



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA

# **Nuevas estrategias de optimización en procesos de pesaje multicabezal**

**Tesis Doctoral**

Alexander De Jesús Pulido Rojano

Director: Prof. Dr. D. Juan Carlos García Díaz

Valencia, Marzo 2017





UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA

**Universitat Politècnica de València**  
**Departamento de Estadística e Investigación Operativa Aplicadas y**  
**Calidad**

**Nuevas estrategias de optimización en procesos de**  
**pesaje multicabezal**

Programa de Doctorado: Estadística y Optimización

Valencia, Marzo 2017



Tesis realizada bajo la dirección del profesor Dr. D. Juan Carlos García Díaz en el Departamento de Estadística e Investigación Operativa Aplicadas y Calidad, y que para la obtención del grado de doctor presento D Alexander De Jesús Pulido Rojano.

*Nuevas estrategias de optimización en procesos de pesaje multicabezal*

## **Dedicatória**

A mis padres: Rafael Pulido Fragoso y Nelly Rojano Muñoz.

A mi esposa e hijos: Yoharis, Jesús y Sofía.

A mis hermanos: Arturo, Paola y Nelys.

A toda mi familia y amigos.

*Nuevas estrategias de optimización en procesos de pesaje multicabezal*

## **Agradecimientos**

A JEHOVA por permitirme culminar con éxito uno de mis sueños más  
anhelados.

A Juan Carlos García-Díaz por su disposición como Director, guía, motivación,  
consejos y apoyo permanente en todas las circunstancias.

A Vicent Giner-Bosch por su mano siempre tendida, ayuda y orientación.

A mi familia.

A mis amigos, compañeros y todas aquellas personas que aportaron su grano  
de arena y me ayudaron en la culminación de este sueño.

*“Yo soy la vid, vosotros los pámpanos; el que permanece en mí, y yo en él,  
éste lleva mucho fruto; porque separados de mí nada podéis hacer”*  
Juan 15:5

*Nuevas estrategias de optimización en procesos de pesaje multicabezal*

## **Resumen**

En los últimos años, la industria del envasado de alimentos ha experimentado un gran crecimiento. Existen muchos factores que han contribuido a este crecimiento y algunos de ellos incluyen conceptos modernos y avances en la tecnología. Los gerentes de la industria alimentaria deben velar por mantener la rentabilidad en un mercado cada vez más competitivo, al tiempo de proporcionar a los clientes productos de alta calidad y un buen servicio. Una mayor automatización de las líneas de envasado puede ayudar a estas empresas a cumplir con los requisitos de calidad y servicio; por ejemplo, las pesadoras multicabezal utilizadas en los procesos de pesaje multicabezal.

La tecnología de pesaje multicabezal ha revolucionado las líneas de envasado y se utiliza para reducir la variabilidad de productos y procesos. Una pesadora multicabezal consta de varios cabezales de pesaje o tolvas que garantizan que los productos sean pesados con mucha rapidez y precisión. Esto permite envasar la cantidad deseada de un producto de acuerdo con su peso objetivo (valor nominal). Puede instalarse como parte de una línea integrada de pesaje y envasado o conectarse con equipos de envasado existentes. Además, es ideal para el pesaje preciso y rápido de productos que varían en tamaño, desde granulados a productos grandes y voluminosos.

En la presente Tesis Doctoral, se desarrolla un conjunto de estrategias diseñadas para optimizar el proceso de envasado en pesadoras multicabezales y minimizar la variabilidad en el peso del producto envasado. Para esto, se utilizan técnicas de optimización monoobjetivo y multiobjetivo, el índice de reducción de variabilidad, la función de pérdida de Taguchi y un análisis estadístico para identificar y establecer la estrategia que ofrezca el mejor rendimiento en términos de variabilidad en el peso del paquete.

El enfoque de mejora que proponemos es práctico y se basa en el estudio del ajuste de llenado de las tolvas para encontrar las condiciones operativas óptimas de la pesadora multicabezal. Para cada estrategia, se desarrollaron algoritmos exactos los cuales siguen una estrategia enumerativa explícita o búsqueda exhaustiva para evaluar distintos valores del número de tolvas combinadas.

En el enfoque multiobjetivo propuesto, los algoritmos utilizan una novedosa estrategia a priori para generar soluciones Pareto-óptimas y seleccionar un subconjunto de tolvas en cada operación de envasado, de tal manera que la importancia relativa de los objetivos considerados es dinámicamente gestionada y ajustada. Una vez que el proceso de envasado ha sido mejorado, este se monitorea y controla a través del diseño de un gráfico de control modificado.

La estructura de la presente Tesis Doctoral se resume en ocho capítulos los cuales poseen el siguiente contenido:

El **Capítulo 1** contiene la introducción, los antecedentes y los objetivos del problema tratado. La introducción coloca en contexto la investigación ofreciendo una descripción de lo que son los productos envasados, la normativa legal que regula el contenido de los paquetes y los requisitos de cumplimiento que deben acatar los envasadores y exportadores que pretenden vender su mercancía en Europa. Asimismo, este capítulo presenta los distintos sistemas de dosificación de productos más utilizados, además de una descripción detallada del proceso de pesaje multicabezal y de la pesadora multicabezal, objeto de la presente Tesis Doctoral. Conjuntamente con lo anterior, encontramos también un “estado del arte” de las investigaciones y avances en este tipo de procesos. Asimismo, son hallados los objetivos de la presente investigación.

En el **Capítulo 2** se describe toda la metodología utilizada a lo largo de este trabajo para dar cumplimiento a los objetivos planteados en el Capítulo 1. Se introducen los conceptos de optimización, la optimización monoobjetivo y la optimización multiobjetivo como técnicas para la mejora del proceso de pesaje multicabezal. Estas técnicas se combinan con un conjunto de estrategias propuestas en el Capítulo 3 para la optimización del proceso de envasado. Adicionalmente, son descritas las herramientas de Diseño y Análisis de Experimentos (DOE) y Análisis de Varianza (ANOVA), utilizadas para hallar la configuración óptima del proceso una vez optimizado bajo cada enfoque propuesto (monoobjetivo y multiobjetivo). Finalmente, se introducen los conceptos de gráficos de control modificados, los cuales son diseñados en el Capítulo 7 para el control y monitoreo del proceso de pesaje multicabezal.

El **Capítulo 3** presenta tres estrategias de envasado para optimizar el proceso de pesaje multicabezal. Cada una de ellas es planteada mediante un enfoque monoobjetivo pretendiendo minimizar la diferencia, en valor absoluto, entre el contenido efectivo del paquete y su peso objetivo. En este sentido, algoritmos exactos fueron planteados y programados para cada estrategia. La evaluación del proceso fue realizada mediante un procedimiento de envasado sugerido. Los experimentos numéricos para medir el rendimiento de las estrategias fueron hechos simulando distintas condiciones de entrada para el proceso. Además, en este capítulo se presenta un caso práctico en el que se utilizan datos reales para dos tipos de productos a envasar.

El **Capítulo 4** toma como entrada las conclusiones de los experimentos numéricos del Capítulo 3, buscando, mediante la implementación y desarrollo del DOE y el ANOVA, encontrar la configuración de operación óptima para el proceso multicabezal cuando se implementa la estrategia con mejores resultados bajo un enfoque monoobjetivo. La validez del efecto de los factores

sobre el proceso fue confirmando a través del desarrollo de la metodología del análisis de residuos y residuos al cuadrado propuesta por Zúnica y Romero (1988). Asimismo, un caso de estudio en la configuración óptima de la pesadora multicabezal es presentado para los productos utilizados en caso práctico del Capítulo 3.

En el **Capítulo 5** se aborda el proceso de pesaje multicabezal bajo un enfoque multiobjetivo. Cada estrategia propuesta en el Capítulo 3 es plateada y programada considerando el tiempo de permanencia del producto en el sistema de envasado. Mediante la utilización de la programación compromiso propuesta originalmente por Yu (1973) y Zeleny (1973), los objetivos considerados durante las operaciones de envasado son ajustados y manejados dinámicamente. Un novedoso procedimiento multiobjetivo para llevar a cabo el proceso es propuesto en este capítulo. Los experimentos numéricos permiten diferenciar e identificar la estrategia con mejor rendimiento en este enfoque.

En el **Capítulo 6**, análogo al Capítulo 4, se identifica, mediante las técnicas del DOE y el ANOVA, la configuración óptima multiobjetivo para el proceso de pesaje multicabezal cuando se implementa la estrategia con mejor rendimiento en los experimentos numéricos del Capítulo 5. Además, en este capítulo, la validez estadística de los factores también son corroborados al desplegar la metodología del análisis de residuos y residuos al cuadrado propuesta por Zúnica y Romero (1988).

El **Capítulo 7** presenta el diseño de las cartas de control modificadas en el monitoreo del proceso de pesaje multicabezal para cada estrategia con mejor rendimiento en cada enfoque (monoobjetivo en el Capítulo 3 y multiobjetivo en el Capítulo 5), fijando, previamente, las condiciones óptimas de operación halladas en los Capítulos 4 y 6. Se logra obtener los límites de control modificados, así como el valor del intervalo en el que la media del proceso puede variar para asegurar una fracción no conforme de 0.0001.

El **Capítulo 8** muestra las conclusiones obtenidas en cada uno de los anteriores capítulos y presenta las líneas futuras de investigación que proponemos en el campo del pesaje multicabezal.

## **Abstract**

In the last few years, the food packaging industry has experienced a lot of growth. There are many factors that have contributed to this growth and some of them include modern concepts and advancement in technology. Managers of food industry must consider how to maintain profitability in an increasingly competitive market, while providing customers with high quality products and efficient service. Further automation of packing lines can help food companies meet these requirements; for example, multihead weighers used in the multihead weighing processes.

Multihead weighing technology has revolutionised the packaging lines and it is used to reduce product and process variability. A multihead weigher consists of various weighing heads or hoppers that ensures that products are weighed very quickly and accurately. This enables the desired amount of product to be determined and packed according to the precise weight (nominal value or target). It can be installed as part of an integrated weighing and packing line or interfaced with existing packing equipment. Moreover, it is ideal for precise and fast weighing of products ranging in size, from granulates to large and bulky products.

In this doctoral thesis, it sets out to analyse and compare a set of strategies designed to optimize the packaging process in multihead weighers and minimize the variability in weight of the packed product. We used monoobjective and multiobjective optimization techniques, the variability reduction index, the Taguchi loss function and a statistical analysis, to identify and establish the more accurate strategy in terms of variability in weight of the package.

The improvement approach that we propose is practical and it is based on the study of the filling setting of hoppers for find the optimum operational conditions of the multihead weigher. For each strategy, exact algorithms which follow an explicit enumerative strategy or exhaustive search were developed to evaluate the several values of the number of combined hoppers.

In the proposed multiobjective approach, the algorithms use an innovative a priori strategy to generate Pareto-optimal solutions and select a subset of hoppers in each packing operation, in such a way that the relative importance of the objectives is dynamically managed and adjusted. Once the packing process has been improved, this is monitored and controlled through the design of a modified control chart.

This doctoral thesis is summarized in eight chapters which have the following content:

**Chapter 1** contains the introduction, the background and the objectives. The introduction puts in context the research and offering a description of what the

packaged products are, the legal normative that regulates the content of the packages and the compliance requirements that must be complied with by packers and exporters who intend to sell their merchandise in Europe. Also, this chapter presents the different dosage systems of products. In addition, a detailed description of the process of multihead weighing and the multihead weigher, object of the present doctoral thesis, is presented. Together with the above, we also find a "state of the art" of research and advances in this type of processes. Moreover, the objectives of the present investigation are found.

**Chapter 2** describes all the methodology used throughout this work to fulfill the objectives set forth in Chapter 1. The concepts of optimization, monoobjective optimization and multiobjective optimization are introduced as techniques to improve the multihead weighing process. These techniques are combined with a set of strategies proposed in Chapter 3 for the optimization of the packaging process. In addition, the Design and Analysis of Experiments (DOE) and Analysis of Variance (ANOVA) tools are described. They are used to find the optimum configuration of the process once this has been improved under each proposed approach (monoobjective optimization and multiobjective optimization). Finally, the concepts of modified control charts are introduced, which are designed in Chapter 7 for the monitoring and control of the multihead weighing process.

**Chapter 3** presents three packaging strategies to optimize the multihead weighing process. Each of them is developed under a monoobjective approach; aiming to minimize the difference, in absolute value, between the effective content of the package and its target weight. In this sense, exact algorithms were proposed and programmed for each strategy. The evaluation of the process was performed using a suggested packaging procedure. Numerical experiments to measure the performance of the strategies were done simulating different input conditions for the process. In addition, this chapter presents a case study in which real data are used for two types of products to be packaged.

**Chapter 4** takes into account the conclusions of the numerical experiments in Chapter 3, seeking to find the optimum operating configuration for the multihead weighing process through the implementation and development of the DOE and the ANOVA. Furthermore, in order to implement the strategy with better results under a monoobjective approach. The validity of the effect of the factors on the process was confirmed by the development of the methodology of residue analysis proposed by Zúnica and Romero (1988). Moreover, a case study in the optimal configuration of the multihead weigher is presented for the products used in the practical case of Chapter 3.

**Chapter 5** addresses the multihead weighing process under a multiobjective approach. Each strategy proposed in Chapter 3 is developed and programmed

considering the time of permanence of the product in the packaging system. By using the concept of compromise programming, originally proposed by Yu (1973) and Zeleny (1973), the objectives considered during the packaging operations are dynamically adjusted and managed. A novel multiobjective procedure to carry out the process is proposed in this chapter. Numerical experiments allow us to differentiate and identify the strategy with the best performance in this approach.

In **Chapter 6**, similar to Chapter 4, the optimal multiobjective configuration for the multihead weighing process is identified by using the DOE and ANOVA techniques. This configuration is achieved when the best performing strategy in the numerical experiments of Chapter 5 is implemented. In this chapter, the statistical validity of the factors is also confirmed by using the methodology of residue analysis proposed by Zúnica and Romero (1988).

**Chapter 7** presents the design of the modified control charts for monitoring the multihead weighing process for each strategy with the best performing (monoobjective approach in Chapter 3 and multiobjective approach in Chapter 5). These charts have been designed to monitor the optimal operating conditions archived in Chapters 4 and 6. The modified control limits have been established to ensure a fraction nonconforming of at most 0.0001.

**Chapter 8** shows the conclusions obtained in each of the previous chapters and it presents the future lines of research that we propose in the field of the multihead weighing process.

## **Resum**

En els últims anys, la indústria de l'envasament d'aliments ha experimentat un gran creixement. Existeixen molts factors que han contribuït a aquest creixement i alguns d'ells inclouen conceptes moderns i avanços en la tecnologia. Els gerents de la indústria alimentària han de vetllar per mantenir la rendibilitat en un mercat cada vegada més competitiu, tot proporcionant-hi alhora als clients productes d'alta qualitat i un bon servei. Una major automatització de les línies d'envasament pot ajudar aquestes empreses a complir amb els requisits de qualitat i servei; per exemple, les pesadores multicapçal utilitzades en els processos de pesatge multicapçal.

La tecnologia de pesatge multicapçal ha revolucionat les línies d'envasament i s'utilitza per a reduir la variabilitat de productes i processos. Una pesadora multicapçal consta de diversos capçals de pesatge o tremuges que garanteixen que els productes siguin pesats amb molta rapidesa i precisió. Açò permet envasar la quantitat desitjada de producte d'acord amb el seu pes objectiu (valor nominal). Pot instal·lar-se com a part d'una línia integrada de pesatge i envasament o bé connectar-se amb equips d'envasament existents. A més, és ideal per al pesatge precís i ràpid de productes que varien en grandària, des de granulats fins a productes grans i voluminosos.

En la present Tesi Doctoral es presenta un conjunt d'estratègies dissenyades per a optimitzar el procés d'envasament en pesadores multicapçal i minimitzar la variabilitat en el pes del producte envasat. Per a això, s'hi utilitzen tècniques d'optimització monoobjectiu i multiobjectiu, l'índex de reducció de variabilitat, la funció de pèrdua de Taguchi i una anàlisi estadística per identificar i establir l'estratègia que ofereisca el millor rendiment en termes de variabilitat en el pes del paquet.

L'enfocament de millora que hi proposem és pràctic i es basa en l'estudi de l'ajust d'emplenament de les tremuges per a trobar les condicions operatives òptimes de la pesadora multicapçal. Per a cada estratègia, es van desenvolupar algorismes exactes, els quals segueixen una estratègia enumerativa explícita o cerca exhaustiva per avaluar diferents valors en el nombre de tremuges combinades.

En l'enfocament multiobjectiu proposat, els algorismes utilitzen una novedosa estratègia a priori per a generar solucions Pareto-òptimes i seleccionar un subconjunt de tremuges en cada operació d'envasament, de tal forma que la importància relativa dels objectius considerats és dinàmicament gestionada i ajustada. Una vegada que el procés d'envasament ha sigut millorat, és així mateix monitoritzat i controlat a través del disseny d'un gràfic de control modificat.

L'estructura de la present Tesi Doctoral es resumeix en huit capítols, els quals posseeixen el contingut següent:

El **Capítol 1** conté la introducció, els antecedents i els objectius del problema tractat. La introducció situa en context la investigació, oferint una descripció de què són els productes envasats, la normativa legal que regula el contingut dels paquets i els requisits de compliment legal que han d'acatar els envasadors i exportador que pretenen vendre la seua mercaderia en Europa. Així mateix, aquest capítol presenta els diferents sistemes de dosificació de productes més emprats, a més d'una descripció detallada del procés de pesatge multicapçal i de la pesadora multicapçal, objecte de la present Tesi Doctoral. Conjuntament a tot l'anterior, s'hi troba també un 'estat de l'art' de les investigacions i avanços en aquesta classe de processos. Així mateix, s'hi troben els objectius de la present investigació.

En el **Capítol 2** es descriu tota la metodologia utilitzada al llarg d'aquest treball per a donar compliment als objectius plantejats en el Capítol 1. S'hi introdueixen els conceptes d'optimització, l'optimització monoobjectiu i l'optimització multiobjectiu com a tècniques per a la millora del procés de pesatge multicapçal. Aquestes tècniques es combinen amb un conjunt d'estratègies proposades en el Capítol 3 per a l'optimització del procés d'envasament. Addicionalment, hi són descrites les eines de Disseny i Anàlisi d'Experiments (DOE) i Anàlisi de la Variància (ANOVA), utilitzades per a trobar la configuració òptima del procés una vegada estiga optimitzat des de cada enfocament proposat (monoobjectiu i multiobjectiu). Finalment, s'hi introdueixen els conceptes de gràfics de control modificats, els quals són dissenyats en el Capítol 7 per al control i monitorització del procés de pesatge multicapçal.

El **Capítol 3** presenta tres estratègies d'envasament per a optimitzar el procés de pesatge multicapçal. Cadascuna d'elles és plantejada mitjançant un enfocament monoobjectiu amb l'objecte de minimitzar la diferència, en valor absolut, entre el contingut efectiu del paquet i el seu pes objectiu. En aquest sentit, s'han plantejat i programat algorismes exactes per a cada estratègia. L'avaluació del procés va ser realitzada mitjançant un procediment d'envasament suggerit. Els experiments numèrics per a mesurar el rendiment de les estratègies van ser fets mitjançant la simulació de diferents condicions d'entrada per al procés. A més, en aquest capítol es presenta un cas pràctic en què s'utilitzen dades reals per a dos tipus de productes a envasar.

El **Capítol 4** pren com a entrada les conclusions dels experiments numèrics del Capítol 3, tot i buscant-hi, mitjançant la implementació i desenvolupament del DOE i l'ANOVA, trobar la configuració d'operació òptima per al procés multicapçal quan s'implementa l'estratègia amb millors resultats sota un enfocament monoobjectiu. La validesa de l'efecte dels factors sobre el procés va ser confirmada a través del desenvolupament de la metodologia de l'anàlisi

de residus i residus al quadrat proposada per Zúnica i Romero (1988). Així mateix, un cas d'estudi en la configuració òptima de la pesadora multicapçal és presentat per als productes utilitzats en el cas pràctic del Capítol 3.

En el **Capítol 5** s'aborda el procés de pesatge multicapçal sota un enfocament multiobjectiu. Cada estratègia proposada en el Capítol 3 és plantejada i programada considerant el temps de permanència del producte en el sistema d'envasament. Mitjançant la utilització de la programació compromís, proposada originalment per Yu (1973) i Zeleny (1973), els objectius considerats durant les operacions d'envasament són ajustats i manejats dinàmicament. Un nou procediment multiobjectiu per a dur a terme el procés és proposat en aquest capítol. Els experiments numèrics permeten diferenciar i identificar l'estratègia amb millor rendiment en aquest enfocament.

En el **Capítol 6**, anàleg al Capítol 4, s'identifica, mitjançant les tècniques del DOE i l'ANOVA, la configuració òptima multiobjectiu per al procés de pesatge multicapçal quan s'implementa l'estratègia amb millor rendiment en els experiments numèrics del Capítol 5. A més, en aquest capítol, la validesa estadística dels factors també són corroborats en desplegar la metodologia de l'anàlisi de residus i residus al quadrat proposada per Zúnica i Romero (1988).

El **Capítol 7** presenta el disseny dels gràfics de control modificats en la monitorització del procés de pesatge multicapçal per a cada estratègia amb millor rendiment en cada enfocament (monoobjectiu en el Capítol 3 i multiobjectiu en el Capítol 5), tot fixant-hi, prèviament, les condicions d'operació determinades en els Capítols 4 i 6. S'hi aconsegueix obtenir els límits de control modificats, així com el valor de l'interval en què la mitjana del procés pot variar per a assegurar una fracció no conforme de 0.0001.

El **Capítol 8** mostra les conclusions obtingudes en cadascun dels capítols anteriors i presenta les línies futures de recerca que proposem en el camp del pesatge multicapçal.



# Índice

<b>Capítulo 1. Antecedentes y Objetivos.....</b>	<b>1</b>
1.1. Introducción.....	1
1.2. Calidad y mejora de la calidad en procesos de envasado .....	3
1.3. Antecedentes .....	4
1.3.1. Sistemas de Dosificación .....	4
1.3.1.1. Sistema con dosificador volumétrico .....	4
1.3.1.2. Sistema con dosificador a tornillo sin-fin .....	5
1.3.1.3. Sistema con dosificador a pistón.....	5
1.3.1.4. Sistema con dosificador por gravedad .....	5
1.3.1.5. Sistema de llenado por peso .....	6
1.3.2. Normativa legal para productos envasados.....	7
1.3.3. Pesadoras multicabezales .....	11
1.3.3.1. Operación de envasado en pesadoras multicabezales.....	16
1.3.3.2. Número de combinaciones.....	18
1.3.3.3. Peso objetivo y variabilidad .....	19
1.3.4. Estado del arte .....	21
1.4. Objetivos .....	32
1.4.1. Objetivo General .....	32
1.4.2. Objetivos específicos .....	32
<b>Capítulo 2. Metodología .....</b>	<b>37</b>
2.1. Introducción.....	37
2.2. Optimización matemática.....	37
2.2.1. Problemas de Asignación.....	39

2.2.1.1. Modelo de asignación bajo un enfoque monoobjetivo en el proceso de pesaje multicabezal .....	39
2.2.2. Optimización Multiobjetivo.....	40
2.2.2.1. Solución compromiso.....	41
2.2.2.2. Dominancia de Pareto .....	42
2.2.2.3. Enfoque de solución multiobjetivo en el proceso de pesaje multicabezal .....	43
2.3. Función de pérdida de Taguchi .....	44
2.3.1. Ecuación de pérdida de Taguchi en el caso "nominal es mejor" .....	45
2.3.2. El índice $C_{PM}$ .....	46
2.4. Diseño de experimentos .....	48
2.5. Análisis de la Varianza.....	51
2.6. Gráfico de control modificado .....	53
<b>Capítulo 3. Estrategias de optimización para la mejora del proceso de pesaje multicabezal .....</b>	<b>57</b>
3.1. Introducción.....	57
3.2. Búsqueda de peso objetivo con suministro desigual de producto a cinco subgrupos de tolvas (S1). .....	59
3.3. Búsqueda de peso objetivo con suministro desigual de producto a tres subgrupos de tolvas (S2). .....	60
3.4. Búsqueda de peso objetivo con suministro igual de producto (S3).....	61
3.5. Algoritmo de envasado .....	61
3.6. Modelos de optimización.....	71
3.6.1. Modelo matemático de optimización para S1 .....	71
3.6.2. Modelo matemático de optimización para S2 .....	72
3.6.3. Modelo matemático de optimización para S3 .....	74
3.7. Rendimientos de las estrategias.....	75
3.7.1. Simulación de situaciones fuera-de-control en el suministro promedio de producto en el proceso de pesaje multicabezal .....	80
3.8. Caso de estudio .....	85
3.9. Conclusiones del capítulo .....	95
<b>Capítulo 4. Configuración óptima de operación del proceso de pesaje multicabezal .....</b>	<b>97</b>
4.1. Introducción.....	97

4.2. Variable respuesta .....	98
4.3. Factores y niveles .....	99
4.4. Configuración óptima del proceso de pesaje multicabezal .....	106
4.4.1. Análisis de residuos .....	114
4.5. Caso de estudio en la configuración óptima del proceso de pesaje multicabezal .....	117
4.6. Conclusiones del capítulo .....	127
<b>Capítulo 5. Estrategias de optimización bajo un enfoque Multiobjetivo .....</b>	<b>129</b>
5.1. Introducción.....	129
5.2. Enfoque de programación compromiso.....	131
5.3. Algoritmo de envasado bajo un enfoque multiobjetivo .....	132
5.4. Modelo de matemático optimización para S1 .....	143
5.5. Ejemplo numérico del enfoque de programación compromiso propuesto .....	145
5.6. Rendimiento de las estrategias bajo un enfoque multiobjetivo .....	147
5.7. Conclusiones del capítulo .....	156
<b>Capítulo 6. Configuración óptima multiobjetivo del proceso de pesaje multicabezal.....</b>	<b>157</b>
6.1. Introducción.....	157
6.2. Variable respuesta, factores y niveles .....	158
6.3. Configuración óptima multiobjetivo .....	159
6.3.1. Análisis de residuos en el enfoque multiobjetivo .....	168
6.4. Conclusiones del capítulo .....	171
<b>Capítulo 7. Gráfico de control modificado para el monitoreo del proceso de pesaje multicabezal .....</b>	<b>173</b>
7.1. Introducción.....	173
7.2. Diseño del gráfico de control modificado $\bar{x}$ para el enfoque monoobjetivo en S1 .....	174
7.3. Diseño del gráfico de control modificado $\bar{x}$ para el enfoque multiobjetivo en S2 .....	178
7.4. Conclusiones del capítulo .....	188

<b>Capítulo 8. Conclusiones y futuras investigaciones .....</b>	<b>191</b>
8.1. Estrategias de optimización para la mejora del proceso de pesaje multicabezal .....	191
8.2. Configuración óptima de operación del proceso de pesaje multicabezal .....	192
8.3. Estrategias de optimización bajo un enfoque Multiobjetivo .....	194
8.4. Configuración óptima multiobjetivo del proceso de pesaje multicabezal .....	195
8.5. Gráfico de control modificado para el monitoreo del proceso de pesaje multicabezal .....	196
8.6. Futuras investigaciones .....	197
8.7. Difusión de resultados.....	198
8.7.1. Revistas de alto impacto indexadas en Journal Citation Reports (JCR).....	198
8.7.2. Revistas de reconocido prestigio a nivel internacional .....	198
8.7.3. Participaciones en congresos nacionales e internacionales.....	198

Referencias

Anexos

# Capítulo 1

## Antecedentes y Objetivos

### 1.1. Introducción

En los últimos años, la industria del envasado de alimentos ha experimentado un gran crecimiento. Existen muchos factores que han contribuido a este crecimiento y algunos de ellos incluyen conceptos modernos y avances en la tecnología.

Se estima que los productos envasados representan más del 75 por ciento del valor de los productos comercializados en todo el mundo. En la Unión Europea (compuesta por 28 países), la industria alimentaria es la principal actividad de la industria manufacturera, representando el 14.6% de las ventas y un valor superior a los 1244000 millones de euros. Este sector industrial cuenta con unas 289000 empresas que dan empleo a 4.22 millones de personas.

Por su parte, la industria alimentaria española ocupa el quinto puesto en valor de ventas entre los países de la UE con un 7.5%; tras Alemania (14.1%), Francia (12.8%), Italia (10.6%) y Reino Unido (9.1%). En España, la industria de alimentos y bebidas es el primer sector industrial representando el 20.5% de las ventas netas de productos, el 18.3% de los ocupados, el 17.8% de las inversiones netas en activos materiales y el 15.5% del valor añadido. Cuenta con 28278 empresas (14.3% del sector industrial español), con 353965 empleados (18.3% del sector industrial), con 93396 M€ de ventas netas (20.5% del sector industrial) y 19721 M€ de valor añadido (15.5% del sector industrial), representando el 1.9% del Producto Interno Bruto (PIB) español (Ministerio de Agricultura, Alimentación y Medio Ambiente, España, 2016).

Los gerentes de la industria alimentaria deben velar por mantener la rentabilidad en un mercado cada vez más competitivo, al tiempo de proporcionar a los clientes productos de alta calidad y un buen servicio. La introducción de tecnología moderna en la industria alimentaria ha permitido ahorros de costes considerablemente. Una mayor automatización de las líneas de envasado puede ayudar a estas empresas a cumplir con los requisitos de calidad y servicio. Por ejemplo, las pesadoras multicabezales utilizadas en el proceso de pesaje multicabezal. Las pesadoras multicabezales han desempeñado un papel importante en mantener el producto fluyendo a grandes volúmenes de producción de forma eficiente, al tiempo que logra una secuencia de producción mejorada que conduce a costes de fabricación reducidos.

La tecnología de pesaje multicabezal ha revolucionado las líneas de envasado y se utiliza para reducir la variabilidad de productos y procesos. Esta tecnología ofrece excelentes niveles de rendimiento equilibradamente, con una fiabilidad probada. Puede instalarse como parte de una línea integrada de pesaje y envasado o conectarse con equipos de envasado existentes. Además, es ideal para el pesaje preciso y rápido de productos que varían en tamaño, desde granulados a productos grandes y voluminosos.

En la presente Tesis Doctoral, se pretende analizar y comparar un conjunto de estrategias diseñadas para optimizar el proceso de envasado en pesadoras multicabezales y minimizar la variabilidad en el peso del producto envasado; al punto donde el proceso pueda ser considerado un proceso con capacidad seis-sigma. Para esto, se utilizan técnicas de optimización monoobjetivo y multiobjetivo, el índice de reducción de variabilidad, la función de pérdida de Taguchi y un análisis estadístico, empleando el diseño de experimentos (DOE) y el Análisis de varianza (ANOVA), para identificar y establecer la estrategia que ofrezca el mejor rendimiento en términos de variabilidad en el peso del paquete.

En este Capítulo 1, se presenta un resumen de los sistemas de dosificación de producto más utilizados en la industrial de envasado, incluyendo el proceso de pesaje multicabezal. Asimismo, los componentes de la pesadora multicabezal, su estructura, su funcionamiento y operación también son descritos de forma detallada.

Adicionalmente, se presentada la cronología de la normativa legal aplicada en España y Europa para el control del contenido efectivo de productos envasados. Simultáneamente, realizando una revisión del "estado del arte", en este capítulo se describen los antecedentes e investigaciones científicas llevadas a cabo para mejorar el proceso de pesaje multicabezal. Los objetivos y la estructura de la presente Tesis Doctoral también pueden ser encontrados.

## 1.2. Calidad y mejora de la calidad en procesos de envasado

Los numerosos cambios que se han producido en el entorno empresarial a nivel mundial han llevado a las empresas a buscar soluciones para mejorar su competitividad. En la actualidad, las compañías se han visto obligadas a responder continuamente a los requerimientos de un entorno cada vez más exigente. Por lo anterior, la adopción de un sistema de dirección con orientación hacia la calidad es una de las alternativas que con más éxito ha dado respuesta a los retos de un medio turbulento e imprevisible. El aumento de la competitividad de una empresa está estrechamente relacionado con una mejora continua de la calidad y de la productividad de todos los procesos, productos y servicios que estén en la órbita de decisión de la propia empresa.

Existen numerosas técnicas estadísticas para la mejora de la calidad, que van desde herramientas estadísticas básicas de uso general por todas las personas de la empresa, hasta otras de carácter más avanzado cuya utilización es más propia de ingenieros y técnicos. Estas técnicas constituyen las herramientas básicas para el Control On-Line y el Control Off-Line de procesos industriales.

El objetivo genérico de las actividades de Control On-Line es optimizar el funcionamiento de los procesos reduciendo la variabilidad de las características resultantes en torno a los valores deseados. El enfoque científico del control on-line se basa en la diferencia entre causas comunes y causas especiales de variabilidad. Esta diferenciación es esencial, puesto que la naturaleza de las actividades de control es radicalmente distinta según que los problemas abordados estén ocasionados por causas de uno u otro tipo.

El objetivo genérico del Control Off-Line de procesos es el de identificar y cuantificar los efectos que los parámetros de los procesos tienen sobre la pauta de variabilidad de las características de calidad y productividad relevantes del mismo, con el fin de obtener las condiciones operativas óptimas. La información necesaria sobre el efecto de los diferentes factores no se obtiene en el control off-line limitándose a observar los procesos, sino recurriendo de forma sistemática a la experimentación, es decir a realizar voluntariamente cambios y estudiar sus consecuencias. La herramienta básica utilizada para ello es el Diseño de Experimentos: metodología estadística cuyo objetivo es la obtención eficiente de datos altamente informativos.

Para autores como Montgomery (2009) "La mejora de la calidad es la reducción de la variabilidad en los procesos y productos". Esta definición implica que si la variabilidad de las características importantes de un producto, proceso o servicio disminuye, la calidad del producto, proceso o servicio aumenta. La variabilidad reducida se traduce rápidamente en menores costes. Para conseguirlo se utilizan de forma sistemática y efectiva los métodos estadísticos usados en los denominados Control On-Line y Control Off-Line de productos, procesos y servicios.

Particularmente, la calidad en los procesos de envasado suele relacionarse con la proximidad del peso medio de producción al valor nominal de venta y a la variabilidad del propio proceso. Un problema que se plantea en los procesos de envasado con objetivo de ventas a valores nominales constantes, proviene del control y la reducción de la variabilidad correspondiente al peso de las unidades envasadas. En el desarrollo de la presente tesis doctoral, y como veremos en posteriores capítulos, utilizamos herramientas estadísticas comúnmente utilizadas en el Control On-Line y el Control Off-Line para el mejoramiento del proceso de envasado en pesadoras multicabezal y el cumplimiento de la normativa legal vigente.

### **1.3. Antecedentes**

La industria del envase de alimentos ha experimentado cambios significativos en tecnología e innovación en la última década. Un cambio importante ha sido la incorporación de maquinaria tecnológicamente más avanzada con altos niveles de precisión y productividad. A fin de cumplir con las exigencias del mercado, los fabricantes de equipos de envasado se han visto obligados a desarrollar mecanismos que no sólo cumplan la normativa vigente, sino que mejoren la precisión y eficiencia respetando los costes. Gracias a los progresos tecnológicos actualmente se pueden evidenciar procesos con gran capacidad para cumplir con los requerimientos de calidad para el producto envasado. A continuación se muestran los antecedentes del problema tratado en la presente investigación.

#### **1.3.1. Sistemas de Dosificación**

La renovación de equipos obsoletos tradicionales a máquinas tecnológicamente más avanzadas ha provocado que los sistemas de envasado sean actualizados buscando el mejor funcionamiento de los procesos. En los sistemas de envasado se utilizan distintos tipos de dosificadores dependiendo del producto con el que se trabaje. La función principal del dosificador es fraccionar de forma precisa y autónoma el producto a envasar haciendo más fácil y confiable la operación (Guerra, 2011). Esta sección, presenta una breve descripción de los sistemas más utilizados actualmente en la industria de envasado de productos.

##### **1.3.1.1. Sistema con dosificador volumétrico**

Un sistema con dosificador volumétrico está diseñado para productos sólidos homogéneos tales como azúcar, garbanzos, maíz, lentejas, arroz, entre otros. Este tipo de máquinas están compuestas con vasos telescópicos que permiten ajustar el peso de un producto según su volumen. Se fundamenta en el principio de que una misma cantidad de producto homogéneo ocupará siempre el mismo volumen. Estos dosificadores requieren de una mayor atención, pues

pueden presentar problemas en la exactitud debido a que los productos son susceptibles de variar su volumen con la humedad y/o la temperatura. Durante el proceso de dosificación una cantidad de producto es suministrada, manual o automáticamente, a una tolva de alimentación ubicada encima de los vasos telescópicos, los vasos reciben el producto de la tolva para posteriormente liberarlos a su correspondiente unidad de envasado. Nuevos productos son suministrados a la tolva y así, continuar el proceso.

#### **1.3.1.2. Sistema con dosificador a tornillo sin-fin**

El dosificador sin-fin está diseñado para productos en polvo como pimienta, orégano, colorantes, harina, entre otros. El principio de funcionamiento de este sistema consiste en controlar el número de vueltas del tornillo sin-fin mediante un dispositivo generador de impulsos electrónico-digital ubicado en la parte superior de la máquina. El número de vueltas está relacionado directamente con la cantidad de producto a dosificar. Dependiendo del tipo de producto y el gramaje del envase final se ajusta la cantidad de vueltas que el tornillo girará. Al igual que el dosificador volumétrico, el tornillo sin-fin también posee una tolva de alimentación que puede ser alimentada de forma manual o automática. La tolva posee un removedor de producto para evitar la coagulación. En cuanto a los inconvenientes, debemos decir que este tipo de máquinas presentan problemas cuando se pretende dosificar producto con un gramaje final inferior a 5 g. Además, no están preparados para alojar distintos ingredientes lo que hace difícil la mezcla y la dosificación de productos de distinta naturaleza.

#### **1.3.1.3. Sistema con dosificador a pistón**

El dosificador a pistón es utilizado en productos líquidos densos o viscosos como champú, yogur, entre otros. Aunque también se puede utilizar para productos líquidos como agua, vino, zumos, entre otros. Este sistema consiste en uno o más recipientes herméticos donde se ubica el líquido, este líquido es desalojado del recipiente mediante uno o más pistones quienes trasladan el producto a la envasadora.

#### **1.3.1.4. Sistema con dosificador por gravedad**

El sistema de dosificador por gravedad consiste en un tanque ubicado en la parte superior de la máquina que contiene el líquido o producto a envasar. El tanque es regularmente alimentado por un tanque principal mediante un flotador que tiene en su interior, el cual, habilita o deshabilita la alimentación del mismo. El dosificador por gravedad posee en la parte inferior una llave de paso que es controlada por la envasadora, la cual, permite el paso del líquido en el momento preciso. Se utiliza únicamente para productos líquidos como agua, jugos, salmuera, vinos, entre otros.

### 1.3.1.5. Sistema de llenado por peso

Es el sistema más utilizado en la actualidad y permite envasar todo tipo de sólidos homogéneos y heterogéneos, por ejemplo, legumbres, frutos secos, tornillos, entre otros. En este tipo de sistemas se pueden diferenciar las pesadoras lineales y las pesadoras con sistema multicabezal. Estas pesadoras están compuestas por  $n$  tolvas individuales que pesan el producto y seleccionan siempre la suma de pesos más cercano a un peso objetivo ( $T$ ). Las pesadoras lineales basan su funcionamiento en el “todo o nada”, es decir, se alimentan cada una de las  $n$  tolvas con el peso objetivo que se desea que contenga el paquete, es decir, el valor nominal del paquete.

Por otra parte, el proceso de envasado en pesadoras multicabazales o proceso de pesaje multicabezal (objeto de la presente Tesis Doctoral) consiste en múltiples tolvas de pesaje, donde se aloja el producto a envasar, estas tolvas contienen celdas de cargas en su interior para medir el peso del producto. El valor del peso en cada una de las  $n$  tolvas debe ser menor al peso objetivo ( $T$ ) o valor nominal del paquete, de modo que  $T$  se alcanza mediante la combinación de un conjunto de tolvas. Más información y detalles de este proceso de envasado serán presentados en sección 1.3.3 del presente capítulo. La figura 1.1 muestra la representación visual de los diferentes sistemas de envasado anteriormente mencionados.



**Figura 1.1. Representación visual de los sistemas de Dosificación. Fuente: (Industrias Ailén S.R.L., 2009)**

### **1.3.2. Normativa legal para productos envasados**

La normativa internacionalmente aplicada para el control de los envases se centra en garantizar que los paquetes contienen, en promedio, al menos el peso estipulado comercialmente. El envasado de productos con cantidad nominal prefijada y constante, en peso o volumen, debe centrarse el contenido objetivo de producción en dicha cantidad nominal procurando que la variabilidad del proceso sea la mínima posible. Teniendo en cuenta que el sobrellenado no es rentable para la compañía y el infrallenado no es permitido legalmente (García-Díaz, 2001).

Los estados miembros del Espacio Económico Europeo (EEE) implementaron las Directivas 75/106/CEE del 19 de Diciembre de 1974 y 76/211/CEE del 20 de Enero de 1976 en sus regulaciones nacionales para tratar con los requisitos de marcado y volumen de los productos envasados. Con el tiempo, estas directrices han sido modificadas por la Directiva 2007/45/CEE del 5 de septiembre de 2007, la cual revocó la Directiva 75/106/CEE y modificó la Directiva 76/211/CEE.

En España, el contenido efectivo de los productos alimenticios envasados fue regulado por el Real Decreto Español 2506/1983 el cual contemplaba los errores máximos tolerados en el contenido de los envases y la definición de un método de referencia para su control. El objetivo de la norma era garantizar el valor del contenido nominal de los envases mediante el control ejercido por el propio fabricante o envasador. Como consecuencia de armonizar dicha normativa a las Directivas Comunitarias de la Unión Europea 75/106/CEE, 76/211/CEE, 78/891/CEE, 79/1005/CEE y 2007/45/CEE se aprobó, mediante el Real Decreto Español 723/1988 de 24 de junio de 1988, la normativa general para el control del contenido efectivo de los productos alimenticios envasados. Posteriormente, se estableció el Real Decreto Español 1801/2008 por el cual se procede a la refundición de las normas existentes (incluyendo el control metrológico del estado de los equipos utilizados para el control de contenido). A tal efecto, las directivas que en su día se incorporaron al Real Decreto 723/1988 se contienen ahora en el Real Decreto 1801/2008.

El Real Decreto 1801/2008 es de obligatorio cumplimiento en fábricas, plantas de envasado e importadores de productos alimenticios. En cuanto a las capacidades de los envases regulados por dicha norma se aplica a envases cuyo contenido sea igual o superior a 5 gramos o 5 mililitros e inferiores o iguales a 10 kilogramos o 10 litros.

El objeto del Real Decreto 1801/2008 es fijar las tolerancias, los errores máximos permitidos, regular el sometimiento al control metrológico del estado de los equipos utilizados para el control de contenido y establecer las modalidades de control estadístico del contenido de los productos alimenticios envasados. A continuación presentamos algunos conceptos y definiciones de la

norma que nos ayudaran a comprender el lenguaje técnico utilizado en el presente documento.

- **Envase o Paquete:** Unidad formada por el envase propiamente dicho y su contenido, de forma que la cantidad de producto que contiene no pueda variarse sin que el envase sufra una apertura o modificación perceptible.
- **Valor nominal (masa nominal o volumen nominal).** Es la masa o volumen de producto marcado en el etiquetado del envase; es decir, la cantidad de producto que se estima debe contener el envase.
- **Contenido efectivo:** Es la cantidad (masa o volumen) de producto que contiene realmente el envase.
- **El error por defecto en un envase** es la diferencia en menos del contenido efectivo respecto al valor nominal.
- **El error máximo por defecto tolerado en un envase** es la cantidad máxima que puede diferir en menos del valor nominal.
- **El contenido mínimo tolerado en un envase** es el obtenido restando al valor nominal del envase el error máximo por tolerado.
- **Envase deficiente** es aquel cuyo contenido efectivo es inferior al contenido mínimo tolerado.
- **Lote:** Conjunto de envases de iguales valores nominales, modelo y fabricación, llenado en el mismo lugar y que son objeto de control. Cuando el control se realiza al final de la cadena de envasado, el tamaño del lote es igual a la producción horaria máxima de aquella. En otros casos, el tamaño se limita 10000 envases.
- **Control no destructivo:** Control que no entraña la apertura del envase.
- **Control destructivo:** Control que supone la apertura o destrucción del envase.

La normativa estipula que el envasado deberá realizarse de tal forma que permita cumplir con los siguientes tres requisitos para un lote determinado:

- **Condición 1 (C1):** La media del contenido efectivo de los envases no debe ser inferior al valor nominal.
- **Condición 2 (C2):** La proporción de envases con un error negativo por defecto superior al máximo tolerado sea lo suficientemente pequeña (alrededor del 2.5%) para que permita a los lotes satisfacer los controles estadísticos especificados en la norma previamente citada.
- **Condición 3 (C3):** Ningún envase deber tener un error negativo por defecto superior al doble del error negativo máximo por defecto tolerado.

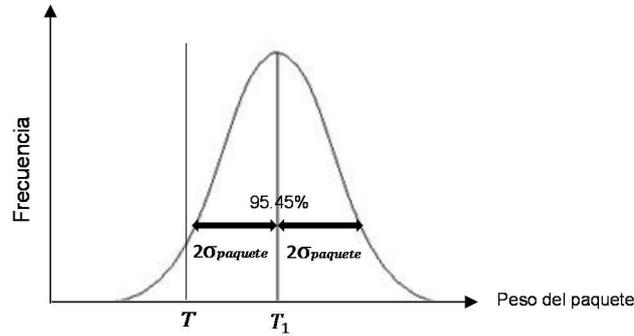
Los controles que los envasadores e importadores llevan a cabo necesitan ser suficientemente rigurosos para garantizar que los paquetes envasados cumplen con las condiciones estipuladas por las regulaciones. Asimismo, la norma marca para el error negativo máximo por defecto tolerado en el contenido de un envase las cantidades que aparecen en la tabla 1.1.

**Tabla 1.1. Valores de error máximo por defecto tolerado en un envase**

Cantidad Nominal en gramos o en litros	Errores negativos máximos por defecto tolerados			
	Masa		Volumen	
	% Cantidad Nominal	En gramos	% Cantidad Nominal	En mililitros
De 5 a 50	9.0	-	9.0	-
De 51 a 100	-	4.5	-	4.5
De 101 a 200	4.5	-	4.5	-
De 201 a 300	-	9.0	-	9.0
De 301 a 500	3.0	-	3.0	-
De 501 a 1000	-	15	-	15
De 1001 a 10000	1.5	-	1.5	-

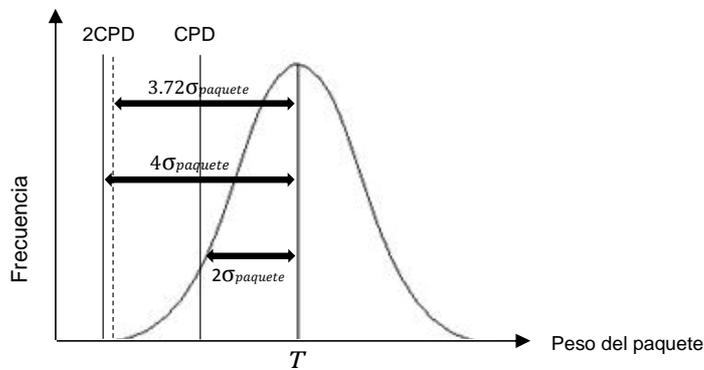
Así por ejemplo, para el control de una planta envasadora de frutos secos el error negativo máximo por defecto tolerado es de 9 gramos para un envase de 250 gramos. Por lo que no será aceptado ningún lote que presente algún envase cuyo contenido efectivo sea inferior a 232 gramos (García-Díaz, 2001). Esto implica, en términos generales, que el sistema de envasado o dosificación implantados por los envasadores debería tener un eficiente test de referencia para controlar la cantidad promedio y la proporción de paquetes con pesos por debajo del error máximo tolerable.

En la práctica, el cumplimiento de la normativa dependerá directamente de la desviación estar del proceso de envasado o lo que es igual, la desviación estándar de los paquetes producidos ( $\sigma_{paquete}$ ). Tradicionalmente, las industrias de envasado preocupadas por cumplir la normativa establecen un nuevo peso objetivo ( $T_1$ ) a envasar. Este nuevo peso objetivo  $T_1$  es comúnmente colocado a una distancia de  $2\sigma_{paquete}$  por encima del peso objetivo de etiqueta ( $T$ ). Esto garantizaría que al menos el 95% de los paquetes producidos (cuyos pesos se esperaría siguieran una distribución normal) contienen como mínimo el peso objetivo de etiqueta, como se muestra en la figura 1.2.



**Figura 1.2. Distribución de frecuencia normal que representa el peso del paquete cuyo contenido efectivo mínimo es al menos su peso objetivo  $T$  con un nivel de confianza del 95%**

Adicionalmente, las regulaciones establecen que, para el caso especial de productos que son “difícil de envasar”, el error negativo máximo tolerado es de dos veces la desviación estándar del proceso  $\sigma_{paquete}$  (a este error la llamaremos CPD). En este sentido, para cumplir con la normativa y asegurar que al menos el 97.5% de los envases se encuentran dentro del rango estipulado por las regulaciones, las compañías deben garantizar que  $\sigma_{paquete}$  sea menor o igual a la mitad del CPD. De esta manera, se asegura que aproximadamente el 2.5% de la producción estará entre el CPD y  $2\text{CPD}$  como puede verse en la figura 1.3. Lo anterior, garantiza el cumplimiento de las tres condiciones para un lote específico. En los casos en los que  $\sigma_{paquete}$  sea mayor a la mitad del valor del CPD las compañías deberán tomar las acciones pertinentes para garantizar que cada una de las tres condiciones sea satisfecha.



**Figura 1.3. Distribución de frecuencia normal aplica al control del peso del paquete en productos “difícil de envasar”**

De esta forma, se tiene en cuenta que la variación en el contenido de los paquetes es inherente al proceso, por lo tanto, las regulaciones pretenden definir las tolerancias aceptables para esa variación, pretendiendo que los consumidores sean protegidos contra bajos pesos mientras los productores sean protegidos contra la competición desleal. Así, una proporción de paquete puede estar por debajo de su peso de etiqueta, pero solo en una indicada tolerancia.

Los envasadores e importadores de paquetes de mercancía vendidos en Europa tienen la obligación de llevar a cabo chequeos suficientemente rigurosos para garantizar que cada una de las reglas o condiciones se cumplen. Esto significa que deben establecer un sistema de dosificación en el que: se controle el proceso de producción, se establezcan efectivos planes de muestro y chequeo, se utilicen equipos apropiados para el chequeo, se capacite al personal relacionado con la producción de paquetes y se mantengan registros apropiados.

En los envasados, es evidente que el sobrepeso es aceptable dentro de las regulaciones, pero es incuestionable que esto afecta las ganancias de los envasadores en términos de pérdida de producto y aumento de los gastos de transporte. Por lo tanto, los envasadores que exportan a Europa pueden usar cualquier procedimiento de control de calidad y chequeo que consideren conveniente, siempre y cuando sean lo suficientemente robustos para cumplir las condiciones reglamentarias. Esto puede ser una tarea difícil cuando los componentes individuales de los paquetes varían considerablemente en peso. Claramente cualquier sistema de dosificación optimizado para asegurar constantemente pesos de paquetes más cercanos en su peso objetivo y un sobrepeso mínimo trae beneficios significativos.

### **1.3.3. Pesadoras multicabezales**

Las pesadoras multicabezales o pesadoras de combinación automática son una parte importante en las modernas líneas de envasado en donde se requiere un peso de producto  $W$  con una estrecha tolerancia a su peso objetivo  $T$ . Desde su primera aparición en el mercado en los años setenta, las pesadoras multicabezales han mejorado continuamente para satisfacer las necesidades del mercado y los gustos de los consumidores. Hoy en día, estas máquinas son ampliamente utilizadas para la dosificación de muchos tipos de productos y tienen una extensa gama de aplicaciones en la industria alimentaria. Por ejemplo, para el envasado de pastas, granos de café, cereales, snacks, caramelos, verduras e incluso para envasar trozos de aves y carne de res. Sus aplicaciones abarcan también el envasado de artículos no alimentarios, por ejemplo, clips, clavos, tornillos y una variedad de otros artículos de hardware pequeños (Beretta et al., 2016; del Castillo et al., 2016). Entre los fabricantes de pesadoras multicabezales, el que tiene la posición de

líder mundial cuenta con alrededor de 31000 pesadoras instaladas en todo el mundo. Figura 1.4. muestra una imagen de la pesadora Multicabezal radial.



Figura 1.4. Pesadora Multicabezal radial

Las pesadoras multicabezales utilizan técnicas de pesaje combinatorio que hacen posible obtener pesos más cercanos al peso objetivo o valor nominal que con las técnicas convencionales de pesaje. El sistema de pesaje combinatorio se compone principalmente de un sistema de alimentadores, un conjunto  $H$  de tolvas de alimentación (Pool hoppers), un conjunto  $H$  de tolvas de pesaje y un conducto de descarga a una máquina de envasado. A continuación se presenta una descripción de cada componente.

- **Sistema de alimentadores.** Está compuesto por un conjunto  $H$  de alimentadores radiales (canales vibratorios). Estos son normalmente en forma de cinta; la cinta se controla para depositar una fracción del peso objetivo en las tolvas de alimentación (Pool hoppers) ubicadas encima de las tolvas de pesaje.
- **Tolvas de alimentación.** Las tolvas de alimentación actúa como un almacén intermedio para contener el producto del sistema de alimentación mientras que la tolva de pesaje, del siguiente nivel, se está estabilizando. El sistema de pesaje debe tener producto inactivo para asegurar resultados precisos en el pesaje. Si las tolvas de alimentación no estuviesen presentes sería necesario emplear más tolvas de pesaje para alcanzar los mismos niveles de rendimiento. Además, otros métodos también tendrían

que ser utilizado para asegurar que el producto no sea introducido en la tolva de pesaje, ya sea durante el tiempo de estabilización o inmediatamente antes de una descarga de producto a la máquina de envasado.

- **Tolvas de pesaje.** Estas tolvas están soportadas por un transductor de peso adecuado. Los datos de los pesos se alimenta a un sistema electrónico u ordenador incorporado en la máquina que combina todos los pesos en las tolvas de pesaje y determina qué tolvas deben descargarse a la máquina de envasado. El uso de múltiples tolvas de pesaje hace posible lograr una alta precisión y velocidad, mientras que se reduce considerablemente la variabilidad en el producto envasado.
- **Conducto de descarga.** Este conducto facilita el correcto flujo del producto descargado de las tolvas de pesaje a la máquina de envasado. Está diseñado especialmente para evitar atascos o adherencia de producto a las paredes del canal.

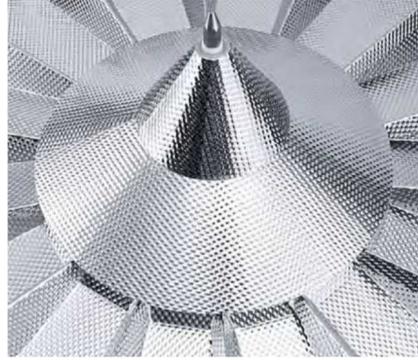
Durante el proceso de envasado, el producto se alimenta continuamente a las  $H$  tolvas de alimentación través de un tolva de alimentación principal (ubicada en la parte superior de la maquina), un alimentador de dispersión central (usualmente un cono vibratorio) y los  $H$  alimentadores radiales (canales vibratorios).

La tolva de alimentación principal está formada por una rampa de entrada cónica, situada en el centro de la máquina, que guía el producto desde el dispositivo de suministro al centro del alimentador de dispersión central.

El alimentador de dispersión central se compone de una placa vibratoria (o rotatoria) equipada con células de carga para mantener constante el flujo de producto y garantizar la distribución óptima de producto a los alimentadores radiales. Teniendo en cuenta que los alimentadores radiales son independientes, el operador de la maquina puede elegir un caudal diferente de producto para cada uno de ellos. La figura 1.5 presenta los compones principales de un sistema de pesaje combinatorio.



Rampa de entrada cónica



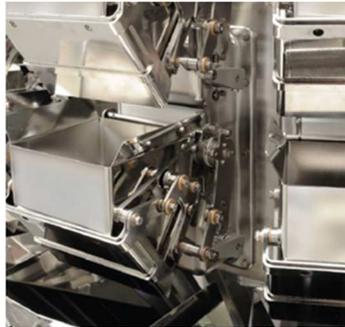
Alimentador de dispersión central



Canales vibratorios



Tolva de alimentación



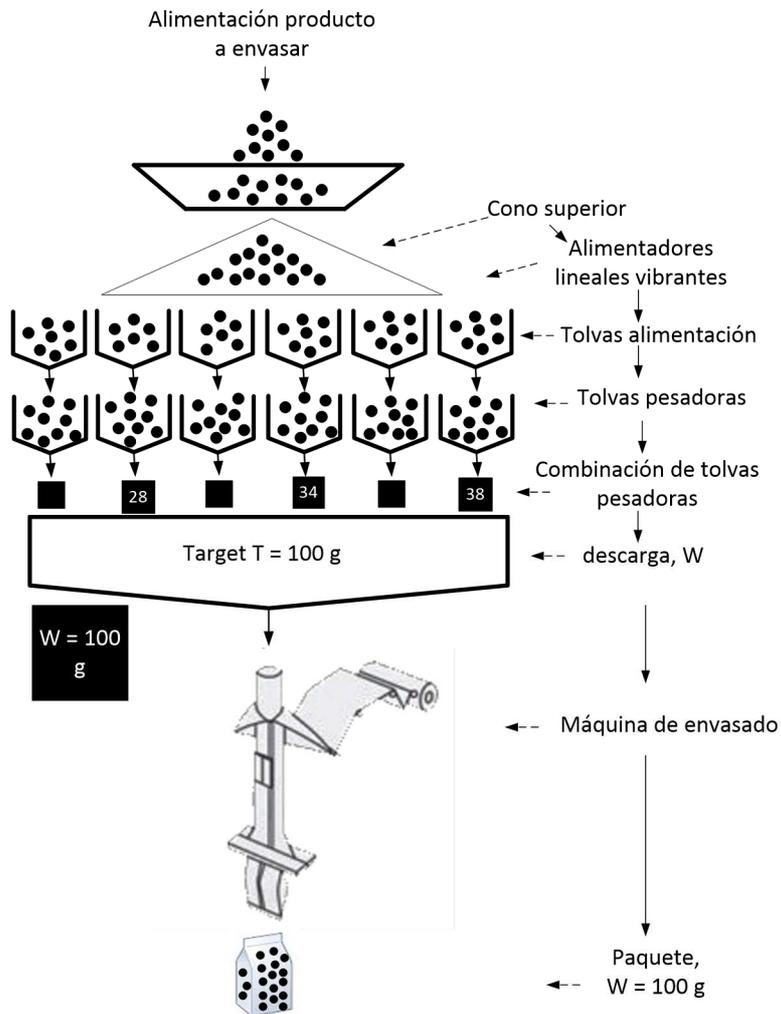
Tolva de pesaje



Conducto de descarga

**Figura 1.5. Componentes principales de un sistema de pesaje combinatorio**

En la figura 1.6 encontramos un esquema de la pesadora de combinación automática radial junto con sus componentes básicos.



**Figura 1.6. Esquema de la pesadora de combinación automática junto con sus componentes básicos. Disposición de los alimentadores y tolvas de una pesadora multicabezal radial**

Al emplear los sistemas de la máquina un requisito fundamental es que las lecturas de peso sean iguales cero antes de iniciar la producción (esto es normalmente un proceso manual). Sin embargo, cuando la máquina está funcionando, pequeñas partículas de producto pueden acumularse en las

tolvas de pesaje. Para esto, un sistema automático de tara es empleado para ajustar automáticamente las lecturas de peso a cero en las tolvas vacías justo después de que se hayan descargado. La máquina tiene normalmente una configuración para controlar la frecuencia con que se utiliza este ajuste, por lo tanto, la frecuencia dependerá del producto y la velocidad de la producción.

El rendimiento de las pesadoras multicabezales varía de un modelo a otro, y también entre los fabricantes. El rendimiento de la medición en este tipo de máquinas tiene dos parámetros principales; la exactitud del pesaje y el rendimiento (throughput). En general, hay una compensación entre estos dos parámetros debido a que cuanto mayor sea el número de productos envasados por unidad de tiempo, la exactitud en el pesaje puede verse afectada. Además, la única forma práctica de evaluar el verdadero rendimiento de la máquina es mediante la realización de pruebas con el producto real.

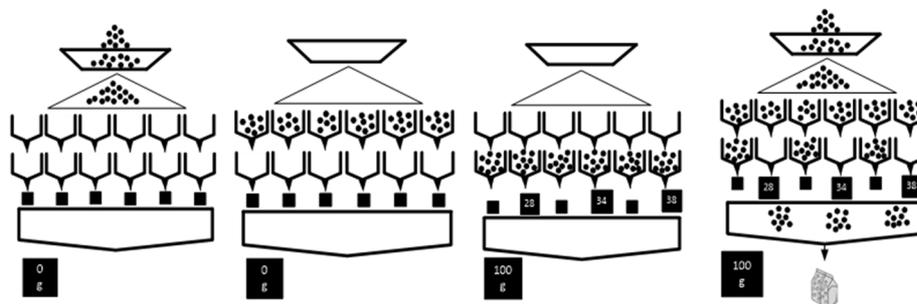
En cuanto a la calibración de una pesadora multicabezal podemos decir que es bastante sencillo, ya que se basa en pesos estándar o de referencia, los cuales se suministran manualmente o automáticamente en cada tolva de pesaje en el sistema de pesaje. Normalmente, una máquina va a ser verificada cada mes a pesar de que, con los avances tecnológicos, los cambios en el sistema de medición se ven sólo ocasionalmente.

### **1.3.3.1. Operación de envasado en pesadoras multicabezales**

Para ilustrar con más detalle el proceso de pesaje multicabezal vamos a tener en cuenta la disposición de  $n$  tolvas de alimentación y  $n$  tolvas de pesaje. La operación de envasado consiste en seleccionar un subconjunto  $H'$  del conjunto  $H$  de las  $n$  tolvas de pesaje para producir un paquete de producto. Para ello, una vez el producto es suministrado a la tolva de alimentación principal, el alimentador de dispersión central distribuye el producto a los alimentadores radiales (canales vibratorios). Los canales vibratorios distribuyen producto a cada una de las tolvas de alimentación a través de la línea de alimentación. La línea de alimentación tiene la facultad de aproximar los tiempos de operación estudiando los tiempos de operaciones previas, y así, ajustar la cantidad de producto a liberar a las tolvas. Cuando una cierta cantidad de producto es suministrado a la tolva de alimentación, los alimentadores se detienen y el contenido de las tolvas se traslada a las tolvas de pesaje  $i$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Los productos son pesados y sus valores son transmitidos a un sistema (CPU) el cual calcula todas las combinaciones de pesos posibles. La combinación de pesos mayor o igual al peso objetivo ( $T$ ) son descargados de sus correspondientes tolvas de pesaje, siendo liberados a la máquina de envasado a través de los conductos de descarga. Posteriormente nuevos productos son suministrados en las tolvas vacías y así continua la operación hasta alcanzar la cantidad de producción ( $Q$ ) deseada. Acorde a nuestra experiencia, pesadoras

de combinación automática están habilitados para producir entre 50 y 250 paquetes por minuto, dependiendo de la configuración concreta de la máquina.

La Figura 1.7 muestra un ejemplo del proceso de envasado para un peso objetivo  $T = 100$  g.



**Figura 1.7. Ejemplo del proceso de envasado para un peso objetivo  $T = 100$  g. en una pesadora multicabezal radial**

El cardinal del subconjunto  $H'$  dependerá del número de tolvas de pasaje combinadas ( $k$ ) en cada operación de envasado, por lo que  $|H'| = k$ . De hecho, Imahori et al. (2011), resalta que cuando se busca minimizar la diferencia entre los pesos combinados en  $k$  tolvas y el peso objetivo del paquete  $T$ , esto, es equivalente al problema combinatorio de la suma de subconjuntos NP-completo (Garey y Johnson, 1979) cuando  $k$  no es previamente fijado como constante.

Como ya se ha mencionado, este tipo de máquinas busca una combinación de pesos que sea mayor o igual al peso objetivo  $T$ . Esto, centra la atención en buscar combinaciones que minimicen el sobre peso en el paquete. La solución a este problema de selección de pesos en las tolvas de pesaje es similar a la solución del problema de optimización combinatorio que se conoce como el problema de la mochila.

El problema de la mochila modela una situación hipotética en la que de un conjunto de  $n$  elementos disponibles, se debe introducir un subconjunto a una mochila con capacidad limitada ( $CL$ ). Cada elemento posee un valor de ponderación positivo  $u_i$  y un peso positivo  $b_i$ . La suma de los pesos  $b_i$  de todos los elementos sobrepasa la capacidad de la mochila, por lo que, para maximizar el beneficio, se deben seleccionar aquellos elementos que maximicen la ponderación total. La definición formal al problema de la mochila se plantea de la siguiente manera:

$$\text{Maximizar } \sum_{i=1}^n u_i b_i \quad (1.1)$$

$$\text{Sujeta a } \sum_{i=1}^n y_i b_i \leq CL, \quad y_i \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, n. \quad (1.2)$$

Análogo al problema de envasado, este problema es NP-completo cuando el número de elementos a seleccionar tiende a infinito. No obstante, es importante aclarar que en los procesos de envasado las pesadoras multicabezales son generalmente diseñadas para contener entre 8 y 16 de tolvas de pesaje, aunque en algunos casos pueden contener hasta 48 tolvas. Además, los pesos en las tolvas tiene la misma importancia de ser seleccionados.

En la presente tesis doctoral, las estrategias propuestas para optimizar el proceso de envasado en pesadoras multicabezales se centran en buscar combinaciones de pesos que minimicen la diferencia, en valor absoluto, entre el contenido efectivo del paquete y su peso objetivo. Es decir, que el peso final del paquete  $W$  puede ser inferior o superior a su peso objetivo  $T$  ( $W \leq T$  ó  $W \geq T$ ). Estas estrategias son presentadas en el Capítulo 3.

### 1.3.3.2. Número de combinaciones

El número de tolvas de pesaje combinadas ( $k$ ) se convierte en un factor primordial en la eficiencia de la operación de envasado. Lo anterior, teniendo en cuenta que el número total de posibles combinaciones ( $C_t$ ) alcanza su mayor valor cuando son combinados el valor medio del total de tolvas de pesaje ( $n$ ). Por ejemplo, para un  $n = 16$ , un  $k = 8$  ofrecería el mayor número de combinaciones posibles (ver tabla 1.2).

Para poder calcular las posibles combinaciones de  $k$  pesos o tolvas de pesaje, utilizaremos la siguiente ecuación:

$$C_t = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad (1.3)$$

Como ejemplo, la tabla 1.2 resume los valores obtenidos para  $C_t$  en pesadoras multicabezales con 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24 y 32 tolvas totales.

**Tabla 1.2. Número total de combinaciones ( $C_i$ ) en pesadoras multicabezales con un número total de tolvas de pesaje ( $n$ ) de: 8, 10, 12, 14, 16, 24 y 32**

Número de tolvas Combinadas $k$	Número Total de Combinaciones ( $C_i$ )						
	$n = 8$	$n = 10$	$n = 12$	$n = 14$	$n = 16$	$n = 24$	$n = 32$
2	28	45	66	91	120	276	496
3	56	120	220	364	560	2024	4960
4	70	210	495	1001	1820	10626	35960
5	56	252	792	2002	4368	42504	201376
6	28	210	924	3003	8008	134596	906192
7	8	120	792	3432	11440	346104	3365856
8		45	495	3003	12870	735471	10518300
9		10	220	2002	11440	1307504	28048800
10			66	1001	8008	1961256	64512240
11			12	364	4368	2496144	129024480
12				91	1820	2704156	225792840
13				14	560	2496144	347373600
14					120	1961256	471435600
15					16	1307504	565722720
16						735471	601080390
17						346104	565722720
18						134596	471435600
19						42504	347373600
20						10626	225792840
21						2024	129024480
22						276	64512240
23						24	28048800
24							10518300
25							3365856
26							906192
27							201376
28							35960
29							4960
30							496
31							32

**1.3.3.3. Peso objetivo y variabilidad**

Como se ha recalcado en secciones anteriores, en un proceso de pesaje multicabezal el peso de un paquete es el resultado de la suma de los pesos contenidos en un conjunto de  $k$  tolvas de pesaje, seleccionadas para formar el producto final.

En el enfoque que proponemos para mejorar el proceso (como veremos en el capítulo 3), buscamos la suma de pesos en  $k$  tolvas que minimicen la diferencia en valor absoluto entre el contenido efectivo del paquete y su peso objetivo.

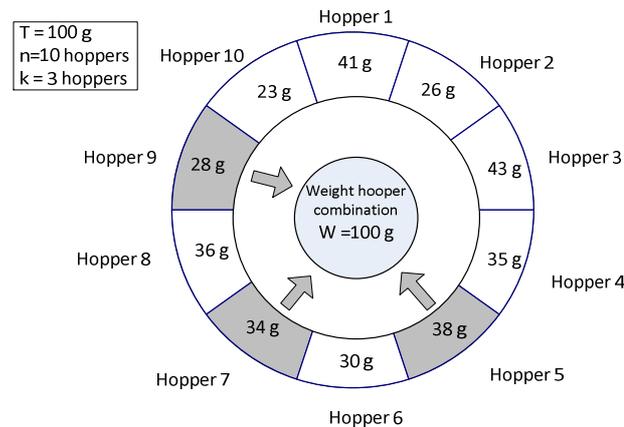
En la presente investigación doctoral, asumiremos también que durante el proceso los pesos en cada tolva de pesaje se distribuyen normalmente (este hecho ha sido demostrado por Beretta y Semeraro, (2012)). Particularmente, si

todas las tolvas son llenadas con producto con una distribución normal  $N(\mu, \sigma)$  y las  $k$  tolvas son seleccionadas aleatoriamente en cada operación de envasado, entonces el peso de cada paquete (alrededor del peso objetivo ( $T$ )) seguirá una distribución normal  $N(k\mu, \sqrt{k}\sigma)$ , por lo tanto, esperaríamos que el peso promedio del paquete  $k\mu$  sea igual al peso objetivo ( $T$ ). Adicionalmente, observamos que el valor de  $\sqrt{k}\sigma$  (Desviación estándar del paquete si las tolvas son seleccionadas aleatoriamente) es considerado un índice de calidad en el proceso de envasado.

Sin embargo, en nuestro enfoque el subconjunto de tolvas que se descargan  $H'$ , siendo  $|H'| = k$ , en realidad no es seleccionado al azar si no de una manera inducida, por lo general de forma que el peso final del paquete ( $W$ ) esté tan cerca (por encima o por debajo) del peso objetivo  $T$  como sea posible.

Por ejemplo, consideremos  $X_i, (i = 1, 2, \dots, n)$  como los pesos contenidos en las diferentes  $n$  tolvas de pesaje y  $\sum_{i \in H'} X_i$  los pesos que ofrecen la combinación óptima. Entonces, el valor del peso final ( $W$ ) igual o más cercano al peso objetivo ( $T$ ) del producto envasado estará dado por la suma de los pesos que ofrecen la combinación óptima, como sigue:  $W = \sum_{i \in H'} X_i$ . Por lo anterior,  $\sigma_{paquete}^2(N(\mu, \sigma)) = VAR(\sum_{i \in H'} X_i)$  sería la verdadera variabilidad del peso del paquete cuando usamos el procedimiento de pesaje combinatorio. Acorde a lo anterior, asumimos que  $X_i < T \leq \sum_{i=1}^n X_i, i \in \{1, \dots, n\}$ . Desarrollo de esto también ha sido presentado por *Salicrú et al (1996)* y *Barreiro et al (1998)*.

La Figura 1.8 muestra un ejemplo claro de la manera como se selecciona el peso final en máquinas multicabezales radiales con 10 tolvas de pesaje para un peso objetivo de  $T = 100$  g.



**Figura 1.8. Ejemplo visual en la selección del peso final del paquete en máquinas multicabezales con 10 tolvas de pesaje para un peso objetivo de  $T = 100$  g.**

### 1.3.4. Estado del arte

Las referencias científicas en el campo del pesaje multicabezal son escasas. Básicamente se dispone de documentos de conferencias, patentes y documentación comercial de fabricantes de este tipo de máquina. Con estas restricciones, en esta sección se presenta un estado del arte de investigaciones que han contribuido a mejorar el proceso de pesaje multicabezal. Algunos autores han estudiado la posibilidad de mejorar el desempeño de los procesos de envasado mediante la aplicación de técnicas de análisis y optimización.

En 1996, Salicrú et al., estudia la ganancia en la reducción de la variabilidad en procesos de envasado con el objetivo de ventas a pesos nominales o pesos objetivos constantes. Salicrú et al. (1996), obtiene el valor de los índices de reducción de variabilidad ( $RV$ ) en términos porcentuales para paquetes formados por un número fijo de piezas (por ejemplo, envasado de tornillos, producto en el que siempre suministramos la misma cantidad de piezas en cada tolva de pesaje o el mismo peso en cada tolva de pesaje). El índice de reducción de variabilidad ( $RV$ ) compara la variabilidad del peso final del paquete ( $W$ ) cuando la elección de las  $k$  tolvas de pesaje es hecha aleatoriamente versus la estrategia de pesaje combinatorio multicabezal en donde las  $k$  tolvas de pesaje son seleccionadas buscando que el peso final ( $W$ ) sea el más cercano (por encima o por debajo) al peso objetivo ( $T$ ). Salicrú et al, evalúa la estrategia o algoritmo de pesaje combinatorio para dos casos específicos: En el primero, el peso de las piezas en tolva siguen una distribución normal  $N(\mu, \sigma)$  y en el segundo, el peso de las piezas en tolva siguen una distribución norma truncada  $N(\mu, \sigma; A, B)$ . Donde A y B son los valores que delimitan a la izquierda y a la derecha la distribución de los pesos en tolva. En ambos casos, la estrategia de pesaje combinatorio sigue el siguiente algoritmo:

- **Paso 1.** Se cargan las  $n$  tolvas de pesaje con piezas.
- **Paso 2.** Los pesos de las piezas en cada tolva de pesaje son capturados en una computadora.
- **Paso 3.** Todas las posibles combinaciones de  $k$  pesos son considerados y el más cercano al valor nominal o peso objetivo es elegido.
- **Paso 4.** Se envasa la combinación óptima, se cargan las tolvas vacías con nuevas piezas y se repite el proceso hasta finalizar el envasado.

De esta manera, el cálculo del  $RV$  está definido para la siguiente expresión:

$$RV = \frac{\sigma_{estrategia} (N(k\mu, \sqrt{k}\sigma))}{\sqrt{k}\sigma} \quad (1.4)$$

Hay que tener en cuenta que:

- Si  $RV < 1$ : Hay una reducción en la variabilidad debida a la estrategia propuesta.
- Si  $RV = 1$ : No hay reducción de la variabilidad debido a la estrategia propuesta.
- Si  $RV > 1$ : Hay un incremento en la variabilidad debida a la estrategia propuesta.

Así, podemos calcular el porcentaje de reducción de la variabilidad en el proceso de envasado usando:  $(1 - RV) \cdot 100$ . Adicionalmente, la investigación presenta una función aproximada que relaciona el índice  $RV$  con el número de tolvas de pesaje ( $n$ ) y el número de piezas que forman el envase ( $P$ ), así:

$$RV = \frac{0.0449(n-P)+1.7818}{n-P+1.9861} \quad (1.5)$$

Otra contribución de Salicrú et al. (1996), es considerar que durante el proceso de envasado existe la posibilidad de que el tamaño de las piezas a envasar sea muy dispar. En estos casos, cuando la variabilidad del proceso es grande, a veces, es conveniente envasar las piezas grandes y las piezas pequeñas separadamente con la finalidad de obtener el peso deseado. Para alcanzar el peso objetivo de venta, es necesario establecer el criterio para clasificar las piezas. Para ello, se consideró como piezas grandes aquellas cuyo peso sobrepase el valor medio de producción  $\mu$ . En la definición del objetivo de envasado uno (Obj1) y objetivo de envasado dos (Obj2) se utilizan criterios probabilísticos que resultan de considerar la siguiente condición:

$$\left\{ \begin{array}{l} Obj1 = E \left[ \frac{P}{P} < k\mu \right] \\ Obj2 = E \left[ \frac{P}{P} > k\mu \right] \end{array} \right\} \quad (1.6)$$

Aquí,  $P$  es el peso que resulta de la suma de la distribución normal truncada con los parámetro  $\mu$  y  $\sigma$ . Con este criterio, los objetivos de envasado serán:

$$\left\{ \begin{array}{l} Obj1 = k\mu + \frac{f(-\infty)-f(0)}{F(0)-F(-\infty)} \sqrt{k}\sigma = k\mu - 0.7979\sqrt{k}\sigma \\ Obj2 = k\mu + \frac{f(0)-f(+\infty)}{F(+\infty)-F(0)} \sqrt{k}\sigma = k\mu + 0.7979\sqrt{k}\sigma \end{array} \right\} \quad (1.7)$$

Siendo  $f(\cdot)$  y  $F(\cdot)$  las funciones de densidad y distribución que corresponden a una variable que sigue una distribución normal  $N(0, 1)$ . Como estrategia de envasado para el caso de doble objetivo, tenemos:

- **Paso 1.** Se cargan las tolvas de pasaje con piezas.

- **Paso 2.** Los pesos de las piezas en cada tolva de pesaje son capturados en una computadora.
- **Paso 3.** Todas las posibles combinaciones de peso con  $k$  piezas pequeñas (grandes) son considerados y el más cercano al Obj1 (Obj2) es elegido.
- **Paso 4.** Se envasa la combinación óptima, se cargan las tolvas vacías y se repite el proceso hasta finalizar el envasado.

De este modo, el índice de reducción de la variabilidad relacionado con el objetivo en el valor medio de producción se reduce a:

$$RV_{piezas\ clasificadas} = \frac{\sigma_{estrategia(N(0,1))_{piezas\ clasificadas}}}{\sqrt{k}} \quad (1.8)$$

Asimismo, considerando una distribución normal truncada en A y B, la varianza se expresa como:

$$VAR\left(\frac{X}{A} < X < B\right) = \left\{ 1 + \frac{\left(\frac{A-\mu}{\sigma}\right)f\left(\frac{A-\mu}{\sigma}\right) - \left(\frac{B-\mu}{\sigma}\right)f\left(\frac{B-\mu}{\sigma}\right)}{F\left(\frac{B-\mu}{\sigma}\right) - F\left(\frac{A-\mu}{\sigma}\right)} - \left[ \frac{\left(\frac{A-\mu}{\sigma}\right)f\left(\frac{A-\mu}{\sigma}\right) - \left(\frac{B-\mu}{\sigma}\right)f\left(\frac{B-\mu}{\sigma}\right)}{F\left(\frac{B-\mu}{\sigma}\right) - F\left(\frac{A-\mu}{\sigma}\right)} \right]^2 \right\} \sigma^2 \quad (1.9)$$

Entonces el índice de reducción de la variabilidad relacionado con el envasado aleatorio una vez las piezas han sido clasificadas por su tamaño es:

$$RV_{piezas\ clasificadas} = \frac{\sigma_{estrategia(N(0,1))_{piezas\ clasificadas}}}{0.6028\sqrt{k}} \quad (1.10)$$

Los resultados de la investigación muestran la reducción de la variabilidad obtenida con la estrategia de pesaje combinatorio en cada caso considerado y es comparada con los valores de la variabilidad si el proceso de envasado se hubiere llevado acabo aleatoriamente. Además, los autores concluyen que el índice de reducción de la variabilidad ( $RV$ ) se comporta diferente dependiendo del número de piezas utilizadas para formar el envase. Si los envases están formados por dos piezas las tolvas se bloquean durante largos periodos de tiempo debido a la dificultad para combinar valores extremos. En cambio, si el envase está formado por más de dos piezas, la combinación de estos valores resulta más sencilla, bloqueándose dichas tolvas con menos frecuencia.

En Barreiro et al. (1998), al igual que Salicrú et al. (1996), se estudia la ganancia en la reducción de la variabilidad en procesos de envasado en los que se utilizan procedimientos multipesaje con el objetivo de ventas a pesos nominales o pesos objetivos constantes. Acorde a esto, Barreiro et al. proponen un algoritmo de pesaje combinatorio que favorece el envasado de unidades próximas al peso objetivo en procesos de envasado de paquetes

formados por un número variable de piezas. Para este caso, los autores consideran que el peso de las piezas en tolva sigue una distribución normal  $N(\mu, \sigma)$  y una distribución normal truncada  $N(\mu, \sigma; A, B)$ , al igual que Salicrú et al (1996). El valor peso objetivo de producción es  $ks\mu$ , siendo  $k$  el número de tolvas de pesaje cuyo contenido se envasará y  $s$  el número de piezas que formaran la unidad a envasar. Al considerar la elección aleatoria de  $ks$  piezas durante el proceso de envasado; la media y la desviación típica cuando el peso de las piezas sigue una distribución normal truncada, es:

$$\mu_{tru} = \left\{ 1 + \frac{f\left(\frac{A-\mu}{\sigma}\right) - f\left(\frac{B-\mu}{\sigma}\right)}{F\left(\frac{A-\mu}{\sigma}\right) - F\left(\frac{B-\mu}{\sigma}\right)} \sigma \right\} ks \quad (1.11)$$

$$\sigma_{tru} = \left\{ 1 + \frac{\left(\frac{A-\mu}{\sigma}\right) f\left(\frac{A-\mu}{\sigma}\right) - \left(\frac{B-\mu}{\sigma}\right) f\left(\frac{B-\mu}{\sigma}\right)}{F\left(\frac{A-\mu}{\sigma}\right) - F\left(\frac{B-\mu}{\sigma}\right)} - \left[ \frac{f\left(\frac{A-\mu}{\sigma}\right) - f\left(\frac{B-\mu}{\sigma}\right)}{F\left(\frac{A-\mu}{\sigma}\right) - F\left(\frac{B-\mu}{\sigma}\right)} \right]^2 \right\}^{1/2} \sqrt{ks} \sigma \quad (1.12)$$

Siendo  $f(\cdot)$  y  $F(\cdot)$  la funciones de densidad y de la probabilidad de distribución que corresponden a una distribución normal  $N(0,1)$ .

Como estrategia durante el envasado, el número de piezas suministradas es distinto para tres diferentes subgrupos de tolvas y el número de piezas en cada subgrupo dependerá solamente del número medio de piezas requeridas en el paquete final. Para este caso, la estrategia de envasado sigue el algoritmo a continuación:

- **Paso 1.** Se carga los primeros  $n_1$  tolvas con  $s-1$  piezas,  $s$  piezas en los siguientes  $n_2$  tolvas y  $s+1$  piezas el resto de tolvas de pesaje.
- **Paso 2.** Se capturan los pesos de cada uno de las tolvas de pesaje y se considera la combinación más próxima al valor objetivo  $ks\mu$ .
- **Paso 3.** Se envasa la combinación óptima, se cargan tolvas de pesaje vacías y se repite el proceso hasta finalizar el envasado.

Los autores muestran que el índice de reducción de variabilidad ( $RV$ ) asociado a esta estrategia se expresa de la siguiente forma:

$$RV = \frac{\sigma_{estrategia} \left( N\left(1,0; \left(\frac{A-\mu}{\sigma}\right), \left(\frac{B-\mu}{\sigma}\right)\right) \right)}{\sigma_{truc}} \quad (1.13)$$

Así, en esta investigación se comparan los valores obtenidos de los índices de reducción de variabilidad porcentual ( $RV$ ) de la estrategia propuesta (Para diferentes valores de coeficientes de variación en tolva y número de piezas requeridas en el paquete) con el procedimiento de envasado aleatorio. En comparación con Salicrú et al. (1996), los resultados muestran que el  $RV$  es

mal alto en algunos casos cuando se consideran un número de piezas variables en el proceso llenado. Además, los autores concluyen que la manera como se distribuyen el número de tolvas en los diferentes subgrupos no afecta considerablemente la variabilidad del proceso de envasado.

