

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Departamento de Ingeniería Mecánica y de Materiales



Trabajo Fin de Máster en Ingeniería Mecánica

**MODELADO Y SIMULACIÓN ACÚSTICA 3D
MEDIANTE COMSOL DE DISPOSITIVOS DE LA LÍNEA
DE ESCAPE EN VEHÍCULOS. APLICACIÓN A
FILTROS DE PARTÍCULAS DIÉSEL.**

Presentado por: D. Iván Martín Valladolid

Dirigido por: Dr. D. Francisco David Denia Guzmán

Valencia, Septiembre de 2016.



ÍNDICE

ÍNDICE.....	2
RESUMEN	4
ABSTRACT.....	6
RESUM.....	8
1 INTRODUCCIÓN.....	10
1.1 MOTIVACIÓN.....	11
1.2 OBJETO DE ESTE TRABAJO	13
1.3 ORGANIZACIÓN DE ESTE DOCUMENTO	13
2 FUNDAMENTOS.....	15
2.1 INTRODUCCIÓN.....	16
2.2 TEORÍA ACÚSTICA	16
2.3 FILTROS DE PARTÍCULAS DIÉSEL.....	25
2.4 ATENUACIÓN ACÚSTICA	28
3 MODELO DE ONDAS.....	30
3.1 INTRODUCCIÓN.....	31
3.2 MODELOS APLICABLES	31
3.3 ECUACIÓN DE ONDAS	38
3.4 ECUACIÓN DE HELMHOLTZ.....	44
3.5 VENTAJAS E INCONVENIENTES	45
4 ACÚSTICA EN CONDUCTOS.....	47
4.1 INTRODUCCIÓN.....	48
4.2 PROPAGACIÓN ACÚSTICA EN CAMBIOS DE SECCIÓN	48
4.3 PROPAGACIÓN ACÚSTICA EN PARTICIONES	52
4.4 PROPAGACIÓN ACÚSTICA EN CONDUCTOS CAPILARES	55
5 MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS. MEF.....	57
5.1 INTRODUCCIÓN.....	58
5.2 CONCEPTOS GENERALES DEL MEF	59
6 MÉTODO DE TRABAJO.....	63
6.1 INTRODUCCIÓN.....	64
6.2 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.....	64



6.3 IMPLEMENTACIÓN POR ORDENADOR.....	66
7 MODELIZACIÓN EN COMSOL.....	69
7.1 INTRODUCCIÓN.....	70
7.2 IMPLEMENTACIÓN EN COMSOL MULTIPHYSICS	71
7.3 MODELADO Y ANÁLISIS.....	72
8 RESULTADOS Y CONCLUSIONES.....	82
9 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	86
ANEXOS.....	89
ANEXO I: ÍNDICE DE FIGURAS.....	90
ANEXO II: CÁLCULO DE LAS PROPIEDADES DEL MONOLITO USANDO MATHCAD.....	92
ANEXO III: CÁLCULO DE LA MATRIZ DE TRASFERENCIA USANDO MATHCAD.....	96



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA Y DE MATERIALES
MÁSTER EN INGENIERÍA MECÁNICA



RESUMEN



Este Trabajo Fin de Máster se centra en el desarrollo e implementación de una metodología en Comsol para el modelado acústico de los filtros de partículas utilizados en la línea de escape de motores de combustión interna alternativos.

Para ello, se realiza una revisión bibliográfica de los modelos unidimensionales y la representación matricial asociada. También se lleva a cabo una revisión de la literatura existente en cuanto a la caracterización de conductos y monolitos. Se aplica el método de elementos finitos a la resolución de la ecuación de ondas, en el interior de regiones de aire conectadas por filtros de partículas. La capacidad que posee el método de elementos finitos para abordar geometrías arbitrarias con condiciones generales es el motivo por el que se aplica dicho método en el modelado acústico de filtros de partículas de motores diésel comerciales de automoción. En primera aproximación, para simular el comportamiento acústico del filtro de partículas se recurre a un modelo en el que se sustituye el monolito cerámico por su resistencia acústica concentrada.

Se llevan a cabo diversas simulaciones y se analizan los resultados obtenidos para alcanzar las conclusiones oportunas.

Palabras clave: Acústica, vehículos, línea de escape, filtro de partículas, monolito, elementos finitos, control de ruido.



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA Y DE MATERIALES
MÁSTER EN INGENIERÍA MECÁNICA



ABSTRACT



This Master thesis focuses on the development and implementation of a Comsol-based methodology for the acoustic modeling of diesel particulate filters (DPF) used in the exhaust system of internal combustion engines.

First, a bibliography review of the acoustic one-dimensional models and the associated matrix representation is performed. Also, a literature review is carried out related to the characterization of ducts and monoliths. The finite element method is applied to solve the wave equation in air regions connected by a particulate filter. The ability of the finite element method to address arbitrary geometries with general conditions is the reason for which this method is applied in the acoustic modeling of particulate filters in commercial automotive engines. As a first approximation, and with a view to compute the acoustic behavior of a particulate filter, a model in which the ceramic monolith is replaced by its lumped acoustic resistance is used.

A number of computations are carried out and the corresponding results are analyzed to reach the appropriate conclusions.

Keywords: *Acoustics, vehicles, exhaust line, particulate filter, monolith, finite elements, noise control.*



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA Y DE MATERIALES
MÁSTER EN INGENIERÍA MECÁNICA



RESUM



Aquest Treball Fi de Màster es centra en el desenvolupament i implementació d'una metodologia en Comsol per al modelat acústic dels filtres de partícules utilitzats en la línia d'escapament de motors de combustió interna alternatius.

Per a això, es realitza una revisió bibliogràfica dels models unidimensionals i la representació matricial associada. També es porta a terme una revisió de la literatura existent pel que fa a la caracterització de conductes i monòlits. S'aplica el mètode d'elements finits a la resolució de l'equació d'ones, a l'interior de regions d'aire connectades per filtres de partícules. La capacitat que posseeix el mètode d'elements finits per a abordar geometries arbitràries amb condicions generals és el motiu pel qual s'aplica aquest mètode en el modelat acústic de filtres de partícules de motors diesel comercials d'automoció. En primera aproximació, per a simular el comportament acústic del filtre de partícules es recorre a un model en què se substitueix el monòlit ceràmic per la seua resistència acústica concentrada.

Es porten a terme diverses simulacions i s'analitzen els resultants obtinguts per assolir les conclusions oportunes.

Paraules clau: *Acústica, vehicles, línia d'escape, filtre de partícules, monòlit, elements finits, control de soroll.*



1 INTRODUCCIÓN.



1.1 MOTIVACIÓN

La sociedad está inmersa en un proceso de crecimiento constante, por este motivo es frecuente observar como las personas cambian sus costumbres, la convivencia y el entendimiento sobre aquello que los rodean.

Uno de los mayores cambios que se puede observar se corresponde al aumento de la consciencia sobre la relación que guarda el medio ambiente y la salud de las personas. Por ejemplo: vivir en un entorno donde existe una gran contaminación acústica, comúnmente conocido por ruido, puede provocar efectos psicológicos y fisiológicos. Por otra parte, la emisión de gases contaminantes a la atmosfera supone el deterioro de la capa de ozono.

Dadas las consecuencias derivadas de la contaminación en cualquiera de sus formas, los gobiernos de la mayoría de países han desarrollado leyes para reducir la emisión de gases contaminantes a la atmosfera, así como para limitar el ruido en los núcleos poblacionales y en ecosistemas protegidos por su valor ecológico.

En una ciudad existen multitud de fuentes de contaminación: vehículos, actividades industriales, obras públicas, actividades urbanas.

Particularizando en la contaminación acústica e independientemente del origen, el grado de molestia que producen depende de su nivel de presión sonora, el cual se mide en decibelios. A continuación se dan algunos ejemplos:



Figura 1.1: Nivel de ruido provocado por las fuentes más comunes.

Si nos centramos en el análisis de los vehículos observamos que, todos los fabricantes han invertido una gran cantidad de recursos económicos para reducir la emisión de gases contaminantes así como el nivel de ruido que emiten sus modelos, llegando a desarrollar elementos como silenciadores, catalizadores y filtro antipartículas, FAP, en inglés Diesel Particulate Filter, de ahora en adelante DPF, estos últimos ampliamente utilizados en motores Diésel.



1.2 OBJETO DE ESTE TRABAJO

El principal objeto de este trabajo de fin de máster es desarrollar e implementar una metodología basada en elementos finitos y soluciones analíticas de la ecuación de ondas que permita simular el comportamiento acústico de los FAP de la línea de escape de los vehículos.

Dichos FAP se desarrollaron inicialmente para atrapa las partículas de carbono generadas en la combustión cuando pasan los gases de escape, suprimiendo así las emisiones de partículas y de humos protegiendo el medio ambiente. Este componente lo suelen montar los motores diésel para cumplir con la *normativa de consumos y emisiones*. En nuestro vamos a analizar la influencia acústica de estos dispositivos. Concretamente vamos a establecer una relación entre las velocidades acústicas y su Transmission Loss, TL.

Para llevar a cabo esta simulación se utilizará el programa comercial de elementos finitos, Comsol Multiphysics, así como códigos propios de tipo numérico y analítico que han sido desarrollados por el personal del grupo de investigación.

1.3 ORGANIZACIÓN DE ESTE DOCUMENTO

Capítulo 2: Fundamentos. Se explican los conceptos básicos que se van a utilizar a lo largo del desarrollo de este trabajo. Se pueden agrupar en dos partes, la primera desarrolla conceptos de teoría acústica y la segunda describe qué es un FAP y la tipologías de los monolitos empleados.

Capítulo 3: Modelo de ondas. Se presentan las ecuaciones que gobiernan la propagación acústica del sonido, así como los



diferentes modelos e hipótesis que permiten simplificar el Problema acústico obteniendo soluciones aceptables.

Capítulo 4: Acústica en conductos y FAP. Se aplicarán las ecuaciones de la propagación acústica del sonido a los FAP.

Capítulo 5: Método de los elementos finitos (MEF). Se describe el procedimiento del método de los elementos finitos y su aplicación a la ecuación de ondas que rige la propagación acústica en los FAP.

Capítulo 6: Método de trabajo. Se describen las características del FAP simulado y la metodología que se deberá seguir para resolver el problema acústico mediante el método de los elementos finitos.

Capítulo 7: Modelización en Comsol. Se muestra el procedimiento empleado para alcanzar la solución a partir del software de elementos finitos

Capítulo 8: Resultados y conclusiones. Se muestra los resultados obtenido así como las conclusiones que se extraen de los mismos.

Capítulo 9: Bibliografía. Se muestra los artículos y publicaciones que han servido de base para la realización de esta tesis.



2 FUNDAMENTOS.



2.1 INTRODUCCIÓN

Con el fin de entender el desarrollo de este Trabajo de Fin de Máster, éste segundo capítulo tratará de explicar los mecanismos por los que se rigen los fenómenos acústicos, las variables que intervienen en la propagación del sonido en el aire, así como la medición de las magnitudes físicas y relaciones que se utilizan para medir el sonido.

Además también se hará una introducción a los FAP, describiendo su funcionamiento, tipología y su caracterización de cara a la atenuación acústica.

2.2 TEORÍA ACÚSTICA

2.2.1 EL SONIDO

El sonido es una perturbación que, se propaga a través de un medio físico en cualquiera de sus estados, producida por una variación local de la presión p , de la velocidad de las partículas v o de la densidad ρ .

La perturbación puede ser percibida por el ser humano si la frecuencia de vibración está comprendida entre los 16 Hz y los 20 kHz, siendo 1 Hz un período por segundo. En el caso de estar fuera de estos límites, la onda se denomina infrasónica (por debajo de los 16 Hz) o ultrasónica (por encima de los 20 kHz).

La propagación del sonido se producirá gracias a la vibración o desplazamiento alrededor de la posición de equilibrio de las partículas que componen el fluido. La inercia del fluido permitirá que cada partícula transfiera la perturbación a otra adyacente, mientras que la elasticidad del medio obligará a cada partícula a no perder su posición de equilibrio.

Particularizando, el aire es un fluido gaseoso que cumple con estas propiedades, y será el medio de propagación considerado a lo largo de este trabajo de fin de máster.

2.2.2 MECANISMOS DE TRANSMISIÓN

Los mecanismos de transmisión están relacionados con el movimiento de las partículas que componen el fluido.

Las ondas acústicas se pueden clasificar en función de la relación existente entre sentido de vibración y sentido de propagación. Así pues, se distinguen dos mecanismos de transmisión:

1. Ondas transversales
2. Ondas longitudinales

En las ondas transversales, el movimiento de las partículas es perpendicular a la dirección en la que se propaga la onda acústica (ver figura 2.1). Sin embargo, en las ondas longitudinales, las partículas del fluido tienen un movimiento paralelo a la dirección de propagación (ver figura 2.2).

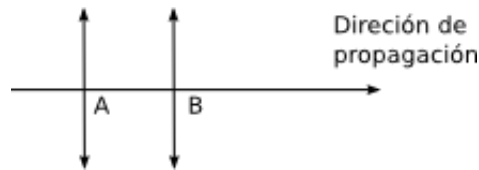


Figura 2.1: Onda transversal. Las flechas dobles simbolizan el movimiento de las partículas A y B.

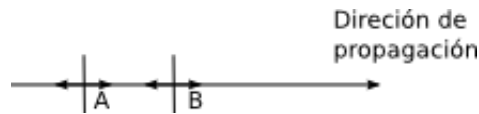


Figura 2.2: Onda longitudinal. Las flechas dobles simbolizan el movimiento de las partículas A y B.

La velocidad a la que se mueven las partículas del fluido se denomina velocidad de partícula y se representa con el símbolo v .

2.2.3 MECANISMOS DE PROPAGACIÓN

La propagación está relacionada con el desplazamiento de la onda en el espacio. En función de la propagación, las ondas acústicas pueden ser unidimensionales, bidimensionales o tridimensionales.

Si la propagación es unidimensional, los frentes de onda son planos paralelos y la onda se denominada: onda plana (ver figura 2.3). En este caso solo existe dependencia de una coordenada (x) y del tiempo.

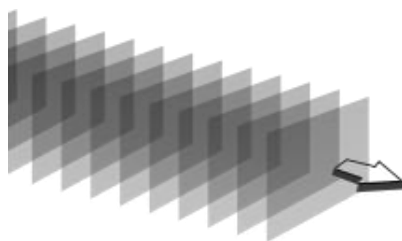


Figura 2.3 Frente de onda de una onda unidimensional.

En cambio, si la propagación es igual en todas las direcciones, los frentes de onda son esferas concéntricas. En éste caso la onda se denomina: *onda esférica* y su centro es la fuente (ver figura 2.4). La onda esférica será dependiente de la distancia radial y del tiempo.

