Altura de cada ala de la cola, $[4,75-1]/2=1.875$ pies).
- Longitud del morro, 3 pies.
- Cuerda de las alas en la raíz, 1 pie.
- Cuerda de las alas en la punta, 0.1 pies.
- Altura de las alas, 1 pie.

Además, las alas se encuentran a un tercio de la longitud total teniendo como origen la punta del misil donde está el morro.

Al tratarse de un misil de gran variedad de actuación debido a su velocidad, se propone el estudio de cómo afecta la altitud al sistema de guiado, tomando como valores de altitud 10.000 y 50.000 pies.

4.2. Desarrollo

4.2.1. Modelado del armazón

En primer lugar damos las dimensiones al misil con los datos que tenemos (**Figura 4.2.1.**). También introducimos los valores de peso y velocidad proporcionados así como una *fin deflection* de, por ejemplo, 5 grados.

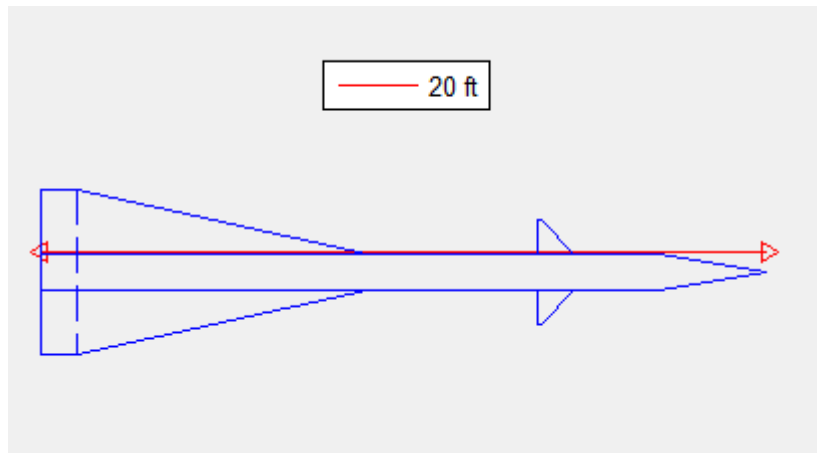


Figura 4.2.1. Modelado del armazón del misil

En la **Figura 4.2.2.** y **Figura 4.2.3.** se muestran la evolución temporal del ángulo de ataque y la de la aceleración, respectivamente, utilizando el método no lineal para las dos alturas propuestas.

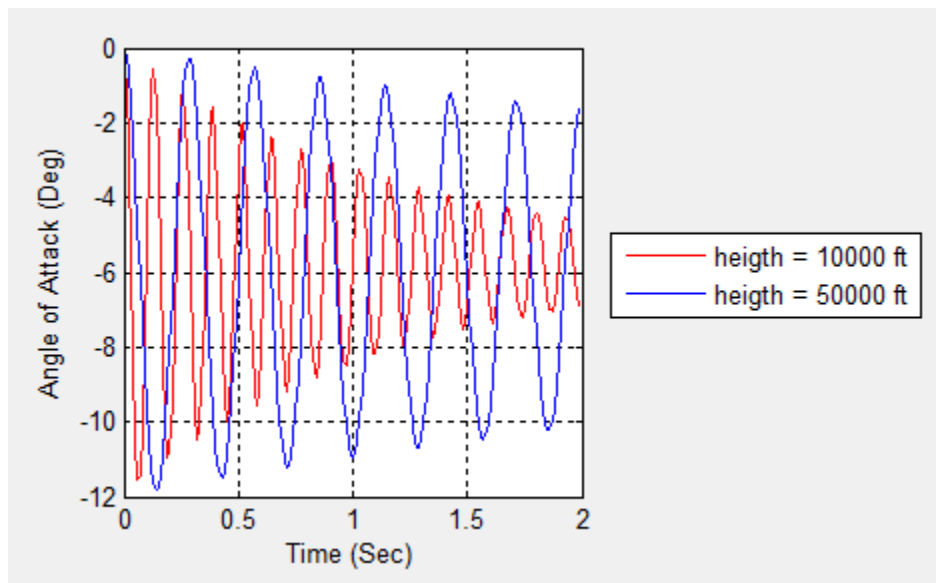


Figura 4.2.2. Ángulo de ataque a 10000 pies y 50000 pies de altura

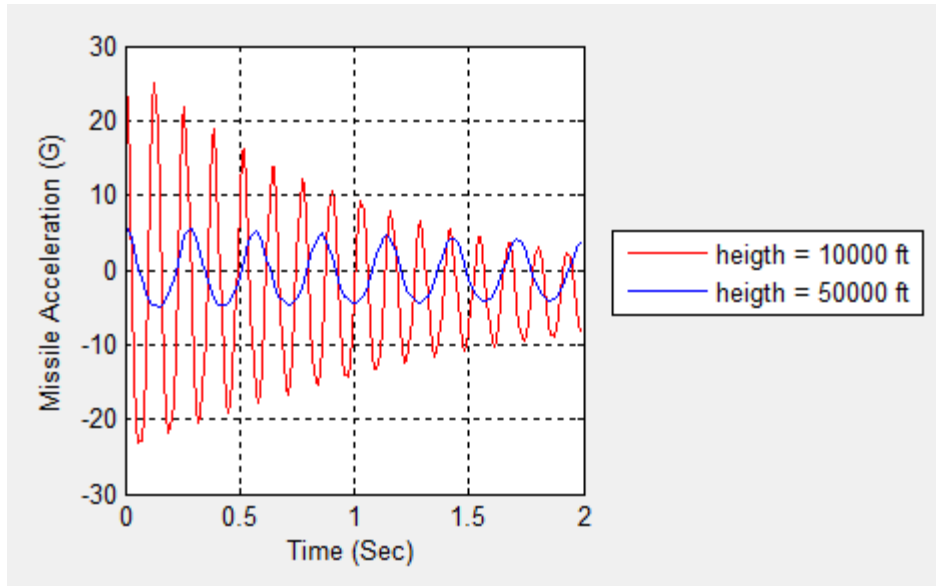


Figura 4.2.3. Aceleración del misil a 10000 pies y 50000 pies de altura

Con respecto al ángulo de ataque, vemos que cuanto mayor es la altura mayor será el ángulo de ataque que provoca una *fin deflection* específica. El diseñador debe tener especial cuidado con los valores transitorios altos del ángulo de ataque porque pueden provocar una catástrofe durante el vuelo. En este caso, es fácil observar que a mayor altura las oscilaciones son más amplias aunque tiene una menor frecuencia.

Referente a la aceleración, a mayores altitudes es menor la capacidad de aceleración del misil. A 10000 pies, la aceleración alcanzará un estado estacionario alrededor de los -4 ges (**Figura 4.2.4.**), mientras que a 50000 pies podemos deducir que será cercano a los 0 ges (**Figura 4.2.5.**) aunque a esta altura la amortiguación del armazón es extremadamente baja, lo que compromete la estabilidad en el tiempo de operación.

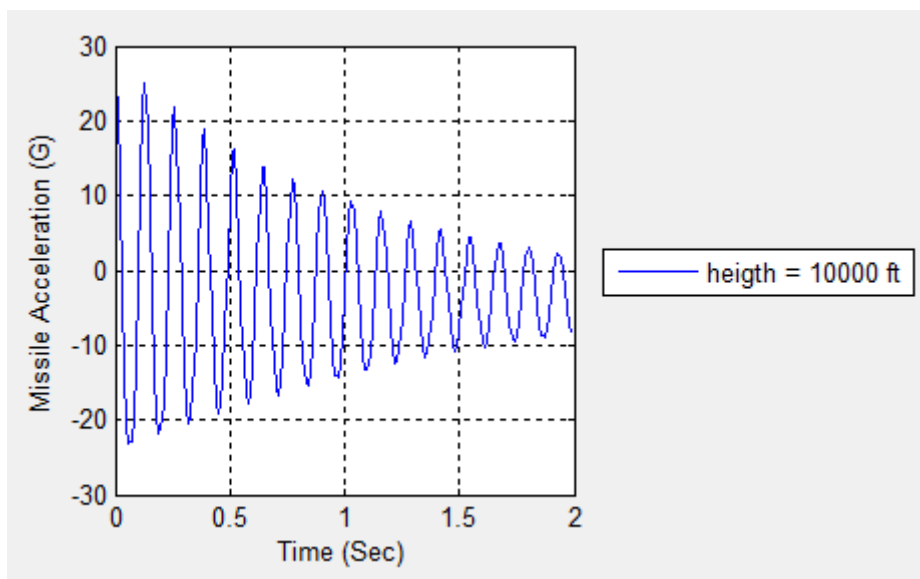


Figura 4.2.4. Aceleración del misil a 10000 pies de altura

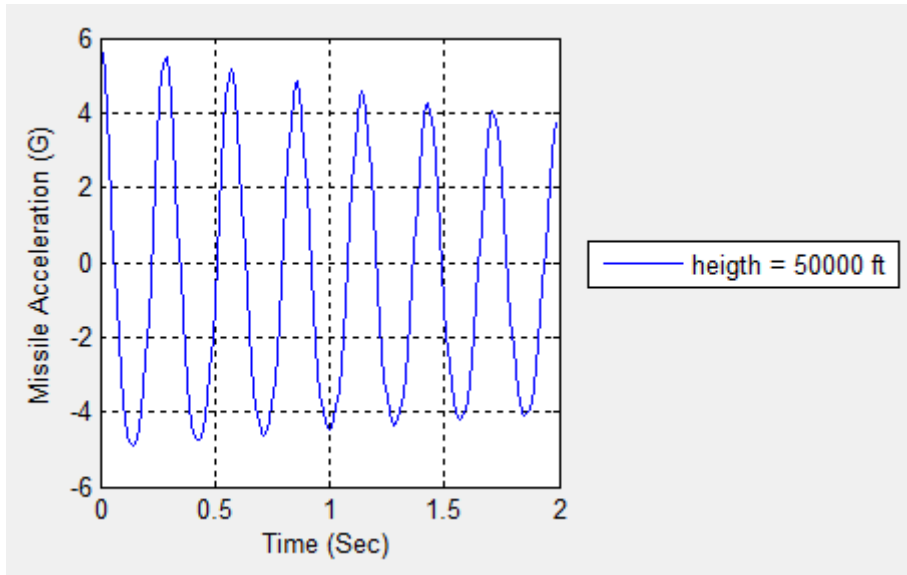


Figura 4.2.5. Aceleración del misil a 50000 pies de altura

Con el modelo lineal, la tendencia se cumple para ambas altitudes (**Figura 4.2.6.** y **Figura 4.2.7.**), aunque la amplitud de las oscilaciones son algo menores y están algo desplazadas a la derecha. Estas variaciones no tienen apenas importancia a la hora de realizar la misión.

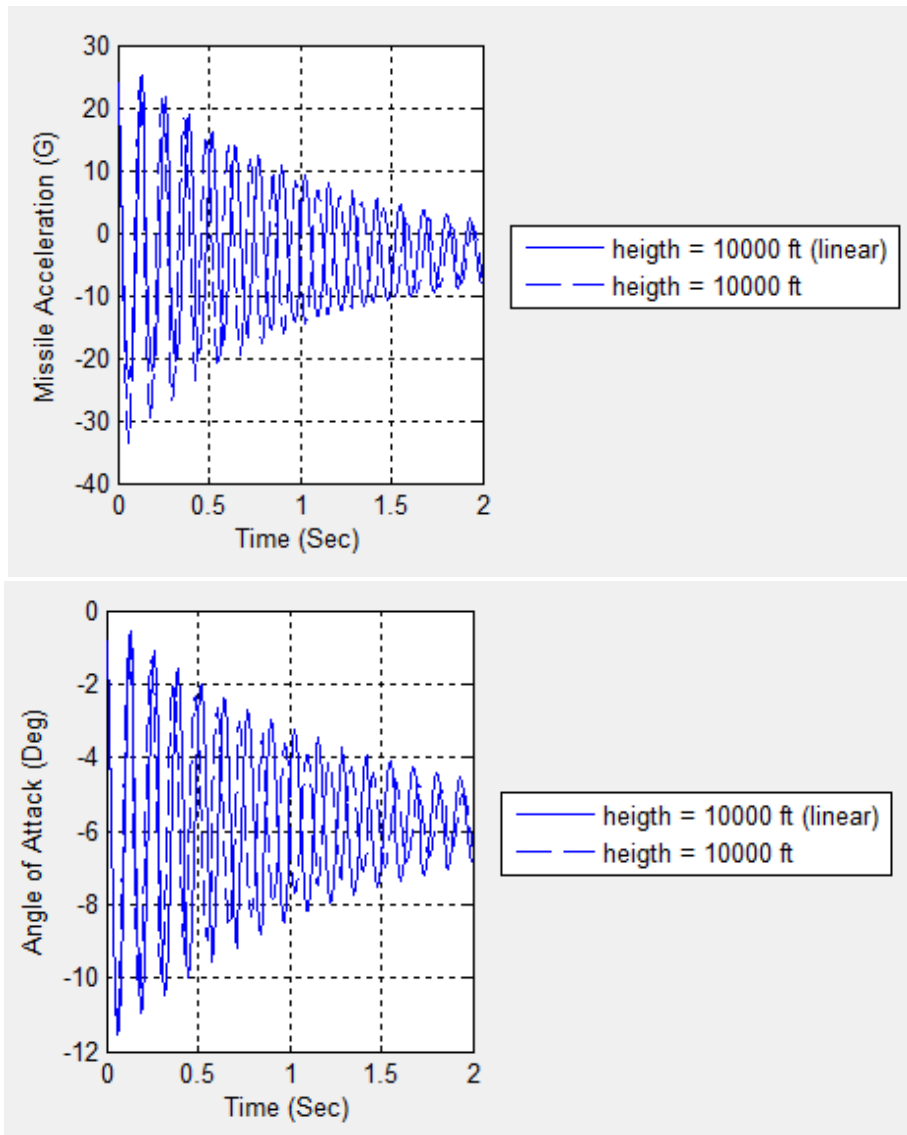


Figura 4.2.6. Aceleración y ángulo de ataque del misil a 10000 pies calculados con el método lineal y el no lineal

