

## Análisis de Matriz del Sistema para TAC

Vicent Vidal, Liubov Flores y Gumersindo Verdú  
Empresa: Universitat Politècnica de València  
Dirección: Camino de Vera S/N, Valencia  
Teléfono: 96 3877350, ext: 73523  
E-mail: vvidal@dsic.upv.es

**Resumen** En aplicaciones prácticas de tomografía computarizada a menudo el conjunto de proyecciones es incompleto debido a las condiciones físicas durante el proceso de adquisición de datos. Otro problema importante, es reducir la dosis de radiación en pacientes. Estos problemas requieren la reconstrucción de imágenes por un conjunto limitado de proyecciones. Por esta razón, los métodos iterativos están siendo utilizados cada vez más por los investigadores del campo de reconstrucción de imágenes. En este trabajo, resolvemos el problema de reconstrucción por menos número de proyecciones y analizamos como la solución del problema depende de la generación de los elementos de la matriz del sistema que simula el proceso de escaneo.

### 1. INTRODUCCIÓN.

En la tomografía axial computarizada (TAC), existe la demanda de reconstrucción de imágenes por menor número de proyecciones. Este problema está relacionado con un conjunto limitado de datos debido a condiciones físicas durante el proceso de adquisición de datos. Por otro lado, también es importante en la reducción de la dosis de radiación en pacientes.

Una forma de minimizar la dosis de radiación es reducir el número de rotaciones durante el proceso de escaneo. En consecuencia, en las reconstrucciones aparecen artefactos no deseados. Con el desarrollo de la teoría de 'compressed sensing' [1, 2], aparecieron varios algoritmos iterativos basados en esta teoría como 'soft-threshold filtering algorithm for total variation minimization' [3, 4], y orientados a resolver el problema de reconstrucción utilizando un menor número de vistas.

En nuestros trabajos previos [8, 9], hemos aplicado el método de mínimos cuadrados LSQR para la resolución de Sistemas de Ecuaciones Lineales Dispersas para la reconstrucción de imágenes médicas de TAC. En este trabajo, analizamos las propiedades y estructura simétrica de los bloques de la matriz del sistema que simula el proceso de escaneo y mostramos que la forma de generar los elementos de la matriz afecta la calidad de la imagen reconstruida.

En la siguiente sección se presentan los aspectos matemáticos más relevantes del trabajo, seguido con discusiones y los resultados obtenidos en el experimento simulado. Finalmente, se presentan algunas conclusiones del trabajo realizado.

### 2. ASPECTOS MATEMÁTICOS

El problema de reconstrucción de una imagen médica de TAC a partir de una colección de proyecciones puede ser considerado como la resolución de un sistema de ecuaciones lineales de la forma siguiente:

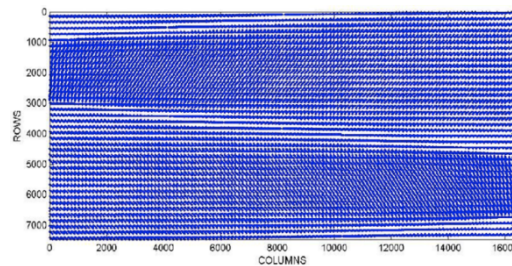
$$Ax \approx b, \quad (1)$$

donde la matriz  $A$  simula el proceso de escaneo; los elementos de  $A$  dependen del número de proyección y del ángulo bajo cual se toman las proyecciones. Los valores de la matriz-columna  $x$  representan las intensidades de la imagen a reconstruir y están relacionados con la atenuación del rayo-X; la matriz-columna  $b$  representa las proyecciones adquiridas por el escáner.

Para un ángulo dado, asumimos que el número de proyecciones varía de 1 a  $m$ . Para  $k$  diferentes ángulos, en (1),  $\mathbf{b}$  consta de  $M = mxk$  elementos,  $\mathbf{x}$  consta de  $N$  elementos (resolución de la imagen), y  $\mathbf{A}$  es una matriz rectangular de dimensiones  $M \times N$ .

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{M1} & a_{M2} & \dots & a_{MN} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = [b_1, b_2, \dots, b_M]^T, \quad \mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T.$$

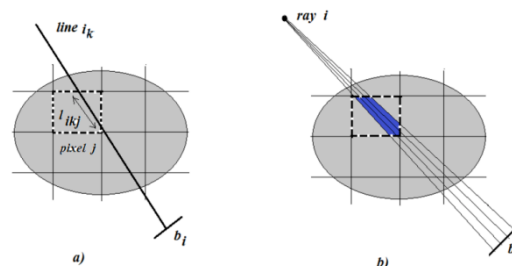
En TAC, la matriz del sistema que simula el proceso de escaneo en el rango 0–360 grados, contiene bloques simétricos de la estructura de datos como se presenta en la Fig. 1.



