

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA

DEPARTAMENTO DE COMUNICACIONES

DOCTORADO EN TELECOMUNICACIÓN



TESIS DOCTORAL

Modelado en frecuencia del canal UWB y su
aplicación en el análisis de técnicas de modulación
adaptativa en sistemas MB-OFDM UWB para redes
WPAN

AUTOR

Gonzalo Llano Ramírez

DIRECTOR

Dr. Juan Reig Pascual

Profesor Titular Universidad Politécnica de Valencia

Valencia, España, Marzo de 2010

*A mí adorada abuela, mis padres, mi familia
y lo más importante en mi vida:
Mi esposa e hijos.*

Agradecimientos

Primero que todo quiero agradecer a mi familia su valioso apoyo brindado en esta larga ausencia, pero de manera muy especial a mi esposa e hijos y disculparme por el tiempo que no he podido disfrutar a su lado.

Deseo expresar un sincero agradecimiento a mi supervisor y director de tesis, Dr. Juan Reig, profesor titular de la Universidad Politécnica de Valencia, gracias a su incondicional colaboración, orientación y paciencia, finalmente he logrado el objetivo.

También, agradecer al Dr. Lorenzo Rubio, profesor titular de la Universidad Politécnica de Valencia, por su apoyo logístico en el grupo de investigación de radio y comunicación inalámbrica, facilitándome la escritura de la tesis.

ÍNDICE GENERAL

| | |
|---|-----------|
| ABSTRACT..... | iv |
| RESUMEN | vi |
| RESUM | viii |
| LISTA DE ACRÓNIMOS | x |
| LISTA DE SÍMBOLOS | xii |
| ÍNDICE DE FIGURAS | xvi |
| ÍNDICE DE TABLAS | xxi |
| 1 INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS..... | 1 |
| 1.1 Introducción..... | 1 |
| 1.2 El canal móvil inalámbrico..... | 5 |
| 1.3 Motivación, originalidad y delimitación de la investigación | 9 |
| 1.4 Objetivos general y específicos | 12 |
| 1.5 Principales aportaciones de la tesis... .. | 14 |
| 1.6 Antecedentes de investigación en el tema..... | 15 |
| 1.6.1 Sobre caracterización en frecuencia del canal UWB | 15 |
| 1.6.2 Sobre variación de la potencia en el canal UWB | 16 |
| 1.6.3 Sobre modulación adaptativa discreta con MB-OFDM UWB | 17 |
| 1.7 Estructura y desarrollo de la tesis..... | 17 |
| 1.7.1 Plan de trabajo para el desarrollo de la investigación | 17 |
| 1.8 Estructura por capítulos de la tesis doctoral..... | 19 |
| 1.9 Herramientas de cálculo y simulación | 20 |
| 1.10 Resumen del capítulo..... | 20 |
| Referencias | 22 |
| 2 CARACTERIZACIÓN ESTADÍSTICA DEL CANAL ULTRA-WIDEBAND..... | 25 |
| 2.1 Introducción a Ultra-wideband..... | 25 |
| 2.1.1 Breve reseña histórica de UWB..... | 32 |
| 2.1.2 Definición de una señal UWB..... | 34 |
| 2.1.2.1 Señal de banda estrecha..... | 35 |
| 2.1.2.2 Señal de banda ultra ancha | 37 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 2.1.3 | Técnicas de señalización en UWB | 38 |
| 2.2 | Modelo estadístico del canal móvil inalámbrico <i>indoor</i> | 39 |
| 2.2.1 | El canal móvil inalámbrico en <i>indoor</i> | 40 |
| 2.2.2 | Caracterización en tiempo | 43 |
| 2.2.3 | Caracterización en frecuencia | 51 |
| 2.3 | Modelo estocástico del canal UWB 802.15.3a y 802.15.4a..... | 56 |
| 2.3.1 | Caracterización y modelado del canal UWB..... | 56 |
| 2.3.2 | Caracterización temporal del canal UWB..... | 60 |
| 2.3.2.1 | El modelo 802.15.3a..... | 60 |
| 2.3.2.2 | El modelo 802.15.4a..... | 67 |
| 2.3.3 | Caracterización en frecuencia del canal UWB | 72 |
| 2.3.3.1 | Potencia media de cada subportadora, Ω_{eq}^i | 73 |
| 2.3.3.2 | El parámetro de forma de cada subportadora, m_{eq}^i | 75 |
| 2.3.3.3 | El coeficiente de correlación en potencia, $\rho_{i,j}$ | 80 |
| 2.4 | Variación de la potencia en el canal UWB..... | 87 |
| 2.4.1 | Introducción | 87 |
| 2.4.2 | Modelo analítico de la variación de la potencia | 88 |
| 2.4.2.1 | Potencia media del canal UWB 4a | 91 |
| 2.4.2.2 | Profundidad del desvanecimiento (<i>fade depth</i>)..... | 92 |
| 2.4.2.3 | Margen de desvanecimiento (<i>fade margin</i>) | 99 |
| 2.5 | Resumen del capítulo..... | 104 |
| | Referencias..... | 105 |
| 3 | MODULACIÓN ADAPTATIVA CON TRANSMISION MB-OFDM UWB..... | 109 |
| 3.1 | Introducción a MB-OFDM UWB | 109 |
| 3.1.1 | Ortogonalidad en OFDM..... | 111 |
| 3.1.2 | El transmisor MB-OFDM UWB..... | 113 |
| 3.1.2.1 | El prefijo cíclico | 116 |
| 3.1.2.2 | Arquitectura del transmisor MB-OFDM UWB | 117 |
| 3.2 | Introducción a la modulación adaptativa..... | 122 |
| 3.3 | Estrategias para la modulación adaptativa | 124 |
| 3.3.1 | Adaptación discreta de la tasa de bits..... | 125 |
| 3.3.2 | Retardo de la adaptación del canal | 128 |
| 3.4 | Selección del k -ésimo modo de transmisión | 129 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 3.5 | Parámetros para el cálculo de las prestaciones..... | 133 |
| 3.5.1 | Capacidad media | 135 |
| 3.5.2 | Probabilidad de error de bit media..... | 136 |
| 3.5.3 | Probabilidad de bloqueo o de corte | 137 |
| 3.5.4 | Probabilidad de error de bit instantánea M -PSK en AWGN | 138 |
| 3.6 | Cálculo del vector de umbrales de decisión..... | 141 |
| 3.6.1 | Umbrales con el método de Lagrange..... | 142 |
| 3.7 | Cálculo de la SNR media de avalancha..... | 148 |
| 3.8 | Prestaciones con estimación perfecta de la i SNR | 150 |
| 3.8.1 | Probabilidad de seleccionar el k -ésimo modo | 150 |
| 3.8.2 | Capacidad media con estimación perfecta | 153 |
| 3.8.3 | Ganancia por diversidad en frecuencia | 156 |
| 3.8.4 | Probabilidad de error de bit media por subportadora | 157 |
| 3.8.4.1 | Análisis del error de truncamiento..... | 159 |
| 3.8.5 | Probabilidad de bloqueo o de corte | 160 |
| 3.9 | Prestaciones con estimación imperfecta de la i SNR | 163 |
| 3.9.1 | Estimación de la i SNR en el canal UWB..... | 164 |
| 3.9.2 | Probabilidad de error de bit media por subportadora | 167 |
| 3.9.3 | Probabilidad de error de bit media en el canal UWB 3a..... | 171 |
| 3.10 | Error en la estimación de la i SNR..... | 172 |
| 3.10.1 | Error de estimación en unidades naturales | 173 |
| 3.10.2 | Desviación típica del error en unidades naturales..... | 176 |
| 3.10.3 | Error de estimación en dB..... | 177 |
| 3.10.4 | Desviación típica del error en dB | 178 |
| 3.10.5 | Percentiles del error de estimación en dB..... | 180 |
| 3.11 | Resumen del capítulo..... | 183 |
| | Referencias | 184 |
| 4 | CONCLUSIONES Y LINEAS FUTURAS DE INVESTIGACION | 187 |
| 4.1 | Conclusiones | 187 |
| 4.2 | Líneas futuras de trabajo e investigación | 190 |
| | ANEXOS..... | 193 |

ABSTRACT

The current trend to integrate the different services and applications on a single network infrastructure has generated a growing deployment of wireless wide area network (WWAN), local area network (WLAN) and personal area network (WPAN) with differentiated traffic requirements (QoS), security and high bit rate transmission, requires the development of protocols and new transmission techniques that allow better integration of applications and communications services in a environment hostile, as the mobile wireless channel with multipath propagation.

One of the greatest challenges for carrying out this integration is to achieve a communication link with certain quality and high transmission capacity.

The combination of adaptive modulation and coding techniques in conjunction with multicarrier transmission such as OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) and other advanced technologies such as MIMO-UWB (transmission and reception with multiple antennas in ultra wideband systems) represents a powerful tool to improve the performance and allow compliance with the goals and challenges defined by these networks.

This thesis deals with the improvement the quality and capacity of transmission in a WPAN networks, using the standard MB-OFDM (OFDM over multiple bands) in UWB channels with adaptive modulation performing a discrete rate adaptation of bits transmitted per sub-carrier.

The basic principle of a modulation scheme and/or adaptive coding is to obtain information on the characteristics, structure and variability of the wireless mobile channel. With the information obtained from the receiver the transmitter adapts the symbol transmission rate, constellation size, coding rate or any combination of these parameters based on the channel state information.

This Ph.D dissertation begins with an analysis in time and frequency domain of the two UWB channel proposed models by the IEEE 802.15.3a and IEEE 802.15.4a working groups. The objective is to determine the statistical distribution that best approximates the amplitude of each sub-carriers in frequency domain, and later to define the metric to use in the assessing the UWB channel state and dynamics.

The adaptive modulation requires the transmitter to adapt to the variability of the channel. The analysis can be done in two ways

- Assuming perfect adaptation (ideal estimation) which implies that the transmitter always knows the dynamics and structure of the channel.
- Assuming an error (imperfect channel estimation) in the adaptation due to uncertainty in the knowledge of the channel.

The estimation method of the UWB channel used in this thesis is based on the knowledge of the power correlation coefficient between data sub-carriers and pilot sub-carrier, given that the position of each in the spectrum is well defined according to the MB-OFDM standard. We propose a closed-form expression to calculate the correlation coefficient between the powers of a pair of sub-carriers in terms of the parameters defined in proposed models by the IEEE. This estimation method is called PSAM (Pilot Symbol Assisted Modulation).

Once knowed the channel state information and defined the metric that allows its evaluation, we calculate and validate through simulation the performance of adaptive multilevel modulation with constant envelope M -PSK and MB-OFDM transmission. We propose closed-form expressions for the average capacity in bits per symbol, the bit error probability average and the outage probability. We also find expressions for the distribution and the statistical parameters of the estimation error in the case of imperfect channel estimation.

On the other hand, from the result obtained for statistical distribution of the amplitude of each sub-carrier in the frequency domain, in this thesis are studied the variation of the received power as a function of the bandwidth channel due to the fading small-scale. Analytical expressions for the fade depth and the fade margin validated through simulations are of special interest in the link budget evaluation in wireless mobil communication systems.

RESUMEN

La tendencia actual de integrar los diferentes servicios y aplicaciones en una única infraestructura de red ha generado un creciente despliegue de redes inalámbricas de área amplia (WWAN), local (WLAN) y personal (WPAN) con requisitos de tráfico diferenciado (calidad de servicio), seguridad, y elevada tasa de transmisión binaria que requieren el desarrollo de protocolos y nuevas técnicas de transmisión que permitan una mejor integración de las aplicaciones y servicios de comunicación en un medio de transmisión hostil, como el canal móvil inalámbrico con propagación multitrayecto.

Uno de los desafíos y retos más importantes para llevar a cabo con éxito esta integración consiste en conseguir un enlace de comunicación con una determinada **calidad** y elevada **capacidad** de transmisión.

La combinación de la modulación y codificación adaptativa en conjunto con técnicas de transmisión multiportadora como OFDM (multiplexación por división en frecuencias ortogonales) y otras tecnologías avanzadas como por ejemplo MIMO-UWB (transmisión y recepción con múltiples antenas en sistemas de banda ultra ancha) ofrece una mejora en las prestaciones que permite cumplir con los objetivos y desafíos planteados por este tipo de redes.

En esta tesis doctoral se plantea el aumento de la capacidad de transmisión en las redes HDR-WPAN (redes WPAN con elevada tasa binaria) empleando el estándar MB-OFDM (OFDM sobre múltiples bandas) en canales UWB con modulación adaptativa y realizando una adaptación discreta de la tasa de bits transmitidos por subportadora.

El principio básico de un esquema de modulación y/o codificación adaptativa consiste en obtener información de las características, estructura y variabilidad del canal móvil inalámbrico. A partir de la información obtenida desde el receptor, el transmisor adapta el nivel de modulación digital y/o codificación por subportadora en función del estado del canal.

La tesis comienza con un análisis en el dominio del tiempo y de la frecuencia de los dos modelos de canal UWB propuestos en IEEE: IEEE 802.15.3a y 802.15.4a. El objetivo consiste en determinar la distribución estadística que mejor se aproxima a la amplitud de cada una de las subportadoras en

frecuencia, para posteriormente definir la métrica a emplear en la evaluación del estado y dinámica del canal UWB.

En la modulación adaptativa se requiere que el transmisor se adapte a la variabilidad del canal. El análisis se puede realizar de dos formas:

- Asumiendo adaptación perfecta (estimación ideal), lo que implica que el transmisor siempre conoce la dinámica y estructura del canal.
- Considerando un error (estimación imperfecta del canal) en la adaptación debido a la incertidumbre en el conocimiento del canal.

El método de estimación del canal UWB empleado en la tesis, se fundamenta en el conocimiento del coeficiente de correlación en potencia entre las subportadoras de datos y la subportadora piloto, teniendo en cuenta que la posición de cada una de ellas en el espectro está perfectamente definido de acuerdo al estándar MB-OFDM UWB. Para ello, se propone una expresión cerrada para calcular el coeficiente de correlación entre las potencias de un par de subportadoras para el canal UWB, en función de los parámetros definidos en los modelos propuestos en el IEEE. Este método de estimación ampliamente extendido en la literatura técnica se conoce como PSAM (modulación asistida por símbolos piloto).

A partir de la información del estado del canal y una vez definida la métrica que permite su evaluación, se calcula y se valida mediante simulación las prestaciones de la modulación adaptativa multinivel de envolvente constante M -PSK con transmisión OFDM. Esta evaluación se realiza a través de expresiones cerradas para la capacidad media, la probabilidad de error de bit media y la probabilidad de corte, así como la obtención de la distribución y estadísticos del error de estimación en el caso de estimación imperfecta.

Por otro lado, a partir de la distribución estadística de la amplitud de cada una de las subportadoras en frecuencia del canal UWB, en esta tesis se han obtenido resultados, de la variación de la potencia del canal en función del ancho de banda teniendo en cuenta el desvanecimiento a pequeña escala.

Los márgenes de desvanecimiento obtenidos analíticamente en esta tesis resultan de especial interés en el cálculo del balance del enlace (*link budget*) en un sistema de comunicación móvil inalámbrico.

RESUM

La tendència actual d'integrar els diferents serveis i aplicacions en una única infraestructura de xarxa ha generat un creixent desplegament de xarxes inalàmbriques d'àrea àmplia (WWAN), local (WLAN) i personal (WPAN) amb requeriments de tràfic diferenciat (qualitat de servei), seguretat, i elevada taxa binària en un medi de transmissió hostil, com el canal mòbil sense fils amb propagació multitrajecte.

Un dels desafiaments i reptes més importants per tal d'assolir aquesta integració amb èxit és aconseguir un enllaç de comunicacions amb una determinada **qualitat** i elevada **capacitat** de transmissió.

La combinació de la modulació i codificació adaptativa en conjunt amb tècniques de transmissió multiportadora com OFDM (multiplexació per divisió en freqüències ortogonals) i altres tecnologies avançades com per exemple MIMO-UWB (transmissió i recepció amb múltiples antenes en sistemes de banda ultra ampla) ofereix una millora en les prestacions que permet complir amb els objectius i desafiaments plantejats per este tipus de xarxes.

En esta tesi doctoral es planteja la millora de la capacitat de transmissió en les xarxes HDR-WPAN (xarxes WPAN amb elevada taxa binària) utilitzant l'estàndard MB-OFDM (OFDM sobre múltiples bandes) sobre canals UWB amb modulació adaptativa i realitzant una adaptació discreta de la taxa de bits transmesos per subportadora.

El principi bàsic d'un esquema de modulació i/o codificació adaptativa consisteix a obtenir informació de les característiques, estructura i variabilitat del canal mòbil sense fil. A partir de la informació obtinguda des del receptor, el transmissor adapta el nivell de modulació digital i/o codificació per subportadora en funció de l'estat del canal.

La tesi comença amb una anàlisi en el domini del temps i de la freqüència dels dos models de canal UWB proposats en IEEE: IEEE 802.15.3a i 802.15.4a. L'objectiu d'este primer estudi consisteix a determinar la distribució estadística que més s'aproxima a l'amplitud de cada una de les subportadores, per a posteriorment definir la mètrica a utilitzar en l'avaluació de l'estat i dinàmica del canal UWB.

En la modulació adaptativa es requerix que el transmissor s'adapte a la variabilitat del canal. L'anàlisi es pot realitzar de dues formes:

- Assumint adaptació perfecta (estimació ideal), la qual cosa implica que el transmissor sempre coneix la dinàmica i estructura del canal.
- Considerant un error (estimació imperfecta del canal) en l'adaptació degut a la incertesa en el coneixement del canal.

El mètode d'estimació del canal UWB utilitzat en esta tesi es fonamenta en el coneixement del coeficient de correlació en potència entre les subportadores de dades i la subportadora pilot, tenint en compte que la posició de cada una d'elles en l'espectre esta perfectament definit d'acord a l'estàndard MB-OFDM UWB. Per a això, es proposa una expressió tancada per a calcular el coeficient de correlació entre la potència d'un parell de subportadores per al canal UWB, en funció dels paràmetres definits en els models proposats en l'IEEE. Este mètode d'estimació àmpliament analitzat en la literatura tècnica es coneix com PSAM (modulació assistida per símbols pilot).

A partir del coneixement de l'estat del canal, i una vegada definida la mètrica que permet la seua avaluació, es calculen les prestacions de la modulació adaptativa amb OFDM i la modulació multinivel d'envolvent constant M-PSK. Esta avaluació es realitza mitjançant d'expressions tancades per a la capacitat mitjana, la probabilitat d'error de bit mitjana i la probabilitat de tall, així com mitjançant l'obtenció de la distribució i estadístics de l'error d'estimació en el cas d'estimació imperfecta del canal.

D'altra banda, a partir de la distribució estadística de l'amplitud de cada una de les subportadores en freqüència del canal UWB, en esta tesi s'han obtingut resultats de la variació de potència del canal en funció de l'amplària de banda tenint en compte l'esvaïment a xicoteta escala.

Els marges d'esvaïment obtinguts analíticament en esta tesi resulten d'especial interès en el càlcul del balanç de l'enllaç (*link budget*) en un sistema de comunicació mòbil sense fils.

LISTA DE ACRÓNIMOS

| | |
|----------|---|
| 4G | Cuarta generación (<i>4th Generation</i>) |
| AWGN | Ruido blanco gaussiano y aditivo (<i>Additive White Gaussian Noise</i>) |
| BPS | Bits por símbolo (<i>Bits per symbol</i>) |
| CSI | Información estado del canal (<i>Channel State Information</i>) |
| CIR | Respuesta impulsiva del canal (<i>Channel Impulse Response</i>) |
| CP | Prefijo cíclico (<i>Cyclic Prefix</i>) |
| FDM | Multiplexación por división en frecuencia (<i>Multiplexing Division Multiplexing</i>) |
| FDP | Función densidad de probabilidad. |
| FDA | Función distribución acumulada. |
| FFT | Transformada rápida de Fourier (<i>Fast Fourier Transform</i>) |
| HDR-WPAN | Red inalámbrica de ámbito personal de elevada velocidad (<i>High Data Rate Wireless Personal Area Network</i>) |
| iBEP | Probabilidad de error de bit instantánea (<i>Instantaneous Bit Error Probability</i>) |
| ICI | Interferencia entre portadoras (<i>Inter-Carrier Interference</i>) |
| ISI | Interferencia entre símbolos (<i>Inter-Symbol Interference</i>) |
| ISM | Industrial, Científico y Médico (<i>Industrial, Scientific and Medic</i>) |
| i.i.d. | Independiente e idénticamente distribuida (<i>independent identically distributed</i>) |
| iSNR | Relación señal a ruido instantánea (<i>Instantaneous Signal to Noise Ratio</i>) |
| LOS | Línea de visión directa (<i>Line-Of-Sight</i>) |
| MAC | Control de acceso al medio (<i>Medium Access Control</i>) |
| MB-OFDM | Multibanda con multiplexación por división en frecuencia orthogonal (<i>Multiband Orthogonal Frequency Division Multiplexing</i>) |
| M-PSK | <i>m</i> -ary Phase Shift Keying |
| MPC | Componentes multitrayecto (<i>MultiPath Components</i>) |
| MSE | Error cuadrático medio (<i>Mean Squared Error</i>) |

| | |
|-------|--|
| NLOS | Sin línea de visión directa (<i>Non Line-Of-Sight</i>) |
| OFDMA | Acceso múltiple por multiplexación por división en frecuencia ortogonal (<i>Orthogonal Frequency Division Multiplexing Access</i>) |
| PDP | Perfil de retardo de potencia (<i>Power Delay Profile</i>) |
| PHY | Capa física (<i>Physical Layer</i>) |
| PLCP | Protocolo de convergencia en el nivel físico (<i>Physical Layer Convergence Protocol</i>) |
| PSAM | Modulación asistida por símbolos piloto (<i>Pilot Symbol Assisted Modulation</i>) |
| PSD | Densidad espectral de potencia (<i>Power Density Spectral</i>) |
| QoS | Calidad de servicio (QoS – <i>Quality-of-Service</i> -) |
| QPSK | Modulación por desplazamiento de fase en cuadratura (<i>Quadrature Phase Shift Keying</i>) |
| QAM | Modulación de amplitud en cuadratura (<i>Quadrature Amplitude Modulation</i>) |
| VA | Variable aleatoria |
| WF | <i>Waterfilling</i> |
| WLAN | Red inalámbrica de ámbito local (<i>Wireless Local Area Network</i>) |
| WSS | Estacionario en sentido amplio (<i>Wide Sense Stationary</i>) |
| WWAN | Red inalámbrica de ámbito global (<i>Wireless Wide Area Network</i>) |

LISTA DE SÍMBOLOS

| | |
|---------------------------|---|
| α_i : | Amplitud de desvanecimiento de la l -ésima contribución. |
| $\alpha_{k,i}$: | Amplitud de desvanecimiento de la k -ésima contribución dentro del l -ésimo <i>cluster</i> en el canal 802.15.4a. |
| $\beta_{k,i}$: | Amplitud de desvanecimiento de la k -ésima contribución dentro del l -ésimo <i>cluster</i> en el canal 802.15.3a. |
| γ_i : | SNR instantánea de la i -ésima subportadora. |
| $\bar{\gamma}$: | SNR media de la i -ésima subportadora. |
| γ_p : | SNR instantánea de la subportadora piloto. |
| $\hat{\gamma}_p$: | SNR instantánea estimada de la subportadora piloto. |
| $\bar{\gamma}_p$: | SNR media de la subportadora piloto. |
| γ_c : | SNR instantánea de corte. |
| $\bar{\gamma}_a$: | SNR media de avalancha |
| Δ : | Error de estimación de la iSNR en unidades naturales. |
| Δf : | Separación en frecuencia de las subportadoras en símbolo OFDM. |
| $\delta(\text{dB})$: | Error de estimación de la iSNR en dB. |
| $\delta(\cdot)$: | Función impulso de Dirac. |
| η : | Capacidad media del canal en bits por símbolo. |
| ξ_i : | Amplitud de desvanecimiento del l -ésimo cluster, en el canal 3a. |
| $\xi(J)$: | Error de truncamiento del sumatorio al infinito. |
| ρ_{η_1, η_2} : | Coefficiente de correlación en amplitud. |
| $\rho_{i,j}$: | Coefficiente de correlación en potencia entre subportadoras. |
| σ_τ : | Ensanchamiento o dispersión temporal del canal. |
| σ_x : | Desviación típica del <i>shadowing</i> en dB para el canal UWB 3a. |
| σ_X : | Desviación típica del <i>shadowing</i> en nepers para el canal UWB 3a. |
| σ_n^2 : | Varianza del ruido. |
| σ_Δ : | Desviación típica del error de estimación en unidades naturales. |
| σ_δ : | Desviación típica del error de estimación en dB. |
| $\bar{\tau}$: | Exceso de retardo medio. |
| τ_a : | Retardo de adaptación en el canal con variación lenta. |
| τ_i : | retardo de la l -ésima contribución. |

| | |
|-----------------------|--|
| $\tau_{k,l}$: | Tiempo de llegada de la k -ésima contribución dentro del l -ésimo <i>cluster</i> en el canal 3a. |
| T_s : | Periodo de símbolo por subportadora. |
| T_{SYM} : | Periodo de un símbolo en MB-OFDM UWB. |
| T_i : | Tiempo de llegada de los <i>cluster</i> . |
| ϕ_l : | Angulo de llegada de la l -ésima contribución. |
| Υ : | Amplitud de la envolvente del canal considerando el <i>shadowing</i> y el desvanecimiento de pequeña escala. |
| $\varphi_{k,l}$: | Fase de la k -ésima contribución dentro del l -ésimo <i>cluster</i> . |
| φ_l : | Fase de la l -ésima contribución. |
| $\Phi_{\Delta f}$: | Potencia del canal UWB en unidades logarítmicas (dBm) en un ancho de banda Δf . |
| Φ_p : | Potencia no superada con una probabilidad P , en dBm. |
| $\Psi_{\Delta f}$: | Potencia del canal UWB en unidades lineales (mW) en un ancho de banda Δf . |
| Ω_l : | Potencia media debido al l -ésimo <i>cluster</i> en el canal 3a y 4a. |
| Ω_{eq}^i : | Potencia media equivalente en la i -ésima subportadora. |
| $\Omega_{k,l}$: | Potencia media debido a la k -ésima contribución dentro del l -ésimo <i>cluster</i> en el canal 3a y 4a. |
| Ω_{Υ} : | Potencia media del canal del canal considerando el <i>shadowing</i> y el desvanecimiento de pequeña escala. |
| B_c : | Ancho de banda de coherencia. |
| B_D : | Dispersión Doppler del canal: $B_D = 2f_D$ |
| B_s : | Ancho de banda de la señal por subportadora. |
| \overline{BEP} : | Probabilidad de error de bit media del canal UWB 802.15.3a. |
| c_o : | Velocidad de la luz en el vacío. |
| f_D : | Máxima dispersión Doppler del canal. |
| f_i : | i -ésima subportadora en MB-OFDM. |
| f_c : | Frecuencia central de una subbanda en MB-OFDM UWB. |
| $h(\tau;t)$: | Respuesta al impulso del canal variante en el tiempo. |
| $h(\tau)$: | Respuesta al impulso del canal invariante en el tiempo. |
| $H(f;t)$: | Transformada de Fourier para el canal variante en el tiempo. |
| $H(f)$: | Transformada de Fourier para el canal invariante en el tiempo. |

- i : Índice de las subportadoras en MB-OFDM UWB.
- J : Número de términos para truncar el sumatorio al infinito.
- $m_{k,t}$: Parámetro de forma de cada contribución en el canal 4a.
- m_{eq}^i : Parámetro de forma equivalente en la i -ésima subportadora.
- \mathcal{M}_k : Probabilidad de seleccionar el k -ésimo modo de modulación.
- N : Número de subportadoras en MB-OFDM UWB.
- N_b : subportadoras de datos entre dos subportadoras pilotos: $N_b = 9$.
- $P_h(t, \tau)$: Perfil de retardo de potencia instantáneo.
- P_{th} : Probabilidad de error de bit umbral u objetivo.
- \bar{P}_b : Probabilidad de error de bit media por subportadora.
- P_b^k : Probabilidad de error de bit media por subportadora en el k -ésimo modo de modulación.
- P_{out} : Probabilidad de *outage* o de corte.
- p_{m_k} : Probabilidad de error de bit instantánea para el k -ésimo modo de modulación en AWGN.
- $R_{h(t, \tau)}$: Función de autocorrelación del canal.
- \mathcal{R}_k : k -ésima región de desvanecimiento.
- T_C : Tiempo de coherencia.
- TX_TIME: Tiempo de transmisión de una trama en MB-OFDM UWB
- v : Velocidad del móvil.
- W : Ancho de banda del canal.
- $W_{f,10dB}$: Ancho de banda fraccional a 10 dB
- X**: Las mayúsculas en negrita indican matrices
- x**: Las minúsculas en negrita indican vectores fila o columna.
- \mathbf{x}^T : Transpuesta de un vector fila o columna.
- \mathbf{x}^* : Conjugado de un vector fila o columna.
- X*: Las mayúsculas en cursiva indican los elementos de una matriz.
- x*: Las minúsculas en cursiva indican los elementos de un vector.
- $E\{\cdot\}$: Operador esperanza estadística.
- $P_r\{\cdot\}$: Operador probabilidad.
- $\lceil \cdot \rceil$: Función parte entera techo (*ceiling*).
- $\Gamma(\cdot, \cdot)$: Función Gamma incompleta.
- $\Gamma(\cdot)$: Función Gamma.

| | |
|---|---|
| $Q(\cdot, \cdot):$ | Función Gamma incompleta regularizada. |
| $Q^{-1}(\cdot, \cdot):$ | Inversa de la función Gamma incompleta regularizada. |
| $J_0(\cdot):$ | Función de Bessel de primer tipo y orden cero. |
| $K_\nu(\cdot):$ | Función modificada de Bessel de segundo tipo y orden ν . |
| $F_{\hat{\gamma}_p}(\hat{\gamma}_p \gamma_p):$ | Función distribución condicionada de la subportadora piloto. |
| $F_{\hat{\gamma}_p, \gamma_p}(\hat{\gamma}_p, \gamma_p):$ | Función distribución conjunta de la subportadora piloto. |
| $f_{\hat{\gamma}_p \gamma_p}(\hat{\gamma}_p \gamma_p):$ | Función densidad condicionada de la subportadora piloto. |
| $f_{\hat{\gamma}_p, \gamma_p}(\hat{\gamma}_p, \gamma_p):$ | Función densidad conjunta de la subportadora piloto. |
| $f_X(x):$ | Función densidad de probabilidad unidimensional. |
| $f_{X,Y}(x, y):$ | Función densidad de probabilidad bidimensional. |
| $\sim \mathcal{L}(0, \sigma_x):$ | Variable aleatoria log-normal de media cero y desviación típica σ_x en nepers. |
| $\sim \mathcal{N}(0, \sigma_x):$ | Variable aleatoria normal de media cero y desviación típica σ_x en dB. |
| $\sim \mathcal{N}(a, b):$ | Variable aleatoria normal de media a y desviación típica b . |
| $\sim \mathcal{G}(m_1, \Omega_1, m_2, \Omega_2, \rho_{1,2}):$ | Variable aleatoria Gamma bidimensional. |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | | |
|--------------|---|----|
| Figura 1.1. | Configuración de un <i>tap</i> en banda estrecha y banda ultra ancha | 7 |
| Figura 2.1. | Segmentos de utilización de las tecnologías inalámbricas | 26 |
| Figura 2.2. | Integración de UWB con WPAN y WLAN | 31 |
| Figura 2.3. | Evolución cronológica de UWB | 34 |
| Figura 2.4. | Ancho de banda fraccional de una señal de banda estrecha | 35 |
| Figura 2.5. | Comparación de la señal UWB con señales de banda ancha y banda estrecha..... | 37 |
| Figura 2.6. | Técnicas de transmisión y señalización en UWB | 39 |
| Figura 2.7. | Variaciones de la envolvente de la señal en el canal inalámbrico.... | 42 |
| Figura 2.8. | Coeficiente de correlación ρ_r , en función $2\pi\Delta f\sigma_\tau$ | 50 |
| Figura 2.9. | Estructura de una trama en MB-OFDM UWB | 53 |
| Figura 2.10 | Potencia de la envolvente de un canal Nakagami- m con $m = 1$, $\Omega_0 = 1$, velocidad de usuario 3,6 km/h y $f_c = 3,960$ GHz: (a) Variación temporal, (b) Espectro Doppler..... | 54 |
| Figura 2.11. | <i>Delay bin</i> en un canal de banda estrecha y un canal UWB | 58 |
| Figura 2.12. | Modelo temporal del canal S-V en banda ancha..... | 61 |
| Figura 2.13. | Principio del modelo de canal UWB 802.15.3a en el tiempo..... | 62 |
| Figura 2.14. | Tiempo de llegada para 90 contribuciones con el modelo CM4 | 67 |
| Figura 2.15. | Función densidad de probabilidad simulada y teórica log-normal para el módulo $ h(\tau) $ del canal UWB 802.15.3a tipo CM4 | 67 |
| Figura 2.16. | Modelo de canal UWB 802.15.4a en el tiempo | 68 |
| Figura 2.17. | Función densidad de probabilidad simulada y teórica Nakagami- m para el módulo $ h(\tau) $ del canal UWB 802.15.4a | 71 |
| Figura 2.18. | Función densidad de probabilidad Nakagami- m para el módulo $ H(f) $ en unidades lineales del canal UWB 802.15.3a..... | 77 |
| Figura 2.19. | Función densidad de probabilidad Nakagami- m para el módulo $ H(f) $ del canal 802.15.3a en dB | 78 |
| Figura 2.20. | Función distribución acumulada para el módulo $ H(f) $ del canal 802.15.3a | 78 |
| Figura 2.21. | Función densidad de probabilidad Nakagami- m para el módulo $ H(f) $ del canal UWB 802.15.4a..... | 79 |

| | |
|---|-----|
| Figura 2.22. Función distribución acumulada para el módulo $ H(f) $ del canal 802.15.4a | 80 |
| Figura 2.23. Ancho de banda de coherencia del canal UWB | 83 |
| Figura 2.24. Tiempo de coherencia del canal UWB..... | 84 |
| Figura 2.25. Coeficiente de correlación para el canal UWB 802.15.3a CM4 | 85 |
| Figura 2.26. Coeficiente de correlación en función del ensanchamiento temporal para los cuatro tipos de canal UWB 802.15.3a..... | 85 |
| Figura 2.27. Coeficiente de correlación en función del número de contribuciones en el canal UWB 802.15.3a tipo CM4..... | 86 |
| Figura 2.28. Función densidad de probabilidad de la potencia del canal UWB 802.15.4a para varios Δf , en entornos de interior con LOS .. | 90 |
| Figura 2.29. Función densidad de probabilidad de la potencia del canal UWB 802.15.4a para varios $\Delta f = 1$ GHz en entornos de interior y exterior con NLOS y LOS | 90 |
| Figura 2.30. Profundidad del desvanecimiento (<i>fade depth</i>) con la función trigamma y la expansión en series asintótica con 3 y 6 términos para $n = 1$ | 97 |
| Figura 2.31. Relación entre la profundidad del desvanecimiento y el ancho de banda del canal UWB 802.15.4a para varios valores de n | 97 |
| Figura 2.32. Principio del margen de desvanecimiento (<i>fade margin</i>) para la variación de potencia..... | 99 |
| Figura 2.33. Error relativo de la expresión exacta en función del parámetro de forma $m_{\Delta f}$ | 102 |
| Figura 2.34. Relación entre el margen de desvanecimiento y el ancho de banda del canal UWB 802.15.4a..... | 103 |
| Figura 3.1. Transmisión multiportadora (a) convencional (b) ortogonal | 110 |
| Figura 3.2. Cuatro subportadoras ortogonales (a) tiempo (b) espectro | 113 |
| Figura 3.3. División del espectro de UWB desde 3,1 GHz a 10,6 GHz en 14 grupos de subbandas de 528 MHz cada una para la transmisión MB-OFDM UWB..... | 113 |
| Figura 3.4. 128 subportadoras en la subbanda 1 en el grupo 1 en MB-OFDM UWB | 114 |
| Figura 3.5. Espectro de un símbolo en MB-OFDM UWB | 114 |

| | | |
|--------------|--|-----|
| Figura 3.6. | Código de dispersión tiempo-frecuencia para el modo 1 en MB-OFDM UWB | 115 |
| Figura 3.7. | Prefijo cíclico e intervalo de guarda en MB-OFDM UWB | 116 |
| Figura 3.8. | Diagrama de bloques del transmisor MB-OFDM UWB | 118 |
| Figura 3.9. | Umbrales de decisión para el sistema de modulación adaptativo... | 126 |
| Figura 3.10. | Diagrama de bloques para un sistema de modulación y codificación adaptativa | 127 |
| Figura 3.11. | Diagrama de flujo para el algoritmo de asignación óptima y discreta de bits | 132 |
| Figura 3.12. | Asignación de las subportadoras piloto en MB-OFDM UWB | 133 |
| Figura 3.13. | Amplitud y potencia instantánea en frecuencia para el canal Nakagami- m con $\Omega = 1$ y $m = 4$ | 135 |
| Figura 3.14. | Umbrales fijos a partir del método de Lagrange | 144 |
| Figura 3.15. | Umbrales fijos para M -PSK y $P_{th} = 10^{-3}$ | 145 |
| Figura 3.16. | Diagrama de flujo del algoritmo utilizado para el cálculo de los umbrales óptimos adaptativos con el método de Lagrange | 147 |
| Figura 3.17. | Umbrales adaptativos para M -PSK modo 8, en un canal Nakagami- m con $P_{th} = 10^{-3}$ (a) $m = 1$, (b) $m = 5,5$ | 148 |
| Figura 3.18. | SNR de avalancha para $m = 1, 3,5, 5,5$, y distintos valores de P_{th} | 149 |
| Figura 3.19. | SNR de avalancha en función del parámetro de desvanecimiento del canal m | 150 |
| Figura 3.20. | Probabilidad de selección del k -ésimo modo de modulación con M -PSK en un canal Nakagami- m y BEP umbral $P_{th} = 10^{-3}$. (a) $m = 1$, (b) $m = 3,5$ | 151 |
| Figura 3.21. | Probabilidad de selección del k -ésimo modo de modulación con M -PSK en un canal Nakagami- m y BEP umbral $P_{th} = 10^{-2}$. (a) $m = 1$, (b) $m = 3,5$ | 152 |
| Figura 3.22. | Capacidad media en BPS en función de la SNR media para la modulación adaptativa M -PSK en un canal Nakagami- m con $m = 1$ y $P_{th} = 10^{-3}$ | 154 |

| | |
|--|-----|
| Figura 3.23. Capacidad media en BPS simulada y teórica para la modulación adaptativa M -PSK en un canal Nakagami- m y $P_{th} = 10^{-3}$. (a) $m = 1$, (b) $m = 3,5$ | 155 |
| Figura 3.24. Capacidad media para el canal Nakagami- m con $m = 1$ y distintos valores de P_{th} | 156 |
| Figura 3.25. Capacidad media en BPS para el canal Nakagami- m con $m = 1$, $m = 3,5$, $m \rightarrow \infty$ y $P_{th} = 10^{-3}$ | 156 |
| Figura 3.26. (a) SNR media por símbolo para M -PSK adaptativo y QPSK fijo, en función del parámetro de desvanecimiento m , y capacidad media $\eta = 1,8$ bits/símbolo, con $P_{th} = 10^{-3}$. (b) Ganancia con M -PSK con respecto a la modulación fija QPSK | 157 |
| Figura 3.27. Probabilidad de error de bit media con estimación perfecta para $P_{th} = 10^{-3}$ y $m = 1, 3,5$ y $5,5$ | 159 |
| Figura 3.28. Probabilidad de error de bit media con estimación perfecta para $m = 1, 3,5$ y $5,5$. (a) $P_{th} = 10^{-4}$. (b) $P_{th} = 10^{-2}$ | 159 |
| Figura 3.29. Probabilidad de <i>outage</i> para SNR de corte $\gamma_c = 6,8$ dB y $m = 1, 3,5$ y $5,5$ | 161 |
| Figura 3.30. SNR media requerida para $P_{out} = 1 \%$, 10% , y 20% | 163 |
| Figura 3.31. Relación entre el coeficiente de correlación para dos variables aleatorias Gamma (potencia) y el coeficiente de correlación para dos variables aleatorias Nakagami- m (amplitud)..... | 167 |
| Figura 3.32. Probabilidad de error de bit media para varios valores de m y $P_{th} = 10^{-3}$, con estimación imperfecta de la SNR instantánea | 170 |
| Figura 3.33. Coeficiente de correlación en potencia de las subportadoras OFDM con respecto a la primera subportadora piloto para los cuatro tipos de canal UWB 802.15.3a..... | 171 |
| Figura 3.34. Probabilidad de error de bit media para varios tipos de canal UWB 802.15.3a con $m = 1$, $m = 5,3$. y $P_{th} = 10^{-3}$ | 172 |
| Figura 3.35. Comparación entre la FDP analítica y la FDP simulada del error de estimación para m no naturales con $\rho = 0,4$, y SNR media $\bar{\gamma}_p = 0$ dB..... | 174 |

| | |
|--|-----|
| Figura 3.36. Comparación entre la FDP analítica y la FDP simulada del error de estimación para m natural con $\rho = 0,4$, y SNR media $\bar{\gamma}_p = 0$ dB | 175 |
| Figura 3.37. Comparación entre la FDP analítica y la FDP simulada del error de estimación para distintos valores del coeficiente de correlación, ρ , con $m = 1$ y SNR media $\bar{\gamma}_p = 0$ dB | 175 |
| Figura 3.38. Desviación típica del error de estimación de la iSNR en función del coeficiente de correlación, ρ , y del parámetro de desvanecimiento m con SNR media $\bar{\gamma}_p = 0$ dB..... | 176 |
| Figura 3.39. Desviación típica del error de estimación de la iSNR en función del coeficiente de correlación, ρ , y del parámetro de desvanecimiento m con SNR media $\bar{\gamma}_p = 0$ dB..... | 177 |
| Figura 3.40. Función densidad de probabilidad del error de estimación de la iSNR en dB para distintos valores de m y del coeficiente de correlación, ρ | 178 |
| Figura 3.41. Desviación típica del error de estimación de la iSNR en dB en función de: (a) coeficiente de correlación, ρ (b) parámetro de desvanecimiento del canal m | 180 |
| Figura 3.42. Desviación típica del error de estimación de la iSNR en dB en función del coeficiente de correlación, ρ y del parámetro de desvanecimiento del canal m | 180 |
| Figura 3.43. Probabilidad P de que el error de estimación, δ (dB), no supere un valor δ_p dado | 181 |
| Figura 3.44. Valor no superado en dB, con probabilidad $P = 1$ %, para el error de estimación de la iSNR en función de (a) parámetro de desvanecimiento del canal m . (b) coeficiente de correlación ρ | 182 |
| Figura 3.45. Valor no superado en dB, con probabilidad $P = 10$ %, para el error de estimación de la iSNR en función de (a) parámetro de desvanecimiento del canal m . (b) coeficiente de correlación ρ | 182 |

ÍNDICE DE TABLAS

| | | |
|------------|--|-----|
| Tabla 2.1. | Clasificación de las señales de acuerdo a su ancho de banda fraccional | 36 |
| Tabla 2.2. | Ancho de banda fraccional para algunas tecnologías inalámbricas | 37 |
| Tabla 2.3. | Parámetros temporales del canal UWB 802.15.3a en interiores..... | 66 |
| Tabla 2.4. | Parámetros temporales del canal UWB 802.15.4a | 70 |
| Tabla 3.1. | Parámetros temporales para MB-OFDM UWB..... | 121 |
| Tabla 3.2. | Parámetros para la modulación adaptativa M -PSK | 130 |
| Tabla 3.3. | Número de términos J requerido para evaluar (3.85) | 160 |
| Tabla 3.4. | Número de términos J requerido para evaluar (3.116) | 170 |

Capítulo 1

Introducción y objetivos

1.1 Introducción

La continua evolución en el desarrollo e integración de servicios inalámbricos móviles digitales, especialmente en redes multimedia, computación móvil, así como las aplicaciones para redes inalámbricas de área local (WLAN, *wireless local area network*) y de área personal (WPAN, *wireless personal area network*)¹ han generado desde el punto de vista de la tecnología de transmisión radio varios desafíos tecnológicos. Estos nuevos sistemas deben ofrecer elevadas tasas de transmisión de información, especialmente diferenciadas de acuerdo a los tipos de tráfico (voz, datos, vídeo, imágenes, etcétera) a transportar por la infraestructura de la red, utilizando bien sea nuevas bandas del espectro electromagnético o reutilizando aquellas que sean susceptibles de explotar sin generar interferencia o degradar las prestaciones de los servicios existentes y en funcionamiento. Además, deben ser tecnologías que permitan ser fácilmente desarrolladas e implementadas con buenos indicadores de calidad de servicio (QoS, *Quality-of-service*), alta fiabilidad, robustez y muy buenas prestaciones.

De acuerdo a la teoría de la información y teniendo en cuenta la ecuación de Shannon [Sha48], es posible elevar la capacidad o velocidad de transmisión de un sistema de comunicación, empleando entre otras posibilidades, una banda del espectro radio eléctrico más amplio, aumentando la potencia de transmisión y/o disminuyendo el nivel de ruido en el receptor. Sin embargo, debe tenerse en

¹ En la redacción de la presente tesis doctoral, se ha preferido utilizar términos técnicos y nomenclatura en castellano, salvo en los acrónimos y aquellos casos en los que su traducción pueda generar confusión, o que por su uso generalizado sea más conveniente preservar el término en su lengua nativa.

cuenta que no es posible aumentar la potencia de emisión *per-se*, debido a que es un recurso costoso y finito, además de que especialmente en los dispositivos móviles se requiere que el consumo de energía sea reducido con el fin de evitar interferencias en las aplicaciones existentes que utilizan bandas adyacentes a las que emplearán las nuevas tecnologías.

Por tanto, aumentar la capacidad de transmisión radio e implementar esquemas de servicios diferenciados en los nuevos sistemas móviles inalámbricos, requiere considerar al menos dos enfoques en la investigación y desarrollo de estas tecnologías para cumplir con los retos y desafíos planteados.

- (i) **Una mejor interfaz radio:** Desarrollar esquemas de codificación y modulación adaptativos especialmente implementados sobre un sistema de transmisión robusto, maduro y fiable, como el ofrecido por la transmisión multiportadora ortogonal conocido como Multiplexación por División en Frecuencias Ortogonales (OFDM, *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) mejorando las prestaciones del sistema a nivel de probabilidad de error de bit media (BEP, *bit error probability*), probabilidad de corte o bloqueo (*outage probability*) y en consecuencia una mayor eficiencia espectral (C/W , -bits/s/Hz-) de los canales móviles inalámbricos.

OFDM es una tecnología de transmisión multiportadora que desde hace varias décadas ha generado mucho interés en la investigación de las comunicaciones móviles debido a importantes características como: robustez frente al efecto multitrayecto que presentan los canales móviles inalámbricos, su flexibilidad para adaptarse a las condiciones adversas de estos canales como: la selectividad temporal y la selectividad en frecuencia, y finalmente a su capacidad de diversidad multiusuario cuando se combina con técnicas de acceso múltiple (OFDMA).

- (ii) **Mayor ancho de banda:** Emplear una tecnología que ofrezca un mayor ancho de banda para su transmisión, de tal forma que en conjunto con la modulación adaptativa y la transmisión multiportadora puedan ofrecer las velocidades de información requeridas. Es en este punto específico, donde el amplio espectro radio eléctrico (7,5 GHz) asignado para los servicios que utilizarán banda ultra ancha puedan ser desarrollados e implementados en conjunto con OFDM para cumplir con los requerimientos mencionados.

Las técnicas de codificación y modulación adaptativas discretas sobre sistemas multiportadora se proponen como soluciones eficientes y efectivas para mejorar las prestaciones de un sistema de comunicación móvil inalámbrico, puesto que permiten maximizar la capacidad media, disminuir la probabilidad de *outage* y obtener tasas de BEP media reducidas en canales inalámbricos variantes en el tiempo.

Su principal beneficio consiste en que permiten incrementar o disminuir su velocidad de transmisión, variando los modos de codificación y/o modulación en función de la métrica definida para medir la calidad o estado del canal (normalmente la SNR instantánea y/o media del canal).

Si el canal móvil inalámbrico presenta buena calidad (SNR media elevada) aquella modulación que presente la constelación (número de símbolos complejos transmitidos) más densa (Ej.: 128-PSK, 256-PSK) se emplea en el transmisor, mejorando la eficiencia espectral y en consecuencia la capacidad de transmisión.

Por otro lado, cuando la calidad del canal es pobre (SNR media baja, debido a desvanecimientos profundos y bruscos de la señal) se utiliza una constelación más dispersa (se transmite menos símbolos) que corresponda a una modulación más robusta (Ej.: BPSK, QPSK) disminuyendo la eficiencia espectral pero manteniendo la BEP media, y la probabilidad de bloqueo en los niveles adecuados para la aplicación [Han04], [Alo00] y requeridos por la política de calidad del servicio a transmitir.

Cuando un canal inalámbrico se ve afectado de forma severa por el desvanecimiento (disminuciones bruscas de la amplitud y/o potencia de la señal en el receptor) debido a la propagación multicamino, por la interferencia entre símbolos (debido a su dispersión temporal) y/o a la selectividad temporal (por el movimiento del receptor y/o de los difusores), una de las estrategias utilizadas en procesamiento de señal y adecuadas para mitigar o reducir los efectos no deseados producidos por las condiciones adversas del canal, consiste en adaptar la codificación y el esquema de modulación de la señal a la variabilidad temporal y espacial del canal mejorando la tasa de transmisión y en consecuencia los parámetros que miden las prestaciones del sistema, y por tanto la calidad y capacidad del mismo.

Debe ser claro entonces que para desarrollar un esquema de modulación adaptativo bien sea continuo o discreto se requiere que el transmisor siempre conozca el estado del canal, normalmente a través de una estimación precisa y fiable del mismo [Alo00]. Cabe destacar, que la modulación adaptativa no excluye la posibilidad de emplear otras técnicas de procesamiento disponibles para mitigar los efectos no deseados de los canales móviles inalámbricos utilizadas para mejorar la calidad del sistema como por ejemplo, técnicas de diversidad: espacio, frecuencia, tiempo, código, o técnicas de procesamiento de señal como la ecualización dinámica o adaptativa.

Debe comprenderse entonces la modulación adaptativa como una estrategia que permite aumentar la capacidad del sistema y además se complementa perfectamente con las otras técnicas disponibles para mitigar los efectos no deseados presentes en el canal móvil, ofreciendo de esta forma un sistema de comunicación con muy buena calidad (debido a la diversidad y procesamiento de señal) y elevada capacidad (por la modulación y/o codificación adaptativa).

Debido al elevado ancho de banda autorizado ($W = 7,5$ GHz) por los organismos reguladores, UWB ofrece un excelente potencial para el desarrollo de nuevas aplicaciones que se clasifican en dos grandes grupos [FCC02]:

- **Sistemas de Radio Impulso** (IR, *Impulse Radio*), desarrolladas especialmente para aplicaciones de radar de precisión, geo-localización, servicios de seguridad y emergencia, redes de sensores, y aplicaciones vehiculares.
- **Redes inalámbricas multimedia de ámbito personal y elevada velocidad** para desarrollo en recintos de oficina y hogar (*Home and Office Networking*).

Esta última aplicación está pensada para el despliegue de redes inalámbricas de elevada velocidad con aplicaciones multimedia en tiempo real (HDR-WPAN, *High Data Rate Wireless Personal Area Network*) [Liu04], [Roy04].

La propuesta de nivel físico MB-OFDM (*MultiBand OFDM*) para redes HDR-WPAN en canales UWB certificada el 19 de marzo de 2007 por la ISO/IEC (*International Organization for Standardization/International Electrotechnical Commission*) [ISO/IEC], [ECM08] define un esquema de modulación fijo de envolvente constante QPSK para todas las subportadoras

del transmisor logrando tasas de transmisión binarias de hasta 480 Mbits/s con un alcance de hasta 10 m [Bat04a], en recintos de interior.

En la presente tesis doctoral se plantea el problema de investigar, analizar y modelar un esquema modulación adaptativo discreto empleando la modulación lineal de envolvente constante M -PSK, utilizando transmisión multiportadora en un canal UWB que permita alcanzar mayores velocidades de transmisión y en consecuencia una eficiencia superior en la utilización del sistema aprovechando el elevado ancho de banda autorizado para UWB. Además, se evalúan las prestaciones logradas con la modulación adaptativa discreta a nivel de BEP media, capacidad media en bits/s, eficiencia espectral (bit/s/Hz) y la probabilidad de bloqueo o corte en las redes HDR-WPAN.

Además de lo anterior y a juicio del autor, se pretende que los resultados generados en la tesis permitan abrir una futura línea de investigación que complemente la modulación adaptativa en redes HDR-WPAN, como por ejemplo la posibilidad de ofrecer en el nivel físico velocidades de transmisión variables, permitiendo disponer de servicios diferenciados de acuerdo a un esquema de prioridades asignado en el nivel MAC (*Medium access control*) teniendo en cuenta el tipo de aplicación solicitado por el usuario.

1.2 El canal móvil inalámbrico

Cuando se transmite información por un canal móvil inalámbrico variante en el tiempo, la señal enviada desde la antena del transmisor se ve sometida a efectos (difracción, reflexión, dispersión) de distorsión, originados por la propagación multitrayecto y que aparecen debido a los múltiples obstáculos físicos y naturales que encuentra en su recorrido hasta la antena del receptor.

Este efecto multitrayecto provoca que lleguen al receptor a través de distintos trayectos y de manera aleatoria muchas contribuciones o replicas de la señal transmitida, cada una de ellas con una atenuación $\alpha_l(t)$, fase $\varphi_l(t)$, retardo $\tau_l(t)$, y ángulo de llegada $\beta_l(t)$ diferentes, donde el subíndice l indica el l -ésimo trayecto y la variable t , caracteriza la variabilidad temporal del canal móvil.

Debido a que cada una de las contribuciones alcanza el receptor después de experimentar retardos en su recorrido, la señal se ve afectada por la dispersión o ensanchamiento temporal (*delay spread*). Si además el receptor y/o los

dispersores se encuentran en movimiento, cada una de las componentes en frecuencia experimenta dispersión Doppler (*doppler spread*).

Es convencional modelar cada una de las contribuciones temporales por medio de fasores (vectores que varían en el tiempo) que al llegar al receptor se suman vectorialmente, por lo que la amplitud resultante puede aumentar (interferencia constructiva) o disminuir (interferencia destructiva) dependiendo de si los ángulos eléctricos $\varphi_l(t)$ están en fase o contra-fase, generando un efecto de desvanecimiento (disminución de amplitud y/o potencia) en la señal.

La interferencia destructiva en canales de banda estrecha (*narrowband*) puede llegar a producir desvanecimientos profundos que causan disminuciones bruscas de la amplitud de la envolvente de la señal de 20 dB a 30 dB [Rap96], [Par00]. Este desvanecimiento debido a que es generado por el desplazamiento a pequeña escala (*small scale*), se conoce como *short-term fading*.

Es bien conocido que cuando existe un elevado número de contribuciones que alcanzan la antena del receptor dentro del mismo tiempo de discriminación representado por $\Delta\tau = 1/W$, (inverso del ancho de banda del canal, en inglés un ‘*delay bin*’ de tiempo), se suele invocar el teorema central del límite (la suma de N variables aleatorias independientes se aproxima a una variable aleatoria gaussiana a medida que N aumenta) para modelar el módulo de la envolvente compleja de la señal recibida como una variable aleatoria (VA) cuya estadística sigue una distribución Rayleigh, y su fase otra VA que se distribuye de manera uniforme entre 0 y 2π [Par00], generando lo que se conoce como un *tap* (conjunto de contribuciones que alcanzan al receptor con el mismo retardo τ_l), donde cada *tap* representa la contribución compuesta o la suma vectorial de las componentes multitrayecto (MPCs, *Multipath Components*) que caen dentro del mismo tiempo de discriminación $\Delta\tau$.

Este enfoque de modelar la amplitud de la envolvente compleja como una VA Rayleigh, se emplea con frecuencia en canales de banda estrecha donde el ancho de banda fraccional $W_f = \Delta f/f_0$, (relación entre el ancho de banda instantáneo de la señal y su frecuencia portadora) es menor del 1 % [Gha04], [Opp05]. En este tipo de canales cada *tap* está constituido por muchas contribuciones o MPC y se suele asumir que el número de *taps* a discriminar por el receptor es reducido.

Sin embargo, en canales de banda ancha (*wideband*) y banda ultra ancha (UWB, *ultra-wideband*) el elevado ancho de banda fraccional (entre el 1 % y 20 % en banda ancha y mayor al 20 % en UWB) de la señal trae como consecuencia que el tiempo de discriminación $\Delta\tau$ sea reducido, lo que habilita al receptor para discriminar un mayor número de *taps*, los cuales a su vez están constituidos por un menor número de MPCs, debido a que el *delay bin*² se hace menor de acuerdo a la expresión, $\Delta\tau = 1/W$, (Fig. 1.1).

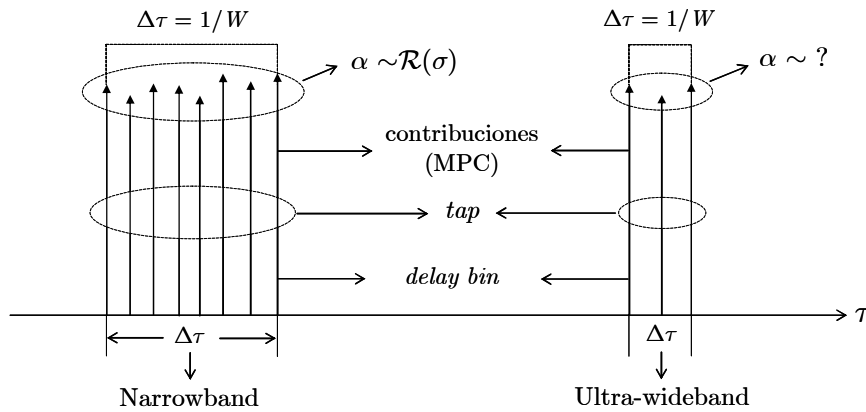


FIGURA 1.1.: Configuración de un *tap* en banda estrecha y banda ultra ancha.

Debido a que cada *delay bin* o *tap* en UWB presenta un menor número de contribuciones, este tipo de canal experimenta un menor desvanecimiento (hay menor probabilidad de interferencia destructiva entre los MPC) en la amplitud de la envolvente compleja de la señal debido a la propagación multirrayecto [Bat04]. Este efecto se demostrará analíticamente en la tesis cuando se analice la variación de la potencia del canal inalámbrico en función de la frecuencia.

Debido a que los canales UWB tienen un tiempo de discriminación reducido, presentan dos efectos que se deben tener en cuenta en el análisis de la respuesta al impulso del canal (tiempo) y su función de transferencia (frecuencia).

- (i) El número de contribuciones multicamino que llegan al receptor dentro de un *bin* de tiempo empieza a ser menor en la medida que el tiempo de discriminación $\Delta\tau$ se reduce (ancho de banda cada vez mayor). Esto trae como consecuencia que en los canales de banda ultra ancha no es fiable

² *delay bin*: slot de tiempo, utilizado para discretizar la variable temporal en la respuesta al impulso del canal, matemáticamente se expresa como el inverso del ancho de banda de la señal.

invocar el teorema central del límite para justificar el uso de la distribución Rayleigh utilizada para modelar la amplitud $\alpha(t)$ de la señal recibida, por lo que debe evaluarse otra estadística que se ajuste mejor a las campañas de medición y permita modelar de forma más real el comportamiento aleatorio de la amplitud de la señal [Bat04]. En esta tesis doctoral se ha seguido el modelo de canal propuesto en 802.15.3a [Foe03] y 802.15.4a [Mol05] que caracterizan en el dominio del tiempo la amplitud $\alpha(t)$ con una VA que sigue una distribución log-normal y Nakagami- m , respectivamente.

- (ii) Debido a su elevado ancho de banda, el tiempo de discriminación en UWB es muy reducido $\Delta\tau = 133$ ps; esto se traduce en que el receptor es capaz de discriminar trayectos con una separación de aproximadamente 4 cm. Esta característica origina que en los canales UWB se generen *taps* que proceden de un mismo *scatterer* o dispersor que son discriminados de forma independiente generando un efecto que se conoce como *clustering* (conjunto de contribuciones que proceden del mismo *scatterer*) presente sólo en sistemas de banda ultra ancha y banda ancha. La descripción y modelado estadístico de este efecto en sistemas de banda ancha fue analizado por primera vez por Saleh-Valenzuela [Sal87].

Para el desarrollo del esquema de modulación adaptativa y el cálculo de los parámetros: probabilidad de error de bit (BEP) media por subportadora, BEP media en el canal UWB 802.15.3a, capacidad media en bits/símbolo η , y la probabilidad de *outage*, que definen las prestaciones de MB-OFDM UWB, seguiremos la propuesta certificada por el ISO/IEC 26907 y el modelo de canal propuesto por el grupo de trabajo del 802.15.3a definido para la evaluación de las propuestas de transmisión a nivel físico y de acceso al medio (PHY, MAC) para redes multimedia de elevada velocidad en canales UWB, utilizando como sistema de transmisión multiportadora la arquitectura definida en MB-OFDM en conjunto con el esquema de modulación multinivel de amplitud constante M -PSK (M -ary *Phase Shift Keying*).

1.3 Motivación, originalidad y delimitación de la investigación

Los esquemas de modulación adaptativos para redes WPAN con MB-OFDM es uno de los *gaps* o aspectos abiertos que no ha sido ampliamente estudiado e investigado por la comunidad científica especialmente en canales de banda ultra ancha. En consecuencia, es oportuno plantearse la investigación desde un punto de vista de análisis teórico riguroso en cuanto a la evaluación de las prestaciones y beneficios que se pueden lograr con la implementación de la modulación adaptativa discreta en este tipo de redes.

Los sistemas de comunicación para redes personales de elevada velocidad y corto alcance basados en UWB están teniendo un fuerte impulso a nivel de investigación e implementación por parte de los fabricantes, especialmente en aplicaciones de *Home and Office Networking* y redes multimedia [Liu04].

En estos sistemas, además de las elevadas tasas de transmisión y con el fin de ganar eficiencia y eficacia en el sistema se requiere ofrecer velocidades diferenciadas de acuerdo al tipo de aplicación requerido por el usuario. En consecuencia, es necesario proponer nuevos métodos y sistemas de transmisión adaptativos que aprovechen el elevado ancho de banda autorizado para UWB, y permita cumplir con los requisitos de QoS de las aplicaciones.

Las prestaciones de un sistema de comunicación inalámbrico para redes personales de alcance limitado y de elevada velocidad se ven fuertemente afectadas por la estructura y comportamiento en tiempo y frecuencia del canal *indoor* sobre el cual se despliegan este tipo de redes. Aunque existe amplia bibliografía sobre campañas de medidas del canal UWB en interiores y exteriores y su respectiva caracterización utilizando modelos estadísticos basados en el ajuste de los datos obtenidos experimentalmente a funciones de densidad y distribución de probabilidad ampliamente investigadas, son pocas las publicaciones que presentan resultados analíticos sobre las prestaciones de las redes HDR-WPAN con UWB utilizando modulación adaptativa a partir de la caracterización en frecuencia del canal UWB y de la variación de la potencia del sistema en función del ancho de banda del canal.

Un estudio detallado del canal UWB en tiempo y frecuencia, de la variación de la potencia en función del ancho de banda, bien de forma analítica, simulada y experimentalmente es de suma importancia y de amplia relevancia científica en el área e indudablemente podría llenar algunos de los vacíos encontrados al realizar la investigación preliminar.

Este trabajo de investigación básica a nivel de doctorado pretende desarrollar un análisis teórico riguroso cualitativo y cuantitativo evaluando las prestaciones de una red HDR-WPAN utilizando MB-OFDM UWB. Obtener resultados para la BEP media por subportadora y en el canal 3a, la capacidad media en bits/s y la probabilidad de bloqueo, que sirva de base para complementar con futuras líneas de investigación en codificación y modulación adaptativa, por ejemplo en redes MIMO-UWB.

Como se ha podido constatar en la revisión de la literatura del estado del arte en sistemas inalámbricos para redes locales personales de 4G³ y que se desarrollarán empleando canales UWB, las redes HDR-WPAN se consideran como el mejor candidato para el despliegue de los sistemas multimedia de elevada velocidad en tiempo real y que operarán en el espectro de frecuencias no licenciado de 3,1 GHz a 10,6 GHz [Foe03], [Mol05]. Por consiguiente, un adecuado desarrollo de servicios en la banda de frecuencias asignada para UWB requiere de un cuidadoso análisis y conocimiento del canal inalámbrico móvil, tanto en tiempo como frecuencia y bajo diferentes condiciones de propagación, especialmente en recintos de interior que es donde tendrá su más importante nicho de aplicación las redes HDR-WPAN y que son el objeto principal de estudio en esta tesis doctoral.

Teniendo en cuenta la revisión de la literatura técnica y el análisis bibliográfico del estado del arte de los canales UWB y los esquemas de modulación adaptativo M -PSK y/o M -QAM con transmisión multiportadora, en la tesis doctoral demostraremos de forma teórica y mediante simulación que los esquemas de modulación adaptativo utilizando M -PSK en sistemas MB-OFDM UWB permiten mejorar notablemente las prestaciones a nivel de BEP media, y capacidad media, con respecto a la modulación QPSK fija.

³ 4G: tecnologías de redes inalámbricas personales (WPAN) de elevada velocidad para desarrollo en aplicaciones multimedia en tiempo real y que se especificarán bajo el estándar 802.11n.

Los trabajos experimentales publicados hasta la fecha sólo han evaluado el comportamiento del canal UWB utilizando esquemas de modulación fija QPSK y QAM presentando resultados únicamente a nivel de BEP [Sou01], dejando de lado análisis interesantes como la capacidad media, su eficiencia espectral, y la probabilidad de bloqueo. Igualmente sólo se ha encontrado dos trabajos de investigación que mediante experimentación evalúa el comportamiento de la potencia en función del ancho de banda para un canal UWB [Mal07], [Mal08].

Por lo anterior, una profunda evaluación producto del análisis teórico, apoyado mediante simulación de la evaluación de las prestaciones en términos de BEP media, capacidad media, y probabilidad de *outage*, en redes HDR-WPAN UWB es oportuna y de gran relevancia a nivel de investigación básica en comunicación móvil inalámbrica.

– Originalidad de la investigación

El tema sobre el que autor de la tesis doctoral ha basado su investigación tiene que ver con el análisis de la modulación adaptativa discreta empleando transmisión multiportadora OFDM y multibanda en el canal UWB, específicamente en el modelo de canal propuesto por el grupo de trabajo de la IEEE 802.15.3a, conocido como Task Group 802.15.3a (TG3a).

Cabe aclarar que la modulación adaptativa ha sido ampliamente investigada a nivel teórico, especialmente utilizando transmisión monoportadora, bien en adaptación continua y/o discreta de la tasa de transmisión, tanto en canales de banda estrecha y/o banda ancha y en entornos monousuario [Alo00], [Gol97], [Gol97a], [Chu01], [Par04].

Sin embargo, debido a la continua evolución y desarrollo de las aplicaciones inalámbricas, especialmente en redes multimedia y su cada vez mayor requerimiento de capacidad de transmisión de información con énfasis en servicios que ofrezcan calidad de servicio, se hace necesario aprovechar la diversidad en frecuencia y tiempo implícita en la transmisión multiportadora, así como su excelente comportamiento en canales selectivos en frecuencia. De ahí la importancia de abordar esquemas que permitan maximizar la diversidad ofrecida por MB-OFDM en conjunto con la modulación adaptativa discreta y aprovechar los beneficios que se obtienen con los canales de banda ultra ancha.

Cabe destacar que los resultados obtenidos en la investigación no sólo permiten la evaluación de las prestaciones de redes inalámbricas en los que se utilice la modulación adaptativa discreta, sino que además se pueden aplicar en otras técnicas de transmisión avanzadas como MIMO-UWB.

– **Delimitación de la investigación**

La investigación estará limitada al análisis teórico validado con simulaciones del canal UWB para las redes HDR-WPAN siendo su principal contexto de aplicación las redes multimedia en tiempo real, redes de entretenimiento digital, transferencia de información a elevadas velocidades en múltiples entornos (hogares, oficina, e industria), especialmente en ámbitos de interior.

La tesis doctoral propondrá un esquema de señalización con modulación adaptativa discreta empleando modulación m -aria de envolvente constante tipo M -PSK, utilizando transmisión MB-OFDM UWB.

La investigación se fundamenta en un análisis matemático riguroso del canal UWB tanto en tiempo como en frecuencia utilizando los modelos 802.15.3a y 802.15.4a propuestos para la definición de los estándares físicos para redes de elevada y baja velocidad en recintos de interior y exterior. Adicionalmente, presentaremos resultados analíticos y simulados de la variación de la potencia del canal UWB en función del ancho de banda.

Lo anterior en conjunto con la caracterización del canal UWB, permite extraer resultados que luego serán utilizados en la definición del esquema de modulación adaptativo que se propone.

1.4 Objetivos general y específicos

A continuación se presentan los objetivos de la tesis doctoral, enmarcados primero por un gran objetivo general que sustenta el título de esta tesis, seguido de los objetivos específicos que delimitan el campo de acción del trabajo y adicionalmente definen las actividades y su desarrollo en el tiempo.

Con el fin de presentar una estructura lógica e integrada de la tesis, la misma se dividirá en dos grandes módulos: una primera, sobre la caracterización en frecuencia y tiempo del canal UWB y la evaluación de la variación de su potencia en función del ancho de banda del canal.

La segunda parte tratará de manera específica la modulación adaptativa discreta con el fin de mejorar las prestaciones e incrementar la capacidad de las redes basados en MB-OFDM UWB. En consecuencia los principales objetivos de esta tesis son:

Objetivo general

- Evaluar las prestaciones de una red WPAN a nivel de BEP media, capacidad media en bits/s, eficiencia espectral bits/s/Hz y la probabilidad de corte, utilizando el esquema de modulación multinivel de envolvente constante M -PSK en un sistema adaptativo discreto MB-OFDM UWB.

Objetivos específicos

- Definir un modelo estocástico para la caracterización en frecuencia del magnitud de la envolvente compleja del canal, según las recomendaciones 802.15.3a y 802.15.4a y validar los resultados mediante simulación.
- Modelar y simular la respuesta en frecuencia del canal UWB real considerando *cluster* y rayos dentro de cada *cluster*, teniendo en cuenta el efecto de correlación entre las contribuciones de un mismo *cluster* y entre los diferentes *cluster* del canal, permitiendo calcular el coeficiente de correlación en potencia entre las subportadoras en MB-OFDM UWB.
- Calcular y proponer un modelo analítico que describa la variación de la potencia del canal UWB en función de su ancho de banda y validar mediante simulación.
- Estimar el canal UWB utilizando el coeficiente de correlación en potencia entre las subportadoras que componen el transmisor MB-OFDM UWB.
- Realizar un análisis cuantitativo de las prestaciones de la modulación adaptativa discreta M -PSK y comparar con la modulación fija QPSK propuesta para el nivel físico a utilizar en redes HDR-WPAN.
- Calcular y comparar la capacidad media η , empleando modulación M -PSK para un sistema monoportadora y multiportadora y la modulación fija QPSK sobre un sistema multiportadora.

- Evaluar de forma analítica y mediante simulación los resultados de los siguientes parámetros de prestaciones del sistema, bien en adaptación perfecta e imperfecta del canal:
 - Probabilidad de error de bit media por subportadora, \bar{P}_b .
 - Probabilidad de error de bit media en el canal UWB 802.15.3a.
 - Capacidad media en bits/símbolo, η .
 - Ganancia por diversidad en frecuencia con BEP umbral $P_{th} = 10^{-3}$.
 - Probabilidad de bloqueo o corte (*outage probability*).
- Analizar y comparar los resultados obtenidos en modulación adaptativa y cálculo de potencia con investigaciones similares.
- Obtener expresiones cerradas para el error en la estimación en frecuencia del canal considerando estimación imperfecta del canal en el receptor.

1.5 Principales aportaciones de la tesis

A juicio del autor, las principales contribuciones a lograr con el desarrollo de la tesis doctoral son las siguientes:

- (i) **Análisis cuantitativo del canal UWB en el dominio de la frecuencia.** Se presentan resultados obtenidos a partir de rigurosos análisis matemáticos validados mediante simulación de la amplitud de la envolvente compleja del canal y del coeficiente de correlación en potencia de las subportadoras. Estos resultados son de gran importancia especialmente en otras líneas de investigación como: estimación del canal UWB, diseño de ecualizadores adaptativos, codificación adaptativa en canales UWB.
- (ii) **Potencia del canal UWB en función del ancho de banda.** Obtener resultados analíticos y expresiones cerradas de la variación de la potencia en el canal inalámbrico en función del ancho de banda, importantes para el cálculo de parámetros (ej.: margen de desvanecimiento, - *fade margin* -) que permiten evaluar la calidad del enlace de acuerdo a la evaluación de la potencia a obtener en el receptor teniendo en cuenta el balance de enlace (*link budget*).

- (iii) **Análisis cuantitativo y cualitativo de la modulación adaptativa.** Se presenta un análisis sobre la conveniencia de utilizar esquemas de modulación adaptativa, especialmente del tipo discreto, y cuándo no es conveniente incrementar la complejidad del sistema debido a la reducida ganancia que se puede lograr.

A partir de los resultados obtenidos se demuestra que empleando la modulación digital adaptativa discreta se mejoran las prestaciones del sistema de comunicación móvil inalámbrico MB-OFDM UWB comparado con la modulación fija QPSK propuesta en el estándar.

1.6 Antecedentes de investigación en el tema

Con el fin de abordar la tesis doctoral, el autor realizó una investigación detallada de los trabajos más recientes publicados en revistas y congresos internacionales relacionados con el tema objeto de la investigación. En las siguientes secciones presentamos algunos de los resultados hallados especialmente en caracterización en frecuencia del canal UWB, análisis de la variación de la potencia en el canal UWB y modulación adaptativa discreta en UWB empleando MB-OFDM, resaltando aquellos de mayor relevancia para el desarrollo de la tesis.

1.6.1 Sobre caracterización en frecuencia del canal UWB

Aunque existen numerosas publicaciones sobre medición del canal UWB especialmente en recintos de interior empleando técnicas en el dominio de la frecuencia (utilizando analizadores vectoriales de redes, -VNA-) con el fin de obtener parámetros temporales como la dispersión temporal (σ_τ , *delay spread*) y el perfil de retardo de potencia (PDP, *Power Delay Profile*), son pocos los trabajos publicados sobre caracterización estadística de la respuesta en frecuencia del canal UWB considerando el desvanecimiento a pequeña escala.

En [Sca00] se analiza la caracterización en frecuencia de la amplitud de la respuesta en frecuencia del canal UWB considerando sólo el desvanecimiento a pequeña escala y se asume que las muestras de la amplitud siguen una distribución Nakagami- m con parámetro de desvanecimiento m , igual al de la

respuesta del canal en el tiempo. Sin embargo, no se han encontrado resultados experimentales en la literatura que validen esta hipótesis.