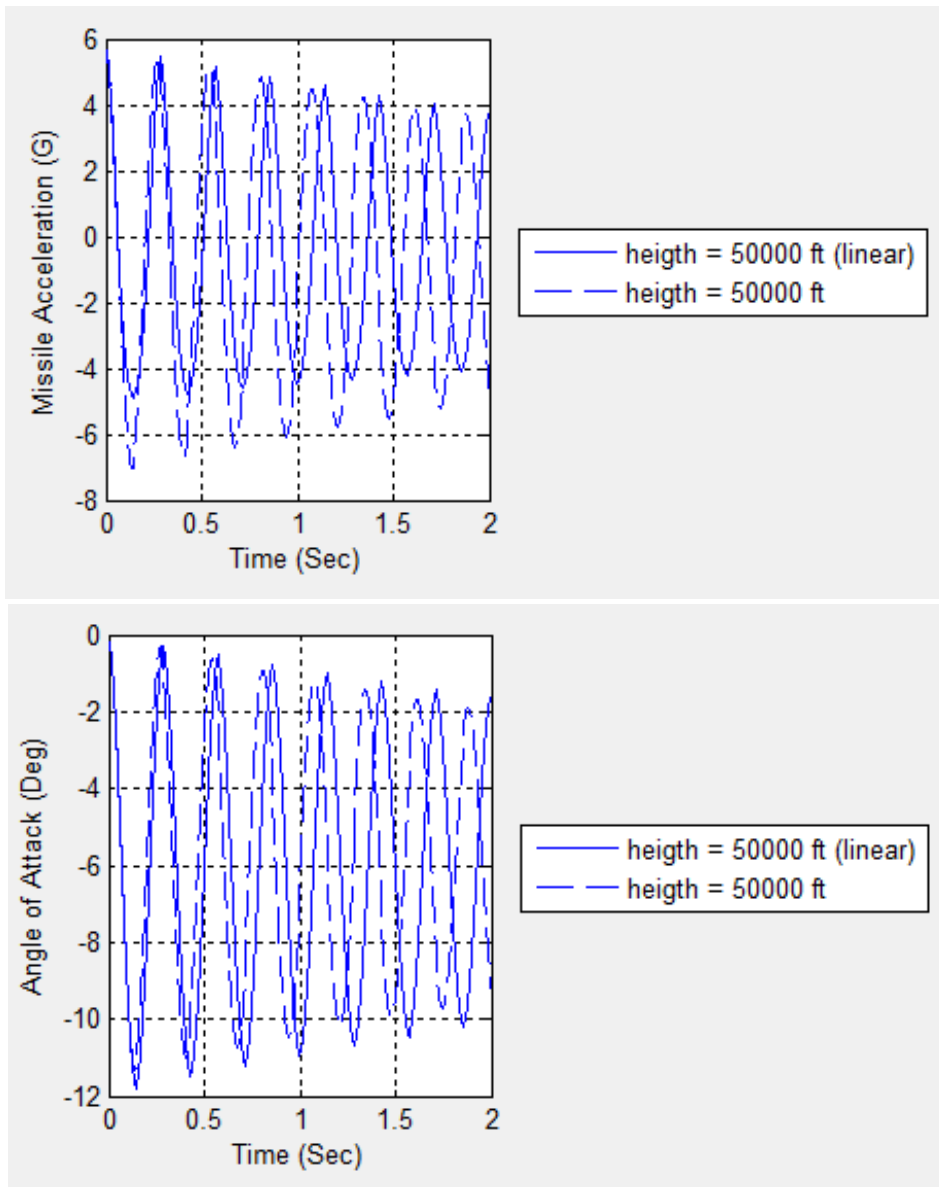


Figura 4.2.7. Aceleración y ángulo de ataque del misil a 50000 pies calculados con el método lineal y el no lineal

Como a partir de ahora se va a emplear el método lineal para el diseño del sistema de control de vuelo, sería interesante estudiar los efectos de la altura en varios parámetros importante del armazón. En la **Figura 4.2.8.** se muestran las gráficas de la frecuencia natural del armazón y de M_δ , en la **Figura 4.2.9.** se grafica la amortiguación del armazón y la constante de tiempo del índice de giro T_α , en la **Figura 4.2.10.** tenemos M_α y la frecuencia cero del armazón, por último, en la **Figura 4.2.11.** observamos la evolución de la ganancia de la aceleración aerodinámica K_1 . Añadir que todos estos parámetros se estudian para la velocidad del misil fijada.

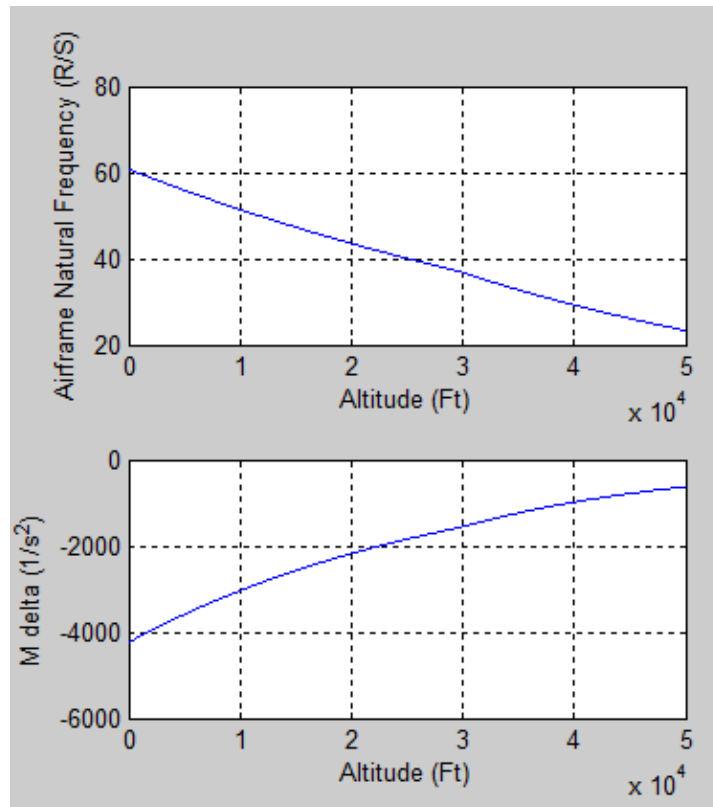


Figura 4.2.8. Frecuencia natural del armazón y M_δ con respecto a la altitud

Se observa que la frecuencia natural del armazón disminuye con el aumento de la altura. Siendo la constante de tiempo del armazón la inversa de la frecuencia natural, vemos que se trata de un número que proporciona en la mayoría de los casos una gran velocidad de respuesta.

Grandes valores en módulo de M_δ hacen difícil elegir los actuadores que funcionarán con el sistema de control de vuelo. Por lo que es importante limitar el tamaño del valor de este parámetro. La magnitud de esta variable disminuye conforme lo hace la altura.

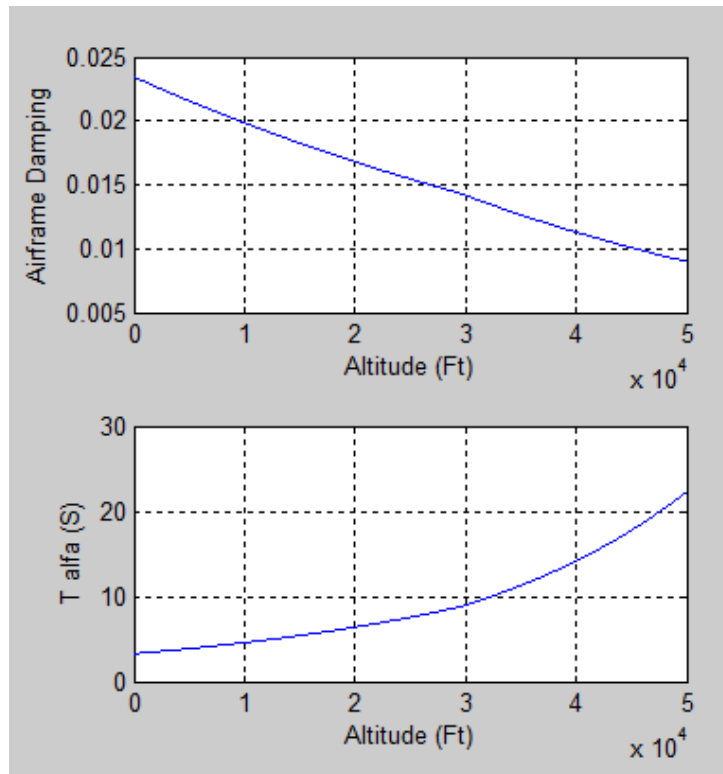


Figura 4.2.9. Amortiguamiento del armazón y T_{α} con respecto a la altitud

Como hemos visto con la evolución del ángulo de ataque y de la aceleración, el amortiguamiento disminuye con la altura. Además, para 10000 y para 50000 pies el amortiguamiento es demasiado bajo (0.02 y 0.009 respectivamente). Esto no es satisfactorio para la actuación general del sistema y es por eso que será necesario un sistema de control de vuelo para incrementar el bajo amortiguamiento del armazón.

La constante de tiempo del índice de giro aumenta conforme lo hace la altura. Este parámetro va ligado con los problemas de estabilidad del radomo. Cuanto mayor es la constante de tiempo del índice de giro más pequeño deberá ser el valor de la pendiente de radomo.

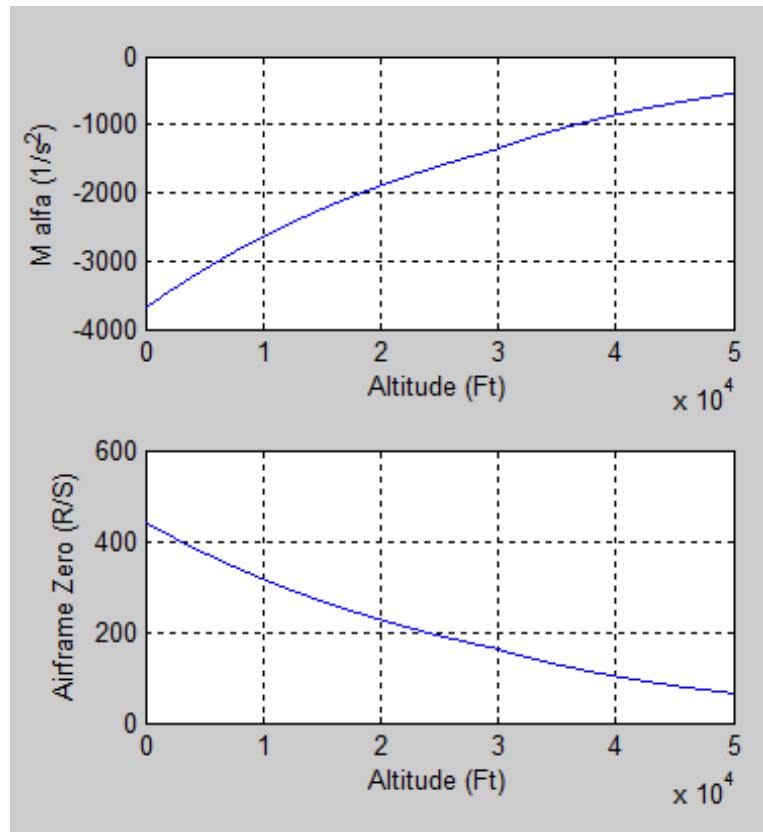


Figura 4.2.10. Frecuencia cero del armazón y M_α con respecto a la altitud

M_α es un parámetro muy importante. Si tiene un valor positivo indica que el armazón es inestable. Para ninguna de las dos alturas propuestas sucede que este valor sea positivo, y su magnitud disminuye cuando la altitud aumenta.

Vemos que la frecuencia cero disminuye cuando la altitud aumenta. Valores pequeños de este parámetro causan efectos a evitar en la cola. Por suerte, en nuestro caso, aún a 50000 pies de altura tenemos un valor lo suficientemente alto.

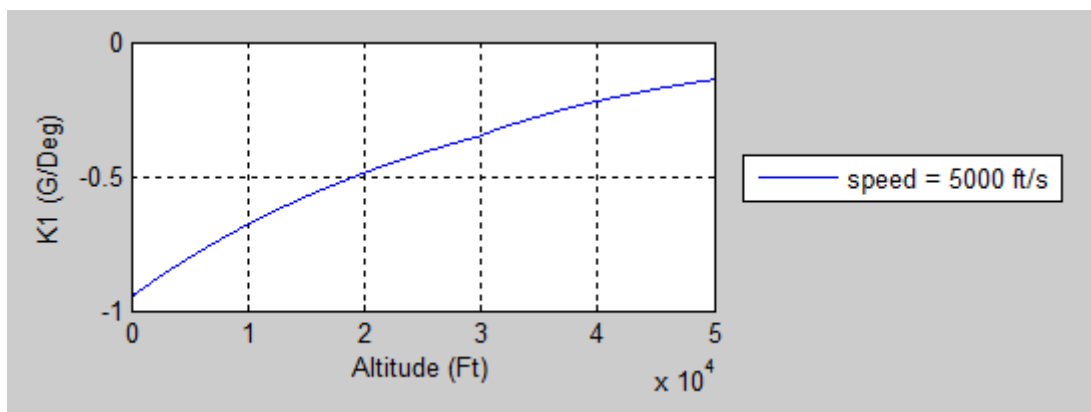


Figura 4.2.11. Ganancia de la aceleración aerodinámica K_1 con respecto a la altitud

La ganancia de la aceleración aerodinámica explica cuánta aceleración en estado estacionario se podrá alcanzar para una *fin deflection* dada. La magnitud de esta ganancia se hace más

pequeña conforme la altura aumenta. Los resultados referentes a la aceleración del misil estudiados anteriormente confirman esto.

Ahora, el estudio puede pasar a centrarse en el sistema de control de vuelo (ya hemos visto que es necesario por el bajo amortiguamiento del armazón).

4.2.2. Diseño del sistema de control de vuelo

En primer lugar veremos la respuesta del sistema de control de vuelo en lazo abierto. Una vez introducidos la velocidad y el peso del misil, en la **Figura 4.2.12**. se puede ver la respuesta de este modelo a una aceleración de 10 g para las dos alturas.

