



UNIVERSITAT
POLITÈCNICA
DE VALÈNCIA

**Tecnologies Acústiques para la
Detección de Materia Oscura**
Diseño y desarrollo de un detector Geysler

Ivan Felis Enguix

Tesis Doctoral

Director: Miquel Ardid Ramírez
Co-director: Juan Antonio Martínez Mora
Co-director: Manuel Bou Cabo

Junio 2017

À mon oncle

Índice

Resumen	9
Resum	10
Abstract	11
Introducción	13
Introducción a la Tesis	14
Capítulo I Tecnologías de fluidos sobrecalentados	21
<hr/>	
I.1 Principios de detección de la Materia Oscura	23
I.1.1 Introducción	25
I.1.2 Evidencias observacionales de la Materia Oscura	26
I.1.3 Candidatos de Materia Oscura como partícula	32
I.1.4 Detección de materia oscura	37
I.1.5 Fuentes de fondo	41
I.1.6 Tecnologías para la detección directa de WIMPs	44
I.1.7 Aplicación al estudio de límites de PICO	46
I.1.8 Aplicación a la sensibilidad de MODA-LS	51
I.2 Termodinámica del crecimiento de burbujas en fluidos sobrecalentados	53
I.2.1 Introducción	55
I.2.2 Termodinámica del crecimiento de burbuja	56
I.2.3 Condiciones para el crecimiento de burbuja	58
I.2.4 Ecuaciones dinámicas del crecimiento de burbujas	61
I.2.5 Crecimiento de burbuja: controlado por la inercia	64
I.2.6 Crecimiento de burbuja: controlado por difusión térmica	66
I.2.7 Crecimiento de burbuja: modelo unificado de Mikic	68
I.2.8 Aplicación al estudio termodinámico en PICO	70
I.2.9 Aplicación al diseño termodinámico de MODA-LS	78
Capítulo II Fenómenos ondulatorios	87
<hr/>	
II.1 Acústica en fluidos sobrecalentados	89
II.1.1 Introducción	91
II.1.2 Física de fluidos compresibles. Ondas acústicas	92
II.1.3 Soluciones de la ecuación de ondas	93
II.1.4 Propiedades de las ondas acústicas	96
II.1.5 Emisión acústica por una esfera pulsante	100
II.1.6 Emisión acústica por una burbuja en crecimiento	110
II.1.7 Transmisión acústica	113
II.1.8 Reverberación y modos propios	117
II.1.9 Aplicación al estudio acústico de PICO	121
II.1.10 Aplicación al diseño acústico de MODA-LS	134

II.2 Vibraciones en sólidos del detector	141
II.2.1 Introducción	143
II.2.2 Física de los sólidos elásticos. Ondas elásticas	144
II.2.3 Soluciones de la ecuación de ondas	153
II.2.4 Propagación en sólidos	155
II.2.5 Transmisión en sólidos	158
II.2.6 Vibraciones características y modos propios	165
II.2.7 Resistencia mecánica	166
II.2.8 Aplicación al estudio vibracional de PICO	168
II.2.9 Aplicación al diseño vibracional de MODA-LS	176
Capítulo III Sensores acústicos piezoeléctricos	183
<hr/>	
III.1 Cerámicas piezoeléctricas para sensores acústicos	185
III.1.1 Introducción	187
III.1.2 Física de la piezoelectricidad. Ecuaciones piezoeléctricas	188
III.1.3 Soluciones de las ecuaciones piezoeléctricas	201
III.1.4 Caracterización de materiales piezoeléctricos	206
III.1.5 Aplicación al estudio de cerámicas de baja radioactividad en PICO	212
III.1.6 Aplicación a la optimización de cerámicas piezoeléctricas ¿para los sensores de MODA-LS	216
III.2 Diseño, construcción y calibración de sensores	231
III.2.1 Introducción	233
III.2.2 Tecnología de los transductores piezoeléctricos	234
III.2.3 Solución al modelado de transductores piezoeléctricos	244
III.2.4 Caracterización de sensores acústicos	247
III.2.5 Reducción de ruido electromagnético	256
III.2.6 Diseño de sensores libres	260
III.2.7 Diseño de sensores pegados	268
III.2.8 Aplicación al estudio de transductores superficiales para PICO	275
III.2.9 Aplicación a la caracterización de sensores en MOSCAB	279
III.2.10 Aplicación al diseño de sensores en MODA-LS	282
Capítulo IV Procesado de señales acústicas	291
<hr/>	
IV.1 Análisis y discriminación de señales acústicas	293
IV.1.1 Introducción	295
IV.1.2 Técnicas para el procesado de señales acústicas	296
IV.1.3 Transformadas en tiempo y frecuencia	299
IV.1.4 Transformadas enventanadas	305
IV.1.5 Transformadas tiempo-frecuencia	308
IV.1.6 Técnicas para la parametrización y discriminación de señales acústicas	312
IV.1.7 Aplicación al análisis de señales de PICO	313
IV.1.8 Aplicación a la caracterización de señales de MODA-LS	324

IV.2 Detección y localización de fuentes acústicas	327
IV.2.1 Introducción	329
IV.2.2 Técnicas de detección y localización de fuentes acústicas	330
IV.2.3 Detección de señales acústicas	342
IV.2.4 Localización de fuentes acústicas	348
IV.2.5 Aplicación al estudio de detección y localización en PICO	352
IV.2.6 Aplicación a la detección y localización en MODA-LS	355
Capítulo V Diseño del detector MODA-LS	361
<hr/>	
V.1.1 Introducción	363
V.1.2 Diseño del detector	364
V.1.3 Control del detector	371
V.1.4 Presupuesto del detector	377
Conclusiones	379
<hr/>	
Conclusiones de la Tesis	380
Líneas futuras	381
Anexos Estudio de fondos solares para detección directa e indirecta de materia oscura	383
<hr/>	
A Estudio del fondo de neutrinos coherentes solares (CNS) en los detectores con fluidos sobrecalentados	385
A.1 Neutrinos provenientes del Sol	387
A.2 Eventos esperados de neutrinos coherentes solares	388
A.3 Eficiencia de la detección	390
A.4 Límites del CNS en la detección de DM	392
B Estudio del fondo de neutrinos de la atmósfera solar en telescopios de neutrinos	395
B.1 Detección indirecta de materia oscura en telescopios de neutrinos submarinos	397
B.2 Espectro de neutrinos provenientes del Sol	402
B.3 Método de análisis	405
B.4 Aplicación a ANTARES	406
B.5 Aplicación a IceCube 79	409
Bibliografía	411
Agradecimientos	430
Lista de tablas y figuras	432
Lista de tablas	433
Lista de figuras	435

Resumen

Los detectores de materia oscura basados en fluidos sobrecalentados establecen límites de interacción WIMP-núcleo a partir de, entre otros aspectos, las señales acústicas registradas. Por ello, entender los distintos aspectos que puedan influir en dicha señal acústica es crucial para distinguir los eventos que provengan de fondos indeseados respecto a los de interacciones de nuevas partículas.

El objetivo de esta Tesis es abordar el estudio del conjunto de técnicas y tecnologías acústicas necesarias para el análisis, caracterización y optimización de las distintas partes que componen un detector de materia oscura basado en fluidos sobrecalentados. Con ello, se extraen conclusiones para el diseño de un detector Geysler.

La investigación se organiza en cuatro Capítulos que abordan los procesos que tiene lugar desde la generación de burbujas en el fluido sobrecalentado hasta el análisis para su discriminación. El estudio se inicia en el *Capítulo I*, donde se estudia la interacción de los WIMP con la materia y la consiguiente creación y crecimiento de burbujas. En el *Capítulo II* se analizan los procesos acústicos que tienen lugar desde se emiten las ondas acústicas en el crecimiento de estas burbujas, hasta que llegan a los sensores, a través de los distintos medios que conforman un detector. En el *Capítulo III* se aborda la caracterización, diseño y optimización de los transductores que registran estas señales. En el *Capítulo IV* se estudian las técnicas de procesado de señal para extraer la mayor cantidad de información de las distintas señales de interés, así como de las características de las fuentes que las generan. Por último, en el *Capítulo V*, se exponen las conclusiones de estas investigaciones para el diseño y control del detector Geysler propuesto, MODALS. Adicionalmente, dada su importancia en la cada vez más sensible búsqueda de materia oscura, en los *Anexos A* y *B* analizamos los llamados suelos de sensibilidad por neutrinos, tanto en búsqueda directa de materia oscura con fluidos sobrecalentados como indirecta para los telescopios de neutrinos, respectivamente.

Todos estos trabajos conforman un marco común y unificado en esta nueva aplicación de la acústica en lo referente a la detección de astropartículas, y más concretamente en la búsqueda directa de materia oscura con líquidos sobrecalentados.

Resum

Els detectors de matèria fosca basats en fluids sobreescalfats estableixen els límits d'interacció WIMP-nucli a partir de, entre altres aspectes, les senyals acústiques registrades. Llavors, entendre els aspectes que puguin influir en aquesta senyal acústica és crucial per a distingir els esdeveniments provinents de fons no desitjats respecte als de interaccions de noves partícules.

L'objectiu d'aquesta Tesis és abordar l'estudi del conjunt de tècniques i tecnologies acústiques necessàries per a l'anàlisi, caracterització i optimització de les distintes parts que conformen un detector de matèria fosca basat en fluids sobreescalfats. Amb això, s'extrauen conclusions per al disseny d'un detector Geysler.

La investigació s'organitza en quatre Capítols que aborden els processos que tenen lloc des de la generació de bombolles en el fluid sobreescalfat fins a l'anàlisi per a la seva discriminació. L'estudi s'inicia en el *Capítol I*, amb la interacció dels WIMP amb la matèria i la consegüent creació i creixement de bombolles. Al *Capítol II* s'analitzen els processos acústics que tenen lloc des que s'emeten les ones acústiques en el creixement d'aquestes bombolles fins que arriben als sensors, a través dels diferents medis que conformen un detector. Al *Capítol III* es tracta la caracterització, disseny i optimització dels transductors que registren aquests senyals. Al *Capítol IV* s'estudien les tècniques de processat de senyal per extreure la major quantitat d'informació així com de les característiques de les fonts que les generen. Finalment, al *Capítol V*, s'exposen les conclusions d'aquestes investigacions per al disseny i control del detector Geysler proposat, MODA-LS. Addicionalment, donada la seva importància en la cada vegada més sensible cerca de matèria fosca, en els *annexos A i B* analitzem els anomenats sòls de sensibilitat per neutrins, tant en cerca directa de matèria fosca amb fluids sobreescalfats com indirecta per als telescopis de neutrins, respectivament.

Tots aquests treballs conformen un marc comú i unificat d'aquesta nova aplicació de l'acústica pel que fa a la detecció d'astropartícules i més concretament en la detecció directa de matèria fosca amb líquids sobreescalfats.

Abstract

Dark matter detectors based on superheated fluids set WIMP-nucleus interaction limits based on registering acoustic signals in combination with the information of other sensors. For this reason, in order to distinguish the background events from those originated by new particle interactions, it is crucial to know the behaviour of the acoustic signal within the detector.

The aim of this Thesis is to study the set of acoustic techniques and technologies necessary for the analysis, characterization and optimization of the different parts that compose a dark matter detector based on superheated fluids. From these studies, we draw conclusions for the design of a Geyser detector.

The research is organized in four Chapters that approach the processes that take place from the bubble generation in the superheated fluid to the discrimination analysis. The study begins in *Chapter I*, where we study the interaction of WIMPs with matter and the consequent bubble creation and growth. In *Chapter II* we analyse the acoustic processes from the emitted sound wave in the growth of these bubbles, until they arrive at the sensors, going through the different media of the detector. *Chapter III* deals with the characterization, design and optimization of the transducers that record these acoustic signals. In *Chapter IV*, the signal processing techniques are studied in order to extract the greatest amount of information from the different signals of interest, as well as the characteristics of the sources. Finally, in *Chapter V*, we present the conclusions of these researches for the design and control of the proposed Geyser detector, called MODA-LS. In addition, due to its importance in the increasingly sensitive dark matter searches, we analyse the so-called neutrino sensitivity grounds, both in direct dark matter searches with superheated fluids and indirect searches with neutrino telescopes, in *Annexes A* and *B* respectively.

All these activities form a common and unified framework in this new application of acoustics in relation to the detection of astroparticles. More specifically in the dark matter direct detection using superheated liquids.

Introducción

Introducción a la Tesis

Dilucidar la naturaleza de la Materia Oscura es uno de los grandes misterios del conocimiento del siglo XXI. Esta conforma, aproximadamente, el 23% de la composición total del universo pero, a pesar de los esfuerzos realizados en la última década, aun no se conoce su naturaleza. De entre los distintos candidatos de partícula de materia oscura, que se ajustan a extensiones del modelo estándar de física de partículas así como a las observaciones cosmológicas, los WIMPs¹ son uno de los más prometedores. Las técnicas basadas en la detección directa del retroceso nuclear que estas partículas puedan producir con el material sensible del detector están imponiendo los límites más restrictivos de las secciones eficaces de la interacción de la materia oscura con la materia ordinaria.

Los detectores PICO utilizan esta técnica basada en detección directa empleando un fluido sobrecalentado de modo que, cuando una partícula (por ejemplo, de materia oscura) produce un retroceso a uno de los núcleos del fluido, este puede cambiar de fase dando lugar a la aparición de una burbuja que, en su crecimiento, emite una señal acústica registrable. Esta señal se puede utilizar para caracterizar el origen de la partícula que ha originado el proceso. Entonces, un estudio y análisis exhaustivo de las propiedades acústicas tanto de este proceso como de cada una de las partes del detector, incluidas la propia cámara en la que se encuentra confinado el fluido y los sensores acústicos, acompañado de un tratamiento de señal adecuado, puede ser crucial en el discernimiento de eventos del fondo respecto del proveniente de interacciones de WIMP, sobretodo en la siguiente generación de estos detectores, con una cantidad de fluido sobrecalentado del orden de una tonelada (PICO-500).

Esta tecnología se denomina de cámara de burbujas, cuyo sobrecalentamiento se basa en la presurización del fluido. En esta carrera por aumentar la sensibilidad a la detección de materia oscura con el fin de hallar señales consistentes con las esperadas para materia oscura, podemos encontrar tecnologías complementarias que también emplean fluido sobrecalentado, como la técnica Geyser, cuyo control de sobrecalentamiento se realiza mediante la variación de la temperatura del fluido. El detector MOSCAB emplea esta técnica con uno de los fluidos utilizados en PICO (C_3F_8 y CF_3I), cuyos primeros resultados de calibración han dado lugar a expectativas prometedoras.

Desde el grupo de Acústica Aplicada a la Detección de Astropartículas de la UPV, a partir de su experiencia en PICO y MOSCAB, así como en otros ámbitos de la acústica, se ha planteado estudiar el diseño y construcción de un detector Geyser funcionando con fluido distinto al empleado en los demás detectores: MODA-LS (Materia Oscura Detectada Acústicamente con Líquido Sobrecalentado). Para ello, se han realizado una serie de estudios de distintos fenómenos que tienen lugar en estos detectores, desde la sensibilidad de detección, hasta la localización de las burbujas, pasando por los fenómenos emisión, transmisión y recepción de las ondas acústicas. Como se verá en la presente Introducción, cada uno de estos estudios conforman el cuerpo de esta Tesis.

¹ Siglas en inglés de Weakly Interacting Massive Particles.

Estado de la cuestión. Como se ha comentado, los detectores de materia oscura basados en fluidos sobrecalentados establecen límites de interacción WIMP-núcleo a partir de, entre otros aspectos, las señales acústicas registradas. Por ello, entender los distintos aspectos que puedan influir en dicha señal acústica es crucial para la discriminación de los eventos, es decir, distinguir aquellos que provengan del posible fondo de partículas que se encuentran en el interior y las proximidades del detector respecto de los que pueda deberse a una partícula nueva o WIMP.

Los primeros estudios en lo referente a la detección de partículas se remontan a finales de los años cincuenta donde se observó, en el contexto de aceleradores de partículas con cámaras de burbujas [1] que, cuando las partículas ionizantes pasan a través de medios densos se producían, debidas a calentamientos localizados, pequeñas microexplosiones cerca de los haces de las partículas. A finales de los años sesenta se realizaron distintos experimentos para crear sonido a partir de haces de partículas y se empezó a observar la dependencia lineal de la intensidad acústica con la energía depositada [2] [3]. En los setenta aparece la primera idea para un detector submarino de neutrinos de alta energía, el detector DUMAND [4], basado en la detección de las señales ópticas que generan los productos de la aniquilación de la materia oscura. Este concepto y tecnología se ha ido estudiando y desarrollando hasta los telescopios actuales como ANTARES [5], KM3NET [6] y ICECUBE [7]. Para su desarrollo, de forma complementaria al desarrollo de las tecnologías ópticas para la detección de eventos, ha sido necesario también la aplicación de distintos ámbitos de la acústica [8], tales como el diseño de sensores y detectores, su calibración, el procesamiento de señales, la simulación de señales, la caracterización de materiales y efectos ambientales, las mediciones de prueba *in situ*, etc [9] [10].

En el contexto de los líquidos sobrecalentados para la detección de materia oscura, las primeras propuestas y experimentos se remontan a los años noventa [11] [12]. A principios de los años 2000, aparece el experimento PICASSO [13], que utiliza distintos freones dispersos en forma de gotas en el seno de un gel polimérico. Unos años más tarde, con la misma técnica, se desarrolla paralelamente el detector SIMPLE [14], que opera con C_2ClF_5 . Posteriormente, la colaboración COUPP [15] desarrolló el primer detector que utiliza únicamente fluido sobrecalentado en estado líquido, controlando su sobrecalentamiento mediante la presión ejercida por un émbolo, operando con los fluidos CF_3I y C_3F_8 . Actualmente, tras los últimos resultados de la colaboración SIMPLE [16], la colaboración PICASSO y COUPP se han unido en el nuevo y más ambicioso proyecto de detección de materia oscura mediante fluido sobrecalentado de una sola fase PICO. De este detector están publicados ya los resultados de las fases iniciales de búsqueda de materia oscura trabajando con 2 y 30 litros de ambos fluidos [17] [18] [19] [20]. Además, recientemente se está desarrollando el detector MOSCAB, cuyos primeros resultados de calibración con 0.5 kg ya han sido publicados [21] y, en breve, se ubicará en las instalaciones subterráneas de Gran Sasso una versión de 40 kg del detector.

Las previsiones y resultados de todos estos experimentos para la detección de materia oscura basados en fluidos sobrecalentados pueden encontrarse en numerosas publicaciones pero, en lo referente al desarrollo de las tecnologías acústicas empleadas, al inicio de la investigación desarrollada para esta Tesis, únicamente podíamos encontrar algunas publicaciones [22] [23], tesis doctorales [24] [25] y de máster [26] [27] [28].

Objetivos. El conjunto de técnicas que hemos empleado en esta Tesis nace de la experiencia previa del grupo de *Acústica Aplicada a la Detección de Astropartículas* en el diseño y calibración de transductores acústicos así como en el posicionamiento acústico para los telescopios de neutrinos ANTARES y KM3NET. Con ello, y a raíz de nuestra colaboración con PICO, se empezaron a aplicar estos conocimientos a los detectores con fluidos sobrecalentados con el objetivo de abordar el conjunto de técnicas y tecnologías acústicas necesarias y particulares para el análisis, caracterización y optimización de estos detectores.

El *objetivo principal* de esta Tesis es el de establecer los criterios de diseño de un detector de bajo fondo para la búsqueda de materia oscura basado en líquido sobrecalentado, con tecnología Geysler, focalizando en aquellos aspectos en relación con la acústica. Estos criterios emergen de los estudios realizados sobre las distintas partes del detector, por un lado en condiciones controladas en el Banco de Pruebas Acústico y, por otro, trabajando con los actuales detectores PICO y MOSCAB. Con ello se plantea el desarrollo de un detector de estas características (MODA-LS) que opera con $C_2H_2F_4$, que contiene hidrógeno, permitiendo explorar la región de WIMPs de muy baja masa (1-10 GeV). En cada uno de los Capítulos se explicará y desarrollarán los trabajos que se han realizado para alcanzar el objetivo previsto que, de forma sucinta son:

- Capítulo I: establecer el marco de trabajo de los actuales detectores basados en fluidos sobrecalentados, así como analizar su sensibilidad (Sección I.1); y estudiar la termodinámica del crecimiento de burbujas en fluidos sobrecalentados con aras de encontrar las condiciones de operación de un detector basado en $C_2H_2F_4$ (Sección I.2).
- Capítulo II: estudiar los procesos acústicos que tienen lugar en los fluidos del detector, para su optimización acústica (Sección II.1); y estudiar la influencia de la vasija contenedora en la respuesta acústica y mecánica (Sección II.2).
- Capítulo III: establecer criterios de caracterización y optimización de cerámicas piezoeléctricas que se encuentran pegadas al exterior de la vasija (Sección III.1); así como el diseño y caracterización de transductores específicos.
- Capítulo IV: aplicar distintas técnicas de análisis de señal para la mejora de la discriminación entre eventos (Sección IV.1); y estudiar la localización de la creación de burbujas en el detector mediante técnicas acústicas (Sección IV.2).
- Capítulo V: aplicar las conclusiones de cada uno de las Secciones para el diseño y desarrollo de un detector de materia oscura tipo Geysler.

Entre los *objetivos secundarios* de esta Tesis, se encuentran el desarrollar el conjunto de habilidades científico-técnicas necesarias para abordar correctamente los estudios que son necesarios para el objetivo principal. Algunos de estos objetivos son una ampliación de los conocimientos adquiridos en la Licenciatura de Ciencias Físicas, mientras que otros complementan la formación adquirida en el Máster en Ingeniería Acústica. Entre los primeros destacamos el entender las formas de detección de partículas de materia oscura, más en concreto, las tecnologías de detección con fluidos sobrecalentados; incluyendo el familiarizarse con las técnicas habituales de cálculo de eventos esperados y secciones eficaces de un detector. Entre los segundos se encuentra el desarrollo de herramientas de cálculo y manejo de software de simulación de fenómenos acústicos, vibracionales y piezoeléctricos, así como la programación y control de sistemas para llevar a cabo las medidas involucradas en los mismos.

Metodología empleada. Ante la falta de un marco común y unificado en esta nueva línea de las tecnologías acústicas, se plantea hacer una revisión de las distintas partes que se han comentado del detector, utilizando la perspectiva de lo que la acústica, como rama de la física y la ingeniería, aporta a su comportamiento.

En primer lugar, cada una de estos procesos que intervienen se aborda desde el punto de vista teórico y experimental. La parte teórica se aborda con una intención didáctica, unificadora y aplicada al contexto en estudio tanto mediante los modelos analíticos (bien extraídos de la bibliografía o bien obtenidos de desarrollos específicos realizados para nuestros propósitos, debidamente contrastados y, en su caso, publicados), como mediante modelos numéricos (utilizando, en todo caso, la herramienta de simulación de elementos finitos COMSOL). La parte experimental se desarrollada utilizando el *Banco de Pruebas Acústico* (BPA) desarrollado en el Departamento de Física Aplicada (DFA) de la Universitat Politècnica de València (UPV), dentro del Instituto para la Gestión Integrada de Zonas Costeras (IGIC), para tal efecto. Consiste en un conjunto de montajes experimentales, cuyas particularidades para el estudio de cada uno de los procesos acústicos y partes del detector se detallan en cada Sección.

En segundo lugar, el conocimiento de todos estos estudios generales se aplican al caso concreto de los detectores de la colaboración PICO. En cada Sección se aborda la aplicación al detector concreto (PICO-2L y/o PICO-60) bien desde el punto de vista experimental o teórico. La validez de los resultados en cada caso se apoya, por un lado, en el contraste inicial de los métodos teóricos y medidas experimentales de prueba y, por otro lado, con las consecuencias o relaciones de unas partes del detector con otras. Estas aplicaciones a PICO se escriben de forma que puedan ser leídas de forma transversal a lo largo de toda la Tesis.

En tercer lugar, en cada Sección se explican los estudios específicos en relación al diseño del detector MODA-LS de cada una de las partes, y procesos en relación a la acústica, en cuestión. Para ello, se emplean las conclusiones concretas extraídas de los estudios con el BPA así como montajes experimentales específicos, que también forman parte del mismo, pero que, por su relación con el detector MODA-LS, se estudian de forma particularizada. Al igual que ocurre con las aplicaciones a PICO, el conjunto de apartados dedicados al diseño del detector MODA-LS puede ser leído de forma transversal a lo largo de toda la Tesis.

Contenido. La Figura 1 esquematiza el contenido que se va a desarrollar en base a las partes de un detector basado en fluido sobrecalentado (PICO-2L en la foto). En cada una de las Secciones, la temática correspondiente se estudia, en primer lugar, de forma genérica en un Banco de Pruebas Acústico (BPA) realizado específicamente para estos estudios y, posteriormente, aplicados al análisis de los actuales detectores PICO, así como a las particularidades de diseño del detector MODA-LS.

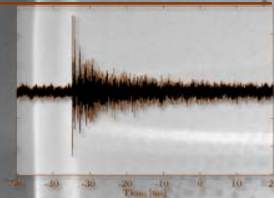
CAPÍTULO III

Sensores acústicos piezoeléctricos



CAPÍTULO IV

Procesado de señales acústicas



CAPÍTULO II

Fenómenos ondulatorios

CAPÍTULO I

Tecnologías de fluidos sobrecalentados

CAPÍTULO V

Diseño del detector MODA-LS

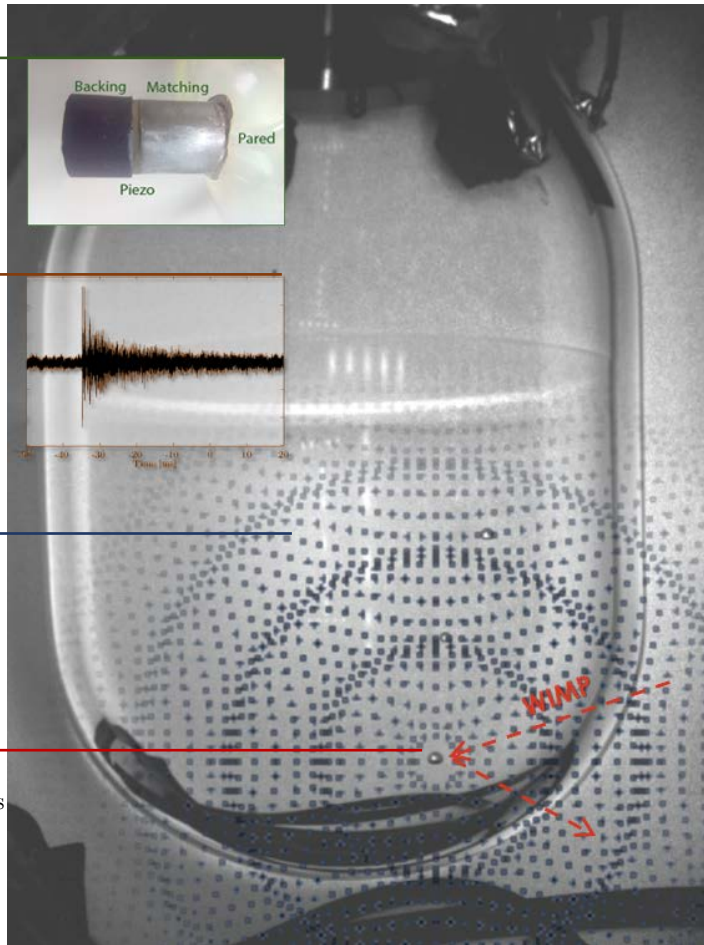


Figura 1. Esquema de los contenidos de la Tesis.

A continuación se comenta el contenido de cada uno de estos Capítulos así como el de las Secciones que los desarrollan.

CAPÍTULO I. Tecnologías de los fluidos sobrecalentados. Se estudia la parte referente a la interacción de los WIMP con la materia y la consiguiente creación y crecimiento de burbujas, en el caso de tratarse de detectores que funcionan con fluidos sobrecalentados. *Sección I.1. Sensibilidad de detección.* A partir de las evidencias gravitacionales de la existencia de la materia oscura, así como de un repaso a los principales candidatos de la misma como partícula, se exponen y aplican los métodos para obtener las probabilidades de interacción de los WIMP con la materia ordinaria en los distintos fluidos de interés. *Sección I.2. Termodinámica del crecimiento.* Una vez producido el retroceso nuclear, se estudian las condiciones necesarias para crear una burbuja en el fluido sobrecalentado después del mismo, lo mismo que la dinámica de su crecimiento.

CAPÍTULO II. Fenómenos ondulatorios. Se estudian los procesos acústicos que tienen lugar desde que crecen las burbujas hasta que llegan a los sensores. *Sección II.1. Acústica en fluidos.* Generada la burbuja, se estudia tanto la emisión que tiene lugar en su crecimiento, como los consiguientes fenómenos de propagación y transmisión acústica. Además, se estudia la influencia de la reverberación en los fluidos al encontrarse encerrados. *Sección II.2. Vibraciones en sólidos.* Cuando las ondas acústicas llegan a las paredes del recipiente que contiene el fluido, se estudia la conversión de las mismas a ondas elásticas. Además, se estudia la influencia de estas vibraciones en los modos de la cámara, así como los cálculos de resistencia mecánica, necesarios para garantizar la seguridad del detector.

CAPÍTULO III. Sensores piezoeléctricos. Se estudian la caracterización, diseño y optimización de los transductores que se utilizan en los estudios de tecnologías acústicas para estos detectores. *Sección III.1. Cerámicas piezoeléctricas.* Las ondas que llegan a la superficie exterior de la cámara se registran mediante sensores acústicos, por lo que se estudian las propiedades, modelización y caracterización de las cerámicas piezoeléctricas que los componen. *Sección III.2. Transductores acústicos.* Para optimizar la recepción acústica, se estudian cada una de las partes del diseño de un transductor piezoeléctrico, complementadas con los métodos de modelización y caracterización correspondientes.

CAPÍTULO IV. Procesado de señal. Se estudian las técnicas de procesado de señal para extraer la mayor cantidad de información de las distintas señales de interés, así como de las características de las fuentes que las generan. *Sección IV.1. Análisis y discriminación.* Las señales acústicas recibidas, tanto en los distintos estudios anteriores como por los sensores de las cámaras, se han analizado siguiendo diferentes técnicas, que se explican y aplican a señales de distintas características. En el caso de los detectores, se muestra la eficacia del análisis acústico para la discriminación de eventos. *Sección IV.2. Detección y localización.* Se estudian la aplicación de distintos algoritmos de detección acústica para abordar la localización de burbujas mediante señales de referencia, en aras de optimizar la aplicación de técnicas acústicas en los detectores de materia oscura basados en fluidos sobrecalentados.

CAPÍTULO V. El detector geyser MODA-LS. A partir de las conclusiones específicas de cada una de las Secciones anteriores, en la *Sección V.1. Diseño del detector*, se concreta un diseño conceptual de cada una de las partes del detector MODA-LS, y de los elementos de control del mismo. El objetivo es sintetizar las posibilidades de las tecnologías acústicas para el desarrollo de este tipo de detectores.

Resultados. Como se ha comentado, los estudios de esta Tesis, nacen de los trabajos de acústica y análisis previos realizados en el contexto de los telescopios de neutrinos. En esta primera fase de trabajo se han realizado las siguientes publicaciones, que podemos diferenciar en dos grupos:

- Publicaciones sobre tecnologías acústicas en telescopios de neutrinos, especialmente en la caracterización, diseño y construcción de transductores tanto para el posicionamiento de los módulos ópticos KM3NET como para un calibrador acústico del mismo: [29] [30] [31] [32] [33].
- Publicaciones de análisis de la sensibilidad a la detección de materia oscura en telescopios de neutrinos así como de otros temas específicos en relación al funcionamiento y calibración del telescopio, fruto del trabajo conjunto de la Colaboración ANTARES, con aportaciones en el análisis del fondo de neutrinos de la atmósfera solar y de modelos de materia oscura no estándar: [34] [35] [36] [37] [38] [39] [40] [41] [42] [43] [44] [45] [5] [46] [47] [48] [49] [50] [51] [52] [53] [54] [55] [56] [57] [58] [59] [60].

En lo referente a los trabajos específicos realizados en el contexto de los detectores de materia oscura con fluidos sobrecalentados, encontramos los siguientes:

- Publicaciones sobre tecnologías acústicas en cámaras de burbujas, que son resultado directo de los estudios que se van a mostrar en esta Tesis: [61] [62] [63] [64] [65] [66].
- Publicaciones de análisis de materia oscura en cámaras de burbujas, en conjunto con la colaboración PICO: [17] [18] [19] [20] [67].

Paralelamente a estos trabajos, se han tutorizado una serie de trabajos final de grado (TFG) y trabajos final de master (TFM), en relación con algunas partes de esta Tesis: [68] [69] [70] [71]. En cada uno de ellos, se ha mantenido un acercamiento exhaustivo en tanto en el desarrollo como en la corrección de dichos trabajos.

Además, como pieza fundamental en toda investigación científica, se ha participado en la divulgación de las tecnologías acústicas en la detección de materia oscura, mediante la realización de posters para eventos: [72] [73].

De la sinergia entre todos estos trabajos y de la dedicación del autor, surge el contenido de esta Tesis.

Capítulo I

Tecnologías de fluidos
sobrecalentados

1.1

Principios de detección de la Materia Oscura

I.1.1 Introducción	25
¿Qué se ha hecho?	25
¿Cómo se presenta el trabajo?	25
I.1.2 Evidencias observacionales de la Materia Oscura	26
El universo observable y la materia oscura.	26
Movimientos a gran escala.	28
Rotación de galaxias espirales.	29
Fondo de radiación de microondas.	30
Lentes gravitacionales.	31
I.1.3 Candidatos de Materia Oscura como partícula	32
Propiedades de la materia oscura como partícula.	32
Candidatos bariónicos.	33
Candidatos no bariónicos.	34
WIMPs: aciertos y dificultades.	36
I.1.4 Detección de materia oscura	37
Principios de detección.	37
Detección directa.	38
Tasa de eventos de materia oscura.	39
Sección eficaz de la interacción.	40
I.1.5 Fuentes de fondo	41
Fondos internos ambientales y superficiales.	41
Fondos externos de neutrones cosmogénicos y radiogénicos.	42
Fondo solar de neutrinos.	43
I.1.6 Tecnologías para la detección directa de WIMPs	44
Tipos de detectores.	44
I.1.7 Aplicación al estudio de límites de PICO	46
PICO-2L: características.	46
Límites de sensibilidad de PICO-2L.	48
PICO 60: características.	49
Eventos observados en PICO-60.	50
Límites de sensibilidad de PICO-60.	50
I.1.8 Aplicación a la sensibilidad de MODA-LS	51
El fluido $C_2F_2H_4$ como material activo para la detección.	51
Sensibilidad esperada de un detector basado en $C_2H_2F_8$.	52

I.1.1 Introducción

¿Qué se ha hecho?

En esta Sección se introduce la Tesis en el contexto de la detección de materia oscura. Se exponen y comentan las evidencias observacionales de su existencia, así como aquellos candidatos que pueden encajar dentro de su naturaleza como partícula. También se han estudiado los métodos para obtener las probabilidades de interacción de los WIMP con un detector en términos de las secciones eficaces tanto dependientes como independientes del espín. Estos métodos son los utilizados en el cálculo de los límites de los detectores PICO, así como en las predicciones de distintos volúmenes de MODA-LS. Además, se analiza la limitación del fondo de neutrinos solares como fondo inherente a estos detectores.

¿Cómo se presenta el trabajo?

En primer lugar, en la *Sección I.1.2* se exponen las evidencias observacionales de la existencia de materia oscura en distintas escalas cosmológicas, desde los movimientos de supercúmulos a gran escala hasta la rotación de galaxias, pasando por el efecto de lentes gravitacionales y el análisis del espectro del fondo de radiación de microondas. No obstante, a pesar de los esfuerzos realizados por un gran número de detectores hasta la fecha, la materia oscura aún no ha podido ser detectada como partícula. En la *Sección I.1.3* se comentan los tipos y propiedades de los candidatos comúnmente aceptados, centrándonos en los WIMP, que son el objetivo de detección de las cámaras de burbujas basadas en fluidos sobrecalentados. En la *Sección I.1.4* se hace un repaso a las herramientas matemáticas para la obtención de los límites en la búsqueda de materia oscura a través de retrocesos nucleares. Los resultados de la aplicación de estas técnicas a los datos obtenidos en la búsqueda de materia oscura con los detectores PICO-2L y PICO-60, funcionando con los fluidos sobrecalentados C_3F_8 y CF_3I , se mostrarán en la *Sección I.1.7*. Estos resultados ofrecen los límites más exigentes obtenidos hasta la fecha para interacciones WIMP-protón dependientes del spin. Dado que estos detectores contienen cada vez una mayor cantidad de material activo, existen distintos fondos indeseados a los que hay que prestar especial atención, como es el caso de los fondos internos y superficiales, y el del fondo de neutrinos solares. El conjunto de ellos, así como las técnicas para eludirlos se explican en la *Sección I.1.5*. Posteriormente, en las *Anexo A* se estudia la limitación de los neutrinos solares como fondo fundamental en los detectores PICO. Finalmente, en la *Sección I.1.8* se muestran las sensibilidades esperadas para distintos volúmenes de $C_2H_2F_4$ del detector MODA-LS. Como se verá, un detector de estas características, promete complementar el alcance de los actuales detectores PICO.

1.1.2 Evidencias observacionales de la Materia Oscura

El universo observable y la materia oscura. A partir de las crecientes y cada vez mejores observaciones astronómicas, como las hechas por el WMAP² y Planck de las anisotropías de la CMB³ y los grandes censos de galaxias, se ha podido determinar con gran precisión las densidades de las distintas especies del Universo así como también el valor de los diversos parámetros cosmológicos como la edad del Universo t_0 , el parámetro de Hubble H_0 , la temperatura de la radiación cósmica de fondo T_{z_0} , etc. Estas observaciones cosmológicas favorecen un modelo cosmológico de concordancia de un Universo en expansión, isotrópico, homogéneo, plano (modelo del Big Bang) y que está constituido por fotones (z), neutrinos (ν), bariones (b), materia oscura fría exótica (x) y energía oscura exótica en forma de constante cosmológica (Λ). En el modelo de concordancia, a épocas muy tempranas del Universo, todas las especies ya mencionadas estuvieron térmicamente acopladas en el gas primigenio. Conforme el Universo se expande, su temperatura disminuye y las diversas especies se desacoplan del gas, dando lugar a épocas con propiedades muy particulares las cuales a grandes rasgos son [74] [75]:

- Universo muy temprano ($10^{-42} < t < 10^{-14}$ s): la energía del Universo es > 10 TeV. Estas escalas de energía no se han podido alcanzar en los aceleradores de partículas y por lo tanto no se tienen indicios claros de cómo se llevan a cabo las interacciones físicas. Así que, todos los procesos (y las hipótesis para explicarlos) que ocurren en esta fase del Universo tales como el inicio de la gran explosión, inflación, bariogénesis, etc, son especulativos. Con todo, la época inflacionaria predicha por este modelo resuelve algunos de los problemas (problema de planitud y del horizonte) del modelo de la gran explosión (ver [76] [77] [78], para la discusión de estos problemas).
- Universo temprano ($t \sim 10^{-5} - 1$ s): la energía del Universo decae a 200 MeV, por lo que ocurre la transición de fase quark-gluón, en la que los quarks y los gluones libres se confinan en bariones y mesones. En esta era, el Universo es un plasma caliente en el cual todas las especies están en equilibrio térmico. Conforme el Universo se expande, su temperatura y energía disminuyen, por lo que la tasa de interacción de una determinada especie decae, se enfría y se desacopla del plasma. Posteriormente continúa su evolución como una reliquia térmica del Universo temprano. Cuando la energía del Universo alcanza $\sim 0,5$ MeV, solamente los electrones, protones, neutrones y fotones permanecen acoplados en el plasma, mientras el resto de las especies, como los neutrinos (~ 1 MeV), ya se han desacoplado.
- Nucleosíntesis ($t_{nuc} \sim 3 - 5$ min): cuando la energía del Universo alcanza $\sim 0,05$ MeV las reacciones nucleares llegan a ser eficientes por lo tanto, los protones y neutrones libres forman elementos ligeros como el He, Li, ^2H . Las predicciones teóricas de la nucleosíntesis primigenia ajustan bastante bien los datos observacionales concluyendo que la densidad bariónica en el Universo es $\sim 0,05$ de la densidad crítica, fundamentando así la presencia de materia no bariónica en el Universo.
- Época de la igualdad materia-radiación ($t_{ig} \sim 60.000$ años): la energía del Universo es ~ 1 eV y la densidad de materia es igual a la densidad de radiación. Antes de esta época el Universo estaba dominado por radiación y después de esta época el Universo comienza a ser dominado por la materia.

² Del inglés: Wilkinson Microwave Anisotropy Probe

³ Del inglés: Cosmic Microwave Background

- Recombinación o Época de desacople ($t_{rec} \sim 380,000$ años): antes de esta época, los fotones y los electrones estaban acoplados vía la dispersión de Compton y los electrones a los protones vía la dispersión de Coulomb. Cuando la energía del Universo disminuye a $\sim 0,1$ eV, los fotones se desacoplan de la materia. Como resultado, los electrones libres se recombinan con los protones, formando átomos, implicando que los fotones puedan viajar en el Universo como reliquias térmicas sin ser dispersados por los electrones y que hoy podemos observar como radiación cósmica de fondo.
- Formación de estructuras ($t \sim 0,1 - 13,7 \cdot 10^9$ años): la materia domina la evolución del Universo. Las pequeñas perturbaciones en la distribución de la *materia oscura* comienzan a crecer debido a la acción de la fuerza de gravedad dando lugar a la formación de grandes estructuras en el Universo. Los pozos gravitacionales de estas estructuras gravitacionales atraen a su vez a la materia bariónica dando a lugar a las galaxias y cúmulos de galaxias.
- Expansión acelerada (época actual): de acuerdo a las observaciones de las curvas luminosas de las supernovas tipo Ia⁴, el Universo se encuentra en una fase de expansión acelerada. Estas observaciones junto con las de la CRB sugieren la existencia de un tipo de energía cuya densidad es $\sim 0,73$ la crítica. Se cree que esta componente exótica, llamada *energía oscura* es la responsable de esta expansión acelerada siendo la constante cosmológica Λ la más favorecida por las observaciones cosmológicas.

Las mejores estimaciones de los parámetros cosmológicos al día de hoy del modelo de concordancia, a partir de los datos obtenidos por Planck después de 29 meses de observaciones (Planck 2015) son [79]:

$$\begin{aligned}
 \Omega_{x_0} &= 0,1199 & \Omega_{b_0} &= 0.02226 \\
 \Omega_{z_0} &\sim 4 \cdot 10^{-5} & \Omega_{v_0} &\sim 2.7 \cdot 10^{-5} \\
 \Omega_{\Lambda_0} &= 0,685 & H_0 &= 67,8 \text{ km}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \\
 T_{z_0} &= 2.702K & t_0 &= 13,813 \cdot 10^9 \text{ años}
 \end{aligned} \tag{1}$$

donde Ω denota la densidad relativa de la especie en cuestión y los subíndices 0 que los parámetros cosmológicos están dados en el momento actual del Universo.

Uno de los problemas más importantes a los que se enfrenta la Cosmología actual, desde la perspectiva de la Teoría de la Relatividad General y el modelo estándar de partículas es determinar la naturaleza de la materia oscura. Como se ha comentado, esta hipotética materia oscura es la responsable de la formación de estructuras de gran escala en el Universo. La dinámica del Universo, y de sus objetos, se ve afectada significativamente por este tipo de materia vía interacción gravitacional, siendo estos efectos gravitacionales la única evidencia de su existencia debido a que no se ha observado su influencia de ninguna otra manera ya que no interactúa electromagnéticamente. A continuación se describirán brevemente las diversas observaciones que soportan la existencia de materia oscura. Una gran cantidad de evidencias observacionales que indican la presencia de materia se pueden consultar en [80].

⁴ Una supernova Ia es un tipo de supernova que ocurre en sistemas binarios (sistemas de dos estrellas que orbitan entre sí) en los cuales una de las estrellas es una enana blanca y la otra estrella que conforma el sistema puede ser de cualquier tipo.

Movimientos a gran escala. Los cúmulos de galaxias son los sistemas ligados por fuerzas gravitacionales más grandes del Universo. Actualmente, se conocen varios miles de cúmulos y se sabe que tienen radios típicos de 1-5 Mpc y masas típicas de $2\text{-}9 \cdot 10^{14}$ veces la masa del Sol (M_{\odot}).

El astrónomo suizo Zwicky fue uno de los primeros en sugerir la existencia de un defecto de materia al estudiar la dinámica del cúmulo de Coma [81]. Midió las velocidades radiales de 7 de sus galaxias y encontró que estas diferían de la velocidad promedio del cúmulo con una dispersión rms de $\sim 700 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. A partir de sus mediciones, Zwicky estimó la masa dinámica total del cúmulo usando el teorema del virial⁵. Posteriormente, comparó esta masa dinámica con la masa luminosa obtenida de la curva de rotación de algunas galaxias cercanas encontrando que había una discrepancia entre ellas por un factor de 400 [82] concluyendo así la existencia de materia no visible, a la que llamó materia oscura, que afecta considerablemente la dinámica del cúmulo de Coma.

Además, recientemente se ha observado que este mismo cúmulo contiene 100 veces más materia oscura que visible. Esta proporción podría ser lo que impide la disgregación de las galaxias que forman la estructura. Aunque la fuerza gravitatoria explica el enfriamiento de las galaxias y la formación de los cúmulos, presenta dificultades en explicar el comportamiento de estos una vez formados. Recientemente, respaldado por simulaciones numéricas, se ha postulado [83] que, el hecho de que la materia visible del cúmulo de Coma no se haya disgregado en sus 7.000 millones de años de edad se debe a que existe una gran cantidad de materia oscura que rodea la materia observada (aproximadamente 100 veces más). De ser así, el cúmulo de Coma sería muy diferente del resto del universo en cuanto a las proporciones de los elementos que lo conforman. No se conoce aún la distribución de la materia oscura en la formación, pero es obvio que resulta mayor la proporción que en el resto del universo, donde esta conforma en torno al 84%.

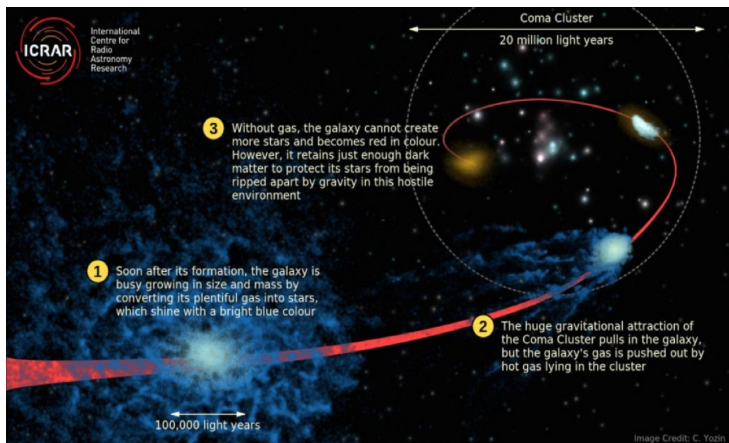


Figura I.1. Ilustración de la falta de disgregación de un cúmulo tipo Coma (Imagen: Cameron Yozin. Fuente: ICRAR/UWA).

⁵ El teorema del virial para un conjunto de objetos que gravitan entre sí dice que la energía y potencial medio se relacionan por $\langle E_{cin} \rangle = -\langle E_{grav} \rangle / 2$. Así, para un cúmulo de galaxias de radio medio R con velocidad promedio $\langle v^2 \rangle$ se puede estimar su masa dinámica como: $M \approx R \langle v^2 \rangle / 0.4G$, siendo G la constante de gravitación universal.

Rotación de galaxias espirales. Las galaxias espirales son sistemas ligados gravitacionalmente estables, cuya materia está formada por estrellas y gas interestelar. La mayoría de la materia observable se encuentra en un disco relativamente delgado, donde las estrellas y el gas giran alrededor del centro galáctico, en órbitas casi circulares. Esto se observa analizando el corrimiento Doppler de la luz que proviene de las estrellas y del gas.

La recientemente fallecida Vera Rubin fue una de las pioneras en medir curvas de rotación de galaxias espirales con alta resolución [84] [85]. Encontró que la rotación de estas galaxias presenta una velocidad prácticamente constante para estrellas alejadas del centro. Al aplicar un análisis dinámico clásico para explicar la velocidad circular del gas considerando solamente la presencia de materia luminosa, se obtiene que la velocidad circular debiera decrecer conforme nos alejamos del centro galáctico⁶. Estas observaciones sugieren la existencia de un halo esférico de materia oscura que contribuye significativamente, vía fuerza gravitatoria, al comportamiento plano de las curvas de rotación. Para explicar las observaciones, la distribución radial de masa, considerando materia luminosa y materia oscura, tiene que ser proporcional a la distancia del centro galáctico; lo cual da lugar por lo que la distribución radial de densidad es $\rho(R) \propto R^{-2}$.

La Figura I.2 muestra la curva de rotación medida de las estrellas de la galaxia espiral NGC 6503 [85]. Además, se muestran las curvas obtenidas si únicamente se considera la materia luminosa, si se tiene en cuenta la contribución de materia oscura del halo, y la curva de rotación del gas interestelar de la galaxia.

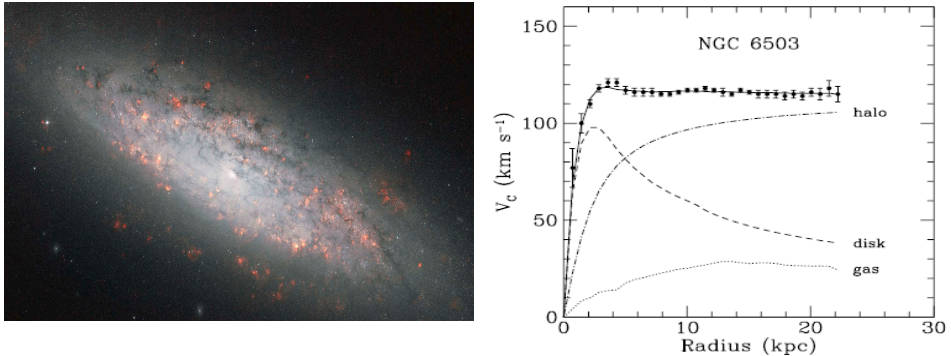


Figura I.2. Curvas de rotación para la galaxia espiral NGC 6503: medidas experimentales de las estrellas de la galaxia (puntos) y curvas teóricas considerando únicamente la materia luminosa (---), considerando la contribución de la materia oscura del halo (-.-), y curva de la rotación del gas de la galaxia (...). (Fuente: [85])

Cabe añadir, además, que mediante simulación numérica se puede demostrar que los discos galácticos de galaxias espirales son inestables si se considera únicamente materia bariónica. El problema de la inestabilidad de los discos galácticos se puede corregir si se considera la presencia de un halo de materia oscura.

⁶ Efectivamente, si en una galaxia de masa M (centrada en el centro) tiene una velocidad v en un radio R , la condición de estabilidad entre la aceleración centrípeta y la provocada por la fuerza gravitatoria establece que: $v = \sqrt{GM/R} \sim 1/\sqrt{R}$.

Fondo de radiación de microondas. A escalas cosmológicas, una de las evidencias más robustas de la existencia de materia oscura viene del espectro de las anisotropías de temperatura de la CMB. Como se ha comentado, cuando los fotones se desacoplan de la materia, estos siguen su evolución cosmológica. Sin embargo, las pequeñas perturbaciones en el potencial gravitacional debido a las sobredensidades de materia provocan pequeñas fluctuaciones a la temperatura de la radiación cósmica de fondo.

Considerando las fluctuaciones de temperatura ΔT como una función de la posición angular, expresada en términos de armónicos esféricos con momento angular l , esta se pueden escribir en término de los momentos multipolares de su función de autocorrelación C_l como⁷:

$$\Delta T = \left(\frac{l(l+1)}{2\pi} C_l \right)^{1/2} \langle T \rangle \equiv (\mathcal{D}_l)^{1/2} \langle T \rangle \quad (2)$$

Así, estas fluctuaciones de temperatura de la radiación cósmica de fondo pueden analizarse en términos de l o potencias. La distribución de estas potencias versus los multipolos es lo que se conoce como el espectro de potencias de la CMB.

La Figura I.3 muestra, a la izquierda, la imagen tomada por el Planck del CMB y, a la derecha, el espectro de potencias de las anisotropías del CMB [86]. La posición de este primer pico es consistente con un Universo plano. Este resultado, combinado con las predicciones de la nucleosíntesis primigenia, implica que $\sim 23\%$ del contenido es materia oscura. Además, la razón de las amplitudes entre el segundo y el primer pico de estas anisotropías evidencia nuevamente la existencia de materia oscura en el Universo.

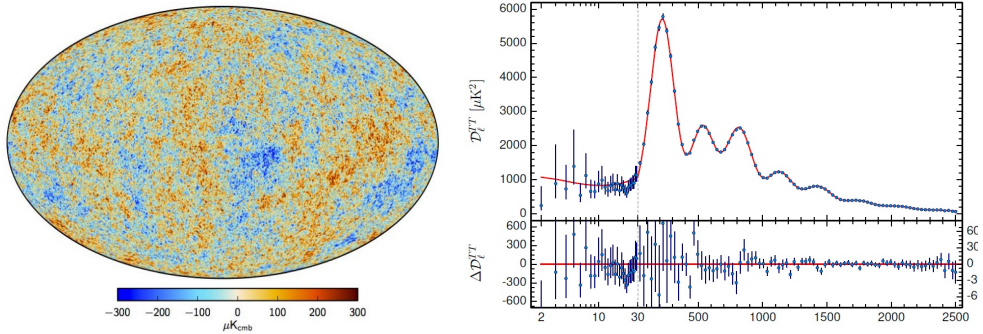


Figura I.3. A la izquierda, imagen de la anisotropía del CMB registrada por el Planck 2015. A la derecha, espectro de la anisotropías del CMB en términos de la escala angular l . (Fuentes [86])

⁷ Según esta consideración, al igual que las autofunciones del momento angular que sólo dependen de las coordenadas esféricas angulares, las fluctuaciones de la temperatura se pueden escribir en términos de armónicos esféricos $Y_{lm}(\theta, \varphi)$, que depende de los parámetros l y m llamados momento angular y momento magnético, respectivamente.

Lentes gravitacionales. A parte del estudio de la dinámica de los objetos estelares, existen otros métodos que permiten detectar la presencia de materia oscura. Uno de ellos consiste en utilizar las concentraciones de materia como lentes gravitatorias, método llamado *gravitational lensing*. La idea se basa en la localización de masas a partir de la curvatura de los rayos de luz que producen sus campos gravitatorios, cuando pasan cerca de ellas. Este efecto produce que una masa puntual situada entre el observador y una fuente de luz cree dos imágenes distintas de dicha fuente [87]. Cuando la fuente se encuentra exactamente alineada con el deflector, la imagen será la de un anillo, llamado *anillo de Einstein* [87].

La Figura I.4 muestra, a la izquierda, un esquema del efecto de lentes gravitatorias y, a la derecha, la imagen de uno de estos efectos que produce.

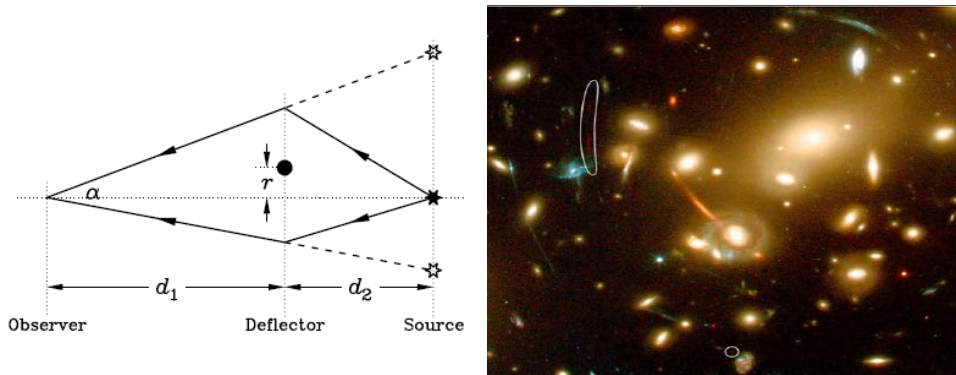


Figura I.4. A la izquierda, esquema del efecto de lentes gravitatorias. A la derecha, imagen de dicho efecto en el Cluster Abell 2218.
(Fuente: ESA, NASA, J.-P. Kneib y R.Ellis).

Desde mediados de los años 80, diversos telescopios de gran potencia han observado figuras en forma de arco en cúmulos de galaxias. A partir de un estudio sistemático de la distribución de masa en el cúmulo, se reconstruye el campo responsable de la distorsión gravitatoria. Este análisis muestra que hay grandes cantidades de materia oscura en los cúmulos. Numéricamente, las estimaciones obtenidas utilizando el método de lentes gravitacionales sistemáticamente suelen dar valores mayores que los obtenidos con otros métodos. Actualmente las estimaciones son $\Omega_{x_0} = 0.2 - 0.3$ para escalas menores a 6 Mpc y $\Omega_{x_0} = 0.4$ para supercúmulos con escalas del orden de 20 Mpc.

Además, utilizando la técnica de lente gravitatoria, se ha podido estudiar el choque de grandes cúmulos de galaxias, eventos más energéticos del Universo en cuya colisión se generan frentes de choque en el medio intercúmulo que emiten rayos X. Para el conocido como cúmulo bala 1E0657-558, formado por un cúmulo y un subcúmulo, se ha podido reconstruir el centro de masa de ambos revelando que estos están totalmente desplazados de la distribución espacial del gas [87] [88]. Este resultado sugiere la presencia de materia oscura, no colisional, que domina la dinámica gravitacional del sistema. Además, distintas simulaciones numéricas de este sistema concluyen que las velocidades implicadas en esta colisión son bastante improbables, lo cual representaría una dificultad a sortear por el modelo cosmológico estándar sin materia oscura [75].

I.1.3 Candidatos de Materia Oscura como partícula

Propiedades de la materia oscura como partícula. Como se ha visto en el anterior apartado, por sus efectos gravitacionales podemos saber que una enorme cantidad de materia oscura está presente en el Universo, o lo debería estar, a menos que las leyes que conocemos de la naturaleza sean incorrectas, algo que realmente parecería extraño si ponemos como evidencia la gran cantidad de fenómenos que estas teorías describen exitosamente. Si aceptamos las evidencias de la presencia de la materia oscura en el Universo, faltaría saber cuál es su naturaleza.

Varias de las propuestas que han surgido para tratar de explicar este hecho, sugieren la existencia de materia exótica, es decir, materia que interactúa muy débilmente con la materia ordinaria.

Con base a la naturaleza de sus constituyentes, la materia oscura puede dividirse en dos tipos: bariónica y no bariónica. Como se ha visto, la CMB predice un valor de la densidad de bariones de $\Omega_{b_0} \approx 0.04$, mucho menor que la densidad total de materia predicha por las mismas observaciones $\Omega_M \approx 0.30$. Esto indica que la mayor parte de la materia en el Universo es de naturaleza no bariónica. Por su parte, los candidatos a materia oscura no bariónica, se clasifican en dos grupos: materia oscura fría (CDM) y materia oscura caliente (HDM); aunque encontramos candidatos de materia oscura templada (WDM). La materia oscura caliente está compuesta de partículas que se mueven con velocidades ultra-relativistas de forma que, de acuerdo a la teoría cinética de los gases, forman gases muy calientes. La materia oscura fría está compuesta de objetos suficientemente masivos de tal forma que se mueven a velocidades sub-relativistas, formando gases muy fríos. La diferencia entre CDM y HDM es significativa en la formación de estructuras debido a que las altas velocidades de la HDM causa la formación de estructuras a pequeñas escalas.

A continuación vamos a exponer una breve descripción de algunos candidatos plausibles a materia oscura. La Figura I.5 muestra un esquema de los mismos.

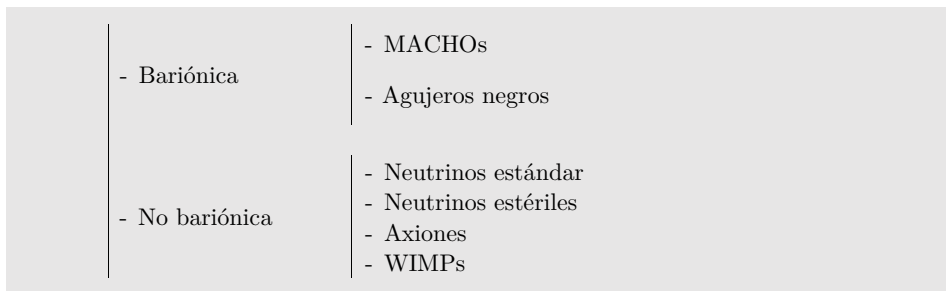


Figura I.5. Esquema de partículas candidatas a materia oscura.

Candidatos bariónicos. En los primeros años de estudio del problema de la materia oscura en el Universo, se propuso que esta podría ser materia bariónica (partículas formadas por tres quarks). Estos candidatos no podrían formar estrellas normales, ni aparecer en forma de gas caliente, o en forma de gas frío pues, en cualquiera de estas formas, serían fuentes luminosas en algún ancho del espectro electromagnético. Entre los candidatos más plausibles a ser este tipo de materia oscura bariónica, se encuentran:

- MACHOSs⁸. Se trata de objetos compactos considerables pero con una emisión electromagnética muy débil. Algunos ejemplos son los planetas tipo Júpiter o las enanas marrones (estrellas con masas inferiores a $0.08 M_{\odot}$ ⁹). Su presión no es suficiente como para que puedan sustentar la combustión del hidrógeno, por lo que su única fuente de radiación luminosa es la energía gravitatoria que van perdiendo durante su lenta contracción. Estos objetos son muy difíciles de observar debido a que no radian pero, si un MACHO pasa exactamente frente una estrella lejana actuará como lente gravitatoria y podrá ser detectado mediante el método de lentes gravitacionales. Aunque con este método ya se han detectado MACHOs entre la Tierra y la Gran Nube de Magallanes [89] [90], los diversos estudios llevados a cabo para detectarlos han descartado que la materia oscura esté en forma de estos objetos ya que contribuyen muy poco a la densidad crítica del Universo [77].
- Agujeros negros. Éstos no son luminosos y, si son lo suficientemente grandes, tienen un largo periodo de vida. Los agujeros negros que provienen del colapso de estrellas con masas ligeramente superiores a $8 M_{\odot}$ están descartados como materia oscura, porque durante su proceso de formación habrían producido cantidades de metales inobservadas [91]. Durante el colapso de estrellas de más de $200 M_{\odot}$ se generaría gran cantidad de luz de fondo, que hoy se tendría que observar en el rango del infrarrojo [92]. La ausencia de tal radiación de fondo anula la posibilidad de que agujeros negros en este rango de masas sean materia oscura. Los agujeros negros con masas superiores a $10^5 M_{\odot}$ no están afectados por las restricciones anteriores [93]. Aun así, las posibles evidencias dinámicas [94] no son del todo claras y simplemente imponen cotas superiores a la densidad de estos agujeros negros súper masivos.

⁸ Del inglés: Massive Compact Halo Objects.

⁹ La masa solar (M_{\odot}) es una unidad de medida utilizada en astronomía y astrofísica para medir comparativamente la masa de las estrellas y otros objetos astronómicos muy masivos, como galaxias. Es igual a la masa del Sol.

Candidatos no bariónicos. En general, la materia oscura no bariónica se puede clasificar en caliente, fría o tibia. Esta clasificación se hace de acuerdo a la dispersión de velocidades de la partícula en el momento en que se desacopló del plasma primigenio. Así, el apelativo “caliente” hace referencia a una determinada partícula masiva con una velocidad relativista al momento de desacoplarse del plasma primigenio. Al contrario, una partícula se dice “fría” si su dispersión de velocidades al momento de desacoplarse es no relativista. Una partícula “tibia” es una partícula con características intermedias de las frías y calientes, es decir, con dispersión de velocidades al momento de desacoplarse mayores a las de la materia oscura fría pero menores a las de la materia oscura caliente.

A continuación se enumeran algunos de los candidatos a materia oscura más populares en los modelos cosmológicos:

- Neutrinos del modelo estándar. En el Universo temprano, los neutrinos están en equilibrio con el baño térmico a través de reacciones $\bar{\nu} \nu \leftrightarrow e^+ e^-$. La sección eficaz σ de estas interacciones débiles está dada por $\sigma \sim T^2$, donde T es la temperatura del Universo. Asimismo, la densidad de número de los neutrinos es $n \sim T^3$, por lo que la tasa de estas interacciones $\Gamma_\nu = \sigma n \sim T^5$. Así, la razón de Γ_ν con respecto a la tasa de expansión del Universo $H \sim T^2$, está dada por $\Gamma_\nu/H \sim (T/1 \text{ MeV})^3$. Cuando la temperatura del Universo $T < 1 \text{ MeV}$, la tasa de interacción Γ_ν es menor que la tasa de expansión del Universo y las interacciones de los neutrinos son muy débiles para mantener el equilibrio térmico. Así, los neutrinos se desacoplan siendo relativistas cuando el Universo tiene una temperatura $T \sim 1 \text{ MeV}$, por lo tanto, caen en la clasificación de materia oscura caliente [76] [78]. Las observaciones del WMAP acotan la densidad cosmológica de neutrinos a $\Omega_\nu h^2 < 0.0067$. Esto implica que, considerando tres especies de neutrinos degenerados, la masa $m_\nu < 0.23 \text{ eV}$ (la diferencia de masa entre las 3 especies es muy pequeña). Los neutrinos, siendo partículas relativistas no colisionales, borran las fluctuaciones de escalas por debajo de 40 Mpc [95]. Por lo tanto, la formación de estructuras se llevaría a cabo de manera anti-jerárquica, es decir, que las grandes estructuras se formarían primero y las estructuras pequeñas resultarían de la fractura de las estructuras más grandes. Este último hecho no está en concordancia con las observaciones cosmológicas, lo cual es un argumento muy fuerte en contra de los neutrinos como materia oscura del Universo [75].
- Neutrinos estériles. Los neutrinos estériles caen dentro de la clasificación de materia oscura tibia con masas $\sim 1 \text{ keV}$ [96]. Dado que la materia oscura tibia podría resolver algunos de los problemas de la materia oscura fría empiezan a considerarse seriamente como candidatos a ser la materia oscura del Universo. Distintas simulaciones numéricas en un escenario de materia oscura tibia muestran que habría una cantidad menor de subestructuras que las predichas en un modelo de materia oscura fría [97] [98].

- Axiones. Estas partículas son pseudo bosones de Goldstone que resultan de la rotura espontáneo de la simetría Peccei-Quinn. Esta simetría se postula en las extensiones del modelo estándar para resolver el problema de la violación carga-paridad (CP) de la interacción fuerte. Las observaciones cosmológicas y las mediciones en los aceleradores de partículas acotan la masa del axión a $< 10^{-2} eV$. Una de las características de los axiones es que dado que tiene interacciones extremadamente débiles con otras partículas, éstas podrían no estar en equilibrio térmico en el Universo temprano. El axión es uno de los mejores candidatos de materia oscura fría [76] [77] [78].
- WIMPs¹⁰. Los WIMPs caen en la clasificación de materia oscura fría ya que se desacoplan siendo no relativistas cuando el Universo tenía una temperatura de $T \sim 1 GeV$. Las masas de los WIMPs abarcan un intervalo de $10 GeV - 1 TeV$ y su densidad cosmológica se estima en $\Omega_{WIMP} \sim 1$ por lo tanto resultan buenos candidatos de materia oscura. Como su nombre lo indica, este tipo de partícula interactúa débilmente y gravitacionalmente con el resto de las especies del modelo estándar. Dado que los WIMPs no tienen interacción electromagnética con el resto de las partículas, hasta la fecha sólo se pueden detectar a través de sus efectos gravitacionales. El neutralino es uno de los WIMPs mejor motivados y es uno de los candidatos a ser la partícula supersimétrica más ligera del modelo estándar mínimo supersimétrico.

Además de los candidatos bariónicos y no bariónicos ya mencionados hay todo un “zoológico” de partículas exóticas candidatas a materia oscura como por ejemplo: sneutrinos, gravitinos, axinos, materia oscura auto interactuante, partículas masivas cargadas. Para una revisión de los diversos candidatos, véase [80].

¹⁰ Del inglés: Weakly Interacting Massive Particles.

WIMPs: aciertos y dificultades. Las observaciones cosmológicas de gran precisión han llevado a construir el modelo de concordancia que favorece un candidato de materia oscura fría y no colisional, siendo el WIMP el mejor candidato. Este modelo ha resultado ser muy exitoso a todas las escalas del Universo pero presenta algunos problemas en su descripción. A continuación se mencionan algunos de sus aciertos así como dificultades que este modelo tiene que enfrentar para llegar a ser un modelo cosmológico convincente.

Aciertos:

- Predice las densidades cosmológicas de todas las especies del Universo.
- Ajusta con gran exactitud las anisotropías de la radiación cósmica de fondo.
- Es consistente con las observaciones cosmológicas de los grandes censos de galaxias, como por ejemplo, el espectro de potencias de masas.
- Ajusta las curvas de rotación planas de las galaxias espirales.
- Las simulaciones numéricas de N-cuerpos están en concordancia con las observaciones de la estructura a gran escala filamental del Universo.

Dificultades:

- Detección directa. A pesar de los grandes esfuerzos realizados aún no hay una detección directa, ni en las observaciones astronómicas, ni en los aceleradores de partículas, ni en detectores subterráneos de partículas de materia oscura.
- Exceso de galaxias satélites. Las simulaciones numéricas de N-cuerpos predicen un número mayor de subestructuras, un orden de magnitud mayor, que las observadas [99] [100]. Este problema se ha enmendado construyendo modelos mucho más realistas que consideran retroalimentación debido a núcleos activos de galaxias, supernovas y efectos de la reionización en los cuales se concluye que, en el paradigma del modelo estándar, no todos los subhalos son capaces de formar galaxias, sin embargo, deberían poder ser observados por efectos de lentes gravitatorias.
- Perfiles de densidad picudos. A escalas galácticas, el modelo CDM exhibe una discrepancia cuando se comparan los perfiles de densidad de los halos oscuros obtenidos por las simulaciones numéricas con los perfiles derivados de las observaciones de las curvas de rotación de las galaxias enanas y de bajo brillo superficial. Mientras que las simulaciones predicen un perfil de densidad universal picudo (generalmente un perfil Navarro-Frenk-White) en los centros galácticos, las observaciones de este tipo de galaxias favorecen perfiles de densidad suavizados [101] [102] [103].

Además de los problemas mencionados arriba hay otras discrepancias importantes, aunque menos conocidas, que el modelo de CDM debe dilucidar [104]. Así, con todos estos problemas del modelo de materia oscura fría, que aún siguen en discusión, han surgido una gran cantidad de alternativas que intentan resolverlos. Por ejemplo, la existencia de dimensiones extras y mundos branados en el Universo [105], inclusive modificaciones a la mecánica Newtoniana [106].

En esta Tesis, todos los estudios se enfocan en la detección directa de partículas tipo WIMP con masas del orden del GeV y TeV.

I.1.4 Detección de materia oscura

Principios de detección. Las teorías que ofrecen nuevas partículas que exhiben las propiedades correctas para ser WIMPs, como los modelos supersimétricos (SUSY) o de Kaluza-Klein (KK), típicamente requieren nuevas partículas entre 10 GeV y varios TeV de masa. Estas partículas podrían dispersarse elásticamente con la materia ordinaria, podrían aniquilarse entre sí en regiones de alta densidad de WIMPs causadas por la gravedad, como el Sol o el centro de la Galaxia generando productos de aniquilación. También podrían producirse en los aceleradores de partículas de alta energía y colisionadores en la Tierra y ser detectados de esa manera. Así, la hipótesis de la materia oscura como partícula se puede probar a través de tres procesos, tal como muestra el diagrama de simplificado de la Figura I.6 para los posibles acoplamientos de materia oscura χ con una partícula de materia ordinaria q .

- Producción en aceleradores de partículas: mientras que la aniquilación de partículas de materia oscura (dirección hacia debajo de la izquierda) podría dar pares de partículas modelo estándar, la colisión de electrones o protones en colisionadores podría producir pares de partículas de materia oscura.
- Detección indirecta: buscando señales de productos de aniquilación, como neutrinos de alta energía, positrones o rayos gamma.
- Detección directa: a través de la dispersión de estas partículas con núcleos de materia ordinaria.

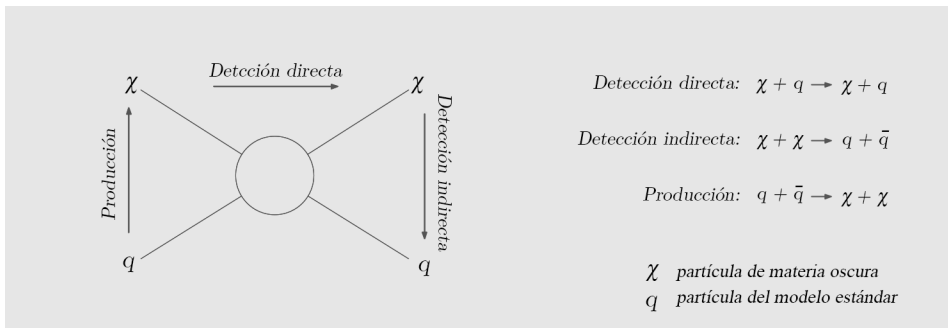


Figura I.6. Esquema que muestra los posibles canales de detección de materia oscura.

Existen ventajas e inconvenientes asociados con ambos métodos; sin embargo, el desarrollo y la mejora de los detectores de ambos tipos nos darán una mayor posibilidad de detectar la materia oscura. Desafortunadamente, las búsquedas directas e indirectas de partículas de materia oscura han dado hasta ahora resultados negativos o contradictorios. Hasta el momento, hasta donde sabemos, no se ha detectado detección de materia oscura, pero las propiedades que deberían tener las partículas de materia oscura se han comprendido y mejorado con el tiempo.

Detección directa. La gravedad es la fuerza más débil, los acoplamientos gravitacionales de WIMPs a los bariones en un laboratorio no es un enfoque realista para detectar la materia oscura. Sin embargo, se espera que los WIMP interactúen, aunque muy raramente, a través de dispersión elástica de baja energía de núcleos de materia normal [107]. La partícula intercambiada durante esta “colisión de bolas de billar” depende del modelo, pero es posible construir un detector que sea simplemente sensible a los retrocesos nucleares. Así, podría buscar WIMP de una manera independiente del modelo. Así, la detección directa de partículas de materia oscura aparece como una de las técnicas más prometedoras.

La idea se basa en el hecho de que, si la galaxia está llena de WIMPs, muchos de ellos deben viajar a través del sistema solar y recorrer la Tierra con velocidades galácticas típicas de $220 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, es decir con $10^{-3} c$, lo que permitiría buscar la interacción de tales partículas con la materia. Como ejemplo, la dispersión elástica de WIMPs con masas entre 10 y 1000 GeV/c^2 produciría retrocesos nucleares en el rango de entre 1 y 100 keV. Hay una oportunidad de observar tales interacciones ya que la materia oscura es parte de nuestra propia galaxia donde se distribuye más o menos regularmente. Por lo tanto, se espera que las partículas de materia oscura atraviesen la trayectoria de la Tierra e interactúen con los detectores.

Los WIMP que atraviesan el volumen del detector pueden dar lugar a una débil interacción con uno de los núcleos del material activo, haciendo que el núcleo retroceda y produzca una señal detectable. La mayoría de los experimentos se basan en observaciones de ionización (carga), centelleo (fotones), fonones a baja temperatura (calor) o combinaciones de algunos de ellos. En la sección I.1.6 se comentarán las características tecnológicas de algunos de los detectores actuales que están dando resultados prometedores. Los detectores basados en la nucleación de fluidos sobrecalentados se encuentran dentro de los basados en el calor. En ellos, parte de la energía cinética de las partículas incidentes se transfiere al retroceso nuclear que, bajo ciertas condiciones que se verán en la *Sección I.2*, da lugar a un aumento local de temperatura y cambio de fase o estado de agregación del fluido.

Todas estas técnicas tienen una interpretación teórica básica común, que va a discutirse en la siguiente Sección. Para identificar inequívocamente tales interacciones de baja energía es necesario, por un lado, un conocimiento detallado sobre la señal, en concreto conocer la sección eficaz de dispersión nuclear WIMP (σ) resulta primordial y, por otro conocer la densidad de materia oscura o densidad local (ρ), así como la distribución de velocidad del halo en la vecindad del Sol. Para un valor dado de ρ y σ , se puede determinar la tasa de eventos esperados en un experimento por unidad de tiempo y por unidad de masa del detector.

Tasa de eventos de materia oscura. El espectro de energía diferencial típico de los retrocesos nucleares en un detector de detección directa de WIMP (para el caso más simple de un detector estacionario en la galaxia) es:

$$\frac{dR}{dE_R} = \frac{R_0}{E_0 r} e^{-\left(\frac{E_R}{E_0 r}\right)} \quad (3)$$

donde R es la tasa de eventos, E_R es la energía de retroceso del núcleo, E_0 es la energía cinética incidente más probable o media de una partícula de materia oscura de masa M_χ , R_0 es la tasa total de eventos, y r es el factor cinemático dado por $r = 4M_\chi M_T / (M_\chi + M_T)^2$, siendo M_T es la masa del núcleo del material activo.

El valor R_0 se normaliza adoptando una densidad de materia oscura, usualmente $\rho_\chi = 0.3 \text{ GeV } c^{-2} \text{ cm}^{-3}$, con una velocidad media de sus partícula de $v_0 = 230 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, suponiendo una sección eficaz de transferencia de momento nulo $\sigma = \sigma_0$ (constante), y que la velocidad de la Tierra relativa a la distribución de materia oscura es $v_E = 0$. Así:

$$R_0 = \frac{405}{M_\chi M_T} \left(\frac{\sigma_0}{1 \text{ pb}} \right) \left(\frac{\rho_\chi}{0.3 \text{ GeV} \cdot c^{-2} \cdot \text{cm}^{-3}} \right) \left(\frac{v_0}{230 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}} \right) [\text{kg}^{-1} \cdot \text{dia}^{-1}] \quad (4)$$

donde M_χ y M_T deben escribirse en $\text{GeV} \cdot c^{-2}$ y $M_T = 0.932 A$, siendo A la masa atómica del átomo del material activo.

Ahora bien, cuando un experimento establece un límite superior a la tasa diferencial dR/dE_R para cualquier valor E_R , el lado derecho de la ecuación (3) nos permite calcular un límite para la tasa total de señales de materia oscura R_0 , para cada valor de su masa M_χ . Dado que la densidad de materia oscura en la galaxia y su flujo se conocen de forma aproximada, el límite en R_0 puede convertirse en un límite de la interacción o sección eficaz. En la práctica, el lado derecho de (3) es más complicado, debiendo tener en cuenta una serie de correcciones, tales como: el detector no es estacionario ya que la Tierra está en órbita alrededor del Sol, que se mueve a través de la galaxia; la eficiencia de la detección de retrocesos nucleares y retrocesos de electrones podría ser diferente, por lo que la verdadera energía de retroceso diferirá de la energía de retroceso observada; el blanco puede consistir en más de un elemento (actualmente PICO utiliza CF_3I y C_3F_8 que contiene más de un elemento activo en el detector), por lo que cada elemento requiere cálculos separados para los límites de sección transversal de WIMP-nucleón; los efectos de resolución y umbral limitan la capacidad de cada experimento; las secciones transversales de interacción predichas son diferentes para las interacciones spin-dependiente e independiente del spin; se debe considerar una corrección del factor de forma, que se debe al tamaño finito del núcleo y depende del radio nuclear y de la energía de retroceso. Para tener en cuenta estas consideraciones, podemos encontrar información detallada en la bibliografía correspondiente [107].

En el *apartado 1.1.8*, se utilizan estos desarrollos para predecir la tasa de eventos esperados en MODA-LS con distintos volúmenes de fluido sobrecalentado $\text{C}_2\text{F}_2\text{H}_4$, en comparación con los límites alcanzados en los detectores PICO.

Sección eficaz de la interacción. Si no se detecta una señal estadísticamente significativa sobre el fondo, los experimentos establecen límites simultáneamente en la probabilidad de interacción WIMP, con núcleos o nucleones individuales, en función de la masa del WIMP. La probabilidad se expresa como una sección eficaz que representa el área efectiva, no física, que un blanco presenta a un flujo WIMP, y depende del acoplamiento WIMP al proceso de dispersión. Estos límites, se representan con un nivel de confianza del 90% para comparar los resultados de los distintos experimentos.

Para interpretar los datos de los experimentos de materia oscura, se deben hacer más suposiciones sobre el modelo específico de física de partículas empleado así como sobre los procesos de física nuclear implicados. Para las interacciones WIMP que son independientes de spin (SI), se supone que los neutrones y protones contribuyen igualmente al proceso de dispersión. Efectivamente, para una transferencia de momento suficientemente baja, las amplitudes de la dispersión de cada nucleón se suman en fase y dan lugar a un proceso coherente. Para las interacciones dependientes del spin (SD), sólo los nucleones no apareados contribuyen a la dispersión. Por lo tanto, sólo los núcleos con un número impar de protones o neutrones son sensibles a estas interacciones. En este caso, la sección transversal está relacionada con los espines de los quarks del nucleón, con componentes tanto de los acoplamientos de protones como de neutrones.

En general, la sección transversal σ de la interacción WIMP-núcleo se puede escribir como la suma de una contribución independiente de spin (SI) y una dependencia spin-dependiente (SD) como:

$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{M_T}{2r^2v^2} (\sigma_0^{SI} F_{SI}^2(E) + \sigma_0^{SD} F_{SD}^2(E)) \quad (5)$$

Donde los parámetros son los mismos que los utilizados anteriormente, y $\sigma_0^{SI,SD}$ es la sección eficaz sin transferencia de momento de la contribución en cuestión, dada por:

$$\begin{aligned} \sigma_0^{SI} &= \sigma_p \frac{r^2}{r_p^2} (Z \cdot f^p + (A - Z) \cdot f^n)^2 \\ \sigma_0^{SD} &= \frac{32}{\pi} r^2 G_F^2 (a_p \langle S^p \rangle + a_n \langle S^n \rangle)^2 \frac{J+1}{J} \end{aligned} \quad (6)$$

donde $f^{p,n}$ es la contribución del nucleón neutrones en la interacción, r_p es la masa reducida WIMP-nucleón, $F_{SI/SD}$ es el factor de forma de la contribución correspondiente [107] [108] [109], G_F es la constante de acoplamiento de Fermi, J es el espín nucleare total, $a_{p,n}$ es el acoplamiento efectivo del nucleón, y $\langle S^{p,n} \rangle$ es el valor esperado del espín nuclear debido al nucleón en cuestión.

Por un lado, en el *apartado 1.1.8* se calculan las secciones eficaces para distintos volúmenes del detector MODA-LS. Por otro lado, en el *Anexo A* se aplican estos cálculos para obtener, en PICO, la influencia del fondo de neutrinos coherentes solares. Tal como se va a ver a continuación, este fondo es de especial interés debido al cada vez mayor tamaño de las cámaras de burbujas basadas en fluidos sobrecalentados y a que se espera que en un futuro cercano se puedan observar dicho fondo.

I.1.5 Fuentes de fondo

Con el fin de identificar inequívocamente las interacciones de partículas de materia oscura, se requieren condiciones experimentales de fondo ultrabajo. En este apartado se resumen las diversas contribuciones de fondo para un experimento de detección directa de materia oscura, centrándonos en aquellas intrínsecas para detectores de estado líquido, como es el caso de los detectores PICO y MODA-LS. De forma somera, se discuten las principales estrategias para eliminar estas contribuciones.

Fondos internos ambientales y superficiales. La radiación dominante que procede de decaimientos gamma que se originan en la desintegración de las cadenas naturales de uranio (^{238}U) y torio (^{232}Th), así como de decaimientos de isótopos comunes, como el ^{40}K , ^{60}Co y ^{137}Cs , presentes en los materiales del detector. Las cadenas de uranio y torio, tienen una serie de decaimientos alfa y beta acompañados por la emisión de varios rayos gamma con energías de decenas de keV hasta 2.6 MeV (para la más alta energía de la cadena del torio). Las interacciones de rayos gamma con la materia incluyen [110]:

- Efecto fotoeléctrico: tiene la sección eficaz más alta a energías de hasta ~ 100 keV.
- Producción de pares e^-e^+ : la sección eficaz domina por encima de varios MeV.
- Dispersión de Compton: es la más probable para energías intermedias

Todas estas reacciones dan como resultado la emisión de un electrón (o electrón y positrón) que puede depositar su energía en el medio objetivo. Tales deposiciones de energía pueden estar a energías de unos pocos keV que afectan a la sensibilidad de los experimentos, pues esta es la región de interés para las búsquedas de materia oscura. Para reducir el fondo de radiación gamma en función de la fuente, se puede optar por:

- Para radiación gamma cercana al detector: seleccionar materiales con bajas trazas radioactivas mediante técnicas adecuadas [111].
- Para radiación natural fuera del detector: rodar el detector con un material de alto número atómico y elevada densidad, es decir, con una buena capacidad de detención y baja contaminación interna, como el plomo o grandes tanques de agua.
- Para el radón en el aire: rociar con nitrógeno limpio la parte interna del detector o bien se utiliza una instalación de trampa de radón [112].
- El tratamiento de la superficie de contención con limpieza ácida y electropulido ha demostrado ser eficaz en la eliminación de contaminantes radiactivos en las superficies [113].

Las herramientas de análisis también pueden utilizarse para reducir la tasa de interacciones de fondo. Las siguientes técnicas se utilizarán en el análisis de señales de PICO, estudiadas en la *Sección IV.1*:

- Eliminación de múltiples impactos simultáneos, dada la baja probabilidad de que distintas partículas de materia oscura interactúen a la vez en el volumen objetivo.
- Seleccionar un volumen más interno para el análisis (volumen fiducial) pues, como el rango de penetración de la radiación tiene una dependencia exponencial de la distancia, la mayoría de las interacciones tienen lugar cerca de la superficie.

Fondos externos de neutrones cosmogénicos y radiogénicos. Los neutrones pueden interactuar con los núcleos del material objetivo del detector a través de *dispersión elástica* produciendo retrocesos nucleares. Este es un fondo muy importante porque el tipo de señal que produce es idéntico al de los WIMP. En el caso de producir *dispersiones inelásticas*, la emisión gamma que suele acompañar al retroceso nuclear puede utilizarse para marcar estos eventos. La proveniencia de estos neutrones puede ser:

- Neutrones cosmogénicos: se producen debido a las reacciones de espalación de los muones en los núcleos de la configuración experimental del detector o en la roca circundante. Estos neutrones pueden tener energías hasta varios GeV [114] y son moderados por los materiales circundantes del detector resultando en energías del orden del MeV, que pueden producir retrocesos nucleares en el régimen energético relevante para las búsquedas de materia oscura.
- Neutrones radiogénicos: son los emitidos en la combinación de un emisor de partículas alfa y un isótopo con una gran probabilidad de reacción nuclear (α, n). Estos neutrones tienen energías más bajas de alrededor de unos pocos MeV.

Para minimizar el número de neutrones en el detector se aplican las siguientes técnicas:

- Para neutrones cosmogénicos: los experimentos de materia oscura se colocan típicamente en laboratorios subterráneos de modo que, cuanto más profundo se encuentra el experimento, menor es el flujo de muones. La Figura I.7 muestra el flujo de muones en función de la profundidad para diferentes laboratorios que albergan experimentos de materia oscura [114].

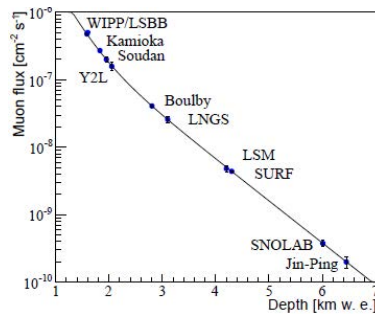


Figura I.7. Flujo de muones en función de la profundidad de equivalente en agua.

- Para neutrones radiogénicos: se seleccionan materiales de detección con bajo contenido de U y Th dan menores tasas de fisión espontánea. Además, el blindaje del detector puede utilizarse para reducir aún más el flujo de neutrones externos, utilizando para ello capas de agua o polietileno alrededor de la instalación del detector [115].

Las técnicas de análisis descritas anteriormente también pueden aplicarse para reducir el fondo de neutrones:

- El marcaje de dispersión múltiple utilizado en PICO es particularmente eficaz, sobre todo con el tamaño creciente de estos detectores.
- La selección de volumen fiducial también se puede utilizar pero tiene un efecto más pequeño en la reducción del fondo para los neutrones que para las interacciones gamma debido a la mayor trayectoria libre media de los neutrones.

Fondo solar de neutrinos. Con el aumento de las masas de material del detector que se acercan a cientos de kilogramos y toneladas, los detectores directos de materia oscura con sensibilidad a las energías del orden del keV comienzan a ser sensibles a la interacción coherente de neutrinos. Los neutrinos se convertirán, por lo tanto, en un fondo significativo que contribuiría tanto a los retrocesos electrónicos como nucleares. Los neutrinos solares pueden dispersarse elásticamente con electrones del material a través de interacciones de corriente neutra y cargada para ν_e y sólo corriente neutra para los otros sabores de neutrinos, ν_μ y ν_τ . Debido a sus mayores flujos, los neutrinos de pp ¹¹, ${}^7\text{Be}$ y ${}^8\text{B}$ serían los primeros neutrinos que podrían ser detectados. La señal resultante puede ser de dos tipos:

- Dispersión neutrino-electrón: un electrón de retroceso es un fondo importante principalmente para experimentos que no son capaces de distinguir entre retrocesos nucleares y electrónicos. Este no es el caso de los detectores con fluidos sobrecalentados. Aquí, aunque consideramos como fondo las reacciones inducidas por neutrinos, la medida es interesante en sí misma, ya que puede confirmar la reciente medición de los neutrinos pp por el experimento Borexino, probando en tiempo real el mecanismo principal de producción de energía dentro del Sol.
- Dispersión neutrino-núcleo: producen retrocesos nucleares con energías de hasta pocos keV [116]. Aunque este proceso no se ha medido todavía, se espera que sea accesible en los experimentos planificados en los próximos años. Los detectores de materia oscura podrían ser los primeros en medir este proceso.

Tal como se observa en la Figura I.8, la dispersión coherente de los neutrinos solares limitaría la sensibilidad del experimento para masas de WIMP bajas (pocos GeV) con secciones eficaces alrededor de 10^{-45} cm^2 . Para masas de WIMP más altas, la dispersión coherente de los neutrinos atmosféricos limitaría las búsquedas de materia oscura en 10^{-49} cm^2 [117] [118] [119].

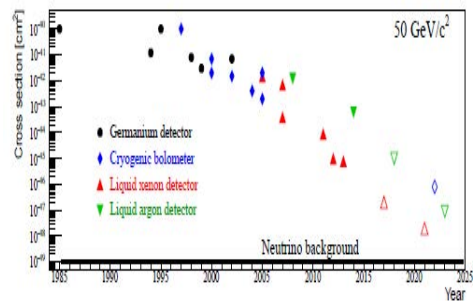


Figura I.8. Evolución de la sensibilidad para la sección eficaz WIMP-nucleon SI para masas de WIMP de $50 \text{ GeV}/c^2$ (izquierda) y $5 \text{ GeV}/c^2$ WIMP (derecha). Los puntos sólidos muestran los valores de medidos en detectores. Los marcadores vacíos representan la sensibilidad planificada para cada tecnología.

En el caso de una señal positiva en estas secciones eficaces se podría considerar la modulación de la señal a lo largo del año para distinguir los WIMP de los neutrinos. Mientras que la tasa de WIMP debería alcanzar su máximo alrededor del 2 de junio, la tasa de neutrinos solares debería alcanzar su máximo alrededor del 3 de enero debido al mayor ángulo sólido durante el perihelio. En el Anexo A se estudiará la capacidad de detección del fondo de neutrinos coherentes solares por los detectores PICO-2L y PICO 60, utilizando dos fluidos sobrecalentados distintos, C_3F_8 y CF_3I .

¹¹ Provenientes de la cadena protón-protón, que son es una de las dos reacciones de fusión que se producen en las estrellas para convertir el hidrógeno en helio. El otro mecanismo es el ciclo CNO.

I.1.6 Tecnologías para la detección directa de WIMPs

En los últimos años, se han realizado grandes esfuerzos para desarrollar experimentos que sean capaces de comprobar directamente la naturaleza de las partículas de la materia oscura. El objetivo de todos ellos es identificar los retrocesos nucleares producidos por las colisiones entre las nuevas partículas y los núcleos del material activo del detector.

Los primeros experimentos de detección directa se remontan a la década de 1980, pero la era moderna comenzó realmente con los primeros experimentos para lograr la discriminación activa evento por evento a finales de los años noventa. Desde entonces, ha habido una eclosión en el número de tecnologías utilizadas para las búsquedas de detección directa, y una mejora exponencial en la sensibilidad experimental, de un factor 2 cada 18 meses aproximadamente. En el resto de este apartado, se comentan las principales características de las tecnologías de detección directa empleadas por los experimentos actuales y futuros, y nos centraremos en las de los detectores basados en fluidos sobrecalentados. La información utilizada para producir este resumen, así como información adicional al respecto puede encontrarse en [79] [120].

Tipos de detectores. Los experimentos de detección directa existentes se basan en la detección de la señal producida por los retrocesos nucleares de interacciones de partículas individuales con el núcleo objetivo. Como se ha comentado, la mayoría de los experimentos se basan en tres tipos de observaciones: ionización (carga), centelleo (fotones), fonones a baja temperatura (calor); o bien combinaciones de algunos de ellos. Algunas de las tecnologías actualmente empleadas para esta detección son las siguientes:

- Detectores de centelleo: utilizan cristales inorgánicos centelleantes de alta eficiencia, como el NaI y el CsI. La discriminación de fondo electromagnético se realiza por la forma del pulso del centelleo, mientras que la discriminación del fondo adicional se realiza a partir de coincidencias entre elementos de matrices multicristalinas y del estudio de las propiedades de modulación anual previstas de la señal WIMP. El principal desafío experimental de estos detectores es la obtención de una baja tasa de fondo general y, sobretudo, el mantenimiento de la estabilidad del detector durante periodos de varios años. El experimento DAMA/LIBRA utiliza cristales NaI con la primera observación significativa de modulación anual consistente con la esperada de la interacción de la materia oscura.
- Detectores de estado sólido de baja temperatura: operando a temperaturas <100 mK permiten distinguir los fondos de retrocesos electrónicos respecto de los nucleares evento a evento. Para ello utilizan la relación de energía medida por dos canales de lectura diferentes (señales de fonones, ionización, centelleo). El primer detector fue CDMS operando con detectores de germanio y silicio, y posteriormente aparecieron EDELWEISS trabajando con germanio y CRESST con tungstato de calcio, evolucionando hasta la actualidad. Estos detectores con técnicas de lectura de señal dual han hecho posible rechazar los fondos de retroceso de electrones en muchos órdenes de magnitud.

- Detectores de gases nobles (Xe, Ar): consisten en una región fiducial interna con una tasa de fondo muy baja, rodeada por una región externa que dispersa rayos gamma a energías fuera de la región de interés. Los neutrones pueden ser detectados por su tendencia a multiplicar la dispersión en el líquido denso. El líquido resplandece en el rango UV y, como es transparente a esta longitud de onda, hace posible trabajar con un gran volumen de manera efectiva con fotodetectores situados en el borde. Los detectores XMASS, Zeplin, XENON, LUX, PandaX (operando con Xe), y MiniClean y DEAP (Ar), utilizan esta tecnología.
- Detectores de líquidos sobrecalentados: los detectores de umbral son una clase de experimentos que actualmente abarca cámaras de burbujas y detectores con gotas. Estos detectores están ligeramente sobrecalentados en el sentido de que la deposición de energía local a partir de un retroceso nuclear inducirá la nucleación de burbujas. Sin embargo, los electrones y la radiación electromagnética, que pierden su energía en un rango comparativamente más largo, no inducirán burbujas. Las ventajas adicionales de estos detectores incluyen una excelente sensibilidad dependiente del espín y la capacidad para operar con líquidos activos intercambiables. La discriminación contra los eventos provenientes de partículas alfa, que pueden depositar suficiente densidad de energía para producir burbujas, se realiza mediante técnicas de discriminación de señales acústicas. Uno de los inconvenientes de esta tecnología es la falta de una medición de energía de cada evento. Por ello, estos detectores deben realizar escaneos de umbral, variando la temperatura y la presión de funcionamiento, para producir un espectro de energía. Los detectores SIMPLE (utilizando C_2ClF_5) y PICASSO (C_4F_{10}) funcionan con emulsiones de burbujas sobrecalentadas, mientras que los detectores COUPP y PICO (C_3F_8 y CF_3I) utilizan volúmenes puros del material objetivo en estado líquido.

A pesar de los esfuerzos realizados hasta ahora es posible que, con el tamaño de los detectores actuales, aunque los WIMPs existan pueda que resulte difícil o incluso imposible encontrarlos. Por ejemplo, los WIMPs supersimétricos pueden interactuar en tasas inferiores a un retroceso por tonelada al año, independientemente del material activo [121]. Por ello, para maximizar el potencial de detección de estos eventos de baja probabilidad, el desafío consiste en construir detectores coste-efectividad eficientes, a escala de toneladas, sensibles exclusivamente a retrocesos nucleares inducidos por WIMP. Un conocimiento profundo de la tecnología necesaria para un detector permitirá la optimización de los materiales, reduciendo el coste final del mismo.

De entre las distintas tecnologías empleadas para el desarrollo de experimentos de detección directa de WIMP descritos anteriormente, en esta Tesis nos focalizamos en los detectores de líquido sobrecalentado en cámaras de burbujas. El primer paso de la colaboración PICO ha sido reutilizar la cámara COUPP de 4 kg, llamada PICO-2L, con un nuevo material, C_3F_8 [17]. Posteriormente se puso en marcha una cámara de aproximadamente 37 kg de CF_3I , que conforma el detector PICO-60 [18] y recientemente se ha probado este mismo detector con 52 kg de C_3F_8 , estableciendo los límites más bajos de detección de WIMP para interacciones dependientes del espín con protones. Actualmente, se están llevando a cabo grandes esfuerzos de I+D para mejorar diferentes aspectos del futuro detector PICO de 500 kg, siendo algunos de ellos los temas que abordaremos en esta Tesis.

I.1.7 Aplicación al estudio de límites de PICO

PICO-2L: características. La Figura I.9 muestra un esquema de la cámara en cuestión y a continuación se comentan algunas de las características de su diseño.

La cámara PICO-2L es muy similar a las cámaras de 2 litros utilizadas anteriormente en la colaboración COUPP [15] [122], que consiste principalmente en un recipiente de sílice fundida, sellado con un fuelle flexible de acero inoxidable, e inmerso en un contenedor a presión lleno de un fluido hidráulico. La vasija se llena con 2,90 kg de C_3F_8 y, para aislarla del contacto con cualquier superficie de acero inoxidable o sellos, se remata con una capa de agua superior (*buffer*). Las emisiones acústicas de las nucleaciones de burbujas se registran por tres transductores acústicos de zirconato de plomo (PZT) pegado con material epóxico al exterior de la vasija [123]. En los detectores previos de COUPP, el elevado nivel de radioactividad en los sensores acústicos proporcionó una tasa de neutrones medible [122]. Para PICO-2L, se desarrollaron sensores PZT con una reducción en la radioactividad de un factor 100. Las señales acústicas se digitalizaron con una frecuencia de muestreo de 2,5 MHz. Además, dos cámaras CCD de resolución gráfica de vídeo fotografiaron la cámara a una velocidad de 100 fotogramas por segundo.

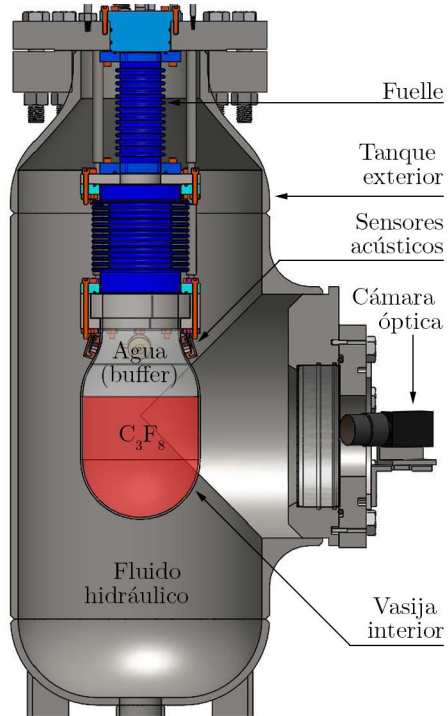


Figura I.9. Esquema de la cámara de burbujas PICO-2L.

La colaboración PICO tuvo operativa esta cámara de burbujas en el laboratorio subterráneo SNOLAB en dos etapas distintas con condiciones de operaciones similares:

- Run-1: entre octubre de 2013 y mayo de 2014, con una exposición total de 211.5 kg · día, operando en cuatro umbrales energéticos de 3.2, 4.4, 6.1, 8.1 keV.
- Run-2: entre junio y septiembre de 2015, con un total de 129.6 kg · día de exposición de búsqueda WIMP alcanzando un umbral termodinámico de 3.3 keV (operando a una temperatura de 15.8 °C y presión de 2.6 bar). En este caso se tomaron medidas para reducir la contaminación de partículas en el fluido sobrecalentado, dando como resultado la ausencia de eventos de fondo anómalos observados en el Run-1.

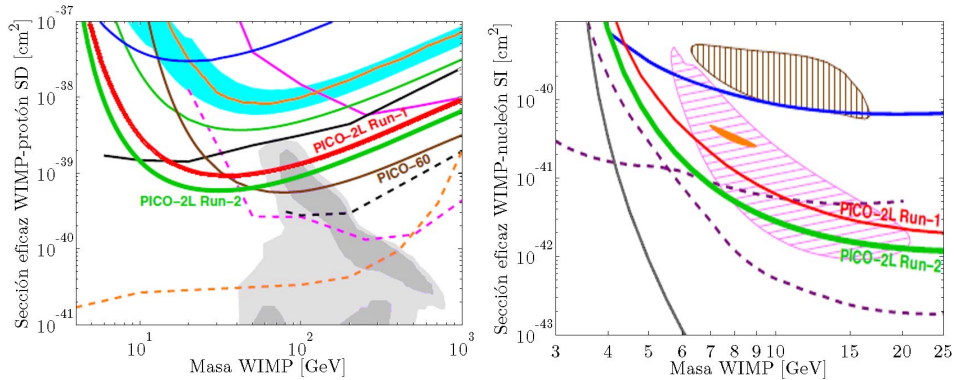
PICO-2L: reducción de contaminación de partículas. En el conjunto de eventos del Run-1 de PICO-2L, los eventos se correlacionaron en el tiempo con la actividad registrada anteriormente en la cámara de burbujas, obteniendo que eran inconsistentes con interacciones de materia oscura y fondos conocidos. Si bien los análisis de corte basado en el momento del evento fueron capaces de recuperar la sensibilidad a la materia oscura en el Run-1 [17], la presencia de un fondo inexplicado claramente limitó la tecnología. El Run-2 de PICO-2L se inició para explorar la hipótesis de que estos fondos anómalos observados en el Run-1 se causaron por la contaminación de partículas en el líquido de la cámara de burbujas, tomándose medidas basadas en la reducción de partículas de sílice y acero inoxidable. Con todo, la condición inicial de la cámara de burbujas Run-2 era lo más idéntica posible a la condición inicial del Run-1, lo que permite una comparación directa, libre de diferencias sistemáticas. En efecto, el umbral termodinámico Run-2 es equivalente al umbral más bajo del Run-1 pero a una mayor temperatura y presión.

PICO-2L: eventos detectados. Como se ha comentado en el *apartado I.1.5*, los neutrones de fondo producidos principalmente por reacciones (α, n) y fisión espontánea de ^{238}U y ^{232}Th próximos pueden producir eventos de burbujas individuales y múltiples. Para modelar los fondos de neutrones en el detector PICO-2L, se realizó una simulación Monte Carlo del mismo, con algunas diferencias según el Run analizado.

- Run-1: la predicción era de 0.9 eventos de burbuja individual en el conjunto de datos, para una tasa de eventos de 0.004 cts/kg/día (1.6 eventos múltiples con una tasa de 0.006 para burbujas múltiples), con un incertidumbre total del 50%. No hubo eventos de burbujas múltiples observados en los datos de búsqueda WIMP, proporcionando un límite superior con un 90% C.L.¹² de 0.008 cts/kg/día, consistente con el modelo de fondo. Como se ha comentado, en el Run-1 se observaron doce candidatos de un solo evento de retroceso nuclear pero que exhiben características temporales que no son consistentes con la hipótesis de una distribución de tiempo uniforme, por lo que no se concluye ninguna evidencia de señal de materia oscura.
- Run-2: se observó una tasa prácticamente constante de eventos (4 cts/día) de decaimiento alfa, similar al Run-1. La simulación Monte Carlo, incluyendo la contribución de fondo de (α, n) y los neutrones de fisión espontánea, predijo una tasa de 0.008 cts/kg/día para eventos de burbuja individual (0,010 cts/kg/día para eventos de múltiples burbujas), con una incertidumbre total del 50%. Esta estimación es mayor que la obtenida para el Run-1, debido a que en el Run-2 se ha añadido a la simulación las reacciones (α, n) de la cadena de desintegración del ^{14}N en el aire dentro del blindaje de neutrones. El modelo de fondo predice 1.0 eventos de burbujas individuales (1,8 múltiples) de neutrones después de todos los cortes, mientras que se observó un total de 1 evento de retroceso nuclear de una única burbuja (3 eventos de múltiples burbujas) en la exposición de 129 kg-día. Estos datos muestran la ausencia de los fondos anómalos de eventos observados en el Run-1 de PICO-2L. Entonces, la tasa de eventos observada de retrocesos nucleares de burbuja única y múltiple es consistente con el fondo esperado de neutrones.

¹² Del inglés: nivel de confianza.

Límites de sensibilidad de PICO-2L. Para el cálculo del límite de detección de los dados de cada Run, se supone la parametrización estándar de halo de materia oscura [107] con $\rho_D = 0,3 \text{ GeV}c^{-2}\text{cm}^{-3}$, $v_{esc} = 544 \text{ km/s}$, $v_{Tierra} = 232 \text{ km/s}$, $v_0 = 220 \text{ km/s}$, y los parámetros dependientes del espín de [124]. El límite resultante con un 90% CL para las secciones eficaces WIMP-nucleón independientes del espín (SI), y WIMP-protón dependientes del espín (SD), se muestran en la Figura I.10. Usando los mismos parámetros que en [107] produciría aproximadamente 5% -20% de límites más fuertes dependiendo de la masa de WIMP.



PICO-2L Run-2: verde grueso.	IceCube: rosa punteado y sólido.	CDMS: púrpura punteado.
PICO-2L Run-1: rojo grueso.	SuperK: negro punteado y sólido.	DAMA: región marrón.
COUPP: región azul claro.	CMS: naranja punteado.	CoGeNT: región naranja.
PICASSO: azul.	ATLAS: púrpura punteado.	CDMS-II: región rosa.
SIMPLE: verde.		
XENON100: naranja.		

Figura I.10. Límite de sección eficaz para PICO-2L con un 90% de C.L para interacción WIMP-protón SD (izquierda) y WIMP-neutrón SI (derecha).

Conviene resaltar algunos comentarios respecto a los límites alcanzados por PICO-2L:

- Run-1: los resultados supusieron, en el momento de su publicación, la restricción más estricta en la dispersión WIMP-protón SD a partir de un experimento de detección directa, y la primera vez que el espacio de parámetros supersimétricos ha sido alcanzado por esta tecnología y tipo dispersión.
- Run-2: para la obtención de los límites superiores de la sección eficaz de WIMP no se eliminó ningún neutrón del fondo y se calculó asumiendo que la probabilidad de observar uno o menos eventos de señal en la exposición completa de los 129 kg-día es 10%. Estos límites indican una sensibilidad mejorada a la señal de materia oscura comparada al Run-1 y, en su día, fueron las mejores restricciones obtenidas en acoplamiento WIMP-protón SD para masas WIMP < 50 GeV/c². Como se verá a continuación, para masas WIMP superiores a 50 GeV/c², sólo las restricciones de PICO-60 son más restrictivas.

PICO 60: características. La Figura I.11 muestra un esquema de la cámara en cuestión y a continuación se comentan algunas de las características de su diseño.

La cámara PICO-60 consiste en una campana de sílice sintética de 30 cm de diámetro por 1 m de largo, sellada con un fuelle de acero inoxidable, y sumergida en un fluido hidráulico (propilenglicol), todo dentro de un contenedor a presión de acero inoxidable. El fuelle de acero inoxidable equilibra la presión entre el volumen hidráulico y el líquido de la cámara de burbujas (CF_3I o C_3F_8). Una capa superior de agua ultrapura (buffer) se asienta sobre el fluido activo para aislarlo del contacto con superficies de acero inoxidable. Se construyeron trece transductores acústicos piezoeléctricos a partir de cerámica de baja radioactividad basada en PZT en un entorno de ultra alta pureza para evitar cualquier contaminación durante la mezcla, calcinación y sintetización. Dos cámaras CMOS se utilizaron para fotografiar la cámara con un ángulo estéreo de 60 grados a una velocidad de 50 fotogramas por segundo, permitiendo la reconstrucción espacial de las burbujas en el detector. Mediante un conjunto de LEDs montados alrededor de las cámaras y una lámina reflectora situada detrás del frasco, se ilumina el interior del detector.

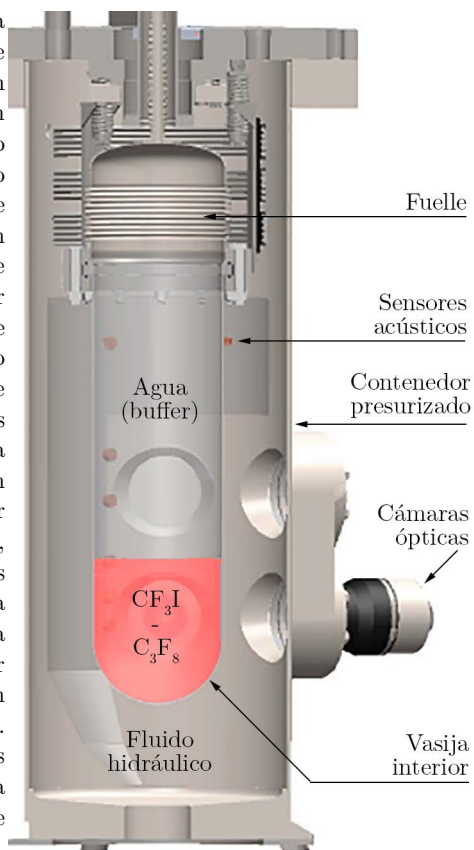


Figura I.11. Esquema de la cámara de burbujas PICO 60.

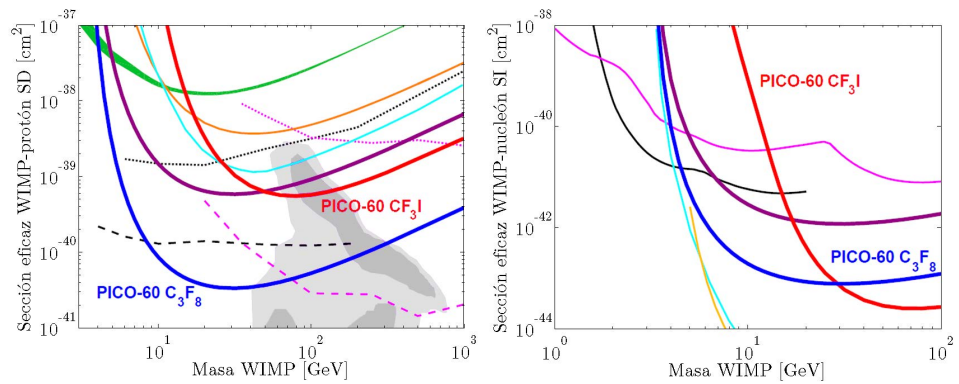
La colaboración de PICO ha tenido operativa esta cámara de burbujas en el laboratorio subterráneo SNOLAB en una etapa con condiciones de operaciones siguientes:

- Run-1: llena con 36,8 kg de CF_3I , siendo la cámara de burbujas más grande para buscar materia oscura hasta la fecha, entre junio de 2013 y mayo de 2014, con una exposición total de 3415 kg · día, operando en cuatro umbrales energéticos entre 7 y 20 keV.
- Run-2: llena con 52 kg de C_3F_8 , operando entre noviembre de 2016 y enero de 2017, en un umbrales energéticos de 3.3 keV, con una exposición total efectiva de 1167 kg · día para eventos de única burbuja y de 1555 kg · día para múltiples burbujas. Nuevamente, se tomaron medidas para evitar los fondos anómalos del Run-1, siguiendo una rigurosa procedimiento limpieza.

Eventos observados en PICO-60. A partir de los eventos detectados y del estudio de los fondos en el detector, con ambos fluidos activos, se obtuvieron los siguientes resultados:

- Run-1: Inicialmente se observó una gran población de eventos de fondo desconocidos, exhibiendo conductas acústicas, espaciales y temporales inconsistentes con las esperadas de una señal de materia oscura. Después de la aplicación de una serie de cortes en el análisis de los datos la exposición final de materia oscura fue de 1335 kg · día con un único evento observado de varias burbujas, de acuerdo con lo esperado. En esta exposición, la expectativa de eventos esperados de una única burbuja cae a $0,5 \pm 0,2$, consistente con el vacío de eventos restantes al aplicar todos los cortes.
- Run-2: Después de la aplicación de los cortes pertinentes, únicamente permanecieron tres eventos de múltiples burbujas. El fondo esperado para neutrones es de 0.5 y 0.96 eventos para burbuja individual y múltiple, respectivamente. En este caso, se calculó el fondo esperado de neutrinos coherentes de 8B solar, obteniendo 0.055 eventos, es decir, un orden de magnitud por debajo del fondo de neutrones. Este dato pone de manifiesto la importancia, comentada en el apartado I.1.5 del fondo de neutrinos solares en las búsquedas de materia oscura para la siguiente generación de detectores con fluidos sobrecalentados.

Límites de sensibilidad de PICO-60. Los límites de las secciones eficaces de las dispersiones elásticas WIMP-protón SD y WIMP-neutrón SI en función de la masa del WIMP con un 90% C.L. se muestran en la siguiente Figura I.12.



PICO-60 Run-2: azul grueso.	IceCube: rosa punteado y sólido.	CDMS: negro.
PICO-60 Run-1: rojo grueso.	SuperK: negro punteado y sólido.	CRESST-II: magenta.
PICO-2L: violeta.	CMS: naranja punteado.	LUX: amarillo
PICASSO: verde.	ATLAS: púrpura punteado.	
SIMPLE: naranja.		
PandaX-II: cian.		

Figura I.12. Límite de sección eficaz para PICO-60 con un 90% de C.L para interacción WIMP-protón SD (izquierda) y WIMP-neutrón SI (derecha).

I.1.8 Aplicación a la sensibilidad de MODA-LS

El fluido $C_2F_2H_4$ como material activo para la detección. Tal como se ha visto, los mejores límites establecidos hasta el momento por los detectores de materia oscura con cámaras de burbujas (PICO-60 C_3F_8) han alcanzado masa del orden de los 10 GeV con valores de -41 cm^2 (en interacciones SD). Esto se debe a la presencia del flúor en el fluido objetivo, que es muy susceptible a este tipo de interacciones. Para energías más bajas, las curvas alcanzadas por los detectores aumentan rápidamente, lo cual hace difícil alcanzar valores del orden de 1 keV en las configuraciones de los actuales detectores. En este rango de energías, algunos modelos predicen la existencia de nuevos candidatos a materia oscura, con propiedades similares a los WIMP, como son las partículas reliquia y remanentes del fondo termal.

Para alcanzar sensibilidades a retrocesos nucleares de baja energía provenientes de interacciones de partículas de materia oscura de baja masa, se deberá contar con un material activo que contenga un blanco de baja masa. En efecto, si aplicamos la expresión (3) al cálculo de la tasa de eventos esperados para distintos núcleos dentro del halo de materia oscura, obtenemos la Figura I.13. Por un lado se observa que, para un mismo núcleo, se espera un mayor número de eventos que dan lugar a retrocesos nucleares de cada vez menor energía. Por otro lado, para una misma masa de partículas de materia oscura, se observa que la tasa de eventos totales obtenidos en el detector, es decir, los que superan un umbral energético dado, será mayor cuanto más plana sea la curva del núcleo correspondiente. Con ambos resultados concluimos que el hidrógeno es el mejor candidato para desarrollar ser sensibles a estas bajas masas.

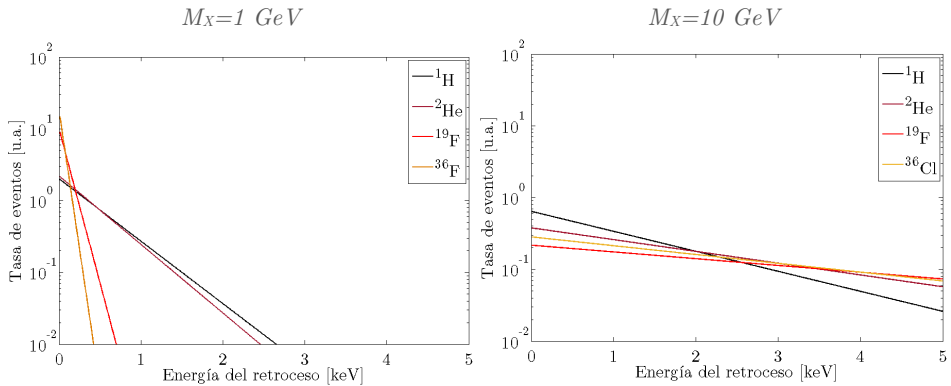


Figura I.13. Espectro de los retrocesos nucleares esperados para distintos núcleos atómicos y dos masas de materia oscura.

La motivación inicial de la utilización de $C_2H_2F_4$ radica en posibilidad utilizar la propiedad del hidrógeno, como blanco de baja masa, para alcanzar sensibilidades a retrocesos nucleares de baja energía. Este fluido es un refrigerante de bajo costo, fácilmente disponible y libre de cloro, que en su estado sobrecalentado puede utilizarse como un detector de neutrones eficiente.

Sensibilidad esperada de un detector basado en $C_2H_2F_8$. Podemos ahondar algo más en la eficacia de este fluido para la construcción de un detector. Efectivamente, de forma simplificada, a partir de la ecuación (4) podemos obtener las secciones eficaces esperadas para distintos volúmenes de fluido. Para ello, se han tenido en cuenta las siguientes consideraciones:

1. Como ejemplo, estamos interesados en un umbral energético de 1 keV.
2. Se considera únicamente la influencia del hidrógeno en la sensibilidad del fluido a los retrocesos nucleares. Esto tiene sentido pues la eficiencia a la detección de los demás núcleos de la molécula es muy baja en comparación.
3. El cálculo se realiza para 100 kg · día de exposición del núcleo objetivo.
4. Se tiene en cuenta la eficiencia de detección del núcleo para cada masa efectiva, definida como:

La Figura I.14 muestra los resultados obtenidos, en comparación con los límites marcados por los detectores PICO. Se observa que, aunque las secciones eficaces son relativamente elevadas pero, con un detector con el mismo tamaño que el de PICO-60, se obtendría, aproximadamente, un mínimo en 1 GeV y del orden de -40 cm².

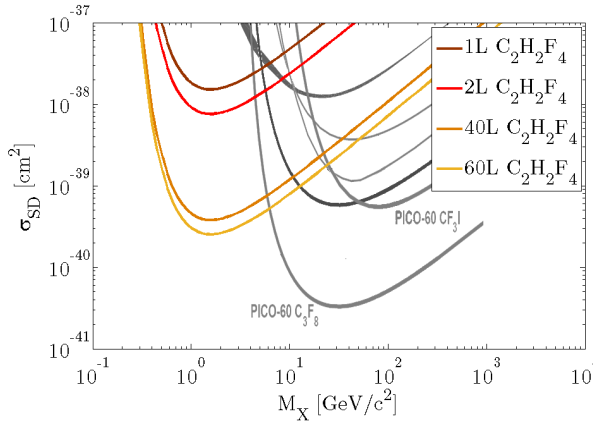


Figura I.14. Sección eficaz para la interacción WIMP-núcleo SD para distintos volúmenes de un detector operando con $C_2H_2F_4$.

Por último, comentar que existen algunas publicaciones donde podemos encontrar trabajos con detectores que operan con este freón para dosimetría y espectrometría de neutrones, así como para la detección de materia oscura pero, en todos ellos, se utiliza como emulsión en forma de burbujas en el seno de una matriz de gel [125] [126]. En este trabajo focalizaremos la atención en la posibilidad de utilizar este fluido en un detector de partículas, MODA-LS, con la tecnología Geysler, es decir, en un recipiente que contenga este fluido en dos fases, estando la líquida en estado sobrecalentado. A lo largo de la Tesis se irán mostrando algunos de las particularidades que debe tener el detector para establecer los criterios de diseño y construcción del mismo.

1.2

Termodinámica del crecimiento de
burbujas en fluidos
sobrecalentados

I.2.1 Introducción	55
I.2.2 Termodinámica del crecimiento de burbuja	56
Comportamiento termodinámico de una burbuja en un fluido sobrecalentado.	56
I.2.3 Condiciones para el crecimiento de burbuja	58
Umbral geométrico: radio crítico.	58
Umbral energético: energía umbral.	59
Umbral energético: poder de frenado.	60
I.2.4 Ecuaciones dinámicas del crecimiento de burbujas	61
Fases del crecimiento.	61
Ecuaciones básicas de la física de fluidos.	62
Ecuaciones de un fluido incompresible.	63
I.2.5 Crecimiento de burbuja: controlado por la inercia	64
Ecuación dinámica.	64
Solución general.	65
I.2.6 Crecimiento de burbuja: controlado por difusión térmica	66
Ecuación dinámica.	66
Solución general.	67
I.2.7 Crecimiento de burbuja: modelo unificado de Mikic	68
Instante de cambio de fase de crecimiento.	68
El modelo de Mikic's para el crecimiento de burbuja.	68
Velocidad y aceleración del crecimiento de burbuja.	68
Otras soluciones analíticas.	69
Solución numérica	69
I.2.8 Aplicación al estudio termodinámico en PICO	70
Condiciones de operación y crecimiento.	70
Estudio del poder de frenado.	72
Estudio de eficiencia de nucleación.	73
Estudio del crecimiento de burbujas.	75
I.2.9 Aplicación al diseño termodinámico de MODA-LS	78
Obtención de condiciones de operación óptimas.	78
Estabilidad de temperaturas.	80
Estabilidad del R134a.	82

1.2.1 Introducción

¿Qué se ha hecho?

En esta Sección se estudia el comportamiento termodinámico de los fluidos sobrecalentados. En concreto, se estudian las condiciones necesarias para crear una burbuja después de un retroceso nuclear, así como para su subsiguiente crecimiento. De aquí, se extraen y muestran resultados de la energía umbral así como del tamaño de burbuja de los fluidos utilizados en los detectores PICO y MODA-LS (con los fluidos: CF_3I , C_3F_8 , $\text{C}_2\text{H}_2\text{F}_4$). Conociendo el comportamiento termodinámico de estos fluidos podemos definir las condiciones óptimas de operación para el diseño de MODA-LS. Además, los resultados obtenidos serán utilizados y aplicados en la *Sección II.1* dedicada, entre otros aspectos, a la emisión acústica producida durante el crecimiento de burbujas en fluidos sobrecalentados.

¿Cómo se presenta el trabajo?

En el cambio de fase que ocurre en un líquido sobrecalentado, el modelo teórico más común, propuesto por Seitz, predice que debe depositarse una mínima cantidad de energía en un espacio limitado de modo que, si la proto-burbuja resultante alcanza un volumen crítico, se volverá termodinámicamente inestable y crecerá rápidamente. Conocer el comportamiento de este crecimiento es la llave para, por un lado, establecer las condiciones óptimas de operación del detector MODA-LS, basado en el fluido $\text{C}_2\text{H}_2\text{F}_4$ y, por otra, para una mejor comprensión de la subsiguiente emisión acústica como se verá en la *Sección II.1*.

Esta Sección se estructura como sigue. En el *apartado 1.2.2* se muestran las bases del modelo teórico de Seitz. Con ello, se verá que los datos medidos experimentalmente muestran valores más pequeños que los esperados, es decir, que existe diferente eficiencia de nucleación en función de la energía del retroceso nuclear. Este resultado se utilizará en el anexo A al considerar la interacción coherente de neutrinos con núcleos y ver como esto limitará las búsquedas de materia oscura en experimentos de detección directa. Una vez conocidas las condiciones necesarias para la creación de la proto-burbuja y convertirse en termodinámicamente inestable, esta crece rápidamente. Este proceso se muestra en detalle en los *apartados 1.2.3* a *1.2.6*. De este modo, el *apartado 1.2.3* muestra la ecuación fundamental del crecimiento de burbuja como punto de partida. En los *apartados 1.2.4* y *1.2.5* se estudia el crecimiento de la burbuja en dos fases: la fase controlada por la inercia y la controlada por la difusión térmica, respectivamente. En el *apartado 1.2.6* se muestra la evolución del radio de burbuja, así como su velocidad y aceleración, deducidos desde el modelo de Mikic que unifica, bajo ciertas condiciones, ambas fases en una misma expresión analítica. Debido a su simplicidad, se muestran sucintamente otros modelos alternativos y aproximaciones para tener en cuenta posibles desviaciones entre los datos y la teoría en estos y futuros estudios. En el *apartado 1.2.7* se muestran los radios críticos y energías umbrales en el caso de los fluidos utilizados en los detectores PICO. Finalmente, en el *apartado 1.2.8* se muestran las conclusiones de los estudios vistos en esta Sección con respecto a su aplicación en nuestro detector MODA-LS. Con ello, se extraerán consecuencias para el diseño y modos de trabajo del detector.

I.2.2 Termodinámica del crecimiento de burbuja

Comportamiento termodinámico de una burbuja en un fluido sobrecalentado.

Dentro del ámbito de la física de fluidos, el problema de la vaporización producida por la interacción de radiación en un líquido metaestable, comúnmente utilizada en emulsiones sobrecalentadas [127] y cámaras de burbujas [128], es extremadamente complejo de modo que no existe aún una solución general al problema. En ausencia de una teoría detallada, se han desarrollado modelos semiempíricos de dicho proceso basándose en ciertas modificaciones de la termodinámica de la nucleación espontánea e isotérmica, de acuerdo a la teoría “Hot-Spike” [129]. Según esta teoría una transición de fase en un líquido sobrecalentado puede ocurrir cuando la radiación incidente deposita suficiente energía (mayor que la llamada *energía crítica* o *umbral*) en el interior de un volumen lo suficientemente pequeño como para que la energía se deposite de una forma localizada, así como que la resultante proto-burbuja alcance un volumen mayor al llamado *tamaño crítico*.

Para explicar este fenómeno de nucleación así como las condiciones necesarias para la burbuja, nos basaremos en la Figura I.15. En ella se muestra un esquema del proceso de colisión de una partícula con un núcleo atómico en el interior de un líquido sobrecalentado, así como la terminología más relevante para la siguiente explicación.

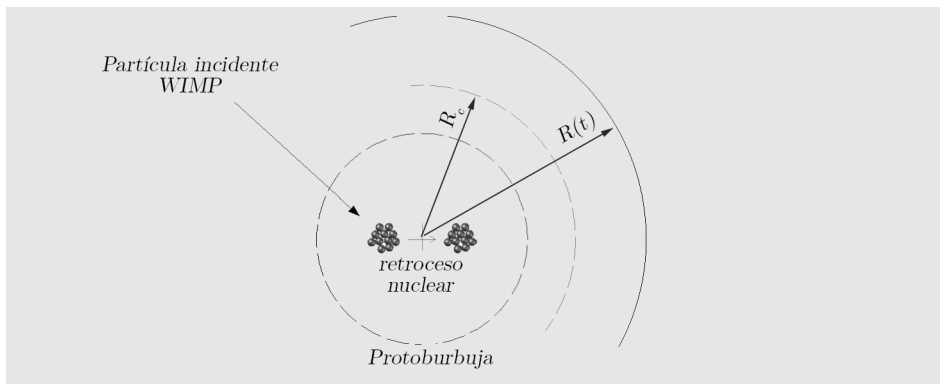


Figura I.15. Gráfico para explicar el fenómeno de nucleación o formación de burbujas en un fluido sobrecalentado.

Como se comentó en la *Sección I.1*, en este trabajo se estudian dos tecnologías de cámaras de burbujas: la técnica controlada por la presión y la controlada por la temperatura o géiser. En cada una de ellas, la condición de sobrecalentamiento se alcanza, respectivamente, reduciendo la presión o aumentando la temperatura del fluido desde la condición de saturación. Para contemplar ambas tecnologías en el mismo desarrollo, se hablará normalmente refiriéndonos a cámaras de burbujas controladas por la presión, mientras que se comentará entre paréntesis los aspectos concernientes a la técnica géiser.

Los pasos termodinámicos ideales que tienen lugar en el proceso de depresión (o calentamiento) de un líquido saturado así como su posterior vaporización, se pueden representar en un diagrama $p - v$, tal como se muestra en la Figura I.16, y en la proyección de la superficie de saturación y de la línea de líquido espinoidal del diagrama $p - T$ de la Figura I.17. Estos pasos se pueden describir de la siguiente forma [130]:

- Estado 0: inicialmente partimos de un líquido a temperatura T_0 y presión P_0 .
- Proceso de 0 a 1: reduciendo la presión (o incrementando la temperatura) en ausencia de un cambio de fase, se llega a la correspondiente presión de saturación P_{sat} (o temperatura de vaporización T_{vap}).
- Proceso de 1 a 2: reduciendo la presión (o incrementando la temperatura) más allá del punto de saturación a lo largo de una isoterma (o isóbara) el fluido pasa de estado saturado a sobrecalentado. Este estado, también llamado metaestable, es estable durante un tiempo hasta que una perturbación lo suficientemente fuerte, como puede ser la incidencia de una partícula, inicie el cambio de fase
- Proceso de 2 a 3: si esta perturbación ocurre, parte del líquido experimenta un cambio de fase isobárico (o isotérmico) hasta alcanzar un nuevo estado de equilibrio estable a la temperatura T_2 (o presión P_2), que corresponde con la nueva presión P_2 (o temperatura T_2).

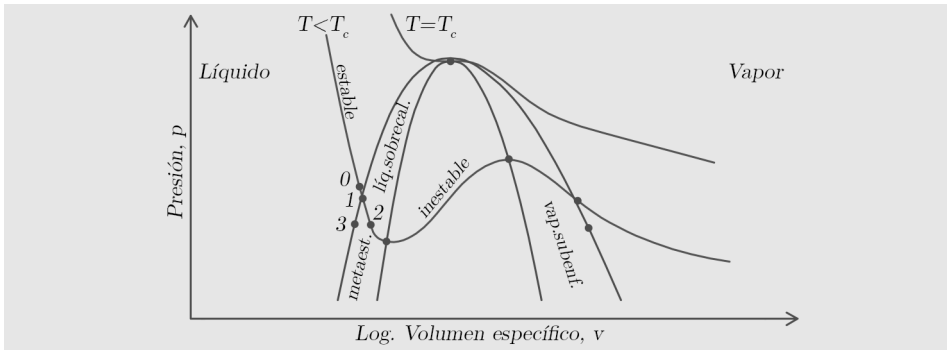


Figura I.16. Esquema de líneas espinoidales y regiones metaestables en un diagrama $p-v$.

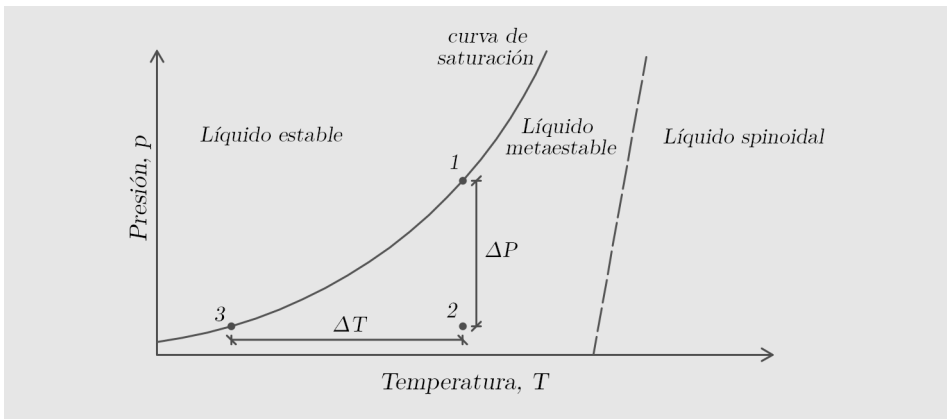


Figura I.17. Esquema de estados de saturación y líquido espinoidal en un diagrama $p-T$.

1.2.3 Condiciones para el crecimiento de burbuja

Umbral geométrico: radio crítico. A partir de las bases de la termodinámica [131], se sabe que el equilibrio de una burbuja de gas con el líquido sobrecalentado colindante debe cumplir:

- Balance térmico entre el gas y el líquido. Si T_b y T_l son, respectivamente, las temperaturas del gas y del líquido, el balance térmico se puede escribir como:

$$T_b = T_l = T \quad (7)$$

- Balance mecánico. La diferencia entre la presión en el fluido p_l y la del interior de la burbuja p_b se equilibra por la *presión efectiva* p_c , que tiende a colapsarla debido al efecto de la tensión superficial σ [129]:

$$p_b - p_l = p_c = \frac{2\sigma}{R_c} \quad (8)$$

Donde R_c es el radio de la *burbuja crítica*. Burbujas con un radio $R > R_c$ crecerán, mientras que burbujas con un radio $R < R_c$ colapsarán bajo la presión ejercida por la tensión superficial. Para calcular el radio crítico, se necesita el valor de la presión en el interior de la burbuja, que se puede estimar a partir de la presión de vapor normal p_v a temperatura T utilizando este balance de equilibrio.

- Balance de materia. En términos del potencial químico o de Gibbs, μ , el balance de materia entre el interior de la burbuja y el fluido, se puede escribir como:

$$\mu_b = \mu_l \quad (9)$$

Asumiendo que el líquido es incompresible y una compresibilidad isotérmica constante para el gas, a una temperatura dada T y presión p_v , esta condición de equilibrio nos lleva a:

$$d\mu_b = d\mu_l \rightarrow \int_{p_b}^{p_v} \frac{dp}{\rho_b} = \int_{p_l}^{p_v} \frac{dp}{\rho_l} \rightarrow p_b = p_v e^{-\frac{p_v - p_l \rho_v}{p_v \rho_l}} \approx p_v - (p_v - p_l) \frac{\rho_v}{\rho_l} \quad (10)$$

A partir de las ecuaciones (8) y (10), se puede estimar el *radio crítico*, R_c , como:

$$R > R_c = \frac{2\sigma}{p_v - p_l \rho_l - \rho_v} \quad (11)$$

El principal problema del mecanismo de las cámaras de burbujas es determinar las condiciones físicas que darán lugar a la formación de una burbuja cuyo radio sea mayor que este radio crítico.

Umbral energético: energía umbral. La energía mínima necesaria para que el crecimiento de una burbuja tenga lugar se puede estimar mediante la suma de los siguientes términos [129] [132]:

- Trabajo mecánico reversible durante la expansión de la burbuja hasta alcanzar un radio R_c , ejercido en contra de la presión del fluido (por lo que su signo es negativo):

$$W_{rev} = -\frac{4\pi}{3}R_c^3(p_v - p_l) \quad (12)$$

- Calor necesario para evaporar el líquido hasta que alcanza el tamaño crítico, que puede ser expresado en función de la entropía S como

$$W_{ev} = T\Delta S = T\left(\frac{4\pi}{3}R_c^3\right)\rho_b(s_b - s_l) = \frac{4\pi}{3}R_c^3\rho_b(h_b - h_l) \approx \frac{4\pi}{3}R_c^3\rho_b h_{lv} \quad (13)$$

Donde s y h son, respectivamente, las entropías y entalpías específicas, y h_{lv} es la entalpía de evaporación.

- Trabajo inicial para crear la interfase líquido-vapor de la protoburbuja, en función de la tensión superficial y su variación con la temperatura¹³:

$$W_{lv} = 4\pi R_c^2\left(\sigma - T\frac{\partial\sigma}{\partial T}\right) \quad (14)$$

- Trabajo que se invierte en procesos irreversibles, como la emisión acústica en esta fase de desarrollo de la burbuja. Esta contribución es pequeña en comparación a las anteriores, por lo que será obviada en futuros cálculos.

Combinando lo anterior, obtenemos que la energía umbral (energía crítica) o mínima energía que se debe depositar en el medio para que se llegue a crear una burbuja de tamaño crítico es:

$$E > E_c = -\frac{4\pi}{3}R_c^3(p_v - p_l) + \frac{4\pi}{3}R_c^3\rho_b h_{lv} + 4\pi R_c^2\left(\sigma - T\frac{\partial\sigma}{\partial T}\right) \quad (15)$$

No obstante, existen diferentes factores adicionales por los que la energía real E_c debe ser más grande: trabajo irreversible durante la formación de la burbuja, centelleo, ionización que no se recombina en el tiempo requerido, difusión de calor fuera del volumen crítico, etc. A continuación, vamos a exponer algunos fenómenos a tener en cuenta que modifican el presente modelo de Seitz.

¹³ Para obtener el radio crítico y la energía umbral se necesita el valor de la tensión superficial del fluido a una temperatura dada. Esta se puede obtener mediante una parametrización en función de la temperatura T de la cámara y utilizando la temperatura crítica del fluido T_c , mediante: $\sigma = \sigma_0(1 - T/T_c)^n$, donde σ_0 y n son parámetros que podemos obtener de la base de datos NIST REFPROP para un gran número de fluidos [17] y para el CF3I de [18].

Umbral energético: poder de frenado. La condición de energía umbral anteriormente descrita es uno de los dos umbrales energéticos propuestos en el modelo de Seitz. El otro requiere que una energía mayor que E_c debe ser depositada en un espacio más pequeño que una *distancia crítica* L_c , proporcional a R_c , de modo que se garantice la disponibilidad local de energía para la formación de la protoburbuja [133]. La más simple y común formulación de esta condición umbral es añadir un umbral de poder de frenado instantáneo cumpliendo [134]:

$$\frac{dE}{dx} > \frac{E_c}{hR_c} \quad (16)$$

Donde h es un parámetro unidimensional comúnmente llamado *Factor Harper*, cuyo valor ha sido obtenido teórica y experimentalmente por distintos autores. Bell et al. [135] obtuvo un valor teórico de $h = 6.07$ pero existen otros valores más dispares como $h = 2$ [136], $h = 2\pi$ [137], e incluso $h = 12.96$ [138] que se utilizan en la literatura específica.

La Figura I.18 nos muestra imágenes de las nucleaciones producidas por tres eventos distintos testeadas con 1.5 kg de CF_3I , variando el rango de temperaturas de trabajo, es decir, cambiando la sensibilidad del fluido a unas partículas u otras [139]. A la izquierda, para alto grado de sobrecalentamiento ($P=1$ bar, $T=60$ °C), se observan eventos de rayos cósmicos de baja ionización (que recuerdan a los observados en los primeros prototipos de cámaras de burbujas [140]). En el medio, para moderados grados de sobrecalentamiento ($P=1$ bar, $T=30$ °C), la cámara es sensible a radiaciones con elevados dE/dx que pueden producirse en retrocesos nucleares. Aun así, aparecen varias burbujas debido a la dispersión múltiple de un neutrón. El camino libre medio entre cada dispersión es de unos centímetros para los neutrones, lo que lleva a una excelente capacidad de rechazo de retrocesos nucleares inducidos por neutrones en cámaras grandes. A la derecha, para las mismas condiciones de trabajo, se espera que un WIMP produzca eventos con una única burbuja dada su extremadamente baja probabilidad de interacción.

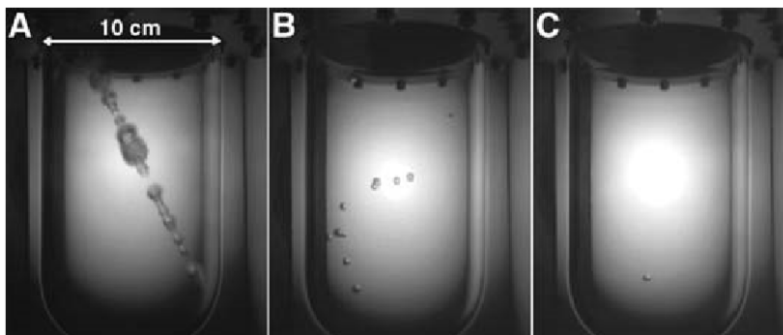


Figura I.18. Familias de eventos en una cámara de burbujas con 1.5 kg de CF_3I , en función de las condiciones de trabajo. A la izquierda, sensibilidad a rayos cósmicos con altos grado de sobrecalentamiento ($P=1$ bar, $T=60$ °C). En el centro, sensibilidad a retrocesos nucleares de neutrones con varias burbujas ($P=1$ bar, $T=30$ °C). A la derecha, un única burbuja por evento en condiciones de búsqueda de materia oscura.

[139]

I.2.4 Ecuaciones dinámicas del crecimiento de burbujas

Fases del crecimiento. Una vez establecidas las condiciones necesarias para la aparición de burbujas en el seno de un fluido sobrecalentado, se estudia la dinámica del crecimiento de las mismas.

La termodinámica predice que el crecimiento de la burbuja pasa por diferentes etapas de aceleración y desaceleración que pueden dar lugar a una onda de acústica de presión detectable. La dinámica de dicho crecimiento así como la emisión acústica asociada es un fenómeno complejo que envuelve procesos de termodinámica no lineal, excediendo del objetivo de esta Tesis [141] [142]. Aun así, siguiendo los trabajos de Rayleigh [143], Plesset y Zwick [144], podemos estudiar diferentes aproximaciones que conducen a postular que el crecimiento de una burbuja de vapor en un fluido sobrecalentado está controlado por tres etapas:

- 1ª etapa: en la *etapa controlada por la tensión superficial*, la presión de vapor inicial en la burbuja crítica es mayor que la del líquido adyacente, equilibrándose con la tensión superficial de la interfase. Esta etapa puede ser despreciada, de modo que no se considerará en este estudio. Detalles adicionales pueden encontrarse en [141].
- 2ª etapa: en la *etapa controlada por la inercia*, donde la expansión de la burbuja viene dada por el equilibrio entre la presión de vapor del líquido sobrecalentado y el empuje de la masa de gas hacia fuera. Las ecuaciones y soluciones básicas, así como algunos resultados experimentales de esta etapa se muestran en el Apartado I.2.4.
- 3ª etapa: en la *etapa controlada por la difusión térmica*, la temperatura en el interior de la burbuja se reduce por la evaporación del líquido de las paredes de la burbuja, de modo que la presión de vapor también disminuye, reduciéndose el empuje desde dentro de la burbuja. Las ecuaciones y soluciones, así como algunos resultados experimentales de esta etapa, se muestran en el Apartado I.2.5.

En este Apartado se muestran las ecuaciones generales de la física de fluidos, seguidas de las particulares que describen los fluidos incompresibles, que son el marco teórico para describir el crecimiento de una burbuja en un fluido sobrecalentado. Con ello, estableceremos los fundamentos matemáticos para exponer, en el resto de esta Sección, las ecuaciones particulares para cada fase del crecimiento.

Existe, además, una transición entre ambas fases que también debe tenerse en cuenta. Para ello, se estudiará el *modelo de Mikic* en el Apartado I.2.6, que combina ambas etapas de crecimiento con la intención de tener un comportamiento más completo del proceso. Además, este modelo unificado permitirá y servirá como base para, en la siguiente Sección, derivar la emisión acústica de una burbuja durante este crecimiento.

Ecuaciones básicas de la física de fluidos. Un fluido es un estado de agregación de la materia, bien gas o líquido, que puede ser tratado como un medio continuo dado que los fenómenos que nos interesan son de tipo macroscópico (es decir, con un número de Knudsen $K_n \ll 1$). Por ello, la descripción matemática del estado de un fluido móvil se efectúa con funciones continuas que relacionan:

- 3 magnitudes mecánicas: la velocidad del fluido $\vec{u}(x, y, z, t)$.
- 2 magnitudes termodinámicas: la presión $p(x, y, z, t)$ y la densidad $\rho(x, y, z, t)$, por ejemplo, dado que todas las magnitudes termodinámicas quedan determinadas dados los valores de dos magnitudes cualesquiera de ellas junto con la ecuación de estado.

Entonces, para determinar el estado del fluido en movimiento es necesario conocer estas 5 magnitudes, un sistema completo de ecuaciones de la dinámica de fluidos debe tener un número de 5 ecuaciones que pueden ser, por ejemplo, las siguientes que, como es sabido, están asociadas a la conservación de distintas magnitudes físicas:

- Conservación de la masa, en forma diferencial:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{u}) = 0 \quad (17)$$

- Conservación del momento, válida para fluidos viscosos en ausencia de fuerzas externas:

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \nabla) \vec{u} \right) = -\nabla p + \eta \nabla^2 \vec{u} + \left(\zeta + \frac{1}{3} \eta \right) \nabla(\nabla \cdot \vec{u}) \quad (18)$$

- Conservación de la energía, válida para fluidos viscosos (conocida como ecuación general de transferencia de calor):

$$\rho T \left(\frac{\partial S}{\partial t} + (\vec{u} \nabla) S \right) = \frac{\eta}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right)^2 + \zeta (\nabla \cdot \vec{u})^2 + \nabla(\kappa \nabla T) \quad (19)$$

Donde T es la temperatura, S es la entropía, η y ζ son los coeficientes de viscosidad de cizalla y de volumen, respectivamente, y κ es la conductividad térmica.

Ecuaciones de un fluido incompresible. A partir de las ecuaciones generales de la física de fluidos (18) a (20), podemos obtener otro conjunto de ecuaciones que describen la dinámica de un fluido incompresible asumiendo que la densidad del fluido pueda mantenerse invariable en un volumen dado de fluido, es decir: $\rho = c^{te} \rightarrow \partial\rho/\partial t = 0$. Además, en este desarrollo se asume que la geometría de la burbuja en el proceso de creación y crecimiento puede ser considerada aproximadamente esférica. Por ello, se utilizarán coordenadas esféricas. Figura I.19 muestra la geometría estudiada así como la nomenclatura utilizada en las ecuaciones:

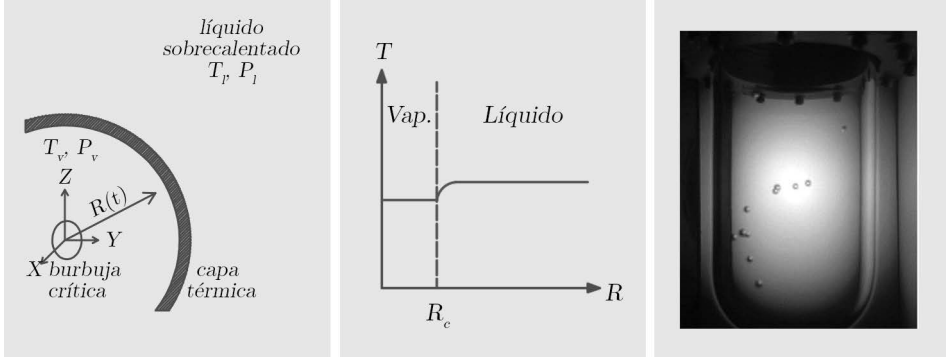


Figura I.19. Gráfico para explicar el fenómeno de crecimiento de burbujas

Bajo estas hipótesis, las ecuaciones de la mecánica de fluidos para un fluido incompresible toman la siguiente forma:

- Conservación de la masa:

$$\nabla \vec{u} = 0 \rightarrow \frac{\partial}{\partial r}(r^2 u) = 0 \quad (20)$$

- Conservación del momento:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \nabla) \vec{u} = -\nabla \left(\frac{p}{\rho} \right) + \frac{\eta}{\rho} \nabla^2 \vec{u} \rightarrow \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\eta}{\rho} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{2u}{r^2} \right) \quad (21)$$

- Conservación de la energía:

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{u} \nabla) T \right) = \nabla (\kappa \nabla T) \rightarrow \rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (22)$$

donde, en la última ecuación, c_p es el calor específico a presión constante, y hemos supuesto que la presión se mantiene constante en vez de la densidad (esta no puede considerarse uniforme en un fluido caliente aun cuando el número de Mach sea muy bajo, es decir, la velocidad del crecimiento de la burbuja sea mucho menor que la de propagación de las ondas acústicas en el medio).

A partir de estas ecuaciones, vamos a deducir las ecuaciones de los procesos que tienen lugar en el crecimiento de una burbuja en el seno de un fluido sobrecalentado, que ocurre bajo condiciones de fluido incompresible.

1.2.5 Crecimiento de burbuja: controlado por la inercia

Ecuación dinámica. Para obtener la ecuación del crecimiento en la primera de las fase de crecimiento, la controlada por la inercia, partimos de las ecuaciones de un fluido incompresible que controlan magnitudes mecánicas, es decir, (20) y (21). Además, dado que estamos tratando con un problema de interface líquido-gas, tenemos que tener en cuenta el balance de presión en el mismo, que viene dado por:

$$p_v - p_l = \frac{2\sigma}{R} + \frac{4\eta}{R} \dot{R} \quad (23)$$

Donde p_v es la presión en el interior del gas de la burbuja, p_l es la presión en el líquido lejos de la burbuja y \dot{R} es la variación temporal (derivada) del radio de la burbuja.

Empleando la ecuación de continuidad (20) e integrando la ecuación (21) desde la superficie de la burbuja, $r = R$, hasta el infinito, $r = \infty$, sustituyendo en ella la ecuación (23), obtenemos la siguiente expresión [145], conocida como *ecuación de Rayleigh-Plesset*:

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{p_v - p_l}{\varepsilon\rho_l} - \frac{2\sigma}{\varepsilon\rho_l R} - \frac{4\eta}{\varepsilon\rho_l R} \dot{R} \quad (24)$$

Donde $\varepsilon = (1 - \rho_v/\rho_l)$. Esta es una forma generalizada de la primera ecuación de movimiento formulada por Rayleigh [143], que únicamente contiene el primer término del término de la derecha de (24), posteriormente extendida con el término de la tensión superficial por Plesset y Zwick [144], y con el término que da cuenta de los efectos viscosos introducido por Plesset y Prosperetti [146].

Para integrar la ecuación (24), debemos tener en cuenta las siguientes condiciones iniciales:

$$R(0) = R_c \quad \text{and} \quad \dot{R}(0) = 0 \quad (25)$$

Donde R_c es el *tamaño crítico* o *radio crítico* de la burbuja de vapor inicial definido en (11), que puede obtenerse viendo que la fuerza que conduce el crecimiento de la burbuja en la ecuación (24) proviene de la diferencia entre la presión del vapor de la burbuja p_v y la presión en el líquido adyacente p_l , que es constreñido por la tensión superficial σ . Esto implica que el equilibrio estático existe cuando la primera y la segunda derivada se anulan. Entonces, como inicialmente $T_v = T_\infty = T$, la expresión del radio crítico resultante es:

$$R_c = \frac{2\sigma}{p_v - p_l} \quad (11)$$

Solución general. Escribiendo la ecuación (24), despreciando los efectos viscosos, en términos del radio crítico (11), suponiendo que el enfriamiento de la evaporación es disipado, es decir $p_v(T) = p_v(T_l)$, e integrando, obtenemos la conocida *Solución de Rayleigh* [143]:

$$\frac{d^2R}{dt^2} = \frac{R_c}{R} \left(\frac{dR_c}{dt} \right)^2 + \frac{4}{3} \frac{\sigma}{\varepsilon \rho_l R_c} \left(1 - \frac{R_c^3}{R^3} \right) - \frac{2\sigma}{\varepsilon \rho_l R} \left(1 - \frac{R_c^2}{R^2} \right) \quad (26)$$

Esta ecuación se puede simplificar asumiendo que:

- El radio instantáneo de la burbuja es mucho más grande que el radio crítico: $R \gg R_c$.
- La diferencia de presiones $p_v - p_\infty$ es constante.
- La presión de vapor se puede aproximar por la presión de saturación a T_l : $p_v \cong p_{sat}(T_l)$

Con ello, obtenemos la siguiente forma del conocido *crecimiento controlado por la inercia*, que puede ser considerada una descripción adecuada si el sobrecalentamiento inicial es suficientemente grande o bien la presión del sistema es suficientemente baja:

$$\frac{d^2R}{dt^2} \cong \frac{4}{3} \frac{\sigma(T)}{\varepsilon \rho_l R_c} = \frac{2 p_v(T_l) - p_l}{3 \varepsilon \rho_l} \quad (27)$$

Para expresar este crecimiento en términos de temperaturas en vez que de presiones, resulta útil utilizar la ecuación de Clausius-Clapeyron [131], integrada para las propiedades constantes p_l y T_{sat} , obteniendo:

$$\frac{dR}{dt} = \left(\frac{2 T_v - T_{sat}(p_l)}{3} \frac{h_{lv} \rho_v}{T_{sat}(p_l) \varepsilon \rho_l} \right)^{1/2} \quad (28)$$

A partir de la ecuación anterior, obtenemos que la evolución temporal del radio de una burbuja en la fase de crecimiento controlada por la inercia, bajo las hipótesis mencionadas y que $T_v = T_l$, se puede expresar de la forma:

$$R(t) = \left(\frac{2 T_l - T_{sat}(p_l)}{3} \frac{h_{lv} \rho_v}{T_{sat}(p_l) \varepsilon \rho_l} \right)^{1/2} t \quad (29)$$

La existencia de la fase del crecimiento controlada por la inercia y la correspondiente relación lineal $R(t) \sim t$ ya fue confirmada en experimentos de baja presión en la Tesis de Lien [147] así como en las simulaciones numéricas para baja presión de la Tesis de Lee [148] y Robinson [149].

I.2.6 Crecimiento de burbuja: controlado por difusión térmica

Ecuación dinámica. Para obtener la ecuación del crecimiento en esta fase, debemos resolver la ecuación de conservación de la energía (22) teniendo en cuenta, al igual que hemos hecho para la fase de inercia, que estamos tratando con un problema de interfase líquido-gas donde, ahora, debemos tener en cuenta el balance de calor en dicho contorno:

$$4\pi R^2 \kappa_l \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R} = h_{lv} \frac{d}{dt} \left(\frac{4}{3} \pi R^3 \rho_v \right) \quad (30)$$

Donde h_{lv} es la entalpía de evaporación, o bien la diferencia entre el calor latente de los estado líquido y gaseoso $h_l - h_v$.