Casi una década después, Keraita y Kim. (2006) va un poco más allá y explica que determinar la duración de operación de un alimentador radial para suministrar una cantidad dada de producto a las tolvas de pesaje es crucial en el rendimiento general del proceso de envasado. Determinar esta duración se vuelve muy difícil en el caso de productos irregulares en volumen o peso específico. Los autores evalúan varios esquemas para determinar la mejor manera para que un alimentador radial aproxime el tiempo de la siguiente operación con el fin de suministrar una cantidad de productos irregulares a la correspondiente tolva de pesaje. En este sentido, se investigó como determinar la duración mediante el análisis de la relación entre los tiempos de operaciones previas y la cantidad de productos entregados usando método de mínimos cuadrados. Los autores resaltan que cualquier proceso de estimación de mínimos cuadrados es medido por el coeficiente de correlación lineal de parámetros que se define en términos de la variación total y la variación explicada. En este sentido se define la variación total de una variable dependiente  $Y$  como sigue:

$$\Delta y_r = \sum_{r=1}^N (y_r - \bar{y})^2 \quad (1.14)$$

Donde  $y_r$  es el valor real medido de  $y$  y  $\bar{y}$  es el valor medio. Por consiguiente, la variación total consta de dos partes:

- La variación explicada,  $\sum_{r=1}^N (\hat{y}_r - \bar{y})^2$
- La variación no explicada,  $\sum_{r=1}^N (y_r - \hat{y}_r)^2$

Aquí,  $\hat{y}_r$  es el valor estimado de  $y$ . Estos términos son usados para indicar el hecho que la desviación  $(\hat{y}_r - \bar{y})$  tiene un parámetro definido, mientras la desviación  $(y_r - \hat{y}_r)$  es aleatoria e impredecible. La definición del coeficiente de correlación lineal está dada por:

$$R^2 = \left[ \frac{\sum_{r=1}^N (\hat{y}_r - \bar{y})^2}{\sum_{r=1}^N (y_r - \hat{y}_r)^2} \right] \quad (1.15)$$

Claramente el término  $R^2$  varía entre 0 y 1. Siendo 0 la no correlación entre las variables dependientes e independientes, mientras que un valor de 1 indica que los valores apareados de las variables dependientes e independientes se encuentran en una línea recta. La mayor desventaja de este método es que supone que los pesos son conocidos con exactitud, lo cual casi nunca pasa en la realidad, por lo que se deben estimar. Por lo tanto, es claro que cuando los pesos son estimados con suficiente precisión mejorará significativamente la

estimación de parámetros. La investigación concluye, a grandes rasgos, que la implementación del método de mínimos cuadrados reduce errores de precisión en comparación con el uso de un tiempo fijo. Aunque los pesos evaluados desde la operación de un alimentador no son la salida final de la pesadora multicabezal, sí indican la precisión que se puede lograr después de la operación de combinación.

En 2007, Keraita y Kim describen un algoritmo de combinación basado en operaciones de bit. La operación de bit se utiliza para asignar un bit o dígito binario a cada peso de la combinación, por lo que si el valor del bit es igual a 1 quiere decir que el peso correspondiente ha sido seleccionado para ser envasado, en otro caso, el bit será igual 0. La investigación propone que durante la operación de envasado, el número total de combinaciones, para seleccionar el peso total de salida deseado, se puede aumentar ampliando las combinaciones de las tolvas de memoria en la pesadora multicabezal para incluir algunas tolvas de pesaje. Por lo tanto, al realizar esta ampliación el número total de combinaciones estaría dado por la siguiente expresión.

$$C_t = \sum_{i=0}^{k/2} {}^n C_{k-i} ({}^{k-i} C_i) \quad (1.16)$$

Se resalta que el método propuesto es simple y ahorra tiempo, ya que solo los elementos a ser considerados para la combinación son generados. El desempeño del algoritmo se evaluó mediante cinco esquemas en el suministro de productos a las tolvas de pesaje, las cuales se dividieron en tres subgrupos en una pesadora de ocho canales. Aunque no se da información de cómo establecer los esquemas, la exactitud de los estos fue comparada de tal manera que se consideraron pesos exactos cuando la diferencia del peso de salida y el peso objetivo fue menor de 1 g. Los autores aseguran que tres o cuatro combinación de tolvas ofrecen los mejores resultados, debido a que se generan el mayor número total de combinaciones. Los resultados de las simulaciones muestran que para suministro desiguales de productos en los canales, los pesos totales son más exactos. El esquema más preciso consiste en el suministro de productos a todas las tolvas de memoria y de pesaje antes de comenzar la operación de combinación, pero esto lleva más tiempo.

Posteriormente, Karuno et al. (2007), introducen el uso de técnicas multicriterio en los sistemas de envasado en pesadoras multicabezales. Los autores explican que en un sistema de envasado un peso  $X_i$  puede permanecer mucho tiempo en su respectiva tolva de pesaje antes de ser descargado y que esto no es conveniente cuando se están envasando un tipo de alimentos frescos. Para evitar esta situación, Karuno et al. (2007) introducen una prioridad  $P_i$  a cada peso  $X_i$  en tolva y formulan un problema para escoger un subconjunto  $H'$  del conjunto  $H$  de pesos en las  $n$  tolvas de pesaje. El problema se formula como un problema de optimización discreta bi-criterio en el cual el primer objetivo es

minimizar  $\sum_{i \in H'} X_i$  cumpliéndose que  $\sum_{i \in H'} X_i \geq T$ . El segundo objetivo busca maximizar  $\sum_{i \in H'} P_i$ . Los autores consideran los valores de los pesos  $X_i$  como enteros. Además, asumen que el peso total ( $W$ ) no debe ser mayor a la suma de pesos en las tolvas, esto es  $W \leq n \cdot X_{max}$ . La formulación formal del problema es planteada de la siguiente forma:

Objetivo 1: Minimizar

$$f(y) = \sum_{i=1}^n X_i y_i \quad (1.17)$$

Objetivo 2: Maximizar

$$g(y) = \sum_{i=1}^n P_i y_i \quad (1.18)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^n X_i y_i \geq T \quad y_i \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, n. \quad (1.19)$$

La investigación propone un tiempo de algoritmo  $O(n^2 X_{max})$  basado en la programación dinámica para obtener una solución no dominada al problema. Además, en la selección de los pesos se plantea una heurística en donde se subordina el objetivo de prioridad al objetivo de peso, es decir, se busca la solución que maximiza la prioridad entre aquellos pesos que reducen al mínimo la distancia al peso objetivo. Los autores resaltan el hecho que el problema de envasado de alimentos en pesadoras multicabezales que se centra en minimizar la diferencia entre el peso final ( $W$ ) y el peso objetivo ( $T$ ) es equivalente al problema combinatorio de la suma de subconjuntos NP-completo (Garey y Johnson, 1979) cuando el número de tolvas a combinar no es fijado previamente. Los resultados confirman que mediante el enfoque propuesto el tiempo de los pesos en tolva pueden ser reducidos.

En Karuno et al. (2010) consideran diseñar algoritmos eficientes para problemas de optimización que surgen en sistemas de envasado en pesadoras multicabezales de doble capa: vertical y diagonal. En el sistema vertical se pueden seleccionar conjuntamente pesos en las tolvas de pesaje y pesos en tolvas de refuerzo (ubicadas debajo de las tolvas de pesaje). En este sistema un peso ubicado en la tolva de pesaje no puede ser descargado sino se descarga el peso en la correspondiente tolva de refuerzo. Sin embargo, es posible descargar únicamente el peso de la tolva de refuerzo, si es seleccionado. En el sistema diagonal las tolvas de pesaje y de refuerzo están ubicadas de tal manera que se pueden seleccionar y descargar los pesos manera independiente. Esto resulta en un conjunto  $H$  compuesto por  $2n$  tolvas a seleccionar. Karuno et al. (2010), plantean los sistemas de doble capa como

problemas de optimización discreta bi-criterio, igual que en Karuno et al. (2007). Los modelos de optimización son formulados de la siguiente forma:

- Modelo optimización para el sistema de doble capa vertical:

Objetivo 1: Minimizar

$$f(y^1, y^2) = \sum_{i=1}^n X_i^1 y_i^1 + \sum_{i=1}^n X_i^2 y_i^2 \quad (1.20)$$

Objetivo 2: Maximizar

$$g(y^1, y^2) = \sum_{i=1}^n P_i^1 y_i^1 + \sum_{i=1}^n P_i^2 y_i^2 \quad (1.21)$$

Sujeto a:

$$y_i^1 - y_i^2 \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1.22)$$

$$\sum_{i=1}^n X_i^1 y_i^1 + \sum_{i=1}^n X_i^2 y_i^2 \geq T, \quad y_i^1, y_i^2 \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, n. \quad (1.23)$$

- Modelo optimización para el sistema de doble capa diagonal:

Objetivo 1: Minimizar

$$f(y^1, y^2) = \sum_{i=1}^n X_i^1 y_i^1 + \sum_{i=1}^n X_i^2 y_i^2 \quad (1.24)$$

Objetivo 2: Maximizar

$$g(y^1, y^2) = \sum_{i=1}^n P_i^1 y_i^1 + \sum_{i=1}^n P_i^2 y_i^2 \quad (1.25)$$

Sujeto a:

$$y_i^1 + y_i^2 \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1.26)$$

$$\sum_{i=1}^n X_i^1 y_i^1 + \sum_{i=1}^n X_i^2 y_i^2 \geq T, \quad y_i^1, y_i^2 \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, n. \quad (1.27)$$

Los autores demuestran que este problema puede ser resuelto en un tiempo  $O(nT)$ , mediante un enfoque de programación dinámica si todas las entradas se asumen como enteras. En la investigación se utilizan los mismos criterios de selección de pesos que Karuno et al. (2007). Como resultado de los experimentos numéricos se evidencia que el algoritmo de tiempo  $O(nT)$  en sistema de doble capa es más rápido al compararlo con el algoritmo de tiempo  $O(n^2 X_{max})$  propuesto por Karuno et al. (2007).

En 2011, Imahori et al. muestran que el problema bi-criterio de envasado de alimentos en pesadoras de combinación automática propuesto por Karuno et al. (2007) puede ser resuelto en tiempo  $O(nT)$ , mediante un nuevo enfoque de programación dinámica si todas las entradas se asumen como enteras. En esta investigación son utilizados las mismas restricciones y criterios de selección que en Karuno et al. (2007). Los autores aseguran que la complejidad de tiempo mejorado permanece pseudo-polinomial, pero es lineal en el número  $n$  de tolvas y que se logra obtener soluciones mínimas no dominadas al problema en tiempo  $O(nT)$ . El algoritmo propuesto mejoró el tiempo conocido como  $O(n^2 X_{max})$  propuesto por Karuno et al. en 2007.

Asimismo, Imahori et al. (2012), aborda el tema de las operaciones doble y cuasi-doble en pesadoras multicabezales. En una operación doble dos subconjuntos disjuntos  $H'$  y  $H''$  son escogidos simultáneamente de un conjunto  $H$  de los actuales  $n$  pesos para producir dos paquetes de alimentos. En cambio, en una operación cuasi-doble  $H'$  se escoge del conjunto  $H$  y  $H''$  del remanente  $H - H'$ . En la investigación se muestra como el problema de operación doble puede ser formulado como un problema de optimización combinatoria bi-criterio y que teóricamente este puede ser resuelto en un tiempo  $O(nT^2)$ , en cambio para el caso cuasi-doble este puede ser resuelto en un tiempo  $O(nT)$ . Aquí también se introduce una prioridad  $P_i$  a cada peso  $X_i$  en tolva. Ambos problemas pueden ser planteados de la siguiente forma; solo cambia el criterio de selección del peso total  $W$ :

Objetivo 1: Minimizar

$$f(y^1, y^2) = \sum_{i=1}^n X_i^1 y_i^1 + \sum_{i=1}^n X_i^2 y_i^2 \quad (1.28)$$

Objetivo 2: Maximizar

$$g(y^1, y^2) = \sum_{i=1}^n P_i^1 y_i^1 + \sum_{i=1}^n P_i^2 y_i^2 \quad (1.29)$$

Sujeto a:

$$y_i^1 + y_i^2 \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad \text{Operación cuasi-doble} \quad (1.30)$$

$$y_i^1 - y_i^2 = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad \text{Operación doble} \quad (1.31)$$

$$\sum_{i=1}^n X_i^1 y_i^1 \geq T, \quad \sum_{i=1}^n X_i^2 y_i^2 \geq T, \quad y_i^1, y_i^2 \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, n. \quad (1.32)$$

Los autores implementan una versión básica y una mejorada del tiempo  $O(nT^2)$ . También comparan las versiones de operaciones doble y cuasi-doble en pesadoras multicabezales. El problema considera los objetivos de peso y prioridad vistos en Karuno et al. (2007). En los resultados no observó

diferencias significativa en la calidad de la solución con respecto a los casos, pero demostró que cualquiera de los algoritmos dobles considerados (básico y mejorado) consumieron mucho más tiempo de CPU que el cuasi-doble. Se concluye que la operación cuasi-doble puede ser más práctica con casos en donde  $T$  sea muy grande.

En 2012, Beretta y Semeraro definen la pesadora multicabezal como una máquina compleja que tiene que ser configurada y gestionada adecuadamente, teniendo en cuenta la incertidumbre de las celdas de carga. Por lo anterior, su estudio se focaliza en la configuración en este tipo de máquinas partiendo de datos reales. La investigación propone un modelo matemático de optimización el cual contempla los costes de paquetes no conformes, es decir, paquetes desechados o reprocesados porque su peso está por debajo del límite inferior de la norma legal, y costes de producto extra, es decir, coste de material que excede el peso objetivo. Los autores encontraron que los pesos  $X_i$  en las  $n$  tolvas siguen una distribución normal con media ( $\mu$ ) y desviación estándar ( $\sigma$ ). Además, aseguran que el valor de  $\sigma$  es una relación lineal de  $\mu$ ,  $\sigma = \beta\mu$ . Donde  $\beta$  ( $0 < \beta < 1$ ) es un coeficiente de proporcionalidad entre  $\mu$  y  $\sigma$ , que depende del producto a envasar. Note que  $\sigma = f(\mu)$  y por lo tanto,  $X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2 = \beta^2 \mu_i^2)$ , cuando  $\mu_i > 0$ ,  $i = 1 \dots n$ ; asumiendo que cada peso es independiente uno del otro. Este hecho también fue confirmado por Incletolli (2012). La investigación presenta un enfoque para seleccionar el peso promedio que se fijará para cada tolva mediante la combinación de una Metodología de Superficie de Respuesta (RSM) y un simulador de una pesadora multicabezal.

En 2013, Karuno et al. en línea con Karuno et al. (2007), aborda el problema de envasado de alimentos en pesadoras de combinación automática, diseñando un algoritmo heurístico aplicando técnicas de redondeo de datos a un procedimiento de programación dinámica de tiempo  $O(nT)$  cuando todas las entradas se asumen como enteras. El problema considera los objetivos de peso y prioridad vistos en Karuno et al. (2007). Los resultados mostraron que para un dado real  $\varepsilon > 0$ , se ofrece una solución aproximada al peso total como máximo  $(2 + \varepsilon)$  veces el peso objetivo en tiempo  $O(n^2/\varepsilon)$ . Donde  $\varepsilon$  es un parámetro real positivo para la heurística propuesta. Además, la diferencia relativa del peso total obtenido por el algoritmo heurístico propuesto y el peso objetivo era a lo sumo 2%, para todos los casos de prueba.

Por su parte Karuno et al. (2014), propone una modificación a la heurística de Karuno et al. (2013), para demostrar que se puede llegar a una solución aproximada del peso total como máximo  $(1 + \varepsilon)$  veces el peso objetivo.

En 2016, Beretta et al. propusieron determinar el caudal óptimo de producto a cada alimentador radial de la pesadora multicabezal como una forma de configurar la máquina antes de iniciar las operaciones de envasado. Ellos emplearon diversos algoritmos de optimización, donde la función objetivo era

minimizar el valor esperado del coste de producción por paquete "conforme" en un período de tiempo fijo cuando  $W \geq T$ . Además, emplearon el coeficiente de proporcionalidad ( $\beta$ ), propuesto por Beretta y Semeraro (2012) y Incletolli (2012). Los autores plantearon un modelo de optimización para minimizar el coste de producción por unidad conforme dado por la siguiente expresión:

$$C_{T,u} = \frac{C_o}{nC} + C_s \left( \frac{Q-nC}{nC} \right) + C_U \left( \frac{\sum_{i=1}^{nC} W_{ci}}{nC} \right) \quad (1.33)$$

Donde,  $nC$  es el número de paquetes conformes en el intervalo de tiempo modelado como a función de densidad binomial,  $Q$  es el número de paquetes en un periodo de tiempo fijo,  $C_o$  es el coste fijo incurrido en el periodo de tiempo,  $C_U$  es el coste de material por gramo,  $C_s$  es el coste de reproceso por paquete no conforme,  $W_c = (W|W \geq T)$  es la variable aleatoria que caracteriza la cantidad de producto llenado en cada paquete conforme y  $W_{ci}$  es la realización de la variable aleatorio  $W_c$  en el  $i$ -ésimo paquete conforme. De esta manera, el problema puede ser resuelto resolviendo el siguiente modelo que representa el coste esperado de producción para paquetes conformes:

Objetivo: Minimizar

$$E[C_{T,u}] = \frac{C_o}{Q \cdot p} + C_s \left( \frac{1-p}{p} \right) + C_U E(W|W \geq T) \quad (1.34)$$

Donde,  $p = pr(W \geq T)$  y  $W$  es una función de probabilidad desconocida cuyos parámetros dependen de  $(\mu_i, T, \beta)$ . Dentro del conjunto de algoritmos presentados, los autores consideran apropiado la utilización de una Metodología de Superficie de Respuesta (RSM) para hallar los pesos promedios con que se alimentarán las tolvas.

Asimismo, del Castillo et al. (2016) desarrollaron un modelo de optimización heurístico basado en una caracterización detallada de lo que constituye una solución casi óptima al problema de configuración de la pesadora multicabezal planteado por Beretta et al. (2016). Usando el coeficiente de proporcionalidad ( $\beta$ ) para determinar la desviación estándar del peso en cada tolva ( $\sigma$ ), los autores mostraron como encontrar el punto de alimentación a las tolvas, de forma que el error cuadrático medio del peso del paquete  $W$  (con  $W \geq T$ ) sea minimizado. La solución deseable al problema es que ningún paquete pese menos que el peso objetivo,  $T$ . Por lo tanto, el modelo de optimización es una adaptación del problema de la mochila planteado de la siguiente forma:

Objetivo: Minimizar

$$f(y) = \sum_{i=1}^n X_i y_i \quad (1.35)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^n X_i y_i \geq T \quad y_i \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, n. \quad (1.36)$$

La heurística propuesta requiere cálculos de los momentos de los estadísticos de orden de variables correlacionadas. del Castillo et al. aseguran que el uso de una aproximación del límite inferior de los momentos de los estadísticos de orden más pequeño resultó ser considerablemente más rápido, proporcionando muy buenas soluciones al problema.

## 1.4. Objetivos

Los procesos de envasado que requieren de pesado combinatorio carecen de estrategias que permitan analizar la relación entre los diversos factores que intervienen en el proceso, así como el uso y diseño de nuevos enfoques monoobjetivo y multiobjetivo que permitan estudiar los principales parámetros del procedimiento de envasado. Por lo anterior, nos hemos planteado lo siguientes objetivos.

### 1.4.1. *Objetivo General*

Diseñar nuevas estrategias de optimización para la reducción de la variabilidad en procesos de envasado que requieren de pesaje combinatorio en pesadoras multicabezales.

### 1.4.2. *Objetivos específicos*

- Objetivo No.1: Alcanzar una perspectiva de los antecedentes en el campo de la optimización de los procesos de envasado en pesadoras multicabezales, dando importancia a los trabajos más relevantes encontrados en la literatura existente.
- Objetivo No.2: Diseñar nuevas estrategias de optimización para el proceso de envasado fundamentadas en conceptos nuevos no considerados por otros autores.
- Objetivo No.3: Plantear y programar los modelos matemáticos monoobjetivo y multiobjetivo para cada estrategia que permitan escoger la mejor combinación de pesos buscando disminuir la variabilidad obtenida del producto envasado.

- Objetivo No.4: Analizar y comparar los resultados de las diferentes estrategias observado el comportamiento de los principales parámetros del proceso y los factores más influyentes.
- Objetivo No.5: Diseñar gráficos de control del proceso de envasado en pesadoras multicabezales para aquellas estrategias cuyo comportamiento sea el más eficiente.

La estructura de la presente Tesis doctoral se resume en ocho capítulos los cuales poseen el siguiente contenido:

El **Capítulo 1** contiene la introducción, los antecedentes y los objetivos del problema tratado. La introducción coloca en contexto la investigación ofreciendo una descripción de lo que son los productos envasados, la normativa legal que regula el contenido de los paquetes y los requisitos de cumplimiento que deben acatar los envasadores y exportadores que pretenden vender su mercancía en Europa. Asimismo, este capítulo presenta los distintos sistemas de dosificación de productos más utilizados, además de una descripción detallada del proceso de pesaje multicabezal y de la pesadora multicabezal, objeto de la presente Tesis Doctoral. Conjuntamente con lo anterior, encontramos también un “estado del arte” de la mejoras y avances en este tipo de procesos. Asimismo, son presentados los objetivos de la presente investigación.

En el **Capítulo 2** se describe toda la metodología utilizada a lo largo de este trabajo para dar cumplimiento a los objetivos planteados en el Capítulo 1. Se introducen los conceptos de optimización, la optimización monoobjetivo y la optimización multiobjetivo como técnicas para la mejora del proceso de pesaje multicabezal. Estas técnicas se combinan con un conjunto de estrategias propuestas en el Capítulo 3 para la optimización del proceso de envasado. Adicionalmente, son descritas las herramientas de Diseño y Análisis de Experimentos (DOE) y Análisis de Varianza (ANOVA), utilizadas para hallar la configuración óptima del proceso una vez optimizado bajo cada enfoque propuesto (monoobjetivo y multiobjetivo). Finalmente, se introducen los conceptos de gráficos de control modificados, los cuales son diseñados en el Capítulo 7 para el control y monitoreo del proceso de pesaje multicabezal.

El **Capítulo 3** presenta tres estrategias de envasado para optimizar el proceso de pesaje multicabezal. Cada una de ellas es planteada mediante un enfoque monoobjetivo pretendiendo minimizar la diferencia, en valor absoluto, entre el contenido efectivo del paquete y su peso objetivo. En este sentido, algoritmos exactos fueron planteados y programados para cada estrategia. La evaluación del proceso fue realizada mediante un procedimiento de envasado sugerido. Los experimentos numéricos para medir el rendimiento de las estrategias fueron hechos simulando distintas condiciones de entrada para el proceso.

Además, en este capítulo se presenta un caso práctico en el que se utilizan datos reales para dos tipos de productos a envasar.

El **Capítulo 4** toma como entrada las conclusiones de los experimentos numéricos del Capítulo 3, buscando, mediante la implementación y desarrollo del DOE y el ANOVA, encontrar la configuración de operación óptima para el proceso multicabezal cuando se implementa la estrategia con mejores resultados bajo un enfoque monoobjetivo. La validez del efecto de los factores sobre el proceso fue confirmada a través del desarrollo de la metodología del análisis de residuos y residuos al cuadrado propuesta por Zúnica y Romero (1988). Asimismo, un caso de estudio en la configuración óptima de la pesadora multicabezal es presentado para los productos utilizados en caso práctico del Capítulo 3.

En el **Capítulo 5** se aborda el proceso de pesaje multicabezal bajo un enfoque multiobjetivo. Cada estrategia propuesta en el Capítulo 3 es planteada y programada considerando el tiempo de permanencia del producto en el sistema de envasado. Mediante la utilización de la programación compromiso propuesta originalmente por Yu (1973) y Zeleny (1973), los objetivos considerados durante las operaciones de envasado son ajustados y manejados dinámicamente. Un novedoso procedimiento multiobjetivo para llevar a cabo el proceso es propuesto en este capítulo. Los experimentos numéricos permiten diferenciar e identificar la estrategia con mejor rendimiento en este enfoque.

En el **Capítulo 6**, análogo al Capítulo 4, se identifica, mediante las técnicas del DOE y el ANOVA, la configuración óptima multiobjetivo para el proceso de pesaje multicabezal cuando se implementa la estrategia con mejor rendimiento en los experimentos numéricos del Capítulo 5. Además, en este capítulo, la validez estadística de los factores también son corroborados al desplegar la metodología del análisis de residuos y residuos al cuadrado propuesta por Zúnica y Romero (1988).

El **Capítulo 7** presenta el diseño de las cartas de control modificadas en el monitoreo del proceso de pesaje multicabezal para cada estrategia con mejor rendimiento en cada enfoque (monoobjetivo en el Capítulo 3 y multiobjetivo en el Capítulo 5), fijando, previamente, las condiciones óptimas de operación halladas en los Capítulos 4 y 6. Se logra obtener los límites de control modificados, así como el valor del intervalo en el que la media del proceso puede variar para asegurar una fracción no conforme de 0.0001.

El **Capítulo 8** muestra las conclusiones obtenidas en cada uno de los anteriores capítulos y presenta las líneas futuras de investigación que proponemos en el campo del pesaje multicabezal.

Asimismo, los **Anexos** al final del presente documento, muestran los códigos fuentes de los programas desarrollados durante la presente Tesis Doctoral para

los enfoques de optimización monoobjetivo y multiobjetivo de los Capítulos 3 y 5, respectivamente. Como ejemplo, códigos fuentes se presentan para cada enfoque. Adicionalmente, los anexos contienen los resultados de los análisis estadísticos complementarios realizados sobre las estrategias.



# Capítulo 2

## Metodología

### 2.1. Introducción

En este capítulo se resume la metodología utilizada para optimización y control del proceso de pesaje multicabezal. Además de los métodos utilizados para el tratamiento y análisis de los resultados generados a lo largo de la investigación.

En este capítulo, se presentan los conceptos de optimización, la optimización monoobjetivo y las técnicas de optimización multiobjetivo, más precisamente la programación compromiso, como herramientas para disminuir la variabilidad en el peso total o contenido efectivo del paquete. Estas técnicas son la base para el diseño de los modelos matemáticos propuestos en las secciones 3.6 y sección 5.4 para la selección del grupo de tolvas de una combinación óptima.

Para el tratamiento, comparación y análisis de los resultados se utilizan los conceptos de función de pérdida de Taguchi e índice de reducción de variabilidad, además del diseño de experimentos (DOE) para encontrar las condiciones óptimas de operación de la pesadora multicabezal cuando son implementadas las estrategias de optimización propuestas en el capítulo 3.

En esta línea, el tratamiento de los resultados de los experimentos computacionales se llevó a cabo mediante la técnica de análisis de varianza (ANOVA) y como herramienta para el control y monitoreo del proceso se diseñaron cartas de control modificadas.

### 2.2. Optimización matemática

La optimización constituye una disciplina fundamental en áreas como la informática, la inteligencia artificial o la investigación de operaciones. Para

autores como W. Cook et al. (1998) y Nemhauser et al. (1988) la optimización se concibe como el proceso de intentar encontrar la mejor solución posible a un problema, generalmente en un tiempo limitado. Se puede decir que en un problema de optimización hay muchas posible soluciones y alguna forma clara de comparación entre ellas, de manera que el problema existe si y solo si se dispone de un conjunto de soluciones candidatas diferentes que pueden ser comparadas (Duarte et al., 2007).

Un problema de optimización  $PO$  se puede formular como una 3-tupla  $P = (f, SS, \mathbb{X})$ , definida como:

$$PO = \begin{cases} \text{opt: } f(x) & \text{Función Objetivo} \\ \text{s. a.,} & \\ x \in \mathbb{X} \subset SS & \text{Restricciones} \end{cases} \quad (2.1)$$

Donde  $f$  es la función a optimizar (maximizar o minimizar),  $\mathbb{X}$  es el conjunto de soluciones factibles y  $SS$  es el espacio de soluciones.

Este tipo de problemas se pueden dividir de forma natural en dos categorías: aquellos en el que la solución esta codificada mediante valores reales y aquellos cuyas soluciones están codificadas por valores enteros (Papadimitriou y Steiglitz, 1998; Blum y Roli, 2003). Dependiendo de la complejidad algorítmica los problemas se pueden categorizar en P, NP, NP-completo y NP-duros. Para mayor información consultar Karp (1972), Nemhauser et al. (1988), Papadimitriou et al. (1998), W. Cook et al. (1998), Duarte et al. (2007), Blum et al. (2008).

Existe una colección importante de problemas de optimización para la que no se dispone de algoritmos exactos que permitan encontrar la solución óptima en tiempos razonables. Sin embargo, para resolver estos problemas, una alternativa consiste en diseñar algoritmos aproximados que encuentren una solución de alta calidad en un tiempo que pueda asumirse.

En línea con lo anterior, en nuestro enfoque de optimización diseñado para el proceso de pesaje multicabezal suavizaremos el problema en la selección de los pesos en tolvas mediante la programación de algoritmos aproximados los cuales toman en cuenta que el número de tolvas combinadas ( $k$ ) en cada operación de envasado es fijado de antemano. Aunque existen diversos métodos de optimización fundamentados en la optimización matemática (Programación convexa, Programación entera, Programación no lineal, Programación dinámica, entre otros), la formulación matemática a nuestro problema estará orientada a los modelos de asignación como método de solución en donde utilizaremos variables de tipo binario para la selección de pesos. En la siguiente sección daremos mayor claridad acerca de este tipo de problemas.

### 2.2.1. Problemas de Asignación

El problema de asignación, propuesto formalmente por F.L. Hitchcock (1941), es uno de los problemas principales dentro del campo de la optimización matemática, dedicado a escoger un grupo o grupos de elementos (personas, maquinas, entre otros) que logren maximizar o minimizar una función lineal  $f(x)$  de forma tal que dicha función esté sujeta a una o varias restricciones expresadas por inecuaciones lineales (Anderson, Sweeney, Williams, Camm, y Martin, 2011). La solución es buscar un elemento  $x_0$  en  $\mathbb{X}$ , donde  $\mathbb{X}$  es un conjunto de soluciones factibles, tal que  $f(x_0) \leq f(x)$  para todo  $x$  en  $\mathbb{X}$  si es minimización o  $f(x_0) \geq f(x)$  para todo  $x$  en  $\mathbb{X}$  si es maximización.

Podemos decir, que los problemas de asignación forman parte de una de las técnicas matemáticas más usadas, como lo es la programación convexa (específicamente la programación lineal). Este hecho induce que nuestro problema a resolver sea una técnica determinista, haciendo que el modelo matemático obtenido suponga que los parámetros o factores de entrada sean números fijos y que cierta variación en estos factores produzca una respuesta única que maximiza o minimiza nuestra función objetivo  $f(x)$  (Fletcher, 1987; Taha, 2012).

La respuesta dada mediante el uso de este lenguaje de optimización consiste en el valor óptimo para el objetivo y los valores de las llamadas variables binarias de decisión (0 ó 1), que expresan la forma en que se logra el objetivo óptimo (Hillier y Lieberman, 2010).

Al pertenecer a técnicas de programación lineal, los problemas de asignación se caracterizan porque cada modelo que se formule consta de:

1. La definición de las variables binarias de decisión y los factores que serán tenidos en cuenta para la solución del modelo a resolver.
2. Una función objetivo cuya característica es que sea una función lineal de las variables de decisión.
3. La definición de las restricciones a las cuales estará sujeta el modelo; estas deben ser ecuaciones lineales o desigualdades lineales.

#### 2.2.1.1. Modelo de asignación bajo un enfoque monoobjetivo en el proceso de pesaje multicabezal

Como fue visto en Capítulo 1 (sección 1.3.4), una de las primeras aplicaciones de modelos de optimización al pesaje multicabezal la realizó Karuno et al. en 2007, introduciendo técnicas de optimización bi-criterio para la selección de pesos en tolvas. Los autores utilizaron variables binarias para la selección de la mejor combinación según las consideraciones del problema propuesto.

En nuestro caso, utilizaremos el enfoque de asignación para optimizar el proceso al escoger la combinación óptima que ofrezca la mínima diferencia entre el peso final del paquete ( $W$ ) y el peso objetivo ( $T$ ) cuando utilizamos las estrategias de optimización propuestas en el capítulo 3. En su planteamiento bajo una orientación de optimización monoobjetivo, se tienen  $n$  tolvas de pesaje las cuales se les suministra una cantidad  $X_i$  de peso,  $i \in \{1, \dots, n\}$  (cuya variable peso sigue una distribución normal  $N(\mu, \sigma)$ ). La solución en este problema se representará mediante un vector binario  $[y_1, \dots, y_n]$ , donde cada componente  $y_i$  representa un peso  $i$  y tomará valor de uno si el peso se ha seleccionado o valor cero si el peso no se ha seleccionado (Karp, 1972). El modelo busca la mejor solución entre un conjunto de posibles soluciones al problema.

Los modelos desarrollados se presentan de forma sencilla en su formulación, ya que asumimos que el número de tolvas combinadas  $k$  son fijadas previamente en cada estrategia, aunque más tarde su resolución es más compleja. Los algoritmos aproximados propuestos pueden resolver el problema para casos de gran tamaño para este tipo de procesos, por ejemplo, con 16 tolvas de pesaje y combinaciones ( $k$ ) de 2 a 7 tolvas. Su estructura es única y se presente como un subproblema de otros problemas más generales. Los modelos de optimización monoobjetivo son presentados en sección 3.6.

### 2.2.2. Optimización Multiobjetivo

La optimización multiobjetivo u optimización multicriterio se puede definir como el problema de encontrar un vector de variables de decisión que cumplen las restricciones del problema y optimizan un vector de funciones cuyos elementos representan las funciones objetivo. Estas funciones objetivo, representan los criterios que se desean optimizar y generalmente están en conflicto entre sí (Coello Coello, 1999).

Si nos vamos a la definición formal de un problema multiobjetivo decimos que se desea encontrar un vector  $[x^* = \{x_1, \dots, x_n\}]^T$  que satisfaga  $m$  restricciones de desigualdad:

$$g_i(x) \geq 0, \quad i = 1, \dots, m \quad (2.2)$$

$p$  restricciones de igualdad.

$$h_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, p \quad (2.3)$$

y optimice la función vectorial

$$F(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_v(x)]^T \quad (2.4)$$

De  $v$  funciones objetivo  $f_i(x), \forall i = 1, \dots, v$ , así:

$$F = f_i: \mathbb{X} \mapsto Y_i: 0 < i \leq v, Y_i \subseteq \mathbb{R} \quad (2.5)$$

Existen diferentes formas de hacer frente a un problema multiobjetivo. Sin embargo en la mayoría de los casos no es posible encontrar una solución que optimice simultáneamente los valores de todos los objetivos considerados en  $F(x)$ . El método usual de solución, aunque existen otros, es encontrar el llamado *conjunto eficiente* o *conjunto de Pareto*; que no es más que el conjunto de puntos candidatos a ser elegidos que pertenecen a la región factible. Es decir, los puntos en lo que no existe uno mejor ni peor que otro dentro del conjunto de puntos que cumplen con las condiciones del problema (en la siguientes secciones damos una explicación matemática de este concepto). De este modo, uno o varios puntos pertenecientes al *conjunto de Pareto* pueden ser elegidos bajo un criterio subjetivo. Ahora, este criterio es normalmente definido por quien toma la decisión antes de generar o encontrar el *conjunto eficiente* de puntos, esto se conoce como estrategia a priori. Por otro lado, cuando se toma la decisión durante o después de encontrar las soluciones habitualmente se conoce como estrategia a posteriori.

Existen diferentes enfoques para la solución de los problemas multicriterio que permiten generar o aproximar el conjunto eficiente, aunque para el proceso de pesaje multicabezal nos concentramos en el enfoque de programación compromiso, podemos nombrar otros enfoques, por ejemplo, el método gráfico, el método de las restricciones, método de los coeficientes de ponderación y el simplex con objetos múltiples. Para más información puede consultar Philip (1972), Zeleny (1973, 1974), Miettinen (1999), Marler y Arora (2004) y Ehrgott (2005).

### 2.2.2.1. Solución compromiso

Como hemos mencionado, cuando existe más de una función objetivo que requieren ser optimizadas, la percepción del concepto de *óptimo* cambia un poco, ya que es poco común encontrar un punto  $x$  que optimice todos los objetivos en  $F(x)$ . Por consiguiente, la idea es encontrar un conjunto de soluciones (llamada *conjunto eficiente* o *conjunto de Pareto*) que sean buenos compromisos entre los diversos objetivos  $f_i$  y de estas soluciones poder elegir nuestro punto *Pareto-Óptimo* o *Solución compromiso* bajo un criterio preferente (Pareto, 1896; Coello Coello, 1999).

Para mayor claridad decimos que un punto  $x^*$  es *Pareto-Óptimo* (o una *Solución compromiso*) si no existe ningún otro punto  $x \in \mathbb{X}$  que sean mejor en un objetivo sin ser peor en al menos un otro (Srinivas y Deb, 1994). La anterior definición se fundamenta en el concepto de *dominancia de Pareto* la cual explicaremos en la siguiente sección.

### 2.2.2.2. Dominancia de Pareto

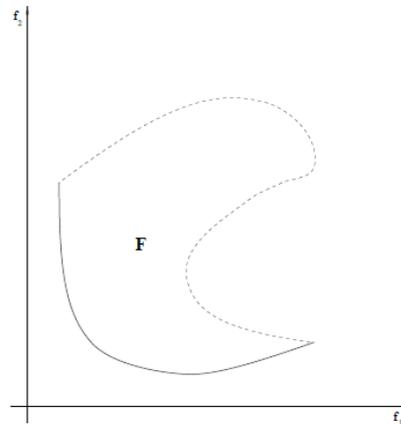
Para explicar el concepto *dominancia de Pareto* tengamos en cuenta una función vectorial  $F = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_v(x)]^T$  con  $v$  funciones objetivo, en donde al elegir una solución, por ejemplo,  $x_1$  y  $x_2$  con  $x_1, x_2 \in \mathbb{X}$ , se dice que  $x_1$  domina a  $x_2$  si  $x_1$  es mejor o igual que  $x_2$  en cada uno de los objetivos y estrictamente mejor en al menos un objetivo. Para este caso, la expresión matemática es la siguiente:

$$\begin{cases} \forall i = 1, \dots, v \Rightarrow \omega_i f_i(x_1) \leq \omega_i f_i(x_2) \\ \exists j = 1, \dots, v \Rightarrow \omega_j f_j(x_1) < \omega_j f_j(x_2) \end{cases} \quad (2.6)$$

Donde  $\omega_i = 1$  si el problema es de minimización,  $\omega_i = -1$ , si es problema de maximización.

En otras palabras, una solución  $x^*$  es *Pareto-óptima*, si pertenece al conjunto óptimo  $X^*$  y no es dominada por ningún otro elemento  $x \in \mathbb{X}$ . Aquí, claramente  $X^*$  representa el *conjunto eficiente* o *conjunto de Pareto*. Al graficar este conjunto de soluciones obtendremos el gráfico llamado *frontera de Pareto* que se muestra en la Figura 2.1. Los puntos del *conjunto de Pareto* se encuentran en el límite de la frontera y para este caso, están representados por una línea en negrita.

En general, no es fácil encontrar una expresión analítica de la línea o superficie que contenga estos puntos, y el procedimiento normal consiste en calcular los puntos  $F^v$  y sus correspondientes  $f(F^v)$ . Para luego de tener una cantidad suficiente de estos puntos, se pueda tomar una decisión final (Coello Coello, 1999).



**Figura 2.1. Frontera de Pareto representados por la línea en negrita para dos funciones objetivo. Fuente: (Coello Coello, 1999).**

### 2.2.2.3. Enfoque de solución multiobjetivo en el proceso de pesaje multicabezal

En el enfoque multiobjetivo que proponemos en el proceso de envasado también asumimos, como lo hacemos en el enfoque monoobjetivo, que el número de tolvas de pesaje combinadas ( $k$ ) son previamente fijadas, por lo que procedemos a encontrar un punto *Pareto-Optimo* del *conjunto eficiente* que obtenemos al generar todas las  $n!/(k!(n-k)!)$  combinaciones de pesos. Estas combinaciones consideran básicamente dos objetivos: encontrar la mínima diferencia entre el peso final del paquete ( $W$ ) y el peso objetivo ( $T$ ) y, al mismo tiempo, seleccionar los pesos que llevan el mayor tiempo en las tolvas de pesaje sin ser elegidos. El segundo objetivo ha sido considerado teniendo en cuenta procesos de envasado en el que el tiempo de residencia de los pesos en tolvas puede ser un problema, por ejemplo, en productos congelados. Es propio señalar que en nuestro modelo asumimos restricciones que podrían reducir el número de combinaciones de pesos y por consiguiente el espacio factible de soluciones, pero esto se explica con más detalle en el capítulo 5.

Para hallar la solución a nuestro problema proponemos utilizar una estrategia a priori en donde la importancia de los objetivos considerados es ajustada dinámicamente al calcular nuestro *conjunto eficiente*. En el diseño de esta estrategia de solución se aplica el enfoque de programación compromiso propuesto originalmente por Yu (1973) y Zeleny (1973, 1974).

La programación compromiso se fundamenta en que dados dos posibles soluciones no dominadas  $x_1$  y  $x_2$ , las cuales podemos representar por los puntos  $Z_1$  y  $Z_2$  respectivamente, cuyas coordenadas están dadas por los valores obtenidos de los objetivos considerados en  $F(x)$ . El tomador de la decisión prefiere la solución que esté más cerca de un punto ideal  $Z^*$ ; con coordenadas dadas por los valores óptimos de los objetivos si estos fuesen tratados de forma independiente (Romero y Rehman, 1986). De esta forma en este enfoque se introduce el concepto de grado de proximidad  $d_i$  entre el  $i$ -ésimo objetivo y su punto ideal de la siguiente manera:

$$d_i = Z_i^* - Z_i(x) \quad (2.7)$$

Cuando el  $i$ -ésimo objetivo se maximiza, o mediante:

$$d_i = Z_i(x) - Z_i^* \quad (2.8)$$

Cuando el  $i$ -ésimo objetivo se minimiza. Asimismo, cuando las unidades en las que vienen medidos los objetivos difieren, los grados de proximidad vienen dados por desviaciones relativas calculadas mediante las siguientes expresiones:

$$d_i = \frac{Z_i^* - Z_i(x)}{Z_i^* - Z_i^*} \quad \text{o} \quad d_i = \frac{Z_i(x) - Z_i^*}{Z_i^* - Z_i^*} \quad (2.9)$$

Donde  $Z_i^*$  representan el valor del  $i$ -ésimo objetivo en su peor escenario. Con base a lo anterior, buscando encontrar las distancias entre cada solución y el punto ideal, en la programación compromiso se introducen la siguiente métrica:

$$L_\pi(\partial, v) = [\sum_{i=1}^v (\partial_i d_i)^\pi]^{1/\pi} \quad (2.10)$$

Esta métrica constituye la familia de funciones de distancias, donde  $\partial_i$  son los coeficientes que ponderan la importancia de la diferencia entre el  $i$ -ésimo objetivo y su punto ideal. En este enfoque la ecuación 2.10 usualmente se particulariza para valores de  $\pi = 1$  (Distancia Manhattan),  $\pi = 2$  (Distancia más corta) y  $\pi = \infty$  (Distancia Chebysev). Obsérvese como el valor de  $\pi$  pondera las diferencias desviaciones conforme a sus dimensiones, mientras que  $\partial_i$  pondera las desviaciones conforme a la importancia relativa de cada objetivo (Romero y Rehman, 1985). De esta forma al considerarse diferentes valores predeterminados de  $\partial_i$  y  $\pi$  se generarían distintas soluciones compromiso (Zeleny, 1973; Romero y Rehman, 1985).

Podemos decir, que el método es preciso y suficientemente flexible para incorporar las sugerencias de quien toma la decisión. Además, permite diseñar la estrategia para el cálculo de la distancia al punto ideal  $Z^*$ , como es nuestro caso. Los detalles de la estrategia propuesta para elegir nuestro *Solución compromiso* son presentados más adelante en la sección 5.2.

### 2.3. Función de pérdida de Taguchi

Las técnicas de Taguchi se han utilizado ampliamente en el diseño de ingeniería (Liao y Kao, 2010; Ross, 1996; Taguchi, 1990). El enfoque de Taguchi conocido como “Ingeniería de calidad” pone un gran énfasis en la minimización de la variación como el principal medio de mejora de la calidad (Sauers, 1999). Su idea se fundamenta en diseñar y fabricar productos de alta calidad evadiendo la utilización de métodos de prueba y error, los cuales considera caros y lentos. Según Taguchi, la calidad de un producto es la pérdida mínima generada a la sociedad durante la vida de ese producto. Esta pérdida, generalmente expresada en términos monetarios, son los costes en que incurre el fabricante por una reacción negativa de consumidor y es mínima cuando se logra reducir la variabilidad alrededor del valor nominal o valor objetivo ( $T$ ) de la característica de funcionamiento del producto en todos los niveles del proceso.

En términos prácticos, el enfoque de ingeniería de calidad mide la pérdida de calidad para una característica cuantificable de tres formas diferentes. La primera, conocida como “nominal es mejor” es medida en casos donde la

característica del producto se presenta con un valor objetivo. La segunda, llamada "menor es mejor" mide la pérdida cuando la característica es cero y la tercera, "mayor es mejor", se mide en los casos en los que el mejor valor para la característica es el infinito (Taguchi, 1990).

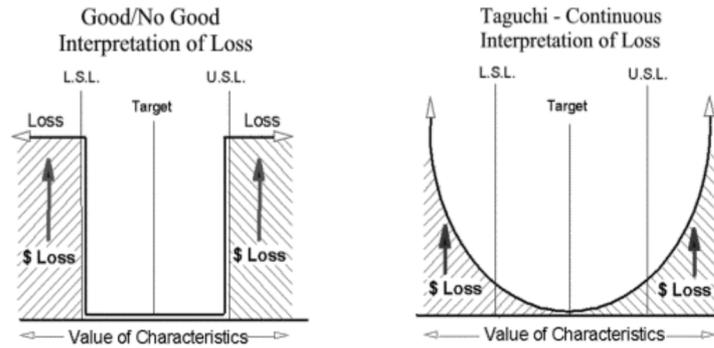
En nuestro caso, para el proceso de envasado en pesadoras multicabezal medimos la pérdida utilizando el enfoque de "nominal es mejor", ya que como hemos mencionado anteriormente, nuestro objetivo es el diseño de estrategias que logren minimizar la variabilidad del producto envasado alrededor de su valor nominal de venta. Los detalles de este enfoque se presentan en la sección siguiente buscando dar claridad de las medidas utilizadas para el análisis de las soluciones generadas a través de las mejoras propuestas para el proceso.

### **2.3.1. Ecuación de pérdida de Taguchi en el caso "nominal es mejor"**

La función de pérdida de Taguchi en el caso "nominal es mejor" para una unidad de producto se define como:

$$L(y) = c(y - T)^2 \quad (2.11)$$

Donde  $y$  es el valor de la característica cuantitativa de la calidad considerada,  $Y$ . Sea  $T$  el valor nominal (Target),  $c$  el coeficiente de pérdida de calidad, y  $L(y)$  la medida de la pérdida de calidad cuando la característica de calidad es  $y$  unidades de distancia con respecto al valor nominal,  $T$ . El valor de la constante  $c$  depende de las pérdidas sociales en los límites de especificación y la importancia financiera de la variable de calidad. La figura 2.2 muestra la función de pérdida para una característica de calidad determinada bajo el enfoque de Taguchi (a la derecha) comparada con la función de pérdida obtenida cuando la característica cumple o no cumple con las especificaciones (a la izquierda). Aquí, LSL y USL son los límites de especificación inferior y superior respectivamente. Mediante la figura se observa claramente como la "Ingeniería de calidad" considera cero perdida para la sociedad cuando el valor de la variable está en su objetivo y se incrementa a medida que se aleja de este objetivo.



**Figura 2.2. Parábola de la función de pérdida de Taguchi versus función de pérdida bajo un enfoque de cumplimiento de especificaciones**

Ahora, la pérdida de la calidad esperada por unidad para una característica  $Y$  está dada por:

$$E[L_{(Y)}] = c [\sigma_p^2 + (\mu_p - T)^2] \quad (2.12)$$

Donde  $\mu_p$  y  $\sigma_p^2$  representa la media y la varianza de la característica de calidad respectivamente (para nuestro caso, como veremos, la media ( $\mu_{paquete}$ ) y varianza ( $\sigma_{paquete}^2$ ) de los pesos de los productos envasados).

Observe como al medir la pérdida se tienen en cuenta la desviación estándar del proceso, así como, la diferencia entre la media del proceso y su valor nominal. Por lo tanto, para minimizar la pérdida de calidad, la característica del producto necesita ser centrada en el valor nominal y la varianza de esta característica necesita ser reducida.

### 2.3.2. El índice $C_{PM}$

El índice  $C_{PM}$  es un concepto que permite medir la capacidad de cualquier proceso. Este índice al igual que la función de pérdida toma en cuenta tanto la varianza como la diferencia entre la media del proceso y su valor nominal, convirtiéndose en una media muy utilizada y preferida por los usuarios del enfoque de Taguchi. La expresión para el cálculo del  $C_{PM}$  se define como:

$$C_{PM} = \frac{Tolerancia}{6\tau} = \frac{LSL-USL}{6\tau} \quad (2.13)$$

Donde  $\tau$  es una función que mide la precisión y exactitud del proceso, como sigue:

$$\tau = \sqrt{\sigma_p^2 + (\mu_p - T)^2} \quad (2.14)$$

La expresión matemática  $C_{PM}$  es muy similar al  $C_p$  tradicional, sin embargo sus resultados son diferentes. Sólo para el caso especial en que  $\mu_p = T$ , es decir que el proceso está centrado en su objetivo, el valor de  $\tau = \sigma_p$ .

$$\tau = \sqrt{\sigma_p^2 + (0)^2} = \sigma_p \quad (2.15)$$

Por lo que:

$$C_{PM} = \frac{\text{Tolerancia}}{6\tau} = \frac{\text{Tolerancia}}{6\sigma_p} = C_p \quad (2.16)$$

De manera general, cuando el proceso no está centrado en su objetivo  $\mu \neq T$  obtenemos que  $C_{PM}$  siempre será menor a  $C_p$ . Como se demuestra a continuación.

$$(\mu_p - T)^2 > 0 \quad (2.17)$$

$$\sigma_p^2 + (\mu_p - T)^2 > \sigma_p^2 + (0)^2 \quad (2.18)$$

$$\sqrt{\sigma_p^2 + (\mu_p - T)^2} > \sqrt{\sigma_p^2} \quad (2.19)$$

$$\tau > \sigma_p \quad (2.20)$$

Entonces,

$$1/\tau < 1/\sigma_p \quad (2.21)$$

$$\frac{\text{Tolerancia}}{6\tau} < \frac{\text{Tolerancia}}{6\sigma_p} \quad (2.22)$$

$$C_{PM} < C_p \quad (2.23)$$

Para dar una idea de la capacidad de proceso, nosotros optamos por calcular el límite de especificación inferior y superior que aseguran que el proceso de envasado pueda ser considerado un proceso de seis sigma, es decir, teniendo en cuenta un valor de  $C_{PM} = 2.0$ . Estos límites están representados por  $LSL_{SS}$  y  $USL_{SS}$ , respectivamente. La idea es determinar dónde debe fijarse los límites de especificación para asegurar que la capacidad del proceso sea igual o mayor a 2.0 y compararlos con los límites inferior ( $LSL$ ) y superior ( $USL$ ) estipulados por

la normativa europea 76/211/CEE. Los límites  $LSL_{ss}$  y  $USL_{ss}$  se pueden derivar de la ecuación (2.13) asumiendo un  $C_{PM} = 2.0$  y un solo límite para las especificaciones, como se presenta a continuación:

$$LSL_{ss} = \mu_{paquete} - 6\tau \quad (2.24)$$

$$USL_{ss} = \mu_{paquete} + 6\tau \quad (2.25)$$

El propósito es medir las estrategias bajo el concepto de pérdida propuesto por Taguchi en donde tome relevancia la disminución de la variabilidad, así como el centrado del proceso. Los resultados del análisis de pérdida y capacidad de proceso, bajo los enfoques de optimización monoobjetivo y multiobjetivo, son presentados en las secciones 3.7 y 5.6, respectivamente.

## 2.4. Diseño de experimentos

El diseño de experimentos (DOE) es una técnica estadística, propuesta inicialmente por Ronald Fisher (1935), en donde mediante la manipulación de una o más variables independientes o factores se logra identificar y cuantificar su efecto sobre otra variable de interés llamada variable “respuesta”. Su uso ha sido ampliamente utilizado en campos como la agricultura, la medicina, la industria, entre otros (Montgomery, 2009; Romero y Zúnica, 2013). Es una técnica de optimización poderosa en donde se utilizan algunos conceptos a saber:

- **Experimento:** Es un conjunto de pruebas cuyo objetivo es obtener información que ayude a tomar decisiones de mejora sobre un producto o proceso.
- **Factores controlables:** Es aquella característica de la población, o en nuestro caso del proceso, que en función de cómo se presente define los parámetros o características de estudio. Generalmente antes de iniciar el experimento para cada factor se definen distintas variantes o valores, conocidas como niveles del factor, con el objetivo de estudiar cómo influyen sobre los resultados de una determinada variable respuesta o variable dependiente. Los factores pueden ser categorizados como cualitativos y cuantitativos dependiendo de la característica de interés para el experimentador.
- **Variable respuesta o dependiente:** Es la variable aleatoria obtenida como resultados de los experimentos realizados y que constituye el objeto de interés en el estudio. En otras palabras, digamos que es aquella característica de calidad o productividad resultantes del producto o proceso sobre las que se quiere incidir para mejorar.

- **Tratamiento:** Es una combinación de variantes o niveles de cada factor que se utiliza en una determinada prueba. De esta manera, en un experimento se realizan un conjunto de pruebas en donde en cada una de ellas se ensaya un determinado tratamiento.
- **Unidad experimental:** Es el mínimo elemento objeto de estudio donde se realizará la medición. En otras palabras, es el objeto o espacio al cual se aplica el tratamiento y donde se mide y analiza la variable dependiente. Para efectos de un buen experimento se requerirá que cada una de las unidades experimentales tenga la condición de independiente para poder evaluar el efecto de los factores controlados sobre la variable respuesta analizada.
- **Interacción:** Se dice que existe interacción entre factores cuando el efecto de un factor cambia según los niveles de otros factores, es decir, los factores interactúan entre sí. En un estudio experimental las interacciones realmente importantes son aquellas que se presentan entre dos factores.
- **Testigo:** Se define como el tratamiento de referencia de las mediciones. Es un tratamiento con el cual comparamos los restantes tratamientos de prueba. Su definición es de gran importancia en la ejecución de cualquier diseño experimental.
- **Error experimental:** Este error está constituido por todas aquellas variaciones o alteraciones de la variable respuesta o independiente que se originan en factores no controlados o no conocidos por el experimentador. Esto es, la variación intrínseca a las unidades experimentales respecto al valor esperado de la variable respuesta, en cada subpoblación que el experimento considera.
- **Ortogonalidad:** Se dice que un experimento es ortogonal cuando cada nivel de un factor está presente en el experimento en combinación con cada nivel del otro factor. Lo anterior, garantiza que el efecto de un factor o interacción pueda estimarse de manera independiente del efecto de cualquier otro factor o interacción presente en el modelo.

Asimismo, existen tres principios básicos en el diseño de experimentos: la aleatorización, la replicación y el control local.

La **aleatorización** es la asignación aleatoria de los tratamientos a las unidades experimentales en cada prueba del experimento. Lo anterior permite obtener estimaciones válidas de la varianza del error, además ayuda a evitar la aparición de los efectos de factores extraños que el experimentador no controla.

La **replicación** se presenta cuando realizamos múltiples repeticiones experimentales con el mismo tratamiento. La característica diferenciadora de

las réplicas es que están sujetas a las mismas fuentes de variabilidad, de forma independiente unas de otras. La réplica nos ayuda a obtener una estimación del error experimental, permitiendo calcular una estimación más precisa del efecto de un factor.

Por su parte, **el control local**, también conocido como **bloque**, es una técnica que permite aumentar la precisión del experimento. Esta técnica se fundamenta en que si en determinado momento el experimentador no cuenta con todas las unidades experimentales se busca obtener una porción del material experimental tan homogéneo como sea posible para realizar el experimento.

Para autores como Romero y Zúnica (2005) todo diseño de experimento debe seguir una serie de fases para su correcta ejecución:

1. Identificación y definición clara de los objetivos perseguidos.
2. Definir de forma operativa la característica (o características) de calidad o productividad sobre las que se quiere investigar los posibles efectos de los factores. En otras palabras, definir nuestra variable dependiente o de respuesta.
3. Seleccionar los factores a incluir en el experimento.
4. Seleccionar las variantes o niveles a ensayar para cada factor.
5. Definir en qué va a consistir cada prueba.
6. Decidir el número de pruebas a realizar y el tratamiento a aplicar en cada una de ellas.
7. Organizar todo el trabajo experimental, asignando roles y precisando las necesidades de tiempo y/o recursos.

En cuanto a la estructura de los tratamientos en el experimento decimos que esta categorizada por cuatro escenarios. La primera estructura, conocida como estructura de una vía, consiste en un conjunto de  $t$  tratamientos o poblaciones que corresponden a los  $n$  niveles del factor bajo estudio o de interés. La segunda, llamada estructura de dos vías, consiste de un conjunto de tratamientos contruidos al combinar los niveles de dos factores. La tercera estructura, comúnmente conocida como estructura de arreglo factorial, consiste de un conjunto de tratamientos contruidos al combinar los niveles de 2 o más factores y la cuarta, estructura de arreglo factorial fraccionado consiste de solo una parte o fracción de todos los posibles tratamientos de un arreglo factorial.

Ahora, la forma de seleccionar los tratamientos también incide en el análisis final del experimento, según la manera de selección podemos encontrar la siguiente clasificación:

- **Modelos de Efectos Fijos:** Se presenta cuando los tratamientos que intervienen en un experimento son todos los posibles para el factor o de antemano son fijados por el investigador como los únicos sobre los que se realizará la inferencia. Por lo tanto no se realiza una elección aleatoria de los factores. En estos casos las conclusiones del análisis de variancia solamente son válidas para los tratamientos usados en el experimento.
- **Modelos de Efectos aleatorios:** Se presenta cuando los niveles de los factores que intervienen en un experimento son elegidos al azar de una población de posibles niveles. En estos casos las conclusiones del análisis son válidas tanto para los niveles incluidos en el estudio como para los demás no usados.
- **Modelos de Efectos Mixtos:** De manera intuitiva decimos que los modelos de efectos mixtos se presenta cuando se incluyen en el estudio factores con efectos fijos y otros con efectos aleatorios.

Basados en los conceptos anteriormente expuestos, relacionados con la técnica del análisis de experimentos, para el caso del proceso de pesaje multicabezal diseñamos un experimento con estructura de arreglo factorial de efectos fijos. Los factores son aquellos que consideramos intervienen en el proceso de envasado y que afectan la variabilidades en el contenido efectivo del paquete. Esta técnica, la utilizamos para encontrar la óptima configuración de operación de la pesadora multicabezal y es aplicada a cada estrategia propuesta en su enfoque monoobjetivo y multiobjetivo. Los factores, sus niveles y todo el análisis factorial son presentados en los capítulos 4 y 6, respectivamente.

## 2.5. Análisis de la Varianza

El análisis de varianza (ANOVA, Analysis of Variance) es una técnica poderosa en la cual se utilizan un conjunto de modelos estadísticos para determinar la significancia de uno a mas factores sobre el valor de la varianza de una determinada variable respuesta. Esta técnica, desarrollada inicialmente por Ronald Fisher, utiliza como entrada los resultados del diseño experimental (Montgomery, 2009).

Una de las herramientas principales del ANOVA es el contraste clásico basado en la distribución asintótica del llamado estadístico  $F$ . Este estadístico permite evaluar la significatividad de cada factor y de las interacciones consideradas; permitiendo determinar si un factor o una interacción influyen o no de manera significativa en el valor medio de la variable dependiente o de respuesta considerada (Navidi, 2011). El estadístico  $F$ , para cada factor y cada interacción, se calcula como el cociente  $CM_{\text{factor}}/CM_{\text{res}}$ , donde  $CM_{\text{factor}}$  es el cuadrado medio del factor el cual se compara con  $CM_{\text{res}}$ , el cuadrado medio residual. El  $CM_{\text{factor}}$  es una estimación de la varianza de la variable

dependiente entre los diferentes niveles del factor considerado. Cuanto mayor sea éste en relación al  $CM_{res}$  (el cual estima la varianza existente en los datos que no es debida directamente a ningún factor ni ninguna interacción) — es decir, cuanto mayor sea el valor del estadístico  $F$  — mayor es la evidencia estadística a favor de que ese factor tiene un efecto sobre la variable respuesta (Montgomery, 2013). Usando la distribución de probabilidad — conocida — del estadístico  $F$  es posible determinar a partir de qué punto el valor del estadístico es suficientemente grande como para aceptar que el factor es significativo, con cierto nivel de confianza. Equivalentemente, gracias a esa distribución puede calcularse el llamado valor-P asociado al valor calculado del estadístico  $F$ . El valor-P representa la probabilidad de observar para el cociente  $F$  un valor igual o mayor que el observado, bajo la hipótesis de que el factor o la interacción no influyen en el valor medio de la variable respuesta. Si dicho valor-P es menor que un determinado umbral llamado nivel de significación, normalmente fijado en 0,05, entonces se considera que el factor o la interacción sí son significativas, es decir, se rechaza la hipótesis (Romero y Zúñiga, 2005).

Los cuadrados medios para cada factor o interacción, así como el cuadrado medio residual, se calculan a partir de los datos observados. Todos los cálculos asociados a estos contrastes de hipótesis (un contraste por cada factor e interacción), incluidos los valores-P, se presentan habitualmente en forma de tabla, que es lo que suele conocerse como tabla ANOVA. Una vez que alguno de los contrastes revela que un factor o una interacción tiene un efecto estadísticamente significativo sobre la media de la variable respuesta, cabe preguntarse entre qué par o pares de niveles existen diferencias significativas. Para ello se cuenta con los llamados intervalos LSD (Least Significant Difference), cuya fórmula para el nivel  $i$  del factor considerado es la siguiente:

$$\bar{x}_i \pm \frac{\sqrt{2}}{2} t_{g.l.res.}^{\alpha/2} \sqrt{\frac{CM_{res}}{n_i}} \quad (2.26)$$

Donde  $\bar{x}_i$  representa la media observada para dicho nivel de ese factor,  $\alpha/2$  es la mitad del nivel de significación asumido para cada comparación de niveles dos a dos, g.l.res. es lo que se conoce como grados de libertad residuales,  $t_{g.l.res.}^{\alpha/2}$  es el valor de la distribución  $t$  de Student que deja una cola de  $\alpha/2$ ,  $CM_{res}$  es el cuadrado medio residual antes aludido y  $n_i$  es el número de datos observados en los que se basa el cálculo.

Por el modo en cómo están contruidos estos intervalos, se considerará que existe una diferencia significativa entre dos niveles dados de un determinado factor si sus respectivos intervalos LSD no se solapan. Estos, intervalos LSD suelen representarse en forma de gráfico, de modo que sea fácil visualizar si hay intersección o no entre cada par de estos intervalos.

Otra información que suele mostrarse gráficamente es la de las posibles interacciones entre dos factores dados. Un gráfico de interacciones representa conjuntamente las medias observadas para cada combinación posible de los dos factores considerados. De modo aproximado, a partir de estos gráficos es posible determinar qué combinación o combinaciones concretas de dichos factores son las que producen un resultado diferente al que cabría esperar de los dos factores por separado. En concreto, gráficamente, cuanto más paralelas sean las líneas representadas en los gráficos de interacciones, menor es la evidencia de interacción entre los dos factores. Aquellos puntos que “rompan” la distancia constante entre líneas apuntan a un efecto particular de las correspondientes combinaciones de niveles. Puede ampliarse la información sobre el ANOVA y el DOE en Romero y Zúñica (2005, 2013), Montgomery (2009, 2013) o Navidi (2011). Todos los análisis estadísticos de los resultados del experimento diseñado para el proceso de pesaje se llevaron a cabo mediante el paquete de software estadístico *R* de libre acceso. Los capítulos 4 y 6 recogen los resultados y gráficos del análisis de varianza para las estrategias propuestas bajo los enfoques monoobjetivo y multiobjetivo.

## 2.6. Gráfico de control modificado

Las usuales cartas de control emplean límites de control tres-sigma para monitorear la característica de calidad de un proceso. Estas, son diseñadas para distinguir entre una común o una especial causa de variación. Sin embargo, cuando la capacidad del proceso ( $C_p$ ) es igual o mayor que 2 y el coste de identificar y corregir causas especiales es muy grande los límites de control de tres-sigma son poco económicos. En estos casos, el uso de gráficos de control modificados  $\bar{x}$  es una buena opción para el control del proceso.

Los gráficos de control modificados se utilizan para el seguimiento de procesos de fabricación que son considerados con capacidad seis-sigma. Los límites de control modificados de un gráfico de control modificado permiten a la media del proceso ( $\mu_p$ ) variar en un intervalo, tanto como 1.5 veces su desviación estándar ( $\sigma_p$ ) desde el objetivo deseado, al tiempo que garantiza una probabilidad de producto fuera de especificación aceptablemente pequeña (Duncan, 1986; Montgomery, 2009). El intervalo en el que la media del proceso puede variar por lo general está representada por  $\mu_L$  y  $\mu_U$ , que son los valores permisibles más pequeños y más grandes que puede tomar la media, respectivamente. Esto asegura que la fracción no conforme sea inferior a un umbral conocido como  $\Phi$ . Por lo tanto, para establecer este intervalo, el valor  $\Phi$  debe ser establecido previamente con el valor más bajo posible.

Para especificar los límites de control modificados de una carta de control  $\bar{x}$ , se asume que la salida del proceso de envasado se distribuye normalmente (como vimos en la sección 1.3.3.3). Los límites se establecen teniendo como entrada los valores de  $\mu_L$  y  $\mu_U$ . Además, debido a su base conceptual, estos límites son

más anchos que los límites habituales de tres-sigma. Para el cálculo de  $\mu_L$  y  $\mu_U$  son considerados tanto los límites de la especificación y la desviación estándar del proceso. Como se muestra a continuación:

$$\mu_L = LSL + Z_\phi \sigma_p \quad (2.27)$$

$$\mu_U = USL - Z_\phi \sigma_p \quad (2.28)$$

Donde LSL y USL son los límites de especificación inferior y superior y  $Z_\phi$  es el punto porcentual superior  $100(1 - \phi)$  de la distribución normal estándar (Grant y Leavenworth, 1996; Montgomery, 2009). De esta manera, los límites de control inferior y superior se pueden calcular utilizando las siguientes ecuaciones:

$$LCL = \mu_L - \frac{Z_\alpha \sigma_p}{\sqrt{N}} = LSL + \left( Z_\phi - \frac{Z_\alpha}{\sqrt{N}} \right) \sigma_p \quad (2.29)$$

$$UCL = \mu_U + \frac{Z_\alpha \sigma_p}{\sqrt{N}} = USL - \left( Z_\phi - \frac{Z_\alpha}{\sqrt{N}} \right) \sigma_p \quad (2.30)$$

La figura 2.3 muestra los límites de control en un gráfico de control modificado. Observe que la carta de control modificada  $\bar{x}$  es diseñada para controlar si la media del proceso se encuentra entre  $\mu_L$  y  $\mu_U$ .

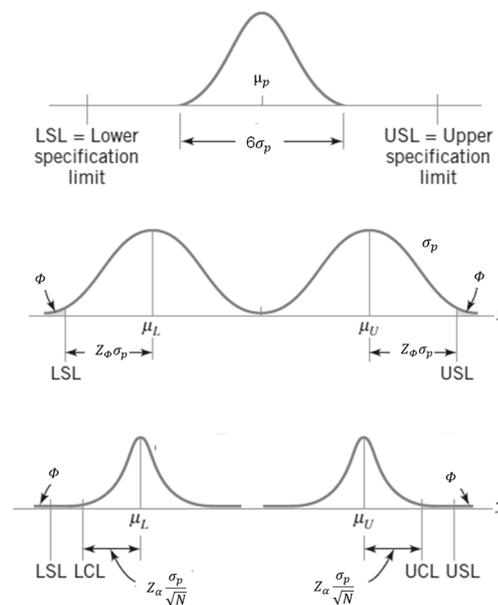


Figura 2.3. Límites de control en un gráfico de control modificado

El diseño de la carta de control se presenta en el Capítulo 7 para aquellas condiciones de operación óptimas identificadas mediante el DOE y ANOVA llevados a cabo en los Capítulos 4 y 6. Los gráficos son diseñados para las más eficientes estrategias en sus respectivos enfoques (monoobjetivo y multiobjetivo).



# Capítulo 3

## Estrategias de optimización para la mejora del proceso de pesaje multicabezal

### 3.1. Introducción

En la práctica industrial la configuración inicial de la pesadora multicabezal puede tener un efecto dramático en el rendimiento del proceso de envasado. En la producción de un nuevo lote de paquetes, el operador de la maquina tiene que ajustar el suministro de producto para cada tolva y, dado que los alimentadores radiales son independientes, el software instalado en la maquina permite al operador elegir un suministro diferente para cada uno de ellos. Este ajuste puede cambiar dependiendo del tipo de producto a envasar y del peso objetivo del paquete ( $T$ ). En la actualidad, los procedimientos de configuración adoptados en la práctica industrial se basan principalmente en la habilidad y experiencia del operador durante una configuración manual de prueba y error, lo que no garantiza el mejor rendimiento.

Las estrategias por medio de la cuales se pretende mejorar el rendimiento y la variabilidad del proceso de pesaje multicabezal (independiente del tipo de producto a envasar y el peso objetivo del paquete) son presentadas en este capítulo. Las estrategias se diseñan para minimizar la diferencia en valor absoluto entre el contenido efectivo del paquete y su peso objetivo. Además, estas estrategias se acompañan de un procedimiento o algoritmo para llevar a cabo la operación de envasado y sus respectivos modelos matemáticos de optimización.

Como hemos señalado, en la presente tesis doctoral asumimos que el número  $k$  de tolvas a ser combinadas en cada operación de envasado es fijado de antemano. Esto ocasiona que el suministro promedio de producto a cada una

de las  $n$  tolvas de pesaje sea  $\mu = T/k$ . Sin embargo, en el diseño de las estrategias exploraremos el caso en el que cada tolva  $i$  es llenada con una cantidad promedio diferente de producto (en lugar de un valor común  $\mu$ ). En este sentido, el suministro de producto se establecerá de tal manera que varias tolvas compartan la misma cantidad promedio de alimentos. Lo anterior, ha demostrado ser una técnica eficaz en este tipo de procesos (Barreiro et al., 1998 y Keraita et al. 2007).

Para fijar el suministro de producto, utilizaremos el valor de cambio o descentrado relativo en la media del proceso comúnmente usado en el tópico de "Control estadístico de Calidad". Este cambio es determinado por el parámetro  $\delta$ , el cual ayuda a fijar la nueva media del proceso cuando se pretende simular situaciones fuera de control,  $\mu_1 = \mu_0 \pm \delta\sigma_0$  ( $\mu_0$  y  $\sigma_0$  son la media y la desviación estándar del proceso en su estado inicial). Por lo tanto, cuando el proceso está bajo control  $\delta = 0$  y cuando el proceso está fuera de control  $\delta > 0$ . Para mayor información puede consultar en Grant y Leavenworth (1996) y Montgomery, (2009).

En nuestro caso, el parámetro  $\delta$  se usa de manera diferente, se utiliza para asegurar que el suministro promedio de producto a las tolvas de pesaje sea diferente. En otras palabras, el valor de  $\delta$  implica cambios voluntarios en el suministro promedio de productos a las tolvas como un primer paso al iniciar la operación de envasado (véase más adelante en subsecciones 3.2 y 3.3). En este sentido, en los experimentos numéricos de las secciones y capítulos posteriores asumiremos valores de 0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 y 3.0 para el parámetro  $\delta$ .

Por otra parte, para el cálculo de la desviación estándar de los pesos en cada tolva ( $\sigma$ ), también como una entrada en el proceso de envasado, utilizaremos el coeficiente esperado de variación ( $CV$ ) del paquete final, es decir, si las tolvas han sido seleccionadas al azar. Por ejemplo,  $CV = (\sqrt{k}\sigma)/T \cdot 100 = 1\%$ ,  $T = 250$  g y  $k = 5$ . Teóricamente tenemos que  $\sqrt{k}\sigma = 2.5$  g y por lo tanto,  $\sigma = 1.12$  g. Sin embargo, no significa que  $\sqrt{k}\sigma$  será la variabilidad obtenida en el paquete mediante nuestro enfoque de estrategias. Es importante señalar que durante los experimentos numéricos el valor de  $\sigma$  (una vez fijado) se mantendrá constante en cada tolva y no se alterará al cambiar los suministros promedios de producto.

De este modo, podemos ver como las estrategias diseñadas, y que serán presentadas en las siguientes secciones, se fundamentan en el estudio de la configuración de llenado de producto a las tolvas de pesaje como método para disminuir la variabilidad en el peso final del paquete. A continuación se muestran las estrategias de optimización para el proceso de envasado.

### 3.2. Búsqueda de peso objetivo con suministro desigual de producto a cinco subgrupos de tolvas (S1).

Esta estrategia propone dividir las  $n$  tolvas de pesaje en cinco subgrupos ( $n_1^{s1}$ ,  $n_2^{s1}$ ,  $n_3^{s1}$ ,  $n_4^{s1}$  y  $n_5^{s1}$ , con  $n = \sum_{j=1}^5 n_j^{s1}$ ) y suministrar una cantidad promedio diferente de producto a cada subgrupo ( $\mu_1$ ,  $\mu_2$ ,  $\mu_3$ ,  $\mu_4$  y  $\mu_5$ , respectivamente). Durante la operación de envasado la configuración de llenado de tolvas se establece de la siguiente forma:

$$X_{tolva} \sim N(\mu_j, \sigma) = \begin{cases} \mu_1 = \mu - \delta\sigma \\ \mu_2 = \mu - (\delta - \delta_{min})\sigma \\ \mu_3 = \mu \\ \mu_4 = \mu + (\delta - \delta_{min})\sigma \\ \mu_5 = \mu + \delta\sigma \end{cases} \quad (3.1)$$

Aquí,  $\delta_{min}$  es el valor mínimo de  $\delta$  distinto de cero ( $\delta_{min} \neq 0$ ) en el conjunto de posibles valores definidos para  $\delta$ . Por lo tanto, la expresión 3.1 es válida cuando  $\delta > 0$  y es múltiplo de  $\delta_{min}$ . Esto asegura que el suministro promedio a  $n_1^{s1}$ ,  $n_2^{s1}$ ,  $n_3^{s1}$ ,  $n_4^{s1}$  y  $n_5^{s1}$  sea diferente. Como se ha comentado anteriormente, los valores definidos que utilizaremos para  $\delta$  en los experimentos son: 0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 y 3.0, por lo que nuestro  $\delta_{min}$  será igual a 0.5.

Ahora, cuando  $\delta = 0$  proponemos que la configuración de llenado de todas las tolvas sea fijada en  $\mu = \mu_j$ , es decir,  $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = T/k$ . Como puede verse,  $\delta$  implica cambios voluntarios en el suministro promedio de productos a los diferentes subgrupos de tolvas, con excepción de  $n_3$ . Esto significa que  $\delta$  permite observar la influencia de establecer el suministro en muchos casos diferentes (esto se analizará en el Capítulo 4).

Como un ejemplo en el cálculo de los valores  $\mu_j$  en la estrategia S1, supongamos un  $T = 250$  g.,  $k = 5$ ,  $\sigma = 1.12$  g.,  $\delta_{min} = 0.5$  y  $\delta = 1.5$ . También asumiremos un número total de tolvas en la pesadora multicabezal  $n = 16$ , con  $n_1^{s1} = 3$ ,  $n_2^{s1} = 3$ ,  $n_3^{s1} = 4$ ,  $n_4^{s1} = 3$  y  $n_5^{s1} = 3$ . En estas condiciones la configuración de llenado sería:

$$\mu_1 = 250/5 - 1.5 (1.12) = 48.32 \text{ g.}$$

$$\mu_2 = 250/5 - (1.5 - 0.5) (1.12) = 48.88 \text{ g.}$$

$$\mu_3 = 250/5 = 50 \text{ g.}$$

$$\mu_4 = 250/5 + (1.5 - 0.5) (1.12) = 51.12 \text{ g. y por último,}$$

$$\mu_5 = 250/5 + 1.5 (1.12) = 51.68 \text{ g.}$$

La tabla 3.1 muestra cómo quedarían asignados los valores de  $\mu_j$  para las  $n$  tolvas de pesaje en el ejemplo presentado. Observe como algunas tolvas de

pesaje compartirían el mismo valor para  $\mu_j$  dependiendo a cual subgrupo pertenecen.

**Tabla 3.1. Asignación del suministro promedio para 16 tolvas de pesaje en S1**

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
S1	$\mu_1$	$\mu_1$	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_2$	$\mu_2$	$\mu_3$	$\mu_3$	$\mu_3$	$\mu_3$	$\mu_4$	$\mu_4$	$\mu_4$	$\mu_5$	$\mu_5$	$\mu_5$

### 3.3. Búsqueda de peso objetivo con suministro desigual de producto a tres subgrupos de tolvas (S2).

Similar a S1, proponemos dividir las  $n$  tolvas en tres subgrupos ( $n_1^{s2}$ ,  $n_2^{s2}$ , y  $n_3^{s2}$  con  $n = \sum_{j=1}^3 n_j^{s2}$ ). En este caso, el suministro promedio de productos a las tolvas dependerá únicamente del valor de  $\delta$ , es decir, sin tener en cuenta el valor  $\delta_{min}$ . Por lo tanto, en esta estrategia los valores  $\mu_j$  para cada subgrupo serán  $\mu_1$ ,  $\mu_3$  y  $\mu_5$ , respectivamente (véase ecuación 3.1 en sección anterior).

De esta manera, la configuración de llenado se establecerá considerando únicamente aquellos suministros promedios que incluyan el valor de  $\delta$ , como se muestra a continuación:

$$X_{tolva} \sim N(\mu_j, \sigma) = \begin{cases} \mu_1 = \mu - \delta\sigma \\ \mu_3 = \mu \\ \mu_5 = \mu + \delta\sigma \end{cases} \quad (3.2)$$

El ajuste de la configuración de llenado permite obtener la expresión 3.2. Como puede verse, los cambios en la oferta de producto a las tolvas se producirán solo cuando  $\delta$  sea mayor que cero ( $\delta > 0$ ). Para los casos en los que  $\delta$  sea igual a cero ( $\delta = 0$ ), se propone fijar los suministros en  $\mu = \mu_j$ , es decir,  $\mu_1 = \mu_3 = \mu_5 = T/k$ . De esta forma, vemos como  $\delta$  es utilizado para variar el suministro promedio de productos a los subconjuntos  $n_1^{s2}$  y  $n_3^{s2}$ .

Para dar una idea de cómo se establecería los  $\mu_j$  en la estrategia S2, considere un  $T = 250$  g.,  $k = 5$ ,  $\sigma = 1.12$  g. y  $\delta = 1.5$ . También suponga un número total de tolvas en la pesadora multicabezal  $n = 16$ , con  $n_1^{s2} = 5$ ,  $n_2^{s2} = 6$  y  $n_3^{s2} = 5$ . Por lo tanto durante la operación de envasado el abastecimiento de producto a las tolvas quedará de la siguiente manera:

$$\mu_1 = 250/5 - 1.5 (1.12) = 48.32 \text{ g.},$$

$$\mu_3 = 250/5 = 50 \text{ g. y,}$$

$$\mu_5 = 250/5 + 1.5 (1.12) = 51.68 \text{ g.}$$

La tabla 3.2 muestra la distribución de los valores de  $\mu_j$  para 16 tolvas de pesaje cuando se usa la estrategia S2.

**Tabla 3.2. Asignación del suministro promedio para 16 tolvas de pesaje en S2**

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
S2	$\mu_1$	$\mu_1$	$\mu_1$	$\mu_1$	$\mu_1$	$\mu_3$	$\mu_3$	$\mu_3$	$\mu_3$	$\mu_3$	$\mu_3$	$\mu_5$	$\mu_5$	$\mu_5$	$\mu_5$	$\mu_5$

**3.4. Búsqueda de peso objetivo con suministro igual de producto (S3).**

En esta estrategia, el proceso de envasado se evalúa en condiciones en las que todas las  $n$  tolvas de pesaje se llenan con una cantidad promedio igual de producto, con el fin de establecer la configuración de llenado en:  $\mu = \mu_3 = T/k$  (véase ecuación 3.1). Por lo tanto, no se consideran cambios en el suministro promedio de producto a las tolvas, esperando que la suma del contenido en  $k$  tolvas sea igual a  $T$ .

Buscando mostrar cómo se establecería el suministro promedio en esta estrategia, la Tabla 3.3 presenta los valores  $\mu_j$  usando un número total de tolvas  $n = 16$ .

**Tabla 3.3. Asignación del suministro promedio para 16 tolvas de pesaje en S3**

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
S3	$\mu_3$															

En la comparación del rendimiento de las estrategias se pretende determinar cuál de los enfoques propuestos logra una mayor reducción en la variabilidad del proceso. Esta comparación es presentada más adelante en las secciones 3.7 y 3.8.

**3.5. Algoritmo de envasado**

El procedimiento propuesto para llevar a cabo la operación de envasado se explica en esta sección. Este enumerativo procedimiento se realiza para cada producto envasado pretendiendo hallar un conjunto  $H'$  de  $k$  tolvas que ofrezcan un peso final ( $W$ ) tan cercano (por encima o por debajo) al peso objetivo  $T$  como sea posible. Además, se busca que el peso total ( $W$ ) este dentro de un *nivel de confianza* del 99.73% alrededor del peso objetivo  $T$ . Con algunas modificaciones hechas por el fabricante, este algoritmo de envasado puede ser

implementado en el software instalado en la unidad de control de la pesadora multicabezal. A continuación, se presenta el procedimiento adaptado a la estrategia S1. Su aplicación es equivalente para S2 y S3. El procedimiento consiste en 7 etapas:

- Entradas:
  - $n$ : Número total de tolvas.  $n > 0$ .
  - $k$ : Número de tolvas combinadas en cada operación de envasado.  $2 \leq k < n$ .
  - $T$ : Peso objetivo.  $T > 0$ .
  - $n_1, \dots, n_5$ : Número de tolvas en cada subgrupo.  $n_j \geq 0, \forall j = 1, \dots, 5; \sum_{j=1}^5 n_j = n$ .
  - $\sigma$ : Desviación estándar del peso suministrado en cada tolva.  $\sigma > 0$ .
  - $\delta$ : Valor de cambio en el suministro de producto para los subgrupos de tolvas.  $\delta > 0$ .
  - $\delta_{min}$ : Mínimo valor distinto de cero del conjunto de valores definidos para  $\delta$ .  $0 < \delta_{min} \leq \delta$ .
  - $Q$ : Número total de paquetes a producir.  $Q \geq 1$ .
- **Paso 1. Inicialización.**
  - Asignar cada tolva a un subgrupo, de modo que el número de tolvas en el subgrupo  $j$  es  $n_j$ , para todo  $j$ .
  - Calcular el peso promedio que se proporcionará a cada subgrupo de tolvas. Conforme a la estrategia S1.  $\mu_1 = T/k - \delta \cdot \sigma$ ;  $\mu_2 = T/k - (\delta - \delta_{min}) \cdot \sigma$ ;  $\mu_3 = T/k$ ;  $\mu_4 = T/k + (\delta - \delta_{min}) \cdot \sigma$ ;  $\mu_5 = T/k + \delta \cdot \sigma$ .
  - Establecer los valores iniciales de los pesos de cada tolva.  $X_i = 0, \forall i = 1, \dots, n$ .
  - Establecer un valor inicial para el número de envases producidos hasta este momento.  $q = 0$ .
- **Paso 2. Nueva operación de envasado.** Inicializar  $M_{s1}^{min} = +\infty, H'_{min} = \emptyset$ . ( $M_{s1}^{min}$  es la mínima diferencia encontrada entre el peso del paquete ( $\sum_{i \in H'} X_i$ ) y el peso objetivo ( $T$ );  $H'_{min}$  conjunto de tolvas con las cuales se obtiene  $M_{s1}^{min}$ ).
- **Paso 3. Llenar todas las tolvas vacías.** Para toda tolva  $i$  en el subgrupo  $j$  tal que  $X_i = 0$ : Asignar  $X =$  Valor aleatorio de una distribución  $N(\mu_j, \sigma)$ .