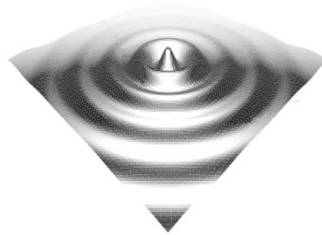


Figura 2.4 Frente de onda de una onda esférica.

La velocidad a la que se propagan las ondas en el espacio se denomina velocidad de propagación o velocidad de onda y se representa con la letra c ó c_0 . Tal y como se puede ver en la ecuación (2.1) la velocidad de onda depende del medio y de la temperatura absoluta:

$$c_0 = \sqrt{\gamma \frac{R}{M_{mol}} T_0} \quad (2.4.1)$$

Introduciendo los valores típicos del aire:

$$\gamma \text{ (coef. adiabático)} = 1,4;$$

$$R = 8,314 \text{ Nm/K};$$

$$M_{mol} \text{ (aire)} = 28,9 \times 10^{-3} \text{ kg};$$

$$T_0 = 288 \text{ K}; \text{ se obtiene que: } c_0 = 341 \text{ m/s.}$$

2.2.4 ONDA ACÚSTICA EN TIEMPO Y ESPACIO

Tal y como se comprobará más adelante a través de la deducción de la ecuación de onda, el sonido es función de la posición y del tiempo, si medimos la presión, esta dependencia se puede escribir como: $p(x, t)$, siendo x la posición y t el tiempo.

La figura 2.5 representa la presión instantánea de una onda acústica unidimensional en un tiempo fijo determinado. Si cogemos dos puntos, $x_1 = A$ y $x_2 = B$, y medimos la presión en esos dos puntos cuando el tiempo vale t , se puede observar que el sonido en A , p_t y el sonido en B , f_t son diferentes.

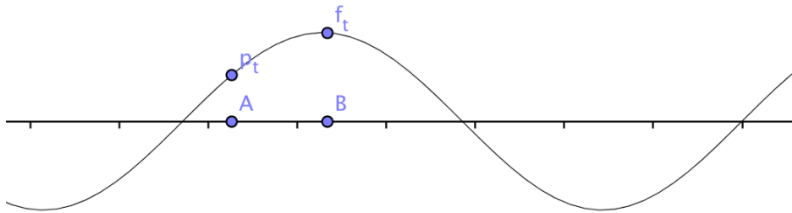


Figura 2.5: Presión sonora instantánea.

Sin embargo, ambos puntos deben estar conectados, pues no es posible que desde $x_1 = A$ se escuche música clásica, y desde $x_2 = B$ se escuche un martillo neumático. Por lo tanto, ambos sonidos son idénticos con la única excepción del tiempo, así pues, se puede escribir:

$$p(t) = f(t + \Delta t) \quad (2.2)$$

Sustituyendo $\Delta t = x/c_0$, donde x es la distancia y c_0 la velocidad de onda (ver apartado 2.2.3), la ecuación anterior se puede escribir como:

$$p(t) = f(t + x/c_0) \quad (2.3)$$

Generalizando, se tendrá:

$$p(x, t) = f\left(t \pm \frac{x}{c_0}\right) \quad (2.4)$$

2.2.5 COMPORTAMIENTO ARMÓNICO Y AMPLITUD COMPLEJA

Debido a cuestiones prácticas, los fenómenos sonoros se consideran ondas vibratorias con comportamiento temporal armónico, es decir funciones seno o coseno también denominadas tonos puros.

De este modo, si hablamos de presión, una onda sonora de comportamiento armónico que se propaga de forma continúa (sin ningún tipo de reflexión) en la dirección x positiva de un sistema cartesiano se puede escribir como:

$$p(x, t) = p_0 \cos \omega(t - x/c_0) \quad (2.5)$$

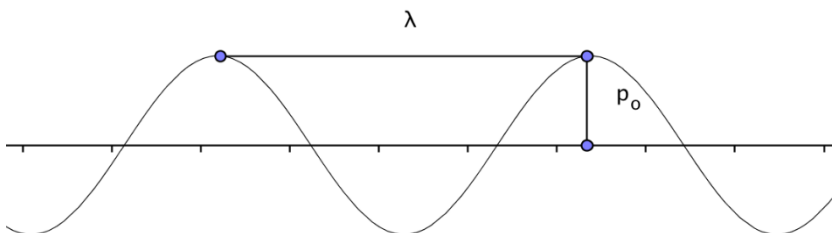


Figura 2.6: Onda plana de comportamiento armónico.

siendo la velocidad angular $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ y p_0 la amplitud. Además, si se considera el número de onda como la relación entre la velocidad angular y la de propagación ($k = \omega/c_0$), se tendrá:

$$p(x, t) = p_0 \cos(\omega t - k \cdot x)$$

Con el fin de describir las onda acústicas de forma mas simple, estas se suelen representar utilizando la notación compleja, pues su ventaja reside en que la dependencia con el tiempo se da con el factor $e^{j\omega t}$ en lugar de utilizar el $\cos\omega t$ o $\sin\omega t$. De este modo la onda cosenoidal mostrada anteriormente se puede representar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} p(x, t) &= p_0 \cos(\omega t - k \cdot x) = \text{Re}\{p_0 e^{j(\omega t - kx)}\} \\ &= \text{Re}\{p_0 e^{-jkx} e^{j\omega t}\} = \text{Re}\{\underline{p}_0 e^{j\omega t}\} \quad (2.6) \end{aligned}$$

Siendo \underline{p}_0 la denominada amplitud compleja:

$$\underline{p}_0 = p_0 e^{-jkx} \quad (2.7)$$

Para representar de forma compleja la onda sonora se ha utilizado la fórmula de Euler:

$$e^{jz} = \cos z + j \sin z \quad (2.8)$$

donde Re denota la parte real del número complejo. Además como cualquier otro número complejo, este se puede representar como un “fasor” en el plano complejo:

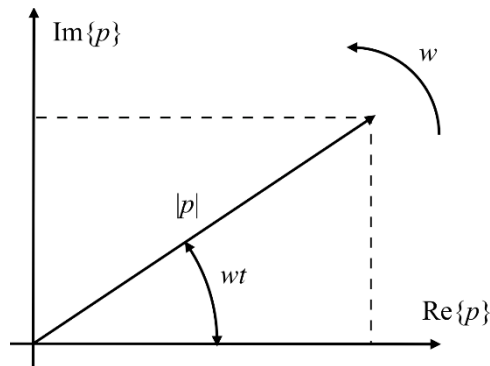


Figura 2.7: Representación de una oscilación armónica.



2.2.6 ONDAS PROGRESIVAS Y ESTACIONARIAS

Con el fin de entender mejor los fenómenos de propagación que ocurren en el interior de un catalizador, es necesario explicar la diferencia entre ondas progresivas y estacionarias, pues ambos conceptos serán utilizados a lo largo de éste trabajo de fin de máster.

Las ondas progresivas son aquellas ondas que viajan en una dirección determinada. En el caso unidimensional, la onda progresiva se propagaría en el sentido x positivo, por lo tanto, su forma de onda e impedancia compleja siguen lo descrito en el apartado anterior:

$$p(x, t) = p_0 \cos(\omega - k \cdot x) \rightarrow \underline{p_0} = p_0 e^{-jkx} \quad (2.9)$$

En cambio una onda estacionaria se produce cuando una onda progresiva incide sobre un obstáculo, creando una onda reflejada en sentido contrario. En este caso, el campo sonoro está formado por dos ondas viajando en sentidos opuestos: la onda progresiva viaja en el sentido positivo de las x (caso unidimensional), mientras que la onda reflejada viaja en sentido negativo de las x . Su impedancia compleja queda definida a continuación:

$$\underline{p_0} = p_0 e^{-jkx} + p_0 r e^{jkx} = p_0 (e^{-jkx} + r e^{jkx}) \quad (2.10)$$

r es el coeficiente de reflexión de la presión incidente sobre el obstáculo. El coeficiente de reflexión se considera un número complejo de la forma (R número real):

$$r = R e^{j\varphi} \quad (2.11)$$

Este coeficiente es resultado del cociente entre onda-regresiva y onda-progresiva. Su valor dependerá de la absorción y/o impedancia del obstáculo que produce la reflexión.



2.2.7 IMPEDANCIA ACÚSTICA

La impedancia acústica se puede definir como la oposición que las partículas de un medio (gaseoso, líquido o sólido) presentan cuando se les aplica una presión. De este modo, la impedancia mide la facilidad que presenta el medio para la propagación del sonido.

Por analogía con los sistemas eléctricos, la impedancia se define como el cociente entre la presión y la velocidad de las partículas del medio:

$$Z = \frac{p}{v} \quad (2.12)$$

Tal y como se demostrará más adelante (*ver apartado 4.2.3*) la impedancia acústica del aire es:

$$Z = \rho_0 c_0 \quad (2.13)$$

2.2.8 MEDICIÓN DEL SONIDO: DECIBELIOS.

Cuando una onda acústica se propaga por un medio, éste sufre una alteración en su estado de presión, densidad y velocidad local. Por lo tanto, un buen método para medir el sonido sería medir el estado de estas variables al propagarse la onda acústica. Atendiendo a razones ilustrativas, el sonido se suele medir en términos de presión.

La presión es una magnitud física cuya unidad más usual son los Pascales (Pa) o Newtons por metro cuadrado (N/m^2). Utilizando dichas unidades como base, los seres humanos somos capaces de percibir sonidos muy extremos, estos van desde los $2 \cdot 10^{-5} N/m^2$ de presión hasta los $200 N/m^2$, valor que representa el umbral del dolor.

Dado el amplio rango de sonidos que puede percibir el oído humano y con el fin de utilizar valores más manejables, se prefiere utilizar una magnitud exponencial en lugar de una



magnitud lineal. Así pues, se define el decibelio (dB) como la escala logarítmica que describe el nivel de presión sonora (SPL):

$$SPL = 20 \log \left(\frac{p}{p_{ref}} \right) = 10 \log \left(\frac{p}{p_{ref}} \right)^2 \quad (\text{dB}) \quad (2.14)$$

siendo $p_{ref} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}^2$ (mínimo perceptible a 1.000 Hz) y p , mientras no se diga lo contrario, el valor efectivo de la señal temporal (RMS value). En cuanto a los valores numéricos (20 ó 10) que aparecen en la fórmula anterior, comentar que estos valores se han escogido de forma que la mínima diferencia de nivel de presión sonora (SPL) necesaria para que una persona perciba dos sonidos de diferente volumen sea igual a 1 dB.

2.3 FILTROS DE PARTÍCULAS DIÉSEL.

2.3.1 RUIDO ACÚSTICO DE UN MOTOR

Si intentamos analizar un vehículo como una única fuente de ruido nos damos cuenta de la magnitud del problema que se nos presenta, puesto que el ruido generado tiene un origen en prácticamente cualquier elemento que lo compone.

De entre todos los orígenes posibles, el más importante es el ruido producido por el motor, el cual se puede dividir en: ruido producido en el proceso de combustión, ruido producido por el proceso de renovación de carga y ruido producido por el acoplamiento mecánico.

El ruido producido por estos procesos se debe principalmente a dos mecanismos físicos: el “*Ruido aerodinámico*”, producto de las variaciones no estacionarias del caudal del fluido en los extremos de los colectores de admisión y escape, y la “*Radiación*” debida a la vibración de superficies, la cual recibe



contribuciones de las tres fuentes citadas anteriormente: combustión, renovación de la carga y ruido mecánico.

El ruido aerodinámico del motor está asociado a la admisión y al escape, procesos indispensables para producir la renovación de carga.

Uno de los elementos principales de estos procesos es el escape, dónde se produce una variación de presión de forma brusca y con una mayor amplitud, existiendo la posibilidad de que se puedan desarrollar ondas de choque en el colector, con el consiguiente posible incremento del ruido de alta frecuencia.

Por lo tanto, dada la importancia de la generación de ruido en el escape de los gases de los motores de combustión interna alternativos, se hace necesario destacar la importancia del diseño de los elementos que son capaces de reducir el ruido producido en el escape.

2.3.2 QUÉ ES UN FILTRO DE PARTÍCULAS DIÉSEL

En la mayoría de las ocasiones al hablar de los FAP se hará referencia a la influencia que tienen en el rendimiento del vehículo que los montan, ya que se trata de un dispositivo diseñado para reducir las emisiones contaminantes de los motores diésel. Esto supone pérdida de potencia y una serie de problemas de mantenimiento derivados de la suciedad que almacenan en su interior con el paso de los kilómetros.

Entrando en una definición más detallada podemos decir que, es un dispositivo ubicado en el tubo de escape encargado de retener, en sus paredes porosas, las partículas sólidas que generan los motores (las famosas carbonillas que dan color negro al aceite, pero las más ligeras que el gas del escape arrastran), sobre todo los diésel, para reducir el nivel de emisiones de estos coches.

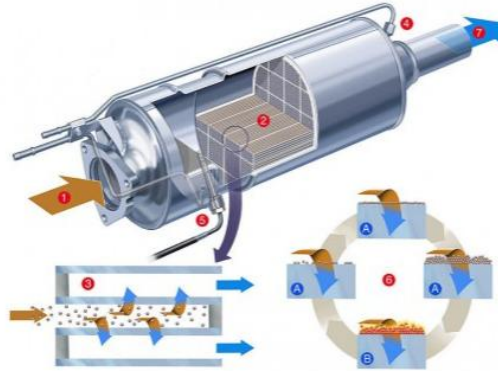


Figura 2.8: Representación de un FAP y su ciclo de renovación.

2.3.3 TIPOS DE FILTROS DE PARTÍCULAS DIÉSEL

Básicamente, existen dos tipos:

Filtro de partículas sin aditivo: El más común. Suele estar colocado cerca del motor, normalmente tras el colector de escape y pegados al turbo. De esta forma, el corto recorrido de los gases de escape entre el motor y el filtro de partículas permite que la temperatura de los gases de escape todavía sea suficientemente alta para la combustión de las partículas. Su vida útil es la misma que la del coche. Existen también sistemas con un inyector de gasoil antes del filtro de partículas. Están más alejados del motor y al inyectarse el gasoil este se quema hasta alcanzar la temperatura necesaria para quemar las partículas en el filtro.



Filtro de partículas con aditivo: Empleado por pocos fabricantes (como los HDi de PSA, Peugeot-Citroën, sobre todo). Aquí el filtro está más alejado del motor, de modo que para lograr la temperatura que incinera las partículas se añade un aditivo al gasoil, que se activa al entrar en contacto con las partículas dentro del filtro. Por eso hay que rellenar el depósito de aditivo, cerina (desarrollado por el grupo PSA), cada cierto tiempo (en torno a 100.000 kilómetros de media).

