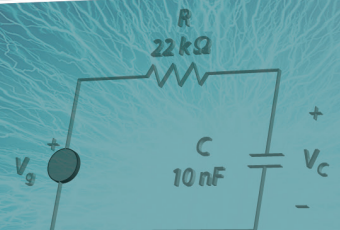
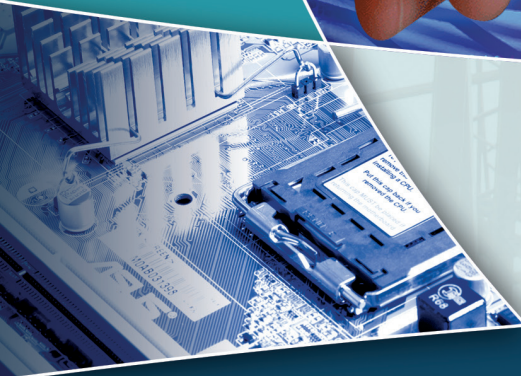
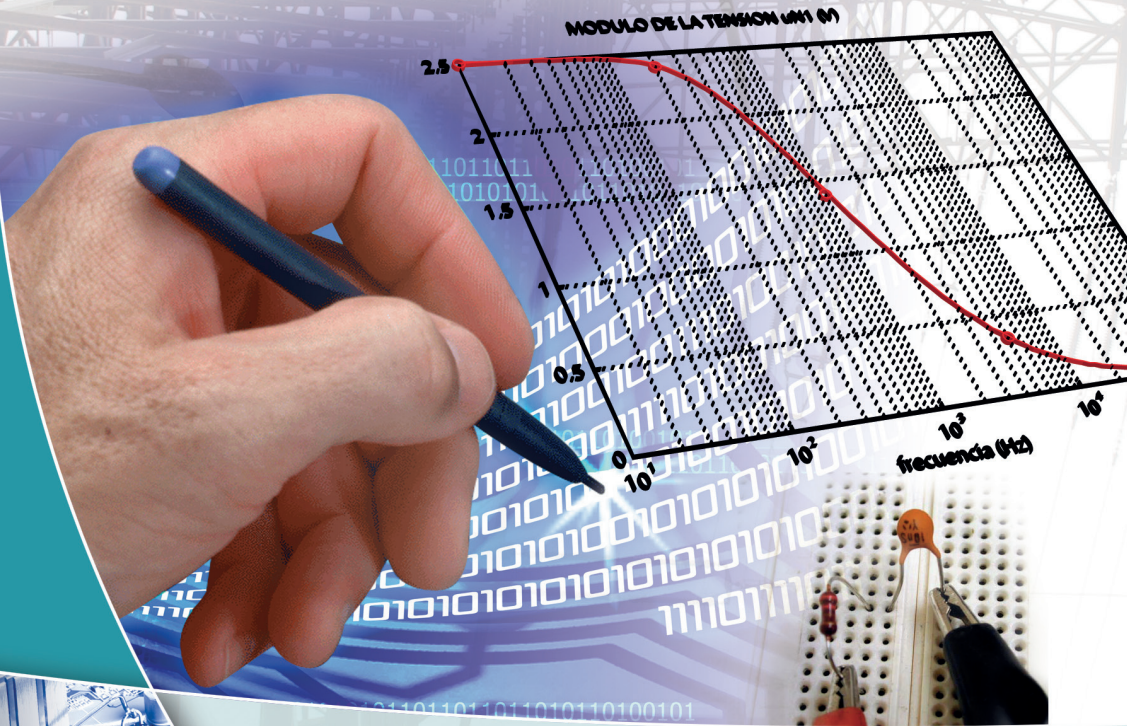