- **Paso 4.** Evaluación de todas las combinaciones de  $k$ -tolvas, con el fin de calcular  $M_{s1}^{\min}$ . Para toda combinación de  $k$ -tolvas  $H'$ :

  - Calcular  $M_{s1} = |T - \sum_{i \in H'} X_i|$ . (diferencia con el peso objetivo)
  - Si  $M_{s1} < M_{s1}^{\min}$ , entonces asignar  $M_{s1}^{\min} = M_{s1}$ ,  $H'_{\min} = H'$ .
- **Paso 5.** Comprobar que el conjunto  $H'_{\min}$  ofrece un peso final que se encuentra dentro de un nivel de confianza  $(1-\alpha)$  del 99.73% alrededor del peso objetivo  $T$ , es decir,  $M_{s1}^{\min} \leq Z_{\alpha/2} \sqrt{k} \sigma$  (a esto lo llamaremos restricción de *nivel de confianza*).

  - Si  $M_{s1}^{\min} > Z_{\alpha/2} \sqrt{k} \sigma$  entonces: (no existe una combinación que cumpla con la restricción; todas las tolvas se tienen que descargar y volver a llenar). Para cada tolva  $i$ : Asignar  $X_i = 0$ ; ir al paso 2. En otro caso: ir al Paso 6.
- **Paso 6.** La combinación de  $k$ -tolvas que minimiza el valor de  $M_{s1}$  es la que tiene que ser seleccionada para producir el paquete. **Devolver**  $H'_{\min}$  (como el conjunto de tolvas a ser combinadas para formar el  $(q + 1)$ -ésimo paquete). Para cada tolva  $i$  que pertenece a  $H'_{\min}$ : (que se descarga en el paquete) Asignar  $X_i = 0$ .
- **Paso 7.** Actualizar el número de paquetes producidos y comprobar si el proceso ha terminado o no. Asignar  $q = q + 1$ . Si  $q < Q$  entonces ir al paso 2; de otro modo finalizar el proceso de envasado.

Este algoritmo evalúa un total de  $C_t = n! / (k!(n - k)!)$  combinaciones en cada operación de envasado, donde el parámetro  $k$ , como ya se ha mencionado, es fijado de antemano. El paso 4 revela como el procedimiento propuesto es una estrategia enumerativa explícita (o búsqueda exhaustiva) sencilla que facilita la selección del subconjunto  $H'$  de  $k$  tolvas de pesaje y por lo tanto es un método exacto (Michalewicz y Fogel, 2004).

En el paso 5 del algoritmo,  $Z_{\alpha/2}$  representa el valor crítico de la distribución de probabilidad normal estándar  $N(0,1)$  para un nivel de significación  $\alpha$ . Además, en este paso se describe la situación en la que todas las tolvas deben ser descargadas con el fin de evitar la producción de paquetes que no cumplirían con los requisitos de calidad del producto final en términos de peso, es decir, no cumplen con la restricción de *nivel de confianza*. En términos prácticos, todo este producto descargado se puede tomar y reutilizar en el proceso, por ejemplo. La figura 3.1 presenta los flujogramas del procedimiento de envasado adaptados a cada estrategia.

El algoritmo fue implementado en Pascal para cada estrategia y para valores de  $k$  entre 2 y 8. Además, fue ejecutado en un ordenador personal con Windows 7 Home Premium (64 bits), la CPU Intel Core i5-3317U (1,7 GHz) y 4 GB de memoria. La versión actual de la aplicación permite al usuario introducir

la configuración de llenado a los subgrupos de tolvas, así como el número de tolvas en cada subgrupo (para las estrategias S1 y S2). También se pueden introducir cambios adicionales en la alimentación de cada subgrupo y un cambio general para simular situaciones fuera de control. Estos cambios los representaremos con la letra griega Rho ( $\rho$ ) y pueden ser hechos luego de establecer los valores  $\mu_j$ , por lo que no deben confundirse con el parámetro  $\delta$ .

Otros parámetros tales como el peso objetivo  $T$ , el número total de tolvas  $n$  y el número total de paquetes a producir  $Q$  también pueden ser introducidos por el usuario. Los resultados incluyen, para cada operación de envasado, el peso total del paquete  $W$ , y la diferencia entre el peso objetivo  $T$  y el peso total  $W$ . Como resumen del proceso, el software vuelve la proporción de operaciones de envasado en las que cada tolva se ha utilizado, así como el peso promedio del número total de paquetes producidos ( $\mu_{paquete}$ ), la desviación estándar del número total de paquetes producidos ( $\sigma_{paquete}$ ) y el porcentaje de descarga de tolvas por incumplimiento de la restricción de *nivel de confianza* (DCL). De esta manera, 24 algoritmos fueron programados en lenguaje Pascal para cada estrategia y valor de  $k$ . Como ejemplo, la Figura 3.2 muestra la interfaz de usuario de este prototipo para el caso  $k = 5$  en S1,  $k = 4$  en S2 y  $k = 3$  en S3. Asimismo, el Anexo A presenta como un ejemplo, el código fuente de la estrategia S1 para un número de tolvas combinadas ( $k$ ) igual a 5.

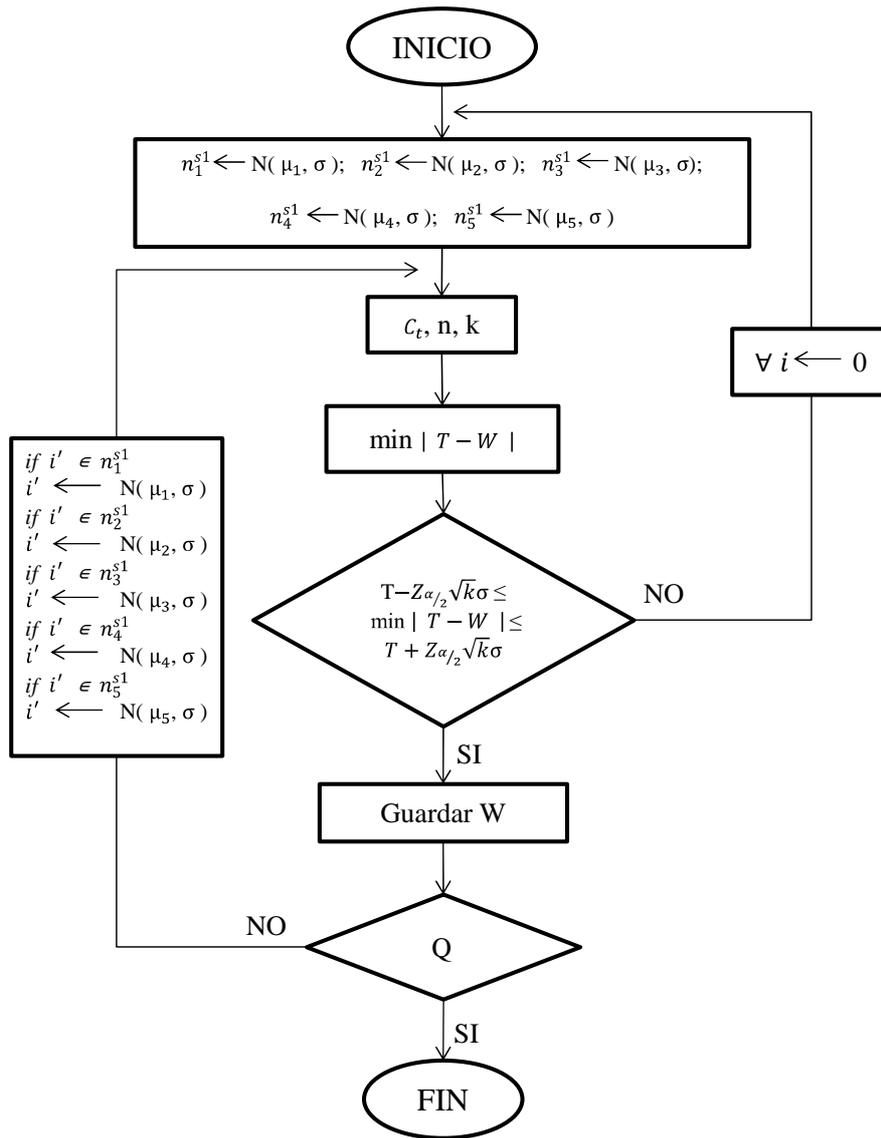


Figura 3.1a. Flujograma del procedimiento de envasado adaptado a la estrategia S1

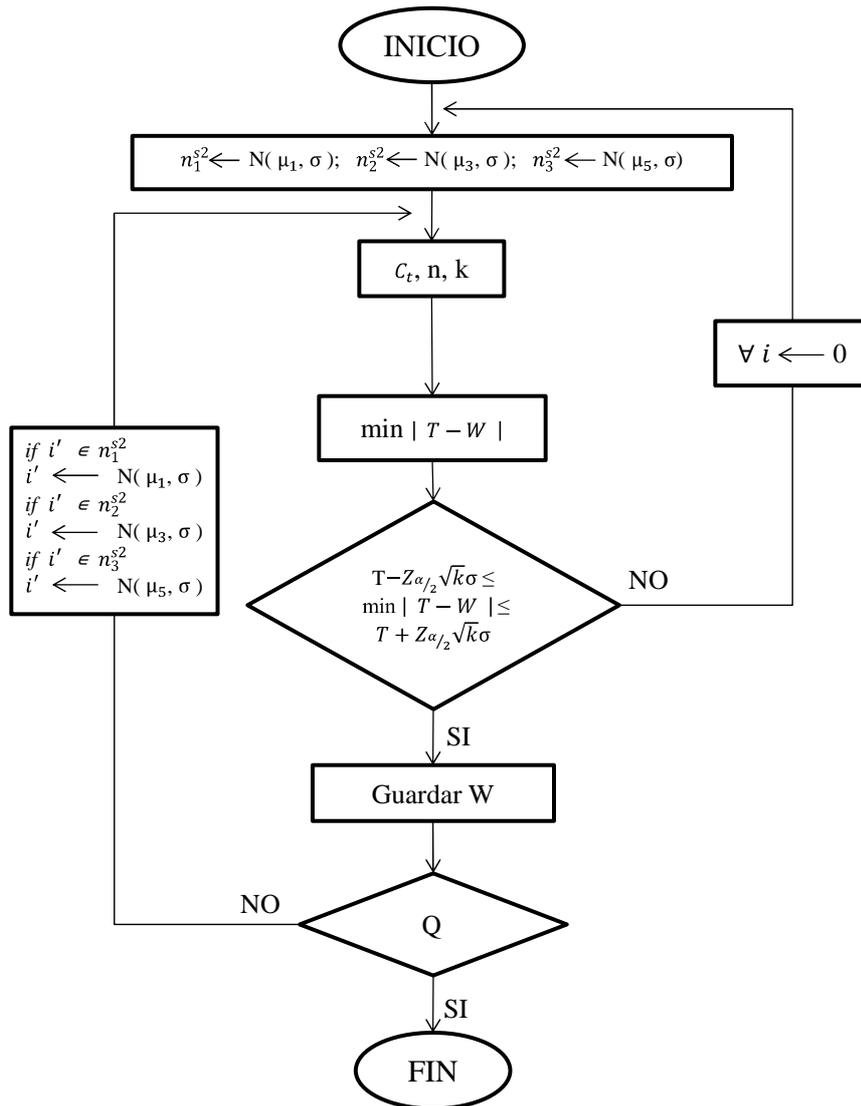


Figura 3.1b. Flujograma del procedimiento de envasado adaptado a la estrategia S2

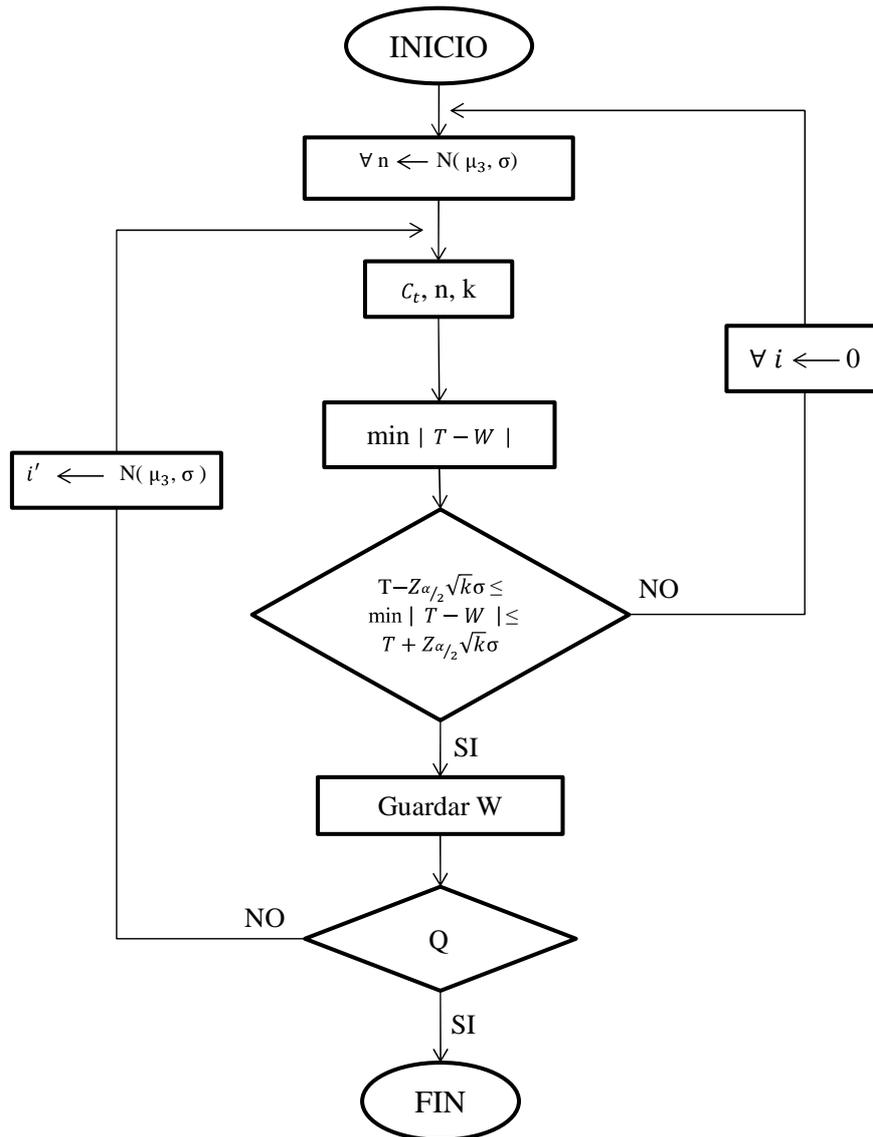


Figura 3.1c. Flujograma del procedimiento de envasado adaptado a la estrategia S3

Monoobjective Algorithm for Optimization of the Multihead Weighing Process. Alexander Pulido-Rojano and J. Carlos García-Díaz (2016)

Strategy 1 (S1): Dividing the hoppers in five subgroups with different pattern filling. Selection Approach: Min | T - W |

**INPUTS: MONOOBJECTIVE APPROACH** *Hoppers Out-of-Control*

Mean(n1) <input type="text" value="41.61"/>	Mean(n2) <input type="text" value="44.41"/>	Mean(n3) <input type="text" value="50"/>	Mean(n4) <input type="text" value="55.59"/>	Mean(n5) <input type="text" value="58.39"/>	Mean <input type="text" value="0"/>
Sigma(n1) <input type="text" value="5.59"/>	Sigma(n2) <input type="text" value="5.59"/>	Sigma(n3) <input type="text" value="5.59"/>	Sigma(n4) <input type="text" value="5.59"/>	Sigma(n5) <input type="text" value="5.59"/>	Sigma <input type="text" value="0"/>
Shift(n1)(Units) <input type="text" value="0"/>	Shift(n2)(Units) <input type="text" value="0"/>	Shift(n3)(Units) <input type="text" value="0"/>	Shift(n4)(Units) <input type="text" value="0"/>	Shift(n5)(Units) <input type="text" value="0"/>	Shift(Units) <input type="text" value="0"/>
No. of Hoppers(n1) <input type="text" value="3"/>	No. of Hoppers(n2) <input type="text" value="3"/>	No. of Hoppers(n3) <input type="text" value="4"/>	No. of Hoppers(n4) <input type="text" value="3"/>	No. of Hoppers(n5) <input type="text" value="3"/>	No. of hoppers <input type="text" value="0"/>

**RESULTS**

	<u>Total Weight (W)</u>	<u>Deviation (W - T)</u>	<u>Fraction of use Hoppers</u>	<u>Process parameters</u>
Target Weight (T) <input type="text" value="250"/>	249.995438644273	-0.00456135572721905	Hopper 9 = 0.3178	$\mu_{\text{package}} = 249.999977979182$ $\sigma_{\text{package}} = 0.0114914039038525$ % Discharge for confidence level = 0
No. Total of Hoppers (n) <input type="text" value="16"/>	250.001250208478	0.00125020847781343	Hopper 10 = 0.3215	
No. of packages (Q) <input type="text" value="10000"/>	250.01949620231	0.0194962023104495	Hopper 11 = 0.3112	
<i>No. of hoppers combined: k = 5</i>	249.990925151786	-0.00907484821365756	Hopper 12 = 0.3158	
	249.998509240933	-0.00149075906725216	Hopper 13 = 0.3065	
	250.003694832287	0.0036948322872945	Hopper 14 = 0.3083	
	250.001434457582	0.00143445758232019	Hopper 15 = 0.314	
	250.002322631426	0.00232263142589773	Hopper 16 = 0.3155	

Figura 3.2a. Interfaz de usuario del software desarrollado para  $k = 5$  en la estrategia S1

Monoobjective Algorithm For Optimization Of The Multihead Weighing Process. Alexander Pulido-Rojano and J. Carlos García-Díaz (2016)

Strategy 2 (S2): Dividing the hoppers in three subgroups with different pattern filling. Selection Approach:  $\text{Min} | T - W |$

**INPUTS: MONOOBJECTIVE APPROACH**

Mean(n1) <input type="text" value="56.25"/>	Mean(n2) <input type="text" value="62.5"/>	Mean(n3) <input type="text" value="68.75"/>	<i>Hoppers Out-of-Control</i>
Sigma(n1) <input type="text" value="6.25"/>	Sigma(n2) <input type="text" value="6.25"/>	Sigma(n3) <input type="text" value="6.25"/>	Mean <input type="text" value="0"/>
Shift(n1)(Units) <input type="text" value="0"/>	Shift(n2)(Units) <input type="text" value="0"/>	Shift(n3)(Units) <input type="text" value="0"/>	Sigma <input type="text" value="0"/>
No. of hoppers(n1) <input type="text" value="5"/>	No. of hoppers(n2) <input type="text" value="6"/>	No. of hoppers(n3) <input type="text" value="5"/>	Shift(Units) <input type="text" value="0"/>
			No. of hoppers <input type="text" value="0"/>

**RESULTS**

	<i>Total Weight (W)</i>	<i>Deviation (W - T)</i>	<i>Fraction of use Hoppers</i>	<i>Process parameters</i>
<i>No. of hoppers combined: k = 4</i>	250.012227046546	0.0122270465460019	Hopper 9 = 0.2511	$\mu_{\text{package}} = 250.000077568455$ $\sigma_{\text{package}} = 0.13234190065009$ % Discharge for confidence level = 0
	249.998127355453	-0.00187264454731917	Hopper 10 = 0.2583	
	250.0197381385	0.019738138500486	Hopper 11 = 0.2537	
	250.002383527434	0.00238352743429005	Hopper 12 = 0.2472	
	249.986898472501	-0.0131015274992592	Hopper 13 = 0.236	
	249.99800905393	-0.00199094607040706	Hopper 14 = 0.2475	
Total Weight (T) <input type="text" value="250"/>	250.021784906047	0.0217849060474009	Hopper 15 = 0.2502	
No. Total of Hoppers (n) <input type="text" value="16"/>	250.005087098738	0.00508709873784596	Hopper 16 = 0.2493	
No. of packages (Q) <input type="text" value="10000"/>				

Figura 3.2b. Interfaz de usuario del software desarrollado para  $k = 4$  en la estrategia S2

Monoobjective Algorithm For Optimization Of The Multihead Weighing Process. (2016)

Strategy 3 (S3): Hoppers all have the same pattern filling. Selection Approach: Min | T - W |

**INPUTS: MONOOBJECTIVE APPROACH** *Hoppers Out-of-Control*

Target Weight (T) <input type="text" value="250"/>	Mean(n) <input type="text" value="83.33"/>	Mean <input type="text" value="0"/>
No. Total of Hoppers (n) <input type="text" value="16"/>	Sigma(n) <input type="text" value="1.44"/>	Sigma <input type="text" value="0"/>
No. of packages (Q) <input type="text" value="10000"/>	Shift(n)(Units) <input type="text" value="0"/>	Shift(Units) <input type="text" value="0"/>
<u>No. of hoppers combined: k = 3</u>	No. of hoppers In-Control <input type="text" value="16"/>	No. of hoppers out-Control <input type="text" value="0"/>

**RESULTS**

<u>Total Weight (W)</u>	<u>Deviation (W - T)</u>	<u>Fraction of use Hoppers</u>	<u>Process parameters</u>
248.567599593741	-1.43240040625858	Hopper 11 = 0.1789	$\mu_{\text{package}} = 249.955385277072$ $\sigma_{\text{package}} = 0.438415352453707$ % Discharge for confidence level = 0
249.874185162639	-0.125814837361389	Hopper 12 = 0.1874	
249.922321351158	-0.0776786488418111	Hopper 13 = 0.1899	
249.997539546987	-0.00246045301332742	Hopper 14 = 0.1664	
250.035362101598	0.0353621015983094	Hopper 15 = 0.1975	
250.087661374703	0.0876613747030888	Hopper 16 = 0.1875	

Figura 3.2c. Interfaz de usuario del software desarrollado para  $k = 3$  en la estrategia S3

### 3.6. Modelos de optimización

Esta sección contiene los modelos de optimización, expresados formalmente como modelos de programación lineal, los cuales han sido ajustados a cada estrategia de llenado.

#### 3.6.1. Modelo matemático de optimización para S1

Para el planteamiento del modelo de optimización en S1, recordemos que los subgrupos de tolvas ( $n_1^{s1}$ ,  $n_2^{s1}$ ,  $n_3^{s1}$ ,  $n_4^{s1}$  y  $n_5^{s1}$ ), en los que se han subdividido las  $n$  tolvas de la pesadora multicabezal, tienen un peso promedio asignado cuyo valor dependerá de la manera como se ha establecido la configuración de llenado,  $N(\mu_j, \sigma)$ . El modelo de optimización pretende encontrar un subconjunto  $H'$  de tolvas, siendo  $|H'| = k$ , cuya suma de pesos sea lo más cercano posible a un peso objetivo  $T$ .

La solución a este problema se puede plantear mediante cinco vectores  $[y_1^1, \dots, y_{n_1^{s1}}^1]$ ,  $[y_1^2, \dots, y_{n_2^{s1}}^2]$ ,  $[y_1^3, \dots, y_{n_3^{s1}}^3]$ ,  $[y_1^4, \dots, y_{n_4^{s1}}^4]$  y  $[y_1^5, \dots, y_{n_5^{s1}}^5]$ , establecidos a cada subgrupo de tolvas, donde cada componente  $y_i^1$ ,  $y_l^2$ ,  $y_r^3$ ,  $y_s^4$  y  $y_z^5$  representa un peso  $i$ ,  $l$ ,  $r$ ,  $s$  ó  $z$  y cuyo valor indica si el peso en la tolva se ha seleccionado (en cuyo caso el valor es 1) o no (en cuyo caso el valor es 0). En este caso, la variable a ser minimizada está representada por  $M_{S1}$ ; la cual representa la mínima diferencia, en valor absoluto, entre el peso total ( $W$ ) y el peso objetivo ( $T$ ) cuando las  $n$  tolvas se han subdividido en cinco subgrupos. De esta manera podemos plantear el modelo de la siguiente forma:

$$y_i^1 = \begin{cases} 1 & \text{si el peso } i \in n_1^{s1} \text{ es elegido} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.3)$$

$$y_l^2 = \begin{cases} 1 & \text{si el peso } l \in n_2^{s1} \text{ es elegido} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.4)$$

$$y_r^3 = \begin{cases} 1 & \text{si el peso } r \in n_3^{s1} \text{ es elegido} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.5)$$

$$y_s^4 = \begin{cases} 1 & \text{si el peso } s \in n_4^{s1} \text{ es elegido} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.6)$$

$$y_z^5 = \begin{cases} 1 & \text{si el peso } z \in n_5^{s1} \text{ es elegido} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.7)$$

**Objetivo**  $\rightarrow$  Minimizar  $M_{S1}$

**Sujeto a**

$$M_{S1} \geq 0 \quad (3.8)$$

$$M_{S1} \geq T - \sum_{i=1}^{n_1^{S1}} X_i^1 y_i^1 + \sum_{l=1}^{n_2^{S1}} X_l^2 y_l^2 + \sum_{r=1}^{n_3^{S1}} X_r^3 y_r^3 + \sum_{s=1}^{n_4^{S1}} X_s^4 y_s^4 + \sum_{z=1}^{n_5^{S1}} X_z^5 y_z^5 \quad (3.9)$$

$$M_{S1} \geq \sum_{i=1}^{n_1^{S1}} X_i^1 y_i^1 + \sum_{l=1}^{n_2^{S1}} X_l^2 y_l^2 + \sum_{r=1}^{n_3^{S1}} X_r^3 y_r^3 + \sum_{s=1}^{n_4^{S1}} X_s^4 y_s^4 + \sum_{z=1}^{n_5^{S1}} X_z^5 y_z^5 - T \quad (3.10)$$

$$T - Z\alpha_{/2}\sqrt{k}\sigma \leq \sum_{i=1}^{n_1^{S1}} X_i^1 y_i^1 + \sum_{l=1}^{n_2^{S1}} X_l^2 y_l^2 + \sum_{r=1}^{n_3^{S1}} X_r^3 y_r^3 + \sum_{s=1}^{n_4^{S1}} X_s^4 y_s^4 + \sum_{z=1}^{n_5^{S1}} X_z^5 y_z^5 \quad (3.11)$$

$$T + Z\alpha_{/2}\sqrt{k}\sigma \geq \sum_{i=1}^{n_1^{S1}} X_i^1 y_i^1 + \sum_{l=1}^{n_2^{S1}} X_l^2 y_l^2 + \sum_{r=1}^{n_3^{S1}} X_r^3 y_r^3 + \sum_{s=1}^{n_4^{S1}} X_s^4 y_s^4 + \sum_{z=1}^{n_5^{S1}} X_z^5 y_z^5 \quad (3.12)$$

$$y_i^1 \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, n_1^{S1}. \quad (3.13)$$

$$y_l^2 \in \{0, 1\}, \quad l = 1, 2, \dots, n_2^{S1}. \quad (3.14)$$

$$y_r^3 \in \{0, 1\}, \quad r = 1, 2, \dots, n_3^{S1}. \quad (3.15)$$

$$y_s^4 \in \{0, 1\}, \quad s = 1, 2, \dots, n_4^{S1}. \quad (3.16)$$

$$y_z^5 \in \{0, 1\}, \quad z = 1, 2, \dots, n_5^{S1}. \quad (3.17)$$

Observe como la ecuación (3.8) asegura que el valor de  $M_{S1}$  sea mayor o igual a cero. Esto representa la mínima diferencia en valor absoluto y cumple con las restricciones de las ecuaciones (3.9) y (3.10). La restricción de *nivel de confianza* (como paso 5 del algoritmo de envasado) está representada por las ecuaciones (3.11) y (3.12). Asimismo, las restricciones para las variables binarias  $y_i^1$ ,  $y_l^2$ ,  $y_r^3$ ,  $y_s^4$  y  $y_z^5$  están representadas desde la ecuación (3.13) a la (3.17). En este caso, el peso total ( $W$ ) y la varianza del paquete final estarán expresados de la siguiente manera:

$$W = (\sum_{i \in H'} X_i^1 + \sum_{l \in H'} X_l^2 + \sum_{r \in H'} X_r^3 + \sum_{s \in H'} X_s^4 + \sum_{z \in H'} X_z^5) \quad (3.18)$$

$$\sigma_{paquete}^2(N(\mu, \sigma)) = VAR(\sum_{i \in H'} X_i^1 + \sum_{l \in H'} X_l^2 + \sum_{r \in H'} X_r^3 + \sum_{s \in H'} X_s^4 + \sum_{z \in H'} X_z^5) \quad (3.19)$$

**3.6.2. Modelo matemático de optimización para S2**

De forma análoga a S1, la solución al problema de escoger el subconjunto  $H'$  de tolvas en S2 estará planteada por tres vectores  $[y_1^1, \dots, y_{n_1^{S2}}^1]$ ,  $[y_1^2, \dots, y_{n_2^{S2}}^2]$  y

$[y_1^3, \dots, y_{n_3^{s2}}^3]$  establecidos para cada subgrupo de tolvas ( $n_1^{s2}$ ,  $n_2^{s2}$  y  $n_3^{s2}$ ). Los componentes de cada vector ( $y_i^1$ ,  $y_l^2$  y  $y_r^3$ ) representan un peso  $i$ ,  $l$  ó  $r$ . Los cuales pueden tomar un valor de 1 si el peso en la tolva ha sido seleccionado o valor de 0 si no ha sido seleccionado. La variable a minimizar estará representada por  $M_{S2}$ ; que es la mínima diferencia en valor absoluto entre  $W$  y  $T$  cuando las  $n$  tolvas se han subdividido en tres subgrupos.

Realizando los ajustes correspondientes, el modelo matemático de optimización para S2 queda formulado como se muestra a continuación:

$$y_i^1 = \begin{cases} 1 & \text{si el peso } i \in n_1^{s2} \text{ es elegido} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.20)$$

$$y_l^2 = \begin{cases} 1 & \text{si el peso } l \in n_2^{s2} \text{ es elegido} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.21)$$

$$y_r^3 = \begin{cases} 1 & \text{si el peso } r \in n_3^{s2} \text{ es elegido} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.22)$$

**Objetivo** → Minimizar  $M_{S2}$

**Sujeto a**

$$M_{S2} \geq 0 \quad (3.23)$$

$$M_{S2} \geq T - \sum_{i=1}^{n_1^{s2}} X_i^1 y_i^1 + \sum_{l=1}^{n_2^{s2}} X_l^2 y_l^2 + \sum_{r=1}^{n_3^{s2}} X_r^3 y_r^3 \quad (3.24)$$

$$M_{S2} \geq \sum_{i=1}^{n_1^{s2}} X_i^1 y_i^1 + \sum_{l=1}^{n_2^{s2}} X_l^2 y_l^2 + \sum_{r=1}^{n_3^{s2}} X_r^3 y_r^3 - T \quad (3.25)$$

$$T - Z\alpha/2 \sqrt{k\sigma} \leq \sum_{i=1}^{n_1^{s2}} X_i^1 y_i^1 + \sum_{l=1}^{n_2^{s2}} X_l^2 y_l^2 + \sum_{r=1}^{n_3^{s2}} X_r^3 y_r^3 \quad (3.26)$$

$$T + Z\alpha/2 \sqrt{k\sigma} \geq \sum_{i=1}^{n_1^{s2}} X_i^1 y_i^1 + \sum_{l=1}^{n_2^{s2}} X_l^2 y_l^2 + \sum_{r=1}^{n_3^{s2}} X_r^3 y_r^3 \quad (3.27)$$

$$y_i^1 \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, n_1^{s2}. \quad (3.28)$$

$$y_l^2 \in \{0, 1\}, \quad l = 1, 2, \dots, n_2^{s2}. \quad (3.29)$$

$$y_r^3 \in \{0, 1\}, \quad r = 1, 2, \dots, n_3^{s2}. \quad (3.30)$$

La ecuación (3.23) asegura que la mínima diferencia en valor absoluto entre el peso total y el peso objetivo ( $M_{S2}$ ) sea mayor o igual a cero, dando cumplimiento a las ecuaciones (3.24) y (3.25). Aquí, la restricción de *nivel de confianza* está representada por las ecuaciones (3.26) y (3.27). Además, las restricciones para

las variables binarias  $y_i^1$ ,  $y_l^2$  y  $y_r^3$  están personalizadas desde la ecuación (3.28) a la (3.30). En esta estrategia, el peso total elegido ( $W$ ) y la varianza del paquete ( $\sigma_{paquete}^2$ ) se establecerán de la siguiente manera:

$$W = (\sum_{i \in H'} X_i^1 + \sum_{l \in H'} X_l^2 + \sum_{r \in H'} X_r^3) \quad (3.31)$$

$$\sigma_{paquete}^2(N(\mu, \sigma)) = VAR (\sum_{i \in H'} X_i^1 + \sum_{l \in H'} X_l^2 + \sum_{r \in H'} X_r^3) \quad (3.32)$$

### 3.6.3. Modelo matemático de optimización para S3

El modelo de optimización para S3 es mucho más sencillo de plantear, ya que estaríamos considerando un solo vector  $[y_1, \dots, y_n]$  cuyos componentes  $y_i$  representan los pesos en las  $n$  tolvas de pesaje. Por consiguiente, sus valores, 1 ó 0, indican que pesos han sido escogidos y cuáles no. En esta estrategia la variable que minimiza la diferencia entre  $W$  y  $T$ , estará representada por  $M_{S3}$ . La formulación del modelo es como se muestra a continuación:

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{si el peso } i \in n \text{ es elegido} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3.33)$$

**Objetivo** → Minimizar  $M_{S3}$

**Sujeto a**

$$M_{S3} \geq 0 \quad (3.34)$$

$$M_{S3} \geq T - \sum_{i=1}^n X_i y_i \quad (3.35)$$

$$M_{S3} \geq \sum_{i=1}^n X_i y_i - T \quad (3.36)$$

$$T - Z_{\alpha/2} \sqrt{k} \sigma \leq \sum_{i=1}^n X_i y_i \quad (3.37)$$

$$T + Z_{\alpha/2} \sqrt{k} \sigma \geq \sum_{i=1}^n X_i y_i \quad (3.38)$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.39)$$

De esta forma, las ecuaciones (3.34), (3.35) y (3.36) aseguran que la diferencia en valor absoluto entre  $W$  y  $T$  sea mínima. Asimismo, el cumplimiento de que el peso total elegido este dentro del *nivel de confianza* sugerido se logra con las ecuaciones (3.37) y (3.38). Además, la restricción para las variables binarias es satisfecha por la ecuación (3.39). En este caso, el peso total ( $W$ ) y la varianza del paquete son representados por las expresiones (3.40) y (3.41).

$$W = (\sum_{i \in H'} X_i) \quad (3.40)$$

$$\sigma_{paquete}^2(N(\mu, \sigma)) = VAR (\sum_{i \in H'} X_i) \quad (3.41)$$

### 3.7. Rendimientos de las estrategias

Como ha sido mencionado, el control del contenido efectivo del paquete está regulado por la Directiva Europea 76/211/CEE y debe ser aplicada por fábricas, plantas de envasado e importadores. La normativa establece que los consumidores deben ser informados de la cantidad nominal del envase y estar protegidos de contenidos inferiores a los reglamentarios, al tiempo que permite a las empresas controlar su línea de producción.

Con el fin de comparar el rendimiento de las estrategias propuestas en términos de los requisitos de peso y de variabilidad, se propone comprarlas midiendo el porcentaje de reducción de la variabilidad ( $1 - RV(\%)$ ), la función de pérdida de Taguchi para un  $c = 1000$  y los parámetros de rendimiento más útiles del proceso ( $\mu_{paquete}$ ,  $\sigma_{paquete}$ , DCL,  $LSL_{ss}$  y  $USL_{ss}$ ). El experimento numérico se realiza de acuerdo a los siguientes valores de entrada:

- Número total de tolvas ( $n$ ): 16. con  $n_1^{s1} = 3$ ,  $n_2^{s1} = 3$ ,  $n_3^{s1} = 4$ ,  $n_4^{s1} = 3$  y  $n_5^{s1} = 3$  para S1 y,  $n_1^{s2} = 5$ ,  $n_2^{s2} = 6$  y  $n_3^{s2} = 5$  para S2.
- Número de tolvas combinadas ( $k$ ): 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8
- Peso objetivo del paquete ( $T$ ): 250 g.
- Coeficiente esperado de variación ( $CV$ ): 1%, 2.5% y 5%
- Valor de cambio ( $\delta$ ): 1.5 y,
- Valor mínimo de cambio ( $\delta_{min}$ ): 0.5.

Observe como la cantidad de tolvas en los subgrupos es aproximadamente igual en cada estrategia para el valor  $n$  considerado. Asimismo, los valores  $\mu_j$  para los subgrupos de tolvas también son presentados en la Tabla 3.4. Bajo estas condiciones de entrada, la normativa establece que el error máximo admisible por envase es de 9 g. (ver Tabla 1.1). Por lo tanto, los límites de especificación inferior ( $LSL$ ) y superior ( $USL$ ) serán 241 g. y 259 g., respectivamente.

**Tabla 3.4. Valores de entrada  $\mu_j$  para los subgrupos  $n_j$  de tolvas en la comparación del rendimientos de las estrategias S1, S2 y S3**

CV (%)	$\sqrt{k}\sigma$	$k$	$\mu$	$\sigma$	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$\mu_4$	$\mu_5$
1	2.5	2	125	1.77	122.35	123.23	125	126.77	127.65
		3	83.33	1.44	81.17	81.89	83.33	84.78	85.50
		4	62.50	1.25	60.63	61.25	62.50	63.75	64.38
		5	50.00	1.12	48.32	48.88	50.00	51.12	51.68
		6	41.67	1.02	40.14	40.65	41.67	42.69	43.20
		7	35.71	0.94	34.30	34.77	35.71	36.66	37.13
		8	31.25	0.88	29.92	30.37	31.25	32.13	32.58
		2	125	4.42	118.37	120.58	125	129.42	131.63
2.5	6.25	3	83.33	3.61	77.92	79.72	83.33	86.94	88.75
		4	62.50	3.13	57.81	59.38	62.50	65.63	67.19
		5	50.00	2.80	45.81	47.20	50.00	52.80	54.19
		6	41.67	2.55	37.84	39.12	41.67	44.22	45.49
		7	35.71	2.36	32.17	33.35	35.71	38.08	39.26
		8	31.25	2.21	27.94	29.04	31.25	33.46	34.56
		2	125	8.84	111.74	116.16	125	133.84	138.26
		3	83.33	7.22	72.51	76.12	83.33	90.55	94.16
5	12.5	4	62.50	6.25	53.13	56.25	62.50	68.75	71.88
		5	50.00	5.59	41.61	44.41	50.00	55.59	58.39
		6	41.67	5.10	34.01	36.56	41.67	46.77	49.32
		7	35.71	4.72	28.63	30.99	35.71	40.44	42.80
		8	31.25	4.42	24.62	26.83	31.25	35.67	37.88

Durante la simulación del proceso, 10000 unidades de productos fueron envasados para cada valor del número de tolvas combinadas ( $k$ ). Los resultados obtenidos para cada estrategia se muestran en la tabla 3.5. Asimismo, los valores para  $LSL_{SS}$  y  $USL_{SS}$ , que aseguran que el proceso sea considerado seis-sigma (ver sección 2.3.2), se encuentran en la Tabla 3.6.

**Tabla 3.5. Resultados de los experimentos de simulación para las estrategias de optimización**

Valores de entrada			S1				S2				S3			
CV (%)	$\sqrt{k}\sigma$	$k$	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	E[L(y) ]	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	E[L(y) ]	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	E[L(y) ]
1	2.5	2	250.01	0.40287	0.00	162.34	250.00	0.354	0.00	125.34	249.97	0.470	0.00	222
		3	249.99	0.02244	0.00	0.5037	249.99	0.021	0.00	0.44	249.96	0.438	0.00	194
		4	249.99	0.00475	0.00	0.0226	249.99	0.026	0.00	0.70	249.98	0.474	0.00	225
		5	250.00	0.00220	0.00	0.0048	250.00	0.017	0.00	0.27	249.97	0.553	0.00	307
		6	249.99	0.00093	0.00	0.0009	249.99	0.027	0.00	0.75	250.00	0.601	0.00	361
		7	250.00	0.01200	0.00	0.1440	250.00	0.047	0.00	2.25	249.94	0.664	0.00	445
		8	250.00	0.02116	0.00	0.4477	249.99	0.064	0.00	4.07	249.98	0.708	0.00	502
		2	250.01	0.87996	0.00	774.43	250.01	0.884	0.00	781.63	249.92	1.173	0.00	1383
2.5	6.25	3	250.00	0.05684	0.00	3.23	250.00	0.052	0.00	2.71	249.90	1.087	0.00	1191
		4	249.99	0.01188	0.00	0.14	250.00	0.066	0.00	4.39	249.95	1.187	0.00	1412
		5	249.99	0.00463	0.00	0.021	249.99	0.041	0.00	1.71	249.94	1.383	0.00	1917
		6	250.00	0.00326	0.00	0.01	250.00	0.063	0.00	3.95	249.97	1.502	0.00	2258
		7	249.99	0.02423	0.00	0.58	249.99	0.094	0.00	8.76	249.90	1.649	0.00	2731
		8	250.00	0.02617	0.00	0.68	250.00	0.160	0.00	25.67	249.95	1.778	0.00	3163
		2	250.02	1.75991	0.00	3097.73	250.02	1.768	0.00	3126.53	249.84	2.346	0.00	5531
		3	250.00	0.11646	0.00	13.56	250.00	0.101	0.00	10.20	249.82	2.157	0.00	4686
5	12.5	4	249.99	0.02361	0.00	0.56	249.99	0.132	0.00	17.52	249.90	2.371	0.00	5630
		5	249.99	0.01149	0.00	0.13	250.00	0.083	0.00	6.82	249.87	2.761	0.00	7641
		6	250.00	0.00485	0.00	0.024	249.99	0.143	0.00	20.57	249.91	3.006	0.00	9041
		7	249.99	0.02174	0.00	0.47	250.00	0.217	0.00	47.22	249.82	3.293	0.00	10879
		8	250.00	0.06932	0.00	4.81	250.00	0.320	0.00	102.70	249.91	3.556	0.00	12653

**Tabla 3.6. Valores de  $LSL_{ss}$  y  $USL_{ss}$  obtenidos en cada estrategia de optimización considerando coeficientes esperados de variación ( $CV$ ) de 1%, 2.5% y 5%.**

		$k$	2	3	4	5	6	7	8	
1%	S1	$USL_{ss}$	252.43	250.13	250.03	250.01	250.01	250.07	250.13	
		$LSL_{ss}$	247.59	249.87	249.97	249.99	249.99	249.93	249.87	
	S2	$USL_{ss}$	252.12	250.13	250.16	250.10	250.16	250.28	250.38	
		$LSL_{ss}$	247.88	249.87	249.84	249.90	249.84	249.72	249.62	
	S3	$USL_{ss}$	252.80	252.60	252.83	253.29	253.61	253.94	254.23	
		$LSL_{ss}$	247.14	247.32	247.13	246.65	246.39	245.94	245.73	
	2.5%	S1	$USL_{ss}$	255.29	250.34	250.07	250.03	250.02	250.15	250.16
			$LSL_{ss}$	244.73	249.66	249.93	249.97	249.98	249.85	249.84
		S2	$USL_{ss}$	255.31	250.31	250.40	250.25	250.38	250.56	250.96
$LSL_{ss}$			244.71	249.69	249.60	249.75	249.62	249.44	249.04	
S3		$USL_{ss}$	256.97	256.45	257.08	258.25	258.98	259.81	260.62	
		$LSL_{ss}$	242.87	243.35	242.82	241.63	240.96	239.99	239.28	
5%	S1	$USL_{ss}$	260.58	250.70	250.14	250.07	250.03	250.13	250.42	
		$LSL_{ss}$	239.46	249.30	249.86	249.93	249.97	249.87	249.58	
	S2	$USL_{ss}$	260.63	250.61	250.79	250.50	250.86	251.30	251.92	
		$LSL_{ss}$	239.41	249.39	249.21	249.50	249.14	248.70	248.08	
	S3	$USL_{ss}$	263.95	262.81	264.14	266.45	267.95	269.61	271.25	
		$LSL_{ss}$	235.73	236.83	235.66	233.29	231.87	230.03	228.57	

La tabla 3.5 muestra los valores obtenidos para la función de pérdida de Taguchi y los valores de  $\mu_{paquete}$ ,  $\sigma_{paquete}$  y DCL para cada estrategia cuando el proceso está en control. Se observa que la menor variabilidad y por lo tanto, la menor pérdida de calidad son proporcionadas generalmente por la estrategia S1. Puntualmente, la más baja variabilidad se logra cuando el número de tolvas combinadas ( $k$ ) es igual a seis y el  $CV$  es 1%. Incluso, la estrategia S1 alcanza los mejores resultados aun cuando exista un aumento en el coeficiente esperado de variación ( $CV$ ) del paquete. Solo cuando se combinan tres tolvas de pesaje S2 mejora ligeramente los resultados de S1, pero aun así no se lograrían los más bajos valores para  $\sigma_{paquete}$ . De esta forma, se puede deducir que la estrategia con igual suministro promedio de producto a las tolvas (es decir, estrategia S3) es la menos recomendable para este tipo proceso.

Apoyándonos en lo anterior, es interesante ver el efecto favorable que se logra sobre  $\sigma_{paquete}$  al combinar seis tolvas de pesaje para un  $CV = 1\%$  en S1. Esto, teniendo en cuenta que combinaciones de seis tolvas de pesaje no resultan en el más elevado número total de combinaciones de donde elegir (ver Tabla 1.2).

Adicionalmente, vemos que no se presentó productos descargados de las tolvas en cada una de las estrategias, confirmando que al menos uno de los pesos totales, obtenidos de todas las combinaciones en cada operación de envasado, estaba dentro del nivel de confianza del 99.73%. En consecuencia, la descarga completa de las tolvas (como resultado del paso 5 del algoritmo descrito en la sección 3.5) ocurre con muy poca frecuencia y, por lo tanto, no afectaría de manera significativa el coste final del proceso de envasado.

Los resultados también muestran que, con el uso de las estrategias, el peso promedio del número total de envases producidos ( $\mu_{paquete}$ ) no se ve afectado por los cambios de  $k$  y  $CV$ . En este sentido,  $\mu_{paquete}$  parece estar centrado en su peso objetivo ( $T$ ), independiente de la estrategia utilizada.

Los resultados de la Tabla 3.6 indican que en términos generales el proceso de envasado tiene la capacidad de cumplir con los requerimientos de la normativa. Lo anterior, teniendo en cuenta que los valores obtenidos para  $LSL_{ss}$  y  $USL_{ss}$  (al encontrarse entre 241 g y 259 g) garantizan un  $C_{PM} \geq 2.0$ , independientemente de la estrategia utilizada. Sólo cuando él  $CV = 5\%$  y la estrategia S3 es usada, observamos que  $LSL_{ss}$  y  $USL_{ss}$  están considerablemente alejados de los límites de especiación estipulados por la normativa, por lo tanto, en estos casos el proceso de envasado no sería considerado como un proceso con capacidad seis-sigma. Como era de esperar, los valores de  $LSL_{ss}$  y  $USL_{ss}$  más cerca al peso objetivo ( $T$ ) son aquellos en los que  $\sigma_{paquete}$  es mínimo.

Adicionalmente, los valores obtenidos para el porcentaje de reducción de variabilidad ( $(1 - RV) \cdot 100$ ) se presentan en la Tabla 3.7. Aquí, se resumen los resultados para un número variable de tolvas totales en la pesadora multicabezal cuando él  $CV = 1\%$ . Esto ayudará a entender algún tipo de influencia que pueda tener el utilizar pesadoras multicabezales con distintos número total de tolvas ( $n$ ).

Los datos muestran que la reducción de la variabilidad es mayor para diferentes valores del número total de tolvas ( $n$ ) y el número de tolvas combinadas ( $k$ ). Por ejemplo, para  $n = 8$  y  $k = 3$ ,  $n = 10$  y  $k = 4$ ,  $n = 12$  y  $k = 5$ ,  $n = 14$  y  $k = 5$  y,  $n = 16$  y  $k = 6$ , todos los casos en S1. Este hecho, confirmaría una aparente relación entre  $k$ ,  $n$  y la configuración de llenado (Esto se estudiará en el Capítulo 4). También vemos que la reducción en la variabilidad de los pesos obtenidos no mejora para los valores extremos de  $k$  pero si mejora cuando se incrementa el valor de  $n$ , en cada estrategia utilizada.

**Tabla 3.7. Porcentaje de reducción de variabilidad (1- RV) % para un número variable de tolvas totales en la pesadora multicabezal con CV = 1%**

		<i>k</i>	2	3	4	5	6	7	8
Número total de tolvas ( <i>n</i> )	8	S1	76.76	92.72	92.53	88.04	76.42	52.23	-
		S2	77.09	89.65	85.48	79.36	66.98	46.14	-
		S3	71.15	70.6	64.74	59.09	51.67	35.35	-
	10	S1	79.69	96.39	97.98	97.56	94.52	88.79	76.87
		S2	80.74	95.07	94.30	91.77	86.98	79.36	67.82
		S3	74.28	75.10	70.90	67.76	63.32	56.81	49.06
	12	S1	82.97	97.75	99.22	99.39	99.00	98.05	95.11
		S2	83.14	97.58	98.11	96.81	94.74	91.72	86.21
		S3	76.00	78.78	76.36	72.93	67.93	65.26	61.76
	14	S1	83.72	98.57	99.65	99.81	99.68	99.66	99.15
		S2	83.68	98.6	99.00	98.31	97.00	96.55	93.03
		S3	81.68	79.86	76.78	77.30	74.65	70.78	69.41
	16	S1	85.50	99.07	99.81	99.93	99.94	99.84	99.58
		S2	87.00	99.19	99.78	99.30	99.09	98.40	96.14
		S3	80.60	84.01	81.25	76.79	76.35	74.19	70.79

**3.7.1. Simulación de situaciones fuera-de-control en el suministro promedio de producto en el proceso de pesaje multicabezal**

En esta sección realizamos un estudio de situaciones en donde el proceso de envasado se lleva a cabo bajo circunstancias fuera-de-control. Es decir, situaciones en donde el suministro promedio de productos a las tolvas ha sufrido algún cambio, ya sea por cambios en la materia prima, problemas en el sistema de alimentación, entre otros. La idea es observar que estrategia responde mejor a estos cambios cuando  $n = 16$  (valor deseable para el número de tolvas). Como hemos comentado, el software de aplicación desarrollado tiene la facultad de simular situaciones de cambio en el suministro de producto, ya sea para un pequeño conjunto de tolvas o todas las tolvas en la pesadora multicabezal. También, señalamos que estos cambios (representados por  $\rho$ ) puede ser realizados solo después de fijar la configuración de llenado (esto es, los valores  $\mu_j$ ) y por lo tanto este “descentrado relativo” no puede confundirse con el parámetro  $\delta$ . Desde la Tabla 3.8 a la Tabla 3.11 se encuentran los resultados para  $\rho$  de 0.5, 1.0, 1.5 y 2.0.

**Tabla 3.8. Resultados de los experimentos de simulación para un  $\rho = 0.5$**

Valores de entrada			S1				S2				S3			
CV (%)	$\sqrt{k}\sigma$	k	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	E[L(y) ]	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	E[L(y) ]	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	E[L(y) ]
1	2.5	2	249.98	0.433	0.00	188	250.01	0.452	0.00	205	251.59	1.875	0.19	6060
		3	250.00	0.063	0.00	4	250.10	0.439	0.00	202	251.92	1.862	0.40	7145
		4	250.01	0.082	0.00	7	250.14	0.543	0.00	315	252.19	1.919	0.78	8483
		5	250.01	0.140	0.00	20	250.20	0.640	0.00	450	252.40	1.960	1.17	9586
		6	250.03	0.219	0.00	49	250.33	0.834	0.00	807	252.58	2.018	1.69	10738
		7	250.04	0.276	0.00	78	250.41	0.925	0.00	1026	252.70	2.008	2.27	11310
		8	250.09	0.403	0.00	171	250.63	1.151	0.01	1724	252.89	2.050	2.96	12581
		2	249.96	1.280	0.00	1640	250.05	1.055	0.00	1115	253.99	4.677	0.20	37832
2.5	6.25	3	250.01	0.165	0.00	27	250.20	0.984	0.00	1010	254.81	4.668	0.40	44907
		4	250.01	0.210	0.00	44	250.33	1.298	0.01	1795	255.43	4.797	0.76	52545
		5	250.03	0.342	0.00	118	250.50	1.600	0.00	2814	255.99	4.901	1.17	59911
		6	250.06	0.516	0.00	271	250.84	2.085	0.00	5047	256.45	5.041	1.69	67071
		7	250.12	0.727	0.00	542	251.11	2.399	0.01	6994	256.82	5.057	2.27	72028
		8	250.24	1.029	0.00	1117	251.57	2.909	0.01	10927	257.27	5.153	2.87	79449
		2	249.92	2.560	0.00	6560	250.11	2.109	0.00	4461	257.99	9.354	0.20	151328
		3	250.01	0.298	0.00	89	250.44	2.056	0.00	4426	259.66	9.344	0.40	180569
5	12.5	4	250.03	0.428	0.00	184	250.65	2.579	0.00	7076	260.91	9.592	0.76	211062
		5	250.06	0.778	0.00	609	251.07	3.329	0.00	12219	261.98	9.757	1.18	238658
		6	250.12	0.958	0.00	932	251.58	4.106	0.02	19360	262.78	10.056	1.72	264486
		7	250.24	1.457	0.00	2181	252.22	4.810	0.01	28055	263.74	10.169	2.20	292293
		8	250.50	2.131	0.00	4791	253.17	5.781	0.01	43499	264.54	10.295	2.96	317385

**Tabla 3.9. Resultados de los experimentos de simulación para un  $\rho = 1.0$**

Valores de entrada			S1				S2				S3			
CV (%)	$\sqrt{k}\sigma$	$k$	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	E[L(y)]	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	E[L(y)]	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	E[L(y)]
1	2.5	2	250.02	0.578	0.00	335	250.46	1.245	0.03	1763	252.91	2.039	1.21	12622
		3	250.18	0.604	0.00	397	250.95	1.439	0.10	2981	253.27	2.037	2.79	14857
		4	250.28	0.762	0.00	661	251.33	1.653	0.18	4513	253.62	2.068	4.80	17363
		5	250.46	0.978	0.03	1169	251.62	1.790	0.41	5834	253.82	2.098	7.48	18958
		6	250.69	1.213	0.06	1942	252.00	1.910	1.04	7668	253.96	2.129	10.92	20243
		7	250.92	1.386	0.10	2773	252.35	1.969	1.76	9411	254.08	2.121	14.51	21144
		8	251.39	1.659	0.32	4681	252.84	2.044	3.21	12255	254.25	2.097	18.77	22476
		2	250.03	1.514	0.00	2294	251.16	3.108	0.03	10994	257.27	5.092	1.21	78712
2.5	6.25	3	250.39	1.413	0.00	2149	252.41	3.587	0.07	18669	258.22	5.107	2.79	93635
		4	250.69	1.877	0.00	4004	253.29	4.108	0.21	27688	259.06	5.178	4.80	108868
		5	251.16	2.446	0.03	7324	254.06	4.474	0.41	36464	259.54	5.245	7.48	118490
		6	251.68	2.964	0.06	11596	255.00	4.777	0.93	47861	259.89	5.320	10.89	126160
		7	252.37	3.524	0.07	18050	256.03	4.969	1.72	61002	260.26	5.347	14.57	133911
		8	253.55	4.181	0.26	30102	257.14	5.134	3.21	77291	260.68	5.265	18.77	141756
		2	250.06	3.028	0.00	9175	252.31	6.216	0.03	43978	264.53	10.183	1.21	314848
		3	250.91	3.033	0.00	10029	254.93	7.269	0.07	77132	266.45	10.216	2.79	374903
5	12.5	4	251.41	3.857	0.00	16870	256.67	8.266	0.18	112828	268.09	10.340	4.80	434082
		5	252.30	4.926	0.01	29552	258.10	8.933	0.41	145337	269.04	10.472	7.48	472268
		6	253.40	5.975	0.02	47263	259.71	9.447	0.85	183504	269.80	10.617	10.85	504654
		7	254.90	7.196	0.17	75755	261.98	9.950	1.63	242574	270.62	10.647	14.51	538401
		8	257.05	8.408	0.26	120464	264.27	10.267	3.21	309163	271.36	10.530	18.77	567025

**Tabla 3.10. Resultados de los experimentos de simulación para un  $\rho = 1.5$**

Valores de entrada			S1				S2				S3			
CV (%)	$\sqrt{k}\sigma$	$k$	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	E[L(y)]	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	E[L(y)]	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	E[L(y)]
1	2.5	2	250.55	1.389	0.01	2231	252.02	2.043	0.68	8242	253.96	1.962	3.35	19541
		3	251.17	1.585	0.16	3873	252.60	2.051	1.78	10945	254.29	1.966	8.29	22279
		4	251.58	1.760	0.43	5592	253.05	2.075	3.53	13604	254.49	2.018	14.38	24271
		5	252.00	1.912	0.86	7643	253.46	2.095	6.02	16341	254.62	2.011	21.70	25396
		6	252.48	2.034	1.90	10313	253.88	2.054	9.91	19302	254.76	1.939	29.51	26419
		7	253.04	2.044	4.57	13408	254.25	1.952	16.34	21892	254.88	1.795	38.04	27072
		8	253.75	2.013	9.20	18110	254.64	1.850	23.94	24938	255.12	1.647	46.10	28970
		2	251.35	3.503	0.00	14081	255.11	5.133	0.68	52443	259.90	4.903	3.38	122026
2.5	6.25	3	252.97	3.977	0.11	24623	256.40	5.131	1.52	67334	260.73	4.919	8.21	139223
		4	253.97	4.401	0.39	35146	257.58	5.177	3.47	84243	261.23	5.055	14.24	151680
		5	255.12	4.842	1.02	49674	258.56	5.245	6.11	100700	261.52	5.036	21.62	158040
		6	256.28	5.082	2.04	65295	259.71	5.126	9.91	120592	261.87	4.857	29.62	164389
		7	257.67	5.187	4.12	85788	260.62	4.959	15.94	137289	262.26	4.524	37.50	170793
		8	259.29	5.061	9.10	111834	261.56	4.678	23.06	155529	262.75	4.192	45.46	180236
		2	252.69	7.006	0.00	56324	260.22	10.265	0.68	209771	269.80	9.806	3.38	488105
		3	255.77	7.880	0.15	95410	262.81	10.216	1.55	268516	271.45	9.832	8.24	556705
5	12.5	4	257.94	8.859	0.36	141472	265.13	10.332	3.52	335785	272.43	10.088	14.32	605032
		5	259.83	9.398	0.96	185026	267.24	10.448	6.07	406551	273.09	10.045	21.70	634094
		6	262.44	10.075	1.75	256242	269.28	10.234	9.81	476443	273.72	9.694	29.51	656632
		7	265.40	10.286	4.38	342966	271.37	9.964	15.87	555968	274.58	9.046	37.62	685838
		8	268.64	10.123	9.13	449946	273.14	9.363	23.28	623270	275.56	8.360	45.55	722978

**Tabla 3.11. Resultados de los experimentos de simulación para un  $\rho = 2.0$**

Valores de entrada			S1				S2				S3			
CV (%)	$\sqrt{k}\sigma$	$k$	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	E[L(y)]	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	E[L(y)]	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	E[L(y)]
1	2.5	2	252.26	2.087	1.05	9443	253.41	2.080	3.00	15952	254.72	1.807	8.16	25561
		3	252.83	2.074	2.40	12288	253.92	2.014	7.44	19449	254.96	1.802	18.80	27860
		4	253.36	2.077	4.94	15607	254.29	1.966	13.46	22304	255.08	1.777	31.36	28929
		5	253.81	2.034	9.36	18635	254.68	1.881	21.92	25479	255.28	1.596	43.70	30381
		6	254.35	1.945	15.64	22671	254.99	1.765	32.70	28018	255.61	1.377	54.42	33354
		7	254.78	1.772	26.55	25983	255.33	1.550	45.50	30767	255.91	1.182	66.72	36364
		8	255.27	1.581	39.56	30305	255.72	1.342	59.13	34523	256.23	1.031	79.33	39869
		2	255.54	5.233	0.99	58082	258.51	5.195	3.00	99473	261.79	4.511	8.16	159393
2.5	6.25	3	257.11	5.170	2.47	77215	259.84	5.070	7.22	122614	262.44	4.528	18.61	175151
		4	258.39	5.190	5.01	97291	260.72	4.930	13.49	139302	262.69	4.449	31.30	180764
		5	259.54	5.086	9.31	116925	261.66	4.723	21.92	158172	263.20	4.004	43.45	190244
		6	260.82	4.867	15.72	140818	262.44	4.411	32.70	174295	263.99	3.442	54.42	207618
		7	261.99	4.468	26.00	163795	263.29	3.899	44.87	191801	264.85	2.994	65.98	229633
		8	263.21	3.973	39.14	190302	264.29	3.410	58.29	215824	265.60	2.611	78.49	250094
		2	261.08	10.466	0.99	232329	267.03	10.390	3.00	397893	273.58	9.023	8.16	637573
		3	264.18	10.333	2.47	307722	269.68	10.159	7.13	490684	274.85	9.061	18.61	699539
5	12.5	4	266.79	10.362	4.97	389412	271.47	9.829	13.46	557589	275.38	8.884	31.36	723217
		5	269.01	10.143	9.36	464345	273.38	9.388	21.92	634699	276.33	7.967	43.70	756803
		6	271.63	9.737	15.72	562801	274.87	8.832	32.77	696607	277.98	6.910	54.56	830510
		7	274.09	8.922	26.00	659902	276.68	7.820	44.87	772840	279.74	5.955	66.07	919642
		8	276.41	7.953	39.10	760634	278.58	6.819	58.29	863297	281.19	5.222	78.49	1000376

Los resultados confirman que la estrategia S1 es la menos afectada, tanto en variabilidad y pérdida de calidad, por los cambios en el suministro promedio de producto a las tolvas. Además, es la menos perjudicada en cuanto a los cambios ocasionados en el valor del peso promedio de los paquetes producidos ( $\mu_{paquete}$ ) y en el incremento del porcentaje de descarga de producto desde las tolvas por incumplimiento de la restricción de *nivel de confianza* (DCL).

En términos generales (es decir, independientemente de la estrategia), es interesante ver como para obtener la menor pérdida de calidad, tres tolvas combinadas es lo ideal cuando el valor de  $\rho$  es mínimo (es decir,  $\rho = 0.5$ ). Sin embargo, al incrementar  $\rho$ , dos tolvas combinadas logran favorecer la pérdida de calidad y el DCL. Además, también observamos como la pérdida de calidad y el DCL se incrementan al incrementar  $k$ , independiente del valor de  $CV$ . Esto confirma la dificultad de combinar más tolvas de pesaje cuando existe un cambio inesperado en el suministro de producto; también debido a que en estos casos hay muchos más pesos difíciles de combinar.

Además, es importante resaltar que cuando  $\rho = 2.0$ , el valor  $\sigma_{paquete}$  decrece al incrementar  $k$ . Lo anterior es causado porque los pesos totales se van acercando más al límite del nivel de confianza, por lo tanto, aquellos pesos totales elegidos están más cercanos entre ellos; no obstante los valores de  $\mu_{paquete}$  y DCL son mayores que en cualquier otro caso.

Por último, los resultados nuevamente corroboran que el menor rendimiento es proporcionado por la estrategia S3.

### 3.8. Caso de estudio

Una manera de medir las estrategias en un entorno "real", es utilizando el enfoque para el cálculo de la desviación estándar de los pesos en tolvas ( $\sigma$ ) propuesto por Beretta y Semeraro (2012) y Incletolli (2012). En la sección 1.3.4 vimos que, mediante el estudio de datos reales, estos autores aseguran que el valor de  $\sigma$  es una relación lineal del peso promedio asignado a las tolvas ( $\mu$ ),  $\sigma = \beta\mu$ . Donde  $\beta$  ( $0 < \beta < 1$ ) es un coeficiente de proporcionalidad entre  $\mu$  y  $\sigma$ , que depende del producto a envasar. La tabla 3.12 muestra los valores de  $\beta$  para cuatro tipos de productos a envasar como resultados de las investigaciones realizadas.

**Tabla 3.12. Valores de  $\beta$  para cuatro tipos de productos a envasar obtenidos del estudio de datos reales por Beretta y Semeraro (2012) y Incletolli (2012)**

Tipo de producto a envasar	Coefficiente de proporcionalidad ( $\beta$ )
Pasta Ravioli	0.331
Pasta Fusilli	0.123
Huevos de chocolate - Oveti	0.303
Chocolatinas - Gianduiotti	0.315

De esta manera, el coeficiente de proporcionalidad ( $\beta$ ) se utiliza para el cálculo de la desviación estándar de los pesos en cada tolva ( $\sigma$ ) como entrada en el proceso de envasado. Más concretamente, en el caso práctico que presentamos en esta sección, utilizaremos los valores proporcionados por Beretta y Semeraro (2012) para dos productos específicos: El "Ravioli" (un tipo de pasta seca) con  $\beta = 0.331$  y el "Fusilli" (un tipo de pasta fresca) con  $\beta = 0.123$ .

Por ejemplo, si  $\beta = 0.331$ ,  $T = 250$  g y  $k = 5$ , teóricamente tenemos que  $\sigma = \beta\mu = 0.331 (250/5) = 16.55$  g y por lo tanto, la desviación estándar esperada del paquete sería  $\sqrt{k}\sigma = 37.01$  g. Sin embargo, no significa que  $\sqrt{k}\sigma$  sea la variabilidad real obtenida en el paquete producido a través de nuestro enfoque propuesto.

Note como  $\beta$  reemplazaría al coeficiente esperado de variación del paquete ( $CV$ ) para fijar los valores de  $\sigma$  (como vimos en la sección 3.7), no obstante si nos fijamos bien, tanto  $CV$  como  $\beta$  parten de la idea de que incrementos en  $\sigma$  provocan incrementos en la variabilidad del proceso. Lo anterior, teniendo en cuenta que incrementos de  $CV$  o  $\beta$  incrementa la variabilidad del paquete final. Por lo tanto, entendemos que el comportamiento de los parámetros de rendimiento del proceso debería comportarse de forma similar.

Como ejemplo en el cálculo de los valores de  $\mu_j$  empleando el coeficiente de proporcionalidad  $\beta$ , supongamos un proceso de envasado en el que utilizamos la estrategia S1. Asuma un  $T = 250$  g.,  $k = 5$ ,  $\sigma = 16.55$  g. (para un  $\beta = 0.331$ ),  $\delta_{min} = 0.5$  y  $\delta = 1.5$ . Además, supongamos un número total de tolvas  $n = 16$ , con  $n_1^{s1} = 3$ ,  $n_2^{s1} = 3$ ,  $n_3^{s1} = 4$ ,  $n_4^{s1} = 3$  y  $n_5^{s1} = 3$ . Utilizando la expresión 3.1, la configuración de llenado sería:  $\mu_1 = 250/5 - 1.5(16.55) = 25.18$  g.,  $\mu_2 = 250/5 - (1.5 - 0.5) (16.55) = 33.45$  g.,  $\mu_3 = 250/5 = 50$  g.,  $\mu_4 = 250/5 + (1.5 - 0.5) (16.55) = 66.55$  g. y  $\mu_5 = 250/5 + 1.5(16.55) = 74.83$  g. Por lo tanto, los valores de  $\sigma_j$  son:  $\sigma_1 = \beta\mu_1 = 0.331 \cdot 25.18 = 8.33$  g,  $\sigma_2 = \beta\mu_2 = 0.331 \cdot 33.45 = 11.07$  g,  $\sigma_3 = \beta\mu_3 = 0.331 \cdot 50 = 16.55$  g,  $\sigma_4 = \beta\mu_4 = 0.331 \cdot 66.55 = 22.03$  g y  $\sigma_5 = \beta\mu_5 = 0.331 \cdot 74.83 = 24.77$  g.

Similar a la sección 3.7, las estrategias propuestas serán comparadas midiendo el porcentaje de reducción de la variabilidad ( $1 - RV(\%)$ ), la función de pérdida de Taguchi para un  $c = 1$  y los parámetros de rendimiento más útiles del proceso ( $\mu_{paquete}$ ,  $\sigma_{paquete}$ , DCL,  $LSL_{SS}$  y  $USL_{SS}$ ).

Los valores de entrada usados en el caso práctico son: Número total de tolvas ( $n$ ): 8, 10, 12, 14 y 16, número de tolvas combinadas ( $k$ ): 2, 3, 4, 5, 6 y 7, Peso objetivo ( $T$ ): 250 g., coeficiente de proporcionalidad ( $\beta$ ): 0.331 y 0.123, Valor de cambio ( $\delta$ ): 1.5 y mínimo valor de cambio ( $\delta_{min}$ ): 0.5. Como en sección 3.7, se utilizará una distribución aproximadamente igual de tolvas en los subgrupos (ver Tabla 3.13).

Las tablas 3.14 y 3.15 muestran los resultados para el porcentaje de reducción de la variabilidad y los valores de  $\mu_{paquete}$ ,  $\sigma_{paquete}$ , DCL para cada estrategia cuando el proceso está bajo control. En los experimentos numéricos se simularon 10000 paquetes de producto envasado para cada valor de  $k$ .

**Tabla 3.13. Distribución de las tolvas de pesaje para las estrategias S1 y S2 para  $n: \{8,10,12,14,16\}$**

			$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$	$n_5$
Número total de tolvas ( $n$ )	8	S1	1	2	2	2	1
		S2	2	4	2	-	-
	10	S1	2	2	2	2	2
		S2	3	4	3	-	-
	12	S1	3	2	2	2	3
		S2	4	4	4	-	-
	14	S1	3	3	2	3	3
		S2	4	6	4	-	-
	16	S1	3	3	4	3	3
		S2	5	6	5	-	-

Se observa que la menor variabilidad es generalmente proporcionada por las estrategias S1 y S2 (como también fue visto en el análisis de la sección 3.7). Aunque aquí no hay una clara diferencia entre el rendimiento de estas estrategias, ambas son capaces de lograr una reducción en la variabilidad del paquete de al menos el 80% para el producto con un mayor coeficiente de proporcionalidad (es decir, "Ravioli" con  $\beta = 0.331$ ). En este sentido, la variabilidad en el proceso puede mejorar cuando el producto envasado tiene un valor mínimo para  $\beta$ . Observamos que la variabilidad de los pesos obtenidos no mejora para valores extremos de  $k$ , pero mejora cuando el valor  $n$  se incrementa, independientemente de la estrategia utilizada. Por ejemplo,  $n = 16$  y  $k = 5$  en S2 (cuando  $\beta = 0.331$ ), y  $n = 16$  y  $k = 5$  en S1 (cuando  $\beta = 0.123$ ). Los resultados confirman una aparente dependencia entre  $k$ ,  $n$  y la

alimentación (como también fue identificado en el análisis de la sección 3.7). Sólo cuando se combina el número mínimo de tolvas de pesaje, es decir,  $k = 2$ , la estrategia S3 siempre consigue los mejores resultados.

Se concluye nuevamente que la estrategia con igual suministro de productos a las tolvas es menos recomendada para el proceso de envasado. Además, puede verse que el peso promedio del número total de paquetes producidos ( $\mu_{paquete}$ ) en cada estrategia parece estar centrado en su peso objetivo ( $T$ ). Obsérvese que las descargas de tolvas por incumplimiento de la restricción de *nivel de confianza* (como consecuencia del paso 5 del algoritmo descrito en la sección 3.5) ocurren con poca frecuencia y, por lo tanto, no afectaría significativamente el coste final del proceso de envasado.

Las tablas 3.14 y 3.15 muestran que la mayor reducción en la variabilidad se logra por las estrategias S1 y S2 para un  $k$  de 3 a 6. De este modo, los resultados confirman que el uso de S1 y S2 serían equivalentes. Sin embargo, emplear S1 toma ventajas en situaciones fuera-de-control del proceso como fue visto en la sección 3.7.1.

**Tabla 3.14. Porcentaje de reducción de la variabilidad (1-RV%) y parámetros de rendimiento  $\mu_{paquete}$ ,  $\sigma_{paquete}$  y DCL para las estrategias S1, S2 y S3,  $k:\{2,3,4,5,6,7\}$ ,  $\beta: \{0.331\}$  y  $n:\{8,10,12,14,16\}$**

		<i>k</i>	2	3	4	5	6	7	
Número total de tolvas ( <i>n</i> )	8	S1	1 – RV(%)	52.48	80.76	82.64	77.78	68.51	46.31
			$\mu_{paquete}$	244.01	249.12	248.85	248.40	247.59	247.26
			$\sigma_{paquete}$	27.80	9.19	7.18	8.22	10.64	16.79
			DCL	0.00	0.00	0.00	0.02	0.009	0.069
	8	S2	1 – RV(%)	53.25	81.62	84.71	78.10	67.77	46.43
			$\mu_{paquete}$	242.58	249.16	249.13	248.46	247.57	247.08
			$\sigma_{paquete}$	27.35	8.78	6.33	8.10	10.88	16.75
			DCL	0.00	0.00	0.00	0.019	0.019	0.069
	8	S3	1 – RV(%)	70.15	70.91	65.61	57.87	48.79	34.97
			$\mu_{paquete}$	249.36	249.28	249.67	249.63	249.72	249.67
			$\sigma_{paquete}$	17.46	13.90	14.23	15.59	17.30	20.33
			DCL	0.009	0.00	0.00	0.009	0.00	0.049
Número total de tolvas ( <i>n</i> )	10	S1	1 – RV(%)	50.81	87.09	93.93	89.50	87.28	77.92
			$\mu_{paquete}$	243.97	249.70	249.82	249.56	249.37	248.54
			$\sigma_{paquete}$	28.78	6.17	2.51	3.89	4.30	6.91
			DCL	0.00	0.00	0.00	0.009	0.00	0.009
	10	S2	1 – RV(%)	53.63	86.11	92.20	90.40	86.37	78.92
			$\mu_{paquete}$	243.02	249.68	249.78	249.64	249.35	248.74
			$\sigma_{paquete}$	27.13	6.64	3.23	3.55	4.60	6.59
			DCL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	10	S3	1 – RV(%)	74.23	75.59	72.56	68.02	62.09	55.81
			$\mu_{paquete}$	249.35	249.29	249.72	249.67	249.74	249.60
			$\sigma_{paquete}$	15.08	11.66	11.35	11.83	12.80	13.82
			DCL	0.009	0.00	0.009	0.019	0.009	0.00
Número total de tolvas ( <i>n</i> )	12	S1	1 – RV(%)	47.33	90.39	95.65	96.16	93.05	90.40
			$\mu_{paquete}$	243.37	249.96	249.91	249.92	249.83	249.66
			$\sigma_{paquete}$	30.82	4.59	1.79	1.42	2.35	3.00
			DCL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	12	S2	1 – RV(%)	51.25	87.90	96.62	95.64	93.31	91.25
			$\mu_{paquete}$	242.97	249.93	249.94	249.91	249.84	249.71
			$\sigma_{paquete}$	28.52	5.77	1.40	1.61	2.26	2.74
			DCL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	12	S3	1 – RV(%)	76.84	78.23	76.44	72.40	69.16	65.19
			$\mu_{paquete}$	249.27	249.30	249.68	249.62	249.75	249.62
			$\sigma_{paquete}$	13.55	10.40	9.75	10.21	10.42	10.89
			DCL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.009	0.009

Capítulo 3 – Estrategias de optimización

		<i>k</i>	2	3	4	5	6	7	
Número total de tolvas ( <i>n</i> )	14	S1	1 – <i>RV</i> (%)	48.66	91.52	98.52	97.16	96.21	95.67
			$\mu_{package}$	244.13	249.92	249.98	249.96	249.94	249.92
			$\sigma_{package}$	30.04	4.05	0.611	1.05	1.28	1.35
		DCL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
		S2	1 – <i>RV</i> (%)	60.05	89.99	98.10	97.52	96.51	93.69
			$\mu_{package}$	244.56	249.67	249.98	249.96	249.93	249.86
			$\sigma_{package}$	23.38	5.26	0.784	0.916	1.18	1.97
		DCL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
		S3	1 – <i>RV</i> (%)	79.04	81.00	79.35	76.02	73.19	70.51
	$\mu_{package}$		249.25	249.31	249.68	249.62	249.72	249.65	
	$\sigma_{package}$		12.26	9.08	8.54	8.87	9.05	9.22	
	DCL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.019		
16	S1	1 – <i>RV</i> (%)	56.39	92.71	99.60	98.56	98.76	95.56	
		$\mu_{package}$	244.59	249.85	249.99	249.98	249.98	249.93	
		$\sigma_{package}$	25.51	3.48	0.164	0.531	0.417	1.39	
	DCL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		
	S2	1 – <i>RV</i> (%)	56.76	91.35	99.22	99.85	97.52	98.31	
		$\mu_{package}$	243.92	249.92	249.99	250.00	249.97	249.99	
		$\sigma_{package}$	25.30	4.13	0.323	0.055	0.837	0.527	
	DCL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		
	S3	1 – <i>RV</i> (%)	81.23	82.60	81.03	77.91	75.78	73.86	
$\mu_{package}$		249.24	249.33	249.66	249.62	249.73	249.59		
$\sigma_{package}$		10.98	8.31	7.85	8.17	8.18	8.17		
DCL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00			

\*Continuación de la Tabla 3.14

**Tabla 3.15. Porcentaje de reducción de la variabilidad (1-RV(%)) y parámetros de rendimiento  $\mu_{paquete}$ ,  $\sigma_{paquete}$  y DCL para las estrategias S1, S2 y S3,  $k:\{2,3,4,5,6,7\}$ ,  $\beta:\{0.123\}$  y  $n:\{8,10,12,14,16\}$**

		$k$	2	3	4	5	6	7	
Número total de tolvas ( $n$ )	8	S1	1 - RV(%)	69.77	90.74	90.17	85.80	75.58	51.63
			$\mu_{paquete}$	249.49	249.94	249.89	249.79	249.70	249.61
			$\sigma_{paquete}$	6.57	1.64	1.51	1.95	3.07	5.62
			DCL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.009	0.029
		S2	1 - RV(%)	68.27	91.00	91.03	86.41	75.23	52.39
			$\mu_{paquete}$	249.46	249.94	249.89	249.84	249.68	249.66
			$\sigma_{paquete}$	6.89	1.59	1.38	1.87	3.11	5.53
			DCL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.029
		S3	1 - RV(%)	69.69	70.90	65.60	57.87	48.72	35.03
			$\mu_{paquete}$	249.73	249.72	249.87	249.86	249.90	249.85
			$\sigma_{paquete}$	6.59	5.16	5.29	5.79	6.44	7.55
			DCL	0.00	0.00	0.00	0.009	0.00	0.049
	10	S1	1 - RV(%)	70.68	95.62	97.39	94.60	93.19	86.91
			$\mu_{paquete}$	249.57	249.99	249.99	249.96	249.92	249.83
			$\sigma_{paquete}$	6.38	0.778	0.401	0.743	0.855	1.52
			DCL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
		S2	1 - RV(%)	69.40	95.54	97.84	95.96	93.16	87.38
			$\mu_{paquete}$	249.39	249.98	249.99	249.97	249.93	249.84
			$\sigma_{paquete}$	6.65	0.792	0.331	0.555	0.858	1.46
			DCL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
		S3	1 - RV(%)	73.71	75.62	72.55	68.02	62.01	55.79
			$\mu_{paquete}$	249.73	250.03	249.89	249.87	249.91	249.83
			$\sigma_{paquete}$	5.72	4.33	4.22	4.39	4.77	5.14
			DCL	0.00	0.00	0.009	0.00	0.009	0.00
12	S1	1 - RV(%)	70.32	97.24	98.97	98.20	97.56	97.52	
		$\mu_{paquete}$	249.53	249.99	250.00	249.99	249.99	249.99	
		$\sigma_{paquete}$	6.45	0.489	0.159	0.247	0.307	0.288	
		DCL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
	S2	1 - RV(%)	68.89	97.23	98.54	99.26	97.82	96.30	
		$\mu_{paquete}$	249.41	249.99	249.99	249.99	249.99	249.98	
		$\sigma_{paquete}$	6.76	0.491	0.225	0.102	0.273	0.430	
		DCL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
	S3	1 - RV(%)	76.84	78.33	76.43	72.40	69.17	65.32	
		$\mu_{paquete}$	249.72	249.73	249.88	249.85	249.92	249.84	
		$\sigma_{paquete}$	5.03	3.85	3.62	3.79	3.87	4.03	
		DCL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.009	

		$k$	2	3	4	5	6	7	
Número total de tolvas ( $n$ )	14	S1	$1 - RV(\%)$	71.10	98.49	99.65	99.30	99.35	97.03
			$\mu_{package}$	249.55	249.99	250.00	249.99	249.99	249.99
			$\sigma_{package}$	6.28	0.269	0.054	0.096	0.082	0.345
			DCL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
		S2	$1 - RV(\%)$	72.87	98.13	99.63	99.39	98.61	97.33
			$\mu_{package}$	249.39	250.00	250.00	249.99	249.99	249.98
	$\sigma_{package}$		5.89	0.332	0.056	0.083	0.174	0.310	
	S3	$1 - RV(\%)$	79.03	80.99	79.35	76.02	73.07	70.54	
		$\mu_{package}$	249.72	249.73	249.88	249.86	249.91	249.85	
		$\sigma_{package}$	4.56	3.37	3.17	3.29	3.38	3.42	
	16	S1	$1 - RV(\%)$	73.16	99.01	99.71	99.93	99.55	99.57
			$\mu_{package}$	249.53	250.00	249.99	249.99	249.99	249.99
$\sigma_{package}$			5.83	0.175	0.045	0.010	0.056	0.050	
DCL			0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
S2		$1 - RV(\%)$	72.65	98.78	99.79	99.93	99.45	99.44	
		$\mu_{package}$	249.37	249.99	250.00	249.99	249.99	249.99	
	$\sigma_{package}$	5.94	0.216	0.032	0.010	0.069	0.065		
S3	$1 - RV(\%)$	81.23	82.69	81.03	77.91	76.04	73.81		
	$\mu_{package}$	249.71	249.74	249.87	249.86	249.91	249.83		
	$\sigma_{package}$	4.08	3.07	2.92	3.04	3.01	3.04		
		DCL	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	

\*Continuación de la Tabla 3.15

Las tablas 3.16 y 3.17 presentan los resultados de la función de pérdida de Taguchi para un  $c = 1$  y los valores de  $LSL_{SS}$  calculados para cada estrategia y cada valor de  $k$ . Como fue definido en la sección 2.3.2,  $LSL_{SS}$  y  $USL_{SS}$ , son los valores en los que deben ser fijados los límites inferior y superior para asegurar que el proceso sea considerado seis-sigma. En este sentido, teniendo cuenta la simetría de  $LSL_{SS}$  y  $USL_{SS}$  alrededor del valor promedio de los paquetes producidos (ver ecuaciones 2.24 y 2.25), sería equivalente calcular cualquiera de los límites y compararlo con el estipulado por la normativa. Los resultados muestran que la menor pérdida de calidad se logra en condiciones de mínima variabilidad (es decir, para  $n = 16$  y  $k = 5$  en S2 cuando  $\beta = 0.331$  y para  $n = 16$  y  $k = 5$  en S1 cuando  $\beta = 0.123$ ), como se esperaba. Esta pérdida se reduce considerablemente cuando se aumenta el número total de tolvas ( $n$ ). Se puede ver que la función de pérdida no mejora para valores bajos o altos de  $k$ . Además, debido a que el proceso está centrado en su objetivo ( $T$ ), la función de pérdida dependerá más de la desviación estándar del número total de paquetes producidos ( $\sigma_{paquete}$ ).

