

---

# CONTROL EN RED P-I-D DE UN QUADRIRROTOR

---

Autor:  
Juan Manuel *LORENTE PERIS*  
Jualope3@gmail.com

Tutor:  
Julián José *SALT LLOBREGAT*  
julian@isa.upv.es

Co-tutor:  
Pedro José *GARCÍA GIL*  
pggil@isa.upv.es

DEPARTAMENTO DE ING. DE SISTEMAS Y AUTOMÁTICA  
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA



09 de Marzo de 2016



## **RESUMEN**

En esta Tesina de Fin de Máster se ha llevado a cabo el control en BiFrecuencia de un Sistema Aéreo Pilotado de forma Remota (RPAS). El bucle de control se compone básicamente de tres acciones: medición, cálculo de control y actuación. En este controlador BiFrecuencia, una parte del control se realizará a una frecuencia , parte lenta(PI) implementado en la CPU, y la otra al doble, parte rápida (PD) implementado en el RPAS. La comunicación CPU-RPAS se establecerá mediante una red WiFi. Por tanto, habrá que tener en consideración los retardos y cómo éstos puedan afectar a la respuesta del sistema. Para realizar todo este estudio, primero se realizará un control en MonoFrecuencia para, posteriormente, ver cómo empeora la respuesta del sistema a medida que se aumenta el periodo de muestreo. A continuación se implementará un controlador BiFrecuencia para ver la mejora de la señal y, por último, se contemplará el efecto que los retardos producen sobre la misma y se aplicará una ley de corrección de los retardos a fin de eliminar el efecto de los mismos.

## **ABSTRACT**

The purpose of this End of Master's thesis is to carry out the BiFrequency control of a Remote Pilote Aerial System (RPAS). The loop control is composed by three actions: measure, control action calculation and actuation. In this Multi-Rate controller, there will be two different frequencies, the lower for the PI control and the highest for the PD control. PI will be in the CPU and PD will be in the RPAS. The comunication between CPU and RPAS will be stablished with a WiFi network. Because of that, delays will appear in the comunication and they will affect the system response. To study all of that, first of all a monofrequency control will be done, increasing more and more the sampling period to see the system response changing. After that, multi-rate controller will be implemented to prove how the system response improve. Finally, delays will be included to see the effect on the response and they will be corrected.



# ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS.....	1
1. INTRODUCCIÓN.....	5
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	8
3. ASPECTOS TEÓRICOS.....	9
3.1. OPERACIONES BÁSICAS Y PROPIEDADES EN SISTEMAS MULTIFRECUENCIA.....	10
3.2. BUCLE BIFRECUENCIA.....	12
3.3. RETARDOS EN LA SEÑAL .....	16
4. SOLUCIÓN AL PROBLEMA POR SIMULACIÓN .....	19
4.1. CONTROL EN MONOFRECUENCIA.....	23
4.2. CONTROL EN BIFRECUENCIA.....	24
4.2.1. PI LENTO Y PD RÁPIDO .....	24
4.3. RETARDOS.....	27
4.3.1. MONOFRECUENCIA .....	27
4.3.2. BIFRECUENCIA .....	28
5. VALIDACIÓN EXPERIMENTAL.....	30
5.1. CONTROL MONOFRECUENCIA.....	31
5.3. BIFRECUENCIA.....	37
5.4. RETARDOS.....	40
6. CORRECCIÓN DE LOS RETARDOS .....	45
7. CONCLUSIONES.....	47



# ÍNDICE DE FIGURAS

## Ilustraciones:

Ilustración 1. Comunicación establecida mediante red WiFi.....	6
Ilustración 2. Aplicación de la primera acción de control tras el retado. ....	17
Ilustración 3. Nuevos valores de $K_{pd}$ y $T_d$ para un retardo de 0.02s. ....	18
Ilustración 4. Fuerzas que intervienen en el problema.....	21
Ilustración 5. RPAS utilizado en el laboratorio para la validación experimental. ....	31

## Esquemas:

Esquema 1. Discretizaciones a diferentes periodos en un bucle de control MultiFrecuencia. ....	9
Esquema 2. Ejemplo de bucle de control en BiFrecuencia.....	12
Esquema 3. Bucle de control del modelo de referencia. ....	13
Esquema 4. Simplificación del bucle cerrado en la $FdTM(s)$ .....	13
Esquema 5. Ejemplo bucle de control en BiFrecuencia con PI lento y D rápido.....	16

## Gráficas:

Gráfica 1. Ejemplo gráfico de operador Expand. ....	10
Gráfica 2. Ejemplo gráfico de operador Skip.....	11
Gráfica 3. Respuesta simulada con control MonoFrecuencia y periodo 20ms. ....	23
Gráfica 4. Respuesta del RPAS con control MonoFrecuencia bajo diferentes periodos de muestreo. ....	24
Gráfica 5. Respuesta con control BiFrecuencia con parte rápida a 80ms y parte lenta 160ms ..	25
Gráfica 6. Respuesta con control Bifrecuencia con parte rápida a 100ms y lenta a 200ms. ....	25
Gráfica 7. Respuestas del sistema con control MonoFrecuencia a 80ms vs MonoFrecuencia a 160ms vs BiFrecuencia con partes rápida y lenta de 80ms y 160ms respectivamente. ....	26
Gráfica 8. Respuestas del sistema con control MonoFrecuencia a 100ms vs MonoFrecuencia a 200ms vs BiFrecuencia con partes rápida y lenta a 100ms y 200ms respectivamente.....	26
Gráfica 9. Respuesta con control MonoFrecuencia y periodo de 80ms bajo diferentes retardos. ....	27
Gráfica 10. Respuesta con control MonoFrecuencia y periodo de 160ms bajo diferentes retardos.....	28
Gráfica 11. Respuesta con control BiFrecuencia y periodos 80ms-160ms bajo diferentes retardos.....	29
Gráfica 12. Respuesta con control BiFrecuencia y periodos 100ms-200ms bajo diferentes retardos.....	29

Gráfica 13. Respuesta con control Bifrecuencia y periodos 100ms – 200ms y con ley de corrección de retardos.....	30
Gráfica 14. Respuesta del sistema con control MonoFrecuencia y periodo de 20ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.....	32
Gráfica 15. Respuesta del sistema con control MonoFrecuencia con periodo 40ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.....	32
Gráfica 16. Respuesta del sistema con control MonoFrecuencia y periodo de 60ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.....	33
Gráfica 17. Respuesta del sistema con control MonoFrecuencia y periodo de 80ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.....	33
Gráfica 18. Respuesta del sistema con control MonoFrecuencia y periodo de 100ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.....	34
Gráfica 19. Respuesta del sistema con control MonoFrecuencia y periodo de 120ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.....	34
Gráfica 20. Respuesta del sistema con control MonoFrecuencia y periodo 160ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.....	35
Gráfica 21. Respuesta del sistema con control MonoFrecuencia y periodo de 200ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.....	35
Gráfica 22. Respuesta del sistema inestable para periodos superiores a 200ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.....	36
Gráfica 23. Respuesta del sistema en BiFrecuencia con periodos 80-160ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.....	37
Gráfica 24. Respuesta del sistema en BiFrecuencia con periodos 100-200ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.....	38
Gráfica 25. Respuesta del sistema en BiFrecuencia con periodos 120-240ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.....	38
Gráfica 26. Respuesta del sistema MonoFrecuencia vs. BiFrecuencia para un periodo de 210ms para el MonoFrecuencia y de 210ms para la parte lenta del regulador en BiFrecuencia.....	39
Gráfica 27. Inestabilidad del sistema con regulador en BiFrecuencia para un periodo de la parte lenta de 270ms.....	40
Gráfica 28. Experimento 1. Tiempos de retardo de las señales enviadas. El eje x muestra el número del dato enviado. El eje y el tiempo de vuelo en ms. Valor medio del retardo 16ms...	41
Gráfica 29. Experimento 2. Tiempos de retardo de las señales enviadas. El eje x muestra el número del dato enviado. El eje y el tiempo de vuelo en ms. Valor medio del retardo 13ms...	41
Gráfica 30. Experimento 3. Tiempos de retardo de las señales enviadas. El eje x muestra el número del dato enviado. El eje y el tiempo de vuelo en ms. Valor medio del retardo 12ms...	42
Gráfica 31. Respuesta del sistema con controlador BiFrecuencia 40-80ms y retardo inducido de valor medio 35ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.....	43
Gráfica 32. Respuesta del sistema con controlador BiFrecuencia 40-80ms y retardo inducido de valor medio 45ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.....	43
Gráfica 33. Respuesta del sistema con controlador BiFrecuencia 40-80ms y retardo inducido de valor medio 55ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.....	44
Gráfica 34. Respuesta del sistema con controlador BiFrecuencia 80-160ms y retardo inducido de valor medio 27ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.....	44

Gráfica 35. Respuesta del sistema con controlador BiFrecuencia 80-160ms y retardo inducido de valor medio 37ms. Eje x en segundos. Eje y en metros. ....	45
Gráfica 36. Respuesta del sistema con controlador BiFrecuencia 80-160ms y retardo inducido de valor medio 25ms corregido.....	46



# 1. INTRODUCCIÓN

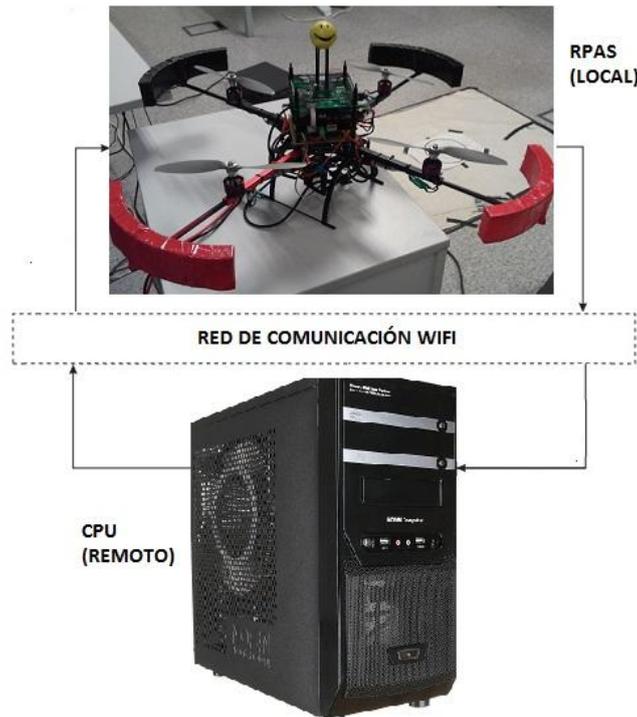
Un sistema BiFrecuencia es un sistema compuesto por elementos de tiempo continuo, como puede ser la planta o los sensores, y otros componentes que funcionan en tiempo discreto, los controladores. En estos sistemas las acciones de control actúan a frecuencias diferentes sobre la planta.

Para tratar el problema se puede asumir varios casos. Por ejemplo, que exista un patrón regular en el tiempo. Es decir, cada variable se puede muestrear a diferentes intervalos existiendo un periodo global que se repite cíclicamente. Puede asumirse también que haya retardos en cada muestreo, muestreos asíncronos... En este trabajo se estudiará el caso más básico, es decir, un muestreo perfectamente uniforme de una variable y únicamente va a haber dos frecuencias diferentes. Además, la comunicación se establecerá gracias a una red WiFi. Es decir, además de tener un control en BiFrecuencia, éste también será un sistema de control basado en red.

En los sistemas de control basados en red o Networked Control Systems (NCS) los datos se transmiten entre los distintos componentes mediante una red compartida. Dicha red puede estar formada por buses de campo (CAN), Ethernet, RS-232 o redes inalámbricas, como por ejemplo Bluetooth o WiFi. En esta tesina se ha empleado la red WiFi. De este modo, los sensores envían las mediciones a la CPU a través de la red WiFi, se realiza la comparación con la referencia y el cálculo de la acción lenta en remoto. Esta acción de control viaja de vuelta al sistema dónde se realiza el cálculo de la acción de control rápida y se actúa sobre el sistema. Durante ese tiempo de vuelo, el controlador, que está en local, realiza acciones de control rápidas. El sensor y el controlador comparten la información a través de la red que, además, podrá estar siendo usada por otras tareas, relacionadas o no con el sistema a controlar.

En este tipo de control se puede distinguir dos casos. En el primer caso el controlador se implementa todo él en la parte remota. Es el Control Directo. En el segundo caso, el Control Jerárquico, se utiliza un control en remoto y otro en local, junto con el proceso.

En el presente trabajo se implementará un Control Jerárquico, es decir, una parte del controlador BiFrecuencia en local y otra en remoto. Además, se realizará, tanto la comunicación del RPAS con la CPU (remoto) como de la CPU con el RPAS, mediante red WiFi. Esto es, el sensor de altura del RPAS realizará la toma de medidas y enviará estos datos a través de red WiFi a la CPU. La CPU procesará estos datos, realizará los cálculos pertinentes y devolverá otra señal al RPAS mediante la misma red.



**Ilustración 1. Comunicación establecida mediante red WiFi**

El uso de un controlador basado en red y BiFrecuencia al mismo tiempo conlleva una serie de ventajas y desventajas. Son las siguientes:

**Ventajas:**

- Reducción del coste debido a la eliminación del cableado. Los cables para la transmisión de datos ya no son necesarios puesto que los datos viajan por la red. Además se reducen los costes de mantenimiento.
- Reducción del volumen de cableado. En el sector aeronáutico es crítico, puesto que menor volumen implica menor peso.
- Para el control de vehículos móviles simultáneamente. Por ejemplo, en asuntos militares donde se tenga que realizar una maniobra conjunta y sincronizada. Los vehículos mandarían las señales a una CPU remota y de gran potencia que, en función de los datos, devolvería instrucciones a cada vehículo móvil.
- Posibilidad de realizar el control en remoto o en local. Si, por ejemplo, el hardware del local se queda anticuado no es necesario gastar dinero en renovarlo. Se podría implementar el control en remoto.
- Liberación de la red. Al poder enviar datos a través de la red a frecuencias más bajas no hay un uso tan desmesurado de la misma. Esto se traduce en una reducción del número de pérdida de datos y retardos en el envío, normalmente vinculados a un uso desmedido de la red.
- Mejora notable de la respuesta en MonoFrecuencia a frecuencias bajas. Es decir, si se compara la respuesta en MonoFrecuencia a frecuencia baja con la del BiFrecuencia

donde una de las frecuencias es la baja del MonoFrecuencia, la respuesta mejora. Llegando incluso a cumplir las especificaciones nuevamente.

***Inconvenientes:***

- Existencia de retardos. La señal que se envía a la red tarda un tiempo variable en volver. La información no llega al destino de manera instantánea al no haber una conexión física.
- Pérdida de datos. Puede ser que algunos datos enviados a través de la red nunca vuelvan. Normalmente vinculado este problema al estar saturada la red. Es decir, que muchos dispositivos estén usando la red.
- La planta y el controlador no pueden ocupar todo el ancho de banda ya que, tal vez, otros dispositivos estén utilizando la red simultáneamente. Por ello, puede que el periodo de muestreo esté limitado y, en consecuencia, las prestaciones de control limitadas. En esta tesis se tratará de descargar la red utilizando periodos más grandes y consiguiendo que las prestaciones de control no empeoren drásticamente.
- Existencia de desfase entre los diferentes dispositivos. Se tendría que emplear métodos de sincronización entre los dispositivos.
- Posible existencia de rizado en la respuesta del sistema al implementar técnicas de control en MultiFrecuencia.

Existen numerosas aplicaciones de los sistemas de control en MultiFrecuencia tales como análisis químicos, UAVs, controles basados en red, para el post-procesado de imágenes tomadas por visión artificial...

El objetivo principal es realizar un control de altura en BiFrecuencia y con una red de comunicación WiFi, alcanzando una respuesta parecida a la respuesta que daría un controlador rápido en MonoFrecuencia. Para ello, primero se realizará el control en MonoFrecuencia y se irá disminuyendo la frecuencia del mismo para ver cómo afecta la misma a la dinámica del proceso. A continuación, se implementará un regulador en Bifrecuencia para comparar las respuestas y comprobar que mejora considerablemente la respuesta del sistema en MonoFrecuencia a frecuencias bajas. Además, como la comunicación se realizará mediante una red WiFi, se estudiará cómo afectan los retardos de la señal a la respuesta del sistema y se resolverá dicho problema.

La distribución del trabajo será la siguiente: primero se expondrá un breve resumen del problema. Segundo, se introducirá algunos aspectos teóricos necesarios para poder afrontar el problema. Después se hará el desarrollo del problema por simulación en Matlab. Finalmente se validarán los resultados en el laboratorio y se harán las conclusiones pertinentes.

## 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Como se ha comentado en la introducción, para realizar el control de un proceso cualquiera, es necesario conocer qué ocurre, con la máxima exactitud posible, en el entorno. En el caso particular de esta tesina, si se quiere realizar el control de altura de un RPAS, se necesitará conocer la altura del mismo en cada instante de tiempo. Esta información con el mundo exterior se obtiene gracias a los sensores. Sin embargo, esta disposición de la medida de los sensores no es continua. Es decir, la CPU dispone de estos valores de medida cada cierto periodo ya que funciona en discreto. Dicho de otro modo, no se dispone de la medida de la altura en cada instante de tiempo. Esto hace que no se conozca con exactitud el entorno y la respuesta del sistema no sea tan buena como se desee. Lo ideal sería que para cada instante se dispusiese de su correspondiente medida de altura. Con el fin de no perder demasiada información y poder realizar un buen control del proceso se opta por utilizar frecuencias de muestreo elevadas. Es decir, la CPU accede a la medida que el sensor ha tomado de la altura con un periodo de muestreo muy bajo para evitar perder demasiada información.

No obstante, hay ocasiones en las que no es posible elegir la frecuencia que se quiere y es necesario funcionar a frecuencias más bajas. Esto puede ser debido a que se necesiten tiempos de cómputo superiores al periodo de muestreo, se necesite disponer de una red menos saturada debido a la existencia de muchos dispositivos utilizando la misma...

