



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA

TESIS DOCTORAL

Fijación del diferencial de crédito mediante modelos Estructurales y Mixtos. Aplicación empírica en una economía emergente: el caso mexicano

Presentada por:

PAULA BEATRIZ MORALES BAÑUELOS

**Para optar al título de Doctor por la
Universidad Politécnica de Valencia**

Dirigida por:

Dr. D. Francisco Guijarro Martínez

Valencia, enero 2011

Agradecimientos

En mi primer lugar quiero darle gracias a Dios por haberme permitido llegar a este momento, el cual veía tan lejano y como un sueño inalcanzable y parece que ahora se hace realidad.

Quiero agradecerles a mis padres por estar conmigo en todo momento, por ser los mejores del mundo y acompañarme tanto en los momentos buenos como en los malos. A mi Mamá por ser la persona más maravillosa del mundo y a mi Papá por darme los consejos más sabios que he escuchado.

A mi queridísima Mitsuko, por ser de las mejores personas que he conocido, le estoy muy agradecida a la vida y a ella por haberme permitido ser su amiga y acompañarme en mi camino por la vida.

Al Dr. Francisco Guijarro, que sin su ayuda, confianza, sabiduría y paciencia no hubiera alcanzado esta meta, en general por ser un excelente profesor y una mejor persona.

Al Dr. Alcérreca que de verdad sin su enorme apoyo, confianza y estimación no me encontraría donde estoy, por personas como él, se pueden alcanzar las metas. Es un gran Jefe.

A la Profesora Sylvia Meljem, primero que nada, sin su ayuda no estaría en el ITAM, gracias por su cariño, apoyo, confianza, Amistad, pero sobre todo por su ejemplo como la maravillosa profesionalista que es.

A la Dra. Matilde O. Fernández, al Dr. David Cabedo, al Dr. Fernando García, al Dr. Ismael Moya y al Dr. Arturo Rodríguez por dedicarme una enorme porción de su valiosísimo tiempo para leer, hacerme observaciones importantes y acceder a formar parte del tribunal en mi examen.

Al Dr. Janko Cortés, por su asesoría, dedicación y paciencia, sin su enorme ayuda no hubiera podido realizar este trabajo.

A Ara, a Felipe y por supuesto a su retoño por ser de las pocas personas que he conocido y que puedo decir sin temor a equivocarme, que valen lo que pesan en ORO.

A mis queridos amigos que han estado conmigo en las buenas y en las malas, y que han sido como mis hermanitos Xavier, Carlos Darío y Carlitos.

Resumen

La naturaleza de las empresas obliga a que se deba pagar o estar dispuesto a pagar un precio por los bienes y servicios que serán utilizados en las actividades del negocio, cualquiera que sea el giro de que se trate. Por lo anterior, es evidente que las empresas requieren recursos financieros que les permitan realizar los pagos necesarios para el desempeño de sus actividades. Como es bien sabido, existen tres fuentes principales de financiamiento: los recursos internos generados por la misma entidad, los aportados por los socios de la empresa y los obtenidos a través de la figura de la deuda.

El costo de financiarse a través de estas fuentes es determinado mediante la aplicación de diversos modelos, en el caso del capital accionario se utilizan modelos de equilibrio, el más conocido es el denominado CAPM por sus siglas en inglés (*Capital Asset Pricing Model*) o Modelo de Fijación de Precios de Activos de Capital, en el caso de la deuda, se debe establecer un costo de oportunidad (tasa de interés) que sea atractivo para el acreedor, por lo cual además de incorporar el valor del dinero en el tiempo, deberá incluir una prima que cubra la probabilidad de incumplimiento de la organización. De conformidad con la calificación otorgada por la empresa calificadora o por la institución de crédito se establece la tasa de interés que debe fijarse sobre los préstamos que se van a otorgar o el rendimiento a vencimiento que debe dar el bono que emita la entidad que se va a financiar. En términos generales, la calificación crediticia determina el costo de oportunidad de la deuda; sin embargo, en el caso particular de las empresas mexicanas, la mayor parte de ellas no poseen la capacidad económica para ser calificadas por una entidad especializada, generalmente son las organizaciones públicas o con fuerte poder adquisitivo las que tienen acceso a ser calificadas por instituciones especializadas. Este problema se acentúa cuando los préstamos se realizan entre partes relacionadas y no se cuenta con la calificación crediticia de la entidad emisora del instrumento de deuda, ya que en estos casos, la transacción pudiera encontrarse afectada por los diferentes intereses económicos de las partes, teniendo como consecuencia la fijación de un diferencial de crédito que no cumpla con el principio de valor de mercado.

Derivado de lo anterior, resulta necesario encontrar una metodología que pueda ser aplicada de manera generalizada, de forma tal, que el costo de la deuda sea directamente proporcional al riesgo de incumplimiento de la empresa emisora.

Para resolver este problema, Merton (1974), Leland (1994) y Fan y Sundaresan (2000) desarrollaron modelos que pueden ser utilizados para obtener las probabilidades neutrales de incumplimiento así como los diferenciales de crédito que deben ser agregados a la tasa base. Posteriormente, Denzler *et al.* (2005) propusieron dos modelos que permiten convertir una frecuencia de incumplimiento, conocida por sus siglas en inglés como EDF (*Expected Default Frequency*TM), emitida por un sistema en línea desarrollado por *Moody's Investor Service*, en una probabilidad neutral al riesgo de incumplimiento y ésta a su vez en un diferencial de crédito. Estas últimas herramientas poseen características tanto de los modelos Estructurales como de los de Forma Reducida (*reduced-form setting*). El primero de ellos es el *Brownian Motion Model* (BM) y el segundo es el *Power Law Brownian Motion Model* (PLBM).

Debido a que la mayor parte de los modelos antes mencionados fueron calibrados con datos de economías desarrolladas, en el presente trabajo se decidió probar estos cinco modelos en un mercado emergente, como es el caso de México, considerando las deudas referenciadas a una tasa base pertenecientes a entidades que cotizaron en la Bolsa Mexicana de Valores durante el periodo comprendido de 1998 a 2008. El valor agregado que proporciona esta investigación es el tomar la información de un mercado emergente, considerando todas las dificultades que ello implica (mercados poco eficientes, carencia de información, interrelaciones entre bancos y empresas, etc.). A continuación se resumen los principales resultados obtenidos.

De acuerdo con el análisis empírico aplicado sobre los datos mexicanos durante el periodo de 1998 a 2008, se encontró que el diferencial calculado con el modelo de Merton se encuentra muy alejado del valor real; en promedio, el modelo de Merton sobreestima fuertemente los diferenciales de crédito reales.

En lo que se refiere al modelo de Leland (1994) el ajuste proporcionado es un poco mejor que el arrojado por el modelo de Merton (1974), lo cual se refleja en el valor del estadístico G; sin embargo, éste sigue siendo negativo en casi todos los años, a excepción del ejercicio de 2003; mientras que el peor ajuste se presenta en el año de 2008. Asimismo como se realizó con el modelo de Merton, se compararon los diferenciales reales con los estimados, y en este caso el

resultado es mixto, en algunas ocasiones los *spreads* son subestimados y en otras son sobreestimados.

En lo que respecta al modelo de Fan y Sundaresan (2000), de la misma manera que como sucede en la investigación realizada por Teixeira (2005), existe una mejora en el ajuste al contrastar el resultado derivado de este modelo con los de Merton y Leland; no obstante, para el caso mexicano, los puntos base estimados aún se encuentran alejados de los valores reales, los cuales, son subestimados por el modelo.

De conformidad con los valores del estadístico de prueba G, se puede desprender que ni el modelo de Leland (1994), ni el de Fan y Sundaresan (2000) ajustan correctamente los puntos base; sin embargo, dentro de éstos el “mejor” es el de Fan y Sundaresan (2000) cuando el poder de negociación entre acreedores y accionistas se encuentra equilibrado ($\eta=0.5$) o levemente sesgado hacia los accionistas ($\eta=0.6$).

Una vez que se constató que los resultados ofrecidos por los modelos Estructurales no fueron satisfactorios, se probaron los modelos mixtos, y de conformidad con las estimaciones efectuadas con la información del mercado mexicano (una economía emergente), se llegó exactamente a la misma conclusión alcanzada por Denzler *et al.* (2005) (quienes aplicaron sus modelos en bonos emitidos en Estados Unidos de Norteamérica y en Europa) el modelo que aproxima en mayor medida el diferencial de crédito real es el PLBM. Por lo que en resumen, este último modelo es el recomendado en este trabajo para las empresas que no cotizan en bolsas públicas o que no poseen una calificación crediticia otorgada por una entidad calificadora. Al igual que como lo hizo Teixeira (2005), se analizaron los residuos de los diferenciales observados y los estimados, derivados de los modelos que aproximaron en mayor medida los *spreads*¹ de crédito reales: BM y PLBM; para ello se calculó la tasa de recuperación con la ecuación 118, y se buscaron variables que pudieran explicar los valores poco óptimos del estadístico G.

Con el propósito de llevar a cabo un pequeño análisis únicamente para el ejercicio de 2008, se realizó una regresión entre los residuos derivados de estos modelos como variable dependiente, y como variables independientes el sector donde se encuentra la empresa (tomando la clasificación otorgada por la BMV), la razón de apalancamiento, etc.

¹ En el presente trabajo se utiliza de forma indistinta diferencial de crédito o *spread* de crédito.

De conformidad con estos resultados obtenidos, se pudo observar que el modelo de regresión no explica correctamente a los residuos provenientes del modelo BM. No obstante, al correr la regresión de los residuos del PLBM con todas las variables independientes, resultaron significativas el nivel de apalancamiento (endeudamiento), pero únicamente medido a través de las deudas de largo plazo, así como el rendimiento en el precio de la acción, el tipo de industria, siendo significativo el que las organizaciones pertenezcan a los sectores de comunicaciones y transportes o al de servicios, dado que no pertenecen al sector de varios.

Por otra parte, debido a que en México no existe una base de datos pública que pueda ser consultada para establecer las tasas de recuperación de los préstamos, una vez que las entidades caen en incumplimiento, y reconociendo que esta variable resultó de vital importancia en el ajuste de los modelos utilizados para pronosticar los diferenciales de crédito, se buscaron diversas formas para proyectar dicha variable.

Se modeló la tasa de recuperación de varias formas: regresión simple, transformaciones sobre la tasa de recuperación, regresiones múltiples y tasas implícitas de recuperación e incumplimiento contenidas en el modelo binomial adaptado para determinar el valor de mercado del capital accionario.

El mejor resultado se obtuvo al utilizar el modelo logístico, tomando como variable independiente la intensidad de incumplimiento calculada con la fórmula 118, segregando los datos por calificación crediticia y tomando la serie de tiempo completa.

Derivado de este análisis se llegó a la conclusión de que la R no es una constante, por el contrario es una variable estocástica que depende de las características del instrumento (*senior* o *junior*) así como de la probabilidad de incumplimiento. Asimismo, se observó que el mejor ajuste se obtiene aplicando una regresión logística sobre estos datos, con lo cual las empresas privadas podrán aproximar su tasa de recuperación.

Summary

The nature of business requires to be paid or be willing to pay a price for goods and services that will be used in business activities, regardless the core business. Therefore, it is clear that companies need financial resources to enable them to make the payments necessary to carry out their activities. As is well known, there are three main sources of financing: internal resources generated by the same entity, provided by the shareholders of the company and those obtained through the figure of the debt.

The cost of financing through these sources is determined by applying different models, in the case of equity used equilibrium models, the best known is called the CAPM by its acronym in English (Capital Asset Pricing Model) in the case of debt, there should be an opportunity cost (interest rate) that is attractive to the creditor, which also incorporates the value of money over time, and a premium to cover the probability of default of the organization. In accordance with the rating given by the ratings company or the lender sets, the interest rate should be set on loans to be granted or the yield to maturity that should give the bonus issued by the entity to be finance. Overall, the credit rating determines the opportunity cost of debt, but in the case of Mexican companies, most of them do not have the economic capacity to be characterized by a specialized entity, usually the organizations public or with strong purchasing power that are accessible to be qualified by specialized institutions. This problem is exacerbated when the loans are made between related parties and do not have the credit rating of the issuer of the debt instrument, as in these cases, the transaction might be affected by different economic interests of the parties, taking resulted in the establishment of a credit spread which does not comply with the principle of market value. Due to the above, it is necessary to find a methodology that can be applied widely, so that the cost of debt is directly proportional to the risk of default of the issuing company.

To resolve this problem, Merton (1974), Leland (1994) and Fan y Sundaresan (2000) developed models that can be used to obtain neutral default probabilities and credit spreads to be added to the base rate. Subsequently, Denzler *et al.* (2005) proposed two models to convert a default frequency, known by its initials as EDF (Expected Default FrequencyTM) provided by an online system developed by Moody's Investor Service, in a risk-neutral probability of default and turn it

into a credit spread. These latter tools have characteristics of both structural models and reduced form. The first is the Brownian Motion Model (BM) and the second is the Power Law Brownian Motion Model (PLBM). Because most of the models mentioned above were calibrated with data from developed economies, this paper decided to try these five models in emerging markets, as is the case of Mexico, considering the debts referenced to a falling base rate to entities listed on the Mexican Stock Exchange during the period from 1998 to 2008. The added value provided by this research is to take information from an emerging market, considering all the challenges involved (inefficient markets, lack of information, relationships between banks and companies, etc.). The following summarizes the main results.

According to the empirical analysis applied to Mexican data for the period from 1998 to 2008, found that the difference calculated with the Merton model is far from the real value, on average, the Merton (1974) model strongly overestimates the real credit spread. In regard to the Leland model provided the setting is a bit better than that yielded by the Merton model, which is reflected in the statistical value of G , but it remains negative in most years, a exception of fiscal year 2003, while the worst fit occurs in the year 2008. Also, as was done with the Merton model, we compared the actual differential vs. estimated, and in this case the result is mixed, sometimes spreads are underestimated and others are overestimated. Moreover, with respect to the model of Fan y Sundaresan (2000), in the same way as in the investigation conducted by Teixeira (2005), there is an improvement in the adjustment to contrast the results derived from this model with those of Merton (1974) and Leland (1994), however, for the Mexican case, the estimated base points are still far from the actual values, which are underestimated by the model. In accordance with the values of the test statistic G can be inferred that neither the Leland model, or the Fan y Sundaresan (2000) correctly adjusted basis points, but within them the "best" is the Fan y Sundaresan (2000) when bargaining power between creditors and shareholders are balanced ($\eta = 0.5$) or slightly biased towards shareholders ($\eta = 0.6$).

Once it was found that the results offered by the structural models were not satisfactory, mixed models were tested, and in accordance with estimates made with the Mexican market information (an emerging economy), it was exactly the same conclusion reached by Denzler *et al.* (2005) (who applied their models in bonds issued in USA and Europe) that approximates the model further the real credit spread is the PLBM. So in summary, this latest model is recommended in this work to

companies not listed on public exchanges or do not have a credit rating issued by a rating agency. Just as Teixeira did, we analyzed the residues of the observed and estimated spreads derived from the models closer into actual credit spreads: BM and PLBM, for it is the recovery rate calculated by the equation 118, and looked for variables that could account for suboptimal values of the statistic G.

In order to conduct a short analysis only for the year 2008, we performed a regression between the residues from these models as the dependent variable and as independent variables the sector of the company (taking the rating given by the Mexican Market Exchange), the leverage ratio, etc. According to these results, it was observed that the regression model does not explain properly to the errors of the BM model. However, when running the regression of the residuals of PLBM with all independent variables were significant level of leverage (borrowing), but only measured by long-term debts, as well as performance in the stock price, the type of industry, with significant that organizations belonging to the communications and transportation or service, as not belonging to various sectors.

Moreover, because in Mexico there is not a public database that can be consulted to establish recovery rates on loans, once the entities fall into default, and recognizing that this variable was of vital importance in adjustment of the models used to predict credit spreads, sought various ways to estimate this variable.

We modeled the rate of recovery in several ways: simple regression, transformations on the recovery rate, multiple regression and implied recovery rates and default contained in the binomial model adapted to determine the market value of equity.

The best results were obtained using the logistic model, taking as independent variable intensity of default calculated using the formula 118, segregating the data by credit rating and taking complete time series.

Derived from this analysis concluded that R is not constant, however it is a random variable that depends on the characteristics of the instrument (senior or junior) as well as the probability of default. It was also noted that the best fit is obtained by applying a logistic regression on these data, which private companies can approximate its recovery rate.

Resum

La naturalesa de les empreses obliga que s'haja de pagar o estar disposat a pagar un preu pels béns i serveis que seran utilitzats en les activitats del negoci, siga quin siga el gir de què es tracte. Per l'anterior, és evident que les empreses requereixen recursos financers que els permeten realitzar els pagaments necessaris per a l'exercici de les seues activitats. Com és ben sabut, hi ha tres fonts principals de finançament: els recursos interns generats per la mateixa entitat, els aportats pels socis de l'empresa i els obtinguts a través de la figura del deute.

El cost de finançar-se a través d'estes fonts és determinat per mitjà de l'aplicació de diversos models, en el cas del capital accionari s'utilitzen models d'equilibri, el més conegut és el denominat CAPM per les seues sigles en anglès (Capital Asset Pricing Model) o Model de Fixació de Preus d'Actius de Capital, en el cas del deute, s'ha d'establir un cost d'oportunitat (taxa d'interès) que siga atractiu per al creditor, per la qual cosa a més d'incorporar el valor dels diners en el temps, haurà d'incloure una prima que cobrisca la probabilitat d'incompliment de l'organització. De conformitat amb la qualificació atorgada per l'empresa qualificadora o per la institució de crèdit s'estableix la taxa d'interès que ha de fixar-se sobre els préstecs que es van a atorgar o el rendiment a venciment que ha de donar el bo que emeta l'entitat que es va a finançar. En termes generals, la qualificació creditícia determina el cost d'oportunitat del deute; no obstant això, en el cas particular de les empreses mexicanes, la major part d'elles no posseeixen la capacitat econòmica per a ser qualificades per una entitat especialitzada, generalment són les organitzacions públiques o amb fort poder adquisitiu les que tenen accés a ser qualificades per institucions especialitzades. Este problema s'accentua quan els préstecs es realitzen entre parts relacionades i no es compta amb la qualificació creditícia de l'entitat emissora de l'instrument de deute, ja que en estos casos, la transacció poguera trobar-se afectada pels diferents interessos econòmics de les parts, tenint com a conseqüència la fixació d'un diferencial de crèdit que no complisca amb el principi de valor de mercat.

Derivat de l'anterior, resulta necessari trobar una metodologia que puga ser aplicada de manera generalitzada, de forma tal, que el cost del deute siga directament proporcional al risc d'incompliment de l'empresa emissora.

Per a resoldre este problema, Merton (1974), Leland (1994) i Fan y Sundaresan (2000) van desenvolupar models que poden ser utilitzats per a obtindre les probabilitats neutrals d'incompliment així com els diferencials de crèdit que han de ser agregats a la taxa base. Posteriorment, Denzler *et al.* (2005) van proposar dos models que permeten convertir una freqüència d'incompliment, coneguda per les seues sigles en anglès com EDF (Expected Default FrequencyTM), emesa per un sistema en línia desenrotllat per Moody's Investor Service, en una probabilitat neutral al risc d'incompliment i esta al seu torn en un diferencial de crèdit. Estes últimes ferramentes posseeixen característiques tant dels models Estructurals com dels de forma reduïda (reduced-form setting). El primer d'ells és el Brownian Motion Model (BM) i el segon és el Power Law Brownian Motion Model (PLBM).

Pel fet que la major part dels models abans mencionats van ser calibrats amb dades d'economies desenrotllades, en el present treball es va decidir provar estos cinc models en un mercat emergent, com és el cas de Mèxic, considerant els deutes referenciats a una taxa base pertanyents a entitats que van cotitzar en la Borsa Mexicana de Valors durant el període comprés del 1998 al 2008. El valor agregat que proporciona esta investigació és el prendre la informació d'un mercat emergent, considerant totes les dificultats que això implica (mercats poc eficients, carència d'informació, interrelacions entre bancs i empreses, etc.). A continuació es resumeixen els principals resultats obtinguts.

D'acord amb l'anàlisi empírica aplicat sobre les dades mexicanes durant el període del 1998 al 2008, es va trobar que el diferencial calculat amb el model de Merton (1974) es troba molt allunyat del valor real; com a mitjana, el model de Merton sobreestima fortament els diferencials de crèdit reals.

En el que es referix al model de Leland l'ajust proporcionat és un poc millor que l'obtingut pel model de Merton (1974), la qual cosa es reflecteix en el valor de l'estadístic G; no obstant això, este continua sent negatiu en quasi tots els anys, a excepció de l'exercici de 2003; mentres que el pitjor ajust es presenta l'any de 2008. Així mateix com es va realitzar amb el model de Merton, es van comparar els diferencials contra els estimats, i en este cas el resultat és mixt, en algunes ocasions els *spreads* són subestimats i en altres són sobreestimats.

D'altra banda, pel que fa al model de Fan y Sundaresan (2000), de la mateixa manera que com succeeix en la investigació realitzada per Teixeira (2005), hi ha una millora en l'ajust al contrastar

el resultat derivat d'este model amb els de Merton (1974) i Leland (1994); no obstant això, per al cas mexicà, els punts base estimats encara es troben allunyats dels valors reals són subestimats pel model.

De conformitat amb els valors de l'estadístic de prova G, es pot desprendre que ni el model de Leland (1994), ni el de Fan y Sundaresan (2000) ajusten correctament els punts base; no obstant això, dins d'estos el "millor" és el de Fan y Sundaresan (2000) quan el poder de negociació entre creditors i accionistes es troba equilibrat ($\eta=0.5$) o lleument esbiaixat cap als accionistes ($\eta=0.6$).

Una vegada que es va constatar que els resultats oferits pels models Estructurals no van ser satisfactoris, es van provar els models mixtos, i de conformitat amb les estimacions efectuades amb la informació del mercat mexicà (una economia emergent), es va arribar exactament a la mateixa conclusió aconseguida per Denzler *et al.* (2005) (els que van aplicar els seus models en bons emesos als Estats Units d'Amèrica del Nord i a Europa) el model que aproxima en major grau el diferencial de crèdit real és el PLBM. Pel que en resum, este últim model és el recomanat en este treball per a les empreses que no cotitzen en borses públiques o que no posseeixen una qualificació creditícia atorgada per una entitat qualificadora. Igual que com el va fer Teixeira, es van analitzar els residus dels diferencials observats i els estimats, derivats dels models que van aproximar en major grau els spreads de crèdit reals: BM i PLBM; per a això es va calcular la taxa de recuperació amb l'equació 118, i es van buscar variables que pogueren explicar els valors poc òptims de l'estadístic G.

Amb el propòsit de dur a terme un xicoteta anàlisi únicament per a l'exercici de 2008, es va realitzar una regressió entre els residus derivats d'estos models com a variable dependent, i com a variables independents el sector on es troba l'empresa (prenent la classificació atorgada per la BMV), la raó d'alçament, etc.

De conformitat amb estos resultats obtinguts, es va poder observar que el model de regressió no explica correctament als residus provinents del model BM. No obstant això, al córrer la regressió dels residus del PLBM amb totes les variables independents, van resultar significatives el nivell d'alçament (endeudamiento), però únicament mesurat a través dels deutes de llarg termini, així com el rendiment en el preu de l'acció, el tipus d'indústria, el tipus d'indústria, sent significatiu el que les organitzacions pertanguen als sectors de comunicacions i transports o al de servicis, atés que no pertanyen al sector de diversos.

D'altra banda, pel fet que a Mèxic no hi ha una base de dades públiques que pugui ser consultada per a establir les taxes de recuperació dels préstecs, una vegada que les entitats cauen en incompliment, i reconeixent que esta variable va resultar de vital importància en l'ajust dels models utilitzats per a pronosticar els diferencials de crèdit, es van buscar diverses formes per a estimar la dita variable.

Es va modelar la taxa de recuperació de diverses formes: regressió simple, transformacions sobre la taxa de recuperació, regressions múltiples i taxes implícites de recuperació i incompliment contingudes en el model binomial adaptat per a determinar el valor de mercat del capital accionari.

El millor resultat es va obtenir a l'utilitzar el model logístic, prenent com a variable independent la intensitat d'incompliment calculada amb la fórmula 118, segregant les dades per qualificació creditícia i prenent la sèrie de temps completa.

Derivat d'esta anàlisi es va arribar a la conclusió que la R no és una constant, al contrari és una variable estocàstica que depèn de les característiques de l'instrument (senior o júnior) així com de la probabilitat d'incompliment. Així mateix, es va observar que el millor ajust s'obté aplicant una regressió logística sobre estes dades, amb la qual cosa les empreses privades podran aproximar la seua taxa de recuperació.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Antecedentes.....	2
1.2 Estructura documental.....	4
1.3 Objeto.....	5
1.4 Objetivo.....	11
1.4.1 Problemática y pregunta de investigación	12
Problemática.....	12
Preguntas de investigación.....	14
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO DE LOS MODELOS.....	15
UTILIZADOS	15
2.1 Concepto de deuda y Teorías sobre la estructura de financiamiento	16
2.1.1 Concepto de deuda	16
2.1.2 Justificación del endeudamiento de las empresas	17
2.1.3 Generalidades del análisis financiero	20
2.1.3.1 Razones financieras para el análisis del endeudamiento	21
2.1.4 Teorías sobre la estructura de capital de las empresas.....	24
2.1.5 Teoría del valor de la firma	27
2.1.6 Teorías de Modigliani y Miller	29
2.1.7 Teoría de las jerarquías.....	30
2.1.8 Conclusiones preliminares sobre la estructura de capital	31
2.2 Costo de la deuda y el riesgo de incumplimiento.....	35
2.2.1. Antecedentes.....	35
2.2.2. Resultados de estudios previos.....	42
2.2.2.1. Antecedentes Teóricos	53
2.2.2.2. Estadísticos y Econométricos	68
2.2.2.3. Modelos Estructurales	89
2.2.2.4. Modelos de Forma Reducida.....	117
Conclusiones de estudios previos.....	138
2.3. Modelos Teóricos.....	142
2.3.1 Modelo de Merton (Valuación del Capital como una opción) y de Vasicek-Kealhofer (VK) (Cálculo de la EDF).....	142
2.3.1.1 Opciones Financieras	143
2.3.1.2 Tiempo discreto, Modelo Binomial	145

2.3.1.3 Tiempo continuo, Modelo de Black y Scholes	156
2.3.1.4 Procesos Wiener	157
- Caminata Aleatoria.....	157
- Movimiento Browniano Aritmético	158
- Movimiento Browniano Geométrico	159
- Movimiento Browniano con reversión a la media.....	160
- Lema de Itô.....	161
2.3.2 Derivación del modelo de Black y Scholes (ByS).....	162
2.3.3 Volatilidad	165
2.3.3.1 Estimación de la volatilidad histórica	166
2.3.3.2 Volatilidad Dinámica.....	168
2.3.3.3 Volatilidad Implícita.....	169
2.3.3.4 Procesos ARCH.....	169
2.3.3.5 Modelo GARCH	173
2.4 Otras aplicaciones de las Opciones Financieras.....	175
2.4.1 Capital, Modelo de Merton.....	176
2.4.2 Modelo de Vasicek-Kealhofer (VK), Cálculo de la probabilidad esperada de incumplimiento (EDF)	179
2.5 Probabilidades neutrales al riesgo de incumplimiento.....	182
2.6 Cálculo de la tasa de recuperación (R).....	185
2.6.1. Cálculo de la tasa de recuperación (R). Modelo de Hull (2008)	185
2.6.2. Cálculo de la tasa de recuperación (R) mediante regresiones y el modelo binomial.....	188
2.6.3 Tasa de recuperación (R) e intensidad de incumplimiento implícitos	189
2.7 Modelo de Leland	192
2.8 Fan y Sundaresan.....	196
2.9 Brownian Motion Model (BM).....	198
2.10 Power Law Brownian Motion Model (PLBM).....	202
2.11 Estimación de los parámetros α_i y c_i para inferencia	204
2.12 Estadístico de prueba.....	204
2.13 Duración.....	205
2.14 Resultados de los estudios de Teixeira (2005) y de Denzler et al. (2005)	208
CAPÍTULO 3. APLICACIÓN EMPÍRICA DE LOS MODELOS DE MERTON, LELAND, FAN y SUNDARESAN, BM Y PLBM AL CASO MEXICANO.....	210
3.1 Recopilación de los datos.....	211

3.2 Resultados del Modelo de Merton, Leland y Fan y Sundaresan.....	218
3.3 Resultados de los modelos Brownian Motion (BM) y Power Law Brownian Motion (PLBM) 242	
3.3.1 Resultados de los modelos Brownian Motion (BM) y Power Law Brownian Motion (PLBM), calculando la tasa de recuperación con el modelo binomial.....	254
3.4 Inferencia con el modelo PLBM.....	262
3.5 Estimación de la tasa de recuperación (R).....	265
3.5.1 Regresión simple.....	265
3.5.2 Regresión múltiple.....	276
3.6 Análisis de los residuos provenientes de los modelos BM y PLBM estimando la R con la Ec.- 118 de la intensidad de incumplimiento.....	285
CAPÍTULO 4. CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN.....	290
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	299
ANEXO 1. Datos de las deudas de las empresas de la muestra correspondientes al año de 2007	312
ANEXO 2. Datos de las deudas de las empresas de la muestra correspondientes al año de 2008	323
ANEXO 3. Volatilidades derivadas del modelo de Merton, probabilidades de incumplimiento y calificaciones crediticias.....	335
ANEXO 4. Resultados de los modelos BM y PLBM con los datos de la muestra correspondientes al año de 2007.....	342
ANEXO 5. Modelos de series de tiempo.....	347
ANEXO 6A. Resultados de la regresión para determinar la R, por el periodo comprendido de 1998 a 2007.....	352
ANEXO 6B. Resultados de la regresión para determinar la R, por el periodo comprendido de 1998 a 2008.....	355
ANEXO 7A. Resultados de la regresión múltiple para estimar la tasa de recuperación, tomando como prueba los datos de 2007.....	359
ANEXO 7B. Resultados de la regresión múltiple para estimar la tasa de recuperación, tomando como prueba los datos de 2008.....	365
ANEXO 8. Árbol binomial para determinar la intensidad de incumplimiento y la probabilidad neutral de incumplimiento implícitas.....	374
ÍNDICE DE TABLAS, FIGURAS, CUADROS Y GRÁFICAS.....	378

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

1.1 Antecedentes

La naturaleza de las empresas obliga a que se deba pagar o estar dispuesto a pagar un precio por los bienes y servicios que serán utilizados en las actividades del negocio, cualquiera que sea el giro de que se trate. Por lo anterior, es evidente que las empresas requieren de recursos financieros que les permitan realizar los pagos necesarios para el desempeño de sus actividades.

Como es bien sabido, existen tres fuentes principales de financiamiento: los recursos internos generados por la misma entidad, los aportados por los socios de la empresa y los obtenidos a través de la figura de la deuda.

Generalmente una empresa se endeuda de acuerdo con las características de los productos o servicios ofrecidos, la etapa comercial del negocio, el tipo de mercado donde se encuentra la empresa, restricciones legales y fiscales, entre otros.

De conformidad con la calificación otorgada por la empresa calificadora o por la institución de crédito se establece la tasa de interés que debe fijarse sobre los préstamos que se van a otorgar o el rendimiento a vencimiento que debe dar el bono que emita la entidad que se va a financiar. En términos generales, la calificación crediticia determina el costo de oportunidad de la deuda; sin embargo, la mayor parte de las empresas mexicanas no poseen la capacidad económica para ser calificadas por una entidad especializada, generalmente son las empresas públicas o con fuerte poder adquisitivo las que tienen acceso ser calificadas por empresas especializadas, como por ejemplo *Moody's Investor Service* (Moody's), ya que los honorarios de estas entidades son muy altos. En contraste, las empresas privadas no poseen la capacidad económica para contratar los servicios de una entidad calificadora, por lo cual, les resulta sumamente complicado determinar el verdadero costo de oportunidad de la deuda.

Este problema se acentúa cuando los préstamos se realizan entre partes relacionadas y no se cuenta con la calificación crediticia de la entidad emisora del instrumento de deuda, ya que en estos casos, la transacción pudiera encontrarse afectada por los diferentes intereses económicos de las partes, teniendo como consecuencia la fijación de un diferencial de crédito que no cumpliera con el principio de valor de mercado.

Asimismo, resulta importante mencionar que en México la proporción de empresas públicas es muy pequeña, por lo cual la mayor parte de las empresas no poseen una calificación crediticia determinada por una organización especializada. Derivado de lo anterior, resulta necesario encontrar una metodología que pueda ser aplicada por estas entidades, de forma tal, que el costo de la deuda sea directamente proporcional al riesgo de incumplimiento de la empresa emisora.

La empresa calificadora Moody's desarrolló una base de datos que permite determinar la frecuencia esperada de incumplimiento denotada por sus siglas en inglés como EDF (*Expected Default FrequencyTM*). Este sistema puede ser adquirido por cualquier empresa privada; sin embargo, prevalece el problema de convertir esta probabilidad de incumplimiento en el diferencial que debe ser adicionado a una tasa base libre de riesgo.

Para resolver este problema, Merton (1974), Leland (1994) y Fan y Sundaresan (2000) desarrollaron modelos que pueden ser utilizados para obtener las probabilidades neutrales de incumplimiento así como los diferenciales de crédito que deben ser agregados a la tasa base.

Posteriormente, Denzler *et al.* (2005) propusieron dos modelos que permiten convertir la frecuencia de incumplimiento en una probabilidad neutral al riesgo de incumplimiento y ésta a su vez en un diferencial de crédito. Estas herramientas poseen características tanto de los modelos Estructurales como de los modelos de Forma Reducida (*reduced-form setting*). El primero de ellos es el *Brownian Motion Model* (BM) y el segundo es el *Power Law Brownian Motion Model* (PLBM).

Derivado de lo cual, el objetivo de este análisis es identificar el modelo que aproxime en mayor medida el costo de la deuda de los préstamos, considerando el hecho de que en México no se posee un mercado secundario para la deuda corporativa, ni tampoco se tiene acceso a una base de datos sobre las tasas de recuperación por tipos de préstamos, como es el caso de Estados Unidos, o por calificación crediticia, lo que repercute fuertemente en el análisis ya que este parámetro es parte fundamental de dichos modelos. Para lo cual, se analizarán los cinco modelos antes mencionados: el de Merton, el de Leland, el de Fan y Sundaresan, el *Brownian Motion Model* (BM) y el *Power Law Brownian Motion Model* (PLBM) y para estimar la tasa de recuperación de los préstamos se realizaran varias simulaciones tomando como referencia los estudios desarrollados por Hamilton *et al.* (2001), Altman *et al.* (2005), Varma *et al.* (2005) y por Das y Hanouna (2009).

1.2 Estructura documental

El presente documento se ha estructurado en cuatro epígrafes (secciones). En el primero de ellos, se introduce el trabajo, presentando un resumen del mismo, el objeto y los objetivos, pregunta de investigación, así como la estructura del propio documento. En la Sección 2 se hace una sinópsis de los estudios previos efectuados en los mercados de Estados Unidos de Norteamérica, de Europa y de Latinoamérica y una presentación teórica de los modelos utilizados en el análisis empírico. La Sección 3 presenta los resultados del análisis empírico derivado de la aplicación de los cinco modelos sobre datos en un mercado emergente, en particular México, el desempeño de los modelos con los datos mexicanos, y el desarrollo de regresiones para la estimación de la tasa de recuperación, con lo que facilitar la inferencia. Finalmente, en la Sección 4 se presentan las conclusiones de la investigación así como algunas posibles líneas de investigación futuras.

Adicionalmente, se incluye un último epígrafe de anexos, donde pueden consultarse los detalles del análisis empírico.

1.3 Objeto

Para la realización del presente trabajo se analizaron los estados financieros y las notas financieras a los mismos contenidos en las bases de datos privadas de Infosel y Datastream, así como en los Reportes Anuales emitidos por las empresas mexicanas que cotizaron en la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) durante el periodo 1998-2008, tomando como requisito que tuvieran deudas referenciadas a tasas base libres de riesgo crédito y sobre ellas adicionara un diferencial de crédito.

Resultante de este filtro quedó una muestra de 90 empresas con un total de 1,313 instrumentos de deuda durante 11 años (Anexos 1 y 2). La mayor parte de los instrumentos analizados fueron préstamos bancarios, certificados bursátiles, préstamos quirografarios, créditos refaccionarios, préstamos hipotecarios, préstamos garantizados, líneas de crédito, arrendamientos, pagarés de mediano y largo plazo, y préstamos sindicados. Otro factor importante que se consideró para la selección de los préstamos es que se hubieran realizado con terceros, con el objeto de que se fijaran tasas que cumplieran con el principio de valor de mercado.

El análisis de la información se realizó por años. No se efectuaron agrupaciones por sector debido a que en algunos casos, como fue el de servicios, únicamente se tenían tres empresas; mientras que en otros casos, como el de transformación y en el de construcción, habían hasta 25 firmas.

En la tabla que se presenta a continuación se muestra el número de empresas analizadas, agrupadas por sector de acuerdo con las categorías utilizadas por la BMV.

Tabla 1. Número de empresas analizadas por sector durante 1998 a 2008

Sector	Número de empresas de 1998 a 2007	Número de empresas 2008	Total
Comercio	9	4	13
Comunicaciones y transportes	7	7	14
Construcción	14	11	25
Extractiva	2	0	2
Servicios	2	1	3
Varios	4	4	8
Transformación	15	10	25
Total	53	37	90

Fuente: Elaboración propia

Cuatro de estas empresas seleccionadas tuvieron la particularidad de no haber cotizado de manera continua durante estos 11 años. Estas entidades fueron agregadas a la muestra con el objeto de evitar sesgos en el análisis, incluyendo únicamente empresas que sobrevivieron durante todo el periodo de estudio. El nombre, el sector y la actividad económica de las empresas cuyas deudas fueron estudiadas, se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2. Nombre y Sector de las empresas analizadas durante los años de 1998 a 2008

Razón Social	Sector	Descripción de la actividad económica
ACCEL, S.A.B. DE C.V.	Varios	Tenedora de empresas dedicadas a actividades inmobiliarias, servicios de manufactura, prestación de servicios de almacenaje, logística y distribución, así como diseño, fabricación y venta de ropa.
AMERICA MOVIL, S.A.B. DE C.V.	Comunicaciones y transportes	Proporciona servicios de telecomunicaciones a nivel nacional o internacional a clientes residenciales y comerciales que operan en una amplia gama de actividades.
APASCO S.A. DE C.V.	Construcción	Fabricación y venta de toda clase de cementos. Principalmente, cemento y concreto premezclado.
AXTEL, S.A.B. DE C.V.	Comunicaciones y transportes	Servicios de telecomunicaciones.

Razón Social	Sector	Descripción de la actividad económica
CABLEVISIÓN	Comunicaciones y transportes	Actualmente, CABLEVISIÓN® es el sistema de Cable Digital más grande de México. Grupo Televisa, la empresa de comunicaciones de habla hispana más grande del mundo, es dueña del 51% de esta empresa de cable cuya base de suscriptores sobrepasa los 550 mil clientes para Cable Digital y los 150 mil clientes de Internet de Alta Velocidad en la Ciudad de México y Área Metropolitana.
CARSO INFRAESTRUCTURA Y CONSTRUCCIÓN, S.A.B. DE C.V.	Construcción	Controladora de empresas dedicadas a diversas áreas de la actividad económica.
CEMENTOS CHIHUAHUA (GCC)	Construcción	GCC es una Compañía líder en la producción y comercialización de cemento, concreto, agregados y servicios relacionados con la industria de la construcción en México y Estados Unidos de América, tiene una participación significativa en la compañía cementera líder de mercado en Bolivia. Fue fundada en el año de 1941.
CMR, S.A.B. DE C.V.	Servicios	Controladora pura de acciones de empresas dedicadas a la operación de cafeterías, restaurantes y bares en la República Mexicana.
CONSORCIO ARA, S.A.B. DE C.V.	Construcción	Construcción de vivienda de interés social, tipo media, residencial y turística.
CONSORCIO HOGAR, S.A.B. DE C.V.	Construcción	Construcción de viviendas.
CONVERTIDORA INDUSTRIAL, S.A.B. DE C.V.	Transformación	Compra-venta, maquila y fabricación de toda clase de artículos plásticos y metálicos.
CORPORACION DURANGO, S.A.B. DE C.V.	Transformación	Controladora de empresas que operan en las industrias de la madera, celulosa, papelera y productos de papel.
CORPORACION GEO, S.A.B. DE C.V.	Construcción	Diseño, desarrollo, construcción y venta de unidades habitacionales.
CORPORACION INTERAMERICANA DE ENTRETENIMIENTO, S.A.B. DE C.V.	Varios	Controladora de empresas dedicadas a la industria del entretenimiento, operación de inmuebles, promoción de espectáculos, operación y administración de ferias; exposiciones y boletos para espectáculos.
DESARROLLADORA HOMEX, S.A.B. DE C.V.	Construcción	Construcción de viviendas.
DINE, S.A.B. DE C.V.	Construcción	Desarrollos inmobiliarios.
EDOARDOS MARTIN, S.A.B. de C.V.	Comercio	Tenedora de acciones de un grupo de compañías que se dedican a la confección, fabricación y comercialización de telas y prendas de vestir.
GRUPO ELEKTRA, S.A. DE C.V.	Comercio	Controladora e inmobiliaria dedicada a la adquisición, administración y arrendamiento de inmuebles al Grupo Salinas para su operación comercial.
EL PUERTO DE LIVERPOOL, S.A.B. DE C.V.	Comercio	Controladora de almacenes de ropa y artículos para el hogar. Tenedora y arrendadora de inmuebles y muebles.

Razón Social	Sector	Descripción de la actividad económica
EMBOTELLADORAS ARCA, S.A.B. DE C.V.	Transformación	Controladora de subsidiarias que se dedican a la producción y comercialización de bebidas carbonatadas y no carbonatadas.
EMPRESAS ICA, S.A.B. DE C.V.	Construcción	Sociedad controladora de empresas dedicadas a la construcción pesada, industrial o urbana así como a diversas obras de ingeniería y servicios.
GMD RESORTS, S.A.B.	Construcción	Sociedad controladora de empresas dedicadas a la promoción, inversión, desarrollo, construcción, y operación de proyectos de infraestructura e inmobiliarios.
GRUMA, S.A.B. DE C.V.	Transformación	Es el productor más grande de harina de maíz y tortillas en el mundo.
GRUPO BAFAR, S.A. DE C.V.	Transformación	Controladora de empresas dedicadas a la elaboración, distribución y comercialización de alimentos procesados; compra-venta de carnes, engorda y comercialización de ganado bovino en pie.
GRUPO BIMBO, S.A.B. DE C.V.	Transformación	Controladora de empresas dedicadas a la elaboración y distribución de productos alimenticios.
GRUPO CASA SABA, S.A.B. DE C.V.	Transformación	Distribución y venta de artículos a farmacias y cadenas farmacéuticas a nivel nacional.
GRUPO CARSO, S.A.B. DE C.V.	Varios	Controladora de empresas dedicadas a diversas áreas de la actividad económica.
GRUPO COLLADO, S.A.B. DE C.V.	Comercio	Compra - venta, transformación, maquila y distribución de productos de acero empleados principalmente en la industria de la construcción.
GRUPO FAMSA, S.A.B. DE C.V.	Comercio	Comercializadora en la República Mexicana de productos nacionales e importados de línea blanca, aparatos electrodomésticos, muebles y ropa.
GRUPO GIGANTE, S.A.B. DE C.V.	Comercio	Tenedora pura de acciones de empresas dedicadas a la comercialización de mercancías bajo el sistema de autoservicio, a la operación de restaurantes y al desarrollo de centros comerciales.
GRUPO INDUSTRIAL SALTILLO, S.A.B. DE C.V.	Construcción	Controladora de empresas industriales que operan en áreas diversificadas. Constructora (pisos, recubrimientos, cerámicos y calentadores para agua), fundición para motores y autopartes (<i>blocks</i> y cabezas de hierro gris para motores diesel y gasolina, y autopartes en hierro nodular) hogar (cocinas y mesas).
GRUPO IUSACELL, S. A. DE C. V.	Comunicaciones y transportes	Promoción y desarrollo industrial y comercial de empresas, tanto nacionales como extranjeras.
GRUPO LA MODERNA, S.A.B. DE C.V.	Transformación	Controladora pura de empresas del sector de alimentos (pastas alimenticias, harinas de trigo, galletas y subproductos del trigo: salvado, salvadillo, acemite, germen de trigo, empaques plásticos y cajas de cartón corrugado).

Razón Social	Sector	Descripción de la actividad económica
GRUPO LAMOSA, S.A.B. DE C.V.	Construcción	Fabricante de azulejos, pisos y recubrimientos cerámicos, ladrillos y losetas.
GRUPO MARTI, S.A.B.	Comercio	Comercialización a través de tiendas propias de una amplia gama de equipo y ropa deportiva, para actividades como tenis, aeróbicos, alpinismo, campismo, buceo, natación, carrera, ciclismo, etc.
GRUPO MEXICANO DE DESARROLLO, S.A.B.	Construcción	Sociedad controladora de empresas dedicadas a la promoción, inversión, desarrollo, construcción, y operación de proyectos de infraestructura e inmobiliarios.
GRUPO MEXICO, S.A.B. DE C.V.	Extractiva	Promoción, constitución, organización, explotación, adquisición y participación en el capital social o patrimonio de todo género de sociedades mercantiles o civiles, asociaciones o empresas.
GRUPO MINSA, S.A.B. DE C.V.	Transformación	Fabricación de harina de maíz nixtamalizado, maíz nixtamalizado deshidratado y tortilla empacada.
GRUPO PALACIO DE HIERRO, S.A.B. DE C.V.	Comercio	Controladora de empresas dedicadas principalmente a la comercialización de artículos y accesorios para uso personal y para el hogar.
GRUPO POCHTECA, S.A.B. DE C.V.	Comercio	Controladora de acciones de empresas dedicadas a la fabricación y comercialización de productos químicos, farmacéuticos y para la industria alimenticia en general.
GRUPO PROFESIONAL PLANEACION Y PROYECTOS, S.A. DE C.V.	Construcción	Realización de estudios y proyectos de ingeniería, coordinación y supervisión de obras e ingeniería de sistemas.
GRUPO SIMEC, S.A.B. DE C.V.	Transformación	Es una empresa mexicana dedicada a la producción de acero la cual cuenta con plantas en México, EU y Canadá. Las principales líneas de productos son: aceros especiales, perfiles comerciales, perfiles Estructurales y varillas.
GRUPO TELEVISA, S.A.	Comunicaciones y transportes	Es la compañía de medios de comunicación más grande en el mundo de habla hispana.
GRUPO TMM, S.A.	Comunicaciones y transportes	Transportación multimodal y servicios de logística.
INDUSTRIAS BACHOCO, S.A.B. DE C.V.	Transformación	Tenedora pura de acciones, a través de sus subsidiarias produce, procesa y comercializa pollo, huevo y cerdo.
INDUSTRIAS PEÑOLES, S. A.B. DE C. V.	Extractiva	Controladora de empresas dedicadas a la explotación minera, fundición, refinación, manufactura de metales no ferrosos y fabricación de productos químicos y refractarios.
KIMBERLY - CLARK DE MEXICO S.A.B. DE C.V.	Transformación	Manufactura y mercadeo de productos para el consumidor y para el cuidado de la salud.
MAIZORO S.A DE C.V.	Transformación	Elaboración de productos alimenticios para el consumo humano, tales como cereales, productos industriales, derivados del proceso de la molienda parcialmente húmeda del maíz.

Razón Social	Sector	Descripción de la actividad económica
MEDICA SUR, S.A.B. DE C.V.	Servicios	Desarrollo de complejos integrales de salud que contemplan, consultorios médicos, clínicas de diagnóstico y tratamiento, hospitalización, investigación y docencia.
MEGACABLE HOLDINGS, S.A.B. DE C.V.	Comunicaciones y transportes	Tenedora de acciones de empresas dedicadas a las actividades relacionadas con los servicios de televisión por cable.
MEXCHEM, S.A.B. DE C.V.	Transformación	Empresa dedicada a la elaboración de productos químicos, petroquímicos, ácido fluorhídrico y extracción de fluorita.
NADRO S.A. DE C.V.	Comercio	Distribución de productos farmacéuticos, de higiene y belleza personal.
ORGANIZACION SORIANA, S.A.B. DE C.V.	Comercio	Por medio de sus subsidiarias, comercializa artículos básicos en la alimentación, vestido e indispensables para el hogar a través del sistema de autoservicio.
Q.B. INDUSTRIAS, S.A. DE C.V.	Transformación	Elaboración y venta de diversos productos químicos, principalmente de resinas naturales y sintéticas.
RED DE CARRETERAS DE OCCIDENTE	Construcción	Construir, operar, explotar, conservar y mantener las autopistas Maravatio-Zapotlanejo y Guadalajara-Aguascalientes-León de 558.05 km (quinientos cincuenta y ocho punto cero cinco kilómetros) de longitud, en los estados de Michoacán, Jalisco, Guanajuato y Aguascalientes, en la República Mexicana, así como las obras de ampliación que determine la Secretaría de Comunicaciones y Transportes, asociadas a las autopistas señaladas
REGIO EMPRESAS S.A. DE C.V.	Transformación	Manejo de imagen, creación de conceptos. Diseño editorial, turístico, publicitario y corporativo. Impresión de forma plana y forma continua, encuadernado, acabados especiales. Almacenaje temporal para entregas parciales programadas.
SANLUIS CORPORACION, S. A. DE C. V.	Varios	Controladora de empresas que operan en la industria de autopartes.
SARE HOLDING, S.A.B. DE C.V.	Construcción	Participa en el capital social de sus subsidiarias, empresas dedicadas a la promoción de vivienda para los segmentos de interés social, medio y residencial, y la prestación de servicios inmobiliarios.
TEKCHEM, S.A.B. DE C.V.	Transformación	Fabricación y venta de productos químicos y agroquímicos.
TV AZTECA, S.A. DE C.V.	Comunicaciones y transportes	Producción de programación para ser transmitidas a través de sus propias redes, así como a la venta de la misma a nivel nacional y venta de tiempo de publicidad.
URBI DESARROLLOS URBANOS, S.A.B. DE C.V.	Construcción	Construcción, promoción y venta de vivienda.

Fuente: Elaboración propia con información de la página de Internet de la Bolsa Mexicana de Valores

Las cuatro firmas que no cotizaron durante todo el periodo de estudio son: Apasco (sector de la construcción, periodo de análisis: 1998-2002); Nadro (sector comercio, periodo de análisis: 2000-2003); Maizoro (sector de la transformación, periodo de análisis: 1998-2002) y Regio (sector de la transformación, periodo de análisis: 1998-2002). Adicionalmente, cabe destacar que no todas las empresas que conforman la muestra (Tabla 2) aparecen de forma consecutiva en todos los años, a pesar de estar cotizando en la BMV, lo cual tiene su origen en que en algunos periodos no tuvieron deudas referenciadas a una tasa base.

Por otro lado, el número de préstamos estudiados por año van de 167 a 68, como se presenta en la Tabla 3:

Tabla 3. Número de préstamos estudiados durante el periodo de 1998 a 2008

1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
68	97	120	86	145	158	108	99	133	132	167

Fuente: Elaboración propia

Finalmente, resulta muy importante señalar que en la mayor parte de los casos, varias de estas organizaciones poseían, para algún periodo determinado, más de un préstamo referenciado a una tasa base distinta, con montos y plazos diversos (para mayor detalle consultar Anexos 1 y 2).

1.4 Objetivo

El objetivo básico del presente estudio es identificar el modelo que aproxime en mayor medida el diferencial de crédito que debe ser fijado sobre los instrumentos de deuda de acuerdo con su nivel de riesgo de crédito, ya sea la emisión tanto por parte de empresas públicas como privadas, considerando las particularidades de los mercados emergentes, como es el mexicano. En particular, se busca que las empresas que no tienen acceso a una calificación crediticia otorgada por una sociedad calificadora, puedan extrapolar el resultado de dichos modelos a su información.

Para ello se han analizado cinco modelos: el de Merton, el de Leland, el de Fan y Sundaresan, el *Brownian Motion Model* (BM) y el *Power Law Brownian Motion Model* (PLBM), lo que permitirá realizar una comparativa entre ellos.

Asimismo, considerando el hecho de que en México no se cuenta con una base de datos pública sobre las tasas de recuperación de los préstamos una vez que se cae en incumplimiento, el segundo objetivo del estudio es identificar un modelo a través del cual se pueda pronosticar dicha tasa de recuperación. Para ello se han tomado como referencia diversos estudios, entre ellos, los desarrollados por Altman *et al.* (2005), y Das y Hanouna (2009).

1.4.1 Problemática y pregunta de investigación

Problemática

Únicamente las empresas públicas o con fuerte poder adquisitivo tienen acceso a ser calificadas por empresas especializadas, como por ejemplo Moody's, ya que los honorarios de estas entidades son muy altos. Derivado de lo cual, las empresas que no son públicas o cuando el instrumento no es emitido en un mercado público no tienen calificación y, como consecuencia, resulta sumamente complicado determinar el verdadero costo de oportunidad de la deuda. Como se comentó anteriormente, esta tasa de interés debe ser, entre otras cosas, directamente proporcional al riesgo de incumplimiento de la entidad emisora.

Este problema se acentúa cuando los préstamos se realizan entre partes relacionadas y no se posee la calificación crediticia de la entidad emisora del instrumento de deuda, ya que de acuerdo con el artículo 215 de la Ley del Impuesto sobre la Renta (LISR), "los contribuyentes que celebren operaciones con partes relacionadas están obligadas a determinar sus ingresos acumulables y deducciones autorizadas, considerando para esas operaciones los precios y montos de contraprestaciones que hubieran utilizado con o entre partes independientes en operaciones

comparables. En el caso contrario, las autoridades fiscales podrán determinar los ingresos acumulables y deducciones autorizadas de los contribuyentes, mediante la determinación del precio o monto de la contraprestación en operaciones celebradas entre partes relacionadas, considerando para esas operaciones los precios y montos de contraprestaciones que hubieran utilizado partes independientes en operaciones comparables.”

Derivado de esta disposición, las entidades que realicen o reciban préstamos de sus partes relacionadas deben demostrar a la autoridad fiscal que la tasa de interés establecida por estas operaciones es similar a la estipulada en transacciones similares de libre competencia, o bien que la tasa es acorde con el riesgo de la empresa emisora del instrumento de deuda.

Asimismo, resulta importante mencionar que en México la proporción de empresas públicas es muy pequeña, por lo cual la mayor parte de las empresas no tienen acceso a la determinación de una calificación emitida por una empresa calificadora especializada. Derivado de lo anterior, resulta necesario encontrar una metodología que pueda ser aplicada por estas empresas para determinar de la mejor manera posible el costo de las fuentes de financiamiento vía deuda.

Como se comentó anteriormente, Moody's desarrolló una base de datos que permite determinar la EDF. Este sistema puede ser adquirido por cualquier empresa privada; sin embargo, prevalece el problema de convertir esta probabilidad de incumplimiento en un diferencial de crédito que debe ser adicionado a una tasa base libre de riesgo.

Para resolver este problema, Denzler *et al.* (2005) desarrollaron dos modelos que permiten convertir esta frecuencia en una probabilidad neutral al riesgo de incumplimiento, y ésta a su vez en diferencial de crédito. Estos modelos valúan la deuda usando la teoría de opciones desarrollada por Black y Scholes (1973) y ampliada posteriormente por Merton (1974). El primer modelo es el *Brownian Motion Model* y el segundo es el *Power Law Brownian Motion Model*.

Adicionalmente, en este trabajo se analiza el desempeño de tres modelos Estructurales alternativos a los anteriores: los desarrollados por Merton (1974), Leland (1994) y Fan y Sundaresan (2000), los cuales pueden ser utilizados para obtener las probabilidades neutrales de incumplimiento así como los puntos base que deben ser adicionados a una tasa base libre de riesgo crédito.

Preguntas de investigación

Derivado del planteamiento establecido anteriormente, las preguntas de investigación son:

- ¿Cuál de los modelos aplicados en la presente investigación aproxima en mayor medida el diferencial de crédito, de acuerdo con la intensidad de incumplimiento de cada empresa?
- ¿Cuáles son las variables explicativas de los residuos (derivados de la comparación de los puntos base observados menos los estimados) del modelo que aproxima en mayor medida el comportamiento del diferencial de crédito?
- ¿Cómo se puede modelar la tasa de recuperación de los créditos, considerando que en México no existe una base de datos pública donde se concentre esa información por tipo de crédito?

CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO DE LOS MODELOS UTILIZADOS

2.1 Concepto de deuda y Teorías sobre la estructura de financiamiento

La naturaleza comercial de las empresas obliga a que se deba pagar o estar dispuesto a pagar un precio por bienes y servicios que serán utilizados en las actividades del negocio, cualquiera que sea el giro de que se trate.

Por lo anterior, es evidente que las empresas requieren recursos financieros que les permitan realizar los pagos necesarios para el desempeño de sus actividades.

Como es bien sabido, existen dos fuentes de financiamiento externo y una interna (recursos propios): los recursos aportados por los socios de la empresa, los recursos obtenidos a través de la figura de la deuda y los flujos derivados de las operaciones normales de la entidad.

En los siguientes apartados se explicará el concepto de la deuda, el motivo por el cual las empresas se endeudan, los factores que determinan la combinación óptima entre deuda y capital, y el efecto de la fijación de un costo de la deuda acorde con el riesgo de la organización.

2.1.1 Concepto de deuda

La deuda es un contrato por medio del cual una parte llamada deudora se compromete a pagar intereses y devolver el principal a otra parte llamada acreedora.

En otros términos, la deuda se refiere a la obtención de recursos de terceros, con la obligación de restituirlos en un plazo determinado, generalmente junto con el pago de los intereses que sean pactados.

Desde el punto de vista contable, las deudas forman parte del pasivo de la empresa, el cual se define de la siguiente manera según la Norma de Información Financiera (NIF) A-5 "Elementos Básicos de los Estados Financieros", emitida por el Consejo Mexicano para la Investigación y Desarrollo de Normas de Información Financiera (CINIF):

"Un pasivo es una obligación presente de la entidad, virtualmente ineludible, identificada, cuantificada en términos monetarios y que representa una disminución futura de beneficios económicos, derivada de operaciones ocurridas en el pasado, que han afectado económicamente a dicha entidad."

Dentro del pasivo existe el de "corto plazo", el cual se define como aquél cuyo vencimiento se producirá dentro de un año o en el ciclo normal de las operaciones (cuando el ciclo sea mayor a un año). Básicamente, en este rubro se encuentran las obligaciones que deben cubrirse de manera "inmediata", tales como las cuentas por pagar a proveedores y acreedores, así como otros pasivos, como son los impuestos por pagar.

Otra clase de pasivo es el de "largo plazo", el cual está representado por adeudos cuyo vencimiento es posterior a un año o posterior al ciclo normal de las operaciones, si es que éste es mayor a un año. Algunos ejemplos de los rubros que se encuentran en el pasivo a largo plazo son los créditos hipotecarios y otros préstamos bancarios con obligación de pagarse con posterioridad a un año.

2.1.2 Justificación del endeudamiento de las empresas

Desde el punto de vista de la administración financiera de las empresas es indispensable determinar el nivel de efectivo que se necesita para desarrollar tanto las operaciones ordinarias como las no ordinarias.

Es evidente que a mayor efectivo disponible, las empresas cuentan con mayor facilidad para realizar sus actividades y cubrir sus obligaciones del día a día, pues pueden pagar sueldos, adquirir bienes y servicios, pagar los impuestos a su cargo, entre otras cosas.

Por ello, las empresas requieren planificar no sólo sus ingresos y gastos, sino también sus entradas y salidas de efectivo por medio de presupuestos financieros, los cuales deben reflejar las necesidades de efectivo del corto plazo (por ejemplo, la compra de inventarios y pago de sueldos) y del largo plazo (por ejemplo, adquisición de bienes inmuebles o inversión en desarrollos tecnológicos).

Una vez definido lo anterior, las empresas deben elegir la fuente de financiamiento más adecuada para cubrir sus necesidades. En ocasiones podrían llegar a ser suficientes las utilidades retenidas, pero en la mayoría de los casos resulta indispensable obtener fondos adicionales de fuentes externas.

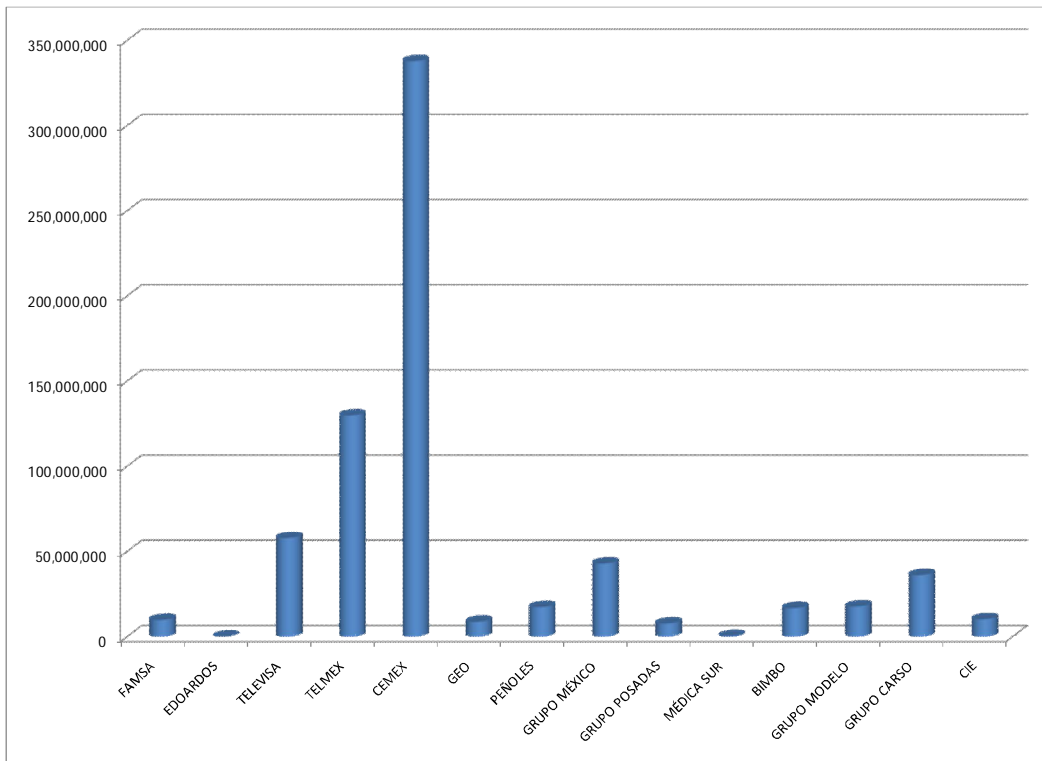
Naturalmente, las fuentes de financiamiento a las que deben acudir las empresas dependen de las características propias de cada negocio, la etapa comercial en la que se encuentren, así como las circunstancias económicas del país, entre muchos otros factores.

De la misma manera, el monto del financiamiento que cada empresa requerirá obtener será diferente, dependiendo del tipo de negocio de que se trate, del destino de los fondos, de los rendimientos esperados de los proyectos a financiar, etc.

Como se puede observar, no es posible establecer una "fórmula" para el monto óptimo de la deuda de las empresas, ni la proporción exacta que debe tener la misma con respecto al capital accionario.

En la Gráfica 1 se muestran algunas de las empresas (se seleccionaron dos entidades de cada sector, categorizadas de conformidad con los criterios de la Bolsa Mexicana de Valores) que se tomaron como muestra para el presente estudio. Claramente se observa que hay una gran diferencia en los montos de su deuda, a pesar de que éstas se encuentran dentro de un mismo sector.

Gráfica 1. Monto del pasivo de algunas empresas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores (Cifras al cuarto trimestre de 2007)



Fuente: Elaboración propia con datos publicados por la Bolsa Mexicana de Valores

Los factores que determinan el monto del endeudamiento de las empresas son diversos y variables. Por ejemplo, el requerimiento de fondos de una empresa de reciente creación es muy diferente al de una empresa en etapa de crecimiento o de otra empresa en etapa de madurez.

En términos generales, la Tabla 4 enuncia algunos factores que pueden afectar el nivel de endeudamiento de las empresas, sin que se pretenda de ninguna manera ser un listado exhaustivo.

Tabla 4. Factores que afectan el nivel de endeudamiento de las empresas

<u>Factores internos</u>	<u>Factores externos</u>
<ul style="list-style-type: none"> • Tipo de negocio (comercial, industrial, servicios, etc.) 	<ul style="list-style-type: none"> • Demanda de los bienes y servicios en el mercado
<ul style="list-style-type: none"> • Características de los bienes o servicios ofrecidos (de primera necesidad, de lujo, etc.) 	<ul style="list-style-type: none"> • Tipos de cambio de la moneda • Tasas de interés • Nivel inflacionario del país
<ul style="list-style-type: none"> • Número y tipo de empleados contratados (sindicalizados, no sindicalizados, capacitados, no capacitados, etc.) 	<ul style="list-style-type: none"> • Restricciones legales y fiscales
<ul style="list-style-type: none"> • Etapa comercial del negocio (periodo preoperativo, inicio de actividades, crecimiento, madurez, liquidación, etc.) 	
<ul style="list-style-type: none"> • Estructura organizacional (grupos consolidados, negocios conjuntos, etc.) 	

Fuente: Elaboración propia

De esta manera, nuevamente se concluye que el nivel de endeudamiento de las empresas es variable y dependiente de varios factores, por lo que no es posible definir una fórmula absoluta para el endeudamiento de las empresas.

No obstante lo anterior, existen técnicas de análisis financiero, las cuales se explicarán brevemente en el siguiente apartado, que permiten comparar la información financiera de varios periodos o bien contrastar la información de una empresa con la de otras compañías dentro del mismo sector.

2.1.3 Generalidades del análisis financiero

El análisis de la información financiera emplea varias técnicas para enfatizar la importancia comparativa y relativa de la información de una empresa para evaluar su posición financiera.

Estas técnicas incluyen el análisis de razones financieras, el análisis "*common-size*", el estudio de diferencias en los componentes de los estados financieros con empresas de la misma industria, entre otros.

Para evaluar la posición financiera de la empresa en lo global, se requiere combinar los resultados de estas técnicas, junto con otra información financiera y no financiera, con objeto de complementar la información y generar conclusiones coherentes.

2.1.3.1 Razones financieras para el análisis del endeudamiento

Las razones financieras generalmente son porcentajes o proporciones que se calculan tomando la información contenida en los estados financieros de las empresas.

En particular, las razones financieras de endeudamiento, también conocidas como razones de apalancamiento, se refieren a proporciones que pretenden evaluar si una empresa está demasiado endeudada o no, pues el exceso de deuda en una empresa incrementa su riesgo de insolvencia en el futuro. A continuación se explicarán dos de las razones de apalancamiento más utilizadas.

Razón de apalancamiento

Esta razón mide la relación entre el total de deudas (de corto y largo plazo) de una empresa y el total de activos que ésta posee. Es decir, esta razón representa la proporción de activos que están financiados por medio de deuda. La fórmula para determinarla es la siguiente:

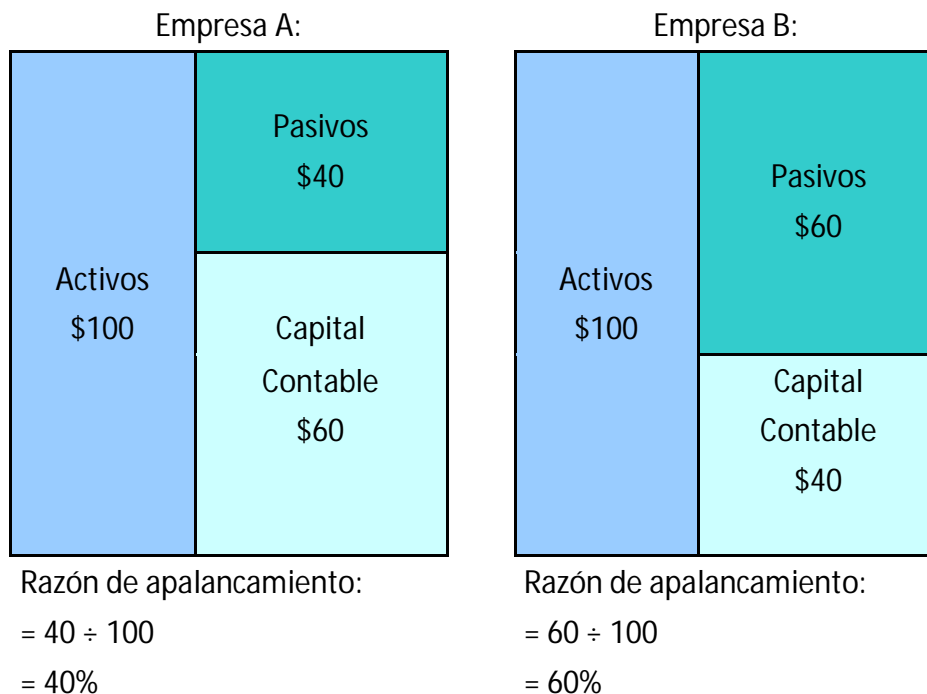
$$\text{Razón de apalancamiento} = \frac{\text{Pasivo a corto plazo} + \text{Pasivo a largo plazo}}{\text{Total de activos}}$$

Cuanto mayor sea esta razón, la empresa se verá más riesgosa y menos susceptible a obtener préstamos en el futuro. A pesar de ello, no existe un nivel de apalancamiento estándar, por lo que no es posible afirmar si una empresa “está bien” o “está mal” sólo por el valor resultante de aplicar la fórmula anterior.

Generalmente, el apalancamiento de una empresa dada se debe comparar con los promedios de la industria o con la razón de la misma empresa en periodos anteriores, a fin de poder concluir si el nivel de endeudamiento es “razonable” o no, aunque, como ya se había mencionado antes, el sólo análisis de razones financieras es insuficiente para evaluar la posición financiera de una empresa de manera global.

La Figura 1 muestra un ejemplo sencillo que ilustra la razón de apalancamiento de dos empresas hipotéticas:

Figura 1. Ejemplo de apalancamiento



Fuente: Elaboración propia

En este ejemplo se muestra que la Empresa A tiene un nivel de apalancamiento del 40%, mientras que la Empresa B tiene una apalancamiento del 60%; sin embargo, no es posible concluir si una está mejor que otra.

Cabe señalar que este análisis se suele realizar también de manera más específica, separando los pasivos de corto y de largo plazo, por medio de las siguientes fórmulas:

$$\text{Razón de apalancamiento a corto plazo} = \frac{\text{Pasivo a corto plazo}}{\text{Total de activos}}$$

$$\text{Razón de apalancamiento a largo plazo} = \frac{\text{Pasivo a largo plazo}}{\text{Total de activos}}$$

Razón de deuda a capital

Esta razón mide la proporción de mezcla entre el pasivo y el capital contable de las empresas y es considerada una importante medida del riesgo, pues un excesivo nivel de deuda puede erosionar altamente las utilidades debido a los intereses a cargo.

La fórmula para determinar esta razón es la siguiente:

$$\text{Razón de deuda a capital} = \frac{\text{Pasivo a corto plazo} + \text{Pasivo a largo plazo}}{\text{Capital contable}}$$

A diferencia de la razón de apalancamiento, la cual se expresa como porcentaje, la razón de deuda a capital suele expresarse como el cociente resultante de la división. Por ejemplo, en el caso de las empresas hipotéticas de la Figura 1, la razón de deuda a capital sería la siguiente:

$$\text{Razón de deuda a capital (Empresa A)} = 40 \div 60 = 0.67$$

$$\text{Razón de deuda a capital (Empresa B)} = 60 \div 40 = 1.50$$

Adicionalmente, conforme a la terminología convencional de esta razón, los resultados anteriores se describirían como:

$$\text{Razón de deuda a capital (Empresa A)} = 0.67 : 1$$

$$\text{Razón de deuda a capital (Empresa B)} = 1.50 : 1$$

De esta manera, se observa que la razón de deuda a capital es una medida de la composición de la estructura de capital de las empresas.

Una vez que se han explicado algunas de las técnicas más utilizadas en la evaluación del nivel de apalancamiento de las organizaciones, a continuación se procederá a describir las teorías más conocidas sobre la estructura de capital de las empresas.

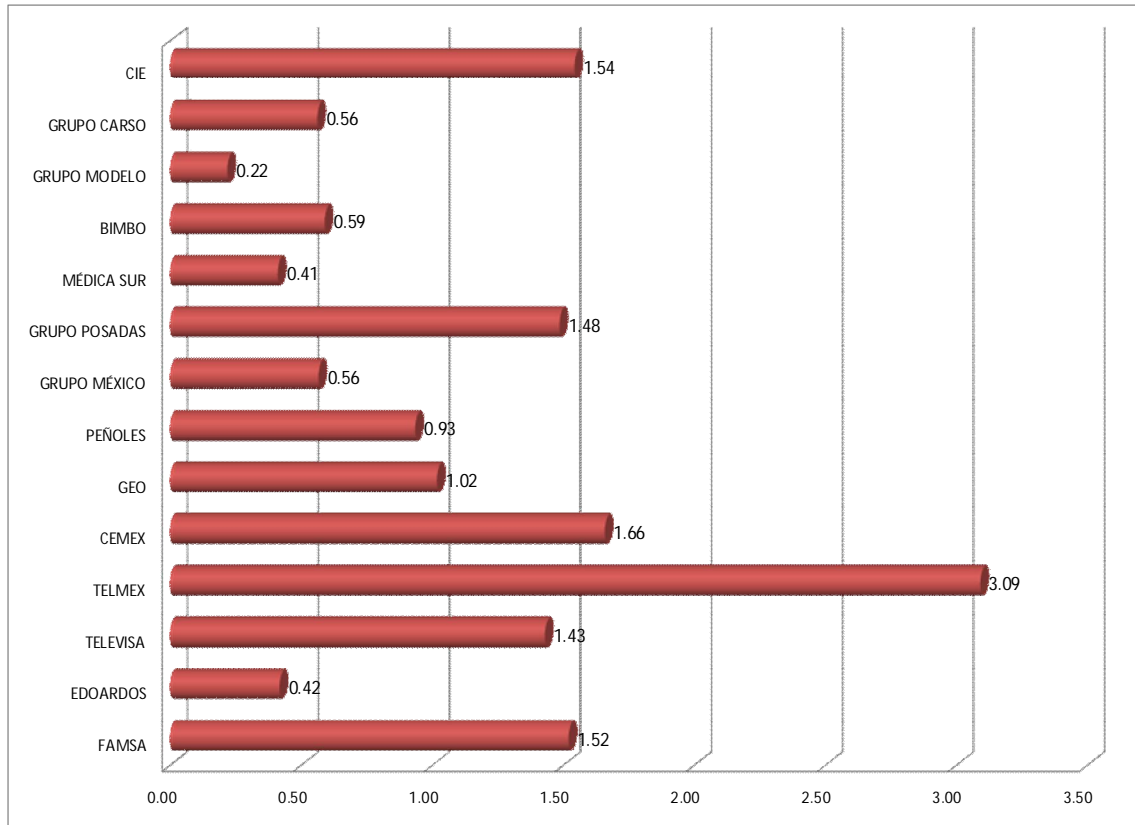
2.1.4 Teorías sobre la estructura de capital de las empresas

Como se comentó previamente, las empresas acuden a fuentes de financiamiento interno y externo, dependiendo de sus características y necesidades comerciales. De hecho, existen empresas cuya fuente principal de financiamiento es el capital propio de los dueños del negocio, como es el caso de los pequeños negocios familiares que difícilmente tienen acceso a préstamos financieros.

Por otro lado, existen otras empresas cuya fuente principal de financiamiento son las deudas; o si no es su fuente principal, por lo menos sí representan un alto porcentaje con respecto al total de su capital contable, tal como se observa en la Gráfica 2.

Gráfica 2. Comparativo de la proporción de deuda – capital empresas de diversos sectores

(Cifras al cuarto trimestre de 2007)

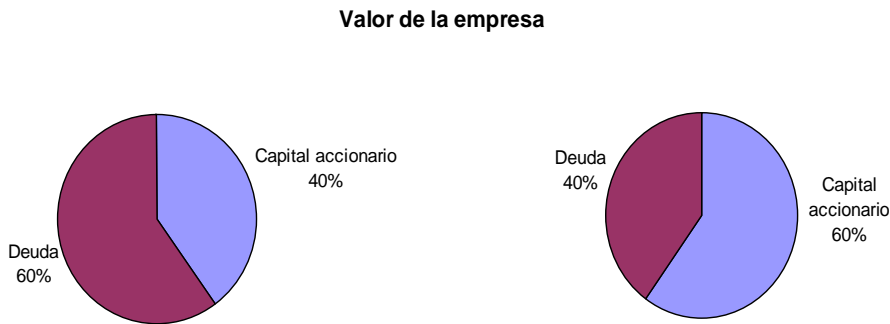


Fuente: Elaboración propia con datos publicados por la Bolsa Mexicana de Valores

De acuerdo con el gráfico anterior, se puede observar que la empresa más apalancada es Telmex (sector comunicaciones y transportes), en segundo lugar se encuentra Cemex (sector de la construcción) y el tercer puesto lo ocupa CIE (sector varios), mientras que la empresa con menor nivel de deuda es Grupo Modelo (sector de la transformación). De acuerdo con este análisis, no existe una relación muy definida entre sectores y nivel de apalancamiento; no obstante, resulta lógico que las empresas que requieren de mayor infraestructura tengan mayores proporciones de deuda; sin embargo, en México sucede un fenómeno muy especial, ya que aunque las empresas sean públicas, el control mayoritario lo posee un grupo familiar, por lo que, para evitar pulverizar dicho control se establece como política interna el manejar bajos niveles de endeudamiento.

La estructura de capital simplemente se define como la composición de la mezcla del financiamiento propio (capital) y el financiamiento ajeno (deuda). Tal como lo explica Ross (2005), la estructura de capital de una empresa puede ilustrarse como un diagrama de tarta, en el que la suma de la deuda y el capital representa el valor total de la empresa, esta relación se muestra en la Figura 2.

Figura 2. Diagrama de tarta para dos estructuras de capital distintas



Fuente: Elaboración propia

Una cuestión que surge de manera natural es: ¿cuál es la estructura de capital óptima? Durante los últimos 50 ó 60 años, los expertos en estudios financieros se han dedicado a investigar si la estructura de capital afecta el valor del negocio y el valor de las acciones de la empresa y, en su caso, si existe una estructura de capital óptima.

En otras palabras, se ha tratado de determinar si el valor de la empresa cambia por estar más o menos endeudada y en cuánto se deben endeudar las empresas para maximizar su valor.

Después de los diversos estudios que se han realizado, en términos generales, se ha llegado a la conclusión de que la combinación de deuda y capital sí afecta el valor de la empresa, pero no hay manera de encontrar cuál es la estructura de capital óptima con precisión.

A continuación se describen de manera general las teorías más importantes referentes a la estructura de capital.

2.1.5 Teoría del valor de la firma

Esta teoría asume que el valor total de la empresa es la suma del valor de mercado de la deuda a cargo de la misma y el valor de mercado de las acciones emitidas por la empresa (capital), tal como se muestra a continuación:

$$\begin{array}{r} \text{Valor de mercado de la deuda a cargo de la empresa} \\ + \text{Valor de mercado del capital} \\ \hline \text{Valor total de la empresa} \end{array}$$

Básicamente, esta teoría parte del supuesto de que el valor de mercado de la empresa se puede incrementar modificando la estructura de capital debido a la brecha entre los costos del capital de los socios (dividendos) y el costo de la deuda (intereses a cargo). En otras palabras, es una teoría que establece que es posible determinar una mezcla óptima entre la deuda y el capital, justo en el punto en el que se minimiza el promedio de los costos de deuda y capital, tal como se muestra en la Figura 3.

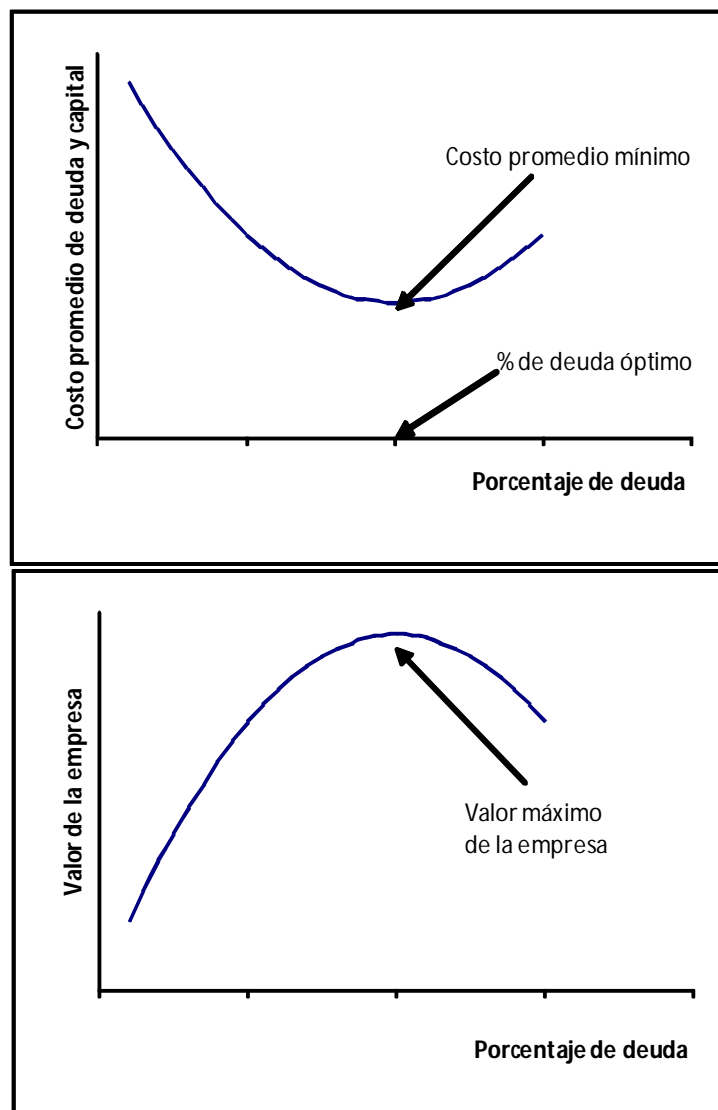
La ventaja de este modelo es que gráficamente resulta sencillo identificar que la mezcla óptima de deuda y capital es aquella que hace que los costos de la deuda (intereses a cargo) y los costos del capital (dividendos) estén en su punto mínimo.

La desventaja es que esta teoría resulta operante únicamente para un mundo abstracto en el que no hay impuestos ni costos de transacción.

No obstante lo anterior, una conclusión útil que se deriva de esta teoría es que el valor de la empresa se maximiza cuando el porcentaje de deuda con respecto al capital es mayor a cero. Es decir, si bien no se puede determinar la estructura de capital óptima con esta teoría, es claro que las empresas necesitan cierto nivel de deuda para maximizar su valor.

Esta conclusión es importante, ya que la Teoría del Valor de la Firma muestra que el endeudamiento no sólo es una necesidad para cubrir los faltantes de efectivo, sino también para maximizar el valor de la empresa.

Figura 3. Estructura de capital óptima según la Teoría del Valor de la Firma



Fuente: Ross (2005)

2.1.6 Teorías de Modigliani y Miller

Esta teoría ha venido evolucionando desde que sus autores Franco Modigliani y Merton Miller la propusieron en 1958. En sus inicios, lo que establecía era que en un mundo hipotético sin impuestos, el valor de la empresa no se vería afectado por la mezcla de deuda y capital.

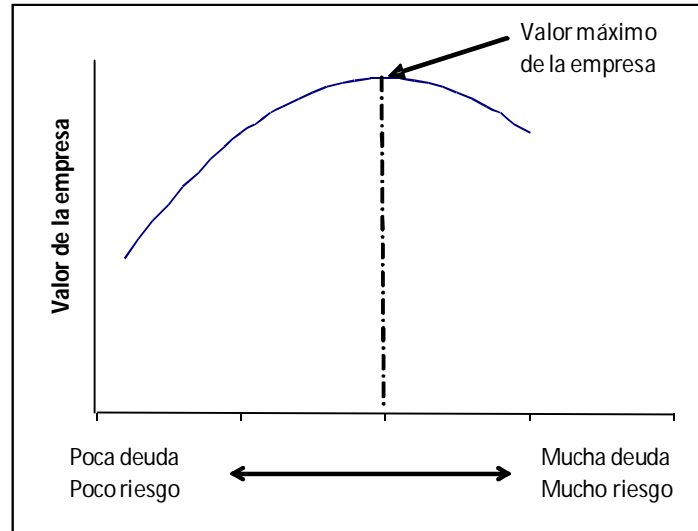
En una segunda fase, la proposición de Modigliani y Miller estableció que la tasa esperada de rendimiento sobre el capital aumenta cuando se incrementa el nivel de deuda de las empresas, inclusive en un mundo sin impuestos.

Si existiera un mundo en el que sí se debieran pagar impuestos, pero no hubieran riesgos de quiebra, esta teoría establece que el valor de la empresa sería creciente en función del endeudamiento, de tal manera que la estructura de capital óptima sería aquella compuesta en su mayor parte por deuda. Este efecto se debe al beneficio que representa para las empresas la posibilidad de deducir los intereses a su cargo.

No obstante, al tomar en consideración los riesgos y costos de quiebra, resulta obvio que las empresas no podrán soportar una estructura de capital compuesta casi en su totalidad por deuda. Por consecuencia, la última teoría de Modigliani y Miller señala que en un mundo con impuestos y riesgos de quiebra, el endeudamiento incrementa el valor de la empresa, siempre y cuando ésta se encuentre relativamente poco endeudada.

Es decir, de acuerdo con esta teoría, existe una mezcla de deuda y capital que maximiza el valor de la empresa, pero pasando ese nivel, el valor de la empresa empieza a decrecer, tal como se observa en la Figura 4.

Figura 4. Teoría de Modigliani y Miller con impuestos y costos de quiebra



Fuente: Ross (2005)

Tal como se puede observar, en esencia, los resultados derivados de las dos teorías antes descritas son los mismos:

- i) El valor de la empresa aumenta cuando la empresa se endeuda hasta cierto nivel.
- ii) El exceso de deuda incrementa los riesgos de quiebra y reduce el valor de la empresa.
- iii) Existe un nivel óptimo de endeudamiento, pero no hay un método claro para determinarlo.

2.1.7 Teoría de las jerarquías

A diferencia de las dos teorías anteriores, ésta se enfoca en el papel del administrador financiero, al tomar decisiones de obtención de fondos.

Básicamente, esta teoría establece que hay un orden de preferencia en la manera de financiarse, con base en dos reglas:

Regla 1. Se prefiere el financiamiento interno antes que el externo.

Regla 2. Se prefiere la deuda antes que el capital.

De acuerdo con esta teoría, dado que la estructura de capital se determina en función de las dos reglas antes mencionadas, no existe un nivel deseable de endeudamiento. Es decir, las empresas no fundan sus decisiones de financiamiento sobre el valor de la empresa, sino simplemente sobre sus necesidades de efectivo y la capacidad de la empresa para hacer frente a sus obligaciones.

Otra implicación que establece esta teoría es que las empresas más rentables utilizan menos deuda que las menos rentables, debido a que las primeras tienen mayor capacidad de financiarse internamente (Regla 1).

Finalmente, esta teoría señala que como resultado de la jerarquía en las preferencias del financiamiento, las empresas preferirán tener sobranes de efectivo disponibles, con objeto de evitar la emisión de deuda o capital; sin embargo, esta teoría no establece cuánto efectivo es deseable mantener disponible, mientras que es evidente que los excedentes de efectivo en demasía son improductivos para las empresas.

2.1.8 Conclusiones preliminares sobre la estructura de capital

Como se puede observar en los apartados anteriores, las teorías relacionadas con la estructura de capital pretenden explicar las razones por las cuales las empresas se endeudan, así como determinar la mezcla óptima entre la deuda y el capital.

Pese a las aplicaciones prácticas de estas teorías, éstas resultan poco satisfactorias, pues son ambiguas y ninguna de ellas establece una fórmula exacta para evaluar la proporción óptima de deuda y capital.

Debido a lo anterior, diversos autores han optado por observar la realidad de las empresas en Estados Unidos y en el mundo. A continuación se presentan algunas de las observaciones que realiza Ross (2005):

1. Motivación del endeudamiento

La evidencia empírica sugiere que generalmente las empresas no se endeudan con el único objetivo de explotar el beneficio fiscal que representa la deducción de los intereses. Si ese fuera el objetivo, las organizaciones se endeudarían desmesuradamente para reducir su base fiscal y no estarían pagando impuestos. Probablemente la razón por la que no ocurre ello se relaciona con los riesgos de quiebra que implica el alto porcentaje de endeudamiento.

2. Aversión al riesgo

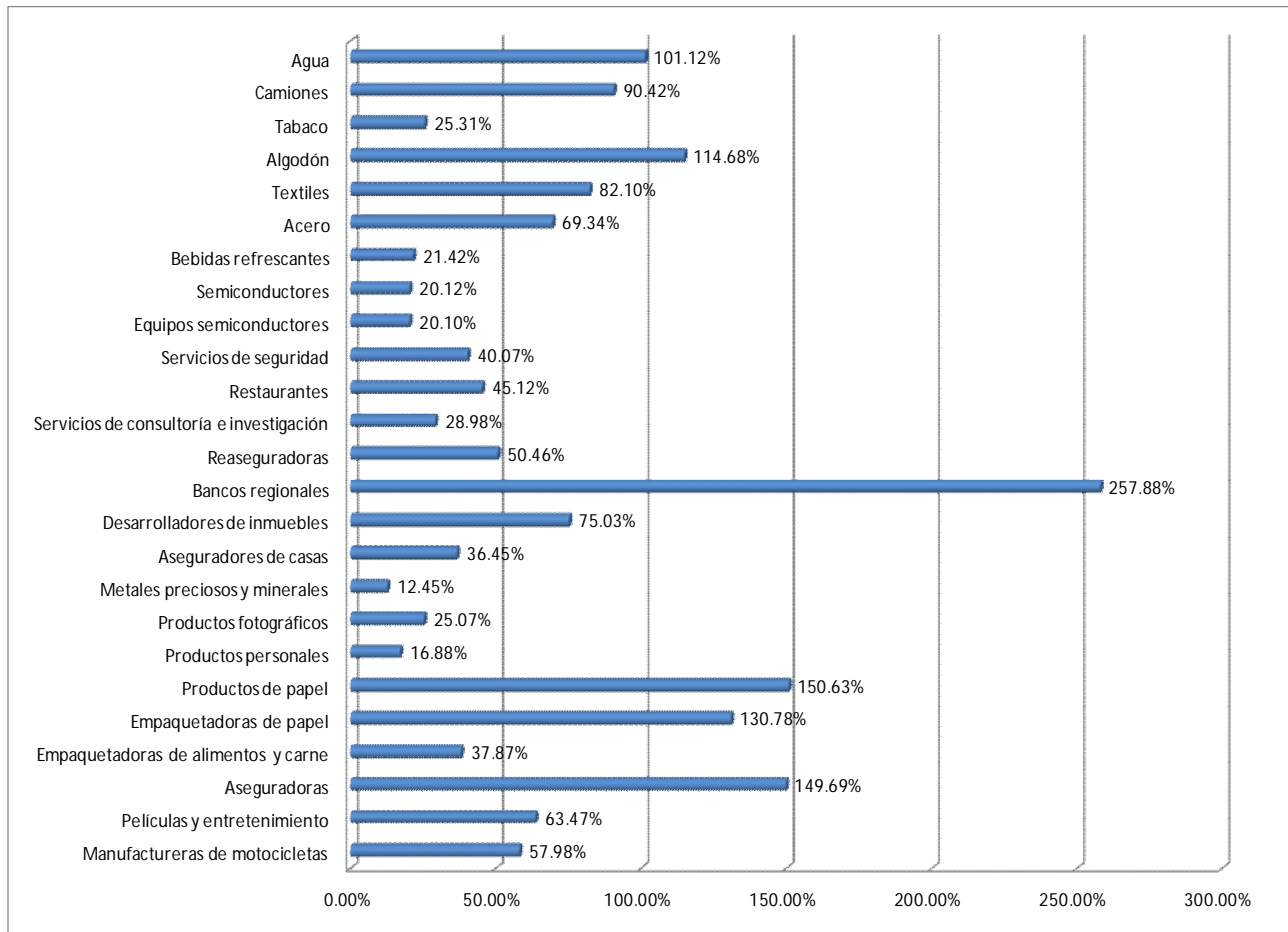
En un estudio publicado por Agrawal y Nagarajan (1990) se muestra que aproximadamente 100 empresas que cotizaban en el *New York Stock Exchange* (NYSE) a principios de los años noventa, no tenían deuda de largo plazo. Asimismo, de acuerdo con dicho estudio, se encontró que estas empresas eran adversas al riesgo relacionado con la deuda, inclusive la de corto plazo, por lo que mantenían altos niveles de efectivo e inversiones de alta liquidez.

Curiosamente, en la mayoría de estas empresas, los gerentes tomadores de decisiones contaban con un porcentaje de tenencia accionaria sobre el capital de las mismas empresas, lo cual explica su aversión al riesgo. Adicionalmente, se observó que muchas de estas empresas eran familiares.

3. Diferencias por industria

Existe una diferencia significativa en los niveles de endeudamiento de las distintas industrias existentes en la economía. Como se observa en la Gráfica 3, las proporciones de endeudamiento tienden a ser altas en las organizaciones financieras. Por el contrario, las industrias primarias como las metalúrgicas, cuyas oportunidades de inversión son relativamente bajas y de lento crecimiento, tienden a endeudarse menos.

Gráfica 3. Porcentajes promedio de deuda con respecto al capital por industria al 2009



Fuente: Elaboración propia con datos publicados en la página de Internet *Damodaran Online*

4. La mayoría de las empresas establecen estándares de endeudamiento.

Según una encuesta realizada por Graham y Campbell en 2001, más del 80% de las empresas encuestadas contestaron que cuentan con topes de endeudamiento o razones de apalancamiento estándar. En dicho estudio también se señala que es más común que utilicen estos topes las empresas grandes.

Cabe señalar que no existe una fórmula matemática para establecer dichos topes de endeudamiento o razones de apalancamiento; sin embargo, a continuación se señalan tres factores importantes que tienen relación con la decisión de endeudarse más o menos:

- i) Posibilidad de deducir los intereses de las deudas contratadas. Si bien las empresas no toman sus decisiones de endeudamiento sólo en función de los efectos fiscales, es cierto que la deducibilidad de los intereses es un factor que se toma en consideración.
- ii) Tipo de activos. Comúnmente, las empresas que cuentan con muchos activos tangibles, particularmente de larga duración (como son los terrenos, construcciones y maquinarias) tienen mayor posibilidad de endeudarse que las empresas cuyos activos son en su mayoría intangibles (como son las marcas y patentes), debido a que las primeras son más susceptibles a afectar sus activos en garantía.
- iii) Variabilidad de las utilidades operativas. Generalmente, las empresas cuyas utilidades son impredecibles, tienen menos posibilidades de endeudarse (como es el caso de las empresas farmacéuticas), mientras que las empresas cuyas operaciones son reguladas (como es el caso de las empresas del sistema financiero) son más susceptibles de adquirir deudas debido a la certeza relativa de sus utilidades.

Como se puede observar, la estructura de capital de las empresas depende de muchos factores, por lo que no es posible estandarizar la proporción de deuda – capital que deben tener las empresas, ni es posible establecer un nivel de deuda óptimo.

Una vez que se han analizado las teorías sobre la estructura de capitales y la importancia del apalancamiento sobre el valor de la firma, se hace necesario explicar el costo de esta fuente de financiamiento así como el llamado riesgo de incumplimiento, ya que debido a la importancia que tiene el nivel de apalancamiento dentro de la planeación presupuestal de cualquier entidad resulta indispensable fijar un costo acorde con el tipo de préstamo, con las características de la organización y con el tipo de industria entre otros muchos factores que se explican con mayor detalle posteriormente.

2.2 Costo de la deuda y el riesgo de incumplimiento

2.2.1. Antecedentes

Generalmente, resulta más costoso para cualquier tipo de organización, el financiarse mediante la emisión de capital accionario en lugar de la deuda, entre otras razones por el beneficio fiscal que esta última fuente de financiamiento brinda. El costo del financiamiento vía capital accionario puede ser aproximado con diversos modelos como son: el Modelo de Valoración de Activos de Capital conocido por sus siglas en inglés como CAPM (*Capital Asset Pricing Model*), o el de la Teoría de Fijación de Precios de Arbitraje conocido por sus siglas en inglés como APT (*Arbitrage Pricing Theory*).

Por su parte, el costo de la deuda tiene una relación directa, entre otros factores, con la situación financiera, con la situación geográfica y con las características de la industria donde se encuentra la entidad. Asimismo, esta tasa de interés debe incorporar el riesgo de no pago de la empresa emisora. De acuerdo con Crosbie y Bohn (2003), el riesgo de incumplimiento se define como “la incertidumbre de que una empresa no tenga la posibilidad de cubrir su deuda”.

A pesar de ello, antes de que la empresa incumpla con el pago de su deuda, no existe forma exacta de discriminar a las empresas que van a caer en problemas de no pago de las que no van a incumplir con el pago de dicha fuente de financiamiento. Por lo cual resulta necesario que se efectúe una evaluación de carácter probabilística de forma que se determine la posibilidad de incumplimiento.

Considerando lo anterior, resulta necesario que las firmas ofrezcan una prima por el riesgo, la cual debe ser proporcional a la probabilidad de incumplimiento, de forma tal que se compense a los acreedores por este riesgo de incumplimiento.

De acuerdo con los autores antes mencionados, existen tres factores claves para la determinación de la probabilidad de incumplimiento:

- Valor de los activos, representa el valor de mercado de los activos de una empresa. Esta es una medida del valor presente de los flujos de efectivo libre derivados de los activos de una compañía, descontados a la tasa de descuento que refleje el riesgo de la misma. Asimismo, este valor incluye las expectativas y la información relevante de la industria donde se encuentra la firma, así como factores económicos.
- Riesgo de los activos, este concepto se refiere al riesgo en el valor de los activos. Representa un medidor del riesgo del negocio así como del riesgo de la industria. El valor de los activos de una firma es un estimado, por lo cual es incierto; en consecuencia, este valor debe ser entendido dentro del contexto del riesgo del negocio.
- Apalancamiento, representa la proporción de la empresa financiada con deuda. Esta proporción puede ser determinada comparando el valor en libros de la deuda contra el valor de mercado de los activos de la empresa.

El riesgo de incumplimiento de una empresa se incrementa conforme el valor de los activos se aproxima al valor en libros de la deuda. En términos generales, se puede decir que una empresa cae en incumplimiento cuando el valor de los activos resulta insuficiente para pagar el importe de

su deuda; sin embargo, Crosbie y Bohn (2003) encontraron que el punto de incumplimiento depende en mayor medida de la relación entre la deuda de corto plazo y la de largo plazo. De hecho es mayor la probabilidad de incumplimiento cuando las empresas se encuentran financiadas en su mayor parte con deuda de corto plazo. Lo anterior resulta lógico al considerar el hecho de que a mayor plazo, la empresa tendrá una mayor posibilidad de obtener el flujo necesario para cubrir el importe de la deuda².

El valor neto relevante de una empresa es igual al valor de mercado de sus activos menos su punto de incumplimiento es decir:

Valor neto de mercado de la empresa = Valor de mercado de los activos – Punto de incumplimiento Ec.- 1

De hecho, una firma cae en incumplimiento cuando su valor neto de mercado es igual a cero. Por otra parte, el riesgo de los activos es aproximado con la volatilidad de los mismos³; es decir, la desviación estándar del cambio porcentual en el valor de los activos durante un periodo de tiempo determinado. Cabe aclarar, que la volatilidad de los activos se encuentra relacionada, pero es diferente a la volatilidad del precio de las acciones, por lo que se debe calcular la primera mediante diferentes métodos. Uno de ellos se explicará posteriormente: el Modelo de Merton (1974).

La distancia al incumplimiento combina elementos claves para la determinación del riesgo de incumplimiento: el valor de los activos de la empresa, la volatilidad de los mismos, los riesgos de la industria y del negocio, la situación geográfica y el tamaño de la compañía (estos últimos cuatro factores se encuentran incorporados en el valor de mercado de los activos).

² Es importante considerar el valor del dinero en el tiempo, es decir, una unidad monetaria disponible hoy siempre valdrá más que una unidad monetaria que se reciba mañana, ya que en caso de tenerlo ahora se puede invertir ganando un interés.

³ La volatilidad o la desviación estándar es un estadístico que muestra la distancia que tienen los datos respecto de su media aritmética, expresada en las mismas unidades que la variable.

Con base en la distancia al incumplimiento se puede calcular la probabilidad de incumplimiento, si se conoce la distribución de probabilidad del valor de los activos de la empresa o bien, si se conoce la tasa de incumplimiento para cierta distancia al incumplimiento.

Las fuentes de información más importantes para que una empresa determine su probabilidad de incumplimiento son sus estados financieros, los precios de mercado de la deuda y del capital accionario, así como sus calificaciones de riesgo emitidas por empresas calificadoras.

Esta información es importante, ya que con ella se puede aproximar el desempeño futuro de la compañía. En este sentido, de acuerdo con estudios que han realizado Crosbie y Bohn (2003), la información de mercado tiene un buen poder predictivo en la estimación de las probabilidades de incumplimiento.

Considerando lo propuesto por los autores antes mencionados, Vasicek y Kealhofer (2003) extendieron el modelo de valuación de opciones financieras desarrollado originalmente por Black y Scholes en 1973 y ampliado y publicado posteriormente por Merton (1974), con objeto de calcular las probabilidades de incumplimiento, el cual es conocido como Vasicek-Kealhofer (VK).

Éste asume que el capital accionario de la empresa es similar a una opción perpetua mientras que el punto de incumplimiento actúa como una barrera para el valor de la firma. Si el valor de los activos toca ese punto, entonces se puede decir que la empresa no podrá cumplir con el pago de la deuda.

Bajo dicho modelo, el importe de la deuda y del capital accionario son considerados como instrumentos derivados que dependen del valor de la empresa y bajo esta premisa se puede calcular la volatilidad implícita de mercado del valor de los activos.

Moody's implementó el modelo de VK para calcular la EDF, la cual aproxima la probabilidad de incumplimiento del siguiente año. Dicha probabilidad puede ser calculada tanto para las empresas públicas como para las privadas.

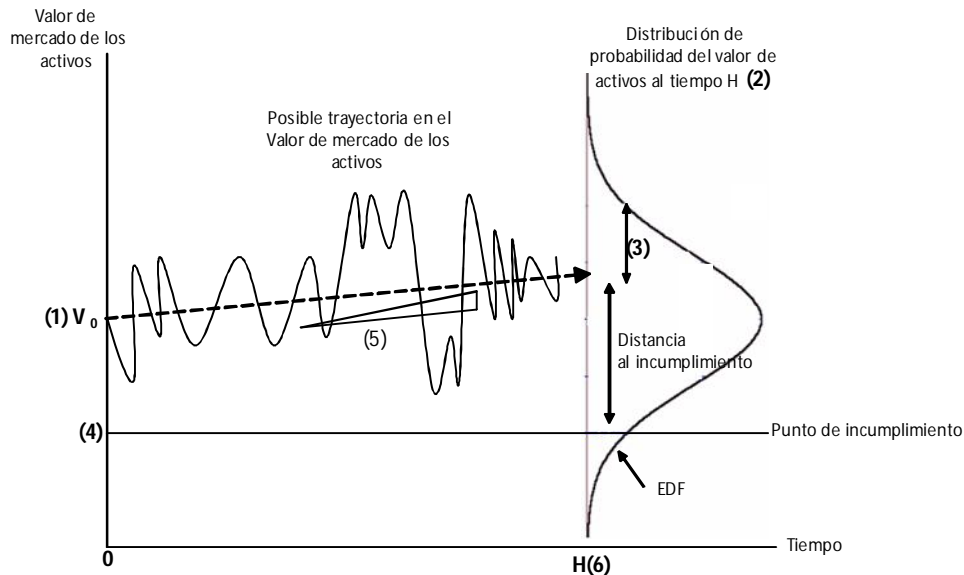
Esencialmente existen tres etapas en el establecimiento de la probabilidad de incumplimiento para una firma, las cuales se describen a continuación:

- **Estimación del valor de los activos y de la volatilidad de los mismos:** durante esta etapa, dichas variables son estimadas a través del valor de mercado del capital, la volatilidad del precio de la acción y el valor en libros de las deudas.
- **Cálculo de la distancia al incumplimiento:** la distancia al incumplimiento (*default*) es calculada a partir del valor de los activos y de su volatilidad así como del valor en libros de los pasivos.
- **Cálculo de la probabilidad de incumplimiento:** esta variable es determinada directamente de la distancia al incumplimiento y de la tasa de incumplimiento para ciertos niveles de distancia.

