

# Resumen

Esta tesis aborda el tratamiento de problemas perturbados con métodos de escisión (splitting). Tras motivar el origen de este tipo de problemas en el capítulo 1, introducimos los objetivos, varias técnicas básicas y métodos existentes en capítulo 2.

En el capítulo 3 consideramos la integración numérica de ecuaciones no autónomas separables y parabólicas usando métodos de splitting de orden mayor que dos usando coeficientes complejos (métodos con coeficientes reales de orden mayor de dos necesariamente tienen coeficientes negativos). Proponemos una clase de métodos que permite evaluar todos los operadores con dependencia temporal en valores reales del tiempo lo cual genera esquemas estables y fáciles de implementar. Si el sistema se puede considerar como una perturbación de un problema resoluble de forma exacta y si el flujo de la parte dominante se avanza usando coeficientes reales, es posible construir métodos altamente eficientes para este tipo de problemas. Demostramos la eficiencia de estos métodos en varios ejemplos numéricos.

En el capítulo 4 proponemos métodos de splitting para el cálculo de la exponencial de matrices perturbadas que se pueden escribir como suma  $A = D + \varepsilon B$  de una matriz dispersa y eficientemente exponenciable con exponencial dispersa  $e^D$  y una matriz densa  $\varepsilon B$  de norma pequeña. El algoritmo predominante se basa en escalar la matriz grande con un número pequeño  $2^{-s}$  para poder exponenciar el resultado con métodos eficientes de Padé o Taylor y finalmente obtener la aproximación a la exponencial elevando al cuadrado repetidamente. En este contexto, el coste computacional proviene de las multiplicaciones de matrices densas y presentamos una cuadratura modificada aprovechando la estructura perturbada para reducir el número de productos. Resultados teóricos sobre errores locales y propagación de error para métodos de splitting son complementados con experimentos numéricos y muestran una clara mejora sobre métodos existentes a precisión media.

En el capítulo 5, consideramos la integración numérica de la ecuación de Hill perturbada. Resonancias paramétricas pueden aparecer y esta propiedad es de gran interés en muchas aplicaciones físicas. Habitualmente, las ecuaciones de Hill provienen de una función hamiltoniana y la solución fundamental es una matriz simpléctica, una propiedad muy importante que preservar con los integradores numéricos. Presentamos nuevos integradores simplécticos exponenciales de orden seis y ocho tallados a la ecuación de Hills. Estos métodos se basan en una aproximación simpléctica eficiente a la exponencial de osciladores armónicos acoplados de dimensión alta y dan lugar a resultados precisos para problemas oscilatorios a un coste computacional bajo y varios ejemplos numéricos ilustran su rendimiento.

Conclusiones e indicadores para futuros estudios se detallan en el capítulo 6.