Simulación con ordenador de circuitos eléctricos lineales y no lineales

Salvador Añó Villalba
Soledad Bernal Pérez



SIMULACIÓN CON ORDENADOR DE
CIRCUITOS ELÉCTRICOS LINEALES Y NO LINEALES

Salvador Añó Villalba
Soledad Bernal Pérez

Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad Politécnica de Valencia

ÍNDICE

ÍNDICE	i
Lista de símbolos	v
PRÓLOGO	1
Capítulo I. ANÁLISIS DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS LINEALES	3
1. ANÁLISIS TEMPORAL DE CIRCUITOS LINEALES DE PARÁMETROS CONCENTRADOS	5
1.1 Análisis y síntesis de circuitos	5
1.2 Tipos de circuitos	6
1.3 Análisis temporal. Respuestas transitoria y permanente	8
1.4 Ejemplo. Circuito de primer orden	10
1.5 Demostración de las condiciones iniciales	12
1.6 Análisis por nudos. Planteamiento matricial. Ejemplo	14
1.7 Casos particulares: continua y régimen estacionario senoidal	15
2. CIRCUITOS EN CONTINUA	17
2.1 Cuándo un circuito funciona en continua	17
2.2 Simplificaciones en los circuitos que funcionan en continua	18
2.2.1 Las respuestas no varían con el tiempo	18
2.2.2 Las bobinas y los condensadores "desaparecen"	18
2.3 Ejemplo. Circuito de segundo orden	19
2.3.1 Respuestas transitoria y permanente	20
2.3.2 Respuesta permanente	22
3. CIRCUITOS EN RÉGIMEN ESTACIONARIO SENOIDAL	25
3.1 Cuándo un circuito funciona en RES	25
3.2 Simplificaciones en los circuitos que funcionan en RES	26
3.2.1 Fasores temporales	26
3.2.2 Las respuestas son todas senoidales	27
3.2.3 Impedancia y admitancia complejas	29
3.3 Ejemplo. Diagrama vectorial	30
3.4 Respuesta en frecuencia. Diagramas de Bode	31
3.4.1 Ejemplo: filtro de audio	32

Capítulo II. ALGORITMOS NUMÉRICOS PARA EL ANÁLISIS DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS LINEALES Y NO LINEALES..... 35

4. ANÁLISIS EN CONTINUA	37
4.1 Simplificaciones	37
4.2 Incógnitas	37
4.3 Sistema de ecuaciones.....	37
4.4 Algoritmo.....	38
4.5 Ejemplo.....	39
4.6 Ejercicios	40
5. ANÁLISIS EN RÉGIMEN ESTACIONARIO SENOIDAL	45
5.1 Simplificaciones	45
5.2 Incógnitas	45
5.3 Sistema de ecuaciones.....	45
5.4 Algoritmo.....	46
5.5 Ejemplo.....	47
5.6 Respuesta en frecuencia. Diagrama de Bode. Ejemplo	48
5.7 Ejercicios	49
6. ANÁLISIS EN CONTINUA DE CIRCUITOS NO LINEALES	59
6.1 Linealización con el método de Newton-Raphson	59
6.2 Criterios de convergencia	61
6.3 Algoritmo.....	64
6.4 Ejemplo.....	66
6.5 Evitando desbordamientos numéricos	66
6.6 Ejercicios	67
7. MÉTODO MODIFICADO DE LOS NUDOS	75
7.1 Incógnitas	75
7.2 Sistema de ecuaciones.....	76
7.3 Ejemplo.....	76
7.4 Ejercicios	78

8. ANÁLISIS TEMPORAL.....	87
8.1 Métodos de integración numérica	87
8.1.1 Método de Euler.....	88
8.1.2 Método trapezoidal.....	89
8.2 Análisis temporal.....	90
8.2.1 Incógnitas.....	90
8.2.2 Condiciones iniciales.....	91
8.2.3 Análisis temporal de circuitos lineales. Ejemplo.....	92
8.2.4 Análisis temporal de circuitos no lineales. Ejemplo.....	97
8.3 Ejercicios.....	100
Capítulo III. NUEVOS ELEMENTOS Y MAGNITUDES	119
9. ANÁLISIS DE CIRCUITOS CON FUENTES DEPENDIENTES	121
9.1 Transformador ideal	121
9.1.1 Ejemplo	122
9.2 Transistor bipolar.....	124
9.2.1 Circuito eléctrico equivalente	125
9.2.2 Ejemplo	127
9.3 Amplificador operacional	131
9.3.1 Amplificador operacional ideal. Ejemplo.....	132
10. CÁLCULO DE NUEVAS MAGNITUDES.....	135
10.1 Aspectos generales.....	135
10.2 Continua.....	137
10.2.1 Intensidades.....	138
10.2.2 Potencia y energía	138
10.3 Análisis temporal.....	138
10.3.1 Intensidades.....	140
10.3.2 Potencia y energía	140
10.4 Régimen estacionario senoidal	141
10.4.1 Intensidades.....	142
10.4.2 Potencias y energía.....	143