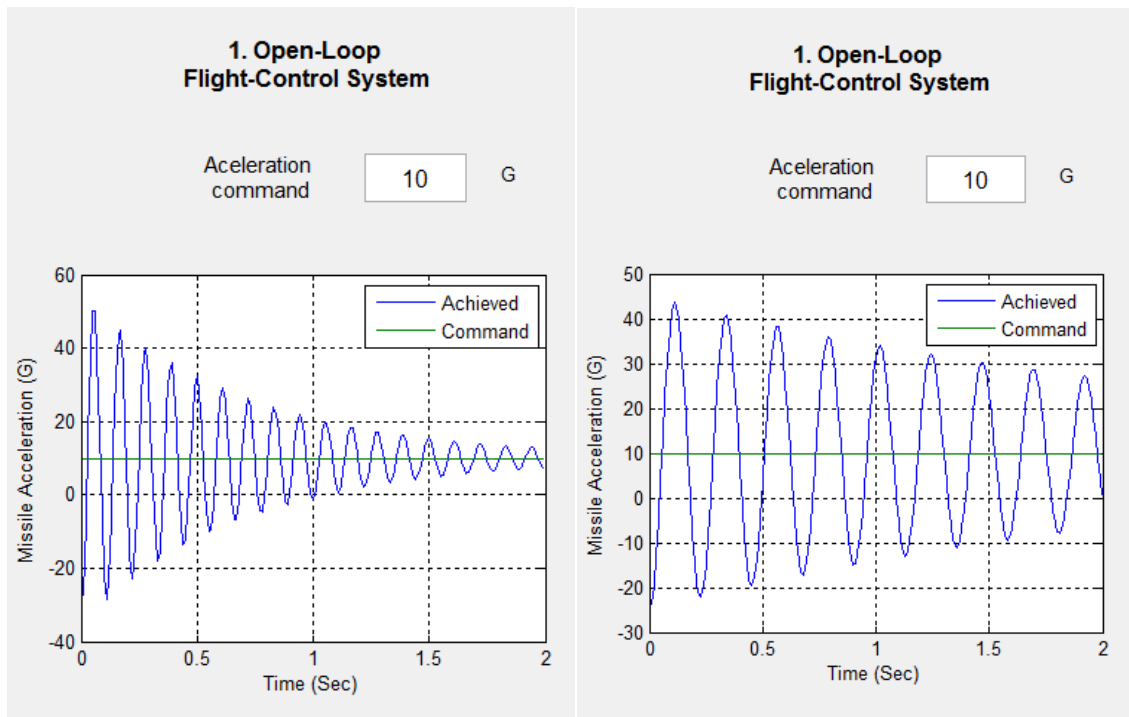


Figura 4.2.13. Respuesta del sistema de control de vuelo en lazo abierto a 10000 pies (izquierda) y a 50000 pies (derecha)

Podemos observar que a mayor altura, la amortiguación disminuye al igual que la frecuencia natural, como ya hemos visto anteriormente en el caso del armazón sin sistema de control de vuelo. Por lo que este tipo de sistema sólo nos sirve para asegurar que la aceleración comandada coincide con la aceleración alcanzada en el estado estacionario.

Ahora pasamos a analizar el sistema de control de vuelo con *rate gyro*. La elección de la ganancia del autopiloto es primordial para conseguir un amortiguamiento válido. Escogeremos los valores más típicos para el actuador, esto es una amortiguación de 0.7 y una frecuencia natural de 150 radianes por segundo.

Primero, probaremos una ganancia de 0.01. En la **Figura 4.2.14**. podemos ver la respuesta del sistema con *rate gyro* para las dos alturas.

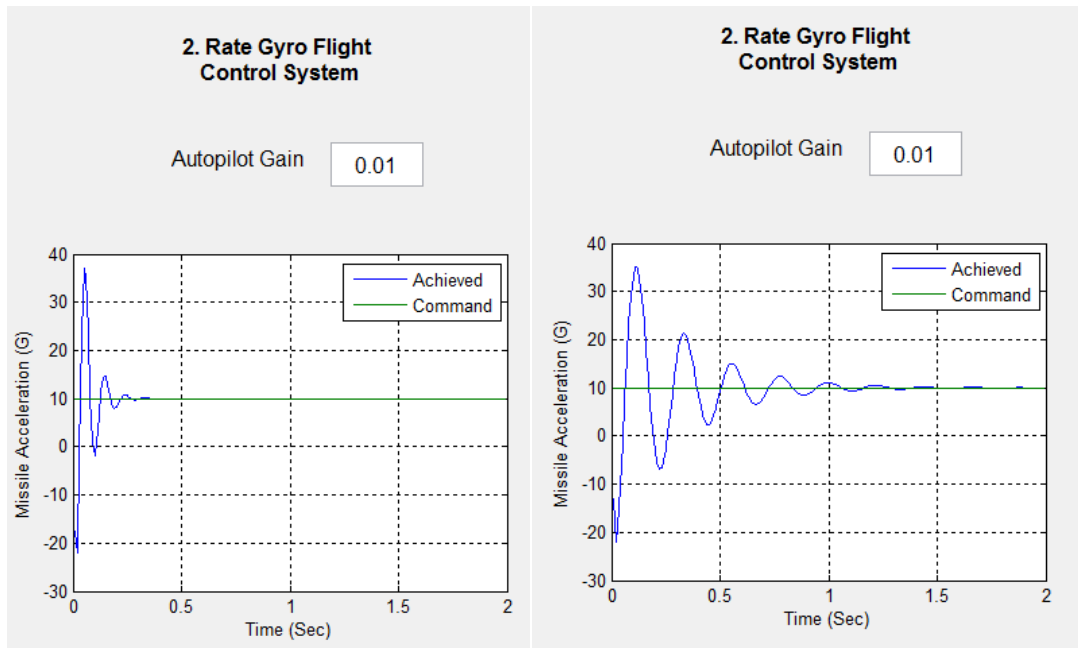


Figura 4.2.14. Respuesta del sistema de control de vuelo con rate gyro a 10000 pies (izquierda) y para 50000 pies (derecha) para una ganancia de 0.01

Para esta ganancia del autopiloto, vemos que el estado transitorio es más duradero a 50000 pies que a 10000. Aunque ambos acaban estabilizándose en el punto deseado, sigue sin ser del todo satisfactorio debido a las oscilaciones.

A continuación se muestran los diagramas de Bode cuando el lazo está roto para ambas alturas (**Figura 4.2.15.** y **Figura 4.2.16.**).

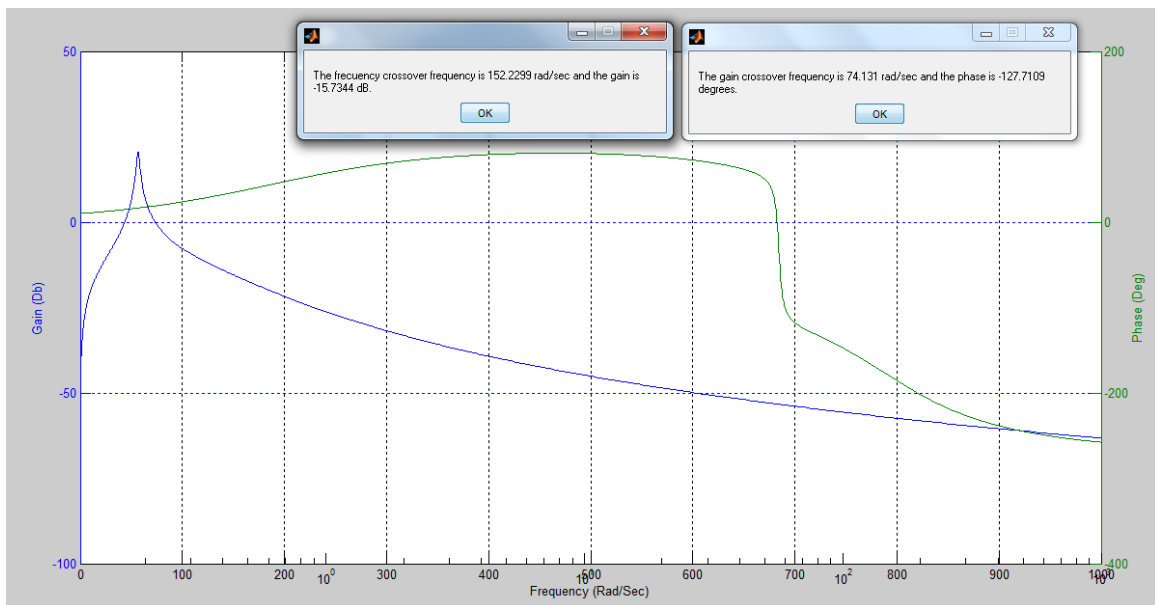


Figura 4.2.15. Diagrama de Bode y frecuencias crossover para una altura de 10000 pies y ganancia 0.01

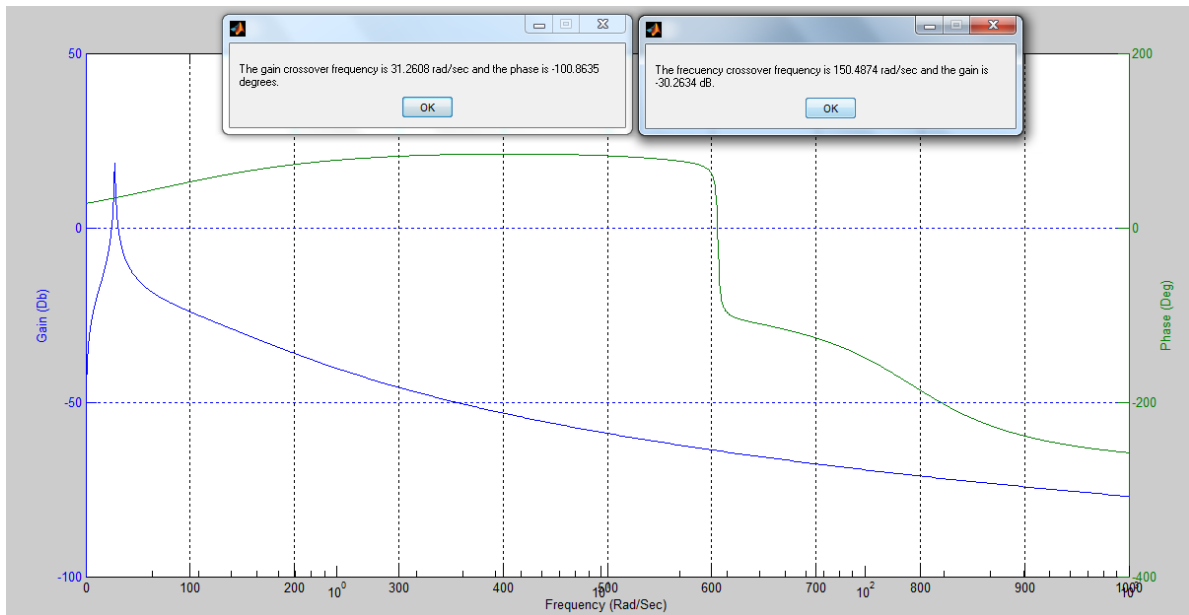


Figura 4.2.16. Diagrama de Bode y frecuencias crossover para una altura de 50000 pies y ganancia 0.01

Observamos en ambos casos que la ganancia alcanza un pico debido a la baja amortiguación del armazón, y posteriormente es atenuada debido a la dinámica del actuador. Del diagrama de Bode podemos extraer algunas conclusiones:

→ A 10000 pies. Para la frecuencia *crossover* de la ganancia (74.1 rad/s), la fase es de -127.7 grados. Como el margen de fase representa la salida de fase desde -180 grados, el margen de fase es de $180 - 127.7 = 52.3$ grados. A frecuencia *crossover* de la fase (152.2 rad/s), la ganancia es -15.7 dB. Como el margen de ganancia representa la salida de ganancia desde 0 dB, el margen de ganancia será de 15.7 dB.

→ A 50000 pies. La fase es de -100.9 grados en frecuencia *crossover* de la ganancia (31.3 rad/s), por lo que su margen de fase será 79.1 grados. Mientras que la ganancia es de -30.3 dB en la frecuencia *crossover* de la fase (150.5 rad/s), por lo que el margen de ganancia será de 30.3 dB.

Si la fase del sistema se disminuye por debajo del margen de fase el sistema será inestable y oscilará a la frecuencia *crossover* de la ganancia. Si la ganancia del sistema aumenta por encima del margen de ganancia, el sistema también será inestable y oscilará a la frecuencia *crossover* de la fase.

También se puede ver la reacción del sistema ante la entrada de un retardo. En la **Figura 4.2.17.** se muestra la evolución de la aceleración alcanzada a lo largo de 1 segundo de vuelo introduciendo un retardo de 0.015 segundos a los 10000 pies y en la **Figura 4.2.18.** se hace lo mismo a 50000 pies.