2.4 ATENUACIÓN ACÚSTICA

Para finalizar, se describirán los diferentes parámetros que se utilizan para describir la atenuación acústica de los silenciadores, entre ellos destacan los siguientes:

1. Pérdida de inserción (*IL-Insertion loss*).
2. Reducción de ruido (*NR- Noise reduction*).
3. Pérdida de transmisión (*TL- Transmission loss*).

La pérdida de inserción sonora IL da la relación de nivel de presión sonora que existe en un punto, con y sin silenciador. El cálculo de éste parámetro depende de 3 factores: el silenciador, la impedancia de la fuente y la impedancia de radiación o salida. Debido a las diferentes implicaciones, la pérdida de inserción, es un parámetro difícil de calcular y que no es muy apropiado para el diseño de silenciadores:

$$IL = 10 \log \frac{W_1}{W_2} \quad (2.15)$$

siendo W_1 la potencia emitida con silenciador y W_2 sin silenciador.

Por otro lado, la Reducción de ruido NR es la diferencia de nivel de presión acústica que existe entre dos puntos cualesquiera del



silenciador. Es una propiedad que no es fiable para el diseño del silenciador ya que depende de las características de terminación del propio sistema y del silenciador.

$$NR = 20 \log \left| \frac{P_1}{P_2} \right| \quad (2.16)$$

Por último, la Pérdida de transmisión TL es la diferencia de potencia acústica entre la onda incidente y la onda transmitida que sale del silenciador cuando la salida es anecoica, es decir cuando no existe reflexión de la onda progresiva.

$$TL = 10 \log \left| \frac{W_i}{W_t} \right| = 20 \log \left| \frac{P_i}{P_t} \right| \quad (2.17)$$

siendo W_i y P_i potencia y presión sonora incidente y W_t y P_t la potencia y la presión transmitida.

A diferencia del resto de parámetros, la pérdida de transmisión es una propiedad que solo depende de las características del silenciador, lo cual lo hace ideal para el diseño de silenciadores.



3 MODELO DE ONDAS.



3.1 INTRODUCCIÓN

El objetivo de este capítulo es presentar las ecuaciones que gobiernan la propagación acústica del sonido, así como los diferentes modelos e hipótesis que permiten simplificar el problema obteniendo soluciones aceptables. Teniendo en cuenta las limitaciones del modelo considerado.

3.2 MODELOS APLICABLES

En el ámbito de los silenciadores, el estudio de la atenuación acústica se puede realizar por medio de varios modelos:

1. Modelo dinámico no lineal
2. Modelo acústico lineal

3.2.1 MODELO DINÁMICO NO LINEAL

Es un modelo fluido-dinámico que destaca por la complejidad producida por la no linealidad de sus variables. El modelo necesita la consideración simultánea de tres ecuaciones:

1) Ecuación de momento

Representa el equilibrio dinámico entre las fuerzas inerciales, volumétricas, de presión y viscosas. Para el caso de fluidos Newtonianos, la ecuación es conocida como las ecuaciones de Navier-Stokes:

$$\rho a_x = \rho B_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \bar{u} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \quad (3.2.1)$$



$$\rho a_y = \rho B_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \bar{u} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \quad (3.2.2)$$

$$\rho a_z = \rho B_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(2\mu \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot \bar{u} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \quad (3.2.3)$$

Siendo μ la viscosidad dinámica, B_x, B_y, B_z las fuerzas volumétricas (la gravedad para el caso que nos ocupa), $a_x = \frac{Du}{Dt}$, $a_y = \frac{Dv}{Dt}$, $a_w = \frac{Dw}{Dt}$ la aceleración de las fuerzas de inercia y $\frac{D}{Dt}$ la derivada material definida como:

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} \quad (3.2.4)$$

2) Ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad expresa la conservación de la masa para un volumen de control:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \rho \bar{u} \quad (3.2.5)$$

siendo u, v, w las componentes del vector velocidad \bar{u} , ρ la densidad del fluido, t el tiempo y el operador nabla $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \bar{i} + \frac{\partial}{\partial y} \bar{j} + \frac{\partial}{\partial z} \bar{k}$



3) Ecuación de la energía:

Ésta ecuación expresa la conservación de energía realizando un balance de la forma siguiente:

Energía entrante = Energía saliente + Energía acumulada

$$\frac{\partial Q}{\partial t} dx dy dz + \phi dx dy dz \quad (3.2.6)$$

Generación volumétrica Función de disipación
 interna de calor debida a la viscosidad

Tomándose del fluido un volumen de control diferencial de dimensiones dx , dy y dz , los términos anteriores se pueden expresar de la forma siguiente.

a) Energía entrante:

$$\left[\rho u E - \frac{\partial}{\partial x} (\rho u E) \frac{dx}{2} \right] + \frac{1}{2} \left[\rho u |\bar{u}|^2 - \frac{\partial}{\partial x} [\rho u |\bar{u}|^2] \frac{dx}{2} \right] + \left\{ p u - \frac{\partial (p u)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right\} - \left\{ k \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \frac{dx}{2} \right\} dy dz +$$

Energía interna en x	Energía cinética en x	Trabajo de flujo en x	Conducción de calor en x
----------------------	-----------------------	-----------------------	--------------------------

$$\left[\rho v E - \frac{\partial}{\partial y} (\rho v E) \frac{dy}{2} \right] + \frac{1}{2} \left[\rho v |\bar{u}|^2 - \frac{\partial}{\partial y} [\rho v |\bar{u}|^2] \frac{dy}{2} \right] + \left\{ p v - \frac{\partial (p v)}{\partial y} \frac{dy}{2} \right\} - \left\{ k \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \frac{dy}{2} \right\} dx dz +$$

Energía interna en y	Energía cinética en y	Trabajo de flujo en y	Conducción de calor en y
----------------------	-----------------------	-----------------------	--------------------------



$$\left\{ \rho w E - \frac{\partial}{\partial z} (\rho w E) \frac{dz}{2} \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \rho w |\bar{u}|^2 - \frac{\partial}{\partial z} [\rho w |\bar{u}|^2] \frac{dz}{2} \right\} + \left\{ p w - \frac{\partial (p w)}{\partial z} \frac{dz}{2} \right\} - \left\{ k \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \frac{dz}{2} \right\} dy dx +$$

Energía interna en z	Energía cinética en z	Trabajo de flujo en z	Conducción de calor en z
----------------------	-----------------------	--------------------------	--------------------------

(3.2.7)

Donde K representa la conductividad térmica, T la temperatura, Q el calor generado por el fluido por unidad de volumen y E la energía interna.



b) Energía saliente:

$$\left[\left\{ \rho u E + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u E) \frac{dx}{2} \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \rho u |\bar{u}|^2 + \frac{\partial}{\partial x} [\rho u |\bar{u}|^2] \frac{dx}{2} \right\} + \left\{ p u + \frac{\partial (p u)}{\partial x} \frac{dx}{2} \right\} - \left\{ k \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \frac{dx}{2} \right\} \right] dy dz +$$

Energía interna en x	Energía cinética en x	Trabajo de flujo en x	Conducción de calor en x
----------------------	-----------------------	-----------------------	--------------------------

$$\left[\left\{ \rho v E + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v E) \frac{dy}{2} \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \rho v |\bar{u}|^2 + \frac{\partial}{\partial y} [\rho v |\bar{u}|^2] \frac{dy}{2} \right\} + \left\{ p v + \frac{\partial (p v)}{\partial y} \frac{dy}{2} \right\} - \left\{ k \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \frac{dy}{2} \right\} \right] dx dz +$$

Energía interna en y	Energía cinética en y	Trabajo de flujo en y	Conducción de calor en y
----------------------	-----------------------	-----------------------	--------------------------

$$\left[\left\{ \rho w E + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w E) \frac{dz}{2} \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \rho w |\bar{u}|^2 + \frac{\partial}{\partial z} [\rho w |\bar{u}|^2] \frac{dz}{2} \right\} + \left\{ p w + \frac{\partial (p w)}{\partial z} \frac{dz}{2} \right\} - \left\{ k \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \frac{dz}{2} \right\} \right] dy dx$$

Energía interna en z	Energía cinética en z	Trabajo de flujo en z	Conducción de calor en z
----------------------	-----------------------	-----------------------	--------------------------

(3.2.8)

c) Energía acumulada:

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \{ \rho (u^2 + v^2 + w^2) \} \right] dx dy dz \quad (3.2.9)$$



Las ecuaciones que gobiernan el flujo son válidas para flujo laminar, de transición y turbulento. En el caso de flujo turbulento, las variables fluctúan aleatoriamente respecto a su valor medio, con lo cual la naturaleza del problema es extraordinariamente compleja. Dado que en este caso no es posible la resolución del problema para cada instante, la forma más habitual de abordar el problema sería realizar un promediado temporal de las ecuaciones y obtener una nueva expresión de éstas que describa los campos incógnita promediados temporalmente.



3.2.2 *MODELO ACÚSTICO LINEAL*

Este modelo simplifica el modelo anterior considerando despreciables los incrementos respecto a los valores de equilibrio, es decir, se suprimen de la ecuación los términos no lineales de las ecuaciones de flujo. Como consecuencia de ello la teoría resultante reduce su aplicación a la propagación de perturbaciones de baja amplitud.

Dicho lo cual, es conveniente indicar que el modelo funciona bien para fluctuaciones de presión del orden de 20 a 200 Pa con respecto a la presión atmosférica, rango que resulta correcto para la caracterización de los FAP así como para su posterior comprobación experimental, la cual utiliza sistemas de excitación que rara vez superan los 140 dB.

Con el fin de introducir el apartado siguiente, la simplificación del modelo acústico lineal es resultado de linealizar y combinar las ecuaciones del modelo dinámico. El resultado de ésta linealización y combinación se denomina “Ecuación de Ondas”, la cual es llamada “Ecuación de Helmholtz” para el caso de comportamiento armónico.



3.3 ECUACIÓN DE ONDAS

3.3.1 HIPÓTESIS

Para poder calcular la ecuación de ondas linealizada es necesario tener en consideración las siguientes hipótesis de partida:

Hipótesis 1

Se considerará que el fluido por el que se propagan las ondas es un gas perfecto.

Hipótesis 2

El proceso de propagación de ondas no intercambia calor con su entorno, es decir es adiabático.

Su explicación viene de la experiencia, tal y como ésta nos demuestra, cuando se realiza, en el ambiente o en un recipiente aislado térmicamente, una compresión muy rápida, la temperatura del gas aumenta. Este aumento de temperatura se debe exclusivamente al fenómeno del aumento de la densidad y no al intercambio de calor con el entorno ya que los fenómenos de transferencia de calor son muy lentos y no tendrían tiempo a actuar en una compresión rápida. Se dice entonces, que el proceso se produce en condiciones adiabáticas.

Por el contrario, si la compresión se realiza lo suficientemente lenta y en una atmósfera con una buena transferencia de calor, se puede conseguir equilibrio térmico entre el sistema y su entorno por el intercambio de calor entre el éste y el exterior, manteniéndose así la temperatura interna constante. Se dice entonces, que el proceso se produce en condiciones isotérmicas.

En el caso de los campos sonoros, las variaciones de presión (exceptuando las frecuencias más bajas) son muy rápidas, por lo que se puede asumir que el proceso es adiabático.

Como es sabido, la conjunción de la hipótesis uno y dos concluyen que el proceso considerado sea isentrópico.

Hipótesis 3

Al tratarse de un gas perfecto no hay pérdidas de energía por fricción por lo que su viscosidad es nula.

$$\mu=0$$

Hipótesis 4

La velocidad media del fluido es nula, es decir $\bar{u}_0 = 0$. Esta hipótesis implica que las partículas sólo tienen un movimiento oscilante alrededor de su posición de equilibrio provocando una propagación en forma de perturbación y no una propagación neta de las partículas:

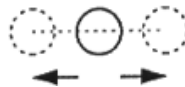


Fig 3.1: Oscilación en la posición de equilibrio

Hipótesis 5

Pequeñas variaciones de las funciones presión, densidad y velocidad de la partícula, que permitirán linealizar el problema:

$$\rho = \rho_0 + \rho_a$$

$$P = P_0 + P_a$$

$$\bar{u} = \bar{u}_0 + \bar{u}_a$$



Siendo las variables pulsantes ρ_a , P_a y \bar{u}_a pequeñas frente a los valores medios o estáticos ρ_0 , p_0 y \bar{u}_0 . Notar que las variables pulsantes son las que representan las variaciones producidas por el sonido. Con el fin de poner en contexto dimensional al lector, decir que un valor efectivo de P_a para un sonido de 94 dB es de solo 1 N/m^2 , mientras que la presión atmosférica tiene un valor de 101325 N/m^2 .

3.3.2 DEDUCCIÓN DE LA ECUACIÓN DE ONDAS

Con el fin de deducir la ecuación de ondas, se partirá de las ecuaciones explicadas en el modelo dinámico y se aplicarán las hipótesis anteriores, obteniendo así una linealización de las ecuaciones que dará lugar a la ecuación de ondas linealizada.