ANEXOS	145
Anexo A. DESCRIPCIÓN DE UN CIRCUITO MEDIANTE UN ARCHIVO DE TEXTO	145
A.1 Formato del archivo para el análisis en continua	145
A.2 Ejemplo	147
Anexo B. INTRODUCCIÓN AL MATLAB	149
B.1 Léxico	149
B.1.1 Constantes	149
B.1.2 Identificadores	150
B.1.3 Comentarios	150
B.1.4 Operadores, expresiones y sentencias	150
B.2 Estructuras de control	150
B.2.1 Estructura if	150
B.2.2 Estructura for	151
B.2.3 Estructura while	151
B.3 Matrices	151
B.4 Funciones	151
B.4.1 Funciones disponibles	151
B.4.2 Funciones definidas por el usuario	152
B.5 Gráficos	152
B.6 Variables	153
B.7 Entrada/salida de datos	153
B.8 Otras funciones útiles	155
B.9 Ejemplo: función definida por el usuario	155
B.10 Ejemplo: lectura de archivos de texto	158

LISTA DE SÍMBOLOS

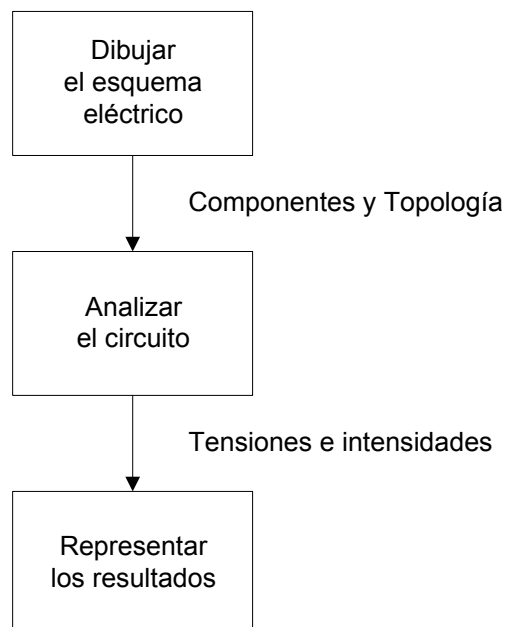
β	ganancia de corriente en continua del transistor
h	paso (análisis temporal)
$[i_A]$	intensidades en la salida de los amplificadores operacionales
$[i_C]$	intensidades en los condensadores (análisis temporal)
I_D	fuerza de intensidad del circuito equivalente del diodo
$[I]_{N \times 1}$	intensidades de excitación de nudo
$[i_L]$	intensidades en las bobinas
$[i_Q]$	intensidades en las bases de los transistores en continua
I_s	intensidad de saturación del diodo
$[i_T]$	intensidad en el terminal correspondiente de N_1 del transformador
$[i_V]$	intensidades en las fuentes de tensión
k	número de iteración del método de Newton-Raphson
m	número de instante de tiempo en el análisis temporal, $t = (m-1) h$
M	número de puntos a analizar (análisis temporal, $m = 1, 2, \dots, M$)
n	número de nudos del circuito
N	número de nudos sin contar el de referencia ($N = n-1$)
n_A	número de amplificadores operacionales
n_C	número de condensadores
n_L	número de bobinas
n_Q	número de transistores bipolares
n_T	número de transformadores
n_V	número de fuentes de tensión
R_C	resistencia de fugas del condensador
R_D	resistencia del circuito equivalente del diodo
R_L	resistencia del conductor de la bobina
R_V	resistencia interna de las fuentes de tensión al aplicar superposición
T	intervalo de tiempo para el análisis temporal ($0 \leq t \leq T$)
$[u_N]_{N \times 1}$	tensiones de nudo
V_γ	caída de tensión base-emisor en continua, región activa directa
V_T	tensión térmica (26 mV a 25 °C).
$[x]_{(N+n_V+n_L) \times 1}$	incógnitas $[u_N]$, $[i_V]$ e $[i_L]$ para el análisis temporal
$[y]_{(N+n_V+n_C) \times 1}$	incógnitas $[u_N]$, $[i_V]$ e $[i_C]$ para el análisis temporal
$[Y_{RIC}]_{N \times N}$	admitancias de nudo función de las R , L y C del circuito