Como se demuestra en nuestra investigación sobre caracterización estadística de la amplitud de la envolvente compleja del canal UWB, el parámetro de desvanecimiento m de la estadística Nakagami- m en frecuencia es diferente al definido en el dominio del tiempo [Llan09], resultado que coincide con el encontrado en [Kan03].

Adicionalmente, no se encontró información en la literatura técnica sobre estudios de la correlación en potencia y en frecuencia entre subportadoras para un canal con desvanecimiento Nakagami- m . Por ello en esta tesis se presenta un análisis de la correlación en potencia de las subportadoras, considerando que la amplitud de la respuesta en frecuencia del canal se puede aproximar por una variable aleatoria cuya estadística sigue una distribución Nakagami- m .

1.6.2 Sobre variación de la potencia en el canal UWB

En [Mal07] y [Mal08] se presenta un excelente análisis de variación de la potencia del canal UWB en función del ancho de banda en una campaña de medidas realizadas en interiores y en la banda de frecuencias autorizadas para UWB (3,1 GHz a 10,6 GHz). En estos dos artículos, mediante el empleo de un modelo empírico se proponen expresiones analíticas que caracterizan la variación de la potencia en el canal.

En [Car03], la profundidad y el margen de desvanecimiento (*fade depth and fade margin*) son evaluados para un canal tipo Rice en función del ancho de banda, mostrando que la variación del margen de desvanecimiento está relacionado con el ancho de banda del canal y que decrece de forma monótona cuando el ancho de banda se incrementa. En [Yan99] la variación de la potencia de la señal recibida con respecto al ancho de banda del canal, es investigada por medio de simulación, mostrando que la profundidad del desvanecimiento presenta una fuerte dependencia con el ancho de banda

En nuestra investigación sobre análisis de variación de la potencia del canal UWB, completaremos los resultados anteriores con expresiones analíticas cerradas que han sido validadas mediante simulación [Llan09a].

1.6.3 Sobre modulación adaptativa con MB-OFDM UWB

La modulación adaptativa en comunicación inalámbrica es un tema ampliamente investigado especialmente en canales de banda estrecha, donde se demuestra el incremento en la capacidad del sistema gracias al uso de técnicas adaptativas.

En [Chu00] se muestra un análisis teórico del incremento en la capacidad de los sistemas inalámbricos cuando se emplea modulación adaptativa asumiendo estimación perfecta y variación lenta del canal. Sin embargo el supuesto de canal estático especialmente en entornos *outdoor* es discutible.

En [Kel00] se analiza las prestaciones de la modulación adaptativa en un canal variante en el tiempo, estimación perfecta y en recintos de exterior, demostrando de nuevo el incremento en la capacidad del sistema.

En nuestro trabajo de investigación mostramos que para recintos de interior asumiendo variación lenta del canal durante la transmisión de un símbolo OFDM (supuesto válido especialmente en UWB) y con estimación imperfecta del canal, se logra un incremento en la capacidad del sistema utilizando modulación adaptativa discreta comparada con la modulación fija [Llan06].

1.7 Estructura y desarrollo de la tesis doctoral

El desarrollo de la tesis estará enmarcado dentro de un estudio analítico del canal UWB en el dominio de la frecuencia y la obtención de los parámetros que permitan finalmente proponer un esquema de modulación adaptivo discreto empleando la modulación lineal M -PSK con transmisión MB-OFDM UWB.

Todos los resultados analíticos serán validados mediante simulación. Asimismo, se contrastarán con aquellos que se encuentren en la literatura técnica afín al tema de investigación.

1.7.1 Plan de trabajo para el desarrollo de investigación

Con el fin de lograr un desarrollo lógico y estructurado de la tesis el proceso de investigación y desarrollo de la misma se sintetiza en cinco (5) fases. A partir de este proceso lógico de investigación se da origen a la estructura por capítulos de la tesis doctoral.

Fase 1: Revisión del estado del arte de las redes HDR-WPAN UWB

Esta primera etapa de la investigación se realiza mediante el apoyo de consultas en bases de datos internacionales, documentos y artículos científicos más relevantes en el tema. Asimismo, se lleva a cabo una revisión detallada del modelo del canal propuesto por los grupos de trabajo del 802.15.3a (TG3a, *Task Group 3a*) y 802.15.4a (TG4a, *Task Group*).

El objetivo de esta primera fase consiste en obtener el conocimiento necesario para entender el modelo de canal propuesto para definir el estándar de nivel físico en redes HDR-WPAN UWB por los organismos reguladores. Asimismo, analizar y comprender los diferentes esquemas de modulación propuestos para las redes HDR-WPAN empleando MB-OFDM.

Fase 2: Modelado del canal UWB en el dominio de la frecuencia

En esta fase se realiza un análisis de la respuesta al impulso del canal definido por los grupos de trabajo TG3a y TG4a, con el fin de obtener de forma analítica la respuesta en frecuencia de cada uno de los canales, los resultados son validados mediante simulación. Se espera en esta etapa obtener el modelo matemático que permita caracterizar la estadística de desvanecimiento en frecuencia para cada una de las subportadoras.

Se modela y se valida mediante simulación el coeficiente de correlación en potencia entre las subportadoras del canal UWB. Este análisis permite obtener los parámetros necesarios para caracterizar la variación de potencia del canal en función de su ancho de banda e igualmente definir el modelo para el cálculo de las prestaciones de la modulación adaptativa M -PSK.

Fase 3: Análisis de la variación de la potencia en un canal UWB

Esta fase recoge los resultados obtenidos en las anteriores etapas y analiza la variación de la potencia del canal UWB en función de la frecuencia. Este es un aspecto muy importante, puesto que, el estudio detallado de la variación de la potencia en función del ancho de banda teniendo en cuenta el desvanecimiento a pequeña escala, permite definir los parámetros necesarios para lograr la calidad del enlace deseado de acuerdo al balance del enlace (*link budget*).

Fase 4: Propuesta del modelo de modulación adaptativa M -PSK

Esta fase recoge los resultados intermedios obtenidos en las etapas anteriores, su objetivo principal consiste en presentar un modelo analítico del esquema de modulación adaptativo discreto utilizando transmisión multiportadora y multibanda MB-OFDM en un canal UWB y se valida mediante simulación.

1.8 Estructura por capítulos de la tesis

Capítulo 1. Se hace una descripción de la transmisión MB-OFDM UWB y del canal UWB con el fin de contextualizar el desarrollo de la tesis; se especifican los objetivos a alcanzar y se resumen las principales contribuciones logradas con el desarrollo de la misma.

Capítulo 2. Presenta una descripción detallada del estado del arte y evolución de UWB, haciendo especial énfasis en los modelos de canal UWB propuestos por los grupos de trabajo del IEEE 802.15.3a y 802.15.4a. Inicialmente se realiza una rigurosa caracterización del canal en el dominio del tiempo y frecuencia; posteriormente se determina mediante análisis los parámetros que caracterizan la variable aleatoria que describe la amplitud de cada una de las subportadoras y que permite la evaluación analítica de las prestaciones del esquema de modulación adaptativa M -PSK propuesto, utilizando la transmisión multibanda y multiportadora MB-OFDM UWB.

Se presenta igualmente un análisis detallado sobre la variación de potencia del canal UWB teniendo en cuenta el desvanecimiento a pequeña escala.

Capítulo 3. Se introduce el esquema de modulación adaptativo discreto a desarrollar en la tesis doctoral, describiendo su estructura básica por bloques y se definen los parámetros que se utilizarán en el cálculo de las prestaciones del sistema MB-OFDM-UWB.

Se presenta el análisis matemático del esquema de modulación adaptativo M -PSK empleando MB-OFDM UWB y se obtienen los parámetros que permite evaluar las prestaciones del sistema: Probabilidad de error de bit media por subportadora y del canal UWB 802.15.3a, la capacidad media en bits/símbolo, la probabilidad de bloqueo, y se obtiene por simulación la ganancia por

diversidad para una probabilidad de error de bit umbral de 10^{-3} . Se muestran los resultados de simulación con las expresiones analíticas obtenidas.

Finalmente, se obtienen expresiones cerradas para calcular la desviación típica tanto en dB como en unidades lineales para el error de estimación en frecuencia del canal UWB, en el caso de estimación imperfecta.

Capítulo 4. En esta capítulo se realiza una descripción de las principales conclusiones generadas a partir del desarrollo de la tesis doctoral y se presentan las posibles futuras líneas de investigación que se pueden generar a partir de los resultados obtenidos.

1.9 Herramientas de cálculo y simulación

Durante el desarrollo de la tesis desde el punto de vista matemático hemos realizado el análisis cuya rigurosidad esté acorde con los objetivos y resultados a lograr, recurriendo a la simulación sólo en aquellos casos donde el tratamiento analítico es difícil de abordar mediante el cálculo matemático.

Para la validación y simulación de los resultados analíticos se ha utilizado el paquete de *software* de simulación numérica *Mathematica*[®] 7.0. Para la generación y tratamiento de las variables aleatorias correladas e incorreladas y la representación de los datos generados por las expresiones matemáticas encontradas, hemos recurrido a *Matlab*[®] 7.0 (R14).

1.10 Resumen del capítulo

En el desarrollo de este capítulo se ha realizado una introducción sobre el esquema de modulación adaptativo discreto y se definen los enfoques existentes en la literatura técnica para aumentar la capacidad y mejorar la calidad de un enlace móvil inalámbrico.

Se define el contexto del canal UWB sobre el cual se va a desarrollar la investigación, definiendo claramente los alcances de la misma. Teniendo en cuenta los alcances y límites definidos para la tesis, se determina el objetivo general y los objetivos específicos a lograr en esta investigación básica.

Finalmente se define la estructura y el desarrollo de la tesis, estableciendo una estructura por fases, lo que da origen a cada uno de los capítulos de la misma. Además se definen las herramientas software de simulación empleadas para validar los resultados analíticos encontrados en todo el proceso de desarrollo de la tesis.

Referencias

- [Alo00] M-S. Alouni, A. J. Goldsmith, “Adaptive modulation over Nakagami fading channels,” *Kluwer Wireless Personal Comm.*, pp. 119–143, May. 2000.
- [Bat04] A. Batra, J. Balakrishnan, G. R. Aiello, J. R. Foerster, and A. Dabak, “Design of a multiband OFDM system for realistic UWB channel environments,” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 52, no. 9, pp. 2123-2138, Sept. 2004.
- [Car03] F. Cardoso and L. Correia, “Fading depth dependence on system bandwidth in mobile communications – an analytical approximation,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 52, no. 3, pp. 587-593, May 2003.
- [Chu00] S. T. Chung and A. Goldsmith, “Adaptive multicarrier modulation for wireless systems,” *Signals, Systems and Computer*, vol 2, pp. 1603-1607, 2000.
- [Chu01] S. T. Chung and A. Goldsmith, “Degree of freedom in adaptive modulation: A unified view,” *IEEE Trans. Commun.*, vol 49, no. 9, pp. 1561-1571, Sep. 2001.
- [ECM08] European Computer Manufacturers Association, “High rate ultra wideband PHY and MAC standard,”
<http://www.ecma-international.org/publications/files/ECMA-ST/ECMA-368.pdf>, 3rd Edition, Dec. 2008. Revisado: 30/01/2009
- [FCC02] Federal Communications Commission, “Revision of Part 15 of the commission’s rules regarding ultra-wideband transmission systems, first report and order,” ET-Docket 98-153, FCC, Washington, DC, Feb. 2002.
- [Foe03] J. R. Foerster et al., “Channel modeling sub-committee final report,” IEEE P802.15 Working Group for Wireless Personal Area Networks (WPANs). IEEE P802.15-04/49r1-SG3a, Feb. 2003.
- [Gol97] A. J. Goldsmith and P. Varaiya, “Capacity of fading channels with channel side information,” *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 43, no. 6, pp. 1986–1992, Nov. 1997.
- [Gol97a] A. J. Goldsmith and S.G. Chua, “Variable-rate, variable-power M -QAM for fading channels channel side information,” *IEEE Trans. Commun.* vol. 45, no. 10, pp.1218-1230, Oct. 1997.
- [Gha04] M. Ghavami, R. Kohno, L.B. Michael, *Ultra-wideband signal and systems in communications engineering*. London, UK: Wiley & Sons, Ltd., 2004.

-
- [Han04] L. Hanzo, M. Munster, B.J. Choi, and T. Keller, *OFDM and MC-CDMA for Broadband Multi-User Communications, WLANs and Broadcasting*, Chichester, West Sussex: John Wiley & Sons, 2004
- [ISO/IEC] Standard Available in:
http://www.iso.org/iso/iso_catalogue/catalogue_tc/catalogue_detail.htm?cnumber=43900, Revisado: 30/01/2009
- [Kan03] Z. Kang, K. Yao, and F. Lorenzelli, “Nakagami- m fading modeling in the frequency domain for OFDM systems analysis,” *IEEE Commun. Lett.*, vol. 7, no. 10, pp. 484-486, Oct. 2003.
- [Kel00] T. Keller and L. Hanzo, “Adaptive modulation techniques for duplex OFDM transmission,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 49, no. 5, pp. 1893–1906, Sep. 2000
- [Liu04] Y. Liuqing, G.B. Giannakis, “Ultra-wideband communications: an idea whose time has come,” *IEEE Signal Processing Mag.*, vol. 21, no. 6 pp. 26-54, Nov. 2004.
- [Llan09] G. Llano, J. Reig, and L. Rubio, “The UWB-OFDM channel analysis in frequency,” *IEEE 69th Vehicular Technology Conference: VTC2009-Spring* 26–29 April 2009, Barcelona, Spain.
- [Llan09a] G. Llano, J. Reig, L. Rubio and A. P. García, “Ultra-wideband frequency analysis: measurement and modeling,” *iTEAM Magazine* (Institute of Telecommunications and Multimedia Applications). Dec, 2009. Spain.
- [Llan06] G. Llano, and J. Reig, “Performance of Ultra-wideband OFDM systems using adaptive M -PSK modulation over Nakagami- m channel,” *3rd International Symposium on Wireless Communications Systems*, Valencia, Spain, Sep 2006.
- [Mal07] W. Q. Malik, B. Allen, and D.J. Edwards, “Impact of bandwidth on Small scale fade depth,” *Proc. IEEE GLOBECOM* 2007, pp. 3837-3841.
- [Mal08] W.Q. Malik, B. Allen, and D.J. Edwards, “Bandwidth dependent modeling of small scale fade depth in wireless channels,” *IET Microw. Antenn. Propag.*, 2008, vol. 2, no. 6, pp. 519-528.
- [Mol03] A.F.Molisch, J.R. Foerster, and M. Perdergrass, “Channel models for Ultra-wideband personal area networks,” *IEEE Wireless Commun.* pp. 14-21, Dec. 2003.
- [Mol05] A.F. Molish et al., “IEEE 802.15.4a channel model final report,” Tech. Rep., Document IEEE 802.1504-0062-02-004a, 2005.

- [Opp05] I. Oppermann, M. Hämäläinen, J. Linatti, *Ultra-wideband Theory and Applications*. John Wiley & Sons, Ltd., 2005.
- [Par00] J.D. Parsons, *The Mobile Radio Propagation Channel*, 2nd Ed. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd., 2000.
- [Par04] J.F. Paris, *Modulación adaptativa no ideal en canales con desvanecimiento*. Tesis doctoral: Universidad de Málaga, 2004.
- [Rap96] T.S. Rappaport, *Wireless Communications Principles and Practice*, Prentice: 1996.
- [Roy04] S. Roy, J.R. Foerster, V.S. Somayazulu, D.G. Leeper, “Ultra-wideband radio design: the promise of high-speed, short-range wireless connectivity,” *Proc. IEEE*, vol. 92, no. 2, pp. 295-297, Feb 2004.
- [Sal87] A.M. Saleh and R. Valenzuela, “A statistical model for indoor multipath propagation,” *IEEE J. Select. Areas Commun.* vol. 2, pp 128-137, Feb. 1987.
- [Sha48] C. E. Shannon, “A mathematical theory of communication,” *Bell Systems Technical Journal*, 1948.
- [Sca00] A. Scaglione, S. Barbarossa, and G. B. Giannakis, “Optimal adaptive precoding for frequency-selective Nakagami- m fading channels,” *Proc. 52nd, IEEE Veh., Technol., Conf.*, vol. 3, no.4, pp. 1291-1295. Jun. 2000.
- [Yan99] J. Yang and S. Kozono, “A study of received signal-level distribution in wideband transmissions in mobile communications,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 48, no. 6, pp. 1718-1725, Sep. 1999.

Capítulo 2

Caracterización estadística del canal UWB

2.1 Introducción a UWB

Las organizaciones gubernamentales y reguladoras encargadas de gestionar el uso del espectro radioeléctrico, decidieron que parte de ese espectro definido cómo de uso libre o no licenciado (bandas: ISM y U-NII)⁴ se puede reutilizar, ganando en eficiencia y prestaciones mediante el desarrollo y despliegue de tecnologías que ofrezcan un mayor ancho de banda, y por tanto, la posibilidad de que servicios de información que requieren elevadas capacidades de transmisión puedan ser desarrollados en aplicaciones inalámbricas que reutilicen esa parte del segmento radioeléctrico.

La anterior premisa ha generado en los centros de investigación académicos, fabricantes de *chipset's* y dispositivos de comunicación, un creciente interés por el desarrollo de la comunicación inalámbrica en las bandas no licenciadas del espectro, dando origen a novedosas e interesantes aplicaciones: *Wi-Fi* (IEEE 802.11a/b/g), *Bluetooth* (IEEE 802.15.1), *ZigBee* (IEEE 802.15.4) y las que se están definiendo como de 4G para WPAN: *Ultra-wideband* de elevada velocidad (IEEE 802.15.3a), *wireless USB* o *USB-2*, *wireless 1394 Bus (Firewire)* (Fig. 2.1) [Liu04], [Gha04], y *Ultra-wideband* de velocidad reducida (IEEE 802.15.4a) para aplicaciones en recintos de interior y exterior.

⁴ Industrial, Científico, Médico: Bandas: 902 MHz a 928 MHz, 2400 MHz a 2483,5 MHz.

Unlicensed National Information Infrastructure: U-NII define en la banda de 5 GHz, 3 segmentos de frecuencias de 100 MHz cada una. 5,15 GHz – 5,25 GHz (uso en interiores). 5,25 GHz - 5,35 GHz y 5,725 GHz - 5,825 GHz.

Dentro de las propuestas inalámbricas para *wireless* LAN de 4G hay una que destaca por su amplio nivel de investigación en universidades, fabricantes, y centros de investigación militar, producto de su potencial de desarrollo y los muchos beneficios que ofrece. Esta propuesta es la que actualmente se conoce como banda ultra ancha (UWB, *Ultra-wideband*) [Roy04], [Man03].

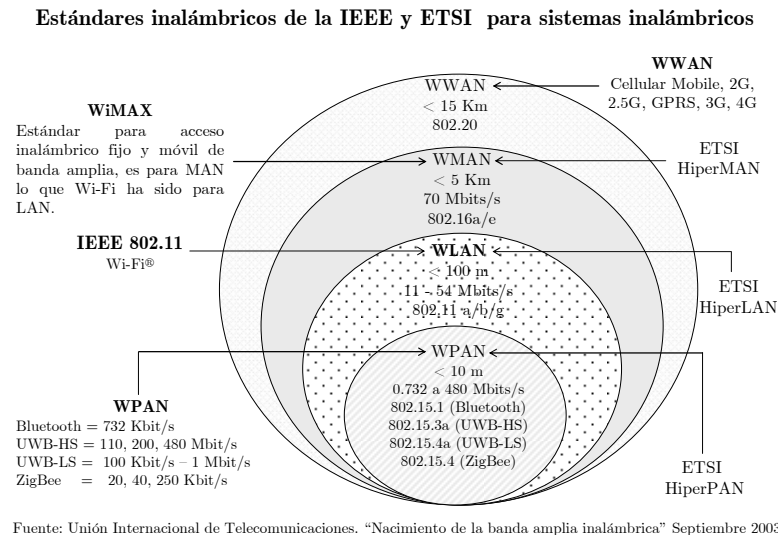


FIGURA 2.1: Segmentos de utilización de las tecnologías inalámbricas

En el año 2002 la Comisión Federal de Comunicación de Estados Unidos (FCC, *Federal Communications Commission*) [FCC02], definió las siguientes aplicaciones que se podrían implementar con sistemas UWB

- (i) Captura y visualización de imágenes (*Imaging systems*).
- (ii) Aplicaciones de radar en vehículos (*Vehicular radar*).
- (iii) Comunicación y sistemas de medición (*Communications, measurements systems*)

Los sistemas para captura y visualización de imágenes, incluyen aplicaciones como: radar y penetración de la tierra, sistemas de supervivencia y seguridad personal, sistemas para obtención de imágenes médicas en seres vivos y estructuras civiles, monitoreo para redes de sensores. A partir de la definición de la FCC en cuanto a las aplicaciones a desarrollar con UWB, se establecen los esquemas de señalización a emplear en su implementación:

- **Señalización radio impulso UWB** (IR-UWB, *Impulse Radio Ultra-wideband*): basada en la transmisión de pulsos muy estrechos en el tiempo (picosegundos) y focalizada hacia el desarrollo de las aplicaciones (i) y (ii).
- **Señalización multibanda y multiportadora**: utiliza transmisión multiportadora con esquemas de modulación multinivel lineales (M -PSK o M -QAM), concebida para aplicaciones multimedia de elevada velocidad (HDR-WPAN UWB, *High Data Rate Wireless Personal Area Network*) en tiempo real y con requerimientos de elevada capacidad de transmisión.

Sistemas de radio impulso: aparecen en aplicaciones cuyos ámbitos de implementación y desarrollo se encuentran en el campo militar y comercial, especialmente en servicios de seguridad personal, emergencia (redes de sensores), y radares de precisión.

En el campo militar (donde se originó UWB) caben destacar las siguientes: sistemas de radar de alta precisión, sistemas de radiolocalización; dispositivos radio con baja probabilidad de interceptación y detección (LPI/D, *Low Probability Interception/Detection*) para equipos tácticos de combate; altímetros y radares anticolidión para “munición inteligente”, vehículos autónomos y/o robotizados, sistemas y radares para penetración de la tierra y geolocalización. En el área comercial: redes de sensores, bien en automóviles para detección de obstáculos cercanos, o para captura de imágenes a través y en interiores de estructuras y paredes, radares y sistemas de anticolidión para la aviación civil y seguridad personal [Zhu03].

Es importante destacar que en los sistemas de radio impulso, una de las métricas fundamentales del diseño para los ingenieros se establece en función de la resolución espacial (capacidad de diferenciar objetos separados pocos centímetros) que se pueda lograr con el pulso a transmitir. La resolución espacial de forma analítica se puede expresar de manera aproximada como el inverso del ancho de banda de la señal, denotado como $\Delta\tau = 1/W$, donde W representa el ancho de banda de la señal UWB (7,5 GHz) [Zhu03]. Sin embargo, un objetivo muy importante en las redes de comunicación, como es lograr elevadas tasas de transmisión de información en los sistemas de radio impulso no es crítico y en consecuencia no condiciona el diseño del sistema.

Situación distinta se presenta en las redes de área local inalámbricas (WLANs) de cobertura personal (WPANs) y de entretenimiento (*Home Networking*), donde este último objetivo es claramente importante. Es aquí donde UWB tiene un gran potencial de desarrollo debido a su elevado ancho de banda. Finalmente, una de las aplicaciones comerciales con más proyección en el futuro empleando UWB son las redes multimedia en tiempo real, diseñadas para la oficina, el hogar y el entretenimiento digital, es en este contexto donde se asegura se desarrollarán las aplicaciones más interesantes utilizando MB-OFDM UWB [Liu04], [Roy04].

Debido a su elevado ancho de banda y por tanto a su posibilidad de alcanzar elevadas tasas de transmisión, MB-OFDM UWB podrá soportar la difusión inalámbrica de varios canales multimedia con calidad de vídeo de alta definición, haciéndola ideal para implementar una red multimedia completamente inalámbrica en una oficina o en los hogares. Esto permitirá conectar virtualmente cualquier dispositivo multimedia, por ejemplo: cámaras digitales transmitiendo imágenes o vídeo a la TV o al ordenador, o una TV de plasma recibiendo imágenes de discos duros multimedia externos.

Después de que la FCC autorizó la banda no licenciada comprendida entre 3,1 GHz a 10,6 GHz para aplicaciones comerciales. IEEE formó 2 subgrupos de trabajo: el *Task Group* 802.15.3a (TG3a) y el *Task Group* 802.15.4a (TG4a), cada uno de ellos con funciones específicas y distintas, desde el punto de las aplicaciones definidas por la FCC. El objetivo de los dos grupos de trabajo consistía en definir un modelo de canal para interiores (TG3a) y exteriores, que sirviera de referencia a los fabricantes de dispositivos de comunicación para evaluar las especificaciones a nivel de transmisión y/o físico (PHY, *Physical Layer*) y de acceso al medio (MAC, *Medium Access Control*) que se emplearían en las aplicaciones propias de cada uno de los subgrupos.

El TG3a definió un modelo de canal UWB para las aplicaciones basadas en redes HDR-WPAN a desplegar en recintos de interior y cobertura limitada (0 m a 10 m) permitiendo alcanzar velocidades de hasta 480 Mbits/s. El TG4a debería caracterizar el canal UWB para aplicaciones de baja velocidad (entre 1 kbit/s y varios Mbits/s) y cobertura hasta 100 m, a desarrollar en ámbitos de interior y exterior [Foe03], [Moe05].

El TG3a estudió dos propuestas que se presentaron para la definición de las especificaciones en las redes HDR-WPAN (IEEE 802.15.3a): *Direct Sequence UWB* (DS-UWB) y *Multiband-OFDM* (MB-OFDM) cada una de ellas apoyadas por alianzas de fabricantes y desarrolladores de aplicaciones inalámbricas (*Intel, Texas Instruments, Motorola, IBM*, entre otros) [Roy04], [Man03].

A pesar de que se llevó a cabo un amplio estudio de las propuestas no se logró un consenso mayoritario, y por consiguiente el número de votos necesario (75% del total) que permitieran decantarse por una de las dos especificaciones. Por lo que el 23 de febrero de 2006 el TG3a decidió retirar las propuestas presentadas a la IEEE para definición del PHY y MAC con UWB. No obstante, la *WiMedia Alliance*⁵ quien desde el año 2004 había seleccionado la transmisión MB-OFDM para redes HDR-WPAN, decide seguir promoviendo la investigación y desarrollo de aplicaciones para UWB basadas en un nivel físico (PHY) que siga las especificaciones de MB-OFDM.

El 08 de diciembre de 2005, la *WiMedia Alliance* en conjunto con la organización europea para la definición de estándares en sistemas de información y comunicación ECMA International (*European association for standardizing information and communication systems*) deciden promover el desarrollo de aplicaciones para UWB siguiendo las especificaciones del nivel PHY y MAC para redes HDR-WPAN basadas en MB-OFDM UWB. Finalmente, esta especificación es presentada en conjunto por la *WiMedia Alliance* y el ECMA Internacional para su estudio y certificación al comité de definición de estándares de la ISO/IEC (*International Organization for Standardization/International Electrotechnical Commission*) quien el 19 de marzo de 2007 certifica la propuesta de MB-OFDM como el estándar ISO/IEC 26907 y 26908, donde se definen las especificaciones para el nivel PHY y MAC en redes de elevada velocidad basadas en UWB y la definen como “*High Rate Ultra-Wideband PHY and MAC Standard*” [ISO/IEC], [ECM08].

UWB en su definición original y desarrollada en el ámbito militar se basa en la transmisión de pulsos muy estrechos en tiempo, modulados en banda base y utilizados en aplicaciones donde una de las métricas básicas de diseño, es lograr

⁵ Organización de fabricantes que promueve el desarrollo de tecnologías inalámbricas para aplicaciones multimedia basada en canales UWB con transmisión multibanda sobre OFDM.

una resolución espacial de pocos centímetros, importante en radar de alta precisión, sistemas de radio-localización, y sensores en automóviles para detección de obstáculos cercanos, dando origen a las aplicaciones de radio impulso (IR-UWB, *Impulse Radio-UWB*).

Para lograr niveles de resolución espacial reducidos y que faciliten la localización muy precisa de objetos, es necesario transmitir pulsos muy estrechos en tiempo, del orden de pico a nanosegundos obteniendo de esta forma señales con una elevada frecuencia central y gran ancho de banda.

Un sistema IR-UWB con $W = 7,5$ GHz, su tiempo de resolución $\Delta\tau = 133$ ps, le permite discriminar trayectos con una separación de 4 cm.

Los pulsos utilizados en IR-UWB (normalmente gaussianos) tienen un ciclo de trabajo menor del 0,5 %. Esta característica más su reducida densidad espectral de potencia (DEP) de emisión máxima permitida por la FCC, $-41,25$ dBm/MHz equivalente a una PIRE⁶ de 0,56 mW o $-2,5$ dBm para un ancho de banda de 7,5 GHz, permite diseñar sistemas de bajo consumo de energía, minimizar el bloque de radiofrecuencia y disminuir los componentes electrónicos, lo que finalmente se traduce en equipos de baja complejidad, coste reducido y alta disponibilidad.

Al limitar la DEP se permite la coexistencia de las aplicaciones IR-UWB con sistemas de banda estrecha (*narrowband*) convencionales (ej: *Wi-Fi*, *Bluetooth*, *Zigbee*) posibilitando la reutilización del espectro radioeléctrico [Gha04].

Por otro lado, para aplicaciones no impulsivas o aquellas donde la resolución espacial no es un objetivo crítico y en cambio si que lo son: lograr elevadas tasas de transmisión con capacidad de diferenciación del tráfico (calidad de servicio) y buena capacidad espacial (concentración de la información en áreas reducidas), surge la propuesta de utilizar como especificación a nivel PHY y MAC un sistema de múltiples bandas con transmisión multiportadora en canales UWB conocida como MB-OFDM UWB. Por esta razón, MB-OFDM ha sido adoptada por la *Wi-Media Alliance*, como la especificación a nivel físico y de acceso al medio, que en conjunto con otras tecnologías de 4G permitirá la convergencia de las tecnologías inalámbricas hacia arquitecturas e

⁶ PIRE (EIRP)= Potencia Isotrópica Radiada Equivalente: Producto de la máxima potencia suministrada por la ganancia de la antena en transmisión. $\text{Potencia} = -41,25 + 10\log(10600-3100) = -2,5$ dBm

infraestructuras multiservicio, facilitando de esta forma la integración de servicios y aplicaciones multimedia con aquellas que requieren elevadas tasas de transmisión de información especialmente en los segmentos WPAN y WLAN. Permitiendo además la implementación de políticas de QoS y ofrecer servicios diferenciados a los usuarios en función de sus aplicaciones.

Analistas y expertos en tecnologías inalámbricas prevén que MB-OFDM UWB se consolidará como la tecnología de transmisión de facto para el nivel PHY de las redes WPAN de 4G (ej.: *Wireless USB*, USB-2) permitiendo la integración con sistemas móviles celulares, redes inalámbricas LAN/WAN de muy elevada velocidad (0.1 a 1 Gbits/s) y de elevada velocidad para WMAN como WiMAX (802.16a/e) y WWAN (802.20) [Liu04], [Roy04], (Fig. 2.2).

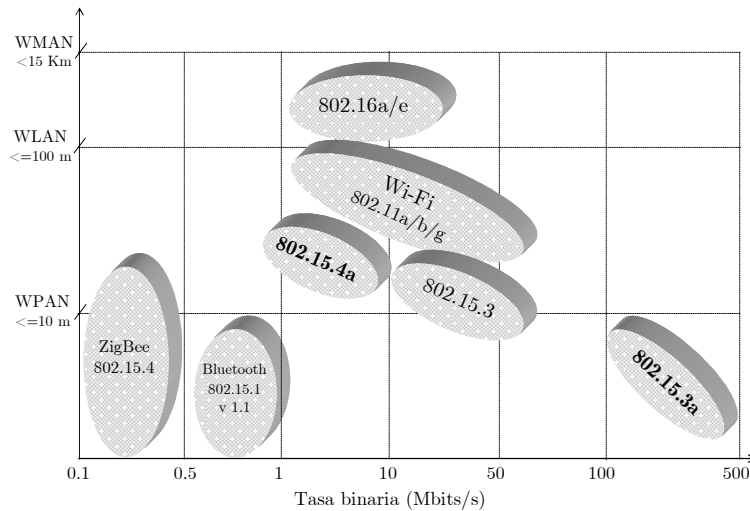


FIGURA 2.2: Integración de UWB con WPAN y WLAN.

Debido a su baja DEP, el alcance de UWB es reducido, y es considerada una tecnología WPAN con alcance limitado a pocos metros (≤ 10 m para *indoor*). Esta aparente “limitación” en su DEP representa un beneficio en el sentido de que intentar detectar o interceptar una señal UWB no es trivial lo que le confiere características intrínsecas de seguridad.

UWB ofrece una muy baja probabilidad de interceptación y de detección (LPI/D), presentándola especialmente atractiva para aplicaciones militares que requieran elevada seguridad, por ejemplo: Sistemas de radar y comunicación encubiertas [Gha04], [Opp05], [She06].

2.1.1 Breve reseña histórica de UWB

Muchos investigadores consideran UWB como una nueva tecnología debido a los novedosos e interesantes servicios y aplicaciones que se pueden desarrollar e implementar, a saber: transmisión de información a elevadas tasas binarias en dispositivos cuyo consumo de potencia es mínimo, diseño de sistemas que pueden “ver a través o dentro” de estructuras o paredes, activación dinámica de los sensores de los frenos o dirección de un automóvil en función del estado de la carretera, localización o captura de imágenes de objetos a varios cientos de metros de profundidad de la tierra, en resumen aplicaciones comerciales que no ofrece actualmente otra tecnología.

Los primeros desarrollos en telecomunicación estuvieron basados en la transmisión de pulsos de reducida duración. La generación de estos pulsos se fundamenta en los experimentos realizados en el año 1888 por Heinrich Hertz (1857-1894). Hertz fue el primer científico en verificar la predicción de la existencia de las ondas electromagnéticas realizada por Maxwell (1831-1879) y deducida mediante sus famosas ecuaciones. El experimento de Hertz se fundamenta en la descarga de una bobina mediante un *spark gap* (espira con una pequeña separación) generando pequeñas descargas eléctricas de forma de chispas originando pulsos muy estrechos en tiempo que dispersan la energía en todo su espectro de frecuencias [Gha04], [Opp05].

Sin embargo, no fue sino hasta el 12 de diciembre del año 1901 cuando Guglielmo Marconi quien había estado enviando (desde *Poldu, Cornualles* en Inglaterra hasta *St. Jhon* en *Terranova* Canadá) pulsos eléctricos de muy corta duración, que se dio origen a la primera transmisión inalámbrica a través del océano atlántico utilizando secuencias en código *Morse* (puntos y rayas) para codificar la letra ‘S’ [Gha04]. Las primeras transmisiones de datos se realizaron utilizando señales UWB [She06].

Sin embargo en la época de *Marconi* no se disponía del conocimiento matemático en telecomunicación suficiente como para conocer los beneficios de disponer de una señal con elevado ancho de banda, como por ejemplo, transmitir a velocidades elevadas utilizando sistemas pasobanda e implementar sistemas de acceso múltiple (frecuencia, tiempo, código) en ese amplio espectro de frecuencias permitiendo compartir el recurso electromagnético.

Se desconocía como limitar la interferencia generada por la dispersión de energía sobre un espectro tan amplio y cómo compartirlo de forma coordinada. Como consecuencia de lo anterior, se abandonó la posibilidad de desarrollar sistemas o tecnologías que utilizarán señales UWB y/o de banda ancha (*wideband*) y en cambio se decantaron por las comunicaciones en banda estrecha (*narrowband*) o sintonizadas (comunicación que requiere portadora y cuyo ancho de banda fraccional es reducido) [Sch05], [Bar01], [Fon03].

A partir de los conocimientos obtenidos con las investigaciones y desarrollos matemáticos aplicados a las telecomunicaciones en los años 50, especialmente en el contexto militar, se dio inicio a los primeros estudios que ayudan al desarrollo de UWB. En la década del 50 aparecen las primeras aplicaciones de tipo militar donde se aprovechan los beneficios que resultan al generar pulsos UWB: aplicaciones para radar de alta precisión, geolocalización y captura de imágenes dentro y a través de estructuras y paredes, comunicación de datos a bajas velocidades de corto alcance y de forma segura [Bar01], [Fon03].

En sus inicios, de lo que hoy día se conoce como UWB, los precursores la denominaban: transmisión en banda base (*band-base*), transmisión sin portadora (*carrierless*), transmisión no sinusoidal (*non-sinusoidal*), transmisión de impulsos (*impulse transmission*) y mono pulso (*mono-pulse*) [Gha04].

La era moderna de UWB, se inicia a finales del año 1960 y algunos de los pioneros en Estados Unidos gracias a sus trabajos de investigación y desarrollo en la industria militar fueron debidos al profesor *Henning Harmuth* de la Universidad Católica de América (*Catholic University of America*), *Gerald Ross* y *K.W. Robins* de *Sperry Rand Corporation* y *Paul van Etten* en la *US Air Force's (USAF) Rome Air Development Center* [Sch05], [Bar01], [Fon03].

Un aspecto importante en la evolución histórica de UWB e importante para el desarrollo civil de UWB se produce en los años 60 cuando los fabricantes *Hewlett-Packard* y *Tektronix* empezaron a trabajar de manera independiente en la investigación y fabricación de equipos de instrumentación, y medición para el muestreo y generación de pulsos banda base cuya duración era de unos cuantos nanosegundos.

En el año de 1964 estos dos fabricantes desarrollan el primer osciloscopio capaz de muestrear, visualizar e integrar señales UWB así como los circuitos electrónicos necesarios para generar este tipo de pulsos, permitiendo acelerar la implementación de las aplicaciones UWB especialmente en radares de alta precisión y geolocalización [Fon03].

Desde los años 60 hasta los 90, el uso de UWB se mantuvo restringido y en secreto por el departamento de defensa de los Estados Unidos y limitado a los servicios militares. Las aplicaciones fueron clasificadas por el gobierno americano bajo programas catalogados como “comunicación de muy alta seguridad”. Se explica entonces por qué sólo hasta hoy se conoce la tecnología y sus aplicaciones en el ámbito civil [Sch05], [Bar01]. Sin embargo, y gracias a los avances en las tres últimas décadas en cuanto a tecnologías y fabricación de semiconductores e integración de la electrónica a gran escala, al procesado digital de señales (DSP), a los desarrollos de chips de aplicación específica (ASIC’s) y a compañías como *Time-Domain* y *XtremeSpectrum*, aparecieron las primeras aplicaciones comerciales que utilizaban señales UWB. La Fig. 2.3 muestra la descripción cronológica del desarrollo de UWB.

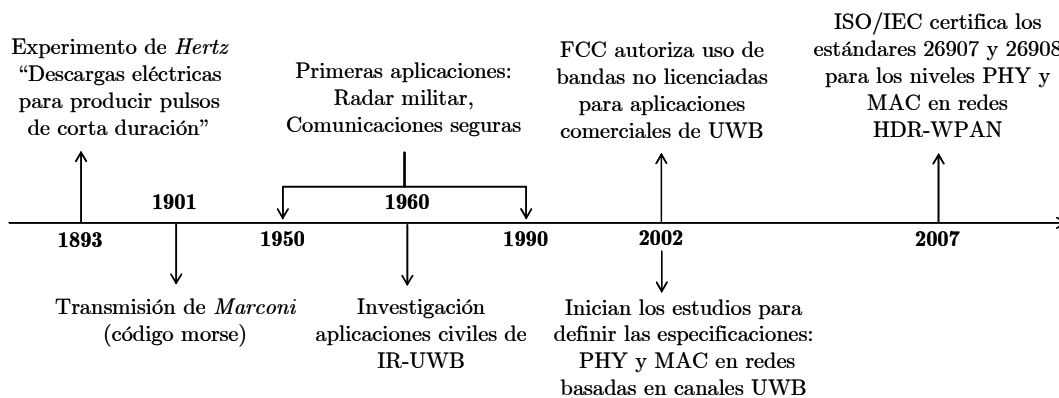


FIGURA 2.3: Evolución cronológica de UWB

2.1.2 Definición de una señal UWB

La primera definición de una señal de banda ultra ancha, aparece en el año 1989 cuando la agencia de investigación para proyectos avanzados de la defensa (DARPA, *Defence Advanced Research Projects Agency*) de los Estados Unidos, acuña el nombre de Ultra-wideband para describir una comunicación vía radio

para la transmisión y recepción de impulsos estrechos en el tiempo, y define las características técnicas de la señal UWB [Gha04], [Sch05]. Posteriormente el 22 de abril de 2002 la FCC emite su primera propuesta de reglamentación (*First Report and Order*) sobre UWB [FCC02]. En ella se retoma la definición dada por el DARPA, y con algunas modificaciones por parte de la FCC se establece una nueva definición de una señal UWB.

2.1.2.1 Señal de banda estrecha

En comunicación digital se define una señal pasobanda de banda estrecha cuando la banda o rango de frecuencias sobre la cual se extienden sus componentes en frecuencia es pequeña comparada con la frecuencia de la portadora f_c . Es decir, cuando el ancho de banda f_m , de la señal banda base es mucho menor que la frecuencia portadora f_c de la señal pasobanda, lo que implica un ancho de banda fraccional⁷ reducido (Fig. 2.4) [Pro95], [Sim83].

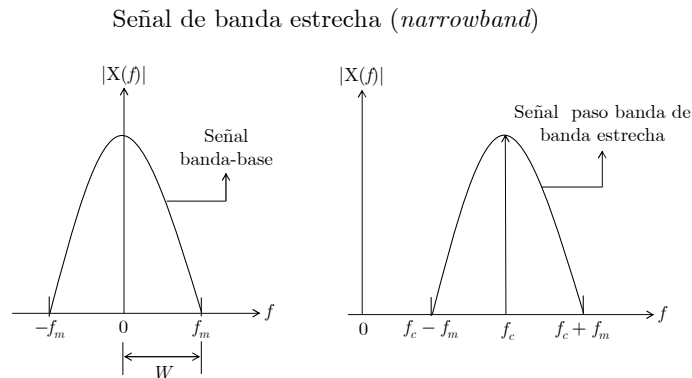


FIGURA 2.4: Ancho de banda fraccional de una señal de banda estrecha

Otra definición que permite caracterizar una señal de banda estrecha, se establece relacionándola con el ancho de banda de coherencia B_C del canal (el efecto multitrayecto afecta por igual a todas las componentes en frecuencia que caen dentro del B_C , es decir, el canal tiene un comportamiento lineal tanto en fase como en amplitud en ese rango de frecuencias).

⁷ Ancho de banda fraccional (*narrowband*): Relación entre el ancho de banda de la señal banda base y la frecuencia portadora ($W_f = f_m/f_c$).

Ancho de banda fraccional (*Ultra-wideband*): Cociente entre el ancho de banda de la señal UWB y su frecuencia central ($W_f = W_{\text{UWB}}/f_{\text{central}}$).

Una señal es de banda estrecha cuando el ancho de banda de la señal es menor que el ancho de banda de coherencia del canal B_c , en caso contrario se considera una señal de banda ancha (*wideband*) [Rei00].

Al ofrecer un ancho de banda fraccional reducido, las señales de banda estrecha concentran la mayor parte de su energía en un espectro estrecho de frecuencias, presentando desventajas como: vulnerabilidad a la detección e interceptación de la señal; bajo rechazo a la interferencia intencional (*jamming*), deficiente comportamiento en canales móviles inalámbricos que por sus características de propagación y variación temporal, hacen que el mismo sea selectivo en frecuencia (por la dispersión temporal) y selectivo en tiempo (por la dispersión en frecuencia, generada por el movimiento relativo entre el transmisor, receptor y/o los difusores del canal -Dispersión Doppler-). Además, debido al efecto multicamino, la potencia de la señal en el receptor no es constante debido a los desvanecimientos rápidos y lentos de su envolvente.

Los anteriores efectos provocan que el canal móvil sea en algunos casos selectivo en frecuencia (cuando la dispersión temporal del canal es mayor que el periodo del símbolo y/o el ancho de banda de la señal es mayor que el ancho de banda de coherencia del canal) y tiempo (cuando hay movimiento relativo entre el transmisor y/o receptor). Por tanto, para reducir los efectos del desvanecimiento y la selectividad temporal y/o en frecuencia en un sistema de banda estrecha, es necesario emplear técnicas de procesado de señal (ej.: ecualización y/o codificación adaptativa) y/o técnicas de diversidad (ej.: espacio, frecuencia, tiempo, código) y emplear esquemas de modulación digital robustos pero espectralmente menos eficientes (BPSK, QPSK). Por otro lado, para que estos sistemas puedan aumentar su seguridad deben implementar técnicas de espectro ensanchado y/o aplicar algoritmos de cifrado en los niveles superiores del modelo de arquitectura de la red [Skl04], [Rap96]. Las tablas 2.1 y 2.2, muestran una clasificación de las señales de acuerdo a su ancho de banda fraccional y el correspondiente a tecnologías WPAN [Far05].

TABLA 2.1: Clasificación de las señales de acuerdo a su ancho de banda fraccional

| | |
|-------------------|---|
| Banda estrecha | ancho de banda fraccional $< 1 \%$ |
| Banda ancha | $1 \% < \text{ancho de banda fraccional} < 20 \%$ |
| Banda ultra ancha | ancho de banda fraccional $> 20 \%$ |

TABLA 2.2: Ancho de banda fraccional para algunas tecnologías inalámbricas

| | Ancho de banda (MHz) | Frecuencia portadora (MHz) | Frecuencia central (MHz) | Ancho de banda fraccional (%) | Clasificación |
|--|----------------------|----------------------------|--------------------------|-------------------------------|---------------------|
| 802.15.1 Bluetooth | 1 | 2400 | | 0,04 | Banda estrecha |
| 802.15.4 ZigBee | 2 | 2400 | | 0,08 | Banda estrecha |
| 802.11a | 20 | 5000 | | 0,40 | Banda estrecha |
| 802.11b | 25 | 2400 | | 1,04 | Banda ancha |
| 802.11g | 25 | 2400 | | 1,04 | Banda ancha |
| 802.15.3 | 15 | 2400 | | 0,63 | Banda estrecha |
| Impulse - Radio UWB | 7500 | | 6850 | 109,5 | Banda ultra ancha |
| MB-OFDM UWB 802.15.3a Subbanda # 1 | 528 | | 3432 | 15,4 | * Banda ultra ancha |

2.1.2.2 Señal de banda ultra ancha

Las señales UWB se caracterizan por tener un ancho de banda fraccional (relación entre el ancho de banda medido en puntos de -10 dB y su frecuencia central) mayor del 20 % con respecto a su frecuencia central f_c (Fig. 2.5), o por tener un ancho de banda mínimo de 500 MHz, y su baja DEP ($-41,25$ dBm/MHz). La f_c resulta del promedio de la frecuencia superior f_s e inferior f_i [Liu04], [FCC02].

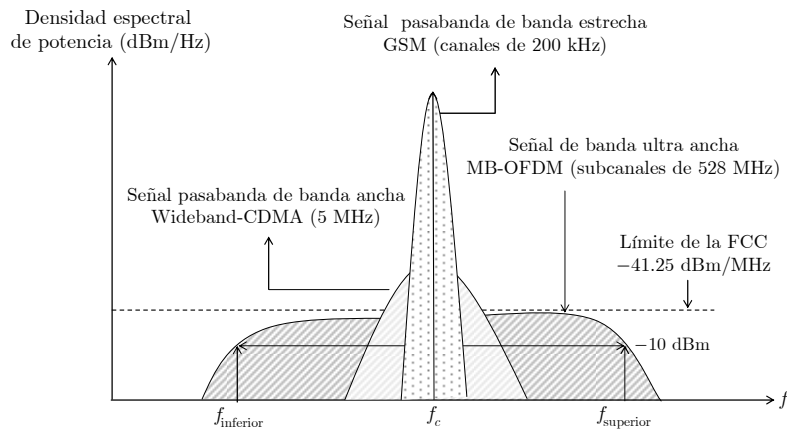


FIGURA 2.5: Comparación de UWB con señales de banda ancha y banda estrecha

El ancho de banda fraccional de una señal UWB, se define como [FCC02]

$$W_{f,10 \text{ dB}} = \frac{W}{f_c} = 2 \left(\frac{f_s - f_i}{f_s + f_i} \right). \quad (2.1)$$

Existen dos definiciones para una señal UWB, siendo la definición del FCC la que ha sido adoptada en la especificación MB-OFDM UWB [Gha04], [FCC02].

- (i) **Definición de UWB por el DARPA:** Ancho de banda fraccional mayor del 25 % medido en puntos de -3 dB o ancho de banda mínimo de 1,5 GHz.
- (ii) **Definición de UWB por la FCC:** Ancho de banda fraccional mayor del 20 % medido en puntos de -10 dB o ancho de banda mínimo 500 MHz.

2.1.3 Técnicas de señalización en UWB

Históricamente los sistemas o señales UWB se han basado en la transmisión de pulsos muy estrechos en tiempo, con el beneficio adicional de que se utilizaba señalización en banda base (emplea menos componentes activos, al no requerir translación en frecuencia). A este tipo de transmisión se le conoce como *Impulse Radio Ultra-wideband* (IR-UWB) o *Impulse Ultra-wideband* (I-UWB). No obstante, existen dos esquemas de señalización adicionales que en función de la aplicación y/o requerimientos de diseño se desarrollan e implementan: señalización monobanda (DS-UWB, *Direct Sequence UWB*) y señalización multibanda sobre OFDM (MB-OFDM). La Fig. 2.6 muestra los tipos de señalización a utilizar en aplicaciones UWB.

Las aplicaciones IR-UWB se consideran de señalización banda base y su utilización se concentra en el desarrollo de sistemas de radar de alta precisión, geolocalización, redes de sensores, y sistemas de seguridad para automóviles.

Para servicios que requieren elevadas tasas de transmisión como aplicaciones multimedia o redes HDR-WPAN UWB, se presentaron dos propuestas de señalización para la especificación del nivel PHY: Multibanda OFDM⁸ (MB-OFDM) clasificada como transmisión multiportadora con señalización multibanda y *Direct Sequence Ultra-wideband* (DS-UWB) como mono banda (DS-UWB también permite el uso de dos bandas de frecuencia).

Ninguna de estas dos propuestas logró el consenso mayoritario para ser certificada por la IEEE como el estándar para redes HDR-WPAN. Finalmente

⁸ Algunos autores utilizan Multicarrier-UWB (MC-UWB), nosotros hemos preferido emplear el término definido en el estándar ISO/IEC 26907, MB-OFDM UWB.

la ISO/IEC el 19 de marzo de 2007, certificó la señalización MB-OFDM UWB para redes multimedia de elevada velocidad (480 Mbits/s) [ISO/IEC], [ECM08].

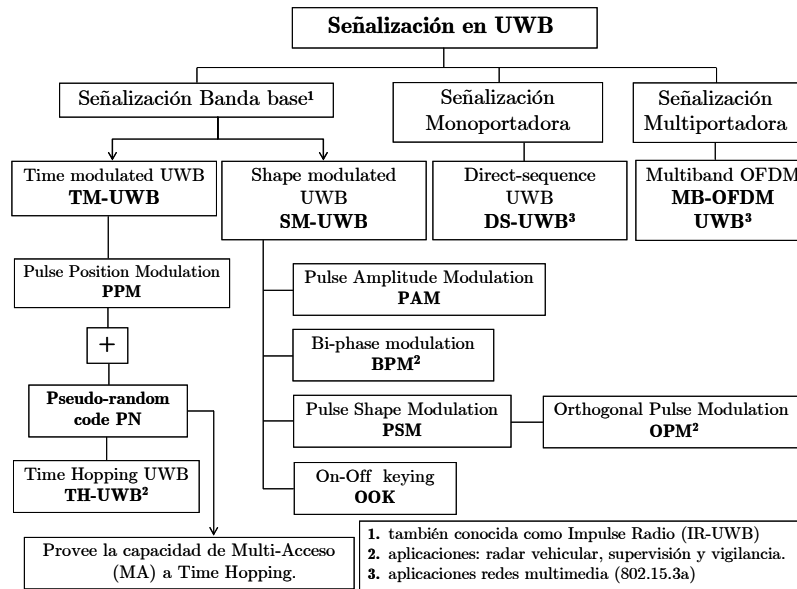


FIGURA 2.6: Técnicas de transmisión y señalización en UWB

2.2 Modelo estadístico del canal inalámbrico indoor

El primer paso en el análisis de un sistema de comunicación, al igual que en cualquier otro sistema en ingeniería, consiste en seleccionar el modelo que lo caracteriza y en función de su nivel de abstracción, determinar el conjunto de parámetros que mejor describen su funcionamiento y permiten el modelado más preciso. Así pues, un primer paso fundamental en el análisis de las prestaciones del sistema de comunicación móvil inalámbrico con modulación adaptativa consiste en definir y caracterizar de manera rigurosa desde el punto de vista estadístico, el modelo de canal UWB a emplear con MB-OFDM.

Sin embargo, antes de entrar en detalle en la descripción cualitativa y cuantitativa del canal UWB, es importante realizar un análisis de los parámetros que caracterizan el canal móvil inalámbrico especialmente en recintos de interior, con el fin de comprender las diferencias existentes entre los canales de banda estrecha, banda ancha, y banda ultra ancha (*narrowband*, *wideband*, *ultra-wideband*). Además, este análisis nos permite comprender el porqué de la utilización de la transmisión MB-OFDM sobre UWB.

2.2.1 El canal móvil inalámbrico indoor

En un sistema de comunicación móvil inalámbrico, entre el transmisor o estación base y el receptor o estación móvil aparecen de forma aleatoria elementos influyentes o difusores en la propagación de las señales que transportan la información. Además, el movimiento del móvil o de los difusores del canal origina que las características eléctricas del mismo varíen de manera aleatoria en el tiempo.

Cuando se transmite información por un canal móvil inalámbrico, la señal enviada desde la antena del transmisor se ve sometida a efectos (reflexión, difracción, dispersión *-scattering-*) de distorsión generados por la propagación multicamino, que aparecen debido a los múltiples obstáculos físicos y naturales que encuentra en su recorrido hasta la antena del receptor. Estos efectos de distorsión de la señal traen como consecuencia que al móvil lleguen a través de distintos trayectos y de forma aleatoria muchas contribuciones o replicas de la señal transmitida (ecos), cada una de ellas con una atenuación α_l , fase φ_l , retardo de propagación τ_l , y ángulos de llegada ϕ_l diferentes, debido a que proceden de diferentes difusores. Este efecto es conocido como efecto multicamino o *multipath*. El subíndice l define el índice del trayecto.

Si cada una de las l -ésimas replicas que alcanzan la antena del receptor son generadas por distintos difusores, la atenuación α_l , y la fase φ_l , asociadas al trayecto con retardo τ_l , estarán incorreladas con la atenuación α_m , y la fase φ_m , con retardo τ_m , para todo $l \neq m$. Bajo estas condiciones se dice que el canal móvil está incorrelado en sus difusores (US, *uncorrelated scattered*) [Par00], y se considera que α , φ , y τ se pueden modelar como variables aleatorias (VA) independientes e incorreladas. Esta es una situación típica en ambientes *outdoor* lo que provoca que para el caso de un sistema MB-OFDM se asuma bajo ciertas condiciones adicionales que las subportadoras están incorreladas.

Debido a la propagación multicamino, las señales transmitidas sufren fluctuaciones aleatorias en su amplitud, fase, y en el ángulo de llegada a la antena del móvil; por tanto, estas contribuciones que se representan como fasores, se suman vectorialmente cuando alcanzan el receptor. Por lo que la amplitud resultante puede aumentar (interferencia constructiva) o disminuir

(interferencia destructiva) dependiendo de si los ángulos eléctricos están en fase o contrafase, generando un efecto de desvanecimiento o distorsión de la señal.

La interferencia destructiva puede llegar a producir desvanecimientos profundos que causan disminuciones bruscas de la potencia de la envolvente de la señal entre 20 dB y 30 dB con respecto a su valor medio [Par00], originando que la potencia recibida no sea constante. Este tipo de desvanecimiento se conoce como desvanecimiento rápido o a corto plazo (*fast fading* o *short-term fading*). Los desvanecimientos aleatorios o las pérdidas de potencia en la señal generados por su propagación en el canal móvil inalámbrico, son una de las principales diferencias de la transmisión inalámbrica con respecto a la transmisión por cable. Los efectos del desvanecimiento del canal es posible clasificarlos en tres tipos

- (i) Variaciones a gran escala, o pérdidas básicas de propagación (*pathloss*).
- (ii) Variaciones a media escala o desvanecimiento lento (*slow fading*) a largo plazo (*long-term fading*), también conocido como *shadowing*.
- (iii) Variaciones a pequeña escala o desvanecimiento rápidos a corto plazo (*shor-term fading*), se le conoce también como *fast fading*.

Las variaciones debidas a (i), se presentan en grandes distancias y se modelan de forma determinista, empleando la ecuación de pérdidas de transmisión de Friis para espacio libre, que recoge el efecto del *pathloss*. En la ecuación de Friis la potencia recibida representa el nivel medio de la señal y decrece exponencialmente conforme aumenta la distancia entre el transmisor y receptor. El modelo de pérdidas básicas o de *path loss* de acuerdo a campañas de medidas realizadas en recintos de interior, ha mostrado que se puede extrapolar a canales UWB [Don06].

El desvanecimiento debido a (ii) aparece por la interposición entre el transmisor y el receptor de aquellos elementos más significativos del entorno, como: la orografía del terreno (plano o montañoso), tipo de edificación (urbano, rural, suburbano) [Flo98], originando que la potencia media local en el receptor no sea constante y presente un comportamiento aleatorio que suele modelarse con una distribución log-normal (distribución normal en unidades logarítmicas).

La desviación típica de esta distribución está relacionada con la diversidad y variación del entorno y define la dispersión de la potencia de la señal alrededor de su valor medio. Los valores de la desviación de acuerdo a modelos de propagación para centros urbanos están entre 5 dB y 7 dB [Rei00] y se incrementa con la frecuencia, siendo mayor en áreas suburbanas y menor en áreas rurales. La media de la distribución log-normal viene dada por la potencia media en dBm calculada con la ecuación de pérdidas básicas de propagación.

Las variaciones debidas a (iii) aparecen debido a las características de propagación multitrayecto del canal observándose en recorridos de pocas decenas de longitudes de onda, generando reflexiones y difracciones de la señal en objetos cuyas posiciones relativas al móvil varían rápidamente, originando en la magnitud o módulo de la envolvente compleja de la señal desvanecimientos muy profundos y de poca duración alrededor de la potencia media.

La Fig. 2.7, muestra los tres tipos de variaciones de la envolvente de la señal en un canal móvil inalámbrico en función de la distancia recorrida.

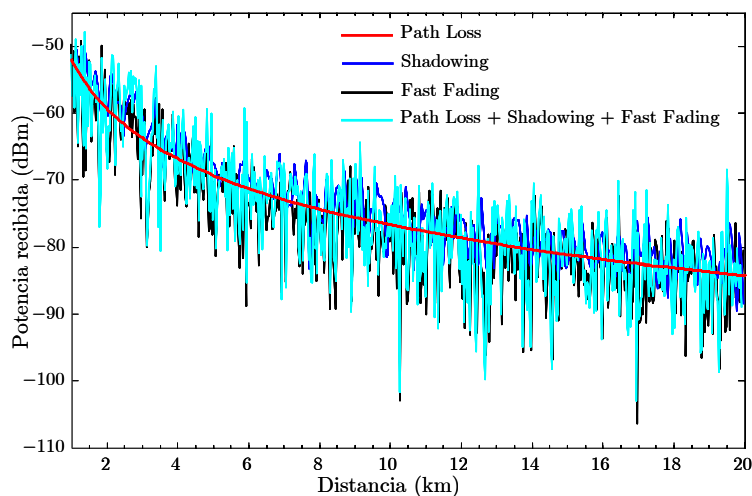


FIGURA 2.7: Variaciones de la envolvente de la señal en el canal móvil inalámbrico

Es evidente, que la calidad y prestaciones de un sistema inalámbrico están limitadas por el entorno (canal) de propagación de la señal, obligando a emplear técnicas de procesamiento y de transmisión que permitan mejorar las características de la señal en el receptor. En consecuencia, cualquier análisis de las prestaciones de un sistema de comunicación móvil inalámbrico se debe iniciar con una caracterización matemática rigurosa, y un modelado adecuado del canal sobre el cual se va a propagar la información que se desea transmitir.

Los parámetros básicos que caracterizan un canal móvil inalámbrico con desvanecimiento a pequeña escala son la **coherencia** y la **selectividad**. La coherencia describe la longitud del intervalo (espacio, tiempo, frecuencia) en el que la amplitud de la respuesta en frecuencia del canal se considera aproximadamente constante, y además su fase tiene un comportamiento lineal con la frecuencia. La selectividad (tiempo, frecuencia) mide la característica dinámica del canal y determina su variabilidad temporal.

2.2.2 Caracterización en tiempo

Generalmente, un canal móvil inalámbrico que presenta propagación multicamino suele modelarse desde el punto de vista de sistema, como un filtro lineal variante en el tiempo (la variación temporal recoge el efecto de movilidad), cuya respuesta en frecuencia está definida por la función de transferencia $H(f,t)$ donde f es la variable frecuencia y t caracteriza la variación temporal del canal. Esta función se calcula como la transformada de Fourier de la respuesta al impulso $h(t,\tau)$ donde τ representa el ensanchamiento temporal o efecto dispersivo del canal [Pro95], [Rap96], [Par00].

Si $H(f,t)$ no es constante durante el periodo de símbolo T_s de la señal transmitida, el canal es selectivo en frecuencia ($W_{\text{señal}} > W_{\text{canal}}$) lo que implica que para algunas frecuencias del espectro de la señal, su amplitud podrá ser realizada o reducida; es decir, el canal modifica las componentes espectrales de la señal de manera distinta. Por tanto, la selectividad en frecuencia del canal se traduce en una distorsión de la señal obtenida en el receptor, y va a depender del ancho de banda de coherencia B_c , y del ensanchamiento temporal σ_τ .

Además de la selectividad en frecuencia, el canal puede variar en el tiempo debido al movimiento relativo entre el transmisor y receptor o de los difusores, generándose un desplazamiento en frecuencia de las distintas componentes espectrales de la señal recibida como consecuencia del efecto Doppler. Este efecto en entornos *indoor* es reducido y se suele despreciar, debido a que generalmente el transmisor, el receptor y los difusores permanecen prácticamente estáticos o sus velocidades relativas son muy bajas, y el desplazamiento en frecuencia que generan es reducido, comparado con el elevado ancho de banda del canal, especialmente si es UWB.

Si el ancho de banda de la señal a transmitir es pequeño comparado con el ancho de banda de coherencia del canal B_C , entonces, la máxima diferencia de frecuencia entre sus componentes espectrales es reducida y por tanto, los trayectos eléctricos recorridos por cada una de ellas son muy parecidos, lo que permite asumir que las distintas componentes en frecuencia sufrirán variaciones en amplitud y fase semejantes. Se asume entonces que para estas condiciones el canal presenta desvanecimiento plano y no es selectivo en frecuencia [Flo98].

Una forma de evitar la distorsión generada por la selectividad en frecuencia se consigue utilizando técnicas de ecualización adaptativa (compensar las distorsiones en frecuencia de la señal, mediante un filtro inverso que aplanar la respuesta en frecuencia del canal) y que consiste en su descripción más sencilla en multiplicar la señal recibida por la inversa de la función de transferencia del canal $H(f,t)$. La ecualización es un procedimiento que se vuelve muy complejo cuando la variación temporal del canal con respecto al periodo del símbolo T_s es muy rápida, debido a que las fases de detección y estimación para canales muy dinámicos no son sencillas de implementar.

Es ampliamente conocido que una forma de reducir el efecto de la selectividad en frecuencia del canal, consiste en dividir todo su ancho de banda en un número N de subportadoras, que van a generar N subcanales o subbandas cuyo ancho de banda Δf debe ser menor que el B_C del canal, de tal forma que cada una de los subcanales presenta desvanecimiento plano y se comporta como un canal de banda estrecha. Este es el principio de los sistemas de transmisión multiportadora OFDM.

Debido a las características de propagación del canal, la señal que alcanza la antena del receptor esta compuesta por una contribución de mayor potencia normalmente definida su recepción en el instante $\tau_0 = 0$ (tiempo de llegada para la primera contribución) y por múltiples contribuciones de menor potencia con tiempos de llegadas $\tau_l - \tau_0$. El periodo de tiempo que transcurre entre la llegada de la primera y última contribución se conoce como el ensanchamiento temporal máximo debido al canal (T_M , *maximum excess delay spread*), [Pro95], [Rap96].

Este retardo provoca ensanchamiento o dispersión temporal de la señal, y dependiendo de cómo es su relación con el periodo de símbolo T_s transmitido puede generar un efecto no deseado de solapamiento entre símbolos adyacentes en el receptor, degradando notablemente las prestaciones del sistema de comunicación digital, y en consecuencia aumenta la BEP media y disminuye su capacidad de transmisión.

Este efecto se conoce como interferencia entre símbolos (IES) y una forma de reducirlo se consigue empleando técnicas de ecualización que contrarresten la dispersión en tiempo del canal móvil y/o transmitiendo a tasas binarias más reducidas, aumentando el periodo de transmisión T_s del símbolo, de tal forma que sea mayor que el ensanchamiento temporal (*delay spread*) σ_τ , del canal, es decir $T_s \gg \sigma_\tau$.

La caracterización temporal de un canal móvil inalámbrico se puede derivar a partir de su perfil de retardo de potencia normalizado representado por $P_h(t, \tau)$ (PDP, *Power Delay Profile*). El PDP define la potencia media del canal multicamino en función del retardo τ_l de cada una de las contribuciones. Este perfil se obtiene experimentalmente a partir de campañas de medición del canal, utilizando técnicas que permitan evaluar su respuesta al impulso bien sea de forma directa (*time domain sounding technique*) o indirecta (*swept frequency measurements*). En esta última, mediante el uso de un analizador vectorial de redes (VNA, *Vector Network Analyzer*) se mide el parámetro S_{21} , obteniendo la respuesta en frecuencia $H(f, t)$ del canal tanto en amplitud como en fase y calculando su transformada inversa de Fourier para obtener $h(t, \tau)$ donde t corresponde al instante de observación, $t - \tau$ al instante en que se aplica el impulso, y τ la variable temporal que mide la duración de la respuesta al impulso [Bel63] y representa la dispersión temporal del canal.

El PDP instantáneo para un canal móvil inalámbrico variante en el tiempo, de acuerdo a [Pro95], [Rap96] se puede expresar como

$$p_h(t, \tau) = |h(t, \tau)|^2 = \alpha^2(t), \quad (2.2)$$

donde $h(t, \tau)$ es la respuesta al impulso del canal. El módulo simbolizado por $|\cdot|$ representa la envolvente o amplitud instantánea y $\alpha^2(t)$ la potencia aleatoria instantánea de cada una de las contribuciones [Pro95].

Asumiendo el canal móvil inalámbrico *indoor* estacionario durante la transmisión de un símbolo OFDM, se demuestra que su valor medio es constante y su función de autocorrelación simbolizada por $R_{h(t,\tau)}$ no cambia con un desplazamiento en el tiempo, es decir, no depende del instante de observación del proceso aleatorio (t_2 , o t_1) o del valor absoluto de t , sólo depende de la diferencia de tiempos $\Delta t = t_2 - t_1$.

Si, además el canal es ergódico (sus promedios estadísticos coinciden con sus promedios temporales) y de *scattering* incorrelado [Pap02], [Pee01], se dice entonces que es invariante en el tiempo y por tanto su respuesta al impulso es $h(t,\tau) = h(\tau)$, lo que permite considerar el canal como estático durante la duración de un símbolo o un recorrido espacial pequeño [Pro95], [Par00] y presenta únicamente efecto dispersivo.

Finalmente, asumir que el canal es estacionario en sentido amplio implica que la envolvente asociada a la señal en el receptor va a permanecer constante durante un periodo de símbolo. Si el canal se asume WSSUS, entonces su media y función de autocorrelación según [Han04], [Pro95] se expresan como

$$\begin{aligned} m_{h(t,\tau)}(t) &\triangleq E\{h(t,\tau)\} = \eta \\ R_{h(t,\tau)}(\Delta t, \tau_1, \tau_2) &= E\{h^*(t_1, \tau_1)h(t_1 + \Delta t, \tau_2)\}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

donde $E\{\cdot\}$ es el operador esperanza estadística y $R_{h(t,\tau)}$ la función de autocorrelación del canal. Debido a que el canal WSSUS no depende de los instantes absolutos de observación, entonces $t = t_1$, y $\tau = \tau_1 = \tau_2$. Entonces, la función de autocorrelación $R_{h(t,\tau)}$ se expresa de acuerdo a [Han04], [Pro95] como

$$R_{h(t,\tau)}(\Delta t, \tau) = E\{h^*(t, \tau)h(t + \Delta t, \tau)\}. \quad (2.4)$$

Cuando el intervalo de observación $\Delta t \rightarrow 0$, el perfil de retardo de potencia promedio del canal se deriva a partir de (2.4) como

$$P_h(\tau) = R_h(\tau) = E\{h^*(t, \tau)h(t, \tau)\} = E\{|h(t, \tau)|^2\}. \quad (2.5)$$

Finalmente, es posible expresar (2.5) en función de la potencia media, Ω , y la potencia instantánea, α^2 , del canal, resultando

$$P_h(\tau) = \Omega = E\{|h(t, \tau)|^2\} = E\{\alpha^2\}. \quad (2.6)$$

A partir de (2.6) se obtienen los parámetros temporales que caracterizan el canal. Si el retardo τ de llegada de los rayos se evalúa para instantes discretos de tiempo, entonces el PDP es una función discreta de τ , en consecuencia, los parámetros se pueden expresar de acuerdo a [Par00], [Rap96] como

- *Maximum excess delay spread* (T_M): representa el retardo transcurrido entre la primera τ_0 y la última τ_L contribución recibida, define el máximo retardo en que el símbolo es ensanchado por el canal, se expresa como

$$T_M = \tau_L - \tau_0. \quad (2.7)$$

- *Mean excess delay* ($\bar{\tau}$): corresponde al retardo medio del canal y se define a partir del primer momento central del PDP normalizado, es decir la media de los retardos ponderados por su potencia asociada $P_h(\tau)$, y viene dado por

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_{l=1}^L \tau_l P_h(\tau_l)}{\sum_{l=1}^L P_h(\tau_l)} = \frac{\sum_{l=1}^L \tau_l \Omega_l}{\sum_{l=1}^L \Omega_l} = \frac{\sum_{l=1}^L \tau_l \alpha_l^2}{\sum_{l=1}^L \alpha_l^2}, \quad (2.8)$$

donde L es el número total de contribuciones multicamino (MPC, *multipath components*) discriminadas en el receptor.

- *Delay spread* (σ_τ): raíz cuadrada del segundo momento central del PDP. Desviación típica de los retardos τ_l ponderados por $P_h(\tau)$, y se expresa como

$$\sigma_\tau = \sqrt{\overline{\tau^2} - (\bar{\tau})^2}, \quad (2.9)$$

donde, $\overline{\tau^2}$ se expresa como

$$\overline{\tau^2} = \frac{\sum_{l=1}^L \tau_l^2 P_h(\tau_l)}{\sum_{l=1}^L P_h(\tau_l)} = \frac{\sum_{l=1}^L \tau_l^2 \Omega_l}{\sum_{l=1}^L \Omega_l} = \frac{\sum_{l=1}^L \tau_l^2 \alpha_l^2}{\sum_{l=1}^L \alpha_l^2}. \quad (2.10)$$

El ensanchamiento temporal calculado con (2.9) representa una medida de la dispersión temporal debida al multicamino, y dependiendo de su relación con el periodo del símbolo T_s transmitido, permite valorar el efecto de la interferencia entre símbolos (IES) que se puede generar en el receptor del canal.

Aunque, se evalúan los tres parámetros, se suele caracterizar temporalmente el canal a partir de su retardo medio $\bar{\tau}$ y el *delay spread* σ_τ , en las mediciones

se define un umbral mínimo de potencia de la señal a recibir para diferenciar frente al ruido. Las contribuciones que lleguen por debajo de ese umbral no se tienen en cuenta, lo que excluye el T_M . Valores típicos del σ_τ para canales de interior en UWB 3a, son 8,03 ns, 14,28 ns y 25 ns [Foe03].

Mientras, el ensanchamiento temporal es un efecto dispersivo que se produce a partir de la propagación multicamino, existe una contraparte en frecuencia que se define a partir del *delay spread*. Este parámetro en frecuencia se conoce como el ancho de banda de coherencia del canal B_C , y define el rango de frecuencias sobre el cual su función de transferencia $H(f,t)$ se mantiene constante y por tanto el canal se considera plano en frecuencia [Par00].

Si el ensanchamiento temporal σ_τ es muy lento con respecto a la duración del símbolo T_s , es decir, $\sigma_\tau \ll T_s$, el canal presenta desvanecimiento plano en frecuencia en el intervalo T_s [Par00]. Entonces, la amplitud de las diferentes componentes espectrales estarán correladas (el canal ofrece la misma ganancia para ese rango de frecuencias). Si la dispersión temporal del canal es mayor que T_s la amplitud de las componentes espectrales tienden a estar incorreladas, y en consecuencia, el ancho de banda de coherencia del canal disminuye, lo que finalmente se traduce en una mayor selectividad en frecuencia del canal y la posibilidad de que aparezca interferencia entre símbolos (IES) en el receptor.

La selectividad en frecuencia de un canal WSSUS se obtiene a partir de la función de correlación $R_H(\Delta f, \Delta t)$. Se demuestra en [Bel63] a partir de las funciones de autocorrelación que $R_H(\Delta f, \Delta t)$ esta relacionada con el perfil de retardo de potencia bidimensional $P_h(\Delta t, \tau)$ a través de la transformada de Fourier, y de acuerdo a [Par00], [Pro95] la relación se expresa como

$$R_H(\Delta f, \Delta t) = \int_{-\infty}^{\infty} P_h(\Delta t, \tau) \exp(-j2\pi\Delta f\tau) d\tau. \quad (2.11)$$

Cuando el intervalo de observación $\Delta t \rightarrow 0$, se obtiene

$$R_H(\Delta f, \Delta t) \Big|_{\Delta t \rightarrow 0} \rightarrow R_H(\Delta f). \quad (2.12)$$

Reescribiendo (2.11), resulta

$$R_H(\Delta f) = \int_0^{\infty} P_h(\tau) \exp(-j2\pi\Delta f\tau) d\tau, \quad (2.13)$$

donde $\Delta f = f_2 - f_1$, corresponde a la separación en frecuencia entre dos componentes espectrales. La ecuación (2.13) se conoce como “función de correlación en frecuencia”.

Se define B_C como el valor mínimo de Δf para el cual $R_H(\Delta f)$ es igual a un valor de correlación en frecuencia, típicamente de 0,5 ó 0,9. Por tanto, cuando se define un ancho de banda de coherencia debe especificarse el coeficiente de correlación para el cual se ha calculado [Rub03].