En términos generales, la probabilidad de incumplimiento depende de seis variables (ver Gráfica 4):

1. El valor actual de los activos.
2. La distribución de probabilidad de los activos al periodo de tiempo H.
3. La volatilidad del valor de los activos calculada con el modelo de VK al tiempo H.
4. El punto de incumplimiento y el valor en libros de la deuda.
5. La tasa de crecimiento esperada en el valor de los activos al tiempo H.
6. La longitud del horizonte de tiempo (H).

Gráfica 4. Probabilidad de incumplimiento



Fuente: Crosbie y Bohn (2003)

Las primeras cuatro variables representan los factores críticos dentro del modelo: el valor de los activos, la futura distribución de los mismos, la volatilidad de éstos y el nivel de incumplimiento, ya que el horizonte de tiempo lo define el analista y el crecimiento esperado en el valor de los activos tiene poco impacto en el incumplimiento.

Asimismo, la probabilidad de incumplimiento representa la posibilidad de que el valor de los activos se encuentre por debajo del punto de incumplimiento, la cual es denotada por sus siglas en inglés como EDF.

Si la distribución futura de la distancia al incumplimiento fuera conocida (EDF), simplemente podría interpretarse como la probabilidad de que el valor final de los activos estuviera por debajo del punto de incumplimiento; sin embargo, en la práctica esta distancia al incumplimiento resulta muy difícil de predecir. Estos movimientos pueden originarse por cambios en el valor de los activos o en el apalancamiento de la firma, los cuales se encuentran fuertemente correlacionados.

Para resolver este problema Moody's mide la distancia al incumplimiento como el número de desviaciones estándar que hay entre el valor de los activos y el incumplimiento, para lo cual se utilizan datos empíricos para determinar la correspondiente probabilidad. Con lo cual, la distancia de incumplimiento (conocida por sus siglas en inglés como DD, *Distance to Default*) puede calcularse siguiendo lo establecido por Crosbie y Bohn (2003), considerando que estos conceptos pueden ser combinados en una sola medida del riesgo de incumplimiento llamada distancia al incumplimiento (DD), la cual compara el valor neto de mercado con la desviación estándar del cambio porcentual en el valor de los activos, como se muestra en la siguiente fórmula:

$$DD = \frac{[\text{Valor de mercado de los activos}] - [\text{Punto de incumplimiento}]}{[\text{Valor de mercado de los activos}][\text{Volatilidad de los activos}]} \quad \text{Ec.- 2}$$

Para la realización de estos cálculos, Moody's cuenta con una base de datos de más de 250,000 compañías a lo largo de diferentes periodos, así como 4,700 incidentes de incumplimiento o bancarrota de diversos países. Con esta información calculan la distancia al incumplimiento mediante el diagrama de frecuencias de las empresas que se han ido a la quiebra en conjunto con su probabilidad de incumplimiento. Con estos datos y la situación financiera de la empresa bajo análisis, el sistema de Moody's otorga una calificación crediticia.

De acuerdo con Moody's, la mejor calificación que puede obtener una organización y/o un instrumento es Aaa, lo cual significaría que no existe la menor posibilidad de que la organización no pague a sus deudores. En segundo lugar, se encuentra una calificación de Aa, seguido en orden de menor a mayor riesgo, por A, Baa, Ba, B y Caa.

Con el objeto de crear un análisis más fino, esta calificadoradora segmentó cada categoría en Aa1, Aa2, Aa3, A1, A2, A3 y así sucesivamente hasta llegar a la de mayor riesgo Caa.

Estas calificaciones tienen por objeto el proporcionar información sobre las probabilidades de incumplimiento de un instrumento o de un negocio, y se esperaría que éstas se mantuvieran relativamente estables a lo largo del tiempo; sin embargo, estos *ratings* deben cambiar cuando se

ha modificado de manera significativa la calidad crediticia de la entidad y se espera que este cambio permanezca en el largo plazo.

Una vez que se ha determinado el EDF, el siguiente paso es convertir esta probabilidad en el diferencial de crédito que se le debe agregar a la tasa libre de riesgo⁴, considerando el riesgo propio de la compañía.

Además de las empresas calificadoras, los bancos poseen calificaciones internas por medio de las cuales pueden determinar las probabilidades de incumplimiento de sus clientes. Generalmente estos *ratings* internos consideran entre otros factores: razones de rentabilidad, retornos sobre la inversión, razones de liquidez y nivel de apalancamiento. Pero sobre todo la capacidad de la entidad para generar el efectivo necesario para cubrir sus deudas.

En el siguiente apartado se muestran los resultados obtenidos por diversos autores al aplicar diferentes modelos para calcular las probabilidades de incumplimiento así como los diferenciales de crédito.

2.2.2. Resultados de estudios previos

Se ha llevado a cabo una investigación con el objetivo de buscar estudios efectuados con anterioridad sobre el tema del riesgo de crédito, la probabilidad de incumplimiento y el costo de la deuda acorde con dicho riesgo. En total se revisaron en el presente trabajo 43 documentos.

⁴ Al hablar de las tasas libres de riesgo, se asume que no poseen el riesgo de incumplimiento por ser un instrumento emitido por el Gobierno Federal; sin embargo, tienen incorporado el riesgo país. Derivado de lo cual no se trata de una tasa completamente libre de todo riesgo.

De conformidad con el análisis de dichos estudios, se pudo efectuar una clasificación natural de los mismos. Básicamente se agruparon en 4 categorías: antecedentes teóricos del riesgo de crédito, los trabajos en los que se realizó un análisis estadístico y econométrico básico, las investigaciones que desarrollan y/o aplican empíricamente los modelos Estructurales, y finalmente los trabajos que desarrollan y/o aplican los modelos de Forma Reducida.

No resulta extraño que más de la mitad de las investigaciones de la muestra se hayan realizado en Estados Unidos de Norteamérica (57%), mientras que el 21% fueron efectuadas en España y tan sólo un 2% se hizo en México. Por otro lado, considerando esta muestra de investigaciones, el 10% explica teóricamente los riesgos de crédito (Antecedentes teóricos); el 29% desarrolla y analiza los diferenciales de crédito mediante la aplicación de modelos Estadísticos y Econométricos, mientras que el 26% aplica los modelos de Forma Reducida. La mayor cantidad de investigaciones de esta muestra se apoyan en los modelos Estructurales (33%).

Antes de mostrar cierta información bibliográfica de las investigaciones realizadas con anterioridad sobre el riesgo de crédito y de dar una breve sinopsis del contenido de las mismas, se presenta en primera instancia una pequeña explicación de cada sección, así como los puntos que los trabajos tienen en común dentro de cada categoría.

Como se podrá desprender del análisis del siguiente apartado, la mayor parte de los estudios se realizaron con datos de economías desarrolladas (Estados Unidos de Norteamérica y España). Adicionalmente, una proporción importante de las investigaciones son de carácter teórico, por lo que resulta necesario en futuras investigaciones probar empíricamente si la mayor parte de los modelos desarrollados funcionan correctamente en economías emergentes, como es la mexicana. Asimismo, cabe resaltar que a pesar de que se utilice cualquiera de los modelos contenidos en estas investigaciones, ninguno ajustará a la perfección los datos reales, ya que como se menciona con frecuencia en muchos otros contextos e incluso en economía y matemáticas, los modelos son simplificaciones de la realidad y, por consecuencia, nunca se obtendrán datos idénticos a los reales.

La sección de **Antecedentes** comenta en su mayor parte la importancia que el análisis de riesgo ha tomado al crearse el Comité de Supervisión Bancaria de Basilea, fundado en el año de 1975 por los gobernadores de los bancos centrales del Grupo de los Diez, conformado por altos representantes de la supervisión bancaria y de bancos centrales de Alemania, Bélgica, Canadá, España, Estados Unidos de Norteamérica, Francia, Italia, Japón, Luxemburgo, Suecia, Suiza, Los Países Bajos y el Reino Unido.

En el anterior documento emitido por dicho Comité en el año de 2003⁵, se establecen los requerimientos de capital por riesgo de mercado, los cuales tienen como fin el delinear un nuevo enfoque de riesgos y aproximarse a los modelos estándar para la medición del mismo.

El Comité pretendía que los países miembros pusieran en práctica su marco regulatorio a finales de 2006, teniendo en cuenta que para el método avanzado (en particular enfocándose en los modelos financieros desarrollados internamente) posiblemente fuera necesario un año más de estudios y aplicaciones, por lo cual, la fecha de iniciación fue 2007.

Otro punto importante que se toca en uno de los estudios de la presente sección es la relevancia de la información contable para predecir la quiebra o falta de solvencia de una entidad. En definitiva, considerando diversos estudios, se puede concluir que las razones financieras elaboradas con datos contables tienen cierta utilidad al momento de tomar la decisión de conceder un préstamo por parte de los bancos. No obstante, ésta es únicamente una parte de la información que debe ser analizada antes de llevar a cabo la transacción.

⁵ El Acuerdo de Basilea III es considerado la piedra angular de las reformas financieras propuestas por los gobiernos. Luego de la crisis crediticia y económica causada por prácticas bancarias riesgosas. Por lo cual, este año la Federación Bancaria Europea advirtió que las nuevas reglas globales obligan a los bancos a tener más capital en reserva, por lo cual, se buscará mantener a la zona del euro en recesión o muy cerca de ella hasta finales del 2014. Bajo este nuevo acuerdo, los bancos tendrán seis años a partir del 1º de enero del 2013 para incrementar progresivamente sus reservas de capital, hasta alcanzar el 6% de su balance general contra el 4% que poseen actualmente.

En el segundo grupo se incluyeron todos aquellos trabajos de investigación que utilizan herramientas **Estadísticas y Econométricas** para evaluar la calidad crediticia de un emisor. Para lo cual se utiliza la información contable y algunas razones financieras claves. En otros casos se aplican modelos más sofisticados como son:

- Logit.
- Probit.
- Tobit.

Los tres modelos acotan el rango de la variable dependiente, ya que ésta se encuentra en el intervalo cerrado de 0 a 1.

Aunque se pueden aplicar los tres modelos, el que es utilizado con mayor frecuencia es el logístico, el cual se define como un modelo dicotómico con el que se puede modelar la toma de decisiones binarias, donde el criterio de selección depende de la probabilidad asociada a cada una de las alternativas.

Todas las investigaciones presentadas en esta sección, muestran que los modelos estadísticos o econométricos ofrecen resultados bastante razonables, con los cuales se puede decidir si se otorga o no un crédito.

De acuerdo con los trabajos expuestos, se pudo observar que las variables financieras de liquidez, rentabilidad y endeudamiento son las más relevantes para predecir el incumplimiento en el horizonte de un año. Mientras que las variables macroeconómicas de tasas de interés y tipo de cambio mantienen el signo esperado dado el nivel de endeudamiento de la empresa.

Adicionalmente a la regresión logística, en este apartado se encuentran algunos trabajos que utilizaron como herramienta para hacer modelos más parsimoniosos, como lo es el análisis de componentes principales. Ésta es una técnica estadística de síntesis de la información, o reducción de la dimensión (número de variables), ante un banco de datos con muchas variables. El objetivo será reducirlas a un menor número, perdiendo la menor cantidad de información posible. Los nuevos componentes principales o factores serán una combinación lineal de las variables originales, y además serán independientes entre sí.

El tercer grupo muestra el desarrollo y en algunos casos la aplicación de los modelos **Estructurales**. Éstos toman como punto de referencia el trabajo desarrollado por Merton (1974), utilizando los principios de la fijación de precios de las opciones financieras (Black y Scholes, 1973; ver Sección 2.3.2). Bajo esta teoría, el proceso de incumplimiento es manejado por el valor de los activos de la compañía. La intuición básica del modelo de Merton es relativamente simple: el incumplimiento ocurre cuando el valor de los activos de la firma (el valor de mercado de la firma) es menor que sus deudas. De conformidad con este modelo, todos los elementos de crédito relevantes, incluyen el incumplimiento y la tasa de recuperación después del incumplimiento, las cuales son funciones de las características estructurales de la firma: activos, volatilidad (riesgo del negocio) y apalancamiento (riesgo financiero). Por su parte, la tasa de recuperación es una variable exógena y el pago a los acreedores es una función del valor residual de los activos de la compañía que cayó en incumplimiento.

Finalmente, el cuarto grupo contiene los llamados **modelos de Forma Reducida**, los cuales no condicionan el incumplimiento al valor de la firma. En consecuencia, los parámetros relacionados con el valor de la misma no necesitan ser estimados. Adicionalmente, estos modelos introducen supuestos explícitos y separados sobre la dinámica de la probabilidad de incumplimiento así como de la tasa de recuperación.

Generalmente, asumen una tasa de recuperación exógena e independiente de la probabilidad de incumplimiento. Los modelos **de Forma Reducida** difieren fundamentalmente de los Estructurales en el grado en el que pueden predecir el incumplimiento. Un típico modelo de Forma Reducida supone que una variable aleatoria exógena maneja el incumplimiento así como a la probabilidad de incumplimiento sobre un intervalo de tiempo diferente de cero.

Antes de explicar con mayor detalle los modelos que fueron aplicados empíricamente en el presente trabajo, se comentarán los estudios realizados previamente por diversos autores. En primera instancia se muestra en la Tabla 5 el año, el título del trabajo, los autores y el país de origen de la publicación; la muestra consta de 43 trabajos, los cuales fueron ordenados en primer lugar por el tema, en segundo lugar por el país donde se realizaron y como tercer criterio se tomó el año. Al término de dicha tabla, se presenta una breve descripción del contenido de dichos trabajos, segmentados por secciones.

Tabla 5. Estudios previos sobre el cálculo de los diferenciales de crédito

	Fecha	Autor (es)	Nombre del artículo	Tipo de modelo	País de origen
1	1995	Araceli Mora Enguñados	<i>Utilidad de los modelos de predicción de la crisis empresarial</i>	Antecedentes teóricos. Modelos de predicción de insolvencia utilizando información contable	España
2	2000	Angel Vilariño	<i>La gestión del riesgo de crédito</i>	Antecedentes teóricos del riesgo de crédito	España
3	2002	Juan Carlos García Céspedes	<i>Nuevas técnicas de medición del riesgo de crédito</i>	Antecedentes teóricos (Modelo de Basilea)	España
4	2003	Edward Altman; Andrea Resti y Andrea Sironi	<i>Default Recovery Rates in Credit Risk Modeling: A review of the literature and empirical evidence</i>	Antecedentes teóricos y Estadístico	Estados Unidos de Norteamérica/Italia

	Fecha	Autor (es)	Nombre del artículo	Tipo de modelo	País de origen
5	1996	Edward I. Altman y Vellore M. Kishore	<i>Almost everything you wanted to know about recoveries on defaulted bonds</i>	Estadístico	Estados Unidos de Norteamérica
6	2001	Carlos Trucharte Artigas y Antonio Marcelo Antuña	<i>Un sistema de clasificación de acreditados</i>	Estadístico	España
7	2001	Superintendencia Financiera	<i>Elección bajo condiciones de incertidumbre</i>	Estadístico	Colombia
8	2005	Horacio Fernández Castaño y Fredy Ocaris Pérez Ramírez	<i>El modelo logístico: una herramienta estadística para evaluar el riesgo de crédito</i>	Estadístico	Colombia
9	1993	Eugene F. Fama y Kenneth R. French	<i>Common risk factors in the returns on stocks and bonds</i>	Estadístico y Econométrico	Estados Unidos de Norteamérica
10	2005	Edward I. Altman; Brooks Brady; Andrea Resti y Andrea Sironi	<i>The link between Default and Recovery Rates: Theory, Empirical Evidence and Implications</i>	Estadístico y Econométrico	Estados Unidos/ Italia
11	2002	Yen-Ting Hu y William Perraudin	<i>The Dependence of Recovery Rates and Defaults</i>	Estadístico y Econométrico	Reino Unido
12	1998	Francisco Escribano Sotos	La gestión del riesgo de interés en carteras de renta fija arriesgada. Aplicación de la volatilidad condicional	Estadístico y Econométrico	España
13	2009	César Gurrola Ríos y Francisco López-Herrera	<i>Spreads de la deuda privada y riesgo sistemático en México</i>	Estadístico y Econométrico	México
14	2007	Reyes Samaniego Medina, Antonio Trujillo Ponce y José Luis Martín Martín	<i>Un análisis de los modelos contables y de mercado en la evaluación del riesgo de crédito: aplicación al mercado bursátil español</i>	Estadístico y Estructural	España
15	2008	Felipe Zurita L.	<i>La predicción de la insolvencia de empresas chilenas</i>	Estadístico, Estructural y de Duración	Chile
16	2010	Rodrigo Alfaro, Natalia Gallardo y Camilo Vio	<i>Análisis de derechos contingentes: Aplicación a casas comerciales</i>	Estadístico y Estructural	Chile
17	1976	Jonathan E. Ingersoll, Jr.	<i>A Contingent- Claims Valuation of Convertible Securities</i>	Estructural	Estados Unidos de Norteamérica

	Fecha	Autor (es)	Nombre del artículo	Tipo de modelo	País de origen
18	1977	Robert Geske	<i>The valuation of corporate liabilities as compound options</i>	Estructural	Estados Unidos de Norteamérica
19	1984	Oldrich Alfons Vasicek	<i>Credit Valuation</i>	Estructural	Estados Unidos de Norteamérica
20	1991	Robert B. Litterman y Thomas Iben	<i>Corporate bond valuation and the term structure of credit spread</i>	Estructural	Estados Unidos de Norteamérica
21	1994	Hayne E. Leland	<i>Corporate Debt Value, Bond Covenants, and Optimal Capital Structure</i>	Estructural	Estados Unidos de Norteamérica
22	1995	Robert A. Jarrow y Stuart M. Turnbull	<i>Pricing Derivates on financial securities subject to credit risk</i>	Estructural	Estados Unidos de Norteamérica/Canadá
23	1996	Hayne E. Leland y Klaus Bjerre Toft	<i>Optimal Capital Structure, Endogenous Bankruptcy, and the Term Structure of Credit Spread</i>	Estructural	Estados Unidos de Norteamérica
24	1999	Pierre Collin-Dufresne; Robert S. Goldstein y J. Spencer Martin	<i>The Determinants of Credit Spread Changes</i>	Estructural	Estados Unidos de Norteamérica
25	2000	Ronald Anderson y Suresh Sundaresan	<i>A comparative study of structural models of corporate bond yields: A exploratory investigation</i>	Estructural	Estados Unidos de Norteamérica/Bélgica
26	2002	Jan Ericsson y Joel Reneby	<i>The Valuation of Corporate Liabilities: Theory and Test</i>	Estructural	Canadá/Suecia
27	2003	Allan C. Eberhart	<i>A comparison of Merton's option pricing model of corporate debt valuation to the use of book value</i>	Estructural	Estados Unidos de Norteamérica
28	2003	Gordon Delianedis y Robert Geske	<i>Information about rating migration and defaults</i>	Estructural	Estados Unidos de Norteamérica
29	2003	Jing-Huang y Ming Huang	<i>How much of the Corporate Treasury Yield Spread is Due to Credit Risk</i>	Estructural	Estados Unidos de Norteamérica
30	2004	Verónica Matalí Pallardo	<i>Valoración de Bonos Corporativos con negociación poco frecuente</i>	Estructural	España
31	2004	Charles Smithson y Gene D Guill	<i>Valoración de activos crediticios</i>	Estructural y de Forma Reducida	España
32	1995	Sanjiv Ranjan Das y Peter Tufano	<i>Pricing Credit Sensitive Debt when interest rates, credit ratings and credit spreads are stochastic</i>	Forma Reducida	Estados Unidos de Norteamérica

	Fecha	Autor (es)	Nombre del artículo	Tipo de modelo	País de origen
32	1995	Francis A. Longstaff y Eduardo S. Schwartz	<i>A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt</i>	Forma Reducida	Estados Unidos de Norteamérica
33	1996	Dilip B. Madan y Haluk Unal	<i>Pricing the Risks of Default</i>	Forma Reducida	Estados Unidos de Norteamérica
34	1999	Gregory R. Duffee	<i>Estimating the Price of Default Risk</i>	Forma Reducida	Estados Unidos de Norteamérica
35	1999	Darrell Duffie y Kenneth J. Singleton	<i>Modeling Term Structure of Defaultable Bonds</i>	Forma Reducida	Estados Unidos de Norteamérica
36	2000	Jon Frye	<i>Depressing Recoveries</i>	Forma Reducida	Estados Unidos de Norteamérica
37	2001	Haluk Unal; Dilip Madan y Levent Guntay	<i>Pricing the Risk of Recovery in Default with APR (Absolute Priority Rule) Violation</i>	Forma Reducida	Estados Unidos de Norteamérica
38	2003	Pierre Collin-Dufresne; Robert S. Goldstein y Jean Helwege	<i>Is Credit Event Risk Priced? Modeling Contagion via the Updating of Beliefs</i>	Forma Reducida	Estados Unidos de Norteamérica
39	2008	Jun Pan y Kenneth J. Singleton	<i>Default and Recovery Implicit in the Term Structure of Sovereign CDS Spreads</i>	Forma Reducida	Estados Unidos de Norteamérica
40	2003	Carmen Badía, Merche Galisteo y Teresa Preixens	<i>Valoración de credit default swaps: Una aplicación del modelo de Hull-White al mercado español</i>	Forma Reducida	España
41	2003	Joost Driessen	<i>Is Default Event Risk Priced in Corporate Bonds?</i>	Forma Reducida	Holanda
42	2003	Gabriela Conde, Fabio Malacrida y Ricardo Selves	<i>Valuación de instrumentos sujetos a riesgos de crédito</i>	Forma Reducida	Uruguay

Fuente: Elaboración propia

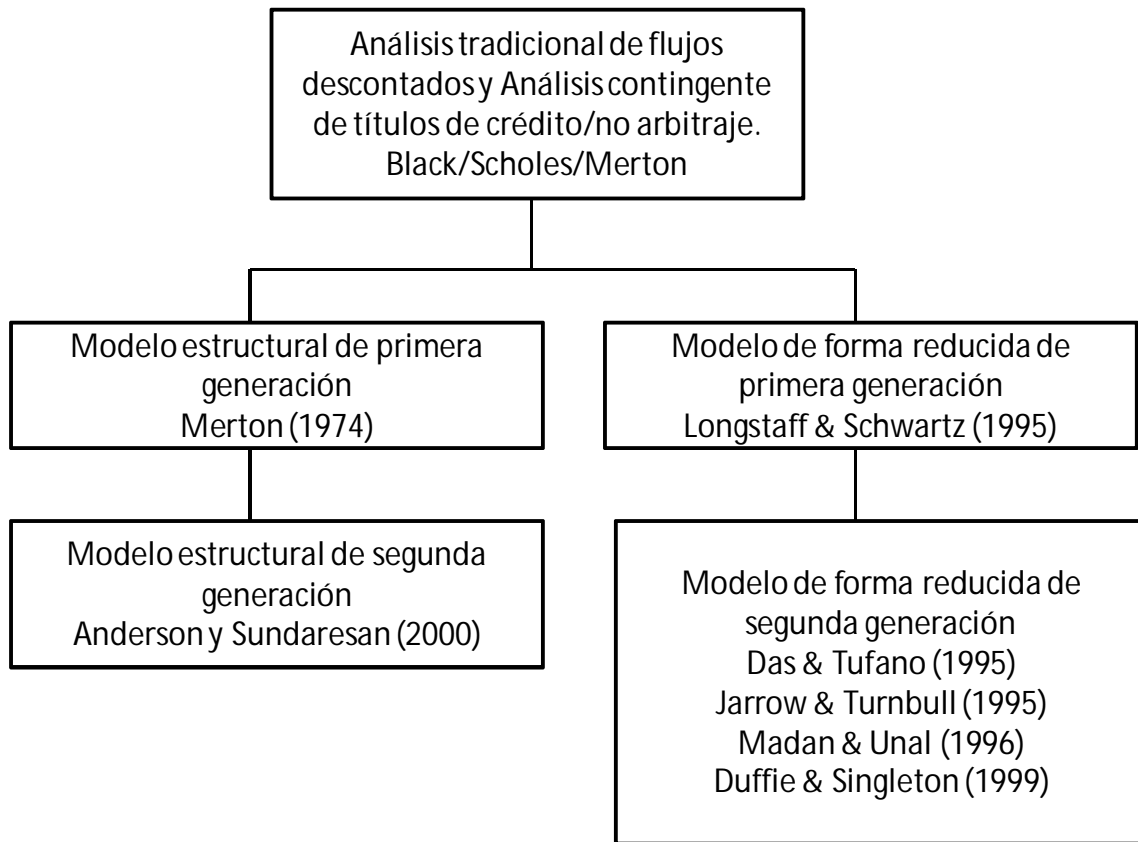
Antes de ahondar en cada una de las secciones, Smithson y Guill (2004) elaboraron un resumen bastante estructurado y didáctico de los tipos de modelos, el cual se muestra a continuación.

De conformidad con Smithson y Guill (2004), para la determinación de la probabilidad de incumplimiento y de los diferenciales de crédito, los bancos y otros titulares de préstamos están viéndose sometidos a una creciente presión para cambiar la aplicación de la contabilidad tradicional a valor de mercado, dado lo cual, el importe de los activos se registra a su valor actual de mercado o al valor actual de sus flujos de caja, descontados a una tasa implícita de mercado.

Los precios utilizados directamente para ajustar activos crediticios a mercado (o indirectamente para ajustar estos activos a valor de modelo) se obtienen a partir de los precios de las obligaciones, de los precios de los préstamos que cotizan en mercados secundarios y de los diferenciales de *Credit Default Swap*.

Actualmente, para ajustar los activos crediticios a mercado o a modelos se utilizan tanto datos internos como externos. De conformidad con los datos proporcionados por cinco bancos multinacionales sobre sus estrategias de préstamo a grandes corporativos, éstos ponen de manifiesto una jerarquía de actuación según la cual, para valorar un activo el banco intenta en primer lugar utilizar los precios del mercado secundario. Si este método no le resulta posible entonces recurre a los diferenciales de los *Credit Default Swaps* y en último caso, aplica el precio de las obligaciones antes de decidirse a utilizar modelos de valoración (Figura 5).

Figura 5. Diagrama de árbol de los modelos de valoración para títulos de crédito con riesgo de incumplimiento



Fuente: Adaptado de Smithson y Guill (2004)

A los modelos de la rama izquierda mostrados en la figura anterior, se les denominan Estructurales, porque utilizan datos basados en el activo y pasivo de las empresas. Asimismo, incluyen un supuesto desencadenante que provoca el incumplimiento. En contraste, los modelos de Forma Reducida, ignoran las circunstancias económicas específicas que provocan el incumplimiento. Estos últimos modelos estiman la probabilidad de incumplimiento neutral al riesgo, a partir de diferenciales crediticios vigentes, y utilizan dicha probabilidad para valorar los flujos de caja con riesgo de incumplimiento.

Por otra parte, los préstamos bancarios suelen incluir la opción de reembolso anticipado, la opción de aumentar o reducir el capital pendiente de pago bajo una facilidad de crédito rotativo y la opción de convertir el capital pendiente al final del periodo rotativo en un crédito con amortización única a su vencimiento. Las opciones que incorporan los activos de crédito las evalúa el banco elaborando una proyección de los flujos de caja durante toda la vida del préstamo. Dichas opciones son valuadas incluyendo en la proyección los posibles estados del cliente (impacto de la solvencia del cliente en los flujos y la posibilidad de que reembolsará el préstamo anticipadamente).

De conformidad con la *Survey of Credit Portfolio Management Practices 2002*, "se preguntó a los bancos así como a otras instituciones financieras si valoraban algunos activos crediticios a mercado o con modelos de valuación, y en caso de no hacerlo, si pensaban introducirlo en el futuro. Los defensores de la valoración a mercado afirman que se debe utilizar ésta si desean una eficaz intermediación del riesgo; mientras que los detractores de la valoración a mercado señalan que actualmente existen pocos precios de préstamos secundarios, por lo que la mayoría de los precios se tendrían que inventar".

2.2.2.1. Antecedentes Teóricos

En primera instancia, sería conveniente explicar las herramientas para modelar la probabilidad de incumplimiento, así como el riesgo de no pago; asimismo, resultaría útil exponer a qué se refiere dicho riesgo cuando se trata de instrumentos de deuda. El riesgo de crédito se puede dividir en dos tipos: el riesgo de insolvencia y el riesgo país. El riesgo de insolvencia o contrapartida surge como consecuencia de la situación económica financiera del deudor y de la incapacidad de atender al pago de sus obligaciones. Por otro lado, el riesgo país es provocado por el grado de solvencia (o insolvencia) del total de contrapartidas que pertenecen a un área geopolítica legalmente definida como Estado.

La calificación crediticia o *rating* de crédito es una opinión formal dada por una compañía especializada, del riesgo de incumplimiento al cual se enfrenta un inversionista al adquirir un instrumento de deuda de un emisor particular.

Una de las principales características del sector financiero es su alto nivel de regulación. La finalidad de la regulación bancaria es la búsqueda del buen funcionamiento del sistema y la limitación de las crisis bancarias. Esta situación es menos preocupante si las entidades disponen de recursos propios suficientes con los que puedan cubrir dichas pérdidas. En este sentido los recursos propios actúan como colchón de forma que se cubren las pérdidas inesperadas y evita que éstas recaigan sobre los depositantes.

De conformidad con el Acuerdo de Basilea I, el capital es necesario ante las pérdidas, además de proporcionar un estímulo para realizar una gestión prudente. La normativa de Basilea I está basada en el modelo RAR (*Risk Asset Ratio*) según el cual las entidades deben mantener un capital mínimo del 8% sobre los activos ponderados por el riesgo.

Considerando, los cambios en el sector bancario resultó necesaria la revisión del Acuerdo de Capital del Comité de Basilea. Por lo cual, se propuso el lanzamiento de un segundo Acuerdo (Basilea II), donde se hace más énfasis en los modelos internos de medición de riesgo de crédito de cada banco, la revisión del supervisor y la disciplina del mercado.

Uno de los principios que subyacen en Basilea II es tratar de hacer la convergencia del capital regulatorio con el capital económico. El nivel de capital económico dependerá de varios factores, en primer lugar de las características específicas de su negocio (tipo de operaciones de activo y sector) y su política de expansión; y en segundo lugar del nivel de tolerancia ante el riesgo de quiebra por parte de los accionistas y directivos. El capital regulatorio es el establecido por el regulador con el objeto de minimizar el riesgo de quiebra y los problemas de riesgo sistémico.

Asimismo, para el análisis del riesgo de crédito se proponen dos opciones: la primera es el método estándar y la segunda es el método basado en calificaciones internas. Bajo el método estándar, el banco asigna una ponderación de riesgos a cada uno de sus activos y operaciones fuera del balance. Actualmente, las ponderaciones individuales dependen del tipo, en sentido amplio del prestatario. En este Acuerdo las ponderaciones de riesgo se van a refinar al incluir la calificación crediticia suministrada por una institución externa de evaluación.

En el modelo básico de calificaciones, a partir de los *ratings* internos, se estiman las probabilidades de no pagos o de incumplimiento, conocidas por sus siglas en inglés como PD (*Probability of Default*) y la exposición en caso de no pago (EAD, *Exposure at Default*) para cada transacción.

En el enfoque de calificación avanzado, se involucra la estimación de parámetros que requieren de una gran variedad de datos históricos que no están disponibles para los bancos. Debido al gran costo que implica el desarrollar esos modelos y bases de datos, se puede dividir a la industria bancaria en dos grupos: los que poseen la capacidad de desarrollarlos y los que no. Adicionalmente, este enfoque permite al banco utilizar sus propias estimaciones de migraciones de crédito para ajustar las PD, las EAD y las pérdidas dado el incumplimiento (LGD, *Lost Given Default*).

Mora (1995) ofrece una alternativa para aquellos grupos financieros que no poseen la capacidad de desarrollar los modelos avanzados. Esta autora propone un método más accesible para predecir la quiebra, utilizando los datos contables como un medio para evaluar la futura solvencia de una empresa.

En dicho trabajo se analizó la utilidad de los modelos de predicción de quiebra elaborados con dicha información, teniendo como objetivo lo siguiente:

1. Analizar el contenido informativo de los estados financieros.
2. Analizar el poder de predicción de la futura solvencia de la empresa con el fin de tomar decisiones.

Con el objeto de establecer qué datos contables tienen mayor contenido informativo acerca de la solvencia de la empresa, se expusieron las variables independientes que se han utilizado en la obtención de los modelos de predicción elaborados por distintos autores, durante las últimas décadas:

- Algunas razones financieras.
- Utilidad de las razones financieras.
- El efecto de procedimientos contables alternativos sobre la capacidad predictiva.
- Otras variables independientes.

Beaver (1966) en su estudio pionero sobre la utilidad de la información contable para medir el fracaso empresarial, utilizó tres criterios para seleccionar 30 razones financieras que aplicó en su estudio:

- a) Razones populares en la literatura contable para medir la solvencia de la empresa.
- b) Razones que hubieran funcionado bien en algún estudio previo.
- c) Razones que estuvieran definidas en términos de flujo de efectivo.

Beaver (1966) considera que el fracaso de una empresa se define como la incapacidad de la misma para atender sus deudas. Asimismo, las magnitudes relacionadas con la obtención de flujos de caja son importantes para medir una situación de insolvencia. Una vez que se ha realizado la primera selección de razones, se establece un proceso selectivo, para reducir el número de variables que aparecerán en los modelos definitivos.

Casey y Bartczack (1984) analizaron la habilidad de los flujos de efectivo para predecir la quiebra, estableciendo un modelo cuyas variables independientes eran razones financieras de flujo de efectivo y otras con razones que se basan en lo devengado, llegando a la conclusión de que los datos con base en devengado tenían una mayor capacidad predictiva.

Posteriormente, en el año de 1985 elaboraron otra investigación sugiriendo que debería incluirse la variable de flujo de efectivo, como predictivo. Adicionalmente en el año de 1987, obtuvieron como significativos el pago de dividendos, los pagos por inversiones y los cobros por ventas.

Derivado de lo anterior, concluyeron que la naturaleza dinámica de los negocios y de las condiciones económicas, sugieren la necesidad de evaluar frecuentemente la contribución de la variable del flujo de caja sobre la predicción de la quiebra del negocio.

Se efectuaron diversos trabajos empíricos sobre este tema, uno de ellos es el de Keasey y Watson (1986), quienes examinaron la capacidad predictiva de las técnicas de análisis discriminante para una muestra de pequeñas empresas británicas, antes y después de realizar ajustes por inflación sobre los datos contables. Estos investigadores encontraron poca evidencia de que existiese un cambio significativo en la capacidad predictiva de ambos tipos de variables.

Derivado de lo anterior cabe citar a Mora (1995), quien afirma que “el valor de las razones financieras está fuertemente influenciado por los procedimientos contables que la empresa utiliza para elaborar sus estados financieros”. Por lo cual, se han incluido otras variables:

- Variables macroeconómicas.
- Precio de mercado de las acciones.
- Variables cualitativas.

Asimismo, otros estudiosos del tema como Foster (1986) sugirieron que el modelo multivariante podría incrementar su poder de predicción, incorporando variables macroeconómicas; o bien que podría resultar útil el hecho de incorporar indicadores regionales o indicadores sectoriales, si es que existen este tipo de diferencias en la muestra.

Adicionalmente a las variables cuantitativas, se introdujeron variables cualitativas. Por ejemplo, en el trabajo de Whittred y Zimmer (1984), se analizó una muestra de empresas australianas de gran tamaño, llegando a la conclusión de que no existe un incremento del contenido informativo sobre el que poseen los datos contables. No obstante, en otros estudios como los realizados por Peel *et al.* (1986) y el de Keasey y Watson (1986) se llegan a conclusiones distintas. Para ellos aparecen, entre otras, las siguientes variables explicativas:

- El lapso de tiempo y los cambios en el mismo, que transcurre desde que cierra el ejercicio contable hasta que los estados financieros se hacen públicos.
- El número de nombramientos y dimisiones de los directores.
- La estructura directiva.
- El sistema de información contable.

Al momento de conceder un préstamo, se deben tomar en cuenta varios aspectos, pero una parte sumamente importante es determinar las probabilidades de devolución del mismo.

En definitiva, considerando diversos estudios, se puede concluir que las razones financieras elaboradas con datos contables tienen cierta utilidad al momento de tomar la decisión de conceder un préstamo por parte de los bancos.

Estos modelos pueden ser de gran utilidad para la gerencia, para evitar las crisis económicas internas, si se actúa con antelación y tomando las medidas adecuadas.

De igual forma para los auditores, como lo menciona Altman (1983), "la valoración de los auditores podría complementarse con el modelo objetivo, siempre y cuando éste sirva para convencer a la gerencia para realizar los cambios pertinentes". En este punto se debe ser muy cuidadoso, ya que la misión del auditor no es predecir las quiebras, por lo que estos modelos podrían utilizarse como una herramienta para complementar su análisis.

En cuanto a la información que estos modelos proporcionan a los inversionistas, el resultado será consistente con la eficiencia del mercado (eficiencia semifuerte), ya que si por lo menos el mercado refleja la información pública, se demostrará que el modelo no provee nueva información, sino que dicha información ya se encuentra incorporada en los precios de las acciones al momento de publicar los estados financieros.

A pesar de lo anterior, Altman y Brenner (1981) comentan que existe evidencia empírica de ineficiencias en el mercado ante anuncios de quiebra, que hacen suponer que no toda la información es asimilada previamente por los precios de las acciones al tener lugar el anuncio de los estados financieros anuales.

Debido a que las pérdidas en crédito se ven afectadas por las condiciones económicas, los parámetros deben ser ajustados con el objeto de reflejar los niveles esperados de actividad económica.

Siguiendo lo establecido por Vilariño (2000) la construcción de los modelos internos de crédito avanzados es en la actualidad un factor decisivo en la administración de riesgos. Un proyecto global en este campo incluye, al menos, los siguientes aspectos:

- a) Definición de los segmentos de la cartera crediticia.
- b) Diseño e implantación de los sistemas de *rating* según el segmento.
- c) Definición precisa del evento de insolvencia y de sus diferentes manifestaciones.
- d) Estimación de las matrices de transición de probabilidad coherentes con los segmentos elegidos.
- e) Estimación de la exposición al riesgo en los casos de cláusulas opcionales.
- f) Estimación de la tasa de pérdida efectiva según los diferentes segmentos y condicional al estado alcanzado de insolvencia.
- g) Estimación de la función de pérdidas por riesgo.
- h) Aplicación de la metodología RAROC (*Risk Adjusted Return on Capital*) según líneas de negocio establecidas. Mediante esta herramienta se analiza la creación de valor.

García (2002) retoma lo mencionado en el Acuerdo de Basilea II, resaltando el hecho que durante los últimos años se está viviendo un notable desarrollo en las técnicas y modelos de medición y gestión del riesgo de crédito.

Sin embargo, este autor da un paso más allá y menciona que las herramientas de calificación crediticias son modelos que permiten clasificar a los clientes en función de su calidad crediticia. Para ello, se suelen utilizar una serie de variables y criterios objetivos. En primera instancia esta clasificación es cualitativa, de manera que un *rating* indica que una determinada contrapartida es mejor que otra, pero no cuánto mejor. Por lo que debe ligarse dicha calificación cualitativa a una cuantitativa, lo cual se consigue vinculando el *rating* a la probabilidad de incumplimiento asociada.

La forma exponencial que liga puntuaciones con probabilidades de incumplimiento es típica de muchas herramientas. De hecho, en muchos casos los modelos de *rating* han sido desarrollados a partir de regresiones logísticas, por lo que se obtienen formas exponenciales.

Adicionalmente, a la hora de asignar una probabilidad de incumplimiento es importante no considerar únicamente la puntuación. También debe ser tomada en cuenta la antigüedad de la operación.

De conformidad con el análisis efectuado por García (2002), la PD es inicialmente creciente, alcanza un máximo, y a partir de ahí decrece. Este es un comportamiento típico de las calificaciones de origen, según el cual el riesgo de incumplimiento se concentra básicamente al inicio, y en el caso de que las operaciones superen la fase inicial, las PD's comienzan a decrecer hasta que convergen a cierto nivel donde se estabilizan.

Por otro lado, la EAD es el valor económico de los derechos (conocida así por sus siglas en inglés) sobre la contrapartida en el momento del incumplimiento. En el caso de que éste se produzca, resulta crítico conocer cuánto es el importe en riesgo; es decir, a cuánto asciende la pérdida máxima que se puede llegar a producir, es a lo que se le denomina EAD.

La severidad o LGD representa el porcentaje de la exposición que finalmente se termina perdiendo. Es el porcentaje que de una operación incumplida no se logra recuperar durante el proceso de recuperación. En consecuencia la LGD es igual al complemento de la tasa de recuperación (LGD=1-tasa de recuperación), es decir:

$$LGD = 1 - \frac{\text{Recuperaciones en valor presente}}{EAD} \quad \text{Ec.- 3}$$

Al igual que el incumplimiento y la EAD, la severidad es una variable aleatoria. Si se dispone de una base histórica de operaciones que incumplieron es posible estimar la distribución de la severidad a partir del comportamiento histórico de las recuperaciones.

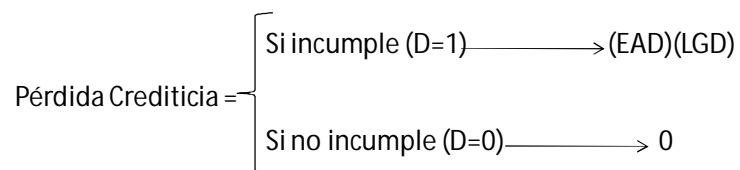
La Pérdida Esperada es una media de las pérdidas anuales promedio (después de recuperaciones) para una cartera de riesgo de crédito. Cabe aclarar que la Pérdida Esperada en este trabajo es una previsión de pérdidas crediticias a largo plazo, a lo largo de un ciclo económico.

La pérdida crediticia se calcula de la siguiente forma (Ecuación 4 y Figura 6):

$$\text{Pérdida Crediticia} = (D)(EAD)(LGD) \quad \text{Ec.- 4}$$

Donde: D es la variable Bernoulli que modela el incumplimiento: es igual a uno, si éste se produce y toma el valor cero cuando no se produce.

Figura 6. Valores que puede tomar la pérdida crediticia



Fuente: García (2002)

Resulta muy importante hacer notar que la pérdida esperada es un costo más para el negocio bancario y de esa forma debe ser considerado, por ejemplo en la política de establecimiento de precios o en el cálculo de las rentabilidades de las operaciones.

Asimismo, en el documento de Basilea II se permite, por primera vez, ligar los requerimientos de capital a los activos, a la inversión que es donde se originan los riesgos, y no a los pasivos.

Con este marco regulatorio, una manera muy conveniente de visualizar el modelo es pensar que una compañía que posee activos por un determinado valor, quebrará si el valor de sus activos cae por debajo del nivel de deuda. En tal caso, ni aún vendiendo todos sus activos, la compañía podrá devolver a sus acreedores la deuda.

La probabilidad de quiebra (o de incumplimiento) tiene por tanto que ver con la porción de distribución de valores de activos que cae por debajo del nivel de endeudamiento. Esta probabilidad dependerá básicamente de dos parámetros:

- La diferencia entre el valor inicial de los activos y el nivel de deuda.
- La volatilidad de los activos.

Al conjuntar los parámetros anteriores, se puede obtener la razón de distancia al incumplimiento, como se presenta en seguida:

$$\text{Distancia al incumplimiento} = \frac{V_0 - D}{\sigma_V} \quad \text{Ec.- 5}$$

Donde:

- V_0 es el valor inicial de los activos.
- D es el nivel de deuda.
- σ_V es la volatilidad de los activos.

En consecuencia, la probabilidad de incumplimiento se encuentra relacionada con la distancia al incumplimiento.

Si se analizan todas las fórmulas de requerimientos de capital, cuando la PD =100% (el crédito ya está en incumplimiento) y, por lo tanto, el requerimiento de capital resultante es cero.

En el caso de un crédito en incumplimiento, la pérdida esperada coincide con la LGD media, pero dado que la LGD es una variable aleatoria, existe cierta incertidumbre acerca de cuánto realmente se recuperará de lo incumplido.

Adicionalmente, Vilariño (2000) comenta que el choque de la morosidad tiene su origen en la fase a la baja del ciclo económico, pero también en el nivel de eficiencia que cada entidad posee sobre sus actividades de admisión, seguimiento y recuperación de cartera.

El objetivo de la política de crédito de una entidad financiera es establecer las delegaciones, las reglas y la estructura para operar y administrar la cartera de préstamos de forma eficaz, es decir, asegurar la rentabilidad al mismo tiempo que gestiona el riesgo.

La política debe ser revisada al menos anualmente, para asegurar que no se ha quedado desfasada o sin eficacia, permanece flexible y se mantiene adecuada a las necesidades de los gestores.

Sin embargo, el aumento de la morosidad conduce casi siempre a una revisión de los métodos de análisis y admisión de operaciones, sobre todo cuando estos se basan fundamentalmente en la experiencia de los analistas y gestores.

Para que exista un verdadero avance, el conocimiento de los analistas debe ser integrado en cualquier proceso de avance.

Los modelos que se utilizan con mayor frecuencia son el análisis discriminante, la regresión lineal, la regresión logística, las redes neuronales, los sistemas expertos y los modelos de programación matemática.

De conformidad con Vilariño (2000), la elección del modelo no resulta ser la cuestión crítica del proceso, ya que con distintas aproximaciones teóricas es posible llegar a resultados muy similares, siempre y cuando ésta se maneje muy rigurosamente.

En los últimos 25 años se han realizado y publicado numerosas investigaciones en las que se han aplicado una gran variedad de técnicas. La capacidad para discriminar, con base únicamente en los modelos, no resulta desdeñable, pero probablemente la situación óptima es la combinación de técnicas cuantitativa avanzadas con un equipo de analistas expertos.

Entre los factores de riesgo de estos modelos, sobresalen las posibles deficiencias o limitaciones técnicas en el diseño, estimación y contraste, así como en los constantes cambios en la economía y en la sociedad.

Otro problema es la actualización de la información, ya que pueden existir importantes retrasos entre los valores actuales de las razones y la información con la cual alimentan los modelos.

Aunque Vilariño (2000) menciona que el factor concreto de la insolvencia, no es la información financiera, si no: una caída brusca de la demanda por pérdida de mercado, segmento de clientes o cliente, el descubrimiento de un fraude, el fracaso de un proyecto de inversión, etc.

Adicionalmente a lo anterior, existe la preocupación de diferentes sectores, incluyendo el Banco de España, por el bajo nivel de la prima de riesgo en el segmento hipotecario. La fuerte competencia en precios que tenían detrás las instituciones financieras, es una de las razones de la reducción del diferencial sobre la tasa de interés libre de riesgo.

Un punto que se ha mencionado superficialmente hasta este momento es la tasa de recuperación de los préstamos en caso de *default*, ya que generalmente tiende a pensarse que al quebrar una organización, ya no se podrán liquidar las deudas. No obstante, dependiendo del valor residual de los activos podría recuperarse una porción del valor de los mismos o del préstamo.

Tomando en consideración lo anterior, Altman *et al.* (2003) comentan que en los análisis previos sobre los diferenciales de crédito, se ha descuidado el vínculo entre la tasa de recuperación y la tasa de incumplimiento. Cuando mucho, éstos se han enfocado en el riesgo de incumplimiento y han supuesto que las tasas de recuperación son un parámetro constante o que es una variable estocástica independiente de la probabilidad de incumplimiento. Altman *et al.* (2003) hacen una revisión de la manera en que los modelos de crédito, desarrollados durante los últimos 30 años, han tratado a la tasa de recuperación y más detalladamente su relación con la probabilidad de incumplimiento.

En la primera generación de modelos Estructurales se encuentran: el de Merton (1974), el de Black y Cox *et al.* (1979), el de Geske (1977) y el de Vasicek (1984). Bajo los cuales, todos los modelos de crédito relevantes, incluyendo el incumplimiento y la tasa de recuperación, son funciones de las características estructurales de la organización: volatilidad de los activos (riesgo del negocio) y el apalancamiento (riesgo financiero). La tasa de recuperación es, por lo tanto, una variable endógena función del valor residual de los activos de la compañía en bancarrota.

Estos investigadores afirman que la carencia de éxito de los anteriores modelos Estructurales se debe a diferentes razones. Entre otras se encuentran las siguientes: bajo el modelo de Merton, la firma cae en incumplimiento únicamente al vencimiento de la deuda, lo cual no está acorde con la realidad. En segundo lugar, cuando se consideran varios tipos de deudas, se asume que se respeta por completo la prioridad de las deudas; sin embargo, por lo menos en Estados Unidos de Norteamérica existe evidencia empírica que esta prioridad absoluta a menudo es violada.

Como respuesta a estas fallas, surge una segunda generación de modelos Estructurales, los cuales incluyen entre otros a Hull y White (2000). Bajo estos modelos, la tasa de recuperación en caso de incumplimiento es exógena e independiente del valor de los activos de la firma. Se encuentra definida generalmente como una proporción fija del valor de la deuda emitida y por lo tanto es independiente de la probabilidad de incumplimiento.

Estos modelos siguen teniendo el problema de estimar los parámetros del valor de los activos de la firma, de los cuales algunos no son observables, como es el caso del valor de mercado actual de la firma; asimismo, estos modelos no pueden incorporar los cambios en la calificación crediticia que ocurren sobre deudas corporativas riesgosas.

Finalmente, muchos modelos Estructurales asumen que el valor de la firma es continuo en el tiempo. Como resultado, el momento del incumplimiento puede predecirse justo antes de que suceda y por lo tanto como lo argumentan Duffie y Lando (2001) no existen sorpresas repentinas. En otras palabras, si no se recurre a un proceso de brinco, la probabilidad de incumplimiento de una firma es conocida con certidumbre.

Entre los modelos de Forma Reducida más importantes se encuentran los trabajos de Madan y Unal (1996), Jarrow y Turnbull (1995) y Duffie y Singleton (1999). A diferencia de los modelos Estructurales, los de Forma Reducida no condicionan el incumplimiento al valor de la empresa y por consecuencia no es necesario estimar los parámetros relacionados con el valor de la firma para poder implantarlos. Asimismo, diversos modelos Estructurales asumen que la tasa de recuperación es exógena e independiente de la probabilidad de incumplimiento; por otro lado, algunos modelos de Forma Reducida suponen que dicha tasa es un porcentaje equivalente al de un bono libre de riesgo.

Pero sobre todo, los Estructurales difieren de los de Forma Reducida, en que en los primeros se puede predecir el incumplimiento y que, por lo tanto, no son sorpresas repentinas; mientras que un típico modelo de Forma Reducida asume que una variable aleatoria exógena maneja el incumplimiento y que la probabilidad de incumplimiento sobre cualquier intervalo en el tiempo no es cero. En algunos casos, tratan al incumplimiento como un evento Poisson no predecible.

No obstante, el asumir que estas la probabilidad de incumplimiento y la tasa de recuperación no se encuentran relacionadas no tiene mucho sentido. Por ejemplo, para Frye (2000) tanto la probabilidad de incumplimiento como la tasa de recuperación dependen de un factor sistemático, “el estado de la economía”. La intuición de esta afirmación es relativamente simple: “si una persona que pide prestado se declara en bancarrota sobre un préstamo, la recuperación del banco podría depender del valor del colateral del préstamo. El valor del colateral, como el valor de cualquier otro activo, depende de las condiciones económicas”.

Adicionalmente, el supuesto de independencia, contrasta fuertemente con la creciente evidencia empírica sobre la importante relación negativa entre las tasas de incumplimiento y las tasas de recuperación.

Por su parte, Jarrow (2001) explícitamente incorpora el precio de mercado del capital accionario en la estimación, con lo cual se permite la identificación separada de las probabilidades de incumplimiento y de las tasas de recuperación.

Altman *et al.* (2005) también resaltan las implicaciones de sus resultados para modelar el riesgo de crédito y para la prociclicidad⁶ de los requerimientos de capital. Para evaluar el impacto de una correlación negativa entre las tasas de incumplimiento y las tasas de recuperación, llevaron a cabo simulaciones Montecarlo en un portafolio simple de préstamos bancarios y compararon medidas claves de riesgo (pérdidas esperadas y no esperadas). Las consecuencias potenciales fueron en términos de la sub-estimación del riesgo de crédito.

Debido al aumento de la complejidad de las transacciones relativas al financiamiento vía deuda que llevan a cabo tanto las entidades públicas como las privadas y tomando en consideración las recomendaciones contenidas en el Acuerdo de Basilea II, las instituciones crediticias así como las empresas no financieras y consultoras han tratado de modelar de diferentes maneras la probabilidad de incumplimiento y el costo de oportunidad de los pasivos.

⁶ La prociclicidad incluye la sensibilidad de las regulaciones de requerimientos de capital desde el punto de vista económico y financiero de acuerdo con los ciclos del mercado.

Por ello en la siguiente sección se describirá a grandes rasgos el resultado de las investigaciones que desarrollaron y/o aplicaron modelos estadísticos y econométricos para calcular las probabilidades de incumplimiento así como el costo de oportunidad de los pasivos; posteriormente se comentarán algunos trabajos que describen modelos de mayor dificultad matemática.

2.2.2.2. Estadísticos y Econométricos

En esta sección se presentan los documentos ordenados de acuerdo a su grado de complejidad, comenzando por los más sencillos y terminando con los más sofisticados.

Fernández *et al.* (2005) proponen el uso de modelos dicotómicos que permiten evaluar la posibilidad asociada a cada alternativa de decisión, en particular ante la posibilidad que tiene una entidad financiera sobre decidir si debe otorgar o no un préstamo.

La regresión Logit se utiliza cuando se quiere predecir un resultado binario. Dicha regresión se basa en la denominada función logística, en la cual se relaciona la variable dependiente con las variables independientes $X_1, X_2, X_3, \dots, X_k$ a través de la siguiente ecuación:

$$Y_i = \frac{1}{1 + \exp^{-(\beta_0 + \beta_1 X_{1,i} + \dots + \beta_k X_{k,i})}} + u_i \quad \text{Ec.- 6}$$

Donde: u_i es una variable aleatoria que se distribuye como una normal $(0, \sigma^2)$.

Para aplicar las metodologías de medición del riesgo de crédito a la base de datos de forma que se pueda mejorar el control, la toma de decisiones de la administración financiera y la gestión de riesgos, de acuerdo con los modelos Logit y Probit, resulta necesario efectuar un análisis del comportamiento de cada una de las variables y la correlación entre ellas.

En esta investigación, Fernández *et al.* (2005) aplicaron el modelo logístico. Algunas de las variables cuantitativas que fueron utilizadas en el análisis: crecimiento en ventas; rentabilidad bruta; margen de operación; crecimiento del patrimonio; rotación de la cartera comercial; rotación de proveedores; flujo de caja libre/gastos financieros. Asimismo, las variables económicas, que de conformidad con estos autores, deben ser incluidas en los modelos se presentan a continuación:

- El Producto Interno Bruto (PIB) contra la calidad de la cartera. El análisis de correlación entre estas dos variables resulta en una correlación perfecta.
- El desempleo contra las provisiones de capital efectuadas por las entidades financieras. Según la historia se ha observado que a mayor tasa de empleo, menor es la morosidad.
- El Índice de Precios al Consumidor contra la cartera vencida. Se ha observado que a menor inflación mayor nivel de morosidad (correlación negativa).

Para evitar los problemas de colinealidad, Fernández *et al.* (2005) realizaron el análisis de componentes principales, el cual hace que se pase de un espacio linealmente dependiente a otro linealmente independiente, con lo cual se puede estimar el modelo logístico.

Al realizar este análisis, se tomó como variable dependiente al incumplimiento y como variables exógenas los 21 componentes principales (resultantes del análisis comentado previamente) y la variable cuantitativa calificación de pagos externos, la cual se expresa como una combinación lineal de cinco variables *dummy*. De conformidad con ello, se eliminaron las variables menos significativas, quedando únicamente 10 variables explicativas (cabe recordar que estas variables, son el resultado de la combinación lineal de otras variables).

Por su parte, Trucharte y Antuña (2001) realizaron un trabajo muy similar al anterior, ya que desarrollaron un sistema de clasificación (*rating*) de firmas que sirve como herramienta de apoyo alternativa a la función supervisora que se deriva de la reforma propuesta en Basilea II.

El sistema que se desarrolla en este trabajo se enmarca dentro de aquellos que utilizan información financiera (datos del balance general y estado de resultados) de acreditados bancarios, y está basado en métodos cuantitativos para establecer la relación existente entre la variable objeto de estudio y un conjunto de razones financieras. Resulta importante destacar que el objetivo de esta investigación es desarrollar un sistema basado en información financiera y de impagos, el cual permita obtener una clasificación de los acreditados que forman parte de las carteras de las entidades de crédito españolas.

En la actualidad, dada la importancia que para las carteras crediticias de las entidades bancarias tiene el cálculo de sus pérdidas potenciales por riesgo de crédito, la variable relevante sobre la que establecen el estudio de sus acreditados es la probabilidad de que éstos puedan incurrir en un impago.

El principal problema en este tipo de trabajos es la dificultad de conseguir la información necesaria y con la calidad suficiente para que los resultados finales tengan el adecuado nivel de validez y fiabilidad. En concreto, es necesario disponer de dos tipos distintos de fuentes de información: por un lado la relativa a los impagos (información que poseen las entidades de crédito) y por otro, la correspondiente a los datos financieros de cada empresa individual (información que poseen los propios acreditados).

Bajo este orden de ideas, Trucharte y Antuña (2001) encontraron dos tipos de problemas relacionados con la información financiera: el primero de ellos hacía referencia a la desproporción entre el número de empresas pequeñas que existían en la muestra y el resto de entidades. Asimismo, el porcentaje de acreditados que no pagan dentro de esta categoría es el más bajo de toda la muestra (incluso menor que el de las empresas más grandes, de más de 150 millones de euros en volumen de ventas).

Para que el evento de impago pueda ser modelado estadísticamente, debe ser representado por una variable aleatoria. La forma de aproximarla es utilizar una variable binaria, de manera que si un determinado acreditado, en un determinado periodo t , cumple con la definición de incurrir en un impago, dicha variable toma el valor de uno y cero en el caso contrario.

Para conocer el signo y el efecto de cada variable, se llevó a cabo un análisis univariante en primer lugar y, posteriormente se aplicó el análisis multivariante, para lo cual se buscó dentro de las razones financieras la que tuviera la mayor capacidad explicativa.

De conformidad con los resultados obtenidos, el porcentaje de impagos ha ido decreciendo desde el año 1995 y sólo durante el periodo analizado por los autores, ya que se pasa de un porcentaje de 3.88% a 2.13% en el 2000. La relación inversa entre el ciclo económico (medido a través de la tasa de crecimiento del Producto Interno Bruto, PIB) y la morosidad está ampliamente aceptada.

Para el caso de la variable sector, la relación también resultó significativa. El análisis se efectuó con un desfase temporal de un año.

En cuanto a las variables financieras, resultaron significativos 44 grupos en el modelo multivariante:

- a) Razones de rentabilidad.
- b) Razones de apalancamiento.
- c) Razones de liquidez.
- d) Razones de tamaño de la firma.

De igual forma fue importante la variable del ciclo económico para explicar el no pago. Asimismo, se puede afirmar que si un acreditado no paga en un periodo, en el siguiente periodo tampoco lo hará, independientemente de los valores que tomen sus razones financieras, lo que reduce fuertemente la capacidad explicativa de las mismas.

Una vez que se tiene el modelo, y de conformidad con las puntuaciones que se derivan del mismo, se obtiene un primer grupo de individuos; posteriormente, se puede obtener un sistema de calificación definitivo, en el cual se diferencian nueve categorías de riesgo distintas.

Por otra parte, la Superintendencia Financiera de Colombia en el año de 2001 realizó una investigación, cuyo objetivo era calcular las probabilidades de incumplimiento de la cartera de créditos comerciales de los clientes de COLTEFINANCIERA, S.A., para lo cual utilizaron, al igual que Trucharte y Antuña (2001), el modelo logístico; sin embargo en este estudio se tomó el caso particular de una sola organización.

Este documento menciona que los modelos que se desarrollen internamente, se pueden clasificar en tres grupos:

1. Expertos.
2. Paramétricos.
3. Condicionales.

Los modelos Expertos se basan en criterios subjetivos y en la experiencia del analista de crédito. Los Paramétricos buscan calcular las probabilidades de incumplimiento usando un cierto número de variables características de los clientes sujetos a crédito. Un ejemplo de este tipo de modelos es el Z-Score.

Otro modelo que se encuentra dentro de esta categoría es el de Frecuencias Esperadas de Incumplimiento. Dicho modelo está basado en dos paquetes funcionales que miden el riesgo de crédito: el *Creditor Monitor*, el cual evalúa el riesgo individual y el *Portafolio Manager*, que mide el riesgo de un portafolio de crédito. Estos modelos, se basan en la relación existente entre el valor de mercado de la firma y el valor de mercado de sus activos, así como en el vínculo entre la volatilidad de los activos y el capital.

Finalmente, los modelos Condicionales son metodologías que pretenden obtener las causas del incumplimiento haciendo un análisis basado en un modelo de relaciones de causalidad entre variables financieras, sectoriales y macroeconómicas. Entre ellos, se encuentran los econométricos. En esta investigación se utilizó una regresión tipo Logit. En dicha regresión se mide la probabilidad de que se elija la opción 1. Dado los requerimientos de esta Superfinanciera, se tomaron como en incumplimiento los créditos comerciales que se encontraban en mora mayor o igual a 150 días. De hecho, a los clientes que se encontraban en incumplimiento se les asignó el valor de uno, en tanto que a los que no incumplieron se les dio el valor de cero. Se tomaron como variables explicativas, tanto las que proporcionaban información cualitativa como cuantitativa.

Debido a la cantidad de variables, resultó necesario aplicar la técnica de componentes principales, mediante la cual se redujo el número de variables al efectuar una combinación lineal de las primeras. Como resultado, se obtuvo que de una muestra de 5,810 datos, 5,719 se clasificaron como buenos, a los cuales el modelo les asignó una probabilidad de incumplimiento menor al 50%. Adicionalmente, se pudo observar que a finales de los años 90's las probabilidades de incumplimiento fueron mayores que las obtenidas para los siguientes 4 años. A partir de 2004 se reactiva nuevamente el crédito y se asume un mayor nivel de riesgo, el cual se observa de manera clara en el aumento de la probabilidad de incumplimiento para el 2005.

Otro estudio bastante similar a los anteriores es el realizado por Gurrola y López Herrera (2009). Este artículo brinda evidencia empírica del comportamiento del diferencial o prima de riesgo de la deuda de las empresas mexicanas, como consecuencia del riesgo sistemático en México, capturado por la dinámica de las variables macroeconómicas locales. Se propone una metodología alternativa para calcular esas primas, la cual depende únicamente de la información disponible para toda la empresa.

Uno de los indicadores más utilizados sobre el riesgo de crédito es la calificación crediticia o *rating*, determinada por las agencias calificadoras independientes; sin embargo, existen críticas importantes hacia el trabajo de las agencias calificadoras: lentitud para incorporar el dinamismo de la economía, conflictos de agencia, falta de competencia, asimetría de información, etc.

Adicionalmente, es importante señalar que el proceso de calificación, resulta restrictivo para muchas empresas, ya sea por los recursos monetarios necesarios para obtenerla o bien por el tipo y cantidad de información requerida en el análisis de la calidad crediticia de la organización que desea ser calificada.

La importancia del riesgo de crédito se puede analizar desde dos perspectivas: por un lado, la asignación eficiente de recursos y por otra, la posibilidad de detectar alertas tempranas o señales de deterioro que permitan acciones correctivas para evitar el riesgo de incumplimiento y, en última instancia, la quiebra.

El objetivo del trabajo de Gurrola y López-Herrera (2009) es evaluar el impacto del riesgo sistemático, representado por el comportamiento de variables económicas locales en la dinámica de la prima de riesgo del costo de la deuda de empresas mexicanas.

Este artículo contribuye a la literatura ofreciendo una forma novedosa de calcular la prima de riesgo o *spread* de crédito a partir de la información financiera generada por la propia empresa.

El riesgo de crédito representa una parte fundamental del riesgo financiero, incluso hay autores que señalan que es el más importante en la economía, al representar entre el 50% o el 60% del riesgo total (Hanson y Schuermann, 2006). Derivado de lo anterior, los inversionistas demandan investigaciones cada vez más sofisticadas.

Se asume que el riesgo sistemático está definido por el estado general de la economía. Adicionalmente, se afirma que existe una relación importante entre las condiciones macroeconómicas, la calidad de los activos y los cambios en la calidad crediticia junto a la eventual posibilidad de quiebra financiera. Para comprobar estas relaciones, se efectuó una regresión entre la tasa de crecimiento del diferencial de crédito anualizada, cuya información fue obtenida de la base de datos Economática, tomando únicamente las emisoras que poseían al menos 60 observaciones trimestrales consecutivas, por el periodo comprendido de junio de 1992 a marzo de 2007. En total se tomaron 28 emisoras de los 7 sectores de la Bolsa Mexicana de Valores.

Se consideraron como variables explicativas: la tasa de inflación, la tasa de apreciación del dólar frente al peso, el crecimiento de la oferta monetaria, el crecimiento en el PIB, el crecimiento en las exportaciones totales, el crecimiento en las importaciones totales, el crecimiento de las reservas internacionales y el crecimiento de los precios del petróleo.

Los resultados de la estimación econométrica del modelo dinámico especificado muestran que todos los factores de riesgo propuestos, ya sea en sus valores contemporáneos o rezagados, son importantes al explicar las primas de riesgo de la deuda de las emisoras bajo estudio. Dichas primas están determinadas principalmente por la evolución de las importaciones y del tipo de cambio, los cuales impactan entre el 100.00% y el 96.43% sobre las emisoras analizadas, respectivamente. Los factores de menor importancia fueron el comportamiento de las exportaciones y de los precios del petróleo, los cuales impactaron en un 89.29% y 78.57%, respectivamente.

Por su parte, Fama y French (1993) también utilizaron el análisis de regresión; sin embargo, a diferencia de otros estudios donde se efectúan regresiones con datos tipo panel, esta investigación se llevó a cabo con series de tiempo, para lo cual se tomaron los rendimientos mensuales de los bonos y acciones.

Asimismo, este documento amplía los estudios anteriores elaborados por ellos mismos de las siguientes formas:

- a) Se toman otros instrumentos además de acciones comunes, por ejemplo se estudia el mercado de bonos.
- b) Se extiende el número de variables explicativas para analizar los rendimientos. En general, el objetivo es estudiar si las variables que impactan sobre el rendimiento de los bonos, también lo hacen sobre el rendimiento de las acciones y viceversa.

Esta investigación identifica cinco factores comunes de riesgo en los rendimientos de las acciones y de los bonos. Existen tres factores particulares sobre el mercado de acciones: un factor de todo el mercado, factores relacionados con el tamaño de la firma y la razón valor en libros del capital accionario entre su valor de mercado. En tanto que los factores que afectan los mercados de bonos se relacionan con la madurez y el riesgo de incumplimiento. Pero en general, los cinco factores parecen explicar los rendimientos promedio de los bonos y de las acciones.

Para llevar a cabo este análisis se tomó como variable dependiente la diferencia entre el rendimiento de las acciones o de los bonos menos la tasa a un mes de los bonos del tesoro y como variables independientes se consideraron los rendimientos de los portafolios cupón cero, los portafolios del mercado de acciones, el múltiplo valor en libros del capital accionario entre el valor de mercado, así como los factores de la estructura temporal.

El principal resultado obtenido fue el siguiente: para las acciones, los portafolios contruidos con el objeto de imitar factores de riesgo relacionados con el tamaño y el múltiplo valor en libros a valor de mercado capturan fuertemente la variación en los rendimientos. Para el caso de los bonos, sus portafolios imitan la estructura temporal, la cual incluye la prima por tiempo y la prima por incumplimiento. En adición a lo anterior, se obtuvo que estos portafolios capturan una gran parte de la variación en los rendimientos de los bonos gubernamentales y corporativos.

De conformidad con las pruebas realizadas, el factor del incumplimiento es el más significativo. Asimismo, se pudo observar que las pendientes y el coeficiente de determinación (R^2) evidencian que los diferentes factores descritos anteriormente capturan las variaciones comunes en los bonos y en las acciones. Las variables explicativas fueron seleccionadas por los autores de acuerdo con su experiencia empírica.

Por su parte Altman y Kishore (1996) documentan por primera vez la severidad del incumplimiento de los bonos estratificados de acuerdo con la clasificación realizada por Standard and Poor's (SyP) y la prioridad en su pago. La tasa de recuperación promedio más alta se obtiene de las empresas de suministros (70%), así como de las químicas, las de petróleo y productos relacionados a los mismos, recuperan un 63%. Las firmas que muestran las tasas de recuperación menores son las que se encuentran dentro de las industrias de: servicios hospitalarios y enfermería (26%); madera, papel y productos de piel (30%) y textil (31%).

Como resulta lógico, todos los bonos con prioridad en el pago (*senior*), recuperan más que los denominados como *junior*. Las altas tasas de recuperación no dependen del tipo de industria, podrían ser explicadas por una mayor preponderancia de los bonos *senior* garantizados, o bien por la naturaleza de los activos de las firmas así como de la competitividad de la industria. Finalmente, buscaron si existía asociación entre el tamaño de la emisión (valor nominal), categorizado por *seniority* y la tasa de recuperación; sin embargo, no se encontró ninguna asociación estadística entre estas dos variables.

A continuación se presentan otros modelos que se encuentran dentro de esta categoría pero hacen uso de datos de mercado y, sobretodo, utilizan herramientas más sofisticadas.

Escribano (1998) menciona que los trabajos sobre la gestión del riesgo se centran en el riesgo de tasa de interés y, en particular, en España se centran en activos de renta fija, de renta variable y en activos derivados. Pero hasta el momento son muy pocos los trabajos sobre activos de renta fija arriesgada.

Las principales ventajas del análisis realizado sobre dicho tema son: la determinación de la sensibilidad de los precios arriesgados ante variaciones en los tipos de interés libres de riesgo en el mercado español y la construcción de un modelo de volatilidad condicional, que supera a los habituales modelos lineales de varianza constante.

El factor determinante del precio de los activos negociados en los mercados de renta fija es el riesgo en la tasa de interés y particularmente su componente de riesgo del precio. La medida utilizada tradicionalmente para cuantificar el efecto del riesgo de interés en una cartera de renta fija ha sido y continúa siendo la duración. Para examinar el efecto del riesgo de insolvencia en el riesgo de interés y determinar su incidencia en la duración, se utiliza el concepto de duración arriesgada o duración efectiva de las emisiones arriesgadas.

Desde su aparición, prácticamente simultánea, en los trabajos de Maculay (1938) y de Hicks (1939), la duración de un título se ha convertido en la herramienta analítica usualmente empleada en el ámbito de la renta fija para la medición del riesgo derivado de las variaciones de los tipos de interés. En este sentido, según Maculay (1938) la duración de un activo puede definirse como el vencimiento medio ponderado de la corriente de flujos generados por dicho títulos.

La noción tradicional de duración supone que los flujos de caja generados por un título de renta fija están determinados a priori; no obstante, la presencia del riesgo de insolvencia hace necesario tener en cuenta la incertidumbre en la determinación de la cuantía y en el vencimiento de los flujos de caja proporcionados por los activos de renta fija arriesgada. Este hecho refleja el impacto que tienen las variaciones en el tipo de interés en el precio y por consiguiente en la cuantía de la duración de los títulos.

Considerando estos antecedentes, el objetivo de Escribano (1998) fue llevar a cabo para el mercado español un estudio de la sensibilidad de los precios arriesgados ante variaciones en los tipos de tasas de interés libres del riesgo de insolvencia. Los trabajos efectuados hasta esa fecha intentaban cuantificar la sensibilidad de los precios arriesgados ante variaciones en los tipos de interés, para lo cual planteaban dos rutas alternativas para analizar la duración en el supuesto de considerar el riesgo de insolvencia; aquellos modelos que surgen de un marco teórico de valoración de activos contingentes y los que no surgen de ellos.

Los trabajos empíricos realizados con series temporales financieras se han basado en la hipótesis de que la varianza permanece constante. Incluso el mercado de renta fija español cumple con la hipótesis tradicional de varianza constante; sin embargo, durante la década de los noventa, se produjo una gran proliferación de estudios empíricos donde se mostraba que tanto los bonos del gobierno a largo plazo como los bonos empresariales de grado especulativo presentan un alto comportamiento heteroscedástico condicional en las series de tiempo de rendimientos. Por lo cual, emplean procesos GARCH (para mayor información sobre este tipo de procesos ver Sección 2.3.3.5) para modelar la volatilidad condicional cambiante con el tiempo de los rendimientos de los títulos de renta fija.

Otro síntoma típico de la heteroscedasticidad condicional es la leptocurtosis, es decir la presencia de colas más anchas que la normal. Los procesos GARCH se estructuran en dos ecuaciones, una para la media condicional y otra para la varianza condicional. Es lo que normalmente se conoce como diferencias de martingalas (la explicación de este concepto se encuentra en la Sección 2.3.1.2), condición de ortogonalidad o independencia en media y expresa que la media de los errores dada toda la información disponible hasta ese momento es igual a cero. Mientras que la varianza condicional depende del tiempo y se parametriza como una función lineal de los residuos al cuadrado.

Adicionalmente, los investigadores realizaron un análisis empírico, para lo cual construyeron una base de datos con todas las operaciones de compra-venta diarias simples al contado, realizadas con bonos y obligaciones durante el periodo comprendido de enero de 1993 a diciembre de 1995, cotizados en los mercados de renta fija arriesgada en España. Se efectuaron una serie de ajustes con el objeto de que los datos seleccionados finalmente cumplieran con una serie de requisitos mínimos de homogeneidad y liquidez. Antes de aplicar el modelo GARCH (1,1), se calcularon diversos estadísticos con los datos de la serie de tiempo. Entre otros se incluyó la media, la desviación típica, la media de asimetría y la curtosis.

Tanto el coeficiente de asimetría como el de curtosis tienen valores significativamente distintos de cero y de tres, respectivamente, lo que sugiere un comportamiento diferente a la distribución normal, con sesgo a la derecha. Asimismo, sigue una distribución leptocúrtica, más apuntada y colas más largas que la normal. Ambos aspectos suelen estar ligados a un comportamiento heteroscedástico condicional.

Como resultado del análisis de la sensibilidad de los precios de los activos arriesgados ante variaciones en las tasas de interés, bajo el modelo de GARCH (1,1), se obtuvo que los primeros dependen en gran medida de los segundos y en consecuencia son muy significativos y homogéneos. Con lo cual, se tiene un gran referente en el estudio de la duración así como su posible aplicación por los gestores de carteras de renta fija al momento de incorporar los activos de renta fija arriesgados.

En la mayoría de los mercados y en básicamente la totalidad de la muestra, los resultados obtenidos demuestran que la duración de los bonos arriesgados es inferior a la duración de Macaulay. En general, los investigadores puede concluir que la duración arriesgada es menor que la duración sin riesgo de insolvencia.

Siguiendo una línea de investigación mucho más enfocada a la siguiente categoría de modelos (Estructurales), el objetivo del estudio de Samaniego *et al.* (2007) es analizar las diferencias en el *rating* derivadas del empleo de un modelo de calificación de crédito de carácter contable y otro de tipo Estructural.

Cabe aclarar que los autores en comento ven el *status* de una empresa como multidimensional y ninguna razón individual es capaz de capturar esa dimensión.

Los métodos del análisis multivariante de carácter contable construyen una función que ofrece como resultado, a partir de la ponderación de varios indicadores, principalmente una serie de razones extraídas de los estados financieros de la entidad, o bien una probabilidad de fracaso de la actividad empresarial.

Por su parte, los modelos Estructurales poseen una base teórica bajo la cual, al incorporar las expectativas de los inversores acerca del desarrollo de la empresa a corto plazo, les deberá proporcionar una ventaja de partida con respecto a los modelos contables para determinar la probabilidad futura de insolvencia.

La inspiración teórica de estos modelos la constituye el desarrollado por Merton (1974). No obstante, el enfoque más moderno para determinar la probabilidad de incumplimiento son los modelos de Forma Reducida. Bajo este enfoque, la probabilidad de impago se extrae de la prima de riesgo crediticio. Asimismo, los autores de este documento señalan que estos modelos poseen una serie de problemas. Por ejemplo, se ha encontrado que los componentes asociados al riesgo de incumplimiento explican una proporción muy pequeña de la prima, atribuyéndole a factores asociados a efectos fiscales y de riesgo sistemático una parte importante del mismo.

Como se mencionó anteriormente, el objetivo de esta investigación consiste en analizar las diferencias en la calificación crediticia derivadas del empleo de un modelo de calificación de riesgo (*credit score*) de carácter contable y otro Estructural.

Se analizó en orden los resultados que arrojan cada uno de los modelos, según su puntuación crediticia. La muestra analizada incluye 105 empresas cotizadas en el Mercado Continuo español. Como conclusión del estudio se llegó a lo siguiente:

- Existe cierto grado de asociación lineal positiva entre las calificaciones crediticias proporcionadas por el modelo contable y el basado en datos de mercado, lo cual provoca que se obtengan resultados similares en la mayor parte de los sectores analizados.
- Sin embargo, se encuentran discrepancias en el sector tecnológico, lo cual puede tener su origen en la fuerte divergencia entre sus valores contables y los de mercado.

Adicionalmente, a pesar de la robustez teórica evidente, el enfoque de mercado se encuentra con un fuerte obstáculo en países como España, donde el número de empresas públicas, cuya información es la entrada principal para el modelo, sigue siendo muy reducido (este mismo problema lo tienen los países emergentes, en este caso particular, México).

Bajo este orden de ideas, Alfaro *et al.* (2010) comentan que el análisis de activos contingentes (modelos de valuación de opciones financieras) ha resultado útil para establecer el riesgo de no pago de las firmas. Esta metodología se encuentra basada en el modelo de Merton (1974) quien supone que el valor de los activos de las firmas es aleatorio. De esta forma se propone un estadístico suficiente para el análisis del riesgo de crédito, el cual corresponde a la distancia de insolvencia (DI).

El objetivo de este trabajo es presentar la metodología de activos contingentes, pero simplificada. La aplicación empírica se basa en el mercado de las casas comerciales. Estas entidades se caracterizan por tener dentro de sus activos colocaciones de crédito de consumo propias.

La relación exacta entre la DI y la EDF está protegida por derechos de autor, pero se basa en una función de probabilidad más general que la normal y es continuamente calibrada con la probabilidad de no pago observada para una extensa muestra de empresas de diferentes países.

Korablev y Qu (2009) demostraron que durante la actual crisis financiera el poder predictivo de la EDF no ha presentado un cambio significativo al observado durante el periodo 1996-2006, lo cual valida su uso durante situaciones donde la economía está bajo tensión.

En el modelo de Merton el valor de la normal de d_2 representa la probabilidad neutral de incumplimiento, por lo que se propone una simplificación: $N(d_2) \approx 1$, este supuesto se cumple cuando la probabilidad de insolvencia es baja. Adicionalmente, si la tasa de interés es pequeña, entonces la ecuación de Merton (ver Sección 2.3.1) se reduce a $E \approx A - B$ (el valor de mercado del capital accionario (E) es igual a la diferencia entre el valor de mercado de los activos (A) menos el valor de los pasivos (B)). A pesar de utilizar ese supuesto, la relación anterior sigue siendo aproximada, ya que los activos aún son riesgosos y el compromiso inmediato de la empresa ante un problema de insolvencia implica cierta negociación de los pasivos de largo plazo. Con esta simplificación la DI se reduce a la siguiente expresión:

$$d_3 = \frac{\ln(A/B)}{\sigma_A} \quad \text{Ec.- 7}$$

Asimismo, bajo el supuesto de que $N(d_2) \approx 1$, la volatilidad del activo (σ_A) puede ser reemplazada por $\sigma_E(E/A)$, de esta manera, la nueva medida de la DI tiene únicamente una sola incógnita: el valor de los activos.

$$d_3 = \frac{\ln(A/B)}{\sigma_E(E/A)} \quad \text{Ec.- 8}$$

Posteriormente se toma como medida del apalancamiento $L \equiv B/(E + B)$. Con lo cual, la expresión simplificada de la DI estaría dada por la siguiente expresión:

$$d_3 = \frac{\ln(L)}{(L-1)} \frac{1}{\sigma_E} \quad \text{Ec.- 9}$$

La siguiente etapa dentro del análisis efectuado por Alfaro *et al.* (2001) fue la aplicación del modelo de activos contingentes en 5 casas comerciales: Cencosud, Falabella, DyS, Ripley y la Polar. Se escogieron las casas comerciales por ser un sector interesante de la economía chilena; en este caso se seleccionaron éstas ya que sus ventas totales ascendieron a US\$20,951 millones para el año de 2008, lo cual, representaba el 15% del PIB, con una tasa de crecimiento anual promedio de 11.8%, en el nivel previo a la crisis. El periodo de análisis va del primer trimestre de 2001 al primer trimestre de 2009, con frecuencia trimestral. La volatilidad del patrimonio se calculó a través de la desviación estándar del retorno del precio de cierre de cada firma utilizando una ventana móvil de tres meses.

Se calculó para cada una de las empresas de la muestra la distancia a la insolvencia con el modelo completo así como con la versión simplificada del mismo indicador, bajo el supuesto de que la probabilidad de insolvencia es muy pequeña; sin embargo, sus alcances son limitados ya que únicamente puede utilizarse cuando se cumple el supuesto de que la probabilidad de insolvencia es cercana a cero, resultando que no es válido para el caso de firmas que presentan fragilidad financiera. Los resultados indican que las probabilidades de insolvencia obtenidas por ambos métodos son bajas comparadas con otros estudios.

Finalmente, se relaciona la DI con variables macroeconómicas, como son las tasas de desempleo, el crecimiento del producto y la tasa de interés. Los resultados corroboran los signos esperados, dado que este conjunto de variables se relaciona directamente con las ventas de las casas comerciales y el comportamiento de no pago de los hogares.

Recopilando los modelos utilizados por Alfaro *et al.* (2010), Escribano (1998) y los tradicionales, Zurita (2008) desarrolla, discute y compara dichos modelos cuantitativos de predicción de insolvencia aplicados sobre las empresas chilenas.

El autor de este trabajo, segmenta la insolvencia en económica, legal y contable. La económica ocurre cuando el valor económico de los activos es inferior al valor de las obligaciones de la empresa. Mientras que la insolvencia contable ocurre cuando el patrimonio contable es negativo, esto es, el valor contable del activo es menor que el del pasivo. Finalmente, la quiebra legal es el procedimiento de liquidación ordenada de los activos de una empresa en situación de insolvencia, declarada en el caso chileno por el Tribunal Civil.

En la investigación en comento se utilizan los siguientes modelos: (i) el modelo de riesgo de crédito básico de Merton (1974), con la adaptación empírica de Duffie y Wang (2005); (ii) un modelo Probit para la estimación del riesgo de salida por razones ajenas a la quiebra y (iii) un modelo de duración que considera simultáneamente los dos eventos: salida por quiebra y por cualquier otra razón. Las principales conclusiones a las que llegó el autor del presente trabajo fueron las siguientes:

- El modelo de Merton produce un indicador de riesgo de crédito de buenas propiedades, y que proyecta hasta tres trimestres; no obstante, estima probabilidades de quiebra demasiado altas en comparación con la frecuencia empírica.
- La tasa de variación del PIB, la tasa de interés y el tipo de cambio real explican razonablemente bien el comportamiento agregado de la tasa de quiebra, tanto en el modelo de Probit como en el de la duración. La quiebra a nivel individual, no obstante, permanece en gran medida inexplicada en un sentido estadístico. El modelo de Probit tiene la ventaja de plantear una ley

de movimiento que depende de un vector de variables observables. No obstante, tiene la desventaja de que no cuenta con el respaldo de una teoría económica explícita que colabore en la selección de variables explicativas, como es el caso del modelo de riesgo de crédito, lo que dificulta su interpretación.

- Por su parte, los modelos de duración, se encuentran íntimamente ligados a los de la variable dicotómica. Se plantea una densidad $f(\tau)$ para la variable aleatoria "fecha en la que el evento quiebra de la empresa ocurre". Resulta importante hacer notar, que la intensidad de la transición no es, en general, la densidad sobre la fecha de quiebra condicional en haber sobrevivido hasta τ , sino la envolvente de tales condiciones.
- Las salidas por razones ajenas a la quiebra estarían explicadas en parte por la tasa de variación del PIB, y en mayor parte por factores que bajo la presente investigación no fueron estudiados. Adicionalmente, se destaca la estrecha relación entre las quiebras y las salidas por otras razones, lo que sugiere la utilidad de monitorear esta variable en el análisis de inestabilidad financiera del sector real.

En relación con los determinantes de las quiebras, en los modelos estadísticos analizados las variables macroeconómicas de crecimiento, tasa de interés y tipo de cambio real aparecen como predictores importantes de las mismas. El primero como determinante de las ventas y del valor de los activos; y los segundos en su condición de detonantes del valor de los pasivos. El endeudamiento de la empresa, curiosamente no parece tener un efecto significativo. A pesar de ello, sí resulta un factor importante sobre la probabilidad de que la firma salga por razones ajenas a la quiebra (es decir, se reestructure o bien se fusione con otra entidad). Como afirma el autor, "si bien es posible aventurar hipótesis respecto a este último punto, como es la preferencia de la reestructuración sobre la quiebra en problemas financieros, esta observación necesita de un análisis más profundo".

Los siguientes trabajos, a diferencia de los presentados previamente en esta sección, se enfocan en la relación entre la probabilidad de incumplimiento y la tasa de recuperación. Asimismo analizan con técnicas similares a las utilizadas en los trabajos anteriormente mostrados la relación

entre dichas variables y factores externos e internos a la organización, como se muestra seguidamente.

Altman *et al.* (2005) analizaron la asociación entre la probabilidad de incumplimiento y la tasa de recuperación de los pasivos, y buscaron la relación de forma empírica. Estos autores examinan las tasas de recuperación de los bonos corporativos que cayeron en incumplimiento sobre el periodo comprendido de 1982 a 2002. Los modelos uni y multivariados desarrollados en este trabajo, explican una porción significativa de la varianza en las tasas de recuperación agregadas a través de instrumentos que son principales en el pago si la firma cae en bancarrota. Asimismo, encontraron que las tasas de recuperación son una función de la oferta y demanda de las acciones, tomando a las tasas de incumplimiento como un factor medular.

Estos autores retoman el estudio de otros investigadores, acerca de que el valor del colateral como cualquier otro valor depende de las condiciones económicas; sin embargo, se demuestra que la economía no es tan relevante. Se tomaron 8 variables explicativas y una variable dependiente:

1. El promedio ponderado de las tasas de incumplimiento en bonos que cotizan en el mercado de deuda de alto rendimiento y el logaritmo de esta variable.
2. El cambio de un año a otro en la tasa de recuperación promedio.
3. La cantidad de bonos de alto rendimiento emitidos en un año en particular, lo cual, representa la oferta potencial de los instrumentos que van a caer en incumplimiento.
4. La cantidad de bonos que ya cayeron en incumplimiento (medido en trillones de dólares).
5. La tasa de crecimiento del PIB.
6. El cambio en el PIB con respecto al valor del índice en el mismo periodo pero del año inmediato anterior.
7. Una variable dicotómica del PIB, que toma el valor de 1 cuando el crecimiento en el PIB anual fue menor a 1.5% y 0 cuando el crecimiento anual en el PIB fue superior a 1.5%.
8. El rendimiento anual en el índice accionario SyP 500.

9. El cambio porcentual anual en el rendimiento del SyP 500 con respecto al mismo periodo del año inmediato anterior.

De conformidad con el análisis, la demanda de bonos resultó una variable muy significativa para explicar la tasa de recuperación, mientras que se encontró una relación negativa entre la tasa de recuperación y el cambio porcentual en el PIB. En tanto, el análisis arroja que el mercado de capitales no presenta un valor significativo en la determinación de la tasa de recuperación.

También se encontró que la estimación no se ve afectada por el proceso de recesión (medido a través del PIB). Otro punto importante que cabe resaltar, es que bajas tasas de recuperación cuando los bonos caen en incumplimiento, podrían amplificar los efectos cíclicos. Esta situación resulta de la correlación negativa entre las probabilidades de incumplimiento y las tasas de recuperación, lo que podría llevar a requerir mayores requerimientos de capital.

De acuerdo con el resultado del análisis empírico, el modelo asigna un papel clave a la variable oferta de instrumentos en bancarrota, ya que ésta explica una porción muy importante en la variación de las tasas de recuperación agregadas a través de todas las categorías y niveles de colateral.

Bajo una línea de investigación similar, Hu y Perraudin (2002) presentan evidencia de que las tasas trimestrales agregadas de incumplimiento y recuperación se encuentran correlacionadas de forma negativa.

Hu y Perraudin (2002) utilizan la base de datos de Moody's, por el periodo comprendido de enero de 1971 a enero del 2000, con el objeto de investigar la dependencia entre las tasas trimestrales agregadas de recuperación y de incumplimiento.

Estos autores definen las tasas de recuperación como la razón del valor de mercado de los bonos entre el principal, un mes después del incumplimiento, se promedian todos los bonos que incumplieron en ese trimestre. Mientras que las tasas de incumplimiento son definidas como la fracción de los bonos que incumplen en un trimestre con respecto al número de bonos al principio del trimestre.

Diferentes industrias tienen tasas de recuperación muy distintas, por lo que los cambios en la composición de la industria podrían cambiar la volatilidad de las mismas.

En este estudio, a diferencia de los realizados con anterioridad, se llevaron a cabo regresiones múltiples, cambiando una sola variable y manteniendo todas las demás constantes.

La variable dependiente es la tasa de recuperación para cada tipo de bono, en tanto que las variables explicativas son:

- Una *dummy* por tipo de industria.
- Una *dummy* por domicilio: mercados emergentes; países que pertenecen a la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE); la categoría omitida es EU.
- Una *dummy* por categoría de deuda (*senior, junior, etc.*).
- Una *dummy* que refleja si el emisor tiene el soporte de otra organización.

De conformidad con los resultados obtenidos, se pudo observar que el domicilio tiene un impacto importante en la tasa de recuperación, así como el sector. En tanto, la variable categoría del bono tiene un pequeño impacto en la tasa de recuperación.

Por otro lado, debido a que los valores de la tasa de recuperación se encuentran en el rango de cero a uno, el método de regresión tradicional en muchas ocasiones arroja resultados que se encuentran fuera de dicho rango. Para resolver lo anterior, la solución que adoptaron estos autores fue transformar la tasa de recuperación utilizando una función que mapea el intervalo de cero a uno a la línea real, se corre la regresión y posteriormente se invierte la función.

Posteriormente, dichos autores calcularon las tasas de recuperación promedio para cada uno de los trimestres por el periodo comprendido del primer trimestre de 1971 al cuarto trimestre de 1999, utilizando únicamente datos de EU. Posteriormente, se graficaron las series de tiempo de las tasas de incumplimiento junto con las tasas de recuperación, por el periodo antes mencionado, con lo cual se puede observar que existe una clara relación negativa entre ambas series de tiempo a partir de 1982.

Finalmente, calcularon el Valor en Riesgo, conocido por sus siglas en inglés como VAR (*Value at Risk*), tomando los datos actuales tanto de las tasas de recuperación como de las tasas de incumplimiento. Los VAR's fueron calculados con una variedad de técnicas no paramétricas, de acuerdo a los cuales se concluyó que existe evidencia de que éstos son mayores a los obtenidos con los métodos estadísticos con alfas del 1%.

2.2.2.3. Modelos Estructurales

En la sección previa, se pudo observar que algunos estudios además de emplear los métodos tradicionales, también utilizaron los modelos de valuación de activos contingentes. Derivado de lo anterior, ya se explicó someramente cómo se puede obtener mediante su aplicación la probabilidad de neutral de incumplimiento y el diferencial de crédito correspondiente. Asimismo, resulta importante destacar que el factor común de los modelos Estructurales es que toman como punto de referencia el modelo desarrollado por Merton en 1974.

El trabajo de Vasicek (1984) es bastante comprensible en lo que respecta a la explicación de los modelos Estructurales, ya que comienza mencionando que la valuación de los créditos es un prerrequisito necesario para que se realice una transacción de un préstamo. Derivado de lo cual, ésta no debe hacerse bajo un juicio subjetivo, sino que debe estar basada en cantidades observables, de forma particular en el valor de mercado de los activos de quien pide el préstamo. Por su parte, el riesgo de crédito debe estar medido en términos de probabilidades y esperanzas matemáticas, en lugar de calificaciones cualitativas.

De acuerdo con Vasicek la teoría para valorar acciones proporciona un medio para determinar el valor de cada uno de los instrumentos y por consecuencia se puede establecer el precio de la deuda de una firma. Lo que implica que las variables relevantes son los valores actuales de mercado en lugar de los valores contables.

Generalmente la estructura financiera de una firma es mucho más complicada que como lo plantea Merton (1974). El primer punto que se debe establecer es la jerarquía de los pasivos y de los activos de la firma. En otras palabras, la prioridad y subordinación de las deudas en el caso de que se considere la disolución de la organización. A pesar de que existe una jerarquía en las deudas, la probabilidad de bancarrota es la misma para todas.

Adicionalmente a la clasificación de las deudas por su jerarquía en el pago, resulta necesario distinguir entre ellas con base en su vencimiento; no obstante, cabe aclarar que si la firma se va a la quiebra y el valor de los activos es menor que el importe total de la deuda, entonces la cantidad que podrían recibir los acreedores por la deuda de corto plazo sería menor a lo esperado si tienen prioridad los dueños de la deuda de largo plazo.

El propósito de la valuación del crédito es fijar el precio de los préstamos. Establecer el precio de un préstamo implicar determinar el valor actual de la deuda como una función del riesgo. Adicionalmente, estipular la tasa de interés que debe ser establecida por un préstamo es igual a determinar el valor presente de los pagos del mismo. Pero considerando que un adeudo es un derecho sobre los activos, el compartir los riesgos asociados con esos activos implica elevar el rendimiento esperado.

La respuesta exacta a cómo establecer el precio de un préstamo es proporcionada por la teoría de opciones financieras. El valor de la deuda es una función del valor de los activos de la firma.

Otro punto que resulta importante señalar de este trabajo, es que el autor menciona que el cambio en el valor de los activos de una firma en la economía está correlacionado entre sí, lo cual significa que se mueven de manera conjunta, ya que existen factores comunes para todas las entidades. Es a lo que se le llama riesgo sistemático, el cual no puede ser diversificado.

Como se puede observar, Vasicek proporciona una idea acerca de qué son los modelos Estructurales; por otra parte, Ingersoll (1976) fue de los pioneros en el uso de la técnica de activos contingentes para la determinación del diferencial de crédito. Los objetivos de su investigación fueron: examinar el precio de los bonos convertibles y de las acciones preferentes; determinar las políticas óptimas para las opciones de compra; señalar que los factores óptimos para la conversión de esos activos son determinados por el criterio del predominio.

Las técnicas para fijar el precio de las opciones financieras con el Modelo de Black y Scholes son utilizadas para determinar el valor de los instrumentos de la firma como un todo (Deuda y Capital accionario); sin embargo, si el pago no puede efectuarse, la compañía puede caer en incumplimiento.

Todos los modelos pueden ser aplicables a los bonos convertibles. La política óptima de conversión es cuando el valor de la firma es grande. Además, si los mercados son perfectos se debe convertir el bono cuando el poseedor del mismo prefiere recibir el efectivo o cuando es indiferente entre el efectivo o la conversión.

El bono convertible puede ser visto como un portafolio de un bono ordinario más un *warrant* (una opción sobre una acción). De acuerdo con Ingersoll (1976), la elasticidad del precio de un bono convertible con respecto al valor de la firma es menor a uno, por ello el poseedor del bono sólo lo convertirá cuando el valor de la firma exceda al valor crítico de mercado.

Siguiendo una línea de investigación similar, Eberhart (2003) realizó un estudio empírico relativamente sencillo de analizar, ya que valúa los instrumentos de deuda con el modelo tradicional de flujos descontados y con el de Merton (1974).

En este trabajo se compara el ajuste que hace el valor en libros en contraste con el importe obtenido con el modelo de Merton, y se encontró que este último aproxima en mayor medida el valor de la deuda corporativa.

También se utilizó el modelo de flujos de efectivo descontados como primer método para estimar el valor de la firma (se calcula el flujo de efectivo libre como: Utilidad de operación – Impuestos sobre la utilidad de operación + Partidas virtuales +/- Cambios en el capital de trabajo neto +/- Cambios en la inversión).

Eberhart (2003) efectuó un análisis empírico incluyendo valores de los años de 1998 a 2000. En promedio se cubrieron 1,700 firmas.

Para el cálculo del modelo de Merton, este autor sustituyó el vencimiento de las deudas por su duración.

El error en la valuación, VE por sus siglas en inglés, lo midió con la fórmula que se presenta a continuación. Como se puede observar, asimila dicho error a la diferencia entre el valor del capital accionario (S) determinado a través de flujos descontados y el valor de dicho instrumento obtenido con el modelo de Merton:

$$VE_{[Flujos\ descontados]\ vs.[opciones]} = \left[\ln \left(\frac{S_{Flujos}}{S} \right) \right] - \left[\ln \left(\frac{S_{opciones}}{S} \right) \right] \quad \text{Ec.- 10}$$

Adicionalmente, se llevaron a cabo cuatro pruebas para analizar las diferencias entre los resultados de Merton y los del valor en libros.

El autor concluye que se puede utilizar el valor en libros, siempre y cuando el valor de mercado sea muy similar al registrado en la contabilidad. De acuerdo con el modelo de Merton, se comprobó que con el valor de mercado del capital accionario y con la volatilidad del precio de la acción, se puede inferir el valor y la volatilidad de la firma y, por consecuencia, el de la deuda.

Por su parte, Geske (1977) completó el trabajo desarrollado por Black y Scholes, el de Merton y, por supuesto, el de Ingersoll, en lo que se refiere a la valoración de activos contingentes. Este investigador consideró la posibilidad de incluir varios instrumentos. En términos generales, desarrolló un modelo de opciones compuestas. Por ello, derivó una fórmula que contiene n -*multidimensional* integrales que se distribuyen como una normal multivariada. De la misma forma, consideró a las acciones como una opción compuesta en cada una de las fechas antes del pago del cupón final.

Para este tipo de procesos multi-etapas, en el cual la decisión de continuar o terminar afecta las decisiones subsecuentes, una matriz de correlaciones simplifica la evaluación numérica de integrales multivariadas normales.

Resulta importante señalar, que es un trabajo completamente teórico y por consecuencia no se realiza ninguna aplicación empírica.

De igual forma, Litterman e Iben (1991) siguen la misma metodología de investigación, por lo cual basan su modelo en la idea de Merton de valorar a la firma como una opción; sin embargo, ellos presentan por primera vez un modelo que reconoce la estructura temporal del riesgo de crédito y utilizan esta estructura para valorar los bonos que se pueden pagar antes del vencimiento.

Siguiendo lo establecido por estos autores, el valor de un bono corporativo depende de tres componentes básicos: la estructura temporal de las tasas de interés de los bonos del Tesoro, los valores de las opciones incorporados en los bonos que se pueden liquidar antes de su vencimiento y el riesgo de crédito.

De conformidad con lo establecido en este documento, resulta incorrecto reconocer el *spread* (diferencial) de crédito únicamente como una diferencia constante entre una tasa objetivo y la curva de los bonos del Tesoro, ya que los diferenciales de crédito corporativos, la mayor parte de las veces, se incrementan con la madurez.

Derivado de lo anterior, estos investigadores desarrollaron un modelo que explícitamente, reconoce la estructura temporal del riesgo de crédito. Cabe mencionar que el diferencial de crédito de un bono corporativo refleja el riesgo de incumplimiento, pero la magnitud de dicho diferencial para cierta organización depende, entre otras razones, de la madurez del bono, de su tasa cupón, de su grado de subordinación, de su estructura de compra y de la volatilidad futura de la tasa de interés.

Bajo este modelo, se pueden inferir los diferenciales de crédito de cada instrumento de los precios de bonos que son comerciados. Al calcular éstos, los autores encuentran que la estructura temporal de los diferenciales generalmente tiene una pendiente positiva, con lo cual se demuestra la percepción del mercado acerca de que las probabilidades de incumplimiento se encuentran más distantes en el futuro.

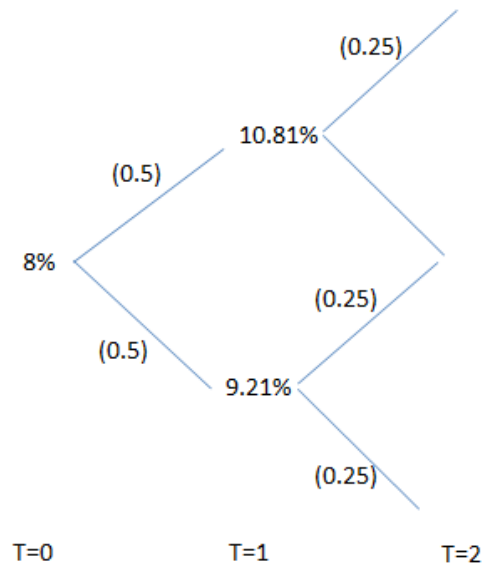
Con el objetivo de estimar la curva del diferencial de crédito para cierta organización, se asume que existe una forma común en dichas curvas en el caso de calificaciones de crédito similares en ciertas industrias. En esta investigación se les denomina *generic zero spreads curves*.

A pesar de lo mencionado en el párrafo anterior, se reconoce que una implicación de la estructura temporal de los riesgos de crédito es que no se podría esperar que los bonos con diferente madurez, aunque pertenezcan a la misma corporación, tengan el mismo diferencial efectivo. En general, la madurez de corto plazo está asociada con bajas probabilidades de incumplimiento y por lo tanto con bajos diferenciales de crédito.

Una gran mayoría de los bonos corporativos incorporan opciones (de compra, de venta o provisiones para fondos de incumplimiento), las cuales afectan de manera significativa su valor. Para calcular el valor presente de estos activos contingentes, se requirió combinar la estructura temporal del riesgo de crédito con un modelo de estructura temporal de tasas de interés libres de riesgo. El modelo utilizado para simular las tasas de interés libres de riesgo de incumplimiento es el binomial de Goldman Sachs, desarrollado por Fischer Black, Emanuel Derman y William Toy.

Dicho modelo tiene dos factores sumamente importantes: la curva de rendimientos *spot* de los instrumentos del Tesoro y la volatilidad de dichos rendimientos. Adicionalmente, se asume que las tasas de interés pueden subir o bajar con igual probabilidad de ocurrencia (Figura 7).

Figura 7. Árbol de tasas de interés de corto plazo de instrumentos del Tesoro



Fuente: Litterman e Iben (1991)

La propuesta usual es la valuación de las opciones incorporadas en los bonos corporativos, acorde con la estructura temporal de cada bono; a pesar de ello, cada propuesta falla en reconocer la diferencia entre el riesgo de crédito y el valor del dinero en el tiempo.

Para reconocer la importancia de la estructura temporal del riesgo de crédito, Litterman e Iben (1991) compararon el valor de la opción contra una propuesta que se obtiene al calibrar todos los rendimientos *spot* de la curva positiva de los instrumentos del Tesoro, hasta que el precio del bono sea igualado.