1) Ecuación de momento

Primero de todo se linearizará la ecuación de momento, representada por Navier-Stokes. Aplicando hipótesis 1 y 3 a la ecuación de Navier-Stokes se tendrá:

$$\rho a_x = \rho B_x - \frac{\partial P}{\partial x} \quad (3.3.1)$$

$$\rho a_y = \rho B_y - \frac{\partial P}{\partial y} \quad (3.3.2)$$

$$\rho a_z = \rho B_z - \frac{\partial P}{\partial z} \quad (3.3.3)$$

Dichas ecuaciones se tomen el nombre de ecuaciones de Euler, en forma vectorial:

$$\rho \frac{D\bar{u}}{Dt} = \rho \bar{B} - \nabla P \quad (3.3.4)$$



Aplicando la derivada material o total (3.4) al vector velocidad y considerando la gravedad tal que $\bar{B} = \bar{g}$, se tendrá:

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \nabla \bar{u} - \bar{g} \right) = -\nabla P \quad (3.3.4)$$

Aplicando conjuntamente las hipótesis número 4 y 5, se obtendrá:

$$\begin{aligned} (\rho_0 + \rho_a) \left(\frac{\partial \bar{u}_a}{\partial t} + \bar{u}_a \nabla \bar{u}_a - \bar{g} \right) &= -\nabla (P_0 + P_a) \\ \rho_0 \frac{\partial \bar{u}_a}{\partial t} + \rho_0 \bar{u}_a \nabla \bar{u}_a - \rho_0 \bar{g} + \rho_a \frac{\partial \bar{u}_a}{\partial t} + \rho_a \bar{u}_a \nabla \bar{u}_a - \rho_a \bar{g} \\ &= -\nabla P_0 - \nabla P_a \quad (3.3.5) \end{aligned}$$

Puesto que los términos pulsantes son muy pequeños (hipótesis 5), los términos $\bar{u}_a \nabla \bar{u}_a$ y $\rho_a \frac{\partial \bar{u}_a}{\partial t}$ son infinitésimos de orden superior y se eliminarán. Por otro lado el término $(\rho_0 + \rho_a) \bar{g}$ es muy pequeño comparado con $\rho_0 \frac{\partial \bar{u}_a}{\partial t}$ mientras que el término ∇P_0 es nulo debido a que P_0 es constante, por lo tanto también se eliminarán. De este modo, la ecuación de Navier-Stokes linealizada quedará como:

$$\rho_0 \frac{\partial \bar{u}_a}{\partial t} = -\nabla P_a \quad (3.3.6)$$

Navier-Stokes linealizada



2) Ecuación de continuidad

A continuación se linealizará la ecuación de continuidad. Aplicando las hipótesis 4 y 5 la ecuación de continuidad queda:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_0 + \rho_a) + \nabla[(\rho_0 + \rho_a)\bar{u}_a] = 0$$
$$\frac{\partial \rho_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \rho_0 \nabla \bar{u}_a + \nabla(\rho_a \bar{u}_a) = 0 \quad (3.3.7)$$

Debido a que el término $\rho_a \bar{u}_a$ es infinitésimo de orden superior frente al resto de términos y debido a que el término $\frac{\partial \rho_0}{\partial t}$ es nulo porque la densidad media es constante se eliminarán, quedando la ecuación de continuidad linealizada como:

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \rho_0 \nabla u_a = 0 \quad (3.3.8)$$

Ec. continuidad linealizada

3) Ecuación de comportamiento

A partir de las ecuaciones de comportamiento del gas y las hipótesis 1 y 2 se deducirá la ecuación (3.19) mostrada más abajo tal y como se explica a continuación:

- Comportamiento isoentrópico del gas: $PV^\gamma = Cte$
- Diferenciando: $V^\gamma dP + P\gamma V^{\gamma-1} dV = 0$
- Dividiendo las ecuaciones anteriores: $\frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0$
- Aplicada a la masa fija del volumen de control: $\frac{dP}{P} + \gamma \frac{d\rho}{\rho} = 0$
- Reorganizando: $\frac{dP}{d\rho} = \gamma \frac{P}{\rho} = c_0^2$



$$\frac{dP}{d\rho} = c_0^2 \quad (3.3.9)$$

Siendo c_0 la velocidad de propagación del sonido en el aire. La combinación de la ecuación (3.19) y la hipótesis 5 desembocará en la ecuación (3.20) mostrada más abajo:

$$P = P_0 + P_a$$
$$\frac{dP}{d\rho} = \gamma \frac{P}{\rho} = c_0^2$$
$$\frac{\partial P_a}{\partial \rho_a} = \gamma \frac{P_0 + P_a}{\rho_0 + \rho_a} = c_0^2 \quad (3.3.10)$$

Considerando las pequeñas variaciones de presión y densidad como nulas, se puede concluir:

$$\frac{\partial P_a}{\partial \rho_a} = \gamma \frac{P_0}{\rho_0} = c_0^2 \quad (3.3.11)$$

Ec. de comportamiento

4) Ecuación de ondas

Tal y como se explicó al inicio de éste punto, deducidas las ecuaciones linealizadas anteriores, se obtendrá la ecuación de ondas:

$$\rho_0 \frac{\partial \bar{u}_a}{\partial t} = -\nabla P_a \quad (3.3.12) \text{ Navier Stokes}$$

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \rho_0 \nabla u_a = 0 \quad (3.3.13) \text{ Continuidad}$$



$$\frac{\partial P_a}{\partial \rho_a} = \gamma \frac{P_0}{\rho_0} = c_0^2 \quad (3.3.14) \text{ Comportamiento}$$

Para la deducción de la ecuación de ondas habrá combinar las ecuaciones anteriores de modo que tras una serie de transformaciones se puede obtener:

$$\nabla^2 P_a - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 P_a}{\partial t^2} = 0 \quad (3.3.15)$$

Ecuación de ondas

Tal y como se puede observar en la ecuación anterior, la ecuación de ondas cuando la velocidad media del fluido es nula (hipótesis 4), es decir $\bar{u}_0 = 0$, solo depende de la variable de presión acústica pulsante.

3.4 ECUACIÓN DE HELMHOLTZ

La ecuación de Helmholtz se obtiene a partir de la ecuación de ondas y tiene lugar cuando la presión pulsante P_a tiene un comportamiento armónico constante o invariante en el tiempo, es decir la función permanece fija y no se desplaza en el tiempo, solo aumenta y disminuye la amplitud en cada punto del espacio.

De esta forma se considera la presión P_a como la presión compleja:

$$P_a = P \cdot e^{j\omega t}$$

y sustituyendo en la ecuación de ondas se puede obtener la ecuación de Helmholtz como sigue:

$$\nabla^2 P + k^2 \cdot P = 0 \quad (3.4.1) \text{ Ecuación de Helmholtz}$$



donde j es la unidad imaginaria, $k = w/c_0$ es el número de onda, w la frecuencia angular dada por $w = 2\pi f$ y P la amplitud compleja de la presión acústica P_a . (Ver apartado 2.2.5)

3.5 VENTAJAS E INCONVENIENTES

3.5.1 VENTAJAS DEL MODELO ACÚSTICO

La primera ventaja del modelo acústico lineal es el bajo coste computacional que tiene en comparación con el modelo dinámico. Esto se debe a que en el modelo acústico lineal solo es necesario resolver una única ecuación, mientras que con el modelo dinámico se necesita resolver tres ecuaciones que están interrelacionadas.

La segunda ventaja del modelo acústico lineal es que este permite extraer conclusiones de forma sencilla a través de aproximaciones unidimensionales que dan lugar a lo que se denomina ondas planas.

El modelo acústico lineal se utiliza para la caracterización el estudio de sistemas acústicos. Para un comportamiento armónico invariante en el tiempo, el modelo acústico se puede resolver mediante la ecuación de Helmholtz, esta resolución se lleva a cabo en el dominio de la frecuencia, lo cual lo hace ideal para el estudio de sistemas ya que la solución solo dependerá de la frecuencia, la cual, a su vez solo dependerá de las características propias del sistema.

Por último, el modelo acústico lineal también se puede utilizar para realizar estimaciones iniciales que permitan ver la viabilidad de otros modelos más complejos.



3.5.2 *INCONVENIENTES DEL MODELO ACÚSTICO*

La principal desventaja del modelo acústico lineal es que solo se puede aplicar para perturbaciones o pulsos de baja amplitud.

Este inconveniente es resultado de la hipótesis de linealización que adopta el problema acústico. Esta linealización simplifica el problema desde el punto de vista resolutivo, pero limita las variaciones de presión, densidad y velocidad de las partículas.



4 ACÚSTICA EN CONDUCTOS.

4.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se tratarán los fenómenos que tienen lugar cuando las ondas que transcurren por un conducto se enfrentan a un cambio de geometría, en nuestro caso esto ocurre cuando el colector de escape de un vehículo intersecta con el FAP.

4.2 PROPAGACIÓN ACÚSTICA EN CAMBIOS DE SECCIÓN

4.2.1 REFLEXIÓN

Consideramos dos conductos de secciones diferentes, tal y como se muestra en la siguiente figura. Tomamos como hipótesis que en ambas secciones el medio contenido es el mismo y que la frecuencia es constante en el tiempo.

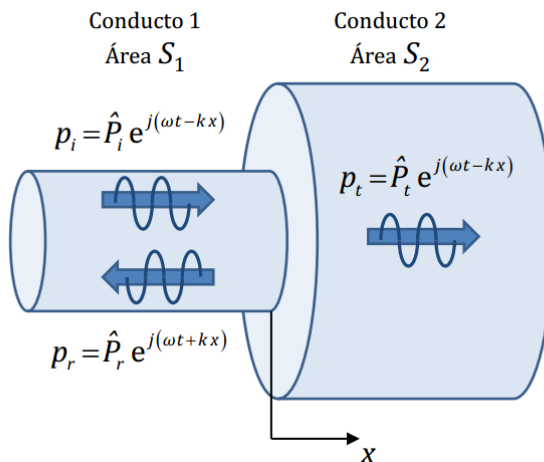


Figura 4.1: Reflexión y transmisión de ondas acústicas entre dos conductos de distinta sección



En la figura anterior se observan diferentes tipos de ondas:

- Onda incidente $\rightarrow p_i = \hat{P}_i e^{j(\omega t - kx)}$
- Onda reflejada $\rightarrow p_r = \hat{P}_r e^{j(\omega t + kx)}$
- Onda transmitida $\rightarrow p_t = \hat{P}_t e^{j(\omega t - kx)}$

En la zona de cambio se debe satisfacer que las presiones y conductividades de flujo másico en dicho lugar sean iguales, pudiendo establecer las siguientes condiciones de contorno:

$$\text{Condiciones de contorno} \begin{cases} p_1 = p_2 \Rightarrow p_t = p_i + p_r \\ u_1 S_1 = u_2 S_2 \end{cases}$$

a) Presión

$$\hat{P}_i e^{j(\omega t - kx)} + \hat{P}_r e^{j(\omega t + kx)} = \hat{P}_t e^{j(\omega t - kx)}$$

Como hemos supuesto frecuencia constante:

$$\hat{P}_i e^{-jkx} + \hat{P}_r e^{jkx} = \hat{P}_t e^{-jkx} \quad (4.2)$$

Para $x=0$ obtenemos la relación de amplitudes complejas de presión entre ambos medios:

$$\hat{P}_i + \hat{P}_r = \hat{P}_t \quad (4.3)$$

b) Conductividad de flujo másico

Introduciendo el concepto de impedancia característica del aire:

$$S_1 \frac{\hat{P}_i e^{j(\omega t - kx)} - \hat{P}_r e^{j(\omega t + kx)}}{Z_0} = S_2 \frac{\hat{P}_t e^{j(\omega t - kx)}}{Z_0}$$

Como en el caso anterior, suponiendo frecuencia constante y en $x=0$:

$$S_1 \cdot (\hat{P}_i - \hat{P}_r) = S_2 \cdot \hat{P}_t \quad (4.4)$$

Se define finalmente el coeficiente de reflexión R como la relación entre la onda reflejada y la incidente:



$$R = \frac{\hat{P}_r}{\hat{P}_i} = \frac{S_1 - S_2}{S_2 + S_2} \quad (4.5)$$

Como se puede apreciar, este coeficiente sólo tiene valores comprendidos entre -1 y 1, pudiéndonos encontrar los siguientes 3 casos:

- Onda reflejada en fase con incidente si $S_1 \gg S_2 \rightarrow 0 < R \leq 1$.
- Onda reflejada en oposición de fase con incidente si $S_2 \gg S_1 \rightarrow -1 \leq R < 0$.
- Sin reflexión si $S_1 = S_2 \rightarrow R=0$ (onda incidente = onda transmitida, no hay cambio de sección).

4.2.2 TRANSMISIÓN

Partiendo de las consideraciones tomadas para el caso de reflexión y con las condiciones de contorno totalmente definidas se deberá tener en cuenta el coeficiente de transmisión T, definido como la relación entre la onda transmitida y la incidente.

$$T = \frac{\hat{P}_t}{\hat{P}_i} = \frac{2 \cdot S_2}{S_1 + S_2} \quad (4.6)$$

Este coeficiente sólo puede tomar valores comprendidos entre 0 y 2, encontrándonos 3 situaciones características:

- Onda transmitida con doble amplitud respecto de la incidente si $S_1 \gg S_2 \rightarrow T \rightarrow 2$.
- Onda transmitida prácticamente nula si $S_2 \gg S_1 \rightarrow R \rightarrow 0$.
- Sin reflexión si $S_1 = S_2 \rightarrow T=1$ (onda incidente = onda transmitida, no hay cambio de sección).

Frecuentemente se trabaja en términos de energía acústica a la hora de estudiar y valorar la propagación del sonido. Sabiendo



que la intensidad media activa de una onda armónica es $\bar{I} = \frac{|P|^2}{2\rho c}$, la relación entre energía transmitida e incidente se describe mediante la ec. 4.7.

$$\alpha_t = \frac{Pot_t}{Pot_i} = \frac{\bar{I}_t}{\bar{I}_i} = \left| \frac{P_t}{P_i} \right|^2 \frac{S_2}{S_1} \Rightarrow$$
$$\alpha_t = \frac{4 \cdot S_1 \cdot S_2}{(S_1 + S_2)^2} \quad (4.7)$$

Esta relación anterior, expresada según la Ec. 4.7, se define como coeficiente de transmisión de potencia, el cual nos facilita el cálculo del **ÍNDICE DE PÉRDIDA DE TRANSMISIÓN TL**, el cuál será un factor decisivo al realizar el estudio de la atenuación acústica de los FAP, ya que buscamos que éstos transmitan el menor ruido posible, por lo que esperamos los valores más altos de TL.

$$TL = 10 \cdot \log\left(\frac{Pot_i}{Pot_t}\right) = 10 \cdot \log\left(\frac{1}{\alpha_t}\right) \quad (4.8)$$

4.3 PROPAGACIÓN ACÚSTICA EN PARTICIONES

En el caso que nos ocupa, nos enfrentamos al paso de perturbación acústica a lo largo de 3 medios, tal y como se puede observar en la Figura 4.2:

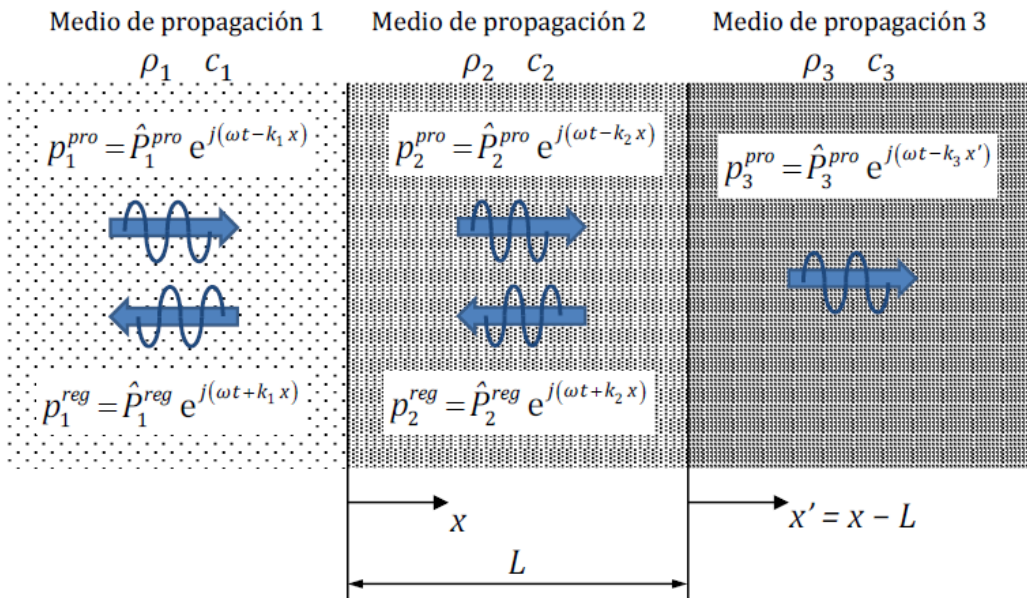


Figura 4.2: Reflexión y transmisión de sonido a lo largo de 3 medios distintos.

