



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

El Método de Rigideces: ejemplo de aplicación

Apellidos, nombre	Basset Salom, Luisa (lbasset@mes.upv.es)
Departamento	Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras
Centro	Escuela Técnica Superior de Arquitectura Universitat Politècnica de València



1 Resumen de las ideas clave

Las estructuras de barras pueden resolverse mediante diferentes métodos de cálculo entre los que se encuentra el Método de Rigideces. En este artículo docente se explica, con un ejemplo sencillo, el proceso de cálculo a seguir con este método.

2 Introducción

Las estructuras de barras son estructuras formadas por elementos lineales en los que predomina la longitud respecto de las dimensiones de la sección transversal. Para resolverlas estática y cinemáticamente pueden utilizarse diferentes métodos de cálculo, teniendo en cuenta que lo habitual es que sean hiperestáticas e hiperkinemáticas.

Uno de esos métodos es el Método de Rigideces. Este método resuelve primero cinemáticamente la estructura, siendo sus incógnitas principales los movimientos independientes asociados a los nudos. Una vez se han calculado éstos, se obtienen los esfuerzos de extremo de barra así como las reacciones.

El Método de Rigideces admite una formulación matricial, que es la que se propone en este artículo docente. Para ello se parte de la modelización de la estructura y de la formación de la matriz de rigidez a partir de las matrices elementales de las barras que dependen de la modelización adoptada. Para completar los elementos de la ecuación matricial se debe formar el vector de cargas a partir de las cargas directamente aplicadas sobre los nudos y de las cargas que actúan sobre las barras. El último componente de la ecuación matricial es el vector de movimientos que es el que contiene todas las incógnitas. Obtenidos los movimientos se calculan los esfuerzos de extremo de barra y las reacciones mediante las ecuaciones cargas-movimientos de las barras.

En este documento se explica este método a partir de un ejemplo con una estructura sencilla de dos barras.

3 Objetivos

El objetivo de este documento es que, tras su lectura, el alumno sea capaz de:

- Determinar el número de movimientos incógnita del método de rigideces (movimientos independientes asignados a los nudos) a partir de la modelización de la estructura.
- Formar la matriz de rigidez de la estructura correspondiente a los nudos que contienen los movimientos incógnita a partir de las matrices elementales de las barras.
- Formar el vector de cargas directas sobre los nudos
- Formar el vector de cargas equivalentes sobre los nudos cuando hay barras cargadas
- Formar el vector de cargas totales sobre los nudos
- Obtener el valor de los movimientos incógnita resolviendo las ecuaciones de equilibrio del método de rigideces

- Calcular los esfuerzos de extremo de barra y las reacciones a partir de los movimientos obtenidos mediante las ecuaciones cargas-movimientos de las barras en ejes globales y las ecuaciones de equilibrio.

4 Ejemplo de aplicación del Método de Rigideces

4.1 Datos de la estructura

La estructura que se propone como ejemplo se representa en la figura 1. Se trata de una estructura con comportamiento elástico y lineal, formada por dos barras inclinadas. La barra de la izquierda está articulada en el apoyo y la de la derecha está sobre un resorte paralelo a su directriz, cuyo giro está impedido.

Con el fin de minimizar la transformación de ejes se eligen como sistema de ejes globales un sistema dextrógiro con el eje X' paralelo al eje x local de la barra 2, tal y como se indica en la figura.

