

Javier Fermín Urchueguía Schölzel

Juan Carlos Moreno Esteve

José Fco. Martínez-Canales Murcia

# Problemas de Electromagnetismo para la Ingeniería

EDITORIAL  
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Los contenidos de esta publicación han sido revisados por el Departamento de Física de la Universitat Politècnica de València

Colección Académica

Para referenciar esta publicación utilice la siguiente cita:

URCHUEGUÍA SCHÖLZEL, J., MORENO ESTEVE, J.C. Y MARTÍNEZ-CANALES MURCIA, J.Fco. *Problemas de Electromagnetismo para la Ingeniería*. Valencia: Universitat Politècnica de València

© Javier Fermín Urchueguía Schölzel  
Juan Carlos Moreno Esteve  
José Fco. Martínez-Canales Murcia

© imagen de portada: Fernando Urchueguía Echeverría

© 2016, Editorial Universitat Politècnica de València  
*distribución*: Telf.: 963 877 012 / [www.lalibreria.upv.es](http://www.lalibreria.upv.es) / Ref.: 0497\_04\_01\_01

Imprime: Byprint Percom, sl

ISBN: 978-84-9048-507-1  
Impreso bajo demanda

La Editorial UPV autoriza la reproducción, traducción y difusión parcial de la presente publicación con fines científicos, educativos y de investigación que no sean comerciales ni de lucro, siempre que se identifique y se reconozca debidamente a la Editorial UPV, la publicación y los autores. La autorización para reproducir, difundir o traducir el presente estudio, o compilar o crear obras derivadas del mismo en cualquier forma, con fines comerciales/lucrativos o sin ánimo de lucro, deberá solicitarse por escrito al correo [edicion@editorial.upv.es](mailto:edicion@editorial.upv.es)

Impreso en España

*Dedicado a:*

Don Fernando Urchueguía Echeverría



# Í N D I C E

PRÓLOGO.....	I
CAPÍTULO 1. ELECTROSTÁTICA.....	1
CAPÍTULO 2. EL CAMPO MAGNÉTICO.....	19
CAPÍTULO 3. CONDUCTORES CARGADOS EN EQUILIBRIO.....	49
CAPÍTULO 4. DIELECTRICOS .....	69
CAPÍTULO 5. CAMPO MAGNÉTICO EN MEDIOS MATERIALES.....	93
CAPÍTULO 6. INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA.....	117
CAPÍTULO 7. TEORÍA DE CIRCUITOS .....	147
CAPÍTULO 8. ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS.....	177



## PRÓLOGO

Hace cuatro años salía a la luz “Electromagnetismo aplicado a la Ingeniería” y se abría una nueva etapa en el devenir de esta obra, un lapso que culmina con este libro de problemas. Se expresaba en el prólogo original la idea de ofrecer “cierta actualización, y adaptación de los contenidos, procurando escribir con estilo directo el nivel matemático-formal apropiado y tratando de ofrecer abundantes ejemplos y problemas resueltos, que –consideramos– son un elemento fundamental para profundizar en el aprendizaje de un programa orientado a estudiantes de Ingeniería”. Los autores partíamos de la premisa de que también los nuevos estudiantes de Ingeniería siguen precisando de la Física, y en particular del Electromagnetismo como herramienta imprescindible en su formación científico-técnica. Pero además, se enfrentan a un mundo cada vez más tecnológico, especializado y pleno de opciones, en el cual la información tiene poco valor “per se” –ya que es fácil de conseguir y ubicar–, y se precisa en cambio de una cuidadosa preselección y exposición de los contenidos. Para el profesor resulta crítico acertar el alcance y ámbito de estos y, sobre todo, ha de saber captar la ilusión y atención de los estudiantes. Observando la manera como nuestros alumnos enfocan el estudio del Electromagnetismo, se ha reforzado nuestro convencimiento de que son frecuentemente los ejercicios y problemas los que catalizan y fomentan el interés y capacidad de motivación por la teoría: ayudan a comprender los conceptos, permiten visualizar las aplicaciones y captan la imaginación de los estudiantes.

