Resum

El clàssic teorema de Nykodym (1933) afirma que si un subconjunt H de mesures complexes numerablement aditives definides en una σ-àlgebra $\mathcal{S}$ és acotat en cada element de $\mathcal{S}$, aleshores H és uniforment acotat, es dir, $\sup\{\lambda(A) : \lambda \in H, A \in \mathcal{S}\} < \infty$. És ben conegut que aquest teorema no és cert en general si es sustitueix la σ-àlgebra $\mathcal{S}$ simplement per una àlgebra.

Siga $\mathcal{A}$ una àlgebra de subconjunts d'un conjunt no buit Ω, i considerem l'espai de Banach $ba(\mathcal{A})$ de les mesures reals (o complexes) finitament aditives de variació acotada definides en $\mathcal{A}$. Un subconjunt $\mathcal{B}$ de $\mathcal{A}$ es diu que té la propietat N (propietat de Nikodym) si cada subconjunt M de $ba(\mathcal{A})$ que siga $\mathcal{B}$-puntualment acotat es té que M és uniformement acotat en $\mathcal{A}$. Recordem que el clàssic teorema de Nikodym-Dieudonné-Grothendieck's diu que cada σ-àlgebra té la propietat N. A més a més es diu que $\mathcal{B}$ té la propietat forta N si per a cada cubrimient numerable creixent $(\mathcal{B}_m)_m$ de $\mathcal{B}$ existeix $\mathcal{B}_n$ que té la propietat N. Valdivia va provar en 1979 que cada σ-àlgebra té la propietat N.

L'esmentat teorema de Valdivia va motivar demostrar que cada σ-àlgebra $\mathcal{S}$ de subconjunts de Ω té la propietat N per a malles creixents, és dir, si $(\mathcal{B}_{m_1})_{m_1}$ és un cubrimient numerable creixent de $(\mathcal{S}$ i si $(\mathcal{B}_{m_1,m_2,\ldots,m_p,m_{p+1}})_{m_{p+1}}$ és un cubrimient numerable creixent de $\mathcal{B}_{m_1,m_2,\ldots,m_p}$, per a cada nombres naturals p, m_i, amb $1 \leq i \leq p$, aleshores existeix una successió $(n_r)_r$ tal que $\mathcal{B}_{n_1,n_2,\ldots,n_r}$ té la propietat N per a cada $r \geq 1$.

En la tesi es prova que gairebé totes les cadenes infinites en una malla creixent $\{\mathcal{B}_{m_1,m_2,\ldots,m_p} : (m_1, m_2, \ldots, m_p) \in \bigcup_s \mathbb{N}^s\}$ estan composades de conjunts que tenen la propietat N per a malles creixents.

El resultat principal de la tesi prova que l'àlgebra $\mathcal{J}(K)$ dels subconjunts Jordan mesurables d'un interval compacte k-dimensional K contingut en $\mathbb{R}^k$ té la propietat N per a malles creixents. Aquest resultat millora el resultat de Valdivia de 2013 de que $\mathcal{J}(K)$ té la propietat forta de Nikodym, que alhora millorava un resultat anterior de Schachermayer, qui va provar que $\mathcal{J}([0,1])$ té la propietat N.

Es presenten aplicacions dels resultats obtesos a mesures vectorials.