En términos generales, el modelo de Goldman Sachs incorpora la estructura temporal del riesgo de crédito y mide la curva del diferencial efectivo implícito en el precio de cada bono, aislando el impacto del riesgo de crédito y facilitando con ello el análisis y entendimiento de las fuentes de valor de los bonos.

Leland (1994), al igual que los casos anteriores, toma como punto de referencia la valuación de opciones financieras aplicada a la valoración de instrumentos corporativos. No obstante, el valor agregado de su investigación es establecer cuál debe ser la estructura de financiamiento óptima.

Es por ello que examina los valores de la deuda corporativa y la estructura de capital en una estructura analítica unificada, la cual deriva en unos resultados de forma cerrada con el objeto de obtener el valor de la deuda riesgosa, los rendimientos de los diferenciales de crédito y la estructura óptima de capital, cuando el valor de los activos de la firma sigue un proceso de difusión con volatilidad constante. Leland (1994) establece que el valor de la deuda corporativa y la estructura de capital son dos variables que se encuentran vinculadas. Los valores de la deuda (por consecuencia los diferenciales de crédito) no pueden ser determinados sin conocer la estructura de capital, la cual afecta el potencial para el incumplimiento y la bancarrota.

Este trabajo considera dos posibles determinantes de la bancarrota. El primero es cuando la bancarrota es alcanzada (endógenamente) debido a la imposibilidad de la organización para obtener suficiente capital accionario para cubrir sus deudas. El segundo caso es cuando existe la llamada deuda protegida por ciertas cláusulas.

Al igual que otros modelos, éste parte del supuesto que el cambio en el valor de la firma se comporta como un Movimiento Browniano Geométrico. Asimismo, el valor total de la firma es igual al valor de los activos de la misma más el subsidio fiscal proveniente de la deducción de los intereses menos los costos de la bancarrota. Cabe destacar, que Leland (1994) resalta la diferencia entre el valor de los activos de la firma y el valor de la misma, el cual se calcula como se señaló anteriormente en este mismo párrafo.

El máximo valor de firma se puede alcanzar al encontrar una tasa cupón óptima; sin embargo, se debe tener en cuenta que los costos de la bancarrota aumentan conforme el valor del cupón óptimo disminuye. Cabe aclarar, que estas afirmaciones aplican cuando la deuda no tiene restricciones o cláusulas que impongan ciertas limitantes a la entidad. Pero en los casos en que éstas existan, el valor de la deuda posee una protección, y por lo tanto la barrera o el punto en el que la empresa cae en bancarrota es más alto, derivado de lo cual el valor de la firma podría ser menor que cuando no existen este tipo de cláusulas.

Considerando el hecho de que la deuda se encuentra protegida, se puede alcanzar el nivel máximo del valor de la firma cuando el nivel de apalancamiento es mínimo. Dado un nivel razonable de parámetros, se encontró lo siguiente:

- a) El apalancamiento óptimo para la deuda protegida es substancialmente menor que para la deuda no protegida.
- b) La tasa de interés pagada al nivel óptimo de apalancamiento es menor para las deudas protegidas aún cuando los costos de bancarrota sean positivos.
- c) El máximo valor de la firma (y por lo tanto el beneficio derivado del apalancamiento) es menor cuando se utiliza la deuda protegida.

Después de efectuar un análisis profundo, los resultados numéricos revelan que el nivel óptimo de bancarrota V^*_B es el mismo tanto la deuda protegida como para la no protegida, siempre y cuando los costos de la bancarrota sean cero.

El autor aclara que los intereses generan un beneficio, ya que pueden ser deducibles para efectos fiscales, lo cual genera un ahorro fiscal para la firma, siempre y cuando el valor de ésta se encuentre por encima de la bancarrota. Pero en el caso en el que el valor de los activos de la firma disminuya, resulta probable que las utilidades también sean menores que el importe de los pagos de los cupones que se adeuden y por consecuencia no se materialice el ahorro fiscal. En el caso que los beneficios fiscales sean menores, la razón de apalancamiento óptima también se reducirá.

Adicionalmente, los resultados de esta investigación muestran señales sobre la recompra o renegociación de la deuda. Tanto los acreedores como los accionistas pueden bloquear la emisión o la reducción de la deuda. Los resultados muestran que es deseable para los accionistas esperar a que la empresa llegue al borde de la bancarrota antes de renegociar. Cuando la entidad se encuentra muy cerca de la bancarrota, una reducción en el pago de los cupones podría llevar a un nivel óptimo que beneficiara tanto a los acreedores como a los accionistas, sin pagos adicionales.

Leland y Toft (1996) complementaron el trabajo realizado por Leland (1994), dejando la mayor parte de los conceptos intactos, pero introduciendo como una variable muy relevante el tipo de financiamiento (de corto y largo plazo).

Este artículo examina la estructura óptima de capital de una firma, bajo la cual se puede seleccionar el importe y la madurez de la deuda. La bancarrota es determinada de forma endógena dentro del modelo, y como resultado éste predice el apalancamiento, el diferencial de crédito, las tasas de incumplimiento y las pérdidas muy cercanas con los promedios históricos.

Este trabajo asume una tasa libre de riesgo no estocástica. De hecho mencionan que Longstaff y Schwartz (1995) demuestran que el introducir un proceso de tasa libre de riesgo estocástica tiene un efecto muy pequeño en el diferencial de crédito, pero complica fuertemente el análisis.

Aunque el artículo es teórico, los autores hacen simulaciones con deudas cuya madurez oscila entre los 6 meses, 5 años, 20 años y a perpetuidad. Bajo las cuales concluyen que la razón de apalancamiento que maximiza el valor de la firma es mayor para las deudas de largo plazo.

Al igual que como sucede con las opciones financieras, si aumenta el valor de la tasa libre de riesgo y/o la volatilidad, el nivel exógeno de la bancarrota se incrementa y por consecuencia crece el valor de mercado de la deuda.

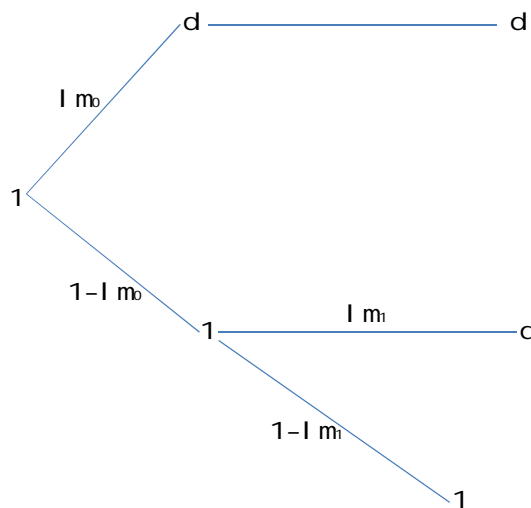
El capital accionario en este modelo, no se asimila a una opción *Call* Europea ordinaria, ya que la madurez no ocurre únicamente al vencimiento de la deuda (como lo modela Merton).

El nivel de apalancamiento óptimo depende de la madurez de la deuda y es marcadamente menor cuando la empresa se encuentra financiada con deuda de corto plazo. Los diferenciales de crédito crecen con vencimientos mayores a 20 años. La decisión de la madurez de la deuda representa un intercambio entre el subsidio fiscal, los costos de la bancarrota y los costos de agencia (acreedores y accionistas).

Bajo un contexto diferente, pero al igual que como lo hicieron primeramente Leland (1994) y posteriormente Jarrow y Turnbull (1995), utilizaron el modelo binomial. Leland lo aplicó para determinar la estructura temporal de las tasas de interés y los segundos para estimar el precio de los bonos. Mientras que el propósito de este artículo era proporcionar una nueva teoría para fijar el precio de los bonos y de los instrumentos derivados incluyendo sobre éstos, el riesgo de crédito. Para lo cual se aplicó el modelo en tiempo discreto y se estableció como condición suficiente y necesaria la existencia de una medida martingala.

Ejemplifican un proceso de pago en una economía de dos periodos. Este árbol describe la evolución de un instrumento de deuda donde λ_t representa la probabilidad de incumplimiento en la fecha t , y δ representa el pago por dólar prometido en caso de incumplimiento (Figura 8).

Figura 8. Árbol de la evolución de un instrumento



Fuente: Jarrow y Turnbull (1995)

Bajo este modelo, se asume que no hay oportunidades de arbitraje y que el mercado es completo, pero sobretodo se garantiza que las probabilidades neutrales al riesgo en el proceso de bancarrota son independientes del proceso de tasas de interés. Se supone que la tasa de recuperación δ es exógena y, de acuerdo con el modelo, una opción vulnerable siempre vale menos que una no vulnerable. Asimismo, los autores establecen que en presencia de bancarrota un diferencial de crédito es necesario para tener un sistema de precios de no arbitraje.

El proceso siempre se compone de una tasa de interés *spot*, un ajuste por riesgo y un choque aleatorio con volatilidad. Al igual que en otras investigaciones, estos autores asumen que en la bancarrota el precio de la acción toma el valor de cero.

Esta metodología es aplicada sobre deuda corporativa, pero puede ser utilizada sobre otros instrumentos.

Por su parte, Anderson y Sundaresan (2000), utilizan como referencia el trabajo de Leland y utilizan diversos los modelos Estructurales para determinar los rendimientos de los bonos corporativos, para lo cual se tomaron observaciones mensuales de índices de algunas firmas de Estados Unidos de Norteamérica. En particular, extienden el modelo de Merton incorporando dentro del mismo los costos de la bancarrota.

Estos autores afirman que, de acuerdo con trabajos empíricos pasados sobre los diferenciales entre los rendimientos de los bonos corporativos y los de los bonos gubernamentales, se encontró que éstos se encuentran relacionados con los rendimientos en los mercados de capitales y con indicadores del ciclo macroeconómico.

El análisis se realizó tomando los datos de los índices de bonos corporativos por el periodo comprendido de agosto de 1970 a diciembre de 1996. Se puede desprender que los rendimientos y la volatilidad varían de forma inversa con la calidad crediticia. Para efectuar el análisis utilizan una razón de apalancamiento que incorpora la proporción que representa la deuda con respecto a la suma de la deuda más el capital y a eso se le adiciona la razón de intereses a utilidades.

Al igual que en los trabajos de Merton y Leland, el valor de la firma sigue un proceso Browniano Geométrico y la probabilidad de incumplimiento es igual al cociente del valor de la firma no apalancada entre la apalancada (barrera al incumplimiento).

Leland (1994) asume que la liquidación de los activos es costosa, por lo que una liquidación parcial no resulta posible. Asimismo, afirma que en la bancarrota no hay desviaciones en la prioridad de la liquidación (en primer lugar los acreedores y si hay excedente se le da a los accionistas); por su parte Anderson y Sundaresan (2000) afirman que pueden existir desviaciones de la prioridad absoluta.

Los resultados encontrados al evaluar los modelos de Merton, Leland y Anderson, fueron que: Merton es adecuado cuando los bonos se encuentran lejos del incumplimiento, los modelos de Leland y Anderson ofrecen resultados más cercanos a los diferenciales de crédito reales; a pesar de ello, ninguno de estos dos modelos resultaron satisfactorios en la determinación de las tasas de recuperación.

En contraste con el estudio de Vasicek (1984), Collin-Dufresne *et al.* (1999) muestran que no existe una relación tan estrecha entre el valor de los bonos y de las acciones, como lo afirma el primero. Al igual que todos los demás trabajos, éste tiene como factor común la valuación de la firma mediante la aplicación del modelo de activos contingentes; a pesar de ello, en esta investigación se adiciona la posibilidad de que dicho valor pueda tener discontinuidades.

Collin-Dufresne *et al.* (1999) investigaron los factores que determinan los cambios en el diferencial de crédito. Se encontró que las variables que en teoría deberían explicar los cambios en el diferencial tienen un limitado poder explicativo. Asimismo, los residuos de la primera regresión se encuentran altamente correlacionados y de conformidad con el análisis de componentes principales, se puede observar que éstos dependen de un solo factor común. Estos investigadores encontraron un conjunto de variables. Los resultados muestran que el mercado de bonos corporativos, se encuentra segmentado por choques de oferta y demanda.

La relación entre los rendimientos de los bonos y de las acciones ha sido estudiada extensamente a un nivel agregado. No obstante, en últimas fechas se han analizado las relaciones a nivel individual de las firmas y de portafolios. Las principales conclusiones a las que se han llegado son: 1) los bonos con buena calificación se comportan como bonos del Tesoro, y 2) los bonos con bajas calificaciones son más sensibles a los movimientos en los rendimientos de las acciones.

Los autores plantean un modelo estructural simple de incumplimiento, donde el valor de la firma sigue el siguiente proceso neutral al riesgo:

$$\frac{dV}{V} = (r - \delta)dt + \sigma dz^Q + \lambda(dq^Q - p dt) \quad \text{Ec.- 11}$$

Donde:

- V es el valor de la firma.
- r es la tasa *spot*.
- δ son los pagos que hace la firma.
- σ es la volatilidad de la firma.
- λ es el tamaño del salto del valor de la firma.
- p es la probabilidad neutral al riesgo o intensidad.

Asimismo, la densidad de transición (neutral al riesgo) de un proceso de salto dq^Q se presenta a continuación (Figura 9):

Figura 9. Densidad de transición de un proceso de salto

$$dq_t^Q \begin{cases} 0 \text{ con probabilidad } 1-pdt \\ 1 \text{ con probabilidad } pdt \end{cases}$$

Fuente: Collin-Dufresne *et al.* (1999)

Collin-Dufresne *et al.* (1999) mencionan que estos modelos Estructurales presentan muchos factores que pudieran afectar el diferencial de crédito. Entre otros se encuentran los siguientes:

- 1) Cambios en las tasas de interés *spot*.
- 2) Cambios en la pendiente de la curva de rendimientos.
- 3) Cambios en el nivel de apalancamiento.
- 4) Cambios en la volatilidad.
- 5) Cambios en la probabilidad o magnitud de una baja en el brinco.
- 6) Cambios en el clima económico.

Se efectuó un análisis con estas variables, con el objeto de comprobar empíricamente su influencia sobre los diferenciales de crédito, para lo cual se corrió una regresión múltiple. Las conclusiones de estas investigaciones caen principalmente en tres áreas:

- a) En contraste con lo que predicen los modelos Estructurales, los factores agregados parecen ser mucho más relevantes sobre los diferenciales de crédito que los factores específicos de las firmas.
- b) Los resultados sugieren que existe una segmentación entre los mercados de acciones y los de bonos.
- c) Una implicación de los resultados anteriores revelan que el proceso del valor de la firma podría verse afectado por las decisiones en las estructuras de capital (punto en el que coincide con Leland).

Una explicación natural de los resultados sobre la segmentación de los mercados es que si los inversionistas comercian bonos y acciones, los precios de estos mercados podrían estar manejados de forma independiente por choques en la oferta y demanda.

Finalmente, se concluye que tanto el mercado de deuda como el de capital son igualmente eficientes al incorporar la nueva información en sus precios.

Por otra parte, Ericsson y Reneby (2002) toman como referencia los modelos de Black y Scholes; Merton; Black y Cox; Geske y Leland para la fijación de precios de los bonos. El gran aporte es que realizan un trabajo empírico con datos reales de la economía de EU. Para ello, utilizaron una gran muestra de bonos industriales de Estados Unidos de Norteamérica y aplicaron una metodología econométrica, basada en la propuesta de máxima-verosimilitud.

Los supuestos utilizados son los básicos de Black y Scholes (1973) y Merton (1974) acerca de la economía: están reguladas las oportunidades de arbitraje, los inversionistas son tomadores de precios, y la tasa de interés libre de riesgo no es estocástica. Se asume que los activos generan utilidades y éstas no son reinvertidas, a lo que se le llamaría flujo libre de riesgo.

Toman como ejemplo el modelo de Geske (1977), dado el cual el pago de los cupones es valuado como una opción compuesta. La bancarrota ocurre cuando el valor de los activos es tan bajo que los accionistas no encuentran rentable cumplir con el pago de los cupones. El capital es valuado en el espíritu de Black y Cox (1976) y Leland (1994). Adicionalmente, se asume que la deuda crece a una tasa continua constante, también se incluye la deducibilidad de los intereses y la tasa corporativa de impuestos es denotada como τ .

Al igual que en otros modelos, se supone que la firma cae en bancarrota cuando el valor de los activos toca un umbral (Lt). En este caso se establece a ε como la fracción de los activos pagada a los accionistas en caso de bancarrota y k es la proporción del costo de la bancarrota.

El valor del capital accionario es calculado como un valor esperado a través de una integral. Los bonos son valorados como una opción binaria (*down* y *out*).

La tasa de recuperación puede ser estimada con el promedio histórico de la industria o el promedio de la calificación crediticia.

Después de eliminar varias observaciones, los autores se quedaron finalmente con 141 bonos emitidos por diferentes firmas. Primeramente se calculó el precio de los bonos únicamente a través del precio de las acciones (modelo de Merton), en este caso el modelo tiende a subestimar el diferencial de crédito en cerca del 70%.

En el segundo modelo (resultante de la combinación de los modelos mencionados anteriormente) se incluyeron datos de los bonos, con lo cual se obtuvo un mejor ajuste, y se pudo concluir que grandes cambios en los diferenciales de crédito son causados principalmente por variaciones en el riesgo de incumplimiento del emisor o en la prima por liquidez, mientras que cambios pequeños son causados por "ruido" u otros factores que impactan en el diferencial de crédito de los bonos.

Por otro lado, estos autores mencionan a Longstaff y Schwartz (1995) y a Duffee (1999), ya que ellos comentan que los cambios en los diferenciales de crédito de los bonos están relacionados de manera negativa con los instrumentos libres de riesgo, así como con la pendiente de la curva de los bonos gubernamentales.

Finalmente, de conformidad con el análisis de los errores de forma individual, éstos pueden ser diversificables. Se corrieron dos regresiones para analizar los errores (se dividieron en positivos y negativos), con lo cual concluyó que cuando los errores son negativos, existe una mayor probabilidad de que la diferencia entre el valor real y el observado se deba a la falta de una prima por liquidez de los instrumentos.

Asimismo, si se toman instrumentos de deuda con bajos rendimientos y altas volatilidades, el modelo tiende a predecir altos diferenciales. Las variables que se encontraron significativas fueron: la pendiente de la curva de los bonos gubernamentales, los rendimientos del índice de acciones de Estados Unidos de Norteamérica, el Standard y Poor's 500, y el diferencial en los bonos del tesoro gubernamentales a 10 años.

El trabajo de Delianedis y Geske (2003) da un giro a las investigaciones anteriores, ya que provee la primera evidencia sobre la distribución de las probabilidades neutrales al riesgo de incumplimiento, pero calculando dichas probabilidades a través del proceso de difusión de Merton (1974) y de Geske (1977).

Los autores de este trabajo, modelaron la deuda de Merton como un portafolio para las deudas de corto plazo y otro para las deudas de largo plazo. Para lo cual, calcularon una serie de probabilidades neutrales al riesgo con la información de 600 a 1,000 firmas, durante el periodo comprendido de 1988 a 1999. Posteriormente, se analizó la relación entre esas probabilidades de incumplimiento y los eventos que provocan la migración en la calificación crediticia, considerando los movimientos al alza, a la baja y hacia el incumplimiento.

Los incumplimientos fueron estudiados utilizando los cambios en las calificaciones reportadas trimestralmente por SyP. En adición a lo anterior, la muestra se dividió en aquellas entidades que con anterioridad ya habían sufrido una disminución o disminuciones en su calificación, ya que podrían experimentar cambios más dramáticos en su probabilidad neutral de incumplimiento.

De acuerdo con el análisis, se encontró que tanto el modelo de Merton como el de Geske producen probabilidades de incumplimiento, las cuales indican que el mercado anticipa esos cambios en las calificaciones y en los incumplimientos algunos meses antes de que suceda el evento, con cierta certeza estadística. Ambos modelos parecen predecir correctamente los aumentos en la calificación crediticia, así como las disminuciones en la misma.

Asimismo, Delianedis y Geske (2003) encontraron que tanto el modelo de Merton como el de Geske (1977) producen probabilidades de incumplimiento que son capaces de pronosticar cuáles entidades poseen una mayor probabilidad de experimentar una migración en su calificación crediticia. En particular, el modelo de Geske (1977), incorpora múltiples oportunidades de incumplimiento, con lo que se puede estimar una estructura temporal de dichas probabilidades. Adicionalmente, las probabilidades de corto plazo de Geske (1977), reflejan la tendencia al incumplimiento en las deudas de corto plazo, por ello, se puede deducir que dichos pasivos

aparentemente contienen información significativa acerca de la migración inminente en la calificación y en el incumplimiento.

Para finalizar con este trabajo, cabe señalar que tanto las migraciones en la calificación, como los incumplimientos son detectados meses antes del suceso, por consecuencia los inversionistas no parecen sorprendidos por el mercado, mientras que el incumplimiento también puede ser modelado como un proceso Poisson.

Huang y Huang (2003) siguen la línea de investigación de Collin-Dufresne *et al.* (1999), al modelar el valor de la firma con una variables estocástica discontinua a tramos. En adición, Huang y Huang intercalan diferentes supuestos económicos provenientes de diferentes estudios. Entre los cuales se encuentran, los de Longstaff y Schwartz (1995), Leland y Toft (1996), Anderson y Sundaresan (2000) y los de Anderson *et al.* (1996). A pesar de ello, estos modelos no capturan la intención de que la prima por riesgo de crédito puede ser potencialmente alta si se considera el hecho de que en algunos estados especiales de la economía asociados con altas probabilidades de incumplimiento podrían requerir altas primas por riesgo. Para investigar la validez de tal intuición, se estudiaron dos mecanismos a través de los cuales, la existencia de tales estados podrían provocar el establecimiento de altas primas de riesgo.

Por otro lado, afirman que no existe un consenso en la literatura acerca de qué porción del diferencial de crédito puede ser explicado por el riesgo de crédito. Por lo que en este trabajo se propone una nueva forma de calibrar basada en datos históricos de incumplimiento, con lo cual se puede obtener el diferencial de crédito, bajo diversas consideraciones económicas, con un modelo estructural de la valuación del riesgo de crédito.

Primero, se consideró un modelo del riesgo de crédito con una prima de mercado contra-cíclica, de manera que se capturaron los efectos del ciclo de negocios en dicha prima. Segundo, se introdujo un modelo estructural del riesgo de crédito con un proceso de difusión discontinuo a tramos, el cual incorpora los efectos de la prima de riesgo de crédito de algunos estados futuros con alto riesgo de incumplimiento y factores de descuento anormales y estocásticos.

Los modelos que se estudian en este trabajo deben satisfacer dos criterios. El primero de ellos es que, deben representar colectivamente, las principales consideraciones económicas de la valuación del riesgo de crédito propuestas con los modelos Estructurales. El segundo criterio dispone que el modelo tendrá que ser resuelto analíticamente para su calibración.

De conformidad con estos autores el valor de los activos de la firma se comporta como un proceso de difusión con volatilidad constante (es el mismo supuesto que hacen los demás estudios que se encuentran dentro de esta sección), más un posible salto.

$$dV_t = (\pi_t^v + r_t - \delta_t)V_t dt + \sigma_v V_t dW_t^v + dJ \quad \text{Ec.- 12}$$

Donde:

- r_t es la tasa libre de riesgo.
- π_t^v es la prima por riesgo de los activos.
- δ_t es la tasa a la cual los flujos son pagados a los inversionistas de la firma (acreedores y accionistas), y es medida como una proporción del valor de los activos de la misma.
- σ_v es la volatilidad del proceso de los activos de la firma.
- W^v denota un proceso Browniano estándar, bajo la medida de probabilidad real.
- J_t es un proceso de salto.

En una medida de probabilidad neutral al riesgo (Q), el valor de la empresa puede ser descrito de la siguiente forma:

$$dV_t = (r_t - \delta_t)V_t dt + \sigma_v V_t dW_t^{vQ} + dJ^Q \quad \text{Ec.- 13}$$

Donde:

- W^{vQ} y J^Q son respectivamente, un proceso Browniano estándar y un proceso de salto, bajo probabilidad neutral al riesgo.

El incumplimiento ocurre en el tiempo $\tau = \min\{t: V_t \leq V_t^*\}$ es decir, el valor de la firma cae por debajo de cierto nivel en el primer tiempo t . Este punto de incumplimiento $\{V_t^*\}$ puede ser determinista o estocástico, y asimismo puede ser exógena o endógenamente establecido.

En el momento del incumplimiento, los tenedores de los instrumentos de deuda reciben un pago igual a $P(V_t, F)$; donde F denota el valor nominal del bono.

En este trabajo se propone un nuevo modelo estructural con un proceso de difusión discontinuo del valor activos de la firma, a través de cual se pueden obtener soluciones analíticas tanto para el precio de los bonos como para las probabilidades de incumplimiento.

Se tomó como modelo base el de Longstaff y Schwartz (LS), alrededor del cual se introdujeron diferentes consideraciones.

Bajo este modelo base, se calibraron los valores iniciales de los parámetros de la ecuación de manera que se alcanzara un valor objetivo. Se mantuvieron las tasas de interés y de recuperación constantes, y el valor límite de incumplimiento se estableció como un 60% del valor nominal del bono.

Los resultados del análisis fueron bastante similares a los obtenidos por otros investigadores con anterioridad. De conformidad con los cuales, el proceso de difusión siempre genera diferenciales de créditos muy pequeños en el corto plazo.

Con el objeto de obtener un mayor entendimiento sobre las primas de riesgo, se estudiaron modelos que incorporan primas de riesgo para diferentes estados de la economía con altas probabilidades de incumplimiento.

Se calibró el modelo original de LS, pero con tasas de interés estocásticas dadas por Vasicek (1984). Considerando los resultados obtenidos, el supuesto de las tasas estocásticas ofrece diferenciales aún menores que los del caso base.

Otra modificación que se efectuó sobre el modelo base fue establecer un límite de incumplimiento de manera endógena, es decir se consideró el modelo de Leland-Toft (LT), y en general fueron los mismos parámetros que los del modelo de LS excepto por la diferencia en la madurez de los bonos y por el hecho de que se incorpora un bono a perpetuidad, como lo hicieron Delianedis y Geske.

LT ofrece diferenciales de crédito más altos a los obtenidos con el modelo de LS, y en general los límites de incumplimiento resultaron más bajos que el valor nominal del bono.

El modelo de LT asume que las firmas tratan de retardar el incumplimiento, muchas de ellas emiten capital para efectuar los pagos de la deuda, por lo cual Anderson-Sundaresan-Tychon (1996) y Mella-Barrall-Perraudin (1997) (colectivamente AST_MBP) asumen que las entidades, cuando incumplen, estratégicamente extraen concesiones de los acreedores cuando es posible. Con este incumplimiento estratégico, el diferencial de crédito puede ser mayor por el hecho de que los accionistas tienen una mayor disposición de negociar con los acreedores.

En tanto, Collin-Dufresne y Goldstein (2001) (CDG) proponen un modelo que incorpora la idea de que las firmas pueden ajustar sus niveles de deuda en respuesta a cambios en el valor de la firma, lo cual provoca que la razón de apalancamiento estocástica siga un proceso de reversión a la media.

Los resultados obtenidos fueron muy similares a los del caso base, el diferencial más alto generado por CDG fue debido a que la probabilidad de incumplimiento más alta es manejada bajo el supuesto de que las entidades con alta calidad crediticia podrían incrementar su emisión de deuda, en lugar de incrementar su prima por alto riesgo de incumplimiento.

Dado que los altos niveles de riesgo de crédito son cíclicos, la prima de riesgo de mercado tiende a ser más alta cuando el nivel de riesgo de crédito es alto. Por lo tanto, un modelo que logre capturar tal variación podría ser capaz de predecir altas primas de riesgo crédito.

En este trabajo, justo se aplica un modelo que captura esas variaciones cíclicas. Generalmente, los activos de las firmas se encuentran correlacionados de manera positiva con los rendimientos de mercado agregados. Cabe señalar que el precio de los bonos no se ve afectado por cambios en las primas de riesgo de los activos debido a la fijación de precios a través de la probabilidad neutral al riesgo; no obstante, el efecto neto de la ciclicidad de los activos sobre los bonos corporativos puede provocar bajos precios (altos rendimientos al vencimiento) mientras éstos posean bajas probabilidades de incumplimiento.

Asimismo, Delianedis y Geske (2003) mencionan que se debe considerar la posibilidad de que los rendimientos de los activos de las firmas podrían variar con el tiempo, y que tal cambio alcanzaría una prima de riesgo promedio mayor; no obstante, se necesita evidencia empírica para probar que las firmas con altos riesgos de incumplimiento tienen altas primas de riesgo, la cual, hasta ahora, no existe.

Ahora, para aplicar el modelo de difusión discontinuo a tramos, los investigadores primero calibraron las discontinuidades de los rendimientos de las firmas bajo las medidas de probabilidad reales. Resulta razonable enfocarse en los saltos de los activos de las firmas individuales ya que son parte de los saltos sistemáticos en el mercado, los que deben ser representados por los saltos del SyP 500. La difusión puede ser tratada como usual, pero el componente de los saltos necesita una atención especial. Dado el doble proceso exponencial de difusión de una firma, el mercado para activos contingentes de los activos de una firma no es completo, repercutiendo en que exista un número infinito de posibles procesos discontinuos bajo una medida de probabilidad neutral al riesgo.

Después de efectuar el análisis, se llegó a la conclusión de que incorporar al modelo el efecto de los saltos no cambia significativamente los resultados del escenario base. Se pudo ver que el riesgo de crédito originado por el valor de los saltos de los activos repercute sólo en una pequeña fracción sobre los diferenciales de crédito.

Finalmente, se realizó un análisis de sensibilidad de las siguientes variables:

- Prima de capital. Si ésta aumenta, se esperaría un incremento en la prima de riesgo de los activos.
- Límites de incumplimiento. Indican que los diferenciales de crédito no son sensibles a los límites de incumplimiento.
- Promedio de la razón de apalancamiento para cada calificación crediticia. De conformidad con los resultados, los diferenciales de crédito no son sensibles a la razón inicial de apalancamiento.
- Razón promedio de activos (δ) de conformidad con los análisis. El diferencial de crédito no es sensible a la razón promedio de los activos.
- Volatilidad de los activos. No afectan significativamente el diferencial de crédito.

Otro estudio de carácter empírico, fue el que llevó a cabo Matalí (2004). El objetivo de este trabajo era comprobar la capacidad predictiva del modelo teórico propuesto por Ericsson y Renault (2001), el cual se caracteriza por incluir los efectos de los riesgos de crédito a través de la aplicación del modelo de Merton y del riesgo de liquidez en el proceso de formación de los precios. Los datos corresponden a emisiones privadas de ocho grandes empresas españolas durante la semana del 15 al 19 de diciembre de 2003.

La liquidez es la capacidad de poder transmitir un activo financiero con rapidez y sin necesidad de incurrir en grandes costos. De esta forma, cuanto mayor sea el costo asociado a la compra-venta del bono en cuestión, mayor será el diferencial de rentabilidad existente entre dicho bono y uno con idénticas características pero que se negocia sin ninguna dificultad.

En este artículo, supone que el diferencial entre las primas por liquidez pueden desglosarse en dos componentes: una parte derivada de las características propias del bono y una segunda referente a la negociación del bono en el mercado donde la liquidez es menor.

Los modelos existentes que interrelacionan los riesgos de crédito y liquidez se basan principalmente en adoptar modelos desarrollados específicamente para el modelo de crédito y posteriormente los modifican con la finalidad de incluir los efectos de la liquidez.

Por ejemplo Ericsson y Renault (ER, 2001) plantean la liquidez del bono de manera endógena, según la cantidad de operadores en el mercado y las ofertas que el inversor recibe por parte de éstos. La base de la operación es la de Merton pero establecen una versión discreta. Utilizan como sistemas de valoración los árboles binomiales.

Dentro de este contexto, se puede definir el valor de un bono perfectamente líquido en el vencimiento (B_L) como el valor esperado de sus pagos, como se muestra en la siguiente ecuación:

$$B_L(T) = Pr(V_T \geq P)P + Pr(V_T < P)max[V_T - K, 0] \quad \text{Ec.- 14}$$

Donde:

- V_T es el valor de la firma en el tiempo T.
- P es el principal de un bono.
- K es la suma de todo tipo de costos asociados al evento de bancarrota, como pueden ser los costos legales y judiciales, así como otros costos incurridos por sobreinversión o subinversión en proyectos, como consecuencia de la administración que realizan los accionistas de la empresa, dada la proximidad de la bancarrota.

En el vencimiento, el valor del bono ilíquido (B_i) será exactamente igual al valor de un bono con idénticas características al anterior pero negociado en un mercado líquido, pues el flujo que proporciona en el vencimiento es totalmente cierto. Por tanto:

$$B_i(T) = B_L(T) \quad \text{Ec.- 15}$$

En momentos anteriores al vencimiento, la empresa incumplirá sus pagos siempre y cuando el valor de la empresa sea inferior a L. En esa situación, los valores de ambos bonos serían los siguientes:

$$B_L(t) = max(L - K, 0) \quad \text{Ec.- 16}$$

$$B_i(t) = max(L - K - k, 0) \quad \text{Ec.- 17}$$

Donde k es el costo añadido de la deuda poco líquida en el caso en que se produzca la insolvencia del emisor. La obtención del valor del bono no líquido requiere de la previa modelización de las primas por liquidez.

El tratamiento del riesgo por liquidez en este modelo se lleva a cabo mediante la contemplación de dos tipos de fuentes diferentes:

- Por una parte, cuando la empresa es solvente, el inversor puede verse sujeto a *shocks* de liquidez provocados por necesidades de efectivo o por un reajuste de la cartera, inducido por sus estrategias de cobertura o inversión. Bajo esta situación el inversionista se verá obligado a vender el bono inmediatamente con una probabilidad establecida θ para un periodo de longitud Δt . El precio del instrumento será una fracción aleatoria (δ_t) del valor del bono líquido.
- Cuando no se produce el *shock*, hecho que ocurre con probabilidad $1-\theta$, el inversionista tiene la posibilidad de vender su bono voluntariamente si el precio ofertado es superior al valor esperado de mantener su posición.

Empleando este procedimiento desde la fecha de vencimiento hacia atrás en el tiempo, se obtendrá el valor del bono ilíquido en la fecha inicial.

Los autores de este trabajo extendieron el proceso explicado anteriormente para el caso de los bonos con cupón periódico, suponiendo que el valor actual del bono con cupón no es más que la suma del valor presente de los bonos cupón cero que tienen como plazo el tiempo entre la fecha de valoración y la fecha del pago del cupón, y cuyo valor nominal es igual al cupón del bono compuesto.

Al aplicar este modelo se obtienen diferenciales de rentabilidad superiores a los predichos por los modelos que sólo toman en cuenta el riesgo de crédito, especialmente en el corto plazo, corrigiendo las deficiencias propias de los modelos Estructurales.

Asimismo, sólo se estimaron los datos de bonos cuyo emisor mantuviera acciones que cotizaran en las Bolsas de Valores Españolas. Este requisito se deriva de la aplicación de la metodología del modelo de Merton (1974), la cual se encuentra implícita en el modelo de ER. Para poder hacer uso de estos modelos fue necesario estimar el valor de los activos de la firma como la suma del valor de sus acciones más el valor de la deuda. Al igual que en otras investigaciones, la tasa de recuperación se asumió constante, siendo ésta igual a 51.31% sobre el valor nominal.

Considerando el hecho de que los parámetros de liquidez son más difíciles de determinar a priori, se tomaron como valores iniciales los utilizados por ER, a partir de dichos valores se efectuaron tres análisis de sensibilidad, tomando como valores definitivos aquéllos que minimizan la diferencia entre la desviación estándar del precio teórico contra el precio de mercado.

De conformidad con los resultados obtenidos, el modelo de Merton (1974) subvalora los diferenciales de rentabilidad en todos los casos, mientras que el modelo de ER sobrevalora en algunos casos el diferencial de mercado y en otros lo subvalora. No obstante, de conformidad con la muestra analizada no es posible identificar relación alguna entre los niveles de desviación y el *rating* de la emisión o el plazo del bono. Con esto se confirman las conclusiones de los estudios empíricos anteriores, los cuales afirman que los modelos de riesgo de crédito tradicionales no son capaces de generar los niveles de mercado.

Sin embargo, la aplicación de este tipo de modelos se encuentra muy limitada ya que la información que se necesita para ello es sumamente costosa de obtener. Con lo cual la muestra se limitó únicamente a las empresas que cotizan en las Bolsas de Valores.

Finalmente, resulta muy importante resaltar lo que mencionan estos autores como parte de su conclusión: "estas empresas (públicas) suelen caracterizarse por poseer estructuras de capital muy complejas y en el modelo aplicado en este trabajo agrupa toda la deuda en una sola emisión de bonos, con lo cual, se podría asumir que ese es el motivo por el que los precios teóricos difieren de los de mercado".

Por su parte, Eom *et al.* (2004) evalúan empíricamente cinco modelos coyunturales para la fijación del precio de los bonos corporativos: Merton (1974), Geske (1977), Longstaff y Schwartz (1995), Leland y Toft (1996) y Collin-Dufresne y Goldstein (2001). Se probaron los modelos en una muestra de 182 precios de bonos provenientes de firmas con estructuras de capital simples durante el periodo de 1986-1997.

Ellos coinciden con otros estudios al mencionar que el incorporar tasas de interés estocásticas no presenta un gran impacto en la valuación.

Establecen que otros modelos como los de Huang y Huang (2003) subestiman los diferenciales de crédito. Adicionalmente, se eliminaron bonos cuya madurez era menor a un año y que son por lo tanto muy difíciles de negociar. Para mantener empresas con estructuras de capital simples, se seleccionaron firmas con uno o dos bonos públicos y se excluyeron los subordinados. Ello dejó una muestra de 682 bonos.

Posteriormente se obtuvieron cada uno de los parámetros necesarios para cada modelo. En el caso de la deuda se utilizó el valor en libras; la volatilidad del precio de la acción se estimó con el modelo de GARCH (1,1), considerando 150 días de rendimientos antes de la valuación. La tasa de recuperación se consideró externa al modelo, y de acuerdo con Keenan *et al.* (1999) el promedio sobre el valor nominal es 51.31%. Leland y Toft (1996) asumen la mitad de la firma, y en los modelos originales de Merton y Geske se considera una tasa de 100%.

Estos investigadores encontraron que todos los modelos tienen substanciales errores de predicción, y que estos errores difieren en signo y magnitud. Los cinco modelos tienden a generar extremadamente bajos diferenciales de crédito en bonos considerados "seguros" (generalmente bajo apalancamiento y baja volatilidad), y a generar altos diferenciales en bonos riesgosos.

Aunque tanto el modelo de Merton como el de Geske poseen una tendencia a subestimar el diferencial de crédito, el problema es menos severo en el segundo modelo, ya que al incorporar diferentes tipos de deuda se mejora el ajuste, y en ese sentido se encuentra más acorde con la realidad.

En contraste, el modelo de Leland sobreestima los diferenciales dado que no es sensible a movimientos en los parámetros. Por su parte, el modelo de Collin-Dufresne y Goldstein (2001) incorpora una tasa de interés estocástica así como la correlación entre el valor de la firma y la tasa de interés; sin embargo, se encontró que esta correlación no es importante empíricamente. Este modelo disminuye el problema de la excesiva dispersión en los diferenciales estimados, si la subestimación ocurre en firmas con razones de apalancamiento inferiores al endeudamiento objetivo, o si la sobreestimación se da en bonos cuyas razones de apalancamiento sobrepasan a las objetivo. El modelo en comento requiere de la estimación de diversos parámetros que no son necesarios en otros modelos.

En resumen estos cinco modelos tienen dificultades para predecir. Además se concluye firmemente que los supuestos sobre la tasa de recuperación pueden afectar fuertemente la varianza de las predicciones en los diferenciales de crédito.

2.2.2.4. Modelos de Forma Reducida

Cabe recordar que estos modelos son los llamados de última generación, y tienen como principal diferencia con los Estructurales que no condicionan el incumplimiento con el valor de la firma.

A continuación se muestran algunos de los trabajos que se dedicaron a desarrollar este tipo de modelos. Los trabajos son presentados por grado de complejidad, comenzando por los más sencillos y finalizando con los de mayor dificultad.

Conde *et al.* (2003) desarrollaron una metodología que permite valorar los instrumentos sujetos a riesgo de crédito a partir de un conjunto reducido de variables observables en el mercado, en la línea de intensidad de *default*. Bajo este modelo, el trabajo plantea la existencia de un proceso estocástico que gobierna la eventualidad del incumplimiento. Dicho proceso está caracterizado por la intensidad de incumplimiento (λ , *hazard rate*), la cual puede variar a lo largo del tiempo, así como de la tasa de recuperación R, la cual se considera exógena.

Los precios de los bonos emitidos por la "Entidad de Referencia" sujeta al riesgo de crédito constituyen la principal fuente de datos para estimar los parámetros necesarios a efectos de realizar la corrección por riesgo de crédito. Esta corrección se manifestará en una reducción del valor del título o del instrumento financiero, en comparación con el precio que tendrían estos instrumentos en un mundo libre de riesgo de incumplimiento.

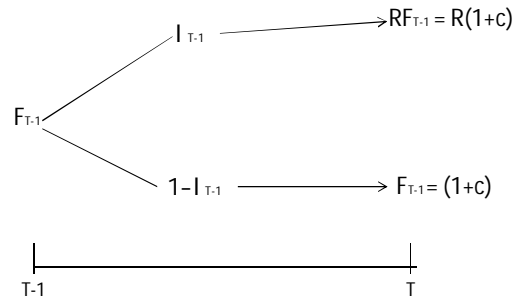
Suponiendo que el riesgo de incumplimiento es la única razón por la cual una entidad particular dueña un título (P) que es del todo similar a otro instrumento emitido por el Gobierno Norteamericano (P*) (Bonos del Tesoro Americano), posee un valor inferior a este último resulta en que la diferencia de precios entre ambos títulos es el valor presente del costo del incumplimiento: $P^* - P = \text{Valor Presente (Costo del Incumplimiento)}$.

Así que al simplificar este planteamiento la probabilidad de incumplimiento (riesgo de incumplimiento neutral al riesgo) sería igual a $\lambda = 1 - e^{-(r-r^*)t}$, donde: r^* , es la tasa libre de riesgo y r es el rendimiento de un instrumento con riesgo.

El modelo que desarrollan estos autores efectúa los siguientes supuestos: existe un único bono emitido por la Entidad de Referencia, la cual paga un cupón fijo c , periódicamente. Se supondrá además que el incumplimiento, si ocurre, puede hacerlo en cualquiera de las fechas de pago de cupones o al vencimiento, pero no en periodos intermedios entre cupones. Finalmente, se supondrá que la tasa de recuperación (R) es contante para todos los plazos.

El precio del bono corregido por el riesgo, en un periodo previo al vencimiento (el precio *forward* del bono en el tiempo t (F_t)) seguiría una trayectoria como la presentada en la Figura 10:

Figura 10. Precio *Forward* de un Bono



Fuente: Conde *et al.* (2003)

De forma recursiva, se obtiene el precio del bono sujeto al riesgo de crédito, ya que bajo los supuestos considerados, el valor de un bono se iguala a la suma de los bonos cupón cero subyacentes, propiedad que se conoce como "Aditividad".

El modelo anterior plantea que las tasas de interés son deterministas. Eliminar dicho supuesto implica asumir determinado proceso para la estructura temporal de las tasas de interés libres de riesgo. Esta extensión no invalida la metodología en la medida en que se mantenga el supuesto de independencia entre las tasas de interés, las de incumplimiento y las tasas de recuperación.

En lo que respecta a este escenario, se ha asumido durante el desarrollo del método que el diferencial de precios de los títulos emitidos por empresas libres de riesgos y por las riesgosas, se debe únicamente al riesgo de crédito. Lo cual conlleva a que no exista ninguna prima por liquidez.

Bajo este supuesto, la estructura temporal del incumplimiento estimada permanece inalterada y el único costo por no haber incorporado la prima por liquidez, recaerá sobre la magnitud de la tasa de recuperación, la cual resultará infravalorada.

Siguiendo las líneas de investigación de Longstaff y Schwartz (1995) y de Madan y Unal (1996), Duffee (1999) modeló la probabilidad de incumplimiento de manera que se pudiera correlacionar con las tasas libres de riesgo. Asimismo, manifestó que las probabilidades de incumplimiento y las tasas de recuperación varían estocásticamente a través del tiempo.

La probabilidad instantánea de que una firma caiga en incumplimiento sigue un proceso de difusión llamado *Translated Single Factor Square Root*. De acuerdo con Duffee (1999), el incumplimiento es modelado como un proceso de Poisson, mientras que los diferenciales de crédito se consideran como estocásticos, por lo cual fluctúan de acuerdo con el valor de la firma.

Adicionalmente, los diferenciales de los bonos de baja calidad parecen encontrarse relacionados sistemáticamente con variaciones en la estructura libre de riesgo.

La interpretación del primer factor es la pendiente de la curva de los bonos del tesoro, y la del segundo es el rendimiento de los bonos. Un aspecto negativo derivado de la aplicación de dicha herramienta es que no tiene mucha precisión para la valoración de los instrumentos de una sola firma. También cabe destacar que no importa la salud financiera de una firma, ya que bajo esta perspectiva el diferencial de crédito no puede ser cero ya que se incluye un componente de liquidez en el diferencial.

Finalmente, reconocen que el modelo no es un completo éxito ya que existen unos parámetros de inestabilidad como son: los cambios en la calidad crediticia de la firma, y el hecho de que los rendimientos de los instrumentos de deuda reaccionan lentamente a los precios de las acciones.

Al igual que que Duffee (1999), Collin-Dufresne *et al.* (2003) reconocen la importancia de la liquidez de los instrumentos en la fijación de los diferenciales de crédito; sin embargo, estos últimos investigadores lo abordan de diferente manera, como se muestra a continuación.

Collin-Dufresne *et al.* (2003) proponen un modelo de Forma Reducida, de acuerdo con el cual los bonos cuyos emisores se encuentran en bancarrota tienen un precio, ya que éstos repercuten en el mercado y por lo tanto afectan los diferenciales de crédito de otros instrumentos. Los autores obtienen soluciones analíticas sin importar el número de firmas que compartan el contagio.

Estos autores afirman que está bien documentado el hecho de que los modelos Estructurales de incumplimiento estén calibrados con tasas históricas de incumplimiento y que se encuentren restringidos a especificaciones razonables de primas de riesgo, con lo cual generan bajos diferenciales de crédito. A menudo esta diferencia ha sido atribuida a factores más allá del riesgo de crédito, como son los impuestos y la liquidez.

El modelo de incumplimiento aplicado en esta investigación asume que aquél es alcanzado en un punto impredecible del proceso, cuyas intensidades históricas y las neutrales al riesgo están definidas como una esperanza y su proceso de difusión es un Movimiento Browniano Geométrico.

Se establecen dos escenarios para fijar el precio del salto al incumplimiento: el primero donde todas las firmas caen en incumplimiento al mismo tiempo y, el segundo donde hay un riesgo de contagio, en el sentido que el incumplimiento de una firma puede acrecentar el riesgo de otras. Las probabilidades reales de incumplimiento no son observables hasta que sucede el evento (filtración F) y por lo tanto se modelan como martingalas, condicionales a la filtración hasta el tiempo t .

Asimismo, el modelo especifica el tamaño del salto así como el costo del mismo. Estos autores encontraron evidencia de que los diferenciales de crédito pueden variar considerablemente sin un cambio perceptible en las probabilidades de incumplimiento, lo cual depende de la liquidez en el tiempo.

Para calibrar su modelo, los autores consideraron datos de 25 años, los cuales contienen información razonablemente buena sobre bonos. El periodo de análisis abarca de enero de 1973 a octubre de 1997.

Finalmente, de conformidad con el estudio realizado, encontraron que dando por hecho la discrepancia entre la probabilidad real y la neutral, el riesgo de contagio puede ser interpretado como un riesgo de liquidez, en lugar de una verdadera actualización de los riesgos de incumplimiento futuros.

Siguiendo con la importancia de la liquidez en la valoración del precio de los bonos, como de los diferenciales de crédito, Driessen (2003) presenta una descomposición empírica del incumplimiento, la liquidez y los factores fiscales que determinan el diferencial de crédito, así como los rendimientos de los bonos corporativos.

Este autor modela el incumplimiento como un proceso de salto (brinco) con intensidad estocástica. La intensidad estocástica es una función de factores comunes y específicos de una firma. En el modelo, los rendimientos en exceso de los bonos corporativos pueden ser debidos a primas por riesgo sobre factores manejados por las intensidades o bien pudieron tener su origen a primas por el riesgo del salto al incumplimiento, junto con los efectos de impuestos y liquidez.

Para estimar el modelo se utilizaron datos de los precios de bonos corporativos de 104 firmas de EU, así como datos históricos de las tasas de incumplimiento.

Se encontró que existe un premio importante en los factores comunes que manejan las intensidades, así como en los efectos por impuestos y liquidez. Esos componentes explican una buena parte el nivel de los diferenciales de crédito y de los rendimientos esperados sobre los bonos.

La metodología utilizada es similar a la aplicada por Duffee (1999). En este caso se utilizó la cuasi máxima verosimilitud (conocida por sus siglas en inglés como QML, *Quasi Maximum Likelihood*). Con dicha herramienta, en un principio la estimación conjunta de todos los parámetros es más eficiente; sin embargo, como es un gran número de parámetros, se desarrolló una estimación de cuatro etapas. Como primer paso se utilizó el filtro QML de Kalman para estimar dos factores, para lo cual se utilizaron los bonos del tesoro de EU de corto y largo plazo. En la segunda etapa se

estimó el factor de liquidez con un proceso de raíz cuadrada. Posteriormente se obtuvieron los diferenciales de crédito, los que se aplicaron para obtener los parámetros de liquidez y, finalmente, con los errores de ajuste se aproximaron los factores específicos de cada firma.

Las diferencias entre las probabilidades actuales y las neutras al riesgo son causadas completamente por la prima de riesgo sobre los factores que manejan las intensidades, ya que dicha prima incorpora las expectativas de la trayectoria de las intensidades bajo la probabilidad neutral al riesgo, la cual difiere de las expectativas bajo las probabilidades reales.

Hasta este momento se han mantenido las tasas de recuperación fijas, o bien no se les ha dado importancia. No obstante Frye (2000) se dedica en este trabajo a analizar el comportamiento de las intensidades de incumplimiento, así como de las tasas de recuperación.

Antes de que se efectuara el Acuerdo de Basilea II, los actuales modelos utilizados por los bancos no contemplaban los efectos de una crisis económica. Esta primera generación de modelos (conocidos por sus siglas en inglés como *Loss Given Default*, LGD) no dependían del incumplimiento. De hecho, si el promedio de la LGD de largo plazo ha sido de 25%, estos modelos proyectaban que dicha pérdida en el futuro sería de 25%, sin considerar las causas económicas que causaron el incumplimiento.

Derivado de lo anterior, Frye (2000) examinó en este documento los datos de los bonos corporativos de EU y encontraron una importante sincronía entre el incumplimiento y la tasa de recuperación. Como criterios de selección, se consideraron únicamente bonos emitidos por entidades norteamericanas, que éstas fueran no financieras y que las emisoras respondieran a factores de riesgo similares.

El modelo presentado en este documento es manejado por un único factor de riesgo sistemático, denotado como X . Si X toma un valor bajo, la tasa de incumplimiento será mayor que el promedio esperado, y asimismo se obtendrá una tasa de recuperación menor que el promedio esperado. El evento de incumplimiento de la firma j lo simboliza de la siguiente forma:

$$D_j = 1 \text{ si } A_j < \phi^{-1}(PD_j); D_j = 0 \text{ en otro caso} \quad \text{Ec.- 18}$$

Donde:

- D_j es el evento de incumplimiento.
- A_j es el valor de los activos de la firma j .
- PD_j es la probabilidad de incumplimiento de la firma j .

La tasa de recuperación en el evento de incumplimiento j depende de un factor sistemático X y de un factor idiosincrático Z_j :

$$R_j = \mu_j + \sigma q X + \sigma \sqrt{1 - q^2} Z_j \quad \text{Ec.- 19}$$

Donde:

- Z_j se asume como una distribución normal estándar independiente de X .
- R_j se distribuye como una normal con media μ y varianza σ^2 . Los parámetros μ , σ y q podrían ser interpretados como la cantidad, la cualidad y la sensibilidad de la tasas de recuperación.

Los autores ajustaron el modelo para el periodo comprendido de 1983 a 1997. La estimación se encuentra condicionada por la ecuación de máxima verosimilitud.

De conformidad con los resultados obtenidos, en los periodos de gran incumplimiento, resulta lógico que las tasas de recuperación sean bajas. Esta intuición está confirmada con los datos de los bonos corporativos.

Retomando la importancia de la tasa de recuperación, Duffie y Singleton (1999) presentan una propuesta novedosa para modelar la estructura temporal de los bonos así como de otros activos contingentes que son sujetos al riesgo de crédito. Aunque, en realidad, hacen una mezcla de los modelos Estructurales (valoración de activos contingentes) y de los de Forma Reducida. A pesar de

ello, se catalogó como modelo de Forma Reducida ya que la valuación de la tasa de incumplimiento no se deriva del valor de la firma o de los activos de la misma.

Dicha propuesta se distingue por la parametrización de las pérdidas por incumplimiento en términos de reducciones fraccionales en el valor de mercado al momento en que ocurre en el incumplimiento.

Estos investigadores tomaron como dado el hecho de que no existan oportunidades de arbitraje, bajo lo cual los activos son valorados en términos de una tasa de interés de corto plazo y su respectiva medida martingala Q . Bajo esta medida de probabilidad neutral al riesgo se establece h_t como la intensidad de incumplimiento en el tiempo t , y L_t como la pérdida fraccional en el valor de mercado si el incumplimiento ocurre en el tiempo t , condicional a la información disponible en ese momento.

En este trabajo se efectúa una derivación heurística del valor de cualquier activo contingente libre de riesgo (V_0), reemplazando la tasa de interés usual por una tasa ajustada por el proceso: $R=r+hL$. Con lo cual, bajo condiciones técnicas, el valor de mercado inicial de un activo que puede caer en incumplimiento y, por consecuencia, pagaría únicamente una proporción de la deuda al momento del *default*, el cual se representaría de la siguiente forma:

$$V_0 = E_0^Q \left[\exp \left(- \int_0^T R_T dt \right) X \right] \quad \text{Ec.- 20}$$

Donde:

- E_0^Q representa la esperanza condicional neutral al riesgo al tiempo 0.
- X es lo que paga el bono libre de riesgo.

Se considera el supuesto de que las intensidades de incumplimiento y las tasas de recuperación no dependen del valor de la firma V_t , lo cual es típico de los modelos de Forma Reducida.

Tomando la ecuación anterior, se obtiene la ecuación básica en tiempo discreto, la cual es formalizada posteriormente para el tiempo continuo. En el caso de un proceso exógeno de incumplimiento, la relación implícita es una cadena de Markov, es decir un proceso de difusión de saltos.

Derivado de las simulaciones efectuadas, se pudo observar que a pesar de que los datos son consistentes con las variaciones *cross sectional* en las tasas de recuperación, éstas no se encuentran asociadas con cambios estocásticos en el tiempo. Asimismo, la información proporcionada por Moody's acerca de las tasas de recuperación exhiben un pronunciado componente cíclico. De igual forma, se encontró una fuerte evidencia de que las intensidades de incumplimiento de los bonos corporativos varían de acuerdo con el ciclo económico.

Por su parte, Das y Tufano (1995) permitieron en su modelo que la tasa de recuperación cambiara con el tiempo y que existiera una correlación diferente de cero entre el diferencial de crédito y la estructura temporal de la tasa libre de riesgo. En este trabajo se ajusta el proceso de la intensidad de incumplimiento así como el proceso de la pérdida fraccional a los datos del mercado. Asimismo, se permite que éstos dependan de variables macroeconómicas específicas. Las ecuaciones diferenciales que se plantean para fijar los precios deben ser resueltas a través de métodos recursivos.

La determinación de la tasa de recuperación en un proceso de bancarrota resulta muy compleja, ya que éstos incluyen negociaciones substanciales y litigios. Por lo que en estudios previos, como los realizados por Jarrow y Turnbull (1995), se asume que el proceso de intensidad de incumplimiento es independiente (bajo la medida martingala) de la tasa de interés libre de riesgo de corto plazo. En tanto, otros autores como Dai y Singleton (1998) suponen que la intensidad de incumplimiento, la pérdida fraccional y la tasa libre de riesgo, así como el parámetro de la tasa ajustada para descontar, son una función de un vector estado de Markov, denotado como Y .

En ninguno de los casos mostrados anteriormente se considera la posibilidad de saltos; sin embargo, Duffie y Kan (1996) introducen la posibilidad de brincos en un modelo afín, el cual preserva la dependencia de los rendimientos hacia las variables estado que provocan la llegada de la intensidad de incumplimiento hacia ese punto y la distribución del tamaño del salto, el cual únicamente depende del tiempo.

Siguiendo la línea de investigación de las tasas de recuperación, Unal *et al.* (2001) exponen una propuesta para inferir la densidad de las tasas de recuperación neutrales al riesgo implícita en los precios de las deudas de una firma. La propuesta efectuada es independiente del modelado de las tasas de incumplimiento y permite la violación de la regla de prioridad absoluta, conocida por sus siglas en inglés como APR (*Absolute Priority Rule*).

Los resultados de la investigación demuestran que un nuevo estadístico, el diferencial relativo ajustado captura la información de la recuperación de los precios. Se pudo observar que las tasas de interés y los activos tangibles de la firma son significativamente determinantes en el precio de la recuperación.

Como lo mencionan Jarrow y Turnbull (1995), las densidades de las tasas de recuperación neutrales al riesgo son variables necesarias para fijar el precio de los derivados de crédito. La propuesta de estos autores explota el hecho de que los precios relativos de los instrumentos encaran el riesgo de forma idéntica; sin embargo, difieren en las tasas de recuperación condicionales al incumplimiento, por lo cual, éstas son una importante fuente de información para fijar el precio del riesgo.

Un estadístico primordial desarrollado en dicho trabajo y que sintetiza la información de las tasas de recuperación derivada de los precios del mercado es el "diferencial relativo ajustado". Se define como la razón de la diferencia en los precios de las deudas *senior* y *junior* entre la diferencia en los precios de un adeudo libre de riesgo menos una deuda *junior*.

Los autores de este trabajo consideran una economía sin fricciones donde dos clases de bonos cupón cero son negociados: uno libre de riesgo y otro con riesgo. El precio de un bono libre de riesgo con valor nominal igual a uno y fecha de vencimiento en $\tau = T - t$ se encuentra dado por $P(\tau)$.

La probabilidad de la firma de sobrevivir es denotada por $G(\tau)$, el incumplimiento ocurre en un momento en el tiempo aleatorio y los acreedores reciben un valor nominal reducido. Para calcular la tasa de recuperación se divide la deuda *senior* y *junior*, posteriormente se calcula el valor de cada una de ellas como una proporción del valor total (suma de ambas). Posteriormente se calcula el diferencial relativo (DR) de la siguiente forma:

$$DR = \frac{E(y^S) - E(y^J)}{1 - E(y^J)} \quad \text{Ec. - 21}$$

Donde:

- $E(y^S)$ representa el valor esperado de la tasa de recuperación de las deudas *senior*.
- $E(y^J)$ representa el valor esperado de la tasa de recuperación de las deudas *junior*.

Asimismo, los autores calculan un diferencial de crédito ajustado, multiplicando el relativo por la proporción que representan las deudas *senior* con respecto al total.

Un supuesto de gran impacto que se maneja es que la tasa de recuperación se distribuye como una normal. A pesar de que esta premisa viola dos características muy importantes de la tasa de recuperación agregada: 1) los valores de la tasa de recuperación se encuentran en el rango entre cero y uno; 2) la media y la varianza de la tasa de recuperación se encuentran relacionadas. Derivado de lo cual se propone la transformación logit a dicha variable.

Para probar el modelo, se tomaron datos de bonos corporativos de la base de datos de *Lehman Brothers Fixed Income*. Se obtuvo, entre otras cosas, el precio de compra de fin de mes, la tasa cupón, el rendimiento a vencimiento y la clasificación de la industria. Se eliminaron las observaciones con más de 10 años y menos de 6 meses para el vencimiento.

Después de efectuar la depuración, la muestra constaba de 33 estadísticos sobre los diferenciales relativos ajustados (DRA) de 28 compañías. De acuerdo con los resultados obtenidos, se pudo observar que existe una fuerte evidencia que soporta el argumento de que los DRA se encuentran relacionados con las tasas de recuperación reales.

Asimismo, se analizó la dependencia de las tasas de recuperación del ciclo económico y de características específicas de las firmas. Se ajustó un modelo no lineal, resultando significativas de forma positiva: la tasa libre de riesgo y los activos tangibles. No obstante, no se pudo encontrar la forma funcional exacta y eso se reflejó en los errores estándar.

Finalmente se pudo concluir que las estimaciones de las medias de las tasas de recuperación por tipo de calificación son comparables a las reportadas por Altman y Kishore (1996).

El trabajo de Longstaff y Schwartz (1995) ha sido coyuntural para el desarrollo de otras investigaciones y derivado de lo cual, es ampliamente citado por diferentes estudios. Ellos efectuaron una propuesta para valorar la deuda corporativa riesgosa, que incorpora tanto el riesgo de incumplimiento como el de tasa de interés.

Dichos autores derivaron una valuación de Forma Reducida y cerrada para la deuda con tasas de interés fija y flotante. Otra contribución que hacen es que permiten explícitamente la desviación de la prioridad absoluta en el pago en caso de quiebra.

Una importante implicación de los resultados encontrados es que los diferenciales de crédito para una entidad con riesgo de incumplimiento similar a otra pueden variar fuertemente si los activos de las firmas tienen diferentes correlaciones con las tasas de interés.

Adicionalmente, descubrieron que el precio de un bono de tasa flotante puede ser una función creciente de la madurez del mismo en algunas situaciones. Similarmente, el valor de la deuda con tasa flotante puede ser una función creciente de las tasas de interés. Otro punto que cabe resaltar de estos resultados, es que los diferenciales de crédito se encuentran fuertemente

correlacionados de manera negativa con el nivel de las tasas de interés. Finalmente, pudieron ver la que la diferencia en la duración de los bonos a través de las industrias y sectores es consistente con las diferencias en las correlaciones.

La derivación de su modelo comienza extendiendo el trabajo de Black y Cox (1976), para lo cual utilizan los siguientes supuestos:

- 1) Sea V el valor del total de los activos de la firma y la dinámica de éste se encuentra dado por un proceso Wiener (Movimiento Browniano Geométrico).
- 2) Se establece r como la tasa libre de riesgo y el proceso que sigue esta variable es un Movimiento Browniano Geométrico con reversión a la media.
- 3) El valor de la firma es independiente de su estructura de capital.
- 4) Siguiendo a Black y Cox (1976), se asume que existe una barrera con valor K , a la cual ocurre el incumplimiento. Un punto importante en este caso, es que el incumplimiento ocurre simultáneamente para todos los contratos.
- 5) Si una reorganización ocurre durante la vigencia del instrumento, el tenedor recibe $(1-\omega)$ veces el valor nominal de éste al vencimiento.
- 6) Se asume que los mercados son perfectos y sin fricciones en los cuales los activos son comerciados continuamente.

Una vez que se ha establecido el modelo para valuar la deuda, el *spread* de crédito se obtiene como la diferencia entre el rendimiento de un bono riesgoso y uno sin riesgo, con idéntica fecha de vencimiento e iguales tasas cupón.

De conformidad con la evidencia empírica, la estructura temporal de los diferenciales de crédito es monótona creciente para bonos con altas calificaciones crediticias, en tanto que para los de bajo *rating* la función es no lineal ya que varía por rangos.

La función para determinar el precio de un bono a tasa flotante consta de dos partes. La primera es el precio de un bono riesgoso multiplicado por el valor esperado de la tasa de interés al tiempo τ bajo un proceso neutral al riesgo, mientras que el segundo término ajusta la correlación de la tasa de interés al tiempo τ con el valor del logaritmo natural del activo contingente.

En otro orden de ideas, Madan y Unal (1996) establecen que el evento de incumplimiento tiene implícitos dos componentes de riesgo asociados: tiempo y magnitud. Este documento modela los dos componentes del incumplimiento y les fija el precio como si fueran comerciados en los mercados de futuros y el precio *spot* de la deuda riesgosa es derivada como una consecuencia.

Lo que se extiende en la investigación de Madan y Unal (1996) es lo siguiente:

- El trabajo de Jarrow y Turnbull (1995), el cual supone el evento de incumplimiento.
- La magnitud del incumplimiento.
- Se propone calcular el valor del incumplimiento.

Los investigadores analizaron los precios de los futuros/*forwards* de la deuda riesgosa. Bajo ese contexto se dividieron los pagos en dos categorías: pagos completos y parciales.

Derivado de lo anterior, se establecieron cinco supuestos simplificados ($S_i, i=1,\dots,5$) para el desarrollo de expresiones para los precios de bonos que pueden caer en incumplimiento, los que se presentan a continuación:

S1, los pagos del segundo periodo de incumplimiento son independientes e idénticamente distribuidos a través de los estados de la naturaleza.

S2, las tasas de arribo al incumplimiento son funciones del valor del capital o de la razón del valor de la firma al mercado de dinero.

S3, asumen independencia entre la prima de riesgo y las tasas de interés.

S4, la tasa de recuperación es la razón del dinero pagado entre el dinero prometido.

S5, se asume que los estados de probabilidad altos y bajos del tiempo 1 juntos con los del tiempo 2 son iguales.

Estos investigadores modelaron el precio del incumplimiento en tiempo continuo, con lo cual la ocurrencia del mismo podría darse en cualquier momento dentro del intervalo $[t, T]$ con la magnitud del incumplimiento siendo medida como una tasa de recuperación o de pago, la cual toma cualquier valor en el intervalo cerrado de cero a uno.

El incumplimiento podría ser representado con un simple proceso de salto $\Delta(t)$ en un tiempo aleatorio Z y una variable estocástica de magnitud x . Dado lo anterior, los acreedores tendrían una tasa de recuperación igual a $y=(1-x)$ y un tiempo de incumplimiento representado como $D(t)$, el que será cero si $t < Z$ y será igual a uno si $t \geq Z$.

En primer lugar, se estableció una relación general entre la probabilidad de pago, $F(t, T)$, y la tasa de arribo al proceso de incumplimiento $\lambda(t)$. Posteriormente, se planteó una ecuación diferencial para la probabilidad de pago bajo un modelo general de Markov para el arribo al incumplimiento λ . Finalmente, considerando la formulación de la tasa de arribo al proceso como un proceso de Markov, se resolvió la ecuación diferencial para F , obteniendo con ello un modelo específico para fijar los precios de los futuros/*forwards* que no han caído en incumplimiento.

La tasa de arribo al incumplimiento en el tiempo t , $\lambda(t)$, es una función del nivel de m variables estado, específicamente $s(t)$; es decir: $\lambda(t) = \lambda(t, s(t))$. En este caso, a diferencia del modelo de Jarrow y Turnbull (1995), se permite que el arribo dependa de una función económica envolvente, representada como $s(t)$.

Por su parte la función económica depende del valor del capital de la firma, relativizada por el mercado de dinero: $s(t) = S(t)/B(t)$; donde $S(t)$ es el valor del capital accionario de la firma, y $B(t)$ es una cuenta en el mercado de dinero.

Asimismo, el valor relativizado del capital de una firma $s(t)$ satisface la ecuación diferencial siguiente: $ds = \sigma s dW(t)$; donde: W es un movimiento Browniano estándar.

Este valor relativizado tiene un punto crítico, denotado como δ (cuando se cae en incumplimiento). Bajo este contexto δ sirve como un límite, que es cuando se pasa de s a δ .

Adicionalmente, los investigadores dividieron las funciones de pago en: *senior* ($S(y)$) y *junior* ($J(y)$), donde y es el valor de los precios cuando los instrumentos no han caído en incumplimiento. En este trabajo se respeta la prioridad absoluta de los tipos de deuda. El valor de la firma es denotado como M . Si dicho valor cae por debajo de S , los dueños de ese instrumento recibirán un pago igual a M/S , en tanto que los poseedores de la deuda *junior* no recibirán pago alguno.

De conformidad con lo mencionado en la presente investigación, se esperaría que el incumplimiento ocurra únicamente cuando el valor de los activos se encuentra lo suficientemente erosionado, tal que sea consistente con las tasas de pago condicionales de incumplimiento implícitas.

Adicionalmente, se demostró que existe una relación inversa entre la proporción de la deuda *senior* y el diferencial relativo. Aunque el diferencial entre las deudas *senior* y *junior* crezca a bajos niveles, éste no se incrementa lo suficientemente rápido como el aumento en el diferencial entre los bonos de Tesoro y la deuda *junior*.

Se estimó el riesgo de incumplimiento a un nivel representativo de la firma, para lo cual se construyó una serie de datos mensuales de diferenciales promedio para tres diferentes vencimientos. Se calcularon los promedios de los instrumentos que tuvieran los precios de las acciones disponibles en cada uno de los meses.

El resultado se obtuvo maximizando la función de verosimilitud. Las estimaciones se hicieron para cada una de las categorías de las deudas, tomando dos muestras: Marzo 1987-Octubre 1990 y, Noviembre 1990-Diciembre 1991.

Los coeficientes resultaron significativos y los parámetros estimados para el proceso de arribo al incumplimiento fueron de similar magnitud tanto para las deudas aseguradas como para las no aseguradas.

Con estos resultados empíricos se logró soportar la hipótesis de que el incumplimiento ha llegado a ser menos probable para los certificados de depósito asegurados, después del pasaje de *Financial Institutions Reform, Recovery, and Enforcement Act* (FIRREA). La densidad condicional para la magnitud del incumplimiento fue determinada teniendo como periodo base la sucesión de dos eventos: la FIRREA y la *Federal Deposit Insurance Corporation Improvement Act* (FDICIA). Estos factores ocasionaron que las tasas de pago promedio decrecieran, lo cual se interpretó como un indicador para conocer en cuánto se tendrían que deteriorar los activos que se utilizan como garantía antes del incumplimiento.

En otro orden de ideas, como se mencionó en la Sección de Antecedentes Teóricos, el acuerdo de Basilea II tiene como principal objetivo adecuar las exigencias de recursos propios al capital de riesgo real de las entidades financieras. Una de las mayores novedades que hace el documento elaborado por Badía *et al.* (2003) es la posibilidad de mitigar dicho riesgo mediante la contratación de activos derivados de crédito.

Los derivados de crédito son instrumentos financieros que permiten transferir el riesgo de crédito implícito en determinadas transacciones económicas hacia otros intermediarios financieros.

Estos instrumentos se pueden agrupar en tres grandes categorías: i) contratos de riesgo de no pago, ii) contratos de no pago y iii) contratos estructurados con riesgos crediticios.

En el primer grupo se incluyen a los instrumentos que pagan al comprador por concepto del riesgo de crédito asumido una cuantía identificada, relacionada con la ocurrencia de un determinado suceso de crédito. Pertenecen a este grupo los denominados *credit default swaps* (CDS) y las *credit default options*.

De los derivados de crédito citados con anterioridad, los que presentan un mayor volumen de negociación en la actualidad son los CDS, los cuales están siendo considerados cada vez con mayor frecuencia como indicadores de la calidad crediticia de las entidades financieras.

El CDS es un contrato que protege del riesgo de crédito de una determinada compañía, denominada entidad de referencia. El tenedor de una obligación de referencia compra el CDS para asegurarse el cobro de una cuantía, estipulada en el contrato en caso de que ocurra un suceso de crédito; es decir, un empeoramiento de la solvencia de la empresa o un deterioro en su capacidad de pago. El comprador del CDS efectúa pagos periódicos vencidos, denominados primas, hasta el vencimiento del contrato o bien hasta que ocurra el evento de crédito.

Básicamente, existen dos metodologías para la valoración de los derivados de crédito: los denominados modelos Estructurales y los modelos de Forma Reducida. En este trabajo se presenta una aplicación empírica del modelo de Hull-White (2000) para el mercado español. El objetivo del modelo es determinar el importe de la prima a pagar por parte del comprador del CDS. Dicho importe es el que hace nulo el valor del CDS en su origen, el cual se define como la diferencia entre el valor de los pagos a cargo del comprador y el valor del pago a cargo del vendedor del CDS.

El propósito de este trabajo es obtener el valor de las primas deducidas del modelo de Hull-White (2000) bajo la hipótesis de no arbitraje, y posteriormente se compararán con los diferenciales crediticios obtenidos directamente del mercado. Para determinar dichas primas con el modelo planteado, se necesita efectuar alguna hipótesis sobre el valor de la tasa de recuperación R , así como sobre la estructura temporal de las tasas de interés y sobre la probabilidad neutral al riesgo de que el suceso de crédito tenga lugar en t .

Después de analizar el mercado de renta fija español, se optó por trabajar con las emisiones en circulación del Banco Santander Central Hispano (BSCH). Esta institución estaba calificada como A por Moody's y Standard y Poor's en el momento de la investigación. De los bonos que esta institución emitió, se escogieron aquéllos que fueran adecuados para cubrir un horizonte temporal

de 12 años y que adicionalmente, el último precio cotizado fuese cercano a la fecha de análisis. Tanto para la determinación de las probabilidades de incumplimiento como para el cálculo de las primas se supuso una tasa de recuperación (R) de 40%.

A partir de un conjunto de j bonos que vencen en t_i ($i=1,2,3,\dots,j$), se deduce la estructura temporal de las probabilidades de incumplimiento y se infiere la función de densidad **$f(t)$** .

Con el modelo de Hull-White (2000) se obtuvieron los valores para las primas de los CDS de algunas empresas españolas. Una vez que se obtuvo la probabilidad de que el suceso de crédito tuviera lugar en un momento determinado, y bajo ciertas hipótesis, se calcularon las primas por la protección del riesgo de crédito que ofrece el CDS al comprador. Estas primas se obtuvieron para obligaciones subyacentes con diferentes vencimientos y suponiendo distintos tipos de emisiones, lo cual permite analizar el efecto de dichas variables sobre las primas.

A partir de los resultados obtenidos en este trabajo, se pudo observar que las primas resultantes se aproximan bien a los diferenciales crediticios, que en la práctica se suelen utilizar como alternativa a dichas primas. Adicionalmente se pudo ver que las probabilidades de los diferentes intervalos son relativamente pequeñas, lo cual se debe a la buena calificación crediticia de los títulos considerados.

Los operadores de mercado utilizan como aproximación de las primas de riesgo los diferenciales crediticios, y es por ello que la comparación estadística supone un sesgo añadido a la validación de los resultados pues la comparación no es con datos reales sino con aproximación de ellos.

Para obtener dichos datos, previamente se calcularon los diferenciales relativos a las seis obligaciones del BSCH, y se compararon los rendimientos de cada una de estas seis obligaciones con las tasas sin riesgo.

Derivado del análisis efectuado por estos investigadores, se pudo deducir que con el modelo de Hull-White (2000) se obtienen primas prácticamente idénticas a los diferenciales para vencimientos comprendidos entre 3 a 9 años. Para vencimientos menores de 3 años, las primas obtenidas a través del modelo son mayores que los diferenciales, mientras que para vencimientos superiores a 9 años, las primas son inferiores.

Adicionalmente, se constata que las primas son crecientes en función del tipo de interés de emisión de la obligación subyacente.

Finalmente, Pan y Singleton (2008) exploraron las propiedades de las series de tiempo de las tasas medias de arribo neutrales al riesgo de los eventos de crédito (λ^Q) implícitas en la estructura temporal de los diferenciales soberanos de los *Credit Default Swaps* (CDS). Los autores aplicaron su estructura en México, Turquía y Corea, tres países con diferentes características sociopolíticas y calificaciones crediticias.

Los efectos de esas primas por riesgo en los diferenciales de los CDS en el corto plazo se debe a que éstas co-varían fuertemente a través de los diferentes países, mientras que los largos movimientos en esos premios tienen una interpretación natural en términos de diferentes desarrollos políticos, macroeconómicos y de mercados financieros.

Los resultados del análisis sugieren que durante algunos sub-periodos, una parte muy importante de los movimientos en la estructura de tiempo de los diferenciales de crédito soberanos entre países fueron provocados por cambios en las preferencias de los inversionistas ante exposiciones globales a las economías de otros países. Es decir, los resultados soportan la visión de que existe una clase global de crédito, así como el hecho de que los diferenciales de crédito en todos los mercados son afectados simultáneamente tanto por los cambios en las posiciones de arbitraje ante el riesgo y por las actitudes de los inversionistas hacia el riesgo, por el paso del tiempo.

Adicionalmente, los excedentes en el crecimiento real en la economía de EU repercuten en el crecimiento en otras regiones del mundo así como en los movimientos entre primas por riesgo de los mercados examinados.

Los autores aplicaron modelos lognormales de un solo factor, los cuales hacen un buen trabajo para capturar las variaciones en la estructura temporal de los diferenciales de crédito de los CDS (lo cuales vencen en un rango de 1 a 10 años). En adición a lo anterior, el análisis profundo de los errores en la fijación de precios revela que los contratos a un año fueron valuados adecuadamente por el modelo.

Finalmente, estos investigadores afirman que ya sea que se utilicen las funciones de máxima-verosimilitud o el análisis Monte Carlo, los parámetros que influyen en la distribución condicional de la tasa de arribo de los eventos de crédito (λ^Q) y la pérdida dado que se dio cierto evento (L^Q) se pueden identificar de forma separada, utilizando los datos de la series de tiempo de los diferenciales de los CDS. Adicionalmente, en la práctica el modelo implícito de la distribución de λ^Q fue diferente ante variaciones en L^Q , dado lo cual se confirma que la información de la estructura temporal de los diferenciales de los CDS resulta de gran utilidad para conocer las tasas de arribo neutrales al riesgo.

Conclusiones de estudios previos

Una vez que se ha hecho el análisis de los de resultados obtenidos en trabajos anteriores, se puede desprender, en primer lugar, que son pocas las aplicaciones empíricas y que la mayor parte de ellas se han hecho sobre datos de mercados desarrollados, en especial con información de Estados Unidos de Norteamérica, por lo cual resulta relativamente "sencillo" obtener toda la información requerida por los modelos, por la gran diversidad y cantidad de bases de datos con que cuenta dicho país.

Como segundo punto, se puede comentar que tanto los modelos Estadísticos y Econométricos, así como los Estructurales y los de Forma Reducida, ajustan relativamente bien los diferenciales de crédito en periodos de estabilidad y cuando la calificación crediticia de los instrumentos es buena. No obstante, en los tres casos existen desviaciones, ya que como se comentó anteriormente, la realidad es demasiado compleja y por lo tanto resulta sumamente difícil que un modelo ajuste a la perfección los diferenciales de crédito; especialmente si se trata de incorporar en un solo modelo todas las variables que pueden influir sobre los instrumentos resulta una tarea imposible de llevar a cabo. Si a lo anterior se le agrega que los modelos trabajan bajo el supuesto de que los individuos se comportan racionalmente, cuando en la realidad los diferenciales de crédito en algunas ocasiones son establecidos por convenios entre entidades y bancos o bien por diversos compadrazgos, trae como consecuencia que las tasas o los precios que se determinan no sean de mercado y, por lo tanto, las diferencias entre lo teórico y lo real resultan abismales.

De conformidad con los estudios presentados anteriormente, los resultados ofrecidos por lo diversos modelos Estructurales probados empíricamente, se muestran a continuación:

Como primer punto, resulta importante comentar que son pocos los estudios que efectúan un análisis empírico. Uno de ellos es el de Eberhart (2003), quien concluyó al evaluar los modelos de Merton, Leland y Anderson, que el de Merton es el más adecuado cuando los bonos se encuentran lejos del incumplimiento, mientras que los modelos de Leland y Anderson ofrecen resultados más cercanos a los diferenciales de crédito reales; a pesar de ello, ninguno de estos dos modelos resultan satisfactorios en la determinación de las tasas de recuperación.

Por su parte, Ericsson y Reneby (2002) pudieron concluir que grandes cambios en los diferenciales de crédito son causados principalmente por variaciones en el riesgo de incumplimiento del emisor, mientras que los cambios pequeños son originados por "ruido" u otros factores que impactan en dicho diferencial; mientras que una gran variación en el diferencial, generalmente, es originada por cambios en la prima por liquidez.

Finalmente, Eom *et al.* (2004) probaron empíricamente cinco modelos para la fijación del precio de los bonos corporativos: Merton (1974), Geske (1977), Longstaff y Schwartz (1995), Leland y Toft (1996) y Collin-Dufresne y Goldstein (2001). Coinciden con otros estudios al mencionar que incorporar tasas de interés estocásticas no presenta un gran impacto en la valuación.

Establecen que otros modelos como los de Huang y Huang (2003) subestiman los diferenciales de crédito. Estos investigadores encontraron que todos los modelos tienen substanciales errores de predicción, pero estos errores difieren en signo y magnitud. Los cinco modelos tienden a generar extremadamente bajos diferenciales de crédito en bonos considerados "seguros" (generalmente bajo apalancamiento y baja volatilidad) y a generar altos diferenciales en bonos riesgosos. Aunque tanto el modelo de Merton como el de Geske poseen una tendencia a subestimar el diferencial de crédito, el problema es menos severo en el segundo, ya que al incorporar diferentes tipos de deuda implica una mejora significativa.

En contraste, el modelo de Leland sobreestima los diferenciales. Sin embargo, no es sensible a movimientos en los parámetros. Por su parte, el modelo de Collin-Dufresne y Goldstein (2001) incorpora una tasa de interés estocástica así como la correlación entre el valor de la firma y la tasa de interés; sin embargo, se encontró que esta correlación no es importante empíricamente. Este modelo disminuye el problema de la excesiva dispersión en los diferenciales estimados, si la subestimación ocurre en firmas con razones de apalancamiento inferiores al endeudamiento objetivo, mientras que la sobreestimación se da en bonos cuyas razones de apalancamiento sobrepasan a las objetivo.

En conclusión, estos cinco modelos presentan diversas dificultades para predecir los diferenciales de crédito y las probabilidades de incumplimiento. Además, se concluye firmemente que los supuestos sobre la tasa de recuperación pueden afectar fuertemente la varianza de las predicciones en los diferenciales de crédito.

Por su parte, Anderson y Sundaresan (2000) afirman que los modelos de Forma Reducida poseen las limitantes que se reproducen a continuación: i) dependen los resultados de la forma funcional establecida por cada autor; ii) en muchos casos no existen valores objetivos confiables; y iii) no consideran que los incumplimientos de otras firmas pudieran encontrarse correlacionados.

En general para el caso de los mercados emergentes, y en particular para México, resulta mucho más complicado probar empíricamente los de Forma Reducida por la falta de bases de datos o bien porque la información requerida no es publicada por las entidades privadas o por los bancos.

Una vez que se han revisado las diversas investigaciones que se han efectuado sobre el tema, y como se puede observar éste se ha abordado de distintas formas, en la presente investigación se van a probar tres modelos Estructurales y dos mixtos con el objeto de encontrar aquél que minimice la diferencia entre los *spreads* de crédito estimados y los reales.

En el siguiente apartado se hace una explicación teórica de los modelos que fueron utilizados empíricamente sobre la información de las entidades mexicanas. En el Capítulo 3 se presenta a detalle su aplicación y los resultados obtenidos.

2.3. Modelos Teóricos

El objetivo de esta sección, como se mencionó anteriormente, es describir teóricamente los modelos utilizados para convertir las probabilidades neutrales de incumplimiento en diferenciales de crédito. Al final de la misma, se muestran los resultados de la aplicación de éstos sobre mercados desarrollados, llevada a cabo por Teixeira (2005).

1. Modelo de Merton y de Vasicek-Kealhofer (VK).
2. Modelo de Leland.
3. Modelo de Fan y Sundaresan.
4. *Brownian Motion Model* (BM).
5. *Power Law Brownian Motion Model* (PLBM).

Asimismo, se explica brevemente cómo el sistema desarrollado por Moody's calcula las probabilidades esperadas de incumplimiento (conocidas por sus siglas en inglés como EDF *Expected Default Frequencies*TM), así como la idea desarrollada por Das y Hanouna (2009) para estimar la tasa de recuperación y la intensidad de incumplimiento implícitas.

2.3.1 Modelo de Merton (Valuación del Capital como una opción) y de Vasicek-Kealhofer (VK) (Cálculo de la EDF)

La valuación por opciones financieras puede ser aplicada sobre los instrumentos corporativos, como son las acciones y la deuda. En este caso, el subyacente es el valor de los activos de la empresa y el proceso de difusión será un movimiento Browniano Geométrico.

Antes de explicar los modelos de Merton y de Vasicek-Kealhofer, se expondrán brevemente la teoría de las opciones financieras, los procesos Wiener, el cálculo de la volatilidad bajo diferentes métodos y el concepto de duración, ya que éstos sirven de base para la realización del análisis empírico llevado a cabo en el presente estudio.

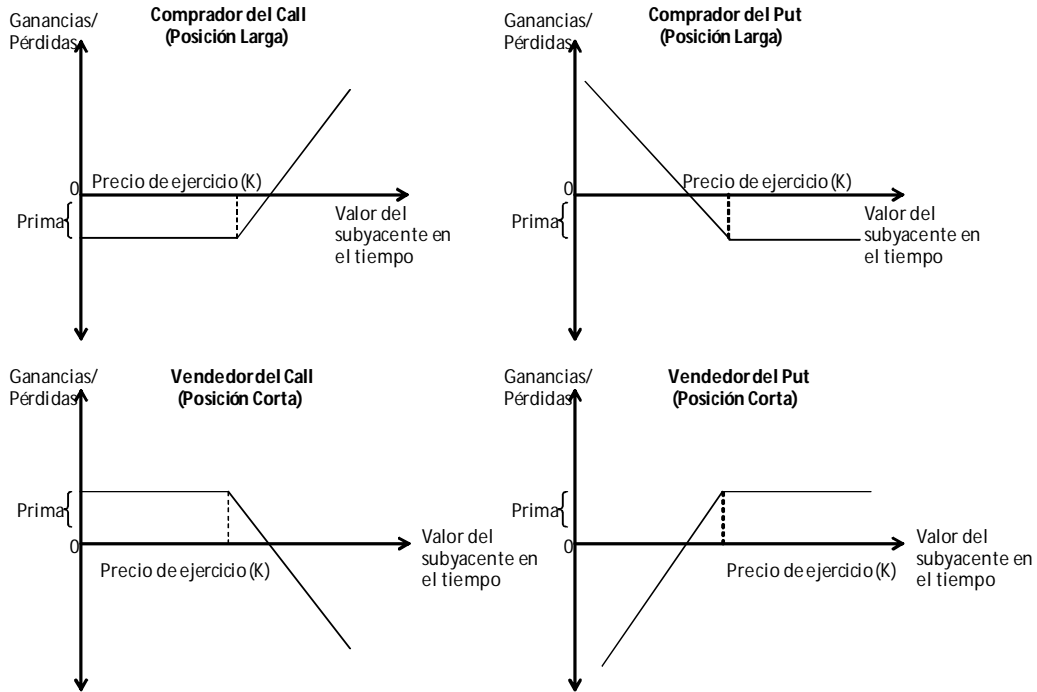
2.3.1.1 Opciones Financieras

“Una opción se define como el derecho más no la obligación, de comprar (llamada *Call*, C) o de vender (conocida como *Put*, P) un activo específico (subyacente), pagando un precio determinado (precio de ejercicio) antes o en una fecha determinada (madurez o expiración). Si la opción puede ser ejercida antes de su madurez se le llama Americana, si sólo puede ser ejercida hasta su madurez se le denomina opción Europea” (Trigeorgis, 1999).

El comprador de la opción deberá pagar una prima por la realización del contrato, mientras que el vendedor de la opción recibirá como pago esta prima.

A continuación se presenta el esquema de pérdidas y ganancias para las opciones *Call* y *Put*, tanto para la posición corta como para la posición larga (Gráfica 5).

Gráfica 5. Esquema de ganancias/pérdidas para el comprador y para el vendedor de una opción



Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con las gráficas anteriores, las posiciones largas tanto del *Call* como del *Put*, tienen pérdidas limitadas (prima de la opción) y ganancias ilimitadas. Mientras que la posición corta en ambos casos, tiene ganancias limitadas (prima de la opción) y pérdidas ilimitadas.

Como lo menciona De Lara (2005), la posición larga de la opción tiene el derecho a comprar/vender el activo subyacente al precio de ejercicio a cambio de una prima, mientras que la posición corta tiene la obligación de vender/comprar el activo subyacente al precio de ejercicio a cambio del cobro de una prima.

El valor de este contrato depende de la trayectoria que siga el precio del subyacente a través del tiempo, del precio de ejercicio, de la fecha de vencimiento y de la tasa de interés.

Adicionalmente, el valor de la opción incluye otro concepto, el valor temporal. Este valor depende del tiempo al vencimiento, de la volatilidad del subyacente, de la tasa libre de riesgo y en su caso de los dividendos que pague el activo subyacente.

$$C = \max(S_t - K, 0) \quad \text{Ec.- 22}$$

$$P = \max(K - S_t, 0) \quad \text{Ec.- 23}$$

Donde:

- C, valor intrínseco de la opción *Call*.
- S_t , precio del subyacente en el tiempo t.
- K, precio de ejercicio.
- P, valor intrínseco de la opción *Put*.

En primer lugar se explicará la valoración de la prima de la opción mediante la aplicación del modelo en tiempo discreto y posteriormente se describirá la valuación en tiempo continuo.

2.3.1.2 Tiempo discreto, Modelo Binomial

Una técnica muy utilizada para describir el proceso que sigue una opción sobre una acción es el modelo binomial, el cual consiste en construir un árbol con el que se muestran las diferentes trayectorias que puede seguir el subyacente durante la vida de la opción. Esta propuesta es similar a la realizada por Cox *et al.* 1979.

El modelo binomial es utilizado para replicar el comportamiento de un activo financiero. En cada periodo existen dos posibilidades, el valor del activo puede subir en un factor u ($u > 1$), o bien bajar un factor d ($d < 1$). La probabilidad de que tenga un movimiento al alza es p y a la baja es $1-p$, los movimientos en cada periodo son independientes uno del otro. El modelo binomial se basa en el

proceso Bernoulli, donde se dice que un proceso estocástico $\{X_t; t=1,2,\dots\}$ es un proceso Bernoulli con parámetro p si las variables aleatorias X_1, X_2, \dots son independientes y la $P(X_t = 1) = 1 - P(X_t = 0) = p$, para toda t . No obstante, este tipo de procesos es para un número infinito de cambios, pero generalmente los activos financieros que se modelan se consideran finitos hasta el tiempo $t=T$, por lo que es necesario utilizar un modelo Bernoulli modificado. Donde el proceso que sigue el activo financiero (la variable aleatoria N_t) es definido en términos de un Bernoulli modificado:

$$N_t(\omega) = X_1(\omega) + X_2(\omega) + \dots + X_n(\omega) \quad \text{Ec.- 24}$$

Donde:

- ω son los estados de la naturaleza que puede tomar la variable aleatoria.

Si la variable aleatoria N_t se distribuye como Bernoulli, entonces:

$$E[N_t] = tp \quad \text{Ec.- 25}$$

$$\text{Var}[N_t] = tp(1-p) \quad \text{Ec.- 26}$$

Adicionalmente, para toda $t = 1, 2, \dots$

$$P(N_t = n) = \binom{t}{n} p^n (1-p)^{t-n}, n = 0, 1, \dots, t \quad \text{Ec.- 27}$$

A lo que se le denomina una distribución de probabilidad binomial, y a

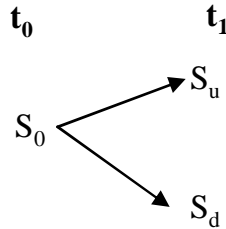
$$\binom{t}{n} = \frac{t!}{n!(t-n)!} \quad \text{Ec.- 28}$$

como el coeficiente binomial.

Bajo este modelo, se puede aproximar el comportamiento del activo financiero (Figura 11) (S_0), con los parámetros p, u, d , donde: $0 < p < 1, 0 < d < 1 < u$, y $S_0 > 0$. El precio del activo en el tiempo t se obtiene simplemente a través de la fórmula:

$$S_t = S_0 u^{N_t} d^{t-N_t}, t = 1, 2, \dots, T \quad \text{Ec.- 29}$$

Figura 11. Trayectoria del precio de un activo financiero para dos periodos (Modelo Binomial)



Fuente: Elaboración propia

El valor del activo sólo cuenta con dos posibilidades, subir u bajo una probabilidad p o bien bajar d con una probabilidad $1-p$, con lo cual, la distribución de probabilidad de S_t se encuentra dada por:

$$P(S_t = S_0 u^n d^{t-n}) = \binom{t}{n} p^n (1-p)^{t-n}, n = 0, 1, \dots, t \quad \text{Ec.- 30}$$

Un argumento similar puede ser utilizado para las opciones, pero es necesario suponer que no existen oportunidades de arbitraje: "No existen oportunidades de arbitraje si y sólo si existe una medida de probabilidad neutral al riesgo" (Pliska, 1998).

De conformidad con Cox *et al.* (1979), para poder desarrollar el modelo de valuación de las opciones, es necesario asumir que la tasa de interés es constante. Adicionalmente, los individuos pueden prestar o pedir prestado cuanto sea necesario, a esa tasa de interés, no existen costos de transacción, no hay impuestos ni se solicitan márgenes de seguridad, y se permiten las ventas en corto.

Para soportar lo anterior, también es importante suponer que los individuos son neutrales al riesgo, por lo que no es necesario que una inversión ofrezca una prima adicional por el riesgo tomado, en consecuencia la tasa mínima de retorno que se espera sobre una inversión es la tasa libre de riesgo y el valor de las opciones deberá ser descontado a esta tasa.

Es decir, para valorar una opción es necesario descontar el valor que tendrá ésta en un futuro. Pero tanto el mercado como los compradores de la misma deben evitar todas las posibles oportunidades de arbitraje. Por dicha razón el valor de la opción debe ser el "justo", es decir, el que debe percibir todo el mercado. Para conocer ese valor es necesario aislar todos los posibles factores de subjetividad. El modelo que toma en cuenta este problema es el de la valuación por "martingalas", el cual descuenta los valores esperados a la tasa libre de riesgo y bajo unas probabilidades sintéticas denominadas "probabilidad neutral al riesgo", las cuales se encuentran determinadas por u , d y la tasa libre de riesgo.

A continuación se describe este proceso:

El proceso Z es una martingala si $E[Z_{t+s} | F_t] = Z_t$ para toda $s, t \geq 0$ Ec.- 31

Lo anterior significa que el valor de una variable aleatoria Z en el tiempo $s+t$ de acuerdo con la información disponible (F_t) es igual al valor que tenía la variable aleatoria en el tiempo t .

De acuerdo con lo expuesto por Pliska, "una medida de probabilidad neutral al riesgo (también llamada medida martingala) es una medida Q tal que:

1. $Q(\omega) > 0$ para todos los estados de la naturaleza del espacio muestral $\omega \in \Omega$ y,
2. El precio descontado del proceso $S_n^* + D_n^*$ es una martingala bajo Q para cada $n=1, 2, \dots, N$.

En otras palabras, considerando la definición de martingala, una medida de probabilidad neutral al riesgo Q debe satisfacer:

$$E_Q [S_n^*(t+s) + D_n^*(t+s) | F_t] = S_n^*(t) + D_n^*(t), t, s \geq 0 \quad \text{Ec.- 32}$$

Donde:

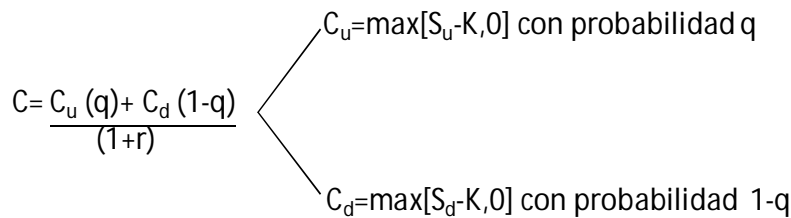
- E_Q es el valor esperado bajo la probabilidad neutral al riesgo.

- $S_n^*(t+s)$ es el valor del activo n en el tiempo (t+s).
- $D_n^*(t+s)$ es el dividendo acumulado descontando en el tiempo (t+s).
- $S_n^*(t)$ es el valor del activo n en el tiempo (t).
- $D_n^*(t)$ es el dividendo acumulado descontado en el tiempo (t).

Para calcular la probabilidad neutral al riesgo primero se debe obtener la probabilidad condicional (p) de un movimiento al alza o a la baja considerando la información disponible en ese momento y suponiendo que la tasa de interés libre de riesgo (r) se mantiene constante.

Para evaluar cómo la prima de una opción de compra europea depende del valor que tome el subyacente, se considerará un activo cuyo vencimiento es un periodo adelante. El valor de la opción de compra o el valor de la prima de la opción en t_0 es igual a la suma del importe del máximo entre subyacente al alza menos el precio de ejercicio o cero, descontado con la tasa de interés libre de riesgo, bajo la probabilidad neutral al riesgo, como se muestra en la Figura 12.

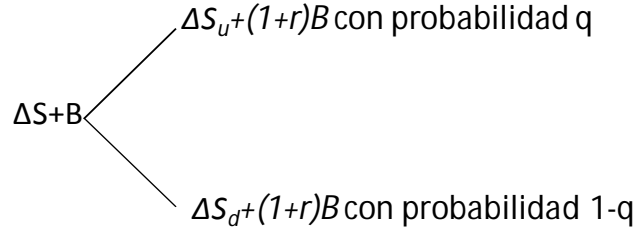
Figura 12. Trayectoria del valor de una opción de compra europea cuyo vencimiento es dentro de un periodo



Fuente: Cox *et al.* (1979)

Adicionalmente se asume que se puede formar un portafolio de réplica, el cual puede igualar el valor de la opción si se compran Δ acciones y se pide prestado un monto igual a B , invertido en bonos libres de riesgo. El costo al día de hoy de ese portafolio sería de $\Delta S + B$, pero al final del periodo tomaría los siguientes importes (Figura 13):

Figura 13. Portafolio de réplica de una opción de compra cuyo vencimiento es dentro de un periodo



Fuente: Cox *et al.* (1979)

Una vez que se han seleccionado Δ y B , de forma tal, que se igualen los posibles resultados del valor de la opción en cada nodo, se podrían establecer las siguientes igualdades:

$$\Delta S_u + (1+r)B = C_u \quad \text{Ec.- 33}$$

$$\Delta S_d + (1+r)B = C_d \quad \text{Ec.- 34}$$

Con estas ecuaciones simultáneas es factible obtener los valores óptimos de Δ y B , dado los cuales se puede replicar el valor de la opción de compra:

$$\Delta = \frac{C_u - C_d}{(u-d)S} \quad \text{Ec.- 35} \quad \text{y} \quad B = \frac{uC_d - dC_u}{(u-d)(1+r)} \quad \text{Ec.- 36}$$

Considerando el valor inicial de la cartera y los resultados de las Ecuaciones 35 y 36, resulta viable despejar la probabilidad neutral al riesgo, considerando que no existen oportunidades de arbitraje:

$$C = \Delta S + B = \frac{C_u - C_d}{(u-d)} + \frac{uC_d - dC_u}{(u-d)(1+r)} = \left[\left(\frac{1+r-d}{u-d} \right) C_u + \left(\frac{u-1-r}{u-d} \right) C_d \right] / (1+r) \quad \text{Ec.- 37}$$

Haciendo algo de álgebra se llega a que:

$$q = \frac{1+r-d}{u-d} \quad \text{Ec.- 38}$$

Como lo señalan los autores en comentario, la probabilidad neutral al riesgo siempre es mayor que cero y menor que uno, por lo tanto posee las mismas propiedades que una probabilidad real. De hecho para el caso de un inversionista neutral al riesgo, en equilibrio, la probabilidad real y la neutral al riesgo son iguales, lo cual se puede comprobar como se muestra a continuación:

“Por ser un inversionista neutral al riesgo, el rendimiento esperado sobre una inversión es igual a la tasa libre de riesgo: $q(Su) + (1 - q)(Sd) = (1 + r)S$, si se divide entre S en ambos lados de la ecuación y haciendo algo de álgebra se llega a que $q = (1 + r - d)/(u - d)$ ”.

Donde:

- $u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$, choque al alza.
- $d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$, choque a la baja.
- r es la tasa libre de riesgo crédito.
- e es el operador matemático de la exponencial, aplicado en este caso particular a la volatilidad del subyacente correspondiente a la periodicidad del árbol binomial.

Asimismo, resulta necesario que $q < 1$ y que $u > 1 + r$, pero una vez cumpliéndose lo anterior se llega a que: $Q(\omega) = q^n (1 - q)^{T-n}$ Ec.- 39

Otra presunción que debe hacerse para evitar la existencia de oportunidades de arbitraje es que los activos manejados pueden ser replicados, es decir el valor de la opción puede ser replicado a través de un portafolio que contenga H_1 unidades del subyacente y una cuenta bancaria, invirtiendo H_0 unidades en el instrumento libre de riesgo.

Cox *et al.* (1979) establecen que el valor de la opción se puede obtener a través de la probabilidad neutral al riesgo o calculando el portafolio de réplica. Considerando el modelo binomial para “n” periodos el valor de la opción *Call* europea es el siguiente (Ecuación 40 y Figura 14):

$$C = \frac{1}{(1+r)^n} \left[\sum_{j=0}^n \frac{n!}{(n-j)!} q^j (1-q)^{n-j} \max(0, u^j d^{n-j} S - K) \right] \quad \text{Ec.- 40}$$

Donde:

- C, valor de la opción.
- r, tasa libre de riesgo.
- n, número de periodos.
- j, periodo actual.
- q, probabilidad neutral al riesgo.

Generalizando lo anterior, una opción europea *X* con un subyacente cuya función de distribución se encuentra bajo la medida de probabilidad neutral al riesgo se puede representar mediante la siguiente fórmula:

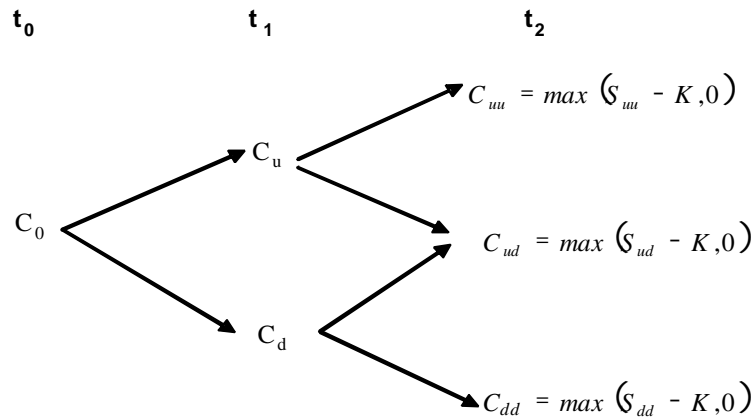
$$X = g(S_T) \quad \text{Ec.- 41}$$

Si *g* es una función real, el valor de esta opción en el tiempo *t=0* se encuentra dado por:

$$\begin{aligned} V_0 &= \left((1+r)^{-T} E_Q g(S_T) \right) \quad \text{Ec.- 42} \\ &= (1+r)^{-T} \sum_{n=0}^T \binom{T}{n} q^n (1-q)^{T-n} g(S_0 u^n d^{T-n}) \end{aligned}$$

Esquemáticamente, la trayectoria del valor de la opción se muestra en la Figura 14.

Figura 14. Esquema Modelo Binomial, de dos periodos para la opción Call



Fuente: Dubofsky (1992)

Como lo mencionan estos autores, la Fórmula 40 se puede representar de una forma más parsimoniosa. Para lo cual, se va a seguir el procedimiento descrito por Cox *et al.* (1979): sea a el mínimo número de movimientos en los que una acción puede subir de valor durante los siguientes n periodos, de forma que la opción de compra termine en el dinero (la prima de la opción sea positiva). Por lo cual, a debe ser el entero no negativo más pequeño, tal que $u^a d^{n-a} S > K$. Tomando el logaritmo natural en ambos lados de la desigualdad, se puede describir a a como el entero no negativo más pequeño mayor que $\ln(K/Sd^n)/\ln(u/d)$.