Ha sido esta la razón fundamental para cerrar, con este compendio de problemas resueltos, el camino que iniciamos al emprender “Electromagnetismo aplicado a la Ingeniería”, donde hemos procurado, en base a la exposición completa y esmerada de la resolución de los ejercicios que se proponían en la obra original, ofrecer al alumno una motivación o excusa adicional para adentrarse en la materia y tratar de profundizar en las ideas y aplicaciones del Electromagnetismo.

El libro está compuesto por dos grandes bloques: Electromagnetismo I que contiene electrostática y magnetostática; y el Electromagnetismo II, condensadores, dieléctricos, campo magnético en medios materiales y los fenómenos electromagnéticos dependientes del tiempo. En total ocho capítulos con diez problemas cada uno.

Cuando, hace algo más de cuatro años, celebrábamos que –después de años de esfuerzo– saliese por fin “Electromagnetismo aplicado a la Ingeniería”, había alguien en la mesa con tanta ilusión como los propios autores. Alguien que siempre me alentó a seguir el camino de la Ciencia, quien con su amor y esfuerzo lo hizo posible y que disfrutaba como quien más de cada pequeño o gran éxito que pudiera surgir a lo largo de mi carrera académica. “Electromagnetismo” le hizo una ilusión especial, ya que –como Pepe Martínez-Canales– había trabajado durante años en la construcción de Redes Eléctricas de Alta Tensión y le encantaban los temas de la Electricidad. Ese alguien, mi padre, falleció, desgraciadamente, poco después y no podrá ver este nuevo libro con el que, de seguro, hubiese disfrutado también. Por ello, y como pequeño homenaje, los autores quisieramos dedicar esta obra, de manera viva y sentida, a la memoria de Don Fernando Urchueguía Echeverría, Perito Industrial de sólida formación técnica, apasionado de la Ciencia y, sobre todo, una gran persona.



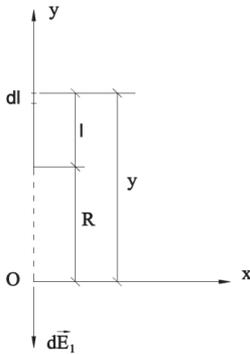
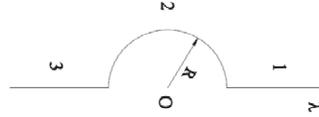
# **CAPÍTULO I**

## **ELECTROSTÁTICA**



**PROBLEMA 1.1**

Dado un hilo conductor semicircular adosado a otro conductor rectilíneo, como indica la figura, cargados con una densidad de carga lineal uniforme,  $\lambda = 5,55 \text{ C/m}$ , se pide calcular el campo eléctrico en el punto O (centro de la semicircunferencia de radio R).



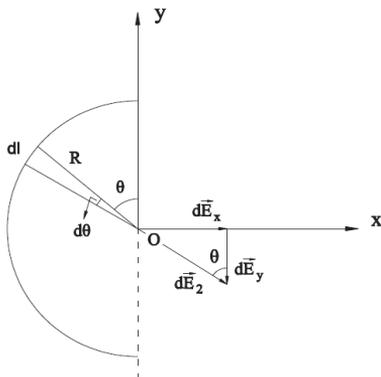
**SOLUCIÓN**

**Tramo 1.** El campo eléctrico creado por el tramo 1 en O es:

$$\left. \begin{aligned} d\vec{E}_1 &= -dE \cdot \vec{j} \\ dE &= \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{dq}{y^2} \\ y &= 1 + R \end{aligned} \right\} \begin{aligned} d\vec{E}_1 &= -\frac{\lambda}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{dl}{(1 + R)^2} \cdot \vec{j} \\ dq &= \lambda \cdot dl \end{aligned}$$

Integrando:

$$\vec{E}_1 = -\frac{\lambda}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \int_R^\infty \frac{dl}{(1+R)^2} \cdot \vec{j} = -\frac{\lambda}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \left[ \frac{-1}{1+R} \right]_R^\infty \cdot \vec{j} = -\frac{\lambda}{8 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R} \cdot \vec{j}$$