Como se ha comentado, funcionar a frecuencias cada vez más bajas implica un progresivo empeoramiento de la respuesta del sistema llegando incluso a la inestabilidad del mismo. En estos casos se opta por un controlador en BiFrecuencia. En este trabajo se considerará un control en BiFrecuencia en el que la frecuencia de acción de control lenta será un múltiplo  $N$  de la acción de control rápida. En concreto,  $N = 2$ .

Este va a ser el punto principal de la tesina. Se va a comprobar sobre el control de altura de un RPAS cómo se van perdiendo las prestaciones del sistema a medida que la frecuencia de muestreo va siendo cada vez más pequeña hasta llegar a la inestabilidad. A continuación, se implementará un regulador en BiFrecuencia para comprobar que, donde para una frecuencia determinada en MonoFrecuencia la respuesta era inestable, para esa misma frecuencia asociada a la parte lenta del controlador en BiFrecuencia, la respuesta se vuelve estable. Además, se llevará al límite de la estabilidad dicho regulador para comprobar su robustez.

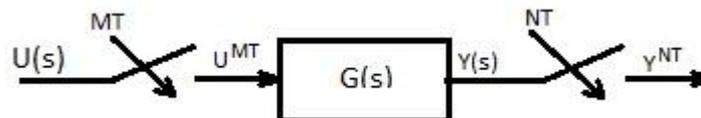
Por otro lado, al realizarse la comunicación vía WiFi, se estudiará cómo afectan los retardos a la respuesta del sistema con control en BiFrecuencia. Por último, se realizará una resintonización de los parámetros del PD (parte rápida del controlador) con el fin de solventar el problema de los retardos.

Pero, antes que nada, para poder entender cómo se ha abordado el control BiFrecuencia, será necesario conocer algunos aspectos teóricos necesarios para tratar tanto las funciones de transferencia como las expresiones que puedan surgir del bucle de control.

### 3. ASPECTOS TEÓRICOS

En esta sección se hablará de algunos conceptos, algunas transformaciones y operaciones, notaciones y del problema en general de la BiFrecuencia.

En un sistema MultiFrecuencia o MultiRate System (MR) las variables a medir están discretizadas a dos o más frecuencias diferentes a lo largo del bucle de control. El siguiente esquema puede facilitar la comprensión de lo que ocurre:



*Esquema 1. Discretizaciones a diferentes periodos en un bucle de control MultiFrecuencia.*

El periodo más corto del bucle es  $T$  y otras partes del bucle funcionan a periodos diferentes y múltiplos de  $T$ . En concreto, en el ejemplo expuesto en el *Esquema 1* a  $M$  y  $N$  veces el periodo  $T$ .

Para especificar el periodo al que funciona una parte del bucle se utilizan los superíndices mostrados en el *Esquema 1*. Así, la señal  $y^{NT}$  indica que la señal continua  $y(s)$  se discretiza a  $NT$  periodos.

Por otro lado, la señal  $y^{NT}$  se obtiene de la siguiente manera:

$$y^{NT} = [G(s)U^{MT}]^{NT} = G^{NT} [U^{MT}]^{NT} \quad (1)$$

Donde  $G^{NT}$  representa la discretización del proceso continuo  $G(s)$ . Normalmente esta discretización se realiza con la ayuda de un retenedor de orden cero (Zero-Order-Hold, ZOH). De modo que:

$$G^{NT} = Z \left[ \frac{1 - e^{-NTs}}{s} G(s) \right] \quad (2)$$

Con este ejemplo puede verse que el cambio de periodos de muestreo entre señales y bloques del bucle de control es bastante común en los sistemas MultiFrecuencia.

Como se comentó anteriormente, se va a considerar que existirá un periodo global,  $T_0$ , que se repetirá cíclicamente. Y cada variable a muestrear se repetirá un número entero positivo de veces dentro de este periodo global. Es por esto que es necesario conocer el mínimo común múltiplo (mcm) y el máximo común divisor (mcd) de todos y cada uno de los periodos de muestreo involucrados en el sistema MultiFrecuencia. El periodo global,  $T_0$ , será el mcm y cada

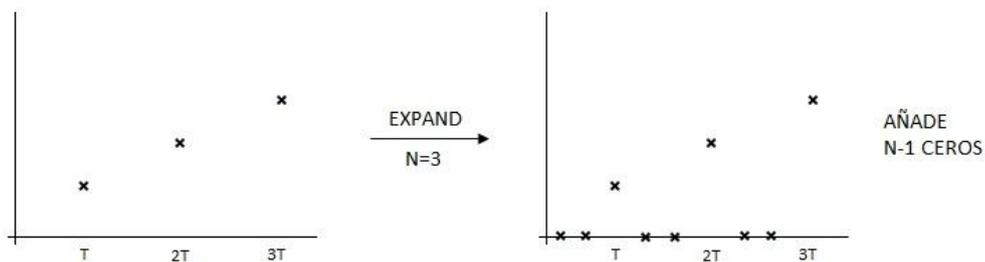
periodo de muestreo se repetirá un número entero de veces dentro del mcm. Además, el mcd será el periodo que más veces se repita dentro del  $T_0$ . Este último será el periodo base,  $T$ .

En esta tesina se trabajará en BiFrecuencia. Es decir, únicamente va a haber dos periodos de muestreo diferentes. Con lo cual, el periodo global se corresponderá con el periodo de la parte lenta, y el periodo corto se repetirá un número entero de veces,  $N$ , dentro del periodo grande. Es decir, que el controlador en BiFrecuencia tendrá una parte rápida que actuará a una frecuencia alta sobre el sistema. Y otra parte, la lenta, que actuará a una frecuencia más baja.

### 3.1. OPERACIONES BÁSICAS Y PROPIEDADES EN SISTEMAS MULTIFRECUENCIA

Para trabajar en sistemas MultiFrecuencia es necesario conocer algunos operadores y propiedades utilizadas para pasar de un periodo de muestreo a otro. Las operaciones más básicas son Skip y Expand.

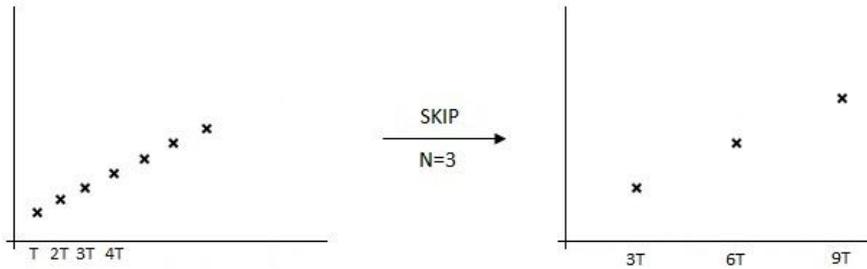
El operador Expand genera una secuencia de datos a periodo  $T$  a partir de otra secuencia a periodo más grande,  $NT$ . Gráficamente quedará más claro lo que hace este operador:



Gráfica 1. Ejemplo gráfico de operador Expand.

Tras el operador Expand, donde antes el periodo era a  $T$ , ahora es a  $T/N$ . Y donde antes no había muestra, ahora añade como muestra ceros.

El operador Skip genera una secuencia digital a periodos  $NT$  a partir de otra con periodo más corto,  $T$ . Es decir, elimina algunas muestras y sólo deja cada cierto periodo la muestra original. Gráficamente realiza lo siguiente:



**Gráfica 2. Ejemplo gráfico de operador Skip**

Se observa en el ejemplo que únicamente coge las muestras cada 3 periodos, el resto las elimina.

Una vez definidos los operadores es necesario conocer algunas propiedades de los mismos para poder trabajar con ellos. Éstas son:

$$[a^T(z) \cdot b^T(z)]^{\frac{T}{N}} = [a^T(z)]^{\frac{T}{N}} \cdot [b^T(z)]^{\frac{T}{N}} \quad (3)$$

$$[a^T(z) \cdot b^T(z)]^{NT} \neq [a^T(z)]^{NT} [b^T(z)]^{NT} \quad (4)$$

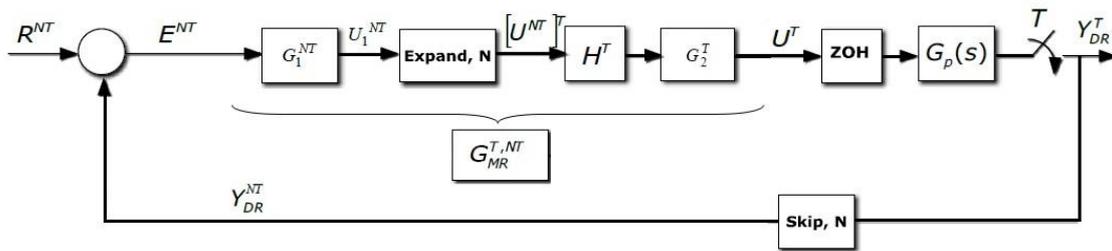
$$\left[ (b^T(z))^{\frac{T}{N}} \right]^T = b^T(z) \rightarrow \left[ (b^T(z))^{NT} \right]^T \neq b^T(z) \quad (5)$$

Es decir, según la ecuación (3), el Expand conmuta. Según la ecuación (4), el Skip no conmuta. Y por último, gracias a la expresión (5) se sabe que tras un Expand, si se aplica un Skip, se vuelve a la situación de partida. Por el contrario, si tras un Skip se realiza un Expand, no se vuelve a la situación original.

Una vez explicados los operadores y expuestas las propiedades se van a aplicar sobre el bucle de control en cuestión para simular la respuesta en BiFrecuencia.

## 3.2. BUCLE BIFRECUENCIA

En este trabajo se va a implementar un controlador en BiFrecuencia con el fin de mejorar el comportamiento con un control en MonoFrecuencia. Este controlador recibirá datos a una frecuencia baja y enviará acciones de control a otra frecuencia alta. El esquema del controlador que se va a emplear se muestra en el *Esquema 2*. Además, la comunicación se va a realizar en red, como se comentó en secciones anteriores. Con lo cual se estudiará cómo afecta el problema de los retardos a la respuesta del sistema así como la solución al mismo.



*Esquema 2. Ejemplo de bucle de control en BiFrecuencia.*

En el esquema puede verse la composición del controlador BiFrecuencia,  $G_{MR}^{T,NT}$ . Teniendo clara la notación explicada en la sección anterior se observa cómo la acción de control enviada a la planta por el controlador se realiza a periodo  $T$ , el periodo rápido. A su vez, la variable continua a medir,  $y(t)$ , por los sensores se envía cada  $NT$  periodos. Ésta llega a la CPU vía WiFi y se calcula el error y la acción de control lenta. Tras este cálculo, la señal vuelve a ser enviada a la parte rápida del controlador, que está implementado en local, a través de la red WiFi. Una vez el controlador recibe la acción lenta realiza el control rápido con el valor de la acción lenta actualizado. Esto es, que el controlador funciona a dos frecuencias diferentes.

Una vez definido el esquema del problema se calcula la salida del controlador. Que al tratarse de un controlador en BiFrecuencia se va a tener que usar las operaciones de Skip y Expand de las que se habló anteriormente, junto con sus propiedades. Dicho lo cual:

$$U^T = G_{MR}^{T,NT} \cdot E^{NT} = G_2^T H^T [G_1^{NT}]^T [E^{NT}]^T = G_2^T H^T [G_1^{NT}]^T [R^{NT} - [y_{DR}^T]^{NT}]^T \quad (6)$$

Por otro lado:

$$y_{DR}^T = G_p^T G_2^T H^T [G_1^{NT}]^T [R^{NT} - [y_{DR}^T]^{NT}]^T \quad (7)$$

Pero, recordando la propiedad (3):

$$y_{DR}^T \neq [[y_{DR}^T]^{NT}]^T \quad (8)$$

Con lo cual, de la ecuación (7) no se puede encontrar una expresión para  $y_{DR}^T$ .

No obstante, si se considera ahora que la salida funciona a la frecuencia más baja:

$$[y_{DR}^T]^{NT} = [G_P^T G_2^T H^T [G_1^{NT}]^T [R^{NT} - [y_{DR}^T]^{NT}]^T]^{NT} = [G_P^T G_2^T H^T]^{NT} G_1^{NT} [R^{NT} - [y_{DR}^T]^{NT}] \quad (9)$$

Por lo que:

$$\frac{[y_{DR}^T]^{NT}}{R^{NT}} = \frac{[G_P^T G_2^T H^T]^{NT} G_1^{NT}}{1 + [G_P^T G_2^T H^T]^{NT} G_1^{NT}} \quad (10)$$

Determinada la salida del bucle cerrado del sistema BiFrecuencia, el siguiente paso es forzar la salida  $[y_{DR}^T]^{NT}$  a ser la misma que la salida del sistema MonoFrecuencia a la frecuencia lenta,  $\hat{y}^{NT}$ . O lo que es lo mismo,  $[M^T R^T]^{NT}$  debería coincidir con  $M^{NT} R^{NT}$ .

Una de las soluciones es considerar un modelo de referencia para el sistema controlado,  $M(s)$ . Con lo cual,  $M^T$  y  $M^{NT}$  serían las discretizaciones del modelo a periodo T y NT respectivamente. Es decir, se resolvería el siguiente bucle de control:



Esquema 3. Bucle de control del modelo de referencia.

Transformándolo en:



Esquema 4. Simplificación del bucle cerrado en la FdT  $M(s)$

Tras las correspondientes discretizaciones se obtendrían las expresiones  $M^T$  y  $M^{NT}$ .

Dicho esto, el regulador en BiFrecuencia se obtendría de la siguiente manera:

$$y^T = G_P G_R^{T,NT} [R^{NT} - [y^T]^{NT}] \equiv M^T R^T \quad (11)$$

Donde:

$$[y^T]^{NT} = M^{NT} R^{NT} \quad (12)$$

Sustituyendo (12) en (11) y despejando  $G_R^{T,NT}$ :

$$G_R^{T,NT} = \frac{M^T R^T}{G_P^T R^{NT}} \frac{1}{1 - M^{NT}} \quad (13)$$

Renombrando estos términos se tiene:

- La parte rápida del controlador:

$$G_2^T = \frac{M^T}{G_P^T} \quad (14)$$

- El convertidor digital:

$$H^T = \frac{R^T}{R^{NT}} = \frac{\frac{1}{1 - z_T^{-1}}}{\frac{1}{1 - z_{NT}^{-1}}} = \frac{1 - z_T^{-N}}{1 - z_T^{-1}} = \frac{z_T - 1}{z_T^N - z_T^{N-1}} \quad (15)$$

- La parte lenta del controlador:

$$G_1^{NT} = \frac{1}{1 - M^{NT}} \quad (16)$$

Por lo que, finalmente,  $G_R^{T,NT}$  quedará de la siguiente manera:

$$G_R^{T,NT} = G_2^T H^T G_1^{NT} \quad (17)$$

De (15) se observa que el retenedor únicamente depende de la referencia elegida.

Por último, queda determinar la función M(s). El procedimiento para obtenerla es el siguiente:

- Se diseña un regulador para el proceso en continuo. Normalmente suele ser un PID.

- Se calcula la función de transferencia  $M(s)$  como:

$$M(s) = \frac{G_P(s)G_R(s)}{1 + G_P(s)G_R(s)} \quad (18)$$

Donde  $G_P(s)$  representa la función de transferencia del proceso en cuestión y  $G_R(s)$  la función de transferencia del regulador diseñado para controlar el proceso en continuo.

-Se discretiza con un retenedor de orden cero a periodos  $T$  y  $NT$  para obtener las funciones de transferencia  $M^T$  y  $M^{NT}$ , respectivamente.

Tras aplicar este procedimiento existe la posibilidad de que la respuesta presente un rizado si el proceso es de fase no mínima. En tal caso la parte rápida del controlador debe ser sustituida por:

$$G_2^T = \frac{M^T}{G_P^T} = \frac{G_R^T}{1 + G_R^T G_P^T} \quad (19)$$

Para el caso particular de un regulador PID en BiFrecuencia, la parte lenta será la Integral, que funcionará a periodo  $NT$ , y la rápida la Proporcional-Derivativa, que funcionará a periodo  $T$ .

De acuerdo con los métodos de discretización, la parte lenta y rápida del controlador quedarían de la siguiente manera:

-Parte integral:

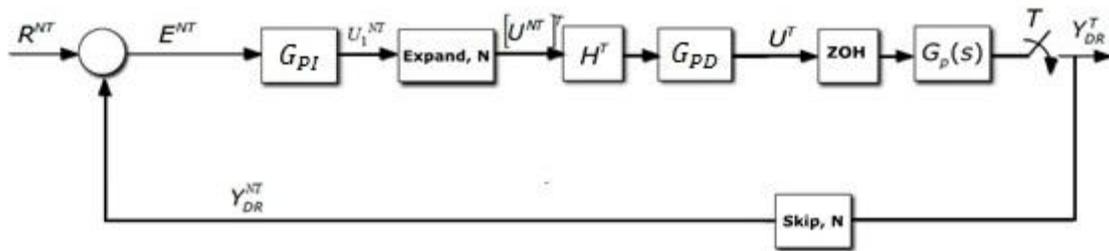
$$G_{PI}(z_N) = K_{PI} \frac{z_N - \left(1 - \frac{NT}{T_i}\right)}{z_N - 1} \quad (20)$$

-Parte derivativa:

$$G_{PD}(z) = K_{PD} \frac{z \left(1 + \frac{T_d}{T}\right) - \frac{T_d}{T}}{z} \quad (21)$$

Normalmente  $K_{PI} = 1$  y  $K_{PD} = K_P$ .

Finalmente, el esquema de control en BiFrecuencia quedaría de la siguiente forma:



Esquema 5. Ejemplo bucle de control en BiFrecuencia con PI lento y D rápido.

### 3.3. RETARDOS EN LA SEÑAL

Como se ha comentado en secciones anteriores, al tratarse de un control en el que existe una comunicación vía red WiFi, va a haber retardos en el envío/recepción de las señales. Además, éstos no van a ser constantes. Lo que tarde en realizar el round trip una medida será variable.