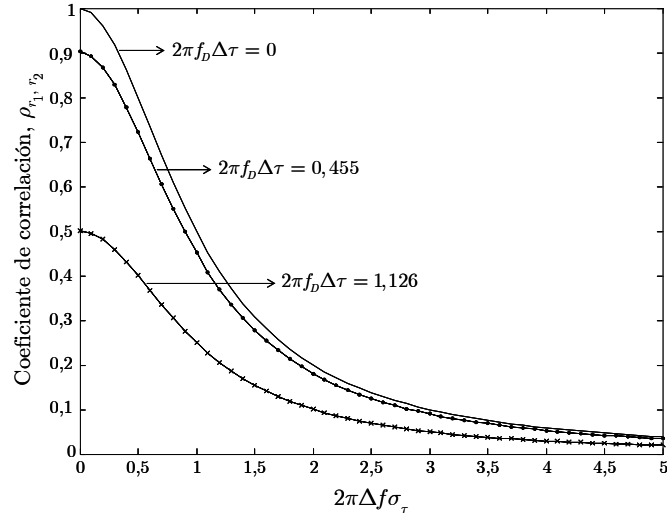
A partir de (2.13) se deduce que el ancho de banda de coherencia para un canal caracterizado por una componente multicamino tiende a $+\infty$, y el B_C disminuye conforme aumenta el número de contribuciones y/o *delay spread* del sistema [Pro95]. Esto permite establecer una relación inversa entre el ancho de banda de coherencia B_C , y la dispersión temporal del canal σ_τ , definida como

$$B_C \propto \frac{1}{\sigma_\tau}. \quad (2.14)$$

En [Lee98] y [Yac93] se analiza la correlación entre la envolvente de dos componentes espectrales separadas en frecuencia $\Delta f = f_2 - f_1$ (Hz). Si r_1 y r_2 son las envolventes de las componentes recibidas y se asume que son variables aleatorias que siguen una distribución Rayleigh, el coeficiente de correlación en amplitud, $\rho_{r_1 r_2}$ entre r_1 y r_2 según [Lee98] y [Yac93] se puede calcular como

$$\begin{aligned} \rho_{r_1 r_2}(\Delta\tau, \Delta f) &= \frac{\text{cov}\{r_1, r_2\}}{\sqrt{\text{var}\{r_1\}\text{var}\{r_2\}}} = \frac{E\{r_1, r_2\} - E\{r_1\}E\{r_2\}}{\sqrt{E\{r_1^2\} - E^2\{r_1\}} \times \sqrt{E\{r_2^2\} - E^2\{r_2\}}}, \quad (2.15) \\ &= \frac{J_0^2(2\pi f_D \Delta\tau)}{1 + (2\pi \Delta f \sigma_\tau)^2} \end{aligned}$$

donde $J_0(\cdot)$ es la función de Bessel de primer tipo y orden 0, $\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1$ la diferencia del retardo entre las contribuciones y f_D el máximo desplazamiento Doppler definido por $f_D = v/\lambda_c = vf_c/c_0$, donde v (m/s) es la velocidad relativa entre el móvil y el transmisor, λ_c (m) la longitud de onda de la frecuencia portadora f_c , y $c_0 = 3 \times 10^8$ (m/s). La Fig. 2.8, muestra la simulación de (2.15) para $\rho_{r_1 r_2} = \{1, 0,9, 0,5\}$.


 FIGURA 2.8: Coeficiente de correlación en función de $2\pi\Delta f\sigma_\tau$

Cuando el PDP está exponencialmente distribuido, utilizando (2.15) se puede derivar el ancho de banda de coherencia B_C y el tiempo de coherencia T_C . Si la diferencia de retardo $\Delta\tau \rightarrow 0$, y el coeficiente de correlación $\rho_{r_1, r_2} = 0,5$. Entonces, debido a que $J_0(0) = 1$, el $B_C = \Delta f$, se obtiene a partir de

$$\rho_{r_1, r_2}(\Delta\tau, \Delta f)_{\Delta\tau \rightarrow 0} = \frac{J_0^2(2\pi f_D \times 0)}{1 + (2\pi\Delta f\sigma_\tau)^2} = 0,5. \quad (2.16)$$

B_C , para un coeficiente de correlación $\rho_{r_1, r_2} = 0,5$, según (2.16) viene dado por

$$B_C \equiv \Delta f \simeq \frac{1}{2\pi\sigma_\tau}. \quad (2.17)$$

Otro valor aceptado para cuando el PDP está exponencialmente distribuido y el coeficiente de correlación $\rho_{r_1, r_2} = 0,9$ [Rap96], viene dado por

$$B_C \equiv \Delta f \simeq \frac{1}{50\sigma_\tau}. \quad (2.18)$$

Observe que (2.17) y (2.18) son expresiones aproximadas. Para lograr expresiones más precisas de éste y otros parámetros que caractericen un canal en particular (*narrowband*, *wideband*, *ultra-wideband*) es necesario realizar campañas de medidas y establecer modelos específicos para cada entorno [Par00]. Sin embargo, los resultados dados por (2.17) y (2.18) se ajustan bien a los obtenidos de forma experimental.

El ancho de banda de coherencia para el canal UWB con $\sigma_\tau = 25$ ns, y $\rho_r = 0,5$ de acuerdo a (2.17) es $B_C \cong 6,4$ MHz. Según [Dia07] teniendo en cuenta una campaña de medidas del canal UWB en la banda 3,1 GHz a 10,6 GHz llevadas a cabo en el instituto de telecomunicaciones y aplicaciones multimedia (iTEAM) de la Universidad Politécnica de Valencia, para un coeficiente de correlación $\rho_r = 0,75$ en entorno *indoor* con NLOS (*non line-of-sight*), el ancho de banda de coherencia $B_C \cong 4,67$ MHz. Lo que permite concluir que (2.17) es una buena aproximación para evaluar el ancho de banda de coherencia del canal UWB en recintos de interior.

En MB-OFDM UWB el ancho de banda de cada uno de los subcanales es igual a 4,125 MHz. Por tanto, el ancho de banda de la señal B_S es menor que el ancho de banda de coherencia, B_C , del canal calculado de 6,4 MHz, lo que garantiza que durante la transmisión del símbolo OFDM el canal UWB no es selectivo en frecuencia. Además, el periodo de símbolo, T_S , en MB-OFDM es 312,5 ns [Bat04], siendo mucho mayor que el ensanchamiento temporal del canal más crítico medido en UWB en interiores con $\sigma_\tau = 25$ ns.

2.2.3 Caracterización en frecuencia

El ensanchamiento temporal, σ_τ , y el ancho de banda de coherencia, B_C , caracterizan la naturaleza dispersiva en tiempo y la selectividad en frecuencia del canal respectivamente. Estos efectos aparecen debido a que el canal móvil inalámbrico es multicamino, los parámetros σ_τ y B_C son suficientes para modelar un canal estático. Sin embargo, no ofrecen información acerca de su variación temporal debido al movimiento relativo entre el móvil y/o la estación base, o con respecto al movimiento de los difusores presentes en el canal. La variación temporal origina dispersión en frecuencia, y cuando se presenta en un sistema de comunicación móvil que utiliza transmisión multiportadora como OFDM, puede generar un efecto de distorsión en frecuencia conocido como interferencia entre subportadoras (ICI, *Intercarrier Interference*).

Para caracterizar el efecto de distorsión en frecuencia, presente especialmente en canales móviles inalámbricos variantes en el tiempo, se definen dos nuevos parámetros: el ensanchamiento Doppler B_D (*Doppler spread*), y el tiempo de coherencia T_C .

El ensanchamiento Doppler (B_D). Caracteriza la dispersión en frecuencia en la señal transmitida con respecto a la frecuencia de portadora, f_c , y se presenta debido a la variación temporal del canal radio. La dispersión en frecuencia, B_D , depende de la velocidad relativa v , entre el transmisor y el receptor, del ángulo, β , formado entre la dirección de movimiento del móvil y la dirección de llegada de las contribuciones, y de la frecuencia portadora, f_c , de la señal. El ensanchamiento Doppler B_D , se expresa según [Par00] como

$$B_D \equiv f_D \cos(\beta) = f_c \frac{v}{c_0} \cos(\beta) = \frac{v}{\lambda_c} \cos(\beta), \quad (2.19)$$

donde f_D es la dispersión máxima Doppler. Cuando el móvil se mueve hacia el transmisor, la dirección de llegada de la señal es paralela al movimiento del móvil, entonces $\beta = 0$ y $B_D = f_D$. Cuando el móvil se aleja del transmisor, entonces, $\beta = \pi$ y $B_D = -f_D$. Si la dirección de llegada de la contribución es perpendicular a la dirección del movimiento del móvil, entonces, $\beta = \pi/2$, y la dispersión Doppler $B_D = 0$.

Si el ancho de banda de la señal banda base es mucho mayor que la dispersión Doppler, es decir, cuando el $B_s \gg B_D$, se considera que el efecto de dispersión en frecuencia es despreciable. Por tanto es válido asumir en ese caso que el canal presenta desvanecimiento lento (*slow fading*) y se puede considerar el canal estático (situación típica en canales inalámbricos UWB en interiores).

El tiempo de coherencia (T_C). Corresponde a la contraparte de la dispersión Doppler, pero en el dominio temporal. Indica el intervalo de tiempo donde el canal se asume estacionario, es decir, su respuesta al impulso permanece invariable durante el T_C . Por tanto, dos señales recibidas durante ese lapso de tiempo presentarán una elevada correlación en amplitud. T_C es un parámetro especialmente importante en estimación y seguimiento del canal proporcionando información sobre su variación en tiempo y frecuencia.

De la misma forma como se calculó B_D , en la evaluación de T_C debe fijarse un valor de correlación para la amplitud de las señales recibidas. A partir de (2.15), fijando un coeficiente de correlación $\rho_{r_1 r_2} = 0,5$ y cuando la separación en frecuencia Δf entre las componentes espectrales tiende a cero, entonces $\Delta \tau \rightarrow T_C$. Por tanto, el tiempo de coherencia T_C , se calcula a partir de

$$\rho_{\tau_2} (T_C, \Delta f)_{\Delta f \rightarrow 0} = J_0^2(2\pi f_D T_C) = 0,5. \quad (2.20)$$

La Fig. 2.8 muestra que cuando $\Delta f \rightarrow 0$ y $\rho_{\tau_2} = 0,5$, el argumento de la función de Bessel es igual a $2\pi f_D T_C = 1,126$. Por tanto T_C se aproxima por

$$T_C \simeq \frac{9}{16\pi f_D}. \quad (2.21)$$

Según (2.21), cuando no hay dispersión en frecuencia debido a la inexistencia de movilidad de los difusores en el canal o es muy reducida, es decir, $f_D \rightarrow 0$, el canal tiende a permanecer estacionario. Esta es la situación típica en entornos *indoor* que emplean UWB, donde debido a su elevado ancho de banda, la dispersión en frecuencia originada por el movimiento de las personas es muy reducida comparada con su ancho de banda. Por tanto, la dispersión Doppler suele despreciarse y se asume el canal UWB estático durante la transmisión del símbolo OFDM.

A partir de (2.19) y (2.21) podemos evaluar la dispersión Doppler máxima f_D y el tiempo de coherencia T_C para el canal UWB en redes HDR-WPAN. Conociendo que estas aplicaciones están concebidas para recintos de interior, y que el único difusor móvil presente en este tipo de entorno son las personas que se encuentran entre el transmisor y el receptor. Entonces, asumiendo que la velocidad media de una persona caminando es aproximadamente 3,6 km/h (1,0 m/s) y la frecuencia central de la banda 1 en MB-OFDM, $f_c = 3960$ MHz, la dispersión Doppler máxima será $f_D \simeq 13,2$ Hz, y el tiempo de coherencia $T_C \simeq 13,6$ ms.

La Fig. 2.9 muestra la estructura de una trama para el nivel MAC en MB-OFDM UWB [ECM08].

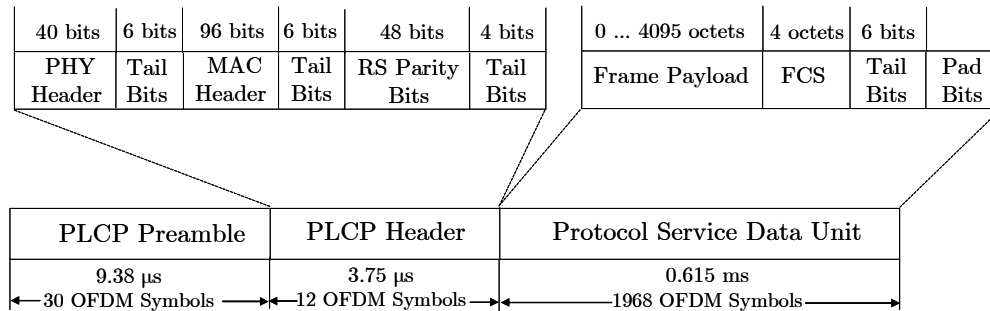


FIGURA 2.9: Estructura de una trama en MB-OFDM UWB

El tiempo de transmisión para una trama en MB-OFDM UWB según [ECM08], viene dado por

$$\text{TX_TIME} = (9,38 \mu\text{s} + 3,75 \mu\text{s}) + T_s \times \left(6 \times \left\lceil \frac{8 \times \text{LENGTH} + 38}{N_{IBP6S}} \right\rceil \right), \quad (2.22)$$

donde $\lceil \cdot \rceil$ es la función parte entera techo (*ceiling*) que regresa el mínimo número entero mayor o igual que su argumento. N_{IBP6S} es el número de bits de información transmitidos por cada 6 símbolos OFDM [ECM08] y $T_s = 312,5$ ns, es el periodo de un símbolo OFDM.

Para una LENGTH = 4095 octetos, velocidad de transmisión = 53,3 Mbps, y $N_{IBP6S} = 100$. El tiempo de transmisión de una trama es igual a TX_TIME = 0,63 ms. Entonces es posible transmitir dentro del tiempo de coherencia T_C hasta 22 tramas MB-OFDM UWB antes de que el canal modifique sus características. Estos sencillos cálculos confirman que durante la transmisión de un símbolo OFDM, es válido asumir el canal UWB en recintos de interior estático durante ese intervalo de tiempo.

La Fig. 2.10, muestra la simulación para un canal UWB, donde la magnitud de la envolvente compleja del canal se ha modelado con una distribución con función densidad de probabilidad (FDP) Nakagami- m con $m = 1$, y $\Omega_0 = 1$.

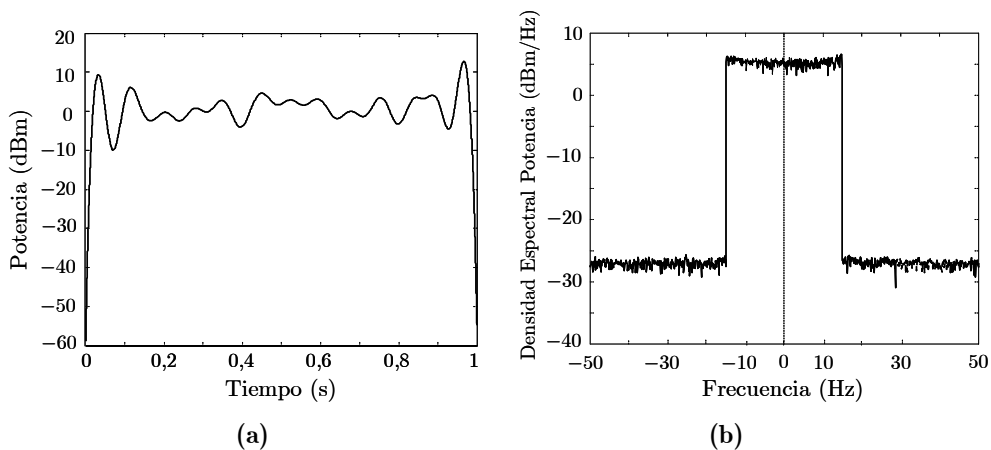


FIGURA 2.10: Potencia de la envolvente de un canal Nakagami- m con $m = 1$, $\Omega_0 = 1$, velocidad de usuario 3,6 km/h, y $f_c = 3,960$ GHz.: (a) Variación temporal, (b) Espectro Doppler

La Fig. 2.10 (a) muestra que de la potencia en dBm de la envolvente durante el periodo de simulación (1 s) para un canal en interiores no experimenta variaciones severas, y la Fig. 2.10 (b) muestra que $f_D \simeq 13,2$ Hz.

Los anteriores resultados se deben a la poca variabilidad temporal del canal, por tanto es adecuado asumir el canal UWB en interiores estático.

La variación temporal (debido al movimiento del transmisor y/o receptor o de los difusores) del canal se establece con respecto al periodo de símbolo T_s o con respecto a la duración de un *slot* de tiempo en una trama. Algunos investigadores consideran que si el canal varía en el mismo orden de magnitud que el T_s o la duración del *slot* de tiempo, se dice que el canal experimenta *fast fading*, ej: $T_s = 20$ ns y la variación del canal $\sigma_\tau = 25$ ns. Esto se traduce en un canal que presenta inconvenientes para su adecuada estimación, detección y sincronización, aumentando la complejidad en el diseño y el cálculo de los ecualizadores que permitan compensar las imperfecciones.

Por el contrario si el canal varía en un orden de magnitud de 100 veces el T_s , se dice que experimenta *slow fading*, ej.: $T_s = 10$ μ s y el canal cambia cada 1000 μ s. Está es un canal sencillo de compensar y se considera estático (su respuesta al impulso es invariante durante el T_s) pero presenta serios inconvenientes de IES y es muy selectivo en frecuencia.

El mejor escenario para un canal inalámbrico móvil se logra cuando el periodo de símbolo, T_s , es mucho mayor que la dispersión temporal, σ_τ , lo que se traduce en un canal que no presenta selectividad en frecuencia (canal plano en frecuencia).

Cuando el periodo de símbolo, T_s es menor que la dispersión temporal, σ_τ del canal, se presentan varios efectos que traen como consecuencia la degradación de las prestaciones del sistema, entre otras:

- Aumento de la probabilidad de error de bit media.
- Interferencia entre símbolos adyacentes (IES).
- Selectividad en frecuencia. El canal móvil inalámbrico se comporta como un filtro no lineal que distorsiona en amplitud y fase.

Estos efectos se pueden disminuir o mitigar utilizando técnicas de procesado de señal como: ecualización y/o codificación adaptativa, técnicas de diversidad (tiempo, frecuencia, espacio, código). Además de las técnicas de procesado de señal, existen dos alternativas que ayudan a minimizar estos efectos y por supuesto, no excluyen las anteriores.

- (i) Aumentar el periodo de símbolo, de tal forma que $T_s \gg \sigma_\tau$, obteniendo un canal plano en frecuencia (la respuesta al impulso permanece invariable durante T_s). Sin embargo, elevar T_s implica reducir el régimen de transmisión binaria, R_b . Aunque igualmente permite disminuir el ancho de banda de la señal transmitida $B_s = 1/T_s$ (asumiendo un conformador de pulso ideal, coeficiente de *roll-off* = 0) de tal forma que $B_s \ll B_c$. Sin embargo, aumentar el periodo de símbolo no es la mejor solución, puesto que disminuye la velocidad de transmisión binaria, y en consecuencia no cumple con los requerimientos de velocidad y calidad de servicio que exigen los nuevos servicios multimedia sobre tecnologías inalámbricas.
- (ii) Hacer uso del principio de la transmisión multiportadora con subportadoras ortogonales (portadoras que permiten solapar sus espectros laterales) conocida como multiplexión por división de frecuencia ortogonal (OFDM) y que consiste en dividir todo el ancho de banda W del sistema entre N subbandas cada una de ellas con una separación $\Delta f = W/N$, transmitiendo los símbolos de forma simultánea y a velocidades reducidas sobre cada una de las subportadoras.

La opción (ii) es una interesante solución, debido a que no reduce la tasa binaria total del sistema (aunque si la tasa binaria por subportadora en un factor igual a $1/N$), elimina parcialmente el efecto de la IES (al ser el periodo de símbolo T_s mayor que la dispersión del canal σ_τ) y la interferencia entre subportadoras (ICI, *InterCarrier Interference*) al permitir el solapamiento de las portadoras. Además disminuye la selectividad en frecuencia del canal, permitiendo utilizar sencillas técnicas de ecualización.

2.3 Modelo estocástico del canal UWB 3a y 4a

2.3.1 Caracterización y modelado del canal UWB

En los canales móviles inalámbricos de banda estrecha es usual modelar desde el punto de vista estadístico, la amplitud de la señal recibida en el receptor empleando una VA que sigue distribución Rayleigh para caracterizar su desvanecimiento en entornos sin visión directa, especialmente en escenarios urbanos.

Cuando aparece una contribución dominante o existe visión directa entre el transmisor y el receptor, la distribución Rice permite una mejor caracterización de la señal en el receptor [Par00].

La razón para que generalmente se considere este tipo de estadística especialmente en canales de banda estrecha se debe a que el tiempo de discriminación, $\Delta\tau$ (inverso del ancho de banda de la señal) aumenta de forma inversa con el ancho de banda, lo que trae como consecuencia que durante ese intervalo de tiempo (*delay bin*) haya un número elevado de contribuciones que se asume llegan con el mismo retardo τ_i al receptor. Si se asume que todos los rayos que caen dentro del tiempo de discriminación llegan con igual retardo τ_i , se genera lo que se conoce como un *tap* (conjunto de contribuciones que llegan con el mismo retardo) [Bat04], [Has93].

Debido al elevado número de contribuciones que alcanzan la antena del receptor en un mismo *bin* de tiempo, se suele aplicar el teorema central del límite (la suma de N variables aleatorias independientes, se puede aproximar a una distribución Gaussiana a medida que N aumenta) [Pap02]. Si se asume que los rayos que llegan en el mismo *tap* tienen igual amplitud, entonces el módulo resultante que caracteriza la amplitud de la envolvente compleja de la señal en el receptor sigue una distribución Rayleigh.

En este momento es oportuno clarificar con detalle la definición de *bin* en el dominio temporal y extrapolar su definición al contexto del canal UWB. El objetivo, comprender porque no es fiable emplear la estadística Rayleigh o Rice para modelar la envolvente en este tipo de canales, y comprender porque los canales UWB son menos sensibles a la propagación multicamino.

A partir del modelo de Turing [Tur56] que caracteriza la respuesta al impulso de un canal dispersivo como un filtro lineal invariante en el tiempo simbolizada por $h(\tau)$ y representada de forma matemática como un sumatorio discreta de deltas de Dirac $\delta(\tau)$ desplazadas en el tiempo [Has93], se suele dividir el eje temporal que define la variable de retardo τ en pequeños intervalos de tiempo conocidos como *bins* de retardo (*delay bins*), asignándole a cada uno de ellos una anchura fija $\Delta\tau$, normalmente igual al tiempo de discriminación del canal, $\Delta\tau = 1/W$, [Has93], [Rap96].

En este modelo de discretización del eje temporal, cada *bin* sólo puede contener una o ninguna contribución a ser muestreada o discriminada en el receptor. Cuando existe más de un rayo dentro de un *bin*, estos deben ser representados por una contribución con retardo τ_b , cuya amplitud es igual al módulo resultante de la suma vectorial de las contribuciones que caen dentro del *bin* [Has93].

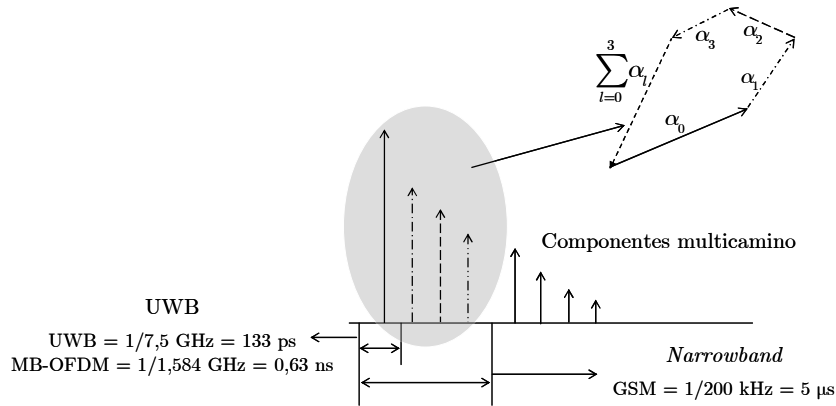


FIGURA 2.11: *Delay bin* en un canal de banda estrecha y un canal UWB

Si el ancho del *bin* es grande ($\Delta\tau$, elevado debido a W pequeño), llegan muchas contribuciones que se suman vectorialmente antes de ser discriminadas en el receptor generando un efecto pronunciado de desvanecimiento en la magnitud de la envolvente compleja del canal (Fig. 2.11).

Si el ancho del *bin* es reducido ($\Delta\tau$, pequeño debido a W elevado), existe una elevada probabilidad de que sólo una contribución sea detectada en el receptor, y entonces, no exista interferencia con otros rayos y en consecuencia no se presente desvanecimiento severo en la magnitud de la envolvente del canal.

Es esta la razón, por la que UWB es menos sensible a la propagación multicamino. Además, debido a que en UWB es muy probable discriminar cada una de las contribuciones de forma independiente, no es posible aplicar el teorema central del límite, y asumir que el desvanecimiento de la envolvente sigue una estadística Rayleigh o Rice [Bat04], [Cas04].

La distribución Rayleigh se suele utilizar para modelar la envolvente del canal en entornos de exterior sin visión directa entre el transmisor y el receptor, y donde las amplitudes de las componentes recibidas se asumen aproximadamente iguales, sin que exista una contribución dominante.

En el modelo Rice se supone que hay una componente determinista que modela la visión directa entre el transmisor y receptor, y existe un grupo de contribuciones de amplitud más reducida todas de similar nivel modeladas en su conjunto con una distribución Rayleigh. Sin embargo, en las campañas de medición de canales UWB tanto en interior como exterior, se ha encontrado que ninguna de estas dos distribuciones (Rayleigh y Rice) modela de manera adecuada la amplitud de las contribuciones recibidas en el canal UWB.

Otro efecto que se presenta en UWB debido a su elevado ancho de banda y a su tiempo de resolución reducido, es el *clustering* (grupo de rayos que proceden del mismo dispersor y llegan en instantes de tiempo τ_i similares) [Cho05], que consiste en que las componentes multicamino (MPC) que proceden del mismo dispersor alcanzan el receptor en grupos. Este efecto, origina que el canal deba considerar en su modelo dos nuevos parámetros: uno para caracterizar el tiempo de llegada intracluster, y otro para los tiempos de llegada de las contribuciones en el cluster.

Un ejemplo que permite comprender el *clustering*, consiste en considerar una señal IR-UWB con $W = 7,5$ GHz, cuyo tiempo de resolución es igual a 133 ps. Esto implica, que el receptor es capaz de discriminar contribuciones que estén diferenciados 133 ps y separados 4 cm (esta característica hace a UWB ideal en aplicaciones de radar, y detección de obstáculos) [Mol03], [Cas04].

Se comprende entonces, que debido al tiempo de resolución reducido se generen *taps* independientes en un mismo *scatterer* (pared, escritorio, etcétera) que serán discriminados de forma independiente en el receptor.

Debido al tiempo de resolución reducido de los canales UWB, no es fiable utilizar la distribución Rayleigh y/o Rice empleada para modelar la amplitud de la envolvente compleja de la señal recibida en un canal de banda estrecha; en consecuencia otra estadística debe ser examinada.

De acuerdo a datos experimentales obtenidos en campañas de medidas en recintos de interior y exterior para canales UWB, se ha encontrado que las distribuciones log-normal y Nakagami- m se ajustan mejor a los resultados obtenidos para modelar la amplitud de la envolvente de la señal en el tiempo que las distribuciones Rayleigh y Rice [Bat04], [Cas04]. (Nakagami, incluye Rayleigh en $m = 1$ y la unilateral gaussiana en $m = 0,5$).

2.3.2 Caracterización temporal del canal UWB

En las siguientes secciones, se realiza un análisis riguroso desde el punto de vista cuantitativo en el dominio del tiempo y de la frecuencia del canal. El objetivo, definir un modelo que permita caracterizar su respuesta en frecuencia y posibilite la evaluación de las prestaciones del sistema MB-OFDM UWB.

2.3.2.1 El modelo IEEE 802.15.3a

Con el fin de caracterizar el comportamiento estadístico del canal UWB y modelar el desvanecimiento a pequeña escala en interiores, el grupo de trabajo TG3a consideró tres tipos de modelos: el utilizado en las tecnologías 802.11 (*Rayleigh tap delay line*), el Saleh-Valenzuela (S-V) [Sal87] y el Δ -K [Has93].

De los modelos analizados sólo el S-V y el Δ -K capturan el fenómeno de *clustering* observado en las mediciones. Sin embargo el S-V se ajusta mejor a los datos obtenidos en las campañas de medición del canal en UWB interior.

El modelo S-V define un proceso estadístico de Poisson para definir los tiempos de llegada discretos de cada una de las contribuciones en el canal, y define de manera específica los tiempos de llegada de los *cluster* y de los rayos dentro del *cluster*. Por lo anterior, el TG3a y el TG4a del IEEE seleccionó el modelo S-V con algunas modificaciones para caracterizar el comportamiento estadístico del canal UWB en interiores y exteriores para las aplicaciones de elevada velocidad, redes de sensores y de geo-localización [Foe03], [Mol05].

Para describir el efecto de *clustering* observado en las mediciones, el modelo define que los tiempos de llegadas de los rayos son procesos aleatorios que siguen una distribución de Poisson. Por tanto, los tiempos entre llegadas de los rayos siguen una distribución exponencial.

El modelo S-V (Fig. 2.12) define cuatro parámetros que permiten establecer una descripción estadística de los canales UWB para interiores [Sal87]

- Λ : velocidad media de llegada de los *cluster*.
- λ : velocidad media de llegada de los rayos dentro de un *cluster*.
- η : constante de decaimiento del *cluster*.
- γ : constante de decaimiento del rayo dentro del *cluster*.

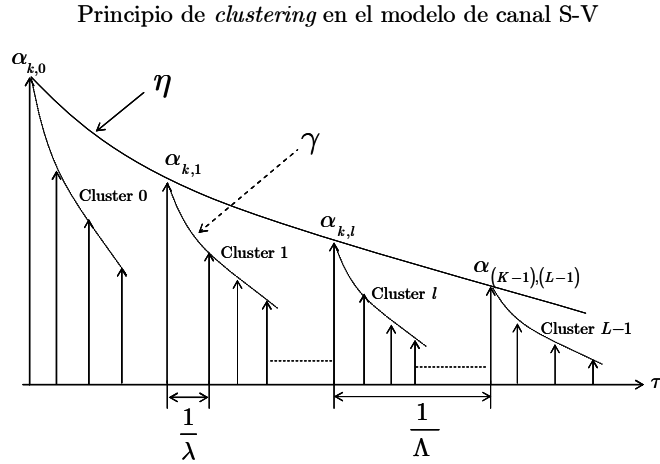


FIGURA 2.12: Modelo temporal del canal S-V en banda ancha

En el modelo original S-V [Sal87] el desvanecimiento a pequeña escala (*small-scale fading*) experimentado por el canal en la amplitud, α_i de cada una de las contribuciones sigue una distribución Rayleigh. Sin embargo, las campañas de medición realizadas en canales UWB muestran que las distribuciones que mejor se ajustan a los datos medidos de forma experimental son la log-normal y la Nakagami- m [Bat04], [Mol03].

Estas dos distribuciones fueron validadas utilizando el *test* de Kolmogorov-Smirnov con un 1 % de nivel significativo [Mol03]. La prueba de K-S permite comparar una función de distribución empírica encontrada a partir de las mediciones con una función distribución de referencia. Además, se encontró que la potencia de los *cluster* y rayos dentro del *cluster* decaen con el tiempo. Este efecto fue modelado con PDP exponenciales negativos con factores de decaimiento η y γ , y con un retardo de llegada entre rayos $\tau_{k,b}$ incrementándose a partir del primer rayo en el primer *cluster* [Foe03].

Basado en los anteriores resultados el modelo S-V fue modificado por el TG3a y se decidió adoptar el presentado en [Foe03] por J. Foerster y Q. Li.

Se muestra en la Fig. 2.13 el modelo de canal UWB modificado y presentado al TG3a, donde la magnitud temporal de cada uno de los *cluster* y rayos sigue una distribución log-normal con desviación típica, $\sigma_{k,b}$ y media, $\mu_{k,b}$.

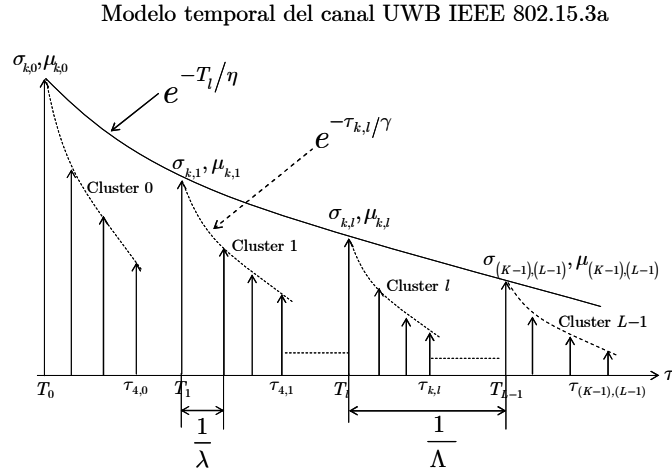


FIGURA 2.13: Principio del modelo de canal UWB 802.15.3a en el tiempo.

La respuesta al impulso paso bajo compleja para el canal UWB variante en el tiempo, viene dada por [Foe03]

$$h(t; \tau) = X(t) \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \xi_l(t) \beta_{k,l}(t) e^{j\varphi_{k,l}(t)} \delta(\tau - T_l(t) - \tau_{k,l}(t)), \quad (2.23)$$

donde l representa el índice de los *cluster* y k el índice de los rayos en el l -ésimo *cluster*. T_l es el tiempo de llegada del l -ésimo *cluster*, y $\tau_{k,l}$ el tiempo de llegada del k -ésimo rayo dentro del l -ésimo *cluster*. ξ_l representa la amplitud de desvanecimiento para el l -ésimo *cluster*, $\beta_{k,l}$ y $\varphi_{k,l}$ la amplitud y fase asociada al k -ésimo rayo dentro del l -ésimo *cluster* respectivamente. La fase $\varphi_{k,l}$ sigue una distribución uniforme entre 0 y 2π .

Observe que en la expresión (2.23), la variación del módulo o la magnitud de la envolvente compleja del canal debido al desvanecimiento de media escala aparece como un efecto multiplicativo a través de la VA, $X = 10^{x/20}$, donde x es una VA normal de media cero y desviación típica $\sigma_x(\text{dB}) = 3 \text{ dB}$ [Foe03]; es decir $x \sim \mathcal{N}(0, \sigma_x)$.

El termino $X(t)$ captura las variaciones de la amplitud de la señal debido al bloqueo de la línea de vista y representa una VA que sigue una distribución log-normal, con media igual a cero, y desviación típica en nepers σ_X (Np), es decir $X \sim \mathcal{L}(0, \sigma_X)$, donde σ_X (Np) = $[\ln(10)/20]\sigma_x(\text{dB})$.

La amplitud de la envolvente del canal teniendo en cuenta la atenuación de media (*shadowing*) y pequeña (*fast fading*) escala, se expresa como

$$\Upsilon(t) = |h(t; \tau)| = X(t) \sum_{l=0}^{L_c-1} \sum_{k=0}^{L_r-1} \xi_l(t) \beta_{k,l}(t). \quad (2.24)$$

Asumiendo que los dos procesos estocásticos que caracterizan el *shadowing* y el *fast fading* son independientes, incorrelados, y estáticos, la potencia media del canal, se define como

$$\Omega_\Upsilon \triangleq E\{\Upsilon^2\} = E\{X\} \sum_{l=0}^{L_c-1} \sum_{k=0}^{L_r-1} E\left\{\left|\xi_l \beta_{k,l}\right|^2\right\} = \bar{X} \sum_{l=0}^{L_c-1} \sum_{k=0}^{L_r-1} \Omega_{k,l}, \quad (2.25)$$

donde $\Omega_{k,l}$ representa la potencia media debido al desvanecimiento a pequeña escala, y \bar{X} la potencia media debido al desvanecimiento a media escala, y corresponde a la media de una VA log-normal, expresada como

$$E\{X\} = \exp\left(\frac{\sigma_x^2}{2}\right) = \exp\left[\left(\frac{\ln(10)}{20}\right)^2 \frac{\sigma_x^2(\text{dB})}{2}\right]. \quad (2.26)$$

Puesto que $\sigma_x(\text{dB}) = 3$ dB, la fluctuación de la potencia media debido al *shadowing*, será igual a $\bar{X} = 1,06$ dB. Teniendo en cuenta (2.26) y conociendo que las aplicaciones de elevada velocidad para UWB están concebidas para ámbitos de interior donde los obstáculos que puedan provocar *shadowing* son escasos o nulos, es válido asumir $\bar{X} \simeq 1$ dB.

Por lo anterior, en el análisis de las prestaciones del esquema de modulación adaptativo llevado a cabo en esta tesis, sólo se considera el desvanecimiento o atenuación debido a la propagación multitrayecto.

Observe que (2.23) no muestra el efecto de movilidad debido al transmisor y/o receptor (genera desplazamiento en frecuencia debido a la dispersión Doppler). La razón, se debe a que las aplicaciones a desarrollar en canales UWB están pensadas para recintos de interior donde es válido asumir que la movilidad de los dispositivos y/o usuarios es reducida. Por tanto, el efecto de dispersión en frecuencia (13,2 Hz para un usuario caminando) o selectividad temporal de la señal en el UWB debido al movimiento de los dispersores, usuarios o dispositivos es mínimo comparado con el elevado ancho de banda del canal (1,584 GHz en MB-OFDM modo 1).

En consecuencia, es válido asumir el canal UWB invariante en tiempo o estático durante la transmisión de un símbolo OFDM [Has93], [Mal08]. Igualmente, se asume el canal estacionario en sentido amplio (WSS), es decir el

valor medio de su energía permanece constante durante la transmisión de un símbolo o durante su periodo de símbolo T_s , esto es, $m_{h(\tau;t)}(t) \triangleq E\{h(t;\tau)\} = \text{Cte}$, y además, su función de autocorrelación (la similitud entre un rayo y el mismo rayo desplazado un tiempo τ) no depende de los instantes absolutos t_1 y t_2 , sólo de la diferencia $\tau = t_2 - t_1$, es decir $R_{h(\tau;t)}(t_1, \tau_1; t_2, \tau_2) \triangleq E\{h^*(t_1, \tau_1)h(t_2, \tau_2)\}$.

En consecuencia, la respuesta al impulso paso bajo compleja para el canal UWB invariante en el tiempo sería igual a $h(\tau)$, donde sólo se recoge el efecto dispersivo del canal multicamino a través de la variable de retardo τ . Por tanto, la ecuación (2.23) se puede expresar como

$$h(\tau) = \sum_{l=0}^{L_c-1} \sum_{k=0}^{L_r-1} \alpha_{k,l} e^{-j\varphi_{k,l}} \delta(\tau - T_l - \tau_{k,l}). \quad (2.27)$$

El módulo de $h(\tau)$ simbolizado por $|h(\tau)| = \alpha_{k,l}$ representa la atenuación debido al *fast fading* experimentado por el canal UWB y se define como una VA que sigue una distribución log-normal.

Asumiendo desvanecimiento independiente para los *cluster* y rayos, la potencia media para el l -ésimo *cluster* y el k -ésimo rayo se expresa como

$$\Omega_{k,l} = E\{\alpha_{k,l}^2\} = E\{|\xi_l \beta_{k,l}|^2\} = \Omega_0 \exp(-T_l/\eta) \exp(-\tau_{k,l}/\gamma), \quad (2.28)$$

donde Ω_0 , es la potencia media normalizada del primer rayo dentro del primer *cluster*. El módulo $|\xi_l \beta_{k,l}|$ define la amplitud de rayos y se expresa como [Foe03]

$$|\xi_l \beta_{k,l}| = 10^{(\mu_{k,l} + n_c + n_r)/20} \rightarrow 20 \log(\xi_l \beta_{k,l}) \sim N(\mu_{k,l}, \sigma_c^2 + \sigma_r^2), \quad (2.29)$$

donde n_c y n_r son VA normales independientes con media cero y desviación estándar σ_c y σ_r , definidas por $n_c \sim \mathcal{N}(0, \sigma_c)$, $n_r \sim \mathcal{N}(0, \sigma_r)$ y corresponden al desvanecimiento en cada uno de los *cluster* y rayos, y $\mathcal{N}(a, b)$ representa una distribución normal con media a , y desviación típica b .

La envolvente del canal $|h(\tau)| = \alpha_{k,l}$ para cada una de las contribuciones, sigue una distribución log-normal, cuya FDP se expresa como

$$p_{\alpha_{k,l}}(\alpha_{k,l}) = \frac{1}{\alpha_{k,l} \sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{[\ln(\alpha_{k,l}) - \mu]^2}{2\sigma^2}\right\}, \quad \alpha_{k,l} \geq 0, \quad (2.30)$$

donde σ y μ se suelen expresar en nepers y se relacionan con la desviación típica $\sigma_{k,l}$ (dB) y la media $\mu_{k,l}$ en unidades logarítmicas como

$$\sigma(\text{Np}) = \frac{\ln(10)}{20} \sigma_{k,l}(\text{dB}); \quad \mu = \frac{\ln(10)}{20} \mu_{k,l}. \quad (2.31)$$

El segundo momento central de la VA log-normal viene dado por

$$E\{\alpha_{k,l}^2\} = \int_0^\infty \alpha_{k,l}^2 p(\alpha_{k,l}) = \int_0^\infty \frac{\alpha_{k,l}}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{[\ln(\alpha_{k,l}) - \mu]^2}{2\sigma^2}\right\} d\alpha = \exp[2(\mu + \sigma^2)]. \quad (2.32)$$

Las expresiones definidas en (2.28) y (2.32) son equivalentes, por lo que a partir de sencillas operaciones algebraicas se evalúa la media $\mu_{k,l}$ en unidades logarítmicas para la envolvente del canal UWB 805.15.3a, en interiores como

$$\mu_{k,l} = \frac{10 \ln(\Omega_0) - 10T_l / \eta - 10\tau_{k,l} / \gamma - (\sigma_c^2 + \sigma_r^2) \ln(10)}{\ln(10)}. \quad (2.33)$$

La distribución de los tiempos de llegada de los *cluster* y los rayos dentro de los *cluster* se modela con dos procesos de Poisson, en consecuencia, los tiempos entre llegadas se caracterizan con dos VAs independientes que siguen una distribución exponencial decreciente [Cho05], [Mol05], donde los parámetros de decrecimiento están definidos por la velocidad media de llegada de los *cluster* Λ y rayos λ [Foe03]. La función densidad de probabilidad (FDP) del tiempo de llegada de los *cluster* viene dada por

$$p_T(T_l | T_{l-1}) = \Lambda \exp[-\Lambda(T_l - T_{l-1})], \quad l \geq 0. \quad (2.34)$$

La FDP del tiempo de llegada entre rayos dentro de un *cluster* viene dada por

$$p_\tau(\tau_{k,l} | \tau_{(k-1),l}) = \lambda \exp[-\lambda(\tau_{k,l} - \tau_{(k-1),l})], \quad k > 0. \quad (2.35)$$

El tiempo medio entre llegada de los *cluster* y rayos, se obtiene evaluando la media a partir de (2.34) y (2.35) como

$$E\{T_l\} = \Lambda \int_0^\infty T_l \exp[-\Lambda(T_l)] dT_l = \frac{1}{\Lambda} \quad (2.36)$$

$$E\{\tau_{k,l}\} = \lambda \int_0^\infty \tau_{k,l} \exp[-\lambda(\tau_{k,l})] d\tau_{k,l} = \frac{1}{\lambda}. \quad (2.37)$$

El modelo de canal UWB definido en [Foe03] especifica cuatro tipos de canal. Para el modelo CM4 la velocidad media de llegada de los *cluster* $\Lambda = 0,0667$ (1/ns). Entonces, su tiempo medio de llegada será, $1/\Lambda \cong 15$ ns, es decir, que aproximadamente cada 15 ns llega un *cluster*. Para el mismo canal, la velocidad media de los rayos dentro del cluster es $\lambda = 2,1$ (1/ns), por tanto su tiempo medio de llegada es $1/\lambda \cong 0,48$ ns. En consecuencia, en el canal UWB CM4 en un *cluster* se tienen hasta $15/0,48 \cong 32$ rayos o contribuciones.

Los parámetros temporales para los cuatro tipos de canal UWB TG3a en ámbitos de interior se muestran en la tabla 2.3.

TABLA 2.3: Parámetros temporales del canal UWB 802.15.3a en interiores

| Características del modelo | CM1 | CM2 | CM3 | CM4 | Unidad |
|--|--------|-------|--------|---------|--------|
| Distancia | 0 - 4 | 0 - 4 | 4 - 10 | 10 - 20 | m |
| | LOS | NLOS | NLOS | NLOS | |
| τ_m (retardo exceso medio) | 5,1 | 10,4 | 14,2 | | ns |
| σ_r (ensanchamiento temporal) | 5,3 | 8,0 | 14,3 | 25,0 | ns |
| Parámetros del modelo | | | | | |
| Λ (tasa llegada de los cluster) | 0,0233 | 0,4 | 0,0667 | 0,0667 | 1/ns |
| λ (tasa llegada de los rayos) | 2,5 | 0,5 | 2,1 | 2,1 | 1/ns |
| η (factor decaimiento del cluster) | 7,1 | 5,5 | 14,0 | 24,0 | |
| γ (factor decaimiento del rayo) | 4,3 | 6,7 | 7,9 | 12,0 | |
| σ_c (desviación estándar del cluster) | 3,4 | 3,4 | 3,4 | 3,4 | dB |
| σ_r (desviación estándar del rayo) | 3,4 | 3,4 | 3,4 | 3,4 | dB |
| σ_x (desviación estándar shadowing) | 3,0 | 3,0 | 3,0 | 3,0 | dB |

La Fig. 2.14, muestra la simulación para la distribución de los tiempos de llegada de 90 contribuciones (3 *cluster*, 30 rayos por *cluster*) de acuerdo al modelo definido en (2.34) y (2.35) con los parámetros del canal CM4.

El primer rayo del primer *cluster* alcanza el receptor en $\tau_{0,1} \cong 4,8$ ns, lo que es de esperar, debido a que el canal CM4 es NLOS. Para los otros canales donde existe LOS el primer rayo del primer cluster se asume que llega en $\tau_{0,1} \cong 0$ ns. La Fig. 2.15, muestra la simulación de la amplitud o el módulo $|h(\tau)|$ de la respuesta al impulso paso bajo del canal UWB en unidades lineales (ej.; intensidad de campo eléctrico, $\mu\text{V}/\text{m}$, o tensión eléctrica μV) dada en (2.27), donde se asume que las amplitudes de desvanecimiento de cada una de las contribuciones representadas por $\alpha_{k,l}$ son VA mutuamente independientes, y las fases $\varphi_{k,l}$ están distribuidas uniformemente entre 0 y 2π .

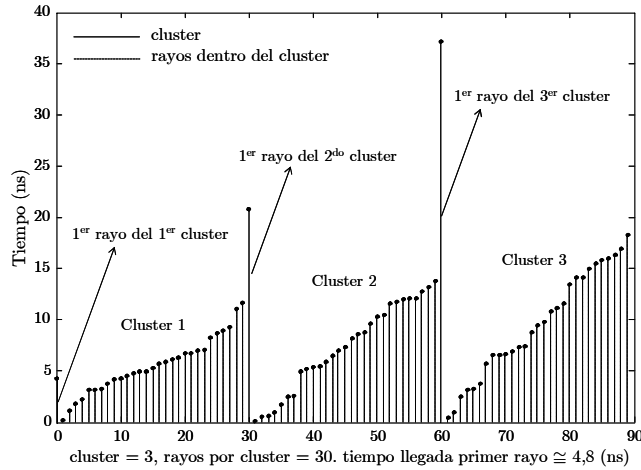
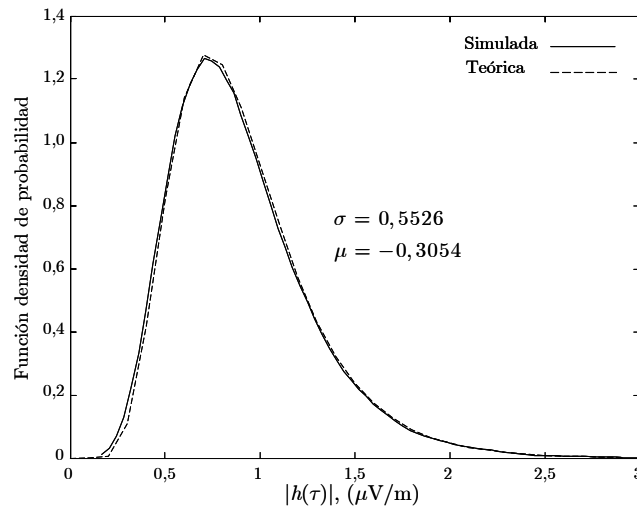


FIGURA 2.14: Tiempos de llegada para 90 contribuciones con el modelo CM4.

Se observa que la FDP simulada y la teórica son similares lo que confirma que la amplitud del desvanecimiento $\alpha_{k,l}$ sigue una distribución log-normal. En la simulación se han utilizado los parámetros del canal CM4, la media μ y desviación típica σ están definidas en (2.31).


 FIGURA 2.15: Función densidad de probabilidad simulada y teórica log-normal para el módulo $|h(\tau)|$ del canal UWB 802.15.3a tipo CM4.

2.3.2.2 El modelo IEEE 802.15.4a

El modelo de canal definido por el TG4a (Fig. 2.16) está focalizado hacia aplicaciones de localización, redes de sensores, y redes de datos de baja velocidad con alcance hasta 1 km [Mol05] a desplegar en recintos de interior y exterior. El modelo TG4a al igual que el TG3a se basa en el S-V. Sin embargo

a diferencia del TG3a, donde la amplitud de cada una de las contribuciones sigue una distribución log-normal con desviación estándar, $\sigma_{k,l}$ y media $\mu_{k,l}$ en el modelo TG4a la amplitud de las contribuciones sigue una distribución Nakagami- m con potencia media, $\Omega_{k,l}$ y parámetro de desvanecimiento, $m_{k,l}$. El parámetro m describe la severidad del desvanecimiento debido al canal. Para valores pequeños de m el desvanecimiento es severo. Con $m = 1$, es tipo Rayleigh y cuando $m \rightarrow \infty$, tiende a un canal AWGN.

Modelo temporal del canal UWB IEEE 802.15.4a

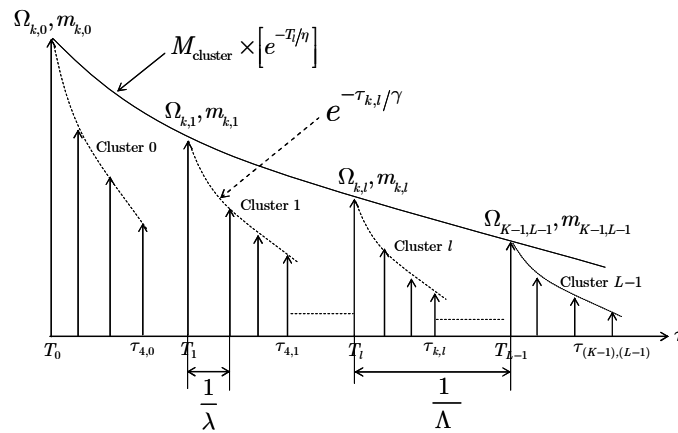


FIGURA 2.16: Modelo del canal UWB 802.15.4a en el tiempo

La respuesta al impulso paso bajo compleja del canal invariante para el modelo 802.15.4a, viene dada por [Mol05]

$$h(\tau) = \sum_{l=0}^{L_c-1} \sum_{k=0}^{L_r-1} \alpha_{k,l} e^{-j\varphi_{k,l}} \delta(\tau - T_l - \tau_{k,l}). \quad (2.38)$$

El módulo $|h(\tau)| = \alpha_{k,l}$, se define como una VA que sigue una distribución Nakagami- m cuya FDP según [Nak60] viene dada como

$$f_{\alpha_{k,l}}(\alpha_{k,l}) = \frac{2}{\Gamma(m_{k,l})} \left(\frac{m_{k,l}}{\Omega_{k,l}} \right)^{m_{k,l}} \alpha_{k,l}^{2m_{k,l}-1} \exp\left(-\frac{m_{k,l}}{\Omega_{k,l}} \alpha_{k,l}\right), \quad \alpha_{k,l} \geq 0. \quad (2.39)$$

con $m \geq 0,5$, donde $\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt$ es la función Gamma [Abr72, (6.1.1)]. El parámetro de desvanecimiento, $m_{k,l}$, en el canal TG4a se define en función del retardo del canal τ y se modela como una VA que sigue una distribución log-normal con media μ_m , y desviación estándar σ_m , es decir $m_{k,l} \sim \mathcal{L}(\mu_m, \sigma_m)$ cuya FDP viene dada por

$$f_{m_{k,l}}(m_{k,l}) = \frac{1}{m_{k,l} \sigma_m \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{[\ln(m_{k,l}) - \mu_m]^2}{2\sigma_m^2} \right\}, \quad m_{k,l} \geq 0,5, \quad (2.40)$$

donde la media, μ_m , y desviación típica, σ_m , según [Mol05] se expresan como

$$\mu_m(\tau) = m_0 - k_m(\tau); \quad \sigma_m(\tau) = \hat{m}_0 - \hat{k}_m(\tau), \quad (2.41)$$

donde, $m_0, k_m, \hat{m}_0, \hat{k}_m$, son parámetros definidos en el modelo y se seleccionan de acuerdo al tipo de canal TG4a. Asumiendo desvanecimiento independiente para cada una de las contribuciones, la potencia media en el tiempo, para el k -ésimo rayo dentro del l -ésimo *cluster*, según [Mol05] se define como

$$\Omega_{k,l} = E \left\{ |\alpha_{k,l}|^2 \right\} = \Omega_l \frac{1}{\gamma_l [(1-\beta)\lambda_1 + \beta\lambda_2 + 1]} \exp(-\tau_{k,l}/\gamma_l), \quad (2.42)$$

donde Ω_l define la energía media del l -ésimo *cluster* y γ_l la constante de decaimiento del rayo dentro del *cluster*. El parámetro γ_l está relacionado de forma lineal con la tasa de llegada de los *cluster* T_l como [Mol05]

$$\gamma_l = k_\gamma T_l + \gamma_0, \quad (2.43)$$

donde k_γ es un parámetro que describe el incremento de la constante de tiempo γ_l con el retardo del cluster T_l , y γ_0 es otro parámetro del modelo. La potencia media del cluster Ω_l en dB según [Mol05] se expresa como

$$10 \log(\Omega_l) = 10 \log \left[\exp \left(-\frac{T_l}{\eta} \right) \right] + M_{\text{cluster}}, \quad (2.44)$$

donde M_{cluster} es una VA normal de media cero y desviación estándar σ_{cluster} , dada en dB. T_l es el tiempo entre llegada de los *cluster* definido en (2.34).

En el modelo TG4a el número de *cluster* L_c se define como una VA que sigue una distribución de Poisson y su FDP se expresa según [Mol05] como

$$p_{L_c}(L_c) = \frac{\bar{L}_c^{L_c}}{L_c!} \exp(-\bar{L}_c), \quad L_c \geq 0, \quad (2.45)$$

donde \bar{L}_c , es el número medio de *cluster*. En el canal UWB TG4a para recintos de interior residencial LOS, el número de *cluster* de acuerdo a (2.45) es igual a 3 y la velocidad media de llegada viene dada por $\Lambda = 0,047$ (1/ns).

Entonces, su tiempo medio de llegada de acuerdo a (2.36) será $1/\Lambda \cong 21$ ns; es decir, aproximadamente cada 21 ns llega un *cluster*.

Para caracterizar el tiempo entre llegada de los rayos dentro del cluster $\tau_{k,l}$, el TG4a propone un modelo caracterizado por dos procesos de Poisson en función del parámetro β , y según [Mol05] su FDP viene dado por

$$p_{\tau}(\tau_{k,l} | \tau_{(k-1),l}) = \beta \lambda_1 \exp[-\lambda_1(\tau_{k,l} - \tau_{(k-1),l})] + (1 - \beta) \lambda_2 \exp[-\lambda_2(\tau_{k,l} - \tau_{(k-1),l})], \quad (2.46)$$

donde, β , λ_1 y λ_2 , son parámetros del modelo. El tiempo medio entre llegada de los rayos dentro de un cluster, se obtiene evaluando la media de (2.46) como

$$\begin{aligned} E\{\tau_{k,l}\} &= \beta \lambda_1 \int_0^{\infty} \tau_{k,l} \exp[-\lambda_1(\tau_{k,l})] d\tau_{k,l} + (1 - \beta) \lambda_2 \int_0^{\infty} \tau_{k,l} \exp[-\lambda_2(\tau_{k,l})] d\tau_{k,l} \\ &= \frac{\beta(\lambda_2 - \lambda_1) + \lambda_1}{\lambda_2 \lambda_1}. \end{aligned} \quad (2.47)$$

La Tabla 2.4 muestra los parámetros temporales para entornos residenciales y oficina en el modelo de canal UWB TG4a [Mol05].

TABLA 2.4: Parámetros temporales del canal UWB 802.15.4a

| Características del modelo | | Interior | | Exterior | |
|--------------------------------|--|-----------|-----------|-----------|-----------|
| | | LOS | NLOS | LOS | NLOS |
| \bar{L}_c | Número medio de cluster | 3,0 | 3,5 | 13.6 | 10.5 |
| Λ (1/ns) | Tasa de llegada de los cluster | 0,047 | 0,12 | 0,0048 | 0,0243 |
| λ_1 / λ_2 (1/ns) | Tasa de llegada de los rayos | 1,54/0,15 | 1,77/0,15 | 0,13/2,41 | 0,15/1,13 |
| β | Parámetro de combinación | 0,095 | 0,045 | 0,0078 | 0,062 |
| η (ns) | Factor decaimiento del cluster | 22,61 | 26,27 | 31,7 | 104,7 |
| γ_0 (ns) | Factor decaimiento del primer rayo | 12,53 | 17,5 | 3,7 | 9,3 |
| σ_{cluster} (dB) | Desviación típica del cluster | 2,75 | 2,93 | 3,0 | 3,0 |
| k_{γ} | Incremento constante temporal del rayo | 0 | 0 | 0 | 0 |
| m_0 (dB) | | 0,67 | 0,69 | 0,77 | 0,56 |
| k_m | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| \hat{m}_0 (dB) | | 0,28 | 0,32 | 0,78 | 0,25 |
| \hat{k}_m | | 0 | 0 | 0 | 0 |

La Fig. 2.17, muestra la simulación del módulo $|h(\tau)|$ para la respuesta al impulso del canal UWB TG.4a en unidades lineales (ej.; Intensidad de campo eléctrico, $\mu\text{V}/\text{m}$, o tensión eléctrica μV) definida en (2.38), donde las amplitudes de las contribuciones $\alpha_{k,l}$ son VAs mutuamente independientes que siguen una distribución Nakagami- m y las fases, $\varphi_{k,l}$, están distribuidas entre 0 y 2π .

Se observa que la FDP simulada y analítica son muy similares, confirmando que la amplitud de las contribuciones en el canal 4a se pueden modelar con una VA cuya estadística sigue una distribución Nakagami- m .

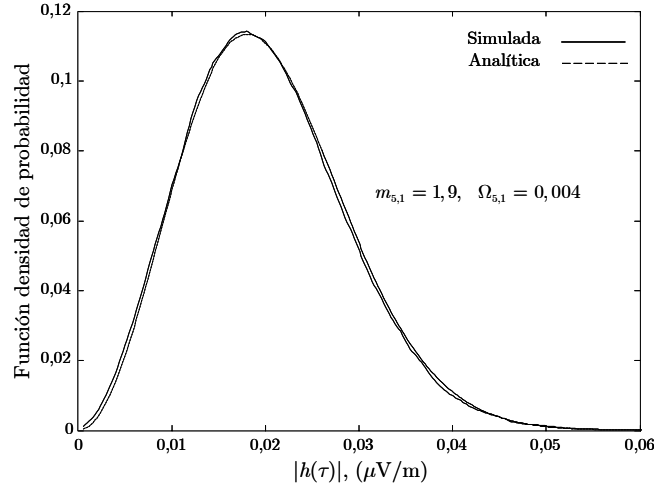


FIGURA 2.17: Función densidad de probabilidad simulada y teórica Nakagami- m para el módulo $|h(\tau)|$ del canal UWB 802.15.4a

El error cuadrático medio (MSE, *Mean Squared Error*) entre la FDP simulada y la expresión analítica es de 0,16 %. El MSE es evaluado como

$$\text{MSE} = E \left\{ \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (y_n - \hat{y}_n)^2 \right\}, \quad (2.48)$$

donde y_n representa al valor obtenido en las simulaciones y \hat{y}_n al analítico. En la simulación se han utilizado los parámetros del modelo 4a definidos para el canal residencial LOS, de acuerdo a la tabla 2.4.

Debido a que el objetivo principal de la tesis consiste en evaluar las prestaciones empleando MB-OFDM UWB, el enfoque propuesto para lograrlo, se fundamenta en el análisis estadístico del desvanecimiento en frecuencia experimentado por las subportadoras en el canal. Es decir, es preciso conocer la estadística de distribución que sigue el módulo de la respuesta en frecuencia, del canal representada por $|H(f)|$.

En las próximas secciones, se presenta un análisis detallado desde el punto de vista estadístico del canal UWB en frecuencia. Es momento de indicar, que dado los alcances definidos para la tesis, el análisis únicamente tendrá en cuenta el desvanecimiento a pequeña escala del canal.

2.3.3 Caracterización en frecuencia del canal UWB

Después de analizar el canal UWB en el dominio temporal, tanto para el modelo TG3a que define que el módulo $|h(\tau)| = \alpha_{k,l}$ de cada una de las contribuciones sigue una distribución log-normal, como para el TG4a, que define que el módulo $|h(\tau)| = \alpha_{k,l}$ sigue una distribución Nakagami- m , es importante conocer que distribución estadística sigue la amplitud de la función de transferencia $|H(f_i)|$ donde $i = 0, 1, \dots, N$, define el índice de las subportadoras y N el número total de ellas en MB-OFDM UWB.

La estadística de la respuesta en frecuencia del canal UWB y MB-OFDM con N subportadoras se calcula a partir de aplicar la transformada de Fourier (FT, *Fourier Transform*) a la respuesta al impulso del canal definida en (2.27) para el TG3a y (2.38) para el TG4a.

Si se asume que la amplitud del desvanecimiento en cada uno de los *cluster* y rayos $|\xi_l \beta_{k,l}|$ en el canal TG3a, se modela como una VA cuya estadística sigue una distribución log-normal con FDP definida en (2.30), entonces la amplitud de la i -ésima subportadora f_i en frecuencia $|H(f_i)|$ puede aproximarse por otra VA con distribución Nakagami- m , con parámetro de desvanecimiento m_{eq}^i , y potencia media Ω_{eq}^i , expresadas en función del tiempo medio de llegada de los *cluster*, $1/\Lambda$, de los rayos dentro del *cluster*, $1/\lambda$, de la velocidad de decaimiento de los *cluster*, $1/\eta$ y de los rayos, $1/\gamma$ [Llan09].

La función de transferencia del canal representada por $H(f_i)$ para la i -ésima subportadora calculada a partir de la respuesta al impulso $h(\tau)$ del canal TG3a definida en (2.27), viene dada por

$$H(f_i) = \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \xi_l \beta_{k,l} \exp \left\{ -j \left[2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right] \right\}. \quad (2.49)$$

La amplitud para la i -ésima subportadora en frecuencia representada por $r_i = |H(f_i)|$, se asume como una VA Nakagami- m con parámetro de forma m_{eq}^i y potencia media Ω_{eq}^i , cuya FDP se expresa de acuerdo a [Nak60] como

$$f_{r_i}(r_i) = \frac{2}{\Gamma(m_{eq}^i) \left(\frac{\Omega_{eq}^i}{m_{eq}^i} \right)^{m_{eq}^i}} r_i^{2m_{eq}^i - 1} \exp \left(-\frac{m_{eq}^i r_i^2}{\Omega_{eq}^i} \right), \quad m_{eq}^i \geq 0,5, \quad r_i \geq 0, \quad (2.50)$$

donde $\Gamma(\cdot)$ es la función Gamma. La potencia media equivalente Ω_{eq}^i para la i -ésima subportadora empleando MB-OFDM, se expresa como

$$\Omega_{eq}^i \triangleq E\{r_i^2\} = E\left\{|H(f_i)|^2\right\} = E\left\{|H_R(f_i)|^2 + |H_I(f_i)|^2\right\}, \quad (2.51)$$

donde $|H_R(f_i)|$ y $|H_I(f_i)|$ son la parte real e imaginaria del módulo de la función de transferencia del canal que caracteriza el desvanecimiento en frecuencia de la i -ésima subportadora. El parámetro de forma m_{eq}^i en frecuencia para la i -ésima subportadora según [Nak60] viene dado por

$$m_{eq}^i \triangleq \frac{\left(E\left\{|H(f_i)|^2\right\}\right)^2}{E\left\{|H(f_i)|^4\right\} - \left(E\left\{|H(f_i)|^2\right\}\right)^2}. \quad (2.52)$$

2.3.3.1 Potencia media de cada subportadora

La potencia media Ω_{eq}^i en frecuencia se calcula a partir de la evaluación del módulo $|H(f_i)|$, que define la magnitud de la i -ésima subportadora como

$$|H(f_i)|^2 = \left| \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l} \exp\left\{-j\left[2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l}\right]\right\} \right|^2, \quad (2.53)$$

donde $\alpha_{k,l} = \xi_l \beta_{k,l}$. Expresando (2.53) en su parte real e imaginaria como

$$\begin{aligned} |H(f_i)|^2 &= \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l} \cos\left[2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l}\right] \right\}^2 \\ &+ \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l} \sin\left[2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l}\right] \right\}^2. \end{aligned} \quad (2.54)$$

Desarrollando $|H_R(f_i)|$ y $|H_I(f_i)|$, como

$$\begin{aligned} |H_R(f_i)|^2 &= \left(\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^2 \cos^2\left[2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l}\right] + \right. \\ &\left. \sum_{\substack{l=1 \\ (l,k) \neq (n,m)}}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \alpha_{k,l} \cos\left[2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l}\right] \alpha_{m,n} \cos\left[2\pi f_i (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n}\right] \right). \end{aligned} \quad (2.55)$$

$$|H_I(f_i)|^2 = \left(\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^2 \text{sen}^2 \left[(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l}) \right] + \sum_{\substack{l=1 \\ (l,k) \neq (n,m)}}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \alpha_{k,l} \text{sen} \left[(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l}) \right] \alpha_{m,n} \text{sen} \left[(2\pi f_i (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n}) \right] \right). \quad (2.56)$$

Sumando (2.55) y (2.56) y reagrupando términos, resulta

$$|H(f_i)|^2 = \left(\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^2 + \sum_{\substack{l=1 \\ (l,k) \neq (n,m)}}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \alpha_{k,l} \alpha_{m,n} \cos \left\{ 2\pi f_i \left[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n}) + (\varphi_{k,l} - \varphi_{m,n}) \right] \right\} \right), \quad (2.57)$$

donde $(l,k) \neq (n,m)$ representa la condición necesaria en el índice de los *cluster* y rayos para evaluar el cuádruple sumatorio. Asumiendo que α , τ , y φ , son VA independientes, es posible calcular la esperanza estadística de (2.57) como

$$E \left\{ |H(f_i)|^2 \right\} = \left(E \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^2 \right\} + E \left\{ \sum_{\substack{l=1 \\ (l,k) \neq (n,m)}}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \alpha_{k,l} \alpha_{m,n} \cos \left\{ 2\pi f_i \left[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n}) + (\varphi_{k,l} - \varphi_{m,n}) \right] \right\} \right\} \right). \quad (2.58)$$

Debido a que la fase, $\varphi_{k,l}$, sigue una distribución uniforme y su FDP viene dada por $f_\varphi(\varphi_{k,l}) = 1/2\pi$, $0 \leq \varphi_{k,l} \leq 2\pi$, entonces su media se calcula como

$$E \left\{ \cos(\varphi_{k,l}) \right\} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos(\varphi_{k,l}) d\varphi_{k,l} = \frac{\sin(\varphi_{k,l})}{2\pi} \Big|_0^{2\pi} = \frac{1}{2\pi} [\sin(2\pi) - \sin(0)] = 0. \quad (2.59)$$

Por tanto, la media del segundo término que contiene la fase del canal, $\varphi_{k,l}$ en (2.57) será igual a cero. En consecuencia, la potencia media equivalente Ω_{eq}^i para la i -ésima subportadora en frecuencia en el canal UWB, se expresa como

$$E \left\{ |H(f_i)|^2 \right\} = \left(\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} E \left\{ \alpha_{k,l}^2 \right\} + \sum_{\substack{l=1 \\ (l,k) \neq (n,m)}}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} E \left\{ \alpha_{k,l} \alpha_{m,n} \right\} \times 0 \right) = \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} E \left\{ \alpha_{k,l}^2 \right\}. \quad (2.60)$$

Finalmente, sustituyendo la potencia del k -ésimo rayo dentro del l -ésimo cluster definida por (2.28) en (2.60). La potencia media Ω_{eq}^i de la i -ésima subportadora en el canal UWB 3a se expresa como

$$\Omega_{eq}^i = \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} E \left\{ \alpha_{k,l}^2 \right\} = \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \Omega_{k,l} = \Omega_0 \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \exp \left[- \left(\frac{T_l}{\eta} + \frac{\tau_{k,l}}{\gamma} \right) \right]. \quad (2.61)$$

Para el canal UWB 4a, la potencia media Ω_{eq}^i de la i -ésima subportadora en frecuencia resulta de sustituir en (2.60) la potencia del k -ésimo rayo dentro del l -ésimo cluster, definida en (2.42) y (2.44), obteniendo

$$\begin{aligned} \Omega_{eq}^i &= \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} E \left\{ \alpha_{k,l}^2 \right\} = \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \\ &= \Omega_0 \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \exp \left[- \left(\frac{T_l}{\eta} + \frac{\tau_{k,l}}{\gamma} \right) \right] \times \frac{M_{\text{cluster}}}{\gamma [(1-\beta)\lambda_1 + \beta\lambda_2 + 1]}. \end{aligned} \quad (2.62)$$

2.3.3.2 El parámetro de forma de cada subportadora

El factor de desvanecimiento m_{eq}^i de cada subportadora, asumiendo que $|H(f_i)|$ sigue una distribución Nakagami- m , se calcula a partir de (2.51), como

$$m_{eq}^i \triangleq \frac{\left(\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \right)^2}{E \left\{ |H(f_i)|^4 \right\} - \left(\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \right)^2}, \quad (2.63)$$

donde $E \left\{ |H(f_i)|^4 \right\}$ se desarrolla como

$$\begin{aligned} E \left\{ |H(f_i)|^4 \right\} &= E \left\{ \left[|H(f_i)|^2 \right]^2 \right\} = E \left\{ [H_R^2(f_i) + H_I^2(f_i)]^2 \right\} \\ &= E \left\{ H_R^4(f_i) + 2H_R^2(f_i)H_I^2(f_i) + H_I^4(f_i) \right\}. \end{aligned} \quad (2.64)$$

Asumiendo las VAs que caracterizan el canal 3a y 4a independientes, entonces $E \left\{ |H(f_i)|^4 \right\}$ se puede calcular como

$$E \left\{ |H(f_i)|^4 \right\} = E \left\{ H_R^4(f_i) \right\} + 2E \left\{ H_R^2(f_i) \times H_I^2(f_i) \right\} + E \left\{ H_I^4(f_i) \right\}. \quad (2.65)$$

Resolviendo⁹ cada una de las esperanzas estadísticas de (2.65), resulta

⁹ Ver anexo I donde se muestra de forma detallada el cálculo de (2.66).

$$m_{eq}^i = \frac{\left(\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \right)^2}{\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \left(\frac{\Omega_{k,l}^2}{m_{k,l}} \right) + \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{n=1 \\ (l,k) \neq (n,m)}}^{L_r} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \Omega_{m,n}}. \quad (2.66)$$

El parámetro de forma $m_{k,l}$ para cada una de las contribuciones dentro del *cluster* en el canal UWB 3a se evalúa a partir de

$$m_{k,l} \triangleq \frac{\left(E \{ \alpha_{k,l}^2 \} \right)^2}{E \{ \alpha_{k,l}^4 \} - \left(E \{ \alpha_{k,l}^2 \} \right)^2} = \frac{\left(\Omega_{k,l} \right)^2}{E \{ \alpha_{k,l}^4 \} + \left(\Omega_{k,l} \right)^2}. \quad (2.67)$$

Debido a que la amplitud de cada una de las contribuciones en el tiempo sigue una distribución log-normal, entonces $E \{ \alpha_{k,l}^4 \}$ viene dado por

$$E \{ \alpha_{k,l}^4 \} = \int_0^{\infty} \alpha_{k,l}^4 p_{\alpha}(\alpha_{k,l}) d\alpha_{k,l} = \int_0^{\infty} \frac{\alpha_{k,l}^3}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ \frac{-[\ln(\alpha_{k,l}) - \mu]^2}{2\sigma^2} \right\} d\alpha_{k,l} = \exp[4(\mu + 2\sigma^2)]. \quad (2.68)$$

Para evaluar (2.68), se calcula μ en función de los parámetros del canal 3a.

El segundo momento central de la VA log-normal, viene dada por

$$E \{ \alpha_{k,l}^2 \} = \int_0^{\infty} \alpha_{k,l}^2 p_{\alpha}(\alpha_{k,l}) d\alpha_{k,l} = \int_0^{\infty} \frac{\alpha_{k,l}}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ \frac{-[\ln(\alpha_{k,l}) - \mu]^2}{2\sigma^2} \right\} d\alpha_{k,l} = \exp[2(\mu + \sigma^2)]. \quad (2.69)$$

Puesto que (2.28), que se repite aquí define la potencia media en el tiempo para cada una de las contribuciones en el canal UWB 3a como

$$\Omega_{k,l} = E \{ \alpha_{k,l}^2 \} = E \left\{ \left| \xi_l \beta_{k,l} \right|^2 \right\} = \Omega_0 \exp(-T_l/\eta) \exp(-\tau_{k,l}/\gamma).$$

Las expresiones (2.69) y (2.28) son equivalentes. A partir de sencillas operaciones algebraicas, se obtiene μ como

$$\mu = - \left(\frac{T_l}{2\eta} + \frac{\tau_{k,l}}{2\gamma} \right) - \sigma^2. \quad (2.70)$$

Sustituyendo (2.70) en (2.68), resulta

$$E \{ \alpha_{k,l}^4 \} = \left\{ \exp \left[- \left(\frac{T_l}{\eta} + \frac{\tau_{k,l}}{\gamma} \right) \right] \right\}^2 \exp(4\sigma^2) = \Omega_{k,l}^2 \exp(4\sigma^2). \quad (2.71)$$

Sustituyendo (2.71) en (2.67), el parámetro de forma $m_{k,l}$ para cada una de las contribuciones, en el canal UWB 3a, se expresa como

$$m_{k,l} = \frac{\Omega_{k,l}^2}{\Omega_{k,l}^2 [\exp(4\sigma^2) + 1]} = \frac{1}{\exp(4\sigma^2) + 1}. \quad (2.72)$$

Sustituyendo (2.72) en (2.66), podemos calcular m_{eq}^i por subportadora en función de los parámetros definidos en la tabla 2.3 para el canal 3a, como

$$m_{eq}^i = \frac{\left(\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \right)^2}{\left[\exp(4\sigma^2) + 1 \right] \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \Omega_{k,l}^2 + \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \Omega_{m,n} \mathbb{1}_{(l,k) \neq (n,m)}}, \quad (2.73)$$

donde σ es un parámetro del canal UWB 3a, que define la desviación estándar para la distribución log-normal en nepers y según [Foe03] se expresa como

$$\sigma(\text{Np}) = \frac{\ln(10)}{20} \sqrt{\sigma_c^2 + \sigma_r^2}. \quad (2.74)$$

donde σ_c y σ_r son las desviaciones estándar para los cluster y rayos en dB, respectivamente, y definidas en la tabla 2.3 de acuerdo al tipo de canal UWB.