El término conectivo de la izquierda de la ec. (22) dificulta la resolución de dicha ecuación con la condición (30) para un flujo variable de calor arbitrario en la superficie de la burbuja. Si la difusividad térmica α_l del líquido es pequeña, esta solución (solución cero) se puede hallar [144] [145] [150] asumiendo que el descenso de temperatura desde T_l hasta el valor T en el contorno de la burbuja tiene lugar en una fina capa de fluido adyacente a la burbuja cuyo espesor es pequeño en comparación a $R(t)$ (es decir, asumiendo una fina capa térmica de contorno fina, ver Figura I.19). La solución resultante se llama *ecuación Plesset-Zwicky*:

$$T_i = T_l - \left(\frac{\alpha_l}{\pi} \right)^{1/2} \int_0^t \frac{R^2(x) \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=R(x)} dx}{\left(\int_x^t R^4(y) dy \right)^{1/2}} \quad (31)$$

La ecuación (31) debe ser integrada con las siguientes condiciones de contorno:

$$T(r, 0) = T_l \quad \text{and} \quad T(r, t) \rightarrow T_l \quad \text{si} \quad r \rightarrow \infty \quad (32)$$

Solución general. Podemos obtener una solución asintótica de (31) para el crecimiento de una burbuja en esta solución cero [144], que es válida sólo para tiempos suficientemente largos, de modo que la velocidad de crecimiento sea mucho más pequeño que el que corresponde a la fase controlada por la inercia, llegando a:

$$\frac{dR}{dt} = \frac{1}{2} \left(\frac{12\alpha_l}{\pi t} \right)^{1/2} \frac{\rho_l c_{p,l}}{h_{lv} \rho_v} (T_l - T_{sat}(p_l)) \quad (33)$$

Esta ecuación puede simplificarse asumiendo que:

- T_{sat} sea reemplazada por la temperatura de vapor instantánea T_v , lo cual preserva los principios físicos que intervienen.

Con ello, se obtiene una forma de la conocida ecuación de crecimiento controlado por la difusión térmica:

$$\frac{dR}{dt} = \frac{1}{2} \left(\frac{12\alpha_l}{\pi t} \right)^{1/2} \frac{\rho_l c_{p,l}}{h_{lv} \rho_v} (T_l - T_{sat}(p_l)) \quad (34)$$

La solución a esta ecuación depende del grado de sobrecalentamiento del fluido, para el cual resulta útil utilizar el número de Jakob, compara el calor sensible máximo absorbido respecto el calor latente absorbido, definido como:

$$J_a = \frac{\rho_l c_{p,l}}{\rho_v h_{lv}} (T_l - T_{sat}(p_l)) \quad (35)$$

En función del valor de este número adimensional, se pueden distinguir dos soluciones para la evolución del crecimiento de la burbuja:

- Para moderados y elevados sobrecalentamientos [144] [151] (número de Jakob suficientemente grande, $J_a > 2$):

$$R(t) = 2CJ_a \left(\frac{\alpha_l t}{\pi} \right)^{1/2}, \text{ donde } C = 3^{1/2} \text{ ó } C = \pi/2. \quad (36)$$

- Para reducidos sobrecalentamientos [152] (número de Jakob pequeño, $J_a < 2$):

$$R(t) = (2CJ_a \alpha_l t)^{1/2}, \text{ donde } C = 1. \quad (37)$$

La constante C da cuenta de la influencia de la cada vez más grande área entre de contacto entre fase en el gradiente de temperatura cerca de la interfase [153]. Para $J_a > 2$, el crecimiento de burbuja sugiere que el efecto de la curvatura de la interfase es despreciable y que la hipótesis de una fina capa de contorno térmica es válida. Para $J_a < 2$, el radio varía llegando a la conclusión que dicha hipótesis no es válida ya que la curvatura de la interfase juega un papel importante.

1.2.7 Crecimiento de burbuja: modelo unificado de Mikic

Instante de cambio de fase de crecimiento. Igualando las expresiones (29) y (36) podemos obtener el instante τ en el que la difusión térmica empieza a predominar sobre la inercia del crecimiento de la burbuja:

$$\tau = \left(\frac{B}{A}\right)^2 \quad (38)$$

donde:
$$A = \left(\frac{2T_\infty - T_{sat}(p_\infty)}{3} \frac{h_{lv}\rho_v}{T_{sat}(p_\infty) \varepsilon \rho_l}\right)^{1/2} \quad \text{y} \quad B = 2CJ_a \left(\frac{\alpha_l}{\pi}\right)^{1/2} \quad (39)$$

El modelo de Mikic's para el crecimiento de burbuja. Eliminando T_v entre las ecuaciones (28) y (34) e integrando dR/dt obtenemos la forma compacta para el crecimiento de una burbuja que aún, en una misma expresión, las dos fases del crecimiento de una burbuja. Esta expresión recibe el nombre de *ecuación de Mikic* [154]:

$$R^+ = \frac{2}{3} \left((t^+ + 1)^{\frac{3}{2}} - (t^+)^{\frac{3}{2}} - 1 \right) \quad (40)$$

donde:
$$R^+ = \frac{R}{B^2/A} \quad , \quad t^+ = \frac{t}{B^2/A^2} \quad , \quad \text{obteniendo } A \text{ y } B \text{ de (39)} \quad (41)$$

La ecuación de Mikic está en buena correspondencia con los experimentos de Lien [148] para agua, excepto para bajas presiones, y converge a la solución de Rayleigh (28) para $t^+ \ll 1$ y a la solución de Plesset-Zwick (34) para $t^+ \gg 1$. Efectivamente, utilizando el mismo criterio de normalización que en la solución de Mikic, se obtienen los crecimientos: $R_{in}^+ = t^+$ y $R_{dif}^+ = \sqrt{t^+}$, para cada una de ambas soluciones del crecimiento de burbuja.

Velocidad y aceleración del crecimiento de burbuja. Adicionalmente, podemos encontrar la velocidad y la aceleración del crecimiento de la burbuja en forma dimensional así como, utilizando las expresiones (41), en forma adimensional. Derivando sucesivamente el radio de burbuja del Modelo de Mikic, obtenemos:

$$v^+ = \frac{dR^+}{dt^+} = \sqrt{t^+ + 1} - \sqrt{t^+} \quad \leftrightarrow \quad v = \frac{dR}{dt} = \frac{B^2}{A} \frac{dR^+}{dt^+} \frac{dt^+}{dt} = Av^+ \quad (42)$$

$$a^+ = \frac{d^2R^+}{dt^{+2}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{t^+ + 1}} - \frac{1}{\sqrt{t^+}} \right) \quad \leftrightarrow \quad a = \frac{d^2R}{dt^2} = \frac{B^2}{A} \frac{d^2R^+}{dt^{+2}} \frac{dt^{+2}}{dt^2} = \frac{A^{+3}}{B^{+2}} a^+ \quad (43)$$

Otras soluciones analíticas. Otros autores [155] han sugerido modificar la solución de Mikic utilizando el siguiente desarrollo lineal de la presión de vapor en vez de la ecuación de Clausius-Clapeyron, en base a las mejoras con respecto a los experimentos de Bohrer [156] para freón R113:

$$p_v = p_l + \frac{p_v(T_l) - p_l}{T_l - T_{sat}}(T_v - T_{sat}) \quad (44)$$

De este modo, la solución de Mikic queda:

$$R^* = \frac{2}{\pi^2} \left(\frac{2}{3} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\left(\frac{1}{2} \pi^2 t^* + 1 \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{1}{2} \pi^2 t^* \right)^{\frac{3}{2}} - 1 \right) \quad (45)$$

Donde:

$$R^* = \mu^2 \frac{R}{R_c}$$

$$t^* = \beta \mu^2 t$$

$$\mu = \frac{1}{3} \left(\frac{2\sigma\alpha}{\pi} \right)^{1/2} \rho_v \frac{h_{lv}}{k(T_l - T_{sat})} (\rho_v(p_v(T_l) - p_l))^{-1/4} \quad (46)$$

$$\beta = \frac{(p_v(T_l) - p_l)^{3/2}}{2\sigma\rho_l^{1/2}}$$

A pesar de que existen estas y otras aproximaciones que pueden ser de mayor o menor interés según el fluido en estudio, en esta Tesis se trabajará con la ecuación de Mikic dado que ofrece resultados consistentes con las medidas realizadas.

Solución numérica. Siguiendo el repaso bibliográfico de H.S.Lee y H.Merte [157], destacan las simulaciones numéricas llevadas a cabo por Prosperetti y Plesset [145] acoplando las ecuaciones (24) y (31) utilizando la curva exacta de la presión de vapor, con un acuerdo excelente con los resultados numéricos de Dalle Donne y Ferranti [158], excepto para muy bajos grados de sobrecalentamiento. La discrepancia a bajos niveles de sobrecalentamiento era de esperar dado que la hipótesis de existencia de una delgada capa térmica ya no es válida. Además, utilizando la relación lineal para la presión de vapor dada por (44) se obtiene que, para altos grados de sobrecalentamiento, se sobreestima el crecimiento; sin embargo, se puso de manifiesto que esta sobreestimación no conduce a un error grave en el comportamiento temporal del radio de la burbuja para los rangos de interés práctico.

I.2.8 Aplicación al estudio termodinámico en PICO

Condiciones de operación y crecimiento. Antes de proceder al desarrollo formal para la obtención del tamaño crítico y energía umbral de un fluido en cualquier condición de sobrecalentamiento mostramos, en la Tabla I.1, los las condiciones específicas de los detectores con los que se ha trabajado así como los correspondientes valores de dichos umbrales, obtenidas de distintas publicaciones [67] y de información de ambas colaboraciones. A continuación, se obtendrán estos y más umbrales de interés de forma analítica.

<i>PICO 2L - C₃F₈</i>			
Temperatura [°C]	Presión [bar]	Radio crítico [nm]	Energía umbral [keV]
14.18±0.03	2.14±0.0014	2.31	3.40
12.22±0.20	2.14±0.0014	27.05	4.35
11.58±0.04	2.49±0.0014	31.00	6.14
11.58±0.04	2.83±0.0014	34.44	8.08

<i>PICO 60 - CF₃I</i>			
Temperatura [°C]	Presión [bar]	Radio crítico [nm]	Energía umbral [keV]
32.5 - 37.4	1.62	40.40 - 31.79	12.4 - 7.1
30.7 - 36.7	1.82	46.54 - 34.24	18.0 - 8.2
32.5 - 37.4	1.97	43.90 - 34.07	15.4 - 8.5
33.8 - 36.7	2.09	42.24 - 36.26	14.4 - 9.4
33.8 - 36.7	2.30	44.58 - 38.05	19.4 - 10.3
32.5 - 37.4	2.64	52.85 - 39.65	25.2 - 12.7
32.5 - 37.4	2.98	58.86 - 43.19	27.4 - 16.0
33.8 - 37.4	3.32	60.61 - 47.51	36.7 - 20.4
33.8 - 37.4	3.67	69.00 - 52.80	51.3 - 27.0

Tabla I.1. Condiciones de operación en los detectores PICO-2L y PICO 60, con los radios críticos y umbrales energéticos.

Las Figura I.20 y Figura I.21 muestran, respectivamente, el radio crítico necesario para que una burbuja crezca y la energía umbral, en el caso de los fluidos C₃F₈ (refrigerante freón R218) y CF₃I (freón 13T1), operando en diferentes condiciones termodinámicas. Además, mostramos en sombreado las típicas condiciones termodinámicas de operación de los detectores PICO-2L [67], PICO-60 [159] y, adicionalmente, de MOSCAB [160]. Se observa que, en general, a bajas presiones y altas temperaturas, tanto el radio crítico como la energía umbral decrecen de modo que, cuanto mayor sea el grado de sobrecalentamiento del líquido, más fácil será que las burbujas crezcan finalmente. En todos los casos, el radio crítico se encuentra entre los 30 y 100 nm. Respecto a la energía umbral, en el caso de PICO-2L y MOSCAB, se encuentra entre los 5 y 10 keV, mientras que en el caso de PICO-60 el rango de energías se expande a un rango mayor de 7 a 100 keV.

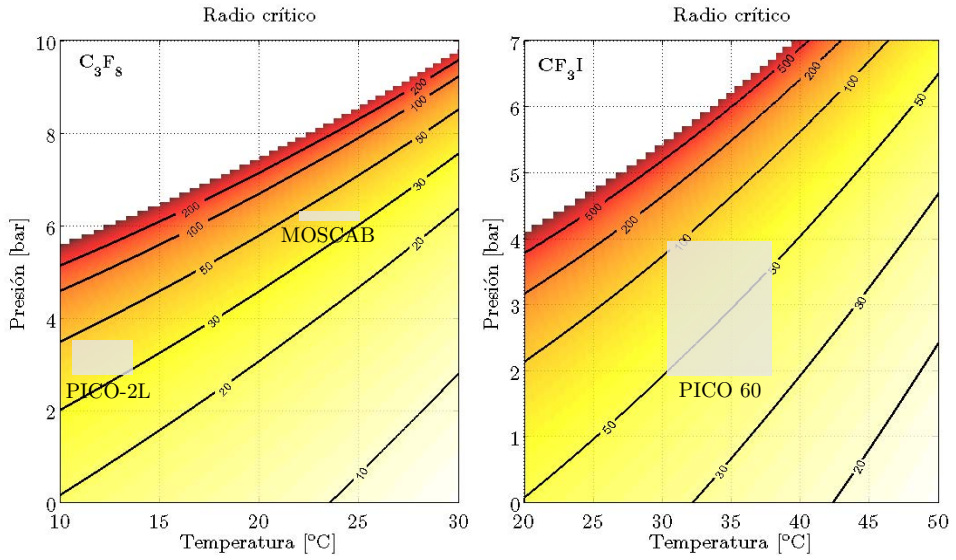


Figura I.20. Radio crítica para C_3F_8 y CF_3I en función de su presión y temperatura.

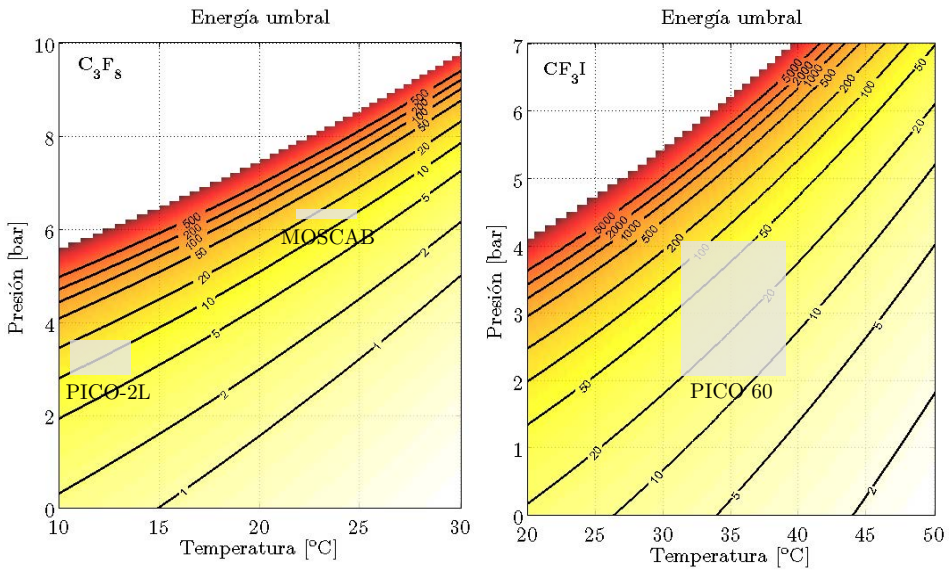


Figura I.21. Energía umbral del C_3F_8 y CF_3I en función de su presión y temperatura.

Estudio del poder de frenado. Basándonos en la ecuación (16) para el umbral del poder frenado y escogiendo un valor de $h = 6.07$, la Figura I.22 muestra un ejemplo de la doble naturaleza del umbral energético para cámaras de burbujas basadas en fluidos compuestos de carbón, flúor y/o yodo. Los sombreados señalan los umbrales energéticos para dos condiciones de trabajo diferentes (39,02 °C, 2.12 bar y 33,48 °C, 4.32 bar) [139], de modo que sólo los retrocesos con un poder de frenado en el interior de las zonas sombreadas de la parte superior derecha pueden dar lugar a la aparición de burbujas en el fluido. Nótese que los electrones no pueden producir nucleación de burbuja en condiciones en las que, sin embargo, sí puede haber retrocesos nucleares de unos pocos keV, como las esperadas en las interacciones de WIMP. Por otro lado, en las condiciones señaladas, las partículas alfa sí pueden dar lugar a nucleaciones pero pueden evitarse modificando las condiciones de operación del detector. Así, esta figura muestra el verdadero potencial de las cámaras de burbujas como detectores de WIMP [134] pues, variando la presión y la temperatura de la cámara, se puede modificar tanto la energía como el poder de frenado umbrales, permitiendo la eliminación de retrocesos de partículas de fondo indeseado.

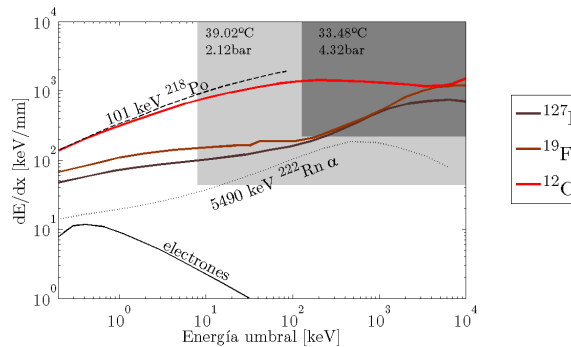


Figura I.22. Curvas de ambos umbrales energéticos (energía y potencia de frenado) para núcleos de C, F y I. En sombreado, las zonas sensibles para un detector basado en CF₃I para dos condiciones de operación extremas (39.02 °C y 2.12 bar, 33.48 °C y 4.32 bar).

Estudio de eficiencia de nucleación. Para el caso del CF_3I , se ha observado que existe cierta discrepancia con respecto al modelo Seitz. Esta se debe a que los retrocesos del carbón y del flúor son relativamente grandes [161] [162] mientras que, como se ha visto, la nucleación sólo ocurre si la energía se deposita en una distancia crítica. Por el contrario, los retrocesos del yodo en CF_3I son mucho más cortos y se ha podido ver que se acercan mejor a las predicciones del modelo de Seitz [163] [164]. Este comportamiento se observa en la Figura I.23 izquierda, obtenida en uno de estos estudios de simulación Monte Carlo utilizando el paquete SRIM [134], donde r_{rango} es la media de la longitud del recorrido esperado. Los núcleos más ligeros tienden a dispersar sus energías a lo largo de longitudes mayores.

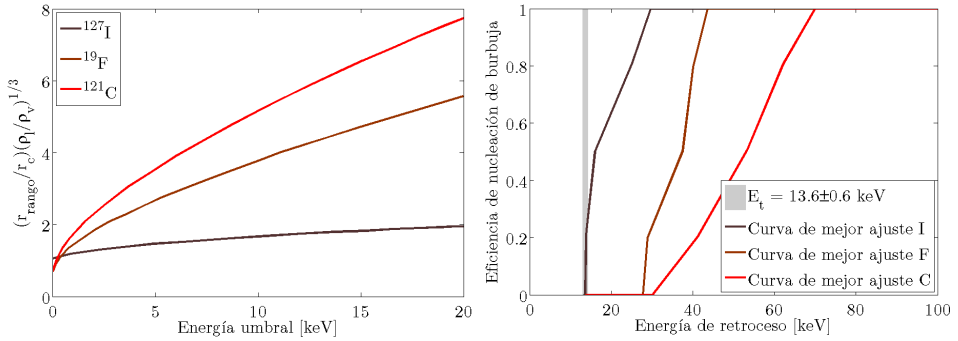


Figura I.23. A la izquierda, rango de los retrocesos esperados para los distintos núcleos atómicos el CF_3I . A la derecha, mejor ajuste de las curvas de eficiencia de nucleación para yodo (azul), flúor (magenta) y carbono (rojo) del CF_3I , para una energía umbral de 13.6 keV.

Para determinar la sensibilidad a la detección de materia oscura de los detectores basados en este fluido, como el caso de PICO-60, en esta colaboración se realizaron estudios experimentales para estudiar la respuesta combinada de los núcleos del fluido, $P_{I,F,C}(E)$, es decir, la probabilidad de nucleación de burbujas por retrocesos de cada especie nuclear en función de la energía de retroceso. La respuesta de los núcleos de flúor y carbono se realizó mediante un ajuste de los datos de neutrones de YBe y AmBe [162], mientras que la respuesta de los núcleos de yodo se realizó mediante datos de haces de piones [164]. Las curvas obtenidas se ajustan con funciones lineales a trozos monótonamente crecientes con la condición de que no hay nucleación por debajo de la energía umbral E_T y que $P_I(E) \geq P_F(E) \geq P_C(E)$ [67]. A partir de estos estudios, se obtiene la Figura I.23 derecha, que muestra las curvas con mejor ajuste a los datos para el caso de $E_T = 13.6$ keV (energía utilizada para el haz de piones). En ella se observa que el comienzo de los retrocesos del flúor y el carbono aparece a energías más altas que las calculadas por el modelo de Seitz. A partir de estas curvas, podemos obtener las correspondientes eficiencias para el más amplio rango de condiciones de trabajo del detector PICO-60 (entre 7 y 20 keV). Para ello, se escala estas curvas mediante la corrección E/E_T para cada especie, corrección previamente utilizada en otros detectores [132] y en buen acuerdo con la calibración de neutrones entre 7 y 40 keV según [162].

Para el caso de C_3F_8 , también debemos tener en cuenta estas precauciones a la hora de estimar los umbrales reales en los que se produce una nucleación de burbuja. Para el detector PICO-2L, se han realizado calibraciones de neutrones de AmBe tanto in situ, en el propio detector, como mediante una cámara de 30 ml de C_3F_8 construida para tal propósito en las instalación Tandem Van de Graff de la Universidad de Montreal, utilizando resonancias bien definidas de la reacción $^{51}V(p,n)^{51}Cr$ para producir neutrones monoenergéticos entre 61 y 97 keV [67]. Estos experimentos fueron contrastados mediante calibraciones Monte Carlo con el MCNP [165] de modo que, del mismo modo que se ha comentado para el CF_3I , para obtener las curvas de eficiencia del carbono y flúor, cada umbral de energía se ha ajustado por una función lineal por tramos monótonamente creciente, con la condición de que la nucleación de burbuja no puede tener lugar por debajo de la energía umbral del modelo de Seitz, y que la eficiencia del carbón debe ser menor que la del flúor, para una cierta energía de retroceso.

La Figura I.24 muestra, a la izquierda, los ratios observados de burbujas simples y múltiples para la fuente de AmBe y los haces de calibración, comparados con el modelo de mejor ajuste, para una energía umbral de 3.2 keV. Las correspondientes curvas de eficiencia para el flúor y el carbón a esta energía umbral se muestran a la derecha.

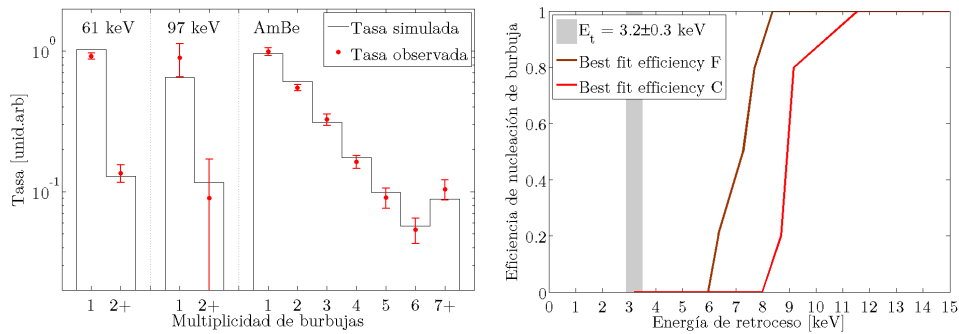


Figura I.24. A la izquierda, los resultados de la nucleación para tres fuentes de calibración diferentes (dos fuentes monocromáticas de 61 y 97 keV, y una fuente de AmBe) operando con C_3F_8 en condiciones de umbral energético de 3.2 keV. A la derecha, mejor ajuste de las curvas de eficiencia de nucleación para flúor (negro) y carbono (rojo) del C_3F_8 , para una energía umbral de 3.2 keV.

Estudio del crecimiento de burbujas. En la Figura I.25 se muestra la evolución temporal de la burbuja aplicando las ecs. (39) a (41) del modelo de Mikic, tanto en forma dimensional como adimensional, para el caso del fluido C_3F_8 operando en tres de las condiciones: 2bar-20°C y 2bar-30°C, que corresponden a energías umbrales de 30, 17 y 8 keV. A la izquierda se observa que, para mayor grado de sobrecalentamiento, esto es, para energías umbrales menores, el tamaño de burbuja es mayor. A la derecha podemos ver el paso entre la fase controlada por la inercia y la controlada por la difusión térmica, que ocurre para $t^+ = 1$.

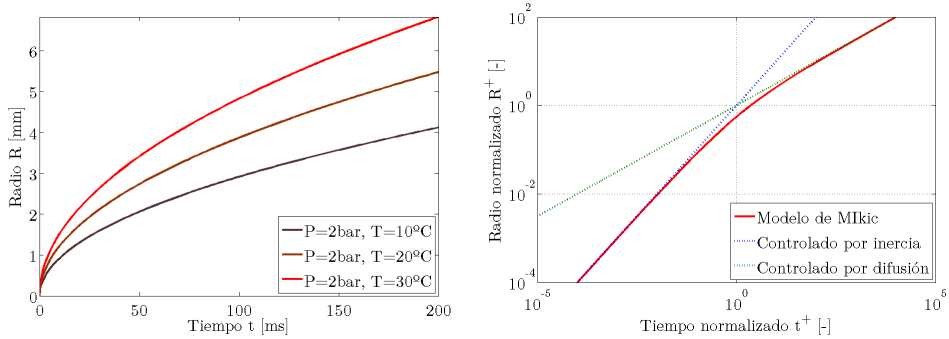


Figura I.25. Radio de la burbuja durante el crecimiento para tres condiciones termodinámicas de C_3F_8 sobrecalentado, según el modelo de Mikic (izquierda), y en contraste con las fases de crecimiento controladas por la inercia y la difusión térmica (derecha).

En las siguientes Figura I.26 y Figura I.27 se muestran las velocidades y aceleraciones resultantes en las mismas condiciones anteriores. Cabe destacar que la velocidad decrece en el tiempo, es decir, que la aceleración es negativa, oponiéndose al crecimiento inicial de la burbuja. Entonces, la mayor parte del crecimiento ocurrirá en la fase controlada por la inercia y frenado por la difusión térmica. Esto, como se verá en la *Sección II.1*, tendrá un efecto capital en la emisión acústica esperada en el crecimiento de burbujas.

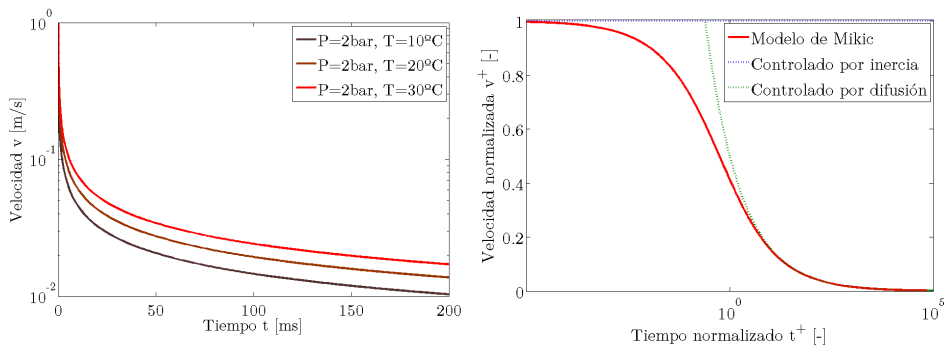


Figura I.26. Velocidad de crecimiento del radio de burbuja para el C_3F_8 (izquierda) y normalizando las amplitudes y los tiempos (derecha).

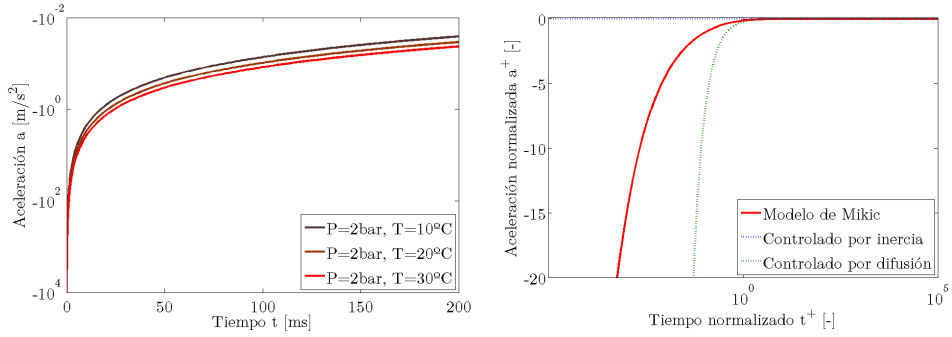


Figura I.27. Aceleración del radio de la burbuja para el C_3F_8 (izquierda) y normalizando las amplitudes y los tiempos (derecha).

A continuación mostramos, en la Figura I.28, los radios finales de burbuja para los fluidos C_3F_8 y CF_3I utilizados en los detectores PICO-2L y PICO 60 respectivamente, al cabo de 200 ms de crecimiento. Se puede observar que un tamaño típico de burbuja en las condiciones de operación de estos detectores está en el orden del milímetro. Para el caso de MOSCAB, se esperan burbujas un poco menores.

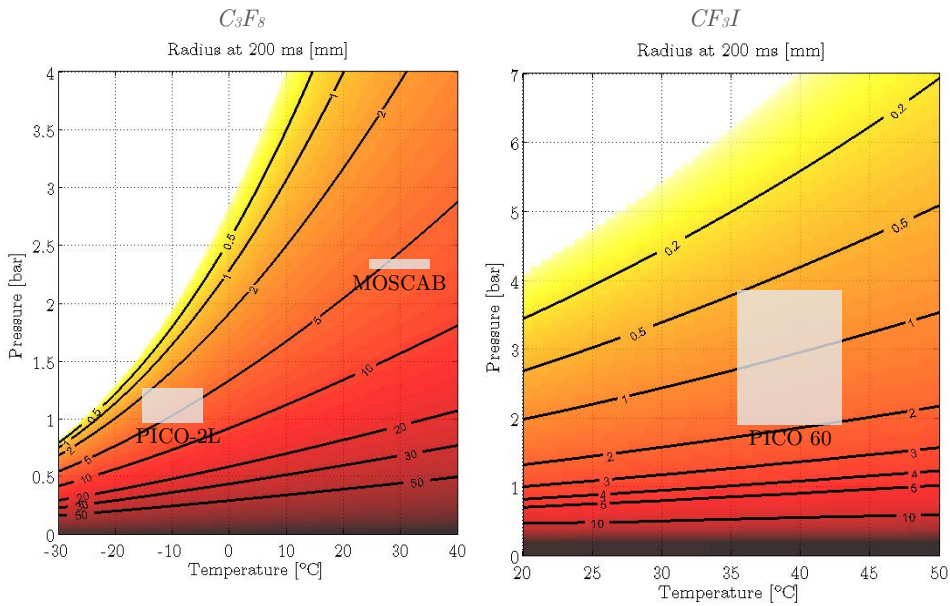


Figura I.28. Radios de burbuja para el C_3F_8 (izquierda) y CF_3I (derecha) al cabo de 200 ms de crecimiento.

Para el caso del CF_3I , se han contrastado estos modelos de crecimiento de burbuja con medidas experimentales de la cámara previa a PICO-2L (COUPP4), en concreto con un volumen fiducial de 3.5 kg, funcionando a $33,5\text{ }^\circ\text{C}$ y $2,07\text{ bar}$, es decir, con un umbral energético de 20 keV . Como se ha comentado, además de los sensores acústicos y de presión, el detector se monitoriza con dos cámaras ópticas de alta velocidad (100 fps con resolución de 491×656). Diversos algoritmos analizan, clasifican y organizan y guardan los datos de todos estos sensores en distintos archivos. De ellos se ha extraído, para nuestro propósito actual, la siguiente información de cada evento o burbuja registrada: posición de cada pixel individual en la matriz de píxeles de las cámaras, posición espacial del centro de las burbujas, espaciado temporal de las imágenes capturadas, y señal acústica, de la cual podemos inferir el instante de creación de la burbuja. Para evitar eventos indeseados o anómalos en este análisis, se aplican una serie de cortes en el conjunto de datos registrados que consisten, básicamente, en eliminar los eventos con más de una burbuja, los que las cámaras no llegan a reconocer una burbuja en un punto espacial concreto del detector y los que las burbujas aparecen fuera del volumen fiducial. Aproximadamente un 5 % del total de eventos pasan finalmente estos cortes. A partir de la información de los eventos finales se obtiene el volumen de cada burbuja, así como el instante temporal en el que se ha calculado cada volumen.

Aquí, se utilizan estos datos extraídos del crecimiento de burbujas para validar los modelos teóricos expuestos. De nuestro análisis, extraemos la Figura I.29 que muestra, a la derecha, la evolución temporal del volumen para diferentes burbujas, así como la aplicación del modelo de Mikic en las mismas condiciones termodinámicas, teniendo en cuenta la incertidumbre de las mismas ($33,5 \pm 0,5\text{ }^\circ\text{C}$ y $2,07 \pm 0,5\text{ bar}$).

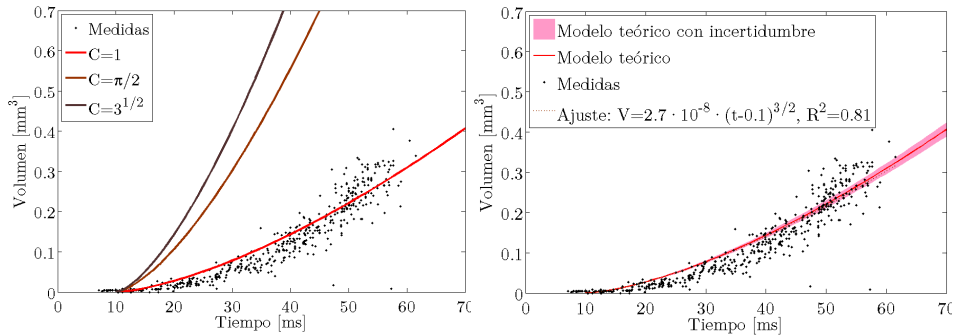


Figura I.29. Crecimiento del volumen de burbujas medidas en CF_3I .

A la izquierda, en la implementación del modelo teórico, hemos testeado los tres valores de la constante C mostrados en (30-31), obtenidos de la bibliografía. Además, el valor de tiempo inicial se ha desplazado 10 milisegundos, dado que existía un vacío de datos en prácticamente todo este primer intervalo temporal. Se observa que el valor $C = 1$ es el que mejor se ajusta a los datos, a pesar de que se están analizando condiciones de elevado sobrecalentamiento ($J_a = 22$). A la derecha mostramos la curva de ajuste de los datos teniendo en cuenta que, dado que en prácticamente todo el tiempo observado la evolución del radio es $R \sim t^{1/2}$, este se ha realizado del tipo $V \sim t^{3/2}$. La curva de ajuste obtenida coincide bastante bien con el modelo teórico.

I.2.9 Aplicación al diseño termodinámico de MODA-LS

Obtención de condiciones de operación óptimas. El diseño del detector MODA-LS se basa en una cámara de burbujas basada en la tecnología geyser que utiliza, como medio sobrecalentado, el fluido $C_2H_2F_4$ (freón R134a). Esta tecnología utiliza la diferencia de temperaturas entre la fase gaseosa y líquida para controlar el sobrecalentamiento y, por consiguiente, la sensibilidad del detector. Para establecer ambas temperaturas óptimas en el diseño del detector MODA-LS, aplicaremos los resultados expuestos en el Apartado I.2.2 en lo referente a las condiciones para el crecimiento de una burbuja. La Figura I.30 muestra el radio crítico y energía umbral, para un rango de temperaturas y presiones del fluido que, además, consideramos adecuadas por motivos mecánicos y de seguridad, nos muestra las condiciones del fluido para alcanzar reducidos umbrales energéticos, del orden del keV.

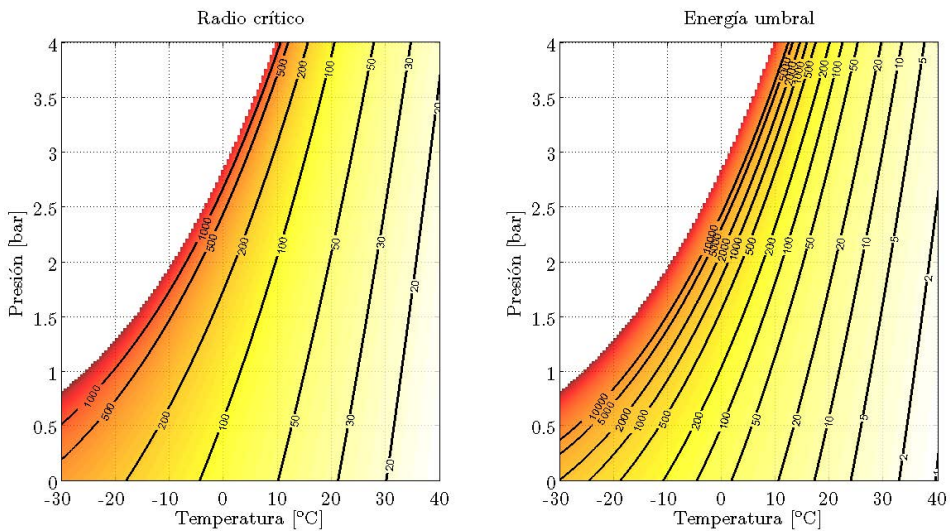


Figura I.30. Radio crítico y energía umbral del $C_2H_2F_4$ en función de su presión y temperatura.

La Tabla I.2 muestra los valores de temperatura requeridas de las fases líquida y gaseosa del detector para umbrales de 10, 5 y 1 keV.

Presión [bar]	T^a gas [°C]	Energía umbral					
		10 keV		5 keV		1 keV	
		T^a líquido [°C]	ΔT [°C]	T^a líquido [°C]	ΔT [°C]	T^a líquido [°C]	ΔT [°C]
3	+2	+30	+28	+34	+32	+46	+44
2	-10	+26	+36	+31	+41	+44	+54
1	-25	+22	+47	+28	+53	+42	+67

Tabla I.2. Condiciones termodinámicas del detector necesarias para alcanzar umbrales energéticos de 10, 5 y 1 keV.

Para un correcto diseño del detector, vemos que las temperaturas de la fase gaseosa (que controla principalmente la presión de trabajo) son bastante variables, pero relativamente sencillas de conseguir con un sistema de refrigeración convencional. Por su parte, la temperatura de la fase líquida, debe partir de esta condición de saturación hasta alcanzar el sobrecalentamiento que se desee. En principio, cuanto menor sea este salto térmico, más sencillo será de controlar ambas temperaturas (debido a que las cámaras que contienen ambas fases deben estar unidas por algún conducto); y vemos que cuanto menor es la temperatura de la fase gaseosa, mayor debe ser el sobrecalentamiento.

Entonces, trabajando a baja presión (1 bar), los elementos de contención del fluido no requerirán excesiva resistencia mecánica pero el sistema de control térmico debe ser más robusto y estabilizar un gradiente térmico entre la cámara con gas y la cámara con líquido de unos 50 °C para alcanzar un umbral del orden del keV. Por el contrario, trabajando a mayor presión (3 bar), el sistema debe ser más resistente mecánicamente pero el control térmico será relativamente más sencillo de alcanzar, dado que se precisan gradientes de unos 30 °C para alcanzar el mismo umbral que a baja presión. A esto hay que añadir que, cuanto mayor sea el salto térmico, mayores serán las dilataciones de los elementos del detector, por lo que se les exigirá mayor compatibilidad termo-mecánica. En este Capítulo, únicamente nos vamos a centrar en el estudio del comportamiento termodinámico del fluido del detector, mientras que en el siguiente contemplaremos los aspectos mecánicos.

Además, dado que en todos los casos el salto térmico es apreciable, el diseño del detector deberá contemplar dos recintos independientes lo más aislados posible para que contengan, cada uno, una de las cámaras con el fluido en fase líquida y gaseosa. Únicamente deberá haber una conexión entre ambos recintos que permita la unión entre ambas cámaras, la cual permita la estabilidad del sistema al crearse burbujas en la fase líquida. El recinto superior, con la cámara en fase gaseosa, sólo deberá trabajar a bajas temperaturas, la de saturación para la presión de trabajo que se considere. El recinto inferior, con la cámara en fase líquida, deberá ser capaz de realizar el salto térmico entre la saturación y la temperatura de sobrecalentamiento.

Entonces, el recinto superior podría funcionar con un sistema de refrigeración o congelación convencional basado en una bomba de calor independiente que permita cierto margen de trabajo para variar y definir convenientemente la baja temperatura del gas, así como estar muy aislado del exterior del detector dado que debe conservar su temperatura durante todas las operaciones del detector trabajando a una misma presión. Por su parte, el recinto inferior debe combinar un sistema de refrigeración y calefacción dado que, para todas las presiones de trabajo consideradas, los umbrales energéticos se alcanzan aumentando la temperatura del líquido desde la saturación (por debajo de la temperatura ambiente) hasta el grado de sobrecalentamiento deseado (por encima de la temperatura ambiente). En el Capítulo V se estudiarán posibles alternativas de diseño para el control térmico de un detector de estas características.

Estabilidad de temperaturas. Para mantener la estabilidad de la temperatura tanto en la fase líquida como gaseosa, es conveniente inmergir ambas cámaras en un volumen mayor de líquido refrigerante. En este sentido, en el caso de PICO, toda la vasija se encuentra en un recipiente lleno de propilenglicol, mientras que en MOSCAB se sumerge la vasija en agua. En nuestro caso, como queremos independizar las cámaras en dos recintos aislados, estos deben disponer, cada uno, de un recipiente suficientemente voluminoso para estabilizar la temperatura alrededor de las cámaras. Para testear un posible refrigerante¹⁴ y estudiar la evolución temporal de la temperatura en diferentes volúmenes del mismo, se ha utilizado un sistema de refrigeración¹⁵ que alcanza, según el fabricante, temperaturas estables de -30, -25, -20, -18 y -15 °C, con dos recipientes llenos de fluido refrigerante, cuyo punto de fusión está en -37 °C. El recipiente superior contiene 12.5 litros de refrigerante y el inferior 3.8 litros. En cada recipiente se ubicó una cámara de metacrilato, conectada por un conducto, tal como se aprecia en la Figura I.31. Para conocer empíricamente dichas temperaturas y establecer correctamente la presión de fluido que necesitaríamos en el fluido del interior de las cámaras, se han realizado medidas in situ de dichas temperaturas ubicando los sensores térmicos en diferentes partes del interior del detector, tanto suspendidos en el aire como sumergidos en los recipientes de refrigerante. La Figura I.31 muestra la ubicación de los sensores térmicos en estas medidas.

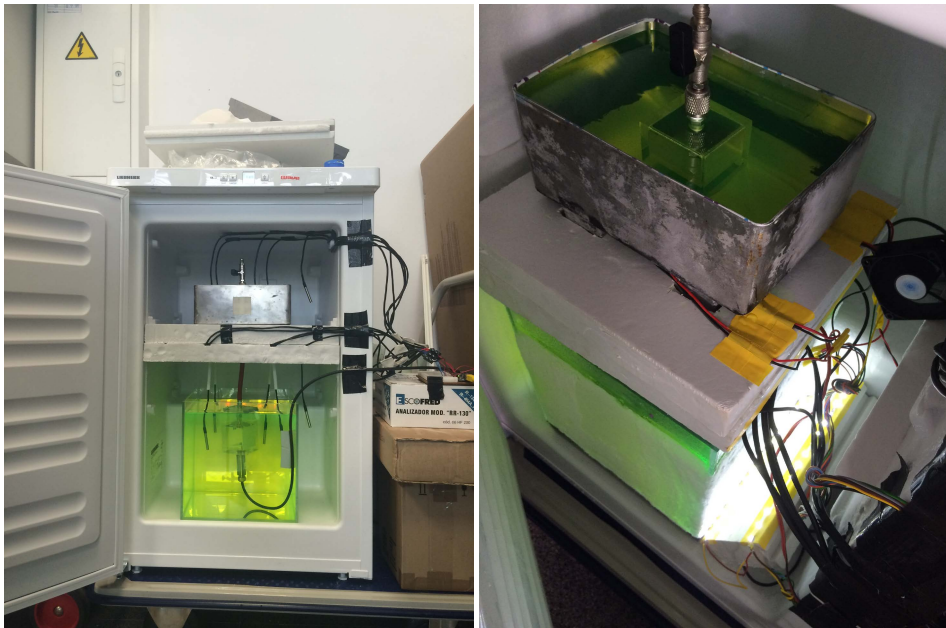


Figura I.31. Ubicación de los sensores térmicos para medir la evolución temporal de la temperatura en dos recipientes (superior e inferior) llenos de refrigerante (líquido verde en la imagen) utilizado para una mayor estabilidad térmica.

¹⁴ Anticongelante, refrigerante 50% cga coolants

¹⁵ Congelador Liebherr Wave

En la Figura I.32 se muestran las temperaturas obtenidas. Para cada una de las temperaturas esperadas de equilibrio del refrigerador, el aire del interior del detector (líneas azul y roja) oscila unos 1.8 °C mientras que las temperaturas del fluido (líneas tonos fríos y calientes), al tener un calor específico mayor ($c_{p,R134a} = 1.28 J \cdot g^{-1} \cdot K^{-1}$, $c_{p,R134a} = 1.00 J \cdot g^{-1} \cdot K^{-1}$), se mantienen más estables en el tiempo. Por otra parte, existe una diferencia de unos 2 °C entre la temperatura del recipiente superior e inferior debida a que el sistema de refrigeración enfría por la parte inferior y lateral.

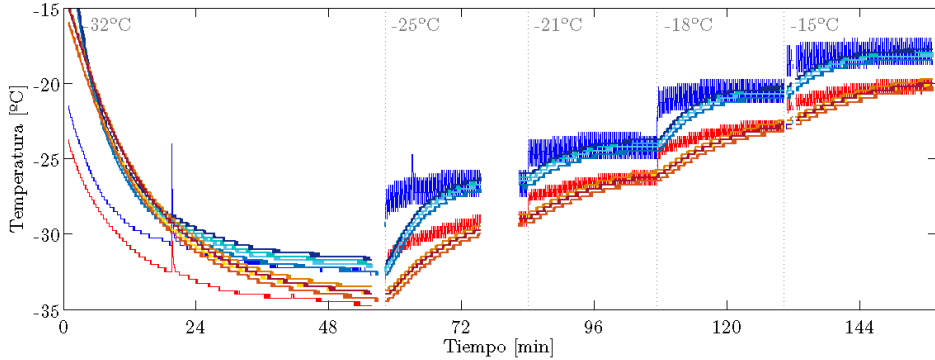


Figura I.32. Evolución temporal de las temperaturas del líquido refrigerante en el recipiente superior (azules) e inferior (rojos) para diferentes temperaturas deseadas del sistema de refrigeración (texto gris).

Estas temperaturas de estabilidad se muestran en la Tabla I.3, resultando próximas e incluso inferiores a las esperadas según el fabricante del sistema de refrigeración. En la tabla se muestran también las presiones requeridas para estar en condiciones de saturación, así como los umbrales resultantes teóricos para el crecimiento de burbujas en diferentes grados de sobrecalentamiento de la fase líquida del R134a. En general, vemos que conforme aumentáramos la temperatura del gas, aumentaría la presión, alcanzándose las mismas energías umbrales con menores sobrecalentamientos.

Recipiente esperada	T ^a	T ^a	Tiempo de estabilidad [h]	Presión de saturación [bar]	Energía umbral [keV] para diferentes sobrecalentamientos			
	[°C]	[°C]			+30 °C	+40 °C	+50 °C	+60 °C
Superior	-32	-32	60	0.76	181.5	45.9	13.5	4.3
	-25	-26	26	1.01	102.0	25.8	7.6	2.4
	-21	-24	21	1.11	84.7	21.4	6.3	2.0
	-18	-20	16	1.32	57.8	14.6	4.3	1.3
	-15	-18	15	1.44	48.1	12.1	3.5	1.1
Inferior	-32	-34	60	0.69	220.7	55.7	16.4	5.2
	-25	-29	26	0.88	136.0	34.5	10.1	3.2
	-21	-26	21	1.01	102.0	25.8	7.6	2.4
	-18	-23	22	1.16	77.0	19.5	5.7	1.8
	-15	-20	23	1.32	57.8	14.6	4.3	1.3

Tabla I.3. Condiciones termodinámicas estables alcanzadas y tiempo empleado. Energía umbral resultante para diferentes sobrecalentamientos por encima de saturación.

Estabilidad del R134a. Una vez se ha testeado la estabilidad y evolución térmica de un refrigerante con un sistema de refrigeración, se ha procedido a estudiar empíricamente el comportamiento termodinámico del fluido R134a. Para ello, previamente se garantizó el vacío y estanqueidad de los elementos que contendrían el freón: las dos cámaras y el conducto que las une. Los montajes de comprobación de estanqueidad al vacío se muestran en la Figura I.33.

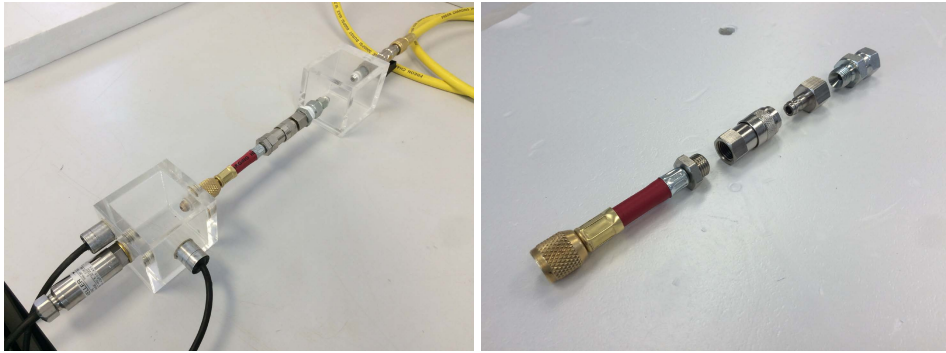


Figura I.33. A la izquierda, sistema completo con las dos cámaras y el conducto que las une. A la derecha, despiece de dicho conducto con conector.

En primer lugar, independientemente del resto de elementos, se conecta la cámara inferior al sistema de vacío del laboratorio D-201 de la EPSG, registrando la presión con el propio sensor del detector, ubicado en la parte inferior. Posteriormente, se añade el conducto que unirá las dos cajas y se vuelve a medir el vacío alcanzado. Por último, se conecta la cámara superior al conjunto. En las primeras pruebas, se observó que las uniones y roscas entre estos elementos no ofrecían la estanqueidad deseada, es decir, que después de conectarlos al sistema de vacío, obteniendo una presión de 0.20 bar y cerrar la llave que los une a dicho sistema de vacío, la presión en el interior empezaba a crecer hasta la presión ambiental de forma diferente en función de los elementos que se estaban teniendo en cuenta (existían entradas de aire). Por ello, se decidió sellar cada una de dichas uniones mediante teflón y/o cianocrilato según los casos, con excepción del conector rápido de la manguera, que debe permitir la desconexión y giro entre las dos cajas. Además, se testearon varios tipos de manguera hasta llegar al definitivo. Con ello, se consiguió mantener la presión de 0.24 bar con una precisión de ± 0.01 bar, lo que equivale aproximadamente a una cantidad de 0.29 gramos de aire en el interior de las cámaras (su volumen interior de las cámaras es de unos 250 cm^3). La Figura I.34 muestra los resultados de las medidas de vacío en los distintos elementos una vez realizados los sellados, así como un ejemplo de la evolución de la presión registrada en presencia de fugas.

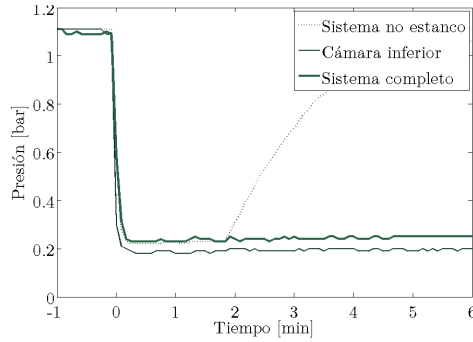


Figura I.34. Curva de evolución de la presión, en el proceso de vaciado de las cámaras, de los tres elementos y de una de las fugas.

Posteriormente, se procedió al llenado de las cajas del fluido R134a. Este proceso se monitorizó tanto mediante los sensores térmicos y el de presión como mediante dos cámaras de alta velocidad ubicadas en el interior del recipiente de refrigerante, convenientemente diseñadas y encapsuladas para este uso. A partir de las condiciones de vacío alcanzadas, se conectó la cámara superior a la botella de freón en varias ocasiones para ir controlando la presión y el estado de saturación del fluido. En cada una de estas tomas se observa un primer pico de presión que, al cerrar la válvula de conexión con la botella, desciende rápidamente hasta estabilizarse. Las presiones que se iban alcanzando, después de dejar unos minutos de estabilización fueron 0.74, 1.52, 1.92, 2.4 bar, pero finalmente, después de la última toma y esperar varias horas, se el sistema estabilizó a 1.43 bar. Hay que señalar que, en cada una de estas tomas, el sistema de refrigeración queda parcialmente abierto, aumentado unos grados la temperatura durante el proceso aunque, después de estabilizar la presión también lo hace la temperatura regresando a los $-26\text{ }^{\circ}\text{C}$ iniciales en la fase fluida del freón.

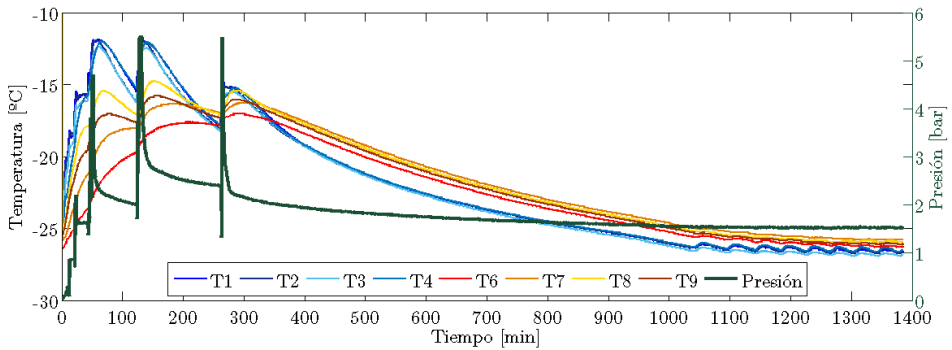


Figura I.35. Monitorización de temperaturas y presión durante el proceso de llenado de las cámaras del freón R134a.

A partir de la Figura I.35 se construye un diagrama P-T con los diferentes estados termodinámicos por los que han ido pasando ambas fases del fluido durante el proceso de llenado (Figura I.36). Se ha superpuesto la curva de saturación teórica del R134a. Se observan las iniciales variaciones de presión y temperaturas en cada toma, así como los periodos de estabilización finales, en el último de ellos, vemos que los estados termodinámicos discurren unos 0.5 bar por encima de la curva de saturación o, que equivale $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ a la izquierda de la curva de saturación. Entonces, para la cantidad de fluido que se ha testeado, deberemos tener en cuenta que la estabilidad inicial del sistema parte con este enfriamiento inicial respecto de la saturación, salto térmico adicional que deberá tenerse en cuenta en el diseño del sistema de refrigeración definitivo.

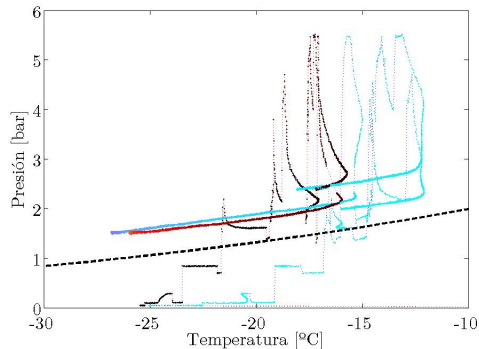


Figura I.36. Monitorización de temperaturas y presión durante el proceso de llenado de las cámaras con freón R134a.

En todo este proceso se detectó visualmente la saturación, en forma de gotas que caían por el conducto a la caja inferior (Figura I.37, izquierda), en la segunda de las tomas, con un pico de 2.00 bar de presión y estabilidad a 1.52 bar. Dichas gotas cesaban al dejar de suministrar gas pero, como la temperatura del sistema iba descendiendo al cerrar el sistema después de cada toma, la saturación volvía a aparecer hasta finalmente estabilizar. Se observó que el líquido se volvió translúcido (Figura I.37, derecha) con el pico de presión de la cuarta toma, y se mantuvo así durante unas horas hasta que la temperatura se estabilizó. Después de la última de las tomas, el volumen de líquido era de unos 70 cm^3 .

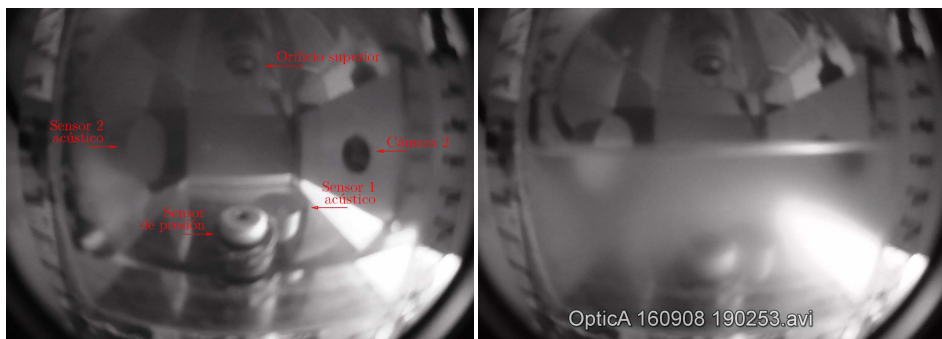


Figura I.37. Monitorización óptica de la cámara inferior durante el llenado del sistema. El líquido se ha vuelto translúcido tras el pico de presión de la toma de fluido.

Crecimiento esperado de las burbujas. Una vez conocidas las condiciones termodinámicas para alcanzar reducidos umbrales energéticos, así como testeado el comportamiento y estabilidad del fluido R134a, podemos estudiar cómo será la dinámica de las burbujas una vez formadas, es decir, su crecimiento, a partir del modelo de Mikic. En este sentido, en la Figura I.38 mostramos la evolución temporal de las burbujas creadas para las condiciones de trabajo mostradas en la Tabla I.2 de este Apartado, trabajando a 1, 2 y 3 bares, para alcanzar umbrales de 10 y 1 keV. Se observa que, en comparación con PICO, los tamaños alcanzados son mayores, pero del mismo orden de magnitud. Existe además una clara diferencia en el crecimiento para 1 bar respecto a las demás presiones, alcanzando esta un tamaño del orden del centímetro en 200 ms de crecimiento. Entonces, trabajando a presiones más bajas se podrá tener una mejor detección óptica de las burbujas.

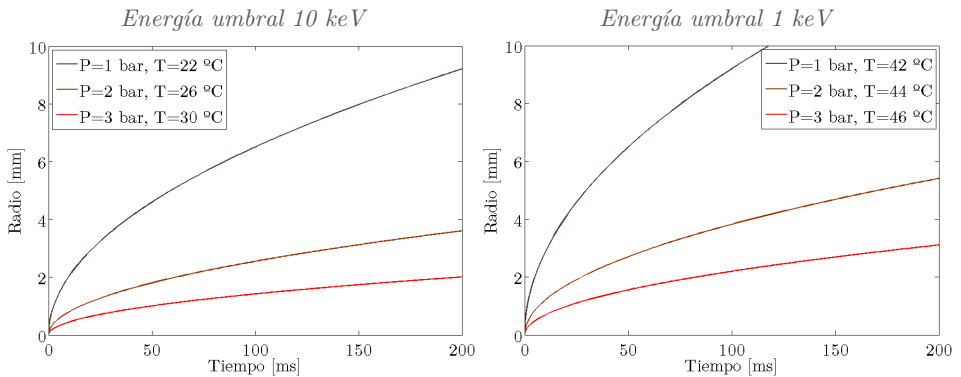


Figura I.38. Crecimiento de burbuja esperado para umbrales energéticos de 10 y 1 keV, alcanzados en diferentes condiciones termodinámicas.

La Figura I.39 muestra los tamaños del radio alcanzado en función de la energía umbral, para diferentes presiones de trabajo. En ella se observa que incluso para muy bajos umbrales energéticos (del orden de 0.1 keV) las burbujas serán del orden del milímetro.

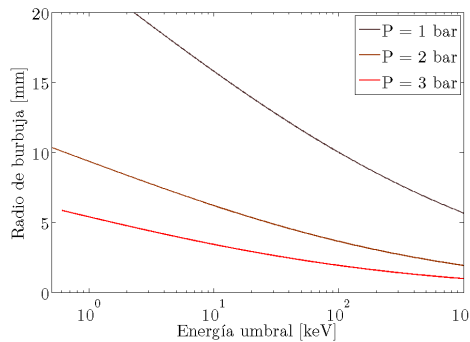


Figura I.39. Radio de burbuja al cabo de 200 ms de crecimiento en función de la energía umbral, para diferentes presiones de trabajo.

Del mismo modo que se estudió en el Diseño y desarrollo de la electrónica de los emisores acústicos para los sistemas de calibración de telescopios submarinos de neutrinos, podemos obtener la velocidad y aceleración de la burbuja en cualquier condición de trabajo. La Figura I.40 muestra en tres presiones diferentes, con las temperaturas correspondientes a los umbrales energéticos de 1 y 10 keV. Se observa que la aceleración no depende excesivamente del umbral energético, es decir, del grado de sobrecalentamiento para cada una de las presiones de trabajo; mientras que un aumento de la presión aumentaría la desaceleración de la burbuja y, como veremos en el la *Sección II.1*, se esperará una mayor señal acústica.

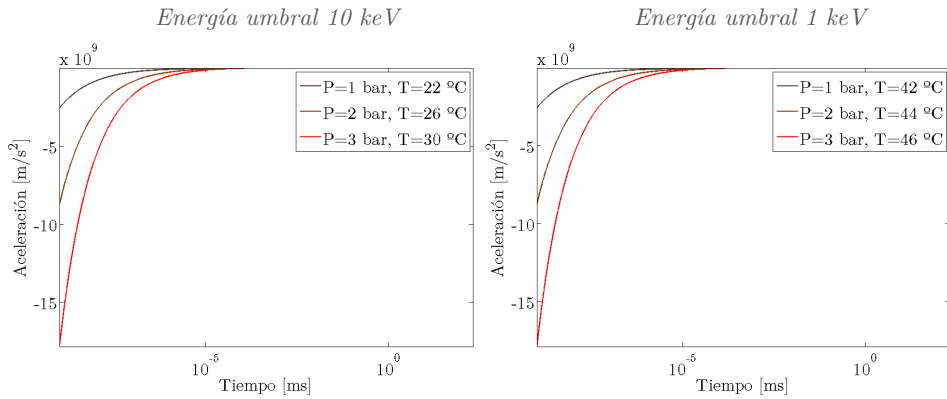


Figura I.40. Crecimiento de burbuja esperado para umbrales energéticos de 10 y 1 keV, alcanzados en diferentes condiciones termodinámicas.

Capítulo II

Fenómenos ondulatorios

II.1

Acústica en fluidos sobrecalentados

Índice Sección II.1

II.1.1 Introducción	91
¿Qué se ha hecho?	91
¿Cómo se presenta el trabajo?	91
II.1.2 Física de fluidos compresibles. Ondas acústicas	92
Hipótesis básicas del movimiento ondulatorio.	92
Ecuaciones de un fluido compresible.	92
Ecuación de ondas.	92
II.1.3 Soluciones de la ecuación de ondas	93
Solución analítica general.	93
Solución particular: onda plana.	94
Solución particular: onda esférica.	94
Solución numérica.	95
II.1.4 Propiedades de las ondas acústicas	96
Impedancia acústica específica.	96
Energía./ Intensidad./Potencia.	97
Niveles sonoros.	99
Algunas magnitudes acústicas de los fluidos en cámaras de burbujas.	99
II.1.5 Emisión acústica por una esfera pulsante	100
Emisión acústica por una esfera pulsante.	101
Propagación en distancias largas: tanque de agua.	102
Propagación en distancias cortas: interior de la vasija de calibración.	105
Propagación para esferas pequeñas (optimización de las simulaciones).	108
II.1.6 Emisión acústica por una burbuja en crecimiento	110
Emisión acústica por un cuerpo que cambia de volumen.	110
Emisión acústica por el crecimiento de burbujas en un fluido sobrecalentado.	111
Energía acústica.	112
II.1.7 Transmisión acústica	113
Transmisión acústica a través de una interfase. Incidencia normal.	114
Transmisión acústica a través de una interfase. Incidencia oblicua.	116
II.1.8 Reverberación y modos propios	117
Reverberación en cavidades paralelepípedicas.	118
Reverberación en cavidades cilíndricas.	120
II.1.9 Aplicación al estudio acústico de PICO	121
Estudio de la emisión acústica.	121
Eficiencia acústica.	124
Influencia de la presión hidrostática.	125
Estudio de la transmisión a través de la interfase líquido sobrecalentado–buffer.	127
Transmisión en función de la profundidad de la burbuja.	127
Transmisión para cualquier posición de la burbuja.	130
Estudio de la reverberación y modos propios.	132
II.1.10 Aplicación al diseño acústico de MODA-LS	134
Diseño preliminar de las cámaras.	134
Emisión acústica del $C_2H_2F_4$.	135
Reverberación y modos propios.	137
Modos caso 1, cámara inferior sin burbujas.	138
Modos caso 2, cámara inferior con burbujas.	139
Modos caso 3, cámara completa.	140

II.1.1 Introducción

¿Qué se ha hecho?

En esta sección se muestran los estudios realizados sobre fenómenos acústicos en fluidos que tienen lugar en detectores de cámaras de burbujas (DCB). Por una parte, utilizamos el banco de pruebas acústico (BPA) para estudiar las propiedades del campo acústico generado por diferentes emisores acústicos, tanto en el interior del tanque de agua como de la vasija de dimensiones típicas a los actuales detectores PICO. El comportamiento y propiedades de dicho campo se contrastan mediante modelos analíticos y simulaciones numéricas. Esto nos permitirá entender correcta y pormenorizadamente los diferentes aspectos de las ondas acústicas que se generan en este tipo de detectores, así como validar nuestras herramientas de simulación. Por otra parte, aplicamos gran parte de estos estudios al caso concreto de los detectores PICO y MODA-LS, obteniendo y contrastando el comportamiento del campo acústico en ellos.

¿Cómo se presenta el trabajo?

Los estudios se presentan siguiendo el orden de procesos acústicos que ocurren cuando una onda acústica se crea tanto en el BPA como un DCB. Esto supone involucrar fenómenos cada vez más complejos, desde la emisión acústica y propagación en campo libre, la transmisión a través de distintos medios. Todos estos procesos determinarán la respuesta acústica del detector. En cada apartado, la información se presenta con una estructura similar: después del tratamiento teórico del fenómeno en cuestión, se muestran los modelos numéricos y/o montajes experimentales, seguidos de las respectivas conclusiones. Estas conclusiones están claramente señaladas y relacionadas con los siguientes apartados y secciones, reforzando su unidad en el marco del comportamiento acústico en DCB.

En el *apartado II.1.2* se parte de la ecuación general de fluidos compresibles, base para obtener la ecuación de ondas, utilizada tanto en estudios analíticos (soluciones particulares de ondas planas y esféricas) como en simulaciones numéricas (en el dominio de tiempos y frecuencias), cuya solución particular se muestra en el *apartado II.1.3*. El *apartado II.1.4* reúne las magnitudes y propiedades básicas que se utilizarán en el tratamiento de ondas acústicas, que deben tenerse en mente a lo largo de este trabajo. A partir de aquí, en los *apartados II.1.5* a *II.1.9* se tratan los fenómenos acústicos específicos en el interior de DCB: emisión, propagación, transmisión y reverberación. Desde el principio, la emisión acústica se presenta diferenciando la generada por los transductores acústicos utilizados en el BPA (ondas armónicas, *apartado II.1.5*) de la generada por el crecimiento de burbujas en los DCB (pulsos temporales, *apartado II.1.6*); de modo que los resultados obtenidos en los primeros servirán de base para comprender mejor los relativos a los segundos. La transmisión acústica se trata de forma unificada para ambos tipos de ondas, dado que cada una de ellas puede ser tratada con desarrollos en series de Fourier (*II.1.7*). Los *apartados II.1.8* y *II.1.9* abordan los fenómenos acústicos en las cámaras cerradas, es decir, sobre reverberación, aproximándonos cada vez más al comportamiento acústico real de los DCB. Finalmente, en el *apartado II.1.9*, se aplican los resultados generales obtenidos anteriormente al estudio de los detectores PICO, contrastando con medidas experimentales obtenidas con los mismos detectores. En el *apartado II.1.11* se exponen las principales conclusiones de cada apartado relativas al diseño y comportamiento acústico esperado del detector de partículas MODA-LS.

II.1.2 Física de fluidos compresibles. Ondas acústicas

Hipótesis básicas del movimiento ondulatorio. Para nuestros propósitos, el estudio de fluidos compresibles, en el que se desarrollan los procesos acústicos, lo podemos realizar suponiendo que las partículas del medio están realizando oscilaciones de pequeña amplitud en el fluido, es decir onda sonora [166]. Con ello, a partir de las ecuaciones generales de fluidos (ver apartado I.2.3), podemos asumir que:

- La velocidad de partícula \vec{u} es pequeña, por lo que el término $(\vec{u}\nabla)\vec{u}$ es despreciable.
- Las variaciones relativas de densidad y presión son pequeñas, así que podemos expresar la presión y densidad como $p = p_0 + p'$ y $\rho = \rho_0 + \rho'$, en donde p_0 y ρ_0 son la presión y densidad en el fluido en equilibrio, y p' y ρ' son sus variaciones en las ondas sonoras, de modo que $p' \ll p_0$ y $\rho' \ll \rho_0$. Esto implica que la velocidad de las partículas del fluido en la onda deberá ser pequeña en comparación con la velocidad del sonido: $|\vec{u}| \ll c$.
- La velocidad del fluido puede despreciarse. Esta es la condición de fluido ideal, donde todos los procesos termodinámicos del fluido son adiabáticos.

Ecuaciones de un fluido compresible. Considerando estas hipótesis, las ecuaciones de la mecánica de fluidos en el caso de un fluido compresible de estas características toma la forma siguiente:

- Conservación de la masa:
$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \nabla \vec{u} = 0 \quad (47)$$

- Conservación del momento:
$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \nabla p' = 0 \quad (48)$$

- Conservación de la energía (proceso adiabático):
$$p' = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho_0} \right)_s \rho' \quad (49)$$

Ecuación de ondas. A partir de este conjunto de ecuaciones, se puede obtener la ecuación fundamental del movimiento ondulatorio: la *ecuación de ondas*. Para ello, con objetivo de expresar todas las variables dependientes (variables desconocidas) en función de una de ellas, introducimos una nueva variable llamada *potencial de velocidades* ϕ , definida como $\vec{u} = \nabla \phi$ ó $p' = -\rho_0 \partial \phi / \partial t$. Sustituyendo en (47) y (48) obtenemos:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \phi = 0 \leftrightarrow \ddot{\phi} - c^2 \Delta \phi = 0 \quad (50)$$

Donde $c = \sqrt{(\partial p / \partial \rho_0)_s}$ es la *velocidad del sonido*, velocidad con la que se propaga la onda sonora. Esta es la base de todos los procesos acústicos que se estudian en esta Tesis. Se puede demostrar que cada una de las tres componentes de la velocidad \vec{u} , la presión p' y la densidad ρ' satisface una ecuación de la misma forma. El problema consiste ahora en resolver esta ecuación, bien analítica o numéricamente, imponiendo las distintas condiciones iniciales y de contorno que caracteriza cada problema acústico en estudio, tal como se muestra en el siguiente apartado, base para abordar cada uno de los procesos acústico de la presente sección.

II.1.3 Soluciones de la ecuación de ondas

Vamos a mostrar distintos modos de obtener soluciones de la ecuación de ondas (4), que nos servirán para abordar teóricamente los distintos fenómenos y problemas acústicos que nos hemos ido encontrando en el estudio acústico de los detectores con cámaras de burbujas que se plasman en esta Tesis. En primer lugar, mostramos una forma de obtener una solución analítica general de la distribución espacial y temporal de una onda a partir de las condiciones iniciales del campo acústico. Dado que resulta muy laborioso trabajar directamente con esta expresión para las diferentes condiciones de los problemas que se van a tratar, posteriormente se muestran dos formas particulares de solución de la ecuación de ondas, como son la onda plana y esférica, cuyas expresiones se utilizarán en distintas partes de este trabajo. Por último, mostramos las particularidades del método utilizado para obtener una solución numérica de la ecuación de ondas, con el que se abordarán los problemas con geometrías y condiciones de contorno más complejas.

Solución analítica general. En un fluido infinito, supongamos que $\phi(x, y, z, t)$ y $\psi(x, y, z, t)$ son dos soluciones cualquiera de la ecuación de ondas (4), es decir, $\ddot{\phi} - c^2\Delta\phi = 0$ y $\ddot{\psi} - c^2\Delta\psi = 0$, y que se anulan en el infinito.

Evaluemos, además, la variación temporal de la integral auxiliar $I = \int(\phi\dot{\psi} - \psi\dot{\phi}) dV$, es decir: $dI/dt = \int(\phi\ddot{\psi} - \psi\ddot{\phi}) dV = c^2 \int(\phi\Delta\psi - \psi\Delta\phi) dV = c^2 \int \nabla \cdot (\phi\nabla\psi - \psi\nabla\phi) dV$. Como la última integral puede transformarse en una integral extendida a una superficie infinitamente alejada, su valor es cero, de modo que $dI/dt = 0$, que demuestra que I es independiente del tiempo: $I = \int(\phi\dot{\psi} - \psi\dot{\phi}) dV = \text{constante}$.

Consideremos ahora una solución particular de ψ del tipo $\psi = \delta[r - c(t_0 - t)]/r$, que representa una función viajera tipo delta de Dirac, y calculemos $\int \psi dV$ y $\int \dot{\psi} dV$, obteniéndose: $\int \psi dV = \int_0^\infty \psi \cdot 4\pi r^2 dr = 4\pi \int_0^\infty r \delta[r - c(t_0 - t)] dr = 4\pi c(t_0 - t)$, y $\int \dot{\psi} dV = -4\pi c$. Con ello, podemos escribir la expresión correspondiente a I en los instantes $t = t_0$ y $t = 0$ como:

$$I_{t=t_0} = \phi(x, y, z, t_0) \int \dot{\psi} dV - \phi(x, y, z, t_0) \int \psi dV = -4\pi c \phi(x, y, z, t_0) \quad (51)$$

$$I_{t=0} = - \int \phi_0(\partial\psi/\partial t_0) + \phi_0\psi dV = - \partial/\partial t_0 \int \phi_0\psi_{t=0} dV - \int \phi_0\psi_{t=0} dV \quad (52)$$

Igualando ambas expresiones de I , y escribiendo el elemento de volumen diferencial como $dV = r^2 dr d\Omega$, donde $d\Omega$ es un elemento diferencial de ángulo sólido, se obtiene la conocida *distribución de Poisson*, es decir, distribución espacial del potencial (equivalentemente, de la presión o de la velocidad de partícula) en un instante cualquiera, en función de las condiciones iniciales [166]:

$$\phi(x, y, z, t) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left(t \int \phi_{0,r=ct} d\Omega \right) - t \int \phi_{0,r=ct} d\Omega \right\} \quad (53)$$

Como se ha comentado, esta es una solución general compleja de integrar para cualquier condición de contorno. Por ello, vamos a tratar con soluciones particulares más sencillas pero de especial interés por su aplicación: la onda plana y la onda esférica.

Solución particular: onda plana. En coordenadas rectangulares, la ecuación de ondas en términos de la presión (50) es [167]:

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} \quad (54)$$

La representación matemática de una onda plana es aquella en la que todas las propiedades del campo acústico varían con el tiempo en una única coordenada cartesiana. Tomando x como variable independiente, la solución se puede escribir como:

$$p'(x, t) = A_+ e^{ik(ct-x)} + A_- e^{ik(ct+x)} \quad (55)$$

Donde A_+ y A_- representan los valores de las amplitudes de la presión sonora de una onda plana viajando hacia la derecha (delante) y hacia la izquierda (atrás) atrás en las direcciones $+x$ y $-x$ respectivamente, con una velocidad c , desde el origen. Por lo tanto, para una onda plana viajera, su forma y amplitud se conservan durante la propagación. Con la ayuda de (47), la velocidad de partícula en la dirección $+x$ es:

$$u(x, t) = A_+ \frac{e^{ik(ct-x)}}{\rho_0 c} = \frac{p'(x, t)}{\rho_0 c} \quad (56)$$

Así que la velocidad de partícula y la presión sonora están en fase, lo cual simplifica los cálculos para la obtención de la intensidad acústica, como veremos más adelante.

Solución particular: onda esférica. Considerando una onda acústica en la que la distribución de densidad, velocidad, etc. dependa únicamente de la distancia a un punto, es decir, asumiendo la misma radiación en todas las direcciones, la ecuación de onda (50) en una de ellas, es decir, en coordenadas esféricas, en términos de la presión es:

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = c^2 \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial p'}{\partial r} \right) \leftrightarrow \frac{\partial^2 (p'r)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (p'r)}{\partial t^2} \quad (57)$$

Entonces, se puede aplicar la misma solución formal respecto al caso de onda plana (54) sustituyendo la variable dependiente $p'(x, t)$ para una onda plana, por $p'r(r, t)$. La solución de la ecuación de ondas esférica, si no hay fuentes acústicas en el origen y no hay superficies en el medio, adquiere la siguiente forma:

$$p'(r, t) = A_+ \frac{e^{-ikr}}{r} e^{i\omega t} \quad (58)$$

Donde A_+ es el valor de la amplitud de la presión de la onda hacia fuera a una distancia unidad respecto del centro de la esfera (la solución general de la ecuación de ondas incluyendo ondas estacionarias tiene una componente adicional viajando en la dirección opuesta). Con la ayuda de (47), la velocidad de partícula en la dirección r es:

$$u(r, t) = \frac{\sqrt{2}A_+}{\rho_0 cr} e^{i\omega t} \left(1 + \frac{1}{ikr} \right) e^{-jkr} = \frac{p'(r, t)}{\rho_0 c} \left(1 + \frac{1}{ikr} \right) \quad (59)$$

Solución numérica. En los estudios de acústica en fluidos, la presión p puede ser escogida como la única variable dependiente. La Ecuación Diferencial Parcial (EDP) depende del tipo de estudio concreto. En esta Tesis, dentro del entorno de simulación COMSOL, se han utilizado los siguientes:

- Estudio en dominio de tiempos: la presión acústica total $p_t(\mathbf{r}, t) = p(\mathbf{r}, t) + p_b$ donde p_b es un hipotético campo de presiones de fondo, gobernado por:

$$\frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial^2 p_t}{\partial t^2} + \nabla \cdot \left(-\frac{1}{\rho} (\nabla p_t - \mathbf{q}_d) \right) = Q_m \quad (60)$$

- Estudio en dominio de frecuencias: el campo acústico en cualquier punto e instante de tiempo puede representarse por $p(\mathbf{r}, t) = p_t(\mathbf{r})e^{i\omega t}$, donde p_t cumple:

$$\nabla \cdot \left(-\frac{1}{\rho} (\nabla p_t - \mathbf{q}_d) \right) - \frac{\omega^2 p_t}{\rho c^2} = Q_m \quad (61)$$

A pesar de que podemos tener en cuenta la dependencia de estos parámetros respecto de la temperatura y la presión absoluta, hemos introducido manualmente sus valores para cada fluido de acuerdo con los datos medidos. Los parámetros \mathbf{q}_d y Q_m son fuentes dipolares y monopulares, respectivamente [168]. Estas fuentes no están presentes en los modelos de esta Tesis, por lo que las EDP se simplifican.

La propiedad de Modelo de Presión Acústica en COMSOL, se aplica a todas las geometrías que gobiernan la interfase. Puede establecerse el modelo de fluido como elástico lineal, viscoso, con transferencia de calor o gas lineal modificando convenientemente las anteriores EDP. En todos los modelos de esta Tesis se ha utilizado la propiedad de fluido elástico lineal, salvo que se indique explícitamente lo contrario.

Las diferentes condiciones de contorno aplicadas a la interfase se describen a continuación:

- Contorno rígido al sonido: es la condición estándar para todos los contornos rígidos por la interfase de acústica de presión. Establece que la aceleración normal en dicho contorno es nula, emulando una pared de rigidez infinita.
- Valores iniciales: permite establecer valores iniciales a la presión y su derivada temporal en los dominios de volumen. En esta Tesis, todos los valores iniciales son cero considerando que, previo a la excitación acústica, no hay campo acústico.
- Simetría axial: es la condición de contorno por defecto para las simulaciones axisimétricas. Se establece automáticamente en todas las fronteras que se encuentran a lo largo de la línea del eje de simetría.
- Aceleración normal: establece una aceleración a una frontera, que puede ser dirigida en cualquier dirección. En el dominio de las frecuencias es un valor la de amplitud, mientras que en el dominio del tiempos puede ser una forma de onda arbitraria.

La utilización de un estudio u otro, así como las condiciones de contorno aplicadas a cada uno de los modelos geométricos concretos estudiados en esta Tesis se mostrarán en los apartados en los que se realicen simulaciones numéricas, a saber: *apartado II.1.5, II.1.7, II.1.8, II.1.9 y II.1.10.*

II.1.4 Propiedades de las ondas acústicas

Vamos a definir las magnitudes acústicas que se emplean a lo largo de este trabajo, que se utilizarán para caracterizar y comparar propiedades de las ondas acústicas tanto en general como en casos concretos de ondas armónicas planas y esféricas. Como estas magnitudes dependen de las propiedades del medio donde se propaga la onda, mostraremos en este apartado las de los fluidos con los que se trabaja en esta Tesis. Con ello, se asientan las bases para los estudios concretos que se irán mostrando a partir del siguiente apartado.

Impedancia acústica específica. La razón entre la presión acústica y la correspondiente velocidad de partícula de una onda que se propaga en un medio se denomina impedancia acústica específica, y se define como:

$$z = \frac{p'}{u} \quad (62)$$

- Para ondas planas progresivas viajando en la dirección $\pm x$, de (55) y (56) se demuestra que esta relación es un número real:

$$z_{plana} = \pm \rho_0 c \quad (63)$$

El producto $\rho_0 c$ tiene un mayor significado acústico como propiedad característica del medio en cuestión que las propias ρ_0 o c individualmente. Por esta razón $\rho_0 c$ se llama *impedancia acústica característica del medio*.

- Para ondas esféricas, de (58) y (59) se obtiene el siguiente número complejo:

$$z_{esférica} = \rho_0 c \frac{ikr}{1 + ikr} = \rho_0 c \left(\frac{(kr)^2}{1 + (kr)^2} + i \frac{kr}{1 + (kr)^2} \right) \quad (64)$$

La parte real se denomina *resistencia acústica específica* y la imaginaria *reactancia acústica específica*. Para distancias cercanas a la fuente, donde $r \ll \lambda$ ($kr \ll 1$), ambos términos tienden a cero pero la reactancia es mayor que la resistencia. Para distancias grandes alejadas de la fuente, donde $r \gg \lambda$ ($kr \gg 1$), el término resistivo tiende al valor $\rho_0 c$ mientras que el reactivo tiende a cero [169]. Este comportamiento en función de la distancia es importante porque nos permite identificar a cuánto de lejos la onda esférica se comporta como una onda plana. Además, como se mostrará en más detalle en los siguientes apartados, esto influirá en que las propiedades de la onda dependan fuertemente de la distancia a la superficie de vibración.

Energía. De acuerdo con la fórmula general, la energía por unidad de volumen del fluido o *densidad de energía* es $\rho\epsilon + \rho u^2/2$ [166], donde ϵ es la energía interna por unidad de masa. Reemplazando $\rho = \rho_0 + \rho'$ y $\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon'$, desarrollando en serie y tomando términos únicamente hasta segundo orden, se obtiene:

$$E = \rho_0\epsilon_0 + \rho' \frac{\partial(\rho\epsilon)}{\partial\rho_0} + \frac{1}{2}\rho'^2 \frac{\partial^2(\rho\epsilon)}{\partial\rho_0^2} + \frac{1}{2}\rho_0 u^2 \quad (65)$$

donde:

- El término $\rho_0\epsilon_0$ es la energía de la unidad de volumen cuando el fluido está en reposo, y no está relacionado con la onda sonora.
- El término $\rho' \partial(\rho\epsilon)/\partial\rho_0$ (derivando a entropía constante porque la onda acústica es adiabática) puede reescribirse utilizando la relación termodinámica $d\epsilon = Tds - p dV = Tds + (p/\rho^2)d\rho$, de modo que $\rho' \partial(\rho\epsilon)/\partial\rho_0 = \rho'\epsilon + p/\rho_0$ es la variación de debida a la modificación de la masa del fluido en el volumen unidad. Este término desaparecerá en la energía total, dado que la masa total del fluido resulta invariante al integral en el volumen completo, es decir, $\int p dV = \int p_0 dV \leftrightarrow \int p' dV = 0$.
- El término $\frac{1}{2}\rho'^2 \partial^2(\rho\epsilon)/\partial\rho_0^2$ puede reescribirse utilizando la relación termodinámica anterior, de modo que se obtiene: $\frac{1}{2}\rho'^2 \partial^2(\rho\epsilon)/\partial\rho_0^2 = \frac{1}{2}c^2 \rho'^2/\rho$.
- El término $\frac{1}{2}\rho_0 u^2$ representa la energía cinética de una unidad de volumen de fluido.

Entonces, utilizando la ecuación (49), la *densidad de energía acústica* es:

$$E = \frac{1}{2}\rho_0 u^2 + \frac{1}{2} \frac{p'^2}{\rho_0 c^2} \quad (66)$$

- Para una onda plana, utilizando la relación (63):

$$E_{plana} = \rho_0 u^2 = \frac{p'^2}{\rho_0 c^2} \quad (67)$$

- Para una onda esférica, utilizando la relación (64):

$$E_{esférica} = \frac{1}{2}\rho_0 u^2 \left(1 + \left(\frac{kr}{kr-i} \right)^2 \right) = \frac{1}{2} \frac{p'^2}{\rho_0 c^2} \left(1 + \left(1 - \frac{i}{kr} \right)^2 \right) \quad (68)$$

Aunque en general estas relaciones no son válidas, puede obtenerse una fórmula semejante para el promedio temporal de la energía sonora total. Para ello, sabiendo que, para pequeñas oscilaciones, la energía potencial total media de un sistema E_{pot} es igual a la energía cinética media total $E_{kin} = \frac{1}{2} \int \rho \overline{u^2} dV$, la *energía acústica total* media resulta:

$$E = \int \bar{E} dV = \int \bar{E}_{pot} + \bar{E}_{kin} dV = 2 \int \bar{E}_{kin} dV = \int \rho \overline{u^2} dV \quad (69)$$

Que puede aplicarse a una onda no monocromática arbitraria por medio de una serie de ondas monocromáticas (transformada de Fourier), de modo que la energía sólo contiene términos en los que intervienen las amplitudes de cada componente, sin productos de términos de frecuencias distintas, dado que estos valores medios se anulan [166].

Intensidad. La *intensidad acústica instantánea* $I(t)$ de una onda es la cantidad de potencia por unidad de área que se transfiere un elemento de fluido al elemento contiguo. Su forma más general es la relación vectorial $\vec{I}(t) = p'\vec{u}$ pero, trabajando en módulos (en la dirección en la que se aplica el trabajo o propaga la onda), esta relación es $I(t) = p'u$. La *intensidad* I es el promedio de $I(t)$, es decir, la tasa temporal promedio de energía a través de una unidad de área normal a la dirección de propagación [170].

$$I = \langle I(t) \rangle_T = \int_0^T I(t) dt = \langle p'u \rangle_T = \frac{1}{T} \int_0^T p'u dt \quad (70)$$

Donde T es el tiempo utilizado para calcular la intensidad acústica. Para una onda armónica (monocromática), T es el periodo.

- Para una onda armónica plana viajando en la dirección $\pm x$, en la presión acústica es $p = P \cos(2\pi ft)$ y la velocidad de partícula es $u = U \cos(2\pi ft)$, la intensidad instantánea es $I(t) = p^2(t)/\rho_0 c$, de modo que la intensidad acústica queda como:

$$I_{plana\pm} = \pm \frac{P^2}{2\rho_0 c} = \pm \frac{P_{rms}^2}{\rho_0 c} = \pm \frac{\rho_0 c U^2}{2} = \pm \frac{\rho_0 c U_{rms}^2}{2} = \pm P_{rms} U_{rms} \quad (71)$$

Donde P_{rms} y U_{rms} son las amplitudes *rms*¹⁶ de p y u de la onda monocromática, $P_{rms} = P/\sqrt{2}$ y $U_{rms} = U/\sqrt{2}$, respectivamente. A pesar de que la ecuación (71) es exacta sólo para ondas armónicas planas, es aproximadamente cierta para ondas divergentes a grandes distancias respecto de sus fuentes [169].

- Para una onda armónica esférica, la intensidad acústica es:

$$I_{esférica} = \frac{PU|z_{esférica}|}{2\rho_0 c} = \frac{P^2}{2\rho_0 c} = \frac{P_{rms}^2}{\rho_0 c} \quad (72)$$

Potencia. La *potencia acústica total* que fluye a través de un área S se calcula generalmente como $\Pi = \int_S \vec{I}(t) \cdot d\vec{s}$, donde $d\vec{s}$ es el vector normal al elemento de área.

- Para una onda plana monocromática, la potencia acústica es:

$$\Pi_{plana} = \int_S I_{plana} dS = I_{plana} \cdot S \quad (73)$$

- Para una onda esférica monocromática, la potencia acústica a una distancia r es:

$$\Pi_{esférica} = \int_S I_{esférica} dS = I_{esférica} \cdot 4\pi r^2 \quad (74)$$

Por la ley de conservación de la energía, Π es independiente de r si no hay pérdidas en el fluido, por lo que I varía inversamente proporcional al cuadrado de la distancia [171].

¹⁶ El valor *rms* (root-mean-square) de una señal $x(t)$ en un periodo T es: $x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t) dt}$

Niveles sonoros. Es habitual describir la presión y la intensidad sonora utilizando escalas logarítmicas, conocidas como *niveles sonoros*. Una razón de ello radica en el amplio rango de presiones e intensidades sonoras que encontramos en la mayoría de ambientes acústicos. Así, utilizando una escala logarítmica comprimimos el rango numérico requerido para describir este amplio rango. La escala logarítmica más utilizada para describir los niveles sonoros es la *escala decibélica* (dB), con la que se definen los siguientes niveles sonoros:

- El *nivel de intensidad* IL ¹⁷ de una onda de intensidad acústica I :

$$IL = 10 \log \left(\frac{I}{I_{ref}} \right) \quad (75)$$

donde I_{ref} es una intensidad de referencia que, en agua, toma el valor por convenio $I_{ref} = 6,76 \cdot 10^{-19} W/m^2$ (en el aire toma el valor $I_{ref} = 10^{-12} W/m^2$).

- El *nivel de presión sonora* SPL ¹⁸ de una onda progresiva plana o esférica, cuya *presión efectiva* P_{rms} se relaciona con la intensidad por (71), se expresa como:

$$SPL = 20 \log \left(\frac{P_{rms}}{P_{ref}} \right) \quad (76)$$

donde P_{ref} es una presión de referencia que, en agua, toma el valor por convenio de $P_{ref} = 10^{-6} Pa$ (en el aire toma el valor $P_{ref} = 20 \cdot 10^{-6} Pa$).

Algunas magnitudes acústicas de los fluidos en cámaras de burbujas. La siguiente Tabla II.1 muestra la densidad, velocidad del sonido e impedancia acústica característica de los medios fluidos que se van a utilizarse en la presente y siguientes secciones. Estos valores se han obtenido de los datos del fabricante y del NIST [172]. En el caso de PICO, vemos que el buffer (agua) tiene una impedancia superior a la del fluido sobrecalentado (x2 y x4 en el caso de C3F8 y CF3I, respectivamente), lo cual tendrá consecuencias en la transmisión acústica, tal como se verá en el apartado II.1.7 y II.1.9.

Fluido	Densidad $\rho_0 [kg \cdot m^{-3}]$	Velocidad del sonido $c [m \cdot s^{-1}]$	Impedancia característica $\rho_0 c [Ray]$
Agua	1000	1500	$1500 \cdot 10^3$
Propilen-Glycol	1036	1500	$1554 \cdot 10^3$
C ₃ F ₈ (-11,0°C, 2,83 bar)	1506	434,4	$654 \cdot 10^3$
C ₃ F ₈ (-18,8°C, 2,14 bar)	1539	462,7	$712 \cdot 10^3$
CF ₃ I (2,6°C, 4,00 bar)	2191	102,0	$223 \cdot 10^3$
CF ₃ I (-3,5°C, 2,00 bar)	2216	102,0	$226 \cdot 10^3$
C ₂ H ₂ F ₄ (2,0°C, 3,00 bar)	1295	662,3	$858 \cdot 10^3$
C ₂ H ₂ F ₄ (-10,0°C, 2,00 bar)	1328	668,3	$887 \cdot 10^3$
C ₂ H ₂ F ₄ (-25,0°C, 1,00 bar)	1374	737,7	$1014 \cdot 10^3$

Tabla II.1. Propiedades acústicas de los medios fluidos de interés en esta Tesis.

¹⁷ Del inglés: intensity level.

¹⁸ Del inglés: sound pressure level.

II.1.5 Emisión acústica por una esfera pulsante

Una vez conocidos los diferentes métodos teóricos y magnitudes físicas que se han utilizado para abordar los problemas acústicos en detectores de cámaras de burbujas en esta Tesis, vamos a exponer las características de cada uno de los fenómenos estudiados, comparando las predicciones con los resultados de ensayos experimentales.

El primero de los fenómenos estudiados, que dan lugar a todos los demás fenómenos ondulatorios que tienen lugar en estos detectores, es el de la *emisión acústica*. Por su diferente grado de complejidad y relación, se han realizado dos métodos para estudiarla:

- Emisión acústica en el banco de pruebas acústico: en este caso, contemplado en el presente apartado, la emisión se realiza mediante diferentes transductores acústicos, controlando y sincronizando el proceso de emisión y recepción. Se estudia la propagación radial y azimutal de la onda emitida por dichos transductores (que generalmente pueden ser considerados esféricos), y se comparan los resultados con los obtenidos mediante los modelos analíticos y numéricos anteriormente descritos, para validar estas herramientas de análisis. Estos estudios se llevan a cabo con diferentes tipos de señales, tales como senos y sweeps de distintas frecuencias y duraciones.
- Emisión acústica por el crecimiento de burbujas: la caracterización de las señales acústicas debido al crecimiento de burbujas en fluidos sobrecalentados tienen una importancia capital en estos detectores, especialmente para conseguir una buena discriminación de las partículas alfa respecto del fondo [15]. Por ende, en el siguiente apartado se estudia también la generación y propagación de dicha señal acústica esperada en un fluido sobrecalentado. Para este fin, se desarrolla un modelo analítico específico que parte de los resultados vistos en la anterior *Sección I.2*. Los resultados obtenidos serán aplicados a las condiciones de operación de los detectores PICO en el *apartado II.1.9*, donde se compararán con medidas in situ de señales del detector. En el *apartado II.1.10* se aplicarán los resultados al diseño del detector MODA-LS.

En ambos casos, para entender las soluciones que se van a obtener, podemos considerar que, en general, un cuerpo oscilando en un fluido causa compresiones y rarefacciones periódicas a su alrededor y, entonces, produce ondas acústicas. La energía que transporta estas ondas proviene de la energía cinética del cuerpo. Cambiando el tipo de movimiento de la superficie esférica en cuestión (Figura II.1), se obtienen la solución de la onda emitida en cada uno de los casos mencionados anteriormente.

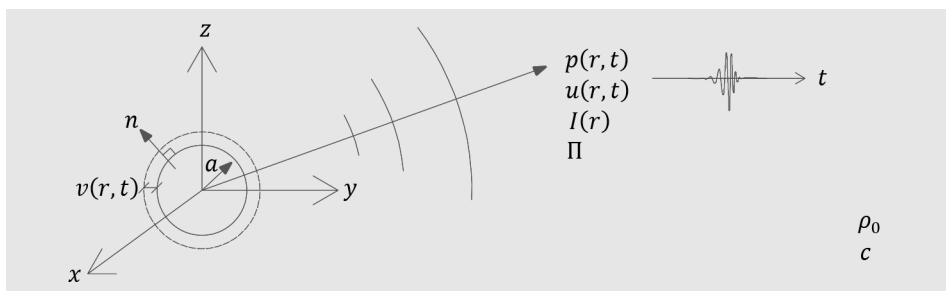


Figura II.1. Esquema de fuente esférica para el estudio de la emisión acústica.

Emisión acústica por una esfera pulsante. Consideremos una impenetrable esfera cuyo radio $R(t)$ oscila con el tiempo a una velocidad de amplitud v_0 con una frecuencia angular ω . A partir de las hipótesis de acústica lineal, se requiere que la amplitud de la oscilación A sea sustancialmente menor que el radio nominal a , así que $v_0 = \omega A \ll \omega a$. Así, la condición de contorno adecuado para las ecuaciones de dinámica de fluidos es:

$$\text{- En la superficie de la esfera } (R = a): \quad v = v_0 \cos(\omega t) \quad (77)$$

Si escogemos la solución particular para la presión de una onda esférica viajando hacia afuera (58), la velocidad de partícula radial a una distancia r del centro de la esfera tiene, de acuerdo a la relación (59), la siguiente expresión compleja:

$$u(r, t) = \frac{1}{\rho_0 c} \left(1 + \frac{1}{ikr}\right) A_+ \frac{e^{-ikr}}{r} e^{i\omega t} \quad (78)$$

Aplicando la condición de contorno (98), la presión tiene la siguiente amplitud compleja:

$$p(r, t) = (\rho_0 c) v_0 \left(\frac{a}{r}\right) \left(\frac{ika}{1 + ika}\right) e^{-ik(r-a)} e^{i\omega t} \quad (79)$$

La intensidad acústica, según la ecuación (72), es:

$$I(r) = \frac{1}{2} (\rho_0 c) v_0^2 \left(\frac{a}{r}\right)^2 \mathbb{R}\{\mathbf{z}_{esférica}\}^2 \quad (80)$$

Entonces, la potencia acústica, de acuerdo con la ecuación (74), es:

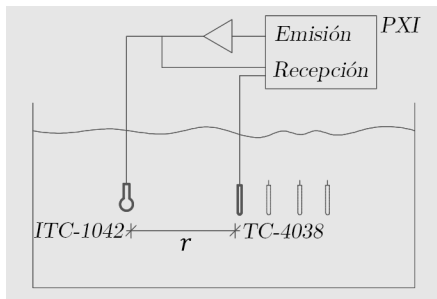
$$\Pi = (2\pi a^2) (\rho_0 c) v_0^2 \mathbb{R}\{\mathbf{z}_{esférica}\}^2 \quad (81)$$

Si el radio de la fuente es pequeño en comparación con la longitud de onda ($a \ll \lambda \leftrightarrow ka \ll 1$), la impedancia acústica específica cerca de la superficie de la esfera es muy reactiva, por lo que la solución tiene la misma forma que (79), (80) y (81) pero reemplazando $\mathbb{R}\{\mathbf{z}_{esférica}\}$ por ika .

En los siguientes subapartados se muestran los estudios sobre propagación para valores de kr cada vez más pequeños. Empezamos con estudios de la propagación a largas distancias respecto de la fuente acústica (en este caso, un transductor calibrado) en el tanque de agua, tanto desde el punto de vista experimental como numérico y analítico. A continuación, el mismo tipo de estudios se realiza para distancias más cercanas en el interior de una vasija de cristal llena de agua que, como se ha comentado, tiene el tamaño típico de los actuales detectores de partículas PICO y MOSCAB. Antes de estudiar la señal acústica emitida por el crecimiento de una burbuja esférica en un fluido sobrecalentado, se estudia numérica y analíticamente el campo emitido por superficies esféricas de diferentes tamaños. Con ello, se obtiene una relación entre el radio de la esfera y la amplitud de vibración con el fin de obtener el mismo campo acústico, variando una a costa de la otra. Esto nos permitirá optimizar las simulaciones numéricas aumentando el tamaño de la burbuja, reduciendo su amplitud de crecimiento.

Propagación en distancias largas: tanque de agua. La Figura II.2 izquierda muestra el montaje experimental para testear la propagación acústica en el tanque de agua. Se trata de mediciones realizadas en un tanque de cristal de $120 \times 80 \times 60 \text{ cm}^3$ lleno de agua, en el que se ubicaron un emisor ITC 1042 y un receptor acústico RESON TC4038. A este montaje haremos referencia a lo largo de esta Tesis, pues en él se han realizado tanto estas medidas de propagación acústica sin el efecto de las reflexiones laterales de las paredes, como medidas de calibración de sensores acústicos y de su apantallamiento (ver *Sección III.3*). La generación y adquisición de señales se ha realizado con un chasis PXI 1033, que lleva integrada una tarjeta de generación PXI 5412 y un osciloscopio de dos canales PXI 5102. Las señales estudiadas fueron, por un lado, tonos desde 10 a 100 kHz en pasos de 10 kHz con 3 ciclos de duración y, por otro, sweeps de entre 10 y 100 kHz de 50, 100 y 200 μs . Cada onda acústica fue emitida 10 veces para tener una estadística suficiente en los resultados.

Esquema del montaje experimental



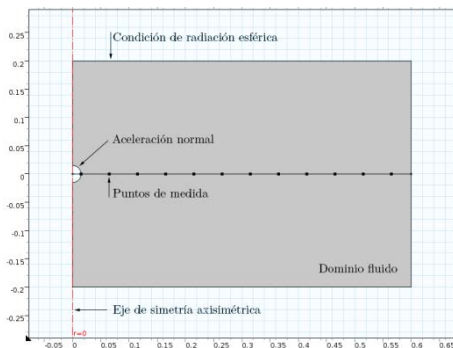
Fotografía del montaje experimental



Figura II.2. A la izquierda, esquema del montaje experimental en el tanque de agua para testear la propagación acústica. A la derecha, fotografía de una de las medidas.

Las medidas realizadas en este montaje experimental se contrastan con el modelo de simulación asociado que se muestra en la Figura II.3. En él, el efecto de tener las paredes del tanque relativamente alejadas se sustituye por una condición de radiación esférica de las ondas que llegan al contorno del modelo. A la derecha, se muestra un ejemplo del resultado obtenido en la simulación de una esfera vibrante con el mismo radio que el transductor emisor.

Modelo de la simulación



Simulación del campo acústico

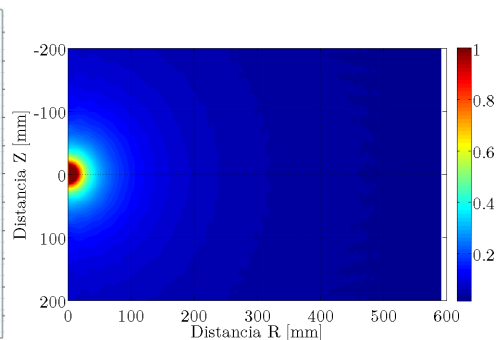


Figura II.3. Modelo de la simulación (izquierda) y resultados de uno de los campos acústicos obtenidos (derecha).

Mostramos a continuación la configuración y el resultado de las medidas y simulaciones realizadas con este montaje experimental. Con ello, mostraremos un ejemplo de las ondas acústicas obtenidas y su similitud las cuales, posteriormente, serán procesadas para extraer información del fenómeno acústico que se quiere estudiar. La Tabla II.2 muestra las características de las señales tratadas en uno de los experimentos y correspondiente simulación, que son similares a las utilizadas en los estudios de los siguientes apartados.

Señal (tipo y frecuencia)	Duración [ms]	Conf. experimental			Conf. simulación		
		V_{input} [mV _p]	$f_{\text{s,gen}}$ [MHz]	$f_{\text{s,adq}}$ [MHz]	dx [mm]	dt [μs]	gdl
Sine 10 kHz	0.50 (5 ciclos)	500	10	10			
Sine 20 kHz	0.50 (10 ciclos)	500	10	10	9.30	2	62502
Sine 30 kHz	0.33 (10 ciclos)	500	10	10	6.20	2	153794
Sine 50 kHz	0.20 (10 ciclos)	300	10	10	3.70	1	271155
Sine 100 kHz	0.10 (10 ciclos)	300	10	10	1.80	1	3957730
Sine 200 kHz	0.05 (10 ciclos)	300	10	10			
Sweep 5k-50k	0.50	500	10	10	3.70	1	516422
Sweep 5k-50k	1.00	500	10	10	3.70	1	517195
Sweep 20k-50k	0.10	500	10	10	3.70	1	517195
Sweep 20k-50k	0.50	500	10	10	3.70	1	517195
Sweep 20k-100k	0.10	300	10	10			
Sweep 20k-100k	0.20	300	10	10			
Sweep 10k-100k	0.50	300	10	10			

Tabla II.2. Configuración de cada señal analizada tanto en uno de los experimentos de propagación acústica así como de la simulación correspondiente. En todas las medidas se utilizó un amplificador antes del transductor tras el que se grabaron las señales emitidas.

El término “gdl” son los grados de libertad del modelo.

Con esta configuración, la Figura II.4 muestra dos ejemplos característicos de las ondas emitidas (las registradas en bornes del transductor emisor en las medidas, y en el contorno con aceleración prescrita en las simulaciones) y recibidas (registradas en bornes del transductor receptor en las medidas, y en el punto de registro de las simulaciones) obtenidas: un seno de 100 kHz de 30 μs de duración y un sweep de entre 50 y 100 kHz de 100 μs de duración. Con respecto a las señales emitidas, se observa una buena correspondencia entre la forma de la señal medida y la producida por la simulación, con lo que podemos validar las configuraciones anteriores (el mallado espacial y temporal en cuanto a la simulación, y la frecuencia de muestreo en las medidas). Respecto a las ondas recibidas, se observan algunas variaciones en las formas de ondas resultantes, especialmente al inicio de las mismas. Por un lado, observamos que el ruido previo a la recepción de la señal es mayor en las medidas que en las simulaciones (sólo en algunos casos extremos, encontramos ruido numérico previo a la llegada de la señal). Por otro lado, la señal medida suele presentar una menor amplitud en el primer ciclo de las señales, debido a la respuesta dinámica del propio transductor receptor o sensor que, desde un punto de vista simplificado, funciona como un resorte con cierta amortiguación viscosa. No obstante, esta respuesta es la misma en todas las señales analizadas con el mismo transductor, por lo que este efecto transitorio no es un gran problema cuando comparamos amplitudes de diferentes señales en un mismo montaje experimental, como las que se van presentan en los siguientes apartados.

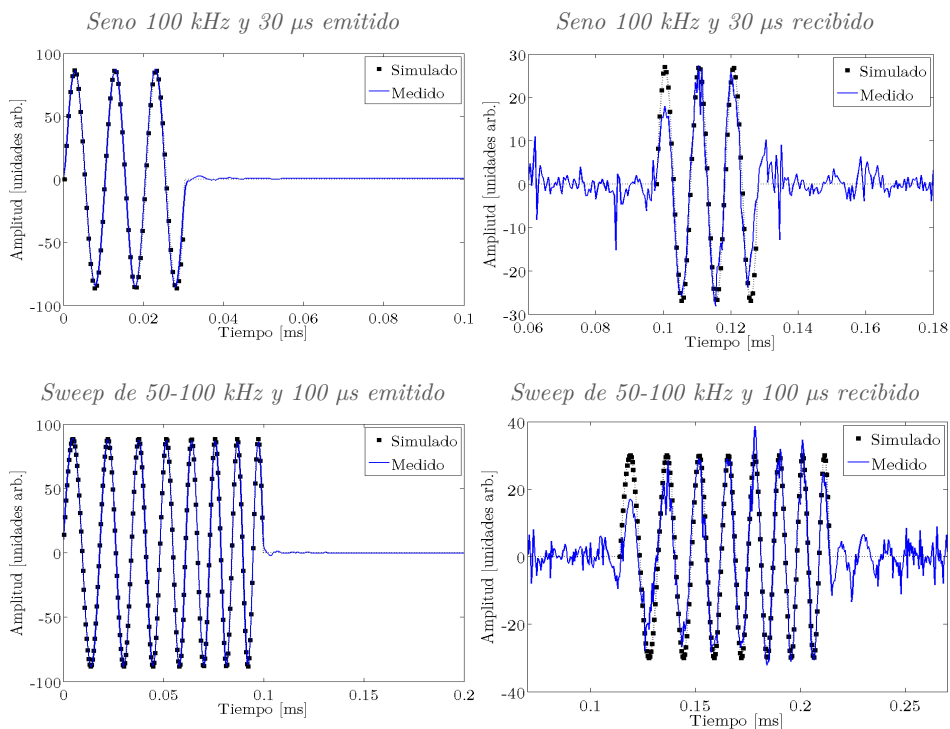


Figura II.4. Ejemplo de ondas acústicas emitidas (izquierda) y recibidas (derecha) tanto medidas como simuladas para un ejemplo de seno (arriba) y de sweep (abajo).

Los resultados se contrastan con el modelo analítico de la ecuación (58) y los resultados FEM en la Figura II.5. Hemos normalizado las amplitudes respecto a la obtenida a 100 mm de distancia respecto de la fuente. Respecto a las medidas, se observa que tanto la propagación de las señales monocromáticas y sweeps coinciden, en general, bastante bien con el comportamiento esperado de la propagación. No obstante, para bajas frecuencias, la desviación de los resultados aumenta debido a las reflexiones con las paredes del tanque. Respecto a las simulaciones, los senos estudiados coinciden bien con la tendencia esperada.

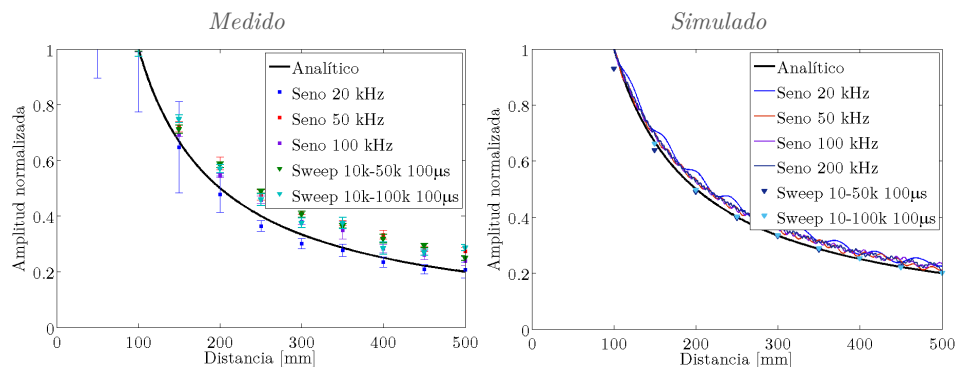


Figura II.5. Propagación a largas distancias medida (izquierda), simulada (derecha) con estudio frecuencial (senos) y transitorio (sweeps), y con modelo analítico.

Propagación en distancias cortas: interior de la vasija de calibración. En la Figura II.6 se muestra el montaje experimental para testear la propagación acústica en el interior de una vasija de cristal llena de agua. Se trata de mediciones realizadas en una vasija cilíndrica de cristal de 11 cm de radio y 25 cm de altura llena de agua destilada, dimensiones similares a las de las vasijas de los detectores PICO, en las que cualquier generación acústica va a estar ligada a múltiples reflexiones. Este montaje se ha utilizado tanto para la realización de estas medidas de propagación, como para la calibración de sensores pegados a la superficie exterior de la pared (ver *Sección III.2*), ya que es la disposición de los sensores en PICO. En este caso, en su interior se ubicaron un emisor ITC-1042 y un receptor acústico RESON TC-4038, controlados por el PXI 1033, tomando medidas a lo largo de dos direcciones: una en la dirección horizontal y radial respecto del emisor hacia las paredes de la vasija; y otra a través de una línea vertical a 30 mm de distancia horizontal del emisor. Las señales estudiadas fueron senos y sweeps entre 20 y 150 kHz, con duraciones comprendidas entre 100 y 500 μ s (ver Figura II.8).



Figura II.6. Esquema del montaje experimental para la propagación acústica en el interior de la vasija llena de agua y fotografías de una de las medidas.

Las medidas realizadas en este montaje experimental se contrastan con el modelo de simulación asociada de la Figura II.7. Las simulaciones numéricas se implementaron en el dominio del tiempo para reproducir el comportamiento de las señales acústicas lo más fielmente posible. Así, podemos aplicar los mismos métodos de análisis a las señales obtenidas de la simulación y las grabadas en los experimentos.

En este análisis, debemos tener en cuenta que, debido a las pequeñas dimensiones de la vasija, se espera cierta influencia de reflexiones en las medidas registradas en su interior, mayores conforme más cercanas a la pared de la vasija se realicen las medidas. Esto se debe a que, en todas las frecuencias, la onda reflejada en las paredes llega antes de que haya terminado la recepción de la onda directa, lo que se puede traducir en variaciones de amplitud. A la derecha de la Figura II.7 podemos observar el efecto de la pared en la onda incidente, que genera interferencias en el campo acústico. No obstante, podemos paliar este efecto a través de un análisis de correlación cruzada entre cada una de las señales registradas y enviadas. Este método de análisis se detallará en la *Sección IV.1*, estudiando más en detalle la bondad del método para las distintas señales estudiadas.

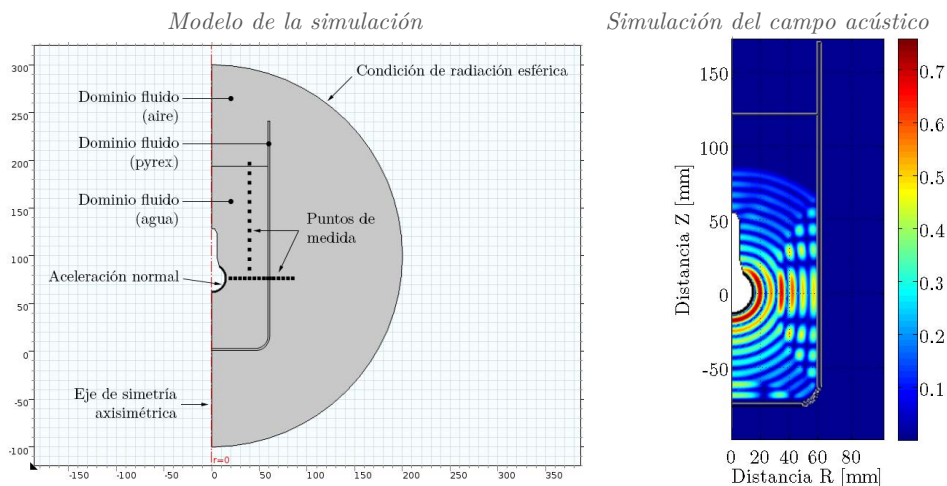


Figura II.7. Modelo de la simulación (izquierda) y ejemplo de un resultado (derecha).

La Figura II.8 muestra el resultado de aplicar la técnica de correlación a uno de los senos y sweeps, medidos a 1 cm de la pared de la vasija, como ejemplo de aplicación de la técnica de correlación para obtener la detección y amplitud de la señal recibida.

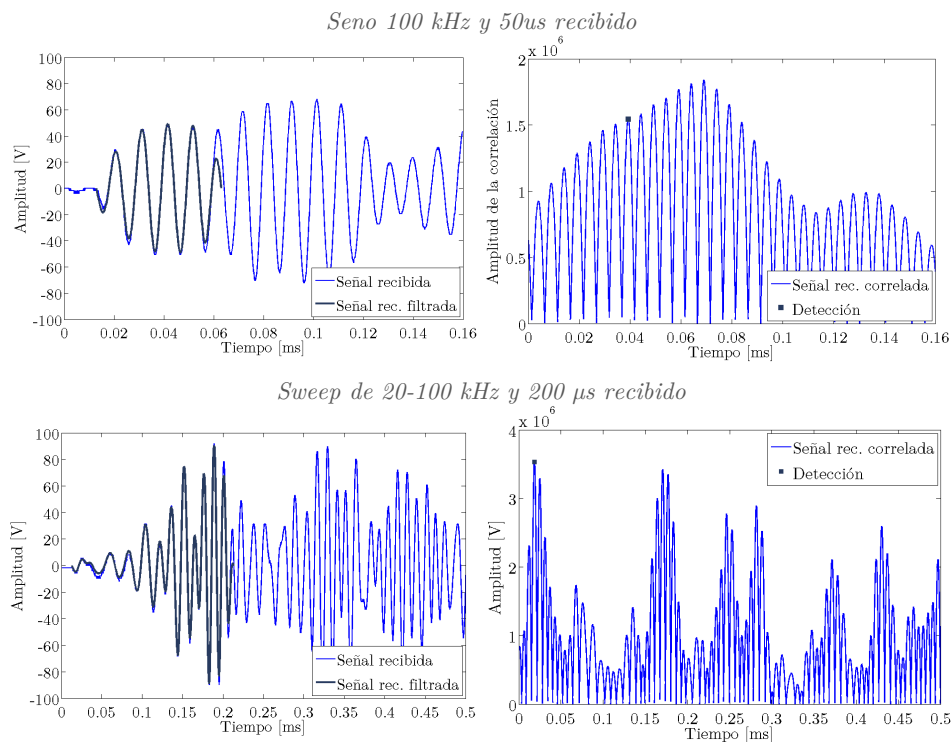


Figura II.8. Ejemplo de señal emitida y recibida en una de las medidas experimentales y en la simulación numérica correspondiente.

Respecto a la **propagación radial**, las amplitudes de la presión normalizadas en cada uno de los puntos se muestran en la Figura II.9. A la izquierda se observa que los resultados medidos coinciden bastante bien con el decaimiento teórico. Como se esperaba, para bajas frecuencias, la desviación de las señales aumenta debido a que las longitudes de onda mayores son más susceptibles de ser afectadas por las reflexiones. Además, se observa que los sweeps se ajustan mejor a las predicciones que los senos dado que las amplitudes del análisis están realizadas con el método de la correlación que, como se verá en la *Sección III.1*, nos permite discernir mejor la señal acústica frente al ruido y reflexiones para señales de ancho de banda. Respecto a las simulaciones, vemos que los resultados ofrecen un comportamiento muy similar a las medidas, salvo que aquí no tenemos desviaciones para la medida en un mismo punto.

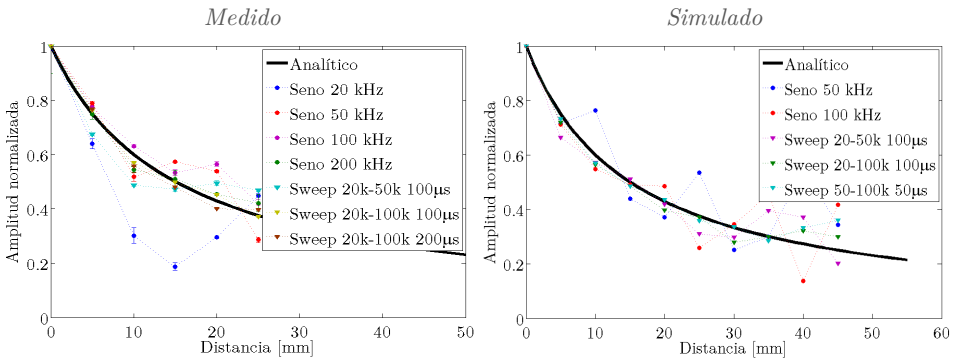


Figura II.9. Propagación radial en el interior de la vasija para diferentes señales. A la izquierda, resultados del montaje experimental. A la derecha, resultados numéricos.

Los resultados de la **propagación vertical** se muestran en la Figura II.10. En este caso, la tendencia de las amplitudes se asemeja al comportamiento analítico hasta aproximadamente 50 mm de separación vertical entre emisor y receptor. Para distancias mayores, las reflexiones de la pared lateral y de la interfase superior agua-aire afectan fuertemente a la señal recibida. En ambos casos, se observa que el comportamiento acústico de los sweeps es más fácil de distinguir respecto a las señales senoidales, sobre todo si se utiliza un método de análisis basado en la correlación.

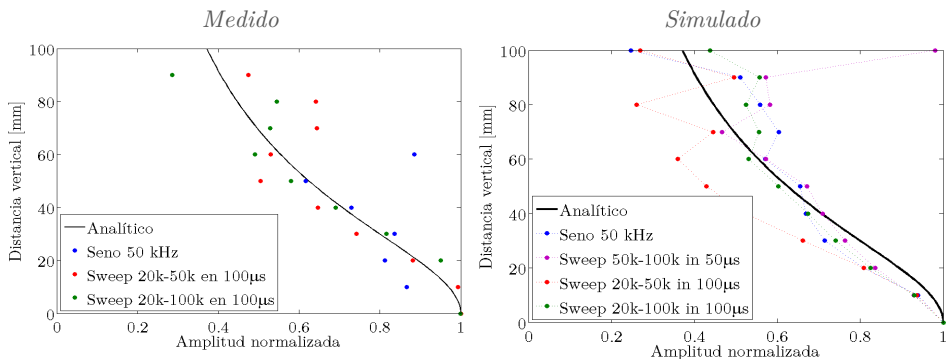


Figura II.10. Propagación vertical en el interior de la vasija. A la izquierda, resultados del montaje experimental. A la derecha, resultados numéricos.

Propagación para esferas pequeñas (optimización de las simulaciones). Como se comentará en el siguiente apartado II.1.6, la simulación de la emisión acústica en el crecimiento de una burbuja en fluidos sobrecalentados implica modelar la vibración de una esfera cuyo tamaño (del orden del nanómetro) es mucho menor que las dimensiones del dominio acústico que se quiere simular (del orden del centímetro). Por ello, estas simulaciones requieren un gran mallado (pequeño distancia entre puntos de la malla de cálculo) y tiempo de computación.

En esta sección se estudia una forma de optimizar las simulaciones de propagación a través del estudio del efecto de los cambios del tamaño de la esfera a expensas de modificar convenientemente la condición de aceleración en la superficie de la burbuja, para producir el mismo campo acústico. Para ello, consideremos dos esferas vibrantes con radios a_1 y a_2 que oscilan con una velocidad de amplitudes u_{01} y u_{02} respectivamente. Si queremos que, para cada esfera, la potencia acústica total generada sea la misma en cualquier punto del campo acústico, de la relación (80), debemos imponer que: $u_{01}a_1|z_1| = u_{02}a_2|z_2|$. Esta condición nos permite establecer la relación entre el radio y la amplitud de vibración de la esfera sin afectar al campo acústico generado. Para testear esta relación, se han realizado distintas simulaciones.

En primer lugar, se ha simulado la generación acústica de una esfera de radio 10 mm oscilando armónicamente en agua con una frecuencia de 100 kHz y con una amplitud de 1 Pa en su superficie. La Figura II.11 muestra el comportamiento de la presión y del campo de velocidades a lo largo de un eje radial respecto del centro de la esfera. Las líneas sólidas corresponden a las simulaciones en el dominio de la frecuencia, de modo que se puede observar la parte real e imaginaria de cada magnitud. Los círculos corresponden a las simulaciones en dominio de tiempos cuando la burbuja oscila a esta frecuencia durante 5 ciclos (50 μ s). Se observa una clara correspondencia entre las simulaciones en ambos tipos de dominios.

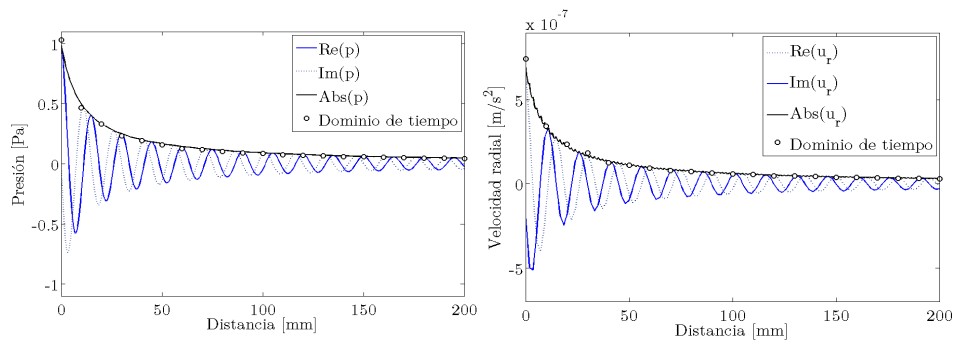


Figura II.11. Ejemplo de simulación del campo de presión (izquierda) y velocidad radial (derecha) a lo largo de un eje radial producido por una esfera de 10 mm de radio que oscila a 100 kHz con una amplitud de 1 Pa en su superficie.

Posteriormente, se ha simulado en dominio de tiempo un conjunto de esferas de diferentes radios (desde 0.01 hasta 10 mm) cambiando, según la expresión anterior, las amplitudes de oscilación, con el fin de recrear el mismo campo acústico en todos los casos. La Figura II.12 muestra las amplitudes de los campos de presión y de velocidad de partícula obtenidos con las simulaciones y con el modelo analítico de esfera vibrante visto en las ecuaciones (78) y (79). Se observa una buena correspondencia entre las simulaciones y el modelo analítico, con algunas desviaciones (caso $d=10^{-3}$ mm) corresponde al cambio de tendencia en el comportamiento de la velocidad radial.

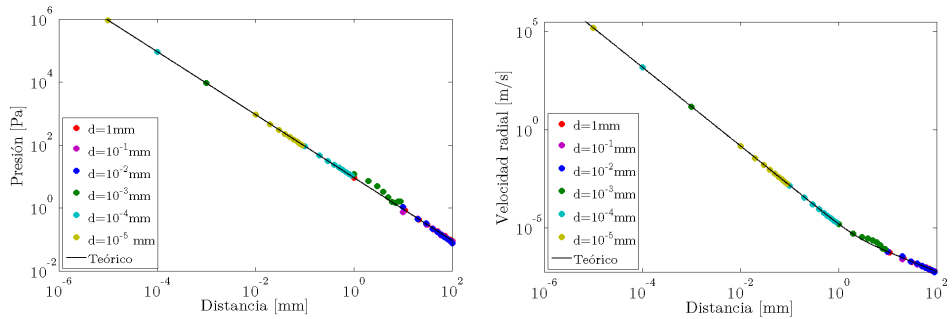


Figura II.12. Campo de presiones (izquierda) y de velocidad radial de partícula (derecha) generado por esferas vibrantes de diversos diámetros (d) a distintas distancias, variando la amplitud de la oscilación para obtener el mismo campo a lo largo del eje radial.

Con esto, también podemos calcular el campo de intensidades y potencias acústicas mediante sus definiciones en las ecuaciones (80) y (81), respectivamente, tal como se muestra en la Figura II.13. Se observa que la potencia acústica permanece constante a distancias mayores de 1 mm dado que, en este punto, la distancia respecto del centro de la esfera es mayor que la longitud de onda, es decir, $ka > 1$ de modo que, como se comentó en el apartado II.1.3, el término resistivo de la impedancia acústica específica se aproxima a $\rho_0 c$ mientras que el término reactivo se aproxima a cero.

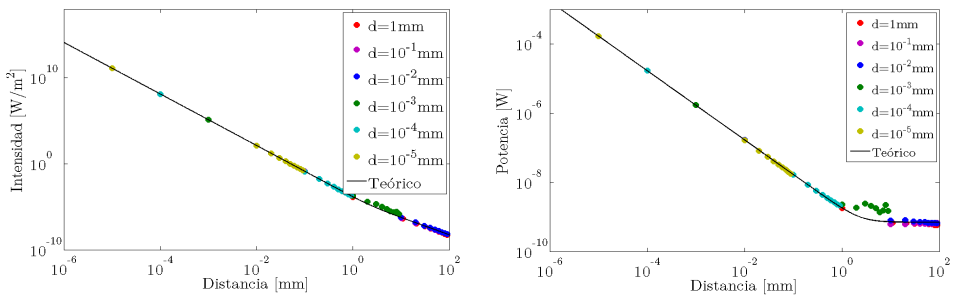


Figura II.13. Intensidad (izquierda) y potencia acústica (derecha) generada por esferas vibrantes de diversos diámetros (d) a distintas distancias respecto a su centro, variando convenientemente la amplitud de la oscilación para obtener el mismo campo acústico.

Con esto, podemos dar por válida la relación obtenida anteriormente entre radio y amplitud de oscilación. Este comportamiento se utiliza en los apartados II.1.9 y II.1.10 para realizar simulaciones con burbujas mayores que las obtenidas teóricamente del cálculo del radio crítico.

II.1.6 Emisión acústica por una burbuja en crecimiento

Emisión acústica por un cuerpo que cambia de volumen. En el caso más general de un cuerpo de forma arbitraria oscilando de cualquier manera (ver Figura II.1), el problema de la emisión de ondas acústicas puede resolverse partiendo de la ecuación de onda para potencial de velocidades (50) y considerando que:

- En la superficie del cuerpo, la componente normal \mathbf{n} de la velocidad del fluido debe ser igual a la componente correspondiente de la velocidad \mathbf{v} del cuerpo:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = v_n \quad (82)$$

- A distancias grandes del cuerpo, la onda debe transformarse en una onda esférica saliente:

$$\phi = -\frac{f(t - r/c)}{r} \quad (83)$$

Con ello, se pueden obtener dos expresiones diferentes para la intensidad de sonido emitido por un cuerpo oscilante, dependiendo de la relación de la dimensión característica del cuerpo a y la longitud de onda de la oscilación del cuerpo λ . Aquí, estamos interesados en el caso $\lambda \gg a$, lo cual es asumible dado que estamos tratando con un movimiento de crecimiento continuo, sin oscilaciones. Así, podemos despreciar el término $(1/c^2)\partial^2\phi/\partial t^2$ en la ecuación de ondas (50) cerca del cuerpo (a distancias pequeñas en comparación con la longitud de onda). Esto se debe a que, en esta región, este término es del orden de $\omega^2\phi/c^2 \sim \phi/\lambda$ mientras que el término $\nabla\phi$ de la ecuación de ondas es del orden de ϕ/l^2 . Entonces, el flujo cerca del cuerpo satisface la ecuación de Laplace:

$$\Delta\phi = 0 \quad (84)$$

Que corresponde al flujo potencial de un fluido incompresible. Consecuentemente, el flujo próximo al cuerpo se mueve como si fuese incompresible y no es posible encontrar una solución general, sino que depende de la forma del cuerpo oscilante. De ese modo, las propias ondas sonoras (ondas de compresión y rarefacción) aparecen sólo a distancias grandes del cuerpo (aunque pequeñas en comparación con λ), donde sí podemos encontrar una forma general de la solución utilizando el hecho de que ϕ debe disminuir al aumentar la distancia (a distancias del orden de la dimensión del cuerpo y menores, la ecuación no puede escribirse de una forma general, sino que depende de la forma real del cuerpo). Con esto, podemos escribir la forma general de la solución (84) como:

$$\phi = -\frac{a_0}{r} + \vec{A} \cdot \nabla \left(\frac{1}{r} \right) + \dots \quad (85)$$

Donde a_0 y \vec{A} son, respectivamente, constantes escalares y vectoriales independientes de las coordenadas espaciales, que se obtienen de la condición de que las componentes normales de la velocidad de vibración del cuerpo \vec{v} y la velocidad del fluido \vec{u} deben ser iguales en la superficie del cuerpo. Hemos omitido los términos que contienen derivadas de orden superior a $1/r$ aunque, además, debe tenerse en mente que el primer término de (37) desaparece en algunos casos, dependiendo de si el cuerpo oscila cambiando su volumen o no, tal como se verá a continuación.

Emisión acústica por el crecimiento de burbujas en un fluido sobrecalentado.

En el caso concreto de un cuerpo que oscila de modo que su volumen, en promedio, varía con el tiempo, el primer término de (85) no es nulo sino que adquiere el valor $4\pi\rho a$, que representa del flujo de masa a través de la superficie que rodea el cuerpo [166].

Para determinar la intensidad total del sonido emitido, el volumen $4\pi a$ de fluido que fluye a través de la superficie del cuerpo debe ser igual al cambio de volumen del cuerpo V por unidad de tiempo, esto es $4\pi a = \dot{V}$. Entonces, el movimiento de un fluido depende de la distancia r en estudio y viene dado, para el potencial de velocidades, por [166]:

$$- \text{ Si } a \ll r \ll \lambda: \quad \phi = -\frac{\dot{V}(t)}{4\pi r} \quad (86)$$

$$- \text{ Si } a \ll \lambda \ll r: \quad \phi = -\frac{\dot{V}(t - r/c)}{4\pi r} \quad (87)$$

En la última situación, se puede obtener la velocidad de partícula $\vec{u} = \nabla\phi$ y la presión acústica $p = -\rho_0\partial\phi/\partial t$ en todo punto a lo largo de una dirección radial, cogiendo únicamente derivadas en el numerador dado que las derivadas del denominador darían términos de orden superior a $1/r$, que puede ser despreciado. Entonces, dado que $\partial\dot{V}(t - r/c)/\partial r = -(1/c)\dot{V}(t - r/c)$, se obtiene finalmente:

$$\vec{u} = \frac{\dot{V}(t - r/c)}{4\pi cr} \quad (88)$$

$$p = \frac{\rho_0}{4\pi r}\dot{V}(t - r/c) \quad (89)$$

La potencia acústica viene dada por (74) que, integrando sobre una superficie cerrada S que contenga al origen en su interior, resulta:

$$\Pi = \rho_0 c \oint\oint \overline{u^2} dS = \frac{\rho_0}{16c\pi^2} \oint\oint \frac{\overline{\dot{V}^2}}{r^2} dS \quad (90)$$

Escogiendo esta superficie que sea la de la esfera de radio R , y teniendo en cuenta que el integrando depende únicamente de la distancia al origen, se tiene finalmente:

$$\Pi = \frac{\rho_0 \overline{\dot{V}^2}}{4\pi c} \quad (91)$$

Entonces, bajo esta aproximación, la potencia acústica emitida de una esfera a grandes distancias de la misma se puede expresar sólo en términos del radio R de la esfera, y sus derivadas, como:

$$\Pi = \frac{\rho_0}{4\pi c} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{4}{3}\pi R^3 \right) \right)^2 = \frac{4\pi\rho_0}{c} (2R\dot{R}^2 + R^2\ddot{R})^2 \quad (92)$$

Si aceptamos que una burbuja en crecimiento puede ser considerada como una esfera que cambia de volumen, la expresión (91) nos da la potencia acústica emitida por la burbuja en función únicamente del valor de su radio en cada instante de tiempo que como se ha visto en la anterior *Sección I.2*. Siguiendo el mismo proceso de normalización que en la solución de Mikic, la potencia acústica normalizada viene dada por:

$$\Pi^+ = (2R^+v^{+2} + R^{+2}a^+)^2 \quad (93)$$

donde:

$$\Pi^+ = \frac{\Pi}{CB^4A^2} \quad y \quad C = \frac{4\pi^2\rho_0}{c} \quad (94)$$

Asimismo, podemos obtener la potencia acústica emitida en los límites del crecimiento de una burbuja según las soluciones de Rayleigh y de Plezzet-Zwick. Introduciendo los radios, velocidades y aceleraciones de estas soluciones y sustituyendo en (93) resulta:

$$\Pi_{in}^+ = 4t^{+2} \quad \text{and} \quad \Pi_{dif}^+ = \frac{1}{16t^+} \quad (95)$$

Donde t^+ es el tiempo normalizado utilizado en el desarrollo de Mikic expuesto en la *Sección II.2*.

Energía acústica. Resulta interesante denotar que, aunque la potencia acústica emitida por la burbuja según el modelo considerado no es finita, esta disminuye muy rápidamente ($\sim 1/t^+$) a partir del instante de cambio de fase de crecimiento ($t^+ = 1$). Por ello, podemos considerar dicha señal como una de las comúnmente denominadas *señales de energía* [173], de energía finita, y obtener dicha energía acústica emitida la burbuja integrando la potencia entre 0 ms y un tiempo característico Δt , suficientemente grande para que la mayoría de la energía acústica haya sido emitida, es decir:

$$E_{acu} = \int_0^{\Delta t} \Pi dt \quad (96)$$

Con ello, podemos calcular la energía acústica emitida durante un intervalo de tiempo dado de crecimiento de burbuja (típicamente de entre 100 a 200 ms en detectores de cámaras de burbujas) y compararlo con la energía necesaria para su creación, es decir, la energía umbral vista en la *Sección II.2*. Entonces, se puede establecer un criterio para cuantificar la eficiencia de detección en cada condición de sobrecalentamiento de un fluido dado, en términos acústicos. Estos resultados se aplicarán para los detectores PICO-2L y PICO-60 en el *apartado II.1.9* para el caso de los fluidos C_3F_8 y CF_3I así como, en el *apartado II.1.10* para el fluido $C_2H_2F_3$ del detector MODA-LS, con objetivo de comparar la eficiencia de un detector operando con este fluido respecto a los anteriores.

II.1.7 Transmisión acústica

Hasta aquí, hemos considerado únicamente el movimiento ondulatorio en un medio infinito. Vamos ahora a estudiar el comportamiento de las ondas sonoras cuando atraviesan uno o más medios fluidos. Esto tiene su importancia en el estudio de detectores de cámaras de burbujas dado que la onda generada en el líquido sobrecalentado se transmite al fluido superior o *buffer* (transmisión a través de una interfase) con incidencia normal u oblicua, así como a las paredes de la vasija que lo contiene. La Figura II.14 muestra un esquema de la transmisión acústica que tiene lugar en estos detectores, como representación general para los siguientes desarrollos.

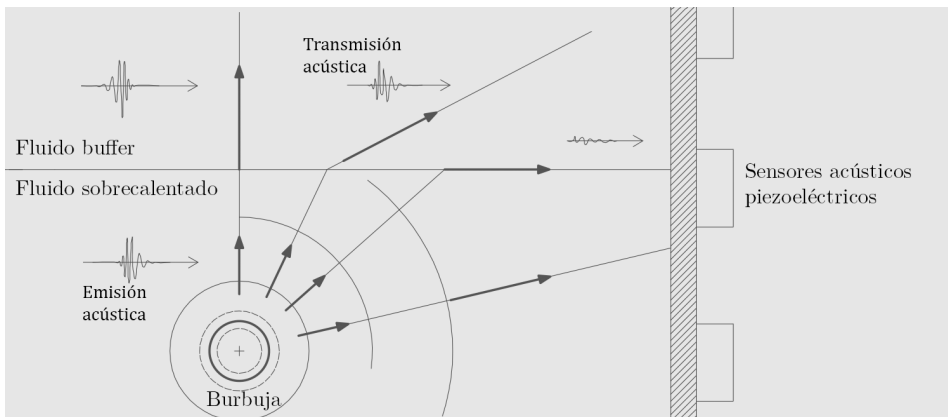


Figura II.14. Esquema de la transmisión entre el fluido sobrecalentado y el buffer. Los sensores piezoeléctricos se ubican en el exterior de la pared que contiene ambos fluidos.

En este apartado se estudiarán los modelos de transmisión acústica entre dos fluidos tanto en incidencia normal como oblicua. Con estos modelos podremos calcular la intensidad acústica y presiones esperadas en la superficie interior de la vasija que contiene el líquido sobrecalentado y el buffer. Así, obtendremos una primera forma de prever y corregir las amplitudes de las señales acústicas registradas por los piezoeléctricos, que se ubican pegados al exterior de la vasija.

En primer lugar, mostraremos la solución analítica y algunos resultados numéricos de interés cuando la incidencia de la onda es normal a la interfase. A continuación, ampliaremos el estudio al caso de incidencia oblicua, que dará lugar a la aparición de *sombras acústicas* en la superficie interior de las cámaras de burbujas que contiene el fluido sobrecalentado. En el apartado II.1.9 se aplican los resultados vistos en la presente Sección al caso concreto de los detectores PICO pues, en ellos, existe un buffer encima del fluido sobrecalentado, en cuyas paredes se pegan los detectores acústicos.

En la siguiente Sección II.2, ampliaremos el estudio de transmisión realizado aquí abarcando la transmisión entre un fluido y un sólido, es decir, el paso desde el fluido sobrecalentado o buffer a través de la pared de la vasija, hasta llegar a la superficie exterior de la misma, donde se encuentran pegados los sensores acústicos. Esto nos mostrará una nueva y más compleja fenomenología que completará y matizará los resultados que veremos a continuación.

Transmisión acústica a través de una interfase. Incidencia normal. La situación más sencilla en un proceso de transmisión acústica es aquella en la que una onda acústica se transmite entre dos medios semi-infinitos cuya interfase es plana y perpendicular a la onda incidente, tal como muestra la Figura II.15.

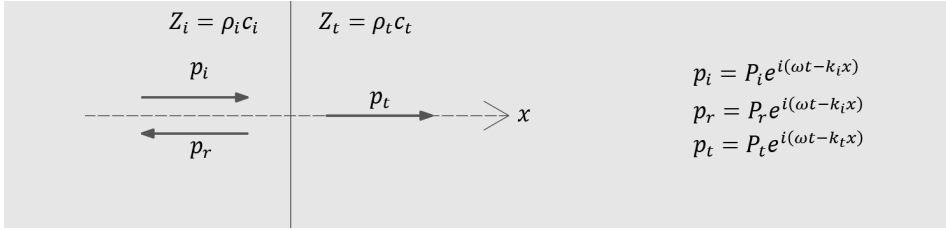


Figura II.15. Esquema para explicar la transmisión acústica con incidencia normal a través de una interfase entre dos fluidos.

La solución a este problema está ampliamente recogida en la bibliografía [169] donde, a partir de las condiciones de continuidad de presión $p_i + p_r = p_t$ y de velocidad de partícula fluida $\vec{u}_i + \vec{u}_r = \vec{u}_t$ en la interfase, se obtiene el coeficiente de transmisión de intensidad acústica que, siguiendo la nomenclatura utilizada aquí, es:

$$T_I = (Z_i/Z_t)|T|^2 = (Z_i/Z_t)|P_t/P_i|^2 \quad (97)$$

Operando, se obtiene:

$$T_I = \frac{4Z_t/Z_i}{(Z_t/Z_i + 1)^2} \quad (98)$$

De esta expresión, se puede extraer que cuando dos medios tienen la misma impedancia acústica, la transmisión es total, mientras que esta decrece asimétricamente cuando los medios tienen diferentes impedancias.

A pesar de que la transmisión normal entre fluidos es un fenómeno simple, esta es la base para entender la más general transmisión con incidencia oblicua, cuyos resultados tienen un gran impacto en la amplitud acústica esperada en la superficie interior de las paredes de la vasija de un detector. Además, la transmisión normal a través de una y más interfaces es la base del estudio de los modelos multicapa para diseñar la adaptación al medio de transductores piezoeléctricos, tal como se verá en la *Sección III.2*.

Como se mostró en el *apartado II.1.6*, la propagación acústica en campo libre (o prácticamente libre) puede ser estudiada fácilmente tanto experimental como numéricamente, obteniendo resultados concordantes. Sin embargo, resulta mucho más laborioso realizar montajes experimentales para testear la transmisión acústica entre fluidos que implementar simulaciones para el mismo propósito. Parte de esta problemática radica en que, a efectos prácticos, no siempre es posible ubicar transductores (tanto emisores como receptores) en ambos fluidos, por ejemplo, en el interior de una cámara de burbujas. Así, la mayoría de los estudios de transmisión se deben llevar a cabo a través de simulaciones numéricas.

La siguiente Figura II.16 muestra el modelo geométrico utilizado en las simulaciones de transmisión a través de la interfase entre dos fluidos. Se trata de un modelo transitorio axisimétrico en el que las señales acústicas (5 ciclos de diferentes tonos monocromáticos) se generan mediante una fuente puntual en el primer dominio, o dominio emisor, y se registran en el segundo dominio, o dominio transmisor. Como se muestra a la derecha, las dimensiones del modelo se han parametrizado en función de la duración de las señales emitidas con objetivo de evitar interacciones entre las ondas emitidas y reflejadas, y de minimizar el tiempo de computación. El coeficiente de transmisión de intensidad acústica se ha calculado mediante la ecuación (97), obteniendo las amplitudes P_t y P_i de dos simulaciones similares: ambas con las propiedades del medio emisor en el primer dominio, pero colocando en el segundo dominio las propiedades del medio transmisor y las mismas del emisor, respectivamente. Nótese que un aumento de presión cuando el medio cambia no es sinónimo de mayor energía transmitida.

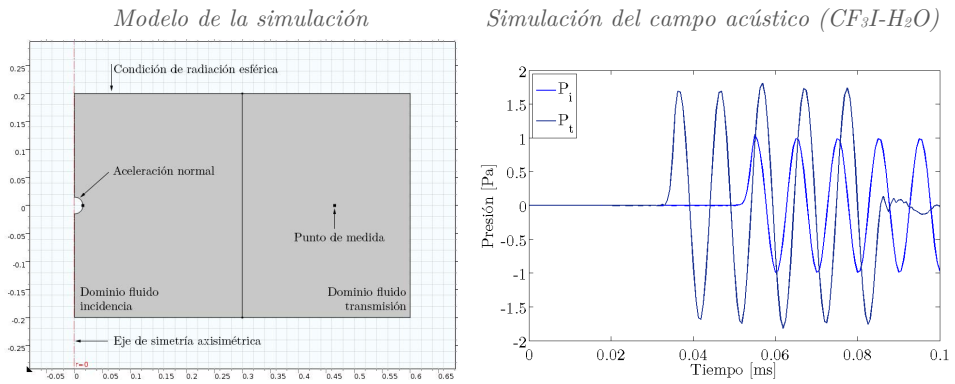


Figura II.16. A la izquierda, modelo numérico para estudio de transmisión acústica con incidencia normal a través de la interfase entre dos fluidos. A la derecha, ejemplo de presiones obtenidas en el punto de medida con el dominio de transmisión con el mismo fluido que el dominio incidente (CF_3I-CF_3I , P_i) y con distinto fluido (CF_3I-H_2O , P_t).

En la Figura II.17 se muestran los resultados de diferentes pares de fluidos testeados, observándose una buena coincidencia entre los valores numéricos y analíticos. La mejor transmisión normal se obtiene para el caso $C_3F_8-H_2O$, que son los fluidos utilizados en el detector PICO-2L.

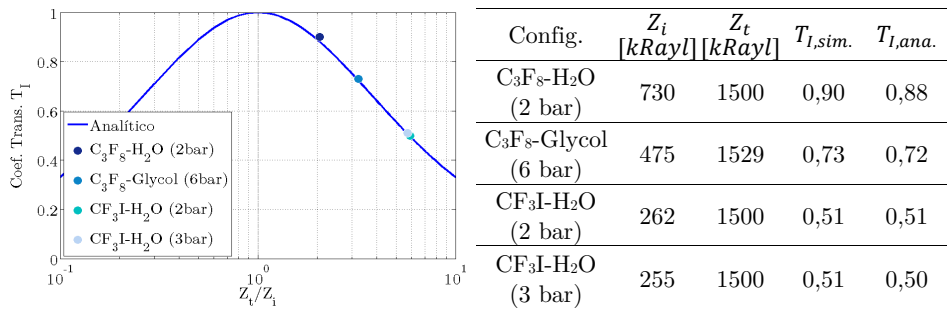


Figura II.17. Coeficiente de transmisión de intensidad acústica a través de la interfase entre dos medios fluidos.

Transmisión acústica a través de una interfase. Incidencia oblicua. Cuando una señal acústica se emite en el seno del líquido sobrecalentado de un detector de cámara de burbujas, avanza hacia la interfase entre este y el fluido buffer superior. Como se trata de una onda esférica, esta incide con diferentes ángulos en cada punto de la misma, es decir, no lo hace siempre de forma normal, tal como puede verse en la Figura II.18.

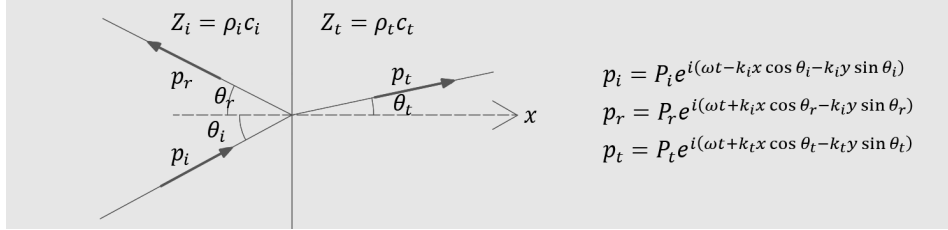


Figura II.18. Esquema de transmisión acústica oblicua a través la interfase entre fluidos.

La relación entre el ángulo de incidencia, el reflejado y el transmitido (θ_i , θ_r y θ_t respectivamente), así como entre los coeficientes de reflexión y transmisión, se pueden obtener en [169], asumiendo las mismas condiciones de continuidad en la interfase que en el caso de incidencia normal. La relación entre estos ángulos sigue la *ley de Snell*:

$$\sin \theta_i = \sin \theta_r \qquad \frac{\sin \theta_i}{c_i} = \frac{\sin \theta_t}{c_t} \qquad (99)$$

Después de algunas manipulaciones algebraicas, se puede expresar el coeficiente de transmisión de intensidad como sigue:

$$T_I = \left(4 \frac{Z_t \cos(\theta_t)}{Z_i \cos(\theta_i)} \right) / \left(\frac{Z_t}{Z_i} + \frac{\cos(\theta_t)}{\cos(\theta_i)} \right)^2 \qquad (100)$$

Es importante notar que si $c_i > c_t$ el ángulo de transmisión θ_t es real y menor que el ángulo de incidencia, pero si $c_i < c_t$ resulta útil definir un *ángulo crítico*, que viene dado por $\sin \theta_{cr} = c_i/c_t$; entonces, la onda transmitida tiene las siguientes propiedades:

- Si $\theta_i < \theta_{cr}$, el ángulo de transmisión θ_t es real y mayor que el ángulo de incidencia. El haz transmitido se inclina alejándose de la normal a la interfase.
- Si $\theta_i > \theta_{cr}$, el ángulo de transmisión θ_t es imaginario. El haz transmitido se propaga paralelo a la interfase, y tiene una amplitud que decae perpendicularmente a la misma. Así, las ondas reflejadas tienen la misma amplitud que la onda incidente, de modo que no hay energía que se propaga al segundo medio ($T_I = 0$).

Además, combinando (99) y (100) para eliminar θ_t , se puede encontrar que para el *ángulo de intromisión*, es decir, el ángulo para el que no hay reflexión, la transmisión acústica al segundo medio es completa ($T_I = 1$). Este ángulo puede existir sólo bajo dos circunstancias: $Z_i < Z_t$ y $c_i < c_t$ ó $Z_i > Z_t$ y $c_i > c_t$. En los detectores en estudio, los líquidos sobrecalentados presentan unas impedancias acústica y velocidades del sonido menores que las del buffer superior (véase Tabla 2), de modo que son de esperar estas circunstancias que faciliten la transmisión acústica entre ambos.

II.1.8 Reverberación y modos propios

En todos los detectores con cámaras de burbujas, el fluido se encuentra confinado en el interior de la vasija de modo que una señal emitida en su interior, además de transmitirse a los medios circundantes, se refleja en cada una de las interfaces dando lugar a la aparición de múltiples reflexiones que incrementan la amplitud del campo acústico en su interior. Así, el confinamiento de las ondas acústico en estos espacios cerrados da lugar a la aparición de *ondas estacionarias* y *reverberación*. Los modos normales asociadas con estas ondas estacionarias determinan el comportamiento acústico de dichos espacios, en función de su geometría y tamaño. Como todos los detectores de burbujas deben operar, necesariamente, en un fluido confinado, el estudio de la distribución de modos propios en su interior nos puede indicar las frecuencias que más se excitarán al producirse la emisión acústica de banda ancha de la burbuja.

Las cámaras de burbujas en las que se ha trabajado (PICO y MOSCAB) presentan la misma geometría, la de una cavidad cilíndrica con un casquete semiesférico en la parte inferior, que contiene el fluido sobrecalentado. Las diferentes dimensiones de la cámara determinarán las frecuencias modales de la cavidad. Además, también estamos interesados en el estudio del comportamiento acústico de cavidades paralelepípedicas para el diseño del detector MODA-LS. Por ello, en este apartado se analiza el estudio de cavidades paralelepípedicas y cilíndricas para, en los *apartados II.1.9* y *II.1.10*, aplicar los resultados a los detectores en cuestión. Con ello, se extraerán conclusiones que nos ayuden a interpretar las características de las ondas acústicas registradas en estos detectores. En la siguiente *Sección II.2*, completaremos este estudio incluyendo la influencia de las paredes sólidas del recipiente que contiene el fluido, matizando los resultados de la presente Sección.

Como aspecto común en el desarrollo que sigue, en todos los casos se asume que las superficies de las cavidades son perfectamente rígidas al sonido, de modo que la componente normal de la velocidad de partícula en el contorno es nula. Además, como se ha comentado, la solución apropiada de la ecuación de ondas en una cavidad cerrada con contornos rígidos son ondas estacionarias, es decir, la solución es separable en una parte espacial y otra temporal (la energía no puede salir de la cavidad y se distribuye de una forma determinada en dicho espacio). Aplicando la condición de contorno particular obtendremos la solución concreta a la geometría concreta que estemos estudiando.

Reverberación en cavidades paralelepédicas. Este es el caso de una cavidad rectangular de dimensiones L_x , L_y y L_z . En coordenadas rectangulares (x, y, z) , las condiciones de contorno de paredes rígidas en esta cavidad se pueden expresar como:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{x=0} = \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{x=L_x} = \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_{y=0} = \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_{y=L_y} = \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_{z=0} = \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_{z=L_z} = 0 \quad (101)$$

La solución de la ecuación de ondas puede separarse en funciones ortogonales que dependen únicamente de las coordenadas, como: $p(x, y, z, t) = X(x)Y(y)Z(z)e^{j\omega t}$. Sustituyendo esta expresión en la ecuación de ondas (50) y aplicando las condiciones de contorno (101), se obtienen las ondas estacionarias de una cavidad paralelepédica:

$$p_{lmn} = A_{lmn} \cos(k_{xl}x) \cos(k_{ym}y) \cos(k_{zn}z) e^{j\omega t} \quad (102)$$

Donde la frecuencia angular ω viene dada por $(\omega/c)^2 = |\vec{k}|^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$ siendo c la velocidad del sonido del medio en el interior de la cavidad, y las componentes del vector de ondas \vec{k} cumplen:

$$k_{xl} = l\pi/L_x, \quad k_{ym} = m\pi/L_y, \quad k_{zn} = n\pi/L_z, \quad l, m, n = 0, 1, 2, \dots \quad (103)$$

Entonces, las frecuencias permitidas están discreteadas por:

$$f_{lmn} = c \left[(l/2L_x)^2 + (m/2L_y)^2 + (n/2L_z)^2 \right]^{1/2} \quad (104)$$

Cada onda estacionaria dada por (102) tiene su frecuencia angular propia (104), que puede especificarse por los números enteros (l, m, n) . Si una fuente acústica (burbuja) se ubica en algún punto nodal (donde la amplitud de la onda estacionaria es mínima) de un modo, este no se excitará en la cavidad. Cuanto más cerca esté la fuente de un antinodo (donde la amplitud es máxima), mayor será la excitación de ese modo en la cavidad.

Para comparar la expresión (104) con simulaciones numéricas, testeamos un volumen de agua paralelepédico de dimensiones $10 \times 10 \times 20 \text{ cm}^3$ con contornos rígidos. La Figura II.19 muestra las frecuencias analíticas y simuladas, en orden ascendente, de los modos obtenidos tanto de forma gráfica como tabulada. Se aprecia, en general, un buen acuerdo entre resultados numéricos y analíticos.