**Tabla 3.16. Pérdida de calidad esperada por unidad para el peso del paquete usando la función de pérdida de Taguchi y los valores del límite inferior de especificación  $LSL_{ss}$  para las estrategias S1, S2 y S3,  $k:\{2,3,4,5,6,7\}$ ,  $\beta: \{0.331\}$  y  $n:\{8,10,12,14,16\}$ .**

		$k$	2	3	4	5	6	7	
Número total de tolvas ( $n$ )	8	S1	$E[L(y)]$	808.72	85.23	52.87	70.13	119.02	289.41
			$LSL_{ss}$	73.38	193.73	205.22	198.15	182.13	145.19
		S2	$E[L(y)]$	803.08	77.79	40.83	67.98	124.28	289.09
			$LSL_{ss}$	72.55	196.24	210.79	198.99	180.68	145.06
		S3	$E[L(y)]$	305.5	193.72	202.60	243.21	299.36	413.74
			$LSL_{ss}$	144.49	165.77	164.27	156.06	145.91	127.63
	10	S1	$E[L(y)]$	864.65	38.16	6.33	15.33	18.89	49.88
			$LSL_{ss}$	67.54	212.64	234.72	226.07	223.29	206.16
		S2	$E[L(y)]$	784.75	44.19	10.48	12.73	21.58	45.02
			$LSL_{ss}$	74.94	209.79	230.36	228.23	221.48	208.48
		S3	$E[L(y)]$	227.79	136.48	128.99	140.17	164.06	191.15
			$LSL_{ss}$	158.79	179.19	181.58	178.63	172.89	166.65
	12	S1	$E[L(y)]$	993.83	21.07	3.21	2.02	5.55	9.12
			$LSL_{ss}$	54.22	222.42	239.16	241.39	235.69	231.54
		S2	$E[L(y)]$	862.81	33.3	1.96	2.6	5.13	7.59
			$LSL_{ss}$	66.73	215.31	241.53	240.23	236.25	233.18
		S3	$E[L(y)]$	184.10	108.65	95.12	104.42	108.57	118.67
			$LSL_{ss}$	167.86	186.76	191.16	188.31	187.23	184.26
	14	S1	$E[L(y)]$	936.86	16.41	0.37	1.10	1.64	1.83
			$LSL_{ss}$	60.48	225.62	246.31	243.66	242.25	241.81
		S2	$E[L(y)]$	576.22	27.78	0.62	0.84	1.40	3.90
			$LSL_{ss}$	100.53	218.05	245.27	244.46	242.84	238.01
		S3	$E[L(y)]$	150.99	82.90	73.06	78.85	82.07	85.20
			$LSL_{ss}$	175.52	194.68	198.39	196.34	195.36	194.27
16	S1	$E[L(y)]$	680.03	12.13	0.026	0.28	0.17	1.94	
		$LSL_{ss}$	88.13	228.95	249	246.79	247.48	241.58	
	S2	$E[L(y)]$	677.06	17.06	0.10	0.003	0.70	0.28	
		$LSL_{ss}$	87.80	225.14	248.05	249.67	244.94	246.83	
	S3	$E[L(y)]$	121.18	69.53	61.67	66.97	67.00	66.98	
		$LSL_{ss}$	183.19	199.29	202.54	200.52	200.62	200.48	

**Tabla 3.17. Pérdida de calidad esperada por unidad para el peso del paquete usando la función de pérdida de Taguchi y los valores del límite inferior de especificación  $LSL_{ss}$  para las estrategias S1, S2 y S3,  $k:\{2,3,4,5,6,7\}$ ,  $\beta: \{0.123\}$  y  $n:\{8,10,12,14,16\}$ .**

		$k$	2	3	4	5	6	7	
Número total de tolvas ( $n$ )	8	S1	$E[L(y)]$	43.43	2.69	2.29	3.85	9.51	31.74
			$LSL_{ss}$	209.95	240.09	240.81	238.02	231.19	215.81
		S2	$E[L(y)]$	47.76	2.53	1.92	3.52	9.77	30.70
			$LSL_{ss}$	207.99	240.39	241.58	238.58	230.92	216.42
		S3	$E[L(y)]$	43.48	26.76	27.99	33.57	41.44	57.02
			$LSL_{ss}$	210.16	218.68	218.13	215.09	211.27	204.54
	10	S1	$E[L(y)]$	40.89	0.605	0.161	0.553	0.737	2.34
			$LSL_{ss}$	211.20	245.32	247.58	245.50	244.77	240.65
		S2	$E[L(y)]$	44.59	0.627	0.109	0.308	0.741	2.16
			$LSL_{ss}$	209.32	245.23	248.00	246.64	244.76	241.03
		S3	$E[L(y)]$	32.74	18.72	17.82	19.35	22.75	26.42
			$LSL_{ss}$	215.40	224.07	224.56	223.48	221.29	218.99
	12	S1	$E[L(y)]$	41.82	0.239	0.025	0.061	0.094	0.083
			$LSL_{ss}$	210.73	247.06	249.05	248.51	248.15	248.26
		S2	$E[L(y)]$	46.05	0.241	0.051	0.011	0.075	0.185
			$LSL_{ss}$	208.70	247.04	248.64	249.38	248.35	247.40
		S3	$E[L(y)]$	25.42	14.87	13.14	14.41	14.98	16.26
			$LSL_{ss}$	219.46	226.59	228.13	227.07	226.70	225.64
	14	S1	$E[L(y)]$	39.64	0.072	0.0029	0.0093	0.0068	0.119
			$LSL_{ss}$	211.77	248.37	249.68	249.41	249.49	247.92
		S2	$E[L(y)]$	35.06	0.110	0.0031	0.0069	0.030	0.0965
			$LSL_{ss}$	213.86	248.01	249.66	249.49	248.94	248.12
		S3	$E[L(y)]$	20.85	11.45	10.09	10.88	11.43	11.74
			$LSL_{ss}$	222.32	229.42	230.82	230.06	229.62	229.29
16	S1	$E[L(y)]$	34.21	0.0306	0.0021	0.00019	0.0032	0.0026	
		$LSL_{ss}$	214.44	248.95	249.71	249.91	249.65	249.68	
	S2	$E[L(y)]$	35.68	0.0467	0.0010	0.00019	0.0048	0.0043	
		$LSL_{ss}$	213.53	248.69	249.81	249.91	249.57	249.60	
	S3	$E[L(y)]$	16.73	9.50	8.51	9.24	9.05	9.29	
		$LSL_{ss}$	225.16	231.24	232.36	231.62	231.86	231.54	

Como fue mencionado, los valores  $LSL_{SS}$  dan una idea de dónde se debe fijar el límite inferior de especificación para garantizar que el proceso de envasado pueda considerarse un proceso con capacidad seis-sigma. En este sentido los resultados indican que, en términos generales, el proceso tiene la capacidad de cumplir con los requisitos de la normativa, especialmente cuando se usan las estrategias S1 y S2. En la mayoría de los casos es posible encontrar un valor  $k$  tal que el valor obtenido de  $LSL_{SS}$  garantice un  $C_{PM} \geq 2.0$ . Sólo cuando  $n \leq 10$  y  $\beta = 0.331$ , los valores de  $LSL_{SS}$  calculados son menores que los estipulados por las regulaciones ( $LSL = 241$  g.), por lo tanto, en estos casos no es posible identificar un valor de  $k$  que asegure un  $C_{PM} \geq 2.0$ . Como se esperaba, los valores  $LSL_{SS}$  más cercanos al peso objetivo ( $T$ ) son aquellos en los que los valores de  $\sigma_{paquete}$  son mínimos.

En términos generales podemos concluir que el comportamiento del proceso de envasado en este caso práctico es similar al visto en los experimentos de simulación llevados a cabo en la sección 3.7. Esto demuestra como el enfoque propuesto (estrategias y algoritmo de envasado) logra mejorar el rendimiento y la variabilidad del proceso. Siendo un enfoque suficientemente robusto para ser utilizado en la configuración inicial de la pesadora multicabezal independiente del tipo de producto a envasar. Además, garantizando hallar un número de tolvas combinadas ( $k$ ) con las que se lograría una capacidad de proceso igual o mayor a 2.0.

En el Capítulo 4, realizaremos un análisis más profundo de los factores intervienen en la variabilidad del proceso, con el propósito de encontrar la condiciones óptimas de operación de la pesadora multicabezal bajo el enfoque de mejora propuesto en este Capítulo.

### 3.9. Conclusiones del capítulo

Las conclusiones obtenidas en este capítulo son las siguientes:

- Fueron diseñadas tres estrategias para explorar la configuración de llenado de tolvas en pesadoras multicabezales como técnica para disminuir la variabilidad en el peso del producto envasado. Las estrategias constan de un algoritmo de envasado y un modelo de optimización.
- Cada estrategia ha sido traducida a un lenguaje de programación de libre acceso (Pascal). La interfaz de usuario es de fácil manejo y permite simular el proceso de envasado en diferentes condiciones de operación de la pesadora multicabezal. Inclusive, permite simular situaciones fuera-de-control del proceso.
- El rendimiento de las estrategias propuestas ha sido demostrado. Los experimentos numéricos presentados en la secciones 3.7 y 3.8, indican que tanto las estrategias y el algoritmo puede resolver el problema de envasado

de una manera eficiente, hasta el punto de asegurar que el proceso sea considerado con capacidad seis-sigma. Esto es confirmado al calcular la reducción de variabilidad, los índices de función de pérdida de calidad y la capacidad del proceso ( $C_{PM}$ ).

- Los resultados del caso de estudio presentado en la sección 3.8, muestran que el enfoque propuesto (estrategias y algoritmo de envasado) es suficientemente robusto contra las variaciones del proceso causadas por el tipo de producto envasado.
- Se confirma que cuando se suministra una cantidad promedio diferente de producto a las tolvas de pesaje la variabilidad en el peso del paquete se reduce. En este sentido los mejores resultados son generalmente proporcionados por la estrategia S1; aun en situaciones fuera de control.
- Debido a que los mejores resultados en la reducción de la variabilidad varían para distintos niveles del número total de tolvas de pesaje ( $n$ ) y del número de tolvas combinadas ( $k$ ), se deduce que existe algún tipo de relación entre  $n$ ,  $k$  y la configuración de llenado (esto se estudiara en el Capítulo 4).

# Capítulo 4

## Configuración óptima de operación del proceso de pesaje multicabezal

### 4.1. Introducción

Como hemos visto en el Capítulo 3, las estrategias propuestas se fundamentan en que el producto suministrado a tolvas depende del peso objetivo ( $T$ ), el número de tolvas combinadas ( $k$ ), el valor de cambio ( $\delta$ ) y la desviación estándar de los pesos en cada tolva ( $\sigma$ ). Partiendo del análisis de resultados en las secciones 3.7 y 3.8, estos factores pueden ser vistos como fuente de variabilidad en el proceso de envasado. Por lo tanto, en este capítulo hemos decidido llevar a cabo un análisis estadístico en donde utilizamos el diseño de experimentos (DOE) y el análisis de la varianza (ANOVA) sobre la estrategia que ofreció el mejor rendimiento en términos de variabilidad en el peso del paquete final, en nuestro caso sobre la estrategia S1. Adicionalmente, el presente capítulo también resume un caso de aplicación de un análisis estadístico hecho sobre los productos utilizados en el caso de estudio mostrado en la sección 3.8.

Además, buscando tener en cuenta un gran número de posibles configuraciones productivas, otros factores también han sido identificados como fuente de variabilidad en el proceso, por ejemplo, la distribución o la cantidad de tolvas en cada subgrupo  $n_j$  ( $d$ ) y el número total de tolvas ( $n$ ) en la pesadora multicabezal (en la sección 4.3 serán explicados con detalle estos factores).

Nuestra idea, siguiendo la metodología del diseño de experimento propuesta por Montgomery (2013), es identificar las condiciones óptimas de operación del

proceso que minimicen la diferencia entre el contenido efectivo del paquete o peso total ( $W$ ) y su peso objetivo ( $T$ ). El diseño de experimentos para el proceso de pesaje multicabezal se presenta en este capítulo como un diseño factorial equilibrado de factores de efectos fijos. Asimismo, los resultados experimentales serán tratados mediante la técnica del análisis de varianza (ANOVA) la cual determinará la significación estadística de los factores y sus interacciones sobre la variable respuesta utilizada. Adicionalmente, el análisis de los residuos y la validación del efecto de los factores sobre la variable respuesta es confirmando siguiendo la metodología propuesta por Zúñiga y Romero (1988). A continuación se presenta el desarrollo del análisis estadístico sobre el proceso de pesaje multicabezal.

## 4.2. Variable respuesta

Durante el análisis estadístico, la variabilidad del proceso de envasado fue medida a través del coeficiente de variación del paquete.

$$CV_{paquete} = \frac{\sigma_{paquete}}{\mu_{paquete}} * 100 \quad (4.1)$$

Tanto el coeficiente de variación ( $CV_{paquete}$ ) como la desviación típica ( $\sigma_{paquete}$ ), recogen la idea de variabilidad, pero referida de manera relativa a la media de los resultados obtenidos. Por lo tanto, utilizar el coeficiente de variación como variable respuesta excluye toda influencia que puedan tener las unidades de medida del peso final del envase durante el desarrollo del ANOVA.

El procedimiento ANOVA supone que los resultados experimentales están distribuidos normalmente y de forma independiente con la misma varianza para cada tratamiento o nivel de factor. En este sentido el ANOVA es robusto, hasta cierto punto, a la falta de normalidad de los datos. Sin embargo, con el fin de confirmar la validez estadística de los resultados y determinar cuál es la mejor configuración del proceso de envasado, hemos realizado un ANOVA multifactorial, donde la variable respuesta es  $(CV_{paquete})^{0.2}$ . La transformación fue necesaria con el fin de garantizar el cumplimiento de las tres hipótesis importantes del ANOVA; normalidad, homogeneidad de la varianza y la independencia de los residuos (Montgomery, 2009).

Es pertinente señalar que la transformación a la variable respuesta fue hecha mediante el método de Box-Cox. El cual es aplicable a un conjunto de datos originales (pueden ser también a una variable dependiente) cuyos valores de entrada deben ser positivos y distintos a cero, como es nuestro caso. El método Box-Cox trabaja con una familia de parámetros de transformación que llevan una variable  $y$  a  $y^\lambda$  (Box y Cox, 1964). Aquí, el parámetro  $\lambda$  define una transformación particular aplicando la siguiente expresión:

$$y^\lambda = \begin{cases} \frac{y^\lambda - 1}{\lambda} & (\lambda \neq 0) \\ \log y & (\lambda = 0) \end{cases} \quad (4.2)$$

Esta transformación es potencial cuando el valor de  $\lambda$  es distinto de 0 y logarítmica cuando  $\lambda$  es igual a 0. Además, ya que un análisis de la varianza no cambia por una transformación lineal, la expresión mostrada, es equivalente a:

$$y^\lambda = \begin{cases} y^\lambda & (\lambda \neq 0) \\ \log y & (\lambda = 0) \end{cases} \quad (4.3)$$

El procedimiento de esta transformación será mostrado más adelante en la sección 4.4.

### 4.3. Factores y niveles

En la sección 3.2, se mostró como la estrategia S1 consiste en dividir las  $n$  tolvas de pesaje de la pesadora multicabezal en cinco subgrupos ( $n_1^{s1}$ ,  $n_2^{s1}$ ,  $n_3^{s1}$ ,  $n_4^{s1}$  y  $n_5^{s1}$ ) y proveer cantidades promedios desiguales de producto a cada uno de ellos ( $\mu_1$ ,  $\mu_2$ ,  $\mu_3$ ,  $\mu_4$  y  $\mu_5$ , respectivamente). Los resultados iniciales confirmaron que esta técnica logra disminuir significativamente la variabilidad del contenido efectivo del paquete. En este sentido, encontrar la óptima condición de operación del proceso garantizaría, en promedio, obtener la menor variabilidad en el producto envasado.

A continuación se listan los niveles de los factores y valores de entrada para llevar a cabo el análisis estadístico:

- Peso objetivo del paquete ( $T$ ), que es el contenido efectivo que se estima que contendrá cada paquete. Adopta los valores  $T = 125, 250, 500, 1000, 2000$  gramos.
- Número total de tolvas,  $n = 8, 10, 12, 14, 16$ .
- Número de tolvas combinadas,  $k = 2, 3, 4, 5, 6, 7$ .
- Coeficiente esperado de variación del paquete final,  $CV = 1\%, 2.5\%$  y  $5\%$ .
- Valor de cambio ( $\delta$ ). El  $\delta$  toma valores de: 0.0, 0.5, 1.0, 2.0, 2. y 3.0. con un valor mínimo de cambio distinto de cero ( $\delta_{min}$ ) de 0.5.
- Distribución de tolvas ( $d$ ), es la forma como se distribuyen las  $n$  tolvas en los diferentes subgrupos ( $n_1^{s1}$ ,  $n_2^{s1}$ ,  $n_3^{s1}$ ,  $n_4^{s1}$  y  $n_5^{s1}$ ). Toma niveles de: *Igual*, *Central* y *Extremo*.

El factor  $d$  representa la distribución de las tolvas en cada subgrupo y sus niveles definen que cantidad de tolvas habrá en cada uno de ellos. Por lo tanto, un nivel *Igual* significa que la distribución de tolvas en los subgrupos es lo más

homogénea posible. Para el nivel *Central* el mayor número de tolvas se concentran en el grupo cuya configuración de llenado no ha sido modificado ( $n_3$ ). Para el nivel *Extremo* la mayor cantidad de tolvas se concentraran en los subgrupos cuya configuración de llenado depende de  $\delta$  y  $\delta_{min}$ , es decir,  $n_1^{s1}$ ,  $n_2^{s1}$ ,  $n_4^{s1}$  y  $n_5^{s1}$ . La distribución de tolvas para cada nivel del factor  $n$  se muestra en Tabla 4.1.

**Tabla 4.1. Distribución de las tolvas de pesaje ( $d$ ) para cada nivel del factor  $n$**

		<i>Igual</i>					<i>Central</i>					<i>Extremo</i>				
		$n_1^{s1}$	$n_2^{s1}$	$n_3^{s1}$	$n_4^{s1}$	$n_5^{s1}$	$n_1^{s1}$	$n_2^{s1}$	$n_3^{s1}$	$n_4^{s1}$	$n_5^{s1}$	$n_1^{s1}$	$n_2^{s1}$	$n_3^{s1}$	$n_4^{s1}$	$n_5^{s1}$
Número de tolvas de pesaje ( $n$ )	8	1	2	2	2	1	1	1	4	1	1	3	1	0	1	3
	10	2	2	2	2	2	1	1	6	1	1	4	1	0	1	4
	12	3	2	2	2	3	1	1	8	1	1	4	2	0	2	4
	14	3	3	2	3	3	1	1	10	1	1	5	2	0	2	5
	16	3	3	4	3	3	1	1	12	1	1	6	2	0	2	6

Recordemos que el factor  $CV$  determina la máxima variabilidad del peso final ( $W$ ) si las tolvas son seleccionadas aleatoriamente. A través de sus distintos niveles podemos fijar los valores de entrada de la desviación estándar de los pesos en cada tolva ( $\sigma$ ), permitiendo simular el procesos de envasado en diferentes condiciones de variabilidad. Sin embargo, como ya se ha explicado, no significa que los valores de  $\sqrt{k}\sigma$  obtenidos mediante  $CV$  serán la variabilidad real en el paquete producido a través de nuestro enfoque de optimización propuesto.

Además, también recordemos que el factor  $\delta$  ayuda a fijar el valor del suministro promedio de producto ( $\mu_j$ ) para los subgrupos de tolvas ( $n_1^{s1}$ ,  $n_2^{s1}$ ,  $n_4^{s1}$  y  $n_5^{s1}$ ), garantizando que el peso promedio del producto en las tolvas sea diferente (ver capítulo 3). Los distintos valores  $\mu_j$  para los niveles de los factores  $CV$ ,  $k$ ,  $\delta$  y  $T$ , se presentan desde la Tabla 4.2 a la Tabla 4.6.

Al combinar estos factores se obtendrán 9450 casos de estudio distintos o tratamientos, que se simularon 10000 veces cada uno, es decir, 10000 productos envasados para cada tratamiento. Los resultados y el análisis estadístico son presentados en la sección 4.4.

**Tabla 4.2. Valores  $\mu_j$  para para cada nivel de CV, k y  $\delta$  con  $T = 125$  g**

CV (%)	$\sqrt{k}\sigma$	k	$\sigma$	$\mu - 3\sigma$	$\mu - 2.5\sigma$	$\mu - 2\sigma$	$\mu - 1.5\sigma$	$\mu - 1\sigma$	$\mu - 0.5\sigma$	$\mu$	$\mu + 0.5\sigma$	$\mu + 1\sigma$	$\mu + 1.5\sigma$	$\mu + 2\sigma$	$\mu + 2.5\sigma$	$\mu + 3\sigma$
1	1.25	2	0.88	59.85	60.29	60.73	61.17	61.62	62.06	62.50	62.94	63.38	63.83	64.27	64.71	65.15
		3	0.72	39.50	39.86	40.22	40.58	40.94	41.31	41.67	42.03	42.39	42.75	43.11	43.47	43.83
		4	0.63	29.38	29.69	30.00	30.31	30.63	30.94	31.25	31.56	31.88	32.19	32.50	32.81	33.13
		5	0.56	23.32	23.60	23.88	24.16	24.44	24.72	25.00	25.28	25.56	25.84	26.12	26.40	26.68
		6	0.51	19.30	19.56	19.81	20.07	20.32	20.58	20.83	21.09	21.34	21.60	21.85	22.11	22.36
		7	0.47	16.44	16.68	16.91	17.15	17.38	17.62	17.86	18.09	18.33	18.57	18.80	19.04	19.27
		2	2.21	55.87	56.98	58.08	59.19	60.29	61.40	62.50	63.60	64.71	65.81	66.92	68.02	69.13
2.5	3.125	3	1.80	36.25	37.16	38.06	38.96	39.86	40.76	41.67	42.57	43.47	44.37	45.28	46.18	47.08
		4	1.56	26.56	27.34	28.13	28.91	29.69	30.47	31.25	32.03	32.81	33.59	34.38	35.16	35.94
		5	1.40	20.81	21.51	22.20	22.90	23.60	24.30	25.00	25.70	26.40	27.10	27.80	28.49	29.19
		6	1.28	17.01	17.64	18.28	18.92	19.56	20.20	20.83	21.47	22.11	22.75	23.38	24.02	24.66
		7	1.18	14.31	14.90	15.49	16.09	16.68	17.27	17.86	18.45	19.04	19.63	20.22	20.81	21.40
5	6.25	2	4.42	49.24	51.45	53.66	55.87	58.08	60.29	62.50	64.71	66.92	69.13	71.34	73.55	75.76
		3	3.61	30.84	32.65	34.45	36.25	38.06	39.86	41.67	43.47	45.28	47.08	48.88	50.69	52.49
		4	3.13	21.88	23.44	25.00	26.56	28.13	29.69	31.25	32.81	34.38	35.94	37.50	39.06	40.63
		5	2.80	16.61	18.01	19.41	20.81	22.20	23.60	25.00	26.40	27.80	29.19	30.59	31.99	33.39
		6	2.55	13.18	14.45	15.73	17.01	18.28	19.56	20.83	22.11	23.38	24.66	25.94	27.21	28.49
		7	2.36	10.77	11.95	13.13	14.31	15.49	16.68	17.86	19.04	20.22	21.40	22.58	23.76	24.94

**Tabla 4.3. Valores  $\mu_j$  para para cada nivel de CV, k y  $\delta$  con T = 250 g**

CV (%)	$\sqrt{k}\sigma$	k	$\sigma$	$\mu - 3\sigma$	$\mu - 2.5\sigma$	$\mu - 2\sigma$	$\mu - 1.5\sigma$	$\mu - 1\sigma$	$\mu - 0.5\sigma$	$\mu$	$\mu + 0.5\sigma$	$\mu + 1\sigma$	$\mu + 1.5\sigma$	$\mu + 2\sigma$	$\mu + 2.5\sigma$	$\mu + 3\sigma$
1	2.5	2	1.77	119.70	120.58	121.46	122.35	123.23	124.12	125.00	125.88	126.77	127.65	128.54	129.42	130.30
		3	1.44	79.00	79.72	80.45	81.17	81.89	82.61	83.33	84.06	84.78	85.50	86.22	86.94	87.66
		4	1.25	58.75	59.38	60.00	60.63	61.25	61.88	62.50	63.13	63.75	64.38	65.00	65.63	66.25
		5	1.12	46.65	47.20	47.76	48.32	48.88	49.44	50.00	50.56	51.12	51.68	52.24	52.80	53.35
		6	1.02	38.60	39.12	39.63	40.14	40.65	41.16	41.67	42.18	42.69	43.20	43.71	44.22	44.73
		7	0.94	32.88	33.35	33.82	34.30	34.77	35.24	35.71	36.19	36.66	37.13	37.60	38.08	38.55
		2	4.42	111.74	113.95	116.16	118.37	120.58	122.79	125.00	127.21	129.42	131.63	133.84	136.05	138.26
2.5	6.25	3	3.61	72.51	74.31	76.12	77.92	79.72	81.53	83.33	85.14	86.94	88.75	90.55	92.35	94.16
		4	3.13	53.13	54.69	56.25	57.81	59.38	60.94	62.50	64.06	65.63	67.19	68.75	70.31	71.88
		5	2.80	41.61	43.01	44.41	45.81	47.20	48.60	50.00	51.40	52.80	54.19	55.59	56.99	58.39
		6	2.55	34.01	35.29	36.56	37.84	39.12	40.39	41.67	42.94	44.22	45.49	46.77	48.05	49.32
		7	2.36	28.63	29.81	30.99	32.17	33.35	34.53	35.71	36.90	38.08	39.26	40.44	41.62	42.80
5	12.5	2	8.84	98.48	102.90	107.32	111.74	116.16	120.58	125.00	129.42	133.84	138.26	142.68	147.10	151.52
		3	7.22	61.68	65.29	68.90	72.51	76.12	79.72	83.33	86.94	90.55	94.16	97.77	101.38	104.98
		4	6.25	43.75	46.88	50.00	53.13	56.25	59.38	62.50	65.63	68.75	71.88	75.00	78.13	81.25
		5	5.59	33.23	36.02	38.82	41.61	44.41	47.20	50.00	52.80	55.59	58.39	61.18	63.98	66.77
		6	5.10	26.36	28.91	31.46	34.01	36.56	39.12	41.67	44.22	46.77	49.32	51.87	54.42	56.98
7	4.72	21.54	23.90	26.27	28.63	30.99	33.35	35.71	38.08	40.44	42.80	45.16	47.53	49.89		

**Tabla 4.4. Valores  $\mu_j$  para para cada nivel de CV,  $k$  y  $\delta$  con  $T = 500$  g**

CV (%)	$\sqrt{k}\sigma$	$k$	$\sigma$	$\mu - 3\sigma$	$\mu - 2.5\sigma$	$\mu - 2\sigma$	$\mu - 1.5\sigma$	$\mu - 1\sigma$	$\mu - 0.5\sigma$	$\mu$	$\mu + 0.5\sigma$	$\mu + 1\sigma$	$\mu + 1.5\sigma$	$\mu + 2\sigma$	$\mu + 2.5\sigma$	$\mu + 3\sigma$
1	5	2	3.54	239.39	241.16	242.93	244.70	246.46	248.23	250.00	251.77	253.54	255.30	257.07	258.84	260.61
		3	2.89	158.01	159.45	160.89	162.34	163.78	165.22	166.67	168.11	169.55	171.00	172.44	173.88	175.33
		4	2.50	117.50	118.75	120.00	121.25	122.50	123.75	125.00	126.25	127.50	128.75	130.00	131.25	132.50
		5	2.24	93.29	94.41	95.53	96.65	97.76	98.88	100.00	101.12	102.24	103.35	104.47	105.59	106.71
		6	2.04	77.21	78.23	79.25	80.27	81.29	82.31	83.33	84.35	85.37	86.40	87.42	88.44	89.46
		7	1.89	65.76	66.70	67.65	68.59	69.54	70.48	71.43	72.37	73.32	74.26	75.21	76.15	77.10
		2	8.84	223.48	227.90	232.32	236.74	241.16	245.58	250.00	254.42	258.84	263.26	267.68	272.10	276.52
2.5	12.5	3	7.22	145.02	148.62	152.23	155.84	159.45	163.06	166.67	170.28	173.88	177.49	181.10	184.71	188.32
		4	6.25	106.25	109.38	112.50	115.63	118.75	121.88	125.00	128.13	131.25	134.38	137.50	140.63	143.75
		5	5.59	83.23	86.02	88.82	91.61	94.41	97.20	100.00	102.80	105.59	108.39	111.18	113.98	116.77
		6	5.10	68.02	70.58	73.13	75.68	78.23	80.78	83.33	85.88	88.44	90.99	93.54	96.09	98.64
		7	4.72	57.25	59.62	61.98	64.34	66.70	69.07	71.43	73.79	76.15	78.52	80.88	83.24	85.60
5	25	2	17.68	196.97	205.81	214.64	223.48	232.32	241.16	250.00	258.84	267.68	276.52	285.36	294.19	303.03
		3	14.43	123.37	130.58	137.80	145.02	152.23	159.45	166.67	173.88	181.10	188.32	195.53	202.75	209.97
		4	12.50	87.50	93.75	100.00	106.25	112.50	118.75	125.00	131.25	137.50	143.75	150.00	156.25	162.50
		5	11.18	66.46	72.05	77.64	83.23	88.82	94.41	100.00	105.59	111.18	116.77	122.36	127.95	133.54
		6	10.21	52.71	57.82	62.92	68.02	73.13	78.23	83.33	88.44	93.54	98.64	103.75	108.85	113.95
7	9.45	43.08	47.81	52.53	57.25	61.98	66.70	71.43	76.15	80.88	85.60	90.33	95.05	99.78		

**Tabla 4.5. Valores  $\mu_j$  para para cada nivel de CV, k y  $\delta$  con  $T = 1000$  g**

CV (%)	$\sqrt{k}\sigma$	k	$\sigma$	$\mu - 3\sigma$	$\mu - 2.5\sigma$	$\mu - 2\sigma$	$\mu - 1.5\sigma$	$\mu - 1\sigma$	$\mu - 0.5\sigma$	$\mu$	$\mu + 0.5\sigma$	$\mu + 1\sigma$	$\mu + 1.5\sigma$	$\mu + 2\sigma$	$\mu + 2.5\sigma$	$\mu + 3\sigma$
1	10	2	7.07	478.79	482.32	485.86	489.39	492.93	496.46	500.00	503.54	507.07	510.61	514.14	517.68	521.21
		3	5.77	316.01	318.90	321.79	324.67	327.56	330.45	333.33	336.22	339.11	341.99	344.88	347.77	350.65
		4	5.00	235.00	237.50	240.00	242.50	245.00	247.50	250.00	252.50	255.00	257.50	260.00	262.50	265.00
		5	4.47	186.58	188.82	191.06	193.29	195.53	197.76	200.00	202.24	204.47	206.71	208.94	211.18	213.42
		6	4.08	154.42	156.46	158.50	160.54	162.58	164.63	166.67	168.71	170.75	172.79	174.83	176.87	178.91
		7	3.78	131.52	133.41	135.30	137.19	139.08	140.97	142.86	144.75	146.64	148.53	150.42	152.31	154.20
		2	17.68	446.97	455.81	464.64	473.48	482.32	491.16	500.00	508.84	517.68	526.52	535.36	544.19	553.03
2.5	25	3	14.43	290.03	297.25	304.47	311.68	318.90	326.12	333.33	340.55	347.77	354.98	362.20	369.42	376.63
		4	12.50	212.50	218.75	225.00	231.25	237.50	243.75	250.00	256.25	262.50	268.75	275.00	281.25	287.50
		5	11.18	166.46	172.05	177.64	183.23	188.82	194.41	200.00	205.59	211.18	216.77	222.36	227.95	233.54
		6	10.21	136.05	141.15	146.25	151.36	156.46	161.56	166.67	171.77	176.87	181.98	187.08	192.18	197.29
		7	9.45	114.51	119.23	123.96	128.68	133.41	138.13	142.86	147.58	152.31	157.03	161.76	166.48	171.20
5	50	2	35.36	393.93	411.61	429.29	446.97	464.64	482.32	500.00	517.68	535.36	553.03	570.71	588.39	606.07
		3	28.87	246.73	261.16	275.60	290.03	304.47	318.90	333.33	347.77	362.20	376.63	391.07	405.50	419.94
		4	25.00	175.00	187.50	200.00	212.50	225.00	237.50	250.00	262.50	275.00	287.50	300.00	312.50	325.00
		5	22.36	132.92	144.10	155.28	166.46	177.64	188.82	200.00	211.18	222.36	233.54	244.72	255.90	267.08
		6	20.41	105.43	115.64	125.84	136.05	146.25	156.46	166.67	176.87	187.08	197.29	207.49	217.70	227.90
7	18.90	86.16	95.61	105.06	114.51	123.96	133.41	142.86	152.31	161.76	171.20	180.65	190.10	199.55		

**Tabla 4.6. Valores  $\mu_j$  para para cada nivel de CV,  $k$  y  $\delta$  con  $T = 2000$  g**

CV(%)	$\sqrt{k}\sigma$	$k$	$\sigma$	$\mu - 3\sigma$	$\mu - 2.5\sigma$	$\mu - 2\sigma$	$\mu - 1.5\sigma$	$\mu - 1\sigma$	$\mu - 0.5\sigma$	$\mu$	$\mu + 0.5\sigma$	$\mu + 1\sigma$	$\mu + 1.5\sigma$	$\mu + 2\sigma$	$\mu + 2.5\sigma$	$\mu + 3\sigma$
1	20	2	14.14	957.57	964.64	971.72	978.79	985.86	992.93	1000.00	1007.07	1014.14	1021.21	1028.28	1035.36	1042.43
		3	11.55	632.03	637.80	643.57	649.35	655.12	660.89	666.67	672.44	678.21	683.99	689.76	695.53	701.31
		4	10.00	470.00	475.00	480.00	485.00	490.00	495.00	500.00	505.00	510.00	515.00	520.00	525.00	530.00
		5	8.94	373.17	377.64	382.11	386.58	391.06	395.53	400.00	404.47	408.94	413.42	417.89	422.36	426.83
		6	8.16	308.84	312.92	317.00	321.09	325.17	329.25	333.33	337.42	341.50	345.58	349.66	353.75	357.83
		7	7.56	263.04	266.82	270.60	274.38	278.15	281.93	285.71	289.49	293.27	297.05	300.83	304.61	308.39
		2	35.36	893.93	911.61	929.29	946.97	964.64	982.32	1000.00	1017.68	1035.36	1053.03	1070.71	1088.39	1106.07
2.5	50	3	28.87	580.06	594.50	608.93	623.37	637.80	652.23	666.67	681.10	695.53	709.97	724.40	738.84	753.27
		4	25.00	425.00	437.50	450.00	462.50	475.00	487.50	500.00	512.50	525.00	537.50	550.00	562.50	575.00
		5	22.36	332.92	344.10	355.28	366.46	377.64	388.82	400.00	411.18	422.36	433.54	444.72	455.90	467.08
		6	20.41	272.10	282.30	292.51	302.71	312.92	323.13	333.33	343.54	353.75	363.95	374.16	384.36	394.57
		7	18.90	229.02	238.47	247.92	257.37	266.82	276.27	285.71	295.16	304.61	314.06	323.51	332.96	342.41
		2	70.71	787.87	823.22	858.58	893.93	929.29	964.64	1000.00	1035.36	1070.71	1106.07	1141.42	1176.78	1212.13
		3	57.74	493.46	522.33	551.20	580.06	608.93	637.80	666.67	695.53	724.40	753.27	782.14	811.00	839.87
5	100	4	50.00	350.00	375.00	400.00	425.00	450.00	475.00	500.00	525.00	550.00	575.00	600.00	625.00	650.00
		5	44.72	265.84	288.20	310.56	332.92	355.28	377.64	400.00	422.36	444.72	467.08	489.44	511.80	534.16
		6	40.82	210.86	231.27	251.68	272.10	292.51	312.92	333.33	353.75	374.16	394.57	414.98	435.40	455.81
		7	37.80	172.32	191.22	210.12	229.02	247.92	266.82	285.71	304.61	323.51	342.41	361.31	380.21	399.10

#### 4.4. Configuración óptima del proceso de pesaje multicabezal

A continuación se presentan los resultados del análisis estadístico para la estrategia S1. Primeramente se verifica si los valores de  $CV_{paquete}$  para los 9450 casos estudiados o tratamientos están normalmente distribuidos. Utilizando el paquete estadístico de versión libre R, obtenemos el histograma de frecuencias para la variable respuesta de la figura 4.1. Este gráfico nos permitirá comprobar visualmente el cumplimiento de este supuesto fundamental.

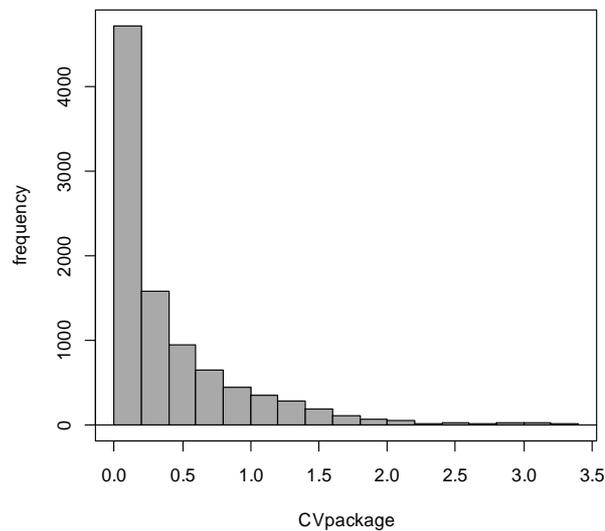


Figura 4.1. Histograma de frecuencia para valores de  $CV_{paquete}$

La figura 4.1 muestra claramente que los valores obtenidos de  $CV_{paquete}$  de los 9450 tratamientos no siguen una distribución normal. Por lo tanto, procedemos a calcular el valor del parámetro Box-Cox que nos permita transformar los datos originales a un estado semejante a una distribución normal. En este caso tenemos que el mejor valor de  $\lambda$  para la transformación de los datos es de 0.2. En la figura 4.2 se aprecia visualmente el mejor valor  $\lambda$  para un nivel de confianza del 95%. De esta manera, al ser  $\lambda$  distinto a cero, se trata de una transformación potencial de los datos por lo que nuestra nueva variable respuesta es  $(CV_{paquete})^{0.2}$  (a la cual llamaremos  $TransCV_{paquete}$ ).

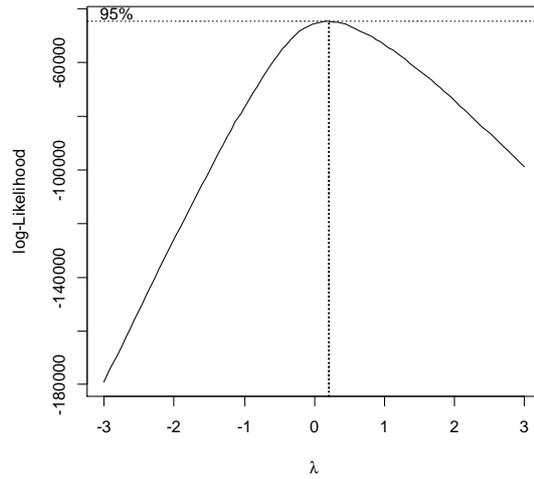


Figura 4.2. Mejor valor  $\lambda$  para un nivel del confianza del 95%.

El nuevo histograma de frecuencia en la figura 4.3 nos permite evidenciar que el conjunto de datos transformados ( $TransCV_{paquete}$ ) se asemejan a una distribución normal y están listos para ser tratados mediante la técnica del análisis de varianza (ANOVA).

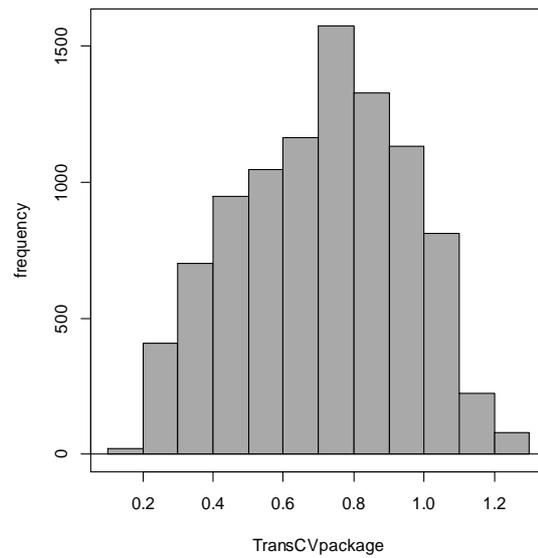


Figura 4.3. Histograma de frecuencia para valores transformados de  $CV_{paquete}$

En la Tabla 4.7 se presenta el ANOVA para la variable transformada de  $CV_{paquete}$ . En dicha tabla se pueden cuantificar la contribución de los factores  $CV$ ,  $\delta$ ,  $d$ ,  $k$ ,  $n$  y  $T$ , y sus posibles interacciones en la variabilidad del peso final del paquete.

**Tabla 4.7. Tabla ANOVA para  $TransCV_{paquete}$  en S1**

Resultados ANOVA				
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Ratio-F	Valor-P
Efectos principales				
$CV$	115.97	2	14345.04	0.0000
$\delta$	136.56	6	8445.52	0.0000
$d$	3.25	2	604.58	0.0000
$k$	57.87	5	4294.65	0.0000
$n$	102.30	4	9490.46	0.0000
$T$	0.002	4	0.1845	0.9465
Interacciones				
$CV \cdot \delta$	2.36	12	73.20	0.0000
$CV \cdot d$	0.057	4	5.32	0.0002
$CV \cdot k$	1.02	10	38.01	0.0000
$CV \cdot n$	1.75	8	81.42	0.0000
$CV \cdot T$	0.004	8	0.163	0.9954
$\delta \cdot d$	20.84	12	644.42	0.0000
$\delta \cdot k$	52.54	30	649.87	0.0000
$\delta \cdot n$	9.95	24	153.98	0.0000
$\delta \cdot T$	0.005	24	0.0814	1.0000
$d \cdot k$	7.36	10	273.32	0.0000
$d \cdot n$	1.03	8	48.04	0.0000
$d \cdot T$	0.002	8	0.0881	0.9995
$k \cdot n$	22.11	20	410.29	0.0000
$k \cdot T$	0.004	20	0.0813	1.0000
$n \cdot T$	0.008	16	0.1825	0.9998
Residuos	24.826	9212		
Total	559.82	9449		

Se observa que el valor-P de  $CV$ ,  $\delta$ ,  $d$ ,  $k$  y  $n$  es menor a 0.05, lo cual implica que estos factores tienen un efecto estadístico significativo sobre  $CV_{paquete}$ . El R-cuadrado ajustado del modelo asciende a 0.9952, confirmando que los

factores incluidos explican el 99.52% de varianza del  $CV_{paquete}$ . Del mismo modo, se observa que existen interacciones estadísticamente significativas en casi todas las combinaciones de pares de factores. También se puede observar que el factor  $T$  es el único que no tiene influencia en el  $CV_{paquete}$  y tampoco su interacción con ninguno de los factores restantes. Además en la tabla ANOVA notamos como los factores  $CV$ ,  $n$  y  $\delta$  son los más influyentes y las interacciones entre  $\delta \cdot k$ ,  $\delta \cdot d$ ,  $k \cdot n$ ,  $d \cdot k$  y  $\delta \cdot n$  las más significativas.

En la tabla 4.8 se muestra la nueva tabla ANOVA solo para aquellos factores significativos en el proceso de envasado. Asimismo, la figura 4.4 presenta la media y los intervalos para la media de los factores  $CV$ ,  $\delta$ ,  $d$ ,  $k$  y  $n$  con un nivel de confianza del 95%.

**Tabla 4.8. Tabla ANOVA de factores significativos para  $TransCV_{paquete}$  en S1**

Resultados ANOVA				
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Ratio-F	Valor-P
<b>Efectos principales</b>				
$CV$	136.68	2	17035.58	0.0000
$\delta$	136.56	6	8510.32	0.0000
$d$	3.26	2	609.22	0.0000
$k$	57.87	5	4327.60	0.0000
$n$	102.30	4	9563.27	0.0000
<b>Interacciones</b>				
$CV \cdot \delta$	2.36	12	73.76	0.0000
$CV \cdot d$	0.057	4	5.36	0.0002
$CV \cdot k$	1.02	10	38.30	0.0000
$CV \cdot n$	1.75	8	82.05	0.0000
$\delta \cdot d$	20.84	12	649.36	0.0000
$\delta \cdot k$	52.54	30	654.86	0.0000
$\delta \cdot n$	9.95	24	155.16	0.0000
$d \cdot k$	7.36	10	275.42	0.0000
$d \cdot n$	1.03	8	48.41	0.0000
$k \cdot n$	22.11	20	413.44	0.0000
Residuos	24.85	9292		
Total	580.54	9449		

En la figura 4.4 se observa el efecto que tiene cada factor significativo sobre el  $CV_{paquete}$ . De la influencia de los factores podemos deducir que:

- El  $CV_{paquete}$  aumenta cuando el coeficiente esperado de variación del peso final ( $CV$ ) también aumenta, como es lo esperado.
- Un valor de cambio ( $\delta$ ) de 2.0 o 2.5 resultan en los más bajos valores de  $CV_{paquete}$ .
- Una distribución homogénea (*Igual*) de tolvas en los subgrupos provoca reducción en el  $CV_{paquete}$ .
- Cuando el número de tolvas de pesaje combinadas alcanza valores de  $k = 4$  o  $k = 5$  se obtienen los valores más bajo de  $CV_{paquete}$ .
- El  $CV_{paquete}$  disminuye al incrementar el número total de tolvas de pesaje ( $n$ ) y logra su valor más bajo al utilizar el nivel más alto de este factor (16 tolvas). La explicación a lo anterior es que cuanto mayor sea  $n$  el número de combinaciones generadas para elegir el peso total ( $W$ ) se incrementa, aumentado la posibilidad de encontrar pesos totales más cercanos al peso objetivo ( $T$ ).

A continuación, la figura 4.5 presenta los gráficos de interacciones y los intervalos para la media con un nivel de confianza del 95% de los factores considerados como significativos. El análisis se realiza principalmente de manera visual mediante la interpretación de los gráficos que muestran el comportamiento de cada par de factores.

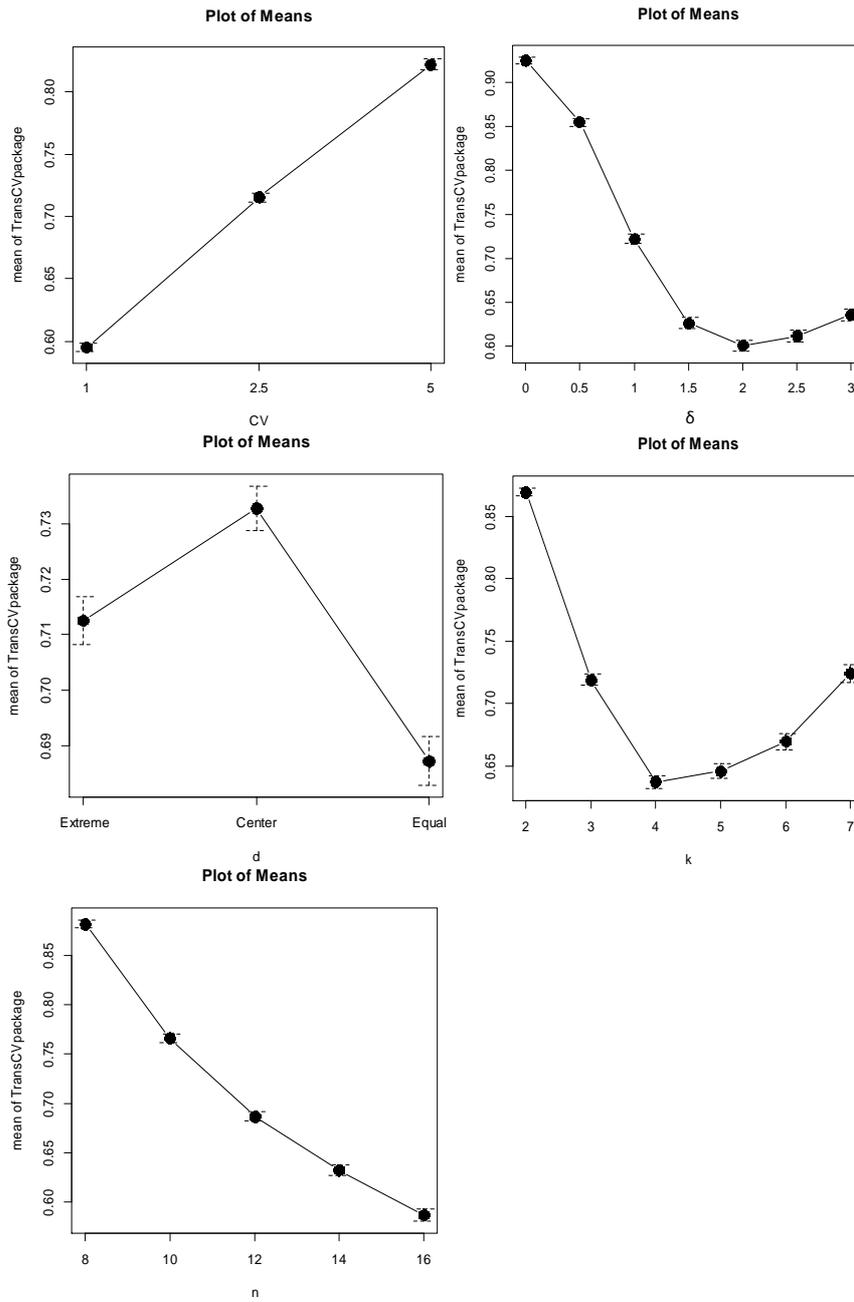


Figura 4.4. Gráficos de media e intervalos LSD de los factores  $CV$ ,  $\delta$ ,  $d$ ,  $k$  y  $n$  con un nivel de confianza del 95%

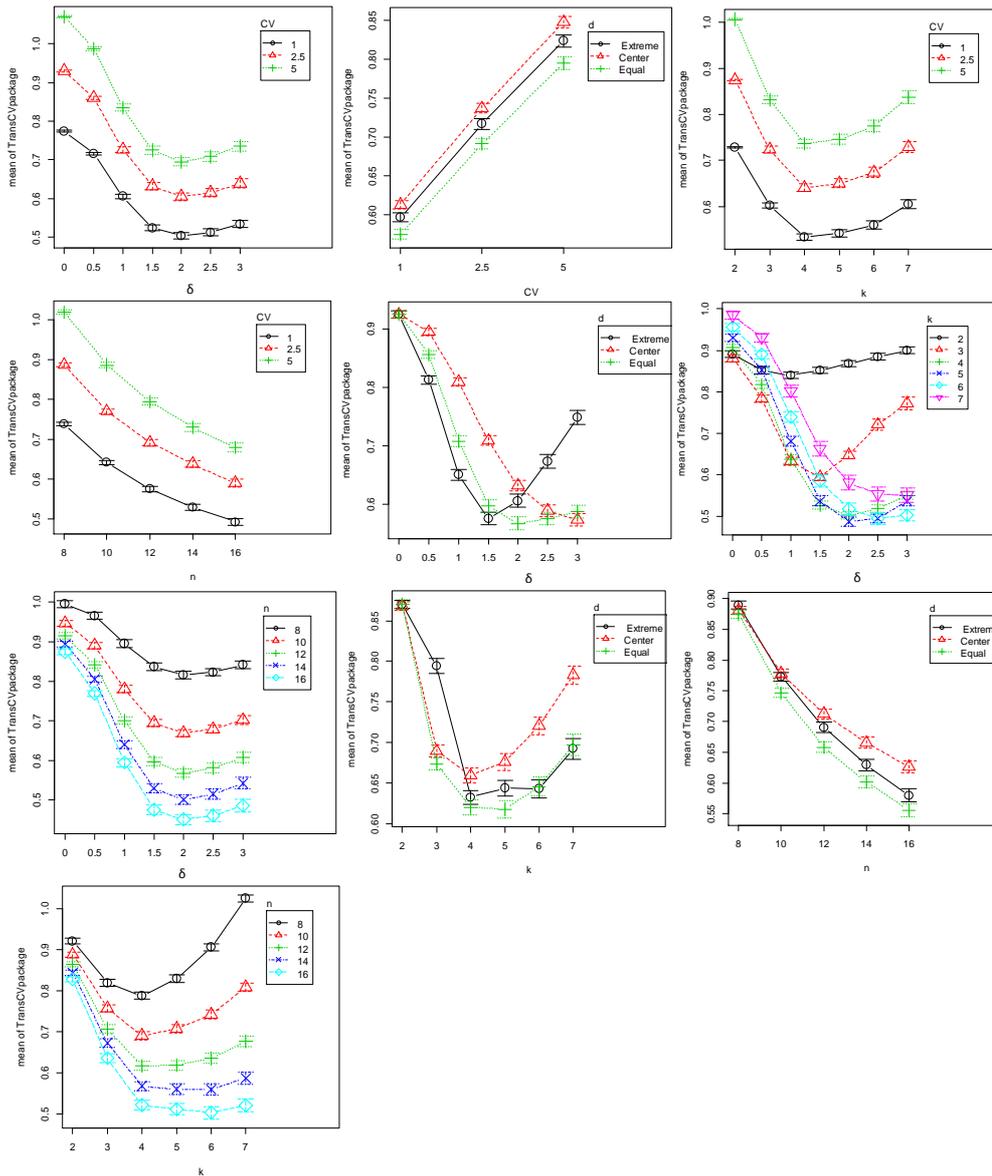


Figura 4.5. Gráficos de interacciones e intervalos para la media de los factores significativos con un nivel de confianza del 95%

De la figura 4.5 son obtenidas algunas conclusiones interesantes, por ejemplo:

- Un valor de cambio ( $\delta$ ) de 2.0 o 2.5, una distribución *Igual* de tolvas en los subgrupos y un número de tolvas de pesaje combinadas ( $k$ ) de 4 o 5 en máquinas multicabezales con un número alto de tolvas de pesaje ( $n$ ) reflejan bajos valores de  $CV_{paquete}$  cuando el coeficiente esperado de variación del peso total ( $CV$ ) es el mínimo.
- El valor de cambio ( $\delta$ ) que resulta en una disminución del  $CV_{paquete}$  dependerá de la manera cómo estén distribuidas las tolvas ( $d$ ) durante el proceso de envaso. Por ejemplo, con una distribución *Extrema* de tolvas conviene un  $\delta$  de 1.5. Para una distribución *Igual* de tolvas convendrían valores  $\delta$  de 2.0 o 2.5. En caso de utilizar una distribución *Central* solo convendrían valores de  $\delta$  de 2.5 o 3.0. Para un  $\delta$  de 0.0 no se evidencian diferencias significativas entre los niveles del factor  $d$ . Lo anterior demuestra la fuerte interacción que existe entre este par de factores.
- El valor de cambio ( $\delta$ ) que resulta en una reducción del  $CV_{paquete}$  también dependerá del número de tolvas combinadas ( $k$ ). Así, para un  $k$  de 4 o 5 conviene niveles de  $\delta$  en 2.0 o 2.5. Para un  $k$  de 6 solo convendrían valores de  $\delta$  de 2.5 o 3.0. Estos niveles son significativamente equivalente en la disminución de la variabilidad. Además, este par de factores poseen la más alta interacción dentro del proceso.
- Máquinas multicabezales con un número alto de tolvas de pesaje ( $n$ ) proveen bajos valores de  $CV_{paquete}$  cuando el valor de cambio ( $\delta$ ) alcanza niveles de 2.0 o 2.5.
- La variabilidad es reducida para un número de tolvas de pesaje combinadas ( $k$ ) de 4 o 5 cuando se dispone de una distribución *Igual* de tolvas en los subgrupos. Para un  $k$  igual a 2 no existen diferencias significativas entre los niveles del factor  $d$ . Además, parece ser que una distribución *Central* de tolvas no es conveniente en este tipo de procesos de envasado.
- Al distribuir de forma homogénea (*Igual*) las tolvas se logra una mayor reducción del  $CV_{paquete}$  en máquinas multicabezales con un número alto de tolvas de pesaje ( $n$ ). Para máquinas con valores mínimos de  $n$ , por ejemplo  $n = 8$ , no se evidencian diferencias significativas entre los niveles del factor  $d$ ; además de proveer los valores más elevados de  $CV_{paquete}$ .
- Un número de tolvas de pesaje combinadas ( $k$ ) de 4 a 7 son significativamente equivalente en la disminución del  $CV_{paquete}$  cuando se utiliza el número máximo de tolvas de pesaje. Para otros casos el valor de  $k$  que reduce  $CV_{paquete}$  varía dependiendo del número total de tolvas ( $n$ ) en la máquina.

#### 4.4.1. Análisis de residuos

Seguidamente, un análisis es realizado sobre los residuos para verificar la posible presencia de outliers y confirmar el efecto de los factores sobre la varianza de la variable respuesta. Para lo anterior, un ANOVA es llevado a cabo sobre el cuadrado de los residuos siguiendo la metodología propuesta por Zúnica y Romero (1988). Primeramente, la figura 4.6 presenta los gráficos de residuos para  $TransCV_{paquete}$  en función de los factores  $CV$ ,  $\delta$ ,  $d$ ,  $k$  y  $n$ .

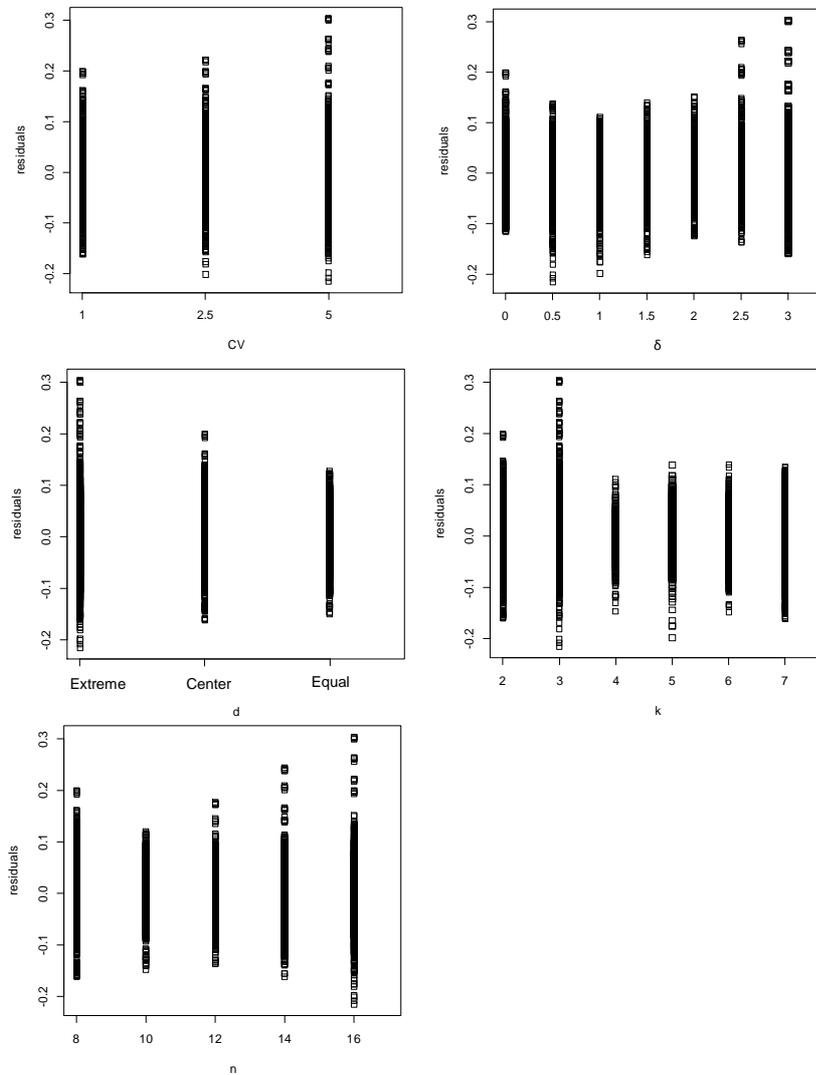


Figura 4.6. Gráfico de residuos para  $TransCV_{paquete}$  en función de los factores  $CV$ ,  $\delta$ ,  $d$ ,  $k$  y  $n$ .

En la figura 4.6 se muestra la dispersión de los residuos para cada factor significativo en el proceso de envasado. El gráfico evidencia que la dispersión difiere para cada nivel de los factores considerados, confirmando el efecto de los factores sobre la varianza de la variable respuesta. Además, se confirma que no existen outliers.

Se presenta, en Tabla 4.9, el ANOVA de factores significativos para el cuadrado de los residuos. Los resultados del valor-P confirman que para todos los factores existen diferencias estadísticas entre por lo menos un par de niveles, incluyendo las interacciones más significativas. Esto lo podemos revalidar visualmente por la figura 4.7. Con las diferencias estadísticas entre los niveles se entiende que los factores considerados sí tienen un efecto sobre la variabilidad del  $CV_{paquete}$ .

**Tabla 4.9. Tabla ANOVA de factores significativos para el cuadrado de los residuos en S1**

Resultados ANOVA				
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Ratio-F	Valor-P
Efectos principales				
<i>CV</i>	0.008780	2	186.93	0.0000
$\delta$	0.003312	6	35.25	0.0000
<i>d</i>	0.005974	2	190.79	0.0000
<i>k</i>	0.020807	5	265.79	0.0000
<i>n</i>	0.009841	4	157.12	0.0000
Interacciones				
<i>CV</i> · $\delta$	0.002285	12	12.16	0.0000
<i>CV</i> · <i>d</i>	0.001424	4	22.73	0.0000
<i>CV</i> · <i>k</i>	0.002512	10	16.04	0.0000
<i>CV</i> · <i>n</i>	0.004391	8	35.05	0.0000
$\delta$ · <i>d</i>	0.004433	12	23.59	0.0000
$\delta$ · <i>k</i>	0.016128	30	34.33	0.0000
$\delta$ · <i>n</i>	0.003941	24	10.48	0.0000
<i>d</i> · <i>k</i>	0.012744	10	81.39	0.0000
<i>d</i> · <i>n</i>	0.007532	8	60.13	0.0000
<i>k</i> · <i>n</i>	0.008948	20	28.57	0.0000
Residuos	0.145484	9292		
Total	0.258536	9449		

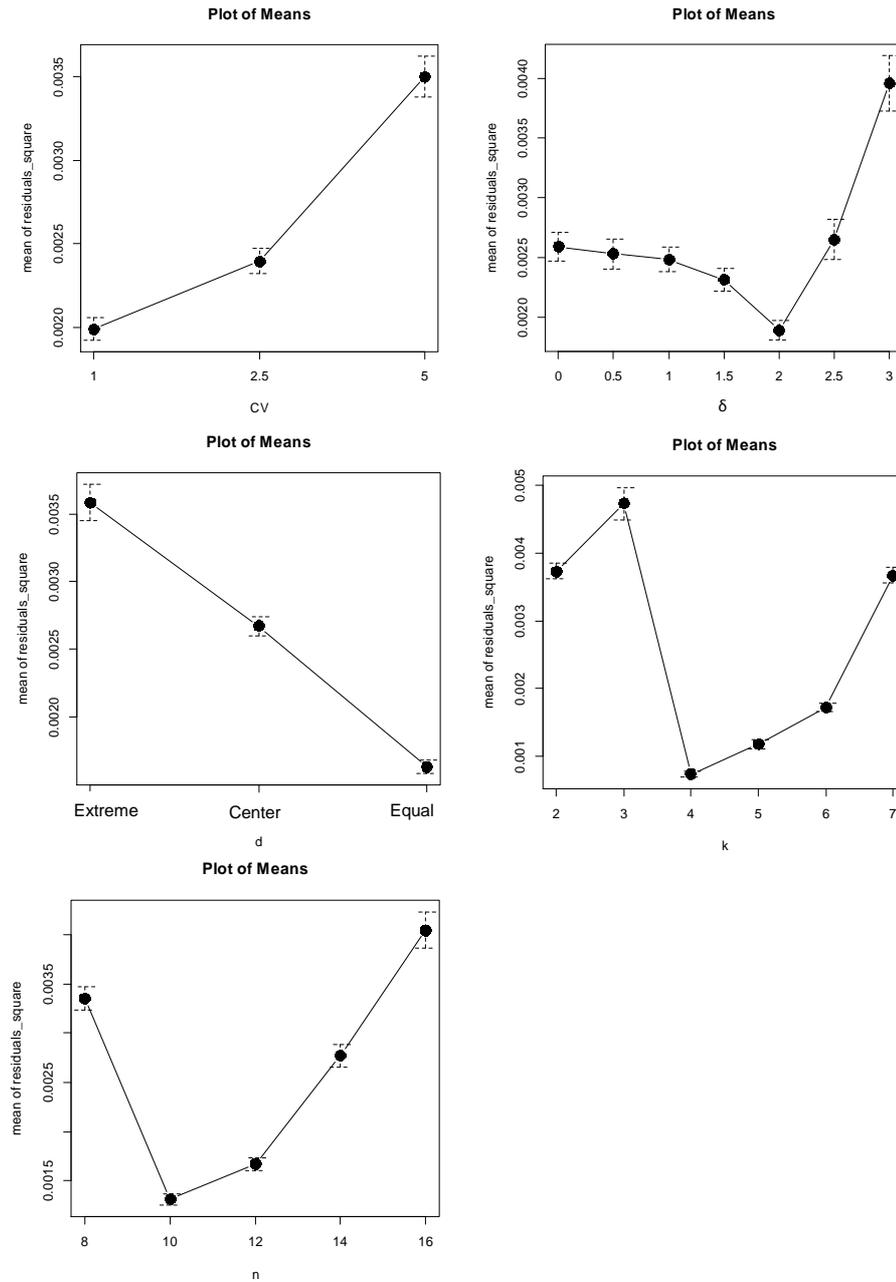


Figura 4.7. Gráficos de comparación de medias de los residuos al cuadrado de  $TransCV_{paquete}$  en función de los factores  $CV$ ,  $\delta$ ,  $d$ ,  $k$  y  $n$

Con base en el análisis anterior, ahora podemos obtener las condiciones óptimas de operación que minimizan la variable respuesta. Los resultados confirman que la pesadora multicabezal debe tener el mayor número total de tolvas (en este caso,  $n = 16$ ), con una distribución equitativa (*Igual*) de las tolvas en los subgrupos,  $n_1^{S1} = 3$ ,  $n_2^{S1} = 3$ ,  $n_3^{S1} = 4$ ,  $n_4^{S1} = 3$  y  $n_5^{S1} = 3$ . Durante las operaciones de envasado, combinaciones de 4 o 5 tolvas son preferibles. Por otra parte, el valor de cambio ( $\delta$ ) debe ser fijado a un nivel de 2.0 y la variación esperada en el paquete ( $CV$ ) tiene que ser lo mínima posible. Los niveles de los factores que minimizan a  $CV_{paquete}$  se muestran en la Tabla 4.10. Asimismo, la configuración de llenado más conveniente y que debería ser definida por el usuario de la maquina al iniciar el proceso es:  $\mu_1 = \mu - 2\sigma$ ,  $\mu_2 = \mu - 1.5\sigma$ ,  $\mu_3 = \mu$ ,  $\mu_4 = \mu + 1.5\sigma$  y  $\mu_5 = \mu + 2\sigma$ .

**Tabla 4.10. Mejores condiciones de operación para el proceso de pesaje multicabezal en estrategia S1.**

Factor	Mejor Nivel
Número total de tolvas ( $n$ )	16
Número de tolvas combinadas ( $k$ )	4 - 5
Coefficiente esperado de variación ( $CV$ )	1%
Distribución de tolvas ( $d$ )	<i>Igual</i>
Valor de cambio ( $\delta$ )	2.0

Como complemento, los resultados del análisis estadístico para las estrategias S2 y S3 son igualmente presentados en el Anexo C. De estos análisis, se evidencia las similitudes en los resultados entre la estrategia S2 y los resultados presentados en este capítulo para la estrategia S1.

#### 4.5. Caso de estudio en la configuración óptima del proceso de pesaje multicabezal

En la presente sección resumiremos un análisis estadístico llevado a cabo sobre los productos utilizados en el caso de estudio mostrado en la sección 3.8, estos son el Ravioli (un tipo de pasta seca) y el Fusilli (un tipo de pasta fresca). Para estos productos, como vimos en el capítulo 3, logramos evaluar las estrategias de optimización en un entorno semejante al real. Los resultados del caso de estudio mostraron una similitud en el rendimiento de las estrategias S1 y S2, sin embargo en situaciones fuera de control del proceso S1 es menos afectada (ver secciones 3.7 y 3.8).

En el caso práctico presentado en la sección 3.8 usamos el enfoque propuesto por Beretta y Semeraro (2012) para el cálculo del valor de la desviación estándar de los pesos en tolvas ( $\sigma$ ). En donde  $\sigma$  es una relación lineal del peso

promedio asignado a las tolvas ( $\mu$ ),  $\sigma = \beta\mu$ . Aquí,  $\beta$  ( $0 < \beta < 1$ ) es un coeficiente de proporcionalidad entre  $\mu$  y  $\sigma$ , que depende del producto a envasar. Debido a que  $CV$  y  $\beta$  ayudan a fijar los valores de  $\sigma$  y parten de la idea de que incrementos en  $\sigma$  provocan incrementos en la variabilidad del proceso. Vimos como los resultados del comportamiento de los parámetros de rendimiento del proceso en la sección 3.7 y el caso de estudio de la sección 3.8 fueron equivalentes.

De esta manera, en esta sección buscamos hallar la configuración óptima del proceso cuando utilizamos valores “reales” para productos como el Ravioli (con  $\beta = 0.331$ ) y el Fusilli (con  $\beta = 0.123$ ). La variable respuesta utilizada en este estudio es el coeficiente de variación del paquete ( $CV_{paquete}$ ). Sin embargo, una transformación fue realizada con el fin de garantizar el cumplimiento de las tres hipótesis importantes del ANOVA; normalidad, homogeneidad de la varianza y la independencia de los residuos (Montgomery, 2009). Por consiguiente, usando el método Box y Cox, la variable respuesta transformada es  $(CV_{paquete})^{0.2}$ , a esta variable llamaremos  $TransCV_{paquete}$ .

Además, tomando en consideración las similitudes presentadas entre S1 y S2 en el caso de estudio de la sección 3.8, en el análisis estadístico desarrollado en esta sección decidimos incluir un factor que represente la estrategia utilizada. Los factores y los niveles se muestran en las tablas 4.11 y 4.12.

**Tabla 4.11 Factores y niveles para el caso de estudio**

Factor	niveles
Estrategia ( $S$ )	S1, S2
Número total de tolvas ( $n$ )	10,12,14,16
Número de tolvas combinadas ( $k$ )	3,4,5,6
Peso objetivo del paquete ( $T$ )	250, 500,1000 g.
Coefficiente de proporcionalidad ( $\beta$ )	0.123, 0.331
Distribución de tolvas ( $d$ ) <sup>a</sup>	<i>Igual, Central, Extremo</i>
Valor de cambio ( $\delta$ )	0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0

<sup>a</sup> ver Tabla 4.12

**Tabla 4.12. Distribución de las tolvas de pesaje ( $d$ ) para cada nivel del factor  $n$**

		Igual					Central					Extremo					
		$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$	$n_5$	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$	$n_5$	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$	$n_5$	
Número de tolvas de pesaje ( $n$ )	10	S1	2	2	2	2	2	1	1	6	1	1	4	1	0	1	4
		S2	3	4	3	-	-	2	6	2	-	-	4	2	4	-	-
	12	S1	3	2	2	2	3	1	1	8	1	1	4	2	0	2	4
		S2	4	4	4	-	-	2	8	2	-	-	5	2	5	-	-
	14	S1	3	3	2	3	3	1	1	10	1	1	5	2	0	2	5
		S2	4	6	4	-	-	2	10	2	-	-	6	2	6	-	-
	16	S1	3	3	4	3	3	1	1	12	1	1	6	2	0	2	6
		S2	5	6	5	-	-	2	12	2	-	-	7	2	7	-	-

Al combinar estos factores se obtendrán 4032 tratamientos, que se simularon 10000 veces cada uno, es decir, 10000 productos envasados para cada tratamiento. Los resultados y el análisis estadístico son presentados a continuación.

La tabla 4.13 muestra los resultados del ANOVA para el análisis estadístico desarrollado. El R-cuadrado ajustado del modelo en este caso tomo un valor de 0.9957, confirmando que los factores incluidos explican el 99.57% de varianza del  $CV_{paquete}$ . A partir de los resultados finales de la Tabla 4.13 se puede cuantificar la contribución de  $S$ ,  $\beta$ ,  $\delta$ ,  $d$ ,  $k$ ,  $n$  y  $T$ , y sus posibles interacciones en la variabilidad del peso total del paquete. Se observa que los valores-P siendo inferiores a 0.05, evidencian el efecto de  $S$ ,  $\beta$ ,  $\delta$ ,  $d$ ,  $k$  y  $n$  en la variabilidad del proceso con un nivel de confianza del 95.00%. Además, se observa como los factores  $\beta$ ,  $\delta$ ,  $n$  y  $k$  son los más influyentes y las interacciones  $\delta \cdot k$ ,  $\delta \cdot d$ ,  $\beta \cdot k$ ,  $d \cdot k$ , y  $\beta \cdot \delta$  son las más significativas. Igual que en el análisis de la sección 4.4, el factor  $T$  es el único que no tiene influencia sobre el  $CV_{paquete}$ . En la tabla 4.14 se muestra la tabla ANOVA solo para aquellos factores significativos.

**Tabla 4.13. Tabla ANOVA para  $TransCV_{paquete}$  en el caso de estudio**

Resultados ANOVA				
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Ratio-F	Valor-P
Efectos principales				
$S$	1.027	1	266.89	0.0000
$\beta$	99.93	1	25976.51	0.0000
$\delta$	95.01	6	4116.34	0.0000
$d$	3.03	2	393.26	0.0000
$k$	27.32	3	2367.56	0.0000
$n$	27.57	3	2389.22	0.0000
$T$	0.003	2	0.3921	0.6756
Interacciones				
$S \cdot \beta$	0.076	1	19.69	0.0000
$S \cdot \delta$	0.409	6	17.71	0.0000
$S \cdot d$	0.614	2	79.77	0.0000
$S \cdot k$	0.018	3	1.58	0.1925
$S \cdot n$	0.003	3	0.2527	0.8594
$S \cdot T$	0.002	2	0.2075	0.8126
$\beta \cdot \delta$	2.468	6	106.93	0.0000
$\beta \cdot d$	0.140	2	18.23	0.0000
$\beta \cdot k$	2.258	3	195.69	0.0000
$\beta \cdot n$	0.010	3	0.8257	0.4795
$\beta \cdot T$	0.007	2	0.9325	0.3936
$\delta \cdot d$	14.91	12	323.10	0.0000
$\delta \cdot k$	27.12	18	391.72	0.0000
$\delta \cdot n$	2.27	18	32.87	0.0000
$\delta \cdot T$	0.020	12	0.4393	0.9481
$d \cdot k$	3.34	6	144.90	0.0000
$d \cdot n$	0.526	6	22.78	0.0000
$d \cdot T$	0.003	4	0.1731	0.9522
$k \cdot n$	2.05	9	59.21	0.0000
$k \cdot T$	0.018	6	0.7985	0.5709
$n \cdot T$	0.073	6	3.17	0.0041
Residuos	14.937	3883		
Total	325.16	4031		

**Tabla 4.14. Tabla ANOVA de factores significativos para  $TransCV_{paquete}$  en el caso de estudio**

Resultados ANOVA				
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Ratio-F	Valor-P
Efectos principales				
$S$	1.027	1	267.04	0.0000
$\beta$	99.93	1	25990.83	0.0000
$\delta$	95.01	6	4118.60	0.0000
$d$	3.03	2	393.48	0.0000
$k$	27.32	3	2368.86	0.0000
$n$	27.57	3	2390.54	0.0000
Interacciones				
$S \cdot \beta$	0.0757	1	19.70	0.0000
$S \cdot \delta$	0.4087	6	17.72	0.0000
$S \cdot d$	0.6137	2	79.82	0.0000
$\beta \cdot \delta$	2.47	6	106.99	0.0000
$\beta \cdot d$	0.1402	2	18.24	0.0000
$\beta \cdot k$	2.26	3	195.81	0.0000
$\delta \cdot d$	14.91	12	323.28	0.0000
$\delta \cdot k$	27.12	18	391.94	0.0000
$\delta \cdot n$	2.28	18	32.89	0.0000
$d \cdot k$	3.34	6	144.98	0.0000
$d \cdot n$	0.5258	6	22.80	0.0000
$k \cdot n$	2.05	9	59.24	0.0000
Residuos	15.09	3926		
Total	325.17	4031		

En la figura 4.8, se muestran los gráficos de media y los intervalos LSD para los factores considerados como significativos. De la figura 4.8 podemos obtener las siguientes deducciones:

- La estrategia S2 ofrece mejores resultados sobre el  $CV_{paquete}$ . No obstante el factor estrategia ( $S$ ) es el que menos influye.
- El  $CV_{paquete}$  disminuye cuando el coeficiente de proporcionalidad ( $\beta$ ) para el producto envasado es mínimo.
- Un valor de cambio ( $\delta$ ) de 2.0 o 2.5 resulta en los valores más bajos de  $CV_{paquete}$ .

- Una distribución *Igual* de tolvas en los subgrupos causa una reducción en el  $CV_{paquete}$ .
- Cuando el número de tolvas de pesaje combinadas ( $k$ ) alcanza el valor de 5, se obtienen los valores más bajos de  $CV_{paquete}$ .
- El  $CV_{paquete}$  disminuye al aumentar el número total de tolvas de pesaje ( $n$ ) y su valor más bajo se logra cuando  $n = 16$ .

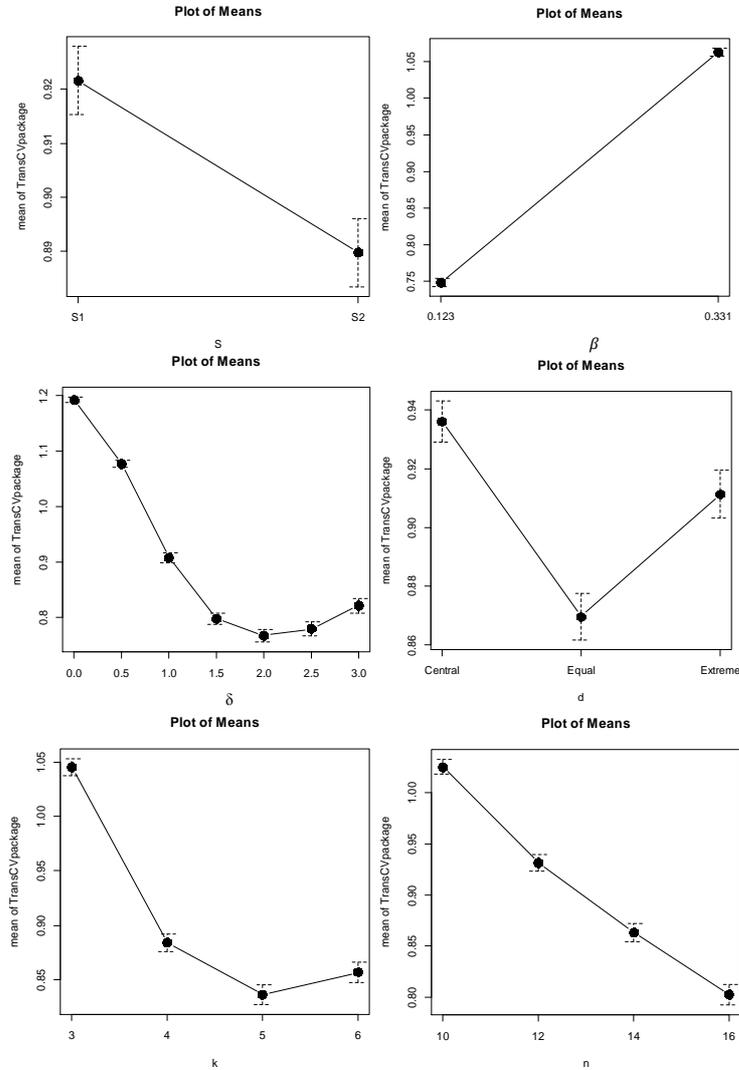
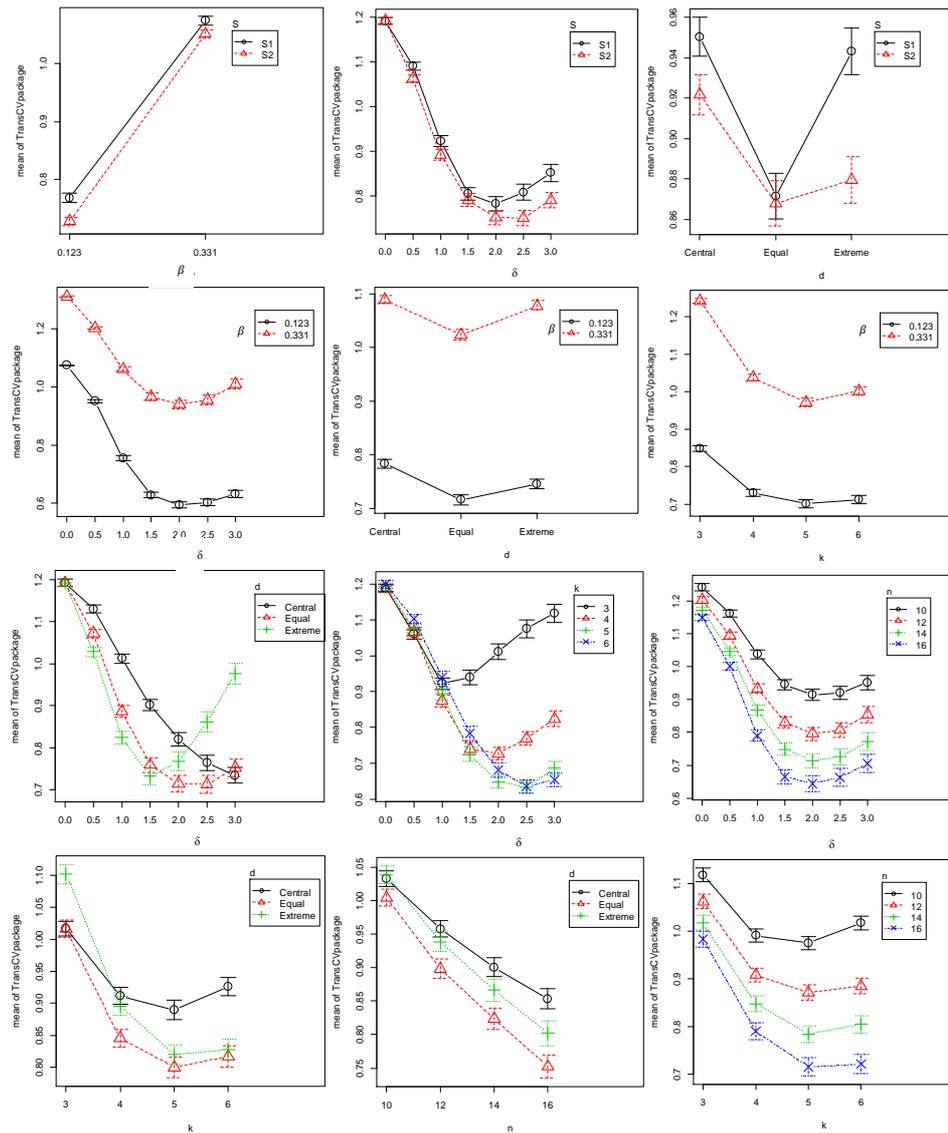


Figura 4.8. Gráficos de media e intervalos LSD de los factores  $S$ ,  $\beta$ ,  $\delta$ ,  $d$ ,  $k$  y  $n$  con un nivel de confianza del 95%

Los gráficos de interacciones y los intervalos para la media con un nivel de confianza del 95% son mostrados en la figura 4.9. De estos gráficos podemos concluir que:

- La estrategia S2 ofrece una reducción mayor en el  $CV_{paquete}$  cuando el valor de cambio ( $\delta$ ) es igual a 2.0 o 2.5, independientemente del valor del coeficiente de proporcionalidad ( $\beta$ ).
- Las estrategias S1 y S2 son equivalentes cuando existe una distribución *Igual* de tolvas en los subgrupos. Esto demuestra que la utilización de cualquier de estas estrategias en el proceso tendrá similar rendimiento, como ya ha sido analizado.
- Un valor de cambio ( $\delta$ ) de 2.0 o 2.5, una distribución *Igual* de tolvas y un número de tolvas de pesaje combinadas ( $k$ ) de 5 o 6 en máquinas multicabezales con un número alto de tolvas ( $n$ ) disminuyen los valores de  $CV_{paquete}$  cuando el coeficiente de proporcionalidad ( $\beta$ ) es el mínimo.
- El valor de cambio ( $\delta$ ) que da lugar a una disminución del  $CV_{paquete}$  depende del modo en que se distribuyen las tolvas de pesaje y del número de tolvas de pesaje combinadas ( $k$ ).
- Máquinas multicabezales con un número elevado de tolvas de pesaje ( $n$ ) proporcionan los valores más bajos de  $CV_{paquete}$  cuando el valor de cambio ( $\delta$ ) alcanza niveles de 1.5, 2.0 o 2.5.
- La variabilidad en el proceso se reduce para un número de tolvas de pesaje combinadas ( $k$ ) de 5 ó 6 cuando hay una distribución *Igual* de tolvas en los subgrupos.
- Una distribución *Igual* de tolvas proporciona una mayor reducción en el  $CV_{paquete}$  en máquinas multicabezales con un número elevado de tolvas de pesaje ( $n$ ).
- Un número de tolvas de pesaje combinadas ( $k$ ) de 5 ó 6 son estadísticamente equivalentes y proporcionan los mejores resultados en la reducción de  $CV_{paquete}$  cuando se utiliza el mayor número de tolvas de pesaje ( $n$ ).