Como sabemos, la figura anterior para nuestro caso de estudio se puede simplificar de tal forma que los medios 1 y 3 son el mismo (aire), teniendo el segundo (monolito) unas propiedades distintas.

Se aprecia que cuando una onda alcanza un plano de separación entre medios, parte de la se refleja como una onda regresiva en el medio 1, mientras que en el medio 2 se transmite otra onda, actuando de igual forma entre los medios 2 y 3. Por ello la



energía y la presión acústica transmitidas en el medio 3 habrán disminuido con respecto a la que incide desde el medio 1.

Estableceremos unas condiciones de contorno para las dos separaciones disponibles:

a) En $x=0$:

En la zona de cambio se debe satisfacer que las presiones y velocidades acústicas en dicho lugar sean iguales. Es por ello por lo que se puede establecer las siguientes condiciones de contorno:

$$\text{Condiciones de contorno} \begin{cases} p_1 = p_2 \Rightarrow p_1^{pro} + p_1^{reg} = p_2^{pro} + p_2^{reg} \\ u_1 = u_2 \Rightarrow u_1^{pro} + u_1^{reg} = u_2^{pro} + u_2^{reg} \end{cases}$$

Realizando un razonamiento homólogo al del apartado anterior podemos concluir la continuidad de presión:

$$\hat{p}_1^{pro} + \hat{p}_1^{reg} = \hat{p}_2^{pro} + \hat{p}_2^{reg} \quad (4.9)$$

En cuanto a la continuidad de velocidad, obtenemos la siguiente igualdad:

$$\frac{\hat{p}_1^{pro} - \hat{p}_1^{reg}}{z_1} = \frac{\hat{p}_2^{pro} - \hat{p}_2^{reg}}{z_2} \quad (4.10)$$

b) En $x=L$

En este punto, situado en el cambio entre los medios 2 y 3, establecemos unas condiciones de contorno muy similares a las de $x=0$.

$$\text{Condiciones de contorno} \begin{cases} p_2 = p_3 \Rightarrow p_2^{pro} + p_2^{reg} = p_3^{pro} \\ u_2 = u_3 \Rightarrow u_2^{pro} + u_2^{reg} = u_3^{pro} \end{cases}$$



Desarrollando las mencionadas condiciones de contorno, de manera análoga al caso anterior, obtendremos las siguientes relaciones, expresadas mediante las ecuaciones 4.10 y 4.11.

$$\hat{p}_2^{pro} e^{-jk_2x} + \hat{p}_2^{reg} e^{jk_2x} = \hat{p}_3^{pro} \quad (4.11)$$

$$\frac{\hat{p}_2^{pro} e^{-jk_2x} - \hat{p}_2^{reg} e^{jk_2x}}{z_2} = \frac{\hat{p}_3^{pro}}{z_3} \quad (4.12)$$

Mediante la combinación de las ecuaciones anteriores, es posible obtener la relación entre la onda incidente desde el medio 1 y la propagada en el medio 3 mediante la ecuación 5.12 (coeficiente de transmisión), lo cual resultaría clave en el estudio que nos compete:

$$T = \frac{\hat{p}_3^{pro}}{\hat{p}_1^{pro}} = \frac{1}{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{z_1}{z_3}\right) \cos(k_2 \cdot L) + j \frac{1}{2} \left(\frac{z_1}{z_2} + \frac{z_2}{z_3}\right) \sin(k_2 \cdot L)} \quad (5.12)$$

En el caso general, las impedancias de los medios son complejas, por lo que para el cálculo del coeficiente de transmisión de potencia tendríamos en cuenta la parte real de la impedancia conjugada:

$$\alpha_t = \frac{Pot_3^{pro}}{Pot_1^{pro}} = \frac{|\hat{p}_3^{pro}|^2 \cdot Re\left(1/\hat{z}_3^*\right)}{|\hat{p}_1^{pro}|^2 \cdot Re\left(1/\hat{z}_1^*\right)} = |T|^2 \frac{Re\left(1/\hat{z}_3^*\right)}{Re\left(1/\hat{z}_1^*\right)} \quad (5.13)$$



4.4 PROPAGACIÓN ACÚSTICA EN CONDUCTOS CAPILARES

Considerando ausencia de flujo medio de aire, un conjunto de conductos capilares se puede caracterizar acústicamente mediante la densidad equivalente [15]:

$$\rho_m = \rho_0 \left(1 + \frac{R \cdot \phi}{j\omega\rho_0} \cdot G_c(s) \right) \quad (5.14)$$

Donde R , ω y ϕ representan la resistividad estacionaria, la frecuencia angular y la porosidad del monolito, respectivamente. $G_c(s)$ es una función definida como:

$$G_c(s) = \frac{-\frac{s}{4}\sqrt{-j} \frac{J_1(s\sqrt{-j})}{J_0(s\sqrt{-j})}}{1 - \frac{2}{s\sqrt{-j}} \frac{J_1(s\sqrt{-j})}{J_0(s\sqrt{-j})}} \quad (5.15)$$

Siendo J_0 y J_1 las funciones de Bessel de primera especie y orden 0 y 1 y s el número de onda tangencial, expresado según la ecuación 5.10.

$$s = \alpha \sqrt{\frac{8\omega\rho_0}{R\phi}} \quad (5.16)$$

En la anterior ecuación, el factor α depende de la geometría de sección transversal del capilar. En nuestro caso, la sección será cuadrada, tomando el factor un valor de 1.07.



Por otro lado, se obtiene la velocidad del sonido equivalente dentro del capilar c_m a partir de la densidad equivalente:

$$c_m = \sqrt{\frac{K_m}{\rho_m}}$$
$$= \frac{c_0}{\sqrt{\left(1 + \frac{R \cdot \phi}{j \omega \rho_0} \cdot G_c(s)\right) \cdot (\gamma - (\gamma - 1) \cdot F)}} \quad (5.17)$$

$$K_m = \frac{\gamma \cdot P_0}{\gamma - (\gamma - 1) \cdot F} \quad (5.18)$$

$$F = \frac{1}{1 + \frac{R \cdot \phi}{j \text{Pr} \omega \rho_0} \cdot G_c(\sqrt{\text{Pr} s})} \quad (5.19)$$

Donde:

- γ es la relación de calores específicos.
- c_0 es la velocidad del sonido en aire en condiciones ambientales (según Ec. 3.2).
- K_m es módulo volumétrico.
- Pr es el número de Prandtl (definido como $\text{Pr} = \mu \cdot C_p / \kappa$)
- κ es conductividad térmica.
- μ es viscosidad dinámica.
- C_p es calor específico a presión constante.



5 MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS. MEF.



5.1 INTRODUCCIÓN

Tal y como se ha visto a lo largo de los capítulos tres y cuatro, la propagación acústica del sonido es un problema físico gobernado por ecuaciones en derivadas parciales, lo que supone una complejidad enorme en la resolución de los mismos.

Existen dos métodos para alcanzar una solución válida, el método analítico y el método numérico. Este último permite alcanzar soluciones válidas mediante iteraciones.

Puede abordarse la solución numérica a través de diferentes formas de trabajo diferentes, las más conocidas son:

1. Método de las diferencias finitas.
2. Método de las funciones de prueba.
3. Método de los elementos finitos o MEF.

El método de los elementos finitos se fundamenta en los modelos de diferencias finitas y funciones de prueba, obteniendo las siguientes ventajas:

1. El dominio se divide en elementos “independientes” en los que se define una función local.
2. Cada elemento está formado por nodos en los que el valor de la función local es incógnita.
3. Su discretización permite analizar geometrías complejas.
4. El método es “fácilmente” implementable mediante el uso de numerosas aplicaciones de software.

5.2 CONCEPTOS GENERALES DEL MEF

5.2.1 MODELOS CONTINUOS Y DISCRETOS

Los problemas físicos se pueden representar con modelos continuos o discretos.

Los modelos continuos describen fielmente las propiedades físicas del problema, su resolución da lugar a una solución analítica exacta. El principal problema de estos modelos es que generalmente conducen a ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, y como ya se ha introducido, si el sistema no es muy simple, no puede resolverse.

Por el contrario, los modelos discretos transforman el problema original en otro en el que se definen las propiedades físicas por medio de un conjunto de variables discretas representadas por un sistema de ecuaciones algebraicas. El número mínimo de variables discretas necesarias para definir la configuración del problema físico se denomina grados de libertad o GDL.

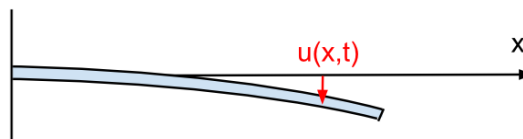


Figura 5.1. Modelo continuo.

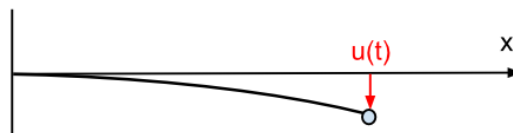


Figura 5.2: Modelo discreto de 1 gdl.

Los modelos discretos facilitan la resolución del problema, sin embargo introducen un error denominado de discretización, el cual se debe a las aproximaciones realizadas para transformar las ecuaciones diferenciales en algebraicas.

Tal y como se ha comentado en la introducción de este capítulo, en este Trabajo de Fin de Master se aplicará un modelo discreto haciendo uso del método de los elementos finitos.

5.2.2 APLICACIÓN DEL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

Para la solución de la modelización del comportamiento acústico del FAP, se abordará la aplicación del método de elementos finitos sobre la ecuación de ondas. Para ello se va a implementar un modelo en el que el monolito se sustituye por una relación “nodo a nodo” y representada mediante una matriz de transformación T^m . Concretamente se va a representar el modelo denominado, modelo de impedancia localizada.

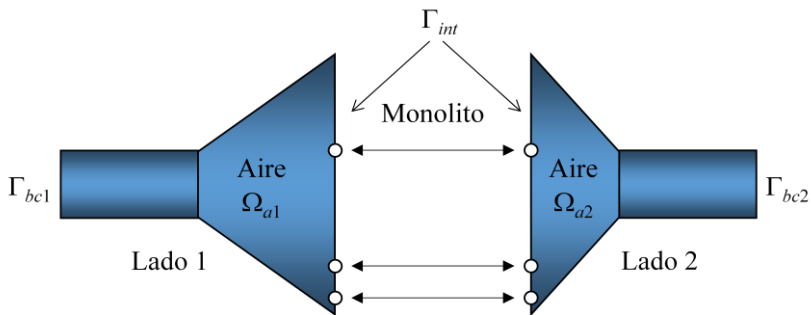


Figura 5.3: Esquema de FAP propuesto, 3D Conductos / 1D Monolito.



5.2.3 MODELO DE LA IMPEDANCIA LOCALIZADA

Como se ha indicado en el apartado apartado 5.2.2 se va a caracterizar el FAP siguiendo el modelo de impedancia localizado desarrollado por Sabry Allam y Mats Abom en su artículo “*Acoustic modeling and testing of diesel particulate filters*”.

Es necesario indicar que el modelo propuesto es válido para:

1. Ondas planas 1D.
2. Número de Mach, M , bajo.
3. No se consideran los gradientes de temperatura y velocidad media de flujo axiales al FAP.
4. No se tienen en cuenta los efectos de las reacciones químicas en su interior.
5. Ondas planas de baja frecuencia.
6. Rango de frecuencias bajo y longitud de onda mucha mayor que la longitud del FAP.

Definamos ahora en más detalle el modelo de impedancia localizada.

Este modelo consiste en reemplazar el monolito cerámico que constituye el FAP por una resistencia acústica concentrada, R_{ac} . Para obtener la resistencia acústica en cuestión se asume que el campo acústico actúa como cuasi-estacionario, es decir, la variación de la caída de presión en el interior del FAP cumple con la ley de Darcy y la modificación de Forchheimer's:

$$\Delta P = R_1 U_0 + R_2 U_0^2 \quad (5.1)$$

Donde,

- U_0 , velocidad de flujo.
- R_1 , resistencia al flujo lineal.
- R_2 , resistencia al flujo cuadrática.



Quedando definida por la siguiente ecuación diferencial:

$$d(\Delta P) = \left(\frac{R_1 + 2R_2 U_0}{A} \right) dQ \quad (5.2)$$

Siendo,

- $dQ = dU_0 A$, el caudal y A la sección transversal del FAP.

Obteniendo la expresión final:

$$R_{ac} = \left(\frac{R_1 + 2R_2 U_0}{A} \right) \quad (5.3)$$

Para números de Mach inferiores a 0.1 tenemos que la matriz de transferencia quedaría del siguiente modo:

$$\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}_{IN} = \begin{pmatrix} 1 & R_{ac} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}_{OUT} \quad (5.4)$$



6 MÉTODO DE TRABAJO.

6.1 INTRODUCCIÓN

Dada la formulación y características del método de los elementos finitos, la forma más eficiente y cómoda de implementar el MEF es a través de herramientas de software comercial.

En este capítulo se describirán las características del modelo de FAP que se va a implementar el esquema general que uno deberá seguir para resolver el problema acústico.

6.2 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

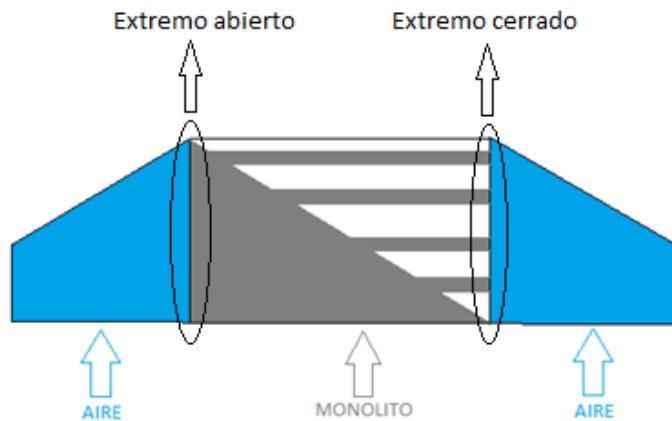


Figura 6.1: Esquema FAP.