**Tramo 2.** El campo eléctrico creado por el tramo 2 en O es:

$$\left. \begin{aligned} d\vec{E}_2 &= dE_x \cdot \vec{i} - dE_y \cdot \vec{j} \\ dE_x &= \text{sen } \theta \cdot dE \\ dE_y &= \text{cos } \theta \cdot dE \end{aligned} \right\}$$

Sustituyendo, se tiene:

$$\left. \begin{aligned} d\vec{E}_2 &= dE \cdot (\text{sen } \theta \cdot \vec{i} - \text{cos } \theta \cdot \vec{j}) \\ dE &= \frac{\lambda}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{dl}{R^2} \quad ; \quad dl = R \cdot d\theta \end{aligned} \right\}$$

$$\vec{E}_2 = \frac{\lambda}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R} \left( \int_0^\pi \text{sen } \theta \cdot d\theta \cdot \vec{i} - \int_0^\pi \text{cos } \theta \cdot d\theta \cdot \vec{j} \right) = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R} \cdot \vec{i}$$

**Tramo 3.** Análogamente a como se ha operado en el tramo 1, pero con sentido opuesto, es decir:

$$\vec{E}_3 = \frac{\lambda}{8 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R} \cdot \vec{j}$$

El campo eléctrico total resultante en el punto O es:

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R} \cdot \vec{i}$$

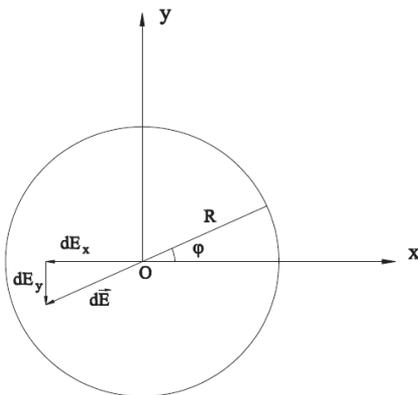
**PROBLEMA 1.2**

Un aro circular metálico de radio  $R = 25 \text{ cm}$ , formado por un hilo conductor de sección despreciable comparada con  $R$ , se carga con una densidad lineal dada por  $\lambda = \lambda_0 \cdot \sin(\varphi/2) \text{ nC}\cdot\text{m}^{-1}$ . Siendo  $\varphi$  el ángulo formado por radio vector y el eje de abscisas. Determinar el campo  $\vec{E}$  en el centro del aro. Dato:  $\lambda_0 = 2 \text{ nC}\cdot\text{m}^{-1}$ .

**SOLUCIÓN**

Módulo del campo creado por un diferencial de aro.

$$\left. \begin{aligned} |\vec{dE}| &= \frac{\lambda \cdot dl}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R^2} \\ \lambda &= \lambda_0 \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \\ dl &= R \cdot d\varphi \end{aligned} \right\} dE = \frac{\lambda_0 \cdot R \cdot \sin\frac{\varphi}{2} \cdot d\varphi}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R^2}$$



Las componentes de este diferencial de campo en las direcciones x e y son:

$$\begin{aligned} dE_x &= -\frac{\lambda_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R} \cdot \sin\frac{\varphi}{2} \cdot \cos\varphi \cdot d\varphi \\ &= -\frac{\lambda_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R} \cdot \sin\frac{\varphi}{2} \\ &\quad \cdot \left(2 \cdot \cos^2\frac{\varphi}{2} - 1\right) \cdot d\varphi \end{aligned}$$

en función del ángulo mitad

$$dE_y = -\frac{\lambda_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R} \cdot \sin\frac{\varphi}{2} \cdot \sin\varphi \cdot d\varphi = -\frac{\lambda_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R} \cdot 2 \cdot \sin^2\frac{\varphi}{2} \cdot \cos\frac{\varphi}{2} \cdot d\varphi$$

Integrando entre 0 y  $2\pi$ , se obtienen las componentes del campo.