Ahora, para toda $j < a$, se tiene que el valor de la opción es igual al $\max[u^j d^{n-j} S - K, 0] = 0$, en tanto que para toda $j \geq a$, la opción tendrá el siguiente valor $\max[u^j d^{n-j} S - K, 0] = u^j d^{n-j} S - K$, en consecuencia la opción de compra europea se calcularía con la siguiente ecuación:

$$C = \left[\sum_{j=a}^n \binom{n}{j} q^j (1-q)^{n-j} [u^j d^{n-j} S - K] \right] / (1+r)^n \quad \text{Ec.- 43}$$

Como resulta lógico, si $a > n$, entonces la opción de compra terminará fuera del dinero (sin valor) aunque el subyacente haya incrementado su valor durante cada periodo. Si se descompone la fórmula anterior en dos términos, se obtiene lo siguiente:

$$C = S \left[\sum_{j=a}^n \binom{n}{j} q^j (1-q)^{n-j} \left(\frac{u^j d^{n-j}}{(1+r)^n} \right) \right] - Kr^{-n} \left[\sum_{j=a}^n \binom{n}{j} q^j (1-q)^{n-j} \right] \quad \text{Ec.- 44}$$

La segunda expresión entre corchetes es la función de distribución binomial complementaria $\phi[a; n, q]$; mientras que la primera expresión entre corchetes puede ser interpretada como una distribución binomial complementaria $\phi[a; n, q']$; donde: $q' \equiv \left(\frac{u}{(1+r)} \right) q$ y $(1-q') \equiv \left(\frac{d}{(1+r)} \right) (1-q)$. Considerando que q' se encuentra en dentro del intervalo abierto entre cero y uno, se le puede clasificar como una probabilidad.

“El modelo binomial representa una buena demostración de un principio: si el subyacente es una cadena de Markov, es decir su valor en $t+1$ sólo depende del valor en t , es probable que se pueda utilizar la distribución de probabilidad en el tiempo T para calcular el valor del activo bajo la medida de probabilidad neutral al riesgo” (Pliska, 1998).

En este punto cabe señalar que las ecuaciones presentadas aplican únicamente en el caso de opciones de compra européas, ya que como se verá en seguida la posición larga de una opción americana, tiene el derecho de ejercer a comprar o vender en el momento que más le convenga, derivado de lo cual resulta más complicado establecer una solución cerrada, ya que en ese caso el valor de la misma depende en gran medida de la volatilidad del subyacente, del precio de ejercicio y del vencimiento.

En el caso de las opciones americanas, el poseedor tiene el derecho de ejercer la opción en cualquier momento τ , si se realiza el contrato en el tiempo t y la madurez es en el tiempo T , el ejercicio puede efectuarse en el lapso $t \leq \tau \leq T$.

Debido a lo anterior resulta necesario explicar un nuevo proceso estocástico. Se dice que el proceso estocástico: $Z = \{Z_t; t = 0, 1, \dots, T\}$ es una supermartingala si: $E[Z_t | F_s] \leq Z_s$ para $0 \leq s \leq t \leq T$.

Un proceso de este tipo se diferencia de la martingala en que el valor esperado puede ser menor o igual que el valor actual. Una opción europea es una martingala bajo la medida de probabilidad neutral al riesgo, en cambio una opción americana es una supermartingala bajo la misma medida de probabilidad. Operativamente, la valuación no resulta demasiado compleja. Al igual que para las opciones europeas, la valuación se efectúa mediante programación dinámica (se descuenta de los últimos nodos hacia los primeros; es decir, de atrás hacia adelante). Por lo que en los periodos intermedios se debe seleccionar el máximo entre el valor intrínseco de la opción en ese momento y el valor de la opción descontado un periodo bajo la probabilidad neutral al riesgo y con la tasa libre de riesgo, como se muestra en la Figura 15.

Figura 15. Trayectoria del valor de una opción de compra americana cuyo vencimiento es dentro de un periodo

$$C = \text{Max} \left[S_0 - K, \frac{C_u(q) + C_d(1-q)}{(1+r)} \right]$$

$C_u = \text{max}[S_u - K, 0]$ con probabilidad q

$C_d = \text{max}[S_d - K, 0]$ con probabilidad $1-q$

Fuente: Elaboración propia

Como se mencionó anteriormente, es muy importante suponer que las opciones se comportan como una martingala, con objeto de conocer el valor real que tiene la opción y que éste sea el percibido por todo el mercado, evitando de ese modo cualquier oportunidad de arbitraje.

Una vez que se ha descrito la valuación de las opciones financieras mediante el modelo en tiempo discreto, se procederá a explicar el modelo en tiempo continuo.

2.3.1.3 Tiempo continuo, Modelo de Black y Scholes

El modelo desarrollado por Fischer Black y Myron Scholes (Black y Scholes) en 1973 se basa en el hecho de que es posible replicar una opción de compra adquiriendo el subyacente y pidiendo prestado; es decir, construyendo un portafolio de réplica o, lo que es lo mismo, construyendo una cartera formada por el activo subyacente y la opción de tal forma que se pueda garantizar un flujo de efectivo libre de riesgo. Se dice que es libre de riesgo porque tanto el subyacente como la opción se encuentran afectados por la misma fuente de incertidumbre: los movimientos en el precio del subyacente.

Existe una diferencia muy importante entre el modelo binomial y el de Black y Scholes (1973). En éste último la posición que se toma es sin riesgo por un corto periodo de tiempo, es decir un instante, y para permanecer así se deben efectuar ajustes frecuentes.

Para la derivación del modelo de Black y Scholes se deben considerar los siguientes supuestos:

- 1) Mercado sin fricciones, no existen costos de transacción o impuestos. El intercambio se efectúa continuamente. Se puede pedir prestado y tomar posiciones en corto⁷ en el activo sin restricción alguna.
- 2) La tasa de interés de corto plazo es determinista y constante en el tiempo.
- 3) El activo subyacente no paga dividendos ni otro tipo de pago.
- 4) La opción considerada es europea.
- 5) El precio del activo sigue un proceso Browniano Geométrico, lo que significa que el precio tiene una función de distribución lognormal.
- 6) Es posible comprar y/o vender fracciones del activo subyacente y de la opción.
- 7) La volatilidad del activo subyacente es una constante conocida.

⁷ Estar en largo significa comprar la opción y estar en corto significa vender la opción.

Asimismo, para construir la cartera se deben efectuar los siguientes pasos:

- Describir la dinámica que sigue el precio del subyacente.
- Describir los cambios en el valor de la cartera a través del tiempo, lo cual implica conocer la ecuación diferencial estocástica que muestra el cambio en el valor de la misma.
- Describir la dinámica que sigue la opción.
- Aplicar el Lema de Itô para resolver las ecuaciones diferenciales estocásticas.
- Identificar la correlación entre el activo subyacente y la opción con objeto de poder definir la condición de no arbitraje.

Para entender con mayor claridad la trayectoria que puede seguir un activo, a continuación se describirán algunos tipos de procesos estocásticos.

2.3.1.4 Procesos Wiener

Como ya se mencionó anteriormente, para que no hayan oportunidades de arbitraje debe existir una medida de probabilidad neutral al riesgo, y la condición que se debe cumplir es que el precio del subyacente debe ser una martingala, también conocida como proceso estocástico Wiener, el cual forma parte de los procesos Markovianos. A continuación se describen brevemente los tipos y características de estos procesos:

- Caminata Aleatoria

Es el proceso más sencillo. Sea X un proceso estocástico, el cual se describe de la siguiente forma:

$$X_{t+1} = X_t + e_{t+1}; \quad \text{Ec.- 45}$$

$$X_0 = 0$$

$$e_t \sim \text{i.i.d. } N(0,1)$$

La variable t representa el tiempo, se mide con incrementos discretos desde $-\infty$ a ∞ . Asimismo, se asume que e_{t+1} es independiente y se encuentra idénticamente distribuida (i.i.d.) como una variable aleatoria normal con media cero y varianza igual a la unidad. Se le llama caminata aleatoria porque el cambio en X no se puede predecir:

$$X_{t+1} - X_t = e_{t+1} \quad \text{Ec.- 46}$$

Los procesos Wiener estándar suelen ser inapropiados para modelar series financieras; sin embargo, puede adaptarse el proceso de forma que explique el comportamiento de algunas variables.

- **Movimiento Browniano Aritmético**

Este modelo es utilizado en variables económicas que crecen linealmente con incrementos aleatorios. Sea $\alpha(X,t)=\alpha$, la tasa de crecimiento o "deriva", y $\sigma(X,t)=\sigma$, la volatilidad; ambas variables son constantes, ya que no dependen de X ni del tiempo. El modelo es de la forma:

$$dX = \alpha dt + \sigma dz \quad \text{Ec.- 47}$$

Donde:

- $dz = e_t$ representa el cambio en un movimiento Browniano estándar.

Este proceso posee las siguientes propiedades:

- El proceso X puede ser positivo o negativo.
- Si $u > t$, la distribución condicional de $[X(u)|X(t)]$ es una normal, con media igual a $X_t + \alpha(u-t)$ y desviación estándar igual a $\sigma\sqrt{(u-t)}$.

Estas propiedades indican que este proceso es aplicable sobre variables que pueden tomar valores positivos y negativos, cuyos errores se encuentran distribuidos normalmente y su deriva crece linealmente con el tiempo. Se puede utilizar en el pronóstico de flujos de efectivo.

- **Movimiento Browniano Geométrico**

Este proceso es apropiado para modelar variables económicas con un crecimiento exponencial promedio α y una volatilidad proporcional al nivel de la variable. El proceso tiene incrementos aleatorios. El modelo es de la forma:

$$dX = \alpha X dt + \sigma X dz \quad \text{Ec.- 48}$$

Donde:

- $dz = e_t$ representa el cambio en un movimiento Browniano estándar.

Tanto la deriva como la volatilidad dependen de la variable X . Las características del proceso son:

- Si X comienza con un valor positivo, permanece positivo.
- El proceso tiene una barrera en el cero, por lo que si en algún momento la variable es igual a cero, siempre permanecerá en ese nivel.

- La distribución condicional de X_u dado X_t es lognormal. Con una media condicional para $\ln(X_u)$ dado que $u > t$, igual a $\ln(X_t) + \alpha(u-t) - \frac{1}{2}\sigma^2(u-t)$ y una desviación estándar condicional igual a $\sigma\sqrt{[u-t]}$.

Este proceso se utiliza para modelar precios de acciones, ya que el cambio proporcional en el precio de éstas es independiente e idénticamente distribuido como una normal. Este proceso puede ser utilizado también para modelar series que tomen valores positivos y que crecen (en promedio) a una tasa exponencial constante, como puede ser el precio de los *commodities* o las utilidades de alguna operación.

- **Movimiento Browniano con reversión a la media**

Este movimiento describe series económicas con valores positivos que tienden en el largo plazo a una media, pero en el corto plazo sufren de bandazos.

Sea $\alpha(X, t) = \kappa(\mu - X)$ y $\sigma(X, t) = \sigma X^\gamma$, donde $\kappa \geq 0$ y γ es arbitrario. El parámetro κ representa la velocidad de ajuste hacia la media de largo plazo (μ). El valor de γ depende de la interpretación que se le brinde a la volatilidad del proceso. El modelo es de la forma:

$$dX = \kappa(\mu - X)dt + \sigma X^\gamma dz \quad \text{Ec.- 49}$$

A este proceso también se le conoce como Ornstein-Uhlenbeck cuando $\gamma=1$. El proceso con reversión a la media es apropiado para modelar tasas de interés o inflación, valores estables en el largo plazo y generalmente no comerciables.

- **Lema de Itô**

Se considerará una función real $f(X): R \rightarrow R$, donde X representa un proceso Wiener. Considerando lo anterior, se puede estimar $f(X + \Delta)$ utilizando la serie de expansión de Taylor:

$$f(X + \Delta) = f(X) + \Delta f_x(X) + \frac{1}{2} \Delta^2 f_{xx}(X) + \frac{1}{3} \Delta^3 f_{xxx}(X) + \dots \text{Ec.- 50}$$

Los subíndices x representan la derivada de la función con respecto a la variable X . Cuando $\Delta \rightarrow dX$ los términos elevados a las mayores potencias tienden a desaparecer y se obtiene lo siguiente:

$$f(X + dX) = f(X) + f_x(X) dX \quad \text{Ec.- 51}$$

o bien:

$$df(X) = f_x(X) dX \quad \text{Ec.- 52}$$

Sin embargo, cuando se trata de dos variables estocásticas el término dX^2 no desaparece, lo cual se debe a que dX es una variable aleatoria distribuida normalmente, por lo que su varianza dX^2 es una cantidad positiva, dado lo cual:

$$df = \left[\alpha X f_x + \frac{1}{2} \sigma^2 X f_{xx} + f_t \right] dt + \sigma X f_x dZ \quad \text{Ec.- 53}$$

La ecuación anterior muestra que el cambio en el valor de la función X a lo largo del tiempo es un proceso Wiener generalizado y que únicamente depende explícitamente del tiempo.

2.3.2 Derivación del modelo de Black y Scholes (ByS)

1) Descripción de la dinámica del subyacente:

La derivación de la fórmula de ByS parte del supuesto que el precio del activo (S) se comporta como un movimiento Browniano Geométrico: $dS = \mu S dt + \sigma S dZ$, donde μ representa la deriva y σ la volatilidad, ambas asociadas al activo.

2) Descripción de la dinámica de la opción:

f es el precio de la opción, o cualquier otro activo contingente de S. La variable f es una función tanto de S como del tiempo t, aplicando el Lema de Itô se obtiene:

$$df = \left[\mu_s S f_s + \frac{1}{2} \sigma_s^2 S^2 f_{ss} + f_t \right] dt + \sigma_s S f_s dZ \quad \text{Ec.- 54}$$

3) Construcción de la cartera equivalente:

Esta cartera se compone de n_c opciones, n_s acciones y una cantidad α invertida en una cuenta bancaria.

El valor de la cartera y el cambio en su valor a lo largo del tiempo se encuentran dados por las siguientes ecuaciones (55 a 66).

$$V = n_s S + n_c C + \alpha R \quad \text{Ec.- 55}$$

Con lo cual, ésta sería una cartera autofinanciada.

$$n_s S + n_c C = -\alpha R \quad \text{Ec.- 56}$$

$$dV = n_s dS + n_c dC + \alpha dt \quad \text{Ec.- 57}$$

Si la ecuación (55) se divide entre el valor de la cartera (V) se obtienen las ponderaciones que se le deben dar a cada uno de los activos.

$$\frac{V}{V} = \frac{n_s S}{V} + \frac{n_c C}{V} + \frac{\alpha R}{V} \quad \text{Ec.- 58}$$

El objetivo es encontrar aquellas ponderaciones que hagan que la cartera no tenga riesgo.

$$w_c = \frac{n_c C}{V} \quad \text{Ec.- 59}$$

$$w_s = \frac{n_s S}{V} \quad \text{Ec.- 60}$$

$$w_r = \frac{\alpha R}{V} \quad \text{Ec.- 61}$$

Sustituyendo (59) (60) y (61) en la ecuación (55) y aplicando el Lema de Itô se obtiene:

$$\frac{dV}{V} = (w_c \mu_c + w_s \mu_s + w_r) dt + (w_c \sigma_c + w_s \sigma_s) dz \quad \text{Ec.- 62}$$

Donde:

$$- \mu_c = \frac{f_t + \mu_s S f_s + \frac{1}{2} \sigma_s^2 S^2 f_{ss}}{C}$$

$$- \sigma_c = \frac{\sigma_s S f_f}{C}$$

La parte izquierda de la ecuación (62) es determinista, sólo la que depende de dz se considera estocástica. Por lo que, para eliminar ese riesgo, se deben cumplir las siguientes condiciones.

$$w_c \sigma_c + w_s \sigma_s = 0 \quad \text{Ec.- 63}$$

Como la volatilidad del activo subyacente no puede ser cero, en consecuencia la premisa que debe ser considerada es la siguiente:

$$n_c f_s + n_s = 0 \quad \text{Ec.- 64}$$

Por lo que por cada opción se debe mantener la relación:

$$n_c = -f_s \quad \text{Ec.- 65}$$

4) Despejar el valor de la opción, tomando la condición de no arbitraje.

$$V = -C + f_s S \text{ sujeto a } \frac{dV}{V} = \alpha dt = r dt$$

Asimismo, la solución depende de las condiciones frontera que se muestran a continuación.

Para un *Call* europeo $f = \max(S - K, 0)$

Para un *Put* europeo $f = \max(K - S, 0)$

Para el caso de una opción *Call* europea que no paga dividendos, la solución a la ecuación diferencial estocástica es:

$$F = S\Phi(d_1) - Ke^{-rt}\Phi(d_2) \quad \text{Ec.- 66}$$

Donde Φ es la función de distribución normal estandarizada acumulada, S es el precio de la opción, K el precio de ejercicio y t es el tiempo que le resta a la opción para expirar. Mientras que d_1 y d_2 se encuentran definidas de la siguiente forma:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}} \quad \text{Ec.- 67}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t} \quad \text{Ec.- 68}$$

A continuación se describen las implicaciones que tiene este modelo.

- Se debe realizar un seguimiento continuo del cambio en el precio del activo subyacente, tasas de interés y volatilidad.
- Sólo se puede aplicar en opciones de tipo europeo, en tanto que para opciones americanas se utiliza un modelo alternativo llamado opción pseudoamericana, el cual brinda una aproximación; generalmente, un valor menor al real y únicamente es aplicable sobre opciones de compra.
- En el modelo original de Black y Scholes se ignoran los efectos del pago de dividendos, impuestos, cambios en tasas de interés, entre otros; por lo cual, han surgido modificaciones para incorporar estos factores; sin embargo, para situaciones más complejas como es el caso de las opciones de venta con pago de dividendos, el modelo carece de solución, por lo que se debe recurrir al modelo binomial.

Como se ha visto a lo largo de estas secciones, la volatilidad representa una variable determinante en la valuación de las opciones financieras. Por dicha razón a continuación se explicarán algunos de los modelos que pueden ser aplicados para su determinación.

2.3.3 Volatilidad

Existen varias formas de calcular la volatilidad, se puede seleccionar la que se considere más adecuada o sencilla. Aquí se explicarán algunas de ellas, comenzando por la volatilidad histórica y posteriormente mostrando modelos que permiten obtener la varianza de largo plazo.

Antes de calcular la volatilidad es muy importante inspeccionar visualmente el comportamiento de la serie de tiempo. Como lo menciona Enders (1995) "se pueden caracterizar los factores claves de varias series con *hechos estilizados*".

- 1) **Muchas series contienen una clara tendencia.** Como es el caso del Producto Interno Bruto Real, el cual muestra una clara tendencia ascendente por lo general.
- 2) **Algunas series no presentan una clara tendencia.** Como por ejemplo el tipo de cambio de libra por dólar, el cual no muestra una tendencia particular de ascenso o descenso.
- 3) **El impacto a una serie es mantenido por un periodo.** Por ejemplo la tasa de los Fondos de la Federación en los Estados Unidos experimentó un fuerte incremento en 1973 y permaneció en altos niveles durante los siguientes dos años.
- 4) **La volatilidad de algunas series no es constante a través del tiempo.** Por ejemplo, durante la década de los 70's, los precios al productor en los Estados Unidos tuvieron grandes fluctuaciones, en comparación con las fluctuaciones durante los 60's y 80's. A estas series se les denomina de *heteroscedasticidad condicional*, la varianza incondicional (largo plazo) es constante; no obstante, hay periodos en que ésta es relativamente alta.
- 5) **Algunas series comparten movimientos con otras series.** Se podría esperar que ciertos factores de la economía en Estados Unidos afecten en la misma forma a su industria y a la industria internacional. A este tipo de fenómenos se les llaman movimientos compartidos.

Es muy importante mencionar que el análisis gráfico de una serie no sustituye al análisis formal para la determinación de la volatilidad.

2.3.3.1 Estimación de la volatilidad histórica

Para estimar la volatilidad histórica de una serie de tiempo, se toma un intervalo de tiempo fijo (ej. diaria, semanal, mensual, etc.).

Sea:

$n+1$ el número de observaciones.

S_i el valor del instrumento al final del i_{th} intervalo ($i=0,1,\dots,n$).

τ la longitud del intervalo en años.

Por lo tanto, el rendimiento correspondiente a un periodo de tiempo i , de un instrumento se

calcularía de la siguiente forma: $u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right)$ para $i=1, 2,\dots,n$.

Ya que $S_i = S_{i-1}e^{u_i}$, es el valor del subyacente incrementado de forma continua (no anualizado) en el i_{th} intervalo. El estimador utilizado generalmente para obtener la desviación estándar de u_i es:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2} \quad \text{Ec.- 69}$$

o

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n u_i^2 - \frac{1}{n(n-1)} \left(\sum_{i=1}^n u_i \right)^2} \quad \text{Ec.- 70}$$

Donde: \bar{u} es la media de las u_i 's.

La desviación estándar del cambio proporcional del precio de un instrumento en un pequeño intervalo de tiempo Δt es $\sigma\sqrt{\Delta t}$, lo cual es una aproximación de la desviación estándar del cambio proporcional en el precio del instrumento sobre un largo periodo de tiempo T : $\sigma\sqrt{T}$.

Dado que s es un estimador de $\sigma\sqrt{\tau}$, σ puede ser aproximada como σ^* de la siguiente forma:

$$\sigma^* = \frac{s}{\sqrt{\tau}} \quad \text{Ec.- 71}$$

Sin embargo s no cambia a través del tiempo, y los datos muy antiguos no resultan muy relevantes para predecir el futuro. Por ello se puede utilizar la volatilidad dinámica o bien modelos más sofisticados como son el Autorregresivo de Heteroscedasticidad Condicional, conocido por sus siglas en inglés como ARCH o el Autorregresivo Generalizado de Heteroscedasticidad Condicional, conocido por sus siglas en inglés como GARCH.

2.3.3.2 Volatilidad Dinámica

Para solucionar el problema anterior, se puede calcular la llamada volatilidad dinámica o con suavizamiento exponencial. Consiste en darle mayor peso a los últimos datos y menos a los primeros.

La fórmula para obtener esta varianza es la siguiente: $\sigma_t^2 = (1 - \lambda) \sum_{i=1}^T \lambda^{i-1} u_{t-i}^2$ Ec.- 72

Donde:

- λ , llamado factor de decaimiento, determina las ponderaciones que se les dan a cada una de las observaciones. Se encuentra en el rango de 0 a 1.
- i es la observación, $i=1, \dots, T$.

Este modelo se puede expresar de forma recursiva como se muestra a continuación:

$$\sigma_{t+1}^2 = (1 - \lambda) u_t^2 + \lambda \beta \sigma_t^2 \quad \text{Ec.- 73}$$

Además de considerar las observaciones pasadas, toma en cuenta la volatilidad del periodo anterior.

Para encontrar la lambda óptima (λ), se puede aplicar el método de Error Cuadrático Medio, conocido por sus siglas en inglés como RMSE. Se busca minimizar el error pronosticado de la varianza, calculado como:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [u_t^2 - \sigma_t^2(\lambda)]^2} \quad \text{Ec.- 74}$$

2.3.3.3 Volatilidad Implícita

Como lo menciona De Lara (2002), la volatilidad implícita “no se basa en considerar observaciones históricas, sino en observar la volatilidad existente en el mercado de opciones”.

Si por ejemplo se quiere calcular la volatilidad del precio de una acción para una empresa que cotiza en bolsa, se toma el valor de la opción en el tiempo t, así como el precio de la acción en ese mismo periodo, y estos valores se sustituyen en la fórmula de Black y Scholes (1973), despejando la volatilidad implícita en el instrumento.

El autor también añade que “este valor será muy confiable cuando el mercado de opciones tenga suficiente liquidez”.

2.3.3.4 Procesos ARCH

En las series donde la volatilidad no es constante (*homoscedástica*) es inapropiado utilizar una varianza constante.

Una propuesta para estimar la varianza de largo plazo es introducir una variable independiente que ayude en su explicación.

El caso más simple es:

$$y_{t+1} = \varepsilon_{t+1}x_t \quad \text{Ec.- 75}$$

Donde:

- y_{t+1} es la variable de interés.
- ε_{t+1} es ruido blanco con varianza igual a σ^2 .
- x_t es una variable independiente que puede ser observada en el periodo t.

Si $x_t = x_{t-1} = x_{t-2} = \dots = \text{constante}$ y la secuencia de $\{y_t\}$ es el proceso de ruido blanco, entonces la varianza es una constante; sin embargo, cuando las realizaciones de las secuencias de $\{x_t\}$ no son todas iguales, en ese caso la varianza condicional de y_{t+1} en un valor observable de x_t es igual a:

$$\text{Var} = (y_{t+1}|x_t) = x^2\sigma^2 \quad \text{Ec.- 76}$$

Como se puede ver, la varianza de y_{t+1} es dependiente totalmente de las realizaciones de x_t . Si la magnitud $(x_t)^2$ es grande (pequeña), la varianza de y_{t+1} será igual. Adicionalmente, si los valores sucesivos de $\{x_t\}$ exhiben una correlación serial, ya sea positiva o negativa, la varianza de la secuencia de $\{y_t\}$, tendrá una correlación también.

Se puede modificar el modelo base, introduciendo una transformación logarítmica y aplicando una regresión lineal:

$$\ln(y_t) = a_0 + a_1 \ln(x_{t-1}) + \varepsilon_t \quad \text{Ec.- 77}$$

Donde:

- a_0 y a_1 son los coeficientes resultantes de la regresión.
- ε_t es el término de error, formalmente, $\varepsilon_t = \ln(\varepsilon_t)$.

Engle (1982) demuestra que es posible utilizar simultáneamente un modelo que incluya la media y varianza de la serie. Para ejemplificar el procedimiento se tomará una serie que es explicada por un modelo Autorregresivo y de Medias Móviles, conocido por sus siglas en inglés como ARMA (*Autoregressive Moving Average*)

$$E_t y_{t+1} = a_0 + a_1 y_t \quad \text{Ec.- 78}$$

Si la varianza de los residuos de este modelo no es constante $\{\varepsilon_t\}$, se puede estimar una tendencia para la varianza utilizando un modelo ARMA, como se muestra a continuación:

Si $\{\varepsilon_t\}$ son los residuos del modelo $y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$, en consecuencia, la varianza condicional sería: $Var(y_{t+1}|y_t) = E_t[(y_{t+1} - a_0 - a_1 y_t)^2] = E_t \varepsilon_{t+1}^2 = \sigma^2$.

Bajo este modelo la varianza condicional es una constante igual σ^2 , pero si la varianza no es constante, se puede modelar ésta como un proceso Autorregresivo de orden q (AR(q)):

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + v_t.$$

Donde:

- v_t es el proceso de ruido blanco.

Esta fórmula puede utilizarse para pronosticar la varianza condicional en $t+1$ como:

$$\varepsilon_{t+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_t^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t+1-q}^2 \quad \text{Ec.- 79}$$

Por esta razón, a la ecuación anterior se le llama **Modelo Aurregresivo de Heteroscedasticidad Condicional** (*Autoregressive Conditional Heteroscedastic* por sus siglas en inglés ARCH).

El ejemplo más sencillo de este modelo es el propuesto por Engle (1982):

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2} \quad \text{Ec.- 80}$$

Donde v_t es el proceso de ruido blanco con varianza igual a 1; α_0 y α_1 son constantes tal que $\alpha_0 > 0$ y $0 < \alpha_1 < 1$ y ε_t es independiente con media cero y varianza condicionada al pasado, es decir es dependiente de $\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots$: $E(\varepsilon_t^2 | \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots) = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$.

Este es un modelo ARCH(1), ya que las realizaciones en t sólo dependen de $t-1$. Para asegurar la estabilidad del modelo se asume α_0 y α_1 son positivas y $0 < \alpha_1 < 1$.

La estructura de los residuos, así como los parámetros de autocorrelación del proceso $\{y_t\}$ interactúan unos con otros. De esta relación se llega a que la varianza condicional del proceso $\{y_t\}$ es:

$$\text{Var}(y_t) = \left[\frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1} \right] \left[\frac{1}{1 - \alpha_1^2} \right] \quad \text{Ec.- 81}$$

La varianza del proceso depende tanto de α_0 como α_1 .

El modelo desarrollado originalmente por Engle (1982) se extendió de varias formas hasta obtener el modelo ARCH(q) que se presenta a continuación:

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{\alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2} \quad \text{Ec.- 82}$$

En la fórmula anterior todos los choques desde ε_{t-1} hasta ε_{t-q} tienen un efecto distinto sobre ε_t , porque la varianza actúa como un proceso autorregresivo de orden q .

2.3.3.5 Modelo GARCH

Bollerslev (1986) extendió el trabajo de Engel desarrollando una técnica que le permite a la varianza condicional ser un proceso ARMA, siendo el proceso del error el siguiente:

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{h_t} \quad \text{Ec.- 83}$$

Donde:

$$- \sigma_v^2 = 1 \text{ y } h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}$$

Ya que v_t es un proceso de ruido blanco, es independiente de las realizaciones pasadas de ε_{t-i} , por lo tanto su media condicional e incondicional es igual a 0.

El modelo general ARCH (p,q) es llamado *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic* GARCH(p,q), e incorpora tanto los componentes autorregresivos como de medias móviles en la varianza heteroscedástica.

Es condición que todos los coeficientes de la ecuación anterior deben ser positivos, y para asegurar que la varianza sea finita, las raíces características deben encontrarse dentro del círculo unitario.

El factor clave de este modelo es que la varianza condicional de las perturbaciones de la secuencia de $\{y_t\}$ constituyan un proceso ARMA.

El modelo GARCH(1,1) fue propuesto por Bollerslev en 1986. Éste calcula σ_n^2 a partir del promedio de la varianza de largo plazo V , así como de σ_{n-1}^2 y de u_{n-1} . La ecuación que le representa es la siguiente:

$$\sigma_n^2 = \gamma V + \alpha u_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2 \quad \text{Ec.- 84}$$

Donde γ es la ponderación que se le da a V , α es la ponderación otorgada a u_{n-1}^2 , y β es la ponderación a σ_{n-1}^2 , las ponderaciones deben sumar 1, es decir, $\gamma + \alpha + \beta = 1$.

Estableciendo ω como γV , este modelo puede ser escrito de la siguiente manera:

$$\sigma_n^2 = \omega + \alpha u_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2 \quad \text{Ec.- 85}$$

Una vez estimados los coeficientes de la ecuación, se puede calcular $\gamma = 1 - \alpha - \beta$ y a partir de ahí obtener la varianza de largo plazo dividiendo: ω / γ . Con el objetivo de que el proceso GARCH (1,1) sea estable, se pide que $\alpha + \beta < 1$.

Para la estimación de estos parámetros se puede aplicar el método de máxima verosimilitud (*maximum likelihood*), en el cual se obtienen los valores de los parámetros de forma que se maximice la probabilidad de ocurrencia de los datos.

Una vez que se han descrito la teoría de las opciones financieras y algunos métodos para calcular la volatilidad, ya que estas teorías son la base de dicho modelo, se procederá a describir el modelo de Merton.

2.4 Otras aplicaciones de las Opciones Financieras

La valuación por opciones puede ser aplicada sobre los instrumentos corporativos, como son las acciones y la deuda. En este caso el subyacente es el valor de los activos de la empresa y el proceso de difusión sería un movimiento Browniano Geométrico, como se puede observar en la siguiente ecuación.

$$dV = (\alpha - D)Vdt + \sigma Vdz \quad \text{Ec.- 86}$$

Donde:

- α representa el rendimiento esperado sobre la empresa.
- D son los pagos efectuados a los accionistas o acreedores (dividendos, cupones e intereses).
- σ es la desviación estándar del rendimiento de los activos de la empresa.
- dz es el proceso Wiener.

La ecuación diferencial estocástica $F(V, \tau)$ del activo contingente sobre el valor de la empresa V , con dividendo D y vencimiento en τ , es la que se muestra a continuación:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 V^2 F''(V) + (r - D)V F'(V) - F_\tau - rF + d = 0 \quad \text{Ec.- 87}$$

Esta es la ecuación general, la cual es aplicable tanto a la deuda como al capital. A continuación se muestra el caso particular del capital.

2.4.1 Capital, Modelo de Merton

El modelo del capital fue desarrollado por Merton (1974), de acuerdo con el cual un accionista tiene un derecho residual sobre el flujo que genera la empresa. Si la deuda vence en $t=0$, recibirá la diferencia entre el flujo de efectivo libre menos la cantidad que se les deba entregar a los acreedores.

Si $V > B$, los acreedores recibirán B , (donde B es el valor nominal de la deuda) y el accionista obtendrá $E = V - B$, es decir, el importe residual derivado de la diferencia entre el valor de la empresa menos el valor de la deuda (E). En cambio si $V < B$, el flujo del acreedor será igual a $V = B$ y el accionista no recibirá nada, $E = 0$.

Como se puede ver, el valor de la empresa en el tiempo T (V_T) es igual a la suma de la deuda en el tiempo T (B) más el capital en el tiempo T (E_T).

Considerando lo anterior, el capital puede asemejarse a una opción *Call* sobre el valor de los activos de una empresa en el tiempo T (V) con precio de ejercicio igual a B (Ec.- 88).

$$E_T = \max(V_T - B, 0) \quad \text{Ec.- 88}$$

Utilizando la fórmula de Black y Scholes para la valuación de opciones europeas y tomando como la volatilidad del subyacente (σ) la varianza de los rendimientos del valor de la empresa (σ^2_V), el valor del capital en t_0 será el siguiente (considerando que es una opción europea con vencimiento en T):

$$E_0(V, T; B) = V_0 \Phi(d_1) - B e^{-rT} \Phi(d_2) \quad \text{Ec.- 89}$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V_0}{B}\right) + \left(r + \frac{\sigma_V^2}{2}\right)T}{\sigma_V \sqrt{T}} \quad \text{Ec.- 90}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_V \sqrt{T} \quad \text{Ec.- 91}$$

Donde:

- V_0 es el valor total de mercado de los activos de la compañía en t_0 .
- V_T es el valor total de mercado de los activos de la compañía en el tiempo T.
- E_T es el valor de mercado del capital accionario en el tiempo T.
- E_0 es el valor de mercado capital accionario en el tiempo t_0 .
- B es el valor de los intereses y del saldo insoluto de la deuda que deberá ser pagado en el tiempo T.
- r es la tasa libre de riesgo.
- σ_V es la volatilidad de los activos de la compañía (se asume homoscedástica).
- σ_E es la volatilidad del capital accionario.
- $\Phi(^*)$ es la función de distribución normal estándar acumulada.
- T es el vencimiento de la deuda.

De acuerdo con este modelo, el valor de la deuda hoy es igual a la diferencia entre V_0 y E_0 y la probabilidad neutral al riesgo de incumplimiento de una entidad se obtendría como la $\Phi(-d_2)$.

No obstante, para calcular esta probabilidad se necesita conocer el valor de mercado de todos los activos de la compañía así como la volatilidad de los mismos; desafortunadamente estos valores no son observados directamente en ninguno de los reportes que emiten las empresas y tampoco se pueden desprender de alguno de los indicadores de mercado.

Pero si la empresa que se está analizando cotiza en algún mercado, se puede obtener tanto el valor de mercado del capital accionario, multiplicando el número de acciones en circulación por el precio de mercado de éstas, así como la volatilidad del rendimiento del precio de las acciones. En el presente estudio se utilizó para estimar la volatilidad del precio de la acción el modelo Autorregresivo Generalizado de Heteroscedasticidad Condicional, conocido por sus siglas en inglés como GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*).

Con estas variables e incorporando el resultado del cálculo estocástico (Lema de Itô), se tendría la siguiente ecuación:

$$\sigma_E E_0 = \frac{\partial E}{\partial V} \sigma_V V_0 \quad \text{Ec.- 92}$$

o

$$\sigma_E E_0 = \Phi(d_1) \sigma_V V_0 \quad \text{Ec.- 93}$$

Considerando este resultado y el de la ecuación (89) se tendrá un sistema completo de ecuaciones, por medio del cual se podrían obtener los valores de V_0 y σ_V .

Una vez calculadas estas variables, el diferencial de crédito o, lo que es lo mismo, la diferencia entre el rendimiento a vencimiento de un instrumento riesgoso y una tasa libre de riesgo bajo las mismas condiciones, se obtendría de acuerdo con el procedimiento descrito por Teixeira (2005):

$$\text{Diferencial de crédito} = -\frac{1}{T} \ln \left[\Phi(d_2) + \frac{V_0}{B e^{-rT}} \Phi(-d_1) \right] \quad \text{Ec.- 94}$$

Como se puede desprender de las fórmulas anteriores, bajo este modelo el diferencial de crédito únicamente depende de la razón de la deuda al valor de mercado de la empresa, de la madurez del instrumento de deuda y de la volatilidad de los activos.

2.4.2 Modelo de Vasicek-Kealhofer (VK), Cálculo de la probabilidad esperada de incumplimiento (EDF)

Como se comentó anteriormente, el EDF constituye un factor clave para el cálculo del diferencial de crédito, si se utiliza el modelo propuesto por Denzler *et al.* (2005). Para la obtención de la probabilidad esperada de incumplimiento, Moody's utiliza el modelo de Vasicek-Kealhofer (VK).

El modelo VK aprovecha la naturaleza residual del capital accionario y lo compara a una opción financiera. Bajo esta premisa se puede determinar la volatilidad implícita de los activos de una empresa.

Siguiendo un esquema bastante similar al desarrollado por Merton aunque un poco más sofisticado, Moody's toma la volatilidad implícita en las ecuaciones (89)-(93) como punto de partida y, de manera iterativa predice la volatilidad de los activos de la compañía incorporando otras variables como es el país donde se sitúa la empresa, la industria y el tamaño de la compañía.

Bajo este procedimiento, al igual que en el de Merton, se parte de un valor inicial arbitrario con el objetivo de determinar el valor de los activos así como la volatilidad de los mismos. El procedimiento converge hasta llegar a un importe final; sin embargo, el valor agregado de este método es que es combinado de una manera Bayesiana con el país del cual es originaria la firma, la industria y el tamaño promedio de la empresa analizada.

Derivado de lo anterior, la probabilidad de incumplimiento, $p_t = \Pr[V_V^t \leq B_t | V_V^0 = V_V] = \Pr[\ln V_V^t \leq \ln B_t | V_V^0 = V_V]$, es la posibilidad de que el valor de mercado de los activos de la firma sea menor al valor en libros de las deudas al vencimiento.

Donde:

- p_t es la probabilidad de incumplimiento en el tiempo t.
- V_V^t es el valor de mercado de los activos de la firma de la entidad en el tiempo t.
- B_t es el valor en libros de la deuda de la firma en el tiempo t.

Lo cual significa que el cambio en el valor de los activos de la firma se modela como un movimiento Browniano Geométrico, con lo cual el valor de los mismos en el tiempo t, dado su valor en t=0 es igual a:

$$\ln V_V^t = \ln V_V + \left(\mu - \frac{\sigma_V^2}{2} \right) t + \sigma_V \sqrt{t} \varepsilon \quad \text{Ec.- 95}$$

Donde:

- μ es el rendimiento esperado de los activos de la firma.
- ε es el componente aleatorio de los rendimientos de la firma.

Considerando la relación entre las dos ecuaciones anteriores, se puede determinar la probabilidad de incumplimiento de la siguiente manera:

$$p_t = \Pr \left[\frac{\ln \frac{V_V}{B_t} + \left(\mu - \frac{\sigma_V^2}{2} \right) t}{\sigma_V \sqrt{t}} \geq \varepsilon \right] \quad \text{Ec.- 96}$$

Donde:

- p_t es la probabilidad real de incumplimiento en el tiempo t.
- V_V es el valor de mercado de los activos de la empresa en el tiempo t=0.
- B_t es el valor en libros de la deuda de la empresa al tiempo t.

El modelo de Black y Scholes asume que el componente aleatorio de los rendimientos de los activos de una empresa (ε) se distribuye como una normal, teniendo éste una media igual a cero y una varianza igual a 1; $\varepsilon \sim N(0,1)$.

Derivado de lo anterior, la probabilidad de incumplimiento se podría definir en términos de una distribución normal estándar acumulada (Φ), como se muestra a continuación:

$$p_t = \Phi \left[-\frac{\ln \frac{V_t}{B_t} + \left(\mu - \frac{\sigma_v^2}{2} \right) t}{\sigma_v \sqrt{t}} \right] \quad \text{Ec.- 97}$$

Bajo este modelo, la distancia al incumplimiento (DD) es simplemente el número de desviaciones estándar que hay entre el valor de los activos y el punto de incumplimiento, y se calcularía bajo este modelo con la siguiente fórmula:

$$DD = \frac{\ln \frac{V_t}{B_t} + \left(\mu - \frac{\sigma_v^2}{2} \right) t}{\sigma_v \sqrt{t}} \quad \text{Ec.- 98}$$

Por lo tanto, la probabilidad de incumplimiento es igual a:

$$p_t = \Phi [-DD] \quad \text{Ec.- 99}$$

2.5 Probabilidades neutras al riesgo de incumplimiento

Como se comentó anteriormente, en la valuación de las opciones resulta necesario suponer que no existen oportunidades de arbitraje, "No existen oportunidades de arbitraje si y sólo si existe una medida de probabilidad neutral al riesgo" (Pliska, 1998).

Para soportar lo anterior, también es importante suponer que los individuos son neutrales al riesgo⁸, por lo que no es necesario que una inversión ofrezca una prima adicional por el riesgo tomado. En consecuencia la tasa mínima de retorno que se espera sobre una inversión es la libre de riesgo, y el valor futuro de las opciones deberá ser descontado a esta tasa. Pero tanto el mercado como los compradores deben evitar que sea un medio para obtener ganancias extranormales, para lo cual se deben eliminar todas las posibles oportunidades de arbitraje.

Por dicha razón, el valor de este instrumento debe ser el "justo"; es decir, el que sea percibido por todo el mercado. Para conocer ese valor deben aislarse todos los posibles factores de subjetividad. El modelo que toma en cuenta este problema es el de la valuación por "martingalas", el cual descuenta los valores esperados a la tasa libre de riesgo y bajo unas probabilidades sintéticas denominadas "probabilidades neutras al riesgo".

Bajo un argumento similar al utilizado en la valuación de las opciones financieras, Denzler *et al.* (2005) calcularon la probabilidad neutral al riesgo de incumplimiento suponiendo que se ha invertido en dos bonos cupón cero, uno libre de riesgo y el otro riesgoso, ambos con valor nominal igual a \bar{F} y fecha de vencimiento en T_j . En el caso del bono riesgoso, el flujo al vencimiento es de F ; pero el valor esperado de sus flujos se calcularía con la probabilidad neutral al riesgo de incumplimiento, como se muestra a continuación:

$$E_Q[F] = q_{j,i} R\bar{F} + (1 - q_{j,i})\bar{F} \quad \text{Ec.- 100}$$

⁸ Un individuo es neutral al riesgo cuando no espera recibir una prima adicional sobre su inversión en un activo riesgoso.

En términos generales, la esencia de la fijación bajo neutralidad al riesgo, es que ambas inversiones ofrezcan el mismo rendimiento, tal que el valor esperado bajo la probabilidad neutral al riesgo de incumplimiento de un bono cupón cero riesgoso, con fecha de vencimiento en T_j descontado con una tasa de mercado libre de riesgo crédito ($\bar{Y}_{j,i}$) sea igual al valor de un bono riesgoso descontado a una tasa que incluye el riesgo de incumplimiento ($Y_{j,i}$).

$$\frac{\bar{F}}{(1 + Y_{j,i})^{T_j}} = \frac{E_Q[F]}{(1 + \bar{Y}_{j,i})^{T_j}} \quad \text{Ec.- 101}$$

Sustituyendo la Ecuación 101 en la 102 y realizando algo de álgebra, se llega a la siguiente expresión:

$$(1 + Y_{j,i})^{-T_j} = [R + (1 - R)(1 - q_{j,i})](1 + \bar{Y}_{j,i})^{-T_j} \quad \text{Ec.- 102}$$

Donde:

- R es la tasa de recuperación (el porcentaje del principal que es recuperado en caso de que la empresa no pueda pagar).
- $q_{j,i}$ denota la probabilidad neutral de incumplimiento al tiempo t_i con madurez en T_j .

Con las ecuaciones anteriores se puede despejar la probabilidad neutral de incumplimiento, obteniéndose el siguiente resultado:

$$q_{j,i} = \frac{1}{1 - R} \left[1 - \left(\frac{1 + Y_{j,i}}{1 + \bar{Y}_{j,i}} \right)^{-T_j} \right] \quad \text{Ec.- 103}$$

Cabe destacar que $q_{j,i}$ representa la probabilidad neutral al riesgo de incumplimiento correspondiente al lapso de tiempo faltante para el vencimiento del instrumento de deuda, que en algunos casos puede ser mayor o menor a un año. Por lo cual, para la realización de algún análisis los autores del documento sugieren anualizar esta probabilidad de la siguiente manera:

$$\tilde{q}_{j,i} = 1 - (1 - q_{j,i})^{\frac{1}{T_j}} \quad \text{Ec.- 104}$$

La verdadera tasa neutral al riesgo de incumplimiento puede ser derivada si se conoce la tasa de recuperación (R). Hull (2008) define a la tasa de recuperación de un bono "como el valor de mercado del mismo inmediatamente después del incumplimiento como un porcentaje del valor nominal".

En términos generales, se asume un valor genérico de 40% para todos los instrumentos, con base en estudios empíricos realizados por Frye (2000), Schuermann (2004), Altman y Kishore (1996), Acharya *et al.* (2004) y Hamilton *et al.* (2001); a pesar de ello, el imponer una tasa de recuperación fija no se encuentra acorde con la realidad, dado que existe evidencia de que esta tasa de recuperación posee grandes variaciones con respecto a la media de los tipos de préstamos.

Por su parte, Hull, afirma que las tasas de recuperación se encuentran negativamente correlacionadas con las tasa de incumplimiento. De hecho Hamilton *et al.* (2005) efectuaron un análisis con datos de los bonos de Estados Unidos por el periodo comprendido entre 1983 y 2004, llegando a la siguiente relación lineal:

$$\text{Tasa promedio de recuperación} = 0.52 - 6.9 \times \text{Tasa promedio de incumplimiento} \quad \text{Ec.- 105}$$

No obstante, cabe destacar que este análisis se realizó con información de Estados Unidos, por lo cual no resulta del todo adecuado para el mercado mexicano como se verá más adelante.

Finalmente, con la probabilidad neutral de incumplimiento (Ec.- 103) se puede obtener el diferencial de crédito como se muestra a continuación:

$$s_{j,i} = Y_{j,i} - \bar{Y}_{j,i} \geq 0 \quad \text{Ec.- 106}$$

$$s_{j,i} = \frac{1 + \bar{Y}_{j,i}}{\left[R + (1 - R)(1 - q_{j,i}) \right]^{\frac{1}{T_j}}} - 1 - \bar{Y}_{j,i} \quad \text{Ec.- 107}$$

Donde:

- $s_{j,i}$ representa el diferencial de crédito base adicionado a la tasa libre de riesgo crédito.

Una vez que se han explicado cómo se pueden aproximar las probabilidades neutrales de incumplimiento así como el diferencial de crédito, resulta indispensable para correr los modelos conocer la tasa de recuperación de los préstamos. En varios de los documentos presentados en la Sección de Estudios Previos, se utilizaron tasas fijas establecidas de manera consensual por la experiencia, pero también se ha visto a lo largo de diferentes investigaciones que esta tasa no se mantiene fija a lo largo del tiempo, por lo cual en los siguientes apartados se mostrarán diversas formas de estimarla.

2.6 Cálculo de la tasa de recuperación (R)

2.6.1. Cálculo de la tasa de recuperación (R). Modelo de Hull (2008)

Lo más adecuado para el cálculo del diferencial de crédito, en este trabajo en particular, sería obtener la tasa de recuperación real para las entidades mexicanas acorde con el tipo de préstamo (*senior* o *junior*) o bien con la calificación crediticia; sin embargo, al carecer de esa información, se calculó la tasa de recuperación mediante las probabilidades de incumplimiento condicionales.

De conformidad con Hull (2008), estas probabilidades condicionales representan la posibilidad de que una entidad incumpla entre el tiempo t y $t + \Delta t$ dado que pagó anteriormente. A esta probabilidad se le conoce como intensidad de incumplimiento (*default intensity*) o *harzard rate* en el tiempo t .

La intensidad de incumplimiento $\lambda(t)$ en el tiempo t es definida tal que $\lambda(t) \Delta t$ es la probabilidad de incumplimiento entre el tiempo t y $t + \Delta t$, condicional a que pagó anteriormente.

Si $V(t)$ es la probabilidad acumulada de que una firma sobreviva hasta el tiempo t , entonces la probabilidad condicional de incumplimiento entre el tiempo t y $t + \Delta t$ es igual a $[V(t) - V(t + \Delta t)]/V(t)$ o bien:

$$V(t + \Delta t) - V(t) = -\lambda(t)V(t)\Delta t \quad \text{Ec.- 108}$$

Tomando límites en ambos lados de la igualdad, se obtiene lo siguiente:

$$\frac{dV(t)}{dt} = -\lambda(t)V(t) \quad \text{Ec.- 109}$$

De lo cual se obtiene:

$$V(t) = e^{-\int_0^t \lambda(\tau) d\tau} \quad \text{Ec.- 110}$$

O bien:

$$V(t) = e^{-\bar{\lambda}(t)t} \quad \text{Ec.- 111}$$

Donde $\bar{\lambda}(t)$ representa la intensidad de incumplimiento promedio entre el tiempo 0 y el tiempo t . Adicionalmente, si se define $Q(t)$ como la probabilidad de incumplimiento en el tiempo t se desprende lo siguiente:

$$Q(t) = 1 - V(t) = 1 - e^{-\int_0^t \lambda(\tau) d\tau} \quad \text{Ec.- 112}$$

$$Q(t) = 1 - e^{-\bar{\lambda}(t)t} \quad \text{Ec.- 113}$$

De la fórmula anterior, se puede despejar la intensidad de incumplimiento promedio, como se muestra a continuación:

$$\bar{\lambda} = -\frac{\ln(1-Q(t))}{t} \quad \text{Ec.- 114}$$

Si además, se expresa a la EDF como $P(t)$ y bajo el supuesto de que $P(t) = Q(t)$, entonces la ecuación anterior podría definirse de la siguiente manera:

$$\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_p = -\frac{\ln(1-P(t))}{t} = -\frac{\ln(1-EDF)}{t} \quad \text{Ec.- 115}$$

Hull (2008) propone otra forma de calcular la probabilidad anual de incumplimiento condicional a que la entidad pagó previamente. Esta aproximación parte de la premisa de que la única razón por la cual un bono corporativo se puede vender a precio inferior que un bono libre de riesgo con las mismas características, es por la posibilidad de incumplimiento en el pago del primero. Derivado de lo cual, esta probabilidad de incumplimiento se calcularía de la siguiente manera:

$$\bar{\lambda} = \frac{s}{1-R} \quad \text{Ec.- 116}$$

Donde s es el diferencial del rendimiento del bono corporativo sobre el instrumento libre de riesgo y R es la tasa de recuperación esperada. De la fórmula anterior, se puede estimar la R de la siguiente manera:

$$R = 1 - \frac{s}{\bar{\lambda}} \quad \text{Ec.- 117}$$

Ahora bien, si se considera la EDF a un año, la tasa de recuperación (R) así como las definiciones de $\bar{\lambda}$ dadas por las ecuaciones (114)-(116), se pueden llegar a las siguientes aproximaciones de R:

$$R = 1 - \frac{s}{\bar{\lambda}_p(1 + \bar{Y}_{j,i} + s)} \quad \text{Ec.- 118}$$

$$R = 1 - \frac{s}{\bar{\lambda}_p(1 + \bar{Y}_{j,i})} \quad \text{Ec.- 119}$$

2.6.2. Cálculo de la tasa de recuperación (R) mediante regresiones y el modelo binomial

Tomando en consideración el hecho de que en México no se cuenta con una base de datos sobre las tasas de recuperación por tipo de préstamos, como la que fue desarrollada por Moody's para el mercado de bonos de Estados Unidos, resultará necesario utilizar diferentes modelos para estimar tanto la tasa de recuperación, así como la probabilidad neutral de incumplimiento. En primera instancia, como se mencionó anteriormente, se tomaron los datos de diferentes empresas por el periodo comprendido de 1998 a 2008, se aplicaron de forma directa las ecuaciones 117 a 119; no obstante, cabe señalar que si no se posee el diferencial de crédito, la tasa base libre de riesgo, el vencimiento o la frecuencia esperada de incumplimiento, no se pueden aplicar directamente estas fórmulas.

Derivado de lo cual se hicieron tres simulaciones:

- En la primera, se llevaron a cabo seis regresiones, tomando como referencia los estudios realizado por Hamilton *et al.* (2005) y por Das y Hanouna (2009). Se consideraron los datos de las empresas de la muestra por el periodo comprendido de 1998 a 2007, se tomó como variable dependiente la tasa de recuperación calculada con la ecuación 118 y como variable independiente la intensidad de incumplimiento promedio o bien la frecuencia esperada de incumplimiento a un año arrojada por el modelo de Moody's.

- En el segundo escenario, se realizaron siete regresiones, fueron básicamente los mismos modelos que los del punto anterior, y únicamente se adicionó un modelo completamente lineal y sin transformar de forma alguna las variables dependientes o independientes. Asimismo, el periodo de análisis abarcó información pública de empresas que cotizaron de 1998 a 2008.
- Finalmente, en la tercera simulación, se obtuvieron la tasa de recuperación y la intensidad de incumplimiento implícitas al modelar el valor de mercado del capital accionario como un árbol binomial de manera similar al procedimiento llevado a cabo por Das y Hanouna (2009).

2.6.3 Tasa de recuperación (R) e intensidad de incumplimiento implícitos

Los autores Das y Hanouna (2009) consideran que dada la carencia de modelos que extrapolen la tasa de recuperación al futuro, la mayor parte de los participantes del mercado tienden a utilizar en la fijación de los precios de los bonos una tasa de recuperación constante. Derivado de lo cual, decidieron desarrollar un modelo flexible donde la firma pueda caer en incumplimiento utilizando variables observables: el precio de las acciones y la volatilidad de los mismos junto con los diferenciales de crédito, con lo cual se pudiera identificar una función dinámica de la tasa de recuperación implícita, así como de la probabilidad de incumplimiento.

Estos autores establecen que el imponer una tasa de recuperación fija no es realista, dado que de acuerdo con la experiencia existen fuertes variaciones a lo largo de la media de largo plazo. Asimismo, señalan que de conformidad con diversos estudios, las tasas de recuperación se encuentran relacionadas de manera inversa en el tiempo, aunque esto no sucede necesariamente para una firma en particular.

El extraer una tasa de recuperación resulta bastante complicado, lo cual se origina en la complejidad de las ecuaciones utilizadas para fijar el precio de los diversos instrumentos de deuda o derivados. Los diferenciales de crédito, denotados por sus siglas en inglés como *C* (*credit*

spreads), son el resultado de la multiplicación de la probabilidad de incumplimiento, denotada por estos autores como λ , por la tasa de pérdida en el caso de incumplimiento ($L=1-R^9$), donde R es la tasa de recuperación, por lo tanto $C \approx \lambda(1 - R)$. En consecuencia infinitas combinaciones de λ y R podrían resultar en el mismo diferencial de crédito. Estos autores resuelven este problema utilizando información de mercado del precio de la acción, en adición al diferencial de crédito.

Los autores de este artículo extraen una estructura de tasa de recuperación endógena de unos instrumentos conocidos por sus siglas en inglés como CDS (*credit default swaps*), con los cuales el mercado abre la posibilidad de extraer probabilidades de incumplimiento y tasas de recuperación.

Como en cualquier *swap* existen dos partes: el comprador y el vendedor del instrumento, y para evitar oportunidades de arbitraje, la prima fijada por este derivado debe ser de forma tal que el valor presente de los pagos hechos por el comprador y por el vendedor sean iguales. El proceso de incumplimiento está dado por el precio de las acciones y las tasas de interés. Por otro lado, Das y Hanouna (2009) asumen una tasa de interés estática (no estocástica).

Las variables que se introducen al modelo son: la estructura temporal de las tasas de los CDS, las tasas libres de riesgo *forward*, el precio de las acciones y su respectiva volatilidad. Los resultados del modelo son: las funciones implícitas de las intensidades de incumplimiento y las tasas de recuperación, así como la estructura temporal de las probabilidades de incumplimiento *forwards* y las tasas de recuperación *forwards*.

La variable medular dentro del modelo es el precio de la acción, denotada por su sigla en inglés como S (*stock*). Se moldea el árbol binomial desarrollado por Cox *et al.* (1979), pero con la posibilidad de que la acción pueda caer en incumplimiento con una probabilidad λ , siendo λ una variable estado-dependiente.

⁹ En el artículo en comento, los autores denotan a la tasa de recuperación como ϕ , aunque a lo largo del presente trabajo se ha denotado como R, por consistencia se utiliza esa misma notación.

Al igual que como se explicó anteriormente, el precio de la acción puede crecer en un factor $u = e^{\sigma\sqrt{h}}$ o bien caer en un factor $d = e^{-\sigma\sqrt{h}}$ ¹⁰, condicionado a que la acción no haya caído en incumplimiento anteriormente en caso de que se caiga en incumplimiento, la acción adquiere un valor de cero. Las probabilidades cuando no incumple son $\{q, 1 - q\}$. Si se toma r como la tasa libre de riesgo crédito del periodo en consideración y bajo el supuesto de neutralidad al riesgo, el precio descontado de la acción deberá ser una martingala, con lo cual, la probabilidad neutral al riesgo será:

$$q = \frac{(1+r)/(1-\lambda)-d}{u-d} \quad \text{Ec.- 120}$$

Si se conoce el valor de la acción, se puede inferir el valor implícito de estas variables, de manera que se iguale el resultado del modelo con el valor real de mercado.

Los autores calculan una probabilidad y una tasa de recuperación para cada nodo y para cada periodo, por lo cual denotan cada nodo dentro del árbol con los índices $[i, j]$, donde j es el índice para el tiempo h , e i es el nivel del nodo en el tiempo j . Con ello se definen las funciones de probabilidad de incumplimiento y de la tasa de recuperación de la siguiente forma:

$$\lambda[i, j] = 1 - e^{-\varepsilon[i, j]h} \quad \text{Ec.- 121}$$

$$R[i, j] = \phi(a_0 + a_1\lambda[i, j]) \quad \text{Ec.- 122}$$

Donde:

- ε es la intensidad de incumplimiento.
- $\{a_0, a_1\}$ son variables parsimoniosas que especifican los valores de las probabilidades de incumplimiento y de las tasas de recuperación.

Para que este modelo pueda ser equivalente a una medida martingala, se requieren imponer las condiciones que se presentan a continuación:

¹⁰ h es la periodicidad que hay entre un nodo a otro, también denotada como t o Δt , puede ser un día, un mes, un año, etc.

- $0 \leq q \leq 1$.
- $u \geq (1 + r)/(1 - \lambda)$.
- $d \leq (1 + r)/(1 - \lambda)$.

En el presente trabajo no se determinó una tasa de recuperación ni una probabilidad de incumplimiento para cada nodo, sólo se obtuvo una por empresa y para cada uno de los años, ya que por la manera en que se tiene la información sólo se pudo tener acceso a los datos de los Reporte Financieros Anuales. El detalle del cálculo proveniente de la aplicación de este modelo se encuentra en la Sección 3.3.1.

Las tasas de recuperación y las probabilidades neutrales de incumplimiento obtenidas bajo esta propuesta fueron utilizadas en los *Brownian Motion Model* (BM) y el *Power Law Brownian Motion Model* (PLBM) que, como se verá más adelante, el funcionamiento de los mismos depende fuertemente de la tasa de recuperación aplicada.

En las siguientes secciones se explican los modelos desarrollados por Leland (1994), Fan y Sundaresan (2000), el *Brownian Motion Model* (BM) y el *Power Law Brownian Motion Model* (PLBM).

2.7 Modelo de Leland

En los artículos desarrollados por Leland (1994 y 1996) se examina la estructura óptima de capital de una firma, donde ésta puede seleccionar tanto el importe como la madurez de la deuda. La bancarrota es determinada de manera endógena en lugar de la imposición de una condición de un valor neto positivo o una restricción de una cantidad de flujo de efectivo. Este modelo predice el nivel de apalancamiento, el diferencial de crédito y la tasa de incumplimiento, de conformidad con el promedio histórico. Asimismo, considera el subsidio fiscal proveniente de la deducción de los intereses; sin embargo, esta ventaja de carácter fiscal debe encontrarse equilibrada con el costo de la bancarrota, para con ello poder determinar la estructura óptima de capital.

De igual forma, Leland modela una realidad en la que se pagan impuestos, pero adicionalmente existe un pago perpetuo de cupones (C), los cuales, son deducibles de impuestos. Se considera una tasa impositiva corporativa constante a lo largo del tiempo (τ), dado lo cual, el importe a perpetuidad deducible de impuestos proveniente de la deuda es igual a la multiplicación del monto del cupón por la tasa impositiva (τC), hasta el incumplimiento.

La bancarrota ocurre cuando la organización alcanza un umbral igual a V_b , en cuyo caso, la entidad incurre en costos derivados de la bancarrota αV_b , donde α es definido como el parámetro de costo (proporción con respecto al valor de la empresa) de la bancarrota, el que se estima como uno menos la tasa de recuperación ($1-R$).

Debido a que este modelo incorpora nuevos factores de realidad, el valor de la firma apalancada (v) no es igual al importe de la empresa no apalancada V_u . En este caso, el valor de la organización no apalancada se incrementa con el subsidio fiscal proveniente de la deducibilidad de los intereses, denotado por sus siglas en inglés como TS (*tax shield*) y decrece con el costo de la bancarrota, denotado por sus siglas en inglés como BC (*bankruptcy cost*). Bajo estos nuevos supuestos, el nuevo valor de la deuda es:

$$D = \frac{C}{r}(1 - P_b) + P_b(1 - \alpha)V_b \quad \text{Ec.- 123}$$

Donde:

- r es la tasa libre de riesgo.
- P_b es la probabilidad neutral de incumplimiento, la cual se obtiene con la siguiente ecuación:

$$P_b = \left[\frac{V_u}{V_b} \right]^\lambda \quad \text{Ec.- 124}$$

- V_b está dado por:

$$V_b = \frac{c(1-\tau)}{r} \frac{-\lambda}{1-\lambda} \quad \text{Ec.- 125}$$

- El parámetro λ , representa la elasticidad de la probabilidad de incumplimiento con respecto al valor de los activos de la empresa; el que se encuentra dado por la siguiente solución ante una posible bancarrota:

$$\lambda = \frac{1}{2} - \frac{(r-\delta)}{\sigma^2} - \sqrt{\left[\frac{1}{2} - \frac{(r-\delta)}{\sigma^2}\right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} \quad \text{Ec.- 126}$$

Donde:

- δ , *drift*, rendimiento de largo plazo de los activos de la firma.
- σ^2 la varianza de los activos de la firma.

De acuerdo con esta solución se espera que la elasticidad sea negativa y que crezca con la volatilidad de los activos de la firma.

Por su parte, los costos de bancarrota y el importe del subsidio fiscal se encuentran dados por las siguientes ecuaciones:

$$BC = P_b \alpha V_b \quad \text{Ec.- 127}$$

$$TS = \frac{\tau c}{r} - \frac{\tau c}{r} \left[\frac{V_u}{V_b} \right]^\lambda \quad \text{Ec.- 128}$$

$$v = E + D = V_u + TS - BC \quad \text{Ec.- 129}$$

$$E = v - D \quad \text{Ec.- 130}$$

Donde:

- E es el valor del capital accionario.

Finalmente el valor de los puntos base (por sus siglas en inglés *credit spread*, CS) se calculan como:

$$\frac{C}{D} - r.$$

Al igual que en el modelo de Merton, se deben calibrar numéricamente el valor de la firma desapalancada y la volatilidad de los activos. Adicionalmente, los cupones deben ser descontados a una tasa de interés libre de riesgo constante, la cual se debe encontrar implícita en el valor de la anualidad de la deuda, a esta tasa se le conoce como r_{Leland} .

Del mismo modo, es necesario transformar los pagos reales de los cupones y del principal al vencimiento en un cupón a perpetuidad, para ello se debe igualar el valor de la deuda descontada a una tasa libre de riesgo al valor a perpetuidad del cupón descontado a una tasa desconocida. Con lo cual, la tasa de Leland se obtiene solucionando la siguiente fórmula:

$$F e^{-rT} = \frac{C}{r_{Leland}} \quad \text{Ec.- 131}$$

En esta investigación en particular, se determinó el valor presente de todas las deudas bajo análisis. Como siguiente paso, se calculó la anualidad de cada una de esas deudas con la tasa pactada para cada uno de dichos pasivos con la fórmula de valor presente de una anualidad regular; posteriormente, cada anualidad se ponderó por la proporción que representa el valor presente de cada una de las deudas analizadas con respecto a su valor total. Finalmente, se sumaron las anualidades ponderadas (equivalente al valor del cupón de la Ec.- 131) y éstas se igualaron al valor presente de las deudas ponderadas, despejando la tasa de interés constante para todo el portafolio.

La proporción de costo de bancarrota se obtuvo disminuyéndole a la tasa de recuperación determinada con la fórmula 118 la unidad, con lo cual se obtuvo un costo distinto para cada préstamo. La tasa de impositiva utilizada en el análisis fue la del Impuesto sobre la Renta vigente en México durante cada ejercicio, aplicable para personas morales.

Una vez que se tienen todas estas variables, con la rutina del Solver del programa Excel se obtuvo el valor de la firma desapalancada así como la volatilidad de los activos.

Al igual que en el modelo de Merton, se tienen dos ecuaciones y dos incógnitas, la primera ecuación es igual a la 130, mientras que la segunda es la siguiente:

$$\sigma_E = \frac{V_u}{E} \frac{dE}{dV_u} \sigma_V \quad \text{Ec.- 132}$$

Donde:

- $\frac{dE}{dV_u}$ es la derivada parcial del valor del capital accionario con respecto al valor de la firma desapalancada.

El valor de esta derivada parcial se determina como se muestra a continuación:

$$\frac{dE}{dV_u} = 1 + \left[\frac{c(1-\tau)}{r} - V_b \right] \lambda \frac{V_u^{\lambda-1}}{V_b^\lambda} \quad \text{Ec.- 133}$$

2.8 Fan y Sundaresan

El modelo de *swap* de deuda-capital de Fan y Sundaresan (2000) es bastante similar al desarrollado por Leland (1994); no obstante, introduce el poder de negociación de los acreedores y de los accionistas al momento en que se reparten los bienes derivados de la bancarrota.

Este modelo asume la existencia de un poder de renegociación tanto de los acreedores como de los accionistas sobre una proporción del valor del capital accionario de la firma, lo cual reemplaza las cláusulas del contrato original.

A cierto punto V_b , los poseedores de los contratos negocian no operar la firma y prefieren vender a personas externas a la organización sus contratos, quienes les pagan el valor de los activos de la empresa.

Estos autores suponen un parámetro continuo de poder de negociación, denotado como η . Dado lo cual, si $\eta=1$, los accionistas tienen todo el poder de negociación y efectúan a los acreedores ofertas de "lo tomas o lo dejas". Mientras que cuando $\eta=0$ se aplicaría exactamente el modelo de Leland (1994), tal que, los acreedores realizan ofrecimientos de "lo tomas o lo dejas" a los accionistas.

Al refinar estos puntos, el valor de la deuda se obtiene con la ecuación que se muestra a continuación:

$$D = \frac{c}{r}(1 - P_b) + P_b(1 - \eta\alpha)V_b \quad \text{Ec.- 134}$$

En tanto, que el umbral de la bancarrota es:

$$V_b = \frac{c(1-\tau)}{r} \frac{-\lambda}{1-\lambda} \frac{1}{1-\eta\alpha} \quad \text{Ec.- 135}$$

Las variables mostradas en las ecuaciones anteriores se encuentran definidas de la misma forma que como se presentaron en el modelo de Leland, mientras que el valor de la firma y del capital accionario se obtienen de la siguiente forma:

$$E = V_u - \frac{c(1-\tau)}{r}(1 - P_b) + \eta\alpha V_b P_b - V_b P_b \quad \text{Ec.- 136}$$

$$v = E + D \quad \text{Ec.- 137}$$

El importe de los puntos base se define como en el modelo anterior: $CS = \frac{c}{D} - r$; asimismo, estos autores suponen un cupón a perpetuidad.

Al igual que en el modelo de Leland, la diferencia con Merton radica en la derivada parcial, que se obtiene de la siguiente forma:

$$\frac{dE}{dV_u} = 1 + \left[\frac{c(1-\tau)}{r} - (1 - \eta\alpha)V_b \right] \lambda \frac{V_u^{\lambda-1}}{V_b^\lambda} \quad \text{Ec.- 138}$$

Como se comentó en párrafos anteriores, la probabilidad de incumplimiento y el consecuente diferencial de crédito no pueden ser determinados fácilmente por las empresas que no cotizan en las bolsas de valores, por lo cual fue muy importante probar los modelos desarrollados por Denzler *et al.* (2005), quienes sugieren dos modelos para el cálculo de estas variables: el *Brownian Motion Model* (BM) y el *Power Law Brownian Motion Model* (PLBM); los cuales serán explicados brevemente a continuación. Estos modelos, como lo mencionan dichos autores, incorporan características de los Estructurales y de los de Forma Reducida.

2.9 Brownian Motion Model (BM)

Este modelo toma como base la valuación de los instrumentos de deuda con la teoría de opciones financieras propuesta por Black y Scholes (1973) y Merton (1974), así como los modelos de migración de las calificaciones de crédito y de las probabilidades de transición de crédito.

Estos autores modelaron la calificación de crédito como la distancia al incumplimiento, suponiendo lo siguiente:

- i) La distancia al incumplimiento $X = (X)_{0 \leq t \leq T}$ fluctúa en el tiempo como un movimiento Browniano.

- ii) Existe un límite inferior, el cual corresponde al nivel de incumplimiento d . Éste funge como una barrera y una vez que el proceso X toca ese punto no se puede recuperar. Por conveniencia el nivel de incumplimiento se define en el cero ($d=0$), lo cual implica que una empresa solvente tiene una distancia al incumplimiento estrictamente positiva, $X_t > 0 \forall t$.
- iii) Se asume que el proceso X no tiene un *drift*.
- iv) Se supone que el proceso X comienza por encima del nivel de incumplimiento, tal que $X_0 = x_0$, donde $x_0 > 0$.

Como se comentó en los puntos anteriores, para facilitar el cálculo, se define al límite inferior como cero ($d=0$) y por consecuencia se traslada el nivel inicial de x_0 . Asimismo, bajo este modelo se requiere que el proceso X nunca toque el nivel d durante toda la vigencia del instrumento.

De acuerdo con Denzler *et al.* (2005) estos supuestos son lo suficientemente fuertes como para alcanzar un modelo completo de probabilidad de incumplimiento. Se estableció un intervalo de tiempo $[0, T]$, donde T corresponde al vencimiento; adicionalmente se fijó un espacio de probabilidad (Ω, F, P) , en el que existe un movimiento Browniano estándar $W = (W)_{0 \leq t \leq T}$, mismo que representa la incertidumbre del proceso. La probabilidad física o real es denotada como P y el conjunto de información generado por este proceso incluido en el tiempo t es representado por la filtración $F = \{F_t \subset F | t \in [0, T]\}$.

Derivado de lo anterior, sea X un movimiento Browniano general W , comenzando en $X_0 = x_0$, tal que:

$$X_t = x_0 + \sigma_X W_t \qquad \text{Ec.- 139}$$

Donde:

- σ_X es la volatilidad del proceso X ; $\sigma_X > 0$.
- W_t es un proceso Wiener.

El que dicho proceso no caiga en incumplimiento requiere que durante su vigencia nunca toque la barrera d , dado lo cual, se puede definir a la probabilidad de incumplimiento $p(T)$ al vencimiento como:

$$p(T) = 1 - P(X_T > d, \min_{0 \leq t \leq T} X_t > d) \quad \forall t \in [0, T] \quad \text{Ec.- 140}$$

De acuerdo con el desarrollo formal realizado por Karatzas y Shreve (1988), Harrison (1985) y Jeanblanc y Rutkowski (1999), se establece la siguiente proposición:

Proposición 1. La probabilidad de tocar la barrera de incumplimiento durante el intervalo $[0, T]$, comenzando en t_0 es la siguiente:

$$p(T) = 2 \left[1 - \Phi \left(\frac{x_0}{\sigma_x \sqrt{T}} \right) \right]$$

Invirtiendo la ecuación anterior, se llegaría a que el valor inicial del proceso X sería igual a:

$$x_0 = \sigma_x \sqrt{T} \Phi^{-1} \left(1 - \frac{p(T)}{2} \right) \quad \text{Ec.- 141}$$

Donde:

- T es la fecha de vencimiento del instrumento de deuda.
- $p(T)$ es la probabilidad o frecuencia de incumplimiento (EDF) al vencimiento T .
- Φ (*) es la distribución normal estándar acumulada.
- Φ^{-1} (*) es la distribución normal estándar acumulada inversa.

Cuando dichos autores reformulan la ecuación anterior para un tiempo de madurez arbitrario T_j y utilizando la madurez de un instrumento a un año T_1 , se obtiene la Proposición 2.

Proposición 2. La probabilidad real de incumplimiento en T_j es igual a:

$$p(T_j) = 2\Phi \left[\sqrt{\frac{T_1}{T_j}} \Phi^{-1} \left(\frac{p(T_1)}{2} \right) \right]$$

Donde:

- $p(T_j)$ es la probabilidad esperada o frecuencia de incumplimiento (EDF) con vencimiento en T_j .

Finalmente, los autores en comento resaltan que la probabilidad neutral de incumplimiento, derivada de la fórmula anterior, no es la probabilidad real; sin embargo, ésta describe la probabilidad de incumplimiento para el periodo de tiempo remanente para alcanzar el vencimiento del instrumento. Asimismo, dejan claro al lector que con la fórmula de la Proposición 2 no tratan de derivar adecuadamente la probabilidad neutral de incumplimiento a partir de la EDF; no obstante, lo que buscan es aproximar el *spread* de crédito mediante un diferencial implícito en la EDF.

$$q_{j,i} = 2\Phi \left[\sqrt{\frac{T_1}{T_j}} \Phi^{-1} \left(\frac{p_i}{2} \right) \right] \quad \text{Ec.- 142}$$

Donde:

- p_i corresponde a la probabilidad esperada de incumplimiento (EDF) a un año.
- $q_{j,i}$ es la probabilidad neutral de incumplimiento hasta el vencimiento del instrumento en T_j . Esta probabilidad puede ser anualizada con la Ec.- 104 y el diferencial de crédito se calcula sustituyendo el resultado de fórmula en la Ec.- 107.

De acuerdo con el análisis empírico realizado por Denzler *et al.* (2005) resultó que este modelo no describe adecuadamente los cambios repentinos en la calificación crediticia. Asimismo, asume que conforme el instrumento se aproxima a su vencimiento va perdiendo calificación, lo cual no se cumple necesariamente en todos los casos.

Considerando estas deficiencias, dichos autores desarrollaron otro modelo, el cual toma en cuenta la posibilidad de cambios repentinos en la calidad crediticia mediante un modelo Gaussiano de difusión (Müller *et al.* (1990) y Di Matteo *et al.* (2005)) llamado *Power Law Brownian Motion Model*, el cual será explicado en la siguiente sección.

2.10 Power Law Brownian Motion Model (PLBM)

Este modelo incorpora la posibilidad de que el instrumento se degrade de manera repentina así como la asimetría en la calificación crediticia. Estos puntos, como se vio en el apartado de estudios previos, son factores muy criticados de los actuales modelos Estructurales, pero con los ajustes que se le realizan a la fórmula del modelo Browniano, se logran capturar y resanar esas deficiencias.

El PLBM simplemente incluye parámetros adicionales a la ecuación anterior llegando a lo siguiente:

$$\tilde{q}_{j,i} = 2\Phi \left[c_i \left(\frac{T_1}{T_j} \right)^{\alpha_i} \Phi^{-1} \left(\frac{P_i}{2} \right) \right] \quad \text{Ec.- 143}$$

Cabe aclarar, que con esta fórmula se calcula directamente la probabilidad neutral de incumplimiento anual, con lo cual el diferencial de crédito se obtendría sustituyendo el valor de

esta probabilidad en la ecuación presentada anteriormente: $s_{j,i} = \frac{1 + \bar{Y}_{j,i}}{[R + (1-R)(1 - \tilde{q}_{j,i})^{T_j}]^{1/T_j}} - 1 - \bar{Y}_{j,i}$.

Donde:

- α_i y $c_i \in R$ deben ser estimados en cada momento en el tiempo t_i .
- $0 < \alpha_i < 1$, describe el comportamiento empírico de las firmas en el mercado. Captura principalmente todos los movimientos (incluyendo los movimientos explosivos de la calificación crediticia *scaling law*) de las probabilidades neutrales con respecto a la fecha de vencimiento.
- $c_i \in R$, describe el nivel total esperado de las probabilidades incumplimiento para todo el mercado y puede ser interpretado como la prima de mercado por el riesgo de crédito. Este parámetro puede ser visto como se menciona en los trabajos de Forma Reducida, como una aproximación de la liquidez dentro del mercado o bien en términos generales de la eficiencia del mismo.

Los autores del artículo estimaron ambos parámetros en cada momento en el tiempo t_i corriendo la siguiente regresión lineal, considerando todos los vencimientos de los instrumentos:

$$\ln \left[\frac{\Phi^{-1} \left(\frac{\tilde{q}_{j,i}}{2} \right)}{\Phi^{-1} \left(\frac{p_i}{2} \right)} \right] = \ln c_i + \alpha_i \ln \left(\frac{T_1}{T_j} \right) + \varepsilon_{j,i} \quad \text{Ec.- 144}$$

Donde:

- $\ln \left(\frac{T_1}{T_j} \right)$ es utilizado como la variable independiente.
- $\ln \left[\frac{\Phi^{-1} \left(\frac{\tilde{q}_{j,i}}{2} \right)}{\Phi^{-1} \left(\frac{p_i}{2} \right)} \right]$ es la variable dependiente. Se calcula dividiendo la verdadera probabilidad neutral al riesgo de incumplimiento anual (ver ecuaciones 103 y 104) entre el EDF a un año.
- $\varepsilon_{j,i}$ es una variable aleatoria independiente con $E(\varepsilon_{j,i}) = 0$ y $Var(\varepsilon_{j,i}) = \sigma_{\varepsilon_j}^2$.

2.11 Estimación de los parámetros α_i y c_i para inferencia

Si los resultados del modelo PLBM ofrecen la mejor aproximación de acuerdo con los datos del mercado mexicano, resultará indispensable pronosticar los valores de α_i y c_i para la realización de inferencia.

Denzler *et al.* (2005) efectuaron un análisis de la serie de tiempo resultante de la regresión (Ec.- 144) y encontraron que el modelo que mejor describe el comportamiento de ambos parámetros es un Autorregresivo.

Quedando la probabilidad neutral al riesgo anualizada con los parámetros estimados de α_u y c_u para la realización de inferencia en el tiempo u de la siguiente manera:

$$\tilde{q}_{j,u} = 2\Phi \left[c_u \left(\frac{T_1}{T_j} \right)^{\alpha_u} \Phi^{-1} \left(\frac{p_w}{2} \right) \right] \quad \text{Ec.- 145}$$

2.12 Estadístico de prueba

Con el propósito de evaluar el ajuste de estos modelos y para poder realizar posteriormente inferencia con aquél que ofrezca los mejores resultados, Denzler *et al.* (2005) definieron un estadístico denotado como G, cuyo cálculo será explicado a continuación.

Sea $n \in N$, $Z = (Z_1 \dots \dots Z_n)$ un vector aleatorio, con realizaciones $z = (z_1 \dots \dots z_n) \in R^n$ y denotando al estimador de z como $\hat{z} = (\hat{z}_1 \dots \dots \hat{z}_n) \in R^n$ se llega a que al estadístico que evalúa la bondad de ajuste es el siguiente:

$$\mathbf{G} := \mathbf{1} - \frac{\sum_{i=1}^n (z_i - \hat{z}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z}_i)^2} \quad -\infty < \mathbf{G} \leq \mathbf{1} \quad \text{Ec.- 146}$$

$$\bar{z} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i \quad \text{Ec.- 147}$$

Este estadístico de ajuste se aproxima a uno cuando el verdadero diferencial de crédito y los calculados bajo cada modelo son muy similares. Desviaciones muy grandes resultan en valores de G muy pequeños e incluso negativos.

Antes de comenzar con el análisis empírico, se explicará brevemente el concepto de duración ya que en la aplicación del modelo de Merton se utilizó dicho concepto en lugar de la madurez, como se verá más adelante en la sección del análisis empírico.

2.13 Duración

La duración es un indicador desarrollado por Frederick Macaulay en el año de 1938. Es utilizado en la valuación de bonos de dos formas:

- a) Para determinar el plazo promedio del bono.
- b) Para determinar la sensibilidad del bono.

En el primer caso, el valor de la duración es expresado en años e indica el plazo promedio que tiene el instrumento hasta su vencimiento. Representa un promedio ponderado, el cual utiliza como ponderador el valor presente de cada flujo.

Para un bono cupón cero, la duración es igual a la madurez del mismo. Mientras que para un bono cuponado, la duración dependerá si el importe de los cupones se calcula a una tasa fija o variable.

Para un bono cuponado con tasa variable, el cálculo de su precio y de la duración es el siguiente:

$$P = \frac{C}{Y} \left[1 - \frac{1}{(1+Y)^n} \right] + \frac{VN}{(1+Y)^n}$$

$$D = \frac{\frac{C}{Y^2} \left[1 - \frac{1}{(1+Y)^n} \right] + \frac{n(VN - C/Y)}{(1+Y)^{n+1}}}{P} \times (1+Y) \times \frac{1}{m} \quad \text{Ec.- 148}$$

Donde:

- VN es el valor nominal de la deuda.
- M es el vencimiento en años.
- m es la frecuencia anual de pagos.
- R es la tasa nominal anual.
- YTM , (denotado por sus siglas en inglés, *Yield to Maturity*), es el rendimiento nominal anual compuesto m veces por año.
- $n = M \times m$.
- $Y = \frac{YTM}{m}$.
- $C = VN \times \frac{R}{m}$, pagos de cupón.

El cálculo de estos valores para el caso de un bono que realiza pagos constantes a lo largo de la vigencia del mismo (anualidad) se haría de la siguiente manera:

$$P = \frac{S}{Y} \left[1 - \frac{1}{(1+Y)^n} \right]$$

$$D = \frac{\frac{S}{Y^2} \left[1 - \frac{1}{(1+Y)^n} \right] - \frac{n \times S/Y}{(1+Y)^{n+1}}}{P} \times (1+Y) \times \frac{1}{m} \quad \text{Ec.- 149}$$

Donde:

- S representa los pagos de una anualidad regular, la cual se calcula como se muestra a continuación:

$$S = \frac{VN}{\frac{1}{R/m} \left[1 - \frac{1}{\left(1 + R/m\right)^n} \right]} \quad \text{Ec.- 150}$$

Finalmente, el precio y la duración de un bono que efectúa pagos a perpetuidad se calculan con la ecuación que se presenta a continuación:

$$P = \frac{C}{Y}$$
$$D = \left(1 + \frac{1}{Y}\right) \times \frac{1}{m} \quad \text{Ec.- 151}$$

Para la realización de este estudio se tomaron como referencia los trabajos desarrollados por Teixeira (2005) y Denzler *et al.* (2005); sin embargo, ambas investigaciones se efectuaron con datos de economías desarrolladas (ej. Estados Unidos de Norteamérica), por ello el objetivo de este estudio será investigar cuál de estos cinco modelos aproxima en mayor medida los diferenciales de crédito y las probabilidades de incumplimiento en una economía emergente, como es el caso de la mexicana.

En el apartado que se muestra a continuación se describen los resultados a los que llegaron estos investigadores, los cuales serán comparados posteriormente con los que se obtengan en la presente investigación.

2.14 Resultados de los estudios de Teixeira (2005) y de Denzler et al. (2005)

Teixeira (2005) efectuó un estudio empírico con el propósito de evaluar el desempeño de tres modelos Estructurales para la fijación del precio de los bonos. Aplicó los modelos desarrollados por Merton (1974), Leland (1994) y Fan y Sundaresan (2000), para lo cual tomó una muestra de empresas estadounidenses no financieras con no más de tres tipos de bonos emitidos en dólares. Se analizaron 50 bonos durante el periodo comprendido de 2001 a 2004. En particular se evaluó el error de predicción en precios, rendimientos y diferenciales de crédito.

De acuerdo con el análisis realizado, Teixeira probó que los modelos de Merton y Leland sobreestiman el precio de los bonos, mientras que el de Fan y Sundaresan no presenta desviaciones en su estimación. El porcentaje de error que este autor encontró en la predicción de los precios fue de 11.2%, 4.5% y 0.5%, respectivamente. En lo que respecta a la estimación de los puntos base que se adicionan a la tasa libre de riesgo crédito, los tres modelos subestiman dichos valores, Teixeira encontró que el error relativo para el modelo de Merton fue de -76.20%; mientras que para los modelos de Leland y de Fan y Sundaresan, éstos fueron de -75.00% y -64.9%.

Asimismo, Teixeira pudo observar que dichos modelos pueden predecir diferenciales muy bajos o muy altos, dependiendo considerablemente de la estimación de la volatilidad de los activos. Por otro lado, confirmó que estas herramientas efectúan un mejor ajuste sobre bonos con largos vencimientos y firmas riesgosas (altos niveles de apalancamiento y altas volatilidades de los activos). De hecho, establece que los diferenciales de mercado se encuentran relacionados de forma positiva con el nivel de apalancamiento de las organizaciones, así como con la volatilidad de sus activos; sin embargo, no pudo validar la relación empírica entre los diferenciales de crédito con la madurez y el múltiplo precio de mercado de la acción al valor en libros.

Los resultados derivados del estudio empírico realizado por Denzler *et al.* (2005) muestran que el PLBM aproxima en mayor medida el diferencial de crédito.

La calidad de los modelos se evaluó comparando los resultados obtenidos con cada uno de los modelos contra el diferencial actual, para lo cual se aplicó una medida de bondad de ajuste denotada como G.

Este estudio empírico fue realizado con la información del mercado de bonos Europeo a 10 años y con el índice global de bonos de Estados Unidos de Norteamérica a 5 años. En ambos casos se consideró la información correspondiente al periodo comprendido de noviembre de 1995 a diciembre de 2004. En los dos mercados, el PLBM ofreció una aproximación muy cercana al diferencial real de estos instrumentos.

Con la información del mercado de bonos a 5 años de Estados Unidos, el valor de G obtenido con el BM fue de -11.58 mientras que la G derivada del PLBM fue de 0.97, en tanto que para los bonos Europeos a 10 años el resultado de G bajo el BM fue de -49.96 y para el PLBM el valor de G fue de 0.94.

Como se puede observar en ambos estudios se encontró que alguno de los modelos ajusta en buena medida los diferenciales reales; no obstante, cabe destacar que ambos mercados son economías desarrolladas y estables, por lo que el siguiente paso sería evaluar si se obtienen los mismos resultados en economías emergentes como es el caso del mercado financiero mexicano, lo cual se realizará en esta investigación.

**CAPÍTULO 3. APLICACIÓN EMPÍRICA DE LOS
MODELOS DE MERTON, LELAND, FAN y
SUNDARESAN, BM Y PLBM AL CASO MEXICANO**

3.1 Recopilación de los datos

Como se comentó anteriormente, para la realización de este estudio, en primer lugar se analizaron los estados financieros y las notas financieras a los mismos contenidos en las bases de datos privadas de Infosel y Datastream, así como en los Reportes Anuales emitidos por las empresas mexicanas que cotizaron en la Bolsa Mexicana de Valores (BMV) durante los ejercicios de 1998 a 2008. Se evaluó la información de 119 empresas que cotizaron en promedio en cada uno de los ejercicios bajo análisis. El requisito para incorporarlas a la muestra fue que tuvieran deudas referenciadas a tasas base libres de riesgo crédito y sobre ellas se adicionara un diferencial de crédito¹¹.

Resultante de este filtro quedó un total de 90 empresas con 1,313 instrumentos de deuda durante 11 años. La mayor parte de los instrumentos analizados fueron préstamos bancarios, certificados bursátiles, préstamos quirografarios, créditos refaccionarios, préstamos hipotecarios, préstamos garantizados, líneas de crédito, arrendamientos, pagarés de mediano y largo plazo y préstamos sindicados. Otro factor importante que se consideró para la selección de los préstamos es que éstos se hubieran realizado con terceros, con el objeto de que se fijaran diferenciales de crédito que cumplieran con el principio de valor de mercado.

El análisis de la información se realizó por ejercicio¹², no se efectuaron agrupaciones por sector debido a que en algunos casos, como fue el de servicios, únicamente se contaba con tres empresas y en otros casos, como el de transformación, había 25 firmas.

¹¹ Como ejemplo de la base de datos que se formó, se presenta en los Anexos 1 y 2 de la presente investigación: el nombre de las empresas, el tipo de deuda, monto, vencimiento, probabilidad esperada de incumplimiento y tipo de industria para los años de 2007 y 2008.

¹² Se realizó el análisis de forma anual debido a que la descripción de las deudas con el nivel de detalle requerido en el estudio se encuentra únicamente en los Reportes Anuales que emiten las firmas.

Asimismo, cabe destacar que no todas estas empresas aparecen de forma consecutiva durante todo el periodo de análisis a pesar de que seguían cotizando en la BMV, lo cual tiene su origen en que en algunos años no tuvieron deudas referenciadas a una tasa base. El número de préstamos estudiados por año van de 167 a 68, como se presenta a continuación (Tabla 6).

Tabla 6. Número de préstamos estudiados por el periodo comprendido de 1998 a 2008

1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
68	97	120	86	145	158	108	99	133	132	167

Fuente: Elaboración propia

Una vez recopilada esta información, el siguiente paso fue formar una base de datos por año con el nombre de la empresa, el sector al que pertenece, el tipo de préstamo, la tasa de referencia, el diferencial de crédito, el monto del préstamo y la vigencia del mismo.

Posteriormente, se calculó con el sistema desarrollado por Moody's la probabilidad esperada de incumplimiento (EDF a un año) para cada empresa para los años de 1998 a 2008.

Algunos de los datos que solicita el sistema son, entre otros, el saldo: del efectivo y bancos; del inventario total; de los inmuebles maquinaria y equipo; del activo intangible; del activo total; del pasivo total, de las ventas; de los costos y gastos de operación y del gasto por intereses. El detalle de la información que solicita el sistema se presenta en la siguiente figura.

Figura 16. Datos requeridos por el sistema

Calculate Single Obligor - Mexico v3.1

ENTRADAS					
Descripción de firma (opcional) <input type="text"/>					
Fecha actual		April	2009		
Fecha del Estado financiero		April	2009		
		2009	2008		
Balance general				Estado de resultados	
Efectivo y valores	<input type="text"/>			Ventas netas	<input type="text"/>
Inventario total	<input type="text"/>			Margen bruto	<input type="text"/>
Activo fijo tangible	<input type="text"/>			Amortización y depreciación	<input type="text"/>
Activo fijo intangible	<input type="text"/>			Utilidad de operación	<input type="text"/>
Activo total	<input type="text"/>			Gastos por interés total	<input type="text"/>
Pasivo total	<input type="text"/>				
Plazo definido por el usuario (opcional) <input type="text"/>					
EDF de Estado financiero solamente <input type="checkbox"/>					

* Todos los valores deben introducirse en miles de pesos.

Fuente: Programa de cómputo privado desarrollado por Moody's

Este sistema arroja como resultado: las probabilidades esperadas de incumplimiento para 1, 2, 3, 4 y 5 años; las calificaciones crediticias de 1 y 5 años y las probabilidades condicionales de incumplimiento (denominadas en el sistema como probabilidades *forward*) para 1, 2, 3, 4 y 5 años. Es importante mencionar que lo que se calificó fue a la entidad por ello, si una empresa tenía varios préstamos, a éstos se les otorgó la misma calificación y las mismas probabilidades de incumplimiento obtenidas para la firma en global.

De acuerdo con la información obtenida, se pudo observar que ninguna empresa de la muestra obtuvo la calificación más alta, es decir A; la mayor parte de las entidades fueron calificadas entre B1 y Ba3.

Asimismo, se pudo ver que existe una tendencia positiva en las calificaciones conforme pasan los años, ya que en 1998 la mayor proporción de préstamos se encontraba en el *rating* B1; sin embargo, para el año de 2008 la mayor proporción se encuentra en los rangos Ba1 y Ba3.

A continuación se resume el número de préstamos que conformaron cada categoría de calificación por año (Tabla 7).

Tabla 7. Número de préstamos agrupados por calificación durante el periodo de 1998 a 2008

Préstamos con calificación:	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Baa1	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	10
Baa2	0	4	0	0	0	2	4	5	5	15	3
Baa3	3	6	1	0	1	5	1	14	19	4	1
Ba1	0	17	33	0	3	15	20	8	18	18	43
Ba2	4	7	16	27	45	23	23	14	19	25	25
Ba3	4	11	8	14	19	84	22	22	32	26	30
B1	20	0	17	2	30	16	9	21	16	25	12
B2	11	8	22	7	16	8	4	2	6	4	13
B3	20	34	10	5	6	1	10	0	12	0	26
Caa-C	6	10	13	31	25	4	10	13	6	15	4
Total	68	97	120	86	145	158	108	99	133	132	167

Fuente: Elaboración propia

Una vez categorizados los préstamos, se calculó la mediana del costo total de la deuda para cada uno de los años, la mediana de las EDF a un año y la mediana de los diferenciales de crédito. La Tabla 8 muestra las medianas de los costos totales de las deudas por calificación.

Tabla 8. Medianas de los costos totales de las deudas por calificación

Calific. Crediticia	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	Prom. del costo de la deuda por calif.
Baa1	0	0	0	0	0	0	8.82%	0	0	0	8.03%	1.53%
Baa2	0	18.28%	0	0	0	3.26%	7.81%	10.26%	7.58%	7.66%	11.70%	6.05%
Baa3	8.97%	9.25%	19.70%	0	15.39%	1.50%	5.07%	10.30%	7.66%	8.75%	3.08%	8.15%
Ba1	0	7.16%	9.64%	0	15.70%	1.50%	10.78%	10.80%	8.23%	7.96%	10.20%	7.45%
Ba2	8.14%	28.60%	16.89%	9.00%	9.62%	2.00%	9.65%	11.97%	8.48%	8.53%	10.20%	11.19%
Ba3	18.19%	9.70%	18.33%	11.33%	10.17%	3.17%	9.60%	10.05%	8.71%	9.20%	5.75%	10.38%
B1	13.21%	0	8.61%	7.63%	7.15%	2.98%	8.45%	8.29%	0.00%	8.44%	4.88%	6.33%
B2	35.75%	6.86%	9.00%	10.52%	12.17%	5.50%	7.57%	11.34%	8.05%	11.68%	5.50%	11.27%
B3	10.84%	9.45%	9.07%	14.51%	15.50%	4.25%	5.51%	0	12.51%	0	13.53%	8.65%
Caa-C	9.45%	8.07%	10.11%	13.75%	8.38%	1.88%	10.31%	12.75%	9.65%	11.80%	8.19%	9.48%
Promedio del costo de la deuda por año	10.46%	9.74%	10.13%	6.67%	9.41%	2.60%	8.35%	8.58%	7.09%	7.40%	8.10%	8.05%

Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar en tabla anterior, no existe una relación directamente proporcional entre la calificación crediticia y el costo total del préstamo, ya que se esperaría que una calificación más alta signifique menos riesgo y por consecuencia un costo de oportunidad menor. Por ejemplo, en el año de 1998 la tasa de interés más alta se encuentra en el préstamo calificado como B2, mientras que los préstamos calificados como Caa son los que poseen algunos de los costos más bajos. Al igual que en el caso del número de préstamos, se puede observar una mejora a lo largo del tiempo, ya que, en promedio, para el año de 2008 la tasa de interés más alta se encuentra en la categoría B3, la cual podría considerarse riesgosa, a pesar de ello, sigue sin existir una clara relación entre calificación crediticia y costo de la deuda.

Como segundo análisis se evaluó la relación entre la calificación crediticia y el diferencial de crédito adicionado a la tasa base (Tabla 9).

Tabla 9. Medianas de los diferenciales adicionados por calificación

	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Baa1	0	0	0	0	0	0	2.00%	0	0	0	0.48%
Baa2	0	4.64%	0	0	0	3.26%	0.83%	0.65%	0.07%	0.40%	3.00%
Baa3	1.63%	3.80%	4.46%	0	2.50%	1.50%	0.50%	1.33%	0.40%	1.19%	0.88%
Ba1	0	1.71%	3.41%	0	7.53%	1.50%	4.01%	2.99%	1.20%	0.44%	1.74%
Ba2	0.81%	4.50%	4.00%	1.25%	1.13%	2.00%	2.84%	2.37%	1.00%	1.25%	1.70%
Ba3	1.08%	3.13%	5.44%	3.19%	2.25%	3.17%	2.60%	2.33%	1.31%	2.00%	5.75%
B1	3.63%	0	1.94%	2.66%	1.28%	2.98%	1.93%	3.00%	2.88%	1.25%	1.38%
B2	8.86%	1.41%	2.89%	2.02%	4.00%	5.50%	3.25%	1.93%	2.75%	4.88%	2.50%
B3	3.40%	3.47%	2.96%	1.63%	7.33%	4.25%	0.58%	0	5.00%	0	0.60%
Caa-C	2.12%	2.63%	3.30%	3.00%	3.25%	1.88%	4.90%	3.56%	3.75%	4.38%	3.45%
Promedio anual	2.15%	2.53%	2.84%	1.37%	2.93%	2.60%	2.34%	1.81%	1.84%	1.58%	2.15%

Fuente: Elaboración propia

Al igual que en el análisis de los costos de todas las deudas, se puede ver que no existe una relación directamente proporcional entre la calificación crediticia y el diferencial de crédito adicionado a la tasa libre de riesgo. Asimismo se puede derivar que para el año 1998, los diferenciales más altos se encontraban en la categoría B2, mientras que la calificación Caa (más riesgosa) tiene un diferencial relativamente bajo. Esta situación presenta una ligera mejoría para los ejercicios de 2007 y 2008; no obstante, se presenta un fenómeno que se sale del patrón esperado: aparentemente los diferenciales de crédito van en aumento conforme el instrumento se vuelve más riesgoso, hasta que alcanza un máximo en Ba3; posteriormente disminuye conforme el pasivo aumenta su riesgo, y finalmente vuelve a crecer al ser calificado como Caa.

Esta falta de concordancia entre el riesgo de no pago y los costos de las deudas puede tener su origen en tres factores: i) la falta de ahorro y la escasez de fondos prestables en los mercados financieros internos mexicanos, los cuales favorecieron y han favorecido el establecimiento de vínculos muy estrechos entre bancos y empresas industriales, de esta forma los grandes empresarios garantizan su financiamiento a tasas preferenciales sin que el acreedor tome en cuenta el riesgo de incumplimiento de la entidad; ii) la escasez de un mercado secundario para la deuda corporativa, lo que implica que el costo de la misma no se fije de conformidad con las leyes de oferta y demanda y, iii) la carencia de una base de datos mexicana que contenga la información de las tasas de recuperación por tipo de préstamo y por calificación crediticia, lo que conlleva a que no se considere esta variable al momento de establecer el costo de la deuda y que, por lo tanto, ésta deba ser considerada en los modelos como estocástica.

En la Tabla 10 se presentan las medianas de las probabilidades esperadas de incumplimiento para un año de acuerdo con la calificación crediticia (ambos datos fueron arrojados por el sistema), así como los promedios por calificación y por año.

Tabla 10. Medianas de las probabilidades de incumplimiento para un año por calificación

Calificación	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	Promedio por calificación
Baa1							0.27%				0.26%	0.27%
Baa2		1.90%				0.38%	0.34%	0.32%	0.37%	0.38%	0.38%	0.62%
Baa3	0.38%	0.57%	0.53%		0.54%	0.59%	0.49%	0.47%	0.38%	0.49%	0.47%	0.49%
Ba1		1.05%	1.00%		1.02%	0.90%	1.05%	0.95%	0.81%	1.02%	0.84%	0.98%
Ba2	1.35%	1.62%	4.62%	1.19%	1.35%	1.24%	1.20%	1.44%	1.46%	1.21%	1.41%	1.67%
Ba3	2.31%	1.73%	1.80%	2.31%	2.15%	1.87%	1.80%	2.02%	1.99%	1.77%	2.19%	1.98%
B1	2.23%		3.11%	3.48%	2.95%	2.80%	2.54%	3.19%	3.55%	3.34%	2.57%	3.02%
B2	2.70%	4.77%	4.69%	5.40%	4.04%	5.02%	4.56%	4.20%	3.82%	4.28%	5.12%	4.35%
B3	6.38%	6.71%	6.12%	7.07%	7.02%	7.70%	6.40%		6.25%		6.47%	6.71%
Caa-C	6.71%	16.89%	29.63%	23.45%	19.18%	35.00%	35.00%	9.55%	21.16%	35.00%	35.00%	23.16%
Promedio Anual	3.15%	4.41%	6.44%	7.15%	4.78%	6.17%	5.37%	2.77%	4.42%	5.94%	5.47%	5.06%

Fuente: Elaboración propia

En estos resultados se puede observar, al contrario que en los casos anteriores, una clara tendencia a la alza entre las probabilidades de incumplimiento y las categorías (entre más riesgoso es el instrumento, mayor es la EDF), como era de esperar. Es por ello que los instrumentos con calificación Baa1 son los que poseen la menor probabilidad de incumplimiento en un año, mientras que los que se encuentran catalogados como más riesgosos tienen una probabilidad de incumplimiento de hasta el 35% en un año.

Dentro de una misma calificación crediticia existen oscilaciones importantes en las EDF de un periodo a otro, lo cual tiene su origen en que este sistema considera además de la información financiera de las entidades, la situación económica del país, la situación de las industrias, la tasa de interés, la volatilidad acumulada implícita de los activos de la industria, entre otros muchos factores micro y macroeconómicos prevalecientes en cada uno de los años.

Una vez que se obtuvieron los datos, se calibraron cada uno de los modelos. Se comenzó con el desarrollado por Merton y se finalizó con el PLBM, pudiendo comparar así los diferentes resultados obtenidos con cada modelo.

3.2 Resultados del Modelo de Merton, Leland y Fan y Sundaresan

Para la aplicación de estos modelos se llevaron a cabo una serie de pasos, los cuales se describen a continuación.

En primer lugar, se calculó para cada una de las empresas de la muestra y para cada uno de los ejercicios de los cuales se poseía información sobre sus préstamos, la volatilidad del precio de su acción con el modelo de GARCH (1,1), (ver Anexo 3, donde se presentan las probabilidades de incumplimiento y las calificaciones crediticias obtenidas con el modelo de Moody's), tomando la serie de precios diaria segmentada por año (1998-2008), con lo cual se obtuvo una volatilidad diaria para cada uno de los años analizados. Esta volatilidad se anualizó, ya que la información financiera de las entidades se encuentra en términos anuales (Reportes Anuales).