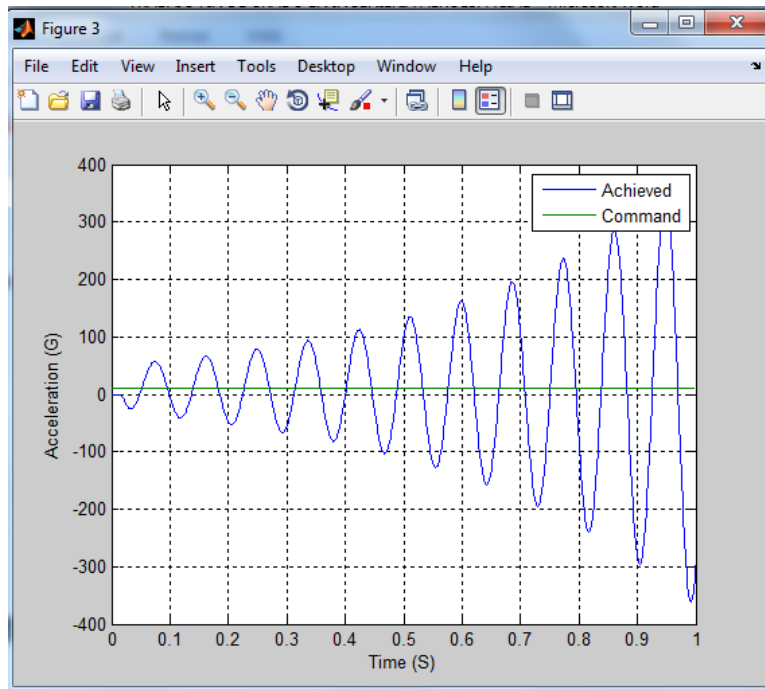


Figura 4.2.17. Respuesta del sistema de control de vuelo con rate gyro a un retardo de 0.015 segundos a 10000 pies y ganancia 0.01

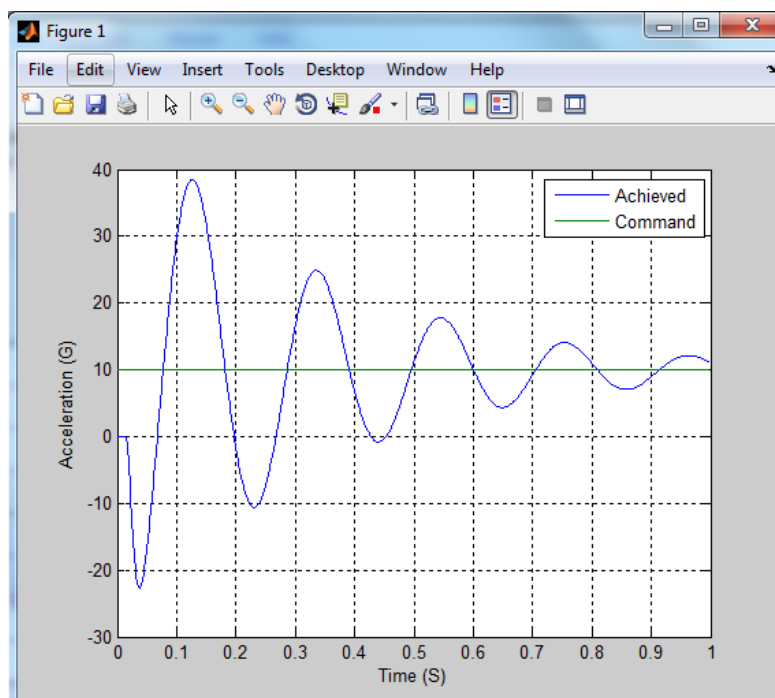


Figura 4.2.18. Respuesta del sistema de control de vuelo con rate gyro a un retardo de 0.015 segundos a 50000 pies y ganancia 0.01

El sistema de control de vuelo se vuelve inestable a 10000 pies si se introduce el retardo de 0.015 segundos. Sin embargo, en contra de lo que podríamos pensar inicialmente, a 50000 pies el sistema apenas se ve afectado ya que el único cambio perceptible es un ligero aumento en la amplitud de las oscilaciones.

Esto se debe a que la pérdida de fase que genera el retraso en cada caso es:

→ 10000 pies. La pérdida de fase es igual a la frecuencia *crossover* de la ganancia multiplicada por el valor del retraso. Es decir:

$$P\acute{e}rdida\ de\ fase = -74.1 \frac{rad}{s} * 0.015\ s = -1.1115\ rad = -63.7\ grados$$

Hemos visto antes que el margen de fase es de 52.3 grados en valor absoluto, o sea que, cualquier pérdida de fase cuya magnitud sea mayor de 52.3 grados hará inestable al sistema. Vemos que esto se cumple al ser 63.7 grados mayor que 52.3 grados.

→ 50000 pies. Veamos aquí la pérdida de fase:

$$P\acute{e}rdida\ de\ fase = -31.3 \frac{rad}{s} * 0.015\ s = -0.4695\ rad = -26.9\ grados$$

El margen de fase en este caso es de 79.1 grados. Al ser 26.9 de menor magnitud que 79.1 el sistema no se vuelve inestable.

Ahora veremos la respuesta del sistema a una ganancia del autopiloto de 0.1. En la **Figura 4.2.19** se muestra la aceleración para ambas alturas.

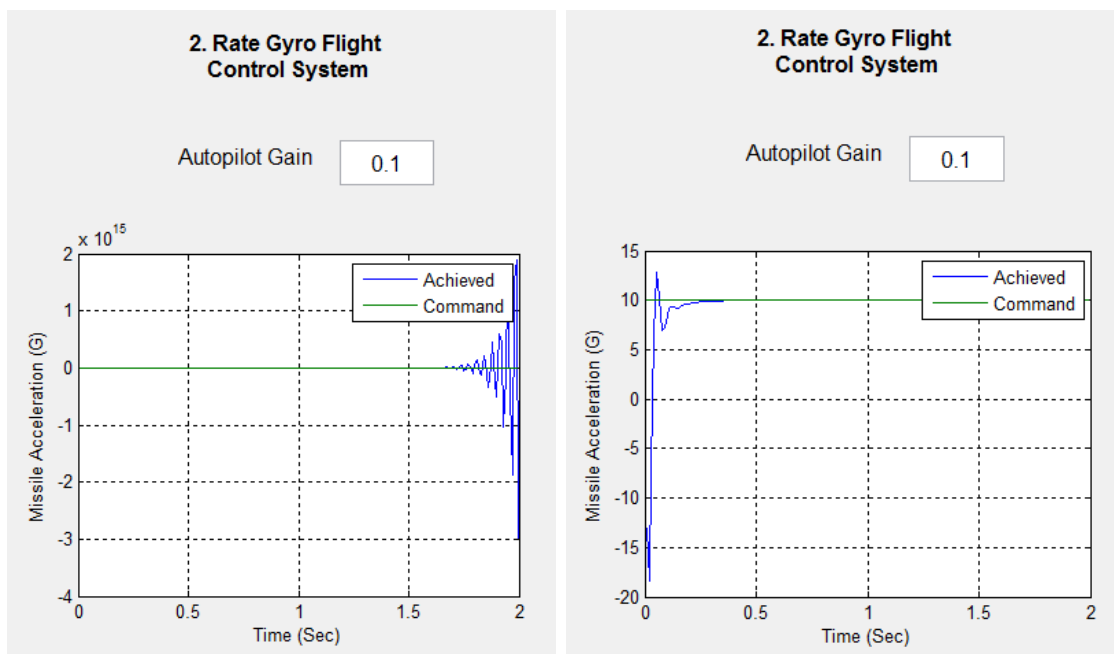


Figura 4.2.19. Respuesta del sistema de control de vuelo con rate gyro a 10000 pies (izquierda) y para 50000 pies (derecha) para una ganancia de 0.1

Al haber aumentado la ganancia de 0.01 a 0.1 vemos que los resultados obtenidos difieren totalmente de los anteriores. A 10000 pies el sistema se vuelve inestable mientras que a 50000, hay muchas menos oscilaciones antes de alcanzar el estado estacionario.

La inestabilidad en este caso se debe a la dinámica del actuador, si nos fijamos, en la respuesta a 10000 pies hay 6 picos en 0.25 segundos, lo que nos da una frecuencia de 24 Hz o lo que es lo mismo, 150 radianes por segundo (que es exactamente la frecuencia natural del actuador).

Entonces podemos ver empíricamente que la dinámica del actuador proporciona un límite superior en la ganancia del autopiloto alcanzable con el sistema de control de vuelo con *rate gyro*.

En la **Figura 4.2.20** y **Figura 4.2.21**, se muestran los diagramas de Bode para ambas alturas.

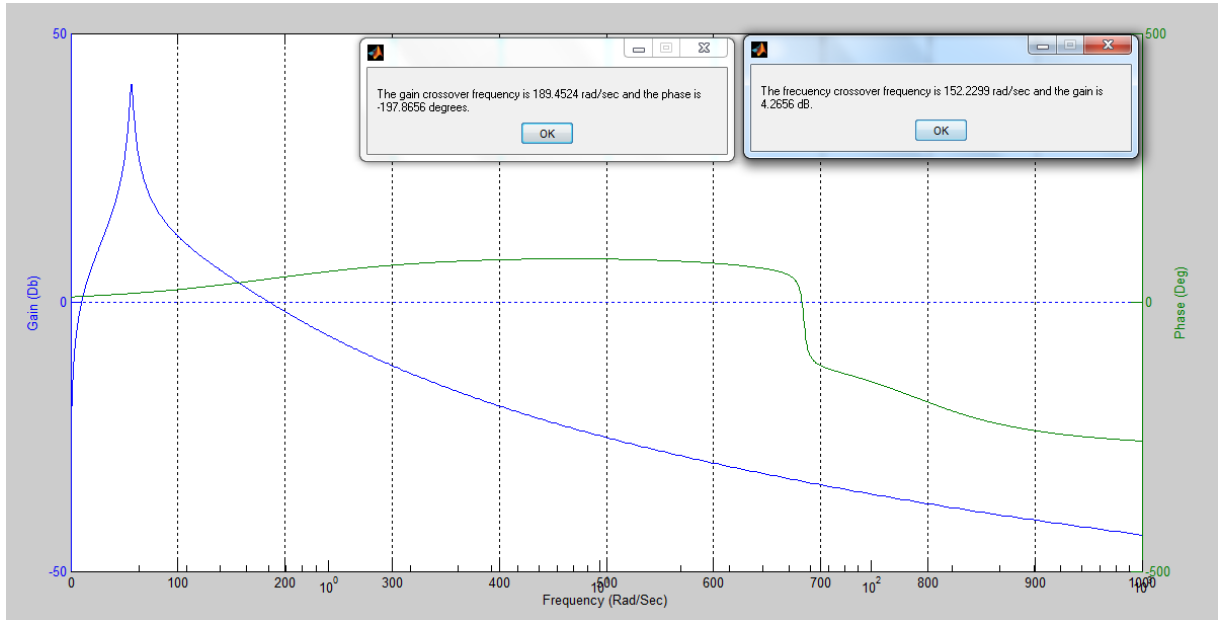


Figura 4.2.20. Diagrama de Bode y frecuencias crossover para una altura de 10000 pies y ganancia 0.1

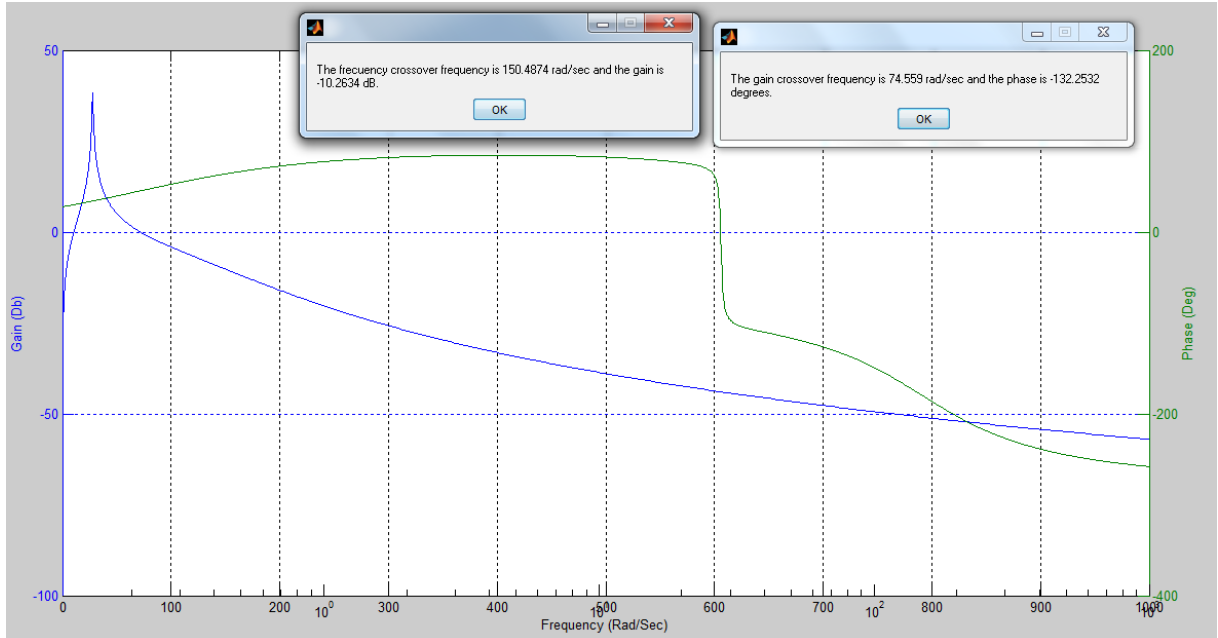


Figura 4.2.21. Diagrama de Bode y frecuencias crossover para una altura de 50000 pies y ganancia 0.1

A continuación se procede a realizar los mismos cálculos que se han hecho con el caso en que la ganancia era 0.01, así veremos cómo afecta en cada altura el cambio de ganancia.

→ A 10000 pies. Para la frecuencia *crossover* de la ganancia (189.5 rad/s), la fase es de -197.9 grados. Este valor es de mayor módulo que 180, por lo que no es posible obtener el margen de

fase. Esto tiene sentido ya que hemos visto que el sistema es inestable. A frecuencia *crossover* de la fase (152.2 rad/s), la ganancia es 4.2 dB. La ganancia es positiva cuando debería ser negativa. Otra vez, el resultado es incoherente debido a la inestabilidad del sistema.

→ A 50000 pies. La fase es de -132.3 grados en frecuencia *crossover* de la ganancia (74.6 rad/s), por lo que su margen de fase será 47.7 grados. Mientras que la ganancia es de -10.3 dB en la frecuencia *crossover* de la fase (150.5 rad/s), por lo que el margen de ganancia será de 30.3 dB.

Destacar también que las frecuencias *crossover* de la fase hemos visto que coinciden independientemente de la ganancia del autopiloto. Esto se debe a que depende de las propiedades del armazón y del actuador, pero no del *rate gyro*.

Por último, se puede ver cómo afecta el retardo de 0.015 segundos al sistema para cada altura. A 10000 pies hay poco que analizar, ya que el sistema sin retardo es inestable de por sí. Por tanto, en la **Figura 4.2.22**. encontramos la respuesta del modelo a 50000 pies.