PRÓLOGO

La simulación de un circuito eléctrico permite conocer, principalmente, el valor de sus tensiones e intensidades sin necesidad de realizar el montaje del circuito ni emplear equipos de medida. El éxito de esta operación depende principalmente de los modelos ideales que se propongan para cada uno de los componentes del circuito, es decir, para que el error o diferencia entre los valores calculados y los reales sea pequeño debe haber poca discrepancia entre el comportamiento de cada componente real y el de su modelo ideal.

Hoy en día la simulación de los circuitos eléctricos se realiza con la ayuda del ordenador, exceptuando el análisis de circuitos eléctricos sencillos. El ordenador permite tanto analizar repetidas veces un mismo circuito bajo diferentes condiciones, como analizar circuitos que sean complejos, y todo ello en muy poco tiempo.

Cuando se utiliza un programa de ordenador para realizar la simulación de un circuito eléctrico, es habitual encontrarse con tres etapas:



En primer lugar se introduce el esquema eléctrico del circuito con la ayuda de un entorno gráfico; la salida de esta etapa suele ser un archivo que contiene toda la información

sobre el circuito. En segundo lugar se realiza el análisis que consiste en el planteamiento y la resolución de uno o varios sistemas de ecuaciones; el punto de partida es precisamente el archivo mencionado. Y por último se representan los resultados.

La segunda etapa es la que más se explica en este libro que está dividido en tres capítulos. En el *primer capítulo* se describen los diferentes tipos de análisis que se pueden realizar en función del modo de funcionamiento del circuito; en concreto se trata del análisis en continua, del análisis en régimen estacionario senoidal o alterna, y del análisis temporal o régimen transitorio.

En el *segundo capítulo* se explican los algoritmos numéricos que se utilizan para analizar los circuitos eléctricos mediante el ordenador, tanto si se trata de circuitos lineales como de circuitos no lineales. El análisis se realiza para circuitos que contienen resistencias, bobinas, bobinas acopladas magnéticamente, condensadores, fuentes independientes de tensión y/o fuentes independientes de intensidad. El análisis en continua y el análisis temporal también admiten elementos no lineales como los diodos. En continua las bobinas, acopladas o no, y los condensadores se comportan como resistencias.

Finalmente en el *tercer capítulo* se explica cómo ampliar los algoritmos de análisis para tener en cuenta nuevos elementos no mencionados anteriormente, y se aplica a los transformadores ideales, a los transistores bipolares y a los amplificadores operacionales. También se muestra cómo calcular otras magnitudes eléctricas, como la potencia y la energía, a partir de los resultados previamente obtenidos tras realizar un análisis.

El método de análisis que se utiliza es el método modificado de los nudos que plantea como incógnitas las tensiones de nudo y las intensidades que circulan por determinados elementos.

El libro incluye dos *anexos* para explicar cómo implementar los algoritmos de este libro mediante programas orientados a la realización de cálculos numéricos.

Los autores han añadido ejercicios y aplicaciones reales para que el lector pueda comprobar el funcionamiento de sus propios algoritmos y conocer el alcance de una herramienta numérica como la que se explica en este libro. Las soluciones de los ejercicios se han obtenido utilizando MatLab 5.3 y se advierte al lector que los resultados pueden cambiar ligeramente si se modifica el orden de los cálculos o si se utiliza otra versión, por ejemplo al resolver el ejercicio 6.3 con MatLab 4.2.

Salvador Añó
Soledad Bernal

Capítulo I. ANÁLISIS DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS LINEALES

En este capítulo se explican los fundamentos del análisis de circuitos eléctricos lineales para poder justificar posteriormente los métodos numéricos de análisis propuestos en el capítulo II, interpretar correctamente sus resultados y conocer sus limitaciones.