**Figura 4.9. Gráficos de interacciones e intervalos para la media de los factores significativos con un nivel de confianza del 95%**

De esta manera, la tabla 4.15 presenta los niveles óptimos hallados para el caso de estudio presentado en esta sección. Observe la equivalencia que existe con la configuración óptima encontrada para el proceso en la sección 4.4 (ver tabla 4.10). Además, este estudio confirma como las estrategias S1 y S2

son equivalentes al utilizar una distribución *Igual* de tolvas y por ende, tendrán igual rendimiento.

**Tabla 4.15. Mejores condiciones de operación para el proceso de pesaje multicabezal en el caso de estudio presentado en la sección 4.5.**

Factor	Mejor nivel
Estrategia ( $S$ )	S1 - S2
Número total de tolvas ( $n$ )	16
Número de tolvas combinadas ( $k$ )	5
Coefficiente de proporcionalidad ( $\beta$ )	0.123
Distribución de tolvas ( $d$ )	<i>Igual</i>
Valor de cambio ( $\delta$ )	2.0

Adicionalmente, si utilizamos la configuración óptima encontrada en este caso de estudio y comparamos los resultados entre el enfoque propuesto en la presente tesis doctoral para seleccionar el peso total ( $W$ ) (minimizar la diferencia en valor absoluto entre el peso del paquete  $W$  y su peso objetivo  $T$ ) y el enfoque utilizado en la práctica (minimizar la diferencia entre  $W$  y  $T$  cuando  $W \geq T$ ), podríamos deducir cuál sería el rendimiento del proceso de envasado. En este análisis comparativo medimos: el porcentaje de reducción de la variabilidad ( $1 - RV(\%)$ ), la función de pérdida de Taguchi para un  $c = 100$  y los parámetros de rendimiento más útiles del proceso ( $\mu_{paquete}$ ,  $\sigma_{paquete}$  y  $USL_{SS}$ ), como fue hecho en las secciones 3.7 y 3.8 del capítulo 3. El peso objetivo a envasar en este análisis es de 250 g. La normativa establece un límite de especificación superior de 259 g. En este sentido, como fue explicado en la sección 2.3.2, los valores de  $USL_{SS}$  dan una idea donde debe ser colocado el límite de especificación superior para asegurar que el proceso sea considerado seis-sigma, es decir con un  $C_{PM} \geq 2.0$ .

La figura 4.10, muestra la interfaz de usuario del software desarrollado para el algoritmo de selección del peso total ( $W$ ) cuando  $W \geq T$  en la estrategia S2. Este algoritmo fue programado en Pascal y simula las condiciones óptimas de operación ya mostradas en la tabla 4.15.

Para el cálculo del  $RV$ , usamos un valor esperado de la variabilidad en el paquete si 5 tolvas son seleccionadas al azar, esto es  $\sqrt{k}\sigma = 13.75$  g. La comparación de los enfoques es realizada simulando el proceso para 10000 paquetes envasados. La tabla 4.16 se resumen los resultados obtenidos.

Monoobjective Algorithm For Optimization Of The Multihead Weighing Process. Alexander Pulido-Rojano and J. Carlos García-Díaz (2016)

Strategy 2 (S2): Dividing the hoppers in three subgroups with different pattern filling. Selection Approach:  $\text{Min } W \geq T$

**INPUTS: MONOOBJECTIVE APPROACH**

Mean(n1) 37.70      Mean(n2) 50      Mean(n3) 62.30      *Hoppers Out-of-Control*  
 Sigma(n1) 4.64      Sigma(n2) 6.15      Sigma(n3) 7.66      Mean 0  
 Shift(n1)(Units) 0      Shift(n2)(Units) 0      Shift(n3)(Units) 0      Sigma 0  
 No. of hoppers(n1) 5      No. of hoppers(n2) 6      No. of hoppers(n3) 5      Shift(Units) 0  
 No. of hoppers Out-Control 0

**RESULTS**

	<u>Total Weight (W)</u>	<u>Deviation (W - T)</u>	<u>Fraction of use Hoppers</u>	<u>Process parameters</u>
Target Weight (T) 250	250.015881332191	0.0158813321908724	Hopper 10 = 0.3123	$\mu_{\text{package}} = 250.015579456841$ $\sigma_{\text{package}} = 0.0160004895027331$
Total number of Hoppers (n) 16	250.00711164585	0.00711164585021607	Hopper 11 = 0.3211	
No. of Packages (Q) 10000	250.019517456175	0.019517456174583	Hopper 12 = 0.3185	
<i>No. of hoppers combined: k = 5</i>	250.024023481756	0.0240234817561316	Hopper 13 = 0.3134	
	250.007872810863	0.00787281086340386	Hopper 14 = 0.308	
	250.008804647891	0.00880464789128155	Hopper 15 = 0.3028	
	250.003119252628	0.00311925262792556	Hopper 16 = 0.3034	

Calculate      Close

Figura 4.10. Interfaz de usuario del software desarrollado para  $k = 5$  en la estrategia S2 cuando  $W \geq T$

Como vemos en la tabla 4.16, en términos generales las estrategias S1 y S2 logran mejorar el proceso hasta alcanzar un proceso de envasado con capacidad seis-sigma, independiente de las diferencias que existan entre los enfoques de selección del peso total. Esto es confirmado por los valores de  $USL_{SS}$ .

Asimismo, notamos también que no existen diferencias significativas entre el rendimiento de los enfoques de selección. Esto es confirmado por los resultados en la reducción de la variabilidad, representados por  $\sigma_{paquete}$  y  $1 - RV(\%)$ . Además, se demuestra que en ninguno de los enfoques, el centrado del proceso se ve afectado. Sin embargo, es necesario señalar que el enfoque que busca minimizar la diferencia en valor absoluto entre  $W$  y  $T$  es útil cuando queremos minimizar el exceso de peso en el paquete; lo cual conlleva al ahorro de costes de producción.

**Tabla 4.16. Porcentaje de reducción de la variabilidad (1-RV(%)), función de pérdida de Taguchi y parámetros de rendimiento  $\mu_{paquete}$ ,  $\sigma_{paquete}$  y  $USL_{SS}$  para las estrategias S1 y S2,  $k:\{5\}$ ,  $\beta:\{0.123\}$ ,  $d:\{Iguar\}$ ,  $\delta:\{2.0\}$  y  $n:\{16\}$**

		Enfoque: min   $T - W$		Enfoque: Min $W \geq T$
$n = 16$	S1	$1 - RV(\%)$	99.92	99.88
		$E[L(y)]$	0.0218	0.0359
		$\mu_{paquete}$	249.99	250.01
		$\sigma_{paquete}$	0.0109	0.0161
		$USL_{SS}$	250.08	250.12
	S2	$1 - RV(\%)$	99.92	99.88
		$E[L(y)]$	0.0123	0.0356
		$\mu_{paquete}$	250.00	250.01
		$\sigma_{paquete}$	0.0111	0.0160
		$USL_{SS}$	250.07	250.12

#### 4.6. Conclusiones del capítulo

Del presente Capítulo podemos extraer las siguientes conclusiones:

- Los resultados del análisis estadístico sobre la estrategia S1 confirman que las técnicas de optimización, como el DOE y el ANOVA, resultan ser eficientes para encontrar la configuración óptima del proceso de envasado en pesadoras multicabezales cuando medimos el coeficiente de variación real del paquete ( $CV_{paquete}$ ).

- Se confirma la influencia de los factores considerados en el análisis estadístico sobre la variable respuesta de forma individual y en sus interacciones. Solo el factor peso objetivo ( $T$ ) no tiene influencia sobre el coeficiente de variación real del paquete y tampoco su interacción con ninguno de los factores restantes. Además, es llamativo como los factores logran explicar en un alto grado la varianza de la variable respuesta ( $CV_{paquete}$ ).
- El caso de estudio presentado en la sección 4.5 confirma que las estrategias S1 y S2 son equivalentes cuando se utiliza la configuración óptima encontrada. Además, los factores  $CV$  y  $\beta$ , usados para definir los valores de la desviación estándar de los pesos en las tolvas, tienen igual influencia cuando se pretende encontrar las mejores condiciones de operación de la pesadora multicabezal.
- Se demuestra que el enfoque de selección del peso total propuesto en la presente tesis doctoral (minimizar la diferencia en valor absoluto entre el peso del paquete y su peso objetivo), asegura un buen rendimiento de los parámetros del proceso de envasado y disminuye la variabilidad, al punto donde la capacidad de proceso pueda ser mayor o igual a 2.0 cuando se utiliza la configuración óptima de operación.
- El análisis de los residuos llevados a cabo mediante la técnica de Zúnica y Romero (1988) logra revalidar eficazmente el efecto de los factores sobre la variable respuesta. Dando validez estadística a la configuración óptima de operación determinada para el proceso de envasado.

# Capítulo 5

## Estrategias de optimización bajo un enfoque Multiobjetivo

### 5.1. Introducción

Como hemos visto en los capítulos 3 y 4 de la presente tesis doctoral, el proceso de pesaje multicabezal ha sido abordado a través de un enfoque en el que solo se busca minimizar la diferencia entre el peso final del paquete ( $W$ ) y su peso objetivo ( $T$ ).

Sin embargo, un punto adicional a tener en cuenta en este tipo de procesos, es que una determinada cantidad de producto puede permanecer durante mucho tiempo en su correspondiente tolva hasta que sea elegido para ser envasado. Esto es un problema cuando tratamos con productos que pueden deteriorarse rápidamente, por ejemplo un producto congelado.

Una manera de abordar esta situación es supervisando y controlando el tiempo de permanencia o residencia del producto en cada tolva. Esto se puede hacer mediante la asignación de un coeficiente de prioridad  $P_i$  para cada tolva  $i$ , según lo sugerido por Karuno et al., 2007 como se mostró en la sección 1.3.4.

La prioridad  $P_i$  mide el tiempo de permanencia del peso en la tolva  $i$  antes de que sea elegido para ser envasado y se puede calcular como sigue:

$$P_i = \ell - \ell_i + 1 \quad (5.1)$$

En este caso,  $\ell$  denota el número de iteración actual de la operación de envasado y  $\ell_i$  denota el número de iteración en la que el peso  $X_i$  ha sido suministrado en la tolva  $i$  cuando la tolva estaba vacía. Note que cada tolva

inicia con una mínima prioridad de 1 justo antes de iniciar la primera operación de envasado o en la siguiente operación luego de ser descargada.

Como un ejemplo, suponga que una determinada tolva  $i$  fue llenada con producto justo antes de iniciar la quinta operación de envasado en una determinada corrida de producción, esto es  $\ell_i = 5$ , y suponga que actualmente nos disponemos a envasar el décimo paquete, es decir  $\ell = 10$ , tendríamos que el tiempo, en número de operaciones, que la tolva ha permanecido en sistema antes de iniciar la décima operación es igual  $P_i = 10 - 5 + 1 = 6$ . Si la tolva es elegida tendremos que la prioridad de la tolva para la undécima operación será igual a  $P_i = 11 - 11 + 1 = 1$ .

De esta forma, la expresión 5.1 expresa el tiempo de residencia (en número de operaciones de envasado) del peso  $X_i$  en su tolva antes de ser elegido. Es importante tener en cuenta que  $1 \leq \ell \leq Q$  (recordemos que  $Q$  es el número total de paquetes a producir).

Durante el proceso, la calidad final del producto envasado deberá cumplir dos objetivos. El primero se relaciona con la proximidad del peso total ( $W$ ) al peso objetivo y la variabilidad del proceso de envasado, y el segundo conseguir reducir al mínimo el tiempo de residencia total de los alimentos en el sistema de envasado.

Para solucionar este problema, en el presente capítulo proponemos un enfoque de programación multiobjetivo con el fin de abordar simultáneamente tanto el objetivo de minimizar la diferencia entre el peso objetivo y el peso real del paquete, como el de maximizar la prioridad total de las tolvas elegidas, esto es  $\sum_{i \in H} P_i$ . Para lograrlo, utilizaremos la programación compromiso (Yu, 1973; Zeleny, 1973; Branke, et al., 2008; Marler, 2009; Collette y Siarry, 2013; Rangaiah y Bonilla-Petriciolet, 2013) como una herramienta para determinar la combinación de tolvas que optimicen ambos objetivos como sea posible en cada iteración u operación de envasado.

En este sentido, evaluaremos cada estrategia de optimización (S1, S2 y S3) propuesta en el capítulo 3, mediante este enfoque, en donde también asumiremos que el número de tolvas  $k$  a ser combinadas en cada operación de envasado es constante y previamente fijada. Por lo tanto, un enumerativo procedimiento se propone para determinar la mejor combinación de tolvas. Las estrategias se acompañan de un algoritmo para llevar a cabo la operación de envasado y su respectivo modelo matemáticos de optimización.

Como veremos claramente en la siguiente sección, nuestro procedimiento incluye una novedosa forma de ajustar dinámicamente la importancia relativa de cada objetivo (peso y prioridad). Como se ha mencionado antes, Karuno et al. (2007) ya introdujo el uso de técnicas multicriterio en los sistemas de envasado. Sin embargo, nuestro enfoque es diferente en el sentido de que

Karuno et al. (2007) subordinan el objetivo de prioridad al objetivo de peso (es decir, buscan la solución que maximiza la prioridad entre aquellos pesos que reducen al mínimo la distancia al peso objetivo), mientras que nuestro enfoque considera ambos objetivos igualmente importantes. Además, Karuno et al. (2007) buscan combinaciones de cualquier número de tolvas en cada iteración, enfocándose en generar diferentes soluciones no-dominadas sin especificar cuál de ellas debe ser seleccionada en cada operación de envasado, es decir, el parámetro  $k$  no está fijado de antemano y puede cambiar en cada iteración al generar las soluciones. Adicionalmente ellos consideran que los valores de los pesos  $X_i$  son números enteros.

## 5.2. Enfoque de programación compromiso

Como una forma de resolver el problema de envasado considerando la prioridad o tiempo de residencia de los pesos en el sistema, proponemos utilizar una única función ponderada o función de utilidad la cual combine información de los dos objetivos o criterios considerados (peso y prioridad), donde la importancia relativa de cada objetivo sea ajustada de forma dinámica en cada operación de envasado. Más precisamente, en cada iteración, nuestro enfoque consiste en buscar la combinación de  $k$ -tolvas que minimicen una especie de *distancia* ( $D$ ) al llamado punto ideal en el espacio de soluciones.

En nuestro caso la representación de este punto ideal estaría dada por  $(M_{s1}^{\min}, U_{s1}^{\max})$ , si utilizamos las variables de decisión empleadas en la estrategia S1, por ejemplo. Donde,  $M_{s1}^{\min}$  es la diferencia mínima posible (en valor absoluto) entre el peso objetivo ( $T$ ) y el peso final del paquete ( $W$ ) en la actual operación de envasado, y  $U_{s1}^{\max}$  es el valor máximo posible de la suma de las prioridades en tolvas en la actual operación de envasado. Por lo tanto,  $M_{s1}^{\min}$  y  $U_{s1}^{\max}$  son los respectivos valores óptimos para los dos objetivos considerados, si cada uno de ellos fuese optimizado por separado.

Antes de calcular la *distancia* euclidia ( $D$ ) de una solución dada al punto ideal, cada uno de los valores obtenidos en la solución (diferencia entre  $T$  y  $W$ , y la suma de las prioridades) se normaliza y luego se le asigna un peso relativo de  $(1 - \theta)$  y  $\theta$ , respectivamente, de modo que la función cuyo valor requiere ser minimizado estará representada por:

$$D = \sqrt{(1 - \theta) \left( \frac{M_{s1} - M_{s1}^{\min}}{M_{s1}^{\max} - M_{s1}^{\min}} \right)^2 + \theta \left( \frac{U_{s1} - U_{s1}^{\max}}{U_{s1}^{\max} - U_{s1}^{\min}} \right)^2} \quad (5.2)$$

Donde  $M_{s1}^{\max}$  y  $U_{s1}^{\min}$  se definen como la máxima diferencia posible entre  $T$  y  $W$ , y el valor mínimo posible de la suma de las prioridades en tolvas en la actual operación de envasado, respectivamente. El parámetro  $\theta$  se actualiza en cada iteración u operación de envasado y su valor dependerá de la prioridad máxima

permitida para cada tolva ( $P_{max}$ ) y la máxima prioridad individual en cualquiera de las tolvas en la actual operación de envasado ( $\max_{i \in H} P_i$ ) (Ver expresión 5.3).

El valor de  $P_{max}$  será fijado antes de iniciar el proceso de envasado y dependerá del número máximo de operaciones que estemos dispuestos a tolerar sin que la tolva  $i$  sea utilizada. La idea es que el objetivo de seleccionar una combinación de  $k$ -tolvas con alto valor de suma de prioridades se vuelva más importante a medida que la máxima prioridad individual encontrada en cualquiera de las tolvas se acerque más a la prioridad máxima permitida para cada tolva ( $P_{max}$ ). Teniendo en cuenta lo anterior,  $\theta$  se puede definir como:

$$\theta = \frac{1}{P_{max} - \max_{i \in H} P_i + 1} \quad (5.3)$$

Así, durante las primeras iteraciones, en el que se espera que todas tolvas tengan valores bajos de prioridad, el valor de  $\theta$  se mantendrá relativamente pequeño y, por lo tanto, el objetivo de minimizar la diferencia entre  $T$  y  $W$  se le asignará una mayor importancia. No obstante, a medida que avanza la producción de paquetes, cuanto más cerca esté el valor de la máxima prioridad individual en cualquiera de las tolvas a  $P_{max}$ , el valor de  $\theta$  será más alto y se le dará mayor importancia al objetivo de maximizar la suma de prioridades.

Como vimos en sección 2.2.2, la combinación de tolvas que minimiza la distancia al punto ideal es conocido por ser una solución *Pareto-óptima* o no dominada (Marler y Arora, 2004), lo que significa que no hay otra combinación válida de  $k$ -tolvas que sea al menos tan buena con respecto a (al menos) uno de los objetivos (peso o prioridad) y estrictamente mejor con respecto al otro objetivo (Ehrgoth, 2005). Esto es generalmente considerado como una propiedad deseable para las soluciones que se logran encontrar por técnicas multiobjetivo.

De este modo, el enfoque multicriterio que se presenta permite seleccionar fácilmente una combinación de  $k$  tolvas que este razonablemente cerca del punto ideal de los objetivos que se consideran. Con el fin de mostrar esto, un simple ejemplo práctico del funcionamiento de nuestro enfoque se presenta más adelante en la sección 5.5.

### 5.3. Algoritmo de envasado bajo un enfoque multiobjetivo

En esta sección, se describe el algoritmo biobjetivo por el cual se propone llevar a cabo las operaciones de envasado cuando son utilizadas las estrategias S1, S2 y S3. Este procedimiento se realiza para cada producto envasado pretendiendo hallar un conjunto  $H'$  de tovas que minimicen el valor de  $D$ . Además, se busca que el peso total ( $W$ ) este dentro de un *nivel de confianza* del 99.73% alrededor del peso objetivo ( $T$ ), y que ninguna tolva que pertenezca al conjunto  $H'$  tenga una prioridad mayor a la máxima prioridad

permitida  $P_{max}$ . Al igual que en el enfoque monoobjetivo, este algoritmo puede ser implementado en el software instalado en la unidad de control de la pesadora multicabezal. Para simplificar, a continuación se presenta el procedimiento adaptado a la estrategia S1. Su aplicación es equivalente para S2 y S3. Nuestro procedimiento consta de 10 pasos:

- Entradas:
  - $n$ : Número total de tolvas.  $n > 0$ .
  - $k$ : Número de tolvas combinadas en cada operación de envasado.  $2 \leq k < n$ .
  - $T$ : Peso objetivo.  $T > 0$ .
  - $n_1, \dots, n_5$ : Número de tolvas en cada subgrupo.  $n_j \geq 0, \forall j = 1, \dots, 5; \sum_{j=1}^5 n_j = n$ .
  - $\sigma$ : Desviación estándar del peso suministrado en cada tolva.  $\sigma > 0$ .
  - $\delta$ : Valor de cambio en el suministro de producto para los subgrupos de tolvas.  $\delta > 0$ .
  - $\delta_{min}$ : Mínimo valor distinto de cero del conjunto de valores definidos para  $\delta$ .  $0 < \delta_{min} \leq \delta$ .
  - $P_{max}$ : Máxima prioridad permitida (número de operaciones de envasado sin ser elegida) para cada tolva.  $P_{max} \geq 1$ .
  - $Q$ : Número total de paquetes a producir.  $Q \geq 1$ .
- **Paso 1. Inicialización.**
  - Asignar cada tolva a un subgrupo, de modo que el número de tolvas en el subgrupo  $j$  es  $n_j$ , para todo  $j$ .
  - Calcular el peso promedio que se proporcionará a cada subgrupo de tolvas. Conforme a la estrategia S1.  $\mu_1 = T/k - \delta \cdot \sigma$ ;  $\mu_2 = T/k - (\delta - \delta_{min}) \cdot \sigma$ ;  $\mu_3 = T/k$ ;  $\mu_4 = T/k + (\delta - \delta_{min}) \cdot \sigma$ ;  $\mu_5 = T/k + \delta \cdot \sigma$ .
  - Establecer los valores iniciales de los pesos y las prioridades de cada tolva.  $X_i = 0, P_i = 0, \forall i = 1, \dots, n$ .
  - Establecer un valor inicial para el número de envases producidos hasta este momento.  $q = 0$ .
- **Paso 2. Nueva operación de envasado.** Inicializar  $M_{S1}^{min} = +\infty, M_{S1}^{max} = -\infty, U_{S1}^{min} = +\infty, U_{S1}^{max} = -\infty, D_{min} = +\infty, H'_{min} = \emptyset$ .
- **Paso 3. Llenar todas las tolvas vacías y actualizar las prioridades.** Para cada tolva  $i$  en el subgrupo  $j$  tal que  $X_i = 0$ : Asignar  $X =$  Valor aleatorio de una distribución  $N(\mu_j, \sigma)$ . Para cada tolva  $i$ : Asignar  $P_i = P_i + 1$ .

- **Paso 4.** Descartar y descargar cualquier tolva cuya prioridad  $P_i$  sea mayor a  $P_{max}$ . Para cada tolva  $i$  tal que  $P_i > P_{max}$ : Asignar  $X_i = 0$ ,  $P_i = 0$ .
- **Paso 5.** *Primera evaluación de todas las combinaciones válidas*, con el fin de calcular  $M_{s1}^{min}, U_{s1}^{max}, M_{s1}^{max}, U_{s1}^{min}$ . Para toda combinación de  $k$ -tolvas  $H'$  de tal manera que no contiene ninguna tolva  $i$  con  $P_i = 0$  y tal que  $|T - \sum_{i \in H'} X_i| \leq Z_{\alpha/2} \sqrt{k} \sigma$ :
  - Calcular  $M_{s1} = |T - \sum_{i \in H'} X_i|$ ; (diferencia con el peso objetivo)
  - Calcular  $U_{s1} = \sum_{i \in H'} P_i$ ; (suma de prioridades)
  - Si  $M_{s1} < M_{s1}^{min}$ , entonces  $M_{s1}^{min} = M_{s1}$ .
  - Si  $M_{s1} > M_{s1}^{max}$ , entonces  $M_{s1}^{max} = M_{s1}$ .
  - Si  $U_{s1} < U_{s1}^{min}$ , entonces  $U_{s1}^{min} = U_{s1}$ .
  - Si  $U_{s1} > U_{s1}^{max}$ , entonces  $U_{s1}^{max} = U_{s1}$ .
- **Paso 6.** Comprobar que el conjunto de combinaciones válidas no está vacía. Si  $M_{s1}^{min} = +\infty$  entonces: (no existe una combinación válida; todas las tolvas se tienen que descargar y volver a llenar) Para cada tolva  $i$ : Asignar  $X_i = 0$ ,  $P_i = 0$ ; ir al paso 2. En otro caso: ir al Paso 7.
- **Paso 7.** Calcular  $\theta$ :

$$\theta = \frac{1}{P_{max} - \max_{i \in H} P_i + 1}$$

donde  $H$  es el conjunto de todas las tolvas. ( $\theta$  es la importancia relativa del objetivo prioridad; se calcula de nuevo antes de cada operación de envasado).

- **Paso 8.** *Segunda evaluación de todas las combinaciones válidas*, con el fin de seleccionar la que minimiza la distancia  $D$ . Para cada combinación de  $k$ -tolvas  $H'$  de tal manera que no contiene ninguna tolva  $i$  con  $P_i = 0$  y tal que  $|T - \sum_{i \in H'} X_i| \leq Z_{\alpha/2} \sqrt{k} \sigma$ :
  - Recuperar  $M_{s1}$  y  $U_{s1}$  para  $H'$ . (que ya se han calculado en el paso 5)
  - Calcular  $D$ :

$$D = \sqrt{(1 - \theta) \left( \frac{M_{s1} - M_{s1}^{min}}{M_{s1}^{max} - M_{s1}^{min}} \right)^2 + \theta \left( \frac{U_{s1} - U_{s1}^{max}}{U_{s1}^{max} - U_{s1}^{min}} \right)^2}$$

- Si  $D < D_{min}$  entonces asignar  $D_{min} = D$ ,  $H'_{min} = H'$ .

- **Paso 9.** La combinación de  $k$ -tolvas que minimiza el valor de  $D$  es la que tiene que ser seleccionada para producir el paquete. Devolver  $H'_{\min}$  (como el conjunto de tolvas a ser combinadas para formar el  $(q + 1)$ -ésimo paquete). Para cada tolva  $i$  que pertenece a  $H'_{\min}$ : (que se descarga en el paquete) Asignar  $X_i = 0$ ,  $P_i = 0$ .
- **Paso 10.** Actualizar el número de paquetes producidos y comprobar si el proceso ha terminado o no. Asignar  $q = q + 1$ . Si  $q < Q$  entonces ir al paso 2; de otro modo finalizar el proceso de envasado.

Los pasos 5 y 8 de este algoritmo revelan la naturaleza enumerativa de nuestra propuesta. Estos pasos se pueden implementar fácilmente mediante el uso de bucles anidados (el número de bucles dependerá de  $k$ , el número de tolvas a combinar en cada iteración). Debido a que cada solución factible (es decir, cada combinación válida de  $k$ -tolvas) se evalúa en cada iteración del algoritmo, nuestro enfoque se puede decir que sigue una estrategia enumerativa explícita (o búsqueda exhaustiva) (Michalewicz y Fogel, 2004).

El procedimiento enumerativo propuesto evalúa un número total de combinaciones  $C_t = n! / (k!(n - k)!)$  en cada operación de envasado. Aunque estas combinaciones se puede reducir debido al paso 4 del algoritmo. Es decir, por descargar aquellas tolvas que exceden la prioridad máxima permitida ( $P_{max}$ ).

Observamos también que en el paso 6 del algoritmo biobjetivo (igual que en el paso 5 del algoritmo monoobjetivo presentado en la sección 3.5) se describe la situación en la que todas las tolvas deben ser descargadas con el fin de evitar la producción de paquetes que no cumplirían la restricción de *nivel de confianza*, y por lo tanto, no cumplirían con los requisitos de calidad del producto final en términos de peso. En esto casos, para evitar desperdicios se propone que todo el producto descargado sea reutilizado en el proceso, por ejemplo.

La figura 5.1 presenta los flujogramas del procedimiento de envasado adaptados a cada estrategia propuesta en el Capítulo 3 cuando utilizamos el algoritmo de envasado bajo un enfoque multiobjetivo.

El algoritmo multiobjetivo fue implementado en Pascal para cada estrategia y para valores de  $k$  entre 2 y 8. Además, fue ejecutado en un ordenador personal con Windows 7 Home Premium (64 bits), la CPU Intel Core i5-3317U (1,7 GHz) y 4 GB de memoria. La interfaces desarrollada permite al usuario introducir la configuración de llenado a los subgrupos de tolvas y el número de tolvas en cada subgrupo (esto aplica para las estrategias S1 y S2). Adicionalmente se pueden introducir cambios adicionales en la alimentación de cada subgrupo y un cambio general para simular situaciones fuera-de-control del proceso.

Otros parámetros tales como el número total de paquetes a producir  $Q$ , el número total de tolvas  $n$ , el peso objetivo deseado  $T$  y la máxima prioridad permitida  $P_{max}$  también pueden ser introducidos por el usuario. Los resultados de salida incluyen, para cada iteración, el peso total  $W$  de la combinación de las tolvas que minimiza el valor de  $D$ , la diferencia entre el peso objetivo  $T$  y el peso total  $W$  del paquete producido y el número total de combinaciones evaluadas.

En cuanto al resumen del proceso, el software vuelve el peso promedio del número total de paquetes producidos ( $\mu_{paquete}$ ), la desviación estándar del número total de paquetes producidos ( $\sigma_{paquete}$ ), la proporción de operaciones de envasado en las que cada tolva se ha utilizado, el porcentaje de descarga de tolvas por incumplimiento de la restricción de *nivel de confianza* (DCL), el número de tolvas descargadas por exceder la máxima prioridad permitida (HDP) durante la producción de los  $Q$  paquetes y la máxima prioridad promedio por tolva (APM) durante la producción de los  $Q$  paquetes. De esta forma, 24 algoritmos fueron programados en lenguaje Pascal para cada estrategia y valor de  $k$ . La figura 5.2 presenta la interfaz de usuario de este prototipo para el caso  $k = 4$  en S1,  $k = 3$  en S2 y  $k = 2$  en S3. Asimismo, el Anexo B presenta como un ejemplo, el código fuente de la estrategia S2 para un número de tolvas combinadas ( $k$ ) igual a 3.

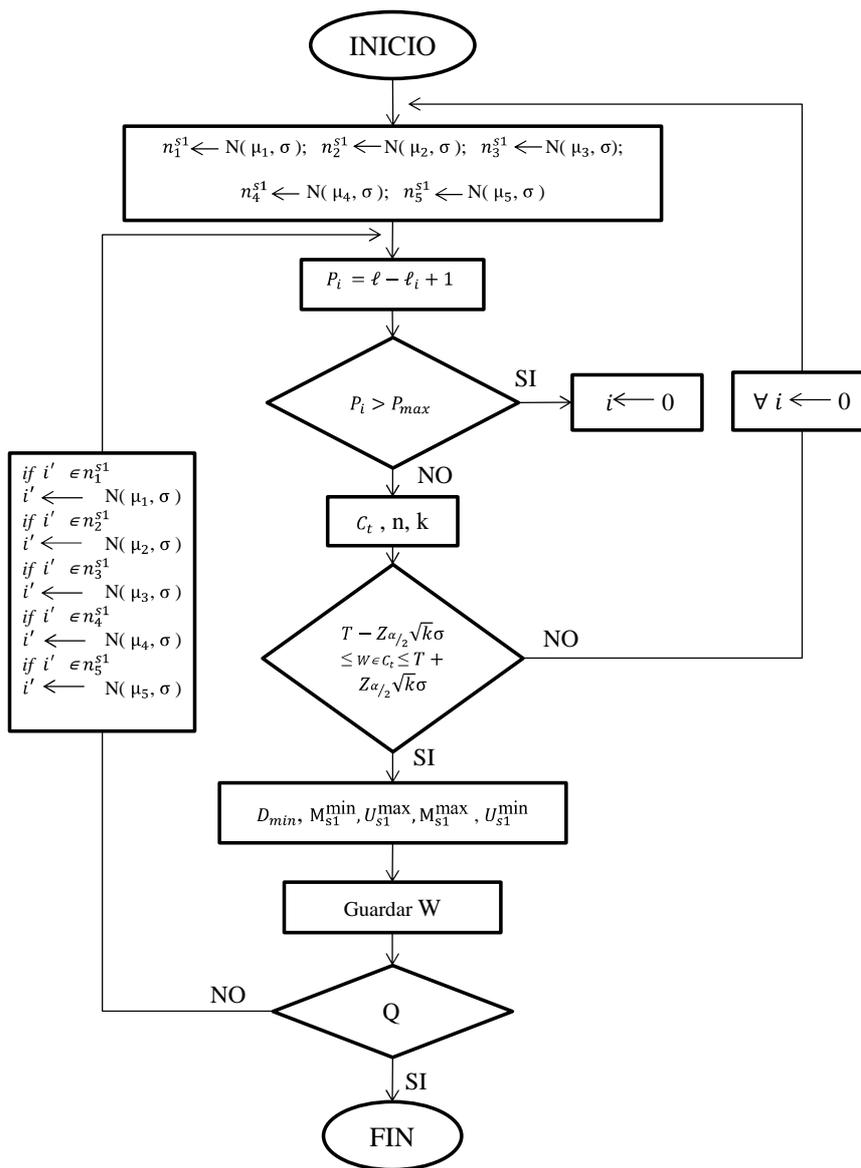


Figura 5.1a. Flujograma del procedimiento de envasado adaptado a la estrategia S1

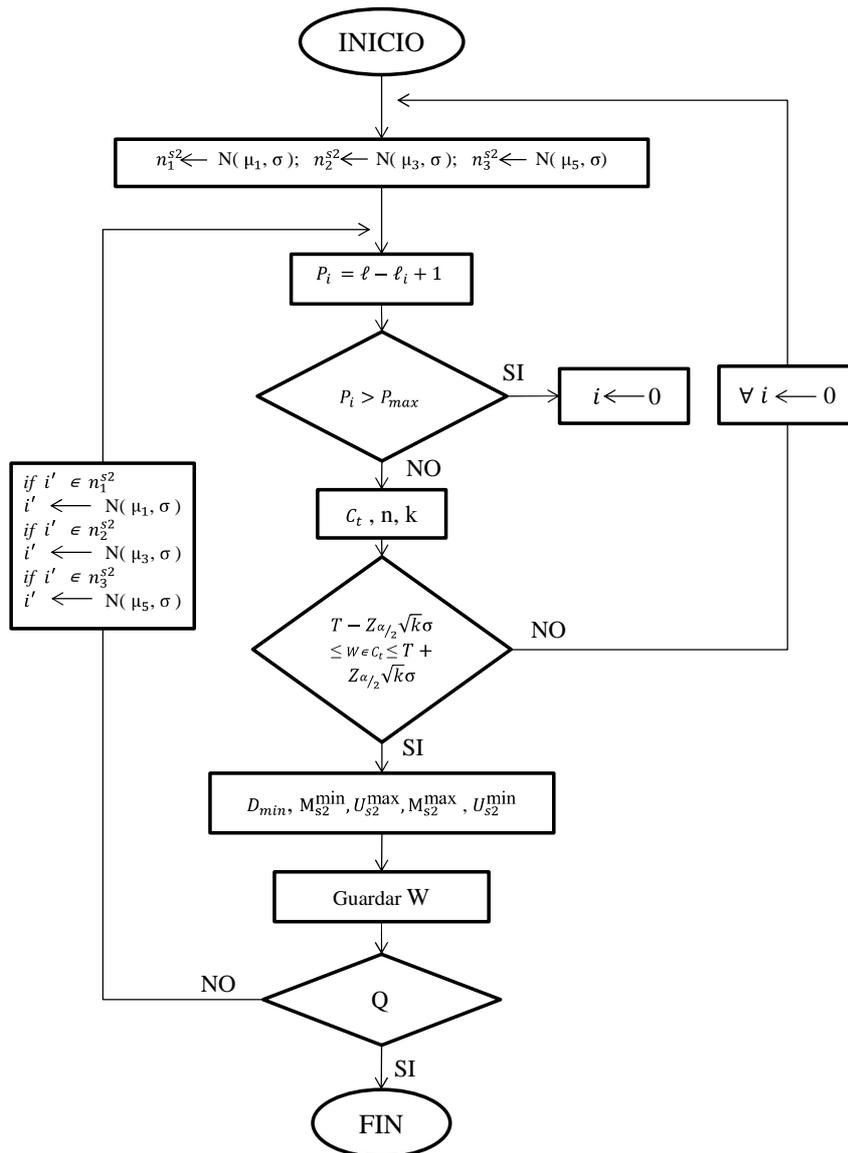


Figura 5.1b. Flujograma del procedimiento de envasado adaptado a la estrategia S2

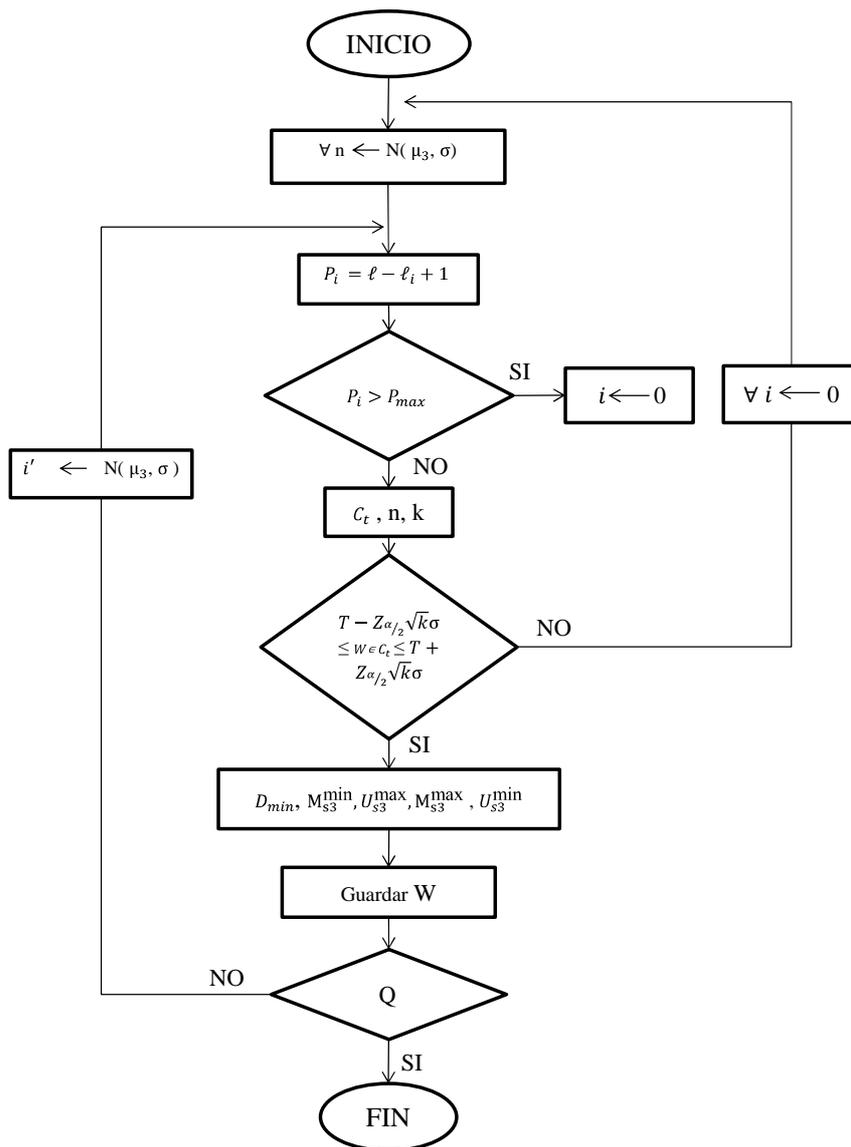


Figura 5.1c. Flujograma del procedimiento de envasado adaptado a la estrategia S3

Biobjective Algorithm For Optimization Of The Multihead Weighing Process. Alexander Pulido-Rojano and J. Carlos Garcia-Diaz (2016)

Strategy 1 (S1): Dividing the hoppers in five subgroups with different pattern filling. Selection Approach: Min | T - W |

**INPUTS: MULTICRITERIA APPROACH** *Hoppers Out-of-Control*

Mean(n1)	106.25	Mean(n2)	112.50	Mean(n3)	125.00	Mean(n4)	137.50	Mean(n5)	143.75	Mean	0
Sigma(n1)	12.50	Sigma(n2)	12.50	Sigma(n3)	12.50	Sigma(n4)	12.50	Sigma(n5)	12.50	Sigma	0
Shift(n1)(Units)	0	Shift(n2)(Units)	0	Shift(n3)(Units)	0	Shift(n4)(Units)	0	Shift(n5)(Units)	0	Shift (Units)	0
No. of hoppers (n1)	3	No. of hoppers (n2)	3	No. of hoppers (n3)	4	No. of hoppers (n4)	3	No. of hoppers (n5)	3	No. of hoppers	0

**RESULTS**

	<i>Total Weight (W)</i>	<i>Deviation (W - T)</i>	<i>No. of combinations (Ct)</i>	<i>Fraction of use Hoppers</i>	<i>Process parameters</i>
Target Weight (T)	500	494.155987627264	Combinations = 1820	Hopper 9 = 0.2488	$\mu_{\text{package}} = 499.981598094607$
No. Total of hoppers (n)	16	500.598031247227	Combinations = 1820	Hopper 10 = 0.2478	$\sigma_{\text{package}} = 2.47764811903767$
No. of packages (Q)	10000	496.370398696972	Combinations = 1820	Hopper 11 = 0.2506	% Discharge for confidence level = 0
Maximum Priority (PMax)	10	501.271125993668	Combinations = 1820	Hopper 12 = 0.2492	Number of Hoppers Discarded by priority/Charge = 0
		496.789664850181	Combinations = 1820	Hopper 13 = 0.2503	Average Maximum Priority/Hopper = 5.2066
		497.762104270293	Combinations = 1820	Hopper 14 = 0.254	
		498.732820477542	Combinations = 1820	Hopper 15 = 0.2541	
		491.563105110373	Combinations = 1820	Hopper 16 = 0.2523	

*No. of hoppers combined: k = 4*

Figura 5.2a. Interfaz de usuario del software biobjetivo desarrollado para  $k = 4$  en la estrategia S1

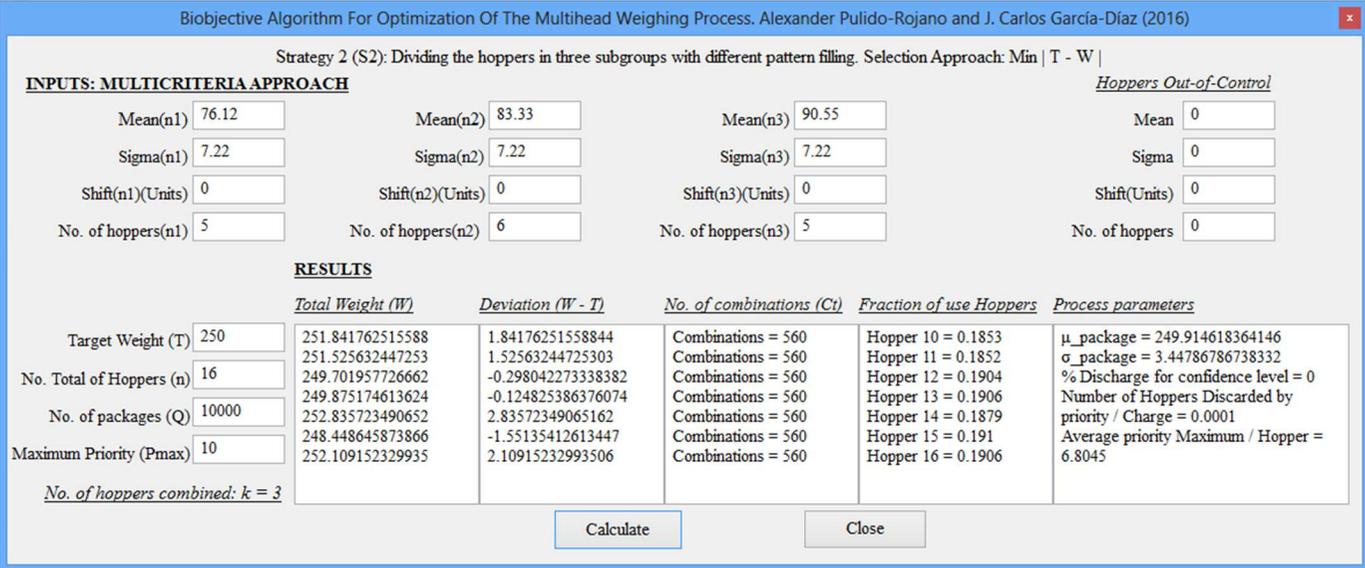


Figura 5.2b. Interfaz de usuario del software biobjetivo desarrollado para k = 3 en la estrategia S2

Biobjective Algorithm For Optimization Of The Multihead Weighing Process. Alexander Pulido-Rojano and J. Carlos García-Díaz (2016)

Strategy 3 (S3): Hoppers all have the same pattern filling. Selection Approach:  $\text{Min} | T - W |$

**INPUTS: MULTICRITERIA APPROACH**

Target Weight (T)	<input type="text" value="250"/>	Mean (n)	<input type="text" value="125"/>	<i>Hoppers Out-of-Control</i>	
No. Total of Hoppers (n)	<input type="text" value="16"/>	Sigma (n)	<input type="text" value="1.77"/>	Mean	<input type="text" value="0"/>
No. of packages (Q)	<input type="text" value="10000"/>	Shift (n)(Units)	<input type="text" value="0"/>	Sigma	<input type="text" value="0"/>
Maximum Priority (Pmax)	<input type="text" value="50"/>	No. of hoppers In-Control	<input type="text" value="16"/>	Shift (Units)	<input type="text" value="0"/>
<i>No. of hoppers combined: k = 2</i>			No. of hoppers out-Control	<input type="text" value="0"/>	

**RESULTS**

<i>Total Weight (W)</i>	<i>Deviation (W - T)</i>	<i>No. of combinations (Ct)</i>	<i>Fraction of use Hoppers</i>	<i>Process parameters</i>
250.269245726883	0.269245726882645	Combinations = 120	Hopper 9 = 0.1226	$\mu_{\text{package}} = 249.971002896275$
250.023121588843	0.0231215888430256	Combinations = 120	Hopper 10 = 0.1225	$\sigma_{\text{package}} = 0.920287623241583$
249.964376213858	-0.0356237861418549	Combinations = 120	Hopper 11 = 0.1243	% Discharge for confidence level = 0
249.742993598015	-0.257006401984739	Combinations = 120	Hopper 12 = 0.1206	Number of Hoppers Discarded by priority / Charge = 0
250.142900943805	0.142900943805216	Combinations = 120	Hopper 13 = 0.1231	Average priority Maximum / Hopper = 19.901
249.684937308247	-0.315062691753099	Combinations = 120	Hopper 14 = 0.1255	
251.654469462263	1.65446946226331	Combinations = 120	Hopper 15 = 0.1282	
249.754700716341	-0.245299283658881	Combinations = 120	Hopper 16 = 0.1263	

Calculate Close

Figura 5.2c. Interfaz de usuario del software biobjetivo desarrollado para  $k = 2$  en la estrategia S3

#### 5.4. Modelo de matemático optimización para S1

El modelo de optimización ajustado a la estrategia S1 es presentado en esta sección. Para su planteamiento partimos del modelo diseñado en la sección 3.6.1, en donde se presentó el problema de envasado desde un punto de vista de solo minimizar la diferencia entre el  $W$  y  $T$ . El modelo planteado en esta sección también puede ser ajustado a las estrategias S2 y S3 considerando los modelos desarrollados en las secciones 3.6.2 y 3.6.3, respectivamente.

En la sección 3.6.1 se mostró como el problema de envasado para la estrategia S1 se puede resolver mediante cinco vectores asignados a cada subgrupo de tolvas (S1 propone dividir las tolvas en cinco subgrupos,  $n_1^{s1}$ ,  $n_2^{s1}$ ,  $n_3^{s1}$ ,  $n_4^{s1}$  y  $n_5^{s1}$ , con  $n = \sum_{j=1}^5 n_j^{s1}$ ), las cuales tiene una configuración de llenado diferente que dependerá del valor de cambio ( $\delta$ ) establecido por el usuario de la máquina.

Los cinco vectores,  $[y_1^1, \dots, y_{n_1^{s1}}^1]$ ,  $[y_1^2, \dots, y_{n_2^{s1}}^2]$ ,  $[y_1^3, \dots, y_{n_3^{s1}}^3]$ ,  $[y_1^4, \dots, y_{n_4^{s1}}^4]$  y  $[y_1^5, \dots, y_{n_5^{s1}}^5]$ , y sus componentes,  $y_i^1$ ,  $y_l^2$ ,  $y_r^3$ ,  $y_s^4$  y  $y_z^5$  representan los pesos  $i$ ,  $l$ ,  $r$ ,  $s$  ó  $z$  en las tolvas, tomando valores de uno (1) si el peso ha sido escogido o cero (0) en otro caso. Como ya se ha comentado, la variable que busca minimizar la diferencia, en valor absoluto, entre el peso total ( $W$ ) y el peso objetivo ( $T$ ) cuando las  $n$  tolvas se han subdividido en cinco subgrupos está representada por  $M_{S1}$ . Por su parte, la variable que busca maximizar la suma de prioridades en tolvas en la actual operación de envasado está representada por  $U_{S1}$ .

Como vimos en la sección 5.2, la idea es encontrar un subconjunto  $H'$  de tolvas donde los valores de  $M_{S1}$  y  $U_{S1}$  sean aquellos que minimicen el valor de la distancia  $D$  al punto ideal  $(M_{S1}^{\min}, U_{S1}^{\max})$ . Para este caso, podemos plantear el modelo de la siguiente forma:

$$y_i^1 = \begin{cases} 1 & \text{si el peso } i \in n_1^{s1} \text{ es elegido} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (5.4)$$

$$y_l^2 = \begin{cases} 1 & \text{si el peso } l \in n_2^{s1} \text{ es elegido} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (5.5)$$

$$y_r^3 = \begin{cases} 1 & \text{si el peso } r \in n_3^{s1} \text{ es elegido} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (5.6)$$

$$y_s^4 = \begin{cases} 1 & \text{si el peso } s \in n_4^{s1} \text{ es elegido} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (5.7)$$

$$y_z^5 = \begin{cases} 1 & \text{si el peso } z \in n_5^{s1} \text{ es elegido} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (5.8)$$

**Objetivo 1**

Minimizar  $M_{S1}$

**Objetivo 2**

$$\text{Maximizar } U_{S1} = \sum_{i=1}^{n_1^{s1}} P_i^1 y_i^1 + \sum_{l=1}^{n_2^{s1}} P_l^2 y_l^2 + \sum_{r=1}^{n_3^{s1}} P_r^3 y_r^3 + \sum_{s=1}^{n_4^{s1}} P_s^4 y_s^4 + \sum_{z=1}^{n_5^{s1}} P_z^5 y_z^5 \quad (5.9)$$

**Sujeto a**

$$M_{S1} \geq 0 \quad (5.10)$$

$$M_{S1} \geq T - \sum_{i=1}^{n_1^{s1}} X_i^1 y_i^1 + \sum_{l=1}^{n_2^{s1}} X_l^2 y_l^2 + \sum_{r=1}^{n_3^{s1}} X_r^3 y_r^3 + \sum_{s=1}^{n_4^{s1}} X_s^4 y_s^4 + \sum_{z=1}^{n_5^{s1}} X_z^5 y_z^5 \quad (5.11)$$

$$M_{S1} \geq \sum_{i=1}^{n_1^{s1}} X_i^1 y_i^1 + \sum_{l=1}^{n_2^{s1}} X_l^2 y_l^2 + \sum_{r=1}^{n_3^{s1}} X_r^3 y_r^3 + \sum_{s=1}^{n_4^{s1}} X_s^4 y_s^4 + \sum_{z=1}^{n_5^{s1}} X_z^5 y_z^5 - T \quad (5.12)$$

$$T - Z\alpha_{/2}\sqrt{k}\sigma \leq \sum_{i=1}^{n_1^{s1}} X_i^1 y_i^1 + \sum_{l=1}^{n_2^{s1}} X_l^2 y_l^2 + \sum_{r=1}^{n_3^{s1}} X_r^3 y_r^3 + \sum_{s=1}^{n_4^{s1}} X_s^4 y_s^4 + \sum_{z=1}^{n_5^{s1}} X_z^5 y_z^5 \quad (5.13)$$

$$T + Z\alpha_{/2}\sqrt{k}\sigma \geq \sum_{i=1}^{n_1^{s1}} X_i^1 y_i^1 + \sum_{l=1}^{n_2^{s1}} X_l^2 y_l^2 + \sum_{r=1}^{n_3^{s1}} X_r^3 y_r^3 + \sum_{s=1}^{n_4^{s1}} X_s^4 y_s^4 + \sum_{z=1}^{n_5^{s1}} X_z^5 y_z^5 \quad (5.14)$$

$$\forall P_{i \in H'}^1 \leq P_{max} \quad (5.15)$$

$$\forall P_{l \in H'}^2 \leq P_{max} \quad (5.16)$$

$$\forall P_{r \in H'}^3 \leq P_{max} \quad (5.17)$$

$$\forall P_{s \in H'}^4 \leq P_{max} \quad (5.18)$$

$$\forall P_{z \in H'}^5 \leq P_{max} \quad (5.19)$$

$$y_i^1 \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, \dots, n_1^{s1}. \quad (5.20)$$

$$y_l^2 \in \{0, 1\}, \quad l = 1, 2, \dots, n_2^{s1}. \quad (5.21)$$

$$y_r^3 \in \{0, 1\}, \quad r = 1, 2, \dots, n_3^{s1}. \quad (5.22)$$

$$y_s^4 \in \{0, 1\}, \quad s = 1, 2, \dots, n_4^{s1}. \quad (5.23)$$

$$y_z^5 \in \{0, 1\}, \quad z = 1, 2, \dots, n_5^{s1}. \quad (5.24)$$

En el modelo multiobjetivo planteado, la ecuación (5.9) busca que aquellas tolvas que no han sido utilizadas por un largo tiempo, es decir con alta prioridad, tengan mayor posibilidad de ser seleccionadas. Por su parte, las ecuaciones (5.10), (5.11) y (5.12) aseguran que el valor de  $M_{s1}$  sea mayor o igual a cero; pretendiendo que la diferencia en valor absoluto entre  $T$  y  $W$  sea la mínima posible. En este caso, la restricción de *nivel de confianza* está representada por las ecuaciones (5.13) y (5.14); estas restricciones evitan cualquier combinación de  $k$ -tolvas que produzcan un peso de paquete demasiado lejos del peso objetivo  $T$ . Asimismo, desde la ecuación (5.15) a la (5.19) se pretende garantizar que ninguna de las  $k$ -tolvas seleccionadas para conformar el subgrupo  $H'$  podrá superar el tiempo máximo permitido de residencia (en términos de prioridad, tal como se define en el paso 4 del algoritmo de envasado en la sección 5.3). Finalmente, las restricciones para las variables binarias  $y_i^1$ ,  $y_l^2$ ,  $y_r^3$ ,  $y_s^4$  y  $y_z^5$  están representadas desde la ecuación (5.20) a la (5.24). En este caso, el peso total ( $W$ ) y la varianza del paquete final podrán ser igualmente calculados mediante las expresiones (3.18) y (3.19), respectivamente (ver sección 3.6.1).

### 5.5. Ejemplo numérico del enfoque de programación compromiso propuesto

Para dar mayor claridad de la forma como son escogidas las  $k$ -tolvas que conforman el subgrupo  $H'$  cuando empleamos el enfoque de programación compromiso propuesto en la sección 5.2, hemos decidido mostrar un ejemplo numérico de una operación de envasado o iteración al ejecutar la estrategia S1.

En este ejemplo, vamos a suponer un  $T = 500$  gramos y un  $\sigma = 12.5$  gramos. Supongamos también que estamos eligiendo un  $k = 4$  de un total  $n = 16$  tolvas en cada operación de envasado o iteración. Las  $n$  tolvas se distribuyen de forma equilibrada con  $n_1^{s1} = 3$ ,  $n_2^{s1} = 3$ ,  $n_3^{s1} = 4$ ,  $n_4^{s1} = 3$  y  $n_5^{s1} = 3$ .

Adicionalmente consideremos un valor de cambio  $\delta = 1.5$ , un  $\delta_{min} = 0.5$  y una prioridad máxima permitida para cada tolva de  $P_{max} = 10$ . En estas condiciones, la configuración de llenado sería:  $\mu_1 = 500/4 - 1.5 (12.5) = 106.25$  g.,  $\mu_2 = 500/4 - (1.5 - 0.5) (12.5) = 112.50$  g.,  $\mu_3 = 500/4 = 125$  g.,  $\mu_4 = 500/4 + (1.5 - 0.5) (12.5) = 137.50$  g. y  $\mu_5 = 500/4 + 1.5 (12.5) = 143.75$  g.

La figura 5.3 muestra el escenario en la iteración 1000 en este ejemplo concreto. Las combinaciones de 4 tolvas resultaron en un total de 1790 combinaciones que cumplieron con las restricciones de *prioridad* y de *nivel de*

*confianza*, es decir, después de descargar aquellas tolvas que exceden la máxima prioridad permitida (paso 4 del algoritmo de envasado) y descartar aquellos pesos totales que no cumplieron con la restricción de *nivel de confianza* (paso 6 del algoritmo de envasado). En la figura, cada una de las soluciones se representa en función de sus coordenadas en el espacio de decisión o criterio, los ejes abscisa y ordenada corresponden a la diferencia en valor absoluto entre  $W$  y  $T$ , y la prioridad total obtenido en la suma de  $k$ -tolvas, respectivamente.

Para este caso, la mínima diferencia obtenida entre el peso total  $W$  y el peso objetivo  $T$ ,  $M_{s1}^{\min} = 0.05481$  gramos, se logra combinando las tolvas 1, 2, 10 y 14, mientras que la más alta suma de prioridades  $U_{s1}^{\max} = 17$  corresponde a las tolvas 6, 10, 11 y 13. Como consecuencia, el punto ideal será  $(M_{s1}^{\min} = 0.05481, U_{s1}^{\max} = 17)$ . El gráfico muestra que existen cinco soluciones no dominadas, sin incluir el punto ideal, que forman el llamado conjunto de Pareto o frontera de Pareto (entre las cuales se encuentra nuestra solución Pareto-óptima), por ende, las restantes soluciones conforman el grupo de soluciones dominadas.

La prioridad máxima individual encontrada dentro del conjunto de tolvas en esta operación de envasado fue de 5, por lo tanto  $\theta = 1/(10 - 5 + 1) = 0.1667$ , de acuerdo con la ecuación (5.3). Esto significa que en esta concreta iteración, la relación de importancia entre ambos objetivos (peso y prioridad) es  $(1 - \theta):\theta = 5:1$ . Es decir, el objetivo de conseguir un peso de paquete cerca al peso objetivo es cinco veces más importante que la selección de una combinación de 4-tolvas con alta prioridad total.

Cada una de las 1790 soluciones es comparada mediante el valor obtenido de la función de utilidad  $D$  (distancia ponderada normalizada hasta el punto ideal), tal como se define en la ecuación (5.2). Observe que para hallar nuestra solución sólo sería necesario comprobar el valor de  $D$  en las cinco soluciones no dominadas, teniendo en cuenta que el punto que minimiza el valor de  $D$  siempre pertenece al conjunto Pareto. Sin embargo, numéricamente averiguar si cada una de las 1790 combinaciones está dominado o no, sería equivalente a calcular el valor de  $D$  para cada una de las soluciones, esto en términos de esfuerzo computacional.

En este ejemplo, el valor mínimo de  $D$  es dado por las tolvas 1, 5, 6 y 11, que ofrecen una diferencia con el peso objetivo de sólo 0.06173 gramos (la segunda mejor combinación, con respecto a este objetivo) y una prioridad total de 14 (una de las prioridades de estas cuatro tolvas es igual a 5, que era la máxima prioridad individual en esta iteración).

Todo lo anterior, ilustra cómo la programación compromiso, en el enfoque propuesto para el proceso de pesaje multicabezal, tiene éxito en el equilibrio de los objetivos que se están considerando de manera automática y razonable.

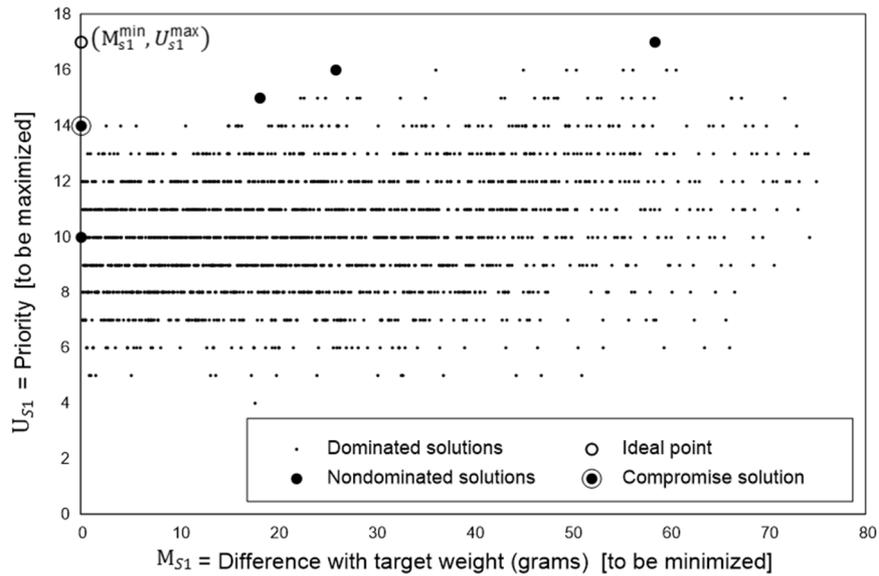


Figura 5.3. Conjunto de soluciones factibles y frontera de Pareto (soluciones no dominadas) para el ejemplo numérico en la sección 5.5, que muestra una concreta iteración del algoritmo biobjetivo propuesto. Cada punto representa una combinación de 4-tolvas. Los cinco "grandes" puntos negros representan las soluciones no dominadas (candidatos a ser escogidos como la mejor combinación) y el punto "vacío" representa la solución ideal  $(M_{s1}^{\min}, U_{s1}^{\max})$ . La combinación de tolvas que finalmente se selecciona (punto con "relleno") es la que está más cerca del punto ideal, utilizando la función de distancia  $D$  definida en la Sección 5.2.

### 5.6. Rendimiento de las estrategias bajo un enfoque multiobjetivo

En esta sección, se presenta un extenso estudio de simulación para analizar el rendimiento del algoritmo multiobjetivo propuesto. Los experimentos numéricos llevados a cabo permiten comparar las estrategias propuestas en el capítulo 3 y observar el comportamiento de variabilidad en el paquete final y los tiempos de residencias de los pesos en tolvas.

Para medir la capacidad del proceso basado en el enfoque propuesto considere un proceso de envasado bajo control cuyos valores de entrada son:

- Número total de tolvas ( $n$ ): 16. con  $n_1^{s1} = 3$ ,  $n_2^{s1} = 3$ ,  $n_3^{s1} = 4$ ,  $n_4^{s1} = 3$  y  $n_5^{s1} = 3$  para S1 y,  $n_1^{s2} = 5$ ,  $n_2^{s2} = 6$  y  $n_3^{s2} = 5$  para S2.
- Número de tolvas combinadas ( $k$ ): 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8
- Peso objetivo del paquete ( $T$ ): 500 g
- Coeficiente esperado de variación ( $CV$ ): 1%, 2.5% y 5%
- Valor de cambio ( $\delta$ ): 1.5
- Valor mínimo de cambio ( $\delta_{min}$ ): 0.5
- Prioridad máxima permitida por tolva ( $P_{max}$ ): 10, 30, 50 y 100

Para un peso objetivo de 500 g, la normativa 76/211/CEE establece que el error máximo admisible por envase es de 3% la cantidad nominal, en este caso 15 g (ver Tabla 1.1). De este modo, los límites de especificación inferior (LSL) y superior (USL) serán 485 g y 515 g, respectivamente. En este estudio fueron calculados los parámetros de rendimiento más útiles del proceso, como lo son: el peso promedio de los paquetes producidos ( $\mu_{paquete}$ ), la desviación estándar del número total de paquetes producidos ( $\sigma_{paquete}$ ), el porcentaje de tolvas descargadas por incumplimiento de la restricción de *nivel de confianza* (DCL), el número de tolvas descargadas por exceder la máxima prioridad permitida (HDP) y la máxima prioridad promedio por tolva (APM). Todo lo anterior, para un número total de 10000 paquetes producidos en cada escenario.

Una forma de medir el incremento de la variabilidad en el paquete en compensación con la disminución del tiempo de residencia de los pesos en tolvas, es calculando el valor *Trade-off* de la siguiente manera:

$$\text{Trade-off} = \left| \frac{\Delta \sigma_{paquete}}{\Delta \text{Máxima prioridad promedio por tolva (APM)}} \right| \quad (5.25)$$

Para el cálculo del *Trade-off* fue necesario medir los cambios en la variabilidad ( $\sigma_{paquete}$ ) y en la máxima prioridad promedio por tolva (APM) para el enfoque monoobjetivo (minimización de la diferencia entre el peso objetivo y el peso del paquete) y nuestro enfoque multiobjetivo.

En las Tablas 5.1, 5.2 y 5.3 se pueden encontrar, para cada estrategia, un resumen de los parámetros de rendimiento del proceso. Como se ha mencionado,  $P_{max}$  expresa el tiempo de residencia (en número de operaciones de envasado o paquetes) del peso  $i$  en su tolva. Por lo tanto, los valores se han elegido pensando en productos cuyo tiempo de permanencia en tolva puede ser un problema para el proceso, por ejemplo, un producto congelado. De esta forma, para un valor de  $P_{max} = 100$ , el tiempo máximo de residencia cuando empleamos una pesadora multicabezal con una capacidad de cincuenta paquetes por minuto se obtendría de la siguiente manera: 50 paquetes / 60

segundos es equivalente a 1.2 segundos / paquete. Por lo tanto, 1.2 segundos / paquete • 100 paquetes = 120 segundos.

Los resultados en el enfoque multiobjetivo muestran que, para las estrategias S1 y S2, un aumento progresivo de la máxima prioridad permitida ( $P_{max}$ ) provoca que la variabilidad en el peso de los paquetes disminuya y la duración del producto en las tolvas se incremente (como se esperaba). Además, en estas estrategias se logran alcanzar los más bajos valores para la variabilidad del paquete ( $\sigma_{paquete}$ ) cuando son combinadas 7 tolvas de pesaje, independiente del incremento del CV.

Este comportamiento es distinto al implementar la estrategia S3, en donde observamos que cuando  $P_{max} = 10$  y  $k = 6$  se reducen los valores del  $\sigma_{paquete}$ . Posteriormente, cuando  $P_{max} > 10$  la variabilidad en el paquete parece estabilizarse, aunque el tiempo máximo promedio de residencia de los pesos en tolva (APM) si logra incrementarse. En este contexto, esta estrategia toma un comportamiento muy similar a su enfoque monoobjetivo (aunque no en magnitudes) cuando son incrementados los valores de  $k$ . Adicionalmente, vemos que S3 solo cuando  $k = 2$ , logra mejorar los valores de  $\sigma_{paquete}$  respecto a S1 y S2, independiente del valor de  $P_{max}$ , no obstante el APM no es mejor.

Para todas las estrategias, la mayor reducción en el APM (respecto al enfoque monoobjetivo) y el mayor incremento en la variabilidad se producen cuando usamos  $k = 2$  para cualquiera de los valores de  $P_{max}$ . De hecho, para  $k = 2$  y  $P_{max} = 10$ , en S1 y S2, la variabilidad del producto envasado es mayor que la variabilidad cuando el proceso de envasado se lleva a cabo al azar. Tengamos en cuenta también que las descargas de tolvas por exceder la máxima prioridad permitida (HDP) sólo se produce cuando  $P_{max} = 10$  y  $k = 2$  o 3 (siendo mayor las descargas en S1).

Otro hecho relevante es que en este enfoque multiobjetivo (al igual que el monoobjetivo), no hubo descargas de tolvas por incumplimiento de la *restricción de nivel de confianza*, esto para cualquiera de los valores de  $P_{max}$  considerados. Lo anterior confirma que, independientemente del aumento de  $\sigma_{paquete}$  debido a valores bajos  $P_{max}$ , al menos uno de los pesos totales obtenidos de todas las combinaciones en cada iteración estuvo dentro del nivel de confianza del 99.73%.

En términos generales podemos decir que la estrategia S2 parece trabajar mejor con los objetivos considerados (peso y prioridad) bajo el enfoque de la programación compromiso. Lo anterior, se puede evidenciar observando los valores de  $\sigma_{paquete}$  y APM. De esta manera, recomendamos por rendimiento y facilidad en su implementación a la estrategia S2 en el enfoque multiobjetivo.

**Tabla 5.1. Resultados de la simulación del algoritmo biobjetivo para diferentes valores de la prioridad máxima permitida ( $P_{max}$ ) versus los resultados obtenidos por el método monoobjetivo. Estudio de simulación realizado en S1.**

		Enfoque multiobjetivo en S1																		Enfoque monoobjetivo en S1				
		$P_{max} = 10$					$P_{max} = 30$					$P_{max} = 50$					$P_{max} = 100$							
$\sqrt{k}\sigma$	$k$	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	HDP	APM	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	HDP	APM	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	HDP	APM	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	HDP	APM	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	APM
	2	501.10	5.30	0.00	0.0046	9.00	500.51	3.31	0.00	0.00	15.34	499.81	3.28	0.00	0.00	17.02	500.42	3.30	0.00	0.00	32.58	500.01	0.805	1007.40
	3	500.31	1.53	0.00	0.0002	6.92	500.03	0.38	0.00	0.00	7.64	499.99	0.29	0.00	0.00	7.95	500.01	0.23	0.00	0.00	8.21	500.00	0.047	26.13
	4	500.13	0.63	0.00	0.00	5.44	500.03	0.28	0.00	0.00	5.65	500.00	0.20	0.00	0.00	5.75	500.01	0.16	0.00	0.00	5.83	500.00	0.009	14.66
5	5	499.99	0.37	0.00	0.00	4.23	499.99	0.20	0.00	0.00	4.32	499.99	0.16	0.00	0.00	4.38	500.00	0.12	0.00	0.00	4.43	500.00	0.003	10.51
	6	499.99	0.31	0.00	0.00	3.55	499.99	0.17	0.00	0.00	3.67	499.99	0.13	0.00	0.00	3.72	499.99	0.10	0.00	0.00	3.76	499.99	0.002	8.34
	7	499.99	0.27	0.00	0.00	3.13	499.99	0.15	0.00	0.00	3.16	499.99	0.12	0.00	0.00	3.19	500.00	0.09	0.00	0.00	3.21	500.00	0.021	6.86
	8	499.99	0.31	0.00	0.00	2.97	499.99	0.17	0.00	0.00	3.01	500.00	0.15	0.00	0.00	3.02	499.99	0.11	0.00	0.00	3.04	499.99	0.019	5.85
	2	502.78	13.42	0.00	0.0052	9.00	501.32	8.44	0.00	0.00	15.11	499.74	7.84	0.00	0.00	17.22	501.06	8.11	0.00	0.00	34.59	500.02	1.760	1100.22
	3	500.75	3.72	0.00	0.0001	6.92	500.08	0.96	0.00	0.00	7.61	499.99	0.72	0.00	0.00	7.95	500.02	0.59	0.00	0.00	8.23	499.99	0.111	28.17
	4	500.32	1.46	0.00	0.00	5.44	500.07	0.68	0.00	0.00	5.65	499.99	0.51	0.00	0.00	5.74	500.02	0.41	0.00	0.00	5.84	499.99	0.023	14.56
12.5	5	499.98	0.91	0.00	0.00	4.24	499.99	0.51	0.00	0.00	4.33	499.99	0.41	0.00	0.00	4.37	499.99	0.31	0.00	0.00	4.42	499.99	0.011	10.60
	6	499.98	0.74	0.00	0.00	3.54	500.00	0.41	0.00	0.00	3.67	499.99	0.34	0.00	0.00	3.70	499.99	0.26	0.00	0.00	3.77	500.00	0.006	8.31
	7	499.99	0.70	0.00	0.00	3.13	500.00	0.37	0.00	0.00	3.17	499.99	0.29	0.00	0.00	3.18	499.99	0.22	0.00	0.00	3.21	500.00	0.004	6.85
	8	499.99	0.77	0.00	0.00	2.97	500.00	0.47	0.00	0.00	3.00	500.00	0.39	0.00	0.00	3.02	499.99	0.28	0.00	0.00	3.04	499.99	0.069	5.80
	2	505.57	26.84	0.00	0.0052	9.00	502.65	16.89	0.00	0.00	15.11	499.48	15.69	0.00	0.00	17.22	502.12	16.22	0.00	0.00	34.59	500.04	3.520	1100.22
	3	501.44	7.49	0.00	0.0001	6.93	500.13	1.92	0.00	0.00	7.60	500.00	1.44	0.00	0.00	7.95	500.04	1.18	0.00	0.00	8.20	500.00	0.226	27.93
	4	499.98	2.48	0.00	0.00	5.21	499.98	1.27	0.00	0.00	5.37	500.00	1.01	0.00	0.00	5.44	500.01	0.76	0.00	0.00	5.55	500.00	0.047	14.66
25	5	499.99	1.80	0.00	0.00	4.24	500.00	0.99	0.00	0.00	4.33	499.97	0.80	0.00	0.00	4.36	499.99	0.61	0.00	0.00	4.42	500.00	0.022	10.63
	6	499.99	1.50	0.00	0.00	3.55	499.99	0.83	0.00	0.00	3.67	500.00	0.67	0.00	0.00	3.72	499.99	0.51	0.00	0.00	3.77	499.99	0.010	8.35
	7	500.00	1.38	0.00	0.00	3.12	500.00	0.76	0.00	0.00	3.17	499.99	0.59	0.00	0.00	3.18	499.99	0.44	0.00	0.00	3.21	500.00	0.062	6.85
	8	499.98	1.55	0.00	0.00	2.97	500.00	0.95	0.00	0.00	3.00	500.00	0.78	0.00	0.00	3.02	499.99	0.57	0.00	0.00	3.04	499.99	0.138	5.80

**Tabla 5.2. Resultados de la simulación del algoritmo biobjetivo para diferentes valores de la prioridad máxima permitida ( $P_{max}$ ) versus los resultados obtenidos por el método monoobjetivo. Estudio de simulación realizado en S2.**

		Enfoque multiobjetivo en S2															Enfoque monoobjetivo en S2												
		$P_{max} = 10$					$P_{max} = 30$					$P_{max} = 50$					$P_{max} = 100$												
$\sqrt{k}\sigma$	$k$	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	HDP	APM	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	HDP	APM	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	HDP	APM	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	HDP	APM	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	HDP	APM	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	APM
5	2	499.96	5.11	0.00	0.0029	8.98	499.86	3.69	0.00	0.00	13.52	499.89	3.78	0.00	0.00	16.75	499.84	3.64	0.00	0.00	23.97	500.00	0.780	878.35					
	3	499.97	1.03	0.00	0.0001	6.69	500.00	0.36	0.00	0.00	7.24	499.99	0.29	0.00	0.00	7.48	500.00	0.22	0.00	0.00	7.72	499.99	0.049	25.01					
	4	499.99	0.49	0.00	0.00	5.17	500.00	0.25	0.00	0.00	5.33	499.99	0.20	0.00	0.00	5.41	499.99	0.15	0.00	0.00	5.49	499.99	0.010	14.81					
	5	499.99	0.35	0.00	0.00	4.21	499.99	0.20	0.00	0.00	4.29	500.00	0.16	0.00	0.00	4.33	500.00	0.12	0.00	0.00	4.39	500.00	0.004	10.53					
	6	499.99	0.29	0.00	0.00	3.51	499.99	0.16	0.00	0.00	3.64	499.99	0.13	0.00	0.00	3.68	500.00	0.10	0.00	0.00	3.73	499.99	0.002	8.23					
	7	500.00	0.27	0.00	0.00	3.11	500.00	0.15	0.00	0.00	3.15	500.00	0.12	0.00	0.00	3.16	500.00	0.09	0.00	0.00	3.18	499.99	0.025	6.78					
	8	500.00	0.30	0.00	0.00	2.96	499.99	0.18	0.00	0.00	2.99	499.99	0.15	0.00	0.00	3.01	499.99	0.11	0.00	0.00	3.03	500.00	0.021	5.70					
	12.5	2	499.83	12.71	0.00	0.0025	8.99	499.59	9.44	0.00	0.00	13.40	499.48	9.40	0.00	0.00	16.54	499.64	9.18	0.00	0.00	23.46	499.99	1.951	992.30				
3		499.96	2.59	0.00	0.0001	6.69	500.00	0.91	0.00	0.00	7.26	500.00	0.73	0.00	0.00	7.41	499.99	0.56	0.00	0.00	7.78	499.99	0.124	24.62					
4		499.99	1.22	0.00	0.00	5.16	500.00	0.64	0.00	0.00	5.34	500.00	0.50	0.00	0.00	5.40	500.00	0.38	0.00	0.00	5.51	500.00	0.024	15.03					
5		500.00	0.90	0.00	0.00	4.21	499.99	0.50	0.00	0.00	4.29	499.99	0.41	0.00	0.00	4.33	499.99	0.30	0.00	0.00	4.39	500.00	0.009	10.28					
6		499.99	0.72	0.00	0.00	3.51	499.99	0.40	0.00	0.00	3.65	500.00	0.33	0.00	0.00	3.70	499.99	0.26	0.00	0.00	3.74	500.00	0.011	8.36					
7		499.99	0.69	0.00	0.00	3.11	499.99	0.37	0.00	0.00	3.16	499.99	0.28	0.00	0.00	3.17	500.00	0.21	0.00	0.00	3.20	500.00	0.075	6.74					
8		499.99	0.75	0.00	0.00	2.96	499.99	0.44	0.00	0.00	3.00	500.00	0.35	0.00	0.00	3.01	500.00	0.28	0.00	0.00	3.02	499.99	0.029	5.75					
25		2	499.66	25.43	0.00	0.0025	8.99	499.19	18.89	0.00	0.00	13.40	498.97	18.81	0.00	0.00	16.54	499.29	18.35	0.00	0.00	23.46	499.98	4.022	992.30				
	3	499.94	5.08	0.00	0.0001	6.68	500.01	1.81	0.00	0.00	7.26	499.98	1.46	0.00	0.00	7.47	499.99	1.13	0.00	0.00	7.76	500.00	0.243	25.62					
	4	500.04	2.54	0.00	0.00	5.19	500.02	1.26	0.00	0.00	5.36	500.01	1.00	0.00	0.00	5.38	500.00	0.76	0.00	0.00	5.50	499.99	0.049	14.44					
	5	499.99	1.75	0.00	0.00	4.20	500.00	1.01	0.00	0.00	4.29	499.99	0.81	0.00	0.00	4.33	500.00	0.61	0.00	0.00	4.41	499.99	0.030	10.51					
	6	500.01	1.44	0.00	0.00	3.50	499.99	0.81	0.00	0.00	3.64	499.99	0.67	0.00	0.00	3.68	499.99	0.50	0.00	0.00	3.73	500.00	0.012	8.23					
	7	499.98	1.37	0.00	0.00	3.12	499.99	0.73	0.00	0.00	3.15	499.99	0.57	0.00	0.00	3.17	499.99	0.43	0.00	0.00	3.19	499.99	0.022	6.76					
	8	499.99	1.49	0.00	0.00	2.96	499.99	0.91	0.00	0.00	3.00	499.99	0.73	0.00	0.00	3.01	500.00	0.54	0.00	0.00	3.02	500.00	0.080	5.73					

**Tabla 5.3. Resultados de la simulación del algoritmo biobjetivo para diferentes valores de la prioridad máxima permitida ( $P_{max}$ ) versus los resultados obtenidos por el método monoobjetivo. Estudio de simulación realizado en S3.**

		Enfoque multiobjetivo en S3															Enfoque monoobjetivo en S3												
		$P_{max} = 10$					$P_{max} = 30$					$P_{max} = 50$					$P_{max} = 100$												
$\sqrt{k}\sigma$	$k$	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	HDP	APM	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	HDP	APM	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	HDP	APM	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	HDP	APM	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	DCL	HDP	APM	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	APM
5	2	499.94	3.76	0.00	0.0011	8.97	499.94	1.91	0.00	0.00	15.03	500.01	1.94	0.00	0.00	19.88	499.98	2.06	0.00	0.00	29.21	499.94	0.941	289.28					
	3	499.94	2.00	0.00	0.0002	7.04	500.02	0.82	0.00	0.00	10.13	500.03	0.76	0.00	0.00	11.83	500.00	0.82	0.00	0.00	14.33	499.94	0.863	73.69					
	4	499.96	1.47	0.00	0.00	5.84	499.98	0.89	0.00	0.00	7.99	500.02	0.90	0.00	0.00	9.04	500.05	0.85	0.00	0.00	9.92	499.95	0.948	41.61					
	5	499.95	1.30	0.00	0.00	5.01	500.04	0.96	0.00	0.00	6.59	500.02	1.03	0.00	0.00	7.27	499.96	0.99	0.00	0.00	7.74	499.95	1.106	30.87					
	6	499.94	1.24	0.00	0.00	4.38	499.98	1.09	0.00	0.00	5.58	500.00	1.07	0.00	0.00	6.06	499.90	1.12	0.00	0.00	6.44	499.94	1.208	22.54					
	7	499.95	1.30	0.00	0.00	3.88	499.95	1.25	0.00	0.00	4.83	500.05	1.26	0.00	0.00	5.15	499.98	1.23	0.00	0.00	5.59	499.95	1.311	16.30					
	8	499.96	1.43	0.00	0.00	3.55	500.05	1.37	0.00	0.00	4.27	499.91	1.36	0.00	0.00	4.50	499.96	1.33	0.00	0.00	4.79	499.96	1.423	13.76					
	12.5	2	499.85	9.40	0.00	0.0011	8.96	500.01	5.01	0.00	0.00	14.94	499.95	4.94	0.00	0.00	19.94	499.98	4.77	0.00	0.00	30.73	500.00	2.198	238.27				
3		499.83	5.02	0.00	0.0002	7.05	500.04	2.07	0.00	0.00	10.13	500.07	1.91	0.00	0.00	11.86	499.99	2.05	0.00	0.00	14.32	500.05	2.218	83.54					
4		499.90	3.67	0.00	0.00	5.84	499.96	2.23	0.00	0.00	7.99	500.04	2.25	0.00	0.00	9.04	500.13	2.13	0.00	0.00	9.92	499.96	2.497	42.48					
5		499.87	3.25	0.00	0.00	5.01	500.09	2.40	0.00	0.00	6.59	500.06	2.56	0.00	0.00	7.27	499.89	2.47	0.00	0.00	7.74	500.09	2.538	28.71					
6		499.87	3.13	0.00	0.00	4.39	500.00	2.74	0.00	0.00	5.57	500.04	2.67	0.00	0.00	6.07	499.78	2.79	0.00	0.00	6.44	500.00	2.902	20.68					
7		499.86	3.26	0.00	0.00	3.88	500.11	3.12	0.00	0.00	4.79	499.95	3.01	0.00	0.00	5.15	499.90	3.04	0.00	0.00	5.41	500.11	3.189	15.82					
8		499.89	3.56	0.00	0.00	3.55	500.12	3.43	0.00	0.00	4.27	499.78	3.39	0.00	0.00	4.50	499.89	3.33	0.00	0.00	4.79	500.12	3.463	13.05					
25		2	499.70	18.81	0.00	0.0011	8.97	500.02	10.02	0.00	0.00	14.94	499.90	9.89	0.00	0.00	19.94	499.96	9.54	0.00	0.00	30.73	499.94	5.221	332.54				
	3	499.64	10.05	0.00	0.0002	7.04	500.08	4.08	0.00	0.00	10.15	500.13	3.81	0.00	0.00	11.85	499.97	4.11	0.00	0.00	14.35	500.12	3.983	72.97					
	4	499.80	7.35	0.00	0.00	5.84	499.91	4.47	0.00	0.00	7.99	500.08	4.51	0.00	0.00	9.04	500.27	4.27	0.00	0.00	9.92	500.07	4.709	44.13					
	5	499.74	6.51	0.00	0.00	5.01	500.19	4.80	0.00	0.00	6.59	500.12	5.13	0.00	0.00	7.27	499.79	4.93	0.00	0.00	7.74	500.12	5.360	30.60					
	6	499.76	6.27	0.00	0.00	4.38	500.03	5.50	0.00	0.00	5.56	500.09	5.35	0.00	0.00	6.08	499.57	5.62	0.00	0.00	6.45	500.09	5.594	21.87					
	7	499.71	6.52	0.00	0.00	3.89	500.21	6.24	0.00	0.00	4.79	499.89	6.02	0.00	0.00	5.17	499.79	6.10	0.00	0.00	5.41	499.90	6.275	16.68					
	8	499.78	7.12	0.00	0.00	3.55	500.24	6.86	0.00	0.00	4.27	499.57	6.78	0.00	0.00	4.50	499.78	6.66	0.00	0.00	4.80	499.57	6.913	12.27					

En cada estrategia, se percibe una relación entre el número de pesos combinados ( $k$ ) y la configuración de la alimentación de tolvas (como también fue visto en el Capítulo 4 del enfoque monoobjetivo). Esto será estudiando en el capítulo 6.