- La entrada de aire al FAP será por la parte izquierda del mismo, situándose la salida hacia el escape en la parte derecha.
- La matriz de transformación particular queda definida por:

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & \phi \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & Rac \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/\phi \end{pmatrix}$$

Donde,

$$\phi = 0,4$$

El capilar estaría cerrado en uno de los extremos y abierto en el otro, además, las paredes del capilar tienen un espesor muy reducido.

- $R_{ac} = R_1 + 2 \cdot R_2 \cdot U_0$
 - Monolito 1:
 - $R_1 = 184.1 \text{ Ns/m}^3$
 - $R_2 = 39.2 \text{ Ns/m}^3$
 - Monolito 2:
 - $R_1 = 199.8 \text{ Ns/m}^3$
 - $R_2 = 30.9 \text{ Ns/m}^3$
 - Monolito 3:
 - $R_1 = 87.1 \text{ Ns/m}^3$
 - $R_2 = 29.2 \text{ Ns/m}^3$
 - Monolito 4:
 - $R_1 = 233.3 \text{ Ns/m}^3$
 - $R_2 = 41.6 \text{ Ns/m}^3$
 - U_0 :
 - 10 m/s, 20 m/s, 30 m/s



6.3 IMPLEMENTACIÓN POR ORDENADOR

Para el cálculo acústico del filtro antipartículas mediante elementos finitos se utilizará un programa de simulación, COMSOL MULTIPHYSICS.

Independientemente del software utilizado, la implementación computacional del MEF se lleva a cabo en tres fases:

1. Pre-procesado.
2. Procesado.
3. Post-procesado de los resultados.

6.3.1 PRE-PROCESADO

El objetivo principal de esta fase es introducir los parámetros de entrada del problema al software computacional. Entre ellos:

1- Geometría del sistema

A través de interfaces de tipo CAD se generará el modelo geométrico del sistema sometido a estudio, en nuestro caso la forma geométrica del FAP.

2- Sistema de coordenadas

Se definirán los ejes coordenados en los que quedará referenciado el problema. En nuestro caso, se utilizará un eje de referencia 2D-axisimétrico de coordenadas z, r :

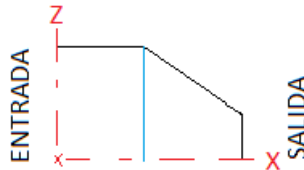


Figura 6.2. Definición de los ejes globales del sistema.

3- Condiciones de contorno y propiedades físicas

Llegados a este punto, se aplicarán las condiciones de contorno y se definirán las propiedades y los materiales de cada uno de los objetos que componen al silenciador.

4- Mallado

Elección del tipo y del tamaño de los elementos finitos en los que se dividirá la geometría del silenciador. Este paso es crucial, pues la exactitud y eficiencia del MEF depende del tamaño de elemento elegido.

6.3.2 PROCESADO

Se obtiene la solución del sistema de ecuaciones por medio de la aplicación de métodos iterativos, esto incluye: la generación de las funciones de forma, el cálculo de las matrices de cada elemento finito, la transformación de coordenadas, el ensamblado y la utilización de las condiciones de contorno introducidas en la etapa del pre-procesado.



6.3.3 POST-PROCESADO

Calculada la solución, el software computacional permitirá la representación de los resultados y de las variables fundamentales, así como el cálculo de variables secundarias. En esta fase es muy importante analizar los datos obtenidos para verificar la validez de la solución calculada.



7 MODELIZACIÓN EN COMSOL.



7.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se va a describir de una forma detallada la metodología que debe seguirse para el modelado y cálculo de la geometría y condiciones de contorno definidas en el capítulo anterior.

Antes de ello debemos entender porque se ha trabajado con el software comercial COMSOL Multiphysics.

A principios del siglo XXI en el mundo de la investigación se implantó de forma generalizada una forma de trabajo nueva que suponía una clara ventaja en el desarrollo y demostraciones de nuevas teorías, demostraciones y desarrollos, así como un ahorro en lo que a la construcción de modelos de ensayo se refiere.

La principal consecuencia de esta nueva forma de trabajo fue la creación de nuevos softwares comerciales destinados a ese fin. En la actualidad se emplean estos programas con una clara orientación formativa, ya que son empleados por estudiantes para realizar diversos análisis y facilitar, como se mencionó anteriormente, las simulaciones de fenómenos físicos.

Podemos encontrar diferentes programas, como por ejemplo: Abaqus FEA (Dassault Systèmes Simulia Corp.), ANSYS (Ansys inc.), COMSOL Multiphysics (Comsol), SYSNOISE (Virtual Lab.).

Por diferentes razones, precio, actualizaciones, etc. la universidad politécnica de valencia apostó por COMSOL Multiphysics.



7.2 IMPLEMENTACIÓN EN COMSOL MULTIPHYSICS

Los Módulos creados en este programa, se definen en base al tipo de análisis que se pretenda realizar (Eléctrico, Mecánico, Fluidos, Químicos o de Usos Múltiples). Algunos de ellos contiene un cúmulo de físicas para realizar el análisis, otros módulos permiten importar geometrías de otros programas y otros permiten modificar parámetros que están definidos por el programa (como ecuaciones, rangos de valores o valores en propiedades de un material). Por mencionar algunos:

- ❖ *AC/DC Module.*
- ❖ *Acoustics Module.*
- ❖ *Batteries & Fuel Cells Module.*
- ❖ *CFD (Computational Fluid Dynamics) Module.*
- ❖ *Chemical Reaction Engineering Module.*
- ❖ *Heat Transfer Module.*
- ❖ *LiveLink for MATLAB Module.*
- ❖ *LiveLink for AutoCAD Module.*
- ❖ *Structural Mechanics Module.*
- ❖ *Subsurface Flow Module.*

A nosotros nos interesa el módulo de acústica:

Este modulo resuelve problemas en el área general de la acústica, tales como: la propagación acústica en sólidos, fluidos estacionarios, vibración y también aplicaciones aeroacústicas en fluidos móviles. Cada física viene con una variedad de estudios disponibles y con las dimensiones correspondientes para aplicar en el modelo, además, presenta una lista de físicas que se pueden acoplar con otros módulos para realizar un análisis multifísico.

Los pasos a considerar para el modelado son los siguientes:

- 1) Definición del tipo de estudio y tipo de problema.
- 2) Creación y definición de variables globales.
- 3) Diseño de la geometría.
- 4) Selección de dominios y contornos.
- 5) Definición de funciones y operadores.
- 6) Selección y creación de materiales.
- 7) Definición de condiciones de contorno.
- 8) Mallado.
- 9) Definición de ensayo y cálculo del problema.
- 10) Obtención de resultados.

7.3 MODELADO Y ANÁLISIS

1. Definición del tipo de problema y el tipo de estudio

Para comenzar se ejecutará el programa y se creará un modelo nuevo, para ello se hará clic sobre *modelo en blanco*:



Figura 7.1: Modelo nuevo.

A continuación se indicará el espacio en el que se definirá la geometría. En éste caso se va a trabajar en un espacio 2D axisimétrico, de eje z y radio r.

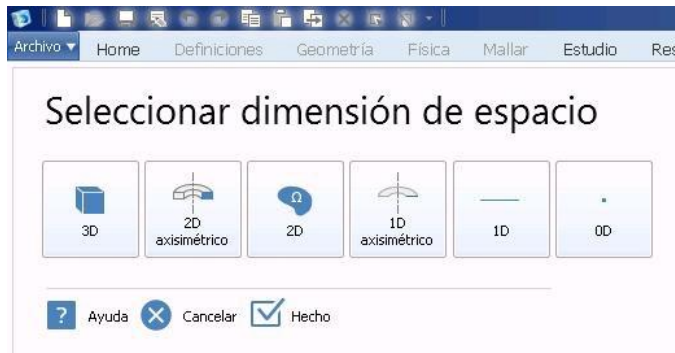


Figura 7.2: 2D Axisimétrico.

Tras esto se definirá el tipo de problema. Comsol, dependiendo de la variable dependiente básica que utiliza para modelar el campo acústico, ofrece 5 tipos de problemas o categorías:

- Presión acústica: La variable dependiente es la presión acústica p .
- Interacción sólido-acústica: Las variables dependientes son la presión p y el desplazamiento u del campo en el sólido.
- Ondas poro-elásticas: Las variables dependientes son la presión p en el interior del fluido saturado y el desplazamiento total u de la matriz porosa.
- Aeroacústica: Las variables dependientes son las perturbaciones acústicas de los campos de flujo.
- Termoacústicos: Las variables dependientes son la presión acústica p , la velocidad v de las partículas del campo acústico, y la variación de la temperatura acústica T .

En nuestro caso se seleccionará la presión acústica. Con éste fin, en el árbol de selección de física, se clicará sobre *Acústica*, *Acústica de presión*, *Presión acústica en Frecuencia*. Tras esto se dará en *Añadir*.

Por último, se ha de definir el tipo de estudio que se quiere realizar. Puesto que se intenta calcular los coeficientes TL en función de la frecuencia, se seleccionará Dominio de la frecuencia.

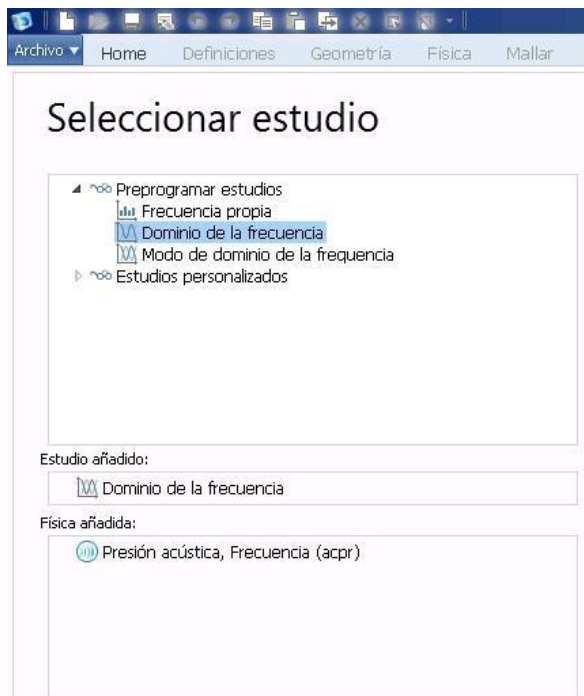


Figura 7.3: Tipo de estudio.

Una vez especificados todos los parámetros indicados se clicará en *Hecho* y aparecerá así la interfaz de trabajo:

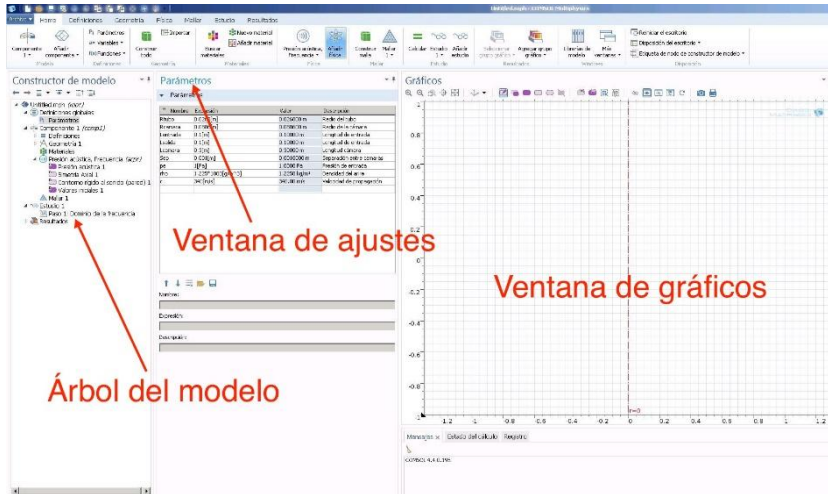


Figura 7.4: Interfaz de Comsol.

2. Creación y definición de las variables globales

Para continuar, se crearán y definirán las variables globales. Las variables globales son parámetros constantes que se definen previamente para ser utilizadas más tarde durante la definición de las propiedades de nuestro proyecto. Comentar, que este paso es opcional, sin embargo, la definición previa de parámetros geométricos, parámetros acústicos, etc. va a facilitar la definición geométrica y la definición de propiedades acústicas a lo largo de la formulación del problema. Así pues, con dicho fin, se irá a *Home*, *Parámetros* y se definirán las variables siguientes:

Nombre	Expresión	Descripción
Rtubo	0.0350[m]	Radio del tubo
Rcamara	0.0925[m]	Radio de la cámara
Lentrada	0.075[m]	Longitud de

		entrada
Lsalida	0.075[m]	Longitud de salida
Lcamara	0.25[m]	Longitud cámara
Sep	0.0032[m]	Separación
pe	1[Pa]	Presión de entrada
rho	1.225[kg/m ³]	Densidad del aire
c	340[m/s]	Velocidad de propagación

La definición se realizará introduciendo directamente los valores y variables de la tabla anterior.

3. Creación de la geometría

La definición geométrica es relativamente simple. Para el caso de una cámara se deberán crear dos cuadros, uno que represente al tubo, parte interna del silenciador, y otro que represente la cámara de disipación, parte más externa del silenciador.

Sin embargo, antes, se deberán indicar las unidades que utilizarán nuestros datos, para ello se irá a la ventana del *constructor de modelos* donde está situado el árbol y se clicará en *Componente 1*, y luego en *Geometría 1*. Esto abrirá la ventana de ajustes de geometría y se indicarán las unidades.

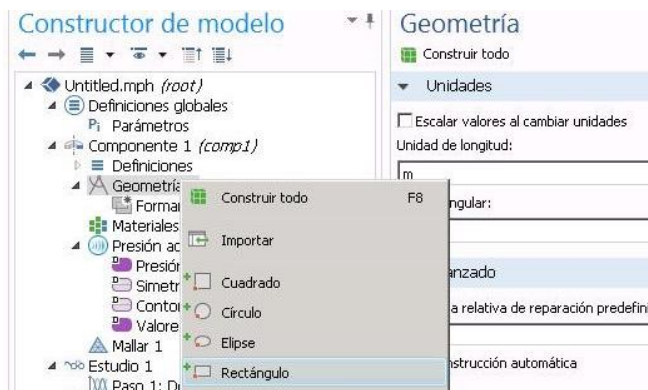


Figura 7.5: Unidades en metros.