En esta sección se explicará cuál es el problema de los retardos y cómo corregirlo.

Como se comentó con anterioridad, se dispone de las muestras tomadas por el sensor cada NT periodos y dentro de ese periodo NT (periodo lento) se aplican acciones de control rápidas. En concreto, para este trabajo, se aplicará una acción de control rápida dentro del periodo NT ya que  $N=2$ . El problema está en que la acción de control correspondiente a la parte integral no se aplica directamente cuando se toma la medida. Sino que, como se envía al remoto y luego tiene que volver al local (round trip) se tarda un tiempo en aplicar la acción de control sobre la planta.

En la siguiente Imagen puede verse para un caso más general:

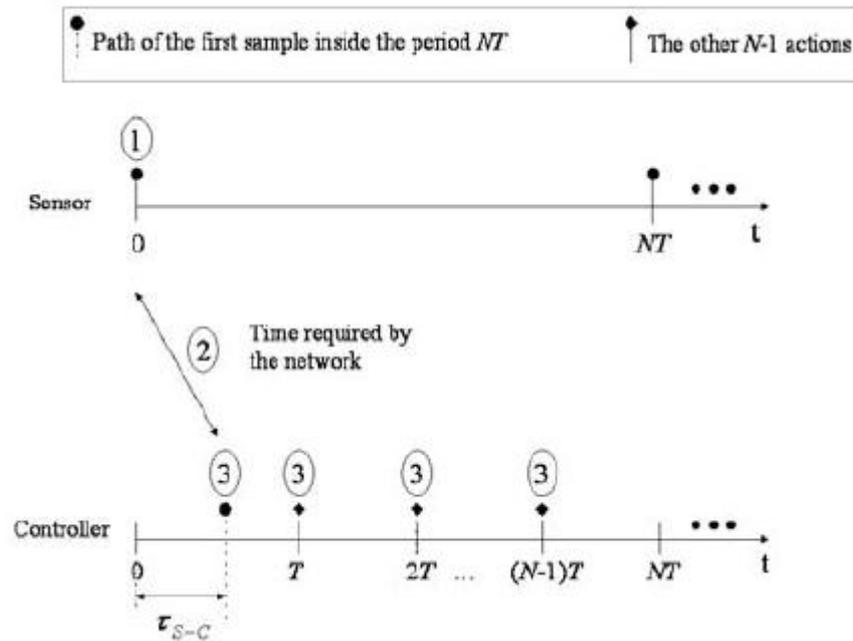


Ilustración 2. Aplicación de la primera acción de control tras el retado.

Puede observarse que el sensor tomó la medida en  $t=0s$  y tras  $\tau_{s-c}$  segundos se aplica la acción de control sobre la planta. Por tanto, la primera acción de control sufre un retardo. Y dependiendo de cómo de grande sea este retardo pueden incluso llegar a perderse acciones de control ( $\tau_{s-c} > T$ ). Esto produce un drástico empeoramiento de la respuesta del sistema. Además, la corrección del mismo se hace más difícil ya que éste no es constante con lo cual se tiene que realizar una corrección dependiendo del retardo.

Gracias a [9] se sabe cómo actuar frente a retardos variables. Usando esta sencilla ley de control se reescriben los parámetros del regulador PD en función de los retardos:

$$K_{PD}^{\tau_{SC}} = x_{PD} \tau_{SC} + K_{PD}^0 \quad (22)$$

$$T_d^{\tau_{SC}} = x_d \tau_{SC} + T_d^0 \quad (23)$$

Para obtener los valores de  $K_{PD}^0, T_d^0, x_d, y x_{PD}$  y poder aplicar la corrección anterior se procede del siguiente modo:

Lo primero de todo es controlar el sistema sin ningún tipo de retardo. Una vez diseñado el regulador ya se conocen los parámetros  $K_{PD}^0, y T_d^0$ . Ahora se dibuja el polo dominante del proceso controlado sobre el plano Z.

A continuación se añade por simulación un retardo fijo y se dibuja el nuevo polo dominante. Se observará que este polo dominante ya no está en el mismo lugar que el polo dominante del sistema controlado sin retardo. El objetivo es hacer variar los parámetros del regulador PD,  $K_{PD}$

y  $T_d$ , a fin de conseguir llegar desde el polo dominante del sistema con retardo al polo dominante del sistema controlado sin retardo para que el comportamiento sea el mismo que sin retardo en la señal. Se anota en una tabla los parámetros  $K_{PD}^{\tau_{SC}}$ , y  $T_d^{\tau_{SC}}$  para los que se ha alcanzado el comportamiento deseado para ese retardo en concreto.

Se repite el proceso para diferentes retardos y se construye una tabla con los valores de los parámetros del PD para cada retardo. A continuación se calcula  $x_d$ , y  $x_{PD}$  para cada retardo. Por último se calcula el valor medio de ellos.

En la Ilustración 3 puede verse lo que se ha tratado de explicar mediante un ejemplo.

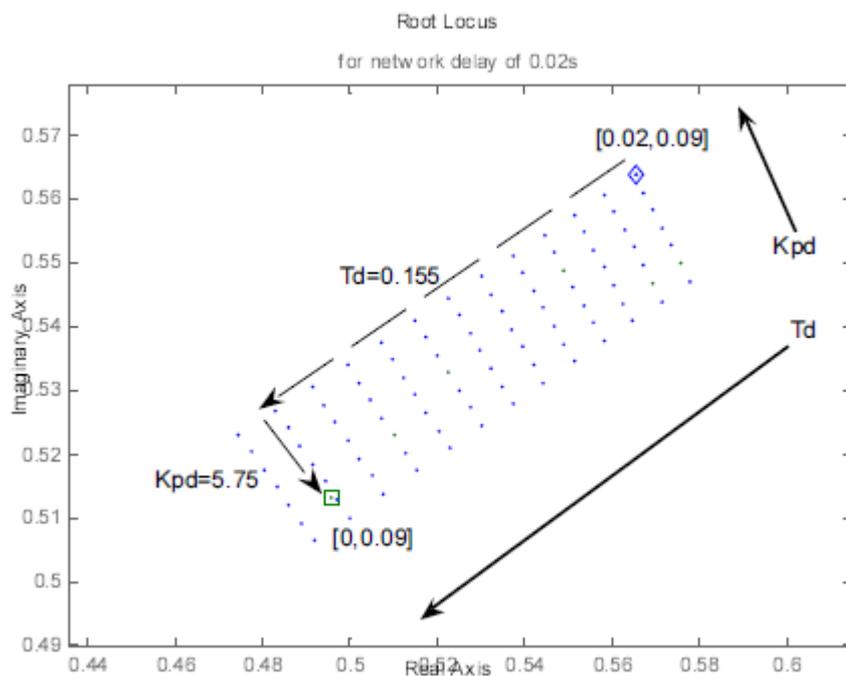


Ilustración 3. Nuevos valores de Kpd y Td para un retardo de 0.02s.

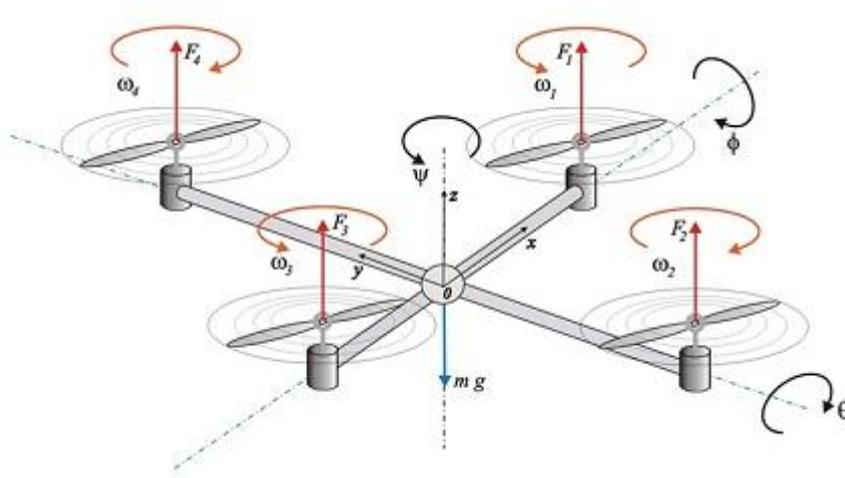
Puede verse dos polos dominantes. El cuadrado representa el polo dominante del sistema controlado sin retardo, el diamante representa el polo dominante del sistema con un retardo de 0.02s. Haciendo un resintonizado en los parámetros del PD se llega del polo dominante del sistema con retardo al polo dominante del sistema controlado. En este ejemplo, con unos valores de  $T_d^{\tau_{SC}}=0.155$  y  $K_{PD}^{\tau_{SC}}=5.75$ . Con estos valores y los de  $K_{PD}^0$ , y  $T_d^0$  se calculan  $x_d$  y  $x_{PD}$ . Se repite el proceso para diferentes retardos y finalmente se calculan los valores de  $x_d$  y  $x_{PD}$  mediante un ajuste por mínimos cuadrados. Estos valores son los que se usarán en la ley de corrección de los parámetros del PD.

## 4. SOLUCIÓN AL PROBLEMA POR SIMULACIÓN

Una vez vistas las operaciones necesarias, propiedades y el planteamiento del problema que se ha de seguir, se va a aplicar toda la teoría sobre el modelo a controlar en esta tesina.

### 4.1 MODELADO MATEMÁTICO DEL SISTEMA

Se va a realizar el control de altura de un RPAS. Por ello, será necesario conocer primero la planta del problema. Para tal fin, deberá considerarse todos los momentos y fuerzas que actúan sobre el modelo ideal así como todos los grados de libertad. Quedan reflejados en la siguiente ilustración:



Es por tanto, un sistema con seis grados de libertad, tres de translación y otros tres de rotación:

$$q = (x, y, z, \theta, \Phi, \psi) \in R^6 \quad (24)$$

Donde  $(x, y, z)$  denotan la posición del centro de masas del quadrotor y  $(\theta, \Phi, \psi)$  son los tres ángulos de Euler (ángulos de yaw, pitch y roll).

Separando las coordenadas del modelo en traslacionales y rotacionales:

$$\varepsilon = (x, y, z) \in R^3 ; \eta = (\theta, \Phi, \psi) \in S^3 \quad (25)$$

Las energías de translación y de rotación del sistema son:

$$T_{tras} = \frac{m}{2} \dot{\varepsilon}^T \dot{\varepsilon} \quad (26)$$

$$T_{rot} = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T J \dot{\eta} \quad (27)$$

Donde  $J$  representa la matriz de inercia del sistema.

Por otro lado, la única energía potencial que se ha de considerar es la gravitacional:

$$U = mgz \quad (28)$$

Entonces, el Lagrangiano es el siguiente:

$$L(q, \dot{q}) = T_{tras} + T_{rot} - U \quad (29)$$

Así, las ecuaciones del modelo dinámico del RPAS se obtienen de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = F \quad (30)$$

Donde  $F = (F_\varepsilon, \tau)$ ,  $\tau$  representa los momentos sobre el RPAS y  $F_\varepsilon$  las fuerzas aplicadas sobre el mismo debidas a la acción de los motores.

Teniendo en cuenta que la fuerza resultante que actúa sobre el RPAS se obtiene como suma de cada una de las fuerzas producidas por los motores:

$$F_T = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \quad (31)$$

Que las fuerzas de cada motor son proporcionales a su velocidad de giro al cuadrado:

$$F_i = k_i \omega_i^2 \quad (32)$$

Que los momentos que actúan sobre el RPAS se obtienen como:

$$\tau_\psi = \sum_{i=1}^4 \tau_{M_i} \quad (33)$$

$$\tau_\theta = (F_3 - F_1) \cdot l \quad (34)$$

$$\tau_\phi = (F_4 - F_2) \cdot l \quad (35)$$

Donde  $l$  es la distancia entre cada motor y el centro de gravedad del RPAS y  $\tau_{M_i}$  es el par producido por el motor  $M_i$ .

Y con el desarrollo seguido en [10], se llega al siguiente sistema de ecuaciones desacopladas:

$$m\ddot{x} = -F_T \cdot \sin\theta \quad (36)$$

$$m\ddot{y} = F_T \cdot \cos\theta \cdot \sin\phi \quad (37)$$

$$m\ddot{z} = F_T \cdot \cos\theta \cdot \cos\phi - mg \quad (38)$$

$$\ddot{\Phi} = \tau_\phi \quad (39)$$

$$\ddot{\Theta} = \tau_\theta \quad (40)$$

$$\ddot{\Psi} = \tau_\psi \quad (41)$$

Únicamente se realizará el control de altura, con lo cual, para encontrar la función de transferencia del sistema se usará:

$$m\ddot{z} = F_T \cdot \cos\theta \cdot \cos\Phi - mg \quad (42)$$

Haciendo el cambio  $U = F_T \cdot \cos\theta \cdot \cos\Phi - mg$ , entonces:

$$m\ddot{z} = U \quad (43)$$

A esta deducción también se puede llegar usando la segunda ley de Newton. En la *Ilustración 2* se muestran las fuerzas que intervienen en el proceso para una mayor comprensión de las ecuaciones que se van a desarrollar.



*Ilustración 4. Fuerzas que intervienen en el problema.*

Las hélices del RPAS generarán una fuerza de sustentación (L), tal que se iguale al peso (P), para mantener la altura (z), para que sea ligeramente superior para el ascenso, o para que sea ligeramente inferior para el descenso. Por tanto, aplicando la segunda ley de Newton:

$$\sum F_i = m \cdot a \quad (44)$$

$$L - P = m \cdot \ddot{z} \quad (45)$$

Haciendo el siguiente cambio:

$$F = L - P \quad (46)$$

Se llega a:

$$F = m \cdot \ddot{z} \quad (47)$$

Y así queda definido el modelo del sistema en el dominio del tiempo.

Para encontrar la función de transferencia del proceso se realizará la transformada de Laplace. De modo que:

$$\mathcal{L}\{F\} = \mathcal{L}\{m \cdot \ddot{z}\} \quad (48)$$

$$F(s) = ms^2 z(s) \quad (49)$$

$$\frac{z(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2} \quad (50)$$

$$G_P = \frac{z(s)}{F(s)} = \frac{K}{s^2} \quad (51)$$

El valor de la constante  $K = 45$ , facilitado por el personal del laboratorio, depende únicamente del RPAS, su configuración, su estructura, su aerodinámica...

Conocida la función de transferencia del sistema y el valor de la constante  $K$ , el siguiente paso es diseñar un regulador para controlar el sistema. Al ser un segundo orden puro con un regulador PD bastará. No obstante, como realmente no es un sistema de segundo orden puro, sino que es una aproximación a la función de transferencia del sistema real, que no será un segundo orden puro, en la práctica se utilizará un PID con una pequeña parte integral que corregirá el error en estático.

Se desea un tiempo de establecimiento menor de un segundo con una sobreoscilación entorno al 10% para ello, los parámetros elegidos del regulador son:

$$K_P = 0.2$$

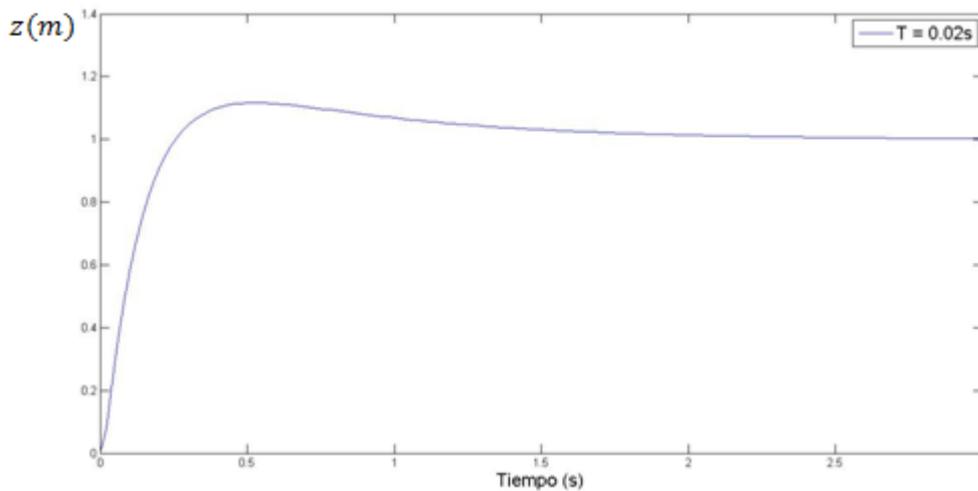
$$K_D = 0.15$$

$$K_I = 0.0075$$

Como se ha comentado, la parte integral corregirá el pequeño off set que pueda surgir en la práctica.

Este regulador está diseñado en continuo, cuando se discretice la respuesta del sistema será diferente. A medida que el periodo de discretización aumente la respuesta será peor.

Con el regulador diseñado la respuesta del sistema se muestra en la Gráfica 4.



**Gráfica 3. Respuesta simulada con control MonoFrecuencia y periodo 20ms.**

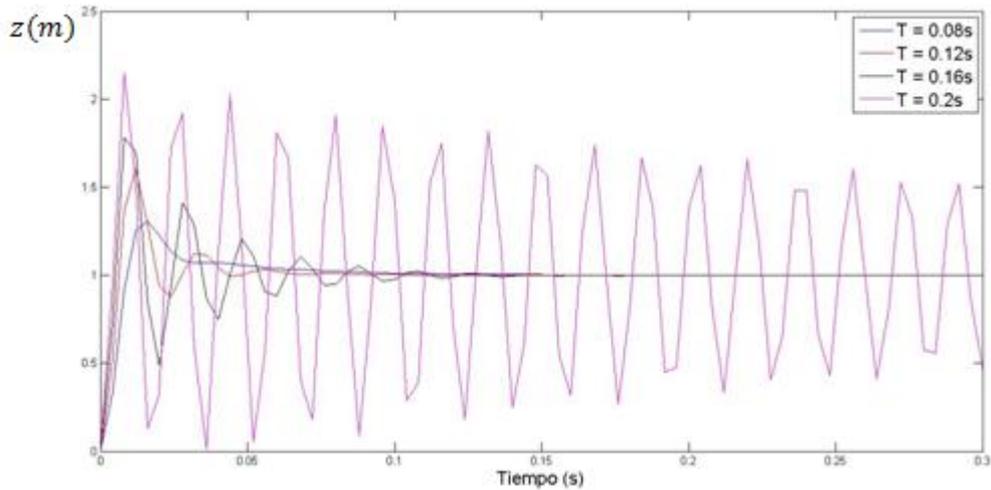
Naturalmente no va a ser exactamente igual ya que el proceso no es un segundo orden puro, además en simulación no hay perturbaciones.