La Fig. 2.18 muestra la simulación de la FDP de $|H(f_i)|$ del canal 3a en unidades lineales, y la comparación entre los datos simulados y la aproximación Nakagami- m , donde Ω_{eq}^i y m_{eq}^i se han simulado utilizando (2.61) y (2.73).

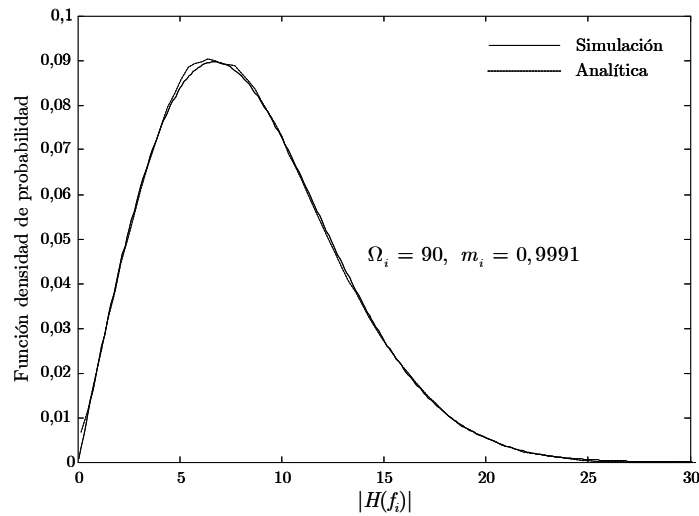


FIGURA 2.18: Función densidad de probabilidad Nakagami- m para el módulo $|H(f_i)|$ en unidades lineales del canal UWB 3a.

El error cuadrático medio entre la FDP simulada y la expresión analítica es 0,14 %. El resto de parámetros son: $\sigma_c = \sigma_r = 3,4$ dB, $\eta = 24$, $\gamma = 12$, $\sigma_r = 25$ ns, $\Omega_0 = 1$, definidos en la tabla 2.3 para el canal UWB 802.15.3a tipo CM4.

La Fig. 2.19 muestra la simulación de la FDP de $|H(f_i)|$ en dB para el canal UWB 802.15.3a.

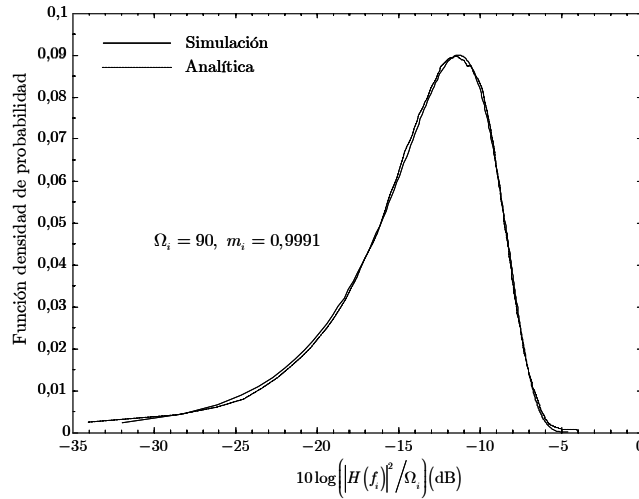


FIGURA 2.19: Función densidad de probabilidad Nakagami- m para el módulo $|H(f_i)|$ del canal UWB 802.15.3a en dB.

La Fig. 2.20, muestra la simulación de la función de distribución acumulada (FDA) en dB para la amplitud $|H(f_i)|$ normalizada por la potencia media Ω_i .

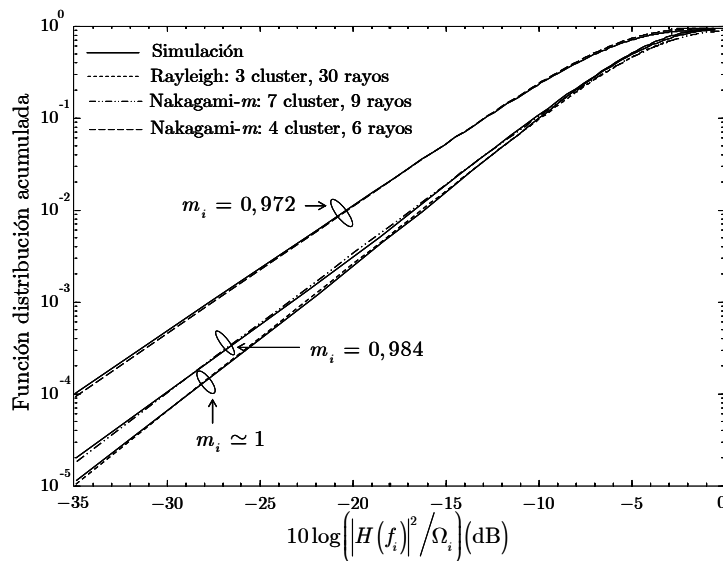


FIGURA 2.20: Función de distribución acumulada para el módulo $|H(f_i)|$ del canal UWB 802.15.3a

Observe como $|H(f_i)|$ en la Fig. 2.20 tiende a una distribución Rayleigh para un número elevado de contribuciones discriminadas en el receptor (situación típica en UWB). Si el número de contribuciones es mayor que 63, entonces la diferencia de la FDA para 10^{-3} entre la FDP simulada y la distribución Rayleigh es menor que 2 dB.

A partir de las Fig. 2.18, 2.19 y 2.20, se observa que las curvas de la aproximación de la FDP y la FDA Nakagami- m y la simulación son muy similares, demostrando que en un canal UWB donde la amplitud de cada una de las contribuciones se modela con una distribución log-normal, se puede concluir que: **a)** Si el número de contribuciones es elevado, el módulo de la respuesta en frecuencia $|H(f_i)|$ para el i -ésimo *bin* en frecuencia, se puede aproximar por una distribución Nakagami- m [Llan09]. **b)** Si el número de contribuciones es mayor a 60, el error relativo en la m_i es menor que 0,1 % con respecto a $m_i = 1$.

Las Fig. 2.21 y Fig. 2.22, muestran la FDP y la FDA, para la amplitud de la i -ésima subportadora $|H(f_i)|$ en el canal UWB TG4a, donde Ω_{eq}^i y m_{eq}^i , se han simulado utilizando (2.62) y (2.66) respectivamente.

El error cuadrático medio entre las FDP simulada y analítica es 0,17%, 4 *cluster* y 12 rayos por cluster fueron utilizados para un recinto residencial LOS. El resto de parámetros se tomaron de la tabla 2.4

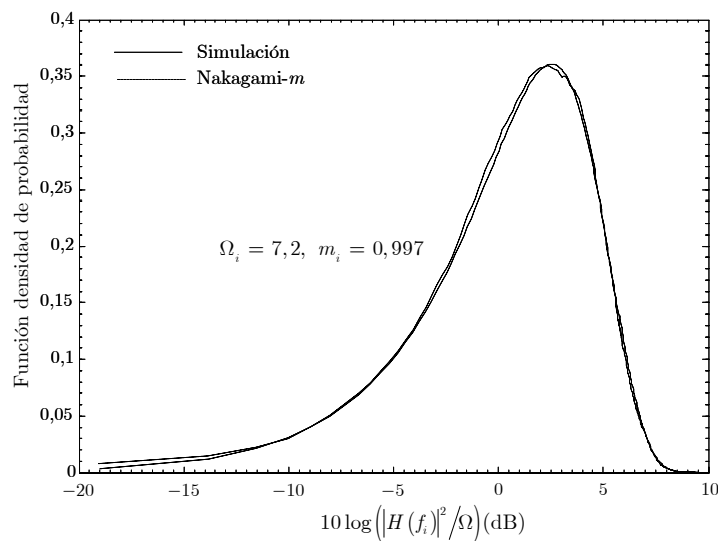
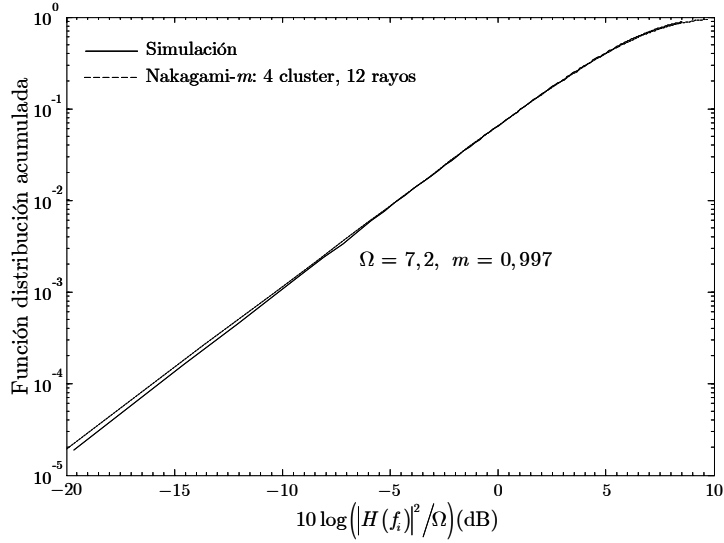


FIGURA 2.21: Función densidad de probabilidad Nakagami- m para el módulo $|H(f_i)|$ del canal UWB 802.15.4a.


 FIGURA 2.22: Función distribución acumulada para el módulo $|H(f_i)|$ del canal UWB 802.15.4a

A partir del cálculo de la Ω_{eq}^i y m_{eq}^i , que definen los parámetros estadísticos de la distribución Nakagami- m , y que modela la respuesta en frecuencia para la i -ésima subportadora en el canal UWB se obtiene de forma analítica el coeficiente de correlación ρ_{ij} en potencia entre las subportadoras.

2.3.3.3 El coeficiente de correlación en potencia

El coeficiente de correlación en potencia ρ_{ij} , en frecuencia entre la i -ésima y j -ésima subportadora, se obtiene a partir de

$$\rho_{ij} \triangleq \frac{\text{cov}\{r_i^2, r_j^2\}}{\sqrt{\text{var}\{r_i^2\} \text{var}\{r_j^2\}}} = \frac{E\{r_i^2 r_j^2\} - E\{r_i^2\} E\{r_j^2\}}{\sqrt{\text{var}\{r_i^2\} \text{var}\{r_j^2\}}}, \quad (2.75)$$

donde $r_i = |H(f_i)|$ define la amplitud de la i -ésima subportadora, que se puede aproximar por una VA que sigue una distribución Nakagami- m cuya FDP viene dada por (2.50) con parámetro de forma m_{eq}^i , y potencia media Ω_{eq}^i , definidos de forma general para el canal UWB en (2.66) y (2.60) respectivamente.

La varianza de $|H(f_i)|$ se expresa según [Pap02] como

$$\begin{aligned}
 \text{var} \{r_i^2\} &\triangleq \text{var} \left\{ |H(f_i)|^2 \right\} = E \left\{ \left[|H(f_i)|^2 - E \left\{ |H(f_i)|^2 \right\} \right]^2 \right\} \\
 &= E \left\{ |H(f_i)|^4 - 2E \left\{ |H(f_i)|^2 \right\} |H(f_i)|^2 + E^2 \left\{ |H(f_i)|^2 \right\} \right\}. \quad (2.76) \\
 &= E \left\{ |H(f_i)|^4 \right\} - 2E^2 \left\{ |H(f_i)|^2 \right\} + E^2 \left\{ |H(f_i)|^2 \right\} \\
 &= E \left\{ |H(f_i)|^4 \right\} - E^2 \left\{ |H(f_i)|^2 \right\}
 \end{aligned}$$

El n -ésimo momento de la distribución Nakagami- m viene dado por

$$E \{r^n\} = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \int_0^\infty r^{2m+n-1} \exp\left(-\frac{mr^2}{\Omega}\right) dr = \frac{\Gamma\left(m + \frac{n}{2}\right)}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{\frac{n}{2}}, \quad (2.77)$$

donde n es un número natural. Evaluando (2.76) y considerando (2.77), resulta

$$\begin{aligned}
 \text{var} \{r_i^2\} &= E \left\{ |H(f_i)|^4 \right\} - E^2 \left\{ |H(f_i)|^2 \right\} \\
 &= \frac{\Gamma(m_i + 2)}{\Gamma(m_i)} \left(\frac{\Omega_i}{m_i}\right)^2 - \left[\frac{\Gamma(m_i + 1)}{\Gamma(m_i)} \left(\frac{\Omega_i}{m_i}\right) \right]^2 = \frac{\Omega_i^2}{m_i}. \quad (2.78)
 \end{aligned}$$

Puesto que el canal UWB en interiores se asume estático, la potencia media Ω_i y el parámetro de forma m_i en frecuencia de las subportadoras se consideran iguales [Alo00]; es decir, $\Omega_i (i = 1, \dots, N) = \Omega$, y $m_i (i = 1, \dots, N) = m$. Entonces, sustituyendo (2.78) en (2.75) teniendo en cuenta (2.51) resulta

$$\rho_{ij} \triangleq \frac{E \{r_i^2 r_j^2\} - \Omega_i \Omega_j}{\sqrt{\frac{\Omega_i^2}{m_i} \times \frac{\Omega_j^2}{m_j}}} = \left(\frac{E \{r_i^2 r_j^2\} - \Omega_{eq}^2}{\Omega_{eq}^2} \right) m_{eq} \quad (2.79)$$

Resolviendo desde (2.79) el término $E \{r_i^2 r_j^2\}$ en el numerador, se llega a

$$\begin{aligned}
 E \{r_i^2 r_j^2\} &= E \left\{ |H(f_i)|^2 |H(f_j)|^2 \right\} = E \left\{ \left[|H_R(f_i)|^2 + |H_I(f_i)|^2 \right] \left[|H_R(f_j)|^2 + |H_I(f_j)|^2 \right] \right\} \\
 &= E \left\{ |H_R(f_i)|^2 |H_R(f_j)|^2 + |H_R(f_i)|^2 |H_I(f_j)|^2 + |H_I(f_i)|^2 |H_R(f_j)|^2 + |H_I(f_i)|^2 |H_I(f_j)|^2 \right\}. \quad (2.80) \\
 &= E \left\{ |H_R(f_i)|^2 |H_R(f_j)|^2 \right\} + 2E \left\{ |H_R(f_i)|^2 |H_I(f_j)|^2 \right\} + E \left\{ |H_I(f_i)|^2 |H_I(f_j)|^2 \right\}
 \end{aligned}$$

Después de un laborioso desarrollo matemático para resolver¹⁰ (2.80), resulta

¹⁰ Ver anexo II donde se muestra el desarrollo matemático de (2.80) y (2.82).

$$E\{r_i^2 r_j^2\} = \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \left(\frac{m_{k,l} + 1}{m_{k,l}} \right) \Omega_{k,l}^2 + \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ l \neq k}}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{\substack{m=1 \\ n \neq m}}^{L_r} \Omega_{k,l} \Omega_{n,m} \left[1 + \cos \left(2\pi f \left[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n}) \right] (i - j) \right) \right]. \quad (2.81)$$

Una expresión general para el coeficiente de correlación en potencia ρ_{ij} en frecuencia entre la i -ésima y j -ésima subportadora, resulta de sustituir (2.81) en (2.79) teniendo en cuenta las expresiones generales para la potencia media Ω_i , definida en (2.60) y el parámetro de forma m_i en (2.66) [Llan09], obteniendo

$$\rho_{ij} = \frac{\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \left(\frac{\Omega_{k,l}^2}{m_{k,l}} \right) + \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ l \neq k}}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{\substack{m=1 \\ n \neq m}}^{L_r} \Omega_{k,l} \Omega_{n,m} \left[\cos \left(2\pi f \left[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n}) \right] (i - j) \right) \right]}{\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \left(\frac{\Omega_{k,l}^2}{m_{k,l}} \right) + \sum_{\substack{l=1 \\ (l,k) \neq (n,m)}}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \Omega_{m,n}}. \quad (2.82)$$

Como era de esperar, el coeficiente de correlación en potencia en el canal UWB es función de la separación en frecuencia $\Delta f = f_i - f_j$ de las subportadoras y del retardo temporal $\Delta \tau = (T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n})$ en recepción de todas las contribuciones de acuerdo al argumento de la función coseno definido por $2\pi f \left[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n}) \right] (i - j)$.

Es posible obtener una expresión equivalente de (2.82) como

$$\rho_{ij}(\Delta f, \Delta \tau) = \frac{\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \left(\frac{\Omega_{k,l}^2}{m_{k,l}} \right) + \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ l \neq k}}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{\substack{m=1 \\ n \neq m}}^{L_r} \Omega_{k,l} \Omega_{n,m} \cos(2\pi \Delta f \Delta \tau)}{\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \left(\frac{\Omega_{k,l}^2}{m_{k,l}} \right) + \sum_{\substack{l=1 \\ (l,k) \neq (n,m)}}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \Omega_{m,n}}. \quad (2.83)$$

Sea $A = \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \left(\frac{\Omega_{k,l}^2}{m_{k,l}} \right)$ y $B = \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{n=1 \\ (l,k) \neq (n,m)}}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \Omega_{m,n}$. Se define una expresión para la

separación en frecuencia Δf , del canal UWB en función de $\rho_{i,j}$, como

$$\Delta f = \frac{\arccos \left[\frac{A(\rho_{ij} - 1)}{B} + \rho_{ij} \right]}{2\pi \Delta \tau}. \quad (2.84)$$

La expresión (2.84) coincide con [Fle96, (5)]. Cuando $\rho_{ij} = 1$ (representa el mismo *bin* de frecuencia, $f_i = f_j$), entonces $\Delta f = 0$. Cuando $\rho_{ij} \rightarrow 0$, los *bins* temporales se encuentran muy separados y $\Delta\tau \rightarrow \sigma_\tau$. Entonces

$$\Delta f \simeq \frac{1}{4\sigma_\tau}. \quad (2.85)$$

La Fig. 2.23, muestra la simulación de (2.84). Observe que cuando $\sigma_\tau = 25$ ns y $\rho_{ij} = 0,5$, el $B_C \simeq 6,8$ MHz, resultado que esta de acuerdo con la expresión dada en (2.17). Para $\rho_{ij} = 0,75$, $B_C \simeq 4,7$ MHz, coincide con el ancho de banda de coherencia B_C obtenido en la campaña de medidas para el canal UWB llevadas a cabo en el iTEAM de la Universidad Politécnica de Valencia [Dia07].

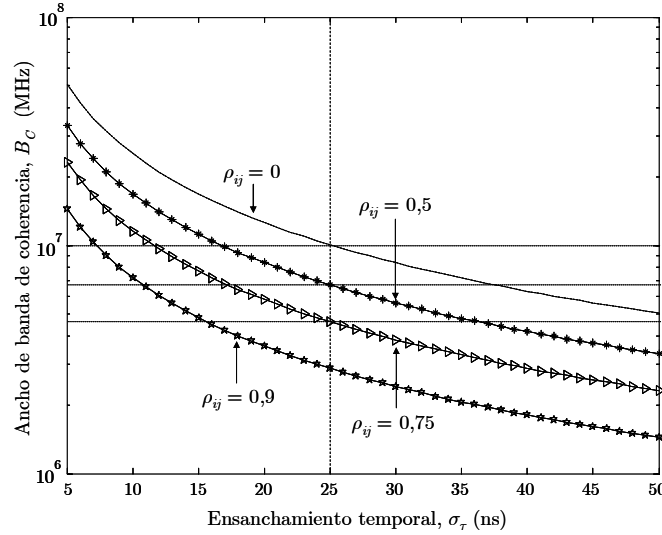


FIGURA 2.23: Ancho de banda de coherencia del canal UWB

De la misma forma como se derivó B_C , podemos evaluar el tiempo de coherencia T_C , a partir de (2.84). Definiendo Δf igual a la dispersión Doppler f_D , y $\Delta\tau \rightarrow T_C$. Entonces, resulta

$$T_C = \frac{\arccos \left[\frac{A(\rho_{ij} - 1)}{B} + \rho_{ij} \right]}{2\pi f_D}. \quad (2.86)$$

La Fig. 2.24, muestra la simulación de (2.86). Si la dispersión Doppler $f_D = 13,2$ Hz y $\rho_{ij} = 0,5$, entonces el tiempo de coherencia $T_C \simeq 13$ ms, resultado que coincide con la expresión aproximada dada en (2.21).

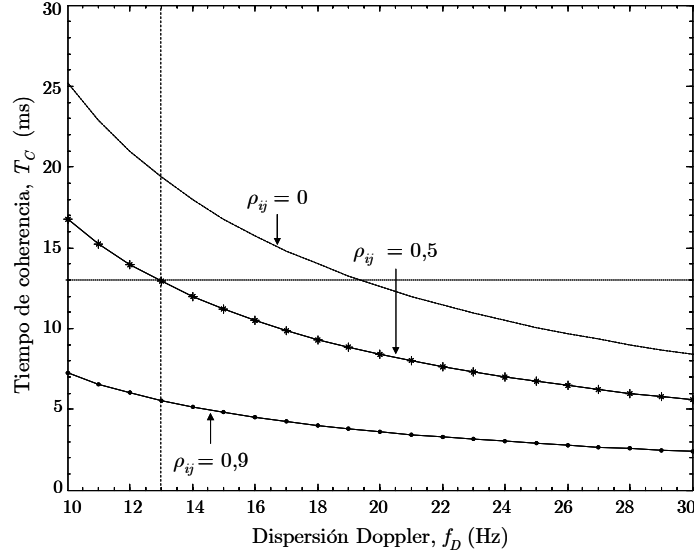


FIGURA 2.24: Tiempo de coherencia del canal UWB

Particularizando la expresión del coeficiente de correlación $\rho_{i,j}$ encontrada en (2.82) para el canal UWB 3a, teniendo en cuenta que su potencia media Ω_{eq}^i viene dada en (2.61) y el parámetro de forma m_{eq}^i en (2.73), entonces, el coeficiente de correlación para el canal 3a se obtiene como

$$\rho_{i,j} = \frac{K \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \Omega_{k,l}^2 + \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} \substack{\Omega_{k,l} \Omega_{n,m} \\ l \neq k \\ n \neq m} \cos \left\{ 2\pi f \left[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n}) \right] (i - j) \right\}}{K \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \Omega_{k,l}^2 + \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \substack{\Omega_{k,l} \Omega_{m,n} \\ (l,k) \neq (n,m)}}, \quad (2.87)$$

donde $K = \exp(4\sigma_{np}^2) - 1$, y σ_{np} es un parámetro del canal definido en (2.74).

La Fig. 2.25, muestra la simulación del coeficiente de correlación en potencia para el canal UWB CM4, con los parámetros: $\sigma_c = \sigma_r = 3.4$ dB, $\eta = 24$, $\gamma = 12$, $\Omega_0 = 1$, $L_c = 7$, $L_r = 9$ y $\sigma_\tau = 25$ ns, y se compara con la expresión analítica definida en (2.87).

Se observa que para la máxima separación en un grupo de subportadoras, definida por $9 \times 4,125 = 37,125$ MHz (ver capítulo 3), el coeficiente de correlación en potencia ρ_{ij} , entre la primera (piloto) y la décima subportadora que lleva datos varía en un rango comprendido entre aproximadamente 0,25 y 0,98 para el canal UWB CM4.

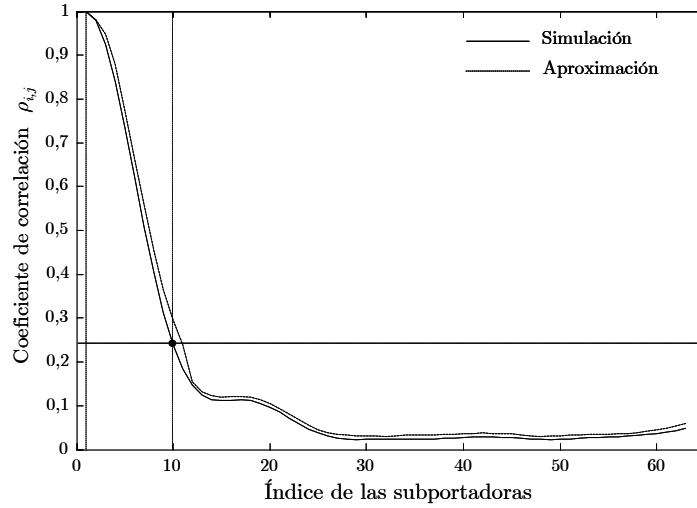


FIGURA 2.25: Coeficiente de correlación para el canal UWB 802.15.3a tipo CM4

La Fig. 2.26 muestra el coeficiente de correlación, ρ_{ij} , entre la primera subportadora (piloto) y las demás subportadoras en función del ensanchamiento temporal, σ_τ , para los cuatro tipos de canal UWB 802.15.3a. Se observa que a mayor ensanchamiento temporal hay menor correlación entre las subportadoras, lo que está indicando mayor separación en frecuencia entre ellas.

El rango de variación del coeficiente de correlación es menor con la disminución del ensanchamiento temporal. Para el canal CM3, ρ_{ij} varía desde aproximadamente 0,6, el canal CM2 desde 0,88 y para el canal CM1 desde 0,92.

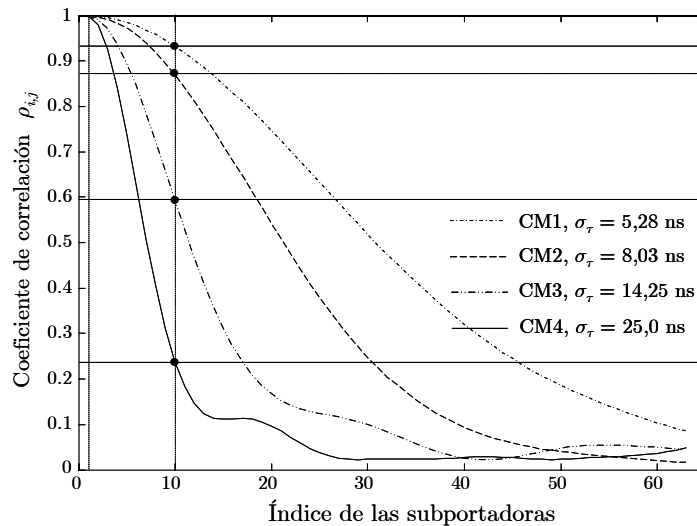


FIGURA 2.26: Coeficiente de correlación en función del ensanchamiento temporal para los cuatro tipos de canal UWB 802.15.3a

La Fig. 2.27 muestra el coeficiente de correlación, ρ_{ij} , en función del número de contribuciones para un ensanchamiento temporal, $\sigma_\tau = 25$ ns. Cuando el número de contribuciones aumenta, el coeficiente de correlación ρ_{ij} , también lo hace; esto quiere decir que *bins* muy cercanos en frecuencia están más correlados lo cual implica un Δf (separación entre subportadoras adyacentes) más reducido; y contribuciones cuyos *bins* en frecuencia están muy alejados presentan un coeficiente de correlación reducido, con un Δf más elevado.

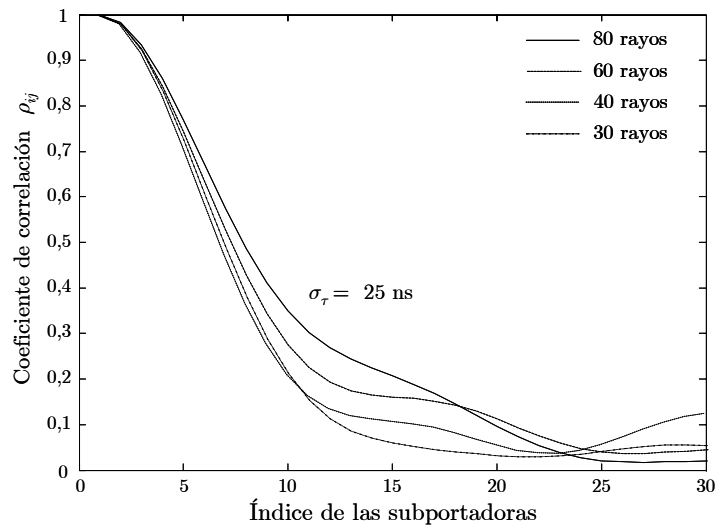


FIGURA 2.27: Coeficiente de correlación en función del número de contribuciones en el canal UWB 802.15.3a tipo CM4.

2.4 Variación de la potencia en el canal UWB

2.4.1 Introducción

Las prestaciones de un sistema de comunicación móvil inalámbrico en un canal dispersivo en el tiempo y con desvanecimiento severo en la potencia de la señal (por la propagación multicamino) depende de varios parámetros, entre otros: del ancho de banda del canal, de la distancia transmisor – receptor, y de la potencia obtenida en la antena del receptor. Cuando el canal presenta desvanecimientos muy pronunciados o severos en la amplitud de la señal, su potencia disminuye en función de los desvanecimientos experimentados en su propagación por el canal. En los canales de banda estrecha, debido al desvanecimiento de pequeña escala la potencia de la señal experimenta reducciones entre 20 dB y 30 dB [She06].

Este efecto de variación de la potencia de la señal debido a la propagación multicamino en el canal, en comunicaciones móviles se conoce como profundidad de desvanecimiento (*fade depth*) y se refleja en una degradación de la calidad del enlace, y en un aumento de la probabilidad de bloqueo.

Una forma de minimizar este efecto de degradación del enlace inalámbrico debido a la disminución en la potencia de la señal, consiste en suministrar potencia adicional en función del margen de desvanecimiento (*fade margin*), permitiendo alcanzar el nivel que ha sido calculado en el balance de enlace (*link budget*) en función de un umbral de rendimiento definido.

Sin embargo, en sistemas que emplean canales UWB la densidad espectral de potencia (DEP) esta limitada ($-41,25$ dBm/MHz), por lo que un aumento de potencia en el transmisor más allá de la autorizada es un procedimiento no disponible. Se comprende entonces la importancia de la evaluación de la variación de la potencia en función del ancho de banda en los canales UWB, especialmente teniendo en cuenta el desvanecimiento a pequeña escala.

Conociendo que el módulo $|H(f)|$ de cada uno de los *bins* en frecuencia en un canal UWB se puede aproximar por una distribución Nakagami- m [Llan09], y que la potencia instantánea en frecuencia representada por $|H(f)|^2$ sigue una distribución Gamma (VA Nakagami elevada al cuadrado), es posible asumir que la potencia del canal UWB en un ancho de banda Δf (Hz) = $f_2 - f_1$, se

puede aproximar por una distribución Gamma [Cas04], considerando sólo el desvanecimiento a pequeña escala.

En [Mal07] y [Mal08] se presenta un análisis de la variación de la potencia del canal UWB en función del ancho de banda, teniendo en cuenta una campaña de medidas realizadas en recintos de interior. En estos trabajos se obtiene experimentalmente una sencilla expresión matemática para caracterizar la variación de la potencia en el canal y se demuestra que a partir de 1 GHz la profundidad del desvanecimiento converge a 2 dB y permanece constante con el incremento del ancho de banda.

Sin embargo en [Ram07], se demuestra que el valor del *fade depth* también depende de la distancia entre el transmisor-receptor, y si el canal multitrayecto es denso o disperso llegando a ser mayor a 2 dB, especialmente en recintos donde no existe línea de vista.

En nuestra investigación hemos considerado el modelo de canal UWB propuesto por el grupo de trabajo del IEEE 802.15.4a para recintos de interior y exterior en aplicaciones de baja velocidad WPAN, asumiendo el canal estático durante la transmisión de un símbolo OFDM. Los resultados analíticos han sido validados con simulación empleando el método de Monte Carlo [Llan09a].

2.4.2 Modelo analítico de la variación de la potencia

Para la evaluación de la variación de la potencia del canal en función de su ancho de banda y/o de los desvanecimientos experimentados por la señal, debemos seleccionar un modelo de canal UWB que nos permita caracterizar y modelar desde el punto de vista analítico el efecto de la profundidad del desvanecimiento (*fade depth*) y el margen de desvanecimiento (*fade margin*). Este último define el valor de potencia adicional que se debe suministrar para garantizar una calidad del enlace de acuerdo al balance del enlace (*link budget*), o nivel de potencia calculado en el receptor.

Para el canal UWB 802.15.4a, la respuesta al impulso (CIR, *Channel Impulse Response*) viene dada por (2.38), que se repite por conveniencia

$$h(\tau) = \sum_{l=0}^{L_c-1} \sum_{k=0}^{L_n-1} \alpha_{k,l} \exp(-j2\pi f_c \tau_{k,l}) \delta(\tau - T_l - \tau_{k,l}).$$

donde el módulo de $h(\tau)$, representado por $|h(\tau)| = \alpha_{k,b}$ es una VA Nakagami- m . La CIR del canal representada por $h(\tau)$ se relaciona con su función de transferencia $H(f)$ a través de la transformada de Fourier, como

$$H(f) = \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l} \exp \left\{ -j \left[2\pi f (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right] \right\}. \quad (2.88)$$

donde $\theta_{k,l} = [2\pi f (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l}]$ representa la fase. A partir de la relación de Parseval, la potencia en unidades lineales (mW) en el ancho de banda, Δf , simbolizada por $\Psi_{\Delta f}$ se expresa en el dominio de la frecuencia [Pro95] como

$$\Psi_{\Delta f} = \int_{f_1}^{f_2} |H(f)|^2 df, \quad (2.89)$$

donde f_1 y f_2 son las frecuencias inferior y superior respectivamente y $|H(f)|$ el módulo de la respuesta en frecuencia definida en (2.57) como

$$|H(f)|^2 = \left(\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^2 + \sum_{\substack{l=1 \\ (l,k) \neq (n,m)}}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \alpha_{k,l} \alpha_{m,n} \cos \left\{ 2\pi f \left[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n}) + (\varphi_{k,l} - \varphi_{m,n}) \right] \right\} \right),$$

donde $(l,k) \neq (n,m)$ representa la condición para evaluar el cuádruple sumatorio, $(l \neq n \text{ OR } k \neq m)$. La potencia en el intervalo definido entre f_2 y f_1 , de acuerdo a (2.89) viene dada por

$$\Psi_{\Delta f} = \int_{f_1}^{f_2} |H(f)|^2 df = \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^2 \int_{f_1}^{f_2} df + \sum_{\substack{l=1 \\ (l,k) \neq (n,m)}}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \alpha_{k,l} \alpha_{m,n} \int_{f_1}^{f_2} \cos \left\{ 2\pi f \left[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n}) + (\varphi_{k,l} - \varphi_{m,n}) \right] \right\} df. \quad (2.90)$$

Resolviendo las dos integrales que resultan en (2.90), se obtiene

$$\Psi_{\Delta f} = \Delta f \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^2 + \frac{1}{2\pi} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{n=1 \\ (l,k) \neq (n,m)}}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \frac{\alpha_{k,l} \alpha_{m,n}}{\left[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n}) \right]} \left[\sin \left(2\pi f_2 B_{l,n}^{k,m} \right) - \sin \left(2\pi f_1 B_{l,n}^{k,m} \right) \right]. \quad (2.91)$$

donde $B_{l,n}^{k,m} = \left[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n}) \right] + (\varphi_{k,l} - \varphi_{m,n})$. El primer término de (2.91) representa la potencia media del canal, y el segundo la fluctuación de la

potencia instantánea en función de las frecuencias límite y del retardo de las componentes multitrayecto. La Fig. 2.28, muestra la comparación de la FDP para la potencia del canal UWB 802.15.4a entre los datos simulados y la aproximación de la FDP Gamma calculada en (2.91) en un recinto residencial interior sin línea de visión directa (NLOS) para $\Delta f = \{2, 5, 7\}$ GHz.

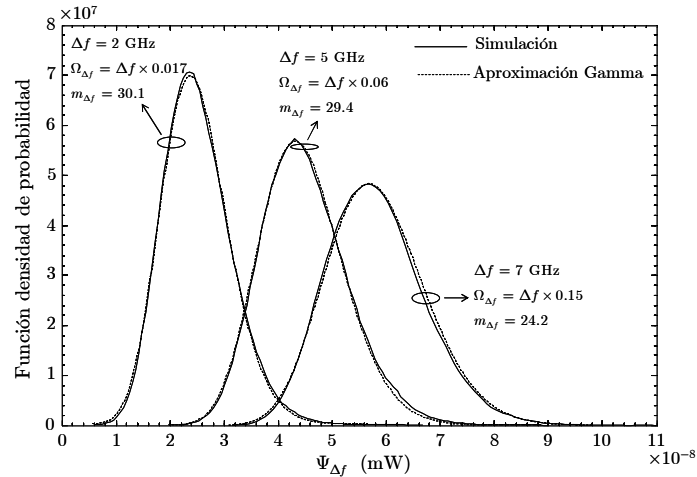


FIGURA 2.28: Función densidad de probabilidad de la potencia del canal UWB 802.15.4a, para varios Δf , en entornos de interior con LOS

En la Fig. 2.29, se muestra nuevamente la comparación de la FDP para la potencia del canal UWB, para recintos residencial interior y exterior con LOS y NLOS y $\Delta f = 1$ GHz. Los parámetros del canal utilizados en las dos simulaciones corresponden a los especificados en la tabla 2.4.

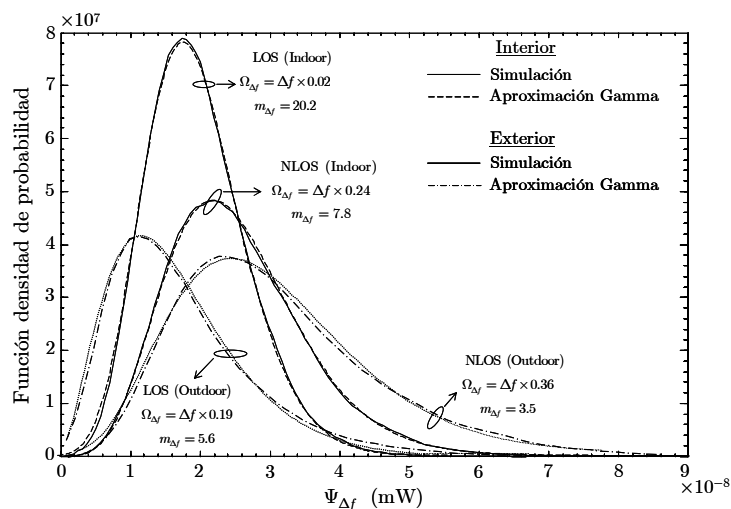


FIGURA 2.29: Función densidad de probabilidad de la potencia del canal UWB 802.15.4a, para $\Delta f = 1$ GHz, en entornos de interior y exterior con NLOS y LOS.

2.4.2.1 Potencia media del canal UWB 4a

La potencia media del canal, $\Omega_{\Delta f}$ en mW (las potencias medias de cada *bin* en el tiempo $\Omega_{k,l}$, vienen dadas en mW) en un ancho de banda Δf , se evalúa utilizando (2.91) como

$$\begin{aligned} E\{\Psi_{\Delta f}\} &= E\left\{\int_{f_1}^{f_2} |H(f)|^2 df\right\} \\ &= \Delta f \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} E\{\alpha_{k,l}^2\} + \frac{1}{2\pi} \\ &\quad \times \sum_{\substack{l=1 \\ (l,k) \neq (n,m)}}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} E\left\{\frac{\alpha_{k,l}\alpha_{m,n}}{[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n})]} \left[\sin(2\pi f_2 B_{l,n}^{k,m}) - \sin(2\pi f_1 B_{l,n}^{k,m})\right]\right\} \end{aligned} \quad (2.92)$$

Asumiendo que las variables aleatorias que caracterizan el canal UWB, se asumen independientes y que la fase $\varphi_{k,l}$ se distribuye uniformemente entre 0 y 2π , la potencia media en unidades lineales (mW), viene dada por

$$E\{\Psi_{\Delta f}\} = \Delta f \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} E\{\alpha_{k,l}^2\} = \Delta f \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \Omega_{k,l}, \quad (2.93)$$

donde la potencia media, $\Omega_{k,l}$ para cada una de las contribuciones en el canal UWB TG4a, según (2.42) se expresa como

$$\Omega_{k,l} = E\left\{|\alpha_{k,l}|^2\right\} = \Omega_l \frac{1}{\gamma_l [(1-\beta)\lambda_1 + \beta\lambda_2 + 1]} \exp(-\tau_{k,l}/\gamma_l),$$

donde, Ω_l viene dado por (2.44). Para el canal TG3a, la potencia media $\Omega_{k,l}$, para cada una de las contribuciones, viene dada por (2.28), como

$$\Omega_{k,l} = E\left\{|\alpha_{k,l}|^2\right\} = \Omega_0 \exp(-T_l/\eta) \exp(-\tau_{k,l}/\gamma).$$

La potencia media para el canal 4a en la subbanda Δf en unidades lineales (mW), se expresa como

$$\begin{aligned} E\{\Psi_{\Delta f}\} &= \Delta f \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} E\{\alpha_{k,l}^2\} \\ &= \Delta f \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \exp\left[-\left(\frac{T_l}{\eta} + \frac{\tau_{k,l}}{\gamma}\right)\right] \times \frac{M_{\text{cluster}}}{\gamma [(1-\beta)\lambda_1 + \beta\lambda_2 + 1]}. \end{aligned} \quad (2.94)$$

La potencia media del canal 3a en la subbanda Δf , en mW viene dada por

$$E\{\Psi_{\Delta f}\} = \Delta f \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} E\{\alpha_{k,l}^2\} = \Delta f \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \Omega_0 \exp\left[-\left(\frac{T_l}{\eta} + \frac{\tau_{k,l}}{\gamma}\right)\right], \quad (2.95)$$

donde $\Omega_0 = 1$. Después de calcular la potencia media, se evalúa la variación de la potencia en función del ancho de banda del canal y del desvanecimiento a pequeña escala, mediante el *fade depth* y *fade margin*.

2.4.2.2 Profundidad del desvanecimiento (*fade depth*)

En canales móviles inalámbricos donde el desvanecimiento a pequeña escala debido a la propagación multicamino es pronunciado, la profundidad del desvanecimiento se define como una medida de la variación de la potencia del canal alrededor de su media [Mal08]. Esta variación se expresa en términos estadísticos, relacionando el *fade depth* con la desviación estándar, σ , de la potencia en dBm y se representa como F_σ .

Expresando la potencia del canal $\Psi_{\Delta f}$ de (2.91) en unidades logarítmicas como $\Phi_{\Delta f}(\text{dBm}) = 10\log[\Psi_{\Delta f}(\text{mW})]$ y asumiendo que se puede aproximar por una distribución Gamma, se calcula la desviación estándar para la distribución Gamma en dBm. La varianza de la potencia $\Phi_{\Delta f}(\text{dBm})$, viene dada por

$$\begin{aligned} \text{var}\{\Phi_{\Delta f}(\text{dBm})\} &= \sigma_\Phi^2 \triangleq E\left\{\left[\Phi_{\Delta f}(\text{dBm}) - E\{\Phi_{\Delta f}(\text{dBm})\}\right]^2\right\} \\ &= E\left\{\left[\Phi_{\Delta f}^2(\text{dBm}) - 2E\{\Phi_{\Delta f}(\text{dBm})\}\Phi_{\Delta f}(\text{dBm}) + E^2\{\Phi_{\Delta f}(\text{dBm})\}\right]\right\}. \quad (2.96) \\ &= E\{\Phi_{\Delta f}^2(\text{dBm})\} - 2E^2\{\Phi_{\Delta f}(\text{dBm})\} + E^2\{\Phi_{\Delta f}(\text{dBm})\} \\ &= E\{\Phi_{\Delta f}^2(\text{dBm})\} - E^2\{\Phi_{\Delta f}(\text{dBm})\} \end{aligned}$$

Utilizando (2.96) se obtiene la desviación estándar de la potencia en dBm. La distribución Gamma corresponde a la versión en potencia de la VA Nakagami. La FDP de la VA Nakagami en unidades lineales se expresa como

$$f_r(r) = \frac{2}{\Gamma(m_{\Delta f})} \left(\frac{m_{\Delta f}}{\Omega_{\Delta f}}\right)^{m_{\Delta f}} r^{2m_{\Delta f}-1} \exp\left(-\frac{m_{\Delta f}r^2}{\Omega_{\Delta f}}\right), \quad r \geq 0, \quad m_{\Delta f} \geq 0,5, \quad (2.97)$$

donde $r = |H(f)|$ representa el módulo de la respuesta en frecuencia del canal. Realizando el cambio de variable, $\Psi = r^2 = |H(f)|^2$, que representa la potencia en la subbanda Δf en mW, y dado que la función distribución acumulada de las variables aleatorias Ψ (potencia) y r (amplitud) se pueden igualar; es decir, $F_r(r) = F_\Psi(\Psi)$, entonces de acuerdo a [Pap02], [Peb01]

$$\int_{-\infty}^r f_X(x) dx = \int_{-\infty}^{\Psi} f_Y(y) dy. \quad (2.98)$$

Derivando (2.98) y empleando transformación de variables, se llega a [Peb01]

$$f_{\Psi}(\Psi) = f_r(r) \frac{dr}{d\Psi}. \quad (2.99)$$

La FPD Gamma en unidades lineales se obtiene desde (2.97) y (2.99)

$$f_{\Psi_{\Delta f}}(\Psi_{\Delta f}) = \frac{1}{\Gamma(m_{\Delta f})} \left(\frac{m_{\Delta f}}{\Omega_{\Delta f}} \right)^{m_{\Delta f}} \Psi_{\Delta f}^{m_{\Delta f}-1} \exp\left(-\frac{m_{\Delta f}\Psi_{\Delta f}}{\Omega_{\Delta f}}\right), \quad \Psi_{\Delta f} \geq 0, \quad m_{\Delta f} \geq 0,5, \quad (2.100)$$

donde $\Psi_{\Delta f}$ es la potencia instantánea en el ancho de banda Δf , $\Omega_{\Delta f} = E\{\Psi_{\Delta f}\}$ la potencia media y $m_{\Delta f} = \Omega_{\Delta f}^2 / E\left[(\Psi_{\Delta f} - \Omega_{\Delta f})^2\right]$ el parámetro de desvanecimiento del canal. La potencia $\Psi_{\Delta f}$ en dBm viene dada por

$$\Phi_{\Delta f}(\text{dBm}) = 10 \log(\Psi_{\Delta f}) \rightarrow \Psi_{\Delta f} = 10^{\frac{\Phi_{\Delta f}(\text{dBm})}{10}}. \quad (2.101)$$

Utilizando (2.101), se realizan las siguientes transformaciones

$$\Phi_{\Delta f}(\text{dBm}) = \frac{10}{\ln(10)} \ln(\Psi_{\Delta f}); \quad \frac{\partial \Phi_{\Delta f}(\text{dBm})}{\partial \Psi_{\Delta f}} = \frac{10}{\Psi_{\Delta f} \ln(10)}. \quad (2.102)$$

Teniendo en cuenta (2.102), la distribución Gamma definida en unidades lineales (mW) en (2.100), se expresa en unidades logarítmicas (dBm) como

$$f_{\Phi_{\Delta f}}(\Phi_{\Delta f}) = \frac{\ln(10)}{10\Gamma(m_{\Delta f})} \left(\frac{m_{\Delta f}}{\Omega_{\Delta f}} \right)^{m_{\Delta f}} 10^{\frac{m_{\Delta f}\Phi_{\Delta f}}{10}} \exp\left(-\frac{m_{\Delta f}}{\Omega_{\Delta f}} 10^{\frac{\Phi_{\Delta f}}{10}}\right), \quad -\infty < \Phi_{\Delta f} < \infty. \quad (2.103)$$

La varianza y desviación estándar de la potencia $\Phi_{\Delta f}(\text{dBm})$, se calcula a partir de los momentos centrales de la VA Gamma en dBm, como

$$E\{\Phi_{\Delta f}^n(\text{dBm})\} = \frac{\ln(10)}{10\Gamma(m_{\Delta f})} \left(\frac{m_{\Delta f}}{\Omega_{\Delta f}} \right)^{m_{\Delta f}} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{\Delta f}^n 10^{\frac{m_{\Delta f}\Phi_{\Delta f}}{10}} \exp\left(-\frac{m_{\Delta f}}{\Omega_{\Delta f}} 10^{\frac{\Phi_{\Delta f}}{10}}\right) d\Phi_{\Delta f}. \quad (2.104)$$

Particularizando para $n = 1$ en (2.104) y haciendo uso de (2.101), el primer momento de la VA Gamma en dBm viene dada por

$$E\{\Phi_{\Delta f}(\text{dBm})\} = \frac{10}{\ln(10)\Gamma(m_{\Delta f})} \left(\frac{m_{\Delta f}}{\Omega_{\Delta f}} \right)^{m_{\Delta f}} \int_0^{\infty} \Psi_{\Delta f}^{m_{\Delta f}-1} \ln(\Psi_{\Delta f}) \exp\left(-\frac{m_{\Delta f}}{\Omega_{\Delta f}} \Psi_{\Delta f}\right) d\Psi_{\Delta f}. \quad (2.105)$$

Para resolver la integral de (2.105), hacemos uso de [Gra07, (4.352 1)]

$$\int_0^{\infty} x^{\nu-1} \exp(-\mu x) \ln(x) dx = \frac{\Gamma(\nu)}{\mu^{\nu}} [\psi(\nu) - \ln(\mu)]; \quad \text{Re}(\mu) > 0 \wedge \text{Re}(\nu) > 0, \quad (2.106)$$

donde en este caso, $x = \Psi_{\Delta f}$, $\nu = m_{\Delta f}$, $\mu = m_{\Delta f}/\Omega_{\Delta f}$, $\Gamma(\cdot)$ es la función Gamma, y $\psi(\nu) = \frac{\partial}{\partial \nu} \{\ln[\Gamma(\nu)]\}$ la función Psi (digamma) [Abr72, (6.3.1)]. La media de la distribución Gamma en dBm, se expresa ahora como

$$E \{ \Phi_{\Delta f} \text{ (dBm)} \} = \frac{10}{\ln(10)} \left[\psi(m_{\Delta f}) - \ln\left(\frac{m_{\Delta f}}{\Omega_{\Delta f}}\right) \right]. \quad (2.107)$$

El valor cuadrático medio de la distribución, se calcula sustituyendo en (2.104) $n = 2$. Empleando las transformaciones de (2.102), resulta

$$E \{ \Phi_{\Delta f}^2 \text{ (dBm)} \} = \left[\frac{10}{\ln(10)} \right]^2 \frac{1}{\Gamma(m_{\Delta f})} \left(\frac{m_{\Delta f}}{\Omega_{\Delta f}} \right)^{m_{\Delta f}} \int_0^{\infty} \Psi_{\Delta f}^{m_{\Delta f}-1} [\ln(\Psi_{\Delta f})]^2 \exp\left(-\frac{m_{\Delta f}}{\Omega_{\Delta f}} \Psi_{\Delta f}\right) d\Psi_{\Delta f} \quad (2.108)$$

Para resolver la integral hacemos uso de [Gra07, (4.358 2)]

$$\int_0^{\infty} x^{\nu-1} \exp(-\mu x) [\ln(x)]^2 dx = \frac{\Gamma(\nu)}{\mu^{\nu}} \left\{ [\psi(\nu) - \ln(\mu)]^2 + \zeta(2, \nu) \right\}; \quad \text{Re}(\mu), \text{Re}(\nu) > 0, \quad (2.109)$$

donde $x = \Psi_{\Delta f}$, $\nu = m_{\Delta f}$, $\mu = m_{\Delta f}/\Omega_{\Delta f}$ y $\zeta(\cdot, \cdot)$ es la función Zeta de Hurwitz, cuya representación de forma integral, según [Wol09] se expresa como

$$\zeta(s, a) = \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^{\infty} \frac{t^{s-1} \exp(-at)}{1 - \exp(-t)} dt; \quad \text{Re}(s) > 1 \wedge \text{Re}(a) > 0. \quad (2.110)$$

Para $s = 2$ y $a = \nu$, según [Wol09a], $\zeta(2, \nu)$ viene dada por

$$\zeta(2, \nu) = \frac{1}{\Gamma(2)} \int_0^{\infty} \frac{t \exp(-\nu t)}{1 - \exp(-t)} dt = \psi'(\nu), \quad (2.111)$$

donde $\psi'(\cdot)$ es la función trigamma [Abr72 (6.4.1)] y define la primera derivada de la función digamma o la segunda derivada del logaritmo natural de la función Gamma, es decir

$$\psi(\nu) = \frac{\partial}{\partial \nu} \{\ln[\Gamma(\nu)]\}; \quad \psi'(\nu) = \frac{\partial}{\partial \nu} [\psi(\nu)] = \frac{\partial^2}{\partial \nu^2} \{\ln[\Gamma(\nu)]\}. \quad (2.112)$$

Sustituyendo (2.109) y (2.111) en (2.108), se obtiene

$$E \{ \Phi_{\Delta f}^2 \text{ (dBm)} \} = \left[\frac{10}{\ln(10)} \right]^2 \left\{ \left[\psi(m_{\Delta f}) - \ln \left(\frac{m_{\Delta f}}{\Omega_{\Delta f}} \right) \right]^2 + \psi'(m_{\Delta f}) \right\}. \quad (2.113)$$

Finalmente, se obtiene la varianza y desviación típica de la potencia en el ancho de banda Δf , para el canal UWB en unidades logarítmicas (dBm), sustituyendo (2.113) y (2.107) en (2.96), resultando

$$\text{var} \{ \Phi_{\Delta f} \text{ (dBm)} \} = \left[\frac{10}{\ln(10)} \right]^2 \psi'(m_{\Delta f}), \quad (2.114)$$

$$\sigma \{ \Phi_{\Delta f} \text{ (dBm)} \} = \frac{10}{\ln(10)} \sqrt{\psi'(m_{\Delta f})}. \quad (2.115)$$

Se observa que la varianza y desviación típica de la potencia en el canal UWB en dBm no dependen de la potencia media $\Omega_{\Delta f}$, pero sí del parámetro de forma $m_{\Delta f}$ de la distribución Gamma que caracteriza la potencia del canal $\Psi_{\Delta f}$, calculada en (2.91). En consecuencia, el parámetro de forma $m_{\Delta f}$ de la potencia, $\Psi_{\Delta f}$, se obtiene como

$$m_{\Delta f} = \frac{\left(E \{ \Psi_{\Delta f} \} \right)^2}{E \left\{ \left(\Psi_{\Delta f} \right)^2 \right\} - \left(E \{ \Psi_{\Delta f} \} \right)^2}. \quad (2.116)$$

El numerador de (2.116) corresponde a la esperanza estadística de la potencia calculada en (2.93) elevada al cuadrado, es decir

$$\left(E \{ \Psi_{\Delta f} \} \right)^2 = \left(\Delta f \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \right)^2. \quad (2.117)$$

Calculando $E \left\{ \left(\Psi_{\Delta f} \right)^2 \right\}$ utilizando (2.91) se llega al siguiente resultado¹¹

$$\begin{aligned} E \left\{ \left(\Psi_{\Delta f} \right)^2 \right\} &= (\Delta f)^2 \left(\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} E \{ \alpha_{k,l}^4 \} + \sum_{\substack{l=1 \\ (l,k) \neq (n,m)}}^{L_c} \sum_{\substack{n=1 \\ (n,m)}}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} E \{ \alpha_{k,l}^2 \} E \{ \alpha_{n,m}^2 \} \right) \\ &+ \frac{1}{2\pi^2} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{n=1 \\ (l,k) \neq (n,m)}}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \frac{E \{ \alpha_{k,l}^2 \} E \{ \alpha_{n,m}^2 \}}{\left[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n}) \right]^2} \times D_{l,n}^{k,m} \end{aligned} \quad (2.118)$$

¹¹ Ver anexo III donde se muestra el desarrollo matemático de (2.118).

donde $D_{l,n}^{k,m} = \sin^2 \left\{ \pi \Delta f \left[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n}) \right] \right\}$ y $(l,k) \neq (n,m)$ representa la condición del cuádruple sumatorio, es decir $(l \neq n \text{ OR } k \neq m)$. Sustituyendo (2.117) y (2.118) en (2.116), se obtiene $m_{\Delta f}$ de forma analítica como

$$m_{\Delta f} = \frac{\left(\Delta f \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \right)^2}{(\Delta f)^2 \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \frac{\Omega_{k,l}^2}{m_{k,l}} + \frac{1}{2\pi^2} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{n=1 \\ (l,k) \neq (n,m)}}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \frac{\Omega_{k,l} \Omega_{m,n}}{\left[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n}) \right]^2} \times D_{l,n}^{k,m}}, \quad (2.119)$$

donde $\Omega_{k,l}$, $m_{k,l}$, T_l y $\tau_{k,l}$, se definen según el modelo de canal UWB. Para el 3a vienen dados por (2.28), (2.72), (2.34) y (2.35), respectivamente, y para el 4a se definen por (2.42), (2.40), (2.34) y (2.46), respectivamente.

La profundidad del desvanecimiento F_σ se relaciona con la desviación estándar σ de la VA de la potencia del canal. Entonces, utilizando (2.115)

$$F_\sigma = \frac{10}{\ln(10)} \sqrt{\psi'(m_{\Delta f})}. \quad (2.120)$$

Para evaluar de forma estadística el *fade depth*, F_σ es conveniente definir un rango de valores de desviaciones estándar, $n = 1, 2, 3, 5, \dots$. El modelo analítico para el *fade depth* en dB en el canal UWB, se expresa de forma general como

$$F_{n\sigma} \text{ (dB)} = \frac{10n}{\ln(10)} \sqrt{\psi'(m_{\Delta f})}. \quad (2.121)$$

Observe que (2.121) es independiente de la fase $\varphi_{k,l} = 2\pi f_c \tau_{k,l}$ y de la frecuencia de la portadora f_c .

La función trigamma $\psi'(\cdot)$ se puede evaluar utilizando un *software* de simulación numérica como Mathematica[®], Matlab[®], Octave[®]. Sin embargo, es interesante expresar (2.121) utilizando una función equivalente para la función trigamma. Para valores de $m_{\Delta f}$ mayores a 1, la función trigamma, según [Abr72, (6.4.12)] se aproxima por una expansión en series asintótica como

$$\psi'(m_{\Delta f}) \simeq \frac{1}{m_{\Delta f}} + \frac{1}{2m_{\Delta f}^2} + \frac{1}{6m_{\Delta f}^3}. \quad (2.122)$$

Sustituyendo (2.122) en (2.120), la profundidad del desvanecimiento $F_{n\sigma}$ en dB, se expresa como

$$F_{n\sigma} \simeq \frac{10n}{\ln(10)} \sqrt{\frac{1}{m_{\Delta f}} + \frac{1}{2m_{\Delta f}^2} + \frac{1}{6m_{\Delta f}^3}}. \quad (2.123)$$

La Fig. 2.30 muestra la simulación de (2.123) en función de $m_{\Delta f}$, y se compara con la solución exacta (2.121) empleando la función trigamma.

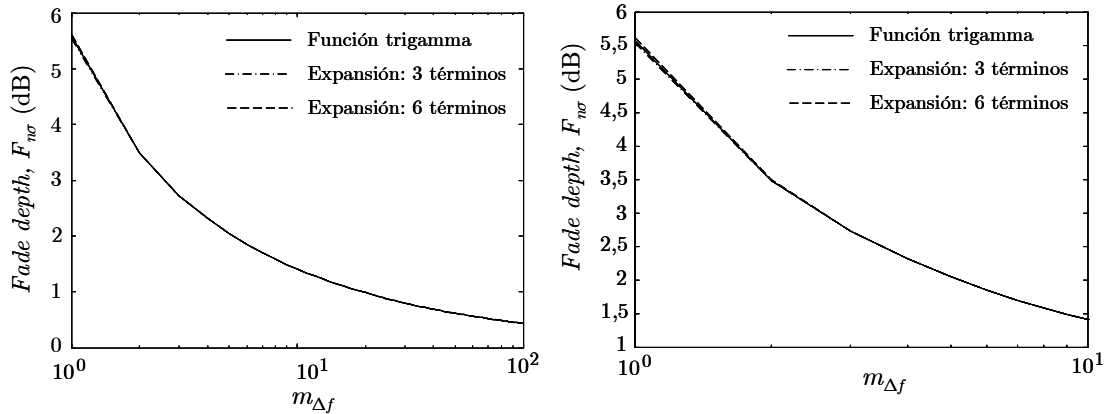


FIGURA 2.30: Profundidad del desvanecimiento (*fade depth*) con la función trigamma y la expansión en series asintótica con 3 y 6 términos para $n = 1$.

La Fig. 2.31 muestra la comparación entre los datos simulados y el modelo analítico para la profundidad del desvanecimiento definida en (2.123) en función del ancho de banda Δf , para un entorno residencial interior con NLOS.

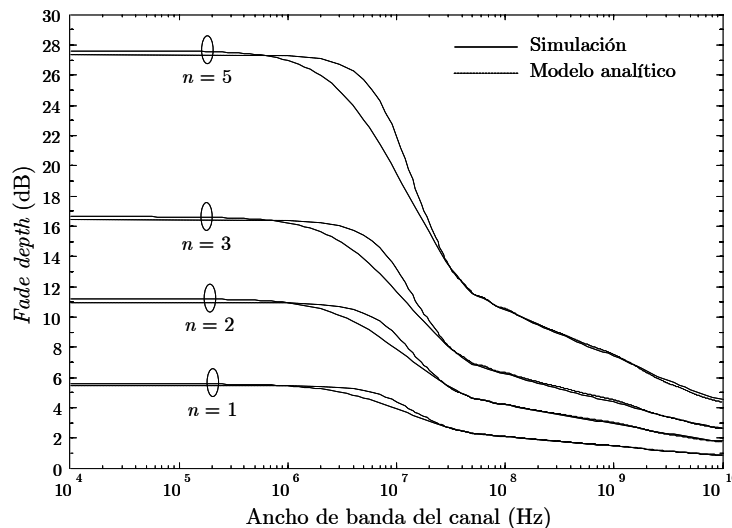


FIGURA 2.31: Relación entre la profundidad del desvanecimiento y el ancho de banda del canal UWB IEEE 802.15.4a, para varios valores de n .

Se observa que las curvas de simulación y aproximación analítica son similares validando el supuesto de que la potencia en un ancho de banda, Δf , se puede aproximar por una VA con distribución Gamma.

Los resultados también muestran que en canales con anchos de banda Δf menores que 1 MHz, la profundidad de desvanecimiento es aproximadamente constante (5,5 dB para $n = 1$) como corresponde a un canal de banda estrecha (*narrowband*) sin ganancia por diversidad en frecuencia. Se observa igualmente que el *fade depth*, F_{ns} , converge de forma asintótica desde aproximadamente 2 GHz (0,8 dB para $n = 1$).

El error máximo entre la simulación y los resultados analíticos es de aproximadamente 0,45 dB con $n = 1$, para un ancho de banda $\Delta f = 8$ MHz.

Se observa en (2.119) que el argumento de la función seno del denominador dado por $u = \pi\Delta f \left[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n}) \right]$ relaciona el retardo temporal de cada una de las contribuciones del canal con el ancho de banda Δf , lo que permite definir dos valores asintóticos de la $m_{\Delta f}$ del canal, como

Caso 1: Para valores reducidos de u , el argumento de la función decrece. La función seno se puede aproximar por su argumento, resultando

$$m_{\Delta f_i} \simeq \frac{\left(\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \right)^2}{\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \frac{\Omega_{k,l}^2}{m_{k,l}} + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{n=1 \\ (l,k) \neq (n,m)}}^{L_r} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \Omega_{m,n}}. \quad (2.124)$$

En este caso, la profundidad del desvanecimiento, puede ser aproximada como

$$F_{ns_i} \simeq \frac{10n}{\ln(10)} \sqrt{\frac{1}{m_{\Delta f_i}} + \frac{1}{2m_{\Delta f_i}^2} + \frac{1}{6m_{\Delta f_i}^3}}. \quad (2.125)$$

Empleando la aproximación (2.125) se obtiene un límite superior para un ancho de banda Δf , con un error menor del 5 % en función de la dispersión temporal, σ_τ , como

$$B_{\Delta f_i} \text{ (GHz)} \simeq \frac{0,106}{\sigma_\tau \text{ (ns)}}. \quad (2.126)$$

Caso 2: Para valores elevados de u , el parámetro $m_{\Delta f}$ se aproxima por

$$m_{\Delta f_h} \simeq \frac{\left(\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \right)^2}{\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \frac{\Omega_{k,l}^2}{m_{k,l}}}. \quad (2.127)$$

Se observa que (2.127) coincide con [Nak60, (80)]. En este caso, la profundidad del desvanecimiento puede ser aproximada como

$$F_{n\sigma_h} \simeq \frac{10n}{\ln(10)} \sqrt{\frac{1}{m_{\Delta f_h}} + \frac{1}{2m_{\Delta f_h}^2} + \frac{1}{6m_{\Delta f_h}^3}}. \quad (2.128)$$

El límite inferior del ancho de banda, con un error menor del 5 %, utilizando (2.128), puede ser calculado mediante simulación como

$$B_{\Delta f_i} (\text{GHz}) \simeq \frac{185}{\sigma_\tau (\text{ns})}. \quad (2.129)$$

2.4.2.3 Margen de desvanecimiento (*fade margin*)

Una forma de minimizar el efecto de degradación de la calidad del enlace inalámbrico debido a la disminución en la potencia de la señal en el receptor, consiste en suministrar potencia adicional (*fade margin*) permitiendo alcanzar el nivel que previamente ha sido calculado (*link budget*) en función de un umbral de rendimiento previamente definido, por ejemplo, una tasa de probabilidad de error de bit (BEP).

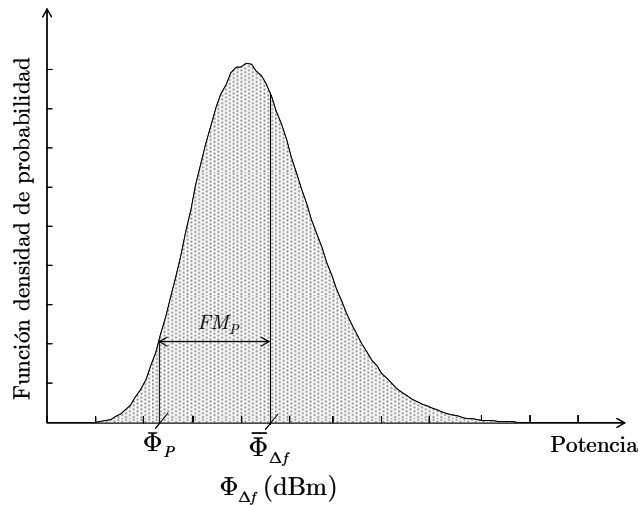


FIGURA 2.32: Principio del margen de desvanecimiento para la variación de la potencia.

Sea $\Phi_{\Delta f}$ el nivel de potencia instantánea en dBm para un cierto ancho de banda Δf . Puesto que $\Phi_{\Delta f}$ experimenta una variación temporal debido al desvanecimiento del canal, se define Φ_P , como la potencia en dBm no superada en el P % del tiempo para un ancho de banda Δf (Fig. 2.32).

El margen de desvanecimiento $FM_P(\text{dB})$ para un ancho de banda Δf , se define como la diferencia entre la potencia media en dBm $E\{\Phi_{\Delta f}(\text{dBm})\}$ y la potencia $\Phi_P(\text{dBm})$ no superada con una probabilidad P . De forma analítica

$$M_P(\text{dB}) = E\{\Phi_{\Delta f}(\text{dBm})\} - \Phi_P(\text{dBm}), \quad (2.130)$$

donde $E\{\Phi(\text{dBm})\}$ se ha calculado en (2.107). El valor no superado con una probabilidad P de la VA Gamma en unidades logarítmicas (dBm) Φ_P , cuya FDP esta dada por (2.103), se puede expresar como $P = \text{Prob}\{\Phi_{\Delta f} \leq \Phi_P\}$.

Por conveniencia matemática se calcula la probabilidad P , empleando la FDP de la VA Gamma en unidades lineales $\Psi_{\Delta f}$, definida en (2.100). En consecuencia

$$P = \text{Prob}\{\Phi_{\Delta f} \leq \Phi_P\} = \text{Prob}\{\Psi_{\Delta f} \leq \Psi_P\} = \int_0^{\Psi_P} f_{\Psi_{\Delta f}}(\Psi_{\Delta f}) d\Psi_{\Delta f}, \quad (2.131)$$

Sustituyendo (2.100) en (2.131), resulta

$$P = \frac{1}{\Gamma(m_{\Delta f})} \left(\frac{m_{\Delta f}}{\Omega_{\Delta f}} \right)^{m_{\Delta f}} \int_0^{\Psi_P} \Psi_{\Delta f}^{m_{\Delta f}-1} \exp\left(-\frac{m_{\Delta f} \Psi_{\Delta f}}{\Omega_{\Delta f}}\right) d\Psi_{\Delta f}, \quad \Psi_{\Delta f} \geq 0, \quad m_{\Delta f} \geq 0,5, \quad (2.132)$$

Resolviendo la integral en (2.132), se obtiene

$$P = 1 - \frac{1}{\Gamma(m_{\Delta f})} \Gamma\left(m_{\Delta f}, \frac{m_{\Delta f}}{\Omega_{\Delta f}} \Psi_P\right), \quad (2.133)$$

donde $\Gamma(\cdot, \cdot)$ representa la función incompleta Gamma [Abr72, (6.5.3)]. Nuestro objetivo es calcular el Ψ_P que se encuentra dentro del argumento de la función Gamma incompleta. Para ello, empleando la relación que existe entre las funciones Gamma incompleta $\Gamma(\cdot, \cdot)$ y Gamma incompleta regularizada $Q(\cdot, \cdot)$ de acuerdo a [Wol09b], como

$$z = Q(a, s) = \frac{\Gamma(a, s)}{\Gamma(a)}, \quad (2.134)$$

donde $a = m_{\Delta f}$, $s = m_{\Delta f}\Psi_p/\Omega_{\Delta f}$, y $z = 1-P$ corresponde a la probabilidad P de la potencia no superada.

Utilizando (2.133), se calcula el valor de Ψ_p empleando la inversa de la Gamma incompleta regularizada Q^{-1} y definida en [Wol09c], como

$$z = Q(a, s)/; \rightarrow s = Q^{-1}(a, z). \quad (2.135)$$

Realizando operaciones según (2.135), la potencia no superada con una probabilidad P representada por Ψ_p , viene dada por

$$\Psi_p \text{ (mW)} = \frac{\Omega_{\Delta f}}{m_{\Delta f}} Q^{-1}(m_{\Delta f}, 1 - P). \quad (2.136)$$

Para ser consecuentes con (2.130), se expresa (2.136) en unidades logarítmicas, resultando

$$\Phi_p \text{ (dBm)} = 10 \log[\Psi_p \text{ (mW)}] = 10 \log\left[\frac{\Omega_{\Delta f}}{m_{\Delta f}}\right] + 10 \log\left[Q^{-1}(m_{\Delta f}, 1 - P)\right]. \quad (2.137)$$

Finalmente, el margen de desvanecimiento de acuerdo a (2.130) teniendo en cuenta las expresiones calculadas en (2.107) y (2.137), se expresa como

$$FM_p \text{ (dB)} = \frac{10}{\ln(10)} \psi(m_{\Delta f}) - 10 \log\left[Q^{-1}(m_{\Delta f}, 1 - P)\right], \quad (2.138)$$

donde $m_{\Delta f}$ esta definida en (2.119). Observe que el margen de desvanecimiento (*fade margin*) calculado con (2.138) y la profundidad de desvanecimiento (*fade depth*) con (2.120) sólo están en función del parámetro de forma de la distribución $m_{\Delta f}$, y son independientes de la potencia media $\Omega_{\Delta f}$ y de la fase del canal $\varphi_{k,l} = 2\pi f_c \tau_{k,l}$.

Para valores de P próximos a 0 la función Gamma incompleta regularizada Q^{-1} , según [Wol09d] se expresa de forma asintótica. Entonces, el margen de desvanecimiento calculado en (2.138), viene dado por

$$FM_p \text{ (dB)}_{P \rightarrow 0} \cong \frac{10\psi(m_{\Delta f})}{\ln(10)} - 10 \log \left\{ \omega^1 + \frac{\omega^2}{(m_{\Delta f} + 1)} + \frac{(3m_{\Delta f} + 5)\omega^3}{2(m_{\Delta f} + 1)^2(m_{\Delta f} + 2)} \right. \\ \left. + \frac{[m_{\Delta f}(8m_{\Delta f} + 33) + 31]\omega^4}{3(m_{\Delta f} + 1)^3(m_{\Delta f} + 2)(m_{\Delta f} + 3)} + \dots \right\}, \quad (2.139)$$

donde $\omega = [\Gamma(m_{\Delta f} + 1)P]^{1/m_{\Delta f}}$. El error en la expresión aproximada dada por (2.139) crece con $m_{\Delta f}$, si se define un error relativo del 1 % entre la expresión exacta para el margen del desvanecimiento dada en (2.138) y la aproximación por (2.139), y evaluando con 6 términos de la suma para una probabilidad $P = 1\%$ y $0,1\%$, el máximo valor para $m_{\Delta f} = 9,9$ y $m_{\Delta f} = 15,6$ respectivamente.

Se muestra en la Fig. 2.33, el error relativo entre (2.138) y (2.139) en función de $m_{\Delta f}$, tomando 4, 5 y 6 términos de la suma.

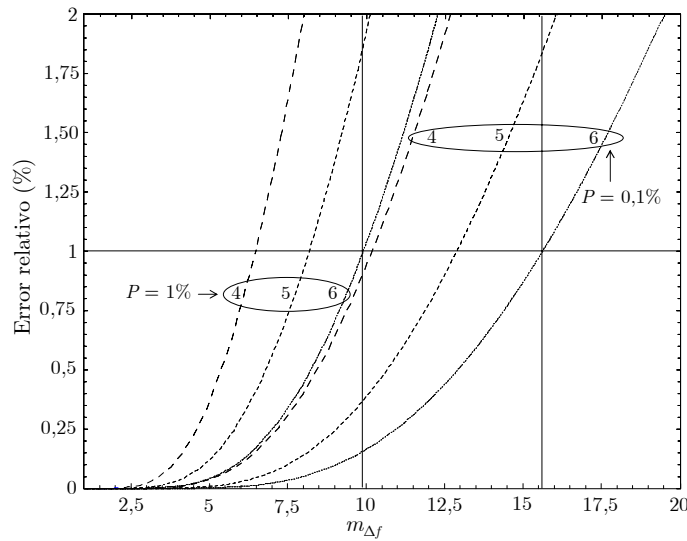


FIGURA 2.33: Error relativo de la expresión exacta en función del parámetro de forma $m_{\Delta f}$

La Fig. 2.34 muestra la comparación del margen de desvanecimiento entre los datos simulados y la expresión analítica dada por (2.138) en función del ancho de banda para el canal UWB 802.15.4a, y las probabilidades $P = 5\%$, 10% y 20% . Observe que el margen de desvanecimiento para anchos de banda $\Delta f = 1$ MHz, es aproximadamente constante, y la diferencia para éste Δf , entre la simulación y la aproximación es aproximadamente $0,05$ dB para $P = 20\%$, y 10% , y $0,25$ dB para $P = 5\%$.