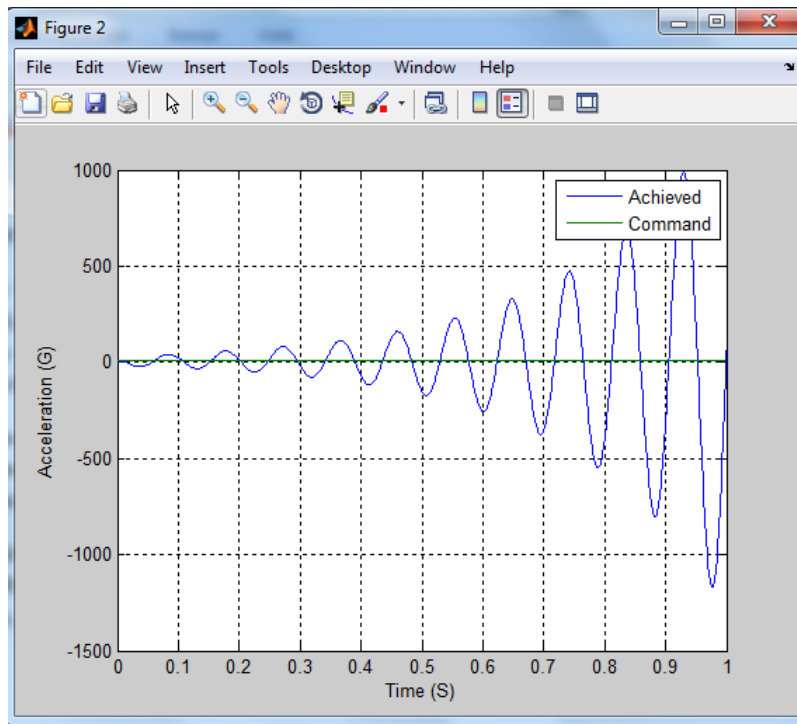


Figura 4.2.22. Respuesta del sistema de control de vuelo con rate gyro a un retardo de 0.015 segundos a 50000 pies y ganancia 0.1

Vemos que el sistema se ha vuelto inestable. La pérdida de fase en este caso será:

$$\text{Pérdida de fase} = 74.6 \frac{\text{rad}}{\text{s}} * 0.015 \text{ s} = 1.1190 \text{ rad} = 64.1 \text{ grados}$$

Como el margen de fase es de 47.7 grados en valor absoluto, y es menor que 64.1 grados, se demuestra la inestabilidad del sistema. Además, vemos en la **Figura 4.2.22**. que hay 11 picos en 1 segundo. O lo que es lo mismo, la frecuencia rondará los 11 Hz, que es igual a 70 radianes por segundo (un resultado aproximadamente igual a la frecuencia *crossover* de la ganancia, la cual es 74.6 radianes por segundo).

Finalmente, el estudio se centra en el sistema de control de vuelo con autopiloto de tres lazos, el más complejo y eficaz de los sistemas de control de vuelo.

4.2.2.1. Autopiloto de tres lazos

Seguiremos el estudio con los mismos valores para el actuador. Además se fijará una constante de tiempo de 0.3 segundos y una amortiguación de 0.3. Vamos a estudiar cómo afecta la frecuencia *crossover* de la ganancia deseada en el modelo. En la **Figura 4.2.23.** se muestra la respuesta del sistema para las dos frecuencias a una altura de 10000 pies.

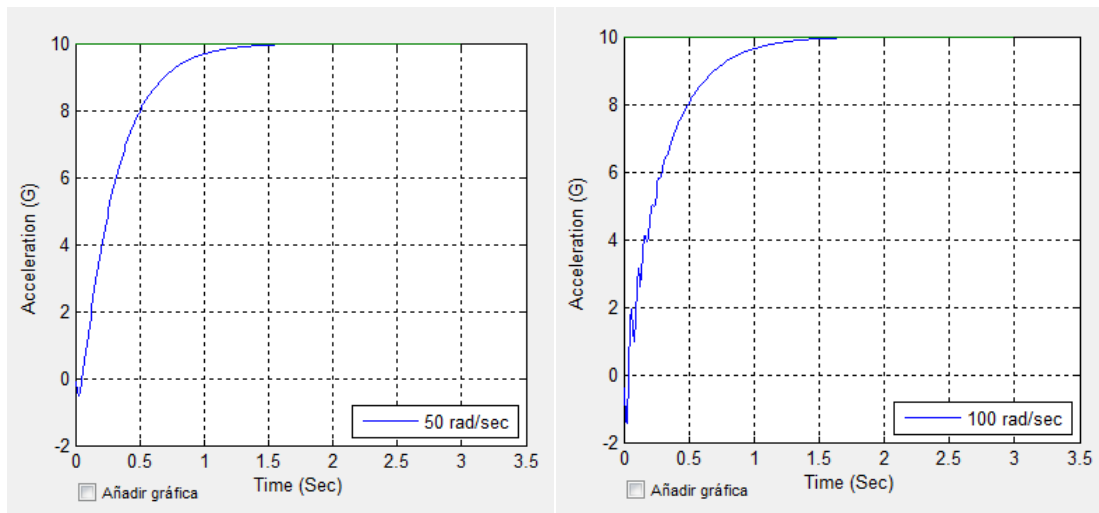


Figura 4.2.23. Respuesta del sistema de control de control de vuelo con autopiloto de tres lazos a una frecuencia *crossover* de 50 rad/s (izquierda) y de 100 rad/s (derecha) a 10000 pies

Se confirma desde el punto de vista del dominio tiempo que el sistema de control de vuelo con una mayor frecuencia *crossover* (con menor margen de estabilidad) tiene una respuesta oscilatoria. En la práctica la selección de la frecuencia *crossover* está limitada por la dinámica del actuador.

A continuación se muestran los diagramas de Bode para ambas frecuencias *crossover* de la ganancia (**Figura 4.2.24.** y **Figura 4.2.25.**).

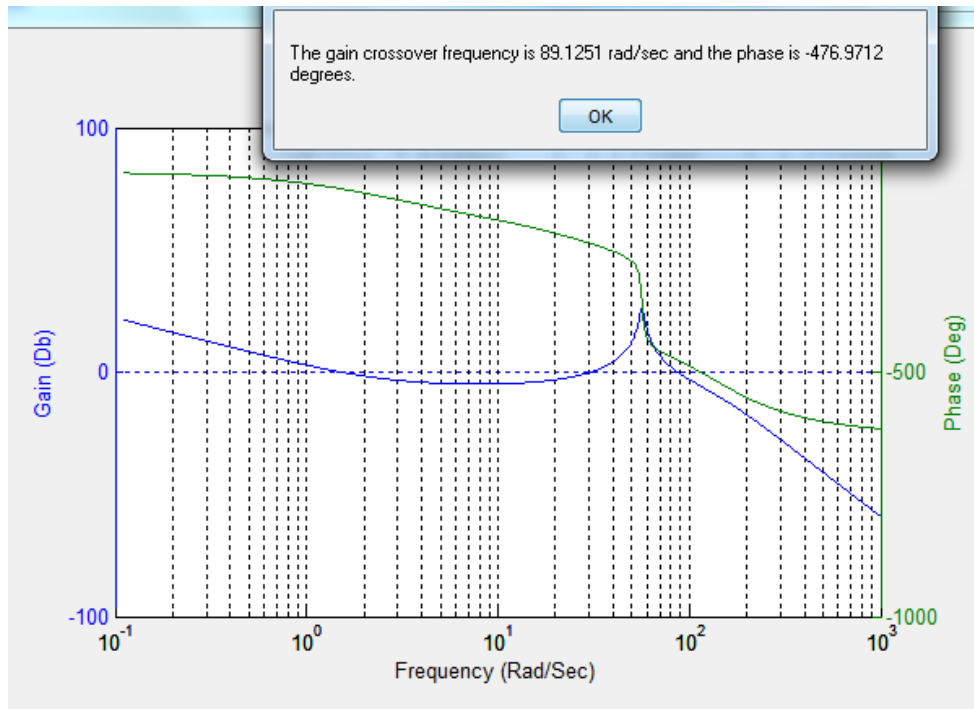


Figura 4.2.24. Diagrama de Bode y frecuencia crossover de la ganancia para una altura de 10000 pies y frecuencia *crossover* deseada de 50 rad/s

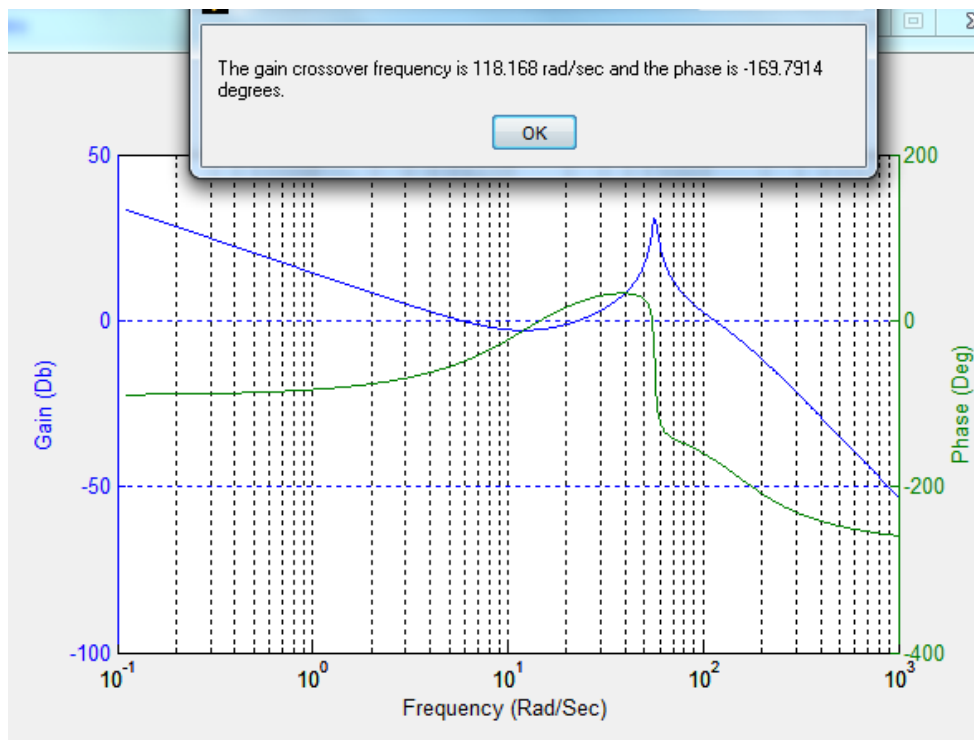


Figura 4.2.25. Diagrama de Bode y frecuencia crossover de la ganancia para una altura de 10000 pies y frecuencia *crossover* deseada de 100 rad/s

Se observan discrepancias entre la frecuencia *crossover* deseada y la realmente alcanzada. Esta diferencia es menor conforme aumenta la frecuencia. Aunque al aumentar la frecuencia deseada, disminuye el margen de estabilidad.

Podemos ver en la **Figura 4.2.26.** cómo afecta un retardo de 0.01 segundos al sistema. Sólo es destacable que este retardo no provoca inestabilidad cuando la frecuencia es de 50 radianes por segundo y sí lo hace cuando la frecuencia es de 100 radianes por segundo, debido a las razones que ya hemos explicado anteriormente.

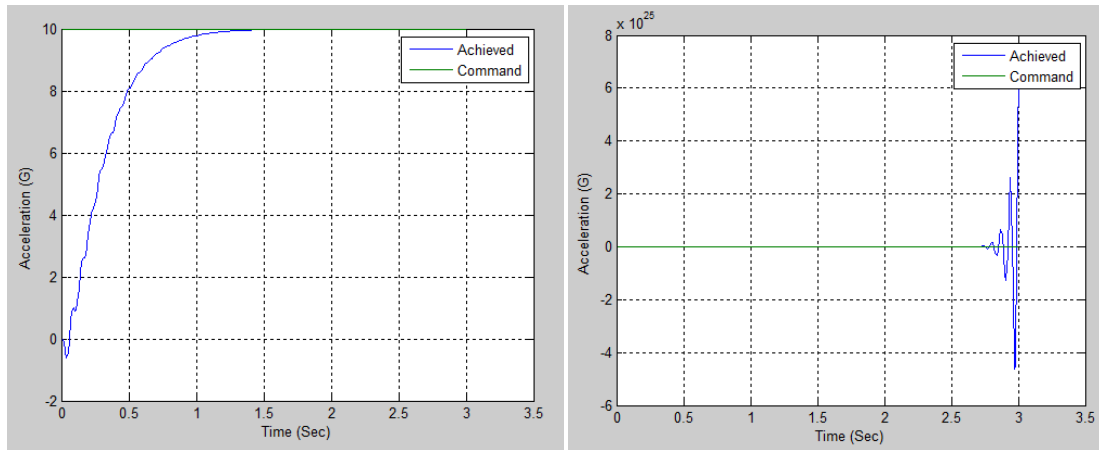


Figura 4.2.26. Respuesta del sistema de control de vuelo con autopiloto de tres lazos a 10000 pies de altura y con una frecuencia crossover de 50 rad/s (izquierda) y 100 rad/s (derecha) con un retardo de 0.01 segundos.

Ahora pasamos a hacer lo mismo a una altura de 50000 pies. En la **Figura 4.2.27.** volvemos a ver que a la mayor frecuencia *crossover* aparecen oscilaciones, y además son mayores que las oscilaciones a 10000 pies.

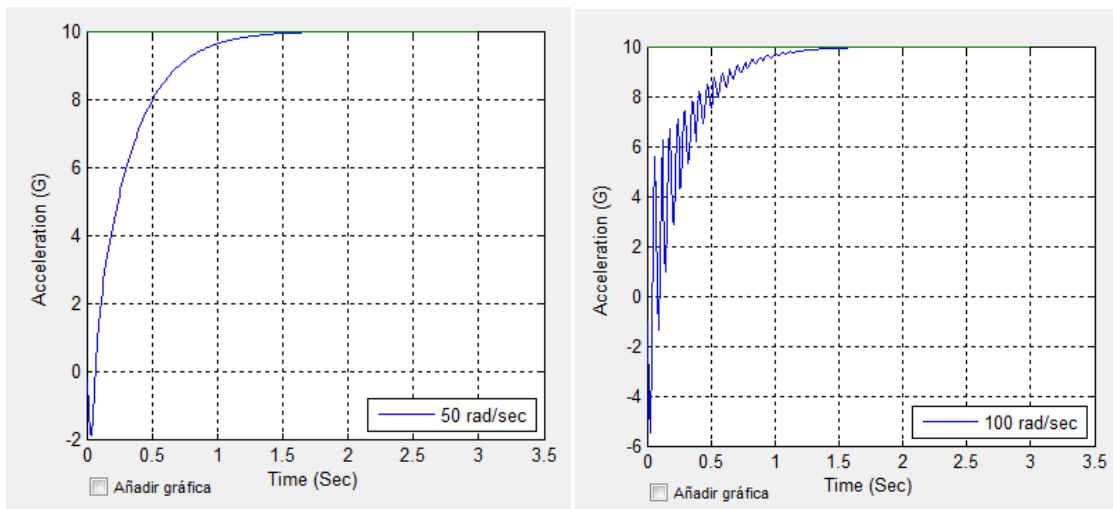


Figura 4.2.27. Respuesta del sistema de control de vuelo con autopiloto de tres lazos a una frecuencia *crossover* de 50 rad/s (izquierda) y de 100 rad/s (derecha) a 50000 pies

En la **Figura 4.2.28.** y en la **Figura 4.2.29.** vemos el diagrama de Bode para cada valor de la frecuencia *crossover* a 50000 pies. Tiene una tendencia igual que a 10000 pies de altura, sin embargo, los valores de frecuencia *crossover* de la ganancia alcanzada y deseada se asemejan más cuanto mayor es la altura.