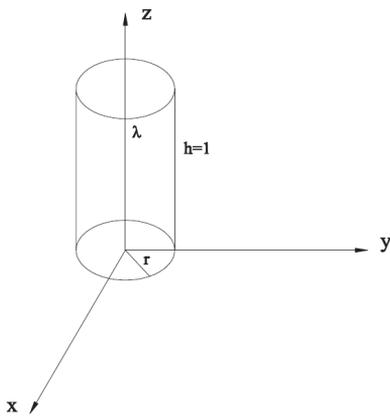
$$\begin{aligned} E_x &= \frac{\lambda_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R} \cdot \left[ \int_0^{2\pi} \sin \frac{\varphi}{2} \cdot d\varphi - 2 \cdot \int_0^{2\pi} \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \cos^2 \frac{\varphi}{2} \cdot d\varphi \right] = \\ &= \frac{\lambda_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R} \cdot \left\{ \left[ -\frac{\cos \frac{\varphi}{2}}{1/2} \right]_0^{2\pi} - 2 \cdot \left[ -\frac{\cos^3 \frac{\varphi}{2}}{3/2} \right]_0^{2\pi} \right\} = \\ &= \frac{\lambda_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R} \{ [4] - 2 \cdot [4/3] \} = \frac{\lambda_0}{3 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_y &= \frac{\lambda_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R} \cdot 2 \cdot \int_0^{2\pi} \sin^2 \frac{\varphi}{2} \cdot \cos \frac{\varphi}{2} \cdot d\varphi = \frac{\lambda_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R} \cdot \left[ \frac{\sin^3 \frac{\varphi}{2}}{3/2} \right]_0^{2\pi} = \\ &= \frac{\lambda_0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R} \cdot [0] = 0 \end{aligned}$$

El campo eléctrico creado en el centro del aro es:  $\vec{E} = \frac{\lambda_0}{3 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot R} \cdot \vec{i} = 96 \vec{i} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$

**PROBLEMA 1.3**

Una carga eléctrica está distribuida a lo largo de un conductor rectilíneo con una densidad lineal constante  $0,111 \text{ nC}\cdot\text{m}^{-1}$ . Se pide: a) La intensidad del campo electrostático a una distancia de 20 cm del conductor; b) El lugar geométrico de los puntos con potencial eléctrico nulo.

**SOLUCIÓN****1º.- La intensidad del campo electrostático a una distancia de 20 cm del conductor**

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \iint_{\sigma} \mathbf{E} \cdot d\sigma = E_r \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot 1 \\ \phi &= \sum \frac{q}{\epsilon_0} \end{aligned} \right\}$$

Aplicando el teorema de Gauss a un cilindro de radio  $r$  y generatriz unidad,

$$\phi = E_r \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot 1 = \frac{\lambda}{\epsilon_0}$$

y la intensidad del campo eléctrico, resulta  $E_r = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{\lambda}{r} = 2,5 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$

**2º.- Potencial eléctrico**

$$U = - \int E_r \cdot dr = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \int_r^{r_0} \frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \ln \frac{r_0}{r}$$

La superficie donde  $U_0 = 0$  :

Para  $U_0 = 0 \implies r = r_0$  ya que:

$$\frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \ln 1 = 0$$

superficie esférica  $r = r_0$

**PROBLEMA 1.4**

Dadas las cargas puntuales  $q_1, q_2, q_3$ , de valores, 1nC, 0,5 nC y 2 nC y situadas en un eje a una distancia del origen O de 1 m, 1,5 m y 1,8 m, respectivamente. Determinar el flujo del campo correspondiente a través de un circuito de radio  $R = 0,5$  m de centro el punto O, situado en un plano perpendicular al eje sobre el que se encuentran las cargas.

**SOLUCIÓN**

Se resuelve el problema para el caso general de “n” cargas. Posteriormente se realiza la aplicación numérica.