Una diferencia máxima de 1 dB y $0,5$ dB entre la aproximación Gamma y la simulación fue encontrada para $\Delta f = 8$ MHz, para $P = 5\%$, y $P = 10\%$, respectivamente. Como era de esperar un incremento en el ancho de banda de la señal produce una menor variación del margen de desvanecimiento.

Las simulaciones se realizaron empleando el método de Monte Carlo para cada uno de los recintos considerados (residencial interior y exterior). Todos los parámetros fueron tomados de la tabla 2.4 correspondiente al modelo de canal UWB propuesto por el IEEE 802.15.4a.

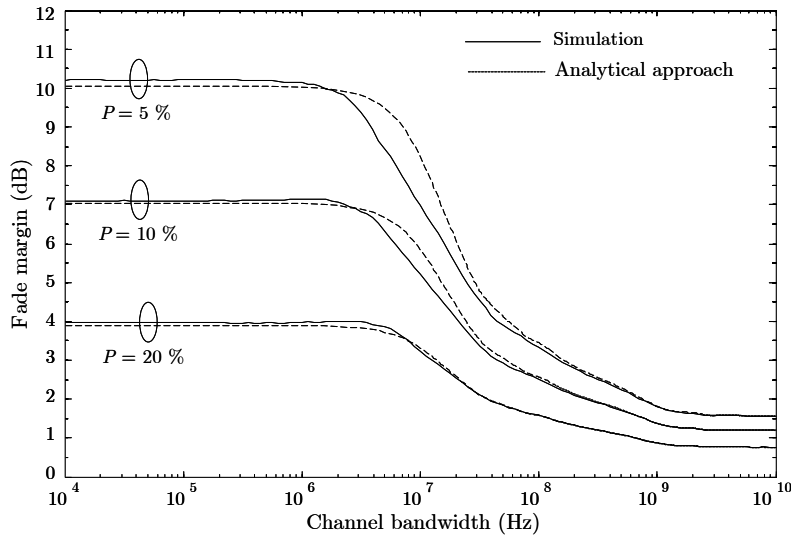


Figura 2.34: Relación entre el margen de desvanecimiento y el ancho de banda del canal UWB IEEE 802.15.4a.

Cabe concluir del análisis de la variación de potencia en el canal UWB en función del ancho de banda que la profundidad del desvanecimiento en los canales de banda ultra ancha es menor (0,8 dB para $n = 1$) que el observado en los canales de banda estrecha (5,5 dB para $n = 1$). Este resultado confirma que los canales UWB son menos sensibles al desvanecimiento originado por la propagación multitrayecto.

En este mismo sentido, se observa que los sistemas que transmiten sobre canales UWB presentan un menor margen de desvanecimiento que el ofrecido por los canales de banda estrecha, en consecuencia los sistemas que emplean canales de banda ultra ancha requieren menor potencia en el transmisor, tal como sucede en los sistemas que emplean MB-OFDM UWB.

2.5 Resumen del capítulo

Este capítulo comienza con una revisión detallada de la evolución histórica de las señales de banda ultra ancha y su comparación con las señales de banda estrecha y banda ancha. Posteriormente se realiza un análisis cualitativo y cuantitativo del canal UWB en recintos de interior, con el fin de determinar su comportamiento en tiempo y frecuencia, lo que permite establecer diferencias con los canales de banda estrecha, especialmente en lo que tiene que ver con la estadística de distribución que sigue el módulo de la envolvente compleja del canal UWB.

A partir de la respuesta al impulso del canal UWB definida en las propuestas IEEE 802.15.3a y IEEE 802.15.4a, se calcula la función de transferencia del canal. El objetivo de este análisis consiste en establecer la distribución que sigue la amplitud de la respuesta en frecuencia de cada una de las subportadoras cuando se emplea transmisión OFDM en canales UWB. A partir del análisis se concluye que la amplitud de la respuesta en frecuencia para cada una de las subportadoras se puede aproximar por una variable aleatoria que sigue una distribución Nakagami- m . Conociendo la estadística de distribución se procede a determinar los dos parámetros que caracterizan la estadística Nakagami, los cuales a su vez permiten el cálculo en frecuencia del coeficiente de correlación en potencia entre un par de subportadoras, paso fundamental para estimar el canal y necesario cuando se realice el análisis de las prestaciones que se obtienen con el empleo de la modulación adaptativa con transmisión MB-OFDM UWB.

Finalmente, en este capítulo se demuestra a partir del análisis de la variación de la potencia en el canal UWB en función del ancho de banda, que los canales de banda estrecha presentan una mayor profundidad de desvanecimiento (*fade depth*) que los canales de banda ultra ancha, validando la característica ofrecida por los canales UWB de que son menos sensibles al desvanecimiento (*fading*) generado por el efecto multitrayecto.

Referencias

- [Abr72] M. Abramowitz, I.A., Stegun. *Handbook of Mathematical Functions; with Formulas, Graphs and Mathematical Tables*. New York: Dover, 1972.
- [Alo00] M-S. Alouini, A. J. Goldsmith, “Adaptive modulation over Nakagami fading channels,” *Kluwer Wireless Personal Comm.*, vol, 13, 119–143, May. 2000.
- [Bar01] T.W. Barrett, “History of ultra wideband communications and radar Part I, UWB Communications,” *Microwave Journal*, pp. 23-24, Jan. 2001.
- [Bat04] A. Batra, J. Balakrishnan, G. R. Aiello, J. R, Foerster, and A. Dabak, “Design of a multiband OFDM system for realistic UWB channel environments,” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 52, no. 9, pp. 2123-2138, Sept. 2004.
- [Bel63] P.A. Bello. “Characterization of randomly time variant linear channels,” *IEEE Trans. Commun. Syst.* vol. 11, pp. 360–393. Dec. 1963.
- [Cas04] D. Cassioli, M.Z. Win, A. F. Molisch, “The ultra-wide bandwidth indoor channel: from statistical model to simulations,” *IEEE J. Select. Areas. Commun.* vol. 20, no. 6, pp. 1247-1257, Aug. 2002.
- [Cho05] C.C. Chong, S.K. Yong, “A generic statistical based UWB channel model for high rise apartments,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 53, no. 8, pp. 2389-2399. Aug. 2005
- [Dia07] A. Díaz, A.P. García, L. Rubio, "Time dispersion characterization for UWB mobile radio channels between 3.1 and 10.6 GHz," *IEEE Proc. Int. Symp. Antennas and Propagation Society*, Hawaii, USA, June, 2007.
- [Don06] B.M. Donlan, D.R. McKinstry, R.M. Buehrer, “The UWB indoor channel: large and small scale modeling,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 5, no. 10, pp. 2863-2873. Oct. 2006.
- [ECM08] European Computer Manufacturers Association, “High rate ultra wideband PHY and MAC standard,”
<http://www.ecma-international.org/publications/files/ECMA-ST/ECMA-368.pdf>, 3rd Edition, Dec. 2008. Revisado: 30/01/2009
- [FCC02] Federal Communications Commission, “Revision of Part 15 of the commission’s rules regarding ultra-wideband transmission systems, first report and order,” ET-Docket 98-153, FCC, Washington, DC, Feb. 2002.
- [Far05] N. Faranak, *Ultra-Wideband Communications: Fundamentals and Applications*, Prentice Hall. Aug, 2005

- [Flo98] S. Flores, *Caracterización del Canal Radio Móvil en el Interior de Edificios con Múltiples Plantas Mediante Técnicas de Lanzado de Rayos*. Tesis Doctoral: Universidad Politécnica de Valencia, 1998.
- [Fle96] B.H. Fleury., “An uncertainty relation for WSS processes and its application to WSSUS systems,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 44, no. 12, pp. 1632-1634. Dec. 1996.
- [Foe03] J. R. Foerster *et al.*, “Channel modeling sub-committee final report,” IEEE P802.15 Working Group for Wireless Personal Area Networks (WPANs). IEEE P802.15-04/49r1-SG3a, Feb. 2003.
- [Fon03] R.J. Fontana, *A brief history of UWB communications*, Multispectral Solutions Inc. September 2003.
- [Gha04] M. Ghavami, R. Kohno, L.B. Michael, *Ultra-wideband signal and systems in communications engineering*. London, UK: Wiley & Sons, Ltd., 2004.
- [Gra07] I.S. Gradshteyn and I.M. Ryzhik, *Tables of Integrals, Series and Products*. Nueva York: Academic, 2007.
- [Han04] L. Hanzo, M. Munster, B.J. Choi, and T. Keller, *OFDM and MC-CDMA for Broadband Multi-User Communications, WLANs and Broadcasting*, Chichester, West Sussex: John Wiley & Sons, 2004
- [Has93] H. Hashemi, “Impulse response modeling of indoor radio propagation channels,” *IEEE J. Select Areas Commun.*, vol. 11, no. 7, pp. 967–978, Sep. 1993.
- [ISO/IEC] Standard Available in:
http://www.iso.org/iso/iso_catalogue/catalogue_tc/catalogue_detail.htm?cnumber=43900, Revisado: 30/01/2009
- [Lee98] W.C.Y. Lee., *Mobile Communications Engineering: Theory and Applications* McGraw-Hill Publications, New York, 1998.
- [Liu04] Y. Liuqing, G.B. Giannakis, “Ultra-wideband communications: an idea whose time has come,” *IEEE Signal Processing Mag.*, vol. 21, no. 6 pp. 26-54, Nov. 2004.
- [Llan09] G. Llano, J. Reig, and L. Rubio, “The UWB-OFDM channel analysis in Frequency,” *IEEE 69th Vehicular Technology Conference: VTC2009-Spring* 26–29 April 2009, Barcelona, Spain.
- [Llan09a] G. Llano, J. Reig, L. Rubio and A. P. García, “Ultra-wideband frequency analysis: measurement and modeling,” *iTEAM Magazine* (Institute of Telecommunications and Multimedia Applications). Dec, 2009. Spain.

- [Mal07] W. Q. Malik, B. Allen, and D.J. Edwards, "Impact of bandwidth on small scale fade depth," *Proc. IEEE GLOBECOM 2007*, pp. 3837-3841.
- [Mal08] W.Q. Malik, B. Allen, and D.J. Edwards, "Bandwidth dependent modeling of small scale fade depth in wireless channels," *IET Microw. Antennas. Propag.*, vol. 2, no. 6, pp. 519-528, 2008
- [Man03] K. Mandke, H. Nam, L. Yerramneni, C. Zuniga, T.S. Rappaport, "The evolution of ultra-wideband radio for wireless personal area networks," *High Frequency Electronics*, pp. 22-30, Sept. 2003.
- [Mol05] A.F. Molish *et al.*, "IEEE 802.15.4a channel model final report," Tech. Rep., Document IEEE 802.15-04-0662-00-004a, 2005.
- [Mol03] A.F. Molisch, J.R. Foerster, and M. Perdergrass, "Channel models for Ultra-wideband personal area networks," *IEEE Wireless Commun.* pp. 14-21 Dec. 2003.
- [Nak60] M. Nakagami, "The m -distribution, a general formula of intensity distribution of rapid fading," in *Statistical Methods of Radio Wave Propagation*, W. G. Hoffinan, Ed. Oxford, England: Pergamon 1960.
- [Opp05] I. Oppermann, M. Hämäläinen, J. Linatti, *Ultra-wideband Theory and Applications*. John Wiley & Sons, Ltd., 2005.
- [Par00] J.D. Parsons. *The Mobile Radio Propagation Channel*, 2nd Ed. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd., 2000.
- [Pap02] A. Papoulis and S. Unnikrishna. *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. 4th ed. New York: McGraw-Hill, 2002.
- [Pee01] P.Z. Peebles, Jr, *Probability, Random Variables and Random Signal Principles*. 4th ed. New York: McGraw-Hill, 2001.
- [Pro95] J. G. Proakis, *Digital Communications*, McGraw-Hill, New York, 1995.
- [Ram07] F. Ramirez, "Quantifying the degradation of combined MUI and multipath effects in impulse-radio UWB," *IEEE Trans. on Wireless Commun.*, vol. 6, no. 8, pp. 2831-2836, Aug 2007.
- [Rap96] T.S. Rappaport, *Wireless Communications Principles and Practice*, Prentice Hall, Inc, New Jersey 1996.
- [Rei00] J. Reig, *Análisis de Interferencias en Sistemas Celulares con Estadísticas Nakagami-m*. Tesis doctoral: Universidad Politécnica de Valencia, 2000.
- [Roy04] S. Roy, J.R. Foerster, V.S. Somayazulu, D.G. Leeper, "Ultra-wideband radio design: the promise of high-speed, short range wireless connectivity," *Proc. IEEE*, vol. 92, no. 2, pp. 295-297, Feb 2004.

- [Rub03] L. Rubio, *Técnicas de Ecuación Adaptativa en Comunicaciones móviles Basadas en Estimación y Seguimiento del canal*. Tesis doctoral: Universidad Politécnica de Valencia, 2003
- [Sal87] A.M. Saleh and R. Valenzuela, "A statistical model for indoor multipath propagation," *IEEE J. Select Areas Commun.*, vol. 2, pp.128-137, Feb. 1987.
- [She06] X. Shen, M. Guizzani, R.C. Qiu, T. Le-Ngoc, *Ultra-wideband wireless communications and networks*, London, UK: Wiley & Sons, Ltd., 2006.
- [Sch05] R.A. Scholtz, W. Nangoong, D.M. Pozar, "Ultra-Wideband radio," *EURASIP journal on applied signal processing*, 2005, pp. 252-272.
- [Sim83] H. Simon, *Communications Systems*, John Wiley & Sons, New York, 1983.
- [Skl04] B. Sklar, *Digital Communications: Fundamentals and Applications*, Prentice-Hall, Inc. New Jersey 2004.
- [Tur56] G. L. Turin, "Communication through noisy, random-multipath channels," *in 1956 IRE Convention Record*, part 4, pp. 154-166.
- [Wol09] WolframMathworld. (2009, Feb). [Online]. Available: <http://functions.wolfram.com/10.02.07.0001.01> (Last access, 15/02/2009)
- [Wol09a] WolframMathworld. (2009, Feb). [Online]. Available: <http://functions.wolfram.com/10.02.03.0029.01> (Last access, 15/02/2009)
- [Wol09b] WolframMathworld. (2009, Feb). [Online]. Available: <http://functions.wolfram.com/06.08.02.0001.01> (Last access, 15/02/2009)
- [Wol09c] WolframMathworld. (2009, Feb). [Online]. Available: <http://functions.wolfram.com/06.12.02.0001.01> (Last access, 15/02/2009)
- [Wol09d] WolframMathworld. (2009, Feb). [Online]. Available: <http://functions.wolfram.com/06.12.06.0007.01> (Last access, 15/02/2009)
- [Yac93] M.D. Yacoub., *Foundations of Mobile Radio Engineering*, CRC, 1993.
- [Zhu03] W. Zhuang, X.S. Shen, Q. Bi "Ultra-wideband wireless communications," *Wirel. Commun. Mob. Comput.* 2003. 3:663-685 (DOI: 10.1002/wcm.149)

CAPÍTULO 3

Modulación adaptativa con transmisión MB-OFDM sobre UWB

3.1 Introducción a MB-OFDM UWB

OFDM es un tipo de transmisión multiportadora que divide la información serie en flujos paralelos de menor velocidad, y todo el ancho de banda del canal W entre N subbandas separadas en frecuencia $\Delta f = W/N$, y donde a cada una de ellas se le asocia una subportadora f_i , que se modula de acuerdo a un esquema de modulación digital lineal multinivel tipo M -PSK (*M-ary Phase Shift Keying*) o M -QAM (*M-ary Quadrature Amplitude Modulation*). En este sentido OFDM es similar a los sistemas de transmisión convencional que utilizan multiplexión por división en frecuencia (FDM, *Frequency Division Multiplexing*), con la diferencia de que OFDM permite el solapamiento en frecuencia de las subbandas adyacentes (por la ortogonalidad de las subportadoras en el tiempo) logrando una mayor eficiencia espectral comparada con FDM, donde el solapamiento entre subportadoras no se permite y emplea intervalos de guarda (Fig. 3.1).

OFDM es especialmente atractivo para transmitir información en canales móviles inalámbricos, donde, debido a la propagación multicamino se generan entre otros efectos: **a)** *desvanecimiento selectivo en frecuencia*, **b)** *interferencia entre símbolos* (IES).

Dividir el canal en subcanales de menor ancho de banda resuelve el primer inconveniente. Transmitir a tasas de símbolo, R_s , reducidas por subportadora, origina que el periodo de símbolo, T_s , por subcanal y por símbolo OFDM sea mayor que el ensanchamiento temporal del canal dando solución al segundo.

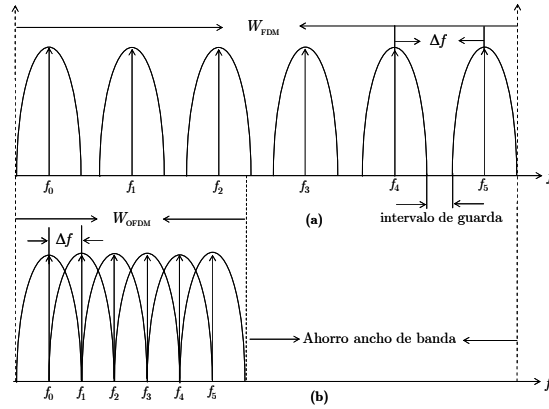


FIGURA 3.1: Transmisión multiportadora (a) convencional, (b) ortogonal

Al dividir la información en flujos paralelos, la tasa binaria de transmisión por subportadora, $R_s = \log_2(m_i)/NT_s$, se reduce en un factor igual al número de subcanales generados N , donde $m_i = 2^{b_i}$ es el símbolo complejo transmitido en la i -ésima subportadora, b_i los bits por símbolo, $i = (0, 1, \dots, N-1)$ el índice de las subportadoras y N el número total de ellas. Igualmente, se aumenta en el mismo factor N el periodo de símbolo por subportadora T_s , con respecto al *delay spread*, σ_τ , obteniendo una comunicación menos sensible a la IES [Han04].

Debido al incremento de T_s , el ancho de banda por subcanal $\Delta f = (1+\beta)/T_s$ para un filtro de coseno alzado con factor de *roll-off*, β , empieza a ser menor comparado con el ancho de banda de coherencia B_C del canal. Por tanto, para cada uno de los subcanales, su respuesta en frecuencia $H(f)$ permanece constante durante el periodo de símbolo T_s ; es decir, los subcanales presentan desvanecimiento plano y no son selectivos en frecuencia.

Aunque OFDM es considerada un caso particular de FDM, es importante conocer sus diferencias. En FDM los flujos de datos se originan en fuentes diferentes, por lo que cada una de las subportadoras puede ser modulada con un formato analógico y/o digital. En consecuencia no se requiere en el receptor sincronización temporal para recuperación de la señal total (por ser flujos independientes, sólo requiere sintonización a nivel de subcanal, y se logra con osciladores locales sintonizados a la frecuencia portadora de cada subbanda) basta con tener filtros (igual al número de subportadoras) pasobanda sintonizados a la frecuencia de portadora, con sus respectivos demoduladores coherentes para extraer la información (como sucede en los sistemas radio *broadcasting* convencionales AM o FM).

En OFDM la información proviene de una o varias fuentes, y utiliza sólo modulación digital para cada una de las subportadoras facilitando la sincronización en tiempo y frecuencia. Para la recuperación de la información en el receptor, no es necesario tener filtros y demoduladores sintonizados a la frecuencia de las subportadoras. Esta fase se reemplaza por la transformada discreta de Fourier (DFT, *Discrete Fourier Transform*), con lo cual se reduce la implementación del sistema OFDM comparado con el banco de filtros y demoduladores coherentes utilizados en FDM. En OFDM se utilizan los algoritmos IFFT y FFT que permiten la implementación mediante DSP (*Digital Signal Processor*) de la IDFT y DFT respectivamente [Schu05].

En FDM a las frecuencias centrales de cada una de las subbandas se les asigna cualquier valor de frecuencia dentro todo el ancho de banda definido para el canal; es decir, no existe relación matemática alguna entre las distintas frecuencias centrales asignada a las subportadoras. En OFDM cada una de las subportadoras en un periodo de símbolo, T_{SYM} , presenta un número entero de ciclos que difiere exactamente en uno entre las subportadoras adyacentes. De esta manera, se garantiza la ortogonalidad temporal de las mismas y permite el solapamiento en frecuencia de las subbandas.

3.1.1 Ortogonalidad en OFDM

OFDM es más eficiente en la utilización del espectro electromagnético con respecto a otras tecnologías multiportadora, puesto que su diseño define que las subportadoras en el tiempo sean ortogonales, lo que permite que en frecuencia las subbandas adyacentes se puedan solapar con el correspondiente ahorro de ancho de banda (Fig. 3.1).

La ortogonalidad es un concepto matemático que se extrapola al dominio de las señales, y establece que si el producto escalar entre dos señales deterministas es nulo, entonces son ortogonales (si además, su norma es igual a uno, son ortonormales) o cuando el producto de las señales integradas sobre un periodo T es igual a cero. Sean $\phi_i(t)$ y $\phi_j(t)$ dos señales deterministas, la ortogonalidad se expresa como

$$\langle \phi_i(t), \phi_j(t) \rangle = \int_0^T \phi_i(t) \phi_j^*(t) dt = \begin{cases} 0, & \forall i \neq j, \\ T, & i = j, \end{cases} \quad (3.1)$$

donde $(\cdot)^*$ representa el conjugado complejo. Para cuando las señales $\phi_i(t)$ y $\phi_j(t)$, son senoidales, entonces

$$\int_0^T [\exp(j2\pi f_i t)] [\exp(j2\pi f_j t)]^* dt = \int_0^T \exp[j2\pi (f_i - f_j) t] dt = \begin{cases} 0, & \forall i \neq j. \\ T, & i = j. \end{cases} \quad (3.2)$$

Si ϕ_i y ϕ_j son dos señales aleatorias, entonces, $\Phi_i(t)$ y $\Phi_j(t)$, serán dos procesos estocásticos, y por tanto la ortogonalidad debe evaluarse a partir de su función de correlación cruzada (similitud de las señales desplazando una de ellas en el tiempo). El desplazamiento temporal τ es arbitrario y corresponde a la variable independiente de la función de correlación, que se expresa de acuerdo a [Pap02]

$$R_{\Phi_i, \Phi_j}(t_i, t_j) = E \{ \Phi(t_i) \Phi(t_j) \} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_i \phi_j f_{\Phi_i, \Phi_j}(\phi_i, \phi_j) d\phi_i d\phi_j, \quad (3.3)$$

donde $E\{\cdot\}$ es el operador esperanza estadística y $f_{\Phi_i, \Phi_j}(\phi_i, \phi_j)$ es la función densidad de probabilidad (FDP) conjunta de $\Phi_i(t)$ y $\Phi_j(t)$. Si los procesos son estacionarios en sentido amplio (WSS, *Wide Sense Stationary*) [Pap02], entonces su función de correlación cruzada definida en (3.3) va a depender sólo de la diferencia de tiempo $\tau = t_j - t_i$. En consecuencia (3.3) se expresa como

$$R_{\Phi_i, \Phi_j}(t_i, t_j) = R_{\Phi_i, \Phi_j}(\tau) = E \{ \Phi(t_i) \Phi(t_i + \tau) \}. \quad (3.4)$$

Cuando $R_{\Phi_i, \Phi_j}(\tau) = 0$ los procesos son ortogonales e incorrelados. La Fig. 3.2(a), muestra cuatro subportadoras ortogonales en el tiempo, cada subportadora tiene un número entero de ciclos dentro del periodo de símbolo, y la diferencia de ciclos entre las subportadoras adyacentes difiere en uno.

La Fig. 3.2 (b) muestra los espectros de las señales (asumiendo *off-set* = 0). El valor máximo de cada una de las subportadoras se corresponde con el nulo de las otras, y por tanto no se presenta interferencia entre subbandas adyacentes aunque haya solapamiento entre ellas. Cuando el receptor muestrea cada una de las subbandas a su frecuencia de portadora f_i , la única energía presente va a corresponder a la señal deseada más el ruido presente en el canal.

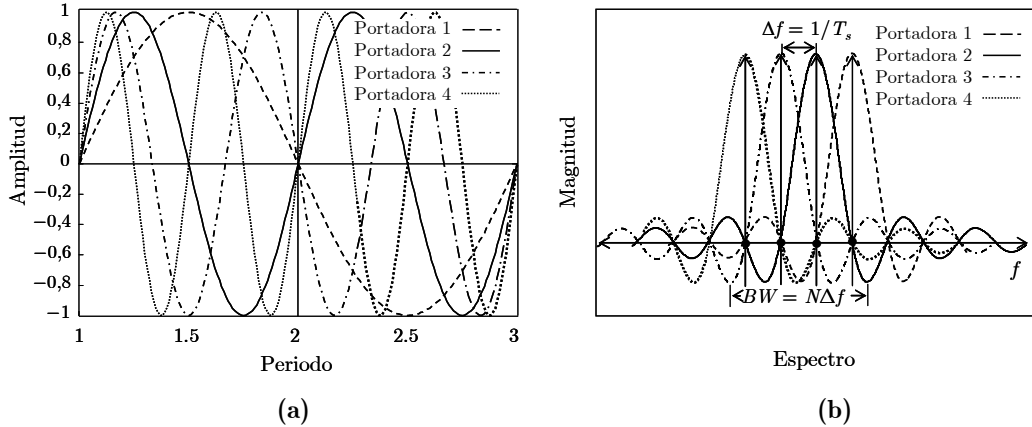


FIGURA 3.2: (a) Cuatro subportadoras ortogonales en tiempo. (b) Espectro

3.1.2 El transmisor MB-OFDM

En la propuesta MB-OFDM UWB, el espectro disponible de 7,5 GHz se divide en 14 subbandas de 528 MHz, agrupadas en seis grupos de bandas que definen su modo de operación (modo 1, ..., modo 6). Los primeros cuatro grupos contienen tres subbandas, el quinto dos, y el sexto grupo aparece conformado por las subbandas 9, 10 y 11 [ECM08]. La Fig. 3.3, muestra la división del espectro UWB de acuerdo a la asignación de los grupos de bandas.

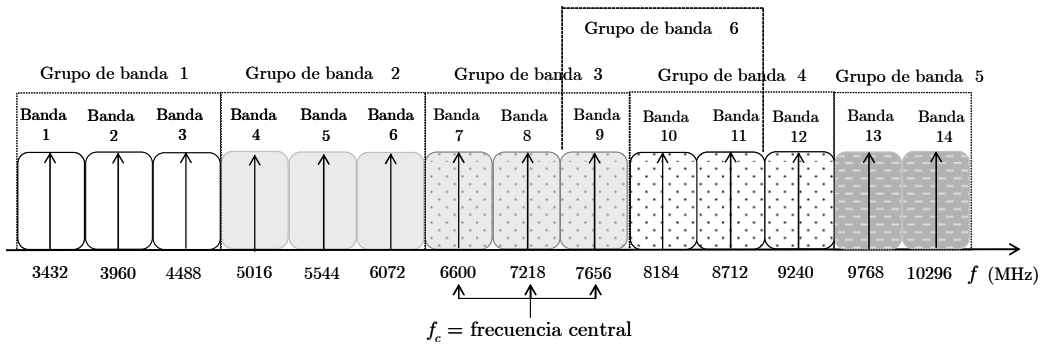


FIGURA 3.3: División del espectro de UWB desde 3,1 GHz a 10,6 GHz en 14 grupos de subbandas de 528 MHz cada una, para la transmisión MB-OFDM UWB.

A la fecha de certificación de la propuesta (19 de marzo de 2007) es obligatoria la implementación del modo 1 (tres primeras subbandas de menor frecuencia, definidas en el rango 3168 MHz a 4752 MHz) en MB-OFDM UWB.

Cada una de las subbandas se divide entre 128 subportadoras con una separación $\Delta f = 4,125$ MHz [ECM08], [Bat04]. (Fig. 3.4)

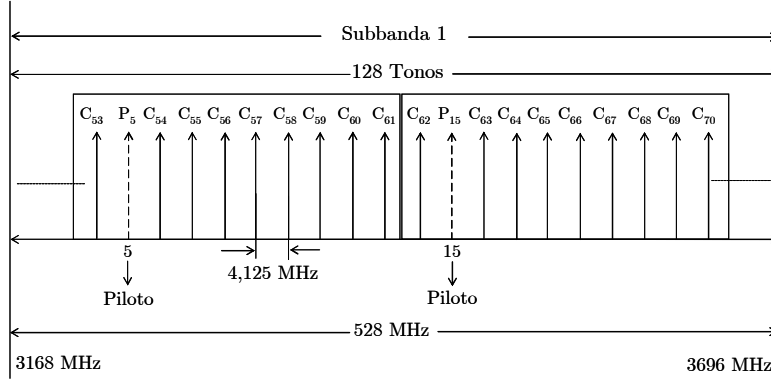


FIGURA 3.4: 128 subportadoras en la subbanda 1 en el grupo 1 en MB-OFDM UWB

En MB-OFDM UWB cada una de las 128 subportadoras de las 14 subbandas consiste en una senoide o tono con frecuencia de portadora f_i , que es un múltiplo entero de la frecuencia central f_c de la subbanda. La f_c para cada una de las subbandas, de acuerdo a la propuesta [ECM08], [Bat04], viene dada por

$$f_c = (2904 + 528) \times n_{sb}, \quad n_{sb} = 1, \dots, 14, \quad (3.5)$$

donde n_{sb} define el número de la subbanda. La frecuencia f_i asignada a cada una de las subportadoras de una subbanda específica, se calcula a partir de

$$f_i = f_c + \left(i - \frac{N}{2}\right) \Delta f, \quad i = 0, \dots, N - 1. \quad (3.6)$$

La Fig. 3.5, muestra la simulación de la densidad espectral de potencia de las 128 subportadoras en frecuencia para una subbanda en dBm/MHz.

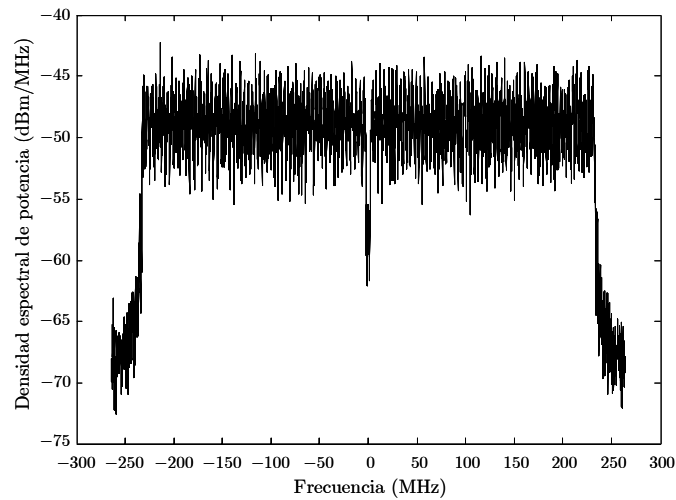


FIGURA 3.5: Espectro de un símbolo en MB-OFDM UWB

La arquitectura de MB-OFDM UWB es similar a la OFDM convencional. Sin embargo se diferencian en la forma en que transmiten los símbolos. En MB-OFDM UWB se pueden transmitir en una única subbanda o realizando saltos (*hopping*) entre subbandas de un mismo grupo. La selección de cada una de las subbandas y el esquema de transmisión se establece mediante un código tiempo-frecuencia (TFC, *Time – Frequency Code*).

Los códigos TFC permiten transmitir los símbolos duplicándolos, bien sea, en una subbanda o en las tres subbandas del mismo grupo, obteniendo diversidad en frecuencia, además de capacidad de acceso múltiple. La Fig. 3.6 muestra un ejemplo del modo de transmisión para la subbanda 1, empleando el código TFC $\{1, 3, 2, 1, 3, 2, \dots\}$. El estándar define tres tipos de TFC, estableciendo los siguientes mecanismos de transmisión [ECM08].

- entrelazado tiempo-frecuencia (TFI, *Time–Frequency Interleaving*): Los símbolos OFDM saltan (*hopping*) sobre tres subbandas de un mismo grupo.
- entrelazado tiempo-frecuencia en dos subbandas (TFI2): Los símbolos saltan sobre dos subbandas de un mismo grupo, según un TFC específico.
- entrelazado de frecuencia fija (FFI, *Fixed Frequency Interleaving*): Los símbolos se transmiten dos veces sobre la misma subbanda. No hay salto del símbolo en las subbandas.

El TFI y TFI2 habilitan al sistema para obtener diversidad en frecuencia entre subbandas (intersubbanda) y el FFI diversidad en frecuencia intrasubbanda.

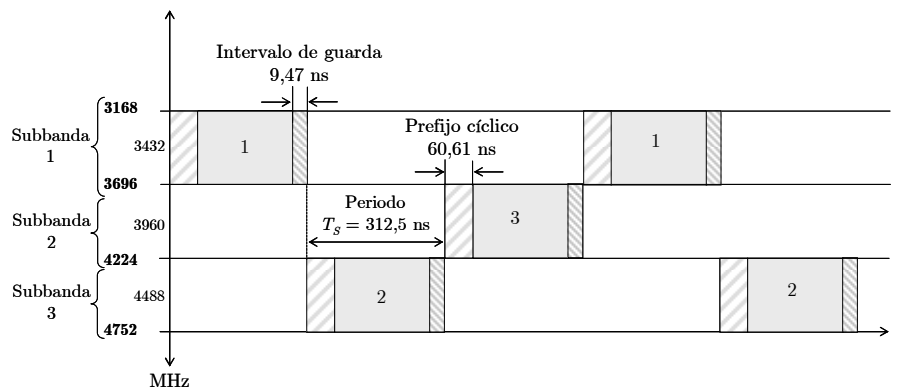


FIGURA 3.6: Código de dispersión tiempo – frecuencia para el modo 1 en MB-OFDM UWB

3.1.2.1 El prefijo cíclico en MB-OFDM

En el análisis de los sistemas de transmisión inalámbricos, cuando una señal se transmite por un canal móvil selectivo en frecuencia existe una alta probabilidad de que se presente IES. En los sistemas de transmisión multiportadora, como MB-OFDM, este efecto de interferencia puede generar la pérdida de ortogonalidad temporal de las subportadoras, originando un efecto de *offset* en frecuencia, lo que puede generar interferencia entre las subportadoras (ICI, *intercarrier interference*) adyacentes. El concepto del prefijo cíclico (CP, *cyclic prefix*) fue introducido para superar este inconveniente en comunicaciones que emplean transmisión multiportadora [Han04]. El empleo del CP consiste en realizar una copia de las muestras finales del símbolo OFDM que son insertadas en su parte inicial. La longitud temporal del CP debe ser mayor que el *delay spread* del canal. En la Fig. 3.7 se muestra el CP definido para MB-OFDM.

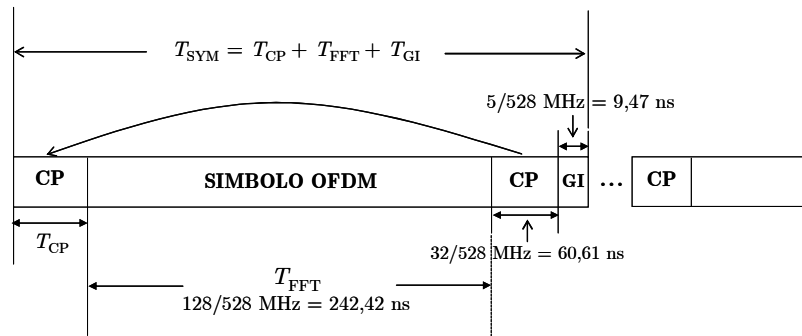


FIGURA 3.7: Prefijo cíclico e intervalo de guarda en MB-OFDM UWB

En MB-OFDM UWB el CP está compuesto por 32 muestras que definen su longitud temporal como $T_{CP} = 60,61 \text{ ns}$ ($T_{CP} = 32/N\Delta f$), donde $N = 128$ subportadoras y $\Delta f = 4,125 \text{ MHz}$. Además se inserta en la parte final de cada símbolo OFDM un intervalo de guarda de 5 muestras y duración $T_{GI} = 9,47 \text{ ns}$. El intervalo de guarda garantiza el tiempo suficiente para que el transmisor y/o receptor puedan conmutar entre las diferentes frecuencias de las subportadoras en las subbandas cuando utilizan los códigos TFI o TFI2.

El prefijo cíclico protege al sistema contra los efectos generados por la propagación multicamino, al incrementar el periodo de símbolo OFDM, T_{SYM} , garantizando que sea mayor que la dispersión temporal (*delay spread*) del canal.

La utilización del CP presenta dos importantes ventajas en la transmisión multiportadora OFDM [Han04].

- (i) Evita completamente la interferencia entre símbolos, debido a que el CP actúa como un intervalo de guarda entre los símbolos consecutivos.
- (ii) Convierte la convolución lineal entre la señal transmitida y la respuesta al impulso del canal en una convolución cíclica. Puesto que la convolución cíclica en el dominio del tiempo corresponde a una multiplicación escalar en frecuencia, la ortogonalidad entre las subportadoras se mantiene, disminuyendo la probabilidad de que se presente interferencia entre las subportadoras (ICI).

Sin embargo las ventajas ofrecidas por el uso del CP generan una menor eficiencia espectral debido al envío de símbolos que no representan información para el receptor. La energía requerida para transmitir el símbolo OFDM se incrementa con la longitud del prefijo cíclico. El incremento de energía se refleja como una SNR de pérdida (SNR_{loss}), se expresa de acuerdo a [Han04] como

$$SNR_{loss} = -10 \log \left(1 - \frac{T_{CP}}{T_{SYM}} \right), \quad (3.7)$$

donde T_{CP} corresponde a la longitud del prefijo cíclico y $T_{SYM} = 312,5$ ns, al periodo del símbolo en MB-OFDM UWB. Para MB-OFDM, $SNR_{loss} = 0,94$ dB.

3.1.2.2 Arquitectura del transmisor MB-OFDM UWB

Como se muestra en la Fig. 3.8, en MB-OFDM UWB la información parte desde una secuencia serie binaria que previamente ha sido codificada e intercalada (*encoder and interleaver*).

Sea $B = \{0, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, \dots, 1, 0\}$ la secuencia de entrada binaria que proviene de un codificador convolucional y de un mezclador de bits (*bit interleaver*). Esta secuencia se divide en N bloques de bits paralelos de tamaño $b_i = \log_2(M_i)$. El número de bits por subportadora b_i se define según el tipo de modulación M_i a emplear.

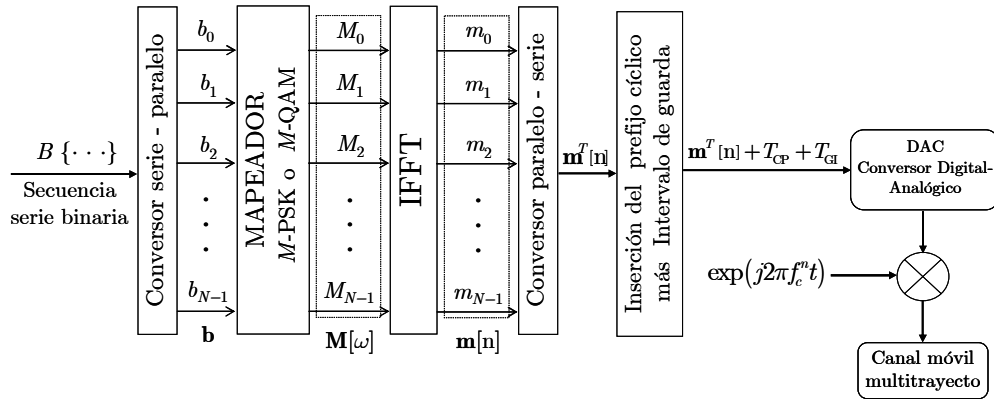


FIGURA 3.8: Diagrama de bloques del transmisor MB-OFDM UWB

Normalmente se emplea un tipo de modulación lineal multinivel m -ary M -PSK o M -QAM. En la propuesta MB-OFDM UWB se definió emplear la modulación fija QPSK con codificación Gray en todas las subportadoras. Se define el vector columna \mathbf{b} de tamaño $(N-1,1)$ como

$$\mathbf{b} = [b_0, b_1, b_2, \dots, b_{N-1}]^T, \quad (3.8)$$

donde el superíndice T indica transposición. Puesto que cada una de las subportadoras sólo transmite un símbolo en el periodo T_s , y empleando QPSK el número de bits y símbolos transmitidos por subportadora viene dado por $b_i = 2$, y $M_i = 1$, respectivamente. Entonces, $b_0 = (0,0)$, $b_1 = (0,1)$, $b_2 = (1,0)$, $b_3 = (1,1), \dots, b_{N-1} = (1,0)$. Cada uno de estos bloques de dos bits modula una a una las $N-1$ subportadoras generando un símbolo complejo de la forma $M_i = c_i + jd_i$, donde c_i y d_i son las componentes en fase y cuadratura respectivamente. Cada sub-símbolo M_i se asocia a la subportadora f_i , generando el vector $\mathbf{M}[\omega]$.

El vector en frecuencia $\mathbf{M}[\omega]$ de tamaño $(N-1,1)$ formado por los $N-1$ sub-símbolos complejos, M_i , donde cada uno de ellos se transmite en la i -ésima subportadora correspondiente al i -ésimo subcanal, se expresa como

$$\mathbf{M}[\omega] = [M_0, M_1, M_2, \dots, M_{N-1}]^T. \quad (3.9)$$

Observe que $\mathbf{M}[\omega]$ se encuentra definido en frecuencia. Por tanto, antes de transmitirse por el canal inalámbrico como un símbolo OFDM debe trasladarse al dominio del tiempo; en consecuencia, se debe realizar la transformada inversa de Fourier (IFFT) al vector (3.9). Sin embargo, si se calcula directamente la IFFT, el vector resultante discretizado en el tiempo (vector de muestras en

tiempo, de tamaño $N-1$), $\mathbf{m}[n]$ sería complejo [Opp89]. La señal que se transmite por el canal inalámbrico es una señal real definida en tiempo, representada por el conjunto de elementos del vector $\mathbf{m}[n]$.

Para generar una señal real OFDM en tiempo, las subportadoras OFDM deben estar definidas como un par complejo conjugado y simétrico alrededor de la frecuencia máxima f_{\max} o de Nyquist [Han04], [Schu05]. Una propiedad básica (simetría) del par de la transformada de Fourier IFFT-FFT, establece que si una señal es compleja y simétrica conjugada (simetría Hermiteana) en el dominio de la frecuencia, entonces su transformada será real en el dominio del tiempo y viceversa [Opp89]. En consecuencia, para obtener el vector de símbolos reales $\mathbf{m}[n]$, se hace uso de esta propiedad.

Antes de calcular la IFFT al vector $\mathbf{M}[\omega]$, se extiende de manera simétrica y conjugada cada uno de sus componentes definida por los símbolos complejos M_i , que provienen de los moduladores M -PSK o M -QAM, generando un nuevo vector de subportadoras conjugadas y simétricas con respecto a la frecuencia máxima $\mathbf{M}^*[\omega]$. Para una señal OFDM real en tiempo el número de subportadoras N , de acuerdo a [Han04] viene dado por

$$N \leq \frac{\text{IFFTsize}}{2} - 2. \quad (3.10)$$

Debido a que la frecuencia máxima o de Nyquist es el punto de simetría, no tiene complejo conjugado y por tanto no se define como un elemento del nuevo vector $\mathbf{M}^*[\omega]$. Por otra parte, la componente DC tampoco tiene complejo conjugado. Entonces, estos dos puntos de la IFFT no forman parte de las subportadoras a utilizar y se suelen definir como nulos.

Sea N el número de subportadoras. De acuerdo a (3.10) el tamaño del vector con simetría *Hermiteana* $\mathbf{M}^*[\omega]$ estará formado por $2N+2$ subportadoras. Normalmente la posición cero corresponde a la componente DC y la posición $N+1$ a la frecuencia máxima. Estos elementos representan subportadoras nulas. Entonces, los $2N$ elementos restantes guardarán la siguiente relación

$$M_{i+1} = M_{2N-1-i}^*, \quad i \in \{0, N-1\}. \quad (3.11)$$

A partir de (3.11) y conociendo el número de subportadoras N , es sencillo definir la posición que tendrá cada una de las subportadoras y su respectiva

compleja conjugada en el vector de frecuencias $\mathbf{M}^*[\omega]$. En consecuencia, el vector simétrico conjugado, al que se le calcula la IFFT, resulta de resolver la ecuación (3.11) para el número de subportadoras N , y viene dado por

$$\mathbf{M}^*[\omega] = [M_0, M_1, \dots, M_{N-3}, M_{N-2}, M_{N-1}, M_N, M_{N-1}^*, M_{N-2}^*, M_{N-3}^*, \dots, M_2^*, M_1^*]^T. \quad (3.12)$$

Llegados a este punto, se garantiza que al realizar la IFFT del vector simétrico complejo conjugado (3.12), el resultado que se obtiene, es un vector real en dominio del tiempo denotado por $\mathbf{m}[n]$, que se expresa como

$$\mathbf{m}[n] = \text{IFFT}\{\mathbf{M}^*[\omega]\} = [m_0, m_1, m_2, \dots, m_{N-1}]^T. \quad (3.13)$$

El vector $\mathbf{m}[n]$ pasa a través de un conversor paralelo-serie, resultando el vector transpuesto $\mathbf{m}^T[n]$. Con el objetivo de que la longitud temporal del símbolo OFDM sea mayor que el ensanchamiento temporal del canal σ_τ , se le añade un prefijo cíclico de duración $T_{\text{CP}} = 60,61$ ns. Para minimizar aún más la posibilidad de interferencia entre símbolos y permitir la conmutación entre las diferentes subbandas pertenecientes a un mismo grupo, se inserta al final del vector temporal definido por $\mathbf{m}^T[n] + T_{\text{CP}}$, un intervalo de guarda de 5 muestras, cuya longitud temporal viene dada por $T_{\text{GI}} = 9,47$ ns.

De acuerdo a la arquitectura definida para MB-OFDM, se definió emplear 128 subportadoras por cada una de las subbandas de 528 MHz. Esto genera una separación entre subportadoras $\Delta f = 4,125$ MHz. En el transmisor se calcula una IFFT de 128 puntos, lo que genera un símbolo OFDM de duración $T_{\text{FFT}} = 1/\Delta f = 242,42$ ns. Después de añadir el prefijo cíclico, T_{CP} , más el intervalo de guarda, T_{GI} , el símbolo OFDM se pasa a través del conversor digital-analógico (DAC), resultando una señal OFDM analógica banda base con periodo de símbolo igual a $T_{\text{SYM}} = T_{\text{FFT}} + T_{\text{CP}} + T_{\text{GI}} = 312,5$ ns (Fig. 3.8).

Sea M_n^k el símbolo complejo a transmitir en la n -ésima subportadora en el k -periodo del símbolo OFDM. La señal banda base OFDM a transmitir, se expresa según [ECM08], [Bat04] como

$$m_k(t) = \sum_{n=-N/2}^{N/2} M_n^k \exp\{j2\pi n \Delta f (t - T_{\text{CP}})\}, \quad (3.14)$$

donde $t \in [T_{\text{CP}}, T_{\text{FFT}} + T_{\text{CP}}]$ y $j \triangleq \sqrt{-1}$. En el intervalo $[0, T_{\text{CP}}]$, $m_k(t)$ corresponde a las 32 últimas muestras del símbolo OFDM. La señal $m_k(t) = 0$ se encuentra en el intervalo $[T_{\text{FFT}} + T_{\text{CP}}, T_{\text{FFT}} + T_{\text{CP}} + T_{\text{GI}}]$.

Finalmente, la señal banda base $m_k(t)$ se modula a una frecuencia de portadora f_c para ser transmitida en el canal móvil inalámbrico. La señal RF MB-OFDM UWB a transmitir viene dada por

$$r_{\text{RF}}(t) = \text{Re} \left\{ \sum_{k=0}^{N_{\text{SYM}}-1} m_k(t - kT_{\text{SYM}}) \exp(j2\pi f_c(t)) \right\}, \quad (3.15)$$

donde f_c es la frecuencia central de la k -ésima subbanda. Los parámetros temporales más relevantes de MB-OFDM UWB se muestran en la tabla 3.1.

TABLA 3.1: Parámetros temporales para MB-OFDM UWB

| Parámetro | Descripción | Valor |
|------------------|---|--|
| W | Ancho de banda por subbanda | 528 MHz |
| N_{SD} | Subportadoras para información | 100 |
| N_{SP} | Subportadoras para pilotos | 12 |
| N_{SG} | Subportadoras para guarda | 10 |
| N_{NU} | Subportadoras nulas | 6 |
| N_{ST} | Total subportadoras utilizadas | 128 |
| Δf | Separación en frecuencia de las subportadoras | 4,125 MHz (528 MHz/128) |
| T_{FFT} | IFFT/FFT | 242,42 ns (1/4,125 MHz) |
| T_{CP} | Prefijo cíclico | 60,61 ns (32/528 MHz) |
| T_{GI} | T_{GI} = Intervalo de guarda | 9,47 ns (5/528 MHz) |
| T_{SYM} | T_{SYM} = Periodo para un símbolo OFDM | 312,5 ($T_{\text{CP}} + T_{\text{FFT}} + T_{\text{GI}}$) |
| R_b | Tasa binaria sin codificar | 640 Mbit/s |
| R_b | Tasa binaria codificada | 53,3, 55, 80, 106,7, 110, 160, 200, 320, 400, 480 Mbits/s |

MB-OFDM UWB emplea 128 subportadoras de las cuales 122 transportan energía, 100 se utilizan para información, 12 tonos pilotos para estimación del canal, 10 tonos de guarda (5 en cada lado del símbolo) más 6 nulos que no contienen energía [ECM08], [Bat04]. Cada una de las subportadoras de información utiliza modulación QPSK fija.

Actualmente las tasas binarias de información en MB-OFDM UWB inician en 53,3 Mbits/s hasta 480 Mbits/s. Se espera en un futuro próximo llegar a tasas binarias de 1 Gbit/s utilizando esquemas de modulación multinivel como M -PSK o M -QAM.

3.2 Introducción a la modulación adaptativa

El principal objetivo a lograr con los esquemas de codificación y/o modulación adaptativa, bien en transmisión multiportadora como monoportadora, consiste en maximizar su eficiencia espectral, minimizar la probabilidad de error de bit (BEP, *Bit Error Probability*) en el receptor, reducir su probabilidad de *outage* o bloqueo y/o disminuir el consumo de potencia del sistema.

Los esquemas adaptativos pueden variar de forma simultánea o individual, y en función de la dinámica del canal los siguientes parámetros: tamaño de la constelación (número de bits por símbolo complejo transmitido), potencia de transmisión por subportadora, y/o la tasa de codificación. La variación de los anteriores parámetros define los grados de libertad del esquema adaptativo.

Cuando se permite en su diseño e implementación la variación simultánea de la potencia y el tamaño de la constelación, el esquema de modulación adaptativo tiene dos grados de libertad. La modulación adaptativa, con un grado de libertad, ajusta únicamente un parámetro (tamaño de constelación, potencia de transmisión, tasa de codificación del canal) permaneciendo el resto constante.

En [Chu01] y [Fal04] se demuestra que la modulación adaptativa con dos grados de libertad, basada en la adaptación simultánea del tamaño de la constelación y la potencia de transmisión tanto en versión discreta como continua, presenta una ganancia de 1,5 dB comparada con la modulación adaptativa, basada únicamente en la adaptación del tamaño de la constelación (un grado de libertad) y dejando constante la potencia de transmisión por subportadora P_s .

En [Cho03] y [Han04] se encontró que la diferencia entre los dos sistemas adaptativos (potencia variable y potencia constante) comparando la eficiencia o capacidad media en BPS es menor de 1 dB.

Aumentar los grados de libertad o de adaptación del sistema incrementa la señalización entre los módems y la complejidad de implementación del mismo.

En el desarrollo de esta tesis, se definió como política de adaptación variar sólo el tamaño de la constelación (BPSK, QPSK, 8PSK, etcétera) a partir de un conjunto discreto de modos de modulación; y por tanto ajustar los bits

transmitidos en función del desvanecimiento experimentado por el canal, reflejado en la variación de la amplitud de su respuesta en frecuencia $|H(f)|$.

Los sistemas de transmisión OFDM con modulación adaptativa que ajustan el tamaño de la constelación de cada una de las subportadoras pueden transportar un número de bits distinto en función de la modulación asignada. A esta estrategia se le conoce como: asignación óptima de bits, en terminología inglesa, “*bit-loading*” o “*bit-allocation*”. Sin embargo, existen otras políticas que permiten alcanzar el objetivo principal de los esquemas adaptativos. Estas estrategias se conocen como asignación óptima de recursos en el nivel de transmisión, en inglés “*Resource-allocation*”.

La modulación adaptativa es especialmente viable en canales móviles inalámbricos con desvanecimiento plano y donde su variación temporal sea muy lenta con respecto al periodo del símbolo OFDM. En canales muy selectivos en tiempo y frecuencia, los esquemas adaptativos no ofrecen mejoras importantes, frente a la modulación fija, y en cambio si incrementan su complejidad, coste y desarrollo [Alo00], [Han04].

Los canales móviles inalámbricos suelen ser variantes en el tiempo, y debido al multicamino, generan desvanecimientos profundos que causan disminuciones severas de la potencia de la señal en el receptor, entre 20 dB y 30 dB. Estas degradaciones disminuyen la SNR media e instantánea, aumentando la BEP media, y reduciendo la capacidad y eficiencia espectral media del sistema.

Por lo anterior, los sistemas de transmisión que utilizan esquemas de modulación fija en canales inalámbricos dispersivos en tiempo y frecuencia (por el movimiento del móvil y/o difusores, genera selectividad temporal) presentan BEP elevadas disminuyendo las prestaciones del sistema y obligando a la utilización de técnicas de procesamiento de señal como: codificación, ecualización adaptativa, y/o esquemas de diversidad (espacio, tiempo, frecuencia, código) que ayuden a mitigar este inconveniente [Alo00], [Han04].

Otra técnica empleada para minimizar la degradación de las prestaciones y que no excluye la utilización de las anteriores, se logra mediante el uso de la transmisión multiportadora ortogonal (OFDM) con codificación y/o modulación adaptativa, donde la modulación que se emplea en cada una de las subportadoras es función de su respuesta en frecuencia $|H(f)|$.

Este enfoque permite lograr una mayor eficiencia espectral media ($\eta = \text{bits/s/Hz}$) comparada con la modulación fija. La codificación y modulación adaptativa permite ajustar, entre otros parámetros, la potencia de transmisión, las tasas de transmisión y de codificación, en función de una métrica que mida las variaciones o estado del canal, por ejemplo: la SNR instantánea de la i -ésima subportadora γ_i o de la subportadora piloto γ_p .

Sin embargo, para lograr una modulación adaptativa óptima se requiere que la variación temporal del canal con respecto a la duración del símbolo sea lo suficientemente lenta como para que el transmisor pueda adaptarse a los cambios del mismo. Es decir, el tiempo de coherencia del canal, T_C , debe ser mayor que el periodo del símbolo OFDM, T_{SYM} , garantizando que su respuesta en frecuencia no se modifique durante la transmisión del símbolo y se pueda asumir invariante durante dicho periodo.

Como se explicó en el capítulo 2 de esta tesis, las aplicaciones desarrolladas para HDR-WPAN que harán uso de la transmisión MB-OFDM sobre UWB, están concebidas para desplegarse en entornos de interior, donde el único difusor que puede causar variabilidad temporal del canal, corresponde al movimiento de los usuarios. Sin embargo esta dispersión en frecuencia es muy pequeña (13,2 Hz) comparada con el elevado ancho de banda a utilizar por ejemplo en el modo 1 (1,584 GHz).

Por lo anterior, en el desarrollo de esta tesis se considera para efectos del análisis cuantitativo y cualitativo de la modulación adaptativa utilizando MB-OFDM UWB en ámbitos de interior, que las características del canal no se modifican durante la transmisión del símbolo OFDM.

3.3 Estrategias para la modulación adaptativa

Para alcanzar los objetivos en la modulación adaptativa, como: lograr mayores tasas de transmisión binaria, maximizar la eficiencia espectral, y obtener probabilidades de error de bit bajas, hay varias estrategias a considerar:

- **Control de potencia por subportadora** (*power allocation*): ajusta el nivel de potencia por subportadora en función del desvanecimiento experimentado por el canal. Es decir, transmite mayor potencia en aquellas subportadoras

que presenten desvanecimientos severos y disminuciones pronunciadas de su SNR, y/o mantiene constante la potencia cuando la subportadora no sufra desvanecimientos pronunciados.

- **Adaptación de la tasa de bits transmitidos** (*adaptive bit loading*): consiste en adaptar los b_i bits transmitidos por subportadora a la estadística de desvanecimiento experimentado en el subcanal y reflejada en la variación de su amplitud, bien en tiempo $|\alpha_i(t)|$ o en frecuencia $|H(f_i)|$.

La velocidad de transmisión de bit por subportadora viene dada por $R_i = b_i/T_s = \log_2(m_i)/T_s$. Entonces, la adaptación de los bits transmitidos se puede lograr variando el periodo de símbolo, T_s , o el tamaño de la constelación, m_i . En adaptación discreta de la tasa de bits transmitidos se modifica el tamaño de la constelación m_i de acuerdo a la variación experimentada por la subportadora, en su relación instantánea de potencia de la señal a la potencia del ruido (iSNR) simbolizada por γ_i .

Cuando la iSNR de la subportadora f_i disminuye por debajo de un valor de una SNR umbral, se transmite a una tasa de símbolos menor o se puede activar el estado de no transmisión. Cuando la iSNR de la subportadora es superior a la SNR umbral debido a un menor desvanecimiento, se emplea una modulación que transmita más símbolos.

- **Adaptación de la tasa de codificación:** al igual que el anterior, ajusta la tasa de codificación de acuerdo al desvanecimiento experimentado por cada una de las subportadoras.

De acuerdo, a [Han04], [Gol97] para una BEP umbral P_{th} , definida en función de una métrica de rendimiento del sistema, por ejemplo, la calidad de servicio (QoS, *Quality-of-Service*) de la aplicación, los mejores resultados se logran cuando se tiene control de la tasa de transmisión de los símbolos en función de la calidad o estado del canal (CSI, *channel state information*).

3.3.1 Adaptación discreta de los bits transmitidos

El esquema de adaptación define un proceso en el cual, desde un conjunto discreto y finito de modos de modulación de tamaño máximo L , se asigna un modo k de modulación a cada una de las subportadoras a un grupo o bloque de

ellas, en función del desvanecimiento experimentado por el canal, y que se refleja como una variación de su amplitud en frecuencia $|H(f)|$. El esquema de adaptación discreta de bits define $K = L + 1$ regiones de desvanecimiento \mathcal{R}_k , donde cada una de ellas está limitada por los umbrales de decisión u_k , los cuales pueden tomar valores según $\{u_k\}_{k=0}^K$.

Las regiones se encuentran definidas en el rango $\mathcal{R}_k = [u_k, u_{k+1})$. Cuando la iSNR γ_i , de la subportadora permanece dentro de una región específica $(\mathcal{R}_0, \mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_{K-1})$ se transmite con la constelación (número de bits por símbolo complejo) asociada a esa señal.

La Fig. 3.9 muestra las regiones \mathcal{R}_k y los umbrales de decisión, u_k , para la modulación adaptativa M -PSK con $L = 8$ modos de modulación, generando hasta $K = 9$ umbrales de decisión u_k .

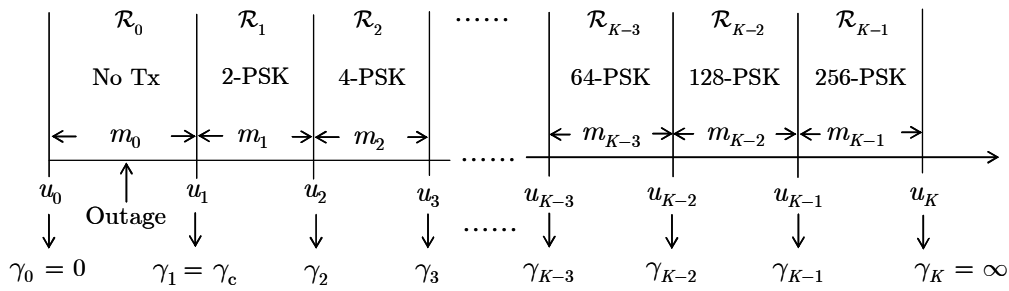


FIGURA 3.9: Umbrales de decisión para el sistema de modulación adaptativo

El umbral, $u_1 = \gamma_1 = \gamma_c$ representa la iSNR de corte o de bloqueo y corresponde al límite superior de la región de no transmisión del sistema, definida por el modo $k = 0$ y con velocidad de transmisión $R_0 = 0$. El k -ésimo modo de transmisión se activa cuando la SNR instantánea, γ_i , se encuentra entre el umbral de conmutación inferior u_{k-1} y el superior u_k .

En el cálculo de las prestaciones de la modulación adaptativa con adaptación discreta se definen los umbrales $u_0 \triangleq 0$, y $u_K \triangleq \infty$, y se asume la potencia de transmisión por subportadoras, P_i , en todas las regiones de desvanecimiento \mathcal{R}_k constante.

La adaptación discreta de los bits transmitidos, se basa en la estimación en el receptor iSNR de la i -ésima subportadora, y la compara con los umbrales de decisión u_k , para determinar la región de desvanecimiento \mathcal{R}_k , que define el nivel de modulación $m(\gamma)$ en el transmisor.

Sea $b_k(\gamma) = \log_2 m_k(\gamma)$ los bits por símbolo (BPS) y $m_k(\gamma)$ el símbolo a transmitir en el k -ésimo modo de modulación. La modulación adaptativa define el conjunto discreto $\{0, 1, \dots, K-1\}$, que contiene los k -ésimos modos de transmisión que determinan el nivel de modulación de acuerdo al valor de k , donde $k = 0$ representa el modo de “no transmisión” y $K-1$ el modo de mayor transmisión de símbolos (256-PSK en nuestro caso).

Después de determinar el criterio (asignación discreta de bits) a emplear en la modulación adaptativa, se define la estructura en bloques del sistema (Fig. 3.10), donde se utiliza como métrica para evaluar la calidad del canal, la iSNR estimada en la subportadora piloto simbolizada por $\hat{\gamma}_p$.

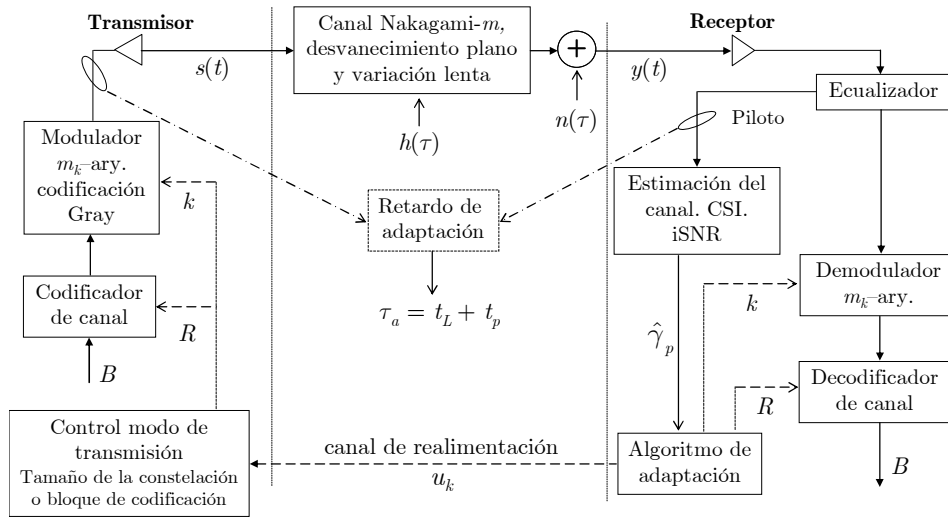


FIGURA 3.10: Diagrama de bloques para un sistema de modulación y codificación adaptativa

El receptor estima la iSNR de la subportadora piloto, luego el algoritmo de adaptación evalúa los umbrales u_k , determina la región de desvanecimiento \mathcal{R}_k y asigna al bloque de subportadoras el respectivo modo de modulación k .

Una vez el CSI es evaluado, se le envía al transmisor vía el canal de realimentación, para que el transmisor a través del bloque “control de modo de transmisión”, seleccione el modo de modulación k , adecuado para mantener la comunicación en un nivel aceptable de acuerdo a la BEP umbral P_{th} .

Finalmente, una vez el k -ésimo modo es seleccionado, la modulación m_k -ary respectiva, es seleccionada en el transmisor y se genera la señal de transmisión $s(t)$ que será enviada a través del canal $h(\tau)$ [Han04] [Alo00].

En esta tesis, se asume el canal de realimentación libre de errores, y su retardo de adaptación $\tau_a \approx 0$, debido a que como se demuestra en la próxima sección, este retardo es muy reducido comparado con el tiempo de coherencia del canal T_C .

3.3.2 Retardo debido a la adaptación del canal

Como se ha mencionado, la implementación real de un esquema de modulación adaptativo, es especialmente viable en canales cuya variación dinámica medida en términos temporales con respecto a la duración del símbolo OFDM es reducida. Es decir, $\sigma_\tau \ll T_{\text{SYM}}$, condición que se logra empleando transmisión OFDM en entornos de interior, y que permite garantizar que durante el período del símbolo OFDM T_{SYM} el canal no modifica sus propiedades.

Sin embargo, es importante analizar cómo puede afectar a la modulación adaptativa el retardo de procesado (latencia) debido a los bloques del sistema (Fig. 3.10) representado por t_L , más el retardo de propagación t_p , debido al trayecto de realimentación.

Para garantizar el funcionamiento del esquema adaptativo, el retardo de adaptación representado por $\tau_a = t_L + t_p$ debe ser menor que el tiempo de coherencia T_C , calculado para el canal UWB ($T_C \simeq 13,6$ ms) en interior.

En [Gol97a] se propone, que para una BEP umbral $P_{th} = 10^{-6}$ el retardo de adaptación, viene dado por $\tau_a = 10^{-3} \times f_D^{-1}$, donde f_D es la frecuencia Doppler máxima. En el capítulo 2 calculamos que la f_D en un entorno de interior, empleando MB-OFDM UWB en modo 1 es igual a 13,2 Hz. Por tanto, el retardo de adaptación $\tau_a = 75,8$ μs , siendo su valor muy inferior comparado con el tiempo de coherencia T_C , del canal.

Asumiendo una distancia de separación entre transmisor y receptor de 20 m, el retardo de propagación representado por $t_p = 66,7$ ns. Entonces, la latencia en los bloques del sistema será igual a $t_L = 75,7$ μs .

Cuando $P_{th} = 10^{-3}$, el retardo de adaptación τ_a viene dado por $10^{-2} \times f_D^{-1}$ [Gol97a]. Para los mismos datos anteriores es aproximadamente igual a 0,8 ms.

Teniendo en cuenta los anteriores resultados, es válido asumir el retardo de adaptación $\tau_a \approx 0$ en canales UWB en interiores empleando MB-OFDM.

3.4 Selección del k -ésimo modo de transmisión

El esquema de modulación adaptativo propuesto emplea modulación multinivel M -PSK. Este tipo de modulación presenta la ventaja de que la potencia de la envolvente es constante, debido a que todos los puntos de la constelación se encuentran en el perímetro de un círculo (sólo se modula la fase).

Se define como métrica de medición del CSI la iSNR en la subportadora piloto representada por γ_p y la BEP umbral representada por P_{th} . Por tanto, el criterio para seleccionar el k -ésimo modo de modulación en el transmisor teniendo en cuenta las regiones de desvanecimiento \mathcal{R}_k limitadas por los umbrales de decisión u_k , definidos en el vector \mathbf{u} , definido como

$$\mathbf{u} = \{u_0 = 0, \wedge u_K = \infty, u_k | \bar{P}_b = P_{th}, k \geq 1\}, \quad (3.16)$$

donde $\bar{P}_b = P_{th}$ corresponde a la restricción o condición de adaptación, y define que la BEP media, \bar{P}_b , debe ser igual a la BEP umbral, P_{th} , en todas las regiones de desvanecimiento, \mathcal{R}_k .

Si la iSNR estimada es menor que la SNR umbral γ_k , definida en función de los umbrales u_k , se origina un aumento de la BEP media \bar{P}_b por encima de la BEP umbral P_{th} . Entonces, la QoS empieza a ser inaceptable, y en consecuencia, el bloque control de transmisión reduce el tamaño de la constelación, empleando una modulación más robusta pero espectralmente menos eficiente. Es decir, transmite menos símbolos, ej.: BPSK, QPSK, definiendo una modulación acorde con la nueva iSNR, o incluso puede pasar al modo de no transmisión, donde $k = 0$.

Por el contrario, si la iSNR aumenta por encima del umbral de decisión u_{k+1} , se eleva el tamaño de la constelación y se transmiten más símbolos (8PSK, 16PSK) disminuyendo la BEP media \bar{P}_b del bloque de subportadoras.

Es decir, cuando la iSNR estimada es mayor que el umbral u_k , el sistema selecciona el modo de transmisión $k+1$ que genera el nivel de modulación superior. Si el canal se degrada de tal forma que la iSNR es menor que el umbral u_{k+1} , se selecciona el modo de transmisión $k-1$, que da origen al nivel de modulación inferior y se transmite un menor número de símbolos.

Sea $b_k^i(\gamma) = \log_2 m_k^i(\gamma)$ los BPS que se transmiten en la i -ésima subportadora cuando $m_k^i \neq 0$. Si $k = 0$ (modo de no transmisión) entonces, $b_k = 0$.

Cuando $k > 0$, los BPS que se incrementan o disminuyen al pasar del modo k al $k+1$ o viceversa, vienen dados por $c_k = b_k - b_{k-1}$. La tabla 3.2, muestra los parámetros de adaptación por subportadora para el esquema de modulación adaptativo M -PSK con $K = 9$ modos de transmisión.

 TABLA 3.2: Parámetros para la modulación adaptativa M -PSK

| | | | | | | | | | |
|-------|-------|------|------|-------|--------|--------|--------|---------|---------|
| k | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| m_k | 0 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 |
| b_k | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| c_k | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| modo | No-Tx | BPSK | QPSK | 8-PSK | 16-PSK | 32-PSK | 64-PSK | 128-PSK | 256-PSK |

Conociendo que el k -ésimo modo de modulación del esquema adaptativo M -PSK se activa cuando la iSNR, γ_i , de la i -ésima subportadora se encuentra dentro de una región, \mathcal{R}_k , definida en el rango $[u_k, u_{k+1})$, entonces, la probabilidad de que se active el k -ésimo modo dentro de un conjunto de posibles modos de tamaño K , viene dada por

$$\mathcal{M}_k = \text{P}_r \{u_k \leq \gamma_i < u_{k+1}\} = \int_{u_k}^{u_{k+1}} f_{\gamma_i}(\gamma_i) d\gamma_i, \quad (3.17)$$

donde $f_{\gamma_i}(\gamma_i)$ es la FDP que sigue la iSNR de la subportadora. Sin perder rigurosidad se suprime el subíndice i , y se generaliza para las N subportadoras.

El principal objetivo a evaluar en esta tesis, consiste en maximizar la capacidad media expresada en BPS o la eficiencia espectral en bits/s/Hz, sujeta o condicionada a que la BEP media \bar{P}_b por subportadora sea igual a la BEP umbral P_{th} , definida ésta última en función de la aplicación a transmitir.

Para adaptación discreta de los bits transmitidos, la capacidad media en BPS por subportadora, según [Han04], se expresa como

$$\eta(\gamma, \bar{\gamma}, \mathbf{u}) = \sum_{k=0}^{K-1} b_k \mathcal{M}_k = \sum_{k=0}^{K-1} b_k \int_{u_k}^{u_{k+1}} f_{\gamma}(\gamma) d\gamma, \quad (3.18)$$

donde b_k , definido en la tabla 3.2 representa los bits transmitidos por símbolo en la i -ésima subportadora para cada uno de los k -modos.

La estrategia de asignación óptima de bits maximiza la eficiencia espectral, condicionada a que la BEP media \bar{P}_b sea igual a la BEP umbral P_{th} . En lenguaje matemático, esta estrategia de adaptación corresponde a un problema de optimización no lineal, y se expresa como

$$\begin{aligned} \text{Maximizar la función } \rightarrow \eta(\gamma, \bar{\gamma}, \mathbf{u}) &= \sum_{k=0}^{K-1} b_k \int_{u_k}^{u_{k+1}} f_{\gamma}(\gamma) d\gamma, \quad \text{sujeta a} \\ \text{Restricción } \rightarrow \bar{P}_b &= P_{th} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Desde el punto de vista matemático, el enfoque de optimización (hallar los extremos relativos -máximo o mínimo, local y/o global -) planteado en (3.19), es un problema de cálculo de variaciones, y su solución se encuentra mediante el método de Lagrange en conjunto con técnicas de programación numéricas no lineales [Noc99].

En (3.19), la eficiencia espectral $\eta(\gamma, \bar{\gamma}, \mathbf{u})$ es la función objetivo, y $\bar{P}_b = P_{th}$ la función restricción. Este tipo de condicionamiento, conocido como restricción de BEP media, implica que el sistema adaptativo debe mantener la BEP media \bar{P}_b constante para todas y cada una de las regiones de desvanecimiento \mathcal{R}_k .

En [Wyg04], se propone un algoritmo de asignación incremental del número de símbolos para la asignación óptima de bits, condicionada a la restricción de BEP media. Una solución se muestra en el diagrama de flujo en la Fig. 3.11.

1. Asigne el mayor orden de modulación m_K a todas las subportadoras.
2. Estime la iSNR y determine la iBEP por subportadora, P_b^i , $i = 1, \dots, N$.
3. Compute la BEP media \bar{P}_b .
4. Compare la BEP media con la BEP umbral. Si $\bar{P}_b \leq P_{th}$, entonces permanezca con la modulación asignada y finalice el algoritmo.
5. Si, $\bar{P}_b > P_{th}$ busque la subportadora con menor SNR y disminuya el tamaño de la constelación.
6. Vuelva a computar la \bar{P}_b , con la nueva constelación y regrese al paso 4.

Aún cuando el anterior algoritmo ofrece una solución mediante simulación al problema de optimización planteado por (3.19), desde el punto de vista de implementación y coste computacional, requiere una elevada señalización entre

los módems para indicar al transmisor, el k -ésimo modo de modulación que debe asignársele a cada una de las subportadoras.

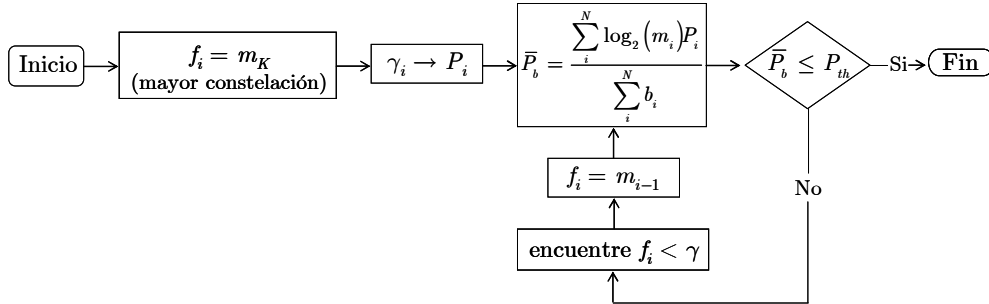


FIGURA 3.11: Diagrama de flujo para el algoritmo de asignación óptima y discreta de bits

Este enfoque de señalización por subportadora origina demasiado *overhead* en el sistema y una evidente degradación de su eficiencia espectral, que se vuelve aún más crítica, si el canal es muy dinámico.