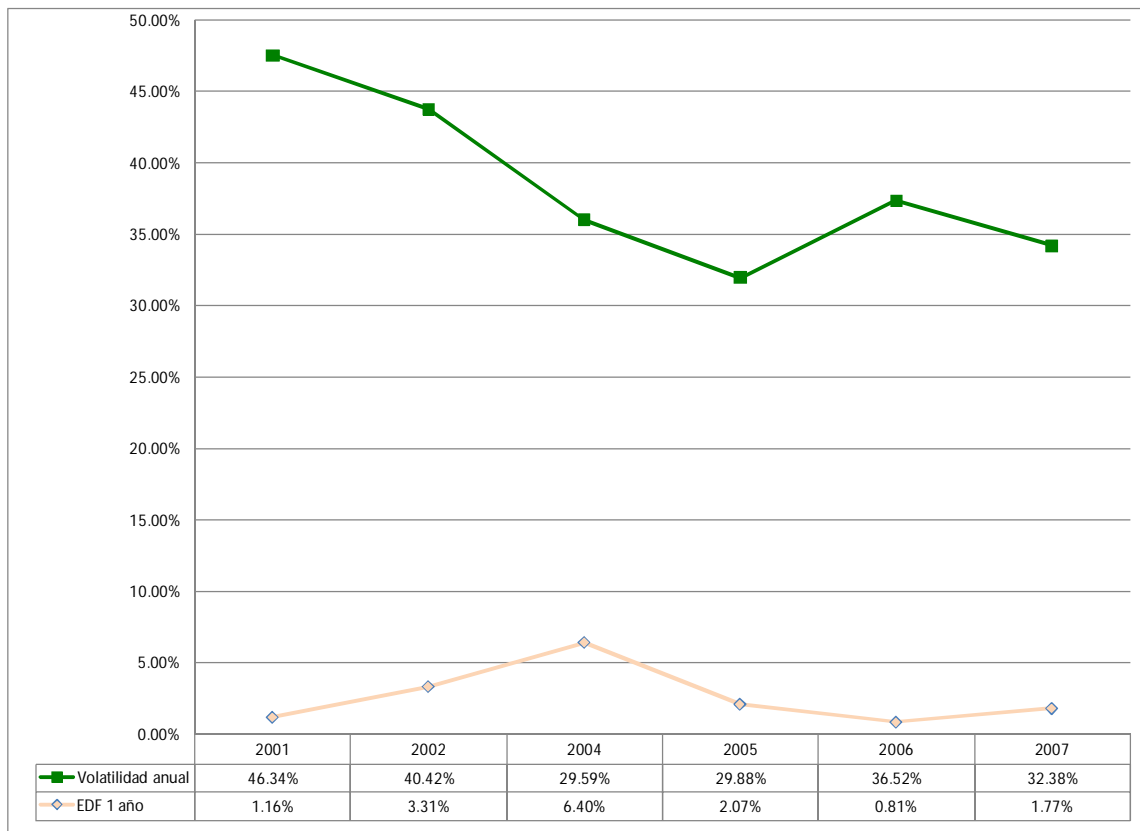
Posteriormente, se aplicó el modelo de Merton (1974), en particular se utilizaron las ecuaciones (89)-(93).

Con estas fórmulas se planteó un sistema de ecuaciones, con el objeto de resolver los valores del total de los activos de la compañía en t_0 así como la volatilidad de los mismos. Estos montos se calcularon para cada uno de los ejercicios del periodo comprendido de 1998 a 2008.

A continuación se muestran las volatilidades de los activos de cinco empresas de diferentes sectores tomadas como ejemplo, así como sus probabilidades esperadas de incumplimiento a un año, calculadas ambas variables para cada uno de los años analizados. Estas entidades seleccionadas pertenecen a diferentes sectores: América Móvil (comunicaciones y transportes), Bimbo (transformación), Geo (construcción), Médica Sur (servicios) y Liverpool (comercio). (Ver Gráficas 6-10)¹³.

¹³ La volatilidad de los activos anualizada y la EDF a un año de cada empresa analizada se encuentran en el Anexo 3.

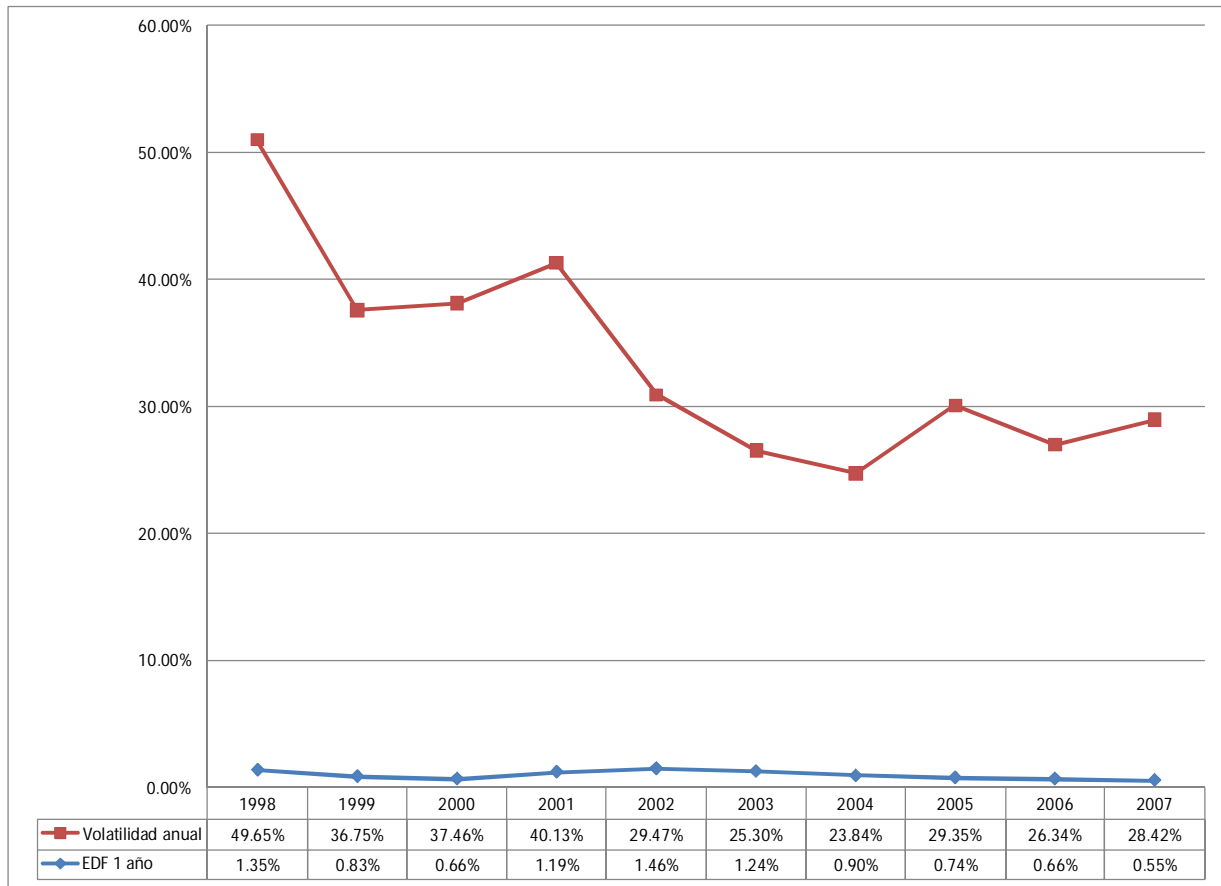
Gráfica 6. Volatilidad anual y Probabilidad de incumplimiento esperada a un año de América Móvil por el periodo comprendido de 2001 a 2007



Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar en el gráfico anterior, no existe una relación directamente proporcional entre la volatilidad de los activos y la probabilidad esperada de incumplimiento a un año calculada con el sistema desarrollado por Moody's. En este caso el coeficiente de correlación entre ambas series es negativo de -0.45.

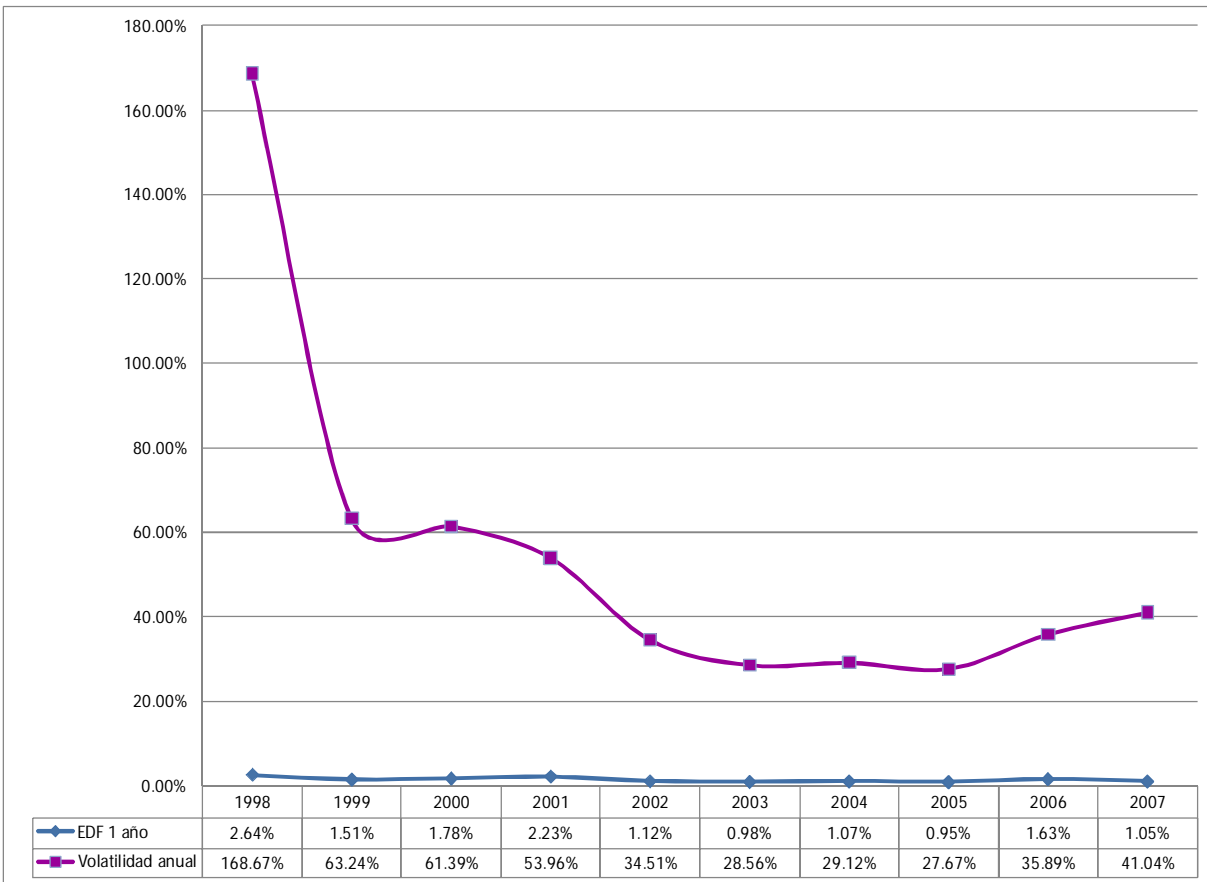
Gráfica 7. Volatilidad anual y Probabilidad de incumplimiento esperada a un año de Bimbo por el periodo comprendido de 1998 a 2007



Fuente: Elaboración propia

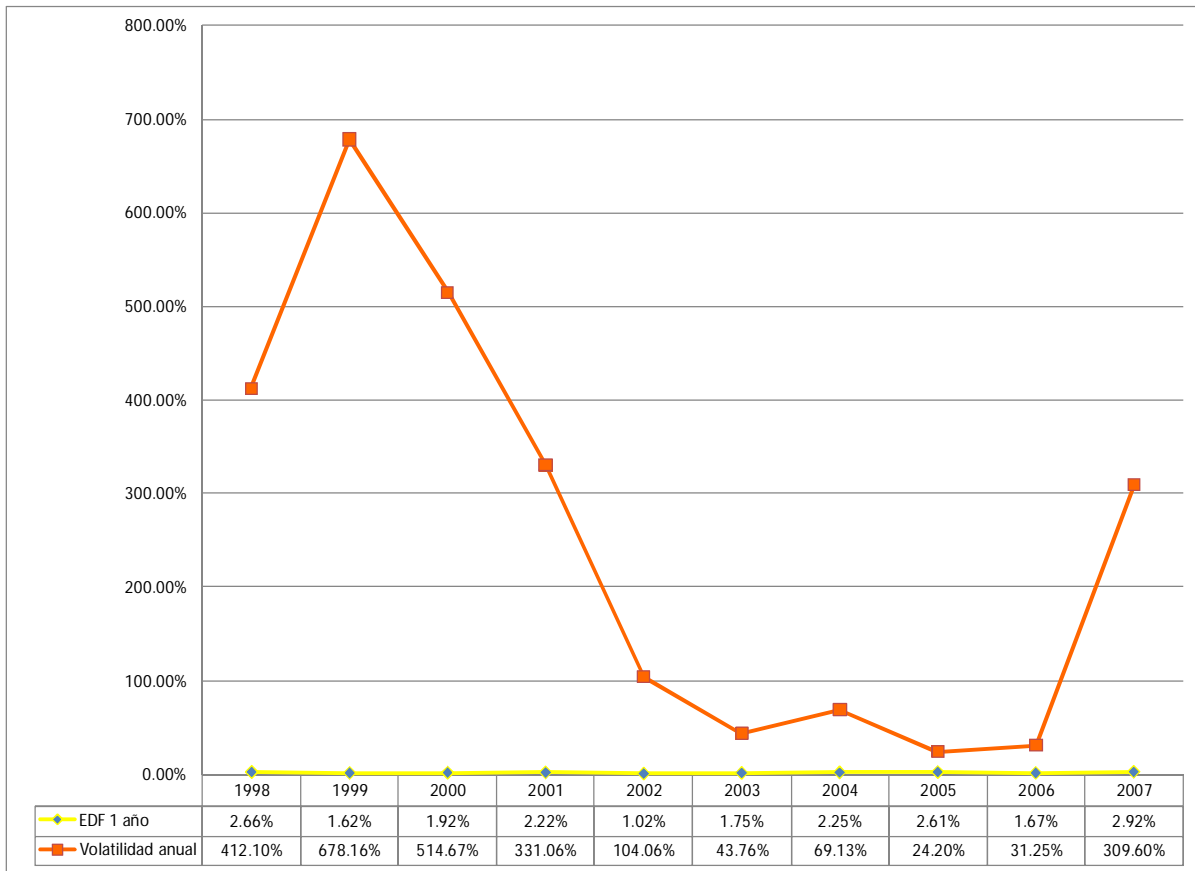
En Grupo Bimbo la probabilidad de incumplimiento a un año permanece bastante estable, mientras que la volatilidad muestra una clara tendencia a la baja; a pesar de ello, el coeficiente de correlación entre ambas variables es positivo de 0.32.

Gráfica 8. Volatilidad anual y Probabilidad de incumplimiento esperada a un año de Geo por el periodo comprendido de 1998 a 2007



Al igual que en Grupo Bimbo, la volatilidad de Geo presenta un decaimiento a lo largo del tiempo, en tanto que la probabilidad de incumplimiento no presenta movimientos muy fuertes; sin embargo, es la organización que muestra el coeficiente de correlación positivo más alto entre ambas variables: 0.82.

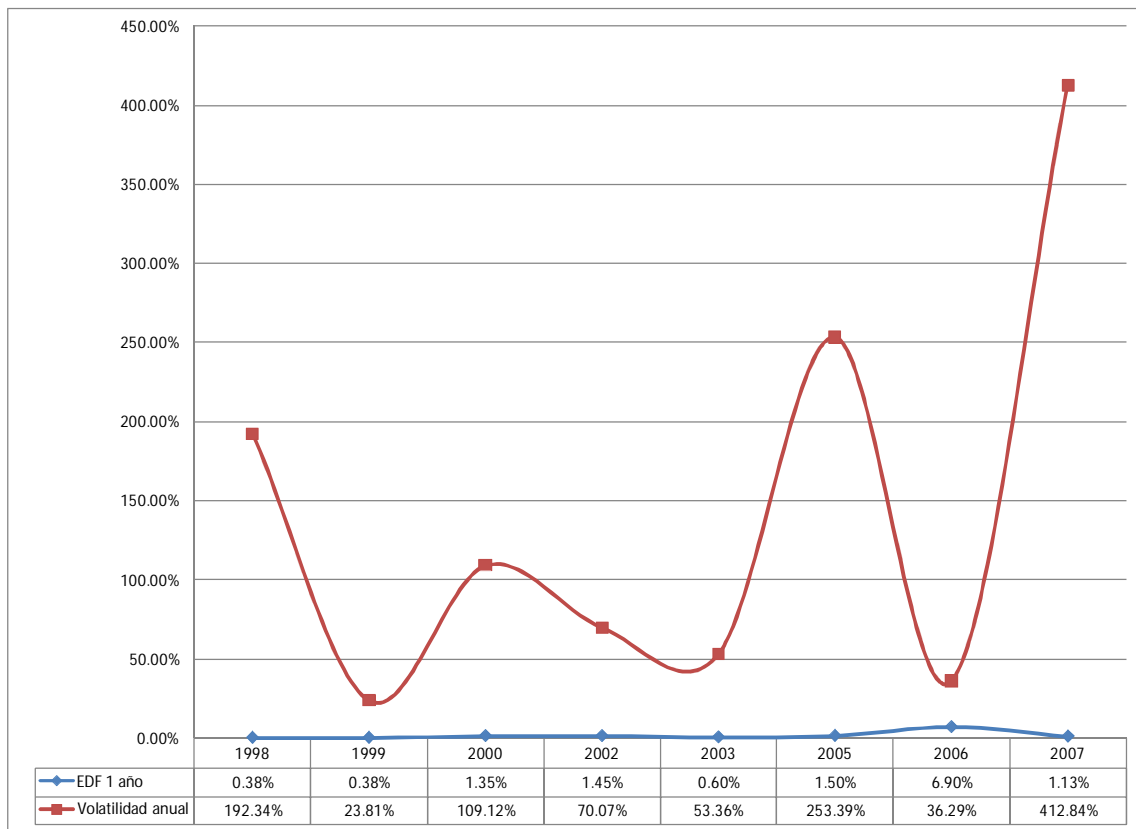
Gráfica 9. Volatilidad anual y Probabilidad de incumplimiento esperada a un año de Médica Sur por el periodo comprendido de 1998 a 2007



Fuente: Elaboración propia

Médica Sur es la organización que exhibe el comportamiento más errático en la volatilidad, como se puede observar en la gráfica anterior, ésta oscila entre el 24% hasta el 678% anual; mientras que la probabilidad se mantiene bastante estable con un promedio de 2% anual. Derivado de lo anterior, el coeficiente de correlación es de tan sólo 0.06.

Gráfica 10. Volatilidad anual y Probabilidad de incumplimiento esperada a un año de Liverpool por el periodo comprendido de 1998 a 2007



Finalmente, la serie de la volatilidad de Liverpool gráficamente parece ostentar un comportamiento cíclico, lo cual al ser una empresa perteneciente al sector comercial, no resulta extraño ya que depende totalmente de la situación económica del país, la cual ha tenido periodos de recesión y expansión a lo largo de esos 10 años. En lo que respecta a la probabilidad esperada de incumplimiento, ésta presentó una tendencia creciente hasta 2006 y en 2007 cayó nuevamente (lo cual, era de esperarse por el comienzo de la fuerte crisis mundial). El coeficiente de correlación entre estas dos series es de -0.25.

Debido a la ambigüedad del coeficiente de correlación de las series de Liverpool, se decidió analizar si este índice es significativo¹⁴, por lo que como primer punto se calculó un intervalo $[-b, b]$ con una probabilidad de 90% de confianza. Como se trata de una distribución con dos colas, el nivel alfa de dicho intervalo es de 5% con 5 grados de libertad, encontrándose que $t_{(\alpha=0.05, 5)}$ es igual a 2.57, como siguiente paso se evaluó si el valor del coeficiente se encontraba dentro del intervalo $[-2.57, 2.57]$, con lo cual se pudo concluir que el coeficiente de correlación de Liverpool es significativo con un nivel alfa de 10%.

En general, se puede desprender que la probabilidad de incumplimiento no depende en su totalidad de la volatilidad de los activos, lo cual se explica porque el sistema desarrollado por Moody's toma en cuenta entre otras variables: el tipo de industria, ciertas razones financieras claves de la empresa y la situación geográfica donde lleva a cabo sus operaciones la organización.

Por otro lado, los modelos de Merton, Leland y Fan y Sundaresan suponen que la entidad posee una sola deuda, y que ésta no paga intereses o amortizaciones de capital durante la vigencia de la misma. Los dos últimos modelos asumen que las empresas pagan un cupón a perpetuidad; sin embargo, en este análisis la mayoría de las entidades poseen más de 5 instrumentos de deuda, cada uno con diferentes tasas, diferentes montos y, por supuesto, diferentes vencimientos.

De acuerdo con las notas a los estados financieros de cada una de las empresas, contenidas en los Reportes Anuales correspondientes a los años anteriormente mencionados, todos los préstamos efectúan pagos de intereses y capital durante su vigencia.

¹⁴ Al desconocer la función de distribución de los datos y, tomando en consideración que se poseen pocas observaciones se determinó el intervalo de confianza partiendo del hecho de que se desconoce σ (la desviación estándar poblacional) y fue por ello que se utilizó s (la desviación estándar muestral). Derivado de lo anterior, la distribución se asimiló a una *t-Student* de dos colas con $n-1$ grados de libertad (donde n es el número de observaciones).

En consecuencia de lo anterior, para el cálculo del importe de la deuda así como del vencimiento se realizó un procedimiento similar al llevado a cabo por Teixeira (2005). Este autor utiliza la duración como una aproximación de la madurez de los bonos cupón cero del modelo de Merton, lo cual, según el autor en comento, parece razonable ya que la duración aplicable en el cálculo es el resultado de ponderar la duración de cada instrumento bajo estudio por la proporción que representa el valor descontado de cada una de estas deudas con respecto a la suma de su valor presente, obteniendo como resultado una duración ponderada. Esta duración ponderada también fue utilizada en el cálculo de los diferenciales de crédito especificados por Leland y Fan y Sundaresan.

De igual forma, se asimiló el valor del bono cupón cero del modelo de Merton al valor nominal del portafolio de las deudas estudiadas en cada año y para cada firma. Dicho portafolio se obtuvo al sumar las deudas ponderadas (esta ponderación es la misma que se utilizó para la duración) y descontadas al mismo periodo (t_0).

Teixeira resalta el hecho de que, como no se examina la totalidad de los pasivos de las firmas, no se puede resolver el sistema de ecuaciones planteado por dichos autores con el valor total de mercado del capital accionario (total del número de acciones en circulación por el precio de la acción); por lo cual, en este caso al igual que en el trabajo de Teixeira, se calculó la proporción que representaba el monto de los instrumentos analizados para cada año con respecto al valor total de las deudas correspondientes a ese mismo ejercicio. Esta proporción fue aplicada al importe total del valor de mercado del capital accionario. Dichos cálculos se llevaron a cabo para cada una de las empresas y por cada uno de los años estudiados. Este procedimiento se aplicó de igual forma en los modelos de Leland y de Fan y Sundaresan.

Asimismo, para estos dos últimos modelos se calculó una tasa libre de riesgo constante para cada una de las empresas; derivado de lo cual, como primer paso se obtuvo el valor presente de cada una de las deudas estudiadas para cada uno de los años y para cada una de las firmas de la muestra. Posteriormente se determinó la anualidad regular de cada una de esas deudas con la tasa de interés riesgosa pactada para estos pasivos. Con posterioridad, se multiplicó cada una de

las anualidades por la proporción que representa el valor presente de cada una de las deudas analizadas con respecto a su suma total. Finalmente, se adicionaron los montos de estas anualidades ponderadas (asimilándolas al valor del cupón perpetuo presentado por Leland) y se igualaron a la suma del valor presente de las deudas ponderadas, despejando la tasa de interés constante para todo el portafolio de cada empresa y para cada uno de los años (Ec.- 131).

Por consistencia se calculó una tasa de recuperación ponderada para cada portafolio, utilizando para ello la proporción que representa cada uno de los pasivos estudiados con respecto a la suma total de los mismos.

La tasa de impuestos aplicada durante el periodo de estudio fue la que se encontraba vigente en cada ejercicio, de conformidad con la Ley del Impuesto sobre la Renta aplicable para las personas morales.

El parámetro de negociación introducido por Fan y Sundaresan se estableció en el presente estudio de forma totalmente empírica, ya que con la información de 2008 se probaron diferentes valores, encontrándose que el mejor resultado se obtiene cuando el poder de negociación se encuentra en equilibrio (es decir, es igual a 0.5) o cuando está ligeramente sesgado hacia los accionistas ($\eta=0.6$). Los resultados de estas simulaciones se encuentran más adelante.

Una vez que se han determinado todas estas variables, con la rutina del Solver del programa Excel se obtuvo el valor de la firma desapalancada, así como la volatilidad de los activos.

Hull (2008) sugiere que al tratarse de un sistema de ecuaciones no lineal de la forma $F(x,y)=0$ y $G(x,y)=0$, se utilice la rutina del Solver en Excel para encontrar los valores de V_0 y σ_0 de manera que se minimice la función $[F(x, y)]^2 + [G(x, y)]^2$.

En seguida que el programa resuelve de manera iterativa las ecuaciones se puede determinar el valor de $\Phi(-d_2)$, o lo que Merton define como la probabilidad neutral de incumplimiento. En los modelos de Leland y de Fan y Sundaresan, dicha probabilidad se calcula sustituyendo los valores de las variables en la ecuación 124, mientras que el diferencial de crédito ponderado para cada entidad se obtuvo con la siguiente igualdad: $CS = \frac{C}{D} - r$. Para los modelos de Leland y Fan y Sundaresan se utilizó la igualdad anterior, con el propósito de obtener el diferencial de crédito por empresa. Cabe destacar, que para los tres modelos Estructurales se calcularon los puntos base reales ponderados para cada una de las empresas. Para ello el diferencial de crédito real de cada uno de los préstamos se ponderó por la proporción resultante de dividir el monto de cada instrumento de deuda bajo análisis con respecto al valor total de las mismas, con lo cual se obtuvo un diferencial real ponderado por empresa. Durante el periodo de estudio, éstos se compararon con los puntos base ponderados estimados por empresa.

Esta mecánica contrasta con la aplicada en los modelos BM y PLBM donde se determinó dicho diferencial para cada uno de los préstamos, los que fueron contrastados con los *spreads* de crédito de cada deuda, de cada una de las firmas y por cada año bajo estudio.

Para poder hacer comparables los resultados, se calculó el estadístico de prueba G desarrollado por Denzler *et al.* (2005). Esta mecánica se llevó a cabo para cada uno los ejercicios estudiados. Los resultados del modelo de Merton se presentan a continuación (Tabla 11):

Tabla 11. Resultados del estadístico de ajuste (G) del modelo de Merton

	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Valor del estadístico G	-2,738	-16,729	-4,29	-623	-64	-1,263	-667	-67	-5,054	-2,143	-76,681,720

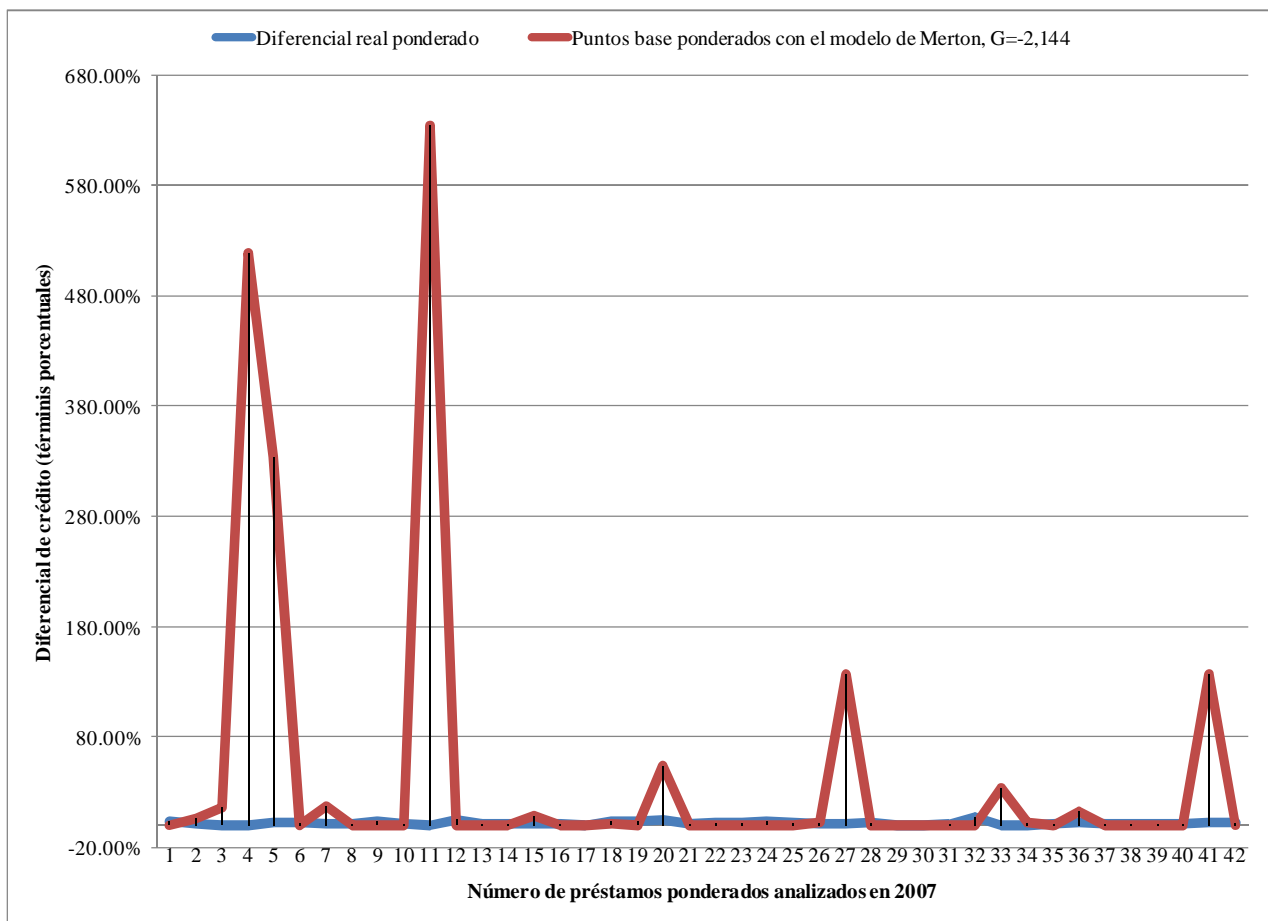
Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar en la tabla anterior, el diferencial calculado con este modelo se encuentra muy alejado del verdadero diferencial de crédito, trayendo como resultado que el valor del estadístico de prueba (G) no se aproxime en ninguno de los años al valor ideal de 1. Sobretudo resalta el del año de 2008, lo cual se explica por la fuerte crisis económica sufrida a nivel mundial.

De hecho, en promedio el modelo de Merton sobreestima fuertemente los diferenciales reales (en promedio, la diferencia entre los puntos base reales y los estimados es de 1,984%). Estos resultados no coinciden con lo encontrado por Ericsson y Renault (2001) y Matalí (2004), ya que en su investigación el modelo de Merton (1974) subvalora los diferenciales de crédito en todos los casos.

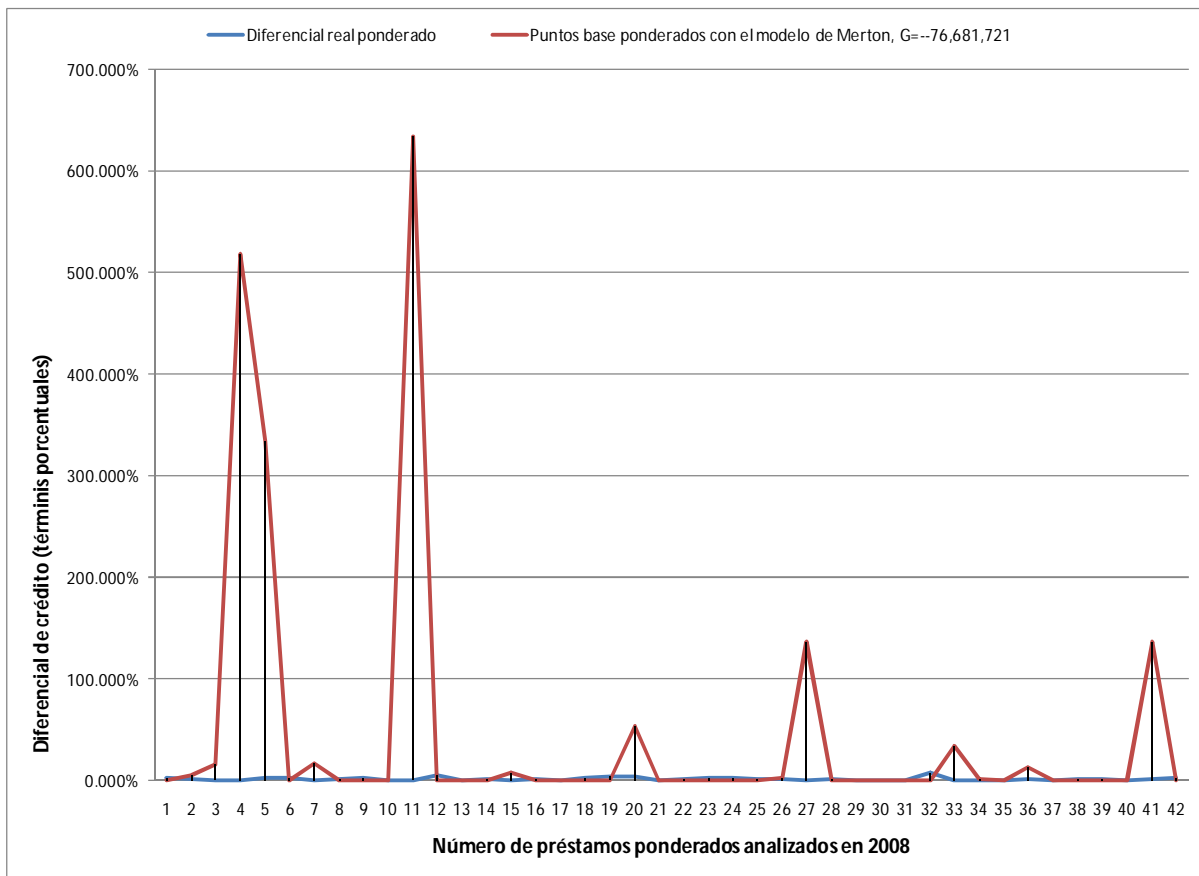
Esta situación, también se puede observar gráficamente al analizar particularmente los años de 2007 y 2008 (Gráficas 11 y 12).

Gráfica 11. Comparación del diferencial real y el estimado con el modelo de Merton correspondiente al ejercicio de 2007



Fuente: Elaboración propia

Gráfica 12. Comparación del diferencial real y el estimado con el modelo de Merton correspondiente al ejercicio de 2008



Fuente: Elaboración propia

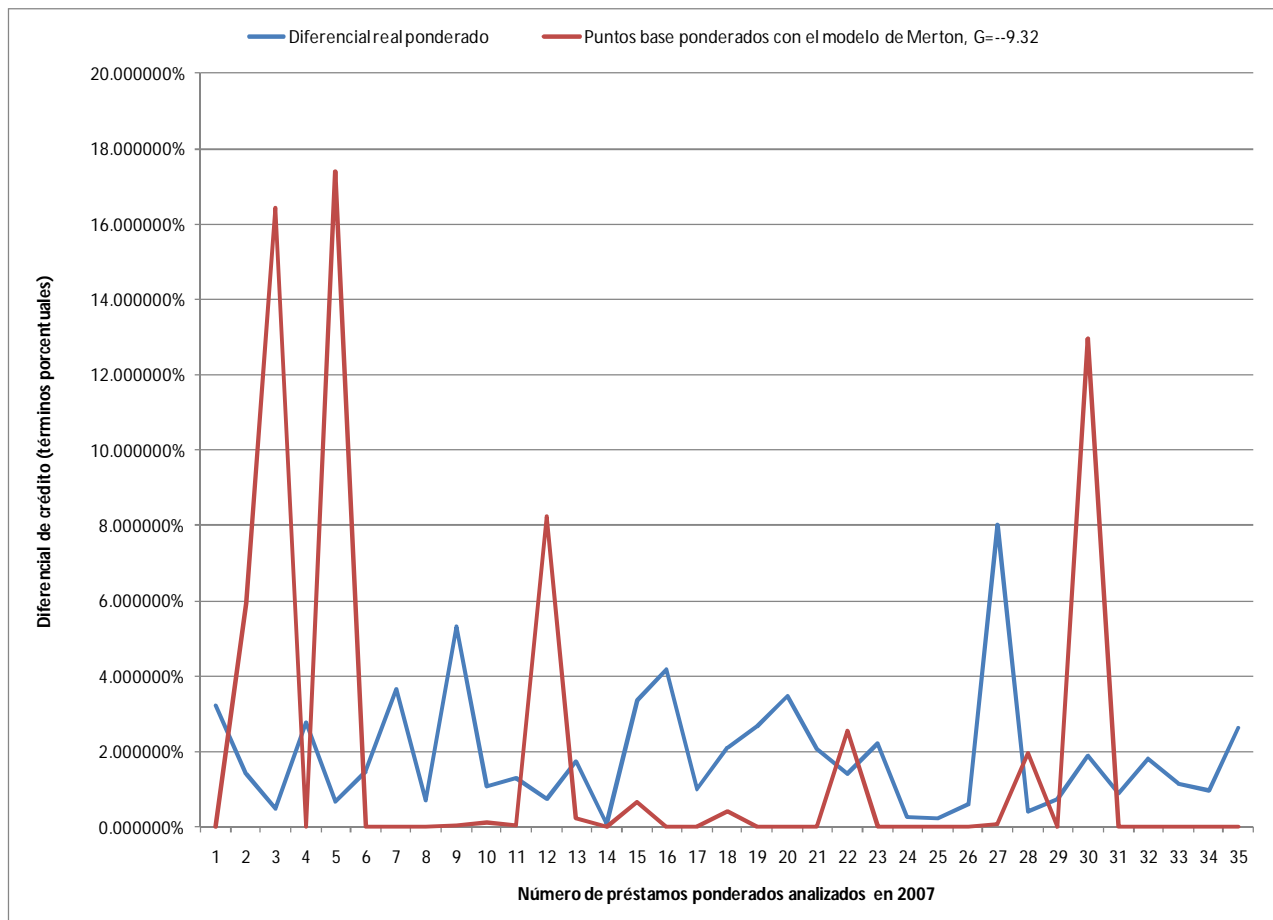
Como se puede desprender de las gráficas anteriores así como del estadístico de prueba, los puntos base reales están siendo sobreestimados con el modelo de Merton.

Estos gráficos muestran diversos puntos atípicos, derivado de lo cual, se decidió realizar una prueba con el objeto de analizar la efectividad del modelo, eliminando para ello los datos cuyos residuos se consideraran atípicos, es decir, cuando el valor absoluto de la diferencia entre los puntos base observados y los estimados fueran mayores a tres desviaciones estándar (en este caso, se eliminaron 5 datos para cada año).

Con lo cual, quedó un estadístico de prueba (G) para el año de 2007 de -9.32 y de -2.34 para el ejercicio de 2008. A pesar de que los valores de dicho estadístico siguen siendo negativos para ambos periodos, en general existe una mejora en el valor de dicho estadístico. Sin embargo, esto se debe a que en algunos préstamos se sobrevalora el diferencial de crédito real y en otros se subestima dicho *spread*.

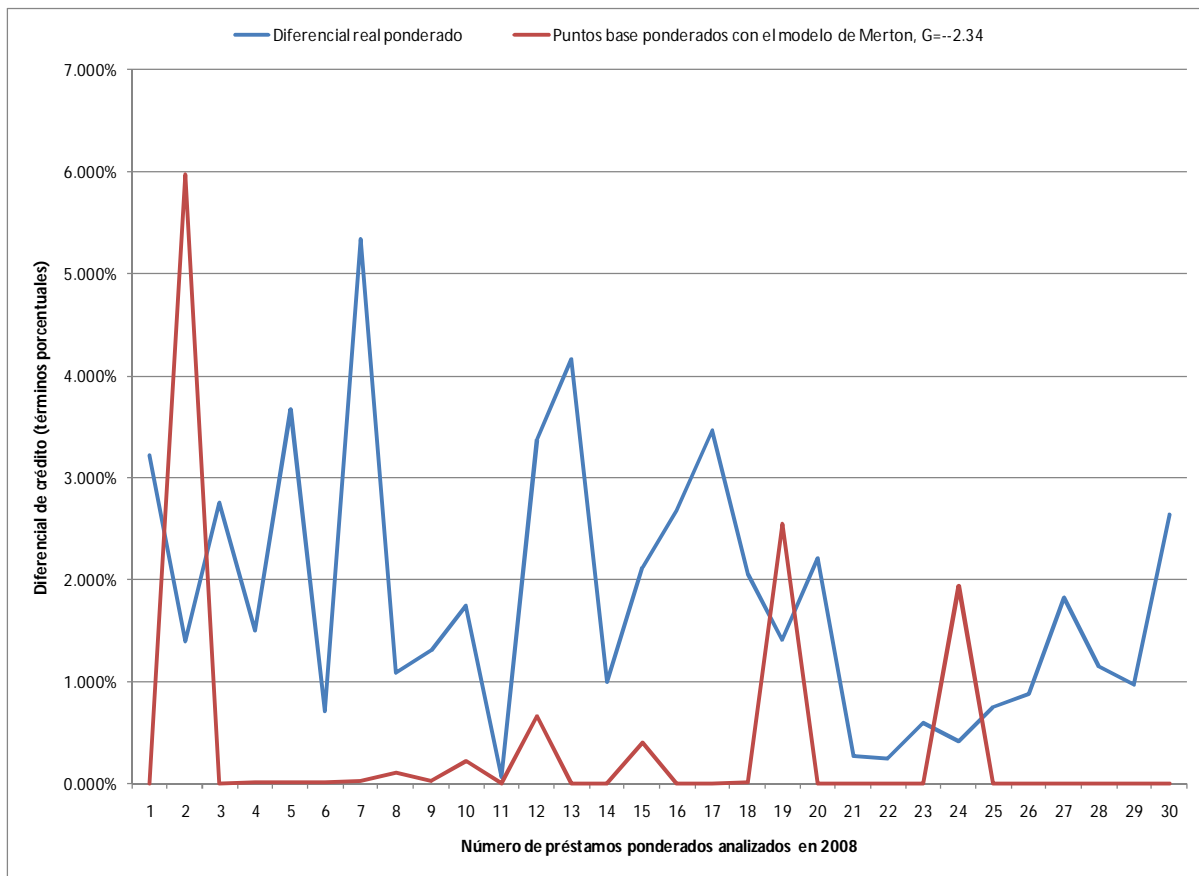
A continuación se muestran gráficamente los resultados.

Gráfica 13. Comparación del diferencial real y el estimado con el modelo de Merton correspondiente al ejercicio de 2007, sin datos atípicos



Fuente: Elaboración propia

Gráfica 14. Comparación del diferencial real y el estimado con el modelo de Merton correspondiente al ejercicio de 2008, sin datos atípicos



Fuente: Elaboración propia

Como se comentó anteriormente, también se analizó el desempeño de los modelos propuestos por Leland (1994) y Fan y Sundaresan (2000) sobre la información financiera de entidades cuyo negocio se desempeña primordialmente en mercados emergentes, como es el mexicano. Para realizar este análisis se consideró la información financiera de 90 entidades durante los años de 1998 a 2008. De igual forma que como se realizó para el modelo de Merton, se tomaron los pasivos cuyo costo se encontraba referenciado a una base tasa libre de riesgo crédito.

Para la aplicación de los modelos de Leland y el de Fan y Sundaresan se llevo a cabo paso por paso, la mecánica explicada en la Sección 2. En particular se utilizaron las ecuaciones 123 a 133 (modelo de Leland), 134 a 138 (modelo de Fan y Sundaresan) y mediante la rutina de Solver en Excel se despejaron los valores de la volatilidad de los activos y de la firma desapalancada, para cada año y para cada firma. En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos del estadístico de ajuste G, utilizando estos tres modelos para estimar el diferencial de crédito.

Tabla 12. Estadístico de prueba para los modelos de Leland, Fan and Sundaresan ($\eta=0.5$ y $\eta=0.6$) y con R modelo *intensity of default* (118)

R modelo <i>intensity of default</i> (118)	G modelo de Leland	G modelo de Fan and Sudaresan; $\eta=0.5$	G modelo de Fan and Sudaresan; $\eta=0.6$
1998	-1.38	-0.57	-0.64
1999	-2.11	-2.00	-79.08
2000	-0.13	-5.14	-5,609.32
2001	-36.67	-1.89	-256.87
2002	-6.82	-0.59	-0.21
2003	0.12	-1.62	-1.83
2004	-0.26	-2.36	-2.10
2005	-5.80	-0.07	-0.71
2006	-7.65	-0.13	-0.25
2007	-3.55	-1.15	-0.70
2008	-18,657.11	-2.22	-0.63

Fuente: Elaboración propia

De conformidad con los valores del estadístico de prueba G, se puede desprender que ni el modelo de Leland, ni el de Fan y Sundaresan ajustan correctamente los puntos base; sin embargo, dentro de éstos el “mejor” es el de Fan y Sundaresan cuando el poder de negociación entre acreedores y accionistas se encuentra equilibrado ($\eta=0.5$) o levemente sesgado hacia los accionistas ($\eta=0.6$). Este resultado coincide con lo establecido por Teixeira (2005). No obstante, se decidió corroborar esta situación, para lo cual se estudió el cambio en el valor del estadístico G al modificar el parámetro η (ver Tabla 13), tomando para ello los datos de las empresas de la muestra pertenecientes únicamente al año de 2008. De conformidad con Fan y Sundaresan, el valor continuo de este parámetro oscila en el rango cerrado de 0 a 1; derivado de lo cual, para realizar este análisis se evaluaron los importes de 0.0, 0.2, 0.35, 0.5, 0.60, 0.75 y 0.90.

Tabla 13. Estadístico de prueba para los el modelo de Fan and Sundaresan con la R estimada con el modelo *intensity of default* (118) y diferentes η 's con datos del ejercicio de 2008

R modelo <i>intensity of default</i> (118)	2008
G modelo de Fan and Sundaresan; $\eta=0.0$	-2.06
G modelo de Fan and Sundaresan; $\eta=0.2$	-1.73
G modelo de Fan and Sundaresan; $\eta=0.35$	-8.96
G modelo de Fan and Sundaresan; $\eta=0.5$	-2.22
G modelo de Fan and Sundaresan; $\eta=0.6$	-0.63
G modelo de Fan and Sundaresan; $\eta=0.75$	-1.89
G modelo de Fan and Sundaresan; $\eta=0.9$	-0.88

Fuente: Elaboración propia

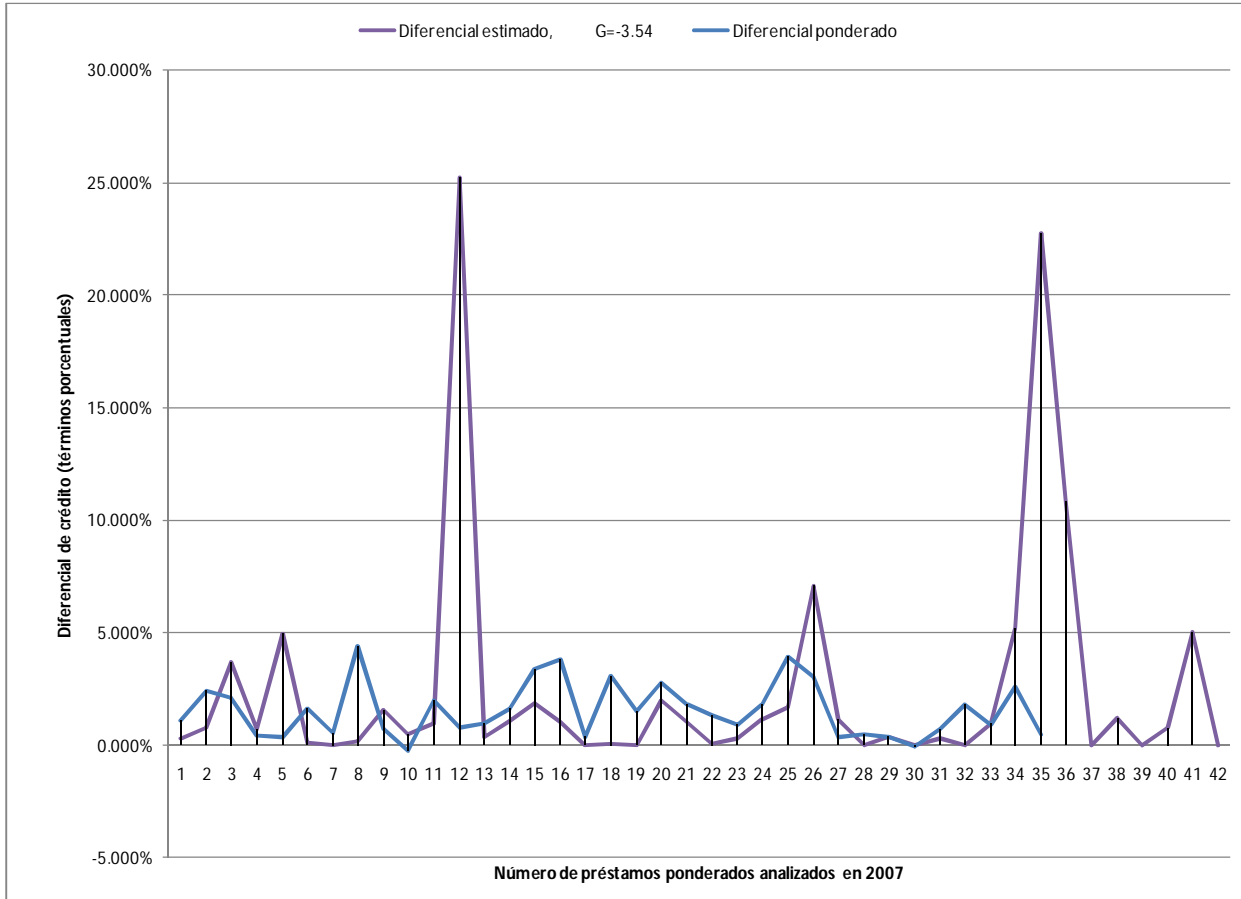
Como se puede observar, con los datos de 2008 el mejor valor del estadístico G se obtiene cuando $\eta=0.6$, es decir el poder negociación se encuentra ligeramente sesgado hacia los accionistas.

A continuación se mostrarán gráficamente los resultados de los modelos de Leland y de Fan y Sundaresan para los años de 2007 y 2008.

Los Gráficos 15 y 16 presentan el diferencial entre los puntos base observados durante 2007 y 2008 contra el valor estimado por el modelo de Leland. Aunque el ajuste proporcionado por este modelo es un poco mejor que el arrojado por el modelo de Merton, lo cual se refleja en el valor del estadístico G, éste sigue siendo negativo en casi todos los años, a excepción del ejercicio de 2003. El peor ajuste se presenta en el año de 2008. Al igual que como se realizó con el modelo de Merton, se compararon los diferenciales reales menos los estimados, y en algunas ocasiones el modelo de Leland también sobrevalora los valores reales y en otros casos los subestima.

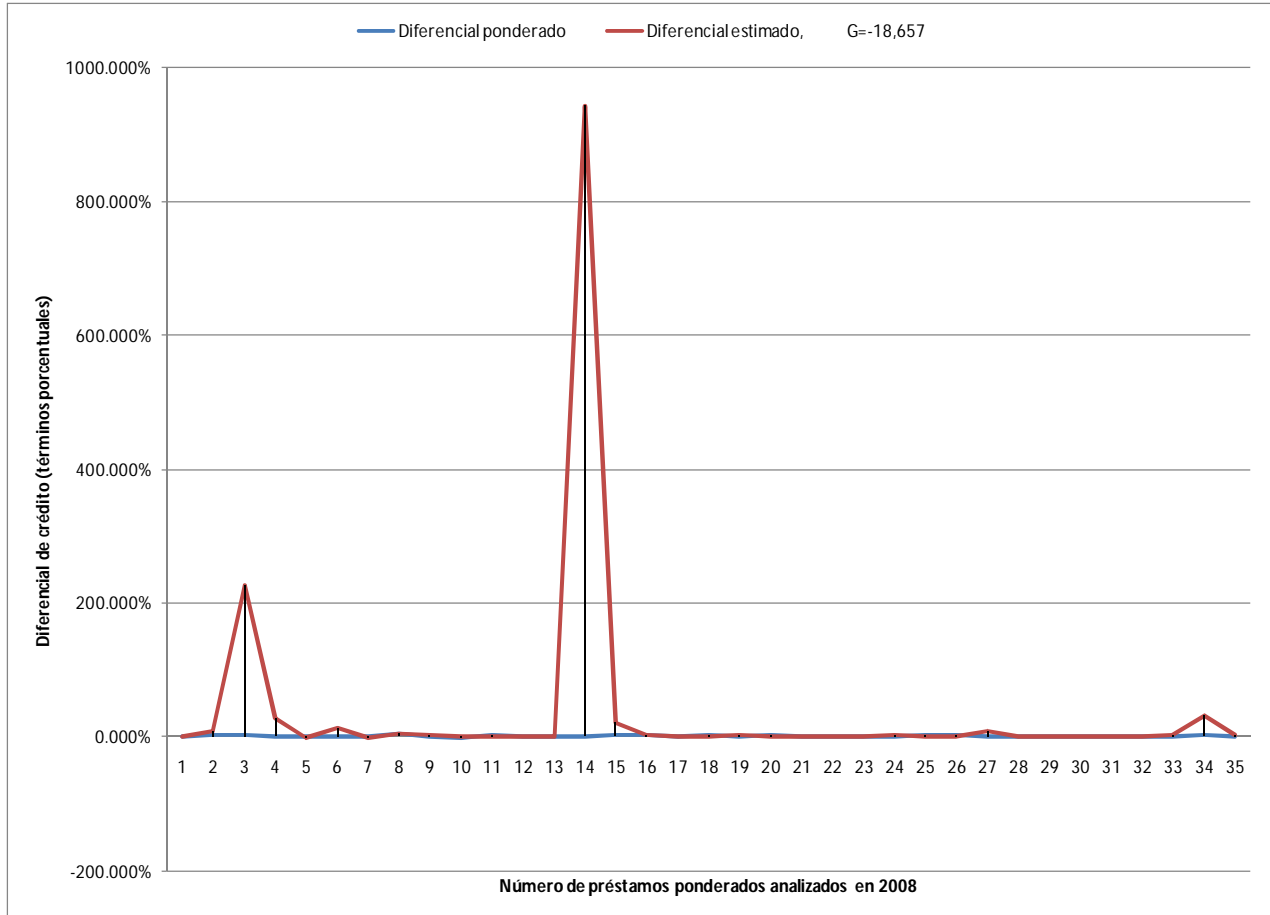
Como se comentó en el párrafo anterior, a pesar de que el ajuste ofrecido por dicho modelo es ligeramente mejor, también se decidió analizar los resultados eliminando los valores atípicos (los residuos que excedieron de tres desviaciones estándar) con objeto de mejorar el ajuste de los modelos. En 2007 y en 2008 se excluyeron ocho datos. Derivado de lo anterior, se obtuvo una mejora en el estadístico G para el 2007 de 2.98 puntos, en tanto que para el 2008, el estadístico creció significativamente en 18,655 puntos. En los Gráficos 17 y 18 se presentan estos resultados.

Gráfica 15. Comparación del diferencial real y el estimado bajo el modelo de Leland correspondiente al ejercicio de 2007 y con R determinada con el modelo *intensity of default* (118)



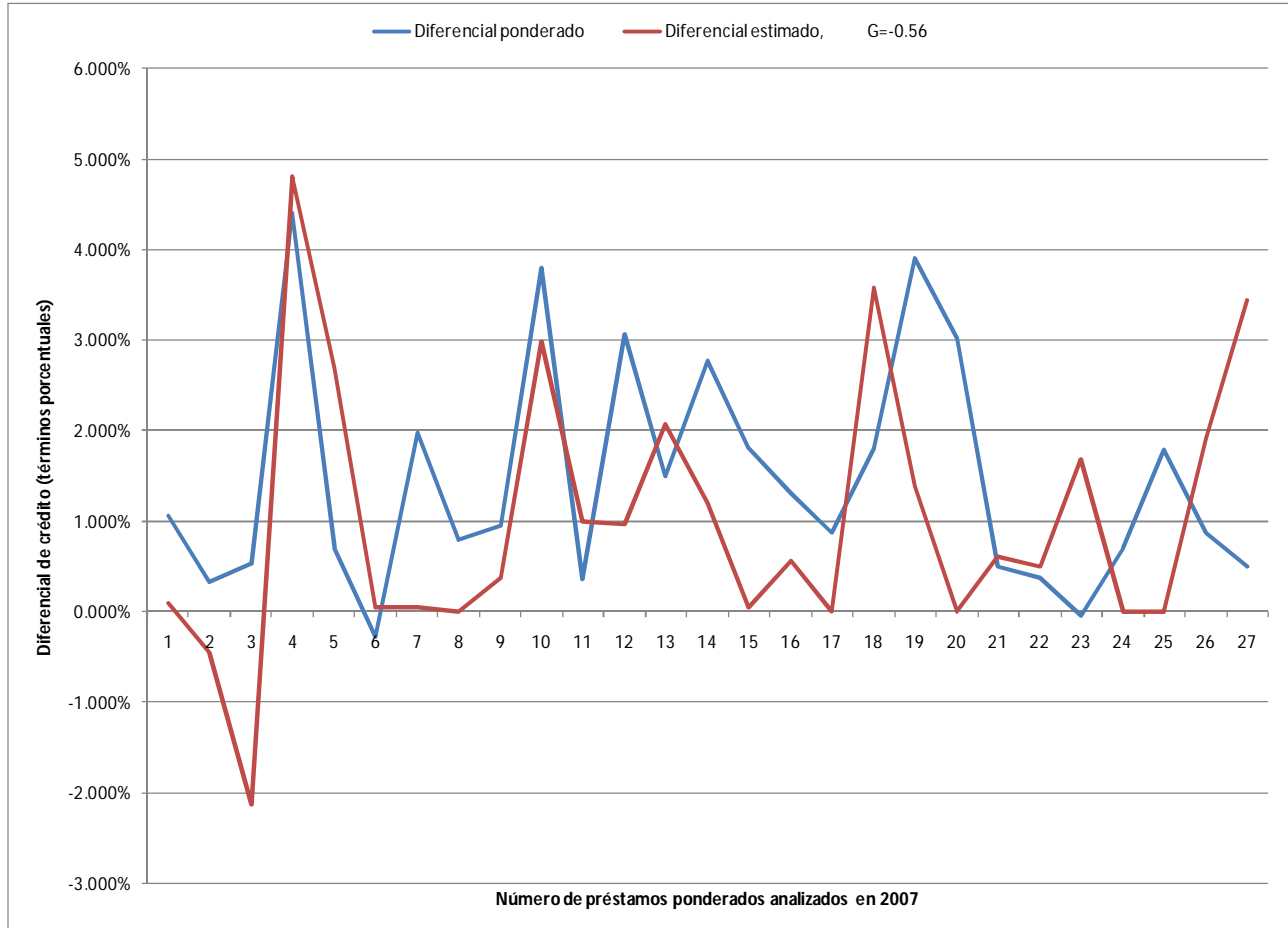
Fuente: Elaboración propia

Gráfica 16. Comparación del diferencial real y el estimado con el modelo de Leland correspondiente al ejercicio de 2008 y con R determinada con el modelo *intensity of default* (118)



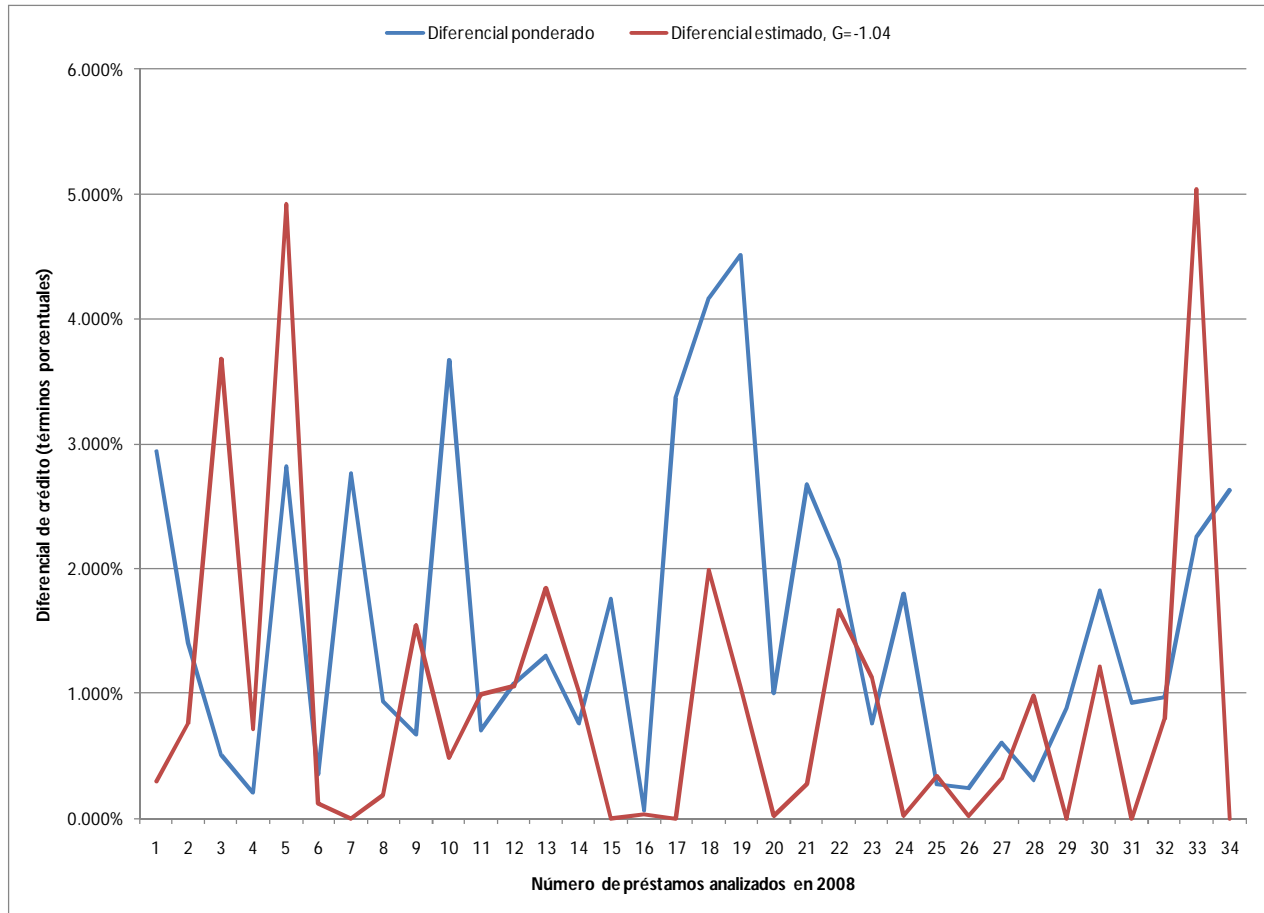
Fuente: Elaboración propia

Gráfica 17. Comparación del diferencial real y el estimado bajo el modelo de Leland correspondiente al ejercicio de 2007, sin datos atípicos y con R determinada con el modelo *intensity of default* (118)



Fuente: Elaboración propia

Gráfica 18. Comparación del diferencial real y el estimado bajo el modelo de Leland correspondiente al ejercicio de 2008, sin datos atípicos y con R determinada con el modelo *intensity of default* (118)



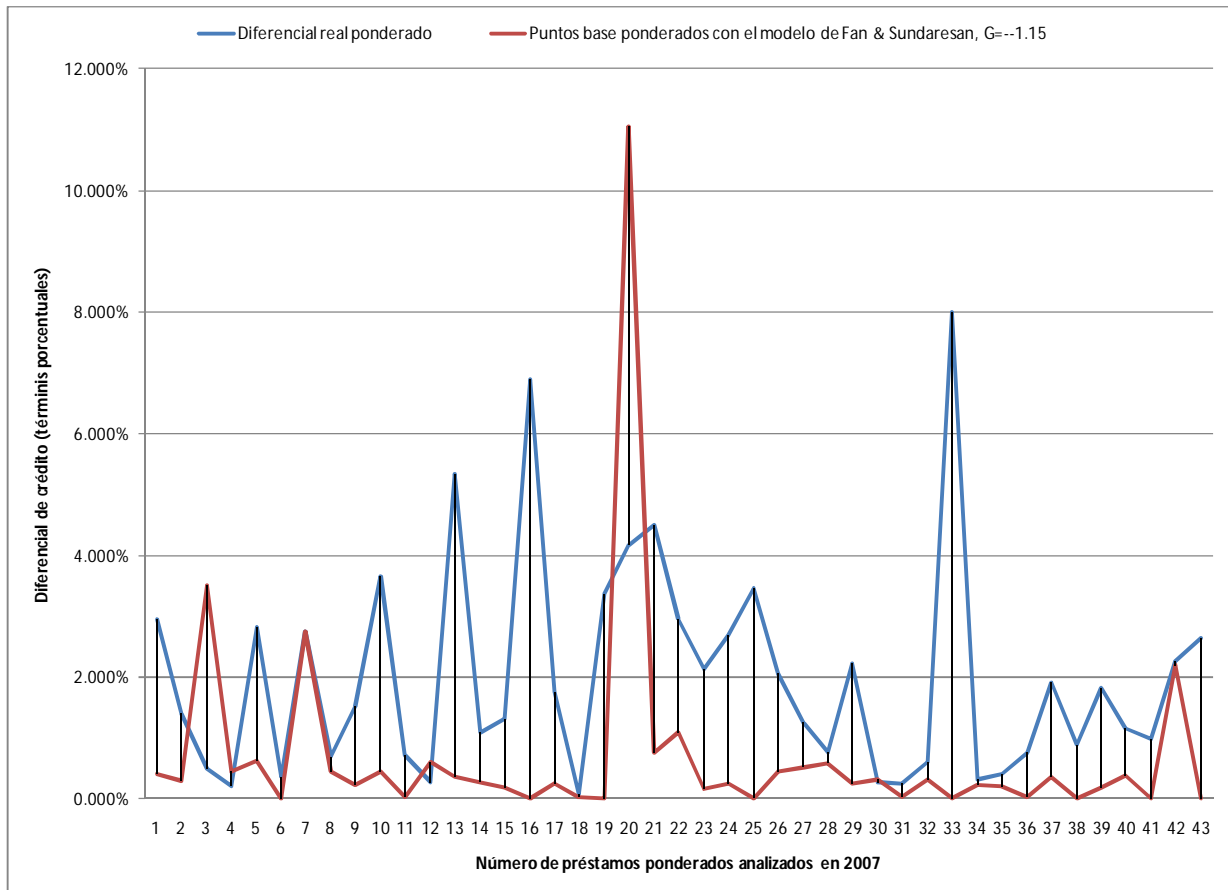
Fuente: Elaboración propia

Por otra parte, en lo que respecta al modelo de Fan y Sundaresan, al igual que como sucede en la investigación realizada por Teixeira, existe una mejora al contrastar el resultado derivado de este modelo con los de Merton y Leland; no obstante, para el caso mexicano, los puntos base estimados aún se encuentran alejados de los valores reales, los cuales, en su mayoría son subestimados por el modelo; en promedio los valores reales son mayores en 0.73%. Sobre todo en el año de 2007 (la subestimación es en promedio de 1.1%), la mayor parte del costo real de los préstamos es mayor al valor estimado por el modelo, lo que mejora significativamente al eliminar los valores atípicos, como se podrá observar en los siguientes gráficos.

A continuación se contrastarán los resultados del modelo de Fan y Sundaresan con un poder de negociación de los accionistas totalmente equilibrado, igual a 0.50 (ver Gráficas 19 y 20), contra el resultado obtenido bajo los mismos supuestos (*ceteris paribus*) pero eliminando los valores atípicos (Gráficas 21 y 22). En 2007 y en 2008 se descartaron doce datos, ya que los residuos de éstos superaban las tres desviaciones estándar.

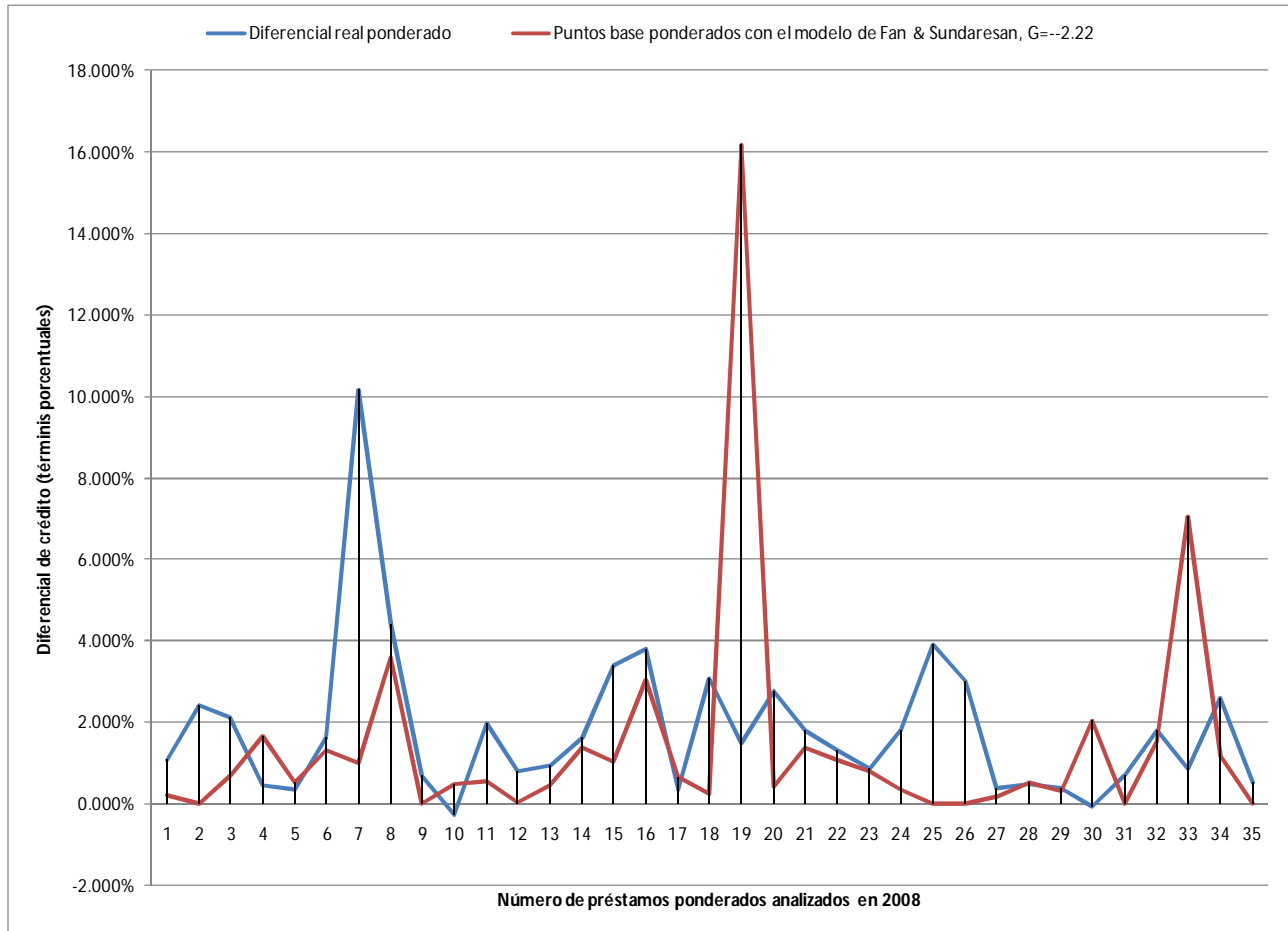
La mejora para 2007 fue significativa, ya que el estadístico G pasó de -1.15 a -0.49, en tanto que para 2008 el estadístico aumentó en 1.59 puntos. A continuación se presentan los resultados gráficamente.

Gráfica 19. Comparación del diferencial real y el estimado con el modelo de Fan y Sundaresan correspondiente al ejercicio de 2007 y con R determinada con el modelo *intensity of default* (118)



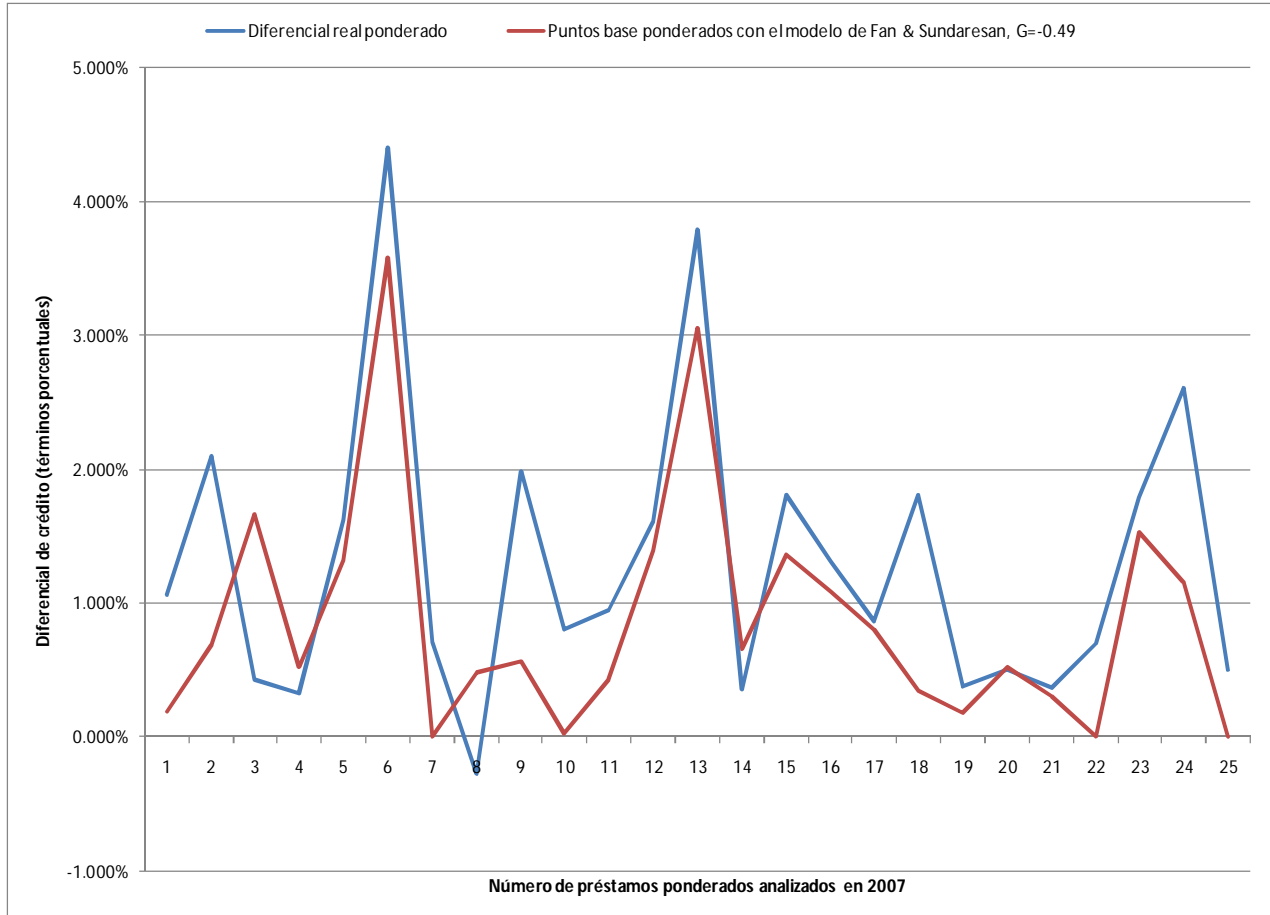
Fuente: Elaboración propia

Gráfica 20. Comparación del diferencial real y el estimado con el modelo de Fan y Sundaresan y con R determinada con el modelo *intensity of default* (118); correspondiente al ejercicio de 2008



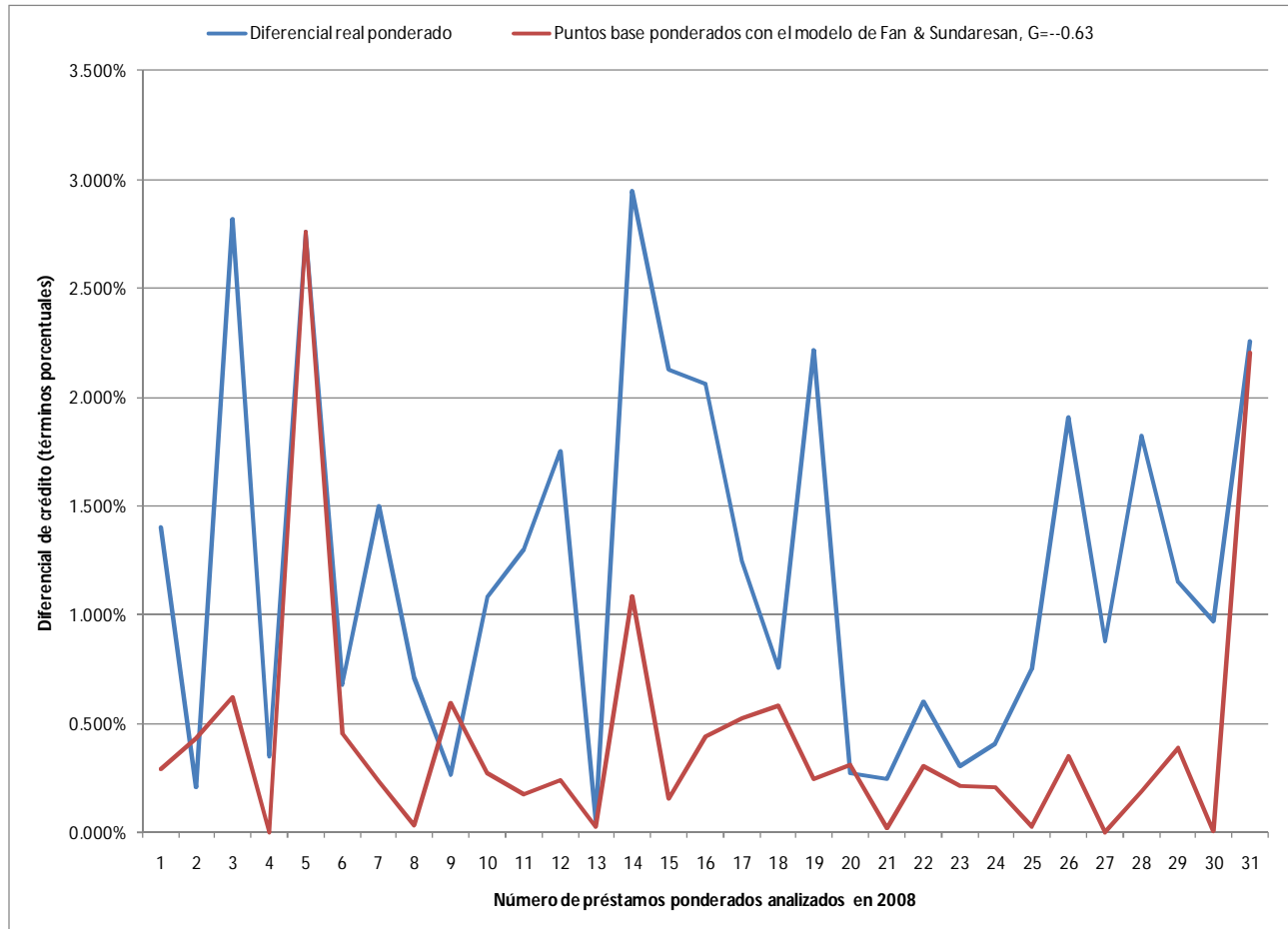
Fuente: Elaboración propia

Gráfica 21. Comparación del diferencial real y el estimado con el modelo de Fan y Sundaresan, sin datos atípicos y con R determinada con el modelo *intensity of default* (118); correspondiente al ejercicio de 2007



Fuente: Elaboración propia

Gráfica 22. Comparación del diferencial real y el estimado con el modelo de Fan y Sundaresan, sin datos atípicos y con R determinada con el modelo *intensity of default* (118); correspondiente al ejercicio de 2008



Fuente: Elaboración propia

Una vez que se analizaron estos modelos Estructurales, se procedió a estudiar empíricamente el ajuste que ofrecen los modelos mixtos (Estructurales y de Forma Reducida): BM y PLBM.

3.3 Resultados de los modelos Brownian Motion (BM) y Power Law Brownian Motion (PLBM)

Como se comentó en la Sección 2, antes de poder aplicar estos modelos es necesario determinar la EDF a 1 año de cada uno de los préstamos. Una vez calculadas éstas, se determinaron las probabilidades neutrales de incumplimiento para cada uno de los modelos, considerando todos los instrumentos contenidos en cada uno de los ejercicios. No se efectuó una división por calificación o por sector como lo hicieron Denzler *et al.* (2005) debido a que no todas las categorías de calificación crediticia o no todos los sectores tenían la cantidad de datos suficiente para realizar el análisis de esa misma manera.

Se llevó a cabo una primera simulación, tomando la tasa de recuperación propuesta por Frye (2000), Schuermann (2004), Altman y Kishore (1996), Acharya *et al.* (2004) y Hamilton *et al.* (2001), quienes asumen un valor genérico de 40%. Los resultados del estadístico de prueba G para cada año fueron los siguientes (Tabla 14)¹⁵:

Tabla 14. Estadístico de prueba para los modelos BM y PLBM con R=0.4

G BM	G PLBM	G BM	G PLBM	G BM	G PLBM	G BM	G PLBM	G BM	G PLBM		
1998	1998	1999	1999	2000	2000	2001	2001	2002	2002		
-1.22	0.05	-3.18	-7.83	-1.29	-1.56	-16.67	-9.62	-2.70	-2.93		
G BM	G PLBM	G BM	G PLBM	G BM	G PLBM	G BM	G PLBM	G BM	G PLBM	G BM	G PLBM
2003	2003	2004	2004	2005	2005	2006	2006	2007	2007	2008	2008
-4.13	-5.58	-6.99	-10.86	-4.12	-6.59	-1.55	-1.95	-12.07	-9.42	-4.78	-1.42

Fuente: Elaboración propia

¹⁵ El Anexo 4 muestra los resultados de la aplicación de los modelos BM y PLBM correspondientes al año de 2007, calculando la R con la ecuación 118.

El valor ideal de este estadístico es 1, y como se puede observar en la tabla anterior el valor estimado por ambos modelos se encuentra bastante alejado del diferencial real. En promedio el BM sobreestima el diferencial de crédito en 0.28%, en tanto que el PLBM también lo sobreestima en 0.19%. Aunque en algunos años el valor real estuvo por encima del estimado, en términos generales el BM sobreestimó dicho diferencial, y lo mismo sucede con el PLBM casi durante todo el periodo de análisis (Tabla 15).

Tabla 15. Diferencia entre los valores de los *spreads* reales menos los estimados cuando la tasa de recuperación es igual a 0.40

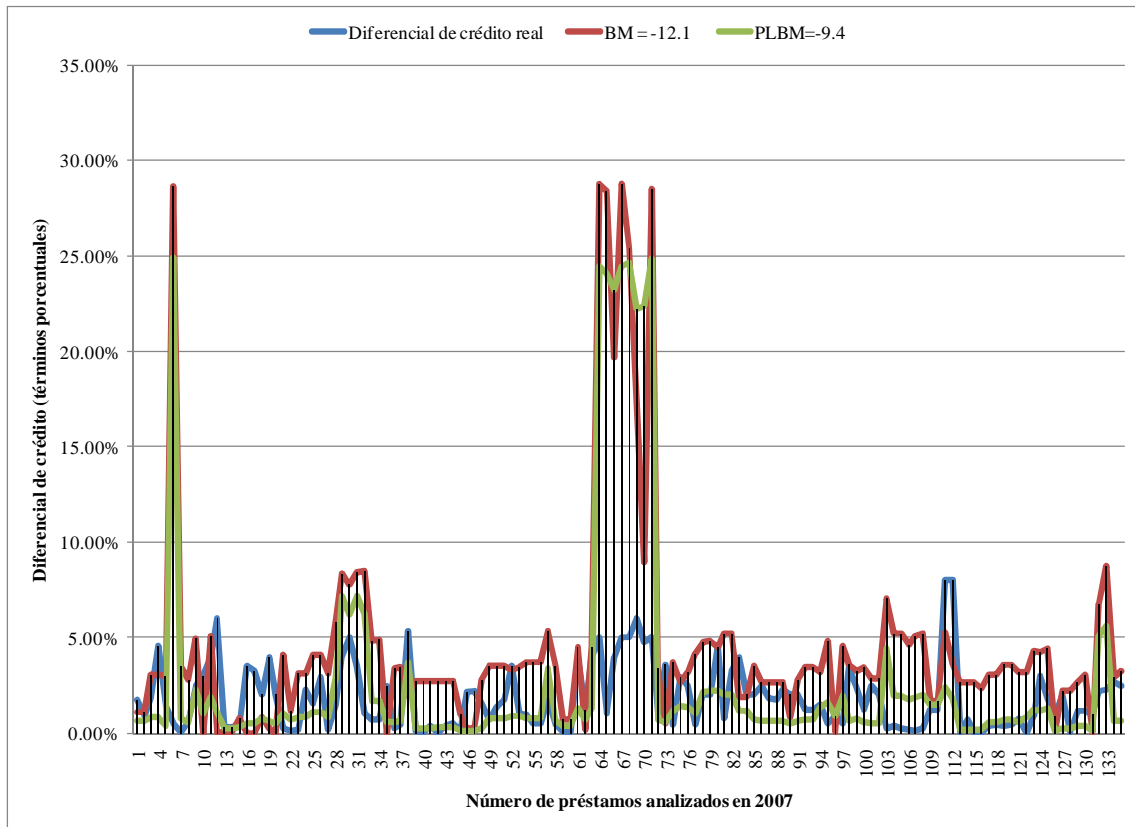
	BM	PLBM
1998	4.66%	0.72%
1999	3.12%	-0.72%
2000	1.32%	0.27%
2001	-3.69%	-1.52%
2002	-0.99%	-0.22%
2003	0.65%	-0.13%
2004	-1.08%	-0.77%
2005	-1.29%	-0.58%
2006	-1.52%	-0.14%
2007	-2.71%	-0.91%
2008	-1.57%	1.88%
Promedio	-0.28%	-0.19%

Fuente: Elaboración propia

Este mismo análisis se puede ver gráficamente tomando como ejemplo el año de 2007 (ver Gráfica 23).

Como se puede observar en este gráfico, los valores pronosticados se encuentran muy lejanos de los diferenciales reales establecidos para cada instrumento, y esta situación se corrobora al verificar el valor del estadístico de prueba para los modelos BM y PLBM, ya que para el primero la G es de -12.07, mientras que para el segundo el valor de este estadístico es de -9.4.

Gráfica 23. Comparación del diferencial real y el estimado con los modelos BM y PLBM con R=0.4 correspondiente al ejercicio de 2007

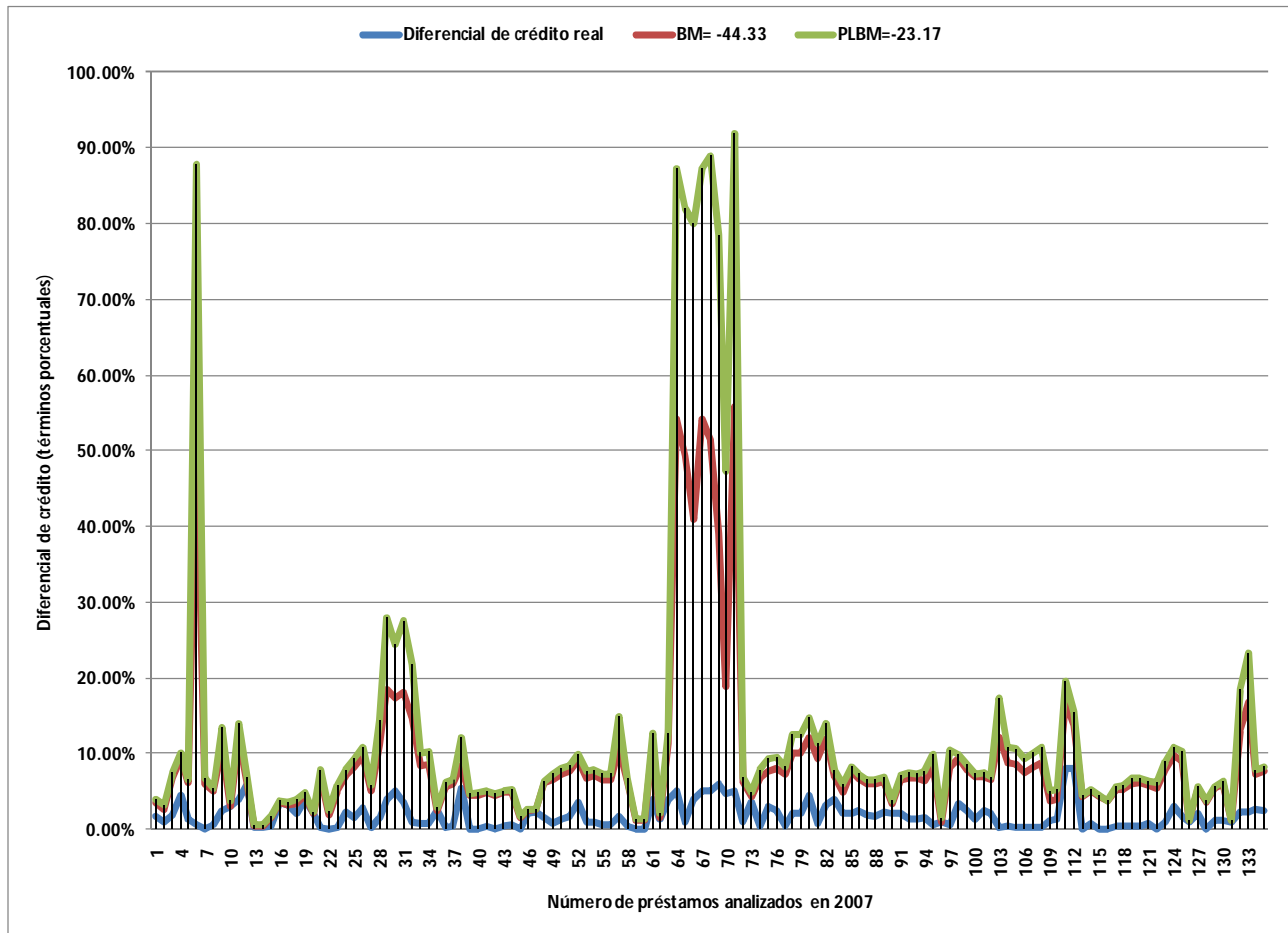


Fuente: Elaboración propia

Considerando los resultados obtenidos, se realizaron otras simulaciones pero ahora tomando en cuenta diferentes aproximaciones de R. En primer lugar, se consideraron valores arbitrarios como: 8%, 12% y 22%. En las gráficas posteriores se muestran los resultados derivados de aplicar estas tasas de recuperación (ver Gráficas 24 a 26).

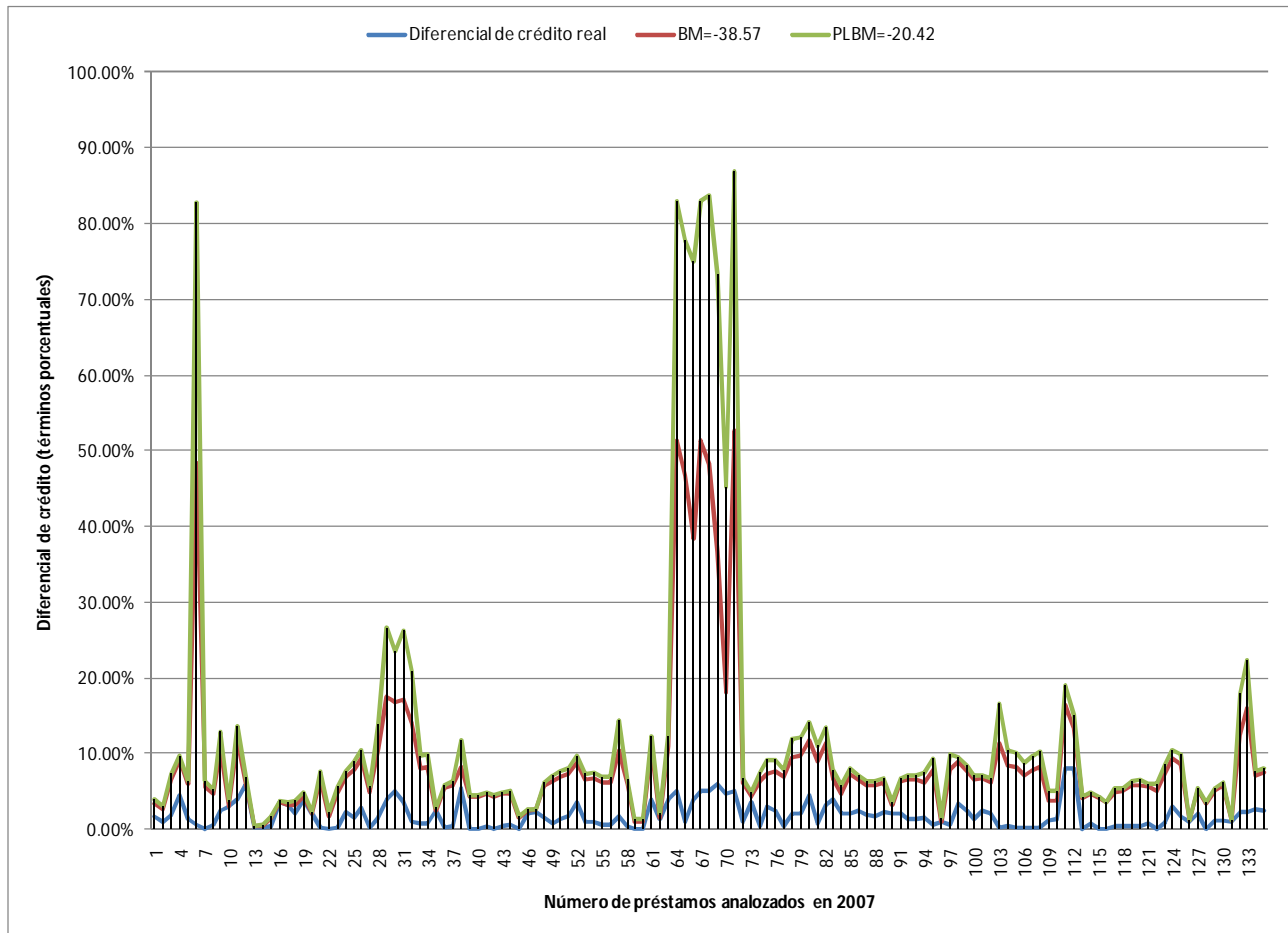
Posteriormente se determinaron los diferenciales de crédito, calculando las tasas de recuperación con las fórmulas (105), (117)-(119) descritas en la Sección 2.

Gráfica 24. Comparación del diferencial real y el estimado con los modelos BM y PLBM con R=0.08 correspondiente al ejercicio de 2007



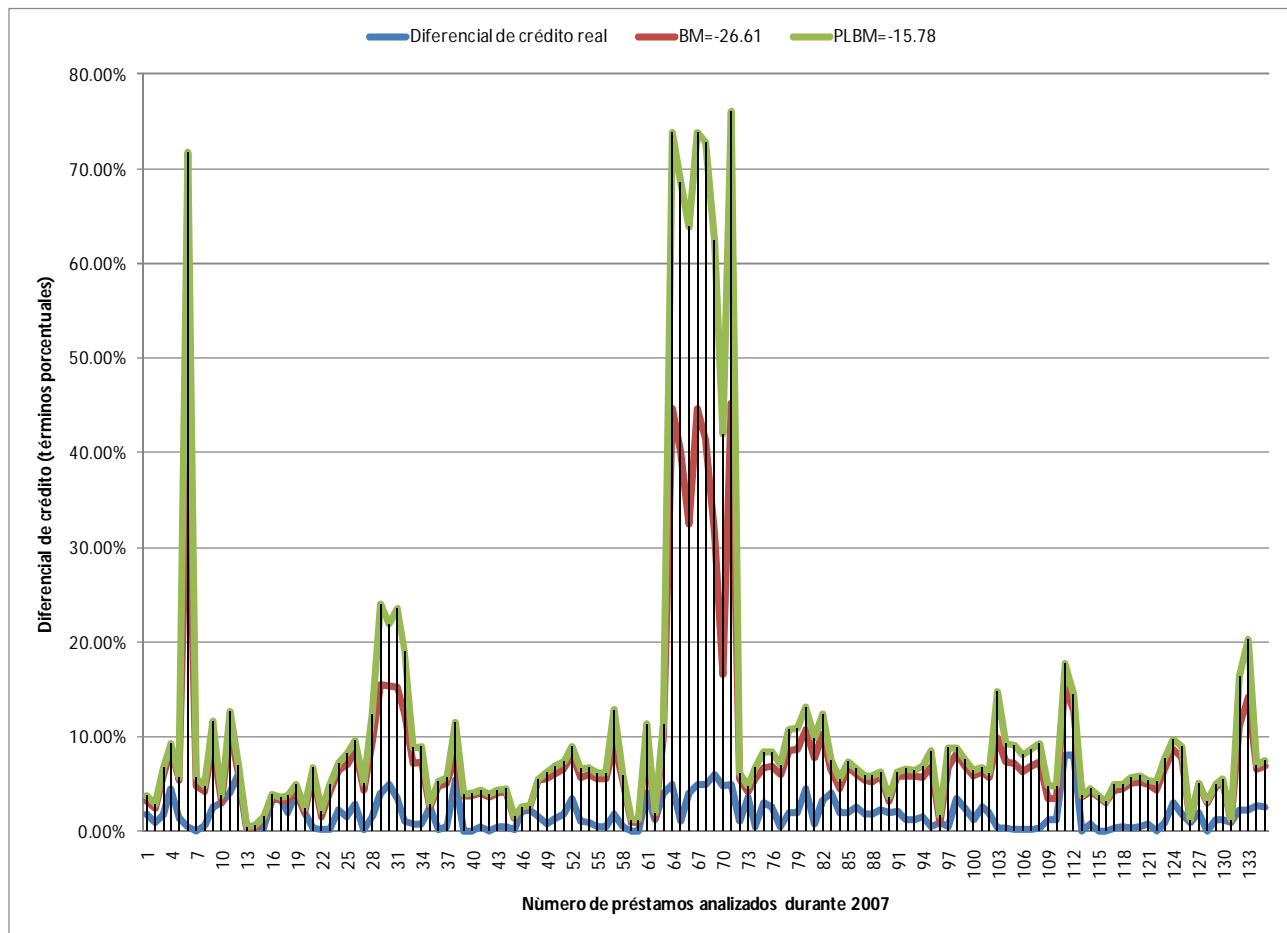
Fuente: Elaboración propia

Gráfica 25. Comparación del diferencial real y el estimado con los modelos BM y PLBM con R=0.12 correspondiente al ejercicio de 2007



Fuente: Elaboración propia

Gráfica 26. Comparación del diferencial real y el estimado con los modelos BM y PLBM con $R=0.22$ correspondiente al ejercicio de 2007



Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar, en ninguno de los cuatro casos el valor del estadístico G llega al valor ideal, de hecho las estimaciones se encuentran muy alejadas de este valor. Por dicha razón tanto en el BM como en el PLBM se obtienen importes negativos del estadístico de prueba G. Aunque conforme la R aumenta, el valor de G mejora ligeramente para el modelo PLBM.

Para calcular el valor de R con las fórmulas (117)-(119) se consideraron las siguientes variables: el diferencial real otorgado a cada préstamo durante el periodo comprendido de 1998 a 2008; como probabilidad de incumplimiento en el tiempo t ($Q(t)$) se tomó a la frecuencia de incumplimiento esperada a un año calculada para cada empresa con el sistema de Moody's¹⁶ y como tasa libre de riesgo se consideró, de acuerdo con las especificaciones de cada deuda, la tasa base estipulada para cada uno de los préstamos descrita en los notas a los estados financieros: la Tasa de Interés Interbancaria de Equilibrio (TIIE) a diferentes periodos; los Certificados de la Tesorería de la Federación (CETES) a diferentes plazos; la Tasa de Interés Interbancaria de Londres conocida por sus siglas en inglés como LIBOR (*London InterBank Offered Rate*) a diferentes periodos; y la Eurolibor anual.

Con estos datos, se obtuvo una R distinta para cada año y para cada instrumento de deuda a pesar de que estos instrumentos los hubiera emitido la misma entidad. Lo anterior se explica, entre otras razones, por el monto de la emisión, la fecha de vencimiento, la relación de los accionistas con el banco; pero en especial, por el grado de subordinación del pago de la deuda a los titulares con respecto a otros instrumentos de la entidad.

En términos generales, las deudas con una menor preferencia en el cobro (orden de prelación) poseen una tasa de recuperación menor y viceversa.

Hull (2008) presenta un estudio sobre las tasas de recuperación de los bonos corporativos como porcentaje del valor nominal realizado por la empresa calificadora de Moody's durante el periodo comprendido de 1982 a 2004, de acuerdo con el cual los bonos *senior* garantizados poseen una tasa de recuperación promedio de 57.4%, mientras que las deudas *junior* subordinadas tienen una tasa de recuperación promedio de 28.9% sobre su valor nominal.

¹⁶ Cabe aclarar, que en el caso de que una empresa tuviera varios préstamos durante los ejercicios analizados, a cada una de sus deudas se les asignó la misma calificación crediticia y la misma EDF a 1 año otorgada por el sistema a la entidad de manera global.

A continuación se muestran la media, la mediana y la desviación estándar de los 11 años para las R's calculadas con la fórmula 118 segmentadas por *rating* (Tabla 16)¹⁷.

Tabla 16. Mediana, media y desviación estándar de la R calculada con el modelo de intensidad de incumplimiento (Ec.- 118)

Calificación	Media	Mediana	Desviación estándar
Baa1y Baa2	26.75%	0.00%	38.55%
Baa3	15.85%	0.00%	31.54%
Ba1	13.94%	0.00%	26.65%
Ba2	20.41%	0.00%	27.96%
Ba3	17.37%	0.00%	29.25%
B1	34.91%	24.89%	34.45%
B2	50.49%	55.26%	34.14%
B3	57.71%	25.74%	57.71%
Caa-C	83.97%	89.66%	15.58%

Fuente: Elaboración propia

De los resultados anteriores, se puede observar que la mediana más alta es la de los instrumentos con mayor riesgo (Caa-C), mientras que los instrumentos con menor riesgo son los que tienen una mediana que oscila entre el 0.00% y 0.79%. Asimismo, derivado de lo anterior, resulta importante mencionar que la desviación estándar disminuye a medida que la entidad posee una peor calificación crediticia, lo anterior se puede explicar al analizar los datos de la Tabla 9, ya que la Ec.- 118 utiliza el diferencial de crédito como una variable importante en la aproximación de la tasa de recuperación, y dicho diferencial se ha mantenido bastante estable a lo largo de estos 10 años en las empresas cuya calificación es Caa-C, en contraste los diferenciales de crédito de las organizaciones con mejores calificaciones crediticias han tenido fuertes variaciones en el tiempo, lo cual como lo mencionan diversos autores, se debe a que estos instrumentos varían en mayor proporción ante movimientos en las tasas de interés de mercado (si se toma como ejemplo la serie mensual de la TIIE a 91 días correspondiente al periodo comprendido de 1998 a 2008, la variación promedio fue de 7.5% anual, alcanzado una tasa máxima de 40.35% anual y una mínima de 5.5% anual. Cálculos propios, con datos publicados en la página del Banco de México, consultada el día 27 de octubre de 2010).

¹⁷ Se presentan los resultados de este modelo porque fue el que ofreció el mejor valor del estadístico de prueba G.

Con cada uno los modelos de las tasas de recuperación explicados anteriormente, se determinaron los modelos BM y PLBM así como la prueba de bondad de ajuste (G), obteniéndose como resultado lo mostrado en la Tabla 17.