Datos de las barras: $A = 10 \text{ cm}^2$
 $\alpha_1 \approx 98'13^\circ$

$I = 20000 \text{ cm}^4$
 $\text{sen } \alpha_1 = 0'9899$

$E = 2.1 \cdot 10^8 \text{ kN/m}^2$
 $\text{cos } \alpha_1 = -0'141$

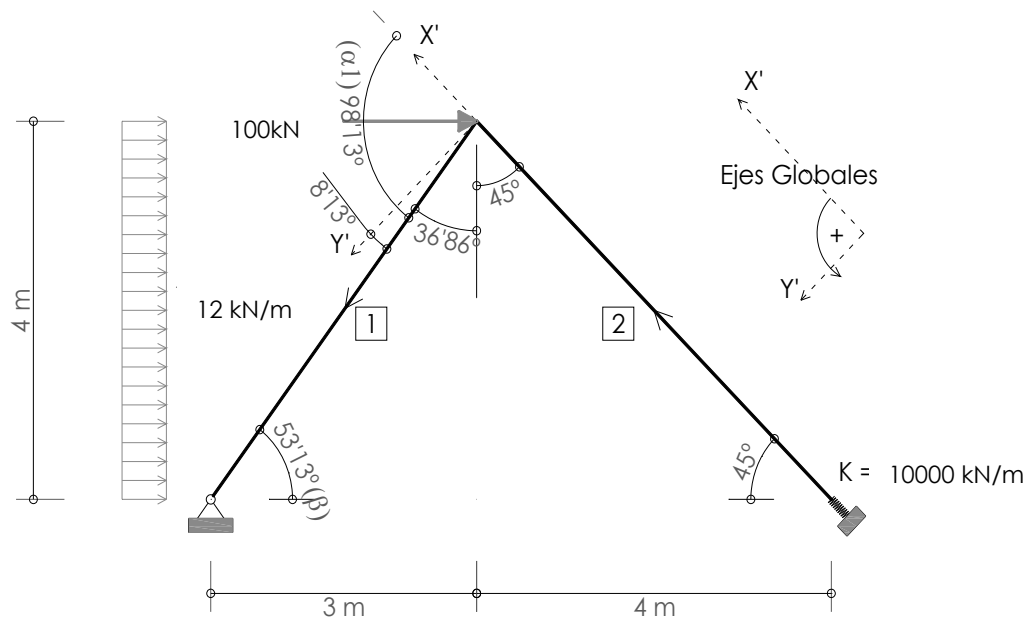


Figura 1. Esquema de la estructura

4.2 Esquema del proceso de cálculo

El proceso de cálculo es el siguiente:

- Modelización de la estructura
- Formación de la matriz de rigidez de la estructura correspondiente a los nudos que tengan algún movimiento permitido, a partir de las matrices elementales de rigidez de las barras

- Formación del vector de cargas totales en los nudos a partir del vector de cargas directas en los nudos y del vector de cargas equivalentes sobre los nudos.
- Planteamiento de las ecuaciones cargas movimientos (ecuaciones de equilibrio) y obtención de los movimientos independientes de los nudos
- Obtención de los esfuerzos de extremo de barra y de las reacciones en los apoyos.

4.3 Modelización de la estructura

El grado de indeterminación cinemática de la estructura es 5, es decir, tiene 5 movimientos independientes, sin embargo, si la modelizamos asignando el giro del apoyo 2 al extremo final de la barra 1 (figura 2), quedarán 4 movimientos incógnita en nudo, por lo que se podrá resolver cinemáticamente la estructura a partir de la obtención de los 3 movimientos del nudo 1 y el movimiento de desplazamiento del nudo 3.