El análisis más general que se puede realizar de un circuito eléctrico es el *análisis temporal* que se explica en el tema 1 y en el que se calcula cómo varían en función del tiempo las tensiones o intensidades del circuito, denominadas respuestas. Cada respuesta se puede descomponer como suma de una *respuesta transitoria*, que generalmente se anula con el paso del tiempo, más otra *respuesta permanente*. Esta última suele mantenerse en el tiempo y es función directa de las fuentes independientes de tensión o intensidad presentes en el circuito. Ambas se calculan resolviendo la ecuación diferencial que caracteriza al circuito.

En el tema 1 también se explica el planteamiento matricial del *método de los nudos* que solamente se aplicará para analizar circuitos que contienen resistencias, condensadores y/o fuentes independientes de intensidad. Este método se plantea de forma matricial para que se pueda implementar fácilmente su algoritmo en un ordenador y es la base del método modificado de los nudos que se estudia en el capítulo II y que permite analizar circuitos que además contienen bobinas, bobinas acopladas magnéticamente y fuentes independientes de tensión.

En los temas 2 y 3 se explican dos modos de funcionamiento especiales de los circuitos que son *continua* y *régimen estacionario senoidal*. En estos temas se expone cómo realizar su análisis como casos particulares del análisis temporal. Ambos modos de funcionamiento merecen un estudio detallado por ser bastante frecuentes entre las aplicaciones reales y por las simplificaciones que se pueden llevar a cabo en el circuito previamente a su análisis. En el caso del régimen estacionario senoidal se emplean los *fasores temporales* para representar a las tensiones e intensidades de forma sencilla, lo cual también se traduce en una simplificación importante en los cálculos.

Tanto en continua como en régimen estacionario senoidal, el cálculo de las respuestas se realiza resolviendo sistemas de ecuaciones algebraicas en vez de diferenciales como ocurre

en el caso del análisis temporal. En el capítulo II se describen los algoritmos numéricos que permiten convertir el sistema de ecuaciones diferenciales en algebraicas.

El tema 3 también explica cómo obtener los *diagramas de Bode*. Estos diagramas son muy útiles para conocer el comportamiento en régimen estacionario senoidal de aquellos circuitos diseñados para trabajar en un rango de frecuencias en vez de una sola frecuencia.

1. ANÁLISIS TEMPORAL DE CIRCUITOS LINEALES DE PARÁMETROS CONCENTRADOS

El *análisis temporal* de un circuito eléctrico permite simular cómo evoluciona una tensión o una intensidad en función del tiempo sin necesidad de realizar el montaje del circuito ni emplear equipos de medida. El éxito de esta operación depende principalmente de los modelos ideales que se propongan para cada uno de los componentes del circuito, es decir, para que el error entre la respuesta calculada y la real sea pequeña debe haber poca discrepancia entre el comportamiento del componente real y el de su modelo ideal.

En este tema se describe el procedimiento general a seguir para el análisis temporal de circuitos eléctricos lineales a partir de la ecuación diferencial que caracteriza al circuito, y se descompone la respuesta total como la suma de una *respuesta transitoria* y de una *respuesta permanente*. En ocasiones solamente interesa calcular la respuesta permanente, como ocurre en los circuitos que funcionan en *continua* o en *régimen estacionario senoidal*.

También se propone el *método de los nudos* para analizar circuitos que contienen únicamente combinaciones de resistencias, condensadores y fuentes independientes de intensidad. Es el punto de partida para el análisis de circuitos más complejos que se tratan en los temas sucesivos.

1.1 ANÁLISIS Y SÍNTESIS DE CIRCUITOS

Sea el circuito eléctrico C.E. de la Figura 1.1 en la que $E_1(t), \dots, E_n(t)$ son las *excitaciones* del circuito, es decir, las fuentes independientes de tensión o de intensidad. $R(t)$ es la *respuesta*, esto es, cualquier tensión o intensidad que se pueda medir en el circuito, exceptuando las excitaciones. Los problemas a resolver en la teoría de circuitos se pueden clasificar en dos tipos:

- a) Problemas de *análisis*, en los que son conocidos C.E. y las excitaciones $E_1(t), \dots, E_n(t)$, y se pretende calcular la respuesta¹ $R(t)$. La respuesta se calcula para un determinado intervalo de tiempo, por ejemplo para $t > t_0$ en cuyo caso a t_0 se le denomina instante inicial.