La Tabla 5.4 muestra los valores del Trade-off para cada estrategia. Los resultados revelan que en las estrategias S1 y S2 el mayor aumento de la variabilidad por cada unidad reducida de la prioridad promedio se produce cuando se utiliza un  $P_{max} = 10$ . En este sentido, en estas estrategias los valores del Trade-off disminuyen progresivamente a medida que se incrementa el valor de  $P_{max}$ . También se observa como un  $k = 8$  produce los más altos valores del Trade-off, independientemente del valor de  $P_{max}$ .

En cuanto a la estrategia S3, se nota como se logra reducir el valor del Trade-off respecto a S1 y S2, independiente de  $P_{max}$  y  $k$ . Esto se presenta debido a las bajas diferencias que existen entre los valores de  $\sigma_{paquete}$  y las bajas diferencias entre los valores de APM al comparar los enfoques multiobjetivo y monoobjetivo para S3.

Utilizando las expresiones (2.24) y (2.25) son calculados los valores de  $LSL_{SS}$  y  $USL_{SS}$  cuando  $CV = 1\%$  (condiciones de mínima variabilidad). La Tabla 5.5 resume estos resultados, note como los valores obtenidos de  $LSL_{SS}$  y  $USL_{SS}$  (al encontrarse entre 485 g. y 515 g.) garantizan un  $C_{PM} \geq 2.0$ , independientemente de estrategia. Basado en lo anterior, el contenido efectivo del paquete, y por ende el proceso, tiene la capacidad de cumplir con los requerimientos de la normativa y puede considerarse como un proceso seis-sigma.

Solo en circunstancias donde  $k = 2$  y, S1 y S2 son implementadas, observamos que  $LSL_{SS}$  y  $USL_{SS}$  están alejados de los límites de especificación estipulados por la normativa, por lo tanto, el proceso no puede ser considerado un proceso seis-sigma. Finalmente vemos como los valores de  $LSL_{SS}$  y  $USL_{SS}$  más cerca al peso objetivo ( $T$ ) son aquellos en los que el  $\sigma_{paquete}$  es mínimo.

**Tabla 5.4. Valores de Trade-off para una prioridad máxima permitida por tolva ( $P_{max}$ ) de 10, 30, 50 y 100**

Trade-off													
k	$P_{max} = 10$			$P_{max} = 30$			$P_{max} = 50$			$P_{max} = 100$			
	S1	S2	S3	S1	S2	S3	S1	S2	S3	S1	S2	S3	
5	2	0.00450	0.00498	0.01006	0.00252	0.00336	0.00353	0.00249	0.00348	0.00371	0.00255	0.00335	0.00430
	3	0.07719	0.05355	0.01706	0.01800	0.01750	0.00068	0.01333	0.01375	0.00167	0.01021	0.00989	0.00072
	4	0.06735	0.04979	0.01459	0.03007	0.02532	0.00173	0.02166	0.02021	0.00147	0.01710	0.01502	0.00309
	5	0.05843	0.05475	0.00750	0.03182	0.03141	0.00601	0.02580	0.02516	0.00322	0.01924	0.01889	0.00502
	6	0.06430	0.06102	0.00176	0.03597	0.03442	0.00696	0.02893	0.02813	0.00837	0.02139	0.02178	0.00547
	7	0.06675	0.06676	0.00089	0.03486	0.03444	0.00532	0.02668	0.02624	0.00457	0.01890	0.01806	0.00756
	8	0.10104	0.10182	0.00069	0.05316	0.05867	0.00558	0.04509	0.04796	0.00680	0.03238	0.03333	0.01037
	12.5	2	0.01068	0.01094	0.03141	0.00615	0.00765	0.01259	0.00562	0.00763	0.01256	0.00595	0.00746
3		0.16983	0.13753	0.03663	0.04129	0.04528	0.00202	0.03033	0.03521	0.00430	0.02402	0.02589	0.00243
4		0.15756	0.12118	0.03201	0.07373	0.06357	0.00774	0.05528	0.04943	0.00739	0.04438	0.03739	0.01127
5		0.14135	0.14679	0.03004	0.07958	0.08197	0.00624	0.06396	0.06739	0.00103	0.04838	0.04941	0.00324
6		0.15387	0.14619	0.01400	0.08706	0.08259	0.01072	0.07187	0.06845	0.01588	0.05594	0.05390	0.00787
7		0.18709	0.16942	0.00595	0.09945	0.08240	0.00626	0.07945	0.05742	0.01678	0.05934	0.03814	0.01431
8		0.24770	0.25842	0.01021	0.14321	0.14945	0.00376	0.05519	0.11715	0.00854	0.07644	0.09194	0.01610
25		2	0.02137	0.02177	0.04200	0.01232	0.01519	0.01511	0.01124	0.01516	0.01494	0.01191	0.01479
	3	0.34590	0.25539	0.09202	0.08332	0.08535	0.00154	0.06066	0.06705	0.00283	0.04835	0.04966	0.00217
	4	0.25746	0.26930	0.06897	0.13164	0.13337	0.00661	0.10459	0.10497	0.00567	0.07826	0.07953	0.01283
	5	0.27824	0.27258	0.04494	0.15365	0.15756	0.02332	0.12440	0.12621	0.00986	0.09468	0.09508	0.01881
	6	0.31041	0.30190	0.03865	0.17521	0.17386	0.00576	0.14330	0.14462	0.01545	0.10917	0.10844	0.00169
	7	0.35335	0.37033	0.01916	0.18967	0.19612	0.00294	0.14407	0.15265	0.02215	0.10384	0.11429	0.01553
	8	0.49893	0.50903	0.02374	0.29000	0.30403	0.00662	0.23079	0.23897	0.01712	0.15652	0.16974	0.03387

**Tabla 5.5. Valores de  $LSL_{ss}$  y  $USL_{ss}$  obtenidos en cada estrategia de optimización bajo un enfoque multiobjetivo para una prioridad máxima permitida por tolva ( $P_{max}$ ) de 10, 30, 50 y 100**

		$k$	2	3	4	5	6	7	8	
$P_{max}$	10	S1	$USL_{ss}$	533.58	509.68	503.99	502.21	501.85	501.61	501.85
			$LSL_{ss}$	468.62	490.94	496.27	497.77	498.13	498.37	498.13
		S2	$USL_{ss}$	530.62	506.15	502.93	502.09	501.73	501.62	501.80
			$LSL_{ss}$	469.30	493.79	497.05	497.89	498.25	498.38	498.20
		S3	$USL_{ss}$	522.50	511.95	508.78	507.76	507.39	507.76	508.54
			$LSL_{ss}$	477.38	487.93	491.14	492.14	492.49	492.14	491.38
	30	S1	$USL_{ss}$	520.60	502.32	501.72	501.19	501.01	500.89	501.01
			$LSL_{ss}$	480.42	497.74	498.34	498.79	498.97	499.09	498.97
		S2	$USL_{ss}$	522.02	502.16	501.50	501.19	500.95	500.90	501.07
			$LSL_{ss}$	477.70	497.84	498.50	498.79	499.03	499.10	498.91
		S3	$USL_{ss}$	511.41	504.94	505.32	505.80	506.52	507.46	508.28
			$LSL_{ss}$	488.47	495.10	494.64	494.28	493.44	492.44	491.82
	50	S1	$USL_{ss}$	519.52	501.73	501.20	500.95	500.77	500.71	500.90
			$LSL_{ss}$	480.10	498.25	498.80	499.03	499.21	499.27	499.10
		S2	$USL_{ss}$	522.58	501.73	501.19	500.96	500.77	500.72	500.89
			$LSL_{ss}$	477.20	498.25	498.79	499.04	499.21	499.28	499.09
		S3	$USL_{ss}$	511.65	504.59	505.42	506.20	506.42	507.62	508.09
			$LSL_{ss}$	488.37	495.47	494.62	493.84	493.58	492.48	491.73
	100	S1	$USL_{ss}$	520.38	501.39	500.97	500.72	500.59	500.54	500.65
			$LSL_{ss}$	480.46	498.63	499.05	499.28	499.39	499.46	499.33
		S2	$USL_{ss}$	521.70	501.32	500.89	500.72	500.60	500.54	500.65
			$LSL_{ss}$	477.98	498.68	499.09	499.28	499.40	499.46	499.33
		S3	$USL_{ss}$	512.34	504.92	505.16	505.90	506.65	507.36	507.94
			$LSL_{ss}$	487.62	495.08	494.94	494.02	493.15	492.60	491.98

## 5.7. Conclusiones del capítulo

A continuación se detallan los hallazgos más relevantes encontrados en el presente capítulo:

- Se confirma que el enfoque multiobjetivo propuesto bajo la idea de la programación compromiso puede resolver de forma eficaz el problema de envasado. La propuesta de ajustar dinámicamente los objetivos considerados, a través de valores prefijados de la máxima prioridad permitida a cada tolva y la actual prioridad en las tolvas en cada iteración, permite que se logren obtener pesos totales dentro de un nivel de confianza del 99.73% alrededor del peso objetivo.
- Los experimentos numéricos muestran que nuestro algoritmo de envasado tiene éxito en la gestión de ambos objetivos (peso y prioridad) de una manera razonable y eficiente; sobre todo al implementar la estrategia S2. Más precisamente, el tiempo máximo promedio de residencia de los pesos en tolva (AMP) se reduce significativamente con respecto al enfoque monoobjetivo, en especial cuando el número de tolvas a combinarse ( $k$ ) es pequeño, mientras que la diferencia entre el peso total y el peso objetivo garantiza un proceso con capacidad seis-sigma (principalmente cuando  $CV = 1\%$ ).
- Al implementar S1 y S2, en los casos donde  $k = 2$  y  $P_{max} = 10$ , la desviación estándar de los paquetes ( $\sigma_{paquete}$ ) fue ligeramente mayor a la que se esperaría si tolvas fuesen seleccionadas al azar ( $\sigma\sqrt{k}$ ). Esto revela que utilizar valores pequeños de  $k$  hace que sea más difícil tratar simultánea con ambos objetivos, tal vez debido a la relativamente baja cantidad de combinaciones posibles a evaluar en cada operación de envasado.
- En el enfoque monoobjetivo, los valores obtenidos para  $k = 2$  muestran que la más alta y la más baja permanencia promedio de productos en tolva (APM) es dada por S1 (la mejor estrategia respecto a  $\sigma_{paquete}$ ) y S3 (la peor estrategia respecto a  $\sigma_{paquete}$ ), respectivamente. Esto da a entender que algunos pesos en tolva generados en S1, debido a la configuración de llenado, son difíciles de combinar. Sin embargo, cuando  $k > 2$ , estos pesos logran generar pesos totales ( $W$ ) más cercanos al peso objetivo ( $T$ ) comparados con los generados por una estrategia con suministro igual de producto.
- Nuevamente se confirma, al igual que en el enfoque monoobjetivo, que una estrategia con igual suministro de producto a las tolvas no mejora, en términos generales, ni la variabilidad ni el tiempo de permanencia de los productos en las tolvas.

# Capítulo 6

## Configuración óptima multiobjetivo del proceso de pesaje multicabezal

### 6.1. Introducción

En este capítulo se ha realizado un análisis estadístico que implica medir la estrategia con mejor rendimiento bajo el enfoque multiobjetivo en distintos escenarios, en nuestro caso sobre S2 (ver resultados sección 5.6). Para este análisis se tienen en cuenta diferentes factores del proceso de envasado los cuales se combinan mediante la despliegue de las técnicas de diseño de experimentos (DOE) y análisis de varianza (ANOVA) siguiendo la metodología propuesta por Montgomery (2013).

Los factores, algunos ya identificados en el capítulo 4 como fuentes de variabilidad en el proceso, son: el peso objetivo ( $T$ ), el número de tolvas combinadas ( $k$ ), el valor de cambio ( $\delta$ ), la desviación estándar de los pesos en cada tolva ( $\sigma$ ), la distribución o la cantidad de tolvas en cada subgrupo  $n_j$  ( $d$ ), el número total de tolvas ( $n$ ) en la pesadora multicabezal y la prioridad máxima permitida por tolva ( $P_{max}$ ).

Con esto, en el presente capítulo se pretende identificar las condiciones óptimas de operación del proceso para la minimización de la variabilidad en el contenido efectivo del paquete. El diseño de experimentos para el proceso de pesaje multicabezal bajo el enfoque multiobjetivo se presenta como un diseño factorial equilibrado de factores de efectos fijos. Como fue presentado también en el capítulo 4, el análisis de los residuos y la validación del efecto de los factores sobre la variable respuesta es confirmada siguiendo la metodología propuesta por Zúnica y Romero (1988). La variable respuesta, los factores y el despliegue del análisis estadístico se muestran en las siguientes secciones.

## 6.2. Variable respuesta, factores y niveles

El coeficiente de variación real del paquete ( $CV_{paquete}$ ) fue medido como la variable respuesta durante el análisis estadístico. Como hemos mencionado, utilizar el coeficiente de variación como variable dependiente excluye toda influencia que puedan tener las unidades de medida del peso final del envase durante el desarrollo del ANOVA.

Mediante el ANOVA podremos determinar y cuantificar la contribución de los factores (fuentes de variabilidad), y de sus posibles interacciones, sobre el comportamiento de  $CV_{paquete}$ . Para lo anterior, el ANOVA supone en este caso, que los valores obtenidos de  $CV_{paquete}$  están distribuidos normalmente y de forma independiente con la misma varianza para cada tratamiento o nivel de factor. No obstante, para confirmar la validez estadística de los resultados y garantizar el cumplimiento de los supuestos de normalidad, homogeneidad de la varianza y la independencia de los residuos, hemos realizado un ANOVA multifactorial, donde la variable respuesta es  $\log CV_{paquete}$ . La transformación de la variable fue hecha mediante el método de Box-Cox, ya presentado en la sección 4.2.

El análisis experimental se ha llevado a cabo sobre la estrategia S2, presentada en la sección 3.3. Esta estrategia propone dividir las tolvas  $n$  de pesaje en la pesadora multicabezal en tres subgrupos ( $n_1^{s2}$ ,  $n_2^{s2}$  y  $n_3^{s2}$ ), donde la cantidad de producto suministrado a cada uno de ellos dependerá del peso objetivo ( $T$ ), el número de tolvas combinadas ( $k$ ), el valor de cambio ( $\delta$ ) y la desviación estándar de los pesos en cada tolva ( $\sigma$ ). Los resultados de la sección 5.6 confirman que S2 ofrece los mejores resultados en términos de la desviación estándar en los paquetes ( $\sigma_{paquete}$ ) y la máxima prioridad promedio por tolva (APM). De este modo los factores y niveles considerados en este análisis estadístico son:

- Peso objetivo del paquete ( $T$ ), que es el contenido efectivo que se estima que contendrá cada paquete. Adopta los valores  $T = 125, 250, 500, 1000, 2000$  gramos.
- Número total de tolvas,  $n = 8, 10, 12, 14, 16$ .
- Número de tolvas combinadas,  $k = 2, 3, 4, 5, 6, 7$ .
- Coeficiente esperado de variación del paquete final,  $CV = 1\%, 2.5\%$  y  $5\%$ .
- Valor de cambio ( $\delta$ ). El  $\delta$  toma valores de:  $0.0, 0.5, 1.0, 2.0, 2$  y  $3.0$ .
- Distribución de tolvas ( $d$ ), es la forma como se distribuyen las  $n$  tolvas en los diferentes subgrupos ( $n_1^{s2}$ ,  $n_2^{s2}$  y  $n_3^{s2}$ ). Toma niveles de: *Igual*, *Central* y *Extremo* (ver tabla 6.1).
- Prioridad máxima permitida por tolva ( $P_{max}$ ):  $10, 30, 50$  y  $100$ .

El factor  $P_{max}$  define el tiempo máximo de residencia del producto en tolva en términos de operaciones de envasado. Por lo tanto, como se ha explicado en capítulo 5,  $P_{max}$  es la prioridad máxima permitida para cualquier tolva cuyo contenido debe ser descargado, y no tenido en cuenta en el proceso de envasado, si sobrepasa el tiempo máximo de residencia. Este factor, ingresa al proceso como un segundo objetivo donde las tovas cuya prioridad se acerquen más a  $P_{max}$  tendrán una mayor preferencia para formar el peso final del paquete ( $W$ ).

Los restantes factores han sido ampliamente explicados en la sección 4.3. Asimismo, los distintos valores de  $\mu_j$  para los niveles de los factores  $CV$ ,  $k$ ,  $\delta$  y  $T$ , pueden ser igualmente consultados desde la Tabla 4.2 a la Tabla 4.6. Por su parte, la distribución de las tovas para cada nivel del factor  $n$  en la estrategia S2 se muestra en tabla 6.1.

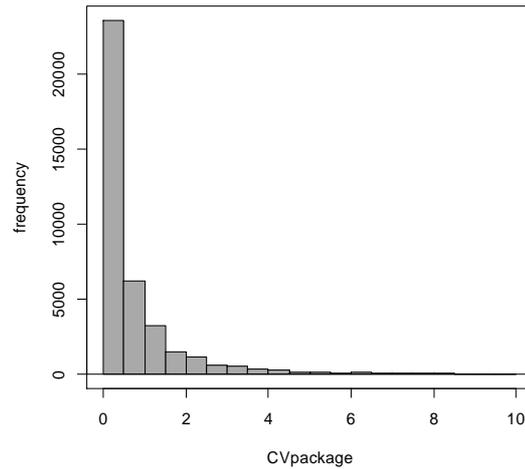
En estas condiciones, para el enfoque multiobjetivo resultan 37800 tratamientos que fueron simulados 10000 veces cada uno de ellos. Es decir, 10000 unidades de productos envasados en cada tratamiento. Los resultados del análisis estadístico son presentados en la sección 6.3.

**Tabla 6.1. Distribución de las tovas de pesaje ( $d$ ) para cada nivel del factor  $n$  en S2**

		Igual			Central			Extremo		
		$n_1^{s2}$	$n_2^{s2}$	$n_3^{s2}$	$n_1^{s2}$	$n_2^{s2}$	$n_3^{s2}$	$n_1^{s2}$	$n_2^{s2}$	$n_3^{s2}$
Numero de tovas de pesaje ( $n$ )	8	2	4	2	1	6	1	3	2	3
	10	3	4	3	2	6	2	4	2	4
	12	4	4	4	2	8	2	5	2	5
	14	4	6	4	2	10	2	6	2	6
	16	5	6	5	2	12	2	7	2	7

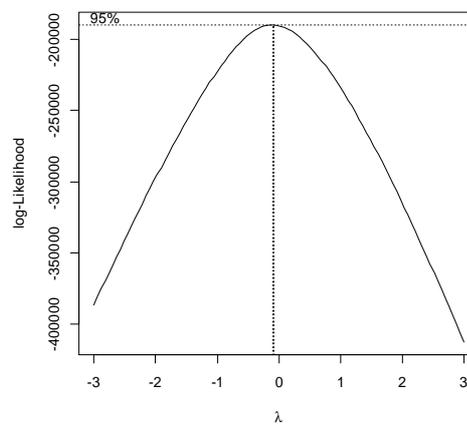
### 6.3. Configuración óptima multiobjetivo

Para la configuración de operación óptima del proceso multicabezal, el procedimiento a seguir es muy similar al llevado a cabo para el análisis estadístico del enfoque monoobjetivo de la sección 4.4. Para los 37800 valores de  $CV_{paquete}$ , obtenidos para cada tratamiento en la simulación del algoritmo multiobjetivo, se verifica mediante un histograma de frecuencia si los datos siguen una distribución normal. Este histograma de frecuencias es mostrado en la figura 6.1.

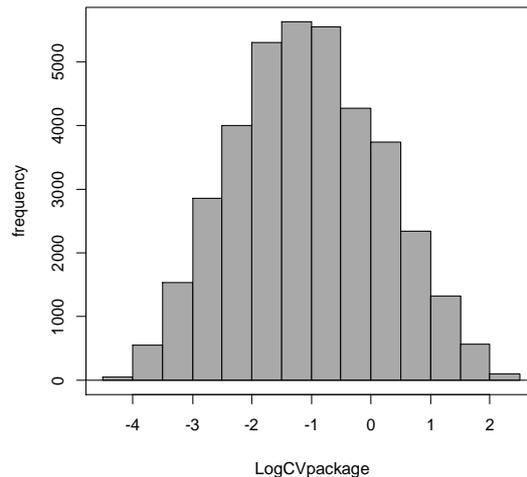


**Figura 6.1. Histograma de frecuencia para valores de  $CV_{paquete}$  en el enfoque multiobjetivo**

El gráfico demuestra como el conjunto de datos originales de  $CV_{paquete}$  no se asemeja a una distribución normal. Por consiguiente, calculamos el parámetro Box-Cox que nos permita transformar los datos originales; pretendiendo que el comportamiento de estos sea lo más parecido posible a una distribución normal. El valor de  $\lambda$ , como parámetro Box-Cox, generado es de 0.0. La figura 6.2 muestra el mejor valor  $\lambda$  obtenido para un nivel del confianza del 95%. En esto casos, y como se ha señalado anteriormente, cuando el valor de  $\lambda$  es cero la transformación de los datos debe ser logarítmica. En la figura 6.3 se observa el nuevo histograma para los valores transformados de  $CV_{paquete}$ .



**Figura 6.2. Mejor valor  $\lambda$  para un nivel del confianza del 95% en el enfoque multiobjetivo**



**Figura 6.3. Histograma de frecuencia para valores transformados de  $CV_{paquete}$  en el enfoque multiobjetivo**

De esta forma observamos como la transformación logarítmica de los valores de  $CV_{paquete}$  permiten lograr la normalidad de los datos y continuar con el análisis estadístico. Como siguiente paso, se generan los resultados del análisis de varianza (ANOVA) para la variable  $\log CV_{paquete}$ . Los resultados son presentados en la Tabla 6.2.

El ANOVA identifica, mediante el Valor-P menor a 0.05, como factores cuya contribución individual es significativa en la variabilidad del proceso a:  $CV$ ,  $k$ ,  $n$ ,  $\delta$ ,  $P_{max}$  y  $d$ . Se observa al factor  $T$  como único factor estadísticamente no significativo tanto individual como en sus interacciones con el resto de factores. Se resalta el hecho de que  $CV$  siendo el factor más significativo no interactúa con ninguno de los restantes factores. En cuanto a las interacciones de segundo orden destacamos la influencia en el proceso las combinaciones entre  $\delta \cdot k$ ,  $k \cdot n$ ,  $d \cdot k$  y  $n \cdot P_{max}$ . El R-cuadrado ajustado del modelo tomo un de 99.17%. Lo cual mide el buen ajuste de los factores considerados en el modelo generado. Los resultados del ANOVA solo para los factores significativos se muestran en tabla 6.3.

**Tabla 6.2. Tabla ANOVA para  $\log CV_{paquete}$  en S2**

Resultados ANOVA				
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Razón-F	Valor-P
<b>Efectos principales</b>				
$CV$	16472.9	2	251390	0.0000
$\delta$	5630.7	6	42964	0.0000
$d$	44.4	2	1016.6	0.0000
$k$	18792.8	5	172080	0.0000
$n$	5179.1	4	59278	0.0000
$T$	0.00	4	0.2719	0.8962
$P_{max}$	1888.9	3	28826	0.0000
<b>Interacciones</b>				
$CV \cdot \delta$	0.00	12	0.0546	1.0000
$CV \cdot d$	0.00	4	0.0051	0.9999
$CV \cdot k$	0.10	10	0.5773	0.8339
$CV \cdot n$	0.00	8	0.2513	0.9807
$CV \cdot T$	0.00	8	0.2625	0.9778
$CV \cdot P_{max}$	0.00	6	0.044	0.9997
$\delta \cdot d$	209.6	12	799.49	0.0000
$\delta \cdot k$	4494.3	30	6858.7	0.0000
$\delta \cdot n$	270.5	24	515.98	0.0000
$\delta \cdot T$	0.00	24	0.0623	1.0000
$\delta \cdot P_{max}$	203.2	18	516.83	0.0000
$d \cdot k$	286.1	10	1309.7	0.0000
$d \cdot n$	4.1	8	23.26	0.0000
$d \cdot T$	0.00	8	0.0315	1.0000
$d \cdot P_{max}$	1.4	6	10.59	0.0000
$k \cdot n$	2466	20	5645	0.0000
$k \cdot T$	0.1	20	0.331	0.9978
$k \cdot P_{max}$	254.4	15	776.41	0.0000
$n \cdot T$	0.1	16	0.3248	0.9947
$n \cdot P_{max}$	264.9	12	1010.6	0.0000
$T \cdot P_{max}$	0.1	12	0.2141	0.9979
Residual	818.9	37490		
Total	57282.6	37799		

**Tabla 6.3. Tabla ANOVA de factores significativos para  $\log CV_{paquete}$  en S2**

Resultados ANOVA				
Fuente	Suma de Cuadrados	GI	Ratio-F	Valor-P
Efectos principales				
$CV$	16486.5	2	252294.04	0.0000
$\delta$	5630.7	6	43083.21	0.0000
$d$	44.4	2	1019.41	0.0000
$k$	18792.8	5	172551.91	0.0000
$n$	5179.1	4	59441.97	0.0000
$P_{max}$	1888.9	3	28906.09	0.0000
Interacciones				
$\delta \cdot d$	209.6	12	801.70	0.0000
$\delta \cdot k$	4494.3	30	6877.68	0.0000
$\delta \cdot n$	270.5	24	517.41	0.0000
$\delta \cdot P_{max}$	203.2	18	518.26	0.0000
$d \cdot k$	286.1	10	1313.32	0.0000
$d \cdot n$	4.1	8	23.33	0.0000
$d \cdot P_{max}$	1.4	6	10.62	0.0000
$k \cdot n$	2466	20	5660.67	0.0000
$k \cdot P_{max}$	254.4	15	778.55	0.0000
$n \cdot P_{max}$	264.9	12	1013.39	0.0000
Residual	819.5	37622		
Total	57296.4	37799		

La figura 6.4 presenta los gráficos de medias y los intervalos para la media de los factores  $CV$ ,  $\delta$ ,  $d$ ,  $k$ ,  $n$  y  $P_{max}$  con un nivel de confianza del 95%.

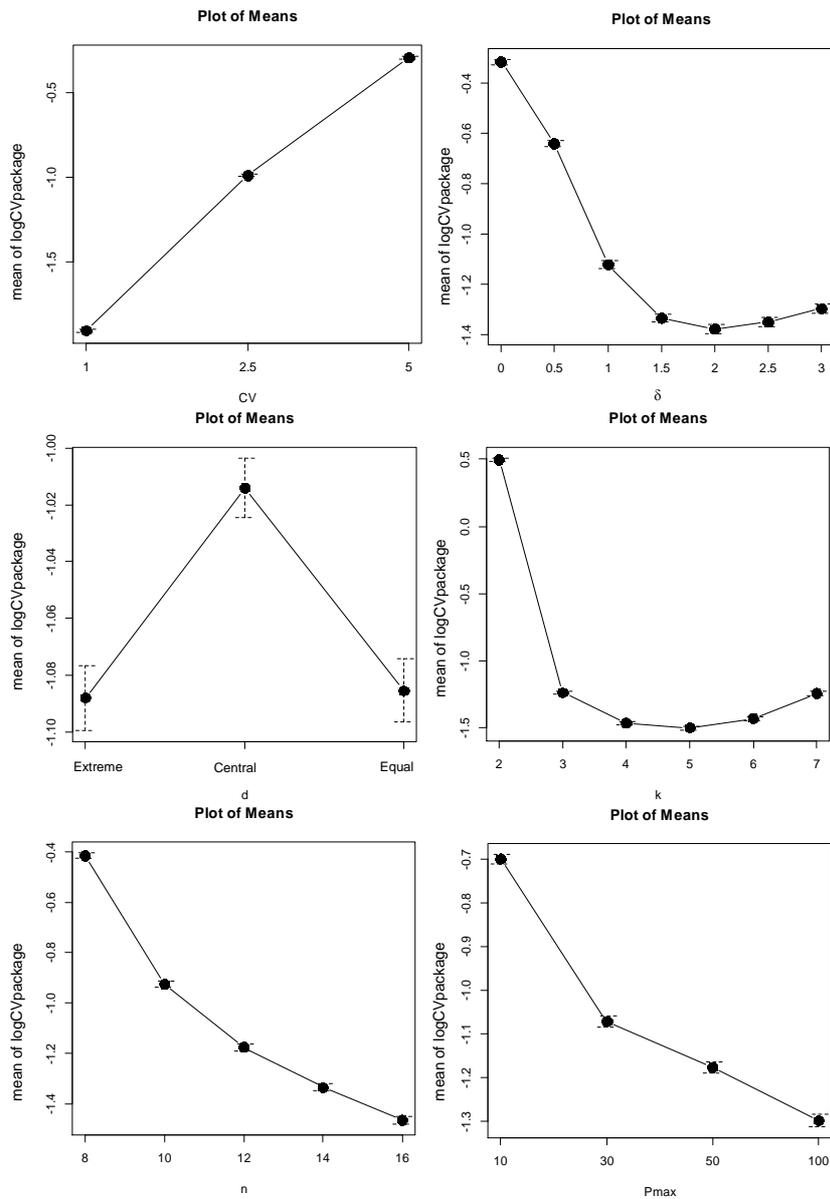


Figura 6.4. Gráficos de media e intervalos LSD de los factores  $CV$ ,  $\delta$ ,  $d$ ,  $k$ ,  $n$  y  $P_{max}$  con un nivel de confianza del 95% en el enfoque multiobjetivo

De los gráficos, podemos obtener las siguientes deducciones:

- Un mínimo valor de  $CV$  produce los más bajos valores del  $CV_{paquete}$ .
- Existe una reducción en el  $CV_{paquete}$  cuando el valor de cambio ( $\delta$ ) toma valores de 2.0 o 2.5.
- Una distribución Extrema o Igual de tolvas de pesaje en los subgrupos son equivalentes en la disminución del  $CV_{paquete}$ .
- Combinaciones de 4 a 6 tolvas de pesaje reducen el valor del  $CV_{paquete}$ .
- La utilización de máquinas multicabazales con el mayor número de tolvas de pesaje ( $n$ ) favorecen los valores menores del  $CV_{paquete}$  durante el proceso de envasado.
- El incremento del tiempo de residencia máximo permitido por tolva ( $P_{max}$ ) reduce el  $CV_{paquete}$ . Esto, es debido a que entre mayor sea  $P_{max}$  el algoritmo asigna una mayor importancia a encontrar valores de peso final ( $W$ ) cercanos al peso objetivo ( $T$ ).

En figura 6.5, se muestran los gráficos de interacciones e intervalos para la media de los factores significativos con un nivel de confianza del 95%.

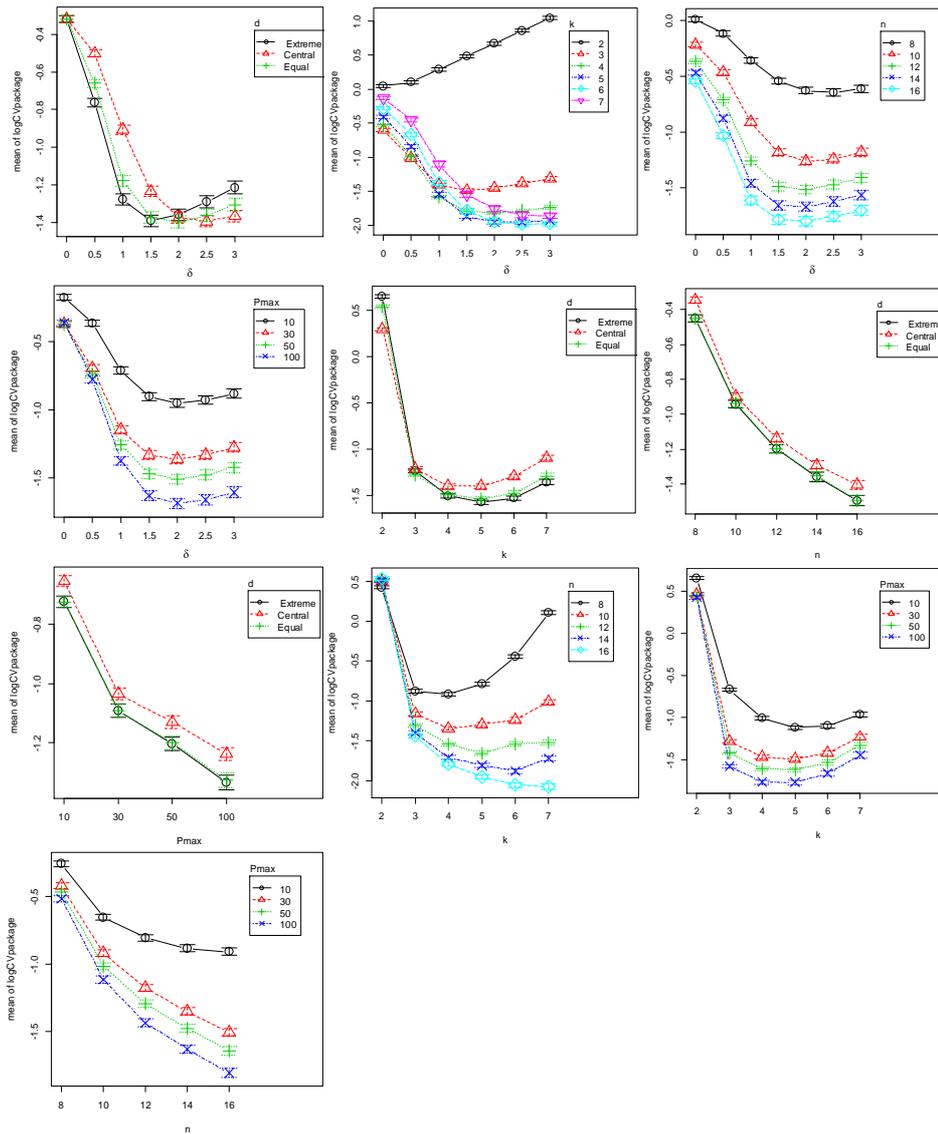


Figura 6.5. Gráficos de interacciones e intervalos para la media de los factores significativos con un nivel de confianza del 95% en el enfoque multiobjetivo

Las conclusiones de los gráficos de interacciones son:

- El valor de cambio ( $\delta$ ) que resulta en una reducción del  $CV_{paquete}$  dependerá del modo en el que estén distribuidas las tolvas de pesaje ( $d$ ).

Esto es, con una distribución *Extrema* de tolvas conviene un  $\delta$  de 1.5 o 2.0. Para una distribución *Igual* de tolvas convendrían valores de  $\delta$  de 1.5, 2.0 o 2.5. En caso de utilizar una distribución *Central* convendrían valores de  $\delta$  de 2.0, 2.5 o 3.0. Es bueno mencionar que cada uno de estos casos son estadísticamente equivalentes en la disminución del  $CV_{paquete}$ . Para un  $\delta$  de 0.0 no se evidencian diferencias significativas entre los niveles del factor  $d$ . Aquí, se destaca la fuerte interacción que existe entre este par de factores.

- El valor de  $\delta$  que favorece la disminución del  $CV_{paquete}$  dependerá también del número de tolvas de pesaje combinadas ( $k$ ). Sin embargo, los valores más bajos en la variabilidad se presenta cuando  $k$  toma valores de 5 o 6 y los niveles de  $\delta$  son 2.0, 2.5 o 3.0. Cualquier combinación de estos niveles son estadísticamente equivalentes en la reducción de  $CV_{paquete}$ . Resaltamos como  $\delta \cdot k$  poseen la más alta interacción.
- Maquinas multicabezales con un alto número de tolvas de pesaje ( $n$ ) y cuyo tiempo máximo de residencia permitido por tolva ( $P_{max}$ ) sea máximo, disminuyen los valores de  $CV_{paquete}$  cuando el valor de cambio ( $\delta$ ) alcanza niveles de 1.5, 2.0 o 2.5.
- Combinaciones de 5 o 6 tolvas de pesaje son estadísticamente equivalentes en la reducción del  $CV_{paquete}$  cuando existe una distribución *Extrema* o *Igual* de tolvas en los subgrupos. Observamos que para un  $k$  de 2 conviene una distribución *Central* de tolvas. Por lo anterior, se resalta la alta interacción entre este par de factores.
- Maquinas multicabezales con el mayor número de tolvas de pesaje ( $n$ ) y con un tiempo máximo de residencia permitido por tolva ( $P_{max}$ ) de 100, reducen el  $CV_{paquete}$  cuando se emplea una distribución *Extrema* o *Igual* de tolvas.
- La fuerte interacción entre  $k$  y  $n$  causa que el valor de  $k$  que reduce el  $CV_{paquete}$  dependa del valor  $n$ . No obstante, combinaciones de tolvas de pesaje ( $k$ ) de 6 o 7 proveen los mejores resultados en la reducción de  $CV_{paquete}$  cuando son utilizados el mayor número de tolvas ( $n = 16$ ). Además, cuando el número de combinaciones de tolvas es mínima, es decir  $k = 2$ , el número total de tolvas en la maquina ( $n$ ) es despreciable en la disminución del  $CV_{paquete}$ .
- Combinaciones de tolvas de pesaje ( $k$ ) de 4 o 5 en máquinas multicabezales con el mayor número total de tolvas ( $n = 16$ ) logran reducir el  $CV_{paquete}$  cuando la prioridad máxima permitida por tolva ( $P_{max}$ ) es igual a 100.

### 6.3.1. Análisis de residuos en el enfoque multiobjetivo

El análisis de residuos y residuos al cuadrado, siguiendo la metodología propuesta por Zúnica y Romero (1988), es presentado en esta sección. Los gráficos residuales para la variable  $\log CV_{paquete}$  y el ANOVA para los residuos al cuadrado son presentados en figura 6.6 y tabla 6.4, respectivamente.

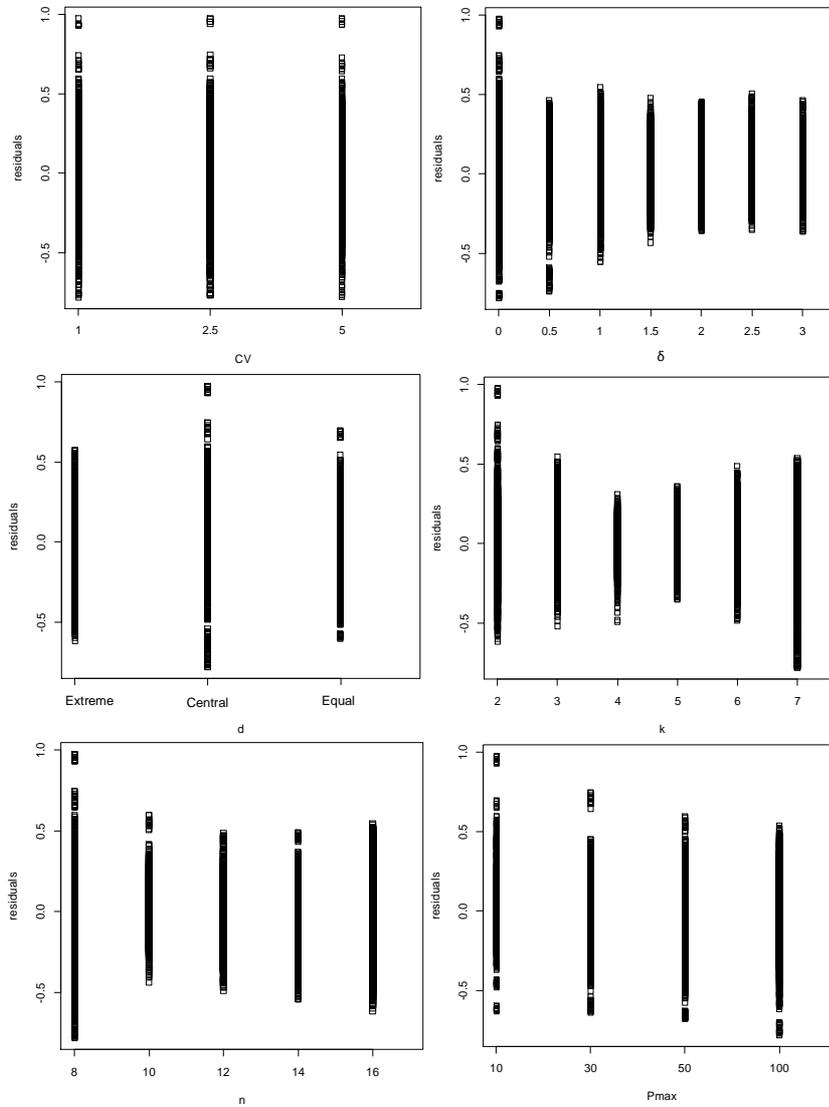


Figura 6.6. Gráfico de residuos para  $\log CV_{paquete}$  en función de los factores CV,  $\delta$ , d, k, n y  $P_{max}$

De la figura 6.6, observamos que en los gráficos de dispersión de los residuos para los factores significativos no se presentan outliers, además, esta dispersión es distinta para cada nivel de los factores (exceptuando a  $CV$ ), confirmando el efecto de los factores sobre la varianza de la variable respuesta.

Los resultados del valor-P en el ANOVA para el cuadrado de los residuos en la tabla 6.4 confirman la significancia estadística de los factores, corroborando que existen diferencias entre por lo menos un par de niveles en cada factor. Lo anterior, también se puede validar visualmente a través de la figura 6.7 la cual muestra los gráficos de comparación de medias de los residuos al cuadrado de  $\log CV_{paquete}$  en función de los factores  $CV$ ,  $\delta$ ,  $d$ ,  $k$ ,  $n$  y  $P_{max}$ .

**Tabla 6.4. Tabla ANOVA de factores significativos para el cuadrado de los residuos en el enfoque multiobjetivo**

Resultados ANOVA				
Fuente	Suma de Cuadrados	GI	Ratio-F	Valor-P
Efectos principales				
$CV$	6.33	2	1742.59	0.0000
$\delta$	4.86	6	669.45	0.0000
$d$	0.22	2	90.61	0.0000
$k$	7.33	5	1211.21	0.0000
$n$	4.81	4	993.23	0.0000
$P_{max}$	1.07	3	296.31	0.0000
Interacciones				
$\delta \cdot d$	0.24	12	16.76	0.0000
$\delta \cdot k$	6.21	30	170.91	0.0000
$\delta \cdot n$	4.16	24	143.09	0.0000
$\delta \cdot P_{max}$	0.19	18	8.94	0.0000
$d \cdot k$	0.51	10	42.25	0.0000
$d \cdot n$	2.37	8	245.06	0.0000
$d \cdot P_{max}$	0.20	6	27.96	0.0000
$k \cdot n$	5.23	20	215.85	0.0000
$k \cdot P_{max}$	2.50	15	137.92	0.0000
$n \cdot P_{max}$	0.089	12	6.12	0.0000
Residual	45.58	37622		
Total	91.89	37799		

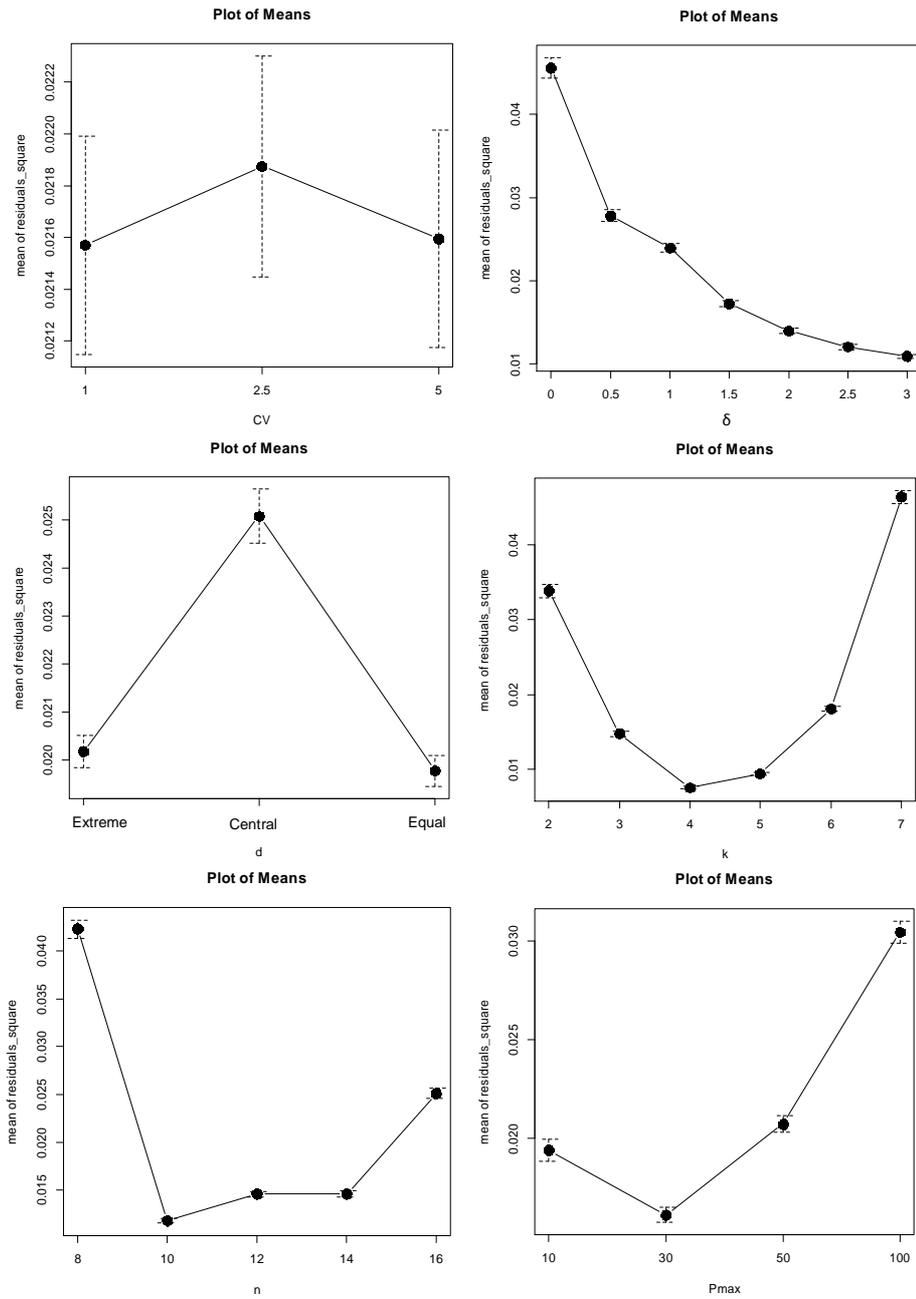


Figura 6.7. Gráficos de comparación de medias de los residuos al cuadrado de  $\log CV_{paquete}$  en función de los factores  $CV$ ,  $\delta$ ,  $d$ ,  $k$ ,  $n$  y  $P_{max}$

De esta manera podemos obtener las condiciones óptimas de operación que minimizan la variable respuesta  $CV_{paquete}$  cuando empleamos el enfoque multiobjetivo. Los resultados confirman que la pesadora multicabezal debe tener el mayor número total de tolvas de pesaje ( $n = 16$ ), con una distribución Igual ( $n_1^{s2} = 5, n_2^{s2} = 6$  y  $n_3^{s2} = 5$ ) o Extrema ( $n_1^{s2} = 7, n_2^{s2} = 2$  y  $n_3^{s2} = 7$ ) de las tolvas en los subgrupos. Durante las operaciones de envasado, conviene un número de tolvas combinadas ( $k$ ) de 5 o 6, un valor de cambio ( $\delta$ ) de 2.0 o 2.5 y una variación esperada en el paquete ( $CV$ ) de 1%. Los niveles de los factores que minimizan a  $CV_{paquete}$  se muestran en la Tabla 6.5.

**Tabla 6.5. Mejores condiciones de operación para el proceso de pesaje multicabezal usando el enfoque multiobjetivo**

Factor	Mejor Nivel
Número total de tolvas ( $n$ )	16
Número de tolvas combinadas ( $k$ )	5 - 6
Coefficiente esperado de variación ( $CV$ )	1%
Distribución de tolvas ( $d$ )	Extremo - Igual
Valor de cambio ( $\delta$ )	2.0 – 2.5
Prioridad máxima permitida por tolva ( $P_{max}$ )	100

De esta manera, la configuración óptima de llenado de la maquina al iniciar el proceso de envasado podría establecerse de dos formas; para un valor de cambio ( $\delta$ ) de 2.0 ( $\mu_1 = \mu - 2\sigma, \mu_2 = \mu$  y  $\mu_3 = \mu + 2\sigma$ ) o 2.5 ( $\mu_1 = \mu - 2.5\sigma, \mu_2 = \mu$  y  $\mu_3 = \mu + 2.5\sigma$ ).

Como complemento, el análisis completo para las estrategias las estrategias S1 y S3 en el enfoque multiobjetivo son igualmente presentados en el Anexo D. De estos análisis, nuevamente se evidencian similitudes en los resultados entre las estrategias S1 y S2.

#### 6.4. Conclusiones del capítulo

Del Capítulo 6 son obtenidas las conclusiones que se muestran a continuación:

- La aplicación de técnicas de optimización como el DOE y el ANOVA permiten hallar la configuración óptima del proceso de pesaje multicabezal bajo un enfoque multiobjetivo cuando es medido el coeficiente de variación real del paquete ( $CV_{paquete}$ ). Durante el despliegue de estas técnicas de optimización se pudo identificar los factores que influyen en la variabilidad del proceso de forma individual y en sus interacciones. Identificando cuales de los niveles considerados para cada factor logra influenciar el comportamiento del proceso de envasado.

- Se observa como los factores considerados logran explicar la variabilidad del proceso en un 99.17% (R-cuadrado). No obstante, se evidencia que el factor peso objetivo ( $T$ ) no tiene influencia en la varianza de la variable respuesta ( $CV_{paquete}$ ). Asimismo, el coeficiente esperado de variación del paquete ( $CV$ ) solo influye de forma individual y no en sus interacciones con el resto de factores.
- La validez estadística del análisis realizado se logró confirmar mediante el análisis de residuos llevado a cabo a través de la técnica desarrollada por Zúñiga y Romero (1988), siendo aplicada sobre los resultados experimentales. Esta técnica permitió corroborar la influencia de los factores en el proceso de pesaje.
- En la configuración óptima obtenida se logra evidenciar como algunos niveles de factores tales como la distribución de tolvas ( $d$ ) y valor de cambio ( $\delta$ ), son estadísticamente equivalentes en la reducción de la variabilidad del proceso, dando oportunidad al usuario de la pesadora multicabezal a ajustar la configuración de la máquina según sus preferencias y conveniencias.

# Capítulo 7

## Gráfico de control modificado para el monitoreo del proceso de pesaje multicabezal

### 7.1. Introducción

En la sección 2.6 hemos mencionado que los gráficos de control modificados  $\bar{x}$  se implementan para monitorear y controlar procesos de producción cuando el coste de identificar y corregir causas especiales es muy grande y la capacidad del proceso ( $C_p$ ) es igual o mayor a 2. Este tipo de gráficos permite a la media de proceso variar sobre un intervalo, al tiempo que asegura una fracción de producto no conforme ( $\phi$ ) aceptablemente pequeña. El intervalo en el que la media puede variar está representado por  $\mu_L$  y  $\mu_U$ , que son los valores más pequeño y más grande permisibles para la media, respectivamente.

Una característica de los límites de control modificados de una carta de control modificada es que estos son más amplios que los límites de control 3-sigma tradicionales, por lo que las señales y por ende, las acciones para corregir cualquier causa especial de variación se dan en situaciones en donde son verdaderamente necesarias. Lo anterior, minimiza los costes relacionados con estas acciones correctivas, la cuales debido a la buena capacidad del proceso se presentan con menos frecuencia.

Para nuestro caso, en el presente capítulo hemos diseñado e implementado un gráfico de control modificado  $\bar{x}$  para cada configuración óptima encontrada en los enfoques de optimización monoobjetivo y multiobjetivo del proceso de pesaje multicabezal (ver tablas 4.10 y 6.5), cuando implementamos las estrategias de envasado con mejores resultados en cada enfoque. Como hemos visto en los análisis de resultados de las secciones 3.7, 3.8 y 5.6;

además de los análisis estadísticos de los capítulos 4 y 6, el proceso de envasado puede ser considerado como seis-sigma cuando se utiliza la configuración óptima hallada mediante las técnicas como el DOE y el ANOVA.

En el cálculo de los límites de control modificados  $\bar{x}$  (ecuaciones 2.29 y 2.30) para ambos enfoques (monoobjetivo en las estrategias S1 o S2 y multiobjetivo en la estrategia S2) utilizaremos un punto porcentual superior de la distribución normal estándar ( $Z_\phi$ ) de 3.72, un valor crítico ( $Z_\alpha$ ) de 3.0 y un tamaño de muestra ( $N$ ) de 1. En este caso, el valor de  $Z_\phi$  asegura una fracción de productos no conforme ( $\phi$ ) de a lo sumo 0.0001. Como vimos en los capítulos 4 y 6, el factor peso objetivo ( $T$ ) no tiene influencia en la variabilidad del proceso de envasado en ninguno de los enfoques, por esta razón del conjunto de valores definidos para  $T$  asumiremos un peso objetivo de 2000 g. Además, en este caso la normativa 76/211/CEE establece que los límites de especificación inferior ( $LSL$ ) y superior ( $USL$ ) son 1970 g y 2030 g, respectivamente (consultar tabla 1.1). A continuación, en las secciones 7.2 y 7.3 del presente capítulo se presentan el desarrollo en el diseño de los gráficos modificados para cada enfoque.

## 7.2. Diseño del gráfico de control modificado $\bar{x}$ para el enfoque monoobjetivo en S1

Como hemos mencionado, la tabla 4.10 del capítulo 4 presenta la configuración óptima monoobjetivo para el proceso de envasado. Como vimos la configuración óptima es equivalente para las estrategias S1 y S2. En las secciones 3.7, 3.8 y en el capítulo 4, observamos cómo S1 y S2 producen los mejores resultados cuando se pretende minimizar la diferencia en valor absoluto entre el peso real del paquete ( $W$ ) y su peso objetivo ( $T$ ). En la presente sección inicialmente presentaremos, como ejemplo, el diseño de la carta modificada para la estrategia S1. La configuración óptima establece, como condiciones óptimas de operación, los siguientes niveles para los factores:

Factor	Mejor Nivel
Número total de tolvas ( $n$ )	16
Número de tolvas combinadas ( $k$ )	4 - 5
Coefficiente esperado de variación del paquete ( $CV$ )	1%
Distribución de tolvas ( $d$ )	Igual
Valor de cambio ( $\delta$ )	2.0

De esta manera, mediante la simulación del proceso en sus niveles óptimos obtenemos los valores estimados para  $\mu_{paquete}$  y  $\sigma_{paquete}$  que nos permitan calcular los límites de control modificados. La estimación fue hecha para un

número total de productos envasados ( $Q$ ) de 10000 unidades. En este caso, obtuvimos como valores para  $\mu_{paquete}$  y  $\sigma_{paquete}$  a 2000 g. y 0.045 g., respectivamente.

Usando las ecuaciones 2.29 y 2.30 del capítulo 2 procedemos a calcular los límites de control modificados inferior ( $LCL$ ) y superior ( $UCL$ ) para el monitoreo del proceso. Adicionalmente, a través de las ecuaciones 2.27 y 2.28 son calculados los valores de  $\mu_L$  y  $\mu_U$ , necesarios para establecer el intervalo en el que la media del proceso puede variar.

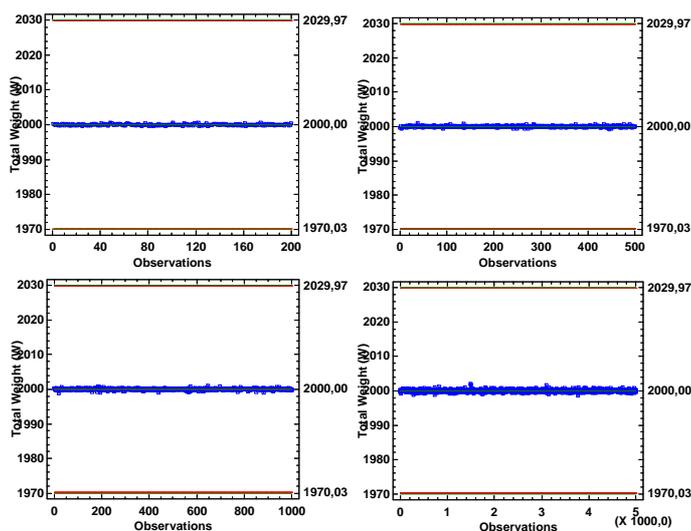
$$\mu_L = LSL + Z_\phi \sigma_{package} = 1970 + 3.72(0.045) = 1970.17$$

$$\mu_U = USL - Z_\phi \sigma_{package} = 2030 - 3.72(0.045) = 2029.83$$

$$LCL = LSL + \left( Z_\phi - \frac{Z_\alpha}{\sqrt{N}} \right) \sigma_{package} = 1970 + (3.72 - 3.0) (0.045) = 1970.03$$

$$UCL = USL - \left( Z_\phi - \frac{Z_\alpha}{\sqrt{N}} \right) \sigma_{package} = 2030 - (3.72 - 3.0) (0.045) = 2029.97$$

La figura 7.1 muestra los gráficos de control en el monitoreo del peso total del paquete ( $W$ ) para un número de paquetes producidos de 200, 500, 1000 y 5000 unidades.



**Figura 7.1. Gráfico de control modificado para el proceso de pesaje multicabezal simulando los niveles óptimos de los factores en el enfoque monoobjetivo,  $n:\{16\}$ ,  $k:\{4\}$ ,  $CV:\{1\%\}$ ,  $d:\{Iguale\}$  y  $\delta:\{2.0\}$**

De igual forma, como un caso de aplicación podemos establecer los gráficos de control modificados para el monitoreo de productos como el Ravioli (con  $\beta = 0.331$ ) y el Fusilli (con  $\beta = 0.123$ ), usados en el caso de estudio presentado en la secciones 3.8 y 4.5. En el diseño de estos gráficos son utilizados los resultados del caso de estudio en la configuración óptima del proceso de envasado de la sección 4.5 (ver capítulo 4).

La simulación del proceso en sus niveles óptimos fue de 10000 unidades de productos envasados para cada tipo de producto. En este caso, los valores obtenidos para  $\mu_{paquete}$  y  $\sigma_{paquete}$  fueron: 1999.99 g. y 0.933 g. para el Ravioli y 1999.99 g. y 0.277 g. para el Fusilli. Los límites de control modificados y los valores de  $\mu_L$  y  $\mu_U$  son presentados a continuación:

- **Ravioli:**

$$\mu_L = LSL + Z_\Phi \sigma_{paquete} = 1970 + 3.72(0.933) = 1973.47$$

$$\mu_U = USL - Z_\Phi \sigma_{paquete} = 2030 - 3.72(0.933) = 2026.53$$

$$LCL = LSL + \left( Z_\Phi - \frac{Z_\alpha}{\sqrt{N}} \right) \sigma_{paquete} = 1970 + (3.72 - 3.0)(0.933) = 1970.67$$

$$UCL = USL - \left( Z_\Phi - \frac{Z_\alpha}{\sqrt{N}} \right) \sigma_{paquete} = 2030 - (3.72 - 3.0)(0.933) = 2029.33$$

- **Fusilli:**

$$\mu_L = LSL + Z_\Phi \sigma_{paquete} = 1970 + 3.72(0.277) = 1971.03$$

$$\mu_U = USL - Z_\Phi \sigma_{paquete} = 2030 - 3.72(0.277) = 2028.97$$

$$LCL = LSL + \left( Z_\Phi - \frac{Z_\alpha}{\sqrt{N}} \right) \sigma_{paquete} = 1970 + (3.72 - 3.0)(0.277) = 1970.20$$

$$UCL = USL - \left( Z_\Phi - \frac{Z_\alpha}{\sqrt{N}} \right) \sigma_{paquete} = 2030 - (3.72 - 3.0)(0.277) = 2029.80$$

Las figuras 7.2 y 7.3 muestran los gráficos de control en el monitoreo del peso total del paquete ( $W$ ) para el Ravioli y el Fusilli, respectivamente. Los gráficos muestran el monitoreo para un número de paquetes producidos de 200, 500, 1000 y 5000 unidades.

Las cartas de control modificadas muestran el comportamiento del proceso después de establecer los límites de control modificados a través de los parámetros  $\mu_{paquete}$  y  $\sigma_{paquete}$ ; estimados por simulación de nuestro algoritmo de envasado presentado en la sección 3.5 del capítulo 3. En cada caso, la buena capacidad del proceso permite que no presente ningún comportamiento atípico y por lo tanto, se establece el gráfico de control modificado para el seguimiento del proceso en este enfoque.

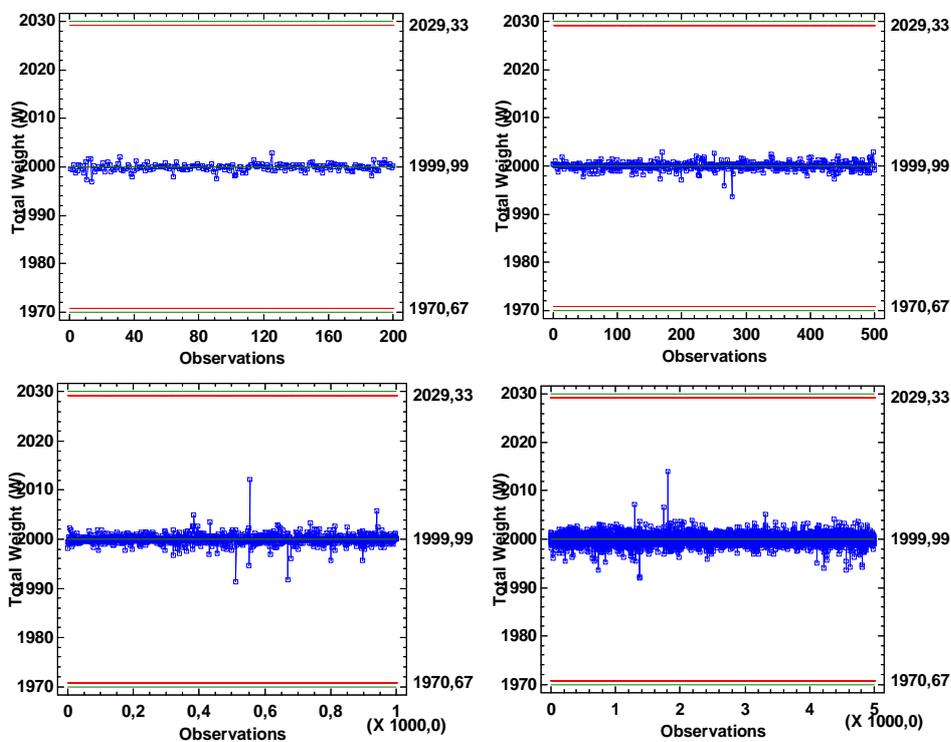


Figura 7.2. Gráfico de control modificado para el proceso de pesaje multicabezal simulando los niveles óptimos de los factores en el enfoque monoobjetivo,  $n:\{16\}$ ,  $k:\{5\}$ ,  $\beta:\{0.331\}$ ,  $d:\{\text{Iguar}\}$  y  $\delta:\{2.0\}$

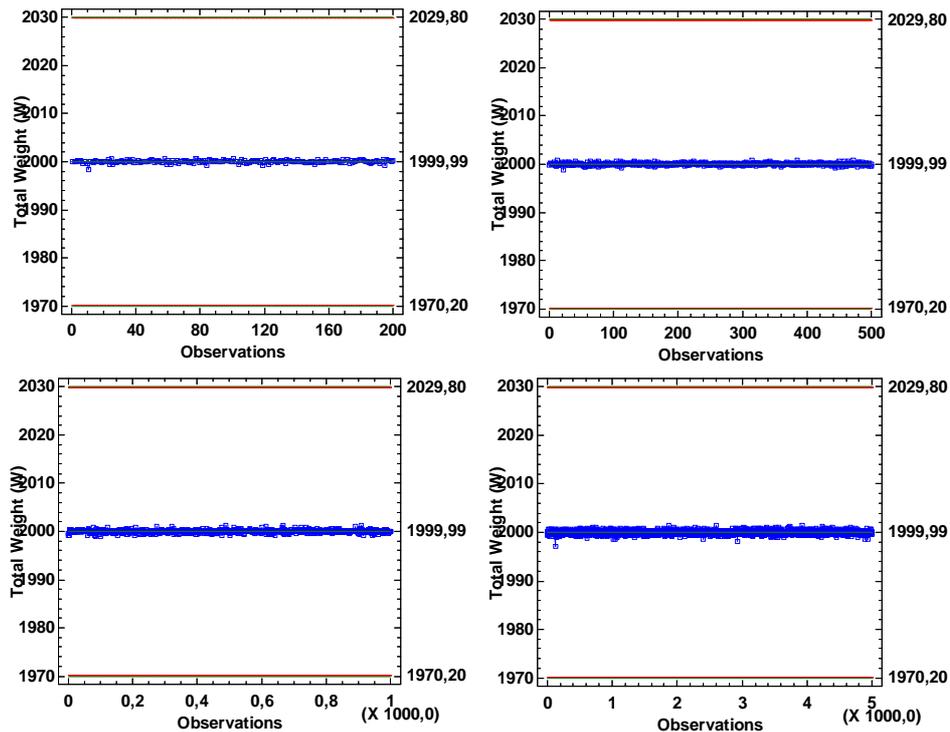


Figura 7.3. Gráfico de control modificado para el proceso de pesaje multicabezal simulando los niveles óptimos de los factores en el enfoque monoobjetivo,  $n:\{16\}$ ,  $k:\{5\}$ ,  $\beta:\{0.123\}$ ,  $d:\{\text{Iguar}\}$  y  $\delta:\{2.0\}$

### 7.3. Diseño del gráfico de control modificado $\bar{x}$ para el enfoque multiobjetivo en S2

El diseño del gráfico de control modificado para el enfoque multiobjetivo presentado en esta sección es hecho sobre la estrategia S2. Los resultados en el apartado 5.6 del capítulo 5 demuestran que S2 ofrece los mejores beneficios cuando son considerados los objetivos de minimizar la diferencia en valor absoluto entre el peso real del paquete ( $W$ ) y su peso objetivo ( $T$ ), y el de maximizar la prioridad total de las tolvas elegidas para formar el paquete, esto es  $\sum_{i \in H} P_i$ .

La configuración óptima encontrada, mediante el análisis estadístico desarrollado en el capítulo 6 (tabla 6.5), propone que el proceso de pesaje multicabezal sea llevado a cabo estableciendo los siguientes niveles óptimos para los factores considerados:

Factor	Mejor Nivel
Número total de tolvas ( $n$ )	16
Número de tolvas combinadas ( $k$ )	5 - 6
Coefficiente esperado de variación ( $CV$ )	1%
Distribución de tolvas ( $d$ )	Extremo - Igual
Valor de cambio ( $\delta$ )	2.0 – 2.5
Prioridad máxima permitida por tolva ( $P_{max}$ )	100

Como puede verse, algunos niveles de los factores son estadísticamente equivalentes en la disminución de la variabilidad del proceso, por ende nuestra decisión es diseñar una carta de control modificada  $\bar{x}$  para cada combinación de los niveles óptimos. Similar al enfoque monoobjetivo, la estimación de los valores de  $\mu_{paquete}$  y  $\sigma_{paquete}$  son calculados a través de la simulación del proceso para un número total de paquetes producidos ( $Q$ ) de 10000 unidades en cada combinación.

Utilizando las expresiones 2.27, 2.28, 2.29 y 2.30 son calculados los límites de control modificados inferior ( $LCL$ ) y superior ( $UCL$ ), así como los valores inferior y superior,  $\mu_L$  y  $\mu_U$ , del intervalo en el que la media del proceso puede variar. La tabla 7.1 muestra un resumen de los parámetros del proceso en el diseño de la carta de control modificada para cada combinación de los niveles óptimos de los factores. Desde la figura 7.4 hasta la figura 7.11 se muestran los gráficos de control modificados en el monitoreo del peso total del paquete ( $W$ ) en el enfoque multiobjetivo para un número de paquetes producidos de 200, 500, 1000 y 5000 unidades. Cada figura representa el diseño de la carta de control modificada para cada combinación de los niveles óptimos de los factores.

**Tabla 7.1. Valores de los parámetros del proceso, límites de control modificados e intervalo para la media en el diseño de la carta de control modificada  $\bar{x}$  para cada combinación de los niveles óptimos de los factores**

Factores					Parametros		Límites de control		Intervalo de variación para la media		
$n$	$P_{max}$	$CV$	$k$	$d$	$\delta$	$\mu_{paquete}$	$\sigma_{paquete}$	$LCL$	$UCL$	$\mu_L$	$\mu_U$
16	100	1%	5	Igual	2.0	1999.99	0.497	1970.36	2029.64	1971.85	2028.15
16	100	1%	5	Igual	2.5	2000.00	0.504	1970.36	2029.64	1971.87	2028.13
16	100	1%	5	Extremo	2.0	1999.99	0.497	1970.36	2029.64	1971.85	2028.15
16	100	1%	5	Extremo	2.5	2000.01	0.517	1970.37	2029.63	1971.92	2028.08
16	100	1%	6	Igual	2.0	2000.00	0.408	1970.29	2029.71	1971.52	2028.48
16	100	1%	6	Igual	2.5	2000.00	0.415	1970.30	2029.70	1971.54	2028.46
16	100	1%	6	Extremo	2.0	1999.99	0.417	1970.30	2029.70	1971.55	2028.45
16	100	1%	6	Extremo	2.5	2000.01	0.429	1970.31	2029.69	1971.60	2028.40

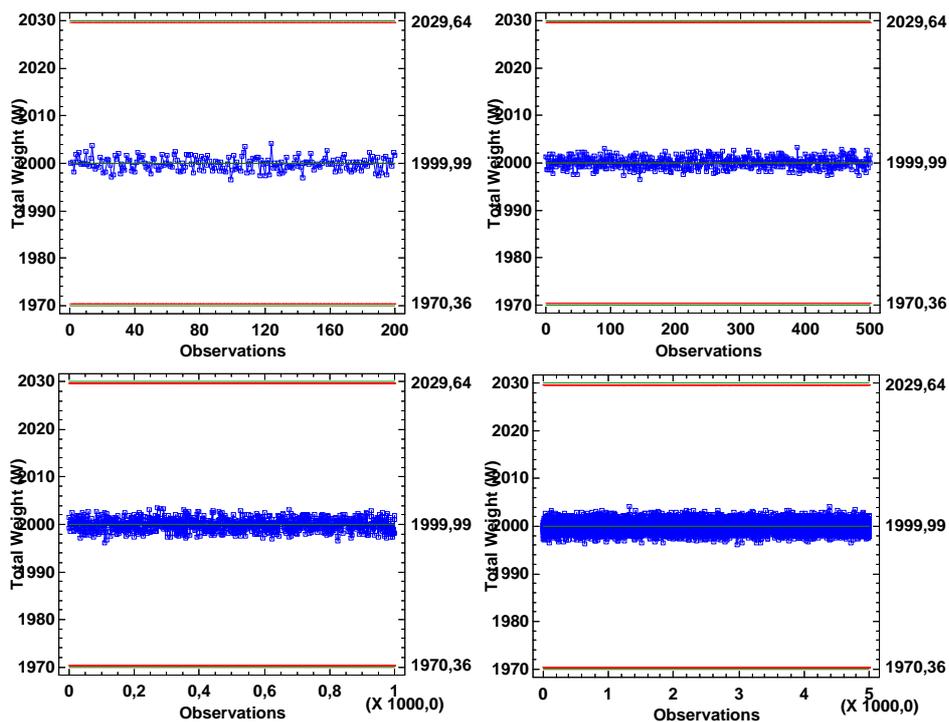


Figura 7.4. Gráfico de control modificado para el proceso de pesaje multicabezal simulando los niveles óptimos de los factores en el enfoque multiobjetivo,  $n:\{16\}$ ,  $P_{max}:\{100\}$ ,  $k:\{5\}$ ,  $CV:\{1\%\}$ ,  $d:\{Iguar\}$  y  $\delta:\{2.0\}$

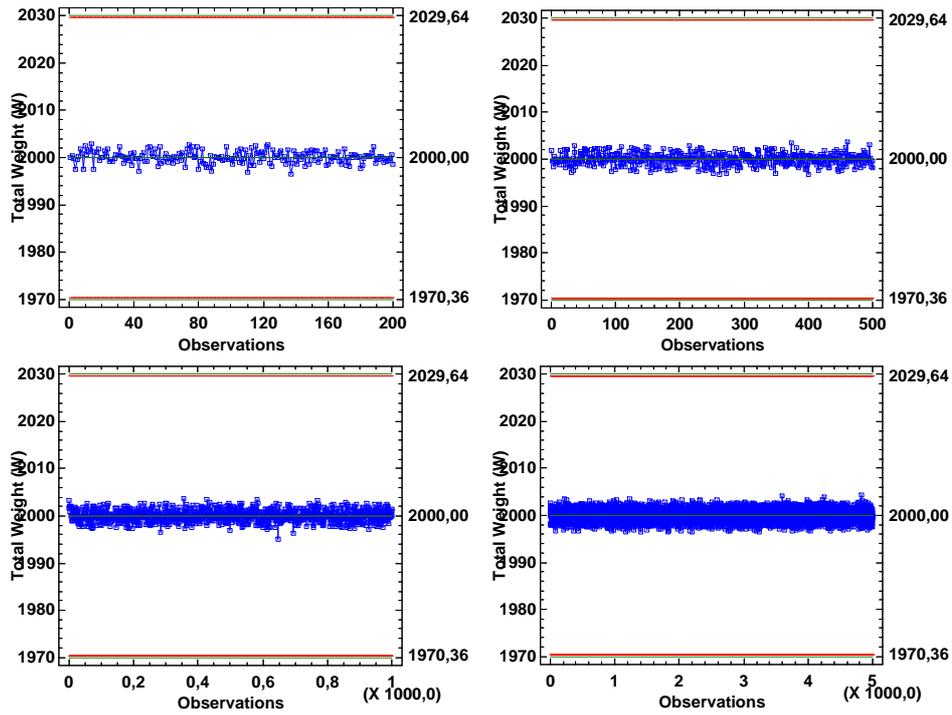


Figura 7.5. Gráfico de control modificado para el proceso de pesaje multicabezal simulando los niveles óptimos de los factores en el enfoque multiobjetivo,  $n:\{16\}$ ,  $P_{max}:\{100\}$ ,  $k:\{5\}$ ,  $CV:\{1\%\}$ ,  $d:\{\text{Igual}\}$  y  $\delta:\{2.5\}$

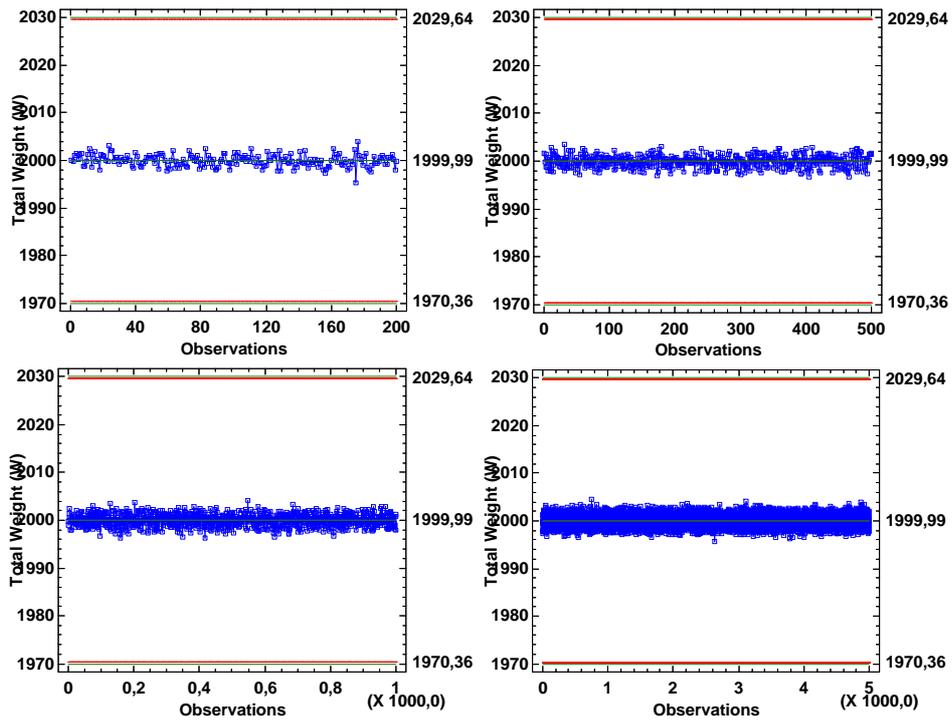


Figura 7.6. Gráfico de control modificado para el proceso de pesaje multicabezal simulando los niveles óptimos de los factores en el enfoque multiobjetivo,  $n:\{16\}$ ,  $P_{max}:\{100\}$ ,  $k:\{5\}$ ,  $CV:\{1\%\}$ ,  $d:\{\text{Extremo}\}$  y  $\delta:\{2.0\}$

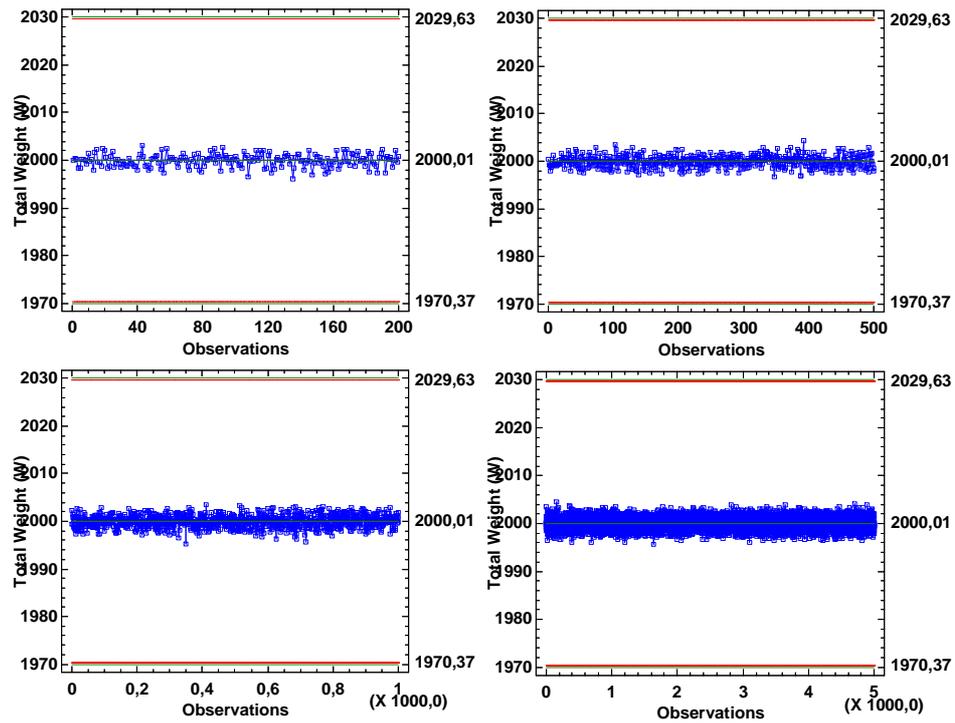


Figura 7.7. Gráfico de control modificado para el proceso de pesaje multicabezal simulando los niveles óptimos de los factores en el enfoque multiobjetivo,  $n:\{16\}$ ,  $P_{max}:\{100\}$ ,  $k:\{5\}$ ,  $CV:\{1\%\}$ ,  $d:\{\text{Extremo}\}$  y  $\delta:\{2.5\}$

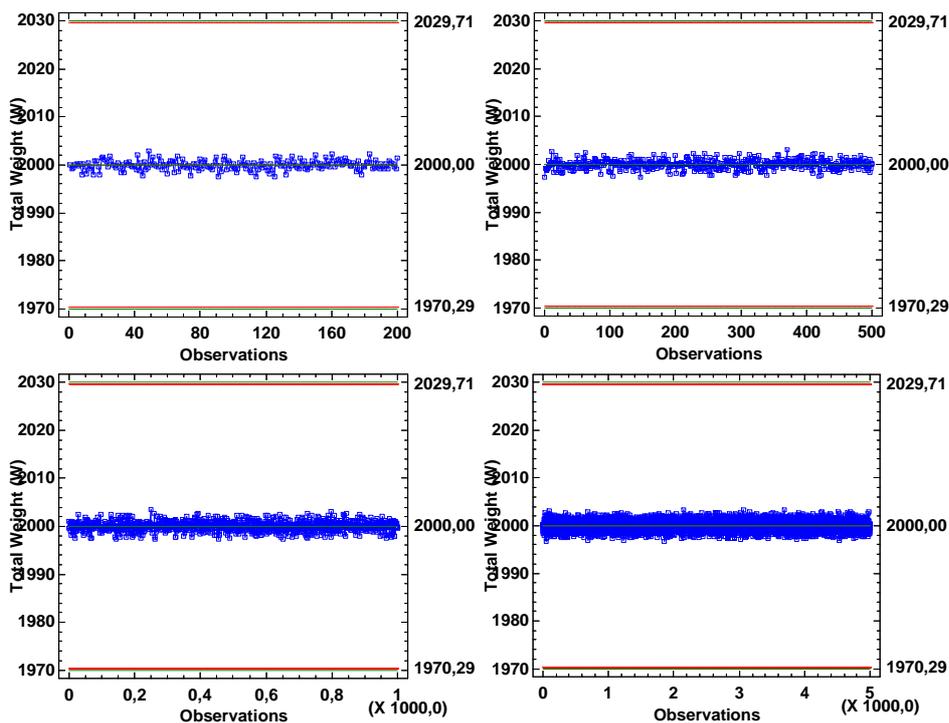


Figura 7.8. Gráfico de control modificado para el proceso de pesaje multicabezal simulando los niveles óptimos de los factores en el enfoque multiobjetivo,  $n:\{16\}$ ,  $P_{max}:\{100\}$ ,  $k:\{6\}$ ,  $CV:\{1\%\}$ ,  $d:\{I\text{gual}\}$  y  $\delta:\{2.0\}$

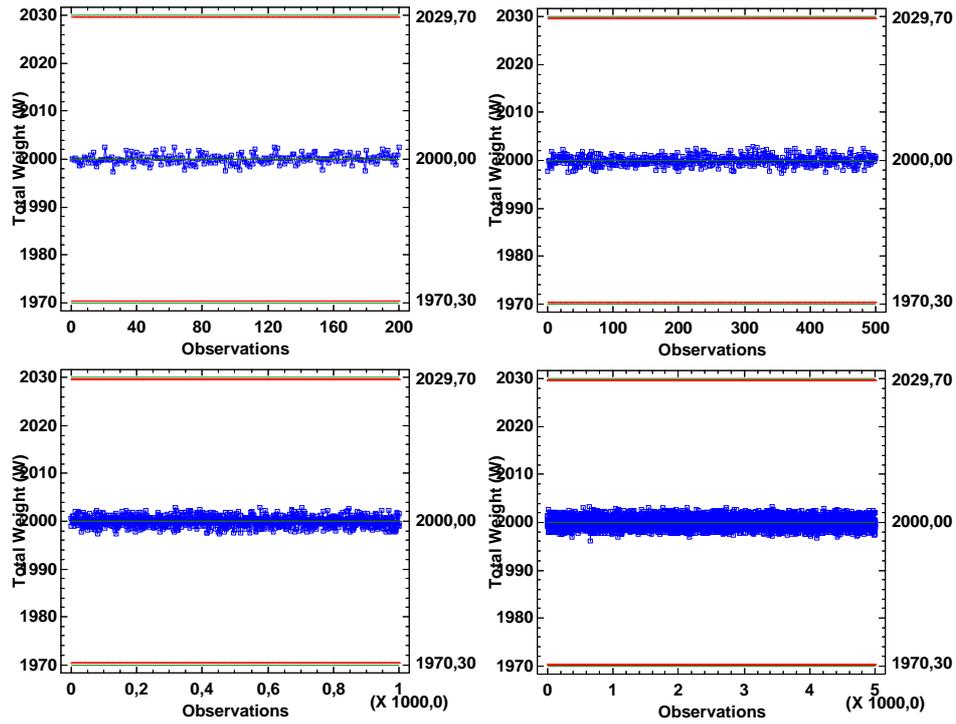


Figura 7.9. Gráfico de control modificado para el proceso de pesaje multicabezal simulando los niveles óptimos de los factores en el enfoque multiobjetivo,  $n:\{16\}$ ,  $P_{max}:\{100\}$ ,  $k:\{6\}$ ,  $CV:\{1\%\}$ ,  $d:\{Igual\}$  y  $\delta:\{2.5\}$

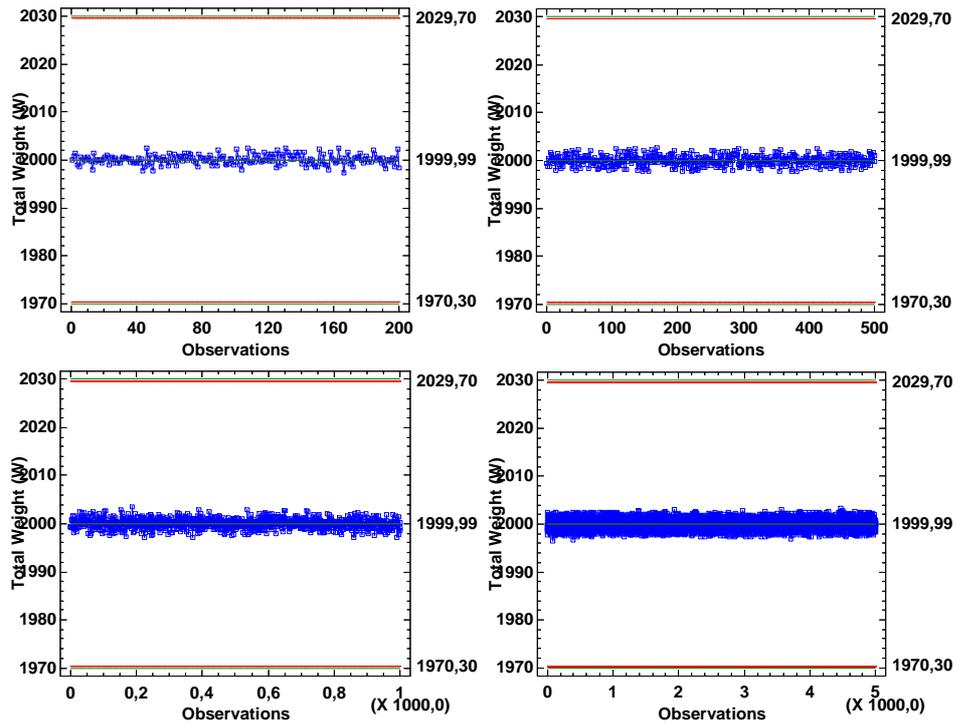
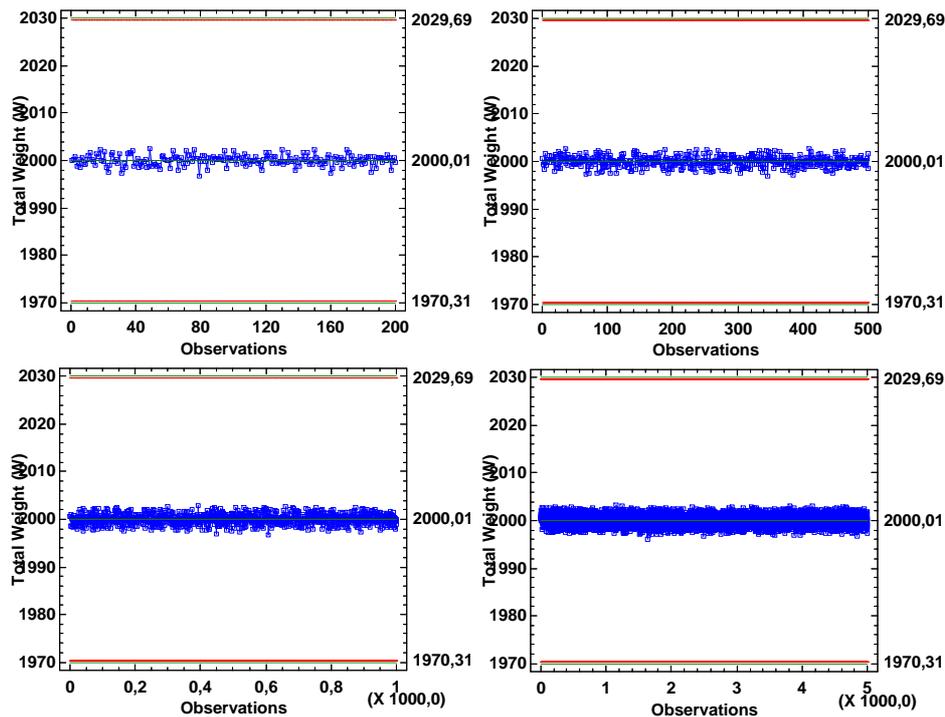


Figura 7.10. Gráfico de control modificado para el proceso de pesaje multicabezal simulando los niveles óptimos de los factores en el enfoque multiobjetivo,  $n:\{16\}$ ,  $P_{max}:\{100\}$ ,  $k:\{6\}$ ,  $CV:\{1\%\}$ ,  $d:\{\text{Extremo}\}$  y  $\delta:\{2.0\}$



**Figura 7.11. Gráfico de control modificado para el proceso de pesaje multicabezal simulando los niveles óptimos de los factores en el enfoque multiobjetivo,  $n:\{16\}$ ,  $P_{max}:\{100\}$ ,  $k:\{6\}$ ,  $CV:\{1\%\}$ ,  $d:\{\text{Extremo}\}$  y  $\delta:\{2.5\}$**

De esta manera, los gráficos muestran el comportamiento del proceso después de establecer los límites de control modificados para cada combinación de los niveles óptimos de los factores estadísticamente significativos. Como puede verse, el proceso presenta un comportamiento estable dentro de los límites de control fijados mediante los parámetros  $\mu_{paquete}$  y  $\sigma_{paquete}$ . Recordemos que estos parámetros fueron estimados por simulación del algoritmo de envasado multiobjetivo presentado en la sección 5.3 del capítulo 5.