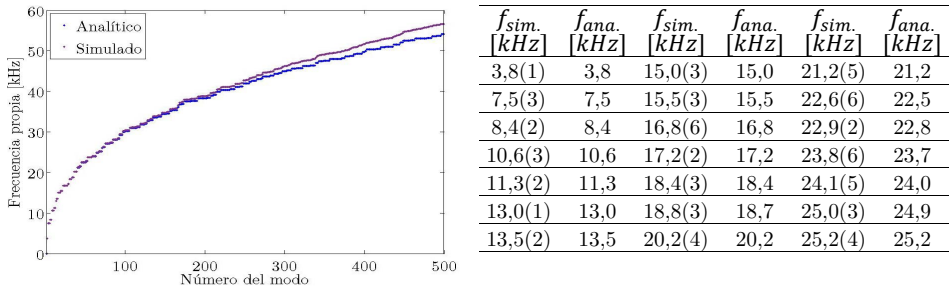


Figura II.19. Modos propios de un volumen paralelepédico de dimensiones $10 \times 10 \times 20 \text{ cm}^3$, lleno de agua.

En este ejemplo de la Figura II.19, a pesar de que los modos empiezan en 3.8 kHz, se puede observar que hay un cambio en la pendiente de la gráfica resultante, es decir, un cambio en la aglomeración de modos. Hasta los 20 kHz aproximadamente (modo 40º), los modos se encuentran mucho más espaciados frecuentemente que en frecuencias mayores, es decir, los modos propios en el interior de una cámara paralelepédica aumenta cada vez más para frecuencias mayores. Entonces, a partir de una cierta frecuencia, dicha agregación de modos se traduce en que una desaparición de la coloración acústica de la cavidad, dado que se desvanece cada vez más la esencia discreta del espectro de frecuencias propias. Si a esto le sumamos la mayor atenuación de las frecuencias más altas la influencia de este rango frecuencial se hace aún menos relevante.

La Figura II.20 muestra la distribución de modos (izquierda) y su distribución estadística (derecha) para diferentes tamaños de paralelepípedos con agua en su interior. En ella se puede ver que, como era de esperar, para mayores anchos y largos de la cavidad, hay un incremento mayor de las bajas frecuencias.

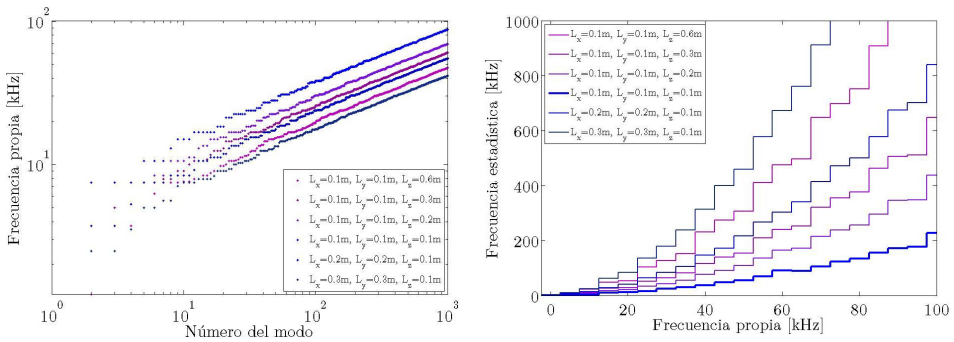


Figura II.20. Distribución de los modos propios para diferentes tamaños paralelepípedos de agua con paredes rígidas.

Como se verá en el apartado II.1.10, estos estudios se aplicarán al diseño y caracterización del detector MODA-LS dado que, en él, el fluido sobrecalentado R134a se encuentra en el interior de un cubo de 5 cm de lado. Esta será una primera aproximación al comportamiento final del detector, con las dos cámaras cúbicas conectadas, la inferior conteniendo el fluido en estado líquido, y la superior en estado gaseoso. Así, se realizarán simulaciones cada vez más complejas que tengan en cuenta estos detalles del detector.

Reverberación en cavidades cilíndricas. Una cavidad de este tipo es similar a la de las cámaras de burbujas utilizadas en PICO y MOSCAB. Para estudiar esta geometría consideremos un cilindro recto de radio a y altura L . En coordenadas cilíndricas (r, θ, z) , las condiciones de contorno de paredes rígidas se pueden expresar como:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_{z=0} = \left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)_{z=L} = \left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)_{r=a} = 0 \quad (105)$$

Nuevamente, la solución de la ecuación de ondas puede separarse en funciones R , Θ y Z , que dependen únicamente de las coordenadas, como: $p(r, \theta, z, t) = R(x)\Theta(y)Z(z)e^{j\omega t}$. Sustituyendo esta expresión en la ecuación de ondas (50) y aplicando las condiciones de contorno (105), se obtienen las ondas estacionarias de una cavidad cilíndrica, que son:

$$p_{lmn} = A_{lmn} J_m(k_{mn}r) \cos(m\theta + \gamma_{lmn}) \cos(k_{zl}z) e^{j\omega_{lmn}t} \quad (106)$$

Donde la frecuencia angular viene dada por $(\omega_{lmn}/c)^2 = k_{lmn}^2 = k_{mn}^2 + k_{zl}^2$ y cada una de estas componentes k cumplen:

$$\begin{aligned} k_{mn} &= j'_{mn}/a, \quad m, n = 0, 1, 2, \dots, \\ j'_{mn} &\text{ es el extremo } n\text{-ésimo máximo de la} \\ &\text{ } m^{\text{a}} \text{ función de Bessel de primera especie.} \\ k_{zl} &= l\pi/L, \quad l = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (107)$$

Entonces, los modos normales se designan por los tres enteros (l, m, n) , que denotan el número de superficies de presión nula en las direcciones z , θ , y r , respectivamente.

La anterior expresión (107), así como las simulaciones numéricas relacionadas, pueden aplicarse directamente a nuestra vasija de calibración del banco de pruebas acústico, que consiste en un cilindro de cristal (pared supuesta rígidamente acústica) lleno de agua de 11.5 cm de diámetro y 21 cm de altura. La Figura II.21 muestra los modos frecuenciales en orden ascendente, tanto de forma gráfica como tabulada, con una buena concordancia entre los resultados hasta los 50 kHz, donde el mayado requerido no cumple suficientemente el tamaño requerido según la frecuencia.

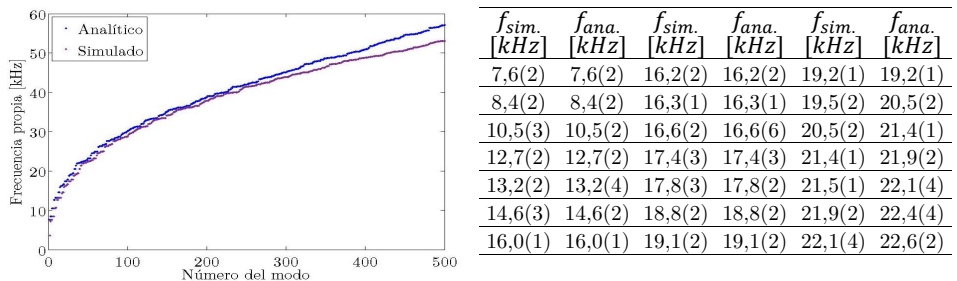


Figura II.21. Modos propios de un volumen cilíndrico de 21 cm de alto y 11.5 cm de diámetro, lleno de agua.

En el apartado II.1.9 se aplicará este modelo analítico así como modelos numéricos más complejos a las geometrías de los detectores PICO. Con ello, se analizará la posible influencia de los modos de estos detectores en el campo acústico generado en su interior.

II.1.9 Aplicación al estudio acústico de PICO

Estudio de la emisión acústica. En la Figura II.22 se muestra la potencia acústica emitida por una burbuja que crece en el seno del fluido C_3F_8 en tres grados de sobrecalentamiento ($P=2$ bar y $T=10, 20$ y 30 °C), tanto en forma dimensional como adimensional. Se observa cualitativamente que la mayor parte de la energía acústica se emite en los primeros milisegundos de modo que, en la fase controlada por la inercia, hay un crecimiento de la emisión acústica mientras que, en la fase controlada por la difusión térmica, éste decrece.

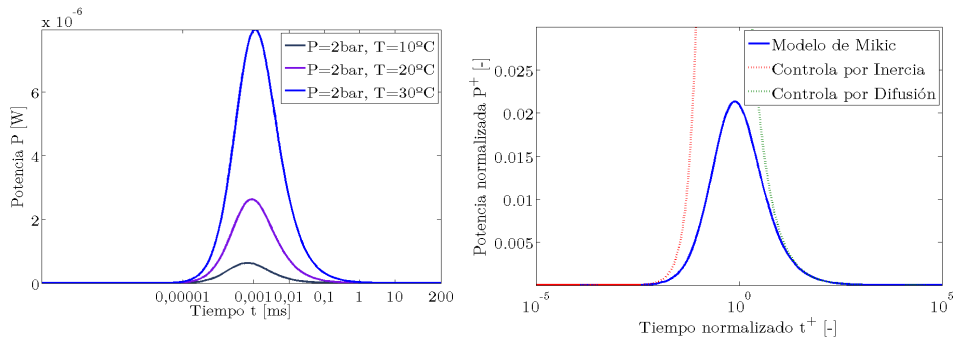


Figura II.22. Potencia acústica emitida durante el crecimiento de burbuja en el sentido del fluido C_3F_8 expresado dimensional (izquierda) y adimensionalmente (derecha).

Aplicando los anteriores resultados del modelo de Mikic para la potencia acústica (93) y (94), obtenemos que la energía acústica emitida en intervalos de tiempo de hasta 200 ms tiene el comportamiento de la Figura II.23, para los fluidos C_3F_8 y CF_3I en diferentes grados de sobrecalentamiento. Aquí podemos ver más cuantitativamente que en ambos casos el 90 % de la energía acústica total se emite en los primeros 65 ms, lo que se puede traducir en que la señal acústica tenga una fuerte componente de bajas frecuencias.

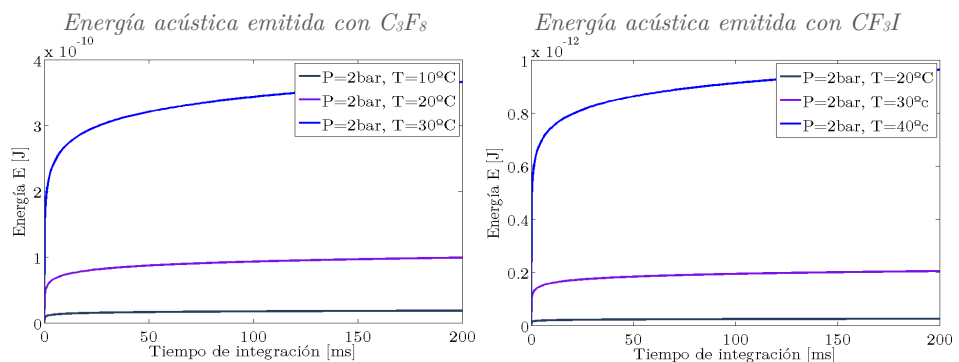


Figura II.23. Comparación de la energía acústica emitida durante el crecimiento de burbuja entre el C_3F_8 (derecha) y el CF_3I (izquierda).

La Figura II.24 muestra la energía acústica emitida esperada durante el crecimiento de una burbuja para los fluidos C_3F_8 y CF_3I , trabajando en diferentes condiciones termodinámicas. Para bajas presiones y elevadas temperaturas, la energía acústica aumenta. Entonces, cuanto mayor sea el grado de sobrecalentamiento, mayor serán las amplitudes de las ondas acústicas generadas. Como aplicación particular, vemos que en las condiciones termodinámicas de PICO-2L [67], la energía acústica esperada se encuentra entre 10^3 y 10^5 keV mientras que en PICO-60 [159] sólo alcanza 10^4 keV. En el caso de MOSCAB con las actuales condiciones termodinámicas [21], la energía acústica emitida se encuentra entre 10 y 100 keV. En todos los casos, se observa que la energía acústica depende más fuertemente de los cambios de presión que en el caso de la energía umbral.

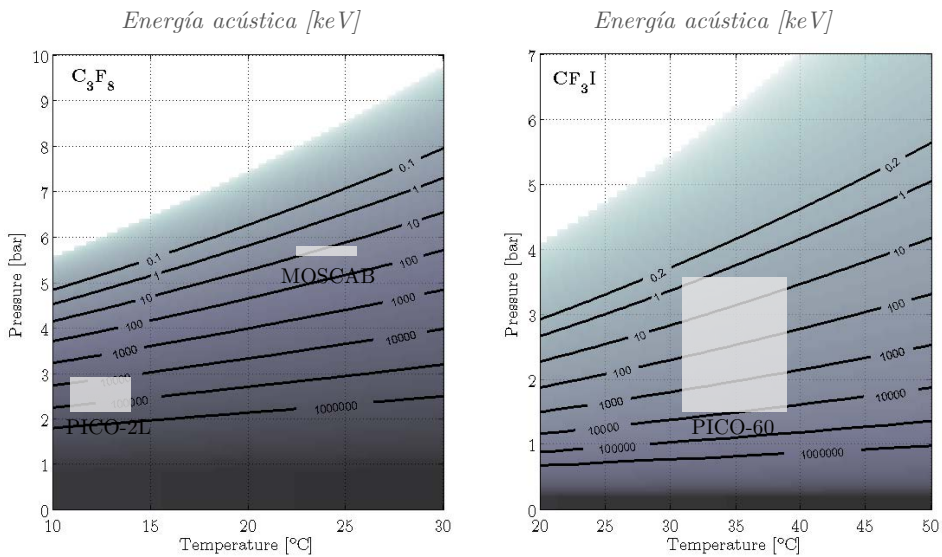


Figura II.24. Energía acústica emitida por una burbuja con C_3F_8 (derecha) y CF_3I (izquierda) en función de las condiciones termodinámicas en las que crece la burbuja en el interior del fluido sobrecalentado.

Más adelante, después de hablar sobre la eficiencia acústica de los diferentes fluidos, nos centraremos en las medidas de las señales acústicas provenientes del crecimiento de burbujas en las zonas sombreadas de las figuras correspondiente a cada detector. Con ello, obtendremos y contrastaremos experimentalmente la energía acústica de este fenómeno.

Si bien la *Sección IV.1* está íntegramente dedicada al análisis de las señales acústicas registradas durante el crecimiento de burbujas en líquidos sobrecalentados, mostramos aquí, en la Figura II.25, un ejemplo de señal acústica obtenida del detector PICO-60 (CF_3I , 2 bar, 35 °C), en dos escalas temporales distintas. Con ello, podremos profundizar un poco más en las características acústicas de los detectores objeto de estudio. Todas las señales han sido registradas por sensores piezoeléctricos, de modo que la onda registrada está convolucionada con la respuesta del transductor. Sin embargo, podemos extraer algunas características generales. A la izquierda se observa que, después de la recepción

de la señal directa, aumenta el nivel de ruido debido a las múltiples reflexiones. El espaciado temporal entre los dos primeros picos es de unos 0.7 ms, es decir, hay una separación entre ellos de unos 14 cm, lo que concuerda con las dimensiones típicas del detector.

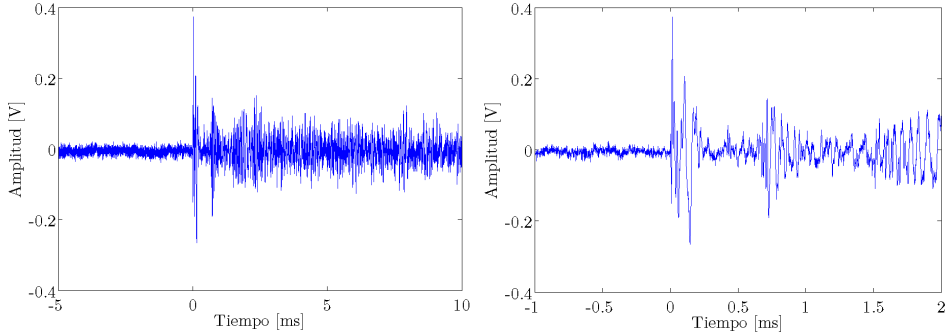


Figura II.25. Ejemplo de señal acústica registrada en el crecimiento de burbujas para PICO-60 en dos escalas temporales distintas.

Para profundizar un poco más en su estudio, mostramos en la Figura II.26 el espectro frecuencial típico de las señales anterior de ambos detectores. A priori, sólo se observa que la mayor parte de la energía de la señal se encuentra entre 10 y 80 kHz.

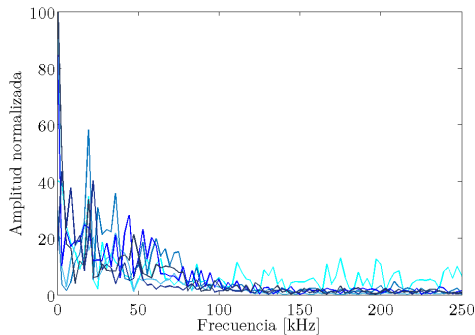


Figura II.26. Ejemplo de espectro frecuencial de la señal acústica anterior enventanándola entre los instantes 0 y 0.30 ms para evitar la influencia de reflexiones.

Para los detectores PICO-2L y PICO-60 se disponen de un gran número de señales acústicas registradas tanto en medidas de calibración con fuentes de partículas conocidas (señales de calibración) como de búsqueda de materia oscura. Estas señales se analizan obteniendo distintos parámetros para su caracterización y distinción, tal como se verá en la Sección IV.1. Para nuestro interés en esta Sección, emplearemos un parámetro que contiene la energía de la señal acústica para diferentes bandas de frecuencia, canales (asociado a cada piezo) y ventanas temporales registradas de cada detección acústica (antes, durante y después de la señal). De este modo, trabajamos con las señales originales, sin ningún tipo de postprocesado (sin corrección de amplitud por distancia a los sensores, temperatura, presión, profundidad de creación, etc.).

Eficiencia acústica. Los resultados obtenidos hasta aquí nos sirven para mostrar la eficiencia acústica de un detector que trabaja con fluidos sobrecalentados, en función de las condiciones termodinámicas de operación. En este sentido, en la Figura II.27 se muestra, a la izquierda, la energía acústica esperada en los primeros 200 ms de crecimiento según la expresión (96) superpuesta a la energía umbral necesaria para la creación de la burbuja, vista en la *Sección I.2*; a la derecha, se muestra el porcentaje de energía acústica respecto de la energía umbral. Como era de esperar, los valores de energía acústica son mayores dado que parte de la energía del sobrecalentamiento se ha convertido en energía acústica durante el crecimiento (que no durante la creación de la burbuja en la que, como se comentó en el *apartado I.2.3*, se podía despreciar). En un detector de las características de los estudiados en esta Tesis nos interesa, por un lado, maximizar la energía acústica mientras que, por otro, que la energía umbral sea la más baja posible para tener una mayor sensibilidad a la detección de materia oscura de tipo WIMP.

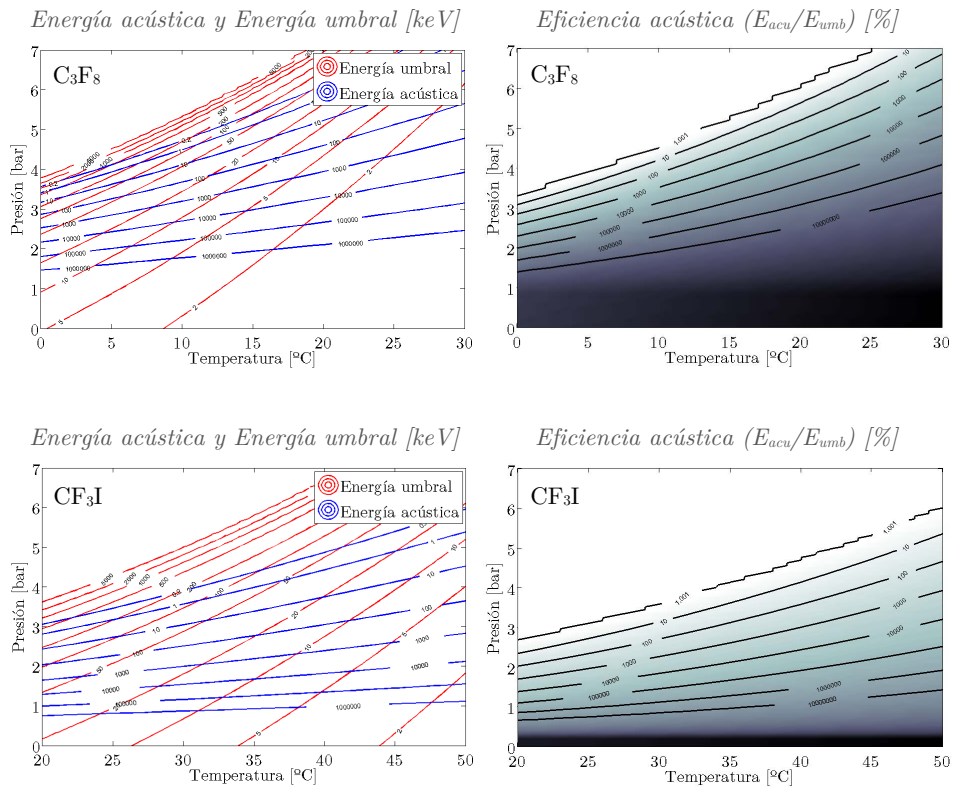


Figura II.27. Eficiencia acústica para C_3F_8 (arriba) y CF_3I (abajo). A la izquierda, gráfica conjunta de la energía umbral y energía acústica. A la derecha, porcentaje de energía acústica sobre la energía umbral.

Influencia de la presión hidrostática. En el seno de todo fluido, la gravedad produce un gradiente hidrostático de presión a lo largo de su vertical, de modo que las condiciones termodinámicas supuestas fijas en el fluido se ven afectadas por dicha variación. Con ello, según lo visto arriba, cabe esperar algún efecto en la energía acústica de las ondas generadas. En este apartado estudiamos la energía acústica de una burbuja teniendo en cuenta la profundidad a la que se genera en el interior del líquido.

Para ello, a partir del conjunto de señales acústicas registradas por el detector PICO-60, se analiza la correlación entre un parámetro empírico que estima la energía acústica de la señal grabada y la energía acústica esperada acorde al modelo descrito en esta Sección, introduciendo en él las presiones hidrostáticas en el interior del fluido. Para minimizar los efectos de proximidad de las burbujas a los sensores acústicos y a las paredes de la vasija, y escoger un conjunto de eventos lo más similar posible para nuestro propósito, se han aplicado los siguientes cortes paramétricos en los datos: sólo se escogen eventos de burbujas creadas en un cilindro vertical de 5 cm de radio situado en el centro del detector (cortes geométricos: $Z > 0.110$, $Z < 0.165$, $R2 > 0$, $R2 < 0.05$), y sólo eventos de una única burbuja, evitando que estén demasiado cerca.

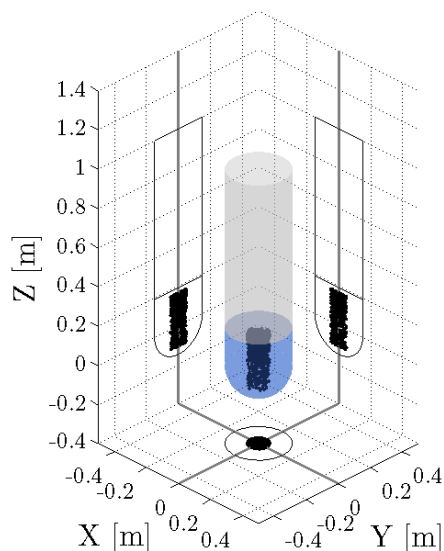


Figura II.28. Volumen utilizado para el estudio del efecto de la presión hidrostática en la energía acústica.

La Figura II.28 muestra la ubicación del conjunto de burbujas resultantes (798 eventos) tras la aplicación de estos cortes.

Del conjunto de parámetros que utiliza la colaboración PICO que caracterizan la energía de cada evento, se escoge aquí el parámetro *piezo_E*, que contiene la energía de la señal acústica para diferentes bandas de frecuencia, canales (cerámicas piezoeléctricas) y ventanas temporales registradas (antes, durante y después de la señal), aplicando los siguientes criterios de selección:

- Canales: 1, 2, 3, 6 (sensores de abajo) y 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11 (sensores de arriba).
- Bandas de frecuencia centradas en: 7, 14, 21, 28, 35, 63, 70, 77, 84, 91, 98, 110 kHz.
- La 3ª ventana temporal de cada señal, que contiene la detección.

Las presiones de trabajo del detector en los eventos estudiados fueron: 1.58, 1.72, 1.86, 2.07, 2.41 y 2.76 bar. El conjunto de valores de presión y temperatura de cada evento se muestra en la Figura II.29 izquierda.

Para cada presión, temperatura, canal y banda de frecuencia, por un lado, escogemos los valores del parámetro experimental $piezo_E$ y, por otro, calculamos la energía acústica teórica esperada tanto teniendo en cuenta la corrección de la presión hidrostática a la presión como sin ella. La parte derecha de la Figura II.29 muestra un ejemplo de la correlación obtenida entre los valores experimentales y teóricos, en escala logarítmica, para el piezo 1 y la banda de 63kHz sin tener en cuenta la presión hidrostática en el modelo teórico, sino únicamente la presión absoluta medida por el sensor de la cámara. Hay una clara correlación lineal entre los valores con un valor $r^2=0.83$ si se consideran todos los eventos seleccionados tras los cortes anteriores y descartando los *outliers* estadísticos para cada presión de trabajo (considerarlos supone un $r^2=0.82$).

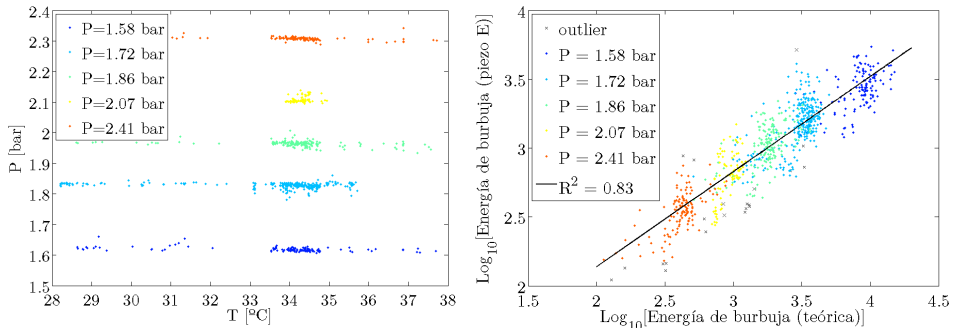


Figura II.29. A la izquierda, condiciones de presión y temperatura del conjunto de eventos estudiados. A la derecha, correlación lineal entre la energía acústica medida y la esperada teóricamente a partir de las condiciones termodinámicas del fluido.

La dependencia de la presión hidrostática puede visualizarse dibujando la variación de $piezo_E$ respecto a la correlación lineal en función de la profundidad de cada burbuja. La Figura II.30 muestra los resultados sin considerar la corrección por presión hidrostática al obtener la energía teórica (izquierda) y teniéndola en cuenta (derecha). El parámetro m es la pendiente del ajuste lineal de las desviaciones resultantes. Se observa que, al tener en cuenta la corrección por profundidad, dicha dependencia disminuye de modo que el modelo teórico se acerca más a los valores experimentales. Esta corrección deberá tenerse en cuenta en posteriores análisis de señales acústicas, tal como se verá en la *Sección IV.1*, para conseguir una mejor discriminación entre diferentes tipos de eventos.

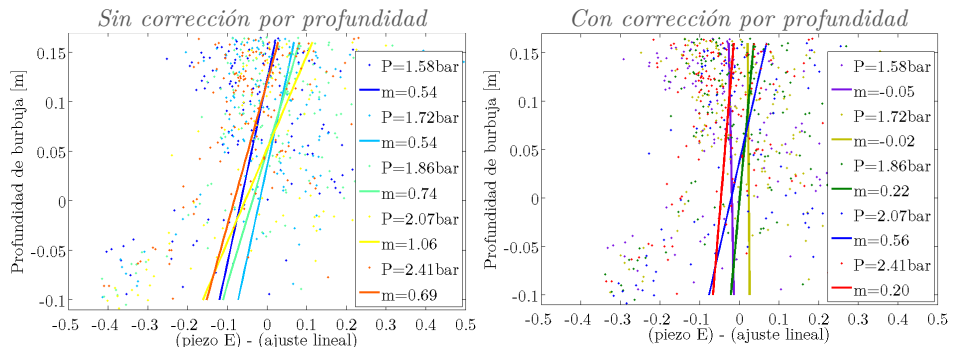


Figura II.30. Relación entre la profundidad de cada burbuja registrada y la desviación de la energía medida respecto al ajuste lineal sobre el modelo teórico.

Estudio de la transmisión a través de la interfase líquido sobrecalentado–buffer.

Una vez conocidas las bases teóricas de la transmisión acústica normal y oblicua a través de una interfase entre fluidos, podemos estudiar el caso concreto para la geometría y fluidos de los detectores objeto de esta Tesis. Con ello, obtendremos cómo se comportan las señales que se producen en el líquido sobrecalentado y se transmiten hacia el fluido buffer, es decir, cuáles son las amplitudes que finalmente llegan a todos los puntos del interior de la vasija que contiene ambos líquidos. Como se comentó, este estudio es de particular interés dado que, al fin, las señales acústicas se graban por los sensores piezoeléctricos que están pegados a la vasija del detector. Así, sabremos si existen áreas de la superficie interior de la vasija que estén más “iluminadas acústicamente” que otras, es decir, si se espera más amplitud acústica en algunas partes que en otras, dependiendo de la posición de creación de la burbuja. Este estudio se divide en las siguientes partes, aumentando la complejidad:

- Influencia de la profundidad de la burbuja: considerando que la burbuja se genera en un punto del eje vertical de simetría de la vasija del detector, de modo que sólo variaremos la posición a lo largo de dicho eje.
- Influencia de cualquier posición de la burbuja: Considerando que la burbuja se genera en cualquier punto del fluido sobrecalentado, para tener en cuenta las correcciones que debemos considerar respecto del caso anterior.

Transmisión en función de la profundidad de la burbuja. La Figura II.31 muestra el esquema planteado para obtener la intensidad acústica relativa en las paredes del detector PICO cuando la burbuja aparece a una profundidad cualquiera de su eje vertical, así como un ejemplo de las intensidades relativas resultantes en dichas paredes.

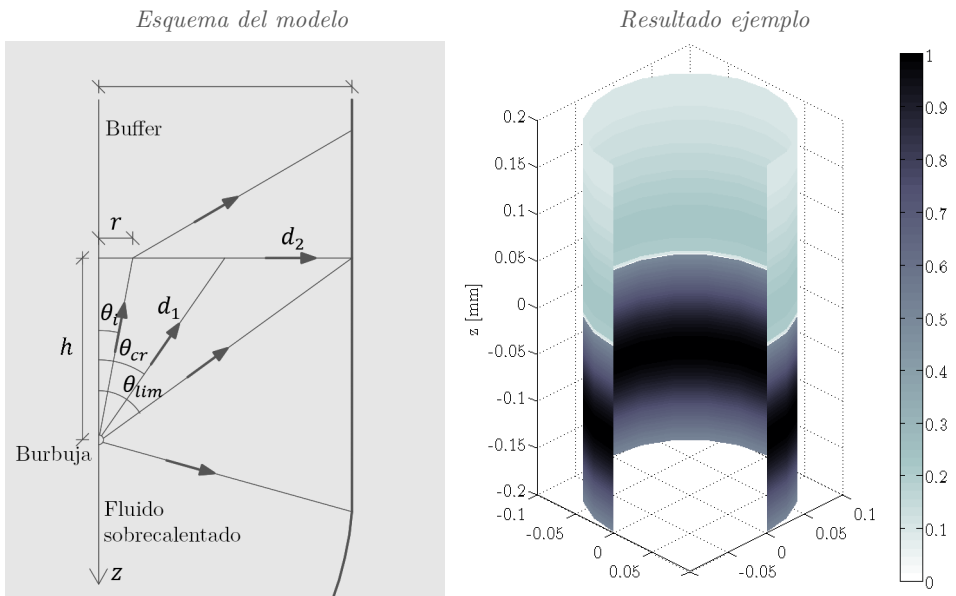


Figura II.31. A la izquierda, esquema del modelo de transmisión acústica a través de la interfase entre el fluido sobrecalentado y el buffer superior. A la derecha, ejemplo de la intensidad acústica relativa en la pared de la vasija que contiene ambos fluidos.

La forma de obtener las expresiones analíticas difiere en función del rango de ángulos θ_i que estemos considerando respecto del centro de la burbuja:

- Para $0 < \theta_i < \theta_{cr}$: existe transmisión entre el fluido sobrecalentado y el buffer, de modo que la distancia respecto del eje del punto en el que la onda se refracta viene dada por $r = \tan(\theta_i)h$. Entonces, la distancia total recorrida por la onda d será igual a la suma de dos caminos, $d_1 = h/\cos(\theta_i)$ y $d_2 = (R - \tan(\theta_i)h)/\sin(\theta_t)$, cuya desviación vendrá dada por (99). Además, la altura z a la que impacta con la pared interior de la vasija será $z = d_2 \cos(\theta_t)$, de modo que la intensidad acústica de la onda que llega a dicha pared en dicho punto será $I = W_0/(4\pi d^2) \cdot T_I$, donde W_0 es la potencia acústica de referencia de la fuente, T_I es el coeficiente de transmisión de intensidad de la interfase y $d = d_1 + d_2$ es la distancia total recorrida por la onda.
- Para $\theta_{cr} < \theta_i < \theta_{lim}$: no hay transmisión de potencia acústica total, tal como se ha visto anteriormente.
- Para $\theta_{lim} < \theta_i < \pi/2$: no hay transmisión entre fluidos sino únicamente propagación acústica por el fluido sobrecalentado. Entonces, la distancia total recorrida por la onda será $d = R/\sin(\theta_i)$ e impacta a una altura $z = h - R/\tan(\theta_i)$ con una intensidad de $I = W_0/(4\pi d^2)$.

La Figura II.32 muestra el ángulo de transmisión y el coeficiente de transmisión de intensidad para los casos de transmisión entre C_3F_8 -agua (PICO-2L), CF_3I -agua (PICO-60) y C_3F_8 -glycol (MOS CAB). Vemos que, por ejemplo, para PICO-2L, a pesar de que el ángulo crítico es de sólo unos 18° , la máxima transmisión es de 0.93, de modo que aproximadamente el 87% de toda la energía que incide en la interfase en ese rango de ángulos se propaga al buffer.

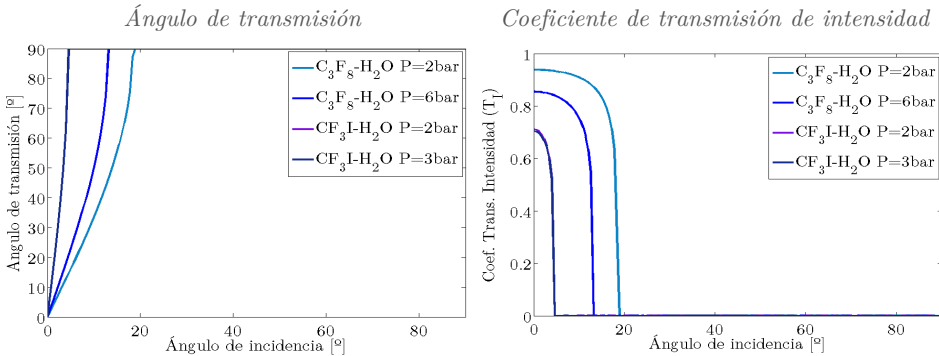


Figura II.32. Ángulo de transmisión (izquierda) y coeficiente de transmisión de intensidad (derecha) para las interfaces C_3F_8 -agua (PICO-2L), CF_3I -agua (PICO60) y C_3F_8 -glycol (MOS CAB).

La Figura II.33 muestra la intensidad acústica que se obtendría a lo largo de toda la altura de la pared interior de la vasija de cada uno de los detectores que presentan las interfaces anteriores, considerando cuatro burbujas que se crean a 5, 10, 15 y 20 cm de profundidad respecto a dicha interfase, normalizadas respecto a la intensidad del punto de la pared de la vasija más cercano a la burbuja.

Se observa que, en general, a poca distancia sobre la interfase (<20 mm), la intensidad acústica que llega decrece bastante, apareciendo un efecto de sombra acústica. Entonces, se espera que los sensores localizados en estas posiciones reciban señales más débiles que los situados algo más arriba (donde las curvas presentan máximos e incluso después). Esta disminución de la intensidad relativa se acentúa cuando la burbuja se acerca a la superficie.

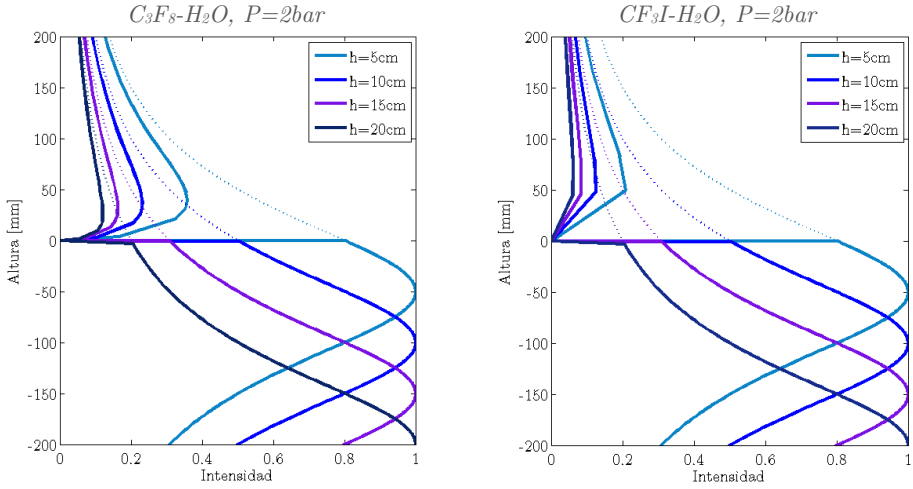


Figura II.33. Intensidad acústica calculada analíticamente en las paredes interiores de los detectores PICO-2L ($C_3F_8-H_2O$) y PICO-60 (CF_3I-H_2O) para cuatro profundidades de creación de burbuja.

Transmisión para cualquier posición de la burbuja. La Figura II.34 muestra el esquema planteado para obtener la intensidad acústica relativa en las paredes de un detector tipo PICO cuando la burbuja se crea a una profundidad y posición cualquiera, así como un ejemplo de las intensidades relativas resultantes.

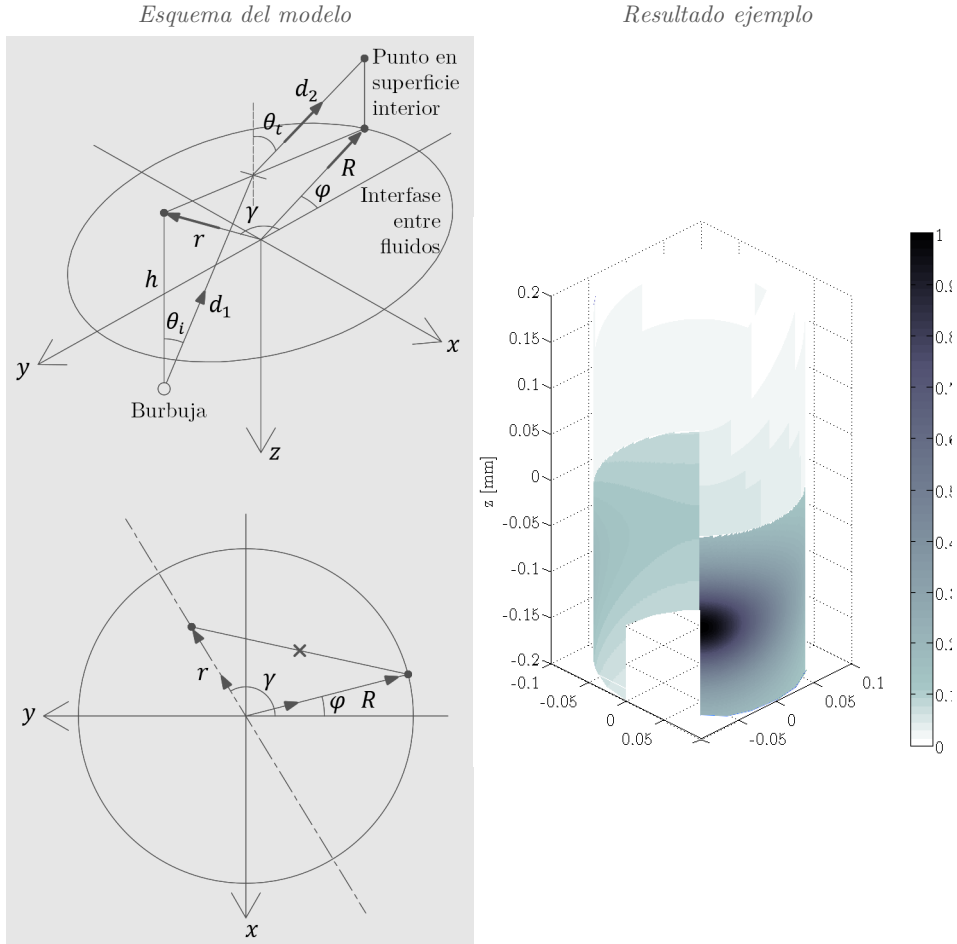


Figura II.34. A la izquierda, esquema del modelo de transmisión acústica a través de la interfase entre el fluido sobrecalentado y el buffer superior. A la derecha, ejemplo de la intensidad acústica relativa en la pared de la vasija que contiene ambos fluidos.

En este caso, la forma de obtener las expresiones analíticas que nos dan la amplitud en cada punto de la superficie interior de la vasija difiere en función del rango del ángulo θ_i respecto de la vertical de la burbuja y del ángulo φ de posición horizontal del punto de incidencia en las paredes interiores de la vasija que contiene los fluidos, como puede verse en la Figura II.34. Aun así, el procedimiento es el mismo con tal de cambiar la distancia R por $|\vec{R} - \vec{r}|$ teniendo en cuenta, según el dibujo, que $\vec{r} = r\vec{u}_r = r(\cos(\gamma), \sin(\gamma))$ y $\vec{R} = R\vec{u}_R = R(\sin(\varphi), \cos(\varphi))$. Así, mediante trigonometría, vemos que $|\vec{R} - \vec{r}| = \sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos(\varphi - \gamma)}$.

En la Figura II.35 mostramos los resultados obtenidos para el caso de PICO-2L (interfase C_3F_8 -agua con $P = 2$ bar). Vemos que, al desplazar la burbuja respecto del centro, crece la intensidad acústica en la zona bajo la interfase más cercana a la burbuja, pero se acentúa la sombra acústica en la parte superior de la misma. Así, mientras que las intensidades en la zona superior a la interfase son hasta un 20% las del máximo obtenido en la zona inferior, cuanto la burbuja se encuentra desplazada 75 mm respecto del centro (a la mitad del radio de la vasija) la intensidad se focaliza en la zona próxima a la burbuja pero llega a la parte superior del buffer menos del 5% del máximo de señal.

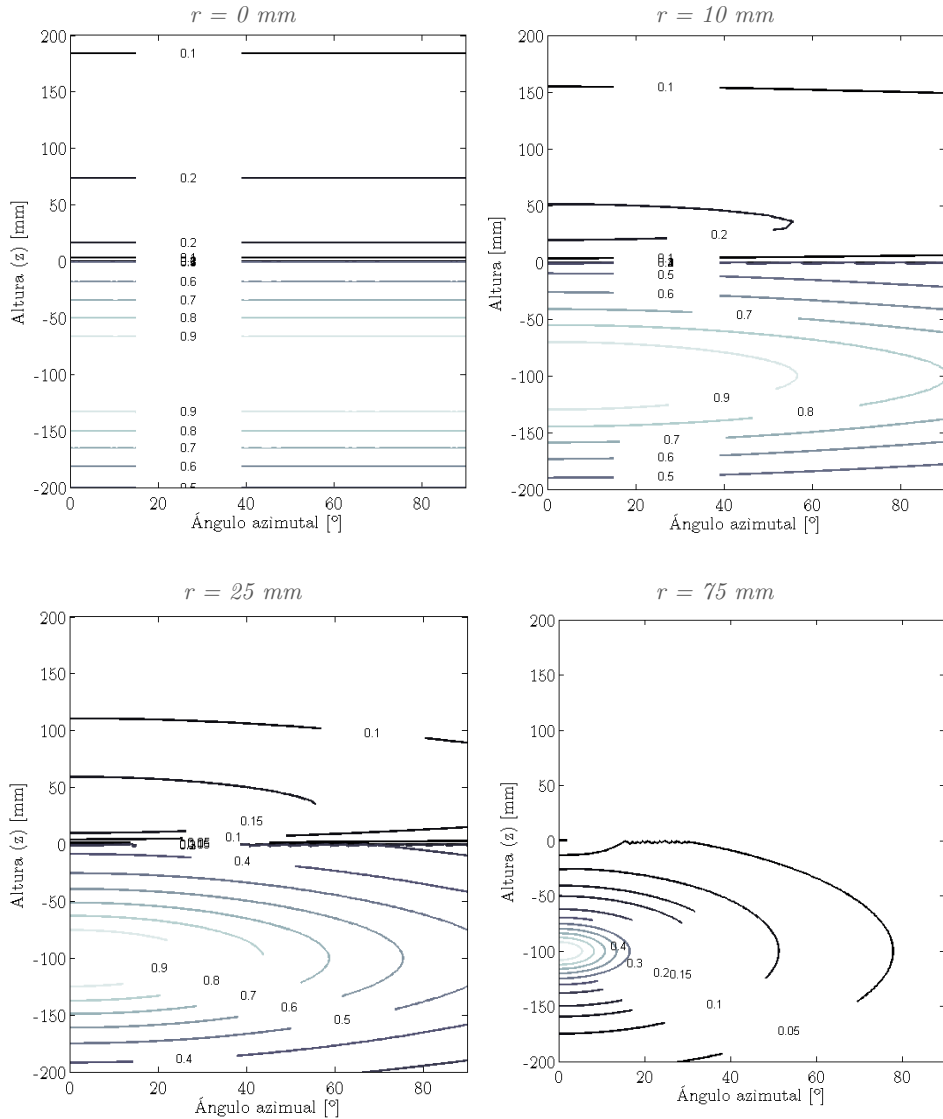


Figura II.35. Intensidad acústica calculada analíticamente en las paredes interiores de los detectores PICO-2L (C_3F_8 - H_2O , $P=2$ bar), para una profundidad de burbuja de 100 mm y desplazada 0, 10, 25 y 75 mm del centro de la vasija.

Estudio de la reverberación y modos propios. Vamos a mostrar aquí cómo se comportan los fluidos utilizados en los detectores PICO cuando se encuentran confinados en el interior de las cámaras. Para ello, se han realizado simulaciones FEM según lo visto en el apartado II.1.3 y contrastando los resultados con los modelos analíticos vistos en el apartado II.1.8. En la Figura II.36 se muestra los dos modelos geométricos utilizados.

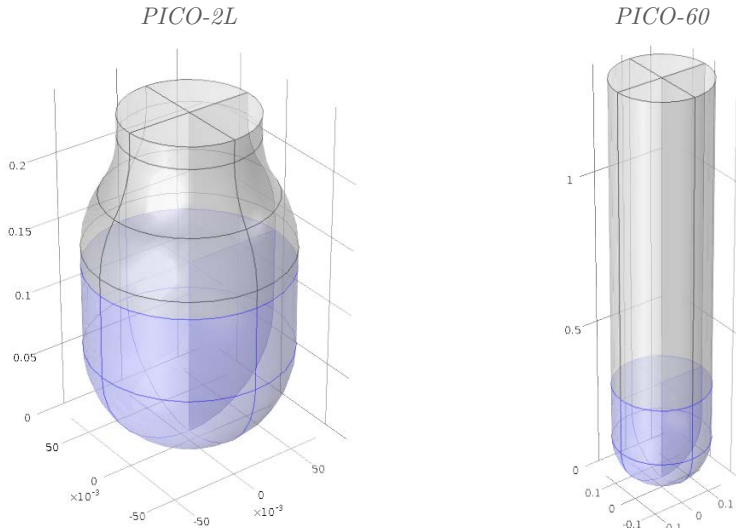


Figura II.36. Modelos utilizados en las simulaciones numéricas en los estudios de modos propios de los fluidos de los detectores PICO.

Con estos modelos hemos obtenido, en primer lugar, la distribución de modos de cada uno de ellos, tal como se muestra en la Figura II.37, contrastando con el modelo analítico visto anteriormente (59) considerando únicamente el volumen de líquido sobrecalentado, simplificándola a la de un cilindro. Por un lado, se observa que la simplificación analítica puede utilizarse para PICO-2L, donde el fluido sobrecalentado ocupa la mayor parte del volumen del detector, mientras que para PICO-60, en la que hay más buffer, debemos tomar con más precaución el modelo analítico. Por otro lado, el diferente tamaño de ambas vasijas influye directamente en la distribución de modos, obteniendo frecuencias mucho mayores en PICO-2L que en PICO-60, en los primeros 250 modos resultantes.

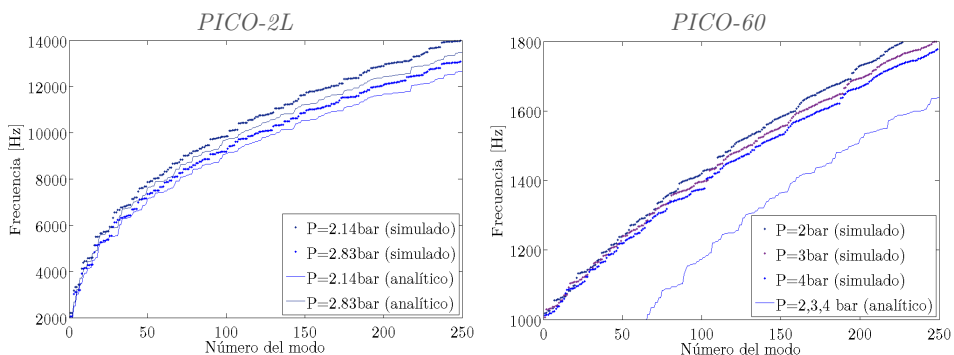


Figura II.37. Distribución de modos propios en cada detector PICO.

Para cada uno de los modos anteriores, se ha calculado el valor medio del valor absoluto de la presión acústica en el interior del volumen de fluido sobrecalentado, su desviación típica y valor máximo. Las amplitudes de los valores medios, así como las diferencias entre ellas, nos informará de la mayor o menor presencia de cada modo en la cámara. La Figura II.38 muestra la distribución de estas magnitudes para dos condiciones termodinámicas de operación de ambos detectores. Se puede observar que, en general, las presiones medias obtenidas para los modos resultantes son ligeramente mayores en PICO-2L que en PICO-60, lo que puede deberse a una mayor disipación del sonido en la cámara de mayor tamaño. Sin embargo, el valor de estas amplitudes, así como las desviaciones, se mantienen aproximadamente constante para todo el rango de frecuencias estudiadas, mientras que los valores máximos para los primeros modos son algo menores en PICO-2L.

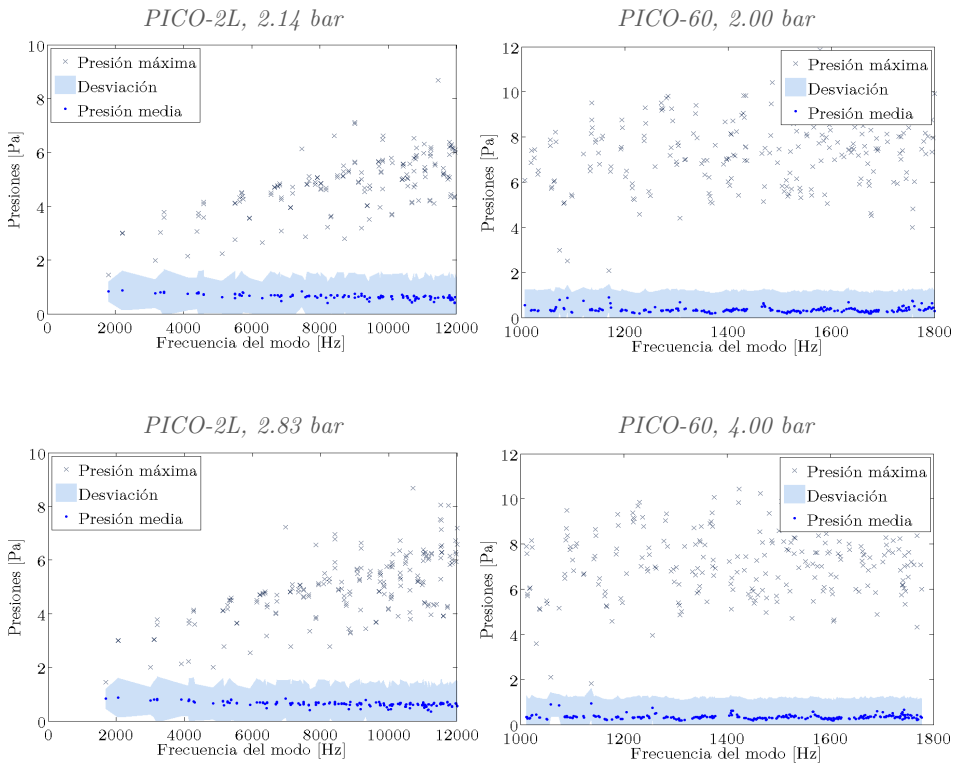


Figura II.38. Valor medio y desviación típica de la presión acústica integrada en el volumen de líquido sobrecalentado, para cada modo de vibración.

De aquí podemos inferir que, respecto al comportamiento acústico de los fluidos en el interior de los detectores, no habrá una gran influencia en los modos propios por parte de los volúmenes que ocupan los fluidos de ambos detectores. Es de esperar que en el detector PICO-2L se refuercen con mayor intensidad los modos propios que en PICO-60, pero en un rango frecuencial más elevado. En el siguiente Capítulo, se implementarán los mismos estudios teniendo en cuenta la parte sólida de las paredes de los detectores, lo que modificará sustancialmente los resultados mostrados aquí.

II.1.10 Aplicación al diseño acústico de MODA-LS

Diseño preliminar de las cámaras. Como se ha comentado, el fluido sobrecalentado para estudiar la detección de partículas en MODA-LS es el freón R134a ($C_2H_2F_4$), debido a que presenta una mayor sensibilidad para bajas masas de materia oscura (ver *Sección I.1*). Para ello, se ha optado por estudiar el comportamiento acústico de un diseño preliminar del sistema basado en dos cajas de metacrilato conectadas por una manguera roscada, ubicando todo el sistema en el interior de un sistema de refrigeración de modo que cada caja se encuentra inmersa en el seno de un fluido refrigerante. La Figura II.39 muestra la unión de las cámaras y su ubicación en el interior del sistema de refrigeración.

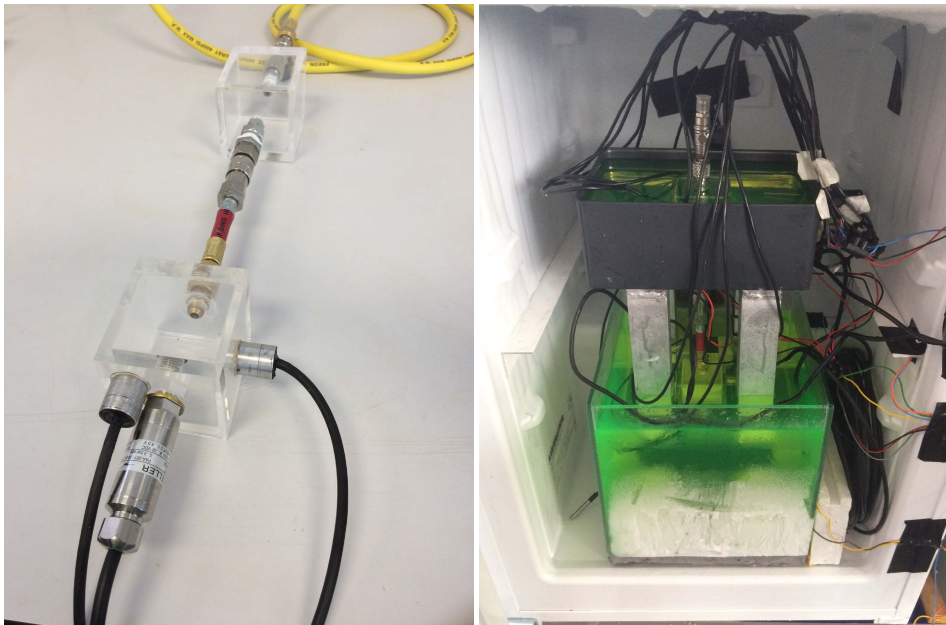


Figura II.39. A la izquierda, conjunto de las dos cámaras de metacrilato unidas del detector MODA-LS. A la derecha, ubicación en el interior del sistema de refrigeración.

Todos los procesos acústicos, tales como la generación, crecimiento de burbuja y consecuente emisión acústica, se desarrollan en la cámara inferior, donde se encuentra el fluido en fase líquida. Por ello, vamos a estudiar, por una parte, el comportamiento acústico del fluido sobrecalentado y, por otra, la influencia de confinar dicho fluido en el interior de una cámara de metacrilato. En primer lugar, obtendremos la emisión acústica esperada por el $C_2H_2F_4$ en un amplio rango de condiciones termodinámicas para, apoyándonos en los resultados de la *Sección I.2* sobre las condiciones de operación de MODA-LS y contrastando con los estudios de emisión acústica realizada en el apartado II.1.9 para PICO, extraer conclusiones para optimizar el diseño acústico de nuestro detector. En segundo lugar, se estudiará el efecto de confinar el fluido en fase líquida en la caja de metacrilato, teniendo en cuenta también la presencia y conexión con la segunda cámara con fluido en fase gaseosa. Con ello, sentaremos las bases para implementar un modelo acústico más completo del detector, teniendo en cuenta la influencia de las paredes del mismo, tal como se verá en la siguiente *Sección II.2*.

Emisión acústica del $C_2H_2F_4$. Paralelamente al estudio realizado con PICO, a partir del modelo de Mikic, vamos a estudiar la potencia acústica emitida por una burbuja que crece en el seno del fluido $C_2H_2F_4$ operando a las presiones de 1, 2 y 3 bares, con diferentes grados de sobrecalentamiento y, así, alcanzar umbrales de 10 y 1 keV. La Figura II.40 muestra los resultados en forma dimensional. Comparando las dos gráficas se observa en los umbrales energéticos más bajos, la señal acústica será mayor. Además, se puede discernir claramente el instante de cambio de fase que controla el crecimiento y consiguiente emisión acústica. Para mayores presiones, este instante ocurre con anterioridad. Esto tiene relación con la potencia emitida dado que, como se comentó en la *Sección I.2*, con mayores presiones, el crecimiento es menor pues la desaceleración es mayor, y se emite menos señal acústica.

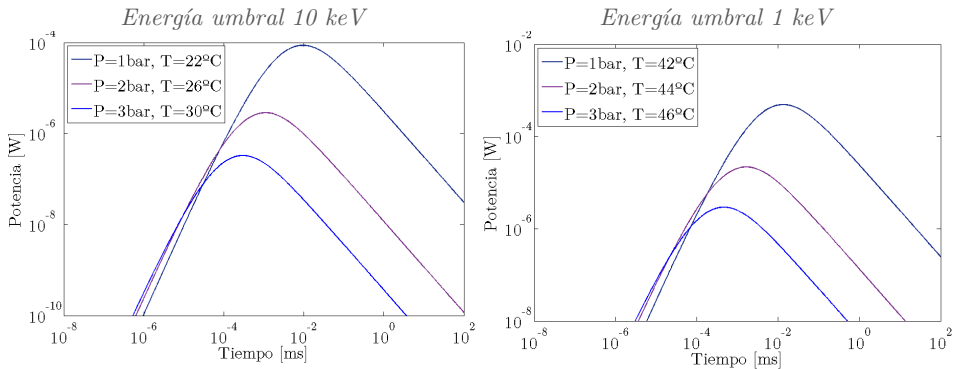


Figura II.40. Potencia acústica emitida durante el crecimiento de burbuja en el seno del fluido $C_2H_2F_4$, para un umbral energético de 10 keV (izquierda) y 1 keV (derecha).

Al igual que antes, podemos calcular la energía acústica emitida en un intervalo de tiempo. En la Figura II.41 mostramos, en las mismas condiciones termodinámicas, la energía acústica emitida en los primeros 100 ms de crecimiento.

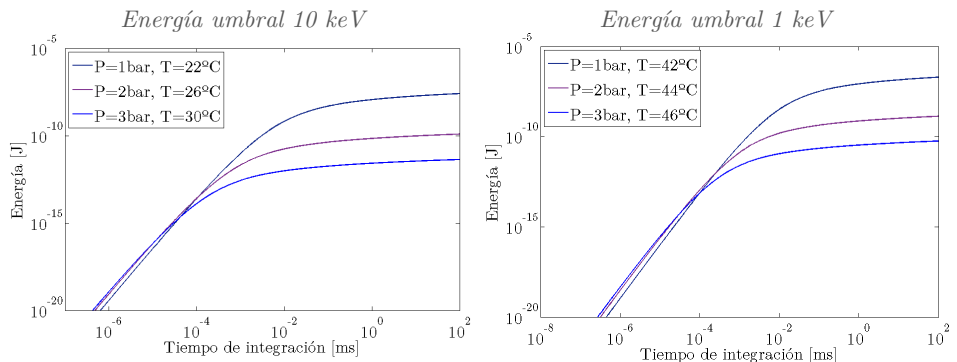


Figura II.41. Energía acústica emitida durante el crecimiento de burbuja en el seno del fluido $C_2H_2F_4$, para un umbral energético de 10 keV (izquierda) y 1 keV (derecha).

Comparando con las energías acústicas obtenidas anteriormente con los fluidos de PICO (Figura II.23) para, por ejemplo, 10 keV de energía umbral (C_3F_8 , 3 bar, 12 °C ó CF_3I , 2 bar, 38 °C), observamos que con $C_2H_2F_4$ se alcanzan energías del orden de 10^{-10} J (2 bar, 26 °C), mientras que con C_3F_8 y CF_3I se obtuvieron valores de 10^{-12} J. Entonces, en estas condiciones de operación, se esperan señales acústicas dos órdenes de magnitud mayores (+20 dB) en MODA-LS que en los detectores PICO.

Por otro lado, en la Figura II.42 se muestra la energía acústica emitida durante el crecimiento de una burbuja en el caso de $C_2H_2F_4$, trabajando en diferentes condiciones termodinámicas que, como vemos, presenta un comportamiento similar al visto para PICO (Figura II.23).

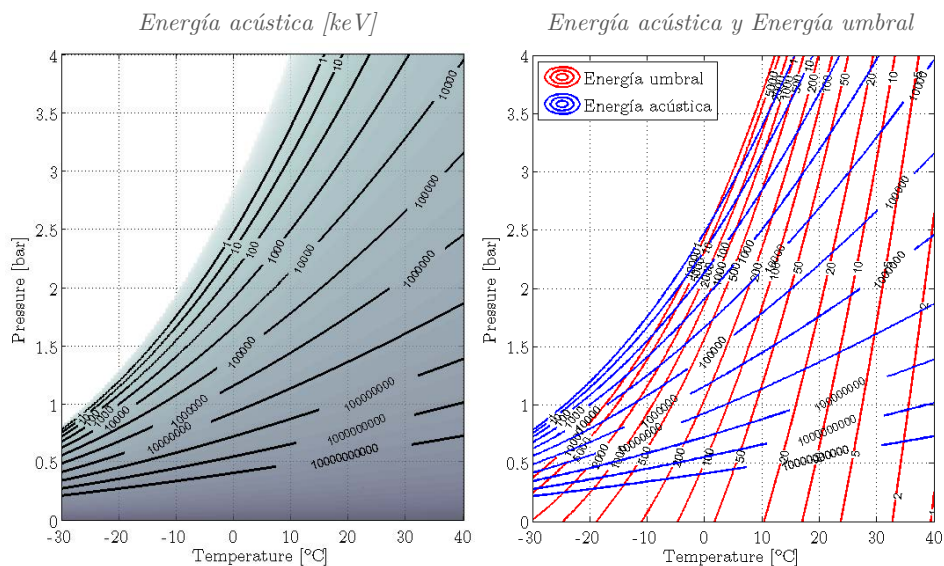


Figura II.42. Energía acústica emitida por una burbuja con $C_2H_2F_4$ en función de las condiciones termodinámicas de crecimiento en el interior del fluido sobrecalentado.

Podemos cuantificar mejor la comparación entre fluidos comentada anteriormente, comparamos la energía acústica y la energía umbral que se obtienen en las diferentes condiciones de operación actuales de PICO, con las posibles del futuro detector MODA-LS, tal como muestra la siguiente Figura II.43. Se observa claramente que el rango de trabajo propuesto en MODA-LS ofrece una mayor energía acústica en el rango de umbrales energéticos de interés. La complejidad, pues, radicará en realizar un diseño de detector que sea capaz de alcanzar las temperaturas de sobrecalentamiento que se requieren.

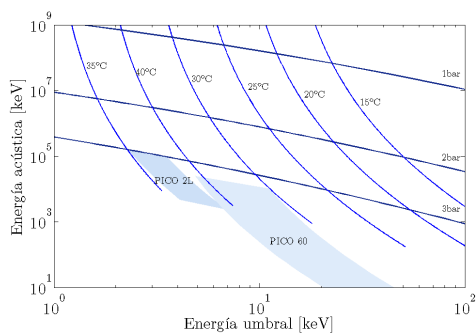


Figura II.43. Energía acústica frente a energía umbral para las condiciones de operación de los detectores PICO y de diseño de MODA-LS.

Reverberación y modos propios. Para estudiar de forma pormenorizada el comportamiento de dicha cámara, se realiza el estudio de modos de tres formas distintas:

- *Caso 1. Cámara emisora sin burbuja.* Se estudian los modos de la cámara inferior en ausencia de burbujas (Figura II.44 izq. arriba). Contiene R134a en estado líquido en las tres condiciones termodinámicas dadas por las presiones de 1, 2 y 3 bares de trabajo.
- *Caso 2. Cámara emisora con burbuja.* Se estudia, en la misma cámara emisora con el fluido R134a en estado líquido, una burbuja de 1 mm de diámetro en dos posiciones diferentes (A y B de Figura II.44). Posteriormente, se hace un análisis similar pero con una burbuja de 3 mm de diámetro. Todo esto con el fin de estudiar si existen cambios considerables en la variación de los modos al introducir una fuente acústica (la burbuja) en su interior.
- *Caso 3. Cámara completa.* Se realiza un estudio de toda la cámara, es decir, la cámara emisora que contiene el fluido R134a en estado líquido y la receptora que contiene el mismo fluido R134a en estado gaseoso, así como con el tubo que las une. La geometría del sistema completo (Figura II.44 derecha) consta de las dos cámaras paralelepípedicas (cúbicas) de 5 cm de lado, conectadas mediante un tubo cilíndrico de 16.5 cm de longitud y 1 cm de diámetro, en posición vertical.

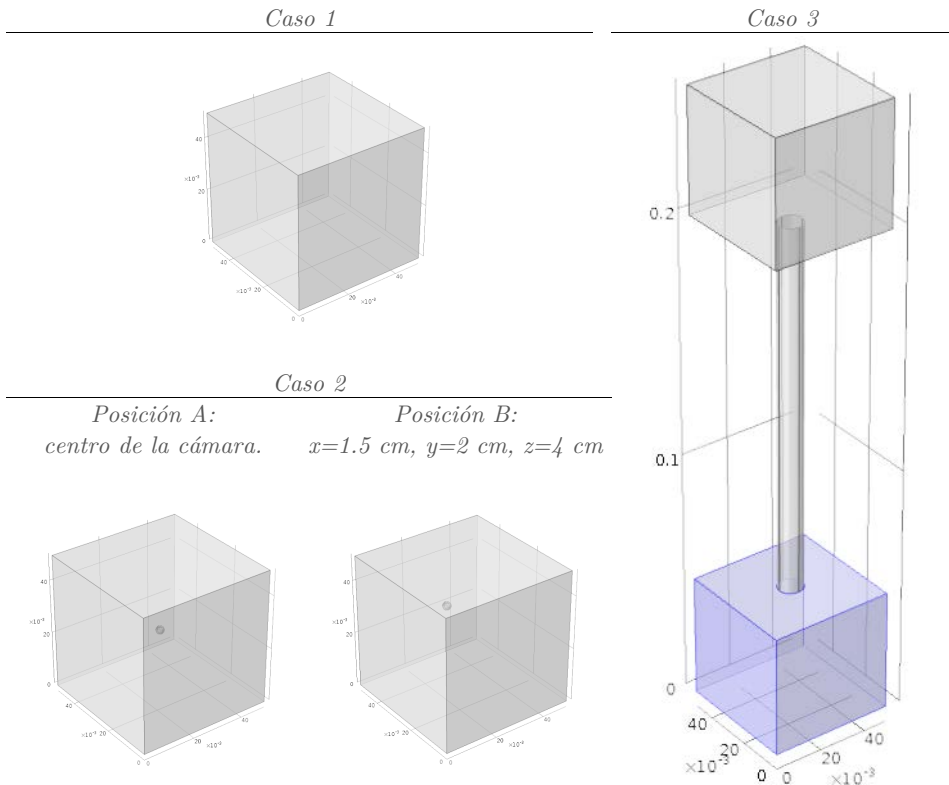


Figura II.44. Geometrías empleadas en el estudio de modos propios de MODA-LS.

Modos caso 1, cámara inferior sin burbujas. Para demostrar la validez de los resultados, se representan en la siguiente Figura II.45, las frecuencias propias simuladas frente al número de modo en orden creciente de frecuencia, y se comparan con las frecuencias propias obtenidas analíticamente (104).

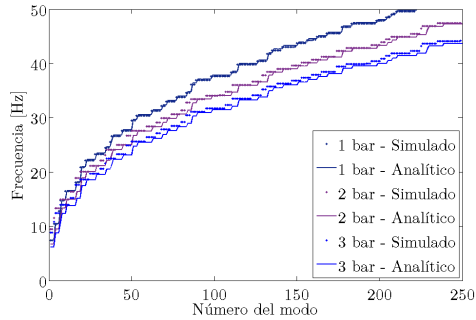


Figura II.45. Modos propios analíticos vs. numéricos (simulados) para las presiones de trabajo de 1, 2 y 3 bares.

Se observa que los resultados simulados y analíticos presentan una diferencia mínima en las tres presiones de trabajo. Conforme aumenta la presión, las frecuencias de los modos resultantes decrecen manteniéndose el número de los mismos. Con ello, se afirma que la cámara emisora será más sensible a bajas frecuencias cuanto mayor sea la presión de funcionamiento del sistema. Como se vio en la Tabla II.1, a mayor presión de trabajo, menor velocidad de propagación del sonido; luego, como la frecuencia y velocidad de propagación son directamente proporcionales (104), el resultado es el esperado. También se observa que al tener la cámara una geometría paralelepípedica, hay casos en los que aparecen tres o más modos en la misma frecuencia (multiplicidad de modos), dado que la onda acústica se comporta de la misma forma en las tres dimensiones espaciales.

A continuación se representa en la Figura II.46, para todo el rango de frecuencias y cada presión de estudio del detector, el valor de la presión acústica media y máxima en el interior de la cámara en cuestión. Se observa que los valores máximos presentan una gran variabilidad, sobre todo a frecuencias mayores, mientras que el promedio se mantiene constante en torno a una presión de 0.79 Pa en todos los modos.

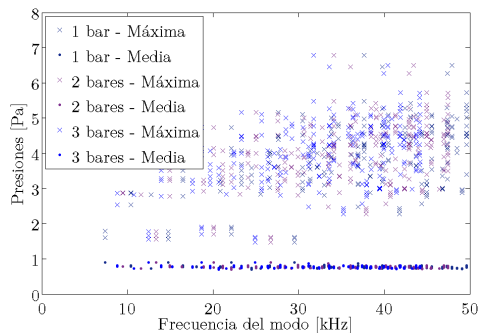


Figura II.46. Presión acústica máxima y promedio en función de los modos propios para presiones de trabajo del detector estudiadas de 1, 2 y 3 bares.

Modos caso 2, cámara inferior con burbujas. Una vez conocidas las consecuencias de la variación de la presión acústica respecto a la presión de trabajo del detector en la cámara sin burbujas, se continúa con el estudio de la influencia de la posición en donde se genera la burbuja en la cámara emisora, pero únicamente para una presión de trabajo teniendo en cuenta que para las tres presiones se presentan variaciones mínimas. Por ello, en los siguientes casos se realizan los estudios a la presión de 2 bares.

En ambas posiciones y tamaños de burbuja, se realiza una comparación de modos que se muestran en la Figura II.47, observando que, en ambas burbujas, las curvas se solapan y presentan un pequeño desplazamiento hacia la derecha respecto a la curva sin burbuja. Por lo tanto, se puede afirmar que representan la misma información, por lo que la presencia de burbujas no es influyente para los diámetros que estamos considerando. Esto era de esperar dado que el tamaño de las mismas es muy inferior a las longitudes de onda de los modos resultantes. En efecto, para la frecuencia más baja obtenida ($f \approx 7$ kHz), la longitud de onda para la presión de 2 bar ($c = 668.3$ m/s) es de $\lambda = c/f \approx 95$ mm, es decir, mucho más grande que el tamaño de las burbujas de estudio (1 y 3 mm).

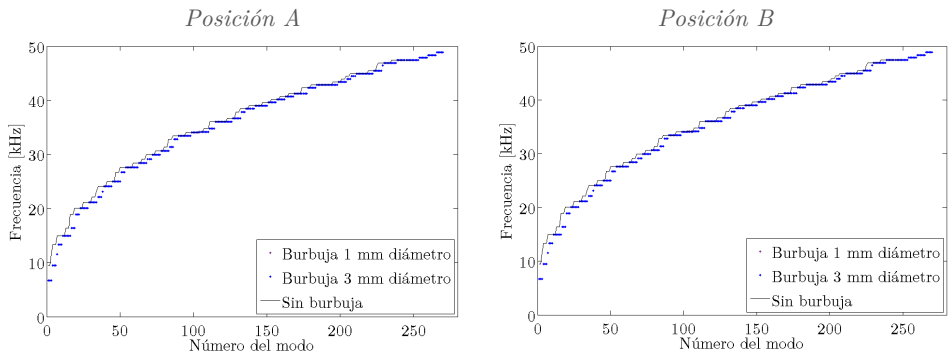


Figura II.47. Distribución de modos en cámara emisora: sin y con burbujas de 1 mm y 3 mm de diámetro en posiciones A (izquierda) y B (derecha).

En la Figura II.48 se muestran presiones acústicas máximas y promedios obtenidas para la posición A de burbuja (en la posición B se obtienen resultados muy similares) respecto al caso sin burbuja. No se observa una variación apreciable de los valores promedio, permaneciendo en torno a una presión de 0.9 Pa.

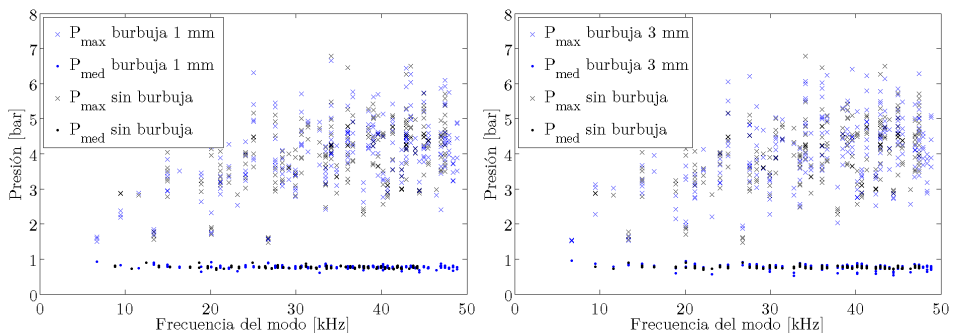


Figura II.48. Presión acústica en cámara emisora en posición A: sin y con burbuja de 1 mm de diámetro (izquierda); sin y con burbuja de 3 mm de diámetro (derecha).

Teniendo en cuenta todo lo anterior, se puede afirmar que la influencia de la burbuja con los tamaños estudiados así como para cualquier posición de la misma, es despreciable; por lo tanto, el estudio de modos de la cámara emisora para un detector de estas características se puede realizar en condiciones de oscilación libre, es decir, sin la presencia de la burbuja.

Modos caso 3, cámara completa. En la Figura II.49, se representan los modos propios del sistema de dos cámaras unidas comparándolas con las que se obtuvieron con una única cámara. A la vista de los resultados, se observa que el sistema de cámaras unidas da lugar a una respuesta a más bajas frecuencias (hasta los 10 kHz) que con la cámara inferior únicamente (hasta los 50 kHz), para el número de modos estudiados.

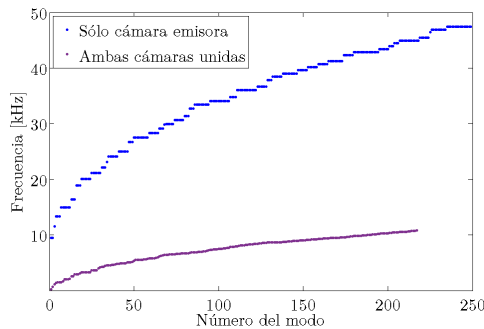


Figura II.49. Comparación distribución de modos de las dos cámaras unidas.

En la Figura II.50 se muestran las presiones máximas, medias y desviaciones obtenidas al integrar en el volumen del líquido de la cámara inferior, cuando se encuentra unido a la cámara superior (sistema completo), para cada uno de los modos resultantes. Destacan los tres picos frecuenciales en 1.5, 6.7 y 9.5 kHz, donde existe un aumento considerable en la presión (2.2, 1.9 y 2.0 Pa, respectivamente), es decir, que en este sistema sí que se espera un refuerzo del campo acústico en la cámara inferior para estas frecuencias. Nótese que este es el rango de bajas frecuencias donde se encuentra situado parte de la energía acústica del crecimiento de burbujas en fluidos sobrecalentados. Además, los valores máximos disminuyen dando lugar a varianzas más menores, es decir, a una homogeneidad del campo acústico en el interior de la cámara.

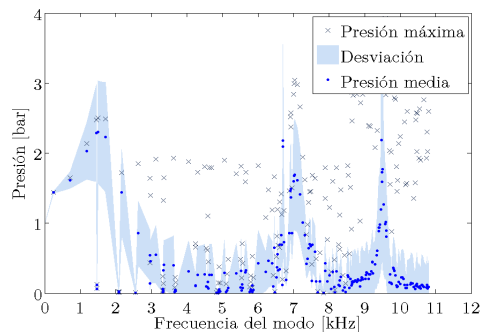


Figura II.50. Presiones máximas, promedio y desviación de las dos cámaras unidas.

11.2

Vibraciones en sólidos del detector

II.2.1 Introducción	143
¿Qué se ha hecho?	143
¿Cómo se presenta el trabajo?	143
II.2.2 Física de los sólidos elásticos. Ondas elásticas	144
Introducción a la física del estado sólido.	144
Tensor de deformaciones.	145
Tensor de tensiones.	146
Termodinámica de la deformación. Energía de deformación.	147
Tensor de elasticidad.	148
Tensor de elasticidad en cristales.	149
Tensor de elasticidad en medios continuos.	150
Ecuación constitutiva de un medio continuo.	150
Deformaciones homogéneas.	151
Algunas magnitudes elásticas de los sólidos en cámaras de burbujas.	151
Ecuación del movimiento de un medio elástico.	152
Ecuación de ondas.	152
II.2.3 Soluciones de la ecuación de ondas	153
Solución analítica general (descomposición en ondas planas).	153
Solución numérica.	154
II.2.4 Propagación en sólidos	155
Propagación de ondas longitudinales.	155
Propagación de ondas transversales.	156
II.2.5 Transmisión en sólidos	158
Transmisión oblicua a través de una interfase sólido-sólido.	159
Transmisión oblicua a través de una interfase fluido-sólido.	160
Transmisión normal a través de 1 capa.	161
Transmisión normal a través de 2 capas.	163
Transmisión normal a través de N capas.	164
II.2.6 Vibraciones características y modos propios	165
II.2.7 Resistencia mecánica	166
Direcciones y tensiones principales.	166
Criterio de fallo.	167
Algunos límites mecánicos de los sólidos en cámaras de burbujas.	167
II.2.8 Aplicación al estudio vibracional de PICO	168
Estudio de la transmisión a través de las paredes de la cámara.	168
Transmisión en función de la profundidad de la burbuja.	169
Transmisión para la geometría completa de PICO-2L.	172
Estudio de la reverberación y modos propios.	174
II.2.9 Aplicación al diseño vibracional de MODA-LS	176
Transmisión a través de las paredes.	176
Reverberación y modos propios.	178
Estudio de resistencia mecánica.	180

II.2.1 Introducción

¿Qué se ha hecho?

Esta Sección es la extensión natural de la anterior *Sección II.1* dado que aquí se abarca la fenomenología de las ondas cuando llegan a la superficie interior de la vasija y se propaga a su través. Este no es sólo un avance adicional y más realista en la descripción acústico-vibracional del comportamiento de cámaras de burbujas, sino que enlazará con el contenido del siguiente Capítulo, dedicado a la caracterización y diseño de los sensores acústicos que se ubican pegados a la superficie exterior de la vasija de los detectores PICO y MODA-LS. Así, se estudia y experimenta en la física de sólidos continuos en relación a la propagación y transmisión de ondas, haciendo referencia y matizando algunos de los resultados vistos en la Sección previa. Además, por motivos de seguridad en el diseño del detector MODA-LS, se estudia la resistencia mecánica de la cámara de metacrilato bajo las condiciones que trabajará dicho detector.

¿Cómo se presenta el trabajo?

Como en las anteriores Secciones, los diferentes estudios se presentan siguiendo los procesos que ocurren cuando una onda se crea, tanto en el banco de pruebas acústico como en un detector de cámara de burbujas, llega a la superficie interior de la pared del recipiente que contiene el fluido, y se transmite a su través, en forma de ondas vibracionales u ondas elásticas, hasta llegar a los sensores. Entonces, esta Sección se estructura como sigue.

El *apartado II.2.2* inicia resumiendo las bases de la teoría de la elasticidad. Esta teoría introduce el conocido tensor de elasticidad, que se presenta tanto para materiales homogéneos, tratados en este Capítulo, como anisótropos (cristales) dada su estrecha relación con las matrices que se utilizarán en el siguiente Capítulo dedicado, en parte, a los materiales piezoeléctricos de interés en esta Tesis. Realizando la aproximación de deformaciones pequeñas se obtiene la ecuación por la que se rigen las ondas en los sólidos. En el *apartado II.2.3* se presentan los métodos analíticos y numéricos para resolver esta ecuación de ondas. Aquí se introducen la relación entre las ondas longitudinales y transversales para, en el *apartado II.2.4*, estudiar tanto experimental como teóricamente su propagación, validando nuestras herramientas de análisis. En el *apartado II.2.5* se abarcan los fenómenos de transmisión con incidencia normal y oblicua que tienen lugar en la interfase fluido-sólido en las cámaras de burbujas, así como con incidencia normal a través de varias capas, cuyos resultados se utilizarán en el siguiente Capítulo para estudiar el efecto de diferentes capas de adaptación en el diseño de transductores para estos detectores. En el *apartado II.2.6* se comenta la ampliación de los estudios de modos propios y frecuencias de resonancia, respecto a los estudios realizados en la *Sección II.1*. Desde otro punto de vista, aunque dentro del ámbito de la mecánica de sólidos, en el *apartado IV.7* se establecen las bases para el estudio de la resistencia mecánica de las cámaras de burbujas al contener un fluido presurizado en su interior. Finalmente, en el *apartado IV.8* se aplican estos estudios al análisis del comportamiento de los detectores PICO, al considerar el efecto de la vasija que contiene al fluido sobrecalentado y buffer, diferenciando para la geometría concreta de cada detector PICO-2L y PICO-60. En el *apartado IV.9* se exponen los estudios y principales conclusiones de cada apartado aplicados al diseño del detector MODA-LS.

II.2.2 Física de los sólidos elásticos. Ondas elásticas

Introducción a la física del estado sólido. Los sólidos cambian su forma y/o volumen bajo la acción de fuerzas aplicadas o cambios de temperatura. En este sentido, si un conjunto exterior de fuerzas se aplica a un cuerpo, sus partículas¹⁹ se desplazan y estos desplazamientos mutuos continúan hasta que se establece el equilibrio entre el las fuerzas externas y las internas. Se dice en este caso que el cuerpo está en estado de deformación.

La deformación resultante se llama *deformación elástica* si dicho cambio desaparece fácilmente una vez se permite que el material vuelva a sus condiciones de temperatura y esfuerzos iniciales. En un material cristalino, la relación entre esfuerzo y deformación es lineal para pequeñas deformaciones, mientras que los materiales no cristalinos presentan un comportamiento no lineal. En esta Tesis, se estudian los estados de deformación de distintos materiales tanto homogéneos como cristalinos. Por un lado, como se verá en esta Sección, en el estudio de la influencia de las paredes de las vasijas que contiene al fluido sobrecalentado (y el buffer, en su caso), estas serán consideradas como sólidos homogéneos. Por otro lado, en el estudio de las propiedades mecánico-eléctricas de las cerámicas piezoeléctricas de la siguiente *Sección III.1*, estas serán tratadas como cristales aunque, para encontrar soluciones analíticas con las que trabajar, nos centraremos en la parte lineal de su deformación.

Por lo que respecta a la presente Sección, la teoría matemática de la *elasticidad lineal* trata sobre la relación entre los esfuerzos y las deformaciones a una escala macroscópica utilizando, para ello, constantes elásticas que caracterizan el comportamiento del material, que pueden ser determinadas experimentalmente mediante ensayos mecánicos [174]. En este sentido, la *ley de Hooke* es la ecuación básica que caracteriza (ecuación constitutiva) el comportamiento lineal elástico del material. Excederá del contenido de esta tesis el estudio del comportamiento parcialmente elástico de algunos materiales, en los que parte del trabajo exterior realizado sobre el cuerpo se transforma en calor durante la deformación no elástica.

A continuación, de forma análoga a como hicimos en la *Sección II.1* para los fluidos, vamos a establecer las bases físicas del comportamiento elástico de los sólidos con el fin de encontrar una ecuación por la que se rijan las ondas mecánicas a través de los mismos. En este desarrollo, se hará hincapié en el desarrollo del potencial termodinámico, así como en las distintas formas del tensor de elasticidad, que se utilizarán y enlazarán en la teoría de la piezoelectricidad abordada en la siguiente *Sección III.1*. Además, nos interesará no solamente conocer la influencia del comportamiento vibratorio de los sólidos en el conjunto de las cámaras de burbujas, sino estudiar su resistencia bajo la acción de diferencias de presión entre el exterior y el interior de las mismas.

¹⁹ En mecánica del medio continuo, se entiende como *partícula* a aquellos elementos de volumen que son “físicamente” infinitamente pequeños, es decir, muy pequeños en comparación con el volumen del cuerpo en consideración, pero grandes comparados con las distancias entre moléculas, de modo que contenga un gran número de moléculas.

Tensor de deformaciones. Para tratar matemáticamente la teoría de la elasticidad nos ayudamos del siguiente gráfico:

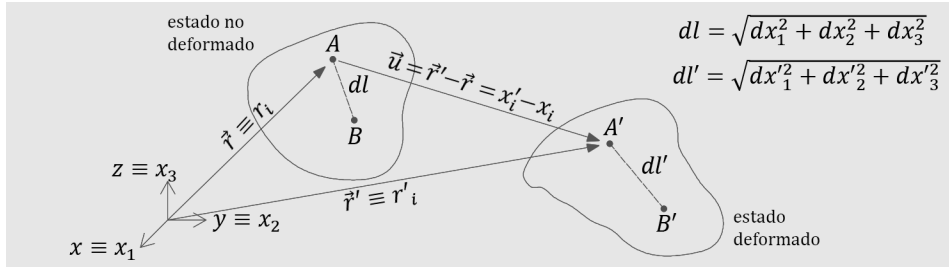


Figura II.51. Esquema para explicar el tensor de deformaciones.

La relación entre dl y dl' (distancia infinitesimal entre dos puntos cualesquiera de un sólido antes y después de la deformación) se puede expresar mediante [174] [175]:

$$dl'^2 = dl^2 + 2u_{ik}dx_i dx_k \quad (108)$$

Donde el tensor u_{ik} es el *tensor de deformación*, definido como:

$$u_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_l}{\partial x_i} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \quad (109)$$

Que tiene las siguientes propiedades:

- Es un tensor asimétrico: $u_{ik} = u_{ki}$. Entonces, puede ser diagonalizado en cualquier punto de modo que puede elegirse un sistema de ejes coordenados ortogonales (*ejes principales* del tensor) en los que las componente diagonales del mismo u_{11} , u_{22} y u_{33} son las únicas diferentes de cero (*valores principales* del tensor).
- Para *pequeñas deformaciones*, esto es, cuando la variación de una longitud comparada con la longitud misma es pequeña (alargamientos relativos mucho menores que la unidad), el tensor de deformación resulta: $u_{ik} = 1/2 (\partial u_i / \partial x_k + \partial u_k / \partial x_i)$. Entonces, todas las componentes del tensor son pequeñas.

En general, ningún sólido en el cual ninguna de las tres dimensiones sea pequeña puede deformarse sin que ocurran extensiones o compresiones importantes dentro del cuerpo. Sin embargo, en algunos casos, la distancia entre dos puntos puede cambiar considerablemente aún para pequeñas deformaciones. Por ello, en cada caso deberemos estudiar si se puede despreciar el último término del tensor de tensiones o no.

Además, que cualquier deformación puede representarse como la suma de una *deformación de corte* o *deslizamiento puro* (sin variación de volumen), y otra deformación de *compresión hidrostática* (variación de volumen sin variación de forma) a través de la siguiente identidad tensorial:

$$u_{ik} = \underbrace{\left(u_{ik} - \frac{1}{3} \delta_{ik} u_{ll} \right)}_{\text{deformación de corte}} + \underbrace{\frac{1}{3} \delta_{ik} u_{ll}}_{\text{compr. hidrostática}} \quad (110)$$

Tensor de tensiones. Si un sólido se encuentra en reposo, la distribución de las moléculas que lo componen se encontrarán en equilibrio térmico y todas las partes del cuerpo se encuentran en equilibrio mecánico. Es decir, si solamente observamos una determinada porción del material, la resultante de las fuerzas que, debidas al resto del cuerpo, actúan sobre ella, es nula. Cuando se *deforma* el material, cambia la distribución de las moléculas y el cuerpo deja de encontrarse en su estado de equilibrio original. Aparecen entonces fuerzas internas que tienden a llevarlo nuevamente al equilibrio. A estas fuerzas internas se las denomina *tensiones internas*. Por tanto, si no hay deformación, no existen tensiones internas.

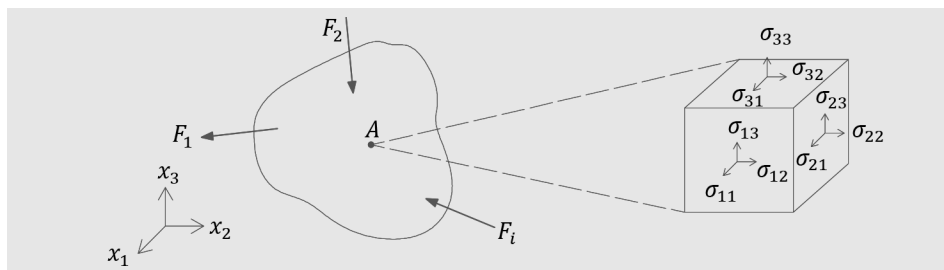


Figura II.52. Esquema para explicar el tensor de tensiones.

Dado que en esta sección vamos a ocuparnos de materiales cuya deformación no produce campos electromagnéticos macroscópicos (como ocurre con los piezoeléctricos), podemos asumir en lo que sigue que las fuerzas que ejercen sobre cualquier parte del sólido las partes vecinas sólo se ejercen sobre la superficie de dicha parte.

Cada una de las componentes de la fuerza total \vec{F} que actúa sobre una porción del sólido se puede expresar como la divergencia de un tensor de segundo rango [175], de modo que:

$$F_i = \partial_k \sigma_{ik} \quad (111)$$

Donde σ_{ik} es el *tensor de tensiones*, cuyas componentes pueden ser calculadas para cada estructura cristalina en particular así como para un cuerpo isótropo. Este tensor tiene las siguientes propiedades:

- Es un tensor simétrico: $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$, es decir sólo 6 de las 9 componentes del tensor son independientes, las tres tensiones normales σ_{11} , σ_{22} , σ_{33} y las tres $\sigma_{12} = \sigma_{21}$, $\sigma_{23} = \sigma_{32}$, $\sigma_{13} = \sigma_{31}$. Entonces, puede ser diagonalizado en cualquier punto de modo que puede elegirse un sistema de ejes coordenados ortogonales en los que $\sigma_1 = \sigma_{11}$, $\sigma_2 = \sigma_{22}$ y $\sigma_3 = \sigma_{33}$ son las únicas diferentes de cero (valores principales del tensor).
- La componente σ_{ij} es la j -ésima componente de la fuerza que actúa sobre la unidad de área perpendicular al eje x_i . Por ejemplo, la fuerza sobre la unidad de área perpendicular al eje x normal a dicha área (o sea a lo largo del eje x) es σ_{xx} . Las fuerzas tangenciales, en este caso paralelas a los ejes y y z corresponden a σ_{yx} y σ_{zx} .
- La fuerza ejercida sobre cualquier volumen del sólido puede expresarse como una integral sobre la superficie cerrada que limita dicho volumen: $\int F_i dV = \int \partial_k \sigma_{ik} dV = \oint \sigma_{ik} dS_k$, donde dS_k son las componentes del vector elemento de superficie $d\vec{S}$, dirigido según la normal exterior.

Termodinámica de la deformación. Energía de deformación. Podemos obtener la ecuación fundamental del proceso de deformación mediante el primer principio de la termodinámica $dU = \delta Q - \delta W$, donde dU , δQ y δW son, respectivamente, la variación infinitesimal de la energía interna del sistema, el calor absorbido por el sistema y el trabajo ejercido por el mismo durante el proceso de deformación [131], que pueden obtenerse a partir de las siguientes hipótesis (justificadas casi siempre en la práctica):

- El proceso es *reversible*, es decir, ocurre tan lentamente que el cuerpo está en equilibrio termodinámico con el medio exterior en todo instante: $\delta Q = TdS$. En este caso, éste retorna a su estado inicial cuando dejan de actuar las fuerzas externas que originaron la deformación. A este tipo de deformaciones se les llama *deformaciones elásticas*.
- El trabajo realizado (por unidad de volumen) por las tensiones internas σ_{ij} cuando el vector desplazamiento u_i cambia una pequeña cantidad δu_i es $\delta W = F_i \delta u_i = \partial_k \sigma_{ik} \delta u_i$ que, después de integrar y operar, resulta $\delta W = -\sigma_{ik} \delta u_{ik}$, que es el trabajo realizado al variar el tensor de deformación.

En esta Tesis trabajamos con ondas en sólidos que pueden ser consideradas como deformaciones elásticas. Entonces, un cambio infinitesimal de la energía interna viene dado por la ecuación fundamental de los cuerpos deformados:

$$dU = TdS + \sigma_{ik} du_{ik} \quad (112)$$

No obstante, nos interesa trabajar con procesos de deformación que no ocurren a entropía constante (de modo que en la deformación únicamente se tengan en cuenta las variaciones de temperatura y del tensor de deformación). Para ello, resulta más útil trabajar con el potencial termodinámico llamado *energía libre* del cuerpo $\mathcal{F} = U - TS$, cuya forma diferencial es:

$$d\mathcal{F} = d(U - TS) = -SdT + \sigma_{ik} du_{ik} \quad (113)$$

Considerando que el proceso es isotermo, es decir, el cuerpo deformado se encuentra a cierta temperatura²⁰ (la misma para todo el cuerpo), se simplifica a:

$$d\mathcal{F} = \sigma_{ik} du_{ik} \quad (114)$$

Las variables independientes en (112) y (113) son $\{S, u_{ik}\}$ y $\{T, u_{ik}\}$ respectivamente. Las componentes del tensor de tensiones pueden obtenerse derivando U o \mathcal{F} respecto de las componentes del tensor de deformaciones, a entropía constante o a temperatura constante, respectivamente:

$$\sigma_{ik} = \left(\frac{\partial U}{\partial u_{ik}} \right)_S = \left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial u_{ik}} \right)_T \quad (115)$$

²⁰ Proceso adiabático: podemos aplicar esta aproximación cuando la transmisión de calor dentro del cuerpo (por simple conducción térmica) ocurre muy lentamente. En el caso de deformaciones en forma de ondas elásticas, que estudiaremos posteriormente, si el intercambio de calor que se produce durante intervalos de tiempo del orden del período de los movimientos oscilatorios es despreciable, podemos considerar cualquier parte del cuerpo como térmicamente aislada, o sea, el movimiento será adiabático. En este caso, podremos despreciar el cambio de temperatura.

Tensor de elasticidad. El comportamiento mecánico de un material queda definido cuando se conoce la ecuación constitutiva, es decir, la relación entre las tensiones y las deformaciones aplicadas. Para ello, partimos de un desarrollo de F en potencias de u_{ij} [175]:

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_0 + \left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial u_{ij}} \right) du_{ij} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \mathcal{F}}{\partial u_{ij} \partial u_{kl}} \right) du_{kl} du_{ij} + \dots \quad (116)$$

Asumiendo que:

- La relación entre tensiones y deformaciones es lineal (ley de Hooke), de modo que no consideraremos más términos en el desarrollo en serie.
- El término \mathcal{F}_0 es la energía libre del cuerpo no deformado por lo que, por simplicidad, puede omitirse.
- Tomaremos como estado no deformado el del cuerpo en ausencia de fuerzas externas y a la temperatura en cuestión. Entonces, para $u_{ij} = 0$ tenemos que $\sigma_{ij} = 0$ y, como $\sigma_{ij} = \partial \mathcal{F} / \partial u_{ij}$, no podrán aparecer términos lineales en el desarrollo en serie anterior.

Entonces, la forma más general de la energía libre de un sólido deformado es:

$$\mathcal{F} = \frac{1}{2} C_{ijkl} u_{ik} u_{lm} \quad (117)$$

Donde C_{ijkl} es un tensor de cuarto orden llamado *tensor de elasticidad*, de modo que el tensor de tensiones de un material (isótropo o anisótropo) vendrá dado por:

$$\sigma_{ik} = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial u_{ij}} = C_{ijkl} u_{lm} \quad (118)$$

El tensor de elasticidad puede ser considerado como una matriz de tres componentes en cada una de sus cuatro direcciones, de modo que hacen falta $3^4=81$ componentes para describir completamente el comportamiento elástico del material. Sin embargo, haciendo razonamientos de simetría, el número de componentes independientes se reduce a 36. Si, además, utilizamos una nueva notación de índices reducidos (notación de Voigt), que consiste básicamente en cambiar $ij \rightarrow \alpha$ y $kl \rightarrow \beta$, donde los exponentes α y β van de 1 a 6, nuevas simetrías nos reducen el número de componentes del tensor de elasticidad a 21. Si el medio posee alguna simetría adicional, el número total de componentes independientes es menor que 21. Por consiguiente, tanto para medios continuos (isótropos) como cristales (anisótropos) la ley de Hooke se escribe, en notación de Voigt como:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{11} \\ u_{22} \\ u_{33} \\ u_{23} \\ u_{13} \\ u_{12} \end{pmatrix} \quad (119)$$

También vamos a trabajar con la ley de Hook a la inversa, de forma que $\sigma_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl}$ donde S_{ijkl} es el tensor inverso de elasticidad, llamado *tensor de compliancia*.

Tensor de elasticidad en cristales. Algunas componentes del tensor de elasticidad son cero debido a simetrías geométricas de las diferentes estructuras cristalinas. La siguiente Tabla II.3 muestra la forma final del tensor de elasticidad para las 32 clases cristalinas. En la siguiente *Sección III.1* se hablará con más detalle de la estructura cristalina de los sólidos para explicar el efecto piezoeléctrico. Aquí, únicamente introducimos la notación y diferencias en cuanto a la forma del tensor de elasticidad. En el siguiente subapartado se comparará con la forma del tensor de elasticidad para un sólido homogéneo [176] [177].

Sistema Triclínico (grupo I), Clases 1,2	Sistema Monoclínico (grupo II), Clases 3-5	Sistema Rómbico (grupo III), Clases 6-8
$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & & & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & & & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & & & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & \\ & & & C_{45} & C_{55} & \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & & & C_{66} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & & & \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & & & \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & & & \\ & & & C_{44} & & \\ & & & & C_{55} & \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix}$
Sistema Trigonal (grupo IV), Clases 9,11,12,15	Sistema Tetragonal (grupo V), Clases 10,13,14	Sistema Trigonal (grupo VI), Clases 16,17
$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & & & \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & & & \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & & & \\ & & & C_{44} & & \\ & & & & C_{44} & \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & & & C_{16} \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & & & -C_{16} \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & & & \\ & & & C_{44} & & \\ & & & & C_{44} & \\ C_{16} & -C_{16} & & & & C_{66} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & -C_{25} & \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & -C_{14} & C_{25} & \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & & & C_{25} \\ C_{14} & -C_{14} & & C_{44} & & C_{14} \\ -C_{25} & C_{25} & & & C_{44} & C_{14} \\ & & & C_{25} & C_{14} & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} \end{pmatrix}$
Sistema Trigonal (grupo VII), Clases 18-20	Sistema Hexagonal (grupo VIII), Clases 21-27	Sistema Cúbico (grupo IX), Clases 28-32
$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & & \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & -C_{14} & & \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & & & \\ C_{14} & -C_{14} & & C_{44} & & \\ & & & & C_{14} & \\ & & & & C_{14} \frac{C_{11} - C_{12}}{2} & \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & & & \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & & & \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & & & \\ & & & C_{44} & & \\ & & & & C_{44} & \\ & & & & & C_{11} - C_{12} \\ & & & & & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & & & \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & & & \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & & & \\ & & & C_{44} & & \\ & & & & C_{44} & \\ & & & & & C_{44} \end{pmatrix}$

Tabla II.3. Tensor de elasticidad para diferentes estructuras cristalinas

Tensor de elasticidad en medios continuos. Las expresiones generales de un cuerpo elástico anisótropo se simplifican enormemente en el caso de un material isótropo. En este caso, debido a la invariancia bajo rotaciones del material, las únicas constantes elásticas distintas de cero son C_{11} , C_{12} y C_{44} cumpliéndose que $2C_{44} = C_{11} - C_{22}$ y, por tanto, sólo hay dos constantes independientes. Estos parámetros corresponden con los *coeficientes de Lamé* de la siguiente forma: $C_{12} = \lambda$, $C_{44} = \mu$, $C_{11} = \lambda + 2\mu$. Entonces, la matriz de elasticidad en un medio isotrópico continuo es:

$$C = \begin{pmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & & & \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & & & \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & & & \\ & & & \mu & & \\ & & & & \mu & \\ & & & & & \mu \end{pmatrix} \quad (120)$$

Ecuación constitutiva de un medio continuo. En el caso de un medio continuo, con el tensor de elasticidad dado por (120), la energía libre del cuerpo deformado es:

$$\mathcal{F} = \frac{\lambda}{2} u_{ii}^2 + \mu u_{ik} u_{ik} \quad (121)$$

A partir de la ecuación (110), podemos representar la energía libre \mathcal{F} como la suma de dos componentes, una que corresponde a la deformación de cortante y la otra a la compresión hidrostática, como:

$$\mathcal{F} = \left(\frac{K}{2} - \frac{\mu}{3} \right) u_{ii}^2 + \mu u_{ik} u_{ik} \quad (122)$$

donde:

- μ es el *módulo de cizalla* o *módulo de rigidez*, definido como $\mu = \tau/\gamma$ (relación entre el esfuerzo de corte o cizalla τ y la deformación de corte γ).
- K es el *módulo de compresión hidrostática*, definido como $K = \sigma_{hidr}/(V/V_0)$ (relación entre el esfuerzo hidrostático σ_{hidr} y la variación relativa de volumen V/V_0).

Así, el tensor de tensiones resulta, expresado en términos del tensor de deformaciones como:

$$\sigma_{ik} = K u_{ll} \delta_{ik} + 2\mu \left(u_{ik} - \frac{1}{3} \delta_{ik} u_{ll} \right) \quad (123)$$

Deformaciones homogéneas. Este es el caso más simple, pero de gran importancia práctica, donde el tensor de deformación es constante en todo el cuerpo. En el caso de una deformación de este tipo en el que las fuerzas se aplican sobre el eje Z , se definen los siguientes módulos de elasticidad:

- E es el *módulo de Young* o *módulo de elasticidad* definido como $E = \frac{\sigma_{zz}}{u_{zz}} = \frac{\sigma_{yy}}{u_{yy}} = \frac{\sigma_{xx}}{u_{xx}}$ (relación entre la tensión y la deformación en la misma dirección y sentido).
- ν es el *coeficiente de Poisson* definido como $\nu = -u_{xx}/u_{zz}$ (relación entre la deformación transversal y la axial).

En este caso, el tensor de tensiones resulta, expresado en términos del tensor de deformaciones:

$$\sigma_{ik} = \frac{E}{1 + \nu} \left(u_{ik} + \frac{\nu}{1 - 2\nu} u_{ll} \delta_{ik} \right) \quad (124)$$

Todos los módulos μ , K , E , λ y ν están relacionados entre ellos tal como se puede encontrar en la bibliografía [174]. Mediante el conocimiento de cualquier par de estos módulos de elasticidad podemos obtener también, tal como se verá en el siguiente apartado II.2.3, la velocidad de propagación de las ondas longitudinales y transversales en los sólidos. Con ello, estaremos en disposición de estudiar cómo se propaga y transmiten la onda generada por el crecimiento de una burbuja en el seno del fluido sobrecalentado y llega a las paredes que lo confinan.

Algunas magnitudes elásticas de los sólidos en cámaras de burbujas. La siguiente Tabla II.4 muestra la densidad, módulo de Young, y coeficiente de Poisson de los medios sólidos que se van a utilizar posteriormente en esta Tesis. Estos valores se han obtenido de los datos de fabricante y, en algunos casos, medido experimentalmente.

Sólido	Densidad $\rho_0 [kg \cdot m^{-3}]$	Módulo de Young $E [GPa]$	Coeficiente de Poisson $\nu [-]$
Borosilicato	2230	67,0	0,20
Cuarzo fundido	2200	71,7	0,17
Metacrilato	1190	2,2 – 3,3	0,45
Aluminio	2748	70	0,33

Tabla II.4. Magnitudes elásticas de los medios sólidos de interés en esta Tesis.

Ecuación del movimiento de un medio elástico. Las ecuaciones de movimiento de un medio elástico sin pérdidas mecánicas las obtenemos, según la conservación del momento, igualando la fuerza provocada por las tensiones internas $F_i = \partial\sigma_{ik}/\partial x_k$ al producto de la aceleración $a_i = \partial^2 u_i/\partial t^2$ y la masa por unidad de volumen ρ (densidad):

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} \quad (125)$$

Donde no hemos tenido en cuenta el efecto de pérdidas mecánicas en el interior del medio elástico lineal. Esta expresión toma formas diferentes en el caso de un medio isótropo y en el caso de un medio anisótropo, que se diferencian por la expresión correspondiente del tensor de tensiones. En esta sección vamos a analizar la ecuación del movimiento de un medio isótropo cuando se somete a pequeñas deformaciones, que nos mostrará que dicha deformación se puede descomponer en dos ondas ortogonales, una que se propaga en la dirección del desplazamiento (onda longitudinal) y otra en sentido perpendicular al mismo (onda transversal). Así, la solución a dichas ecuaciones de ondas es análoga a la que obtuvimos en la *Sección II.1* para el caso de ondas acústicas en fluidos.

Ecuación de ondas. Para un medio isótropo y deformaciones homogéneas, la expresión del tensor de tensiones viene dada por (124). Sustituyendo en (125), la ecuación del movimiento es:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \frac{\partial u_{ll}}{\partial x_i} + \frac{E}{1+\nu} \frac{\partial u_{ik}}{\partial x_k} \quad (126)$$

Si nos restringimos a *pequeñas deformaciones* de modo que, como hemos visto, los movimientos considerados en la teoría de la elasticidad son pequeñas oscilaciones elásticas cumpliéndose que $u_{ik} = 1/2 (\partial u_i/\partial x_k + \partial u_k/\partial x_i)$. Entonces, obtenemos:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{E}{2(1+\nu)(1-2\nu)} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_i \partial x_l} + \frac{E}{2(1+\nu)} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k^2} \quad (127)$$

Esta ecuación tensorial se puede expresar en forma vectorial, sabiendo que $\partial^2 u_i/\partial x_k^2$ son las componentes del vector $\Delta \vec{u}$, y que $\partial^2 u_i/\partial x_i \equiv \vec{\nabla} \cdot \vec{u}$, de modo que:

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = \frac{E}{2(1+\nu)(1-2\nu)} \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{u}) + \frac{E}{2(1+\nu)} \Delta \vec{u} \quad (128)$$

Esta ecuación (128) es la que deberemos aplicar para resolver problemas de ondas en sólidos homogéneos. En el siguiente *apartado II.2.3* mostramos las principales características de una solución analítica, enfatizando en la aparición de dos ondas con velocidades de propagación diferentes. También se exponen las particularidades de los modelos numéricos utilizados para estudiar la propagación de ondas en sólidos, de modo que se partirá de la ecuación general (125), a la que se le deberá indicar la forma concreta del tensor de tensiones, es decir, cada uno de sus coeficientes.

II.2.3 Soluciones de la ecuación de ondas

Solución analítica general (descomposición en ondas planas). La propagación de ondas transversales en un líquido no viscoso no es posible dado que, en este, la energía se disipa totalmente. En líquidos viscosos es posible tener este tipo de ondas pero se ven atenuadas fuertemente, por lo que sólo pueden propagarse cortas distancias ($\sim 10^{-6}$ m). Por ello, podemos decir que en líquidos sólo puede propagarse ondas longitudinales [178].

En este caso, en las deformaciones u ondas generadas, la función \vec{u} es función de una sola coordenada (por ejemplo, z) y del tiempo, de modo que, de (128) vemos que las componentes del vector \vec{u} cumplen las siguientes ecuaciones de onda ordinarias para cada dirección de los ejes coordenados (ver apartado II.1.3) [169]:

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} - \frac{1}{c_l^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = 0 \quad \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} - \frac{1}{c_t^2} \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = 0 \quad \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} - \frac{1}{c_t^2} \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = 0 \quad (129)$$

Donde las velocidades de propagación de las ondas longitudinales y transversales son:

$$c_l = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}} \quad c_t = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}} \quad (130)$$

Entonces, una onda elástica arbitraria (no necesariamente plana) que se propaga en un medio elástico infinito consiste en dos ondas que se propagan independientemente con dos velocidades diferentes. En una, el desplazamiento es en la dirección de propagación (u_z), que recibe el nombre de *onda longitudinal* y se propaga con velocidad c_l . En la otra el desplazamiento es en un plano perpendicular a la dirección de propagación (u_x, u_y), que recibe el nombre de *onda transversal* y se propaga con velocidad c_t . Por ello, podemos reescribir la ecuación del movimiento (128) en términos de las velocidades c_l y c_t , de modo que el vector \vec{u} sea la suma de dos partes $\vec{u} = \vec{u}_l + \vec{u}_t$.

Vemos que la velocidad de propagación de la componente z (onda longitudinal) es diferente de las velocidades de propagación de las componentes x e y (onda transversal), cumpliéndose matemáticamente que $c_l > c_t\sqrt{4/3}$ pero, dado que experimentalmente se observa que ν sólo varía entre 0 y 1/2, la desigualdad es más restrictiva $c_l > c_t\sqrt{2}$. Esta relación resulta muy útil para estudiar aproximadamente el comportamiento de un sólido elástico cuando únicamente se conoce la velocidad de propagación longitudinal, más fácil de obtener que la transversal. La siguiente Tabla II.5 muestra las velocidades de propagación de ambos modos para los medios sólidos que van a utilizarse en esta Tesis, calculados a partir de los valores de la Tabla II.4.

Sólido	Onda longitudinal c_l [$m \cdot s^{-1}$]	Onda transversal c_t [$m \cdot s^{-1}$]
Borosilicato	5777,8	3538,2
Cuarzo fundido	6137,5	3870,0
Metacrilato	2672,1	805,7
Aluminio	6143,5	3094,6

Tabla II.5. Velocidades de propagación de las ondas elásticas longitudinales y transversales en distintos medios de interés en esta Tesis.

Solución numérica. En los estudios de mecánica de sólidos, el campo de desplazamientos \vec{u} es la única variable dependiente. La EDP depende del tipo de estudio concreto. En esta Tesis, dentro del entorno COMSOL, se han utilizado los siguientes:

- Estudio en dominio temporal: el campo de desplazamientos es $\vec{u} = \vec{u}(\vec{r}, t)$, y viene gobernado por:

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} - \nabla \cdot \sigma = \vec{F}_v \quad (131)$$

- Estudio en dominio frecuencial: el campo de desplazamientos en cualquier punto e instante de tiempo puede representarse por $\vec{u}(\vec{r}, t) = \vec{u}_t(\vec{r})e^{i\omega t}$, donde \vec{u}_t cumple:

$$-\rho\omega^2\vec{u}_t - \nabla \cdot \sigma = \vec{F}_v e^{i\phi} \quad (132)$$

- Estudio en frecuencia propia: para calcular la distribución de las *frecuencias de resonancias* o *frecuencias propias* f , así como la forma de los modos propios de las cámaras en estudio, se resuelve la ecuación anterior pero eliminando las fuentes:

$$-\rho\omega^2\vec{u}_t - \nabla \cdot \sigma = \vec{F}_v \quad (133)$$

- Estudio estacionario: el campo de desplazamientos evanece para tiempos largos, cuando las tensiones se vuelven estacionarias y se pueden obtener mediante:

$$-\nabla \cdot \sigma = \vec{F}_v \quad (134)$$

En estas ecuaciones ρ es la densidad y σ el tensor de tensiones. El parámetro \vec{F}_v es una fuerza volumétrica externa (fuerza por unidad de volumen), siendo ϕ su fase en el dominio frecuencial. Estas fuentes no están presentes en los modelos estudiados, simplificándose las ecuaciones anteriores.

La propiedad de Modelo de Mecánica de Sólidos en COMSOL, se aplica a todas las geometrías que gobiernan la interfase. En todos los casos, los sólidos se han considerado con un comportamiento elástico y lineal, simplificando el término $\nabla \cdot \sigma$ en las anteriores ecuaciones, tal como se ha visto en el *apartado II.2.2*. Las diferentes condiciones de contorno aplicadas a la interfaz se describen a continuación:

- Libre: es la condición estándar para todos los contornos rígidos por la interfase mecánica de sólidos. Establece que no hay esfuerzo alguno en el contorno.
- Valores iniciales: establece valores iniciales al campo de desplazamientos y su derivada temporal en dominios de volumen. Los valores iniciales se consideran nulos.
- Simetría axial: es la condición de contorno por defecto para las simulaciones axisimétricas, establecida en todas las fronteras a lo largo de la línea de simetría.
- Carga superficial: es una fuerza mecánica de contorno superficial que puede ser definida como una presión. Se ha utilizado para obtener el esfuerzo en las paredes de las cámaras al someterse a una diferencia de presiones entre el interior y el exterior.

Los modelos geométricos se irán mostrando explícitamente en los apartados siguientes. Estos modelos se combinan, cuando resulta necesario, con los modelos acústicos vistos en la *Sección II.1*, resolviendo ambos conjuntos de ecuaciones al mismo tiempo.

II.2.4 Propagación en sólidos

Propagación de ondas longitudinales. Para determinar el valor de la velocidad con la que se propaga una onda acústica longitudinal se recurre a la *técnica del eco-impulso*. Para ello se necesita, por un lado, conocer el espesor l de una muestra del material en cuestión y, por otro, mediante la ayuda de un generador-receptor de impulsos, el tiempo Δt que se tarda en recibir los ecos generados por estas señales al reflejarse en la cara opuesta a la que se está emitiendo. Con ello, mediante la expresión $c = 2l/\Delta t$ se obtiene la velocidad de propagación. En la Figura II.53 se muestra el montaje experimental. A la izquierda se muestra el sistema generador-receptor de impulsos Panametrics 500 PR, el transductor piezoeléctrico Panametrics V320 y el osciloscopio donde se visualiza las señales. A la derecha se observa la medida para el borosilicato, colocando una fina capa de vaselina ($Z \approx 1.4 \text{ MRay}$) entre el sólido ($Z \approx 11 \text{ MRay}$) y el transductor ($Z \approx 30 \text{ MRay}$), para un mejor acople de impedancias. Este montaje será el mismo que se utilizará en la *Sección III.1* para obtener la velocidad de propagación longitudinal en las cerámicas piezoeléctricas testeadas y en la capa de adaptación de aluminio, respectivamente, cuyos valores se muestran de forma resumida en la Figura II.54.

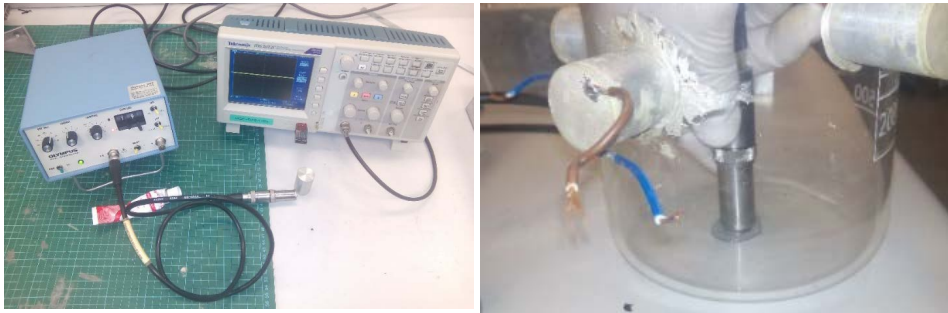


Figura II.53. Montaje experimental para estudiar la propagación longitudinal en sólidos.

Además, se muestra una de las señales registradas en la que se pueden distinguir la señal enviada y los ecos. Se toma la diferencia de tiempos entre cada uno de estos picos para obtener valores del tiempo de vuelo promedio, es decir, el tiempo que tarda la señal acústica entre ir de la cara de la muestra donde se encuentra el transductor, llegar a la cara opuesta, y volver a la superficie del transductor.

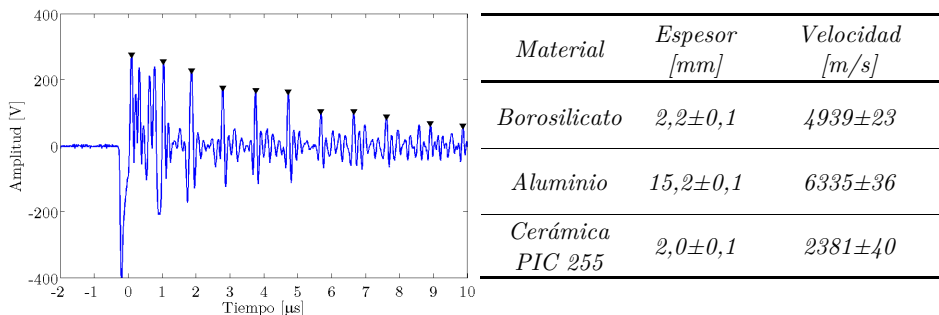


Figura II.54. A la izquierda, ejemplo de señal registrada con eco-impulso. A la derecha, valores de velocidad de propagación en los sólidos estudiados.

Propagación de ondas transversales. Para testear nuestras herramientas numéricas en el dominio de sólidos, se han realizado una serie de simulaciones, en las que se puede comprobar tanto la aparición y propagación de las ondas longitudinales y transversales, así como las velocidades de propagación de cada una de ellas. En la siguiente Figura II.55 se muestra una de estas simulaciones de propagación, en un medio infinito (borosilicato), que ha sido excitado en un punto mediante una señales gaussiana de $12,5 \mu\text{s}$ de semiancho desplazándose en la dirección del eje de simetría vertical.

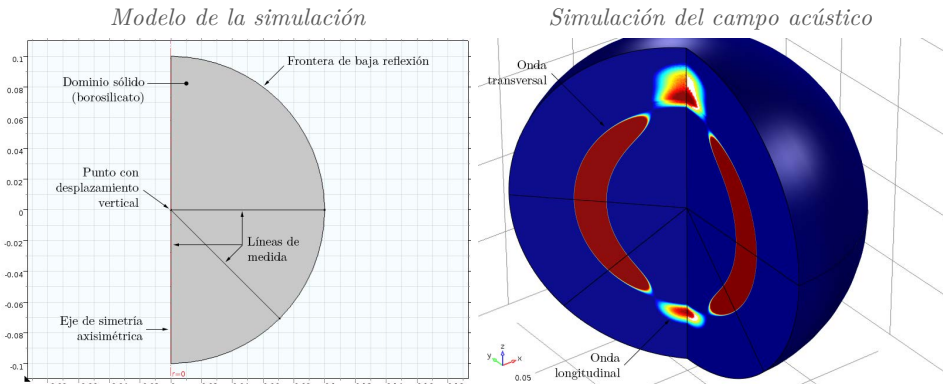


Figura II.55. Modelo de la simulación (izquierda) y ejemplo de uno de los resultados (derecha).

La Figura II.56 muestra la onda longitudinal (izquierda) y transversal (derecha) del campo de desplazamientos resultante registrado a lo largo de la diagonal del modelo. Para las distancias más próximas, la onda longitudinal presenta mayor amplitud que la transversal mientras que, para mayores distancias, esta decae más suavemente que aquella. También se observa que la onda longitudinal se propaga más velozmente que la transversal, llegando a los 90 mm de la fuente en unos $30 \mu\text{s}$ y $45 \mu\text{s}$, respectivamente.

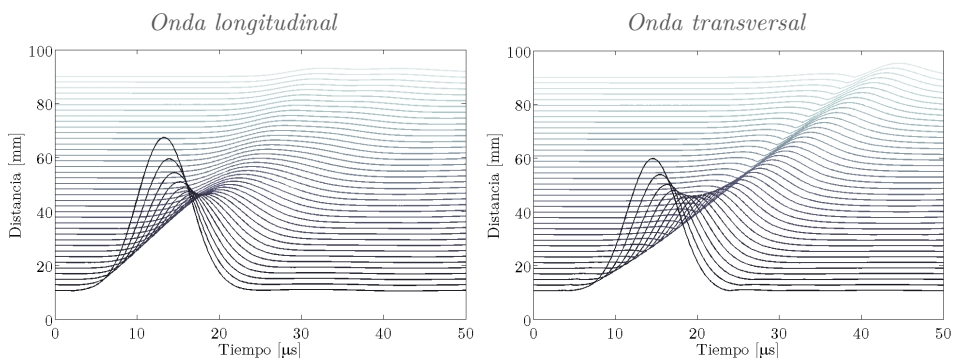


Figura II.56. Propagación de ondas longitudinales (izquierda) y transversales (derecha).

El eje de abscisas muestra el tiempo en el que se registra la señal a cada una de las distancias que indica el eje de ordenadas, medidas en la diagonal respecto de la fuente.

A partir de los tiempos de llegada de cada modo de onda registrado, podemos obtener las velocidades de propagación obtenidas mediante la simulación, y compararlas con las esperadas según las expresiones analíticas (130). La siguiente Figura II.57 muestra, a la derecha, estos tiempos de llegada en función de la distancia a la fuente, para cada modo de onda, a lo largo del eje horizontal. En ella, realizando un ajuste lineal por mínimos cuadrados, se obtienen velocidades de propagación de 5123 y 3509 m/s, que se aproximan bastante a las esperadas (5777,8 y 3538,2 m/s), para ambos modos. Además, a la izquierda se muestra la propagación de la amplitud de los pulsos, en la que se observa el diferente decaimiento de cada modo.

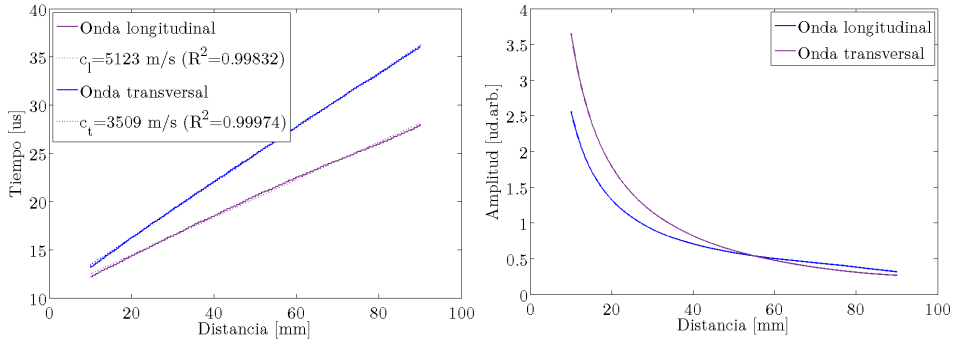


Figura II.57. Relación entre el tiempo de vuelo (izquierda) y amplitud (derecha) de ambos modos de onda, longitudinal y transversal.

El estudio de la propagación de los tiempos de vuelo y de la amplitud se ha realizado para el eje horizontal, vertical y diagonal que se muestran en la Figura II.55 derecha. Los valores de la velocidad de propagación difieren ligeramente de los mostrados en la Figura II.57 izquierda, mientras que las amplitudes del modo longitudinal aumentan para el eje vertical (en la misma dirección que el desplazamiento de la fuente) disminuyendo las del modo transversal y, por el contrario, aumentan las de este modo para el eje horizontal (perpendicular a la dirección del desplazamiento de la fuente) cayendo más las del modo longitudinal. Es decir que cada uno de los modos, longitudinal y transversal, se enfatiza más cuando se estudia en la dirección paralela o perpendicular, respectivamente, a la dirección del desplazamiento de la fuente puntual.

Dado que resulta complejo medir las ondas que se desplazan en el interior de los sólidos, en una primer acercamiento al problema se ha medido la propagación a través de la pared de borosilicato de la vasija de calibración empleando los sensores piezoeléctricos pegados a la misma, excitando el sólido con la vibración de uno de ellos y recibiendo con todos los demás. Debido al espesor de la pared, se encontraron una serie de fenómenos de interferencia que ampliaba la casuística mostrada anteriormente. Aun así, en términos generales, pudimos detectar en todo caso las ondas normales a la superficie que llega a cada uno de los sensores según los tiempos estimados por la velocidad de propagación correspondiente. En el apartado II.2.X y II.2.X mostraremos con más detalle la distribución de las amplitudes de las ondas elásticas que llegan a la parte exterior de las vasijas de los detectores PICO y MODA-LS. Para ello, resulta necesario estudiar previamente los fenómenos de transmisión y conversión de modos entre el fluido y la pared de dichas vasijas, tal como va a mostrarse en el siguiente apartado.

II.2.5 Transmisión en sólidos

En la *Sección II.1* hemos visto cómo la onda acústica que llegaba a la cara interior de la vasija que contiene el fluido sobrecalentado y el buffer presentaba ciertas zonas de “sombra acústica” debido principalmente a la fenomenología de la transmisión fluido-fluido. Aquí vamos a exponer las bases para entender cómo la transmisión entre dichos fluidos y el material sólido que conforma la vasija da lugar a un nuevo patrón de “sombras acústicas” en la cara exterior de la vasija.

El conocimiento de la energía acústica que llega a la cara exterior de la vasija es crucial dado que, en los casos de los detectores PICO, los sensores piezoeléctricos se encuentran pegados a la misma. Entonces, en el camino que recorren las ondas entre la burbuja y los sensores acústicos, hay que considerar los diferentes fenómenos de transmisión entre las distintas interfaces líquido-líquido y líquido-sólido. Este estudio de transmisión de ondas en sólidos resulta interesante, además, porque permite tratar la adaptación acústica entre el cristal y el mismo sensor (asumiéndola como una pérdida adicional debido a las características del sistema), cuyas bases se verán en esta Sección pero se aplicarán, en el caso del diseño de sensores, en la *Sección III.2*.

Para ello, partiremos de que, como se ha visto, a diferencia de los fluidos, los sólidos pueden soportar dos tipos principales de ondas: ondas elásticas longitudinales y transversales. Si una onda incide normalmente en una interfase entre sólidos, las ondas transmitidas y reflejadas son del mismo tipo que la onda incidente (longitudinal). Variado el ángulo de incidencia respecto de la normal a la superficie (incidencia oblicua), empiezan a aparecer otros tipos de onda, en un fenómeno complejo llamado *conversión de modos* de la onda longitudinal hacia la transversal (y viceversa si el sentido de la onda es el contrario), tanto en la onda reflejada como transmitida.

La resolución del problema con las condiciones de contorno en lo relativo a ondas elásticas en sólidos tiene en cuenta la continuidad de las tensiones y de la velocidad de partícula en la interfase, y puede resultar difícil de resolver [179] [180]. Sin embargo, podemos encontrar modelos que establecen una analogía entre las líneas de transmisión y las ondas acústicas para varias interfaces [178] [181]. En esta aproximación, se aplica el gran número de métodos para resolver los problemas de líneas de transmisión a resolver un problema de ondas acústicas en una forma directa, simple, sistemática. En las representaciones de líneas de transmisión, las analogías eléctricas se realizan utilizando las corrientes eléctricas y los voltajes como velocidad de partícula y tensión mecánica, respectivamente. A partir de estas analogías, se pueden obtener fácilmente las expresiones para las impedancias características y coeficientes de transmisión y reflexión de presión e intensidad. Este método se presenta de forma exhaustiva en el artículo de Oliner, de modo que aquí únicamente mostramos los resultados. Además, es posible utilizar esta técnica para el estudio de otros tipos de ondas como las de Rayleigh, Lamb y Love.

Transmisión oblicua a través de una interfase sólido-sólido. Consideramos que una onda longitudinal incide sobre una interfase sólido-sólido, de modo que da lugar a la aparición de ondas reflejadas y transmitidas, ambas en sus dos modos longitudinal (L) y transversal (T). La Figura II.58 muestra el esquema de este proceso y nomenclatura que vamos a utilizar posteriormente [178].

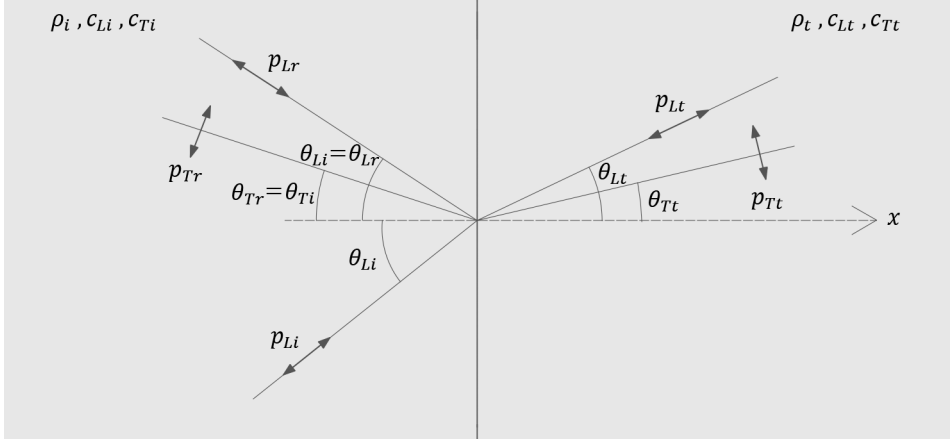


Figura II.58. Onda longitudinal incidiendo en una interfase sólido-sólido.

Los ángulos reflejados y refractados se calculan utilizando la ley de Snell, obteniéndose las siguientes igualdades entre ellos:

$$\frac{\sin \theta_{Li}}{c_{Li}} = \frac{\sin \theta_{Lt}}{c_{Lt}} = \frac{\sin \theta_{Ti}}{c_{Ti}} = \frac{\sin \theta_{Tt}}{c_{Tt}} \quad (135)$$

Utilizando el modelo de líneas de transmisión [181], las ecuaciones que representan el fenómeno en cuestión pueden obtenerse fácilmente teniendo en cuenta la continuidad de las componentes del tensor de tensiones (119) y de las velocidades de partícula en la interfase. La siguiente ecuación matricial relaciona los coeficientes de reflexión (R_L) y transmisión (T_L) de las ondas longitudinales, y los coeficientes de reflexión (R_T) y transmisión (T_T) de las ondas transversales, con las propiedades del medio y los ángulos de incidencia, reflexión y refracción. El modelo analítico que aquí se presenta es únicamente válido en el caso de que la onda incidente sea longitudinal.

$$\begin{pmatrix} \frac{\sin \theta_{Li}}{\rho_i c_{Li}} & \frac{\cos \theta_{Ti}}{\rho_i c_{Ti}} & -\frac{\sin \theta_{Lt}}{\rho_t c_{Lt}} & \frac{\sin \theta_{Tt}}{\rho_t c_{Tt}} \\ \frac{\cos \theta_{Li}}{\rho_i c_{Li}} & -\frac{\sin \theta_{Ti}}{\rho_i c_{Ti}} & \frac{\cos \theta_{Lt}}{\rho_t c_{Lt}} & \frac{\sin \theta_{Tt}}{\rho_t c_{Tt}} \\ -\cos(2\theta_{Ti}) & \sin(2\theta_{Ti}) & \cos(2\theta_{Tt}) & \sin(2\theta_{Tt}) \\ \frac{\sin(2\theta_{Li})}{c_{Li}^2/c_{Ti}^2} & \cos(2\theta_{Ti}) & \frac{\sin(2\theta_{Lt})}{c_{Lt}^2/c_{Tt}^2} & -\cos(2\theta_{Tt}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_L \\ R_T \\ T_L \\ T_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\sin \theta_{Li}}{\rho_i c_{Li}} \\ \frac{\sin \theta_{Li}}{\rho_i c_{Li}} \\ \cos(2\theta_{Ti}) \\ c_{Li}^2/c_{Ti}^2 \end{pmatrix} \quad (136)$$

Aquí, también, los coeficientes representan la amplitud de las ondas reflejadas y transmitidas normalizadas respecto a la de la onda incidente. Además, a partir de estos coeficientes, podemos encontrar los correspondientes al balance energético en el proceso de transmisión, es decir, los coeficientes de reflexión y transmisión de intensidad, los cuales se obtienen a partir de las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
 R_{I,L} &= -R_L R_L^* & T_{I,L} &= -T_L T_L^* \frac{\operatorname{Re}(1/Z_{Ti}^*)}{\operatorname{Re}(1/Z_{Li}^*)} \\
 R_{I,T} &= -R_T R_T^* \frac{\operatorname{Re}(1/Z_{Ti}^*)}{\operatorname{Re}(1/Z_{Li}^*)} & R_{I,L} &= -T_T T_T^* \frac{\operatorname{Re}(1/Z_{Ti}^*)}{\operatorname{Re}(1/Z_{Li}^*)}
 \end{aligned} \tag{137}$$

donde el superíndice * representa el valor conjugado de la variable compleja correspondiente, y las impedancias se definen mediante las siguientes expresiones:

$$Z_{Li} = \frac{\rho_i c_{Li}}{\cos \theta_{Li}} \quad Z_{Lt} = \frac{\rho_t c_{Lt}}{\cos \theta_{Lt}} \quad Z_{Ti} = \frac{\rho_i c_{Ti}}{\cos \theta_{Ti}} \quad Z_{Tt} = \frac{\rho_t c_{Tt}}{\cos \theta_{Tt}} \tag{138}$$

Transmisión oblicua a través de una interfase fluido-sólido. Dado que las ondas transversales no pueden propagarse en líquidos, cuando una onda longitudinal plana incide sobre una interfase entre un líquido no viscoso y un sólido, únicamente se genera una onda reflejada longitudinal, además de la transmitida tanto longitudinal como transversal, tal como podemos ver en la Figura II.59.

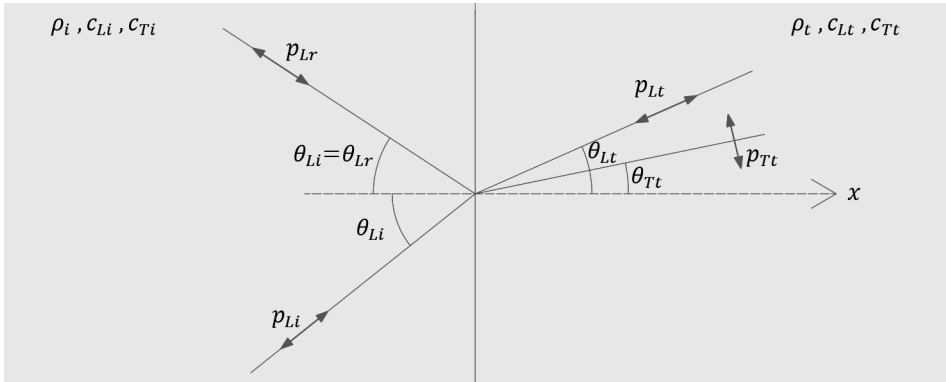


Figura II.59. Onda longitudinal incidiendo en una interfase líquido-sólido.

Las ecuaciones que gobiernan este problema se pueden obtener fácilmente a partir del caso general sólido-sólido (136), considerando una velocidad de fase compleja para la onda transversal en el líquido, que viene dada por:

$$c_T = \sqrt{\frac{i\omega\eta}{\rho}} \tag{139}$$

donde ω es la frecuencia angular de la onda, ρ y η son la densidad y viscosidad de cizalla del medio que, asumiendo que el líquido presenta una muy baja viscosidad, puede adoptar un valor del orden de 10^{-10} Pa.s.

Transmisión normal a través de 1 capa. Una vez estudiada la transmisión de ondas a través de una interfase con sólidos en uno o ambos espacios semiinfinitos que lo definen, vamos a estudiar la transmisión de estas ondas a través de distintas capas intermedias. La fenomenología completa de este estudio, teniendo en cuenta la conversión de modos resulta, resulta bastante compleja y alejada de los casos de interés para esta Tesis. Por ello, vamos a limitarnos a explicar las bases teóricas de la transmisión de ondas a través de distintos medios o capas con espesores determinados pero con incidencia normal, con lo que no habrá conversión de modos, siendo todas las ondas longitudinales. En este subapartado y el siguiente exponemos la transmisión a través de una y dos capas respectivamente, que, como se ha comentado, tienen su interés y aplicación en el diseño y optimización de sensores, en distintas fases de su diseño, tal como se verá en la *Sección III.2*. Por último, se generalizará el modelo para un número arbitrario de capas, que completa la base teórica de los fenómenos de transmisión que tienen lugar en el estudio de los detectores con cámaras de burbujas, objetivo de esta Tesis.

Para estudiar el comportamiento de un sistema formado por dos medios semi-infinitos entre los que se ubica una capa intermedia de distinto material, con un espesor determinado, nos basamos en el diagrama de transmisión que muestra la Figura II.60/Figura II.63. Como se puede ver, a pesar de que el estudio se realiza para sólidos, como la transmisión es normal, las impedancias de cada medio se pueden representar simplemente mediante el producto de la densidad y la velocidad de propagación de las ondas longitudinales en cada uno de los medios, tal como se puede deducir de las expresiones (138).

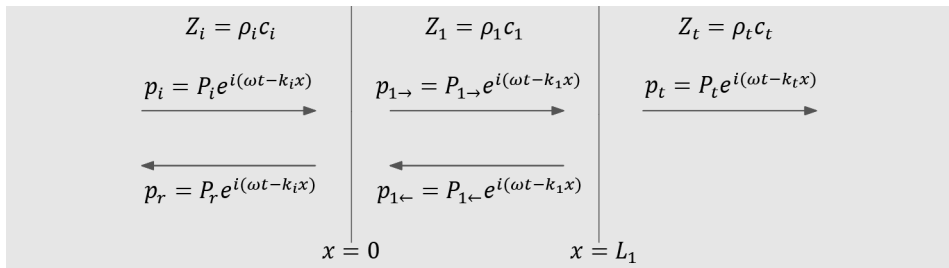


Figura II.60. Esquema para explicar el modelo de transmisión acústico a través de 1 capa.

Nuevamente, esta disposición está ampliamente estudiada y, siguiendo un proceso similar al anterior, podemos obtener el coeficiente de transmisión de intensidad [169]:

$$T_I = \frac{4}{2 + (Z_t/Z_i + Z_i/Z_t) \cos^2(k_1 L) + (Z_1^2/Z_i Z_t + Z_i Z_t/Z_1^2) \sin^2(k_1 L)} \quad (140)$$

Si consideramos que partimos de que conocemos la impedancia acústica del medio donde se genera la señal acústica (Z_i) y del medio donde se recibe la señal (Z_t), podemos estudiar el comportamiento de la expresión (140) en función de los parámetros que conciernen a la capa intermedia (impedancia Z_1 , número de onda k_1 y espesor L). Este estudio debe realizarse para dos casos distintos, tal como vamos a ver a continuación.

- Si $Z_i < Z_t$ (equivalentemente, si $Z_i > Z_t$) el comportamiento del coeficiente de transmisión de intensidad puede representarse como en la Figura II.61. En este caso, observamos que el máximo de transmisión se obtiene cuando la impedancia acústica de la capa intermedio cumple $Z_1 = \sqrt{Z_i \cdot Z_t}$ y, para una relación entre su espesor y su número de onda de $L = \lambda_1/4n$, n impar. Por otra parte, si $Z_1 < \min\{Z_i, Z_t\}$ ó $Z_1 > \max\{Z_i, Z_t\}$, es decir, si la impedancia de la capa no está comprendida entre la de los medios adyacentes, la transmisión presenta un máximo en 0 Hz y en $L = \lambda_1/2n$, n impar independientemente de la relación de impedancias, pero con valor menor mucho menor que la unidad.

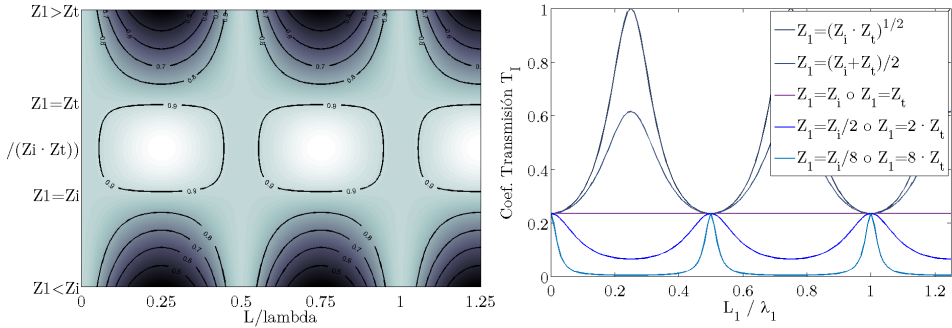


Figura II.61. A la izquierda, valor de T_I en función de L_1/λ_1 y Z_1 , para la transmisión a través de una capa en el caso $Z_i < Z_t$. A la derecha, T_I para diferentes relaciones de impedancia entre los medios.

- Si $Z_i = Z_t$ la transmisión tiene lugar según se muestra en la Figura II.62, donde podemos ver que los máximos de transmisión aparecen cuando el espesor de la capa intermedia cumple $L = \lambda_1/2n$, n impar, independientemente de la impedancia de la capa. Para otros espesores, la transmisión varía excepto en el caso trivial en que $Z_1 = Z_i = Z_t$, donde la transmisión es siempre unitaria.

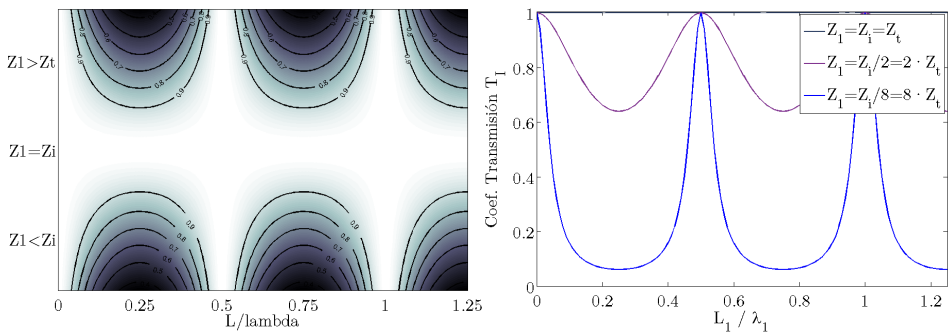


Figura II.62. A la izquierda, valor de T_I en función de L_1/λ_1 y Z_1 , para la transmisión a través de una capa en el caso $Z_i = Z_t$. A la derecha, T_I para diferentes relaciones de impedancia entre los medios.

Transmisión normal a través de 2 capas. El comportamiento de la transmisión acústica a través de dos capas tiene especial interés en el estudio de cámaras de burbujas. Como se verá en la *Sección III.2*, la optimización de los sensores acústicos pasa por la interposición de una capa de adaptación entre la pared de la cámara que contiene el líquido sobrecalentado y la cerámica piezoeléctrica. Entonces, la onda acústica que se genera en el líquido atraviesa dos medios antes de llegar a la cerámica, tal como muestra el esquema de la siguiente Figura II.63.

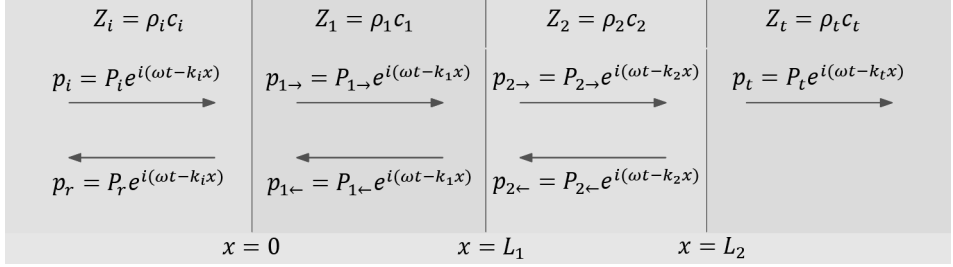


Figura II.63. Esquema para explicar la transmisión acústica a través de 2 capas.

Las condiciones de continuidad en cada interfase n ($0, 1$ ó 2) son:

$$\begin{aligned} p_{n\rightarrow} + p_{n\leftarrow} &= p_{n+1\rightarrow} + p_{n+1\leftarrow} \\ u_{n\rightarrow} + u_{n\leftarrow} &= u_{n+1\rightarrow} + u_{n+1\leftarrow} \end{aligned} \quad (141)$$

Donde $p_{n\rightarrow}$ y $p_{n\leftarrow}$ son las ondas que se propagan hacia delante (incidente) y hacia atrás (reflejada), respectivamente, mientras $u_{n\rightarrow}$ y $u_{n\leftarrow}$ son las correspondientes velocidades de partícula. Así, los signos de las ondas viajeras hacia atrás son negativos. Presentamos una serie de pasos necesarios para obtener el coeficiente de transmisión:

1° - Para la última interfase $n = 2$, se calcula:

$$\frac{P_{2\rightarrow}}{P_{2\leftarrow}} = \frac{e^{2jk_2L_2}(Z_t + Z_2)}{Z_t - Z_2} \quad (142)$$

2° - Para la interfase $n = 1$, se calcula:

$$\frac{P_{1\rightarrow}}{P_{1\leftarrow}} = \frac{e^{2jk_1L_1} \left(e^{2jk_2L_2}(Z_2 - Z_1) + \frac{P_{2\rightarrow}}{P_{2\leftarrow}}(Z_2 + Z_1) \right)}{e^{2jk_2L_1}(Z_2 + Z_1) + \frac{P_{2\rightarrow}}{P_{2\leftarrow}}(Z_2 - Z_1)} \quad (143)$$

3° - Con ello, coeficiente de reflexión de amplitud (o, equivalentemente, de presión) es:

$$R = \frac{\frac{P_{1\rightarrow}}{P_{1\leftarrow}}(Z_1 - Z_i) + Z_1 + Z_i}{\frac{P_{1\rightarrow}}{P_{1\leftarrow}}(Z_1 + Z_i) + Z_1 - Z_i} \quad (144)$$

4° - El coeficiente de transmisión de intensidad es:

$$T_I = 1 - R_I = 1 - |R|^2 \quad (145)$$

Transmisión normal a través de N capas. Podemos generalizar el estudio anterior a un número cualquiera de capas imponiendo las condiciones de continuidad en cada una de las interfaces y estableciendo las relaciones entre amplitudes adecuada para obtener, finalmente, el coeficiente de transmisión acústica. El esquema planteado para resolver este problema se muestra en la Figura II.64.

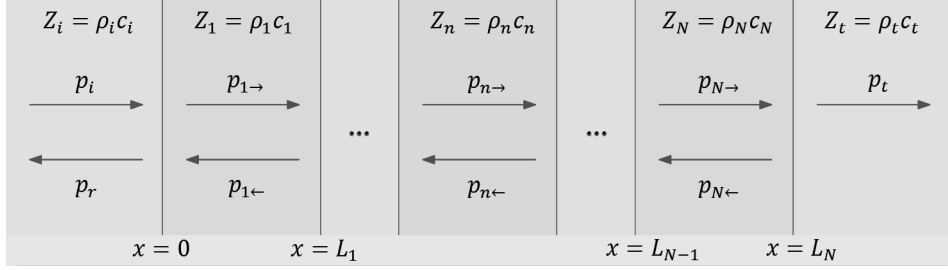


Figura II.64. Esquema para explicar la transmisión acústica a través de N capas.

Las condiciones de continuidad para cada interfase n , entre $n = 0$ y $n = N$ son:

$$\begin{aligned} p_{n \rightarrow} + p_{n \leftarrow} &= p_{n+1 \rightarrow} + p_{n+1 \leftarrow} \\ u_{n \rightarrow} + u_{n \leftarrow} &= u_{n+1 \rightarrow} + u_{n+1 \leftarrow} \end{aligned} \quad (146)$$

Donde $p_{n \rightarrow}$ y $p_{n \leftarrow}$ son las ondas que viajan hacia delante y hacia atrás, respectivamente, mientras $u_{n \rightarrow}$ y $u_{n \leftarrow}$ son las correspondientes velocidades de partícula. Así, los signos de las ondas viajeras hacia atrás son negativos. Con esto, mostramos una serie de pasos para la obtención de los coeficientes de transmisión:

1st – Para la última interfase N , se calcula:

$$\frac{P_{N \rightarrow}}{P_{N \leftarrow}} = \frac{e^{2jk_N L_N} (Z_t + Z_N)}{Z_t - Z_N} \quad (147)$$

2st – Para cada interfase n , entre $N - 1$ y 1 , se calcula:

$$\frac{P_{n \rightarrow}}{P_{n \leftarrow}} = \frac{e^{2jk_n L_n} \left(e^{2jk_{n+1} L_n} (Z_{n+1} - Z_n) + \frac{P_{n+1 \rightarrow}}{P_{n+1 \leftarrow}} (Z_{n+1} + Z_n) \right)}{e^{2jk_{n+1} L_n} (Z_{n+1} + Z_n) + \frac{P_{n+1 \rightarrow}}{P_{n+1 \leftarrow}} (Z_{n+1} - Z_n)} \quad (148)$$

3th – Con ello, el coeficiente de reflexión de amplitud (o de presión) es:

$$R = \frac{\frac{P_{1 \rightarrow}}{P_{1 \leftarrow}} (Z_1 - Z_i) + Z_1 + Z_i}{\frac{P_{1 \rightarrow}}{P_{1 \leftarrow}} (Z_1 + Z_i) + Z_1 - Z_i} \quad (149)$$

4th – El coeficiente de transmisión de intensidad es:

$$T_I = 1 - R_I = 1 - |R|^2 \quad (150)$$

II.2.6 Vibraciones características y modos propios

Los estudios de reverberación y modos propios en el caso de los fluidos que contienen las cámaras de burbujas se han estudiado en el *apartado II.1.8* de forma genérica, y en los *apartados V.9* y *V.10* particularizando para los detectores PICO y MODA-LS, respectivamente. En esta Sección ampliaremos el estudio considerando la naturaleza y dimensiones del elemento sólido que contiene al fluido sobrecalentado y al buffer.

El estudio analítico de los modos propios de sólidos de geometrías sencillas ha sido estudiado por varios autores [182] [183], pero en esta Tesis estamos interesados en la respuesta vibracional de cajas aproximadamente cilíndricas y paralelepípedicas que se encuentran inmersas en el seno de diferentes fluidos. Además, tal como ocurre en los detectores PICO y MODA-LS, las geometrías presentan ciertas particularidades (casquete esférico inferior, juntas roscadas, unión con otros materiales sólidos, etc.) que pueden modificar la respuesta respecto de una geometría más sencilla. Por ello, en este apartado nos limitamos a enfatizar la importancia del estudio numérico de los modos propios cuando se considera el conjunto de la cámara del detector en cuestión. Estas herramientas de simulación ya han sido testeadas en cuanto al estudio del comportamiento acústico, completando y matizando los resultados de los modelos analíticos más simplificados.

En este sentido, en esta Tesis se realizarán simulaciones numéricas de cada uno de los detectores, a través de un estudio de frecuencias propias (133). En primer lugar, en el *apartado II.2.8*, se obtendrán los valores de los modos propios, así como las amplitudes correspondientes, de los detectores PICO-2L y PICO-60 completos, y se compararán con los obtenidos en los *apartados II.1.9* para los fluidos que contienen. En el caso de PICO-60 se realizará un estudio comparativo para distintas cantidades de fluidos sobrecalentado en su interior. Posteriormente, en el *apartado II.2.9*, se estudiarán los modos propios de la caja inferior de MODA-LS con el fluido sobrecalentado, para posteriormente comparar con la respuesta del sistema completo de ambas cajas.

II.2.7 Resistencia mecánica

Direcciones y tensiones principales. Como se ha visto en esta Sección, durante la deformación de un sólido, las fuerzas exteriores que actúan sobre el cuerpo realizan trabajo, y este trabajo se transforma completa o parcialmente en energía potencial de deformación. Entonces, cuando una vasija llena de fluido sobrecalentado se presuriza, aumentan las tensiones internas de las paredes de la misma de modo que, más allá de ciertos valores, la relación entre el alargamiento y la fatiga deja de cumplir la ley de Hooke (118); en estas condiciones, para valores de tensión y/o alargamiento aún mayores, se puede producir la rotura del material. Por ello, basándonos en análisis previos de la resistencia mecánica de las vasijas de Cuarzo fundido de los detectores PICO, se ha estudiado la resistencia mecánica del metacrilato utilizado en el diseño del detector MODA-LS con el fin de establecer un correcto dimensionado de las vasijas, bajo las condiciones de presión a las que van a ser sometidas.

En general, para cualquier plano de sección recta que pase por un punto de un sólido, la tensión total sobre el mismo se podrá descomponer en dos componentes, una normal y otra tangencial a dicho plano. En el estudio de la resistencia de los sólidos [184] resulta útil definir las *direcciones principales* del tensor de tensiones (x'_1, x'_2 y x'_3), es decir, la de los vectores propios de dicho tensor (la existencia de vectores propios queda garantizada dado que el tensor es simétrico [175], tal como se ha visto en el apartado II.2.2). Así, en cada punto del sólido, tomando como ejes coordenados al sistema que conforman estas direcciones, el tensor de tensiones resultante será diagonal, de modo que sólo estará definido por los valores de cada uno de sus elementos, llamados *tensiones principales* σ_1, σ_2 y σ_3 . La siguiente Figura II.65 nos ayuda a entender este proceso de ortogonalización del tensor de tensiones.

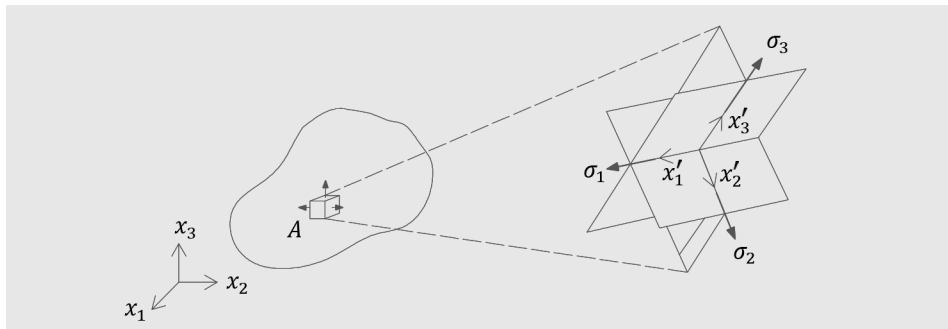


Figura II.65. Representación gráfica de la ortogonalización del tensor de tensiones en un punto del sólido, para la obtención de las tensiones principales.