Tabla 17. Estadístico de prueba para los modelos BM, PLBM, con diferentes R's

	G BM	G PLBM	G BM	G PLBM	G BM	G PLBM	G BM	G PLBM	G BM	G PLBM
	1998	1998	1999	1999	2000	2000	2001	2001	2002	2002
R igual .08	-1.21	-0.03	-3.16	-16.23	-3.04	-4.28	-16.67	-8.48	-10.21	-8.06
R igual .12	-1.21	-0.02	-3.17	-15.08	-2.68	-3.88	-51.83	-19.92	-8.80	-7.08
R igual .22	-1.21	0.01	-3.17	-12.27	-1.99	-2.71	-35.90	-15.31	-5.96	-5.32
R igual .40	-1.22	0.05	-3.18	-7.83	-1.29	-1.56	-16.67	-9.62	-2.70	-2.93
R modelo <i>intensity of default</i> (117)	-1.20	0.41	-3.18	0.20	-1.01	-0.36	-1.87	0.53	-0.42	0.38
R modelo <i>intensity of default</i> (118)	-1.20	0.43	-3.19	0.37	-1.01	-0.39	-1.81	0.59	-0.34	0.41
R modelo <i>intensity of default</i> (119)	-1.20	0.45	-3.19	0.37	-0.99	-0.29	-1.61	0.61	-0.36	0.40
R modelo de Hamilton	-1.20	-0.27	-3.16	-24.93	-3.47	-9.82	-74.54	-42.69	-12.17	-15.11

	G BM	G PLBM	G BM	G PLBM	G BM	G PLBM	G BM	G PLBM	G BM	G PLBM	G BM	G PLBM
	2003	2003	2004	2004	2005	2005	2006	2006	2007	2007	2008	2008
R igual .08	-12.81	-22.77	-26.14	-33.93	-18.05	-22.61	-7.66	-4.52	-44.33	-23.17	-18.61	-1.42
R igual .12	-11.09	-19.15	-22.54	-29.22	-15.41	-19.34	-6.58	-4.22	-38.57	-20.42	-16.13	-1.42
R igual .22	-7.72	-12.50	-15.30	-21.14	-10.11	-13.36	-4.30	-3.23	-26.61	-16.56	-10.99	-1.42
R igual .40	-4.13	-5.58	-6.99	-10.86	-4.12	-6.59	-1.55	-1.95	-12.07	-9.42	-4.78	-1.42
R modelo <i>intensity of default</i> (117)	-3.08	0.30	-1.48	0.14	-1.92	0.26	-1.59	0.69	-1.27	0.82	-1.80	0.42
R modelo <i>intensity of default</i> (118)	-3.06	0.32	-1.46	0.13	-1.71	0.30	-1.28	0.75	-1.12	0.85	-1.54	0.43
R modelo <i>intensity of default</i> (119)	-3.01	0.33	-1.41	0.15	-1.71	0.28	-1.28	0.75	-1.15	0.84	-1.48	0.50
R modelo de Hamilton	-14.60	-48.60	-32.69	-65.48	-21.35	-47.45	-5.57	-8.46	-53.06	-50.49	-1.54	0.31

Fuente: Elaboración propia

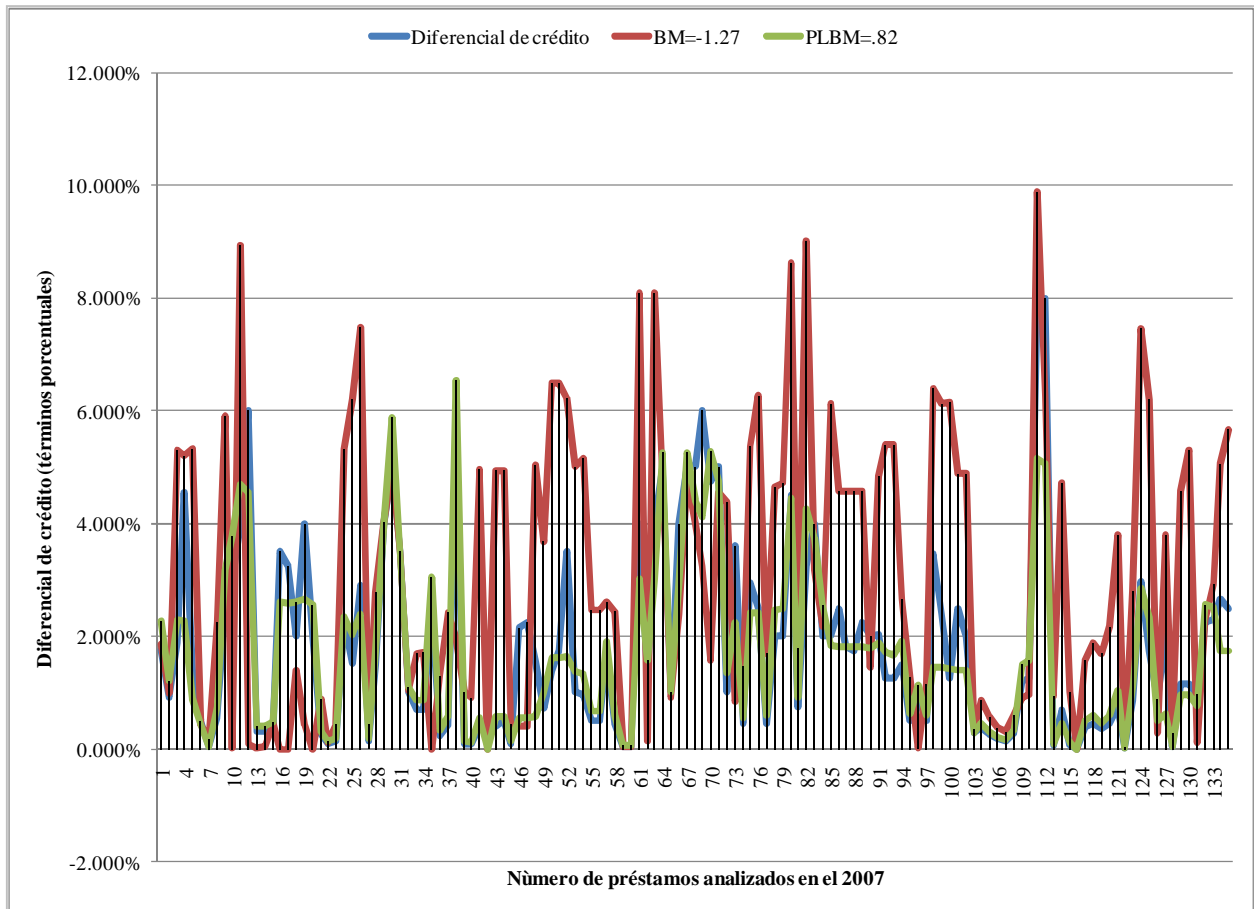
Derivado de los resultados anteriores, se puede ver que el modelo que brinda el mejor ajuste es el PLBM, esto siempre y cuando se considere la tasa de recuperación determinada con los modelos de intensidad de incumplimiento (*intensity of default*, Ec.- 117 a 119). De hecho, los resultados del año de 2007 fueron bastante favorables (muy cercanos a 1) y, a pesar de que el ejercicio de 2008 fue muy difícil por la crisis económica mundial, el ajuste sigue siendo bastante bueno.

Como se puede derivar de la tabla anterior, la mayor parte de los resultados del estadístico son negativos, lo cual implica que el ajuste no es bueno. Sin embargo, el escenario que presenta los mejores valores del estadístico de prueba G es aquél en el que la R es calculada con la ecuación (118). Bajo este escenario, y consistentemente con los resultados obtenidos por Denzler *et al.* (2005), el modelo que aproxima en mayor medida el diferencial real es el PLBM. Confirmando lo anterior, el valor de G del modelo PLBM para el año de 2007 fue de 0.85. Asimismo, el diferencial obtenido con el modelo de intensidad de incumplimiento, aproximando la R con las fórmulas (117) y (119), fue bastante razonable. Igualmente se concluye que el mejor ajuste lo ofrece el modelo PLBM.

A pesar de que los resultados obtenidos son los esperados, resulta de vital importancia destacar la repercusión de la tasa de recuperación en el ajuste, ya que éste depende en gran medida del valor de esta variable.

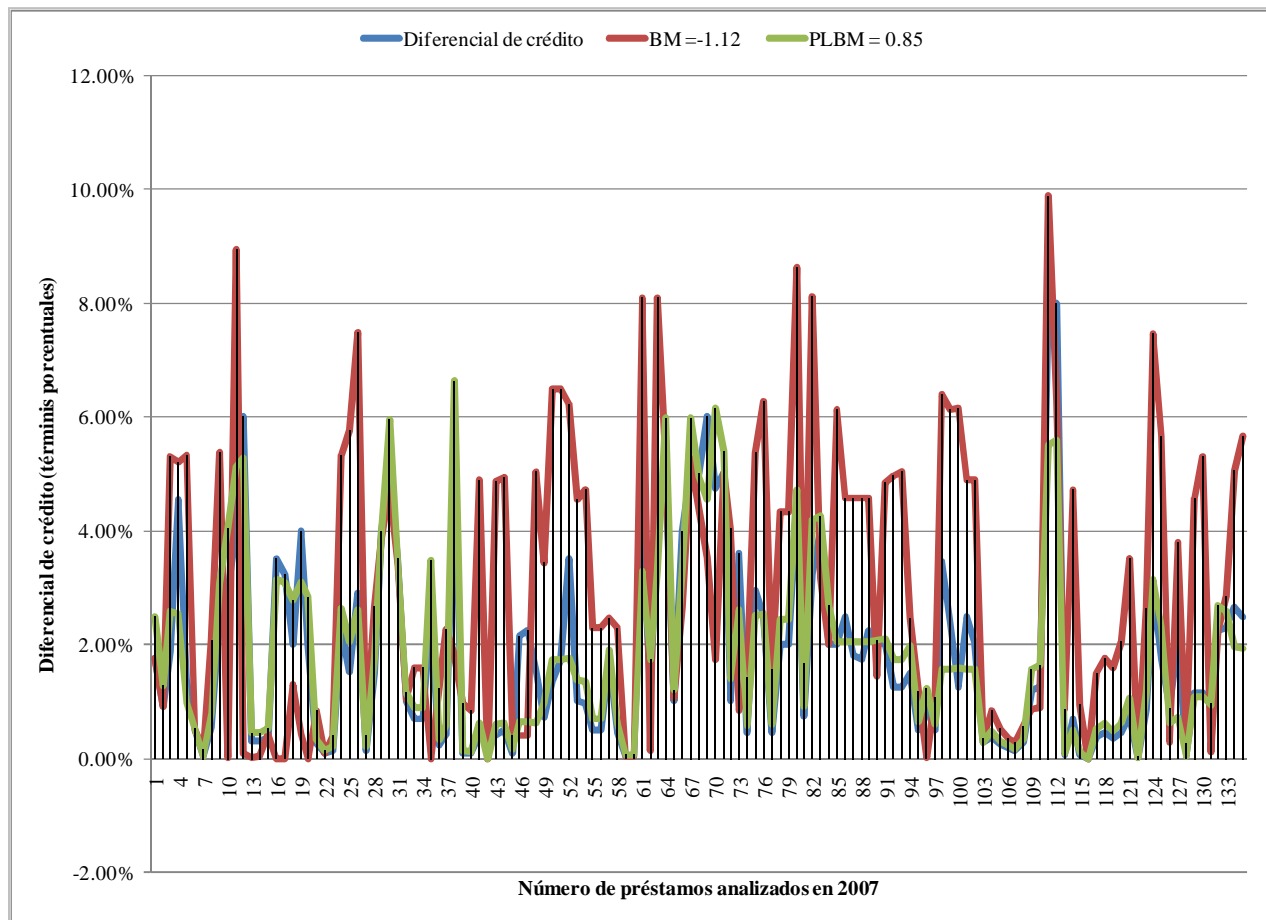
Los resultados obtenidos con la aproximación de la intensidad de incumplimiento (ecuaciones 117 y 118) para el año de 2007 se muestran en los Gráficos 27 y 28, respectivamente.

Gráfica 27. Comparación del diferencial real y el estimado con los modelos BM y PLBM para 2007 (R calculada con la intensidad de incumplimiento, ec. 117)



Fuente: Elaboración propia

Gráfica 28. Comparación del diferencial real y el estimado con los modelos BM y PLBM para 2007 (R calculada con la intensidad de incumplimiento, ec. 118)



Fuente: Elaboración propia

Tanto en los gráficos previos como en los resultados presentados en la Tabla 17 sobre el estadístico G, se puede observar que el ajuste con esta R es mucho mejor que bajo los otros escenarios, pero sobre todo se corrobora que el modelo que aproxima en mayor medida el diferencial real es el PLBM.

Además del análisis derivado del estadístico G, se decidió estudiar si los modelos BM y PLBM sobreestiman o subestiman los diferenciales de crédito reales a lo largo del tiempo. Como se puede observar en el Cuadro 1, en promedio los dos modelos subestiman el *spread* real, ya que éste es mayor al estimado, sin importar la forma en que se aproxime el valor de la tasa de recuperación; sin embargo, si se analiza a detalle, a partir de 2001 el BM subestima el diferencial

de crédito, pero la sobreestimación de los primeros años es tan grande que la media aritmética es positiva, pero es pequeña.

Por otra parte, el PLBM subestima la mayor parte de las veces al valor real. Sólo hay algunos periodos donde el valor estimado superó al real.

Cuadro 1. Diferencias entre los valores reales menos los estimados aproximando la R con los modelos de intensidad de incumplimiento (ecuaciones 117 a 119)

	R (ec 117)		R (ec 118)		R (ec 119)	
	BM	PLBM	BM	PLBM	BM	PLBM
1998	4.644%	0.597%	4.644%	0.450%	4.645%	0.552%
1999	3.118%	0.081%	3.120%	0.172%	3.120%	0.122%
2000	1.523%	0.537%	1.553%	0.733%	1.634%	0.594%
2001	-0.964%	0.319%	-0.889%	0.118%	-0.768%	0.269%
2002	-0.046%	0.216%	0.106%	0.124%	0.067%	0.117%
2003	-0.147%	0.084%	-0.138%	0.045%	-0.115%	0.077%
2004	-0.465%	0.098%	-0.438%	0.004%	-0.405%	0.128%
2005	-1.619%	0.038%	-1.496%	0.055%	-1.496%	-0.035%
2006	-1.565%	0.024%	-1.396%	0.016%	-1.396%	0.016%
2007	-1.205%	0.128%	-1.112%	0.032%	-1.112%	0.084%
2008	-1.091%	0.244%	-1.013%	-0.020%	-0.979%	0.219%
Promedio	0.198%	0.215%	0.267%	0.157%	0.291%	0.195%

Fuente: Elaboración propia

3.3.1 Resultados de los modelos Brownian Motion (BM) y Power Law Brownian Motion (PLBM), calculando la tasa de recuperación con el modelo binomial

Como se pudo observar anteriormente, la calidad del ajuste depende fuertemente del valor de la tasa de recuperación. Las tasas de recuperación se proyectan asumiendo que se conoce de antemano la tasa base libre de riesgo crédito, los puntos adicionados a dicha tasa y el vencimiento, por lo cual se decidió unir varios modelos con el objeto de calcular la tasa de recuperación y la probabilidad neutral al riesgo implícitas en la información de mercado de las organizaciones analizadas:

- Modelo de opciones financieras en tiempo discreto desarrollado por Cox *et al.* (1979).
- Modelo de Merton (1974).
- Modelo de riesgo de incumplimiento estimado por Moody's KMV.
- Modelo de GARCH (1,1).

Se optó por calcular la tasa de recuperación así como la probabilidad neutral al riesgo implícitas en los datos reales de mercado de las entidades de la muestra de 2008. Para lo cual se describirá el procedimiento seguido paso a paso.

Paso 1. Se calculó con el modelo de GARCH (1,1) la volatilidad del precio de la acción anualizada, tomando la serie diaria de precios al cierre de todas las empresas de la muestra del año 2008.

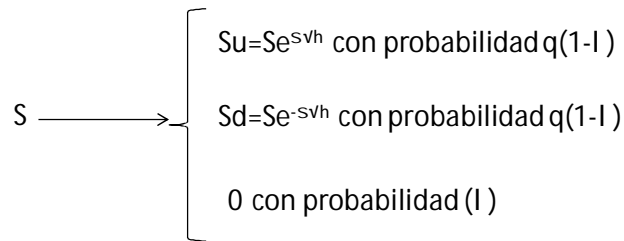
Paso 2. Considerando la información contenida en los estados financieros publicados en las bases de datos de Infosel, se obtuvo el número de acciones en circulación, el precio de cierre por acción, el valor total de los pasivos, así como el importe y la proporción de las deudas bajo análisis con respecto al importe total de los pasivos analizados y de los no analizados. Con esta información se calculó el valor de mercado del capital accionario (multiplicando el número de acciones en circulación por el precio de cierre) acorde con la proporción de pasivos estudiados con respecto al total, para cada una de las empresas de la muestra correspondientes al año de 2008.

Paso 3. Con el modelo de Merton (1974) se obtuvo la volatilidad anualizada de los activos bajo estudio y el valor de mercado de estos activos.

Paso 4. Se calculó el importe de los choques a la alza, a la baja y de la probabilidad neutral al riesgo de los activos. Los valores de las dos primeras variables se obtuvieron como se indicó en la Sección 2.3.1.2, mientras que la última se determinó como lo establecen Das y Hanouna (2009). Dichos autores consideran la posibilidad de que una acción caiga en incumplimiento, teniendo como consecuencia que el valor de la misma sea de cero.

Asimismo, estos investigadores modelan estocásticamente el comportamiento del árbol binominal de Cox *et al.* (1979), con un factor adicional, el precio de la acción puede caer en incumplimiento con probabilidad λ ; donde λ es una variable dependiente del estado del precio de la acción en la naturaleza (Figura 17).

Figura 17. Trayectoria del precio de una acción para un periodo, al existir la posibilidad de caer en incumplimiento



Fuente: Das y Hanouna (2009)

Bajo este esquema y siguiendo el supuesto de neutralidad al riesgo, el valor descontado del precio de una acción será una martingala, quedando modificada la probabilidad neutral al riesgo de la siguiente forma:

$$q = \frac{((1+r)/(1-\lambda)) - d}{u-d} \quad \text{Ec.- 152}$$

Donde:

- r es la tasa libre de riesgo al periodo.

Mientras que la tasa implícita de recuperación se obtiene como se muestra a continuación:

$$R = \Phi(a_0 + a_1 \lambda) \quad \text{Ec.- 153}$$

Donde:

- Φ es la distribución normal estándar acumulada.

- a_0 y a_1 son los coeficientes de la regresión entre la tasa de recuperación (variable dependiente) y la probabilidad neutral de incumplimiento (variable dependiente).

Paso 5. Posteriormente, se elaboró el árbol binomial del valor de la empresa. La periodicidad de cada nodo fue mensual y el número de nodos variaba de acuerdo con la duración ponderada¹⁸ de las deudas analizadas.

Paso 6. Se calculó otro árbol, tomando los datos del paso anterior, para lo que se calculó el valor neto de la firma, sugerido por Crosbie y Bohn (2003), como el Valor de Mercado de los Activos (valor de la firma del paso anterior) menos el Punto de Incumplimiento, tomando éste último como lo establecen dichos autores: "es el punto entre los pasivos de corto plazo y los de largo plazo". Se aplicó una función condicional, para lo cual se consideró en cada nodo el máximo entre el valor neto de la firma y cero.

Paso 7. Se construyó el árbol de la opción del valor de mercado del capital accionario en tiempo discreto, considerándola como una opción *Call* americana, para ello se comparó nodo a nodo el máximo entre el valor neto de la firma menos el importe de la anualidad ponderada de los pasivos analizados ajustada por el valor del dinero en el tiempo o cero, este procedimiento se llevó a cabo únicamente en la última rama del árbol. Posteriormente (en las ramas intermedias del árbol de la opción), se comparó el valor intrínseco de la opción contra el valor esperado del periodo anterior descontado con la tasa libre de riesgo y bajo la probabilidad neutral al riesgo menos el valor de la deuda. El valor de mercado del capital accionario en t_0 (2008) se obtuvo descontando los valores futuros esperados del periodo anterior bajo la probabilidad neutral al riesgo, pero dejando como incógnitas a la probabilidad neutral de incumplimiento y a los coeficientes a_0 y a_1 . La tasa de recuperación se determinó aplicando la ecuación 155.

¹⁸ La duración, la tasa de recuperación, los préstamos y la anualidad ponderados, se obtuvieron al multiplicar los valores de cada uno de estos conceptos por la proporción que representaba el importe de cada uno de los préstamos analizados con respecto a la suma total de los mismos. Este procedimiento se aplicó de igual forma en los modelos de Merton, Leland y Fan y Sundaresan.

Paso 8. Con la rutina de Solver en Excel se buscó el valor de las variables mencionadas en el paso anterior; de forma tal que el valor presente esperado del capital accionario bajo la probabilidad neutral al riesgo derivado del árbol binomial fuera igual al monto real derivado de multiplicar el número de acciones en circulación por el precio de mercado de cada una de las acciones y por la proporción que representa el valor de cada uno de los pasivos analizados con respecto al importe total de las deudas de cada organización.

Paso 9. Una vez que se obtuvieron los valores de estas variables para cada una de las empresas tomadas como muestra en el año de 2008, éstas se utilizaron como parámetros de los modelos BM y PLBM, con lo cual se calculó el valor del estadístico de ajuste G (Tabla 18)¹⁹.

Tabla 18. Estadístico de prueba para los modelos BM, PLBM, con diferentes R e intensidad de incumplimiento calculadas con el modelo binomial considerando los datos de 2008

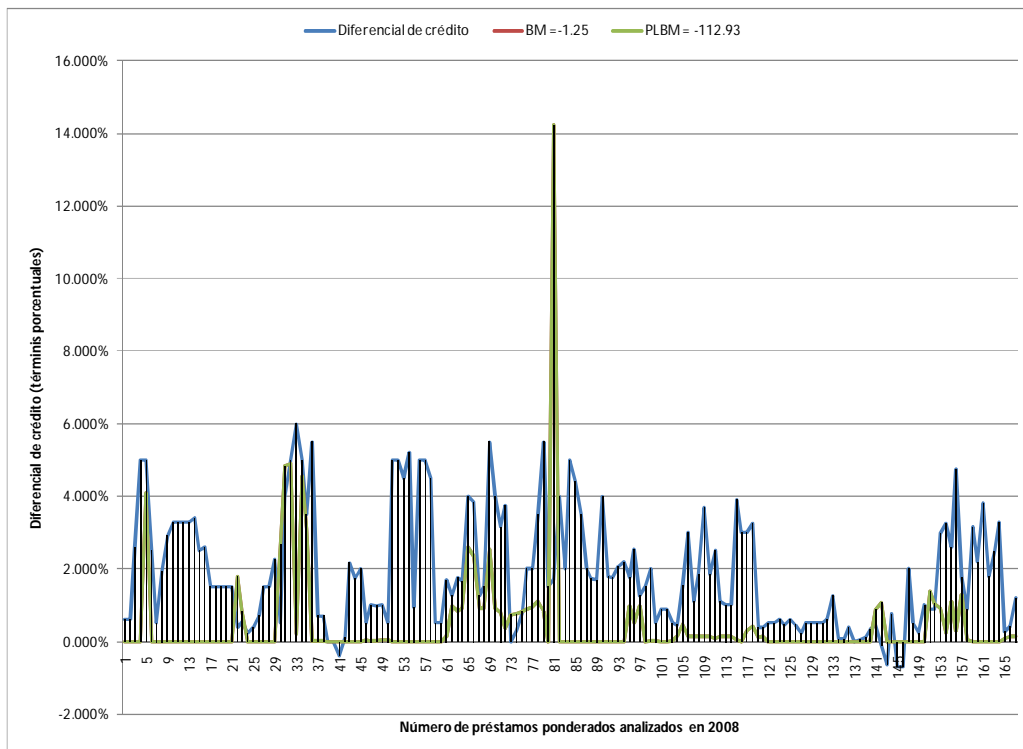
	G modelo BM	G modelo PLBM
R y λ_p determinada con el modelo binomial	-1.25	-112.94

Fuente: Elaboración propia

Se obtuvo un mejor resultado con el modelo BM que con el PLBM. Como se puede observar, los valores del estadístico G son negativos, con lo cual se puede concluir que no es buena la aproximación de la tasa de recuperación, ya que el valor de esta variable es de vital importancia en los resultados de los modelos en comento. Para reforzar estos resultados, a continuación se muestra el análisis gráfico (Gráfica 29).

¹⁹ En el Anexo 8 se muestra un ejemplo del cálculo de las probabilidades e intensidades implícitas, mediante la aplicación del modelo binomial, para lo cual se tomó el año de 2008 de la empresa Bimbo.

Gráfica 29. Comparación del diferencial real y el estimado con los modelos BM y PLBM²⁰ para 2008 (R calculada con el modelo binomial)



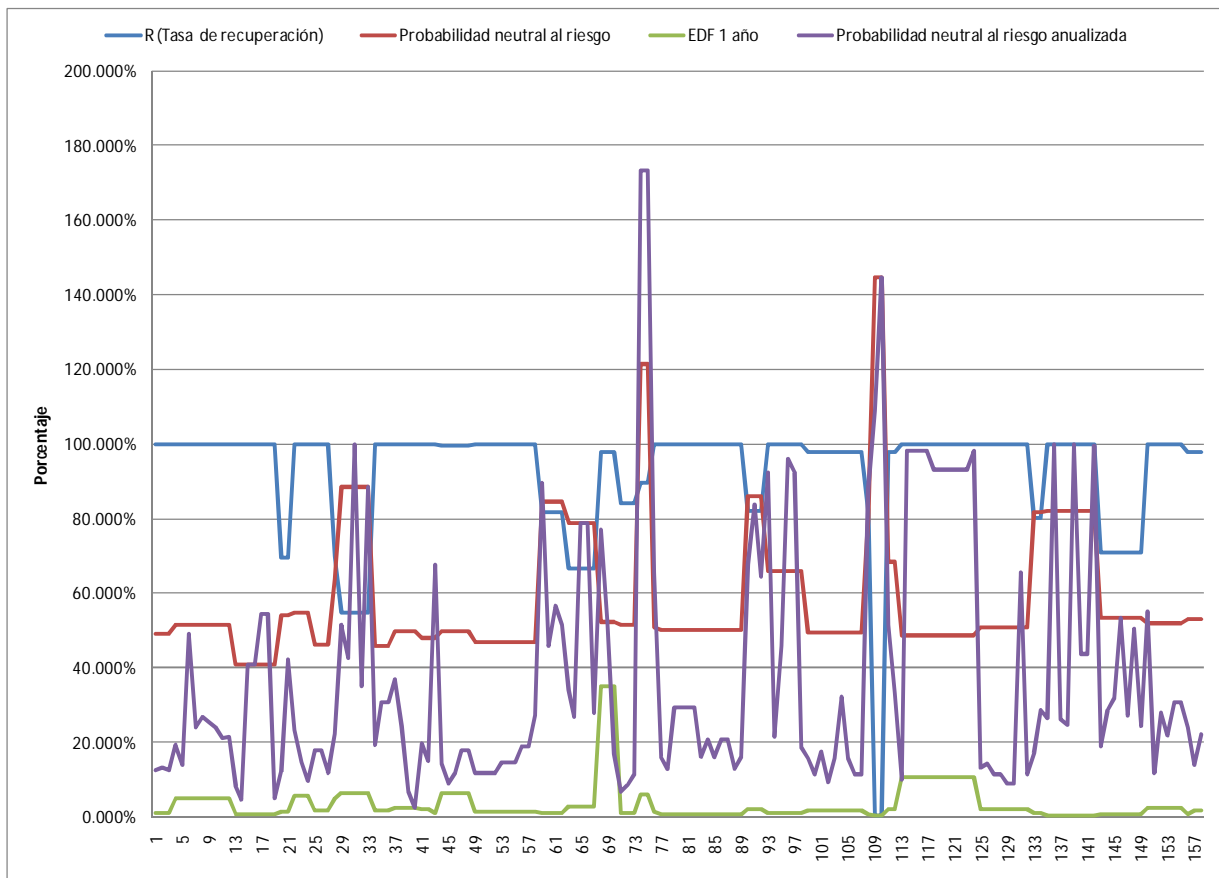
Fuente: Elaboración propia

En este caso, el PLBM está sobreestimando en algunos casos el diferencial de crédito y en otros lo está subestimando, mientras que el BM está subestimando dicho diferencial en todo momento.

Adicionalmente, se presenta un comparativo de los valores de la tasa de recuperación, de las probabilidades neutras al riesgo y de la EDF a un año. Como se puede observar en la siguiente gráfica, la tasa de recuperación oscila sobre un porcentaje casi constante de 95% a 100% para todos los instrumentos de deuda, mientras que el valor del EDF a un año es muy pequeño en comparación con la probabilidad neutral al riesgo anualizada. De hecho, ésta última es 34 veces mayor que la frecuencia de incumplimiento esperada.

²⁰ Debido a que los valores arrojados por el BM son muy pequeños, en comparación con los obtenidos con el PLBM, gráficamente, por la escala de medición del eje vertical, no es posible observar la serie del modelo en comentario.

Gráfica 30. Comparación del diferencial real y el estimado con los modelos BM y PLBM para 2008 (R calculada el modelo binomial)

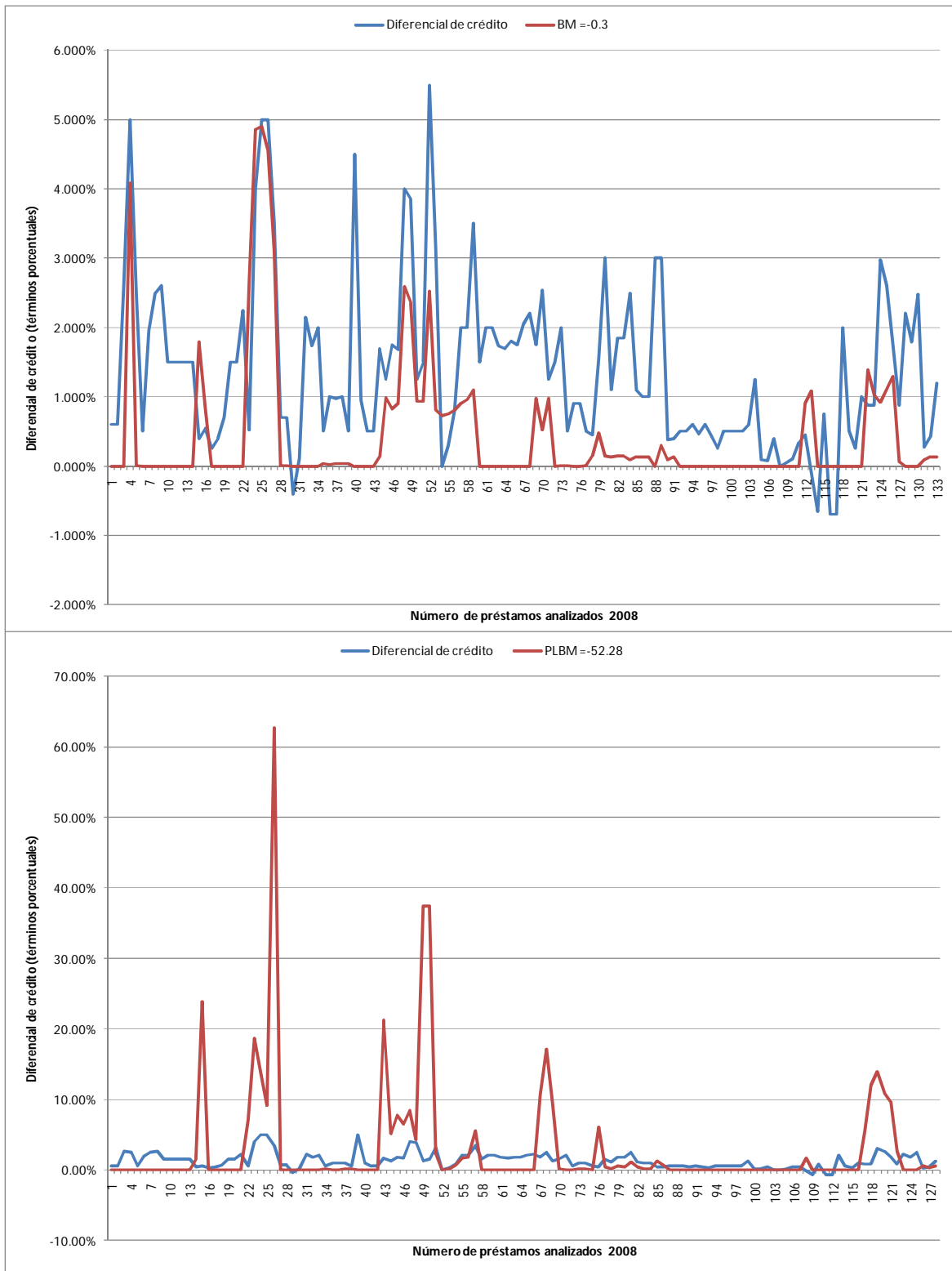


Fuente: Elaboración propia

Como se puede desprender del gráfico anterior y coincidiendo con los resultados de los estudios anteriores, la probabilidad neutral al riesgo anualizada en todos los casos es superior a la probabilidad real anual.

Al igual que como se realizó con los modelos de Merton, Leland y Fan y Sundaresan, se eliminaron los datos atípicos (datos que en valor absoluto superan las tres desviaciones estándar) con el propósito de evaluar la calidad del modelo. Como resultado, se descartaron 12 datos atípicos, con lo cual se obtuvo un mayor ajuste que se refleja en el estadístico G. Ahora es de -0.3 para el BM y de -52.28 para el PLBM. A pesar de ello, el BM sigue mostrando un mejor valor del estadístico G, lo cual resulta contrario a lo que afirman Denzler *et al.* (2005). El gráfico de este análisis se presenta a continuación.

Gráfica 31. Comparación del diferencial real y el estimado con los modelos BM y PLBM para 2008 (R calculada el modelo binomial) sin datos atípicos



Fuente: Elaboración propia

3.4 Inferencia con el modelo PLBM

Como se comentó en la Sección 2, para el cálculo de la probabilidad neutral al riesgo de incumplimiento bajo el modelo PLBM se necesita estimar el valor de los parámetros c_i y α_i corriendo la regresión lineal explicada en la ecuación 144. Los valores de los parámetros derivados de la regresión fueron los siguientes (Tabla 19):

Tabla 19. Valores estimados de los parámetros c_i y α_i

	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
c_i	0.9352	0.9436	0.9194	0.9782	0.9427	0.9213	0.8923	0.9503	0.9608	0.9714	0.8951
α_i	-0.0040	0.0160	0.0100	0.0140	0.0130	-0.0040	-0.0100	0.0210	-0.0070	0.0090	-0.2915

Fuente: Elaboración propia

Para la realización de inferencia en periodos posteriores, se aplicaron los modelos de análisis de series temporales, con el objetivo de determinar si estas variables se comportan como un proceso Autorregresivo (AR), de Medias Móviles (MA)²¹ ó una combinación de ambos (ARMA)²².

Una vez realizado el análisis de las series temporales de c_i y α_i se concluyó que la mejor explicación del comportamiento de estas variables viene dado por los siguientes modelos: la serie de c_i se asimila a un modelo AR de orden uno, mientras que la serie de α_i se pudo modelar como un proceso ARMA de orden dos.

A continuación se resumen los resultados de cada modelo (Cuadro 2).

²¹ Al modelo de Medias Móviles se le conoce como MA, por sus siglas en inglés: *Moving Average*.

²² Ver Anexo 5 para mayor información sobre estos modelos.

Cuadro 2. Resultado del análisis de las series temporales de c_i y α_i

<u>El modelo propuesto para c_i fue un AR(1)</u>	<u>El modelo propuesto para α_i fue un ARMA(2,2)</u>
$\tilde{Z} - \phi\tilde{Z}_{t-1} = a_t$ <p>a_t, son una serie de innovaciones aleatorias independientes, con media constante cero y varianza constante igual a σ_a^2.</p>	$\tilde{Z} - \phi_2\tilde{Z}_{t-2} = a_{t-1} - \theta_2a_{t-2}$ <p>a_t, son una serie de innovaciones aleatorias independientes, con media constante cero y varianza constante igual a σ_a^2.</p>
<ul style="list-style-type: none"> Periodo de observación: 1998 a 2007. 	<ul style="list-style-type: none"> Periodo de observación: 1998 a 2007.
<ul style="list-style-type: none"> Los parámetros estimados fueron $\phi = 0.984917$, el intervalo con un 95% de confianza cumple la prueba de parsimonia, ya que el intervalo no incluye el cero. 	<ul style="list-style-type: none"> Los parámetros estimados fueron $\phi_2 = 0.77357$ y $\theta_2 = -0.98204$, el intervalo con un 95% de confianza cumple con la prueba de parsimonia, ya que el intervalo no incluye el cero.
<p>El parámetro se encuentra dentro de la región admisible, es decir $\phi < 1$.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Los parámetros se encuentran dentro de la región admisible, es decir $\phi < 1$ y $\theta < 1$.

Fuente: Elaboración propia

Los valores pronosticados para los años de 2007 a 2010 de c_u y α_u bajo los modelos AR y ARMA fueron los siguientes (Tabla 20):

Tabla 20. Valores pronosticados para los años de 2007 a 2010 de c_u y α_u

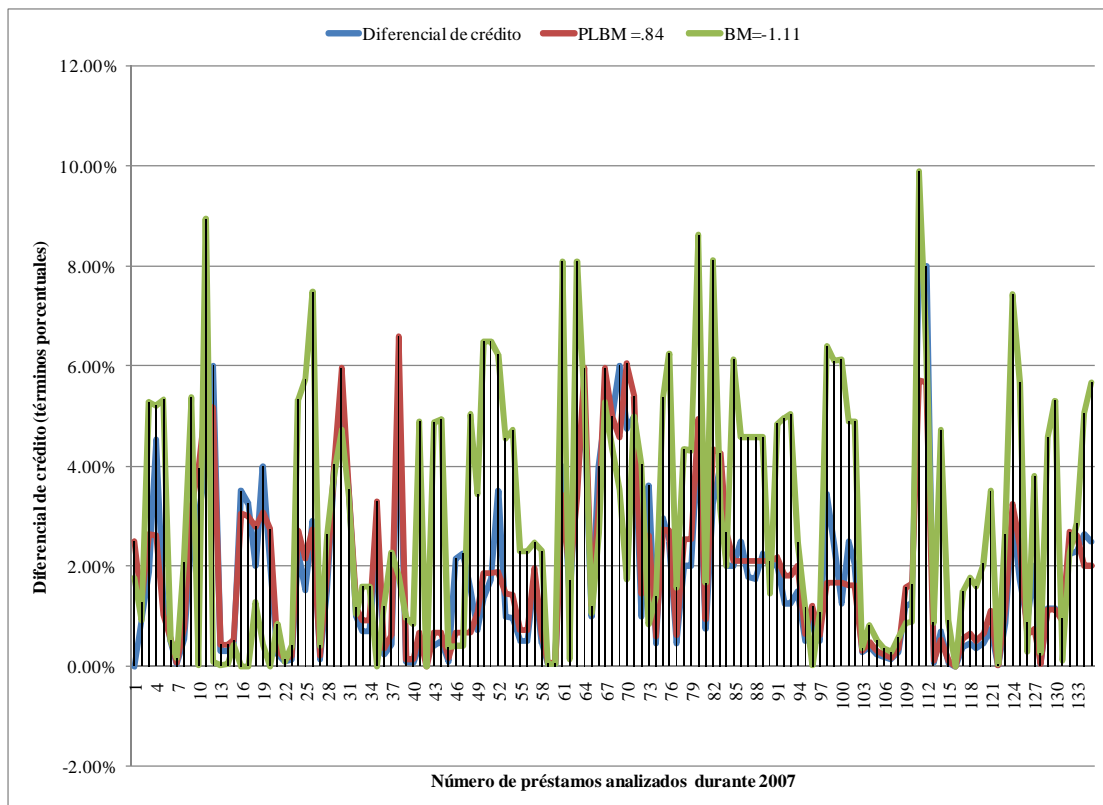
Año	α_u estimado	c_u estimado
2007	0.00155704	0.97540469
2008	0.01117567	0.97611164
2009	0.00861551	0.99808357
2010	0.01068856	0.97169857

Fuente: Elaboración propia

Se probaron los valores de estas variables estimadas con los datos del año de 2007, obteniéndose como resultado un estadístico de prueba G para el modelo PLBM de 0.840287, lo cual significa que también con los valores estimados se obtiene una aproximación bastante razonable de los diferenciales de crédito reales con este modelo.

El ajuste que se hace del diferencial de crédito para el año 2007 con estos valores pronosticados de c_u y α_u se puede ver gráficamente a continuación (Gráfica 32).

Gráfica 32. Comparación del diferencial real y del estimado con los modelos BM y PLBM correspondiente al ejercicio de 2007 con los valores estimados de c_u y α_u (R calculada con la intensidad de incumplimiento, Ec.- 118)



Fuente: Elaboración propia

3.5 Estimación de la tasa de recuperación (R)

Como se comentó anteriormente, en México no se tiene acceso a una base de datos sobre las tasas de recuperación por tipo de préstamos, por lo cual será necesario que las empresas que apliquen estos modelos en años posteriores estimen una R. Por ello, en un primer análisis, se llevaron a cabo regresiones simples, segmentado la información por calificación crediticia y tomando el periodo de 1998 a 2007 (Modelos 2 a 7) y en segundo lugar se realizaron de igual forma, regresiones simples pero ahora incluyendo el año 2008 (Modelos 1 a 7). Por otro lado se corrieron regresiones múltiples de carácter transversal, sin segmentar la información, tomando exclusivamente y por separado, los años de 2007 y 2008, considerando como variable dependiente la tasa de recuperación y como variables independientes aquellas que de conformidad con estudios previos resultaron relevantes para explicar el diferencial de crédito y por consecuencia pudieran explicar a la R.

3.5.1 Regresión simple

Para la estimación de la tasa de recuperación, la información se segmentó por calificación crediticia, con lo cual se corrieron regresiones por *rating* pero tomando la serie completa por el periodo comprendido de 1998 a 2007. Por ejemplo, se corrió la regresión considerando todos los préstamos categorizados como B1 durante los ejercicios de 1998 a 2007. Posteriormente se incluyeron en el análisis de regresión los datos del ejercicio de 2008, el cual será explicado más adelante.

En primer lugar, se aplicó un modelo lineal similar al propuesto por Hamilton *et al.* (2005), para lo cual se corrió una regresión simple entre las tasas de recuperación y las tasas promedio de incumplimiento.

Para el cálculo de todas las regresiones se tomó como variable dependiente la tasa de recuperación (R) determinada con la fórmula de la intensidad de incumplimiento de la ecuación 118.

En los modelos de regresión 1 y 2 se consideró como variable independiente la frecuencia esperada de incumplimiento a un año, aunque con diferente forma funcional:

$$\text{Modelo 1: } E(R|EDF) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1(EDF)$$

$$\text{Modelo 2: } E(R|EDF) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \left(\frac{1}{\ln(1-EDF)} \right)$$

Considerando que los valores de la variable dependiente (1-R) se encuentran en el rango de $[0,1]$, se aplicó una regresión logística en el segundo y tercer análisis, como lo hicieron Das y Hanouna (2009). Para el caso del modelo 3 se tomó como variable independiente la intensidad de incumplimiento promedio a un año (ver fórmula 115) mientras que en el modelo 4 la variable independiente fue la frecuencia de incumplimiento esperada EDF a un año.

$$\text{Modelo 3: } E \left(\ln \left(\frac{1-R}{R} \right) \middle| \bar{\lambda}_p \right) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \bar{\lambda}_p$$

$$\text{Modelo 4: } E \left(\ln \left(\frac{1-R}{R} \right) \middle| EDF \right) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 EDF$$

En los casos de la cuarta y quinta regresión, simplemente se suavizaron los datos de la variable dependiente aplicando una transformación potencia; la del modelo 5 fue logarítmica y la del modelo 6 fue la inversa.

$$\text{Modelo 5: } E(\ln(1-R) | \bar{\lambda}_p) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \bar{\lambda}_p$$

$$\text{Modelo 6: } E \left(\frac{1}{1-R} \middle| \bar{\lambda}_p \right) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \bar{\lambda}_p$$

Finalmente, el séptimo modelo de regresión también se efectuó bajo la premisa de que la variable dependiente se encontraba en el intervalo $[0,1]$. Otro de los modelos propuesto por Das y Hanouna (2009) consiste en ajustar la tasa de recuperación como una función probit, quedando de la siguiente manera:

$$\text{Modelo 7: } E\left(\Phi^{-1}(1-R)\middle|\bar{\lambda}_p\right) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1\bar{\lambda}_p$$

El modelo que ofreció los mejores estadísticos de la regresión fue el 3; a pesar de ello, la bondad de ajuste promedio de todas las calificaciones crediticias fue de 11%.

Asimismo, se llevaron a cabo otras simulaciones considerando la información de 1998 a 2008. En ese caso se tomaron para cada una de las calificaciones, los parámetros del modelo que ofreciera los mejores estadísticos de prueba de cada una de las siete regresiones.

A continuación, se muestra de forma detallada los estadísticos de la regresión de los modelos de de regresión lineal simple y logística (Tablas 21 y 22), tomando los datos de 1998 a 2007 y la información segmentada por calificación crediticia²³.

Tabla 21. Estadístico de las regresiones para pronosticar la R (tasa de recuperación) en función de la probabilidad de incumplimiento. Modelo de Regresión Lineal Simple (datos de 1998 a 2007)

Calificación	Número de datos	Constante	Coefficiente de la tasa de incumplimiento	Prueba t (p value del coeficiente de la prob. de incumplimiento, con un alfa del 5% de confianza)	R ² (Bondad de ajuste)	Prueba F (p value nivel de significancia con un alfa al 5% de confianza)
Baa1y Baa2	39	.427	.000	.390 (0.698*)	.004	.152 (0.698*)
Baa3	47	.086	.000	-.391 (0.698*)	.003	153 (0.698*)
B1	178	.025	-.014	-12.423 (.000000)	.467	154.341 (0.0000)

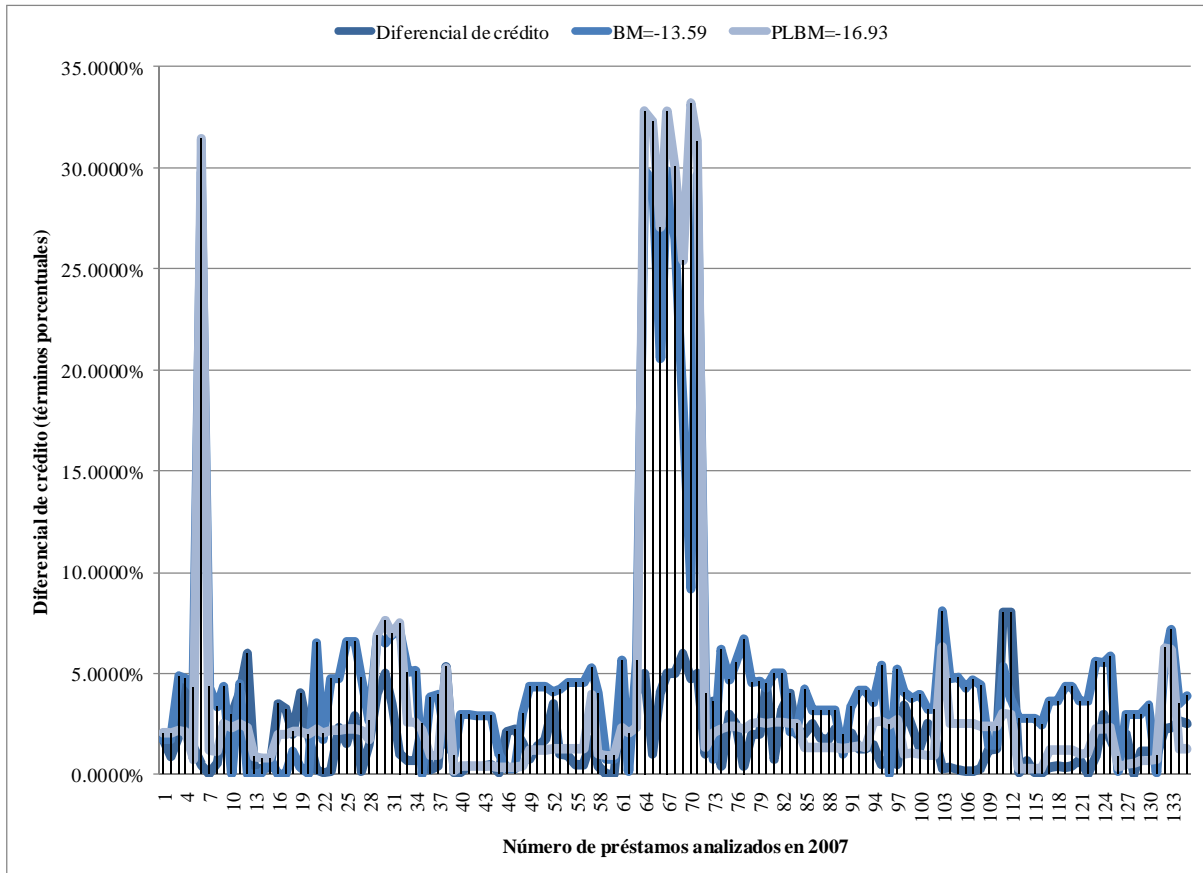
²³ Los resultados de cada una de las regresiones de los años 2007 y 2008 se encuentran en los Anexos 6A y 6B.

Calificación	Número de datos	Constante	Coefficiente de la tasa de incumplimiento	Prueba t (p value del coeficiente de la prob. de incumplimiento, con un alfa del 5% de confianza)	R ² (Bondad de ajuste)	Prueba F (p value nivel de significancia con un alfa al 5% de confianza)
B2	108	.222	-.005	-1.197 (0.234*)	.013	1.433 (0.234*)
B3	99	.440	.004	.398 (0.691*)	.002	.159 (0.691*)
Ba1	114	.190	.000	-.485 (0.628*)	.002	.236 (0.628*)
Ba2	204	.409	.002	1.684 (0.094*)	.014	2.837 (0.094*)
Ba3	244	.849	.013	4.022 (0.000)	.063	16.176 (0.000)
Caa-C	107	.359	-.015	-1.362 (0.176*)	.017	1.856(.176*)

Fuente: Elaboración propia. *Con un nivel de confianza del 5% ó del 10% los estadísticos F y t resultan no significativos, es decir, no se puede rechazar la hipótesis nula de que los coeficientes de las variables independientes sean diferentes de cero.

De acuerdo con los resultados de la tabla anterior, se puede observar que la bondad de ajuste de los modelos (R²) es bastante baja en todos los casos. Asimismo, en la mayor parte de las categorías los coeficientes de las tasas de incumplimiento resultaron no significativos. A pesar de ello, se decidió probar los resultados de las regresiones sobre los datos de 2007 sustituyendo las probabilidades esperadas de incumplimiento en cada una de las regresiones, de acuerdo con la categoría a la que pertenecía cada préstamo. Como resultado se obtuvo una R pronosticada para cada deuda, con la cual se calcularon los modelos BM y PLBM, así como el estadístico de ajuste G. El resultado aparece en la Gráfica 33:

Gráfica 33. Comparación del diferencial real y del estimado con los modelos BM y PLBM correspondiente al ejercicio de 2007 con los valores de R calculados con el Modelo de Regresión Lineal Simple



Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con los valores de la R calculados con esta regresión, se puede desprender que el diferencial de crédito calculado con los modelos BM y PLBM se encuentra bastante alejado del real, ya que el valor del estadístico G es de -13.59 y de -16.93, respectivamente.

Ahora bien, considerando la regresión logística se puede observar en la Tabla 22 que la bondad de ajuste oscila en el rango de 0.42 para los instrumentos calificados con Caa hasta un 0.014 en las deudas catalogadas como Baa1 y Baa2.

Asimismo, cabe destacar que únicamente para los pasivos clasificados como Baa1, Baa2 y Baa3 el coeficiente de la variable independiente no es significativo con un alfa del 5% de confianza.

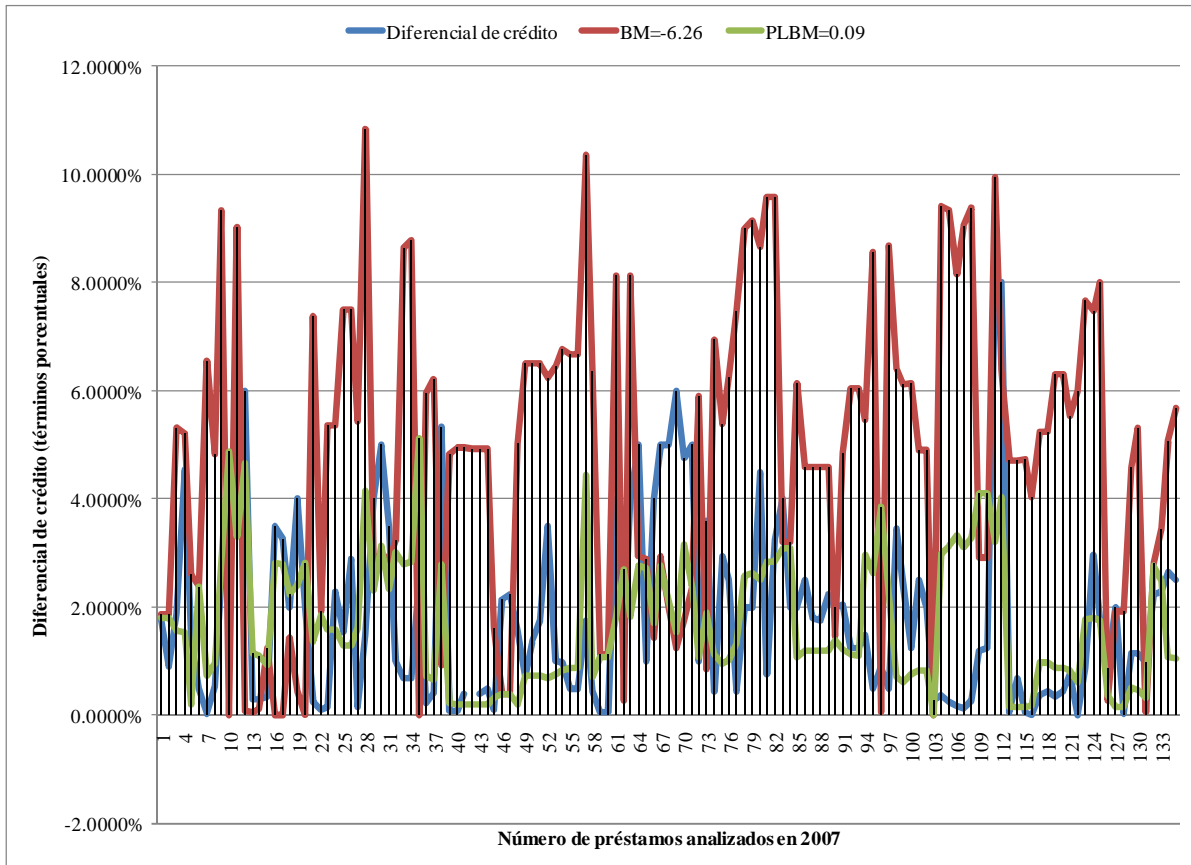
Tabla 22. Estadístico de las regresiones para pronosticar la R (tasa de recuperación). Modelo de regresión logística (Modelo 3) (datos de 1998 a 2007)

Calificación	Número de datos	Constante	Coefficiente de la tasa de incumplimiento	Prueba t (<i>p value</i> del coeficiente de la prob. de incumplimiento, con un alfa del 5% de confianza)	R ² (Bondad de ajuste)	Prueba F (<i>p value</i> nivel de significancia con un alfa al 5% de confianza)
Baa1y Baa2	39	21.955	17162.475	1.567 (0.124*)	0.014	2.456 (0.124*)
Baa3	47	0.086	0	-.391 (0.698*)	0.052	153 (0.698*)
B1	178	231.41	-6376.277	-7.648 (0.000)	0.249	58.498 (0.000)
B2	108	83.5	-1066.397	-2.304 (0.023)	0.048	5.309 (0.023)
B3	99	34.773	-342.847	-2.036 (0.044)	0.041	4.147 (0.044)
Ba1	114	156.069	-3830.263	-3.652(0.000)	0.107	13.334 (0.000)
Ba2	204	102.889	-1811.145	-3.105 (0.002)	0.046	9.638 (0.002)
Ba3	244	175.358	-4087.39	-2.2690(0.024)	0.021	5.150 (0.024)
Caa-C	107	-0.525	-5.596	-8.571 (0.000)	0.412	73.456 (0.000)

Fuente: Elaboración propia

Al igual que para el caso anterior, se probaron los resultados de las regresiones sobre los datos de 2007 sustituyendo el valor de las variable independiente en cada una las regresiones, de acuerdo con la categoría a la que pertenece cada préstamo, con lo que se calcularon los modelos BM y PLBM y el estadístico de ajuste G (Gráfica 34).

Gráfica 34. Comparación del diferencial real y del estimado con los modelos BM y PLBM correspondiente al ejercicio de 2007 con los valores de R calculados con el Modelo de 3 de regresión



Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con los resultados del gráfico previo, se puede observar una mejora en el diferencial de crédito calculado con ambos modelos, sobretodo en el caso del PLBM, donde el valor del estadístico G alcanzó un valor positivo de 0.09.

Por otro lado, al incluir a la base de datos segmentada por calificación crediticia los datos de 2008, se decidió seleccionar el modelo (del 1 al 7) que ofreciera el mejor ajuste para cada una de las calificaciones crediticias. Los resultados obtenidos se presentan a continuación (Tabla 23).

Tabla 23. Estadístico de las regresiones para pronosticar la R (tasa de recuperación). Se utilizó el Modelo que hiciera la mejor aproximación (datos de 1998 a 2008)

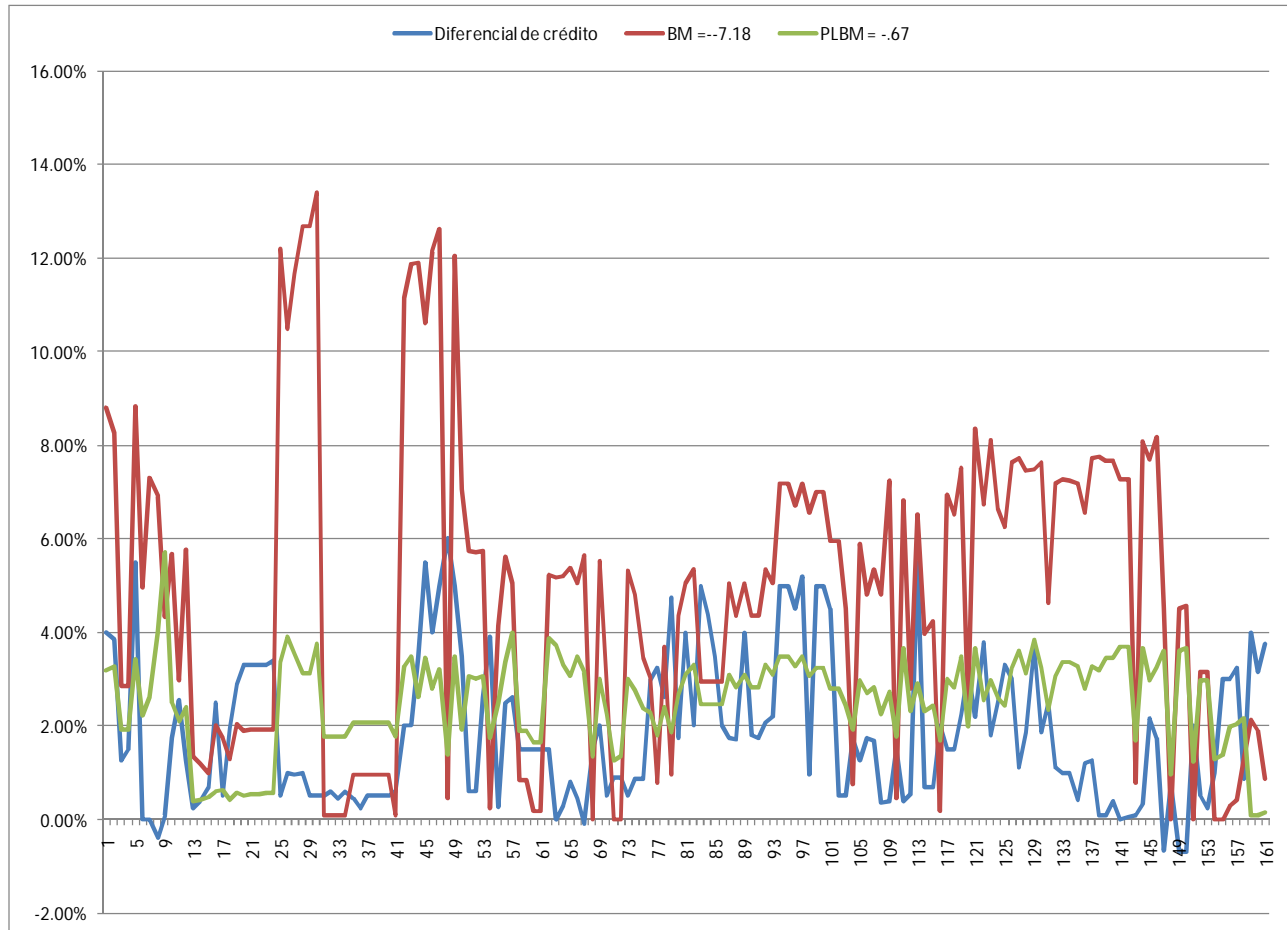
Calificación	Modelo más adecuado	Número de datos	Constante	Coefficiente de la tasa de default	Prueba t (p value del coeficiente de la prob. de default, con un alfa del 5% de confianza)	R ² (Bondad de ajuste)	Prueba F (p value nivel de significancia con un alfa al 5% de confianza)
Baa1y Baa2	Modelo 5	46	0.7732	-23.3607	-0.6351 (0.5285*)	0.0953	0.4034 (0.5285*)
Baa3	Modelo 4	48	23.1058	17,128.6517	1.5672 (0.1239*)	0.2252	2.4564(0.1239*)
B1	Modelo 7	187	12.4094	-342.3813	-7.2327 (0.0000)	0.4695	52.3125 (0.0000)
B2	Modelo 6	146	-19.7035	465.8428	13.9441 (0.0000)	0.7580	194.4399 (0.0000)
B3	Modelo 5	125	-1.0161	30.1104	7.3521 (0.0000)	0.5525	54.0536(0.0000)
Ba1	Modelo 1	125	-0.0541	15.2324	5.5146(0.0000)	0.4452	30.4113 (0.0000)
Ba2	Modelo 4	228	105.5281	-1,990.6261	-3.3499 (0.0009)	0.2175	11.2220 (0.0009)
Ba3	Modelo 7	273	9.3839	-228.3224	-2.4671 (0.0142)	0.1482	6.0867 (0.0142)
Caa-C	Modelo 7	111	-0.3650	-2.9272	-8.7345 (0.0000)	0.6417	76.2921 (0.0000)

Fuente: Elaboración propia. *Con un nivel de confianza del 5% ó del 10% los estadísticos F y t resultan no significativos, es decir, no se puede rechazar la hipótesis nula de que los coeficientes de las variables independientes sean diferentes de cero.

De conformidad con los resultados obtenidos, el peor ajuste se encuentra en los instrumentos que poseen las mejores calificaciones crediticias, lo cual es un indicador de que pudiera existir una relación preferencial entre el banco y la entidad emisora del instrumento, y debido a ello la institución de crédito ofrece tasas preferenciales que no se encuentran relacionadas con la probabilidad de incumplimiento ni con el riesgo de crédito.

Al igual que en los análisis anteriores, se decidió probar el modelo de regresión que ofrece el mejor ajuste para cada una de las calificaciones crediticias. Posteriormente, una vez determinada la tasa de recuperación estimada, se calcularon los modelos BM y PLBM así como el estadístico G para el año 2008. Los resultados se presentan en la Gráfica 35.

Gráfica 35. Comparación del diferencial real y del estimado con los modelos BM y PLBM correspondiente al ejercicio de 2008 con los valores de R calculados con los 7 modelos aplicados en cada una calificaciones crediticias



Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar en la Tabla 23 y en la Gráfica 35, se probaron las regresiones que presentaron los mejores estadísticos de prueba sobre los datos de 2008 en cada una de las calificaciones crediticias, con el objeto de obtener una R estimada. Posteriormente con el valor de esta variable se determinaron los modelos BM y PLBM. A pesar de ello no se presentó una mejora en el diferencial de crédito calculado para ambos modelos, sobretodo en el caso del PLBM, ya que el valor del estadístico G fue de -0.67.

Derivado de lo anterior, se buscó mejorar el ajuste de las calificaciones cuya R^2 estuviese por debajo de 0.40 (se tomó este valor del estadístico bajo la consideración de que un coeficiente de determinación cercano a uno implica que los cambios en la variable dependiente son perfectamente explicados por la(s) variable(s) independientes), con lo cual se agruparon las categorías Baa1, Baa2 y Baa3 en un grupo denominado Baa. Adicionalmente, se agregaron los datos de las categorías Ba2 y Ba3 en otro conjunto denominado Ba2-3. Los resultados derivados de estas agrupaciones no fueron nada satisfactorios, ya que la mejor R^2 al juntar los préstamos con las calificaciones Baa fue de 0.095, utilizando el modelo de regresión 5. Además, la variable independiente resultó no significativa de conformidad con la prueba t . Los resultados de la segunda agrupación fueron los siguientes: el mayor valor de la R^2 (proveniente del análisis de los resultados de las siete regresiones) fue de 0.12 (Tabla 24) y el coeficiente de la variable independiente resultó significativo con un valor de alfa del 5%.

Tabla 24. Estadístico de las regresiones para pronosticar la R (tasa de recuperación). Se utilizó el Modelo que hiciera la mejor aproximación (datos de 1998 a 2008)

Calificación	Modelo más adecuado	Número de datos	Constante	Coefficiente de la tasa de default	Prueba t (p value del coeficiente de la prob. de default, con un alfa del 5% de confianza)	R^2 (Bondad de ajuste)	Prueba F (p value nivel de significancia con un alfa al 5% de confianza)
Baa	Modelo 5	93	0.7731	-23.361	-0.6351 (0.5281*)	0.0953	0.4034 (0.5285*)
B1	Modelo 7	187	12.4094	-342.3813	-7.2327 (0.0000)	0.4695	52.3125 (0.0000)
B2	Modelo 6	146	-19.7035	465.8428	13.9441 (0.0000)	0.7580	194.4399 (0.0000)
B3	Modelo 5	125	-1.0161	30.1104	7.3521 (0.0000)	0.5525	54.0536(0.0000)
Ba1	Modelo 1	125	-0.0541	15.2324	5.5146(0.0000)	0.4452	30.4113 (0.0000)
Ba2-3	Modelo 7	501	107.777	-1442.97	-2.8471 (0.0045)	0.1261	8.1059 (0.00452)
Caa-C	Modelo 7	111	-0.3650	-2.9272	-8.7345 (0.0000)	0.6417	76.2921 (0.0000)

Fuente: Elaboración propia. *Con un nivel de confianza del 5% ó del 10% los estadísticos F y t resultan no significativos, es decir, no se puede rechazar la hipótesis nula de que los coeficientes de las variables independientes sean diferentes de cero.

Considerando que los resultados no fueron muy afortunados, se decidió agrupar todas las calificaciones catalogadas como B, dejando como un grupo aparte la calificación de C. Los resultados obtenidos fueron más satisfactorios como se puede observar en la Tabla 25.

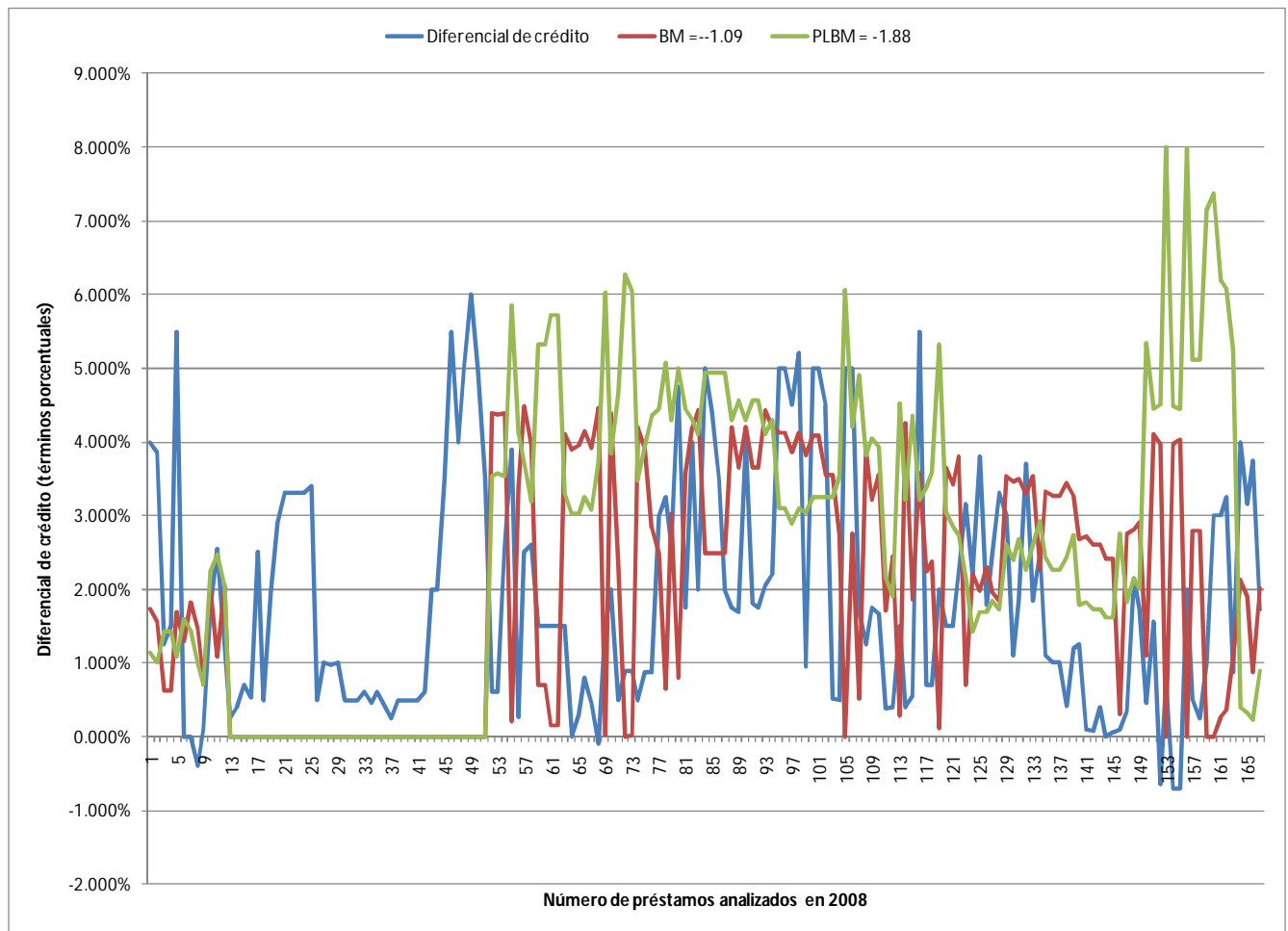
De igual forma que en los casos anteriores, con el modelo de regresión que presentó los mejores estadísticos de prueba se estimó la tasa de recuperación para cada grupo correspondiente a cada calificación, y con este resultado se corrieron los modelos BM y PLBM del año 2008 como se muestra en la Gráfica 36. A pesar de ello, estos resultados no superan los valores del estadístico G del modelo PLBM obtenidos con el modelo logístico y con los datos segmentados por calificación crediticia.

Tabla 25. Estadístico de las regresiones para pronosticar la R (tasa de recuperación. Se utilizó el Modelo que hiciera la mejor aproximación para las calificaciones B y C (datos de 1998 a 2008)

Calificación	Modelo más adecuado	Número de datos	Constante	Coefficiente de la tasa de <i>default</i>	Prueba t (<i>p value</i> del coeficiente de la prob. de <i>default</i> , con un alfa del 5% de confianza)	R ² (Bondad de ajuste)	Prueba F (<i>p value</i> nivel de significancia con un alfa al 5% de confianza)
B	Modelo 5	1,207	0.0502	19.0245	20.4312 (0.0000)	0.5072	417.4350 (0.000)
Caa-C	Modelo 7	111	-0.3650	-2.9272	-8.7345 (0.0000)	0.6417	76.2921 (0.0000)

Fuente: Elaboración propia

Gráfica 36. Estadístico de las regresiones para pronosticar la R (tasa de recuperación). Se utilizó el Modelo que hiciera la mejor aproximación para las calificaciones B y C (datos de 1998 a 2008)



Fuente: Elaboración propia

3.5.2 Regresión múltiple

Finalmente, con la información sin segmentar para los años de 2007 y 2008 se corrieron regresiones múltiples lineales de carácter transversal, tomando como variable dependiente la tasa de recuperación y como variables independientes aquéllas que de conformidad con estudios previos (cabe señalar que en dichos estudios las variables dependientes eran la probabilidad de incumplimiento o el diferencial de crédito, pero generalmente se asume la existencia de una relación entre estas variables y la tasa de recuperación, asimismo se incluyen en el análisis algunas

razones financieras y/o variables macroeconómicas, como las tasas de interés, el crecimiento en la economía, etc.) pudieran resultar relevantes para explicar la tasa de recuperación. Las variables utilizadas se describen a continuación (Tabla 26):

Tabla 26. Tipología de las variables²⁴

Nombre de la variable	Descripción	Tipo/ Valores que puede tomar
Tasa de recuperación (Variable dependiente)	Representa el porcentaje del principal que es recuperado en caso de que la empresa no pueda pagar	Es de Razón
Razón Deuda/Activo (variable independiente, catalogada como covariable)	Muestra la proporción que representa el financiamiento vía deuda del valor total de la empresa.	Es de Razón
Razón de pasivo de largo plazo a pasivo total (variable independiente, catalogada como covariable)	Muestra la proporción que del importe total de las deudas van a ser liquidadas en un plazo mayor a un año	Es de Razón
Inmuebles, maquinaria y equipo/Activo total (variable independiente, catalogada como covariable)	Muestra la proporción que representan los activos de larga duración con respecto al valor total de la empresa.	Es de Razón
Inversión en intangibles/Inversión total en activos de larga duración (variable independiente, catalogada como covariable)	Representa la proporción que es invertida en investigación y desarrollo por cada peso invertido en activos operativos netos.	Es de Razón
Monto de la deuda analizada (variable independiente, catalogada como covariable)	Es el importe de la deuda analizado cuyo costo está referenciado a una tasa base libre de riesgo crédito de cada una de las firmas.	Es de Razón
Tj (variable independiente, catalogada como covariable)	Es el plazo de la deuda, representada en años.	Es de Razón
Tasa libre de riesgo base (variable independiente, catalogada como covariable)	Es el costo base de la deuda, sobre el cual se le adicionan los puntos base acordes con el riesgo de incumplimiento.	Es de Razón
Intensidad de incumplimiento promedio (variable independiente, catalogada como covariable)	Es determinada por Hull (2008) y representa la tasa de incumplimiento promedio dado que no cayó en <i>default</i> en el periodo anterior.	Es de Razón
Precio de mercado a valor en libros (variable independiente, catalogada como covariable)	Es el múltiplo que representa cuántas veces el valor de mercado del precio de la acción de una entidad supera o se encuentra por debajo del valor en libros del capital contable por acción.	Es de Razón

²⁴ En los Anexos 6A y 6B se muestran los resultados de las regresiones simples, mientras que en los Anexos 7A y 7B se presentan los resultados de las regresiones múltiples.

Nombre de la variable	Descripción	Tipo/ Valores que puede tomar
EDF 1 año (variable independiente, catalogada como covariable)	Aproxima la probabilidad de incumplimiento del siguiente año.	Es de Razón
Volatilidad anual precio de la acción (variable independiente, catalogada como covariable)	Mide la volatilidad heteroscedástica de largo plazo del rendimiento del precio de la acción cotizado durante los ejercicios de 2007 y 2008.	Es de Razón

Fuente: Elaboración propia

A continuación se presenta la triangular superior de la matriz de correlación entre las variables independientes (Cuadro 3). Como puede apreciarse, no existe una correlación ni positiva ni negativa significativa entre ninguna de dichas variables, con lo cual se puede asumir que al correr las regresiones no se tendrán problemas de multicolinealidad.

Cuadro 3. Triangular superior de la matriz de correlación entre las variables independientes

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
R (Modelo de default intensity) 1	1.000	0.121	0.185	0.236	0.263	-0.137	-0.235	-0.020	0.153	0.080	-0.055	-0.230	-0.556	0.195	0.279
Monto 2		1.000	0.217	-0.088	-0.037	0.040	0.046	0.108	-0.006	0.101	-0.036	-0.002	-0.178	-0.103	-0.037
Tj (Vencm.) 3			1.000	-0.276	-0.140	0.119	0.103	0.081	-0.110	0.230	-0.111	-0.038	-0.128	-0.290	-0.146
Tasa libre de riesgo base 4				1.000	0.316	-0.007	-0.294	-0.013	0.261	-0.334	-0.117	-0.162	-0.206	0.997	0.360
Prom. de intensidad de default 5					1.000	0.052	-0.240	-0.075	-0.174	-0.189	-0.022	-0.136	0.090	0.327	0.997
Razón de apalanc. 6						1.000	-0.007	0.236	-0.357	-0.228	0.187	-0.016	0.277	0.015	0.081
Pasivos de Largo plazo a total de deuda 7							1.000	0.088	-0.457	0.501	0.058	0.293	0.231	-0.279	-0.250

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Precio de mercado a valor en libros 8								1.000	0.120	-0.090	-0.024	-0.152	-0.085	-0.020	-0.076
Rendm. del precio de la acción 9									1.000	-0.221	-0.270	-0.475	-0.301	0.241	-0.175
Razón de Activo Fijo a Valor total de activos 10										1.000	0.027	0.064	-0.098	-0.346	-0.205
Invers. en Invest. y Desarr. a Total de inver. 11											1.000	0.073	0.156	-0.106	-0.013
Volat. del precio de la acción 12												1.000	0.176	-0.150	-0.139
Puntos base 13													1.000	-0.130	0.080
Costo de la deuda 14														1.000	0.371
EDF 1 año 15															1.000

Fuente: Elaboración propia

Para el ejercicio 2007 se corrieron 6 regresiones, mientras que para el año 2008 se realizaron 9 regresiones. A continuación se presentan únicamente los resultados finales con los mejores estadísticos de la regresión. En ambos periodos, a partir del cuarto análisis se modificó la variable dependiente aplicando para ello una transformación logística, y a partir de la sexta simulación la transformación fue similar a la mostrada por Das y Hanouna (se aplicó la función de probabilidad normal estándar inversa a la variable dependiente). Sin embargo, las regresiones que presentaron

los mejores resultados fueron la tasa de recuperación sin transformar (para el año de 2007) y la función de probabilidad normal estándar inversa (2008).

Cabe aclarar que en este análisis los datos fueron segregados por ejercicios, considerando el hecho de que las circunstancias económicas, políticas, sociales e internas de cada organización pueden impactar la tasa de recuperación de un periodo a otro. Por ello se decidió investigar de forma independiente los datos y los resultados de 2007 y de 2008 (Tablas 27 y 28, respectivamente).

Tabla 27. Resultado de la regresión múltiple para el ejercicio de 2007

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coefficiente de correlación múltiple	0.523758728
Coefficiente de determinación R ²	0.274323205
R ² ajustado	0.246196197
Error típico	0.335730649
Observaciones	135

ANÁLISIS DE VARIANZA					
	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	5	5.496560359	1.099312072	9.7530	0.00000
Residuos	129	14.54024389	0.112715069		
Total	134	20.03680425			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>
Intercepción	0.616529225	0.260405137	2.367577049	0.019391051
EDF 1 año	2.416246451	0.379457839	6.367628244	3.09289E-09
Monto	1.34325E-10	6.14458E-11	2.186071788	0.03061503
Tasa libre de riesgo base	-6.604261488	3.482202855	-1.896575749	0.06011999
Rendimiento del precio de la acción	-0.031542431	0.015098016	-2.089177242	0.03865674
Razón de Activo Fijo a Valor total de activos	0.452649454	0.150088968	3.01587426	0.00308693

Fuente: Elaboración propia

De conformidad con los resultados previos, se puede concluir que la tasa de recuperación en 2007 depende de la EDF a un año, del monto, de la tasa libre de riesgo base, del rendimiento del precio de la acción, y de la razón de activos fijos a activos totales.

Algunas de las variables independientes no muestran una lógica en el signo de su coeficiente, mientras que en otros casos existe una coherencia entre el signo de la variable independiente y el efecto esperado sobre la variable dependiente. Sobre la variable precio de la acción se esperaría un mejor desempeño en la organización y por lo tanto mayores utilidades en el futuro, con lo cual los acreedores tendrían la expectativa de recuperar una mayor porción del valor de la deuda; no obstante el signo es negativo. En lo que respecta al monto, parece razonable que entre más alta sea la emisión o mayor sea el importe otorgado por la institución financiera, ésta deba cubrirse estableciendo un diferencial mayor, por la incertidumbre derivada de la volatilidad en el largo plazo. A pesar de ello, esta situación no implica, necesariamente, que se vaya a obtener una mayor tasa de recuperación.

Por otro lado, la razón de activo fijo al valor total de la empresa muestra un signo positivo, ya que cuanto más grande sea la inversión de una empresa en activos tangibles (activo fijo), ésta va a tener un respaldo para cubrir sus deudas y, por lo tanto, se esperaría un menor riesgo, y una tasa de recuperación mayor y, finalmente, si la tasa base crece la institución financiera podría aumentar el ahorro y con ello crecería el valor de los activos y por lo tanto el importe de la tasa de recuperación, lo cual contradice el resultado del coeficiente de esta regresión.

Los resultados de la regresión para obtener la tasa de recuperación se muestran gráficamente (Gráficas 37 y 38). Sin embargo, el ajuste no es bueno ya que el valor del estadístico de prueba (G) de los modelos BM y PLBM no se aproxima al valor ideal de 1.

Tabla 28. Resultado de la regresión múltiple para el ejercicio de 2008

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coefficiente de correlación mult.	0.672102465
Coefficiente de determinación R ²	0.451721724
R ² ajustado	0.441311377
Error típico	1.143949118
Observaciones	162

ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	3	170.3493343	56.78311144	43.39	1.64096E-20
Residuos	158	206.7618943	1.308619584		
Total	161	377.1112286			

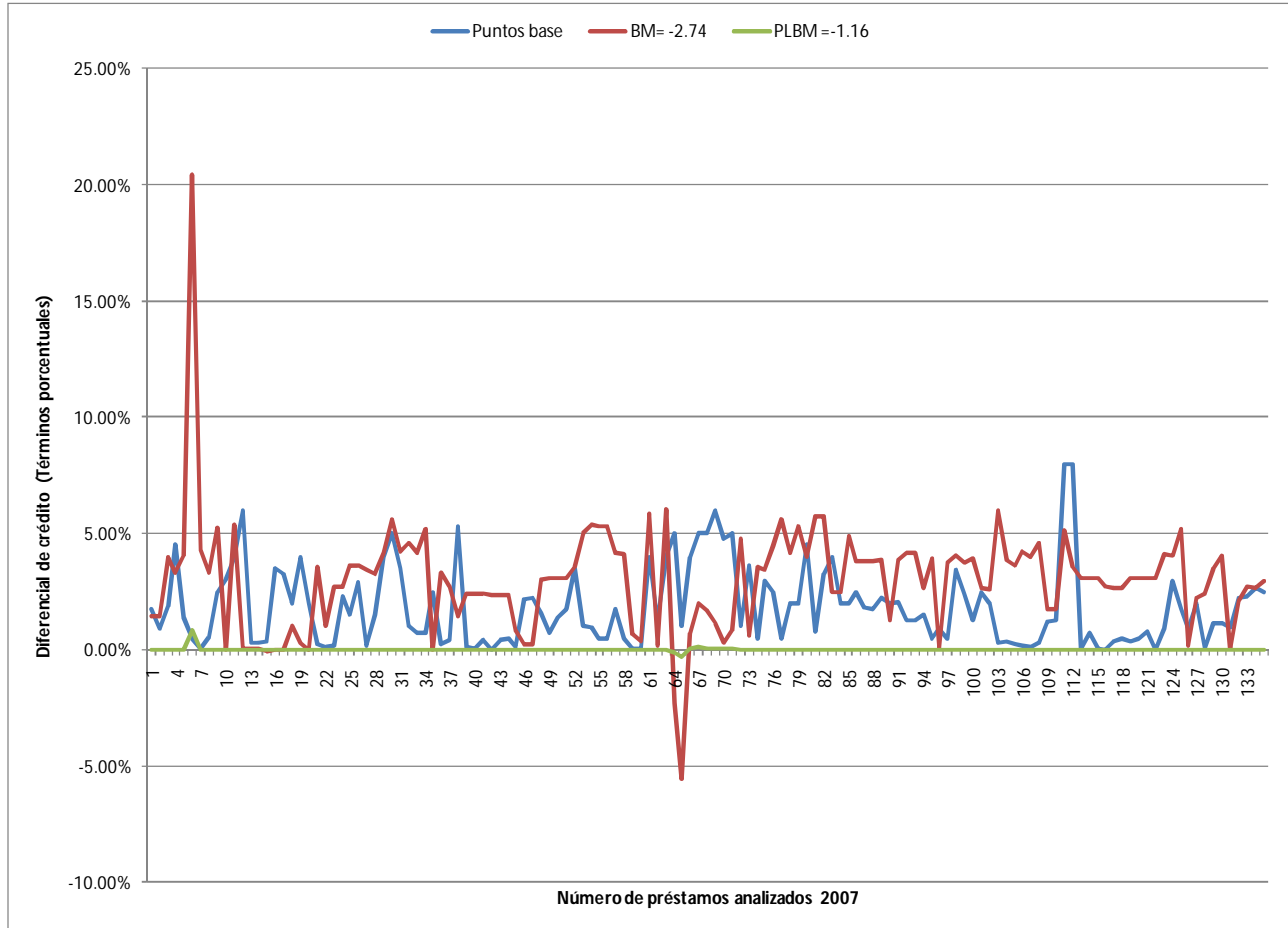
	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>
Intercepción	0.736314357	0.164736623	4.469645821	1.48776E-05
Tj	-0.09805432	0.030510033	-3.213838589	0.00158788
Tasa libre de riesgo base	-3.938496983	0.484463902	-8.129598436	1.17836E-13
Promedio de intensidad de <i>default</i>	-8.095876193	1.531385117	-5.286636327	4.08443E-07

Fuente: Elaboración propia

El año de 2008 se caracterizó por la fuerte crisis económica sufrida a nivel mundial. En este análisis, las variables que resultaron significativas fueron: el vencimiento de los préstamos, la tasa base libre de riesgo crédito y la intensidad de incumplimiento promedio. Como puede apreciarse, en este periodo los factores internos de la empresa no influyeron desde el punto de vista estadístico en la determinación de la tasa de recuperación. Las tres variables presentan una relación negativa con la tasa de recuperación. Pese a ello, existe un poco de controversia en la relevancia de la tasa base ya que, como se vio en la Sección de Estudios Previos, esta variable resulta significativa únicamente en los instrumentos con buenas calificaciones crediticias, en tanto que los bonos de bajos *ratings* poseen una relación con el precio de la acción en lugar de con las tasas de interés.

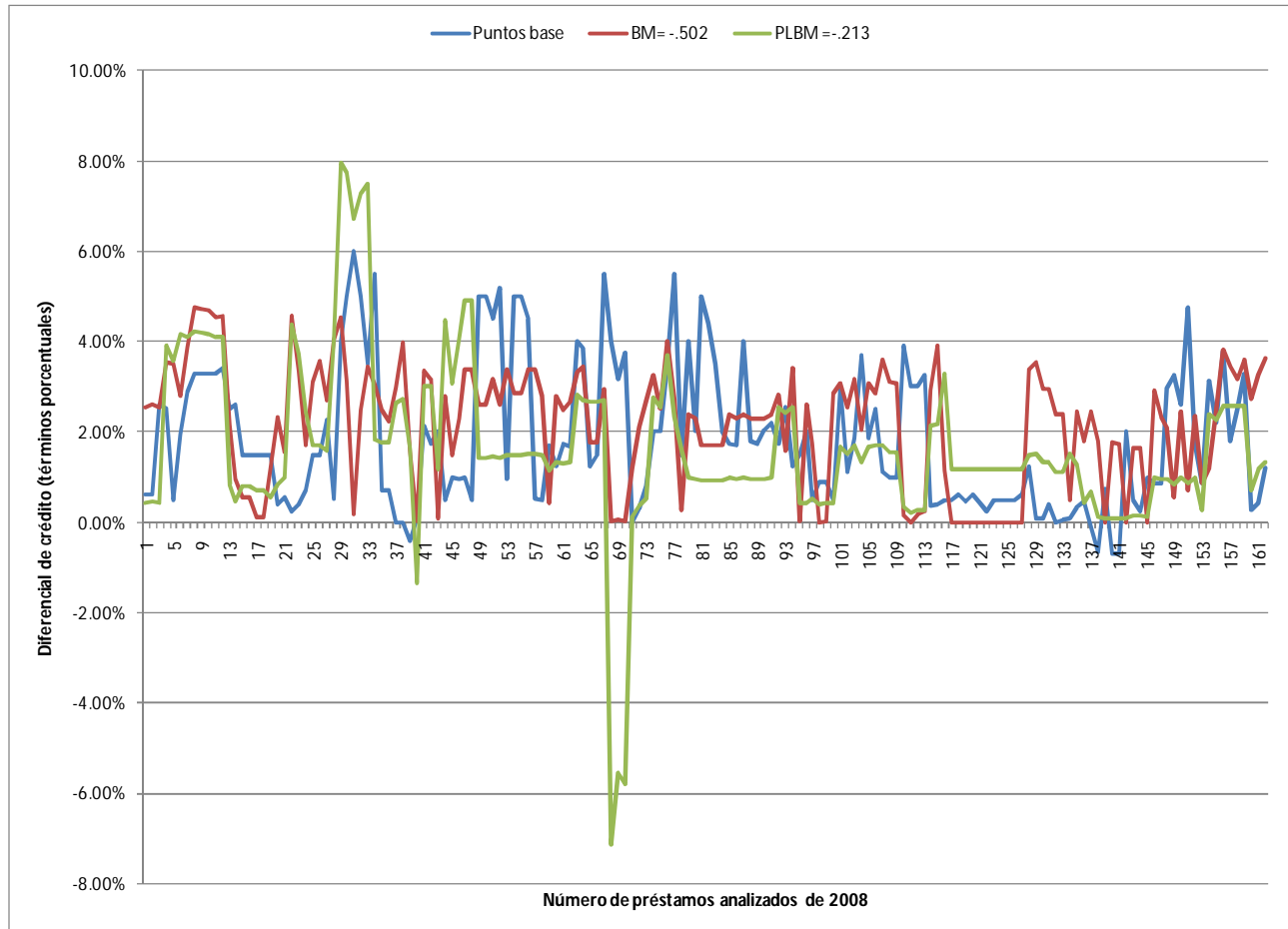
Con los resultados de estas regresiones se calculó la tasa de recuperación estimada, cuyo valor fue sustituido en los modelos BM y PLBM. La Gráfica 37 recoge este aspecto.

Gráfica 37. Comparación del diferencial real y del estimado con los modelos BM y PLBM correspondiente al ejercicio de 2007 con los valores de R calculados con el modelo de regresión múltiple



Fuente: Elaboración propia

Gráfica 38. Comparación del diferencial real y del estimado con los modelos BM y PLBM correspondiente al ejercicio de 2008 con los valores de R calculados con el modelo de regresión múltiple



Fuente: Elaboración propia

Aunque como se pudo observar en las Tablas 27 y 28, el coeficiente de determinación es mayor al aplicar la regresión múltiple (lo cual, sucede por el simple hecho de utilizar un mayor número de variables independientes), no se presenta una variación importante en el ajuste del diferencial crediticio (estadístico de ajuste G) al obtenido anteriormente a través del análisis de regresión simple, ya que los resultados son muy similares (siguen siendo negativos, lo cual demuestra que los diferenciales de crédito estimados se encuentran alejados de los reales).

En conclusión, después de haber modelado la tasa de recuperación de varias formas (regresión simple, transformaciones sobre la tasa de recuperación, y regresiones múltiples), el mejor resultado se obtuvo al aplicar el modelo logístico (modelo de regresión 3), tomando como variable independiente la intensidad de incumplimiento calculada con la fórmula 118, segregando los datos por calificación crediticia y tomando la serie de tiempo completa.

3.6 Análisis de los residuos provenientes de los modelos BM y PLBM estimando la R con la Ec.-118 de la intensidad de incumplimiento

Al igual que como hizo Teixeira (2005), se analizaron los residuos de los diferenciales observados y los estimados, derivados de los modelos que aproximaron en mayor medida los *spreads* de crédito reales: BM y PLBM. La tasa de recuperación se calculó con la ecuación 118, para lo cual se buscaron variables que pudieran explicar los valores poco óptimos del estadístico G.

Con el propósito de llevar a cabo un pequeño análisis se realizó una regresión entre los residuos derivados de estos modelos únicamente para el ejercicio de 2008 (variable dependiente) y las variables independientes que se muestran en la Tabla 29. Se seleccionaron estas variables, ya que son las que diversos autores incluyen en sus análisis (Teixeira, 2005). Sin embargo, cabe señalar que se podrían haber escogido muchas otras de acuerdo con el criterio del analista. En este caso no se consideró la volatilidad de los activos, ya que ésta se encuentra relacionada de alguna forma con el precio de la acción. A pesar de ello, se trataron de incluir variables que caracterizaran de cierta forma a la entidad bajo análisis.

Tabla 29. Variables que se tomaron para correr la regresión entre los residuos de los modelos BM y PLBM²⁵

Razón de apalancamiento	Pasivos de Largo plazo a total de deuda	Precio de mercado a valor en libros	Rendimiento del precio de la acción	Razón de Activo Fijo a Valor total de activos
	Inversión en Investigación y Desarrollo a Total de inversión	Volatilidad del precio de la acción	Tasa libre de riesgo crédito base de cada préstamo	Tipo de industria Es una variable de tipo Nominal (Binaria) 1= Construcción. Otras =0 1= Comunicaciones y transportes. Otras =0 1= Comercio. Otras =0 1= Transformación. Otras =0 1= Servicios. Otras =0 0= Varios.

Fuente: Elaboración propia

Como etapa previa, se calcularon las diferencias entre los valores reales y los estimados por ambos modelos (el BM y el PLBM con la R de la Ec.- 118) con lo cual se obtuvieron las variables dependientes. Posteriormente, con los estados financieros de cada entidad así como con la clasificación que realiza la BMV se determinaron las variables independientes. Se calculó la regresión entre los residuos provenientes de ambos modelos (tomando los datos de 2008) y todas las variables presentadas en la tabla anterior. Es importante señalar que considerando el hecho de que el tipo de industria es una variable nominal, dicotómica, fue necesario tomar como categoría de referencia a uno de los sectores. En este caso, se seleccionó al de varios. Por lo tanto, si alguna de las industrias resultase significativa, se debe interpretar tomando como punto de referencia la diferencia significativa respecto del sector de varios.

Para el caso del modelo BM, como resultado del primer análisis fueron significativas únicamente la razón de apalancamiento y la proporción de activos de largo plazo al total de la deuda. Sin embargo, al efectuar la regresión con estas dos variables, ninguna de ellas resultó estadísticamente significativa, con un nivel de confianza del 90%. A continuación se muestra el resultado final (Tabla 30).

²⁵ La descripción de todas las variables (excepto el sector), así como su tipología se encuentra contenida en la Tabla 26 de la presente investigación.

Tabla 30. Resultado final del análisis de los residuos del modelo BM

Resumen

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coefficiente de correlación múltiple	0.06780484
Coefficiente de determinación R ²	0.004597496
R ² ajustado	-0.00792329
Error típico	0.015879042
Observaciones	162

ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	2	0.000185169	9.25845E-05	0.367	0.693264
Residuos	159	0.040090891	0.000252144		
Total	161	0.04027606			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>
Intercepción	0.019632741	0.004569194	4.296762295	3.00868E-05
Razón de apalancamiento	-0.002862644	0.007037964	-0.406743219	0.684743578
Pasivos de Largo plazo a total de deuda	0.004560022	0.006068875	0.751378571	0.453535547

Fuente: Elaboración propia

De conformidad con estos resultados, se puede observar que el modelo de regresión no explica correctamente los residuos provenientes del modelo BM. En la primera regresión fueron significativas la razón de apalancamiento así como la proporción de activos de largo plazo a total de deudas. Lo cual resulta lógico, ya que el BM no incorpora ningún parámetro sobre el riesgo de la empresa, medido a través de su nivel de apalancamiento. Cabe señalar que al correr nuevamente el modelo con estas dos variables el coeficiente de determinación es de 0.067 y las dos variables resultaron no significativas con un nivel de confianza del 90%.

Al efectuar la regresión de los residuos del PLBM, tomando éstos como variable dependiente y las variables mostradas en la Tabla 29 como independientes, resultaron significativas las variables: proporción de pasivos de largo plazo con respecto al valor total de las deudas, el rendimiento del precio de la acción, la razón de activos fijos a activos totales, y los sectores de comunicaciones, transportes y servicios. El ajuste del modelo fue de 0.394.

Al correr el modelo con sólo estas 5 variables independientes, la R^2 bajó a 0.282 resultando no significativa la razón de activos fijos a activos totales, con un nivel de significación del 10%. Por lo anterior, se volvió a llevar a cabo la regresión pero ahora con cuatro variables, obteniéndose lo siguiente (Tabla 31):

Tabla 31. Resultado final del análisis de los residuos del modelo PLBM

Resumen					
<i>Estadísticas de la regresión</i>					
Coefficiente de correlación múltiple	0.531015552				
Coefficiente de determinación R^2	0.281977517				
R^2 ajustado	0.26368395				
Error típico	0.010213851				
Observaciones	162				
ANÁLISIS DE VARIANZA					
	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor crítico de F
Regresión	4	0.006432134	0.001608034	15.41402	1.17791E-10
Residuos	157	0.016378672	0.000104323		
Total	161	0.022810806			
	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	
Intercepción	-0.006425537	0.001619036	-3.968742627	0.000000	
Pasivos de Largo plazo a total de deuda	0.029792914	0.004840342	6.15512607	0.000000	
Rendimiento del precio de la acción	0.004398539	0.000764383	5.754362629	0.000000	
Comun y Transp.	-0.012829197	0.002603401	-4.927861216	0.000000	
Servicios	-0.015882843	0.004485507	-3.540924852	0.000000	

Fuente: Elaboración propia

En este caso, se puede desprender que el PLBM a través de los residuos, no está recogiendo el impacto del nivel de apalancamiento (endeudamiento), medido a través de las deudas de largo plazo. Asimismo, tampoco considera el rendimiento en el precio de la acción, ni el tipo de industria, siendo significativo el que las organizaciones pertenezcan a los sectores de comunicaciones y transportes o al de servicios. Todos estos factores en cierta forma reflejan la capacidad de crecimiento, la fuerte inversión en activos de larga duración (la infraestructura que tienen las empresas como Televisa, Teléfonos de México, etc., que sirven de garantía en un

préstamo) o el potencial para generar beneficios en el futuro (como son las firmas que prestan servicios).

En lo que respecta al análisis de los signos, cuanto mayor sea el nivel de endeudamiento, más riesgosa se vuelve la empresa por la posibilidad de quiebra, lo cual no es considerado por el modelo PLBM. Como consecuencia, cuanto mayor es el riesgo derivado del apalancamiento mayor será el diferencial de crédito real. Por otro lado, cuanto mayor sea el rendimiento esperado sobre el precio de la acción, se esperaría un diferencial de crédito real menor, ya que los inversionistas estarán a la expectativa de obtener un crecimiento en las utilidades de la organización (lo cual está contenido en el precio de mercado de la acción). Ello estaría siendo subestimado por el PLBM, y si la organización pertenece a la industria de comunicaciones y transportes se esperaría que ésta posea bienes tangibles de gran cuantía, lo cual puede ser tomado como garantía cuando una institución crediticia otorgue un préstamo, trayendo como consecuencia que se solicite una tasa de recuperación inferior y por lo tanto el diferencial de crédito real sea menor. Adicionalmente, el PLBM no considera el hecho de la entidad pertenezca al sector de servicios y, aunque estas organizaciones no tienen activos tangibles de gran valor, su principal activo son los intangibles, lo cual no está siendo tenido en cuenta por la institución financiera.

A pesar de todos los ajustes que se realizaron a lo largo del presente trabajo y del uso de varios modelos para estimar el diferencial del crédito, las tasas de recuperación y las intensidades de incumplimiento, se pudo observar que para el caso de los mercados emergentes, y más concretamente para los datos del mercado mexicano, los modelos que aproximan en mayor medida los diferenciales reales son los mixtos; es decir, los que incorporan parte de los Estructurales y de los de Forma Reducida: el *Browniano* y el *Power Law Brownian Motion Model*. Y sobre todo éste último. En lo que respecta a la tasa de recuperación, la mejor estimación se obtiene al segmentar los préstamos por calificación crediticia y utilizar el modelo de regresión logística.

CAPÍTULO 4. CONCLUSIONES Y FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

De conformidad con Salas-Porras (1992), en México “todavía existe una alta concentración de capital en unas cuantas familias, que incluso en la actualidad temen perder el control en la toma de decisiones. A pesar de participar en el mercado de valores, el capital de los grupos económicos más grandes pertenece a una familia en proporciones no menores al 60%-70%, en la mayor parte de los casos”. Asimismo, son las necesidades financieras las que impulsan a las empresas a introducirse en los mercados bursátiles, nacionales e internacionales. Este proceso se acelera aún más debido a la interacción con agencias gubernamentales e internacionales cada vez más complejas, que disponen de redes de información privilegiadas.

Adicionalmente, la falta de ahorro y la escasez de fondos prestables en los mercados financieros internos han favorecido el actual establecimiento de vínculos muy estrechos entre bancos y empresas industriales. De esta forma, los grandes empresarios garantizan su acceso al capital a tasas preferenciales.

De acuerdo con esta información, se puede concluir que las fuentes de financiación a las que pueden acceder las empresas mexicanas son más bien escasas. Parte fundamental de este problema radica en la poca protección a los derechos de los accionistas en México, así como a la escasa transparencia de los Consejos de Administración de las sociedades emisoras.

Teniendo en cuenta estas limitaciones y la evidente necesidad de financiación por parte de las empresas mexicanas de tamaño pequeño y medio, el objetivo fundamental de la presente tesis ha sido evaluar la idoneidad de diferentes modelos teóricos en la cuantificación del diferencial de crédito para las empresas de una economía emergente, como es el caso de la economía mexicana, donde la mayoría de empresas no cotizan en ningún mercado bursátil. De esta forma, la tesis persigue poder determinar la tasa de interés de forma ajustada al riesgo de incumplimiento asumido por la entidad financiera.

Como paso previo a la contrastación empírica de los modelos analizados, se llevó a cabo una revisión bibliográfica de las principales investigaciones realizadas en torno al riesgo de crédito, la probabilidad de incumplimiento y el costo de la deuda acorde con dicho riesgo. El análisis se circunscribió fundamentalmente al caso español y estadounidense.

De conformidad con el análisis de dichos estudios, se pudo efectuar una clasificación natural de los mismos. Básicamente se agruparon en 4 categorías: trabajos sobre los antecedentes teóricos del riesgo de crédito, trabajos en los que se realizó un análisis Estadístico y Econométrico básico, investigaciones que desarrollan y/o aplican empíricamente los modelos Estructurales y, finalmente, trabajos que desarrollan y/o aplican los modelos de Forma Reducida.

Del conjunto de investigaciones analizadas, la mayor parte se desarrollaron en Estados Unidos (57%), mientras que el 21% fueron efectuadas en España y tan sólo un 2% se llevó a cabo en México. Por otro lado, el 10% analiza los riesgos de crédito desde un punto de vista teórico, el 33% desarrolla y analiza los diferenciales de crédito mediante la aplicación de modelos Estructurales, el 26% aplica los modelos de Forma Reducida, y el 29% se apoya en los modelos Estadísticos y Econométricos.

Una vez efectuado el análisis de los resultados obtenidos en las investigaciones previas, se pudo concluir que son relativamente pocas las aplicaciones con un perfil meramente empírico, y que la mayor parte de ellas se han llevado a cabo sobre datos de mercados desarrollados, en especial con información de Estados Unidos, en los que resulta bastante sencillo obtener toda la información requerida por los modelos debido la gran diversidad y cantidad de bases de datos con que cuenta dicho país.