¹ En ocasiones el análisis se plantea para obtener resultados intermedios, por ejemplo la ecuación diferencial que caracteriza el comportamiento del circuito y cuya incógnita es precisamente $R(t)$.

- b) Problemas de *síntesis*, en los que se conoce la respuesta y se debe proponer el C.E. y las excitaciones. También puede ocurrir que se conozca la respuesta y las excitaciones, y se deba obtener el C.E.

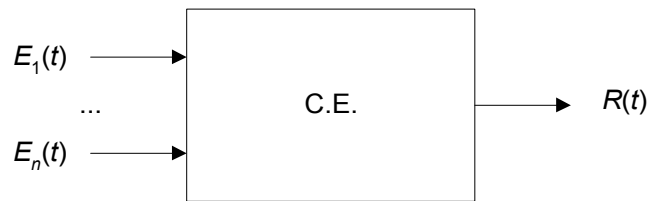


Figura 1.1 Excitaciones $E_1(t)$, ..., $E_n(t)$ y respuesta $R(t)$ de un circuito eléctrico C.E.

Los problemas de análisis tienen una solución única. En cambio los problemas de síntesis admiten varias soluciones y se debe escoger la mejor, atendiendo a criterios de fiabilidad, costes, etc.

Con frecuencia, en el circuito a analizar las excitaciones $E_1(t)$, .. $E_n(t)$ pertenecen a uno de los dos *tipos de excitaciones* siguientes: continua o alterna. La excitación *continua*, ya sea de tensión o de intensidad, presenta un valor constante e independiente del tiempo, y viene caracterizada por su amplitud en voltios o amperios. La excitación *alterna* varía de forma senoidal en función del tiempo, y se caracteriza por su amplitud, frecuencia y fase.

1.2 TIPOS DE CIRCUITOS

Un circuito eléctrico como el de la Figura 1.1 se puede clasificar, según sus propiedades de linealidad, en uno de entre los siguientes tres tipos:

- a) *Lineal*, cuando cumple las siguientes propiedades:
- i) Si ante una sola excitación $E(t)$ se obtiene la respuesta $R(t)$, entonces ante la excitación $K \cdot E(t)$ la respuesta debe ser $K \cdot R(t)$, $K \in \mathfrak{R}$.
 - ii) Si ante una sola excitación $E_1(t)$ se obtiene la respuesta $R_1(t)$, y cuando actúa solamente otra excitación $E_2(t)$ la respuesta pasa a valer $R_2(t)$, entonces cuando actúan simultáneamente $E_1(t)$ y $E_2(t)$ la respuesta debe ser ² $R_1(t) + R_2(t)$. Conviene aclarar que la excitación $E_2(t)$ puede estar aplicada en una parte del circuito distinta a la de $E_1(t)$, mientras que las respuestas $R_1(t)$ y $R_2(t)$ se miden en el mismo punto del circuito. Además la carga de las bobinas y de los condensadores en el instante inicial

² Esta propiedad es el fundamento del *teorema de superposición* que permite calcular la respuesta total de un circuito excitado con varias fuentes como la suma de respuestas parciales a cada una de las excitaciones actuando independientemente y anulando las demás. Este teorema se aplica, claro está, cuando las respuestas parciales son mucho más fáciles de calcular que la respuesta total.

(intensidad y tensión respectivamente) se consideran como excitaciones, y hay que hacer cero su valor si no se quieren tener en cuenta.

- b) *No lineal*, cuando el circuito no verifica alguna o ninguna de las dos propiedades anteriores.
- c) *Cuasilineal*, cuando es lineal solamente en un determinado margen de funcionamiento, por ejemplo para intensidades desde -3 a +3 A. En este caso el circuito se puede analizar como si fuese lineal siempre que no se supere dicho margen.