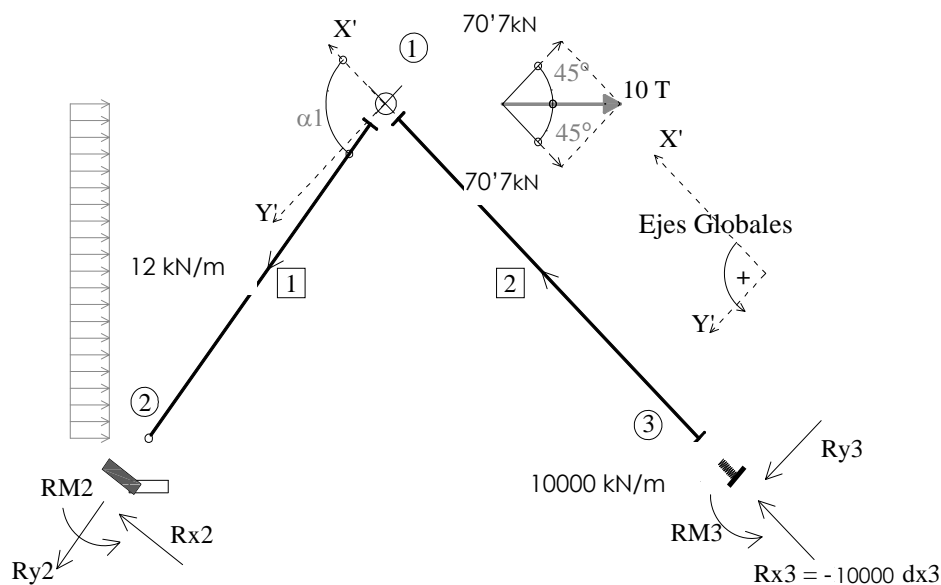


Figura 2. Modelización de la estructura

Por tanto, tendremos la barra 1 empotrada elásticamente en su extremo inicial al nudo 1 y articulada en su extremo final al nudo 2 y la barra 2 empotrada elásticamente en ambos extremos a los nudos 1 y 3.

Por su parte el nudo 1 es libre (con tres movimientos: dx_1 , dy_1 y θ_1), el nudo 2 es un empotramiento perfecto (movimientos nulos) y el nudo 3 sólo tiene permitido el desplazamiento según el eje X' global (dx_3), ya que en ese nudo hay un muelle en esa dirección que permite dicho movimiento condicionado por la constante del resorte.

4.4 Formación de la matriz de rigidez de la estructura

La matriz de rigidez de la estructura es una matriz cuadrada formada por las matrices elementales de rigidez de las barras en función de cómo están



conectadas éstas a los nudos adyacentes. De este modo, en la diagonal principal correspondiente a la rigidez del nudo, tendremos matrices elementales de rigidez directa (k'_{ii} o K'_{jj}) de las barras que concurren en el nudo correspondiente, siendo k'_{ii} o K'_{jj} dependiendo de si se trata del extremo inicial o final respectivamente.

Fuera de la diagonal principal tendremos matrices elementales de rigidez recíproca (k'_{ij} o K'_{ji}) si los nudos correspondientes están unidos por una barra y 0 si no lo están.

Plantearémos únicamente la parte de la matriz de rigidez de la estructura correspondiente a los nudos que tienen algún movimiento permitido (K'_{ii}), en este ejemplo concreto los nudos 1 y 3.

Esquema de la matriz de rigidez k'_{ii} :

$$K'_{ii} = \begin{bmatrix} k'_{ii1} + k'_{jj2} & k'_{ij2} \\ k'_{ij2} & k'_{ii2} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Inicialmente es una matriz de 6x6 elementos, ya que cada matriz elemental de barra es de 3x3 elementos.

Obtendremos, a continuación las matrices elementales de rigidez de cada barra que forman parte de K'_{ii} :

Barra 1 (empotrada en i-articulada en j)

$$\text{sen } \alpha_1 = 0'9899 \quad \text{cos } \alpha_1 = -0'141 \quad L = 5 \text{ m}$$

$$k'_{ii} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & -\text{sen } \alpha_1 & 0 \\ \text{sen } \alpha_1 & \cos \alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3EI}{L^3} & \frac{3EI}{L^2} \\ 0 & \frac{3EI}{L^2} & \frac{3EI}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & \text{sen } \alpha_1 & 0 \\ -\text{sen } \alpha_1 & \cos \alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$k'_{ii1} = \begin{bmatrix} -0'141 & -0'9899 & 0 \\ 0'9899 & -0'141 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 42000 & 0 & 0 \\ 0 & 1008 & 5040 \\ 0 & 5040 & 25200 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0'141 & 0'9899 & 0 \\ -0'9899 & -0'141 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18227 & -57215 & -49891 \\ -57215 & 411759 & -7106 \\ -49891 & -7106 & 25200 \end{bmatrix}$$

Barra 2 (empotrada en i- empotrada en j) $L \approx 5'657 \text{ m}$

$$k'_{i2} = k_{i2} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 371231 & 0 & 0 \\ 0 & 27842 & 7875 \\ 0 & 7875 & 296984 \end{bmatrix} \quad k'_{j2} = k_{j2} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 371231 & 0 & 0 \\ 0 & 27842 & -7875 \\ 0 & -7875 & 296984 \end{bmatrix}$$

$$k'_{j2} = k_{j2} = \begin{bmatrix} \frac{-EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -371231 & 0 & 0 \\ 0 & -27842 & 7875 \\ 0 & 7875 & 148492 \end{bmatrix} = k_{j2}^T = k_{j2}^T$$