Tal como se verá en el apartado II.2.9, mediante simulación numérica podremos obtener el valor de estas tensiones principales para cada punto de la cámara de metacrilato de MODA-LS. El conocimiento de estas tensiones principales así como de los planos ortogonales a las direcciones en las que actúan en cada punto del sólido, nos permite identificar las zonas del sólido en los que el material es más probable que falle mecánicamente. Para ello, debemos escoger un criterio de fallo del material, tal como vamos a exponer en el siguiente apartado.

Criterio de fallo. En materiales dúctiles, es decir, aquellos que pueden deformarse considerablemente antes de llegar a la rotura, existen diversas teorías de fallo para determinar los esfuerzos estáticos permisibles en elementos estructurales [174]. La teoría de la máxima energía de distorsión o criterio de Von Mises [185] establece que una pieza resistente falla cuando en alguno de sus puntos la energía de distorsión por unidad de volumen rebasa de un cierto umbral; criterio que, en términos de tensiones, puede escribirse como:

$$\sigma_{VM} \geq \sigma_E \quad (151)$$

donde σ_E es la tensión de límite elástico del material del sólido en cuestión y σ_{VM} es la llamada *tensión de Von Mises*, que puede expresarse de forma abreviada en función de las tensiones principales como:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} \quad (152)$$

En este estudio nos limitamos a criterios de fallo de materiales dúctiles dado que los materiales que se utilizan en las cámaras de burbujas son vidrios y polímeros dúctiles. Así, en el *apartado II.2.9* aplicaremos este criterio para estudiar la seguridad mecánica en el diseño estructural de MODA-LS, cuyas cámaras están hechas con metacrilato.

Algunos límites mecánicos de los sólidos en cámaras de burbujas. La siguiente Tabla II.6 muestra los límites elásticos σ_E y de rotura σ_R de los materiales objeto de estudio en esta Tesis. Para diseñar del lado de la seguridad, utilizaremos el límite elástico del material bajo estudio como límite máximo al que puede llegar la tensión de Von Mises. Estos valores se han obtenido de los datos de fabricante.

Sólido	Límite elástico σ_E [MPa]	Límite de rotura σ_R [MPa]
Borosilicato	--	29
Cuarzo fundido	50	30
Metacrilato	52,8 – 72,4	--
Aluminio	55	248

Tabla II.6. Límites elásticos y resistentes de los medios sólidos de interés en esta Tesis.

II.2.8 Aplicación al estudio vibracional de PICO

Estudio de la transmisión a través de las paredes de la cámara. En el apartado II.1.9 se obtuvieron las intensidades relativas de las ondas que se generan en el líquido sobrecalentado y llegan finalmente a la superficie interior de la cámara que lo contiene. Así, se vio que aparecían franjas o sombras acústicas donde la intensidad se reducía. Aquí vamos a ampliar este estudio de transmisión para calcular la intensidad resultante que llega a la superficie exterior de la cámara, después de que la onda atraviese el espesor de sólido que conforma la pared, teniendo en cuenta el cambio de modo de tipo de onda en la interfase líquido-sólido. Para ello, paralelamente a lo hecho allí, se realizan dos estudios separados: primero, en función de la profundidad de una burbuja en el eje vertical del centro de la cámara; segundo, para cualquier posición de la burbuja en el líquido sobrecalentado. En ambos casos, resulta necesario conocer los ángulos de transmisión y el coeficiente de transmisión de intensidad en función del ángulo incidente (respecto a la normal a la interfase) para las diferentes interfaces líquido-sólido que se van a estudiar. En este sentido, la Figura II.32 muestra el comportamiento de las interfaces C_3F_8 -cf (PICO-2L) y CF_3I -cf (PICO-60).

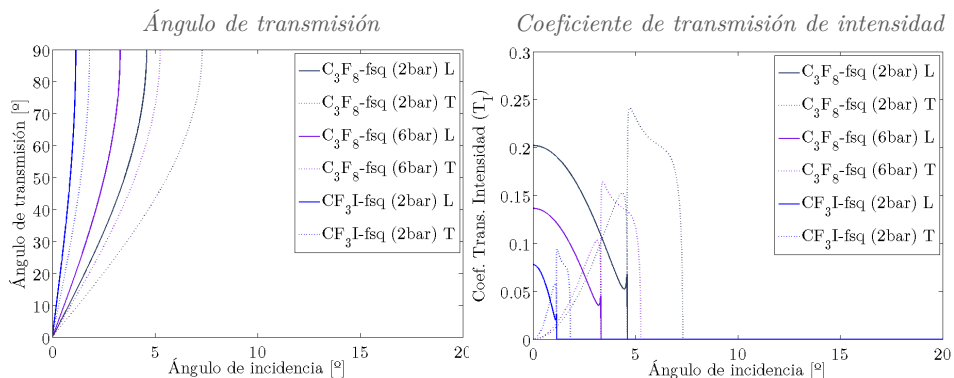


Figura II.66. Ángulo de transmisión (izquierda) y coeficiente de transmisión de intensidad (derecha) para las interfaces C_3F_8 -cf (PICO-2L) y CF_3I -cf (PICO-60).

En general, se observa que un aumento de presión aumenta el ángulo de transmisión y disminuye la intensidad transmitida. En cuanto al ángulo crítico, el de la onda transversal es mayor que el de la longitudinal, no superando en ningún caso los 8° . Comparando ambos detectores en las mismas condiciones de presión (2 bar), los ángulos críticos para PICO-60 son menores que en PICO-2L ($4,5^\circ$ y $1,5^\circ$ para la onda longitudinal, y $7,5^\circ$ y $2,0^\circ$ para la onda transversal, respectivamente). En cuanto al coeficiente de transmisión de intensidad, este presenta un comportamiento muy diferenciado en función del modo de la onda. En las ondas longitudinales, hay un máximo de transmisión para 0° de incidencia, que disminuye de forma suave hasta el ángulo crítico. Para las ondas transversales, la transmisión es nula con incidencia normal y va aumentando hasta alcanzar un máximo justo unos pocos grados después del ángulo crítico de la onda longitudinal, manteniéndose aproximadamente constante hasta el correspondiente ángulo crítico del modo en cuestión, donde se produce una reducción abrupta del coeficiente de transmisión de intensidad.

Transmisión en función de la profundidad de la burbuja. La Figura II.31 muestra el esquema planteado para obtener la intensidad acústica relativa en las superficies exteriores de un detector de tipo PICO cuando la burbuja aparece a una profundidad cualquiera de su eje vertical.

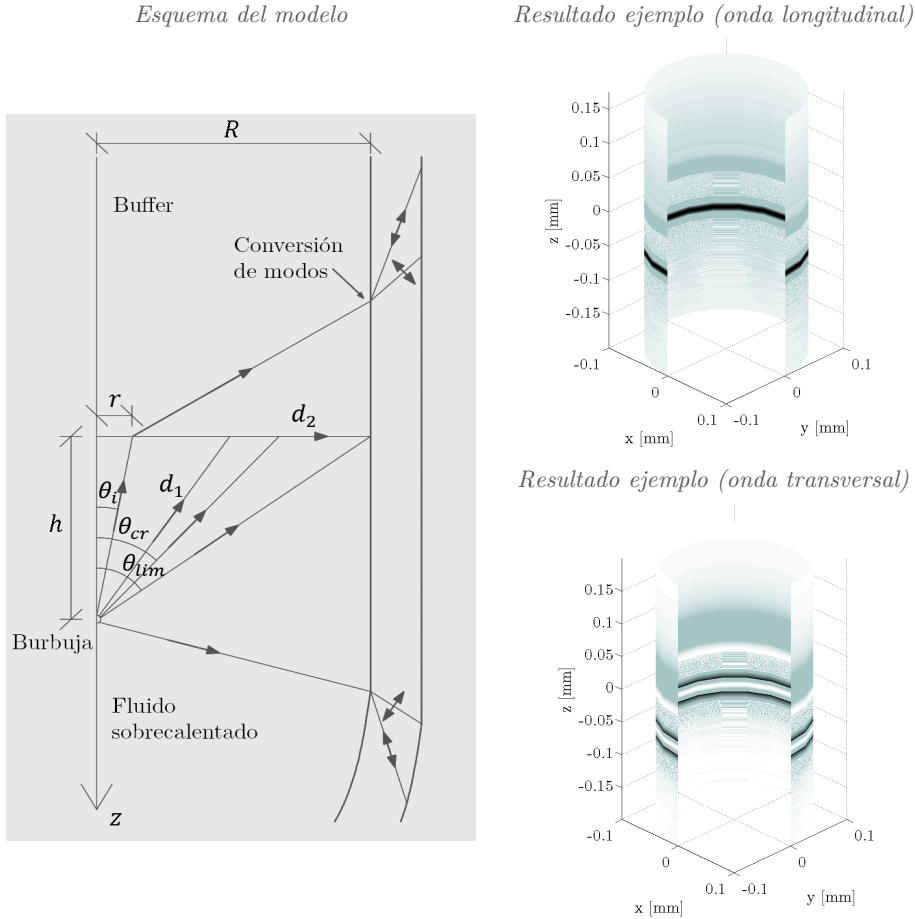


Figura II.67. A la izquierda, esquema del modelo de transmisión acústica a través de la pared que contiene los fluidos del detector. A la derecha, ejemplo de la intensidad acústica en la superficie exterior de la pared de la vasija que contiene ambos fluidos.

La forma de obtener las expresiones analíticas es similar a la descrita en el apartado II.1.9, obtenida para cada ángulo θ_i que estemos considerando respecto de la vertical que pasa por el centro de la burbuja. Así, cuando la onda llega a la superficie interior de la pared de la vasija se produce la transformación de modos de esta onda longitudinal en los fluidos en dos ondas, una transversal y otra longitudinal, que se propagan en el material sólido de la pared, con distinto ángulo de transmisión, según las expresiones (135) a (138). Con ello, en la superficie exterior de la pared de la burbuja llegan ambos modos de propagación en distintos puntos. La vibración normal a dicha superficie será la que más afecte a la recepción acústica de los sensores piezoeléctricos pegados a ella.

La Figura II.68 muestra la intensidad acústica que se obtendría a lo largo de toda la altura de la pared interior de la vasija de cada uno de los detectores que presentan las interfaces anteriores, considerando cuatro burbujas que se crean a 50 y 150 mm de profundidad respecto a dicha interfase, normalizadas respecto a la intensidad del punto exterior de la pared de la vasija más cercano a la burbuja. Para el caso del fluido C_3F_8 se ha empleado un espesor de 3 mm de pared, correspondiente al detector PICO-2L, mientras que para el CF_3I el espesor es de 5 mm, correspondiente al detector PICO-60.

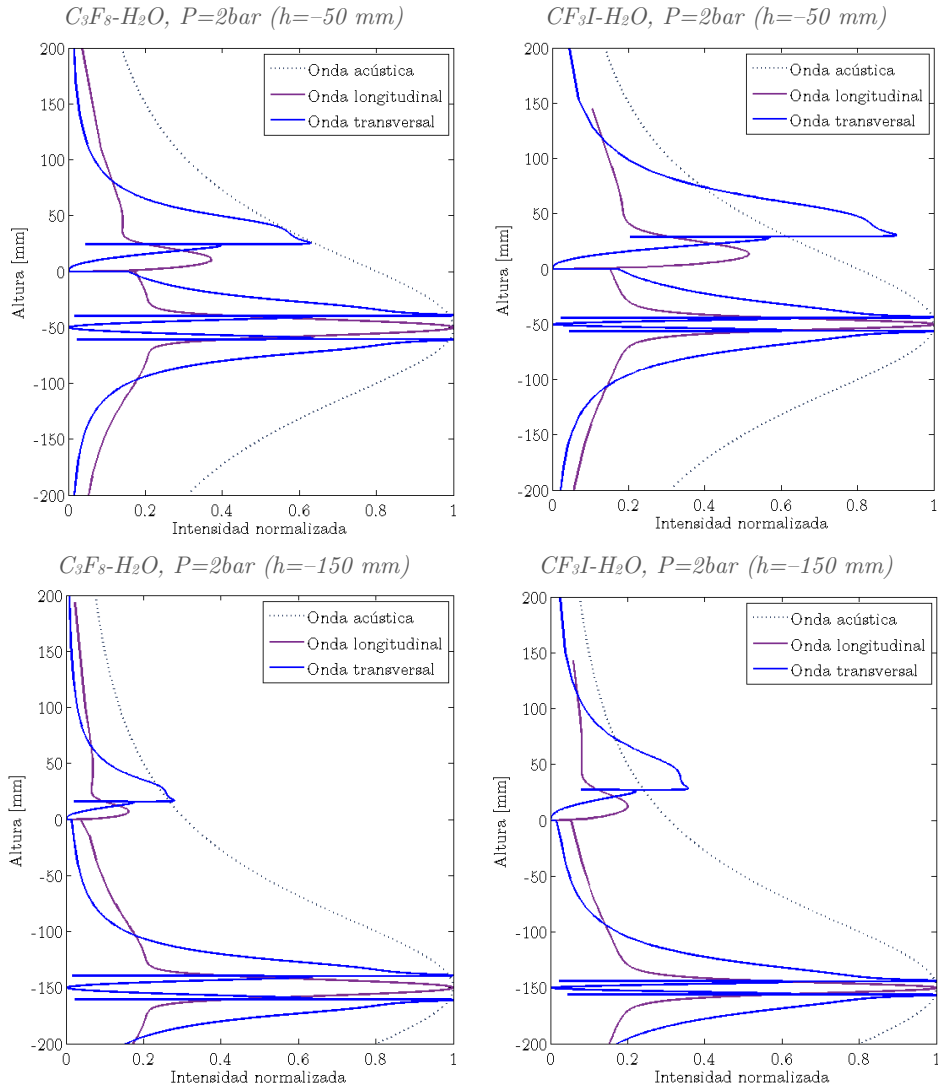


Figura II.68. Intensidad acústica calculada analíticamente en las paredes exteriores de los detectores PICO-2L ($C_3F_8-H_2O$) y PICO-60 (CF_3I-H_2O) para dos profundidades de creación de burbuja.

En ambos casos vemos que las ondas longitudinales presentan un máximo de intensidad en el plano horizontal donde se encuentra la burbuja pero un mínimo en las ondas transversales. Para ángulos ligeramente superiores e inferiores a dicho plano (correspondiente a unos ± 10 mm de altura), la amplitud de la onda longitudinal decae apareciendo dos máximos en la onda transversal. Posteriormente, entorno a unos ± 50 mm respecto del plano de la burbuja, ambas amplitudes decaen notablemente. Para alturas por encima de la interfase entre el líquido sobrecalentado y el buffer, las ondas longitudinales presentan un máximo entre los 10 y 25 mm de altura, cuya amplitud disminuye con la profundidad de la burbuja. Entre los 50 y 100 mm por encima de la superficie de separación entre fases, las ondas transversales presentan un máximo más pronunciado y extenso que la onda longitudinal. La combinación de ambos modos pueden proyectarse sobre la dirección normal y tangencial a la superficie de la cámara, de modo que las vibraciones totales normales a la superficie exterior son a las que los sensores acústicos serán más sensibles.

La Figura II.69 muestra las intensidades relativas que llegan normalmente a la superficie exterior de la pared de la vasija en distintas alturas de la misma, calculadas para distintas profundidades de burbuja.

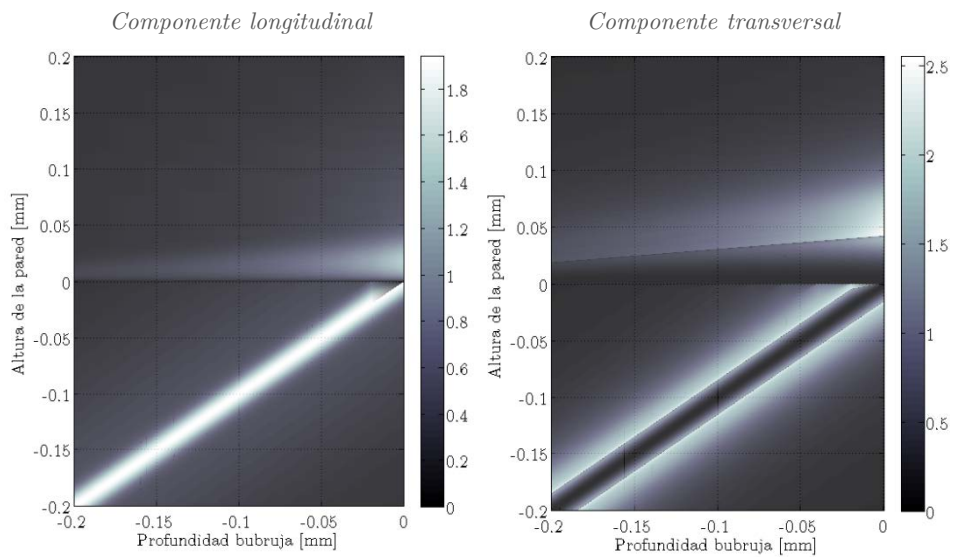


Figura II.69. Intensidad acústica calculada normalizada en las paredes exteriores de los detectores PICO-2L ($C_3F_8-H_2O$) en función de la profundidad de creación de burbuja.

Transmisión para la geometría completa de PICO-2L. Una vez estudiada analíticamente la transmisión de ondas acústica y elásticas desde la ubicación de la burbuja en el fluido sobrecalentado hasta la superficie exterior del recipiente que lo contiene, simplificando la geometría del detector a la de un cilindro, vamos a estudiar numéricamente las amplitudes esperadas considerando la geometría real de PICO-2L. La siguiente Figura II.70 muestra, a la izquierda, el modelo del detector con las condiciones de contorno y, a la derecha, el resultado de una de las simulaciones realizadas. La señal que excita el sistema es una aceleración acústica normal en el contorno de una burbuja tipo de 1 mm de radio, con perfil temporal de pulso gaussiano. Se han obtenido las amplitudes de las aceleraciones normales y tangenciales en cada punto de la superficie exterior de la vasija, además de la presión resultante en la misma.

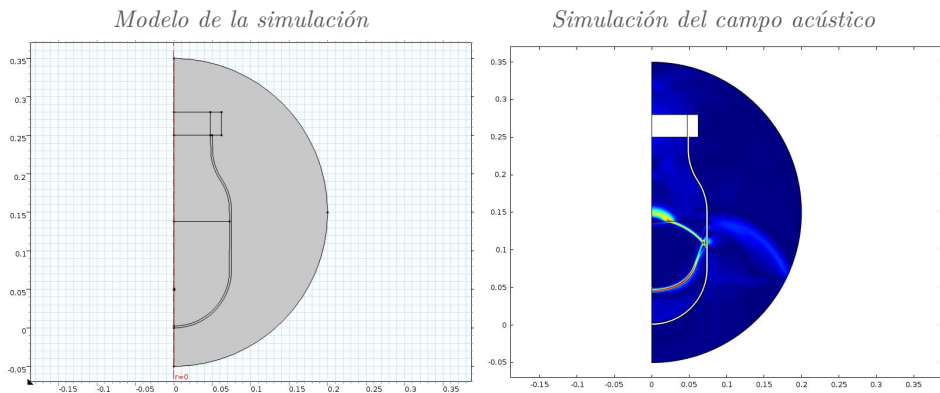


Figura II.70. Modelo de la simulación para el estudio de la transmisión en PICO-2L (izquierda) y ejemplo de una de los resultados (derecha).

La siguiente Figura II.71 muestra los pulsos estudiados en simulación (izquierda), así como un ejemplo de las registradas por el detector PICO-2L (derecha). Se observa que los anchos de los pulsos son similares a las variaciones de los ciclos de la señales del detector. Además, en todas las simulaciones, los procesos de transmisión han resultado en comportamientos similares, por lo que se muestran los resultados más representativos.

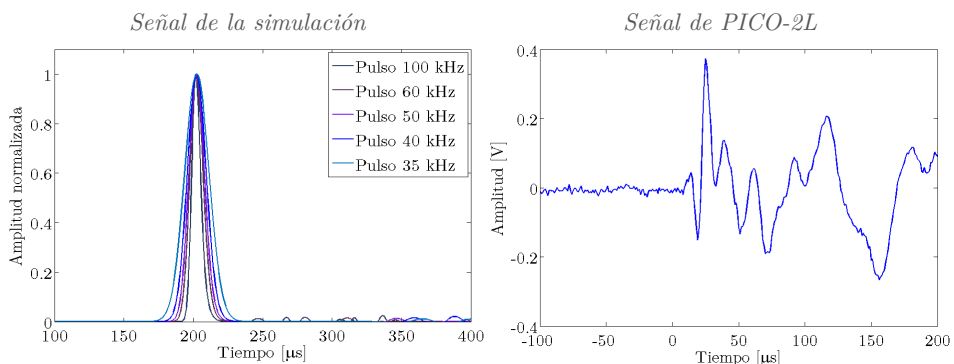


Figura II.71. Comparación del perfil temporal de distintas señales utilizadas en el modelo numérico (izquierda) y una señal obtenida del detector PICO-2L (derecha).

En la Figura II.72 se muestran las presiones y aceleraciones normales a la pared de la vasija, obtenidas en la superficie interior y exterior de la misma, para el detector PICO-2L. Sus amplitudes están normalizadas una con respecto a la otra, de modo que cuanto más distante esté la línea coloreada del borde de la vasija, mayor amplitud tendrá la magnitud correspondiente.

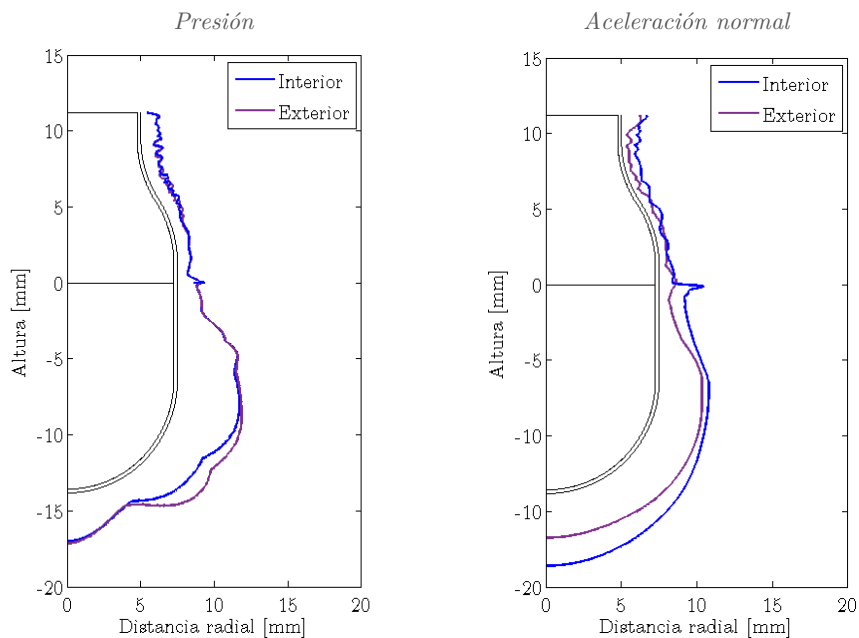


Figura II.72. Amplitudes relativas de la presión (izquierda) y de la aceleración (derecha) obtenidas en la superficie interior y exterior de la vasija PICO-2L.

Vemos que, a lo largo de la pared interior, existe cierta disminución en la aceleración normal a la superficie de la misma, pero con un decaimiento gradual conforme el punto en dicha superficie está más alejado de la fuente. En la pared en contacto con el buffer, ambas magnitudes, presión y aceleración, se comportan de forma similar, mostrando unos valores similares a lo largo de la superficie exterior pero con un ligero aumento en el cuello de la botella, con una mayor presencia de los elementos sólidos. Con ello, podemos decir que la mejor ubicación de los sensores para PICO-2L sería en la superficie de la pared en contacto con el fluido sobrecalentado. De entre toda esta zona en cuestión, la ubicación en la parte curvada inferior favorecería la proximidad del sensor a la posible ubicación de burbuja, que se espera en cualquier zona del volumen de fluido. No obstante, la actual ubicación de los sensores de PICO-2L, en la curva cercana al cuello de la vasija, aunque no la óptima, tampoco resulta del todo desfavorable de entre todas las zonas posibles de la pared en contacto con el buffer. Sin embargo, en caso de no ser posible su ubicación en la zona del fluido sobrecalentado por motivos de visibilidad óptica para la detección de generación de las burbujas, los sensores se deberían disponer más cerca del cuello superior de la vasija, para aprovechar el aumento de amplitud que se produce en esta zona.

Estudio de la reverberación y modos propios. Vamos a ampliar aquí los estudios de modos realizados en el *apartado II.1.9* teniendo en cuenta ahora la existencia de las paredes de cristal de cada uno de los detectores PICO. Los resultados se comparan con los obtenidos al considerar únicamente la presencia de los fluidos. La siguiente Figura II.73 muestra los modelos geométricos utilizados.

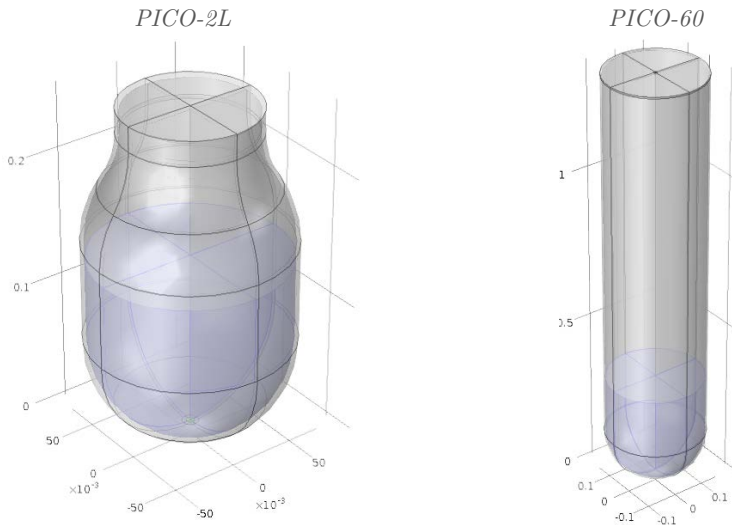


Figura II.73. Modelos utilizados en las simulaciones numéricas de estudios de modos propios de la parte fluida y sólida de los detectores PICO.

En primer lugar se obtiene la distribución de modos de cada detector, tal como se muestra en la Figura II.74, comparando con los resultados cuando únicamente se consideran los fluidos con paredes rígidas (*apartado II.1.9*). Se observa que la presencia del sólido de la vasija disminuye considerablemente las frecuencias de los modos del sistema. En el caso de PICO-2L, disminuye la influencia de la presión sobretodo en los primeros modos, alcanzando los 12 kHz en los primeros 250 modos estudiados. En el caso de PICO-60, la cantidad de fluido sobrecalentado disminuye las frecuencias desde 3,5 kHz hasta los 2,5 kHz, en los 1500 primeros modos estudiados, de modo que queda en el rango del espectro esperado del crecimiento de burbujas en fluidos sobrecalentados.

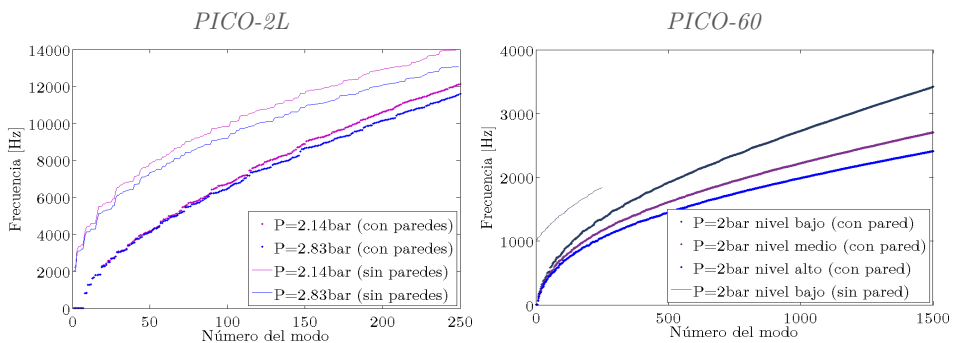


Figura II.74. Distribución de modos propios en cada detector PICO.

Tal como se hizo en el apartado II.1.9, para cada uno de los modos anteriores, se ha calculado el valor medio del valor absoluto de la presión acústica en el interior del volumen de fluido sobrecalentado, su desviación típica y valor máximo. Así, tanto las amplitudes de estos valores medios, como las diferencias entre ellos, nos informa de la mayor o menor presencia de cada modo en la cámara. La Figura II.38 muestra la distribución de estas magnitudes. Se observa que, igual que vimos en el estudio de modos en fluidos, las presiones medias obtenidas para los modos resultantes son ligeramente mayores en PICO-2L que en PICO-60, lo que puede deberse a una mayor disipación del sonido en la cámara de mayor tamaño. Aun así, el valor de estas amplitudes y sus desviaciones se mantienen aproximadamente constantes para todo el rango de frecuencias estudiadas, mientras que los valores máximos en PICO-60 aumentan con ella.

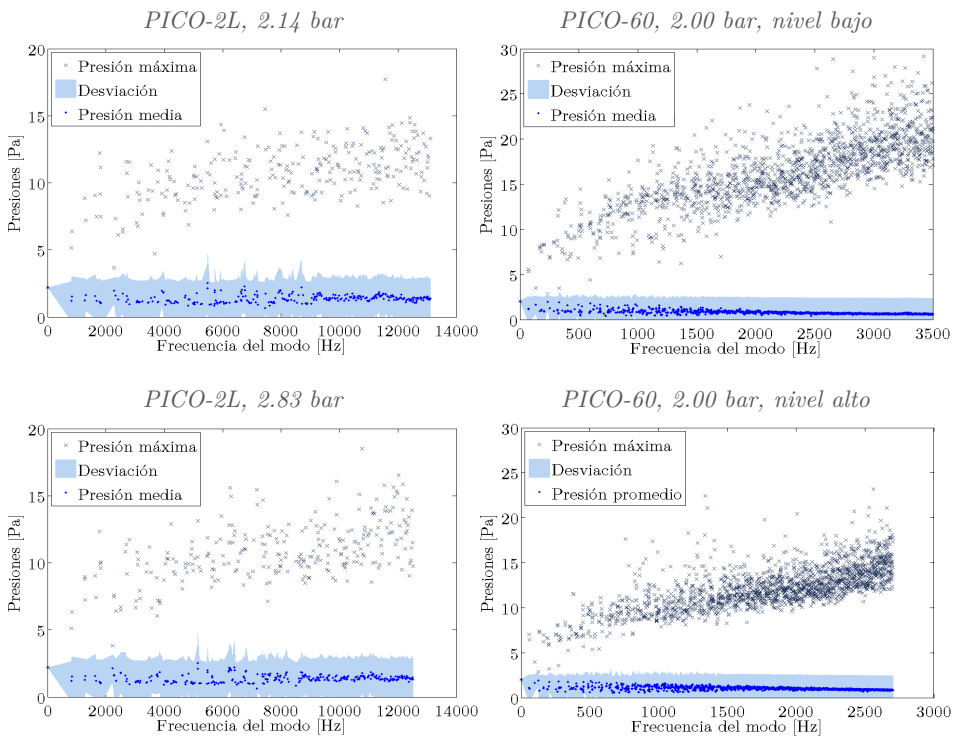


Figura II.75. Media y desviación típica de la presión acústica integrada en el volumen de líquido sobrecalentado, para cada modo de vibración.

De estos estudios de modos, teniendo en cuenta tanto los fluidos como los sólidos de los detectores, se concluyen que estas responden a partir de 1 kHz en el caso de PICO-2L y de unos 100 Hz en el caso de PICO-60. Esta respuesta se mantiene aproximadamente constante hasta los 12 kHz estudiados en PICO-2L, mientras que en PICO-60 disminuyen ligeramente los valores promedio pero aumentan los máximos, manteniéndose el promedio constante. El volumen de fluido sobrecalentado afecta a las frecuencias de los modos, disminuyendo sus valores aunque, comparando los resultados con 10 y 30 litros de CF_3I para PICO-60, las frecuencias disminuyen de 3,5 a 2,5 kHz en los modos estudiados, disminución importante pero del mismo orden de magnitud.

II.2.9 Aplicación al diseño vibracional de MODA-LS

Transmisión a través de las paredes. En el diseño del detector MODA-LS, como la cámara inferior se encuentra prácticamente llena de fluido sobrecalentado, no existen fenómenos de transmisión a través de un buffer o de la fase líquida-gas de $C_2H_2F_4$ que pueda afectar a la insonorización de las paredes interiores de dicha cámara. No obstante, la presencia de dichas paredes de metacrilato influirá en la amplitud de las ondas que se transmitan hasta la superficie exterior de las mismas. Aunque un estudio más pormenorizado de la transmisión a través de los dos espesores (de 5 y 10 mm) de las paredes se realizará en la *Sección III.2*, dedicada al diseño de los sensores en cámaras de burbujas y, más concretamente, en el *apartado III.2.9*, para el caso de MODA-LS, presentamos aquí algunas consecuencias de interés para entender cómo afectan los sólidos que confinan el fluido sobrecalentado al comportamiento de la cámara, en general, y qué conclusiones en la disposición de los sensores podemos tomar, en particular.

La siguiente Figura II.76 muestra, a la izquierda, un modelo bidimensional de la caja de metacrilato para el detector MODA-LS con las condiciones de contorno y, a la derecha, el resultado de una de las simulaciones realizadas. Igual que hicimos en el apartado anterior, el sistema se excita con una aceleración acústica normal al contorno de una burbuja tipo de 1 mm de radio, con perfil temporal de pulso gaussiano de 25 μs de semiancho, ubicada en distintos puntos de la cámara, tal como se muestra en la Figura II.77. Se han obtenido las amplitudes de la presión y las aceleraciones normales y tangenciales en cada punto de la superficie interior y exterior de la caja.

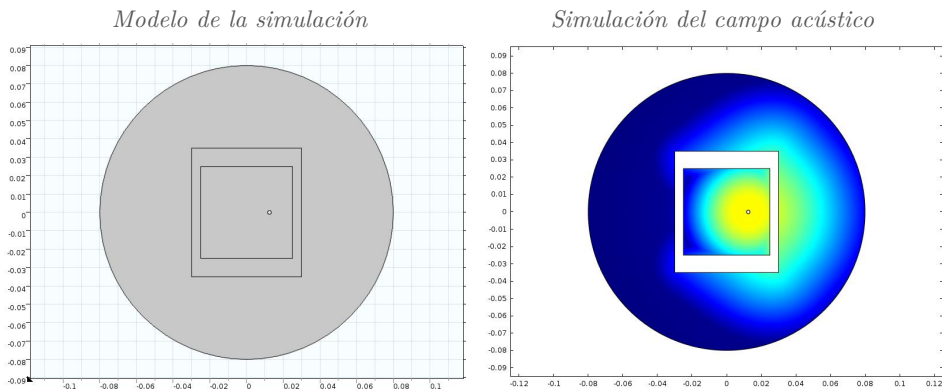


Figura II.76. Modelo de la simulación para el estudio de la transmisión en MODA-LS (izquierda) y ejemplo de uno de los resultados (derecha).

En el ejemplo de la Figura II.76 se observa que, para esta posición de burbuja, la onda llega antes a las esquinas que quedan más alejadas a la burbuja que a la pared entre ellas. Esto se debe a que, por una parte, las dimensiones de la caja son reducidas y, por otra, la velocidad de propagación de las ondas en el metacrilato es mucho más elevada (2672,1 y 805,7 $m \cdot s^{-1}$ para las ondas longitudinales y transversales, respectivamente) que en el fluido sobrecalentado (668,3 $m \cdot s^{-1}$ para la onda de presión del $C_2H_2F_4$ a 2 bar). Tal como se verá en la *Sección IV.2*, esto deberá tenerse en cuenta en la detección y localización acústica de la burbuja, para corregir los algoritmos utilizados.

En la Figura II.77 se muestran las presiones obtenidas en la cara interior y exterior de la caja de metacrilato diseñada para el detector MODA-LS. Señalamos que no se muestran las aceleraciones normales a la superficie de la caja, tal como se hizo en el apartado anterior, debido a que presentan un comportamiento similar, con conclusiones semejantes en su análisis a las que se comentan a continuación.

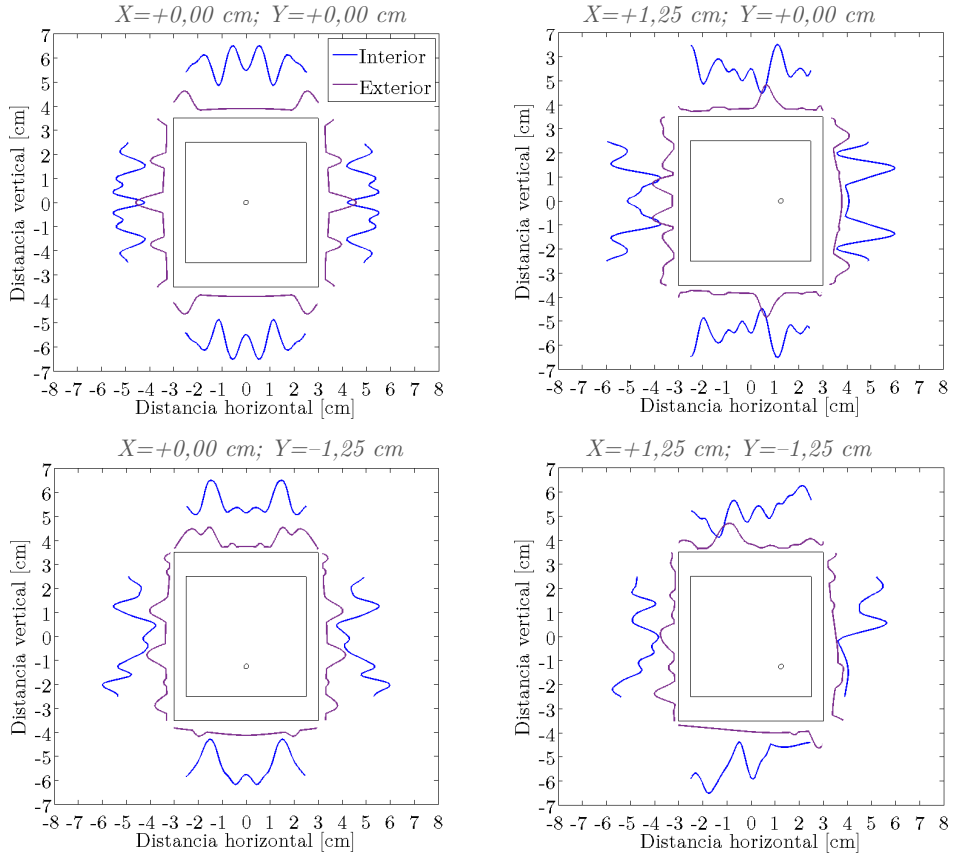


Figura II.77. Amplitudes relativas de la presión en la superficie interior y exterior de la caja de metacrilato de MODA-LS, para cuatro posiciones de burbuja distintas.

Se puede observar que existe una reducción importante en la presión obtenida en la superficie exterior respecto de la del interior de la caja. No obstante, no se prevé la aparición de sombras acústicas, mientras que destacamos el aumento en la proximidad de las esquinas de la caja, donde el espesor de metacrilato es mayor. Entonces, una distribución aleatoria de los sensores acústicos pegados en la superficie exterior de la caja favorecerá la recepción acústica, aun cuando no se encuentren directamente alineados con el fluido. En la *Sección III.2* haremos referencia a estas conclusiones para estudiar la transmisión acústica entre el fluido sobrecalentado, a través de los dos espesores de 5 y 10 mm de metacrilato, hasta llegar a la cerámica piezoeléctrica del sensor. Para ello, se realizará un estudio similar al visto en este apartado y mediante los modelos vistos en el *apartado II.2.5* pero más pormenorizadamente, teniendo en cuenta, además, la dependencia frecuencial en el fenómeno de transmisión.

Reverberación y modos propios. Vamos a ampliar el estudio de modos propios del detector MODA-LS realizado en el apartado II.1.10 teniendo aquí en cuenta, además del fluido interior, la presencia de las cajas de metacrilato que lo forman, es decir, del diseño final de las cámaras del detector. Como allí se vio, la influencia de las variaciones en la presión de trabajo del detector, así como de la presencia o no de burbuja en el modelo de simulación era mínima, dando lugar a resultados similares en todos los casos estudiados. Por ello, únicamente se estudia la extensión del *Caso 1, Cámara emisora sin burbuja* y *Caso 3, Cámara completa*, añadiendo el espesor de metacrilato, tal como se puede observar en la siguiente Figura II.44.

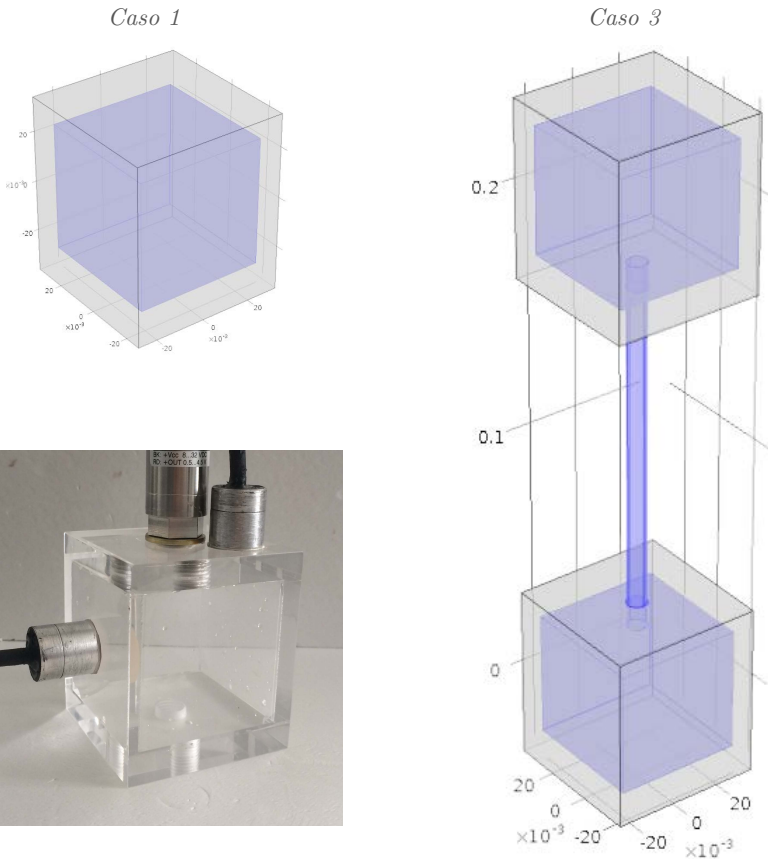


Figura II.78. Geometrías empleadas para el estudio de modos propios de MODA-LS.

La Figura II.79 muestra los modos propios de la cámara inferior y de ambas cámaras unidas con y sin las paredes de metacrilato. Se observa que la cámara emisora con metacrilato comparada con la misma sin metacrilato, presenta una reducción del rango frecuencial para el número de modos simulados, de modo que la frecuencia fundamental baja desde 9 hasta 2 kHz, y se alcanza una frecuencia máxima de 47 y 28 kHz, respectivamente. Algo similar ocurre para la cámara de burbujas completa sin metacrilato comparada con la misma con metacrilato, donde la frecuencia fundamental baja desde 716 hasta 516 Hz, y la frecuencia máxima que alcanzada es de 10 y 1.4 kHz respectivamente.

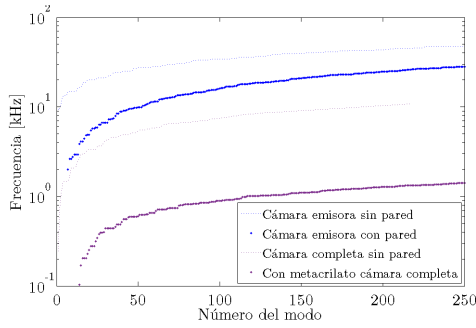


Figura II.79. Comparación de la distribución de modos en varias configuraciones de las cámaras de metacrilato del detector MODA-LS.

Además, se estudia la desviación típica de la cámara emisora y toda la cámara completa con y sin paredes de metacrilato, tal como se muestra en la Figura II.80, para estudiar el efecto de dichas paredes en los resultados obtenidos.

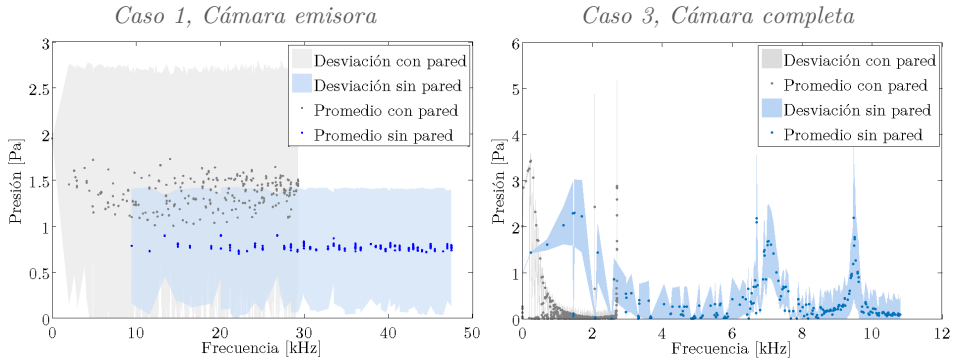


Figura II.80. Presiones promedio y desviación de la cámara emisora (izquierda) y de las dos cámaras unidas (derecha), con y sin pared de metacrilato.

Respecto al estudio de la cámara emisora, se observa que, con metacrilato, la desviación es mayor en comparación a la misma sin metacrilato. Esto se debe a que hay un mayor grado de dispersión de los datos promedios, respecto a la cámara sin metacrilato. Por lo tanto, la presencia del metacrilato, hace que exista un aumento tanto de bajas frecuencias como de presiones respecto a la cámara emisora sin metacrilato. Respecto al estudio del sistema completo, se aprecia una disminución hacia las bajas frecuencias que va desde los 252 Hz hasta 1.4 kHz. Por su parte, para la cámara sin metacrilato, existe una mayor varianza en el promedio y por ende en la desviación. Para las frecuencias de 6.7 kHz y 9.5 kHz, existe un aumento considerable en la presión de 2.2 Pa respectivamente.

Estudio de resistencia mecánica. Dado que las cámaras del detector MODA-LS van a estar presurizadas por el interior para conseguir unas condiciones termodinámicas adecuadas, el diseño de las cajas de metacrilato debe soportar las tensiones que se producen en sus paredes. Como se ha comentado, el espesor de las paredes superior e inferior de cada caja viene determinado por el largo de la rosca del sensor de presión y de la válvula de llenado (10 mm). En este apartado estudiamos la idoneidad del dimensionado de las paredes laterales utilizadas (5 mm) para comprobar su resistencia en las condiciones de llenado y operación del detector, descritas en la *Sección I.2*; según las cuales se precisaría trabajar hasta con 3 bar de presión pero, durante el proceso de llenado, se alcanzan picos de hasta 5 bar.

La siguiente Figura II.81 muestra el modelo de simulación utilizado para analizar la resistencia de una de las cajas individualmente, estableciendo la carga superficial exterior de 1 bar e interior en un rango desde 1 a 5 bar, así como una condición de restricción fija en el agujero donde se sitúa la rosca. El espesor de las paredes laterales se ha variado desde 1 a 10 mm para encontrar el espesor resistente óptimo.

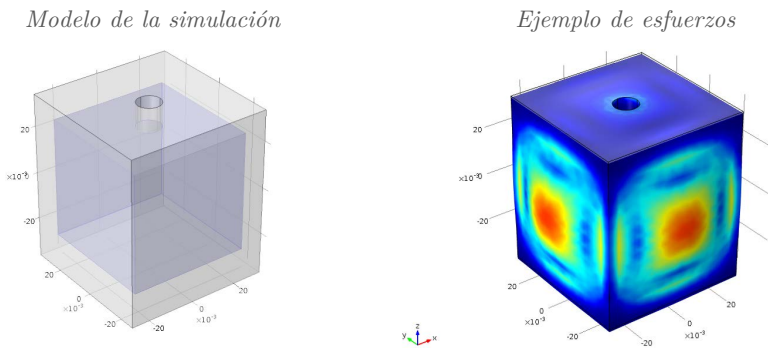


Figura II.81. Modelo de la simulación para el estudio de la resistencia mecánica de MODA-LS (izquierda) y ejemplo los esfuerzos obtenidos (derecha).

Se observa que la tensión máxima se alcanza en el centro de las paredes. El valor de las tensiones principales y de la de Von Mises, para cada presión y espesor analizados, se muestra en la Figura II.82, así como el valor de la resistencia máxima del metacrilato.

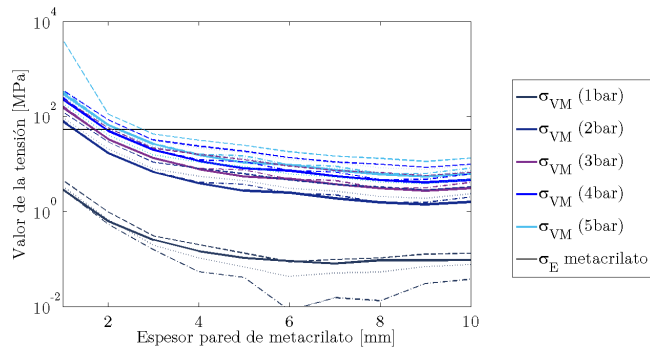
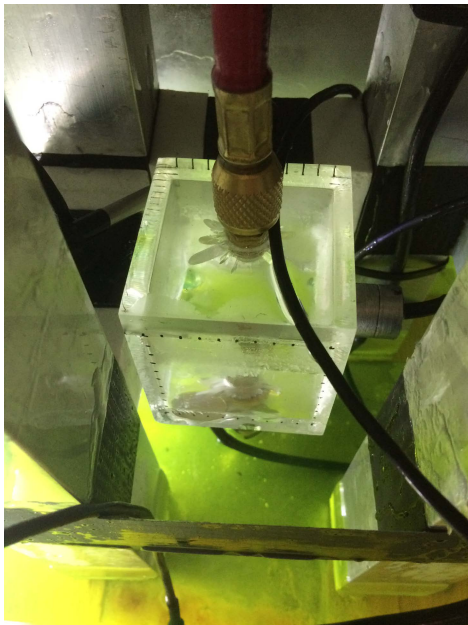


Figura II.82. Tensiones principales y de Von Mises obtenidas para distintos espesores de las paredes de la caja de metacrilato.

Se observa que, con un espesor de unos 3 mm, todas las tensiones resultantes se encuentran por debajo de la resistencia máxima del metacrilato, hasta 5 bar de presión. Entonces, con un espesor de 5 mm se estarían dimensionando las cajas del lado de la seguridad, evitando posibles daños por picos de sobrepresión en el llenado. Aun así, tal como se observó experimentalmente (Figura II.83, izquierda) al testear las cajas de metacrilato para el detector MODA-LS, aparecieron una serie de grietas en la unión entre la caja inferior y el conector que lo acoplaba a la caja superior. Estas fisuras se deben a la diferente dilatación térmica del metacrilato y el material de la tuerca ($70,6 \cdot 10^6 \text{ K}^{-1}$ y $15,0 \cdot 10^6 \text{ K}^{-1}$, respectivamente). Por otro lado, cabe mencionar que en la superficie de la junta en bisel entre las paredes de cada caja (Figura II.83, derecha), se encontraban una serie de microfisuras ya desde su recepción del fabricante pero que, en ningún momento evolucionaron ni dieron lugar a daños mayores en las cámaras.

Fisuras en junta roscada



Microfisuras sin presurización



Figura II.83. Microfisuras en la junta entre las paredes previo a presurización (izquierda) y fisuras en el contacto con el conector metálico superior (derecha).

Con todo, en el diseño definitivo del detector se optará por conectar las dos cajas de metacrilato con un tubo también de metacrilato, dimensionado convenientemente para resistir las tensiones de trabajo del detector. Así, este tubo deberá permitir la conexión y desconexión entre ambas cajas para poder realizar las operaciones de mantenimiento de los diferentes tipos de sensores y conexionado. Realizando un estudio similar al comentado en este apartado, se verifica que con un tubo de 5 mm de diámetro interior y 3 mm de espesor de pared se cumplen los criterios de seguridad estructural requeridos.

Capítulo III

Sensores acústicos
piezoeléctricos

III.1

Cerámicas piezoeléctricas para
sensores acústicos

III.1.1 Introducción	187
¿Qué se ha hecho?	187
¿Cómo se presenta el trabajo?	187
III.1.2 Física de la piezoelectricidad. Ecuaciones piezoeléctricas	188
Clasificación de los cristales.	188
Principios de piezoelectricidad.	189
Los potenciales termodinámicos.	190
Ecuaciones fundamentales piezoeléctricas.	191
Formulaciones alterativas.	192
Pérdidas piezoeléctricas.	192
Nomenclatura de las magnitudes físicas en piezoeléctricos.	193
Matrices piezoeléctricas de los coeficientes piezoeléctricos.	194
Propiedades de las cerámicas PZT.	195
Modos de vibración en piezoeléctricos.	198
Velocidad del sonido en piezoeléctricos.	200
III.1.3 Soluciones de las ecuaciones piezoeléctricas	201
Solución analítica 1D.	201
Solución analítica 3D.	202
Solución numérica.	204
III.1.4 Caracterización de materiales piezoeléctricos	206
Protocolo de medición.	206
Medición de la impedancia.	208
Obtención de las frecuencias de resonancia.	209
Obtención de las componentes de la matriz.	209
III.1.5 Aplicación al estudio de cerámicas piezoeléctricas de baja radioactividad (Nb-PZT) en PICO	212
Cerámicas	212
Factores de acoplamiento electromecánico.	214
Matrices piezoeléctricas.	215
III.1.6 Aplicación a la optimización de cerámicas piezoeléctricas para los sensores de MODA-LS	216
Caracterización de materiales piezocerámicos	217
Simulación de cerámicas.	221
Velocidad del sonido.	223
Estudio de la eficiencia electromecánica.	224
Optimización de cerámicas.	228

III.1.1 Introducción

¿Qué se ha hecho?

Después de conocer el comportamiento acústico y vibratorio de las cámaras de burbujas visto en el Capítulo II, en este Capítulo se exponen los fundamentos, estudios, diseños, construcción y calibración de transductores acústicos (sensores) para optimizar la recepción de las ondas emitidas en el crecimiento de las burbujas. Dado que el elemento principal de los sensores acústicos que vamos a estudiar es la cerámica piezoeléctrica, mostramos en esta Sección nuestro trabajo en relación a la caracterización y optimización de materiales piezoeléctricos, cuyos resultados serán utilizados para el diseño de un transductor y su optimización, en la siguiente *Sección III.2*. Para ello, en el caso de MODA-LS, se estudiaron diferentes geometrías y tamaños de las cerámicas piezoeléctricas PIC 151 y PIC 155 y PIC 255 para la obtención del conjunto de coeficientes de la matriz piezoeléctrica que lo caracteriza. La comparación de estos valores con los proporcionados por el fabricante, así como con los resultados obtenidos en las simulaciones numéricas y medidas de impedancia eléctrica, nos van a permitir testear nuestras herramientas de caracterización, las cuales se utilizarán para la caracterización de materiales radiopuros utilizados en la colaboración PICO.

¿Cómo se presenta el trabajo?

Estos estudios empiezan con un resumen de la teoría de la piezoelectricidad en el *apartado III.1.2*, mostrando el marco teórico general pero focalizando en la forma y notación que se utilizará en las simulaciones numéricas y aproximaciones analíticas subsiguientes. Se enfatiza en el comportamiento de los modos y en la forma de identificar las frecuencias de resonancia y antirresonancia de cada modo, aspecto fundamental para la posterior caracterización del material piezoeléctrico. En el *apartado III.1.3* se presentan los métodos analíticos y numéricos utilizados para resolver las ecuaciones que rigen el fenómeno de la piezoelectricidad. Los modelos analíticos 1D son de aplicabilidad a cerámicas que cumplen una serie de restricciones geométricas, para enfatizar cada uno de los modos independientemente, mientras que los modelos analíticos 3D son aplicables a cerámicas circulares (discos o cilindros), de interés en esta Tesis. Por su parte, los modelos numéricos nos servirán para simular distintas geometrías y contrastarlas con las medidas de impedancia de las cerámicas estudiadas. En el *apartado III.1.4* se describe el protocolo de caracterización que se aplicará a nuestros casos bajo estudio, basado en el método de la impedancia. Esta caracterización se basa en la obtención de las constantes elásticas, dieléctricas y piezoeléctricas del material. En él se describen los pasos a seguir así como algunas conclusiones respecto a la aplicabilidad del mismo. Finalmente, en el *apartado III.1.5* se aplica este protocolo de medición a las cerámicas radiopuras Nb-PZT que se utilizarán para la construcción de los sensores acústicos del detector PICO 500. A partir de los coeficientes obtenidos se analizará las propiedades acústicas y realizarán simulaciones de distintas geometrías a emplear en estos sensores. En el *apartado III.1.6* se estudia más pormenorizadamente el protocolo de caracterización con distintas cerámicas medidas para su implementación en los sensores de MODA-LS, y mediante un mayor conjunto de cerámicas simuladas. Con ello, abordaremos la optimización de la geometría de cerámica que mejor se ajuste a las necesidades de un detector de partículas de bajo fondo, a saber, reducido tamaño, una buena y homogénea respuesta a las frecuencias por debajo de los 100 kHz.

III.1.2 Física de la piezoelectricidad. Ecuaciones piezoeléctricas

Clasificación de los cristales. Uno de los principios fundamentales de la física de los cristales es la correspondencia entre su geometría y sus propiedades físicas [186]. De acuerdo con este principio, cuando se conocen las simetrías que caracterizan la forma exterior de un cristal, se pueden predecir las simetrías de sus propiedades físicas. Así, una propiedad física dada (densidad, expansión térmica, elasticidad, etc.) debe presentar mayor simetría que la de la geometría del cristal, nunca inferior.

El número de posibles grupos cristalinos se restringe por las leyes geométricas a un número finito. Bravais descubrió que el número de poliedros diferentes que pueden llenar completamente el espacio son 7 [187]. Estos siete poliedros son las unidades de los siete *sistemas cristalinos*. Estos sistemas se suelen representar de forma alámbrica, como un punto o nodo en cada uno de los vértices del poliedro en cuestión, formando una *celda unidad*. Si, además, se tienen en cuenta poliedros con nodos centrados en cada una de sus caras así como centrado en el interior de su volumen, el número de celdas aumenta a 14, llamadas *redes de Bravais*. Una característica esencial de estas redes es que, cuando la celda entera se mueve sin rotación desde la posición de uno de sus puntos a la de otro, la posición del conjunto de nodos de la red es el mismo, coincide con la posición original de los mismos.

En general, es posible asociar a cada sólido cristalino una red de Bravais, que describe parte de las simetrías existentes en el mismo puesto que falta considerar la relación entre cada nudo de la celda unidad de la red de Bravais y la posición de los átomos en el cristal. Esta relación se logra asociando a cada nudo un “motivo atómico” o *base cristalina*, que consiste en un átomo, o un grupo de átomos y/o moléculas, cada uno con su naturaleza química y su posición. La estructura física resultante de añadir, a la celda primitiva de la red de Bravais del cristal, la base asociada a un punto de la red se le llama *estructura cristalina*.

Si se tiene en consideración el número y la posición de los átomos de la base, y la naturaleza de cada uno, el número de estructuras cristalinas es enorme (se han catalogado más de 30.000). Aun así, se pueden clasificar en un número de 230 *grupos espaciales*, teniendo cada uno de ellos ciertas características geométricas en común, de modo que, al aplicar cierto tipo de simetría a la estructura cristalina, esta resulta en una posición igual a la original salvo por una operación de translación espacial. Estos grupos están divididos en 32 *grupos puntuales*, cada uno de ellos teniendo una simetría característica pero con respecto a un punto.

Tal como se explicará, se ha trabajado con diferentes versiones de cerámicas del tipo PZT, que pertenece a uno de los grupos puntuales con propiedades piezoeléctricas. Estas cerámicas poseen estructuras cristalinas tipo *perovskita* que, bajo ciertas condiciones, presentan la simetría correspondiente al sistema tetragonal, más concretamente, a una red de Bravais de sistema tetragonal centrado en el cuerpo.

Principios de piezoelectricidad. Todos los materiales dieléctricos sufren un pequeño cambio en sus dimensiones cuando se les aplica un campo eléctrico. En el caso de un dieléctrico isótropo, se encuentra que las tensiones internas constituyen un efecto cuadrático respecto del campo, efecto llamado *electrostricción*²¹. Este efecto se presenta también en los cristales pertenecientes a toda una serie de clases cristalográficas. No obstante, para determinados tipos de simetría, las propiedades de electrostricción de los cristales tienen un carácter distinto. En ellos, las tensiones internas que aparecen en estos cuerpos, llamados piezoeléctricos, debidas a un campo eléctrico son proporcionales al campo aplicado, fenómeno llamado *efecto piezoeléctrico directo*. Recíprocamente, se presenta también el efecto contrario, es decir, la deformación de un cuerpo piezoeléctrico va acompañada de la aparición en él de un campo eléctrico proporcional al valor de la deformación, fenómeno llamado *efecto piezoeléctrico inverso* [188] [189]. Este es el proceso en el que se basa el diseño de sensores acústicos piezoeléctricos.

En la Figura III.1 se explica la generación de una carga eléctrica como resultado de una fuerza ejercida sobre el material. Antes de someter el material a alguna tensión externa, los centros de gravedad de las cargas negativas y positivas de cada molécula coinciden, de modo que los efectos externos de las cargas negativas y positivas se cancelan recíprocamente, dando como resultado una molécula eléctricamente neutra. Al ejercer cierta presión sobre el material, su estructura reticular interna se deforma, provocando la separación de los centros de gravedad positivos y negativos de las moléculas y generando pequeños dipolos (Figura III.1, izquierda). Los polos enfrentados dentro del material se cancelan mutuamente pero aparece una distribución de una carga en las superficies del material (Figura III.1, derecha). Es decir, el material está polarizado. Esta polarización genera un campo eléctrico y puede utilizarse para transformar la energía mecánica utilizada en la deformación del material en energía eléctrica. En efecto, si se utilizan dos placas de metal como electrodos, con una resistencia conectada entre ambas, al ejercer una presión variable, fluctuaría una corriente sobre ella, que podrá ser registrada y tratada posteriormente para el análisis de la señal acústica.

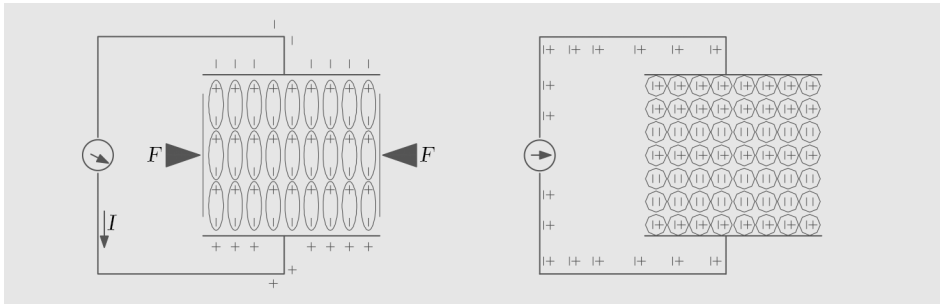


Figura III.1. Generación de carga eléctrica a partir de una fuerza mecánica exterior.

De las 32 clases cristalográficas, sólo 20 pueden presentar efectos piezoeléctricos. Una tensión aplicada a un cristal de este tipo alterará la separación entre los sitios de carga positiva y negativa en cada celda elemental que conduce a una polarización neta en la superficie del cristal.

²¹ Este término también se aplica a cualquier interacción entre el campo eléctrico y el de deformaciones de un material, sin que necesariamente sea proporcional al cuadrado del campo.

Los potenciales termodinámicos. Tal como se vio en el *apartado II.2.2*, al tratar el problema de la elasticidad, la energía libre de un sistema se podía escribir como suma de funciones homogéneas. Cuando esta se expresaba en términos de las deformaciones, se le llamó primer potencial termodinámico, \mathcal{F} , mientras que, expresada en términos de las tensiones, se le llamó segundo potencial termodinámico, \mathcal{G} . Estos potenciales se pueden extender para incluir efectos de mayor orden así como otros fenómenos físicos (térmicos, eléctricos, magnéticos, etc.), para obtener sus ecuaciones fundamentales [177] [131].

Aquí estamos interesados en incluir tanto los efectos eléctricos como elásticos. Para ello, se parte de reescribir ambos potenciales termodinámicos en términos de los efectos mecánicos y eléctricos (se asume que los procesos son isotérmicos, de modo que no es necesario incluir efectos térmicos). Entonces, considerando un cuerpo cristalino sujeto simultáneamente a un campo uniforme de tensiones σ_{ij} y a un campo eléctrico uniforme E_i , los potenciales termodinámicos adquieren la siguiente expresión matricial [177]:

$$\mathcal{F} = \frac{1}{2} C_{ijkl} u_{ij} u_{kl} + \frac{1}{2} \chi_{mn}^u E_m E_n + e_{mij} E_m u_{ij} \quad (153)$$

$$\mathcal{G} = \frac{1}{2} S_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl} + \frac{1}{2} \chi_{mn}^\sigma E_m E_n - d_{mij} E_m \sigma_{ij} \quad (154)$$

Donde los subíndices $i, j, k, l, m, n = 1, 2, 3$; u representa las componentes del desplazamiento resultante debido a todas las fuerzas presentes; σ las componentes de las tensiones mecánicas aplicadas externamente; C y S los coeficientes de elasticidad y compliancia, respectivamente (cuyos valores se obtienen cuando el campo eléctrico y la temperatura son constantes); χ^u y χ^σ las susceptibilidades dieléctricas a deformación y tensión constante, respectivamente; E las componentes del campo eléctrico en el cristal, que es mantenido constante por aplicación de una diferencia de potencial entre los electrodos del cuerpo piezoeléctrica; e y d son los *coeficientes piezoeléctricos de tensión y deformación*, respectivamente.

Se puede observar que, si únicamente estamos interesados en el comportamiento elástico o eléctrico del cuerpo, las derivadas de las ecuaciones (153) y (154) dan lugar a:

- Sólo efectos elásticos: $\partial\mathcal{F}/\partial u_{ij} = C_{ijkl} u_{kj} = \sigma_{ij} \quad \partial\mathcal{G}/\partial \sigma_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl} = u_{ij} \quad (155)$

▪ Sólo efectos eléctricos: $\partial\mathcal{F}/\partial E_m = \chi_{mn} E_n = P_m \quad \partial\mathcal{G}/\partial E_m = \chi_{mn} E_n = P_m \quad (156)$

La primera ec. de (155) corresponde a la anteriormente vista ec. (118) de la *Sección II.2*. Estas ecuaciones también pueden utilizarse junto con otros efectos físicos cuando la única variable en el problema es aquella de la que se están derivando los potenciales.

Siguiendo la misma notación matemática que en el *apartado II.2.2* (notación de Voight) y utilizando argumentos de simetría, el número de componentes se reduce, en el caso más general, a 21 términos elásticos, 6 términos dieléctricos y 18 términos piezoeléctricos.

$$\mathcal{F} = \frac{1}{2} C_{pq} u_p u_q + \frac{1}{2} \chi_{kl}^u E_k E_l + e_{lp} E_l u_p \quad (157)$$

$$\mathcal{G} = \frac{1}{2} S_{pq} \sigma_p \sigma_q + \frac{1}{2} \chi_{kl}^\sigma E_k E_l - d_{lp} E_l \sigma_p \quad (158)$$

Ecuaciones fundamentales piezoeléctricas. De las ecuaciones (157) y (158) podemos obtener las ecuaciones fundamentales que rigen el comportamiento piezoeléctrico de un cristal. Tal como se realizó para los dos potenciales termodinámicos, las expresiones que vamos a derivar se obtendrán en términos de las deformaciones y de las tensiones, indistintamente. Los ejes a los que se refieren los índices de Voight son los ejes cristalográficos ortogonales [176].

En términos de los desplazamientos, las derivadas de la ec. (157) respecto al desplazamiento (con campo eléctrico constante, llamado *efecto piezoeléctrico inverso*) y al campo eléctrico (con desplazamientos constantes, llamado *efecto piezoeléctrico directo*) puede escribirse, utilizando las ecuaciones (155) and (156) como:

- Efecto piezoeléctrico inverso:
$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial u_p} = C_{pq}^E u_q + e_{lp} E_l = -\sigma_p^* \quad (159)$$

- Efecto piezoeléctrico directo:
$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial E_l} = \chi_{kl}^u E_k + e_{lp} u_p = P_l \quad (160)$$

En términos de las tensiones exteriores, las derivadas de la ec. (158) respecto a la tensión (con campo eléctrico constante) y al campo eléctrico (a tensión constante) son, utilizando las ecuaciones (155) y (156):

- Efecto piezoeléctrico inverso:
$$\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \sigma_p} = S_{pq}^E \sigma_q - d_{lp} E_l = -u_p \quad (161)$$

- Efecto piezoeléctrico directo:
$$\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial E_l} = \chi_{kl}^\sigma E_k - d_{lp} \sigma_p = P_l \quad (162)$$

Notemos que la ecuación (159) establece que la tensión total en la cerámica piezoeléctrica σ_p^* se compone de dos partes: primero, de las tensiones externas aplicadas, que dan lugar a desplazamientos u con el campo E constante; segundo, de las tensiones causadas piezoeléctricamente por el campo E (una tensión volumétrica, a diferencia de las tensiones externas, que son superficiales). Es decir, el segundo término de la ecuación es igual y opuesto a las tensiones mecánicas externas que tendrían que ser aplicadas a las tensiones mecánicas responsables del primer término, para mantener los desplazamientos constantes cuando se aplica el campo eléctrico. Estando las tensiones y el campo prescrito, las componentes del campo mecánico externo total σ_p no corresponde, por lo tanto, con los valores de σ_p^* de la ec. (159), sino con:

$$\sigma_p = -C_{pq}^E u_q + e_{lp} E_l = \sigma_p^* + 2e_{lp} E_l \quad (163)$$

Frecuentemente ocurre que la única tensión es la interna σ_p^* causada por E . En estos casos, cuando no hay ambigüedad, el símbolo de las tensiones se escribe sin el asterisco ($\sigma_p^* = \sigma_p$). Este ocurre en el caso de una cerámica piezoeléctrica cuando se utiliza como emisor acústico, pero no cuando se utiliza como transductor receptor o sensor.

Formulaciones alterativas. Las ecuaciones piezoeléctricas (159)(162) pueden reescribirse de diversas formas. En la bibliografía [190] [191] [192] y, en relación con las formas que vamos a implementar en los modelos numéricos destacamos las siguientes, obtenida manteniendo constante una magnitud eléctrica (D ó E) y otra mecánica (u ó σ):

$$\begin{aligned} - \text{ Forma } d: \quad & u_p = S_{pq}^E \sigma_q + d_{pl} E_l \\ & D_l = \varepsilon_{lm}^\sigma E_m + d_{pl} \sigma_p \end{aligned} \quad (164)$$

$$\begin{aligned} - \text{ Forma } g: \quad & u_p = S_{pq}^D \sigma_q + g_{pl} D_l \\ & E_l = \beta_{lm}^\sigma D_m - g_{pl} \sigma_p \end{aligned} \quad (165)$$

$$\begin{aligned} - \text{ Forma } e: \quad & \sigma_p = C_{pq}^D u_q - e_{pl} E_l \\ & D_l = \varepsilon_{lm}^u E_m + e_{pl} u_p \end{aligned} \quad (166)$$

$$\begin{aligned} - \text{ Forma } h: \quad & \sigma_p = C_{pq}^D u_q - h_{pl} D_l \\ & E_l = \beta_{lm}^u D_m - h_{pl} u_p \end{aligned} \quad (167)$$

Donde aparecen las matrices ε , β , g y h que son, respectivamente, la permitividad eléctrica, su inversa, la constante de tensión piezoeléctrico, y su inversa.

Pérdidas piezoeléctricas. Con el fin de introducir la disipación o pérdidas en un material piezoeléctrico (comportamiento histérico), todas las magnitudes que aparecen en las relaciones constitutivas deben ser tratadas como valores complejos donde la parte imaginaria define la función disipativa del material. Así, cada magnitud compleja del material \tilde{x} puede expresarse por una parte real x y un conjunto de factores de pérdida η_x , del siguiente modo:

$$\tilde{x} = x(1 \pm i\eta_x) \quad (168)$$

Donde el signo depende de la propiedad del material utilizado. Dependiendo de si la pérdida o disipación es mecánica o eléctrica, se utiliza una nomenclatura diferente. En las magnitudes eléctricas se trabaja con la tangente de la pérdida $\tan \delta$, que tiene el mismo significado que el factor de pérdida ($\eta = \tan \delta$). En las magnitudes mecánicas (C^E , S^E), se trabaja con el factor de calidad Q_m , que está relacionada con el factor de pérdida a través de $\eta = 1/Q_m$.

Posteriormente, en los apartados III.1.5 y III.1.6, en la que se resuelven numéricamente las ecuaciones piezoeléctricas para el caso de las cerámicas de PICO y MODA-LS, utilizaremos esta nomenclatura para introducir las pérdidas eléctricas y mecánicas.

Nomenclatura de las magnitudes físicas en piezoelectricos. Dado que una cerámica piezoeléctrica es anisotrópica (cristal), las constantes físicas se relacionan con sendas direcciones en la que es aplicada la fuerza mecánica o eléctrica. Consecuentemente cada constante generalmente tiene dos subíndices que se refieren a la dirección de las dos cantidades relacionadas como presión (fuerza sobre el elemento cerámico / área de la superficie del elemento cerámico) y tensión (Cambio en la longitud del elemento / longitud original del elemento). La dirección del eje positivo de la polarización usualmente se hace coincidir con el eje Z en un sistema rectangular de X,Y,Z (Figura III.2).

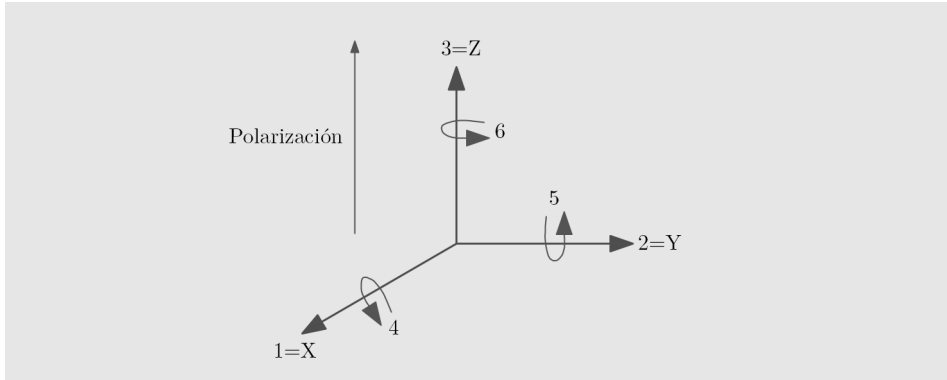


Figura III.2. Sistema ortogonal donde se muestran las coordenadas de polarización de una cerámica piezoeléctrica.

Las direcciones X, Y y Z están representadas por los subíndices 1, 2, 3 respectivamente, y la rotación sobre cada uno de estos ejes están representados por los subíndices 4, 5, 6 respectivamente. Un superíndice indica que la cantidad se mantiene constante. Por ejemplo:

- ϵ_{11}^T es la permitividad para el desplazamiento dieléctrico en la dirección 1 y un campo eléctrico en dirección 1 sobre una tensión constante,
- ϵ_{33}^T es la permitividad para el desplazamiento dieléctrico en dirección 3 y campo eléctrico en dirección 3 sobre una tensión constante.

Matrices piezoeléctricas de los coeficientes piezoeléctricos. En la Tabla III.1 se muestran la forma explícita de la matriz del coeficiente piezoeléctrico de tensión e para las 20 clases piezoeléctricas (el coeficiente piezoeléctrico de deformación d presenta la misma forma). Como se ha comentado, el primer subíndice indica la dirección del campo eléctrico, y el segundo la componente del tensor de esfuerzos. Para las demás clases cristalinas, las matrices d y e son nulas [177].

Sistema triclinico Clase 1	Sistema monoclinico Clase 3	Sistema monoclinico Clase 4
$\begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} & e_{14} & e_{15} & e_{16} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} & e_{24} & e_{25} & e_{26} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & e_{34} & e_{35} & e_{36} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & e_{14} & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{24} & e_{25} & 0 \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & 0 & 0 & e_{36} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} & 0 & 0 & e_{16} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} & 0 & 0 & e_{26} \\ 0 & 0 & 0 & e_{34} & e_{35} & 0 \end{pmatrix}$
Sistema rómbico Clase 6	Sistema rómbico Clase 7	Sistema tetragonal Clase 9
$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & e_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{25} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{36} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{24} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Sistema tetragonal Clase 10	Sistema tetragonal Clase 11	Sistema tetragonal Clase 12
$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & e_{14} & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & -e_{14} & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & e_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{36} & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & e_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -e_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Sistema tetragonal Clase 14	Sistema trigonal Clase 16	Sistema trigonal Clase 18
$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & e_{14} & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -e_{15} & e_{14} & 0 \\ e_{31} & -e_{31} & 0 & 0 & 0 & e_{35} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} e_{11} & -e_{11} & 0 & e_{14} & e_{15} & -e_{22} \\ -e_{22} & e_{22} & 0 & e_{15} & -e_{14} & -e_{11} \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} e_{11} & -e_{11} & 0 & e_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{14} & -e_{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Sistema trigonal Clase 19	Sistema hexagonal Clase 21	Sistema hexagonal Clase 22
$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & -e_{22} \\ -e_{22} & e_{22} & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} e_{11} & -e_{11} & 0 & 0 & 0 & -e_{22} \\ -e_{22} & e_{22} & 0 & 0 & 0 & -e_{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} e_{11} & -e_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Sistema hexagonal Clase 23	Sistema hexagonal Clase 24	Sistema hexagonal Clase 26
$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & e_{14} & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & -e_{14} & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & e_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -e_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Sistema cúbico Clase 28	Sistema cúbico Clase 31	
$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & e_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{14} & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & e_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{14} & 0 \end{pmatrix}$	

Tabla III.1. Matrices del coeficiente piezoeléctrico de tensión para todas las clases.

Propiedades de las cerámicas PZT. A mediados del siglo XX los elementos naturales piezoeléctricos conocidos (cuarzo, turmalina, entre otros), fueron reemplazados por otro tipo de materiales fabricados por el hombre a base de distintos materiales que mejoraban considerablemente sus cualidades, tales como mejores coeficientes piezoeléctricos, facilidad de fabricación en formas y tamaños, mecánicamente más fuertes y robustos, químicamente inertes y completamente inafectable por cambios atmosféricos de humedad. Una de las principales piezas piezoeléctricas fue la estructura del *crystal* perovskita, que consiste en una pequeña unidad de ion metálico tetravalente, usualmente titanio o zirconio. Los descubrimientos iniciales se iniciaron con titanato de bario (BaTiO_3), aunque otras cerámicas también exhibieron buenas propiedades [193]. Posteriormente, diferentes estudios demostraron que el titanato zirconato de plomo ($\text{PZT-Pb}(\text{Zr}_x, \text{Ti}_{1-x})\text{O}_3$) presentaba gran sensibilidad y capacidad de operación en altas temperaturas, mayores que los materiales BaTiO_3 [177]. Entonces, el PZT reemplazó a la mayoría de aplicaciones en las que se requerían elementos piezoeléctricos.

Por encima de la temperatura crítica (T_c), el punto de Curie, cada cristal perovskita en cada grano del elemento exhibe una simetría cúbica con arreglo de cargas negativas y positivas (Figura III.3, izquierda) y, por debajo de la temperatura de Curie, el material se comporta con una estructura tipo rombo o tetragonal que depende de la composición del material, dando lugar al desplazamiento entre cargas, produciendo un dipolo eléctrico (Figura III.3, derecha). La existencia de este dipolo provoca que la estructura cristalina se deforme en presencia de un campo eléctrico (efecto piezoeléctrico inverso) y genere un desplazamiento eléctrico cuando es sometida a una deformación mecánica (efecto piezoeléctrico directo).

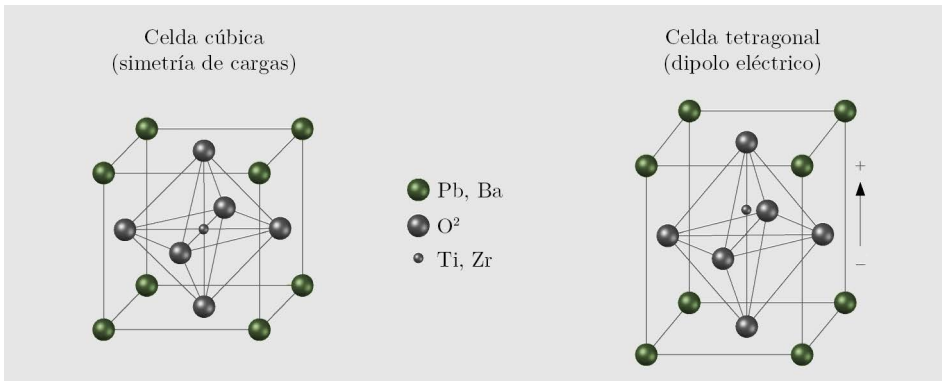


Figura III.3. A la izquierda, por encima de la temperatura de Curie (T_c), se forma una simetría cúbica, de modo que las cargas positivas y negativas se anulan en conjunto. A la derecha, por debajo de T_c , se forma una simetría de tetragonal, con un desplazamiento relativo entre cargas que da lugar a un dipolo eléctrico.

El elemento cerámico se puede polarizar al exponerlo a un gran campo de corriente continua y a una temperatura alta por debajo del punto de Curie [190]. Por medio de esta polarización, el dominio está alineado con la dirección del campo eléctrico aplicado. Sin embargo, cuando se retira el campo eléctrico, existe cierto bloqueo en los dipolos de modo que no se encuentran estrictamente alineados a la dirección del campo al que fue sometido como se muestra en la Figura III.4.

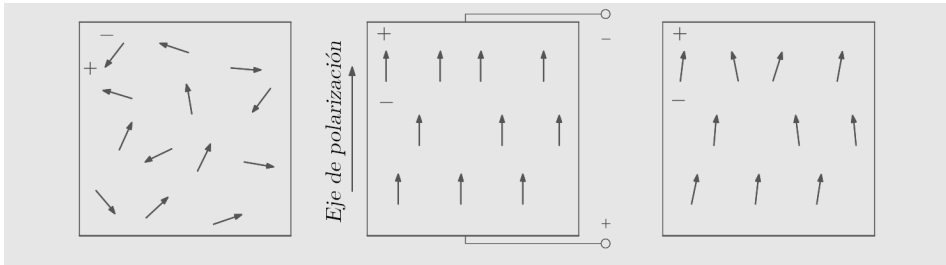


Figura III.4. Reorganización de los dipolos después de someterse a un campo eléctrico.

Este proceso logra sobre el material una polarización y una deformación permanentes. Una compresión o tensión mecánica en una cerámica polarizada cambia los momentos del dipolo creando a su vez un voltaje de salida. Una compresión del elemento a lo largo de la dirección de polarización o una tensión perpendicular a la dirección de polarización, genera voltaje de polaridad similar a la tensión de polarización. Si la tensión es aplicada a lo largo de la dirección de polarización o el elemento es comprimido perpendicularmente en la dirección de polarización, la polaridad del voltaje es opuesta a la tensión de polarización (Figura III.5), por lo tanto el elemento cerámico convierte la energía mecánica de tensión o compresión en energía eléctrica [194].

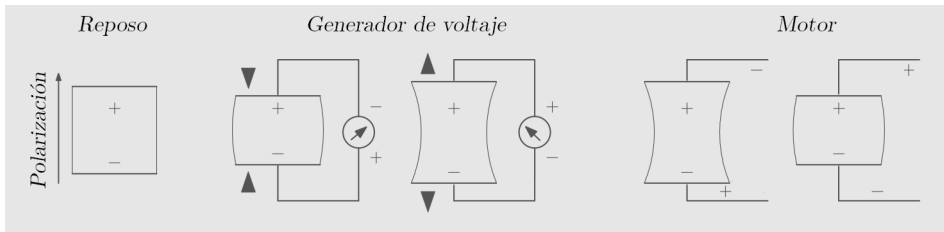


Figura III.5. La compresión de un elemento piezoeléctrico polarizado según la dirección de esta tensión provoca un voltaje. Y un voltaje aplicado sobre la cerámica crea una deformación en la cerámica.

Entonces, en función de la dirección del campo eléctrico aplicado, así como de su comportamiento temporal, la cerámica se deformará de distinta manera:

- Si se aplica sobre el piezoeléctrico un voltaje en el mismo sentido que la dirección de polarización, este se estirará a la dirección paralela a la polarización mientras su diámetro disminuirá.
- Si se aplica un voltaje inverso a la dirección de polarización, el elemento será más estrecho por lo que su diámetro aumentará
- Si se aplica un voltaje alterno sobre la cerámica, el disco cambiará constantemente su radio según la frecuencia del voltaje que se aplique, en este caso la energía eléctrica es convertida en energía mecánica. Este principio es adaptado para motores piezoeléctricos, generadores de sonido o ultrasonido entre otros.

Como se ha comentado, el número de elementos independientes de la matriz que caracteriza cada magnitud física en un material depende de la estructura cristalina del mismo. Una matriz característica de un material PZT policristalino polarizado tiene 10 variables independientes, mientras que una de cristal de cuarzo monocristalino tiene 26 miembros independientes debido a su anisotropía. En general, el par de ecuaciones piezoeléctricas que caracterizan una cerámica PZT se pueden resolver con 18 constantes piezoeléctricas. En la *forma d* (164), que será la que utilizaremos para la resolución numérica, este par de ecuaciones (que representan el efecto piezoeléctrico directo e inverso) toman la forma siguiente:

- Efecto piezoeléctrico inverso:

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11}^E & S_{12}^E & S_{13}^E & & & \\ S_{12}^E & S_{11}^E & S_{13}^E & & & \\ S_{13}^E & S_{13}^E & S_{33}^E & & & \\ & & & S_{44}^E & & \\ & & & & S_{44}^E & \\ & & & & & 2(S_{11}^E - S_{12}^E) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} d_{31} \\ d_{32} \\ d_{33} \\ d_{24} \\ d_{15} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \quad (169)$$

- Efecto piezoeléctrico directo:

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \\ D_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & & & \\ & & & d_{15} & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & & \\ & \varepsilon_{11} & \\ & & \varepsilon_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \quad (170)$$

Modos de vibración en piezoeléctricos. Los modos de vibración en cerámicas piezoeléctricas, es decir, la forma principal de vibrar ante la aplicación de un voltaje eléctrico o viceversa son función de su geometría y propiedades electromecánicas. Los modos posibles de vibración difieren según la dirección de la vibración, la dirección del campo eléctrico y la geometría en la que oscila (longitudinal, transversal, etc.).

Como se explicará en más detalle en el apartado III.1.4, cada cerámica presenta al menos dos modos de vibración: una vibración en la frecuencia de resonancia (f_r) y otra en antirresonancia (f_a), que pueden visualizarse mediante una medida de la impedancia eléctrica en circuito abierto de la cerámica, tal como indica la Figura III.6.

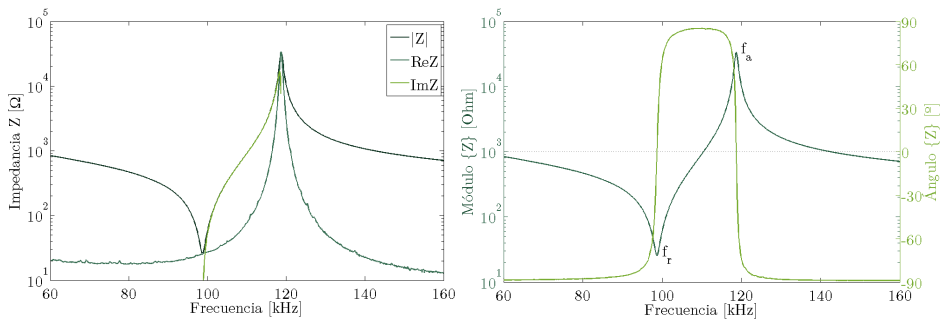


Figura III.6. Frecuencia de resonancia (f_r) y antirresonancia (f_a) del módulo de la impedancia (línea oscura) y su fase (línea clara) de una cerámica PZT (PIC 255) tipo disco, que caracteriza el modo de vibración radial.

Los modos de vibración se expresan mediante subíndices en cada magnitud física que caracteriza la cerámica en dicho movimiento (constante piezoeléctrica k , permitividad eléctrica ϵ , constante de carga piezoeléctrica d , compliancia elástica s , etc), cuyo significado físico se ha comentado a lo largo de este apartado. Entonces, los modos de vibración están relacionados directamente con cada uno de los subíndices de las matrices presentes en las ecuaciones piezoeléctricas. El primer índice indica la dirección en la que se aplica el campo eléctrico sobre la cerámica mientras que el segundo subíndice describe la dirección en la que se produce la vibración mecánica.

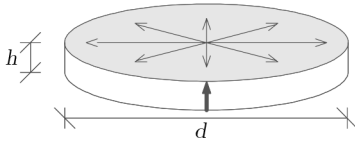
Para estudiar el comportamiento de un modo de vibración, resulta importante obtener el del factor de acoplamiento electromecánico para la geometría y modo en cuestión, que cuantifica la eficiencia de conversión de energía de la cerámica vibrando en dicho modo. Dicho coeficiente, propuesto por Mason [195] [196] puede obtenerse, en general, midiendo las frecuencias de resonancia y antirresonancia a través de la siguiente expresión:

$$k = \sqrt{1 - \left(\frac{f_r}{f_a}\right)^2} \quad (171)$$

Este factor es muy útil para el diseño de elementos piezoeléctricos. En el apartado III.1.6 emplearemos el factor de acoplamiento electromecánico, obtenido para un amplio conjunto de cerámicas, para obtener las dimensiones de la geometría circular que mejor se adapte a las necesidades de diseño de los sensores utilizados en el detector MODA-LS.

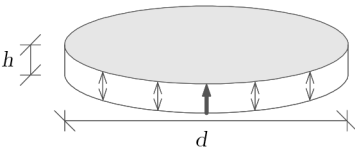
Para algunos modos de vibración de geometrías concretas, existen expresiones del factor de acoplamiento electromecánico con una forma ligeramente distinta, cuyo valor se aproxima más a los valores experimentales que la expresión (171). De entre ellos, extraemos los cinco siguientes dado que, tal como se verá en el apartado III.1.3, la medida de cada uno de estos modos será necesaria para la caracterización de materiales piezoeléctricos. Los resultados mostrados allí se aplicarán en los apartados III.1.5 y III.1.6 a la caracterización y optimización de sensores para los detectores PICO y MODA-LS, respectivamente. En cada uno de los modos se muestra la dirección de la polarización de y de vibración de la cerámica.

- Vibración extensional radial o plana (modo r): $d > 10h$



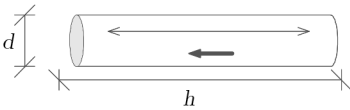
$$k_p = \sqrt{2,51 \frac{f_{pa} - f_{pr}}{f_{pa}} - \left(\frac{f_{pa} - f_{pr}}{f_{pa}} \right)^2} \quad (172)$$

- Vibración en espesor (modo t): $d > 10h$



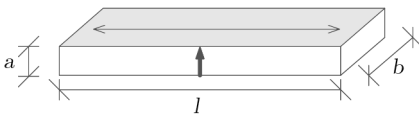
$$k_t = \sqrt{\frac{\pi f_{tr}}{2 f_{ta}} \cot\left(\frac{\pi f_{tr}}{2 f_{ta}}\right)} \quad (173)$$

- Vibración longitudinal (modo 33): $h > 2.5d$



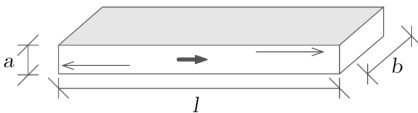
$$k_{33} = \sqrt{\frac{\pi f_{33r}}{2 f_{33a}} \cot\left(\frac{\pi f_{33r}}{2 f_{33a}}\right)} \quad (174)$$

- Vibración transversal (modo 31): $l > 5a, l > 5b$



$$k_{31} = \sqrt{\frac{\pi f_{31r}}{2 f_{31a}} \frac{1}{\frac{\pi f_{31r}}{2 f_{31a}} - \tan\left(\frac{\pi f_{31r}}{2 f_{31a}}\right)}} \quad (175)$$

- Vibración en cizalla (modo 15): $l > 3.5a, l > 3.5b$



$$k_{15} = \sqrt{\frac{\pi f_{15r}}{2 f_{15a}} \cot\left(\frac{\pi f_{15r}}{2 f_{15a}}\right)} \quad (176)$$

En el siguiente apartado III.1.3 analizaremos con más detalle la obtención de las frecuencias de resonancia y antirresonancia para cada uno de estos modos, tanto mediante modelos analíticos unidimensionales, tridimensionales, como numéricos. Posteriormente, en el apartado III.1.4 veremos las relaciones dimensionales que deben cumplir cada una de estas geometrías para obtener, mediante la medida de la impedancia, los correctos valores de las frecuencias asociadas al modo correspondiente.

Velocidad del sonido en piezoeléctricos. Cuando un movimiento oscilatorio (onda elástica) se produce en un sólido homogéneo, isótropo (medio continuo) e infinito, éste se propaga como dos ondas independientes; en una el desplazamiento es en la misma dirección de propagación (onda longitudinal), y en la otra el desplazamiento es perpendicular a la dirección de propagación (onda transversal).

Por su parte, las ondas que se propagan en sólidos finitos cuya longitud de onda es grande, comparada con alguna de las dimensiones geométricas predominantes en dicho cuerpo (ondas longitudinales en cilindros, ondas perpendiculares a las caras de placas, etc), son fundamentalmente diferentes a las que se propagan en medios infinitos en todas direcciones pues, en ellas, prevalece una dirección o modo de propagación.

En el caso de un sólido finito cristalino, la velocidad del sonido en cada dirección está estrechamente relacionada con la estructura cristalina del mismo, es decir, con los coeficientes de las matrices que determinan la simetría del cristal, y pueden adoptar formas complejas. Para el caso que nos ocupa, mostraremos las expresiones de las velocidades de las ondas elásticas que se producen en piezoeléctricos en cada uno de los modos de vibración que hemos visto. Estas expresiones son:

$$v_{13}^E = 2N_{13} \quad (177) \qquad v_{33}^D = 2N_{33} \quad (178)$$

$$v_{15}^D = \sqrt{\frac{c_{55}^D}{\rho}} \quad (179) \qquad v_t^D = \sqrt{\frac{c_{33}^D}{\rho}} \quad (180)$$

donde:

- ρ es la densidad del sólido.
- N es la constante de frecuencia del modo correspondiente.
- c es el componente de la matriz de elasticidad correspondiente al modo en cuestión.

En el *apartado III.1.6* obtendremos explícitamente la velocidad del sonido transversal v_t de tres discos de cerámicas piezoeléctricas distintas mediante la técnica del eco-impulso. Con ello, validaremos la expresión (180) con los resultados obtenidos, avanzando así en la comprensión del comportamiento de las vibraciones en cerámicas piezoeléctricas.

Una vez introducida la teoría básica que se ha seguido en los estudios realizados en esta Sección, vamos a mostrar la forma de modelizar el comportamiento de cerámicas piezoeléctricas, tanto desde el punto de vista analítico como numérico.

III.1.3 Soluciones de las ecuaciones piezoeléctricas

Solución analítica 1D. Como se ha comentado, existe una gran variedad de resonancias o modos que pueden ser obtenidos simplificando la geometría inicial a una única dimensión (espesor, radio, longitud, etc.). Para ello, la geometría debe cumplir ciertas proporciones, con distinto grado de restricción según los autores. A continuación se muestran la impedancia eléctrica medida en bornes de cada uno de los modos que son de interés en esta Tesis [191] [197] [198] [199] [200] [201]:

- Vibración en espesor (modo t):

$$Z_t(\omega) = \frac{l}{i\omega A \varepsilon_{33}^S} \left(1 - \frac{k_t^2 \tan\left(\frac{\omega}{4f_t}\right)}{\frac{\omega}{4f_{tr}}} \right) \quad f_{tr} = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{c_{33}^D}{\rho}} \quad (181)$$

- Vibración longitudinal (modo 33):

$$Z_{33}(\omega) = \frac{l}{i\omega A \varepsilon_{33}^S} \left(1 - \frac{k_{33}^2 \tan\left(\frac{\omega}{4f_{33r}}\right)}{\frac{\omega}{4f_{33r}}} \right) \quad f_{33r} = \frac{1}{2l} \frac{1}{\sqrt{\rho s_{33}^D}} \quad (182)$$

- Vibración en cizalla (modo 15):

$$Z_{15}(\omega) = \frac{t}{i\omega A \varepsilon_{11}^S} \left(1 - \frac{k_{15}^2 \tan\left(\frac{\omega}{4f_{15r}}\right)}{\frac{\omega}{4f_{15r}}} \right) \quad f_{15r} = \frac{1}{2l} \frac{1}{\sqrt{\rho s_{55}^D}} \quad (183)$$

- Vibración transversal (modo 13):

$$Y_{13}(\omega) = \frac{i\omega A \varepsilon_{33}^T}{t} \left(1 - k_{13}^2 \left(1 - \frac{\tan\left(\frac{\omega}{4f_p}\right)}{\frac{\omega}{4f_p}} \right) \right) \quad f_s = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{(1 - k_{13}^2)}{\rho s_{11}^D}} \quad (184)$$

- Vibración extensional radial o plana (modo p):

$$Y(\omega) = \frac{-i\omega \pi a^2 \varepsilon_{33}^P}{t} \left(\frac{2(k_p)^2}{1 - \sigma^p - J\left(\omega a / \sqrt{c_{11}^P / \rho}\right)} - 1 \right) \quad \sigma^p = -\frac{s_{12}^E}{s_{11}^E} \quad (185)$$

Al medir la impedancia de una cerámica real vamos a encontrar varios de estos modos. Aun así, estas expresiones nos permitirán estimar las frecuencias a las que va a resonar la geometría concreta de un material cerámico piezoeléctrico correctamente caracterizado. El contraste con la curva de impedancia medida se realizará aplicando una diferencia de potencial eléctrico en régimen armónico entre los bordes de la muestra, produciéndose una corriente eléctrica a su través, tal como se detallará en el *apartado III.1.4*.

Solución analítica 3D. Podemos encontrar en la bibliografía soluciones analíticas a las ecuaciones piezoeléctricas que tienen en cuenta la influencia de las tres dimensiones de la cerámica [202] [203]. No obstante, aquí estamos interesados en cerámicas piezoeléctricas circulares polarizadas a lo largo de su eje de simetría, ya que es la geometría utilizada en los transductores acústicos de los detectores PICO y la que vamos a utilizar para los de MODA-LS. Este tipo de geometrías pueden clasificarse como *discos* o *cilindros* en función de la relación diámetro-radio (d/h), $d \gg h$ o $d \ll h$, respectivamente. El conocimiento del comportamiento más preciso de una cerámica piezoeléctrica de este tipo nos permitirá optimizar sus propiedades y dimensiones para una mejor recepción acústica. La Figura III.7 muestra la disposición y nomenclatura para el modelo que vamos a estudiar.

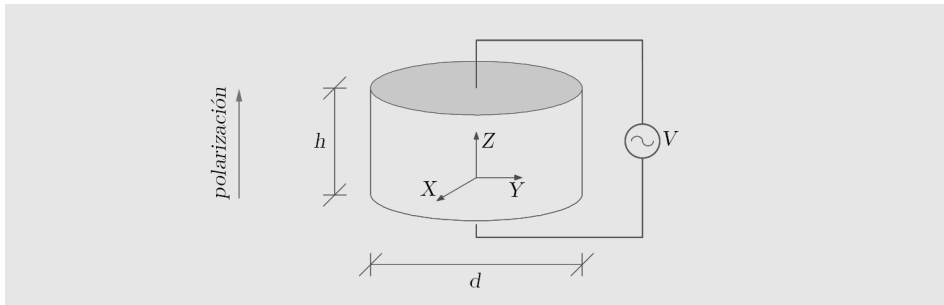


Figura III.7. Cerámica piezoeléctrica circular con polarización transversal.

Entonces, en estas soluciones, aparecerán todas las resonancias que se esperan en una medida de impedancia de las cerámicas circulares (la cerámica puede tener más modos propios pero que no den lugar a una corriente eléctrica neta, de modo que no se observaría en la medida de impedancia [204]). Además, como se ha comentado a lo largo del *Capítulo I*, en principio estaremos interesados en la respuesta de baja frecuencia de las cerámicas (hasta los 100 kHz), y baja señal, por lo que los modelos expuestos deben ajustarse a este rango frecuencial.

A partir de las ecuaciones generales de la piezoelectricidad (164) a (167), podemos encontrar varios trabajos [192] [205] [204] que estudian las vibraciones características de discos piezoeléctricos libres tanto analítica, numérica como experimentalmente. De estos estudios se concluye que las resonancias de un disco piezoeléctrico se clasifican en tres modos de vibración: transversal, tangencial y radial. Si, efectivamente, el disco es fino, la vibración transversal y la vibración tangencial y extensional están desacopladas. No obstante, los modos de vibración transversales y tangenciales no pueden observarse mediante una medida de impedancia eléctrica ya que estos no producen una corriente eléctrica neta de modo que, con este método, sólo se podrán obtener las frecuencias de resonancia de los modos de vibraciones extensionales. Por ello, en esta Tesis se presta atención a la solución de modos de vibración extensionales en discos, en el caso de modos axisimétricos, dada la simetría de las cerámicas circulares objeto de estudio en esta Sección.

Para la obtención de la respuesta del modo extensional, supongamos que la vibración es una función armónica del tiempo t , con frecuencia f , y que el desplazamiento extensional radial a través del plano medio de la cerámica y a lo largo del radio r puede asumirse como $U_r(r, t) = U(r)e^{i\omega t}$. En este caso, el comportamiento dinámico viene dado por la ecuación común para análisis de modos radiales en dos dimensiones [192] cuya solución general es $U_r(r) = AJ_1(\alpha r)$, siendo A y α las siguientes constantes:

$$A = \frac{2Vd_{31}(1 + \nu_p)}{(1 - \nu_p)J_1(\alpha R) - \alpha RJ_0(\alpha R)} \frac{R}{h}, \quad \alpha = \omega \sqrt{\rho s_{11}^E(1 - \nu^2)} \quad (186)$$

Siendo $\nu = s_{12}^E/s_{11}^E$ el coeficiente de Poisson, ρ la densidad, y J_n es la función de Bessel de primera especie y orden n . Entonces, aplicando una diferencia de potencial V entre los electrodos de la cerámica, la corriente eléctrica I para vibraciones extensionales puede escribirse como [204]:

$$I = i \frac{4\pi^2 R^2 V \varepsilon_{33}^T}{h} \cdot \frac{\left[1 - \nu + (1 + \nu) \frac{k^p}{k_p^2 - 1}\right] J_1(\alpha R) - \alpha R J_0(\alpha R)}{(1 - \nu)J_1(\alpha R) - \alpha R J_0(\alpha R)} \quad (187)$$

De esta expresión, las frecuencias de resonancia y antirresonancia de los modos extensionales radiales pueden encontrarse allí donde la corriente tienda a infinito y a cero, respectivamente. Después de algunos cálculos, se obtiene que dichas frecuencias de resonancia y antirresonancia pueden expresarse como:

$$f = \frac{\alpha}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{\rho s_{11}^E(1 - \nu^2)}} \quad (188)$$

Dado que la impedancia eléctrica de los materiales piezoeléctricos caen en un mínimo local cuando vibran a la frecuencia de resonancia, esta puede obtenerse mediante un análisis de impedancia. Así, podremos comparar los resultados analíticos y experimentales.

Este modelo nos servirá para contrastar los resultados experimentales y numéricos de las cerámicas radiopuras estudiadas en el *apartado III.1.6* y, más exhaustivamente, en el *apartado III.1.7*, para la optimización de una cerámica de tipo circular. A continuación exponemos las particularidades de dicho modelo numérico.

Solución numérica. Dentro del entorno de simulación COMSOL, la interfaz de dispositivos piezoeléctricos es una combinación de las interfaces de mecánica de sólidos y de electrostática. Consecuentemente, las variables dependientes son el potencial eléctrico V y las tres componentes del desplazamiento mecánico \vec{u} . En esa Tesis, se han utilizado los siguientes estudios:

- Estudio en dominio de tiempo: el campo de desplazamientos $\vec{u} = \vec{u}(\vec{r}, t)$ y el potencial eléctrico $V = V(\vec{r}, t)$ están gobernados por:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} - \nabla \cdot \sigma &= \vec{F}_v \\ \nabla \cdot \vec{D} = \rho_v &\leftrightarrow \nabla \cdot \vec{E} = V \end{aligned} \quad (189)$$

- Estudio en dominio de frecuencias: el campo de desplazamientos y el potencial eléctrico en cualquier punto e instante de tiempo puede representarse por $\vec{u}(\vec{r}, t) = \vec{u}_t(\vec{r})e^{i\omega t}$ y $V(\vec{r}, t) = V_t(\vec{r})e^{i\omega t}$, donde \vec{u}_t y V_t cumplen:

$$\begin{aligned} -\rho\omega^2 \vec{u}_t - \nabla \cdot \sigma &= \vec{F}_v e^{i\phi} \\ \nabla \cdot \vec{D} = \rho_v &\leftrightarrow \nabla \cdot \vec{E} = V_t \end{aligned} \quad (190)$$

En estas ecuaciones ρ es la densidad y σ es el tensor de tensiones. El parámetro \vec{F}_v es una posible fuerza volumétrica externa, siendo ϕ su fase, pero que no se han considerado en esta Tesis. El parámetro ρ_v es la densidad espacial de carga.

La propiedad de Modelo de Dispositivos Piezoeléctricos en COMSOL se aplica al volumen que representa la cerámica piezoeléctrica. Dado que, según la nomenclatura vista en el *apartado III.1.2*, los materiales piezoeléctricos se definen polarizados en la dirección 3, se han definido los ejes de coordenadas del modelo para hacer coincidir esta dirección en el eje z . Además, también hemos considerado el factor de amortiguación mecánica η_{cE} de la matriz de elasticidad c^E , y el factor de pérdidas dieléctricas η_{eS} de la matriz de permitividades eléctricas ϵ^S . Ambos definidos como isotrópicos.

Las diferentes condiciones de contorno específicas de la interfaz de dispositivos piezoeléctricos se describen a continuación, que corresponden a la parte eléctrica de la cerámica:

- Carga nula: es la condición de contorno electrostática por defecto. Implica que no hay carga eléctrica en el contorno, de modo que se aplica en las superficies de la cerámica donde no hay electrodos.
- Potencial eléctrico: fija un potencial eléctrico en el contorno elegido. Se aplica a una de las dos superficies que representan los electrodos en nuestros modelos.
- Tierra: fija un potencial eléctrico nulo en el contorno elegido. Se aplica a la otra superficie que representa un electrodo de la cerámica en estudio.

Además, respecto al comportamiento mecánico del material, se establece la condición de contorno libre en todas las superficies de la cerámica, tal como se vio en el *apartado II.2.3*. Esta condición establece que la cerámica está medida sin ningún tipo de contacto mecánico con el exterior.

De entre la amplia gama de “outputs” o variables de salida que podemos calcular en COMSOL, ninguna es exactamente la impedancia o la admitancia eléctricas. Sin embargo, podemos calcularla a partir de la densidad de carga superficial J_n que obtiene la simulación en uno de los electrodos hacia el interior de la cerámica, y de la diferencia de potencial V con que la hemos excitado, mediante la siguiente expresión:

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{V}{\int_S J_n ds} \quad (191)$$

Donde I es la intensidad de corriente a través del electrodo y la integral se extiende a toda la superficie S del electrodo. Definida de esta forma, la impedancia queda como un número complejo del que podemos obtener su módulo, fase, parte real e imaginaria, y compararla directamente con las medidas experimentales, tal como hacemos en los apartados III.1.5 y III.1.6. Con ello, validaremos nuestras simulaciones numéricas así como la precisión de los coeficientes piezoeléctricos obtenidos, tal como se verá explícitamente en el apartado III.1.6.

Dado que a lo largo de esta Sección, todas las cerámicas piezoeléctricas simuladas van a tener una configuración similar, salvo en su geometría, en la siguiente Figura III.8 mostramos un ejemplo genérico de modelo utilizado en las simulaciones (izquierda) y de la curva de impedancia obtenida (derecha), para el caso de una cerámica PIC255 de 10 mm de diámetro y 5 mm de espesor. El resultado se compara con una medida la implementación obtenida del modelo analítico de la ecuación (187). Se observa ambos métodos coinciden en las frecuencias del primer modo (modo extensional radial), mientras que la simulación numérica muestra un mayor número de resonancias, que no son armónicas de la fundamental pues vienen dadas por acoplamientos de vibraciones en las tres dimensiones del espacio. Aun así, los resultados de ambas herramientas pueden compararse para los modos fundamentales y frecuencias inferiores, que son las de interés.

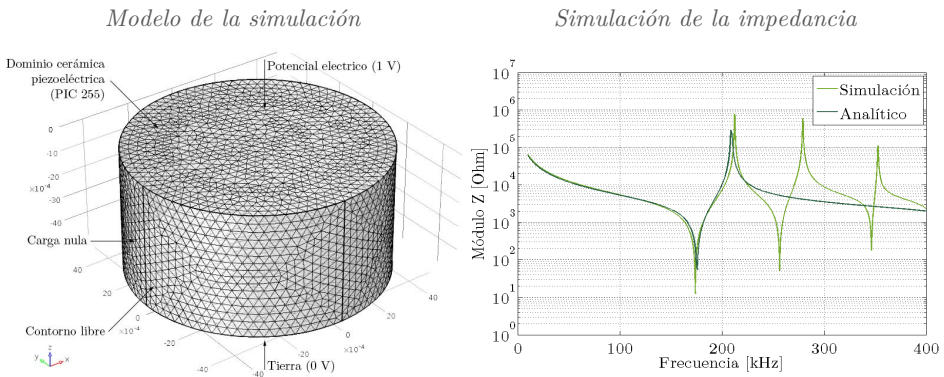


Figura III.8. Modelo de la simulación (izquierda) y resultado de la impedancia obtenida (derecha).

III.1.4 Caracterización de materiales piezoeléctricos

En este apartado vamos a exponer cómo podemos obtener el conjunto completo de coeficientes de las matrices elásticas, dieléctricas y piezoeléctricas a partir de la medida de las impedancias eléctricas de diferentes geometrías de un mismo material piezoeléctrico. Para ello, se describe un estándar internacional ampliamente utilizado para dicho propósito por los fabricantes, contemplando las correcciones que plantean algunos autores. Para su implementación se describe, por una parte, el montaje experimental realizado para la medida de la impedancia de cada cerámica estudiada y, por otra, las relaciones matemáticas que existen entre éstas y todo el conjunto de coeficientes piezoeléctricos objeto de estudio.

Mediante este protocolo de caracterización, en el *apartado III.1.5* se obtendrá el conjunto de coeficientes para las cerámicas radiopuras Nb-PZT, manufacturadas específicamente por VirginiaTech²² para su uso en los sensores acústicos de la siguiente generación de detectores PICO (500L). Dado que no existen en el mercado sus propiedades, su caracterización resulta de especial interés para el desarrollo de este tipo de detectores. Además, en relación con las cerámicas para los sensores del detector MODA-LS, en el *apartado III.1.6* se compararán, por un lado, los valores de cada uno de los coeficientes obtenidos para distintos materiales piezoeléctricos comerciales respecto los del fabricante y, por otro, las curvas de impedancia resultantes de las simulaciones numéricas respecto a las curvas medidas, para cada geometría estudiada. Con ello se establecerá un criterio de elección de entre los materiales estudiados, así como una optimización de la geometría que mejor se adapte a las necesidades del detector. En la siguiente *Sección III.2* se utilizarán los resultados mostrados en la presente Sección para el diseño concreto de un sensor acústico para MODA-LS.

Protocolo de medición. La determinación de los coeficientes piezoeléctricos de las distintas matrices que intervienen en las ecuaciones piezoeléctricas se realiza en base a la normativa estándar DIN EN 50324-02 [206], según la cual se deben emplear una serie de cerámicas previamente polarizadas, con geometrías definidas. Según este estándar, se pueden emplear las cuatro geometrías de un mismo material que caracterizan los cinco modos de vibración vistos en el *apartado III.1.5*. En cada uno de estos modos se miden las frecuencias de resonancia f_r y antirresonancia f_a con un analizador de impedancias, cuando éstas vibran de forma libre. A partir de cada una de ellas, se obtienen los correspondientes factores de acoplamiento k mediante las ecuaciones (173)-(176). Paralelamente, mediante cada una de las frecuencias de resonancia y antirresonancia, así como de las medidas de cada geometría (ancho, largo, espesor, radio, según el caso) y la densidad del material, existen relaciones entre ellas para obtener cada uno de los coeficientes que conforman las matrices piezoeléctricas (169)-(170). Dichas relaciones las podemos obtener en el estándar comentado así como en otras publicaciones [207] [208].

En la Figura III.9 se muestra de modo esquemático el protocolo que establece la normativa DIN EN 50324-02 para la obtención del conjunto completo de coeficientes piezoeléctricos, partiendo de las cinco geometrías estandarizadas. En ella se destacan los coeficientes que se emplearán en las simulaciones numéricas de los *apartados III.1.5* y *III.1.6*.

²² <https://www.vt.edu/>

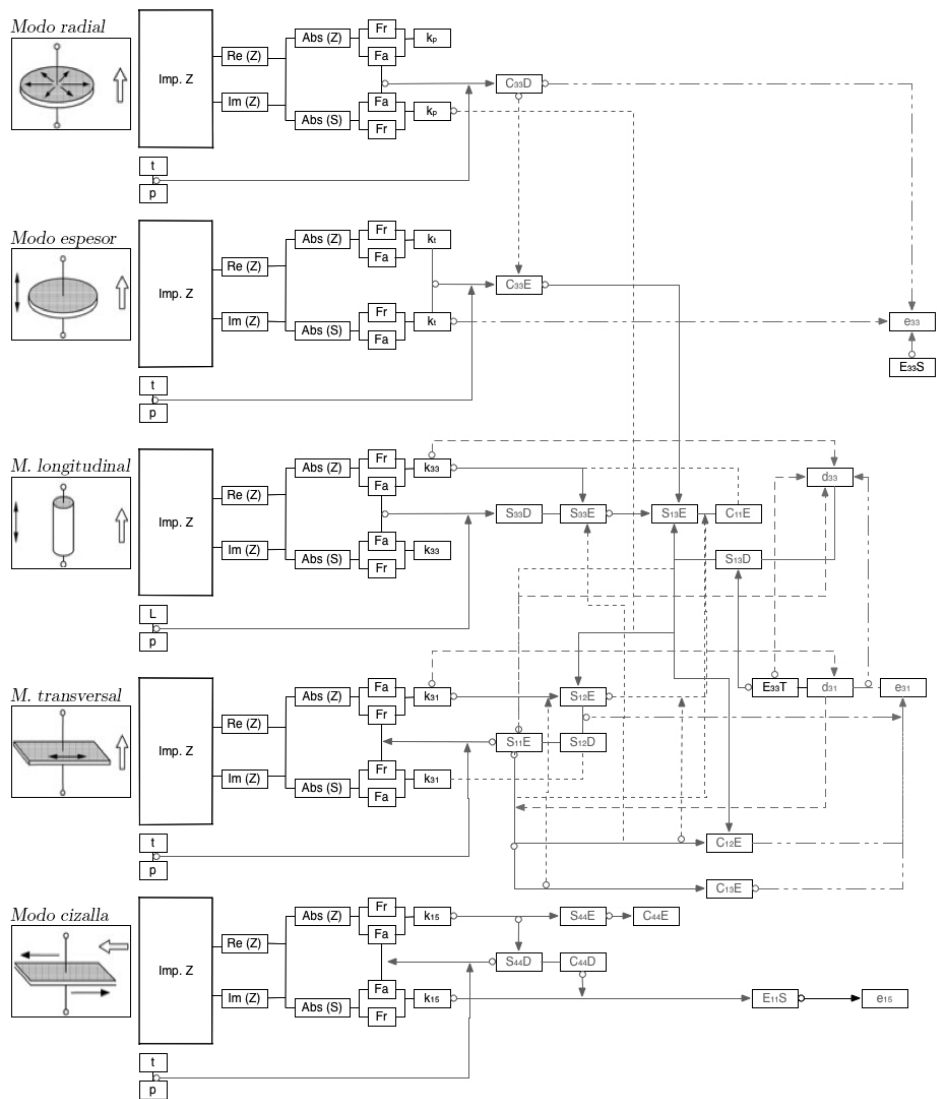


Figura III.9. Método de la impedancia. L (longitud), ρ (densidad), t (espesor). Los índices en rojo, azul y violeta son los empleados en las matrices que usamos en las simulaciones numéricas para determinar el comportamiento del material.

Medición de la impedancia. Una forma práctica de obtener las frecuencias de resonancia de una cerámica piezoeléctrica consiste en conectarla a la salida de un generador de onda y, con un amperímetro, tomar la frecuencia a la cual la corriente es máxima. La frecuencia de antirresonancia ocurre cuando la corriente es mínima. Mediante este método, el generador de señales debe tener una muy baja distorsión en baja frecuencia para realizar mediciones de resonancia y antirresonancia con precisión. Sin embargo la normativa ANSI-IEEE Standar 176-1987, sugiere como un método fiable el uso del método del análisis de impedancia por medio de un analizador de impedancia haciendo uso del circuito equivalente [191]. En la Figura III.10 se muestra una imagen del analizador de impedancias Wayne Kerr Electronics 6500P utilizado en el trabajo de esta Tesis (izquierda), así como una imagen de su esquema simplificado de funcionamiento (derecha). Para realizar las mediciones, con un ordenador se guardaron los valores de impedancia para el conjunto de frecuencias analizadas.

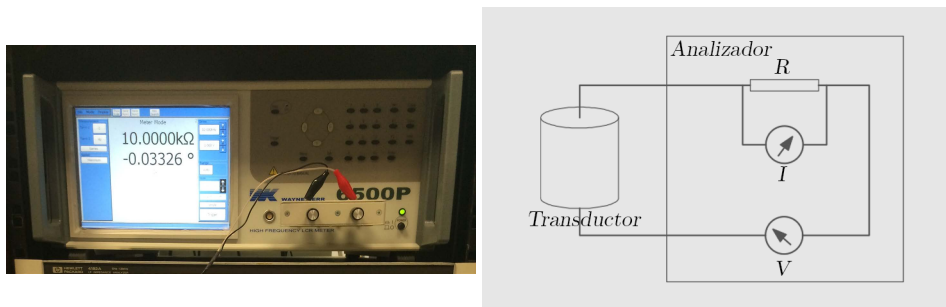


Figura III.10. Imagen del medidor de impedancias Wayne Kerr Electronics 6500P (izquierda) y esquema de su funcionamiento interno (derecha).

Como complemento al analizador de impedancias, se empleó un dispositivo básico de medida que se utiliza para fijar las cerámicas piezoeléctricas y poder situar de la manera más libre posible la cerámica mientras se realizan las mediciones (Figura III.11). Este dispositivo evita el contacto con alguna superficie que pueda modificar las deformaciones presentes en cada cerámica, manteniendo las cerámicas sujetas por distintas puntas metálicas flexibles.

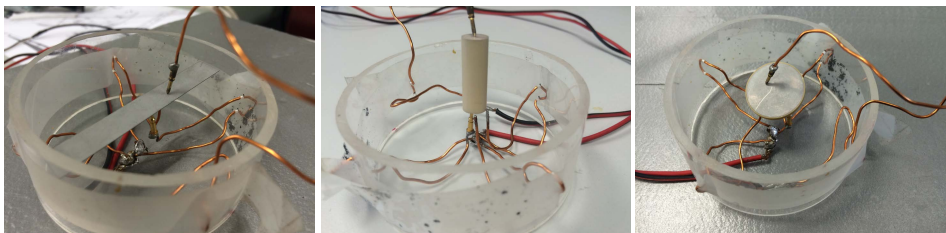


Figura III.11. Dispositivo de sujeción para las mediciones de impedancia en las cerámicas piezoeléctricas utilizadas.

Obtención de las frecuencias de resonancia. Como se ha visto en esta Sección, las cerámicas piezoeléctricas presentan numerosas resonancias siendo la más pronunciada, como ocurre con los medios elásticos, la que ocurre cuando el cuerpo cerámico se puede acomodar a media longitud de onda. La frecuencia de resonancia y antirresonancia se obtiene con claridad a partir del módulo de la impedancia y su fase, caracterizadas de manera eficaz con el método del análisis de la impedancia cumpliendo con la normativa internacional ya comentada. En efecto, el efecto piezoeléctrico nos permite excitar cada onda elástica y permitir observar la interacción entre la resonancia mecánica con el comportamiento eléctrico.

Obtención de las componentes de la matriz. Después de realizar las pertinentes medidas de impedancia para hallar las frecuencias de resonancia y antirresonancia que caracterizan a los materiales y geometrías en estudio, se procede a calcular aquellos valores que representan la matriz característica de un material [207].

Existe una relación directa entre la frecuencia de resonancia, antirresonancia y la geometría de las cerámicas con algunos de los coeficientes de las matrices:

$$s_{11}^E = \frac{1}{4\rho f_{31a}^2 t_{31}^2} \quad (192) \quad s_{33}^D = \frac{1}{4\rho f_{33a}^2 l_{33}^2} \quad (193)$$

$$s_{44}^D = \frac{1}{4\rho f_{15a}^2 t_{15}^2} \quad (194) \quad c_{33}^D = \frac{1}{4\rho f_{pa}^2 t_p^2} \quad (195)$$

donde f_{31a} , f_{33a} , f_{15a} y f_{pa} son las frecuencias de antirresonancia para el modo transversal, longitudinal, cizalla y radial, respectivamente, t_{31} es el espesor de la placa, l_{33} es el largo del cilindro, t_p es el espesor del disco, t_{15} es el espesor de la placa, y ρ es la densidad del material.

Los factores de acoplamiento k de cada modo se relacionan con las constantes elásticas en circuito abierto y cerrado de la forma:

$$s_{44}^D = s_{44}^E(1 - k_{15}^2) \quad (196) \quad s_{33}^D = s_{33}^E(1 - k_{33}^2) \quad (197)$$

$$s_{11}^D = s_{11}^E(1 - k_{31}^2) \quad (198) \quad s_{12}^D = s_{12}^E(1 - k_{31}^2 s_{11}^E) \quad (199)$$

$$c_{33}^E = c_{33}^D(1 - k_t^2) \quad (200)$$

Las características de la matriz que faltan se pueden calcular de acuerdo a la propuesta por el esquema de Helke [207]:

$$\varepsilon_{33}^S = \varepsilon_{33}^T [(1 - k_t^2)(1 - k_p^2)] \quad (201)$$

$$\varepsilon_{11}^S = \varepsilon_{11}^T (1 - k_{15}^2) \quad (202)$$

$$\beta_{33}^T = \frac{1}{\varepsilon_{33}^T} \quad (203)$$

$$\beta_{11}^T = \frac{1}{\varepsilon_{11}^T} \quad (204)$$

$$\beta_{33}^S = \frac{1}{\varepsilon_{33}^S} \quad (205)$$

$$\beta_{11}^S = \frac{1}{\varepsilon_{11}^S} \quad (206)$$

$$c_{44}^D = \frac{1}{s_{44}^D} \quad (207)$$

$$s_{44}^E = \frac{s_{44}^D}{1 - k_{15}^2} \quad (208)$$

$$c_{44}^E = \frac{1}{s_{44}^E} \quad (209)$$

$$s_{12}^E = -s_{11}^E \left(1 - \frac{2k_{31}^2}{k_p^2} \right) \quad (210)$$

$$s_{11}^D = s_{11}^E (1 - k_{31}^2) \quad (211)$$

$$s_{33}^E = \frac{1}{1 - k_{33}^2} \quad (212)$$

$$c_{33}^E = c_{33}^D (1 - k_t^2) \quad (213)$$

$$s_{33}^E = \frac{1}{1 - k_{33}^2} \quad (214)$$

$$s_{66}^E = 2(s_{11}^E - s_{12}^E) \quad (215)$$

$$s_{13}^E = -\sqrt{\frac{1}{2} \left[s_{33}^E (s_{11}^E + s_{13}^E) - \frac{s_{11}^E + s_{12}^E}{c_{33}^E} \right]} \quad (216)$$

$$s_{66}^D = 2(s_{11}^D - s_{12}^D) \quad (217)$$

$$d_{31} = -k_{31} \sqrt{\varepsilon_{33}^T s_{11}^E} \quad (218)$$

$$d_{33} = k_{33} \sqrt{\varepsilon_{33}^T s_{33}^E} \quad (219)$$

$$d_{15} = k_{15} \sqrt{\varepsilon_{11}^T s_{44}^E} \quad (220)$$

$$g_{31} = \frac{d_{31}}{\varepsilon_{33}^T} \quad (221)$$

$$g_{33} = \frac{d_{33}}{\varepsilon_{33}^T} \quad (222)$$

$$g_{31} = \frac{d_{15}}{\varepsilon_{11}^T} \quad (223)$$

$$s_{13}^D = s_{13}^E - \frac{d_{31} d_{33}}{\varepsilon_{33}^T} \quad (224) \quad c_{11}^E = \frac{(s_{11}^E s_{33}^E - s_{13}^{E2})}{(s_{11}^E - s_{12}^E) [s_{33}^E (s_{11}^E + s_{12}^E) - 2s_{13}^{E2}]} \quad (225)$$

$$c_{12}^E = \frac{(s_{13}^{E2} - s_{12}^E s_{33}^E)}{(s_{11}^E - s_{12}^E) [s_{33}^E (s_{11}^E + s_{12}^E) - 2s_{13}^{E2}]} \quad (226)$$

$$c_{13}^E = \frac{-s_{13}^E}{s_{33}^E (s_{11}^E + s_{12}^E) - 2s_{13}^{E2}} \quad (227)$$

$$c_{66}^E = \frac{c_{11}^E - c_{12}^E}{2} \quad (228) \quad c_{11}^D = \frac{(s_{11}^D s_{33}^D - s_{13}^{D2})}{(s_{11}^D - s_{12}^D) [s_{33}^D (s_{11}^D + s_{12}^D) - 2s_{13}^{D2}]} \quad (229)$$

$$c_{12}^D = \frac{(s_{13}^{D2} - s_{12}^D s_{33}^D)}{(s_{11}^D - s_{12}^D) [s_{33}^D (s_{11}^D + s_{12}^D) - 2s_{13}^{D2}]} \quad (230)$$

$$c_{13}^D = \frac{-s_{13}^D}{s_{33}^D (s_{11}^D + s_{12}^D) - 2s_{13}^{D2}} \quad (231)$$

$$c_{66}^D = \frac{c_{11}^D - c_{12}^D}{2} \quad (232) \quad (233)$$

$$e_{31} = d_{31} (c_{11}^E + c_{12}^E) + d_{33} c_{13}^E \quad (234)$$

$$e_{33} = k_t \sqrt{\varepsilon_{33}^S c_{33}^D} \quad (235)$$

$$e_{15} = k_t \sqrt{\varepsilon_{11}^S c_{44}^D} \quad (236)$$

$$h_{31} = \frac{e_{31}}{\varepsilon_{33}^S} \quad (237)$$

$$h_{33} = \frac{e_{33}}{\varepsilon_{33}^S} \quad (238)$$

$$h_{15} = \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}^S} \quad (239)$$

Dada las relaciones de simetría que existe entre las matrices, se pueden adicionar los siguientes elementos:

$$\begin{aligned}
 c_{21}^E &= c_{12}^E & c_{22}^E &= c_{11}^E & c_{31}^E &= c_{13}^E & c_{32}^E &= c_{13}^E \\
 c_{23}^E &= c_{13}^E & c_{55}^E &= c_{44}^E & c_{21}^D &= c_{12}^D & c_{22}^D &= c_{11}^D \\
 c_{31}^D &= c_{13}^D & c_{32}^D &= c_{13}^D & c_{23}^D &= c_{13}^D & c_{55}^D &= c_{44}^D
 \end{aligned} \tag{240}$$

$$\begin{aligned}
 s_{21}^E &= s_{12}^E & s_{22}^E &= s_{11}^E & s_{31}^E &= s_{13}^E & s_{32}^E &= s_{13}^E \\
 s_{23}^E &= s_{13}^E & s_{55}^E &= s_{44}^E & s_{21}^D &= s_{12}^D & s_{22}^D &= s_{11}^D \\
 s_{31}^D &= s_{13}^D & s_{32}^D &= s_{13}^{1D} & s_{23}^D &= s_{13}^D & s_{55}^D &= s_{44}^D
 \end{aligned} \tag{241}$$

$$\begin{aligned}
 d_{24} &= d_{15} & d_{32} &= d_{31} & g_{24} &= g_{15} & g_{32} &= g_{31} \\
 e_{24} &= e_{15} & e_{32} &= e_{31} & h_{24} &= h_{15} & h_{32} &= h_{31} \\
 & & \varepsilon_{22}^T &= \varepsilon_{11}^T & \varepsilon_{22}^S &= \varepsilon_{11}^S
 \end{aligned} \tag{242}$$

Con las ecuaciones anteriores se pueden calcular 12 elementos de la matriz de propiedades, sin embargo, sólo 10 son independientes entre sí. Para definir una matriz de propiedades coherentes se debe cumplir las siguientes condiciones:

$$c^E = \frac{1}{s^E} \tag{243} \quad c^D = \frac{1}{s^D} \tag{244} \quad \beta^T = \frac{1}{\varepsilon^T} \tag{245}$$

$$\beta^S = \frac{1}{\varepsilon^S} \tag{246} \quad d = g\varepsilon^T = es^E \tag{247} \quad e = h\varepsilon^S = dc^E \tag{248}$$

$$g = d\beta^T = hs^D \tag{249} \quad h = e\beta^S = gc^D \tag{250} \quad Y = \frac{1}{S} \tag{251}$$

Los componentes con los más altos errores debido a la inversión de la matriz son: s_{13} , c_{13} , s_{12} y c_{12} [207]. Por ello, en rigor, la obtención del conjunto completo de coeficientes de las matrices piezoeléctricas necesita de un algoritmo de minimización del error de las expresiones anteriores (192) a (242), que excede del contenido de un trabajo de esta Tesis.

Con esto en mente, en los siguientes apartados aplicaremos este protocolo de caracterización a las cerámicas Nb-PZT que se utilizarán en el detector PICO 500, y a un conjunto de cerámicas PZT para el diseño de los sensores de MODA-LS.

III.1.5 Aplicación al estudio de cerámicas piezoeléctricas de baja radioactividad (Nb-PZT) en PICO

Cerámicas radiopuras Nb-PZT analizadas. Como se ha comentado, para reducir los fondos en PICO, se están testeando cerámicas piezoeléctricas Nb-PZT manufacturadas específicamente para ello. En este apartado mostramos los estudios realizados en la caracterización de este material aplicando el protocolo DIN EN 50324-02 al conjunto de geometrías que se muestra en la Tabla III.2. Con ello se obtendrá el conjunto de coeficientes que definen las matrices piezoeléctricas y contrastarán con los de una cerámica de la cerámica comercial PIC255, que ha demostrado ser adecuada y suficientemente sensible para nuestros propósitos.

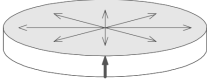

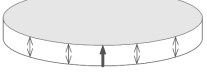

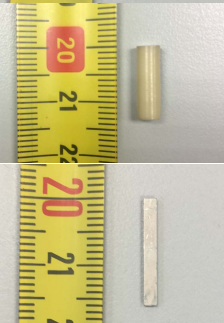
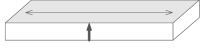

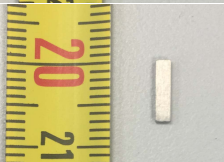
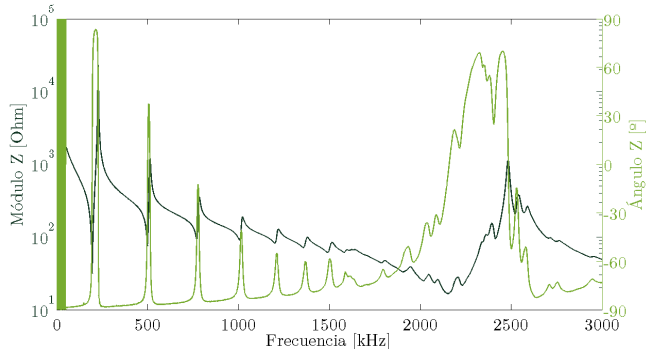
Modos	Cerámica	Geometría
 <p>Radial</p>		$d = 10 \text{ mm}$ $h = 1 \text{ mm}$
 <p>Espesor</p>		$d = 10 \text{ mm}$ $h = 1 \text{ mm}$
 <p>Longitudinal</p>		$d = 15 \text{ mm}$ $h = 4 \text{ mm}$
 <p>Transversal</p>		$l = 16,0 \text{ mm}$ $b = 1,9 \text{ mm}$ $h = 0,9 \text{ mm}$
 <p>Cizalla</p>		$l = 7,5 \text{ mm}$ $b = 1,8 \text{ mm}$ $h = 0,9 \text{ mm}$

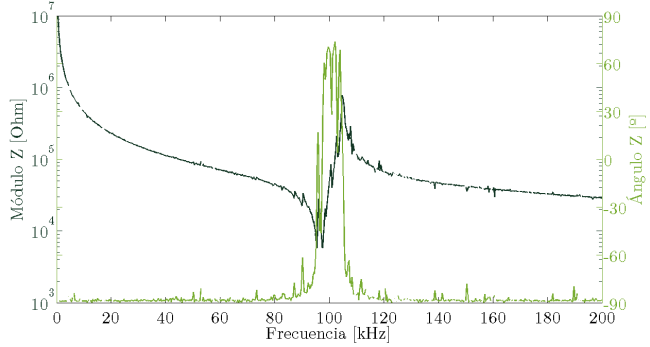
Tabla III.2. Dimensiones de las cerámicas Nb-PZT medidas y modos de vibración fundamentales a los que van asociadas.

Para asegurarnos de la repetitividad de las medidas, se realizaron tres medidas de la impedancia para cuatro muestras de las mismas dimensiones de cada geometría. En la siguiente Figura III.12 mostramos las curvas de impedancia características para cada modo, tanto su módulo como su fase. Marcamos las frecuencias de resonancia y antirresonancia asociadas a cada uno de los modos que, como se observa, corresponden a los mínimos y máximos del módulo de la impedancia, y al paso por cero de su fase.

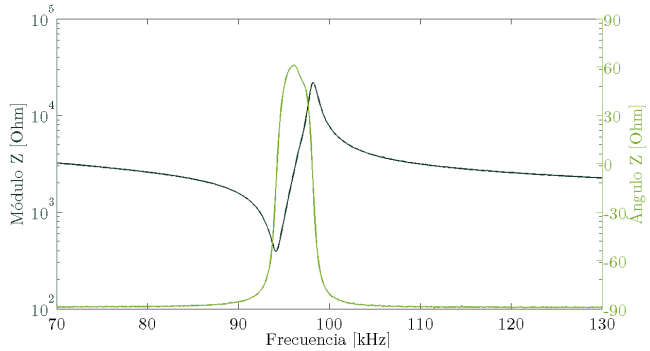
Modo radial y
Modo espesor
Disco Nb-PZT
d=10 mm
h=1 mm



Modo longitudinal
Cilindro Nb-PZT
d=4 mm
h=15 mm



Modo transversal
Placa Nb-PZT
l=16 mm
b=1,9 mm
h=0,9 mm



Modo cizalla
Placa Nb-PZT
l=7,5 mm
b=1,8 mm
h=0,9 mm

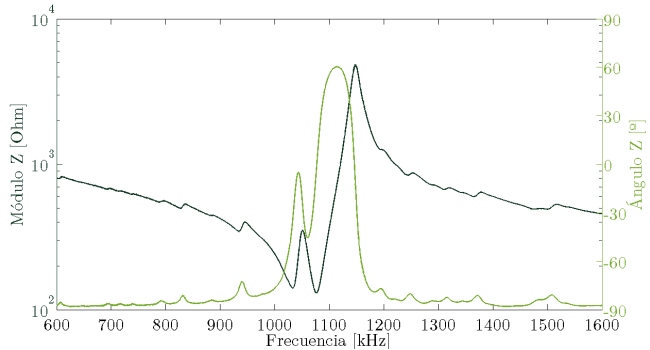


Figura III.12. Impedancias medidas (módulo y fase) de las cerámicas Nb-PZT. Se marcan las frecuencias de resonancia y antirresonancia de cada uno de los modos.

Factores de acoplamiento electromecánico. A partir de las curvas de impedancia anteriores, se obtiene las siguientes frecuencias de resonancia y antirresonancia asociadas a cada modo de vibración, tal como se muestra en la Tabla III.3. Cabe mencionar que se observó cierta desviación, aunque despreciable, al escoger las frecuencias de resonancia y antirresonancia mediante el módulo de la impedancia (mínimo y máximo, respectivamente) respecto a escogerlas mediante su fase (primer y segundo paso por cero). Aquí se muestran los valores obtenidos mediante el módulo de la impedancia.

Modo	f_r [kHz]	f_a [kHz]
Radial (p)	195,8	228,0
Espesor (t)	2152,0	2483,0
Longitudinal (33)	96,5	104,9
Transversal (31)	94,1	98,2
Cizalla (15)	1076,0	1148,0

Tabla III.3. Frecuencias de resonancia y antirresonancia asociadas a cada uno de los modos del material Nb-PZT medido.

El primer de los parámetros que podemos comparar es el factor de acoplamiento electromecánico pues se extraen directamente de las frecuencias de resonancia y antirresonancia de cada uno de los modos, aplicando las ecuaciones (172) a (176). La Tabla III.4 muestra los resultados obtenidos, y los comparamos con los ofrecidos por el fabricante de las cerámicas PIC255, de gran sensibilidad cuando se utiliza como receptor acústico, con las que se ha trabajado. Los valores obtenidos son algo inferiores en todos los modos, salvo el espesor, pero relativamente elevados para poderse utilizar como elemento activo en los sensores acústicos de PICO.

Modo	k_{NbPZT}	k_{PIC255}
Radial (p)	0,578	0,620
Espesor (t)	0,538	0,471
Longitudinal (33)	0,428	0,691
Transversal (31)	0,318	0,351
Cizalla (15)	0,382	0,661

Tabla III.4. Factores de acoplamiento electromecánico para los materiales en estudio.

Adicionalmente, se ha realizado un la medida de la densidad del material para poder de las cerámicas. Para ello, para cada una de las muestras, se ha procedido a su pesado con báscula digital de precisión y medida con un pie de rey, obteniendo una densidad global de: $\rho = 8150.0 \text{ kg/m}^3$.

Matrices piezoeléctricas. A partir de los frecuencias de resonancia de la Tabla III.3, de los factores de acoplamiento de la Tabla III.4, de la densidad del material piezoeléctrico y de las dimensiones de cada geometría empleada, se han obtenido el conjunto completo de constantes que definen todas las matrices del efecto de piezoelectricidad, en sus diferentes formas, aplicando las ecuaciones (192) a (242). La Tabla III.5 muestra los valores obtenidos, comparados con los típicos de la cerámica comercial PIC255. Con ello, podemos obtener el comportamiento piezoeléctrico de una geometría arbitraria de cerámica Nb-PZT a partir de la implementación numérica de las correspondientes ecuaciones piezoeléctricas.

	<i>NbPZT</i>	<i>PIC255</i>		<i>NbPZT</i>	<i>PIC255</i>
s_{11}^E	$1,540 \cdot 10^{-11}$	$1,590 \cdot 10^{-11}$	s_{11}^D	$1,384 \cdot 10^{-11}$	$1,393 \cdot 10^{-11}$
s_{12}^E	$-6,105 \cdot 10^{-12}$	$-5,700 \cdot 10^{-12}$	s_{12}^D	$-7,658 \cdot 10^{-12}$	$-7,660 \cdot 10^{-12}$
s_{13}^E	$-5,644 \cdot 10^{-12}$	$-7,376 \cdot 10^{-12}$	s_{13}^D	$-3,569 \cdot 10^{-12}$	$-2,945 \cdot 10^{-12}$
s_{33}^E	$1,516 \cdot 10^{-11}$	$2,097 \cdot 10^{-11}$	s_{33}^D	$1,238 \cdot 10^{-11}$	$1,100 \cdot 10^{-11}$
s_{44}^E	$3,363 \cdot 10^{-11}$	$4,492 \cdot 10^{-11}$	s_{44}^D	$2,873 \cdot 10^{-11}$	$2,530 \cdot 10^{-11}$
s_{66}^E	$4,300 \cdot 10^{-11}$	$4,320 \cdot 10^{-11}$	s_{66}^D	$4,300 \cdot 10^{-11}$	$4,320 \cdot 10^{-11}$
c_{11}^E	$1,215 \cdot 10^{11}$	$1,230 \cdot 10^{11}$	c_{11}^D	$1,440 \cdot 10^{11}$	$1,300 \cdot 10^{11}$
c_{12}^E	$7,499 \cdot 10^{10}$	$7,670 \cdot 10^{11}$	c_{12}^D	$9,790 \cdot 10^{10}$	$8,350 \cdot 10^{10}$
c_{13}^E	$7,316 \cdot 10^{10}$	$7,025 \cdot 10^{10}$	c_{13}^D	$6,980 \cdot 10^{10}$	$5,730 \cdot 10^{10}$
c_{33}^E	$1,204 \cdot 10^{11}$	$9,711 \cdot 10^{10}$	c_{33}^D	$1,694 \cdot 10^{11}$	$1,220 \cdot 10^{11}$
c_{44}^E	$2,973 \cdot 10^{10}$	$2,226 \cdot 10^{10}$	c_{44}^D	$3,448 \cdot 10^{10}$	$3,949 \cdot 10^{10}$
c_{66}^E	$2,325 \cdot 10^{10}$	$2,315 \cdot 10^{10}$	c_{66}^D	$2,330 \cdot 10^{10}$	$2,320 \cdot 10^{10}$
d_{31}	$-1,550 \cdot 10^{10}$	$-1,740 \cdot 10^{10}$	g_{31}	$-1,000 \cdot 10^{-2}$	$-1,130 \cdot 10^{-2}$
d_{15}	$2,673 \cdot 10^{10}$	$5,350 \cdot 10^{10}$	g_{15}	$1,832 \cdot 10^{-2}$	$3,550 \cdot 10^{-2}$
d_{33}	$2,071 \cdot 10^{10}$	$3,940 \cdot 10^{10}$	g_{33}	$1,337 \cdot 10^{-2}$	$2,540 \cdot 10^{-2}$
e_{31}	-15,33	-7,15	h_{31}	$-2,090 \cdot 10^9$	$-9,430 \cdot 10^8$
e_{15}	7,95	11,90	h_{15}	$2,587 \cdot 10^9$	$1,810 \cdot 10^9$
e_{33}	18,95	13,70	h_{33}	$6,374 \cdot 10^8$	$1,540 \cdot 10^9$

Tabla III.5. Coeficientes de las matrices piezoeléctricas para el Nb-PZT obtenidos mediante la medida experimental de las cerámicas.

En general, se pueden observar son bastantes similitudes entre coeficientes c y d de ambas cerámicas, así como algunas diferencias entre el resto de coeficientes. Con todo, del mismo orden de magnitud.

Dado que el material Nb-PZT ha sido manufacturado de forma explícita para la colaboración PICO, teniendo en cuenta, sobre todo, la necesidad de radiopureza en el material, no se disponen de las habituales fichas con su caracterización con las que contrastar estos valores obtenidos. Por ello, en el siguiente apartado III.1.6 se va a aplicar este protocolo de obtención de coeficientes piezoeléctricos de una forma más sistemática a tres materiales comerciales distintos y los resultados se compararán con los ofrecidos por el fabricante. El material allí empleado será el que se utilice para el diseño de los sensores para MODA-LS pero, el contraste de las simulaciones numéricas y modelos numéricos de las curvas de impedancia, nos permitirán afianzar nuestras herramientas de caracterización de materiales piezoeléctricos para futuros sensores realizados con Nb-PZT en los detectores PICO.

III.1.6 Aplicación a la optimización de cerámicas piezoeléctricas para los sensores de MODA-LS

En el apartado anterior, se ha aplicado el protocolo establecido por el estándar DIN EN 50324 para caracterizar las cerámicas radiopuras Nb-PZT que se utilizarán en los sensores acústicos de la siguiente generación de detectores PICO. En el presente apartado, por una parte, vamos a estudiar con más detalle la aplicabilidad de las condiciones de este estándar y, por otra, aplicar los modelos analíticos y numéricos para establecer criterios de diseño y optimización de la geometría de una cerámica piezoeléctrica que mejor se adapte a las necesidades de los sensores acústicos de MODA-LS.

Para ello, se ha partido de un conjunto de cerámicas PZT (materiales PIC 151, PIC 155 y PIC 255, facilitados por el fabricante PI-Ceramics²³), cuyas propiedades son bien conocidas (el fabricante facilita los valores de los coeficientes de las matrices piezoeléctricas), y cuya geometría se adapta a las dimensiones de las cajas de metacrilato propuestas para este detector. Con estas cerámicas, se testearán los modelos analíticos y numéricos expuestos en el *apartado III.1.2* y, con ello, entenderemos el comportamiento de cada uno de los modos que intervienen en las medidas. Además, estableceremos un protocolo para encontrar, de entre ellas, la geometría óptima que más se adapte a nuestras necesidades, es decir, aquella que presente una menor eficiencia electromecánica (respuesta más plana), menores frecuencias de resonancia (sensibilidad a las frecuencias inferiores a 100 kHz), y menor volumen (por condiciones de contaminación radiológica del detector). La geometría resultante será la empleada posteriormente, en la siguiente *Sección III.2*, para el diseño de los sensores acústicos de MODA-LS. Allí, se compararán diversos materiales con esta geometría respecto a otras para comprobar y contrastar, desde el punto de vista de la sensibilidad acústica que, efectivamente la cerámica elegida es la que mejor se adapta a las necesidades de los sensores acústicos para un detector de partículas de bajo fondo.

Respecto a las medidas experimentales, en este apartado mostramos el montaje experimental realizado para la obtención de las frecuencias de resonancia y antirresonancia de cada uno de los modos, así como la relación entre los coeficientes obtenidos y los facilitados por el fabricante. Esta será la base para hacer una disertación sobre la aplicabilidad del estándar utilizado.

Respecto a los modelos numéricos, las impedancias de los modos de vibración radial, espesor, longitudinal, transversal y cizalla se contrastarán con las obtenidas mediante medida en el laboratorio. Recalculando los coeficientes de las matrices piezoeléctricas a partir de las frecuencias de resonancia y antirresonancia obtenidas en estas simulaciones, estableceremos la bondad de estas herramientas de simulación.

Los estudios realizados en este apartado están siendo aplicados a la optimización de las cerámicas piezoeléctricas Nb-PZT, estudiadas en el *apartado III.1.5*, para la elección de una geometría que mejor se adapta a las necesidades de los sensores de PICO 500.

²³ En general: <https://www.piceramic.com/en/en/>, para España: <http://www.pimicos.es/>

Caracterización de materiales piezocerámicos. Para testear el protocolo de obtención de todo el conjunto de coeficientes de las matrices piezoeléctricas para un material cerámico dado, se emplean tres materiales de la compañía PI-Ceramic: los PIC 151, PIC 155 y PIC 255, basados en una modificación del Titanato Zirconato de Plomo (PZT) y el titanato de bario. Las propiedades y características generales, facilitados por el fabricante, se muestran en la Tabla III.6.

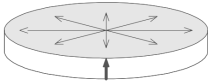

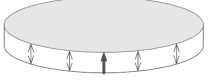







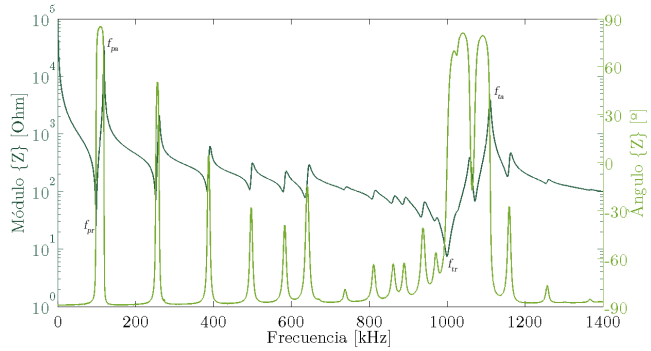
Modos	Geometría	Parámetros	PIC 151	PIC 155	PIC 255
 <p>Radial</p>		k_p	0,663	0,588	0,620
		N_p	1915	1998	2000
		d [mm]	25	25	20
		h [mm]	2	2	2
		f_r [kHz]	79,92	79,92	100
 <p>Espesor</p>		k_t	0,528	0,480	0,441
		N_t	2118	2154	2118
		d [mm]	25	25	20
		h [mm]	2	2	2
		f_r [kHz]	1059	1077	1000
 <p>Longitudinal</p>		k_{33}	0,697	0,657	0,691
		N_{33}	1817	1784	1710
		d [mm]	3	9	3
		h [mm]	10	26	7,1
		f_a [kHz]	181,70	68,61	240,84
 <p>Transversal</p>		k_{31}	0,382	0,348	0,351
		N_{31}	1384	1412	1420
		l [mm]	25	25	20
		b [mm]	5	4	3
		f_a [kHz]	55,36	58,48	71,00
 <p>Cizalla</p>		k_{15}			0,661
		N_{15}			1125
		l [mm]			7
		b [mm]	-	-	6
		f_a [kHz]			1500

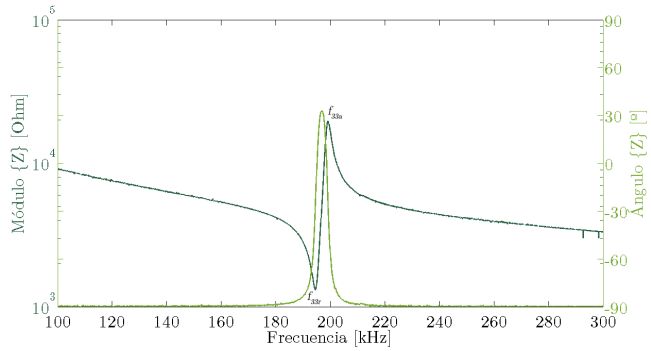
Tabla III.6. Frecuencias de resonancia dependientes de la geometría para cada material piezoeléctrico según valores de fabricante.

El objetivo es comparar los coeficientes obtenidos en laboratorio, aplicando el protocolo de la norma DIN EN 50324-02 a los tres materiales piezoeléctricos en estudio, con los valores facilitados por el fabricante. Para ello, a modo de ejemplo ilustrativo, mostramos en la Figura III.13 las curvas de impedancia medidas para las cuatro cerámicas PIC255, dado que es el único material con todas las geometrías necesarias para evaluar todas las componentes matriciales. En ellas marcamos las frecuencias de resonancia y antirresonancia asociadas a cada uno de los modos.

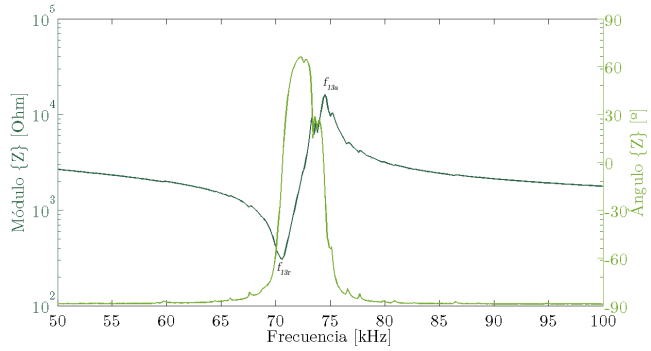
Disco PIC255
 $d=20, h=2$ [mm]
 Modo radial
 Modo espesor



Cilindro PIC255
 $d=3, h=7.1$ [mm]
 Modo longitudinal



Placa PIC255
 $l=20, b=3, h=1$ [mm]
 Modo transversal



Placa PIC255
 $l=7, b=6, h=0.75$ [mm]
 Modo cizalla

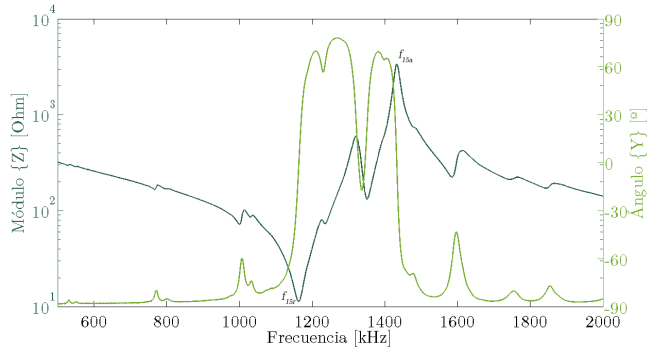


Figura III.13. Impedancias medidas de las geometrías PIC255. Se marcan las frecuencias de resonancia y antirresonancia de cada uno de los modos.

A partir de las curvas de impedancia anteriores, se obtiene las siguientes frecuencias de resonancia y antirresonancia asociadas a cada modo de vibración, para los tres materiales testeados, tal como se muestra en la Tabla III.7. Cada cerámica se ha medido tres veces para poder obtener el promedio y desviación de dichos valores. Cabe mencionar que se observó cierta desviación, aunque despreciable, al escoger las frecuencias de resonancia y antirresonancia mediante el módulo de la impedancia (mínimo y máximo, respectivamente) respecto a escogerlas mediante su fase (primer y segundo paso por cero). Aquí se muestran los valores obtenidos mediante el módulo de la impedancia.

	PIC 151		PIC 155		PIC 255	
	f_r [kHz]	f_a [kHz]	f_r [kHz]	f_a [kHz]	f_r [kHz]	f_a [kHz]
Radial	76,50	93,53	78,13	95,53	98,8	118,53
(p)	$\pm 0,00$	$\pm 0,06$	$\pm 0,23$	$\pm 0,15$	$\pm 0,10$	$\pm 0,15$
Espesor	959,34	1109,10	994,17	1115,10	998,93	1109,63
(t)	$\pm 1,33$	$\pm 0,10$	$\pm 1,53$	$\pm 1,01$	$\pm 0,80$	$\pm 1,48$
Longitudinal	137,83	140,67	51,17	53,33	193,87	198,43
(33)	$\pm 0,29$	$\pm 0,23$	$\pm 0,29$	$\pm 0,32$	$\pm 1,01$	$\pm 0,83$
Transversal	55,82	58,77	55,93	59,13	70,50	74,50
(31)	$\pm 0,08$	$\pm 0,06$	$\pm 0,40$	$\pm 0,33$	$\pm 0,26$	$\pm 0,17$
Cizalla					1157,00	1428,50
(15)	-	-	-	-	$\pm 8,49$	$\pm 6,36$

Tabla III.7. Frecuencias de resonancia y antirresonancia asociadas a cada uno de los modos de cada material piezoeléctrico medido.