A continuación, se generará el tubo del FAP. Éste se construirá partir de un rectángulo, su definición se hará yendo a la *Geometría 1 del Componente 1*, y se selecciona *Rectángulo* tras clicar botón derecho sobre *Geometría 1*. Tras esto aparecerá una ventana de ajustes para el rectángulo donde se definirán la altura, anchura y posición del polígono. Haciendo uso de las variables globales definidas en el punto anterior, la siguiente imagen muestra los valores introducidos:

Rectángulo

Construir seleccionado Construir todos los objetos

▼ Tipo de objeto

Tipo:

▼ Tamaño

Ancho: m

Altura: m

▼ Posición

Base:

r: m

z: m

▼ Ángulo de rotación

Rotación: deg

▶ Capas

▼ Selecciones de entidades resultandes

Crear selección

Contribuir a:

Figura 7.6: Dimensiones del tubo.

Como lo que buscamos ahora es en sustituir el monolito por una matriz de transferencia, la única acción a realizar en este paso sería la de eliminar el dominio y la geometría del monolito, de tal forma que lo único que nos quedaría sería lo mostrado en la Figura 8.7:

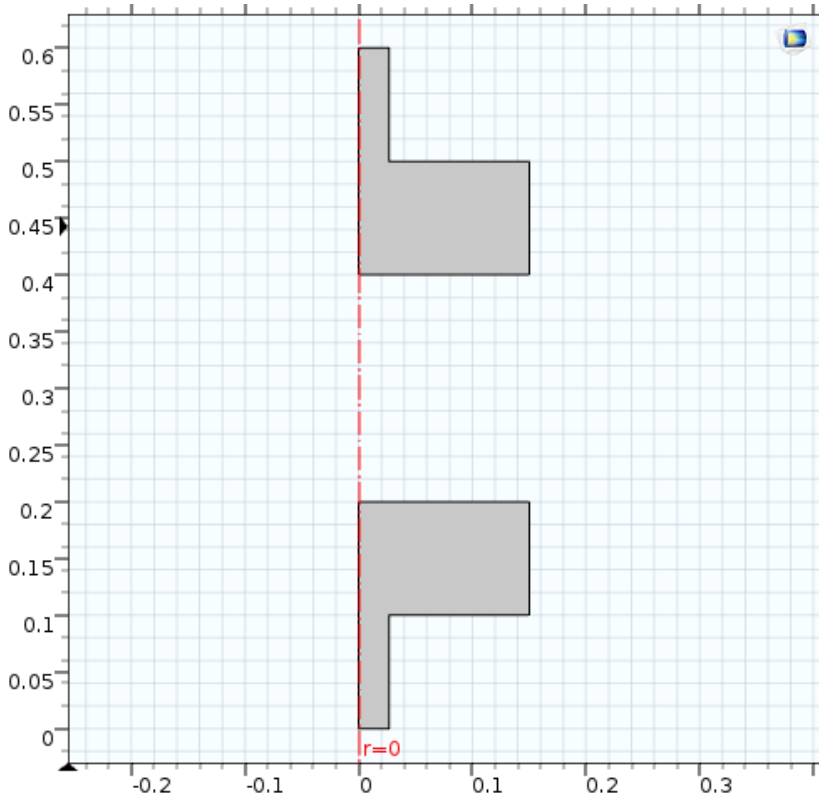


Figura 7.7: Geometría FAP.

4. Creación de contornos y dominios

Al suprimir el dominio del monolito, con la intención de sustituirlo por una matriz de transferencia, será necesaria la definición de 4 contornos:

- Entrada (contorno)
- Salida (contorno)
- Pared 1 (contorno)
- Pared 2 (contorno)

Como se puede apreciar en la Figura 8.8, la pared 1 corresponde a la entrada al “monolito” (llamada “**inlet**”), mientras que la pared 2 hace referencia a la salida del mismo (llamada “**outlet**”).

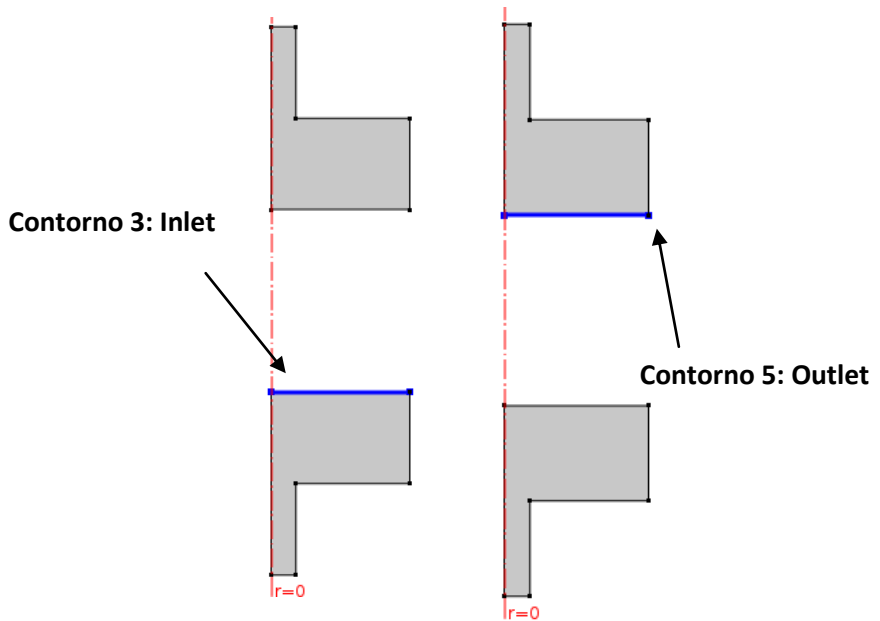


Figura 7.8: Contorno inlet (izquierda) y contorno outlet (derecha)



5. Definición de las condiciones de contorno

En nuestro caso no nos encontramos con un dominio en concreto, sino con un espacio en el que aplicaremos la matriz de transferencia que obtendremos mediante Mathcad. Por ello, nos encontramos esta vez con las siguientes condiciones:

- 1) Presión incidente en la entrada.
- 2) Impedancia en la salida del catalizador.
- 3) Matriz de transferencia entre las paredes 1 y 2.
- 4) Simetría axial.
- 5) Paredes rígidas.

De las anteriores condiciones, sólo cambia la número 3, la cual se aplicaría en primer lugar asignando una semejanza de contornos entre las paredes 1 y 2 según la ruta *Definiciones > Acoplamientos > Acoplamientos de componente > Semejanza de contornos*. Este paso lo utilizamos, como se muestra en la Figura 8.9, con pared 1 como pared de origen y pared 2 como pared de destino (marcando ambos como desactivados) y al revés, por lo que tendremos 2 semejanzas finalmente.

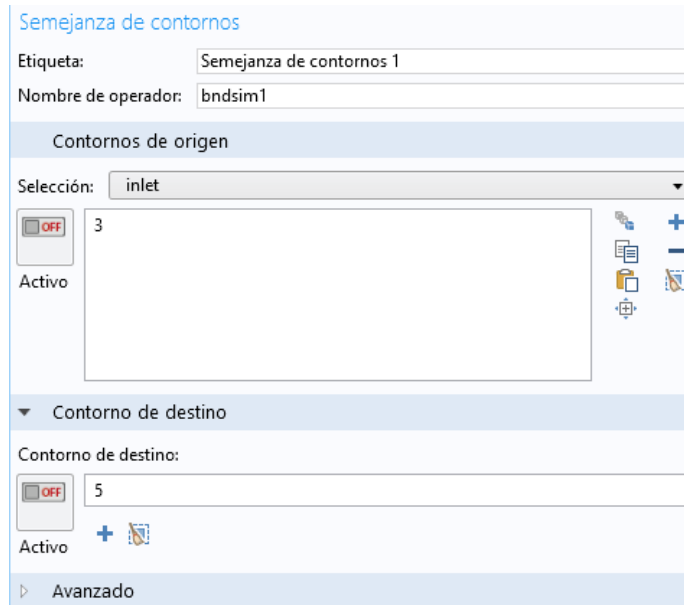


Figura 7.9: Definición de la semejanza de contornos desde inlet hasta outlet.

Estableciendo unas interpolaciones de igual manera que las de la velocidad y densidad del monolito en el caso anterior (*Definiciones > Funciones > Interpolación*). De este modo, obtenemos un valor real y otro imaginario para cada componente, por lo que creamos una variable local para cada una.



8 RESULTADOS Y CONCLUSIONES.



En este Trabajo Fin de Máster se han dado los primeros pasos para definir una metodología en Comsol que permita el modelado acústico de los filtros de partículas utilizados en la línea de escape de motores de combustión interna alternativos. En una primera aproximación, para simular el comportamiento acústico del filtro de partículas se ha recurrido a un modelo en el que se sustituye el monolito cerámico por su resistencia acústica concentrada. Las simulaciones llevadas a cabo han permitido observar que, a mayor velocidad de flujo (y por tanto mayor resistencia del monolito), se obtienen valores más altos de atenuación en la mayor parte del rango de frecuencias estudiado. De la misma manera, cabría pues esperar que un aumento de los depósitos de hollín como consecuencia del paso del tiempo, aumenten la resistencia del monolito, llevando finalmente al mismo efecto acústico de aumento del TL. Como trabajo futuro, cabe destacar la posibilidad de mejorar el modelo del filtro de partículas utilizado (de tipo concentrado), y considerar uno de tipo distribuido con la matriz de comportamiento correspondiente. Esto permitiría realizar un estudio más preciso y detallado de su comportamiento acústico.

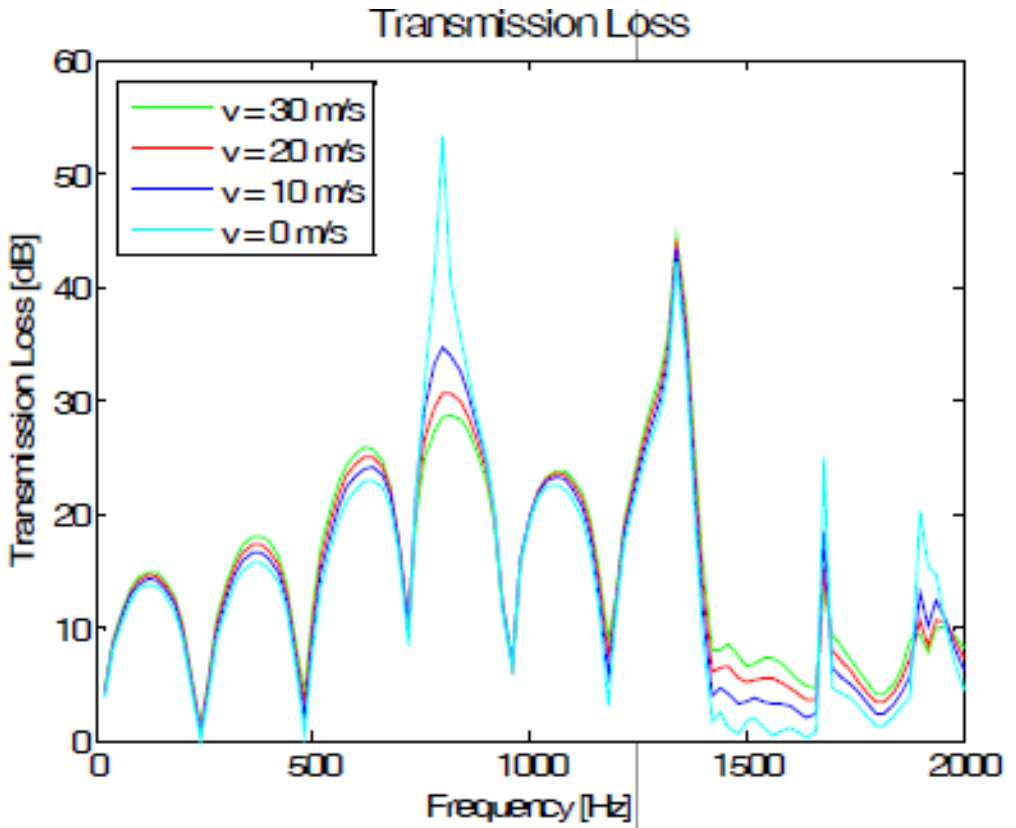


Figura 8.1: TL en función de la variación de velocidad.

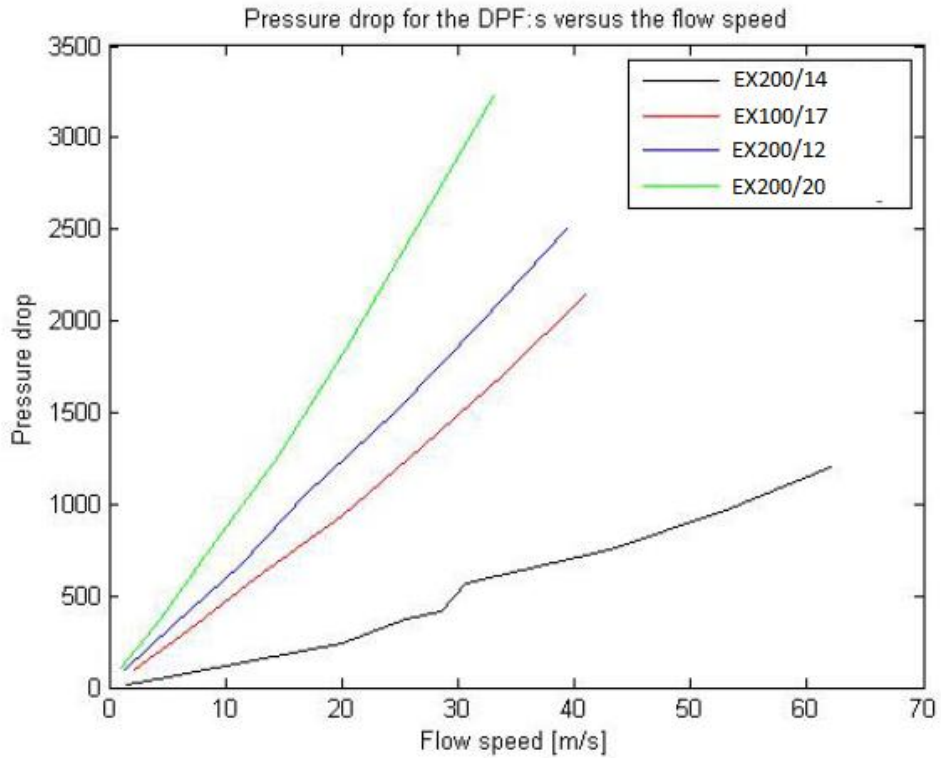


Figura 8.2: Caída de presión en función de la variación de velocidad.



9 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.