Sustituyendo en (1) tendremos la matriz k'_{II} :

$$K'_{II} = \begin{bmatrix} 389458 & -57215 & -49891 & -371231 & 0 & 0 \\ -57215 & 439601 & -85856 & 0 & -27842 & -7875 \\ -49891 & -85856 & 548984 & 0 & 7875 & 148492 \\ -371231 & 0 & 0 & 371231 & 0 & 0 \\ 0 & -27842 & 7875 & 0 & 27842 & 7875 \\ 0 & -7875 & 148492 & 0 & 7875 & 296984 \end{bmatrix} \quad (2)$$

4.5 Formación del vector de cargas totales

El vector de cargas totales se obtiene a partir del vector de cargas directas sobre los nudos y del vector de cargas equivalentes.

Vector de cargas directas sobre los nudos (1 y 3): Sobre el nudo 1 actúa la carga puntual que descomponemos en ejes globales (ver figura 2) y sobre el nudo 3 tenemos las reacciones. En la dirección X, por haber un muelle, la reacción será el producto de la constante de dicho muelle por el movimiento en su dirección con signo negativo.

$$Q_{DI} = \begin{bmatrix} -707 \\ -707 \\ 0 \\ -10000 \cdot dx_3 \\ R_y \\ RM_3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Vector de cargas equivalentes sobre los nudos (1 y 3): Este vector se forma con los esfuerzos de empotramiento perfecto o reacciones en los apoyos de cada barra cargada aislándola de la estructura. En este ejemplo únicamente está cargada la barra 1, por tanto, las componentes de este vector serán:

$$\sum Q_1^e = \begin{bmatrix} Q_{i1}^e + Q_{j2}^e \\ Q_{i2}^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{i1}^e \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Siendo Q_{i1}^e el vector de reacciones en el extremo i de la barra 1, que es el extremo concurrente en el nudo 1.

Para obtener las tres componentes de este vector debemos proyectar la carga de 12 kN/m sobre los ejes locales de la barra, obtener las reacciones en ejes locales (figura 3) y, posteriormente, transformar de nuevo a ejes locales para incorporarlo al vector de cargas equivalentes.

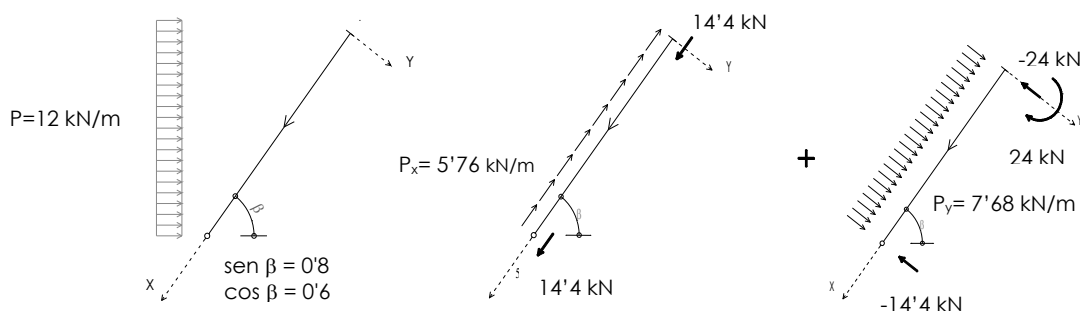


Figura 3. Vector de reacciones en los extremos de la barra 1 (ejes locales)



Las componentes del vector de reacciones en los extremos de la barra 1 en ejes locales son:

$$\text{Extremo i: } Q_i^e = \begin{bmatrix} 14'4 \\ -24 \\ 24 \end{bmatrix} \qquad \text{Extremo j: } Q_j^e = \begin{bmatrix} 14'4 \\ -14'4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Las componentes del vector de reacciones en los extremos de la barra 1 en ejes globales son:

$$\begin{aligned} \text{Extremo i: } Q_i^e &= \begin{bmatrix} \cos\alpha_1 & -\text{sen}\alpha_1 & 0 \\ \text{sen}\alpha_1 & \cos\alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot Q_i^e = \begin{bmatrix} -0'141 & -0'9899 & 0 \\ 0'9899 & -0'141 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 14'4 \\ -24 \\ 24 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 2'17 \\ 17'6 \\ 24 \end{bmatrix} \\ \text{Extremo j: } Q_j^e &= \begin{bmatrix} \cos\alpha_1 & -\text{sen}\alpha_1 & 0 \\ \text{sen}\alpha_1 & \cos\alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot Q_j^e = \begin{bmatrix} -0'141 & -0'9899 & 0 \\ 0'9899 & -0'141 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 14'4 \\ -14'4 \\ 0 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 12'2 \\ 16'3 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Por tanto, el vector de cargas equivalentes correspondientes a los nudos 1 y 3 será, sustituyendo en (4):

$$\sum Q_i^e = \begin{bmatrix} 2'17 \\ 17'6 \\ 24 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (5)$$

Vector de cargas totales sobre los nudos (1 y 3): Se obtiene restando del vector de cargas directas el vector de cargas equivalentes, ya que las componentes del vector de cargas equivalentes pasan a los nudos adyacentes a las barras con el mismo valor pero signo contrario.

$$Q_{\Pi} = Q_{Dl} - \sum Q_i^e = \begin{bmatrix} -70'7 \\ -70'7 \\ 0 \\ -10000 \cdot dx_3 \\ R_{y_3} \\ RM_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2'17 \\ 17'6 \\ 24 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -92'4 \\ -88'3 \\ 24 \\ -10000 \cdot dx_3 \\ R_{y_3} \\ RM_3 \end{bmatrix} \qquad (6)$$

4.6 Obtención de los movimientos de los nudos

Los movimientos independientes asociados a los nudos son las incógnitas de la ecuación matricial de equilibrio del Método de Rigideces, ecuaciones cargas-movimientos.

$$Q_{\Pi} = K_{\Pi}' \cdot q_{\Pi} \qquad (7)$$

Sustituimos, por tanto, en esta ecuación, la matriz de rigidez (2) y el vector de cargas totales (6), siendo q_{Π} el vector de movimientos en los nudos 1 y 3.



$$\begin{bmatrix} -9'24 \\ -8'83 \\ 2'4 \\ -1000 \cdot dx_3 \\ Ry_3 \\ RM_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 38945'8 & -5721'5 & -4989'1 & -37123'1 & 0 & 0 \\ -5721'5 & 43960'1 & -8585'6 & 0 & -2784'2 & -7875 \\ -4989'1 & -8585'6 & 54898'4 & 0 & 7875 & 14849'2 \\ -37123'1 & 0 & 0 & 37123'1 & 0 & 0 \\ 0 & -2784'2 & 7875 & 0 & 2784'2 & 7875 \\ 0 & -7875 & 14849'2 & 0 & 7875 & 29698'4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_1 \\ dy_1 \\ \theta_1 \\ dx_3 \\ dy_3 \\ \theta_3 \end{bmatrix}$$

Eliminamos las filas y columnas 5ª y 6ª, puesto que los movimientos correspondientes son nulos, y pasamos la constante del muelle al otro miembro (sumando al término correspondiente de la diagonal principal de la ecuación 4ª)

$$\begin{bmatrix} -9'24 \\ -8'83 \\ 2'4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 38945'8 & -5721'5 & -4989'1 & -37123'1 \\ -5721'5 & 43960'1 & -8585'6 & 0 \\ -4989'1 & -8585'6 & 54898'4 & 0 \\ -37123'1 & 0 & 0 & 47123'1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_1 \\ dy_1 \\ \theta_1 \\ dx_3 \end{bmatrix}$$

El valor de los movimientos según los ejes globales X' e Y' adoptados es el siguiente:

$$\begin{aligned} dx_1 &= -1'24 \cdot 10^{-2} \text{ m} & dy_1 &= -3'88 \cdot 10^{-3} \text{ m} & \theta_1 &= -1'3 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \\ dx_3 &= -9'84 \cdot 10^{-3} \text{ m} \end{aligned}$$

Si quisiéramos conocer el valor de los movimientos del nudo 1 según unos ejes X''-Y'', horizontal y vertical respectivamente, haríamos la transformación de ejes (figura 4), siendo el ángulo de la transformación el medido desde X'' a X' en sentido antihorario (sentido positivo).