**Fig. 1.** La figura muestra la parte de la estructura de datos de la matriz del sistema que corresponde a 7000 filas y 16000 columnas. doi:10.1016/j.procs.2013.05.308

En la práctica,  $A$  es una matriz rectangular y muy dispersa. Las dimensiones de  $A$  crecen proporcionalmente a la resolución de la imagen a reconstruir y al número de proyecciones usadas incrementando de esta manera el costo computacional y espacial.

Muchas propiedades de la imagen a reconstruir dependen de las aproximaciones calculadas de los elementos de la matriz que representan la proporción del rayo  $i$  atravesando el pixel  $j$  (Fig. 2).

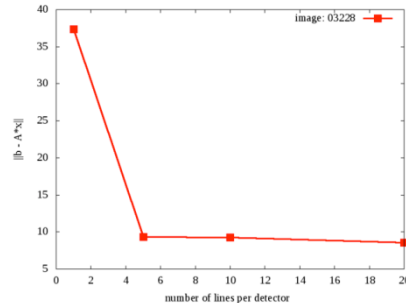


**Fig. 2.** La representación esquemática de un rayo  $X$  que atraviesa el pixel  $j$  y se registra por el detector  $b_i$ .

Un elemento  $a_{ij}$  de la matriz  $A$  puede ser expresado como  $a_{ij} = \sum_{k=1}^n l_{ikj}$ , donde  $n$  es el número de líneas por un rayo.

Hemos utilizado el método de Siddon [7] para generar elementos de la matriz realizando simulaciones con diferente número de líneas por rayo. En la simulación, la longitud del panel de detectores es de 500 mm, el número de detectores es 256, la longitud de cada detector es de 1.9 mm. En la Fig. 3 se muestra la norma de error residual,  $\|b - Ax\|$ , en la imagen reconstruida en función de número de líneas por detector. El error es prácticamente estable cuando se usan 20 líneas por detector, o 5 líneas por 1 mm por detector.

Por otra parte, la simetría de los bloques en la estructura de datos de la matriz  $A$  permite generar la matriz solo en el rango 0–90 grados y reutilizarla en los rangos 0–180 y 0–360 grados. Esta propiedad de la matriz del sistema permite reducir los recursos necesarios de almacenamiento del sistema y el tiempo de reconstrucción de la imagen.



**Fig. 3. Norma de error en función de número de líneas por detector después de 100 iteraciones.**

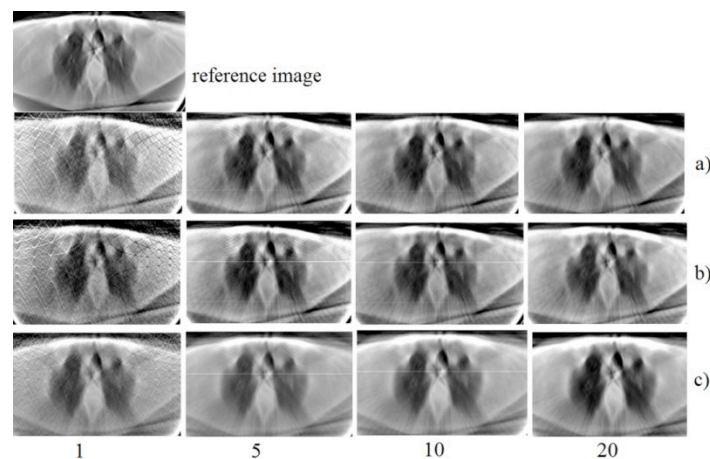
### 3. RESULTADOS Y DISCUSIONES

Para el experimento, hemos adquirido las proyecciones recolectadas por el escáner del Hospital Clínico Universitario de Valencia. El escáner es un simulador del modelo Metaserto con el sistema tomográfico Kermath attached. El sistema tiene 512 detectores situados a lo largo del panel de 50 cm. La distancia fuente-detector es de 1.4 m. El ángulo máximo de apertura es de 20.25 grados.

Del conjunto inicial de datos (200 proyecciones) hemos derivado dos conjuntos: un conjunto de 100 proyecciones en el rango 0–360 grados y el segundo de 50 proyecciones en el rango 0–180 grados. Estas proyecciones fueron utilizadas para reconstruir la imagen con el método LSQR [8] y las matrices correspondientes generadas con el método de Siddon.

Los resultados fueron obtenidos en el sistema gpu.dsic.upv.es con CPU de 2.6 GHz y una tarjeta GPU NVIDIA TESLA K20c. El sistema pertenece al Departamento de Sistemas Informáticos y Computación de la Universitat Politècnica de València.