Una vez obtenida, se verá por simulación el empeoramiento de la respuesta a medida que se aumenta el periodo de muestreo. Por último, se realizará el control en BiFrecuencia.

#### **4.1. CONTROL EN MONOFRECUENCIA**

Habiendo obtenido la planta del problema, el siguiente paso será controlar el sistema con un control MonoFrecuencia para comprobar cómo varía la respuesta del sistema a medida que el periodo de muestreo va siendo cada vez más grande. Una vez obtenida la frecuencia crítica a partir de la cual el sistema se inestabiliza, se escogerá como periodo lento el asociado a ésta última.

Utilizando los parámetros del regulador expuestos en la sección anterior y tras varias simulaciones, la respuesta del sistema simulada para los diferentes periodos de muestreo queda reflejada en la siguiente gráfica:



**Gráfica 4. Respuesta del RPAS con control MonoFrecuencia bajo diferentes periodos de muestreo.**

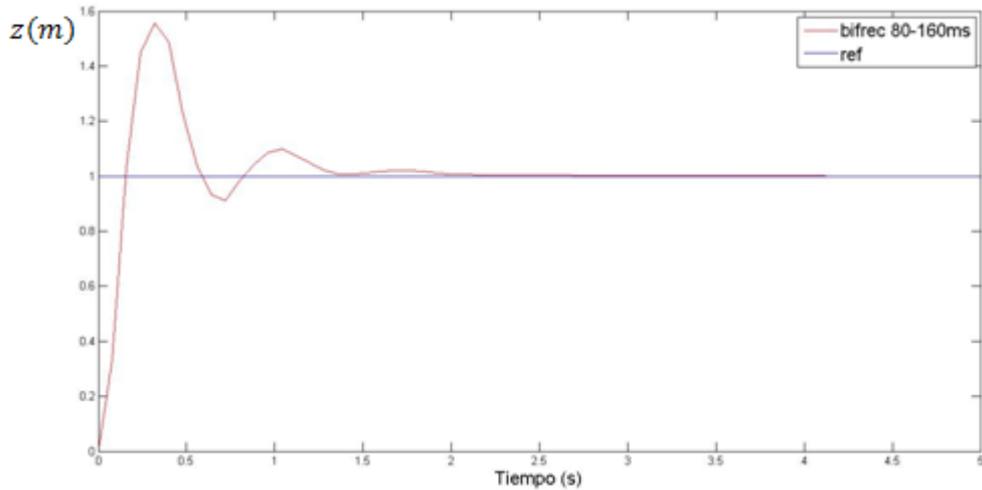
Queda demostrado que para un periodo de  $T = 0.2s$  se alcanza el límite de estabilidad. Siendo que para periodos superiores a los 200ms el sistema se vuelve inestable.

## **4.2. CONTROL EN BIFRECUENCIA**

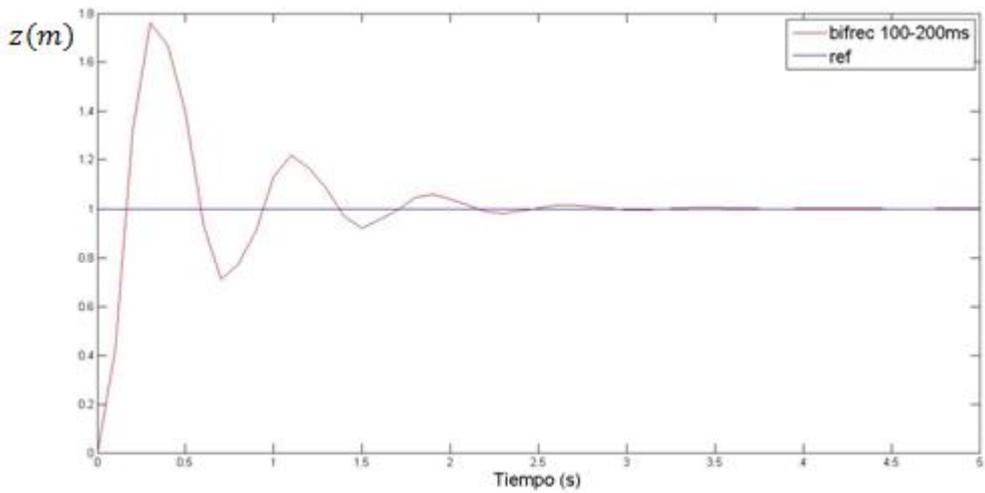
Habiendo estudiado el caso del control en MonoFrecuencia se puede elegir el periodo lento y el periodo rápido para el caso del control en BiFrecuencia. Como se explicó anteriormente, para la acción de control del PD se va a elegir el periodo rápido y para la toma de medidas, envío de datos a través de la red y la acción de control I, el periodo lento. La realización de la simulación se ha hecho con dos reguladores BiFrecuencia con periodos lentos de 160ms y 200ms. Y como periodos rápidos 80ms y 100ms. Siendo el valor de la multiplicidad entre periodos  $N = 2$ . Es decir, que cada dos veces que se aplique la acción de control rápida, se aplicará una vez la acción de control lenta.

### **4.2.1. PI LENTO Y PD RÁPIDO**

Considerando ahora la parte rápida el PD y la lenta la I y sustituyendo en las ecuaciones (20) y (21) se llega a la siguiente respuesta del sistema en BiFrecuencia:

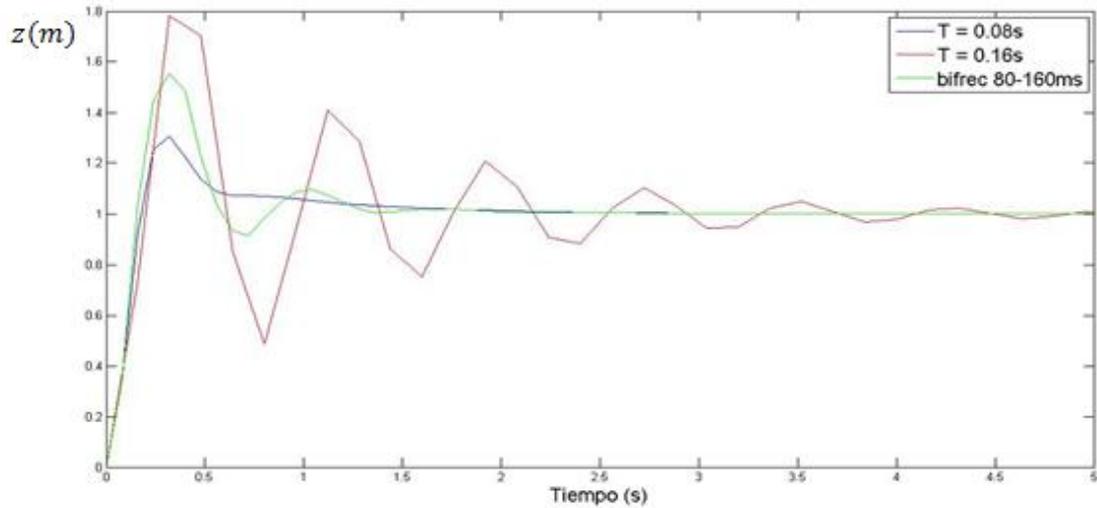


**Gráfica 5. Respuesta con control BiFrecuencia con parte rápida a 80ms y parte lenta 160ms**

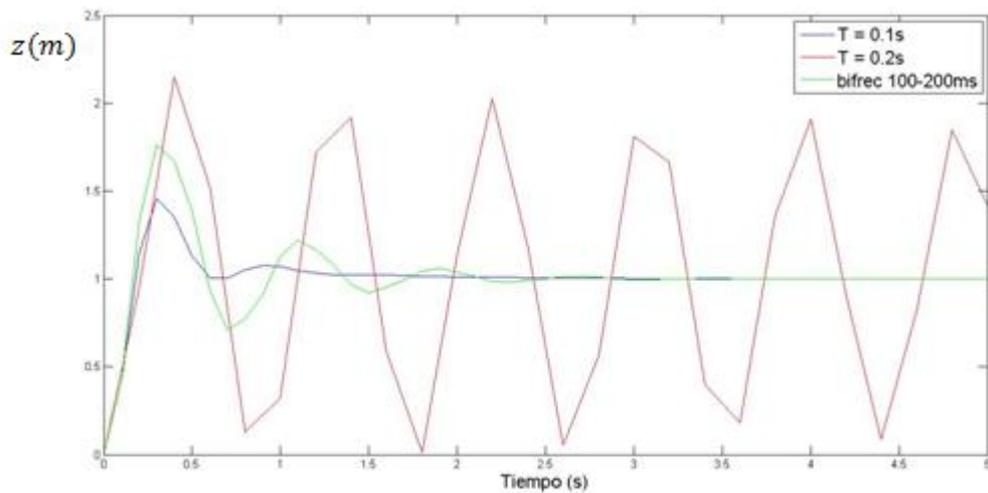


**Gráfica 6. Respuesta con control Bifrecuencia con parte rápida a 100ms y lenta a 200ms.**

Se comprueba que se mejora notablemente la respuesta del sistema MonoFrecuencia. Puede corroborarse esta afirmación en las siguientes gráficas donde se muestra la respuesta del sistema en MonoFrecuencia con periodo de muestreo rápido, por un lado, lento por otro y luego la BiFrecuencia.



**Gráfica 7. Respuestas del sistema con control MonoFrecuencia a 80ms vs MonoFrecuencia a 160ms vs BiFrecuencia con partes rápida y lenta de 80ms y 160ms respectivamente.**



**Gráfica 8. Respuestas del sistema con control MonoFrecuencia a 100ms vs MonoFrecuencia a 200ms vs BiFrecuencia con partes rápida y lenta a 100ms y 200ms respectivamente**

En vista de las respuestas mostradas en las Gráficas 7 y 8 se concluye que la respuesta en BiFrecuencia será mejor que la del control MonoFrecuencia con periodo el lento del BiFrecuencia, pero será peor que la respuesta del MonoFrecuencia con el periodo rápido del control BiFrecuencia.

Vista la mejora notable de la respuesta del sistema con el uso de controladores en BiFrecuencia frente a aquellos que funcionan a frecuencias bajas, a continuación, se va a estudiar qué ocurre con los retardos que se producen por haber una comunicación vía WiFi.

### 4.3. RETARDOS

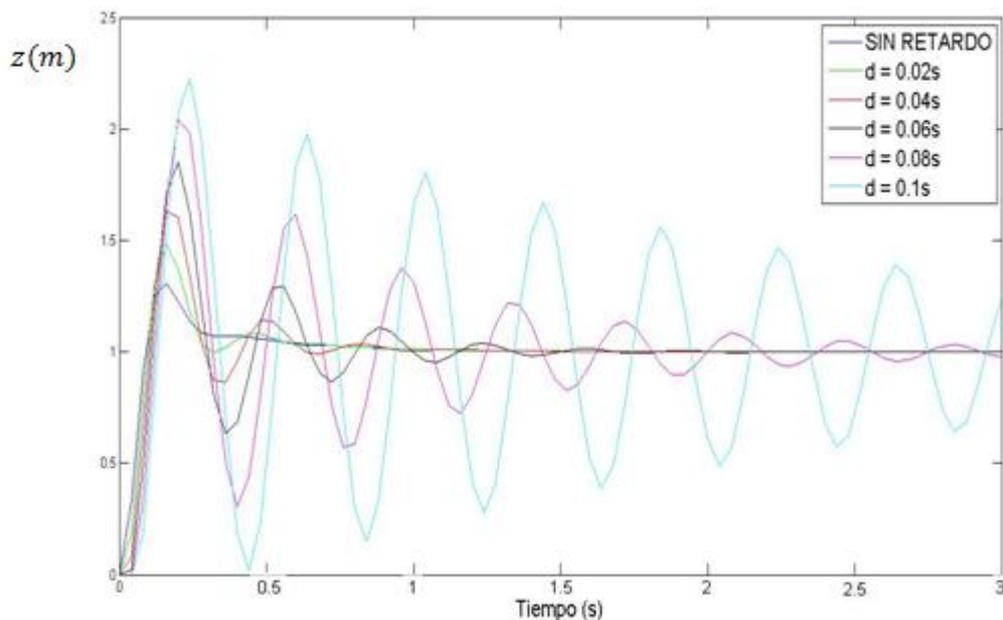
Uno de los problemas vinculados a la comunicación vía WiFi son los retardos en el envío/recepción de las señales. Para que el control fuese perfecto debería aplicarse la acción de control justo en el instante de tiempo después de haber tomado la medida. No obstante, como en la realidad esta medida viajará vía WiFi y se utilizará para realizar la acción de control pasado el tiempo de viaje la respuesta no será la esperada. Esto son los retardos y hacen que la respuesta del sistema empeore y no sea la esperada.

Estos retardos son variables, el tiempo que tarda en realizar un viaje la medida no es constante y el empeoramiento de la señal depende de lo grande o pequeño que sea este retardo.

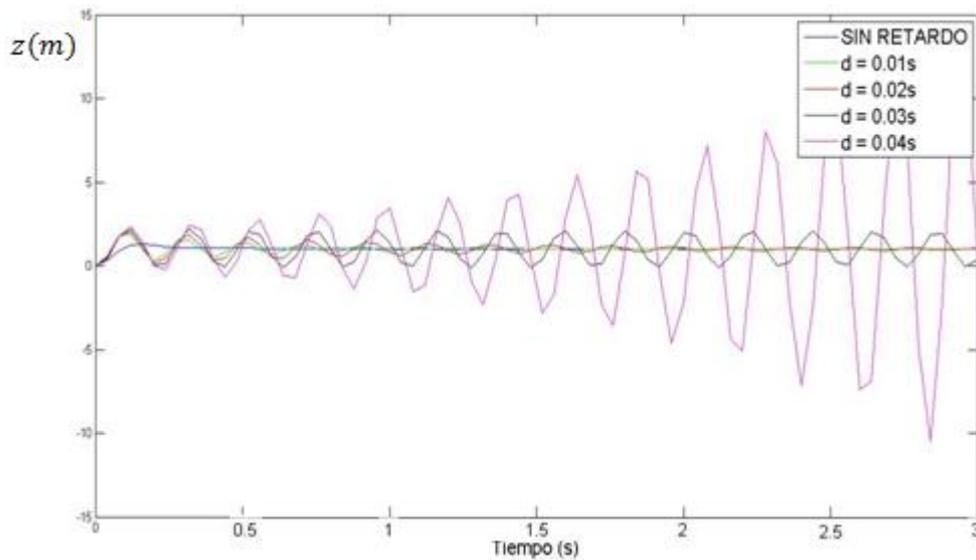
Se va a realizar la simulación de la respuesta del sistema para retardos constantes de la medida, tanto en MonoFrecuencia como en BiFrecuencia, para ver cómo empeora.

#### 4.3.1. MONOFRECUENCIA

Para el caso de un control en MonoFrecuencia se ha escogido un periodo de 80ms y otro de 160ms para ver el efecto de los retardos sobre la respuesta. Las respuestas son las siguientes:



Gráfica 9. Respuesta con control MonoFrecuencia y periodo de 80ms bajo diferentes retardos.

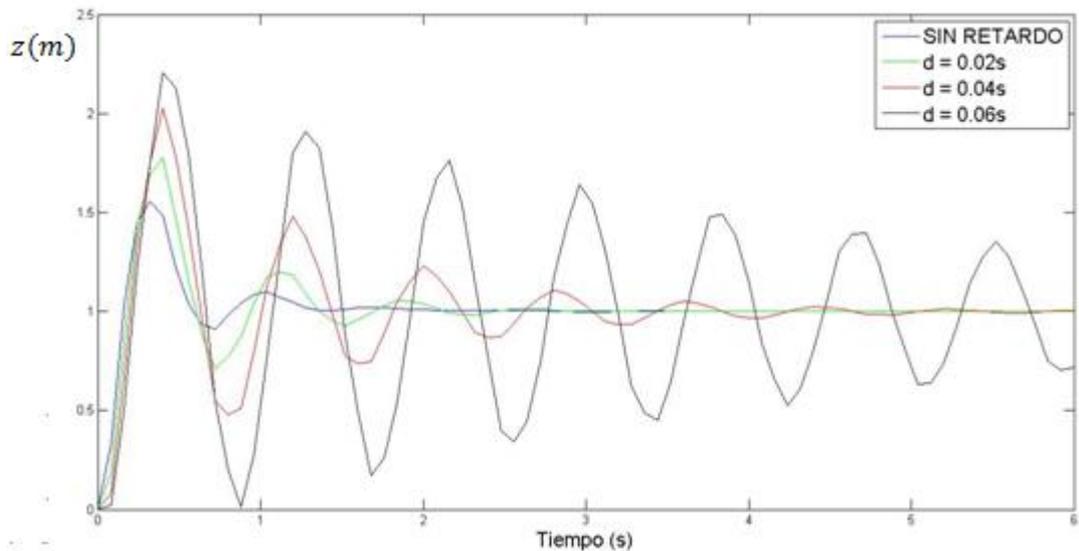


**Gráfica 10. Respuesta con control MonoFrecuencia y periodo de 160ms bajo diferentes retardos.**

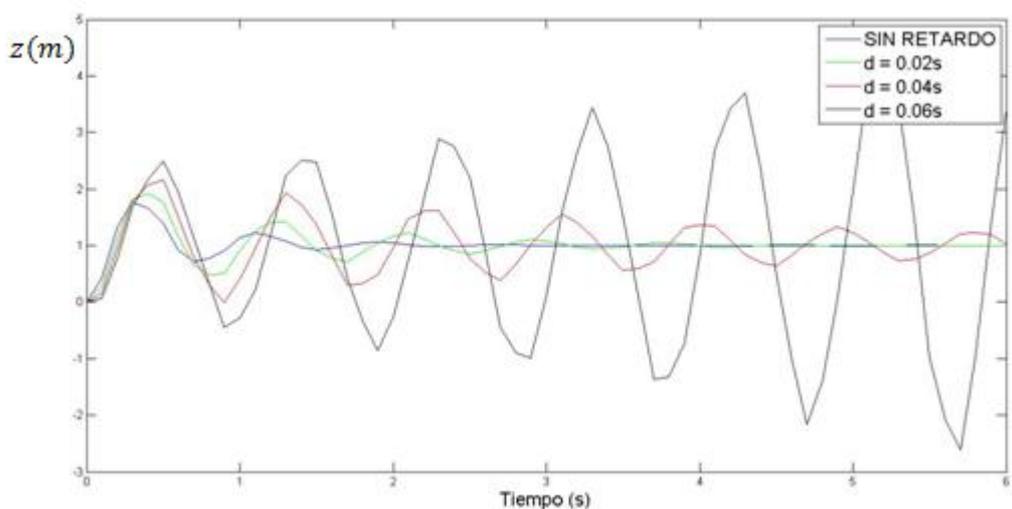
Se observa que cuanto mayor es el periodo, menor es el rango de valores de tiempo de retardo permitidos. Para un periodo de 80ms se admite hasta un retardo de 0.1s. Sin embargo, para un periodo de 160ms el máximo retardo permitido es de 0.02s.