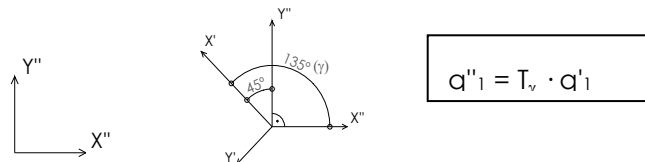


Figura 4. Ángulos para la transformación de ejes de los movimientos del nudo 1.

Movimientos del nudo 1 según los ejes X''-Y'':

$$\begin{bmatrix} dx_1'' \\ dy_1'' \\ \theta_1'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0'707 & -0'707 & 0 \\ 0'707 & -0'707 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1'24 \cdot 10^{-2} \\ -3'88 \cdot 10^{-3} \\ -1'3 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1'15 \cdot 10^{-2} \text{ m} \\ -6'02 \cdot 10^{-3} \text{ m} \\ -1'3 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \end{bmatrix}$$

4.7 Obtención de los esfuerzos de extremo de barra y de las reacciones en los apoyos

Una vez calculados los movimientos de los nudos 1 y 3 podemos obtener los esfuerzos en las barras sustituyendo el valor de éstos en las ecuaciones cargas-movimientos de las barras en ejes globales y luego transformándolos a ejes locales. Cuando se han obtenido los esfuerzos en un extremo pueden utilizarse también las ecuaciones de equilibrio para obtener los del otro extremo.



Las reacciones en el apoyo 2 coinciden con los esfuerzos del extremo final de la barra 1 en globales y las reacciones en el nudo 3 con los esfuerzos en el extremo inicial de la barra 2.

Barra 1: esfuerzos de extremo de barra y reacciones en el nudo 2

Extremo inicial i: $Q'_{ii} = k'_{i11} \cdot q_1 + k'_{i21} \cdot q_2 + Q'_{ii}^e =$

$$Q'_{ii} = \begin{bmatrix} 18227 & -57215 & -49891 \\ -57215 & 411759 & -7106 \\ -49891 & -7106 & 25200 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -124 \cdot 10^{-2} \\ -388 \cdot 10^{-3} \\ -13 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 217 \\ 176 \\ -24 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 278 \\ -703 \\ 786 \end{bmatrix}$$

En ejes locales los esfuerzos en el extremo i de la barra 1 son:

$$Q_{ii} = T^T \cdot Q'_{ii} = \begin{bmatrix} -0141 & 09899 & 0 \\ -09899 & -0141 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 278 \\ -703 \\ 786 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} -735 \\ -176 \\ 786 \end{bmatrix}$$

Extremo final j: $Q'_{j1} = k'_{j11} \cdot q_1 + k'_{j21} \cdot q_2 + Q'_{j1}^e =$

$$Q'_{j1} = \begin{bmatrix} -18227 & 57215 & 49891 \\ 57215 & -411759 & 7106 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -124 \cdot 10^{-2} \\ -388 \cdot 10^{-3} \\ -13 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 122 \\ 163 \\ 0 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 61 \\ 1042 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{x_2} \\ R_{y_2} \\ R_{M_2} \end{bmatrix}$$

En ejes locales los esfuerzos en el extremo j de la barra 1 son:

$$Q_{j1} = T^T \cdot Q'_{j1} \quad Q_{ii} = T^T \cdot Q'_{ii} = \begin{bmatrix} -0141 & 09899 & 0 \\ -09899 & -0141 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 61 \\ 1042 \\ 0 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1023 \\ -208 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Los esfuerzos en el extremo final j podrían haberse obtenido por equilibrio de fuerzas en la barra. Planteamos el equilibrio en ejes locales de barra y comprobamos que coinciden con los obtenidos anteriormente (figura 5):

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 & \quad -735 - 576.5 + F_{x_{j1}} = 0 & \quad F_{x_{j1}} = 1023 \text{ kN} \\ \sum F_y = 0 & \quad -176 - 768.5 + F_{y_{j1}} = 0 & \quad F_{y_{j1}} = -208 \text{ T} \\ \sum M_j = 0 & \quad -786 + 176.5 - 768 \cdot \frac{5^2}{2} + M_{j1} = 0 & \quad M_{j1} = 0 \text{ mT} \end{aligned}$$