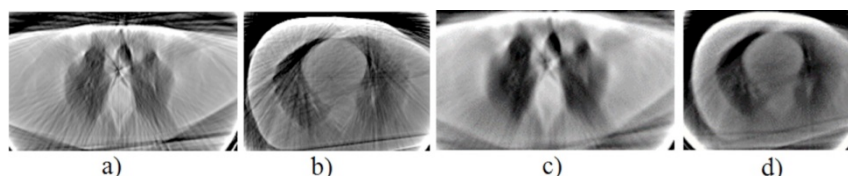
Las imágenes reconstruidas por 50 proyecciones en el rango 0–180 grados y por 100 proyecciones en el rango 0–360 grados, se presentan en la Fig. 4. Se observa que las imágenes se reconstruyen satisfactoriamente con la matriz generada en el rango 0–90 grados (Fig. 4(a)).



**Fig. 4. Las imágenes reconstruidas después de 100 iteraciones usando matrices simuladas en los rangos 0–90 (a), 0–180 (b) y 0–360 (c) grados considerando 1, 5, 10 y 20 líneas por**

**detector. El imagen de referencia fue reconstruido con el algoritmo FBP por el conjunto completo de proyecciones (200).**

La comparación de las reconstrucciones por el método iterativo LSQR y el método clásico de retroproyecciones filtradas (filtered back projection (FBP)) se presenta en la Fig. 5. Los resultados obtenidos por 50 proyecciones muestran que las reconstrucciones hechas con LSQR presentan menos artefactos y que el método iterativo es más apropiado para resolver el problema de reconstrucción por menor número de proyecciones.



**Fig. 5. La imágenes reconstruidas por 50 proyecciones con los algoritmos FBP (a-b) y LSQR (c-d).**

Para mayor evaluación, en la Tabla 1 se resumen los resultados del análisis estadístico de la calidad de imagen reconstruida. Se utilizan las funciones 'mean square error' (MSE) y 'peak-signal-to-noise-ratio' (PSNR) para la comparación de calidad entre la imagen de referencia y reconstruida. Para la reconstrucción se utiliza matriz generada con 20 líneas por detector.

Rango de Generación de la Matriz	MSE	PSNR
0-360 grados	0.0820	58.9929
0-180 grados	0.0680	59.8057
0-90 grados	0.0658	59.9469

**Table 1. Comparación cuantitativa de las imágenes reconstruidas por LSQR utilizando matrices de diferentes rangos.**

Finalmente, tiene que ser mencionado que en los rangos 0-90 y 0-180 grados, las imágenes se reconstruyen por 50 proyecciones que significa la reducción de la dosis de radiación por el factor 4.

## 4. CONCLUSIONES.

Hemos analizado el comportamiento de la matriz del sistema en el proceso de reconstrucción de imágenes TAC. Se observa que la matriz contiene información geométrica del proceso de escaneo y la generación de sus elementos afecta la calidad de la imagen reconstruida.

Hemos mostrado que con la matriz generada en el rango 0-90 grados se puede reconstruir imágenes de suficiente calidad por el conjunto reducido de proyecciones que permite reducir la dosis de radiación en pacientes. Adicionalmente, la estructura de bloques simétricos de la matriz de datos permite reducir el uso de la memoria del sistema y el tiempo de reconstrucción.

Los resultados obtenidos pueden tener la aplicación práctica en los escáneres portátiles.

## AGRADECIMIENTOS.

Este trabajo fue soportado por el proyecto ANITRAN PROMETEOII/2014/008 de la Generalitat Valenciana de España y por el Ministerio de Economía y Competitividad español con la subvención TIN2015-66972 - C5-4 - R cofinanciado por fondos FEDER.

## REFERENCIAS.

- [1] Donoho D. Compressed sensing. IEEE T Inform Theory. 2006;52:1289-306.
- [2] Candès E, Romberg J, Tao T, Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements. Commun Pur Appl Math. 2006;59:1207-23.
- [3] Yu H, Wang G. A soft-threshold filtering approach for reconstruction from a limited number of projections. Phys Med Biol. 2010;55:3905-16.
- [4] Yu W, Zeng L. A novel weighted total difference based image reconstruction algorithm for few-view computed tomography. PLoS ONE 2014;9(10):1-10.
- [5] Flores L, Vidal V, Mayo P, Rodenas F, Verdú G. CT image reconstruction based on GPUs. Procedia Computer Science. 2013;18:1412-20.
- [6] Flores L, Vidal V, Verdú G. Iterative reconstruction from few-view projections. Procedia Computer Science. 2015;51:703-12.
- [7] Siddon R. Fast calculation of exact radiological path length for a three dimensional CT array. Med Phys. 1985;12:252-5.
- [8] Paige C, Saunders M. An algorithm for sparse linear equations and sparse linear squares. ACM T Math Software. 1982;8(1):43-7.