El primer de los parámetros que podemos comparar es el factor de acoplamiento electromecánico pues se extraen directamente de las frecuencias de resonancia y antirresonancia de cada uno de los modos, aplicando las ecuaciones (172) a (176). La Tabla III.8 muestra los resultados obtenidos. Se puede observar que las desviaciones de los valores obtenidos experimentalmente son inferiores al 10 %, salvo en el caso de los modos longitudinales de los cilindros (valor k_{33}). Con ello, podemos concluir que las frecuencias obtenidas en cada modo son correctas, y que el método en estudio proporciona resultados coherentes con los valores facilitados por el fabricante.

	PIC 151		PIC 155		PIC 255	
	Fabricante	Medido	Fabricante	Medido	Fabricante	Medido
k_p	0,663	0,651	0,588	0,649	0,620	0,621
k_t	0,528	0,539	0,480	0,491	0,471	0,471
k_{33}	0,697	0,238	0,657	0,312	0,691	0,242
k_{31}	0,382	0,350	0,348	0,349	0,351	0,351
k_{15}	-	-	-	-	0,661	0,628

Tabla III.8. Factores de acoplamiento electromecánico para los materiales en estudio.

La razón de la desviación del factor de acoplamiento electromecánico k_{33} estriba en que, en las medidas realizadas, las cerámicas cilíndricas no están resonando en el ancho de banda esperado para el modo longitudinal. Más adelante, analizaremos con mayor profundidad el comportamiento de este modo, y su influencia en el factor electromecánico. Aquí, para los cálculos posteriores, asumiremos el valor del k_{33} del fabricante junto con todos los demás obtenidos experimentalmente.

A partir de los factores de acoplamiento de la Tabla III.8, de las densidades de cada material piezoeléctrico y de las dimensiones de cada geometría empleada, se han obtenido el conjunto completo de constantes que definen todas las matrices del efecto de piezoelectricidad, en sus diferentes formas, aplicando las ecuaciones (192) a (242). Dado que esta lista de coeficientes es extensa, nos limitaremos aquí a mostrar y comparar los valores de las constantes de elasticidad c , de permitividades elécticas ϵ , y de los coeficientes piezoeléctricos de tensión e , que son las estrictamente necesarias para realizar las simulaciones numéricas, tal como muestran las ecuaciones (169) a (170). La Tabla III.9 muestra los valores obtenidos para los tres materiales en estudio.

	PIC 151		PIC 155		PIC 255	
	Fabricante	Medido	Fabricante	Medido	Fabricante	Medido
c_{11}^E	$1,076 \cdot 10^{11}$	$1,070 \cdot 10^{11}$	$1,108 \cdot 10^{11}$	$1,072 \cdot 10^{11}$	$1,230 \cdot 10^{11}$	$1,337 \cdot 10^{11}$
c_{12}^E	$6,312 \cdot 10^{10}$	$6,300 \cdot 10^{10}$	$6,326 \cdot 10^{10}$	$6,313 \cdot 10^{10}$	$7,670 \cdot 10^{10}$	$6,189 \cdot 10^{10}$
c_{13}^E	$6,385 \cdot 10^{10}$	$6,385 \cdot 10^{10}$	$6,896 \cdot 10^{10}$	$6,886 \cdot 10^{10}$	$7,025 \cdot 10^{10}$	$6,120 \cdot 10^{10}$
c_{33}^E	$1,004 \cdot 10^{11}$	$1,012 \cdot 10^{11}$	$1,108 \cdot 10^{11}$	$1,108 \cdot 10^{11}$	$9,711 \cdot 10^{10}$	$9,364 \cdot 10^{10}$
c_{44}^E	$1,962 \cdot 10^{10}$	$1,924 \cdot 10^{10}$	$1,909 \cdot 10^{10}$	$1,911 \cdot 10^{10}$	$2,226 \cdot 10^{10}$	$2,003 \cdot 10^{10}$
c_{66}^E	$2,224 \cdot 10^{10}$	$2,221 \cdot 10^{10}$	$2,380 \cdot 10^{10}$	$2,379 \cdot 10^{10}$	$2,315 \cdot 10^{10}$	$2,242 \cdot 10^{10}$
e_{31}	-9,60	-9,50	-5,60	-5,75	-7,15	-6,60
e_{33}	13,02	15,10	12,80	14,13	13,70	15,93
e_{15}	12,20	12,20	10,30	10,28	11,90	11,30
ϵ_{11}^S	1110	1110	873	873	930	292
ϵ_{33}^S	852	852	680	680	857	822

Tabla III.9. Coeficientes de las matrices piezoeléctricas obtenidos mediante la medida experimental de las cerámicas.

Analizando los valores de la tabla, vemos que la aplicación del método de la impedancia descrito por la norma DIN EN 50324 para la obtención de los parámetros que caracterizan una cerámica piezoeléctrica a partir de las medidas de impedancia ha dado buenos resultados en la mayoría de coeficientes obtenidos, salvo en el caso del parámetro k_{33} , correspondiente a las medidas con el cilindro. Esto puede deberse a que los cilindros utilizados están en el límite de cumplir las condiciones dimensionales de dicha norma ($h/d=2,5$): $h/d=10/3=3,0$ (PIC 151); $h/d=26/9=2,9$ (PIC 151); $h/d=7,1/3/=2,4$ (PIC 255). Además, la cerámica no cumplen las condiciones más restrictivas de relación diámetro respecto al radio, tal como proponen otros autores [208] [209] [210] [211]. También puede influir un error fruto de la inversión de matrices, tal como se ha expuesto en el apartado III.1.2. Como allí se comenta, la solución en este caso debe pasar por un algoritmo de minimización del error que puede ser un tema específico para posteriores trabajos.

Simulación de cerámicas. A partir de los coeficientes obtenidos, podemos implementar simulaciones numéricas para obtener la impedancia de una cerámica concreta, y contrastarla tanto con las curvas obtenidas experimentalmente como con los resultados numéricos obtenidos mediante los datos del fabricante. Además, tal como veremos a lo largo de este apartado, este tipo de estudios nos permitirá optimizar la geometría que mejor se adapte a las necesidades de diseño de un sensor acústico.

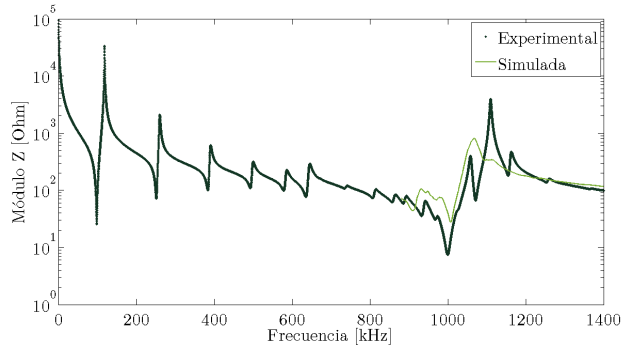
Las Figura III.14 muestra algunos de los módulos de la impedancia simulados utilizando los coeficientes facilitados por el fabricante, para el caso del material PIC 255, contrastado con las curvas de impedancia medidas. Podemos observar que, para cada modo, ambas curvas se asemejan bastante sobre todo a bajas frecuencias (modo radial, longitudinal y transversal), y que para frecuencias más elevadas (modo espesor y cizalla) las curvas obtenidas numéricamente son menos precisas, presentando variaciones locales importantes. Esto puede deberse a que en bajas frecuencias, el mayado es relativamente grande y las pérdidas no son excesivamente importantes mientras que, para altas frecuencias, la precisión de las dimensiones de la geometría así como el efecto de las pérdidas es crítico. Una forma adicional y más precisa de validar las simulaciones es aplicar el protocolo de la DIN EN 50324 directamente a las impedancias simuladas, para obtener de nuevo todos coeficientes de las matrices piezoeléctricas, y contrastarlos con los del fabricante. Con ello, obtenemos el siguiente Tabla III.10, en la que vemos la similitud entre ambos conjuntos de valores.

	PIC 151		PIC 155		PIC 255	
	Fabricante	Simulación	Fabricante	Simulación	Fabricante	Simulación
c_{11}^E	$1,070 \cdot 10^{11}$	$1,076 \cdot 10^{11}$	$1,072 \cdot 10^{11}$	$1,108 \cdot 10^{11}$	$1,208 \cdot 10^{11}$	$1,230 \cdot 10^{11}$
c_{12}^E	$6,300 \cdot 10^{12}$	$6,312 \cdot 10^{12}$	$6,313 \cdot 10^{10}$	$6,326 \cdot 10^{10}$	$7,455 \cdot 10^{10}$	$7,67 \cdot 10^{10}$
c_{13}^E	$6,385 \cdot 10^{12}$	$6,385 \cdot 10^{12}$	$6,886 \cdot 10^{10}$	$6,896 \cdot 10^{10}$	$6,794 \cdot 10^{10}$	$7,025 \cdot 10^{10}$
c_{33}^E	$1,012 \cdot 10^{11}$	$1,004 \cdot 10^{11}$	$1,108 \cdot 10^{11}$	$1,108 \cdot 10^{11}$	$9,493 \cdot 10^{10}$	$9,711 \cdot 10^{10}$
c_{44}^E	$1,924 \cdot 10^{10}$	$1,962 \cdot 10^{10}$	$1,911 \cdot 10^{11}$	$1,909 \cdot 10^{10}$	$2,223 \cdot 10^{10}$	$2,226 \cdot 10^{10}$
c_{66}^E	$2,211 \cdot 10^{10}$	$2,224 \cdot 10^{10}$	$2,379 \cdot 10^{10}$	$2,380 \cdot 10^{10}$	$2,314 \cdot 10^{10}$	$2,315 \cdot 10^{10}$
e_{31}	-9,50	-9,60	-5,75	-5,60	-7,27	-7,15
e_{33}	15,10	13,02	14,13	12,80	14,17	13,70
e_{15}	12,00	12,20	10,28	10,30	11,91	11,90
ε_{11}^S	1110	1110	873	873	1008	930
ε_{33}^S	852	852	680	680	822	857

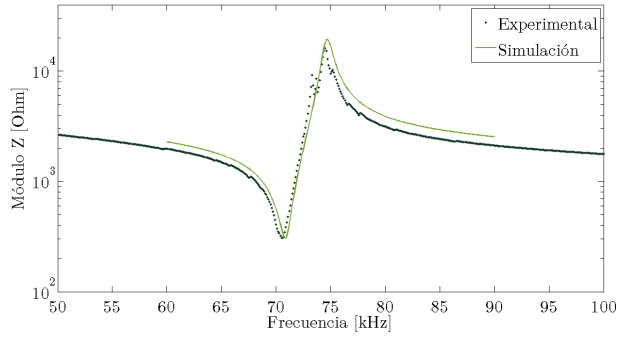
Tabla III.10. Coeficientes de las matrices piezoeléctricas obtenidos mediante simulación numérica de las cerámicas.

Para estudiar con más detalle la desviación del factor de acoplamiento electromecánico del modo longitudinal, se han realizado una serie de simulaciones con una cerámica cilíndrica variando distintos parámetros, como el mallado, la relación geométrica, las pérdidas mecánicas y dieléctricas pero en ningún caso se observó un valor semejante al esperado según el fabricante. Efectivamente, en estos estudios, no se encontró una relación entre la geometría y el resultado del coeficiente de acoplamiento electromecánico, por lo que se concluye que este factor es independiente del largo del cilindro. Entonces, debemos asociar la desviación a problemas en la metodología empleada para la medición de la impedancia y, de ella, las frecuencias de resonancia del modo longitudinal.

Modo radial
 Modo espesor
 Disco PIC255
 $d=20$ mm
 $h=2$ mm



Modo transversal
 Placa PIC255
 $l=20$ mm
 $b=3$ mm
 $h=1$ mm



Modo cizalla
 Placa PIC255
 $l=7$ mm
 $b=6$ mm
 $h=0,75$ mm

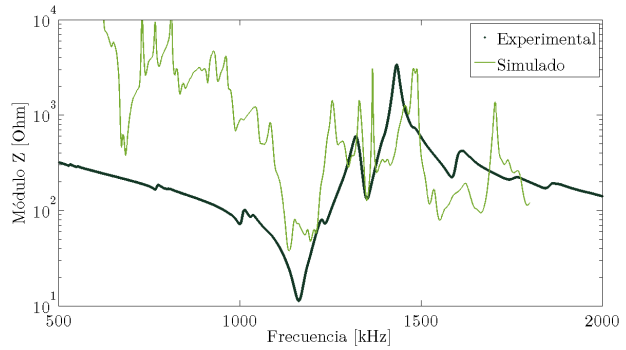


Figura III.14. Impedancias simuladas de las geometrías PIC255 con los coeficientes del fabricante y medidas en laboratorio.

Velocidad del sonido. Como se ha visto en el *apartado III.1.2*, la velocidad de las vibraciones en una cerámica para cada modo o dirección de vibración puede ser estimada teóricamente mediante las ecuaciones (177) a (180). Por otro lado, tal como se vio en el *apartado II.2.4*, la velocidad de propagación de la onda longitudinal en un sólido puede obtenerse mediante la técnica del eco-impulso. En el caso de las cerámicas piezoeléctricas tipo disco, podemos determinar la velocidad de propagación del modo espesor (modo t) con esta técnica. Complementariamente, podemos utilizar el análisis de impedancia de la cerámica para encontrar un método alternativo de obtener la velocidad de propagación del modo espesor de los discos. En este caso, la frecuencia de resonancia fundamental nos indica la frecuencia en que la cerámica oscila en media longitud de onda, es decir, su vibración es tal que su espesor cumple: $L = \lambda/2$. Con ello podemos obtener la velocidad en que se propaga la onda en este modo mediante la relación: $v_t = \lambda f = 2Lf$.

Una vez obtenidos cada uno de los coeficientes que caracterizan las cerámicas piezoeléctricas PIC 151, PIC 155 y PIC 255, vamos a calcular la velocidad del sonido en el modo espesor de las cerámicas tipo disco según el valor esperado de la ecuación (180), tanto a partir de los valores del fabricante como los calculados en este trabajo. Además, se comparan las velocidades del sonido obtenidas mediante la técnica del eco-impulso, tal como se ha descrito en el *apartado III.1.4*. Los resultados se muestran en la Tabla III.11, así como la desviación porcentual de los valores respecto de los obtenidos con eco-impulso.

Cerámica testeada	Técnica del eco-impulso	Según datos del fabricante	Técnica de la impedancia
PIC 151 d=25mm h=2mm	4499,5	4235,4 (-6%)	4670,0 (+4%)
PIC 155 d=25mm h=2mm	4480,4	4307,8 (-4%)	4784,9 (+7%)
PIC 255 d=20mm h=2mm	4491,2	3955,0 (-12%)	4668,5 (+4%)

Tabla III.11. Valores de la velocidad del sonido a partir de datos del fabricante, por medio del eco-impulso, y con la técnica de impedancia.

Vemos que, tomando como referencia los valores obtenidos experimentalmente con la técnica del eco-impulso, tanto los valores esperados según los datos del fabricante como los resultados obtenidos a partir del análisis de la impedancia, presentan una desviación inferior al 12%. A pesar de que dicha desviación pueda ser importante, no podemos asegurarnos de que el valor teórico sea el esperado dado que, como se ha comentado, los coeficientes únicamente son válidos para cada uno de los modos, sin interacción entre ambos y, además, estrictamente no pueden ser utilizados para la implementación numérica.

Estudio de la eficiencia electromecánica. Una vez testeadas nuestras herramientas de caracterización y simulación de cerámicas piezoeléctricas, hemos planteado el problema de la optimización de cerámicas para una mejor eficiencia electromecánica conservando, a la vez, un ancho de banda, es decir, sin demasiada influencia de una frecuencia respecto a las demás que se encuentran próximas al rango donde se desee trabajar. En este sentido, como se ha comentado anteriormente, para el diseño de transductores acústicos en detectores de cámaras de burbujas, se precisa de un ancho de banda desde pocos kilohertzios hasta el orden de los 100 kHz.

Para encontrar las proporciones adecuadas de una cerámica circular que se ajuste a estas necesidades, en este apartado, se testearon numérica y analíticamente un amplio rango de relaciones diámetro-radio (d/h), abarcando desde discos casi-puros ($d/h = 0,5$) hasta cilindros casi-puros ($d/h = 20$). Se contrastan, además, los resultados con las medidas de cuatro cerámicas cilíndricas en este rango ($d/h = 2; 5; 10; 12,5$). A partir de cada una de las frecuencias resonancias f_r y antirresonancias f_a , estudiamos el comportamiento de las respectivas constantes de frecuencia N ($f_r \cdot d$ para modo radial, y $f_a \cdot h$ para modo espesor o longitudinal, según la relación geométrica) así como del correspondiente factor de acoplamiento electromecánico k , obtenido de forma genérica (171). Los resultados de estos estudios nos proporcionarán criterios de diseño en la elección de una proporción óptima para los transductores de MODA-LS, tal como se va a exponer en el resto de esta Sección.

Las siguientes Tabla III.12 y Tabla III.13 muestran los tamaños de cerámica estudiados analítica y numéricamente, incluyendo los de las cerámicas medidas experimentalmente. La elección de las cerámicas medidas se basa en la disponibilidad del fabricante mientras que, en las simuladas, hemos intentado tener una cantidad importante de cerámicas con el mismo diámetro y diferentes espesores, así como con el mismo espesor y diferentes diámetros.

d [mm]	10	10	10	10	10	10	5	10	7	10	13	15	18	20	22	24	25	30	35	40
h [mm]	20	17	15	10	7	5	2	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
d/h	0,5	0,6	0,7	1	1,4	2	2,5	3,3	3,5	5	6,5	7,5	9	10	11	12	12,5	15	17,5	20

Tabla III.12. Dimensiones de las cerámicas circulares estudiadas numérica y analíticamente.

d [mm]	10	10	20	25
h [mm]	2	2	2	2
d/h	2	5	10	12,5

Tabla III.13. Dimensiones de las cerámicas circulares medidas experimentalmente.

En primer lugar, mostramos en las Figura III.15 y Figura III.16, las cuatro primeras frecuencias de resonancia obtenidas para distintas cerámicas de la misma longitud $h = 2 \text{ mm}$ variando su diámetro, y para un mismo diámetro $d = 10 \text{ mm}$ variando el espesor, respectivamente. Las líneas sólidas representan los resultados analíticos, los círculos denotan los resultados de las simulaciones mientras que los cuadrados marcan los resultados experimentales. Al variar el diámetro observamos, en general, un buen ajuste entre los distintos métodos, salvo a partir del tercer modo, cuando las frecuencias están cerca de las frecuencias del modo de vibración en espesor, presentando un acople entre estos y los armónicos de los modos radiales. Además, la reducida relación d/h de la cerámica conduce a errores en el modelo analítico, basado en la teoría de membranas.

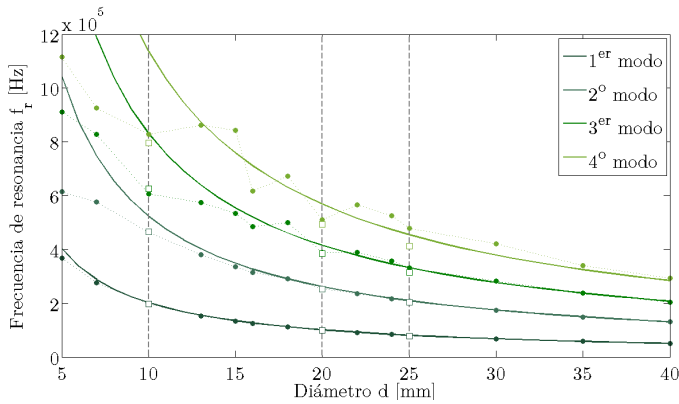


Figura III.15. Comportamiento de las frecuencias de resonancia respecto al diámetro de la cerámica, para un mismo espesor.

Al variar el espesor se observa, tanto experimental como numéricamente, que la frecuencia de los modos inferiores disminuye al aumentar el espesor, mientras que converge a la solución analítica para reducidos espesores. Efectivamente, los modos de resonancia radial del modelo analítico son independientes del espesor de la cerámica.

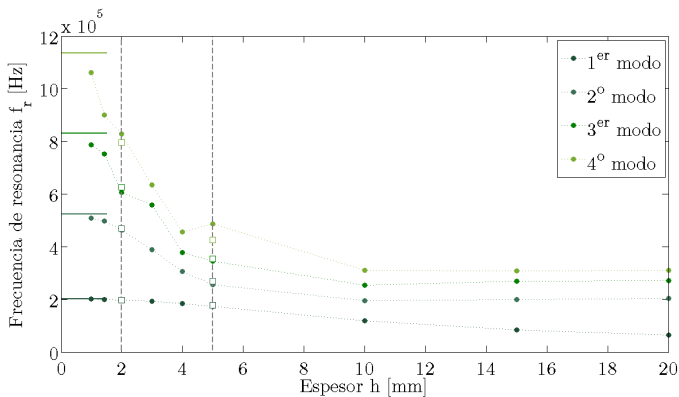


Figura III.16. Comportamiento de las frecuencias de resonancia respecto al espesor de la cerámica, para un mismo diámetro.

En segundo lugar, mostramos en la Figura III.17 el comportamiento del coeficiente de frecuencia $N_p = f_r \cdot d$. Esta gráfica muestra una clara diferencia entre el comportamiento de los discos y el de los cilindros pues, para $d/h > 10$, la constante de frecuencia permanece estable pero decrece rápidamente para valor $d/h < 4$. De acuerdo con [190], podemos concluir que las medidas de modos en discos deben realizarse para relaciones d/h mayores que los recomendados por los estándares de medición [191] [209].

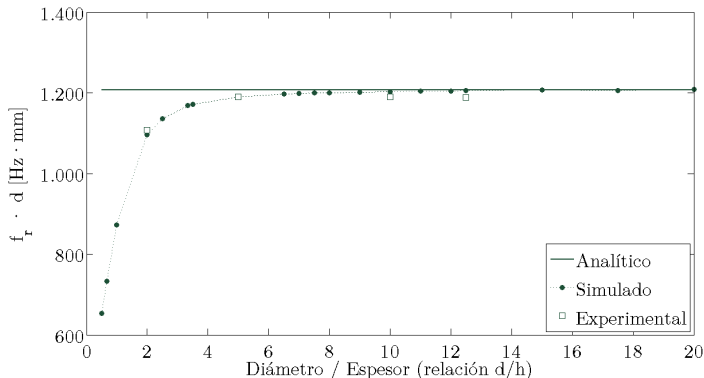


Figura III.17. Comportamiento de la constante de frecuencia en función de d/h .

A pesar de que los modos de alta frecuencia presentan mayor desviación entre los resultados medidos y esperados, resulta interesante mostrar el comportamiento de la constante de frecuencia en altas y bajas frecuencias. La Figura III.18 muestra el valor de $N_t = f_a \cdot h$ para los cuatro modos más bajos asociados a los modos radiales, junto con la constante de frecuencias para la frecuencia asociada al modo espesor de cada geometría. Los resultados analíticos y numéricos de los modos radiales están en concordancia con los valores experimentales, salvo para valores d/h pequeños, donde los valores aumentan rápidamente; mientras que la constante de frecuencia del modo espesor se mantiene prácticamente constante. Este comportamiento muestra claramente la diferencia entre ambos modos de vibración de las cerámicas circulares. Con esto, podemos predecir que, para reducidos valores d/h , tanto el modo radial como el espesor tendrán frecuencias similares, siendo posible que la frecuencia del modo espesor sea menor que la radial.

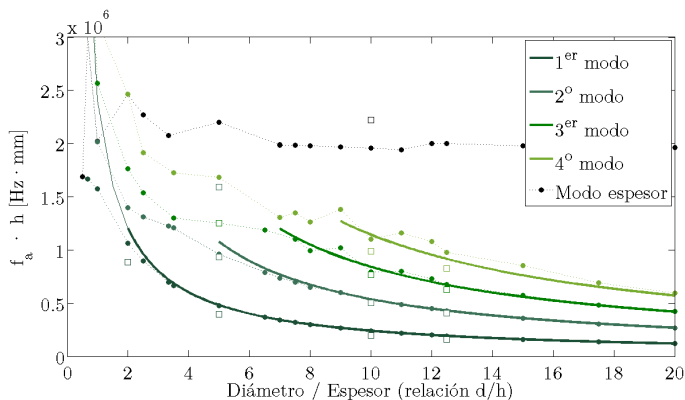


Figura III.18. Comportamiento de la constante de frecuencia para modos radiales y espesor, en función de la relación d/h .

En tercer lugar, cabe estudiar el comportamiento del factor de acoplamiento electromecánico k para las distintas geometrías. En la Figura III.19 se muestra el comportamiento de dicho factor independientemente para cada modo de vibración, en función de la relación d/h . Se observa que la mejor eficiencia para el modo radial más bajo aparece cuando $d/h < 1$ habiendo, además, un mínimo del segundo modo radial, lo cual nos sugiere que hay poca interacción entre modos [212]. Para rangos intermedios $1 < d/h < 10$, aparece un espectro vibracional más complejo, aumentando el acople entre modos y haciendo más complejo el diseño de transductores en este rango. En relaciones $d/h > 10$, se puede ver que el factor de acoplamiento para el modo más bajo permanece constante mientras decrecen suavemente los modos superiores. Estas conclusiones sobre el acople del coeficiente k son de gran importancia para el diseño de transductores.

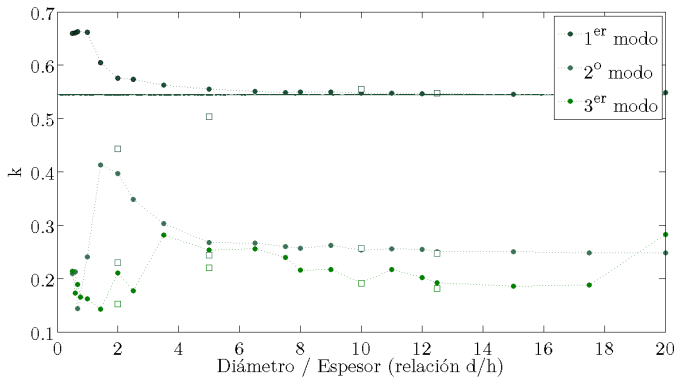


Figura III.19. Factor de acoplamiento electromecánico para el primero modo más bajo, en función de la relación d/h .

Adicionalmente, podemos expresar la relación entre modos a partir del coeficiente entre los factores de acoplamiento electromecánico entre el primer y el segundo modos más bajos, $k_{1er,modo}$ y $k_{2o,modo}$, respectivamente, tal como se observa en la Figura III.20.

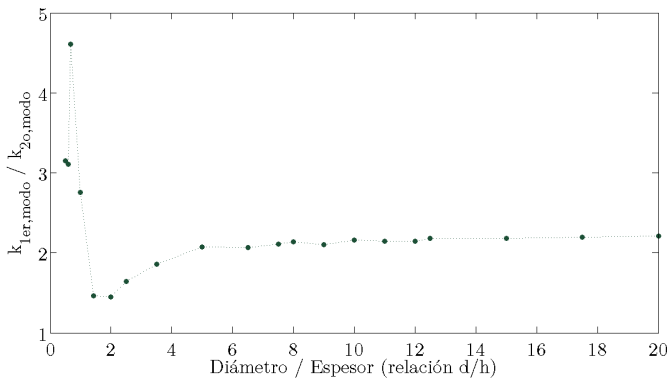


Figura III.20. Cociente entre los factores de acoplamiento electromecánico para los dos primeros modos más bajos, en función de la relación d/h .

Optimización de cerámicas. Como se ha comentado anteriormente, en el diseño de cerámicas piezoeléctricas para detectores de partículas con bajo fondo, debemos tener en cuenta la cantidad de material utilizado en la construcción de los sensores. En este caso, un parámetro adicional a tener en cuenta es la masa (o, equivalentemente, el volumen) de la cerámica. Entonces, dado que en el caso de cerámicas circulares como las que estamos estudiando en esta Tesis, el volumen de la misma depende del cuadrado del diámetro y es lineal con respecto del espesor, debemos reinterpretar los resultados anteriores en términos de la relación volumétrica para cada relación d/h .

Además, como se ha visto, de entre las Figura III.18 y Figura III.20 es posible entender el comportamiento diferenciado de las cerámicas circulares para cada relación d/h . Con ello, podemos encontrar un umbral adicional para el cociente de los factores de acoplamiento electromecánicos. En efecto, cuando $d/h < 1$, las frecuencias del modo espesor están por encima o cercanas a las del modo radial. Entonces, debido a la diferente naturaleza de los modos, se puede encontrar una gran variabilidad en el cociente entre los factores electromecánicos ($k_{1er,modo}/k_{2o,modo}$), hasta alcanzar valores de 4,5. Para geometrías con $1 < d/h < 6$, la frecuencia de resonancia más baja está asociada siempre al modo radial, con valores relativamente elevados pero con un coeficiente k_{1er}/k_{2o} más bajo (con un mínimo hacia 1,4), es decir, con una elevada interacción entre modos, resultando en una respuesta más homogénea en este rango de frecuencias. Para el caso $d/h > 6$, las frecuencias de resonancia disminuyen pero el cociente k_{1er}/k_{2o} se incrementa ligeramente, estabilizándose hacia un valor de 2,2. Entonces, deberíamos encontrar geometrías de cerámicas piezoeléctricas con un cociente entre factores de acoplamiento menor a este valor.

Vamos a aplicar aquí un procedimiento para extraer conclusiones concretas para la elección de cerámicas que cumplan ambas restricciones (umbral volumétrico y umbral del cociente entre factores de acoplamiento electromecánico). Este procedimiento se limitará a las cerámicas estudiadas experimental y numéricamente en esta Tesis, pero puede ser ampliado a un conjunto cualquiera de cerámicas piezoeléctricas con estas restricciones.

Para tener una primera aproximación a este problema de optimización, comparamos el comportamiento de tres de las cerámicas que hemos medido debido a su distinta relación d/h y distinto volumen. La siguiente tabla agrupa los resultados vistos en este apartado:

d [mm]	h [mm]	d/h [mm]	V [mm ³]	f_{r1} [kHz]	f_{a1} [kHz]	k_1 exp.	k_1 sim.	f_{r2} [kHz]	f_{a2} [kHz]	k_2 exp.	k_2 sim.	k_1/k_2 exp.	k_1/k_2 sim.
10	2	5	157,1	196,7	197,0	0,50	0,55	466,0	466,0	0,24	0,27	2,08	2,04
10	5	2	392,7	177,0	177,0	0,44	0,57	270,0	270,0	0,23	0,40	1,91	1,43
20	2	10	628,3	98,7	98,75	0,56	0,55	251,8	252,5	0,26	0,25	2,15	2,20

Entre estas cerámicas, para una aplicación de sensor acústico de banda ancha, ninguna geometría satisface los requisitos deseados de un volumen pequeño, bajas frecuencias, y un reducido coeficiente k_{1er}/k_{2o} . Sin embargo, teniendo en cuenta que el factor electromecánico influye notablemente en el comportamiento acústico al utilizar la cerámica como receptor acústico, decidiríamos escoger el caso $d/h = 2$ por presentar una respuesta acústica más plana, sin picos prominentes en ella [65]. Esta relación entre el factor electromecánico y la sensibilidad acústica de la cerámica utilizada como sensor se estudiará con más detalle en la siguiente *Sección III.2*.

Teniendo esto en cuenta, podemos generalizar el estudio al conjunto de cerámicas simuladas. La siguiente Figura III.21 muestra el volumen resultante de estas geometrías estudiadas, distinguiendo las que corresponden con un diámetro $d = 10$ mm (línea oscura) y a un espesor $h = 2$ mm (línea clara). Con ello, a partir de condiciones de contaminación radioactiva de un detector en concreto, podemos establecer un umbral máximo de volumen para cada uno de los sensores que se precisen en dicho detector. Como ejemplo, se elige aquí un umbral de $0,5 \text{ cm}^3$, de manera que todas las cerámicas por debajo de esta cota pueden utilizarse, cumpliendo la limitación de radiopureza para el sensor que se vaya a construir con él.

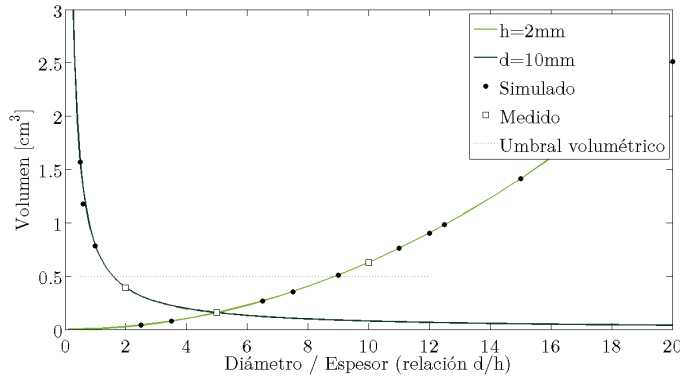


Figura III.21. Relación entre el volumen y la relación d/h para las cerámicas simulada.

Análogamente a la Figura III.20, la siguiente Figura III.22 muestra el comportamiento del cociente k_{1er}/k_{2o} con respecto al volumen de cada muestra simulada. En este caso, las curvas de ambas geometrías se han ajustado a los resultados por mínimos cuadrados, obteniendo un buen acuerdo con una relación $k_{1er}/k_{2o} \sim V^{-1}$. Se observa que, para las cerámicas con $h = 2$ mm, debemos utilizar volúmenes menores de $0,1 \text{ cm}^3$ para tener un acoplamiento bajo entre los modos inferiores, es decir $k_{1er}/k_{2o} < 2$ (la mayoría de estas geometrías presentan un relación $k_{1er}/k_{2o} = 2,2$, tal como se ha comentado anteriormente). Por otro lado, en las cerámicas con $d = 10$ mm, prácticamente todas las cerámicas que cumplen el umbral volumétrico presentan una relación $k_{1er}/k_{2o} < 2$.

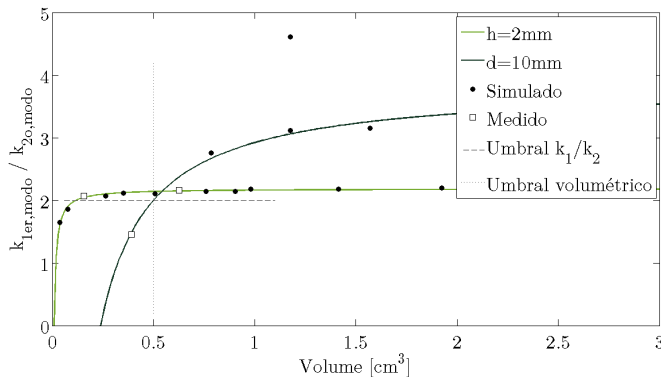


Figura III.22. Cociente entre los factores de acoplamiento electromecánico para los dos primeros modos más bajos, en función del volumen de cada cerámica.

Una vez que se han establecido los umbrales volumétricos (por criterios de radiopureza del detector) y de la relación entre factores de acoplamiento (por tener una respuesta lo más homogénea posible entre los modos de resonancia más bajos), se requiere que la cerámica responda a bajas frecuencias. En este punto, debemos ser cautelosos porque, en general, cuando el volumen es menor, también lo es la relación k_{1er}/k_{2o} , pero la frecuencia asociada a estos modos aumenta. La siguiente Figura III.23 muestra las frecuencias de resonancia fundamentales para cada muestra estudiada, en función del volumen de la misma, en la que se puede observar la geometría que minimiza la respuesta en frecuencia, cumpliendo los requisitos anteriores.

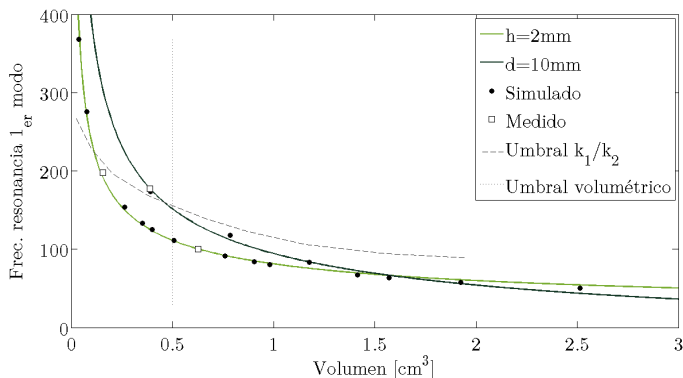


Figura III.23. Frecuencia de resonancia fundamental de cada una de cerámicas estudiadas, en función de su volumen.

De las tres figuras anteriores concluimos que, entre $1 < d/h < 6$ podemos encontrar geometrías que están por debajo del umbral volumétrico (Figura III.21). Entre ellas, las que cumplen que $1,5 < d/h < 4,5$ satisfacen la relación $k_{1er}/k_{2o} < 2$ (Figura III.22), es decir, un acoplamiento más pequeño entre los modos más bajos. Dentro de las geometrías resultantes, la que tiene una frecuencia fundamental más baja (Figura III.23) es que tiene una relación $d/h = 1,4$, con unas dimensiones $d = 10$ mm y $t = 7$ mm.

Vemos que estas dimensiones son similares a las de la cerámica medida experimentalmente con $d = 10$ mm y $t = 5$ mm ($d/h = 2$). Entonces, dado que las cerámicas aquí utilizadas son las facilitadas por el fabricante PI-Ceramics, y no siempre resulta sencillo disponer de las dimensiones de cerámica deseadas para un material dado, utilizaremos esta cerámica que ya disponemos para el diseño y construcción de los sensores acústicos para MODA-LS. Este estudio se desarrolla en la siguiente *Sección III.2*.

A pesar de que el estudio realizado en este apartado se ciñe a un conjunto de cerámicas de un mismo material piezoeléctrico, los mismos pasos desarrollados en él nos servirán para optimizar un mayor conjunto de cerámicas, por ejemplo, con mayores relaciones de diámetro y espesor. Esta protocolo se aplicará a la optimización de las cerámicas Nb-PZT para el detector PICO-500, que está en fase de propuesta y desarrollo por la Colaboración. Con ello, se minimizará la contaminación del detector por parte de las cerámicas alcanzando umbrales de detección con fondos cada vez más bajos.

III.2

Diseño, construcción y
calibración de sensores

ÍNDICE Sección III.2

III.2.1 Introducción	233
III.2.2 Tecnología de los transductores piezoeléctricos	234
Diseño de transductores piezoeléctricos.	234
Validación incremental.	236
Componentes de un sensor.	237
El elemento activo (PZT).	238
La capa de adaptación (ML).	238
La capa trasera (BK).	241
El encapsulado./La adaptación eléctrica./El preamplificador.	241
Sensibilidad de emisión: TVR	243
Sensibilidad de recepción: RVR	243
III.2.3 Solución al modelado de transductores piezoeléctricos	244
Métodos analíticos 1D.	244
Métodos numéricos 3D.	245
III.2.4 Caracterización de sensores acústicos	247
Equipamiento utilizado.	248
Transductores utilizados.	249
Emplazamientos utilizados.	250
Método de comparación directa.	251
Método de reciprocidad.	253
III.2.5 Reducción de ruido electromagnético	256
Influencia de las OEM.	256
OEM en hidrófonos.	257
OEM en piezoeléctricos.	258
Reducción de OEM.	259
III.2.6 Diseño de sensores libres	260
Elección de las cerámicas./Caracterización acústica de cerámicas libres.	260
Elección del ML./Caracterización acústica de cerámicas libres con ML.	263
Elección del BK./Caracterización acústica de cerámicas libres con BK (y sin ML).	266
III.2.7 Diseño de sensores pegados	268
Caracterización acústica de las cerámicas pegadas.	268
Sensibilidad de cerámicas pegadas con BK y con ML.	272
Resultados globales.	273
III.2.8 Aplicación al estudio de transductores superficiales para PICO	275
Descripción de las cerámicas planas.	275
Caracterización eléctrico-mecánica.	277
Caracterización acústica.	278
III.2.9 Aplicación a la caracterización de sensores en MOSCAB	279
Sistema de calibración.	279
Calibración en laboratorio.	280
Calibración en condiciones de operación.	281
III.2.10 Aplicación al diseño de sensores en MODA-LS	282
Diseño.	282
Construcción.	285
Caracterización.	287

III.2.1 Introducción

¿Qué se ha hecho?

En la Sección anterior se abordaron las cerámicas piezoeléctricas como elementos principales de los sensores acústicos, con aplicación a los detectores en estudio. En esta Sección, se amplía el estudio al diseño, caracterización y construcción de transductores piezoeléctricos. Este estudio toma interés dado que, como se ha comentado, en los detectores de bajo fondo, la discriminación acústica depende fuertemente de las propiedades de los sensores que registran la señal acústica. En cuanto al diseño, se ha estudiado experimental y teóricamente la influencia de cada uno de sus elementos (capa de adaptación, capa trasera, encapsulado, etc.) tanto de los sensores libres, configuración más sencilla, como paso previo para entender los, también estudiados, sensores pegados a la pared exterior de una vasija en cuyo interior tiene lugar la generación acústica, tal como ocurre en los detectores tipo PICO y MODA-LS. En cuanto a la caracterización, se han aplicado y contrastado los métodos de calibración por comparación directa y reciprocidad a ambos tipos de sensores, así como a transductores comerciales utilizados como referencia posteriormente. En cuanto a la construcción, se han desarrollado y caracterizado dos sensores que irán pegados a la caja de metacrilato de MODA-LS. En el siguiente Capítulo, dedicado al análisis de señales acústicas y a la localización de fuentes acústicas, mostraremos los resultados in situ de estos sensores.

¿Cómo se presenta el trabajo?

Estos estudios empiezan, en el *apartado III.2.2*, con la descripción y características a tener en cuenta de cada uno de los elementos de un sensor acústico piezoeléctrico completo: la cerámica piezoeléctrica, la capa de adaptación de impedancias acústica y eléctrica, la capa trasera (BK), etc. En cada componente se profundiza en los aspectos de relevancia en relación al diseño del transductor buscado: un sensor piezoeléctrico pegado a una superficie sólida a través de la cual recibe la señal acústica. Por ejemplo, para la capa de adaptación se validan y amplían las expresiones que encontramos en la bibliografía para el diseño de dos capas entre el medio acústico y el sensor. En el *apartado III.2.3*, se explican distintas técnicas de modelado de estos sensores, desde modelos analíticos 1D, hasta modelos numéricos 3D. En el *apartado III.2.4* y *III.2.5* se explican, por una parte, las técnicas de caracterización acústica de transductores por comparación directa y por reciprocidad, utilizados en todos los diseños en los que se han trabajado en esta Tesis y, por otra, se describen técnicas para la reducción de la onda electromagnética cuando se caracteriza un sensor cerca del emisor piezoeléctrico, tal y como ocurre en los detectores bajo estudio. En los *apartados III.2.6* y *III.2.7* se estudia experimental y teóricamente el diseño de sensores libres y pegados, respectivamente. Con ello, se analiza la influencia de ir añadiendo cada uno de los elementos que completan el sensor correspondiente. Finalmente, en el *apartado III.2.8* se comparan los resultados de las técnicas de calibración del laboratorio de los sensores utilizados en MOSCAB respecto a su caracterización cuando estos se encuentran en el interior del detector a distintas presiones de trabajo. Por último, en el *apartado III.2.9* se aborda el diseño, construcción y caracterización en laboratorio de dos sensores acústicos pegados a la caja de metacrilato de MODA-LS, utilizando las cerámicas piezoeléctricas que optimizamos en la Sección anterior para este tipo de sensores. En el siguiente Capítulo, se mostrarán los resultados de las señales recibidas al testearlos en distintas condiciones de trabajo.

III.2.2 Tecnología de los transductores piezoeléctricos

Diseño de transductores piezoeléctricos. Tradicionalmente, el diseño de un transductor ultrasónico piezoeléctrico se realiza siguiendo una serie de “reglas prácticas”²⁴ combinada con una comprensión teórica. Después de un diseño inicial, la configuración del transductor o de sus partes se analiza mediante modelos analíticos sencillos 1D o mediante herramientas más potentes de simulación numérica 3D. Antes de que empecemos con los pasos para el diseño, modelado y caracterización de un sensor acústico piezoeléctrico, resulta necesario entender la configuración básica de los mismos que ser utilizados en detectores de partículas de bajo fondo como PICO.

Por una parte, tal como se estudió en la *Sección III.1*, debemos tener en cuenta que existen serias restricciones en la cantidad de material PZT para utilizar en estos detectores, debido a que se exigen de una gran radiopureza. Además, debemos tener en cuenta que el sistema de sensores debe estar optimizado para la señal transitoria (de banda ancha) en un entorno cerrado y reverberante, introduciendo varias capas de adaptación entre el medio y la cerámica, incluyendo la pared del recipiente. Estos son los aspectos del diseño que se irán abordando a lo largo de esta Sección. Todos estos condicionantes, y la investigación asociada para mejorar la calidad de los sensores acústicos, serán cada vez más cruciales para detectores más grandes, tales como la próxima generación de detectores PICO (500 L).

En esta Sección, se exponen las características y resultados del banco de pruebas acústico para optimizar los sensores acústicos para detectores tipo PICO detallando todos los pasos de diseño. Más concretamente, nuestros estudios se centran en conocer y mejorar la sensibilidad acústica del tipo de sensor pegado a una pared en el rango de frecuencias de hasta 150 kHz. En este sentido, como se discutirá a lo largo del texto, este trabajo se basa en los estudios de investigación anteriores [61] [213] [190] [63] para dar un enfoque múltiple al problema, combinando la teoría, la simulación y el experimento. Con ello, se pretende comprender mejor la situación y establecer las configuraciones óptimas de transductores piezoeléctricos para ser utilizados en detectores de materia oscura basados en cámara de burbujas con fluidos sobrecalentados. Esto implica serias condiciones y restricciones para los sensores, que deben tenerse en cuenta en los modelos teóricos y en los experimentos. Entre ellos, encontramos:

- Hay una restricción en la radiopureza de los materiales. A pesar de que las sales utilizadas para la construcción de los sensores debe ser 100 veces más radiopura que las usualmente utilizadas por los fabricantes, todavía hay una limitación en la cantidad total de PZT que puede ser ubicada cerca del detector (debido a la presencia de plomo, existe cierta probabilidad de que el PZT contenga radionúcleos). No entramos en los detalles de la actividad radioactiva de los materiales y los eventos falsos de materia oscura que pueden producir porque va más allá de la orientación de esta Sección, que está centrada en el diseño del sensor ultrasónico. No obstante, únicamente para tener una idea de su gran importancia comentar que, para PICO 250, un único evento falso en un año debido a la radioactividad de los sensores

²⁴ Expresión del inglés “rules of thumb” que se encuentra en distintos libros sobre diseño de transductores, refiriéndose a una metodología basada en la experiencia o conocimiento experimental.

terminaría con los objetivos del experimento. En este sentido, la optimización y mejora de los sensores es realmente necesario para utilizar el mínimo número de sensores con la menor masa posible. Por otra parte, la el estudio diferenciado entre las cerámicas tipo disco y tipo cilindro no es sólo un caso académico, sino un aspecto crucial para decidir cuál es la mejor configuración para el uso de la pequeña cantidad de PZT permitido.

- Este subsistema es crítico para el experimento de detección de materia oscura usando cámaras de burbujas ya que permitirá discriminar los eventos de burbujas que procedan de materia oscura respecto a los provenientes de interacciones con radiación alfa. Estos sensores se integrarán durante años en los detectores que operan en laboratorios subterráneos, como SNOLAB. Por lo tanto, el acceso y la fiabilidad es un problema, ya que será casi imposible intervenir más tarde para corregir errores en el diseño o fallos de los sensores.
- La optimización para el caso presentado no es trivial. Tenemos una situación en la que se produce una señal transitoria (de banda ancha) en un entorno reverberante y los sensores, que se colocan en el lado exterior de la pared, tienen que ser lo suficientemente sensibles para discriminar entre burbujas de origen diferente al buscado. Por lo tanto, hasta nuestro conocimiento, no hay un enfoque estándar para las optimizaciones en tales casos cuando se tiene un rango de banda ancha, multicapa, señales transitorias y condiciones de reverberación, por lo que lo único es aplicar la mejor metodología científica y combinar los modelos analíticos, simulaciones y experimentos. La novedad aquí viene en la aplicación específica de estas herramientas para resolver un caso complejo para el diseño propuesto y puede servir de ejemplo y guía para otras aplicaciones con condiciones y restricciones similares [214] [215] [216].

Los estudios desarrollados en este trabajo están siendo aplicados al diseño de transductores para aplicaciones médicas tales como la monitorización del pico de Bragg en hadronterapia [217]. A pesar de que, en principio, este ámbito de la acústica pueda parecer alejado del de detección de astropartículas, la interacción de las partículas con la materia en hadronterapia da lugar a perfiles acústicos similares a los observados en los detectores de materia oscura. En efecto, existe una correlación entre la energía y número de protones que se depositan en el medio y la amplitud del pulso bipolar de ancho temporal similar al de interés en el presente trabajo.

Validación incremental. Para abordar el diseño completo de un transductor ultrasónico, resulta crucial la validación cuantitativa de los modelos teóricos con los resultados experimentales. Podemos encontrar técnicas [218] [219] en la que se describen métodos de *validación de construcción incremental* para modelar con precisión un transductor ultrasónico completo. Este procedimiento paso a paso permite al diseñador afinar el modelo en las diferentes etapas de fabricación antes de la simulación completa del sistema de medición. En cada paso, debemos tener en cuenta que las propiedades nominales de los materiales pueden variar debido a errores de medición durante la caracterización de los mismos o al complejo proceso de fabricación. Entonces, al correlacionar el resultado experimental con la simulación, se pueden ajustar las propiedades del material. Por ejemplo, durante la manufactura del transductor, el elemento piezoeléctrico puede experimentar elevadas temperaturas, aún por debajo de la temperatura de Curie, pudiendo ocasionar su descarga parcial, cierta despolarización, así como modificación en las velocidades del sonido de las distintas capas del transductor, de modo que no coincidan con los valores nominales o medidas en condiciones de laboratorio [218]. A continuación se resumen los pasos empleados por esta metodología:

- 1º Modelar el elemento cerámico piezoeléctrico en aire utilizando el método de elementos finitos (FEM), basándonos en las propiedades del material.
- 2º Correlacionar la curva de impedancia del modelo y la obtenida experimentalmente.
- 3º Si es necesario, modificar las propiedades del material de la cerámica para conseguir un mejor ajuste entre ambas curvas.
- 4º Agregar una capa pasiva al modelo, según el orden del proceso de fabricación, por ejemplo, una capa de adaptación de impedancias.
- 5º Remodelar la curva de impedancia del modelo y correlacionarla con la obtenida experimentalmente en esta nueva configuración.
- 6º Si es necesario, modificar las propiedades de la capa pasiva recién agregada para conseguir un mejor ajuste entre ambas curvas.
- 7º Ir agregando capas pasivas sucesivamente, repitiendo los pasos 4º a 6º, hasta completar el diseño requerido.
- 8º Suponer el efecto de despolarización en el modelo para correlacionar la curva de impedancia de la configuración completa.
- 9º Correlacionar la impedancia de entrada del transductor completo en el fluido donde vaya a actuar, por ejemplo, agua.
- 10º Colocar el transductor en el lugar requerido, por ejemplo, pegado a la pared de la vasija de calibración.
- 11º Simular el transductor completo en el medio acústico requerido para analizar la respuesta final del sistema.
- 12º Si es necesario, modificar la geometría del transductor e ir al paso 11º.

En los siguientes apartados, emplearemos un procedimiento similar en el diseño de los distintos tipos de sensores que se vayan diseñando. Según los casos y la complejidad de la parte del sensor en estudio, utilizaremos modelos analíticos, numéricos o ambos. Con ello, algunas propiedades de los materiales habrán sido modificadas respecto a las mostradas en otras Secciones de esta Tesis, pero sirven de base para realizar el proceso completo de diseño.

Componentes de un sensor. Un transductor es un dispositivo que convierte una forma de energía en otra. Un transductor acústico convierte energía eléctrica en energía mecánica, en forma de sonido y viceversa. Los componentes principales de un transductor receptor piezoeléctrico de banda ancha, o sensor, son [190] [65]:

1. El medio donde se genera la señal acústica (carga acústica): propiamente no es un componente del sensor, pero sí debe tenerse en cuenta en su diseño pues es el último fluido antes de llegar al sensor que define las propiedades de la onda acústica que incide sobre él.
2. El elemento activo (cerámica piezoeléctrica): es un material piezoeléctrico con una geometría dada en función del uso que se le requiera, y electrodos muy finos en toda el área perpendicular a la superficie que recibe la onda acústica que se quiere registrar. Actualmente se están utilizando nuevos materiales como piezopolímeros y compuestos.
3. El acoplamiento acústico (*matching layer*, ML): pueden ser una o más capas unidas a la cara frontal del elemento activo con el fin de optimizar la transmisión de energía acústica entre la carga y la cerámica, es decir, adaptar las impedancias acústicas entre ambas a través de las distintas capas intermedias.
4. La capa trasera (*backing*, BK): es un material de alta atenuación unido a la cara posterior del elemento activo para ampliar la banda de frecuencias de recepción y, con ello, acortar la respuesta al impulso a expensas de una pérdida en la sensibilidad del sensor, es decir, una reducción de la amplitud de la señal recibida.
5. El acoplamiento eléctrico: es el conjunto de soluciones que permiten una mejor adaptación de impedancias eléctricas entre el sensor, el cable y el sistema que registra la señal eléctrica, para evitar pérdidas de potencia eléctrica en el conjunto.
6. El encapsulado: es la carcasa que cierra todo el conjunto del sensor. Para evitar efectos de diferencia de tierras eléctricas así como la influencia de posibles ondas electromagnéticas, suele diseñarse con un material conductor eléctrico.

La siguiente Figura III.24 muestra un esquema de los componentes de un sensor piezoeléctrico con la numeración indicada:

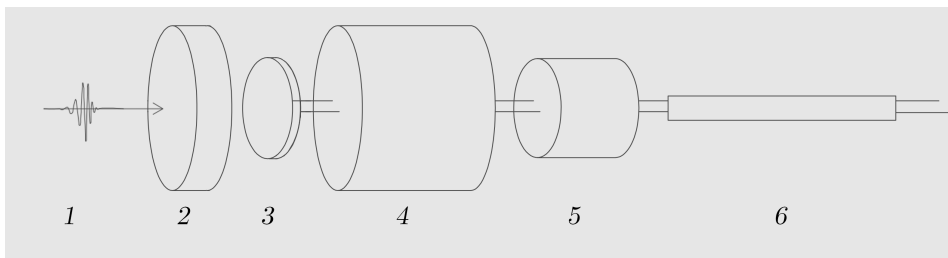


Figura III.24. Esquema constructivo de un transductor de cerámica piezoeléctrica circular: 1 carga acústica; 2 elemento activo piezoeléctrico; 3 capa de adaptación de impedancias; 4 carcasa de encapsulado; 5 capa trasera; 6 cable coaxial.

A continuación se describen más pormenorizadamente cada uno de estos componentes que componen un sensor acústico piezoeléctrico completo.

El elemento activo (PZT). Dado que la anterior Sección III.1 ya ha sido dedicada al estudio de la cerámica piezoeléctrica, tanto a su caracterización como modelización, no vamos a entrar aquí en más detalle. Únicamente señalar que a lo largo de la presente Sección se hará referencia a las conclusiones de la anterior, para aplicarlas al diseño y optimización de sensores acústicos piezoeléctricos.

La capa de adaptación (ML). Por lo general, para una respuesta de impulso corta y gran ancho de banda, los transductores ultrasónicos se diseñan con una o varias capas de adaptación entre la carga acústica y la cerámica piezoeléctrica para mejorar la transmisión de energía [220]. En el diseño de un transductor ultrasónico para detectores de bajo fondo, el material de la capa delantera también debe ser lo más radiopuro posible.

En cuanto a la elección del espesor y la impedancia acústica de la(s) capa(s) de adaptación, siguiendo la teoría de la línea de transmisión [190] [220], encontramos que la máxima transmisión tiene lugar para aquella frecuencia en la que la(s) capa(s) tiene(n) espesor(es) de un cuarto de la longitud de onda, $\lambda/4$; y su(s) impedancia(s) se relaciona(n) con la impedancia del medio acústico, Z_{medio} , y la de la cerámica piezoeléctrica, Z_{piezo} , a través de la(s) siguiente(s) expresión(es):

$$- \text{ Para una capa: } \quad Z_{capa} = Z_{piezo}^{1/2} \cdot Z_{medio}^{1/2} \quad (252)$$

$$- \text{ Para dos capas: } \quad \begin{aligned} Z_{capa1} &= Z_{piezo}^{3/4} \cdot Z_{medio}^{1/4} \\ Z_{capa2} &= Z_{piezo}^{1/4} \cdot Z_{medio}^{3/4} \end{aligned} \quad (253)$$

La expresión (252) ya la demostramos en el *apartado II.2.5* mediante el modelo de transmisión normal a través de una capa, mientras que la expresión (253) la podemos obtener aplicando el modelo de transmisión a través de dos capas. Además, con este modelo podemos demostrar que ambas expresiones no son las únicas que maximizan la transmisión y que no necesariamente tienen que vibrar en $\lambda/4$ ambas capas para ello sino que existe una casuística mucho más grande para poder optimizar el problema.

Adicionalmente, comentamos que podemos encontrar otros autores que modifican la elección de las impedancias de las capas de adaptación utilizando la teoría KLM [221], en la que se consideran la primera mitad de la cerámica como una capa adicional que vibra en un cuarto de la longitud de onda. Este análisis determina la elección de las impedancias de cada capa como:

$$- \text{ Para una capa: } \quad Z_{capa} = Z_{piezo}^{1/3} \cdot Z_{medio}^{2/3} \quad (254)$$

$$- \text{ Para dos capas: } \quad \begin{aligned} Z_{capa1} &= Z_{piezo}^{4/7} \cdot Z_{medio}^{3/7} \\ Z_{capa2} &= Z_{piezo}^{1/7} \cdot Z_{medio}^{6/7} \end{aligned} \quad (255)$$

La adición de más de una capa de adaptación aumenta la complejidad para fabricar el transductor. Sin embargo, esto también aumenta la eficiencia del transductor y da como resultado la mejora tanto del ancho de banda como de la sensibilidad.

En primer lugar, para validar la expresión (253), hemos resuelto el algoritmo propuesto en el apartado II.2.5 fijando, para cada frecuencia, el espesor de la primera capa a $\lambda/4$, así como la impedancia del primer medio Z_{capa1} según esta expresión. Entonces, variando el espesor y la impedancia de la segunda capa obtenemos la Figura III.25, que muestra el comportamiento del coeficiente de transmisión de intensidad entre el medio y la cerámica. Vemos que, efectivamente, cuando se cumple la relación (253) para Z_{capa2} y que la segunda capa también vibra en $\lambda/4$ existe un máximo en la transmisión, así como en todos sus armónicos impares.

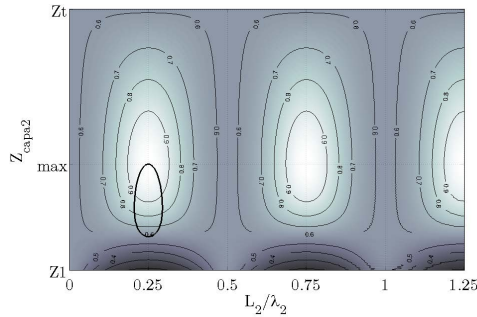


Figura III.25. Resultado del modelo de transmisión a través de dos capas.

Ahora, si fijamos la impedancia de la primera capa a $Z_{capa1} = Z_{piezo}^{4/7} \cdot Z_{medio}^{3/7}$, pero variamos su espesor, aplicando el modelo de transmisión a través de dos capas, podemos encontrar un conjunto adicional de valores para $L_{capa2}/\lambda_{capa2}$ y Z_{capa2} que maximiza la transmisión de intensidad acústica. Dicho conjunto de puntos se ha representado (para el caso de transmisión entre agua-capal-capal-PIC255) con la figura circular resaltada de la Figura III.25 en el que se aprecia que, por ejemplo, para $L_{capa1} = \lambda/4$ se obtiene un máximo de transmisión para $Z_{capa2} = Z_{piezo}^{1/4} \cdot Z_{medio}^{3/4}$ (max), cumpliendo con (253), pero también se cumple para $Z_{capa2} = Z_{piezo}^{1/2} \cdot Z_{medio}^{1/2}$ (min). En la Figura III.26 se muestra, para cada relación $L_{capa1}/\lambda_{capa1}$, el valor de $L_{capa2}/\lambda_{capa2}$ (izquierda) y Z_{capa2}/Z_{capa1} (derecha) que, juntas, maximizan la transmisión acústica.

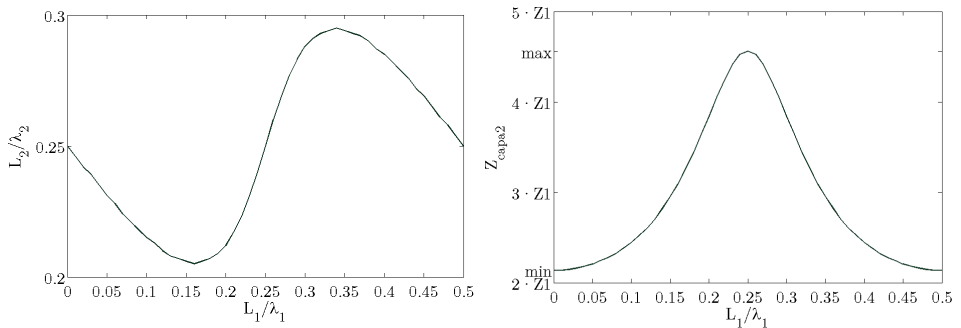


Figura III.26. Optimización del modelo de transmisión a través de dos capas fijando la impedancia de la primera capa.

Este estudio se puede generalizar para cualquier configuración del sistema de dos capas. Por ejemplo, para el caso de interés en esta Tesis de sensores pegados a la pared de un recipiente, cuyo material viene dado por otro tipo de exigencias del detector (criterios de visibilidad óptica, de radiopureza, etc.), en la que la impedancia de la primera capa Z_{capa1} viene dada pero no necesariamente su espesor. Entonces, podemos obtener el conjunto de valores $L_{capa1}/\lambda_{capa1}$ de la misma y los valores Z_{capa2} y $L_{capa2}/\lambda_{capa2}$ de la capa adicional de adaptación de impedancias que maximizan la transmisión entre el medio y la cerámica.

Si ensayamos distintos espesores e impedancias de ambas capas y escogemos, para cada L_{capa1} y Z_{capa1} , el conjunto de valores $L_{capa2}/\lambda_{capa2}$ y Z_{capa2}/Z_{capa1} que maximiza la transmisión de intensidad acústica, encontramos el conjunto de condiciones deseadas. Este estudio, se ha realizado de forma numérica, para un sistema formado por un medio incidente de agua ($Z_{medio} = 1.5 \cdot 10^6 \text{ Rayl}$) y receptor la cerámica PIC 255 ($Z_{piezo} = 31.2 \cdot 10^6 \text{ Rayl}$). Las impedancias de las dos capas se han variado cumpliendo que $Z_{medio} < Z_{capa1} < Z_{1,max}$ y $Z_{capa1} < Z_{capa2} < Z_{piezo}$ donde $Z_{1,max}$ es una cota superior para la impedancia de la primera capa pues, después de un estudio inicial, se comprobó que, para impedancias de la primera capa mayores de la media geométrica entre el medio y la cerámica, el valor del máximo de transmisión bajaba de $T_I = 1$ de forma exponencial. En nuestro caso, dicho valor se sitúa en $Z_{1,max} = Z_{piezo}^{1/2} \cdot Z_{medio}^{1/2} = 6.8 \cdot 10^6 \text{ Rayl}$. La siguiente Figura III.27 muestra los resultados de la optimización de este problema.

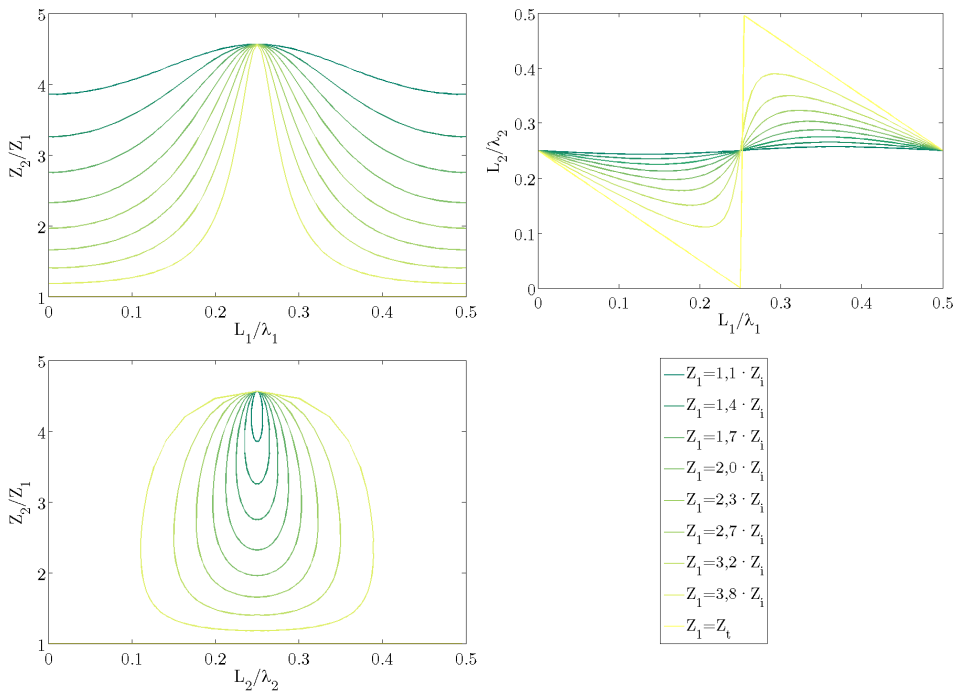


Figura III.27. Optimización del modelo de transmisión a través de dos capas para distintas impedancias de la primera capa.

La capa trasera (BK). El backing es usualmente un fuerte atenuador, un material de alta densidad que es usado para controlar las vibraciones del transductor absorbiendo la energía radiada por la cara trasera del elemento activo.

Para seleccionar un BK adecuado, hay varias consideraciones de diseño que deben considerarse, tales como:

- Un equilibrio entre la impedancia del material del BK y el ancho de banda requerido para el transductor. Para la aplicación de detectores de partículas, necesitamos transductores de un cierto ancho de banda. Sin embargo, un aumento del ancho de banda con un aumento de la impedancia del BK disminuye la eficiencia y, por tanto, la relación señal-ruido (SNR²⁵). Esto significa que hay una compensación entre ambos parámetros.
- El coeficiente de atenuación del BK debe ser lo más alto posible para que las ondas acústicas transmitidas hacia atrás no puedan reflejarse hacia delante y recibamos un eco sin interferencia.

Existen otras consideraciones de diseño que no influyen en el rendimiento del transductor, pero son necesarias para fabricar el transductor. En este sentido, el material del BK debe:

- Ser fácil mecanizar y debe ser formado en diverso grueso y tamaño.
- Tener buenas propiedades de adhesión para que pueda adherirse con el material piezoeléctrico.
- Tener alta calidad superficial para facilitar la transferencia de energía a la parte posterior y para reducir el ruido.

Con estas condiciones, en esta Sección hemos analizado la influencia de un backing realizado con EPO 4030²⁶, cuyas propiedades acústicas se han medido para cada uno de las muestras utilizadas en el *apartado III.2.6* y *III.2.7*. Estos se han añadido a un conjunto de cerámicas tipo disco y tipo cilindros tanto libres como pegados a la vasija de calibración.

El encapsulado. En todas las medidas de calibración acústica se puede observar que, en la señal recibida aparece tanto la onda acústica esperada como una onda electromagnética, que se generan en todo proceso de emisión-recepción en cerámicas piezoeléctricas. Además, en la mayoría de ambientes de medición existen campos electromagnéticos de distintas frecuencias que pueden interferir en la señal recibida. Por ello, resulta conveniente aislar electromagnéticamente el sensor de la influencia de estas ondas. Para ello, la técnica habitual es encerrar el conjunto de elementos acústicos con una envoltura metálica convenientemente diseñada para tal efecto. En el *apartado III.2.5* se estudiará la influencia de las ondas electromagnéticas en las medidas de calibración de transductores y, en el *apartado III.2.10*, se explicará el diseño de un encapsulado específico para los sensores de MODA-LS.

²⁵ Del inglés: Signal-to-Noise Ratio

²⁶ <http://www.axson-technologies.com/en/find-product/Casting-Resins/Epoxy-Casting-Resins>

La adaptación eléctrica. La impedancia eléctrica de un transductor acústico depende de las propiedades del elemento activo, así como de los efectos de las capas del ML y del BK. Puede ocurrir que la impedancia de un transductor no coincida con la impedancia del cable conectado y la del sistema de adquisición/generación. Este desajuste de impedancia eléctrica crea las reflexiones eléctricas entre el transductor y el cable, y entre el cable y el sistema de adquisición/generación. Con el fin de evitar estas reflexiones eléctricas, que pueden causar ruido en la señal, se sugieren las siguientes soluciones [222]:

- Los elementos eléctricos básicos (preferentemente condensadores e inductores) se deben colocar en serie o paralelo (según el requisito de diseño) entre el cable y el sistema de adquisición/generación para que coincidan con las impedancias eléctricas.
- Se puede utilizar un cable coaxial para adaptar la impedancia del transductor a la del sistema de adquisición/generación. En este enfoque, la impedancia eléctrica del sistema de adquisición/generación Z_{elec} y la impedancia eléctrica del transductor Z_{trans} en la frecuencia de resonancia del transductor determinan la elección de la impedancia eléctrica del cable como se indica a continuación:

$$Z_{cable} = \sqrt{Z_{elec} \cdot Z_{trans}} \quad (256)$$

- Con el fin de transferir la potencia máxima, la longitud del cable debe ser igual al cuarto de longitud de onda de la señal dentro del cable.

Cualquiera de estas sugerencias no sólo elimina las reflexiones eléctricas, sino que también aumenta la transmisión de energía, lo cual mejora consecuentemente la relación SNR y el ancho de banda de la señal recibida.

En las medidas realizadas en esta Sección, la impedancia eléctrica de los sistemas de adquisición/generación es del orden del 10^6 Ohm, mientras que los transductores presentan impedancias de 10^3 Ohm. Con ello, la impedancia ideal del cable entre ellos debería ser del orden de 10^4 Ohm pero, la impedancia típica de los cables es de 50 Ohm. No obstante, dado que los cables tienen una longitud típica de 1 m, que corresponde a un cuarto de longitud de onda del orden de 10^7 Hz, estamos trabajando en un rango de muy bajas frecuencias desde el punto de vista eléctrico por lo que no existen grandes pérdidas debido a la adaptación eléctrica.

El preamplificador. En algunos casos, resulta habitual colocar un preamplificador basado en un amplificador en bornes de la cerámica piezoeléctrica del sensor, para controlar el ruido y aumentar el nivel de señal que se envía al sistema de adquisición. En este trabajo, el fin último es estudiar el comportamiento de las distintas partes de un detector de materia oscura basado en fluidos sobrecalentados que, conlleva, un control exhaustivo de la cantidad y tipo de materiales empleados. Por ello, aunque se han realizado algunos prototipos de preamplificadores para los sensores de MODA-LS, se ha decidido minimizar el número de componentes de los sensores a costa de un estudio más específico en cuanto a reducción de ruido y análisis de señal, tal como se verá en la *Sección IV.1*.

Sensibilidad de emisión: TVR²⁷. La sensibilidad en emisión [169] sirve para expresar la presión p_{1m} que se puede generar en el medio a 1 metro de distancia y en condiciones de campo libre, a partir de una determinada tensión V de entrada en el transductor emisor:

$$TVR = 20 \cdot \log\left(\frac{p}{V}\right) [dB @ \mu Pa/V] \quad (257)$$

Su valor se expresa en escala logarítmica (dB), para lo que es necesario tomar una sensibilidad de referencia que, en este estudio, es de $1 \mu Pa/V$. Al trabajar con estas unidades, los valores de sensibilidad van a ser positivos, aumentando conforme más sensible sea el emisor.

Sensibilidad de recepción: RVR²⁸. Este parámetro, denominado también sensibilidad en recepción, es uno de los más importantes a tener en cuenta a la hora de utilizar un determinado sensor acústico [223]. Sirve para expresar la tensión de salida generada a partir de la recepción de una determinada presión sobre la cerámica piezoeléctrica. Se define como el cociente entre la tensión V en el transductor cuando está en circuito abierto y la presión acústica p que incide sobre él en campo libre [224]:

$$RVR = 20 \cdot \log\left(\frac{V}{p}\right) [dB @ V/\mu Pa] \quad (258)$$

Su valor se expresa en escala logarítmica (dB), para lo que es necesario tomar una sensibilidad de referencia que, en este estudio, es de $1 V/\mu Pa$ [169]. Al trabajar con estas unidades, los valores de sensibilidad van a ser negativos, y cuanto menos negativos sean dichos valores (más próximos a cero), más sensible va a ser el determinado hidrófono. Es decir, ante una misma presión incidente, proporcionará una mayor tensión de salida.

Directividad: determinada por los diagramas polares (horizontal y vertical), es otro parámetro fundamental a caracterizar, pues define cual es la respuesta de un hidrófono ante ondas de presión que provienen de distintas direcciones. Gracias a esto, es posible situar el hidrófono de trabajo de forma que se maximice la captación de la fuente sonora deseada, y al mismo tiempo, se minimicen las realimentaciones y las fuentes sonoras no deseadas. En lo referido a directividad, existen tres tipos fundamentales de hidrófonos: omnidireccional, bidireccional y unidireccional [225]. Dado que, tal como se verá en el apartado III.2.4, la mayoría de los transductores utilizados en esta Tesis tienen un patrón omnidireccional, únicamente señalar que los transductores se encontraron alineados en el plano donde tiene dicha omnidireccionalidad, en todas las medidas realizadas.

²⁷ Del inglés: Transmitting Voltage Response

²⁸ Del inglés: Receiving Voltage Response

III.2.3 Solución al modelado de transductores piezoeléctricos

Métodos analíticos 1D. Existen dos conocidos modelos analíticos unidimensionales para el análisis de transductores: los modelos de Mason [226] y el modelo KLM [227]. Estos modelos son modelos de circuitos equivalentes para un cristal piezoeléctrico pero utilizan una configuración eléctrica diferente [228]. En ambos, el transductor tiene un BK en la parte posterior y uno o varios ML en el lado frontal de modo que, con el fin de modelar el transductor completo, también necesitamos un modelo de BK y ML por separado. Tanto el modelo de Mason como el de KLM son muy eficaces para predecir la respuesta de un transductor ultrasónico pues son computacionalmente muy baratos y ayudan a acelerar los ciclos de diseño del producto. Además de estas ventajas, estos modelos también tienen las siguientes limitaciones:

- El modelo es unidimensional, por lo tanto sólo se puede investigar un campo de presión unidimensional.
- El modelo supone que el espesor de la capa trasera es semi-infinito sin pérdidas. Esto significa que cualquier onda acústica transmitida a la parte posterior no se refleja de nuevo hacia delante. En realidad, estas reflexiones pueden interferir con el eco recibido desde el lado frontal, si la capa trasera tiene menos atenuación.
- El modelo está hecho para una cerámica que tiene dimensiones laterales mucho más grandes que el grueso. En la práctica, debido a limitaciones de espacio o condiciones de uso, puede que la cerámica no satisfaga estas limitaciones geométricas, tal como ocurre en las cerámicas óptimas para MODA-LS. En consecuencia, los resultados del modelo serán poco fiables y menos precisos.
- El modelo está hecho para una cerámica fina, sin pérdidas y en forma de disco. No es válido para una cerámica con pérdidas y un elemento piezoeléctrico de base poliédrica. Por esta razón, se debe modificar la configuración eléctrica real del circuito estándar para introducir pérdidas dentro del cristal piezoeléctrico [229] [230].
- El modelo se desarrolla para simular un transductor ultrasónico. No puede simular las interacciones de otros objetos con el transductor (como el conjunto de la pared de la vasija a la que puede ir pegado).

Por ello, en esta Tesis, aunque se han utilizado sus principales conclusiones en el diseño de transductores (tal como se ha visto, por ejemplo, en la descripción de ML), mostramos aquí las características de estos modelos pero, a continuación, se detallan las de otros más sofisticados que tienen en cuenta tanto la geometría como las propiedades reales de los sensores con los que estamos trabajando.

Métodos numéricos 3D. El modelado mediante elementos finitos de un transductor acústico proporciona una simulación más realista del mismo, así como una visión de los comportamientos acústicos y vibratorios que tienen lugar en el proceso de emisión o recepción [231] [232]. Utilizando el método de elementos finitos podemos hacer frente a todas las limitaciones descritas anteriormente para un modelo unidimensional, tales como:

- Se puede investigar el comportamiento de un campo de presión tridimensional.
- Se basan en las ecuaciones que rigen la propagación acústica y la piezoelectricidad, por lo que se pueden modelar e investigar reflexiones traseras desde cualquier interfase.
- Se pueden simular todos los modos de vibración sobre la excitación de la capa donde se encuentre la cerámica piezoeléctrica. No hay restricción geométrica.
- Se pueden introducir fácilmente las pérdidas en los materiales (tanto en materiales activos como pasivos) estableciendo sus propiedades reales.
- Se puede simular la interacción del campo acústico de un transductor ultrasónico con otros objetos.

No obstante, a parte de estas ventajas, el modelado de elementos finitos de transductores acústicos tiene también ciertas desventajas:

- Con el fin de obtener la precisión necesaria a altas frecuencias, el modelo de elementos finitos de un transductor ultrasónico comprende de varios miles a unos pocos millones de grados de libertad. Un modelo tan grande requiere sistemas informáticos con amplias capacidades de procesamiento y un esfuerzo considerable para construir, depurar y operar.
- El ancho de bandas para los sensores en estudio (de pocos kHz hasta los 150 kHz) supone cambios y adaptaciones del mallado importantes de modo que, en cada caso, se debe estudiar la convergencia entre las simulaciones y los experimentos.
- La respuesta de un transductor puede diferir sustancialmente de la respuesta real. Esto puede deberse al uso de un número inadecuado de elementos para resolver las ondas acústicas, condiciones de frontera poco realistas o parámetros del modelo menos precisos (como las propiedades del material). Estas desventajas indican la necesidad de validación experimental de un modelo de elementos finitos, tal como se indicó en el apartado III.2.2 y se realiza a lo largo de esta Sección.

Con todo, en el proceso de modelado de sensores acústicos, debemos tener en cuenta tanto la propagación y propiedades de las ondas acústicas del medio en el que incide, como la generación de una respuesta eléctrica del elemento activo. Por ello, en la formulación del problema debemos aunar las ecuaciones que gobiernan el efecto piezoeléctrico y las de la propagación de ondas en un medio fluido y sólido. Para ello, se sigue el paso que adoptan muchos autores para analizar, por el método de elementos finitos, el transductor ultrasónico [218], [219], [231], [233].

En este sentido, anteriormente hemos descrito las características de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales tanto para el efecto piezoeléctrico (*Sección III.1*) como para la propagación de ondas acústicas y elásticas (*Secciones II.1 y II.2*), así como las condiciones de contorno empleadas para su resolución. En esta Sección, empleando nuevamente el entorno de simulación COMSOL, se ha utilizado la interfase de dispositivos piezoeléctricos en combinación con el módulo de presión acústica pudiendo resolver, de forma acoplada, ambos conjuntos de ecuaciones (ver explicación completa en *apartados II.1.3 y II.2.3* respectivamente).

Dado que a lo largo de esta Sección, los modelos de los sensores acústicos simulados van a tener una configuración similar, aquí únicamente nos limitamos a mostrar un ejemplo de los sensores modelizados para obtener numéricamente su TVR, tal como se observa en la Figura III.28. Estos modelos se han utilizado en los *apartados III.2.6 y III.2.7* para el caso de sensores libres y sensores pegados.

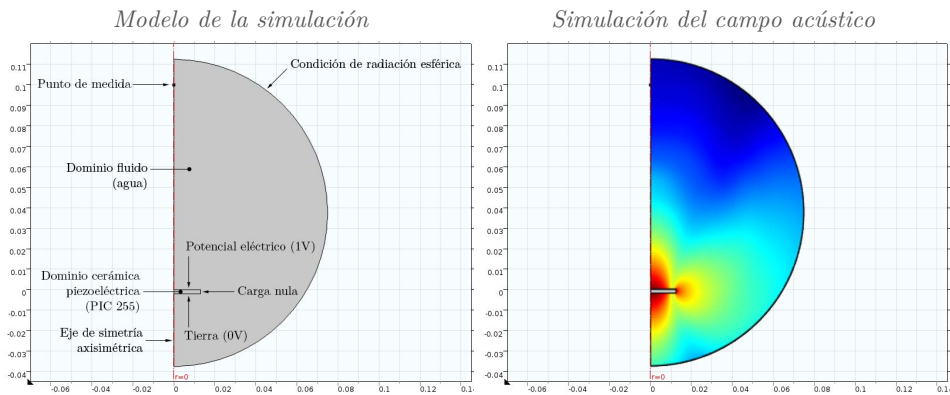


Figura III.28. Modelo de la simulación de un transductor acústico (izquierda) y ejemplo resultado del campo acústico obtenido (derecha).

Los modelos para obtener el RVR son esencialmente iguales a los del TVR salvo que, en ese caso, se puede obtener de dos formas: excitando un punto suficientemente alejado de la cerámica, con el consiguiente aumento de mayado; a partir del cálculo del TVR, aplicando el principio de reciprocidad, con mucho menos mayado pero con la inclusión de posibles errores debido a que la cerámica puede no ser idealmente recíproca.

Respecto a la convergencia de los modelos aunque, como paso inicial, se ha simulado con un mallado que cumple las reglas indicadas anteriormente (es decir, utilizar 12 puntos por longitud de onda), tal como se recomienda en [234], se han realizado pruebas de convergencia para comprobar si la densidad de malla es suficiente. Esto consiste en ir refinando la malla, volviendo a ejecutar el estudio y, posteriormente, comprobar si la solución converge a un valor estable. Si la solución cambia después del refinamiento de la malla, entonces significa que la solución depende de la malla. Tal solución inestable dicta la necesidad de una malla más fina. Esta prueba debe realizarse hasta que la solución converja a un valor estable. El paquete FEM comercial COMSOL ofrece refinamiento adaptativo de malla, que añade elementos de malla basados en un criterio de error para resolver aquellas áreas en las que el error es grande.

III.2.4 Caracterización de sensores acústicos

La caracterización de un transductor acústico consiste en, en el caso de los sensores, determinar la tensión de salida que genera en función de una determinada presión acústica recibida y, en el caso de los emisores, la presión acústica que se alcanza a un metro de distancia en función de la tensión en bornes del transductor. Por tanto, el parámetro utilizado para llevar a cabo una calibración es la sensibilidad, tal y como se ha mencionado en el *apartado III.2.2*, expresada en términos del RVR o del TVR, según el caso.

Existen dos métodos principales de calibración de hidrófonos: el método de comparación directa y el método de reciprocidad. En este apartado se describen los montajes experimentales que se han utilizado para la calibración de todos los transductores empleados en los estudios que se han llevado a cabo en esta Tesis en general, y para la calibración de los distintos sensores acústicos construidos específicamente para los estudios de esta Sección.

Los equipos, transductores y ubicaciones en las que se han realizado medidas para la calibración de transductores, así como para el estudio de los procesos donde se trabaja con emisión y recepción de señales acústicas, pertenecen al Departamento de Física Aplicada de la EPSG de la UPV. Como excepción, parte de los estudios de calibración se han realizado en el detector MOSCAB, ubicado en el Departamento de Física de la Universidad Milano-Bicocca (UMB, Italia). En él se han instalado distintos hidrófonos (tanto de la UPV como de UMB) y realizado medidas de calibración y detección acústica del crecimiento de burbujas en el detector.

En el caso de los equipos, todos los sistemas de adquisición/generación empleados han sido programados o reprogramados para conseguir un correcto control y automatismo de las medidas. Para ello, se ha utilizado el programa LabView²⁹ desarrollando interfaces gráficas específicas para cada aplicación concreta.

A continuación, se muestran las características principales del equipamiento, transductores y ubicaciones empleados para obtener la sensibilidad de, por un lado, los emisores utilizados como referencia y, por otro, las cerámicas empleadas en los estudios de los siguientes apartados. Respecto a los transductores, aquí únicamente se exponen los que se han utilizado como referencia para la calibración de los sensores diseñados para este trabajo (*apartados III.2.6, III.2.7, III.2.8, III.2.10*) o bien para la realización de medidas acústicas (*apartados III.2.5 y III.2.9, y Secciones II.1 y IV.1*). En los apartados correspondientes se expondrán las características de estos sensores específicos.

²⁹ <http://www.ni.com/labview/esa/>

Equipamiento utilizado. Salvo que se indique lo contrario, el equipamiento utilizado para las calibraciones de transductores ha sido el siguiente:

- Plataforma PXI de 7 ranuras de National Instruments, modelo NI PXI-1031DC, que permite usar tanto entradas en corriente continua como en alterna. Su función es enviar una serie de señales, determinadas por el software LabVIEW por el canal 0, y recibir otras señales por el canal 1. Mediante dicho software, programado para el uso específico de calibración, se puede especificar el tipo y amplitud de señal.



- Ordenador portátil con capacidad para la tarjeta NI PXI-ExpressCard8360. Tiene como función el controlar la plataforma PXI.



- Amplificador de potencia 2100 RF de E&I. Destacan las siguientes características: rango frecuencial entre 10 kHz y 12 MHz, potencia de salida nominal de 100 W, ganancia: 50 ± 1 dB.



- Base metálica en forma de triángulo equilátero cuyos lados mide 30 cm, construido específicamente para la sujeción de los transductores en las medidas de calibración.



- Sonda atenuadora x100, cuyo fin es atenuar la señal a la salida del amplificador para poder registrarla con la plataforma PXI.

Figura III.29. Equipamiento utilizado en todas las medidas de calibración de transductores.

Transductores utilizados. Salvo que se indique lo contrario, los transductores utilizados en las calibraciones de transductores han sido el siguiente:

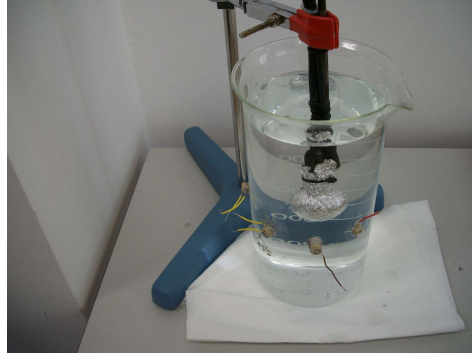
- FFR-SX30FR. Transductor FFR (Free Flooded Ring) con un patrón de radiación omnidireccional, cuya frecuencia de resonancia es 30 kHz. Su eficiencia mínima es del 50% y su funcionabilidad es independiente de la presión en el medio exterior del transductor a la que se esté trabajando.
- FFR-SX60FR. Al igual que el hidrófono anterior, perteneciente a la misma familia, se trata de un transductor FFR cuya frecuencia de resonancia es 60 kHz y cuenta con un patrón de radiación omnidireccional.
- ITC-1042. Transductor con geometría esférica, cuya frecuencia de resonancia es de 33 kHz, y con un patrón de radiación omnidireccional. Además, ofrece eficiencias superiores al 50% en respuesta de la señal. Está fabricado con cerámica Channelite-5400, un tipo de cerámica de PZT de alta resistencia.
- TC-4034. Transductor omnidireccional, de banda ancha en un rango de frecuencias entre 1 Hz hasta 480 kHz. Está encapsulado en caucho nitrilo, un tipo especial de caucho que tiene como principal función el proporcionar resistencia ante las aguas dulce y salada, y también ante el aceite.
- TC-4038. Hidrófono omnidireccional tipo sonda, diseñado con una respuesta bastante plana (± 2 dB) entre 50 y 500 kHz, con una alta sensibilidad (-227 dB). Resulta ideal para medidas en recipientes pequeños como la vasija de calibración.



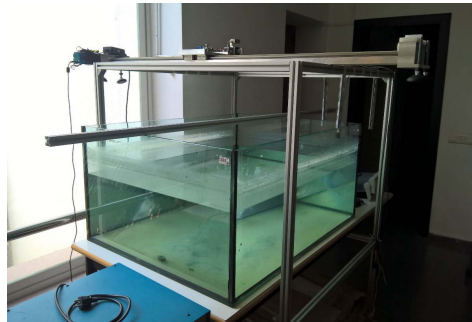
Figura III.30. Transductores piezoeléctricos utilizados como referencia en todas las medidas de calibración de transductores.

Emplazamientos utilizados. A continuación se describen los distintos emplazamientos en los que hemos realizado las calibraciones:

- Vasija de calibración. Se trata de una jarra de borosilicato de 2 mm de espesor, con 11 cm de diámetro interior y 22 cm de altura. Aquí se han calibrado todos los sensores pegados a sus paredes, tal como se mostrará en el apartado III.2.7.



- Tanque del laboratorio. Tanque de agua utilizado para la toma de medidas, cuyas dimensiones son 1.2 m x 0.8 m x 0.6 m. En estas condiciones, la distancia entre transductores ha sido 30 cm. En ella se han realizado los estudios de la Sección II.1, así como parte de los apartados III.2.5, III.2.6, III.2.8 y III.2.10.



- Piscina del Puerto de Gandia. Piscina ubicada en los tinglados del Puerto de Gandia, cuyas dimensiones son 6.3 m x 3.6 m x 1.5 m. Cuenta con unos ejes motorizados que permiten situar los transductores en las posiciones deseadas con precisión milimétrica. Los hidrófonos de referencia se han calibrado aquí por los dos métodos empleados. En estas condiciones, la distancia entre transductores ha sido 100 cm.



- Detector MOSCAB. Se trata de un detector que funciona con C_3F_8 como fluido sobrecalentado [21], en el que se han ubicado sensores para la detección acústica, con la particularidad de que se encuentra sometido a distintas presiones hidrostáticas, en función del umbral energético en el que se quiera trabajar.



Figura III.31. Emplazamientos utilizados en las medidas de calibración de transductores.

Método de comparación directa. Con este método se puede obtener la respuesta, por ejemplo en recepción, de un hidrófono a calibrar en función de la respuesta, en emisión, y conocida, de un hidrófono de referencia. Durante la calibración es necesario mantener ambos hidrófonos correctamente alineados y realizar las mediciones en buenas condiciones; ya que pequeñas variaciones, como por ejemplo en la distancia, podrían producir reflexiones y realimentaciones que condujesen a un mal calibrado [169] [235]. Este método se ha utilizado para la calibración de los sensores libres (*apartado III.2.6*) y, posteriormente, para la calibración de los sensores pegados a la vasija de calibración (*apartado III.2.7*) y a la caja de metacrilato de MODA-LS (*apartado III.2.10*). En cada apartado se especifica cuál ha sido el transductor de referencia utilizado. Además, se ha utilizado para comparar los resultados obtenidos con el método de reciprocidad para calibrar todos los transductores de referencia utilizados.

Se distinguen dos procedimientos en función de si se quiere calibrar un transductor emisor (obtención del TVR) o receptor (obtención del RVR). En ambos procedimientos, el montaje experimental es el que se muestra en la Figura III.32, sólo que únicamente cambia la interpretación de las señales registradas por el sistema de adquisición.

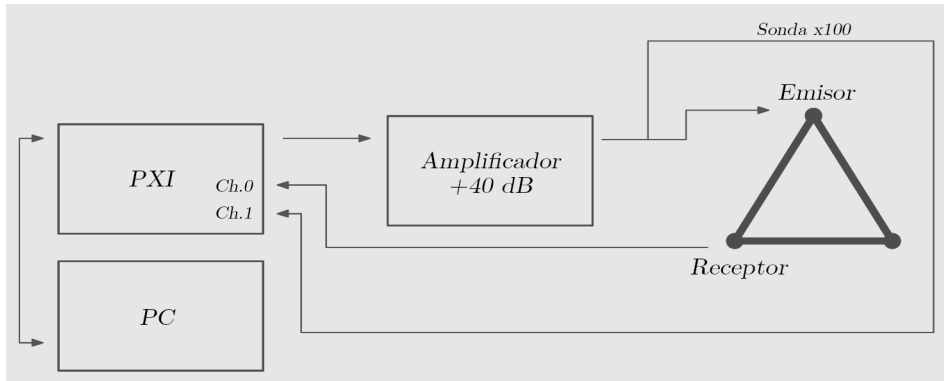


Figura III.32. Diagrama de bloques del montaje y conexión en el método de comparación directa.

En todos los casos, se han seguido los siguientes pasos (ver Figura III.32): por medio del ordenador y el programa en LabVIEW, se le indica a la plataforma PXI que tipo de señal debe generar. La plataforma PXI envía dicho tipo de señal a la entrada del amplificador. Una vez amplificada la señal de entrada, por un lado, es transmitida al transductor que actúa como emisor de ondas sonoras (ya sea el de referencia o el que queremos calibrar) y, por otro, mediante una sonda atenuadora x100, la señal es enviada al canal CH0 de la plataforma PXI. La onda de presión es captada por el transductor que actúa como receptor (ídem) y, una vez convertida en tensión eléctrica, es registrada por el canal CH1 de la plataforma PXI. De este modo, el programa en LabVIEW genera una serie de ficheros que almacenan los datos del perfil temporal de las señales enviadas como de las señales recibidas.

A continuación explicamos la interpretación de cada señal registrada y cálculos realizados para la obtención del TVR y del RVR de un emisor o receptor, respectivamente.

Obtención del TVR:

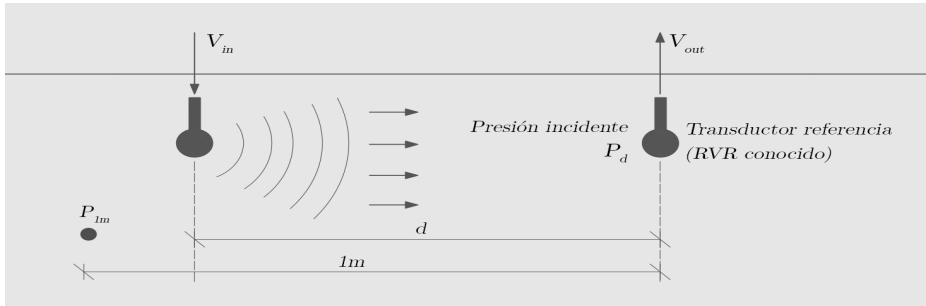


Figura III.33. Esquema del montaje para la calibración de hidrófonos emisores.

Se envía, por el transductor a calibrar, una señal sinusoidal de frecuencia f y duración dada (5 ciclos). Se registran las tensiones de las señales enviadas al emisor (V_{in}) y las tensiones que obtiene el receptor (transductor de referencia) (V_{out}), en valores *rms*. En base a los datos del transductor receptor de referencia (RVR_{ref}), se calcula la presión eficaz que está incidiendo en el mismo (P_d) y se corrige, por propagación esférica, a la distancia de 1m de referencia (P_{1m}). Con esta presión y el voltaje de las señales enviadas, se calcula el TVR:

$$TVR(f) = 20 \cdot \log\left(\frac{P_{1m}}{V_{in}}\right) \text{ [dB @ } \mu Pa/V \text{]} \quad (259)$$

Obtención del RVR:

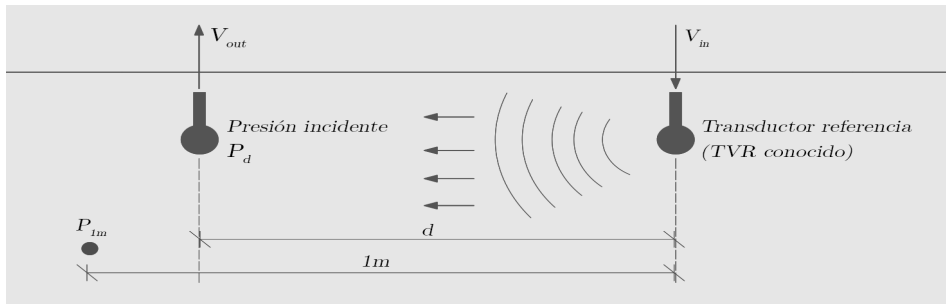


Figura III.34. Esquema del montaje para la calibración de hidrófonos receptores.

Se envía, por el transductor de referencia, una señal sinusoidal de frecuencia f y duración dada (5 ciclos). Se registran las tensiones de las señales enviadas al emisor (transductor de referencia) (V_{in}) y las tensiones obtenidas por el receptor (V_{out}), en valores *rms*. En base a la calibración conocida del transductor de referencia (TVR_{ref}), se obtiene la presión eficaz que este produce a un metro a lo largo de su eje (P_{1m}) y se corrige, por propagación esférica, a la distancia d a la que se encuentra el receptor (P_d). Con esta presión y el voltaje de las señales recibidas, se calcula el RVR:

$$RVR(f) = 20 \cdot \log\left(\frac{V_{out}}{P(d)}\right) \text{ [dB @ } V/\mu Pa \text{]} \quad (260)$$

Método de reciprocidad. En este método son requeridos tres transductores y no es necesario que ninguno de ellos sea calibrado previamente; es decir, no es necesario conocer las curvas fundamentales RVR y TVR [169]. Los transductores son situados en tres posiciones, y en función de la posición ocupada, cada transductor desarrolla una función u otra. Las funciones posibles son: T (transmisor); R (reversible); y H (hidrófono). Este método se ha utilizado para la calibración de los transductores utilizados como referencia (FFR-SX30FR, FFR-SX60FR, ITC-1032, TC-4034, TC-4038).

Para aplicar el método de calibración por reciprocidad, es necesario distribuir los elementos en base a tres tipos de configuraciones (que denominaremos Conf1, Conf2, y Conf3), y de esta forma es posible obtener el RVR de uno de los hidrófonos, concretamente del que ocupe la posición H (es decir, el que actúe como “hidrófono”). Se realizan, por tanto, tres mediciones para obtener los datos necesarios para calibrar un único transductor.

Configuración 1: el procedimiento utilizado para esta configuración es similar al utilizado en el método de comparación directa; pero en esta ocasión, además de utilizar un tercer hidrófono, los datos almacenados son las señales recibidas por cada uno de los transductores que actúan como receptores (V_{TR} y V_{TH}). Así pues: en primer lugar, se le indica al PXI que tipo de señal debe generar. La plataforma PXI envía dicho tipo de señal a la entrada del amplificador. Una vez amplificada la señal de entrada, es transmitida al transductor que actúa como emisor. Por último, la onda de presión es captada por los dos transductores que actúan como receptores y, una vez convertida en tensión eléctrica, es transmitida a los canales CH0 y CH1 de la plataforma PXI.

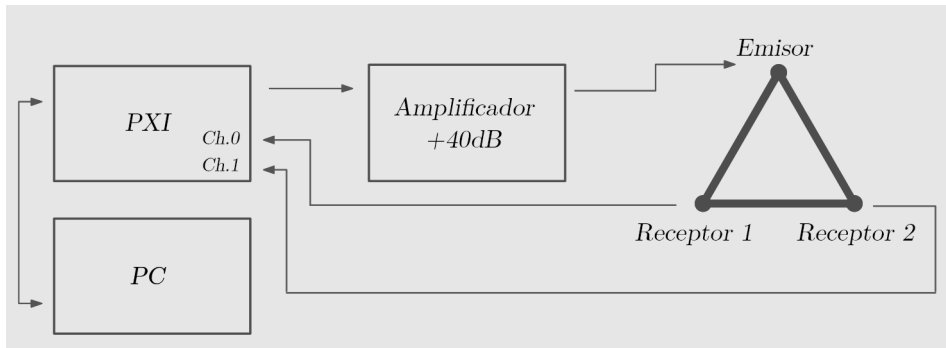


Figura III.35. Configuración 1 para la calibración por el método de reciprocidad.

Configuración 2: el objetivo del montaje de esta configuración es obtener la tensión en bornes de la resistencia utilizada, para posteriormente poder calcular la corriente I_R . De esta forma será posible calcular la sensibilidad del hidrófono estudiado (H). Al añadir una resistencia R de $1k\Omega$ al circuito, el voltaje total resultante es diferente. Por ello, se almacenan por separado tanto la tensión en bornes de la resistencia como la tensión resultante del circuito ($V_{R\Omega}$ y V'_R) para, posteriormente, en el análisis de las medidas, obtener la tensión en bornes del transductor mediante la resta de los fasores $V_{R\Omega} - V'_R$. Para ello, y siguiendo el diagrama mostrado en la Figura III.36, son utilizadas tanto una sonda atenuadora x100, como diversas pinzas de conexión.

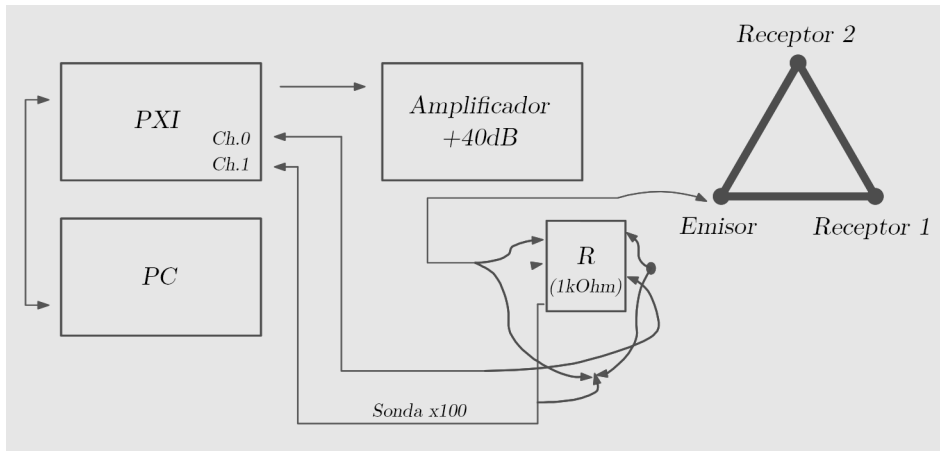


Figura III.36. Configuración 2 para la calibración por el método de reciprocidad.

Configuración 3: el procedimiento utilizado para esta configuración es similar al utilizado para la Configuración 1. En esta ocasión son almacenadas las tensiones que llegan a los dos receptores (V_{RH} y V_{RT}). En primer lugar, por medio del ordenador (y su software LabVIEW), se le indica a la plataforma PXI que tipo de señal debe generar. La plataforma PXI envía dicho tipo de señal a la entrada del amplificador. Una vez amplificada la señal de entrada, es transmitida, a través de la resistencia, al transductor que actúa como emisor. Por último, la onda de presión es captada por los dos transductores que actúan como receptores y, una vez convertida en tensión eléctrica, es transmitida a los canales CH0 y CH1 de la plataforma PXI.

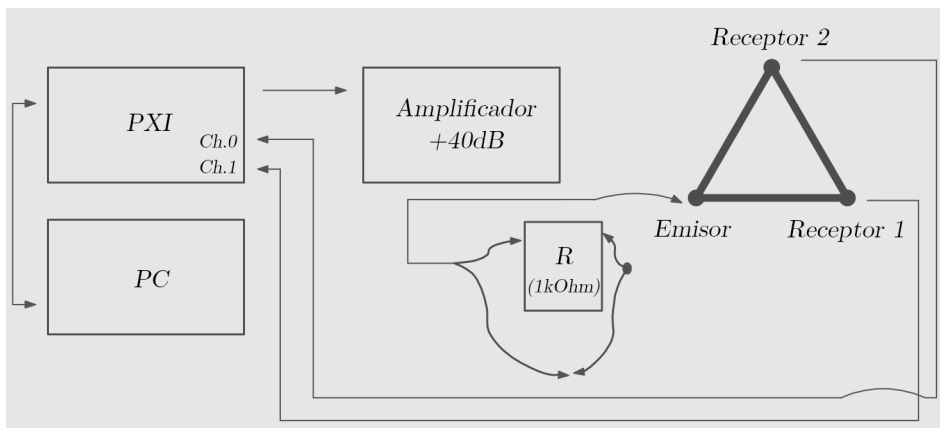


Figura III.37. Configuración 3 para la calibración por el método de reciprocidad.

Los parámetros seleccionados para estas medidas han sido: frecuencia inicial de 30 kHz, frecuencia final de 250 kHz, amplitud de pico (antes de pasar por el amplificador) de 400 mV, frecuencia de muestreo de 2 MS/s, y tiempo de captura de 1 ms.

Obtención del RVR:

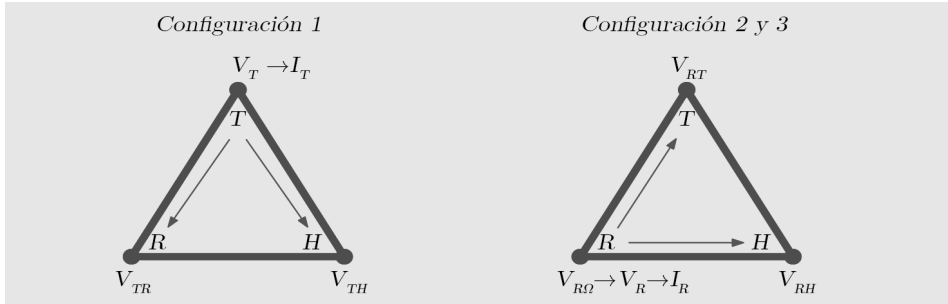


Figura III.38. Esquema de las posiciones de los hidrófonos en base a su función y las tensiones a medir.

En la Figura III.38 se observa un esquema con la ubicación de los hidrófonos, así como las tensiones a obtener en cada una de las configuraciones.

A continuación, se explicitan las tensiones y corrientes que son necesarios obtener para poder calcular la sensibilidad del hidrófono que cumple la función de “hidrófono H”: En primer lugar, tal y como indica el esquema relativo a la configuración 1, son obtenidas las tensiones V_{TR} y V_{TH} . A continuación, de acuerdo al esquema de la configuración 2, son obtenidas las tensiones tanto en bornes de la resistencia utilizada como la resultante del circuito: $V_{R\Omega}$ y V'_R . Con estas tensiones será posible calcular la corriente I_R . (Ampliado en el apartado 3.3.2.). Por último, trabajando sobre la configuración 3, son obtenidas las tensiones V_{RH} y V_{RT} . Una vez obtenidos los datos buscados, el objetivo es calcular la sensibilidad para cada una de las frecuencias estudiadas. Para ello, se aplican las siguientes fórmulas:

$$S_H(f) = \sqrt{\frac{2d V_{TH}(f) V_{RH}(f)}{\rho f V_{TR}(f) I_R(f)}} [V/\mu Pa] \quad (261)$$

$$RVR(f) = 20 \cdot \log(S_H(f)) [dB @ V/\mu Pa] \quad (262)$$

A partir de estas expresiones, podemos calcular el TVR tanto del transductor T como del recíproco R [223] [236].

III.2.5 Reducción de ruido electromagnético

Influencia de las OEM. Cuando un emisor acústico piezoeléctrico se excita mediante una señal eléctrica, se radian al medio tanto ondas acústicas (OA) como electromagnéticas (OEM). La primera de ellas se produce, como se ha visto en la *Sección II.1*, debido el cambio de volumen de la cerámica, produciendo compresiones y rarefracciones en el medio circundante, y se propaga a la velocidad de propagación acústica del medio. La segunda se produce como consecuencia del flujo electrónico entre los electrodos de la cerámica [237], pero viaja a la velocidad de la luz en el medio, es decir, mucho más rápida que la OA.

Si tanto el emisor acústico como el receptor están electromagnéticamente aislados, la amplitud de la OEM será mucho menor que la de la OA, y no habrá prácticamente interferencia entre ambas señales, es decir, la señal acústica recibida se asemejará bastante a la enviada. No obstante, cuando uno de los dos transductores está electromagnéticamente desnudo y ambos están lo suficientemente cerca el uno del otro, la OEM puede tener una amplitud del orden de la OA recibida, de modo que no sea posible distinguir la recepción y características de ambas. La siguiente Figura III.39 muestra un ejemplo de este fenómeno, donde el emisor es un hidrófono ITC y el receptor una cerámica piezoeléctrica, distanciados 20 cm. La señal emitida en la izquierda es una onda monocromática de 60 kHz y 85 μ s (5 ciclos) de duración y, a la derecha, un sweep entre 20 y 50 kHz en 10 μ s.

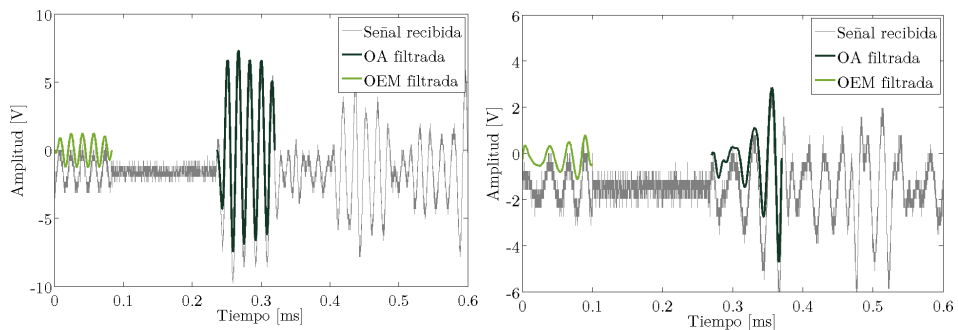


Figura III.39. Ejemplo de señales recibidas a 30 cm del emisor. A la izquierda, seno de 5 ciclos de 60 kHz. A la derecha, sweep entre 20 y 50 kHz en 100 μ s.

Dado que una gran parte de las medidas acústicas se han realizado en la vasija de calibración, el emisor (un hidrófono en su interior) y el receptor (una cerámica pegada a la pared exterior o un hidrófono en su interior) están lo suficientemente cerca (6 cm) como para esperar dificultades en la distinción del comportamiento de la OA respecto de la OEM. Como se verá en el *Capítulo IV*, existen métodos de detección que nos pueden ayudar a distinguir ambas señales pero no son suficientes si nuestra intención es la calibración correcta de transductores acústicos en estas condiciones de operación. A continuación vamos a estudiar con más detalle esta problemática y establecer montajes experimentales para, introduciendo una jaula de Faraday en el emisor y correctamente conectada el receptor, evitarla.

OEM en hidrófonos. En el tanque de agua, se ha estudiado la influencia de una OEM emitida por un transductor comercial ITC en nuestras medidas, utilizando distintas señales y distancias, y recibiendo con el transductor TC-4034, tal como se observa en la Figura III.40. Por lo tanto, a pesar de que con estas medidas no podemos obtener la amplitud real de las OEM, nos pueden servir para cuantificar efecto en la calibración de un transductor comercial que, en teoría, está electromagnéticamente aislado.

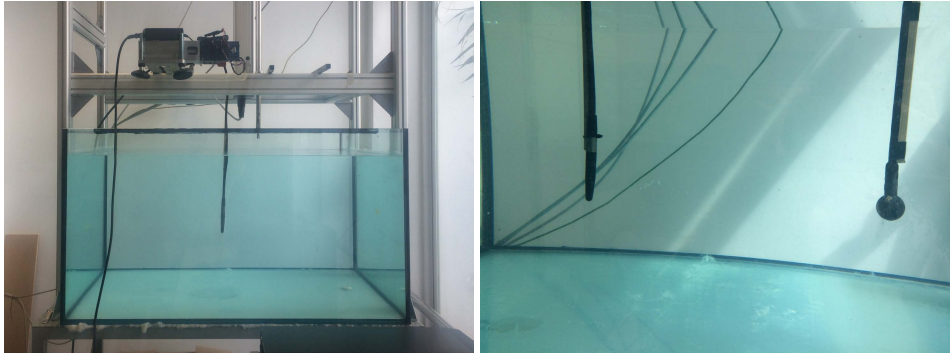


Figura III.40. Montaje experimental para estudiar la OEM en el caso del transductor comercial TC-4034. A la izquierda, emplazamiento para el control de las medidas. A la derecha, posición de los transductores sumergirlos para calibración.

La Figura III.41 muestra las amplitudes de las OEM (izquierda) y OA (derecha) recibidas, emitiendo tonos entre 10 y 100 kHz. Por una parte, vemos que las amplitudes de las OA tienen el comportamiento esperado, salvo para los tonos de 10 kHz y 20 kHz, pues en ellos existen interferencias entre señal directa y reflexiones. Por otra parte, las amplitudes de las OEM son mucho menores que la OA en prácticamente todas las señales. Destaca que el comportamiento de la OEM, con pequeñas variaciones en torno al mV, que pueden ser debidas a errores experimentales y presencia de ruido ambiental. Con todo, podemos dar por válidas las medidas realizadas de la propagación acústica en el interior de la vasija (*Sección II.1*) dado que en ellas se emite y recibe con esta configuración.

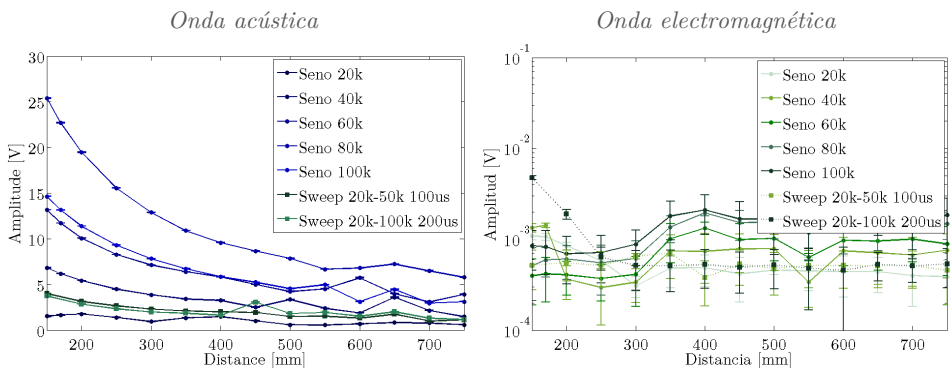


Figura III.41. Propagación de la OA (izquierda) y la OEM (derecha).

OEM en piezoeléctricos. Tal como se va a ver a partir del siguiente apartado III.2.6, un gran número de medidas en esta Tesis se ha realizado con cerámicas piezoeléctricas sin ningún tipo de aislamiento electromagnético. Para estudiar e intentar mitigar el efecto de la OEM sobre la cerámica se realiza un estudio similar al anterior, emitiendo con el mismo transductor ITC pero recibiendo con una cerámica de test electromagnéticamente desnuda, como se observa en el montaje de la Figura III.42.

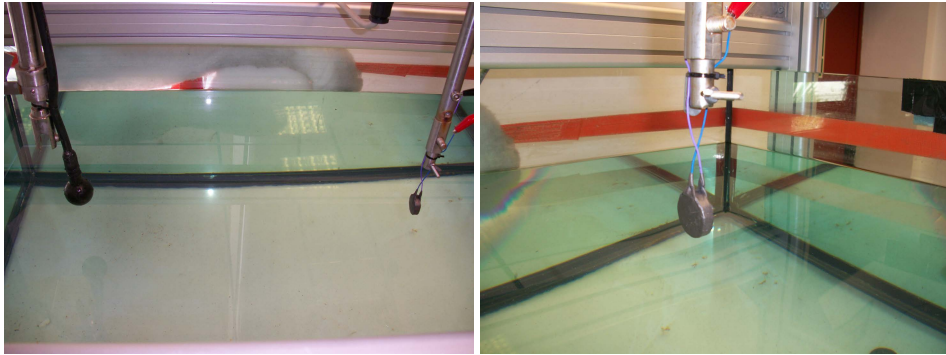


Figura III.42. Montaje experimental para estudiar la influencia de la OEM en la calibración de cerámicas sin aislamiento electromagnético. A la izquierda, montaje antes de sumergir el sistema en el tanque. A la derecha, detalle de la cerámica con un recubrimiento impermeable acústicamente transparente.

La Figura III.43 muestra los resultados obtenidos para el cociente entre las amplitudes de la OA y la OEM en función de la distancia entre emisor y receptor (izquierda) y de la frecuencia (derecha). Se observa que, para el rango de distancias medidas, la amplitud OA es mayor que la OEM sólo en los tonos de 70 a 90 kHz. Entonces, para distancias más cortas, como ocurre en las medidas de cerámicas pegadas a la vasija, es de esperar la influencia de la OEM en las medidas. Por ello, se ha considerado de especial interés testear métodos para la reducción de la amplitud de la OEM recibida, tal como se comenta en el siguiente apartado.

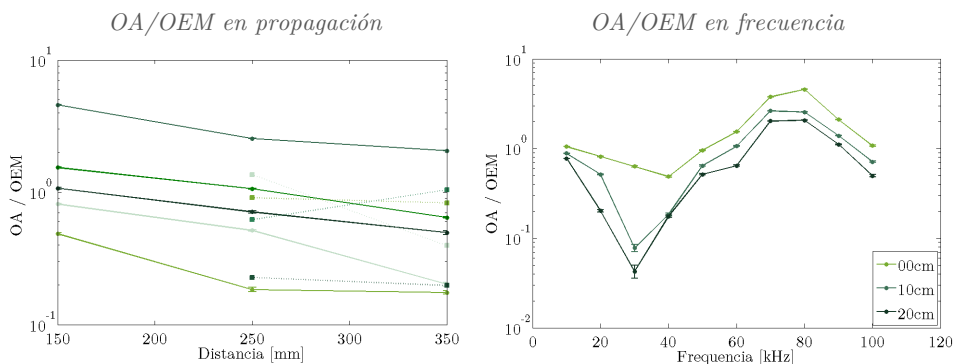


Figura III.43. Propagación de la OA (izquierda) y la OEM (derecha).

Reducción de OEM. La Figura III.44 muestra el montaje y conexiones realizados para reducir la OEM. El método consiste en envolver el emisor con un film metálico acústicamente transparente, a modo de jaula de Faraday, y conectarlo con un cable auxiliar con el receptor.

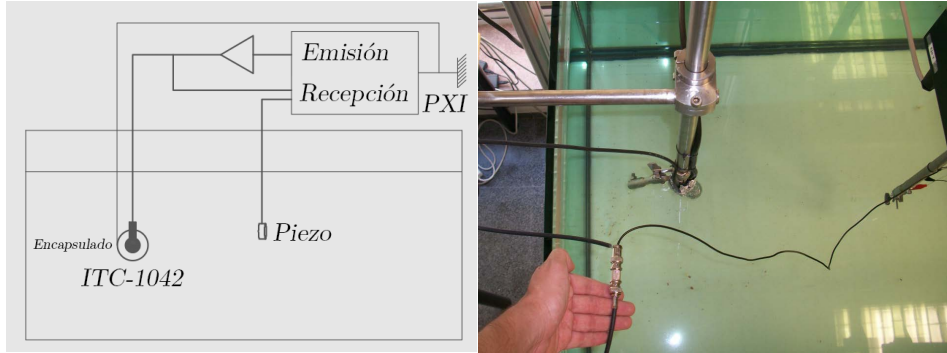


Figura III.44. Montaje experimental para estudiar la reducción de la OEM en la calibración de cerámicas sin aislamiento electromagnético. A la izquierda, esquema del montaje. A la derecha, imagen del conexionado.

Calibrando con este montaje y conexionado la cerámica sin encapsular a 9 cm del emisor (distancia típica en las calibraciones de sensores en cámaras de burbujas) obtenemos el comportamiento de la amplitud de las OA y OEM que se muestra en la Figura III.45. A la izquierda vemos que la reducción de la OEM es importante si realizamos las medidas con este montaje, mientras que la OA no se modifica excesivamente. Además, a la derecha observamos que, en todas las frecuencias en estudio con este montaje, la amplitud de la OA está por encima de la OEM. Entonces, podemos concluir que las medidas en las que se recibe con cerámicas piezoeléctricas a reducidas distancias deben realizarse con el conexionado expuesto si queremos que las señales obtenidas sean acústicas, sin práctica influencia de la señal electromagnética.

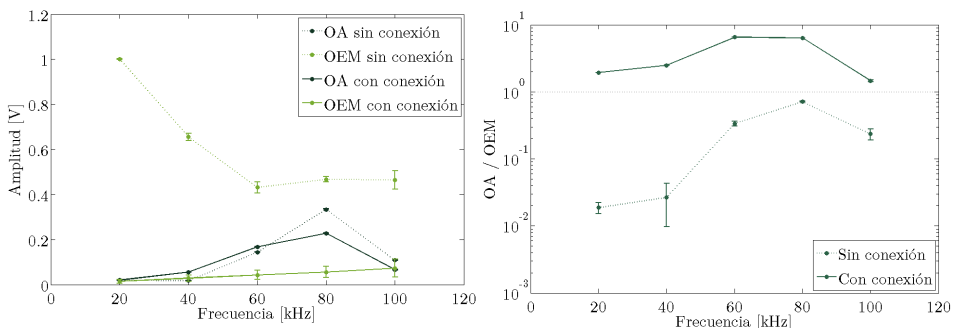


Figura III.45. Reducción de la amplitud de la OA y OEM para las distintas frecuencias en estudio al medir con el montaje expuesto (con conexión) respecto a sin el montaje (sin conexión).

III.2.6 Diseño de sensores libres

Elección de las cerámicas. Para el desarrollo de este estudio se han empleado cerámicas piezoeléctricas blandas tipo PIC 255 y PIC 155, de la compañía PI-Ceramics, basadas en una modificación del PZT. Los estudios iniciales se realizaron con los cuatro modelos que se analizaron en la *Sección III.1*, pero los estudios más amplios con capas de adaptación se han utilizado únicamente el cilindro PIC 255 $d=10$ mm, $h=5$ mm y el disco PIC 255 $d=25$ mm, $h=2$ mm, tal como se muestra en la Figura III.46. A la izquierda, se muestra un detalle de la cerámica cilíndrica, así como cuando se encuentra en el montaje de medida en condiciones mecánicas libres, con los cables pegados a sus electrodos, en el interior del tanque de agua. A la derecha, detalle de la cerámica tipo disco.

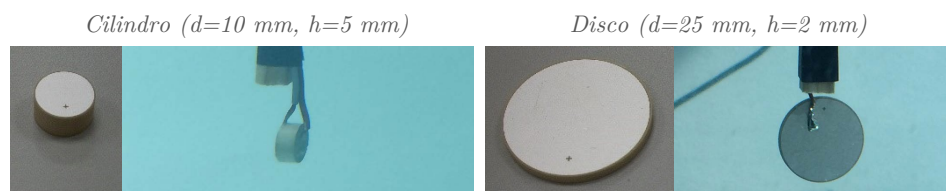


Figura III.46. Cerámicas utilizadas para el estudio de sensores acústicos.

La elección de estas cerámicas radica que, por una parte, son semejantes a las ya utilizadas en los detectores PICO-2L y PICO 60, pues tienen un reducido tamaño para poder embeberlas en un encapsulado. Por otra parte, son idóneas para su uso como sensores acústicos para detectores de partículas de bajo fondo pues, tal como se estudió en la *Sección III.1*. Efectivamente, los materiales cerámicos piezoeléctricos blandos pueden ser polarizados con bastante facilidad debido a su típica alta movilidad relativa. Las ventajas de los materiales PZT blandos son un elevado coeficiente de carga piezoeléctrico, al igual que ocurre con sus factores de acoplamiento.

Además, en esta Sección vamos a mostrar los primeros resultados de una nueva línea de sensores para los detectores PICO. Como se ha ido comentado, los sensores actuales de PICO, al igual que los que vamos a diseñar para MODA-LS, están basados en *cerámicas volumétricas*, es decir, con dimensiones de, como mucho, diez veces más grandes unas respecto a otras. Con ello, se pretende estudiar el rango frecuencial entre los pocos kHz y los 100 kHz. No obstante, como se ha comentado en la Sección II.1, la señal acústica esperada de la burbuja no tiene, a priori, un corte inferior en su contenido frecuencial pero, el diseño de transductores sensibles a frecuencias más bajas contradice la necesidad de utilizar la mínima cantidad de material del sensor. Por ello, para ahondar en el estudio de estas frecuencias más bajas se está proponiendo la utilización de *cerámicas superficiales*, es decir, con dimensiones laterales mucho más grandes que las cerámicas volumétricas pero espesores mucho más estrechos. Esto nos permitirá diseñar sensores que, por una parte, son adecuados para la recepción en este rango frecuencial y, por otra, presentan cierta flexibilidad mecánica para poderlos adaptar a la superficie curvada de la vasija de los detectores. Las cerámicas utilizadas para el estudio de estas cerámicas superficiales son del tipo PIC255, por lo que serán útiles las herramientas desarrolladas en este apartado.

Caracterización acústica de cerámicas libres. En la Figura III.47 mostramos el módulo de la admitancia eléctrica para las dos geometrías empleadas. Al igual que ocurría con las curvas de impedancia estudiadas en la *Sección III.1*, en ambas se observa que las desviaciones entre ellas son muy pequeñas. Se observa que, para los cilindros, no existen máximos de admitancia, es decir, que esperamos una respuesta plana en el rango medido mientras que, en el caso de los discos, aparece una resonancia cerca de los 80 kHz que, como se verá, corresponderá a un aumento de sensibilidad acústica en esta frecuencia.

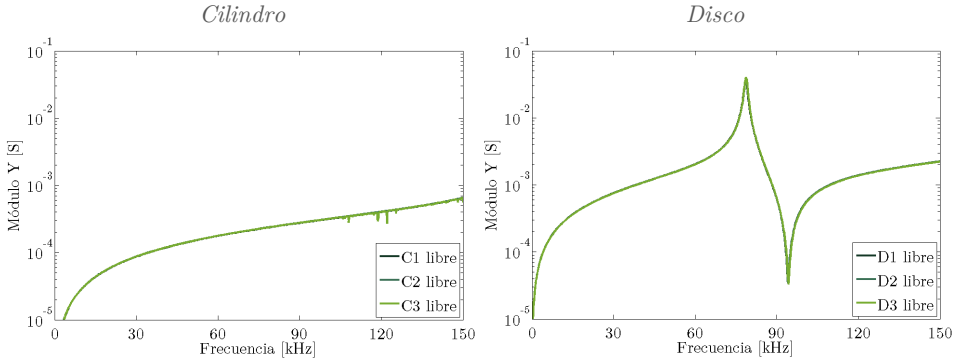


Figura III.47. Módulo de la admitancia de las cerámicas libres, medidas en agua.

La Figura III.48 muestra el RVR de cada tipo de cerámica, medidas en el tanque de agua en condiciones de contorno libres. Para el caso de los discos, se observa que aparece un máximo de sensibilidad a la frecuencia donde tenemos un máximo de admitancia, (~ 80 kHz). Además, los picos de sensibilidad en los discos son más estrechos (unos pocos kHz) que en el caso de los cilindros (decenas de kHz). Entonces, en estas frecuencias, se pueden alcanzar mayores sensibilidades con los discos, pero anchos de banda mayores y más homogéneas en los cilindros. Respecto a las incertidumbres (sombreado de la figura) vemos que, en ambas cerámicas, son pequeñas para frecuencias por encima de 60 kHz, menores a 1 dB, pero pueden ser elevadas, hasta 5 dB, para frecuencias inferiores a 60 kHz.

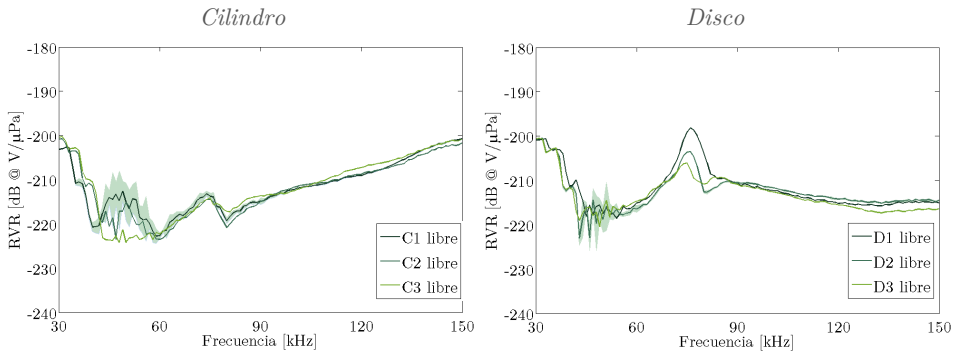


Figura III.48. RVR medido de las cerámicas libres. El área sombreada muestra la incertidumbre típica para una cerámica de cada tipo, siendo similares para el resto de cerámicas.

La Figura III.49 se muestra las sensibilidades obtenidas mediante simulación de ambas geometrías. Se observa que, para la cerámica cilíndrica, la sensibilidad crece de -230 a -205 dB @ V/ μ Pa entre 30 y 90 kHz, manteniéndose prácticamente homogénea en todo el rango medido. Esto contrasta con el aumento de sensibilidad medido en frecuencias inferiores a 50 kHz lo cual, en vista del apartado III.2.X, nos sugiere que puede haber una influencia de las ondas electromagnéticas u otros sesgos introducidos en estas frecuencias. Para los discos, el máximo de sensibilidad se obtiene en 85 kHz, mientras que las medidas mostraron un máximo en 80 kHz. Esta desviación puede deberse a cierta incertidumbre en la geometría empleada pues, después de realizar varias simulaciones con radios de entre 20 y 25 mm, se observó que una variación en 1 mm supone un desplazamiento de la posición frecuencial del pico del orden del kHz. Este comportamiento resalta la importancia de una correcta metrología y modelización de las cerámicas piezoeléctricas para obtener resultados fiables.

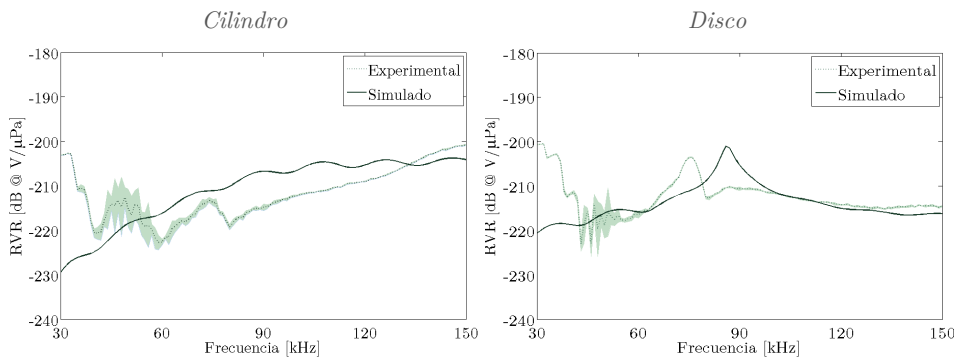


Figura III.49. RVR medido y simulado de las cerámicas libres tipo cilindro (izquierda) y tipo disco (derecha).

El siguiente paso en el diseño de un sensor acústico piezoeléctrico consiste en mejorar su sensibilidad optimizando la capa de adaptación entre la cerámica y el medio en el que tiene lugar el fenómeno acústico que queremos registrar, en este caso, agua. A continuación se muestran los principales resultados de los estudios realizados en esta línea. Inicialmente se comenta la elección del material utilizado para ello y, posteriormente, se obtienen resultados experimentales y contrastan con conclusiones de simulaciones numéricas y modelos analíticos.

Elección del ML. Como se ha comentado, los sensores acústicos de las cámaras de burbujas tipo PICO y MODA-LS están pegadas en el exterior de la pared de la vasija que contiene el líquido sobrecalentado. Entonces, el diseño de un sensor acústico en estas condiciones debe ser optimizado teniendo en cuenta que entre el medio de recepción y la cerámica hay una capa intermedia (la pared de cristal) que, en principio, no puede ser modificada por lo que la optimización pasará por elegir una capa adicional (ML) entre dicha pared y la cerámica.

En una primera aproximación, dicha capa debe tener una impedancia acústica característica intermedia entre la de la pared (en este caso, Pyrex: $Z_i \sim 11,0 \text{ MRayl}$) y la de la cerámica (la del PIC255: $Z_t \sim 18,4 \text{ MRayl}$). A partir de los estudios de transmisión normal entre fluidos a través de una capa (Sección II.2.5, ecuación 33), se obtiene que la impedancia que mejora la transmisión debe ser de $Z_1 = \sqrt{Z_i \cdot Z_t} = 14,2 \text{ MRayl}$. Hemos utilizado este modelo simplificado dado que, aunque estamos considerando una transmisión entre sólidos (pared-ML-piezo), al considerar transmisión normal no hay conversión entre modos de propagación, sino que todas las ondas se propagan longitudinalmente. De entre el conjunto de materiales que podemos encontrar en el mercado con esta impedancia acústica, a pesar de que no es el mejor, hemos elegido el aluminio ($Z_1 = 17,2 \text{ MRayl}$) dado que tiene una buena impedancia, con baja atenuación y es un material fácil de obtener y de trabajar con él.

Con dicho material, en esta Sección se pretenden testear nuestros modelos analíticos y numéricos, vistos en el apartado III.2.3 para entender el funcionamiento del ML tanto en sensores libres (fluido-ML-piezo) como en sensores pegados (fluido-pared-ML-piezo). Para ello, se miden primero (en este apartado) las sensibilidades de ambos tipos de cerámicas con diferentes espesores de ML de aluminio y, posteriormente, se pegan los transductores resultantes a la vasija de calibración (apartado III.2.X), para observar el efecto del sistema con dos capas. Con ello, ambas configuraciones serán tratadas analítica y numéricamente, y los resultados contrastados con los de las medidas experimentales.

En la Figura III.50 se muestran los cilindros y discos medidos con diferentes espesores de ML de aluminio testeadas. Cada muestra de aluminio se pega a la cerámica mediante epoxy conductor CW2400 presionado a la misma mediante un gato mecánico para tener un buen contacto entre ambas piezas. Los espesores de aluminio que se muestran son las que, después de un estudio analítico, dan lugar a un aumento de sensibilidad (maximizan la transmisión agua-ML-piezo) en el rango frecuencia entre 40 y 70 kHz.

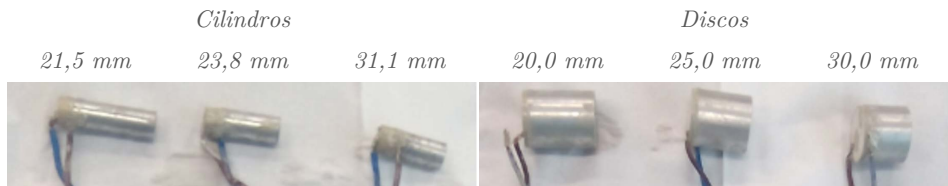


Figura III.50. Capas de adaptación de aluminio testeadas con las cerámicas libres.

Caracterización acústica de cerámicas libres con ML. En la Figura III.51 mostramos el módulo de las admitancias para cada cerámica con el correspondiente espesor de ML añadido. En los cilindros, aparecen resonancias entre 50 y 80 kHz, y entre 120 y 150 kHz, menores cuanto mayor es el ML. En los discos sigue prevaleciendo, con algunas variaciones, la resonancia cerca de los 80 kHz, pero aparece otra entorno a los 120 kHz. La aparición de estos picos se traducirá en aumentos relativos de la sensibilidad de las cerámicas, tanto observada experimentalmente como esperada teóricamente.

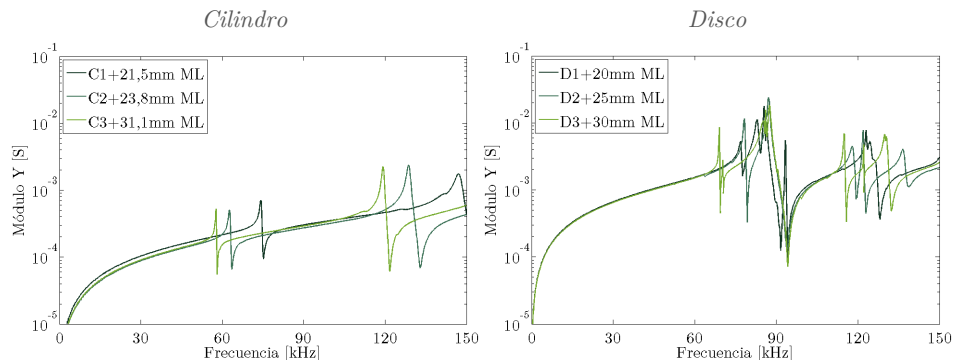


Figura III.51. Módulo de la admitancia de las cerámicas con ML medidas.

En la Figura III.52 se muestra la diferencia de sensibilidad obtenida entre las cerámicas con ML medidas respecto de las mismas sin ML. Para los cilindros, se observa que la mejor eficiencia se encuentra entorno a los 40 kHz para todos los ML (aunque al aumentar el espesor del ML, disminuye la frecuencia del pico) con un incremento de hasta 20 dB. A partir de los 70 kHz, las sensibilidades decrecen resultando menores que las obtenidas en las cerámicas sin ML. En el caso de los discos también aparecen picos de sensibilidad hacia los 40 kHz con todos los ML, pero con ganancia algo menor (diferencia de 12 dB), así como un segundo pico entorno a los 80 kHz con un incremento de sensibilidad similar. Para frecuencias mayores, la sensibilidad cae, aunque únicamente el ML de 25 mm se mantiene por encima (unos 3 dB) de la sensibilidad del disco sin ML. No obstante, considerando las incertidumbres sistemáticas de la medición, este resultado debe tomarse con precaución. En estos casos, las incertidumbres sistemáticas estimadas debidas a la reproducibilidad son de 3 dB.

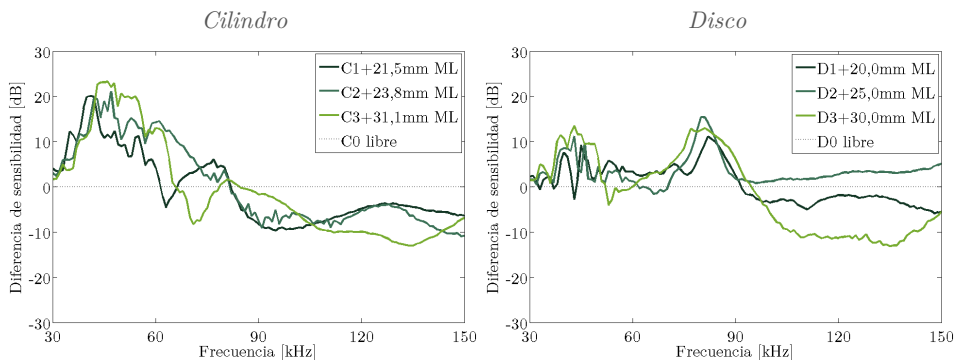


Figura III.52. Diferencia de sensibilidad de las cerámicas con ML (líneas de colores) respecto de las obtenidas sin ML (línea negra), medidas en el tanque de agua.

Una vez obtenidas las sensibilidades de todas las cerámicas de cada una de las configuraciones, se pueden aunar los resultados mostrando la posición de los máximos de sensibilidad en función de los espesores de ML que se han estudiado, y contrastar los resultados con el valor obtenido teóricamente mediante el modelo de una capa comentado en el *apartado II.2.5*, tal como se muestra en la Figura III.53.

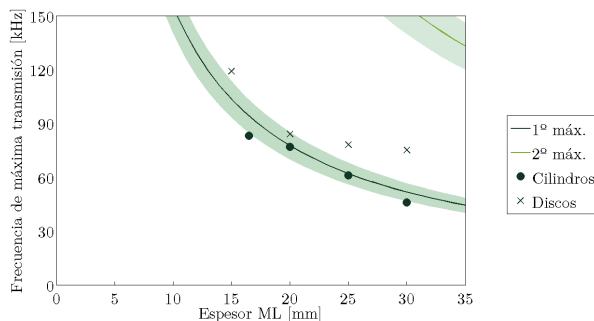


Figura III.53. Frecuencia de los máximos de transmisión frente al espesor de ML, obtenida a partir del modelo de transmisión normal a través de una capa. Comparación con las medidas de los máximos frecuenciales para cada cerámica.

Respecto a los valores teóricos, la línea verde oscura expresa la frecuencia del primer máximo de transmisión para cada espesor dado utilizando, para ello, el valor representativo de las impedancias de los materiales caracterizados en el *apartado II.2.4*. La desviación de dichos valores medidos se ha calculado y representado mediante el sombreado. La línea y el sombreado de la esquina superior derecha muestran, de forma similar, la frecuencia del segundo máximo de transmisión, es decir, la segunda frecuencia que más se transmite. En los resultados de las medidas experimentales, los círculos muestran las frecuencias de máxima sensibilidad que se obtienen en cada uno de los espesores de ML de aluminio caracterizados para el caso de las cerámicas tipo cilindro. Como se ve, para el primer máximo frecuencial, los resultados se aproximan bastante bien a los valores esperados, con desviaciones inferiores al 5 % respecto a la curva teórica. En el caso del segundo máximo frecuencial, aunque se trata de cada vez frecuencias más elevadas y de menor interés para nuestros propósitos, la dispersión de los valores es mayor pero se puede apreciar cierto ajuste de los datos con respecto a la curva teórica. Las cruces representan las frecuencias de máxima sensibilidad que se obtienen en cada uno de los espesores de ML de aluminio caracterizados para el caso de las cerámicas tipo disco. En este caso las primeras resonancias son en general un poco mayores al valor esperado y la tendencia no es tan clara como en el caso anterior. Esto puede deberse a que las máximas frecuencias esperadas están próximas a la frecuencia de resonancia de la cerámica libre, por lo que es más difícil de discernir un aumento en su proximidades. Aun así, existe un aumento de la transmisión acústica en estas frecuencias, que mejora la sensibilidad de estos transductores en estas bajas frecuencias, de mayor interés.

En los modelos teóricos, no se ha considerado el espesor del pegante entre la pared de la vasija y el ML, ni entre este y la cerámica. Con esto en mente, después de testear los modelos analíticos y numéricos, se ha estudiado la posibilidad de adaptar las impedancias acústicas entre el medio acústico y la cerámica utilizando dicho material de pegado como ML, con un espesor adecuado. Estos estudios no se han finalizado en esta Tesis pero se pueden encontrar algunos estudios similares, para posteriores estudios.

Elección del BK. Generalmente, en el diseño de transductores, se añade un material de elevada atenuación acústica en la parte trasera del mismo para ensanchar la banda frecuencial de recepción, a expensas de perder sensibilidad en la amplitud de la señal recibida [190]. Para la elección adecuada de dicha capa trasera, o *backing* (BK), existen varias consideraciones de diseño que deben tomarse en cuenta [238]. Por una parte, la impedancia acústica del BK debe ser elegida de acuerdo a los requerimientos de ancho de banda del transductor. En este sentido, incrementar el ancho de banda aumentando la impedancia del material da lugar a un decrecimiento de la eficiencia del transductor y, por ello, de su sensibilidad [239], es decir, hay un compromiso entre ancho de banda del transductor e impedancia acústica del BK. Por otra parte, el coeficiente de atenuación del material debe ser tan alto como sea posible para que las ondas que lleguen a la parte trasera del transductor no se reflejen hacia delante evitando, así, fenómenos de interferencia. Además, la mayoría de los modelos analítico de BK asumen que dicha capa es semi-infinita y sin pérdidas mecánicas [240] de modo que, en la práctica, su espesor deberá ser considerablemente más larga que el espesor de la cerámica.

Con estas consideraciones, se ha decidido testear el efecto de incluir una capa adicional de material detrás de los sensores ya estudiados. Para ello, se han construido diversas muestras de material EPO 4030 con un diámetro de 27 mm y distintos espesores. En primer lugar, estas piezas se han pegados a un conjunto de cerámicas tipo disco para medirlas en condiciones libres para, posteriormente, pegarlas a la vasija. Con ello, se estudia el efecto del BK en ambas configuraciones y se extraen conclusiones sobre el diseño completo (pared+ML+piezo+BK) de sensores en cámaras de burbujas.

La Figura III.54 muestra las cerámicas libres testeadas con los espesores de BK pegados a uno de los electrodos, en cuya interfase se ha introducido una lengüeta metálica para tener la lectura de la diferencia de potencial entre electrodos. Para contemplar una mayor casuística en el estudio, por una parte, los espesores de los BK se han elegido para que este sea varias veces el de la cerámica pero que algunas muestras sean más estrechas que el diámetro de la cerámica y, por otra, para que la masa agregada de material a la cerámica fuera desde un valor similar al de la cerámica, hasta varias veces superior. De cada muestra se ha obtenido su sensibilidad midiéndolas en el tanque de agua.



Figura III.54. Distintos espesores de backings pegados a las cerámicas tipo disco.

Caracterización acústica de cerámicas libres con BK (y sin ML). En la siguiente Figura III.55 se muestran las admitancias eléctricas de las cerámicas medidas con distintos espesores de backing. En general, se observa que la incorporación de la capa trasera disminuye la resonancia de la cerámica libre (~75 kHz), lo cual se traducirá en una reducción de la sensibilidad en dicha frecuencia. En cambio, aparecen ligeras resonancias a más baja frecuencia, aunque no se aprecia una clara correlación entre las masas y estas frecuencias.

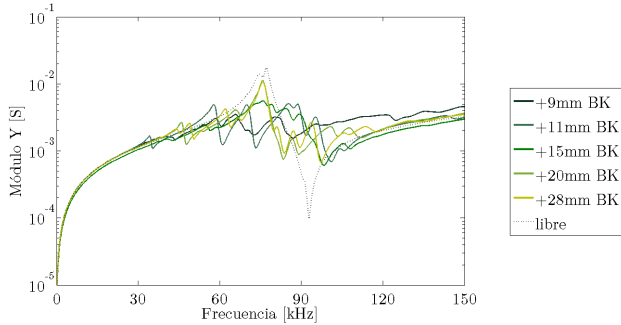


Figura III.55. Módulo de la admitancia de las cerámicas con ML medidas.

La Figura III.56 muestra la diferencia de sensibilidades de estas muestras respecto a la de las mismas cerámicas sin BK. Se observa que hay una mejora de la sensibilidad por debajo de 60 kHz en prácticamente todas las muestras estudiadas, con la excepción de la muestra de 20 mm de BK, en la que la sensibilidad aumenta para frecuencias superiores a 100 kHz.

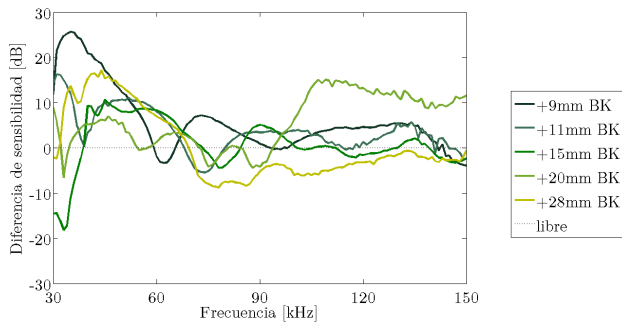


Figura III.56. Diferencia de sensibilidad de las cerámicas tipo disco con backing respecto a las mismas sin backing, medidas en el tanque de agua.

Vemos que, en general, la adición del BK aumenta la sensibilidad por debajo de la frecuencia de resonancia de la respectiva cerámica libre. No obstante, como veremos en el siguiente apartado, al pegar las cerámicas a las paredes de una vasija, esta respuesta se modificará.

III.2.7 Diseño de sensores pegados

Caracterización acústica de las cerámicas pegadas. La Figura III.57 muestra un ejemplo de los cilindros y discos pegados a la vasija de borosilicato, utilizados en este estudio. Las cerámicas están pegadas con el mismo conductor epoxi CW2400.

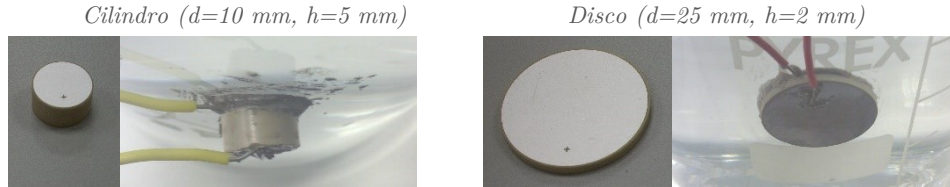


Figura III.57. Ejemplo de cilindro y disco pegado a la vasija de borosilicato.

La Figura III.58 muestra el RVR resultante de cada tipo de cerámica. Se observa que, al pegar las cerámicas a la vasija, aumenta su sensibilidad dado que existe una mejor adaptación de impedancias (agua-cristal-cerámica) que en el caso de las cerámicas libres (agua-cerámica). Este es un aumento de sensibilidad intrínseco en la configuración de los transductores utilizados en las cámaras de burbujas como PICO. Se observa que las cerámicas cilíndricas adquieren una mayor y más plana sensibilidad que los discos. En ambos casos, los picos de máxima sensibilidad aparecen aproximadamente a la misma frecuencia. Esto sugiere que la pared de la vasija tiene un pequeño efecto en el comportamiento de los modos más bajos, es decir, que la rigidez del borosilicato no es lo suficientemente elevada como para limitar la deformación de la cerámica en estos modos.

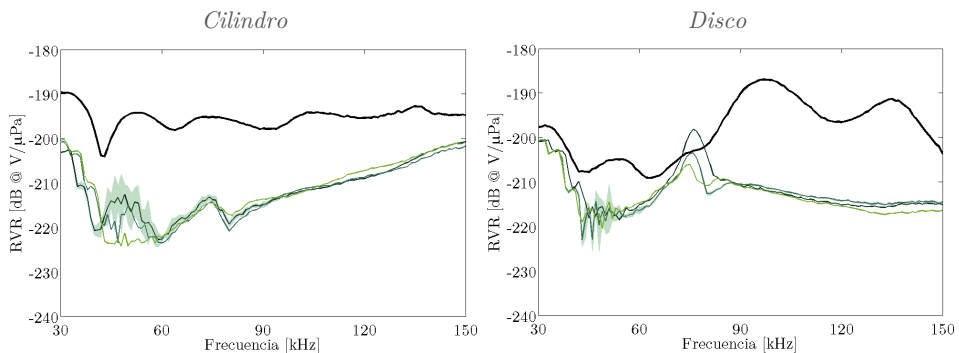


Figura III.58. RVR medido de las cerámicas libres. El área sombreada muestra la incertidumbre típica para una cerámica de cada tipo, siendo similares para el resto de cerámicas.

Podemos concluir que con ambos tipos de cerámicas se pueden obtener sensores de relativa alta sensibilidad ($RVR = -195 \pm 3\text{ dB @ V}/\mu\text{Pa}$). Aun así, con los cilindros se obtiene un mayor ancho de banda y de más baja frecuencia (de 30 kHz a 150 kHz) que en el caso de los discos (de 80 kHz a 140 kHz). Por ello, tal como se verá en el apartado III.2.10, se utilizarán estas cerámicas cilíndricas en el diseño y construcción de los sensores para MODA-LS.

Caracterización acústica de las cerámicas pegadas con ML. Una vez conocido el comportamiento de diferentes espesores de ML de aluminio con ambos tipos de cerámicas, cada una de ellas se pega a la vasija de calibración tal como se muestra en los ejemplos de la Figura III.59. El material de pegado es el mismo epoxy que el utilizado para pegar el ML a las cerámicas.

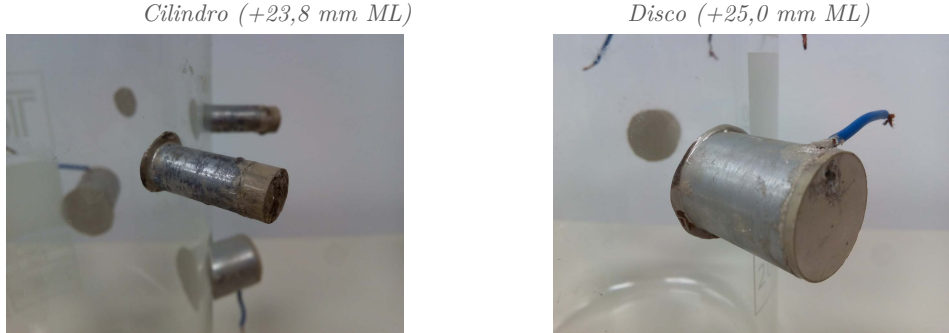


Figura III.59. Ejemplo de cerámicas con capas de adaptación de aluminio pegadas a la vasija de calibración.

La siguiente Figura III.60 muestra las admitancias de los dos tipos de cerámicas con los tres espesores de ML. En los cilindros, el número de picos es similar al caso de cilindros libres, pero las frecuencias están ligeramente desplazadas hacia más bajas frecuencias y el ancho de cada uno de ellos es mayor. En cuanto a los discos, igual que en los discos libres, se observa que el pico de la frecuencia de resonancia del modo radial prevalece en todos los casos, desplazándose ligeramente a frecuencias inferiores.

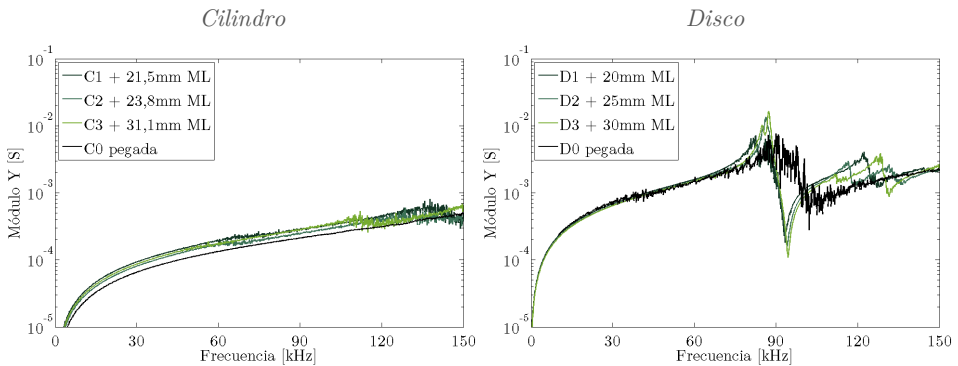


Figura III.60. Admitancia de las cerámicas con ML (curvas de color) y sin ellos (curva negra), cuando se encuentran pegadas a la vasija.

Dado que esta configuración es la final que se utilizará en los estudios con la vasija de calibración, en la Figura III.61 se muestra los RVR absolutos obtenidos cerámica con ML pegada a la vasija. Se observa que la sensibilidad de los discos con ML aumenta en el rango entre 50 y 70 kHz con respecto a las sensibilidades de las cerámicas pegadas pero sin ML. Como era de esperar el incremento es mayor para mayores espesores de ML. La incorporación del ML no tuvo un especial efecto en el segundo pico de sensibilidad. Este distinto comportamiento puede entenderse dado que las longitudes de ML han sido establecidas para maximizar la transmisión acústica en el sistema agua-pared-ML-piezo para las frecuencias de los modos libres más bajos. Por otra parte, no está claro el aumento de sensibilidad de las cerámicas cilíndricas con los ML estudiados.

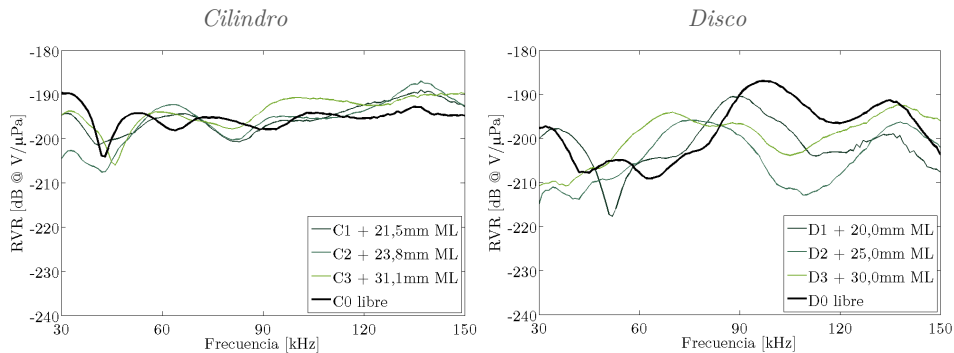


Figura III.61. RVR de las cerámicas con ML (curvas de color) y sin ellos (curva negra), cuando se encuentran pegadas a la vasija.