También se puede afirmar que tanto los modelos Estadísticos como los Estructurales y de Forma Reducida ajustan relativamente bien los diferenciales de crédito en periodos de estabilidad y en situaciones donde la calificación crediticia de los instrumentos es buena. No obstante, en los tres casos existen desviaciones significativas, debido a que la realidad es particularmente compleja y, por lo tanto, difícil de ajustar exactamente a través de un modelo teórico. Asimismo, al tratar de

incorporar en un solo modelo todas las variables que pueden influir sobre los precios o diferenciales de crédito de los instrumentos de deuda, se llega a la conclusión de que es una tarea sumamente complicada de llevar a la práctica. Si, junto con lo anterior, se tiene en cuenta que los modelos funcionan bajo el supuesto de un comportamiento racional de los individuos, pero que por convenios entre entidades y bancos o bien por diversos compadrazgos se establecen tasas y/o precios que no son de mercado, se tiene como consecuencia que los valores teóricos y los reales son marcadamente diferentes.

En los trabajos anteriores se destacan de manera singular los modelos de última generación, llamados de Forma Reducida. Las principales dificultades encontradas por algunos investigadores a la hora de aplicar estos modelos se resumen de la siguiente forma: i) los resultados dependen de la forma funcional establecida por cada autor; ii) en muchos casos no existen valores objetivos confiables; y iii) no consideran que los incumplimientos de otras firmas puedan encontrarse correlacionados.

Una vez analizados estos trabajos previos, así como los resultados derivados de la utilización de diversos modelos sobre diferentes economías, se procedió a estudiar el comportamiento de un mercado emergente (el mercado mexicano) aplicando cinco modelos.

Los resultados de esta investigación se encuentran dirigidos a las organizaciones que no tienen acceso a una calificación crediticia. Es por ello que se evaluaron cinco modelos que pudieran abordar la problemática de pequeñas y medianas empresas, que no tienen la posibilidad de acceder a financiación en los mercados bursátiles.

El primero de los modelos considerados, y el más antiguo, fue el desarrollado por Merton (1974). Con este modelo se pueden obtener las probabilidades neutrales de incumplimiento, así como los diferenciales de crédito que deben ser adicionados a la tasa base. Posteriormente, se aplicaron modelos más recientes, como los de Leland (1994) y Fan y Sundaresan (2000), para finalmente utilizar los propuestos por Denzler *et al.* (2005). Por medio de éstos últimos se puede convertir la frecuencia de incumplimiento en una probabilidad neutral al riesgo de incumplimiento, y ésta a su

vez en un diferencial de crédito. Dichos modelos poseen características tanto de los modelos Estructurales como de los modelos de Forma Reducida (*reduced-form setting*). El primero de ellos es el *Brownian Motion Model* (BM) y el segundo es el *Power Law Brownian Motion Model* (PLBM).

Estos dos últimos modelos (BM y PLBM) necesitan de una base de datos desarrollada por Moody's, con la cual se puede determinar la frecuencia esperada de incumplimiento, conocida por sus siglas en inglés como EDF. Este sistema puede calcular la calificación crediticia de cualquier empresa, así como su probabilidad esperada de incumplimiento, a partir de información básica contenida en los estados financieros.

De acuerdo con los resultados del análisis empírico aplicado sobre los datos mexicanos durante el periodo de 1998 a 2008, se encontró que el diferencial de crédito calculado con el modelo de Merton (1974) se encuentra muy alejado del real, pudiendo validar esta afirmación a partir del valor del estadístico de prueba G. Este estadístico no alcanza el valor ideal 1 en ninguno de los años considerados, siendo especialmente reseñable el paupérrimo valor obtenido para el año 2008 -debido probablemente a la fuerte crisis económica sufrida a nivel mundial-. De hecho, en promedio el modelo de Merton (1974) sobreestima fuertemente los diferenciales reales, con una diferencia respecto de los estimados de 1,984%. Estos resultados contrastan con los resultados alcanzados por Matalí (2004), para quien el modelo de Merton subvalora los diferenciales en todos los casos.

En lo que se refiere al modelo de Leland (1994), el ajuste es un poco mejor que el obtenido con el modelo de Merton, lo cual se refleja en el valor del estadístico G. Aún así, éste sigue siendo negativo en casi todos los años, a excepción del ejercicio de 2003, registrándose de nuevo el peor ajuste en el año 2008. Al igual que para el modelo de Merton, se compararon los diferenciales reales con los estimados encontrándose resultados divergentes: el modelo de Leland en unos casos subestima los valores reales, mientras que en otros casos el modelo sobreestima los *spreads* reales.

En lo que respecta al modelo de Fan y Sundaresan (2000), y en consonancia con la evidencia aportada por Teixeira (2005), existe una mejora en el ajuste al contrastar el resultado derivado de este modelo con los de Merton y Leland. No obstante, para el caso mexicano los puntos base estimados aún se encuentran alejados de los valores reales. En promedio, los valores reales superan a los estimados en 0.73%. Esta diferencia llega hasta el 1.1% en el año 2007, si bien el ajuste mejora significativamente cuando se eliminan del análisis los valores atípicos, el modelo sigue subestimando los valores reales.

De conformidad con los valores del estadístico de prueba G, se puede desprender que ni el modelo de Leland ni el de Fan y Sundaresan ajustan correctamente los puntos base. Sin embargo, dentro de éstos resulta preferible el de Fan y Sundaresan cuando el poder de negociación entre acreedores y accionistas se encuentra equilibrado ($\eta=0.5$) o levemente sesgado hacia los accionistas ($\eta=0.6$). Este resultado también coincide con lo concluido por Teixeira (2005).

Una vez evidenciado que los resultados ofrecidos por los modelos Estructurales no resultan satisfactorios, se evaluaron los modelos mixtos. De conformidad con las estimaciones obtenidas para el mercado mexicano, se llegó exactamente a la misma conclusión alcanzada por Denzler *et al.* (2005); es decir, el modelo que aproxima en mayor medida el diferencial de crédito real es el PLBM.

Asimismo, se pudo observar que los resultados de los modelos BM y PLBM y el valor del estadístico de prueba (G) dependen fuertemente de la tasa de recuperación promedio de los préstamos (R). Aún así, se puede concluir que el modelo PLBM es el que aproxima en mayor medida los diferenciales de crédito, por lo que para el caso de una economía emergente como la mexicana éste sería el modelo más recomendable; máxime teniendo en cuenta que estos dos modelos (BM y PLBM) no requieren que la firma cotice en bolsa para estimar el diferencial de crédito.

A pesar de que el ajuste del PLBM es bueno, el valor del estadístico no alcanza el ideal (1), por lo que se decidió efectuar un análisis con los residuos de los diferenciales observados y los estimados derivados de los modelos BM y PLBM que fueron los que aproximaron en mejor medida los *spreads* de crédito reales. La tasa de recuperación se calculó a partir de la ecuación 118, para lo cual se buscaron variables que pudieran explicar los valores poco óptimos del estadístico G.

Con el propósito de llevar a cabo un análisis tentativo sobre el ejercicio 2008, se efectuó una regresión entre los residuos derivados de estos modelos -variable dependiente-, y el sector donde se encuentra la empresa (tomando la clasificación otorgada por la BMV), la razón de apalancamiento, etc. -variables independientes-.

De conformidad con los resultados obtenidos, se pudo observar que el modelo de regresión no explica correctamente los residuos obtenidos con el modelo BM. No obstante, al realizar la regresión sobre de los residuos del modelo PLBM y considerando todas las variables independientes, resultaron significativas las variables proporción de pasivos de largo plazo con respecto al valor total de las deudas, el rendimiento del precio de la acción, la razón de activos fijos a activos totales, y la pertenencia a los sectores de comunicaciones, transportes y servicios. El ajuste del modelo fue de 0.394.

Al realizar la regresión nuevamente, pero únicamente con estas 5 variables independientes, el coeficiente de determinación descendió hasta 0.282, resultando no significativa la razón de activos fijos a activos totales para un nivel de significación del 10%.

En este caso, el análisis de los residuos permitió inferir que el modelo PLBM no recoge el impacto del nivel de apalancamiento, medido a través de las deudas de largo plazo. Tampoco considera el rendimiento en el precio de la acción ni el tipo de industria.

Todos estos factores reflejan la capacidad de crecimiento, la fuerte inversión en activos de larga duración (la infraestructura que tienen las empresas como Televisa, Teléfonos de México, etc., y que sirven de garantía en un préstamo) o el potencial para generar beneficios en el futuro (como son las firmas que prestan servicios).

Por otra parte, debido a que en México no existe una base de datos pública que pueda ser consultada para establecer las tasas de recuperación de los préstamos una vez que las entidades caen en incumplimiento y tomando en consideración la importancia de esta variable para obtener un buen ajuste, se buscaron diversas formas para determinar y posteriormente proyectar dicha variable.

La determinación de las tasas de recuperación históricas para el análisis de los modelos de Leland, Fan y Sundaresan, BM y PLBM se llevó a cabo mediante la aplicación de las aproximaciones propuestas por Hamilton *et al* (2005) y Hull (2008).

La proyección de la tasa de recuperación se realizó de varias formas: regresión simple, transformaciones sobre la tasa de recuperación, regresiones múltiples, y extrayendo las tasas de recuperación e incumplimiento implícitas en el modelo binomial utilizado para valorar el capital accionario.

El mejor resultado se obtuvo con el modelo logístico, utilizando como variable independiente la intensidad de incumplimiento calculada con la fórmula 118, y segregando los datos por calificación crediticia. En el análisis se consideró la serie de tiempo completa.

Derivado de este análisis se llegó a la conclusión de que la R (tasa de recuperación de las deudas) no es una constante. Por el contrario, se trata de una variable estocástica que depende de las características del instrumento (*senior* o *junior*), así como de la probabilidad de incumplimiento.

Por lo tanto, aquellas entidades que quieran aplicar este modelo para fijar los diferenciales de crédito deberían 1) utilizar los resultados del modelo de regresión logística, o bien 2) tomar como referencia el costo de la deuda de las empresas públicas similares, o 3) tomar como referencia los costos promedio ponderados de la deuda de la industria donde se encuentre la entidad bajo análisis y posteriormente aplicar la ecuación 118.

A pesar de que los resultados obtenidos coinciden con los encontrados en mercados internacionales más maduros, se han podido observar ciertas particularidades. Una de ellas es el hecho de que el resultado de los modelos depende de la tasa de recuperación aplicada para cada tipo de préstamo, en lugar de utilizar una tasa promedio constante como se ha realizado en el mercado de Estados Unidos. Asimismo, se pudo observar que los ajustes presentan una mejora en el año de 2007, lo cual no resulta extraño puesto que a partir de ese año se inició la aplicación del Acuerdo de Basilea II.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acharya, V. V., Bharath, S.T., y Srinivasan, A. (2004). Understanding the Recovery Rates of Incumplimiento Securities. C.E.P.R. Working paper. London Business School, University of Michigan, University of Georgia.
- Adasme, O. Majnoni, G y Uribe, M. (2006). Calibración del Riesgo de Crédito en los países emergentes: La experiencia de Chile. Biblioteca virtual de la Superintendencia de Bancos e Instituciones Financieras de Chile (SBIF). pp. 1-30.
- Agrawal, A. y Nagarajan, N. (1990). *Corporate Capital Structure, Agency Costs, and Ownership Control: The Case of All-Equity Firms*, Journal of Finance 45. Vol. XLV. No. 4. pp. 1325-1331.
- Altman, E. (1968). *Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy*. The Journal of Finance. pp. 589-609.
- Altman, E. y Brenner, M. (1981). *Information Effects and Stock Market Response to Signs of Firm Deterioration*. Journal of Finance and Quantitative Analysis. Vol. XVI. No. 1. pp. 35-51.
- Altman, E. (1983). *Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy*. The Journal of Finance, pp. 589-609.
- Altman, E. y Kishore, V. (1996). *Almost Everything You Wanted to Know About Recoveries of Default Bonds*. Financial Analyst Journal. pp. 57-64.
- Altman, E. Brady, A. Resti A y Sironi, A. (2003). *Default Recovery Rates in Credit Risk Modeling: A Review of the Literature and Empirical Evidence*. Working Paper. Social Science Research Network
- Altman, E. Brady, A. Resti A y Sironi, A. (2005). *The Link between Default and Recovery Rates: Implications for Credit Risk Models and Procyclicality*. Journal of Business, Vol. 78, No. 6. pp. 2203-2228.
- Alfaro, R.; Gallardo, N. y Vio, C. (2010). *Análisis de derechos contingentes: Aplicación a casas comerciales*. División de Política Financiera. Banco Central de Chile. Vol.13. No. 1. pp. 73-81.
- Anderson, R.; Sundaresan, S. y Tychon, P. (1996). *Strategic Analysis of Contingent Claims*. European Economic Review. Vol. 40, pp. 871-881.

- Anderson, R. y Sundaresan, S. (2000). *A comparative study of structural models of corporate bond yields: An exploratory investigation*. Journal of Banking y Finance Vol. 24. pp. 255-269. E.U.
- Badía, C.; Galisteo, M y Preixens, T. (2003). *Valoración de credit default swaps: Una aplicación del modelo del Hull- White al mercado español*. Documents de Treball de la Facultat de Ciències Econòmiques I Empresariales. Barcelona, España. Biblioteca. Net. pp. 1-25.
- Beaver, W. (1966). *Financial Ratios as Predictors of Failure*. Journal of Accounting Reseach. pp. 603-613.
- Berle, Adolf, A.; Gardiner, M. (1968). *The Modern Corporation and Private Property*. Tenth printing (2009), copyright © 1991 by Transaction Publishers, New Brunswick, New Jersey.
- Black, F. y Scholes, M. (1973). *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*. Journal of Political Economy 81. pp. 637-659.
- Black, F. y Cox, J. (1976). *Valuing corporate securities: Some effects of bond indenture provisions*. The Journal of Finance Vol. 31. pp. 351-367.
- Bollerslev, J. (1986). *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasty*. Journal of Econometrics. Vol. 31. pp. 307-27.
- Bonilla, M.; García, L.; Martí, M. y Puertas, R. (2002). *Modelos no paramétricos en la determinación del spread en un mercado primario de renta fija*. Universidad de Valencia. Facultad de Economía. Valencia, España. Revista de Economía Financiera. No. 6. pp. 32-57.
- Bruche, M. (2007). *Estimating Structural Models of Corporate Bond Prices*. Centro de Estudios Monetarios y Financieros (CEMFI) Working Paper. Madrid, España.
- Casey, C. y Bartczak, N. (1984). *Cash Flow, It is not the botton line*. Harvard Business Review. pp. 61-66.
- Castañeda Ramos, G. (1998). *La empresa mexicana y su gobierno corporativo. Antecedentes y desafíos para el siglo XXI*. México. Alter Ego, S.A. de C.V.
- Cox, J., S. Ross, y M. Rubinstein (1979). *Option Pricing: A Simplified Approach*. Journal of Financial Economics 7. pp. 229-263.

- Crosbie, P. y Bohn, J. (2003). *Modeling Default Risk-Modeling Methodology*. Moody's KMV Company LLC. pp. 6-31.
- Collin-Dufresne, P.; Goldstein, R. y Spencer, J. (1999). *The Determinants of Credit Spread Changes*. Working Paper. Social Science Research Network.
- Collin-Dufresne, P y Goldstein, R. (2001). *Do Credit Spread Reflect Stationary Leverage Ratios?* Journal of Finance, 56. pp. 1929-1957.
- Collin-Dufresne, P.; Goldstein, R. y Helwege, J. (2003). *Is Credit Event Risk Priced? Modeling Contagion via Updating of Beliefs*. Working Paper. National Bureau of Economic Research.
- Conde, G.; Malacrida, F y Selves, R. (2003). *Valuación de Instrumentos sujetos a Riesgo de Crédito*. Biblioteca virtual del Banco Central de Uruguay. pp. 1-38.
- Chan, K.C.; Karolyi, A.; Longstaff, F. y Sanders, A. (1992). *An Empirical Comparison of Alternative Models of the Short-Term Interest Rate*. The Journal of Finance. Vol. 47, No. 3. pp. 1209-1227. New Orleans, Louisiana.
- Dai, Q. y Singleton, K. (1998). *Specification Analysis of Affine Term Structure Models*. Research paper, Stanford University; forthcoming in Journal of Finance. Social Science Research Network.
- Das, S. y Tufano, P. (1995). *Pricing Credit Sensitive Debt When Interest Rates, Credit Ratings and Credit Spreads are Stochastic*. Journal of Financial Engineering, 5. pp. 161-198.
- Das, S. y Hanouna, P. (2009). *Implied Recovery*. Journal of Economic Dynamics and Control. Vol. 33. No. 11. pp. 1837-1857
- Delianedis, G. y Geske, R. (2003). *Credit Risk and Risk Neutral Default Probabilities: Information about Ratings Migrations and Default*. Working Paper. Social Science Research Network.
- De Lara Haro, A. (2002). *Medición y control de riesgos financieros*. 2da. edición, Editorial Limusa. México.
- Denzler, S., Dacorogna, M., Müller, A. y McNeil, A. (2005). *From Default. Probabilities to Credit Spreads: Credit Risk Models Do Explain Market Prices*. Finance Research Letters, Vol. 3, No. 2. pp. 79-95.

- Di Matteo, T.; Aste, T. y Dacoronga, M. (2005). *Long-term memories of developed and emerging markets: Using the scaling analysis to characterize their stage of development*. Journal of Banking y Finance. Vol. 29. pp. 827-851.
- Dixit, Avinash K., y Robert S. Pindyck. (1994). *Investment under Uncertainty*. Princeton University Press.
- Driessen, J. (2003). *Is Default Event Risk Priced in Corporate Bonds?* The Review of Financial Studies Vol. 18, No. 1. pp. 165-195.
- Du, Y. (2003). *Predicting Credit Rating and Credit Rating Changes: A new Approach*. Working Paper. Queen's School of Business.
- Dubofsky, D. (1992). *Options and Financial Futures: Valuation and Uses*. McGraw-Hill.
- Duffee, G. (1999). *Estimating the Price of Default Risk*. The Review of Financial Studies. Vol. 12. No. 1, pp. 197-226.
- Duffie, D. y Kan, R. (1996). *A Yield Factor Model of Interest Rates*. Mathematical Finance, 6. pp. 379-406.
- Duffie, D. y Singleton, K. (1999). *Modeling Term Structures of Defaultable Bonds*. The Review of Financial Studies Special. Vol. 12. No. 4. pp. 687-720.
- Duffie, D. y Lando, D. (2001). *Term structure of credit spreads with incomplete accounting information*. Econometrica. Vol. 69. No.3. pp. 633-664.
- Duffie, D. y Wang, M. (2005). *Multi-period corporate default prediction with stochastic covariates*. Journal of Financial Economics. Volume 83, No. 3. pp. 635-665.
- Eberhart, A. (2003). *A comparison of Merton's option pricing model of corporate debt valuation to use of book values*. Journal of Corporate Finance 11. pp. 401-426. E.U.A.
- Enders, W. (1995). *Applied Econometric Time Series*. John Wiley y Sons, Inc.
- Engle, R. 1982. *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom Inflation*. Econometrica 50. pp. 987-1007.
- Ericsson, J. y Renault, O. (2001). *Liquidity and Credit Risk*. Journal of Finance. Vol. 61. No. 5. pp. 2219-2250.
- Ericsson, J. y Reneby, J. (2002). *The Valuation of Corporate Liabilities: Theory and Test*. SSE/EFI Working Paper Series in Economics and Finance.

- Eom, Y.; Helwege, J. y Huang J. (2004). *Structural Models of Corporate Bonds Pricing: An Empirical Analysis*. The Review of Financial Studies. Vol 17. No. 2, pp. 499-544.
- Escribano, F. (1998). *La gestión del riesgo de interés en carteras de renta fija arriesgada. Aplicación de la volatilidad condicional*. Biblioteca digital de la Universidad de Castilla-La Mancha, Facultad de Ciencias Sociales. pp. 1-22.
- Fama, E. y French, K. (1993). *Common risk factors in the returns on stocks and bonds*. Journal of Financial Economics. Vol. 33. North Holland. pp. 3-56.
- Fan, H. y Sundaresan, S. (2000). *Debt Valuation, Renegotiation, and Optima Dividend Policy*. The Review of Financial Studies Winter. Vol. 13 No. 4, pp. 1057-1099.
- Fernández, H.; Pérez, F. (2005). *El Modelo Logístico: Una Herramienta Estadística para evaluar el Riesgo de Crédito*. Revista de Ingeniería Universidad de Medellín, enero-junio, año/vol 4, número 006. Universidad de Medellín. Medellín Colombia. pp. 55-75.
- Fisco Agenda 2010, Correlacionada y Tematizada. México. Editorial ISEF.
- Foster, G. (1986). *Financial Statement Analysis*. Prentice Hall International Editions, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Frye, J. (2000). *Depressing Recoveries*. Federal Reserve Bank of Chicago in its Journal Emerging Issues. pp. 1-13.
- García, J.C. (2002). *Nuevas Técnicas de medición del riesgo de crédito. Metodología de Riesgo Corporativo, BBVA. España*. Revista de economía financiera. No. 5. pp. 86-114.
- Geske, R. (1977). *The Valuation of Corporate Liabilities as Compound Options*. Journal of Financial and Quantitative Analysis. Vol. 12, No. 4. pp. 541-552.
- Graham, J.; Campbell, H. (2001). *The Theory and practice of Corporate Finance: evidence from the field*. Journal of Financial Economics. Vol. 60. pp.187-243.
- Grajales, C y Pérez, F. (2008). *Modelo de tasa corta de Hull y White y Valoración de Bonos con opción Call*. Proyecto de Investigación sobre tasas de interés, cofinanciado con ISA. Medellín, Colombia.
- Guerrero, V. (1991). *Análisis Estadístico de Series de Tiempo Económicas*. UAM. México.

- Gupton, G.; Finger, C.; y Bhatia, m. (1997). *CreditMetrics-Technical Document*. JP Morgan Guaranty Trust Co.
- Gurrola, R. y López F. (2009). *Spreads de la deuda privada y riesgo sistemático en México*. Contaduría y Administración. No. 229. pp. 59-84.
- Hamilton, D.T., Gupton, G. y Berthault, A. (2001). *Default and Recovery Rates of Corporate Bond Issuers: 2000*. Moody's Investors Service, Global credit Research. pp. 5-60.
- Hamilton, D.T., Varma, S. Ou, S. y Cantor, R. (2005). *SpecialComment. Default and Recovery Rates of Corporate Bond Issuers, 1920-2004*. Moody's Investors Service, Global credit Research. pp. 2-40.
- Hanson, S. y Schuermann, T. (2006). *Confidence Intervals for Probabilities of Default*. Journal of Banking y Finance, Vol. 30. pp. 2281–2301.
- Harrison, J. (1985). *Brownian Motion and Stochastic Flow Systems*. John Wiley y Sohns, Inc.,
- Hicks, J.R. (1939). *Valor y Capital*. 3ª Ed. en español. Página VII. Ed. Fondo de Cultura Económica. México.
- Hu, Y. y Perraudin, W. (2002). *The Dependence of Recovery Rates and Defaults*. Birkbeck College, Bank of England and CEPR. pp. 1-25.
- Huang, J. y Huang M. (2003). *How Much of the Corporate-Treasury Yield Spread is Due to Credit Risk?* Working Paper. Smeal College of Business, Penn State University, University Park, New York University, Graduate School of Business Stanford University.
- Hull, J.C. y White A. (2000). *Valuing Credit Default Swaps I: no Counterparty Default Risk*. Journal of Derivates, 8, No. 1. pp. 20-40.
- Hull, J.C. y White A. (2000). *Valuing Credit Default Swaps II: Modeling Default Correlations*. Journal of Derivates, 8, No. 3. pp. 12-21.
- Hull, J.C. (2007). *Risk Management and Financial Institutions*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey, first edition, international edition.
- Hull, J.C. (2008). *Options, Futures and Other Derivates*. Prentice-Hall, 7th. edition.
- Ingersoll, J. Jr. (1976). *A Contingent-Claims Valuation of Convertible Securities*. Journal of Financial Economics 4. North-Holland Publishing Company. pp. 289-322.

- Insley, M.C. y Wirjanto, T.S. (2008). *Contrasting two approaches in real options valuation: contingent claims versus dynamic programming*. Working Papers. Department of Economics, University of Waterloo, Ontario.
- Jarrow, R. y Turnbull, S. (1995). *Pricing Derivates on Financial Securities Subject to Credit Risk*. The Journal of Finance. Vol. 50. No. 1. pp. 53-85.
- Jarrow, R. (2001). *Default Parameter Estimation Using Market Prices*. Financial Analysts Journal. Vol. 57, No. 5. pp. 75-92.
- Jeanblanc, M. y Rutkowski, M. (1999). *Modelling of Default Risk: An Overview*. Published in Mathematical Finance: Theory and Practice, Jiongmin Yong and Rama Cont, eds., Higher Education Press, Beijing, 2000, pp.171-269.
- Jones, E.P.; Scott, M. y Rosenfeld, E. (1984). *Contingent Claims Analysis of Corporate Capital Structures: an Emprical Investigation*. Journal of Finance. Vol. XXIX. No. 3. pp. 611-625.
- Karatzas, I. y Shreve, S. (1988). *Brownian Motion and Stochastic Calculus*. Springer-Verlag. Berlin Heidelberg New York, second edition.
- Keenan, S.; Shtogrin, I. y Sobehart, J. (1999). *Historical Default Rates of Corporate Bonds Issuers*. Moody´s Investor Service. pp. 1920-1998.
- Korablev, I. y Qu, S. (2009). *Validating the public EDF™ model performance during the credit crisis*. Moody´s KVM Company. pp. 5-27.
- Keasey, K. y Watson, R. (1986). *Current Cost Accouting and the Prediction of Small Company Performance*. Journal of Business Finance and Accounting. pp. 51-70.
- Kealhofer, S y Vasicek, O. (2003). *Quantifying Credit Risk I: Default Prediction*. Financial Analysts Journal. Vol. 59, No. 1. pp. 30-44.
- Koller, T.; Goedhart, M. y Wessels, D. (2005). *Valuation, Measuring and Managing the Value Companies*. Fourth Edition. John Wiley y Sons, Inc. Hoboken, New Jersey.
- Leland, H. (1994). *Corporate Debt Value, Bonds Covenants, and Optimal Capital Structure*. The Journal of Finance. Vol. XLIX. No. 4. pp. 1213-1248.
- Leland, H. y Toft, K. (1996). *Optimal Capital Structure, Endogenous Bankruptcy, and the Term Strcuture of Credit Spreads*. Journal of Finance. Vol. 51, No. 3. pp. 987-1019.

- Litterman, R. y Iben, T. (1991). *Corporate bond valuation and term structure of credit spreads*. The Journal of Portfolio Management. Vol. 17, No. 3. pp. 52-64.
- Longstaff, F. y Schwartz, E. (1995). *A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt*. The Journal of Finance. Vol. 50. No. 3. pp. 789-819.
- Macaulay, F. (1938). *Some theoretical problems suggested by the movements of interest rates, bond yields and stock price since 1856*. New York: Published in National Bureau of Economic Research.
- Madan, D. y Unal, H. (1996). *Pricing the Risks of Default*. Working Paper. The Wharton School. Financial Institution Center. University of Pennsylvania
- Matalí, V. (2004). *Valoración de bonos corporativos con negociación poco frecuente*. Trabajo de Investigación del Programa de Doctorado Interuniversitario en Finanzas Cuantitativas. No. 006. Universidad Complutense de Madrid; Universidad del País Vasco y Universitat de València. España. Biblioteca virtual de la Universidad de Valencia.
- Merton, R. (1974). *On Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates*. Journal of Finance, 29. pp. 449-470.
- Mella-Barral, P. y Perraudin, W. (1997). *Strategic Debt Service*. Journal of Finance, Vol. 52. pp. 531-566.
- Modigliani, F. y Miller, M. (1958). *The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment*. The American Economic Review. Vol. XLVIII. No. 3. pp. 261-297.
- Mora, A. (1995). *Utilidad de los modelos de precisión de la crisis empresarial*. Revista Española de Financiación y Contabilidad. Vol XXIV. No. 83. pp. 281-300.
- Müller, U.; Dacoronga, M; Olsen, R.; Pictet, O.; Schwarz, M. y Morgeneegg, C. (1990). *Statistical Study of Foreign Exchange Rates, Empirical Evidence of a Price Change Scaling Law, and Intraday Analysis*. Journal of Banking y Finance. Vol. 14. No. 6. pp. 1189-1208.
- Superintendencia Financiera de Colombia. (2005). *Elección bajo condiciones de incertidumbre*. Biblioteca digital. Circular Externa 004. pp. 1-46.
- Normas de Información Financiera 2010. 4a. Edición. Instituto Mexicano de Contadores Públicos. Consejo Mexicano para la Investigación y Desarrollo de Normas de Información Financiera.

- Pan, J. y Singleton, K. (2008). *Default and Recovery Implicit in the Term Structure of Sovereign CDS Spreads*. Journal of Finance, Vol. 63. No. 5. pp. 2345-2384.
- Peel, M.; Peel, D. y Pope, P. (1986). *Predicting Corporate Failure: Some Results for the UK Corporate Sector*. Omega. Vol. 14. pp. 5-12.
- Pliska, S. (1998). *Introduction to Mathematical Finance, Discrete Time Models*. Blackwell Publishers Inc.
- Ross, S. (2005). *Corporate Finance*. McGraw-Hill Irwin. 7a. edición. E.U.
- Salas-Porras, A. (1992). *Globalización y proceso corporativo de los grandes grupos económicos en México*. Revista Mexicana de Sociología. Vol. 54. No. 2. pp. 133-162.
- Samaniego, R.; Trujillo, A y Martín, J.L. (2007). *Un análisis de los modelos contables y de mercado en la evaluación del riesgo de crédito: aplicación al mercado bursátil español*. Revista Europea de Dirección y Economía de la Empresa. Vol. 16. No. 2. pp. 93-110.
- Schuermann, T. (2004). *What Do We Know About Loss Given Default?* Working Paper. Forthcoming in D. Shimko (ed.), *Credit Risk Models and Management 2nd Edition*, London, UK: Risk Books.
- Smithson, C. y Guill, G. (2004). *Valoración de Activos Crediticios*. Risk España. WWW.RISK.NET. pp.30-33.
- Teixeira, J. (2005). *An Empirical Analysis of Structural Models of Corporate Debt Pricing*. Lancaster University Management School. Working paper. Paper provided by EconWPA in its series Finance.
- Trigeorgis, L. (1999). *Real Options, Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*. Fourth printing. The MIT Press.
- Trucharte, C. y Antuña, A. (2001). *Un sistema de clasificación (rating) de acreditados. España*. Informes y Publicaciones. Banco de España. Estabilidad Financiera No. 2. pp. 93-115.
- Unal, H.; Madan, D. y Güntay, L. (2001). *Pricing the Risk of Recovery in Default with APR Violation*. Paper provided by Wharton School Center for Financial Institutions, University of Pennsylvania in its series Center for Financial Institutions Working Papers.
- Useem, M. (1980). *Corporations and the corporate elite*. Annual Review of Sociology. Vol. 6. pp. 41-77.

- Vasicek, O. (1984). *Credit Valuation*. KMV. San Francisco, California, E.U. pp. 1-16.
- Vilariño, A. (2000). *La gestión del riesgo de crédito*. MDV Consultores. Ángel Vilariño Publicaciones. pp. 1-24.
- Whittred, G. y Zimmer, I. (1984). *Timeliness of Financial Reporting and Financial Distress*. The Accounting Review. pp. 287-295.
- Zurita, F. (2008). *La predicción de la insolvencia de empresas chilenas*. División de Política Financiera. Banco Central de Chile. Volumen 11. No. 1. Chile. pp. 93-116.

Páginas de Internet consultadas

- www.bmv.com.mx/
- <http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/>

Información de las empresas

- Reportes Anuales 1998 a 2008

Otras Fuentes Bibliográficas

- Anuario Financiero y Bursátil 2007, publicado por la Bolsa Mexicana de Valores.
- Base de datos privada de Datastream.
- Base de datos privada de Infosel Financiero.
- Base de datos privada de Moodys Investment Service.

ANEXOS

ANEXO 1. Datos de las deudas de las empresas de la muestra correspondientes al año de 2007 y 2008

ANEXO 2. Datos de las deudas de las empresas de la muestra correspondientes al año de 2008

ANEXO 3. Volatilidades derivadas del modelo de Merton, probabilidades de incumplimiento y calificaciones crediticias

ANEXO 4. Resultados de los modelos BM y PLBM con los datos de la muestra correspondientes al año de 2007

ANEXO 5. Modelos de series de tiempo

ANEXO 6A. Resultados de la regresión para determinar la R, por el periodo comprendido de 1998 a 2007

ANEXO 6B. Resultados de la regresión para determinar la R, por el periodo comprendido de 1998 a 2008

ANEXO 7A. Resultados de la regresión múltiple para estimar la tasa de recuperación, tomando como prueba los datos de 2007²⁶

ANEXO 7B. Resultados de la regresión múltiple para estimar la tasa de recuperación, tomando como prueba los datos de 2008

²⁶ Las variables independientes sombreadas con amarillo en estos Anexo 7A y 7B, representan aquéllas en las que no se puede rechazar H_0 : el coeficiente de la variable es igual a cero, bajo un nivel de confianza igual al 90%, por consecuencia se consideran no significativas.

ANEXO 1. Datos de las deudas de las empresas de la muestra correspondientes al año de 2007

Empresa	Sector	Tipo de deuda	Moneda	Monto	Tj	Tasa aplicable	Tasa de interés	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	EDF 5 años	Calif 1 año	Calif 5 años
Famsa	Comercio	Crédito bancario	pesos	65,000	1.00	7.66%	TIIE	1.77%	9.43%	1.70%	6.15%	Ba3.edf	Ba2.edf
		Certificados bursátiles	pesos	1,900,000	1.00	7.66%	TIIE	0.91%	8.57%	1.70%	6.15%	Ba3.edf	Ba2.edf
		Línea de crédito nacional	pesos	216,000	2.00	7.66%	TIIE	1.88%	9.54%	1.70%	6.15%	Ba3.edf	Ba2.edf
		Línea de crédito extranjera	pesos	2,604,455	2.00	5.95%	LIBOR	4.54%	10.49%	1.70%	6.15%	Ba3.edf	Ba2.edf
Gigante	Comercio	Crédito bancario simple	pesos	53,000,000	4.42	7.66%	TIIE	1.40%	9.06%	0.61%	2.79%	Baa3.edf	Baa2.edf
Palacio de hierro	Comercio	Crédito bancario simple	pesos	450,000	1.00	7.66%	TIIE	0.50%	8.16%	35.00%	88.40 %	Caa-C.edf	Caa-C.edf
Liverpool	Comercio	Certificados bursátiles	pesos	4,000,000	7.00	7.66%	TIIE	0.04%	7.70%	1.13%	4.91%	Ba2.edf	Ba1.edf
		Préstamo sindicado	pesos	1,964,286	2.33	7.66%	TIIE	0.55%	8.21%	1.13%	4.91%	Ba2.edf	Ba1.edf
Pochteca	Comercio	Crédito simple	pesos	175,000	5.83	7.66%	TIIE	2.50%	10.16%	3.52%	9.56%	B1.edf	B2.edf
		Crédito simple	pesos	20,000	0.25	7.66%	TIIE	3%	10.66%	3.52%	9.56%	B1.edf	B2.edf
		Crédito simple con garantías hipotecarias	pesos	11,600	2.42	7.66%	TIIE	4%	11.66%	3.52%	9.56%	B1.edf	B2.edf
		Préstamo de habilitación o avío	pesos	12,000	0.33	7.66%	TIIE	6%	13.66%	3.52%	9.56%	B1.edf	B2.edf

Empresa	Sector	Tipo de deuda	Moneda	Monto	Tj	Tasa aplicable	Tasa de interés	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	EDF 5 años	Calif 1 año	Calif 5 años
Soriana	comercio	Crédito bancario simple	pesos	3,310,000	0.50	7.66%	TIIE	0.30%	7.96%	0.93%	4.71%	Ba1.edf	Ba1.edf
		Pagarés bancarios	pesos	7,601,000	0.58	7.66%	TIIE	0.30%	7.96%	0.93%	4.71%	Ba1.edf	Ba1.edf
		Línea de crédito bancaria	dólares	440,000,000	1.08	5.95%	LIBOR	0.35%	6.30%	0.93%	4.71%	Ba1.edf	Ba1.edf
Grupo Martí	comercio	Crédito bancario	pesos	179,000	0.25	7.66%	TIIE	3.50%	11.16%	2.02%	7.14%	Ba3.edf	Ba2.edf
		Crédito bancario	dólares	2,576	0.25	5.95%	LIBOR	3.25%	9.20%	2.02%	7.14%	Ba3.edf	Ba2.edf
		Crédito bancario	pesos	45,000	0.83	7.66%	TIIE	2%	9.66%	2.02%	7.14%	Ba3.edf	Ba2.edf
		Crédito bancario	pesos	40,000	0.58	7.66%	TIIE	4%	11.66%	2.02%	7.14%	Ba3.edf	Ba2.edf
		Línea de crédito bancaria	pesos	196,983	0.25	7.66%	TIIE	2%	9.66%	2.02%	7.14%	Ba3.edf	Ba2.edf
América Móvil	Comun y Trans	Crédito sindicado	dólares	8,149,650	4.00	5.95%	LIBOR	0.25%	6.20%	1.77%	7.04%	Ba3.edf	Ba2.edf
		Senior notes	dólares	5,433,100	1.00	5.95%	LIBOR	0.10%	6.05%	1.77%	7.04%	Ba3.edf	Ba2.edf
		Línea de crédito bancaria	dólares	3,429,362	2.00	5.95%	LIBOR	0.15%	6.10%	1.77%	7.04%	Ba3.edf	Ba2.edf
		Línea de crédito bancaria	dólares	3,429,362	2.00	5.95%	LIBOR	2.30%	8.25%	1.77%	7.04%	Ba3.edf	Ba2.edf
		Arrendam.	dólares	1,022,195	5.00	5.95%	LIBOR	1.53%	7.48%	1.77%	7.04%	Ba3.edf	Ba2.edf
		Arrendam.	dólares	1,022,195	5.00	5.95%	LIBOR	2.90%	8.85%	1.77%	7.04%	Ba3.edf	Ba2.edf
		Arrendam.	pesos	3,534,000	2.00	7.66%	TIIE	0.15%	7.81%	1.77%	7.04%	Ba3.edf	Ba2.edf

Empresa	Sector	Tipo de deuda	Moneda	Monto	Tj	Tasa aplicable	Tasa de interés	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	EDF 5 años	Calif 1 año	Calif 5 años
Axtel	Comun y Trans	Crédito sindicado	pesos y dólares	2,240,091	4.17	5.95%	LIBOR	1.50%	7.45%	4.73%	13.28%	B2.edf	B2.edf
Iusacell	Comun y Trans	Bono	dólares	1,373,144	4.00	5.95%	LIBOR	4%	9.95%	11.85%	20.78%	Caa-C.edf	B3.edf
		Crédito simple SAZ	pesos	13,200	0.92	7.66%	TIIE 91	5%	12.66%	11.85%	20.78%	Caa-C.edf	B3.edf
		Crédito refaccionario BNP	dólares	15,857	3.92	5.95%	LIBOR	3.50%	9.45%	11.85%	20.78%	Caa-C.edf	B3.edf
		Crédito revolvente quirografario	dólares	176,904	1.08	6.02%	LIBOR 12 meses	1%	7.02%	11.85%	20.78%	Caa-C.edf	B3.edf
Megacable	Comun y Trans	Crédito bancario sindicado	dólares	1,417,559	2.67	5.95%	LIBOR	0.70%	6.65%	3.13%	10.24%	B1.edf	B1.edf
		Crédito bancario quirografario	pesos	1,435,369	2.67	7.66%	TIIE	0.70%	8.36%	3.13%	10.24%	B1.edf	B1.edf
		Crédito bancario	dólares	13,669	0.08	5.95%	LIBOR	2.50%	8.45%	3.13%	10.24%	B1.edf	B1.edf
Televisa	Comun y Trans	Documentos por pagar	pesos	785,863	3.75	7.66%	TIIE	0.24%	7.90%	0.98%	4.44%	Ba1.edf	Ba1.edf
		Documentos por pagar	pesos	132,886	5.00	5.95%	LIBOR	0.43%	6.38%	0.98%	4.44%	Ba1.edf	Ba1.edf
TMM	Comun y Trans	Línea de crédito	pesos	550,000	0.50	7.66%	TIIE	5.34%	12.99%	8.53%	17.90%	Caa-C.edf	B3.edf

Empresa	Sector	Tipo de deuda	Moneda	Monto	Tj	Tasa aplicabe	Tasa de interés	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	EDF 5 años	Calif 1 año	Calif 5 año
Grupo México	Extrac	Crédito con BNP	dólares	26,700,000	5.58	5.95%	LIBOR	0.09%	6.04%	0.38%	2.00%	Baa2.edf	Baa2.edf
		Crédito con HSBC	dólares	20,100,000	6.92	5.95%	LIBOR	0.08%	6.03%	0.38%	2.00%	Baa2.edf	Baa2.edf
		Crédito con HSBC	dólares	3,400,000	6.92	5.95%	LIBOR	0.40%	6.35%	0.38%	2.00%	Baa2.edf	Baa2.edf
		Crédito con CALYON	dólares	70,800,000	8.50	5.95%	LIBOR		#¡REF!	0.38%	2.00%	Baa2.edf	Baa2.edf
		Crédito con CALYON	dólares	19,800,000	8.50	5.95%	LIBOR	0.40%	6.35%	0.38%	2.00%	Baa2.edf	Baa2.edf
		Crédito con CALYON	dólares	19,800,000	8.50	5.95%	LIBOR	0.50%	6.45%	0.38%	2.00%	Baa2.edf	Baa2.edf
		Crédito con Bank of America	dólares	16,000,000	1.67	5.95%	LIBOR	0.10%	6.05%	0.38%	2.00%	Baa2.edf	Baa2.edf
		Certificados bursátiles primera	pesos	46,000,000	1.00	7.35%	Cetes 91	2.15%	9.50%	0.38%	2.00%	Baa2.edf	Baa2.edf
		Certificados bursátiles ampliación primera	pesos	64,400,000	1.00	7.35%	Cetes 92	2.24%	9.59%	0.38%	2.00%	Baa2.edf	Baa2.edf
		Certificados bursátiles tercera	pesos	92,000,000	6.92	7.66%	TIIE	1.55%	9.21%	0.38%	2.00%	Baa2.edf	Baa2.edf

Empresa	Sector	Tipo de deuda	Moneda	Monto	Tj	Tasa aplicabe	Tasa de interés	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	EDF 5 años	Calif 1 año	Calif 5 año
Peñoles	Extrac	Préstamos bancarios con aval de industrias	dólares	1,731,563	6.83	5.95%	LIBOR	0.73%	6.68%	1.16%	5.44%	Ba2.edf	Ba1.edf
		Préstamos bancarios con aval de industrias	dólares	1,731,563	6.83	5.95%	LIBOR	1.38%	7.33%	1.16%	5.44%	Ba2.edf	Ba1.edf
		Préstamos bancarios con aval de industrias	dólares	1,731,563	6.83	5.95%	LIBOR	1.75%	7.70%	1.16%	5.44%	Ba2.edf	Ba1.edf
	Calific de la deuda por SyP BB+	Crédito simple	pesos	45,610	9.33	7.66%	TIIE	3.50%	11.16%	1.16%	5.44%	Ba2.edf	Ba1.edf
ARA	Construc	Préstamo bancario simple	pesos	420,834	8.42	7.66%	TIIE	1%	8.66%	1.21%	6.28%	Ba2.edf	Ba2.edf
		Préstamo bancario simple	pesos	392,857	5.42	7.66%	TIIE	0.97%	8.63%	1.21%	6.28%	Ba2.edf	Ba2.edf
		Préstamo bancario simple	pesos	450,000	4.50	7.66%	TIIE	0.50%	8.16%	1.21%	6.28%	Ba2.edf	Ba2.edf
		Préstamo bancario simple	pesos	270,000	4.50	7.66%	TIIE	0.50%	8.16%	1.21%	6.28%	Ba2.edf	Ba2.edf
Dine	Construc	Crédito sindicado	dólares	100,000,000 dls	6.25	5.95%	LIBOR	1.75%	7.70%	5.32%	16.50%	B2.edf	B2.edf

Empresa	Sector	Tipo de deuda	Moneda	Monto	Tj	Tasa aplicable	Tasa de interés	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	EDF 5 años	Calif 1 año	Calif 5 años
Geo	Construc	Préstamos quirograf.	dólares	109,622,000	5.00	5.95%	LIBOR	0.45%	6.40%	1.05%	5.11%	Ba1.edf	Ba1.edf
		Crédito bilateral	dólares	760,631,000	1.00	5.95%	LIBOR	0.05%	6.01%	1.05%	5.11%	Ba1.edf	Ba1.edf
		Crédito sindicado	dólares	2,716,550,000	1.00	5.95%	LIBOR	0.05%	6.00%	1.05%	5.11%	Ba1.edf	Ba1.edf
Grupo Mexicano de desarrollo	Construc	Crédito bancario	pesos	172,193,000	3.75	7.66%	TIIE	4%	11.66%	2.23%	7.18%	Ba3.edf	Ba2.edf
		Crédito bancario	dólares	54,545,000	0.50	5.95%	LIBOR	1.25%	7.20%	2.23%	7.18%	Ba3.edf	Ba2.edf
		Crédito bancario	pesos	10,694,000	3.75	7.66%	TIIE	4%	11.66%	2.23%	7.18%	Ba3.edf	Ba2.edf
GMDR	Construc	Crédito bancario	pesos	248,836,000	0.50	7.66%	TIIE	5%	12.66%	35.00%	88.40%	Caa-C.edf	Caa-C.edf
		Crédito bancario	dólares	65,473,000	0.50	5.95%	LIBOR	1%	6.95%	35.00%	88.40%	Caa-C.edf	Caa-C.edf
Hogar	Construc	Crédito simple	pesos	191,754,000	2.33	7.66%	TIIE	4%	11.66%	35.00%	88.40%	Caa-C.edf	Caa-C.edf
		Crédito simple hipotecario	pesos	50,505,000	0.50	7.66%	TIIE	5%	12.66%	35.00%	88.40%	Caa-C.edf	Caa-C.edf
		Crédito simple hipotecario	pesos	32,702,000	1.42	7.66%	TIIE	5%	12.66%	35.00%	88.40%	Caa-C.edf	Caa-C.edf
		Crédito simple hipotecario	pesos	30,040,000	2.83	7.66%	TIIE	6%	13.66%	35.00%	88.40%	Caa-C.edf	Caa-C.edf
		Crédito simple hipotecario	pesos	16,618,000	0.17	7.19%	Cetes	4.75%	11.94%	35.00%	88.40%	Caa-C.edf	Caa-C.edf
		Crédito simple hipotecario	pesos	15,434,000	1.00	7.19%	Cetes	5%	12.19%	35.00%	88.40%	Caa-C.edf	Caa-C.edf

Empresa	Sector	Tipo de deuda	Moneda	Monto	Tj	Tasa aplicabe	Tasa de interés	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	EDF 5 años	Calif 1 año	Calif 5 año
Homex	Construc	Préstamo bancario simple	pesos	40,500,000	2.83	7.66%	TIIE	1%	8.66%	1.30%	6.66%	Ba2.edf	Ba2.edf
ICA	Construc	Préstamo bancario simple	dólares	26,157,000	0.75	5.95%	LIBOR	3.60%	9.55%	1.72%	6.11%	Ba3.edf	Ba2.edf
		Préstamo bancario	euros	93,910,000	7.50	3.87%	EUROLIBOR	0.45%	4.32%	1.72%	6.11%	Ba3.edf	Ba2.edf
		Certificados de bursatiliz.	pesos	800,000,000	17.00	7.66%	TIIE	2.95%	10.61%	1.72%	6.11%	Ba3.edf	Ba2.edf
		Préstamo simple	pesos	480,433,000	11.92	7.66%	TIIE	2.50%	10.16%	1.72%	6.11%	Ba3.edf	Ba2.edf
		Financiam.	pesos	430,001,000	4.17	7.66%	TIIE	0.45%	8.11%	1.72%	6.11%	Ba3.edf	Ba2.edf
Lamosa	Construc	Préstamo bancario con garantía	dólares	2,655,990	6.00	5.95%	LIBOR	2%	7.95%	3.34%	11.18%	B1.edf	B1.edf
		Préstamo bancario con garantía	pesos	3,926,822	6.00	7.66%	TIIE	2%	9.66%	3.34%	11.18%	B1.edf	B1.edf
		Préstamo bancario con garantía	dólares	2,459,250	7.00	5.95%	LIBOR	4.50%	10.45%	3.34%	11.18%	B1.edf	B1.edf
		Arrend financiero	pesos	8,697	4.00	7.66%	TIIE	0.75%	8.41%	3.34%	11.18%	B1.edf	B1.edf
		Arrend financiero	pesos	8,697	4.00	7.66%	TIIE	3.25%	10.91%	3.34%	11.18%	B1.edf	B1.edf

Empresa	Sector	Tipo de deuda	Moneda	Monto	Tj	Tasa aplicable	Tasa de interés	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	EDF 5 años	Calif 1 año	Calif 5 años
PYPSA	Construc	Contrato para descuentos de crédito	pesos	6,654,000	1.00	7.66%	TIE	4%	11.66%	2.85%	9.40%	B1.edf	Ba3.edf
		Contrato para descuentos de crédito	pesos	2,466,000	1.00	7.66%	TIE	2%	9.66%	2.85%	9.40%	B1.edf	Ba3.edf
Sare	Construc	Créditos simples con garantía hip.	pesos	238,338,000	3.00	7.66%	TIE	2%	9.66%	1.33%	6.35%	Ba2.edf	Ba2.edf
		Créditos simples con garantía hip.	pesos	126,279,000	2.00	7.66%	TIE	2.50%	10.16%	1.33%	6.35%	Ba2.edf	Ba2.edf
		Créditos simples con garantía hip.	pesos	115,503,000	2.00	7.66%	TIE	1.80%	9.46%	1.33%	6.35%	Ba2.edf	Ba2.edf
		Créditos simples con garantía hip.	pesos	63,779,000	2.00	7.66%	TIE	1.75%	9.41%	1.33%	6.35%	Ba2.edf	Ba2.edf
		Créditos simples con garantía hip.	pesos	53,043,000	2.00	7.66%	TIE	2.25%	9.91%	1.33%	6.35%	Ba2.edf	Ba2.edf
		Obligaciones por arrendam.	pesos	1,473,000	1.00	7.66%	TIE	2%	9.66%	1.33%	6.35%	Ba2.edf	Ba2.edf
Urbi	Construc	Certificados bursátiles	pesos	306,691,000	2.08	7.66%	TIE	2.04%	9.70%	1.37%	6.90%	Ba2.edf	Ba2.edf
		Certificados bursátiles	pesos	1,000,000,000	2.83	7.66%	TIE	1.25%	8.91%	1.37%	6.90%	Ba2.edf	Ba2.edf
		Crédito emitido en dlls	dólares	162,993,000	2.92	5.95%	LIBOR	1.25%	7.20%	1.37%	6.90%	Ba2.edf	Ba2.edf

Empresa	Sector	Tipo de deuda	Moneda	Monto	Tj	Tasa aplica be	Tasa de interés	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	EDF 5 años	Calif 1 año	Calif 5 año
Medica Sur	Servicios	Crédito en cuenta corriente	pesos	20,000,000	1.42	7.66%	TIIE	1.50%	9.16%	2.92%	10.38%	B1.edf	B1.edf
		Crédito en cuenta corriente	pesos	47,350,000	2.75	7.66%	TIIE	0.50%	8.16%	2.92%	10.38%	B1.edf	B1.edf
		Crédito en cuenta corriente	pesos	9,189,999	0.33	7.66%	TIIE	0.90%	8.56%	2.92%	10.38%	B1.edf	B1.edf
		Pagarés bancarios	dólares	15,219,018	6.25	7.66%	TIIE	0.50%	8.16%	2.92%	10.38%	B1.edf	B1.edf
Accel	Varios	Créditos simples con garantía hip.	pesos	20,004,000	5.00	7.66%	TIIE	3.45%	11.11%	1.02%	4.25%	Ba1.edf	Baa3.edf
		Créditos simples con garantía hip.	pesos	26,750,000	9.00	7.66%	TIIE	2.40%	10.06%	1.02%	4.25%	Ba1.edf	Baa3.edf
		Créditos simples con garantía hip.	pesos	25,351,000	4.00	7.66%	TIIE	1.25%	8.91%	1.02%	4.25%	Ba1.edf	Baa3.edf
		Crédito bancario	dólares	27,634,000	2.58	5.95%	LIBOR	2.50%	8.45%	1.02%	4.25%	Ba1.edf	Baa3.edf
		Documentos por pagar institución financ.	dólares	60,411,000	2.58	5.95%	LIBOR	2%	7.95%	1.02%	4.25%	Ba1.edf	Baa3.edf
Cicsa	Varios	Préstamo sindicado	pesos	869,296	3.75	5.95%	LIBOR	0.28%	6.23%	7.40%	3.34%	Ba1.edf	Baa3.edf
CIE	Varios	Préstamo bancario	pesos	343,576,000	3.25	5.95%	LIBOR	0.38%	6.33%	3.43%	10.60%	B1.edf	B1.edf
		Certificados bursátiles	pesos	1,400,000,000	2.83	7.66%	TIIE	0.25%	7.91%	3.43%	10.60%	B1.edf	B1.edf
		Certificados bursátiles	pesos	500,000,000	2.00	7.66%	TIIE	0.18%	7.84%	3.43%	10.60%	B1.edf	B1.edf
		Créditos bancarios	dólares	163,736,000	2.67	5.95%	LIBOR	0.14%	6.09%	3.43%	10.60%	B1.edf	B1.edf

Empresa	Sector	Tipo de deuda	Moneda	Monto	Tj	Tasa aplica be	Tasa de interés	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	EDF 5 años	Calif 1 año	Calif 5 año
G Carso	Varios	Préstamo sindicado	dólares	7,932,326	2.75	5.95%	LIBOR	0.28%	6.23%	3.62%	10.46%	B1.edf	B1.edf
		Certificados bursátiles	pesos	2,060,661	0.83	7.19%	Cetes	1.20%	8.39%	3.62%	10.46%	B1.edf	B1.edf
		Certificados bursátiles	pesos	2,060,661	0.83	7.19%	Cetes	1.25%	8.44%	3.62%	10.46%	B1.edf	B1.edf
San Luis	Transfor	Préstamos bancarios	pesos	730,000	4.83	7.66%	TIIE	8%	15.66%	3.83%	10.71%	B2.edf	B1.edf
		Préstamos bancarios	pesos	3,000,000	1.33	7.66%	TIIE	8%	15.66%	3.83%	10.71%	B2.edf	B1.edf
G Moderna	Transfor	Préstamos bancarios simple	pesos	33,600,000	6.58	7.66%	TIIE	0.07%	7.72%	0.29%	1.75%	Baa2.edf	Baa1.edf
		Préstamos refaccionario	pesos	34,566,000	6.67	7.66%	TIIE	0.70%	8.36%	0.29%	1.75%	Baa2.edf	Baa1.edf
		Crédito simple	pesos	20,230,000	7.00	7.66%	TIIE	0.07%	7.73%	0.29%	1.75%	Baa2.edf	Baa1.edf
		Crédito simple	pesos	2,250,000	4.00	7.66%	TIIE	0	7.66%	0.29%	1.75%	Baa2.edf	Baa1.edf
Gruma	Transfor	Crédito sindicado	pesos	2,236,800	2.58	5.95%	LIBOR	0.38%	6.33%	1.18%	5.05%	Ba2.edf	Ba1.edf
		Crédito sindicado	pesos	2,236,800	2.58	5.95%	LIBOR	0.45%	6.40%	1.18%	5.05%	Ba2.edf	Ba1.edf
		Crédito revolvente	dólares	764,400	3.83	5.95%	LIBOR	0.35%	6.30%	1.18%	5.05%	Ba2.edf	Ba1.edf
		Crédito revolvente	dólares	764,400	3.83	5.95%	LIBOR	0.45%	6.40%	1.18%	5.05%	Ba2.edf	Ba1.edf
Kimberly	Transfor	Certificado bursatil	pesos	750,000	3.00	7.48%	Cetes 182	0.75%	8.23%	1.05%	4.71%	Ba1.edf	Ba1.edf
		Certificado bursatil	pesos	2,560,000	10.00	7.66%	TIIE 28	0.01%	7.65%	1.05%	4.71%	Ba1.edf	Ba1.edf

Empresa	Sector	Tipo de deuda	Moneda	Monto	Tj	Tasa aplicabe	Tasa de interés	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	EDF 5 años	Calif 1 año	Calif 5 año
Mexchem	Transfor	Crédito sindicado	dólares	130,988	3.25	5.95%	LIBOR	0.88%	6.83%	2.15%	7.22%	Ba3.edf	Ba2.edf
		Préstamo bancario	pesos colomb	232,504	3.00	5.95%	LIBOR	2.98%	8.93%	2.15%	7.22%	Ba3.edf	Ba2.edf
		Créditos bancarios	Pesos	729,250	3.75	7.66%	TIIE	1.75%	9.41%	2.15%	7.22%	Ba3.edf	Ba2.edf
Arca	Transfor	Cértificados bursátiles	Pesos	1,000,000	0.92	7.19%	Cetes 182	0.88%	8.07%	0.36%	1.88%	Baa2.edf	Baa1.edf
Bachoco	Transfor	Crédito bancario garantizado	Pesos	41,089,000	3.00	7.19%	Cetes	2%	9.19%	0.43%	2.19%	Baa3.edf	Baa2.edf
		Crédito bancario sin garantía	Pesos	4,113,000	3.00	7.66%	TIIE	0.03%	7.69%	0.43%	2.19%	Baa3.edf	Baa2.edf
Bafar	Transfor	Préstamo refaccionario	Pesos	15,750,000	3.00	7.66%	TIIE	1.15%	8.81%	0.67%	2.98%	Ba1.edf	Baa3.edf
		Préstamo refaccionario	Pesos	9,695,000	4.00	7.66%	TIIE	1.15%	8.81%	0.67%	2.98%	Ba1.edf	Baa3.edf
Bimbo	Transfor	Préstamo refaccionario	Pesos	3,750,000	0.67	7.48%	Cetes 182	0.97%	8.45%	0.55%	2.33%	Baa3.edf	Baa2.edf
Codusa	Transfor	Deuda de LP	Pesos	89,300,000	1.00	5.95%	LIBOR	2.24%	8.19%	10.01%	18.24%	Caa-C.edf	B3.edf
		Deuda de LP	Pesos	41,200,000	2.00	5.95%	LIBOR	2.29%	8.24%	10.01%	18.24%	Caa-C.edf	B3.edf
Conver	Transfor	Préstamo	Dólares	1,811,235	2.33	5.95%	LIBOR	2.65%	8.60%	1.28%	5.58%	Ba2.edf	Ba1.edf
		Préstamo refaccionario	Dólares	244,844	2.75	5.95%	LIBOR	2.50%	8.45%	1.28%	5.58%	Ba2.edf	Ba1.edf

ANEXO 2. Datos de las deudas de las empresas de la muestra correspondientes al año de 2008

Empresa	Sector	Tipo de deuda	Moneda	Monto	Vencimiento	Tj	Tasa aplicable	Tasa de interés	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	EDF 5 años	Calif 1 año	Calif 5 año
CMR	Comercial	Crédito simple con Banco	pesos	190,500	dic-13	5	TIE	8.70%	0.60%	9.30%	1.09%	5.23%	Ba1	Ba1
CMR	Comercial	Crédito simple con Banco	pesos	31,579	oct-13	4.75	TIE	8.70%	0.60%	9.30%	1.09%	5.23%	Ba1	Ba1
CMR	Comercial	Crédito simple con Banco	pesos	66,500	dic-13	5	TIE	8.70%	2.60%	11.30%	1.09%	5.23%	Ba1	Ba1
Controladora Comercial Mexicana	Comercio	Préstamo bancario	pesos	327,000	sep-09	0.25	TIE	8.70%	5.00%	13.70%	1.16%	6.16%	Ba2	Ba2
Controladora Comercial Mexicana	Comercio	Línea de crédito	pesos	1,000,000	nov-10	1.916666667	TIE	8.70%	5.00%	13.70%	1.16%	6.16%	Ba2	Ba2
Grupo Collado	Comercio	Crédito hipotecario	pesos	210,000	may-12	3.416666667	TIE	8.70%	2.50%	11.20%	5.12%	15.75%	B2	B2
Grupo Collado	Comercio	Crédito hipotecario	pesos	36,644	oct-13	4.833333333	Libor	2.20%	0.50%	2.70%	5.12%	15.75%	B2	B2
Grupo Collado	Comercio	Crédito hipotecario	pesos	211,290	ene-10	1.083333333	TIE	8.70%	1.95%	10.65%	5.12%	15.75%	B2	B2
Grupo Collado	Comercio	Certificado bursátil	pesos	200,210	ago-11	2.666666667	TIE	8.70%	2.90%	11.60%	5.12%	15.75%	B2	B2
Grupo Collado	Comercio	Crédito	dólares	2,730	abr-11	2.333333333	Libor	2.20%	3.30%	5.50%	5.12%	15.75%	B2	B2
Grupo Collado	Comercio	Crédito	dólares	3,771	jun-11	2.5	Libor	2.20%	3.30%	5.50%	5.12%	15.75%	B2	B2
Grupo Collado	Comercio	Crédito	dólares	6,662	ago-11	2.666666667	Libor	2.20%	3.30%	5.50%	5.12%	15.75%	B2	B2
Grupo Collado	Comercio	Crédito	dólares	3,360	ene-12	3.083333333	Libor	2.20%	3.30%	5.50%	5.12%	15.75%	B2	B2
Grupo Collado	Comercio	Crédito hipotecario	dólares	52,547	dic-11	3	Libor	2.20%	3.40%	5.60%	5.12%	15.75%	B2	B2

Empresa	Sector	Tipo de deuda	Moneda	Monto	Vencimiento	Tj	Tasa aplicable	Tasa de interés	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	EDF 5 años	Calif 1 año	Calif 5 años
Grupo Elektra	Comercio	Certificado bursátil	pesos	2,600,000	dic-14	6	TIE	8.70%	2.50%	11.20%	0.84%	4.60%	Ba1	Ba1
Grupo Elektra	Comercio	Certificado bursátil	pesos	1,250,000	mar-20	11.25	TIE	8.70%	2.60%	11.30%	0.84%	4.60%	Ba1	Ba1
Grupo Elektra	Comercio	Préstamo quirografario	pesos	700,000	dic-09	1	TIE	8.70%	1.50%	10.20%	0.84%	4.60%	Ba1	Ba1
Grupo Elektra	Comercio	Préstamo quirografario	pesos	649,620	dic-09	1	TIE	8.70%	1.50%	10.20%	0.84%	4.60%	Ba1	Ba1
Grupo Elektra	Comercio	Préstamo quirografario	pesos	180,000	ago-09	0.66666667	TIE	8.70%	1.50%	10.20%	0.84%	4.60%	Ba1	Ba1
Grupo Elektra	Comercio	Préstamo quirografario	pesos	250,000	ago-09	0.66666667	TIE	8.70%	1.50%	10.20%	0.84%	4.60%	Ba1	Ba1
Grupo Elektra	Comercio	Obligaciones	pesos	1,000,000	dic-18	10	TIE	8.70%	1.50%	10.20%	0.84%	4.60%	Ba1	Ba1
Liverpool	Comercio	Certificados bursátiles	pesos	4,000,000	dic-14	5.930833333	TIE	8.70%	0.40%	9.10%	1.22%	6.13%	Ba2	Ba2
Liverpool	Comercio	Préstamo sindicado	pesos	1,178,571	abr-10	1.416666667	TIE	8.70%	0.55%	9.25%	1.22%	6.13%	Ba2	Ba2
América Móvil	comunicaciones y transportes	Créditos sindicados	dólares	27,076,600	dic-11	3	Libor	2.20%	0.25%	2.45%	5.56%	16.51%	B2	B2
América Móvil	comunicaciones y transportes	Líneas de crédito	dólares	4,397,017	dic-13	5	Libor	2.20%	0.40%	2.60%	5.56%	16.51%	B2	B2
América Móvil	comunicaciones y transportes	Créditos ECA's	euros	4,979,233	dic-16	8	Eurolibor	4.63%	0.70%	5.33%	5.56%	16.51%	B2	B2
Axtel	comunicaciones y transportes	Crédito sindicado	pesos	1,042,400	feb-12	3.166666667	TIE	8.70%	1.50%	10.20%	1.65%	8.50%	Ba2	Ba3
Axtel	comunicaciones y transportes	Crédito sindicado	dólares	1,492,223	feb-12	3.166666667	Libor	2.20%	1.50%	3.70%	1.65%	8.50%	Ba2	Ba3
Axtel	comunicaciones y transportes	Otros financiamientos	pesos	508,931	dic-13	5	TIE	8.70%	2.25%	10.95%	1.65%	8.50%	Ba2	Ba3

Empresa	Sector	Tipo de deuda	Moneda	Monto	Vencimiento	Tj	Tasa aplicable	Tasa de interés	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	EDF 5 años	Calif 1 año	Calif 5 años
Cablevisión	comunicaciones y transportes	Créditos bancarios	dólares	2,457	dic-12	4	Libor	2.20%	0.53%	2.73%	4.93%	16.45%	B2	B2
lusacell	comunicaciones y transportes	Bonos	dólares	657,200	dic-11	3	Libor	2.20%	4.00%	6.20%	6.47%	17.89%	B3	B3
lusacell	comunicaciones y transportes	Créditos simples	pesos	118,800	nov-12	3.916666667	TIE 91 días	8.35%	5.00%	13.35%	6.47%	17.89%	B3	B3
lusacell	comunicaciones y transportes	Créditos simples	pesos	117,000	abr-09	0.333333333	TIE	8.70%	6.00%	14.70%	6.47%	17.89%	B3	B3
lusacell	comunicaciones y transportes	Arrendamiento	pesos	72,045	dic-13	5	TIE	8.70%	5.00%	13.70%	6.47%	17.89%	B3	B3
lusacell	comunicaciones y transportes	Crédito refaccionario	dólares	35,740	dic-09	1	Libor	2.20%	3.50%	5.70%	6.47%	17.89%	B3	B3
Megacable	comunicaciones y transportes	Arrendamiento	pesos	2,954	nov-11	2.861111111	TIE	8.70%	5.50%	14.20%	1.58%	7.20%	Ba2	Ba2
Megacable	comunicaciones y transportes	Crédito bancario sindicado	dólares	1,652,856	ago-10	1.666666667	Libor	2.20%	0.70%	2.90%	1.58%	7.20%	Ba2	Ba2
Megacable	comunicaciones y transportes	Crédito bancario quirografario	pesos	1,456,000	ago-10	1.666666667	TIE	8.70%	0.70%	9.40%	1.58%	7.20%	Ba2	Ba2
Telmex	comunicaciones y transportes	Créditos sindicados	pesos	2,993,277	jun-10	1.5	Libor	2.20%	0.00%	2.20%	2.57%	10.66%	B1	B1
Telmex	comunicaciones y transportes	Créditos sindicados	pesos	2,993,277	jun-12	2.5	Libor	2.20%	0.00%	2.20%	2.57%	10.66%	B1	B1
Telmex	comunicaciones y transportes	Préstamos bancarios	dólares	61,013,202	dic-18	10	Libor	2.20%	-0.40%	1.80%	2.57%	10.68%	B1	B1

Empresa	Sector	Tipo de deuda	Moneda	Monto	Vencimiento	Tj	Tasa aplicable	Tasa de interés	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	EDF 5 años	Calif 1 año	Calif 5 año
Telmex	comunicaciones y transportes	Certificados bursátiles	pesos	14,800,000	dic-37	29	TIE	8.70%	0.10%	8.80%	2.57%	10.68%	B1	B1
TV Azteca	comunicaciones y transportes	Certificados bursátiles	pesos	1,417,000	dic-11	3	TIE	8.70%	2.15%	10.85%	2.19%	9.39%	Ba3	Ba3
TV Azteca	comunicaciones y transportes	Certificados bursátiles	pesos	1,000,000	dic-12	4	TIE	8.70%	1.73%	10.43%	2.19%	9.39%	Ba3	Ba3
TV Azteca	comunicaciones y transportes	Línea de crédito	pesos	1,135,670	jul-09	0.583333333	TIE	8.70%	2.00%	10.70%	1.12%	6.36%	Ba2	Ba2
Ara	Construcción	Préstamo simple	pesos	450,000	jun-13	4.5	TIE	8.70%	0.50%	9.20%	6.29%	20.67%	B3	B3
Ara	Construcción	Préstamo simple	pesos	370,833	may-16	7.416666667	TIE	8.70%	1.00%	9.70%	6.29%	20.67%	B3	B3
Ara	Construcción	Préstamo simple	pesos	321,429	may-13	5.416666667	TIE	8.70%	0.97%	9.67%	6.29%	20.67%	B3	B3
Ara	Construcción	Préstamo simple	pesos	350,000	jun-12	3.5	TIE	8.70%	1.00%	9.70%	6.29%	20.67%	B3	B3
Ara	Construcción	Préstamo simple	pesos	210,000	jun-12	3.5	TIE	8.70%	0.50%	9.20%	6.29%	20.67%	B3	B3
Cementos Chihuahua	Construcción	Préstamos quirografarios	varias	33,153	dic-13	5	TRE	9.23%	5.00%	14.23%	1.41%	7.61%	Ba2	Ba2
Cementos Chihuahua	Construcción	Préstamos quirografarios	dólar	37,922	dic-13	5	TRE	9.23%	5.00%	14.23%	1.41%	7.61%	Ba2	Ba2
Cementos Chihuahua	Construcción	Préstamos quirografarios	dólar	148,115	dic-13	5	Libor	2.20%	4.50%	6.70%	1.41%	7.61%	Ba2	Ba2
Cementos Chihuahua	Construcción	Préstamos quirografarios	dólar	16,206	dic-13	5	TRE	9.23%	5.20%	14.43%	1.41%	7.61%	Ba2	Ba2

Empresa	Sector	Tipo de deuda	Moneda	Monto	Vencimiento	Tj	Tasa aplicable	Tasa de interés	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	EDF 5 años	Calif 1 año	Calif 5 años
Cementos Chihuahua	Construcción	Créditos sindicados	dólar	5,027,437	dic-12	4	Libor	2.20%	0.95%	3.15%	1.41%	7.61%	Ba2	Ba2
Cementos Chihuahua	Construcción	Quirografarios	varias	32,025	dic-12	4	TRE	9.23%	5.00%	14.23%	1.41%	7.61%	Ba2	Ba2
Cementos Chihuahua	Construcción	Quirografarios	varias	35,438	dic-12	4	TRE	9.23%	5.00%	14.23%	1.41%	7.61%	Ba2	Ba2
Cementos Chihuahua	Construcción	Corporación Andina de fomento	libor	109,622	dic-11	3	Libor	2.20%	4.50%	6.70%	1.41%	7.61%	Ba2	Ba2
Cementos Chihuahua	Construcción	Crédito bilateral	dólar	760,631	dic-11	3	Libor	2.20%	0.51%	2.71%	1.41%	7.61%	Ba2	Ba2
Cementos Chihuahua	Construcción	Crédito sindicado	dólar	2,716,550	dic-13	2	Libor	2.20%	0.50%	2.70%	1.41%	7.61%	Ba2	Ba2
Geo	Construcción	Certificado bursátil	pesos	500,000	oct-09	0.833333333	TIE	8.70%	1.70%	10.40%	1.17%	6.92%	Ba2	Ba2
Geo	Construcción	Certificado bursátil	pesos	700,000	ene-12	3.033333333	TIE	8.70%	1.25%	9.95%	1.17%	6.92%	Ba2	Ba2
Geo	Construcción	Certificado bursátil	pesos	1,000,000	mar-11	2.25	TIE	8.70%	1.75%	10.45%	1.17%	6.92%	Ba2	Ba2
Geo	Construcción	Crédito hipotecario	pesos	845,312	jul-11	2.583333333	TIE	8.70%	1.68%	10.38%	1.17%	6.92%	Ba2	Ba2
GMD	Construcción	Préstamos bancarios	pesos	172,137	sep-12	3.75	TIE	8.70%	4.00%	12.70%	2.71%	10.57%	B1	B1
GMD	Construcción	Préstamos bancarios	dólares	89,060	dic-13	5	Libor	2.20%	3.85%	6.05%	2.71%	10.57%	B1	B1
GMD	Construcción	Préstamo bancario	dólares	69,075	dic-09	1	Libor	2.20%	1.25%	3.45%	2.71%	10.57%	B1	B1
GMD	Construcción	Préstamo bancario	dólares	69,075	dic-09	1	Libor	2.20%	1.50%	3.70%	2.71%	10.57%	B1	B1
GMD	Construcción	Préstamos bancarios	pesos	59,829	oct-13	4.75	TIE	8.70%	5.50%	14.20%	2.71%	10.57%	B1	B1
GMD Resorts	Construcción	Préstamo bancario	pesos	283,878	jun-09	0.5	TIE	8.70%	4.00%	12.70%	35.00%	88.40%	Caa-C	Caa-C
GMD Resorts	Construcción	Crédito	dólares	82,890	dic-09	1	Libor	2.20%	3.15%	5.35%	35.00%	88.40%	Caa-C	Caa-C

Empresa	Sector	Tipo de deuda	Moneda	Monto	Vencimiento	Tj	Tasa aplicable	Tasa de interés	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	EDF 5 años	Calif 1 año	Calif 5 años
GMD Resorts	Construcción	Crédito	dólares	152,837	dic-12	4	Libor	2.20%	3.75%	5.95%	35.00%	88.40%	Caa-C	Caa-C
Grupo Industrial Saltillo	Construcción	Certificados bursátiles	pesos	830,000	feb-19	10.16666667	Cetes a 182	8.02%	0.00%	8.02%	1.04%	5.69%	Ba1	Ba1
Grupo Industrial Saltillo	Construcción	Crédito de largo plazo	dólares	166,800	dic-16	8	Libor	2.20%	0.30%	2.50%	1.04%	5.69%	Ba1	Ba1
Grupo Industrial Saltillo	Construcción	Crédito sindicado	dólares	691,400	dic-12	6	Libor	2.20%	0.80%	3.00%	1.04%	5.69%	Ba1	Ba1
Grupo Lamosa	Construcción	Préstamos bancarios	dólares	3,355,830	dic-13	5	Llibor	2.20%	2.00%	4.20%	6.23%	17.99%	B3	B3
Grupo Lamosa	Construcción	Préstamos bancarios	pesos	3,926,822	dic-13	5	TIIIE	8.70%	2.00%	10.70%	6.23%	17.99%	B3	B3
Grupo Lamosa	Construcción	Préstamo bancario	pesos	390,000	dic-10	2	TIIIE	8.70%	3.50%	12.20%	6.23%	17.99%	B3	B3
Grupo Lamosa	Construcción	Préstamos bancarios	dólares	3,107,250	dic-14	6	Libor	2.20%	5.50%	7.70%	6.23%	17.99%	B3	B3
ICA	Construcción	Documentos por pagar	pesos	1,150	ago-09	0.66666667	TIIIE	8.70%	1.50%	10.20%	1.46%	6.86%	Ba2	Ba2
Red de carreteras de occidente	Construcción	Crédito sindicado	pesos	31,000	dic-15	7	TIIIE	8.70%	1.73%	10.43%	14.04%	42.89%	Caa-C	Caa-C
Sare Holdings	Construcción	Crédito hipotecario	pesos	166,121	dic-12	4	TIIIE	8.70%	4.00%	12.70%	0.66%	5.13%	Ba1	Ba1
Sare Holdings	Construcción	Crédito hipotecario	pesos	310,560	ene-13	5	TIIIE	8.70%	2.00%	10.70%	0.66%	5.13%	Ba1	Ba1
Sare Holdings	Construcción	Crédito hipotecario	pesos	250,000	dic-10	2	TIIIE	8.70%	5.00%	13.70%	0.66%	5.13%	Ba1	Ba1
Sare Holdings	Construcción	Crédito hipotecario	pesos	110,000	dic-10	2	TIIIE	8.70%	4.40%	13.10%	0.66%	5.13%	Ba1	Ba1
Sare Holdings	Construcción	Crédito hipotecario	pesos	154,000	dic-10	2	TIIIE	8.70%	3.50%	12.20%	0.66%	5.13%	Ba1	Ba1

Empresa	Sector	Tipo de deuda	Moneda	Monto	Vencimiento	Tj	Tasa aplicable	Tasa de interés	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	EDF 5 años	Calif 1 año	Calif 5 años
Sare Holdings	Construcción	Crédito hipotecario	pesos	31,137	dic-10	2	TIE	8.70%	2.00%	10.70%	0.66%	5.13%	Ba1	Ba1
Sare Holdings	Construcción	Crédito hipotecario	pesos	46,003	dic-12	4	TIE	8.70%	1.74%	10.44%	0.66%	5.13%	Ba1	Ba1
Sare Holdings	Construcción	Crédito hipotecario	pesos	8,206	dic-11	3	TIE	8.70%	1.70%	10.40%	0.66%	5.13%	Ba1	Ba1
Sare Holdings	Construcción	Crédito hipotecario	pesos	2,514	dic-12	4	TIE	8.70%	4.00%	12.70%	0.66%	5.13%	Ba1	Ba1
Sare Holdings	Construcción	Crédito hipotecario	pesos	163,414	dic-11	3	TIE	8.70%	1.80%	10.50%	0.66%	5.13%	Ba1	Ba1
Sare Holdings	Construcción	Crédito hipotecario	pesos	139,697	dic-11	3	TIE	8.70%	1.75%	10.45%	0.66%	5.13%	Ba1	Ba1
Sare Holdings	Construcción	Certificado bursátil	pesos	462,000	dic-13	5	TIE	8.70%	2.06%	10.76%	0.66%	5.13%	Ba1	Ba1
Sare Holdings	Construcción	Certificado bursátil	pesos	192,308	dic-12	4	TIE	8.70%	2.20%	10.90%	0.66%	5.13%	Ba1	Ba1
Urbi	Construcción	Certificados bursátiles	pesos	1,000,000	oct-10	1.75	TIE	8.70%	1.75%	10.45%	2.28%	11.05%	Ba3	B1
Urbi	Construcción	Certificados bursátiles	pesos	184,015	oct-10	1.083333333	TIE	8.70%	2.54%	11.24%	2.28%	11.05%	Ba3	B1
Urbi	Construcción	Crédito	dólares	135,383	nov-10	1.916666667	Libor	2.20%	1.25%	3.45%	2.28%	11.05%	Ba3	B1
Médica Sur	Servicios	Crédito hipotecario	pesos	50,000	feb-09	0.416666667	TIE 91 días	8.35%	1.50%	9.85%	0.93%	5.48%	Ba1	Ba1
Médica Sur	Servicios	Crédito simple	pesos	179,529	may-13	4.416666667	TIE 91 días	8.35%	2.00%	10.35%	0.93%	5.48%	Ba1	Ba1
Médica Sur	Servicios	Cuenta corriente	pesos	100,000	sep-10	1.75	TIE	8.70%	0.50%	9.20%	0.93%	5.48%	Ba1	Ba1
Médica Sur	Servicios	Cuenta corriente	pesos	49,390	abr-09	0.333333333	TIE	8.70%	0.90%	9.60%	0.93%	5.48%	Ba1	Ba1
Médica Sur	Servicios	Cuenta corriente	pesos	49,390	may-09	0.416666667	TIE	8.70%	0.90%	9.60%	0.93%	5.48%	Ba1	Ba1
Médica Sur	Servicios	Préstamos bancarios	dólares	16,701	mar-14	5.25	Libor	2.20%	0.50%	2.70%	0.93%	5.48%	Ba1	Ba1

Empresa	Sector	Tipo de deuda	Moneda	Monto	Vencimiento	Tj	Tasa aplicable	Tasa de interés	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	EDF 5 años	Calif 1 año	Calif 5 años
Bimbo	Transformación	Línea de crédito comprometida revolvente	dólar	8,123	jul-10	1.583333333	Libor	2.20%	0.45%	2.65%	0.32%	1.91%	Baa2	Baa1
Bimbo	Transformación	Certificados bursátiles	pesos	5,000	jun-14	5.5	TIE	8.70%	1.55%	10.25%	0.32%	1.91%	Baa2	Baa1
Conver	Transformación	Préstamo refaccionario	pesos	2,617	dic-12	4	TIE	8.70%	3.00%	11.70%	1.83%	9.40%	Ba3	Ba3
Conver	Transformación	Crédito simple	pesos	25,528	jul-14	5.583333333	TIE	8.70%	1.10%	9.80%	1.83%	9.40%	Ba3	Ba3
Conver	Transformación	Crédito	pesos	18,631	jun-12	3.5	TIE	8.70%	1.85%	10.55%	1.83%	9.40%	Ba3	Ba3
Conver	Transformación	Crédito simple	pesos	50,154	dic-15	7	TIE	8.70%	3.70%	12.40%	1.83%	9.40%	Ba3	Ba3
Conver	Transformación	Créditos	dólares	25,950	jun-12	4	TIE	8.70%	1.85%	10.55%	1.83%	9.40%	Ba3	Ba3
Conver	Transformación	Préstamo refaccionario	dólares	2,195	sep-10	1.75	Libor	2.20%	2.50%	4.70%	1.83%	9.40%	Ba3	Ba3
Conver	Transformación	Crédito bancario	dólares	13,170	dic-12	4	Libor	2.20%	1.10%	3.30%	1.83%	9.40%	Ba3	Ba3
Conver	Transformación	Préstamo	dólares	40,753	jun-14	5.5	Libor	2.20%	1.00%	3.20%	1.83%	9.40%	Ba3	Ba3
Conver	Transformación	Préstamo	dólares	51,453	jul-14	5.583333333	Libor	2.20%	1.00%	3.20%	1.83%	9.40%	Ba3	Ba3
Edoardos	Transformación	Préstamo bancario	pesos	15,060	sep-09	0.75	TIE	8.70%	3.90%	12.60%	0.70%	5.00%	Ba1	Ba1
Embotelladora Arca	Transformación	Crédito quirografario	pesos	1,276,000	abr-09	0.333333333	TIE	8.70%	3.00%	11.70%	0.38%	2.34%	Baa2	Baa2
Embotelladora Arca	Transformación	Crédito quirografario	pesos	1,000,000	nov-09	0.916666667	TIE	8.70%	3.00%	11.70%	0.38%	2.34%	Baa2	Baa2
Embotelladora Arca	Transformación	Crédito quirografario	pesos	200,000	dic-09	1	TIE	8.70%	3.25%	11.95%	0.38%	2.34%	Baa2	Baa2
Gruma	Transformación	Crédito sindicado	dólares	2,238,600	jul-10	1.583333333	Libor	2.20%	0.38%	2.58%	2.28%	9.40%	Ba3	Ba2

Empresa	Sector	Tipo de deuda	Moneda	Monto	Vencimiento	Tj	Tasa aplicable	Tasa de interés	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	EDF 5 años	Calif 1 año	Calif 5 años
Gruma	Transformación	Crédito revolvente	dólares	210,006	oct-11	2.833333333	Libor	2.20%	0.40%	2.60%	2.28%	9.40%	Ba3	Ba2
Grupo Casa Saba	Transformación	Préstamo bancario	pesos	1,053	may-15	6.416666667	TIE	8.70%	0.50%	9.20%	10.77%	20.85%	Caa-C	B3
Grupo Casa Saba	Transformación	Préstamo bancario	real brasileño	8	feb-09	0.166666667	Certificados de depósito interbancarios	85.41%	0.50%	85.91%	10.77%	20.85%	Caa-C	B3
Grupo Casa Saba	Transformación	Préstamo bancario	real brasileño	47	feb-09	0.166666667	Certificados de depósito interbancarios	85.41%	0.60%	86.01%	10.77%	20.85%	Caa-C	B3
Grupo Casa Saba	Transformación	Préstamo bancario	real brasileño	9	feb-09	0.166666667	Certificados de depósito interbancarios	85.41%	0.46%	85.87%	10.77%	20.85%	Caa-C	B3
Grupo Casa Saba	Transformación	Préstamo bancario	real brasileño	15	feb-09	0.166666667	Certificados de depósito interbancarios	85.41%	0.60%	86.01%	10.77%	20.85%	Caa-C	B3
Grupo Casa Saba	Transformación	Préstamo bancario	real brasileño	12	mar-09	0.25	Certificados de depósito interbancarios	85.41%	0.44%	85.85%	10.77%	20.85%	Caa-C	B3
Grupo Casa Saba	Transformación	Préstamo bancario	real brasileño	24	mar-09	0.25	Certificados de depósito interbancarios	85.41%	0.25%	85.66%	10.77%	20.85%	Caa-C	B3
Grupo Casa Saba	Transformación	Préstamo bancario	real brasileño	56	mar-09	0.25	Certificados de depósito interbancarios	85.41%	0.50%	85.91%	10.77%	20.85%	Caa-C	B3
Grupo Casa Saba	Transformación	Préstamo bancario	real brasileño	4	mar-09	0.25	Certificados de depósito interbancarios	85.41%	0.50%	85.91%	10.77%	20.85%	Caa-C	B3

Empresa	Sector	Tipo de deuda	Moneda	Monto	Vencimiento	Tj	Tasa aplicable	Tasa de interés	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	EDF 5 años	Calif 1 año	Calif 5 años
Grupo Casa Saba	Transformación	Préstamo bancario	real brasileño	30	mar-09	0.25	Certificados de depósito interbancarios	85.41%	0.50%	85.91%	10.77%	20.85%	Caa-C	B3
Grupo Casa Saba	Transformación	Préstamo bancario	real brasileño	30	mar-09	0.25	Certificados de depósito interbancarios	85.41%	0.50%	85.91%	10.77%	20.85%	Caa-C	B3
Grupo Casa Saba	Transformación	Préstamo bancario	real brasileño	5	mar-09	0.166666667	Certificados de depósito interbancarios	85.41%	0.60%	86.01%	10.77%	20.85%	Caa-C	B3
Grupo México	Transformación	Contrato de crédito	dólares	671,630	dic-13	5	Libor japonés	2.32%	1.25%	3.57%	2.19%	9.39%	Ba3	Ba3
Grupo México	Transformación	Créditos bancarios	dólares	295,297	jul-13	4.583333333	Libor 3 meses	2.20%	0.09%	2.29%	2.19%	9.39%	Ba3	Ba3
Grupo México	Transformación	Créditos bancarios	dólares	228,184	nov-14	5.916666667	Libor 6 meses	3.05%	0.08%	3.13%	2.19%	9.39%	Ba3	Ba3
Grupo México	Transformación	Créditos bancarios	dólares	40,268	nov-14	5.916666667	Libor 6 meses	3.05%	0.40%	3.45%	2.19%	9.39%	Ba3	Ba3
Grupo México	Transformación	Créditos bancarios	dólares	837,570.24	jun-16	7.5	Libor 3 meses	2.20%	0.00%	2.20%	2.19%	9.39%	Ba3	Ba3
Grupo México	Transformación	Créditos bancarios	dólares	233,553.24	jun-16	7.5	Libor 3 meses	2.20%	0.05%	2.25%	2.19%	9.39%	Ba3	Ba3
Grupo México	Transformación	Créditos bancarios	dólares	107,380.80	ago-09	0.666666667	Libor 6 meses	3.05%	0.10%	3.15%	2.19%	9.39%	Ba3	Ba3
Grupo México	Transformación	Certificados bursátiles	pesos	991,930	nov-14	5.916666667	TIIIE 28 días	8.70%	0.34%	9.04%	2.19%	9.39%	Ba3	Ba3
Kymberly Clark	Transformación	Documentos por pagar a bancos	dólares	233,239	dic-17	9	Libor	2.20%	0.45%	2.65%	0.93%	5.48%	Ba1	Ba1
Kymberly Clark	Transformación	Certificado bursátil	pesos	2,500,000	dic-13	5	TIIIE	8.70%	-0.10%	8.60%	0.93%	5.48%	Ba1	Ba1
La Moderna	Transformación	Crédito simple	pesos	28,000	jul-14	5.583333333	TIIIE	8.70%	-0.65%	8.05%	0.26%	1.77%	Baa1	Baa1

Empresa	Sector	Tipo de deuda	Moneda	Monto	Vencimiento	Tj	Tasa aplicable	Tasa de interés	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	EDF 5 años	Calif 1 año	Calif 5 años
La Moderna	Transformación	Línea de crédito	dólares	67,692	feb-09	0.166666667	Libor	2.20%	0.75%	2.95%	0.26%	1.77%	Baa1	Baa1
La Moderna	Transformación	Préstamo refaccionario	pesos	20,488	ago-14	5.666666667	TIE	8.70%	-0.70%	8.00%	0.26%	1.77%	Baa1	Baa1
La Moderna	Transformación	Crédito simple	pesos	16,941	dic-14	6	TIE	8.70%	-0.70%	8.00%	0.26%	1.77%	Baa1	Baa1
La Moderna	Transformación	Crédito simple	pesos	25,000	mar-09	0.25	TIE	8.70%	2.00%	10.70%	0.26%	1.77%	Baa1	Baa1
La Moderna	Transformación	Crédito simple	pesos	725	dic-11	3	TIE	8.70%	0.50%	9.20%	0.26%	1.77%	Baa1	Baa1
La Moderna	Transformación	Crédito simple	pesos	775	dic-11	3	TIE	8.70%	0.25%	8.95%	0.26%	1.77%	Baa1	Baa1
La Moderna	Transformación	Crédito simple	dólares	180,511	abr-09	0.333333333	Libor	2.20%	1.00%	3.20%	0.26%	1.77%	Baa1	Baa1
Mexichem	Transformación	Crédito sindicado	dólares	7,337,373	ago-12	3.666666667	Libor	2.20%	0.88%	3.08%	0.80%	4.42%	Ba1	Ba1
Mexichem	Transformación	Crédito sindicado	dólares	110,660	mar-11	2.25	Libor	2.20%	0.88%	3.08%	0.80%	4.42%	Ba1	Ba1
Mexichem	Transformación	Préstamo bancario	dólares	239,763	dic-10	2	Libor	2.20%	2.98%	5.18%	0.80%	4.42%	Ba1	Ba1
Mexichem	Transformación	Préstamo bancario	dólares	27,665	dic-09	1	Libor	2.20%	3.25%	5.45%	0.80%	4.42%	Ba1	Ba1
Mexichem	Transformación	Préstamo bancario	dólares	70,297	may-11	2.416666667	Libor	2.20%	2.60%	4.80%	0.80%	4.42%	Ba1	Ba1
Mexichem	Transformación	Préstamo bancario	pesos	2,166,327	ene-10	1.083333333	Libor	2.20%	4.75%	6.95%	0.80%	4.42%	Ba1	Ba1
Mexichem	Transformación	Préstamo bancario	pesos	481,250	sep-11	2.75	TIE	8.70%	1.75%	10.45%	0.80%	4.42%	Ba1	Ba1
Simec	Transformación	Crédito revolvente	dólares	309,690	may-10	1.416666667	Libor	2.20%	0.88%	3.08%	0.47%	3.02%	Baa3	Baa3
CIE	Varios	Crédito bancario	pesos	58,974	nov-09	0.916666667	TIE	8.70%	3.15%	11.85%	2.45%	9.62%	Ba3	Ba3
CIE	Varios	Crédito bancario	pesos	957,593	jun-15	5.916666667	TIE	8.70%	2.20%	10.90%	2.45%	9.62%	Ba3	Ba3

Empresa	Sector	Tipo de deuda	Moneda	Monto	Vencimiento	Tj	Tasa aplicable	Tasa de interés	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	EDF 5 años	Calif 1 año	Calif 5 año
CIE	Varios	Créditos bancario	dólar	691,626	mar-11	2.25	Libor	2.20%	3.80%	6.00%	2.45%	9.62%	Ba3	Ba3
CIE	Varios	Crédito quirografario	pesos	859,400	dic-11	3	TIE	8.70%	1.79%	10.49%	2.45%	9.62%	Ba3	Ba3
CIE	Varios	Crédito bancario	pesos	2,050,000	dic-10	2	TIE	8.70%	2.48%	11.18%	2.45%	9.62%	Ba3	Ba3
CIE	Varios	Crédito bancario	dólares	691,626	dic-10	2	Libor	2.20%	3.30%	5.50%	2.45%	9.62%	Ba3	Ba3
Grupo Carso	Varios	Préstamo sindicado	dólares	9,882,960	sep-11	2.75	Libor	2.20%	0.28%	2.48%	0.84%	4.68%	Ba1	Ba1
Grupo Carso	Varios	Préstamos bancarios	pesos	87,861,223	dic-13	5	Libor	2.20%	0.43%	2.63%	1.75%	8.63%	Ba3	Ba3
Grupo Carso	Varios	Créditos sindicados	dólares	13,053,784	dic-11	3	Libor	2.20%	1.20%	3.40%	1.75%	8.63%	Ba3	Ba3

ANEXO 3. Volatilidades derivadas del modelo de Merton, probabilidades de incumplimiento y calificaciones crediticias

Año	Empresa	EDF 1 año	Calif 1 año	σ anual
2001	Accel	7.07%	B3.edf	97.5%
2002	Accel	2.95%	B1.edf	23.2%
2003	Accel	2.59%	B1.edf	75.4%
2004	Accel	2.54%	B1.edf	158.7%
2005	Accel	1.28%	Ba2.edf	158.7%
2006	Accel	1.80%	Ba3.edf	63.5%
2007	Accel	1.02%	Ba1.edf	49.4%
2001	América Móvil	1.16%	Ba2.edf	46.3%
2002	América Móvil	3.31%	B1.edf	40.4%
2004	América Móvil	6.40%	B3.edf	29.6%
2005	América Móvil	2.07%	Ba3.edf	29.9%
2006	América Móvil	0.81%	Ba1.edf	36.5%
2007	América Móvil	1.77%	Ba3.edf	32.4%
2008	América Móvil	5.56%	B2	54.82%
1998	Apasco	1.21%	Ba2.edf	213.7%
1999	Apasco	0.57%	Baa3.edf	46.8%
2000	Apasco	1.02%	Ba1.edf	28.6%
2001	Apasco	1.36%	Ba2.edf	25.7%
2002	Apasco	0.81%	Ba1.edf	24.0%
2003	Apasco	0.36%	Baa2.edf	213.7%
2000	Ara	1.33%	Ba2.edf	40.2%
2001	Ara	1.16%	Ba2.edf	30.3%
2002	Ara	1.05%	Ba1.edf	36.0%
2006	Ara	1.49%	Ba2.edf	33.2%
2007	Ara	1.21%	Ba2.edf	38.5%
2008	Ara	6.29%	B3	67.98%
2001	Arca	1.32%	Ba2.edf	31.5%
2002	Arca	1.26%	Ba2.edf	33.5%
2003	Arca	0.58%	Baa3.edf	18.8%
2004	Arca	0.49%	Baa3.edf	22.2%
2005	Arca	0.35%	Baa2.edf	21.6%
2006	Arca	0.36%	Baa2.edf	23.5%
2007	Arca	0.36%	Baa2.edf	17.7%
2005	Axtel	2.15%	Ba3.edf	22.8%
2006	Axtel	3.89%	B2.edf	230.5%
2007	Axtel	4.73%	B2.edf	33.1%
2008	Axtel	1.65%	Ba2	69.59%
2000	Bachoco	0.81%	Ba1.edf	37.8%
2004	Bachoco	0.27%	Baa1.edf	37.1%
2006	Bachoco	0.45%	Baa3.edf	39.0%
2007	Bachoco	0.43%	Baa3.edf	66.1%
2002	Bafar	2.18%	Ba3.edf	32.4%
2004	Bafar	1.46%	Ba2.edf	158.7%
2005	Bafar	0.57%	Baa3.edf	40.8%
2006	Bafar	1.16%	Ba2.edf	29.2%

Año	Empresa	EDF 1 año	Calif 1 año	σ anual
2007	Bafar	0.67%	Ba1.edf	26.2%
1998	Bimbo	1.35%	Ba2.edf	49.7%
1999	Bimbo	0.83%	Ba1.edf	36.8%
2000	Bimbo	0.66%	Ba1.edf	37.5%
2001	Bimbo	1.19%	Ba2.edf	40.1%
2002	Bimbo	1.46%	Ba2.edf	29.5%
2003	Bimbo	1.24%	Ba2.edf	25.3%
2004	Bimbo	0.90%	Ba1.edf	23.8%
2005	Bimbo	0.74%	Ba1.edf	29.3%
2006	Bimbo	0.66%	Baa3.edf	26.3%
2007	Bimbo	0.55%	Baa3.edf	28.4%
2008	Bimbo	0.32%	Baa2	41.36%
2008	Cablevisión	4.93%	B2	5043.74%
2008	Cementos Chihuahua	1.41%	Ba2	60.17%
2007	Cicsa	7.40%	Ba1.edf	34.0%
2006	CIE	3.44%	B1.edf	34.3%
2007	CIE	3.43%	B1.edf	30.3%
2008	CIE	2.45%	Ba3	11306.44%
2005	CMR	1.00%	Ba1.edf	56.2%
2006	CMR	1.13%	Ba2.edf	42.5%
2008	CMR	1.09%	Ba1	23.69%
2002	Codusa	35.00%	Caa-C.edf	213.3%
2004	Codusa	10.89%	Caa-C.edf	1038.3%
2005	Codusa	9.49%	Caa-c.edf	693.3%
2007	Codusa	10.01%	Caa-C.edf	108.2%
2004	Collado	2.43%	Ba3.edf	70.5%
2005	Collado	3.19%	B1.edf	80.5%
2006	Collado	3.55%	B1.edf	95.3%
2007	Conver	1.28%	Ba2.edf	54.8%
2008	Conver	1.83%	Ba3	5496.04%
2007	Dine	5.32%	B2.edf	122.4%
2008	Edoardos	0.70%	Ba1	91.50%
2008	Embotelladora Arca	0.38%	Baa2	20.14%
1998	Famsa	6.36%	B3.edf	32.8%
1999	Famsa	3.81%	B2.edf	32.8%
2000	Famsa	2.51%	B1.edf	32.8%
2002	Famsa	2.89%	B1.edf	32.8%
2003	Famsa	2.63%	B1.edf	32.8%
2004	Famsa	1.20%	Ba2.edf	32.8%
2006	Famsa	0.77%	Ba1.edf	38.4%
2007	Famsa	1.70%	Ba3.edf	38.4%
1998	G Carso	4.56%	B2.edf	158.7%
1999	G Carso	5.06%	B2.edf	44.6%
2000	G Carso	4.69%	B2.edf	52.4%
2001	G Carso	25.10%	Caa-C.edf	39.1%
2002	G Carso	3.75%	B2.edf	32.9%
2003	G Carso	1.89%	Ba3.edf	22.3%

Año	Empresa	EDF 1 año	Calif 1 año	σ anual
2004	G Carso	1.16%	Ba2.edf	22.6%
2005	G Carso	3.71%	B1.edf	22.8%
2006	G Carso	1.06%	Ba1.edf	32.4%
2007	G Carso	3.62%	B1.edf	32.1%
2003	G Moderna	0.39%	Ba2.edf	36.9%
2004	G Moderna	0.34%	Baa2.edf	15.9%
2005	G Moderna	0.32%	Baa2.edf	15.9%
2006	G Moderna	0.37%	Baa2.edf	34.9%
2007	G Moderna	0.29%	Baa2.edf	159.7%
1998	Geo	2.64%	B1.edf	168.7%
1999	Geo	1.51%	Ba2.edf	63.2%
2000	Geo	1.78%	Ba2.edf	61.4%
2001	Geo	2.23%	Ba3.edf	54.0%
2002	Geo	1.12%	Ba2.edf	34.5%
2003	Geo	0.98%	Ba1.edf	28.6%
2004	Geo	1.07%	Ba1.edf	29.1%
2005	Geo	0.95%	Ba1.edf	27.7%
2006	Geo	1.63%	Ba2.edf	35.9%
2007	Geo	1.05%	Ba1.edf	41.0%
2008	Geo	1.17%	Ba2	1737.69%
1998	Gigante	2.37%	Ba3.edf	47.2%
1999	Gigante	1.90%	Baa2.edf	42.7%
2001	Gigante	1.36%	Ba2.edf	74.7%
2002	Gigante	3.38%	B1.edf	84.2%
2004	Gigante	1.34%	Ba2.edf	35.3%
2005	Gigante	3.80%	B2.edf	45.8%
2007	Gigante	0.61%	Baa3.edf	169.5%
2001	GMD	20.44%	Caa-C.edf	284.8%
2002	GMD	7.02%	B3.edf	182.8%
2005	GMD	2.42%	Ba3.edf	67.4%
2006	GMD	3.75%	B2.edf	33.6%
2008	GMD	2.71%	B1	8377.84%
2008	GMD Resorts	35.00%	Caa-C	94.87%
2007	GMDR	35.00%	Caa-C.edf	44.4%
1998	Gruma	2.05%	B1.edf	49.6%
1999	Gruma	5.69%	B3.edf	25.9%
2000	Gruma	6.18%	B2.edf	158.7%
2001	Gruma	3.66%	B1.edf	46.5%
2002	Gruma	1.86%	Ba3.edf	31.8%
2003	Gruma	1.42%	Ba2.edf	24.1%
2004	Gruma	1.22%	Ba2.edf	19.3%
2005	Gruma	1.72%	Ba3.edf	28.8%
2006	Gruma	1.46%	Ba2.edf	29.9%
2007	Gruma	1.18%	Ba2.edf	25.9%
2008	Gruma	2.28%	Ba3	2264.53%
2008	Grupo Carso	1.75%	Ba3	3354.56%
2008	Grupo Casa Saba	10.77%	Caa-C	495.68%
2008	Grupo Collado	5.12%	B2	46.94%
2008	Grupo Elektra	0.84%	Ba1	1197.69%

Año	Empresa	EDF 1 año	Calif 1 año	σ anual
2008	Grupo Industrial Saltillo	1.04%	Ba1	2264.53%
2008	Grupo Lamosa	6.23%	B3	2793.27%
2000	Grupo Martí	2.61%	B1.edf	16.7%
2001	Grupo Martí	2.34%	Ba3.edf	51.6%
2002	Grupo Martí	0.54%	Baa3.edf	17.4%
2003	Grupo Martí	0.59%	Baa3.edf	4.1%
2004	Grupo Martí	0.87%	Ba1.edf	85.9%
2005	Grupo Martí	1.61%	Ba2.edf	10.3%
2006	Grupo Martí	1.99%	Ba3.edf	10.3%
2007	Grupo Martí	2.02%	Ba3.edf	3.5%
1998	Grupo México	2.25%	Ba3.edf	50.5%
1999	Grupo México	8.74%	Caa-C.edf	47.7%
2000	Grupo México	13.32%	Caa-C.edf	49.2%
2001	Grupo México	35.00%	Caa-C.edf	45.6%
2002	Grupo México	19.18%	Caa-C.edf	53.1%
2003	Grupo México	4.76%	B2.edf	36.6%
2004	Grupo México	2.64%	B1.edf	31.6%
2005	Grupo México	0.47%	Baa3.edf	31.7%
2006	Grupo México	0.38%	Baa3.edf	38.6%
2007	Grupo México	0.38%	Baa2.edf	42.6%
2008	Grupo México	2.19%	Ba3	1741.50%
1998	Hogar	2.70%	B2.edf	63.5%
1999	Hogar	7.49%	B3.edf	48.4%
2000	Hogar	4.62%	Ba2.edf	62.5%
2001	Hogar	15.09%	Caa-C.edf	84.1%
2002	Hogar	4.04%	B2.edf	67.8%
2003	Hogar	5.02%	B2.edf	84.5%
2004	Hogar	35.00%	Caa-C.edf	41.1%
2005	Hogar	35.00%	Caa-C.edf	54.1%
2006	Hogar	5.99%	B3.edf	45.3%
2007	Hogar	35.00%	Caa-C.edf	62.3%
2000	Homex	4.24%	B2.edf	25.8%
2001	Homex	22.75%	Caa-C.edf	25.8%
2002	Homex	5.21%	B2.edf	25.8%
2003	Homex	2.80%	B1.edf	25.8%
2004	Homex	1.73%	Ba3.edf	25.8%
2005	Homex	2.55%	B1.edf	35.8%
2006	Homex	1.66%	Ba3.edf	34.4%
2007	Homex	1.30%	Ba2.edf	36.0%
1998	ICA	5.94%	B3.edf	60.5%
1999	ICA	25.03%	Caa-C.edf	65.8%
2000	ICA	29.63%	Caa-C.edf	56.2%
2001	ICA	23.45%	Caa-C.edf	68.3%
2002	ICA	11.16%	Caa-C.edf	64.0%
2003	ICA	2.30%	Ba3.edf	325.5%
2004	ICA	1.18%	Ba2.edf	30.6%
2005	ICA	1.07%	Ba1.edf	23.7%
2006	ICA	1.08%	Ba1.edf	38.9%