- [1] Sabry Allam, Mats Abom, *Acoustic modelling and testing of diesel particulate filters*. Journal of Sound and Vibration 288 (2005) 255–273.
- [2] F.D. Denia, J. Martínez-Casas, L. Baeza, F.J. Fuenmayor, *Acoustic modelling of exhaust devices with nonconforming finite element meshes and transfer matrices*. Applied Acoustics 73 (2012) 713–722.
- [3] F.D. Denia, J. Albelda, F.J. Fuenmayor, A.J. Torregrosa, *Acoustic behaviour of elliptical chamber mufflers*. Journal of Sound and Vibration 241, 401-421 (2001).
- [4] F.D. Denia, A. Selamet, F.J. Fuenmayor, R. Kirby, *Acoustic attenuation performance of perforated dissipative mufflers with empty inlet/outlet extensions*. Journal of Sound and Vibration 302, 1000-1017 (2007).
- [5] R. Kirby, F.D. Denia, *Analytic mode matching for a circular dissipative silencer containing mean flow and a perforated pipe*. The Journal of the Acoustical Society of America 122, 3471-3482 (2007).
- [6] F.D. Denia, A. Selamet, M.J. Martínez, F.J. Fuenmayor, *Sound attenuation of a circular multi-chamber hybrid muffler*. Noise Control Engineering Journal 56, 356-364 (2008).
- [7] A.G. Antebas, F.D. Denia, A.M. Pedrosa, F.J. Fuenmayor, *A finite element approach for the acoustic modeling of perforated dissipative mufflers with non-homogeneous properties*. Mathematical and Computer Modelling 57, 1970–1978 (2013).
- [8] F.D. Denia, E.M. Sánchez-Orgaz, J. Martínez-Casas, R. Kirby, *Finite element based acoustic analysis of dissipative silencers with high temperature and thermal-induced heterogeneity*. Finite Elements in Analysis and Design 101, 46-57 (2015).



- [9] F.D. Denia, E.M. Sánchez-Orgaz, L. Baeza, R. Kirby, *Point collocation scheme in silencers with temperature gradient and mean flow*. Journal of Computational and Applied Mathematics 291, 127-141 (2016).
- [10] F.D. Denia, L. Baeza, R. Kirby, A. Selamet, *A multidimensional analytical study of sound attenuation in catalytic converters*. Proceedings of the Inter-noise 2010, 39th International Congress and Exposition on Noise Control Engineering, Lisbon, 2010.
- [11] F.D. Denia, J. Martínez-Casas, L. Baeza, F.J. Fuenmayor, *Acoustic modelling of exhaust devices with nonconforming finite element meshes and transfer matrices*. Applied Acoustics 73, 713-722 (2012).
- [12] A. Selamet, V. Easwaran, J.M. Novak, R.A. Kach. *Wave attenuation in catalytic converters: Reactive versus dissipative effects*. Acoustic Society of America, Vol. 103, N°2, 1998.
- [13] Comsol AB. *Comsol Multiphysics Acoustics Module User's Guide*. 2013.



ANEXOS.



ANEXO I: Índice de figuras.

[1] **Figura 1.1:** *Nivel de ruido provocado por las fuentes más comunes.*

[2] **Figura 2.1:** *Onda transversal. Las flechas dobles.*

[3] **Figura 2.2:** *Onda longitudinal. Las flechas dobles simbolizan el movimiento de las partículas A y B.*

[4] **Figura 2.3:** *Frente de onda de una onda unidimensional.*

Figura 2.4: Frente de onda de una onda esférica.

[5] **Figura 2.5:** *Presión sonora instantánea.*

[6] **Figura 2.6:** *Onda plana de comportamiento armónico.*

[7] **Figura 2.7:** *Representación de una oscilación armónica.*

[8] **Figura 2.8:** *Representación de un FAP y su ciclo de renovación.*

[9] **Figura 3.1:** *Oscilación en la posición de equilibrio*

[10] **Figura 4.1:** *Reflexión y transmisión de ondas acústicas entre dos conductos de distinta sección*

[11] **Figura 4.2:** *Reflexión y transmisión de sonido a lo largo de 3 medios distintos.*

[12] **Figura 5.1.** *Modelo continuo.*

[13] **Figura 5.2:** *Modelo discreto de 1 gdl.*

[14] **Figura 5.3:** *Esquema de FAP propuesto, 3D Conductos / 1D Monolito.*

[15] **Figura 6.1:** *Esquema FAP.*

[16] **Figura 6.2.** *Definición de los ejes globales del sistema.*



- [17] **Figura 7.1:** *Modelo nuevo.*
- [18] **Figura 7.2:** *2D Axisimétrico.*
- [19] **Figura 7.3:** *Tipo de estudio.*
- [20] **Figura 7.4:** *Interfaz de Comsol.*
- [21] **Figura 7.5:** *Unidades en metros.*
- [22] **Figura 7.6:** *Dimensiones del tubo.*
- [23] **Figura 7.7:** *Geometría FAP.*
- [24] **Figura 7.8:** *Contorno inlet (izquierda) y contorno outlet (derecha)*
- [25] **Figura 7.9:** *Definición de la semejanza de contornos desde inlet hasta outlet.*
- [26] **Figura 8.1:** *TL en función de la variación de velocidad.*
- [27] **Figura 8.2:** *Caída de presión en función de la variación de velocidad.*



ANEXO II: Cálculo de las propiedades del monolito usando MathCad.

1) Introducción

En este anexo se explicará el cálculo de las características absorbentes del monolito, de tal forma que sea posible exportar los datos de forma sencilla para Comsol Multiphysics.

Para que Comsol sea capaz de leer dichas propiedades se debe utilizar la siguiente expresión:

$$Velocidad = v_{real}(f) + i \cdot v_{imag}(f)$$

$$Densidad = \rho_{real}(f) + i \cdot \rho_{imag}(f)$$

donde la frecuencia $freq$ y la unidad imaginaria i son variables internas de Comsol y las variables con subíndice *real* e *imag* corresponden a la parte real e imaginaria de la velocidad y la densidad, respectivamente.

Como se explicó a lo largo del capítulo 8, en Comsol se calculará la TL para cada frecuencia entre 10 y 3200 Hz con un paso incremental de 10 Hz.

2) Cálculo de velocidad y densidad equivalentes en el monolito

Para realizar este paso, en primer lugar definimos las siguientes constantes en Mathcad:

- Velocidad del aire $c_0 = 340 \frac{m}{s}$
- Densidad del aire $\rho_0 = 1.225 \frac{kg}{m^3}$
- Porosidad $\phi = 0.4$
- Viscosidad dinámica $\mu = 1.783 \cdot 10^{-5} Pa \cdot s$



- Calor específico del aire $c_p = 1005 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$
- Conductividad térmica $\kappa = 0.02534 \text{ W/m} \cdot \text{K}$
- Relación de calores específicos $\gamma = 1.4$

Aplicando ahora las Ec. 5.14 y 5.17 mostradas anteriormente, y sabiendo que $\text{Pr} = \mu \cdot c_p / \kappa$, en Mathcad creamos las siguientes

fórmulas:

$$\rho_{m_{kk}} := \rho_0 + \frac{R \cdot \phi \cdot G_{c1_{kk}}}{j \cdot \omega_{kk}} \quad G_{c1_{kk}} := G_c(s_{kk})$$

$$c_{m_{kk}} := \frac{c_0}{\sqrt{\left(1 + \frac{\phi \cdot R}{j \cdot \omega_{kk} \cdot \rho_0} \cdot G_{c1_{kk}}\right) \cdot \left(\gamma - \frac{\gamma - 1}{1 + \frac{\phi \cdot R}{j \cdot \omega_{kk} \cdot \rho_0 \cdot \text{Pr}} \cdot G_{c2_{kk}}}\right)}}$$

$$G_{c2_{kk}} := G_c(s_{kk} \cdot \sqrt{\text{Pr}})$$

$$G_c(s) = \frac{-\frac{s}{4} \cdot \sqrt{-j} \cdot \frac{\text{Jn}(1, s \cdot \sqrt{-j})}{\text{Jn}(0, s \cdot \sqrt{-j})}}{1 - \frac{2}{s \cdot \sqrt{-j}} \cdot \frac{\text{Jn}(1, s \cdot \sqrt{-j})}{\text{Jn}(0, s \cdot \sqrt{-j})}} \quad s = \alpha \cdot \sqrt{\frac{8 \cdot \omega \cdot \rho_0}{R \cdot \phi}}$$

Los resultados obtenidos dependerán de la frecuencia a la que estemos trabajando y los datos de longitud de monolito y resistividad de cada caso. Para la aplicación del intervalo de frecuencias y el paso incremental creamos las siguientes definiciones:



$$kk := 0..319$$
$$frec_{kk} := 10(kk + 1)$$

3) Exportación de datos

Para definir la velocidad y la densidad es necesario separar las partes real e imaginaria. Para conseguirlo se deben crear 4 archivos de texto “.txt”: uno para Vreal, otro para Vim, otro para Dreal y otro para Dim. Cada archivo contiene 2 columnas, una con el valor de frecuencia y otra con el valor de la variable en cuestión.

De este modo, los archivos “.txt” se generarán de la siguiente manera:

$$TABLA6_{kk,0} := frec_{kk}$$

$$TABLA6_{kk,1} := \operatorname{Re}(c_{m_{kk}})$$

$$TABLA8_{kk,0} := frec_{kk}$$

$$TABLA8_{kk,1} := \operatorname{Im}(c_{m_{kk}})$$

$$TABLA7_{kk,0} := frec_{kk}$$

$$TABLA7_{kk,1} := \operatorname{Re}\left(\frac{\rho_{m_{kk}}}{\phi}\right)$$

$$TABLA9_{kk,0} := frec_{kk}$$

$$TABLA9_{kk,1} := \operatorname{Im}\left(\frac{\rho_{m_{kk}}}{\phi}\right)$$



```
WRITEPRN("dens_real_mono.txt" ) := TABLA
```

```
WRITEPRN("vel_real_mono.txt" ) := TABLA
```

```
WRITEPRN("vel_im_mono.txt" ) := TABLA
```

```
WRITEPRN("dens_im_mono.txt" ) := TABLA
```



ANEXO III: Cálculo de la matriz de transferencia usando MathCad.

1) Introducción

Este anexo tiene como objetivo explicar la creación de las componentes de la matriz de transferencia en Mathcad, para su aplicación sobre el caso 3D-1D, incluido en el capítulo 8.4.2, así como de la exportación de los datos para su manejo en Comsol.

Como se explicó en dicho capítulo, se sustituye el monolito por una matriz de transferencia, relacionando la presión y la velocidad en la entrada y la salida de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} p_1 \\ v_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_2 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

Las componentes de esta matriz de 4 polos puede obtenerse a partir de las Ec. 6.12 y 6.13 y dependen de las propiedades del monolito, por lo que se puede escribir tal que:

$$T_m = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(k_m \cdot L_m) & \frac{j\rho_m c_m \sin(k_m \cdot L_m)}{\phi} \\ \frac{j\phi \sin(k_m \cdot L_m)}{\rho_m c_m} & \cos(k_m \cdot L_m) \end{pmatrix}$$

2) Cálculo de las componentes de la matriz de transferencia

Como se puede apreciar en la fórmula anterior, lo único que necesitamos para el cálculo de las componentes de la matriz son la densidad y velocidad específicas (ya calculadas según el Anexo I), el rango de frecuencias (también explicado su procedimiento en el Anexo I), la longitud del monolito (característico de cada caso) y la porosidad (constante para todo el problema y con valor de 0.4).



Por ello, creamos en Mathcad las siguientes 3 matrices:

$$T_{\text{monolítico}} := \begin{pmatrix} \cos(k_{m_{kk}} \cdot L_2) & j \cdot \rho_{m_{kk}} \cdot c_{m_{kk}} \cdot \sin(k_{m_{kk}} \cdot L_2) \\ \frac{j}{\rho_{m_{kk}} \cdot c_{m_{kk}}} \cdot \sin(k_{m_{kk}} \cdot L_2) & \cos(k_{m_{kk}} \cdot L_2) \end{pmatrix}$$

$$T_{\text{poro-div}} := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \phi \end{pmatrix}$$

$$T_{\text{poro-conv}} := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\phi} \end{pmatrix}$$

Finalmente, creamos otra ecuación que nos simplifique las 3 introducidas y nos acerque a la anterior:

$$T_{\text{total1D}} := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \phi \end{pmatrix} \cdot T_{\text{monolítico}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\phi} \end{pmatrix}$$

Exportación de datos

De igual manera al Anexo I, y según la ecuación T_{total1D} , buscamos la creación de 8 archivos de texto “.txt”, con un valor real y otro imaginario para cada una de las 4 componentes de la matriz de transferencia. En cada archivo tendremos 2 columnas: una con valores de frecuencia entre 10 y 1000 Hz con un paso incremental de 10 Hz y otra con los valores de la variable en cuestión.



$$A1_{kk,0} := \text{freq}_{kk}$$

$$A1_{kk,1} := \text{Re}\left[\left(T_{\text{total1D}}\right)_{kk,0}\right]$$

$$A2_{kk,0} := \text{freq}_{kk}$$

$$A2_{kk,1} := \text{Im}\left[\left(T_{\text{total1D}}\right)_{kk,0}\right]$$

WRITEPRN'a_real.txt' := A1

WRITEPRN'a_im.txt' := A2

$$C1_{kk,0} := \text{freq}_{kk}$$

$$C1_{kk,1} := \text{Re}\left[\left(T_{\text{total1D}}\right)_{kk,1,0}\right]$$

$$C2_{kk,0} := \text{freq}_{kk}$$

$$C2_{kk,1} := \text{Im}\left[\left(T_{\text{total1D}}\right)_{kk,1,0}\right]$$

WRITEPRN'c_real.txt' := C1

WRITEPRN'c_im.txt' := C2

$$B1_{kk,0} := \text{freq}_{kk}$$

$$B1_{kk,1} := \text{Re}\left[\left(T_{\text{total1D}}\right)_{kk,0,1}\right]$$

$$B2_{kk,0} := \text{freq}_{kk}$$

$$B2_{kk,1} := \text{Im}\left[\left(T_{\text{total1D}}\right)_{kk,0,1}\right]$$

WRITEPRN'b_real.txt' := B1

WRITEPRN'b_im.txt' := B2

$$D1_{kk,0} := \text{freq}_{kk}$$

$$D1_{kk,1} := \text{Re}\left[\left(T_{\text{total1D}}\right)_{kk,1,1}\right]$$

$$D2_{kk,0} := \text{freq}_{kk}$$

$$D2_{kk,1} := \text{Im}\left[\left(T_{\text{total1D}}\right)_{kk,1,1}\right]$$

WRITEPRN'd_real.txt' := D1

WRITEPRN'd_im.txt' := D2