Una solución al incremento del *overhead* generado por la elevada señalización en el canal, consiste en establecer grupos o bloques de subportadoras y asignarle a cada uno de ellos el mismo nivel de modulación m_k , y por tanto igual número de bits para las subportadoras pertenecientes al mismo bloque, con lo cual el *overhead* se reduce proporcionalmente al número de grupos establecidos. En este enfoque, se propone utilizar la variación de la iSNR de la subportadora piloto, γ_p , para evaluar la calidad y estado del canal.

MB-OFDM UWB en su diseño de nivel físico define para un símbolo OFDM, 100 subportadoras de información y 12 subportadoras pilotos para estimación y seguimiento del canal [ECM08]. Este esquema permite establecer 11 bloques o grupos de 9 subportadoras cada uno. La Fig. 3.12 muestra el índice de asignación de las subportadoras piloto de acuerdo al estándar y la agrupación en bloques de las subportadoras de datos.

Agrupando las subportadoras de información en bloques, entonces la eficiencia de transmisión definida en (3.18) para el sistema MB-OFDM considerando las N subportadoras, se puede expresar como

$$\eta_N(\gamma, \bar{\gamma}, \mathbf{u}) = \sum_{g=0}^{N_G-1} \sum_{k=0}^{K-1} b_g^k \int_{u_k}^{u_{k+1}} f_\gamma(\gamma) d\gamma, \quad (3.20)$$

donde b_g^k son los bits transmitidos en el g -ésimo grupo en el k -ésimo modo de modulación, $b_g = 9$ subportadoras por grupo, y $N_G = 11$ grupos o bloques del sistema y $f_\gamma(\gamma)$ corresponde a la FDP que sigue la distribución de la iSNR.

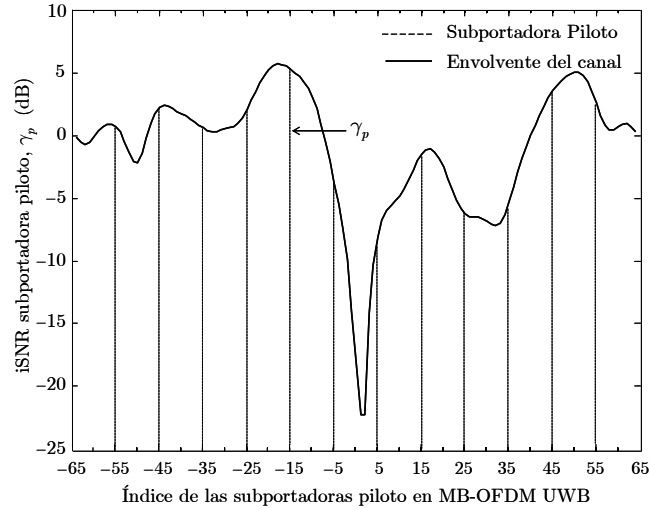


FIGURA 3.12: Asignación de las subportadoras piloto en MB-OFDM UWB

3.5 Parámetros para el cálculo de las prestaciones

En esta sección se definen los parámetros que permiten caracterizar y evaluar las prestaciones del sistema MB-OFDM UWB, a saber: la eficiencia espectral o capacidad media η en BPS, la probabilidad de error de bit media por subportadora \bar{P}_b , y la probabilidad de *outage* o de bloqueo P_{out} .

La evaluación y comparación de las prestaciones se realiza para un sistema multiportadora empleando modulación adaptativa M -PSK y modulación fija QPSK, asumiendo estimación perfecta e imperfecta del canal.

Debido a la propagación multicamino que experimentan los canales móviles inalámbricos, la amplitud (envolvente) de la i -ésima subportadora se ve modificada por la ganancia o atenuación del canal $|\alpha(t)|$ en el tiempo, o su respuesta en frecuencia $|H(f)|$.

Es convencional modelar la atenuación o ganancia tanto en tiempo como en frecuencia con una variable aleatoria (VA) cuya FDP sigue una distribución Rayleigh, Rice o Nakagami- m , donde la potencia media en frecuencia y/o tiempo, se define como $\Omega \triangleq E\{|H(f)|^2\} = E\{|\alpha(t)|^2\}$.

En OFDM se asume cada una de las subbandas generadas por las N subportadoras como de banda estrecha y con desvanecimiento plano. Se considera que la potencia de transmisión en la i -ésima subportadora P_i (mW), y la varianza del ruido, $\sigma_n^2 = \Delta f N_0$ (mW) son constantes en el periodo de símbolo por subportadora, T_s . La iSNR en la subportadora piloto, γ_p , viene dada por

$$\gamma_p = \frac{P}{\sigma_n^2} |H(f)|^2 = \frac{E_s}{T_s \Delta f N_0} |H(f)|^2 = \frac{E_s}{N_0} |H(f)|^2. \quad (3.21)$$

La SNR media $\bar{\gamma}_p = E\{\gamma_p\}$ por subportadora, viene dada por

$$\bar{\gamma}_p = \frac{E_s}{N_0} E\{|H(f)|^2\} = \frac{E_s}{N_0} \Omega, \quad (3.22)$$

donde E_s es la energía de símbolo en Joules, N_0 la densidad espectral de potencia del ruido en mW/Hz, T_s el periodo de símbolo por subportadora en ns y Δf la separación en frecuencia de las subportadoras en MHz. La SNR media para las N subportadoras, viene dada por

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \bar{\gamma}_i. \quad (3.23)$$

Como se demostró en el capítulo 2 de esta tesis, la amplitud de la respuesta en frecuencia del canal UWB para cada una de las subportadoras en MB-OFDM, representada por $r = |H(f)|$, se puede aproximar por una VA que sigue una distribución cuya FDP Nakagami- m , se expresa según [Nak60] como

$$f_r(r) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m r^{2m-1} \exp\left(-\frac{mr^2}{\Omega}\right), \quad r \geq 0, \quad m \geq 0,5, \quad (3.24)$$

donde $\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt$ es la función Gamma [Abr72, (6.1.1)]. Desde (3.24), se evalúa la estadística que sigue la potencia instantánea aleatoria en frecuencia $r^2 = |H(f)|^2$, que permite calcular la iSNR γ_p , de la subportadora piloto.

Puesto que la FDA de las VAs r (amplitud), y, γ (potencia) se pueden igualar, es decir $F_r(r) = F_\gamma(\gamma)$, entonces de acuerdo a [Pap02], [Peb01],

$$\int_{-\infty}^r f_X(x) dx = \int_{-\infty}^\gamma f_Y(y) dy. \quad (3.25)$$

Derivando (3.25) y empleando transformación de variables, según [Peb01]

$$f_\gamma(\gamma) = f_r(r) \frac{dr}{d\gamma}. \quad (3.26)$$

Finalmente, utilizando (3.26) y (3.24) se obtiene la FDP de la iSNR para cada una de las subportadoras del canal UWB con desvanecimiento Nakagami- m , como

$$f_{\gamma}(\gamma) = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}}\right)^m \gamma^{m-1} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\bar{\gamma}}\right), \quad \gamma \geq 0, \quad m \geq 0,5 \quad (3.27)$$

Observando (3.27) se concluye que la iSNR de las subportadoras tanto de datos como pilotos, son VAs cuya estadística se puede aproximar por una distribución Gamma (asumiendo estimación perfecta del canal), donde $\bar{\gamma}$ es la SNR media por símbolo o subportadora.

La Fig. 3.13 muestra la FDP de $r = |H(f)|$, y la potencia instantánea $\gamma = |H(f)|^2$ en frecuencia, con parámetros $\Omega = 1$, y $m = 4$, y se compara con las expresiones analíticas (3.24) y (3.27) para las distribuciones Nakagami- m y Gamma respectivamente. El error cuadrático medio (MSE, *mean squared error*) entre los datos simulados y las expresiones analíticas es de 0,18 %.

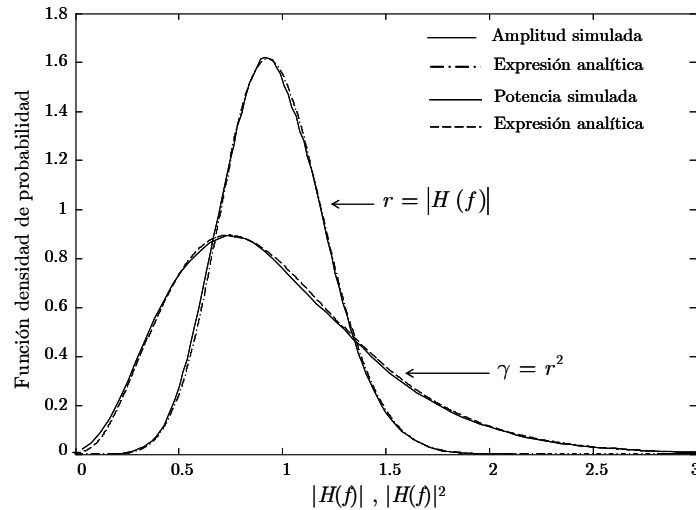


FIGURA 3.13: Amplitud y potencia instantánea en el canal Nakagami- m con $\Omega = 1$ y $m = 4$

3.5.1 Capacidad media

El sistema adaptativo M -PSK de K modos ajusta el k -ésimo, donde $k \in \{0, 1, \dots, K-1\}$ de acuerdo a la variación en el receptor de la iSNR, γ . Sean $K = 9$, y $k \in \{0, 1, \dots, 8\}$ el vector que define el conjunto de k modos de modulación. La capacidad media en BPS por subportadora se expresa como

$$\eta(\bar{\gamma}; \mathbf{u}) = \sum_{k=0}^{K-1} b_k \mathcal{M}_k = \sum_{k=0}^{K-1} b_k \int_{u_k}^{u_{k+1}} f_\gamma(\gamma) d\gamma. \quad (3.28)$$

Observe que (3.28) representa la media de los bits transmitidos en cada uno de los k modos, ponderados por la iSNR del canal con desvanecimiento. Cuando $u_K \rightarrow \infty$, la expresión definida en (3.28), se puede desarrollar como

$$\begin{aligned} \eta(\bar{\gamma}; \mathbf{u}) &= \sum_{k=0}^{K-1} b_k \int_{u_k}^{u_{k+1}} f_\gamma(\gamma) d\gamma = \sum_{k=0}^{K-1} b_k \left[\int_{u_k}^{\infty} f_\gamma(\gamma) d\gamma - \int_{u_{k+1}}^{\infty} f_\gamma(\gamma) d\gamma \right] \\ &= b_0 \int_{u_0}^{\infty} f_\gamma(\gamma) d\gamma \left[-b_0 \int_{u_1}^{\infty} f_\gamma(\gamma) d\gamma + b_1 \int_{u_1}^{\infty} f_\gamma(\gamma) d\gamma \right] - b_1 \int_{u_2}^{\infty} f_\gamma(\gamma) d\gamma + \\ &\quad b_2 \int_{u_2}^{\infty} f_\gamma(\gamma) d\gamma \left[-b_2 \int_{u_3}^{\infty} f_\gamma(\gamma) d\gamma + b_3 \int_{u_3}^{\infty} f_\gamma(\gamma) d\gamma \right] - b_3 \int_{u_4}^{\infty} f_\gamma(\gamma) d\gamma + \dots, \quad (3.29) \\ &= b_0 \int_{u_0}^{\infty} f_\gamma(\gamma) d\gamma + \sum_{k=1}^{K-1} (b_k - b_{k-1}) \int_{u_k}^{\infty} f_\gamma(\gamma) d\gamma \\ &= \sum_{k=0}^{K-1} c_k \int_{u_k}^{\infty} f_\gamma(\gamma) d\gamma = \sum_{k=0}^{K-1} c_k F(u_k), \end{aligned}$$

donde $c_k \triangleq b_k - b_{k-1}$, son los bits por símbolo (BPS) que se incrementan al pasar del modo k al modo $k+1$ definidos en la tabla 3.2. $F(u_k)$ es la FDA de la iSNR, γ , definida como

$$F(u_k) = \Pr\{\gamma > u_k\} \triangleq \int_{u_k}^{\infty} f_\gamma(\gamma) d\gamma. \quad (3.30)$$

3.5.2 Probabilidad de error de bit media

En la modulación con adaptación discreta de los bits transmitidos, se propone maximizar la eficiencia espectral sujeta a que la BEP media por subportadora \bar{P}_b , sea igual a la BEP umbral P_{th} . La BEP media \bar{P}_b , se define como

$$\bar{P}_b = \frac{E\{\text{número de bits erróneos por transmisión}\}}{E\{\text{número de bits por transmisión}\}}, \quad (3.31)$$

donde la media definida en el numerador representada por P_R corresponde al sumatorio de las BEP media P_b^k de cada k -ésimo modo de modulación evaluada entre los umbrales u_k y u_{k+1} y ponderada por los BPS transmitidos en el respectivo modo k , la P_R se expresa como

$$P_R(\bar{\gamma}; \mathbf{u}) = \sum_{k=0}^{K-1} b_k P_b^k = \sum_{k=0}^{K-1} b_k \int_{u_k}^{u_{k+1}} p_{m_k}(\gamma) f_\gamma(\gamma) d\gamma, \quad (3.32)$$

donde b_k son los BPS transmitidos en el modo k , y P_b^k la BEP media por subportadora en cada uno de los k modos de modulación y definida como

$$P_b^k(\bar{\gamma}; \mathbf{u}) = \int_{u_k}^{u_{k+1}} p_{m_k}(\gamma) f_\gamma(\gamma) d\gamma, \quad (3.33)$$

donde $p_{m_k}(\gamma)$ es la iBEP para M -PSK en AWGN.

El denominador de (3.31) corresponde a la eficiencia espectral, η , o capacidad media calculada con (3.28) o (3.29). Entonces, la BEP media total por subportadora, \bar{P}_b evaluada sobre todo el conjunto de modos k de la modulación adaptativa, se puede expresar como

$$\bar{P}_b(\bar{\gamma}; \mathbf{u}) = \frac{P_R}{\eta} = \frac{\sum_{k=0}^{K-1} b_k \int_{u_k}^{u_{k+1}} p_{m_k}(\gamma) f_\gamma(\gamma) d\gamma}{\sum_{k=0}^{K-1} b_k \int_{u_k}^{u_{k+1}} f_\gamma(\gamma) d\gamma}. \quad (3.34)$$

Teniendo en cuenta la BEP media expresada en (3.34), y sustituyendo en la restricción del problema de optimización definido en (3.19), resulta

$$\begin{aligned} \text{Maximizar la función } \rightarrow \eta(\bar{\gamma}; \mathbf{u}) &= \sum_{k=0}^{K-1} b_k \int_{u_k}^{u_{k+1}} f_\gamma(\gamma) d\gamma, \quad \text{sujeta a} \\ \text{Restricción } \rightarrow \frac{\sum_{k=0}^{K-1} b_k \int_{u_k}^{u_{k+1}} p_{m_k}(\gamma) f_\gamma(\gamma) d\gamma}{\sum_{k=0}^{K-1} b_k \int_{u_k}^{u_{k+1}} f_\gamma(\gamma) d\gamma} &= P_{th}. \end{aligned} \quad (3.35)$$

3.5.3 Probabilidad de bloqueo o de corte

Una métrica adicional a la eficiencia espectral $\eta(\bar{\gamma}; \mathbf{u})$ y la BEP media $\bar{P}_b(\bar{\gamma}; \mathbf{u})$ ampliamente utilizada en la evaluación de las prestaciones de un sistema móvil inalámbrico, es la que se conoce como probabilidad de bloqueo o corte (en inglés *outage*) representada por P_{out} .

La probabilidad de corte P_{out} , se define como la probabilidad de que la iSNR, γ , sea menor que la SNR de corte γ_c , y se expresa como

$$P_{\text{out}} \triangleq \Pr\{\gamma < \gamma_c\} = \int_{-\infty}^{\gamma_c} f_\gamma(\gamma) d\gamma = 1 - \int_{\gamma_c}^{\infty} f_\gamma(\gamma) d\gamma, \quad (3.36)$$

donde $f_\gamma(\gamma)$ es la FDP de la iSNR de la subportadora. La probabilidad de *outage* viene dada por

$$\begin{aligned}
 P_{\text{out}} &= \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}_p} \right)^m \int_{-\infty}^{\gamma_c} \gamma_p^{m-1} \exp\left(-\frac{m\gamma_p}{\bar{\gamma}_p}\right) d\gamma_p \\
 &= 1 - \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}_p} \right)^m \int_{\gamma_c}^{\infty} \gamma_p^{m-1} \exp\left(-\frac{m\gamma_p}{\bar{\gamma}_p}\right) d\gamma_p = 1 - \frac{1}{\Gamma(m)} \Gamma\left(m, \frac{m\gamma_c}{\bar{\gamma}_p}\right), \quad (3.37)
 \end{aligned}$$

donde $\Gamma(a, x)$ es la función Gamma incompleta definida [Abr72, (6.5.3)]

$$\Gamma(a, x) = \int_x^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt, \quad a, x \geq 0. \quad (3.38)$$

La función Gamma incompleta generaliza como casos particulares, la función Gamma $\Gamma(a, 0) = \Gamma(a)$, y la exponencial-integral de primer orden $E_1(x) = \Gamma(0, x)$, definidas según [Abr72, (6.1.1)] y [Abr72, (6.5.15)], como

$$\Gamma(a, 0) = \Gamma(a) = \int_0^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt, \quad a \geq 0. \quad (3.39)$$

$$\Gamma(0, x) = E_1(x) = \int_x^{\infty} t^{-1} e^{-t} dt, \quad x \geq 0. \quad (3.40)$$

Después de obtener las expresiones que permiten evaluar las prestaciones de la modulación adaptativa, asumiendo estimación perfecta del canal. Esto es, la capacidad media por subportadora η_i dada por (3.28) o (3.29), la BEP media por (3.34), y la probabilidad de corte por (3.37). Se debe, evaluar la $p_{MPSK}(\gamma)$ o probabilidad de error de bit instantánea iBEP en AWGN, con el objetivo final de resolver el problema de optimización planteado en (3.35), cuya solución nos proporcionara una matriz de umbrales de decisión y SNR óptimas con el fin de evaluar de forma analítica y validar mediante simulación cada una de las anteriores expresiones.

3.5.4 Probabilidad de error de bit instantánea M -PSK en AWGN

Para resolver el problema de optimización definido en (3.35), es deseable obtener una expresión de la iBEP que sea fácilmente invertible y derivable con respecto a la SNR instantánea, γ . Desafortunadamente, algunos esquemas de modulación multinivel (e.j.: M -QAM, M -PSK) no ofrecen una expresión exacta de la iBEP para el canal AWGN [Pro95], [Chu01].

Sin embargo una buena aproximación de la iBEP en AWGN empleando codificación coherente tipo Gray y señalización m -ary PSK, donde $m = 2^b$, según [Lu99], viene dada por

$$p_{m_k}(\gamma) \simeq \sum_{l=1}^2 A_l Q(\sqrt{a_l \gamma}), \quad (3.41)$$

donde (A_l, a_l) son constantes. Para $m = 2$ (BPSK), las constantes toman los valores: $A_1 = 1$, $a_1 = 2$, y para $m = 4$ (QPSK), $A_1 = 1$, $a_1 = 1$. Para $m \geq 8$, las constantes vienen dadas por

$$A_1 = A_2 = 2/b \quad (3.42)$$

$$a_1 = 2 \sin^2(\pi/m) \quad (3.43)$$

$$a_2 = 2 \sin^2(3\pi/m). \quad (3.44)$$

En la ecuación (3.41), $Q(x)$ es la función Q gaussiana de primer orden, y su representación de forma de una integral semi-infinita de la distribución de Gauss viene dada por

$$Q(x) \triangleq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt. \quad (3.45)$$

La función $Q(x)$ no es fácil de calcular directamente, debido a que su argumento x se encuentra en el límite inferior de la integral y se evalúa sobre un rango infinito. Además, la dificultad del cálculo directo aumenta si el argumento x depende de variables aleatorias que deban ser promediadas sobre sus distribuciones de probabilidad [Sim05], como sucede con la evaluación de la iBEP en el canal AWGN, donde el argumento de la función $Q(x)$ esta condicionada a la estadística de distribución que sigue la SNR instantánea, γ .

Por lo anterior, existe en la literatura técnica formas alternativas para evaluar la función $Q(x)$, siendo la más utilizada la función erfc (función complementaria de error), especialmente en el cálculo de la iBEP en AWGN y en modulación no adaptativa.

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right), \quad (3.46)$$

donde la función $\operatorname{erfc}(\cdot)$ se puede expandir en series infinitas según [Wol09], y [Wol09a] como

$$\operatorname{erfc}(z) = 1 - \operatorname{erf}(z) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n z^{2n+1}}{n!(2n+1)} \quad (3.47)$$

$$\operatorname{erfc}(z) = 1 - \operatorname{erf}(z) = 1 - \frac{2z}{\sqrt{\pi}} {}_1F_1\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -z^2\right), \quad (3.48)$$

donde $\operatorname{erf}(\cdot)$ es la función error y ${}_1F_1(\cdot, \cdot; \cdot)$ la función confluyente hipergeométrica.

Las anteriores expresiones presentan una desventaja cuando se van a evaluar, especialmente en canales con desvanecimiento, debido a que, desde el punto de vista de solución numérica, el sumatorio en (3.47) y la serie hipergeométrica en (3.48) requieren ser truncadas, debido al límite superior que proviene de la integral de la función $Q(x)$ [Alo00], [Chu01].

En el año 1991 una expresión alterna para evaluar la función $Q(x)$ fue obtenida por Craig [Sim05]. Esta expresión facilita el cálculo de la BEP media en sistemas no adaptativos en canales con desvanecimiento. La forma alternativa de $Q(x)$ según [Sim05], viene dada por

$$Q(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \exp\left(\frac{-x^2}{2 \sin^2(\theta)}\right) d\theta, \quad x \geq 0. \quad (3.49)$$

Observe, que la integral en (3.49) es evaluada sobre un rango finito, y sus valores son independientes del argumento de la función. Finalmente, empleando la función $Q(x)$ definida en (3.46), y la forma alterna en (3.49), la iBEP para M -PSK en el canal AWGN, se puede expresar como

$$p_{m_k}(\gamma) \simeq \sum_{l=1}^2 A_l Q(\sqrt{a_l} \gamma) \simeq \frac{1}{2} \sum_{l=1}^2 A_l \operatorname{erfc}\left(\sqrt{a_l} \gamma / 2\right) \quad (3.50)$$

$$p_{m_k}(\gamma) \simeq \frac{1}{\pi} \sum_{l=1}^2 A_l \int_0^{\pi/2} \exp\left(\frac{-a_l \gamma}{2 \sin^2 \theta}\right) d\theta, \quad (3.51)$$

donde el valor de las constantes $\{A_l, a_l\}$, vienen dadas por

$$\begin{aligned}
 m = 2 & \quad \text{BPSK} & \quad \{(1,2)\} \\
 m = 4 & \quad \text{QPSK} & \quad \{(1,1)\} \\
 m = 8 & \quad \text{8PSK} & \quad \left\{ \left[\frac{2}{3}, 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{8} \right) \right], \left[\frac{2}{3}, 2 \sin^2 \left(\frac{3\pi}{8} \right) \right] \right\} \\
 m = 16 & \quad \text{16PSK} & \quad \left\{ \left[\frac{1}{2}, 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{16} \right) \right], \left[\frac{1}{2}, 2 \sin^2 \left(\frac{3\pi}{16} \right) \right] \right\} \\
 m = 32 & \quad \text{32PSK} & \quad \left\{ \left[\frac{2}{5}, 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{32} \right) \right], \left[\frac{2}{5}, 2 \sin^2 \left(\frac{3\pi}{32} \right) \right] \right\} \\
 m = 64 & \quad \text{64PSK} & \quad \left\{ \left[\frac{1}{3}, 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{64} \right) \right], \left[\frac{1}{3}, 2 \sin^2 \left(\frac{3\pi}{64} \right) \right] \right\} \\
 m = 128 & \quad \text{128PSK} & \quad \left\{ \left[\frac{2}{7}, 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{128} \right) \right], \left[\frac{2}{7}, 2 \sin^2 \left(\frac{3\pi}{128} \right) \right] \right\} \\
 m = 256 & \quad \text{256PSK} & \quad \left\{ \left[\frac{1}{4}, 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{256} \right) \right], \left[\frac{1}{4}, 2 \sin^2 \left(\frac{3\pi}{256} \right) \right] \right\}.
 \end{aligned} \tag{3.52}$$

3.6 Cálculo del vector de umbrales de decisión

La regla de selección del k -ésimo modo de transmisión en función de los umbrales de decisión u_k viene dada por

$$u_k \leq \gamma < u_{k+1}, \tag{3.53}$$

donde el umbral u_k pertenece al vector $\mathbf{u} = \{u_k \mid k = 0, 1, \dots, K-1\}$ y sus límites definidos por $u_0 = 0$ y $u_K = \infty$. Para la selección de los umbrales u_k en adaptación discreta de bits, se conoce en la literatura tres criterios:

- (i) A partir de la ecuación no lineal (3.41) que define la iBEP para cada uno de los niveles de modulación en un canal AWGN se obtiene, bien por simulación de la iBEP, el valor de la iSNR γ , donde cada uno de los k -modos satisface el requerimiento de la BEP umbral, P_{th} ; o, empleando un método de solución numérica para encontrar las raíces o ceros de la ecuación no lineal evaluada en P_{th} . El uso de este último método genera un vector de umbrales fijos, que se expresa como

$$\mathbf{u} = \left\{ u_0 = 0, \wedge u_K = \infty, u_k \mid p_{m_k}(\gamma) = P_{th}, k \geq 1 \right\}. \tag{3.54}$$

- (ii) A través de funciones de coste definidas en función de la BEP umbral P_{th} .
- (iii) Optimización no lineal, empleando multiplicadores de Lagrange.

3.6.1 Umbrales con el método de Lagrange

En esta tesis se utiliza el criterio (iii) para calcular los umbrales óptimos adaptativos u_k , que maximizan la capacidad media o eficiencia espectral $\eta(\bar{\gamma}; \mathbf{u})$ condicionados a que la probabilidad de error de bit media $\bar{P}_b(\bar{\gamma}; \mathbf{u}) = P_{th}$, donde, P_{th} , es la BEP umbral definida en función de la aplicación a transmitir.

Se define igualmente que los umbrales deben estar ordenados de forma creciente, es decir $\forall_k \rightarrow u_{k+1} > u_k$.

El cálculo de los umbrales óptimos, desde el punto de vista matemático, consiste en optimizar una función no lineal multivariable condicionada a restricciones, donde en nuestro caso, las variables a optimizar están definidas por el conjunto de umbrales $\{u_k\}_{k=0}^{K-1}$. Este tipo de problemas de optimización han sido ampliamente estudiado y su solución se logra empleando los multiplicadores de Lagrange.

El método de Lagrange reduce el problema de optimizar (encontrar extremos relativos, maximizar/minimizar) una función multidimensional de n variables condicionada a m restricciones, a un problema de optimización de una nueva función unidimensional sin restricciones con $n + m$ variables [Noc99].

El método introduce una nueva variable escalar desconocida (el multiplicador de Lagrange) que aparece como un coeficiente por cada una de las restricciones, y define una nueva función sin restricciones (función o ecuación de Lagrange) que se define en términos de la función original o función objetivo, las restricciones y los multiplicadores.

El objetivo consiste en optimizar la función objetivo $\eta(\bar{\gamma}; \mathbf{u})$, y por tanto el vector de umbrales \mathbf{u} , condicionados a que la $\bar{P}_b(\bar{\gamma}; \mathbf{u}) = P_{th}$. Es decir

$$\begin{aligned} \text{Maximizar} &\rightarrow \eta(\bar{\gamma}; \mathbf{u}) = \sum_{k=0}^{K-1} b_k \int_{u_k}^{u_{k+1}} f_\gamma(\gamma) d\gamma, \quad \text{sujeta a} \\ \text{Restricción} &\rightarrow \frac{\sum_{k=0}^{K-1} b_k \int_{u_k}^{u_{k+1}} p_{m_k}(\gamma) f_\gamma(\gamma) d\gamma}{\sum_{k=0}^{K-1} b_k \int_{u_k}^{u_{k+1}} f_\gamma(\gamma) d\gamma} = P_{th} \end{aligned} \quad (3.55)$$

La ecuación de Lagrange para el problema de optimización planteado en (3.55) teniendo en cuenta que sólo aparece una restricción, viene dada por

$$\mathcal{L}(\bar{\gamma}; u_0, u_1, \dots, u_{K+1}) = \sum_{k=0}^{K-1} b_k \int_{u_k}^{u_{k+1}} f_{\gamma}(\gamma) d\gamma + \lambda \left[\sum_{k=0}^{K-1} b_k \int_{u_k}^{u_{k+1}} p_{m_k}(\gamma) f_{\gamma}(\gamma) d\gamma - P_{th} \sum_{k=0}^{K-1} b_k \int_{u_k}^{u_{k+1}} f_{\gamma}(\gamma) d\gamma \right]. \quad (3.56)$$

Expresando (3.56), de manera más compacta se llega a

$$\mathcal{L}(\bar{\gamma}; u_0, u_1, \dots, u_{K+1}) = \eta(\bar{\gamma}; \mathbf{u}) + \lambda [P_R(\bar{\gamma}; \mathbf{u}) - P_{th} \times \eta(\bar{\gamma}; \mathbf{u})], \quad (3.57)$$

donde, $\mathcal{L}(\cdot; \cdot)$ es la función objetivo modificada (función de Lagrange), $\eta(\cdot; \cdot)$ la función objetivo y λ el multiplicador de Lagrange. La optimización comienza por encontrar los extremos relativos de (3.57). Por tanto, se debe cumplir que

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{u}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} \{ \eta(\bar{\gamma}; \mathbf{u}) + \lambda [P_R(\bar{\gamma}; \mathbf{u}) - P_{th} \times \eta(\bar{\gamma}; \mathbf{u})] \} = 0. \quad (3.58)$$

Además, la restricción definida en (3.55) debe cumplir que

$$P_R(\bar{\gamma}; \mathbf{u}) - P_{th} \times \eta(\bar{\gamma}; \mathbf{u}) = 0. \quad (3.59)$$

Desarrollando cada una de las derivadas parciales de (3.58), resulta

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} [\eta(\bar{\gamma}; \mathbf{u})] = \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} \left[\sum_{k=0}^{K-1} b_k \int_{u_k}^{u_{k+1}} f_{\gamma}(\gamma) d\gamma \right] = \sum_{k=0}^{K-1} b_k \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} \left(\int_{u_k}^{u_{k+1}} f_{\gamma}(\gamma) d\gamma \right) \right] = 0 \quad (3.60)$$

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} [\lambda P_R(\bar{\gamma}; \mathbf{u})] = \lambda \sum_{k=0}^{K-1} b_k \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} \int_{u_k}^{u_{k+1}} p_{m_k}(\gamma) f_{\gamma}(\gamma) d\gamma \right] = 0 \quad (3.61)$$

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} [\lambda P_{th} \eta(\bar{\gamma}; \mathbf{u})] = \lambda P_{th} \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} [\eta(\bar{\gamma}; \mathbf{u})] = 0. \quad (3.62)$$

Después de evaluar¹² cada una de las anteriores derivadas, según [Cho03] el conjunto de umbrales u_k vienen dados por

$$y_k(u_k) \triangleq y_1(u_1), \quad k = 2, 3, \dots, K-1, \quad (3.63)$$

donde $y_1(u_1) = 0,5A_1 \operatorname{erfc} \left(\sqrt{a_1 u_1 / 2} \right)$ corresponde a la iBEP para el primer modo de modulación (BPSK) evaluada en el primer umbral de decisión u_1 . La función $y_k(u_k)$ viene dada por

$$y_k(u_k) \triangleq \frac{1}{c_k} \{ b_k p_{m_k}(u_k) - b_{k-1} p_{m_{k-1}}(u_k) \}, \quad k = 2, 3, \dots, K-1, \quad (3.64)$$

¹² Ver anexo IV donde se muestra el desarrollo matemático de (3.63).

donde c_k y b_k están definidos en la tabla 3.2 y p_{m_k} es la iBEP definida en el canal AWGN de acuerdo al valor de k .

Según (3.63), todos los umbrales u_k para $k \neq 1$ están en función del umbral u_1 , y no dependen de las condiciones de propagación o de los parámetros que caracterizan el canal, la iSNR γ , la SNR media por símbolo $\bar{\gamma}$, y el parámetro de desvanecimiento m .

Resolviendo (3.64) para M -PSK, se obtienen las siguientes expresiones que permiten calcular los umbrales fijos y sub-óptimos u_k , como

$$\begin{aligned}
 y_1(u_1) &= p_2(u_1) \\
 y_2(u_2) &= 2p_4(u_2) - p_2(u_2) \\
 y_3(u_3) &= 3p_8(u_3) - 2p_4(u_3) \\
 y_4(u_4) &= 4p_{16}(u_4) - 3p_8(u_4) \\
 y_5(u_5) &= 5p_{32}(u_5) - 4p_{16}(u_5) \\
 y_6(u_6) &= 6p_{64}(u_6) - 5p_{32}(u_6) \\
 y_7(u_7) &= 7p_{128}(u_7) - 6p_{64}(u_7) \\
 y_8(u_8) &= 8p_{256}(u_8) - 7p_{128}(u_8).
 \end{aligned} \tag{3.65}$$

La Fig. (3.14), muestra la simulación de (3.65) de donde se pueden obtener los umbrales u_k fijos para una BEP umbral P_{th} dada.

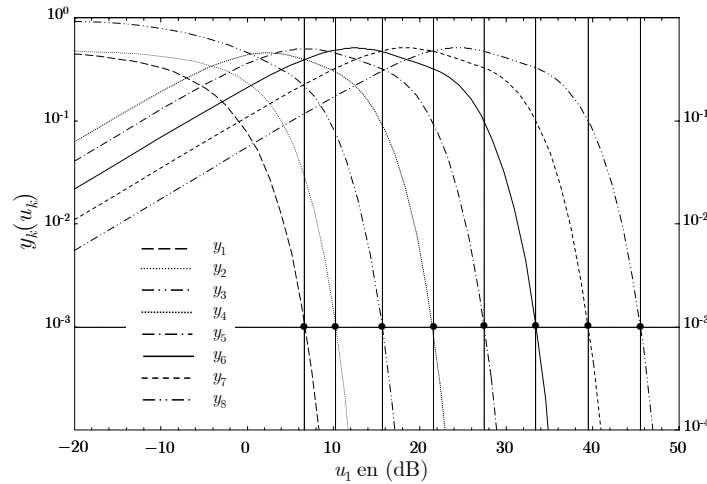


FIGURA 3.14: Umbrales fijos a partir del método de Lagrange

Por ejemplo, para $P_{th} = 10^{-3}$, resulta

$$u_k \text{ (dB)} = \{-\infty, 6,8, 10,3, 15,7, 21,5, 27,5, 33,5, 39,4, 45,5, \infty\}. \tag{3.66}$$

La Fig. 3.15 muestra los umbrales de decisión fijos u_k en dB, según (3.66).

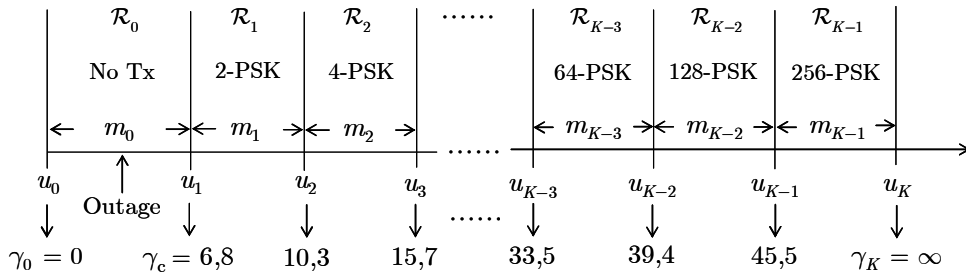


FIGURA 3.15: Umbrales fijos para M -PSK y $P_{th} = 10^{-3}$

El k -ésimo modo de transmisión se activa cuando la iSNR de la piloto γ_p se encuentra entre el umbral inferior γ_{k-1} y el superior γ_k . Por ejemplo, entre 6,8 dB y 10,3 dB, el bloque de subportadoras transmite con modulación BSPK, y entre 10,3 dB y 15,7 dB transmite con QPSK. Observe que el umbral, $u_1 = \gamma_c = 6,8$ dB, representa la iSNR de bloqueo (*outage*) del sistema para $P_{th} = 10^{-3}$.

Aunque el conjunto de ecuaciones definido en (3.65) permite calcular los umbrales fijos u_k , que permiten evaluar las prestaciones ofrecidas por la modulación M -PSK, estos umbrales no son adaptativos y en consecuencia no son óptimos, debido a que son independientes de la BEP umbral y de los parámetros que caracterizan el canal inalámbrico $(\gamma, \bar{\gamma}, m)$ y sólo dependen de los valores de c_k , b_k , y p_{m_k} , para cada k -ésimo modo de modulación. Por lo tanto, debe encontrarse una ecuación que relacione los umbrales u_k definidos en (3.65), con la BEP umbral y los parámetros del canal.

Teniendo en cuenta que todos los umbrales u_k dependen del umbral u_1 según (3.63), entonces, relacionando el umbral u_1 con la condiciones de propagación del canal a través de su FDP, $f_\gamma(\gamma)$, su SNR media $\bar{\gamma}$, y la BEP umbral P_{th} , se pueden determinar los otros umbrales a partir de (3.63).

En la restricción definida en el problema de optimización, la BEP media es igual a la BEP umbral, es decir $\bar{P}_b = P_{th}$. Entonces, la función de restricción dada en (3.59), según [Cho03], se puede expresar como

$$Y(m; \bar{\gamma}; \mathbf{u}(u_1)) = P_R(m; \bar{\gamma}; \mathbf{u}(u_1)) - P_{th} \times \eta(m; \bar{\gamma}; \mathbf{u}(u_1)), \quad (3.67)$$

donde se hace énfasis que el vector de umbrales óptimos \mathbf{u} depende del umbral u_1 , y éste a su vez, de las condiciones de propagación del canal, a través

de su FDP $f_\gamma(\gamma)$, la SNR media $\bar{\gamma}$, y la BEP umbral P_{th} . En consecuencia, los otros umbrales óptimos adaptativos u_k serán igualmente dependientes del canal y de la BEP umbral. Por tanto, el primer umbral óptimo adaptativo (mínimo global) u_1 , que optimiza (3.67), se encuentra a partir de la evaluación de su primera derivada parcial con respecto a u_1 e igualando a cero. Es decir

$$\frac{\partial Y}{\partial u_1} \triangleq \sum_{k=1}^{K-1} \frac{\partial}{\partial u_k} \{P_R - P_{th} \times \eta\} \frac{\partial u_k}{\partial u_1} = 0. \quad (3.68)$$

Después de operar en (3.68), resulta

$$\frac{\partial Y}{\partial u_1} = \frac{1}{c_1} \{b_0 p_{m_0}(u_1) - b_1 p_{m_1}(u_1) + P_{th}\} \sum_{k=1}^{K-1} c_k f(u_k) \frac{\partial u_k}{\partial u_1} = 0. \quad (3.69)$$

Teniendo en cuenta la tabla 3.2 $c_k \neq 0$ para $k = 1, 2, \dots, K-1$, y puesto que los umbrales se ordenan de forma creciente, es decir, $\forall_k \rightarrow u_{k+1} > u_k$ entonces $\frac{\partial u_k}{\partial u_1} > 0$. Por tanto la derivada definida en (3.69) $\frac{\partial Y}{\partial u_1} = 0$, sólo tendrá raíces o ceros cuando se cumpla

$$f(u_k) = 0, \quad k = 0, 1, \dots, K-1, \quad (3.70)$$

$$b_0 p_{m_0}(u_1) - b_1 p_{m_1}(u_1) + P_{th} = 0. \quad (3.71)$$

La primera condición implica que todos los umbrales, $u_k = 0$, para todo el rango de SNR media del canal. Por el contrario, para la segunda condición definida en (3.71), el valor de u_1 representa el mínimo global de la función de restricción definida en (3.67). Es decir, $Y(m; \bar{\gamma}; u_1) = 0$ cuando $u_1 = \xi$, tal que, $b_1 p_{m_1}(\xi) - b_0 p_{m_0}(\xi) = P_{th}$.

En consecuencia, el primer umbral óptimo u_1 se define en el rango $0 < u < \xi$ en unidades lineales, o en el rango, $-\infty < u < \xi$, en dB. El valor de ξ se calcula fácilmente utilizando (3.71) para una BEP umbral dada.

A partir de un valor dado para el umbral u_1 en el rango $(0, \xi]$ se resuelve el conjunto de ecuaciones no lineales definido en (3.65) empleando un programa de simulación numérica como Matlab® y/o Mathematica® (en esta tesis se utilizó el *toolbox FindRoot* de Mathematica) que permite encontrar los otros umbrales (u_2, \dots, u_s) óptimos adaptativos.

Finalmente, con los umbrales u_k obtenidos con (3.65) y para un valor del parámetro de desvanecimiento del canal m , se resuelve la ecuación (3.67) obteniendo la SNR media $\bar{\gamma}$, para cada uno de los vectores de umbrales.

La Fig. 3.16 muestra el diagrama de flujo del algoritmo utilizado en la tesis para calcular los umbrales óptimos adaptativos con el método de Lagrange.

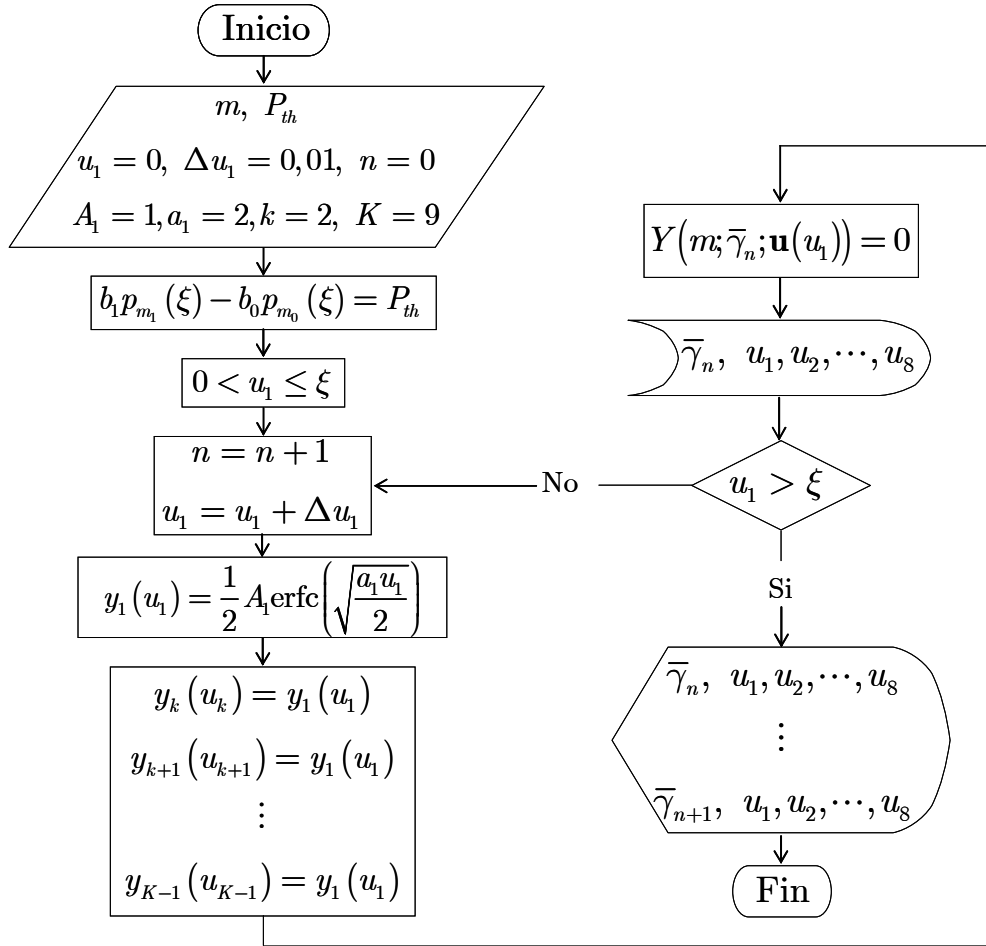


FIGURA 3.16: Diagrama de flujo del algoritmo utilizado para el cálculo de los umbrales óptimos adaptativos empleando el método de Lagrange.

En la Fig. 3.17 se muestra el conjunto de umbrales adaptativos en función de la SNR media por símbolo, $\bar{\gamma}$, para dos tipos de canal ($m = 1, m = 5,5$) simulados con el algoritmo de optimización propuesto, empleando el método de Lagrange.

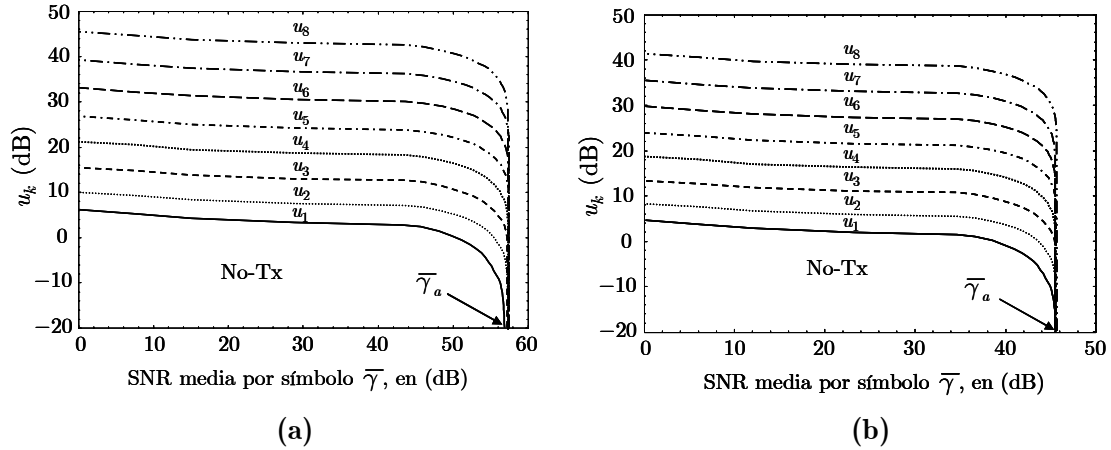


FIGURA 3.17: Umbrales adaptativos para M -PSK modo 8, en un canal Nakagami- m , con $P_{th} = 10^{-3}$. (a) $m = 1$. (b) $m = 5,5$

3.7 La SNR media de avalancha

La Fig. 3.17 muestra que existe un valor de SNR media $\bar{\gamma}$, a partir del cual todos los umbrales óptimos adaptativos u_k tienden a cero ($-\infty$ en dB). Este valor representado por $\bar{\gamma}_a$, conocido como SNR de avalancha, corresponde a la SNR que activa la modulación de mayor orden (256-PSK en nuestro caso) y depende de la BEP umbral P_{th} , del parámetro de desvanecimiento m del canal, y del nivel de modulación de mayor orden del sistema adaptativo. La SNR de avalancha se obtiene utilizando (3.67) como

$$\begin{aligned} & b_0 \int_{u_0}^{u_1} p_{m_0}(\gamma) f_\gamma(\gamma) d\gamma + b_1 \int_{u_1}^{u_2} p_{m_1}(\gamma) f_\gamma(\gamma) d\gamma + \dots + b_{K-1} \int_{u_{K-1}}^{\infty} p_{m_{K-1}}(\gamma) f_\gamma(\gamma) d\gamma \\ & = P_{th} \times \left(b_0 \int_{u_0}^{u_1} f_\gamma(\gamma) d\gamma + b_1 \int_{u_1}^{u_2} f_\gamma(\gamma) d\gamma + \dots + b_{K-1} \int_{u_{K-1}}^{\infty} f_\gamma(\gamma) d\gamma \right) \end{aligned} \quad (3.72)$$

Cuando la SNR media del canal es igual a la SNR de avalancha $\bar{\gamma} = \bar{\gamma}_a$, todos los umbrales u_k son iguales a cero. Es decir, $u_k = 0$, $k = 0, 1, \dots, K-1$; entonces, sustituyendo en (3.72) y desarrollando resulta

$$\int_0^{\infty} p_{m_{K-1}}(\gamma) f_\gamma(\gamma) d\gamma = P_{th}. \quad (3.73)$$

Sustituyendo (3.27) y (3.50) en (3.73) y resolviendo para una P_{th} , se obtiene la SNR de avalancha $\bar{\gamma}_a$. Es importante destacar que a partir de la $\bar{\gamma}_a$, la BEP media del sistema adaptativo empieza a decrecer por debajo de la BEP umbral. Desarrollando (3.73) para el canal Nakagami- m , resulta

$$\frac{1}{2\Gamma(m)} \sum_{l=1}^2 A_l \left\{ \Gamma(m) - \sqrt{\frac{2a_l \bar{\gamma}_a}{\pi m}} {}_2F_1\left(0.5, m + 0.5; 1.5; -\frac{a_l \bar{\gamma}_a}{2m}\right) \Gamma(m + 0.5) \right\} = P_{th}, \quad (3.74)$$

donde A_l y a_l , son las constantes definidas en (3.52) para el mayor modo de modulación, y ${}_2F_1(\cdot, \cdot; \cdot; \cdot)$ es la función hipergeométrica de Gauss [Abr72, (15.1.1)]. La Fig. 3.18 muestra la simulación de (3.74) para varios valores de m y niveles de modulación K .

Observe que los valores de la SNR media de avalancha para $K = 8$, $m = 1$, $\bar{\gamma}_a = 56,6$ dB, y $m = 5,5$, $\bar{\gamma}_a = 45,4$ dB, coinciden con la SNR media de la Fig. 3.17 donde los umbrales u_k tienden a $-\infty$ en dB (cero en lineal), de acuerdo a los gráficos (a) y (b) respectivamente. Cuando $K = 6$, la SNR de avalancha necesaria para activar la modulación de mayor orden es menor comparada con la requerida cuando $K = 8$.

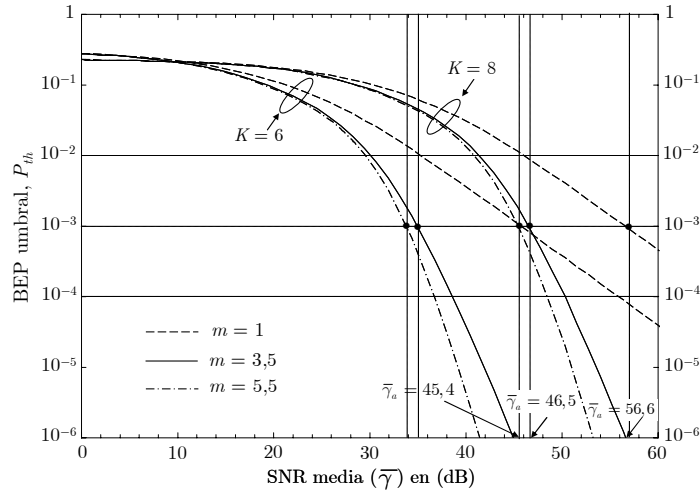
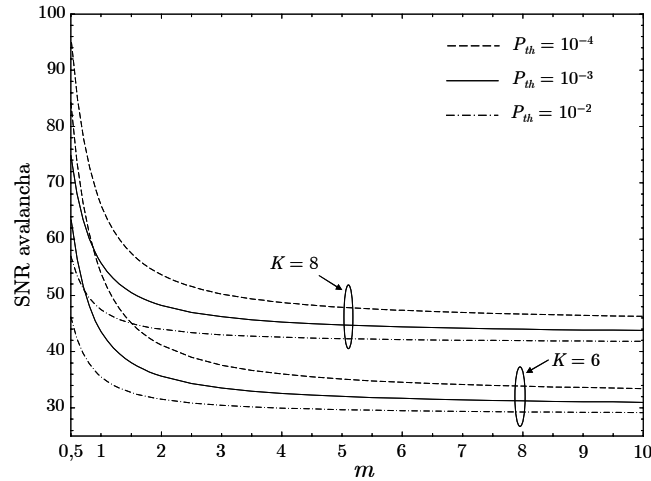


FIGURA 3.18: SNR de avalancha para $m = 1, 3,5, 5,5$, y distintos valores de P_{th} .

A partir de (3.74), se obtiene mediante métodos numéricos, la SNR media de avalancha en función del parámetro de desvanecimiento del canal m . La Fig. 3.19 muestra la SNR media de avalancha en función del parámetro de desvanecimiento m del canal y distintos valores de BEP umbral. Se observa que la $\bar{\gamma}_a$ tiende a estabilizarse cuando el canal inalámbrico presenta condiciones de desvanecimiento menos severas ($m > 1$). Por ejemplo para $K = 8$ y $P_{th} = 10^{-3}$, $\bar{\gamma}_a \rightarrow 46$ dB, cuando $m > 4$.


 FIGURA 3.19: SNR de avalancha en función del parámetro de desvanecimiento del canal m .

3.8 Prestaciones con estimación perfecta de iSNR

En esta sección se realizan los cálculos de las prestaciones del sistema, asumiendo estimación perfecta de la SNR instantánea en el receptor, es decir, $\hat{\gamma}_p = \gamma_p = \gamma$. Se define el error de estimación entre la iSNR de la subportadora piloto estimada en el receptor $\hat{\gamma}_p$, y la piloto transmitida γ_p , como $\Delta = \hat{\gamma}_p - \gamma_p$. Para estimación perfecta, el error de estimación $\Delta = 0$.

3.8.1 Probabilidad de seleccionar el k -ésimo modo

La selección del k -ésimo modo en modulación adaptativa M -PSK representada por \mathcal{M}_k , depende del desvanecimiento experimentado por el canal, y de la BEP umbral P_{th} definida para el cálculo de los umbrales. Considerando estimación perfecta de la iSNR, la probabilidad de selección del k -ésimo modo viene dada como

$$\mathcal{M}_k = \text{Prob}\{u_k \leq \gamma < u_{k+1}\} = \int_{u_k}^{u_{k+1}} f_\gamma(\gamma) d\gamma,$$

donde $f_\gamma(\gamma)$ es la FDP de la iSNR de la subportadora. Desarrollando la ecuación anterior y teniendo en cuenta (3.27), resulta

$$\mathcal{M}_k = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}}\right)^m \int_{u_k}^{u_{k+1}} \gamma^{m-1} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\bar{\gamma}}\right) d\gamma = \frac{1}{\Gamma(m)} \Gamma\left(m, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}}; \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}}\right), \quad (3.75)$$

donde m es el parámetro de desvanecimiento del canal UWB, $\bar{\gamma}$ la SNR media por símbolo, y $\Gamma(a, x_1; x_2)$, la función Gamma incompleta regularizada definida según [Wol09b], como

$$\Gamma(a, x_1, x_2) = \int_{x_1}^{x_2} t^{a-1} e^{-t} dt. \quad (3.76)$$

La Fig. 3.20 muestra la probabilidad de selección del k -ésimo modo para el canal Nakagami- m , con $m = 1, 0$, $m = 3,5$ y $P_{th} = 10^{-3}$.

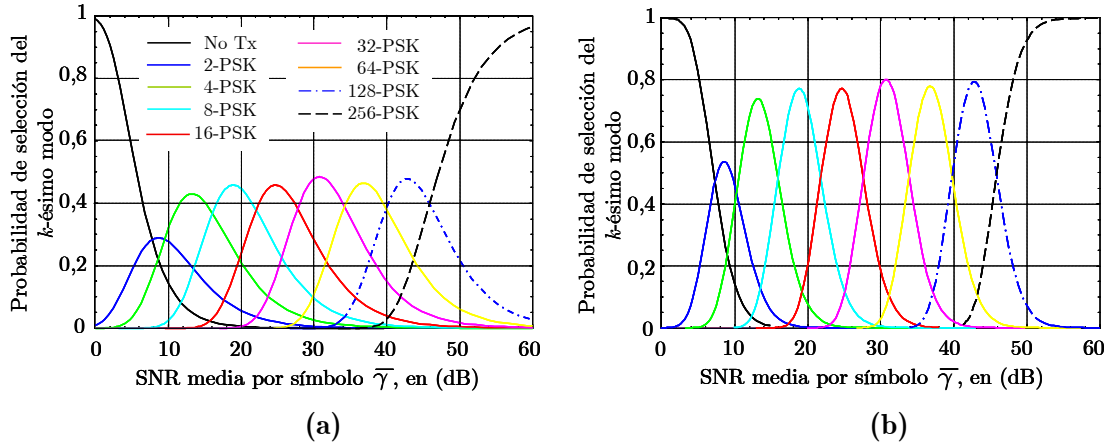


FIGURA 3.20: Probabilidad de selección del k -ésimo modo de modulación con M -PSK en un canal Nakagami- m , y BEP umbral $P_{th} = 10^{-3}$. (a) $m = 1$. (b) $m = 3,5$

Cuando la SNR media por subportadora es superior a 8 dB en los dos tipos de canal, hay una probabilidad de aproximadamente el 30 % para $m = 1$, y superior al 50 % para $m = 3,5$, de que se active el modo BPSK. Cuando la SNR media por símbolo es mayor a 14 dB en ambos canales, la probabilidad de activación del modo QPSK es superior al 40 % para $m = 1$, y aproximadamente el 75 % para $m = 3,5$.

Si la SNR media es superior a 18 dB en los 2 tipos de canal, la probabilidad de activación de los modos es aproximadamente 42 % para $m = 1$, y entre 75 % y 80 % para $m = 3,5$.

A partir de 48 dB en los dos canales, la probabilidad de activación de la modulación de mayor orden es del 60 % para $m = 1$, y 80 % para $m = 3,5$.

Se concluye a partir de las graficas, que la probabilidad de seleccionar un modo k del esquema adaptativo M -PSK, es mayor en canales que presenten desvanecimiento menos severos que el canal Rayleigh ($m = 1$), puesto que en canales con $m > 1$, la SNR media por símbolo y por subportadora necesaria

para entrar en las regiones de desvanecimiento \mathcal{R}_k , donde se activa cada uno de los k -ésimos modos disminuye. La Fig. 3.21 muestra la simulación de la probabilidad de selección del k -ésimo modo para los mismos canales con una BEP umbral $P_{th} = 10^{-2}$.

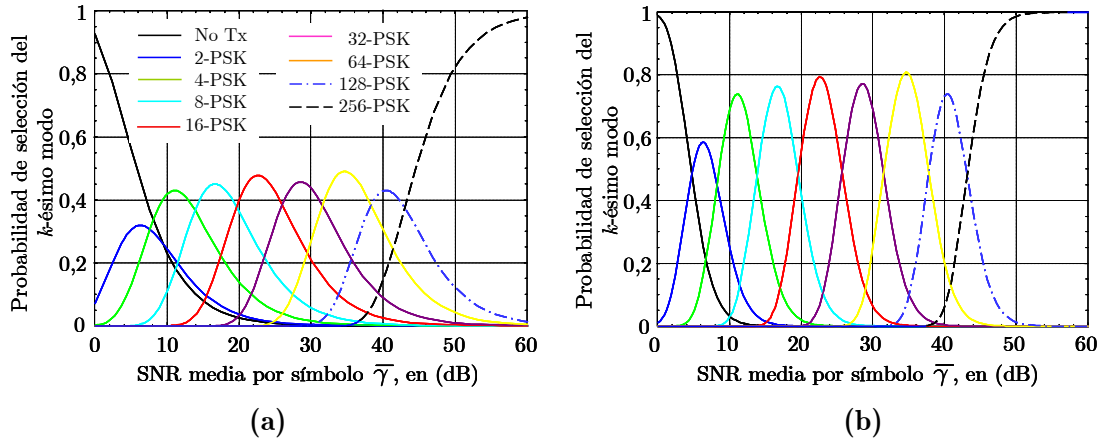


FIGURA 3.21: Probabilidad de selección del k -ésimo modo de modulación con M -PSK en un canal Nakagami- m , y BEP umbral $P_{th} = 10^{-2}$. (a) $m = 1$. (b) $m = 3,5$

A partir de esta grafica, se observa que para una BEP umbral mayor, la SNR media por símbolo y por subportadora requerida para activar cada uno de los modos de modulación es menor, y en consecuencia las probabilidad de activación de los modos BSPK y QPSK aumenta, especialmente en el canal que presenta desvanecimiento menos severo ($m = 3,5$).

El anterior efecto, al igual que en la Fig. 3.20, aparece como consecuencia de que la SNR media por símbolo necesaria para entrar en las regiones de desvanecimiento $\mathcal{R}_k = [u_k, u_{k+1})$ es menor a la que se requiere para una BEP umbral menor (Ej: 10^{-3} , 10^{-4} , 10^{-5}), y esto es debido a que los umbrales u_k que delimitan las regiones de desvanecimiento son menores, cuando el P_{th} aumenta.

Es importante comprender que definir una P_{th} umbral mayor para aumentar la probabilidad de selección de un modo k en el esquema adaptativo no es una buena opción, puesto que éste parámetro se define en función de la calidad de servicio requerido por la aplicación a transmitir y su modificación para hacerla mayor implica degradar la calidad del enlace debido a que se aumenta la probabilidad de error de bit o de símbolo.

Por tanto, queda la alternativa de mitigar el desvanecimiento experimentado por el canal, empleando técnicas de diversidad, como: espacio, código, polarización, tiempo y frecuencia.

3.8.2 Capacidad media con estimación perfecta

La capacidad media η en bits/símbolo (BPS) por subportadora para el sistema adaptativo, se define como los bits transmitidos en el k -ésimo modo multiplicado por la probabilidad de seleccionar ese modo específico en la región de desvanecimiento \mathcal{R}_k delimitada por los umbrales u_k .

Con estimación perfecta del canal, la capacidad media con adaptación discreta de bits, para el canal Nakagami- m , viene dada por

$$\begin{aligned} \eta(\bar{\gamma}; m; \mathbf{u}) &= \sum_{k=0}^{K-1} b_k \int_{u_k}^{u_{k+1}} f_{\gamma}(\gamma) d\gamma = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}} \right)^m \sum_{k=0}^{K-1} b_k \int_{u_k}^{u_{k+1}} \gamma^{m-1} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\bar{\gamma}}\right) d\gamma \\ &= \frac{1}{\Gamma(m)} \sum_{k=0}^{K-1} b_k \Gamma\left(m, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}}, \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}}\right) \end{aligned} \quad (3.77)$$

Teniendo en cuenta (3.29), se define una expresión equivalente para la capacidad media en función de los bits que se incrementan o disminuyen al pasar del modo k al modo $k+1$ o viceversa de acuerdo al vector fila $c_k = b_k - b_{k-1}$, definido en la tabla 3.2. La capacidad media equivalente viene dada por

$$\begin{aligned} \eta(\bar{\gamma}; m; \mathbf{u}) &= \sum_{k=0}^{K-1} c_k \int_{u_k}^{\infty} f_{\gamma}(\gamma) d\gamma = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}} \right)^m \int_{u_k}^{\infty} \gamma^{m-1} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\bar{\gamma}}\right) d\gamma \\ &= \frac{1}{\Gamma(m)} \sum_{k=0}^{K-1} c_k \Gamma\left(m, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}}\right) \end{aligned} \quad (3.78)$$

Es interesante comparar la capacidad media η adaptativa calculada con (3.77) o (3.78), y la capacidad límite normalizada de Shannon. La máxima capacidad de transmisión de información sin errores en un canal AWGN, se define como

$$C(\bar{\gamma}) = W \log_2(1 + \bar{\gamma}), \quad (3.79)$$

donde W es el ancho de banda y $\bar{\gamma}$ la SNR media. La tasa de transmisión de información límite normalizada de Shannon viene dada por

$$R(\bar{\gamma}) = \log_2(1 + \bar{\gamma}), \quad (3.80)$$

donde R son los BPS (bits/símbolo) transmitidos por subportadora. La Fig. 3.22 muestra la simulación de (3.77) para el canal Nakagami- m , con $m = 1$ (Rayleigh) y $P_{th} = 10^{-3}$, empleando los umbrales adaptativos calculados con el método de Lagrange, y su comparación con la capacidad límite de Shannon.

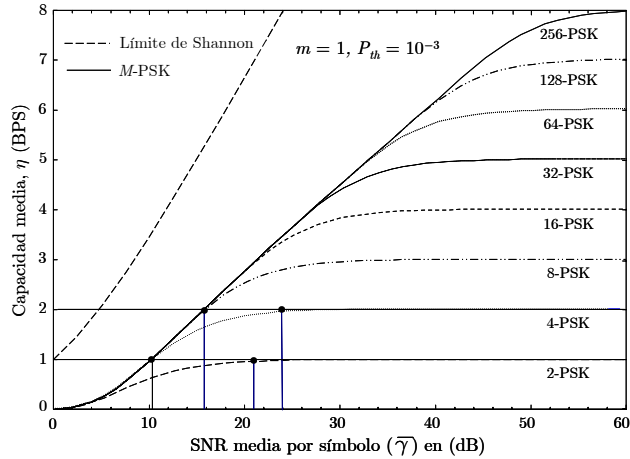


FIGURA 3.22: Capacidad media en BPS en función de la SNR media para la modulación adaptativa M -PSK en un canal Nakagami- m , con $m = 1$, y $P_{th} = 10^{-3}$.

Cuando la SNR media por símbolo es reducida (ej.: 10 dB para BPSK y 16 dB para QPSK), existe una elevada probabilidad de que el esquema adaptativo active los modos $k = 1$, y $k = 2$, que corresponden a la modulación BPSK y QPSK respectivamente. Lo anterior corrobora el análisis realizado de acuerdo a la Fig. 3.20, donde encontramos que entre 10 dB y 16 dB, hay una probabilidad del 30% para que se active el modo BPSK, y superior al 40% para que se active el modo QPSK.

Se observa igualmente que los modos BPSK y QPSK fijos requieren 21 dB y 24 dB respectivamente para su respectiva activación.

Lo anterior permite concluir que la ganancia por diversidad en frecuencia (por el uso de múltiples portadoras) del esquema adaptativo M -PSK frente a las modulaciones fijas BPSK y QPSK es de aproximadamente 8 dB para QPSK y 11 dB para BPSK.

Se concluye que en canales donde el desvanecimiento debido al multitrayecto es severo ($m = 1$) y la SNR media por símbolo es reducida, la modulación adaptativa M -PSK ofrece mejores prestaciones especialmente en los modos bajos (BPSK, QPSK) que los respectivos esquemas de modulación fijos.

La Fig. 3.23 muestra la capacidad media teórica calculada con (3.77) y la simulada, para el canal Nakagami- m , con $m = 1$ y $m = 3,5$.

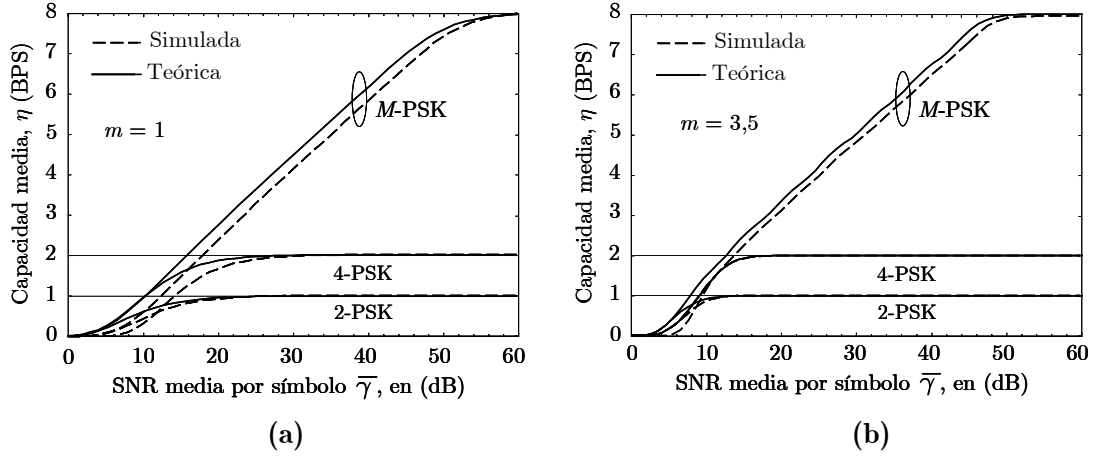


FIGURA 3.23: Capacidad media en BPS simulada y teórica para la modulación adaptativa M -PSK en un canal Nakagami- m , y $P_{th} = 10^{-3}$. (a) $m = 1$ y (b) $m = 3,5$.

Investiguemos ahora el efecto que se produce en la capacidad media η , debido a la variación del parámetro del desvanecimiento del canal m . Se observa en la Fig. 3.23 que al incrementar el parámetro de desvanecimiento de 1 a 3,5, la SNR media por símbolo necesaria para activar cada uno de los k modos del esquema adaptativo se hace menor.

La razón de que esto suceda se debe a que, con el incremento de m , el desvanecimiento experimentado en las subportadoras es menos severo. En consecuencia, la probabilidad de activar cada uno de los k modos aumenta, como se mostró en la Fig. 3.20, con lo cual, la capacidad media η , del sistema tiende a aumentar.

En la Fig. 3.24 se muestra la capacidad media η para el canal Nakagami- m para varias probabilidades de error de bit umbral P_{th} . Cuando la $P_{th} = 10^{-2}$, la SNR media por símbolo y por subportadora necesaria para activar cada uno de los k modos de modulación es menor que la SNR media requerida para $P_{th} = 10^{-3}$ y $P_{th} = 10^{-4}$.

Lo anterior corrobora el análisis que se hizo para explicar la Fig. 3.21, donde se observó que si se aumenta la BEP umbral, la probabilidad de selección de cada uno de los k -ésimos modos en M -PSK también aumenta.

Finalmente, la Fig. 3.25 muestra la capacidad media teórica evaluada con (3.77) para el canal Nakagami- m , con $m = 1,5$, $m = 3,5$, y $m \rightarrow \infty$.

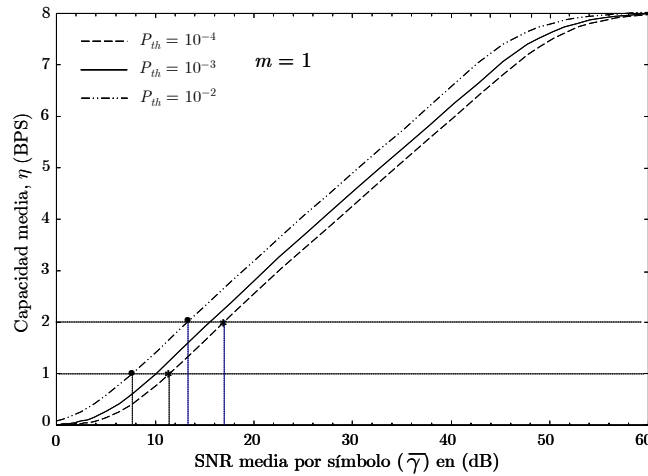


FIGURA 3.24: Capacidad media para el Nakagami- m , con $m = 1$, y distintos valores de P_{th} .

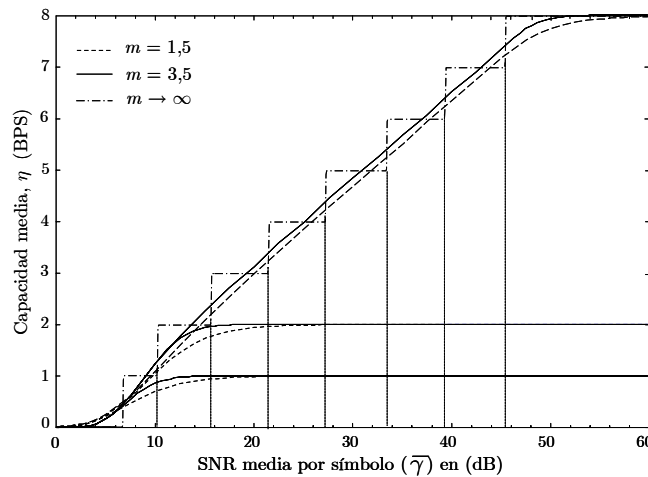


FIGURA 3.25: Capacidad media en BPS para el canal Nakagami- m con $m = 1,5$, $m = 3,5$, $m \rightarrow \infty$ y $P_{th} = 10^{-3}$.

3.8.3 Ganancia por diversidad en frecuencia

A partir de las simulaciones realizadas, se evalúa la ganancia en dB debido a la diversidad en frecuencia que se obtiene con el sistema adaptativo M -PSK empleando MB-OFDM y se compara con la modulación fija QPSK.

En la Fig. 3.26 (a) se muestra la SNR media por símbolo en función del parámetro de desvanecimiento del canal m , para una capacidad media del 90 % de 2 bits/símbolo (1,8 bit/símbolo) y $P_{th} = 10^{-3}$ empleando M -PSK adaptativo y la modulación fija QPSK. Se observa que en ambos tipos de modulación la

SNR media por símbolo decrece al aumentar el parámetro de desvanecimiento del canal. Es decir, para desvanecimientos más severos (m menores) la SNR promedio requerida para alcanzar la capacidad de 1,8 bit/símbolo aumenta.

Cuando $m = 1$, la SNR media por símbolo requerida para obtener la capacidad media de 1,8 bits/símbolo, es aproximadamente 16,5 dB con M -PSK adaptativo, y 24 dB con QPSK fijo.

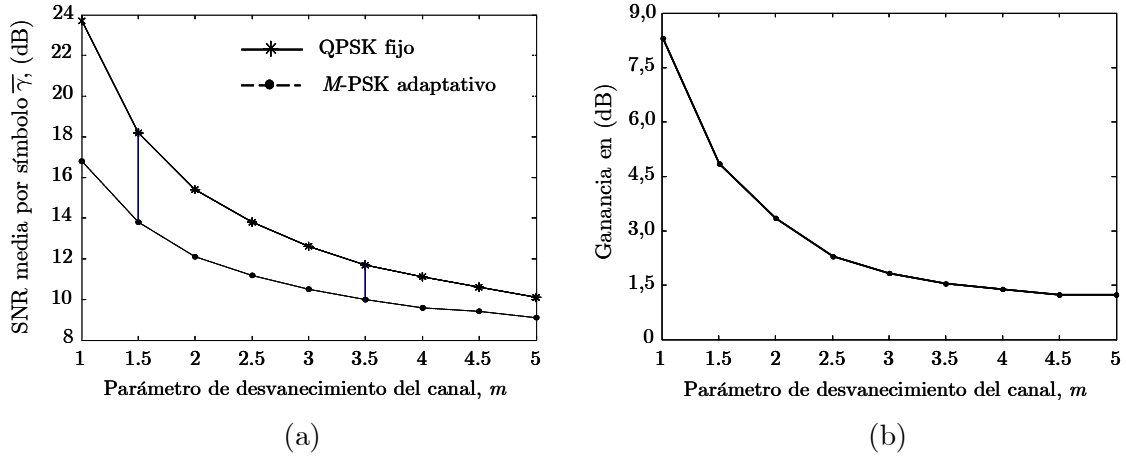


FIGURA 3.26.: (a) SNR media por símbolo para M -PSK adaptativo y QPSK fijo, en función del parámetro de desvanecimiento m , y capacidad media $\eta = 1,8$ bits/símbolo, con $P_{th} = 10^{-3}$. (b) Ganancia con M -PSK con respecto a la modulación fija QPSK.