Año	Empresa	EDF 1 año	Calif 1 año	σ anual
2007	ICA	1.72%	Ba3.edf	35.6%
2008	ICA	1.46%	Ba2	1828.13%
1998	Iusacell	6.71%	Caa - C.edf	80.9%
1999	Iusacell	6.71%	B3.edf	80.9%
2000	Iusacell	6.12%	B3.edf	78.8%
2001	Iusacell	4.57%	B2.edf	66.6%
2002	Iusacell	35.00%	Caa-C.edf	83.0%
2003	Iusacell	35%	Caa-C.edf	714.5%
2004	Iusacell	35.00%	Caa-C.edf	41.3%
2005	Iusacell	19.03%	Caa-C.edf	44.8%
2006	Iusacell	17.61%	Caa-C.edf	78.0%
2007	Iusacell	11.85%	Caa-C.edf	39.7%
2008	Iusacell	6.47%	B3	3013.66%
1999	Kimberly	1.05%	Ba1.edf	43.8%
2000	Kimberly	1%	Ba1.edf	38.8%
2001	Kimberly	1.70%	Ba2.edf	29.1%
2002	Kimberly	1.35%	Ba2.edf	24.9%
2003	Kimberly	1.17%	Ba2.edf	17.2%
2004	Kimberly	0.98%	Ba1.edf	16.3%
2005	Kimberly	1.01%	Ba1.edf	23.5%
2006	Kimberly	2.28%	Ba3.edf	23.6%
2007	Kimberly	1.05%	Ba1.edf	27.4%
2008	Kymberly Clark	0.93%	Ba1	2565.59%
2008	La Moderna	0.26%	Baa1	44.77%
1998	Lamosa	2.23%	B1.edf	31.9%
1999	Lamosa	1.89%	Ba3.edf	25.2%
2000	Lamosa	1.80%	Ba3.edf	110.1%
2001	Lamosa	3.30%	B1.edf	85.9%
2002	Lamosa	1.51%	Ba2.edf	46.7%
2003	Lamosa	1.71%	Ba3.edf	52.7%
2004	Lamosa	1.17%	Ba2.edf	33.4%
2005	Lamosa	1.96%	Ba3.edf	17.5%
2006	Lamosa	2.31%	Ba3.edf	20.0%
2007	Lamosa	3.34%	B1.edf	26.5%
1998	Liverpool	0.38%	Baa3.edf	192.3%
1999	Liverpool	0.38%	Ba1.edf	23.8%
2000	Liverpool	1.35%	Ba2.edf	109.1%
2002	Liverpool	1.45%	Ba2.edf	70.1%
2003	Liverpool	0.60%	Baa3.edf	53.4%
2005	Liverpool	1.50%	Ba2.edf	253.4%
2006	Liverpool	6.90%	Ba1.edf	36.3%
2007	Liverpool	1.13%	Ba2.edf	412.8%
2008	Liverpool	1.22%	Ba2	2807.36%
1998	Maizoro	4.89%	B3.edf	61.4%
1999	Maizoro	1.73%	Ba3.edf	21.8%
2000	Maizoro	3.86%	B2.edf	142.5%
2001	Maizoro	2.31%	Ba3.edf	26.4%
2002	Maizoro	2.61%	B1.edf	23.1%
1998	Medica Sur	2.66%	B1.edf	412.1%

Año	Empresa	EDF 1 año	Calif 1 año	σ anual
1999	Medica Sur	1.62%	Ba2.edf	678.2%
2000	Medica Sur	1.92%	Ba3.edf	514.7%
2001	Medica Sur	2.22%	Ba3.edf	331.1%
2002	Medica Sur	1.02%	Ba1.edf	104.1%
2003	Medica Sur	1.75%	Ba3.edf	43.8%
2004	Medica Sur	2.25%	Ba3.edf	69.1%
2005	Medica Sur	2.61%	B1.edf	24.2%
2006	Medica Sur	1.67%	Ba3.edf	31.2%
2007	Medica Sur	2.92%	B1.edf	309.6%
2008	Médica Sur	0.93%	Ba1	62.54%
2007	Megacable	3.13%	B1.edf	23.9%
2008	Megacable	1.58%	Ba2	79.67%
2006	Mexchem	1.20%	Ba2.edf	22.9%
2007	Mexchem	2.15%	Ba3.edf	35.1%
2008	Mexichem	0.80%	Ba1	10228.75%
2006	Minsa	0.68%	Ba1.edf	15.9%
2000	Nadro	0.53%	Baa3.edf	37.0%
2002	Nadro	1.18%	Ba2.edf	139.7%
2003	Nadro	0.39%	baa2.edf	15.9%
1998	Palacio de Hierro	6.39%	B3.edf	52.6%
2000	Palacio de Hierro	2.85%	B1.edf	94.7%
2002	Palacio de Hierro	1.43%	Ba2.edf	18.9%
2003	Palacio de Hierro	0.90%	Ba1.edf	15.9%
2007	Palacio de hierro	35.00%	Caa-C.edf	176.8%
1998	Peñoles	2.57%	B1.edf	158.7%
1999	Peñoles	4.77%	B2.edf	41.2%
2000	Peñoles	3.30%	B1.edf	48.5%
2001	Peñoles	2.43%	Ba3.edf	57.3%
2002	Peñoles	2.43%	Ba3.edf	49.4%
2003	Peñoles	2.64%	B1.edf	48.7%
2004	Peñoles	1.65%	Ba2.edf	45.8%
2005	Peñoles	2.89%	B1.edf	34.0%
2006	Peñoles	1.68%	Ba3.edf	43.1%
2007	Peñoles	1.16%	Ba2.edf	45.2%
2002	Pochteca/Dermet	22.84%	Caa-C.edf	157.4%
2003	Pochteca/Dermet	2.16%	Ba3.edf	235.7%
2004	Pochteca/Dermet	3.89%	B2.edf	112.7%
2006	Pochteca/Dermet	2.89%	B1.edf	88.3%
2007	Pochteca/Dermet	3.52%	B1.edf	453.9%
2003	PYPSA	2.40%	Ba3.edf	23.8%
2004	PYPSA	1.05%	Ba1.edf	135.0%
2005	PYPSA	9.55%	Caa-C.edf	158.7%
2006	PYPSA	7.58%	B3.edf	34.4%
2007	PYPSA	2.85%	B1.edf	3.8%
2006	QB Industrias	15.63%	Caa-C.edf	22.9%
1998	Regio	11.02%	Caa-C.edf	3.5%
2000	Regio	3.41%	B1.edf	3.5%
2001	Regio	8.45%	Caa-C.edf	3.7%
2002	Regio	2.04%	Ba3.edf	3.5%

Año	Empresa	EDF 1 año	Calif 1 año	σ anual
1999	Regio	6.63%	B3.edf	3.5%
1998	San Luis	6.71%	B3.edf	359.0%
1999	San Luis	8.63%	Caa-C.edf	86.1%
2000	San Luis	11.81%	Caa-C.edf	46.1%
2001	San Luis	35.00%	Caa-C.edf	241.7%
2002	San Luis	22.55%	Caa-C.edf	113.2%
2003	San Luis	2.39%	Ba3.edf	116.2%
2004	San Luis	5.23%	B2.edf	92.4%
2005	San Luis	4.59%	B2.edf	83.8%
2006	San Luis	6.25%	B3.edf	91.5%
2007	San Luis	3.83%	B2.edf	52.7%
2003	Sare	1.64%	Ba2.edf	21.9%
2004	Sare	1.80%	Ba3.edf	24.0%
2005	Sare	1.82%	Ba3.edf	30.9%
2006	Sare	2.34%	Ba3.edf	29.4%
2007	Sare	1.33%	Ba2.edf	33.8%
2008	Sare Holdings	0.66%	Ba1	113.22%
2008	Simec	0.47%	Baa3	3377.79%
2007	Soriana	0.93%	Ba1.edf	32.6%
2006	Tekchem	4.15%	B2.edf	384.1%
1998	Televisa	6.54%	B3.edf	310.7%
1999	Televisa	6.54%	B3.edf	72.6%
2000	Televisa	2.58%	B1.edf	51.3%
2001	Televisa	5.40%	B2.edf	53.1%
2002	Televisa	1.81%	Ba2.edf	42.8%
2003	Televisa	1.19%	Ba2.edf	26.5%
2004	Televisa	2.48%	B1.edf	22.2%
2005	Televisa	2.83%	B1.edf	22.1%
2006	Televisa	1.21%	Ba2.edf	31.9%
2007	Televisa	0.98%	Ba1.edf	18.3%
2008	Telmex	2.57%	B1	31.35%
2006	TMM	24.71%	Caa-C.edf	709.8%
2007	TMM	8.53%	Caa-C.edf	76.7%
1998	TV Azteca	1.70%	B1.edf	188.1%
1999	TV Azteca	5.67%	B3.edf	127.7%
2000	TV Azteca	3.11%	B1.edf	76.2%
2003	TV Azteca	1.76%	Ba3.edf	29.5%
2004	TV Azteca	2.03%	Ba3.edf	23.5%
2005	TV Azteca	0.47%	Baa3.edf	26.7%
2006	TV Azteca	1.54%	Ba2.edf	19.5%
2008	TV Azteca	1.12%	Ba2	13.77%
2003	Urbi	1.87%	Ba3.edf	21.8%
2004	Urbi	1.20%	Ba2.edf	21.8%
2005	Urbi	1.44%	Ba2.edf	30.2%
2006	Urbi	1.47%	Ba2.edf	35.3%
2007	Urbi	1.37%	Ba2.edf	39.2%
2008	Urbi	2.28%	Ba3	103.02%

ANEXO 4. Resultados de los modelos BM y PLBM con los datos de la muestra correspondientes al año de 2007

Empresa	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	Calif 1 año	R	q_{ij}	\tilde{q}_{ij}	q_{ij}	\tilde{q}_{ij}	BM	Dif real menos estimado	$\ln c_i$	-0.054	\tilde{q}_{ij}	PLBM	Dif real menos estimado
Famsa	1.77%	9.43%	1.70%	Ba3.edf	5.66%	0.02	0.02	0.02	0.02	1.75%	0.00%	α_i	-0.003	0.02	2.47%	0.00%
	0.91%	8.57%	1.70%	Ba3.edf	51.12%	0.02	0.02	0.02	0.02	0.90%	0.00%			0.02	1.26%	0.00%
	1.88%	9.54%	1.70%	Ba3.edf	0.00%	0.03	0.02	0.09	0.05	5.29%	0.12%			0.02	2.59%	0.00%
	4.54%	10.49%	1.70%	Ba3.edf	0.00%	0.08	0.04	0.09	0.05	5.21%	0.00%			0.02	2.54%	0.04%
Gigante	1.40%	9.06%	0.61%	Baa3.edf	0.00%	0.06	0.01	0.19	0.05	5.32%	0.15%			0.01	0.98%	0.00%
Palacio de hierro	0.50%	8.16%	35.00%	Caa-C.edf	98.93%	0.43	0.43	0.35	0.35	0.41%	0.00%			0.38	0.44%	0.00%
Liverpool	0.04%	7.70%	1.13%	Ba2.edf	96.73%	0.08	0.01	0.34	0.06	0.17%	0.00%			0.02	0.05%	0.00%
	0.55%	8.21%	1.13%	Ba2.edf	55.27%	0.03	0.01	0.10	0.04	2.07%	0.02%			0.02	0.78%	0.00%
Pochteca	2.50%	10.16%	3.52%	B1.edf	36.67%	0.20	0.04	0.38	0.08	5.25%	0.08%			0.04	3.01%	0.00%
	3.00%	10.66%	3.52%	B1.edf	24.35%	0.01	0.04	0.00	0.00	0.01%	0.09%			0.05	3.98%	0.01%
	4.00%	11.66%	3.52%	B1.edf	0.03%	0.08	0.04	0.18	0.08	8.95%	0.24%			0.05	5.12%	0.01%
	6.00%	13.66%	3.52%	B1.edf	0.00%	0.02	0.05	0.00	0.00	0.09%	0.35%			0.05	5.28%	0.01%
Soriana	0.30%	7.96%	0.93%	Ba1.edf	70.26%	0.00	0.01	0.00	0.00	0.02%	0.00%			0.01	0.45%	0.00%
	0.30%	7.96%	0.93%	Ba1.edf	70.26%	0.01	0.01	0.00	0.00	0.04%	0.00%			0.01	0.45%	0.00%
	0.35%	6.30%	0.93%	Ba1.edf	64.76%	0.01	0.01	0.01	0.01	0.43%	0.00%			0.01	0.51%	0.00%
Grupo Martí	3.50%	11.16%	2.02%	Ba3.edf	0.00%	0.01	0.03	0.00	0.00	0.00%	0.12%			0.03	3.15%	0.00%
	3.25%	9.20%	2.02%	Ba3.edf	0.00%	0.01	0.03	0.00	0.00	0.00%	0.11%			0.03	3.10%	0.00%
	2.00%	9.66%	2.02%	Ba3.edf	10.63%	0.02	0.02	0.01	0.01	1.28%	0.01%			0.03	2.75%	0.01%
	4.00%	11.66%	2.02%	Ba3.edf	0.00%	0.02	0.04	0.00	0.00	0.44%	0.13%			0.03	3.10%	0.01%
	2.00%	9.66%	2.02%	Ba3.edf	10.63%	0.01	0.02	0.00	0.00	0.00%	0.04%			0.03	2.81%	0.01%
América Móvil	0.25%	6.20%	1.77%	Ba3.edf	86.82%	0.07	0.02	0.24	0.06	0.84%	0.00%			0.02	0.33%	0.00%
	0.10%	6.05%	1.77%	Ba3.edf	94.72%	0.02	0.02	0.02	0.02	0.10%	0.00%			0.02	0.14%	0.00%
	0.15%	6.10%	1.77%	Ba3.edf	92.08%	0.04	0.02	0.09	0.05	0.39%	0.00%			0.02	0.20%	0.00%
	2.30%	8.25%	1.77%	Ba3.edf	0.00%	0.04	0.02	0.09	0.05	5.33%	0.09%			0.02	2.64%	0.00%
	1.53%	7.48%	1.77%	Ba3.edf	20.29%	0.09	0.02	0.29	0.07	5.69%	0.17%			0.02	2.04%	0.00%
	2.90%	8.85%	1.77%	Ba3.edf	0.00%	0.13	0.03	0.29	0.07	7.47%	0.21%			0.02	2.60%	0.00%
	0.15%	7.81%	1.77%	Ba3.edf	92.21%	0.04	0.02	0.09	0.05	0.39%	0.00%			0.02	0.20%	0.00%
Axtel	1.50%	7.45%	4.73%	B2.edf	71.19%	0.20	0.05	0.33	0.09	2.58%	0.01%			0.06	1.71%	0.00%

Empresa	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	Calif 1 año	R	q_{ij}	\tilde{q}_{ij}	q_{ij}	\tilde{q}_{ij}	BM	Dif real menos estimado			\tilde{q}_{ij}	PLBM	Dif real menos estimado
Iusacell	4.00%	9.95%	11.85%	Caa-C.edf	71.16%	0.48	0.15	0.44	0.13	3.61%	0.00%			0.14	3.72%	0.00%
	5.00%	12.66%	11.85%	Caa-C.edf	64.81%	0.12	0.13	0.10	0.11	4.42%	0.00%			0.14	5.57%	0.00%
	3.50%	9.45%	11.85%	Caa-C.edf	74.65%	0.47	0.15	0.43	0.13	3.17%	0.00%			0.14	3.25%	0.00%
	1.00%	7.02%	11.85%	Caa-C.edf	92.59%	0.14	0.13	0.13	0.12	0.98%	0.00%			0.14	1.10%	0.00%
Megacable	0.70%	6.65%	3.13%	B1.edf	79.36%	0.08	0.03	0.19	0.07	1.58%	0.01%			0.04	0.87%	0.00%
	0.70%	8.36%	3.13%	B1.edf	79.69%	0.08	0.03	0.19	0.07	1.58%	0.01%			0.04	0.87%	0.00%
	2.50%	8.45%	3.13%	B1.edf	27.51%	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00%	0.06%			0.04	3.42%	0.01%
Televisa	0.24%	7.90%	0.98%	Ba1.edf	77.41%	0.04	0.01	0.18	0.05	1.21%	0.01%			0.01	0.34%	0.00%
	0.43%	6.38%	0.98%	Ba1.edf	59.43%	0.05	0.01	0.25	0.06	2.27%	0.03%			0.01	0.59%	0.00%
TMM	5.34%	12.99%	8.53%	Caa-C.edf	47.03%	0.05	0.09	0.01	0.03	1.73%	0.13%			0.10	6.35%	0.01%
Grupo México	0.09%	6.04%	0.38%	Baa2.edf	77.71%	0.02	0.00	0.22	0.04	0.96%	0.01%			0.01	0.14%	0.00%
	0.08%	6.03%	0.38%	Baa2.edf	80.18%	0.03	0.00	0.27	0.04	0.85%	0.01%			0.01	0.12%	0.00%
	0.40%	6.35%	0.38%	Baa2.edf	1.21%	0.03	0.00	0.27	0.04	4.88%	0.20%			0.01	0.61%	0.00%
		5.95%	0.38%	Baa2.edf	100.0%	#iDIV/0!	#jDIV/0!	0.32	0.04	0.00%	0.00%			0.01	0.00%	0.00%
	0.40%	6.35%	0.38%	Baa2.edf	1.21%	0.03	0.00	0.32	0.04	4.86%	0.20%			0.01	0.61%	0.00%
	0.50%	6.45%	0.38%	Baa2.edf	0.00%	0.04	0.00	0.32	0.04	4.93%	0.20%			0.01	0.62%	0.00%
	0.10%	6.05%	0.38%	Baa2.edf	75.23%	0.01	0.00	0.02	0.02	0.40%	0.00%			0.01	0.16%	0.00%
	2.15%	9.50%	0.38%	Baa2.edf	0.00%	0.02	0.02	0.00	0.00	0.41%	0.03%			0.01	0.66%	0.02%
	2.24%	9.59%	0.38%	Baa2.edf	0.00%	0.02	0.02	0.00	0.00	0.41%	0.03%			0.01	0.66%	0.02%
	1.55%	9.21%	0.38%	Baa2.edf	0.00%	0.09	0.01	0.27	0.04	5.04%	0.12%			0.01	0.63%	0.01%
Peñoles	0.73%	6.68%	1.16%	Ba2.edf	41.75%	0.08	0.01	0.33	0.06	3.41%	0.07%			0.02	0.99%	0.00%
	1.38%	7.33%	1.16%	Ba2.edf	0.00%	0.08	0.01	0.33	0.06	6.50%	0.26%			0.02	1.74%	0.00%
	1.75%	7.70%	1.16%	Ba2.edf	0.00%	0.11	0.02	0.33	0.06	6.50%	0.23%			0.02	1.74%	0.00%
	3.50%	11.16%	1.16%	Ba2.edf	0.00%	0.26	0.03	0.41	0.05	6.23%	0.07%			0.02	1.76%	0.03%

Empresa	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	Calif 1 año	R	q_{ij}	\tilde{q}_{ij}	q_{ij}	\tilde{q}_{ij}	BM	Dif real menos estimado			\tilde{q}_{ij}	PLBM	Dif real menos estimado
ARA	1.00%	8.66%	1.21%	Ba2.edf	24.40%	0.10	0.01	0.39	0.06	4.52%	0.12%			0.02	1.36%	0.00%
	0.97%	8.63%	1.21%	Ba2.edf	26.65%	0.06	0.01	0.28	0.06	4.69%	0.14%			0.02	1.34%	0.00%
	0.50%	8.16%	1.21%	Ba2.edf	62.03%	0.05	0.01	0.24	0.06	2.28%	0.03%			0.02	0.68%	0.00%
	0.50%	8.16%	1.21%	Ba2.edf	62.03%	0.05	0.01	0.24	0.06	2.28%	0.03%			0.02	0.68%	0.00%
Dine	1.75%	7.70%	5.32%	B2.edf	70.28%	0.33	0.06	0.44	0.09	2.40%	0.00%			0.07	1.85%	0.00%
Geo	0.45%	6.40%	1.05%	Ba1.edf	59.93%	0.05	0.01	0.25	0.06	2.28%	0.03%			0.01	0.62%	0.00%
	0.05%	6.01%	1.05%	Ba1.edf	95.44%	0.01	0.01	0.01	0.01	0.05%	0.00%			0.02	0.07%	0.00%
	0.05%	6.00%	1.05%	Ba1.edf	95.53%	0.01	0.01	0.01	0.01	0.05%	0.00%			0.02	0.07%	0.00%
Grupo Mexicano de desarrollo	4.00%	11.66%	2.23%	Ba3.edf	0.00%	0.13	0.04	0.24	0.07	8.09%	0.17%			0.03	3.30%	0.00%
	1.25%	7.20%	2.23%	Ba3.edf	48.30%	0.01	0.02	0.00	0.00	0.13%	0.01%			0.03	1.72%	0.00%
	4.00%	11.66%	2.23%	Ba3.edf	0.00%	0.13	0.04	0.24	0.07	8.09%	0.17%			0.03	3.30%	0.00%
GMDR	5.00%	12.66%	35.00%	Caa-C.edf	89.70%	0.22	0.39	0.19	0.34	4.25%	0.01%			0.38	4.83%	0.00%
	1.00%	6.95%	35.00%	Caa-C.edf	97.83%	0.22	0.39	0.19	0.34	0.86%	0.00%			0.38	0.98%	0.00%
Hogar	4.00%	11.66%	35.00%	Caa-C.edf	91.68%	0.98	0.82	0.54	0.28	2.14%	0.03%			0.37	2.66%	0.02%
	5.00%	12.66%	35.00%	Caa-C.edf	89.70%	0.22	0.39	0.19	0.34	4.25%	0.01%			0.38	4.83%	0.00%
	5.00%	12.66%	35.00%	Caa-C.edf	89.70%	0.60	0.48	0.43	0.33	3.52%	0.02%			0.38	3.98%	0.01%
	6.00%	13.66%	35.00%	Caa-C.edf	87.75%	1.16	#¡NUM!	0.58	0.26	2.83%	0.10%			0.37	3.65%	0.06%
	4.75%	11.94%	35.00%	Caa-C.edf	90.15%	0.07	0.37	0.02	0.13	1.41%	0.11%			0.38	4.96%	0.00%
	5.00%	12.19%	35.00%	Caa-C.edf	89.65%	0.43	0.43	0.35	0.35	4.03%	0.01%			0.38	4.34%	0.00%
Homex	1.00%	8.66%	1.30%	Ba2.edf	29.67%	0.04	0.01	0.14	0.05	4.01%	0.09%			0.02	1.39%	0.00%
ICA	3.60%	9.55%	1.72%	Ba3.edf	0.00%	0.02	0.03	0.01	0.01	0.85%	0.08%			0.02	2.62%	0.01%
	0.45%	4.32%	1.72%	Ba3.edf	75.14%	0.13	0.02	0.38	0.06	1.40%	0.01%			0.02	0.57%	0.00%
	2.95%	10.61%	1.72%	Ba3.edf	0.00%	0.37	0.03	0.56	0.05	5.38%	0.06%			0.02	2.51%	0.00%
	2.50%	10.16%	1.72%	Ba3.edf	0.00%	0.24	0.02	0.49	0.05	6.26%	0.14%			0.02	2.53%	0.00%
	0.45%	8.11%	1.72%	Ba3.edf	76.01%	0.07	0.02	0.24	0.06	1.56%	0.01%			0.02	0.59%	0.00%
Lamosa	2.00%	7.95%	3.34%	B1.edf	45.46%	0.19	0.04	0.39	0.08	4.25%	0.05%			0.04	2.40%	0.00%
	2.00%	9.66%	3.34%	B1.edf	46.31%	0.19	0.04	0.39	0.08	4.24%	0.05%			0.04	2.40%	0.00%
	4.50%	10.45%	3.34%	B1.edf	0.00%	0.25	0.04	0.42	0.08	8.61%	0.17%			0.04	4.72%	0.00%
	0.75%	8.41%	3.34%	B1.edf	79.63%	0.13	0.04	0.29	0.08	1.64%	0.01%			0.04	0.90%	0.00%
	3.25%	10.91%	3.34%	B1.edf	13.74%	0.13	0.03	0.29	0.08	7.95%	0.22%			0.04	4.11%	0.01%

Empresa	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	Calif 1 año	R	q_{ij}	\tilde{q}_{ij}	q_{ij}	\tilde{q}_{ij}	BM	Dif real menos estimado			\tilde{q}_{ij}	PLBM	Dif real menos estimado
PYPISA	4.00%	11.66%	2.85%	B1.edf	0.00%	0.04	0.04	0.03	0.03	3.16%	0.01%			0.04	4.25%	0.00%
	2.00%	9.66%	2.85%	B1.edf	36.92%	0.03	0.03	0.03	0.03	1.97%	0.00%			0.04	2.64%	0.00%
Sare	2.00%	9.66%	1.33%	Ba2.edf	0.00%	0.05	0.02	0.15	0.05	6.12%	0.17%			0.02	2.04%	0.00%
	2.50%	10.16%	1.33%	Ba2.edf	0.00%	0.04	0.02	0.08	0.04	4.58%	0.04%			0.02	2.06%	0.00%
	1.80%	9.46%	1.33%	Ba2.edf	0.00%	0.03	0.02	0.08	0.04	4.58%	0.08%			0.02	2.06%	0.00%
	1.75%	9.41%	1.33%	Ba2.edf	0.00%	0.03	0.02	0.08	0.04	4.58%	0.08%			0.02	2.06%	0.00%
	2.25%	9.91%	1.33%	Ba2.edf	0.00%	0.04	0.02	0.08	0.04	4.58%	0.05%			0.02	2.06%	0.00%
Urbi	2.00%	9.66%	1.33%	Ba2.edf	0.00%	0.02	0.02	0.01	0.01	1.45%	0.00%			0.02	2.09%	0.00%
	2.04%	9.70%	1.37%	Ba2.edf	0.00%	0.04	0.02	0.09	0.04	4.85%	0.08%			0.02	2.11%	0.00%
	1.25%	8.91%	1.37%	Ba2.edf	16.80%	0.04	0.01	0.14	0.05	4.93%	0.14%			0.02	1.74%	0.00%
	1.25%	7.20%	1.37%	Ba2.edf	15.47%	0.04	0.01	0.15	0.05	5.00%	0.14%			0.02	1.74%	0.00%
Medica Sur	1.50%	9.16%	2.92%	B1.edf	53.63%	0.04	0.03	0.07	0.05	2.42%	0.01%			0.04	1.95%	0.00%
	0.50%	8.16%	2.92%	B1.edf	84.40%	0.08	0.03	0.19	0.07	1.17%	0.00%			0.04	0.63%	0.00%
	0.90%	8.56%	2.92%	B1.edf	72.02%	0.01	0.03	0.00	0.00	0.01%	0.01%			0.04	1.21%	0.00%
	0.50%	8.16%	2.92%	B1.edf	84.40%	0.18	0.03	0.38	0.07	1.07%	0.00%			0.04	0.59%	0.00%
Accel	3.45%	11.11%	1.02%	Ba1.edf	0.00%	0.15	0.03	0.25	0.06	6.39%	0.09%			0.01	1.58%	0.03%
	2.40%	10.06%	1.02%	Ba1.edf	0.00%	0.18	0.02	0.39	0.05	6.12%	0.14%			0.01	1.56%	0.01%
	1.25%	8.91%	1.02%	Ba1.edf	0.00%	0.05	0.01	0.20	0.05	6.14%	0.24%			0.01	1.59%	0.00%
	2.50%	8.45%	1.02%	Ba1.edf	0.00%	0.06	0.02	0.11	0.04	4.89%	0.06%			0.01	1.58%	0.01%
	2.00%	7.95%	1.02%	Ba1.edf	0.00%	0.05	0.02	0.11	0.04	4.89%	0.08%			0.01	1.58%	0.00%
Cicsa	0.28%	6.23%	7.40%	Ba1.edf	96.63%	0.29	0.09	0.36	0.11	0.34%	0.00%			0.09	0.28%	0.00%
CIE	0.38%	6.33%	3.43%	B1.edf	89.76%	0.11	0.04	0.24	0.08	0.82%	0.00%			0.04	0.46%	0.00%
	0.25%	7.91%	3.43%	B1.edf	93.42%	0.10	0.04	0.21	0.08	0.53%	0.00%			0.04	0.30%	0.00%
	0.18%	7.84%	3.43%	B1.edf	95.24%	0.07	0.04	0.13	0.07	0.35%	0.00%			0.04	0.22%	0.00%
	0.14%	6.09%	3.43%	B1.edf	96.35%	0.09	0.04	0.19	0.08	0.28%	0.00%			0.04	0.17%	0.00%
G Carso	0.28%	6.23%	3.62%	B1.edf	92.98%	0.10	0.04	0.21	0.08	0.56%	0.00%			0.05	0.33%	0.00%
	1.20%	8.39%	3.62%	B1.edf	69.97%	0.03	0.04	0.02	0.03	0.85%	0.00%			0.05	1.55%	0.00%
	1.25%	8.44%	3.62%	B1.edf	68.74%	0.03	0.04	0.02	0.03	0.88%	0.00%			0.05	1.61%	0.00%
San Luis	8.00%	15.66%	3.83%	B2.edf	0.00%	0.29	0.07	0.35	0.08	9.89%	0.04%			0.05	5.50%	0.06%
	8.00%	15.66%	3.83%	B2.edf	0.00%	0.09	0.07	0.07	0.06	6.28%	0.03%			0.05	5.60%	0.06%
G Moderna	0.07%	7.72%	0.29%	Baa2.edf	79.22%	0.02	0.00	0.25	0.04	0.86%	0.01%			0.00	0.10%	0.00%
	0.70%	8.36%	0.29%	Baa2.edf	0.00%	0.04	0.01	0.25	0.04	4.72%	0.16%			0.00	0.49%	0.00%
	0.07%	7.73%	0.29%	Baa2.edf	77.63%	0.02	0.00	0.26	0.04	0.93%	0.01%			0.00	0.11%	0.00%
	0.00%	7.66%	0.29%	Baa2.edf	100.0%	#DIV/0!	#DIV/0!	0.14	0.04	0.00%	0.00%			0.00	0.00%	0.00%

Empresa	Puntos base	Costo de la deuda	EDF 1 año	Calif 1 año	R	q_{ij}	\tilde{q}_{ij}	q_{ij}	\tilde{q}_{ij}	BM	Dif real menos estimado			\tilde{q}_{ij}	PLBM	Dif real menos estimado
Gruma	0.38%	6.33%	1.18%	Ba2.edf	69.89%	0.03	0.01	0.12	0.05	1.48%	0.01%			0.02	0.53%	0.00%
	0.45%	6.40%	1.18%	Ba2.edf	64.37%	0.03	0.01	0.12	0.05	1.76%	0.02%			0.02	0.63%	0.00%
	0.35%	6.30%	1.18%	Ba2.edf	72.26%	0.05	0.01	0.20	0.06	1.58%	0.02%			0.02	0.48%	0.00%
	0.45%	6.40%	1.18%	Ba2.edf	64.37%	0.05	0.01	0.20	0.06	2.05%	0.03%			0.02	0.62%	0.00%
Kimberly	0.75%	8.23%	1.05%	Ba1.edf	34.35%	0.03	0.01	0.14	0.05	3.50%	0.08%			0.01	1.06%	0.00%
	0.01%	7.65%	1.05%	Ba1.edf	99.12%	-0.11	-0.01	0.42	0.05	0.04%	0.00%			0.01	0.01%	0.00%
Mexchem	0.88%	6.83%	2.15%	Ba3.edf	62.31%	0.07	0.02	0.20	0.07	2.62%	0.03%			0.03	1.14%	0.00%
	2.98%	8.93%	2.15%	Ba3.edf	0.00%	0.08	0.03	0.18	0.07	7.45%	0.20%			0.03	3.15%	0.00%
	1.75%	9.41%	2.15%	Ba3.edf	26.41%	0.08	0.02	0.24	0.07	5.60%	0.15%			0.03	2.30%	0.00%
Arca	0.88%	8.07%	0.36%	Baa2.edf	0.00%	0.01	0.01	0.00	0.00	0.28%	0.00%			0.01	0.63%	0.00%
Bachoco	2.00%	9.19%	0.43%	Baa3.edf	0.00%	0.05	0.02	0.10	0.03	3.80%	0.03%			0.01	0.72%	0.02%
	0.03%	7.69%	0.43%	Baa3.edf	92.89%	0.01	0.00	0.10	0.03	0.25%	0.00%			0.01	0.05%	0.00%
Bafar	1.15%	8.81%	0.67%	Ba1.edf	0.00%	0.03	0.01	0.12	0.04	4.58%	0.12%			0.01	1.08%	0.00%
	1.15%	8.81%	0.67%	Ba1.edf	0.00%	0.04	0.01	0.18	0.05	5.31%	0.17%			0.01	1.08%	0.00%
Bimbo	0.97%	8.45%	0.55%	Baa3.edf	0.00%	0.01	0.01	0.00	0.00	0.11%	0.01%			0.01	0.93%	0.00%
Codusa	2.24%	8.19%	10.01%	Caa-C.edf	80.37%	0.11	0.11	0.10	0.10	2.12%	0.00%			0.12	2.54%	0.00%
	2.29%	8.24%	10.01%	Caa-C.edf	79.94%	0.21	0.11	0.24	0.13	2.70%	0.00%			0.12	2.45%	0.00%
Conver	2.65%	8.60%	1.28%	Ba2.edf	0.00%	0.06	0.02	0.10	0.05	5.06%	0.06%			0.02	1.95%	0.00%
	2.50%	8.45%	1.28%	Ba2.edf	0.00%	0.06	0.02	0.13	0.05	5.66%	0.10%			0.02	1.94%	0.00%
											8.21%					0.58%
										G	-1.140				G	84.89%

ANEXO 5. Modelos de series de tiempo

De acuerdo con Guerrero (1991), el proceso básicamente se divide en tres fases, en la primera se analiza si la serie es estacionaria de segundo orden (media, varianza y covarianza no dependen del tiempo), si no lo es, lo primero que se puede hacer para volver a la serie estacionaria es seleccionar una transformación estabilizadora de varianza, es decir elegir la potencia λ .

Una vez determinada la transformación apropiada para estabilizar la varianza de una serie, el siguiente paso es estabilizar el nivel de la serie mediante la aplicación del operador diferencia, un número apropiado de veces. El grado de diferenciación (d) puede determinarse mediante el análisis de la función de autocorrelación muestral (FAC muestral), un decaimiento rápido hacia cero de las autocorrelaciones es un indicador de que la serie es estacionaria en nivel. Es importante hacer notar que se debe evitar el sobrediferenciar la serie ya que esto ocasionaría problemas al tratar de identificar el proceso generador.

La siguiente etapa consiste en asociar la FAC muestral con un posible proceso generador diferenciado de tipo Autorregresivo y de Medias Móviles (ARIMA). Si el proceso es de Medias Móviles de orden q (MA(q)), las autocorrelaciones (ρ) para retrasos mayores de q deben ser cero, por lo que la hipótesis que se intenta probar es $\rho_k = 0$ para $k > q$, en la práctica se dice que una autocorrelación r_k es significativamente distinta de cero si:

$$|r_k| > 2 \sqrt{\frac{1}{(N-d)} \left(1 + 2 \sum_{j=1}^q r_j^2 \right)} \text{ para } k > q$$

Donde:

- r_k es la autocorrelación que se este probando.
- N es el número de observaciones.

La identificación de un proceso de medias móviles puro puede realizarse fácilmente a través del empleo de la FAC muestral y de la aproximación para la varianza de las autocorrelaciones. La identificación de un proceso autorregresivo resulta más complicado, por lo que se necesita de otro instrumento para poder identificar el proceso la Función de Autocorrelación Parcial (FACP), la cual toma diferentes características dependiendo del orden del proceso.

Cuadro A. Comportamiento de la FAC y FACP para procesos AR, MA y ARMA

Proceso	FAC	FACP
AR(p)	Convergencia a cero, con comportamiento dictado por la ecuación $\phi(B)\rho_k = 0$ para $k \geq p$	Solamente las primeras p autocorrelaciones parciales son distintas de cero
MA(q)	Sólo las primeras q autocorrelaciones son distintas de cero	Sucesión infinita convergente a cero
ARMA(p,q)	Comportamiento irregular de las primeras q autocorrelaciones y después convergencia a cero de acuerdo con $\phi(B)\rho_k = 0$ para $k > q$	Sucesión infinita convergente a cero

Fuente: Guerrero, V. (1991)

La etapa de estimación presupone que se ha identificado ya un modelo, lo que resta es encontrar los mejores valores para los parámetros con objeto de que dicho modelo represente apropiadamente a la serie en consideración. Es decir, una vez conocidos los órdenes de los polinomios autorregresivos y de medias móviles (p y q) así como el grado de diferenciación se postula un modelo:

$$\phi(B)\nabla^d T(Z_t) = \theta_0 + \theta(B)a_t$$

Donde:

- ∇^d representa el grado de diferenciación.
- $T(Z_t)$ es la serie que se está analizando.
- ϕ es el polinomio autorregresivo.
- θ es el polinomio de medias móviles.

Finalmente, ya que se tiene el orden de los polinomios, resta verificar el modelo, la etapa de verificación de la metodología de Box-Jenkins tiene su origen de que todo modelo es erróneo, ya que todos los modelos son simplificaciones de la realidad. Por lo que se debe seleccionar aquél que presente menos fallas.

Una de las formas más claras y simples para detectar violaciones a los supuestos de los modelos es a través del análisis de los residuales, en donde residual es aquella parte de las observaciones que no es explicada por el modelo. Al analizar los residuales observados $\{a_t\}$ se analiza lo que debería ser una realización de ruido blanco, lo que consta de los siguientes supuestos:

- 1) $\{a_t\}$ tiene media cero, se debe revisar la media y desviación estándar muestral de los residuales, adicionalmente se debe construir el cociente $\frac{\sqrt{N-d-pm(\hat{a})}}{\hat{\sigma}_a}$, si el valor absoluto de este coeficiente es menor a dos, se dirá que no hay evidencia de que la media del proceso de ruido blanco sea distinta de cero, por lo mismo, no se rechaza el supuesto. De lo contrario debe incorporarse al modelo una parte determinista que no ha sido considerada.
- 2) $\{a_t\}$ tiene varianza constante, este supuesto se puede verificar realizando una gráfica de los residuales y analizando visualmente si la varianza parece o no constante. En caso de seguir algún patrón de crecimiento o decrecimiento, se aplicaría alguna transformación potencia para estabilizar la varianza de la serie.
- 3) Las variables aleatorias $\{a_t\}$ son mutuamente independientes, la independencia implica la no autocorrelación, se debe requerir que $\rho_k(a)=0$ para toda $k \neq 0$, Este supuesto puede verificarse a través de la FAC muestral de los residuales, determinando la significación

estadística individual de las autocorrelaciones de los residuales, es decir: $|r_k(\hat{a})| \geq \frac{2}{\sqrt{N-d-p}}$,

si se cumple, se dirá que la autocorrelación *k-ésima* es significativamente distinta de cero; sin embargo, esta prueba no es del todo válida para retrasos pequeños menores o iguales a 3 por lo que conviene realizar una prueba conjunta: la del estadístico *Q* de Box y Pierce. Este estadístico se calcula:

$Q = (N-d-p) \sum_{k=1}^K r_k^2(\hat{a})$, si *K* es grande (mayor a 20) sigue aproximadamente una distribución

Ji-cuadrada con *K-p-q* grados de libertad. Esta aproximación no es del todo apropiada por lo que se modificó la expresión y se obtuvo el estadístico:

$$Q = \frac{(N-d-p)(N-d-p+2) \sum_{k=1}^K r_k^2(\hat{a})}{(N-d-p-k)}$$

Si las autocorrelaciones no corresponden a las de un proceso de ruido blanco, entonces puede corresponder algún proceso ARMA, por lo que se deberá buscar el proceso que siguen los residuales y posteriormente modificar el modelo.

- 4) $\{a_t\}$ se distribuye como normal para toda *t*, se analiza que los residuales se encuentren en un rango de $\pm 2\sigma_a$, si existen violaciones muy notorias, entonces debe aplicarse alguna transformación potencia.
- 5) No existen observaciones aberrantes, para verificar este supuesto se analiza que los residuales se encuentren en un rango de $\pm 3\sigma_a$, si se salen de este rango debe investigarse el origen de este dato antes de desecharlo ya que puede contener información valiosa para la interpretación del modelo.

Los tres últimos supuestos no se verifican mediante el análisis de residuales:

- 6) El modelo es considerado parsimonioso, parsimonia significa que no puede ser reducido el número de parámetros ya que todos son necesarios para explicar el comportamiento de la serie. Para analizar esto, se construyen intervalos de aproximadamente 95% de confianza para

cada uno de los parámetros: $\hat{\theta} - 2\sqrt{\hat{V}\hat{a}r(\hat{\theta})}, \hat{\theta} + 2\sqrt{\hat{V}\hat{a}r(\hat{\theta})}$, se debe observar si el cero se encuentra dentro del intervalo. Si el cero es un valor razonable para el parámetro en turno, se deberá cancelar el parámetro y volver a estimar el modelo, pero existen casos en que el parámetro debe aparecer a pesar de que no se tenga evidencia para rechazar la hipótesis de que vale cero.

- 7) El modelo es admisible, es decir debe verificarse que los parámetros se encuentren dentro de la región admisible, si no se cumple, entonces deberá estimarse un nuevo modelo.
- 8) El modelo sea estable en parámetros, se debe estar alerta en la búsqueda de correlaciones altas (positivas o negativas) entre parámetros estimados, ya que éstas son posibles causas de inestabilidad. Para corregir este problema se puede cancelar alguno de los parámetros con correlación alta; sin embargo, es posible que sea necesario para la representación de la serie por lo que lo más conveniente sería no eliminarlo.

**ANEXO 6A. Resultados de la regresión para determinar la R, por el periodo
comprendido de 1998 a 2007**

MODELO 1

Calificación	Número de datos	Constante	Coefficiente de la tasa de default	Prueba t (p value del coeficiente de la prob. de default, con un alfa del 5% de confianza)	R ² (Bondad de ajuste)	Prueba F (p value nivel de significancia con un alfa al 5% de confianza)
Baa1y Baa2	39	0.427	0	.390 (0.698*)	0.004	.152 (0.698*)
Baa3	47	0.086	0	-.391 (0.698*)	0.003	153 (0.698*)
B1	178	0.025	-0.014	-12.423 (.000000)	0.467	154.341 (0.0000)
B2	108	0.222	-0.005	-1.197 (0.234*)	0.013	1.433 (0.234*)
B3	99	0.44	0.004	.398 (0.691*)	0.002	.159 (0.691*)
Ba1	114	0.19	0	-.485 (0.628*)	0.002	.236 (0.628*)
Ba2	204	0.409	0.002	1.684 (0.094*)	0.014	2.837 (0.094*)
Ba3	244	0.849	0.013	4.022 (0.000)	0.063	16.176 (0.000)
Caa-C	107	0.359	-0.015	-1.362 (0.176*)	0.017	1.856(.176*)

MODELO 2

Calificación	Número de datos	Constante	Coefficiente de la tasa de default	Prueba t (p value del coeficiente de la prob. de default, con un alfa del 5% de confianza)	R ² (Bondad de ajuste)	Prueba F (p value nivel de significancia con un alfa al 5% de confianza)
Baa1y Baa2	39	21.955	17162.475	1.567 (0.124*)	0.014	2.456 (0.124*)
Baa3	47	0.086	0	-.391 (0.698*)	0.052	153 (0.698*)
B1	178	231.41	-6376.277	-7.648 (0.000)	0.249	58.498 (0.000)
B2	108	83.5	-1066.397	-2.304 (0.023)	0.048	5.309 (0.023)
B3	99	34.773	-342.847	-2.036 (0.044)	0.041	4.147 (0.044)
Ba1	114	156.069	-3830.263	-3.652(0.000)	0.107	13.334 (0.000)
Ba2	204	102.889	-1811.145	-3.105 (0.002)	0.046	9.638 (0.002)
Ba3	244	175.358	-4087.39	-2.2690(0.024)	0.021	5.150 (0.024)
Caa-C	107	-0.525	-5.596	-8.571 (0.000)	0.412	73.456 (0.000)

MODELO 3

Calificación	Número de datos	Constante	Coefficiente de la tasa de <i>default</i>	Prueba t (<i>p value</i> del coeficiente de la prob. de <i>default</i> , con un alfa del 5% de confianza)	R ² (Bondad de ajuste)	Prueba F (<i>p value</i> nivel de significancia con un alfa al 5% de confianza)
Baa1y Baa2	39	68.737	1674.042	.685 (0.498*)	0.014	.469 (0.498*)
Baa3	47	21.747	17248.363	1.567 (0.124*)	0.052	2.456 (0.124*)
B1	178	233.838	-6557.105	-7.650 (0.000)	0.25	58.518 (0.000)
B2	108	84.824	-1121.931	-2.305(0.023)	0.048	5.314 (0.0234)
B3	99	35.906	-372.393	-2.037 (0.044)	0.041	4.148 (0.044)
Ba1	114	156.523	-3893.535	-3.661 (0.000)	0.108	13.401 (0.000)
Ba2	204	103.405	-1862.841	-3.102 (0.002)	0.046	9.619 (0.002)
Ba3	244	176.181	-4170.54	-2.268 (0.024)	0.021	5.145 (0.024)
Caa-C	107	-0.356	-7.31	-8.675 (0.000)	0.417	75.253 (0.000)

MODELO 4

Calificación	Número de datos	Constante	Coefficiente de la tasa de <i>default</i>	Prueba t (<i>p value</i> del coeficiente de la prob. de <i>default</i> , con un alfa del 5% de confianza)	R ² (Bondad de ajuste)	Prueba F (<i>p value</i> nivel de significancia con un alfa al 5% de confianza)
Baa1y Baa2	39	1.047	-39.407	-.981 (0.334*)	0.028	.962 (0.334*)
Baa3	47	1.031	-144.293	-1.127 (0.266*)	0.027	1.270 (0.266*)
B1	178	-0.951	56.791	4.558 (0.000)	0.106	20.776 (0.000)
B2	108	0.059	14.51	2.273 (0.025)	0.046	5.168 (0.025)
B3	99	-0.186	17.063	3.905 (0.000)	0.136	15.253 (0.000)
Ba1	114	-0.186	33.821	2.721 (0.008)	0.063	7.406 (0.008)
Ba2	204	0.314	1.275	2.60 (0.795*)	0	.068(0.795*)
Ba3	244	-0.198	24.645	1.356 (0.176*)	0.008	1.839 (0.176*)
Caa-C	107	1.024	4.501	8.684 (0.000)	0.418	75.410 (0.000)

MODELO 5

Calificación	Número de datos	Constante	Coefficiente de la tasa de <i>default</i>	Prueba t (<i>p value</i> del coeficiente de la prob. de <i>default</i> , con un alfa del 5% de confianza)	R ² (Bondad de ajuste)	Prueba F (<i>p value</i> nivel de significancia con un alfa al 5% de confianza)
Baa1y Baa2	39	7.707	-325.459	-.784 (0.438*)	0.018	.615 (0.438*)
Baa3	47	4.249	-452.055	-.858 (0.395*)	0.016	.737 (0.395*)
B1	178	-3.466	253.182	1.659 (0.099)	0.015	2.753 (0.099)
B2	108	1.564	34.498	.962(0.338*)	0.009	.926 (0.338*)
B3	99	-7.228	166.74	3.451 (0.001)	0.109	11.908 (0.001)
Ba1	114	-2.322	404.866	1.168 (0.245*)	0.012	1.363 (0.245*)
Ba2	204	2.126	-15.074	-.524 (0.601*)	0.001	.275 (0.601*)
Ba3	244	0.102	102.327	.739 (0.461*)	0.002	.546 (0.461*)
Caa-C	107	0.155	53.721	4.846 (0.000)	0.183	23.486 (0.000)

MODELO 6

Calificación	Número de datos	Constante	Coefficiente de la tasa de <i>default</i>	Prueba t (<i>p value</i> del coeficiente de la prob. de <i>default</i> , con un alfa del 5% de confianza)	R ² (Bondad de ajuste)	Prueba F (<i>p value</i> nivel de significancia con un alfa al 5% de confianza)
Baa1y Baa2	39	4.142	0.001	.125 (0.901*)	0	.016 (0.90*)
Baa3	47	4.249	-452.055	-.858 (0.395*)	0.016	.737 (0.395*)
B1	178	-5.914	-0.235	-7.265 (0.000)	0.231	52.787 (0.000)
B2	108	-0.057	-0.076	-1.984(0.05)	0.036	3.935 (0.05)
B3	99	-2.211	-0.171	-2.839 (0.06)	0.077	8.062 (0.06)
Ba1	114	2.946	-0.03	-3.992 (0.000)	0.126	15.935 (0.00)
Ba2	204	3.19	-0.013	-1.336 (0.183*)	0.009	1.784 (0.183*)
Ba3	244	0.893	-0.084	-2.067(.040)	0.017	4.272 (0.040)
Caa-C	107	-1.717	-0.108	-7.599 (0.000)	0.355	57.740 (0.000)

ANEXO 6B. Resultados de la regresión para determinar la R, por el periodo comprendido de 1998 a 2008

MODELO 1

Calificación	Número de datos	Constante	Coefficiente de la tasa de default	Prueba t (p value del coeficiente de la prob. de default, con un alfa del 5% de confianza)	R ² (Bondad de ajuste)	Prueba F (p value nivel de significancia con un alfa al 5% de confianza)
Baa1y Baa2	46	0.2934	-5.5301	-0.4278 (0.6708)	0.0644	0.1830 (0.6708)
Baa3	48	0.4978	-70.7073	-1.2515 (0.2170)	0.1815	1.5664 (0.2170*)
B1	187	-0.3364	24.0184	5.0315(0.0000)	0.3469	25.3163 (0.0000)
B2	146	0.0134	8.8458	6.7218 (0.0000)	0.4887	45.1826 (0.0000)
B3	154	-0.0541	15.2324	3.9966(0.0000)	0.3084	15.9730 (0.0000)
Ba1	125	-0.0541	15.2324	5.5146(0.0000)	0.4452	30.4113 (0.0000)
Ba2	228	0.1519	3.4409	1.4221(0.1563)	0.0942	2.02251 (0.1563*)
Ba3	273	-0.1610	16.9086	2.2623 (0.0244)	0.1361	5.11812 (0.0244*)
Caa-C	111	0.6274	0.9338	8.2392 (0.0000)	0.6195	67.8851(0.0000)

MODELO 2

Calificación	Número de datos	Constante	Coefficiente de la tasa de default	Prueba t (p value del coeficiente de la prob. de default, con un alfa del 5% de confianza)	R ² (Bondad de ajuste)	Prueba F (p value nivel de significancia con un alfa al 5% de confianza)
Baa1y Baa2	46	0.3749	0.0004	0.5530 (0.5829)	0.0831	0.3059 (0.5829*)
Baa3	48	-0.1978	-0.0017	-1.3057(0.1981)	0.1891	1.7050 (0.1981*)
B1	187	-0.3364	24.0184	6.7218 (0.000)	0.3469	45.1826 (0.0000)
B2	146	0.7878	0.0145	4.3000(0.000)	0.3373	18.4905 (0.0000)
B3	125	1.0831	0.0351	5.2840 (0.000)	0.4301	27.9207 (0.0000)
Ba1	154	0.3478	0.0022	4.5283 (0.000)	0.3448	20.5062 (0.0000)
Ba2	228	0.3024	0.0013	1.8667 (0.0632)	0.1232	3.4846(0.0632*)
Ba3	273	0.5094	0.0066	2.1635(0.0313)	0.1303	4.6809 (0.0313*)
Caa-C	111	0.9825	0.0270	7.6293 (0.0000)	0.5900	58.2063 (0.0000)

MODELO 3

Calificación	Número de datos	Constante	Coefficiente de la tasa de default	Prueba t (<i>p value</i> del coeficiente de la prob. de default, con un alfa del 5% de confianza)	R ² (Bondad de ajuste)	Prueba F (<i>p value</i> nivel de significancia con un alfa al 5% de confianza)
Baa1y Baa2	46	84.2704	801.6564	0.34912 (0.7286)	0.0526	0.12189(0.72865*)
Baa3	48	23.3147	17,042.9580	1.5671 (0.1239)	0.2251	2.4559(0.12393*)
B1	187	14.8949	-411.1899	-6.9292 (0.0000)	0.4539	48.0146(0.0000)
B2	146	57.8517	-648.0417	-3.2235(0.0010)	0.2594	10.3910(0.0010)
B3	125	29.2045	-290.7397	-2.3085 (0.0226)	0.2038	5.32929(0.02263*)
Ba1	154	146.9188	-3,498.0333	-3.9456 (0.0001)	0.3048	15.5681 (0.0001)
Ba2	228	104.9551	-1,934.1454	-3.3504 (0.0009)	0.2175	11.2252 (0.0009)
Ba3	273	168.6250	-4,053.2126	-2.3811 (0.0240)	0.1432	5.6700 (0.01794)
Caa-C	111	-0.5638	-5.4265	-8.6133 (0.0000)	0.6364	74.18905 (0.0000)

MODELO 4

Calificación	Número de datos	Constante	Coefficiente de la tasa de default	Prueba t (<i>p value</i> del coeficiente de la prob. de default, con un alfa del 5% de confianza)	R ² (Bondad de ajuste)	Prueba F (<i>p value</i> nivel de significancia con un alfa al 5% de confianza)
Baa1y Baa2	46	84.2595	807.6000	0.3478 (0.7296)	0.0524	0.12097 (0.7296*)
Baa3	48	23.1058	17,128.6517	1.5672 (0.1239)	0.2252	2.4564(0.1239*)
B1	187	15.0528	-422.8916	-6.9309 (0.0000)	0.4540	48.0375 (0.0000)
B2	146	59.6874	-702.1360	-3.2505 (0.0014)	0.2615	10.5659 (0.0014*)
B3	125	30.2270	-316.6685	-2.3099 (0.0225)	0.2039	5.3360 (0.0225*)
Ba1	154	147.3089	-3,555.2421	-3.9557 (0.0001)	0.3055	15.6483 (0.0001)
Ba2	228	105.5281	-1,990.6261	-3.3499 (0.0009)	0.2175	11.2220 (0.0009)
Ba3	273	169.4586	-4,136.5716	-2.3802 (0.0179)	0.1431	5.6657 (0.0179)
Caa-C	111	-0.3969	-7.1033	-8.7270 (0.0000)	0.1431	76.1611 (0.0000)

MODELO 5

Calificación	Número de datos	Constante	Coefficiente de la tasa de default	Prueba t (<i>p value</i> del coeficiente de la prob. de default, con un alfa del 5% de confianza)	R ² (Bondad de ajuste)	Prueba F (<i>p value</i> nivel de significancia con un alfa al 5% de confianza)
Baa1y Baa2	46	0.7732	-23.3607	-0.6351 (0.5285)	0.0953	0.4034 (0.5285*)
Baa3	48	1.0188	-143.1768	-1.1276 (0.2653)	0.1640	1.2716 (0.2653*)
B1	187	-0.9133	55.6889	4.4865 (0.0000)	0.3133	20.1287 (0.0000)
B2	146	-1.0157	37.3211	10.8646 (0.0000)	0.6712	118.0401 (0.0000)
B3	125	-1.0161	30.1104	7.3521 (0.0000)	0.5525	54.0536(0.0000)
Ba1	154	-0.1555	32.8055	3.5091 (0.0005)	0.2738	12.3142 (0.0005)
Ba2	228	0.2910	3.2689	0.6714 (0.5026)	0.0446	0.4507 (0.5026*)
Ba3	273	-0.4157	38.1916	2.0392 (0.0423)	0.1229	4.1586 (0.0423*)
Caa-C	111	1.0545	4.3591	8.7120 (0.0000)	0.6407	75.8998 (0.0000)

MODELO 6

Calificación	Número de datos	Constante	Coefficiente de la tasa de default	Prueba t (<i>p value</i> del coeficiente de la prob. de default, con un alfa del 5% de confianza)	R ² (Bondad de ajuste)	Prueba F (<i>p value</i> nivel de significancia con un alfa al 5% de confianza)
Baa1y Baa2	46	5.9966	-224.9241	-0.6147 (0.5418)	0.0923	0.3779 (0.5418*)
Baa3	48	4.2087	-448.5016	-0.8598 (0.3943)	0.1258	0.7392 (0.3943*)
B1	187	-3.1528	244.5967	1.638 (0.1030)	0.1196	2.6835 (0.1030*)
B2	146	-19.7035	465.8428	13.9441 (0.0000)	0.7580	194.4399 (0.0000)
B3	125	-21.8779	388.3378	7.3338 (0.0000)	0.5516	53.7848 (0.0000)
Ba1	154	-2.0779	391.1019	1.5506 (0.1230)	0.1248	2.4046 (0.1230)
Ba2	228	2.0191	-8.5963	-0.3162 (0.7521)	0.0210	0.0999 (0.7521)
Ba3	273	-2.3097	241.7810	1.6105 (0.1084)	0.0974	2.5939 (0.1084)
Caa-C	111	0.6096	50.9617	4.768 (0.0000)	0.4155	22.7388 (0.000)

MODELO 7

Calificación	Número de datos	Constante	Coefficiente de la tasa de default	Prueba t (<i>p value</i> del coeficiente de la prob. de default, con un alfa del 5% de confianza)	R ² (Bondad de ajuste)	Prueba F (<i>p value</i> nivel de significancia con un alfa al 5% de confianza)
Baa1y Baa2	46	4.2853	53.6087	0.3900 (0.6983)	0.0587	0.1521 (0.6983)
Baa3	48	1.3020	910.2805	1.4640 (0.1499)	0.2110	2.1433 (0.1499*)
B1	187	12.4094	-342.3813	-7.2327 (0.0000)	0.4695	52.3125 (0.0000)
B2	146	4.1824	-57.6446	-5.0579 (0.0000)	0.3884	25.5829 (0.0000)
B3	125	2.5576	-33.5050	-4.3780 (0.0000)	0.3672	19.1676 (0.0000)
Ba1	154	8.0985	-198.6886	-4.0743 (0.0000)	0.3138	16.6001 (0.0000)
Ba2	228	5.6532	-95.9185	-3.0788 (0.0023)	0.2006	9.47913 (0.0023)
Ba3	273	9.3839	-228.3224	-2.4671 (0.0142)	0.1482	6.0867 (0.0142*)
Caa-C	111	-0.3650	-2.9272	-8.7345 (0.0000)	0.6417	76.2921 (0.0000)

Resumen de los mejores modelos por calificación crediticia

Calificación	Modelo más adecuado	Número de datos	Constante	Coefficiente de la tasa de default	Prueba t (<i>p value</i> del coeficiente de la prob. de default, con un alfa del 5% de confianza)	R ² (Bondad de ajuste)	Prueba F (<i>p value</i> nivel de significancia con un alfa al 5% de confianza)
Baa1y Baa2	Modelo 5	46	0.7732	-23.3607	-0.6351 (0.5285)	0.0953	0.4034 (0.5285)
Baa3	Modelo 4	48	23.1058	17,128.6517	1.5672 (0.1239)	0.2252	2.4564(0.1239)
B1	Modelo 7	187	12.4094	-342.3813	-7.2327 (0.0000)	0.4695	52.3125 (0.0000)
B2	Modelo 6	146	-19.7035	465.8428	13.9441 (0.0000)	0.7580	194.4399 (0.0000)
B3	Modelo 5	125	-1.0161	30.1104	7.3521 (0.0000)	0.5525	54.0536(0.0000)
Ba1	Modelo 1	125	-0.0541	15.2324	5.5146(0.0000)	0.4452	30.4113 (0.0000)
Ba2	Modelo 4	228	105.5281	-1,990.6261	-3.3499 (0.0009)	0.2175	11.2220 (0.0009)
Ba3	Modelo 7	273	9.3839	-228.3224	-2.4671 (0.0142)	0.1482	6.0867 (0.0142)
Caa-C	Modelo 3	111	-0.5638	-5.4265	-8.6133 (0.0000)	0.6364	74.18905 (0.0000)

NOTA: Para que el estadístico *t* o *F* sean significativos bajo un nivel de confianza de 90% es necesario que el valor de *p* sea menor a 5%, de esta forma se rechaza la hipótesis nula de que el valor del coeficiente estimado sea igual a cero. En estos anexos, las variables que tienen al lado del valor *p* un asterisco son consideradas como no significativas

ANEXO 7A. Resultados de la regresión múltiple para estimar la tasa de recuperación, tomando como prueba los datos de 2007²⁷

REGRESIÓN 1

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coefficiente de correlación múltiple	0.55078452
Coefficiente de determinación R ²	0.30336359
R ² ajustado	0.24106277
Error típico	0.33687187
Observaciones	135

ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	11	6.078436868	0.55258517	4.86933	0.0000
Residuos	123	13.95836738	0.113482662		
Total	134	20.03680425			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>	<i>Inferior 95.0%</i>	<i>Superior 95.0%</i>
Intercepción	0.67048939	0.308860649	2.170847582	0.031863218	0.059118	1.28186	0.059	1.28186
EDF 1 año	2.71723367	0.496779225	5.469700709	2.41054E-07	1.733889	3.7005	1.73385	3.70057
Monto	0.0000	0.0000	1.890456678	0.061049773	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Tj	0.00034835	0.011318282	0.030777962	0.975496501	-0.02201	0.0227	-0.02205	0.02275
Tasa aplicable	-7.2243016	3.77791012	-1.912248	0.058169905	-14.7024	0.25383	-14.7024	0.25383
Razón de apalancamiento	-0.1676441	0.221191821	-0.7579131	0.44995262	-0.60547	0.270	-0.60547	0.27019
Pasivos de Largo plazo a total de deuda	0.0872936	0.191226212	0.456494381	0.648839585	-0.29122	0.46581	-0.29122	0.46581
Precio de mercado a valor en libros	0.0014719	0.004354406	0.338030278	0.735916632	-0.00714	0.01009	-0.00714	0.01009
Rendimiento del precio de la acción	-0.036699	0.016146266	-2.2729558	0.024763994	-0.06866	-0.0047	-0.06866	-0.00473
Razón de Activo Fijo a Valor total de activos	0.4091219	0.163053328	2.509129703	0.013403182	0.08636	0.7318	0.08636	0.7318
Inversión en Investigación y Desarrollo a Total de inversión	0.10708023	0.070355933	1.521978815	0.130581139	-0.03218	0.2463	-0.0321	0.24634
Volatilidad del precio de la acción	0.03640396	0.033343261	1.0917947	0.277057312	-0.02959	0.1024	-0.0295	0.10240

²⁷ Las variables independientes sombreadas con amarillo en estos Anexo 7A y 7B, representan aquéllas en las que no se puede rechazar H₀: el coeficiente de la variable es igual a cero, bajo un nivel de confianza igual al 90%, por consecuencia se consideran no significativas.

REGRESIÓN 2

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coefficiente de correlación múltiple	0.52375872
Coefficiente de determinación R ²	0.27432320
R ² ajustado	0.24619619
Error típico	0.33573064
Observaciones	135

ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	5	5.496560359	1.099312072	9.753017788	0.0000
Residuos	129	14.54024389	0.112715069		
Total	134	20.03680425			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>	<i>Inferior 95.0%</i>	<i>Superior 95.0%</i>
Intercepción	0.6165292	0.260405137	2.367577049	0.019391051	0.1013112	1.13174	0.1013	1.13178
EDF 1 año	2.4162464	0.379457839	6.367628244	3.09289E-09	1.6654798	3.1670	1.66547	3.16701
Monto	0.0000	0.0000	2.186071788	0.030615032	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Tasa aplicable	-6.604261	3.482202855	-1.896575749	0.060119993	-13.4938	0.2853	-13.493	0.28536
Rendimiento del precio de la acción	-0.0315424	0.015098016	-2.089177242	0.03865674	-0.06141	-0.0016	-0.0614	-0.00167
Razón de Activo Fijo a Valor total de activos	0.452649	0.150088968	3.01587426	0.003086939	0.15569	0.7496	0.1556	0.7496

REGRESIÓN 3

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coefficiente de correlación múltiple	0.50880791
Coefficiente de determinación R ²	0.25888549
R ² ajustado	0.19260696
Error típico	1.33992917
Observaciones	135

ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	11	77.14205433	7.01291403	3.906023291	0.0000
Residuos	123	220.8354537	1.795410193		
Total	134	297.9775081			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>	<i>Inferior 95.0%</i>	<i>Superior 95.0%</i>
Intercepción	-1.3700229	1.228512746	-1.115188103	0.266943953	-3.808423	1.0617	-3.80178	1.06176
EDF 1 año	-8.3219594	1.975970752	-4.2115802	4.8572E-05	-12.23237	-4.41061	12.23327 237	-4.416571
Monto	0.00000	0.00000	-1.6247452	0.106776183	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Tj	0.00753890	0.045019181	0.167459859	0.867283242	-0.081571	0.09665	-0.3801	0.09663
Tasa aplicable	20.4228671	15.02687618	1.359089336	0.176605072	-9.322489	50.1676	-9.3219	50.167
Razón de apalancamiento	0.68953279	0.879804442	0.783734158	0.434702714	-1.051986	2.43105	-1.05198	2.4310
Pasivos de Largo plazo a total de deuda	-0.030278	0.76061434	-0.0398082	0.968310524	-1.535868	1.4753	-1.53586	1.47531
Precio de mercado a valor en libros	0.0160545	0.017319924	0.926939285	0.35577333	-0.01822	0.05033	-0.01822	0.05033
Rendimiento del precio de la acción	0.00190638	0.064222791	0.029683857	0.976367297	-0.12521	0.1290	-0.12521	0.1290
Razón de Activo Fijo a Valor total de activos	-1.189860	0.648554914	-1.834633	0.068976556	-2.473635	0.09391	-2.4736	0.0939
Inversión en Investigación y Desarrollo a Total de inversión	-0.53846	0.279845168	-1.92413	0.056647	-1.09239	0.0154	-1.0923	0.01547
Volatilidad del precio de la acción	-0.074556	0.132624	-0.562158	0.575030	-0.33707	0.1879	-0.3370	0.1879

REGRESIÓN 4

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coefficiente de correlación múltiple	0.48986377
Coefficiente de determinación R ²	0.23996651
R ² ajustado	0.21658086
Error típico	1.31988602
Observaciones	135

ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	4	71.504624	17.876156	10.26127384	0.0000
Residuos	130	226.4728841	1.742099108		
Total	134	297.9775081			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>	<i>Inferior 95.0%</i>	<i>Superior 95.0%</i>
Intercepción	0.45056085	0.253469255	1.777575966	0.077811695	-0.05089	0.9520	-0.05089	0.95201
EDF 1 año	-8.3356644	1.403136688	-5.9407358	0.0000	-11.11160	-5.5597	-11.111	-5.5597
Monto	0.0000	2.44088E-10	-1.8844411	0.061738208	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Razón de Activo Fijo a Valor total de activos	-1.269327	0.536903676	-2.3641626	0.019551366	-2.33152	-0.2071	-2.3315	-0.2071
Inversión en Investigación y Desarrollo a Total de inversión	-0.449548	0.257750459	-1.744123	0.083501218	-0.95947	0.0603	-0.9594	0.0603

REGRESIÓN 5

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coefficiente de correlación múltiple	0.51457666
Coefficiente de determinación R ²	0.26478913
R ² ajustado	0.19903857
Error típico	0.74648820
Observaciones	135

ANÁLISIS DE VARIANZA

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor crítico de F
Regresión	11	24.68534851	2.244122592	4.027176639	0.0000
Residuos	123	68.54109058	0.557244639		
Total	134	93.2264391			

	Coeficientes	Error típico	Estadístico t	Probabilidad	Inferior 95%	Superior 95%	Inferior 95.0%	Superior 95.0%
Intercepción	-0.8128505	0.684416976	-1.1876539	0.237258188	-2.167611	0.54191	-2.16761	0.54191
EDF 1 año	-4.7552259	1.100833451	-4.319659	3.1867E-05	-6.9342582	-2.5761	-6.9342	-2.57619
Monto	0.0000	0.0000	-1.628206	0.106039969	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Tj	0.0051390	0.025080645	0.204899524	0.837989316	-0.044506	0.0547	-0.04450	0.05478
Tasa aplicable	12.3230042	8.371625926	1.471996517	0.143575891	-4.248115	28.8941	-4.24811	28.8941
Razón de apalancamiento	0.3539673	0.490148024	0.722164137	0.471564305	-0.616250	1.3241	-0.6162	1.3241
Pasivos de Largo plazo a total de deuda	0.012837	0.423746004	0.030294803	0.975881043	-0.82594	0.851	-0.8259	0.8516
Precio de mercado a valor en libros	0.0086463	0.009649106	0.896073445	0.371963899	-0.010453	0.0277	-0.0104	0.0277
Rendimiento del precio de la acción	0.0107309	0.035779172	0.299921307	0.764743449	-0.06009	0.0815	-0.0600	0.08155
Razón de Activo Fijo a Valor total de activos	-0.721619	0.361316555	-1.99719436	0.048011252	-1.436823	-0.006	-1.4368	-0.0064
Inversión en Investigación y Desarrollo a Total de inversión	-0.307274	0.155904596	-1.9709154	0.050979219	-0.61587	0.0013	-0.6158	0.00132
Volatilidad del precio de la acción	-0.0348811	0.0738867	-0.47209000	0.63769901	-0.181135	0.1113	-0.18113	0.11137

REGRESIÓN 6

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coeficiente de correlación múltiple	0.49486912
Coeficiente de determinación R ²	0.24489544
R ² ajustado	0.22166145
Error típico	0.73587054
Observaciones	135

ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	4	22.83073035	5.707682588	10.54039727	0.0000
Residuos	130	70.39570874	0.541505452		
Total	134	93.2264391			

	<i>Coeficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>	<i>Inferior 95.0%</i>	<i>Superior 95.0%</i>
Intercepción	0.256392	0.141315655	1.814323235	0.071933899	-0.02318	0.5359	-0.02318	0.53596
EDF 1 año	-4.709958	0.782284937	-6.02077154	0.0000	-6.257616	-3.1623	-6.25761	-3.16230
Monto	0.0000	0.0000	-1.9295686	0.055838901	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Razón de Activo Fijo a Valor total de activos	-0.7271644	0.29933766	-2.4292448	0.016496743	-1.319368	-0.1349	-1.3193	-0.13496
Inversión en Investigación y Desarrollo a Total de inversión	-0.2503729	0.14370253	-1.7423004	0.083820816	-0.534671	0.03392	-0.53467	0.03392

ANEXO 7B. Resultados de la regresión múltiple para estimar la tasa de recuperación, tomando como prueba los datos de 2008

REGRESIÓN 1

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coefficiente de correlación múltiple	0.531624
Coefficiente de determinación R ²	0.282624
R ² ajustado	0.230017
Error típico	0.495998
Observaciones	162

ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	11	14.538343	1.32166760	5.3723	0.00000
Residuos	150	36.902135	0.24601423		
Total	161	51.440479			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probab</i>	<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>	<i>Inferior 95.0%</i>	<i>Superior 95.0%</i>
Intercepción	0.397305	0.2152174	1.84606667	0.06	-0.02794	0.8225	-0.0279	0.82255
Monto	5.61974E-	4.61477E-	1.21777434	0.225	0.0000 -	0.0000	0.0000	0.0000
Tj	0.046532	0.0141792	3.28172680	0.001	0.01851	0.0745	0.0185	0.07454
Tasa libre de riesgo base	0.670048	0.2272839	2.94806630	0.003	0.22095	1.1191	0.2209	1.11913
Promedio de intensidad de default	1.966671	0.7740080	2.54089299	0.012	0.43730	3.4960	0.4373	3.49603
Razón de apalancamiento	-0.450244	0.2790120	-1.6137089	0.108	-1.00154	0.101	-1.0015	0.10105
Pasivos de Largo plazo a total de deuda	-0.621326	0.2630639	-2.3618859	0.019	-1.14111	-0.1015	-1.141	-0.101
Precio de mercado a valor en libros	0.003322	0.0091754	0.3620573	0.717	-0.01487	0.0214	-0.014	0.02145
Rendimiento del precio de la acción	0.00951	0.0528676	0.1800490	0.857	0.0000 0	0.1139	-0.0949	0.11398
Razón de Activo Fijo a Valor total de activos	0.570859	0.2248435	2.5389195	0.012	0.12659	1.0151	0.1265	1.01512
Inversión en Investigación y Desarrollo a Total de inversión	0.170099	0.2277327	0.74692632	0.456	-0.27987	0.6200	-0.2798	0.62007
Volatilidad del precio de la acción	-0.0016	0.0015	-1.0660	0.288	-0.00463	0.001	-0.0046	0.00138

REGRESIÓN 2

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coefficiente de correlación múltiple	0.521266 61
Coefficiente de determinación R ²	0.271718 88
R ² ajustado	0.238615 19
Error típico	0.493221 12
Observaciones	162

ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	7	13.97734 949	1.996764213	8.208115 36	1.73342E-08
Residuos	154	37.46312 951	0.243267075		
Total	161	51.44047 9			

	<i>Coef.</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probab-</i>	<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>	<i>Inferior 95.0%</i>	<i>Superior 95.0%</i>
Intercepción	0.406429	0.17227	2.359244436	0.01956	0.066110	0.7467	0.06611	0.74674
Tj	0.047904	0.01357	3.529306924	0.00054	0.02109	0.0747	0.02109	0.0747
Tasa libre de riesgo base	0.654688	0.219235	2.986234015	0.0032	0.22159138	1.0877	0.2215	1.0877
Promedio de intensidad de default	1.877957	0.6714	2.797015023	0.005	0.55158	3.2043	0.5515	3.20432
Razón de apalancamiento	-0.40928	0.2310	-1.771704404	0.0784	-0.8656	0.047	-0.8656	0.0470
Pasivos de Largo plazo a total de deuda	-0.62851	0.23389	-2.6871523	0.0079	-1.0905	-0.1664	-1.09056	-0.1664
Razón de Activo Fijo a Valor total de activos	0.57764	0.21879	2.640169808	0.0091	0.1454	1.0098	0.1454	1.009
Volatilidad del precio de la acción	-0.00182	0.001287	-1.417863191	0.15825	-0.004367	0.00071	-0.00436	0.0007

REGRESIÓN 3

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coefficiente de correlación múltiple	0.51206621
Coefficiente de determinación R ²	0.26221180
R ² ajustado	0.23365226
Error típico	0.49482599
Observaciones	162

ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	6	13.488300	2.2480501	9.1812	0.00000
Residuos	155	37.952178	0.2448		
Total	161	51.440479			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probab.</i>	<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>	<i>Inferior 95.0%</i>	<i>Superior 95.0%</i>
Intercepción	0.3706058	0.170962	2.167760	0.031702	0.03288857	0.7083231	0.03288857	0.708323194
Tj	0.0493477	0.013579	3.634059	0.000378	0.02252349	0.0761719	0.02252349	0.076171982
Tasa libre de riesgo base	0.6884208	0.218649	3.148507	0.001969	0.25650262	1.1203391	0.25650262	1.120339102
Promedio de intensidad de default	1.9314198	0.6725365	2.871843	0.004652	0.60289987	3.2599398	0.60289987	3.259939833
Razón de apalancamiento	-0.398223	0.2316302	-1.719221	0.087570	-0.8557833	0.0593356	-0.8557833	0.059335625
Pasivos de Largo plazo a total de deuda	-0.7197588	0.2255991	-3.190432	0.00171	-1.1654045	-0.2741132	-1.1654045	-0.274113201
Razón de Activo Fijo a Valor total de activos	0.6131668	0.2180583	2.811939	0.005561	0.182417	1.04391648	0.1824172	1.04391648

REGRESIÓN 4

Estadísticas de la regresión

Coefficiente de correlación múltiple	0.70801
Coefficiente de determinación R ²	0.50127
R ² ajustado	0.46470
Error típico	1.11974
Observaciones	162

ANÁLISIS DE
VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	11	189.037	17.18526	13.7063	0.00000
Residuos	150	188.0733	1.253822		
Total	161	377.1112			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>	<i>Inferior 95.0%</i>	<i>Superior 95.0%</i>
Intercepción	-0.419883	0.485864	-0.864198	0.38885869	-1.3799	0.540139	-1.3799061	0.540139053
Monto	0.0000	0.0000	-1.15053	0.2517563	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
Tj	-0.10110	0.032	-3.158352	0.0019188	-0.1643	-0.037850	-0.164349	-0.0378506
Tasa libre de riesgo base	-4.0465	0.51310	-7.8863	0.00000	-5.060	-3.032674	-5.060369	-3.032674
Promedio de intensidad de default	-7.04515	1.7473	-4.031879	0.00000	-10.4977	-3.592534	-10.497	-3.592534653
Razón de apalancamiento	1.75626	0.62988	2.78824	0.0059863	0.5116	3.00086	0.511677	3.000861685
Pasivos de Largo plazo a total de deuda	-0.47737	0.59388	-0.803816	0.422774	-1.6508	0.696080	-1.650822	0.696080636
Precio de mercado a valor en libros	0.02246	0.02071	1.08452	0.27987	-0.0184	0.06339	-0.01846	0.063394037
Rendimiento del precio de la acción	0.16200	0.11935	1.35740	0.176690	-0.0738	0.39783	-0.0738	0.397835348
Razón de Activo Fijo a Valor total de activos	0.631937	0.50759	1.244962	0.21508	-0.3710	1.63489	-0.37102385	1.634899569
Inversión en Investigación y Desarrollo a Total de inversión	0.078275	0.51411	0.152252	0.87919	-0.93757	1.09412	-0.93757	1.094125514
Volatilidad del precio de la acción	0.007602	0.00343	2.210542	0.028581	0.00080	0.01439	0.000806	0.014397871

REGRESIÓN 5

Resumen

Estadísticas de la regresión

Coefficiente de correlación múltiple	0.675659
Coefficiente de determinación R ²	0.456515
R ² ajustado	0.442668
Error típico	1.14255
Observaciones	162

ANÁLISIS DE VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	4	172.157	43.0392	32.9691 6	0.00000
Residuos	157	204.9541	1.305440		
Total	161	377.1112			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probab.</i>	<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>	<i>Inferior 95.0%</i>	<i>Superior 95.0%</i>
Intercepción	0.639055	0.1841	3.47071	0.00067	0.27536 7	1.00274	0.27536	1.0027
Tj	-0.09470	0.03060	-3.09436	0.00233 5	-0.15515	-0.03425	-0.155156	-0.03425
Tasa libre de riesgo base	-3.854553	0.48910	-7.88083	0.00000	-4.82062	-2.88847	-4.82062	-2.888478
Promedio de intensidad de default	-7.922386	1.53661	-5.15574	0.00000	-10.9574	-4.88728	-10.9574	-4.887285
Volatilidad del precio de la acción	0.00337	0.00286	1.17677	0.2410	-0.0022	0.0090	-0.002288	0.009034

REGRESIÓN 6

Estadísticas de la regresión

Coefficiente de correlación múltiple	0.672102
Coefficiente de determinación R ²	4
R ² ajustado	0.451721
Error típico	7
Observaciones	0.4413
	1.143949
	162

ANÁLISIS DE
VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	3	170.34933	56.783	43.39161	0.00000
Residuos	158	206.7618	1.308619		
Total	161	377.1112			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>	<i>Inferior 95.0%</i>	<i>Superior 95.0%</i>
Intercepción	0.736314357	0.1647	4.469645	0.00000	0.410944	1.061684	0.4109443	1.0616843
Tj	-0.09805432	0.0305	-3.21383	0.001587	-0.15831	-0.037794	-0.158314	-0.037794
Tasa libre de riesgo base	-3.938496	0.4844	-8.12959	0.00000	-4.89535	-2.98163	-4.8953577	-2.981636
Promedio de intensidad de default	8.095876193	1.531	-5.286636	0.00000	-11.1205	-5.07124	-11.12050	-5.07124

REGRESIÓN 7

Estadísticas de la regresión

Coefficiente de correlación múltiple	0.679015
Coefficiente de determinación R ²	0.461062
R ² ajustado	0.421540
Error típico	0.6680908
Observaciones	162

ANÁLISIS DE
VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	11	57.27749	5.207045	11.66595	0.00000
Residuos	150	66.95181	0.446345		
Total	161	124.22930			

	Coeficientes	Error típico	Estadístico t	Probab.	Inferior 95%	Superior 95%	Inferior 95.0%	Superior 95.0%
Intercepción	-0.3102479	0.289889	-1.07022	0.286236118	0.88304269	0.262546808	-0.88304269	0.262546808
Monto	0.00000	0.00000	-0.96314	0.337025327	-1.82689E-08	6.29524E-09	-1.82689E-08	6.29524E-09
Tj	-0.052447	0.01909	-2.74609	0.006769175	-0.09018	-0.014709	0.090185167	-0.014709798
Tasa libre de riesgo base	-2.131182	0.306142	-6.96139	0.00000	-2.73609	-1.526273	-2.736091	-1.526273
Promedio de intensidad de default	-3.971856	1.042559	-3.80971	0.000202445	-6.031855	-1.911857	-6.031855	-1.9118572
Razón de apalancamiento	1.055380486	0.375818	2.808216	0.005644898	0.31279	1.797962	0.3127982	1.797962
Pasivos de Largo plazo a total de deuda	-0.31764129	0.354337	-0.89643	0.371455289	-1.01777	0.38249	-1.017777	0.38249536
Precio de mercado a valor en libros	0.015462926	0.012359	1.25114	0.212829543	-0.00895	0.03988	-0.008957	0.039883
Rendimiento del precio de la acción	0.110876962	0.071210	1.55702	0.121571311	-0.02982	0.25158	-0.029828	0.25158
Razón de Activo Fijo a Valor total de activos	0.507109868	0.302855	1.67442	0.096130443	-0.09130	1.10552	-0.091304	1.105524
Inversión en Investigación y Desarrollo a Total de inversión	0.028121064	0.306747	0.09167	0.927078585	-0.57798	0.63422	-0.577982	0.634224
Volatilidad del precio de la acción	0.004554072	0.002051	2.219369	0.027962558	0.000499	0.00860	0.0004995	0.008608

REGRESIÓN 8

<i>Estadísticas de la regresión</i>	
Coeficiente de correlación múltiple	0.658019858
Coeficiente de determinación R ²	0.432990133
R ² ajustado	0.411041364
Error típico	0.674126646
Observaciones	162

ANÁLISIS DE
VARIANZA

	Grados de libertad	Suma de cuadrados	Promedio de los cuadrados	F	Valor crítico de F
Regresión	6	53.7900651 3	8.96501085 5	19.727308 3	4.84083E -17
Residuos	155	70.439244	0.45444673 5		
Total	161	124.229309 1			

	Coefficientes	Error típico	Estadístico t	Probab-	Inferior 95%	Superior 95%	Inferior 95.0%	Superior 95.0%
Intercepción	-0.094326591	0.23252430	- 0.40566335 4	0.68554	-0.55365	0.36499	-0.55365	0.36499
Tj	-0.054448771	0.01852414	- 2.93934102	0.00379	0.091041	-0.0178	-0.09104	-0.01785
Tasa libre de riesgo base	-1.981832296	0.29866662	- 6.63560004	0.0000	2.571814	-1.3918	-2.571814	-1.3918
Promedio de intensidad de default	-4.732039006	0.91073566	- 5.19584243	0.0000	6.531094	-2.9329	-6.53109	-2.9329
Razón de apalancamiento	0.781643316	0.31277486	2.4990605	0.013494	0.163791	1.3994	0.16379	1.39949
Razón de Activo Fijo a Valor total de activos	0.16166833	0.26405913	0.61224291	0.541274	- 0.359950	0.6832	-0.35995	0.683
Volatilidad del precio de la acción	0.001658839	0.00169140	0.98074799	0.328245	-0.00168	0.00500	-0.00168	0.005

REGRESIÓN 9

Estadísticas de la regresión

Coefficiente de correlación múltiple	0.654234783
Coefficiente de determinación R ²	0.428023151
R ² ajustado	0.413450493
Error típico	0.67274648
Observaciones	162

ANÁLISIS DE
VARIANZA

	<i>Grados de libertad</i>	<i>Suma de cuadrados</i>	<i>Promedio de los cuadrados</i>	<i>F</i>	<i>Valor crítico de F</i>
Regresión	4	53.1730	13.29325	29.37165	0.00000
Residuos	157	71.05628	0.452587		
Total	161	124.22930			

	<i>Coefficientes</i>	<i>Error típico</i>	<i>Estadístico t</i>	<i>Probabilidad</i>	<i>Inferior 95%</i>	<i>Superior 95%</i>	<i>Inferior 95.0%</i>	<i>Superior 95.0%</i>
Intercepción	0.036328179	0.183044	0.198466	0.842936	-0.3252	0.397874	-0.325218	0.3978747
Tj	-0.054005592	0.018087	-2.98587	0.003281	-0.08973	-0.018280	-0.089730	-0.01828
Tasa libre de riesgo base	-2.070663533	0.28491	-7.267605	1.61624E	-2.63342	-1.507898	-2.6334	-1.50789
Promedio de intensidad de default	-4.85704042	0.902506	-5.38172	2.63945E	-6.63966	-3.074418	-6.63966	-3.07441
Razón de apalancamiento	0.730959798	0.301070	2.427871	0.016318	0.136289	1.325630	0.13628	1.325630

ANEXO 8. Árbol binomial para determinar la intensidad de incumplimiento y la probabilidad neutral de incumplimiento implícitas

Grupo Bimbo, S.A.B de C.V.

Número de acciones en circulación	1,175,800				Volatilidad mensual	0.00408248				
Pasivo total	23,531,529				u (choque al alza)	1.0040908	0.0081649			
					d (choque a la baja)	0.9959258				
Capital Contable total	34,973,566									
					λ (intensidad de default)	0.00031904			Probab. de sobreviv.	0.999680
Valor de la firma apalancada	51,364.41									
					R (tasa de recuperación)	0.88431682			a_0	1.19876
Volatilidad anual	0.014142136								a_1	5.997389
					q (probabilidad neutral de default)	1.25976821				
Pasivos de corto plazo	11,863.32									
Valor de mercado del capital accionario	38,241									
Valor de la deuda de largo plazo (portafolio)	13,123									
Tasa libre de riesgo ajustada anual	0.070689693		Tasa libre de riesgo mensual	0.005890808						
Duración ponderada en años	1.33884137		Duración ponderada en meses	16.07						
Valor del default	6.62									
Porcentaje de análisis de los pasivos	0.000557677									

Árbol del valor de la firma

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
									53,286.76
								53,069.66	52,853.45
							52,853.45	52,638.12	52,423.66
						52,638.12	52,423.66	52,210.08	51,997.37
					52,423.66	52,210.08	51,997.37	51,785.52	51,574.54
				52,210.08	51,997.37	51,785.52	51,574.54	51,364.41	51,155.15
			51,997.37	51,785.52	51,574.54	51,364.41	51,155.15	50,946.73	50,739.17
		51,785.52	51,574.54	51,364.41	51,155.15	50,946.73	50,739.17	50,532.45	50,326.57
	51,574.54	51,364.41	51,155.15	50,946.73	50,739.17	50,532.45	50,326.57	50,121.53	49,917.33
51,364.41	51,155.15	50,946.73	50,739.17	50,532.45	50,326.57	50,121.53	49,917.33	49,713.96	49,511.42

Valor neto de mercado de la firma

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Valor del default considerando el valor del dinero en el tiempo	6.62	6.65	6.69	6.73	6.77	6.81	6.85	6.89	6.93	6.98	7.02	7.06	7.10	7.14	7.18	7.23
																54,600.91
															54,378.47	54,156.85
														54,156.94	53,936.22	53,716.40
													53,936.30	53,716.49	53,497.57	53,279.54
												53,716.57	53,497.65	53,279.62	53,062.48	52,846.23
											53,497.73	53,279.71	53,062.57	52,846.31	52,630.93	52,416.44
										53,279.79	53,062.65	52,846.39	52,631.02	52,416.52	52,202.90	51,990.14
									53,062.73	52,846.48	52,631.10	52,416.60	52,202.98	51,990.23	51,778.34	51,567.31
								52,846.56	52,631.18	52,416.69	52,203.06	51,990.31	51,778.42	51,567.40	51,357.23	51,147.92
							52,631.26	52,416.77	52,203.14	51,990.39	51,778.50	51,567.48	51,357.32	51,148.01	50,939.55	50,731.94
						52,416.85	52,203.23	51,990.47	51,778.59	51,567.56	51,357.40	51,148.09	50,939.63	50,732.03	50,525.27	50,319.35
					52,203.31	51,990.55	51,778.67	51,567.64	51,357.48	51,148.17	50,939.72	50,732.11	50,525.35	50,319.43	50,114.35	49,910.10
				51,990.63	51,778.75	51,567.72	51,357.56	51,148.25	50,939.80	50,732.19	50,525.43	50,319.51	50,114.43	49,910.19	49,706.78	49,504.19
			51,778.83	51,567.80	51,357.64	51,148.33	50,939.88	50,732.27	50,525.51	50,319.60	50,114.52	49,910.27	49,706.86	49,504.28	49,302.52	49,101.58
		51,567.88	51,357.72	51,148.41	50,939.96	50,732.36	50,525.60	50,319.68	50,114.60	49,910.35	49,706.94	49,504.36	49,302.60	49,101.66	48,901.54	48,702.24
	51,357.80	51,148.49	50,940.04	50,732.44	50,525.68	50,319.76	50,114.68	49,910.44	49,707.02	49,504.44	49,302.68	49,101.75	48,901.63	48,702.32	48,503.83	48,306.15

Valor neto de mercado de del capital accionario

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Valor de la anualidad del pasivo de LP	927.66	928.33	929.01	929.68	930.35	931.03	931.70	932.37	933.05	933.73	934.40	935.08	935.76	936.43	937.11	937.79
																53,663.12
															52,526.42	53,219.06
														51,396.62	52,084.03	52,778.61
													50,273.69	50,955.89	51,645.23	52,341.75
												49,157.58	49,834.61	50,518.75	51,210.01	51,908.44
											48,048.26	48,720.15	49,399.11	50,085.16	50,778.32	51,478.65
										46,945.69	47,612.48	48,286.29	48,967.15	49,655.09	50,350.15	51,052.35
									45,849.82	46,511.54	47,180.24	47,855.95	48,538.70	49,228.53	49,925.46	50,629.52
								44,760.64	45,417.31	46,080.93	46,751.52	47,429.11	48,113.74	48,805.43	49,504.22	50,210.13
							43,678.08	44,329.75	44,988.32	45,653.82	46,326.28	47,005.74	47,692.23	48,385.77	49,086.40	49,794.15
						42,602.12	43,248.81	43,902.36	44,562.81	45,230.18	45,904.51	46,585.82	47,274.15	47,969.52	48,671.98	49,381.56
					41,532.72	42,174.46	42,823.03	43,478.45	44,140.76	44,809.99	45,486.16	46,169.31	46,859.46	47,556.66	48,260.94	48,972.31
				40,469.84	41,106.67	41,750.28	42,400.71	43,057.99	43,722.15	44,393.21	45,071.21	45,756.18	46,448.15	47,147.16	47,853.23	48,566.40
			39,413.44	40,045.39	40,684.08	41,329.55	41,981.83	42,640.95	43,306.94	43,979.82	44,659.64	45,346.42	46,040.19	46,740.99	47,448.84	48,163.79
		38,363.49	38,990.59	39,624.39	40,264.93	40,912.24	41,566.36	42,227.30	42,895.10	43,569.80	44,251.41	44,939.99	45,635.54	46,338.12	47,047.74	47,764.45
38,241	38,241.00	37,942.23	38,571.17	39,206.81	39,849.19	40,498.33	41,154.26	41,817.01	42,486.61	43,163.10	43,846.51	44,536.86	45,234.19	45,938.52	46,649.90	47,368.36

ÍNDICE DE TABLAS, FIGURAS, CUADROS Y GRÁFICAS**Tablas**

Tabla 1. Número de empresas analizadas por sector durante 1998 a 2008	6
Tabla 2. Nombre y Sector de las empresas analizadas durante los años de 1998 a 2008	6
Tabla 3. Número de préstamos estudiados durante el periodo de 1998 a 2008	11
Tabla 4. Factores que afectan el nivel de endeudamiento de las empresas.....	20
Tabla 5. Estudios previos sobre el cálculo de los diferenciales de crédito.....	47
Tabla 6. Número de préstamos estudiados por el periodo comprendido de 1998 a 2008	212
Tabla 7. Número de préstamos agrupados por calificación durante el periodo de 1998 a 2008 ..	214
Tabla 8. Medianas de los costos totales de las deudas por calificación.....	214
Tabla 9. Medianas de los diferenciales adicionados por calificación.....	215
Tabla 10. Medianas de las probabilidades de incumplimiento para un año por calificación	217
Tabla 11. Resultados del estadístico de ajuste (G) del modelo de Merton.....	227
Tabla 12. Estadístico de prueba para los modelos de Leland, Fan and Sundaresan ($\eta=0.5$ y $\eta=0.6$) y con R modelo <i>intensity of default</i> (118)	232
Tabla 13. Estadístico de prueba para los el modelo de Fan and Sundaresan con la R estimada con el modelo <i>intensity of default</i> (118) y diferentes η 's con datos del ejercicio de 2008.....	233
Tabla 14. Estadístico de prueba para los modelos BM y PLBM con R=0.4	242
Tabla 15. Diferencia entre los valores de los <i>spreads</i> reales menos los estimados cuando la tasa de recuperación es igual a 0.40.....	243
Tabla 16. Mediana, media y desviación estándar de la R calculada con el modelo de intensidad de incumplimiento (Ec.- 118).....	249
Tabla 17. Estadístico de prueba para los modelos BM, PLBM, con diferentes R's	250
Tabla 18. Estadístico de prueba para los modelos BM, PLBM, con diferentes R e intensidad de incumplimiento calculadas con el modelo binomial considerando los datos de 2008.....	258
Tabla 19. Valores estimados de los parámetros c_i y α_i	262
Tabla 20. Valores pronosticados para los años de 2007 a 2010 de c_u y α_u	263
Tabla 21. Estadístico de las regresiones para pronosticar la R (tasa de recuperación) en función de la probabilidad de incumplimiento. Modelo de Regresión Lineal Simple (datos de 1998 a 2007)	267
Tabla 22. Estadístico de las regresiones para pronosticar la R (tasa de recuperación) en función de la probabilidad de incumplimiento. Modelo de regresión logística (Modelo 3) (datos de 1998 a 2007)	270
Tabla 23. Estadístico de las regresiones para pronosticar la R (tasa de recuperación) en función de la probabilidad de incumplimiento. Se utilizó el Modelo que hiciera la mejor aproximación (datos de 1998 a 2008)	272
Tabla 24. Estadístico de las regresiones para pronosticar la R (tasa de recuperación) en función de la probabilidad de incumplimiento. Se utilizó el Modelo que hiciera la mejor aproximación (datos de 1998 a 2008)	274

Tabla 25. Estadístico de las regresiones para pronosticar la R (tasa de recuperación) en función de la probabilidad de incumplimiento. Se utilizó el Modelo que hiciera la mejor aproximación para las calificaciones B y C (datos de 1998 a 2008)	275
Tabla 26. Tipología de las variables	277
Tabla 27. Resultado de la regresión múltiple para el ejercicio de 2007	280
Tabla 28. Resultado de la regresión múltiple para el ejercicio de 2008.....	282
Tabla 29. Variables que se tomaron para correr la regresión entre los residuos de los modelos BM y PLBM	286
Tabla 30. Resultado final del análisis de los residuos del modelo BM	287
Tabla 31. Resultado final del análisis de los residuos del modelo PLBM	288

Cuadros

Cuadro 1. Diferencias entre los valores reales menos los estimados aproximando la R con los modelos de intensidad de incumplimiento (ecuaciones 117 a 119).....	254
Cuadro 2. Resultado del análisis de las series temporales de c_i y α_i	263
Cuadro 3. Triangular superior de la matriz de correlación entre las variables independientes	278

Figuras

Figura 1. Ejemplo de apalancamiento	22
Figura 2. Diagrama de tarta para dos estructuras de capital distintas	26
Figura 3. Estructura de capital óptima según la Teoría del Valor de la Firma	28
Figura 4. Teoría de Modigliani y Miller con impuestos y costos de quiebra	30
Figura 5. Diagrama de árbol de los modelos de valoración para títulos de crédito con.....	52
Figura 6. Valores que puede tomar la pérdida crediticia	61
Figura 7. Árbol de tasas de interés de corto plazo de instrumentos del Tesoro	95
Figura 8. Árbol de la evolución de un instrumento	99
Figura 9. Densidad de transición de un proceso de salto	102
Figura 10. Precio <i>Forward</i> de un Bono	119
Figura 11. Trayectoria del precio de un activo financiero para dos periodos (Modelo Binomial) .	147
Figura 12. Trayectoria del valor de una opción de compra europea cuyo vencimiento es dentro de un periodo	149
Figura 13. Portafolio de réplica de una opción de compra cuyo vencimiento es dentro de un periodo.....	150
Figura 14. Esquema Modelo Binomial, de dos periodos para la opción <i>Call</i>	153
Figura 15. Trayectoria del valor de una opción de compra americana cuyo vencimiento es dentro de un periodo	155
Figura 16. Datos requeridos por el sistema	213

Figura 17. Trayectoria del precio de una acción para un periodo, al existir la posibilidad de caer en incumplimiento 256

Gráficas

Gráfica 1. Monto del pasivo de algunas empresas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores... 19

Gráfica 2. Comparativo de la proporción de deuda – capital empresas de diversos sectores 25

Gráfica 3. Porcentajes promedio de deuda con respecto al capital por industria al 2009 33

Gráfica 4. Probabilidad de incumplimiento 40

Gráfica 5. Esquema de ganancias/pérdidas para el comprador y para el vendedor de una opción 144

Gráfica 6. Volatilidad anual y Probabilidad de incumplimiento esperada a un año de América Móvil por el periodo comprendido de 2001 a 2007 219

Gráfica 7. Volatilidad anual y Probabilidad de incumplimiento esperada a un año de Bimbo por el periodo comprendido de 1998 a 2007 220

Gráfica 8. Volatilidad anual y Probabilidad de incumplimiento esperada a un año de Geo por el periodo comprendido de 1998 a 2007 221

Gráfica 9. Volatilidad anual y Probabilidad de incumplimiento esperada a un año de Médica Sur por el periodo comprendido de 1998 a 2007 222

Gráfica 10. Volatilidad anual y Probabilidad de incumplimiento esperada a un año de Liverpool por el periodo comprendido de 1998 a 2007 223

Gráfica 11. Comparación del diferencial real y el estimado con el modelo de Merton correspondiente al ejercicio de 2007 228

Gráfica 12. Comparación del diferencial real y el estimado con el modelo de Merton correspondiente al ejercicio de 2008 229

Gráfica 13. Comparación del diferencial real y el estimado con el modelo de Merton correspondiente al ejercicio de 2007, sin datos atípicos 230

Gráfica 14. Comparación del diferencial real y el estimado con el modelo de Merton correspondiente al ejercicio de 2008, sin datos atípicos 231

Gráfica 15. Comparación del diferencial real y el estimado bajo el modelo de Leland correspondiente al ejercicio de 2007 y con R determinada con el modelo *intensity of default* (118) 234

Gráfica 16. Comparación del diferencial real y el estimado con el modelo de Leland correspondiente al ejercicio de 2008 y con R determinada con el modelo *intensity of default* (118) 235

Gráfica 17. Comparación del diferencial real y el estimado bajo el modelo de Leland correspondiente al ejercicio de 2007, sin datos atípicos y con R determinada con el modelo *intensity of default* (118)..... 236

Gráfica 18. Comparación del diferencial real y el estimado bajo el modelo de Leland correspondiente al ejercicio de 2008, sin datos atípicos y con R determinada con el modelo *intensity of default* (118)..... 237

Gráfica 19. Comparación del diferencial real y el estimado con el modelo de Fan y Sundaresan correspondiente al ejercicio de 2007 y con R determinada con el modelo <i>intensity of default</i> (118)	238
Gráfica 20. Comparación del diferencial real y el estimado con el modelo de Fan y Sundaresan y con R determinada con el modelo <i>intensity of default</i> (118); correspondiente al ejercicio de 2008	239
Gráfica 21. Comparación del diferencial real y el estimado con el modelo de Fan y Sundaresan, sin datos atípicos y con R determinada con el modelo <i>intensity of default</i> (118); correspondiente al ejercicio de 2007	240
Gráfica 22. Comparación del diferencial real y el estimado con el modelo de Fan y Sundaresan, sin datos atípicos y con R determinada con el modelo <i>intensity of default</i> (118); correspondiente al ejercicio de 2008	241
Gráfica 23. Comparación del diferencial real y el estimado con los modelos BM y PLBM con R=0.4 correspondiente al ejercicio de 2007	244
Gráfica 24. Comparación del diferencial real y el estimado con los modelos BM y PLBM con R=0.08 correspondiente al ejercicio de 2007	245
Gráfica 25. Comparación del diferencial real y el estimado con los modelos BM y PLBM con R=0.12 correspondiente al ejercicio de 2007	246
Gráfica 26. Comparación del diferencial real y el estimado con los modelos BM y PLBM con R=0.22 correspondiente al ejercicio de 2007	247
Gráfica 27. Comparación del diferencial real y el estimado con los modelos BM y PLBM para 2007 (R calculada con la intensidad de incumplimiento, ec. 117)	252
Gráfica 28. Comparación del diferencial real y el estimado con los modelos BM y PLBM para 2007 (R calculada con la intensidad de incumplimiento, ec. 118)	253
Gráfica 29. Comparación del diferencial real y el estimado con los modelos BM y PLBM para 2008 (R calculada con el modelo binomial).....	259
Gráfica 30. Comparación del diferencial real y el estimado con los modelos BM y PLBM para 2008 (R calculada el modelo binomial)	260
Gráfica 31. Comparación del diferencial real y el estimado con los modelos BM y PLBM para 2008 (R calculada el modelo binomial) sin datos atípicos	261
Gráfica 32. Comparación del diferencial real y del estimado con los modelos BM y PLBM correspondiente al ejercicio de 2007 con los valores estimados de c_u y α_u (R calculada con la intensidad de incumplimiento, Ec.- 118)	264
Gráfica 33. Comparación del diferencial real y del estimado con los modelos BM y PLBM correspondiente al ejercicio de 2007 con los valores de R calculados con el Modelo de Regresión Lineal Simple.....	269
Gráfica 34. Comparación del diferencial real y del estimado con los modelos BM y PLBM correspondiente al ejercicio de 2007 con los valores de R calculados con el Modelo de 3 de regresión	271
Gráfica 35. Comparación del diferencial real y del estimado con los modelos BM y PLBM correspondiente al ejercicio de 2008 con los valores de R calculados con los 7 modelos aplicados en cada una calificaciones crediticias.....	273
Gráfica 36. Estadístico de las regresiones para pronosticar la R (tasa de recuperación) en función de la probabilidad de incumplimiento. Se utilizó el Modelo que hiciera la mejor aproximación para las calificaciones B y C (datos de 1998 a 2008)	276

Gráfica 37. Comparación del diferencial real y del estimado con los modelos BM y PLBM correspondiente al ejercicio de 2007 con los valores de R calculados con el modelo de regresión múltiple 283

Gráfica 38. Comparación del diferencial real y del estimado con los modelos BM y PLBM correspondiente al ejercicio de 2008 con los valores de R calculados con el modelo de regresión múltiple 284