Con ello, en la Figura III.62 expresamos la diferencia entre las sensibilidades obtenida entre las cerámicas pegadas a la vasija con y sin ML. En el caso de los cilindros, encontramos rangos frecuenciales donde la sensibilidad de las cerámicas con ML es mayor pero, en general, el efecto de interponer el ML es reducido (aumento menor a 5 dB). Por otro lado, las variaciones de sensibilidad en los discos debidas a la incorporación del ML son mayores, dando lugar a un aumento considerable de la sensibilidad (hasta +10 dB) hacia los 70 kHz pero a un gran descenso de la misma (hasta -20 dB) entorno a los 100 kHz. Este efecto puede ser entendido en términos de la longitud de los sensores (piezo+ML) dado que, al ser más largos, presentan mayor rigidez.

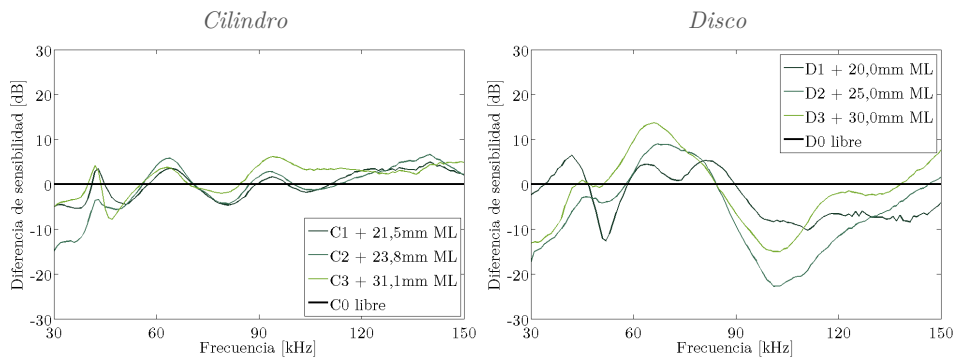


Figura III.62. Diferencia de sensibilidad de las cerámicas pegadas a la vasija, con y sin ML.

Respecto al modelo analítico, la Figura III.63 muestra las curvas analíticas (líneas sólidas) de las frecuencias de máxima transmisión en función del espesor de ML de aluminio, para las cerámicas pegadas con distintos espesor de ML, considerando además la capa de 2 mm de borosilicato. El sombreado representa el resultado analítico al considerar las incertidumbres en los valores medios de las propiedades de los materiales. Se dibujan los resultados experimentales obtenidos tanto para los cilindros (círculo) como para los discos (aspas). Nuevamente, se observa que los resultados experimentales se ajustan bastante bien a los resultados analíticos, especialmente en el caso de los cilindros.

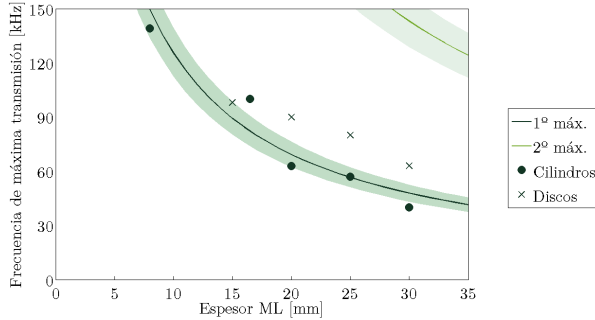


Figura III.63. Frecuencia de los máximos de transmisión frente al espesor de ML, obtenida a partir del modelo de transmisión normal a través de dos capas. Comparación con las medidas de los máximos frecuenciales para cada cerámica pegada.

Como conclusión de este apartado, al incorporar una capa de ML de aluminio a la cerámica piezoeléctrica, se ha obtenido un aumento de sensibilidad en el rango de frecuencias deseado. Dicho aumento alcanza, en las cerámicas libres, los 20 dB en el caso de los cilindros, y los 12 dB en los discos. No obstante, cuando las cerámicas están pegadas a la pared de la vasija, aparecen ligeros aumentos y descensos de la sensibilidad en los cilindros, mientras que los discos presentan variaciones mucho mayores. En conclusión, el comportamiento final de dichos sensores es más plano en los cilindros que en los discos.

Sensibilidad de cerámicas pegadas con BK y con ML. Después de estudiar la influencia del BK detrás al pegarlo al disco libre, se analiza la respuesta acústica de distintos BK en las cerámicas pegadas a la vasija donde se calibran los sensores, con y sin ML. La Figura III.64 muestra un ejemplo de disco y cilindro piezoeléctrico con ML y BK, en esta configuración.

Cilindro (+ 23,8 mm ML + 15 mm BK)



Disco (+ 25,0 mm ML + 17 mm BK)



Figura III.64. Ejemplos de cerámicas pegadas con ML y BK.

La Figura III.65 muestra el RVR de los transductores en el ML y el BK pegados al recipiente. En el caso de los cilindros, las sensibilidades obtenidas son bastante planas, alrededor de -190 dB, con cierta disminución en las frecuencias más bajas. En el caso de los discos, la sensibilidad también es plana, alrededor de -200 dB, pero con un cierto aumento en las frecuencias más bajas. La cerámica con BK más corto presenta un comportamiento más fluctuante pero esta cerámica ya presentó un comportamiento diferente cuando se pegó al recipiente con ML y sin BK, por lo que no es posible obtener una conclusión sólida sobre el efecto del soporte.

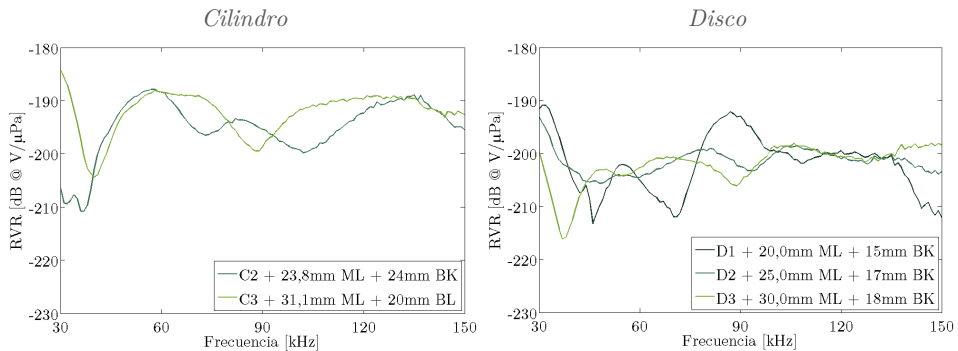


Figura III.65. RVR de las cerámicas con ML y BK pegadas a la vasija.

El comportamiento anterior se puede observar también comparando la diferencia de sensibilidad entre cada una de las cerámicas de ensayo pegadas a la vasija con y sin el BK, representadas en la Figura III.66. En general, las diferencias en sensibilidad son similares para ambas cerámicas cilíndricas. Para los discos, como en el caso de cerámica libre con BK, la mejora acústica aparece para frecuencias inferiores a 60 kHz y superiores a 100 kHz, con una disminución en la sensibilidad entre ellas. Sin embargo, parece que las mejores se alcanzan con el BK de 17 mm. Como se esperaba, el BK amplía el ancho frecuencial de los picos de sensibilidad con respecto al uso del ML solamente.

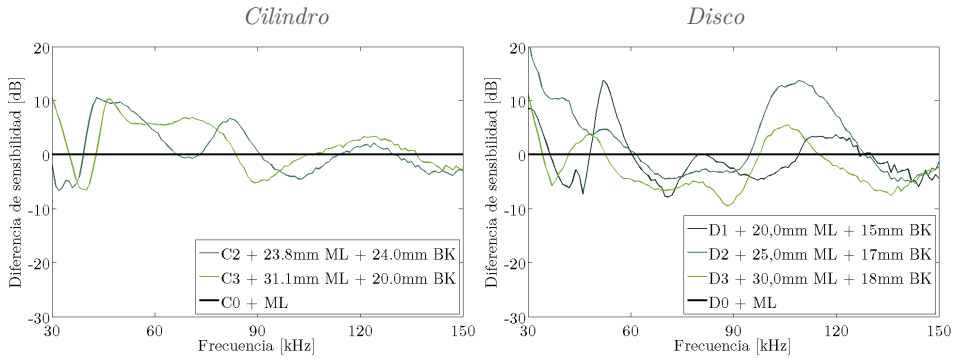


Figura III.66. Diferencia de sensibilidad en las cerámicas pegadas a la vasija con ML y BK respecto a únicamente con ML.

Resultados globales. En esta Sección y la anterior se investiga el comportamiento acústico de discos y cilindros piezocerámicos para su uso en detectores de cámaras de burbujas de materia oscura. Entre las características deseadas de estos sensores, subrayamos que están unidos a la pared exterior de una vasija de vidrio, que hay limitaciones en la cantidad de PZT y radiopureza, y que se requiere un buen ancho de banda frecuencial, según se ha observado del crecimiento de burbujas en un fluido sobrecalentado en un ambiente reverberante. Para la optimización de este tipo de sensores cada paso de diseño tuvo que ser estudiado adecuadamente teniendo en cuenta algunas simulaciones numéricas, modelos analíticos y mediciones experimentales.

La caracterización inicial del material, discutida en la Sección VII, nos permitió rechazar las geometrías asociadas con un factor de acoplamiento electromecánico bajo. Además, con el conjunto completo de coeficientes piezoeléctricos de cualquier material piezoeléctrico, pudimos estimar el comportamiento de los modos de acoplamiento y conocer la deformación mecánica a través de simulaciones numéricas. Una vez pegados al recipiente, se modifican estos modos y se realizan estudios específicos necesarios.

Las sensibilidades acústicas de las muestras se han medido primero en un tanque de agua en condiciones libres y después se han pegado a la vasija de calibración. En ambas configuraciones se han medido sucesivamente cerámicas libres, cerámicas con ML y con BK. La Figura III.67 resume los resultados mostrados en esta Sección para el caso de la cerámica pegada. Únicamente como referencia, los puntos verdes indican la sensibilidad de la cerámica libre en el tanque de agua. La línea negra corresponde a una cerámica pegada al recipiente. El aumento de sensibilidad obtenido en este paso inicial se debe al hecho de que existe una mejor transmisión de impedancia acústica entre piezo-vidrio-agua que en cerámica libre (agua-piezo). Generalmente, los cilindros tienen una respuesta más plana que los discos con una sensibilidad media similar. Sin embargo, cuando se añade una capa de acoplamiento de aluminio adicional entre la pared de vidrio y la cerámica, aparecen algunos picos de sensibilidad mayores dependiendo de la longitud de ML (según se espera analíticamente), pero la sensibilidad disminuye también en otros rangos de frecuencia. Para la cerámica de tipo disco, también se pueden seleccionar transductores de sensibilidad más planos añadiendo una capa adicional BK detrás de cada transductor. Con estas configuraciones, distintos transductores presentan sensibilidades similares, logrando una buena sensibilidad con una respuesta bastante plana en frecuencia.

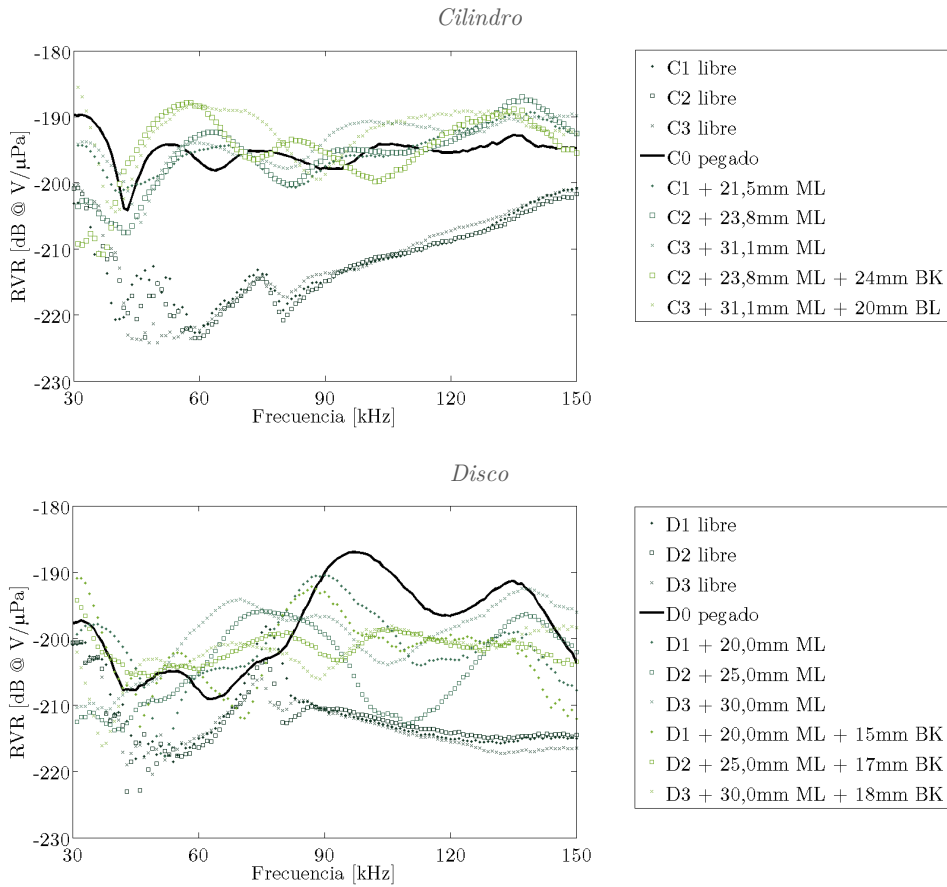


Figura III.67. RVR final de las diferentes configuraciones pegadas a la vasija, con y sin capas de ML y BK.

De la gran variedad de transductores analizados, es posible seleccionar algunos de ellos que tienen la respuesta de frecuencia deseable final para la aplicación propuesta. Generalmente, los cilindros tienen una sensibilidad mejor que los discos. De entre ellos, se puede seleccionar el cilindro con 31 mm ML y 20 mm BK como el transductor más sensible con $-190 \text{ dB @ } 1 \text{ V}/\square\text{Pa}$. Otra solución interesante es el disco con 25 mm ML y 17 mm BK ya que presenta la respuesta más plana con $-200 \text{ dB @ } 1 \text{ V}/\square\text{Pa}$ en, igualmente, alta sensibilidad a las frecuencias más bajas. Con ello, aunque este estudio pretendía ser un primer acercamiento al estudio del comportamiento del diseño de sensores en cámaras de burbujas de materia oscura, pensamos que es posible extraer conclusiones importantes y generales de los estudios y resultados descritos. La respuesta de cada sensor puede ajustarse adecuadamente mediante la adición de un ML y un BK adecuados. Para ello, tanto las simulaciones numéricas como los modelos de transmisión multicapa fue muy útil para entender la respuesta y diseñar los sensores.

III.2.8 Aplicación al estudio de transductores superficiales para PICO

Descripción de las cerámicas planas. En la *Sección III.1* se estudió la caracterización y optimización de cerámicas circulares, tanto para el diseño de sensores radiopuros en PICO como para el diseño de los sensores de MODA-LS. Como allí se vio, este tipo de cerámicas presenta una buena respuesta para el rango de frecuencias que se ha ido tratando (aproximadamente de 10 a 100 kHz), por lo que el objetivo actual en esta línea de diseño de sensores para detectores de partículas en fluidos sobrecalentados se basa en utilizar nuevos materiales piezoeléctricos menos radioactivos pero con manteniendo una buena respuesta y sensibilidad. Esta premisa resalta la importancia de los estudios anteriormente realizados. A este tipo de cerámicas, con dimensiones características del mismo orden o, como mucho, un orden diferente, se han llamado “volumétricas”.

Como nueva línea de trabajo, recientes estudios han mostrado el interés de indagar en la respuesta acústica del crecimiento de burbujas en rangos frecuenciales todavía inexplorados por debajo y por encima del habitual, es decir, en el orden de los centenares de Hz y el de los MHz. Para alcanzar sensibilidades a estas frecuencias encontramos las siguientes inconvenientes en las características de los sensores resultantes:

- Para frecuencias inferiores a 10 kHz: el tamaño necesario de las cerámicas para que existan modos resonantes aumenta cuantitativamente, aumentando la cantidad de material necesario para su manufactura y haciendo más costosos los trabajos de radiopureza del detector.
- Para frecuencias del orden del MHz: a pesar de que las cerámicas actuales puedan ser sensibles a unos pocos cientos de kHz, alcanzar buenas respuestas en frecuencias más altas requiere de dimensiones mucho menores, en el orden de las dimensiones de las vibraciones correspondientes en este rango espectral, con el consiguiente problema, aunque resoluble, de trabajar con la miniaturización de los elementos del sensor.

En ambos casos, los sensores volumétricos actuales no ofrecen las especificaciones necesarias por lo que resulta necesaria la utilización de tecnologías distintas. En este sentido, los sensores piezoeléctricos de película delgada están demostrando ser competitivos. Se trata de sensores con dimensiones laterales mayores a las de los actuales sensores de PICO (varios centímetros) pero con espesores mucho menores (décimas de milímetro), a las que se las ha llamado “superficiales”. El mayor tamaño superficial de estos sensores los hace sensibles a frecuencias del orden del kHz mientras que, el reducido espesor también les confiere una buena respuesta a la alta frecuencia. Además, la cantidad de material de los mismos es del orden, e incluso menor, que el de las actuales cerámicas, por lo que las condiciones de radiopureza pueden también ser satisfechas.

Vamos a mostrar los primeros estudios realizados para testear la viabilidad de las cerámicas superficiales al caso de dos geometrías distintas obtenidas del fabricante PI-Ceramics. Se trata los transductores DuraAct P-876.A11 y P-876.SP1, cuya cerámica piezoeléctrica que los integra es del tipo PIC252 y PIC255, material ya testeado en los trabajos de esta Tesis.

La Figura III.68 muestra una imagen de cada transductor, así como las dimensiones exteriores y de la cerámica que lo compone.

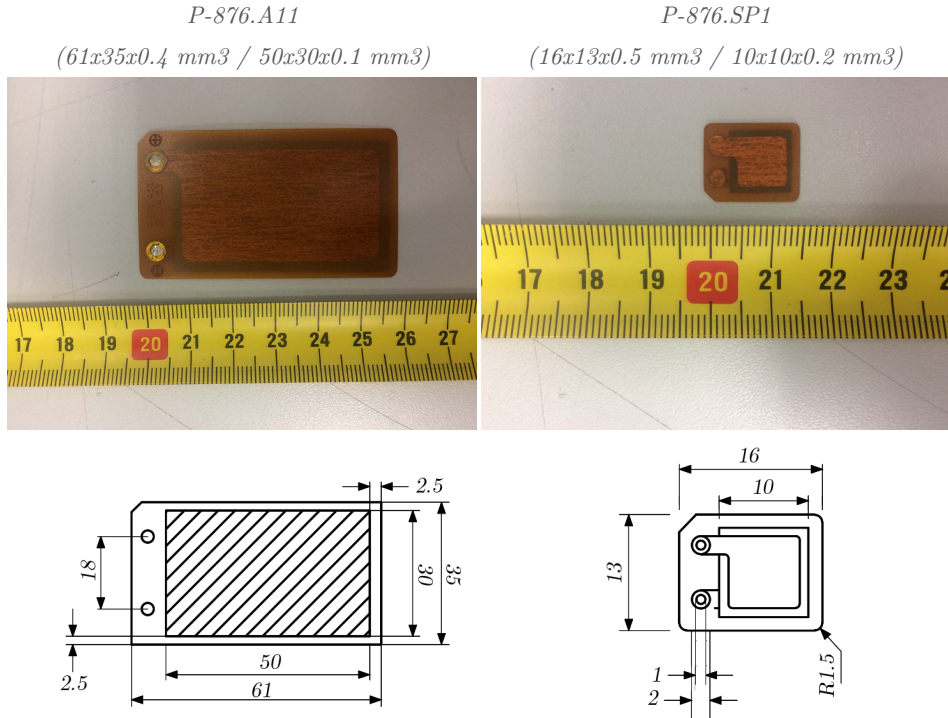


Figura III.68. Cerámicas superficiales utilizadas para el estudio acústico de nuevos rangos frecuenciales en PICO.

El esquema de la Figura III.69 muestra las características de diseño de estos transductores. Presentan un diseño compacto y flexible de modo que pueden aplicarse a las superficies de sólidos para registrar sus deformaciones, facilitando la adaptación a la superficie curva de las vasijas de los detectores y de calibración.

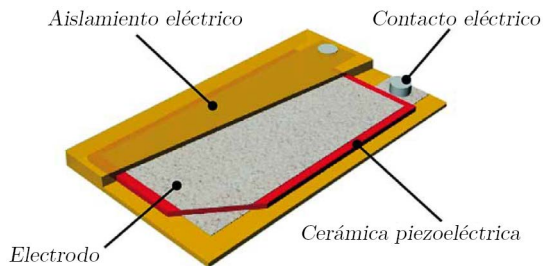


Figura III.69. Esquema de diseño de las cerámicas superficiales estudiadas.

Caracterización eléctrico-mecánica. La primera magnitud a cuantificar para su caracterización fue la impedancia y admitancia eléctricas. Dado que estamos interesados en sus propiedades como sensor acústico, focalizamos este estudio en la admitancia eléctrica. La siguiente Figura III.70 muestra las curvas medidas desde 100 Hz hasta 10 MHz en pasos de 100 Hz.

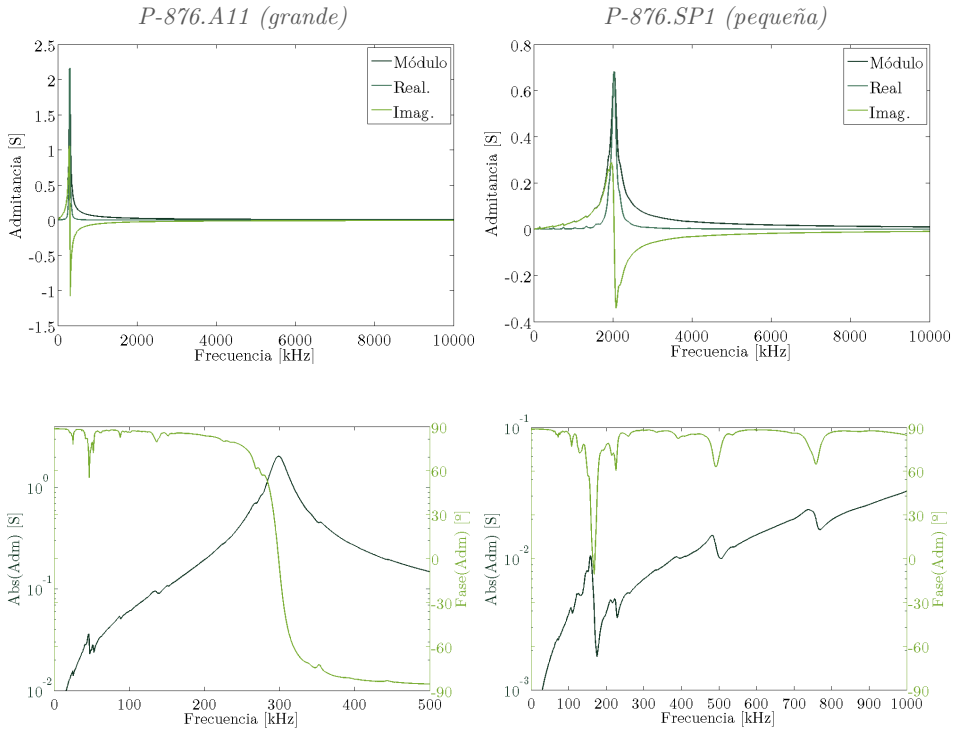


Figura III.70. Curvas de las admitancias eléctricas medidas de ambas cerámicas superficiales.

Para la cerámica grande, se observa que únicamente presenta un máximo de admitancia, hacia los 300 kHz, con un valor de unos 2.2 Siemens, que corresponde con un modo resonante, tal como puede verse al pasar la fase por cero. En este caso, la parte imaginaria de la admitancia es prácticamente nula, siendo toda la admitancia real. Adicionalmente, puede observarse un pico secundario en 40 kHz. Para la cerámica pequeña, se observa un máximo en 2 MHz de 0.7 Siemens, y una segunda resonancia en 150 kHz en la que la fase también pasa por cero, es decir, con cierta relevancia. No se han observado máximos de la admitancia a frecuencias más bajas.

Con todo vemos que la cerámica grande tiene una buena respuesta electromecánica en general, con mayores valores de admitancia que la pequeña. Por su parte, la cerámica pequeña presenta resonancias en alta frecuencia así como en el modo secundario de más baja frecuencia. Este comportamiento tendrá relación con la sensibilidad acústica de estos transductores, tal como va a verse a continuación.

Caracterización acústica. La segunda magnitud a cuantificar para su caracterización fue la sensibilidad acústica. Para ello, según la frecuencia a calibrar, se han utilizado los distintos emisores acústicos de referencia para hacer la medición lo más precisa posible. La Figura III.71 muestra el montaje experimental para la caracterización acústica, realizadas en condición libre en el interior del tanque de agua.

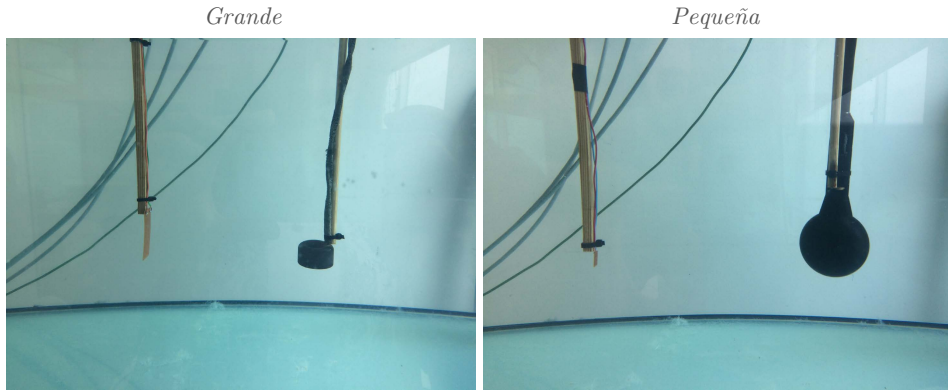


Figura III.71. Montaje experimental para la medida de la sensibilidad acústica en recepción de las cerámicas planas estudiadas.

Los resultados obtenidos de las sensibilidades en recepción de ambas cerámicas en el rango frecuencial entre 20 y 250 kHz se muestran en la Figura III.72. En general, se observa que la cerámica pequeña presenta una sensibilidad mayor que la grande, con un valor promedio de $-202 \text{ dB @ V}/\mu\text{Pa}$, con un aumento en frecuencias inferiores de 50 kHz alcanzando los -195 dB y otro hacia 150 kHz (donde presentaba el segundo máximo de admitancia) alcanzando los -200 dB . La cerámica grande presenta una sensibilidad media de unos $-220 \text{ dB @ V}/\mu\text{Pa}$ con algunos picos que no superan los -210 dB .

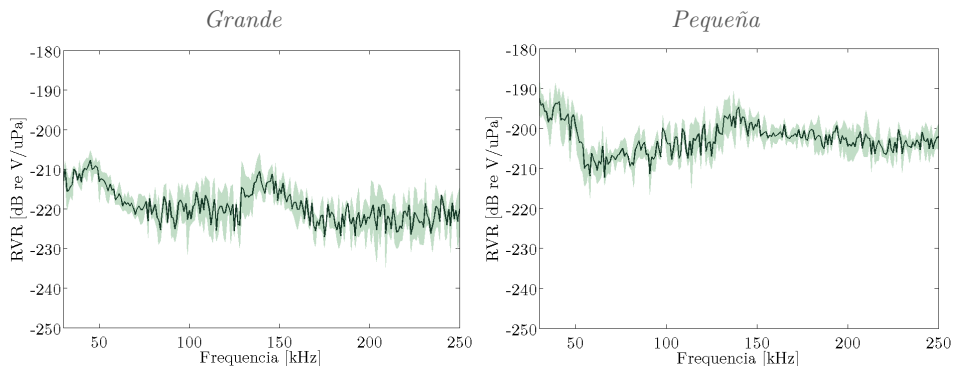


Figura III.72. Sensibilidad acústica en recepción de las cerámicas planas estudiadas.

Con ello, podemos decir que la cerámica superficial grande presenta una sensibilidad similar a las cerámicas volumétricas estudiadas en el apartado III.2.6, siendo algo superior la de la cerámica superficial pequeña. El siguiente paso es la caracterización acústica al pegarse a la pared de la vasija, tal como se estudió en el apartado III.2.7; así como la calibración acústica en rangos frecuenciales más extensos.

Calibración en laboratorio. Después de algunas pruebas parciales y preliminares tanto en Milán como en Gandia, hemos probado el sistema acústico completo (hidrófonos, tarjeta de adquisición, emisores y tarjeta de generación) en el banco de pruebas acústicas del laboratorio de Gandia. Con ello hemos analizado la estabilidad del sistema, el ruido electromagnético interno de cada configuración, la sensibilidad de los hidrófonos, las presiones esperadas, etc. La Figura III.74 muestra la configuración experimental de la prueba realizada en Gandia.



Figura III.74. Configuración del banco de pruebas acústico de Gandia. A la izquierda, instalación de uno de los transmisores FFRx60 y los dos sensores AR190XS en el triángulo de calibración. A la derecha, medida de la señal recibida de emitir dentro de la vasija de calibración de borosilicato.

Los resultados de la calibración se muestran en la Figura III.75. Se puede observar que las sensibilidades de ambos hidrófonos oscila entre -180 ± 4 dB @ $1 \text{ V}/\sqrt{\mu\text{Pa}}$ hasta 150 kHz, con un máximo en 160 kHz, a partir del cual la sensibilidad empieza a caer linealmente con la frecuencia. Con ello, se trata de unos sensores con un comportamiento bastante plano en el rango de frecuencias de interés para captar la emisión acústica del crecimiento de burbuja en el detector por lo que, en principio, son idóneos para su uso.

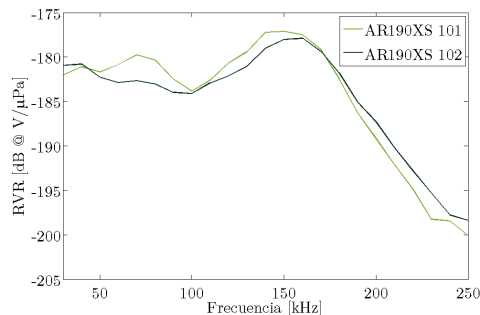


Figura III.75. RVR de los hidrófonos AR190CS 101 y AR190CS 102 utilizados en MOSCAB-40, medidos en condiciones de laboratorio.

Calibración en condiciones de operación. Después del testeo del sistema ADQ-GEN y de la calibración de los sensores en laboratorio, el sistema completo fue trasladado a las instalaciones de MOSCAB. Allí se realizó un montaje en el interior del detector, tanto de los sensores AR190XS de detección como de los FFRx60 de referencia, que permitiese la calibración de los primeros bajo distintas condiciones de presión. Figura III.76 muestra la posición de los hidrófonos respecto a la vasija del detector.

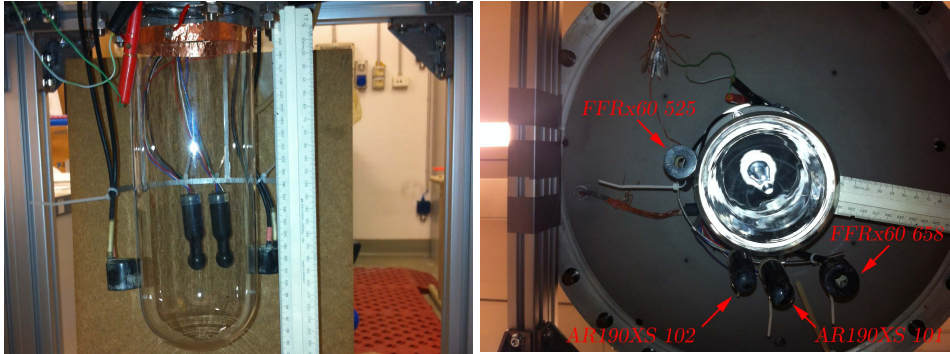


Figura III.76. Posición de los hidrófonos AR190XS y los FFRx60 para su calibración.

La Figura III.77 muestra la comparación entre las sensibilidades obtenidas en Gandia y en Milán con diferentes presiones, para el hidrófono AR190XS. Puede verse que las amplitudes recibidas en Milán respecto a las de Gandia son, en algunos rangos de frecuencia, inferiores pero esta diferencia es inferior a 6 dB. Esto puede deberse a que las condiciones de calibración no son las mismas que en laboratorio dado que no hay un campo acústico libre dentro del detector y puede haber influencia de reflexiones con la pared de la vasija. Aun así, en ambas presiones la sensibilidad de un mismo hidrófono es muy similar (observando el mismo resultado para el otro hidrófono). Por ello, podemos concluir que los sensores utilizados en MOSCAB son idóneos para su uso.

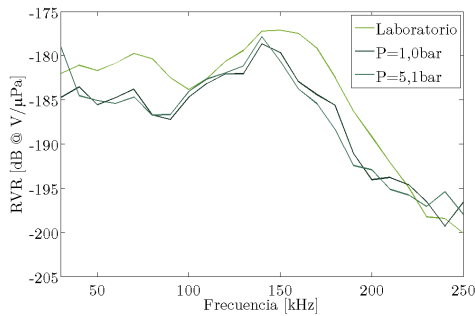


Figura III.77. RVR del hidrófono AR190XS 101 para diferentes presiones de trabajo.

III.2.10 Aplicación al diseño de sensores en MODA-LS

Diseño. Siguiendo con los estudios de caracterización de cerámicas piezoeléctricas realizados en la *Sección II.1* y en la presente, en relación al tipo de cerámica adecuada para ser empleada en el detector de partículas MODA-LS, se concluye que la cerámica PIC 255 de 10 mm de diámetro y 5 mm de espesor presentan una mayor eficiencia electromecánica, una buena sensibilidad en el rango de frecuencias deseado (hasta 150 kHz), con una geometría semejante a las que se utilizan en los detectores PICO, y un tamaño para poder ser ubicadas en nuestra cámara de MODA-LS, de dimensiones también pequeñas, pudiéndose llegar a ubicar hasta 4 sensores en la misma, cantidad mínima para una correcta localización acústica de las burbujas.

Cerámica piezoeléctrica: como se ha comentado, a raíz de los estudios de optimización realizados en el *apartado III.2.6* se concluyó que, del conjunto de cerámicas estudiadas y para un volumen de 0.5 cm^3 como máximo, la cerámica que, según el comportamiento del factor de acoplamiento electromecánico, mejor se adaptaba a nuestras necesidades (una respuesta homogéneas y buena a bajas frecuencias) era el cilindro PIC 255 con un diámetro $d=10 \text{ mm}$ y espesor $h=7 \text{ mm}$. No obstante, dado que el fabricante manufactura al por mayor y, entonces, no podemos disponer de un número reducido de las cerámicas que queremos decidimos, por su también buena respuesta y accesibilidad, utilizar las cerámicas PIC 255 con un diámetro $d=10 \text{ mm}$ y espesor $h=5 \text{ mm}$. Además, esta cerámica ha sido ampliamente estudiada tanto experimental, teórica como numéricamente a lo largo de la presente y la anterior Sección.

Antes de proceder al estudio de las demás partes del sensor, podemos estimar la pérdida de señal que se espera si tuviésemos únicamente las cerámicas libres en el interior del fluido sobrecalentado. Para ello, podemos aplicar el modelo de transmisión a través de una interfase entre el fluido y la cerámica (ecuación 50 de la *Sección II.1*). Entonces, como la onda acústica se genera en el fluido sobrecalentado $\text{C}_2\text{H}_2\text{F}_4$ (con impedancia acústica $Z_{i,1\text{bar}}= 1.01 \text{ MRayl}$ $Z_{i,2\text{bar}}= 0.89 \text{ MRayl}$, $Z_{i,3\text{bares}}= 0.81 \text{ MRayl}$ para cada una de las tres presiones de trabajo) y se recibe por la cerámica piezoeléctrica (con impedancia acústica $Z_t= 31.20 \text{ MRayl}$), donde se registra la señal eléctrica obtenida. Con ello, en la Tabla III.14 se muestran los siguientes índices de transmisión de intensidad acústica relativa (I_T) resultantes, en los que se observa aproximadamente un 10% de la señal generada en el medio es la que se transmite finalmente a la cerámica.

P [bar]	1	2	3
I_T	0,12	0,10	0,09

Tabla III.14. Transmisión de intensidad esperada para el sistema medio-piezo para distintas presiones de trabajo del detector MODA-LS.

Capa de adaptación (ML): como los sensores irán pegados a la superficie exterior de la caja de metacrilato inferior del detector, se ha estudiado el efecto del espesor de las paredes de la misma (5 mm en las paredes laterales, y 10 mm en la pared superior e inferior) en su sensibilidad. La optimización de la transmisión acústica entre el medio y la cerámica se debe realizar mediante una capa intermedia que haga progresiva la adaptación de impedancias, (expresión 33 de la *Sección II.2*). Por ejemplo, trabajando a 2 bares, la máxima transmisión se obtendría mediante una capa con impedancia intermedia de 5.32 MRayl. En este caso, se tienen dos capas de metacrilato de diferente espesor (5 y 10 mm), con una impedancia de 3.21 MRayl, es decir, que en principio no podremos alcanzar una transmisión óptima.

Con ello, podemos calcular las curvas de transmisión de intensidad resultantes al pegar los sensores piezoeléctricos a ambas paredes de la caja de metacrilato y predecir las frecuencias en donde aumentará su sensibilidad. Para ello, se contrasta el modelo analítico de transmisión a través de una capa de metacrilato entre el fluido sobrecalentado ($C_2H_2F_4$, en diferentes condiciones termodinámicas) y la cerámica (PIC 255 con 5 mm de espesor), con un modelo numérico, según lo comentado en el *apartado III.2.3*. La Figura III.78 presenta la comparativa de las curvas de transmisión.

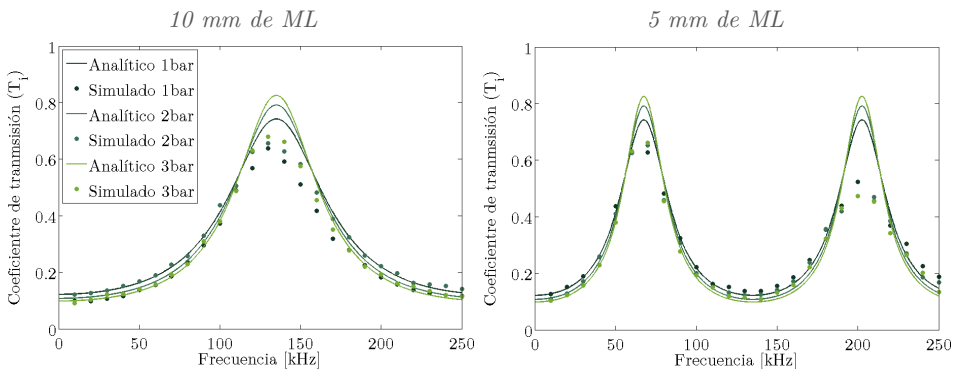


Figura III.78. Resultados analíticos y numéricos del coeficiente de transmisión acústico entre el $C_2H_2F_4$ y la cerámica con 1 capa intermedia de metacrilato de dos espesores de 5 y 10 mm, para tres condiciones termodinámicas de operación.

Se observa cómo, en general, los máximos de transmisión analíticos (~ 0.75) son un poco mayores a los obtenidos numéricamente (~ 0.65) pero la posición frecuencial de dichos máximos coincide con bastante precisión en ambos métodos. Los valores de dichas frecuencias y transmisiones máximas, para los dos espesores de metacrilato, aparecen en la Tabla III.15. El máximo se produce para la frecuencia tal que su espesor sea igual a un cuarto de la longitud de onda, es decir, que es independiente del fluido y de la cerámica siempre que el orden de impedancia sea el correcto.

P [bar]	Espesor 5 mm			Espesor 10 mm			
	1er máximo		T_I	1er máximo		2o máximo	
	(analítico / numérico)			(analítico / numérico)		(analítico / numérico)	
f [kHz]	f [kHz]	T_I	f [kHz]	I_T	f [kHz]	T_I	
1	135,2 / 130,0	0,74 / 0,62	67,4 / 70,0	0,74 / 0,62	202 / 200	0,74 / 0,48	
2	135,2 / 130,0	0,79 / 0,77	67,4 / 70,0	0,79 / 0,77	202 / 200	0,79 / 0,51	
3	135,2 / 130,0	0,74 / 0,62	67,4 / 70,0	0,74 / 0,62	202 / 200	0,74 / 0,48	

Tabla III.15. Valores comparativos analítico y numérico para el coeficiente de transmisión de intensidad con metacrilato de 5 y 10 mm de espesor.

Los valores de los coeficientes de transmisión T_I analíticos se aproximan a los numéricos para el primer máximo, con una disminución de estos últimos en el segundo. Se concluye que, con estos espesores de ML de metacrilato, encontraremos tres máximos de transmisión: uno para 10 mm entre 67.4 y 70 kHz, y dos para 5 mm hacia 135 y 200 kHz. Con ello se consigue así optimizar el comportamiento del sensor en estos rangos frecuenciales. En general se espera un índice de transmisión T_I entre un 70% u 80% de la energía emitida en el medio y recibida en la cerámica.

Encapsulado: para minimizar la influencia de las OEM, tanto de las radiadas por los emisores en el proceso de calibración de los sensores, como aquellas que puedan interferir durante las medidas en el detector, el encapsulado de los sensores se ha realizado de aluminio. Una vez realizado el diseño del transductor en CAD, se procede a la construcción del encapsulado mediante una fresadora mecanizada. Todo el encapsulado se construye de aluminio, material con buena conducción a la electricidad, de bajo coste y resistente a altas temperaturas. El encapsulado tiene dos partes: una posterior donde irá pegada la cerámica piezoeléctrica y la segunda parte, la frontal encargada de enroscar y proteger el interior del encapsulado de posibles filtraciones.

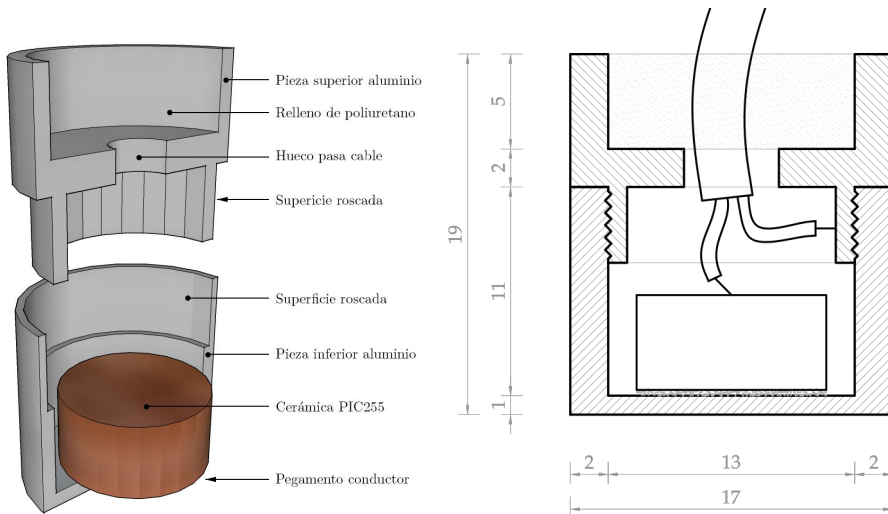


Figura III.79. Detalle de diseño del encapsulado (medidas en milímetros).

Construcción. Una vez caracterizada la cerámica independientemente, estudiado el efecto de las paredes de metacrilato, diseñado y manufacturado el encapsulado de aluminio, se procede al montaje del sensor completo, tal como se describe a continuación:

1º) Se pasa un cable coaxial por el orificio que cierra el transductor y se pega a lo que será el polo positivo al centro de una de las caras de la cerámica con epoxi conductor. Posteriormente se deja secar completamente, aproximadamente 24 horas.



Figura III.80. Cable coaxial pegado al polo positivo de la cerámica con epoxi conductor.

2º) Completado el paso anterior, se pega la otra cara de la cerámica a la parte frontal del encapsulado con el mismo epoxi conductor, y nuevamente se deja secar 24 horas.

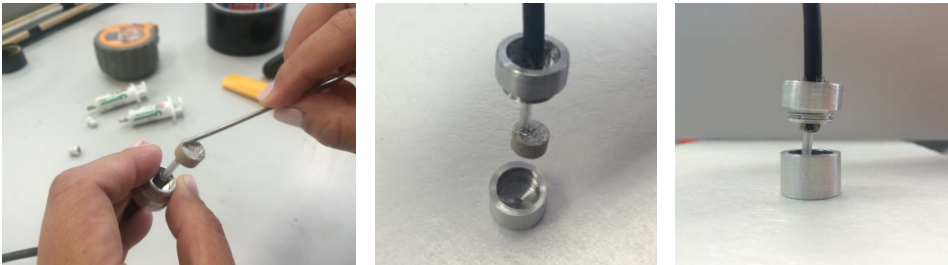


Figura III.81. Pegado de la cerámica al encapsulado con epoxi conductor.

3º) El polo negativo o el apantallamiento del cable, hará contacto con el mismo encapsulado, y en el extremo del cable, se usará un conector BNC.



Figura III.82. Detalle del apantallamiento del cable haciendo contacto con el encapsulado y conector BNC.

4º) Se enroscan las dos partes del encapsulado y se sella la unión entre ambos con el pegamento aislante Weicon Lock Pen Sistem AN 302-43 para evitar filtraciones. La parte posterior del sensor, con el orificio por el que pasa el cable, se sella con Sikaflex, que es un material adhesivo a base de poliuretano de elasticidad permanente, y posee una gran resistencia al agua. Se dejan secar los sensores durante 24 horas. Con esta configuración se han realizado las medidas de calibración de los sensores libres en el tanque de agua.

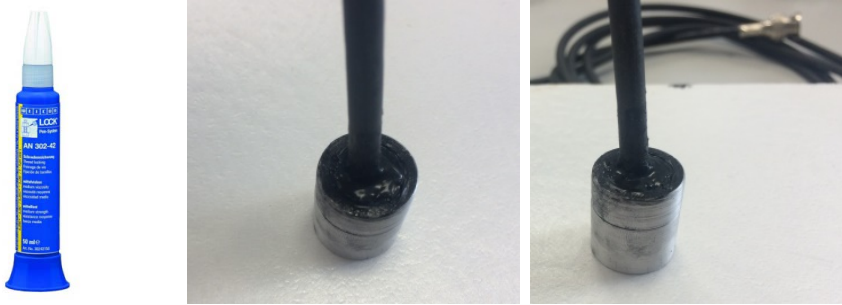


Figura III.83. Sensor sellado con Sikaflex.

5º) Una vez calibrados los dos sensores, estos se pegan a la cámara de burbujas con suficiente material epoxi conductor CW2400, y se dejan secar durante 24 horas. Para un correcto montaje se amarraron los sensores a la caja mediante bridas. Esta configuración sería la definitiva para el detector MODA-LS con dos sensores. Antes de introducir el conjunto en el sistema de refrigeración, se procedió a la calibración de los sensores pegados, llenando la caja de agua destilada e introduciendo un hidrófono por uno de sus orificios.

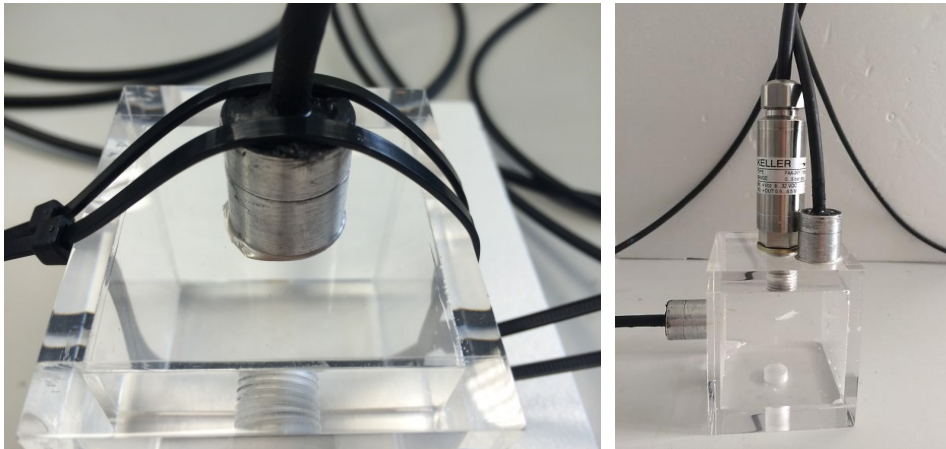


Figura III.84. Proceso de secado de los sensores pegados a la cámara de burbuja.

Caracterización. Como se ha comentado, la calibración de los sensores se realiza tanto cuando estos están libres, en el tanque de agua, como pegados a la caja de metacrilato. En ambos casos se caracteriza la respuesta electromecánica mediante la admitancia y la respuesta acústica mediante el RVR, siguiendo el mismo procedimiento que los vistos en los apartados III.2.3 y III.2.4.

Respecto a los sensores libres, la Figura III.85 muestra el montaje para las medidas de caracterización (izquierda) y un ejemplo de onda acústica recibida (derecha), para el sensor 1. Se observa que no existe la presencia de onda electromagnética al principio gracias al encapsulado y no hay efecto de reflexiones a partir de la frecuencia dada.

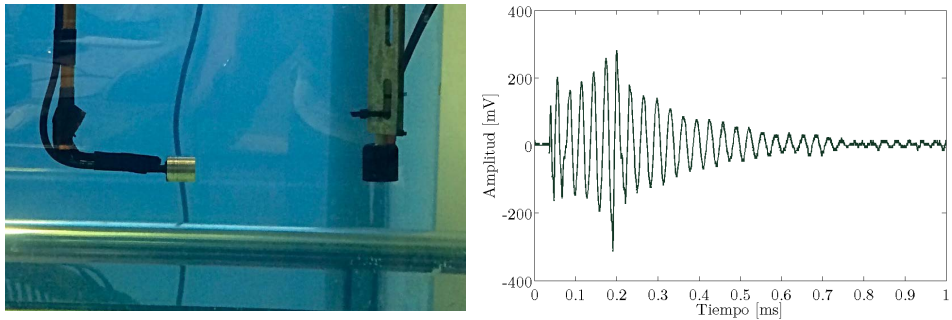


Figura III.85. A la derecha, montaje de calibración de los sensores libres en tanque de agua. A la izquierda, ejemplo de señal recibida, enviando un 5 ciclos de 30 kHz.

La Figura III.86 muestra la admitancia eléctrica y sensibilidad acústica de ambos sensores libres en comparación con las medidas en las cerámicas libres. Respecto a la admitancia (izquierda), se tiene una $f_r=174$ y 176 kHz respectivamente, es decir, hay una leve disminución de amplitud y corrimiento hacia bajas frecuencias de los picos de admitancia de los sensores, debido al aumento de la masa y el espesor que ofrece el propio encapsulado. Respecto a la sensibilidad (derecha), esta mejora al tener las cerámicas dentro del encapsulado, permitiendo una respuesta más plana a lo largo de todo el barrido frecuencial a partir de los 50 kHz; se observa además un aumento considerable a partir de los 174 kHz en comparación con la curva de cerámicas libres. A nivel general el sensor 2, presenta un RVR un poco mayor que el sensor 1.

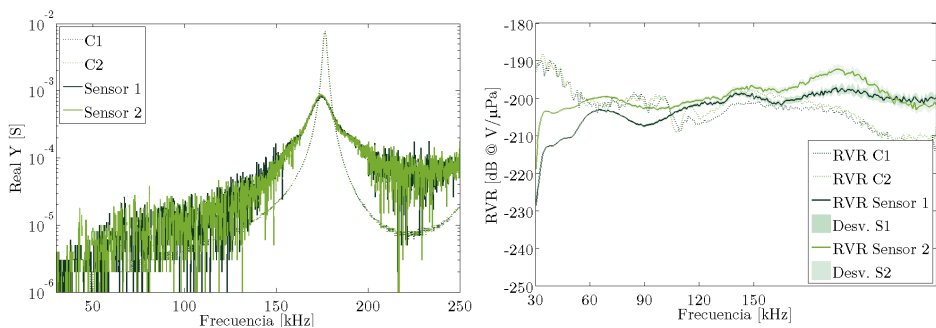


Figura III.86. Admitancia eléctrica y sensibilidad acústica de ambos sensores en comparación con las medidas en las cerámicas libres.

Respecto a los sensores pegados, la Figura III.87 muestra la configuración para la caracterización en la caja de metacrilato de MODA-LS (izquierda) y un ejemplo de onda acústica recibida (derecha), para el sensor 1. Aunque la onda electromagnética es mínima, se aprecian reflexiones considerables, debido a la corta distancia de 3 cm que hay entre el hidrófono RESON TC4013 y el sensor. Por lo que la señal recibida se verá modificada si las reflexiones llegan antes de que termine la recepción de la señal directa.

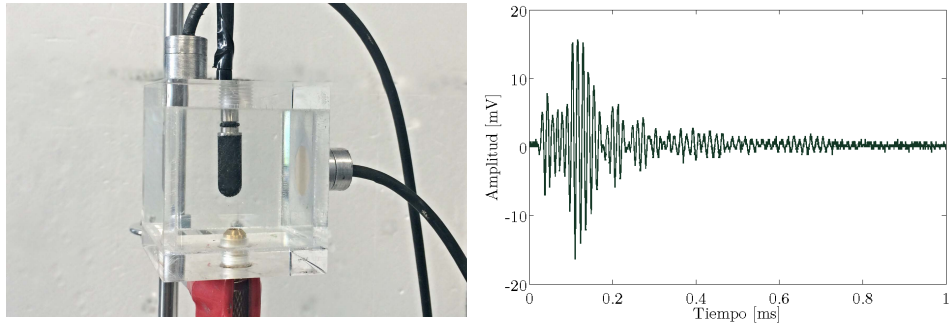


Figura III.87. A la izquierda, sensores pegados a la caja de metacrilato de MODA-LS. A la derecha, ejemplo de señal recibida, enviando 5 ciclos de 60 kHz

La Figura III.88 muestra la admitancia eléctrica y sensibilidad acústica de ambos sensores pegados en comparación con las medidas cuando dichos sensores son libres. Respecto a la admitancia (izquierda), se observa que para el sensor 1 (pegado en el metacrilato con espesor de 10 mm) y el sensor 2 (pegado en el metacrilato con espesor de 5 mm) pegados en la cámara de burbujas, existe un leve desplazamiento hacia las altas frecuencias en el pico de admitancia, $f_r=177$ kHz y 182 kHz respectivamente, comparada con los sensores libres. Este aumento en la frecuencia de resonancia es debido a la influencia que el metacrilato (cámara de burbujas) ejerce como capa de adaptación (ML) de los sensores permitiendo una mejora de la adaptación de la impedancia de los medios, ya que la cerámica puede vibrar más libremente. El valor de la frecuencia de resonancia del sensor 2 es un poco mayor que el sensor 1. Respecto a la sensibilidad (derecha), se observa claramente cómo en el sensor 1 pegado en la pared de la cámara de burbujas de 10 mm, existe un aumento en la frecuencia de 82 kHz respecto del resto del espectro analizado (salvo en los valores más bajos de frecuencia), valor que se asemeja al modelo simulado de 70 kHz. Para el sensor 2, se encuentra una mayor sensibilidad en la frecuencia de 124 kHz, próxima al modelo numérico de 135 kHz.

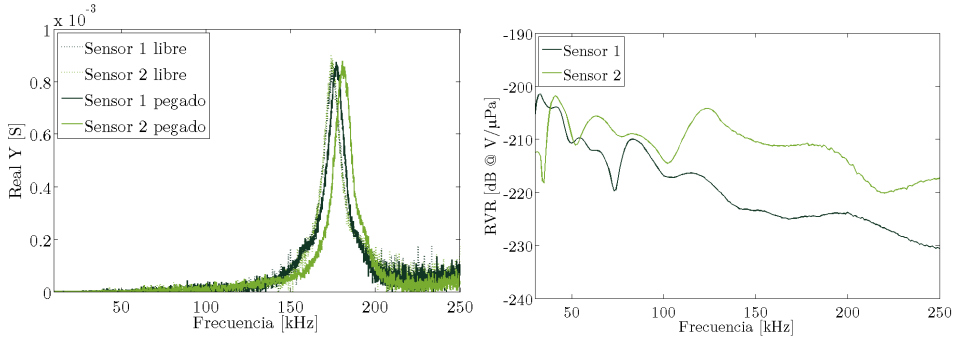


Figura III.88. Admitancia eléctrica y sensibilidad acústica de ambos sensores en comparación con las medidas en las cerámicas libres.

Se puede inferir que los valores de transmisión máxima se acercan a los valores experimentales obtenidos en este montaje, por lo que los sensores presentarán un buen desempeño para estas frecuencias en el momento de recibir las señales acústicas una vez el detector de partículas MODA-LS entre en funcionamiento.

Aunque en este último análisis se presenta la curva de la sensibilidad acústica (RVR), se hace la aclaración de que al estar el hidrófono emisor RESON TC-4013 dentro de un espacio tan pequeño como lo es la cámara de burbujas y los sensores pegados en ella, se tiene en cuenta que existirán múltiples reflexiones antes de terminar la emisión de gran parte de las frecuencias analizadas. Por lo tanto, estos últimos resultados no pertenecen propiamente a una calibración de sensibilidad acústica como tal, pero sí permite expresar un contraste entre las frecuencias máximas medidas con las esperadas analítica y numéricamente.

Capítulo IV

Procesado de señales acústicas

IV.1

Análisis y discriminación de señales acústicas

IV.1.1 Introducción	295
¿Qué se ha hecho?	295
¿Cómo se presenta el trabajo?	295
IV.1.2 Técnicas para el procesado de señales acústicas	296
Fenómenos físicos y procesos estocásticos.	296
Clasificación de señales temporales.	297
Transformación de señales.	298
IV.1.3 Transformadas en tiempo y frecuencia	299
Transformadas de amplitud.	299
Transformada de Fourier (FT).	301
Transformada de Hilbert (HT).	303
Correlación cruzada (CC).	304
IV.1.4 Transformadas enventanadas	305
Transformadas enventanadas: transformadas de Gabor.	305
Transformadas de amplitud enventanadas.	306
Transformada de Fourier enventanada.	307
Correlación cruzada enventanada.	307
IV.1.5 Transformadas tiempo-frecuencia	308
Representación tiempo-frecuencia.	308
Transformada de Fourier en tiempo corto (STFT)	309
Transformada Continua Wavelet (CWT).	310
IV.1.6 Técnicas para la parametrización y discriminación de señales acústicas	312
Extracción de parámetros de señales.	312
Discriminación de señales.	312
IV.1.7 Aplicación al análisis de señales de PICO	313
Análisis espectral de la emisión acústica.	313
El Parámetro Acústico (AP).	314
Discriminación de partículas alfa.	315
Resultados de búsqueda de WIMPs en PICO-2L.	316
Resultados de búsqueda de WIMPs en PICO 60.	318
Aplicación de nuevos estudios: nuevas transformadas.	320
Aplicación de nuevos estudios: análisis Blandt-Aldtman.	321
IV.1.8 Aplicación a la caracterización de señales de MODA-LS	324
Análisis de señales de calibración de los sensores acústicos.	324

IV.1.1 Introducción

¿Qué se ha hecho?

En esta Sección se muestran los estudios realizados en lo referente a las técnicas de análisis de señal necesarias para caracterizar las señales acústicas de interés. Por una parte, de entre el conjunto de transformadas que podemos encontrar, se ha centrado en aquellas técnicas que permiten obtener la amplitud de señales estacionarias, pues son las utilizadas en la calibración de los sensores acústicos. Por otro lado, para el análisis de las señales no estacionarias generadas en el crecimiento de burbujas, se han estudiado aquellas que nos permiten obtener la evolución temporal de algún parámetro acústico, así como la detección de las mismas. Estas técnicas de análisis de señales acústicas, aplicadas a los datos de las cámaras de PICO, han demostrado una buena capacidad de discriminación de eventos acústicos, diferenciando aquellos producidos por partículas alfa respecto a las de retrocesos nucleares. En el caso de MODA-LS se han aplicado estas técnicas para la calibración de los sensores diseñados en la anterior *Sección III.3*, y el estudio de su comportamiento respecto a señales impulsivas de baja frecuencia.

¿Cómo se presenta el trabajo?

Esta Sección empieza, en el *apartado IV.1.2*, con una breve introducción al procesado de señales acústicas, exponiendo una clasificación de señales que nos permitirá identificar la transformada o representación más adecuada para su análisis. Estas las hemos clasificado en tres grupos: métodos estacionarios, métodos espectrales variantes en el tiempo, y métodos tiempo-frecuencia. Del *apartados IV.1.3* a *IV.1.5* se describen cada una de las transformadas utilizadas en cada grupo y se aplican, según los casos, a tres de las señales características de nuestros estudios: una señal estacionaria de tipo senoidal, una señal cuasi-estacionaria de tipo sweep, y una señal no estacionaria de tipo pulso. En cada apartado se revelarán las características que se pueden extraer de la estructura interna de cada señal para, posteriormente, en el *apartado IV.1.6*, comentar las técnicas de análisis de estos parámetros. A continuación, en el *apartado IV.1.7* se analizan las señales acústicas registradas en los detectores PICO-2L y PICO 60. Estos estudios se basan en un parámetro acústico definido a partir de la Transformada de Wavelet pero introduciendo correcciones por la posición de las burbujas y sensibilidad de cada sensor. Se verá que los métodos acústicos permiten distinguir los eventos generados por retrocesos nucleares respecto a los producidos por partículas alfa provenientes de la cadena de desintegración del Radón. Además, estas técnicas muestran los primeros indicios de espectroscopia alfa utilizando discriminación acústica. Por último, en el *apartado IV.1.8* se aplican distintas transformadas para estudiar la viabilidad de tres de ellas en la determinación de las amplitudes de señales estacionarias utilizadas en la calibración de los sensores construidos para el detector MODA-LS; además, mediante un montaje experimental específico que será explicado con más detalle en la siguiente *Sección IV.2*, se ha estudiado la respuesta de estos sensores para señales impulsivas de baja frecuencia (menor a 20 kHz), cuando estos se encuentran pegados a la cámara de metacrilato. Estos estudios serán ampliados en la citada Sección para la detección de este tipo de señales, así como a la localización de la fuente acústica que las genera.

IV.1.2 Técnicas para el procesamiento de señales acústicas

Fenómenos físicos y procesos estocásticos. Un proceso estocástico $x(t, S)$ es una función que asocia una señal a cada posible resultado S de un experimento aleatorio Ω , es decir: $S \in \Omega \rightarrow x(t, S) \in \mathbb{R}$, donde t es la variable independiente que representa el espacio de tiempos, es decir $t \in T \subset \mathbb{R}$. Cuando se realizan distintas realizaciones de un mismo proceso estocástico, es decir, cuando se fija cada suceso en cuestión se habla de una señal $x(t, S_0) \equiv x(t)$ ³⁰. La siguiente Figura IV.1 muestra distintos resultados o realizaciones de un experimento en el que se emite un seno de 80 kHz de frecuencia y 62,5 μ s de duración.

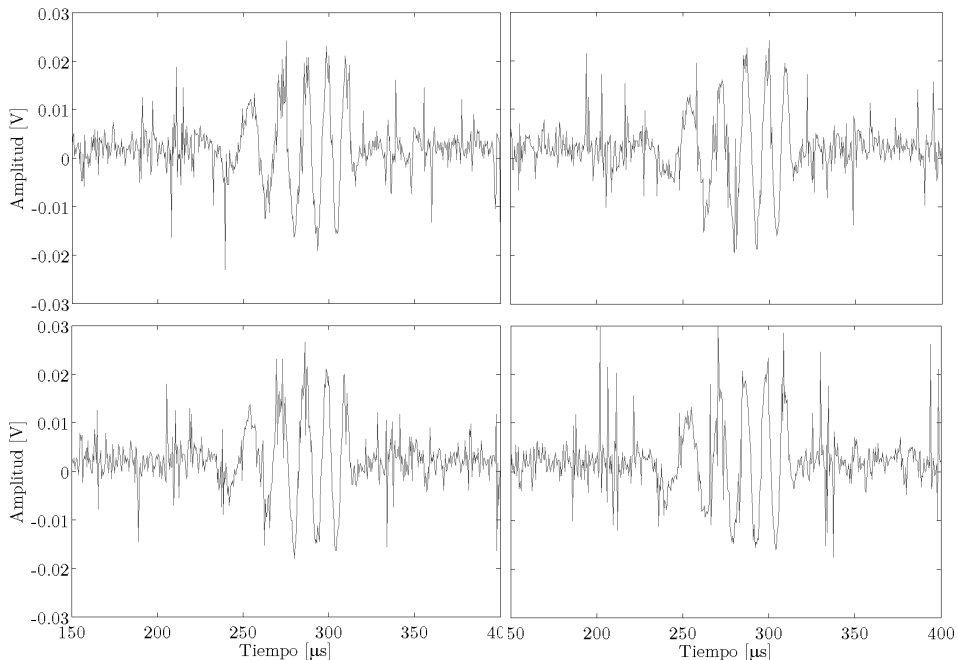


Figura IV.1. Ejemplo de distintas realizaciones de un mismo experimento.

Como se ha ido viendo a lo largo de este texto, se han estudiado distintos tipos de experimentos en los que se registran señales acústicas como resultado de la emisión de un cuerpo oscilante, bien un transductor o bien una burbuja en el seno de un fluido estacionario. El objetivo inicial en todos estos experimentos será el de caracterizar cada una de las señales para poder discernir un proceso estocástico de otro, por ejemplo, la formación de una burbuja debido a una partícula WIMP respecto de una partícula alfa. A continuación vamos a establecer un criterio de clasificación de cada una de las señales con las que se ha trabajado, tanto las deterministas, resultados de simulaciones, como las aleatorias, resultados de medidas experimentales o procesos estocásticos.

³⁰ Aquí hemos asumido que los procesos estocásticos transcurren en el espacio de tiempos continuo $t \in \mathbb{R}$ no obstante, en nuestras medidas, todas las señales $x(t)$ han sido digitalizadas de modo que el tiempo de trabajo n de las mismas es discreto, $n \in \mathbb{Q}$, con lo que, estrictamente, se está trabajando con secuencias estocásticas que, para cada realización en estudio, las denotaremos como $x[n]$.

Clasificación de señales temporales. La Figura IV.2 muestra una clasificación de las señales acústicas que se ha utilizado, como se verá en los siguientes apartados, para establecer el procesado adecuado de los experimentos realizados.

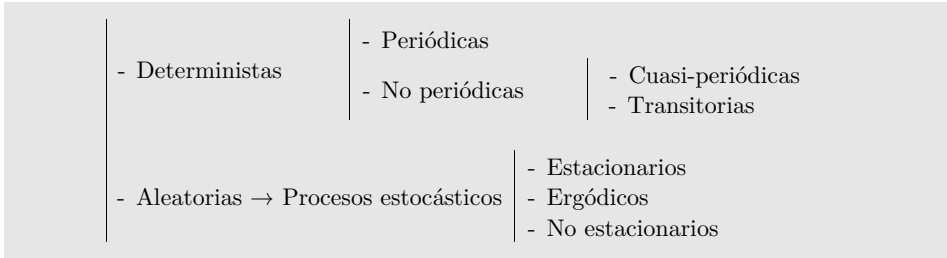


Figura IV.2. Clasificación de las señales acústicas.

A continuación se describen cada una de los términos de esta clasificación, así como un ejemplo de señal del tipo correspondiente con las que se ha trabajado.

- Deterministas: se pueden describir con relaciones matemáticas explícitas, es decir, que los valores futuros se pueden predecir de manera exacta a partir de los anteriores.
- Aleatorias: función muestreada de un proceso aleatorio. Los valores futuros no se pueden predecir de manera exacta, pero se pueden describir en términos de promedios estadísticos y probabilidades. Dos señales aleatorias del mismo proceso difieren entre sí en la descripción temporal, pero poseen las mismas propiedades estadísticas.

La clasificación de una señal en determinista o aleatoria depende de los fines y restricciones del problema en estudio. Por ejemplo, al analizar la señal que se produce en el crecimiento de una burbuja, podemos estar interesados en las características generales de su espectro y considerarla como determinista, o estar interesados en los cambios de los momentos de primer orden y considerarla como aleatoria.

- Periódicas: cumplen la relación $x(t) = x(t + T)$, siendo T el periodo, y están completamente descritas por su valor en un único periodo. En el dominio de la frecuencia, están descritas por la frecuencia fundamental y sus armónicos.
- Cuasi-periódicas: no son periódicas en el sentido matemático, pero tienen una descripción en el dominio de la frecuencia que difiere de la anterior en que los términos que aparecen no son armónicos de alguna frecuencia fundamental. Una combinación de señales periódicas no correlacionadas da lugar a una cuasi-periódica.
- Transitorias: no cumplen las condiciones anteriores.
- Estacionarias: son procesos cuyas propiedades estadísticas no son función del tiempo.
- Ergódicas: tienen igual promediado estadístico que promediado temporal para cualquier función muestreada.
- No estacionarias: no cumplen las condiciones anteriores. Son más difíciles de procesar, por lo que en ocasiones suelen suponerse ergódicas y estimar las propiedades estadísticas a partir de promediados temporales (en lugar de promediados estadísticos). Para ello, se suele dividir la señal no estacionaria en segmentos, cada uno de los cuales se supone estacionario, de modo que la longitud de los segmentos depende de las propiedades de la no estacionariedad.

Transformación de señales. Relevante su información de un proceso físico concreto es el objetivo de su procesamiento, pero tal información depende del enfoque del análisis. Una cuestión central consiste en contar con las técnicas de caracterización e interpretación de las estructuras inmersas en la señal que, en su representación original se mantienen enmascarados u ocultos [241]. Para ello, se utilizan las Transformadas según la cual, a una señal original, representada normalmente en el dominio de tiempo, se le aplican una serie de operaciones para representarla en otro dominio distinto, objeto de análisis.

Muchos de los fenómenos físicos pueden describirse mediante una señal en el dominio de tiempos, en el que el tiempo t es la variable independiente y la amplitud es la variable dependiente del tiempo. Por ello, en un primer examen, podemos distinguir dos tipos de estructuras: la temporal y la frecuencial. La primera se evidencia por la *representación temporal* o *tiempo-amplitud* original $x(t)$, y refleja propiedades de regularidad, cambios de comportamiento, valores extremos, tendencia, entre otras. La segunda viene dada por la Transformada de Fourier $X_F(f)$ en la llamada *representación frecuencial* o *frecuencia-amplitud*, de modo que la señal es interpretada como una superposición de ondas sinusoidales, periódicas de amplitud, frecuencia y fase constantes; las frecuencias con amplitudes dominantes caracterizan las propiedades estacionarias y los patrones armónicos. Aunque se va a ahondar más en ambas representaciones, cabe hacer notar que ambas se relacionan por el par de Fourier directa e inversa:

$$X_F(f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-2\pi f t i} dt \quad \leftrightarrow \quad x(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} X_F(f) \cdot e^{+2\pi f t i} df \quad (263)$$

Estas son expresiones complementarias pero no se asocian en una fórmula conjunta. Por lo tanto, por sí mismas, no permiten identificar estructuras tiempo-frecuencia, como los eventos temporales oscilantes o las ondas no estacionarias con amplitudes y frecuencias que evolucionan en el tiempo. Para ello, se requiere de refinamientos y representaciones apropiadas las cuales se denominan *representaciones tiempo-frecuencia*, en las que la amplitud depende de ambas variables (aunque, como se verá, no con una precisión arbitraria), y pretenden expresar, de manera unificada, la relación entre los dos parámetros [241].

En los siguientes *apartados IV.1.3 a IV.1.5*, se mostrarán cada una de las transformadas utilizadas para visualizar las estructuras ocultas de las distintas señales estudiadas. Para ello, se realizará una distinción según el tratamiento previo que se realice a la señal original antes de aplicar la transformada. En este sentido, agruparemos las transformadas en tres grupos:

- Métodos estacionarios.
- Métodos frecuenciales variantes con el tiempo.
- Métodos tiempo-frecuencia.

Con ello, disponemos de una forma de visualizar la señal bajo estudio en distintos dominios pero, en cada uno de ellos, resulta necesario extraer los parámetros que cuantifican estas estructuras. Posteriormente, *apartado IV.1.6* se explicarán las bases de esta parametrización, cuyas ideas se aplicarán a las medidas de los detectores PICO y MODA-LS en los *apartados IV.1.7 y IV.1.8*, respectivamente.

IV.1.3 Transformadas en tiempo y frecuencia

Transformadas de amplitud. En el dominio del tiempo original, resulta habitual obtener los estadísticos de la muestra de valores que conforma la señal en estudio. Para ello, previo al cálculo, puede ser conveniente realizar algún preprocesado. Por un lado, recortar la señal a un intervalo temporal deseado, para minimizar la inclusión del ruido que han registrado los sensores antes de la llegada de la onda acústica. Por otro, aplicar un filtro frecuencial a la señal, evitando la influencia de frecuencias que no son de interés en el análisis o que se crea que puedan existir únicamente como parte del ruido no deseado. A continuación indicamos los parámetros estadísticos que se han utilizado, así como sus expresiones. Para una explicación más detallada de cada uno de ellos, se puede consultar [173] [167].

Parámetros estadísticos de centralización:

- Valor medio:
$$MV\{x[n]\} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x[n] \quad (264)$$

- Valor cuadrático medio:
$$RMS\{x[n]\} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x^2[n]} \quad (265)$$

Parámetros estadísticos de dispersión:

- Varianza:
$$VAR\{x[n]\} = RMS^2 - MV^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} (X[n] - MV)^2 \quad (266)$$

- Desviación estándar:
$$STD\{x[n]\} = \sqrt{VAR\{x[n]\}} \quad (267)$$

Para cada señal estudiada, el valor obtenido de cada estadístico es un parámetro susceptible de ser utilizado para su caracterización, o como medida de similitud o distinción entre señales.

La siguiente Figura IV.3 muestra dos ejemplos de señales que se han mostrado en distintos estudios a lo largo de esta Tesis, de las que conocemos la duración de las ondas esperadas. A la izquierda, analizamos un seno de 80 kHz y 62,5 μ s de duración y, a la derecha, un sweep de entre 10 y 100 kHz con una duración de 10 μ s. Tal como se observa, ambos casos corresponden a procesos estocásticos que dan lugar a señales, en principio, no estacionarias. Para centrar mejor el estudio, en estas señales, se han recortado desde el punto de inicio de recepción o detección de la señal (en la siguiente *Sección IV.2* se comentará el tema de la detección) hasta completar un intervalo de la misma duración que la señal enviada. Aun así, se observa que los cinco ciclos esperados varían su amplitud debido a la respuesta transitoria de los receptores. No obstante, dado que este efecto permanecerá para todas las medidas de frecuencias similares, con este recorte podemos calcular los parámetros estadísticos anteriores, tal como se muestra. En el caso del sweep, la señal recortada no se espera que sea estacionaria pero, dado que presenta una variación frecuencial constante en el tiempo, la podemos considerar cuasi-estacionaria y emplear estos parámetros estadísticos para su caracterización.

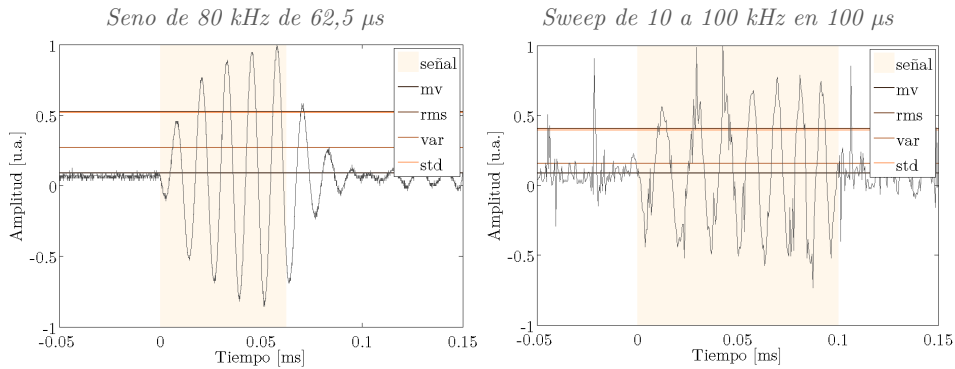


Figura IV.3. Parámetros estadísticos para un seno (izquierda) y un sweep (derecha).

Desde el punto de vista de la descripción estadística, podemos representar la señal mediante su *función de densidad de probabilidad* (pdf) y la *función de distribución acumulada* (cdf), tal como se muestra en la Figura IV.4. Mediante la pdf podemos ver que la presencia del ruido en los intervalos temporales estudiado. Esta relación señal-a-ruido, para distintos intervalos de tiempo, puede utilizarse para encontrar el instante en el que empieza la señal a estudiar pues, aparece el máximo de la pdf. Mediante la cdf vemos de forma más clara la diferencia entre la distribución de los valores de las señales cuando la consideramos recortada (sin ruido previo) respecto a la señal completa (con todo el ruido de la medida). La presencia de ruido, es decir, de valores en torno al cero, hace mucho más abrupta la función.

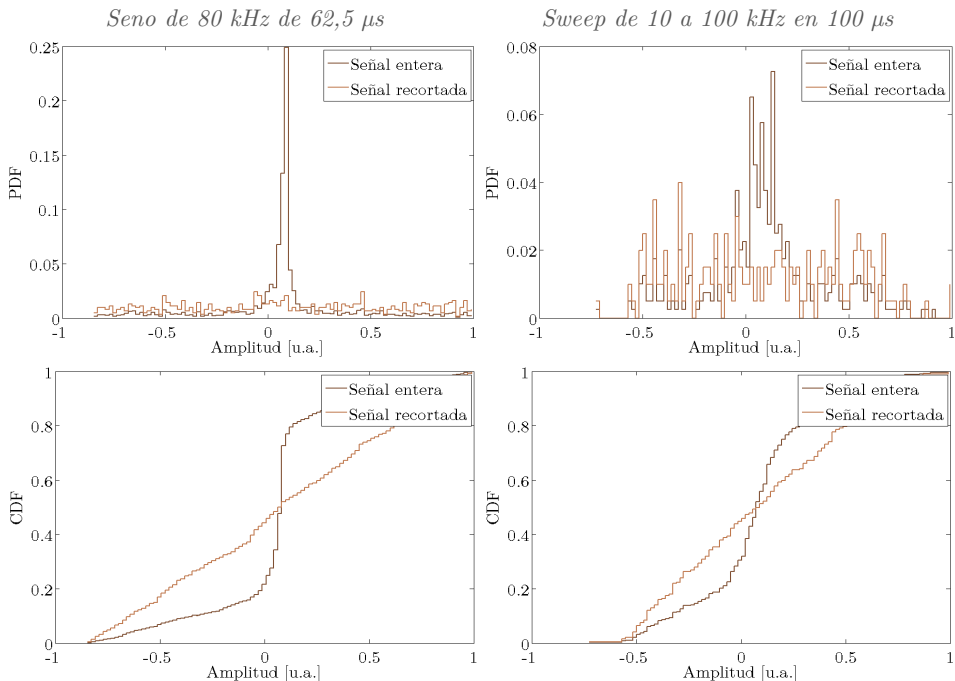


Figura IV.4. Función de densidad de probabilidad y función de distribución de probabilidad para para un seno (izquierda) y un sweep (derecha).

Transformada de Fourier (FT). La transformada de Fourier expresa una función periódica como una suma de exponenciales complejas periódicas. Para señales continuas, la existencia de la transformada de Fourier queda garantizada si esta es de energía finita, es decir, si es de cuadrado integrable, y se llama Transformada de Fourier Continua (CFT), definida como:

$$F\{x(t)\} \equiv X_F(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-2\pi f t} dt \quad (268)$$

Entonces, la cantidad $S_{xx}(f) = |X_F(f)|^2$ representa la distribución de energía de la señal en función de la frecuencia y, por ello, se denomina la *densidad espectral de energía* de la señal. Así, la energía total de la señal es la integral de S_{xx} sobre todo f .

En la práctica, el proceso acústico que se quiera estudiar dará lugar a una señal acústica *analógica* (continua), y será convertida por el transductor receptor en una señal eléctrica también analógica, que será muestreada y cuantificada por un conversor analógico-digital, convirtiendo la señal analógica en *señal digital* (discreta). Ahora bien, para realizar el análisis frecuencial de una señal en tiempo discreto $x[n]$ de longitud N convertimos la secuencia en el dominio de tiempo en una forma equivalente, en el dominio de la frecuencia. Tal forma viene dada por la FT de dicha frecuencia pero, en el caso de señales periódicas de energía finita, esta es una función continua de la frecuencia y, por lo tanto, no es una forma computacional de la secuencia $x[n]$. Por ello, resulta necesario muestrear la transformada de Fourier en tiempo discreto (DTFT) resultante, lo que nos conduce a la transformada Discreta de Fourier (DFT) de dicha secuencia que, a su vez, se calcula eficientemente mediante un algoritmo FFT [173].

$$F\{x[n]\} \equiv X_F[k/N] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-2\pi n k/N} \quad (269)$$

Sin embargo, este muestreo disperso del espectro no proporciona una buena representación de la estima del espectro continuo de la señal original. Esto se soluciona evaluando X_F en frecuencia adicional o bien en un conjunto más denso de frecuencias añadiendo ceros, por ejemplo. Con todo, resulta una buena herramienta para identificar diferencias entre señales de la misma naturaleza como las que registramos en la calibración de un transductor o en el crecimiento de burbujas en fluidos sobrecalentados.

La siguiente Figura IV.5 muestra los espectros frecuenciales de las señales tipo seno y sweep vistas anteriormente (señales recibidas), así como de las señales deterministas de referencia que se han utilizado en la emisión acústica (señales enviadas).

En el caso de la señal seno, se observa que el número de muestras de la señal muestreada influye en el ancho del pico frecuencial. Esta situación será más crítica cuanto menor sea el número de puntos reduciendo la precisión en la estimación de la amplitud del máximo frecuencial correspondiente. En el siguiente *apartado IV.1.8* se mostrará esta variación comparando este método de parametrización de amplitud junto con otros dos, uno basado en la amplitud de la señal en el dominio del tiempo y otro en la amplitud de la correlación cruzada de estas señales senoidales con otras de referencia.

En el caso de las señales sweeps, observamos que no todas las frecuencias que aparecen en la señal enviada presentan la misma amplitud en la señal recibida debido a la influencia respuesta de los transductores utilizados en las medias. Además, como se verá a lo largo de este apartado, la TF ofrece resultados de representaciones insatisfactorias o insuficientes cuando se trata de señales que no son estrictamente estacionarias, como es el caso del sweep. Para mejorar las estructuras internas de este tipo de señales, se utilizarán técnicas de representación en el dominio tiempo-frecuencia, así como de tiempo en ventana móvil.

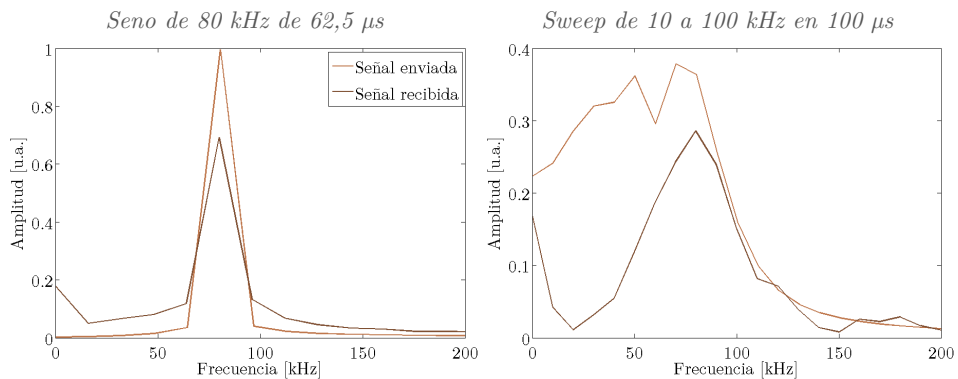


Figura IV.5. Transformadas de Fourier para un seno (izquierda) y un sweep (derecha).

Con todo, como se verá en el *apartado IV.1.7*, esta herramienta de análisis frecuencial se ha utilizado, junto a otros algoritmos de corrección, en la definición de un parámetro acústico para la discriminación de eventos en los detectores PICO. En este caso, se trata de señales no estacionarias, tipo pulso, de mayor ancho de banda tal como se vio en el *apartado II.1.10*, por lo que este tipo de señales serán tratadas con más detalle en los siguientes apartados. Además, existirán distintas razones para, una vez convenientemente limitada la señal registrada, acotar el espectro de señales de búsqueda de materia oscura o bien enfatizar en algunos de ellos.

Transformada de Hilbert (HT). La transformada de Hilbert resulta útil para describir la envolvente compleja de una señal. Se define como la convolución de una señal $x(t)$ con la función $-1/\pi t$, lo cual es equivalente a multiplicar en frecuencia por $i \cdot \text{sgn}(f)$, es decir, sin modificar el espectro de amplitud sino aplicando un corrimiento en fase de $+\pi/2$ a las frecuencias positivas y de $-\pi/2$ a las frecuencias negativas [173].

$$H\{x(t)\} \equiv X_H(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(t')}{t-t'} dt' \quad (270)$$

La envolvente de una señal se define como el módulo de su *señal analítica* de Gabor [242]. Sabiendo que una señal analítica $y(t)$ correspondiente a una señal temporal real $x(t)$ es una señal compleja cuyo espectro de frecuencias es nulo para frecuencias negativas y cuya parte real es igual a la señal original, esta se puede construir a partir de la transformada de Hilbert de $x(t)$ como: $y(t) = x(t) + i \cdot X_H(t)$. Entonces, la envolvente de la señal $x(t)$ será $E(t) = |y(t)| = \sqrt{x(t)^2 + X_H^2(t)}$ y su fase $\varphi(t) = \tan^{-1}(X_H(t)/x(t))$. En aquellos puntos donde la señal y su envolvente se tocan, esta será tangente a la señal. La envolvente primera permite visualizar la amplitud instantánea de la señal y, mediante la fase se puede obtener *frecuencia instantánea* de la señal $f = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt}$. Uno de los problemas del análisis de Hilbert es la aparición de frecuencias negativas en el análisis pero, gracias a la descomposición en modos empíricos propuesta por Huang se reduce esta problemática [243] [244]. Aun así, resulta una buena herramienta para la discriminación de señales, tal como se verá en el siguiente apartado.

Para el caso de una señal discreta de tamaño N , la Transformada de Hilbert se calcula simplemente discretizan la expresión anterior:

$$H\{x[n]\} \equiv X_H[n] = \sum_{l=0}^{N-1} \frac{x[l]}{n-l} \quad (271)$$

La siguiente Figura IV.6 muestra las envolventes de las dos señales no estacionarias, de interés en los trabajos realizados en esta tesis, tanto de las señales originales como realizando una interpolación de las mismas. El análisis de sus envolventes, así como del área bajo de ellas nos ayudará en la clasificación

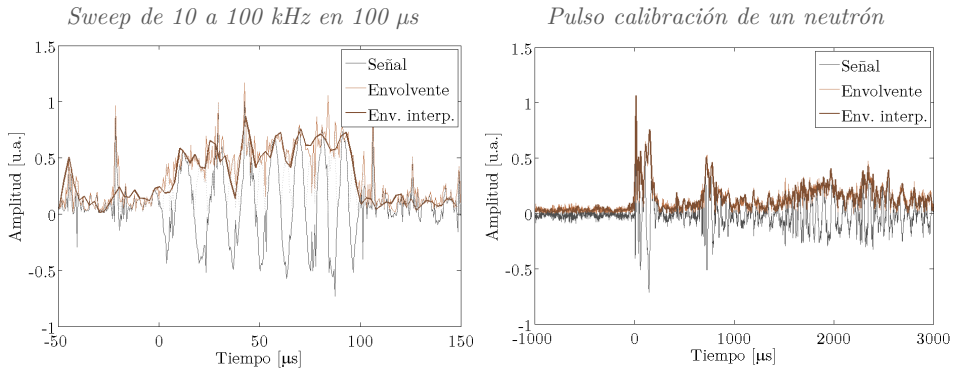


Figura IV.6. Envolvente de un sweep (izquierda) y un pulso de calibración (derecha) aplicando la Transformada de Hilbert.

Correlación cruzada (CC). La correlación es una operación entre dos señales cuyo objetivo es medir la similitud que existe entre ambas y, así, extraer información que depende de la aplicación concreta considerada [173]. Sean dos señales de energía finita $x(t)$ e $y(t)$, la correlación cruzada entra ambas se define como el producto escalar siguiente:

$$r_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t + \tau) y^*(t) dt \quad (272)$$

La función $r_{xy}(\tau)$ es un indicador de la medida de la similitud entre señales, de modo que la distancia entre las señales será menor para aquellos valores de desplazamiento relativo entre ellas τ en que $r_{xy}(\tau)$ sea mayor. En el caso especial de que $y = x$ tenemos la *autocorrelación* de x , que nos da una estimación de cuánto se parece una señal a ella misma, es decir, si existen periodicidades en la misma.

De forma análoga, para señales discretas, la correlación cruzada se define como sigue, donde $l \in \mathbb{Q}$ es el parámetro de desplazamiento o *retardo* en el tiempo discreto [62]:

$$r_{xy}[l] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]y[n-l] = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n+l]y[n] \quad (273)$$

En la siguiente Sección X se hablará más ampliamente de esta operación entre señales, en el contexto de la detección y localización acústica. No obstante, dado que esta transformación también se ha utilizado para parametrizar señales acústicas estacionarias con referencia, mostramos aquí sus principales características que se utilizarán más adelante en esta Sección. En este sentido, mediante distintos estudios [62] se ha demostrado que existe una relación entre la amplitud del máximo de la correlación $\max\{r_{xy}\}$ entre una señal de tipo senoidal $x_{rec}[m]$ registrada por un transductor, y una señal del mismo tipo pero sintetizada analíticamente $y_{env}[n]$ de amplitud unidad y longitud N . Entonces, la amplitud de pico de la señal registrada se puede inferir a partir de la siguiente expresión:

$$V_p(x_{rec}) = \frac{2 \max\{r_{xy}\}}{N} \quad (274)$$

En el siguiente apartado, mostraremos los resultados de esta parametrización de señales estacionarias comparándolos con los métodos vistos anteriormente.

IV.1.4 Transformadas enventanadas

Transformadas enventanadas: transformadas de Gabor. Mediante la FT podemos obtener información sobre cómo está distribuida la energía de una señal, pero no puede ser aplicada con el objetivo de obtener información precisa de cuándo o dónde las diferentes componentes de frecuencia se encuentran en la señal, como es el caso de señales quasi-estacionarias o no estacionarias, cuyo contenido espectral varía con el tiempo. En otras palabras, la FT posee una muy pobre resolución en tiempo.

En un esfuerzo por resolver el problema de la resolución en tiempo de la FT, D. Gabor [245] adaptó la transformada utilizando un procedimiento llamada *enventanado*. Este proceso consiste en dividir una señal $x(t)$ en pequeños segmentos a través del tiempo de tal manera que podamos asumir que para cada segmento la señal es estacionaria y, así, calcular la FT clásica para cada porción de la señal.

La forma de dividir la señal se realiza mediante lo que se llama una función tiempo-ventana $h(t)$ cuyo ancho corresponde a la longitud de cada segmentación de la señal, tal como se muestra en la Figura IV.7. Con la función ventana encuadramos la señal alrededor de un instante de tiempo τ y calculamos su transformada, luego se traslada la función ventana (pudiendo o no superponerse con la anterior) cubriendo una nueva porción de la señal a la que volvemos a calcular la transformada deseada. Este proceso se repite hasta que se cubre la totalidad de la señal. En este apartado vamos a mostrar los resultados de aplicar esta técnica de enventanado a las señales que se están testeando.

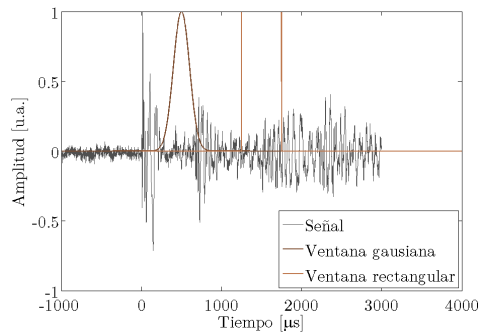


Figura IV.7. Ejemplos de dos tipos de ventanas utilizadas en los métodos espectrales variantes con el tiempo.

Los métodos espectrales variantes con el tiempo han demostrado ser muy útiles en la determinación de variaciones de frecuencia y en la caracterización de registros no estacionarios [246]. A pesar de que estos métodos no son muy aconsejables para la cuantificación de potencia de las señales, pueden ser aplicados en una primera aproximación ya que su complejidad de cálculo es baja y dan excelentes resultados en la detección de picos espectrales. Si el interés reside en una determinación exacta de la variación de la potencia de la señal con el tiempo se requerirán métodos más sofisticados como los que se presentarán en la siguiente sección: las distribuciones tiempo-frecuencia.

Transformadas de amplitud eventanadas. Aplicando la técnica del eventanado a nuestras señales de interés y, de cada tramo, obtener los parámetros estadísticos que se vieron en el apartado anterior, mv , rms , var y std , ecuaciones (264) a (267) respectivamente, obtenemos una estimación de su evolución temporal, a las que llamaremos Pmv , $Prms$, $Pvar$ y $Pstd$, respectivamente. Con ello obtenemos nuevas funciones que pueden ser analizadas para distinguir distintos tipos de eventos acústicos. La siguiente Figura IV.8 muestra los resultados obtenidos con esta técnica.

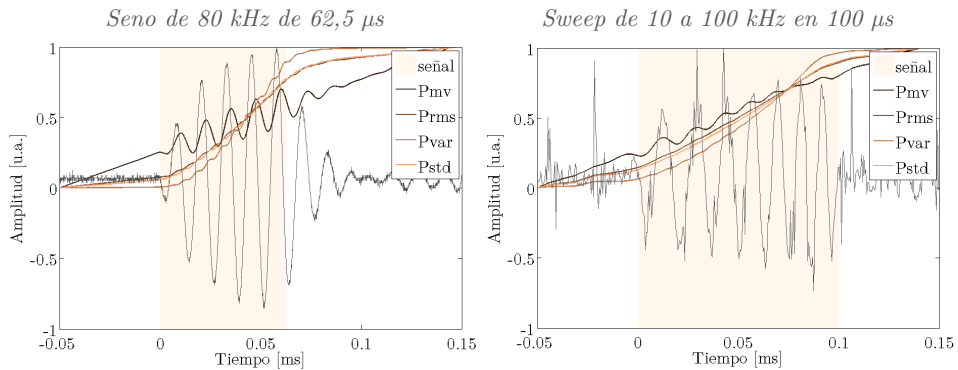


Figura IV.8. Evolución temporal de los parámetros estadísticos al aplicar eventanado a un seno (izquierda) y a un sweep (derecha).

De entre todas las transformadas resultantes, la $Pvar$ presenta especial interés pues es más susceptible de las variaciones de la señal respecto del ruido, especialmente para señales de tipo pulso. En la Figura IV.9 se observa, a la izquierda, el comportamiento de estas transformadas para la señal de calibración tipo pulso y, a la derecha, el análisis de la transformada $Pvar$. De ella vemos que, en el nuevo dominio de tiempos, el ruido crece linealmente, pudiendo ser ajustado por mínimos cuadrados. Con ello, podemos restar el ruido de la transformada original y extraer parámetros de la función resultante, tales como los coeficientes de un ajuste de la curva o el área bajo la curva misma.

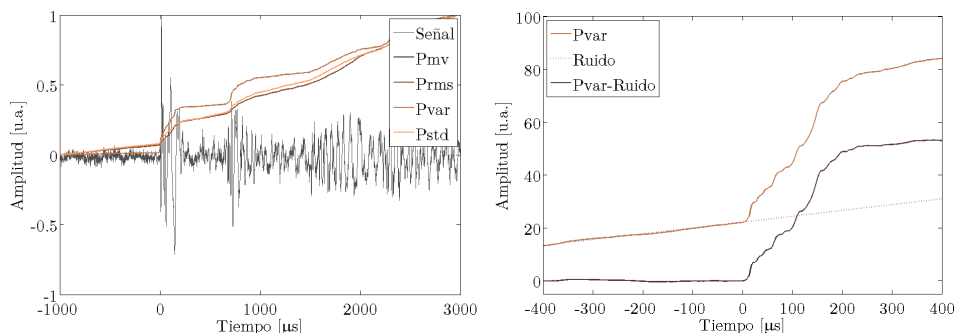


Figura IV.9. Análisis de la transformada $Pvar$ para la señal tipo pulso.

Esta transformada se ha utilizado tanto en el análisis de señales de pico del apartado IV.1.7 de esta Sección, como en la detección de señales acústicas que se verá en la siguiente Sección IV.2.

Transformada de Fourier enventanada. La transformada de Gabor original consiste en localizar la Transformada de Fourier mediante la acción de una ventana modulada deslizante. Entre varias posibilidades, la ventana puede ser una función gaussiana, de tipo $g(t) = \frac{1}{2\sqrt{\alpha\pi}} e^{-t^2/4\alpha}$, con $\alpha > 0$. Entonces, para cada instante t' , la transformada de Gabor es:

$$TF_{env}\{x(t')\} \equiv X_F(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x(t) \cdot g(t-t')] \cdot e^{-i2\pi ft} dt \quad (275)$$

La precisión tiempo-frecuencia es fija, depende del parámetro α y es ésta una de las principales limitaciones de la transformada ya que, normalmente, los eventos asociados a las altas frecuencias poseen duración relativamente breve y viceversa. Por tanto, la eventual convivencia entre tales componentes puede no ser detectada [241].

La forma de esta transformada para el caso de señales en tiempo discreto se puede obtener directamente a partir de las expresiones (275) y (269), por lo que obviamos poner la representación explícita. Mediante esta transformada se obtiene la Figura IV.10, para las señales sweep y pulso con las que estamos trabajando, para distintos anchos T de la ventana móvil. En ambos casos, se ha aplicado un filtro previo a las señales entre 10 y 100 kHz. En el caso del sweep se observa que las amplitudes resultantes aumentan con el tiempo, tal como era de esperar para esta señal cuya frecuencia aumenta en este rango frecuencial en el tiempo. En el caso del pulso de calibración, la detección de los cambios frecuenciales se detecta más fácilmente, observando claramente distintos intervalos en los que la energía de estas frecuencias está muy presente. La integral bajo esta envolvente se puede utilizar para la discriminación acústica.

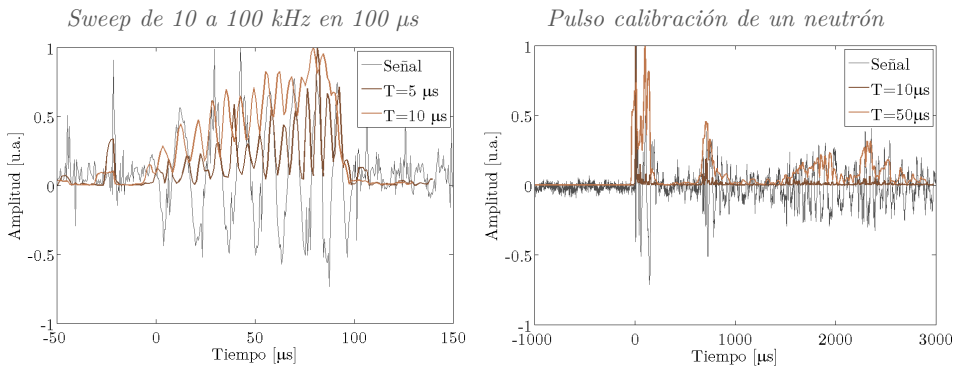


Figura IV.10. Transformada de Fourier enventanada para un sweep (izquierda) y un pulso de calibración (derecha).

Correlación cruzada enventanada. Podemos extender la operación de correlación cruzada aplicando un enventanado a las señales en estudio. Esta transformada se ha utilizado más extensamente en los estudios de detección de señales que se verá en la siguiente Sección IV.2. Por ello, dado que no se han utilizado para el análisis y discriminación de señales, no se muestra en esa Sección.

IV.1.5 Transformadas tiempo-frecuencia

Representación tiempo-frecuencia. Dentro de las distintas transformadas que nos permiten representar una señal en un dominio doble de tiempo y frecuencia, encontramos los *métodos espectro-temporales*, y los *métodos escala-tiempo*. Ambos resuelven algunos de los problemas de representación de las transformadas anteriores, sobre todo en lo relativo a la intendencia de precisión en el dominio del tiempo y en el de frecuencia.

- Los métodos espectro-temporales son una sofisticación de los métodos espectrales variantes con el tiempo, vistos en el apartado anterior. En ellos, se emplean diferentes métodos para la transformación en frecuencia al mismo tiempo que se utilizan ventanas de suavizado en tiempo y en frecuencia. Utilizan transformaciones matemáticas, similares a la TF, para conseguir una representación tiempo-frecuencia. Hay un gran número de técnicas [247] [248] pero nos centraremos en el *espectrograma*. Una mayor información sobre cada una de estas (y otras) representaciones y sus propiedades matemáticas y formulaciones puede encontrarse en [241] [249] [250].
- Los métodos de escala-tiempo ofrecen una visión distinta a los anteriores. Mientras los métodos espectrales y espectro-temporales parten de la descomposición de la señal en senoidales, los métodos de escala-tiempo la realizan mediante otras funciones arbitrarias (a escoger por el usuario) que deben cumplir unos requisitos mínimos [251]. Estas transformadas, tales como la *transformada Wavelet*, realizan la descomposición de la señal sobre un conjunto de funciones obtenidas a partir de otra llamada madre mediante dilataciones o contracciones y desplazamientos en el tiempo de ésta. La utilidad de estos métodos es doble pues, por un lado, si hacemos la abstracción de asignar a una escala una frecuencia determinada, tenemos un nuevo método espectral con ciertas ventajas añadidas y, por otro lado, se puede realizar una descomposición de la señal en componentes de variación rápida y lenta, lo cual puede ser útil para la discriminación de eventos acústicos en el crecimiento de burbujas en fluidos sobrecalentados pues permite, en principio, localizar variaciones de alta y baja frecuencia de forma eficiente.

A continuación vamos a mostrar las características principales y aplicaciones de algunas de estas transformadas, que nos han ayudado a extraer mayor información de las estructuras ocultas en las señales a estudiar.

Transformada de Fourier en tiempo corto (STFT)³¹. El problema de resolución en tiempo de la transformada de Fourier, se puede resolver mediante el enventanado de la señal [245], es decir, dividiendo la señal en pequeños segmentos temporales asumiendo que para cada segmento la señal es estacionaria y así poder calcular la TF clásica para cada porción de la señal. El resultado se denomina Transformada de Fourier en tiempo corto, que nos ayuda a realizar una representación tiempo-frecuencia, y se expresa como:

$$STFT\{x(t)\} \equiv X_{STFT}(t', f) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x(t) \cdot w(t - t')] \cdot e^{-i2\pi ft} dt \quad (276)$$

En el caso discreto, tenemos la siguiente transformada:

$$STFT\{x[n]\} \equiv X_{STFT}[m, k] = \sum_{n=0}^{N-1} [x[n] \cdot w[n - m]] \cdot e^{-\frac{i2\pi kn}{N}} \quad (277)$$

A partir de estas magnitudes, se obtiene el *espectrograma* de la señal en estudio, definido como $|X_{STFT}|^2$, tal como se observa en la siguiente Figura IV.11. En el sweep se observa claramente la variación temporal de su frecuencia y, en el pulso, las primeras oscilaciones muestran frecuencial hasta 100 kHz, con mayor contenido hacia los 20 kHz.

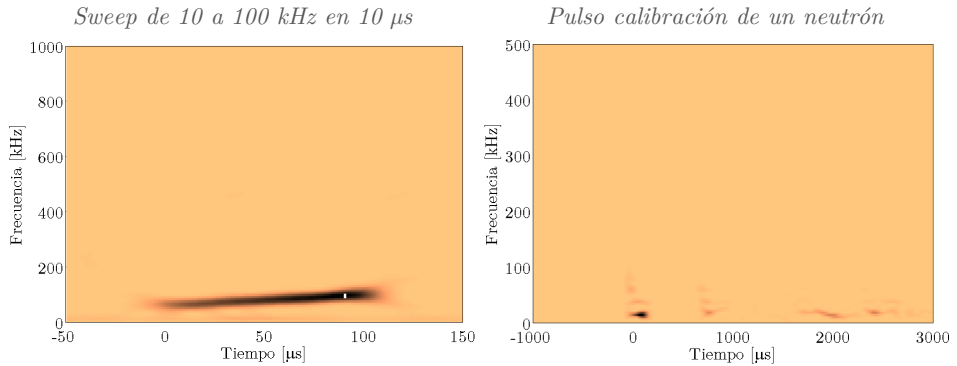


Figura IV.11. Espectrograma de un sweep (izquierda) y un pulso de calibración (derecha).

El tamaño de la ventana constituye un parámetro de gran importancia ya que determina el grado de resolución temporal y frecuencial que deseamos, de modo que no es posible conseguir una buena resolución tanto en tiempo como en frecuencia de manera instantánea. La raíz de este problema se basa en el principio de incertidumbre de Heisenberg [252] [253], el cual establece que es imposible conocer una representación exacta tiempo-frecuencia de una señal, es decir, no podemos saber qué valor de frecuencia existe en un instante de tiempo determinado, sólo podemos conocer qué componentes de frecuencia existen dentro de un intervalo de tiempo determinado. Para la resolución de este problema existe la herramienta matemática denominada la Transformada Wavelet, que vamos a tratar en el siguiente apartado.

³¹ Del inglés: Short Time Fourier Transform.

Transformada Continua Wavelet (CWT). La Transformada Wavelet (WT) fue desarrollada como una alternativa de análisis frente a la STFT para el análisis del comportamiento local de una señal. La Transformada Continua Wavelet (CWT) expresa una señal continua en el tiempo $x(t)$ mediante una expansión de términos proporcionales al producto interno entre esta y diferentes versiones escaladas y trasladadas de una función de referencia $\psi(t)$ llamada *wavelet madre*. Asumiendo que ambas funciones son de energía finita y que la wavelet madre satisface la condición de media nula (condición de admisibilidad para poder reconstruir $x(t)$ a partir de la transformada), la CWT se define como:

$$CWT\{x(t)\} \equiv X_{CWT}(t', s) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi^* \left(\frac{t-t'}{s} \right) dt \quad (278)$$

Donde t' y s son los parámetros de traslación y escala (o dilatación), respectivamente; la primera nos da la ubicación en el dominio del tiempo, mientras que la segunda controla el ancho o soporte efectivo de la señal. Aquí, las modulaciones en el caso de Gabor, han sido reemplazadas por dilataciones.

Entonces, la CWT es una representación tiempo-escala en vez de una representación tiempo-frecuencia, tal como sucedía en la STFT. Como en el caso de Gabor, se escanea la señal mientras se calcula la transformada y la información tiempo-escala se va revelando. Esta es la razón por la que su aplicación posee eficiencia óptima para la detección y caracterización de eventos de duración limitada asociados con rangos de frecuencias con precisión cercana al límite de Heisemberg. En otras palabras, para escalas pequeñas (valores pequeños de s) la CWT nos entrega una buena resolución en el dominio del tiempo mientras que para escalas grandes (valores grandes de s) la CWT nos entrega una buena resolución en el dominio de la frecuencia. Cuando s cambia, tanto la duración como el ancho de banda de la wavelet madre cambian pero su forma se mantiene igual. En esto se encuentra la diferencia principal entre la CWT y la STFT, ya que la primera ocupa ventanas de corta duración para altas frecuencias y ventanas de larga duración para bajas frecuencias, mientras que la STFT ocupa una sola ventana con la misma duración tanto para altas frecuencias como para bajas frecuencias.

La continuidad de la CWT reside en que tanto la variable de escala como la variable de traslación varían en forma continua. Sin embargo, en términos de cálculo computacional es imprescindible discretizar la transformada. La forma más común de discretizar los valores de s y t' es utilizar una red diádica [254] [255], es decir, $s = 2^{-j}$ y $t' = k2^{-j}$ con $j, k \in \mathbb{Z}$, de tal manera que el conjunto de funciones madres continuas $\psi_{t',s}(t)$ se transforma en el conjunto de funciones discretas $\psi_{j,k}[n] = 2^{j/2} \psi[2^j n - k]$, que constituye una base ortogonal del espacio de señales de energía finita. Entonces, la versión discreta de la CWT se calcula como:

$$CWT\{x[m]\} \equiv X_{DWT}[j, k] = 2^{j/2} \sum_{m=0}^{N-1} x[m] \psi_{j,n}[n] \quad (279)$$

La siguiente Figura IV.12 muestra la representación tiempo-escala de las señales en estudio al aplicar la WT. En el caso del sweep se observa la variación de escalas se encuentra mucho más distribuida mientras que, en el pulso, se aprecia más claramente la extensión de las escalas para los distintos oscilaciones registradas.

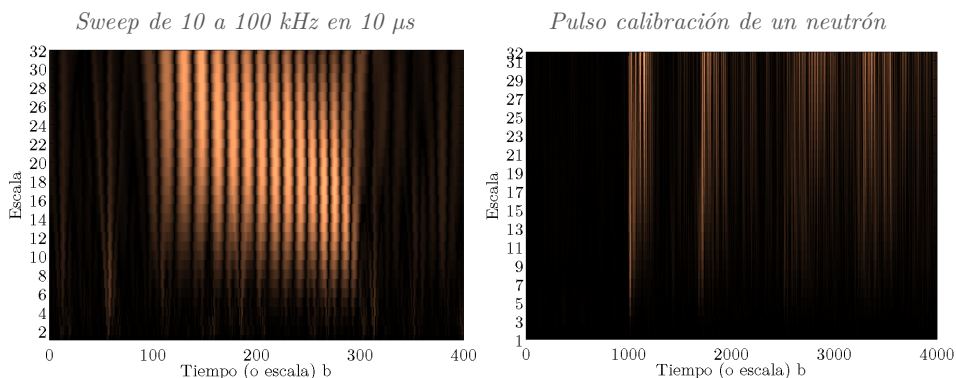


Figura IV.12. Representación tiempo-escala al aplicar la transformada Wavelet a un sweep (izquierda) y un pulso de calibración (derecha).

La WT cumple también con el principio de incertidumbre de Heisemberg, de modo que la resolución no es uniforme en el plano tiempo-frecuencia. Para bajas frecuencias, hay mayor resolución frecuencial pero peor temporal, mientras que para altas frecuencias la resolución temporal mejora, a costa de perder resolución frecuencial.

Aun cuando la CWT puede evaluarse computacionalmente de manera discretizada, esto no constituye una transformada discreta, sino una serie wavelet o la versión muestreada de la CWT, con la desventaja que la información que entregan es altamente redundante para la reconstrucción de la señal. Esta redundancia significa además un aumento significativo del tiempo de cálculo. Por este motivo se utiliza la DWT que es capaz de entregar suficiente información tanto para el análisis como para la reconstrucción de una señal con una significativa reducción del tiempo de procesamiento, además, es mucho más fácil de implementar que la CWT [256].

Esta transformada se utilizará en la siguiente *Sección IV.2* para reducir el ruido de las señales registradas en distintos entornos con objetivo de mejorar la detección de las mismas y testear la localización de fuentes acústicas.

IV.1.6 Técnicas para la parametrización y discriminación de señales acústicas

Extracción de parámetros de señales. En cada uno de los dominios resultantes al aplicar una transformada concreta a una señal en estudio, se pueden extraer una serie de parámetros que caracterizan la señal en dicho dominio, es decir, cuantifican su estructura particular en dicho dominio. Para los tres conjuntos que hemos comentado, podemos extraer distintos tipos de parámetros:

- Transformadas en tiempo y frecuencia: valores de pico, pico-pico, rms, relación señal-a-ruido en el dominio de tiempos; las amplitudes y anchura de los picos del espectro en el dominio de frecuencias; las amplitudes de los picos de correlación; entre otros.
- Transformadas enventanadas: dado que, normalmente, el dominio final es el del tiempo, es técnica habitual ajustar, por mínimos cuadrados, partes del perfil de la señal a funciones que dependen de uno o más parámetros, que son los que servirán para su caracterización.
- Transformadas tiempo-frecuencia: en este caso, podemos emplear cualquiera de las parametrizaciones anteriores, ampliando la casuística debido a la relación entre las dos dimensiones del dominio resultante.

En los siguientes *apartados IV.1.7 y IV.1.8* se extraen parámetros para varias transformaciones estudiadas y se muestran los resultados de la caracterización y discriminación acústica de las señales correspondientes.

Discriminación de señales. Una vez extraídos sistemáticamente los parámetros que caracterizan un conjunto de señales que representan distintos eventos acústicos, resulta necesario establecer un criterio para su clasificación. La técnica más común consiste en representar el histograma del conjunto de medidas y, mediante las técnicas habituales de descripción estadísticas [257] [258], establecer cortes que permitan, en la medida de lo posible, la separación entre conjuntos de eventos con el mínimo número de eventos de un conjunto en el de otro. En el *apartado IV.1.7* se mostrarán los resultados de la discriminación de las señales de referencia de los detectores PICO respecto a las obtenidas en las medidas de búsqueda de materia oscura. Como se verá, establecer parámetros que permitan la correcta distinción entre señales provenientes de retrocesos nucleares de neutrones respecto de los del fondo será crucial para mejorar la sensibilidad de estos detectores.

Como novedad respecto a los estudios realizados en esta línea, en este trabajo se propone un método de análisis de comparación cruzada entre parámetros extraídos de cada sensor piezoeléctrico. La idea consiste en dividir los parámetros que se obtienen de cada uno de los sensores en dos conjuntos, de acuerdo a las diferentes características de los mismos, y realizar un análisis Blandt-Altman [259] [260]. Con ello, se considera no sólo lo buenos que son para detectar señales acústicas, sino también cuán diferentes son entre ellos. Como se va a ver en la siguiente *Sección IV.1.7*, el gráfico 2D obtenido (promedio vs. diferencia) mostrará regiones donde los neutrones tienden a centrarse respecto al conjunto de eventos de fondo, en función de diferentes condiciones de presión y temperatura.

IV.1.7 Aplicación al análisis de señales de PICO

Análisis espectral de la emisión acústica. De entre las características de las señales acústicas registradas en los detectores PICO destacamos su impulsividad, la capacidad de discriminación de eventos de emisiones alfa, así como la dependencia de la intensidad su espectro respecto de la energía de dichas partículas alfa. Antes de exponer los resultados específicos del análisis de las señales en las cámaras PICO-2L y PICO 60, mostramos las características generales de dichas señales. En este sentido, la Figura IV.13 muestra, a la izquierda, un ejemplo de señal acústica directa proveniente de un crecimiento de burbuja por un retroceso nuclear así como el resultado de aplicar un filtro paso-banda entre 500 Hz y 200 kHz y, a la derecha, su valor absoluto y umbral para su detección.

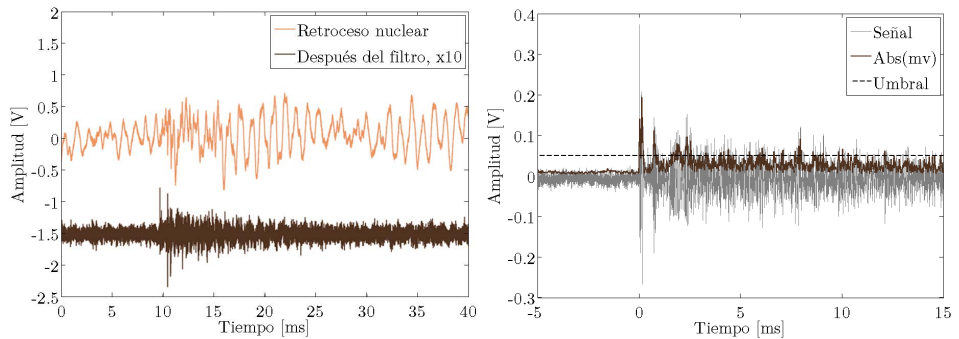


Figura IV.13. A la izquierda, efecto del filtro en la adquisición de señales de PICO. A la derecha, aplicación del valor absoluto del valor medio con umbral de detección.

Una vez encontrado el instante t_0 de inicio de señal, por alguno de los métodos descritos, las señales se analizan mediante dos ventanas. Por un lado, la de los 5 ms de ruido previo a la detección de la señal y, por otro, los 5 ms después de su detección. La Figura IV.14 muestra las TF de eventos producidos por partículas alfa y neutrones, en comparación con el ruido de fondo, con y sin correcciones por posición de burbuja. Destaca la mayor intensidad de las señales provenientes de alfas, como se va a explicar.

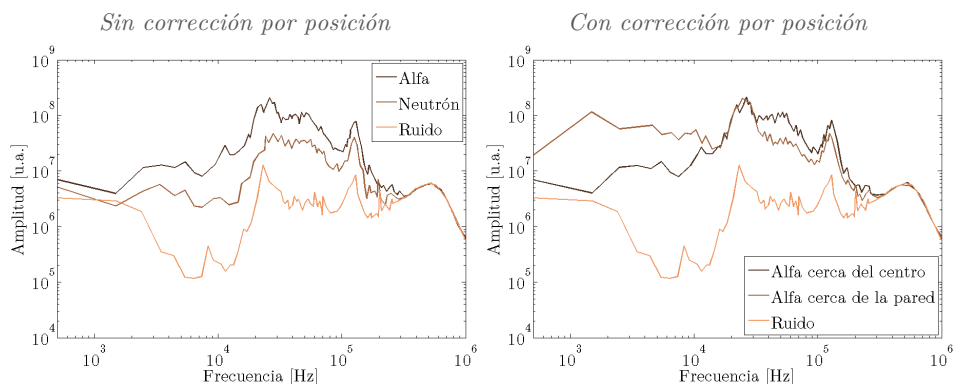


Figura IV.14. Comparativa de las TF para los eventos provenientes de desintegraciones alfa, de retrocesos nucleares de neutrones, y del ruido de fondo.

El Parámetro Acústico (AP). En los detectores PICO, las señales acústicas se digitalizan con una frecuencia de muestreo de 2,5 MHz, filtradas por entre 500 Hz y 600 kHz. Como se ha visto a lo largo de esta Sección, la nucleación de una burbuja da lugar, en su crecimiento, a la emisión de un ancho de banda distinguible por encima del ruido de fondo hasta unos 250 kHz. En los distintos detectores, inicialmente se calibra la señal acústica de un retroceso nuclear producido por fuentes de neutrones controladas [17] [18].

Con ello, la discriminación acústica en PICO se realiza a través de un *parámetro acústico AP*, que integra la densidad de potencia acústica ponderada por la frecuencia, realizando una serie de correcciones adicionales, definida como sigue [15]:

$$AP = A(T) \sum_j G_j \sum_n C_n(\vec{r}) \sum_{f_{min}^n}^{f_{max}^n} f \cdot psd_f^j \quad (280)$$

donde:

- $A(T)$ es un factor de escala dependiente de la temperatura T .
- G_j es la ganancia del sensor acústico j .
- $C_n(\vec{r})$ es un factor de corrección de la posición de la burbuja \vec{r} dependiente de la banda de frecuencia n .
- f_{min}^n y f_{max}^n son las frecuencias extremas de la banda de frecuencia n .
- psd_f^j es la densidad espectral de potencia obtenida del sensor j de la banda de frecuencia centrada en la frecuencia f .

De este modo, el AP se escala para tener un valor unitario en el pico de su distribución para los retrocesos nucleares inducidos por las fuentes de neutrones conocidas (fuentes de AmBe, haces pulsados de NuMI, o muones cósmicos).

Discriminación de partículas alfa. El decaimiento de alfas en las cámaras de burbujas de PICO provienen predominantemente de la cadena de desintegración del ^{222}Rn ; este y sus hijos ^{218}Po y ^{214}Po producen alfas con energías de 5.48, 6.0 y 7.68 MeV, respectivamente, tal como muestra la Figura IV.15. Dadas las vidas medias de estos decaimientos alfa, el 90% del primero y el segundo se separan. Cada triplete debe estar aislado en el tiempo con respecto a otros eventos alfa con el fin de aumentar la pureza de la muestra de los eventos asignados a cada decadencia.

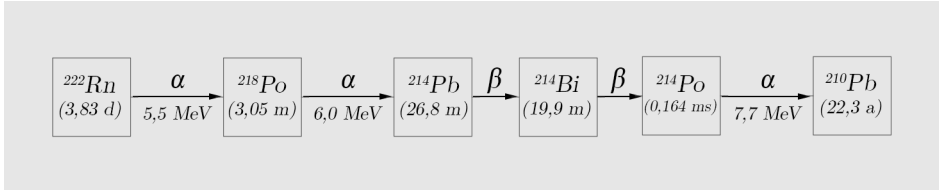


Figura IV.15. Decaimiento del ^{222}Rn y sus hijos ^{218}Po y ^{214}Po .

La siguiente Figura IV.16 muestra el comportamiento de AP un conjunto típico de eventos de calibración. A la izquierda, se muestra la distribución de AP para las fuentes de neutrones conocidas (línea roja). También se muestra la distribución de los eventos sin clasificar (línea azul), que presenta un primer pico para $\text{AP}=1$, similar al del pico de calibración, y otro adicional para $3 < \text{AP} < 5$. El pico a más bajo AP se debe a retrocesos nucleares, mientras que el pico a más alto AP se debe al decaimiento de partículas alfa [15]. La clara separación entre el conjunto de eventos producidos por alfas y los producidos por retrocesos nucleares muestra el poder de la discriminación acústica para eliminar contaminación de alfas como fuente de fondo en estos experimentos. A la derecha, se muestra un gráfico de dispersión de AP frente al número de burbujas observadas N_b en cada evento, extraída del aumento de presión en el interior del detector y confirmada por el análisis de las cámaras de video. Con todo, se infiere que la región para la búsqueda de eventos producidos por WIMPs debe cumplir que $N_b=1$ y $\text{AP}=1$.

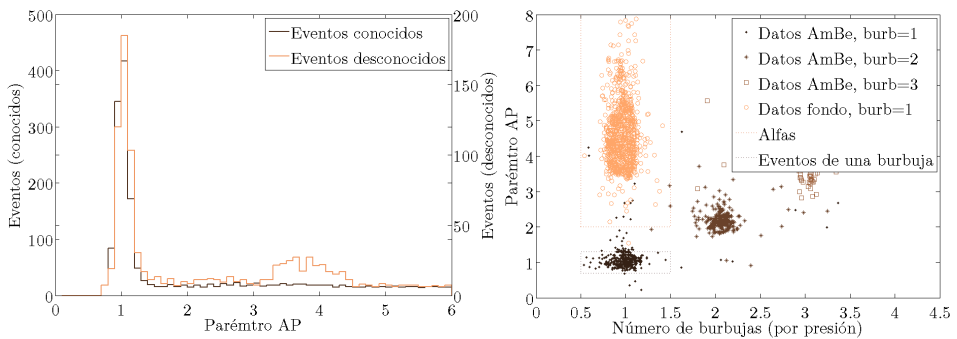


Figura IV.16. A la izquierda, distribución del AP para fuentes de neutrones conocidas (línea marrón oscura) y para eventos sin clasificar (marrón claro). A la derecha, comportamiento de AP frente al número de burbujas observadas en cada evento.

Resultados de búsqueda de WIMPs en PICO-2L. Como se ha explicado en la Sección I.1, la cámara de 2 litros de C_3F_8 (2.90 kg) fue ubicada en el laboratorio subterráneo de SNOLAB, en condición de operación, con una exposición total de 211.5 kg-día, trabajando en cuatro umbrales energéticos de 3.2, 4.4, 6.1 y 8.1 keV. La **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** muestra la distribución del AP para los eventos de calibración y de búsqueda de WIMP bajo un umbral de 4.4 keV [17].

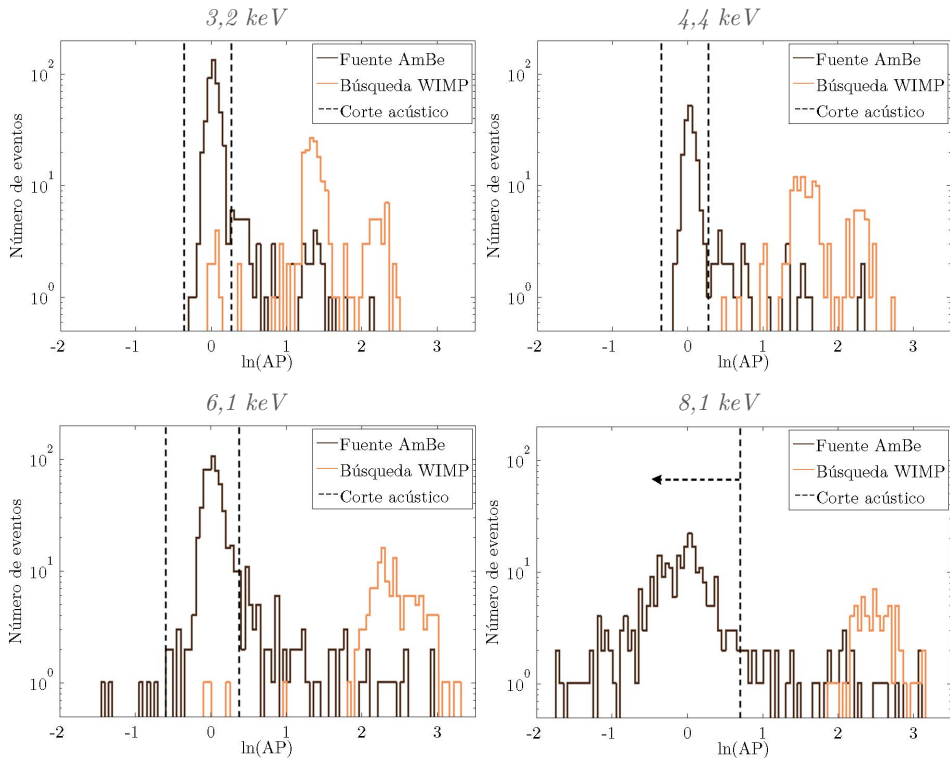


Figura IV.17. Distribución del AP para los eventos de neutrones de calibración (marrón oscuro) y de búsqueda de WIMP (marrón claro), para los cuatro umbrales energético.

A estos datos se les ha aplicado una serie de cortes. Respecto a los cortes acústicos, para los dos umbrales energéticos más bajos de 3,2 y 4,4 keV, se adoptó el corte $0,7 < AP < 1,3$. Tal como se vio en los apartado II.1.9 y II.1.10, la intensidad disminuye para mayores presiones de trabajo, lo que produce un ensanchamiento del ancho del pico de los neutrones de calibración. Por ello, para 6,1 keV los cortes se extendieron a $0,55 < AP < 1,45$. Además, para 8,1 keV algunos eventos de neutrones son de tan baja intensidad que prácticamente no pueden registrarse acústicamente, por lo que se consideraron válidos los eventos con $AP < 2$ como retrocesos nucleares. La aceptación de estos cortes para eventos de una burbuja producidos por neutrones es estadísticamente indistinguible (es la misma), con un valor de $0,91 \pm 0,01$. Además, se aplicaron una serie de cortes de calidad para eliminar eventos con excesivo ruido acústico, eventos donde las cámaras fallaron al capturar el inicio de la burbuja, y eventos en los que el algoritmo de reconstrucción óptica fallaba. Así, la aceptación total se reduce a $0,80 \pm 0,02$.

Respecto a los eventos inducidos por partículas alfa, la estructura temporal de estos picos de elevado AP son consistentes con la cadena del ^{222}Rn . Además, en estos datos del detector PICO-2L se observó una dependencia del AP con la energía de las partículas alfa, que no se observó en el CF_3I [161]. Para bajos umbrales, en la Figura IV.17 se pueden distinguir dos picos para elevado AP. En concreto, los eventos con mayor intensidad provinieron del tercer evento de la cadena, el decaimiento del ^{214}Po de alta energía. Esta constituye la primera instancia de espectroscopia energética de partículas utilizando métodos acústicos.

Además, se observó una dependencia en las amplitudes espectro del AP y la energía del decaimiento alfa correspondiente [261], tal como observa la siguiente Figura IV.18. Para frecuencias por encima de 40 kHz, la señal acústica proveniente del decaimiento del ^{214}Po es un 200 % más intensa que las dos primeras. Para frecuencias por debajo de 40 kHz, la dependencia de la energía de la partícula alfa y la de la señal acústica es menos evidente.

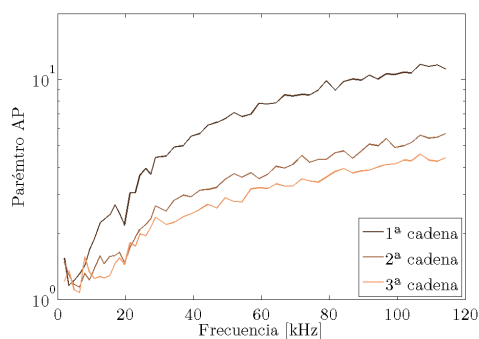


Figura IV.18. Comportamiento del AP en función de la frecuencia para 18 tripletes de eventos alfa consecutivos, consistentes con el tiempo de la cadena de desintegración del radón.

Resultados de búsqueda de WIMPs en PICO 60. La cámara de burbujas de 18.4 litros de CF_3I (36.8 kg), también ubicada en el laboratorio subterráneo de SNOLAB, estuvo operativa, con una exposición total de 3415 kg-día (92.8 días de vida). , trabajando en cuatro umbrales energéticos entre 7 y 20 keV. En este caso, se han utilizado dos AP para el análisis de los datos: el AP_{low} se calcula mediante la suma de las bandas frecuenciales entre 7 y 63 kHz, y el AP_{high} se calcula desde 63 a 110 kHz.

Respecto al comportamiento acústico del detector, destacamos que únicamente los cuatro sensores ubicados por debajo de la interfase entre el fluido sobrecalentado y el buffer presentaban una mejor respuesta acústica para frecuencias por encima de 60 kHz, por lo que sólo se ha calculado el AP_{high} teniendo en cuenta estos sensores. El AP_{low} se ha calculado con todos los sensores del detector. Por otro lado, como se ha demostrado en la *Sección II.1*, la señal acústica es muy dependiente de la presión de operación, y se ha observado que únicamente provee una señal clara por debajo de los 2.4 bar, por lo que sólo se han escogido eventos producidos por debajo de 2,3 bar en la búsqueda de materia oscura. La siguiente Figura IV.19 muestra la distribución de ambos AP para los eventos de calibración y de búsqueda de WIMP [18].

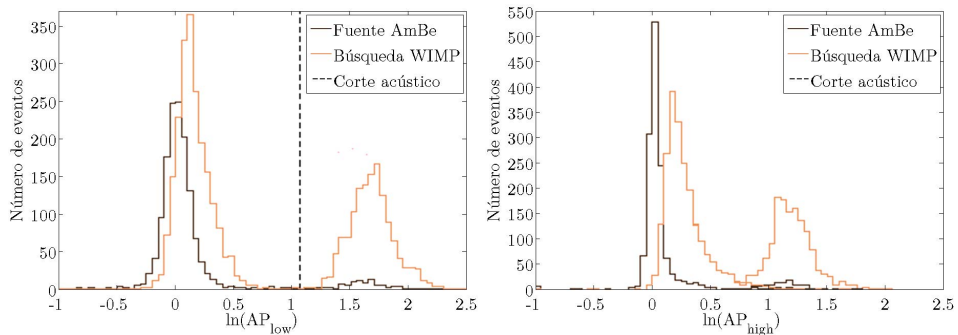


Figura IV.19. Distribución del AP_{low} (izquierda) y el AP_{high} para los eventos de neutrones de calibración (línea negra) y de búsqueda de WIMP (línea roja).

Respecto a los cortes acústicos, en el análisis de búsqueda de WIMPs se ha adoptado el corte $\text{AP}_{\text{low}} > 2.9$ para identificar eventos de decaimiento de los núcleos de la familia del ^{222}Rn por partículas alfa. De este conjunto de datos, aquí también se observó que la intensidad acústica y su espectro frecuencial son dependientes de la energía de las partículas alfas. Dado que el AP_{low} y AP_{high} no proveen suficiente resolución frecuencial para mostrar esta dependencia, se ha utilizado un AP independiente en bandas de frecuencia de 1 a 3 kHz de ancho, calculado entre 2 y 115 kHz. La Figura IV.20 muestra el comportamiento de este AP en función de la frecuencia, para cada uno de los tres decaimientos alfa (nuevamente, el AP se ha normalizado para tener un valor unidad en el pico obtenido de los datos de neutrones de calibración). Para frecuencias por encima de 40 kHz, el decaimiento de mayor energía del ^{214}Po produce señales acústicas únicamente un 15% más intensas que las del ^{222}Rn (este resultado también se obtuvo con datos de 2 litros de C_3FI [161]). Por debajo de 40 kHz, no se observa una clara distinción entre cadenas de desintegración pues, por ejemplo, cerca de 20 kHz la energía más baja de los decaimientos del ^{222}Rn y del ^{218}Po producen señales acústicas mucho más intensas que la del ^{214}Po .

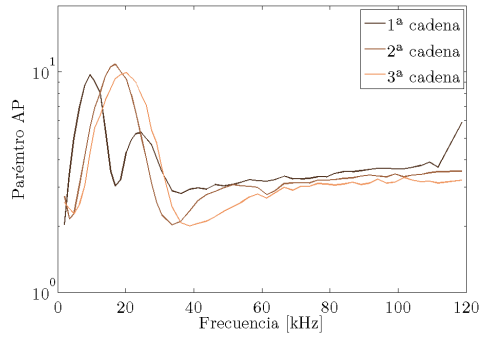


Figura IV.20. Comportamiento del AP en función de la frecuencia para 82 tripletes de eventos alfa consecutivos, consistentes con el tiempo de la cadena de desintegración del radón.

Este comportamiento sugirió analizar los datos de los neutrones de calibración con fuentes de AmBe en energía entre los keV y los MeV, sin encontrar ninguna dependencia de la respuesta acústica con la energía del neutrón que genera el retroceso nuclear. En estos casos, el espectro del AP sigue una distribución gaussiana para todo el rango de frecuencias estudiadas [18].

Aplicación de nuevos estudios: nuevas transformadas. La siguiente Figura IV.21 muestra, de forma resumida, los resultados de aplicar distintas transformadas vistas anteriormente a un conjunto de datos de PICO-60, para la misma presión de 1.9 bar. Los porcentajes corresponden al solapamiento entre los distintos grupos de eventos. Los valores de a y b corresponden a los parámetros del ajuste de la transformada correspondiente, en los 50 ms después del pico de detección; mientras que el parámetro Pvar corresponde al área bajo la transformada en dicho intervalo. La Figura IV.21 muestra, a la izquierda, un ejemplo del perfil de la TH enventanada con el ajuste exponencial y, a la derecha, el diagrama a - b correspondiente.

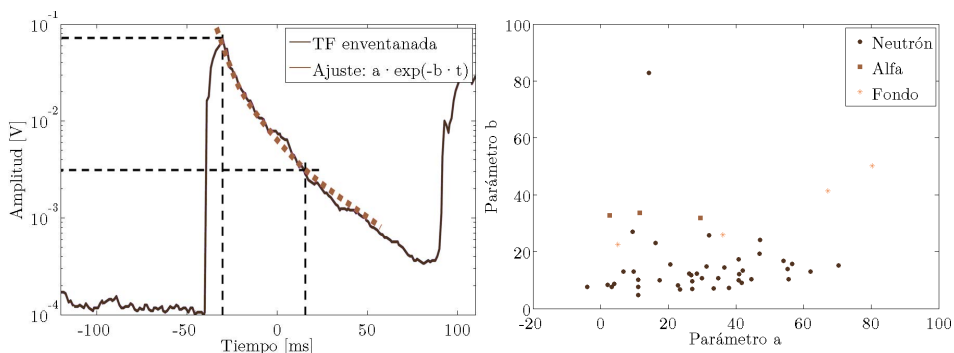


Figura IV.21. A la izquierda, ejemplo de perfil de la TH enventanada para uno de los eventos de PICO-60, con el ajuste exponencial de parámetros a y b . A la derecha, diagrama a - b correspondiente a distintos tipos de eventos.

Método	Parámetro	Discriminación por sensores	
		Alfas vs. fondo	Neutrones vs. fondo
TF enventanada (filtro 10 – 500 kHz)	a	Todos (<10%)	--
	b	--	--
TH enventanada (sin filtro)	a	2 (<10%)	1, 3, 12, 13 (<50%)
	b	--	--
TH enventanada (filtro 5k – 350 kHz)	a	2 (<10%), resto (<50%)	3, 12, 13 (<50%)
	b	--	--
TH enventanada (filtro 0,2k – 7 kHz)	a	2 (<50%)	12, 13 (<50%)
	b	--	12 (<50%)
Pvar (sin filtro)	Pvar	--	3, 12, 13 (<50%)

Tabla IV 1. Discriminación entre diferentes tipos de eventos utilizando distintas transformadas enventanadas.

De este análisis, podemos ver que: mediante la TF enventanada podemos distinguir entre eventos generados por partículas alfa y de fondo mediante el parámetro a ; mediante las distintas TF enventanadas, a pesar de que es más difícil observar la separación de alfas, sí que encontramos mayor separación entre neutrones respecto del fondo con el mismo parámetro a ; mediante la transformada Pvar se pueden encontrar separaciones entre neutrones y fondo sin aplicar un filtro previo. Con todo, se concluye que las técnicas variantes en el tiempo pueden ofrecer un nuevo punto de vista para la discriminación de eventos en los detectores con fluidos sobrecalentados.

Aplicación de nuevos estudios: análisis Blandt-Altman. Para ensayar esta técnica en los datos de PICO, se han escogido eventos para presiones de entre 1.37 y 2.07 bar, y temperaturas entre 33.25 y 35.75°C, y aplicado los siguientes pasos:

- 1º. Se definen los dos conjuntos de sensores que inicialmente se tratan como independientes para, posteriormente, compararlos. Esta división se realizó de forma sencilla: un conjunto contenían los sensores 12 y 13 (son del mismo tamaño y están ubicados cerca), y otro conjunto contenía el resto de sensores (con diferentes tamaños y ubicaciones).
- 2º. Se define el parámetro a utilizar para el estudio. Como primera elección se ensayó el parámetro *acoustic_bubnum_piezo_i*, que contiene la información global de eventos antes de añadirlo al parámetro acústico AP final. Esto puede conllevar una serie de ventajas (el parámetro ya está corregido para las diferentes sensibilidades y posiciones de los sensores, ha dado buenos resultados en la definición del AP, etc.), así como una serie de posibles problemas (básicamente los mismos que las ventajas, visto de otro modo, si hay algún sesgo en este parámetro también lo tendremos en todo el análisis). Con todo, a la vista de los siguientes resultados, nos ha sido muy útil para realizar y extraer conclusiones del estudio.
- 3º. Se agregan las señales de diferentes sensores y se normalizan. Para ello, como es habitual, nos basamos en los eventos de calibración de neutrones. Dado que el parámetro ya está corregido por posición, únicamente tendremos que tener en cuenta la presión y temperatura de las diferentes medidas. Por lo tanto, para cada presión y temperaturas en pasos de 0.5°C, calculamos la mediana (M_e) y la distancia semi-intercuartil (SID)³² y las normalizamos de modo que M_e esté en 100 y SID en 1. Esto se realiza a partir de la expresión: $V_f = (V_i - M_e)/SID + 100$, que relaciona el valor final V_f con el inicial V_i después de la normalización. Con esto, esperamos que todos los sensores tengan el 50% de los eventos de neutrones entre 99 y 101. Al elegir los parámetros M_e y SID pretende reducir el peso de los eventos anómalos, centrándose en la región importante de solape entre eventos.
- 4º. Se realiza un análisis de Blandt-Altman, que consiste en un diagrama simple en el que el valor promedio de las variables se representa en el eje abscisas, y la diferencia entre las variables en el eje ordenadas. A pesar de su simplicidad, es un diagrama muy eficiente para detectar cualquier sesgo en las medidas, por lo que vamos a utilizar las variables de los diferentes conjuntos, y vamos a ver si hay sesgos en este gráfico, y más importante, aún si el sesgo es diferente para los datos de eventos de calibración (neutrón) respecto a los datos de eventos de medidas físicas (fondo). Si es el caso, podríamos seleccionar la región correspondiente (o condiciones de parámetros acústicos) y tener una buena discriminación.

A continuación mostramos los resultados de uno este análisis que, a pesar de que debe realizarse de un modo más sistemático, ha servido tanto para la selección de diferentes eventos, como para testear la robustez del método.

³² Distancia Semi-Intercuartil se define como: $SID = (Q_3 - Q_1)/2$, donde Q_1 y Q_3 son el primer y tercer cuartil, respectivamente.

La Figura IV.22 muestra un ejemplo de la distribución de eventos de neutrones y fondo para eventos, con la restricción $0 < AP < 2$, para $P=23$ psi y $T=34^{\circ}\text{C}$. Como es de esperar, los perfiles son similares a los vistos para el AP (el fondo queda a la derecha, con superposición a las medidas de neutrones, y hay una mayor separación para presiones más bajas).

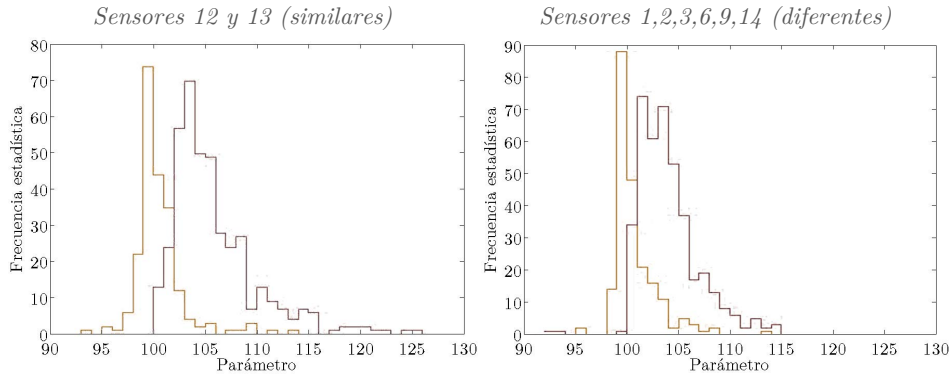


Figura IV.22. Distribución del parámetro de ensayo para dos conjuntos de sensores.

La Figura IV.23 muestra el diagrama de Blandt-Altman correspondiente, tanto para $0 < AP < 2$ (izquierda) como $AP > 2$ (derecha). Para $0 < AP < 2$, observamos que, a pesar de que hay solapamiento entre las distribuciones de neutrones y fondo, presentan un sesgo diferenciador en su comportamiento respecto del centro de la gráfica: los eventos de fondo tienden a la parte izquierda y arriba, mientras que los eventos de neutrones se mantienen cerca de la izquierda y debajo. Diagramas similares se obtienen para eventos con distintas condiciones termodinámicas.

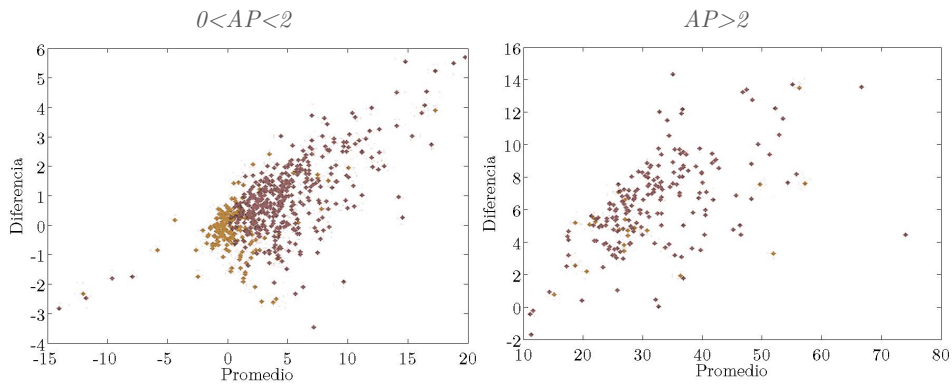


Figura IV.23. Diagramas de Blandt-Altman para dos cortes del parámetro AP.

Ahora, como la normalización se ha realizado de una forma bastante robusta, se pueden combinar de forma natural distintos conjuntos de medidas obtenidos con diferentes condiciones termodinámicas. En la Figura IV.24 mostramos el resultado de combinar datos de presiones entre 1.37 y 2.07 bar, y temperaturas entre 33.25 y 35.75°C , sin ningún tipo de corte adicional.

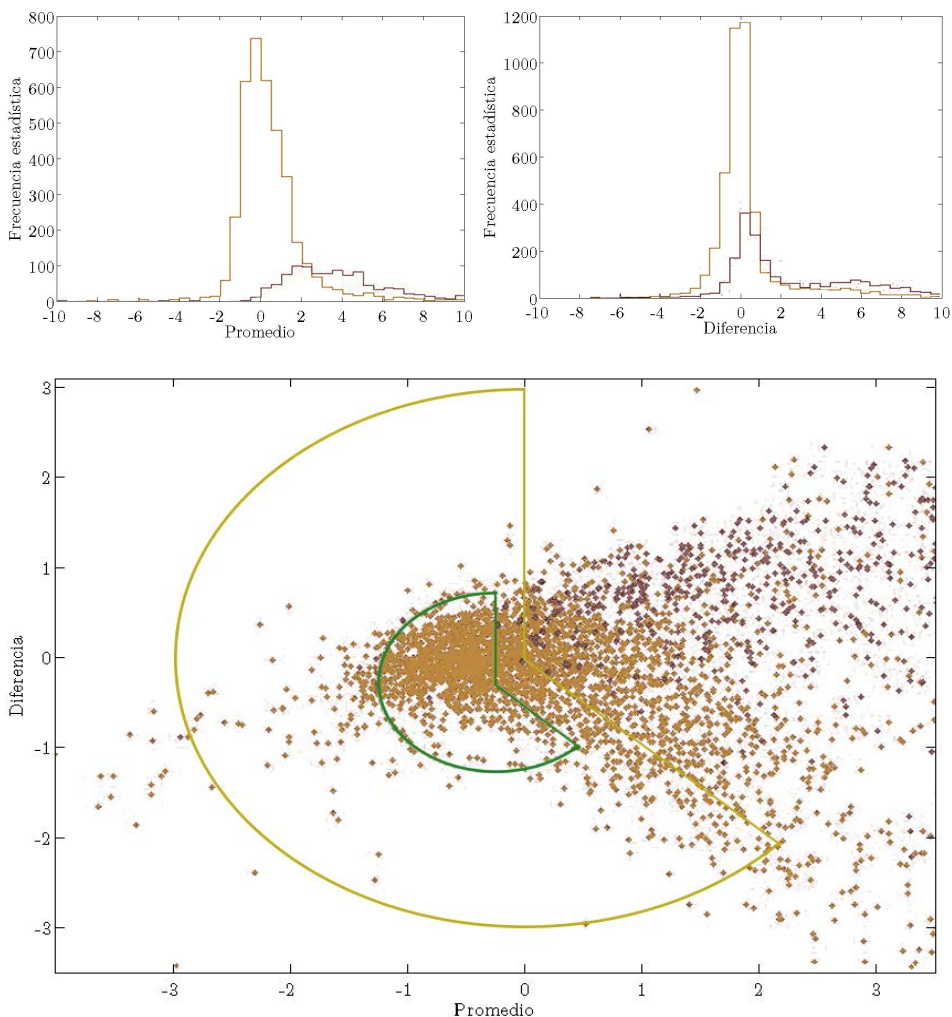


Figura IV.24. Diagrama de Bland-Altman para todos los eventos con presión 1.37 y 2.07 bar y temperaturas entre 33.25 y 35.75°C

Se observa que existen regiones en las que los eventos de neutrones están mucho más conglomerados que los eventos de fondo. La región amarilla es un sector de circunferencia de radio 3 centrada en (0,0), evitando la zona con mayor solape entre distintos tipos de eventos. Corresponde a una aceptación del 48% de los eventos de neutrones, con 19 eventos de fondo en su interior (0.94%). La región verde es un sector de circunferencia de radio 1 centrado en (-0.25,-0.25) similar. Corresponde a una aceptación del 28 %, con la inclusión de 5 eventos de fondo (0.25%).

Con todo, a pesar de que el estudio no ha sido realizado de una forma del todo sistemática, estos resultados muestran la bondad y robustez del método, así como la facilidad de mezclar parámetros de eventos realizados en distintas condiciones. Con ello, puede proponerse, no sólo para realizar cortes en los datos, sino para obtener un peso “natural” de cada sensor en el parámetro acústico final.

IV.1.8 Aplicación a la caracterización de señales de MODA-LS

Análisis de señales de calibración de los sensores acústicos. En la caracterización de los sensores acústicos para MODA-LS se realizaron calibraciones en dos configuraciones, tal como se vio en el apartado III.2.10: los sensores libres medidos en el tanque de agua, y los sensores pegados a la caja de metacrilato. En ambas configuraciones se emplearon tres de las técnicas de análisis de que se han visto en esta Sección (análisis en tiempo, en frecuencia y mediante correlación cruzada) para testear la similitud de sus resultados. En concreto, se han empleado estas técnicas para obtener la amplitud de las señales enviadas y recibidas en las calibraciones. La Figura IV.25 muestra el comportamiento de estas tres técnicas para ambas señales en el caso de un Seno de 100 kHz y 50 μ s de duración, cuando el sensor se encuentra pegado a la caja.

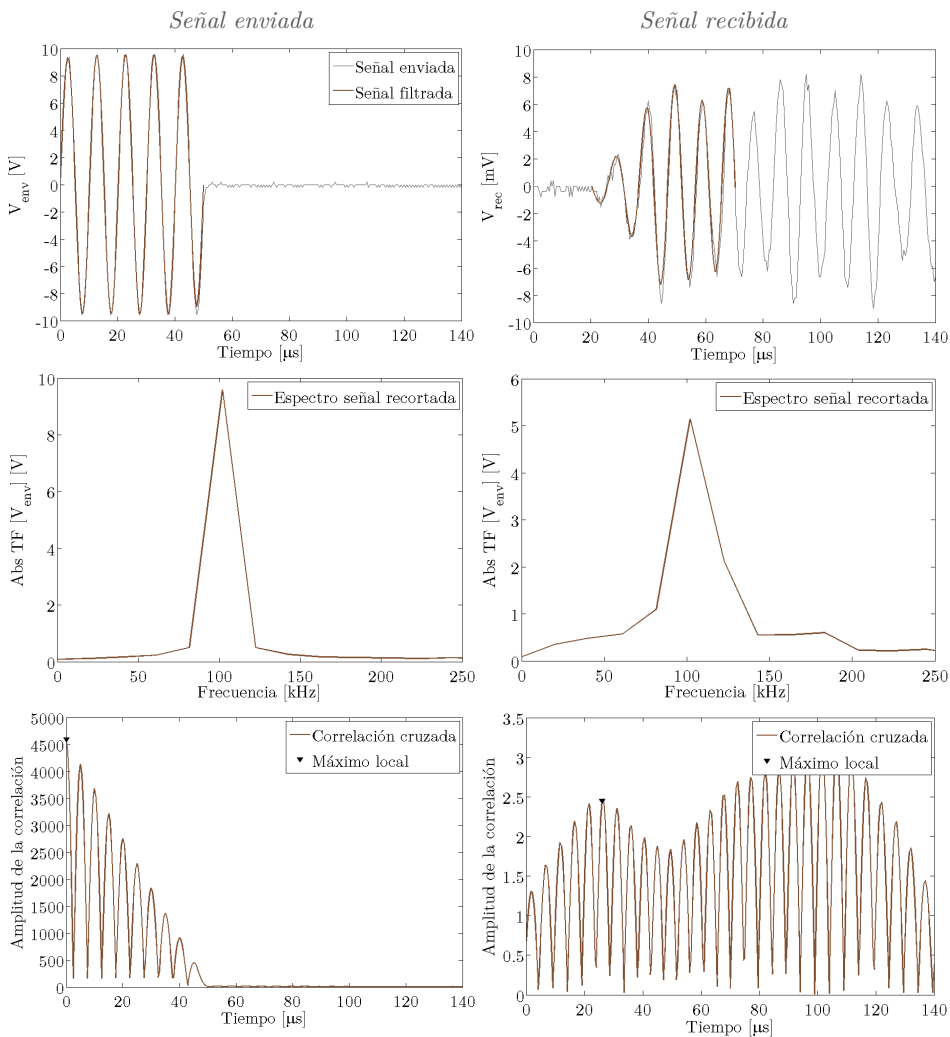


Figura IV.25. Comportamiento de las tres técnicas empleadas en el análisis de calibración de los sensores para MODA-LS.

Aplicando estas tres técnicas al conjunto de señales estacionarias utilizadas en la calibración de los sensores para MODA-LS (senos de 20 a 250 kHz), se ha obtenido la Figura IV.26, que muestra un ejemplo de las amplitudes de las señales recibidas, tanto para los sensores libres (izquierda) como pegados (derecha). En general se observa una buena proximidad entre los valores obtenidos. Aun así, el método frecuencial presenta algunos problemas en frecuencias a partir de 200 kHz, pudiendo deberse a la menor resolución frecuencial del espectro pues, en todas las señales están muestreadas a 20 Ms/s y recortadas para su análisis en los 5 ciclos siguientes a su detección. Respecto a la técnica de correlación cruzada, las amplitudes se han obtenido a partir de la ecuación (274), mostrando valores similares a los de los otros métodos, con ligeras variaciones en exceso en los picos de mayor amplitud.

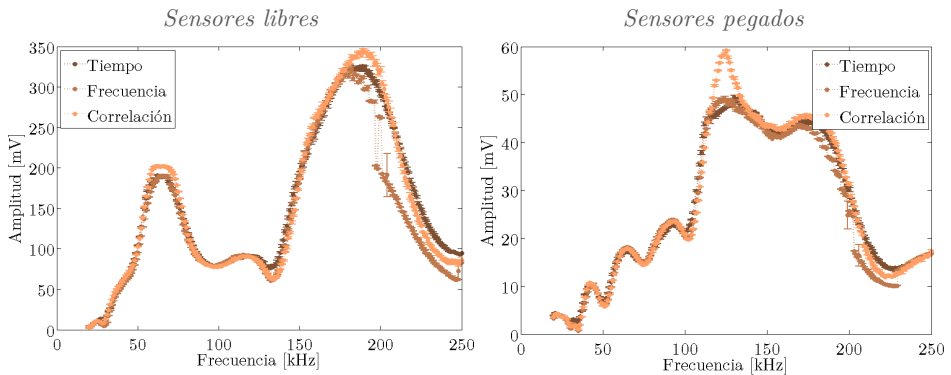


Figura IV.26. Ejemplo donde se comparan las tres técnicas empleadas en el análisis de calibración de los sensores para MODA-LS.

Estos resultados y técnicas han sido aplicados a un gran número de escenarios y entornos acústicos, mostrando una gran fiabilidad y robustez [62]. Por una parte, se han aplicado al análisis de señales realizadas en recintos donde la distancia entre emisor y receptor comprende desde unos pocos centímetros hasta decenas de metros. Por otra parte, en estos escenarios se han abarcado ambientes acústicos con relaciones señal-a-ruido de distinta índole, así como en recintos con reverberación. Así, podemos dar por válidas las medidas realizadas en las Secciones II.1 y III.2, donde se han realizado estudios utilizando estas señales y técnicas de análisis.

El siguiente paso es aplicar estos y otros métodos de análisis vistos en apartados anteriores al estudio de señales no estacionarias de interés en la detección de señales provenientes del crecimiento de burbujas en condiciones de sobrecalentamiento de MODA-LS. A continuación mostramos los estudios realizados para testear estas herramientas y, en la siguiente Sección, se ampliarán para abordar el problema de la detección y localización de eventos acústicos a partir del análisis de dichas señales.