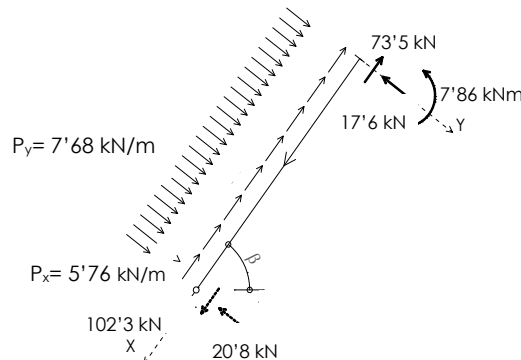


Figura 5. Equilibrio en la barra 1 (ejes locales).

Si quisiéramos obtener las reacciones en el nudo 2 según los ejes X''-Y'' (horizontal y vertical, respectivamente) haríamos la transformación de ejes siguiente:



$$\begin{bmatrix} R_{x_2} \\ R_{y_2} \\ R_{M_2} \end{bmatrix} = T_y \cdot \begin{bmatrix} R_{x_2} \\ R_{y_2} \\ R_{M_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0'707 & -0'707 & 0 \\ 0'707 & -0'707 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6'1 \\ 104'2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -78'02 \\ -69'36 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La reacción horizontal en el nudo 3, R_{x_3} , se obtiene directamente, a partir del movimiento dx_3 puesto que hay un muelle. Será: $R_{x_3} = -10000 dx_3 = 98 \text{ kN}$

Los esfuerzos de extremo de la barra 2 se obtendrían de forma similar o bien mediante equilibrio de fuerzas en el nudo 1 y luego en la barra, obteniendo también así las reacciones R_{y_3} y R_{M_3} .

5 Cierre

En este documento hemos una estructura mediante el Método de Rigideces. Se propone, como ejercicio de aplicación y autoevaluación, resolver la estructura de la figura 6, obteniendo los movimientos del nudo A y las reacciones en B y C.

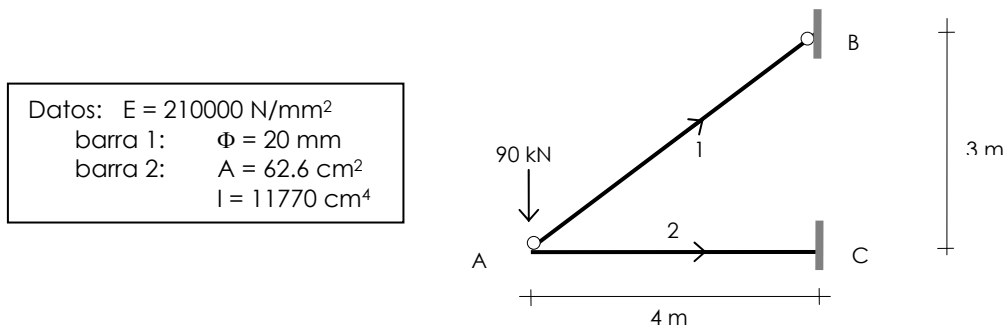


Figura 6. Estructura propuesta

(Resultado:

Si asignamos el giro de B al extremo de la barra 1 tendremos como incógnitas los movimientos del nudo A: $dx_A = 2'92 \cdot 10^{-4} \text{ m}$, $dy_A = -1'55 \cdot 10^{-2} \text{ m}$, $\theta_A = 5.83 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$, $R_{x_C} \approx -96 \text{ kN}$, $R_{y_C} \approx 18 \text{ kN}$, $R_{M_C} \approx -72 \text{ kNm}$, R_B (en la dirección de la barra 2) $\approx 120 \text{ kN}$)

6 Bibliografía

6.1 Libros:

[1] Samartin A., González J.R. "Cálculo Matricial de Estructuras". Ed. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Madrid, 2001.

6.2 Figuras: Autora de las figuras: Luisa Basset

Figura 1. Esquema de la estructura.

Figura 2. Modelización de la estructura

Figura 3. Vector de reacciones en los extremos de la barra 1 (ejes locales)

Figura 4. Ángulos para la transformación de ejes de los movimientos del nudo 1

Figura 5. Equilibrio en la barra 1 (ejes locales).

Figura 6. Estructura propuesta