#### **4.3.2. BIFRECUENCIA**

Ahora, se va a realizar el mismo estudio pero utilizando un controlador BiFrecuencia con la parte lenta funcionando a 160ms y la parte rápida a 80ms. En la Gráfica 11 se muestra qué le ocurre a la respuesta para diferentes retardos:



Gráfica 11. Respuesta con control BiFrecuencia y periodos 80ms-160ms bajo diferentes retardos.



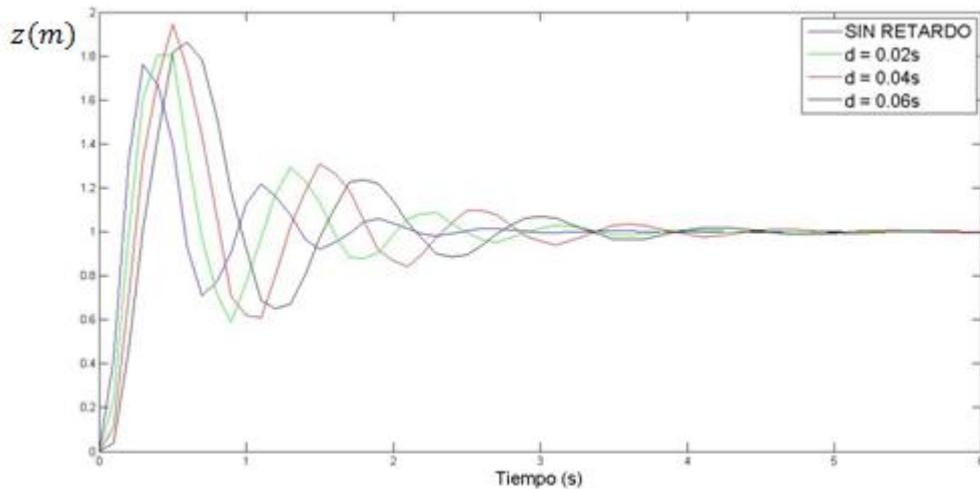
Gráfica 12. Respuesta con control BiFrecuencia y periodos 100ms-200ms bajo diferentes retardos

En esta ocasión, aunque la parte lenta funciona a 160ms se admite retardos superiores a 0.02s, no como en el caso del control en MonoFrecuencia. Puede verse en la Gráfica 11 que incluso para un retardo de 0.06s el proceso sigue siendo estable.

Como conclusión se puede decir que a medida que aumenta el periodo de muestreo, tanto para el control en MonoFrecuencia como para el BiFrecuencia, el margen de posibles valores de tiempo de retardo se reduce. Es decir, que periodos más cortos de muestreo permiten tiempos de retardo mayores. Por el contrario, periodos de muestreo mayores impiden la existencia de tiempos de retardo tan grandes como en el caso de periodos de muestreo pequeños. Por otro lado, con el uso del control en BiFrecuencia combinando ambas partes, lenta y rápida, se permite aumentar el tiempo de retardo consiguiendo que el sistema no se

inestabilice tan pronto. En ambos casos, el efecto de los retardos, sean más o menos grandes, empeoran la respuesta del sistema. Llegando incluso a volverlo inestable.

Para la corrección de los retardos, se ha seguido el procedimiento indicado en la sección 3.3. Es decir, se ha realizado el mapeo en el plano  $z$  de los polos dominantes para diferentes tiempos de retardo, haciendo variar los parámetros de la parte derivativa tal y como se explicó y se ha obtenido una ley de corrección de retardos que hace que la respuesta del sistema sea muy similar a la respuesta sin retardo. Se puede ver en la Grafica:



Gráfica 13. Respuesta con control Bifrecuencia y periodos 100ms – 200ms y con ley de corrección de retardos.

En la validación experimental se comprobará únicamente el efecto de los retardos sobre el control en BiFrecuencia ya que lo que se va a implementar es un controlador BiFrecuencia. Una vez visto esto se realizará la corrección del retardo mediante el resintonizado de los parámetros del PD vistos en el apartado 3.3.

## 5. VALIDACIÓN EXPERIMENTAL

La parte final del trabajo consiste en verificar los resultados obtenidos por simulación en la plataforma real. Para ello, se ha trabajado en uno de los laboratorios del *ai2*, utilizando el vehículo RPAS mostrado en la Ilustración 5. El lenguaje de programación empleado para volcar el código tanto en local como en remoto ha sido *C++*. La parte del código correspondiente al controlador en BiFrecuencia se ha implementado en el RPAS en el software libre *Code::Blocks*. La parte restante del código se compila con el software libre *Qt Creator* en remoto, la CPU. Todo ello se ejecuta gracias al sistema operativo *Ubuntu* de *Linux*.



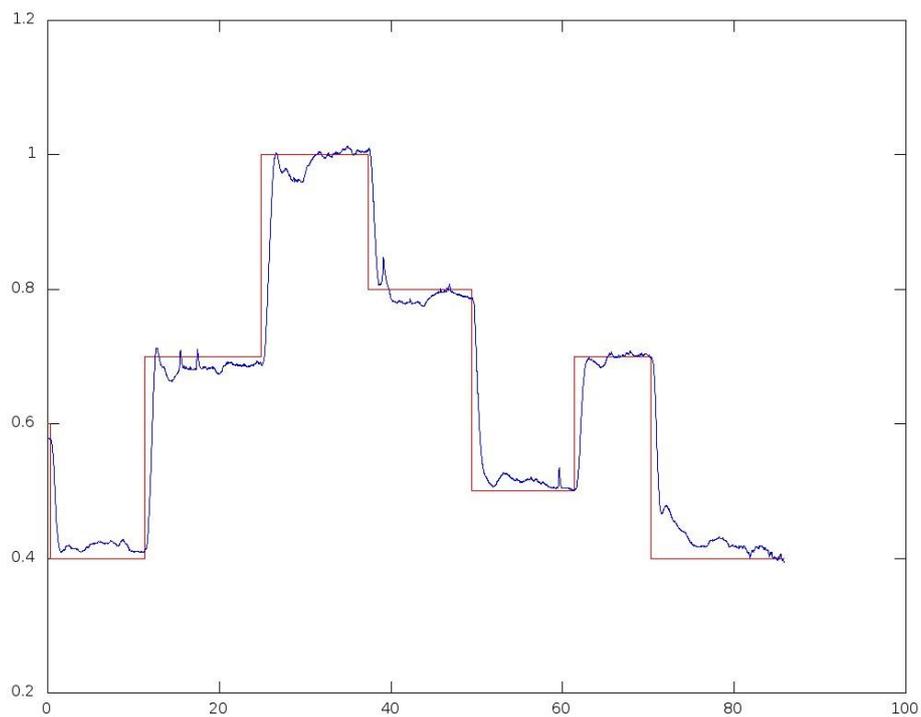
**Ilustración 5. RPAS utilizado en el laboratorio para la validación experimental.**

Como se ha explicado anteriormente, la magnitud a controlar es la altura del RPAS. Para mantener el resto de grados de libertad bajo control se emplearán los algoritmos de control ya utilizados en el laboratorio.

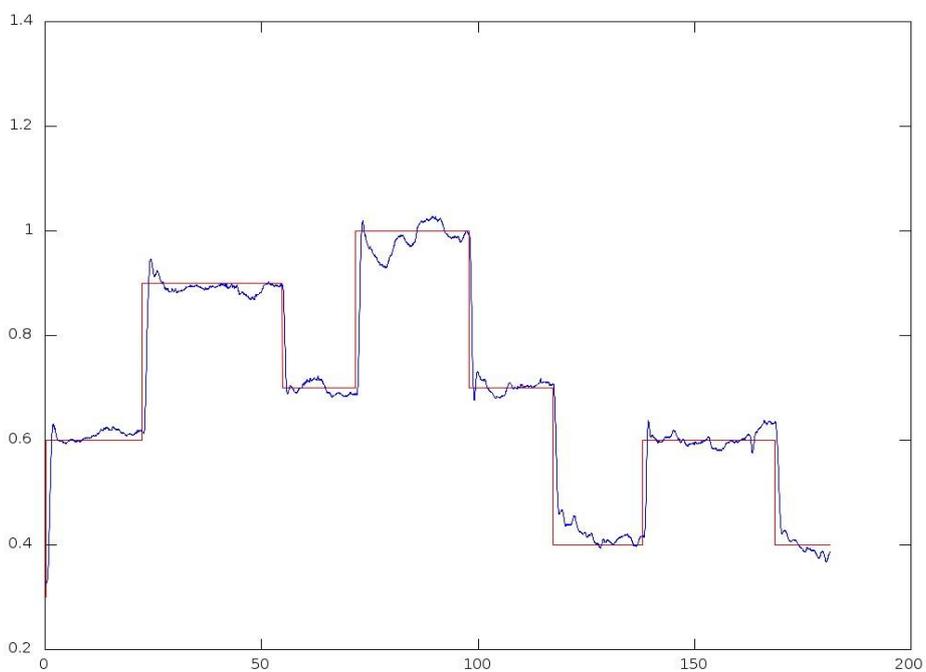
Señalar que los grados de libertad del RPAS se pueden controlar por separado ya que están desacoplados. Es decir, el control que hagamos sobre la altura es independiente del resto de grados de libertad y, por tanto, no les afectará.

## **5.1. CONTROL MONOFRECUENCIA**

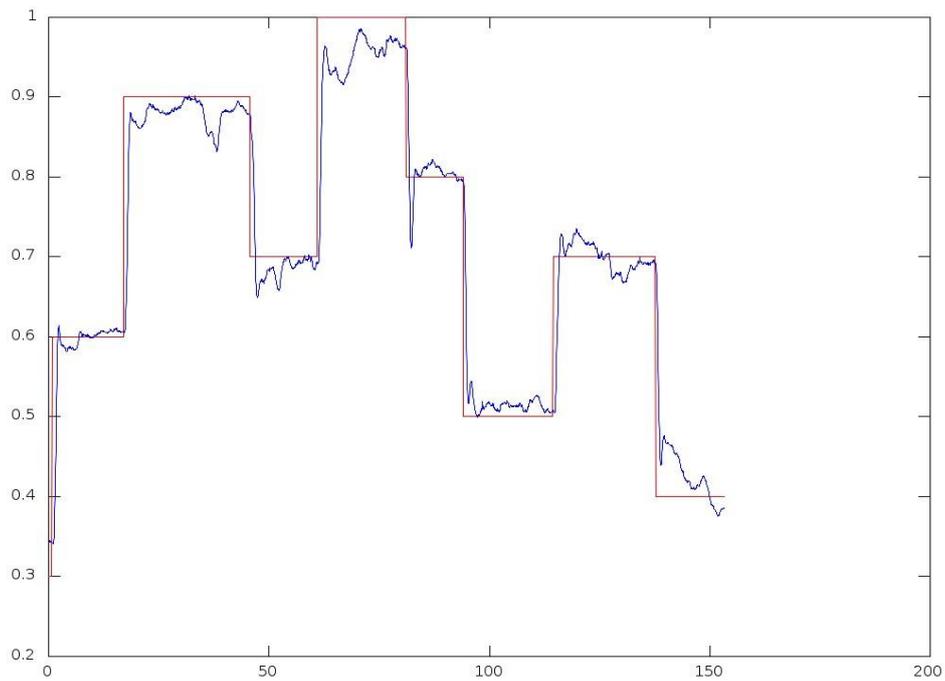
La primera parte del trabajo de laboratorio consiste en corroborar que a medida que el periodo de muestreo aumenta en un control en Monofrecuencia la respuesta del sistema va a empeorar poco a poco. Para ello se ha realizado varios experimentos cuyos resultados se muestran en las siguientes gráficas:



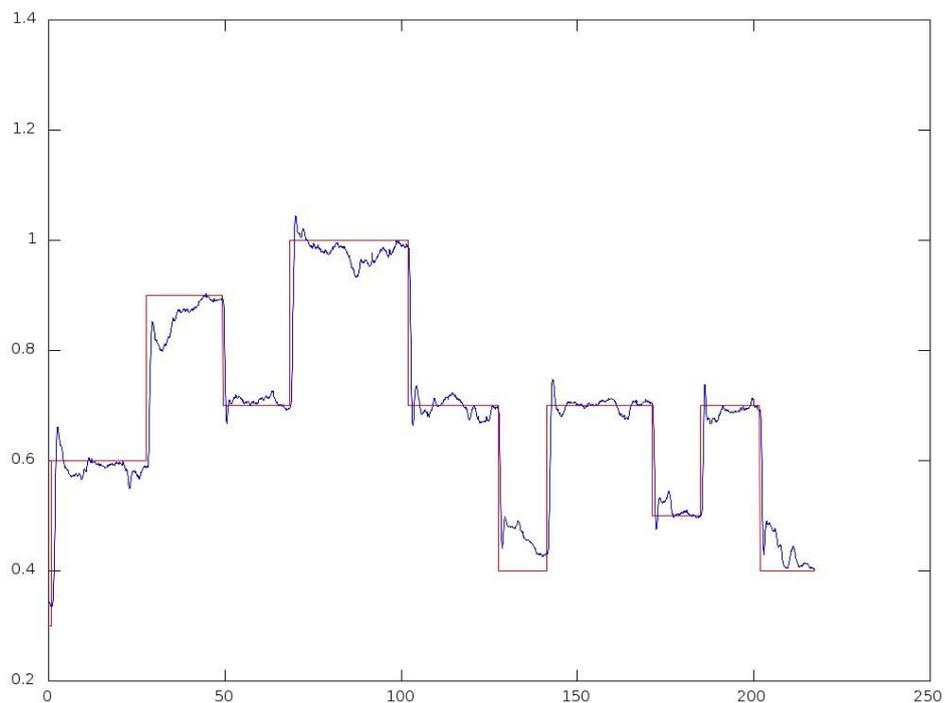
**Gráfica 14. Respuesta del sistema con control MonoFrecuencia y periodo de 20ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.**



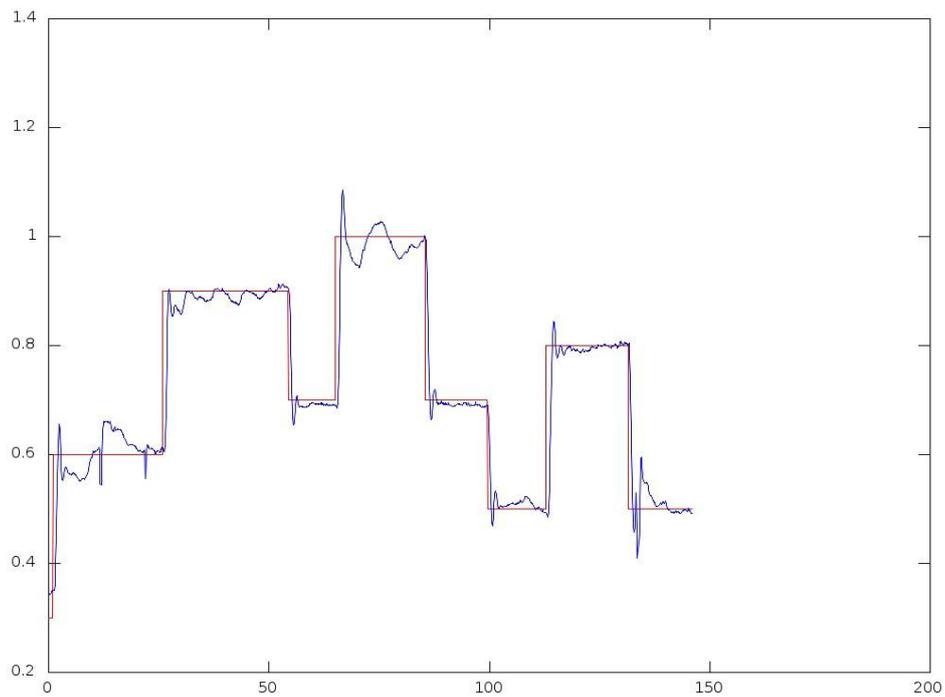
**Gráfica 15. Respuesta del sistema con control MonoFrecuencia con periodo 40ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.**