Finalmente, la Fig. 3.26 (b), muestra la ganancia en dB obtenida como la diferencia entre la SNR media con QPSK y con M -PSK, necesarias para lograr una capacidad media $\eta = 1,8$ bits/símbolo con una $P_{th} = 10^{-3}$. Para $m = 1$ la ganancia es de aproximadamente 8 dB, para $m = 1,5$ es 4,8 dB, y para $m = 3,5$ es 2,5 dB.

3.8.4 Probabilidad de error de bit media por subportadora

La BEP promedio P_b^k para un modo específico k , por subportadora en un canal Nakagami- m , con modulación adaptativa y estimación perfecta del canal, viene dada por (3.33)

$$P_b^k(\bar{\gamma}; \mathbf{u}) = \int_{u_k}^{u_{k+1}} p_{m_k}(\gamma) f_\gamma(\gamma) d\gamma,$$

donde $p_{m_k}(\gamma)$ es la BEP para la modulación M -PSK en AWGN, definida en (3.41) y $f_\gamma(\gamma)$ es la iSNR de la subportadora con desvanecimiento, definida en (3.27). Entonces

$$P_b^k(\bar{\gamma}; m, \mathbf{u}) = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}}\right)^m \sum_{l=1}^L A_l \int_{u_k}^{u_{k+1}} Q(\sqrt{a_l \gamma}) \gamma^{m-1} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\bar{\gamma}}\right) d\gamma, \quad (3.81)$$

donde $\{A_l, a_l\}$ son las constantes para M -PSK en el canal AWGN definidas en (3.52). Empleando la función $\operatorname{erfc}(z)$ definida en (3.46), resulta

$$P_b^k(\bar{\gamma}; m, \mathbf{u}) = \frac{1}{2\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}}\right)^m \sum_{l=1}^L A_l \int_{u_k}^{u_{k+1}} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{a_l \gamma}{2}}\right) \gamma^{m-1} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\bar{\gamma}}\right) d\gamma, \quad (3.82)$$

Utilizando la función equivalente para la $\operatorname{erfc}(z)$ definida en (3.47), y teniendo en cuenta que $z = (a_l \gamma / 2)^{1/2}$, después de operar sobre (3.82) se obtiene

$$P_b^k(\bar{\gamma}; m, \mathbf{u}) = \frac{1}{2\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}}\right)^m \sum_{l=1}^L A_l \left[\int_{u_k}^{u_{k+1}} \gamma^{m-1} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\bar{\gamma}}\right) d\gamma - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)n!} \left(\frac{a_l}{2}\right)^{(n+0.5)} \int_{u_k}^{u_{k+1}} \gamma^{(n+m-0.5)} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\bar{\gamma}}\right) d\gamma \right]. \quad (3.83)$$

Resolviendo las dos integrales de (3.83), resulta

$$P_b^k(\bar{\gamma}; m, \mathbf{u}) = \frac{1}{2\Gamma(m)} \sum_{l=1}^L A_l \left[\Gamma\left(m, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}}, \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}}\right) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)n!} \left(\frac{a_l}{2}\right)^{(n+0.5)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}}\right)^{-(n+0.5)} \Gamma\left(m+n+0.5; \frac{mu_k}{\bar{\gamma}}, \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}}\right) \right]. \quad (3.84)$$

Finalmente, la BEP media total \bar{P}_b evaluada sobre todo el conjunto de modos k del sistema adaptativo para la i -ésima subportadora, se obtiene sustituyendo en (3.34) la BEP media P_b^k calculada en (3.84) y la capacidad η evaluada con (3.78), resultando

$$\bar{P}_b(\bar{\gamma}; m; \mathbf{u}) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{K-1} \frac{b_k}{c_k \Gamma\left(m, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}}\right)} \sum_{l=1}^L A_l \left[\Gamma\left(m, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}}, \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}}\right) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)n!} \left(\frac{a_l}{2}\right)^{(n+0.5)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}}\right)^{-(n+0.5)} \Gamma\left(m+n+0.5; \frac{mu_k}{\bar{\gamma}}, \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}}\right) \right] \times. \quad (3.85)$$

La Fig. 3.27, muestra la simulación de BEP media adaptativa para $m = 1, 3,5$ y $5,5$. Observe que su valor permanece constante para la BEP umbral P_{th} , hasta la SNR de avalancha, siendo este el objetivo de la restricción definida en el problema de optimización planteado en (3.55). La Fig. 3.28, muestra la BEP para distintos valores de m y BEP umbral de $P_{th} = 10^{-2}$ y $P_{th} = 10^{-4}$.

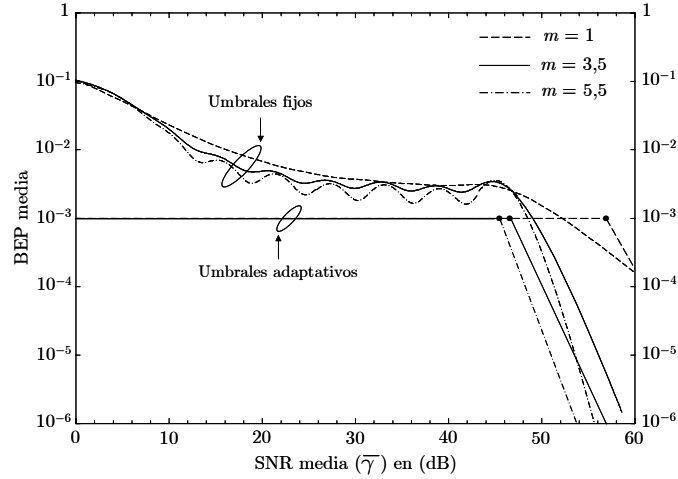


FIGURA 3.27: Probabilidad de error de bit media con estimación perfecta para $P_{th} = 10^{-3}$, con $m = 1, 3,5, 5,5$.

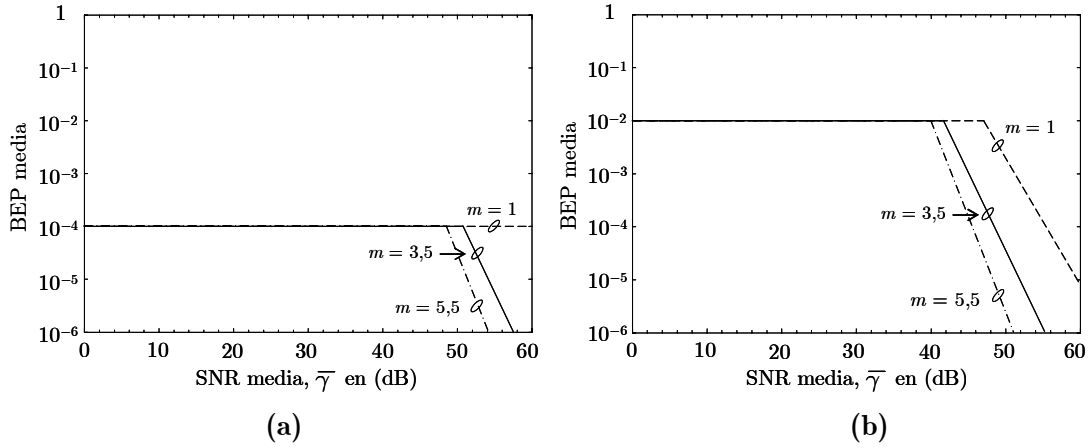


FIGURA 3.28: Probabilidad de error de bit media con estimación perfecta para $m = 1, 3,5$ y $5,5$. (a) $P_{th} = 10^{-4}$, (b) $P_{th} = 10^{-2}$.

3.8.4.1 Análisis del error de truncamiento

La BEP media calculada con (3.85) involucra la evaluación de una suma infinita. Para propósitos de validación mediante simulación de (3.85), un número finito de términos debe utilizarse en el sumatorio, lo que genera un error de truncamiento al emplear una versión truncada de la ecuación.

De acuerdo a [Par07] y [Xia04], se define el error de truncamiento o de tolerancia $\xi(J)$ como

$$\xi(J) \triangleq \left| \overline{P_b(J)} - \overline{P_b(\infty)} \right|, \quad (3.86)$$

donde J es el número de términos requerido para una precisión deseada. Resolviendo (3.86), teniendo en cuenta (3.85) se obtiene

$$\xi(J) = \left| \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{k=0}^{K-1} \frac{b_k}{c_k \Gamma\left(m, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}}\right)} \sum_{l=1}^L A_l \left[\sum_{n=J+1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)n!} \left(\frac{a_l}{2}\right)^{(n+0.5)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}}\right)^{-(n+0.5)} \right] \times \right|. \quad (3.87)$$

utilizando (3.87), se selecciona el valor de J y se evalúa de forma numérica para un error de truncamiento $\xi(J)$ dado. El número de términos J requerido para la precisión dada, aparece en función del parámetro de desvanecimiento del canal m , y de la SNR media $\bar{\gamma}$.

La tabla 3.3 muestra el número de términos J para distintos valores de m y SNR media para una tolerancia $\xi(J) = 1 \cdot 10^{-8}$. De acuerdo a los resultados obtenidos en la tabla 3, se decidió emplear en las simulaciones $J = 60$ términos para validar la expresión analítica (3.85) que corresponde a la BEP media adaptativa con estimación perfecta.

 TABLA 3.3: Número de términos J requerido para evaluar (3.85)

| | $m = 1$ | | | | | | $m = 3,5$ | | | | | | $m = 5,5$ | | | | |
|---------------------|---------|----|----|----|----|--|-----------|----|----|----|----|--|-----------|----|----|----|----|
| $\bar{\gamma}$ (dB) | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 |
| J | 18 | 45 | 53 | 55 | 55 | | 12 | 42 | 54 | 56 | 56 | | 8 | 40 | 54 | 56 | 56 |

3.8.5 Probabilidad de bloqueo o de corte

La probabilidad de bloqueo o corte (*outage*) representada por P_{out} , se define como la probabilidad de que la iSNR de la subportadora γ , sea menor que la SNR de corte γ_c , y que origina que el sistema entre en el modo de no transmisión. La P_{out} se expresa como

$$P_{\text{out}} \triangleq \Pr\{\gamma < \gamma_c\} = \int_{-\infty}^{\gamma_c} f_{\gamma}(\gamma) d\gamma = 1 - \int_{\gamma_c}^{\infty} f_{\gamma}(\gamma) d\gamma, \quad (3.88)$$

La probabilidad de corte P_{out} , depende de las características de propagación del canal inalámbrico de acuerdo al término $f_{\gamma}(\gamma)$.

Para un canal UWB donde su función de transferencia $r = |H(f)|$ sigue una distribución Nakagami- m , la iSNR de la subportadora γ sigue una distribución Gamma. Entonces, la probabilidad de *outage* se calcula como

$$\begin{aligned}
 P_{\text{out}} &= \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}} \right)^m \int_{-\infty}^{\gamma_c} \gamma^{m-1} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\bar{\gamma}}\right) d\gamma \\
 &= 1 - \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}} \right)^m \int_{\gamma_c}^{\infty} \gamma^{m-1} \exp\left(-\frac{m\gamma}{\bar{\gamma}}\right) d\gamma = 1 - \frac{1}{\Gamma(m)} \Gamma\left(m, \frac{m\gamma_c}{\bar{\gamma}}\right), \quad (3.89)
 \end{aligned}$$

donde $\Gamma(\cdot, \cdot)$ representa la función incompleta Gamma [Abr72, (6.5.3)].

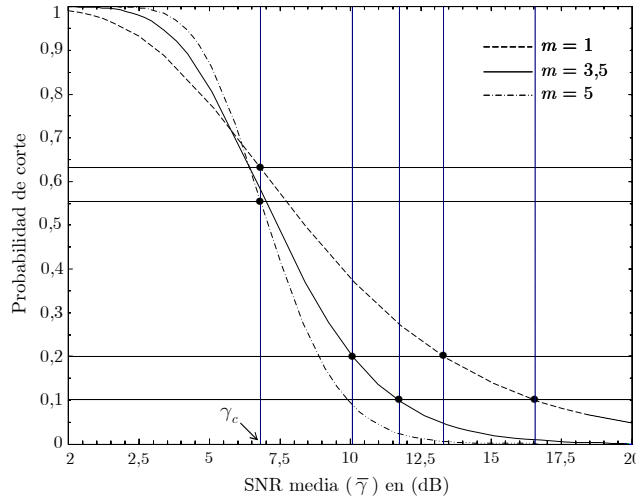


FIGURA 3.29: Probabilidad de *outage* para SNR de corte $\gamma_c = 6,8$ dB, y $m = 1, 3,5$, y, $5,5$.

La Fig. 3.29 muestra la probabilidad de bloqueo simulada de acuerdo a (3.89), para varios valores de desvanecimiento del canal m . Como es de esperar, la probabilidad de bloqueo para el mismo valor de SNR de corte $\gamma_c = 6,8$ dB, es mayor ($P_{\text{out}} \simeq 64$ %) cuando el canal presenta un desvanecimiento más severo ($m = 1$), comparado con el canal que ofrece menor desvanecimiento ($m = 5$), donde la probabilidad de *outage* es aproximadamente de 55 %.

Si se define la disponibilidad como $z = 1 - P_{\text{out}}$, entonces para $m = 1$ y $m = 5$, $z = 36$ % y 45 %, respectivamente. Por tanto, queda claro que para obtener una mayor disponibilidad z , se requiere que la probabilidad de *outage* sea menor, lo que implica que la SNR media por subportadora debe ser mayor, como lo evidencia la Fig. 3.29, donde para una $P_{\text{out}} = 20$ % y 10 %, con $m = 1$, se requieren 13,3 dB y 16,5 dB, respectivamente.

Se observa igualmente que para m mayores, la SNR media requerida por subportadora para superar la γ_c es menor; 10 dB para $P_{\text{out}} = 20$ % y 11,6 dB $P_{\text{out}} = 10$ %, con $m = 3,5$, lo cual es lógico debido a que el canal presenta menor desvanecimiento.

A partir de (3.89), se calcula el valor de la SNR media $\bar{\gamma}$ que debe tener la subportadora para que permita una disponibilidad, por ejemplo de $z = 99\%$, es decir, obtener una probabilidad de *outage*, $P_{\text{out}} = 1\%$.

El objetivo consiste en calcular la $\bar{\gamma}$, que se encuentra dentro del argumento de la función Gamma incompleta. Para ello, se utiliza la relación que existe entre la Gamma incompleta $\Gamma(\cdot, \cdot)$ y la función Gamma incompleta regularizada $Q(\cdot, \cdot)$ de acuerdo a [Wol09c], como

$$z = Q(a, s) = \frac{\Gamma(a, s)}{\Gamma(a)}, \quad (3.90)$$

donde, $a = m$, $s = m\gamma_c/\bar{\gamma}$, y $z = 1 - P_{\text{out}}$. A partir de (3.90), se calcula el valor de $\bar{\gamma}$, empleando la inversa de la función Gamma incompleta regularizada representada por Q^{-1} y definida en [Wol09d], como

$$z = Q(a, s) /; \rightarrow s = Q^{-1}(a, z), \quad (3.91)$$

Realizando sencillas operaciones algebraicas de acuerdo a (3.91), la SNR media $\bar{\gamma}$ requerida para una P_{out} , viene dada por

$$\bar{\gamma} = \frac{m\gamma_c}{Q^{-1}(m, 1 - P_{\text{out}})}. \quad (3.92)$$

Se puede expresar (3.92) en dB como

$$\bar{\gamma}(\text{dB}) = 10 \log(m\gamma_c) - 10 \log[Q^{-1}(m, 1 - P_{\text{out}})]. \quad (3.93)$$

Observe que la SNR media $\bar{\gamma}$, requerida para $z = 1 - P_{\text{out}}$, depende, del parámetro de desvanecimiento del canal m y de la SNR de corte γ_c .

Para valores de P_{out} próximos a 0, la función Gamma incompleta regularizada Q^{-1} , según [Wol09e] se puede expresar de forma equivalente empleando una expansión en serie asintótica. Por tanto (3.93) se puede aproximar para valores de P_{out} reducidos por

$$\bar{\gamma}(\text{dB})_{P \rightarrow 0} \simeq 10 \log(m\gamma_c) - 10 \log \left\{ \omega^1 + \frac{\omega^2}{(m+1)} + \frac{(3m+5)\omega^3}{2(m+1)^2(m+2)} + \frac{[m(8m+33)+31]\omega^4}{3(m+1)^3(m+2)(m+3)} + \dots \right\}, \quad (3.94)$$

donde $\omega = [\Gamma(m+1)P_{\text{out}}]^{1/m}$.

La Fig. 3.30 muestra la simulación de (3.93) en función del parámetro de forma del canal Nakagami- m , para las probabilidades, $P_{\text{out}} = 1\%$, 10% y 20% .

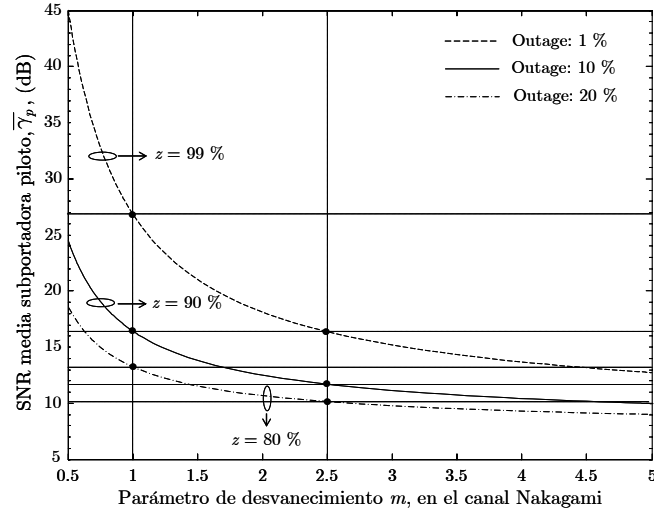


FIGURA 3.30: SNR media requerida para $P_{\text{out}} = 1\%$, 10% y 20% .

3.9 Prestaciones con estimación imperfecta de la iSNR

En esta sección, se realiza la evaluación analítica de las prestaciones de la modulación adaptativa M -PSK, asumiendo estimación imperfecta de la iSNR en la subportadora piloto, es decir $\hat{\gamma}_p \neq \gamma_p$.

El proceso de estimación de la iSNR de la subportadora piloto en el receptor, se realiza empleando los símbolos pilotos enviados por el transmisor en las subportadoras piloto, las cuales se encuentran definidas en posiciones predeterminadas en la banda de 528 MHz [ECM08] (ver Fig. 3.12).

Es importante destacar que la modulación adaptativa sólo se aplica a las subportadoras que llevan información, mientras que las subportadoras piloto siempre se transmiten con potencia y modulación fija (BPSK).

En un canal inalámbrico, tanto los símbolos de información como los pilotos experimentan variaciones en su amplitud y fase debido al desvanecimiento experimentado por el canal. Puesto que tanto la posición de las subportadoras pilotos como la modulación empleada para transmitir los símbolos pilotos son fijas y conocidas, resulta interesante estimar la iSNR en el canal empleando las subportadoras piloto enviadas desde el transmisor. Esta técnica de estimación se conoce como PSAM (*Pilot Symbol Assisted Modulation*).

3.9.1 Estimación de la iSNR en el canal UWB

Puesto que la estimación de la iSNR no es perfecta, es decir $\hat{\gamma}_p \neq \gamma_p$, el k -ésimo modo de modulación M -PSK a emplear en las subportadoras de información, depende de la estadística de distribución que sigue la iSNR de la subportadora piloto estimada $\hat{\gamma}_p$.

El método de estimación empleado en esta tesis consiste en calcular la estadística de la distribución que sigue la iSNR estimada $\hat{\gamma}_p$, condicionada a la distribución de la subportadora piloto γ_p , cuando esta última se encuentra en la región de desvanecimiento \mathcal{R}_k , delimitada por los umbrales $[u_k, u_{k+1})$.

En términos estadísticos, se trata de calcular la función distribución condicionada que sigue la iSNR de $\hat{\gamma}_p$, que se expresa como

$$\begin{aligned} F_{\hat{\gamma}_p}(\hat{\gamma}_p | \gamma_p) &= \text{Prob}\{\gamma \leq \hat{\gamma}_p | u_k \leq \gamma_p \leq u_{k+1}\} = \frac{\text{Prob}\{\gamma \leq \hat{\gamma}_p, u_k \leq \gamma_p \leq u_{k+1}\}}{\text{Prob}\{u_k \leq \gamma_p \leq u_{k+1}\}}, \quad (3.95) \\ &= \frac{F_{\hat{\gamma}_p, \gamma_p}(\hat{\gamma}_p, \gamma_p)}{F_{\gamma_p}(\gamma_p)} \end{aligned}$$

donde $F_{\hat{\gamma}_p, \gamma_p}(\hat{\gamma}_p, \gamma_p)$, es la función distribución de probabilidad conjunta de $\hat{\gamma}_p$ y γ_p . La FDP de $\hat{\gamma}_p$, se define a partir de la FDP condicionada $f_{\hat{\gamma}_p | \gamma_p}(\hat{\gamma}_p | \gamma_p)$, que se calcula derivando (3.95) como

$$f_{\hat{\gamma}_p | \gamma_p}(\hat{\gamma}_p | \gamma_p) = \frac{\partial}{\partial \hat{\gamma}_p} \left(\frac{F_{\hat{\gamma}_p, \gamma_p}(\hat{\gamma}_p, \gamma_p)}{F_{\gamma_p}(\gamma_p)} \right) = \frac{\partial}{\partial \hat{\gamma}_p} \left(\frac{\text{Prob}\{\gamma \leq \hat{\gamma}_p, u_k \leq \gamma_p \leq u_{k+1}\}}{\text{Prob}\{u_k \leq \gamma_p \leq u_{k+1}\}} \right). \quad (3.96)$$

El numerador de (3.96) corresponde a la función distribución conjunta $F_{\hat{\gamma}_p, \gamma_p}(\hat{\gamma}_p, \gamma_p)$, que se define como

$$F_{\hat{\gamma}_p, \gamma_p}(\hat{\gamma}_p, \gamma_p) = \text{Prob}\{\gamma \leq \hat{\gamma}_p, u_k \leq \gamma_p \leq u_{k+1}\} = \int_0^{\hat{\gamma}_p} \int_{u_k}^{u_{k+1}} f_{\gamma_p, \gamma}(\gamma_p, \gamma) d\gamma_p d\gamma. \quad (3.97)$$

El integrando de (3.97) representa la FDP bidimensional de dos variables aleatorias (VA) Gamma, y según [Rei02] se expresa como

$$\begin{aligned} f_{\gamma_p, \gamma}(\gamma_p, \gamma) &= (1 - \chi)^m \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\binom{m_p}{i}}{i!} \delta^i \left(\frac{m_p}{\bar{\gamma}_p (1 - \chi)} \right)^{m_p + i} \frac{\gamma_p^{m_p + i - 1}}{\Gamma(m_p + i)} \exp\left(-\frac{m_p \gamma_p}{\bar{\gamma}_p (1 - \chi)}\right) \times \\ &\left(\frac{m}{\bar{\gamma} (1 - \chi)} \right)^{m + i} \frac{\gamma^{m + i - 1}}{\Gamma(m + i)} \exp\left(-\frac{m \gamma}{\bar{\gamma} (1 - \chi)}\right) {}_1F_1\left(m - m_p, m_p + i; \frac{m \chi}{\bar{\gamma} (1 - \chi)} \gamma\right) \end{aligned} \quad (3.98)$$

donde γ_p y γ son las iSNR de las subportadoras en las que se cumple que $m \geq m_p$; $\bar{\gamma}_p$ y $\bar{\gamma}$ son la relación señal a ruido media; $\chi = \rho\sqrt{m/m_p}$, esta sujeta a $0 \leq \chi \leq 1$, donde ρ el coeficiente de correlación; ${}_1F_1(\cdot, \cdot; \cdot)$ la función confluyente hipergeométrica de Kummer [Abr72, (13.1.2)] y $(m)_i = \Gamma(m+i)/\Gamma(m)$ es el símbolo Pochhammer [Abr72, (6.1.22)].

Puesto que el canal UWB en recintos de interior se asume con desvanecimiento plano en frecuencia, la relación señal a ruido media $\bar{\gamma}_n$ y el parámetro de forma m_n para todas las subportadoras son aproximadamente iguales [Alo00], es decir, $\bar{\gamma}_n (n = 1, \dots, N) \simeq \bar{\gamma}$ y $m_n (n = 1, \dots, N) \simeq m$.

Se considera la potencia de transmisión por símbolo o subportadora constante, y puesto que cada una de las subbandas en OFDM se asume como de banda estrecha con desvanecimiento plano. Entonces, según (3.22) $\bar{\gamma}_p = \bar{\gamma}$, sustituyendo en (3.98) y simplificando, resulta

$$f_{\gamma_p, \gamma}(\gamma_p, \gamma) = \frac{(1-\rho)^m}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\rho^i}{i! \Gamma(m+i)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)} \right)^{2(m+i)} (\gamma_p \gamma)^{m+i-1} \exp\left(-\frac{m(\gamma_p + \gamma)}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right) \times {}_1F_1\left(0, m+i; \frac{\rho}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)} \gamma\right). \quad (3.99)$$

Según [Wol09c] ${}_1F_1(0, b; z) = 1$. Entonces, la FDP de las dos VA Gamma correladas, se puede expresar como

$$f_{\gamma_p, \gamma}(\gamma_p, \gamma) = \frac{(1-\rho)^m}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\rho^i}{i! \Gamma(m+i)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)} \right)^{2(m+i)} (\gamma_p \gamma)^{m+i-1} \exp\left(-\frac{m(\gamma_p + \gamma)}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right). \quad (3.100)$$

Finalmente, sustituyendo (3.100), en (3.97), resulta

$$F_{\hat{\gamma}_p, \gamma_p}(\hat{\gamma}_p, \gamma_p) = \frac{(1-\rho)^m}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\rho^i}{i! \Gamma(m+i)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)} \right)^{2(m+i)} \times \int_0^{\hat{\gamma}_p} \int_{u_k}^{u_{k+1}} (\gamma_p \gamma)^{m+i-1} \exp\left(-\frac{m}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}(\gamma_p + \gamma)\right) d\gamma_p d\gamma. \quad (3.101)$$

Después de resolver la integral doble en (3.101), empleando [Gra07] resulta

$$F_{\hat{\gamma}_p, \gamma_p}(\hat{\gamma}_p, \gamma_p) = \frac{(1-\rho)^m}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\rho^i}{i! \Gamma(m+i)} \Gamma\left(m+i, 0, \frac{m\hat{\gamma}_p}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right) \times \Gamma\left(m+i, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}, \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right). \quad (3.102)$$

El denominador de (3.96) define la función distribución de γ_p , evaluada entre los umbrales u_k y u_{k+1} , y se define como

$$F_{\gamma_p}(\gamma_p) = \text{Prob}\{u_k \leq \gamma_p \leq u_{k+1}\} = \int_{u_k}^{u_{k+1}} f_{\gamma_p}(\gamma_p) d\gamma_p, \quad (3.103)$$

donde, $f_{\gamma_p}(\gamma_p)$ es la FDP de la iSNR de la subportadora piloto. Desarrollando (3.103) y teniendo en cuenta (3.27), resulta

$$F_{\gamma_p}(\gamma_p) = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}_p}\right)^m \int_{u_k}^{u_{k+1}} \gamma_p^{m-1} \exp\left(-\frac{m\gamma_p}{\bar{\gamma}_p}\right) d\gamma_p = \frac{1}{\Gamma(m)} \Gamma\left(m, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}_p}; \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}_p}\right), \quad (3.104)$$

Sustituyendo (3.102) y (3.104) en (3.96), resulta

$$f_{\hat{\gamma}_p|\gamma_p}(\hat{\gamma}_p|\gamma_p) = \frac{\partial}{\partial \hat{\gamma}_p} \left[\frac{(1-\rho)^m \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\rho^i}{i! \Gamma(m+i)} \Gamma\left(m+i, 0, \frac{m\hat{\gamma}_p}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right) \Gamma\left(m+i, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}; \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right)}{\Gamma\left(m, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}_p}; \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}_p}\right)} \right]. \quad (3.105)$$

Derivando con respecto $\hat{\gamma}_p$ en (3.105), la FDP de la subportadora estimada $\hat{\gamma}_p$, condicionada a que la subportadora piloto γ_p , se encuentre en la región de desvanecimiento $\mathcal{R}_k[u_k, u_{k+1}]$, representada por $f_{\hat{\gamma}_p|\gamma_p}(\hat{\gamma}_p|\gamma_p)$, se expresa como

$$f_{\hat{\gamma}_p|\gamma_p}(\hat{\gamma}_p|\gamma_p) = \frac{1}{\Gamma\left(m, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}_p}, \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}_p}\right)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}_p}\right)^m \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\rho^i}{i! \Gamma(m+i)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right)^i \times \Gamma\left(m+i, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}, \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right) (\hat{\gamma}_p)^{m+i-1} \exp\left(-\frac{m\hat{\gamma}_p}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right), \quad (3.106)$$

donde, $\rho = \text{cov}(\gamma_p, \hat{\gamma}_p) / (\text{var}(\gamma_p) \text{var}(\hat{\gamma}_p))^{1/2}$, es el coeficiente de correlación (covarianza normalizada) en potencia de las subportadoras γ_p y $\hat{\gamma}_p$. Cuando $\rho \rightarrow 0$, se obtiene utilizando (3.106) la FDP marginal de la VA Gamma como

$$f_{\hat{\gamma}_p}(\hat{\gamma}_p) = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}_p} \right)^m (\hat{\gamma}_p)^{m-1} \exp\left(-\frac{m\hat{\gamma}_p}{\bar{\gamma}_p}\right), \quad \gamma \geq 0, m \geq 0,5. \quad (3.107)$$

Cuando las subportadoras a analizar presentan el mismo parámetro de desvanecimiento, es decir, $m_n(n=1,\dots,N) \simeq m$, el coeficiente de correlación para dos VA Gamma (potencia), representado por ρ_γ , se expresa de acuerdo a [Nak60, (139)] como

$$\rho_\gamma = \frac{\Gamma^2\left(m + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma(m)\Gamma(m+1) - \Gamma^2\left(m + \frac{1}{2}\right)} \left[{}_2F_1\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; m, \rho_n\right) - 1 \right], \quad (3.108)$$

donde ${}_2F_1(\cdot, \cdot; \cdot; \cdot)$ es la función hipergeométrica de Gauss [Abr72, (15.1.1)], y ρ_n representa el coeficiente de correlación para dos VA Nakagami- m (amplitud). La Fig. 3.31 muestra la simulación de (3.108) para $m_1 = m_2 = m = 1, 3,5$ y $5,5$, donde se observa que ρ_γ es igual a ρ_n , para $0 \leq \rho \leq 1$.

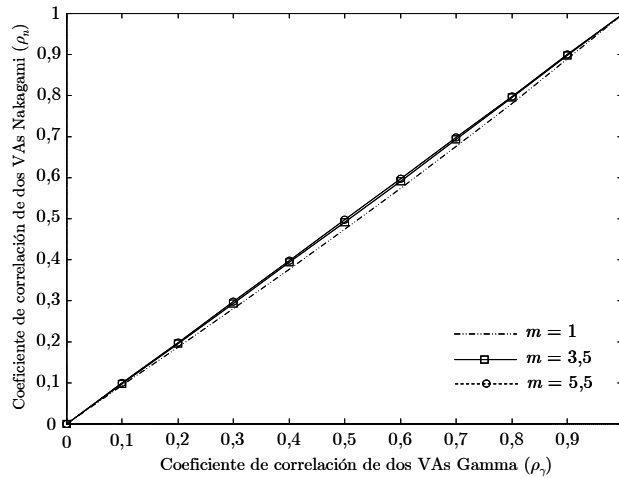


FIGURA 3.31: Relación entre el coeficiente de correlación para dos variables aleatorias Gamma (potencia) y el coeficiente de correlación para dos variables aleatorias Nakagami (amplitud)

3.9.1 Probabilidad de error de bit media por subportadora

La BEP media $\bar{P}_b(\bar{\gamma}_p; m; \rho; \mathbf{u})$ por subportadora en el canal Nakagami- m con modulación adaptativa y estimación imperfecta de la iSNR, se expresa como

$$\bar{P}_b(\bar{\gamma}_p; m; \rho; \mathbf{u}) = \frac{P_R}{B} = \frac{1}{B} \sum_{k=0}^{K-1} b_k \int_0^\infty p_{m_k}(\gamma) f_{\hat{\gamma}_p|\gamma_p}(\hat{\gamma}_p|\gamma_p) d\hat{\gamma}_p, \quad (3.109)$$

donde P_R al igual que en estimación perfecta representa el sumatorio de las BEP media P_b^k de cada k -ésimo modo de modulación, b_k son los bits por símbolo (BPS) que se transmiten por subportadora definidos en la tabla 3.2, $p_{m_k}(\gamma)$, corresponde a la BEP instantánea con modulación M -PSK en AWGN definida en (3.41), $f_{\hat{\gamma}_p|\gamma_p}(\hat{\gamma}_p|\gamma_p)$ es la FDP de la iSNR de la subportadora piloto condicionada $\hat{\gamma}_p$, calculada en (3.106) y B es un factor definido como

$$B(\bar{\gamma}_p; m; \rho; \mathbf{u}) = \sum_{k=0}^{K-1} b_k \int_0^\infty f_{\hat{\gamma}_p|\gamma_p}(\hat{\gamma}_p|\gamma_p) d\hat{\gamma}_p, \quad (3.110)$$

Resolviendo (3.110), resulta

$$B(\bar{\gamma}_p; m; \rho; \mathbf{u}) = (1 - \rho)^m \sum_{k=0}^{K-1} \frac{b_k}{\Gamma\left(m, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}_p}, \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}_p}\right)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\rho^i}{i!} \Gamma\left(m + i, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}_p(1 - \rho)}, \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}_p(1 - \rho)}\right). \quad (3.111)$$

El sumatorio de cada una de las P_b^k por los BPS en cada k -ésimo modo viene dado por

$$P_R(\bar{\gamma}_p; m; \rho; \mathbf{u}) = \sum_{k=0}^{K-1} b_k \int_0^\infty p_{m_k}(\gamma) f_{\hat{\gamma}_p|\gamma_p}(\hat{\gamma}_p|\gamma_p) d\hat{\gamma}_p. \quad (3.112)$$

Sustituyendo (3.41) teniendo en cuenta (3.46), y (3.106), en (3.112), resulta

$$P_R(\bar{\gamma}_p; m; \rho; \mathbf{u}) = \frac{1}{2} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}_p}\right)^m \sum_{k=0}^{K-1} \frac{b_k}{\Gamma\left(m, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}_p}, \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}_p}\right)} \sum_{l=1}^L A_l \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\rho^i}{i! \Gamma(m + i)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}_p(1 - \rho)}\right)^i \times \\ \Gamma\left(m + i, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}_p(1 - \rho)}, \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}_p(1 - \rho)}\right) \int_0^\infty (\hat{\gamma}_p)^{m+i-1} \exp\left(-\frac{m\hat{\gamma}_p}{\bar{\gamma}_p(1 - \rho)}\right) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{a_l \hat{\gamma}_p}{2}}\right) d\hat{\gamma}_p, \quad (3.113)$$

donde, $\{A_l, a_l\}$ son las constantes para M -PSK definidas en (3.52). Empleando la función equivalente para la $\operatorname{erfc}(z)$ definida en (3.48) y teniendo en cuenta que $z = \left(a_l \hat{\gamma}_p / 2\right)^{1/2}$, después de operar sobre (3.113), resulta

$$\begin{aligned}
 P_R(\bar{\gamma}_p; m; \rho; \mathbf{u}) &= \frac{1}{2} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}_p} \right)^m \sum_{k=0}^{K-1} \frac{b_k}{\Gamma\left(m, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}_p}, \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}_p}\right)} \sum_{l=1}^L A_l \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\rho^i}{i! \Gamma(m+i)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)} \right)^i \times \\
 &\quad \Gamma\left(m+i, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}, \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right) \left[\int_0^{\infty} (\hat{\gamma}_p)^{m+i-1} \exp\left(-\frac{m\hat{\gamma}_p}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right) d\hat{\gamma}_p - \right. \\
 &\quad \left. \sqrt{\frac{2a_l}{\pi}} \int_0^{\infty} (\hat{\gamma}_p)^{m+i-0.5} \exp\left(-\frac{m\hat{\gamma}_p}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right) {}_1F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}; \frac{-a_l\hat{\gamma}_p}{2}\right) d\hat{\gamma}_p \right]
 \end{aligned} \tag{3.114}$$

Resolviendo las dos integrales de (3.114), se obtiene¹³

$$\begin{aligned}
 P_R(\bar{\gamma}_p; m; \rho; \mathbf{u}) &= \frac{(1-\rho)^m}{2} \sum_{k=0}^{K-1} \frac{b_k}{\Gamma\left(m, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}_p}, \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}_p}\right)} \sum_{l=1}^L A_l \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\rho^i}{i! \Gamma(m+i)} \Gamma\left(m+i, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}, \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right) \times \\
 &\quad \left[\Gamma(m+i) - \left(\frac{2a_l\bar{\gamma}_p(1-\rho)}{\pi m} \right)^{\frac{1}{2}} \Gamma\left(m+i+\frac{1}{2}\right) {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, m+i+\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{-a_l\bar{\gamma}_p(1-\rho)}{2m}\right) \right]
 \end{aligned} \tag{3.115}$$

La BEP media adaptativa por subportadora con estimación imperfecta de la iSNR, viene dada por

$$\begin{aligned}
 \bar{P}_b(\bar{\gamma}_p; m; \rho; \mathbf{u}) &= \frac{(1-\rho)^m}{2B} \sum_{k=0}^{K-1} \frac{b_k}{\Gamma\left(m, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}_p}, \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}_p}\right)} \sum_{l=1}^L A_l \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\rho^i}{i! \Gamma(m+i)} \Gamma\left(m+i, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}, \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right) \times \\
 &\quad \left[\Gamma(m+i) - \left(\frac{2a_l\bar{\gamma}_p(1-\rho)}{\pi m} \right)^{\frac{1}{2}} \Gamma\left(m+i+\frac{1}{2}\right) {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, m+i+\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{-a_l\bar{\gamma}_p(1-\rho)}{2m}\right) \right]
 \end{aligned} \tag{3.116}$$

donde ${}_2F_1(\cdot, \cdot; \cdot; \cdot)$ es la función hipergeométrica de Gauss [Abr72, (15.1.1)]. La Fig. 3.32 muestra la simulación de la BEP media, para distintos valores de m y BEP umbral $P_{th} = 10^{-3}$. Como era de esperar para cuando el coeficiente de correlación entre las subportadoras aumenta la BEP media tiende a la BEP umbral objetivo.

¹³ Ver apéndice V donde se muestra el desarrollo matemático de (3.114).

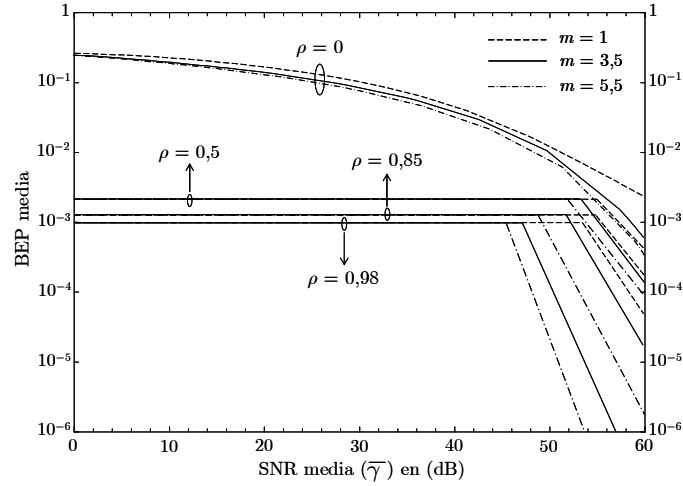


FIGURA 3.32: Probabilidad de error de bit media para varios valores de m y $P_{th} = 10^{-3}$, con estimación imperfecta de la SNR instantánea.

El número de términos J necesario para la simulación de la BEP con estimación imperfecta con tolerancia $\xi(J) = 1 \cdot 10^{-8}$, se encuentra resolviendo

$$\xi(J) = \left| \frac{-(1-\rho)^m \sum_{k=0}^{K-1} \frac{b_k}{\Gamma\left(m, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}_p}, \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}_p}\right)} \sum_{l=1}^L A_l \sum_{i=J+1}^{\infty} \frac{\rho^i}{i! \Gamma(m+i)} \Gamma\left(m+i, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}, \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right)}{\Gamma(m+i) - \left(\frac{2a_l \bar{\gamma}_p (1-\rho)}{\pi m}\right)^{\frac{1}{2}} \Gamma\left(m+i+\frac{1}{2}\right) {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, m+i+\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{-a_l \bar{\gamma}_p (1-\rho)}{2m}\right)} \right|. \quad (3.117)$$

La tabla 3.4, muestra el número de términos J , para distintos valores de m y SNR media en dB y para una tolerancia $\xi(J) = 1 \cdot 10^{-8}$.

TABLA 3.4: Número de términos J , requerido para evaluar (3.116)

| ρ | $\bar{\gamma}$ (dB) | $m = 1$ | | | | | $m = 3,5$ | | | | | $m = 5,5$ | | | | |
|--------|---------------------|---------|----|----|----|----|-----------|----|----|----|----|-----------|----|----|----|----|
| | | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 |
| 0,1 | J | 7 | 9 | 13 | 14 | 16 | 12 | 42 | 54 | 56 | 56 | 8 | 40 | 54 | 56 | 56 |
| 0,25 | J | 21 | 17 | 22 | 29 | 23 | 9 | 12 | 25 | 19 | 18 | 18 | 14 | 21 | 31 | 24 |
| 0,5 | J | 39 | 20 | 29 | 35 | 35 | 25 | 28 | 31 | 26 | 21 | 27 | 18 | 30 | 39 | 32 |
| 0,75 | J | 43 | 29 | 37 | 46 | 41 | 43 | 33 | 36 | 39 | 35 | 39 | 24 | 36 | 41 | 39 |
| 0,95 | J | 65 | 58 | 56 | 61 | 62 | 51 | 39 | 41 | 43 | 38 | 49 | 31 | 43 | 50 | 45 |

El número de términos para una precisión específica aumenta con el incremento del coeficiente de correlación, ρ , lo que esta de acuerdo con [Tan97 (Tabla 1)]

3.9.3 Probabilidad de error de bit media en el canal UWB 3a

En esta sección se presentan los resultados obtenidos para la BEP media adaptativa en el canal UWB 802.15.3a, considerando las nueve subportadoras ubicadas entre dos subportadoras piloto [Bat04], [ECM08] (Ver Fig. 3.4).

En el capítulo 2 de esta tesis se encontró una expresión general (2.82) para el coeficiente de correlación en potencia, $\rho_{i,j}$, entre la i -ésima y j -ésima subportadora, y presenta como característica una dependencia con el retardo o dispersión temporal, σ_τ , del canal UWB. Por tanto, la probabilidad de error de bit media con estimación imperfecta empleando la subportadora piloto (PSAM) va a depender de la dispersión temporal presente en el canal UWB.

La Fig. 3.33 muestra la variación del coeficiente de correlación en función de la dispersión temporal del canal UWB 802.15.3a.

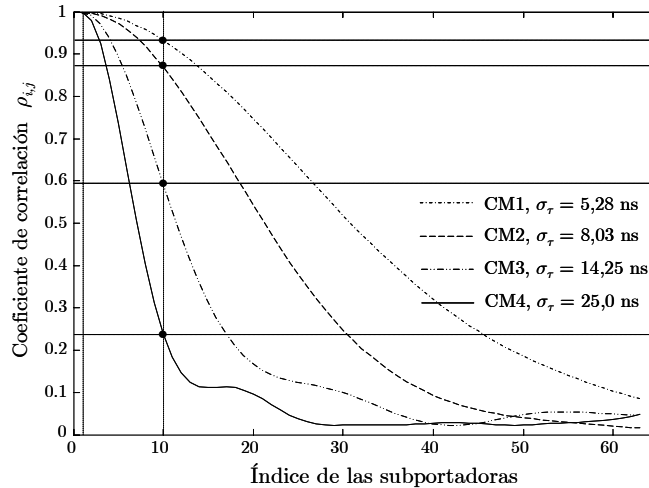


FIGURA 3.33: Coeficiente de correlación en potencia de las subportadoras OFDM con respecto a la primera subportadora piloto, para los cuatro tipos de canal UWB 802.15.3a.

Observe que para el primer bloque (rango entre la primera subportadora piloto y la décima subportadora de datos) de portadoras en MB-OFDM UWB, el coeficiente de correlación en potencia ρ , oscila desde aproximadamente 0,92 para el canal CM1, desde 0,88 para el CM2, desde 0,6 para el CM3 y desde aproximadamente 0,24 para el canal CM4.

La BEP media adaptativa con estimación imperfecta para un bloque de subportadoras en el canal UWB 802.15.3a, vendrá dada por

$$\overline{BEP} = \frac{1}{N_b} \sum_{i=1}^{N_b} \bar{P}_b(\bar{\gamma}_p; m; \rho_i; \mathbf{u}), \quad (3.118)$$

donde $N_b = 9$ es el número de subportadoras de datos entre dos subportadoras pilotos, $\bar{P}_b(\bar{\gamma}_p; m; \rho_i; \mathbf{u})$ es la BEP media por subportadora calculada con (3.116), y ρ_i el coeficiente de correlación entre la i -ésima subportadora y la piloto para el canal 3a, que se calcula a partir de la ecuación definida en (2.87).

La Fig. 3.34 muestra la simulación de (3.118) para los cuatro tipos de canal UWB 802.15.3a, con BEP umbral $P_{th} = 10^{-3}$. Cabe destacar que el canal CM1 presenta una menor BEP media comparada con los otros tres canales. La razón se debe a que el canal CM1 tiene una menor dispersión temporal y en consecuencia mayor correlación entre las subportadoras. En el otro extremo, el canal CM4 debido a su mayor *delay spread*, presenta una BEP media mayor.

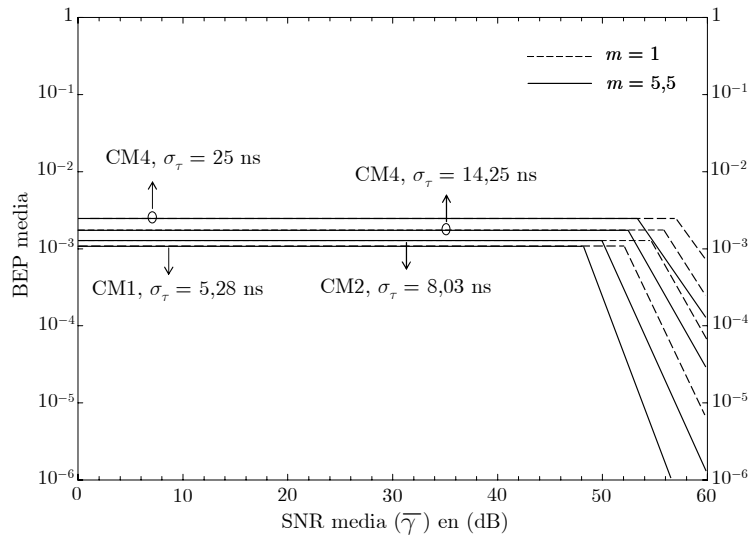


FIGURA 3.34.: Probabilidad de error de bit media con estimación imperfecta para varios tipos de canal UWB 802.15.3a, con $m=1$, $m=5,5$, y BEP umbral $P_{th} = 10^{-3}$.

3.10 Error en la estimación de la iSNR

El propósito de esta sección consiste en describir y evaluar de manera analítica el error de estimación, Δ , entre la iSNR de la subportadora piloto γ_p , y la iSNR de la subportadora piloto estimada en el receptor $\hat{\gamma}_p$, asumiendo que la potencia instantánea en cada de las subportadoras se puede aproximar por una VA cuya estadística sigue una distribución Gamma.

3.10.1 Error de estimación en unidades lineales

El error de estimación se define en unidades lineales como la diferencia $\Delta = \gamma_p - \hat{\gamma}_p$. En estimación perfecta $\Delta = 0$. El objetivo consiste en calcular la FDP que sigue la VA que caracteriza el error, evaluar su media, varianza y desviación típica.

La FDP bidimensional para dos VA Gamma con coeficiente de correlación de potencia entre subportadoras, ρ , parámetro de forma m , y SNR media $\bar{\gamma}_p = \bar{\gamma}$ iguales, de acuerdo a [Rei02], se expresa como

$$f_{\hat{\gamma}_p, \gamma_p}(\hat{\gamma}_p, \gamma_p) = \frac{(1-\rho)^m}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\rho^i}{i! \Gamma(m+i)} \left[\frac{m}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)} \right]^{2(m+i)} (\hat{\gamma}_p \gamma_p)^{m+i-1} \exp \left[-\frac{m(\hat{\gamma}_p + \gamma_p)}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)} \right]. \quad (3.119)$$

Definiendo, $\hat{\gamma}_p = \gamma_p + \Delta$ y sustituyendo en (3.119), la FDP para el error en la estimación de la iSNR se puede calcular como

$$f_{\Delta}(\Delta) = \frac{(1-\rho)^m}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\rho^i}{i! \Gamma(m+i)} \left[\frac{m}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)} \right]^{2(m+i)} \int_0^{\infty} [(\Delta + \gamma_p) \gamma_p]^{m+i-1} \exp \left[-\frac{m(2\gamma_p + \Delta)}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)} \right] d\gamma_p, \quad (3.120)$$

Resolviendo la integral en (3.120), se obtiene una solución para la FDP del error de estimación $f_{\Delta}(\Delta)$, para m no naturales dada por

$$f_{\Delta}(\Delta) = \frac{(1-\rho)^m}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\rho^i}{i! \Gamma(m+i)} \left[\frac{m}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)} \right]^{m+i+0.5} \frac{\sqrt{2\pi}}{(2)^{m+i}} (\Delta)^{m+i-0.5} \\ \times \frac{K_{\nu} \left[m+i-0.5, \frac{m\Delta}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)} \right] \csc[\pi(m+i)]}{\Gamma(1-i-m)}, \quad (3.121)$$

donde $K_{\nu}(z)$ es la función modificada de Bessel de segundo tipo y orden ν [Abr72, (9.6.2)]. La Figura 3.35 muestra la simulación de la FDP analítica definida en (3.121) y la comparación con la FDP de la diferencia de dos VA Gamma correladas obtenidas mediante simulación.

Las VAs Gamma correladas simuladas se obtienen empleando el algoritmo propuesto en [Zha00] y [Zha04]. A partir de este algoritmo se generan dos VA $\{\gamma_1, \gamma_2\} \sim \mathcal{G}(m_1, \Omega_1; m_2, \Omega_2; \rho_{1,2})$ de 100000 muestras cada una. La matriz del coeficiente de correlación se obtiene utilizando (3.108).

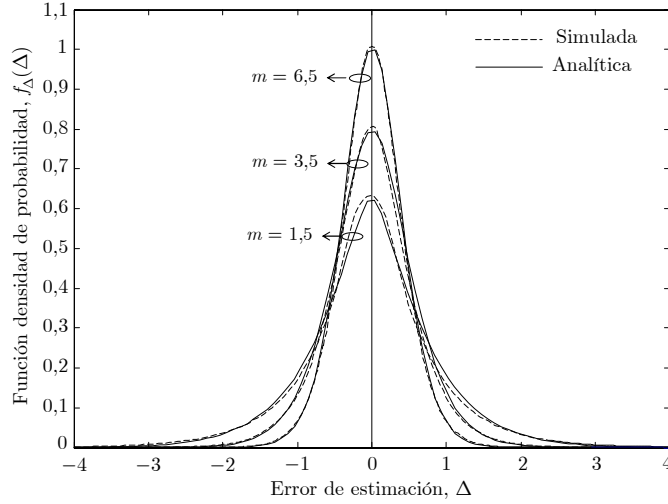


FIGURA 3.35: Comparación entre la FDP analítica y la FDP simulada del error de estimación para m no natural con $\rho = 0,4$, y SNR media $\bar{\gamma}_p = 0$ dB.

A partir de la ecuación (3.120) se puede calcular la FDP $f_{\Delta}(\Delta)$ para m naturales, $m \geq 1$. Empleando el teorema del binomio de Newton, definido como

$$(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \frac{n!}{k!(n-k)!} x^{n-k} y^k, \quad (3.122)$$

donde n es un número entero positivo. Sustituyendo en (3.120) y teniendo en cuenta que $x = \gamma_p^2$, $y = \Delta\gamma$, $n = m + i - 1$, resulta

$$f_{\Delta}(\Delta) = \frac{(1-\rho)^m}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\rho^i}{i! \Gamma(m+i)} \left[\frac{m}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)} \right]^{2(m+i)} \sum_{k=0}^{m+i-1} \frac{(m+i-1)! \Delta^k}{k!(m+i-1-k)!} \times \int_0^{\infty} \gamma_p^{2(m+i-k/2-1)} \exp\left[-\frac{m(2\gamma_p + \Delta)}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right] d\gamma_p \quad (3.123)$$

Resolviendo la integral de (3.123) se llega a

$$f_{\Delta}(\Delta) = \frac{(1-\rho)^m}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\rho^i}{4^{m+i} \Gamma(m+i) i!} \sum_{k=0}^{m+i-1} \frac{(m+i-1)! \Delta^k}{k!(m+i-1-k)!} \left[\frac{2m}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)} \right]^{k+1} \exp\left[-\frac{m\Delta}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right]. \quad (3.124)$$

La Figura 3.36, muestra la simulación de la FDP analítica para m naturales definida en (3.124) y la comparación con la FDP de la diferencia de dos VA Gamma correladas obtenidas mediante simulación.

Observe cómo para valores de m elevados tanto naturales como no naturales, la desviación típica del error de la FDP es menor, indicando que la varianza y por consiguiente la desviación típica del error de estimación de la iSNR decrece

en canales con desvanecimientos menos severos (m elevados). En canales con desvanecimiento severo (m menores) la desviación típica del error aumenta.

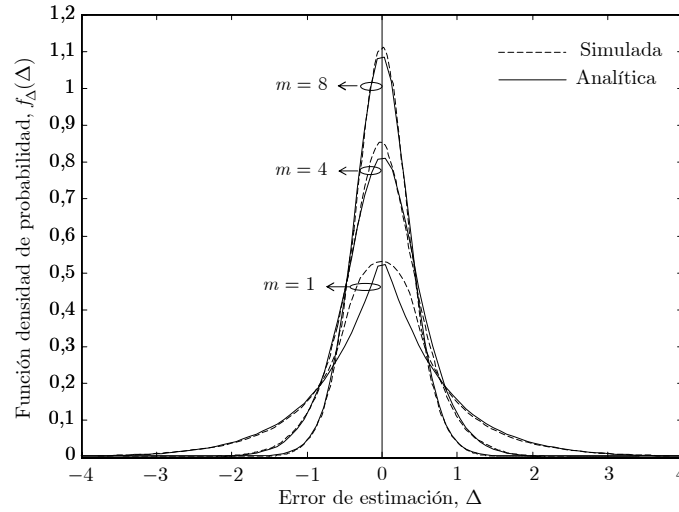


FIGURA 3.36: Comparación entre la FDP analítica y la FDP simulada para el error de estimación para m natural con $\rho = 0,4$, y SNR media $\bar{\gamma}_p = 0$ dB.

La Figura 3.37 muestra que para un mismo canal ($m = 1$), la desviación típica del error de la FDP disminuye con el aumento del coeficiente de correlación, ρ , y aumenta con la disminución del coeficiente de correlación.

Para mostrar analíticamente este efecto, debemos calcular la varianza del error y mostrar su dependencia con respecto al coeficiente de correlación, ρ , y con el parámetro de desvanecimiento del canal m .

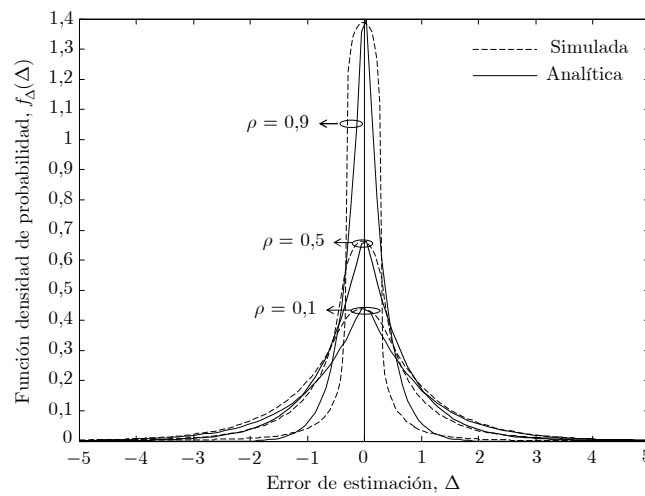


FIGURA 3.37: Comparación entre la FDP analítica y la FDP simulada del error de estimación para distintos valores del coeficiente de correlación, ρ , con $m = 1$, y SNR media $\bar{\gamma}_p = 0$ dB.

3.10.2 Desviación típica del error de estimación

Se concluye a partir de la inspección visual de las Fig. 3.35, 3.36, y 3.37, que la FDP del error de estimación, representada por $f_{\Delta}(\Delta)$, es simétrica; por tanto su media es igual a cero. Es decir, $E\{\Delta\} = 0$. En consecuencia, la desviación típica del error, representada por σ_{Δ} , se puede expresar como

$$\sigma_{\Delta} = \sqrt{E\{\Delta^2\}} = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \Delta^2 f_{\Delta}(\Delta) d\Delta}. \quad (3.125)$$

Observe que el radicando en (3.121) corresponde al segundo momento o valor cuadrático medio de la VA, y es igual a la varianza del error. Desarrollando (3.125) la desviación típica del error viene dada por

$$\sigma_{\Delta} = \sqrt{\frac{(1-\rho)^{m+2}}{\Gamma(m)} \left(\frac{\bar{\gamma}_p}{m}\right)^2 \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\Gamma(m+i+1) \rho^i}{i!}}. \quad (3.126)$$

Las figuras 3.38 y 3.39 muestran la simulación de (3.126). Se observa que la desviación típica del error en la estimación de la iSNR de la subportadora piloto decrece con el aumento del parámetro de desvanecimiento m , y aumenta con la disminución del coeficiente de correlación, ρ .

Cuando $\rho \rightarrow 0$, la desviación del error $\sigma_{\Delta} \rightarrow \bar{\gamma}_p \sqrt{(m)^{-1}}$, indicando que para un mismo valor de SNR media $\bar{\gamma}_p$, la desviación típica decrece con el incremento de m . Cuando $\rho \rightarrow 1$, de acuerdo a (3.126), $\sigma_{\Delta} \rightarrow 0$. Se concluye que la desviación del error, se encuentra entre los siguientes valores limites.

$$0 \leq \sigma_{\Delta} \leq \bar{\gamma}_p \left[\sqrt{(m)^{-1}} \right]. \quad (3.127)$$

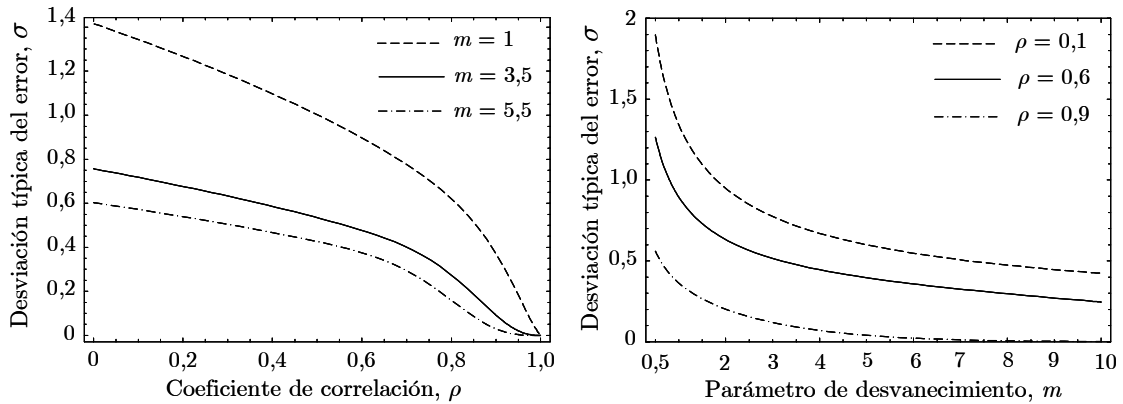


FIGURA 3.38: Desviación típica del error de estimación de la iSNR en función del coeficiente de correlación ρ y del parámetro de desvanecimiento del canal m , con SNR media $\bar{\gamma}_p = 0$ dB.

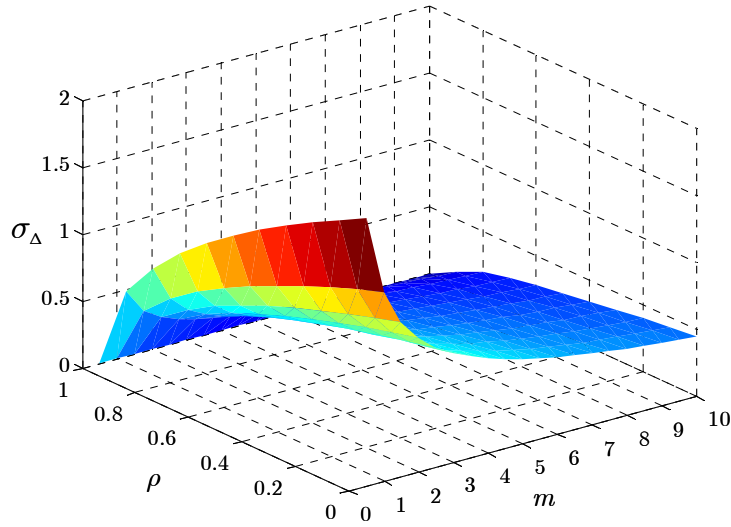


FIGURA 3.39: Desviación típica del error de estimación en función del coeficiente de correlación ρ y del parámetro de desvanecimiento del canal m , con SNR media $\bar{\gamma}_p = 0$ dB.

3.10.3 Error de estimación en dB

Se define el error de estimación en dB como

$$\delta \text{ (dB)} = 10 \log(\varepsilon) = 10 \log\left(\frac{\hat{\gamma}_p}{\gamma_p}\right) = \hat{\gamma}_p \text{ (dB)} - \gamma_p \text{ (dB)}, \quad (3.128)$$

donde $\hat{\gamma}_p$ representa la iSNR de la subportadora piloto estimada en el receptor, y γ_p la iSNR de la subportadora piloto. La FDP bidimensional para dos VA Gamma con coeficiente de correlación ρ , parámetro de forma m , y potencia media, Ω , iguales, viene dada por (3.100) como

$$f_{\hat{\gamma}_p, \gamma_p}(\hat{\gamma}_p, \gamma_p) = \frac{(1-\rho)^m}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\rho^i}{i! \Gamma(m+i)} \left[\frac{m}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)} \right]^{2(m+i)} (\hat{\gamma}_p \gamma_p)^{m+i-1} \exp\left[-\frac{m(\hat{\gamma}_p + \gamma_p)}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right]. \quad (3.129)$$

Realizando el cambio de variable $\varepsilon = \hat{\gamma}_p / \gamma_p$ en (3.129), y teniendo en cuenta que $f_{\hat{\gamma}_p, \gamma_p}(\hat{\gamma}_p, \gamma_p) d\hat{\gamma}_p d\gamma_p = f_\varepsilon(\varepsilon) d\varepsilon$, resulta

$$f_\varepsilon(\varepsilon) = \frac{(1-\rho)^m}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\rho^i}{i! \Gamma(m+i)} \left[\frac{m}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)} \right]^{2(m+i)} \varepsilon^{m+i-1} \int_0^\infty \gamma_p^{2(m+i)-1} \exp\left[-\frac{m(\varepsilon+1)\gamma_p}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right] d\gamma_p \quad (3.130)$$

Resolviendo la integral de (3.130), se llega

$$f_{\varepsilon}(\varepsilon) = \frac{(1-\rho)^{m-1}}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\Gamma[2(m+i)]\rho^i}{i!\Gamma(m+i)} \varepsilon^{m+i-1} (\varepsilon+1)^{-2(m+i)}, \quad \varepsilon \geq 0. \quad (3.131)$$

Realizando el cambio de variable $\delta(\text{dB}) = K^{-1} \ln(\varepsilon)$ en (3.131), donde $K = \ln(10)/10$ y después de sencillas operaciones algebraicas, se obtiene la FDP de la VA δ en (dB), como

$$f_{\delta}(\delta) = \frac{K(1-\rho)^m}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\Gamma[2(m+i)] \exp[K(m+i)\delta]}{i!\Gamma(m+i) [\exp(K\delta) + 1]^{2(m+i)}} \rho^i. \quad -\infty \leq \delta \leq \infty. \quad (3.132)$$

La Fig. 3.40 muestra la simulación de (3.132) para el error de estimación δ en dB, con distintos valores del coeficiente de correlación, ρ , y del parámetro de desvanecimiento del canal m .

Observe que al igual que la FDP del error en unidades lineales, la FDP en dB es simétrica, y la varianza de la VA del error disminuye con el incremento de ρ , y de m , y aumenta cuando ρ y m presentan valores reducidos.

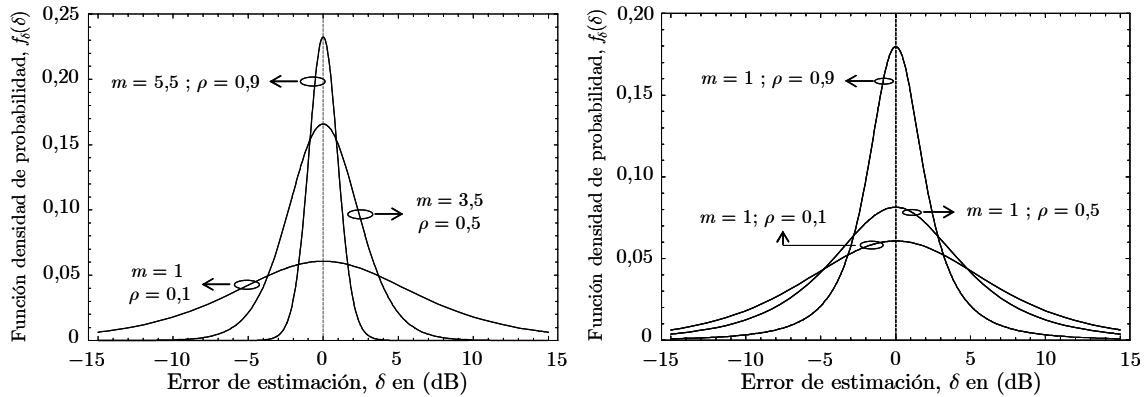


FIGURA 3.40: Función densidad de probabilidad del error de estimación de la iSNR en dB para distintos valores de m y del coeficiente de correlación, ρ .

3.10.4 Desviación típica del error en dB

La media de la FDP en dB, se calcula a partir de (3.128) como

$$E\{\delta\} = \int_{-\infty}^{\infty} \delta f_{\delta}(\delta) d\delta = \frac{K(1-\rho)^m}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\Gamma[2(m+i)]}{i!\Gamma(m+i)} \rho^i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta \exp[K(m+i)\delta]}{[\exp(K\delta) + 1]^{2(m+i)}} d\delta. \quad (3.133)$$

Utilizando el cambio de variable $x = \exp(K\delta)$ y operando en (3.133), el primer momento o media viene dada por

$$E\{\delta\} = \frac{(1-\rho)^{m-1}}{K\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\Gamma[2(m+i)]}{i!\Gamma(m+i)} \rho^i \int_{-\infty}^{\infty} \ln(x) \frac{x^{m+i-1}}{(x+1)^{2(m+i)}} dx = 0. \quad (3.134)$$

Este resultado esta de acuerdo con la FDP calculada en (3.132) y su simulación mostrada en la Fig. 3.40, donde se observa que la FDP es simétrica y en por tanto su media debe ser igual a cero, como lo valida (3.134).

La varianza σ_δ^2 de la distribución equivale a su valor cuadrático medio, y se calcula a partir de su segundo momento como

$$\sigma_\delta^2 = E\{\delta^2\} = \frac{K(1-\rho)^{m-1}}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\Gamma[2(m+i)]}{i!\Gamma(m+i)} \rho^i \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta^2 \exp[K(m+i)\delta]}{[\exp(K\delta)+1]^{2(m+i)}} d\delta. \quad (3.135)$$

Empleando, el mismo cambio de variable $x = \exp(K\delta)$, resulta

$$\sigma_\delta^2 = \frac{(1-\rho)^{m-1}}{K^2\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\Gamma[2(m+i)]}{i!\Gamma(m+i)} \rho^i \int_{-\infty}^{\infty} [\ln(x)]^2 \frac{x^{m+i-1}}{(x+1)^{2(m+i)}} dx. \quad (3.136)$$

Resolviendo la integral de (3.136) se llega a

$$\sigma_\delta^2 = \frac{2(1-\rho)^{m-1}}{K^2\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\rho^i}{i!} \Gamma(m+i) \psi'(m+i), \quad (3.137)$$

donde $\psi'(\cdot)$ es la función trigamma [Abr72 (6.4.1)]. La desviación típica del error de estimación de la iSNR, δ , en dB, viene dada por

$$\sigma_\delta(\text{dB}) = \frac{1}{K} \sqrt{\frac{2(1-\rho)^{m-1}}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\rho^i}{i!} \Gamma(m+i) \psi'(m+i)}. \quad (3.138)$$

Cuando $\rho \rightarrow 0$, la desviación típica del error en dB, $\sigma_\delta(\text{dB}) = K^{-1} \sqrt{2\psi'(m)}$. Cuando $\rho = 1$, se demuestra que $\sigma_\delta(\text{dB}) = 0$. Las figuras (3.41) y (3.42) muestran la simulación de la desviación típica en dB.

La desviación típica del error, $\sigma_\delta(\text{dB})$, decrece con el incremento del valor del coeficiente de correlación de potencia entre las subportadoras ρ , y del parámetro de desvanecimiento del canal m , tal como se muestra en la Fig. 3.41 (a) donde se ha representado $\sigma_\delta(\text{dB})$ en función de ρ , para distintos valores de $m = 1, 2, 8, 5, 7$ y $9, 5$.

El valor máximo de la desviación del error en la Fig. 3.41 (a), corresponde a $\rho = 0$, $m = 1$, y viene dado por $\sigma_\delta(\text{dB}) = (10/\ln(10))(\pi/\sqrt{3}) = 7,87$ dB, que corresponde a una distribución de envolventes tipo Rayleigh.

En la Fig. 3.41 (b) se muestra la variación de σ_δ (dB) con m , para $\rho = 0, 0,3, 0,7$ y $0,9$. Para $\rho = 0$ y $m = 0,5$, la desviación típica del error es máxima con un valor de 13,64 dB, reduciéndose hasta 0,91 dB para $\rho = 0,9$ y $m = 0,5$.

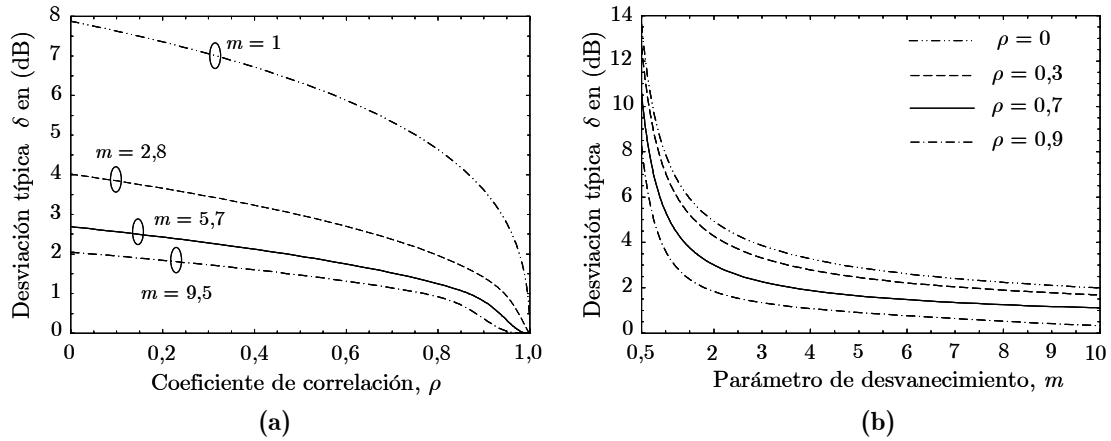


FIGURA 3.41: Desviación típica del error de estimación de la iSNR en dB, en función de: (a) coeficiente de correlación ρ . (b) parámetro de desvanecimiento del canal m .

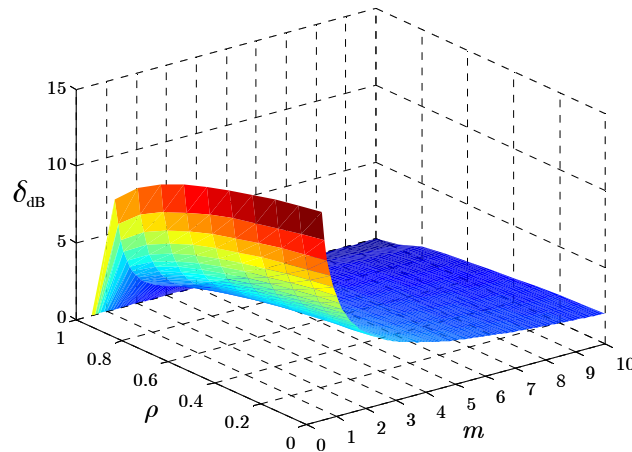


FIGURA 3.42: Desviación típica del error de estimación de la iSNR en dB en función del coeficiente de correlación ρ y del parámetro de desvanecimiento del canal m .

3.10.5 Percentiles del error de estimación en dB

Para un valor de probabilidad P , el error de estimación en dB depende del parámetro de desvanecimiento m , y del coeficiente de correlación en potencia entre las subportadoras, ρ , según la FDP de la VA, δ en dB definida en (3.132).

Por lo tanto, es interesante calcular la probabilidad P de que el error de estimación δ (dB) no supere un valor δ_p , en función de ρ y m .