Otra clasificación de los circuitos eléctricos es la siguiente:

- a) Circuitos de *parámetros concentrados*. Son aquellos en los que los fenómenos físicos se pueden estudiar suponiendo que tienen lugar en un punto del espacio. Por ejemplo, se puede estudiar el comportamiento de la bobina real de la Figura 1.2 (a) suponiendo que la resistencia de su devanado se concentra en R y que su inductancia es L , Figura 1.2 (b).

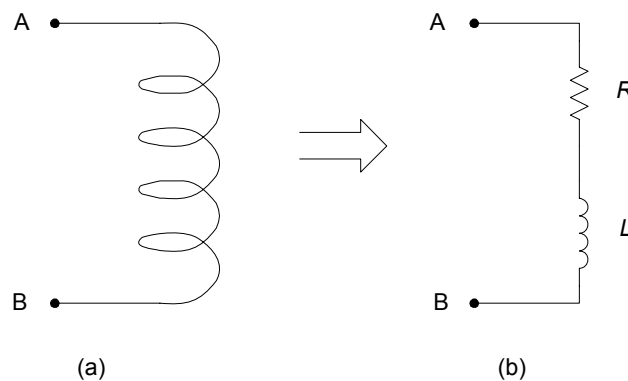


Figura 1.2 La bobina real (a) se puede modelar empleando una resistencia R y una bobina L ideales en serie, según (b).

- b) Circuitos de *parámetros distribuidos*, cuando sus propiedades no se pueden limitar a un punto del espacio. Por ejemplo, una línea eléctrica de gran longitud.

El contenido de este libro trata del análisis de circuitos eléctricos lineales y no lineales de parámetros concentrados. Los elementos que puede contener el circuito son resistencias, bobinas, bobinas acopladas magnéticamente, condensadores, fuentes independientes de tensión, fuentes independientes de intensidad, diodos, transformadores ideales y/o transistores bipolares.

1.3 ANÁLISIS TEMPORAL. RESPUESTAS TRANSITORIA Y PERMANENTE.

El *análisis temporal* permite calcular cómo evoluciona en función del tiempo una tensión o una intensidad (respuestas) de un circuito eléctrico. En este apartado se propone un método general para calcular la respuesta de cualquier circuito eléctrico lineal.

La respuesta de un circuito eléctrico lineal, por ejemplo una tensión $u_R(t)$, $t > t_0$, se puede calcular siguiendo los pasos del diagrama de la Figura 1.3.

En primer lugar se analiza el circuito aplicando la 1ª y 2ª leyes de Kirchhoff y las ecuaciones de definición de los elementos, o bien empleando un método sistemático de análisis, por ejemplo el método de los nudos. De esta forma se debe obtener un sistema de ecuaciones integrodiferenciales con tantas ecuaciones como incógnitas; evidentemente una de estas incógnitas es la que se desea calcular. Operando en este sistema de ecuaciones se llega a una sola ecuación diferencial de coeficientes constantes cuya incógnita debe ser $u_R(t)$.

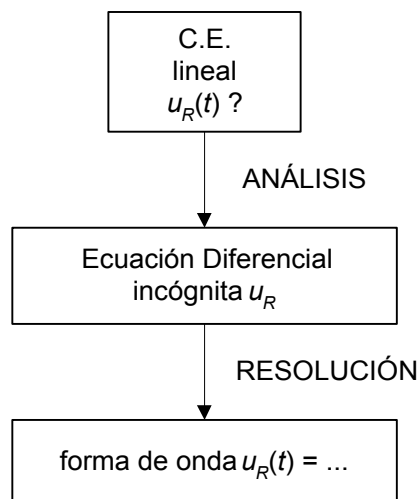


Figura 1.3 Pasos a seguir para obtener la respuesta temporal de un circuito eléctrico lineal.

En general la ecuación diferencial toma la forma:

$$P(D) \cdot u_R(t) = Q(D) \cdot g(t) \quad , \quad t > t_0$$

donde $u_R(t)$ es la respuesta o incógnita a calcular y $g(t)$ es la excitación y por lo tanto se trata de una fuente independiente de tensión o de intensidad.

Para seguir leyendo haga click aquí