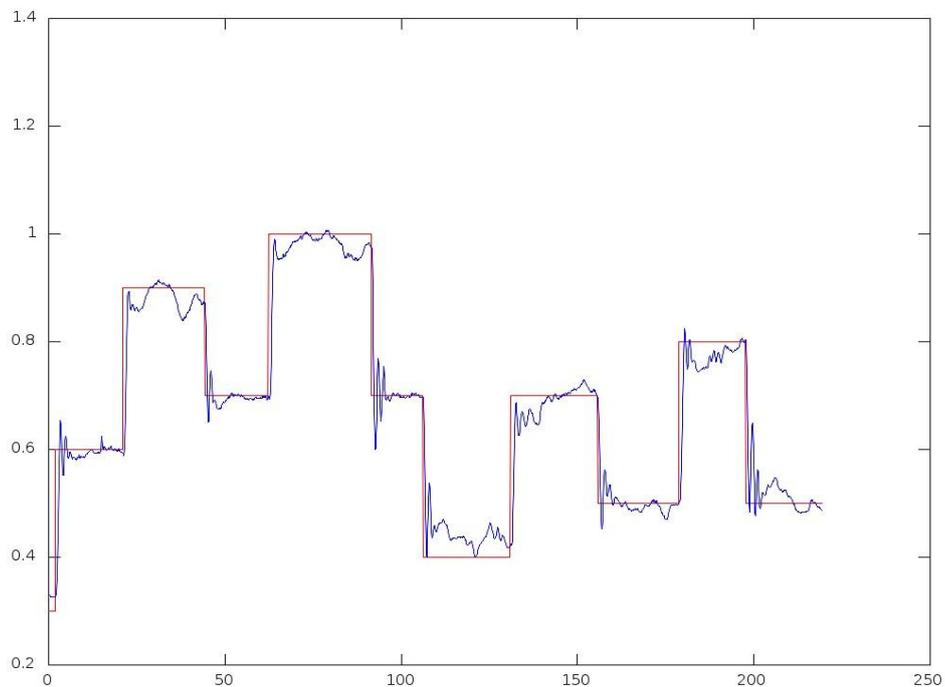
**Gráfica 16. Respuesta del sistema con control MonoFrecuencia y periodo de 60ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.**



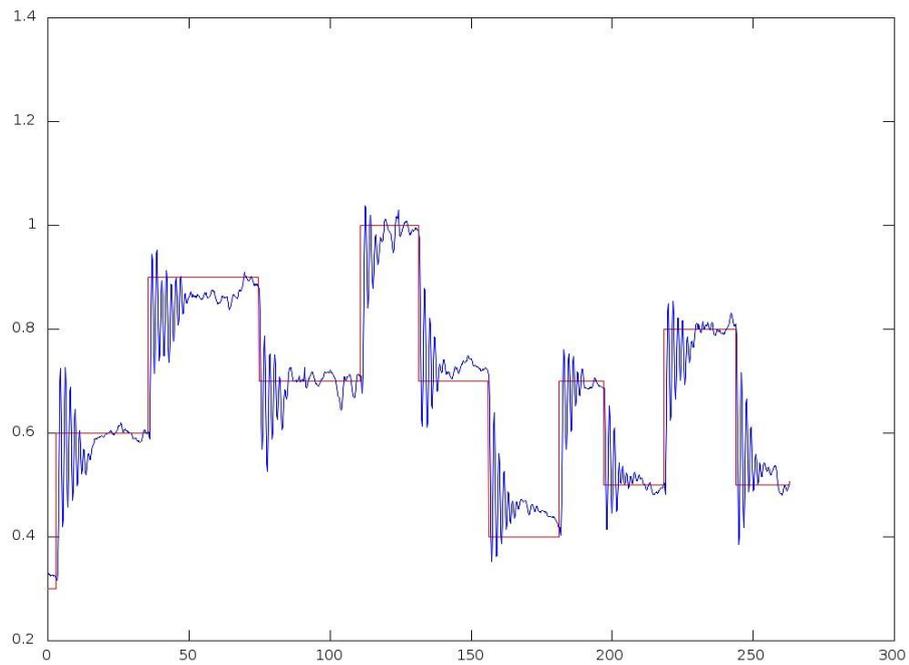
**Gráfica 17. Respuesta del sistema con control MonoFrecuencia y periodo de 80ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.**



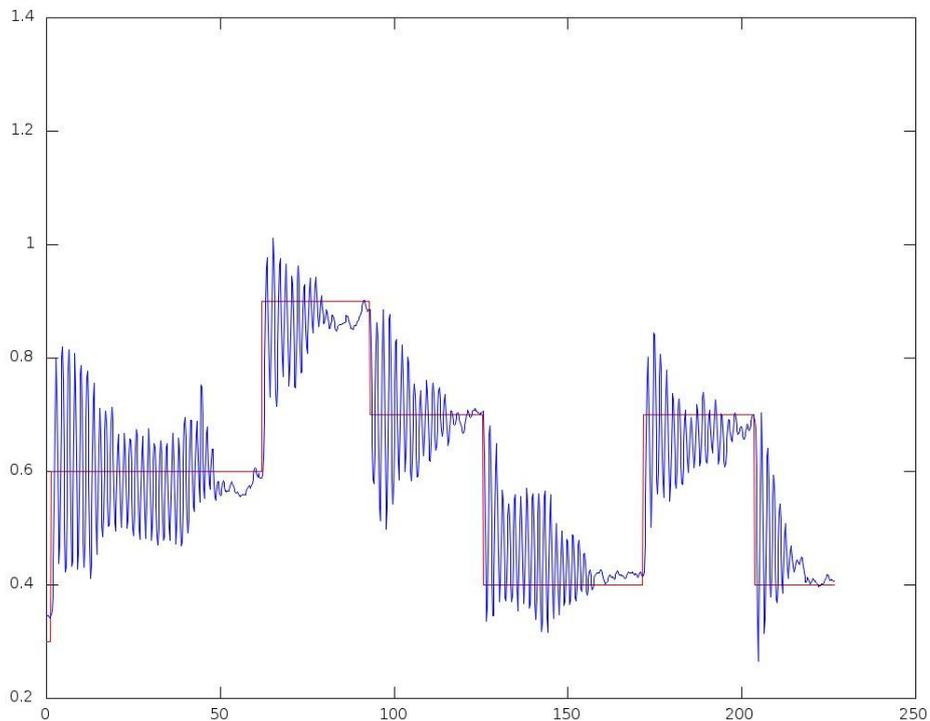
**Gráfica 18. Respuesta del sistema con control MonoFrecuencia y periodo de 100ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.**



**Gráfica 19. Respuesta del sistema con control MonoFrecuencia y periodo de 120ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.**

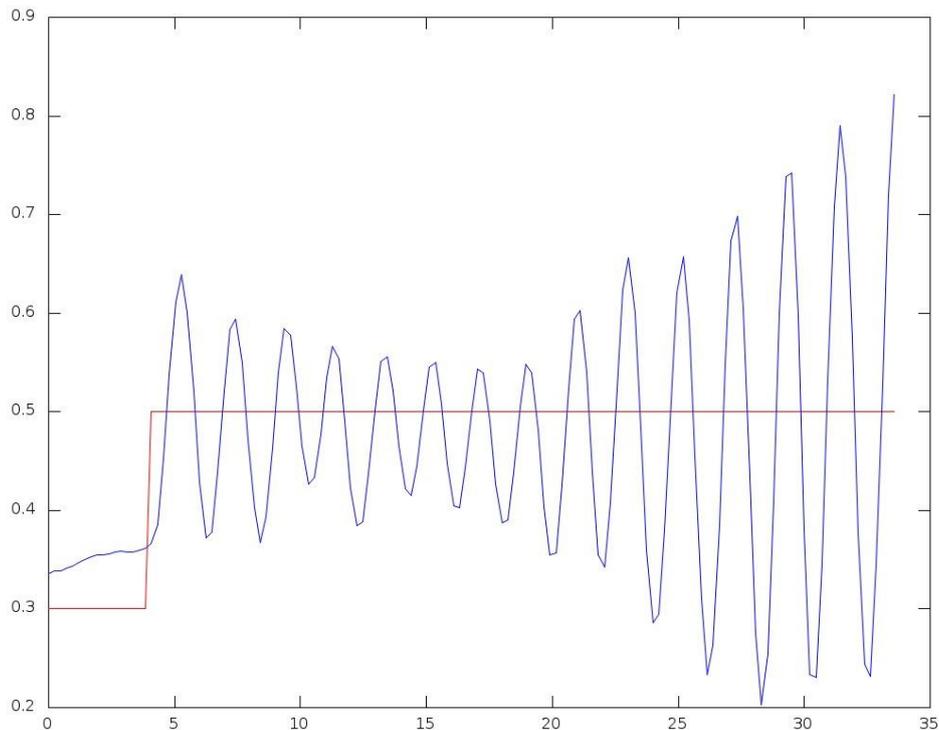


**Gráfica 20. Respuesta del sistema con control MonoFrecuencia y periodo 160ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.**



**Gráfica 21. Respuesta del sistema con control MonoFrecuencia y periodo de 200ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.**

Las gráficas arriba mostradas reflejan los experimentos de un control en MonoFrecuencia realizado a periodos de muestreo de 20ms, 40ms, 60ms, 80ms, 100ms, 120ms, 160ms y 200ms. Podría decirse que, prácticamente, hasta 80-100ms no empiezan a notarse los efectos de acrecentar el periodo de muestreo sobre la respuesta. Siendo que para un periodo de 200ms el sistema alcanza el límite de estabilidad. De hecho, el efecto que produce un periodo de muestreo superior a 200ms puede verse en la Gráfica 21.



**Gráfica 22. Respuesta del sistema inestable para periodos superiores a 200ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.**

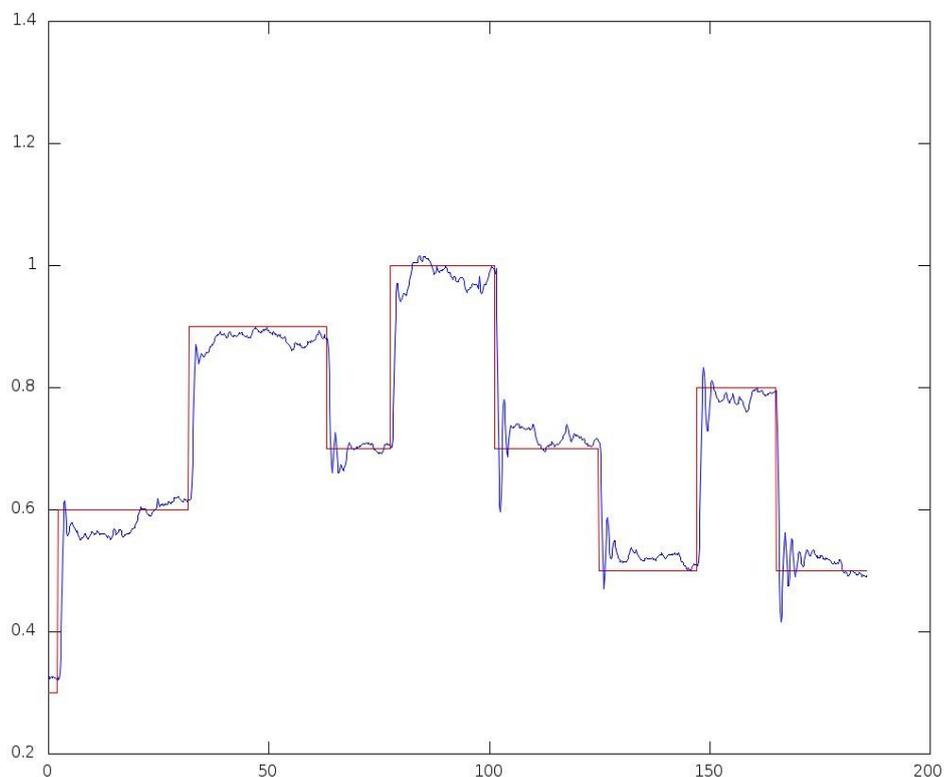
Se aprecia que el sistema se ha vuelto completamente inestable.

Naturalmente, la respuesta real no va a ser la misma que la respuesta simulada puesto que en simulación no se ha tenido en cuenta factores tales como la aerodinámica, el efecto suelo, la dinámica de los motores, etc. que hacen que el sistema real no sea un doble integrador como se dijo en la simulación. Además, tampoco se reflejan posibles perturbaciones que pueda haber.

## 5.3. BIFRECUENCIA

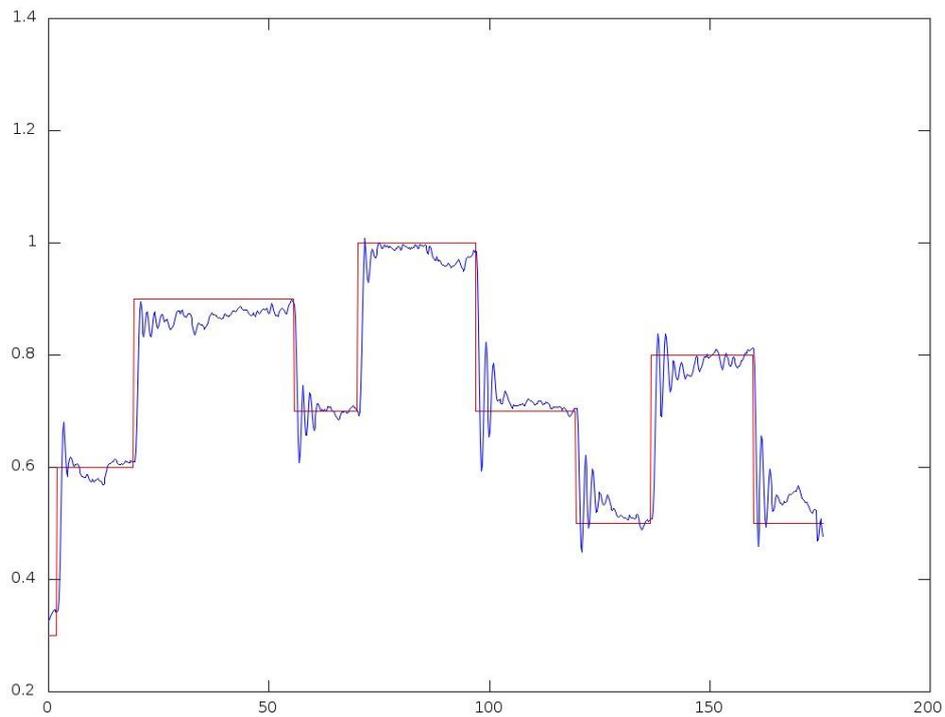
Una vez determinado cuál es el límite de frecuencia en MonoFrecuencia con el regulador implementado, se implementará el controlador en BiFrecuencia para comprobar la notable mejora de la respuesta del sistema. Además, no sólo se ha comprobado que la respuesta del sistema mejora en el límite sino que además, se ha estudiado si también es capaz de estabilizar los casos en que la respuesta del sistema en MonoFrecuencia era inestable. Y por último, se ha llevado al límite de funcionamiento el controlador en BiFrecuencia. Es decir, se ha diseñado un regulador en BiFrecuencia con una frecuencia lenta tal que haga que el comportamiento del sistema sea oscilatorio o inestable.

En la Gráfica 23 se puede ver cómo se ha paliado el carácter ondulatorio tan acentuado que se mostraba en la Gráfica 20 propio del sistema en MonoFrecuencia.

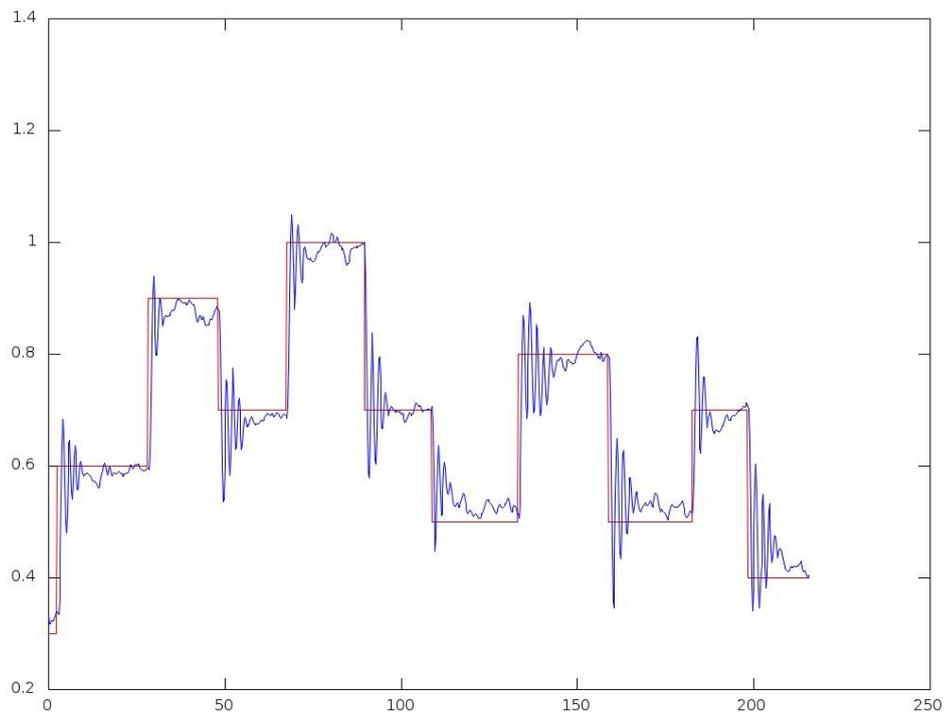


**Gráfica 23.** Respuesta del sistema en BiFrecuencia con periodos 80-160ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.

En las Gráficas 24 y 25 se aprecia lo mismo pero para controladores BiFrecuencia diferentes.