El flujo debido a la carga  $q_i$

$$\begin{aligned}\phi_i &= \iint_{\sigma} \vec{E} \cdot d\vec{\sigma} = \frac{q_i}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \iint_{\sigma} \frac{\vec{r}_0}{r^2} \cdot ds = \\ &= \frac{q_i}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \iint_{\sigma} \frac{ds \cdot \cos \alpha}{r^2} = \frac{q_i}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \Omega = \\ &= \frac{q_i}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot 2 \cdot \pi \cdot (1 - \cos \alpha_i) = \frac{q_i}{2 \cdot \epsilon_0} (1 - \cos \alpha_i)\end{aligned}$$

Siendo el flujo total,  $\Phi_{\text{Total}} = \sum \phi_i = \frac{1}{2 \cdot \epsilon_0} \cdot \sum_1^n q_i \cdot (1 - \cos \alpha_i)$

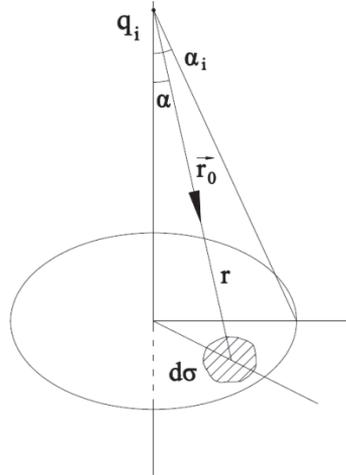
Particularizando para los datos del enunciado,  $\Phi_T = 11,55 \text{ V} \cdot \text{m}$

**PROBLEMA 1.5**

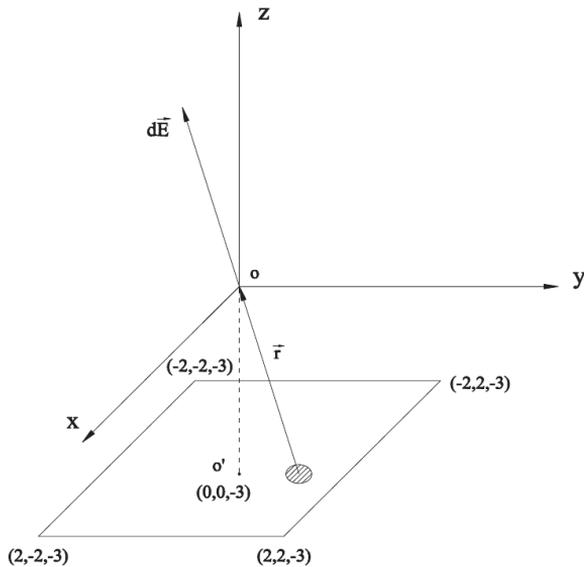
Referido a un sistema cartesiano, se tiene una hoja cuadrada, con vértices  $(-2,-2,3)$ ;  $(2, -2, -3)$  y  $(2,2,-3)$ . El eje OZ pasa por su centro O. En dicha hoja existe una carga eléctrica uniformemente distribuida, siendo  $\sigma = 2 \cdot (x^2 + y^2 + 9)^{3/2} \text{ nC} \cdot \text{m}^{-2}$ . Calcular el campo electrostático en el origen de coordenadas.

**SOLUCIÓN**

$$\left. \begin{aligned} d\vec{E} &= \frac{\sigma \cdot dS}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r^2} \cdot \vec{r}_0 \\ \vec{r}_0 &= \frac{-x \cdot \vec{i} - y \cdot \vec{j} + 3 \cdot \vec{k}}{\sqrt{x^2 + y^2 + 9}} \\ dS &= dx \cdot dy \end{aligned} \right\}$$



Sustituyendo queda:



$$d\vec{E} = \frac{2 \cdot (x^2 + y^2 + 9)^{3/2} \cdot 10^{-9} \cdot dx \cdot dy}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot (x^2 + y^2 + 9)} \cdot \frac{-x \cdot \vec{i} - y \cdot \vec{j} + 3 \cdot \vec{k}}{\sqrt{x^2 + y^2 + 9}}$$

**Para seguir leyendo haga click aquí**