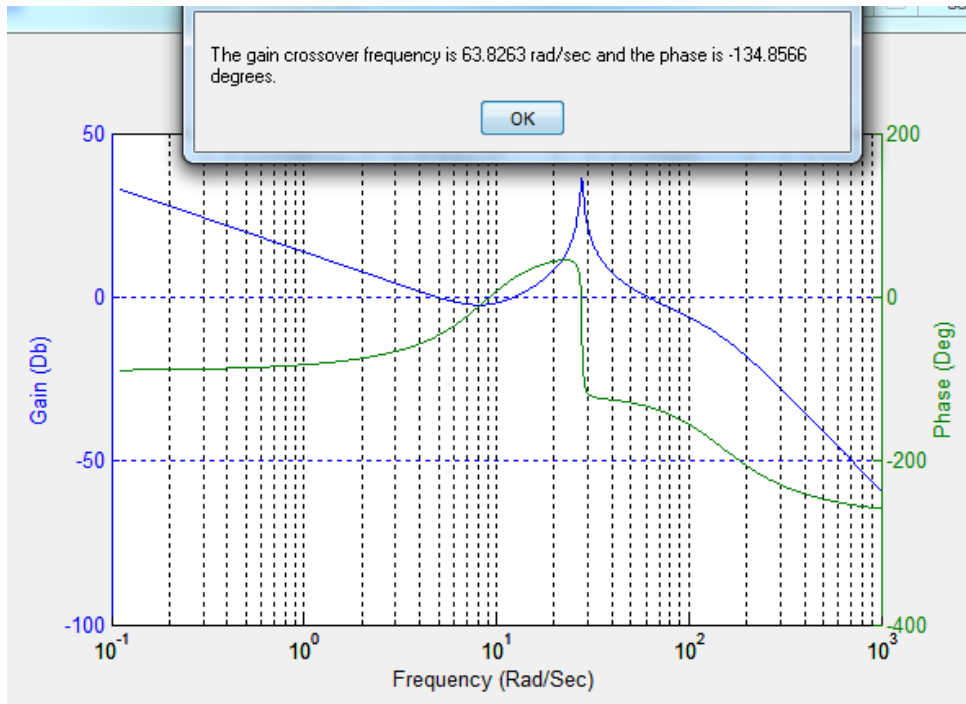


Figura 4.2.28. Diagrama de Bode y frecuencia crossover de la ganancia para una altura de 50000 pies y frecuencia *crossover* deseada de 50 rad/s

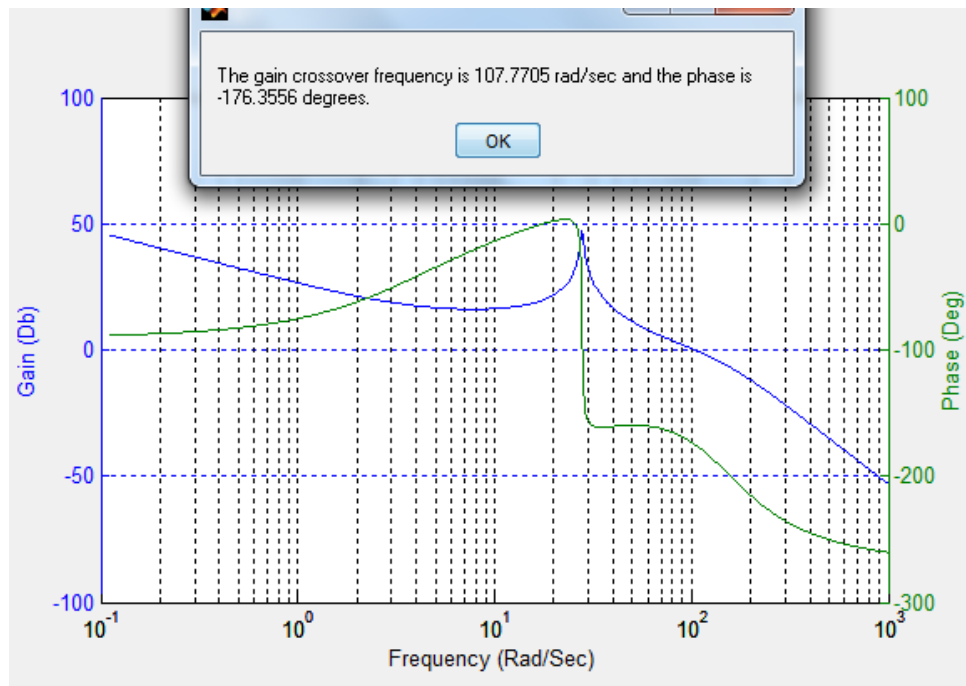


Figura 4.2.29. Diagrama de Bode y frecuencia crossover de la ganancia para una altura de 50000 pies y frecuencia *crossover* deseada de 100 rad/s

En la **Figura 4.2.30.** se muestra la respuesta del modelo ante un retardo de 0.01 segundos. Lo que ocurre es muy similar al caso a 10000 pies de altura.

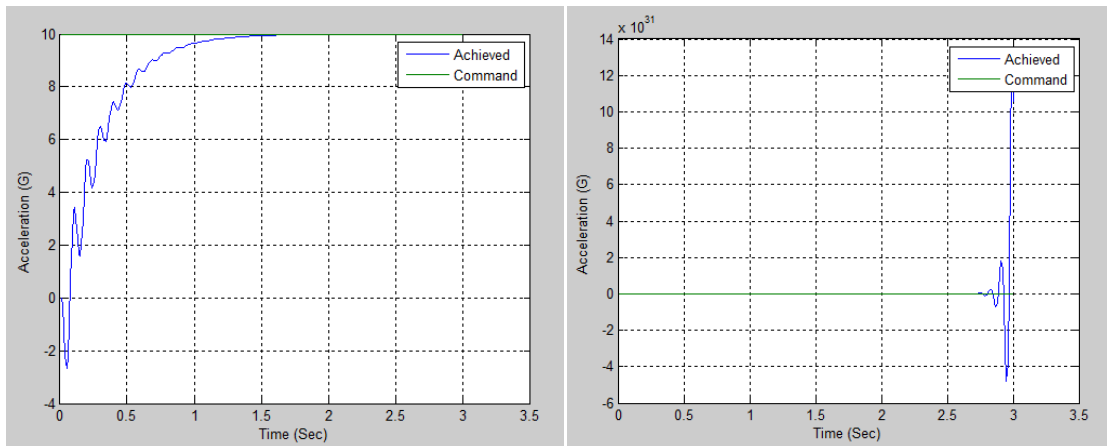


Figura 4.2.30. Respuesta del sistema de control de vuelo con autopiloto de tres lazos a 50000 pies de altura y con una frecuencia crossover de 50 rad/s (izquierda) y 100 rad/s (derecha) con un retardo de 0.01 segundos.

Finalmente, podemos concluir que no es tarea sencilla para el diseñador el encontrar el mejor equilibrio posible entre la ausencia de oscilaciones y la similitud entre la frecuencia *crossover* de diseño y la real. La ausencia de oscilaciones es importante por razones obvias, y una adecuada frecuencia *crossover* es necesaria para que el sistema no se vuelva inestable ante los posibles retardos (recordemos que a mayor frecuencia *crossover*, menor margen de estabilidad).

4.2.3. Método de adjuntos

La última parte del estudio se centra en el sistema de control de vuelo con autopiloto de tres lazos utilizando el método de adjuntos. No se mostrará el ejemplo del *homing loop* por navegación proporcional con un único retraso porque en este modelo no se contempla como valor de entrada la altura de operación.

En primer lugar tendremos que especificar parámetros de entrada adicionales al peso, velocidad del misil y altura, dándoles unos valores razonables:

- ➔ Velocidad de aproximación al objetivo, 4000 pies por segundo.
- ➔ Constante de tiempo *seeker track loop*, 0.1 segundos.
- ➔ Constante de tiempo del filtro de ruido, 0.15 segundos.
- ➔ Índice de navegación efectiva, 3.
- ➔ Frecuencia natural y amortiguamiento del actuador, 150 radianes por segundo y 0.7 respectivamente.

También se fijará la densidad espectral de cada fuente de error en base a la información proporcionada por el libro "Tactical and Strategic Missile Guidance", el cual se apoya en un estudio estadístico. En la **Figura 4.2.31.** se muestra el valor de estas densidades espectrales.

Error source	Parameter values			Spectral density	
Semiactive noise	0.01	rad in	0.01	s	2e-06 rad ² /hz
Glint noise	0.1	ft in	10	s	20 ft ² /hz
Range independent noise	0.01	rad in	0.002	s	8e-08 rad ² /hz
Random target maneuver	2	g over	5	s	829.472 (ft/s ²)/hz

Figura 4.2.31. Densidad espectral de cada fuente de error

Las variables a comparar son los errores de la *miss distance*, el *fin rate* y la aceleración comandada. Estos tres errores se comparan o a lo largo del tiempo o con la pendiente de radomo. En el primer caso se deberá fijar una constante de radomo (tomaremos un valor nulo de pendiente de radomo en nuestro caso), mientras que en el segundo se tendrá que especificar un *time to go* (tomaremos 0.1 segundos), menos en el caso de la *miss distance* (ya que se toma *time to go* igual a cero).

En la **Figura 4.2.32.** y **Figura 4.2.33.** vemos el error de la *miss distance* respecto a la pendiente de radomo para 10000 y 50000 pies respectivamente. A una altura de 10000 pies hay muy poca variación de la *miss distance* con la pendiente de radomo. Sin embargo, a 50000 pies de altura podemos ver que la *miss distance* puede ser muy grande debido a pendientes muy negativas o muy positivas. La especificación del balanceo posible de la pendiente de radomo debe fijarse a la altitud más alta de operación.

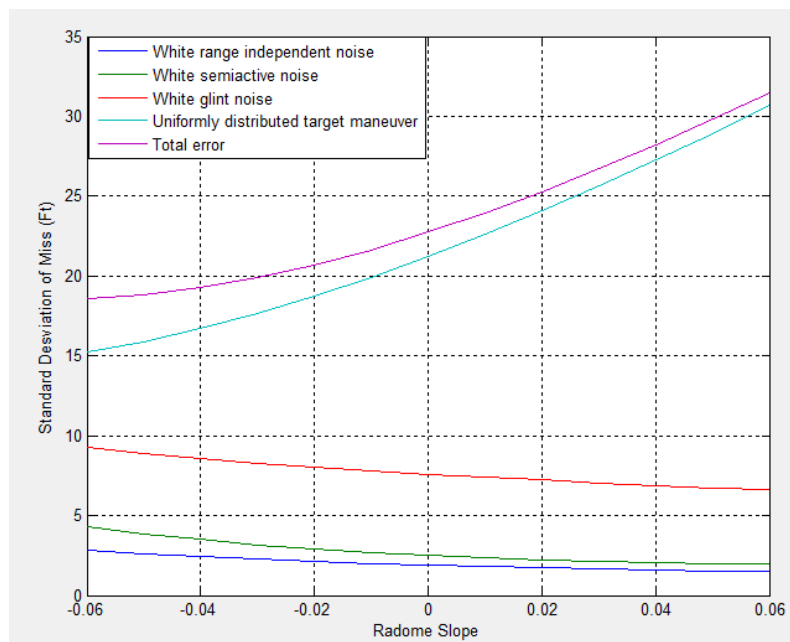


Figura 4.2.32. Error en la miss distance respecto a la pendiente de radomo a 10000 pies

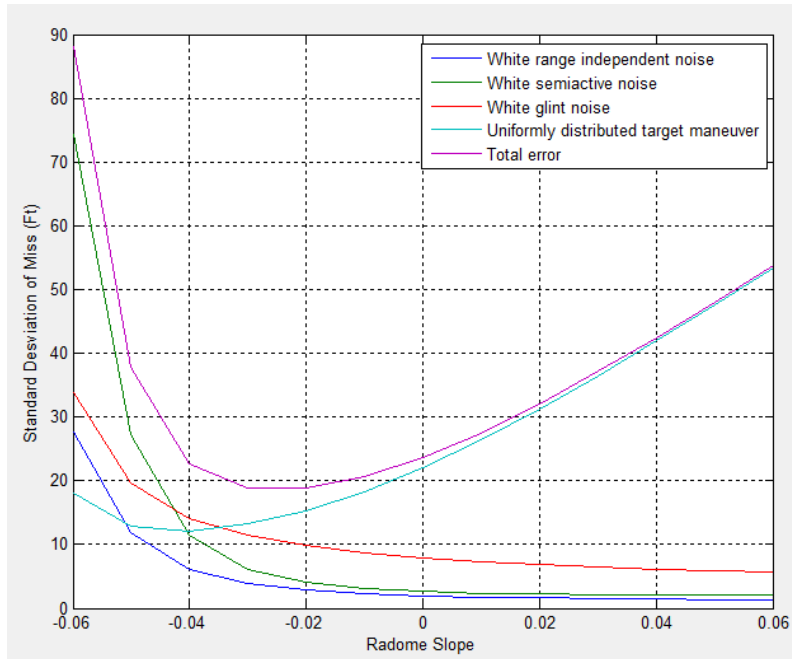


Figura 4.2.33. Error en la miss distance respecto a la pendiente de radomo a 50000 pies

Además se puede observar que, mientras que para la altura más baja la principal aportación al error es la maniobra del objetivo, a 50000 pies todas las fuentes de error contribuyen para pendientes negativas. Sin embargo, para pendientes positivas la contribución claramente dominante es la maniobra del objetivo. Esto es útil para saber entre que valores puede oscilar la pendiente de radomo a la hora del diseño si se persigue un error máximo específico.