**Gráfica 24. Respuesta del sistema en BiFrecuencia con periodos 100-200ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.**

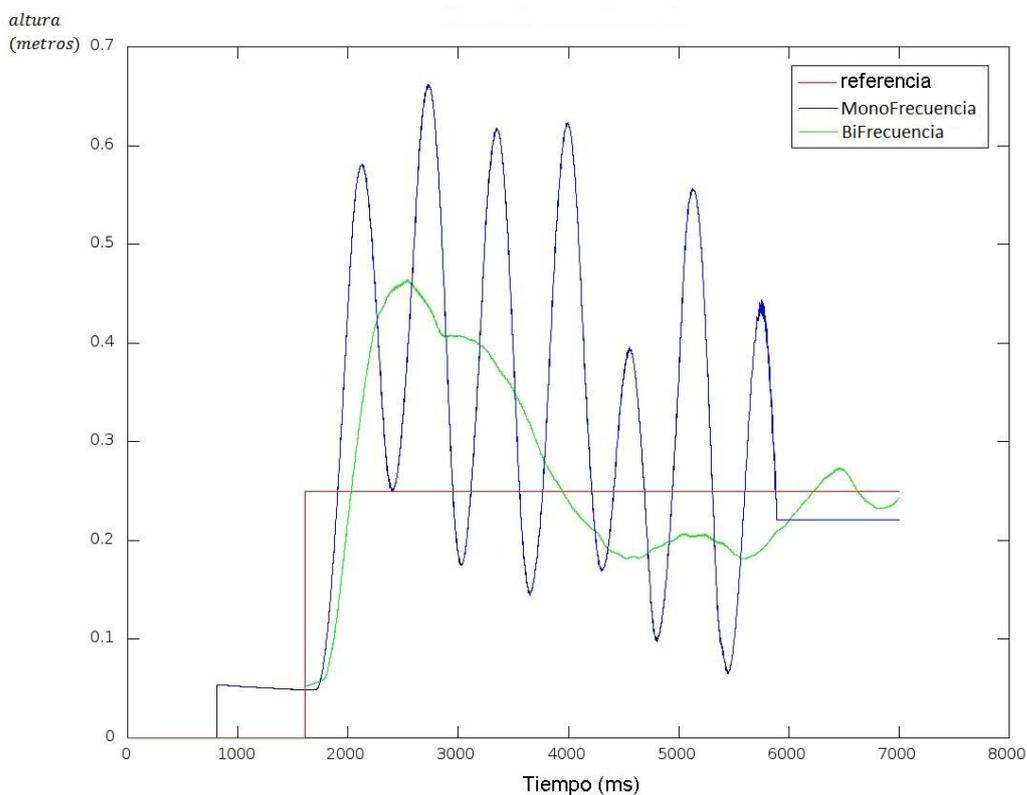


**Gráfica 25. Respuesta del sistema en BiFrecuencia con periodos 120-240ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.**

Se observa que el controlador BiFrecuencia admite como periodo lento valores superiores a 200ms, aquellos que volvían inestable al sistema. Por otro lado, para un periodo lento de 160ms la respuesta del BiFrecuencia, si se vuelve a ver la Gráfica 19, se observa la notable mejoría.

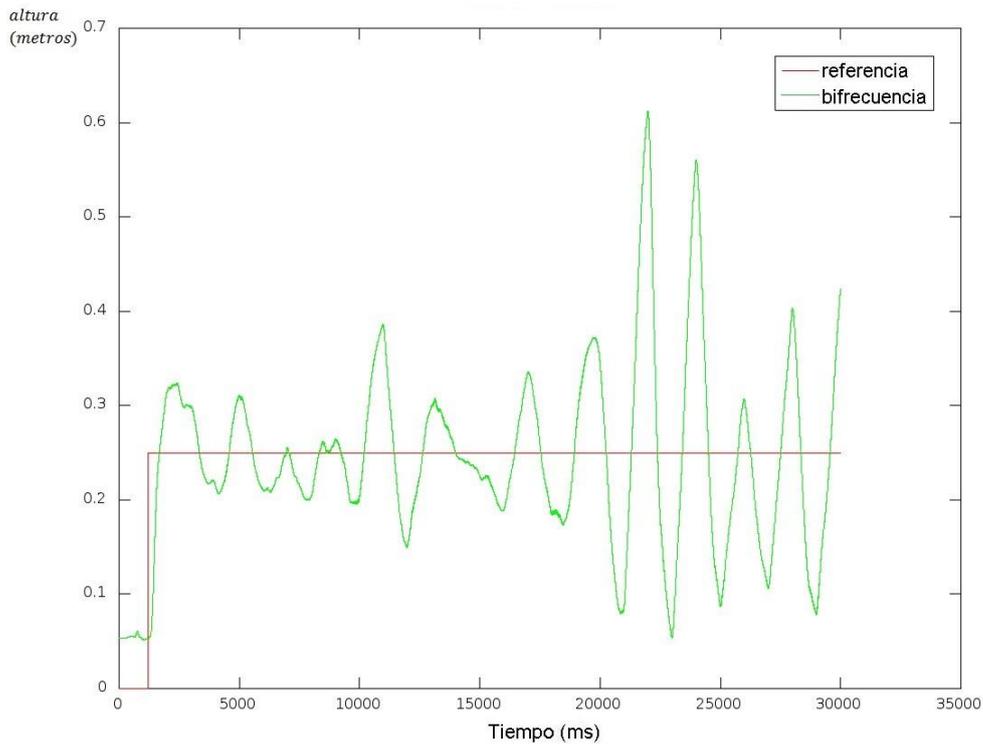
Puede afirmarse entonces que el control en BiFrecuencia admite utilizar periodos más grandes de muestreo como parte lenta, consiguiendo así que la respuesta del sistema no empeore tanto como en el control en MonoFrecuencia con ese mismo periodo.

En la siguiente Gráfica puede verse que para un periodo en el control MonoFrecuencia el sistema se vuelve inestable. Por el contrario, para ese mismo periodo usado como parte lenta del controlador BiFrecuencia la respuesta se vuelve estable:



**Gráfica 26. Respuesta del sistema MonoFrecuencia vs. BiFrecuencia para un periodo de 210ms para el MonoFrecuencia y de 210ms para la parte lenta del regulador en BiFrecuencia.**

Por otro lado, se ha querido conocer cuál era el límite del controlador en BiFrecuencia para comprobar su robustez. Para ello, se ha diseñado otro controlador en BiFrecuencia en el cual la parte lenta funcionase a periodos superiores a 240ms. El límite se ha alcanzado a los 270ms aproximadamente. A partir de entonces el comportamiento del sistema se volvía inestable En la Gráfica ( ) puede verse el comportamiento.



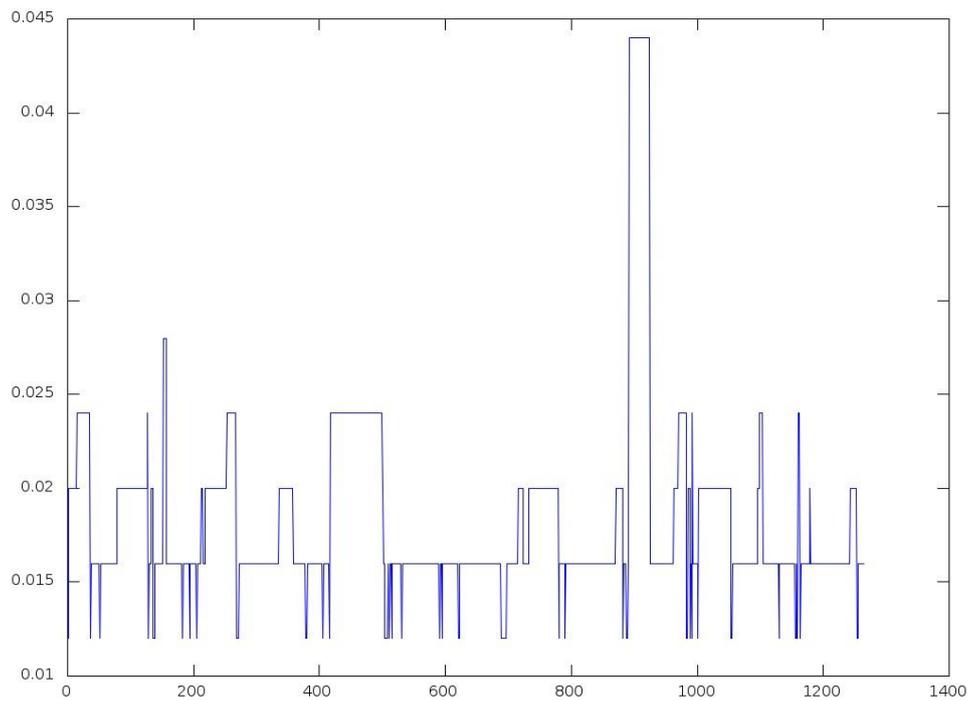
**Gráfica 27. Inestabilidad del sistema con regulador en BiFrecuencia para un periodo de la parte lenta de 270ms.**

Queda así demostrado todo lo que se predijo en la simulación que pasaría.

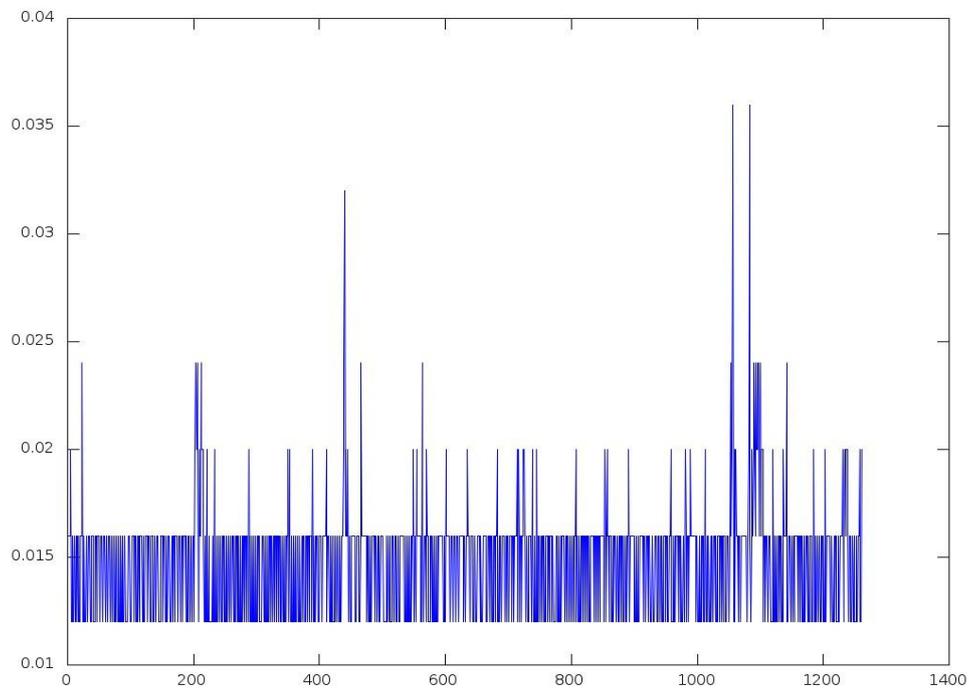
## 5.4. RETARDOS

Como se ha comentado anteriormente, el retardo es el tiempo que pasa desde que el sensor realiza la medida y se aplica la acción de control. Este retardo existe ya que el sensor realiza la medida y el RPAS envía esta medida a la CPU, la CPU realiza los cálculos pertinentes y a continuación devuelve este nuevo dato al RPAS para aplicar las acciones de control necesarias. El tiempo que tarda en realizar ese viaje de ida y vuelta al RPAS se le llama retardo y va a afectar a la respuesta del sistema ya que lo ideal sería que la acción de control se aplicase al tiempo que se toma la medida.

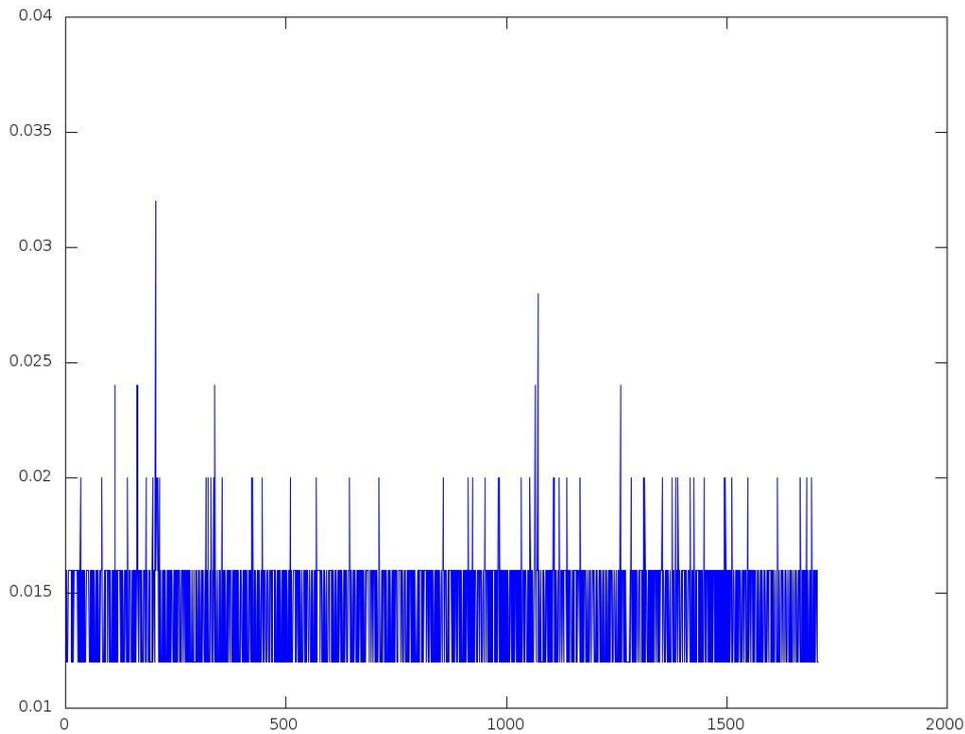
Para conocer el valor del retardo se ha realizado varios experimentos siendo los resultados obtenidos los que se muestran en las Gráficas siguientes:



**Gráfica 28. Experimento 1. Tiempos de retardo de las señales enviadas. El eje x muestra el número del dato enviado. El eje y el tiempo de vuelo en ms. Valor medio del retardo 16ms.**



**Gráfica 29. Experimento 2. Tiempos de retardo de las señales enviadas. El eje x muestra el número del dato enviado. El eje y el tiempo de vuelo en ms. Valor medio del retardo 13ms.**



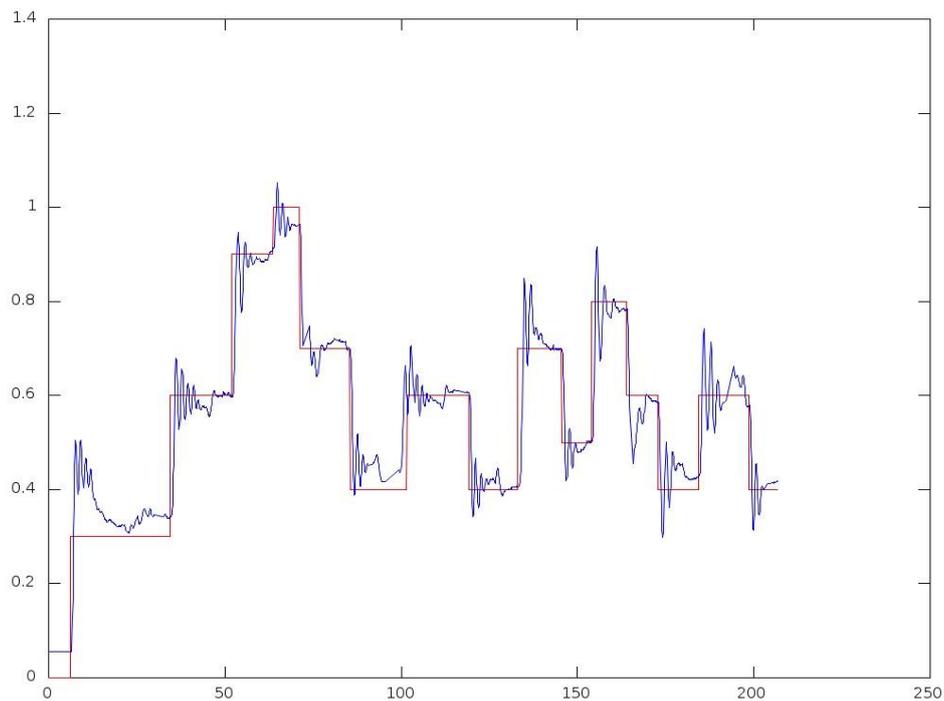
**Gráfica 30. Experimento 3. Tiempos de retardo de las señales enviadas. El eje x muestra el número del dato enviado. El eje y el tiempo de vuelo en ms. Valor medio del retardo 12ms.**

Puede verse que el tiempo de retardo es variable. Cada dato enviado tarda un tiempo que puede ser el mismo o no al tiempo que tardan el resto de datos en viajar.