Debido a que la FDP $f_\delta(\delta)$ del error es simétrica, se puede calcular P (Fig. 3.43) como

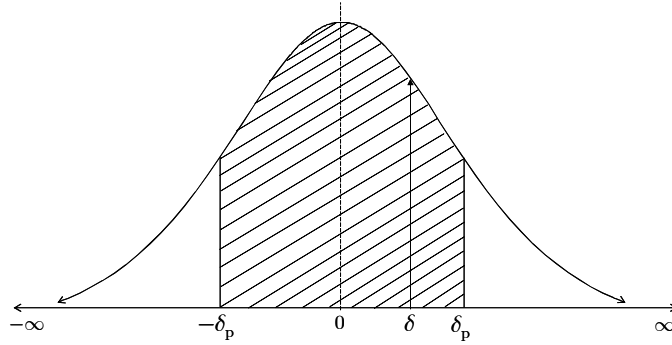


FIGURA 3.43: Probabilidad P de que el error de estimación, δ , no supere un valor δ_p dado.

$$\begin{aligned} P &= \text{Prob}\{-\delta_p \leq \delta \leq \delta_p\} = 1 - \left[\text{Prob}\{-\infty \leq \delta \leq -\delta_p\} + \text{Prob}\{\delta_p \leq \delta \leq \infty\} \right] \\ &= 1 - 2 \times \text{Prob}\{\delta_p \leq \delta \leq \infty\} = 1 - 2 \int_{\delta_p}^{\infty} f_\delta(\delta) d\delta \end{aligned} \quad (3.139)$$

Sustituyendo (3.132) en (3.139), resulta

$$P = 1 - \frac{2K(1-\rho)^m}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\Gamma[2(m+i)]}{i!\Gamma(m+i)} \rho^i \int_{\delta_p}^{\infty} \frac{\exp[K(m+i)\delta]}{[\exp(K\delta) + 1]^{2(m+i)}} d\delta. \quad (3.140)$$

Realizando el cambio de variable $x = \exp(K\delta_p)$, donde $K = \ln(10)/10$, la integral en (3.140) se reduce a

$$P = 1 - \frac{2(1-\rho)^m}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\Gamma[2(m+i)]}{i!\Gamma(m+i)} \rho^i \int_x^{\infty} \frac{\nu^{m+i-1}}{(\nu+1)^{2(m+i)}} d\nu. \quad (3.141)$$

Resolviendo la integral de (3.141) se llega a

$$P = 1 + \frac{2(1-\rho)^m}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\Gamma[2(m+i)]}{i!\Gamma(m+i)} \rho^i B\left[-\frac{1}{\exp(K\delta_p)}, m+i, 1-2(m+i)\right], \quad (3.142)$$

donde $B(\cdot, \cdot, \cdot) = B_z(a, b)$ es la función beta incompleta [Abr72, (6.61)], con $z = -1/\exp(K\delta_p)$, $a = m+i$, y , $b = 1-2(m+i)$. Según [Wol09g], la función beta incompleta se puede expresar como

$$B_z(a, b) = \frac{z^a}{a} {}_2F_1(a, 1-b; a+1; z), \quad (3.143)$$

donde ${}_2F_1(\cdot, \cdot; \cdot; \cdot)$ es la función hipergeométrica de Gauss [Abr72, (15.1.1)]. En consecuencia podemos expresar (3.142) como

$$1 - P = \frac{2(1 - \rho)^m}{\Gamma(m)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\Gamma[2(m + i)]}{i! \Gamma(m + i)} \rho^i \left[\frac{1}{(m + i)(\exp(K\delta_p))^{m+i}} \right] \times {}_2F_1 \left[m + i, 2(m + i); m + i + 1; -\frac{1}{\exp(K\delta_p)} \right] \quad (3.144)$$

La solución de la ecuación (3.144) para que el error no supere δ_p , con una probabilidad P %, se resuelve empleando métodos numéricos. En nuestro caso hemos utilizado el *toolbox FindRoot* de *Mathematica*® para distintos valores de P en función del parámetro de desvanecimiento del canal m y del coeficiente de correlación en potencia ρ . Las Fig. 3.44 y Fig. 3.45, muestran las probabilidades para $P = 1$ % y 10 %.

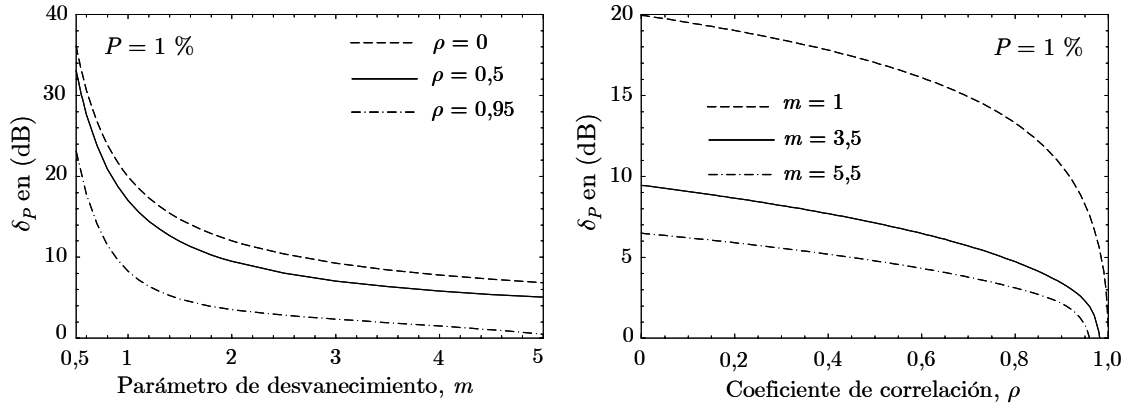


FIGURA 3.44: Valor no superado en dB con una probabilidad $P = 1$ %, para el error de estimación de la iSNR, en función de: (a) parámetro de desvanecimiento del canal m . (b) coeficiente de correlación, ρ .

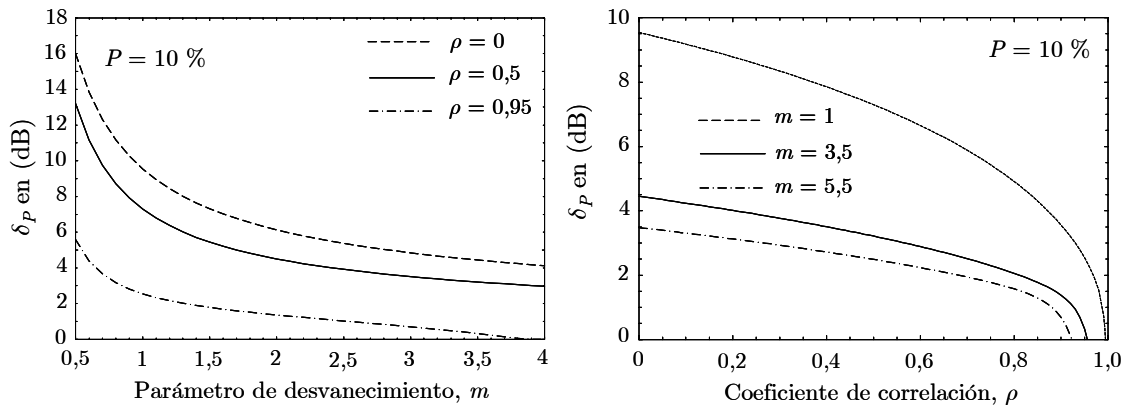


FIGURA 3.45: Valor no superado en dB con una probabilidad $P = 10$ %, para el error de estimación de la iSNR, en función de: (a) parámetro de desvanecimiento del canal m . (b) coeficiente de correlación, ρ .

3.11 Resumen del capítulo

En este capítulo se hace un riguroso análisis matemático de las prestaciones que se obtienen cuando se utiliza un esquema de modulación adaptativo con un grado de libertad sobre un canal UWB.

El capítulo comienza con una descripción detallada del transmisor MB-OFDM y la definición del criterio de adaptación discreta de la tasa de símbolos a transmitir en cada una de las subportadoras. Igualmente se define la estructura por bloques del sistema que permitirá evaluar cada uno de los parámetros que determinan las prestaciones del esquema de modulación adaptativo.

El análisis se inicia con el cálculo de los umbrales adaptativos en función de los descriptores del canal móvil inalámbrico (la SNR media, la SNR instantánea, y el parámetro de forma del canal) empleando el método de Lagrange. A partir del cálculo de los umbrales, se procede al cálculo de la capacidad media, la probabilidad de error de bit media del canal y la probabilidad de bloqueo o corte del sistema.

En la última sección del capítulo se demuestra de forma cuantitativa y se valida mediante simulación que la modulación adaptativa mejora de manera sustancial las prestaciones de un sistema de transmisión MB-OFDM UWB, especialmente cuando se compara con la propuesta de modulación fija definida en el estándar para las redes multimedia de elevada velocidad y definidas como HDR-WPAN.

Finalmente, se calcula la desviación típica del error de estimación del canal tanto en unidades lineales como unidades logarítmicas, encontrando expresiones cerradas para este parámetro, cada una de las expresiones encontradas se valida mediante simulación.

Referencias

- [Abr72] M. Abramowitz, I.A., Stegun. *Handbook of Mathematical Functions; with Formulas, Graphs and Mathematical Tables*. New York: Dover, 1972.
- [Alo00] M-S. Alouini, A. J. Goldsmith, “Adaptive modulation over Nakagami fading channels,” *Kluwer Wireless Personal Comm.*, vol, 13, pp. 119–143, May. 2000.
- [Bat04] A. Batra, J. Balakrishnan, and A. Dabak., “Multi-band OFDM physical layer proposal for IEEE 802.15 task group 3a,” IEEE P802.15-03/268r3, Project: *IEEE P802.15 Working Group for Wireless Personal Area Networks (WPANs)*, Mar 2004, pp. 35-40.
- [Chu01] S. T. Chung and A. Goldsmith, “Degree of freedom in adaptive modulation: a unified view,” *IEEE Trans. Commun.*, vol 49, no. 9, pp. 1561-1571, Sep. 2001.
- [Cho03] B. Choi, and L. Hanzo, “Optimum mode – switching - assisted constant-power single – and multicarrier adaptive modulation,” *IEEE Trans. Veh. Technol.* vol. 52, no. 3, pag. 536–560, May 2003.
- [ECM08] European Computer Manufacturers Association, “High rate ultra wideband PHY and MAC standard,”
<http://www.ecma-international.org/publications/files/ECMA-ST/ECMA-368.pdf>, -3rd Edition, Dec. 2008. Revisado: 30/01/2009
- [Fal04] S. Falahati, A. Svensson, T. Ekman, and M. Sternad, “Adaptive modulation for predicted wireless channel,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 52, no. 2, pag. 307–316, Feb. 2004.
- [Gol97] A. J. Goldsmith and P. Varaiya, “Capacity of fading channels with channel side information,” *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 43, no. 6, pp.1986–1992, Nov. 1997.
- [Gol97a] A. J. Goldsmith and S.G. Chua, “Variable-rate, variable-power MQAM for fading channels channel side information,” *IEEE Trans. Commun.* vol. 45, no. 10, pp.1218-1230, Oct. 1997.
- [Gra07] I.S. Gradshteyn y I.M. Ryzhik, *Tables of Integrals, Series and Products*. Nueva York: Academic, 2007.
- [Han04] L. Hanzo, M. Munster, B.J. Choi, and T. Keller, *OFDM and MC-CDMA for Broadband Multi-User Communications, WLANs and Broadcasting*, Chichester, West Sussex: John Wiley & Sons, 2004
- [Lu99] J. Lu, K.B. Letaief, J.C-I. Chuang, M.L. Liou, “M-PSK and M-QAM BER computation using signal-space concepts,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, no. 2, pp. 181–184, Feb. 1999.

-
- [Nak60] M. Nakagami, "The m -distribution, a general formula of intensity distribution of rapid fading," in *Statistical Methods of Radio Wave Propagation*, W. G. Hoffman, Ed. Oxford, England: Pergamon 1960.
- [Noc99] J. Nocedal, S. J. Wright, *Numerical Optimization*. New York: Springer-Verlag New York Inc, 1999.
- [Opp89] A. V. Oppenheim, R. W. Shafer, *Discrete Time Signal Processing*, Prentice Hall, Inc. New Jersey, 1989.
- [Par07] J.F. Paris, E. Martos Naya, and U. Fernandez Plazaola, "Exact BER analysis of M -ary orthogonal signaling with MRC over Ricean fading channels," *Int. J. Commun. Syst.* vol, 21, pp. 447-452, 2007.
- [Pap02] A. Papoulis and S. Unnikrishna. *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. 4th ed. New York: McGraw-Hill, 2002.
- [Pee01] P.Z. Peebles, Jr, *Probability, Random Variables and Random Signal Principles*. 4th ed. New York: McGraw-Hill, 2001.
- [Pro95] J. G. Proakis, *Digital Communications*, McGraw-Hill, New York, 1995.
- [Rei02] J. Reig, L. Rubio, and N. Cardona, "Bivariate Nakagami- m distribution with arbitrary fading parameters," *Electron. Lett.*, vol. 38, no. 25, pp. 1715–1717, Dec. 5, 2002.
- [Schu05] H. Schulze, C. Lüders, *Theory and applications of OFDM and CDMA*. Chichester, West Sussex: John Wiley & Sons, 2005.
- [Sim05] M.K. Simon, M.S. Alouini, *Digital Communications over Fading Channels*, 2nd ed. New Jersey: John Wiley & Sons, Ltd., 2005
- [Tan97] CC. Tan, and N. C. Beaulieu, "Infinite series representation of the bivariate Rayleigh and Nakagami- m distributions," *IEEE Trans Commun.*, vol. 45, no. 10, pp. 1159-1161, Oct. 1997
- [Wol09] WolframMathworld. (2009, Feb). [Online], Available: <http://functions.wolfram.com/06.27.02.0001.01>.
- [Wol09a] WolframMathworld. (2009, Feb). [Online], Available: <http://functions.wolfram.com/06.27.26.0001.01>.
- [Wol09b] WolframMathworld. (2009, Feb). [Online], Available: <http://functions.wolfram.com/06.07.02.0001.01>.
- [Wol09c] WolframMathworld. (2009, Feb). [Online]. Available: <http://functions.wolfram.com/06.08.02.0001.01>
- [Wol09d] WolframMathworld. (2009, Feb). [Online]. Available: <http://functions.wolfram.com/06.12.02.0001.01>

- [Wol09e] WolframMathworld. (2009, Feb). [Online]. Available: <http://functions.wolfram.com/06.12.06.0007.01>
- [Wol09f] WolframMathworld. (2009, Feb). [Online]. Available: <http://functions.wolfram.com/07.20.03.0019.01>.
- [Wol09g] WolframMathworld. (2009, Feb). [Online]. Available: <http://functions.wolfram.com/06.19.26.0005.01>.
- [Wyg04] A. M. Wyglinski, F. Labeau, P. Kabal, “An efficient bit allocation algorithm for multicarrier modulation,” *Proc. IEEE Wireless Commun., Networking Conf.* vol. 2, pag. 1194–1199, Sept. 2004.
- [Xia04] L. Xiao, and X. Dong, “Error performance of orthogonal signaling family in Ricean-fading channels,” *IEEE Trans. Vehicular Technology*, vol. 53, no.6, pp. 1942–1947, Nov. 2004.
- [Zha00] Q. T. Zhang, “A decomposition technique for efficient generation of correlated Nakagami fading channels,” *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 18, no. 11, pp. 2385–2392, Nov. 2000.
- [Zha04] K. Zhang, Z. Song, and Y. L. Guan, “Simulation of Nakagami fading channels with arbitrary cross-correlation and fading parameters,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 3, no. 5, pp. 1463–1468, Sep. 2004.

CAPÍTULO 4

Conclusiones y líneas futuras de investigación

4.1 Conclusiones

En el desarrollo e investigación de esta tesis doctoral se han encontrado importantes resultados que sirven de base para futuras líneas de investigación como: estimación y predicción de canal en ámbitos multiusuario, cálculos de balance de enlace y despliegue de modelos de cobertura para canales de banda ancha y ultra ancha, y empleo de técnicas conjuntas de codificación y modulación adaptativa.

Las conclusiones más relevantes en cada uno de los temas analizados que se desprenden de esta investigación básica son:

I. Respuesta en frecuencia del canal UWB

- La amplitud de la respuesta en frecuencia de las subportadoras en un canal UWB tanto 802.15.3a y 802.15.4a, se puede aproximar por una variable aleatoria Nakagami- m , lo que permite concluir que la potencia por subportadora se puede aproximar por una distribución Gamma.
- Cuando el número de contribuciones en el canal UWB es elevado (mayor a 96 en las simulaciones), la amplitud de la subportadora se aproxima a una distribución Rayleigh y su potencia a una distribución exponencial. El error en la función distribución para 10^{-3} es menor que 2 dB comparada con la distribución Rayleigh, y el error relativo del parámetro de forma equivalente de la distribución de la amplitud, m_{eq} , es menor del 0,1 % con respecto a $m = 1$ (distribución Rayleigh).

- Se ha encontrado una expresión analítica cerrada y validada mediante simulación para el coeficiente de correlación $\rho_{i,j}$, en potencia entre las subportadoras del canal UWB cuya amplitud de la respuesta en frecuencia del canal sigue una distribución Nakagami- m . Este resultado es de especial importancia en el desarrollo de esta tesis, como quiera que dependiendo del conocimiento de la correlación entre las subportadoras de datos y la subportadora piloto del sistema MB-OFDM, se define de manera adecuada la estrategia de estimación del canal UWB, aspecto clave para el cálculo de las prestaciones de la modulación adaptativa multinivel de envolvente constante M -PSK con transmisión MB-OFDM.
- El coeficiente de correlación de las subportadoras para el canal UWB depende del número de contribuciones y de la dispersión o ensanchamiento temporal del canal (*delay spread*) σ_τ . Para un valor pequeño de σ_τ y un número elevado de contribuciones discriminadas en el receptor (situación típica en canales UWB), la correlación entre las subportadoras aumenta (ej.: canal UWB tipo CM1), mientras que para un σ_τ elevado y un menor número de contribuciones discriminadas el coeficiente de correlación disminuye (ej.: canal UWB tipo CM4).
- Cuando el número de contribuciones por *tap* es elevado, el coeficiente de correlación en potencia de las subportadoras para el canal UWB se puede aproximar al modelo ampliamente utilizado para cuando se produce dispersión isotrópica de las componentes especulares conocido como el modelo de Clarke o espectro clásico de Jakes para un canal Rayleigh.

II. Variación de la potencia del canal UWB a pequeña escala

- El reducido consumo de potencia es uno de los aspectos claves que debe cumplir MB-OFDM UWB para ser considerada una tecnología de transmisión adecuada para las aplicaciones inalámbricas en recintos de interior. En esta tesis demostramos que el canal UWB requiere un menor margen de desvanecimiento (*fade margin*) comparado con el canal de banda estrecha; en consecuencia en el balance de enlace (*link budget*) las tecnologías

que utilicen canales UWB requieren menor potencia en la transmisión que en los canales que ofrecen un menor ancho de banda.

- Se demostró que la potencia del canal UWB en un ancho de banda, Δf , dado se puede aproximar con bastante fiabilidad por una variable aleatoria Gamma, donde los parámetros de la distribución, $m_{\Delta f}$ y $\Omega_{\Delta f}$, se calcularon en función de los parámetros temporales del canal UWB definidos en el modelo propuesto por el IEEE 802.15.4a.
- Las expresiones analíticas encontradas para la profundidad del desvanecimiento (*fade depth*) y el margen de desvanecimiento (*fade margin*) fueron validadas mediante simulación para diferentes entornos de interior y exterior del canal UWB. Los resultados muestran que el *fade depth* es aproximadamente constante (22,0 dB para $n = 4$) para canales cuyo ancho de banda sea menor a 1 MHz; es decir, el *fade depth* es independiente del ancho de banda para canales de banda estrecha.
- Para canales cuyo ancho de banda es mayor a 2 GHz (canales UWB) el *fade depth* tiende a converger asintóticamente a un valor fijo (0,8 dB para $n = 1$). Un comportamiento similar se observa cuando se realiza el análisis para el margen de desvanecimiento (*fade margin*).

III. Respecto a las prestaciones con modulación adaptativa *M*-PSK

- Se realizó un estudio riguroso de la adaptación discreta de la tasa de bits por subportadora, asumiendo que la amplitud de la respuesta en frecuencia del canal para cada de las subportadoras sigue una distribución Nakagami- m .
- En esta tesis comprobamos que la modulación adaptativa *M*-PSK en conjunto con la transmisión multiportadora MB-OFDM en un canal UWB, donde la amplitud de las subportadoras sigue una distribución Nakagami- m ofrece mejores prestaciones que la modulación fija QPSK.
- Se calcularon los umbrales adaptativos empleando el método de Lagrange y demostramos mediante simulación que la probabilidad de error de bit media permanece constante para el rango de SNR medias del canal y por debajo de la SNR de avalancha obtenida en esta tesis.

- Demostramos que cuando un sistema inalámbrico debe operar con potencias de transmisión reducidas (como en UWB), la modulación adaptativa se ajusta de forma dinámica incrementando la capacidad media del sistema en función de la SNR media por símbolo, mejorando para valores reducidos de SNR medias con respecto a la modulación fija QPSK.
- Mostramos que la SNR media necesaria para lograr una capacidad media de 1,99 bits/símbolo en un sistema de múltiples portadoras como MB-OFDM, es menor en la modulación adaptativa M -PSK que la que se requiere en la modulación fija QPSK, y se obtiene una ganancia por diversidad que aumenta cuando el parámetro de forma de la distribución Nakagami- m se hace mayor; esto es, cuando el canal UWB presenta mejor comportamiento en cuanto al desvanecimiento a pequeña escala.
- La probabilidad de error de bit media del canal UWB 802.15.3a es especialmente sensible a la dispersión temporal del canal, siendo mayor para el canal tipo CM4, el cual presenta el mayor ensanchamiento temporal. El canal UWB tipo CM1 es el que ofrece la mejor BEP media debido a su menor *delay spread*.

4.2 Líneas futuras de investigación

- (i) La investigación desarrollada en esta tesis doctoral ha estado focalizada hacia el cálculo de las prestaciones de una red inalámbrica de infraestructura o centralizada monousuario en recintos de interior. Una extensión natural de la investigación consiste en evaluar las prestaciones para los siguientes entornos.
 - Red inalámbrica de infraestructura multiusuario bien en recintos de interior o exterior.
 - Red inalámbrica *ad-hoc* o descentralizada monousuario o multiusuario en recinto de interior.

- (ii) Combinación de la modulación adaptativa con técnicas de codificación de canal robustas empleando transmisión multiportadora que permitan obtener mayores prestaciones a nivel de transmisión, objetivo muy deseable en aplicaciones isocrónicas (voz, vídeo, multimedia) que son especialmente sensibles a la latencia y *jitter* elevados, y requieren tasas de error de bit muy reducidas (Ej.: $BER = 10^{-8}$).
- (iii) Extender la investigación a recintos de exterior, donde el tiempo de adaptación del transmisor a la variabilidad temporal del canal es distinto de cero, con la cual las prestaciones de la red inalámbrica se verán reducidas, obligando al empleo de mejores técnicas de estimación o algoritmos que contrarresten este efecto.
- (iv) Considerar los efectos de variabilidad temporal en la estimación del canal e introducir el error producido en la evaluación de las prestaciones especialmente en la capacidad media.
- (v) Incorporación de técnicas de *buffering* (almacenamiento temporal) en el transmisor para mitigar la disminución de las prestaciones cuando no hay transmisión debido a que la SNR media de las subportadoras es menor que la SNR de bloqueo o *outage*. El cálculo del tamaño del *buffer* en modulación adaptativa es un *gap* o línea interesante a investigar.
- (vi) Realizar campañas de medidas en redes WPAN monousuario sobre canales UWB que permitan validar las expresiones analíticas obtenidas en la tesis doctoral para el cálculo de las prestaciones del sistema empleando modulación adaptativa discreta.

ANEXO I

- **Parámetro de forma de la envolvente en frecuencia del canal UWB**

$$m_{eq}^i \triangleq \frac{\left(\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \right)^2}{E \left\{ |H(f_i)|^4 \right\} - \left(\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \right)^2}, \quad (\text{A1-1})$$

donde, $E \left\{ |H(f_i)|^4 \right\}$, se calcula como

$$E \left\{ |H(f_i)|^4 \right\} = E \left\{ H_R^4(f_i) \right\} + 2E \left\{ H_R^2(f_i) H_I^2(f_i) \right\} + E \left\{ H_I^4(f_i) \right\} \quad (\text{A1-2})$$

Resolviendo cada una de las esperanzas estadísticas de (A1-2) se llega a

$$E \left\{ H_R^4(f_i) \right\} = E \left\{ \left[\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l} \cos \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right]^4 \right\}. \quad (\text{A1-3})$$

$$\begin{aligned} & E \left\{ \left[\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l} \cos \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right]^4 \right\} = \\ & \left(E \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^4 \cos^4 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right\} + \right. \\ & 2 \sum_{\substack{l=1 \\ (l,k) \neq (n,m)}}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \alpha_{k,l} \cos \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \alpha_{m,n}^3 \cos^3 \left[\left(2\pi f_i (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] + \\ & 3 \sum_{\substack{l=1 \\ (l,k) \neq (n,m)}}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^2 \cos^2 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \alpha_{m,n}^2 \cos^2 \left[\left(2\pi f_i (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] + \\ & 6 \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} \sum_{j=1}^{L_c} \sum_{r=1}^{L_r} \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq t}}^{L_c} \sum_{t=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^2 \cos^2 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \alpha_{n,m} \cos \left[\left(2\pi f_i (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] + \\ & \left. 12 \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} \sum_{j=1}^{L_c} \sum_{r=1}^{L_r} \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq t}}^{L_c} \sum_{t=1}^{L_r} \alpha_{k,l} \cos \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \alpha_{n,m} \cos \left[\left(2\pi f_i (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] \right\} \\ & \left. \left[\alpha_{j,r} \cos \left[\left(2\pi f_i (T_j + \tau_{r,j}) + \varphi_{r,j} \right) \right] \alpha_{s,t} \cos \left[\left(2\pi f_i (T_s + \tau_{s,t}) + \varphi_{s,t} \right) \right] \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{A1-4})$$

Asumiendo que las VA son independientes, y empleando la propiedad de linealidad de la esperanza estadística en (A1-4), resulta para el primer término.

$$E \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{L_r} \alpha_{k,l}^4 \cos^4 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right\} = \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{L_r} E \left\{ \alpha_{k,l}^4 \cos^4 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right\} \quad (A1-5)$$

$$= \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{L_r} E \left\{ \alpha_{k,l}^4 \right\} E \left\{ \cos^4 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right\}$$

Resolviendo la esperanza de cada uno de los términos de (A1-5), resulta

$$\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{L_r} E \left\{ \alpha_{k,l}^4 \right\} = \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{L_r} \left(\frac{m_{k,l} + 1}{m_{k,l}} \right) \Omega_{k,l}^2. \quad (A1-6)$$

$$\begin{aligned} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{L_r} E \left\{ \cos^4 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right\} &= \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{L_r} E \left\{ \left(\cos^2 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right)^2 \right\} = \\ &= \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{L_r} E \left\{ \left[\frac{1}{2} + \frac{\cos \left[\left(4\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + 2\varphi_{k,l} \right) \right]}{2} \right]^2 \right\} \\ &= \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{L_r} E \left\{ \frac{1}{4} + \frac{\cos \left[\left(4\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + 2\varphi_{k,l} \right) \right]}{2} + \frac{\cos^2 \left[\left(4\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + 2\varphi_{k,l} \right) \right]}{4} \right\} \\ &= \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{L_r} \frac{1}{4} + \frac{1}{2} E \left\{ \cos \left[\left(4\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + 2\varphi_{k,l} \right) \right] \right\} + \frac{1}{4} E \left\{ \frac{1}{2} + \frac{\cos \left[\left(8\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + 4\varphi_{k,l} \right) \right]}{2} \right\} \\ &= \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{L_r} \frac{1}{4} + \frac{1}{2} E \left\{ \cos \left[\left(4\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + 2\varphi_{k,l} \right) \right] \right\} + \frac{1}{4} E \left\{ \frac{1}{2} + \frac{\cos \left[\left(8\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + 4\varphi_{k,l} \right) \right]}{2} \right\} = \frac{3}{8} \end{aligned} \quad (A1-7)$$

Finalmente, la esperanza para el primer término de $E \left\{ \left| H(f_i) \right|^4 \right\}$, definido en (A1-5), viene dado por

$$E \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{L_r} \alpha_{k,l}^4 \cos^4 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right\} = \frac{3}{8} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{L_r} \left(\frac{m_{k,l} + 1}{m_{k,l}} \right) \Omega_{k,l}^2. \quad (A1-8)$$

Resolviendo el segundo término de (A1-4), se obtiene

$$\begin{aligned}
& E \left\{ 2 \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \alpha_{k,l} \cos \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \alpha_{m,n}^3 \cos^3 \left[\left(2\pi f_i (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] \right\} \\
&= 2 \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} E \left\{ \alpha_{k,l} \cos \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \alpha_{m,n}^3 \cos^3 \left[\left(2\pi f_i (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] \right\} \\
&= 2 \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} E \left\{ \alpha_{k,l} \right\} E \left\{ \cos \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right\} \\
&\quad E \left\{ \alpha_{m,n}^3 \right\} E \left\{ \cos^3 \left[\left(2\pi f_i (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] \right\} = 0
\end{aligned} \tag{A1-9}$$

Resolviendo el tercer término de (A1-4), resulta

$$\begin{aligned}
& E \left\{ 3 \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^2 \cos^2 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \alpha_{m,n}^2 \cos^2 \left[\left(2\pi f_i (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] \right\} \\
&= 3 \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} E \left\{ \alpha_{k,l}^2 \right\} E \left\{ \cos^2 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right\} \\
&\quad E \left\{ \alpha_{m,n}^2 \right\} E \left\{ \cos^2 \left[\left(2\pi f_i (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] \right\} \\
&= 3 \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} E \left\{ \alpha_{k,l}^2 \right\} E \left\{ \alpha_{m,n}^2 \right\} E \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \left[\left(4\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + 2\varphi_{k,l} \right) \right] \right\} \\
&\quad E \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \left[\left(4\pi f_i (T_n + \tau_{m,n}) + 2\varphi_{m,n} \right) \right] \right\} \\
&= \frac{3}{4} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} E \left\{ \alpha_{k,l}^2 \right\} E \left\{ \alpha_{m,n}^2 \right\} = \frac{3}{4} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \Omega_{m,n}
\end{aligned} \tag{A1-10}$$

Cuando el argumento de la función coseno es una VA que se distribuye uniformemente entre 0 y 2π , entonces, la media estadística cuando la potencia del coseno es impar será igual a cero. Por tanto, la media del cuarto y quinto término de (A1-4), valen cero.

Teniendo en cuenta los anteriores resultados, la media de (A1-3) es igual a

$$E \left\{ H_R^4 (f_i) \right\} = \frac{3}{8} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \left(\frac{m_{k,l} + 1}{m_{k,l}} \right) \Omega_{k,l}^2 + \frac{3}{4} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \Omega_{m,n} \quad (A1-11)$$

El cálculo de la media para la parte imaginaria $E\{H_I^4(f_i)\}$, es igual que el realizado para la parte real, es decir $E\{H_I^4(f_i)\} = E\{H_R^4(f_i)\}$. Con lo cual, en el resultado final de $E\{|H(f_i)|^4\}$, basta multiplicar (A1-11) por 2.

La media del término $2E\{H_R^2(f_i)H_I^2(f_i)\}$ debe resolverse para índices distintos, debido a que corresponden a *cluster* y rayos diferentes en instantes de tiempo también distintos. En consecuencia, resulta

$$2E\{H_R^2(f_i)H_I^2(f_i)\} = 2E\left\{\left[\sum_{l=1}^{L_c}\sum_{k=1}^{L_r}\alpha_{k,l}\cos\left[\left(2\pi f_i(T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l}\right)\right]\right]^2\right. \\ \left.\left[\sum_{n=1}^{L_c}\sum_{m=1}^{L_r}\alpha_{m,n}\sin\left[\left(2\pi f_i(T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n}\right)\right]\right]^2\right\}. \quad (\text{A1-12})$$

Se resuelve cada uno de los términos de (A1-12), como

$$2\left\{\left[\sum_{l=1}^{L_c}\sum_{k=1}^{L_r}E\left\{\alpha_{k,l}^2\cos^2\left[\left(2\pi f_i(T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l}\right)\right]\right\} + \sum_{\substack{l=1 \\ (l,r) \neq (p,s)}}^{L_c}\sum_{p=1}^{L_c}\sum_{r=1}^{L_r}\sum_{s=1}^{L_r}E\left\{\alpha_{s,p}\cos\left[\left(2\pi f_i(T_p + \tau_{s,p}) + \varphi_{s,p}\right)\right]\alpha_{r,l}\cos\left[\left(2\pi f_i(T_l + \tau_{r,l}) + \varphi_{r,l}\right)\right]\right\}\right] \times \right. \\ \left. \left[\sum_{n=1}^{L_c}\sum_{m=1}^{L_r}E\left\{\alpha_{m,n}^2\sin^2\left[\left(2\pi f_i(T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n}\right)\right]\right\} + \sum_{\substack{t=1 \\ (t,u) \neq (n,v)}}^{L_c}\sum_{n=1}^{L_c}\sum_{u=1}^{L_r}\sum_{v=1}^{L_r}E\left\{\alpha_{v,n}\sin\left[\left(2\pi f_i(T_n + \tau_{v,n}) + \varphi_{v,n}\right)\right]\alpha_{u,t}\sin\left[\left(2\pi f_i(T_t + \tau_{u,t}) + \varphi_{u,t}\right)\right]\right\}\right]\right\}. \quad (\text{A1-13})$$

Teniendo en cuenta la independencia de las VA aleatorias y por desarrollos anteriores, la esperanza estadística de los sumatorios cuádruples en (A1-13) son iguales a cero, resultando

$$2\left\{\sum_{l=1}^{L_c}\sum_{k=1}^{L_r}E\left\{\alpha_{k,l}^2\cos^2\left[\left(2\pi f_i(T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l}\right)\right]\right\} \times \sum_{n=1}^{L_c}\sum_{m=1}^{L_r}E\left\{\alpha_{m,n}^2\sin^2\left[\left(2\pi f_i(T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n}\right)\right]\right\}\right\}. \quad (\text{A1-14})$$

Para la solución de (A1-14), se consideran dos casos.

Caso 1: $l, k = n, m$; entonces a partir de (A1-14) se obtiene

$$\begin{aligned}
& 2 \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} E \left\{ \alpha_{k,l}^2 \cos^2 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \alpha_{k,l}^2 \sin^2 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right\} \right\} \\
&= 2 \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} E \left\{ \alpha_{k,l}^4 \cos^2 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \sin^2 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right\} \right\} \\
&= 2 \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} E \left\{ \alpha_{k,l}^4 \right\} E \left\{ \cos^2 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \sin^2 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right\} \right\} \\
&= 2 \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} E \left\{ \alpha_{k,l}^4 \right\} E \left\{ \frac{1 + \cos \left[\left(4\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + 2\varphi_{k,l} \right) \right]}{2} \times \frac{1 - \cos \left[\left(4\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + 2\varphi_{k,l} \right) \right]}{2} \right\} \right\} \\
&= 2 \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} E \left\{ \alpha_{k,l}^4 \right\} E \left\{ \frac{1 - \cos^2 \left[\left(4\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + 2\varphi_{k,l} \right) \right]}{4} \right\} \right\} \\
&= 2 \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} E \left\{ \alpha_{k,l}^4 \right\} E \left\{ \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \left[\left(8\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + 4\varphi_{k,l} \right) \right] \right) \right\} \right\} \\
&= 2 \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} E \left\{ \alpha_{k,l}^4 \right\} \times \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + E \left\{ \frac{1}{8} \cos \left[\left(8\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + 4\varphi_{k,l} \right) \right] \right\} \right\} \\
&= \frac{1}{4} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} E \left\{ \alpha_{k,l}^4 \right\} = \frac{1}{4} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \left(\frac{m_{k,l} + 1}{m_{k,l}} \right) \Omega_{k,l}^2
\end{aligned} \tag{A1-15}$$

Caso 2: $l, k \neq n, m$, resultando

$$\begin{aligned}
& 2 \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} E \left\{ \alpha_{k,l}^2 \cos^2 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right\} \right. \\
& \quad \left. \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} E \left\{ \alpha_{m,n}^2 \sin^2 \left[\left(2\pi f_i (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] \right\} \right\} \\
&= 2 \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} E \left\{ \alpha_{k,l}^2 \right\} E \left\{ \cos^2 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right\} \right. \\
& \quad \left. \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} E \left\{ \alpha_{m,n}^2 \right\} \left\{ \sin^2 \left[\left(2\pi f_i (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] \right\} \right\} \\
&= 2 \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \substack{E \left\{ \alpha_{k,l}^2 \right\} E \left\{ \alpha_{m,n}^2 \right\} E \left\{ \cos^2 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right\} \\ (l,k) \neq (n,m)} E \left\{ \sin^2 \left[\left(2\pi f_i (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] \right\} \right\} \\
&= 2 \left(\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \substack{E \left\{ \alpha_{k,l}^2 \right\} E \left\{ \alpha_{m,n}^2 \right\} \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \\ (l,k) \neq (n,m)} \right) = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \substack{\Omega_{k,l} \Omega_{m,n} \\ (l,k) \neq (n,m)}
\end{aligned} \tag{A1-16}$$

El resultado para el segundo término de (A1-2) definido por $2E\{H_R^2(f_i)H_I^2(f_i)\}$, considerando los dos casos, será igual a

$$2E\{H_R^2(f_i)H_I^2(f_i)\} = \frac{1}{4} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \left(\frac{m_{k,l} + 1}{m_{k,l}} \right) \Omega_{k,l}^2 + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \Omega_{m,n} \quad (A1-17)$$

$(l,k) \neq (n,m)$

Finalmente el resultado para $E\{|H(f_i)|^4\}$ viene dado por

$$\begin{aligned} E\{|H(f_i)|^4\} &= 2 \left(\frac{3}{8} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{L_r} \left(\frac{m_{k,l} + 1}{m_{k,l}} \right) \Omega_{k,l}^2 + \frac{3}{4} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \Omega_{m,n} \right) \\ &\quad + \frac{1}{4} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \left(\frac{m_{k,l} + 1}{m_{k,l}} \right) \Omega_{k,l}^2 + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \Omega_{m,n} \quad (A1-18) \\ &= \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \left(\frac{m_{k,l} + 1}{m_{k,l}} \right) \Omega_{k,l}^2 + 2 \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \Omega_{m,n} \end{aligned}$$

$(l,k) \neq (n,m)$

Sustituyendo (A1-18) en (A1-1), el parámetro de desvanecimiento, m_{eq} , resulta

$$\begin{aligned} m_{eq}^i &\triangleq \frac{\left(E\{|H(f_i)|^2\} \right)^2}{E\{|H(f_i)|^4\} - \left(E\{|H(f_i)|^2\} \right)^2} = \frac{\left(\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \right)^2}{E\{|H(f_i)|^4\} - \left(\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \right)^2} \\ m_{eq}^i &= \frac{\left(\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \right)^2}{\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \left(\frac{m_{k,l} + 1}{m_{k,l}} \right) \Omega_{k,l}^2 + 2 \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \Omega_{m,n} - \left(\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \Omega_{k,l}^2 + \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \Omega_{m,n} \right)} \\ m_{eq}^i &= \frac{\left(\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \right)^2}{\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \frac{\Omega_{k,l}^2}{m_{k,l}} + \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \Omega_{m,n} \quad (l,k) \neq (n,m)} \end{aligned} \quad (A1-19)$$

ANEXO II

• Coeficiente de correlación en potencia entre subportadoras

$$\rho_{ij} \triangleq \frac{E\{r_i^2 r_j^2\} - \Omega_i \Omega_j}{\sqrt{\frac{\Omega_i^2}{m_i} \times \frac{\Omega_j^2}{m_j}}} = \left(\frac{E\{r_i^2 r_j^2\} - \Omega_{eq}^2}{\Omega_{eq}^2} \right) m_{eq}, \quad (\text{A2-1})$$

donde el término $E\{r_i^2 r_j^2\}$, en el numerador se calcula como

$$\begin{aligned} E\{r_i^2 r_j^2\} &= E\left\{|H(f_i)|^2 |H(f_j)|^2\right\} = E\left\{\left[|H_R(f_i)|^2 + |H_I(f_i)|^2\right] \left[|H_R(f_j)|^2 + |H_I(f_j)|^2\right]\right\} \\ &= E\left\{\left[|H_R(f_i)|^2 |H_R(f_j)|^2 + |H_R(f_i)|^2 |H_I(f_j)|^2 + |H_I(f_i)|^2 |H_R(f_j)|^2 + |H_I(f_i)|^2 |H_I(f_j)|^2\right]\right\} \\ &= E\left\{|H_R(f_i)|^2 |H_R(f_j)|^2\right\} + 2E\left\{|H_R(f_i)|^2 |H_I(f_j)|^2\right\} + E\left\{|H_I(f_i)|^2 |H_I(f_j)|^2\right\} \end{aligned} \quad (\text{A2-2})$$

Se puede resolver el primer término de (A2-2) como

$$E\left\{|H_R(f_i)|^2 |H_R(f_j)|^2\right\} = E\left\{\left[\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l} \cos\left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l}\right)\right]\right]^2 \times \left[\sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} \alpha_{m,n} \cos\left[\left(2\pi f_j (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n}\right)\right]\right]^2\right\}. \quad (\text{A2-3})$$

Desarrollando las potencias al cuadrado, se obtiene

$$E\left\{\left[\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^2 \cos^2\left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l}\right)\right] + \sum_{\substack{l=1 \\ (k \neq l)}}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ (n \neq m)}}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} \alpha_{m,n} \alpha_{k,l} \cos\left[\left(2\pi f_i (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n}\right)\right] \cos\left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l}\right)\right]\right] \times \left[\sum_{t=1}^{L_c} \sum_{p=1}^{L_r} \alpha_{p,t}^2 \cos^2\left[\left(2\pi f_j (T_t + \tau_{p,t}) + \varphi_{p,t}\right)\right] + \sum_{\substack{t=1 \\ (t \neq p)}}^{L_c} \sum_{\substack{p=1 \\ (r \neq s)}}^{L_r} \sum_{r=1}^{L_c} \sum_{s=1}^{L_r} \alpha_{p,t} \alpha_{s,r} \cos\left[\left(2\pi f_j (T_r + \tau_{s,r}) + \varphi_{s,r}\right)\right] \cos\left[\left(2\pi f_j (T_t + \tau_{p,t}) + \varphi_{p,t}\right)\right]\right]\right\}. \quad (\text{A2-4})$$

Multiplicando término a término y aplicando la linealidad de la esperanza estadística, se obtiene

$$\begin{aligned}
& E \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_c} \sum_{t=1}^{L_c} \sum_{p=1}^{L_c} \alpha_{p,t}^2 \alpha_{k,l}^2 \cos^2 \left[\left(2\pi f_j (T_t + \tau_{p,t}) + \varphi_{p,t} \right) \right] \cos^2 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right\} + \\
& E \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_c} \sum_{t=1}^{L_c} \sum_{\substack{p=1 \\ (t \neq p)}}^{L_c} \sum_{r=1}^{L_c} \sum_{\substack{s=1 \\ (r \neq s)}}^{L_c} \alpha_{p,t} \alpha_{s,r} \alpha_{k,l}^2 \cos \left[\left(2\pi f_j (T_r + \tau_{s,r}) + \varphi_{s,r} \right) \right] \right. \\
& \quad \left. \cos \left[\left(2\pi f_j (T_t + \tau_{p,t}) + \varphi_{p,t} \right) \right] \cos^2 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right\} + \\
& E \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_c} \sum_{\substack{n=1 \\ (k \neq l)}}^{L_c} \sum_{\substack{m=1 \\ (n \neq m)}}^{L_c} \sum_{t=1}^{L_c} \sum_{p=1}^{L_c} \sum_{r=1}^{L_c} \alpha_{p,t}^2 \alpha_{m,n} \alpha_{k,l} \cos^2 \left[\left(2\pi f_j (T_t + \tau_{p,t}) + \varphi_{p,t} \right) \right] \right. \\
& \quad \left. \cos \left[\left(2\pi f_i (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] \cos \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right\} + \\
& E \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_c} \sum_{\substack{n=1 \\ (k \neq l)}}^{L_c} \sum_{\substack{m=1 \\ (n \neq m)}}^{L_c} \sum_{t=1}^{L_c} \sum_{\substack{p=1 \\ (t \neq p)}}^{L_c} \sum_{\substack{r=1 \\ (r \neq s)}}^{L_c} \sum_{s=1}^{L_c} \alpha_{m,n} \alpha_{k,l} \cos \left[\left(2\pi f_i (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] \cos \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right\} \\
& \quad \left. \alpha_{p,t} \alpha_{s,r} \cos \left[\left(2\pi f_j (T_r + \tau_{s,r}) + \varphi_{s,r} \right) \right] \cos \left[\left(2\pi f_j (T_t + \tau_{p,t}) + \varphi_{p,t} \right) \right] \right\}.
\end{aligned} \tag{A2-5}$$

Resolviendo la esperanza estadística de cada uno de los términos de (A2-5).

Primer término.

Caso 1: $l \neq t \wedge k \neq p$

$$\begin{aligned}
& E \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_c} \sum_{t=1}^{L_c} \sum_{\substack{p=1 \\ (l \neq k) \\ (t \neq p)}}^{L_c} \alpha_{p,t}^2 \alpha_{k,l}^2 \cos^2 \left[\left(2\pi f_j (T_t + \tau_{p,t}) + \varphi_{p,t} \right) \right] \cos^2 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right\} \\
& = E \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_c} \sum_{t=1}^{L_c} \sum_{\substack{p=1 \\ (l \neq k) \\ (t \neq p)}}^{L_c} \alpha_{p,t}^2 \alpha_{k,l}^2 \left(\frac{1 + \cos \left[\left(4\pi f_j (T_t + \tau_{p,t}) + 2\varphi_{p,t} \right) \right]}{2} \right) \left(\frac{1 + \cos \left[\left(4\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + 4\varphi_{k,l} \right) \right]}{2} \right) \right\}. \\
& = \frac{1}{4} E \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_c} \sum_{t=1}^{L_c} \sum_{\substack{p=1 \\ (l \neq k) \\ (t \neq p)}}^{L_c} \alpha_{p,t}^2 \alpha_{k,l}^2 \left(1 + \cos \left[\left(4\pi f_j (T_t + \tau_{p,t}) + 2\varphi_{p,t} \right) \right] + \cos \left[\left(4\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + 4\varphi_{k,l} \right) \right] \right) \right. \\
& \quad \left. + \cos \left[\left(4\pi f_j (T_t + \tau_{p,t}) + 2\varphi_{p,t} \right) \right] \cos \left[\left(4\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + 4\varphi_{k,l} \right) \right] \right\} \\
& = \frac{1}{4} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_c} \sum_{t=1}^{L_c} \sum_{\substack{p=1 \\ (l \neq k) \\ (t \neq p)}}^{L_c} E \{ \alpha_{p,t}^2 \} E \{ \alpha_{k,l}^2 \} = \frac{1}{4} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_c} \sum_{\substack{n=1 \\ (l \neq k)}}^{L_c} \sum_{\substack{m=1 \\ (n \neq m)}}^{L_c} \Omega_{p,t} \Omega_{k,l}
\end{aligned} \tag{A2-6}$$

Caso 2: $l = t \wedge k = p$

$$E \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^4 \cos^2 \left[\left(2\pi f_j (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \cos^2 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right\} \\ E \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^4 \left(\frac{1 + \cos \left[\left(4\pi f_j (T_l + \tau_{k,l}) + 2\varphi_{k,l} \right) \right]}{2} \right) \left(\frac{1 + \cos \left[\left(4\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + 2\varphi_{k,l} \right) \right]}{2} \right) \right\}. \quad (\text{A2-7})$$

Resolviendo la media en (A2-7), resulta

$$\frac{1}{4} E \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^4 \left(\frac{1 + \cos \left[\left(4\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + 2\varphi_{k,l} \right) \right] + \cos \left[\left(4\pi f_j (T_l + \tau_{k,l}) + 2\varphi_{k,l} \right) \right]}{2} \right) \right\} \\ = \frac{1}{4} E \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^4 \right\} = \frac{1}{4} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} E \{ \alpha_{k,l}^4 \} = \frac{1}{4} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \left(\frac{m_{k,l} + 1}{m_{k,l}} \right) \Omega_{k,l}^2 \quad (\text{A2-8})$$

El resultado final para el primer término de (A2-5) viene dado por

$$E \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} \alpha_{m,n}^2 \alpha_{k,l}^2 \cos^2 \left[\left(2\pi f_j (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] \cos^2 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right\} \\ = \frac{1}{4} \left(\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \left(\frac{m_{k,l} + 1}{m_{k,l}} \right) \Omega_{k,l}^2 + \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{t=1}^{L_c} \sum_{p=1}^{L_r} \Omega_{p,t} \Omega_{k,l} \right) \quad (\text{A2-9})$$

El cálculo de la media para el segundo y tercer término es igual a cero.

Cuarto término.

En este caso, aparecen cuatro combinaciones de los índices, por tanto el resultado final de este término debe multiplicarse por cuatro. Las combinaciones vienen dadas por

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| $l = r \quad \wedge \quad t = n$ | $l = m \quad \wedge \quad t = s$ | $l = r \quad \wedge \quad l = t$ | $l = p \quad \wedge \quad l = s$ |
| $\neq \quad \quad \quad \neq$ | $\neq \quad \quad \quad \neq$ | $\neq \quad \quad \quad \neq$ | $\neq \quad \quad \quad \neq$ |
| $k = s \quad \wedge \quad p = m$ | $k = n \quad \wedge \quad p = r$ | $k = s \quad \wedge \quad k = p$ | $k = t \quad \wedge \quad k = r$ |

Operando en el cuarto término de (A2-5) y teniendo en cuenta la primera combinación, resulta

$$E \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ (k \neq l)}}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{\substack{m=1 \\ (n \neq m)}}^{L_r} \alpha_{m,n}^2 \alpha_{k,l}^2 \cos \left[\left(2\pi f_i (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] \cos \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right\}. \quad (\text{A2-10})$$

Después de un laborioso desarrollo en (A2-10), utilizando la identidad trigonométrica $\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \sin(x)\sin(y)$, y teniendo en cuenta que el resultado se debe multiplicar por 4, se obtiene

$$\begin{aligned} & E \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ (k \neq l)}}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{\substack{m=1 \\ (n \neq m)}}^{L_r} \alpha_{m,n}^2 \alpha_{k,l}^2 \cos \left[\left(2\pi f_i (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] \cos \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right\} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ (k \neq l)}}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{\substack{m=1 \\ (n \neq m)}}^{L_r} \Omega_{m,n} \Omega_{k,l} \left[\cos \left(2\pi f (T_l + \tau_{k,l}) (i - j) \right) \cos \left(2\pi f (T_n + \tau_{m,n}) (i - j) \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A2-11})$$

El resultado final para el término definido en (A2-3) es igual a

$$\begin{aligned} E \left\{ |H_R(f_i)|^2 |H_R(f_j)|^2 \right\} &= \frac{1}{4} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \left(\frac{m_{k,l} + 1}{m_{k,l}} \right) \Omega_{k,l}^2 + \frac{1}{4} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ (l \neq k)}}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{\substack{m=1 \\ (n \neq m)}}^{L_r} \Omega_{m,n} \Omega_{k,l} \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ (k \neq l)}}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{\substack{m=1 \\ (n \neq m)}}^{L_r} \Omega_{m,n} \Omega_{k,l} \left[\cos \left(2\pi f (T_l + \tau_{k,l}) (i - j) \right) \cos \left(2\pi f (T_n + \tau_{m,n}) (i - j) \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A2-12})$$

El resultado del término $E \left\{ |H_I(f_i)|^2 |H_I(f_j)|^2 \right\}$ es igual a (A2-12). Finalmente nos resta evaluar $E \left\{ |H_R(f_i)|^2 |H_I(f_j)|^2 \right\}$.

$$E \left\{ |H_R(f_i)|^2 |H_I(f_j)|^2 \right\} = E \left\{ \left[\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l} \cos \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right]^2 \times \left[\sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} \alpha_{m,n} \sin \left[\left(2\pi f_j (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] \right]^2 \right\}. \quad (\text{A2-13})$$

$$E \left[\left(\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^2 \cos^2 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] + \sum_{\substack{l=1 \\ (k \neq l)}}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{r=1}^{L_c} \sum_{\substack{s=1 \\ (r \neq s)}}^{L_r} \alpha_{s,r} \cos \left[\left(2\pi f_i (T_r + \tau_{s,r}) + \varphi_{s,r} \right) \right] \right) \times \right. \\ \left. \left(\sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} \alpha_{m,n}^2 \sin^2 \left[\left(2\pi f_j (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] + \sum_{\substack{n=1 \\ (n \neq m)}}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} \sum_{t=1}^{L_c} \sum_{\substack{u=1 \\ (t \neq u)}}^{L_r} \alpha_{m,n} \sin \left[\left(2\pi f_j (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] \right) \right] \quad (A2-14)$$

Realizando las multiplicaciones entre los términos de (A2-14)

$$E \left[\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^2 \alpha_{m,n}^2 \cos^2 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \sin^2 \left[\left(2\pi f_j (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] \right] + \\ E \left[\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{\substack{n=1 \\ (n \neq m)}}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} \sum_{\substack{t=1 \\ (t \neq u)}}^{L_c} \sum_{u=1}^{L_r} \alpha_{u,t} \alpha_{m,n} \alpha_{k,l}^2 \sin \left[\left(2\pi f_j (T_t + \tau_{u,t}) + \varphi_{u,t} \right) \right] \right. \\ \left. \sin \left[\left(2\pi f_j (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] \cos^2 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right] + \\ E \left[\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{\substack{r=1 \\ (k \neq l)}}^{L_c} \sum_{s=1}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} \alpha_{m,n}^2 \alpha_{r,s} \alpha_{k,l} \cos \left[\left(2\pi f_i (T_r + \tau_{s,r}) + \varphi_{s,r} \right) \right] \right. \\ \left. \sin^2 \left[\left(2\pi f_j (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] \cos \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right] + \\ E \left[\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{\substack{r=1 \\ (k \neq l)}}^{L_c} \sum_{s=1}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} \sum_{\substack{t=1 \\ (n \neq m)}}^{L_c} \sum_{\substack{u=1 \\ (t \neq u)}}^{L_r} \alpha_{u,t} \alpha_{m,n} \sin \left[\left(2\pi f_j (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] \sin \left[\left(2\pi f_j (T_t + \tau_{u,t}) + \varphi_{u,t} \right) \right] \right. \\ \left. \alpha_{s,r} \alpha_{k,l} \cos \left[\left(2\pi f_i (T_r + \tau_{s,r}) + \varphi_{s,r} \right) \right] \cos \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right] \quad (A2-15)$$

Se debe evaluar la esperanza estadística para cada uno de los términos de (A2-15).

Para el segundo y tercer término vale cero.

Primer término

Caso 1. $l \neq n \wedge k \neq m$

$$E \left[\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^2 \alpha_{m,n}^2 \cos^2 \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \sin^2 \left[\left(2\pi f_j (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] \right] \\ = \frac{1}{4} E \left[\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^2 \alpha_{m,n}^2 \left(1 + \cos \left[\left(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l} \right) \right] \right) \left(1 - \cos \left[\left(2\pi f_j (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n} \right) \right] \right) \right] \\ = \frac{1}{4} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} E \{ \alpha_{k,l}^2 \} E \{ \alpha_{m,n}^2 \} = \frac{1}{4} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \Omega_{m,n} \quad (A2-16)$$

Caso 1. $l = n \wedge k = m$

$$\begin{aligned}
& E \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^2 \alpha_{m,n}^2 \cos^2 \left[(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l}) \right] \sin^2 \left[(2\pi f_j (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n}) \right] \right\} \\
&= E \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^4 \left(\frac{1 + \cos \left[(4\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + 2\varphi_{k,l}) \right]}{2} \right) \left(\frac{1 - \cos \left[(4\pi f_j (T_n + \tau_{m,n}) + 2\varphi_{m,n}) \right]}{2} \right) \right\}. \quad (\text{A2-17}) \\
&= \frac{1}{4} E \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^4 \left(\frac{1 + \cos \left[(4\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + 2\varphi_{k,l}) \right] - \cos \left[(4\pi f_j (T_l + \tau_{k,l}) + 2\varphi_{k,l}) \right]}{\cos \left[(4\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + 2\varphi_{k,l}) \right] \cos \left[(4\pi f_j (T_n + \tau_{m,n}) + 2\varphi_{m,n}) \right]} \right) \right\} \\
&= \frac{1}{4} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} E \{ \alpha_{k,l}^4 \} = \frac{1}{4} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \left(\frac{m_{k,l} + 1}{m_{k,l}} \right) \Omega_{k,l}^2
\end{aligned}$$

El resultado para el primer término, será igual a

$$\begin{aligned}
& E \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^2 \alpha_{m,n}^2 \cos^2 \left[(2\pi f_i (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l}) \right] \sin^2 \left[(2\pi f_j (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n}) \right] \right\}. \quad (\text{A2-18}) \\
&= \frac{1}{4} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \Omega_{m,n} + \frac{1}{4} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \left(\frac{m_{k,l} + 1}{m_{k,l}} \right) \Omega_{k,l}^2
\end{aligned}$$

Cuarto término

Al igual que en la evaluación del cuarto término de (A2-5), aparecen cuatro combinaciones de los índices, por tanto el resultado final de este término debe multiplicarse por cuatro. Empleando el mismo procedimiento se obtiene

$$E \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} \alpha_{m,n}^2 \alpha_{k,l}^2 \sin \left[(2\pi f_j (T_n + \tau_{m,n}) + \varphi_{m,n}) \right] \sin \left[(2\pi f_j (T_l + \tau_{k,l}) + \varphi_{k,l}) \right] \right\}. \quad (\text{A2-19})$$

Operando en (A2-19) empleando las identidades

$\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \sin(x)\sin(y)$, $\sin(x \pm y) = \sin(x)\cos(y) \pm \cos(x)\sin(y)$, se obtiene

$$\frac{1}{2} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} \Omega_{m,n} \Omega_{k,l} \left[\sin(2\pi f (T_l + \tau_{k,l})(i-j)) \sin(2\pi f (T_n + \tau_{m,n})(i-j)) \right]. \quad (\text{A2-20})$$

(k≠l) (n≠m)

El resultado final para el término $E \left\{ |H_R(f_i)|^2 |H_I(f_j)|^2 \right\}$ viene dado por

$$E \left\{ |H_R(f_i)|^2 |H_I(f_j)|^2 \right\} = \frac{1}{4} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \Omega_{m,n} + \frac{1}{4} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \left(\frac{m_{k,l} + 1}{m_{k,l}} \right) \Omega_{k,l}^2 + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} \Omega_{m,n} \Omega_{k,l} \left[\sin(2\pi f (T_l + \tau_{k,l})(i-j)) \sin(2\pi f (T_n + \tau_{m,n})(i-j)) \right] \quad (\text{A2-21})$$

(k≠l) (n≠m)

Finalmente, el resultado final de $E \{r_i^2 r_j^2\}$ definido en (A2-2), se expresa como

$$E \{r_i^2 r_j^2\} = 2E \left\{ |H_R(f_i)|^2 |H_R(f_j)|^2 \right\} + 2E \left\{ |H_R(f_i)|^2 |H_I(f_j)|^2 \right\} = \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \left(\frac{m_{k,l} + 1}{m_{k,l}} \right) \Omega_{k,l}^2 + \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \Omega_{n,m} \left[1 + \cos(2\pi f [(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n})](i-j)) \right] \quad (\text{A2-22})$$

l≠k n≠m

Sustituyendo (A2-22) en (A2-1) teniendo en cuenta (A1-19), y dado que $\Omega_{eq}^2 = \left(\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \right)^2$, el coeficiente de correlación en potencia $\rho_{i,j}$, entre dos subportadoras, asumiendo que el desvanecimiento que experimenta su amplitud sigue una distribución Nakagami- m , se obtiene como

$$\rho_{ij} \triangleq \left(\frac{E \{r_i^2 r_j^2\} - \Omega_{eq}^2}{\Omega_{eq}^2} \right) m_{eq}$$

$$\rho_{ij} = \frac{\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \left(\frac{\Omega_{k,l}^2}{m_{k,l}} \right) + \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{m=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \Omega_{n,m} \cos(2\pi f [(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n})](i-j))}{\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \frac{\Omega_{k,l}^2}{m_{k,l}} + \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{m=1}^{L_r} \Omega_{k,l} \Omega_{m,n} \quad (l,k) \neq (n,m)}$$

(A2-23)

ANEXO III

• Cálculo de la media de la potencia al cuadrado del canal UWB

La potencia del canal UWB en unidades lineales se define como

$$\Psi_{\Delta f} = \Delta f \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^2 + \frac{1}{2\pi} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{L_r} \frac{\alpha_{k,l} \alpha_{m,n}}{(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n})} \left(\frac{\sin \left[2\pi f_2 \left((T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n}) \right) + (\varphi_{k,l} - \varphi_{m,n}) \right]}{\sin \left[2\pi f_1 \left((T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n}) \right) + (\varphi_{k,l} - \varphi_{m,n}) \right]} \right). \quad (\text{A3-1})$$

Con el fin de facilitar el cálculo, utilizamos la siguiente identidad trigonométrica $2 \sin(x) \cos(y) = \sin(x+y) + \sin(x-y)$, donde $x = \pi \left[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n}) \right] (f_2 - f_1)$, e, $y = \pi \left[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n}) \right] (f_2 + f_1) (\varphi_{k,l} + \varphi_{m,n})$. Sustituyendo se llega a

$$\begin{aligned} \sin(x+y) &= \sin \left\{ 2\pi f_2 \left[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n}) \right] + (\varphi_{k,l} - \varphi_{m,n}) \right\} \\ \sin(x-y) &= \sin \left\{ 2\pi f_1 \left[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n}) \right] + (\varphi_{k,l} - \varphi_{m,n}) \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A3-2})$$

resultando

$$\begin{aligned} 2 \sin \left\{ \pi \left[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n}) \right] (f_2 - f_1) \right\} \cos \left\{ \pi \left[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n}) \right] (f_2 + f_1) + (\varphi_{k,l} - \varphi_{m,n}) \right\} = \\ \sin \left\{ 2\pi f_2 \left[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n}) \right] + (\varphi_{k,l} - \varphi_{m,n}) \right\} - \sin \left\{ 2\pi f_1 \left[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n}) \right] + (\varphi_{k,l} - \varphi_{m,n}) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A3-3})$$

Sustituyendo (A3-3) en (A3-1), se obtiene

$$\Psi_{\Delta f} = \Delta f \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^2 + \frac{1}{\pi} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{L_r} \frac{\alpha_{k,l} \alpha_{m,n}}{(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n})} \sin(x) \cos(y). \quad (\text{A3-4})$$

Elevando al cuadrado (A3-4) y calculando la esperanza estadística, resulta

$$\begin{aligned} E \left\{ (\Psi_{\Delta f})^2 \right\} &= E \left\{ \left[\Delta f \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^2 \right]^2 \right\} + E \left\{ \frac{2\Delta f}{\pi} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ (k \neq l)}}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{\substack{m=1 \\ (m \neq n)}}^{L_r} \frac{\alpha_{k,l}^3 \alpha_{m,n}}{(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n})} \sin(x) \cos(y) \right\} \\ &+ E \left\{ \left[\frac{1}{\pi} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{L_r} \frac{\alpha_{k,l} \alpha_{m,n}}{(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n})} \sin(x) \cos(y) \right]^2 \right\} \end{aligned} \quad (\text{A3-5})$$

Posteriormente se evalúa la media para cada uno de los términos de (A3-5).

Primer término

$$\begin{aligned}
E \left\{ \left(\Delta f \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^2 \right)^2 \right\} &= E \left\{ (\Delta f)^2 \left(\sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \alpha_{k,l}^4 + \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{\substack{n=1 \\ k \neq l}}^{L_c} \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{L_r} \alpha_{k,l}^2 \alpha_{m,n}^2 \right) \right\} \\
&= (\Delta f)^2 \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} E \{ \alpha_{k,l}^4 \} + \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{\substack{n=1 \\ k \neq l}}^{L_c} \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{L_r} E \{ \alpha_{k,l}^2 \} E \{ \alpha_{m,n}^2 \} \right\}
\end{aligned} \quad (\text{A3-6})$$

Segundo término

$$E \left\{ \frac{2\Delta f}{\pi} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ (k \neq l)}}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{\substack{m=1 \\ (m \neq n)}}^{L_r} \frac{\alpha_{k,l}^3 \alpha_{m,n}}{(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n})} \sin(x) \cos(y) \right\} = 0. \quad (\text{A3-7})$$

Tercer término

$$\begin{aligned}
&E \left\{ \left(\frac{1}{\pi} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{L_r} \frac{\alpha_{k,l} \alpha_{m,n}}{(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n})} \sin(x) \cos(y) \right)^2 \right\} \\
&= E \left\{ \frac{1}{\pi^2} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{L_r} \frac{\alpha_{k,l}^2 \alpha_{m,n}^2}{[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n})]^2} \sin^2(x) \cos^2(y) \right\} \\
&= \frac{1}{\pi^2} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{L_r} \frac{E \{ \alpha_{k,l}^2 \} E \{ \alpha_{m,n}^2 \}}{[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n})]^2} \sin^2(x) E \{ \cos^2(y) \} \\
&= \frac{1}{2\pi^2} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{L_r} \frac{E \{ \alpha_{k,l}^2 \} E \{ \alpha_{m,n}^2 \}}{[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n})]^2} \sin^2 \left\{ \pi [(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n})] (f_2 - f_1) \right\}
\end{aligned} \quad (\text{A3-8})$$

Finalmente el resultado de (A3-5) viene dado por

$$\begin{aligned}
E \left\{ (\Psi_{\Delta f})^2 \right\} &= (\Delta f)^2 \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} E \{ \alpha_{k,l}^4 \} + \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{k=1}^{L_r} \sum_{\substack{n=1 \\ k \neq l}}^{L_c} \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{L_r} E \{ \alpha_{k,l}^2 \} E \{ \alpha_{m,n}^2 \} \right\} + \\
&\frac{1}{2\pi^2} \sum_{l=1}^{L_c} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^{L_r} \sum_{n=1}^{L_c} \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{L_r} \frac{E \{ \alpha_{k,l}^2 \} E \{ \alpha_{m,n}^2 \}}{[(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n})]^2} \sin^2 \left\{ \pi [(T_l + \tau_{k,l}) - (T_n + \tau_{m,n})] (f_2 - f_1) \right\}
\end{aligned} \quad (\text{A3-9})$$

ANEXO IV

- **Cálculo de los umbrales adaptativos de acuerdo a la ecuación (3.63)**

Para evaluar la ecuación (3.58), se hace uso de las siguientes derivadas parciales.

Sea $P_k = \int_{u_k}^{u_{k+1}} p_{m_k}(\gamma) f_\gamma(\gamma) d\gamma$. Entonces

$$\frac{\partial}{\partial u_k} P_{k-1} = \frac{\partial}{\partial u_k} \int_{u_{k-1}}^{u_k} p_{m_{k-1}}(\gamma) f_\gamma(\gamma) d\gamma = p_{m_{k-1}}(u_k) f(u_k). \quad (\text{A4-1})$$

$$\frac{\partial}{\partial u_k} P_k = \frac{\partial}{\partial u_k} \int_{u_k}^{u_{k+1}} p_{m_k}(\gamma) f_\gamma(\gamma) d\gamma = -p_{m_{k-1}}(u_k) f(u_k). \quad (\text{A4-2})$$

$$\frac{\partial}{\partial u_k} F_c(u_k) = \frac{\partial}{\partial u_k} \int_{u_k}^{\infty} f_\gamma(\gamma) d\gamma = -f(u_k). \quad (\text{A4-3})$$

La capacidad media representada por η , se expresa según (3.28) y (3.29) como

$$\eta = \sum_{k=0}^{K-1} b_k \int_{u_k}^{u_{k+1}} f_\gamma(\gamma) d\gamma = \sum_{k=0}^{K-1} c_k \int_{u_k}^{\infty} f_\gamma(\gamma) d\gamma = \sum_{k=0}^{K-1} c_k F(u_k),$$

entonces empleando (A4-3), la derivada parcial definida en (3.60) se calcula como

$$\frac{\partial \eta}{\partial u_k} = \frac{\partial}{\partial u_k} \left[c_k \int_{u_k}^{\infty} f_\gamma(\gamma) d\gamma \right] = -c_k f(u_k). \quad (\text{A4-4})$$

Empleando (A4-1) y (A4-2), la derivada parcial (3.61) se calcula como

$$\frac{\partial}{\partial u_k} P_R = \lambda \{ b_{k-1} p_{m_{k-1}}(u_k) f(u_k) - b_k p_{m_k}(u_k) f(u_k) \}. \quad (\text{A4-5})$$

Finalmente, el resultado de la derivada definida en (3.58), teniendo en cuenta (A4-4) y (A4-5) viene dada por

$$-c_k f(u_k) + \lambda [b_{k-1} p_{m_{k-1}}(u_k) f(u_k) - b_k p_{m_k}(u_k) f(u_k)] + \lambda P_{th} c_k f(u_k) = 0 \quad (\text{A4-6})$$

$$\left\{ -c_k (1 - \lambda P_{th}) + \lambda [b_{k-1} p_{m_{k-1}}(u_k) - b_k p_{m_k}(u_k)] \right\} f(u_k) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, K-1$$

Una solución trivial de (A4-5) aparece cuando $f(u_k) = 0$. Ciertamente $f(0) = 0$ cuando todos los umbrales son iguales a cero es decir $\{u_k = 0, k = 1, 2, \dots, K-1\}$, dando origen a la SNR de avalancha definida en (3.73).

Cuando $f(u_k) \neq 0$, podemos dividir ambos lados de (A4-6) por $f(u_k)$ y posteriormente por c_k , resultando

$$(1 - \lambda P_{th}) = \frac{\lambda}{c_k} [b_{k-1} p_{m_{k-1}}(u_k) - b_k p_{m_k}(u_k)], \quad k = 1, 2, \dots, K-1. \quad (\text{A4-7})$$

Para $k = 1$, y por la tabla 3.2, $c_1 \neq 0$, la ecuación (A4-7), se reduce a

$$(1 - \lambda P_{th}) = \frac{\lambda}{c_1} [b_0 p_{m_0}(u_1) - b_1 p_{m_1}(u_1)], \quad k = 2, \dots, K-1. \quad (\text{A4-8})$$

Sustituyendo (A4-8) en (A4-7) se obtiene

$$\frac{\lambda}{c_k} [b_{k-1} p_{m_{k-1}}(u_k) - b_k p_{m_k}(u_k)] = \frac{\lambda}{c_1} [b_0 p_{m_0}(u_1) - b_1 p_{m_1}(u_1)]. \quad (\text{A4-9})$$

Cabe destacar que debido a que $\lambda \neq 0$ (si $\lambda = 0$, en la ecuación (A4-6) $-c_k = 0$, lo cual no es cierto), entonces (A4-9) se simplifica como

$$\frac{1}{c_k} [b_{k-1} p_{m_{k-1}}(u_k) - b_k p_{m_k}(u_k)] = \frac{1}{c_1} [b_0 p_{m_0}(u_1) - b_1 p_{m_1}(u_1)], \quad k = 2, \dots, K-1. \quad (\text{A4-10})$$

Finalmente se llega a

$$y_k(u_k) \triangleq y_1(u_1), \quad k = 2, 3, \dots, K-1, \quad (\text{A4-11})$$

donde

$$y_k(u_k) \triangleq \frac{1}{c_k} [b_{k-1} p_{m_{k-1}}(u_k) - b_k p_{m_k}(u_k)], \quad k = 2, 3, \dots, K-1 \quad (\text{A4-12})$$

$$y_1(u_1) \triangleq \frac{1}{c_1} [b_0 p_{m_0}(u_1) - b_1 p_{m_1}(u_1)]$$

ANEXO V

- **Cálculo de la probabilidad de error de bit resultante por subportadora de acuerdo a la ecuación (3.115)**

$$\begin{aligned}
 P_R(\bar{\gamma}_p; m; \rho; \mathbf{u}) &= \frac{1}{2} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}_p} \right)^m \sum_{k=0}^{K-1} \frac{b_k}{\Gamma\left(m, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}_p}, \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}_p}\right)} \sum_{l=1}^L A_l \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\rho^i}{i! \Gamma(m+i)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)} \right)^i \times \\
 &\quad \Gamma\left(m+i, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}, \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right) \left[\int_0^{\infty} (\hat{\gamma}_p)^{m+i-1} \exp\left(-\frac{m\hat{\gamma}_p}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right) d\hat{\gamma}_p - \right. \\
 &\quad \left. \sqrt{\frac{2a_l}{\pi}} \int_0^{\infty} (\hat{\gamma}_p)^{m+i-0.5} \exp\left(-\frac{m\hat{\gamma}_p}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right) {}_1F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}; \frac{-a_l\hat{\gamma}_p}{2}\right) d\hat{\gamma}_p \right]
 \end{aligned} \tag{A5-1}$$

Se resuelven las dos integrales de (A5-1) como

$$\int_0^{\infty} (\hat{\gamma}_p)^{m+i-1} \exp\left(-\frac{m\hat{\gamma}_p}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right) d\hat{\gamma}_p = \left[\frac{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}{m} \right]^{m+i} \Gamma(m+i). \tag{A5-2}$$

$$\int_0^{\infty} (\hat{\gamma}_p)^{m+i-0.5} \exp\left(-\frac{m\hat{\gamma}_p}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right) {}_1F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}; \frac{-a_l\hat{\gamma}_p}{2}\right) d\hat{\gamma}_p. \tag{A5-3}$$

Según [Gra07, (7.621-4)], la solución de la integral (A5-3) se expresa como

$$\int_0^{\infty} e^{-st} (t)^{b-1} {}_1F_1(a; c; kt) dt = \Gamma(b) s^{-b} {}_2F_1(a, b; c; ks^{-1}), \tag{A5-4}$$

donde $t = \hat{\gamma}_p$; $b-1 = m+i-0.5$; $a=0.5$; $c=1.5$; $k = -a_l/2$; $s = m/\bar{\gamma}_p(1-\rho)$. En consecuencia la solución de (A5-3) viene dada por

$$\begin{aligned}
 &\int_0^{\infty} (\hat{\gamma}_p)^{m+i-0.5} \exp\left(-\frac{m\hat{\gamma}_p}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right) {}_1F_1\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}; \frac{-a_l\hat{\gamma}_p}{2}\right) d\hat{\gamma}_p \\
 &= \Gamma\left(m+i+\frac{1}{2}\right) \left[\frac{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}{m} \right]^{m+i+0.5} {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, m+i+\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{a_l\bar{\gamma}_p(1-\rho)}{2m}\right).
 \end{aligned} \tag{A5-5}$$

Sustituyendo (A5-2) y (A5-5) en (A5-1), y después de sencillas operaciones algebraicas resulta

$$\begin{aligned}
P_R(\bar{\gamma}_p; m; \rho; \mathbf{u}) &= \frac{(1-\rho)^m}{2} \sum_{k=0}^{K-1} \frac{b_k}{\Gamma\left(m, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}_p}, \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}_p}\right)} \sum_{l=1}^L A_l \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\rho^i}{i! \Gamma(m+i)} \Gamma\left(m+i, \frac{mu_k}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}, \frac{mu_{k+1}}{\bar{\gamma}_p(1-\rho)}\right) \times \\
&\left[\Gamma(m+i) - \left(\frac{2a_l \bar{\gamma}_p (1-\rho)}{\pi m}\right)^{1/2} \Gamma\left(m+i+\frac{1}{2}\right) {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, m+i+\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{-a_l \bar{\gamma}_p (1-\rho)}{2m}\right) \right]
\end{aligned}
\tag{A5-6}$$