La **Figura 4.2.34.** y la **Figura 4.2.35.** muestran la variación de el *fin rate* con la pendiente de radomo. Para ambas alturas la principal contribución al error es el ruido blanco *glint*, aunque a menor altura la maniobra del objetivo tiene una mayor influencia que a altas alturas.

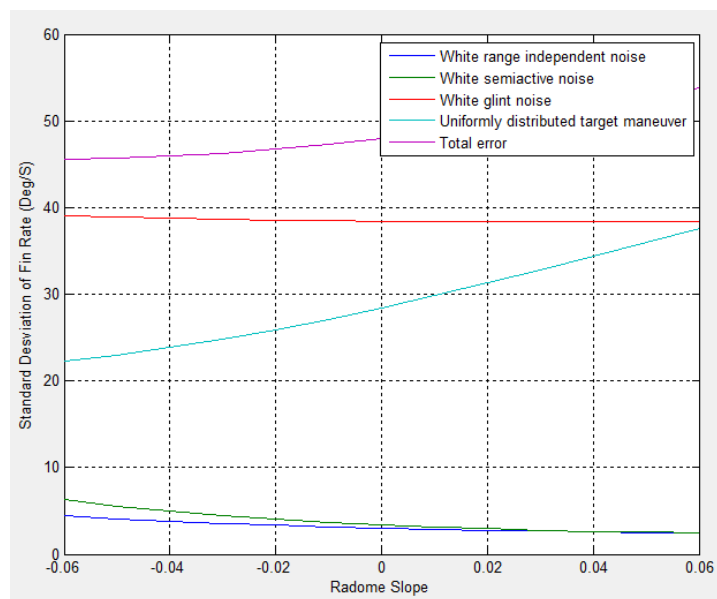


Figura 4.2.34. Error en el fin rate respecto a la pendiente de radomo a 10000 pies

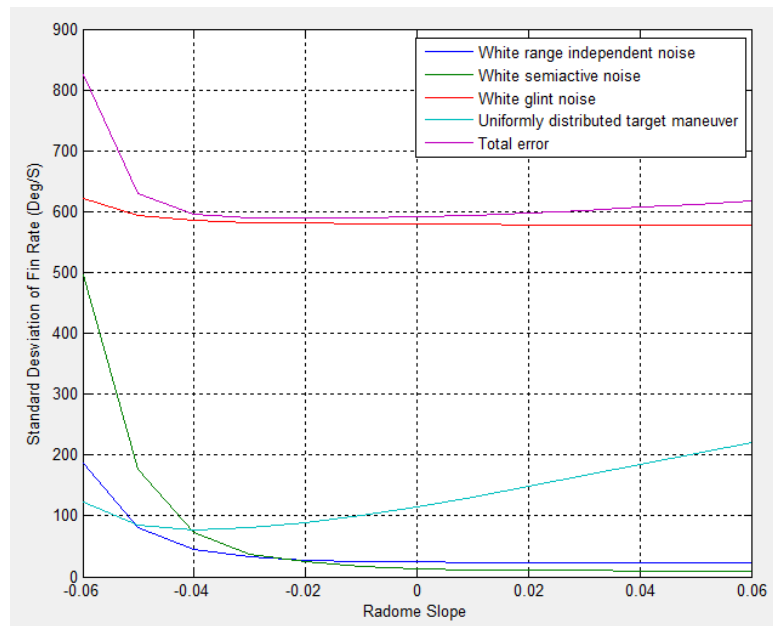


Figura 4.2.35. Error en el fin rate respecto a la pendiente de radomo a 50000 pies

Observamos en la **Figura 4.2.36.** y **Figura 4.2.37.** que el error en la aceleración difieren bastante según la altitud. A 10000 pies la diferencia de aceleración entre la pendiente de radomo mínima y máxima no es excesiva, y que la maniobra del objetivo provoca más error conforme mayor es la pendiente de radomo. Mientras que a 50000 pies vemos que el error puede ser excesivamente grande si la pendiente de radomo es muy negativa.

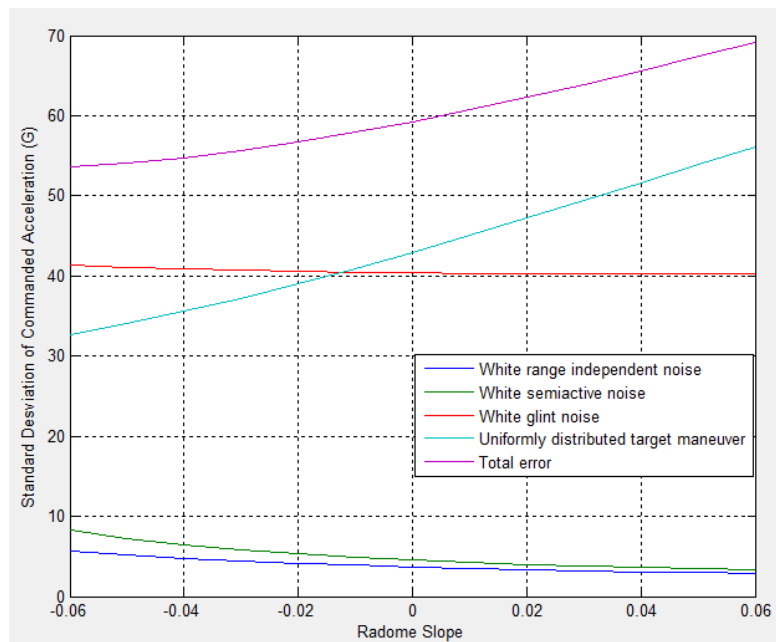


Figura 4.2.36. Error en aceleración comandada respecto a la pendiente de radomo a 10000 pies

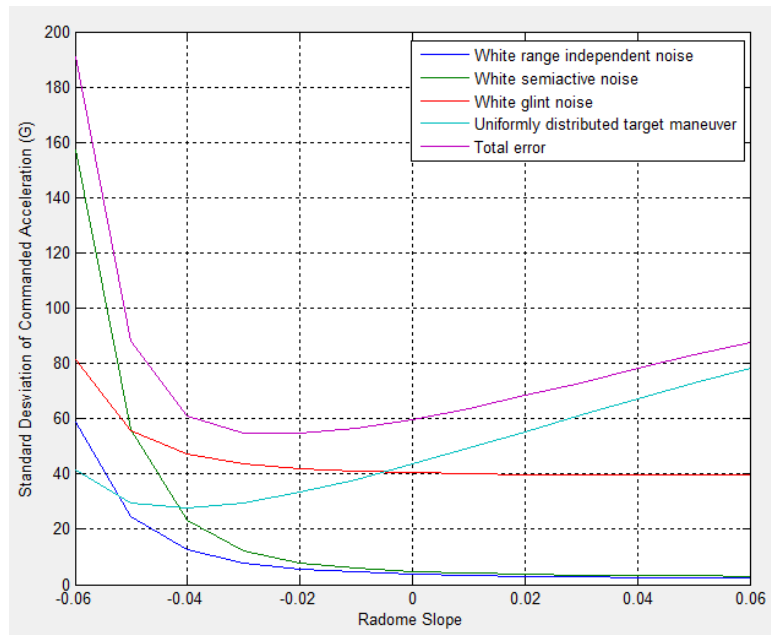


Figura 4.2.37. Error en aceleración comandada respecto a la pendiente de radomo a 50000 pies

Hay que tener en cuenta que este error en la aceleración y en el *fin rate* son tan sumamente grandes porque hemos escogido un *time to go* de 0.1, es decir, a efectos prácticos ya se ha alcanzado la colisión y por eso estos resultados no deben de extrañar.

Viendo la **Figura 4.2.38.** y la **Figura 4.3.39.** es fácil darse cuenta de que, tal y como se esperaba, cuanto menor es el *time to go*, menor es el error en la *miss distance*. Destacar que en ambos casos la contribución de la maniobra del misil va ganando relevancia conforme se aproxima el momento de la colisión, sólo que a 50000 pies la contribución del resto de fuentes de error disminuye mucho antes.

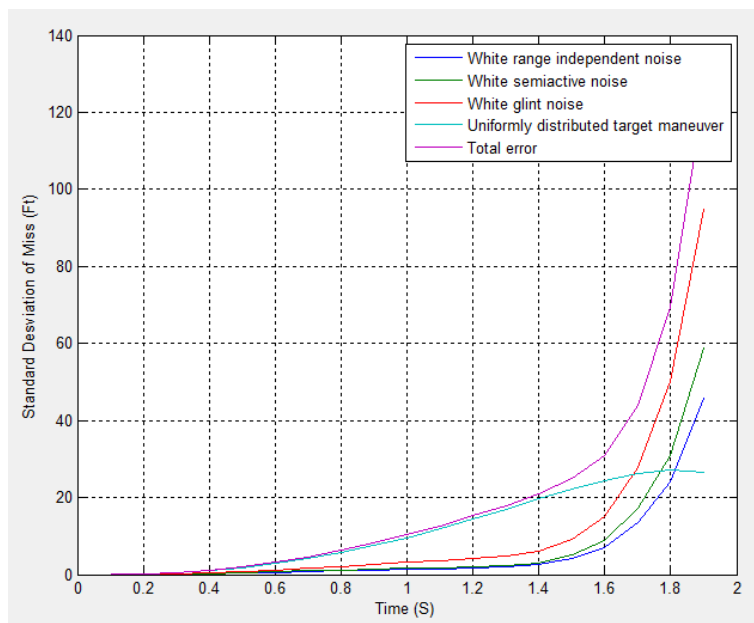


Figura 4.2.38. Error en miss distance respecto al time to go para un tiempo de vuelo de 2 segundos y a 10000 pies

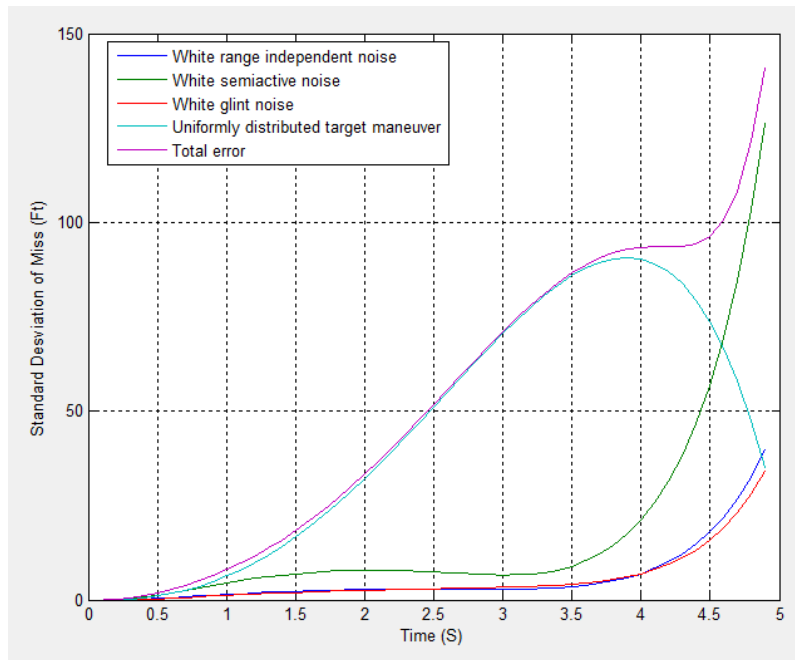


Figura 4.2.39. Error en miss distance respecto al time to go para un tiempo de vuelo de 5 segundos y a 50000 pies

En la **Figura 4.2.40.** y **Figura 4.2.41.** vemos que el *fin rate* aumenta conforme lo hace la altitud. Por lo que hay que diseñar el actuador para que sea capaz de soportar estos errores en el *fin rate*. Añadir que aquí la fuente de error predominante es la de ruido de centelleo. Este ruido normalmente es función del objetivo, no del sensor, por lo que sería difícil disminuir los requerimientos del *fin rate*.

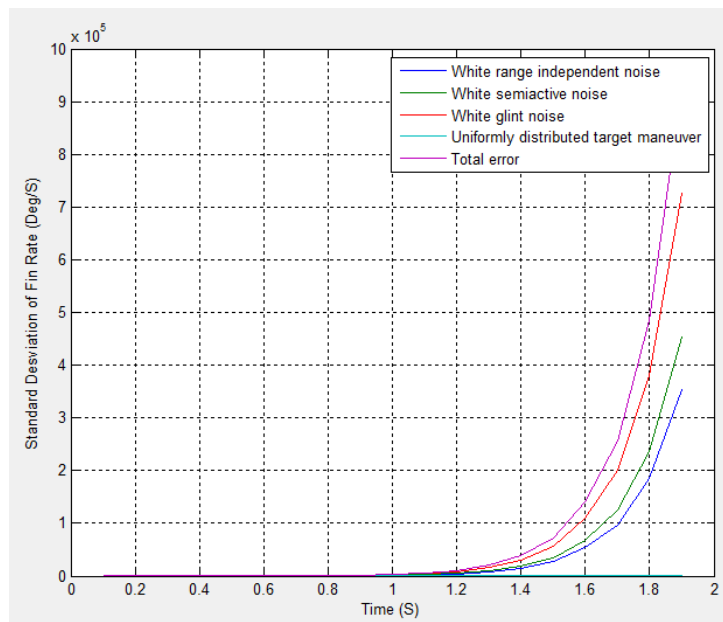


Figura 4.2.40. Error en fin rate respecto al time to go para un tiempo de vuelo de 2 segundos y a 50000 pies

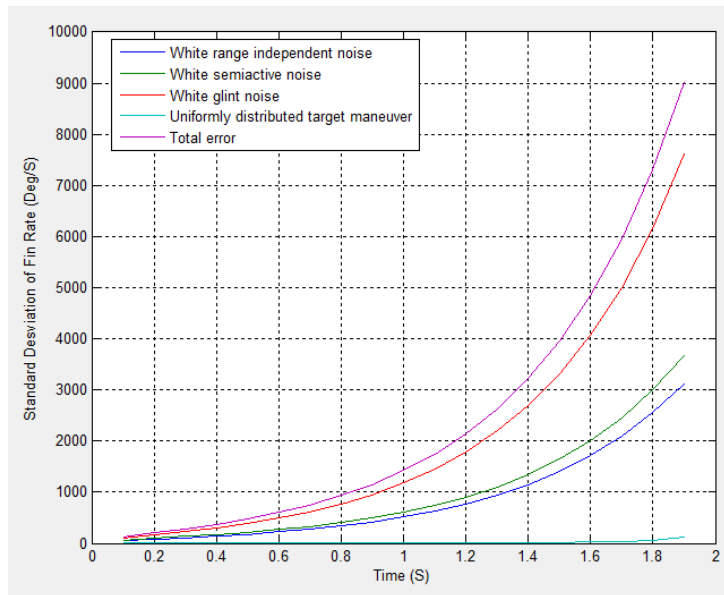


Figura 4.2.41. Error en fin rate respecto al time to go para un tiempo de vuelo de 2 segundos y a 10000 pies

Por último, comparando la **Figura 4.2.42.** con la **Figura 4.2.43.** observamos el error de la aceleración comandada es independiente de la altura de vuelo. Lo único que hay que tener en cuenta es evitar la saturación de la aceleración, si no fuera así, el error en la *miss distance* será mayor de lo mostrado en las figuras anteriores.