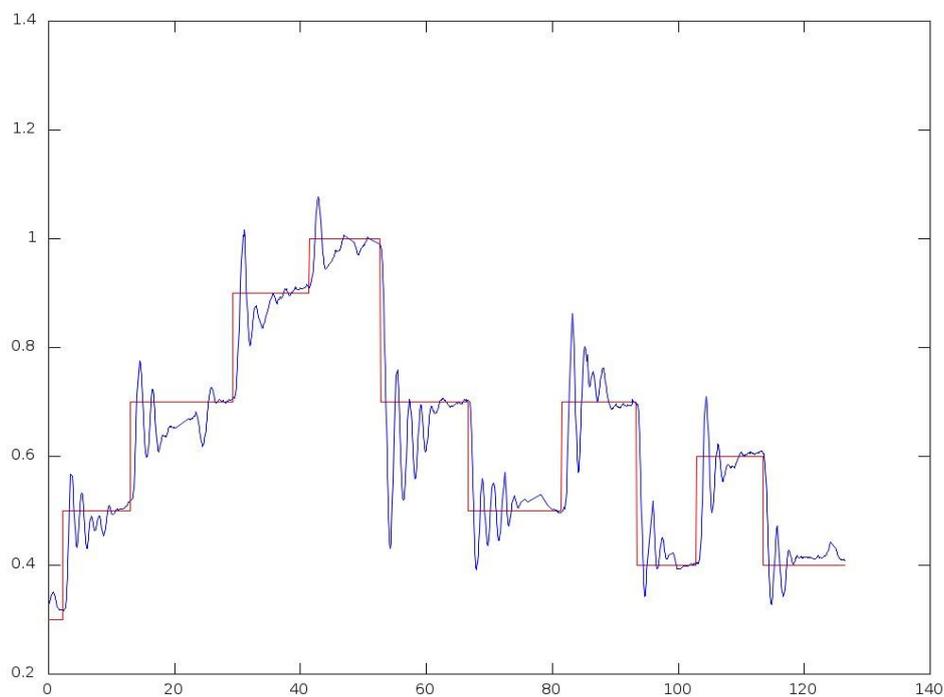
Tras estos tres experimentos se calculó la media del tiempo de retardo en cada experimento y a continuación se hizo la media con los tres valores medios. Siendo el tiempo de retardo de 13-14ms aproximadamente.

El problema ahora es que estos retardos no afectaban mucho a la respuesta de la señal y no se veía cómo afectaba a la misma. Por tanto, para comprobar las afirmaciones que se hicieron en la parte de simulación se optó por inducir retardos superiores y ver cómo cambiaban las respuestas a medida que se aumentaba los retardos para dos controladores BiFrecuencia. Uno con periodos 40-80ms y otro con periodos 80-160ms.

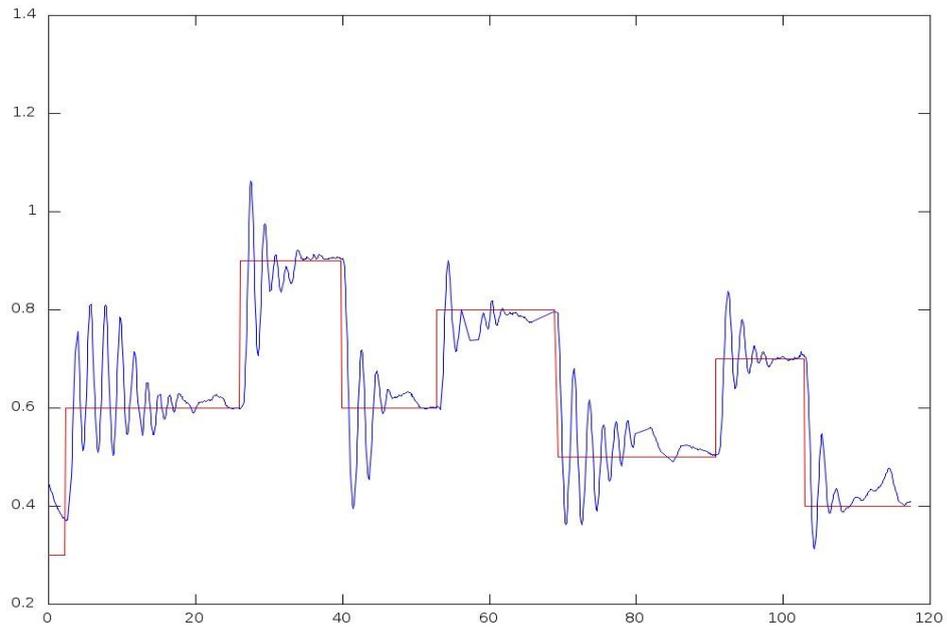
Los resultados quedan reflejados en las siguientes Gráficas:



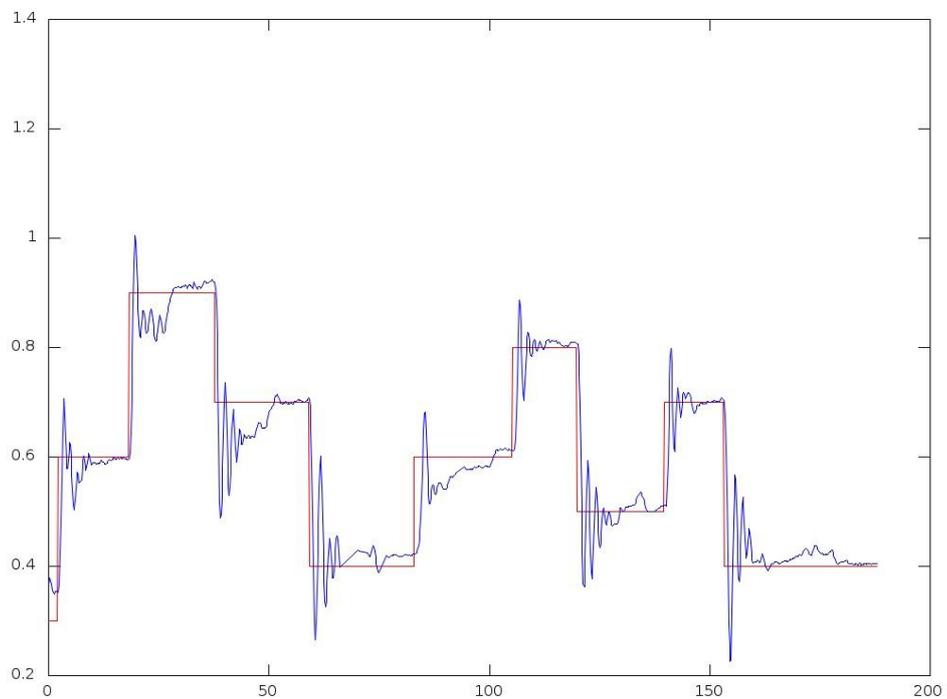
**Gráfica 31. Respuesta del sistema con controlador BiFrecuencia 40-80ms y retardo inducido de valor medio 35ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.**



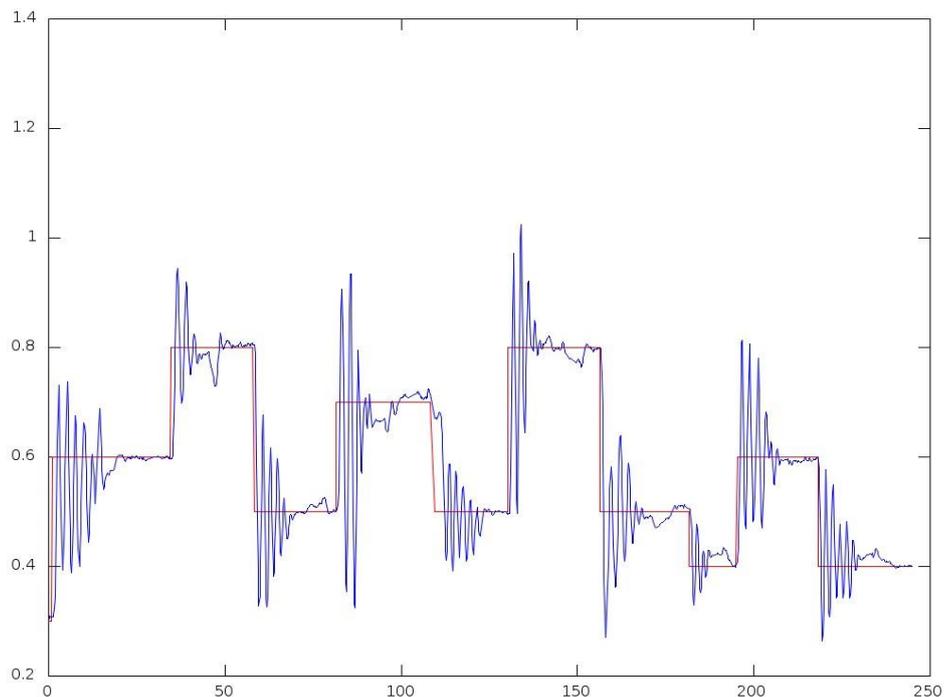
**Gráfica 32. Respuesta del sistema con controlador BiFrecuencia 40-80ms y retardo inducido de valor medio 45ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.**



**Gráfica 33. Respuesta del sistema con controlador BiFrecuencia 40-80ms y retardo inducido de valor medio 55ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.**



**Gráfica 34. Respuesta del sistema con controlador BiFrecuencia 80-160ms y retardo inducido de valor medio 27ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.**



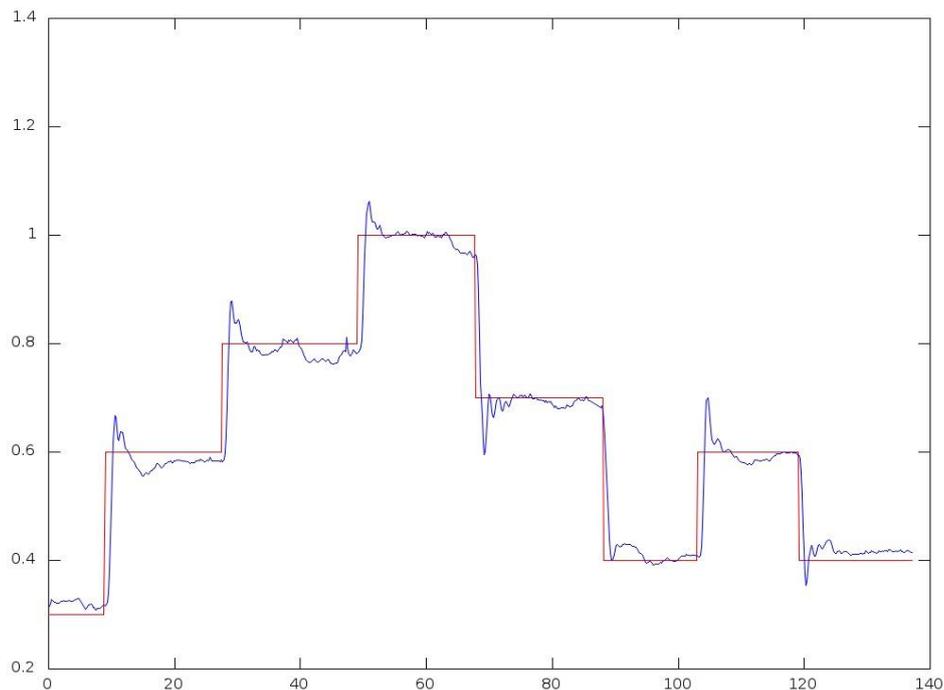
**Gráfica 35. Respuesta del sistema con controlador BiFrecuencia 80-160ms y retardo inducido de valor medio 37ms. Eje x en segundos. Eje y en metros.**

Se confirma lo que se dijo en la parte de simulación. A medida que la parte lenta del controlador BiFrecuencia tiene periodos más grandes, acepta retardos cada vez más pequeños. En estos experimentos se ha visto como un controlador BiFrecuencia con periodos 40-80ms aceptaba retardos de hasta 55ms aproximadamente. En cambio, el controlador con periodos 80-160ms los acepta hasta los 37 ms aproximadamente.

## 6. CORRECCIÓN DE LOS RETARDOS

Aplicando el procedimiento explicado en el apartado teórico 3.3 de esta tesina se ha calculado los parámetros  $x_d$ ,  $y$   $x_{PD}$  de forma aproximada. Los valores calculados teóricamente no eran los mismos que se necesitaban en el laboratorio puesto que el sistema no es un segundo orden puro, es una aproximación. Partiendo de esta premisa, todo lo que se pueda calcular por simulación dará una idea u orientación de los órdenes de magnitud, de cómo se comportará el sistema... Es por esto que la ley de control final para el resintonizado fue:





**Gráfica 37. Respuesta del sistema con controlador BiFrecuencia 80-160ms y retardo inducido de valor medio 55ms corregido.**

Puede decirse que independientemente del retardo la respuesta que se consigue es prácticamente la misma. Llegando incluso a corregir retardos de 55ms de media aproximadamente, los cuales hacían inestable el sistema con este mismo controlador. Como se demostró en el apartado anterior. Es decir, se ha conseguido eliminar los retardos.

## 7. CONCLUSIONES

Tras el desarrollo de la tesina de fin de máster es posible realizar algunas conclusiones basándose en los resultados obtenidos.

Estamos inmersos en un mundo cada vez más tecnológico dónde el uso de los sistemas de control basados en red conforman un campo cada vez más extendido en el área del control automático. Gracias a ellos, muchos dispositivos pueden compartir una misma red de comunicaciones y no necesitar cableado para la transmisión de datos. Pero esto puede implicar la saturación de la red ya que muchos dispositivos puedan requerir utilizar la red simultáneamente. En consecuencia, pueden surgir problemas tales como la pérdida de datos o los retardos. Este es otro de los motivos por los que a veces es necesario el uso de controladores en BiFrecuencia, que permitan enviar datos a frecuencias más bajas y, gracias a

esto, no sobrecargar tanto la red con el envío de datos ya que no se necesite un uso tan desmesurado de la misma.

Es por esto que en esta tesis se ha investigado acerca de cómo afecta a la respuesta del sistema el uso de estos controladores en BiFrecuencia y las conclusiones obtenidas han sido:

- **MonoFrecuencia:** A medida que se disminuye la frecuencia de muestreo de las magnitudes a medir la respuesta del sistema empeora más y más. Llegando incluso a inestabilizarse el sistema. Esto es debido a que cuánto menor es la frecuencia menor información se obtiene del medio. A frecuencias más altas se tiene más información de las magnitudes a medir y, por tanto, el comportamiento del sistema es mejor. No debe olvidarse que para tener el mejor comportamiento posible se debe conocer con exactitud lo que ocurre en el entorno, es decir, se debe conocer el valor de la variable a medir en cada instante de tiempo. Pero esto es imposible debido a las limitaciones tecnológicas. Por tanto, a mayor frecuencia de muestreo, más próximo al modelo en continuo se está y mejor respuesta del sistema se obtiene.
- **BiFrecuencia:** Una vez conocido el valor crítico de frecuencia a partir del cual se produce la inestabilidad del sistema en MonoFrecuencia, se diseña el controlador en BiFrecuencia y se comprueba la notable mejora en la respuesta. Este regulador en BiFrecuencia dispone de la parte Proporcional-Derivativa funcionando a altas frecuencias y la parte integral funcionando a bajas frecuencias. Gracias a que la parte Derivativa funciona a altas frecuencias la dinámica del sistema se controla y se logra la estabilidad del sistema. Se ha comprobado además que es capaz de utilizar en la parte lenta frecuencias más bajas a aquella que inestabilizaba el sistema en MonoFrecuencia. Quedando así demostrada la robustez de los controladores BiFrecuencia.
- **Retardos:** Al utilizar una red WiFi es inevitable la existencia de retardos en el envío/recepción de datos y, con ellos, el empeoramiento de la respuesta. Gracias al resintonizado de los parámetros del PD adaptado al regulador en BiFrecuencia dichos problemas de retardos quedan solventados. Recuperando la respuesta del sistema sin la existencia de los mismos.

Así pues, han quedado demostrados los de las conclusiones tanto en simulación como experimentalmente. Y el tercer punto ha quedado demostrado en la experimentación induciendo retardos mayores ya que el tiempo de viaje del dato era tan pequeño que apenas alteraba la respuesta del sistema.

Para estudios futuros, como se trabaja en un sistema de control basado en red, sería interesante incorporar el estudio de cómo afecta a la respuesta del sistema las pérdidas de datos, así como el desorden en la recepción de los datos, cuando se utiliza un controlador en BiFrecuencia.

## 8. REFERENCIAS

- [1] Salt Llobregat, JJ; Cuenca Lacruz, A; Casanova Calvo V, Correcher Salvador A. *Control Automático Tomo I Tiempo Continuo*. Apuntes de la Universidad Politécnica de Valencia. (2014).
- [2] Salt Llobregat, JJ; Cuenca Lacruz, A; Casanova Calvo V, Correcher Salvador A. *Control Automático Tomo II Tiempo Discreto*. Apuntes de la Universidad Politécnica de Valencia. (2014).
- [3] Salt Llobregat, JJ. *Apuntes de clase de la asignatura ingeniería de control avanzado*. Universidad Politécnica de Valencia. (2015).
- [4] Salt Llobregat, JJ; Cuenca Lacruz, A; Palau, F; Dormido, S. *A Multirate Control Strategy to the Slow Sensors Problem: An Interactive Simulation Tool for Controller Assisted Design*. IEEE Sensors. (2014).
- [5] Salt Llobregat, JJ; Albertos, P. *Model-based multirate controllers design*. IEEE Trans. Control Sys. Technol. (2005).
- [6] Peñacoba Hornillos, VM; García Gil, PJ; *Plataforma de desarrollo para la configuración del control empotrado en helicópteros cuatri-rotor*. Proyecto Final de Carrera en la Universidad Politécnica de Valencia. (2013).
- [7] Ródenas Lorda, L; García Gil, P. *Plataforma de desarrollo para el control de estabilidad en tiempo real de un vehículo aéreo tipo quadrotor*. Proyecto Final de Carrera en la Universidad Politécnica de Valencia. (2013).
- [8] Errando Herranz, J; García Gil, P; Cuenca Lacruz, A; *Control en Red basado en Predictor-Observador No Uniforme (NUPO) para Sistemas Aéreos Pilotados de forma Remota (RPAS)*. Tesina Final de Máster en la Universidad Politécnica de Valencia. (2015).
- [9] Cuenca Lacruz, A; Salt Llobregat, JJ; Casanova, Vicente; Pizá, Ricardo; *An Approach Based on an Adaptive Multi-rate Smith Predictor and Gain Scheduling for a Networked Control System: Implementation over Profibus-DP*. International Journal of Control, Automation, and Systems. (2010).
- [10] Castillo, P; Lozano, R; Dzul, A; *Modelling and Control of Mini-Flying Machines*. Advances in Industrial Control. (2005).