IV.2

Detección y localización de fuentes acústicas

IV.2.1 Introducción	329
¿Qué se ha hecho?	329
¿Cómo se presenta el trabajo?	329
IV.2.2 Técnicas de detección y localización de fuentes acústicas	330
Introducción.	330
Obtención de las diferencias de tiempo de llegada (TDOAs).	331
Técnicas basadas en la correlación cruzada (CC).	333
Técnicas basadas en la correlación cruzada generalizada (GCC).	336
Técnicas basadas en la transformada Wavelet.	339
Comparación preliminar entre técnicas.	341
IV.2.3 Detección de señales acústicas	342
Detección de señales con referencia.	343
Detección de señales sin referencia.	347
IV.2.4 Localización de fuentes acústicas	348
Método de localización.	348
Localización de señales simuladas.	349
Localización de señales armónicas medidas.	350
Localización de señales impulsivas medidas.	351
IV.2.5 Aplicación al estudio de detección y localización en PICO	352
Disposición de los sensores.	352
Estudio de localización acústica en PICO-60.	353
Estudio de la mejora de localización.	354
IV.2.6 Aplicación a la detección y localización en MODA-LS	355
Disposición de los sensores.	355
Estudio numérico de la detección acústica.	356
Estudio experimental de la localización acústica.	357
Análisis de señales impulsivas de referencia.	359

IV.2.1 Introducción

¿Qué se ha hecho?

Una vez analizadas y testeadas las técnicas de análisis de señales vistas en la *Sección IV.1*, se muestran los estudios realizados en lo referente a la detección de dichas señales para la detección de fuentes acústicas de interés en la tecnología acústica de cámaras de burbujas. Por una parte, se han utilizado parte de las medidas acústicas realizadas en la *Sección II.1* para testear un conjunto de algoritmos, estableciendo criterios de elección según el tipo de ambiente y señal a detectar en el experimento. Con ello, posteriormente se han realizado una serie de experimentos para estudiar la localización acústica producida por las diferencias de tiempo de llegada a un conjunto de sensores, en distintas condiciones. Por otra parte, aplicamos estos estudios a buscar la mejor disposición de los sensores en PICO-60 con el fin de optimizar la localización acústica de las burbujas. Por último, estudiamos la localización acústica teórica y experimentalmente para un conjunto de sensores pegados a la caja del detector MODA-LS.

¿Cómo se presenta el trabajo?

Esta Sección empieza, en el *apartado IV.2.2*, con una descripción de las técnicas que se han empleado para la obtención de las diferencias de tiempo de llegada de las señales acústicas entre sensores. Todas ellas están basadas en la correlación cruzada con modificaciones, tanto mediante la aplicación previa de filtros frecuenciales y de ruido, como en el tratamiento de misma. De entre estas técnicas, destacan los algoritmos CC2 y CC3 diseñados específicamente para las medidas con elevada reverberación o reflexiones cercanas, de interés en esta Tesis. Dada su generalidad, se muestra el comportamiento cualitativo de cada una de estas técnicas para señales de banda estrecha (seno) y de banda ancha (sweep). Posteriormente, en el *apartado IV.2.3*, se profundiza y cuantifica la bondad de cada una para una selección de medidas con características concretas: con señal de referencia y bajo ruido, con señal referencia y distintos niveles de ruido, con señal de referencia y alta reverberación, y sin señales de referencia. Con ello, estableceremos criterios de elección de la técnica más adecuada para cada entorno en particular y se aplicarán, en el *apartado IV.2.4*, a un conjunto de medidas realizadas específicamente para estudios de localización acústica. En primer lugar se muestra el algoritmo utilizado y se testea mediante los resultados de una simulación de propagación acústica en el dominio de tiempo, con distintas geometrías y posiciones de fuentes. En segundo lugar, se testea el algoritmo para la localización de un hidrófono que emite señales tanto de banda ancha como estrecha. En tercer lugar, se ensaya la localización de una fuente de la que no se tiene una señal de referencia, tal como es la que produce la descarga de un condensador en el agua. Finalmente, en el *apartado IV.2.5*, se aplican estas técnicas validadas para el estudio de la localización acústica en el detector PICO-60, según la disposición de sus sensores acústicos. Con ello, se ofrecen conclusiones de mejora en la ubicación de los mismos para complementar el actual sistema óptico de localización de burbujas que se utiliza en dicho detector. Por último, en el *apartado IV.2.6*, se estudia numérica y experimentalmente la capacidad de detección y localización acústica mediante cuatros sensores pegados a la superficie exterior de la cámara de metacrilato del detector MODA-LS. Aplicando ciertas correcciones al algoritmo de localización utilizado, se concluirá que dicho arreglo de sensores puede configurar un buen sistema de localización acústico de las burbujas que se generan y crecen en el seno del líquido sobrecalentado.

IV.2.2 Técnicas de detección y localización de fuentes acústicas

Introducción. Existen distintos procedimientos para la localización de fuentes acústicas, según el entorno en el que se quiera trabajar y el método de estimación. Estos pueden clasificarse en tres categorías:

- Técnicas basados en la maximización de la potencia de salida de un formador de haces direccionado. En ellas, la estimación de localización se deriva directamente de una versión filtrada, ponderada y sumada de los datos de señal recibidos en los sensores.
- Técnicas que adoptan conceptos de estimación espectral de alta resolución. En ellas, el esquema de la localización depende de una aplicación de la matriz de correlación de señales.
- Técnicas que únicamente emplean la información de diferencia de tiempos de llegada (TDOA). En ellas, las ubicaciones se calculan a partir de un conjunto de estimaciones de retardo medidas a través de diversas combinaciones de sensores.

Por el tipo de sensores utilizados en los detectores de burbujas, nos basaremos en el método ampliamente utilizado basado en la estimación de tiempos de retardo (TDE³³). La localización de fuentes acústicas basada en la TDE conlleva dos pasos [262]:

1º) La obtención de un conjunto de diferencias de tiempos de llegada (TDOAs³⁴) relativos entre diferentes pares de sensores.

2º) La obtención de la localización de la fuente acústica a partir de los TDOAs y utilizando la posición conocida de cada uno de los sensores.

Este método presenta varias ventajas como, entre otras: se puede utilizar tanto para la localización de fuentes de señal de banda de frecuencia estrecha como ancha; la resolución espacial de la localización se puede ajustar modificando la frecuencia de muestreo y el tamaño del conjunto de sensores utilizado; el efecto de la reverberación en el interior de la cámara sólo afecta al primer paso del método; en general es computacionalmente eficiente [167].

³³ Del inglés: Time Delay Estimation

³⁴ Del inglés: Time Difference Of Arrival

Obtención de las diferencias de tiempo de llegada (TDOAs). Dada una fuente acústica de posición desconocida y un conjunto N de sensores en el interior de un recinto cerrado, la obtención de los TDOAs depende del tipo de entorno acústico: anecoico o reverberante. En los detectores de cámaras de burbujas aparecen múltiples reflexiones de la señal acústica del crecimiento de burbujas así como un posible aumento de la presión de la cámara. No obstante, vamos a suponer que podemos analizar las señales para discernir la señal directa del resto de señales recibidas, lo cual se justifica en la aplicación de las técnicas vistas en la *Sección IV.1*. Entonces, podemos considerar un modelo de campo libre, tal como se muestra en la Figura IV.27.

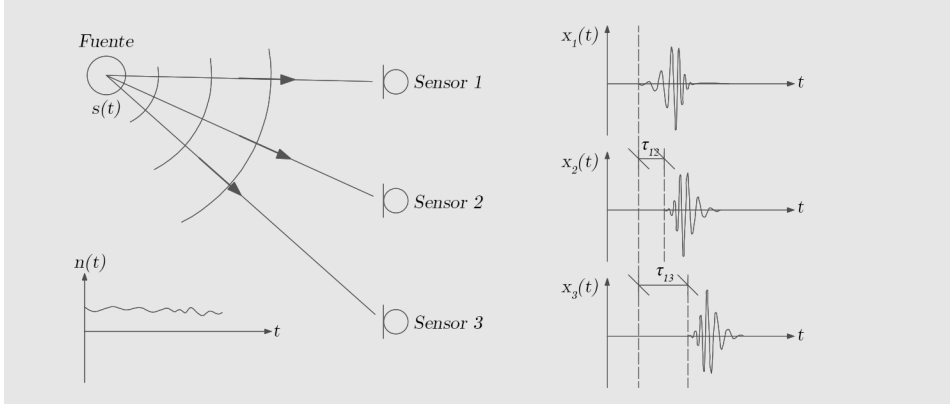


Figura IV.27. Gráfico para explicar la estimación de los tiempos de retardo.

En este ambiente, la onda acústica de la fuente $s(t)$ se propaga según lo visto en la *Sección II.1*, de modo que la señal registrada por el sensor i -ésimo se puede expresar como:

$$x_i(t) = \alpha_i \cdot s(t - \tau_i) + n_i(t), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (281)$$

donde α_i es un factor de atenuación debido a las pérdidas en la propagación, τ_i es el tiempo de propagación (tiempo de vuelo) de la señal desde la fuente al sensor en cuestión, y $n_i(t)$ es el ruido del ambiente acústico donde se realizan las medidas. Entonces, la TDOA entre los sensores i -ésimo y j -ésimo se define como:

$$\tau_{ij} = \tau_i - \tau_j, \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad (282)$$

Con ello, se asume que el ruido tiene media nula, es blanco e incorrelado con la fuente acústica así como con el ruido de los demás sensores.

Entonces, tomando como referencia temporal el tiempo de llegada a uno de ellos, para cada par de sensores, podemos expresar:

$$\begin{aligned} x_i(t) &= s(t) + n_i(t) \\ x_j(t) &= \alpha \cdot s(t - \tau) + n_j(t) \end{aligned} \quad (283)$$

La Diferencia de Tiempos De Llegada (TDOA) de una señal se puede estimar mediante dos métodos generales: a partir de los tiempos de llegada (TOA) en relación a una referencia de tiempos conocida, o bien mediante técnicas de correlación cruzada cuando no se dispone de ninguna referencia del emisor. Ambas situaciones las encontramos en varias de las medidas realizadas en esta Tesis, y se diferencian en lo siguiente:

- Cuando tenemos una referencia temporal del emisor, como ocurre en todas las medidas de calibración de sensores vistas en la *Sección III.2*, con el sistema de adquisición podemos capturar dicha señal de referencia así como la del receptor y aplicar algoritmos de correlación entre ellas para estimar la TOA.
- Cuando no tenemos ninguna referencia temporal del emisor, como ocurre en la detección de burbujas en las cámaras de burbujas, las técnicas más comúnmente utilizadas para la estimación del TDOA están basadas en la correlación cruzada, con el único requisito de que existe una sincronización en el tiempo de recepción de todos los sensores. En general, la localización acústica mediante TDOA es un método importante para la localización mediante sistemas pasivos en diferentes ámbitos [263] [264].

En ambos casos, el primer paso consiste en estimar la TDOA entre distintos pares de señales (ya sea entre una señal recibida y otra de referencia enviada, o entre dos señales recibidas). Para ello, existen diferentes técnicas, entre las que encontramos: la correlación cruzada convencional (CC), la correlación cruzada generalizada (GCC) para conseguir una mejor resolución del TDOAs [265] [266], así como técnicas basadas en la transformada Wavelet (TW) que aplican un procesamiento inicial a las señales previo a su correlación.

Así, el problema principal de este método de localización es la estimación de la diferencia de tiempos. En efecto, en todas estas técnicas, las TDOAs se transforman en un conjunto de diferencias de distancias medidas entre sensores, dando lugar a un conjunto de ecuaciones hiperbólicas no lineales. La solución de este conjunto de ecuaciones da lugar a la estimación de la posición de la fuente acústica.

A continuación vamos a describir cada una de las técnicas que se han implementado y se mostrará su comportamiento cualitativo para distintas señales de interés. Posteriormente, se realizará un estudio más pormenorizado y cuantitativo de la detección de distintos tipos de señales para, una vez establecidos ciertos criterios de elección óptimos, proceder a la estimación de la localización de fuentes, tanto mediante medidas experimentales como con simulaciones numéricas.

Técnicas basadas en la correlación cruzada (CC). Como se ha visto en la *Sección IV.1*, la correlación cruzada es una medida de la similitud entre dos señales. Para cada par de sensores, la correlación cruzada entre las señales que reciben se puede escribir como:

$$\begin{aligned}
 R_{x_i x_j}(t') &= E\{x_i(t)x_j(t-t')\} = E\{[s(t) + n_i(t)][\alpha s(t-\tau-t') + n_j(t-t')]\} = \\
 &= E\{\alpha s(t)s(t-\tau-t') + s(t)n_j(t-t') + \alpha s(t-\tau-t')n_i(t) + n_i(t)n_j(t-t')\}
 \end{aligned}
 \tag{284}$$

T'

Donde $E\{\cdot\}$ denota valor esperado o valor medio. Si la señal y el ruido son independientes, este tiene media nula, y el ruido de cada receptor es independiente, entonces la correlación cruzada es:

$$R_{x_i x_j}(t') = E\{\alpha s(t)s(t-\tau-t')\} = \alpha R_s(\tau+t')
 \tag{285}$$

La siguiente Figura IV.28 muestra el circuito para la estimación de la correlación cruzada:

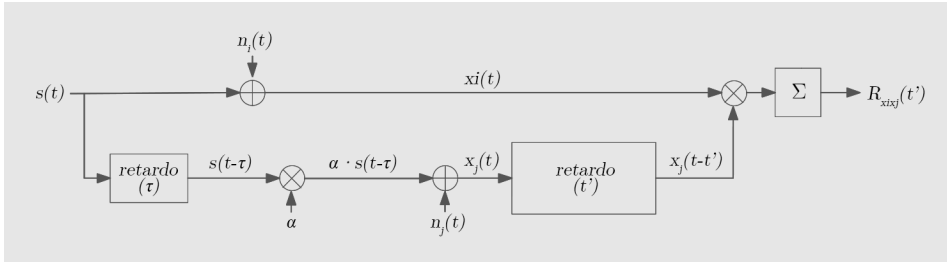


Figura IV.28. Diagrama de bloques del cálculo de la correlación cruzada entre señales.

El cálculo de la CC se puede realizar de forma computacionalmente más eficiente siguiendo el diagrama de bloques de la siguiente Figura IV.29. En él, primero se calcula la densidad espectral cruzada en el dominio de frecuencia y, mediante la transformada inversa de Fourier, se obtiene la correlación cruzada en el dominio de tiempos.

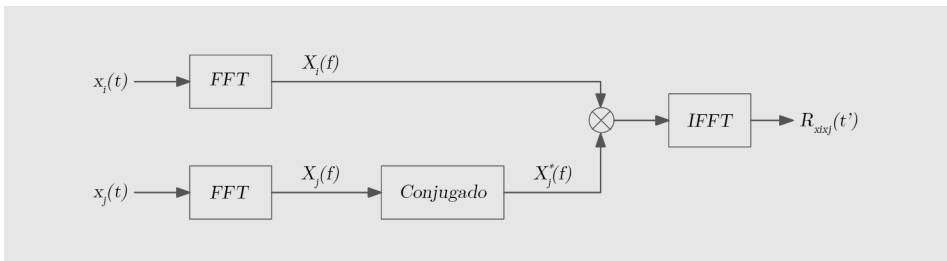


Figura IV.29. Diagrama de bloques del cálculo de la correlación cruzada a partir de la convolución de las transformadas de Fourier entre señales.

Dado que todas las observaciones de los sensores son finitas en tiempo, sólo podemos obtener una estimación de $R_{x_i x_j}(t')$. Para procesos en los que tenemos un intervalo de observación T , una estimación de la correlación cruzada se puede calcular mediante la siguiente expresión [173], a la que haremos referencia a lo largo de esta Sección como CC1:

$$\hat{R}_{x_i x_j}^{CC1}(t') = \frac{1}{T - t'} \int_{t'}^T x_i(t) x_j(t - t') dt \quad (286)$$

El valor de t' que maximiza la ecuación (286) es una estimación del TDOA, es decir: $\hat{t}_{ij}^{CC1} = \arg \max_{t'} \{\hat{R}_{x_i x_j}^{CC1}(t')\}$. En la práctica, una correcta detección de este máximo viene condicionada por el ancho del pico resultante de aplicar la expresión (286). En la CC1, dicho pico se caracteriza por contener una serie de lóbulos interiores que, en conjunto forman el pico [62] (ver Figura IV.30). Tal como se va a ver a continuación, dicho ancho depende, entre otros, del ancho de banda frecuencial de las señales a correlacionar de modo que, cuanto menor sea el ancho de banda, mayor será el ancho del pico. Aunque la bondad de la técnica CC1 se ha testeado para distintos ambientes, desde entornos con muy poca SNR hasta recintos reflexiones muy cercanas [62], para nuestro interés se han elaborado algunas técnicas que, basadas en la CC, mejoran el discernimiento del máximo de la correlación entre señales disminuyendo el ancho de dicho pico y los lóbulos.

La segunda técnica basada en la CC, a la que llamaremos CC2, consiste en recorrer temporalmente una de las señales recibidas, llamémosla x_i de duración T_i , con una ventana rectangular móvil de duración T_j , la misma que la de la señal de referencia x_j . Entonces, se aplica la CC1 entre el tramo resultante y la señal de referencia y se obtiene el máximo cuyo valor se asocia al instante t'' de inicio de la ventana móvil. Entonces, una estimación de la técnica CC2 se puede calcular mediante la siguiente expresión:

$$\hat{R}_{x_i x_j}^{CC2}(t'') = \max_{t''} \left\{ \frac{1}{\Delta T_j} \int_{t''}^{T_i} \text{rect}_{T_j}(t'') x_i(t) x_j(t - t'') dt \right\} \quad (287)$$

Donde $\text{rect}_{T_j}(t'')$ es la ventana rectangular unitaria que únicamente toma valor distinto de cero para $t'' < t < t'' + T_j$. Según esta técnica, la estimación del TDOA viene dado por: $\hat{t}_{ij}^{CC2} = \arg \max_{t''} \{\hat{R}_{x_i x_j}^{CC2}(t'')\}$.

La tercera técnica basada en la CC, a la que llamaremos CC3, consiste en aplicar el algoritmo de la técnica CC2 pero ahora el máximo obtenido de cada correlación se acumula, para cada posición de ventana, en el instante en el que aparece, no necesariamente en el inicio de la misma. Entonces, una estimación de la técnica CC3 se puede calcular mediante la siguiente expresión:

$$\hat{R}_{x_i x_j}^{CC3}(t''') = \int_0^{T_i} \delta(t''' - \hat{t}_{ij}^{CC2}) \hat{R}_{x_i x_j}^{CC2}(t'') dt'' \quad (288)$$

Nuevamente, la estimación del TDOA viene dado por: $\hat{t}_{ij}^{CC3} = \arg \max_{t''} \{\hat{R}_{x_i x_j}^{CC3}(t'')\}$.

A continuación vamos a mostrar el comportamiento de estas tres técnicas de CC para dos señales con distinto ancho de banda.

La Figura IV.30 muestra dos ejemplos de señales que se han utilizado para comparar las distintas técnicas de estimación del TDOA, y que se han utilizado en las medidas de localización acústica a lo largo de esta Sección (señales con referencia). Se trata de una señal de ancho de banda estrecho (seno) y otra de mayor ancho de banda (sweep).

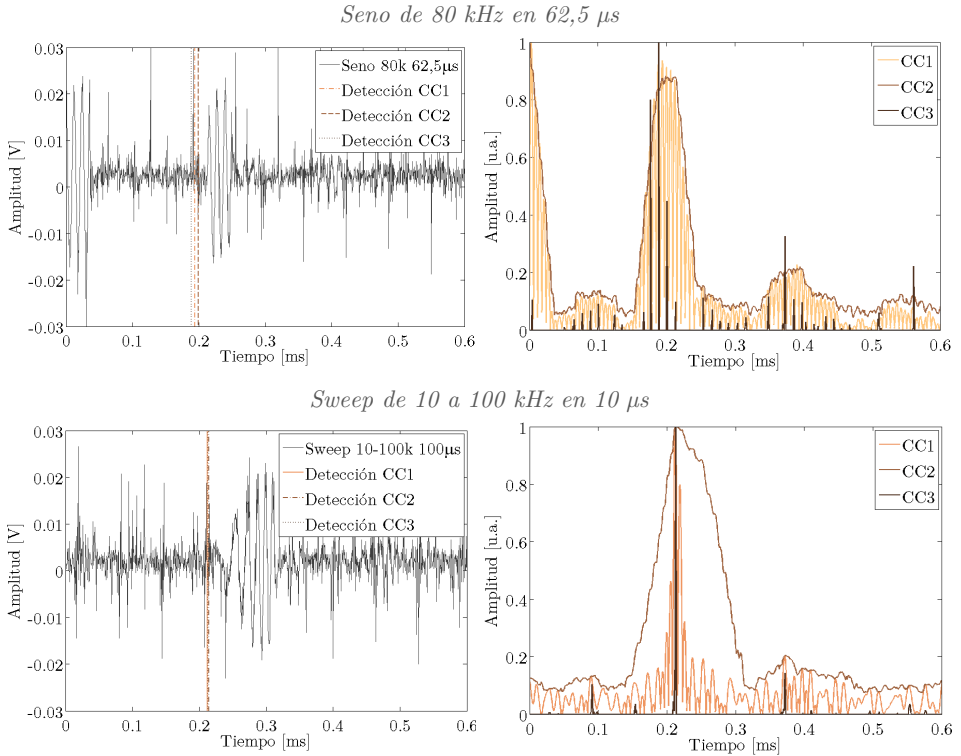


Figura IV.30. Aplicación de las técnicas basadas en la CC para la detección acústica.

En primer lugar, comparando el comportamiento con ambas señales, se observa que los picos resultantes de la CC1 de la señal de banda estrecha son mucho más anchos que los de señal de banda ancha, lo cual facilita su detección. Además, comparando las tres técnicas se observa que, en ambas señales, el pico de la CC3 resulta mucho más estrecho que la CC1 (unas pocas muestras de ancho), habiendo incluso menos influencia de los picos secundarios en el caso de la señal tipo sweep. Estas características hacen que la detección del máximo aplicando el CC3 resulte, a pesar del coste computacional, más sencilla que la CC1. Por su parte, la técnica CC2 presenta algunas dificultades de detección dado que el ancho del pico resultante no llega a ser más estrecho que el de la CC1.

Técnicas basadas en la correlación cruzada generalizada (GCC). La técnica más comúnmente utilizada para la estimación del tiempo de retardo es el algoritmo de la correlación cruzada generalizada [266].

Además, para mejorar la estimación del TDOA \hat{t} , es conveniente prefiltrar las señales x_i y x_j antes de su integración, tal como se muestra en la Figura IV.31.

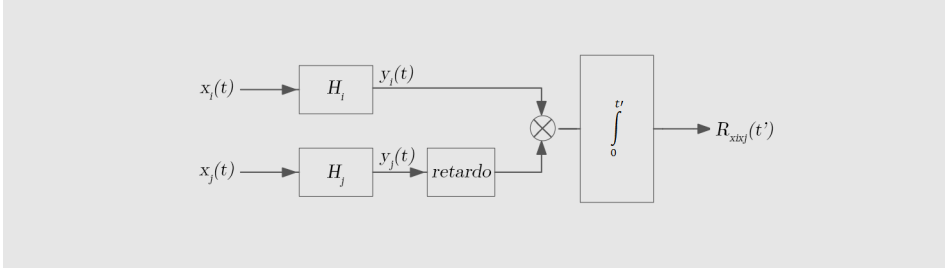


Figura IV.31. Diagrama de bloques del cálculo de la correlación cruzada generalizada.

Entonces, la correlación cruzada $R_{x_i x_j}$ entre las señales x_i y x_j , ambas filtradas por los filtros H_i y H_j respectivamente, se expresa en función de la densidad espectral de potencia cruzada $G_{x_i x_j}$ [167] como:

$$R_{x_i x_j}^{GCC}(t') = \int_{-\infty}^{+\infty} H_i(f) H_j^*(f) G_{x_i x_j}(f) e^{i2\pi f t'} df = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^{GCC}(f) G_{x_i x_j}(f) e^{i2\pi f t'} df \quad (289)$$

Donde $\{.\}^*$ denota complejo conjugado y $\psi^{GCC}(f)$ es una función de peso frecuencial, de la que se pueden encontrar distintas formas en la bibliografía comentada.

En la práctica, únicamente podemos obtener una estimación de $G_{x_i x_j}(f)$ dado que las observaciones de las señales son finitas. Por tanto, para estimar el TDOA se utilizará la siguiente expresión, a la que nos referiremos como GCC1:

$$\hat{R}_{x_i x_j}^{GCC1}(t') = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^{GCC}(f) \hat{G}_{x_i x_j}(f) e^{i2\pi f t'} df \quad (290)$$

Para cada par de sensores estudiados, la TDOA se estima como el retardo temporal que maximiza la correlación cruzada entre las señales filtradas de ambos sensores, es decir: $\hat{t}_{ij}^{GCC} = \arg \max_{t'} \{\hat{R}_{x_i x_j}^{GCC}(t')\}$.

Existen distintos métodos para la estimación de la diferencia de tiempos basados en modificaciones de la GCC pero, cuando existen picos periódicos en la correlación o la SNR no es demasiado elevada, estos métodos no ofrecen una gran precisión [267]. No obstante, existen diferentes técnicas que se pueden aplicar para reducir estos problemas. Antes de continuar, debemos señalar que, en general, para la localización en cámaras de burbujas, la señal acústica suele tener, en general, un nivel por encima del nivel de ruido, una vez aplicamos el filtro correspondiente (ver apartado IV.1.7). Aun así, debemos tener en cuenta que un aumento en la SNR puede mejorar el procesamiento de las señales y, con ello, las técnicas de discriminación de los distintos tipos de eventos en estos detectores.

Una de estas técnicas consiste en aplicar dos pasos subsiguientes a la obtención de la GCC (Figura IV.32). En primer lugar, se calcula la diferencia entre las amplitudes de la correlación cruzada y su transformada de Hilbert [268]. Con ello, encontramos una función con picos más pronunciados que con la correlación cruzada así como con una mayor precisión en la estimación de los tiempos de retardo. En segundo lugar, se aplica un enventanado temporal a la señal resultante limitando, así, el rango de búsqueda de picos y eliminando el efecto de los picos periódicos.

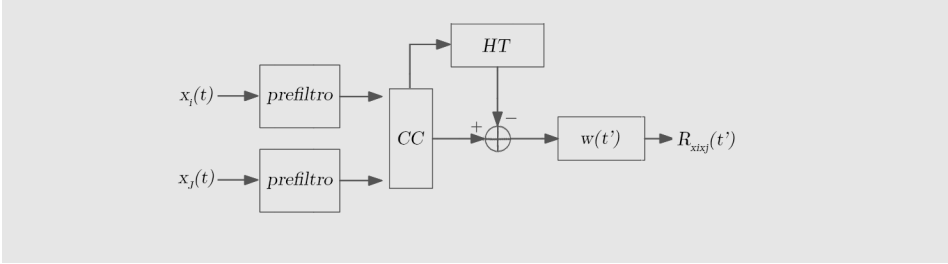


Figura IV.32. Diagrama de bloques del cálculo de la correlación cruzada generalizada utilizando enventanado temporal.

El ancho de dicha ventana puede obtenerse con información *a priori* de la señal. En concreto, partiendo de una estimación inicial del tiempo de retardo entre las señales \hat{t}_0 , y conociendo la distancia frecuencial Δf entre los picos periódicos de la GCC inicial, la ventana temporal toma la siguiente forma:

$$w(t') = \begin{cases} 1 & -\frac{1}{2\Delta f} + \hat{t}_0 \leq t' \leq \frac{1}{2\Delta f} + \hat{t}_0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (291)$$

Entonces, la expresión final de la función en la que la búsqueda de picos se hace más efectiva toma la siguiente forma:

$$R_{x_i x_j}^{GCC2}(t') = \left[R_{x_i x_j}^{GCC1}(t') - \left| H \left\{ R_{x_i x_j}^{GCC1}(t') \right\} \right| \right] \cdot w(t') \quad (292)$$

La siguiente Figura IV.33 muestra el efecto de aplicar las técnicas GCC a las dos señales anteriormente tratadas.

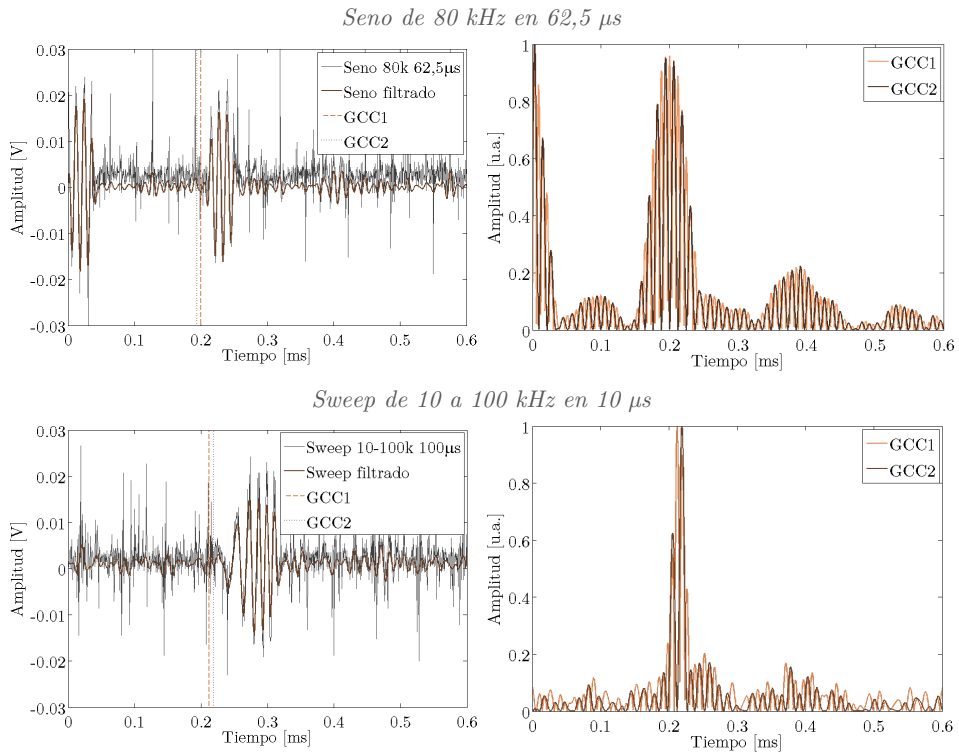


Figura IV.33. Aplicación de las técnicas basadas en la GCC para la detección acústica.

Para las señales de interés se ha observado que, en ambas técnicas basadas en la GCC, su comportamiento en el dominio resultante se asemeja entre ellas, así como es aparentemente similar al proporcionado por la técnica CC1. Aun así, como se verá en el siguiente apartado, al estudiar la bondad de estas técnicas en medidas realizadas específicamente para estudiar la detección de señales acústicas, se apreciará que ambas técnicas GCC1 y GCC2 dan lugar a resultados con menor desviación típica entre distintas señales que se esperan en un mismo instante. Este efecto será más notorio en medidas con un bajo SNR.

Técnicas basadas en la transformada Wavelet. La transformada Wavelet nos permite reducir el ruido de las dos señales entre las que queremos conocer el TDOA [269] y, con ello, mejorar su estimación (Figura IV.34).

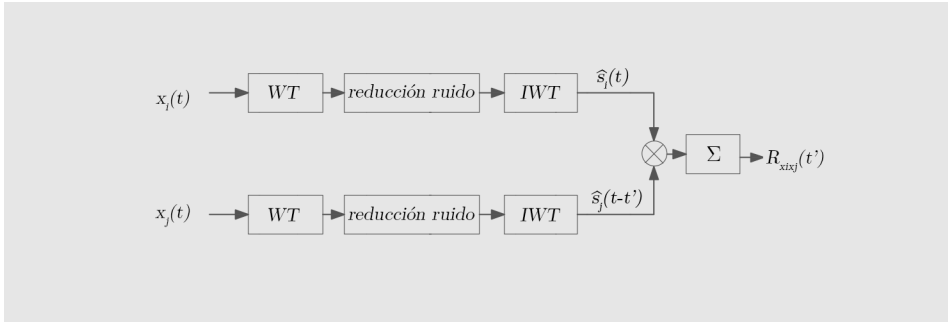


Figura IV.34. Diagrama de bloques del cálculo del TDOA utilizando Wavelet.

Existen diferentes métodos para reducir el ruido de una señal, entre los que se encuentran: el de Donoho [270], el umbral de Wo-So-Ching [271], la utilización de contracción hiperbólica [272], utilizando filtros de media, entre otros [273]. Todas estas técnicas están ampliamente explicadas en la bibliografía, por lo que a continuación indicaremos los resultados de aplicar algunas de ellas a las señales con las que estamos interesados.

En general, la expresión de la estimación final para la búsqueda de picos se puede calcular mediante la siguiente expresión, a la que se hará referencia a lo largo de esta Sección como WT:

$$R_{x_i x_j}^{WT}(t') = E\{\hat{s}_i(t)\hat{s}_j(t - t')\} = R_s(t') \quad (293)$$

Donde \hat{s}_i y \hat{s}_j son las señales resultantes de la reducción de ruido, mediante la Transformada Wavelet, de cada una de las señales que se comparan.

Para cada par de sensores estudiados, la TDOA se estima como el retardo temporal que maximiza la correlación cruzada entre las señales mediante un filtro previo del ruido de ambos sensores, es decir: $\hat{t}_{ij}^{WT} = \arg \max_{t'}\{\hat{R}_{x_i x_j}^{WT}(t')\}$.

La siguiente Figura IV.35 muestra el efecto de aplicar la técnica WT a las dos señales anteriormente.

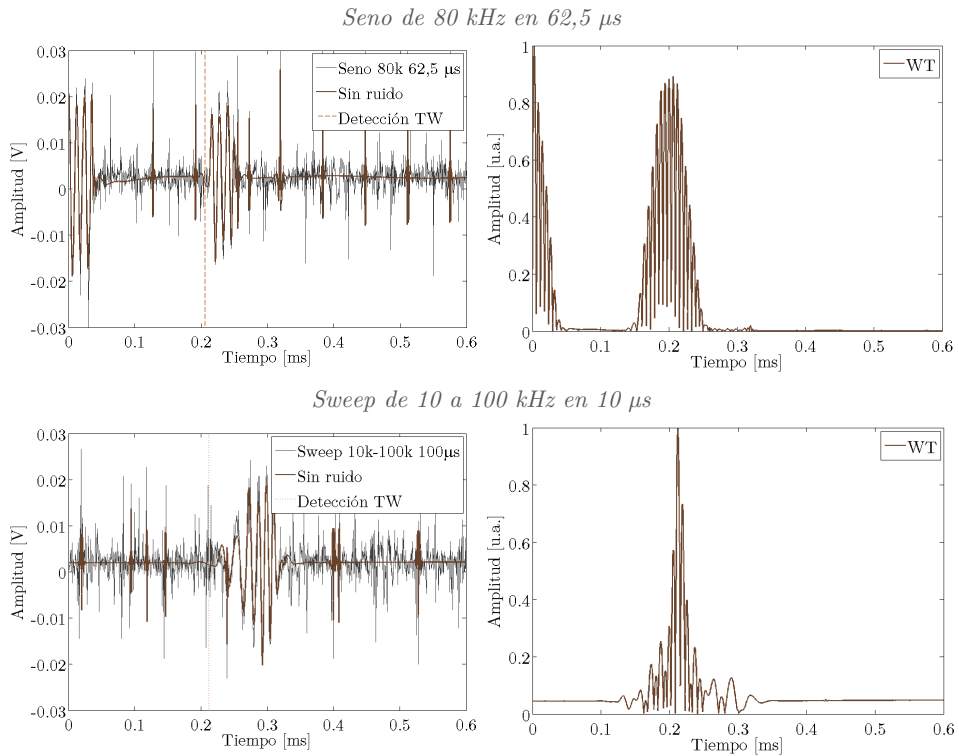


Figura IV.35. Aplicación de las técnicas basadas en la WT para la detección acústica.

En ambas aplicaciones, se observa que, tanto el efecto del filtro en el dominio temporal como en el dominio tras la correlación, hay una importante reducción del ruido. En el dominio temporal se observa que la TW reduce prácticamente todo el ruido existente en la señal recibida (salvo algunos picos pero que pueden ser descartados fácilmente por su escasa duración) sin afectar a la amplitud de la señal a detectar. Esto tiene consecuencias en el dominio de la correlación, resultando en un pico similar al de la técnica CC1 y las basadas en la GCC, pero con una relación entre el máximo y los lóbulos laterales mucho menor.

Comparación preliminar entre técnicas. Una vez expuestas las técnicas de detección acústica que se han implementado en las distintas medidas realizadas a lo largo del trabajo de esta Tesis, así como el comportamiento cualitativo del dominio resultante en cada una de ellas, vamos a mostrar los resultados de una serie de medidas realizadas específicamente para una comparación cuantitativa inicial de estas técnicas, en las dos tipos de señales mostradas en este apartado. Todas estas medidas se han extraído de estudios en otras Secciones de esta Tesis de modo que, para una buena visualización de su comportamiento, se escogen con la condición de que el nivel de señal sea bastante mayor al de ruido (el estudio pormenorizado del análisis de señales ideales se ha visto en la *Sección IV.1*).

Para cada una de estas señales, la aplicación de las técnicas de detección mostradas anteriormente supone, como se ha visto, el tratamiento previo de las señales antes de su correlación. En cuanto al filtrado de las técnicas basadas en la GCC, se ha realizado un filtro paso-banda FIR de orden 10, centrado en las frecuencias de interés (80 kHz para el caso del seno, y entre 10 y 100 kHz para el caso del sweep) con un ancho ampliado en un $\pm 5\%$. En cuanto a la técnica WT, se ha utilizado una Wavelet madre Coiflet. La siguiente Tabla IV.2 muestra los resultados donde, además, aparecen entre paréntesis los tiempos de cálculo requeridos por cada técnica empleada.

Técnica	Seno 80 kHz en 62,5 μ s	Sweep 10-100 kHz en 100 ms
CC1	195,50 \pm 2,8 μ s (28,1 \pm 7,7 ms)	211,90\pm0,22 μs (17,3\pm1,3 ms)
CC2	198,60 \pm 6,3 μ s (6622,5 \pm 19,1 ms)	213,80 \pm 0,57 μ s (6642,2 \pm 12,7 ms)
CC3	197,70 \pm 9,3 μ s (6763,1 \pm 31,4 ms)	212,70 \pm 0,27 μ s (6996,0,2 \pm 213,5 ms)
GC1	200,40\pm0,22 μs (57,4\pm1,7 ms)	211,90\pm0,22 μs (50,9\pm1,0 ms)
GC2	201,60 \pm 6,71 μ s (57,8 \pm 3,0 ms)	218,70 \pm 0,27 μ s (54,9 \pm 3,0 ms)
WT	205,20 \pm 2,91 μ s (121,4 \pm 6,4 ms)	211,90\pm0,22 μs (113,8\pm5,3 ms)

Tabla IV.2. Comparación de los tiempos de llegada y coste computacional de las distintas técnicas para la estimación de TDOA.

Como se ha comentado anteriormente, las técnicas CC2 y CC3 suponen un coste computacional mucho mayor a pesar de que, en estas medidas donde no hay reflexiones cercanas, no supone una mejora en la detección acústica. En cuanto a los senos, se observa que la técnica GCC1 es la que ofrece la menor desviación, aunque del orden de otras técnicas y un coste computacional similar. Para los sweeps, el ancho de banda de la señal, mejora la detección en distintas técnicas de modo que, tanto la técnica CC1, GCC1 como WT ofrecen resultados con precisión similar.

Estos resultados no son concluyentes en cuanto a establecer un criterio de selección entre técnicas. Para ello, en el siguiente apartado se estudia más pormenorizadamente el efecto de aplicar cada una de ellas a distintos casos de interés en esta Tesis.

IV.2.3 Detección de señales acústicas

Para comprobar la bondad de las técnicas de TDE mostradas en el apartado anterior, se han realizado una serie de estudios pormenorizados de detección acústica para los dos casos de interés en esta Tesis:

- La detección de señales con referencia: una situación habitual y que se ha visto en esta Tesis, es la de las medidas de calibración de sensores (*Sección III.2*), donde en el sistema de adquisición registrábamos tanto la señal enviada por el transductor de referencia (señal de referencia) como la recibida por el sensor a calibrar. En todos los experimentos, antes de realizar el protocolo de caracterización, resultaba necesario establecer correctamente el instante de llegada de la señal recibida pues, una desviación en este parámetro supondría una mala estimación de la amplitud de la señal. Además, en las medidas realizadas de propagación y transmisión de ondas acústicas y elásticas (*Secciones II.1 y II.2*), aunque normalmente normalizábamos las amplitudes, el procesado de las señales se realizaba a partir de una señal de referencia (bien la enviada o bien alguna recibida en un punto concreto). En todos estos casos, al disponer de una señal de referencia, podemos calcular el TOA aplicando las mismas técnicas de obtención de TDOA vistas en el apartado anterior.
- La detección de señales sin referencia: esta situación es la que tenemos en las condiciones de operación de los detectores de partículas con cámaras sobrecalentadas. En este caso, aunque podemos estimar algunas propiedades de la señal acústica producida por el crecimiento de una burbuja en el seno de un fluido sobrecalentado, la diversidad de partículas que las pueden originar (como neutrones, alfas o WIMPs), sus distintas energías, así como la distinta respuesta acústica de la propia cámara y de los sensores acústicos, hacen que el problema de detección y localización se deba realizar aunando, para cada evento, únicamente la respuesta de todos los sensores.

A continuación se describen las medidas realizadas en cada estudio específico, así como los resultados obtenidos, que serán tenidos en cuenta en los siguientes apartados para aplicar una técnica u otra según el tipo de fuente y entorno que se requiera localizar.

Detección de señales con referencia. Vamos a estudiar la bondad de cada uno de las técnicas mostradas en el apartado anterior para el caso de los senos y sweeps. En primer lugar, se han estudiado la precisión de dichas técnicas mediante las medidas realizadas de propagación acústica en el tanque de agua, vistas en el *apartado II.1.5*. De entre el conjunto de señales estudiadas, se muestran los resultados para un seno de 80 kHz en 62,5 μ s de duración (5 ciclos) y un sweep de entre 10 y 100 kHz de 100 ms de duración, las cuales fueron emitidas 10 veces en 10 posiciones distintas entre 5 y 50 cm de distancia entre emisor y receptor. En todas las medidas, la amplitud de las señales recibidas es mucho mayor que el ruido ($SNR \gg 1$).

En cada punto en el que se ha medido, se aplican las técnicas vistas anteriormente y se extrae una estimación del tiempo de vuelo entre emisor y receptor, así como el error correspondiente entre las repeticiones realizadas. A partir de los tiempos de vuelo relativos entre todos los puntos, se obtiene una estimación de la velocidad de propagación en el agua, así como la desviación de dicho valor, para cada técnica. La Tabla IV.3 muestra los resultados obtenidos. En ella, se observa que, a pesar de que todas las técnicas presentan un valor medio esperado (en torno a 1500 m/s), y que las desviaciones son, en general, mayores para el seno que para el sweep. La desviación más pequeña se obtiene con la técnica de GCC1 para el caso del seno, y con la técnica GCC2 para el caso del sweep. Además, ambas técnicas tienen un peso computacional similar.

Técnica de detección	Seno 80 kHz en 62,5 μ s	Sweep 10-100 kHz en 100 ms
CC1	1489,5 \pm 128,5 m/s	1492,6 \pm 68,2 m/s
CC2	1500,7 \pm 176,8 m/s	1489,8 \pm 338,6 m/s
CC3	1572,2 \pm 418,9 m/s	1495,7 \pm 63,4 m/s
GC1	1495,6\pm70,4 m/s	1504,1 \pm 36,3 m/s
GC2	1497,1 \pm 218,4 m/s	1511,1\pm12,4 m/s
WT	1504,1 \pm 158,3 m/s	1495,2 \pm 72,3 m/s

Tabla IV.3. Velocidad de propagación media y su desviación obtenida para las distintas técnicas de detección de señales con referencia.

Con ello, podemos concluir que, para las señales tipo seno y sweep con referencia cuya amplitud es mayor que el ruido, la mejor técnica a emplear serán la GCC1 y GCC2, respectivamente. Con ello, estas técnicas se han utilizado tanto en las medidas de propagación de la *Sección II.1*, y se emplearán en las medidas de localización del siguiente apartado de la presente Sección, para validar el algoritmo analizado.

En segundo lugar, se ha estudiado la precisión de las técnicas de detección para distintas relaciones de SNR ubicando el emisor y el receptor a una distancia conocida de 50 cm. Para ello, se han enviado las señales a testear con distinta amplificación en un ambiente con ruido. En la Figura IV.36 arriba, se muestra un ejemplo del ruido registrado en todas las medidas y de las amplitudes de los senos de 80 kHz estudiados, filtradas convenientemente para su representación. El resto de gráficas muestran la SNR resultante de aplicar las distintas técnicas de detección a cada señal estudiada.

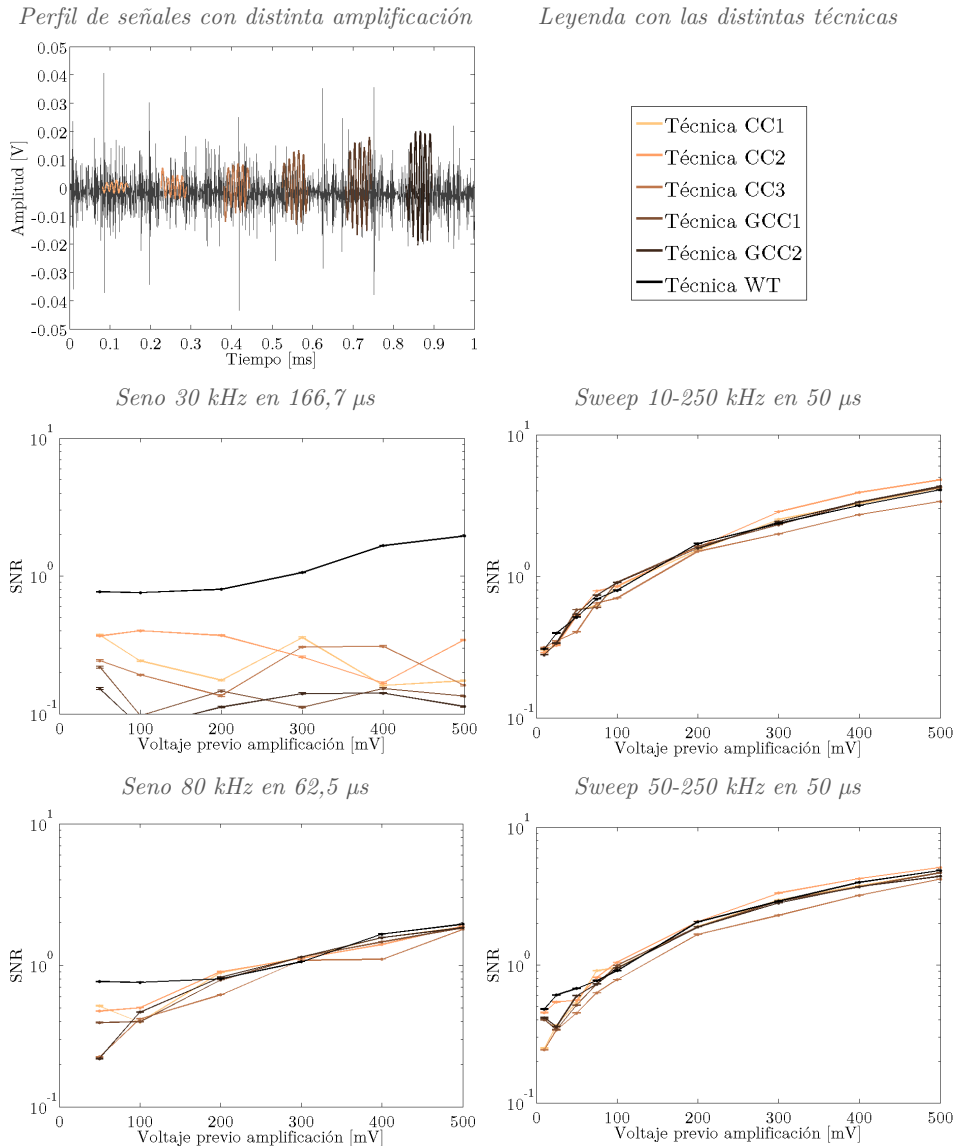


Figura IV.36. SNR obtenidos en el estudio de su influencia en la detección acústica. Arriba a la izquierda, perfil típico de las señales y ruido existente en las medidas.

Además, para cada señal estudiada de interés, la siguiente Figura IV.37 muestra los tiempos de vuelos obtenidos aplicando las distintas técnicas de detección, para las distintas amplificaciones.

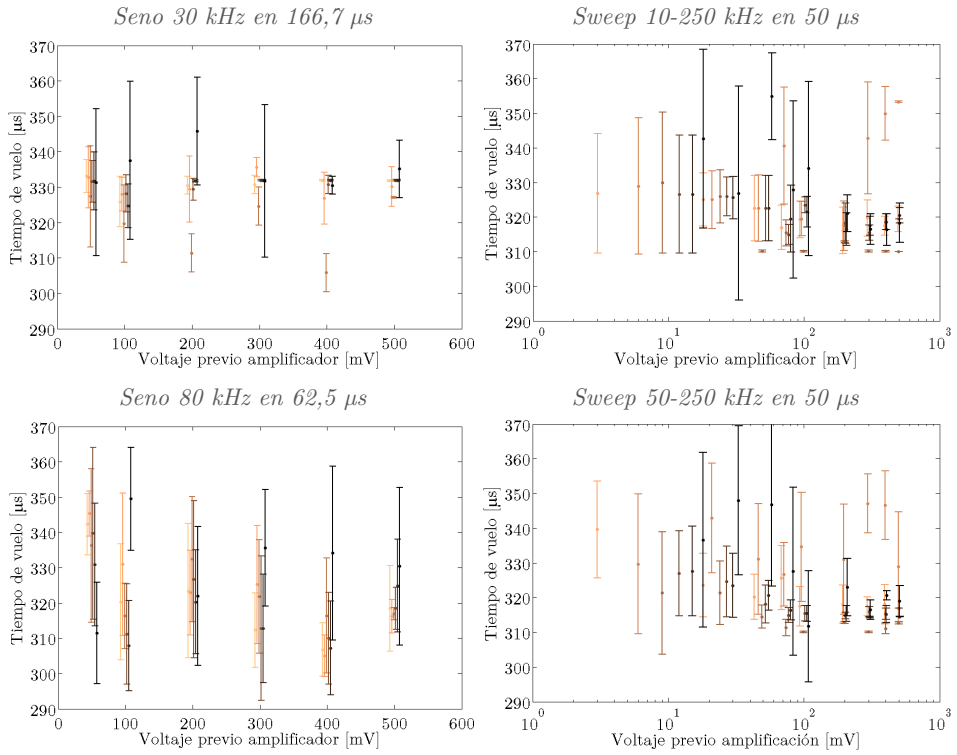


Figura IV.37. Tiempos de vuelo obtenidos en el estudio de la influencia del SNR en la detección acústica.

De la Figura IV.36 se infiere que únicamente, en los sweeps, las distintas técnicas ofrecen SNR semejantes, sin mejora aparente entre ellas mientras que, para los senos, únicamente la técnica WT mejora la SNR cuando está por debajo de 1, aumentando prácticamente hasta la unidad. No obstante, de la Figura IV.37 concluimos que ésta técnica no da lugar a las mejores desviaciones entre medidas. Por el contrario, las técnicas CC3, GCC1 y GCC2 ofrecen desviaciones menores a $7 \mu\text{s}$ (1 cm de error), a partir de 200 mV de amplificación (SNR entre 1 y 2 según la señal y la técnica).

En tercer lugar, se han aplicado estas técnicas en un ambiente con una elevada SNR pero en un ambiente reverberante, tal como encontramos resulta el interior de una cámara de burbujas. Siguiendo el montaje experimental del apartado II.1.5 para la propagación radial en el interior de la vasija de calibración, el hidrófono se desplaza desde el centro de la vasija junto a la superficie del receptor en la dirección radial hacia la pared del recipiente. Así, conforme se aleja el hidrófono del emisor, habrá mayor influencia de las reflexiones por la pared, siendo crucial una buena discriminación entre señal directa y reflejada para establecer el tramo de señal a analizar. En cada punto se aplican todas las técnicas de detección, obteniendo las gráficas de la siguiente Figura IV.38.

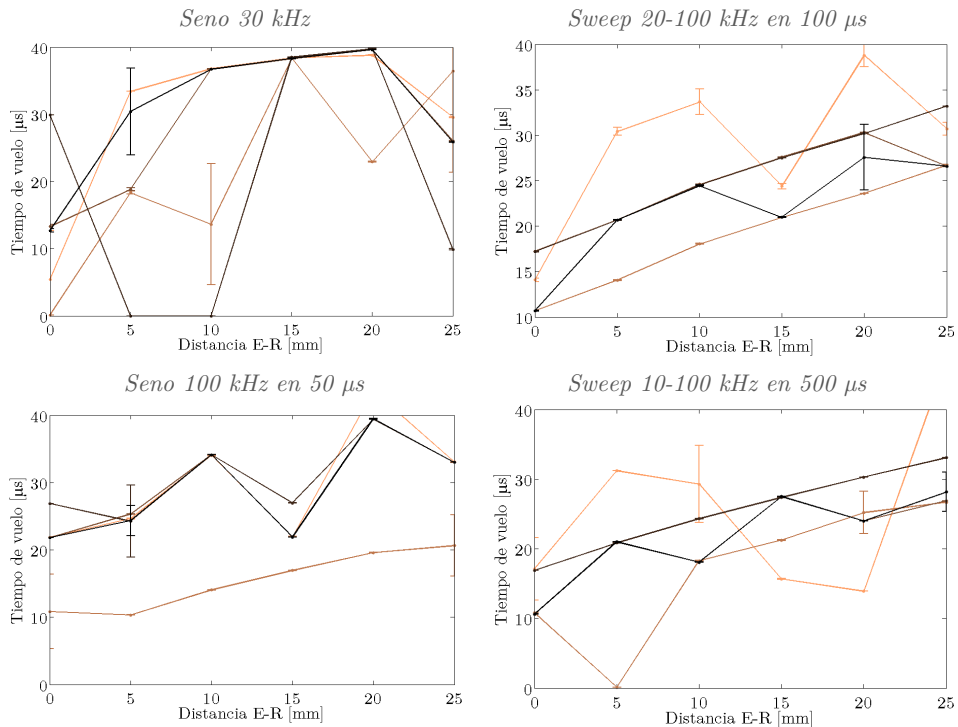


Figura IV.38. Tiempos de vuelo obtenido en el estudio de la influencia de las reflexiones.

Para el caso de los senos, se observa que la única técnica que mejora la detección es la CC3, pues es la que presenta los picos de la correlación más estrechos. Para los sweeps hay distintas técnicas que mejoran en general los resultados. Aun así, nuevamente la CC3 ofrece los resultados más similares entre señales, al igual que ocurre con las técnicas basadas en las GCC pero, en estas últimas muestran un cierto retraso respecto a los resultados de las primeras. Además, existe una gran similitud de demás técnicas a excepción de la CC2 que, como se vio en el apartado anterior, presenta un pico más ancho sin lóbulos interiores que ofrezcan cierta precisión como sí tienen las demás.

En conclusión, para ambientes reverberantes como los de las cámaras de burbujas, la técnica CC3 ofrece la mejor opción para la detección acústica pero, debido a su tiempo de cálculo, únicamente es válida en procesado *off line*. Por otro lado, las técnicas basadas en la GCC ofrecen una buena solución en aplicaciones en tiempo real dado que el mayor ancho de banda de la señal del crecimiento de burbuja.

Detección de señales sin referencia. En los detectores de burbujas no tenemos una referencia exacta de las señales acústicas registradas en cada uno de los eventos. No obstante, como se ha visto en las *Secciones II.1, III.2 y IV.1*, podemos estudiar ciertas propiedades de estas señales, estableciendo criterios para su mejor detección. Como se trata de señales impulsivas, los métodos basados en la variación temporal de algún parámetro son los que presentan mejores resultados (transformadas enventanadas).

Las transformadas variantes en el tiempo han sido explicadas en la anterior *Sección IV.1*, por lo que no vamos a mostrar la bondad de los mismos en la detección de señales. Sin embargo, en el siguiente *apartado IV.2.4* aplicaremos algunas de estas transformadas a la detección y localización de eventos que generan señales sin referencia. Las señales a tratar dependen del tipo de estudio realizado:

- Estudios con simulaciones numéricas: se han realizado simulaciones FEM para reproducir la posición de fuentes puntuales acústicas en los modelos del Banco de Pruebas Acústico, de uno de los detectores de PICO y de la caja de MODA-LS. En ellos, aunque se conoce la señal enviada (es una variable de entrada en la simulación), no se ha utilizado para aplicar el estudio de detección y localización acústica. Las señales simuladas han sido pulsos gaussianos con distintos anchos temporales.
- Estudios con medidas experimentales: se han realizado medidas de localización acústica mediante las cerámicas pegadas a la vasija del Banco de Pruebas Acústico y en la caja de MODA-LS (con los dos pegados, tal como se vio en la *Sección II.2*, y dos cerámicas adicionales). En ambos casos, la señal se generaba por la descarga de un condensador que producía una chispa en los bornes de dos puntas metálicas, y la consiguiente señal acústica impulsiva. A pesar de que en este dispositivo experimental no se tenía una excesiva reproducibilidad de las medidas (no se podía generar la chispa siempre en el mismo lugar), se ha intentado tener la mayor precisión posible de la localización geométrica de la fuente para contrastarlo con la obtenida con el algoritmo de localización.

En ambos casos, el método que mejores resultados a dado es el de la transformada enventanada en el tiempo P_{var} (ver *apartado IV.1.4*). En los siguientes apartados mostraremos la aplicación de esta transformada a los distintos experimentos y simulaciones que se ha comentado.

IV.2.4 Localización de fuentes acústicas

Método de localización. Para aplicar el método empleado en la localización de fuentes acústicas vamos a referenciar el desarrollo en el siguiente esquema:

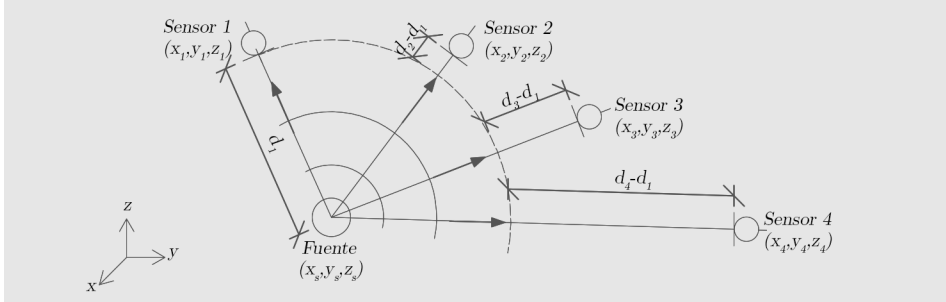


Figura IV.39. Esquema para explicar el cálculo de la localización de fuentes acústicas.

Partimos de que conocemos la posición espacial (x_i, y_i, z_i) de un conjunto N de sensores ($i = 1, 2, \dots, N$). Sea (x_s, y_s, z_s) la posición de la fuente que queremos localizar, la distancia entre la fuente acústica y el sensor i -ésimo vendrá dada por:

$$d_i = \sqrt{(x_i - x_s)^2 + (y_i - y_s)^2 + (z_i - z_s)^2} \quad (294)$$

Podemos referenciar cada una de estas distancias a un sensor de referencia, por ejemplo el sensor 1, de modo que la diferencia de distancia entre este sensor de referencia y el sensor i vendrá dada por:

$$d_{i1} = d_i - d_1 = \frac{\sqrt{(x_i - x_s)^2 + (y_i - y_s)^2 + (z_i - z_s)^2}}{\sqrt{(x_1 - x_s)^2 + (y_1 - y_s)^2 + (z_1 - z_s)^2}} \quad (295)$$

Esta diferencia de distancias d_{i1} es proporcional a la diferencia de tiempos de llegada τ_{i1} a través de la velocidad de propagación acústica en el medio c , mediante: $d_{i1} = c \cdot \tau_{i1}$.

El problema de localización es, pues, estimar la posición de la fuente conocidas las posiciones de los sensores y la estimación de las TDOA entre cada uno de ellos y el de referencia $\hat{\tau}_{i1}$. En un ambiente con ruido, la redundancia de TDOAs puede utilizarse para mejorar la precisión de los algoritmos de localización de la fuente, aunque aumentando la complejidad computacional del problema.

Existen distintos métodos para resolver este tipo de sistemas de ecuaciones. El método que se ha empleado aquí consiste en testear un conjunto de posiciones en el miembro de la derecha de la ecuación (4) de modo que nos quedamos con aquella que minimice la diferencia entre ambos miembros de la ecuación. En concreto se testean puntos separados 1 mm en cada una de las direcciones X, Y, Z. La estimación por mínimos cuadrados no lineales de la posición de la fuente es:

$$(\hat{x}_s, \hat{y}_s, \hat{z}_s) = \arg \min_{x_s, y_s, z_s} \sum_{i=2}^N (d_{i1} - h(x_s, y_s, z_s; x_i, y_i, z_i; x_1, y_1, z_1))^2 \quad (296)$$

Localización de señales simuladas. Para testear la precisión del algoritmo de localización descrito se han realizado, en primer lugar, la simulación de fuentes de señales tipo pulso gaussiano, reconstruyendo su localización a partir de la recepción en cuatro puntos ubicados en la superficie lateral de diferentes cilindros de altura l y radio a . La siguiente Figura IV.40 muestra el dominio completo de uno de los modelos simulados, así como la posición de los tres puntos fuente y la disposición geométrica de los sensores de modo que, en todos los casos, las fuentes se encuentran en una altura situada entre los cuatro sensores. Las señales emitidas fueron pulsos gaussianos de $50 \mu\text{s}$ de semiancho, realizando la detección de señales mediante correlación cruzada.

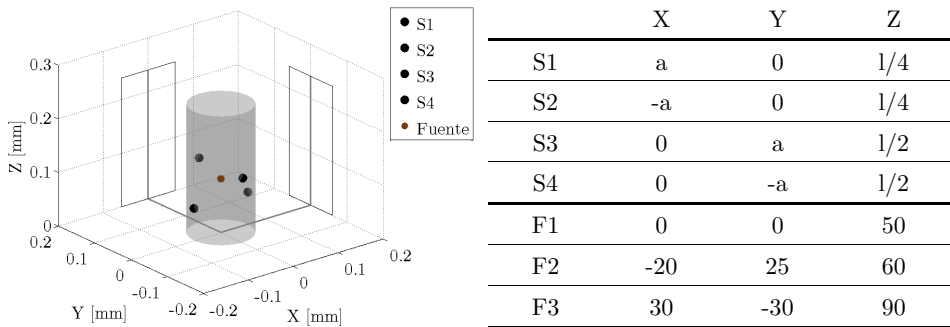


Figura IV.40. A la izquierda, modelo geométrico para testear numéricamente la localización acústica. A la derecha, las coordenadas de los fuentes simuladas y los sensores.

La Tabla IV.4 muestra las coordenadas reales de cada una de las fuentes y las obtenidas mediante el algoritmo de reconstrucción para las cuatro disposiciones de receptores. En ellas se puede observar que la desviación de la posición de la fuente reconstruida respecto de la real es menor a 1 mm ($<0,5\%$) en todos los casos.

	Localización real [mm]	Localización reconstruida [mm]			
		a/h=0,30	a/h=0,46	a/h=0,56	a/h=0,63
X	0	-0,8±0,5	0,0±0,8	0,3±0,5	0,8±0,5
Y	0	-0,1±1,0	-0,5±0,6	+0,0±0,8	0,3±1,0
Z	50	51,2±1,3	49,0±1,4	50,8±1,5	51,2±1,3
X	-20	-20,2±0,8	-20,3±1,0	-20,3±1,0	-19,8±0,5
Y	25	25,7±0,6	24,3±0,5	24,8±0,5	24,8±0,5
Z	60	59,7±1,4	61,5±2,4	59,0±1,4	61,7±2,1
X	30	29,7±0,5	30,5±0,6	30,5±0,3	29,2±0,5
Y	-30	-28,0±0,2	-30,2±0,1	30,5±0,6	-30,0±0,2
Z	90	90,5±4,1	92,0±2,4	91,7±3,2	89,0±3,7

Tabla IV.4. Localización real y reconstruida de las tres fuentes simuladas para las cuatro disposiciones de los sensores en geometría cilíndrica.

Localización de señales armónicas medidas. Una vez testeado el algoritmo de localización numéricamente, se han realizado una serie de medidas experimentales en la vasija de calibración llena de agua emitiendo con el hidrófono FFR SX60 en dos posiciones diferentes de su interior y recibiendo con las diez cerámicas piezoeléctricas pegadas en la superficie exterior de la misma que utilizamos en la Sección VIII. En estas medidas hay que tener en cuenta que el espesor de la vasija y de las diferentes capas de adaptación de aluminio de cada sensor influirá en el retardo de las señales recibidas. Por ello, dado que conocemos la velocidad de propagación del sonido (del modo longitudinal) en ambos materiales, se corrigen las diferencias de tiempo de recepción para cada espesor de aluminio. La Figura IV.41 muestra el montaje para la localización de los hidrófonos en ambas posiciones, uno situado en el volumen comprendido entre los sensores y el otro más elevado, cercano a la superficie del agua. Con ello, se testearon seis señales de tipo sweep, tres barriendo de 10 a 250 kHz en intervalos de 25, 50 y 100 μ s, y tres barriendo de 50 a 250 kHz en intervalos de 25, 50 y 100 μ s, realizando la detección de señales mediante correlación cruzada.

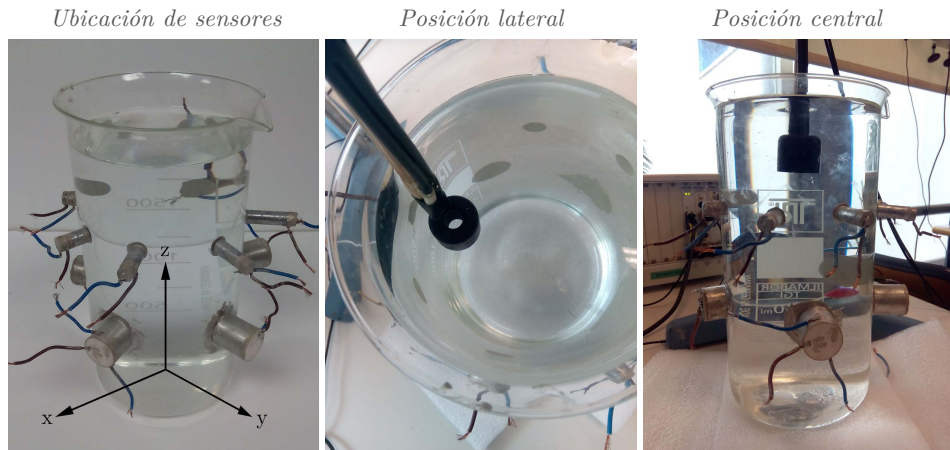


Figura IV.41. Ubicación de los emires acústicos para testear experimentalmente el algoritmo de localización acústica mediante señales de tipo sweep.

La Tabla IV.5 muestra las coordenadas reales de los hidrófonos y las obtenidas mediante el algoritmo de reconstrucción. Se puede observar que la desviación de la posición de la fuente reconstruida respecto de la real es menor al 5 % en todos los casos.

Localización real [mm]	Localización reconstruida [mm]						
	sweep de 50 a 250 kHz			sweep de 10 a 250 kHz			
	25 μ s	50 μ s	100 μ s	25 μ s	50 μ s	100 μ s	
X	55,0 \pm 5,0	58,2 \pm 0,8	54,0 \pm 0,0	51,2 \pm 0,4	57,0 \pm 1,8	58,0 \pm 4,5	60,0 \pm 0,0
Y	-20,0 \pm 5,0	-19,4 \pm 0,5	-27,2 \pm 0,0	-22,2 \pm 0,7	-19,4 \pm 0,9	-19,2 \pm 3,9	-19,0 \pm 0,0
Z	200,0 \pm 2,0	208,0 \pm 1,3	203,0 \pm 0,0	202,0 \pm 0,5	207,0 \pm 1,8	218,0 \pm 1,1	218,0 \pm 0,0
X	0,0 \pm 5,0	-0,8 \pm 0,4	-0,6 \pm 0,1	-1,8 \pm 0,4	-0,2 \pm 0,8	-1,0 \pm 0,0	-0,2 \pm 0,1
Y	0,0 \pm 5,0	0,2 \pm 0,4	-0,2 \pm 0,2	-0,3 \pm 0,3	1,2 \pm 0,2	0,1 \pm 0,2	0,2 \pm 0,2
Z	190,0 \pm 2,0	204,8 \pm 0,6	196,4 \pm 0,2	187,6 \pm 0,5	203,8 \pm 0,1	193,2 \pm 0,2	190,2 \pm 0,5

Tabla IV.5. Localización real y reconstruida de las dos posiciones de hidrófono medidas en la vasija de calibración.

Localización de señales impulsivas medidas. Por último, para testear el modelo en señales reales semejantes a la del crecimiento de burbujas en líquidos sobrecalentados, se han realizado medidas con señales impulsivas de corta duración resultantes de la descarga de un condensador de 22000 μF en el interior de la vasija de calibración llena de agua, en tres posiciones diferentes, dando lugar a un pulso termoacústico. En la Figura IV.42 se muestra el montaje experimental para una de las posiciones testeadas. En este caso, dado que se trata de una señal impulsiva pero no sin una señal de referencia clara, los tiempos de retardo se han calculado mediante el algoritmo Pvar.



Figura IV.42. Montaje experimental para la generación de un pulso termoacústico semejante al del crecimiento de burbuja en la vasija de calibración

La Tabla IV.6 muestra las coordenadas reales de cada una la posición de descarga del condensador y las obtenidas mediante el algoritmo de reconstrucción. En ellas se puede observar que la desviación de la posición de la fuente reconstruida respecto de la real es menor a 6 mm en todos los casos, que está dentro de la incertidumbre de medición de la posición real donde se produce la chispa.

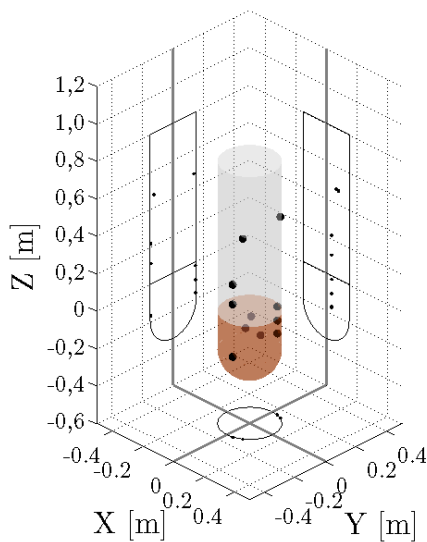
	Localización real [mm]	Localización reconstruida [mm]
X	$0,0 \pm 3,0$	$5,8 \pm 0,4$
Y	$0,0 \pm 3,0$	$5,8 \pm 0,2$
Z	$131,0 \pm 3,0$	$127,7 \pm 0,0$
X	$0,0 \pm 3,0$	$0,6 \pm 1,8$
Y	$-20,0 \pm 3,0$	$-27,0 \pm 0,5$
Z	$150,0 \pm 3,0$	$152,3 \pm 0,2$
X	$10,0 \pm 3,0$	$5,0 \pm 0,7$
Y	$20,0 \pm 3,0$	$19,0 \pm 0,2$
Z	$40,0 \pm 3,0$	$40,5 \pm 0,4$

Tabla IV.6. Localización real y reconstruida de las dos posiciones de hidrófono medidas en la vasija de calibración.

En conclusión, con el método de localización propuesta en esta apartado, podemos obtener resultados con precisiones inferiores al error típico en las medidas (del orden del milímetro), por lo que esta técnica de localización acústica puede ser empleada en los detectores de partículas, como complemento o sustituto de la localización óptica, si los sensores se disponen en una geometría adecuada.

IV.2.5 Aplicación al estudio de detección y localización en PICO

Disposición de los sensores. Tal como se ha visto en la *Sección I.1*, en los detectores PICO, la localización de las burbujas se realiza mediante cámaras ópticas de alta resolución y velocidad de muestreo. Dado que en esta Tesis estamos interesados en profundizar en las posibilidades que las tecnologías acústicas ofrecen a este tipo de detectores, se han realizado una serie de estudios numéricos para testear su capacidad de detección de fuentes acústicas. A partir de una de las disposiciones de los sensores del detector PICO-60, que contiene mayor número de sensores que PICO 2L, se ha simulado la propagación de una onda acústica generada en distintas posiciones en el seno del fluido sobrecalentado, tal como muestra la Figura IV.43. Señálese que únicamente los sensores S1 a S4 se encuentran bajo el nivel de líquido sobrecalentado. El sensor S0 no se encuentra en el detector pero su introducción en este estudio se comenta a continuación.



	X [mm]	Y [mm]	Z [mm]
S1	35	146	-166
S2	35	146	-96
S3	35	146	-21
S4	35	-146	-171
S5	35	-146	109
S6	35	-146	214
S7	65	135	474
S8	81	-126	469
S0	0	-150	-30
F1	12	-40	-70
F2	-20	30	-50
F3	43	60	150

Figura IV.43. A la izquierda, modelo numérico de localización para MODA-LS. A la derecha, posiciones de los sensores y burbujas simuladas.

Con esta configuración se han realizado dos tipos de estudios. En primer lugar, para las tres posiciones de fuente F1 a F3 se realiza la propagación a todo el volumen del detector, teniendo en cuenta la desviación de las ondas al cruzar la interfase entre el fluido sobrecalentado y el buffer. Como se verá, la falta de anisotropía en la disposición de los sensores así como esta desviación de las ondas, reducirá la capacidad de localización del detector. Ante esta situación, se estudia el efecto de incorporar el sensor adicional S0 con una coordenada Y completamente distinta. Con ello, la localización entre los sensores que se encuentran por debajo del nivel de líquido aumentará notablemente, así como el error introducido por la desviación de las ondas al considerar todo el conjunto de sensores.

Estudio de localización acústica en PICO-60. La siguiente Tabla IV.7 muestra los resultados de la localización de tres burbujas en distinta posición. En ella se ha distinguido cuando se consideran únicamente los 4 sensores que se encuentran bajo el nivel de líquido que separa el fluido sobrecalentado del buffer, y cuando se tienen en cuenta todos los 8 sensores del detector. Esta distinción se realiza para estimar si el algoritmo de localización es capaz de reconstruir la posición de la burbuja a pesar del cambio de dirección que sufre la onda acústica cuando pasa de un fluido al otro. En este caso habrá un compromiso entre un mayor número de sensores (mejor eficacia en la localización) y una mayor incertidumbre al tener la desviación de las ondas (menor eficacia en la localización).

	Localización real [mm]	Localización reconstruida sólo sensores abajo [mm]	Localización reconstruida todos los sensores [mm]
X	12	0,9±15,9	31,9±8,0
Y	-40	-39,7±0,8	-39,3±0,4
Z	70	-68,9±2,5	-64,4±2,2
X	-20	-14,3±16,4	-7,0±16,9
Y	30	29,5±2,1	36,4±4,8
Z	50	51,2±3,0	52,2±2,8
X	43	47,1±16,2	62,9±0,0
Y	60	59,39±0,4	65,8±0,8
Z	150	150,3±0,8	149,5±0,7

Tabla IV.7. Localización real y reconstruida de las tres posiciones de burbuja simuladas en el detector PICO-60.

Se observa que la reconstrucción de las señales es, en general, aceptable únicamente para las posiciones X y Z, considerando tanto los 4 sensores de abajo como todo el conjunto. Esto se debe a la disposición de los mismos pues, al situarse en dos filas, todos con todos con prácticamente la misma posición en Y (varias posiciones en eje Z y dos posiciones en eje X) se pierde resolución en este eje. Por otro lado, comparando los resultados entre ambos conjuntos de sensores, se extrae que, a pesar de la desviación en las ondas acústicas, la localización de las burbujas con todos los sensores es ligeramente mejor.

Estudio de la mejora de localización. Para mejorar la localización de las burbujas generadas en el fluido sobrecalentado a lo largo del eje Y, se ha estudiado el efecto de introducir un sensor adicional S0 ubicado en la posición (0,-150,-30) [mm], es decir, en la parte inferior de la superficie entre líquidos, a la misma distancia de ambas líneas de sensores. Con ello, estas burbujas se obtienen los resultados de la Tabla IV.8.

	Localización real [mm]	Localización reconstruida sólo sensores abajo [mm]	Localización reconstruida todos los sensores [mm]
X	12	10,7±0,5	9,3±0,5
Y	-40	-39,9±0,7	-39,3±0,5
Z	70	68,6±2,2	63,4±0,5
X	-20	-20,3±0,9	-28,6±2,5
Y	30	30,2±0,8	39,4±2,7
Z	50	49,3±1,2	48,6±2,0
X	43	43,8±1,3	39,3±1,3
Y	60	59,8±0,2	62,6±0,8
Z	150	150,0±0,6	148,2±0,5

Tabla IV.8. Localización real y reconstruida de las dos posiciones de burbuja medidas en el detector PICO-60, con un sensor adicional.

En la tabla se observa que, tanto considerando únicamente los sensores de abajo (2 mm de desviación) como todos ellos (7 mm máximo), la localización de las fuentes ha mejorado notablemente en las tres coordenadas. La siguiente Figura IV.44 muestra gráficamente la mejora de la introducción del sensor S0 promediando para seis posiciones de fuentes. En ella se muestra, para cada eje, la media de las diferentes entre las posiciones reconstruidas de las fuentes respecto a las reales (puntos), así como la media de las desviaciones obtenidas (barras de error). Se observa que el sensor S0 mejora notablemente la localización de las fuentes acústicas en el detector PICO-60 tanto para los sensores de abajo (error de $1\pm 1,5$ mm) como para el conjunto (error de $5\pm 1,5$ mm). Con ello se concluye que, en este detector, se podría complementar la localización realizada por las cámaras ópticas mediante la introducción de uno o más sensores adicionales situados en posiciones estratégicas, tal como se ha mostrado.

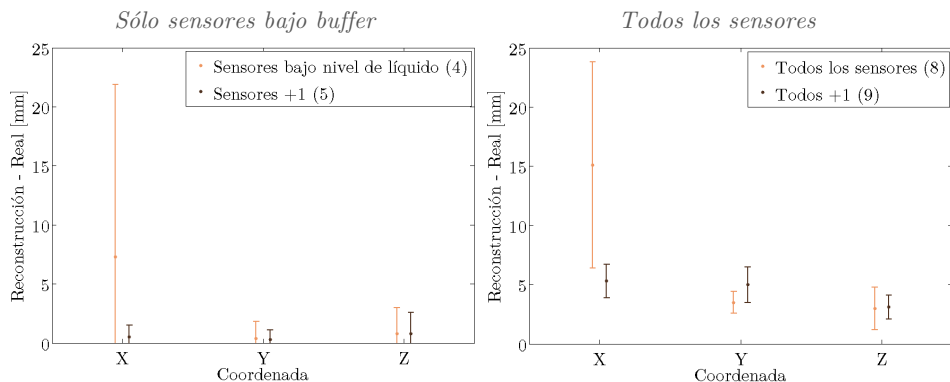


Figura IV.44. Resultados de incorporar un sensor adicional al detector PICO-60.

IV.2.6 Aplicación a la detección y localización en MODA-LS

Disposición de los sensores. Para testear la detección de señales y la localización de fuentes acústicas en el interior de la caja de metacrilato de MODA-LS, se ha procedido con el método comentado en la *Sección III.2* de generación de una señal termoacústico en su interior, cuando se encuentra llena de agua. Para ello, además de los dos sensores acústicos diseñados y construidos para esta cámara, tal como se vio en la *Sección III.2*, se han añadido dos cerámicas adicionales en dos de las paredes laterales libres. Con ello, se dispone de un arreglo mínimo de cuatro receptores en una disposición espacial lo más arbitraria posible, sin simetrías, tal como puede observarse en la Figura IV.45.



Figura IV.45. Montaje experimental para la generación de un pulso termoacústico semejante al del crecimiento de burbuja en la caja de MODA-LS.

Cabe hacer notar que, dado que el algoritmo de localización está diseñado para implementarse en un ambiente acústico en el que se encuentran tanto la fuente como los sensores y, en este montaje experimental, los sensores se encuentran en el exterior de la caja, antes de aplicarlo debemos estudiar el error que se produce en tal configuración. Para ello, en primer lugar se estudia numéricamente el problema de localización comparando los resultados al considerar correcciones en el algoritmo por las paredes de metacrilato y sin ellas y, posteriormente, se realizan medidas con la señal de descarga del condensador.

Estudio numérico de la detección acústica. Dado que los sensores acústicos están pegados en el exterior de la pared de metacrilato, tres pegados a la pared de 5 mm y uno pegado a la pared inferior de 10 mm, tenemos que tener en cuenta en el algoritmo de localización dichos espesores. Para ello, en primer lugar se ha simulado la localización de los sensores ubicados en las posiciones dadas pero considerando que todo el volumen de la caja es de agua. Posteriormente, se añaden los espesores de metacrilato al modelo numérico y se comparan con los anteriores, corrigiendo el algoritmo de localización en base a la distancia en metacrilato recorrida por todas las ondas, supuesta que lo atraviesa perpendicularmente. La siguiente Figura IV.46 muestra la geometría de ambos modelos así como la posición de los sensores, y de las posiciones de fuente testeadas. Ambos modelos se han simulado emitiendo pulsos gaussianos desde 30 a 60 kHz en la superficie de distintas esfera de 0.5, 1.0 y 1,5 mm de radio, para aumentar la casuística del estudio.

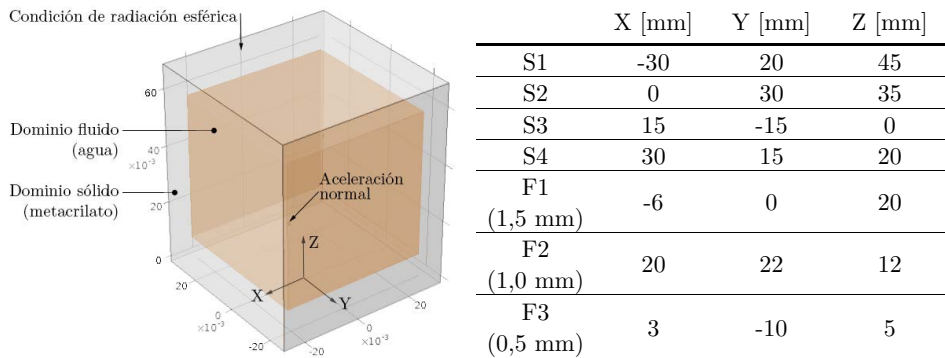


Figura IV.46. A la izquierda, modelo numérico de localización para MODA-LS. A la derecha, posiciones de los sensores y burbujas simuladas.

En la Tabla IV.9 se muestran los resultados obtenidos con ambos modelos. En ella se observa que, como vimos en el apartado IV.2.4, cuando únicamente se realiza propagación en un medio, la posición reconstruida se asemeja bastante a la real. Por su parte, cuando introducimos el espesor de metacrilato, los resultados muestran un aumento en la precisión del algoritmo al tener en cuenta la corrección.

	Localización real [mm]	Localización reconstruida [mm]	
		Sólo agua	Agua y metacrilato
X	-6,0	-6,5±1,2	-6,4±0,9
Y	0,0	-2,4±2,0	1,2±2,3
Z	20,0	22,4±2,0	18,4±3,0
X	20,0	20,6±1,3	20,0±0,0
Y	-30,0	-23,0±2,4	-21,2±1,1
Z	12,0	11,7±1,5	12,8±1,1
X	3,0	3,1±5,0	3,6±0,9
Y	-10,0	-10,6±1,6	-11,2±1,8
Z	5,0	5,5±1,2	6,8±2,7

Tabla IV.9. Localización real y reconstruida de una posición de burbuja simulada en el detector MODA-LS.

Estudio experimental de la localización acústica. Una vez hemos visto numéricamente el efecto de las paredes de metacrilato en la localización de fuentes acústicas en el detector MODA-LS, vamos a contrastar los resultados con medidas experimentales. Para ello, dado que no se disponía de emisores acústicos lo suficientemente pequeños y con respuesta en el rango de frecuencias de interés, se han realizado medidas con señales impulsivas de corta duración resultantes de la descarga de un condensador de 22000 μF en el interior de la caja de metacrilato, en distintas posiciones, dando lugar a un pulso termoacústico, tal como se vio en la *Sección IV.1* y en el *apartado IV.2.4*. La Figura IV.47 muestra, a la izquierda, los terminales entre los que se realiza la descarga del condensador y, a la derecha, unas de las señales acústicas registradas.

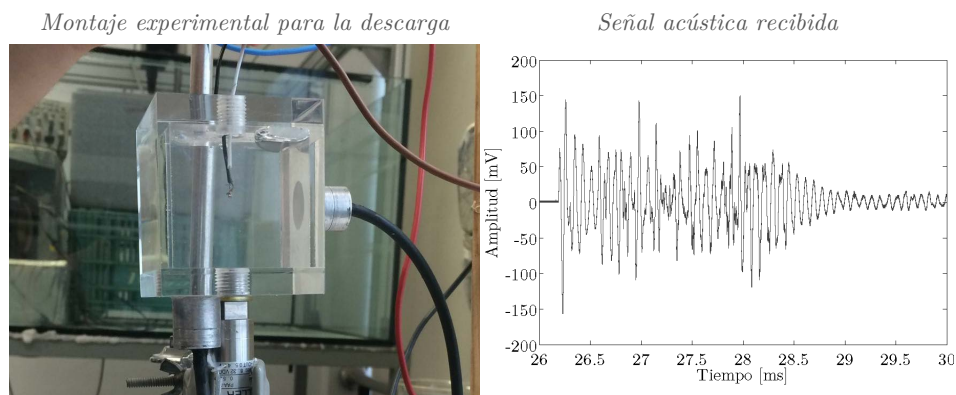


Figura IV.47. Montaje experimental de localización de chispas para MODA-LS (izquierda) y ejemplo de señal acústica registrada (derecha).

La Tabla IV.10 muestra las coordenadas reales aproximadas de cada una de las posiciones de dichos terminales, y las obtenidas mediante el algoritmo de reconstrucción, tanto teniendo en cuenta la corrección por el espesor de metacrilato sobre el que está pegado cada sensor, como sin ella. En las medidas de reconstrucción no se han puesto las desviaciones dado que no hay repetitividad en las mismas.

	Localización real [mm]	Localización reconstruida [mm]	
		Sin corrección	Con corrección
X	25,0±3,0	-25	-25
Y	20,0±3,0	20	25
Z	50,0±3,0	45	45
X	-10,0±3,0	-10,0	-9,0
Y	0,0±3,0	5,0	5,0
Z	10,0±3,0	10,0	13,0
X	20,0±3,0	20,0	22,5
Y	20,0±3,0	18,5	16,5
Z	10,0±3,0	10,0	10,5

Tabla IV.10. Localización real y reconstruida de las dos posiciones de hidrófono medidas en la vasija de calibración.

Se puede observar que, a pesar del espesor de metacrilato, el algoritmo reproduce la localización de las chispas con diferencias de, como mucho, 5 mm. En general, las medidas se aproximan a la posición real de los terminales. Esta diferencia se puede mejorar modificando los parámetros de entradas de los algoritmos para la detección vistos en el *apartado IV.2.2*. Además, en estas medias, la señal enviada por el pulso termoacústico en el montaje experimental propuesto, presentan algunos inconvenientes (señal afectada por la geometría de los terminales y cables, falta de repetitividad de las medidas, etc.) que impiden sacar conclusiones contundentes sobre la localización en la cámara de metacrilato propuesta para el detector MODA-LS. Aun así, se ha demostrado que las técnicas expuestas en esta Sección son eficaces y, en algunos casos, eficientes, para aplicarlas a los estudios de localización acústica que se requiere en este tipo de detectores, tanto para la calibración de sensores como de burbujas en crecimiento.

Con todo, concluimos que, por una parte, únicamente introduciendo la corrección por el espesor de metacrilato de la cámara, se puede mejorar la precisión de la localización acústica de los eventos que se produzcan en el fluido sobrecalentado de su interior. Además, tal como se vio en la *Sección IV.1*, dado que estas señales presentan un perfil mucho más claro que el producido por la descarga de un condensador, su detección mejora con respecto a las medidas realizadas en este apartado y, mediante un estudio combinado de técnicas de obtención del TDOA el conjunto de sensores acústico puede complementar, e incluso en algunos casos mejorar, la detección de eventos que se pueden reproducir mediante cámaras ópticas de elevada velocidad, como las que se están utilizando en PICO. Por último, el diseño de una cámara más grande así como de la introducción de un mayor número de sensores, mejoraría notablemente la localización acústica del detector MODA-LS.

Análisis de señales impulsivas de referencia. Dado que, en la parte del Banco de Pruebas Acústico dedicado a trabajar con el fluido $C_2H_2F_4$, no se ha llegado a trabajar en condiciones de sobrecalentamiento suficientes para producir la nucleación, se han testeado distintas formas de obtener señales impulsivas controladas y semejantes a las esperadas. Una de ellas consistió en realizar la descarga de un condensador entre dos terminales separados unos pocos milímetros y ubicados en el interior de la cámara de metacrilato, cuando está llena de agua. Dado que aquí estamos interesados en testear las distintas técnicas vistas en los *apartados IV.1.3 a IV.1.5*, se muestran únicamente los resultados de analizar y comparar las señales obtenidas, en este montaje, con los sensores de MODA-LS. En la siguiente *Sección IV.2* se indicarán más detalles y aplicación de dicho montaje experimental. A continuación mostramos esta comparativa.

La siguiente Figura IV.48 muestra las señales registradas por los dos sensores construidos. En ambos casos se muestra el comportamiento de la transformada Pvar que, en la siguiente *Sección IV.2*, se utilizará para la detección de este tipo de señales.

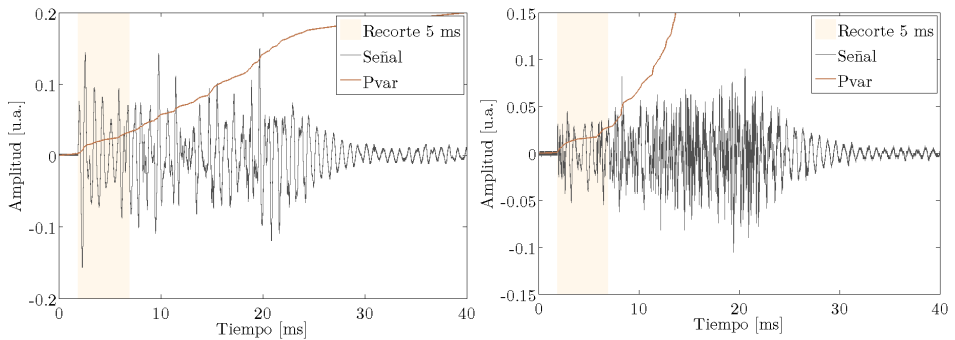


Figura IV.48. Señales impulsivas de referencia registradas por los sensores de MODA-LS en el dominio de tiempos y comportamiento de la transformada Pvar.

La siguiente Figura IV.49 muestra el espectro frecuencial de estas señales, tanto de las señales enteras como de los 5 ms después de la detección. Se observa que el contenido frecuencial es bastante elevado por debajo de 2 kHz, lo cual nos ha permitido analizar el comportamiento para estas bajas frecuencias.

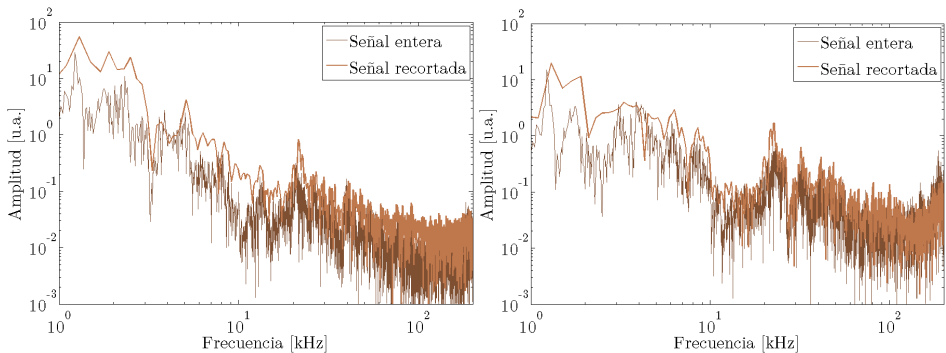


Figura IV.49. Espectro de las señales de referencia registradas por sensores de MODA-LS.

Capítulo V

Diseño del detector MODA-LS

V.1.1 Introducción	363
V.1.2 Diseño del detector	364
Diseño termodinámico.	364
Diseño mecánico.	366
Diseño funcional.	367
Diseño óptico.	368
Diseño final.	369
V.1.3 Control del detector	371
Control termodinámico.	371
Control óptico.	373
Control acústico.	374
Interfaz MODA-LS.	376
V.1.4 Presupuesto del detector	377

V.1.1 Introducción

En esta Sección aunamos los resultados vistos en todas las Secciones de esta Tesis en relación con el diseño de un detector de materia oscura que funcione con el fluido $C_2H_2F_4$ en condiciones de sobrecalentamiento, utilizando la tecnología Geyser, al que hemos llamado MODA-LS (Materia Oscura Detectada Acústicamente con Líquido Sobrecalentado).

En primer lugar, en el *apartado V.1.2* se explican las conclusiones de diseño a las que se ha llegado desde distintos puntos de vista, que engloban resultados de distintas Secciones:

- Diseño termodinámico: se establecen las condiciones de temperatura y presión en las que debe operar el detector para obtener, por un lado, una buena sensibilidad a bajos umbrales energéticos y, por otro, una mayor energía acústica emitida por las burbujas que se puedan generar. Con ello, dado que ya se ha trabajado con el fluido en cuestión en el Banco de Pruebas Acústico (BPA), se propone utilizar algunos de estos elementos previamente testeados, para un mayor control de los componentes.
- Diseño mecánico: se concretan algunos aspectos en relación a la resistencia de materiales de las cajas que contienen el fluido del detector, así como sus consecuencias en la respuesta de los sensores acústicos que se ubicarán pegados a ellas. Con ello, se intentará salvar algunos de los problemas de operación que se tuvieron con el BPA.
- Diseño funcional: dado que en el diseño de un detector de este tipo, se prevé el reemplazo de componentes y sensores, tanto por posibles fallos en los mismos como para introducir mejoras en el detector, se consideran algunos aspectos de diseño en relación a la utilización final del detector, una para montaje y otra para operación.
- Diseño óptico: se comentan los aspectos en relación a la iluminación del recipiente que contendrá el fluido sobrecalentado para permitir una luz lo más homogénea posible, evitando sombras y contrastes en las cámaras ópticas.
- Diseño formal: se especifican algunas de las dimensiones y componentes finales de las distintas partes del detector.

En segundo lugar, en el *apartado V.1.3* se comentan cómo se realiza el control del detector, es decir, los detalles de los detectores que se pretenden emplear así como las técnicas y tecnologías de control de los mismos. Estos sensores se clasifican en:

- Control termodinámico: se especifican las propiedades y ubicación de los sensores térmicos y de presión, así como las de las células termoeléctricas para modificar la temperatura de la parte caliente del detector.
- Control óptico: se especifican las propiedades y ubicación de las cámaras ópticas diseñadas para el detector.
- Control acústico: se especifican las propiedades y ubicación de los sensores acústicos para MODA-LS, en aras de mejorar la recepción y análisis de las señales acústicas, así como mejorar la detección acústica.

Por último, en el *apartado V.1.4* se detalla el presupuesto para el detector MODA-LS. En todo momento, se ha pretendido que el coste de los elementos sea lo más ajustado, en la medida de lo posible, a la realidad.

V.1.2 Diseño del detector

Diseño termodinámico. Como se vio en el *apartado I.1.8* (figura 18 y tabla 2), utilizando $C_2H_2F_4$ como fluido sobrecalentado, para alcanzar umbrales energéticos del orden de 10 keV, puede operarse con temperaturas de la fase líquida de entre 20 y 30°C, es decir, cercanas a la temperatura ambiente. Esto puede simplificar el diseño del detector debido a que resulta más sencillo el control térmico de dicha fase, es decir, de la caja inferior. Además, la estabilidad de esta fase se puede controlar utilizando agua como fluido refrigerante que, dada su transparencia, a diferencia de otros refrigerantes, facilita la visión de las burbujas que se forman. Para alcanzar otros umbrales energéticos, estas temperaturas deben aumentar unos 5°C para 5 keV y unos 20°C para 1 keV.

No obstante, cuanto más baja deseemos la temperatura del líquido, menor debe ser la presión de trabajo (menor temperatura del punto de ebullición) y mayor el salto térmico entre ambas fases. Como se verá, esto tendrá consecuencias en el diseño mecánico del detector pues tal como se ha visto en el *apartado II.2.9*, a menor presión de trabajo, mayor seguridad estructural se tendrá con el diseño de cajas utilizado en el BPA. Aquí, por lo que a la termodinámica del detector respecta, un mayor salto térmico supone una mayor estabilidad entre las dos fases del detector, es decir, una mayor flujo térmico entre ambas. Aun así, con un sistema de refrigeración comercial como el utilizado en el BPA, se ha visto que se pueden alcanzar temperaturas estables de hasta -25°C, que se corresponde con una presión de 1 bar. La mayor complicación termodinámica estriba pues en aislar térmicamente ambas fases del fluido.

Además, tal como se ha visto en el *apartado II.1.11* (figuras 42 y 43), la energía acústica de la burbuja es muy sensible a la presión de fluido sobrecalentado de modo que, cuanto menor es la presión, mayor la energía acústica. En concreto, para una energía umbral de 10 keV, trabajando hasta 3 bar se obtienen energía acústica del orden de 10^5 keV, es decir, mayores a las alcanzadas actualmente por PICO-60 y del orden de las que se tienen en las condiciones de operación de PICO-2L. Tal como allí se vio, al reducir la presión hasta 1 bar, se aumenta la energía acústica hasta dos órdenes de magnitud.

Con lo comentado, se concluye que el diseño de MODA-LS tendrá dos partes:

- La parte inferior o parte caliente del detector se basará en una caja de metacrilato de dimensiones similares a las utilizadas en el BPA utilizado en esta Tesis, en el interior de un tanque transparente con agua como fluido refrigerante. Además, el recipiente estará convenientemente aislado mediante paneles de poliestireno extruido. El tanque que se va a utilizar es un cubo que tiene 25 cm de lado con paredes de 5 mm de espesor, y el aislamiento mide 4 cm de espesor. Para controlar convenientemente el calentamiento, se decide colocar una serie de resistencias eléctricas o bien células termoeléctricas en la parte inferior del tanque que han demostrado ser, para su modo de calentamiento, eficaces y fáciles de controlar.
- La parte superior o parte fría del detector constará de la misma caja de metacrilato situada en el interior del sistema de refrigeración del BPA. Nuevamente, la caja se ubicará en un recipiente lleno de fluido refrigerante que, por las temperaturas alcanzadas, será el anticongelante testeado en el *apartado I.1.8* (figura 19).

En el detector MODA-LS la unión entre la parte superior e inferior se realizará a través de un tubo de metacrilato que una ambas caras mediante roscado. Más adelante se comentarán más detalles de esta unión, en relación a las conclusiones del *apartado V.9* sobre roturas por dilataciones diferenciales entre materiales. La Figura V.1 muestra un esquema con los componentes básicos del diseño termodinámico de ambas partes del detector. Con esta disposición se consigue un correcto control térmico de las dos partes del detector.

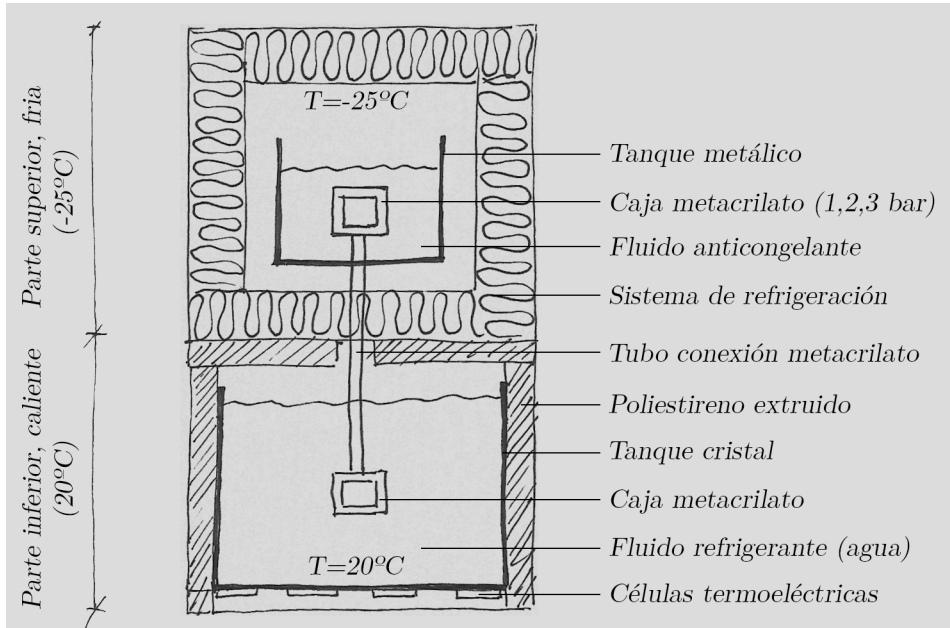


Figura V.1. Esquemas de las partes del detector.

Aunque el control de la presión depende de la temperatura alcanzada así como de la cantidad de material suministrada a las cajas, es más sensible al volumen de la fase gaseosa. Esta presión se controla mediante el suministro pausado de gas $C_2H_2F_4$ en las cámaras del detector, utilizando una válvula manométrica que permite la lectura cuasi-instantánea de las presiones. En los procesos de llenado mostrados en el *apartado III.8* (figura 23) se ha visto que, para bajas temperaturas de la fase gaseosa, aunque inicialmente la presión es bastante susceptible a cada una de las tomas, esta se estabiliza a los valores deseados en, aproximadamente, 10 horas después de la última toma.

Diseño mecánico. Como se ha visto en el *apartado II.2.9*, los esfuerzos a los que se somete el detector viene dados, por un lado, por la diferencia de presiones entre la exterior (presión ambiente) y la del fluido (hasta 3 bares) y, por otro, por la diferente dilatación térmica entre elementos sólidos.

Respecto a la diferencia de presiones, como se ha visto en el *apartado II.2.9* (figura 33), con 5 mm de espesor de las paredes de las cajas de metacrilato se está en condiciones de seguridad mecánica comprobada hasta 5 bares. Este resultado se obtuvo tanto mediante simulación numérica, por inspección visual de las cámaras del BPA durante los procesos de llenado bajo presión, así como mediante la estabilidad de la presión en el interior de las cajas. Aun así, como se va a comentar a continuación, la unión entre las cajas de MODA-LS va a cambiar respecto a la utilizada en el BPA, mientras que las paredes superiores e inferiores de cada caja se realizan con el mismo espesor de 10 mm para, por un lado, permitir el roscado de la válvula de llenado y del sensor de presión y, por otro, igualar el diseño de ambas cajas.

Respecto a las dilataciones diferenciales, tal como se vio en el *apartado V.9* (figura 34), el contacto entre las roscas metálicas y el metacrilato dio lugar a fisuras en las cajas, por la que puede escapar el fluido. Además, tal como se vio en el *apartado III.8* (figura 22), el sistema de conexión utilizado entre las cámaras del BPA presentó algunos problemas de estanqueidad que tuvieron que resolverse posteriormente mediante un sellado de cada junta. Por estas experiencias, se propone que, en MODA-LS, el sistema de conexión se realice a través de un tubo de metacrilato, pegado convenientemente a cada caja, y con una separación roscada a media altura entre ambas, realizada con torno sobre el mismo material. Con ello, se evitan los problemas por dilataciones térmicas, así como los problemas de estanqueidad. Entonces, dicho tubo consiste en dos partes cilíndricas de 1 y 3 cm de diámetro interno y externo respectivamente, con una longitud total de 30 cm.

Aun así, resulta necesaria incrustar la válvula de llenado y el sensor de presión, elementos metálicos, en las cajas de metacrilato. Para evitar las burbujas indeseadas en la superficie de metal del sensor de presión en contacto con el líquido sobrecalentado, visto en el *apartado III.8*, en MODA-LS se decide ubicar ambos elementos en la pared superior de la caja de arriba por lo que, en principio, esta es la única pared que debe tener un espesor de 10 mm. No obstante, por simplicidad, se decide construir las dos cajas de la misma geometría que las utilizadas en el BPA, es decir, dos cajas de metacrilato cuyo volumen interior es de 5x5x5 cm, las paredes laterales de 5 mm de espesor y las superiores e inferiores de 10 mm de espesor. Además, los dos orificios roscados deberán reforzarse con un resalte que aumente la sección en la zona afectada por las dilataciones térmicas diferenciales, distribuyendo las tensiones internas.

Como se vio en el *apartado VII.10* (tabla 2) al respecto de la diferente respuesta acústica de las paredes de metacrilato como ML, al disponer de dos espesores de pared distintos, se mejora entre un 70% y 80% la respuesta acústica de los sensores en frecuencias de unos 70 y 140 kHz, según la pared. Además, al respecto de la respuesta acústica del conjunto, las paredes de metacrilato aumentan los modos del sistema en frecuencias del orden del kHz.

Diseño funcional. Uno de los principales inconvenientes al trabajar con el sistema de refrigeración del BPA junto con las cámaras y el conjunto de sensores asociado, lo encontramos al desplegar, ubicar y, en su caso, reubicar todos estos sensores. Según su utilidad, estos deben estar dispuestos en distintas partes y resulta necesario que todos se encuentren convenientemente sujetos en las posiciones deseadas, sin comprometer los procesos de llenado y vaciado del fluido del detector, evitando desprendimientos de fluido refrigerante. Resulta, pues, crucial que se establezca, a priori, un método de disposición correcto de los mismos.

Para ello, se ha concluido como solución factible y económica que el tanque de refrigerante de la cámara inferior pueda moverse verticalmente mediante un sistema hidráulico manual. Para ello, el sistema de refrigeración de la cámara superior debe situarse a una altura suficiente que permita dejar completamente suspendida y en contacto con el ambiente la cámara inferior. Así, como se muestra en la Figura V.2, se establecen dos disposiciones de trabajo del detector:

- Disposición de montaje: permite la colocación de todos los sensores, según su utilidad. Los sensores destinados a monitorizar la temperatura del fluido refrigerante de la cámara inferior, así como las cámaras ópticas se fijan inicialmente al tanque que lo contiene. También se ancla a esta parte la iluminación de la cámara. Los sensores acústicos, que deben ubicarse en las paredes de la cámara inferior se colocan cuando esta se encuentra suspendida a la intemperie. Los sensores térmicos de la cámara superior así como el sensor de presión se colocan en el interior del refrigerante del sistema de refrigeración.
- Disposición de trabajo: se levanta y fija el tanque de la cámara inferior a la parte inferior del sistema de refrigeración, quedando completamente aislada térmicamente del exterior, salvo por la parte inferior donde se colocan las células Peltier. Los detalles y control de cada uno de los sensores se comentan en el siguiente apartado.

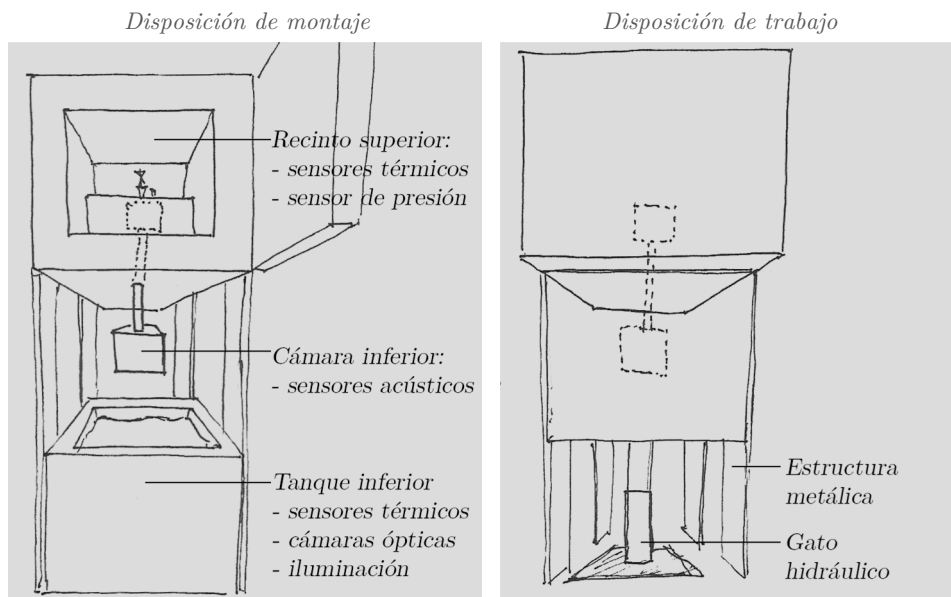


Figura V.2. Disposiciones de trabajo del detector.

Diseño óptico. Un aspecto importante en el diseño de un detector tipo Geyser es poder disponer de una correcta iluminación en el interior de la cámara donde se generan las burbujas. Para ello, en el diseño de MODA-LS se cuenta con la experiencia obtenida en el BPA, en el que la iluminación se realizaba desde el exterior del tanque de refrigerante, así como con las disposiciones utilizadas en PICO, en las que la iluminación se realiza desde los laterales de las propias cámaras ópticas.

Para conseguir una iluminación lo más homogénea posible, se decide iluminar el tanque inferior desde la zona superior con una serie de LEDs alimentados con hasta 5 V mediante una fuente externa. Con ello, las posibles sombras caen en la parte inferior del tanque de refrigerante. Tal como se muestra en la Figura V.3, estos se disponen en los laterales de un marco de polietileno con el mismo lado que el del tanque, en cuyo frente se dispone una lámina difusora de luz de 5 mm de espesor para evitar en lo posible la incidencia de luz directa. Entonces, este marco se sitúa entre el tanque inferior y el panel de aislamiento que lo separa del sistema de refrigeración superior, por lo que deberá disponer de un orificio en el centro para permitir el paso del tubo de metacrilato que une las dos cámaras del detector.

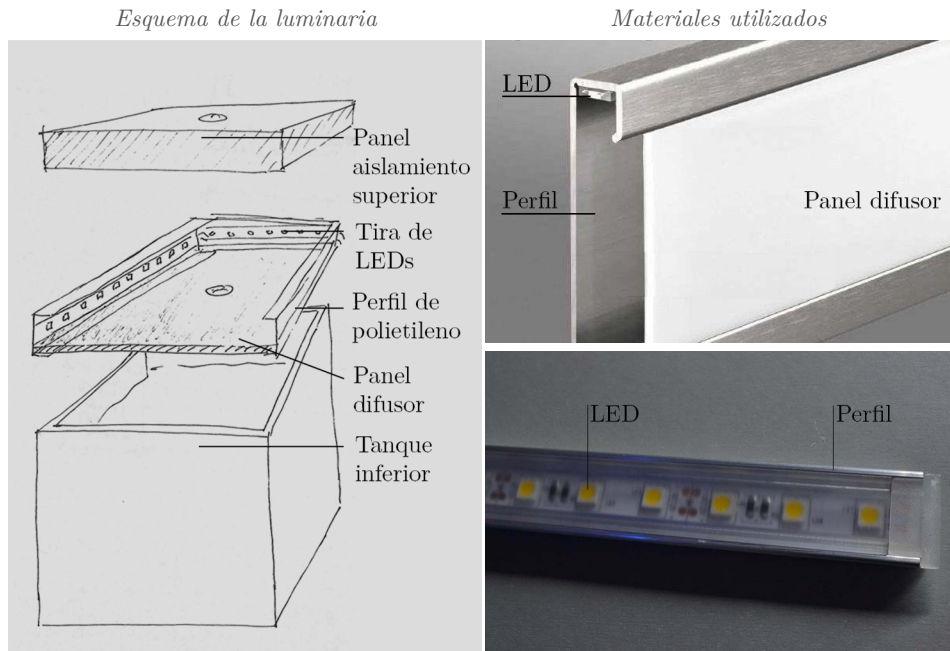


Figura V.3. Diseño de la iluminación del detector.

Diseño final. Tal como se ha visto, para el diseño de MODA-LS se propone utilizar un gran número de elementos que ya se han testeado en el BPA, comentados a lo largo de esta Tesis. Las siguientes Figura V.4 muestran un diseño más aproximado del detector, así como algunos de los elementos que se van a utilizar para su desarrollo.

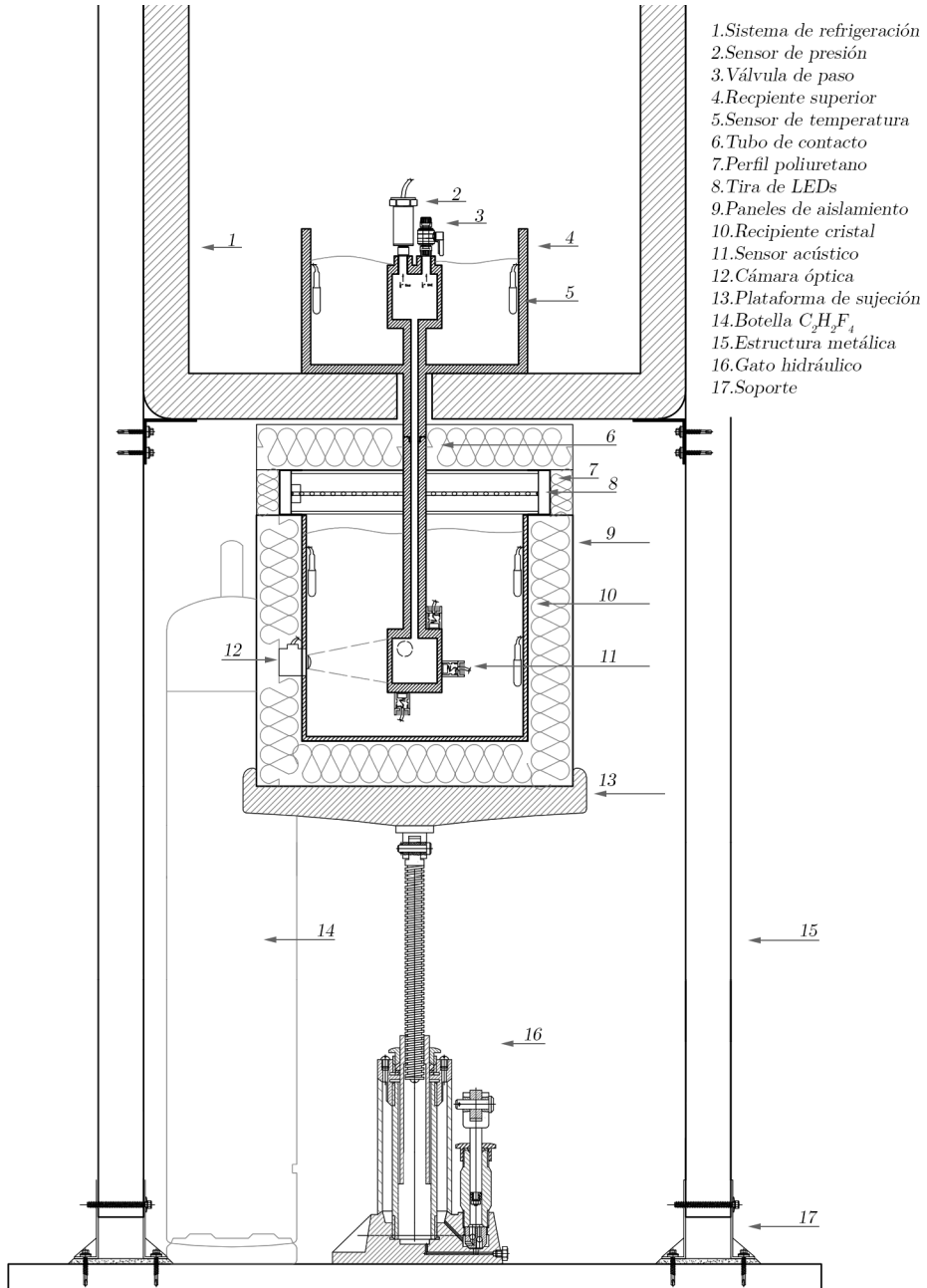


Figura V.4. Diseño final del detector MODA-LS.

Respecto a los componentes principales de la parte superior (Figura V.5), se emplea el sistema de refrigeración Libherr G 1223 (izquierda) que permite estabilizar las temperaturas desde -30°C hasta -5°C con pasos de 5°C . En su interior, se ubica el mismo recipiente metálico que el utilizado en el BPA (centro) con la caja de metacrilato superior, cuya estanqueidad y no oxidación fue testeada con éxito. En la parte superior de la caja se ubica la válvula de llenado (derecha) así como el sensor de presión. Más adelante se comentarán más detalles acerca de los sensores utilizados en MODA-LS.



Figura V.5. Componentes principales de la parte superior del detector. A la izquierda, el sistema de refrigeración, que se situará a 1m de altura aproximadamente. Al centro, recinto para el fluido refrigerante con la cámara superior (imagen del BPA, con ligeras modificaciones para MODA-LS). A la derecha, Válvula de llenado del detector.

Respecto a los componentes de la parte inferior (Figura V.6) se utiliza un muelle hidráulico (izquierda) con una superficie metálica para el soporte del tanque (centro) que debe ir convenientemente envuelto de aislante térmico, permitiendo su movimiento vertical para la fase de montaje y mantenimiento de sensores. Por otro lado, suspendido desde la caja superior, a través de un tubo de metacrilato, se encuentra la caja inferior.



Figura V.6. Componentes principales de la parte inferior del detector. A la izquierda, muelle hidráulico para desplazar verticalmente y ajustar el tanque inferior. Al centro, tanque para el refrigerante con la cámara inferior. A la derecha, diseño de caja de metacrilato unida a tubo cilíndrico para conexión con la caja superior.

V.1.3 Control del detector

Control termodinámico. El conjunto de sensores y actuadores para el control de las condiciones de temperatura y presión en el detector MODA-LS se controla mediante una tarjeta de Arduino a través de sus entradas analógicas y digitales, así como mediante sus salidas PWM, programado bajo el entorno de programación LabView, que permite el monitoreo en tiempo real. Respecto a los sensores y actuadores, sus características, forma de fijado y disposición es la siguiente:

- Sensores térmicos: son los mismos que los testeados en el BPA. Se trata de un conjunto de 10 termómetros digitales DS18B20 1-Wire de Dallas Semiconductor³⁵, con una temperatura de trabajo de -55°C a $+125^{\circ}\text{C}$, con una precisión de $\pm 0.5^{\circ}\text{C}$, con una resolución de entre 9 y 12 bits, y alimentados directamente desde la placa de control Arduino (5V). Cinco de estos se colocan, mediante pegado con silicona resistente al agua, a las paredes del tanque inferior y los otros cinco en el interior del recipiente del sistema de refrigeración, previo llenado de refrigerante.
- Actuador térmico: se trata de células termoeléctricas de efecto Peltier TEC1-12710HTS, de $40 \times 40 \times 3.3$ mm de tamaño, alimentadas con 12V mediante una fuente DC externa, cuyo voltaje se controla, a través de un transistor MOSFET mediante las salidas PWM de la placa Arduino. Se colocan 16 células en la superficie inferior de la base del tanque de refrigerante, en contacto mediante silicona térmica.
- Sensor de presión: se utiliza un sensor PAA-26Y de CatSensors³⁶, que permite un rango medida de 0 a 5 bar, con salida analógica entre 0.5 y 4.5 V registrada por una de las entradas analógicas de la placa Arduino, pero alimentado a 24 V mediante una fuente externa DC. Como se ha comentado, se coloca mediante rosca Gas 1/4" en la pared superior de la caja situada en el interior del sistema de refrigeración.

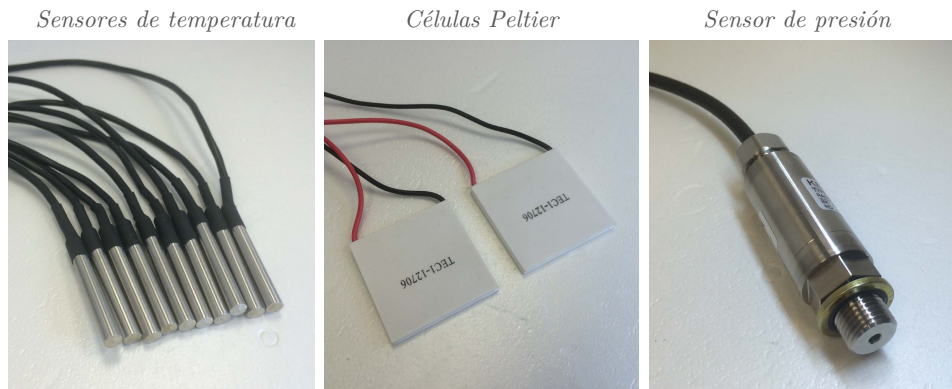


Figura V.7. Sensores y actuadores para el control termodinámico.

³⁵ <https://cdn.sparkfun.com/datasheets/Sensors/Temp/DS18B20.pdf>

³⁶ http://www.catsensors.com/es/productos/transmisores_de_presion_y_nivel/series_26y_economico

Respecto a la placa de control Arduino Uno³⁷, esta dispone de un microcontrolador Atmega Atmel 386 con 6 entradas ADCs de 12 bits y 16 salidas digitales, de las cuales 6 son salidas PWM. Para el control termodinámico de MODA-LS, se propone el esquema de conexionado que se muestra en la Figura V.8. Como se puede observar, los 10 termómetros digitales utilizan la alimentación de la misma placa y únicamente utilizan una entrada analógica dado que cada uno de ellos dispone de un puerto de identificación único, al que se debe llamar desde el mismo puerto analógico. Resulta necesario disponer una resistencia de 1 k Ω entre la alimentación y la salida de los sensores. Por su parte, el sensor de presión y las células termoeléctricas requieren de alimentación externa. El sensor de presión va conectado a una de las entradas analógicas. Las células termoeléctricas se controlan mediante una de las salidas PWM a través de un transistor MOSFET cada una.

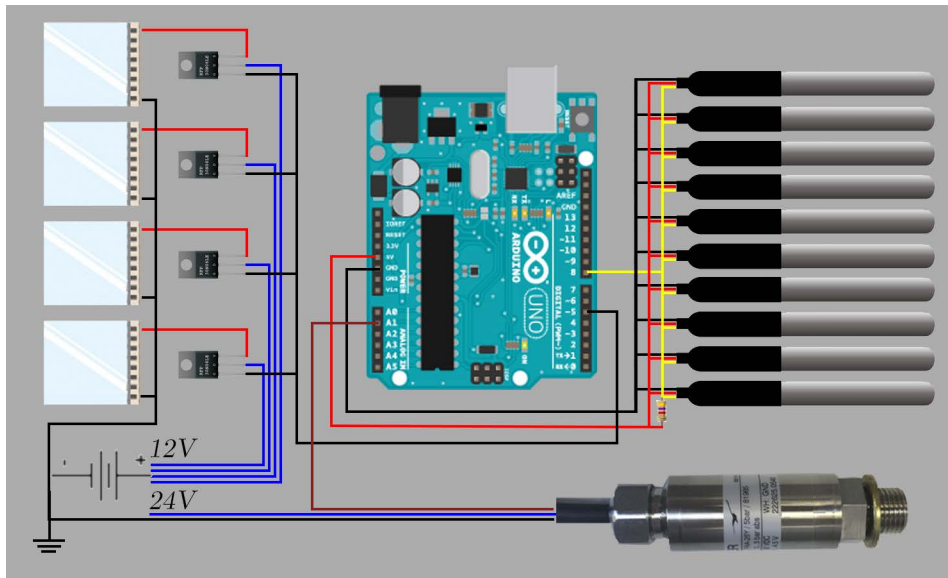


Figura V.8. Esquema del conexionado para el control termodinámico de MODA-LS.

Respecto al software de control, el mismo entorno LabView puede ser utilizado para MODA-LS, aunque también se ha planteado la posibilidad de realizar un entorno con software libre como Qt³⁸ que permite, igualmente, el control termodinámico mediante Arduino, así como de los demás sistemas de control pero utilizando un entorno *open source*.

³⁷ Se presentan aquí los resultados del control mediante la tarjeta Arduino UNO (<https://www.arduino.cc/>), aunque es igualmente aplicable a otras tarjetas comerciales menos conocidas pero que utilicen el mismo microcontrolador.

³⁸ Web: <https://www.qt.io/ui/>

Control óptico. La visualización de los procesos de llenado, vaciado, enfriamiento y calentamiento del BPA, vistos en el *aparato III.8*, se realizó mediante dos cámaras ópticas controladas directamente por puerto USB y encapsuladas convenientemente para ser utilizadas sumergidas en el fluido refrigerante.

- Módulo óptico: la parte activa de las cámaras se compone de un sensor CMOS de ELP Global³⁹ con un objetivo ojo de pez que permite una velocidad de hasta 60 y 120 fps con una resolución de 1024x768 y 640x480 ppp, respectivamente. Van conectadas directamente al PC de control mediante el puerto USB.
- Encapsulado: se trata de una caja de dos piezas diseñada expresamente para el BPA y realizado con material ABS mediante impresión 3D. El encapsulado permite la fijación del módulo óptico así como el paso del cable. Una vez cerrado, se sellan las juntas mediante cianocrilato acrílico y se recubre con varias capas de pintura impermeable.



Figura V.9. Sensor para el control óptico.

En el BPA, para evitar condensaciones por las bajas temperaturas, los sensores ópticos se colocaban en dos laterales de la cámara inferior, empleando una gran parte de su superficie y limitando el área para el pegado de los sensores acústicos. En MODA-LS se decide colocar dos cámaras pegadas con silicona en el interior de dos paredes laterales contiguas del tanque de refrigeración, y una tercera en el fondo. Así, la exterior de la cámara inferior queda completamente libre para la disposición de sensores acústicos y el tanque con el líquido refrigerante, los sensores térmicos y ópticos queda independientes del resto.

³⁹ https://www.amazon.es/ELP-180degree-1080p-Angular-c%C3%A1mara/dp/B017BF5QE6?ie=UTF8&*Version*=1&*entries*=0

Control acústico. En MODA-LS, para explorar distintos rangos frecuenciales de las señales acústicas recibidas, se decide emplear dos tipos de sensores acústicos ubicados todos ellos en la cámara inferior. Tal como se vio en los *apartados III.1.X y III.2.X*, aunque se pueden realizar con éxito discriminaciones de eventos de fondo mediante técnicas de análisis enfocadas en un rango frecuencial entre 10 y 150 kHz, existen los rangos de mucha más baja y mucha más alta frecuencia que aún no se han explorado con estos detectores. Por ello, se propone colocar dos sensores distintos, según el comportamiento acústico que se quiera estudiar, que clasificamos como:

- Sensores volumétricos: son los mismos sensores que se han diseñado, desarrollado y caracterizado en el *apartado III.2.10*, y con los que se han realizado estudios de localización acústica en el *apartado IV.2.3*. Estos servirán para la discriminación de partículas de alfa de mayor energía y la calibración del fluido, así como para la contrastar la localización de la generación de burbujas con las cámaras ópticas. Para ello, será necesario ubicar cuatro sensores, uno en cada pared, de forma similar a la disposición vista en el *apartado IV.2.3*.
- Sensores superficiales: son los transductores estudiados en el *apartado III.2.8* para PICO. Para interferir en lo mínimo el control óptico, estos se situarán en las mismas caras donde se encuentren los sensores volumétricos, dejando al menos dos caras libres frente a dos de las cámaras.

Sensores acústicos volumétricos



Sensores acústicos superficiales

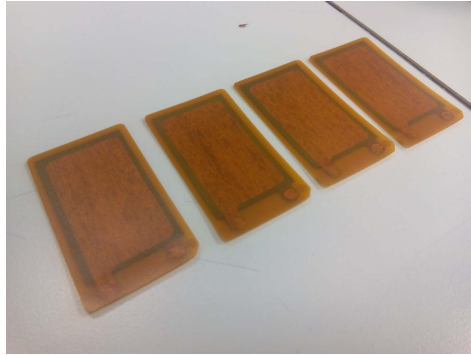


Figura V.10. Sensores para el control acústico.

Dado que para el control de todos estos sensores se necesitan más de cuatro canales (cuatro sensores es el mínimo necesario para reproducir la localización acústica), para una mayor versatilidad en la adquisición acústica, se decide utilizar cuatro tarjetas BitScope micro⁴⁰ de dos canales cada uno, con una frecuencia de muestreo de hasta 20 Ms/s y puede muestrear en 8 y 12 bits de resolución. Cabe destacar que, en los estudios realizados en el BPA, las señales han sido capturadas con 8 bits de resolución, dando lugar a una buena relación señal a ruido para estos estudios. Esta resolución es menor a los 16 bits utilizada en PICO pero, por los resultados obtenidos y por su versatilidad, consideramos suficiente 12 bits para poder analizar las señales y extraer parámetros acústicos que ayuden a discernir y clasificar los eventos.

⁴⁰ <http://www.bitscope.com/product/BS05/>

Cada una de ellas va conectada a un puerto USB del PC de control y están programadas con LabView. Mediante este arreglo de pares de canales o, igualmente, pares de sensores, se plantea implementar el algoritmo de localización acústica, según lo visto en el apartado IV.2.6. La Figura V.11 muestra, a la izquierda, la imagen de uno de los osciloscopios digitales utilizados en MODA-LS y, a la derecha, el esquema de cálculo de la localización acústica mediante estos osciloscopios.

Imagen del osciloscopio

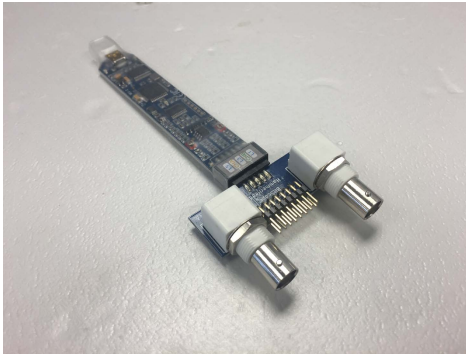


Diagrama para la localización acústica

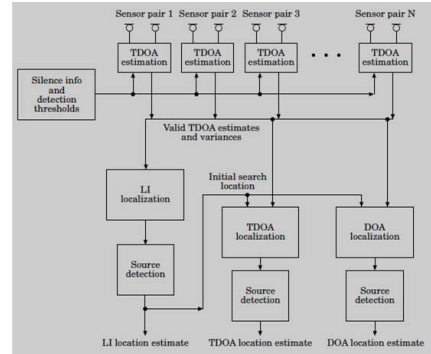


Figura V.11. Osciloscopio utilizado para el control acústico.

El software de adquisición tiene implementado un *trigger* acústico para reducir el uso de memoria del PC de control. Este consiste en dos *buffers* de memoria para cada canal que se llenan de forma sincronizada, de modo que, mediante un procesado de umbral de voltaje a todos los canales, si se ha detectado una señal, se graban en disco el buffer actual y el siguiente, para disponer de un total de 250 ms de señal. Así, aplicando las técnicas de detección vistas anteriormente, se calcula el TDOA entre cada par de sensores, escogiendo uno como referencia y, mediante el algoritmo de localización, se obtiene la posición de la burbuja. Aunque la localización acústica puede ser comparada con la posición obtenida mediante las cámaras ópticas (localización óptica), en aras de enfatizar la utilidad de las tecnologías acústicas en los detectores de partículas, en MODA-LS se centra en el método estudiado en esta Tesis. Queda para posteriores trabajos la implementación y contraste de la localización óptica.

Interfaz MODA-LS. La Figura V.12 muestra el aspecto de la interfaz de MODA-LS que se ha utilizado para el control del fluido en la cámara refrigerante del BPA. El programa consiste, básicamente, en tres pestañas correspondientes a los controles termodinámico, óptico y acústico, y una barra lateral. En la primera pestaña se visualiza, en función del tiempo, la temperatura de los sensores de cada caja por separado, la presión registrada y el punto en el diagrama p-T correspondiente en cada instante. En la segunda pestaña se visualiza las imágenes registradas por las dos cámaras ópticas. En la tercera pestaña aparecen las señales de los cuatro sensores acústicos pegados a la cámara inferior. La barra lateral permite la configuración de los puertos para el control de los sensores y medidas, así el nivel del *trigger* acústico, independiente para cada sensor. Todos los sensores se alimentan con la fuente Radix ECO III⁴¹.

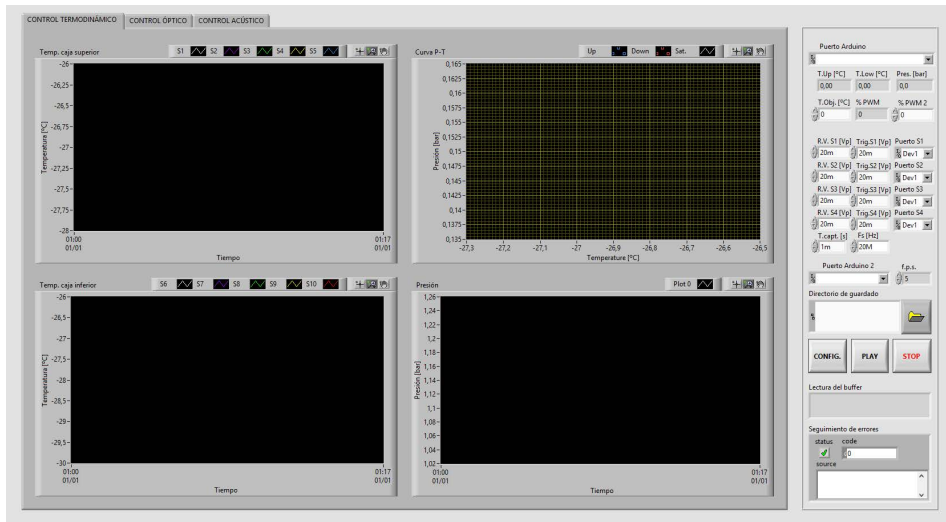


Figura V.12. Captura de la interfaz para MODA-LS.

⁴¹ <http://www.tacens.es/fuentes-de-alimentacion/fuentes/radix-eco-iii-650/>

V.1.4 Presupuesto del detector

Mostramos a continuación el desglose presupuestario material para el desarrollo del detector MODA-LS. La información se agrupa por partidas relacionadas con componentes concretos del detector, y la información de los componentes se puede encontrar en el texto anterior de esta Sección. Los precios son sin IVA.

Ítem	Componente	Uni.	Precio unidad [€]	Precio total [€]
1	Cubos de metacrilato, con tubo de unión y roscados.	1	160,56	160,56
Cámara superior				
2	Sistema refrigeración	1	270,00	270,00
3	Estructura metálica para soporte de sistema de refrigeración	1	50,00	50,00
4	Tanque metálico para fluido refrigerante superior	1	5,00	5,00
5	Fluido anticongelante a base de propilenglicol (5 l).	1	9,50	9,50
Cámara inferior				
6	Tanque de cristal para fluido refrigerante inferior	1	30,00	30,00
7	Fluido refrigerante de agua destilada (20 l)	1	20,00	20,00
8	Panel de aislamiento térmico de poliestireno extruido para tanque inferior	1	3,30	3,30
9	Muelle hidráulico para tanque inferior	1	25,00	25,00
10	Plataforma para muelle hidráulico	1	20,00	20,00
Control del material activo				
11	Fluido C ₂ H ₂ F ₄ – 12 kg.	1	270,00	270,00
12	Contrato 1 año botella C ₂ H ₂ F ₄	1	80,00	80,00
13	Analizador de dos válvulas para C ₂ H ₂ F ₄ con rosca para manguera de alta presión, para baja presión y vaciado.	1	36,96	36,98
14	Juego de tres mangueras de 150 cm con junta de teflón para conexión con cámaras del detector.	1	23,59	23,59
15	Válvula de bola paso recto para llenado del detector.	1	10,80	10,80
Control termodinámico				
16	Células termoeléctricas de efecto Peltier	4	17,51	70,04
17	Sensor de presión	1	276,00	276,00
18	Sensores de temperatura	10	1,8	18,31
19	Silicona térmica	1	8,00	8,00
20	Tarjeta Arduino	1	25,32	25,32
Control óptico				
21	Sensor óptico	2	48,00	96,00
22	Encapsulado para el sensor óptico	2	5,00	10,00
23	Tira de LEDs de 5 m	1	13,00	13,00
24	Perfiles de poliuretano 2 m	1	5,00	5,00
25	Panel difusor 50x50x0,5 cm	1	8,50	8,50
Control acústico				
26	Cerámica piezoeléctricas cilíndricas	4	20	80
27	Encapsulado metálico para sensores acústicos	4	35,00	140,00
28	Cableado para sensores acústicos	4	1,00	4,00
29	Silicona para pegado	1	10,00	10,00

30	Osciloscopio BitScope	2	114,00	228,00
31	Adaptadores	2	33,50	67,00
Control y alimentación				
32	Raspberry pi 3	1	36,30	36,30
33	Fuente de alimentación	1	35,00	35,00
Otros				
34	Gafas de protección de policarbonato	1	2,80	2,80
35	Guantes de protección	1	23,63	23,63
	Pegamento cianocrilato	1	4,75	4,75
TOTAL				2177,38

A partir de la experiencia en el trabajo realizado en el BPA, una vez se dispone de las habilidades necesarias para el montaje, control y caracterización de distintos elementos, contando con todos los componentes del detector, podemos estimar que la construcción y puesta en marcha en una primera fase es de aproximadamente los 6 meses. Con ello, un presupuesto razonable de la mano de obra necesaria para la construcción del detector es de 10.800 €.

No obstante, tal como nos hemos encontrado al trabajar con las Colaboraciones PICO y MOSCAB, así como en el BPA, la estimación del tiempo de puesta en marcha es la que presenta mayor incertidumbre pues es habitual encontrarse con problemas puntuales que impiden el avance del proceso. En este sentido, alcanzar el equilibrio termodinámico en el fluido, así como la presencia de imperfecciones o impurezas en los materiales, son uno de los inconvenientes que pueden surgir en este proceso.

Conclusiones

Conclusiones de la Tesis

Del trabajo realizado en esta Tesis concluimos, por un lado, que se ha unificado el marco de aplicación de las técnicas y tecnologías acústica a la detección de Materia Oscura con detectores basados en fluidos sobrecalentados y, por otro, que se han establecido los criterios para el diseño y construcción de un detector de estas características de tecnología Geyser, MODA-LS, operando con $C_2H_2F_4$, focalizando en aquellos aspectos en relación con la acústica: emisión, transmisión, recepción y análisis de la señal acústica, optimización de la sensibilidad, y la localización de burbujas. El trabajo experimental desarrollado en el Banco de Pruebas Acústico, apoyado y contrastado con los métodos numéricos y modelos analíticos, han aportado conclusiones para su aplicación en los actuales detectores PICO y para los experimentos MODA-LS. Con ello, se considera alcanzado el objetivo principal de esta Tesis.

De forma más pormenorizada, podemos extraer las siguientes conclusiones de cada uno de los Capítulos de esta Tesis:

En el Capítulo I se ha contextualizado el problema de la detección de materia oscura con detectores que operan con líquidos sobrecalentados. En la Sección I.1 se ha puesto de manifiesto la importancia de reducir el fondo en este tipo de detectores, focalizando en los detectores PICO, que operan con C_3F_8 y CF_3I , y obtenido las sensibilidades esperadas del nuevo detector MODA-LS, que opera con $C_2H_2F_4$, cuyo núcleo de H lo hace más sensible a WIMP de baja masa (<10 GeV). En la Sección I.2 se ha estudiado las condiciones termodinámicas para la generación de burbujas en el fluido del detector en estado sobrecalentado, obteniendo los rangos de operación entre 25-45 °C y 1-3 bar para hacer competitivo a un detector tipo MODA-LS para bajas masas. Se muestran los primeros estudios de estabilidad del detector.

En el Capítulo II se han estudiado experimental, analítica y numéricamente la emisión acústica en fluidos sobrecalentados y consiguiente propagación y transmisión, teniendo en cuenta la influencia de los modos de la vasija que contiene el fluido, así como su propio material de fabricación. En la Sección II.1 se ha obtenido una eficiencia acústica de este tipo de detectores, haciendo más patente las bondades del detector MODA-LS. En concreto, en el rango termodinámico previsto se emite una energía acústica del orden de 10^5 keV o superior, alcanzado e incluso superando la emitida en los actuales detectores PICO. En la Sección II.2 se ha visto que la vasija favorece la respuesta acústica del detector a más bajas frecuencias, del orden del kHz, y que la posición de los sensores en la superficie exterior es crítica por el efecto de sombra acústica producido. Se ha validado la integridad y seguridad estructural del prototipo mecánico para MODA-LS.

En el Capítulo III se ha estudiado la caracterización, diseño, construcción y calibración de sensores acústicos piezoeléctricos con las particularidades de su uso en cámaras de burbujas. En la Sección III.1 se ha validado un método de obtención del conjunto completo de coeficientes que caracterizan una cerámica piezoeléctrica, testeándolo con cerámicas comerciales y aplicándolo a cerámicas radiopuras para PICO. Además, mediante técnicas de simulación numérica y modelos analíticos, se ha propuesto un protocolo de optimización de la geometría para el caso de cerámicas circulares, contrastando medidas experimentales. En la Sección III.2 se aborda el diseño y calibración de transductores piezoeléctricos, estudiando el efecto de sus distintas partes

en la respuesta acústica final, tanto libres como pegados a una vasija de calibración, teniendo en cuenta la inclusión de una capa adicional entre la vasija y la cerámica. Se concluye en el diseño de dos transductores acústico con cerámica circular para MODA-LS con una respuesta de unos -205 ± 5 dB @ V/ μ Pa, al estar pegados a la caja de metacrilato, en el rango frecuencia entre 30 y 150 kHz. Se realizan los primeros estudios de utilización de cerámicas superficiales para el restudio de rangos frecuenciales aun inexplorados en los detectores PICO, con sensibilidades de unos -200 ± 3 dB @ V/ μ Pa libres, pero con menor contenido de material piezoeléctrico.

En el Capítulo V se reúnen las conclusiones necesarias de cada uno de los anteriores Capítulos para establecer el diseño y desarrollo del detector geyser MODA-LS. Se han especificado cada una de sus partes termodinámicas, mecánicas, acústicas, ópticas y económicas que hacen, de este, un detector que puede ser competitivo en la búsqueda de materia oscura con fluidos sobrecalentados.

Adicionalmente se consideran alcanzados distintos objetivos secundarios, tales como la familiarización con los métodos de cálculo de eventos esperados y secciones eficaces con detectores de detección directa, así como con detectores de detección indirecta como son los telescopios de neutrinos. Se han desarrollado habilidades en el manejo de herramientas de cálculo y manejo de software de simulación de fenómenos acústicos, vibracionales y piezoeléctricos, así como en la programación y control de sistemas para llevar a cabo las medidas involucradas en los mismos.

Líneas futuras

De cada una de las Secciones podemos establecer unas líneas de trabajo que completarían y reforzarían el realizado en esta Tesis. Algunas de estas líneas serían: en relación con el Capítulo I, utilizar herramientas de cálculo de sensibilidad de los detectores cada vez más precisas y potentes, aplicando métodos Monte Carlo, para tener una mejor estimación de la sensibilidad esperado de un detector como MODA-LS; respecto al Capítulo II, realizar simulaciones numéricas del cambio de fase en el crecimiento de burbujas para reproducir más fielmente la señal acústica esperada; en correspondencia con el Capítulo III, aplicar el protocolo de optimización a nuevos materiales radiopuros para concluir nuevos diseños de baja emisividad; respecto al Capítulo IV, contrastar la bondad de las técnicas de análisis para la discriminación acústica de un mayor número de señales provenientes de eventos de calibración. Otras líneas de trabajo han sido comentadas a lo largo del texto.

Con todo, la idea última de la que surgió el desarrollo de esta Tesis no se completa sin el desarrollo material específico del detector MODA-LS, en condiciones adecuadas de operación y con todos los elementos comentados en su diseño, quedando como objetivo principal en posteriores Tesis y proyectos de investigación.

Además, una vez establecidas las bases de la tecnología acústica desarrollada en este trabajo se está empezando a transferir parte de este conocimiento a la monitorización acústica de haces de partículas para hadronterapia. En este sentido, recientemente han sido aceptadas dos sesiones a congreso y se están preparando las correspondientes publicaciones que verán su luz en septiembre de este año [274] [217].

Anexos

Estudio de fondos solares para
detección directa e indirecta de
materia oscura

A

Estudio del fondo de neutrinos
coherentes solares (CNS) en los
detectores con fluidos
sobrecalentados

A.1 Neutrinos provenientes del Sol	387
Esquema de cálculo.	387
A.2 Eventos esperados de neutrinos coherentes solares	388
Flujo de neutrinos del Sol.	388
Sección eficaz de la dispersión de neutrinos coherentes.	388
Tasa de eventos de fondo.	389
A.3 Eficiencia de la detección	390
Espectro de los retrocesos nucleares.	390
Eficiencia de detección.	391
A.4 Límites del CNS en la detección de DM	392
Límites del CNS para PICO-2L.	392
Fondo del CNS para PICO-2L.	392

A.1 Neutrinos provenientes del Sol

Esquema de cálculo. A medida que las exposiciones de los experimentos directos de detección de materia oscura siguen mejorando, pronto tendrán suficiente sensibilidad para detectar neutrinos de varias fuentes astrofísicas como el Sol, la atmósfera y las supernovas difusas. De hecho, para algunas masas WIMP, tales fondos de neutrinos pueden imitar casi perfectamente una señal WIMP. Aquí se estudia la sección transversal resultante para detectar un evento del SNC en los detectores PICO con C_3F_8 .

La sección eficaz para producir un evento observado que proviene de un fondo, por ejemplo de neutrinos solares coherentes (CNS), interpretado en términos de la interacción WIMP-neutrón (S.I.) se puede obtener, a partir de la ecuación (4) de la Sección I.1, mediante la siguiente expresión:

$$\sigma_{SI}(CNS) = \frac{1}{540} \left(\frac{A}{GeV \cdot c^{-1}} \right) \left(\frac{M_\chi}{1 GeV} \right) \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) \left(\frac{N}{kg^{-1} \cdot d^{-1}} \right) \quad (297)$$

Donde A es la masa molecular del núcleo blanco, M_χ la masa de la partícula de materia oscura interactuante, ε es la eficiencia de detección de materia oscura, que depende de la masa de la misma, y N es el número de eventos medidos o esperados. Para su cálculo se ha seguido el siguiente procedimiento, que se va a desarrollar en los siguientes apartados.

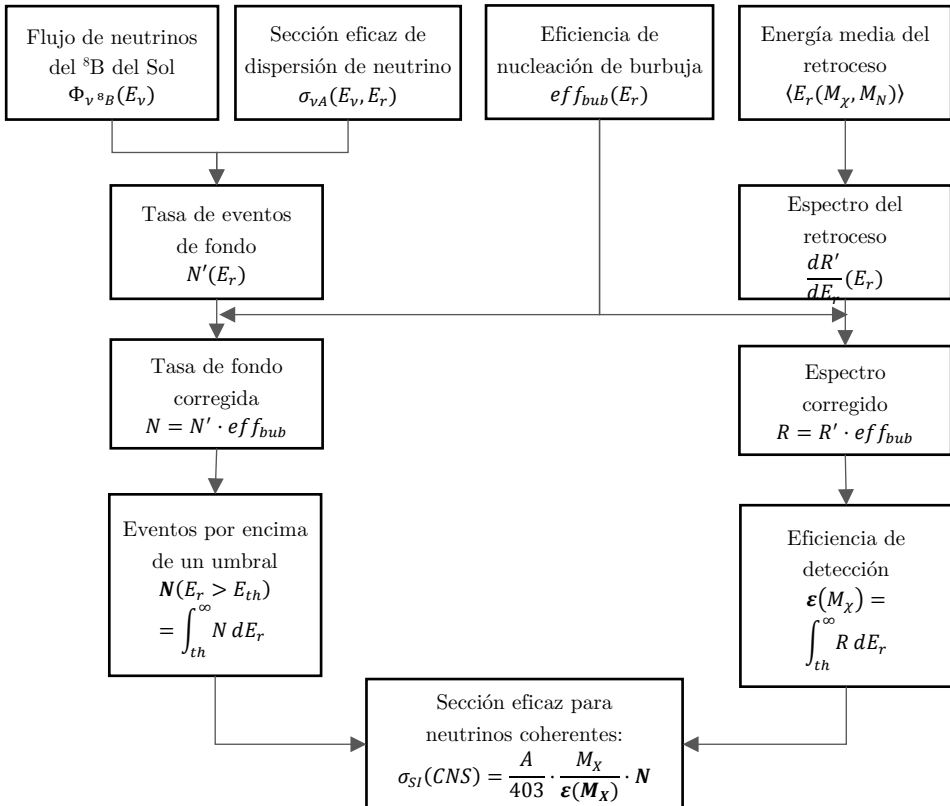


Figura A.1. Esquema para explicar el cálculo de la sección eficaz de CNS.

A.2 Eventos esperados de neutrinos coherentes solares

Flujo de neutrinos del Sol. La Figura A.2 muestra todos los flujos de neutrinos, $\Phi_\nu(E_\nu)$, que producirán fondos relevantes a las búsquedas de detección de materia oscura [119] [275]. Las diferentes fuentes de neutrinos consideradas en este estudio son el Sol, que genera altos flujos de neutrinos de baja energía siguiendo la cadena pp [276] y el posible ciclo CNO [277] [278], las supernovas (DSNB) [279] y la interacción de los rayos cósmicos con la atmósfera [280], que induce bajos flujos de neutrinos de alta energía.

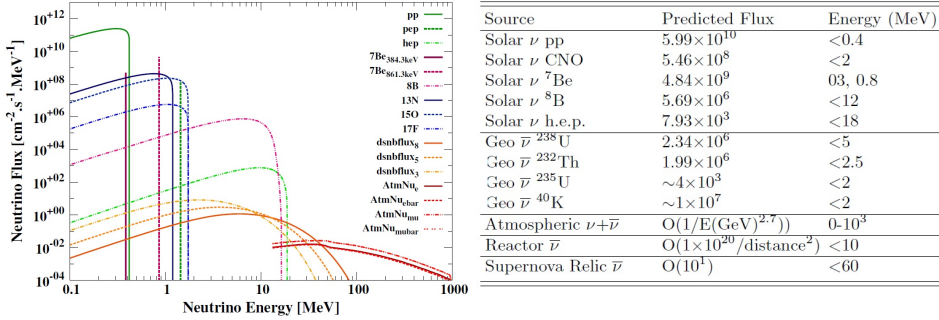


Figura A.2. A la izquierda, flujos de neutrinos relevantes para el fondo de los experimentos de detección directa de materia oscura: solares, atmosféricas y de supernovas difusas. A la derecha, tabla con valores numérico.

Sección eficaz de la dispersión de neutrinos coherentes. Los experimentos de detección directa de materia oscura son potencialmente sensibles a dos tipos de interacciones de neutrinos: dispersión elástica $\nu-e^-$ (donde el neutrino interactúa con los electrones atómicos), con una energía cinética del retroceso electrónico del orden de 100 keV y sección eficaz del orden de 10^{-44} cm^2 ; y dispersión elástica coherente $\nu-A$ (donde el neutrino interactúa con el núcleo blanco), con una energía cinética máxima del retroceso nuclear de unos 10 keV, pero con una sección eficaz mucho mayor del orden de 10^{-39} cm^2 . A pesar de que esta dispersión neutrónica nunca ha sido observada, los detectores están cada vez más alcanzando estas sensibilidades, conformando un límite para las búsquedas de materia oscura.

La sección eficaz de la dispersión de neutrinos coherentes $\nu-A$ se puede obtener, en términos de la energía cinética del retroceso, E_r , como [119]:

$$\frac{d\sigma_{\nu A}(E_\nu, E_r)}{dE_r} = \frac{G_F^2}{4\pi} Q_W^2 m_N \left(1 - \frac{m_N E_r}{2E_\nu^2}\right) F^2(E_r) \quad (298)$$

Donde G_F es la constante de acoplamiento de Fermi, Q_W es la carga débil del núcleo objetivo, m_N es la masa del núcleo objetivo, $F(Q^2)$ es el factor de forma nuclear que describe la distribución de carga débil en el núcleo objetivo, y E_ν es la energía del neutrino.

Tasa de eventos de fondo. Con los flujos de neutrinos y la sección transversal de dispersión coherente $\nu - A$ podemos calcular el número de eventos por tonelada \cdot año de exposición, $N'(E_r)$, en una función de la energía cinética del núcleo en retroceso. La Figura A.3 muestra distintas tasas de eventos de neutrinos esperados (normalizado respecto de la energía del retroceso) de distintas fuentes para un detector basado en ^{12}C (izquierda), y para distintos materiales blanco proveniente del ^8B solar (derecha). Se observa que la mayor tasa de eventos, por encima de 1 keV, proviene del ^8B solar a pesar de que, como se vio en la Figura A.2, el mayor flujo se obtiene para la cadena pp .

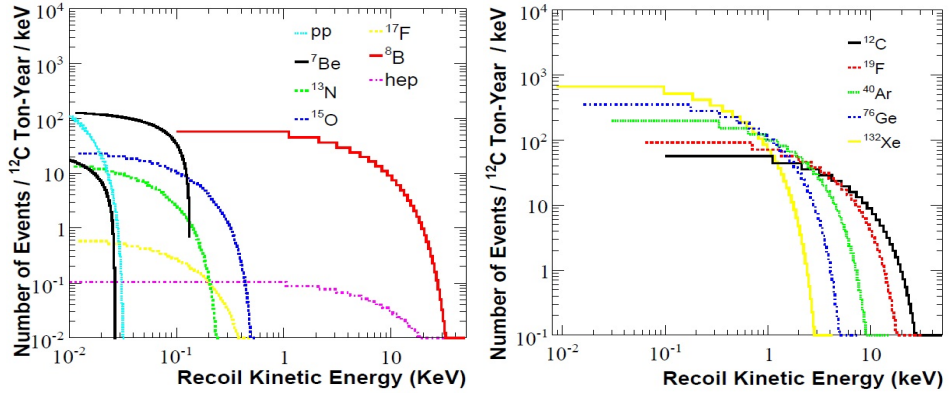


Figura A.3. A la izquierda, tasa de eventos de CNS de distintas fuentes, para un detector de ^{12}C . A la derecha, fondo proveniente del ^8B para distintos materiales objetivo.

En el caso de PICO operando con C_3F_8 , estas tasas deben corregirse teniendo en cuenta la eficiencia de nucleación, $eff_{bub}(E_r)$, obtenida para cada núcleo, tal como se muestra en el apartado I.2.7. Con ello, se puede obtener el número total de eventos individual y para la molécula de C_3F_8 , para distintos umbrales, tal como se muestra en la Figura A.4.

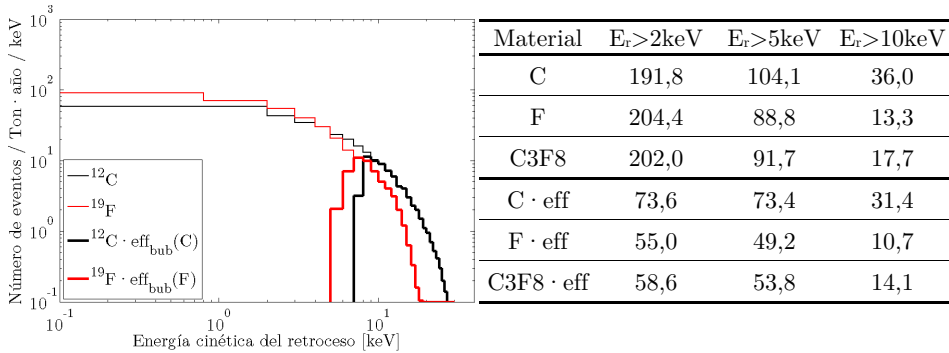


Figura A.4. A la izquierda, número total de eventos corregidos por eficiencia de nucleación para el ^{12}C y ^{19}F . A la derecha, valores numéricos para tres umbrales.