#### 7.4. Conclusiones del capítulo

Como conclusiones extraídas en este capítulo encontramos:

- Debido a la buena capacidad del proceso alcanzada a través de las estrategias de optimización S1 y S2, propuestas bajo los enfoques monoobjetivo y multiobjetivo, respectivamente; se logró establecer los

gráficos de control modificados que permiten controlar la variabilidad en el peso total del paquete ( $W$ ) asegurando una fracción de productos no conformes ( $\phi$ ) de a lo sumo 0.0001.

- Se observa que el comportamiento del proceso de envasado es estable dentro de los límites modificados establecidos para su control, incluso en productos con alta variabilidad (por ejemplo, el Ravioli). Lo anterior asegura el cumplimiento de los límites de especificación fijados por la normativa, al tiempo que demuestra que las cartas modificadas pueden ser una buena herramienta para el monitoreo y control de procesos de producción con alta capacidad.
- Con la implementación de los gráficos de control modificados se asegura la disminución de los costes relacionados con la identificación y la ejecución de acciones correctivas. Lo anterior, asumiendo que estos costes son mucho mayor que los costes de productos no conforme y que el peso total del paquete producido es aceptable siempre que se encuentre dentro de los límites de especificación.



# Capítulo 8

## Conclusiones y futuras investigaciones

Este capítulo resume las conclusiones relevantes derivadas de cada uno de los capítulos que conforman la presente Tesis Doctoral. Cada capítulo fue desarrollado de manera satisfactoria dando cumplimiento a objetivos planteados al inicio de esta investigación. Asimismo, se presentan propuestas para futuras líneas de investigación en el campo del pesaje multicabezal.

### **8.1. Estrategias de optimización para la mejora del proceso de pesaje multicabezal**

La optimización matemática es una disciplina fundamental para la mejora de procesos de producción cuando es bien encaminada. En la actualidad el despliegue de técnicas de optimización permiten encontrar la solución óptima a problemas productivos en tiempos razonables, sobre todo cuando hablamos de soluciones exactas. Una de las primeras aplicaciones de modelos de optimización al proceso de pesaje multicabezal fue realizada por Karuno et al. en 2007. Karuno et al., buscaron introducir técnicas de optimización bi-criterio para escoger la combinación óptima de pesos contenidos en las tolvas de pesaje.

Las estrategias de envasado propuestas en el Capítulo 3 se fundamentan en la elección óptima de  $k$  tolvas que ofrezca la mínima diferencia en valor absoluto entre el contenido efectivo del paquete ( $W$ ) y su peso objetivo ( $T$ ). La diferencia fundamental entre cada estrategia se basa en que cada tolva puede ser llenada con una cantidad promedio diferente de producto y que el número total de tolvas en la pesadora multicabezal pueden ser subdivididas en subgrupos.

Algoritmos exactos fueron desarrollados, con sus respectivos modelos matemáticos, para simular el valor del número  $k$  de tolvas combinadas en cada estrategia propuesta. Un procedimiento de envasado fue sugerido para evaluar el comportamiento del proceso al implementar cada estrategia. El rendimiento fue hecho mediante la comparación de los resultados del índice de reducción de la variabilidad ( $RV$ ), la función de pérdida de calidad y el índice de capacidad del proceso según Taguchi.

Las conclusiones obtenidas en el Capítulo 3 son las siguientes:

1. Las tres estrategias de envasado diseñadas para explorar la configuración de llenado de tolvas en pesadoras multicabezales logran ser técnicas eficientes para disminuir la variabilidad en el peso del producto envasado. Cada estrategia ha sido traducida a un lenguaje de programación de libre acceso (Pascal), con una interfaz de usuario de fácil manejo que permite simular el proceso de envasado en diferentes condiciones de operación de la pesadora multicabezal.
2. Los experimentos numéricos indican que tanto las estrategias y el algoritmo de envasado propuesto puede resolver el problema de envasado de una manera eficiente, hasta el punto de asegurar que el proceso sea considerado con capacidad seis-sigma. En este sentido, los resultados evidencian una relación entre el número total de tolvas de pesaje ( $n$ ) en la pesadora multicabezal y el número de tolvas combinadas ( $k$ ), cuando se pretende reducir la variabilidad del proceso.
3. Las estrategias de envasado en donde las  $n$  tolvas de pesaje son divididas en subgrupos, por ejemplo en las estrategias S1 y S2, logran reducir en mayor grado la variabilidad en el peso del paquete. Este beneficio es mayor al incrementar el número total de tolvas ( $n$ ), tal vez, por el incremento del número total de combinaciones de pesos para elegir. Asimismo, concluimos que los mejores resultados son generalmente proporcionados por la estrategia S1; aun en situaciones fuera de control.
4. El caso de estudio presentado en la sección 3.8, demuestra que tanto las estrategias como el algoritmo de envasado son suficientemente robusto contra las variaciones del proceso causadas por el tipo de producto envasado.

## **8.2. Configuración óptima de operación del proceso de pesaje multicabezal**

El diseño de experimentos (DOE) es una técnica estadística que se caracteriza por permitir al investigador manipular ciertos factores que son de interés y que influyen sobre una determinada variable respuesta. Esta variable responde a todos aquellos cambios en los niveles de los factores considerados como

significativos en el estudio experimental. Para medir la influencia de los factores sobre la variable respuesta se utilizan un conjunto de modelos estadísticos que hacen parte de una técnica conocida como análisis de varianza (ANOVA). Esto permite cuantiar la influencia de los factores y determinar cuáles son estadísticamente significativos en el estudio.

Para el proceso de pesaje multicabezal, en el Capítulo 4 diseñamos un experimento con estructura de arreglo factorial de efectos fijos. Considerando los factores que a nuestro criterio tienen algún tipo de influencia en el proceso de envasado y que afectan la variabilidad en el contenido efectivo del paquete. De esta manera, encontramos la óptima configuración de operación de la pesadora multicabezal al implementar la estrategia S1; la cual ofreció los mejores resultados en el enfoque de optimización monoobjetivo del Capítulo 3. La validez estadística del estudio experimental fue corroborada mediante la metodología para el estudio de los residuos propuesta por Zúnica y Romero (1988).

Las conclusiones del Capítulo 4 fueron:

1. Las técnicas de optimización como el DOE y el ANOVA resultan ser apropiadas para encontrar la configuración óptima del proceso de pesaje multicabezal cuando medimos el coeficiente de variación del paquete final ( $CV_{paquete}$ ). Los resultados indican que la pesadora multicabezal debe tener el mayor número total de tolvas ( $n = 16$ ), con una distribución *Igual* de las tolvas en los subgrupos,  $n_1^{s1} = 3$ ,  $n_2^{s1} = 3$ ,  $n_3^{s1} = 4$ ,  $n_4^{s1} = 3$  y  $n_5^{s1} = 3$ . Durante las operaciones de envasado, combinaciones de 4 o 5 tolvas son preferibles. Además, el valor de cambio ( $\delta$ ) debe ser fijado a un nivel de 2.0 y la variación esperada en el paquete ( $CV$ ) tiene que ser la mínima posible. Asimismo, la configuración de llenado de tolvas más conveniente y que debería ser definida al iniciar el proceso es:  $\mu_1 = \mu - 2\sigma$ ,  $\mu_2 = \mu - 1.5\sigma$ ,  $\mu_3 = \mu$ ,  $\mu_4 = \mu + 1.5\sigma$  y  $\mu_5 = \mu + 2\sigma$ .
2. Se cuantifica la influencia de los factores, considerados en el estudio experimental, sobre la variable respuesta de forma individual y en sus interacciones. Solo el factor peso objetivo ( $T$ ) no tiene influencia sobre la variabilidad del proceso, ni individualmente ni tampoco su interacción con los factores restantes. El ajuste de los factores al modelo generado logra ser de un 99.52% (R-cuadrado). Esto evidencia el alto grado en el que los factores considerados explican la varianza de la variable respuesta.
3. El análisis de los residuos mediante la técnica de Zúnica y Romero (1988) logra revalidar el efecto de los factores sobre la variable respuesta. Esto confirma la influencia estadística de los factores y sus niveles en el hallazgo de las condiciones óptimas de operación del proceso.

4. El enfoque de selección del peso total propuesto en la presente tesis doctoral (minimizar la diferencia en valor absoluto entre el peso del paquete y su peso objetivo), asegura un buen rendimiento de los parámetros del proceso y disminuye la variabilidad del paquete cuando se utiliza la configuración óptima de operación, al punto donde la capacidad del proceso de envasado pueda ser mayor o igual a 2.0.
5. El caso de estudio desarrollado en el capítulo 4 confirma que los factores  $CV$  y  $\beta$ , usados para definir los valores de la desviación estándar de los pesos en las tolvas, tienen igual influencia cuando se pretende encontrar las mejores condiciones de operación de la pesadora multicabezal.

### 8.3. Estrategias de optimización bajo un enfoque Multiobjetivo

La optimización multiobjetivo o multicriterio permite encontrar una solución a un problema de optimización en el que dos o más objetivos se encuentran en conflicto entre sí. En estos casos, no es posible encontrar una única solución que optimice simultáneamente los valores de todos los objetivos, por lo tanto, se busca encontrar un *conjunto eficiente* de soluciones de las cuales se pueda elegir una bajo un criterio subjetivo.

La programación compromiso es una técnica de solución a problemas multicriterio en donde la elección de las variables no dominadas que dan solución al problema, se eligen bajo el criterio de proximidad al punto ideal de solución (punto en el que los objetivos considerados toman su valor ideal cuando son tratados de manera independiente). La forma como se calcule la distancia al llamado punto ideal es decidida por quien desea encontrar una solución al problema. Por lo que es un método preciso y suficientemente flexible para incorporar las preferentes de quien toma la decisión.

El enfoque multiobjetivo aplicado al proceso de pesaje multicabezal en el Capítulo 5, considera los objetivos de encontrar la mínima diferencia entre el peso final del paquete ( $W$ ) y el peso objetivo ( $T$ ), y a la vez, seleccionar los pesos que llevan el mayor tiempo en las tolvas de pesaje sin ser elegidos. Lo anterior fue planteado pensando en procesos de pesaje multicabezal en el que el tiempo de residencia del producto en las tolvas pueda ser un problema, por ejemplo, productos congelados. En el Capítulo 5, algoritmos exactos también fueron programados, con su respectivo modelo matemático, simulando distintos valores del número  $k$  de tolvas combinadas. Esto se hizo para cada estrategia propuesta en el Capítulo 3.

Para hallar la solución a nuestro problema proponemos un algoritmo de envasado y un método novedoso en el que la importancia de los objetivos considerados es ajustada dinámicamente al generar nuestro *conjunto eficiente de soluciones*.

Del Capítulo 5 obtuvimos las siguientes conclusiones:

1. El enfoque multiobjetivo propuesto bajo la idea de la programación compromiso logra ser eficaz al resolver el problema de envasado, sobre todo al ejecutar la estrategia S2. En términos generales, la propuesta de ajustar dinámicamente los objetivos considerados, permite que se logren obtener pesos totales dentro de un nivel de confianza del 99.73% alrededor del peso objetivo.
2. Los resultados muestran que nuestro algoritmo de envasado tiene éxito en la gestión de ambos objetivos de una manera razonable y eficiente. Logrando que el tiempo máximo promedio de residencia de los pesos en tolva (AMP) se reduzca con respecto al enfoque monoobjetivo, al tiempo que la diferencia entre el peso total y el peso objetivo garantiza un proceso con capacidad six-sigma, especialmente cuando  $CV$  es mínimo.
3. Cuando son ejecutadas las estrategias S1 y S2, y los valores, tanto del número de tolvas combinadas ( $k$ ) como el de la prioridad máxima permitida ( $P_{max}$ ) son mínimos, esto es,  $k = 2$  y  $P_{max} = 10$ , la desviación estándar de los paquetes ( $\sigma_{paquete}$ ) es levemente mayor a la que se esperaría si tolvas fuesen seleccionadas al azar ( $\sigma\sqrt{k}$ ). Esto puede deberse a la relativa baja cantidad de combinaciones de pesos a evaluar en cada operación de envasado. Lo que resulta en una mayor dificultad de gestionar los objetivos considerados.
4. Los resultados obtenidos muestran como en el enfoque monoobjetivo, valores mínimos de  $k$  al implementar las estrategias S1 y S3 ofrecen la más alta y la más baja permanencia promedio de productos en tolva (APM), respectivamente. Esto confirma como algunos pesos en tolva generados en S1, debido a la configuración de llenado, son difíciles de combinar. Sin embargo, como vimos en el capítulo 3, cuando  $k$  se incrementa estos pesos logran generar pesos totales ( $W$ ) con muy poca diferencia al peso objetivo ( $T$ ), comparados con los generados por una estrategia con suministro igual de producto, por ejemplo S3.

#### **8.4. Configuración óptima multiobjetivo del proceso de pesaje multicabezal**

Las técnicas del diseño de experimentos (DOE) y análisis de varianza (ANOVA) son poderosas cuando se pretende identificar la influencia de factores sobre una determinada variable dependiente. En el Capítulo 6, siguiendo la metodología empleada en el Capítulo 4, fue diseñado un experimento para el proceso de pesaje multicabezal bajo el enfoque multiobjetivo. El estudio experimental fue presentado como un diseño factorial equilibrado de factores de efectos fijos. El objetivo es el de identificar las condiciones óptimas de operación del proceso de envasado cuando

empleamos la estrategia S2; estrategia con mejor rendimiento en la gestión de los objetivos peso y prioridad.

Las conclusiones extraídas del Capítulo 6 son:

1. Las técnicas del DOE y el ANOVA logran ser eficientes al pretender encontrar la configuración óptima del proceso de pesaje multicabezal cuando consideramos minimizar la diferencia entre el peso final del paquete ( $W$ ) y el peso objetivo ( $T$ ), y seleccionar los pesos que llevan el mayor tiempo en las tolvas de pesaje. El estudio experimental fue realizado utilizando como variable respuesta el coeficiente de variación real del paquete ( $CV_{paquete}$ ). Los resultados confirman que la pesadora multicabezal debe tener el mayor número total de tolvas de pesaje ( $n = 16$ ), con una distribución *Igual* ( $n_1^{s2} = 5$ ,  $n_2^{s2} = 6$  y  $n_3^{s2} = 5$ ) o *Extrema* ( $n_1^{s2} = 7$ ,  $n_2^{s2} = 2$  y  $n_3^{s2} = 7$ ) de las tolvas en los subgrupos. Durante las operaciones de envasado, conviene un número de tolvas combinadas ( $k$ ) de 5 o 6, un valor de cambio ( $\delta$ ) de 2.0 o 2.5 y una variación esperada en el paquete ( $CV$ ) de 1%. Además, la configuración óptima de llenado de la máquina al iniciar el proceso de envasado podría establecerse de dos formas; para un valor de cambio ( $\delta$ ) de 2.0 ( $\mu_1 = \mu - 2\sigma$ ,  $\mu_2 = \mu$  y  $\mu_3 = \mu + 2\sigma$ ) o 2.5 ( $\mu_1 = \mu - 2.5\sigma$ ,  $\mu_2 = \mu$  y  $\mu_3 = \mu + 2.5\sigma$ ).
2. Los resultados muestran que los factores considerados logran explicar la variabilidad del proceso en un 99.17% (R-cuadrado). Además, similar a las conclusiones del Capítulo 4, el peso objetivo ( $T$ ) no influye en la variabilidad del proceso de envasado. También notamos como el factor coeficiente esperado de variación del paquete ( $CV$ ) solo influye individualmente y no mediante sus interacciones.
3. La configuración de operación óptima establecida para el proceso de pesaje multicabezal es confirmada mediante el análisis de residuos siguiendo la metodología propuesta por Zúnica y Romero (1988). Esta condición óptima para el proceso evidencia que niveles de ciertos factores son estadísticamente equivalentes en la reducción de la variabilidad. Por lo que, el usuario de la pesadora multicabezal puede ajustar la configuración de la máquina según sus preferencias.

### **8.5. Gráfico de control modificado para el monitoreo del proceso de pesaje multicabezal**

Los gráficos de control modificado  $\bar{x}$  son utilizados en condiciones en donde el proceso de producción es suficientemente capaz de cumplir con las especificaciones reglamentarias o del consumidor, esto es, con capacidad seis-sigma, y los costes de identificar y corregir causas especiales son mucho más altos que los de productos fuera de las especificaciones. Estos gráficos

permiten a la media del proceso variar en un intervalo, a la vez que garantiza una probabilidad de producto no conforme aceptablemente pequeña.

En el diseño del gráfico modificado se asegura que la fracción no conforme del proceso sea menor a un umbral conocido como  $\phi$ . Por lo tanto, para establecer los límites de control modificados y el intervalo en el que la media del proceso puede variar, el valor  $\phi$  debe ser establecido previamente con el valor más bajo posible.

En el Capítulo 7 fueron diseñados los gráficos de control modificados para el monitoreo del proceso de pesaje multicabezal. Los gráficos se establecieron luego de fijar las condiciones óptimas de operación para los enfoques monoobjetivo y multiobjetivo halladas en los capítulos 4 y 6, respectivamente.

Las conclusiones del Capítulo 7 se enumeran a continuación:

1. Se logró establecer los gráficos de control modificados para el proceso de pesaje multicabezal asegurando una fracción de productos no conformes ( $\phi$ ) de a lo sumo 0.0001. Los gráficos fueron establecidos para las estrategias de optimización S1 y S2, las cuales ofrecieron los mejores rendimientos bajo los enfoques monoobjetivo y multiobjetivo, respectivamente.
2. Los límites modificados establecidos y la buena capacidad del proceso aseguran el cumplimiento de los límites de especificación fijados por la normativa, incluso en productos con alta variabilidad. Además, se asegura la disminución de los costes relacionados con la identificación y la ejecución de acciones correctivas; asumiendo que estos costes son mucho mayor que los costes de productos no conforme y que el peso total del paquete producido es aceptable siempre que se encuentre dentro de los límites de especificación.

## 8.6. Futuras investigaciones

Como futuras trabajos de investigación que se desprenden de la presente tesis doctoral proponemos:

- Generalizar el enfoque de optimización propuesto para incluir otros objetivos de carácter económico en un entorno real, por ejemplo, los costos de envasado de los productos, el costo de rechazo y el costo de reproceso de un paquete "no conforme".
- Emplear el enfoque de optimización propuesto para sistemas de dosificación de doble capa y sistemas de envasado doble en pesadoras multicabezales.

- Profundizar en el diseño de un gráfico de control óptimo para el contenido efectivo de los paquetes producidos en situaciones donde el peso total sea mayor o igual al peso objetivo.
- Emplear distintas técnicas de optimización multiobjetivo para la optimización del proceso de pesaje multicabezal, incluyendo su aplicación en distintos sistemas de envasado.

## **8.7. Difusión de resultados**

### **8.7.1. *Revistas de alto impacto indexadas en Journal Citation Reports (JCR)***

- García-Díaz, J.C.; Pulido-Rojano, A.; Giner-Bosch, V. (2016). Biobjective optimization of a multihead weighing process. *European Journal of Industrial Engineering*. (Paper in second review).
- García-Díaz, J.C.; Pulido-Rojano, A. (2016). New optimization strategies for multihead weighing process. *European Journal of Operational Research*. (Submitted).
- García-Díaz, J.C.; Pulido-Rojano, A. (2016). Models and optimization algorithms for multihead weighing process. *Optimization Methods and Software*. (Submitted).

### **8.7.2. *Revistas de reconocido prestigio a nivel internacional***

- García-Díaz, J.C.; and Pulido-Rojano, A. Monitoring and control of the multihead weighing process through a modified control chart. *DYNA*. (Accepted – to appear in 2017).

### **8.7.3. *Participaciones en congresos nacionales e internacionales***

- Pulido-Rojano, A.; García-Díaz, J.C. Optimization of multihead weighing process using the Taguchi loss function. *Proceedings of IIE CIO-ICIEOM-IIE-AIM*. Málaga, Spain, 2014; pp. 305-312.
- Pulido-Rojano, A.; García-Díaz, J.C. Optimization of a weighting algorithm for multihead weighers. *XVII Latin-Iberian-American Conference on Operations Research (CLAIO)*. Monterrey, Mexico, 2014; pp. 30.
- García-Díaz, J.C.; Pulido-Rojano, A. A set of strategies to optimize the packaging process in multihead weighers. *Proceedings of the conference of the Spanish Society of Statistics and Operations Research (SEIO 2015)*. Pamplona, Spain, 2015; pp. 55.
- Pulido-Rojano, A.; García-Díaz, J.C.; Giner-Bosch, V. A multiobjective approach for optimization of the multihead weighing process. In *The Road Ahead: Understanding Challenges and Grasping Opportunities in*

Industrial and Systems Engineering. Framinan JM, Perez P, Artiba A (eds). IEEE: Spain, 2015; p. 67.

- Pulido-Rojano, A.; García-Díaz, J.C. Analysis of the Filling Setting in the Multihead Weighing Process. Proceedings of the International Joint Conference - CIO-ICIEOM-IIE-AIM (IJC 2016). San Sebastián, Spain, 2016; pp. 521 - 528.
- Pulido-Rojano, A. Optimization of the packaging process in multihead weighers. Primer congreso de estudiantes de Predoc. Universidad de Valencia, España, 2016; pp. 19.
- Pulido-Rojano, A.; García-Díaz, J.C. A modified control chart for monitoring the multihead weighing process. Proceedings of COMPSTAT 2016 - The 22nd International Conference on Computational Statistics. Universidad de Oviedo, Oviedo, Spain, 2016; pp. 149-157.
- García-Díaz, JC.; Pulido-Rojano, A.; Giner-Bosch, V. Improvement of process quality and sensory quality of food packaged in a multihead weighers process using multiobjective optimization. XXXVI Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa y de las X Jornadas de Estadística Pública. Toledo, España, 2016. DOI: [http://dx.doi.org/10.18239/jor\\_07.2016](http://dx.doi.org/10.18239/jor_07.2016).



## Referencias

- Aksoy, B.; Orbak, Â. (2009). Reducing the quantity of reworked parts in a robotic arc welding process. *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 25(No. 4), pp. 495–512.
- Anand, J. (2003). *Statistical Methods for Six Sigma: In R&D and Manufacturing*. New York: John Wiley & Sons.
- Anderson, D.; Sweeney, D.; Williams, T.; Camm, J.; Martin, K. (2011). *Metodos cuantitativos para los negocios* (Vol. 11). México D.F.: Cengage Learning.
- Barreiro, J.; González, C.; Salicrú, M. (June de 1998). Optimization of Multiweighing packing proceedings. *Top*, Vol. 6 (No. 1), pp. 37-44.
- Beretta, A. (21 de 12 de 2010). RSM procedure for the configuration of a multihead weighing machine. Milano, Lombardia, Italy. Obtenido de politesi: <http://hdl.handle.net/10589/10621>
- Beretta, A.; Semeraro, Q. (2012). On a RSM approach to the multihead weigher configuration. *ASME 2012 Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis* (págs. pp. 1-9). Nantes: ASME.
- Beretta, A.; Semeraro, Q.; del Castillo, E. (2016). On the Multihead Weigher Machine Setup Problem. *Packaging Technology and Science*, Vol. 29(No. 3), pp. 175–188.
- Blum, C.; Roli, A. (September de 2003). Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison. *ACM Computing Surveys*, pp. 268-308 .

## Referencias

- Blum, C.; Blesa-Aguilera, M. J.; Roli, A.; Sampels, M. (2008). *Hybrid Metaheuristics: An Emerging Approach to Optimization*. Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Box, G. (1988). Studies in Quality Improvement: Signal to Noise Ratios, Performance Criteria, and Transformations (with discussion). *Technometrics*, pp. 1- 40.
- Box, G.; Cox, D. (1964). An analysis of transformations. *Journal of the Royal Statistical Society, Vol. 26*(No. 2), pp. 211-252.
- Box, G.; Meyer, R. (1986). Dispersion Effects From Fractional Designs. *Technometrics, Vol. 28*(No. 1), pp. 19-27.
- Branke, J.; Deb, K.; Miettinen, K.; Słowiński, R. (2008). *Multiobjective Optimization: Interactive and Evolutionary Approaches*. Berlin: Springer.
- Breyfogle, F. (2003). *Implementing Six Sigma: Smarter Solution Using Statistical Methods* (2nd ed.). New York: John Wiley & Sons.
- Coello Coello, C. (1999). A comprehensive survey of evolutionary-based multiobjective optimizations techniques. *Knowledge and Information Systems, vol. 1*(3), pp. 269–308.
- Collette, Y.; Siarry, P. (2013). *Multiobjective optimization: principles and case studies*. Berlin: Springer Science & Business Media.
- Cook, R.; Weisberg, S. (1982). *Residuals and influence in regression*. New York: Chapman and Hall.
- Cook, W.; Cunningham, W.; Pulleyblank, W.; Schrijver, A. (1998). *Combinatorial Optimization*. New York, United states of america: John Wiley & Sons, INC.
- Dabade, B.; Ray, P. (1996). Quality engineering for continuous performance improvement in products and processes: A review and reflections. *Quality and Reliability Engineering International* , 12, pp. 173–189.
- del Castillo, E.; Beretta, A.; Semeraro, Q. (2016). Optimal setup of a multihead weighing machine. *European Journal of Operational Research*. doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2016.10.017>
- Deming, W. (1982). *Quality, Productivity, and Competitive Position*. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology.
- Desai, D.; Kotadiya, P.; Makwana, N.; Patel, S. (2015). Curbing variations in packaging process through Six Sigma way in a large-scale food-processing industry. *Journal of Industrial Engineering International, Vol. 11*(No. 1), pp. 119-129.

- Dora, M.; Gellynck, X. (2015). Lean Six Sigma Implementation in a Food Processing SME: A Case Study. *Quality and Reliability Engineering International*, Vol 31(No. 7), pp. 1151–1159.
- Duarte Muñoz, A.; Pantrigo Fernández, J.J.; Gallego Carrillo, M. (2007). *Metahuerísticas*. Madrid, España: DYKINSON, S.L.
- Duncan, A. (1986). *Quality control and industrial statistics*. Illinois: Irwin.
- Ehrgott, M. (2005). *Multicriteria Optimization*. Berlin: Springer.
- European Union law. (19 de 12 de 1974). *EUR-Lex*. Visitado el 17 de 11 de 2013, de 75/106/CEE: <http://eur-lex.europa.eu/legal-content/ES/TXT/PDF/?uri=CELEX:31975L0106&from=ES>
- European Union law. (20 de 01 de 1976). *EUR-lex*. Visitado el 01 de 12 de 2013, de 76/211/CEE: <http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=CONSLEG:1976L0211:20090411:ES:PDF>
- European Union law. (28 de 09 de 1978). *EUR-Lex*. Visitado el 17 de 01 de 2014, de 78/891/CEE: <http://eur-lex.europa.eu/legal-content/ES/TXT/PDF/?uri=CELEX:31978L0891>
- European Union law. (23 de 11 de 1979). *EUR-Lex*. Visitado el 21 de 12 de 2013, de 79/1005/CEE: <http://eur-lex.europa.eu/legal-content/ES/TXT/PDF/?uri=CELEX:31979L1005&from=ES>
- European Union law. (5 de 09 de 2007). *EUR-Lex*. Visitado el 13 de 11 de 2013, de 2007/45/CEE: <http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:L:2007:247:0017:0020:ES:PDF>
- Fletcher, R. (1987). *Practical methods of optimization*. New York: John Wiley & Sons, Ltd.
- García-Díaz, J.C. (2001). *Control estadístico de líneas de envasado. Alimentación: equipos y tecnologías*, No. 163. pp. 99 - 103.
- Garey, M.; Johnson, D. (1979). *Computers and Intractability: A guide to the Theory of NP-Completeness*. New York: W. H. Freeman and Company.
- Gijo, E. (2005). Improving process capability of manufacturing process by application of statistical techniques. *Quality Engineering*, Vol. 17(No. 2), pp. 309-315.
- Gijo, E.; Scaria, J. (2014). Process improvement through Six Sigma with Beta correction: a case study of manufacturing company. *The International*

## Referencias

- Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 71(No. 1), pp. 717-730.
- Gijo, E.; Scaria, J.; Antony, J. (2011). Application of six sigma methodology to reduce defects of a grinding process. *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 27(No. 8), pp. 1221–1234.
- Grant, E.; Leavenworth, R. (1996). *Statistical Quality Control*. New York: McGraw-Hill.
- Guerra Sánchez de la Nieta, A. (25 de 08 de 2011). *Universidad de la Rioja*. Visitado el 14 de 02 de 2014, de [www.unirioja.es: http://biblioteca.unirioja.es/tfe\\_e/TFE000098.pdf](http://biblioteca.unirioja.es/tfe_e/TFE000098.pdf)
- Hillier, F.; Lieberman, G. (2010). *Introducción a la investigación de operaciones*. México: McGraw-Hill.
- Imahori, S.; Karuno, Y.; Nagamochi, H.; Wang, X. (June de 2011). Kansei engineering humans and computers: Efficient dynamic programming algorithms for combinatorial food packing problems. *Int. J. Biom.*, vol. 3(3), pp. 228-245.
- Imahori, S.; Karuno, Y.; Nishizaki, R.; Yoshimoto, Y. (2012). Duplex and Quasi-Duplex Operations in Automated Food Packing Systems. *International Symposium on System Integration (SII)* (págs. pp. 810-815). Fukuoka, Japan: IEEE/SICE .
- Inciolli, S. (25 de 07 de 2012). Configuration of a multihead weigher. Milano, Lombardía, Italy. Obtenido de <http://hdl.handle.net/10589/57104>
- Industrias Ailén S.R.L. (01 de 12 de 2009). *Vescovo - Sistema de envasado*. Visitado el 21 de 09 de 2015, de *Vescovo - Sistema de envasado*: <http://www.vescovoweb.com>
- Jaimes, A.; Coello Coello, C. (2008). Multi-Objective Evolutionary Algorithms: A Review of the State-of-the-Art and some of their Applications in Chemical Engineering. En G. Rangaiah, *Multi-Objective Optimization. Techniques and Applications in Chemical Engineering* (págs. pp. 61-90). Singapore: World Scientific.
- Karp, R. (1972). Reducibility Among Combinatorial Problems. (R. Miller, y J. Thatcher, Edits.) *Complexity of Computer Computations*, pp. 85–103.
- Karuno, Y.; Tateishi, K. (2014). Improved Heuristics with data rounding for combinatorial food packing problems. *IEEE 2014 7th international conference on service-oriented computing and applications* (págs. pp. 81-88). Matsue, Japan. : IEEE.

- Karuno, Y.; Nagamochi, H.; Wang, X. (December de 2007). Bi-criteria food packing by dynamic programming. *J. Oper. Res. Soc. Jpn.*, vol. 50(4), pp. 376-389.
- Karuno, Y.; Nagamochi, H.; Wang, X. (June de 2010). Optimization Problems and Algorithms in Double-layered Food Packing Systems. *J. Adv. Mech. Des. Syst. Manuf.*, vol. 4 (3), pp. 605-615.
- Karuno, Y.; Takahashi, K.; Yamada, A. (March de 2013). Dynamic Programming Algorithms with data rounding for combinatorial food packing problems. *J. Adv. Mech. Des. Syst. Manuf.*, vol. 7(2), pp. 233-243.
- Keraita, J.; Kim, K.-H. (2006). A study on the optimum scheme for determination of operation time of line feeders in automatic combination weighers. *KSME Int. J.*, Vol. 20(No. 10), pp. 1567-1575.
- Keraita, J.; Kim, K.-H. (January de 2007). A Weighing Algorithm for Multihead Weighers. *Int. J. Precis. Eng. Manuf.*, vol. 8(1), pp. 21-26.
- Kumar, M.; Antony, J.; Antony, F.; Madu, C. (2007). Winning customer loyalty in an automotive company through Six Sigma: a case study. *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 23(No. 7), pp. 849–866.
- Lawler, E. (1976). *Combinatorial Optimization: Networks and Matroids*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Lee, J. (2004). *A First Course in Combinatorial Optimization*. New York: Cambridge University Press.
- Liao, C.-N.; Kao, H.-P. (2010). Supplier selection model using Taguchi loss function, analytical hierarchy process and multi-choice goal programming. *Computers & Industrial Engineering*, vol. 58(4), pp. 571 – 577. doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2009.12.004>
- Liu, S.; Papageorgiou, L. (2013). Multiobjective optimisation of production, distribution and capacity planning of global supply chains in the process industry. *Omega*, Vol. 41 (No. 2), pp. 369–382.
- Marler, R.; Arora, J. (2004). Survey of multi-objective optimization methods for engineering. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 26, pp. 369-395.
- Marler, T. (2009). *Multi-Objective Optimization: Concepts and Methods for Engineering*. Saarbrücken: VDM Verlag.
- Michalewicz, Z.; Fogel, D. (2004). *How to Solve It: Modern Heuristics* (2nd ed. ed.). Berlin: Springer Science & Business Media.

## Referencias

- Miettinen, K. (1999). *Nonlinear Multiobjective Optimization*. Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Ministerio de Agricultura, Alimentación y Medio Ambiente, España. (18 de 05 de 2016). *MAFE*. Visitado el 19 de 06 de 2016, de Informe Anual de la Industria Alimentaria Española 2014-2015: [http://www.mapama.gob.es/es/alimentacion/temas/industria-agroalimentaria/\\_informeanualindustriaalimentaria2014-2015\\_tcm7-421229.pdf](http://www.mapama.gob.es/es/alimentacion/temas/industria-agroalimentaria/_informeanualindustriaalimentaria2014-2015_tcm7-421229.pdf)
- Ministerio de la Presidencia. (20 de 09 de 1983). *Real Decreto 2506/1983 - BOE.es*. Visitado el 14 de 05 de 2014, de Real Decreto 2506/1983 - BOE.es: <https://www.boe.es/boe/dias/1983/09/20/pdfs/A25793-25796.pdf>
- Ministerio de la Presidencia. (08 de 07 de 1988). *Real Decreto 723/1988 - BOE.es*. Visitado el 02 de 12 de 2013, de Real Decreto 723/1988 - BOE.es: <https://www.boe.es/boe/dias/1988/07/08/pdfs/A21157-21160.pdf>
- Ministerio de la Presidencia. (11 de 04 de 2009). *Real Decreto 1801/2008 - BOE.es*. Visitado el 20 de 11 de 2013, de Real Decreto 1801/2008 - BOE.es: <https://www.boe.es/boe/dias/2008/11/04/pdfs/A43706-43712.pdf>
- Montgomery, D. (2001). *Introduction to statistical quality control*. New York: John Wiley.
- Montgomery, D. (2009). *Design and Analysis of Experiments* (7th Edn ed.). New York: John Wiley & Sons.
- Montgomery, D. (2009). *Statistical Quality Control* (6th Edn ed.). New York: John Wiley & Sons.
- Montgomery, D. (2013). *Design and Analysis of Experiments* (8va. ed.). John Wiley & Sons.
- Navidi, W. (2011). *Statistics for Engineers and Scientists* (3a Ed. ed.). New York, EE.UU.: McGraw-Hill.
- Nemhauser, G.; Wolsey, L. (1988). *Integer and Combinatorial Optimization*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Papadimitriou, C. H.; Steiglitz, K. (1998). *Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity*. Nueva York, United States: Dover Publications.
- Pareto, V. (1896). *Cours d'Économie Politique* (Vol. 1). Paris, France.: F. Rouge.

- Philip, J. (02 de 1972). Algorithms for the vector maximization problem. *Mathematical Programming*, vol. 2(1), pp. 207-229.
- Pyzdek, T.; Keller, P. (2014). *The Six Sigma Handbook* (4th edn ed.). Nueva York: McGraw-Hill Education.
- Rangaiah, G.; Bonilla-Petriciolet, A. (2013). *Multi-Objective Optimization in Chemical Engineering: Developments and Applications*. Nueva York: John Wiley & Sons.
- Romero Villafranca, R.; Zúñica Ramajo, L. (2013). *Métodos estadísticos para ingenieros*. Valencia, España: Universitat Politècnica de València.
- Romero Villafranca, R.; Zúñica Ramajo, L. R. (2005). *Métodos estadístico en Ingeniería*. Valencia, España: Valencia: Universitat Politècnica.
- Romero, C.; Rehman, T. (1985). Goal Programming and Multiple Criteria Decision-Making in Farm Planning: Some Extensions. *Journal of Agricultural Economics*, vol. 36(2), pp. 171 - 185. doi:DOI: 10.1111/j.1477-9552.1985.tb00164.x
- Romero, C.; Rehman, T. (1986). La programación multiobjetivo y la planificación agraria: algunas consideraciones teóricas. *Agricultura y sociedad*, pp. 9-35.
- Ross, P. (1996). *Taguchi Techniques for Quality Engineering: Loss Function, Orthogonal Experiments, Parameter and Tolerance Design* (2nd ed.). New York: McGraw-Hill.
- Salicrú, M.; González, C.; Barreiro, J. (December de 1996). Variability reduction with multiweighing proceedings. *Top*, Vol. 4(No. 2), pp. 319-329.
- Sauers, D. (1999). Using the Taguchi loss function to reduce common-cause variation. *Quality Engineering*, vol. 12(2), pp. 245-252. doi:DOI:10.1080/08982119908962581
- Seng, C.; Rangaiah, G. (2009). Multi-objective optimization in food engineering. En F. Erdogdu, *Optimization in Food Engineering* (págs. pp. 153- 176). Londres: Taylor and Francis/CRC Press.
- Srinivas, N.; Deb, K. (1994). Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms. *Evolutionary Computation*, Vol. 2(3), PP. 221–248.
- Taguchi, G. (1990). *Introduction to Quality Engineering*. Tokyo: Asian Productivity Organization.
- Taha, H. (2012). *Investigación de operaciones* (Novena ed.). México: Pearson Education, Inc.

## Referencias

- The Institute of Measurement and Control. (01 de October de 2010). *A Guide to Dynamic Weighing for Industry*. Visitado el 03 de 05 de 2014, de A Guide to Dynamic Weighing for Industry: [http://www.npl.co.uk/upload/pdf/wfmp1010\\_1.pdf](http://www.npl.co.uk/upload/pdf/wfmp1010_1.pdf)
- Union Kehlibar Ltd. (10 de 01 de 1995). *Union Kehlibar*. Visitado el 14 de 07 de 2015, de Union Kehlibar: [www.multihead-bg.com](http://www.multihead-bg.com)
- Universidad Nacional de Colombia. (01 de 01 de 2014). *Universidad Nacional de Colombia*. Obtenido de Universidad Nacional de Colombia: <http://www.unalmed.edu.co/~jarueda/PDE.pdf>
- Yu, P.L. (01 de 1973). A class of solutions for group decision problems. *Management Science*, vol. 19(8), pp. 936-946.
- Zavala, G.; Nebro, A.; Luna, F.; Coello Coello, C. (2014). A survey of multi-objective metaheuristics applied to structural optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 49 (No. 4), pp. 537–558.
- Zeleny, M. (1973). Compromise Programming. En J. Cochrane, & M. Zeleny, *Multiple Criteria Decision Making* (págs. 262 – 301). Columbia: University of South Carolina Press.
- Zeleny, M. (12 de 1974). A concept of compromise solutions and the method of the displaced ideal. *Computers & Operations Research*, vol. 1, pp. 479 – 496.
- Zúnica, L.; Romero, R. (1988). Un modelo para el estudio de efectos sobre la dispersión en ausencias de replicaciones. *Estadística Española*(No. 116), pp. 55-74.

*Anexos*

**A**nexos



**Anexo A – Código fuente en lenguaje Pascal del software desarrollado bajo un enfoque monoobjetivo para el proceso de pesaje multicabezal cuando son combinadas 5 tolvas de pesaje.**

- **Código fuente para 5 tolvas combinadas en estrategia S1**

```
unit Unit1;
{$mode objfpc}{$H+}
interface
uses
    Classes, SysUtils, FileUtil, Forms, Controls, Graphics, Dialogs, StdCtrls,
    ExtCtrls, Menus, math;
type
    { TForm1 }

TForm1 = class(TForm)
    Calculate: TButton;
    Cerrar: TButton;
    eh: TEdit;
    eshift6: TEdit;
    esigma6: TEdit;
    emean6: TEdit;
    eg: TEdit;
    eshift5: TEdit;
    esigma5: TEdit;
    emean5: TEdit;
    ez: TEdit;
    eshift4: TEdit;
    esigma4: TEdit;
    emean4: TEdit;
    ey: TEdit;
```

*Anexos*

ex: TEdit;  
ew: TEdit;  
eshift3: TEdit;  
esigma3: TEdit;  
emean3: TEdit;  
eshift2: TEdit;  
esigma2: TEdit;  
emean2: TEdit;  
evn: TEdit;  
eiterations: TEdit;  
emean1: TEdit;  
esigma1: TEdit;  
eshift1: TEdit;  
en: TEdit;  
Label1: TLabel;  
Label10: TLabel;  
Label11: TLabel;  
Label12: TLabel;  
Label13: TLabel;  
Label14: TLabel;  
Label15: TLabel;  
Label16: TLabel;  
Label17: TLabel;  
Label18: TLabel;  
Label19: TLabel;  
Label2: TLabel;  
Label20: TLabel;  
Label21: TLabel;  
Label22: TLabel;

```
Label23: TLabel;  
Label24: TLabel;  
Label25: TLabel;  
Label26: TLabel;  
Label27: TLabel;  
Label28: TLabel;  
Label29: TLabel;  
Label3: TLabel;  
Label30: TLabel;  
Label31: TLabel;  
Label32: TLabel;  
Label33: TLabel;  
Label34: TLabel;  
Label35: TLabel;  
Label4: TLabel;  
Label5: TLabel;  
Label6: TLabel;  
Label7: TLabel;  
Label8: TLabel;  
Label9: TLabel;  
Memo1: TMemo;  
Memo2: TMemo;  
Memo3: TMemo;  
Memo4: TMemo;  
procedure calculateClick(Sender: TObject);  
procedure cerrarClick(Sender: TObject);
```

```
private  
{ private declarations }
```

Anexos

```
public
  { public declarations }
end;
const
  nmax = 100; // esto hace que el n maximo sea nmax
var
  Form1: TForm1;
  PPTolva,      Desvstd,
  Promedio,PDD,P1,P2,P3,P4,P5,P6,P7,P8,P9,P10,P11,P12,P13,P14,P15,P16,
  muestra, mean1, sigma1, shift1,mean2, sigma2, shift2,mean3, sigma3,
  shift3,mean4, sigma4, shift4, mean5, sigma5, shift5, mean6, sigma6, shift6, VN,
  Tolerancia: Real;

  Cont,n,w,x,y,z,g,h: Integer;
  iterations: longint;
  Valor: array of Real;
  Desviacion: array of Real;

implementation
{$R *.lfm}
{ TForm1 }
procedure TForm1.cerrarClick(Sender: TObject);
begin
  application.Terminate;
end;

//*****
procedure leer_entrada;
begin
  decimalseparator := '.';
  mean1 := StrtoFloat(form1.emean1.text);
```

```
sigma1 := StrtoFloat(form1.esigma1.text);
shift1 := StrtoFloat(form1.eshift1.text);
mean2 := StrtoFloat(form1.emean2.text);
sigma2 := StrtoFloat(form1.esigma2.text);
shift2 := StrtoFloat(form1.eshift2.text);
mean3 := StrtoFloat(form1.emean3.text);
sigma3 := StrtoFloat(form1.esigma3.text);
shift3 := StrtoFloat(form1.eshift3.text);
mean4 := StrtoFloat(form1.emean4.text);
sigma4 := StrtoFloat(form1.esigma4.text);
shift4 := StrtoFloat(form1.eshift4.text);
mean5 := StrtoFloat(form1.emean5.text);
sigma5 := StrtoFloat(form1.esigma5.text);
shift5 := StrtoFloat(form1.eshift5.text);
mean6 := StrtoFloat(form1.emean6.text);
sigma6 := StrtoFloat(form1.esigma6.text);
shift6 := StrtoFloat(form1.eshift6.text);
n:= Strtolnt (form1.en.text);
w:= Strtolnt (form1.ew.text);
x:= Strtolnt (form1.ex.text);
y:= Strtolnt (form1.ey.text);
z:= Strtolnt (form1.ez.text);
g:= Strtolnt (form1.eg.text);
h:= Strtolnt (form1.eh.text);
VN:= StrtoFloat(form1.evn.Text);
iterations:= Strtolnt(form1.eiterations.text);
end;
```

```
//*****
```

## Anexos

```
function Muestras (mean1, sigma1, shift1, mean2, sigma2, shift2, mean3,
sigma3, shift3,mean4, sigma4, shift4, mean5, sigma5, shift5, mean6, sigma6,
shift6, VN :Real; w,x,y,z,g,h,n,iterations :Integer): Real;
```

```
var
```

```
Sumavalor, sumavector, VA, Desv, Diferencia: Real;
```

```
SumaVectorPmaxTolva,MayorPmax, CPT, k, SumaVectorPrioridad,
Carga,DD,Con1,Con2,Con3,Con4,Con5,Con6,Con7,Con8,Con9,Con10,Con11,
Con12,Con13,Con14,Con15,Con16,Dato, Exit, ii, jj, ll, mm,pp,i, j, l, m,p: Integer;
```

```
Vector: array[1..nmax] of Real;
```

```
VectorDatos: array of Real;
```

```
VectorPrioridad: array[1..nmax] of Integer;
```

```
VectorPmaxTolva: array of Integer;
```

```
Begin
```

```
SetLength(Valor,iterations+1);
```

```
SetLength(Desviacion,iterations+1);
```

```
SetLength(VectorDatos,n+1);
```

```
SetLength(VectorPmaxTolva,iterations+1);
```

```
SumaVectorPmaxTolva:=0;
```

```
CPT:=1;
```

```
MayorPmax:=0;
```

```
Sumavalor:=0;
```

```
Desv:=0;
```

```
sumavector:=0;
```

```
Diferencia:=0;
```

```
Exit:=0;
```

```
Cont:=1;
```

```
DD:=0;
```

```
Carga:=0;
```

```
Dato:=1;
```

```
Con1:=0;  
Con2:=0;  
Con3:=0;  
Con4:=0;  
Con5:=0;  
Con6:=0;  
Con7:=0;  
Con8:=0;  
Con9:=0;  
Con10:=0;  
Con11:=0;  
Con12:=0;  
Con13:=0;  
Con14:=0;  
Con15:=0;  
Con16:=0;
```

```
    for i:= 1 to w do  
    Begin  
        Vector[i]:= randg(mean1, sigma1) + shift1;  
        VectorDatos[Dato]:= Vector[i];  
        Dato:= Dato +1;  
    End;
```

```
    for i:= 1 to x do  
    Begin  
        Vector[i]:= randg(mean2, sigma2) + shift2;  
        VectorDatos[Dato]:= Vector[i];  
        Dato:= Dato +1;
```

Anexos

End;

for i:= 1 to y do

Begin

Vector[i]:= randg(mean3, sigma3) + shift3;

VectorDatos[Dato]:= Vector[i];

Dato:= Dato +1;

End;

for i:= 1 to z do

Begin

Vector[i]:= randg(mean4, sigma4) + shift4;

VectorDatos[Dato]:= Vector[i];

Dato:= Dato +1;

End;

for i:= 1 to g do

Begin

Vector[i]:= randg(mean5, sigma5) + shift5;

VectorDatos[Dato]:= Vector[i];

Dato:= Dato +1;

End;

for i:= 1 to h do

Begin

Vector[i]:= randg(mean6, sigma6) + shift6;

VectorDatos[Dato]:= Vector[i];

Dato:= Dato +1;

End;



## Anexos

```
for i:= w+x+y+1 to w+x+y+z do
if VectorDatos[i] = 0 then
begin
VectorDatos[i]:= randg(mean4, sigma4) + shift4;
end;
```

```
for i:= w+x+y+z+1 to w+x+y+z+g do
if VectorDatos[i] = 0 then
begin
VectorDatos[i]:= randg(mean5, sigma5) + shift5;
end;
```

```
for i:= w+x+y+z+g+1 to w+x+y+z+g+h do
if VectorDatos[i] = 0 then
begin
VectorDatos[i]:= randg(mean6, sigma6) + shift6;
end;
```

```
for i:= 1 to n do
begin
VectorPrioridad[i]:= VectorPrioridad[i]+ 1;
end;
```

```
for i:= 1 to n do
begin
if MayorPmax<VectorPrioridad[i] then
begin
MayorPmax:=VectorPrioridad[i];
end;
end;
```

```
////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////
```

```

for i:= 1 to (n-(5-1)) do
  Begin
    for j:= i + 1 to (n - (5-2)) do
      Begin
        for l:= j + 1 to (n - (5-3)) do
          Begin
            for m:= l + 1 to (n - (5-4)) do
              Begin
                for p:= m + 1 to (n - (5-5)) do
                  Begin
                    sumavector:= VectorDatos[i] + VectorDatos[j] + VectorDatos[l]+
                    VectorDatos[m]+ VectorDatos[p];
                    Diferencia:= Abs(sumavector - VN);
                    if muestra = 0 then
                      begin
                        VA:= Diferencia;
                        muestra:= sumavector;
                        Desv:= muestra - VN;
                        ii:= i;
                        jj:= j;
                        ll:= l;
                        mm:= m;
                        pp:= p;
                      end;

                    if muestra > 0 then
                      begin
                        if Diferencia <= VA then

```

```
begin
  VA:= Diferencia;
  muestra:= sumavector;
  Desv:= muestra - VN;
  ii:= i;
  jj:= j;
  ll:= l;
  mm:= m;
  pp:= p;
  sumavector:=0;
end;
end;
end;
end;
End;
End;
End;

if (ii = 1) or (jj = 1) or (ll = 1) or (mm = 1) or (pp = 1) then
  Con1:= Con1 + 1;
if (ii = 2) or (jj = 2) or (ll = 2) or (mm = 2) or (pp = 2) then
  Con2:= Con2 + 1;
if (ii = 3) or (jj = 3) or (ll = 3) or (mm = 3) or (pp = 3) then
  Con3:= Con3 + 1;
if (ii = 4) or (jj = 4) or (ll = 4) or (mm = 4) or (pp = 4) then
  Con4:= Con4 + 1;
if (ii = 5) or (jj = 5) or (ll = 5) or (mm = 5) or (pp = 5) then
  Con5:= Con5 + 1;
if (ii = 6) or (jj = 6) or (ll = 6) or (mm = 6) or (pp = 6) then
```

```

Con6:= Con6 + 1;
if (ii = 7) or (jj = 7) or (ll = 7) or (mm = 7) or (pp = 7) then
  Con7:= Con7 + 1;
if (ii = 8) or (jj = 8) or (ll = 8) or (mm = 8) or (pp = 8) then
  Con8:= Con8 + 1;
if (ii = 9) or (jj = 9) or (ll = 9) or (mm = 9) or (pp = 9) then
  Con9:= Con9 + 1;
if (ii = 10) or (jj = 10) or (ll = 10) or (mm = 10) or (pp = 10) then
  Con10:= Con10 + 1;
if (ii = 11) or (jj = 11) or (ll = 11) or (mm = 11) or (pp = 11) then
  Con11:= Con11 + 1;
if (ii = 12) or (jj = 12) or (ll = 12) or (mm = 12) or (pp = 12) then
  Con12:= Con12 + 1;
if (ii = 13) or (jj = 13) or (ll = 13) or (mm = 13) or (pp = 13) then
  Con13:= Con13 + 1;
if (ii = 14) or (jj = 14) or (ll = 14) or (mm = 14) or (pp = 14) then
  Con14:= Con14 + 1;
if (ii = 15) or (jj = 15) or (ll = 15) or (mm = 15) or (pp = 15) then
  Con15:= Con15 + 1;
if (ii = 16) or (jj = 16) or (ll = 16) or (mm = 16) or (pp = 16) then
  Con16:= Con16 + 1;

if (muestra <= (5*mean3 + (3*(sqrt(5))*sigma3))) and (muestra >=
(5*mean3 - (3*(sqrt(5))*sigma3))) then
  begin
    VectorPmaxTolva[CPT]:= MayorPmax;
    CPT:=CPT+1;
    for k:= 1 to Length(VectorPmaxTolva)-1 do
      begin

```

Anexos

```
        end;
Valor[cont]:= muestra;
Desviacion[cont]:= Desv;
Cont:= Cont + 1;
Exit:= Exit + 1;

VectorDatos[ii]:=0;
VectorDatos[jj]:=0;
VectorDatos[ll]:=0;
VectorDatos[mm]:=0;
VectorDatos[pp]:=0;
VectorPrioridad[ii]= 0;
VectorPrioridad[jj]= 0;
VectorPrioridad[ll]= 0;
VectorPrioridad[mm]= 0;
VectorPrioridad[pp]= 0;
    end;
    if (muestra > (5*mean3 + (3*(sqrt(5))*sigma3))) or (muestra < (5*mean3 -
(3*(sqrt(5))*sigma3))) then
    begin
    DD:=DD+1;
    for i:= 1 to n do
    Begin
    VectorDatos[i]:= 0;
    End;
    end;
Until Exit = iterations;

for i:= 1 to Length(Valor) do
```

```
begin
  Sumavalor+= Valor[i];
end;
Promedio:= Sumavalor/ (Length(Valor)-1);
Desvstd:=StdDev(Desviacion);

for i:= 1 to Length(VectorPmaxTolva)-1 do
begin
  SumaVectorPmaxTolva+= VectorPmaxTolva[i];
end;
PPtolva:= SumaVectorPmaxTolva/(Length(VectorPmaxTolva)-1);

P1 := (Con1 / iterations);
P2 := (Con2 / iterations);
P3 := (Con3 / iterations);
P4 := (Con4 / iterations);
P5 := (Con5 / iterations);
P6 := (Con6 / iterations);
P7 := (Con7 / iterations);
P8 := (Con8 / iterations);
P9 := (Con9 / iterations);
P10 := (Con10 / iterations);
P11 := (Con11 / iterations);
P12 := (Con12 / iterations);
P13 := (Con13 / iterations);
P14 := (Con14 / iterations);
P15 := (Con15 / iterations);
P16 := (Con16 / iterations);
PDD:= ((DD/Carga)*100);
```

```

Anexos

End;
//*****

procedure resultados;
var
    i: integer;
Begin
    for i:= 1 to iterations do
        begin
            form1.Memo1.Lines.Add(FloatToStr(Valor[i]));
            end;
        for i:= 1 to iterations do
            begin
                form1.Memo2.Lines.Add(FloatToStr(Desviacion[i]));
                end;

                form1.Memo3.Lines.Add('Tolva 1 = ' + FloatToStr(P1));
                form1.Memo3.Lines.Add('Tolva 2 = ' + FloatToStr(P2));
                form1.Memo3.Lines.Add('Tolva 3 = ' + FloatToStr(P3));
                form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 4 = ' + FloatToStr(P4));
                form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 5 = ' + FloatToStr(P5));
                form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 6 = ' + FloatToStr(P6));
                form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 7 = ' + FloatToStr(P7));
                form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 8 = ' + FloatToStr(P8));
                form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 9 = ' + FloatToStr(P9));
                form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 10 = ' + FloatToStr(P10));
                form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 11 = ' + FloatToStr(P11));
                form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 12 = ' + FloatToStr(P12));
                form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 13 = ' + FloatToStr(P13));
                form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 14 = ' + FloatToStr(P14));
            end;
        end;
    end;
end;

```

```

form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 15 = '+ FloatToStr(P15));
form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 16 = '+ FloatToStr(P16));
form1.Memo4.Lines.Add('μ_package = '+ FloatToStr(Promedio));
form1.Memo4.Lines.Add('σ_package = '+ FloatToStr(Desvstd));
form1.Memo4.Lines.Add('% Discharge for confidence level = '+
FloatToStr(PDD));
form1.Memo4.Lines.Add('Average priority Maximum / Hopper = '+
FloatToStr(PPtolva));
End;

//*****
procedure TForm1.calculateClick(Sender: TObject);
Begin
leer_entrada;

Muestras (mean1, sigma1, shift1, mean2, sigma2, shift2, mean3, sigma3,
shift3,mean4, sigma4, shift4, mean5, sigma5, shift5, mean6, sigma6, shift6, VN,
w,x,y,z,g,h,n,iterations);

resultados;
End;
//*****
end.

```

**Anexo B – Código fuente en lenguaje Pascal del software desarrollado bajo un enfoque multiobjetivo para el proceso de pesaje multicabezal cuando son combinadas 3 tolvas de pesaje.**

- **Código fuente para 3 tolvas combinadas en estrategia S2**

```
unit Unit1;
{$mode objfpc}{$H+}
interface
uses
    Classes, SysUtils, FileUtil, Forms, Controls, Graphics, Dialogs, StdCtrls,
    ExtCtrls, Menus, math;
type
    { TForm1 }
    TForm1 = class(TForm)
        Calculate: TButton;
        Cerrar: TButton;
        ePmax: TEdit;
        ez: TEdit;
        eshift4: TEdit;
        esigma4: TEdit;
        emean4: TEdit;
        ey: TEdit;
        ex: TEdit;
        ew: TEdit;
        eshift3: TEdit;
        esigma3: TEdit;
        emean3: TEdit;
        eshift2: TEdit;
        esigma2: TEdit;
        emean2: TEdit;
        evn: TEdit;
```

eiterations: TEdit;  
emean1: TEdit;  
esigma1: TEdit;  
eshift1: TEdit;  
en: TEdit;  
Label1: TLabel;  
Label10: TLabel;  
Label11: TLabel;  
Label12: TLabel;  
Label13: TLabel;  
Label14: TLabel;  
Label15: TLabel;  
Label16: TLabel;  
Label17: TLabel;  
Label18: TLabel;  
Label19: TLabel;  
Label2: TLabel;  
Label20: TLabel;  
Label21: TLabel;  
Label22: TLabel;  
Label23: TLabel;  
Label24: TLabel;  
Label25: TLabel;  
Label26: TLabel;  
Label27: TLabel;  
Label28: TLabel;  
Label29: TLabel;  
Label3: TLabel;  
Label4: TLabel;

## Anexos

```
Label5: TLabel;
Label6: TLabel;
Label7: TLabel;
Label8: TLabel;
Label9: TLabel;
Memo1: TMemo;
Memo2: TMemo;
Memo3: TMemo;
Memo4: TMemo;
Memo5: TMemo;
procedure calculateClick(Sender: TObject);
procedure cerrarClick(Sender: TObject);
private
  { private declarations }
public
  { public declarations }
end;
const
  nmax = 100; // esto hace que el n maximo sea nmax
var
  Form1: TForm1;
  PPtolva,                               Desvstd,
  Promedio,PDD,PDDk,P1,P2,P3,P4,P5,P6,P7,P8,P9,P10,P11,P12,P13,P14,P15
  ,P16,muestra, mean1, sigma1, shift1,mean2, sigma2, shift2,mean3, sigma3,
  shift3,mean4, sigma4, shift4, VN, Tolerancia: Real;
  Pmax,Cont,n,w,x,y,z: Integer;
  iterations: longint;
  Valor: array of Real;
  Desviacion: array of Real;
  Ncombinaciones: array of Integer;
```

```
implementation
{$R *.lfm}
{ TForm1 }
procedure TForm1.cerrarClick(Sender: TObject);
begin
  application.Terminate;
end;

//*****
procedure leer_entrada;
begin
  decimalseparator := '.';
  mean1 := StrtoFloat(form1.emean1.text);
  sigma1 := StrtoFloat(form1.esigma1.text);
  shift1 := StrtoFloat(form1.eshift1.text);
  mean2 := StrtoFloat(form1.emean2.text);
  sigma2 := StrtoFloat(form1.esigma2.text);
  shift2 := StrtoFloat(form1.eshift2.text);
  mean3 := StrtoFloat(form1.emean3.text);
  sigma3 := StrtoFloat(form1.esigma3.text);
  shift3 := StrtoFloat(form1.eshift3.text);
  mean4 := StrtoFloat(form1.emean4.text);
  sigma4 := StrtoFloat(form1.esigma4.text);
  shift4 := StrtoFloat(form1.eshift4.text);
  n:= Strtolnt (form1.en.text);
  w:= Strtolnt (form1.ew.text);
  x:= Strtolnt (form1.ex.text);
  y:= Strtolnt (form1.ey.text);
  z:= Strtolnt (form1.ez.text);
```

Anexos

```
VN:= StrtoFloat(form1.evn.Text);  
Pmax:= Strtolnt(form1.ePmax.Text);  
iterations:= Strtolnt(form1.eiterations.text);  
end;
```

```
//*****
```

```
function Muestras (mean1, sigma1, shift1, mean2, sigma2, shift2, mean3,  
sigma3, shift3,mean4, sigma4, shift4, VN :Real; w,x,y,z,n,iterations :Integer):  
Real;
```

```
var
```

```
Sumavalor, sumavector, Dist, Distmin, Desv, Diferencia, VAmin, VAmaz,alfa:  
Real;
```

```
NC,NCR,SumaVectorPmaxTolva,MayorPmax,SumaPrioridadok,  
Controldist,Carga,DD,DDk,Con1,Con2,Con3,Con4,Con5,Con6,Con7,Con8,Con  
9,Con10,Con11,Con12,Con13,Con14,Con15,Con16,Dato,CPT, Exit, ii, jj,ll, i, j,  
l,k,d, SumaVectorPrioridad, VPmax, VPmin: Integer;
```

```
Vector: array[1..nmax] of Real;
```

```
VectorDatos: array of Real;
```

```
VectorPrioridad: array[1..nmax] of Integer;
```

```
VectorPmaxTolva: array of Integer;
```

```
Begin
```

```
SetLength(Valor,iterations+1);
```

```
SetLength(Desviacion,iterations+1);
```

```
SetLength(VectorDatos,n+1);
```

```
SetLength(VectorPmaxTolva,iterations+1);
```

```
SetLength(Ncombinaciones,iterations+1);
```

```
Desv:=0;
```

```
sumavector:=0;
```

```
SumaVectorPmaxTolva:=0;
```

```
Diferencia:=0;
```

Exit:=0;  
Cont:=1;  
CPT:=1;  
DDk:=0;  
DD:=0;  
MayorPmax:=0;  
Carga:=0;  
Dato:=1;  
NC:=1;  
NCR:=0;  
Con1:=0;  
Con2:=0;  
Con3:=0;  
Con4:=0;  
Con5:=0;  
Con6:=0;  
Con7:=0;  
Con8:=0;  
Con9:=0;  
Con10:=0;  
Con11:=0;  
Con12:=0;  
Con13:=0;  
Con14:=0;  
Con15:=0;  
Con16:=0;  
Sumavalor:=0;

*Anexos*

```
for i:= 1 to w do
  Begin
    Vector[i]:= randg(mean1, sigma1) + shift1;
    VectorDatos[Dato]:= Vector[i];
    Dato:= Dato +1;
  End;

for i:= 1 to x do
  Begin
    Vector[i]:= randg(mean2, sigma2) + shift2;
    VectorDatos[Dato]:= Vector[i];
    Dato:= Dato +1;
  End;

for i:= 1 to y do
  Begin
    Vector[i]:= randg(mean3, sigma3) + shift3;
    VectorDatos[Dato]:= Vector[i];
    Dato:= Dato +1;
  End;

for i:= 1 to z do
  Begin
    Vector[i]:= randg(mean4, sigma4) + shift4;
    VectorDatos[Dato]:= Vector[i];
    Dato:= Dato +1;
  End;
```

```
for i:= 1 to n do
begin
VectorPrioridad[i]:= 0;
end;
```

```
////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////
```

```
Repeat
Carga:= Carga + 1;
muestra:=0;
VAmin:=0;
VAmay:=0;
VPmin:=0;
VPmay:=0;
Distmin:=0;
Controldist:=0;
SumaPrioridadok:=0;
MayorPmay:=0;
alfa:=0;
NCR:=0;
```

```
for i:= 1 to w do
if VectorDatos[i] = 0 then
begin
VectorDatos[i]:= randg(mean1, sigma1) + shift1;
end;
```

```
for i:= w+1 to w+x do
if VectorDatos[i] = 0 then
begin
```

## Anexos

```
VectorDatos[i]:= randg(mean2, sigma2) + shift2;  
end;
```

```
for i:= w+x+1 to w+x+y do  
if VectorDatos[i] = 0 then  
begin  
VectorDatos[i]:= randg(mean3, sigma3) + shift3;  
end;
```

```
for i:= w+x+y+1 to w+x+y+z do  
if VectorDatos[i] = 0 then  
begin  
VectorDatos[i]:= randg(mean4, sigma4) + shift4;  
end;
```

```
for i:= 1 to n do  
begin  
VectorPrioridad[i]:= VectorPrioridad[i]+ 1;  
if VectorPrioridad[i] > Pmax then  
begin  
DDk := DDk +1;  
VectorPrioridad[i]:=0;  
VectorDatos[i]:= 0;  
end;  
end;
```

```
for i:= 1 to n do  
begin  
if MayorPmax<VectorPrioridad[i] then
```

```

begin
MayorPmax:=VectorPrioridad[i];
end;
end;

alfa:= (1/(Pmax-MayorPmax+1));

/////////////////////////////////////////////////////////////////
for i:= 1 to (n-(3-1)) do
  Begin
    for j:= i + 1 to (n - (3-2)) do
      Begin
        for l:= j + 1 to (n - (3-3)) do
          Begin
            if (VectorPrioridad[i] > 0) and (VectorPrioridad[j] > 0) and
            (VectorPrioridad[l] > 0) and (VectorDatos[i] >0 )and (VectorDatos[j]> 0) and
            (VectorDatos[l]> 0)then
              begin
                NCR:=NCR+1;
                sumavector:= VectorDatos[i] + VectorDatos[j] + VectorDatos[l];
                SumaVectorPrioridad:= VectorPrioridad[i] + VectorPrioridad[j]+
                VectorPrioridad[l];
                if ( sumavector <= (3*mean2 + (3*(sqrt(3))*sigma2))) and (
                sumavector >= (3*mean2 - (3*(sqrt(3))*sigma2))) then
                  begin
                    Diferencia:= Abs(sumavector - VN);
                    if (VAmin = 0) and (VAmay = 0) then
                      begin
                        VAmin:= Diferencia;
                        VAmay:= Diferencia;

```

```
end;
if (VPmin = 0) and (VPmax = 0) then
begin
  VPmin:= SumaVectorPrioridad;
  VPmax:= SumaVectorPrioridad;
end;
if (VAmin > 0) and (VAmaz > 0) then
begin
if Diferencia <= VAmin then
begin
  VAmin:= Diferencia;
  muestra:= sumavector;
  Desv:= muestra - VN;
  ii:= i;
  jj:= j;
  ll:= l;
end;
if Diferencia > VAmaz then
begin
  VAmaz:= Diferencia;
end;
end;
if (VPmin > 0) and (VPmax > 0) then
begin
if SumaVectorPrioridad <= VPmin then
begin
  VPmin:= SumaVectorPrioridad;
end;
```

```
        if SumaVectorPrioridad > VPmax then
            begin
                VPmax:= SumaVectorPrioridad;
            end;
        end;
    end;
end;
end;
end;
end;
```

```
////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////
```

```
    If muestra = 0 then
        begin
            DD:=DD+1;

            for i:= 1 to n do
                Begin
                    VectorDatos[i]:= 0;
                End;

                for i:= 1 to n do
                    begin
                        VectorPrioridad[i]:= 0;
                    end;
                end;
            end;
```

```
////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////
```

```
    If muestra > 0 then
```



```

    if (VectorPrioridad[i] > 0) and (VectorPrioridad[j] > 0) and
(VectorPrioridad[l] > 0) and (VectorDatos[i] >0 )and (VectorDatos[j]> 0) and
(VectorDatos[l]> 0)then
    begin
        sumavector:= VectorDatos[i] + VectorDatos[j] + VectorDatos[l];
        SumaVectorPrioridad:= VectorPrioridad[i] + VectorPrioridad[j]+
VectorPrioridad[l];
        if ( sumavector <= (3*mean2 + (3*(sqrt(3))*sigma2))) and (
sumavector >= (3*mean2 - (3*(sqrt(3))*sigma2))) then
            begin
                Diferencia:= Abs(sumavector - VN);
                Dist:= Sqrt(((1-alfa)*(((Diferencia - VAmin)/ (VAmax-VAmin))**2))
+ (alfa*((SumaVectorPrioridad - VPmax)/(VPmax-VPmin))**2));

                If Controldist = 0 then
                    begin
                        Distmin:= Dist;
                        muestra:= sumavector;
                        Desv:= muestra - VN;
                        ii:= i;
                        jj:= j;
                        ll:= l;
                        Controldist:= Controldist + 1;
                    end;
                if Distmin >= 0 then
                    begin
                        if Dist <= Distmin then
                            begin
                                Distmin:= Dist;
                                SumaPrioridadok:= SumaVectorPrioridad;
                                muestra:= sumavector;

```



```
Con4:= Con4 + 1;
if (ii = 5) or (jj = 5) or (ll = 5) then
  Con5:= Con5 + 1;
if (ii = 6) or (jj = 6) or (ll = 6) then
  Con6:= Con6 + 1;
if (ii = 7) or (jj = 7) or (ll = 7) then
  Con7:= Con7 + 1;
if (ii = 8) or (jj = 8) or (ll = 8) then
  Con8:= Con8 + 1;
if (ii = 9) or (jj = 9) or (ll = 9) then
  Con9:= Con9 + 1;
if (ii = 10) or (jj = 10) or (ll = 10) then
  Con10:= Con10 + 1;
if (ii = 11) or (jj = 11) or (ll = 11) then
  Con11:= Con11 + 1;
if (ii = 12) or (jj = 12) or (ll = 12) then
  Con12:= Con12 + 1;
if (ii = 13) or (jj = 13) or (ll = 13) then
  Con13:= Con13 + 1;
if (ii = 14) or (jj = 14) or (ll = 14) then
  Con14:= Con14 + 1;
if (ii = 15) or (jj = 15) or (ll = 15) then
  Con15:= Con15 + 1;
if (ii = 16) or (jj = 16) or (ll = 16) then
  Con16:= Con16 + 1;
  end;
Until Exit = iterations;
```

## Anexos

```
for i:= 1 to Length(Valor) do
begin
    Sumavalor+= Valor[i];
end;
Promedio:= Sumavalor/ (Length(Valor)-1);
Desvstd:=StdDev(Desviacion);

for i:= 1 to Length(VectorPmaxTolva)-1 do
begin
    SumaVectorPmaxTolva+= VectorPmaxTolva[i];
end;
PPtolva:= SumaVectorPmaxTolva/(Length(VectorPmaxTolva)-1);
P1 := (Con1 / iterations);
P2 := (Con2 / iterations);
P3 := (Con3 / iterations);
P4 := (Con4 / iterations);
P5 := (Con5 / iterations);
P6 := (Con6 / iterations);
P7 := (Con7 / iterations);
P8 := (Con8 / iterations);
P9 := (Con9 / iterations);
P10 := (Con10 / iterations);
P11 := (Con11 / iterations);
P12 := (Con12 / iterations);
P13 := (Con13 / iterations);
P14 := (Con14 / iterations);
P15 := (Con15 / iterations);
P16 := (Con16 / iterations);
PDD:= ((DD/Carga)*100);
```

```

        PDDk:=(DDk/Carga);
End;

//*****
procedure resultados;
var
    i: integer;
Begin
    for i:= 1 to iterations do
    begin
        form1.Memo1.Lines.Add(FloatToStr(Valor[i]));

        end;
        for i:= 1 to iterations do
        begin
            form1.Memo2.Lines.Add(FloatToStr(Desviacion[i]));
            end;

            for i:= 1 to iterations do
            begin
                form1.Memo5.Lines.Add('Combinations = '+ FloatToStr(Ncombinaciones[i]));
                end;
                form1.Memo4.Lines.Add('μ_package = '+ FloatToStr(Promedio));
                form1.Memo4.Lines.Add('σ_package = '+ FloatToStr(Desvstd));
                form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 1 = ' + FloatToStr(P1));
                form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 2 = ' + FloatToStr(P2));
                form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 3 = ' + FloatToStr(P3));
                form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 4 = ' + FloatToStr(P4));
                form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 5 = ' + FloatToStr(P5));

```

Anexos

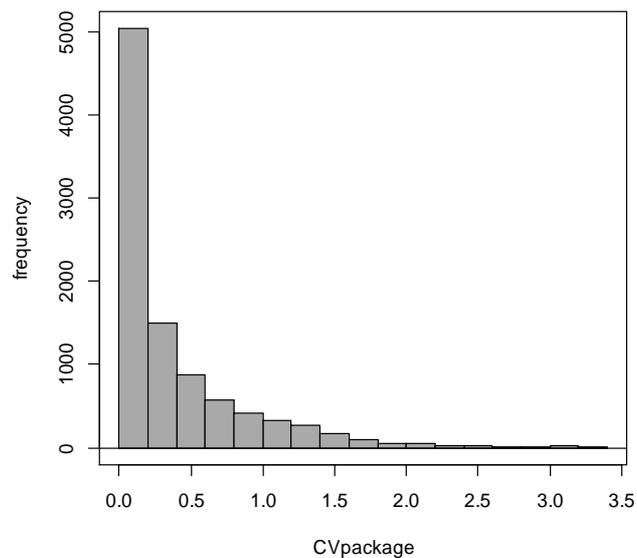
```
form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 6 = '+ FloatToStr(P6));
form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 7 = '+ FloatToStr(P7));
form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 8 = '+ FloatToStr(P8));
form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 9 = '+ FloatToStr(P9));
form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 10 = '+ FloatToStr(P10));
form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 11 = '+ FloatToStr(P11));
form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 12 = '+ FloatToStr(P12));
form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 13 = '+ FloatToStr(P13));
form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 14 = '+ FloatToStr(P14));
form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 15 = '+ FloatToStr(P15));
form1.Memo3.Lines.Add('Hopper 16 = '+ FloatToStr(P16));
form1.Memo4.Lines.Add('% Discharge for confidence level = '+
FloatToStr(PDD));
form1.Memo4.Lines.Add('Number of Hoppers Discarded by priority / Charge
= '+ FloatToStr(PDDk));
form1.Memo4.Lines.Add('Average priority Maximum / Hopper = '+
FloatToStr(PPtolva));
End;

//*****
procedure TForm1.calculateClick(Sender: TObject);
Begin
  leer_entrada;
  Muestras (mean1, sigma1, shift1, mean2, sigma2, shift2, mean3, sigma3,
shift3, mean4, sigma4, shift4, VN, w,x,y,z,n,iterations);
  resultados;
End;
//*****
end.
```

### Anexo C – Resultados de la configuración óptima del proceso de pesaje multicabezal para las estrategias de optimización S2 y S3 bajo un enfoque monoobjetivo

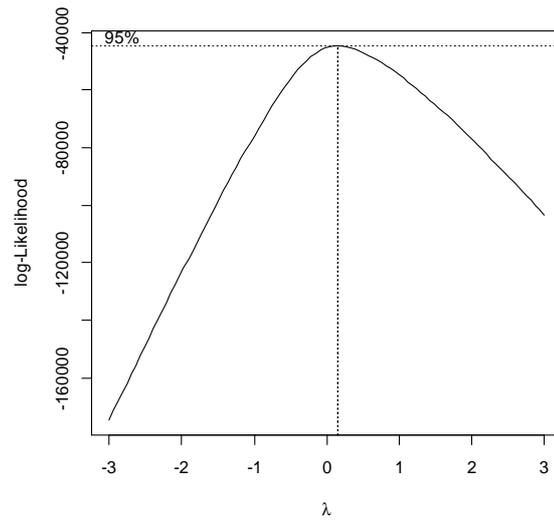
- **Configuración óptima del proceso de pesaje multicabezal para la estrategia de optimización S2**

A continuación se presentan los resultados del estudio factorial para la estrategia S2. Los factores utilizados son los mismos presentados en la sección 6.2 (excluyendo el uso del factor  $P_{max}$ ). La variable respuesta utilizada durante este estudio fue el coeficiente de variación real del paquete ( $CV_{paquete}$ ). El histograma de frecuencias para los 9450 casos estudiados o tratamientos generados al combinar los factores, se muestra en la figura C.1.



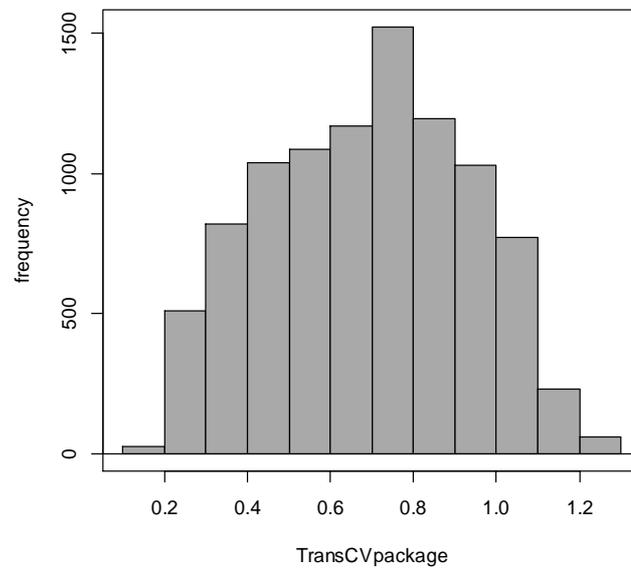
**Figura C.1. Histograma de frecuencia para valores de  $CV_{paquete}$  en S2**

La figura C.1 nos conduce al cálculo del mejor parámetro Box-Cox que permita transformar los datos originales de  $CV_{paquete}$  y así, cumplir con el supuesto de normalidad para llevar a cabo el análisis factorial. En este caso, encontramos que el valor de  $\lambda$  para la transformación es de 0.2. La figura C.2 muestra el mejor valor  $\lambda$  para un nivel de confianza del 95%. De esta manera la nueva variable respuesta es  $(CV_{paquete})^{0.2}$  (a la cual llamaremos  $TransCV_{paquete}$ ).