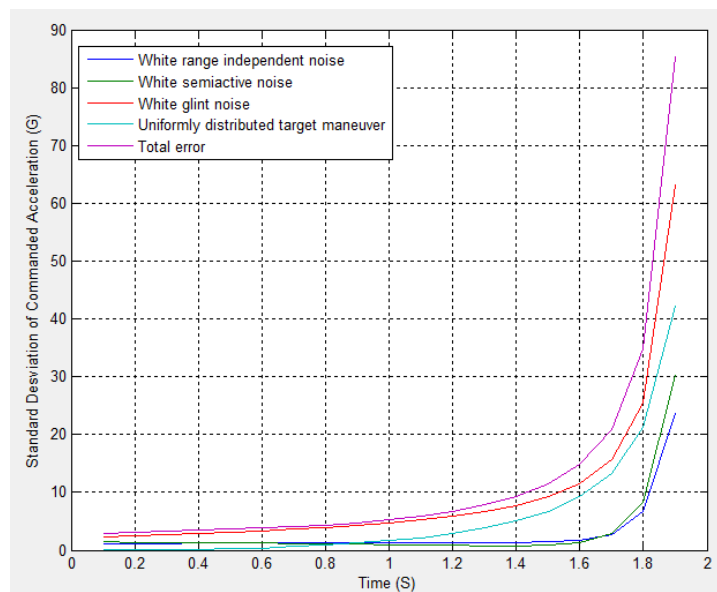


Figura 4.2.42. Error en aceleración comandada respecto al time to go para un tiempo de vuelo de 2 segundos y a 10000 pies

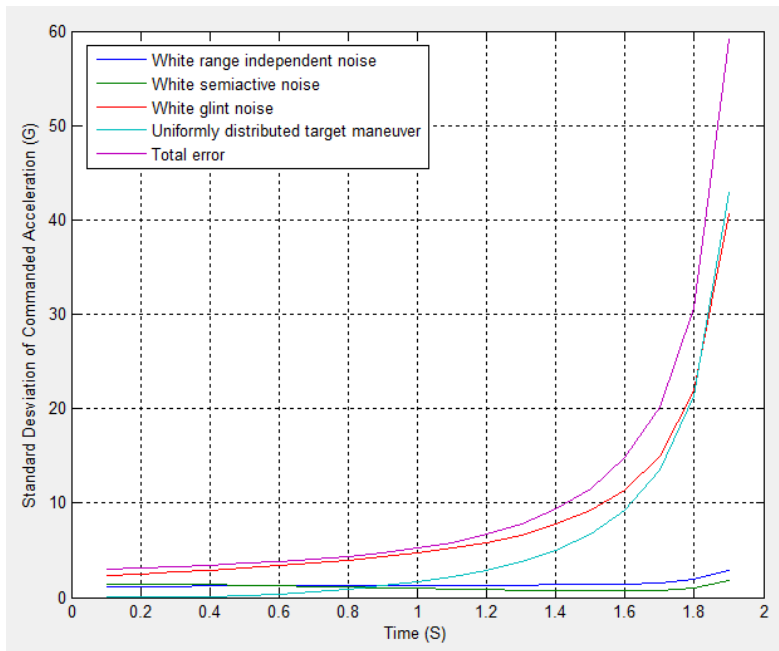


Figura 4.2.43. Error en aceleración comandada respecto al time to go para un tiempo de vuelo de 2 segundos y a 50000 pies

Conclusiones

Tras el estudio de los principios de la navegación proporcional, el método de adjuntos y el diseño de diferentes tipos de sistemas de control de vuelo, la realización de un programa con MATLAB donde poner en práctica estos conocimientos y la aplicación de un caso práctico para probar la validez del programa se han tenido en cuenta las siguientes conclusiones:

- En primer lugar, se ha indagado con bastante profundidad en un libro especializado en el guiado de misiles. Lo que ha permitido adquirir conocimientos muy completos sobre temas muy ligados a la Ingeniería Aeroespacial.

Los sistemas de control de vuelo de un misil es un buen ejemplo donde poner en práctica conceptos como la función de transferencia o la estabilidad de un sistema, estudiados en asignaturas de Control Automático.

- En segundo lugar, el conjunto de todos los programas creados en MATLAB ha dado lugar a una aplicación robusta y eficaz con la que simular el diseño de un sistema de control de vuelo. El hecho de que el usuario se comunique con el programa a través de interfaces facilita la comprensión de los datos y resultados obtenidos. El manual de usuario expuesto en esta memoria facilita, a su vez, el uso de la aplicación.
- En tercer lugar, la aplicación creada en MATLAB puede usarse con objetivo docente o por profesionales del diseño de sistemas de control de vuelo. Con el caso práctico se ha probado su utilidad y eficacia ante la problemática que conlleva el diseño de un sistema de control de vuelo, por lo que es perfectamente válido para estudiantes interesados en el tema o para diseñadores que necesiten de una simulación antes de acometer el diseño en el modelo real.

En definitiva, se ha conseguido el objetivo principal que se marcó al inicio del Trabajo Fin de Grado: combinar una amplia gama de conocimientos obtenido a lo largo de la carrera con la capacidad para gestionar información, razonar y tomar decisiones de manera crítica, con el fin de realizar el diseño de una interfaz gráfica, a la vez que se desarrollan la creatividad y las habilidades para la programación.

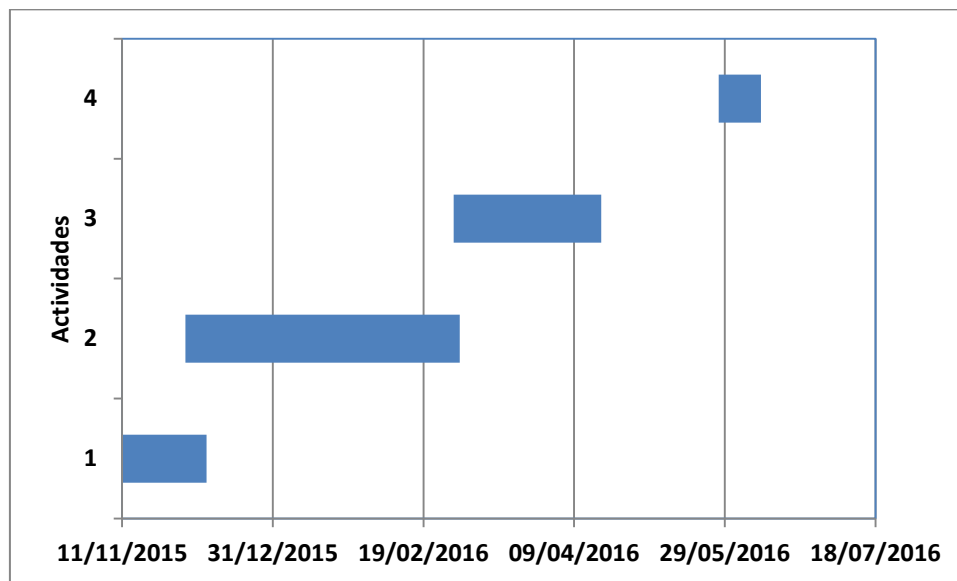
Presupuesto

1. Desarrollo del trabajo.....	113
2. Material y herramientas empleadas	115
3. Presupuesto general.....	116

1. Desarrollo del trabajo

En total se han empleado 300 horas para realizar el Trabajo Fin de Grado (TFG). Al comienzo se dividió el trabajo en varias etapas, como se puede observar en el diagrama de Gantt que se muestra a continuación.

Fecha de inicio	Fecha de finalización	Duración (semanas)		Actividad
11/11/2015	01/12/2015	4	1	Estudio de los métodos numéricos y la navegación proporcional
02/12/2015	28/02/2016	13	2	Estudio del armazón y de los sistemas de control de vuelo. Implementación de las partes del programa relacionados con estos conocimientos
29/02/2016	28/04/2016	7	5	Estudio del método de adjuntos. Implementación de la última parte del programa.
27/05/2016	10/06/2016	2	4	Análisis del caso de aplicación
06/06/2016	19/06/2016	2	5	Redacción del informe



En total, se ha repartido el tiempo de la siguiente manera:

- Estudio de los conceptos relacionados con el sistema de control de vuelo de un misil. Antes de crear una aplicación en MATLAB ha sido necesario adquirir los conocimientos que se reflejarían en la interfaz. Este proceso ha supuesto aproximadamente 55 horas. Esta parte supone un coste de 25 euros por hora, pues es una tarea sencilla de realizar para un alumno de Ingeniería.
- Implementación del programa en MATLAB. Esta parte ha sido la que más tiempo ha llevado, con un total de 190 horas. A esta parte del trabajo se le asigna un precio de 45 euros la hora. Esto dista bastante del sueldo mensual normal de un graduado en Ingeniería Aeroespacial pero, al ser un proyecto puntual, en este caso puede asumirse.

- Análisis del caso de aplicación. Se ha hecho una prueba del programa a través de un ejemplo práctico. Esta tarea ha consumido un total de 10 horas y el coste es de 25 euros la hora, ya que es una tarea sencilla realizada como usuario y no como programador.
- Redacción del informe. Se incluye también la duración total de redacción de la memoria del proyecto, 45 horas. El coste será, de nuevo, 25 euros la hora, ya que no requiere de conocimientos específicos.

1. Desarrollo del trabajo				
Concepto	Unidad Básica	Cantidad (h)	Precio por Ud. Básica (€)	Precio total (€)
Estudio de conceptos	h	55	25.00 €	1,375.00 €
Implementación en MATLAB	h	190	45.00 €	8,550.00 €
Caso de aplicación	h	10	25.00 €	250.00 €
Redacción del informe	h	45	25.00 €	1,125.00 €

Coste indirectos	2%
Subtotal	11,526.00 €

2. Material y herramientas empleadas

En esta parte figuran las herramientas necesarias para la realización del TFG, así como el material del que se ha dispuesto:

- Ordenador portátil: el modelo utilizado durante todo el trabajo ha sido un Packard Bell EasyNote TE11HC, cuyo precio asciende a 472€.

El coste de amortización está fijado por la compañía que los distribuye en unos 2 años, es decir, 3520 horas de trabajo, de las cuales se han empleado 300 durante este trabajo. No se incluirá la devaluación del precio del ordenador.

- MATLAB R2012a: este programa se ha utilizado para la implementación de la aplicación. En total, 190 horas.

Es difícil valorar cuánto puede costar una licencia de MATLAB, pero se estima que una licencia MATLAB básica cuesta alrededor de 6000 euros para un ordenador siendo usado por un solo usuario. La amortización se fija en un año.

- Microsoft Office Professional 2013: la licencia de este software es actualmente de 65 euros, y la amortización se fija también en un año.

2. Material y herramientas				
Concepto	Precio de concepto (€)	Amortización (h)	Uso (h)	Precio total (€)
Ordenador portátil	472.00 €	3520	300	40.23 €
MATLAB	6,000.00 €	1760	190	647.73 €
Microsoft Office Professional	65.00 €	1760	45	1.66 €

Coste indirectos	2%
Subtotal	703.41 €

3. Presupuesto general

Para obtener el coste total, es necesario añadir el 21% de IVA indicado en la legislación vigente.

1. Desarrollo del trabajo				
Concepto	Unidad Básica	Cantidad (h)	Precio por Ud. Básica (€)	Precio total (€)
Estudio de conceptos	h	55	25.00 €	1,375.00 €
Implementación en MATLAB	h	190	45.00 €	8,550.00 €
Caso de aplicación	h	10	25.00 €	250.00 €
Redacción del informe	h	45	25.00 €	1,125.00 €

Coste indirectos	2%
Subtotal	11,526.00 €

2. Material y herramientas				
Concepto	Precio de concepto (€)	Amortización (h)	Uso (h)	Precio total (€)
Ordenador portátil	472.00 €	3520	300	40.23 €
MATLAB	6,000.00 €	1760	190	647.73 €
Microsoft Office Professional	65.00 €	1760	45	1.66 €

Coste indirectos	2%
Subtotal	703.41 €

Coste total (sin IVA)	12,229.41 €
IVA	21%

Coste total del TFG	14,797.58 €
----------------------------	-------------

El coste total asciende a:

CATORCE MIL SETECIENTOS NOVENTA Y SIETE EUROS CON CINCUENTA Y OCHO CÉNTIMOS

Bibliografía

[1] Zarchan P. (2007). *Tactical and Strategic Missile Guidance, Fifth Edition*. Lexington, Massachusetts. American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA).

[2] La herramienta informática MATLAB consultado en

<http://es.mathworks.com/products/matlab/>

[3] GUI de MATLAB consultado en

<http://es.mathworks.com/discovery/matlab-gui.html>

[4] Importancia del control automático

<http://dea.unsj.edu.ar/control1/apuntes/unidad1y2.pdf>

[5] Misiles tácticos y estratégicos

<http://www.foromilitar.com.ar/foro/index.php?threads/misiles-balisticos-tacticos-y-estrategicos.762/>

[6] El Bisnovat R-40

http://broom02.revolvy.com/main/index.php?s=Bisnovat%20R-40&item_type=topic

[7] Gráficas con dos ejes Y en MATLAB

<http://es.mathworks.com/help/uf/ug/plotyy.html;jsessionid=5c4dfcaa4aa428a35912b4804e96>

[8] Ventanas emergentes en MATLAB

<http://www.lawebdelprogramador.com/foros/Matlab/1301671-Ventanas-emergentes.html>