Con los valores de la última fila de esta figura podemos establecer el número de eventos esperados, N , de fondo de CNS, necesario para obtener el σ_{CNS} . El siguiente paso es obtener la eficiencia de la detección, tal como veremos a continuación.

A.3 Eficiencia de la detección

Espectro de los retrocesos nucleares. La tasa de eventos, R , esperados en un detector terrestre puede obtenerse de forma simplificada a partir de la siguiente expresión [281] [107], tal como se ha visto en el apartado I.1.4:

$$\frac{dR}{dE_r} = \frac{R_0}{E_0\mu} e^{-\left(\frac{E_r}{E_0\mu}\right)} \quad (299)$$

donde E_r es la energía de retroceso del núcleo, E_0 es la energía cinética incidente más probable o media de una partícula de materia oscura de masa m_χ , R_0 es la tasa total de eventos, y μ es el factor cinemático dado por $\mu = 4m_\chi m_N / (m_\chi + m_N)^2$, siendo m_N la masa del núcleo del material activo.

La Figura A.5 muestra, para los dos núcleos del C_3F_8 , la tasa de eventos resultante de aplicar la ecuación (3), considerando dos masas de materia oscura distintas, tanto sin y con corrección por la eficiencia de nucleación.

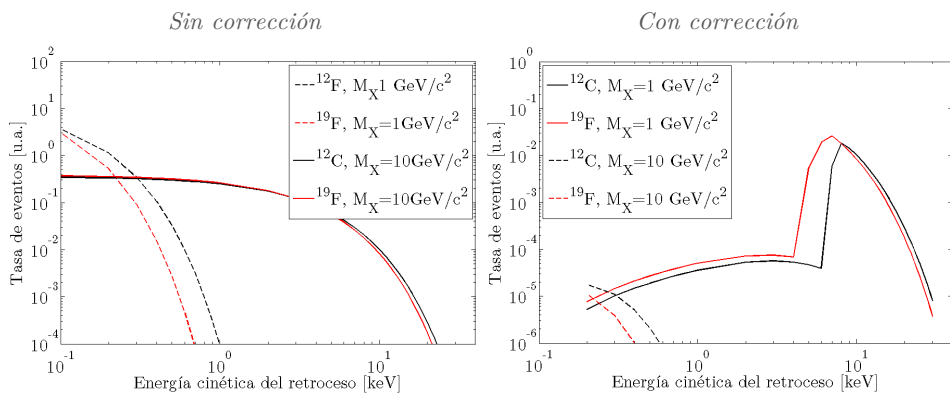


Figura A.5. Espectro de los retrocesos nucleares esperados o tasa de eventos R para los dos núcleos del C_3F_8 .

Eficiencia de detección. A partir del espectro de los retrocesos nucleares corregidos por la eficiencia de nucleación, podemos obtener la eficiencia de detección, ε , para cada masa de partícula de materia oscura, sobre un umbral de detección determinado en la energía del retroceso.

La siguiente Figura A.6 muestra dicha eficiencia en función de la masa de materia oscura, para dos umbrales energéticos distintos. Se observa que, con las correcciones realizadas, el aumento de las eficiencias es más notable a partir de masas similares a la masa del núcleo objetivo ($^{19}\text{F} = 19 \text{ uma} = 17.7 \text{ GeV}/c^2$, $^{12}\text{C} = 12 \text{ uma} = 11.2 \text{ GeV}/c^2$) debido al factor cinemático.

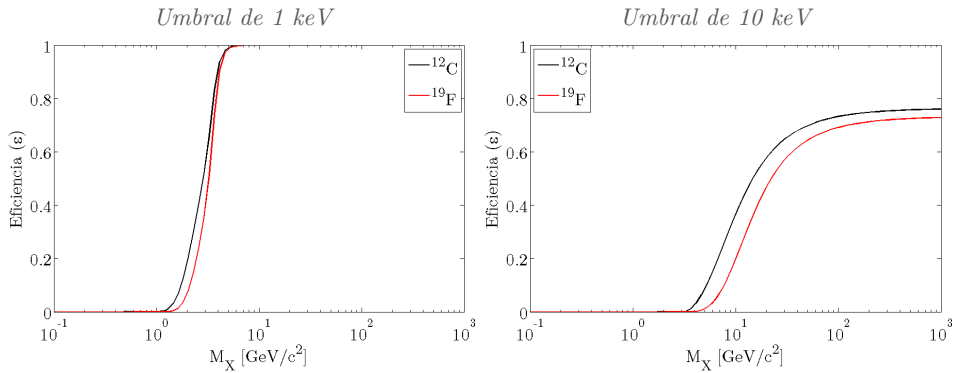


Figura A.6. Espectro de los retrocesos nucleares esperados o tasa de eventos R para los dos núcleos del C_3F_8 .

A.4 Límites del CNS en la detección de DM

Límites del CNS para PICO-2L. A partir de los resultados mostrados aplicados a la ecuación (297) obtenemos los límites del CNS para producir un evento en una tonelada de detector. La Figura A.7 muestra las curvas obtenidas para un detector genérico con C_3F_8 (con una eficiencia del 100%) y para PICO-2L (corrigiendo por la eficiencia de nucleación de cada nucleón).

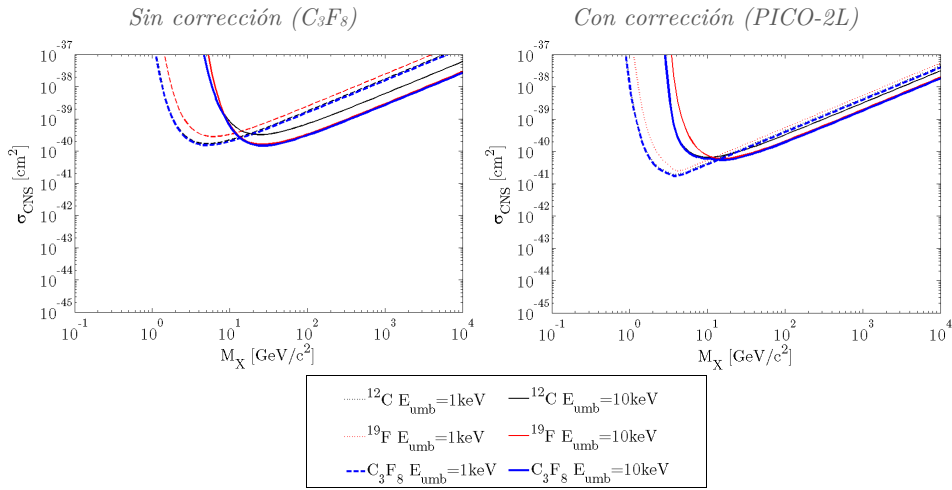


Figura A.7. Límites del CNS para PICO-2L.

Fondo del CNS para PICO-2L. Para convertir el σ_{SI} en una sección eficaz comparable con las interacciones SD WIMP-protón, σ_{SD} , podemos utilizar la siguiente conversión:

$$\sigma_{SD} = \frac{3 \mu_p^2}{4 \mu_N^2} \frac{J}{J+1} \frac{1}{S} \sigma_{SI} \quad (300)$$

Donde μ_N y μ_p son la masa reducida del WIMP-núcleo y WIMP-protón, respectivamente, J es el momento angular total del núcleo, y S es el espín total. Para el núcleo blanco ^{19}F , la relación numérica es $\sigma_{SD} = 0.003 \sigma_{SI}$. En el caso del C_3F_8 , esta relación se debe modificar con el factor adicional $N_F \cdot A_F / A_{C_3F_8}$, donde $N_F = 8$, $A_F = 18,99u$ y $A_{C_3F_8} = 188,02u$.

La Figura A.8 muestra los resultados para distintas cantidades de C_3F_8 (con un umbral energético de 3.3 keV). Los resultados se comparan con los últimos límites obtenidos por los detectores PICO.

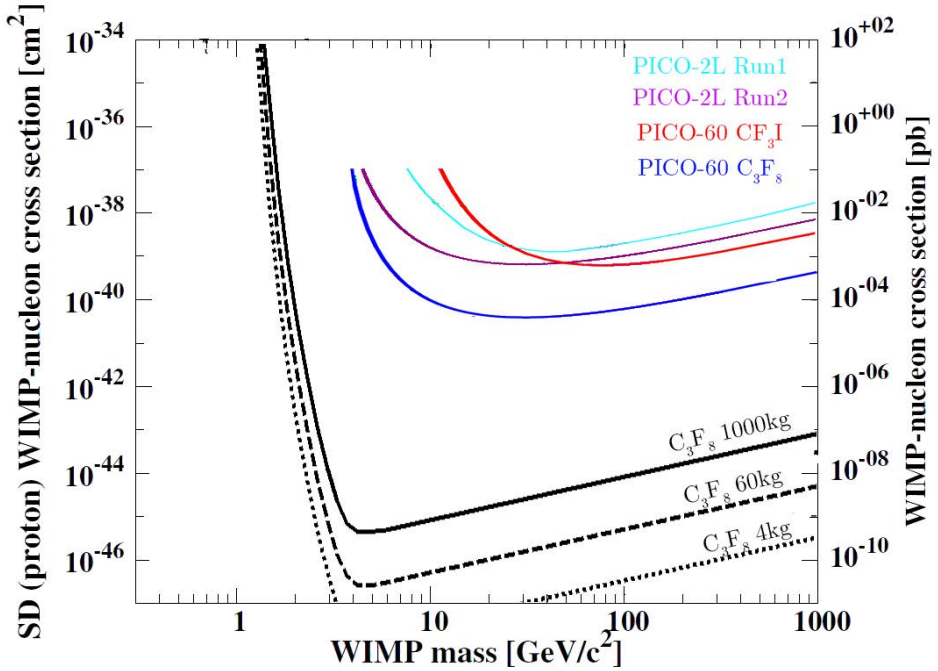


Figura A.8. Límites de interacción WIMP-protón SD para el fondo provenientes de CNS, teniendo en cuenta tres cantidades de material objetivo C_3F_8 .

Se observa que, para el caso de PICO-60 con C_3F_8 , con un valor mínimo en la sección eficaz de 10^{-40} cm^2 , se está cinco órdenes de magnitud por encima del fondo esperado de CNS. No obstante, esta diferencia disminuirá significativamente en la siguiente familia de detectores PICO, pudiendo ser uno de los primeros en alcanzar y comprobar la detección de dicho fondo.

B

Estudio del fondo de neutrinos de
la atmósfera solar en telescopios
de neutrinos

B.1 Detección indirecta de materia oscura en telescopios de neutrinos submarinos	397
Astronomía de neutrinos.	397
Telescopios de neutrinos.	398
ANTARES.	399
IceCube.	400
Búsqueda de materia oscura proveniente del Sol.	401
B.2 Espectro de neutrinos provenientes del Sol	402
Producción de neutrinos de alta energía en el Sol.	402
Perfil de densidad del Sol.	403
Espectro de neutrinos solares.	404
B.3 Método de análisis	405
Cálculo de la sensibilidad al flujo	405
Cálculo del límite al flujo.	405
B.4 Aplicación a ANTARES	406
Datos.	406
Sensibilidad al flujo.	406
Límite al flujo.	406
Fondo de neutrinos solares.	407
B.5 Aplicación a IceCube	79
Datos.	409
Sensibilidad al flujo.	410
Límite al flujo.	410

B.1 Detección indirecta de materia oscura en telescopios de neutrinos submarinos

Astronomía de neutrinos. Los neutrinos son partículas elementales que pertenecen al grupo de los leptones dentro del modelo estándar de física de partículas. Se trata de partículas eléctricamente neutras, de baja masa ($<2 \text{ eV}/c^2$), que se pueden encontrar en los tres mismos sabores que presentan los leptones cargados: electrónico ν_e , muónico ν_μ y tauónico ν_τ ; asociados al decaimiento radioactivo de un nucleón (desintegración beta de cambio de sabor), interactuando únicamente mediante fuerza nuclear débil. Entonces, cuando se generan en colisiones de alta energía, estos recorren distancias típicamente cosmológicas sin ser prácticamente afectados por la materia circundante, desde su origen.

La forma habitual de observar y estudiar el Universo ha sido mediante luz (primero) y rayos cósmicos (después), pero es difícil establecer el origen de estas partículas debido a las interacciones que sufren a lo largo de su camino a la Tierra. La naturaleza débilmente interactuante de los neutrinos ha dado lugar a la aparición de la llamada *astronomía de neutrinos*, una nueva técnica de observar el Universo que puede conducir al descubrimiento de objetos astronómicos hasta ahora desconocidos. En efecto, para las fuentes de alta energía conocidas tales como núcleos galácticos activos, fuentes de rayos gamma, microcuásares, y restos de supernovas, los neutrinos pueden distinguir inequívocamente entre los mecanismos de aceleración hadrónicos y electrónicos, localizando los sitios de aceleración con mayor precisión que los detectores de rayos cósmicos. Así, la capacidad de los neutrinos para salir de fuentes densas puede dar lugar al descubrimiento de nuevos lugares de aceleración. Esta característica ofrece una señal exclusiva para la búsqueda indirecta de materia oscura basada en la detección de productos de alta energía a partir de aniquilación de partículas de materia oscura que podrían haberse acumulado en núcleos de objetos densos como el Sol, la Tierra y el centro de la Galaxia [282].

Mediante los neutrinos se complementa la información pudiendo así entender mejor el origen y los procesos de los distintos elementos del Universo.

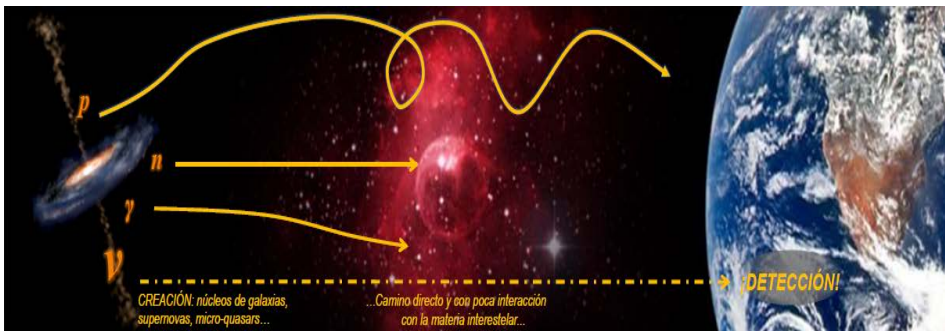


Figura B.1. Esquema de las trayectorias de las distintas partículas desde una fuente lejana.

Telescopios de neutrinos. Existen varias técnicas para detectar neutrinos de alta energía pero, para el rango energético de interés entre 10^{11} y 10^{16} eV, el método más explotado es la detección con grandes volúmenes de material denso (como agua o hielo) mediante fotomultiplicadores sensibles a la radiación de luz Cherenkov. La *radiación Cherenkov* se produce siempre que las partículas cargadas como los electrones o los muones, atraviesan un determinado medio viajando a una velocidad más rápida que la de la luz en ese medio. Un leptón cargado producido con suficiente energía y moviéndose a través de este medio detector se desplaza más rápido que la velocidad de la luz en el medio, generando una onda de choque óptica visible, que es radiación Cherenkov. Como los neutrinos pueden interactuar con núcleos atómicos para producir leptones cargados que emiten radiación Cherenkov, este patrón óptico se puede utilizar para inferir la dirección, energía y, a veces, la información sobre los neutrinos incidentes. Esta es la técnica utilizada por los *telescopios de neutrinos*.

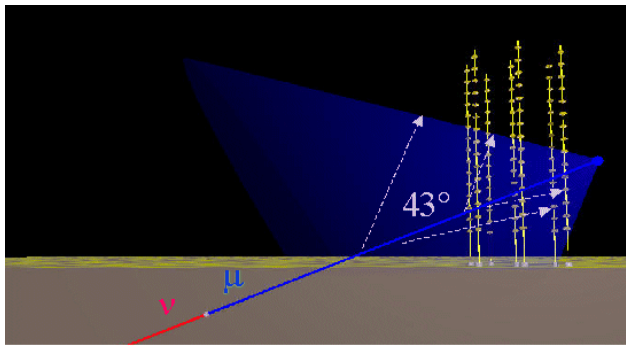


Figura B.2. Esquema de la detección con detector de radiación Cherenkov.

Por tanto, los elementos principales de un telescopio de neutrinos son los sensores ópticos que, comúnmente, son tubos fotomultiplicadores (PMT) alojados en el interior de esferas de vidrio resistente a la presión, denominadas módulos ópticos (OM), que captan la luz y la transforman en una señal eléctrica adquirible. Los tiempos de llegada de la luz para distintos sensores ópticos distribuidos en una matriz tridimensional se utilizan para reconstruir la trayectoria del muon detectado y, en consecuencia, la del neutrino pues, en energías suficientemente elevadas, son colineales, tal como puede verse en la Figura B.2. La exactitud de reconstrucción de la traza del muon depende de conocer la posición de los sensores ópticos en cualquier momento, de modo que la resolución angular del detector viene determinada, además, por la calibración temporal y de posicionamiento del mismo.

A continuación vamos a comentar algunas particularidades de los dos telescopios de neutrinos con los que se ha trabajado en el estudio de los fondos para la detección de materia oscura: Antares y IceCube; que operan en grandes cantidades de volumen de agua y hielo, respectivamente. Como comparativa inicial, comentamos que los telescopios submarinos presentan ventajas respecto a los que trabajan en hielo debido a las mejores propiedades ópticas del medio, pero existen serios retos tecnológicos para desplegar y operar un detector en las profundidades del mar.

ANTARES. La colaboración ANTARES⁴² ha construido un telescopio de neutrinos ubicado en una fosa submarina en la costa de Toulon (Francia) fruto de una colaboración Europea que involucra a 8 países, 33 institutos de investigación y más de 150 investigadores e ingenieros. Actualmente es el telescopio de neutrinos más grandes situado en el hemisferio norte y el primero funcionando en el fondo del mar [282].

Está situado a 40 km de la costa de Toulon (Francia) sumergido a 2500 m de profundidad. Consta de 12 líneas de detección de 450 m de altura. Cada una de ellas está formada por hasta 25 pisos con 3 sensores ópticos que captan la luz de Cherenkov. Además, se dispone de instrumentación para la calibración del telescopio y de una estación oceanográfica para la monitorización del fondo marino, monitorización acústica, estudios de biología marina y sismología.

Está situada en el Mar Mediterráneo a una profundidad de 2475 m, en coordenadas (42° 48' N, 6° 10' E), 40 km al sur de Toulon (Francia). Consiste en una matriz de 885 Módulos Ópticos (OMs) distribuidos a lo largo de 12 líneas de 350 m de altura y una separación entre líneas de 60 a 75 m. Un OM consiste en un tubo fotomultiplicador de 10" (PMT) contenido dentro de una esfera de vidrio de 17". Los OMs se agrupan en tríos y se sitúan hacia abajo en un ángulo de 45° para optimizar la detección de neutrinos ascendentes. Hay 25 pisos con 3 OMs en cada línea, con una distancia de unos 15 m entre los pisos. Las líneas se mantienen verticales con una boya en su parte superior. Se terminó de construir en mayo de 2008, con las primeras líneas funcionando a partir de 2006, con lo que ha estado más de 10 años tomando datos [5].

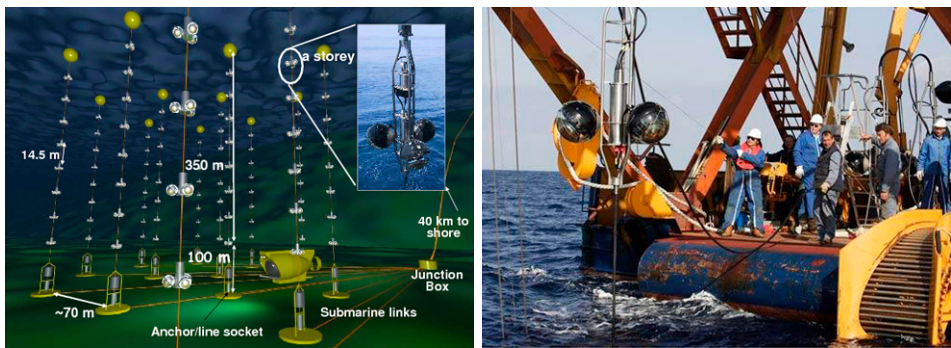


Figura B.3. A la izquierda, esquema del detector ANARES. A la derecha, fotografía del proceso de instalación de una de las líneas del telescopio. (<http://antares.in2p3.fr/>)

El objetivo principal de ANTARES es la observación de objetos astrofísicos como los Núcleos Galácticos Activos (AGN), Rayos Gamma (GRBs), Microcuasares o Remanentes de Supernova, y otros estudios están relacionados con la detección indirecta de Materia Oscura. Por otro lado, el monitoreo continuo de estos sensores en tiempo real es una herramienta poderosa para los estudios ambientales, y para aportar algo de luz en la comprensión de diferentes problemas multidisciplinarios como la dinámica de los océanos, el cambio climático, etc.

⁴² Acrónimo del inglés: Astronomy with a Neutrino Telescope and Abyss environmental REsearch.

IceCube. La colaboración IceCube ha construido un telescopio de neutrinos sumergido en hielo en la estación Amundsen-Scott del Polo Sur, en el que colaboran 12 países, 48 instituciones y aproximadamente 300 científicos. En el año 2011 finalizó su construcción con 86 líneas, siendo el primer detector que alcanza el tamaño del kilómetro cúbico que se prevé que sea necesario para detectar flujos cósmicos de neutrinos [283].

IceCube consta de un total de 5160 OMs desplegados en el hielo antártico a profundidades de entre 1450 m a 2450 m de la superficie [284]. Cada OM consta de una esfera de presión que contiene electrónica, LED de calibración y una PMT de 10" dirigida hacia abajo. Los OM se configuran en una matriz hexagonal de 86 cables verticales descendientes de la superficie, con 60 OMs por cadena. La distancia horizontal media es de 125 m entre cuerdas, y el espaciamiento vertical promedio es de 17 m entre OMs. Una sub-matriz de ocho líneas (Deep Core) también está presente en el núcleo del detector. Estas líneas tienen una separación más pequeña para mejorar la sensibilidad para las energías más bajas. La construcción del detector comenzó en 2005 y en 2011 finalizó la disposición de 86 líneas. En lo que sigue, el análisis presentado en esta Tesis se basa en datos de tres años del detector parcialmente completado, cuando se desplegaron 79 cadenas (existen estudios con 9, 22, 40 y 59 cadenas del detector) [285] [286].

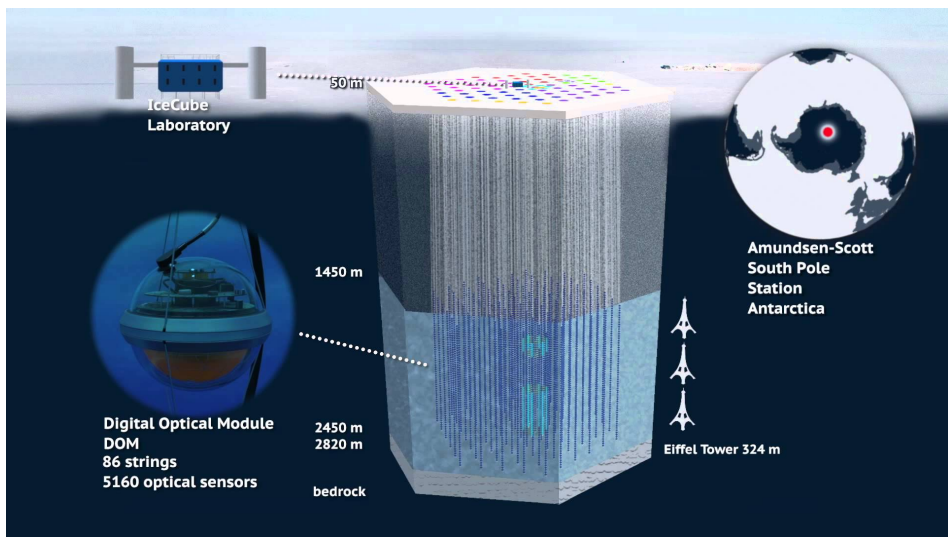


Figura B.4. Esquema del detector IceCube. (<https://icecube.wisc.edu/>)

A pesar de que el volumen de la instrumentación de ANTARES es significativamente más pequeño que el de IceCube, su ubicación geográfica proporciona una visión del cielo del hemisferio sur con un fondo significativamente reducido para energías de neutrinos por debajo de los 100 TeV y, por lo tanto, una mejor sensibilidad a muchas fuentes galácticas de neutrinos en esta parte del cielo.

La complementariedad de los detectores con respecto a las fuentes del cielo del Sur, debido a su diferente ubicación geográfica, tamaño y fondo de muones atmosféricos, permite una ganancia de sensibilidad al combinar los análisis de datos de ambos experimentos en una búsqueda conjunta de fuentes puntuales [44].

Búsqueda de materia oscura proveniente del Sol. Como se ha comentado en la *Sección 1.1*, hay una fuerte evidencia cosmológica y astrofísica de la existencia de materia oscura en el Universo. En el marco del paradigma de Partículas Masivas que Interaccionaba Débilmente (WIMPs), la parte bariónica visible de una galaxia está situada en un halo de materia oscura. En el escenario más común, los WIMPs pueden dispersarse elásticamente con la materia y quedar atrapados en objetos astrofísicos masivos como el Sol [287]. Allí, las partículas de materia oscura se auto-aniquilan, alcanzando el equilibrio entre las tasas de captura y aniquilación sobre la edad del Sistema Solar. Este escenario supone que los productos de aniquilación de materia oscura son partículas del Modelo Estándar, que interactúan en el interior del Sol y son absorbidos en gran medida [288]. Sin embargo, durante este proceso pueden producirse neutrinos (y antineutrinos) de alta energía que pueden escapar y ser observados por detectores de neutrinos, como IceCube o Antares. En el contexto de los telescopios de neutrinos, la siguiente Figura B.5 muestra los límites de aniquilación de WIMP en el Sol para Antares [5], Super-Kamiokande [289] e IceCube [290] .

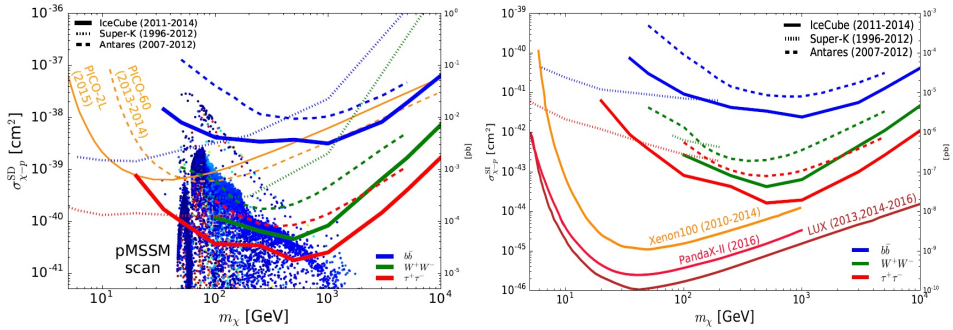


Figura B.5. Límites de detección de WIMP para distintos telescopios de neutrinos, en comparación con algunas técnicas de detección directa.

Así, los telescopios de neutrinos están siendo herramientas eficientes para la búsqueda indirecta de materia oscura, especialmente utilizando el Sol como fuente por su buena capacidad para capturar materia oscura y ya que no esperamos neutrinos de alta energía de ella. Sin embargo, esta última declaración debe tomarse con precaución porque los neutrinos de alta energía pueden provenir de interacciones de partículas cósmicas en la atmósfera del Sol. En este trabajo se describe un análisis del telescopio de neutrinos ANTARES y IceCube optimizado para la observación de neutrinos procedentes de la atmósfera del Sol debido a interacciones de partículas cósmicas. Centrándonos en el rango de energía entre 10 GeV y 10 TeV, y usando los datos de entre 2007 y 2012 para Antares y entre 2010 y 2011 para IceCube, la sensibilidad obtenida es de aproximadamente $10^{10} \text{ km}^{-2} \cdot \text{año}^{-1}$, mientras que el flujo esperado está entre uno y dos órdenes de magnitudes más bajo, más cercano en el caso de IceCube. A partir de esto, podremos concluir que las actuales búsquedas de materia oscura en el Sol pueden despreciar el efecto de los neutrinos de alta energía pero, podrían desempeñar un papel relevante en futuros detectores con mejor sensibilidad al flujo de neutrinos flujo en este rango energético [291].

B.2 Espectro de neutrinos provenientes del Sol

Producción de neutrinos de alta energía en el Sol. Así como los rayos cósmicos que inciden en la atmósfera de la Tierra producen cascadas de hadrones que producen neutrinos atmosféricos [292], los rayos cósmicos que interactúan en la atmósfera solar también producen un flujo de neutrinos de alta energía [293] [294]. Los primeros estudios concluyeron que este flujo de neutrinos es pequeño y, por tanto, era poco probable que fuera útil para el estudio detallado de, por ejemplo, oscilaciones de neutrinos. Sin embargo, a medida que la precisión de los telescopios de neutrinos mejora y se recogen muestras estadísticas cada vez más grandes, este flujo está asumiendo una nueva importancia como fondo limitante para las búsquedas indirectas de aniquilación de WIMPs en el Sol.

La producción de neutrinos en las cascadas solares es diferente de su producción en las terrestres por las siguientes razones:

- La región de la atmósfera solar donde la mayoría de la producción está localizada es significativamente menos densa y más extendida que su contraparte terrestre. Esto permite longitudes de decaimiento más largas de los hadrones de alta energía antes de que sean absorbidos a través de interacciones inelásticas, reduciendo la supresión del flujo de neutrinos de alta energía observado en la atmósfera terrestre.
- El núcleo solar es muy grande y denso con respecto al de la Tierra, por lo que más neutrinos de alta energía se pierden al propagarse a través de ella.
- Las longitudes de trayectoria en la atmósfera solar son lo suficientemente largas (miles de kilómetros) para que los muones de alta energía se desintegren y produzcan una contribución considerable al flujo de neutrinos atmosféricos solares, mientras que en las cascadas terrestres se detendrían abruptamente en la corteza terrestre.

Los *neutrinos atmosféricos solares* han sido estudiados en el pasado mejorando la aproximación al problema. Inicialmente, no se incluyeron oscilaciones de neutrinos [295] [296], siendo incluidos parcialmente por primera vez por Ingelman & Thunman [293] y más tarde, a partir de estos flujos de producción en la atmósfera, se estimó el efecto de las oscilaciones [294] [297]. Recientemente se han publicado una serie de artículos que vuelven a abordar este tema con mayor precisión, incluyendo los primeros estudios de los efectos de los neutrinos atmosféricos solares en las búsqueda de materia oscura [298] [299] [300]. En estos casos se ha calculado numéricamente el proceso completo de interacción de los rayos cósmicos en el Sol, teniendo en cuenta las oscilaciones, hasta establecer un flujo de neutrinos y leptones inducidos por estos neutrinos en un telescopio de neutrinos en la Tierra. Para ello se han utilizado nuevos modelos de rayos cósmicos, modelos de interacción hadrónicos en la atmósfera solar, modelos de densidad solar mejorados y una mejor simulación de la interacción de neutrinos y de las oscilaciones en el Sol así como en el camino hasta un detector en la Tierra. En todos los casos, para calcular el flujo de neutrinos atmosféricos solares se requiere un modelo de la densidad atmosférica solar, que se presenta a continuación.

Perfil de densidad del Sol. En los últimos años se han realizado mejoras significativas en el modelado de la atmósfera solar. Ingelman y Thunman [293] utilizan un modelo semi-empírico 1D para la densidad solar a partir de los datos de [301] para la atmósfera (actualizado en [302]) y de [303] para las capas más profundas del Sol, que puede parametrizarse mediante la siguiente expresión:

$$\rho(h) = \rho_0 e^{-h/h_0} \quad (301)$$

Donde $h > 0$ y $h < 0$ son las localizaciones por encima y por debajo del radio solar R_\odot , respectivamente⁴³. Los parámetros ρ_0 y h_0 pueden obtenerse de la siguiente Tabla B.1.

h [km]	ρ_0 [g/cm ³]	h_0 [km]
$h > 0$	$3.68 \cdot 10^{-7}$	115
$-2000 < h < 0$	$3.68 \cdot 10^{-7}$	622
$h < -2000$	$45.3 \cdot 10^{-7}$	2835

Tabla B.1. Parámetros que definen el perfil de la densidad solar.

Los perfiles más actuales [298] [299] parten de este modelo 1D y lo complementan con requerimientos adicionales y otros modelos que exceden de los intereses de esta Tesis aunque, en una primera aproximación, el modelo anterior se aproxima bastante a estos últimos. En la Figura B.6 mostramos un esquema de cómo las partículas viajan a través del Sol, así como el perfil de su densidad. Los rayos cósmicos entrantes interactúan con el Sol creando partículas secundarias que se desintegran e interactúan creando neutrinos. Se observa que, en función del ángulo de impacto respecto del eje que une el Sol y la Tierra, la longitud de interacción varía, siendo mayor para ángulos más pequeños.

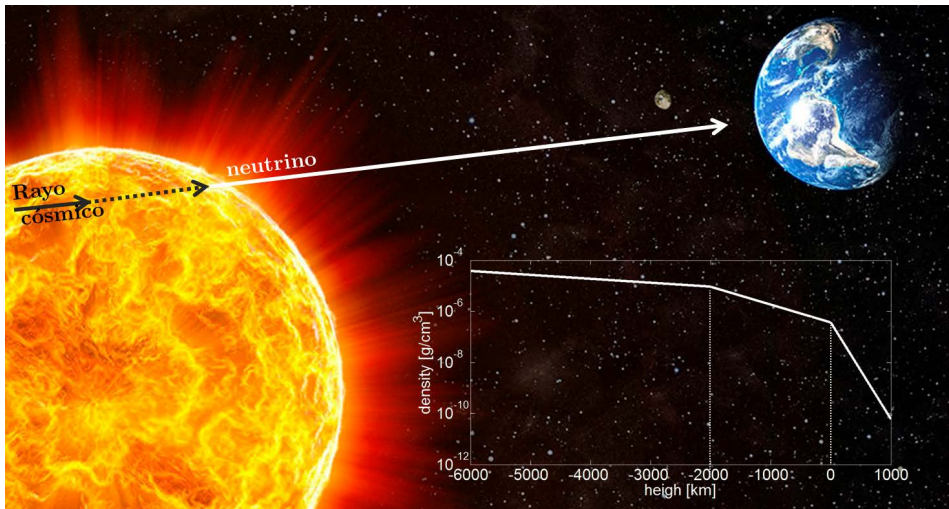


Figura B.6. Esquema de producción de neutrinos de la atmósfera solar y perfil de densidad del Sol.

⁴³ Aunque no existe una bien definida superficie solar, resulta conveniente distinguir distintas regiones a partir de la distancia $R_\odot = 6,96 \cdot 10^5$ km.

Espectro de neutrinos solares. En la Figura B.7 mostramos una primera aproximación del flujo de neutrinos atmosféricos solares esperado en la Tierra sin tener en cuenta las oscilaciones (izquierda) y teniéndolas en consideración (derecha) [294]. Por comparación, mostramos el flujo de neutrinos provenientes de la atmósfera terrestre.

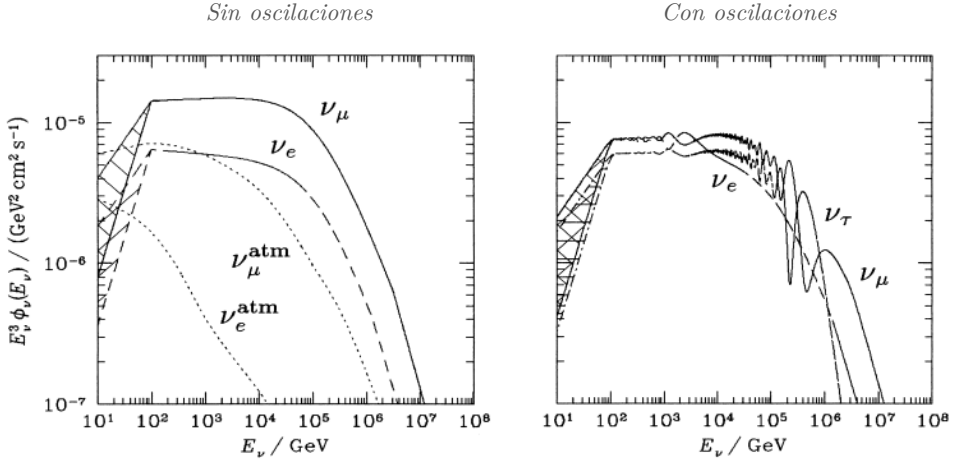


Figura B.7. Comparación de flujos de neutrinos atmosféricos solares esperado en la Tierra, sin y con oscilación, para las tres familias de neutrinos. [294]

De los estudios más recientes [298] [299] [300] extraemos los flujos (Figura B.8) de cada uno de los sabores de neutrinos y antineutrino de la atmósfera solar que llegan a la tierra (línea sólida), en comparación con los producidos en la atmósfera solar (discontinuo). Las bandas sombreadas muestran la región de incertidumbre en todos los modelos.

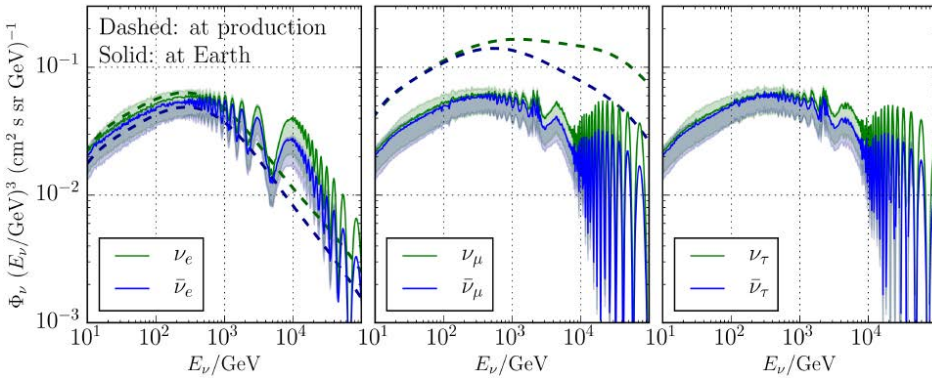


Figura B.8. Flujos de los tres sabores de neutrinos y antineutrinos atmosféricos solares esperados en la Tierra. [298]

Podemos inferir que, para el rango energético de interés (10 GeV - 10 TeV) el flujo esperado es aproximadamente constante en $7 \cdot 10^{-6} \cdot (E/\text{GeV})^{-3}$, que equivale a un flujo total de $2,7 \cdot 10^{10} \text{ km}^{-2} \cdot \text{año}^{-1}$.

B.3 Método de análisis

Para colocar los límites más restrictivos a un modelo de señal teórico, la estrategia a seguir para elegir los cortes adecuados se basa en dos pasos:

- 1º. A partir de un flujo de partículas conocido por un modelo físico de una fuente (por ejemplo, el Sol) y de la sensibilidad teórica de los telescopios (expresada a través de la sección eficaz) podemos obtener la sensibilidad a dicho flujo a partir de un modelo de rechazo. Para ello, se buscan los cortes paramétricos que minimizan dicho flujo.
- 2º. Con los valores obtenidos en el primer paso, se busca el flujo observado por el telescopio aplicando dichos cortes y, con él, se establece el límite al flujo correspondiente.

Cálculo de la sensibilidad al flujo. Aunque no podemos conocer el límite superior real que resultará de un experimento hasta ver los datos, podemos usar las predicciones de Monte Carlo para calcular el límite superior promedio (o *sensibilidad* de Feldman-Cousins [304]) que se observaría después de una hipotética repetición del experimento con un fondo n_b esperado y sin señal verdadera ($n_s = 0$). Este límite superior promedio, $\bar{\mu}_{90}$, es la suma de los límites superiores esperados, $\mu_{90}(n_{obs}, n_b)$, ponderados por su probabilidad de ocurrencia de Poisson, es decir:

$$\bar{\mu}_{90}(n_b) = \sum_{n_{obs}}^{\infty} \mu_{90}(n_{obs}, n_b) \frac{(n_b)^{n_{obs}}}{(n_{obs})!} e^{-n_b} \quad (302)$$

Sobre un conjunto de experimentos idénticos, la restricción más fuerte en el flujo esperado de la señal Φ corresponde al conjunto de cortes que minimiza el *factor de rechazo del modelo*⁴⁴ y, por lo tanto, minimiza el límite superior de flujo medio que se obtendría sobre el conjunto experimental hipotético. A efectos de cálculo con los telescopios de neutrinos, utilizaremos la siguiente expresión [305]:

$$\bar{S}(n_b) = \Phi \frac{\bar{\mu}_{90}}{n_s} = \frac{\bar{\mu}_{90}}{A_{Eff} \cdot T} \quad (303)$$

Donde A_{Eff} es el área efectiva media en el rango energético en cuestión tanto para neutrinos como antineutrinos y T es el tiempo de vida del detector.

Cálculo del límite al flujo. Cuando un experimento falla en la detección de un flujo esperado, podemos establecer un límite superior para dicho flujo. Entonces, el intervalo con un 90 % de confianza es función del número de eventos observados, n_{obs} , y del fondo esperado, n_b : $\mu_{90}(n_{obs}, n_b)$. Entonces, el límite superior correspondiente del flujo de la fuente es [305]:

$$L(n_{obs}, n_b) = \Phi \frac{\mu_{90}(n_{obs}, n_b)}{n_s} = \frac{\mu_{90}(n_{obs}, n_b)}{A_{Eff} \cdot T} \quad (304)$$

⁴⁴ Traducción del inglés: Model rejection factor, definido como $\bar{\mu}_{90}/n_s$.

B.4 Aplicación a ANTARES

Datos. En el análisis realizado con Antares se utilizan la información de área efectiva y fondo para el análisis entre 2008 y 2012, en función de la distancia angular del Sol ($0^\circ < \Psi < 20^\circ$) y de parámetros de calidad de la traza ($0 < \chi^2 < 2$ ó $-7 < \Lambda < 0$, según la configuración utilizada). La siguiente Figura B.9 muestra el A_{eff} media para todo el tiempo de estudio y configuraciones (izquierda) y el correspondiente $\bar{\mu}_{90}$, en función de ambos parámetros.

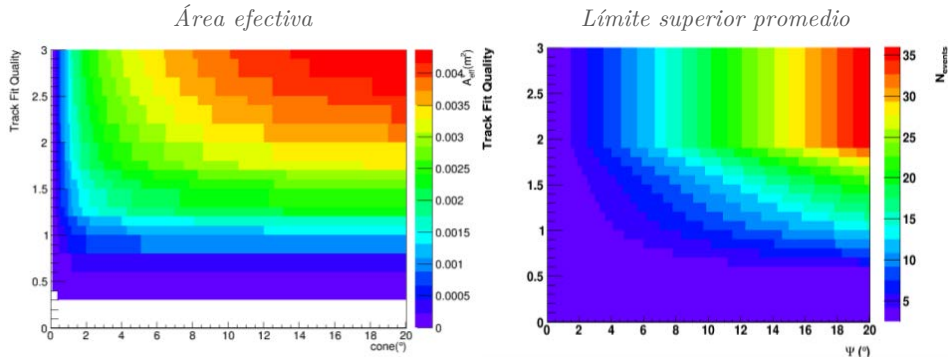


Figura B.9. Área efectiva (izquierda) y límite superior promedio del flujo con un nivel de confianza del 90% (derecha) para Antares.

Sensibilidad al flujo. Con la información anterior del telescopio, obtenemos la siguiente Tabla B.2 que muestra los resultados de la minimización del límite superior al flujo medio, así como del error del flujo. Para todos los casos observados, se observa que, el valor más bajo está dos órdenes de magnitud por encima del flujo de neutrinos esperados.

Estrategia	Tipo	Minimización		\bar{S} [$\text{km}^2 \cdot \text{año}^{-1}$] $\cdot 10^{12}$
		Λ ó χ^2	Ψ [°]	
BBfit	Varias líneas	1,4	2,1	3,9
	Única línea	0,7	8,2	344,23
AAfit	Varias líneas	-5,2	1,4	13,62

Tabla B.2. Resultados de la minimización de la sensibilidad al flujo para Antares.

Límite al flujo. A partir de los datos experimentales de señales registradas por Antares durante el periodo de tiempo en estudio, se obtienen los valores de minimización de la sensibilidad al flujo que se muestran en la siguiente Tabla B.3.

Estrategia	Tipo	Parámetros		$A_{eff} \cdot T$ [$\text{m}^2 \cdot \text{d}$]	Eventos		L [$\text{km}^2 \cdot \text{año}^{-1}$] $\cdot 10^{12}$
		Λ ó χ^2	Ψ [°]		n_{obs}	n_b	
BBfit	Varias líneas	1,4	2,1	$3,4 \cdot 10^{-4}$	1	1,8	3,5

Tabla B.3. Resultados del límite al flujo para Antares.

En todos los casos, tanto en la minimización al flujo como en la sensibilidad se observa que los valores están dos órdenes por encima del flujo de neutrinos esperado.

Fondo de neutrinos solares. A partir del flujo de neutrinos solares que llegan a la Tierra, podemos establecer el valor del fondo que dicho flujo establece en distintas búsquedas de materia oscura. Este estudio se ha realizado para la búsqueda de Materia Oscura que da lugar a partículas mediadoras antes de su aniquilación en partículas del Modelo Estándar (SDM)⁴⁵, provenientes del Sol. Estudios previos en los que se ha trabajado han mostrado que el caso particular en el que las partículas de Materia Oscura se aniquilan en mediadores metaestables que decae en un par neutrino-antineutrino [306] [45] [54], ofrece una mejora en la señal detectable por los telescopios de neutrinos de alta energía. Por ello, aquí hemos reinterpretado el flujo de neutrinos de la atmósfera solar, entre 10 GeV y 10 TeV, en términos del flujo previamente obtenido para la detección de SDM. Una aproximación a este problema consiste en ponderar el flujo de neutrinos original ϕ_{ASv} con las áreas efectivas del telescopio para SDM y neutrinos solares, como:

$$\phi_{\nu} = \phi_{ASv} \frac{A_{Eff,ASv}}{A_{Eff,SDM}} \quad (305)$$

Para realizar este cálculo, por una parte, de la optimización de la selección de eventos para las búsquedas de SDM en ANTARES [45], hemos obtenido la mejor sensibilidad para flujos de neutrinos (utilizando el método descrito del MRF [305]), así como las áreas efectivas $A_{Eff,SDM}$. Con estas sensibilidades óptimas obtenemos los cortes de angulares y del factor calidad. Por otro lado, de los estudios realizados en este Anexo, extraemos las áreas efectivas $A_{Eff,ASv}$ para dichos cortes de búsqueda de SDM.

En el caso comentado en el que la partícula mediadora decae directamente en neutrinos, la señal de neutrino mejora respecto de los demás escenarios, por lo que es el que primero puede alcanzar dicho fondo. Esto ocurre cuando la vida del mediador es tan larga de modo que la absorción de neutrinos en el Sol es despreciable, pero no tanto para que el mediador decaiga antes de llegar a la Tierra. Entonces, la relación entre la tasa de aniquilación Γ y ϕ_{ν} es:

$$\Gamma = \frac{4\pi D^2 \phi_{\nu}}{\frac{4}{3}(1 - e^{-D/L})} \quad (306)$$

Donde D es la distancia entre el Sol y la Tierra, y L es la longitud de decaimiento de la partícula mediadora, $L = \gamma c \tau$, siendo τ la vida del mediador, c la velocidad de la luz en el vacío, y γ el factor relativista. Los límites para la sección eficaz DM-protón se ha obtenido asumiendo que hay un equilibrio de la cantidad de DM en el Sol, así como con las mismas aproximaciones que podemos encontrar en [45] [307].

La Figura B.11 [291] muestra el fondo de para búsqueda de SDM en el caso en el que la partícula mediadora decae directamente en neutrinos, para una longitud de decaimiento de $2.8 \cdot 10^7$ km. Únicamente consideramos la sección eficaz dependiente del spin pues los experimentos de detección directa son más eficientes testeando las secciones eficaces independientes del spin. Se observa que el fondo de ANTARES se encuentra más de dos órdenes de magnitud por debajo del límite actual.

⁴⁵ Del inglés, Secluded Dark Matter.

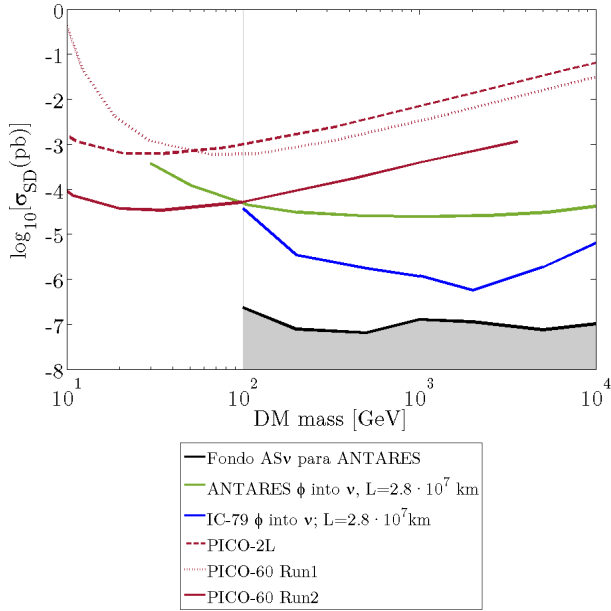


Figura B.10. Fondo para búsquedas de SDM con ANTARES, en el caso en el que la partícula mediadora decae directamente en neutrinos, debido a los neutrinos provenientes de la atmósfera solar. Comparación con los límites de ANTARES y IceCube-79, así como con los de detección directa de los experimentos PICO.

A pesar de que se observe que el límites del telescopio IceCube [54] está más cerca del fondo, debe tenerse la precaución de que dicho fondo depende del detector en cuestión, y los resultados obtenidos aquí son para ANTARES. En el siguiente apartado mostraremos un cálculo algo más pormenorizado para IceCube-79 que muestra que, efectivamente, este detector está, actualmente, más cerca de dicho fondo.

B.5 Aplicación a IceCube 79

Datos. En el análisis realizado con IceCube-79⁴⁶ se utilizan la información de área efectiva combinada para neutrino y antineutrino para tres épocas entre junio de 2010 y mayor de 2011 (317 días en total), así como los eventos totales y de fondo correspondientes. La siguiente Figura B.11 muestra estas A_{eff} (izquierda) y ambos tipos de eventos en función del ángulo respecto del centro del Sol (derecha).

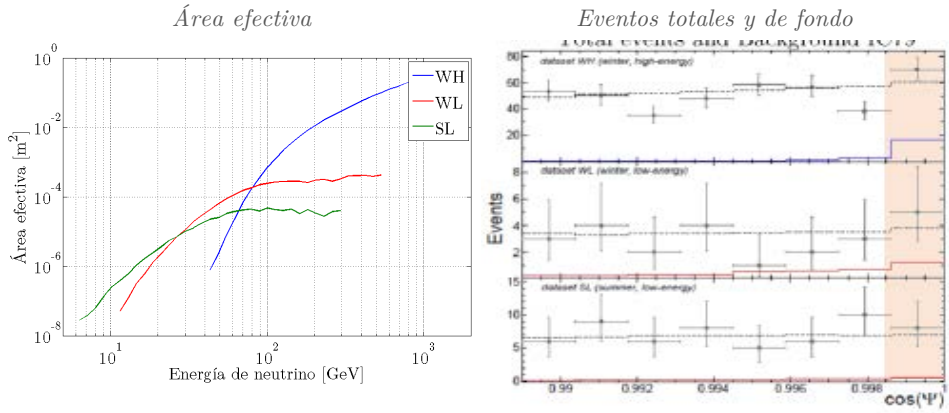


Figura B.11. Área efectiva (izquierda) y eventos totales y de fondo (derecha) para IC79.

La dependencia de los eventos respecto de los parámetros a optimizar (ángulo respecto al centro solar, Ψ , y número de DOMs iluminados, N_{chan}) se muestra en las siguiente Figura B.12 en forma de funciones de densidad de probabilidad (fdp) normalizadas.

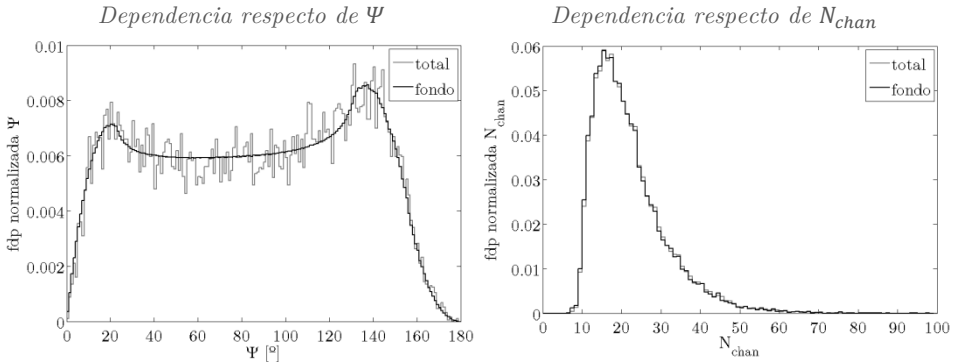


Figura B.12. Dependencia de los eventos de fondo y totales respecto de Ψ (izquierda) y de N_{chan} (izquierda) para IC79.

⁴⁶ Los datos analizados se han extraído de la información pública de la colaboración IC: http://icecube.wisc.edu/science/data/IC79_solarWIMP_data_release.

Sensibilidad al flujo. Dado que en los estudios realizados no se ha obtenido una mejora significativa con respecto al corte del parámetro N_{chan} , en la siguiente Tabla B.4 mostramos los resultados de la minimización con respecto a Ψ . Para ello, se han utilizado los datos en los 136 días que corresponden al periodo WH, con una mayor área efectiva, considerando distintos rangos energéticos (entre 43 y 1574 GeV). Vemos que, en prácticamente todos los casos, la minimización ofrecer resultados que están un orden de magnitud por encima del flujo esperado.

E_{min} [GeV]	E_{max} [GeV]	Flujo [ev/(km ² · año)] · 10 ⁸	Minimización Ψ [°]	\bar{S} [ev/(km ² · año)] · 10 ⁸
43	1574	6,3	1,1	64,3
43	1000	6,3	1,1	81,6
43	500	6,3	1,2	141,6
100	1574	1,2	1,2	15,7
500	1574	0,04	1,2	1,9
1000	1574	0,01	1,1	1,2

Tabla B.4. Resultados de la minimización de la sensibilidad al flujo para IC79.

Límite al flujo. A partir de los datos experimentales de señales registradas por IC79 durante el periodo de tiempo en estudio, se obtienen los valores de límite al flujo que se muestran en la siguiente Tabla B.5. Como era de esperar, estos valores están un orden de magnitud por encima del flujo esperado.

E_{min} [GeV]	E_{max} [GeV]	Flujo [ev/(km ² · año)] · 10 ⁸	Parámetro Ψ [°]	$A_{eff} \cdot T$ [m ² · d]	Eventos n_t n_b		L [ev/(km ² · año)] · 10 ⁸
43	1574	6,3	1,1	0,3364	10	8,3	89,7

Tabla B.5. Resultados de sensibilidad al flujo para IC79.

Con todo, vemos que el flujo de neutrinos de la atmósfera solar es un fondo irreducible para la detección de neutrinos provenientes de aniquilación de materia oscura en el Sol, que puede ser una seria limitación en la siguiente generación de telescopios de neutrinos que alcancen el kilómetro cúbico de capacidad.

Bibliografía

- [1] G. Askaryan, *Atomnaya Energiya*, vol. 3, p. 152, 1957.
- [2] B. Berson y R. Hofstadter, *Phys Rev Lett.*, vol. 23 (V4), p. 184, 1969.
- [3] V. Volovik y et al., *Sov. JETP Lett.*, vol. 13, p. 390, 1971.
- [4] A. Roberts, «The birth of high-energy neutrino astronomy: A personal history of the DUMAND project,» *Reviews of Moderns Physics*, vol. 64, p. 259, 1992.
- [5] S. Adrián-Martínez y et al., «Limits on dark matter annihilation in the sun using the ANTARES neutrino telescope,» *Physics Letters B*, vol. 759, pp. 69-74, 2016.
- [6] S. Adrián-Martínez y et al., «The prototype detection unit of the KM3NeT detector,» *The European Physical Journal C*, vol. 76, p. 54, 2016.
- [7] M. Aartsen y et al., «The IceCube Neutrino Observatory: instrumentation and online systems,» *Journal of Instrumentation*, vol. 12, p. P03012, 2017.
- [8] R. Nahnhuauer, «Acoustic particle detection – From early ideas to future benefits,» *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A*, vol. 662, n° 1, pp. S20-S23, 2012.
- [9] «7th International Conference on Acoustic and Radio EeV Neutrino Detection Activities (ARENA 2016),» de *Proceedings of a meeting held 7-10 June 2016, Groningen, The Netherlands.*, 2017.
- [10] «EPJ Web of Conferences,» de *7th International Conference on Acoustic and Radio EeV Neutrino Detection Activities (ARENA 2016)*, Groningen, The Netherlands, 2017.
- [11] V. Zacek, «Search for dark matter with moderately superheated liquids,» *Il Nuovo Cimento A*, vol. 107, n° 2, pp. 291-298, 1994.
- [12] L. Hamel y et al., «A superheated droplet detector for dark matter search,» *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A*, vol. 388, n° 1-2, pp. 91-99, 1997.
- [13] N. Boukhira y et al., «Suitability of Superheated Droplet Detectors for Dark Matter Search,» *Astroparticle Physics*, vol. 14, pp. 227-337, 2000.
- [14] T. Girard y et al., «SIMPLE dark matter search results,» *Physics Letters B*, vol. 621, n° 3-4, pp. 233-238, 2005.
- [15] E. Behnke y et al., «Improved Limits on Spin-Dependent WIMP-Proton Interactions from a Two Liter CF3I Bubble Chamber,» *Physical Review Letters*, vol. 106, n° 021303, pp. 1-4, 2011.
- [16] M. Felizardo y et al., «The SIMPLE Phase II dark matter search,» *Physical Review D*, vol. 89, p. 072013, 2014.
- [17] C. Amole y et al., «Dark Matter Search Results from the PICO-2L C3F8 Bubble Chamber,» *Physical Review Letters*, vol. 114, 2015.
- [18] C. Amole y et al., «Dark matter search results from the PICO-60 CF3I bubble chamber,» *Physical Review D*, vol. 93, p. 050214, 2016.

- [19] C. Amole y et al., «Improved dark matter search results from PICO-2L Run 2,» *Physical Review D*, vol. 93, p. 061101(R), 2016.
- [20] C. Amole y et al., «Dark Matter Search Results from the PICO-60 C3F8 Bubble Chamber,» *arXiv:1702.07666*, 2017.
- [21] R. Bertoni y et al., «A new technique for direct investigation of dark matter,» *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A*, vol. 744, pp. 61-68, 2014.
- [22] M. Felizardo y et al., «Improved acoustic instrumentation of the SIMPLE detector,» *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, vol. 585, pp. 61-68, 2008.
- [23] W. Jonathan, «Robust Acoustic Transducers for Bubble Chambers,» de *APS April Meeting*, Indiana Univeristy, 2015.
- [24] M. Mark, Dark Matter Limits From a 15 kg Windowless Bubble Chamber, Department of physics. The Univesity of Chicago. Illinois., 2011.
- [25] G. Caria, Optical and Acoustical Studies of the Proposed PICO-250L Dark Matter Detector, Department of Physics, Engineering Physics and Astronomy. Queen's University., 2014.
- [26] M. Felizardo, Advanced Instrumentation for Superheated Liquid Detectors in Dark Matter Searches, Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa, 2013.
- [27] E. Behnke, Development of a High Bandwidth Preamplifier and Associated Components for the PICASSO Dark Matter Detector, Department of Physics. Indiana University., 2004.
- [28] P. Mitra, Development of a prototype for a low dead time dark matter detector using superheated liquid, Department of Physics. University of Alberta, 2013.
- [29] S. Adrián-Martínez y et al., «A versatile compact array calibrator for UHE neutrino acoustic detection,» *AIP Conference Proceedings*, vol. 1535, p. 190, 2013.
- [30] M. Saldaña y et al., «New design of an acoustic array calibrator for underwater neutrino telescopes,» de *2nd International Electronic Conference on Sensors and Applications (ECSA)*, 2015.
- [31] M. Saldaña y et al., «Ultrasonic Transmitter for Positioning of the Large Underwater Neutrino Telescope KM3NeT,» *Physics Procedia*, vol. 63, pp. 195-200, 2015.
- [32] M. Ardid y et al., «A compact array calibrator to study the feasibility of acoustic neutrino detection,» *EPJ Web of Conferences. Very Large Volume Neutrino Telescope (VLVnT-2015)*, vol. 116, nº 03001, 2016.
- [33] M. Saldaña y et al., «Transducer Development and Characterization for Underwater Acoustic Neutrino Detection Calibration,» *Sensors*, vol. 16, nº 1210, 2016.
- [34] S. Adrián-Martínez y et al., «A search for time dependent neutrino emission from

- microquasars with the ANTARES telescope,» *Journal of High Energy Astrophysics*, Vols. %1 de %23-4, pp. 9-17, 2014.
- [35] S. Adrián-Martínez y et al., «Searches for Point-like and extended neutrino sources close to the Galactic Centre using the ANTARES neutrino Telescope,» *The astrophysical Journal Letters*, vol. 786, n° 1, 2014.
- [36] S. Adrián-Martínez y et al., «Searches for clustering in the time integrated skymap of the ANTARES neutrino telescope,» *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2014, 2014.
- [37] S. Adrián-Martínez y et al., «Constraining the neutrino emission of gravitationally lensed Flat-Spectrum Radio Quasars with ANTARES data,» *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2014, p. 017, 2014.
- [38] S. Adrián-Martínez y et al., «ANTARES constrains a blazar origin of two IceCube PeV neutrino events,» *Astronomy and Astrophysics*, vol. 576, n° 8, 2015.
- [39] S. Adrián-Martínez y et al., «Search of Dark Matter Annihilation in the Galactic Centre using the ANTARES Neutrino Telescope,» *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2015, 2015.
- [40] S. Adrián-Martínez y et al., «Search for muon-neutrino emission from GeV and TeV gamma-ray flaring blazars using five years of data of the ANTARES telescope,» *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2015, 2015.
- [41] S. Adrián-Martínez y et al., «Time calibration with atmospheric muon tracks in the ANTARES neutrino telescope,» *Astroparticle Physics*, vol. 78, pp. 43-51, 2016.
- [42] S. Adrián-Martínez y et al., «Optical and X-ray early follow-up of ANTARES neutrino alerts,» *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2016, 2016.
- [43] A. a. I. Collaborations, «First combined search for neutrino point-sources in the Southern Sky with the ANTARES and IceCube neutrino telescopes,» de *34th International Cosmic Ray Conference (ICRC 2015)*, The Hague, The Netherlands, 2015.
- [44] S. Adrián-Martínez y et al., «First combined search for neutrino point-sources in the southern hemisphere with the Antares and IceCube neutrino telescopes.,» *The Astrophysical Journal*, vol. 823, n° 1, 2016.
- [45] S. Adrián-Martínez y et al., «A search for Secluded Dark Matter in the Sun with the ANTARES neutrino telescope,» *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2016, n° 5, 2016.
- [46] S. Adrián-Martínez y et al., «Constraints on the neutrino emission from the Galactic Ridge with the ANTARES telescope,» *Physics Letters B*, vol. 760, pp. 143-148, 2016.
- [47] Antares, IceCube, LIGO and Virgo Collaboration, «High-energy Neutrino follow-up search of Gravitational Wave Event GW150914 with ANTARES and IceCube,» *Physical Review D*, vol. 93, p. 122010, 2016.
- [48] S. Croft y et al., «Murchison Widefield Array Limits on Radio Emission from

- ANTARES Neutrino Events,» *The astrophysical journal letters*, vol. 820, n° 2, 2016.
- [49] S. Adrián-Martínez y et al., «High-energy Neutrino follow-up search of Gravitational Wave Event GW150914 with ANTARES and IceCube,» *Physical Review D*, vol. 93, p. 122010, 2016.
- [50] S. Adrián-Martínez y et al., «Stacked search for time shifted high energy neutrinos from gamma ray bursts with the \ANTARES neutrino telescope,» *The European Physical Journal C*, vol. 77, n° 20, 2017.
- [51] A. Albert y et al., «Results from the search for dark matter in the Milky Way with 9 years of data of the ANTARES neutrino telescope,» *Physics Letters B*, vol. 769, pp. 249-254, 2017.
- [52] A. Albert y et al., «Search for Dark Matter Annihilation in the Earth using the ANTARES Neutrino Telescope,» *Physics of the Dark Universe*, vol. 16, pp. 41-48, 2017.
- [53] A. Albert y e. al., «Search for high-energy neutrinos from bright GRBs with ANTARES,» *EPJ Web Conf. RICAP16, 6th Roma International Conference on Astroparticle Physics*, vol. 136, n° 04004, 2017.
- [54] M. Ardid y et al., «Constraining Secluded Dark Matter models with the public data from the 79-string IceCube search for dark matter in the Sun,» *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2017, 2017.
- [55] A. Albert y et al., «Search for relativistic magnetic monopoles with five years of the ANTARES detector data,» *arXiv:1703.00424*, 2017.
- [56] A. Albert y et al., «An algorithm for the reconstruction of high-energy neutrino-induced particle showers and its application to the ANTARES neutrino telescope,» *arXiv:1703.02432*, 2017.
- [57] A. Albert y et al., «Model-independent search for neutrino sources with the ANTARES neutrino telescope,» *arXiv:1703.04351*, 2017.
- [58] A. Albert y et al., «Time-dependent search for neutrino emission from X-ray binaries with the ANTARES telescope,» *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 2017, 2017.
- [59] M. André y et al., «Sperm whale long-range echolocation sounds revealed by ANTARES, a deep-sea neutrino telescope,» *Scientific Reports*, vol. 7, n° 45517, 2017.
- [60] A. Albert y et al., «New Constraints on all flavour Galactic diffuse neutrino emission with the ANTARES telescope,» *arXiv:1705.00497*, 2017.
- [61] M. Bou-Cabo, I. Felis y M. Ardid, «Acoustic Studies for Alpha Background Rejection in Dark Matter Bubble Chamber Detectors,» *AIP Conference Proceedings*, vol. 1549, p. 142, 2013.
- [62] S. Adrián-Martínez y et al., «Acoustic signal detection through the cross-correlation method in experiments with different signal to noise ratio and reverberation

- conditions,» *Lecture Notes in Computer Science*, 2015.
- [63] I. Felis y et al., «R&D studies for the development of acoustic sensors for dark matter bubble chamber detectors,» de *2nd International Electronic Conference on Sensors and Applications (ECSA)*, 2015.
- [64] M. Ardid y et al., «MOSAB: Direct dark matter search using the geyser technique,» *Nuclear and Particle Physics Proceedings*, Vols. %1 de %2273-275, pp. 2354-2356, 2016.
- [65] I. Felis, J. Martínez-Mora y M. Ardid, «Acoustic sensor design for dark matter bubble chamber detectors,» *Sensors*, vol. 16(6), nº 860, 2016.
- [66] I. Felis y et al., «Multilayer design of acoustic sensors for dark matter bubble chamber detectors,» *European symposium on virtual acoustics and ambisonics. Tecniacustica.*, 2015.
- [67] C. Amole y et al., «PICASSO, COUPP and PICO - search for dark matter with bubble chambers,» *EPJ Web of Conferences. 3rd International Conference on New Frontiers in Physics*, vol. 95, nº 8, 2015.
- [68] J. Ferrer, Caracterización de sensores piezoeléctricos y capas de adaptación (matching layer) para detectores de partículas tipo PICO, Universitat Politècnica de València. EPSG. Gandia: TFM, 2015.
- [69] J. Otero, Caracterización y simulación de cerámicas piezoeléctricas, Universitat Politècnica de València. EPSG. Gandia: TFM, 2015.
- [70] P. Gómez, Estudio de la calibración de sensores acústicos por el método de reciprocidad para diferentes geometrías. Aplicación a la evolución temporal de la sensibilidad de los hidrófonos en instalaciones in situ., Universitat Politècnica de València. EPSG. Gandia: TFG, 2016.
- [71] M. Campo, Simulación y diseño de un sensor acústico piezoeléctrico para detección de partículas, Universitat Politècnica de València. EPSG. Gandia.: TFM, 2016.
- [72] I. Felis, Artist, *A la caza de la Materia Oscura, con Juan I. Collar*. [Art]. Encuentro de excelencia VLC/CAMPUS, 2013.
- [73] I. Felis, Artist, *Telescopio de Neutrinos ANTARES. Observando el Universo desde el fondo del mar*. [Art]. Inauguración del laboratorio del IGIC en el Tinglado nº3 del puerto de Gandia, 2014.
- [74] F. Rota, PhD Tesis, Extensiones del modelo estándar del universo primitivo: nucleosíntesis primordial, axiones y materia oscura, Universitat Autònoma de Barcelona: Institut de Física d'Altes Energies, 2005.
- [75] J. Aldebarán, PhD Tesis, *Materia Oscura Escalar: Implicaciones Astronómicas y Formación de Estructuras Cósmicas*, Universidad Nacional Autónoma de México: Insituo de Astronomía, 2012.
- [76] E. Kolb y M. Turner, *The Early Universe*, F. in Physics, Addison-Wesley, 1990.
- [77] T. Padmanabhan, *Structure Formation in the Universe*, 1ª ed., Cambridge University Press, 1993.

- [78] A. Liddle y D. Lyth, *Cosmological inflation and large scale structure*, 1^a ed., New York: Cambridge University Press, 2000.
- [79] Particle Data Group, «Review of Particle Physics,» *Chinese Physics C*, vol. 40, n^o 10, 2016.
- [80] G. Bertone, D. Hopper y J. Silk, «Particle Dark Matter: Evidence, Candidates and Constraints,» *Physics Reports*, vol. 405, pp. 279-390, 2005.
- [81] F. Zwicky, «Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln,» *Helvetica Physica Acta*, vol. 6, pp. 110-127, 1933.
- [82] J. Binney y S. Tremaine, *Galactic Dynamics*, New Jersey: Princeton University Press, 1994.
- [83] C. Yozin y K. Bekki, «The quenching and survival of ultra diffuse galaxies in the Coma cluster,» *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 452, n^o 1, pp. 937-943, 2015.
- [84] V. Rubin y W. Ford, «Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions,» *Astrophysical Journal*, vol. 159, p. 379, 1970.
- [85] V. Rubin y et al., «Rotation velocities of 16 SA galaxies and a comparison of Sa, Sb, and SC rotation properties,» *Astrophysical Journal, Part I*, vol. 289, pp. 101-104, 1985.
- [86] P. Ade y et al., «Planck 2015 results,» *Astronomy and Astrophysics*, vol. 63, n^o A13, 2016.
- [87] D. Clowe, A. Gonzalez y M. Markevitch, «Weak-Lensing Mass Reconstruction of the Interacting Cluster 1E 0657-558: Direct Evidence for the Existence of Dark Matter,» *The Astrophysical Journal*, vol. 604, n^o 2, pp. 596-603, 2004.
- [88] D. Clowe y et al., «A Direct Empirical Proof of the Existence of Dark Matter,» *The Astrophysical Journal*, vol. 648, n^o 2, pp. 109-113, 2006.
- [89] C. Alcock y et al., *Nature*, vol. 365, p. 621, 1993.
- [90] E. Aubourg y et al., «Evidence for gravitational microlensing by dark objects in the Galactic halo,» *Nature*, vol. 635, pp. 623-625, 1993.
- [91] B. Carr, J. Bond y W. Arnett, «Cosmological Consequences of Population III Stars,» *Astrophysical Journal*, vol. 227, pp. 445-469, 1984.
- [92] J. Bond, B. Carr y C. Hogan, *Astrophysical Journal*, vol. 367, 1991.
- [93] B. Carr y M. Sakellariadou, *Astrophysical Journal*, vol. 516, 1999.
- [94] C. Lacey y J. Ostriker, *Astrophysical Journal*, vol. 299, 1985.
- [95] J. Bond, G. Efstathiou y J. Silk, «Massive Neutrinos and the Large-Scale Structure of the Universe,» *Physical Review Letters*, vol. 45, 1980.
- [96] S. Dodelson y L. Widrow, «Sterile neutrinos as dark matter,» *Physical Review Letters*, vol. 72, n^o 17, 1994.
- [97] P. Colín, V. Avila-Reese y V. Valenzuela, vol. 542, 2000.
- [98] F. Villaescusa-Navarro y N. Dalal, «Cores and Cusps in Warm Dark Matter

- Halos,» *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 3, p. 24, 2011.
- [99] A. Klypin, A. Kravtsov y O. Valenzuela, «Where Are the Missing Galactic Satellites?,» *The Astrophysical Journal*, vol. 522, n° 1, pp. 82-92, 1999.
- [100] J. Ostriker y P. Steinhardt, «New light on dark matter,» *Science*, vol. 300, n° 5627, pp. 1909-13, 2003.
- [101] F. van den Bosch y et al., «Constraints on the Structure of Dark Matter Halos from the Rotation Curves of Low Surface Brightness Galaxies,» *The Astronomical Journal*, vol. 119, n° 4, pp. 1579-1591, 2000.
- [102] W. de Blok y A. Bosma, «High-resolution rotation curves of low surface brightness galaxies,» *Astronomy and Astrophysics*, vol. 385, pp. 816-846, 2002.
- [103] J. Kleyna y et al., «A Dynamical Fossil in the Ursa Minor Dwarf Spheroidal Galaxy,» *The Astrophysical Journal Letters*, vol. 588, n° 1, pp. L21-L59, 2003.
- [104] P. Kroupa, «The Dark Matter Crisis: Falsification of the Current Standard Model of Cosmology,» *Publications of the Astronomical Society of Australia*, vol. 29, n° 4, pp. 395-433, 2012.
- [105] J. Cembranos, A. Dobado y A. Maroto, «Brane-world dark matter,» *Physical Review Letters*, vol. 90, n° 241301, 2003.
- [106] M. Milgrom, «A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis,» *Astrophysical Journal*, vol. 270, pp. 365-370, 1983.
- [107] J. Lewin y P. Smith, «Review of mathematics, numerical factors, and corrections for dark matter experiments based on elastic nuclear recoil,» *Astroparticle Physics*, vol. 6, pp. 87-112, 1996.
- [108] R. Helm, «Inelastic and Elastic Scattering of 187-Mev Electrons from Selected Even-Even Nuclei,» *Physical Review Letters, Physical Review, and Reviews of Modern Physics*, vol. 104, p. 1466, 1956.
- [109] L. Vietze y et al., «Nuclear structure aspects of spin-independent WIMP scattering off xenon,» *Physical Review D*, vol. 91, p. 043520, 2015.
- [110] W. Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*, Springer-Verlag, 1987.
- [111] G. Heusser, «Low level counting from meteorites to neutrinos,» *AIP Conf.Proc.*, vol. 785, pp. 39-47, 2005.
- [112] E. Armengaud, «Background studies for the EDELWEISS dark matter experiment,» *Atroparticle Physics*, vol. 47, 2013.
- [113] G. Heuser, «Low-Radioactivity Background Techniques,» *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, vol. 45, 1995.
- [114] D. Mei y A. Hime, «Muon-Induced Background Study for Underground Laboratories,» *Physical Review D*, vol. 73, 2006.
- [115] E. Aprile y et al., «Dark Matter Results from 225 Live Days of XENON100 Data,» *Physical Review Letters*, vol. 109, 2012.

- [116] D. Freedman, «Coherent neutrino nucleus scattering as a probe of the weak neutral current,» *Physical Review D*, vol. 9, 1974.
- [117] L. Strigari, «Neutrino Coherent Scattering Rates at Direct Dark Matter Detectors,» *New Journal of Physics*, vol. 11, 2009.
- [118] A. Gutlein y et al., «Solar and atmospheric neutrinos: Background sources for the direct dark matter search,» *Astroparticle Physics*, vol. 34, 2010.
- [119] F. Ruppin y et al., «Complementarity of dark matter detectors in light of the neutrino background,» *Physical Review D*, vol. 90, n° 8, 2014.
- [120] P. Cushman y et al., «Working Group Report: WIMP Dark Matter Direct Detection,» de *Fermilab-Conf-13-688-AE*, 2013.
- [121] G. Jugnuman y et al., «Supersymmetric dark matter,» *Physics Reports*, vol. 267, pp. 195-373, 1996.
- [122] E. Behnke y et al., «First dark matter search results from a 4-kg CF3I bubble chamber operated in a deep underground site,» *Physical Review D*, vol. 86, 2012.
- [123] D. Glaser y D. Rahm, «Characteristics of Bubble Chambers,» *APS Journals Archive*, vol. 97, 1955.
- [124] D. Tovey y et al., «A new model-independent method for extracting spin-dependent cross section limits from dark matter searches,» *Physical Letters B*, vol. 448, n° 1, pp. 17-26, 2000.
- [125] P. Mondal y M. Das, «R&D on a large single volume detector for dark matter search experiment,» *Proceedings of the DAE Symp. on Nucl. Phys.*, vol. 57, pp. 918-919, 2012.
- [126] P. Kumar, R. Sarkar y B. Kumar, «Characterization of R-134a Superheated Droplet Detector for neutron detection,» *Applied Radiation and Isotopes*, vol. 90, pp. 1-7, 2014.
- [127] F. Aubin y et al., «Discrimination of nuclear recoils from alpha particles with superheated liquids,» *New Journal of Physics*, vol. 10, n° 10317, pp. 1-11, 2008.
- [128] D. Glaser, «Some effects of ionizing radiation on the formation of bubbles in liquids,» *Phys. Rev.*, n° 87, p. 665, 1952.
- [129] F. Seitz, «On the Theory of Bubble Chamber,» *Fluid Pyysics*, vol. 1, n° 1, pp. 2-13, 1958.
- [130] P. Reinke, Ph.D. Thesis, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich, 1996.
- [131] J. Biel, Curso sobre el formalismo y los métodos de la Termodinámica, Barcelona: Reverté, 1998.
- [132] S. Archambault y et al., «New insights into particle detection with superheated liquids,» *New Journal of Physics*, vol. 13, 2011.
- [133] C. Peyrou, Bubble and Spark Chambers, vol. I, Academic Press, 1967.
- [134] D. Fustin, Ph.Thesis. First dark matter limits from the COUPP 4kg bubble chamber at a deep underground site, The Chicago University: Chicago, Illinois,

2012.

- [135] C. Bell y et al., «Radiation-Induced Boiling in Superheated Water and Organic Liquids,» *Nuclear Science and Engineering*, n° 53, pp. 458-465, 1974.
- [136] R. Apfel, «The Superheated Drop Detector,» *Nuclear Instruments and Methods A*, n° 162, pp. 602-608, 1979.
- [137] A. Norman y P. Spiegler, «Radiation Nucleation of Bubbles in Water,» *Nuclear Science and Engineering*, n° 16, pp. 213-217, 1963.
- [138] M. El-Nagdy y M. Harris, «Experimental Study of Radiation-Induced Boiling in Superheated Liquids,» *Journal of the British Nuclear Engineering Society*, n° 10, 1971.
- [139] E. Behnke y et al., «Spin-Dependent WIMP Limits from a Bubble Chamber,» *Science*, vol. 319, pp. 933-936, 2008.
- [140] D. Glaser, «Invention of the bubble chamber and subsequent events,» *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)*, vol. 36, n° 3, 1994.
- [141] A. Robinson y R. Judd, «The dynamics of spherical bubble growth,» *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 47, pp. 5101-5113, 2004.
- [142] Y. Martynyuk y N. Smirnova, *Sov. Phys. Acoust.*, vol. 37, n° 76, 1991.
- [143] L. Rayleigh, *Phil. Mag.*, vol. 34, p. 94, 1917.
- [144] M. S. Plesset y S. A. Zwick, «The growth of vapour bubble in superheated liquid,» *J. Appl. Phys.*, vol. 25, pp. 493-500, 1954.
- [145] A. Plesset y M. Prosperetti, «Vapor-bubble growth in a superheated liquid,» *J. Fluid Mech.*, vol. 85, n° 2, pp. 349-368, 1978.
- [146] M. Plesset y A. Prosperetti, «Bubble dynamics and cavitation,» *Ann. Rev. Fluid Mech.*, vol. 9, pp. 145-185, 1977.
- [147] Y. Lien, Bubble growth rates at reduced pressures, MIT, Ed., D.Sc.Thesis, 1969.
- [148] H. Lee, Vapour bubble dynamics in microgravity, U. o. Michigan, Ed., Ph.D.Thesis, 1993.
- [149] A. Robinson, Bubble growth dynamics in boiling, M. University, Ed., Ph.D.Thesis, 2002.
- [150] M. Plesset y S. Zwick, «A nonsteady heat diffusion problem with spherical symmetry,» *J. Appl. Phys.*, vol. 23, n° 1, pp. 95-98, 1952.
- [151] H. Forster y N. Zuber, «Growth of vapor bubbles in superheated liquid,» *J. Appl. Phys.*, n° 25, pp. 474-478, 1954.
- [152] L. Scriven, «On the dynamics of phase growth,» *Chem. Eng. Sci.*, n° 10, pp. 1-13, 1959.
- [153] J. Riznic, G. Kojasoy y N. Zuber, «On the spherically symmetric phase change problem,» *Int. J. Fluid Mech. Res.*, n° 26, pp. 110-145, 1999.
- [154] B. Mikic, W. Rohsenow y P. Grithith, «One bubble growth rate,» *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 13, pp. 657-666, 1970.

- [155] T. Theofanous y P. Patel, «Universal relations for bubble growth,» *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 19, pp. 425-429, 1976.
- [156] T. Boher, Bubble growth in highly superheated liquid, M.S.Thesis, Chemical engineering: Purdue University, 1973.
- [157] H. S. Merte y L. H., «Spherical vapor bubble growth in uniformly superheated liquids,» *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 39, n° 12, pp. 2427-2447, 1995.
- [158] M. Donne y M. Ferranti, «The growth of vapor bubble in superheated sodium,» *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 18, pp. 477-493, 1975.
- [159] C. Amole y et al., «Dark Matter Search Results from the PICO-60 CF3I Bubble Chamber».
- [160] A. Puilla, «Searches for Dark Matter with Superheated Liquid Techniques,» *Advances in High Energy Physics*, n° 387493, 2014.
- [161] E. Behnke y et al., «First dark matter search results from a 4-kg CF3I bubble chamber operated in a deep underground site,» *Phys. Rev. D*, vol. 86, n° 052001, 2012.
- [162] A. Robinson, PhD thesis. Dark Matter Limits from a 2L C3F8 Filled Bubble Chamber, University of Chicago, 2015.
- [163] J. Allison y et al., «Geant4 development and applications,» *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. 53, n° 1, pp. 270-278, 2006.
- [164] E. Behnke y et al., «Direct measurement of the bubble-nucleation energy threshold in a CF3I bubble chamber,» *Phys. Rev. D*, vol. 88, n° 021101, 2013.
- [165] S. Pozzi, E. Padovani y M. Marseguerra, «MCNP-PoliMi: A Monte Carlo Code for Correlation Measurements,» *Nucl. Instr. and Meth. A*, vol. 513, pp. 550-558, 2003.
- [166] L.D.Landau y E.M.Lifshitz, Curso de física teórica, Vols. %1 de %2Vol.6, Física de fluidos, Reverté, 2001.
- [167] T. Rossing, Springer Handbook of Acoustics, New York: Springer, 2007.
- [168] C. Multiphysics, *Acoustic Module, User's Guide*, 2013.
- [169] e. a. L.E.Kinsler, Fundamentals of Acoustics, 4th ed., John Wiley & Sons, Inc., 2000.
- [170] M. Möser, Engineering Acoustics, 2nd ed., Berlin: Springer, 2009.
- [171] L. Beranek, Acoustics, 5th ed., Acoustic Society of America, 1996.
- [172] E. Lemmno, M. McLinden y D. Friend, «Thermophysical Properties of Fluid Systems,» de *NIST Chemistry WebBook, NIST Standard Reference Database*, P. Linstrom y W. Mallard, Edits., Gaithersburg MD, National Institute of Standards and Technology, 2015.
- [173] J. Proakis y D. Manolakis, Tratamiento digital de señales, 4ª ed., Prentice Hall, 2000.
- [174] T. Courtney, Mechanical Behavior of Materials, 2nd ed., Waveland Press, Inc., 2000.

- [175] L. Landau y E. Lifshitz, Curso de física teórica. Vol.7, Teoría de la elasticidad, Barcelona - Buenos Aires - México: Reverté, S.A., 1969.
- [176] C. Kittel, Introducción a la física del sólido, 3ª ed., Barcelona: Reverté, S.A., 2003.
- [177] W. Cady, Piezoelectricity. An Introduction to the Theory and Applications of Electromechanical Phenomena in Crystals, New York: McGraw-Hill, 1964.
- [178] E. Franco y et al., «Acoustic transmission with mode conversion phenomenon,» *ABCM Symposium Series in Mechatronics*, vol. 2, pp. 113-120, 2006.
- [179] G. S.Kino, Acoustic waves. Devices, Imaging and Analog signal processing, 2nd ed., Standford: Prentice Hall, Inc., 2000.
- [180] D. Komatitsch, C. Barnes y J. Tromp, «Wave propagation near a fluid-solid interface: A spectral-element approach,» *Geophysics*, vol. 65, nº 2, pp. 623-631, 2000.
- [181] A. Oliner, «Microwave network methods for guided elastic waves,» *IEEE Transactions of Microwave Theory and Techniques*, Vols. %1 de %2MMT-17, nº 11, pp. 812-826, 1969.
- [182] K. Le, Vibrations of Shells and Rods, The Journal of the Acoustical Society of America, 1999.
- [183] N. El-Kaabazi y D. Kennedy, «Calculation of natural frequencies and vibration modes of variable thickness cylindrical shells using the Wittrick-Williams algorithm,» *Computers and Structures*, Vols. %1 de %2104-105, pp. 4-12, 2012.
- [184] S. Timoshenko, Resistencia de Materiales, vol. I, Madrid: Espasa-Calpe, S.A., 1957.
- [185] H. Ford y J. Alexander, Advanced mechanics of materials, 2nd ed., E. Horwood, Ed., Chichester, 1976.
- [186] F. Neumann, Vorlesungen über die Theorie der Elastizität der festen Körper und des Lichtäthers, O. Meyer y B. Leipzig, Edits., 1885.
- [187] A. Bravais, «Mémoire sur les systèmes formés par les points distribués régulièrement sur un plan ou dans l'espace,» *J. Ecole Polytech.*, nº 19, 1850.
- [188] L. Landau y E. Lifshitz, Curso de física teórica. Vol.8, Electrodinámica de los medios continuos, Barcelona - Buenos Aires - México: Reverté, S.A., 1981.
- [189] A. Mouslon y J. Herbert, Electroceramics: Materials, Properties, Applications, 2ª ed., Wiley, 2003.
- [190] A. Arnau, Piezoelectric Transducers and Applications, 2ª ed., Springer, 2008.
- [191] ANSI/IEEE Std 176. IEEE Standard on Piezoelectricity, 1987.
- [192] N. Rogacheva, The theory of piezoelectric shells and plates, CRC Pres, Inc., 1994.
- [193] H. Blattner, W. Känzig y W. Merz, «Preparation and Investigation of Barium Titanate Single Crystals,» *Helv. Phys. Acta*, nº 22, 35, 1949.
- [194] A. I. Ltd., Piezoelectric Ceramics: Principles and Applications, 2005.
- [195] W. Mason, Pyzoelectric Crystal and Their Application to Ultrasonics, V. Nostrand, Ed., New York, 1950.

- [196] Q. Chen y Q.-M. Wang, «The effective electromechanical coupling coefficient of piezoelectric thin-film resonators,» *Appl. Phys. Lett.*, vol. 86, n^o 022904, 2005.
- [197] D. Berlincourt, D. Curran y H. Jaffe, «Physical Acoustics-Principles and Methods,» Vols. %1 de %21-Part A, New York, W.P. Mason Academic Press, 1964, pp. 169-270.
- [198] S. Sherrit, H. Wiederick, B. Mukherjee y M. Sayer, «An accurate equivalent circuit for the unloaded piezoelectric vibrator in the thickness modes,» *J. Phys. D. (Applied Physics)*, n^o 30, pp. 2354-2363, 1997.
- [199] J. Smits, «High Accuracy Determination of Real and Imaginary Parts of the Elastic, Piezoelectric, and Dielectric Constants of Ferroelectric PLZT (11/55/45) Ceramics with Iterative Method,» *Ferroelectrics*, n^o 64, pp. 275-291, 1985.
- [200] H. Sherrit y et al., «Accurate Evaluation of the Real and Imaginary Material Constants for Piezoelectric Resonator in the Radial Mode,» *Ferroelectrics*, n^o 119, pp. 17-32, 1991.
- [201] C. Alemany, «Automatic determination of complex constants of piezoelectric lossy materials in the radial mode,» *J. Phys. D.: Appl. Phys.*, n^o 28, pp. 945-956, 1995.
- [202] M. Brissaud, «Three-Dimensional Modeling of Piezoelectric Materials,» *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 57, n^o 9, pp. 2051-2065, 2010.
- [203] A. Ruiz, PhD Tesis. Modelo y evaluación en régimen transitorio de respuestas piezoeléctricas y electrónicas en sistemas de visualización ultrasónica, Universidad Complutense de Madrid, 2004.
- [204] Chi-Huan Hang y Chien-Ching Ma, «Theoretical Analysis and Experimental Measurement for Resonant Vibration of Piezoelectric Circular Plates,» *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 51, n^o 1, 2014.
- [205] A. International, Piezoelectric Ceramics: principles and applications, 2005.
- [206] DIN EN 50324-02.
- [207] T. Sholehwar, PhD Thesis, Caracterización de la estructura y las relaciones de las propiedades de los materiales piezoeléctricos PZT, 2010.
- [208] J. Liu y et al., «Piezoelectric coefficient measurement of piezoelectric thin films: an overview,» *Material Chemistry*, 2002.
- [209] T. Jordan y Z. Ounaies, «Piezoelectric Ceramic Characterization,» *NASA/CR-2001-21125. ICASE Report N^o. 2001-28*, 2001.
- [210] L. Pardo y et al., «Impedance measurements for determination of the elastic and piezoelectric coefficients of films,» *Advances in Applied Ceramics: Structural, Functional and Bioceramics*, 2010.
- [211] S. Sherrit y et al., «Determination of the Reduced Matrix of the Piezoelectric, Dielectric, and Elastic Material Constants for Piezoelectric Material With C Symmetry,» 2011.

- [212] J. Kocbach, Finite Element Modelling of Ultrasonic Piezoelectric Transducers, Department of Physics, University of Bergen, Bergen, 2000.
- [213] H. Li, Z. Deng, Y. Yuan y T. Carlson, «Design Parameters of a Miniaturized Piezoelectric Underwater Acoustic Transmitter,» *Sensors*, vol. 12, pp. 9098-9109, 2012.
- [214] W. Assman y et al., «Ionoacoustic characterization of the proton Bragg peak with submillimeter accuracy,» *Medical Physics*, vol. 42, pp. 567-574, 2015.
- [215] P. Wells, «Medical ultrasound: imaging of soft tissue strain and elasticity,» *Journal of the Royal Society, Interface*, vol. 8, nº 64, pp. 1521-1549, 2011.
- [216] F. Laing, «Commonly encountered artefacts in clinical ultrasound,» *Seminars in Ultrasound CT and MRI*, vol. 4, pp. 27-43, 1983.
- [217] M. Ardid, I. Felis, J. Martínez-Mora y J. Otero, «Localización para hadronterapia,» de *Tecniaústica '17 (comunicación aceptada)*, A Coruña, 2017.
- [218] D. Powell y et al., «Incremental "Model-Build-Test" validation exercise for a 1-D biomedical ultrasonic imaging array,» *IEEE Ultrasonic Symposium*, vol. 2, pp. 1669-1674, 1997.
- [219] N. Abboud y et al., «Finite element modeling for ultrasonic transducers,» *Medical Imaging: Ultrasonic Transducer Engineering, Proc. SPIE*, vol. 3341, pp. 19-42, 1998.
- [220] R. McKeighen, «Design guidelines for medical ultrasonic arrays,» *SPIE International Symposium on Medical Imaging*, vol. 3341, nº 2, pp. 2-18, 1998.
- [221] C. Desilets, J. Fraser y G. Kino, «The design of efficient broad-band piezoelectric transducers,» *Sonics and Ultrasonics, IEEE transactions*, vol. 25, nº 3, pp. 115-125, 1978.
- [222] J. Cannata y et al., «Design of efficient, broadband single element (20-80 mhz) ultrasonic transducers for medical imaging applications,» *Ultrasonics, Ferroelectrics and frequency Control, IEEE transactions*, vol. 56, nº 11, pp. 1548-1557, 2003.
- [223] P. Levin, «Calibration of Hydrophones,» *Technical Review: To Advance Techniques in Acoustical, Electrical and Mechanical Measurement. Brüel & Kjaer*, vol. 1, pp. 3-17, 1973.
- [224] J. Ramis y et al., Características Generales de los Transductores, Valencia, España.: Universidad Politécnica de Valencia, 1998.
- [225] J. Butler y H. Sherman, Transducers and Arrays for Underwater Sound, 2nd ed., Image Acoustics, Inc., Cohasset, USA: Springer, 2016.
- [226] S. Moten, «Modeling of an ultrasonic transducer for cardiac imaging,» *Tech. Rep. D&C 2010.049, Dynamics and Control Group, Eindhoven University of Technology*, 2010.
- [227] C. Dang, L. Schmerr Jr. y A. Sedov, «Modeling and measurement all the elements of an ultrasonic nondestructive evaluation system I: Modeling foundations,» *Research in Nondestructive Evaluation*, vol. 14, nº 4, pp. 141-176, 2002.

- [228] L. Schmerr y S. Song, *Ultrasonic nondestructive evaluation system: Model and Measurements*, Springer, 2007.
- [229] A. Putterman y et al., «SPICE model for lossy piezoceramic transducers,» *Ultrasonics, Ferroelectrics and frequency Control, IEEE transactions*, vol. 44, n^o 1, pp. 60-66, 1997.
- [230] L. Brown y D. Carlson, «Ultrasound transducer models for piezoelectric polymer films,» *Ultrasonics, Ferroelectrics and frequency Control, IEEE transactions*, vol. 36, n^o 3, pp. 313-318, 1989.
- [231] J. Medina, F. Buiocchi y J. Adamowski, «Numerical modeling of a circular piezoelectric ultrasonic transducer radiating in water,» *ABCAM Symposium Series in Mechatronics*, vol. 2, pp. 458-464, 2006.
- [232] S. Moten, *Finite Element Modeling of an Ultrasonic Transducer*, Eindhoven University of Technology: PhD Thesis, 2011.
- [233] M. Gutierrez, A. Vera y L. Leija, «inite element modeling of acoustic field of physiotherapy ultrasonic transducers and the comparison with measurements,» *Pan American Health Care Exchange (PAHCE)*, pp. 76-80, 2010.
- [234] COMSOL Multiphysics User's Guide, 2012.
- [235] M. Ardid, «Calibration in acoustic detection of neutrinos,» *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*, 2009.
- [236] A. Isaev y et al., «Reduction of the Error of Hydrophone Calibration with Respect to the Field in a Hydroacoustic Tank by the Reciprocity Method,» *Acoustical Physics*, vol. 50, n^o 5, pp. 535-543, 2004.
- [237] K. Ikushima, S. Watanuki y S. Komiyama, «Detection of acoustically induced electromagnetic radiation,» *Applied Physics Letters*, vol. 89, n^o 194103, 2006.
- [238] L. Brown, «The effects of material selection for backing and wear protection/quarter-wave matching of piezoelectric polymer ultrasound transducers,» *IEEE Ultrasonic Symposium*, vol. 2, pp. 1029-1032, 2000.
- [239] S. Kervel y J. Thijssen, «A calculation scheme for the optimum design of ultrasonic transducers,» *Ultrasonics*, vol. 21, n^o 3, pp. 134-140, 1983.
- [240] J. Assaad y et al., «Influence of the thickness and attenuation coefficient of a backing on the response of transducers,» *Ultrasonics*, vol. 34, pp. 103-106, 1996.
- [241] E. Serrano, M. Fabio y A. Figliola, «Métodos Tiempo-Frecuencia basados en la Transformada Wavelet,» *Revista de matemática: teoría y aplicaciones*, vol. 19, n^o 2, pp. 157-168, 2012.
- [242] A. Oppenheim, *Tratamiento de señales en tiempo discreto*, 2^a ed., Madrid: Prentice Hall Iberia, 2000, p. 873.
- [243] N. Huang y et al., «The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis,» *Proceeding of Royal Society of London*, vol. 454, pp. 903-995, 1998.
- [244] N. Huang y Z. Wu, «A review on Hilbert-Huang transform: method and its

- applications to geophysical studies,» *Review of Geophysics*, vol. 46, n^o 2, pp. 1-23, 2008.
- [245] D. Gabor, «Theory of communications,» *J. Inst. Elec. Eng.*, vol. 93, pp. 429-457, 1946.
- [246] A. Bianchi y et al., «Heart rate variability and sleep states,» *Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, vol. 13, n^o 2, pp. 658-659, 1991.
- [247] H. Choi y J. Williams, «Improved time-frequency representations of multicomponent signals using exponential kernels,» *IEEE transactions on acoustics speech and signal processing*, vol. 37, n^o 6, pp. 862-871, 1989.
- [248] H. Margenau y R. Hill, *Prog. Theor. Phys.*, vol. 26, n^o 722, 1961.
- [249] E. Wigner, «On the Quantum Correction for Thermodynamic Equilibrium,» *Physical Review*, vol. 40, n^o 5, p. 749, 1932.
- [250] J. Ville, «Théorie et Applications de la Notion de Signal Analytique,» *Câbles et Transmission*, vol. 2, pp. 61-74, 1948.
- [251] M. Akay, «Wavelets in Biomedical Engineering,» *Annals of Biomedical Engineering*, vol. 23, pp. 531-542, 1995.
- [252] F. Pedersen, Introduction to Joint Time Frequency Analysis., Departamento de Tecnología y Comunicación. Universidad de Aalborg, 1999.
- [253] R. Polikar, The Wavelet Tutorial, Centro de Computación. Universidad Estatal de Iowa. USA, 1996.
- [254] C. Burrus, R. Gopinath y H. Guo, Introduction fo Wavelet and Wavelet Transforms, New Jersey: Prentice Hall, 1998.
- [255] C. Chui, Wavelets: A Mathematical Tool for Signal Processing,, Filadelfia: SIAM, 1997.
- [256] R. Castro, Fundamentos de la transformada wavelet, 2002.
- [257] V. Estruch, V. Gregori y A. Sapena, Estadística i Probabilit, UPV, 2008.
- [258] S. Ipiña y A. Durand, Inferencia Estadística y Análisis de Datos, Pearson-Prentice Hall, 2008.
- [259] D. Altman y J. Bland, «Measurement in medicine: the analysis of method comparison studies,» *The Statistician*, vol. 32, pp. 307-317, 1983.
- [260] J. Bland y D. Altman, «Statistical methods for assessing agreement between two methods of clinical measurement,» *Lancet*, vol. 327, n^o 8476, pp. 307-310, 1986.
- [261] C. Amolle y et al., *Phys. Rev. Lett.*, p. 231302, 2015.
- [262] M. Brandstein y H. Silverman, «A practical methodology for speech source localization with microphone arrays,» *Computer Speech and Language*, vol. 11, pp. 91-126, 1997.
- [263] Y.-P. Lei, F.-X. Gong y Y.-Q. Ma, «Optimal Distribution for Four-Station TDOA Location System,» de *3rd International Conference on Biomedical Engineering and*

Informatics (BMEI 2010), 2010.

- [264] D. Musicki, R. Kaune y W. Koch, «Mobile Emitter Geolocation and Tracking Using TDOA and FDOA Measurements,» *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 58, nº 3, pp. 1863-1874, 2010.
- [265] D. Youn y V. Mathews, «Adaptative realization of the maximum likelihood processor for time delay estimation,» *IEEE ASSP*, vol. 32, nº 4, pp. 938-940, 194.
- [266] C. Knapp y G. Carter, «The Generalized Correlation Method for Estimation of Time Delay,» *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 24, nº 4, pp. 320-327, 1976.
- [267] X. Ouyang, L. Luo y J. Xiong, «Time Delay Estimation Using Windowed Differential Magnitude of Cross Correlation and Its Hilbert Transform,» *International Workshop on Information and Electronics Engineering*, vol. 29, pp. 2033-2038, 2012.
- [268] R. Cabot, «A Note on the Application of the Hilbert Transform to Time Delay Estimation,» *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 29, nº 3, pp. 607-609, 1981.
- [269] U. Aktas, PhD. Thesis, Time difference of arrival (TDOA) estimation using wavelet based denoising, Monterey, California: Naval Postgraduate School, 1999.
- [270] D. Donoho, «De-Noising by soft-thresholding,» *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 41, nº 3, pp. 613-627, 1995.
- [271] S. Wo, H. So y P. Ching, «Improvement of TDOA Measurement Using Wavelet Denoising with a Novel Thresholding Technique,» *IEEE Acoustic, Speech and Signal Processing*, pp. 539-542, 1997.
- [272] R. Wong y V. Bhargava, «Demising of Low SNR Signals Using Composite Wavelet Shrinkage,» *IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers and Singal Processing*, pp. 302-305, 1997.
- [273] Y. Chan, H. So y P. Ching, «Approximate Maximum-Likelihood Delay Estimation via Orthogonal Wavelet Transform,» *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, pp. 2501-2504, 1997.
- [274] M. Ardid, I. Felis, J. Martínez-Mora y J. Otero, «Acústica aplicada a la detección de haces de partículas para hadronterapia,» de *Tecniacústica '17 (comunicación aceptada)*, A Coruña, 2017.
- [275] J. Monroe y P. Fisher, «Neutrino backgrounds to dark matter searches,» *Physical Review D*, vol. 76, nº 033007, 2007.
- [276] R. Haxton, R. Hamish y A. Serenelli, «Solar Neutrinos: Status and Prospects,» *arXiv:1208.5723*, 2012.
- [277] A. Serenelli, W. Haxton y C. Pena-Garay, *Astrophysical Journal*, vol. 743, 2011.
- [278] C. Pena-Garay y A. Serenelli, *arXiv :0811.2424..*
- [279] J. Beacom, «The Diffuse Supernova Neutrino Background,» *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, vol. 60, 2010.

- [280] M. Honda y et al., «Improvement of low energy atmospheric neutrino flux calculation using the JAM nuclear interaction model,» *Physical Review D*, vol. 83, 2011.
- [281] T. Saab, «An introduction to dark matter direct detection searches and techniques.,» *WSPC Proceedings*, pp. 711-738, 2013.
- [282] M. Ageron y et al., «ANTARES: The first undersea neutrino telescope,» *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, vol. 656, pp. 11-38, 2011.
- [283] E. Waxman y J. Bahcall, «High energy neutrinos from astrophysical sources: An upper bound,» *Physical Review D*, vol. 59, p. 023002, 1998.
- [284] IceCube Collaboration, «Seasonal variation of atmospheric neutrinos in IceCube,» de *33rd International Cosmic Ray Conference, The Astroparticle Physics Conference*, Rio de Janeiro, 2013.
- [285] M. Aartsen y et al., «Search for dark matter annihilations in the Sun with the 79-string IceCube detector,» *Physical Review Letters*, vol. 110, p. 131302, 2013.
- [286] M. Aartsen y et al., «Improved limits on dark matter annihilation in the Sun with the 79-string IceCube detector and implications for supersymmetry,» *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, vol. 4, p. 22, 2016.
- [287] J. Feng, «Dark Matter Candidates from Particle Physics and Methods of Detection,» *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, vol. 49, pp. 495-545, 2010.
- [288] G. Jungman, M. Kamionkowski y K. Griest, «Supersymmetric dark matter,» *Physics Reports*, vol. 267, nº 5-6, pp. 195-373, 1996.
- [289] K. Choi y et al., «Search for Neutrinos From Annihilation of Captured Low-Mass Dark Matter Particles in the Sun by Super-Kamiokande,» *Physical Review Letters*, vol. 114, nº 14, p. 141301, 2015.
- [290] M. Aartsen y et al., «Search for annihilating dark matter in the Sun with 3 years of IceCube data,» *The European Physical Journal C*, vol. 77, nº 146, 2017.
- [291] M. Ardid, I. Felis, M. Lotze y C. Tönnis, «Neutrinos from Cosmic Ray Interactions in the Sun as background for dark matter searches,» de *35th International Cosmic Ray Conference, ICRC2017*, Bexco, Busan, Korea, 2017.
- [292] T. Gaisser, *Cosmic Rays and Particle Physics*, Cambridge University Press, 1990.
- [293] G. Ingelman y M. Thunman, «High Energy Neutrino Production by Cosmic Ray Interactions in the Sun,» *Physical Review D*, vol. 54, pp. 4385-4392, 1996.
- [294] C. Hettlage, K. Mannheim y J. Learned, «The Sun as a high-energy neutrino source,» *Astroparticles Physics*, vol. 13, pp. 45-50, 2000.
- [295] D. Seckel, T. Stanev y T. Gaisser, «Signatures of cosmic-ray interactions on the solar surface,» *Astrophysical Journal*, vol. 382, pp. 652-666, 1991.
- [296] I. Moskalenko y S. Karakula, «Very high-energy neutrinos from the Sun,» *Journal of Physics G*, vol. 19, pp. 1399-1406, 1993.
- [297] G. Fogli y et al., «Oscillations of solar atmosphere neutrinos,» *Physical Review D*,

vol. 74, p. 093004, 2006.

- [298] J. Edsjö y et al., «Neutrinos from cosmic ray interactions in the Sun,» *arxiv 1704.02892*, 2017.
- [299] C. Argüelles y et al., «Solar Atmospheric Neutrinos and the Sensitivity Floor for Solar Dark Matter Annihilation Searches,» *arXiv:1703.07798v1*.
- [300] K. Ng y et al., «Solar Atmospheric Neutrinos: A New Neutrino Floor for Dark Matter Searches,» *arXiv:1703.10280v1*.
- [301] J. Vernazza, E. Avrett y R. Loeser, «Structure of the solar chromosphere. III - Models of the EUV brightness components of the quiet-sun,» *Astrophysical Journal Supplement Series*, vol. 45, pp. 635-725, 1981.
- [302] J. Fontenla, K. Balasubramaniam y J. Harder, «Semiempirical models of the solar atmosphere. The quiet sun low chromosphere at moderate resolution.,» *Astrophysical Journal*, vol. 667, n° 2, p. 1243, 2007.
- [303] J. Christensen, Lecture Notes on Stellar Structure and Evolution, Institut for Fysik og Astronomi, Aarhus Universitet, 2008.
- [304] G. Feldman y R. Cousins, «Unified approach to the classical statistical analysis of small signals,» *Physical Review D*, vol. 57, p. 3873, 1998.
- [305] G. Hill y K. Rawlins, «Unbiased cut selection for optimal upper limits in neutrino detectors: the model rejection potential technique,» *Astroparticle Physics*, vol. 19, n° 3, pp. 393-402, 2003.
- [306] N. Bell y K. Petraki, «Enhanced neutrino signals from dark matter annihilation in the Sun via metastable mediators,» *JCAP*, vol. 4, n° 3, 2011.
- [307] A. Ibarra, M. Totzauer y S. Wild, «Higher order dark matter annihilations in the Sun and implications for IceCube,» *JCAP*, vol. 04, p. 012, 2014.
- [308] Y. Duan, L. Shi, L. Sun, M. Zhu y L. Han, «Thermodynamic Properties of Trifluoriodomethane (CF₃I),» *International Journal of Thermophysics*, vol. 21, n° 2, pp. 393-404, 2000.
- [309] M. Misiti y et al., Wavelet Toolbox For Use with MATLAB, The Mathworks, Inc., 1996.

Agradecimientos

Agradecer el soporte financiero del Plan Estatal de Investigación, ref. FPA2015-65160-C3-2-P (MINECO/FEDER) y Consolider MultiDark CSD2009-00064 (MINECO), y al de la Generalitat Valenciana, ayudas ACOMP/2015/175 y PrometeoII/2014/079.

Lista

de tablas y figuras

Lista de tablas

Tabla I.1.	Condiciones de operación en los detectores PICO-2L y PICO 60, con los radios críticos y umbrales energéticos.	70
Tabla I.2.	Condiciones termodinámicas del detector necesarias para alcanzar umbrales energéticos de 10, 5 y 1 keV.	78
Tabla I.3.	Condiciones termodinámicas estables alcanzadas y tiempo empleado. Energía umbral resultante para diferentes sobrecalentamientos por encima de saturación.	81
Tabla II.1.	Propiedades acústicas de los medios fluidos de interés en esta Tesis.	99
Tabla II.2.	Configuración de cada señal analizada tanto en uno de los experimentos de propagación acústica así como de la simulación correspondiente. En todas las medidas se utilizó un amplificador antes del transductor tras el que se grabaron las señales emitidas. El término “gdl” son los grados de libertad del modelo.	103
Tabla II.3.	Tensor de elasticidad para diferentes estructuras cristalinas	149
Tabla II.4.	Magnitudes elásticas de los medios sólidos de interés en esta Tesis.	151
Tabla II.5.	Velocidades de propagación de las ondas elásticas longitudinales y transversales en distintos medios de interés en esta Tesis.	153
Tabla II.6.	Límites elásticos y resistentes de los medios sólidos de interés en esta Tesis.	167
Tabla III.1.	Matrices del coeficiente piezoeléctrico de tensión para todas las clases.	194
Tabla III.2.	Dimensiones de las cerámicas Nb-PZT medidas y modos de vibración fundamentales a los que van asociadas.	212
Tabla III.3.	Frecuencias de resonancia y antirresonancia asociadas a cada uno de los modos del material Nb-PZT medido.	214
Tabla III.4.	Factores de acoplamiento electromecánico para los materiales en estudio.	214
Tabla III.5.	Coefficientes de las matrices piezoeléctricas para el Nb-PZT obtenidos mediante la medida experimental de las cerámicas.	215
Tabla III.6.	Frecuencias de resonancia dependientes de la geometría para cada material piezoeléctrico según valores de fabricante.	217
Tabla III.7.	Frecuencias de resonancia y antirresonancia asociadas a cada uno de los modos de cada material piezoeléctrico medido.	219
Tabla III.8.	Factores de acoplamiento electromecánico para los materiales en estudio.	219
Tabla III.9.	Coefficientes de las matrices piezoeléctricas obtenidos mediante la medida experimental de las cerámicas.	220
Tabla III.10.	Coefficientes de las matrices piezoeléctricas obtenidos mediante simulación numérica de las cerámicas.	221

Tabla III.11.	Valores de la velocidad del sonido a partir de datos del fabricante, por medio del eco-impulso, y con la técnica de impedancia.	223
Tabla III.12.	Dimensiones de las cerámicas circulares estudiadas numérica y analíticamente.	224
Tabla III.13.	Dimensiones de las cerámicas circulares medidas experimentalmente.	224
Tabla III.14.	Transmisión de intensidad esperada para el sistema medio-piezo para distintas presiones de trabajo del detector MODA-LS.	282
Tabla III.15.	Valores comparativos analítico y numérico para el coeficiente de transmisión de intensidad con metacrilato de 5 y 10 mm de espesor.	284
Tabla IV 1.	Discriminación entre diferentes tipos de eventos utilizando distintas transformadas enventanadas.	320
Tabla IV.2.	Comparación de los tiempos de llegada y coste computacional de las distintas técnicas para la estimación de TDOA.	341
Tabla IV.3.	Velocidad de propagación media y su desviación obtenida para las distintas técnicas de detección de señales con referencia.	343
Tabla IV.4.	Localización real y reconstruida de las tres fuentes simuladas para las cuatro disposiciones de los sensores en geometría cilíndrica.	349
Tabla IV.5.	Localización real y reconstruida de las dos posiciones de hidrófono medidas en la vasija de calibración.	350
Tabla IV.6.	Localización real y reconstruida de las dos posiciones de hidrófono medidas en la vasija de calibración.	351
Tabla IV.7.	Localización real y reconstruida de las tres posiciones de burbuja simuladas en el detector PICO-60.	353
Tabla IV.8.	Localización real y reconstruida de las dos posiciones de burbuja medidas en el detector PICO-60, con un sensor adicional.	354
Tabla IV.9.	Localización real y reconstruida de una posición de burbuja simulada en el detector MODA-LS.	356
Tabla IV.10.	Localización real y reconstruida de las dos posiciones de hidrófono medidas en la vasija de calibración.	357
Tabla B.1.	Parámetros que definen el perfil de la densidad solar.	403
Tabla B.2.	Resultados de la minimización de la sensibilidad al flujo para Antares.	406
Tabla B.3.	Resultados del límite al flujo para Antares.	406
Tabla B.4.	Resultados de la minimización de la sensibilidad al flujo para IC79.	410
Tabla B.5.	Resultados de sensibilidad al flujo para IC79.	410

Lista de figuras

Figura 1.	Esquema de los contenidos de la Tesis.	18
Figura I.1.	Ilustración de la falta de disgregación de un clúster tipo Coma (Imagen: Cameron Yozin. Fuente: ICRAR/UWA).	28
Figura I.2.	Curvas de rotación para la galaxia espiral NGC 6503: medidas experimentales de las estrellas de la galaxia (puntos) y curvas teórica considerando únicamente la materia luminosa (---), considerando la contribución de la materia oscura del halo (-.-), y curva de la rotación del gas de la galaxia (...). (Fuente: [85])	29
Figura I.3.	A la izquierda, imagen de la anisotropía del CMB registrada por el Planck 2015. A la derecha, espectro de la anisotropías del CMB en términos de la escala angular l . (Fuentes [86])	30
Figura I.4.	A la izquierda, esquema del efecto de lentes gravitatorias. A la derecha, imagen de dicho efecto en el Cluster Abell 2218. (Fuente: ESA, NASA, J.-P. Kneib y R.Ellis).	31
Figura I.5.	Esquema de partículas candidatos a materia oscura.	32
Figura I.6.	Esquema que muestra los posibles canales de detección de materia oscura.	37
Figura I.7.	Flujo de muones en función de la profundidad de equivalente en agua.	42
Figura I.8.	Evolución de la sensibilidad para la sección eficaz WIMP-nucleon SI para masas de WIMP de $50 \text{ GeV}/c^2$ (izquierda) y $5 \text{ GeV}/c^2$ WIMP (derecha). Los puntos sólidos muestran los valores de medidos en detectores. Los marcadores vacíos representan la sensibilidad planificada para cada tecnología.	43
Figura I.9.	Esquema de la cámara de burbujas PICO-2L.	46
Figura I.10.	Límite de sección eficaz para PICO-2L con un 90% de C.L para interacción WIMP-protón SD (izquierda) y WIMP-neutrón SI (derecha).	48
Figura I.11.	Esquema de la cámara de burbujas PICO 60.	49
Figura I.12.	Límite de sección eficaz para PICO-60 con un 90% de C.L para interacción WIMP-protón SD (izquierda) y WIMP-neutrón SI (derecha).	50
Figura I.13.	Espectro de los retrocesos nucleares esperados para distintos núcleos atómicos y dos masas de materia oscura.	51
Figura I.14.	Sección eficaz para la interacción WIMP-núcleo SD para distintos volúmenes de un detector operando con $\text{C}_2\text{H}_2\text{F}_4$.	52
Figura I.15.	Gráfico para explicar el fenómeno de nucleación o formación de burbujas en un fluido sobrecalentado.	56
Figura I.16.	Esquema de líneas espinoidales y regiones metaestables en un diagrama p-v.	57

Figura I.17.	Esquema de estados de saturación y líquido espinoidal en un diagrama p-T.	57
Figura I.18.	Familias de eventos en una cámara de burbujas con 1.5 kg de CF_3I , en función de las condiciones de trabajo. A la izquierda, sensibilidad a rayos cósmicos con alto grado de sobrecalentamiento ($P=1$ bar, $T=60$ °C). En el centro, sensibilidad a retrocesos nucleares de neutrones con varias burbujas ($P=1$ bar, $T=30$ °C). A la derecha, un única burbuja por evento en condiciones de búsqueda de materia oscura. [139]	60
Figura I.19.	Gráfico para explicar el fenómeno de crecimiento de burbujas	63
Figura I.20.	Radio crítico para C_3F_8 y CF_3I en función de su presión y temperatura.	71
Figura I.21.	Energía umbral del C_3F_8 y CF_3I en función de su presión y temperatura.	71
Figura I.22.	Curvas de ambos umbrales energéticos (energía y potencia de frenado) para núcleos de C, F y I. En sombreado, las zonas sensibles para un detector basado en CF_3I para dos condiciones de operación extremas (39.02 °C y 2.12 bar, 33.48 °C y 4.32 bar).	72
Figura I.23.	A la izquierda, rango de los retrocesos esperados para los distintos núcleos atómicos del CF_3I . A la derecha, mejor ajuste de las curvas de eficiencia de nucleación para yodo (azul), flúor (magenta) y carbono (rojo) del CF_3I , para una energía umbral de 13.6 keV.	73
Figura I.25.	A la izquierda, los resultados de la nucleación para tres fuentes de calibración diferentes (dos fuentes monocromáticas de 61 y 97 keV, y una fuente de AmBe) operando con C_3F_8 en condiciones de umbral energético de 3.2 keV. A la derecha, mejor ajuste de las curvas de eficiencia de nucleación para flúor (negro) y carbono (rojo) del C_3F_8 , para una energía umbral de 3.2 keV.	74
Figura I.26.	Radio de la burbuja durante el crecimiento para tres condiciones termodinámicas de C_3F_8 sobrecalentado, según el modelo de Mikic (izquierda), y en contraste con las fases de crecimiento controladas por la inercia y la difusión térmica (derecha).	75
Figura I.27.	Velocidad de crecimiento del radio de burbuja para el C_3F_8 (izquierda) y normalizando las amplitudes y los tiempos (derecha).	75
Figura I.28.	Aceleración del radio de la burbuja para el C_3F_8 (izquierda) y normalizando las amplitudes y los tiempos (derecha).	76
Figura I.29.	Radios de burbuja para el C_3F_8 (izquierda) y CF_3I (derecha) al cabo de 200 ms de crecimiento.	76
Figura I.30.	Crecimiento del volumen de burbujas medidas en CF_3I .	77
Figura I.31.	Radio crítico y energía umbral del $\text{C}_2\text{H}_2\text{F}_4$ en función de su presión y temperatura.	78
Figura I.32.	Ubicación de los sensores térmicos para medir la evolución temporal de la temperatura en dos recipientes (superior e inferior) llenos de	

	refrigerante (líquido verde en la imagen) utilizado para una mayor estabilidad térmica.	80
Figura I.33.	Evolución temporal de las temperaturas del líquido refrigerante en el recipiente superior (azules) e inferior (rojos) para diferentes temperaturas deseadas del sistema de refrigeración (texto gris).	81
Figura I.34.	A la izquierda, sistema completo con las dos cámaras y el conducto que las une. A la derecha, despiece de dicho conducto con conector.	82
Figura I.35.	Curva de evolución de la presión, en el proceso de vaciado de las cámaras, de los tres elementos y de una de las fugas.	83
Figura I.36.	Monitorización de temperaturas y presión durante el proceso de llenado de las cámaras del freón R134a.	83
Figura I.37.	Monitorización de temperaturas y presión durante el proceso de llenado de las cámaras con freón R134a.	84
Figura I.38.	Monitorización óptica de la cámara inferior durante el llenado del sistema. El líquido se ha vuelto translúcido tras el pico de presión de la toma de fluido.	84
Figura I.39.	Crecimiento de burbuja esperado para umbrales energéticos de 10 y 1 keV, alcanzados en diferentes condiciones termodinámicas.	85
Figura I.40.	Radio de burbuja al cabo de 200 ms de crecimiento en función de la energía umbral, para diferentes presiones de trabajo.	85
Figura I.41.	Crecimiento de burbuja esperado para umbrales energéticos de 10 y 1 keV, alcanzados en diferentes condiciones termodinámicas.	86
Figura II.1.	Esquema de fuente esférica para el estudio de la emisión acústica.	100
Figura II.2.	A la izquierda, esquema del montaje experimental en el tanque de agua para testear la propagación acústica. A la derecha, fotografía de una de las medidas.	102
Figura II.3.	Modelo de la simulación (izquierda) y resultados de uno de los campos acústicos obtenidos (derecha).	102
Figura II.4.	Ejemplo de ondas acústicas emitidas (izquierda) y recibidas (derecha) tanto medidas como simuladas para un ejemplo de seno (arriba) y de sweep (abajo).	104
Figura II.5.	Propagación a largas distancias medida (izquierda), simulada (derecha) con estudio frecuencial (senos) y transitorio (sweeps), y con modelo analítico.	104
Figura II.6.	Esquema del montaje experimental para la propagación acústica en el interior de la vasija llena de agua y fotografías de una de las medidas.	105
Figura II.7.	Modelo de la simulación (izquierda) y ejemplo de un resultado (derecha).	106
Figura II.8.	Ejemplo de señal emitida y recibida en una de las medidas experimentales y en la simulación numérica correspondiente.	106

Figura II.9.	Propagación radial en el interior de la vasija para diferentes señales. A la izquierda, resultados del montaje experimental. A la derecha, resultados numéricos.	107
Figura II.10.	Propagación vertical en el interior de la vasija. A la izquierda, resultados del montaje experimental. A la derecha, resultados numéricos.	107
Figura II.11.	Ejemplo de simulación del campo de presión (izquierda) y velocidad radial (derecha) a lo largo de un eje radial producido por una esfera de 10 mm de radio que oscila a 100 kHz con una amplitud de 1 Pa en su superficie.	108
Figura II.12.	Campo de presiones (izquierda) y de velocidad radial de partícula (derecha) generado por esferas vibrantes de diversos diámetros (d) a distintas distancias, variando la amplitud de la oscilación para obtener el mismo campo a lo largo del eje radial.	109
Figura II.13.	Intensidad (izquierda) y potencia acústica (derecha) generada por esferas vibrantes de diversos diámetros (d) a distintas distancias respecto a su centro, variando convenientemente la amplitud de la oscilación para obtener el mismo campo acústico.	109
Figura II.14.	Esquema de la transmisión entre el fluido sobrecalentado y el buffer. Los sensores piezoeléctricos se ubican en el exterior de la pared que contiene ambos fluidos.	113
Figura II.15.	Esquema para explicar la transmisión acústica con incidencia normal a través de una interfase entre dos fluidos.	114
Figura II.16.	A la izquierda, modelo numérico para estudio de transmisión acústica con incidencia normal a través de la interfase entre dos fluidos. A la derecha, ejemplo de presiones obtenidas en el punto de medida con el dominio de transmisión con el mismo fluido que el dominio incidente (CF_3I - CF_3I , P_i) y con distinto fluido (CF_3I - H_2O , P_i).	115
Figura II.17.	Coefficiente de transmisión de intensidad acústica a través de la interfase entre dos medios fluidos.	115
Figura II.18.	Esquema de transmisión acústica oblicua a través la interfase entre fluidos.	116
Figura II.19.	Modos propios de un volumen paralelepípedo de dimensiones $10 \times 10 \times 20$ cm ³ , lleno de agua.	118
Figura II.20.	Distribución de los modos propios para diferentes tamaños paralelepípedos de agua con paredes rígidas.	119
Figura II.21.	Modos propios de un volumen cilíndrico de 21 cm de alto y 11.5 cm de diámetro, lleno de agua.	120
Figura II.22.	Potencia acústica emitida durante el crecimiento de burbuja en el sentido del fluido C_3F_8 expresado dimensional (izquierda) y adimensionalmente (derecha).	121
Figura II.23.	Comparación de la energía acústica emitida durante el crecimiento de burbuja entre el C_3F_8 (derecha) y el CF_3I (izquierda).	121

Figura II.24.	Energía acústica emitida por una burbuja con C_3F_8 (derecha) y CF_3I (izquierda) en función de las condiciones termodinámicas en las que crece la burbuja en el interior del fluido sobrecalentado.	122
Figura II.25.	Ejemplo de señal acústicas registrada en el crecimiento de burbujas para PICO-60 en dos escalas temporales distintas.	123
Figura II.26.	Ejemplo de espectro frecuencial de la señal acústica anterior enventanándola entre los instantes 0 y 0.30 ms para evitar la influencia de reflexiones.	123
Figura II.27.	Eficiencia acústica para C_3F_8 (arriba) y CF_3I (abajo). A la izquierda, gráfica conjunta de la energía umbral y energía acústica. A la derecha, porcentaje de energía acústica sobre la energía umbral.	124
Figura II.28.	Volumen utilizado para el estudio del efecto de la presión hidrostática en la energía acústica.	125
Figura II.29.	A la izquierda, condiciones de presión y temperatura del conjunto de eventos estudiados. A la derecha, correlación lineal entre la energía acústica medida y la esperada teóricamente a partir de las condiciones termodinámicas del fluido.	126
Figura II.30.	Relación entre la profundidad de cada burbuja registrada y la desviación de la energía medida respecto al ajuste lineal sobre el modelo teórico.	126
Figura II.31.	A la izquierda, esquema del modelo de transmisión acústica a través de la interfase entre el fluido sobrecalentado y el buffer superior. A la derecha, ejemplo de la intensidad acústica relativa en la pared de la vasija que contiene ambos fluidos.	127
Figura II.32.	Ángulo de transmisión (izquierda) y coeficiente de transmisión de intensidad (derecha) para las interfaces C_3F_8 -agua (PICO-2L), CF_3I -agua (PICO60) y C_3F_8 -glycol (MOS CAB).	128
Figura II.33.	Intensidad acústica calculada analíticamente en las paredes interiores de los detectores PICO-2L (C_3F_8 - H_2O) y PICO-60 (CF_3I - H_2O) para cuatro profundidades de creación de burbuja.	129
Figura II.34.	A la izquierda, esquema del modelo de transmisión acústica a través de la interfase entre el fluido sobrecalentado y el buffer superior. A la derecha, ejemplo de la intensidad acústica relativa en la pared de la vasija que contiene ambos fluidos.	130
Figura II.35.	Intensidad acústica calculada analíticamente en las paredes interiores de los detectores PICO-2L (C_3F_8 - H_2O , $P=2bar$), para una profundidad de burbuja de 100 mm y desplazada 0, 10, 25 y 75 mm del centro de la vasija.	131
Figura II.36.	Modelos utilizados en las simulaciones numéricas en los estudios de modos propios de los fluidos de los detectores PICO.	132
Figura II.37.	Distribución de modos propios en cada detector PICO.	132
Figura II.38.	Valor medio y desviación típica de la presión acústica integrada en el volumen de líquido sobrecalentado, para cada modo de vibración.	133

Figura II.39.	A la izquierda, conjunto de las dos cámaras de metacrilato unidas del detector MODA-LS. A la derecha, ubicación en el interior del sistema de refrigeración.	134
Figura II.40.	Potencia acústica emitida durante el crecimiento de burbuja en el seno del fluido $C_2H_2F_4$, para un umbral energético de 10 keV (izquierda) y 1 keV (derecha).	135
Figura II.41.	Energía acústica emitida durante el crecimiento de burbuja en el seno del fluido $C_2H_2F_4$, para un umbral energético de 10 keV (izquierda) y 1 keV (derecha).	135
Figura II.42.	Energía acústica emitida por una burbuja con $C_2H_2F_3$ en función de las condiciones termodinámicas de crecimiento en el interior del fluido sobrecalentado.	136
Figura II.43.	Energía acústica frente a energía umbral para las condiciones de operación de los detectores PICO y de diseño de MODA-LS.	136
Figura II.44.	Geometrías empleadas en el estudio de modos propios de MODA-LS.	137
Figura II.45.	Modos propios analíticos vs. numéricos (simulados) para las presiones de trabajo de 1, 2 y 3 bares.	138
Figura II.46.	Presión acústica máxima y promedio en función de los modos propios para presiones de trabajo del detector estudiadas de 1, 2 y 3 bares.	138
Figura II.47.	Distribución de modos en cámara emisora: sin y con burbujas de 1 mm y 3 mm de diámetro en posiciones A (izquierda) y B (derecha).	139
Figura II.48.	Presión acústica en cámara emisora en posición A: sin y con burbuja de 1 mm de diámetro (izquierda); sin y con burbuja de 3 mm de diámetro (derecha).	139
Figura II.49.	Comparación distribución de modos de las dos cámaras unidas.	140
Figura II.50.	Presiones máximas, promedio y desviación de las dos cámaras unidas.	140
Figura II.51.	Esquema para explicar el tensor de deformaciones.	145
Figura II.52.	Esquema para explicar el tensor de tensiones.	146
Figura II.53.	Montaje experimental para estudiar la propagación longitudinal en sólidos.	155
Figura II.54.	A la izquierda, ejemplo de señal registrada con eco-impulso. A la derecha, valores de velocidad de propagación en los sólidos estudiados.	155
Figura II.55.	Modelo de la simulación (izquierda) y ejemplo de uno de los resultados (derecha).	156
Figura II.56.	Propagación de ondas longitudinales (izquierda) y transversales (derecha). El eje de abscisas muestra el tiempo en el que se registra la señal a cada una de las distancias que indica el eje de ordenadas, medidas en la diagonal respecto de la fuente.	156
Figura II.57.	Relación entre el tiempo de vuelo (izquierda) y amplitud (derecha) de ambos modos de onda, longitudinal y transversal.	157

Figura II.58.	Onda longitudinal incidiendo en una interfase sólido-sólido.	159
Figura II.59.	Onda longitudinal incidiendo en una interfase líquido-sólido.	160
Figura II.60.	Esquema para explicar el modelo de transmisión acústico a través de 1 capa.	161
Figura II.61.	A la izquierda, valor de TI en función de $L1/\lambda 1$ y $Z1$, para la transmisión a través de una capa en el caso $Zi < Zt$. A la derecha, TI para diferentes relaciones de impedancia entre los medios.	162
Figura II.62.	A la izquierda, valor de TI en función de $L1/\lambda 1$ y $Z1$, para la transmisión a través de una capa en el caso $Zi = Zt$. A la derecha, TI para diferentes relaciones de impedancia entre los medios.	162
Figura II.63.	Esquema para explicar la transmisión acústica a través de 2 capas.	163
Figura II.64.	Esquema para explicar la transmisión acústica a través de N capas.	164
Figura II.65.	Representación gráfica de la ortogonalización del tensor de tensiones en un punto del sólido, para la obtención de las tensiones principales.	166
Figura II.66.	Ángulo de transmisión (izquierda) y coeficiente de transmisión de intensidad (derecha) para las interfases C_3F_8 -cf (PICO-2L) y CF_3I -cf (PICO-60).	168
Figura II.67.	A la izquierda, esquema del modelo de transmisión acústica a través de la pared que contiene los fluidos del detector. A la derecha, ejemplo de la intensidad acústica en la superficie exterior de la pared de la vasija que contiene ambos fluidos.	169
Figura II.68.	Intensidad acústica calculada analíticamente en las paredes exteriores de los detectores PICO-2L (C_3F_8 - H_2O) y PICO-60 (CF_3I - H_2O) para dos profundidades de creación de burbuja.	170
Figura II.69.	Intensidad acústica calculada normalizada en las paredes exteriores de los detectores PICO-2L (C_3F_8 - H_2O) en función de la profundidad de creación de burbuja.	171
Figura II.70.	Modelo de la simulación para el estudio de la transmisión en PICO-2L (izquierda) y ejemplo de una de los resultados (derecha).	172
Figura II.71.	Comparación del perfil temporal de distintas señales utilizadas en el modelo numérico (izquierda) y una señal obtenida del detector PICO-2L (derecha).	172
Figura II.72.	Amplitudes relativas de la presión (izquierda) y de la aceleración (derecha) obtenidas en la superficie interior y exterior de la vasija PICO-2L.	173
Figura II.73.	Modelos utilizados en las simulaciones numéricas de estudios de modos propios de la parte fluida y sólida de los detectores PICO.	174
Figura II.74.	Distribución de modos propios en cada detector PICO.	174
Figura II.75.	Media y desviación típica de la presión acústica integrada en el volumen de líquido sobrecalentado, para cada modo de vibración.	175
Figura II.76.	Modelo de la simulación para el estudio de la transmisión en MODA-LS (izquierda) y ejemplo de uno de los resultados (derecha).	176

Figura II.77.	Amplitudes relativas de la presión obtenida en la superficie interior y exterior de la caja de metacrilato de MODA-LS, para cuatro posiciones de burbuja distintas.	177
Figura II.78.	Geometrías empleadas para el estudio de modos propios de MODA-LS.	178
Figura II.79.	Comparación de la distribución de modos en varias configuraciones de las cámaras de metacrilato del detector MODA-LS.	179
Figura II.80.	Presiones promedio y desviación de la cámara emisora (izquierda) y de las dos cámaras unidas (derecha), con y sin pared de metacrilato.	179
Figura II.81.	Modelo de la simulación para el estudio de la resistencia mecánica de MODA-LS (izquierda) y ejemplo los esfuerzos obtenidos (derecha).	180
Figura II.82.	Tensiones principales y de Von Mises obtenidas para distintos espesores de las paredes de la caja de metacrilato.	180
Figura II.83.	Microfisuras en la junta entre las paredes previo a presurización (izquierda) y fisuras en el contacto con el conector metálico superior (derecha).	181
Figura III.1.	Generación de carga eléctrica a partir de una fuerza mecánica exterior.	189
Figura III.2.	Sistema ortogonal donde se muestran las coordenadas de polarización de una cerámica piezoeléctrica.	193
Figura III.3.	A la izquierda, por encima de la temperatura de Curie (T_c), se forma una simetría cúbica, de modo que las cargas positivas y negativas se anulan en conjunto. A la derecha, por debajo de T_c , se forma una simetría de tetragonal, con un desplazamiento relativo entre cargas que da lugar a un dipolo eléctrico.	195
Figura III.4.	Reorganización de los dipolos después de someterse a un campo eléctrico.	196
Figura III.5.	La compresión de un elemento piezoeléctrico polarizado según la dirección de esta tensión provoca un voltaje. Y un voltaje aplicado sobre la cerámica crea una deformación en la cerámica.	196
Figura III.6.	Frecuencia de resonancia (f_r) y antirresonancia (f_a) del módulo de la impedancia (línea oscura) y su fase (línea clara) de una cerámica PZT (PIC 255) tipo disco, que caracteriza el modo de vibración radial.	198
Figura III.7.	Cerámica piezoeléctrica circular con polarización transversal.	202
Figura III.8.	Modelo de la simulación (izquierda) y resultado de la impedancia obtenida (derecha).	205
Figura III.9.	Método de la impedancia. L (longitud), ρ (densidad), t (espesor). Los índices en rojo, azul y violeta son los empleados en las matrices que usamos en las simulaciones numéricas para determinar el comportamiento del material.	207

Figura III.10. Imagen del medidor de impedancias Wayne Kerr Electronics 6500P (izquierda) y esquema de su funcionamiento interno (derecha).	208
Figura III.11. Dispositivo de sujeción para las mediciones de impedancia en las cerámicas piezoeléctricas utilizadas.	208
Figura III.12. Impedancias medidas (módulo y fase) de las cerámicas Nb-PZT. Se marcan las frecuencias de resonancia y antirresonancia de cada uno de los modos.	213
Figura III.13. Impedancias medidas de las geometrías PIC255. Se marcan las frecuencias de resonancia y antirresonancia de cada uno de los modos.	218
Figura III.14. Impedancias simuladas de las geometrías PIC255 con los coeficientes del fabricante y medidas en laboratorio.	222
Figura III.15. Comportamiento de las frecuencias de resonancia respecto al diámetro de la cerámica, para un mismo espesor.	225
Figura III.16. Comportamiento de las frecuencias de resonancia respecto al espesor de la cerámica, para un mismo diámetro.	225
Figura III.17. Comportamiento de la constante de frecuencia en función de d/h .	226
Figura III.18. Comportamiento de la constante de frecuencia para modos radiales y espesor, en función de la relación d/h .	226
Figura III.19. Factor de acoplamiento electromecánico para el primero modo más bajo, en función de la relación d/h .	227
Figura III.20. Cociente entre los factores de acoplamiento electromecánico para los dos primeros modos más bajos, en función de la relación d/h .	227
Figura III.21. Relación entre el volumen y la relación d/h para las cerámicas simulada.	229
Figura III.22. Cociente entre los factores de acoplamiento electromecánico para los dos primeros modos más bajos, en función del volumen de cada cerámica.	229
Figura III.23. Frecuencia de resonancia fundamental de cada una de cerámicas estudiadas, en función de su volumen.	230
Figura III.24. Esquema constructivo de un transductor de cerámica piezoeléctrica circular: 1 carga acústica; 2 elemento activo piezoeléctrico; 3 capa de adaptación de impedancias; 4 carcasa de encapsulado; 5 capa trasera; 6 cable coaxial.	237
Figura III.25. Resultado del modelo de transmisión a través de dos capas.	239
Figura III.26. Optimización del modelo de transmisión a través de dos capas fijando la impedancia de la primera capa.	239
Figura III.27. Optimización del modelo de transmisión a través de dos capas para distintas impedancias de la primera capa.	240
Figura III.28. Modelo de la simulación de un transductor acústico (izquierda) y ejemplo resultado del campo acústico obtenido (derecha).	246
Figura III.29. Equipamiento utilizado en todas las medidas de calibración de transductores.	248

Figura III.30. Transductores piezoeléctricos utilizados como referencia en todas las medidas de calibración de transductores.	249
Figura III.31. Emplazamientos utilizados en las medidas de calibración de transductores.	250
Figura III.32. Diagrama de bloques del montaje y conexionado en el método de comparación directa.	251
Figura III.33. Esquema del montaje para la calibración de hidrófonos emisores.	252
Figura III.34. Esquema del montaje para la calibración de hidrófonos receptores.	252
Figura III.35. Configuración 1 para la calibración por el método de reciprocidad.	253
Figura III.36. Configuración 2 para la calibración por el método de reciprocidad.	254
Figura III.37. Configuración 3 para la calibración por el método de reciprocidad.	254
Figura III.38. Esquema de las posiciones de los hidrófonos en base a su función y las tensiones a medir.	255
Figura III.39. Ejemplo de señales recibidas a 30 cm del emisor. A la izquierda, seno de 5 ciclos de 60 kHz. A la derecha, sweep entre 20 y 50 kHz en 100 μ s.	256
Figura III.40. Montaje experimental para estudiar la OEM en el caso del transductor comercial TC-4034. A la izquierda, emplazamiento para el control de las medidas. A la derecha, posición de los transductores sumergirlos para calibración.	257
Figura III.41. Propagación de la OA (izquierda) y la OEM (derecha).	257
Figura III.42. Montaje experimental para estudiar la influencia de la OEM en la calibración de cerámicas sin aislamiento electromagnético. A la izquierda, montaje antes de sumergir el sistema en el tanque. A la derecha, detalle de la cerámica con un recubrimiento impermeable acústicamente transparente.	258
Figura III.43. Propagación de la OA (izquierda) y la OEM (derecha).	258
Figura III.44. Montaje experimental para estudiar la reducción de la OEM en la calibración de cerámicas sin aislamiento electromagnético. A la izquierda, esquema del montaje. A la derecha, imagen del conexionado.	259
Figura III.45. Reducción de la amplitud de la OA y OEM para las distintas frecuencias en estudio al medir con el montaje expuesto (con conexión) respecto a sin el montaje (sin conexión).	259
Figura III.46. Cerámicas utilizadas para el estudio de sensores acústicos.	260
Figura III.47. Módulo de la admitancia de las cerámicas libres, medidas en agua.	261
Figura III.48. RVR medido de las cerámicas libres. El área sombreada muestra la incertidumbre típica para una cerámica de cada tipo, siendo similares para el resto de cerámicas.	261
Figura III.49. RVR medido y simulado de las cerámicas libres tipo cilindro (izquierda) y tipo disco (derecha).	262
Figura III.50. Capas de adaptación de aluminio testeadas con las cerámicas libres.	263
Figura III.51. Módulo de la admitancia de las cerámicas con ML medidas.	264

Figura III.52. Diferencia de sensibilidad de las cerámicas con ML (líneas de colores) respecto de las obtenidas sin ML (línea negra), medidas en el tanque de agua.	264
Figura III.53. Frecuencia de los máximos de transmisión frente al espesor de ML, obtenida a partir del modelo de transmisión normal a través de una capa. Comparación con las medidas de los máximos frecuenciales para cada cerámica.	265
Figura III.54. Distintos espesores de backings pegados a las cerámicas tipo disco.	266
Figura III.55. Módulo de la admitancia de las cerámicas con ML medidas.	267
Figura III.56. Diferencia de sensibilidad de las cerámicas tipo disco con backing respecto a las mismas sin backing, medidas en el tanque de agua.	267
Figura III.57. Ejemplo de cilindro y disco pegado a la vasija de borosilicato.	268
Figura III.58. RVR medido de las cerámicas libres. El área sombreada muestra la incertidumbre típica para una cerámica de cada tipo, siendo similares para el resto de cerámicas.	268
Figura III.59. Ejemplo de cerámicas con capas de adaptación de aluminio pegadas a la vasija de calibración.	269
Figura III.60. Admitancia de las cerámicas con ML (curvas de color) y sin ellos (curva negra), cuando se encuentran pegadas a la vasija.	269
Figura III.61. RVR de las cerámicas con ML (curvas de color) y sin ellos (curva negra), cuando se encuentran pegadas a la vasija.	270
Figura III.62. Diferencia de sensibilidad de las cerámicas pegadas a la vasija, con y sin ML.	270
Figura III.63. Frecuencia de los máximos de transmisión frente al espesor de ML, obtenida a partir del modelo de transmisión normal a través de dos capas. Comparación con las medidas de los máximos frecuenciales para cada cerámica pegada.	271
Figura III.64. Ejemplos de cerámicas pegadas con ML y BK.	272
Figura III.65. RVR de las cerámicas con ML y BK pegadas a la vasija.	272
Figura III.66. Diferencia de sensibilidad en las cerámicas pegadas a la vasija con ML y BK respecto a únicamente con ML.	273
Figura III.67. RVR final de las diferentes configuraciones pegadas a la vasija, con y sin capas de ML y BK.	274
Figura III.68. Cerámicas superficiales utilizadas para el estudio acústico de nuevos rangos frecuenciales en PICO.	276
Figura III.69. Esquema de diseño de las cerámicas superficiales estudiadas.	276
Figura III.70. Curvas de las admitancias eléctricas medidas de ambas cerámicas superficiales.	277
Figura III.71. Montaje experimental para la medida de la sensibilidad acústica en recepción de las cerámicas planas estudiadas.	278
Figura III.72. Sensibilidad acústica en recepción de las cerámicas planas estudiadas.	278
Figura III.73. Esquema del sistema de calibración para MOSCAB.	279

Figura III.74. Configuración del banco de pruebas acústico de Gandia. A la izquierda, instalación de uno de los transmisores FFRx60 y los dos sensores AR190XS en el triángulo de calibración. A la derecha, medida de la señal recibida de emitir dentro de la vasija de calibración de borosilicato.	280
Figura III.75. RVR de los hidrófonos AR190CS 101 y AR190CS 102 utilizados en MOSCAB-40, medidos en condiciones de laboratorio.	280
Figura III.76. Posición de los hidrófonos AR190XS y los FFRx60 para su calibración.	281
Figura III.77. RVR del hidrófono AR190XS 101 para diferentes presiones de trabajo.	281
Figura III.78. Resultados analíticos y numéricos del coeficiente de transmisión acústico entre el $C_2H_2F_4$ y la cerámica con 1 capa intermedia de metacrilato de dos espesores de 5 y 10 mm, para tres condiciones termodinámicas de operación.	283
Figura III.79. Detalle de diseño del encapsulado (medidas en milímetros).	284
Figura III.80. Cable coaxial pegado al polo positivo de la cerámica con epoxi conductor.	285
Figura III.81. Pegado de la cerámica al encapsulado con epoxi conductor.	285
Figura III.82. Detalle del apantallamiento del cable haciendo contacto con el encapsulado y conector BNC.	285
Figura III.83. Sensor sellado con Sikaflex.	286
Figura III.84. Proceso de secado de los sensores pegados a la cámara de burbuja.	286
Figura III.85. A la derecha, montaje de calibración de los sensores libres en tanque de agua. A la izquierda, ejemplo de señal recibida, enviando un 5 ciclos de 30 kHz.	287
Figura III.86. Admitancia eléctrica y sensibilidad acústica de ambos sensores en comparación con las medidas en las cerámicas libres.	287
Figura III.87. A la izquierda, sensores pegados a la caja de metacrilato de MODA-LS. A la derecha, ejemplo de señal recibida, enviando 5 ciclos de 60 kHz	288
Figura III.88. Admitancia eléctrica y sensibilidad acústica de ambos sensores en comparación con las medidas en las cerámicas libres.	289
Figura IV.1. Ejemplo de distintas realizaciones de un mismo experimento.	296
Figura IV.2. Clasificación de las señales acústicas.	297
Figura IV.3. Parámetros estadísticos para un seno (izquierda) y un sweep (derecha).	300
Figura IV.4. Función de densidad de probabilidad y función de distribución de probabilidad para un seno (izquierda) y un sweep (derecha).	300
Figura IV.5. Transformadas de Fourier para un seno (izquierda) y un sweep (derecha).	302
Figura IV.6. Envolvente de un sweep (izquierda) y un pulso de calibración (derecha) aplicando la Transformada de Hilbert.	303

Figura IV.7. Ejemplos de dos tipos de ventanas utilizadas en los métodos espectrales variantes con el tiempo.	305
Figura IV.8. Evolución temporal de los parámetros estadísticos al aplicar enventanado a un seno (izquierda) y a un sweep (derecha).	306
Figura IV.9. Análisis de la transformada Pvar para la señal tipo pulso.	306
Figura IV.10. Transformada de Fourier enventanada para un sweep (izquierda) y un pulso de calibración (derecha).	307
Figura IV.11. Espectrograma de un sweep (izquierda) y un pulso de calibración (derecha).	309
Figura IV.12. Representación tiempo-escala al aplicar la transformada Wavelet a un sweep (izquierda) y un pulso de calibración (derecha).	311
Figura IV.13. A la izquierda, efecto del filtro en la adquisición de señales de PICO. A la derecha, aplicación del valor absoluto del valor medio con umbral de detección.	313
Figura IV.14. Comparativa de las TF para los eventos provenientes de desintegraciones alfa, de retrocesos nucleares de neutrones, y del ruido de fondo.	313
Figura IV.15. Decaimiento del ^{222}Rn y sus hijos ^{218}Po y ^{214}Po .	315
Figura IV.16. A la izquierda, distribución del AP para fuentes de neutrones conocidas (línea marrón oscura) y para eventos sin clasificar (marrón claro). A la derecha, comportamiento de AP frente al número de burbujas observadas en cada evento.	315
Figura IV.17. Distribución del AP para los eventos de neutrones de calibración (marrón oscuro) y de búsqueda de WIMP (marrón claro), para los cuatro umbrales energético.	316
Figura IV.18. Comportamiento del AP en función de la frecuencia para 18 tripletes de eventos alfa consecutivos, consistentes con el tiempo de la cadena de desintegración del radón.	317
Figura IV.19. Distribución del AP_{low} (izquierda) y el AP_{high} para los eventos de neutrones de calibración (línea negra) y de búsqueda de WIMP (línea roja).	318
Figura IV.20. Comportamiento del AP en función de la frecuencia para 82 tripletes de eventos alfa consecutivos, consistentes con el tiempo de la cadena de desintegración del radón.	319
Figura IV.21. A la izquierda, ejemplo de perfil de la TH enventanada para uno de los eventos de PICO-60, con el ajuste exponencial de parámetros a y b. A la derecha, diagrama a-b correspondiente a distintos tipos de eventos.	320
Figura IV.22. Distribución del parámetro de ensayo para dos conjuntos de sensores.	322
Figura IV.23. Diagramas de Bland-Altman para dos cortes del parámetro AP.	322
Figura IV.24. Diagrama de Bland-Altman para todos los eventos con presión 1.37 y 2.07 bar y temperaturas entre 33.25 y 35.75°C	323

Figura IV.25. Comportamiento de las tres técnicas empleadas en el análisis de calibración de los sensores para MODA-LS.	324
Figura IV.26. Ejemplo donde se comparan las tres técnicas empleadas en el análisis de calibración de los sensores para MODA-LS.	325
Figura IV.27. Gráfico para explicar la estimación de los tiempos de retardo.	331
Figura IV.28. Diagrama de bloques del cálculo de la correlación cruzada entre señales.	333
Figura IV.29. Diagrama de bloques del cálculo de la correlación cruzada a partir de la convolución de las transformadas de Fourier entre señales.	333
Figura IV.30. Aplicación de las técnicas basadas en la CC para la detección acústica.	335
Figura IV.31. Diagrama de bloques del cálculo de la correlación cruzada generalizada.	336
Figura IV.32. Diagrama de bloques del cálculo de la correlación cruzada generalizada utilizando inventanado temporal.	337
Figura IV.33. Aplicación de las técnicas basadas en la GCC para la detección acústica.	338
Figura IV.34. Diagrama de bloques del cálculo del TDOA utilizando Wavelet.	339
Figura IV.35. Aplicación de las técnicas basadas en la WT para la detección acústica.	340
Figura IV.36. SNR obtenidos en el estudio de su influencia en la detección acústica. Arriba a la izquierda, perfil típico de las señales y ruido existente en las medidas.	344
Figura IV.37. Tiempos de vuelo obtenidos en el estudio de la influencia del SNR en la detección acústica.	345
Figura IV.38. Tiempos de vuelo obtenido en el estudio de la influencia de las reflexiones.	346
Figura IV.39. Esquema para explicar el cálculo de la localización de fuentes acústicas.	348
Figura IV.40. A la izquierda, modelo geométrico para testear numéricamente la localización acústica. A la derecha, las coordenadas de los fuentes simuladas y los sensores.	349
Figura IV.41. Ubicación de los emires acústicos para testear experimentalmente el algoritmo de localización acústica mediante señales de tipo sweep.	350
Figura IV.42. Montaje experimental para la generación de un pulso termoacústico semejante al del crecimiento de burbuja en la vasija de calibración	351
Figura IV.43. A la izquierda, modelo numérico de localización para MODA-LS. A la derecha, posiciones de los sensores y burbujas simuladas.	352
Figura IV.44. Resultados de incorporar un sensor adicional al detector PICO-60.	354
Figura IV.45. Montaje experimental para la generación de un pulso termoacústico semejante al del crecimiento de burbuja en la caja de MODA-LS.	355
Figura IV.46. A la izquierda, modelo numérico de localización para MODA-LS. A la derecha, posiciones de los sensores y burbujas simuladas.	356

Figura IV.47.	Montaje experimental de localización de chispas para MODA-LS (izquierda) y ejemplo de señal acústica registrada (derecha).	357
Figura IV.48.	Señales impulsivas de referencia registradas por los sensores de MODA-LS en el dominio de tiempos y comportamiento de la transformada Pvar.	359
Figura IV.49.	Espectro de las señales de referencia registradas por sensores de MODA-LS.	359
Figura V.1.	Esquemas de las partes del detector.	365
Figura V.2.	Disposiciones de trabajo del detector.	367
Figura V.3.	Diseño de la iluminación del detector.	368
Figura V.4.	Diseño final del detector MODA-LS.	369
Figura V.5.	Componentes principales de la parte superior del detector. A la izquierda, el sistema de refrigeración, que se situará a 1m de altura aproximadamente. Al centro, recinto para el fluido refrigerante con la cámara superior (imagen del BPA, con ligeras modificaciones para MODA-LS). A la derecha, Válvula de llenado del detector.	370
Figura V.6.	Componentes principales de la parte inferior del detector. A la izquierda, muelle hidráulico para desplazar verticalmente y ajustar el tanque inferior. Al centro, tanque para el refrigerante con la cámara inferior. A la derecha, diseño de caja de metacrilato unida a tubo cilíndrico para conexión con la caja superior.	370
Figura V.7.	Sensores y actuadores para el control termodinámico.	371
Figura V.8.	Esquema del conexionado para el control termodinámico de MODA-LS.	372
Figura V.9.	Sensor para el control óptico.	373
Figura V.10.	Sensores para el control acústico.	374
Figura V.11.	Osciloscopio utilizado para el control acústico.	375
Figura V.12.	Captura de la interfaz para MODA-LS.	376
Figura A.1.	Esquema para explicar el cálculo de la sección eficaz de CNS.	387
Figura A.2.	A la izquierda, flujos de neutrinos relevantes para el fondo de los experimentos de detección directa de materia oscura: solares, atmosféricas y de supernovas difusas. A la derecha, tabla con valores numérico.	388
Figura A.3.	A la izquierda, tasa de eventos de CNS de distintas fuentes, para un detector de ^{12}C . A la derecha, fondo proveniente del ^8B para distintos materiales objetivo.	389
Figura A.4.	A la izquierda, número total de eventos corregidos por eficiencia de nucleación para el ^{12}C y ^{19}F . A la derecha, valores numéricos para tres umbrales.	389
Figura A.5.	Espectro de los retrocesos nucleares esperados o tasa de eventos R para los dos núcleos del C_3F_8 .	390

Figura A.6.	Espectro de los retrocesos nucleares esperados o tasa de eventos R para los dos núcleos del C_3F_8 .	391
Figura A.7.	Límites del CNS para PICO-2L.	392
Figura A.8.	Límites de interacción WIMP-protón SD para el fondo provenientes de CNS, teniendo en cuenta tres cantidades de material objetivo C_3F_8 .	393
Figura B.1.	Esquema de las trayectorias de las distintas partículas desde una fuente lejana.	397
Figura B.2.	Esquema de la detección con detector de radiación Cherenkov.	398
Figura B.3.	A la izquierda, esquema del detector ANARES. A la derecha, fotografía del proceso de instalación de una de las líneas del telescopio. (http://antares.in2p3.fr/)	399
Figura B.4.	Esquema del detector IceCube. (https://icecube.wisc.edu/)	400
Figura B.5.	Límites de detección de WIMP para distintos telescopios de neutrinos, en comparación con algunas técnicas de detección directa.	401
Figura B.6.	Esquema de producción de neutrinos de la atmósfera solar y perfil de densidad del Sol.	403
Figura B.7.	Comparación de flujos de neutrinos atmosféricos solares esperado en la Tierra, sin y con oscilación, para las tres familias de neutrinos. [292]	404
Figura B.8.	Flujos de los tres sabores de neutrinos y antineutrinos atmosféricos solares esperados en la Tierra. [296]	404
Figura B.9.	Área efectiva (izquierda) y límite superior promedio del flujo con un nivel de confianza del 90% (derecha) para Antares.	406
Figura B.10.	Fondo para búsquedas de SDM con ANTARES, en el caso en el que la partícula mediadora decae directamente en neutrinos, debido a los neutrinos provenientes de la atmósfera solar. Comparación con los límites de ANTARES y IceCube-79, así como con los de detección directa de los experimentos PICO.	408
Figura B.11.	Área efectiva (izquierda) y eventos totales y de fondo (derecha) para IC79.	409
Figura B.12.	Dependencia de los eventos de fondo y totales respecto de Ψ (izquierda) y de N_{chan} (izquierda) para IC79.	409