**Figura C.2. Mejor valor  $\lambda$  para un nivel del confianza del 95% en S2**

El nuevo histograma de para el conjunto de datos transformados de  $CV_{paquete}$  ( $TransCV_{paquete}$ ) semuestran en la figura C.3.



**Figura C.3. Histograma de frecuencia para valores transformados de  $CV_{paquete}$  en S2**

Tabla C.1 es el ANOVA para la variable  $TransCV_{paquete}$  en estrategia S2. El R-cuadrado ajustado para el modelo generado alcanzó un valor de 0.9969, lo cual indica que los factores incluidos en el análisis explican el 99.69% de la varianza del  $CV_{paquete}$ .

**Tabla C.1. Tabla ANOVA para  $TransCV_{paquete}$  en S2**

Resultados ANOVA				
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Ratio-F	Valor-P
<b>Efectos principales</b>				
<i>CV</i>	111.25	2	22285.01	0.0000
$\delta$	154.42	6	15466.31	0.0000
<i>d</i>	3.73	2	1120.78	0.0000
<i>k</i>	75.85	5	9116.97	0.0000
<i>n</i>	119.07	4	17888.94	0.0000
<i>T</i>	0.008	4	1.20	0.3048
<b>Interacciones</b>				
<i>CV</i> · $\delta$	2.65	12	132.76	0.0000
<i>CV</i> · <i>d</i>	0.089	4	13.30	0.0000
<i>CV</i> · <i>k</i>	1.32	10	79.61	0.0000
<i>CV</i> · <i>n</i>	1.96	8	147.88	0.0000
<i>CV</i> · <i>T</i>	0.002	8	0.13	0.9979
$\delta$ · <i>d</i>	4.89	12	245.29	0.0000
$\delta$ · <i>k</i>	52.64	30	1054.60	0.0000
$\delta$ · <i>n</i>	11.61	24	290.84	0.0000
$\delta$ · <i>T</i>	0.022	24	0.5529	0.9614
<i>d</i> · <i>k</i>	2.42	10	145.64	0.0000
<i>d</i> · <i>n</i>	0.277	8	20.82	0.0000
<i>d</i> · <i>T</i>	0.006	8	0.4209	0.9092
<i>k</i> · <i>n</i>	25.42	20	764.01	0.0000
<i>k</i> · <i>T</i>	0.022	20	0.6730	0.8566
<i>n</i> · <i>T</i>	0.008	16	0.2842	0.9976
Residuos	15.32	9212		
Total	582.98	9449		

Tabla C.2 presenta los resultados ANOVA solo para factores estadísticamente significativos.

**Tabla C.2. Tabla ANOVA de factores significativos para TransCV<sub>paquete</sub> en S2**

Resultados ANOVA				
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Ratio-F	Valor-P
Efectos principales				
<i>CV</i>	132.17	2	26589.36	0.0000
$\delta$	154.42	6	15532.30	0.0000
<i>d</i>	3.73	2	1125.57	0.0000
<i>k</i>	75.85	5	9155.87	0.0000
<i>n</i>	119.07	4	17965.27	0.0000
Interacciones				
<i>CV</i> · $\delta$	2.65	12	133.33	0.0000
<i>CV</i> · <i>d</i>	0.089	4	13.36	0.0000
<i>CV</i> · <i>k</i>	1.32	10	79.95	0.0000
<i>CV</i> · <i>n</i>	1.96	8	148.51	0.0000
$\delta$ · <i>d</i>	4.89	12	246.34	0.0000
$\delta$ · <i>k</i>	52.64	30	1059.10	0.0000
$\delta$ · <i>n</i>	11.61	24	292.08	0.0000
<i>d</i> · <i>k</i>	2.42	10	146.26	0.0000
<i>d</i> · <i>n</i>	0.277	8	20.91	0.0000
<i>k</i> · <i>n</i>	25.42	20	767.27	0.0000
Residuos	15.39	9292		
Total	603.91	9449		

La figura C.4 se observa los gráficos de media e intervalos LSD para los factores significativo. Asimismo, la figura C.5 presenta las interacciones y los intervalos para la media con un nivel de confianza del 95% de los factores considerados como significativos.

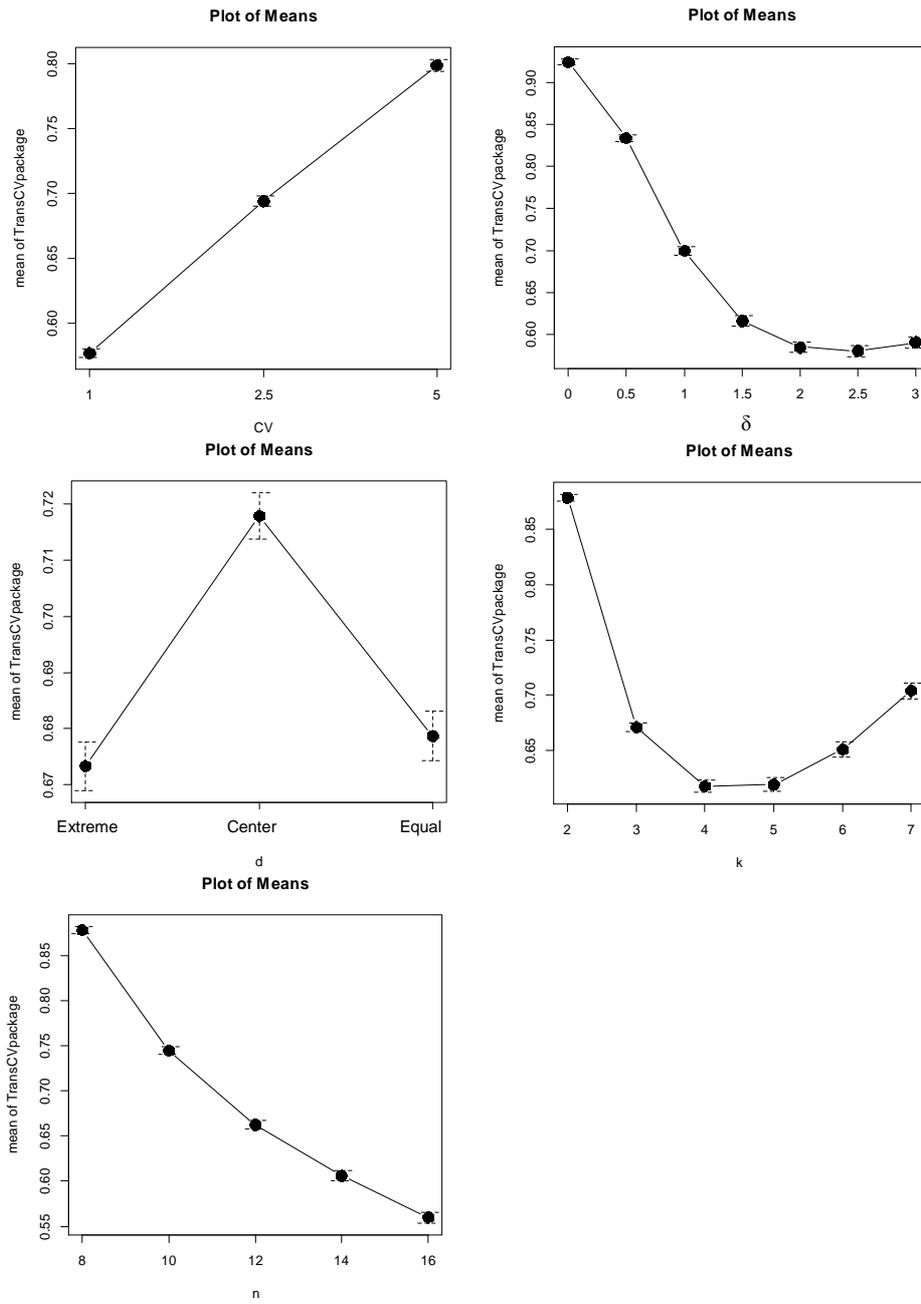
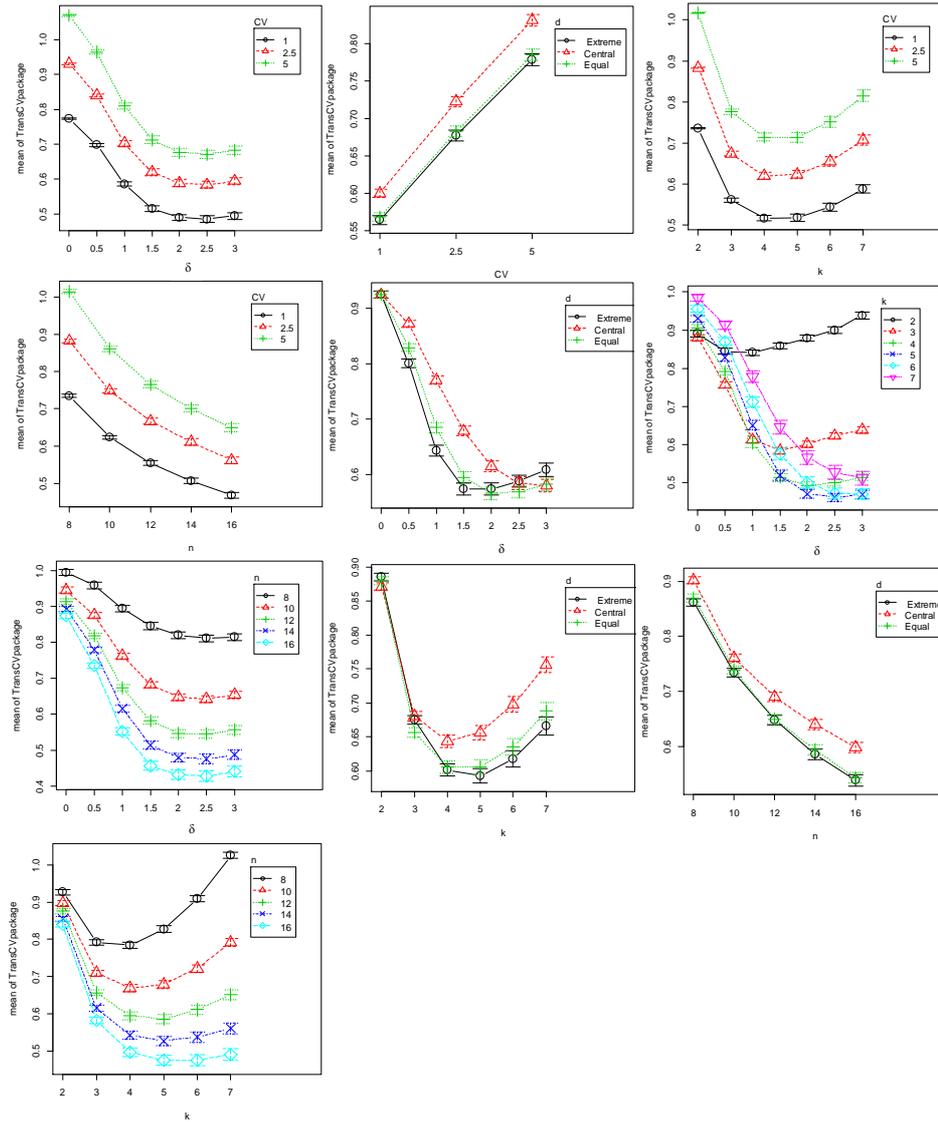


Figura C.4. Gráficos de media e intervalos LSD de los factores  $CV$ ,  $\delta$ ,  $d$ ,  $k$  y  $n$  con un nivel de confianza del 95% en  $S_2$

Anexos



**Figura C.5. Gráficos de interacciones e intervalos para la media de los factores significativos con un nivel de confianza del 95% en S2**

Los gráficos de los residuos para  $TransCV_{paquete}$  en función de los factores  $CV$ ,  $\delta$ ,  $d$ ,  $k$  y  $n$  son mostrados en la figura C.6.

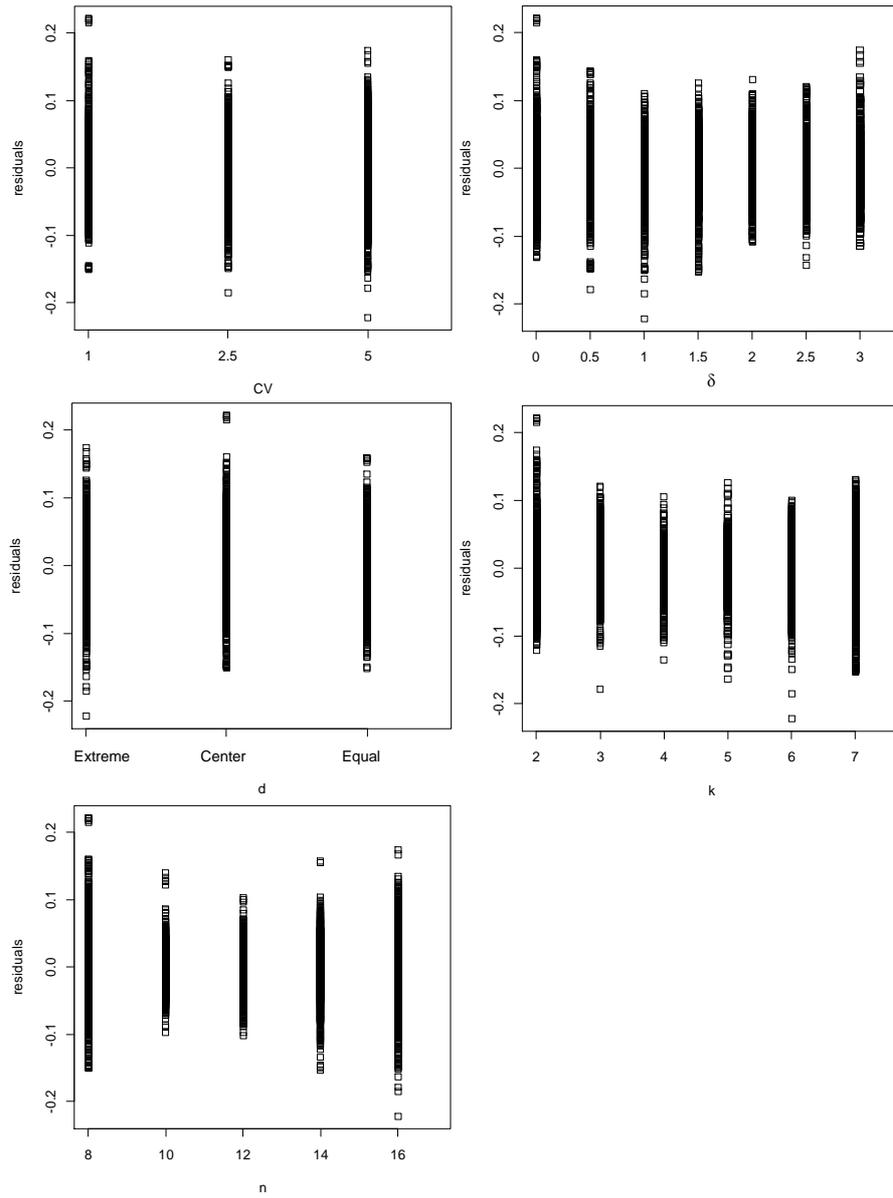


Figura C.6. Gráfico de residuos para  $TransCV_{paquete}$  en función de los factores  $CV$ ,  $\delta$ ,  $d$ ,  $k$  y  $n$  en S2

En la Tabla C.3 se encuentra el ANOVA de los residuos al cuadrado para los factores significativos.

**Tabla C.3. Tabla ANOVA de factores significativos para el cuadrado de los residuos en S2**

Resultados ANOVA				
Fuente	Suma de Cuadrados	GI	Ratio-F	Valor-P
Efectos principales				
<i>CV</i>	0.009752	2	549.84	0.0000
$\delta$	0.001002	6	28.25	0.0000
<i>d</i>	0.000606	2	51.21	0.0000
<i>k</i>	0.007649	5	258.77	0.0000
<i>n</i>	0.007871	4	332.84	0.0000
Interacciones				
<i>CV</i> · $\delta$	0.000914	12	12.88	0.0000
<i>CV</i> · <i>d</i>	0.000128	4	5.41	0.0002
<i>CV</i> · <i>k</i>	0.001468	10	24.83	0.0000
<i>CV</i> · <i>n</i>	0.002063	8	43.62	0.0000
$\delta$ · <i>d</i>	0.000231	12	3.25	0.0001
$\delta$ · <i>k</i>	0.005703	30	32.15	0.0000
$\delta$ · <i>n</i>	0.003902	24	27.50	0.0000
<i>d</i> · <i>k</i>	0.001086	10	18.37	0.0000
<i>d</i> · <i>n</i>	0.002236	8	47.28	0.0000
<i>k</i> · <i>n</i>	0.005213	20	44.09	0.0000
Residuos	0.054933	9292		
Total	0.104757	9449		

En figura C.7 se muestran los gráficos de comparación de medias de los residuos al cuadrado para la estrategia S2.

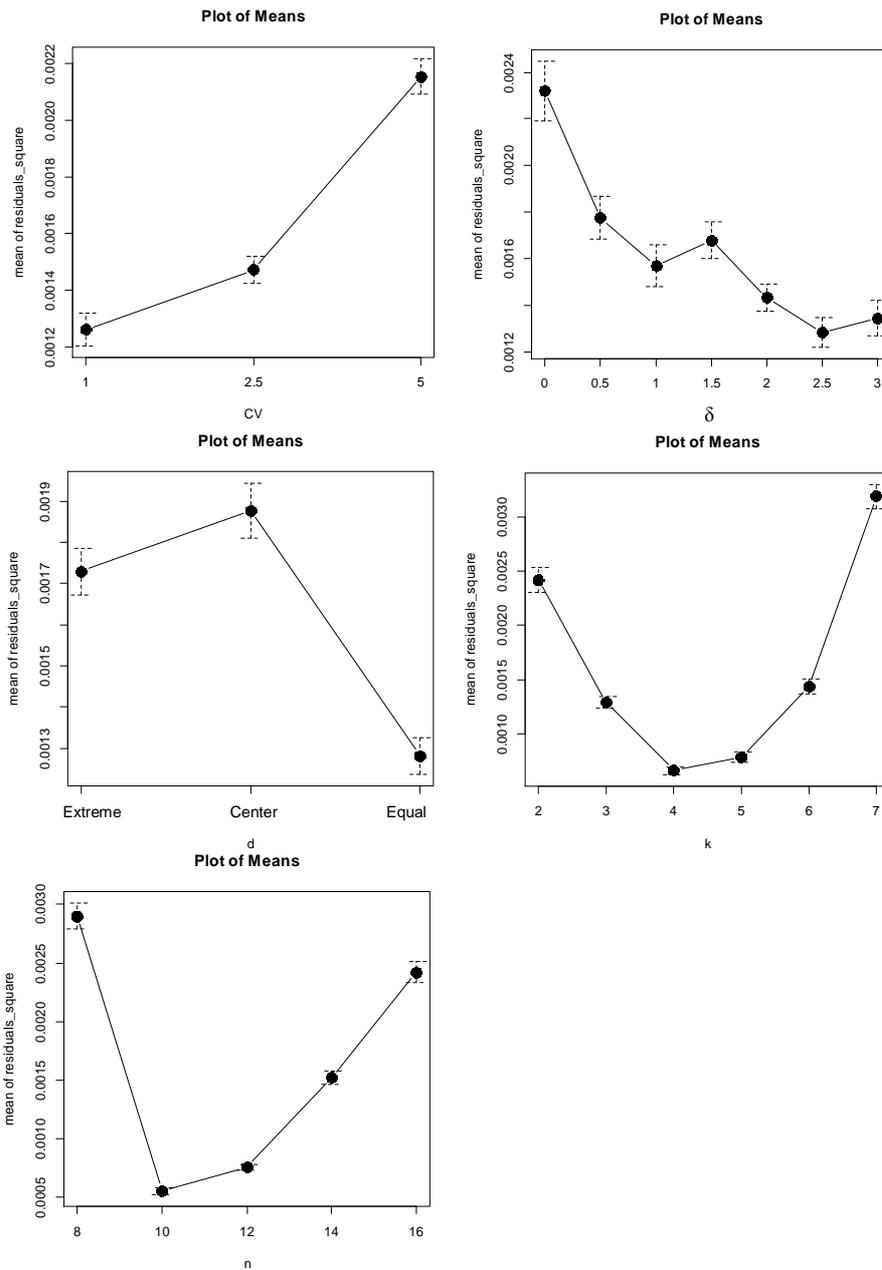


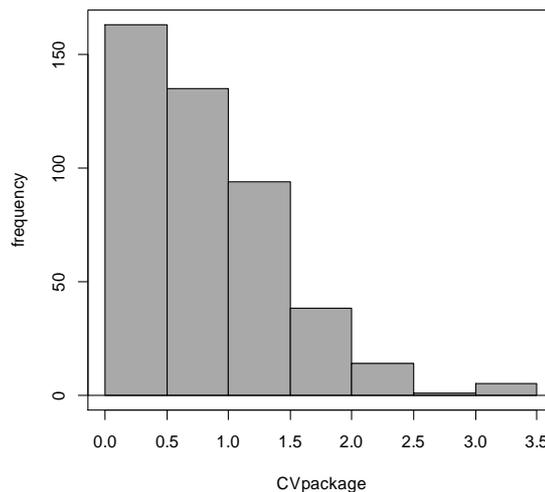
Figura C.7. Gráficos de comparación de medias de los residuos al cuadrado de  $TransCV_{paquete}$  en función de los factores  $CV$ ,  $\delta$ ,  $d$ ,  $k$  y  $n$  en S2

- **Configuración óptima del proceso de pesaje multicabezal para la estrategia de optimización S3**

Antes de presentar los resultados del análisis estadístico llevado a cabo sobre la estrategia S3. Tenga en cuenta que esta estrategia evalúa el proceso de envasado en condiciones en las que todas las tolvas de pesaje son llenadas con un igual cantidad de producto, en el orden de fijar el objetivo de llenado en  $\mu = T/k$ . Por lo tanto, los factores y sus niveles son reducidos en comparación con las estrategias S1 y S2. Los niveles utilizados en el estudio factorial son:

- Peso objetivo del paquete ( $T$ ), que es el peso que se estima que contendrá cada paquete. Adopta los valores  $T = 125, 250, 500, 1000, 2000$  gramos.
- Número total de tolvas de pesaje,  $n = 8, 10, 12, 14, 16$ .
- Número de tolvas de pesaje combinadas,  $k = 2, 3, 4, 5, 6, 7$ .
- Coeficiente esperado de variación del peso final,  $CV = 1\%, 2.5\%$  y  $5\%$ .

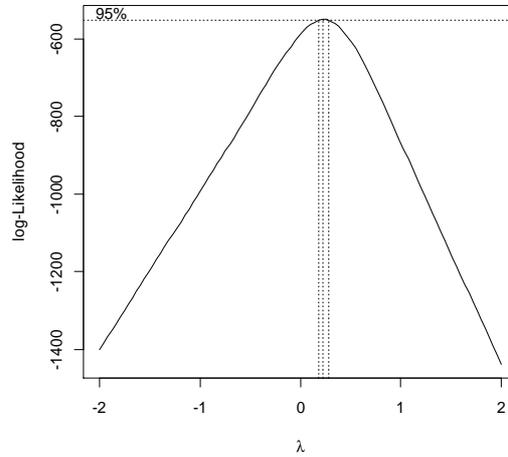
De la combinación de los factores obtenemos un total de 450 tratamientos los cuales fueron simulados 10000 veces cada uno. La variable respuesta medida durante el estudio factorial es el coeficiente de variación real del paquete ( $CV_{paquete}$ ). Del conjunto de datos obtenemos el histograma de frecuencias de la figura C.8.



**Figura C.8. Histograma de frecuencia para valores de  $CV_{paquete}$  en S3**

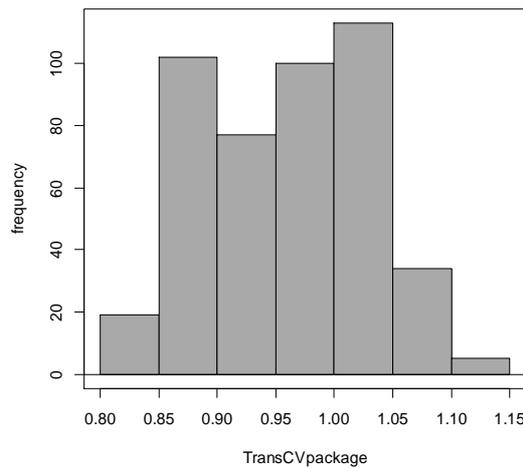
Seguidamente se calcula el mejor parámetro Box-Cox ( $\lambda$ ) que permita llevar los datos originales de  $CV_{paquete}$  a un comportamiento semejante a una distribución normal. En este caso, el mejor valor de  $\lambda$  para la transformación de los datos es

de 0.1. Debido a que  $\lambda$  es distinto de 0.0 la transformación debe ser potencial. En la figura C.9 se aprecia visualmente el mejor valor  $\lambda$  para un nivel de confianza del 95%. De este modo, la nueva variable respuesta es  $(CV_{paquete})^{0.1}$  (Para referirnos a esta nueva variable, durante el análisis estadístico para la estrategia S3, la llamaremos  $TransCV_{paquete}$ ).



**Figura C.9. Mejor valor  $\lambda$  para un nivel de confianza del 95% en S3**

Con la transformación, el nuevo histograma de frecuencias para la variable respuesta transformada se presenta en la figura C.10.



**Figura C.10. Histograma de frecuencia para valores transformados de  $CV_{paquete}$  en S3**

Los resultados del ANOVA para la variable transformada de  $CV_{paquete}$  son presentados en Tabla C.4. El R-cuadrado ajustado del modelo generado asciende a 0.9999, corroborando que los factores incluidos en el análisis estadístico explican el 99.99% de la varianza de  $CV_{paquete}$ .

**Tabla C.4. Tabla ANOVA para  $TransCV_{paquete}$  en S3**

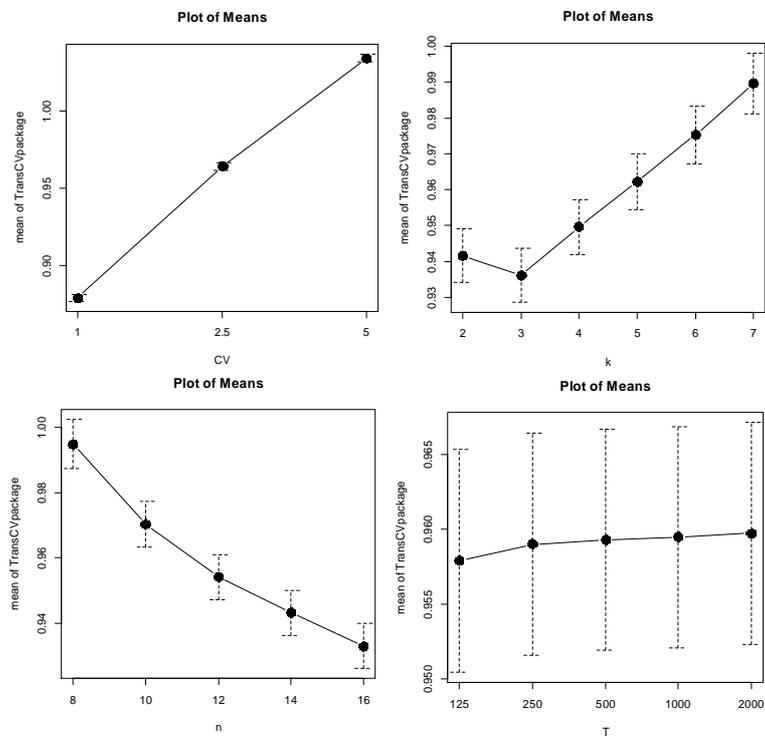
Resultados ANOVA				
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Ratio-F	Valor-P
Efectos principales				
$CV$	7.7974	2	166490	0.0000
$k$	0.1594	5	2041.70	0.0000
$n$	0.2130	4	3411.10	0.0000
$T$	0.0002	4	2.92	0.0212
Interacciones				
$CV \cdot k$	0.0007	10	4.31	0.0000
$CV \cdot n$	0.0007	8	5.92	0.0000
$CV \cdot T$	0.0001	8	1.10	0.3579
$k \cdot n$	0.0128	20	41.09	0.0000
$k \cdot T$	0.0001	20	0.36	0.9953
$n \cdot T$	0.0002	16	0.79	0.6920
Residuos	0.0055	352		
Total	8.1901	449		

La tabla C.5 presenta los resultados del ANOVA descartando aquellas interacciones no significativas.

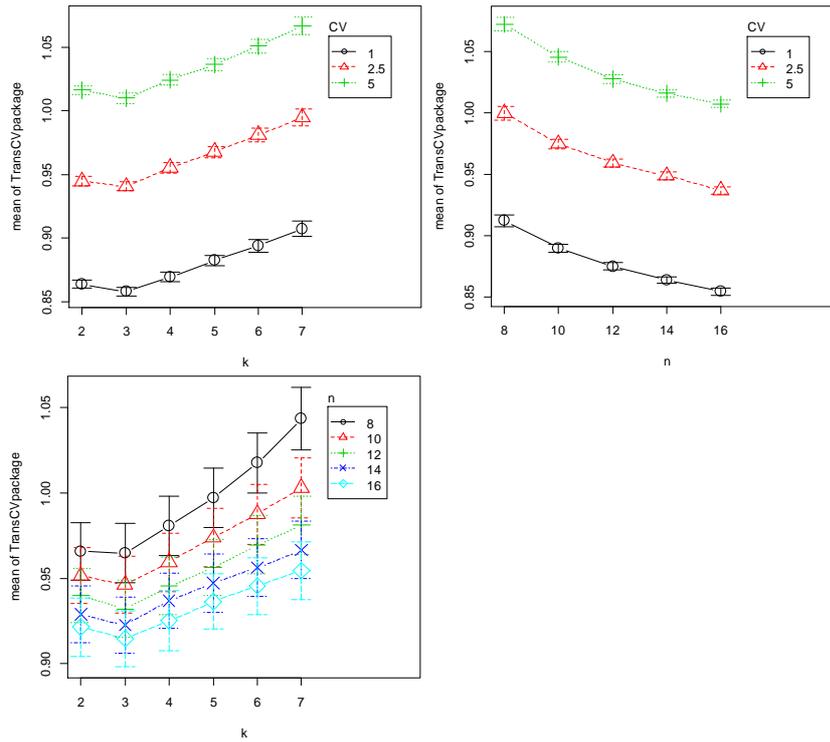
Las figuras C.11 y C.12 muestran los gráficos de media, los gráficos de interacciones y los intervalos para la media con un nivel de confianza del 95% de los factores considerados como significativos.

**Tabla C.5. Tabla ANOVA de factores significativos para  $TransCV_{paquete}$  en S3**

Resultados ANOVA				
Fuente	Suma de Cuadrados	GI	Ratio-F	Valor-P
Efectos principales				
<i>CV</i>	14.1163	2	313430	0.0000
<i>k</i>	0.1594	5	2123.20	0.0000
<i>n</i>	0.2130	4	3547.10	0.0000
<i>T</i>	0.0002	4	3.03	0.0173
Interacciones				
<i>CV</i> · <i>k</i>	0.0007	10	4.48	0.0000
<i>CV</i> · <i>n</i>	0.0007	8	6.16	0.0000
<i>k</i> · <i>n</i>	0.0128	20	42.73	0.0000
Residuos	0.0059	396		
Total	14.509	449		



**Figura C.11. Gráficos de media e intervalos LSD de los factores *CV*, *k*, *n* y *T* con un nivel de confianza del 95% en S3**



**Figura C.12. Gráficos de interacciones e intervalos para la media de los factores significativos con un nivel de confianza del 95% en S3**

Los gráficos de los residuos para  $TransCV_{paquete}$  en función de los factores  $CV$ ,  $k$ ,  $n$  y  $T$  se presentan en la figura C.13.

La tabla C.6 resume el ANOVA de factores significativos para el cuadrado de los residuos. Asimismo, en la figura C.14 se muestran los gráficos de comparación de medias de los residuos al cuadrado para la estrategia S3.

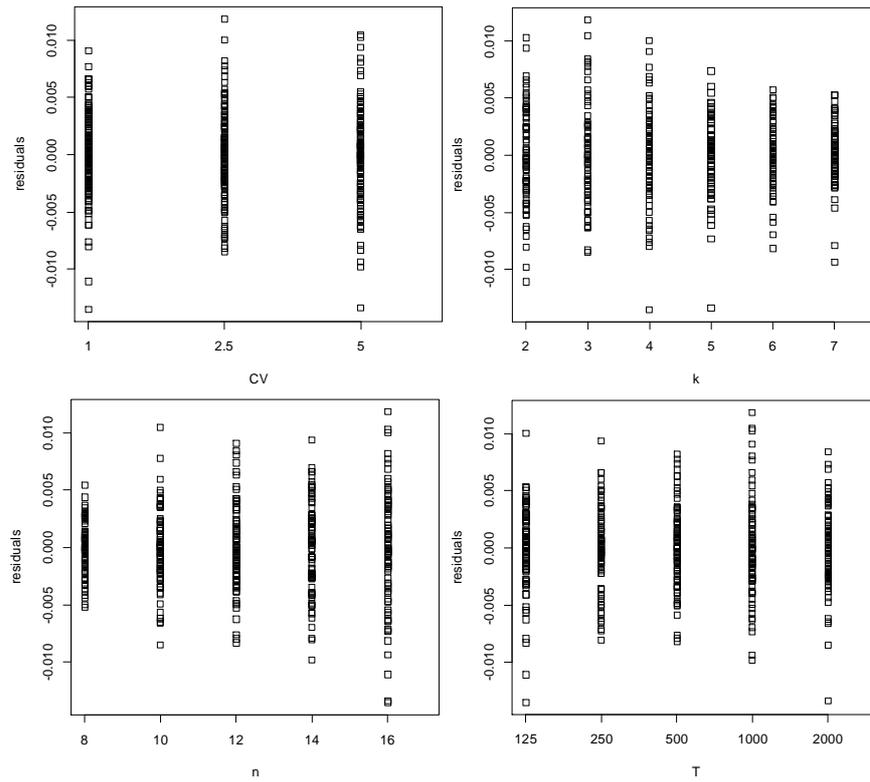
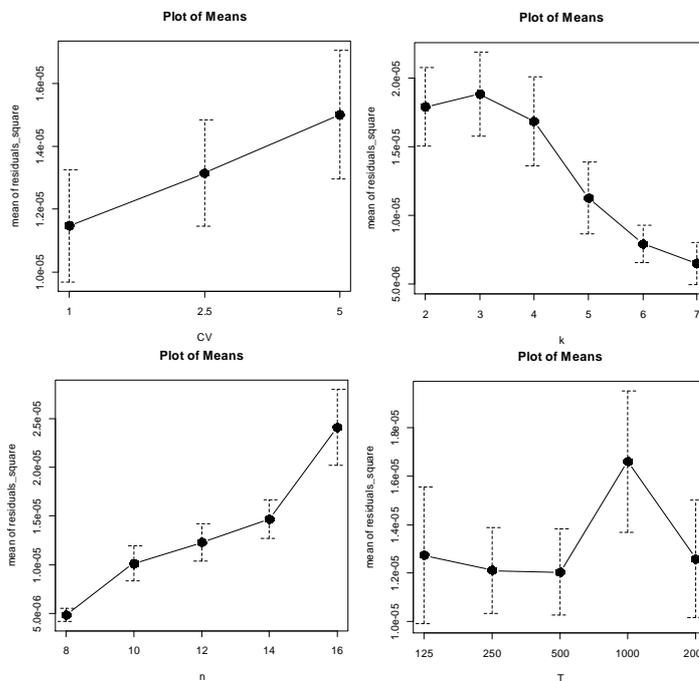


Figura C.13. Gráfico de residuos para  $TransCV_{paquete}$  en función de los factores  $CV$ ,  $k$ ,  $n$  y  $T$  en S3

**Tabla C.6. Tabla ANOVA de factores significativos para el cuadrado de los residuos en S3**

Resultados ANOVA				
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Ratio-F	Valor-P
Efectos principales				
<i>CV</i>	1.7970e-09	2	1.29	0.2743
<i>k</i>	1.0814e-08	5	4.69	0.0003
<i>n</i>	1.8076e-08	4	9.80	0.0000
<i>T</i>	1.3260e-09	4	0.71	0.5791
Interacciones				
<i>CV</i> · <i>k</i>	8.5210e-09	10	1.84	0.0509
<i>CV</i> · <i>n</i>	1.0020e-09	8	0.27	0.9748
<i>k</i> · <i>n</i>	6.6700e-09	20	0.72	0.8025
Residuos	1.8254e-07	396		
Total		449		

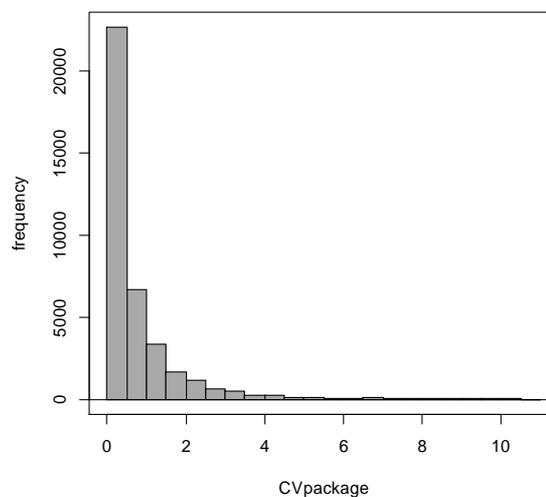


**Figura C.14. Gráficos de comparación de medias de los residuos al cuadrado de  $TransCV_{paquete}$  en función de los factores *CV*, *k*, *n* y *T* en S3**

## Anexo D – Resultados de la configuración óptima del proceso de pesaje multicabezal para las estrategias de optimización S1 y S3 bajo un enfoque multiobjetivo

- **Configuración óptima multiobjetivo del proceso de pesaje multicabezal para la estrategia de optimización S1**

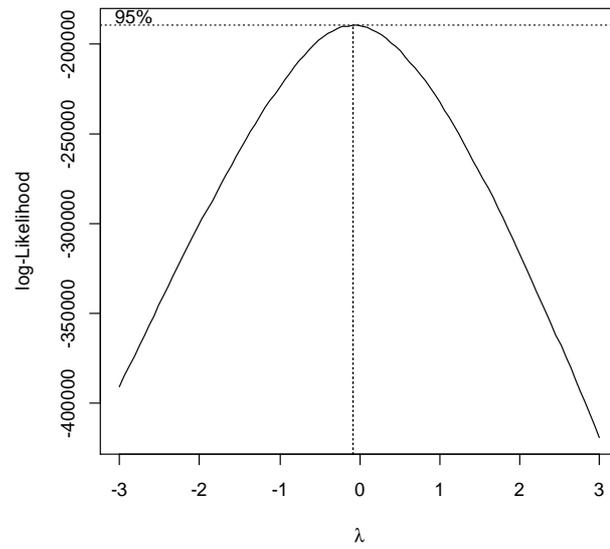
Para el estudio factorial en la estrategia S1 bajo un enfoque multiobjetivo, utilizamos los mismos factores empleados en la sección 6.2. No obstante, los niveles del factor “Distribución de tolvas ( $d$ )” que empleamos son los presentados en la tabla 4.1 del capítulo 4. La variable respuesta utilizada durante este estudio fue el coeficiente de variación real del paquete ( $CV_{paquete}$ ). La figura D.1 muestra el histograma de frecuencia para los 37800 valores de  $CV_{paquete}$ , obtenidos de la combinación de los factores. Los valores son el resultado de la simulación del algoritmo multiobjetivo para cada tratamiento o caso estudiando cuando empleamos la estrategia S1.



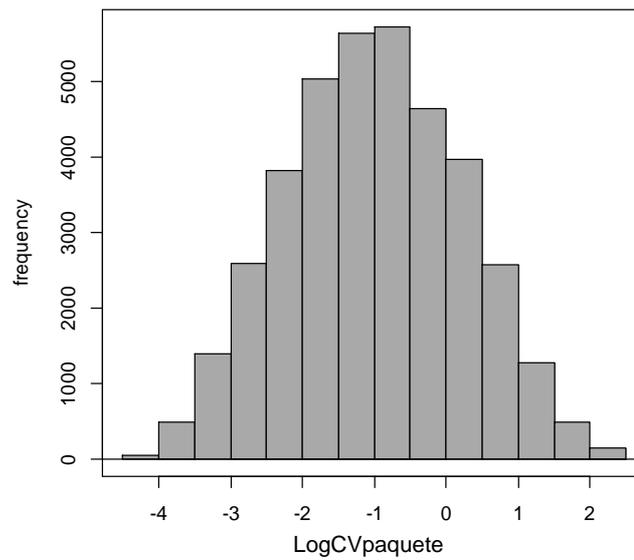
**Figura D.1. Histograma de frecuencia para valores de  $CV_{paquete}$  en el enfoque multiobjetivo en S1**

De la Figura D.1, se evidencia la necesidad de calcular el valor del parámetro Box-Cox ( $\lambda$ ) que nos permita transformar los datos originales a un estado semejante a una distribución normal. Para ello, tenemos, en este caso, que el mejor valor de  $\lambda$  para la transformación de los datos es de 0.0. Este valor significa que una transformación logarítmica es la más adecuada para el conjunto de datos de  $CV_{paquete}$ . En la figura D.2 se muestra el mejor valor  $\lambda$  para un nivel de confianza del 95%. La figura D.3 muestra el histograma de

frecuencia para valores transformados de  $CV_{paquete}$  en el enfoque multiobjetivo para la estrategia S1.



**Figura D.2. Mejor valor  $\lambda$  para un nivel del confianza del 95% en el enfoque multiobjetivo en S1**



**Figura D.3. Histograma de frecuencia para valores transformados de  $CV_{paquete}$  en el enfoque multiobjetivo en S1**

Tabla D.1. Tabla ANOVA para  $\log CV_{paquete}$  en S1

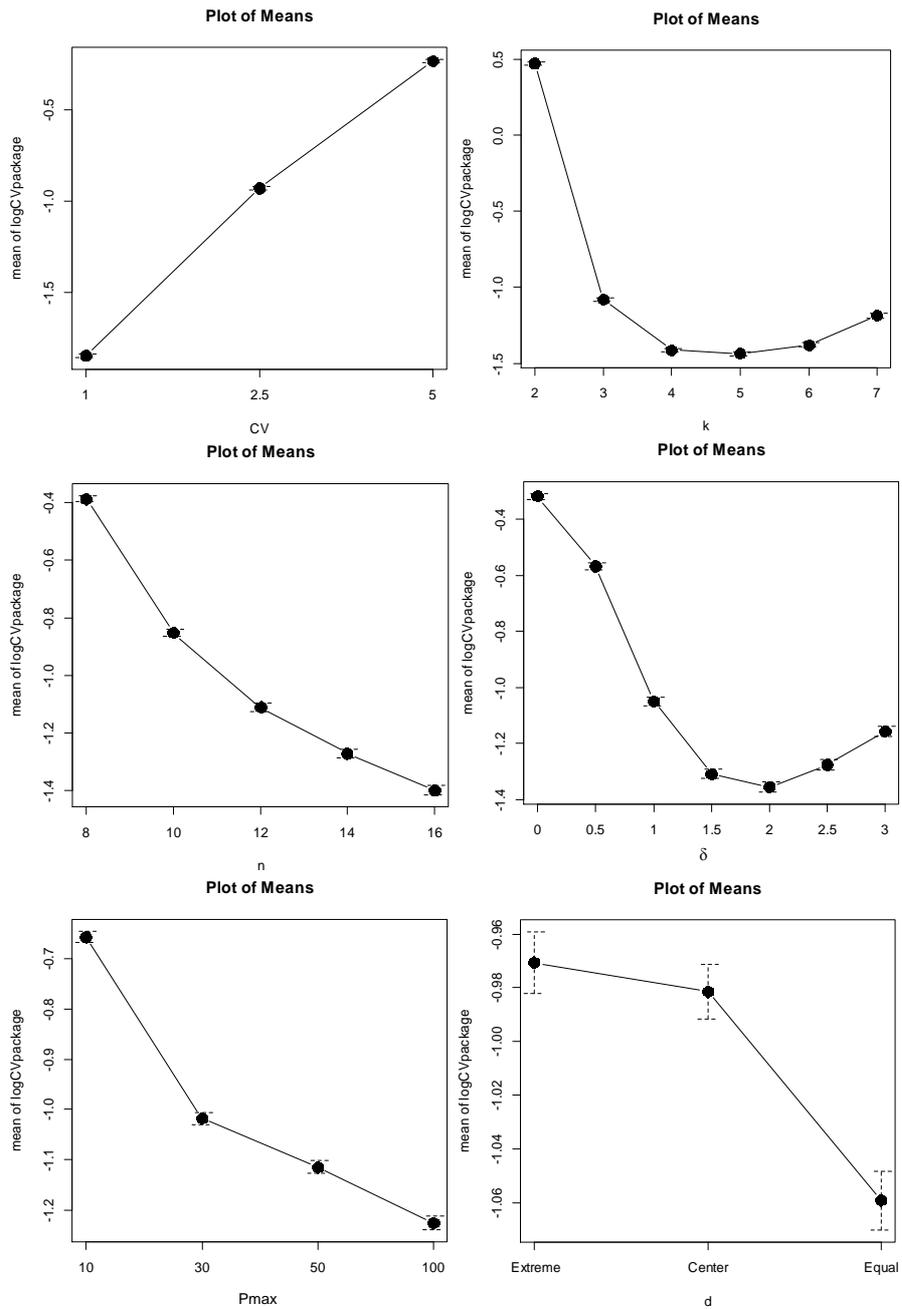
Resultados ANOVA				
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Ratio-F	Valor-P
Efectos principales				
$CV$	16454.8	2	175540	0.0000
$\delta$	5256.6	6	28038	0.0000
$d$	58.6	2	937.55	0.0000
$k$	17116.2	5	109560	0.0000
$n$	4853.1	4	38829	0.0000
$T$	0.00	4	0.112	0.9783
$P_{max}$	1726.9	3	18422	0.0000
Interacciones				
$CV \cdot \delta$	0.00	12	0.0345	1.0000
$CV \cdot d$	0.00	4	0.0128	0.9997
$CV \cdot k$	0.10	10	0.4201	0.9378
$CV \cdot n$	0.00	8	0.1744	0.9943
$CV \cdot T$	0.10	8	0.2383	0.9838
$CV \cdot P_{max}$	0.10	6	0.0764	0.9983
$\delta \cdot d$	927.5	12	2473.6	0.0000
$\delta \cdot k$	4830.6	30	5153.2	0.0000
$\delta \cdot n$	240.7	24	320.93	0.0000
$\delta \cdot T$	0.00	24	0.0327	1.0000
$\delta \cdot P_{max}$	193.8	18	344.61	0.0000
$d \cdot k$	569.8	10	1823.5	0.0000
$d \cdot n$	22.6	8	90.38	0.0000
$d \cdot T$	0.00	8	0.0107	1.0000
$d \cdot P_{max}$	2.50	6	13.59	0.0000
$k \cdot n$	2141.4	20	3426.6	0.0000
$k \cdot T$	0.20	20	0.2772	0.9994
$k \cdot P_{max}$	189.3	15	403.96	0.0000
$n \cdot T$	0.10	16	0.2544	0.9988
$n \cdot P_{max}$	253.0	12	674.76	0.0000
$T \cdot P_{max}$	0.10	12	0.2207	0.9976
Residual	1171.4	37490		
Total	56009.5	37799		

En la tabla D.1 se muestran los resultados del ANOVA para la variable transformada  $\log CV_{paquete}$  en S1. Para este caso, el R-cuadrado ajustado del modelo asciende a 0.9874, ratificando que los factores incluidos explican el 98.74% de varianza del  $CV_{paquete}$ . A continuación, se presenta en la tabla D.2, el ANOVA para aquellos factores que resultaron significativos.

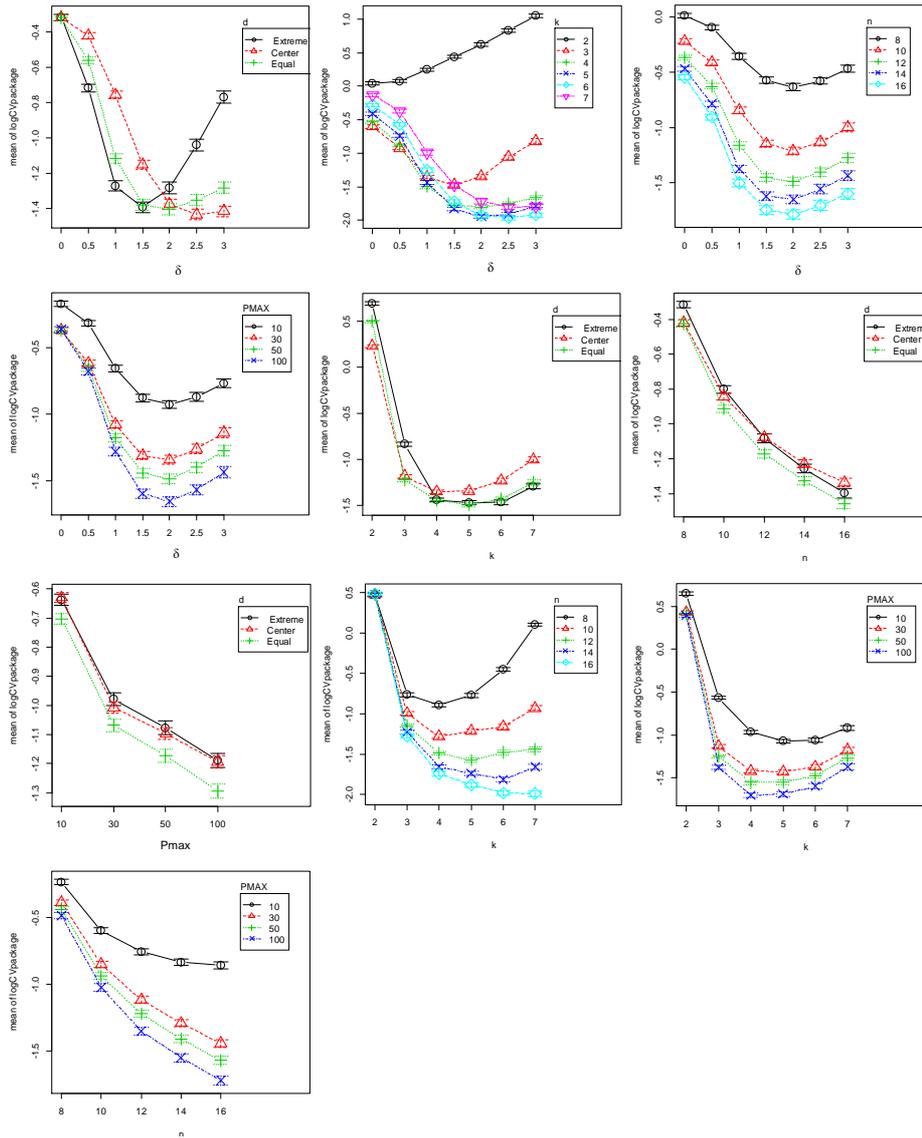
**Tabla D.2. Tabla ANOVA de factores significativos para  $\log CV_{paquete}$  en S1**

Resultados ANOVA				
Fuente	Suma de Cuadrados	GI	Ratio-F	Valor-P
Efectos principales				
$CV$	16459.5	2	176100.55	0.0000
$\delta$	5256.6	6	28120.34	0.0000
$d$	58.6	2	940.30	0.0000
$k$	17116.2	5	109876.30	0.0000
$n$	4853.1	4	38942.44	0.0000
$P_{max}$	1726.9	3	18476.03	0.0000
Interacciones				
$\delta \cdot d$	927.5	12	2480.84	0.0000
$\delta \cdot k$	4830.6	30	5168.30	0.0000
$\delta \cdot n$	240.7	24	321.87	0.0000
$\delta \cdot P_{max}$	193.8	18	345.62	0.0000
$d \cdot k$	569.8	10	1828.85	0.0000
$d \cdot n$	22.6	8	90.65	0.0000
$d \cdot P_{max}$	2.5	6	13.63	0.0000
$k \cdot n$	2141.4	20	3436.65	0.0000
$k \cdot P_{max}$	189.3	15	405.14	0.0000
$n \cdot P_{max}$	253.0	12	676.74	0.0000
Residuos	1172.1	37622		
Total	56014.2	37799		

La figura D.4 se presentan los gráficos de media e intervalos LSD para los factores  $CV$ ,  $k$ ,  $n$ ,  $\delta$ ,  $P_{max}$  y  $d$  con un nivel de confianza del 95%. Además, los gráficos de interacciones para los factores significativos son presentados en la figura D.5.



**Figura D.4. Gráficos de media e intervalos LSD de los factores  $CV$ ,  $\delta$ ,  $d$ ,  $k$ ,  $n$  y  $P_{max}$  con un nivel de confianza del 95% en el enfoque multiobjetivo en S1**



**Figura D.5. Gráficos de interacciones e intervalos para la media de los factores significativos con un nivel de confianza del 95% en el enfoque multiobjetivo en S1**

En la figura D.6 se muestra la dispersión de los residuos para los factores significativos.

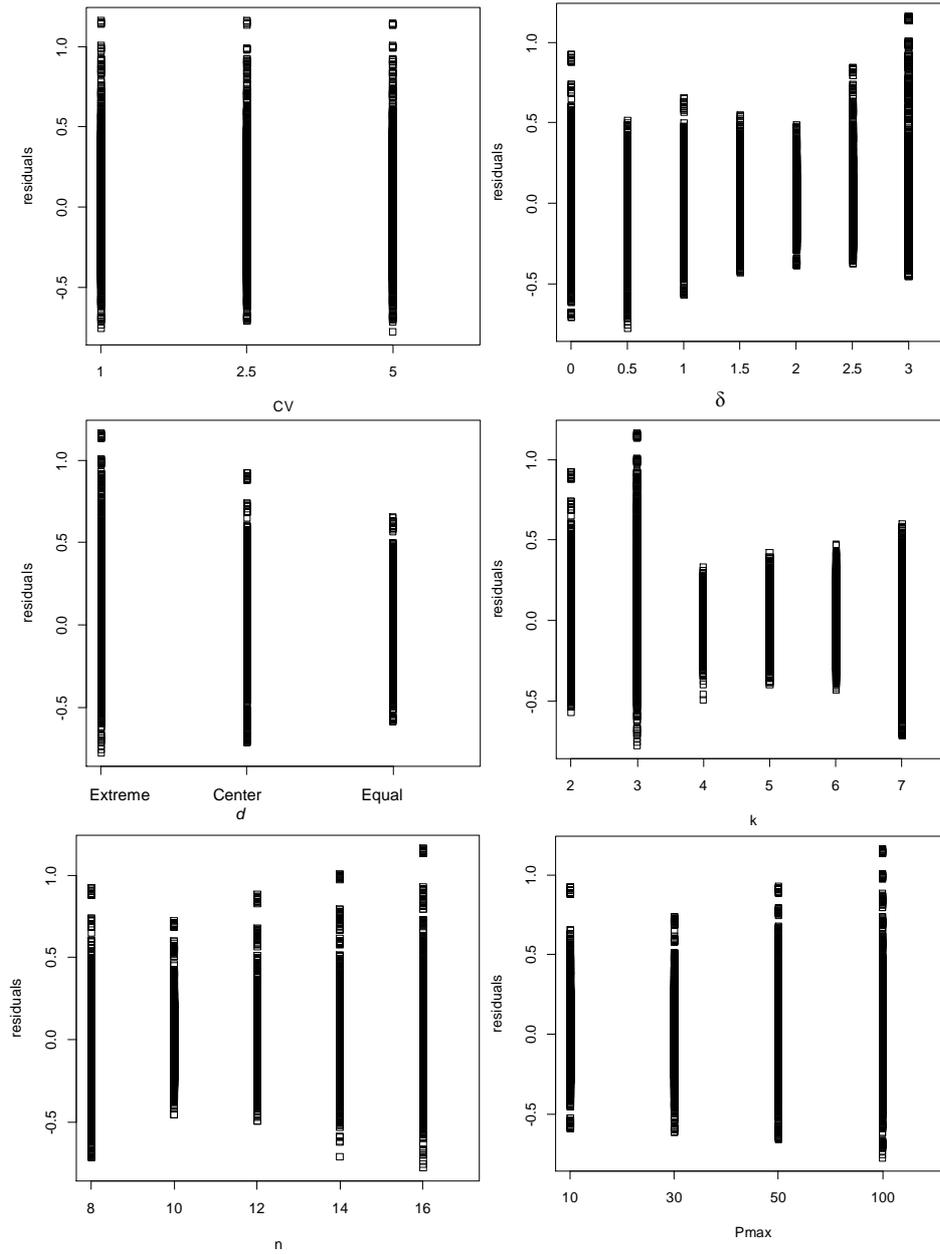


Figura D.6. Gráfico de residuos para  $\log CV_{paquete}$  en función de los factores  $CV$ ,  $\delta$ ,  $d$ ,  $k$ ,  $n$  y  $P_{max}$  en S1

El ANOVA para el cuadrado de los residuos de factores significativos se muestra en la tabla D.3.

**Tabla D.3. Tabla ANOVA de factores significativos para el cuadrado de los residuos en el enfoque multiobjetivo en S1**

Resultados ANOVA				
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Ratio-F	Valor-P
Efectos principales				
<i>CV</i>	2.846	2	341.23	0.0000
$\delta$	4.240	6	254.19	0.0000
<i>d</i>	1.382	2	248.54	0.0000
<i>k</i>	12.933	5	930.41	0.0000
<i>n</i>	2.993	4	269.13	0.0000
$P_{max}$	2.846	3	341.29	0.0000
Interacciones				
$\delta \cdot d$	3.626	12	108.70	0.0000
$\delta \cdot k$	16.552	30	198.46	0.0000
$\delta \cdot n$	3.510	24	52.61	0.0000
$\delta \cdot P_{max}$	0.707	18	14.12	0.0000
$d \cdot k$	7.850	10	282.38	0.0000
$d \cdot n$	4.972	8	223.54	0.0000
$d \cdot P_{max}$	2.600	6	155.89	0.0000
$k \cdot n$	7.419	20	133.43	0.0000
$k \cdot P_{max}$	2.503	15	60.02	0.0000
$n \cdot P_{max}$	0.281	12	8.42	0.0000
Residual	104.591	37622		
Total	181.85	37799		

Los gráficos de comparación de medias de los residuos al cuadrado para la estrategia S1 se pueden encontrar en la figura D.7.

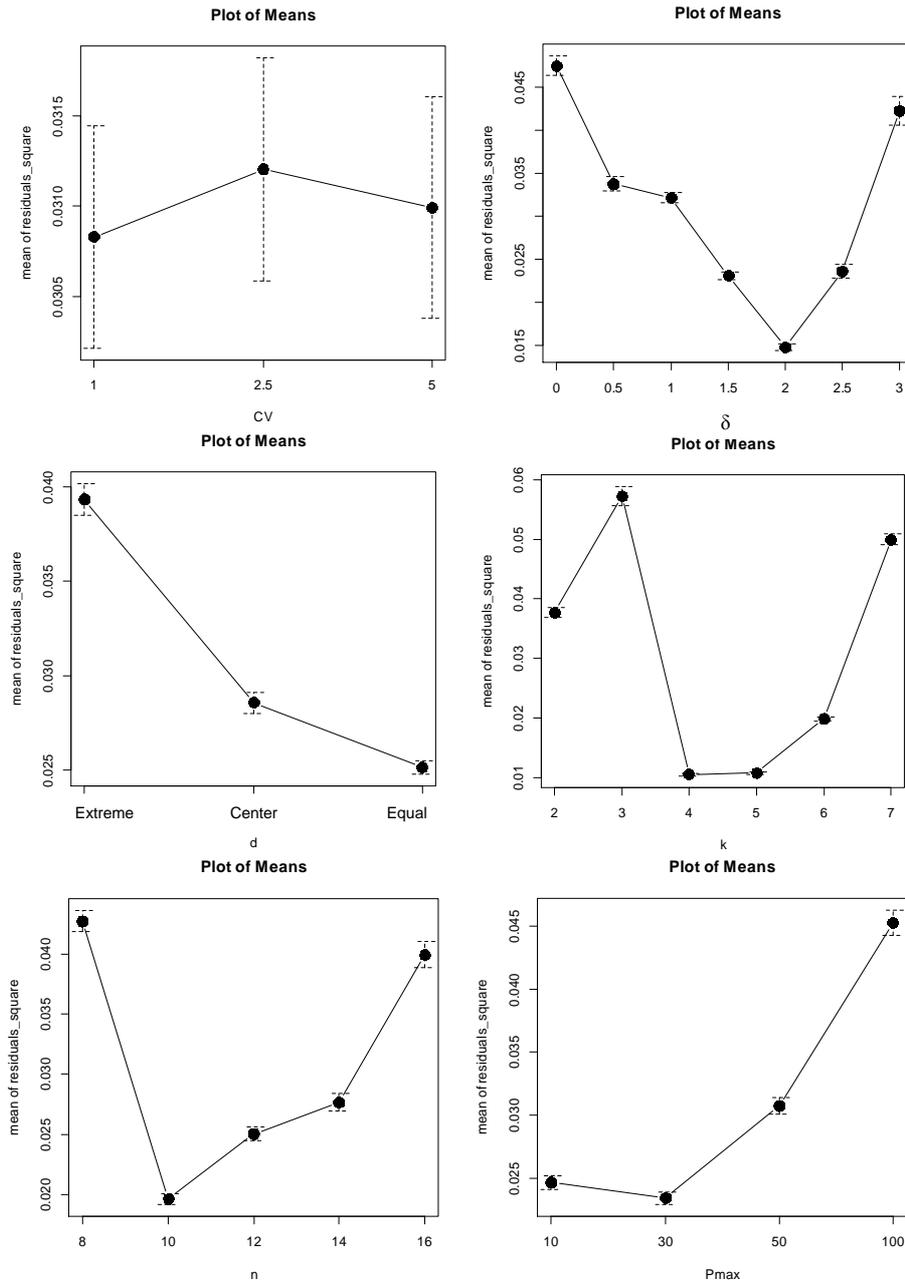
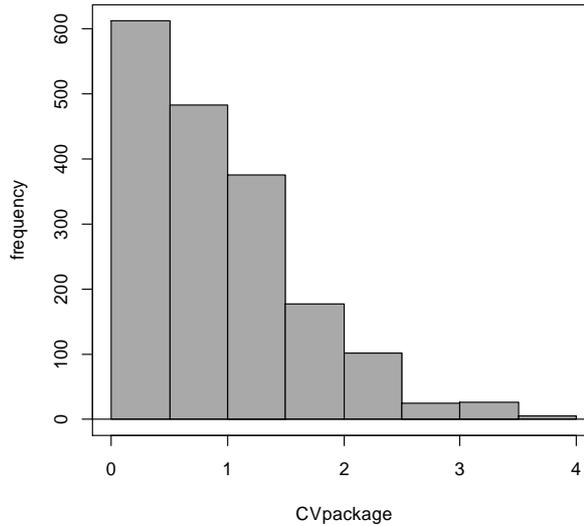


Figura D.7. Gráficos de comparación de medias de los residuos al cuadrado de  $\log CV_{paquete}$  en función de los factores  $CV$ ,  $\delta$ ,  $d$ ,  $k$ ,  $n$  y  $P_{max}$  en S1

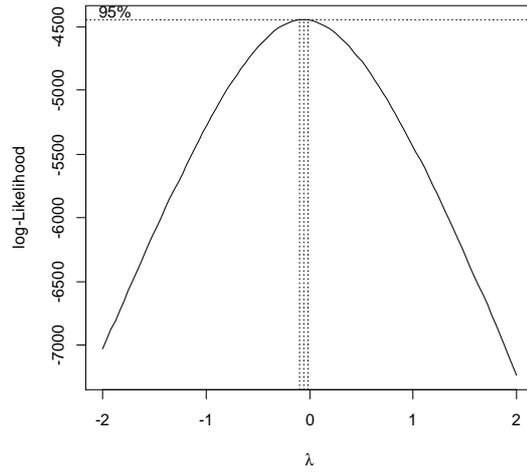
- **Configuración óptima multiobjetivo del proceso de pesaje multicabezal para la estrategia de optimización S3**

En el análisis estadístico multiobjetivo para la estrategia S3 son utilizados los mismos factores y niveles que en el análisis factorial monoobjetivo presentado en el Anexo C para esta misma estrategia. Adicional a estos factores, se tiene en cuenta el factor  $P_{max}$ , el cual ingresa al estudio factorial con niveles de 10, 30, 50 y 100. La variable respuesta medida durante el estudio factorial es el coeficiente de variación real del paquete ( $CV_{paquete}$ ). De esta manera, se obtienen 1800 valores de  $CV_{paquete}$  como resultados de la simulación de los 1800 tratamientos generados. En la figura D.8 se presenta el histograma de frecuencias para la variable respuesta.



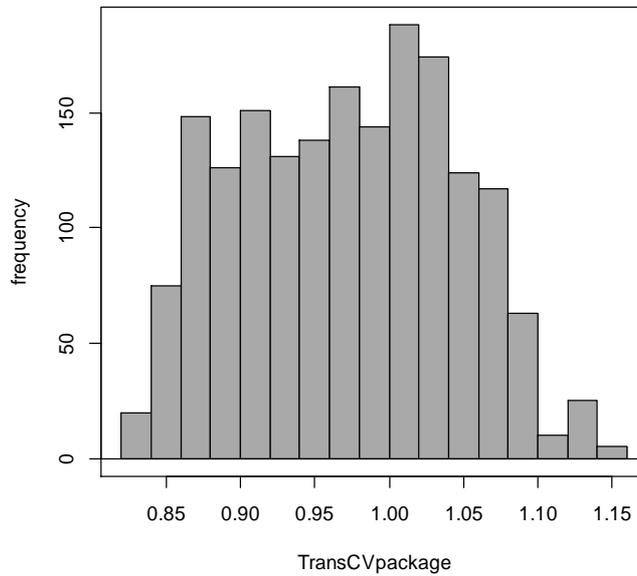
**Figura D.8. Histograma de frecuencia para valores de  $CV_{paquete}$  en el enfoque multiobjetivo en S3**

Del comportamiento de los valores originales de  $CV_{paquete}$  en la figura D.8, procedemos al cálculo del mejor valor del parámetro Box-Cox ( $\lambda$ ) que nos permitan transformar los datos a un estado análogo a una distribución normal. Para este caso, el mejor valor de  $\lambda$  para la transformación de los datos es de 0.1. Como se ha señalado, cuando el valor de  $\lambda$  es diferente a 0.0 la transformación es potencial. De esta forma, la nueva variable respuesta es  $(CV_{paquete})^{0.1}$  (a la cual durante este análisis estadístico llamaremos  $TransCV_{paquete}$ ). En la figura D.9 se muestra el mejor valor  $\lambda$  para un nivel de confianza del 95%.



**Figura D.9. Mejor valor  $\lambda$  para un nivel del confianza del 95% en el enfoque multiobjetivo en S3**

La figura D.10 muestra el histograma de frecuencia para valores transformados de  $CV_{paquete}$  mediante el mejor parámetro Box-Cox calculado.



**Figura D.10. Histograma de frecuencia para valores transformados de  $CV_{paquete}$  en el enfoque multiobjetivo en S3**

Como siguiente paso se genera la Tabla ANOVA para la variable transformada. Los resultados se resumen en la tabla D.4. Los resultados también arrojan un R-cuadrado ajustado del 0.9999, esto nos dice que los factores incluidos explican el 99.99% de la varianza del  $CV_{paquete}$ .

**Tabla D.4. Tabla ANOVA para  $TransCV_{paquete}$  en S3**

Resultados ANOVA				
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Ratio-F	Valor-P
Efectos principales				
$CV$	24.20	2	229010	0.0000
$k$	0.8610	5	4888.50	0.0000
$n$	0.6569	4	4662.20	0.0000
$T$	0.00	4	0.074	0.9898
$P_{max}$	0.1219	3	1153.40	0.0000
Interacciones				
$CV \cdot k$	0.0041	10	11.64	0.0000
$CV \cdot n$	0.0029	8	10.38	0.0000
$CV \cdot T$	0.0001	8	0.22	0.9871
$CV \cdot P_{max}$	0.0008	6	3.62	0.0014
$k \cdot n$	0.1996	20	283.30	0.0000
$k \cdot T$	0.0003	20	0.45	0.9818
$k \cdot P_{max}$	0.0777	15	147.03	0.0000
$n \cdot T$	0.0002	16	0.28	0.9975
$n \cdot P_{max}$	0.0435	12	103	0.0000
$T \cdot P_{max}$	0.0001	12	0.27	0.9934
Residual	0.0583	1654		
Total	26.23	1799		

Tabla D.5 se muestra los resultados del análisis de varianza solo para aquellos factores considerados como significativos.

Tabla D.5. Tabla ANOVA de factores significativos para  $TransCV_{paquete}$  en S3

Resultados ANOVA				
Fuente	Suma de Cuadrados	GI	Ratio-F	Valor-P
Efectos principales				
$CV$	38.84	2	376620	0.0000
$k$	0.861	5	5008.40	0.0000
$n$	0.657	4	4776.60	0.0000
$P_{max}$	0.122	3	1181.90	0.0000
Interacciones				
$CV \cdot k$	0.004	10	11.93	0.0000
$CV \cdot n$	0.003	8	10.64	0.0000
$CV \cdot P_{max}$	0.001	6	3.71	0.0011
$k \cdot n$	0.20	20	290.26	0.0000
$k \cdot P_{max}$	0.078	15	150.71	0.0000
$n \cdot P_{max}$	0.044	12	105.53	0.0000
Residual	0.059	1714		
Total	40.87	1799		

En la figura D.11 se pueden observar la media y los intervalos para la media de los factores  $CV$ ,  $k$ ,  $n$  y  $P_{max}$  con un nivel de confianza del 95%. Asimismo, la figura D.12 presenta los gráficos de interacciones significativas.

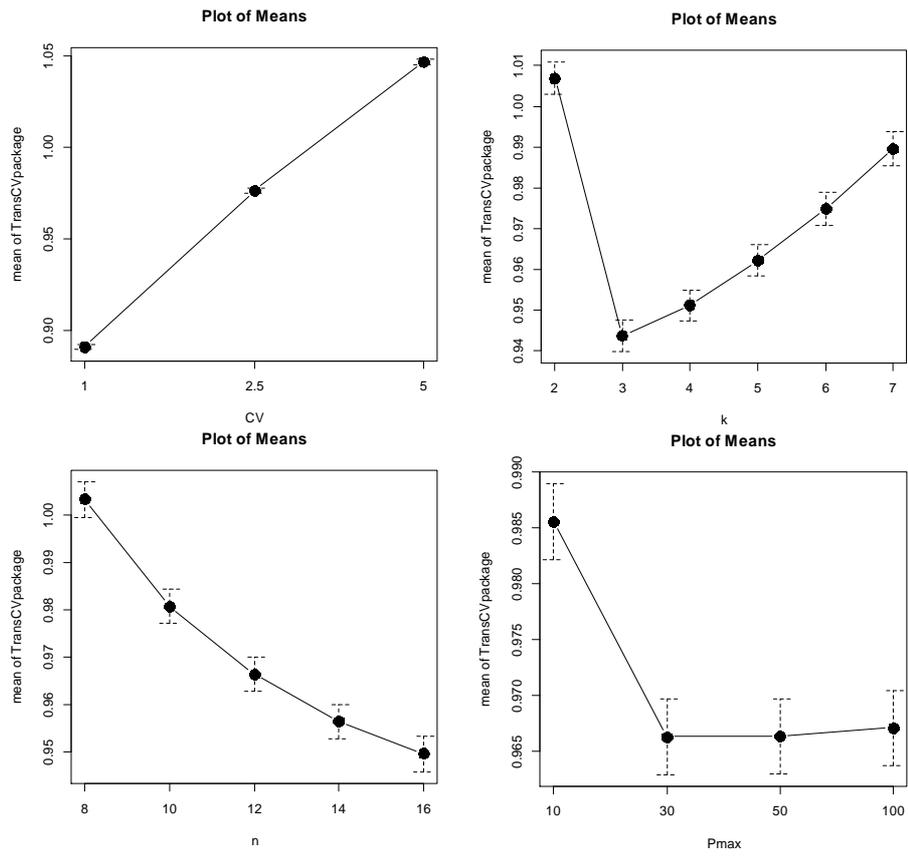


Figura D.11. Gráficos de media e intervalos LSD de los factores  $CV$ ,  $k$ ,  $n$  y  $P_{max}$  con un nivel de confianza del 95% en el enfoque multiobjetivo en S3

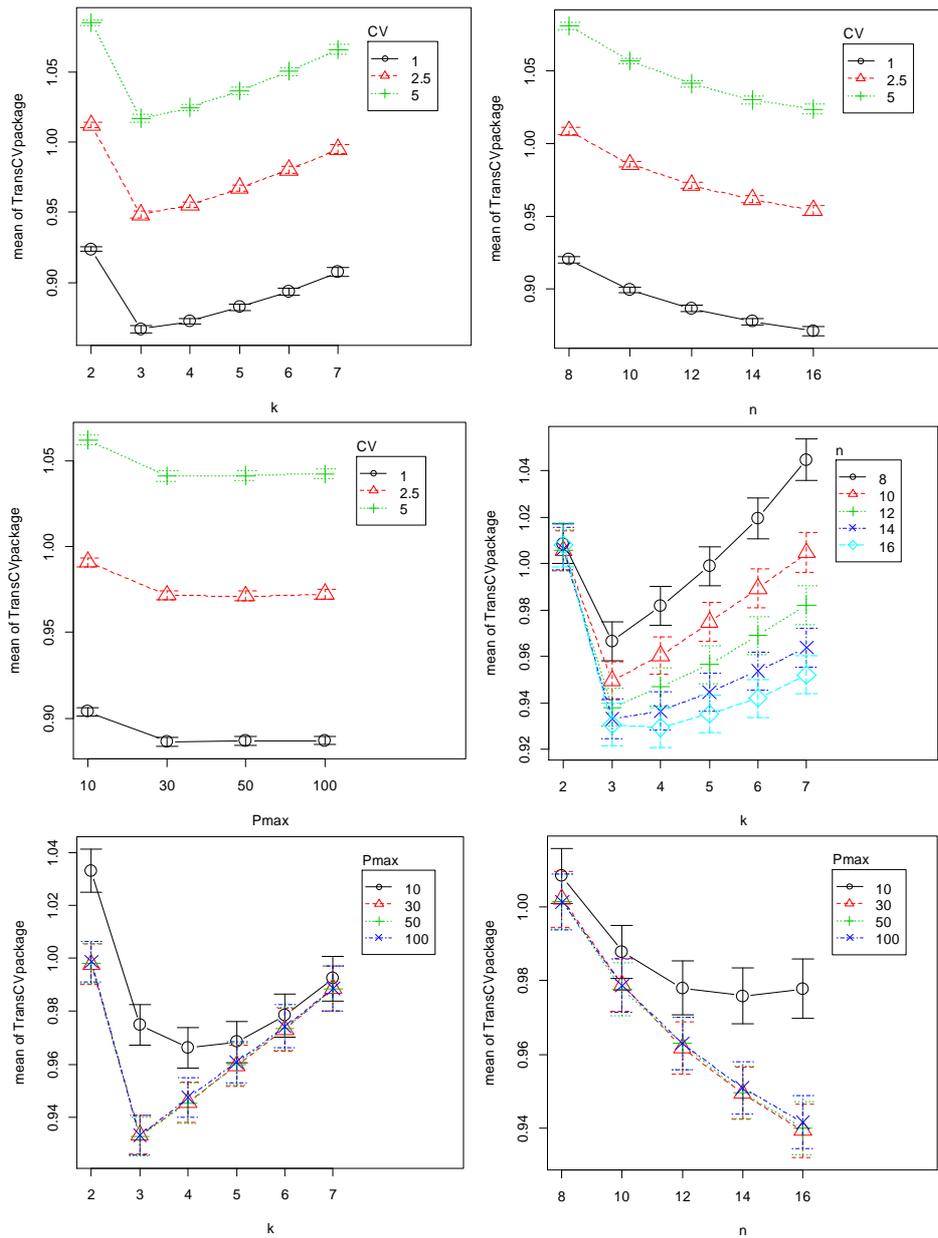
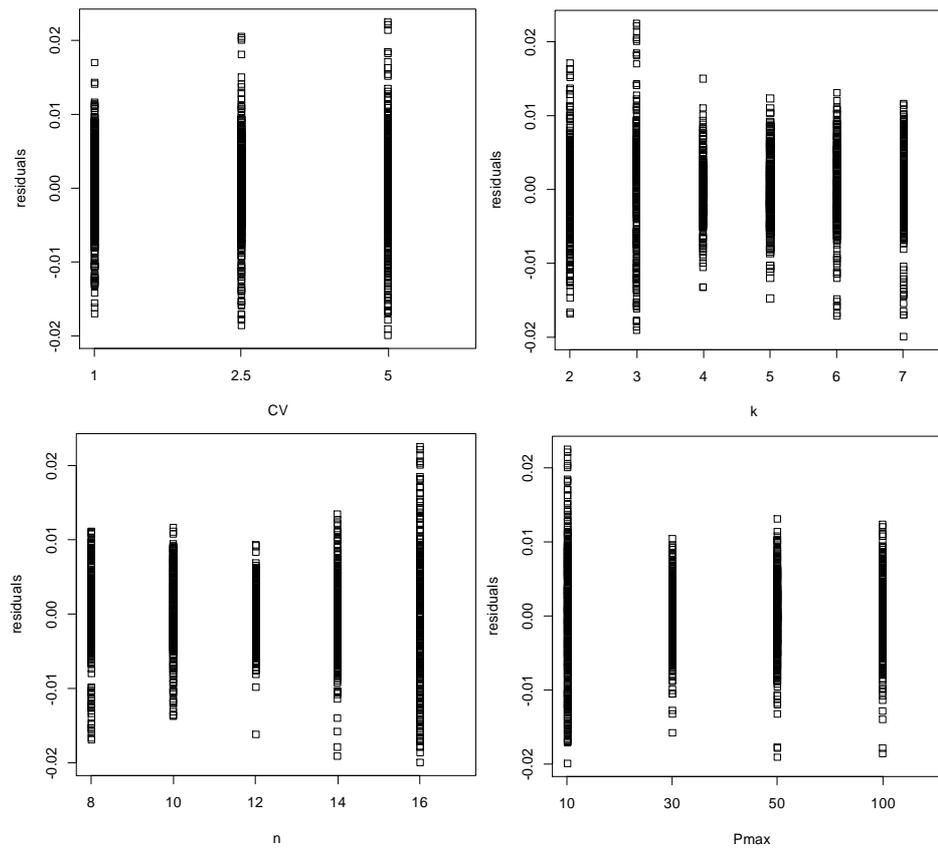


Figura D.12. Gráficos de interacciones e intervalos para la media de los factores significativos con un nivel de confianza del 95% en el enfoque multiobjetivo en S3

La figura D.13 presenta los gráficos de residuos de los factores significativos.



**Figura D.13. Gráfico de residuos para  $TransCV_{paquete}$  en función de los factores  $CV$ ,  $k$ ,  $n$  y  $P_{max}$  en S3**

Para confirmar si realmente existen diferencias entre por lo menos un par de niveles de un mismo factor, procedemos a realizar un análisis de varianza al cuadrado de los residuos de la variable  $TransCV_{paquete}$ . La tabla D.6 resume los resultados del ANOVA para este procedimiento. Asimismo, los gráficos de comparación de medias de los residuos al cuadrado son presentados en la figura D.14.

**Tabla D.6. Tabla ANOVA de factores significativos para el cuadrado de los residuos en el enfoque multiobjetivo en S3**

Resultados ANOVA				
Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Ratio-F	Valor-P
Efectos principales				
<i>CV</i>	4.9113e-07	2	120.49	0.0000
<i>k</i>	4.6194e-07	5	68.00	0.0000
<i>n</i>	5.9967e-07	4	110.34	0.0000
<i>P<sub>max</sub></i>	8.9441e-07	3	219.44	0.0000
Interacciones				
<i>CV·k</i>	3.2110e-08	10	2.36	0.0089
<i>CV·n</i>	7.4700e-08	8	6.87	0.0000
<i>CV·P<sub>max</sub></i>	7.9010e-08	6	9.69	0.0000
<i>k·n</i>	2.2405e-07	20	8.24	0.0000
<i>k·P<sub>max</sub></i>	4.2398e-07	15	20.80	0.0000
<i>n·P<sub>max</sub></i>	6.2865e-07	12	38.55	0.0000
Residual	2.3286e-06	1714		
Total	6.2382e-06	1799		

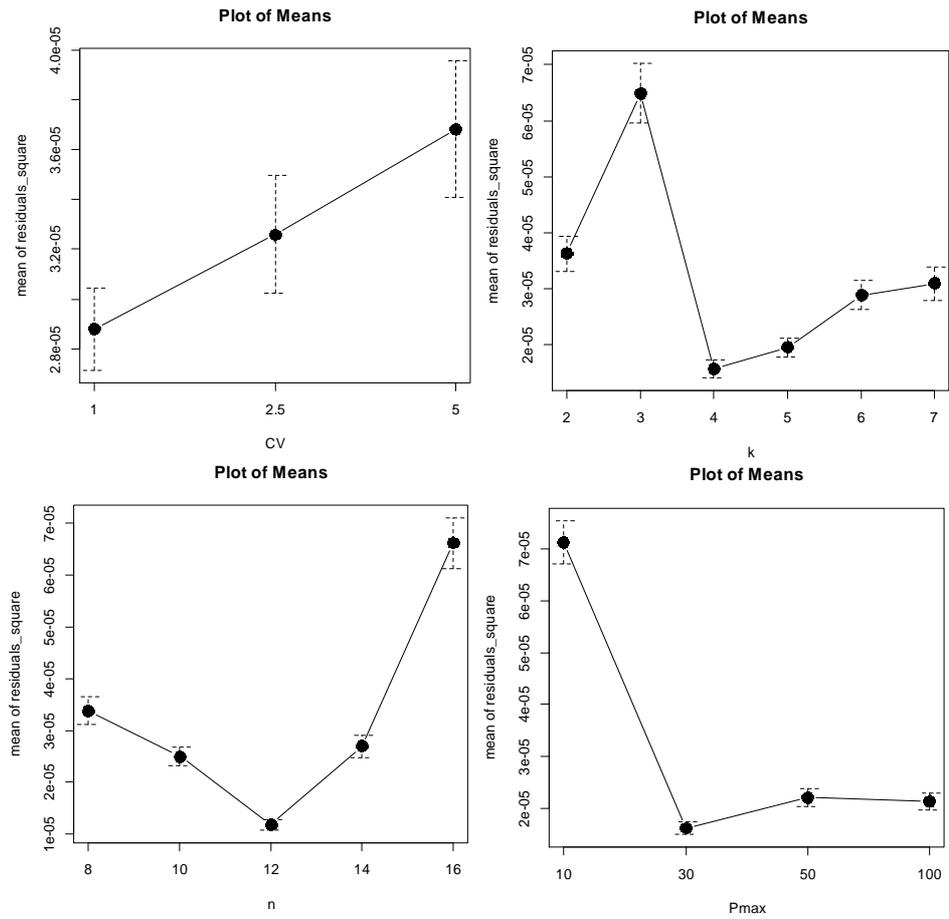


Figura D.14. Gráficos de comparación de medias de los residuos al cuadrado de  $TransCV_{paquete}$  en función de los factores  $CV$ ,  $k$ ,  $n$  y  $P_{max}$  en S3